



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**  
**INGENIERÍA CIVIL – ESTRUCTURAS**

**COMPARACIÓN DE DEFORMACIONES ANALÍTICAS Y EXPERIMENTALES  
POR FLUJO PLÁSTICO Y CONTRACCIÓN DE LA PILA DE UN PUENTE**

**T E S I S**  
**QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:**  
**MAESTRO EN INGENIERÍA**

**PRESENTA:**  
**GABRIEL SÁNCHEZ HERNÁNDEZ**

**TUTOR**  
**ROBERTO GÓMEZ MARTÍNEZ**  
**INSTITUTO DE INGENIERIA**

**MÉXICO, D. F. FEBRERO DE 2013**

**JURADO ASIGNADO:**

**Presidente:** M. I. Mendoza Escobedo Carlos Javier

**Secretario:** Dr. Escobar Sánchez José Alberto

**Vocal:** Dr. Gómez Martínez Roberto

**1er. Suplente:** Dr. Pozos Estrada Adrián

**2do. Suplente:** Dr. García Soto Adrián David

Lugar donde se realizó la tesis:

IINSTITUTO DE INGENIERIA. UNAM.

**TUTOR DE TESIS:**

---

Dr. GÓMEZ MARTÍNEZ ROBERTO

## CONTENIDO

<b>CONTENIDO</b> .....	<b>iii</b>
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>1</b>
<b>CAPÍTULO 1. DEFORMACIONES DEPENDIENTES DEL TIEMPO</b> .....	<b>2</b>
1.1 ANTECEDENTES.....	2
1.2 COMPONENTES DE LA DEFORMACIÓN EN EL CONCRETO .....	2
1.3 MAGNITUDES DE LAS DEFORMACIONES TÍPICAS DEL CONCRETO..	3
1.4 FLUJO PLASTICO DEL CONCRETO .....	4
1.4.1 Mecanismos del flujo plástico y factores que lo influyen .....	4
1.4.2 Componentes del flujo plástico .....	5
1.4.3 Efecto de envejecimiento.....	7
1.4.4 El coeficiente de flujo plástico y la función de flujo plástico.....	7
1.5 CONTRACCIÓN DEL CONCRETO .....	9
1.5.1 Tipos de contracción.....	9
1.5.2 Factores que afectan la contracción .....	10
1.5.3 Reducción de la contracción por secado del concreto .....	12
1.5.4 Los efectos de contracción en el comportamiento estructural .....	13
1.6 EL PROBLEMA BÁSICO DEL ANÁLISIS EN EL TIEMPO .....	13
<b>CAPÍTULO 2. PROPIEDADES DE LOS MATERIALES</b> .....	<b>15</b>
2.1 RESISTENCIA A LA COMPRESIÓN.....	15
2.2 RESISTENCIA A LA TENSIÓN.....	15
2.3 MÓDULO DE ELASTICIDAD, $E_c$ .....	16
2.4 MODELO ACI 209R-92 PARA PREDECIR EL FLUJO PLÁSTICO.....	16
2.4.1 Resistencia del concreto a la compresión en el tiempo .....	16
2.4.2 Módulo de elasticidad.....	16
2.4.3 Coeficiente de flujo plástico .....	17
2.4.4 Factores de corrección para condiciones no estándar del concreto .....	17
2.4.4.1 Factor de corrección para la edad de la carga, $\gamma_{LA}$ .....	17
2.4.4.2 Humedad relativa del ambiente, $\gamma_\lambda$ .....	17
2.4.4.3 Espesor promedio del elemento (relación Volumen/Superficie) .....	17
2.4.5 Factor de corrección por composición del concreto .....	18
2.4.5.1 Efecto del revenimiento, $\gamma_s$ .....	18
2.4.5.2 Porcentaje de agregado fino, $\gamma_\psi$ .....	18
2.4.5.3 Contenido de aire, $\gamma_\alpha$ .....	18
2.5 MODELO ACI R-92 PARA PREDECIR LA CONTRACCIÓN .....	18
2.5.1 Factores de corrección para condiciones no estándar del concreto .....	19
2.5.1.1 Humedad relativa del ambiente, $\gamma_\lambda$ .....	19
2.5.1.2 Espesor promedio del elemento (relación volumen/superficie) .....	19
2.5.1.3 Revenimiento, $\gamma_s$ .....	19

2.5.1.4	Porcentaje de agregado fino, $\gamma_{\psi}$ .....	19
2.5.1.5	Contenido de cemento, $\gamma_c$ .....	19
2.5.1.6	Contenido de aire, $\gamma_a$ .....	19
2.6	MODELO CEB-FIB CODIGO 1990 FLUJO PLÁSTICO.....	20
2.6.1	Tamaño nominal del elemento.....	20
2.6.2	Resistencia a la compresión promedio a los 28 días.....	20
2.6.3	Cálculo del coeficiente de flujo plástico.....	20
2.6.4	Coeficiente de desarrollo del flujo plástico .....	20
2.6.5	Coeficiente de flujo plástico .....	21
2.7	MODELO CEB-FIB CÓDIGO 1990 CONTRACCIÓN.....	21
a)	Coeficiente de contracción .....	21
b)	Coeficiente que describe el desarrollo de la contracción con el tiempo.....	21
c)	Deformación por contracción .....	21
2.8	CÁLCULO DE LA RESISTENCIA EN EL TIEMPO .....	21
2.9	CÁLCULO DEL MÓDULO DE ELASTICIDAD CON EL TIEMPO .....	22

### **CAPÍTULO 3. CARGA AXIAL, SECCIONES SIN AGRIETAR ..... 23**

3.1	PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN.....	23
3.2	CARGA AXIAL SECCIONES SIN AGRIETAR.....	29
3.3	PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN – MÉTODO PASO A PASO (SSM).....	29
3.4	APLICACIÓN .....	31
3.4.1	En la primera carga.....	32
3.4.2	En el fin de cada j-ésimo paso .....	33

### **CAPÍTULO 4. MODELACIÓN MATEMÁTICA ..... 35**

4.1	DESCRIPCIÓN DEL MODELO.....	35
4.2	MODELACIÓN MATEMÁTICA .....	38
4.3	DATOS PARA EL CÁLCULO DE LAS DEFORMACIONES DEPENDIENTES DEL TIEMPO .....	38
4.4	CARGAS SOSTENIDAS.....	39
4.5	INSTRUMENTACIÓN CON CUERDAS VIBRANTES.....	41
4.5.1	Medición y corrección por temperatura.....	41
4.6	DESCRIPCIÓN DE LA METODOLOGÍA PARA INSTALAR LAS CUERDAS VIBRANTES EN CAMPO.....	42
4.7	RESULTADOS DEL ANÁLISIS BAJO CARGAS SOSTENIDAS DE LA COLUMNA ANALIZADA.....	45
4.8	COMPARACIÓN DE RESULTADOS ANALÍTICOS Y DE CAMPO .....	50

<b>CAPITULO 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....</b>	<b>53</b>
5.1 CONCLUSIONES .....	53
5.2 RECOMENDACIONES.....	54
<b>REFERENCIAS.....</b>	<b>56</b>

## INTRODUCCIÓN

El flujo plástico y la contracción tienen un considerable impacto sobre el desempeño de las estructuras de concreto, provocando un incremento en las deformaciones y una redistribución de esfuerzos. El flujo plástico en el concreto representa un cambio dimensional en el elemento bajo la influencia de cargas sostenidas. Además, si el elemento es sometido a carga o no, el concreto en el secado sufre una contracción. En el caso de muchas estructuras reales, el flujo plástico y la contracción ocurren simultáneamente.

Quizá el aspecto más incierto y menos comprendido del diseño de estructuras de concreto es la predicción del comportamiento dependiente del tiempo. La incapacidad de los diseñadores estructurales para reconocer y cuantificar los efectos no lineales de flujo plástico y contracción, es una ausencia común en el diseño. Sin embargo, en los últimos 80 años se ha investigado activamente sobre las propiedades dependientes del tiempo y su efecto en el comportamiento de las estructuras de concreto. Mucho se ha escrito sobre el tema y cuantiosas contribuciones sobresalientes se han hecho; sin embargo, mucha de la información y varias de las técnicas analíticas, que son bien conocidas, no son usadas o entendidas en la profesión.

En este trabajo se muestra el uso de las funciones fundamentales que caracterizan las propiedades del concreto. Tales funciones, se basan en la suposición de homogeneidad de las propiedades del concreto en toda la estructura y son particularmente útiles en las etapas de diseño preliminar y en la comprobación de las investigaciones numéricas finales.

## CAPÍTULO 1

### DEFORMACIONES DEPENDIENTES DEL TIEMPO

#### 1.1 ANTECEDENTES

Cuando un espécimen de concreto está sujeto a una carga, su respuesta es instantánea y dependiente del tiempo. Bajo cargas sostenidas, la deformación de un espécimen se incrementa gradualmente con el tiempo y eventualmente puede ser muchas veces mayor que su valor inicial. Con el fin de satisfacer el objetivo de servicio en un diseño estructural preciso y fiable, las predicciones de la deformación instantánea y de la dependiente del tiempo serán requeridas en una estructura de concreto (Ghali, 2002).

Si la temperatura y esfuerzos permanecen constantes, el desarrollo gradual de la deformación con el tiempo es causado por el flujo plástico y la contracción. La deformación por flujo plástico se produce por esfuerzos sostenidos, mientras que la deformación por contracción es independiente de los esfuerzos. Estas deformaciones inelásticas y dependientes del tiempo causan incrementos en la deformación y curvatura, pérdidas de presfuerzo, redistribución de esfuerzos y acciones internas. El flujo plástico y la contracción son frecuentemente responsables de las deflexiones excesivas bajo cargas de servicio. El flujo plástico frecuentemente causa curvaturas excesivas o acortamientos en miembros pretensados. Además releva a la contracción, la que puede causar agrietamiento dependiente del tiempo, la que podría conducir a fallas de servicio o durabilidad (Gilbert, 1988).

Para una precisa y eficiente predicción de las deformaciones dependientes del tiempo, se requiere la siguiente información:

1. Datos exactos para las características del flujo plástico, contracción y características particulares de la mezcla.
2. Procedimientos analíticos o numéricos para la inclusión de estos efectos del tiempo en el análisis y diseño de la estructura.

#### 1.2 COMPONENTES DE LA DEFORMACIÓN EN EL CONCRETO

En cualquier tiempo ( $t$ ), la deformación total del concreto  $\varepsilon(t)$  en un espécimen sin agrietamiento y cargado axialmente, consiste de un número de componentes que incluyen la deformación instantánea  $\varepsilon_e(t)$ , la deformación por flujo plástico  $\varepsilon_{cr}(t)$ , y la deformación por contracción  $\varepsilon_{sh}(t)$ . Aunque no es estrictamente correcto, es usual suponer que las deformaciones son independientes y que pueden ser calculadas por separado y combinadas para obtener la deformación total (Westerberg, 2008). Cuando calculamos el comportamiento de una estructura de concreto en servicio a una temperatura constante, es usual expresar la deformación del concreto en un punto como la suma de las deformaciones instantáneas, flujo plástico y contracción:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_e(t) + \varepsilon_{cr}(t) + \varepsilon_{sh}(t) \quad (1.1)$$

En la fig 1.1, se muestran las deformaciones de una muestra de secado que se mantuvo a temperatura constante y sujeta a un esfuerzo constante sostenido de compresión  $\sigma_{c0}$  aplicado en un tiempo cero ( $t_0$ ). Inmediatamente después de que se termina el curado húmedo en el concreto, la deformación por contracción comienza a desarrollarse y continúa aumentando a una tasa

decreciente. Cuando se aplica un esfuerzo, se observa un salto repentino en el diagrama de deformaciones (deformación elástica o instantánea), seguido de un aumento adicional gradual por la deformación debida al flujo plástico.

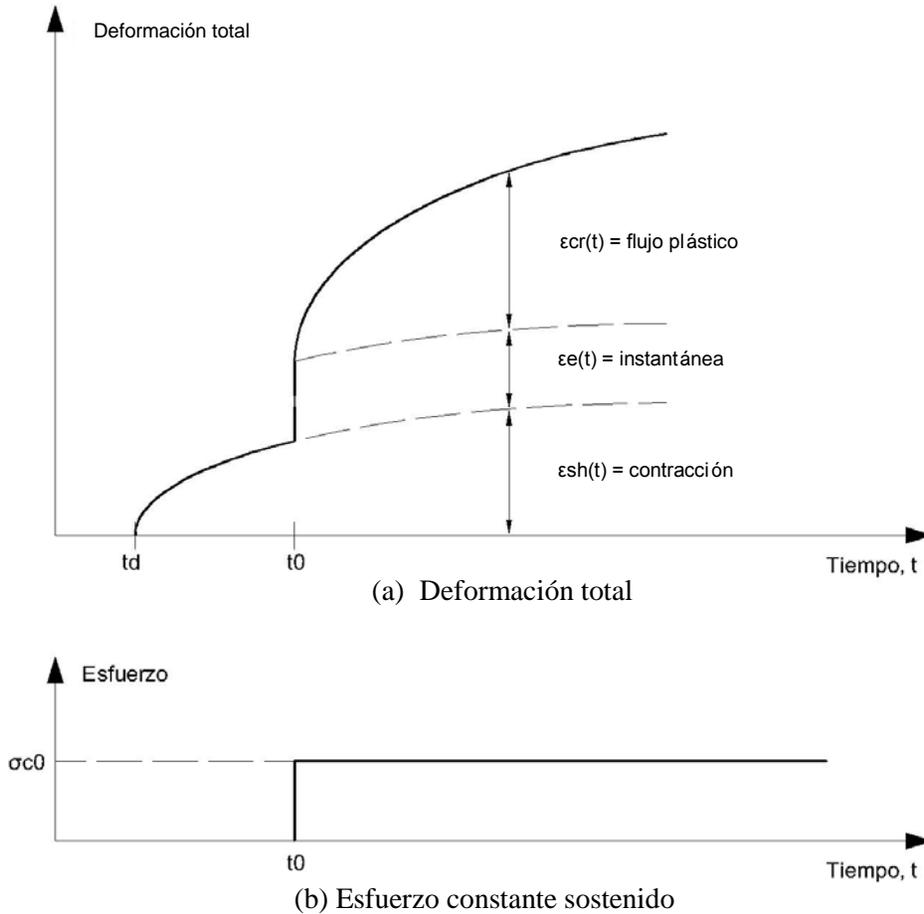


Figura 1.1. Deformaciones del concreto bajo cargas sostenidas

La predicción del comportamiento dependiente del tiempo de un miembro de concreto requiere la predicción exacta de cada deformación. Esto requiere un conocimiento de la historia de esfuerzos, además de los datos precisos de las propiedades de los materiales. La historia de esfuerzos depende de la carga aplicada y las condiciones de apoyo de los miembros (Akihiko et al, 1996).

### 1.3 MAGNITUDES DE LAS DEFORMACIONES TÍPICAS DEL CONCRETO

Cuando se consideren desde el principio es importante establecer firmemente cada una de las componentes de deformación, además de su orden y magnitud para situaciones típicas de servicio.

En estructuras de concreto diseñadas correctamente, los esfuerzos en el concreto raramente exceden de  $\sigma_{c0} = 0.4f'c$ . Bajo condiciones típicas de cargas de servicio (Mark et al., 1987). La deformación instantánea que ocurre inmediatamente después de la aplicación del esfuerzo puede ser considerada como elástica para niveles de esfuerzos bajos, y por lo tanto:

$$\varepsilon_e(t) = \frac{\sigma_{co}}{E_c(t_0)} \quad (1.2)$$

donde,  $\varepsilon_e(t)$ , es la deformación elástica o instantánea,  $\sigma_{co}$ , es el esfuerzo de compresión aplicado sobre el elemento, y  $E_c(t_0)$ , es el módulo de elasticidad del concreto a una edad de 28 días.

## 1.4 FLUJO PLASTICO DEL CONCRETO

### 1.4.1 Mecanismos del flujo plástico y factores que lo influyen

Cuando el concreto se somete a esfuerzos constantes, la deformación por flujo plástico se desarrolla gradualmente con el tiempo como se mostró en la fig 1.1. En el periodo inmediatamente después de la carga inicial, el flujo plástico se desarrolla rápidamente, pero la tasa de aumento disminuye apreciablemente con el tiempo. Generalmente se asume, que el flujo plástico se aproxima a un valor límite con el tiempo, después de que la carga se mantiene constante (Khazanovich, 1990).

Alrededor de un 50% del flujo plástico se desarrolla en los 2-3 meses iniciales y alrededor de un 90% en los primeros 2-3 años. Después de varios años bajo carga sostenida, la variación del flujo plástico con el tiempo es muy pequeña (Ghali et al, 2002).

En la literatura disponible, el flujo plástico y la contracción son tratados por separado y como fenómenos independientes, (se dividen en dos fenómenos para una mejor comprensión física. En realidad, esto no ocurre así). El flujo plástico es significativamente mayor cuando se acompaña por la contracción. En un espécimen cargado que tiene humedad, en equilibrio con el medio ambiente, la deformación dependiente del tiempo causada por el esfuerzo es conocida como **flujo plástico básico**. El flujo plástico adicional que se produce en un espécimen de secado se conoce como **flujo plástico de secado**. El flujo plástico se calcula como la diferencia entre la deformación total dependiente del tiempo, del espécimen cargado, y la contracción de un espécimen descargado (ec 1.1).

El flujo plástico del concreto se origina en la pasta de cemento endurecida que consiste en un gel sólido de cemento con numerosos poros capilares; el gel de cemento se compone de láminas coloidales de silicato de calcio separadas por espacios que contienen agua absorbida. Se cree que el flujo plástico es causado por varios mecanismos diferentes y complejos todavía no completamente entendidos. Se han identificado los siguientes (Vandamme y Ulm, 2009):

1. Deslizamiento de las hojas coloidales en el gel de cemento entre las capas de agua absorbida – flujo viscoso.
2. Expulsión y descomposición del agua dentro de la capa intermedia de gel de cemento – filtración.
3. Deformación elástica del agregado y los cristales del gel como el flujo viscoso y filtraciones que ocurren dentro del gel de cemento – elasticidad retardada.
4. Fractura local dentro del gel de cemento lo que implica la ruptura (y formación) de enlaces físicos – microfisuración.
5. La teoría de deformación mecánica
6. Flujo plástico

Es por esto que se puede afirmar que muchos factores influyen en la magnitud y el desarrollo de la relación del flujo plástico. Algunos son las propiedades de la mezcla del concreto, mientras que otros dependen del medio ambiente y condiciones de carga. En general, la capacidad del concreto

al flujo plástico decrece mientras que su resistencia aumenta. Un aumento en el contenido de los agregados o en su tamaño máximo reduce el flujo plástico, al igual que el uso de un tipo de agregado más rígido. El flujo plástico también disminuye a medida que la relación agua cemento se reduce (Branson, 1970).

El flujo plástico depende además del medio ambiente. Este se incrementa cuando la humedad relativa decrece; el flujo plástico es también mayor en miembros delgados con gran relación superficie-área-volumen tales como las losas. Sin embargo, la dependencia del flujo plástico con la humedad relativa, el tamaño y la forma del espécimen, decrece con el aumento de la resistencia del concreto. Cerca de la superficie de un miembro, el flujo plástico tiene lugar en el ambiente de secado y es por lo tanto mayor que en las regiones alejadas de una superficie de secado. Además de la humedad relativa, el flujo plástico depende de la temperatura ambiente. Una temperatura elevada aumenta la deformación de la pasta de cemento y acelera el secado, y por lo tanto aumenta el flujo plástico. La influencia de la temperatura en el flujo plástico es más pronunciada a temperaturas elevadas, y es mucho menos significativa para las variaciones de temperatura entre 0° C y 20° C. Sin embargo, el flujo plástico del concreto a una temperatura media de 40° C es quizás 25% más alto que a 20° C (ACI 209, R1992).

Además de las características del medio ambiente y de la mezcla del concreto, el flujo plástico depende de la historia de cargas, en particular de la magnitud y duración de los esfuerzos y la edad del concreto cuando fueron aplicados los esfuerzos. La edad del concreto, ( $t_0$ ), cuando el esfuerzo se aplica a una edad temprana, tiene una marcada influencia en la magnitud final del flujo plástico. En concretos cargados a edad temprana el flujo plástico es mayor que en concretos cargados a edad más avanzada. El concreto es un material que endurece con el tiempo, por lo tanto, incluso en concretos muy viejos la tendencia del flujo plástico nunca desaparece por completo.

Cuando los esfuerzos sostenidos en el concreto son menores de 0.5f'c, el flujo plástico es aproximadamente proporcional a los esfuerzos y es conocido como **flujo plástico lineal**. Para niveles altos de esfuerzo el flujo plástico incrementa a una relación tan rápida que se convierte en no lineal con respecto a los esfuerzos. Este comportamiento no lineal del flujo plástico en altos niveles de esfuerzo se cree está relacionado con un aumento en el micro agrietamiento. Bajo condiciones de servicio los esfuerzos de compresión raramente exceden 0.5f'c en estructuras de concreto, y el flujo plástico puede ser tomado proporcionalmente a los esfuerzos (en la mayoría de los casos para el diseño por servicio); en esta tesis los efectos no lineales del flujo plástico y niveles elevados de esfuerzo no serán examinados.

#### 1.4.2 Componentes del flujo plástico

Para un mejor entendimiento de la naturaleza física del flujo plástico y de la descripción de sus características, la deformación por flujo plástico frecuentemente se subdivide en varias componentes. En la fig. 1.2a se muestra la deformación por flujo plástico producida por la historia de esfuerzos a compresión de la fig.1.2b, donde se observa que bajo esfuerzos sostenidos  $\sigma_0$ , el flujo plástico se incrementa con una relación decreciente. Cuando el esfuerzo es removido en un tiempo ( $t_1$ ), no hay un cambio repentino en la deformación por flujo plástico, pero sí ocurre una reducción gradual con el tiempo, como se muestra (fig 1.2a). Se observa un claro y repentino cambio en la deformación total en ( $t_1$ ), debido a la eliminación de la deformación instantánea. Una porción del flujo plástico se recupera, mientras que una porción generalmente más grande es irre recuperable o permanente (Zdenek et al., 1973).

CAPÍTULO 1

La parte recuperable del flujo plástico es frecuentemente llamada **deformación elástica retrasada**,  $\epsilon_{cr,d}(t)$ . Se cree que este retraso elástico es causado por la acción elástica en el agregado, en la pasta de cemento, después de aplicar un esfuerzo y removerlo. Si un espécimen es descargado después de un gran periodo bajo carga, la magnitud de flujo plástico recuperable es del orden de 40-50% de la deformación elástica (entre un 10 y 20% de la deformación total por flujo plástico).

La mayor parte de la deformación por flujo plástico es irrecuperable y se denomina frecuentemente como el **flujo**,  $\epsilon_{cr,f}(t)$ . Ésta componente de flujo del flujo plástico a veces se subdivide en **flujo inicial rápido**  $\epsilon_{cr,fi}(t)$ , que se produce en las primeras 24 horas después de la carga, y el flujo restante que se desarrolla gradualmente con el tiempo. El flujo inicial rápido es irrecuperable y depende altamente de la edad de la primera carga, es decir, del grado de hidratación. En concretos de edad temprana y cargados, es alto el flujo inicial rápido. El flujo restante que se produce después del primer día bajo carga depende de la humedad relativa y, como se discutió anteriormente se puede dividir en una componente de flujo plástico básico  $\epsilon_{cr,fb}(t)$  y una componente de flujo de secado  $\epsilon_{cr,fd}(t)$ . El flujo plástico de secado es el flujo plástico adicional irrecuperable que ocurre cuando el espécimen se carga en un entorno de secado; el flujo básico depende de la composición de la mezcla de concreto (tipo de agregado, cantidad y tamaño, resistencia del concreto, etc.) y de la edad del concreto cuando se aplica la primera carga. El flujo de secado depende del contenido y gradiente de humedad, el tamaño y forma del espécimen. En análisis estructural, es inusual considerar el flujo plástico en todas sus componentes de flujo, sin embargo, se consideran las componentes recuperables e irrecuperables del flujo plástico. La deformación elástica retrasada es apropiada y necesaria si el concreto está sujeto a una variación de esfuerzos en el tiempo.

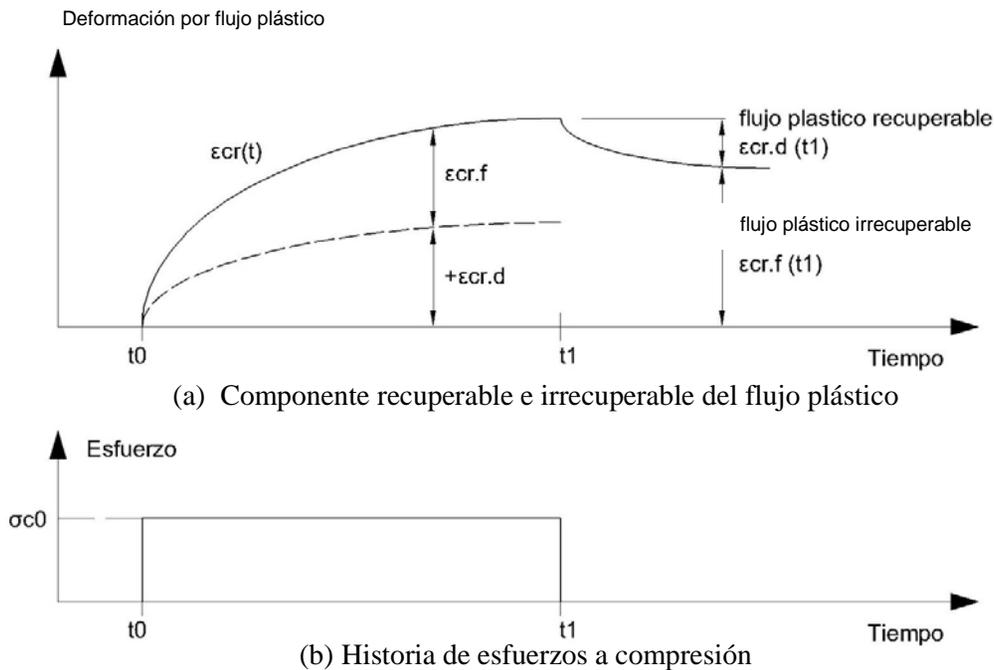


Figura 1.2. Componentes de flujo plástico

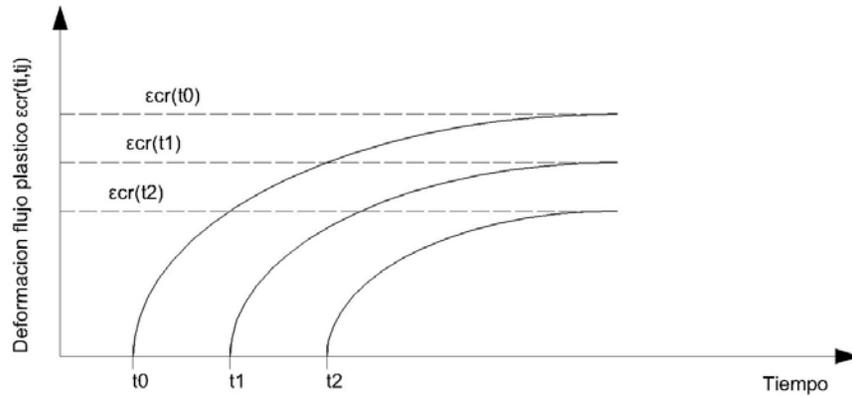


Figura 1.3. Efecto de edad al aplicar la carga en las deformaciones plásticas

### 1.4.3 Efecto de envejecimiento

Todos los subcomponentes del flujo plástico se ven afectados en cierta medida por el grado de hidratación, y la edad del concreto en el momento de la primera carga, en el tiempo ( $t$ ). La fig 1.3, muestra el efecto de la edad en la primera carga en la curva flujo plástico-tiempo de especímenes idénticos cargados por primera vez a edades  $t_0$ ,  $t_1$  y  $t_2$  (Khazanovich, 1990).

Aunque no está probado, por lo general se acepta que la deformación por flujo plástico  $\varepsilon_{cr}(t_0, t)$  se aproxima a un valor límite cuando el tiempo tiende a infinito,  $\varepsilon_{cr}(\infty, t) = \varepsilon_{cr}^*(t)$ . Todo lo demás es igual:

$$\varepsilon_{cr}^*(t_i) > \varepsilon_{cr}^*(t_j) \quad (1.3)$$

siempre que  $t_i < t_j$

Este tiempo de endurecimiento o envejecimiento del concreto complica la predicción de la deformación por flujo plástico bajo historias de esfuerzos variables en el tiempo.

### 1.4.4 El coeficiente de flujo plástico y la función de flujo plástico

La capacidad del concreto al flujo plástico se mide generalmente en términos del coeficiente de flujo plástico,  $\phi(t, t_0)$ . En una probeta de concreto sometida a un esfuerzo de compresión constante  $\sigma_c(t)$ , aplicado a una edad ( $t$ ), el coeficiente de flujo plástico en el tiempo ( $t$ ) es la relación de la deformación por flujo plástico y la deformación instantánea, y está dado por:

$$\phi(t, t_0) = \frac{\varepsilon_{cr}(t, t_0)}{\varepsilon_e(t)} \quad (1.4)$$

Por lo tanto, la deformación por flujo plástico en un tiempo ( $t$ ) causada por un esfuerzo sostenido  $\sigma_c(t)$ , aplicado a una edad ( $t_0$ ), es:

$$\varepsilon_{cr}(t, t_0) = \phi(t, t_0) \varepsilon_e(t_0) = \phi(t, t_0) \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} \quad (1.5)$$

CAPÍTULO 1

donde,  $E_c(t_0)$  es el módulo de elasticidad en un tiempo  $t_0$ . Para concretos sujetos a esfuerzos constantes y sostenidos, conociendo el coeficiente de flujo plástico, éste nos permite la rápida determinación del flujo plástico en cualquier momento (Zdenek, 1988).

Otra expresión dependiente del tiempo usada frecuentemente es la llamada **flujo plástico específico**,  $C(t, t_0)$  y es el factor de proporcionalidad del esfuerzo lineal y el flujo plástico:

$$\varepsilon_{cr}(t, t_0) = C(t, t_0)\sigma_c(t_0) \quad (1.6)$$

$$C(t, t_0) = \frac{\varepsilon_{cr}(t, t_0)}{\sigma_c(t_0)} \quad (1.7)$$

$C(t, t_0)$  es la deformación por flujo plástico en un tiempo  $(t)$ , producida por un esfuerzo unitario aplicado a una edad  $t_0$ .

La relación entre el coeficiente de flujo plástico y el flujo plástico específico se obtiene de las ecuaciones anteriores y se expresa como:

$$\varphi(t, t_0) = C(t, t_0)E_c(t_0) \quad (1.8)$$

La suma de las deformaciones instantánea y por flujo plástico en un tiempo  $(t)$ , que son producidas por un esfuerzo unitario constante aplicado a una edad  $t_0$  se define como **función de flujo plástico**,  $J(t, t_0)$  y está dada por:

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E_c(t_0)} + C(t, t_0) = \frac{1}{E_c(t_0)} [1 + \varphi(t, t_0)] \quad (1.9)$$

Las deformaciones (instantáneas más flujo plástico) producidas por el esfuerzo constante sostenido  $\sigma_c(t_0)$ , aplicadas a una edad  $t_0$  (también llamadas deformaciones dependientes del esfuerzo), pueden por lo tanto ser determinadas con la siguiente función.

$$\varepsilon_e(t) + \varepsilon_{cr}(t, t_0) = J(t, t_0)\sigma_c(t_0) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} [1 + \varphi(t, t_0)] = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_e(t, t_0)} \quad (1.10)$$

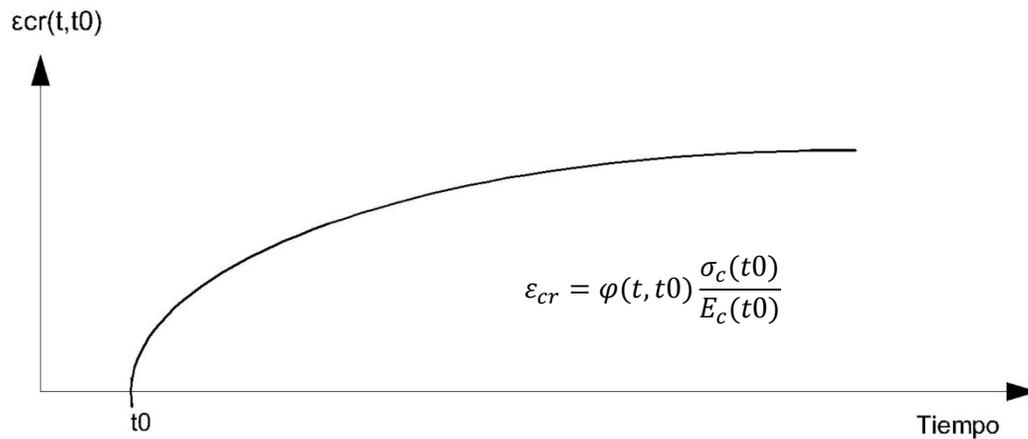
donde  $E_e(t, t_0)$  es conocido como el **módulo efectivo** y está dado por:

$$E_e(t, t_0) = \frac{E_c(t_0)}{[1 + \varphi(t, t_0)]} \quad (1.11)$$

La variación con el tiempo de la deformación por flujo plástico causada por un esfuerzo de compresión constante y sostenido se muestra en la fig. 1.4



(a) Historia de esfuerzos constantes



(b) Deformación por flujo plástico

Figura 1.4. Deformación por flujo plástico producida por un esfuerzo constante sostenido

## 1.5 CONTRACCIÓN DEL CONCRETO

### 1.5.1 Tipos de contracción

La contracción del concreto es una deformación dependiente del tiempo y ocurre en un espécimen de concreto sin la necesidad de aplicar cargas y sin restricciones, a temperatura constante. Es importante que desde el principio se distinga entre la contracción plástica, la contracción química, la contracción térmica y la contracción por secado. La contracción plástica ocurre en el concreto durante el proceso de endurecimiento, mientras que la contracción química, térmica y por secado ocurren en el concreto endurecido después de endurecimiento. Algunos concretos de alta resistencia son propensos a que la contracción plástica ocurra en el concreto húmedo y pueda provocar un agrietamiento significativo durante el proceso de colocado. Este agrietamiento se debe a la tensión capilar de los poros y se puede prevenir tomando precauciones durante la construcción de tal forma que se evite la rápida evaporación del agua de sangrado. En esta etapa, la adherencia entre el concreto plástico y el acero de refuerzo aún no se ha desarrollado, y el acero es ineficiente en el control de tales grietas (Gilbert, 1988).

## CAPÍTULO 1

La contracción por secado es la reducción en el volumen causada principalmente por la pérdida de agua durante el proceso de secado. Esta contracción aumenta con el tiempo a una tasa que disminuye gradualmente y continúa hasta meses después del colado (Barreda, 2009). La magnitud y el desarrollo de la relación de la contracción por secado dependen de todos los factores que afectan el secado del concreto, incluyendo la humedad relativa, las características de la mezcla (en particular, el tipo y cantidad de cemento, el contenido de agua, la relación agua-cemento, la relación de agregado fino a grueso, y el tipo de agregado), y el tamaño y forma de el elemento (ACI 209.1R, 2005).

La contracción química es el resultado de varias reacciones químicas dentro de la pasta de cemento e incluye la contracción por hidratación, la que está emparentada con el grado de hidratación del cemento en un espécimen sellado sin cambios de humedad. La contracción química (frecuentemente llamada contracción autógena) ocurre rápidamente en los días y semanas después del colado y es menos dependiente del medio ambiente, del tamaño del espécimen y de la contracción por secado (Shami et al., 2004).

La contracción térmica es la que se observa en las primeras horas o días después del colado, después de establecer que el calor de hidratación se disipa gradualmente. El término contracción endógena es algunas veces usado para referirse a la parte de la contracción del concreto endurecido que no está asociada al secado (es decir la suma de la contracción autógena y térmica).

Por el contrario, la contracción endógena incrementa a medida que aumenta el contenido de cemento y la relación agua-cemento disminuye. Además la contracción endógena no es afectada por la humedad relativa del ambiente. Para estructuras no agrietadas de concreto en masa, no hay una contracción significativa por secado, a excepción de aproximadamente 300 mm de cada superficie expuesta. Por el contrario la contracción química esta menos afectada por el tamaño y la forma del espécimen (Zdenek, 1988).

### **1.5.2 Factores que afectan la contracción**

La contracción por secado en concretos de alta resistencia es menor que en concretos de resistencia normal debido a las pequeñas cantidades de agua libre después de la hidratación. Sin embargo, la contracción química y térmica pueden ser significativamente grandes. Aunque la contracción por secado y endógena son completamente diferentes en naturaleza, no hay necesidad de distinguir entre ellas desde el punto de vista de la ingeniería estructural. La contracción continúa incrementando con el tiempo con una relación decreciente como se mostró en la fig 1.1. La contracción por secado es afectada por todos los factores que afectan el secado del concreto.

Puesto que la contracción por secado está relacionada con la pérdida de humedad del concreto, es influida por factores externos que afectan el secado y también por factores internos relacionados con el concreto y sus constituyentes.

Los factores externos que afectan la pérdida de humedad del concreto son las condiciones ambientales, así como el tamaño y la forma del elemento de concreto. Las condiciones ambientales son: la temperatura del aire, la humedad relativa y la velocidad del viento, estas afectan la pérdida de humedad de la superficie del concreto, cualquier combinación de estos factores afecta la velocidad de evaporación. Las condiciones ambientales diferentes en los lados opuestos de un elemento dan como resultado un secado diferencial hacia afuera, y por tanto, una contracción diferencial con la posible consecuencia de alabeo (Cement Concrete and Aggregates Australia, 2002).

En resumen, es de esperarse una mayor contracción por secado cuando se eleva la temperatura ambiental, disminuye la humedad relativa, se incrementa la velocidad del viento alrededor del concreto y cuando aumenta el periodo en el que el concreto está sujeto a condiciones de secado (Branson et al., 1970).

Los elementos de concreto grandes y de mayor sección se secan más lentamente que los pequeños y delgados. Como resultado, para el mismo periodo de secado, la contracción de los elementos de gran tamaño es menor que para los de menor tamaño, en los cuales su núcleo se puede secar más rápidamente (Ghali et al., 2002).

El efecto de la geometría del elemento de concreto sobre la contracción por secado está representado en la mayoría de los reglamentos y normas por su “espesor teórico” o el espesor hipotético que se define como dos veces el área de la sección transversal del elemento de concreto dividido por el perímetro expuesto de la sección transversal. De aquí se sigue que un espesor teórico más grande estará asociado con una menor contracción por secado.

Los factores internos que afectan la contracción por secado del concreto y aquellos relacionados con sus constituyentes son cementos, agregados, aditivos; diseño de la mezcla de concreto; relación agua cemento y contenido de agua; propiedades de los agregados y fracción de volumen; y aquéllos vinculados con la construcción del concreto: colocación, compactación y curado (Rajeev et al., 2007).

Aunque generalmente se concluye que la composición del cemento puede afectar la contracción por secado, el efecto no se ha determinado por completo. Se ha observado que el contenido de C3A (aluminato tricálcico) y álcali tiene un efecto dominante. A su vez, el efecto del contenido de C3A y álcali sobre la contracción es influido por el yeso del cemento, es decir, la contracción de cementos del mismo contenido de C3A es diferente para diferentes contenidos de yeso. Esto ha conducido al desarrollo de un cemento caracterizado en términos de comportamiento por contracción como “cemento de contracción compensada”. Los ingenieros civiles no deben preocuparse mucho con los complejos detalles de la química del cemento, ya que lo importante es el rendimiento final. Debe precisarse que el uso de cemento de contracción compensada por sí mismo no garantiza la producción de concreto de baja contracción, hay que considerar otros factores involucrados, pues éstos pueden tener un peso mayor que el efecto del cemento en la contracción por secado del concreto (Cement Concrete and Aggregates Australia, 2002).

Los agregados tienen un efecto restrictivo en la contracción. Hay una relación razonablemente directa entre la contracción de un agregado y su capacidad de absorción. Es decir, los agregados de buena calidad y baja contracción generalmente están caracterizados por una baja absorción (Rajeev et al., 2007). Si el agregado se contrae menos que la pasta, entonces el agregado restringe la contracción, y ésta disminuirá al incrementarse la fracción de volumen del agregado. La contracción del concreto puede ser de únicamente 20% de la correspondiente a la pasta de cemento. Otras propiedades del agregado, tales como la granulometría, el tamaño máximo, la forma y la textura, afectan la contracción por secado indirectamente.

En la práctica, la variación en cualquiera de estas propiedades puede conducir a un cambio en la demanda de agua y/o el contenido de pasta y su efecto sobre la contracción por secado sólo es medible en términos de los cambios que causan a la mezcla del concreto. El efecto del agregado en la restricción de la contracción por secado del concreto está regido por:

- La fracción de volumen del agregado

## CAPÍTULO 1

- El módulo de elasticidad del agregado
- La contracción del agregado al secarse

Hay muchos tipos de aditivos que se incorporan en el concreto para lograr y cambiar ciertas propiedades, o economizar, o para ambas cosas. Generalmente, los aditivos afectan la contracción del concreto en un grado variable, dependiendo de su formulación, su interacción con el cemento y con otros aditivos en la mezcla de concreto. Ha quedado bien establecido que los aditivos que contienen cloruro de calcio pueden incrementar la contracción por secado del concreto.

La contracción por secado del concreto se incrementa al aumentar su contenido de agua. La variación en la contracción con el contenido de agua puede explicarse por la diferencia en los tipos de agua perdida en las etapas del secado mencionadas antes, también asociado con el módulo de elasticidad del concreto. El concreto con alto contenido de agua (alta relación agua-cemento), tiene una resistencia inferior y un menor módulo de elasticidad, y por tanto, tiene tendencia a una mayor contracción. Se ha defendido la idea de que un alto contenido de cemento siempre conduce a una mayor contracción por secado. Esto no es estrictamente correcto. Un concreto de alto comportamiento y alta resistencia que puede ser caracterizado por un alto contenido de cemento, menor contenido de agua (relación baja de agua-cemento), y buena calidad de agregados, puede tener características de baja contracción (Shami et al, 2004).

En la práctica de la construcción, la colocación, la compactación y el curado del concreto, son factores importantes para minimizar la magnitud de la contracción por secado. Al agregar más agua en el sitio durante la colocación del concreto para restablecer el revenimiento o para ayudar al acabado final, se incrementará la contracción por secado del concreto. Se requiere de compactación y curado apropiados para producir un concreto denso, de capilares reducidos y/o capilares discontinuos, lo que da como resultado una pérdida reducida de humedad del concreto y baja la contracción por secado. Al aplicar medidas apropiadas de curado, inmediatamente después del acabado del concreto, se evitará el secado de la superficie del concreto, en especial en condiciones de clima caliente.

### **1.5.3 Reducción de la contracción por secado del concreto**

Algunas de las medidas que pueden tomarse para reducir la contracción por secado del concreto incluyen:

- Uso de un mínimo contenido de agua (consistente con los requisitos de colocación y acabado).
- Empleo de la fracción de volumen más alta posible de agregado grueso de buena calidad, y tamaño máximo posible del agregado.
- Uso de cemento de contracción compensada cuando pueda disponerse de éste.
- No utilizando aditivos que se sepa incrementan la contracción por secado; por ejemplo, aquellos que contienen cloruro de calcio.
- Asegurándose de que el concreto sea apropiadamente colocado, compactado y curado.

Esta contracción no es un problema si el concreto está libre para contraerse. Si el concreto está restringido de alguna manera, la contracción por secado introducirá esfuerzos de tensión que, cuando exceden la resistencia a tensión del concreto, harán que el concreto se agriete (Ghali, 2002 y Gilbert, 1988). Al reducir la contracción por secado, no necesariamente se evita el agrietamiento, el cual también es influido por la restricción y el diseño y el detallado del elemento de concreto. Las grietas por contracción, en contraposición a las grietas por flexión, tienen lados

paralelos, y en el caso de losas, usualmente se extienden justo a través del espesor de la losa. Tales grietas pueden hacer que el agua penetre o se filtre, y en última instancia dañe la durabilidad del elemento de concreto. Por tanto, es importante el control del agrietamiento debido a la contracción por secado, y requiere de un diseño y detallado apropiados del elemento de concreto.

Cuando ocurre el agrietamiento, el espaciamiento y el ancho de las grietas por contracción dependen del porcentaje de refuerzo en el concreto restringido y las características de adherencia del refuerzo. La provisión y localización de refuerzo adecuado para distribuir el esfuerzo de tensión causado por la contracción por secado son particularmente importantes en losas sobre el terreno y en aplicaciones similares, y donde el refuerzo puede no ser requerido por razones estructurales.

Aunque el refuerzo resiste los esfuerzos de tensión en el concreto restringido y ayuda a evitar la formación de grandes grietas, no evita por completo el agrietamiento, pero asegura que las grietas, a medida que ocurren, estén más separadas y de un ancho más pequeño. En el concreto reforzado con un diseño apropiado serán invisibles a la simple vista (Abdul, 1986).

#### 1.5.4 Los efectos de contracción en el comportamiento estructural

La contracción en elementos de concreto es mayor en las superficies expuestas al secado y disminuye hacia el interior del miembro. En la fig. 1.5a, la deformación por contracción media,  $\epsilon_{sh}$  es el promedio de la contracción;  $\Delta\epsilon_{sh}$  es la porción de la deformación por contracción que causa los esfuerzos internos necesarios para restaurar la compatibilidad de la deformación (para que las secciones planas queden planas). Este equilibrio interno de esfuerzos (llamado esfuerzos-característicos) ocurre en todas las estructuras de concreto y son de tensión cerca de la superficie de secado y de compresión en el interior del elemento. Puesto que la contracción induce esfuerzos internos, desarrollados gradualmente con el tiempo, estos son relevados por el flujo plástico. Sin embargo, poco después del comienzo del secado, los esfuerzos de tensión cerca de las superficies de secado pueden superar la resistencia a tensión del concreto (particularmente en concretos mal curados), dando lugar a grietas en la superficie.

La deformación elástica más la de flujo plástico causadas por esfuerzos internos son iguales y opuestas a  $\Delta\epsilon_{sh}$ , (fig. 1.5b). La distribución total de la deformación, obtenida por la suma de la deformación elástica, flujo plástico y contracción, es lineal, y se muestra en la fig. 1.5c, en donde se observa que se satisface la compatibilidad.

### 1.6 EL PROBLEMA BÁSICO DEL ANÁLISIS EN EL TIEMPO

Un análisis estructural elástico que incluye los efectos dependientes del tiempo del flujo plástico y la contracción no es fundamentalmente diferente de cualquier otro análisis estructural. Como siempre, se deben de cumplir tres requerimientos básicos:

1. Equilibrio de fuerzas.
2. Compatibilidad de deformaciones.
3. Leyes de comportamiento de los materiales

En un análisis a corto plazo de una estructura de concreto, las relaciones adecuadas de esfuerzo y deformación del concreto se usan para el comportamiento en tensión y compresión. Si se supone un comportamiento elástico lineal del material, se asume la ley de Hook. Para incluir los efectos

CAPÍTULO 1

del tiempo en el análisis, se debe usar una relación de esfuerzos contra deformaciones en el tiempo.

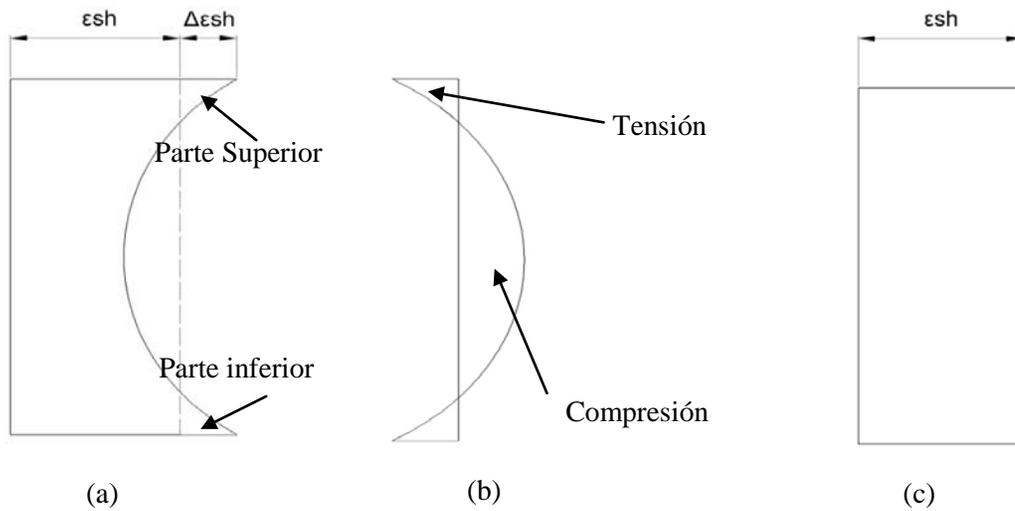


Figura 1.5. (a) Deformación por contracción; (b) deformación elástica + flujo plástico por esfuerzos internos, (c) deformación total por la contracción

Para predecir de forma fiable el comportamiento dependiente del tiempo se deben superar dos principales complicaciones: la primera es el cambio en las propiedades de la sección provocada por el agrietamiento dependiente del tiempo resultado de los efectos combinados de carga externa y la restricción a los cambios de temperatura y la contracción. La segunda es la interdependencia entre la deformación por flujo plástico y la historia de esfuerzos. La magnitud de la deformación por flujo plástico en un punto de un elemento de concreto depende principalmente de la historia de esfuerzos; pero la historia de esfuerzos depende en gran medida de la magnitud y la velocidad de desarrollo del flujo plástico y la contracción. El concreto es un material que envejece. Cuando el concreto se carga a edades mayores, la deformación final por flujo plástico es pequeña.

## CAPÍTULO 2

### PROPIEDADES DE LOS MATERIALES

#### 2.1 RESISTENCIA A LA COMPRESIÓN

Las propiedades y características de deformación del concreto que más frecuentemente se necesitan en los cálculos son la resistencia a la compresión, el módulo de elasticidad, el coeficiente de flujo plástico y la deformación por contracción.

La resistencia a la compresión  $f'_c$  es la propiedad mecánica más estudiada para ambos casos de concreto joven o maduro. Hay muchas razones para esto: el primer propósito de las estructuras de concreto es resistir esfuerzos de compresión. La resistencia a la compresión es fácil de determinar y provee una buena idea del comportamiento general del concreto. Además, para un concreto en particular, hay una correlación con otras propiedades, tales como la resistencia a la tensión, el módulo de elasticidad, la deformación y la durabilidad.

La madurez y el grado de hidratación son dos de los más importantes conceptos para la descripción del desarrollo de la resistencia con el tiempo, y están disponibles en la literatura varios modelos matemáticos basados en estos conceptos. Otros conceptos usados para describir el incremento en la resistencia con el tiempo es el concepto de porosidad, el concepto de relación gel-espacio.

Para el mismo concreto, se pueden obtener diferentes valores de resistencia, los que dependen de las condiciones de la prueba, tales como el tamaño y la forma del espécimen, el incremento de carga, las condiciones de humedad en la prueba y en el curado, y la temperatura durante la prueba (Schultz et al., 2004).

#### 2.2 RESISTENCIA A LA TENSIÓN

Las propiedades del concreto a tensión no han sido estudiadas tan extensamente como las de compresión, debido a que las pruebas a tensión son complicadas de llevarse a cabo, además de que el interés se ha concentrado en la capacidad a la compresión del concreto. Sin embargo, la información sobre la resistencia a la tensión es necesaria en la predicción del riesgo del agrietamiento a temprana edad. Por lo tanto, la resistencia a la tensión  $f_{ct}$  del concreto se requiere para determinar el agrietamiento debido a la carga aplicada y a la deformación aplicada (Song, 2002).

La prueba de tensión directa, rara vez se utiliza, incluso para propósitos de investigación, debido a las incertidumbres respecto de los esfuerzos secundarios inducidos por los dispositivos de sujeción. Es posible medir de manera indirecta la resistencia a tensión del concreto en términos del esfuerzo calculado de tensión a que se rompe un espécimen colocado horizontalmente en una máquina de prueba y aplicando una carga de compresión a lo largo de un diámetro (prueba brasileña). El esfuerzo de ruptura de tensión a través del diámetro se encuentra con la relación  $2P/(\pi hd)$ , donde P, es la carga aplicada durante la ruptura; h es la longitud del cilindro; y d es el diámetro del cilindro.

Debido a la baja resistencia a tensión del concreto, generalmente se desprecia el concreto a tensión en los cálculos de resistencia de los miembros de concreto reforzado. Sin embargo,

cuando se toma en cuenta, la curva esfuerzo deformación por tensión se puede idealizar como una línea recta hasta la resistencia a tensión. Dentro de este rango se puede suponer que el módulo de elasticidad en tensión es el mismo que a compresión.

### 2.3 MÓDULO DE ELASTICIDAD, $E_c$

El módulo de elasticidad se requiere en el análisis de estructuras para estimar la rigidez de cada elemento de concreto y para determinar sus acciones internas. Esto es además necesario para estimar las deformaciones instantáneas causadas por las acciones internas y los esfuerzos inducidos por la imposición de deformaciones.

El valor del módulo de elasticidad,  $E_c$ , aumenta con el tiempo, ya que el concreto gana resistencia y rigidez. Es una práctica común suponer que el  $E_c$  es constante con el tiempo e igual a su valor calculado en el momento de la primera carga (Khazanovich, 1990 y Branson et al, 1970).

El módulo secante se usa en ensayos de laboratorio para definir la deformabilidad de un concreto dado. La pendiente de la línea que une los puntos de la curva correspondiente a una deformación de 0.00005 y al 40 por ciento de la carga máxima. Se ha observado que, después de varios ciclos de carga y descarga a esfuerzos relativamente pequeños, la relación esfuerzo-deformación tiende a convertirse en una relación prácticamente lineal. Como es difícil determinar el módulo tangente inicial de una manera reproducible, se recurre en ocasiones a aplicaciones previas de carga y descarga, con objeto de rectificar la curva así obtenida para el módulo de elasticidad.

El módulo de elasticidad es función principalmente de la resistencia a compresión del concreto y de su peso volumétrico.

## 2.4 MODELO ACI 209R-92 PARA PREDECIR EL FLUJO PLÁSTICO

### 2.4.1 Resistencia del concreto a la compresión en el tiempo

Se utiliza la siguiente expresión:

$$f'c(t) = \frac{t}{\alpha + \beta t} (f'c)_{28} \quad (2.1)$$

donde  $f'c(t)$  es la resistencia del concreto, calculada a la edad en días ( $t$ ), y  $(f'c)_{28}$ , es la resistencia del concreto, a la edad de 28 días, para este caso  $\alpha = 4.0$  y  $\beta = 0.85$ , cuyos valores son función del tipo de cemento y tipo de curado que se haya empleado, los coeficientes se recomiendan para pesos de concretos normales (ver ACI 209 R92, tabla 2.2.1 para otras relaciones).

### 2.4.2 Módulo de elasticidad

Éste se calcula con la siguiente ecuación:

$$E_c = w_c^{1.5} 0.043 \sqrt{f'c} \quad (2.2)$$

donde  $E_c$  es el módulo secante de elasticidad en Mpa,  $W_c$  es el peso volumétrico del concreto comprendido entre valores de 1500 y 2500 kg/m<sup>3</sup>, (se usó un valor de 2200 kg/m<sup>3</sup>, para concreto simple), y  $f'c$  es la resistencia del concreto a la edad de 28 días en Mpa.

### 2.4.3 Coeficiente de flujo plástico

Para concreto de peso normal y para todos los concretos ligeros (utilizando tanto curado húmedo como de vapor y cementos de tipo I y III), se puede calcular el coeficiente de flujo plástico  $C_t$  (definido como la relación de la deformación por flujo plástico a la deformación elástica inicial), en todo momento como:

$$C_t = \frac{t^{0.60}}{10+t^{0.60}} V_u \quad (2.3)$$

$$V_u = 2.35\gamma_c \quad (2.4)$$

$$\gamma_c = \gamma_{LA}\gamma_\lambda\gamma_{V/S}\gamma_S\gamma_\psi\gamma_\alpha \quad (2.5)$$

donde  $t$  es el tiempo en días después de aplicar la carga (a los 7 días para concreto con curado húmedo y de 1 a 3 días para curado a vapor), y  $V_u$  es el coeficiente de flujo plástico último. El valor de 2.35 es promedio y solamente debe suponerse en ausencia de datos más exactos para el concreto que se desea utilizar. A continuación se definen los coeficientes de la ecuación (2.5).

### 2.4.4 Factores de corrección para condiciones no estándar del concreto

#### 2.4.4.1 Factor de corrección para la edad de la carga, $\gamma_{LA}$

Para elementos cargados después de 7 días, curados por humedad, y elementos cargados entre 1 a 3 días, curados a vapor, los factores por corrección son los siguientes:

$$\text{Para curado húmedo: } \gamma_{LA} = 1.25(t_{LA})^{-0.118} \quad (2.6)$$

$$\text{Para curado a vapor: } \gamma_{LA} = 1.13(t_{LA})^{-0.094} \quad (2.7)$$

donde  $t_{LA}$ , es la edad a la que se aplica la carga.

#### 2.4.4.2 Humedad relativa del ambiente, $\gamma_\lambda$

Para humedades relativas superiores al 40%, el factor de corrección es:

$$\gamma_\lambda = 1.27 - 0.0067\lambda, \text{ para } \lambda > 40 \quad (2.8)$$

donde  $\lambda$  es la humedad relativa en por ciento.

#### 2.4.4.3 Espesor promedio del elemento (relación Volumen/Superficie)

Este espesor se obtiene mediante:

$$\gamma_{V/S} = \frac{2}{3} [1 + 1.13e^{-0.0213 V/S}] \quad (2.9)$$

donde  $V/S$  es la relación volumen superficie, en mm.

## 2.4.5 Factor de corrección por composición del concreto

### 2.4.5.1 Efecto del revenimiento, $\gamma_s$

Se utiliza la siguiente expresión:

$$\gamma_s = 0.82 + 0.0264S \quad (2.10)$$

donde S es el revenimiento en mm.

### 2.4.5.2 Porcentaje de agregado fino, $\gamma_\psi$

Para su definición se utiliza:

$$\gamma_\psi = 0.88 + 0.0024\psi \quad (2.11)$$

donde  $\psi$  es el porcentaje de finos respecto al total de los agregados.

### 2.4.5.3 Contenido de aire, $\gamma_\alpha$

Este se calcula con:

$$\gamma_\alpha = 0.46 + 0.09\alpha \quad (2.12)$$

donde  $\alpha$  = porcentaje de aire > 6%.

## 2.5 MODELO ACI R-92 PARA PREDECIR LA CONTRACCIÓN

Para el concreto de peso normal y para todos los concretos ligeros (utilizando curado húmedo y de vapor y cementos tipo I y III), la deformación de contracción no restringida  $\epsilon_{sh}$  en cualquier momento t está dada por:

$$(\epsilon_{sh})_u = 780\gamma_{sh} \times 10^{-6} \quad (\text{m/m}) \quad (2.13)$$

$$y \quad \gamma_{sh} = \gamma_\lambda \gamma_V / S \gamma_S \gamma_\psi \gamma_C \gamma_\alpha \quad (2.14)$$

donde  $(\epsilon_{sh})_u$  es la deformación por contracción última. En cualquier momento después de una edad de 7 días, para el concreto curado en húmedo se obtiene con:

$$(\epsilon_{sh})_t = \frac{t}{(35+t)} (\epsilon_{sh})_u \quad (2.15)$$

donde t es el tiempo en días después del inicio de la contracción y  $(\epsilon_{sh})_u$  la deformación última por la contracción. En cualquier momento después de una edad de 1 a 3 días para el concreto curado con vapor se calcula con:

$$(\epsilon_{sh})_t = \frac{t}{(55+t)} (\epsilon_{sh})_u \quad (2.16)$$

El significado de cada coeficiente de la ecuación 2.14 se aclara a continuación.

**2.5.1 Factores de corrección para condiciones no estándar del concreto****2.5.1.1 Humedad relativa del ambiente,  $\gamma_\lambda$** 

$$\gamma_\lambda = 1.4 - 0.010\lambda, \text{ para } 40 \leq \lambda \leq 80 \quad (2.17)$$

$$\gamma_\lambda = 3.0 - 0.030\lambda, \text{ para } 80 \leq \lambda \leq 100 \quad (2.18)$$

donde  $\lambda$  es la humedad relativa en por ciento.

**2.5.1.2 Espesor promedio del elemento (relación volumen/superficie)**

$$\gamma_{V/S} = 1.2e^{-0.00472 V/S} \quad (2.19)$$

donde V/S es la relación volumen superficie en mm.

**2.5.1.3 Revenimiento,  $\gamma_S$** 

$$\gamma_S = 0.89 + 0.00161S \quad (2.20)$$

donde S es el revenimiento en mm.

**2.5.1.4 Porcentaje de agregado fino,  $\gamma_\psi$** 

$$\gamma_\psi = 0.3 + 0.014\psi, \text{ para } \psi \leq 50 \quad (2.21)$$

$$\gamma_\psi = 0.9 + 0.002\psi, \text{ para } \psi > 50 \quad (2.22)$$

donde  $\psi$  es el porcentaje de finos respecto al total de los agregados.

**2.5.1.5 Contenido de cemento,  $\gamma_C$** 

$$\gamma_C = 0.75 + 0.00061C \quad (2.23)$$

donde C es el contenido de cemento en  $\text{kg/m}^3$ .

**2.5.1.6 Contenido de aire,  $\gamma_\alpha$** 

$$\gamma_\alpha = 0.95 + 0.008\alpha \quad (2.24)$$

donde  $\alpha$  es el porcentaje de aire.

## 2.6 MODELO CEB-FIB CODIGO 1990 FLUJO PLÁSTICO

Se requiere el cálculo de las siguientes expresiones.

### 2.6.1 Tamaño nominal del elemento

Se calcula con la siguiente expresión:

$$h = \frac{2A_c}{u} \quad (2.25)$$

donde  $A_c$  es el área transversal del elemento en contacto con la atmósfera; y  $u$ , es el perímetro del elemento en contacto con la atmósfera.

### 2.6.2 Resistencia a la compresión promedio a los 28 días

Ésta se calcula con:

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ Mpa} \quad (2.26)$$

donde  $f_{ck}$  (Mpa) es la resistencia a compresión de cilindros de 150 mm de diámetro y 300 mm de altura almacenados en agua y probados a la edad de 28 días.

### 2.6.3 Cálculo del coeficiente de flujo plástico

$$\varphi_{RH} = 1 + \frac{1 - \left(\frac{RH}{RH_0}\right)}{0.46 \left(\frac{h}{h_0}\right)^{1/3}} \quad (2.27)$$

$$\beta(f_{cm}) = \frac{5.3}{\left(\frac{f_{cm}}{f_{cm0}}\right)^{0.5}} \quad (2.28)$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0.1 + \left(\frac{t_0}{t_1}\right)^{0.2}} \quad (2.29)$$

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \beta(f_{cm}) \beta(t_0) \quad (2.30)$$

donde:  $h$  es el tamaño nominal del elemento,  $h_0$  valor constante de 100 mm,  $RH$  es la humedad relativa del medio ambiente en porcentaje,  $RH_0$  valor constante de 100%,  $t_1$  valor constante de 1 día,  $t_0$  edad de la estructura cuando la carga es aplicada y  $f_{cm0}$  valor constante de 10 Mpa.

### 2.6.4 Coeficiente de desarrollo del flujo plástico

Se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$\beta_H = 150 \left[ 1 + \left( 1.2 \frac{RH}{RH_0} \right)^{18} \right] \frac{h}{h_0} + 250 \leq 1500 \quad (2.31)$$

$$\beta_c(t - t_0) = \left( \frac{(t - t_0)}{\beta_H + (t - t_0)} \right)^{0.3} \quad (2.32)$$

### 2.6.5 Coeficiente de flujo plástico

Se utiliza la siguiente expresión:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \beta_c (t - t_0) \quad (2.33)$$

### 2.7 MODELO CEB-FIB CÓDIGO 1990 CONTRACCIÓN

La deformación producida por la contracción durante un intervalo de tiempo se calcula mediante los siguientes coeficientes.

#### a) Coeficiente de contracción

$$\varepsilon_s(f_{cm}) = \left[ 160 + 10\beta_{sc} \left( 9 - \frac{f_{cm}}{f_{cm0}} \right) \right] \times 10^{-6} \quad (2.34)$$

$$\beta_{SRH} = 1 - \left( \frac{RH}{RH_0} \right)^3 \quad (2.35)$$

$$\beta_{RH} = -1.55\beta_{SRH} \text{ para } 40\% \leq RH < 99\% \quad (2.36)$$

$$\beta_{RH} = +0.25 \text{ para } RH > 99\% \quad (2.37)$$

donde  $\beta_{sc}$  es un coeficiente que depende del tipo de cemento; usar 4 para cemento de endurecimiento lento, SL; usar 5 para cemento normal o rápido endurecimiento, N o R; usar 8 para cemento de rápido endurecimiento y alta resistencia, RS.

#### b) Coeficiente que describe el desarrollo de la contracción con el tiempo

$$\beta_s(t - t_s) = \left[ \frac{(t - t_s)}{350 \left( \frac{h}{h_0} \right)^2 + (t - t_s)} \right]^{0.5} \quad (2.38)$$

#### c) Deformación por contracción

$$\varepsilon_{cs0} = \varepsilon_s(f_{cm})\beta_{RH} \quad (2.39)$$

$$\varepsilon_{cs}(t, t_s) = \varepsilon_{cs0}\beta_s(t - t_s) \quad (2.40)$$

donde  $t_s$  es la edad a la que empieza la contracción.

### 2.8 CÁLCULO DE LA RESISTENCIA EN EL TIEMPO

Se obtiene con el uso de las siguientes expresiones:

$$\beta_{cc}(t) = e^{\left\{ s \left[ 1 - \left( \frac{28}{t} \right)^2 \right] \right\}} \quad (2.41)$$

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t)f_{cm} \quad (2.42)$$

donde  $s$  es un coeficiente que depende del tipo de cemento (usar 0.8 para cemento de endurecimiento lento, SL; usar 0.25 para cemento normal o rápido endurecimiento, N o R; usar 0.20 para cemento de rápido endurecimiento y alta resistencia, RS).

## 2.9 CÁLCULO DEL MÓDULO DE ELASTICIDAD CON EL TIEMPO

$$\beta_e(t) = \beta_{cc}(t)^{0.5} \quad (2.43)$$

$$E_c(t) = \beta_e(t)E_{ci} \quad (2.44)$$

donde  $E_{ci}$  es el módulo de elasticidad del concreto a los 28 días.

## CAPÍTULO 3

### CARGA AXIAL, SECCIONES SIN AGRIETAR

#### 3.1 PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN

Debido a que las deformaciones dependientes de la carga, en el concreto bajo cargas de servicio, son proporcionales al esfuerzo, el principio de superposición se utiliza con frecuencia para estimar la deformación causada por una historia de esfuerzos variables en el tiempo. Este principio indica que la deformación producida por un incremento de esfuerzo aplicado en cualquier momento  $t_0$  no se ve afectada por cualquier esfuerzo aplicado antes o más tarde, como se aprecia en la fig. 3.1.

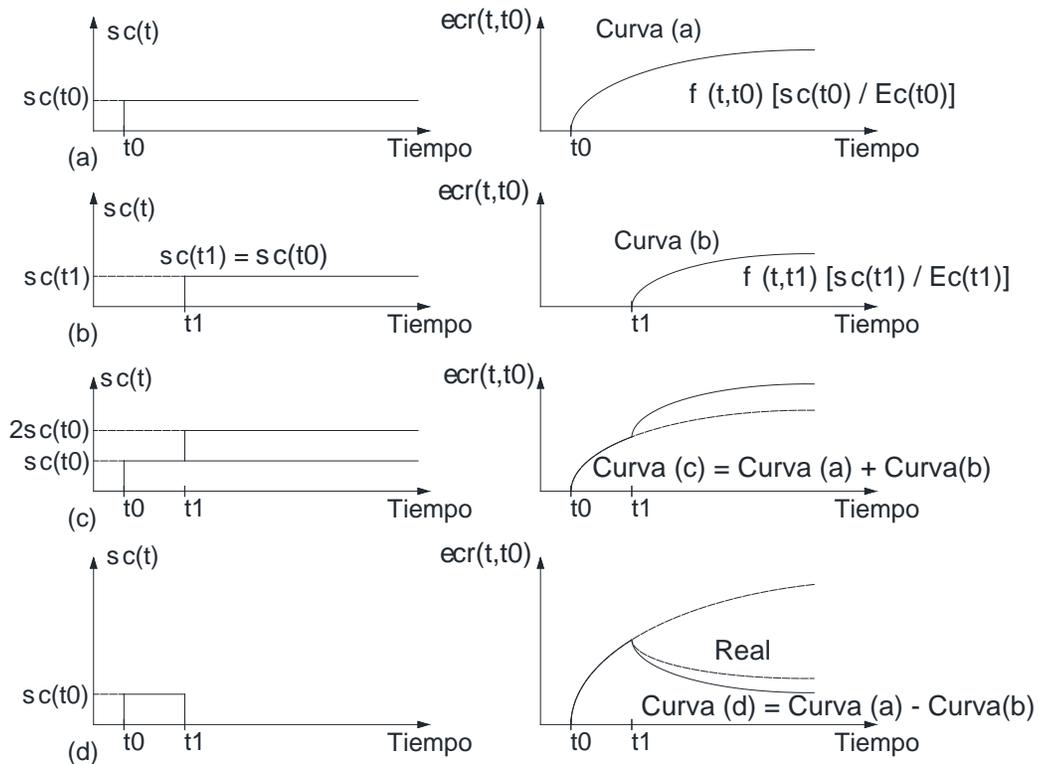


Figura 3.1. Principio de superposición de deformaciones por flujo plástico

Para historias de incrementos de esfuerzos, tales como los mostrados en la fig. 3.1c, el principio de superposición concuerda con las observaciones experimentales. La curva de flujo plástico producida por el incremento de esfuerzos se supone que es igual a la suma de las curvas de fluencia producidas por cada incremento de esfuerzo que actúa de forma independiente (Zdekek, 1988). Sin embargo, para historias de decremento de esfuerzos, el principio de superposición sobrestima la recuperación de flujo plástico, como se muestra en la fig. 3.1d. Esto se puede ver fácilmente cuando se divide el flujo plástico en sus componentes de elástico retrasado y flujo. El

principio de superposición asume incorrectamente que en cualquier tiempo  $t \gg t_1$ , la deformación elástica retrasada se desarrolla entre  $t_0$  y  $t_1$ ,  $\varepsilon_{cr,d}(t_1, t_0)$  es igual para la deformación por flujo plástico en un tiempo  $t$  producido por  $\sigma_c(t_1) = \sigma_c(t_0)$  aplicado en un tiempo  $t_1$ . De hecho  $\varepsilon_{cr,d}(t_1, t_0)$  es significativamente menor que  $\varepsilon_{cr}(t, t_1)$ . Sin embargo, para propósitos más prácticos, el principio de superposición proporciona una buena aproximación de las deformaciones del concreto dependientes del tiempo causadas por una historia de esfuerzos variables con el tiempo.

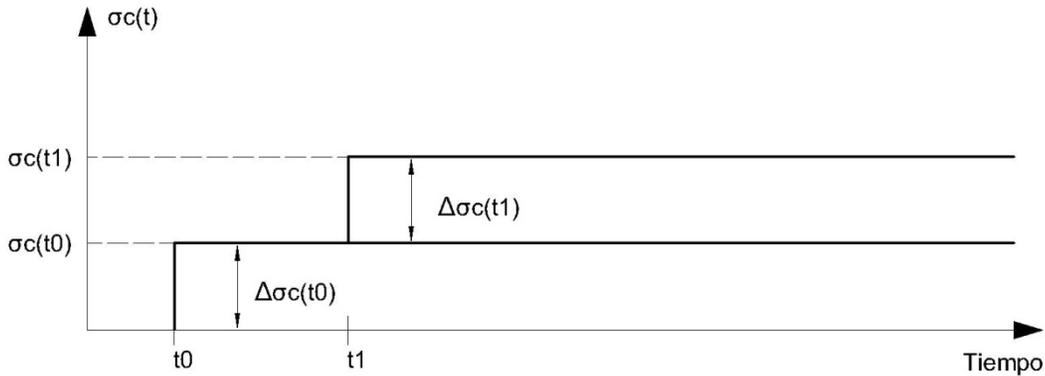
Para ilustrar el principio de superposición, tome en cuenta la historia de esfuerzos mostrados en la fig. 3.2a la cual consiste de dos incrementos de esfuerzos:  $\Delta\sigma_c(t_0)$  y  $\Delta\sigma_c(t_1)$  aplicados en tiempos  $t_0$  y  $t_1$ , respectivamente. En este caso, los coeficientes de flujo plástico, que se requieren para determinar la deformación por flujo plástico en cualquier tiempo  $t > t_1$  son  $\phi(t, t_0)$  y  $\phi(t, t_1)$ . Las gráficas de los dos coeficientes de flujo plástico contra el tiempo se muestra en la fig. 3.2b y la correspondiente función de flujo plástico contra el tiempo se presenta en la fig. 3.2c.

De acuerdo con el principio de superposición, la deformación total dependiente del esfuerzo en el concreto en un tiempo  $(t)$  (deformación elástica más deformación por flujo plástico) se puede escribir como:

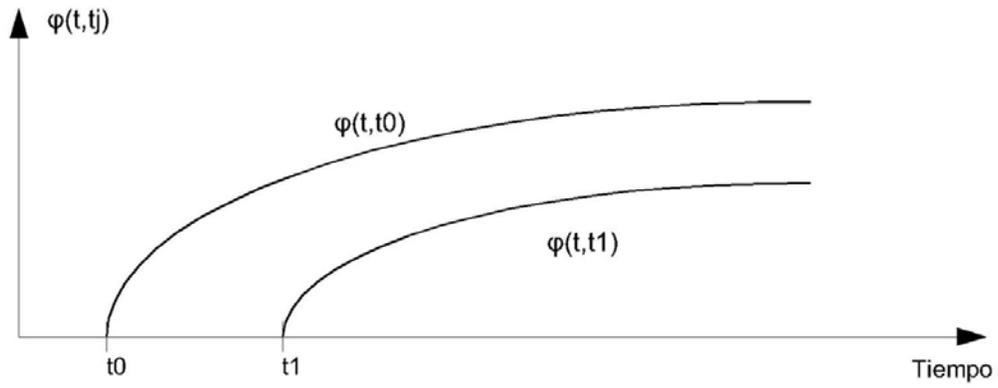
$$\begin{aligned} \varepsilon_e(t) + \varepsilon_{cr}(t) &= \frac{\Delta\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} [1 + \varphi(t, t_0)] + \frac{\Delta\sigma_c(t_1)}{E_c(t_1)} [1 + \varphi(t, t_1)] \\ &= \sum_{i=0}^1 \frac{\Delta\sigma_c(t_i)}{E_c(t_i)} [1 + \varphi(t, t_i)] \end{aligned} \quad (3.1)$$

La ecuación anterior puede ser reescrita en términos de la función de flujo plástico como:

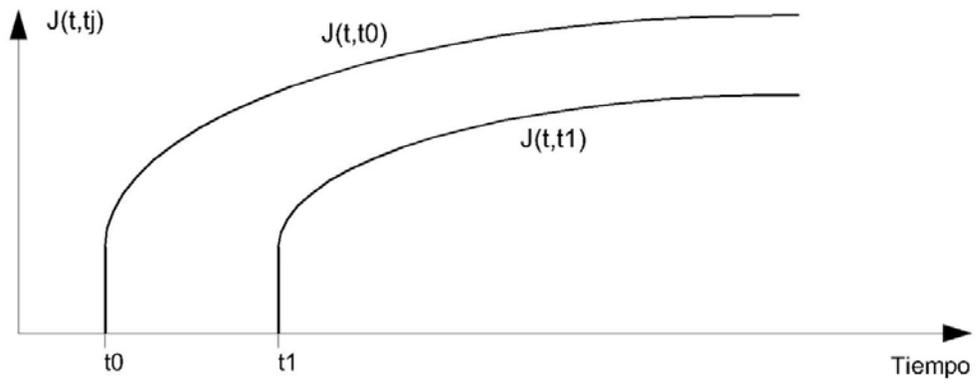
$$\varepsilon_e(t) + \varepsilon_{cr}(t) = J(t, t_0)\Delta\sigma_c(t_0) + J(t, t_1)\Delta\sigma_c(t_1) = \sum_{i=0}^1 J(t, t_i)\Delta\sigma_c(t_i) \quad (3.2)$$



(a) Historia de esfuerzos consistente de dos incrementos de esfuerzos

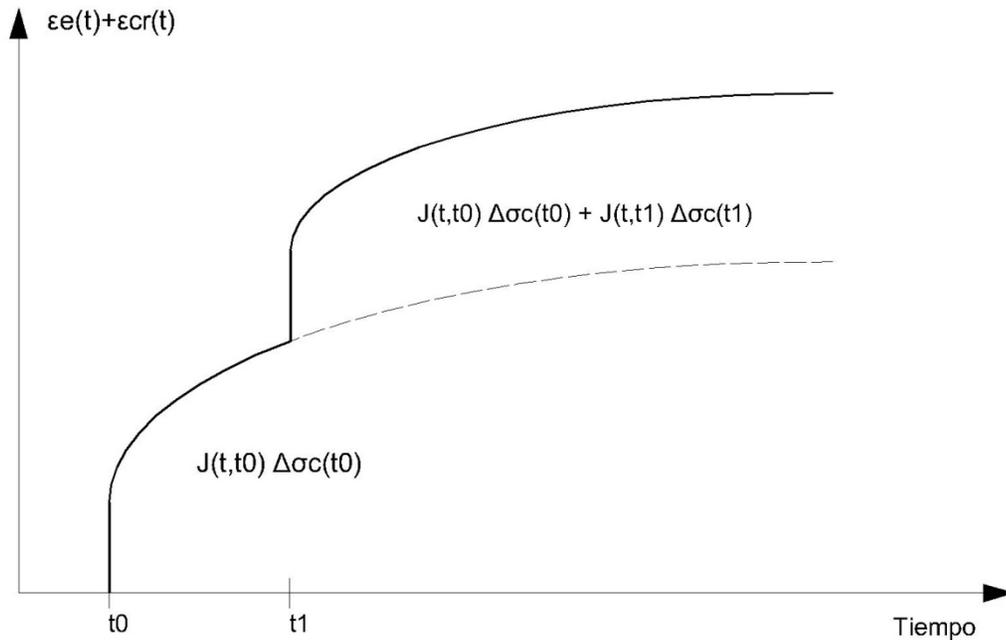


(b) Coeficiente de flujo plástico

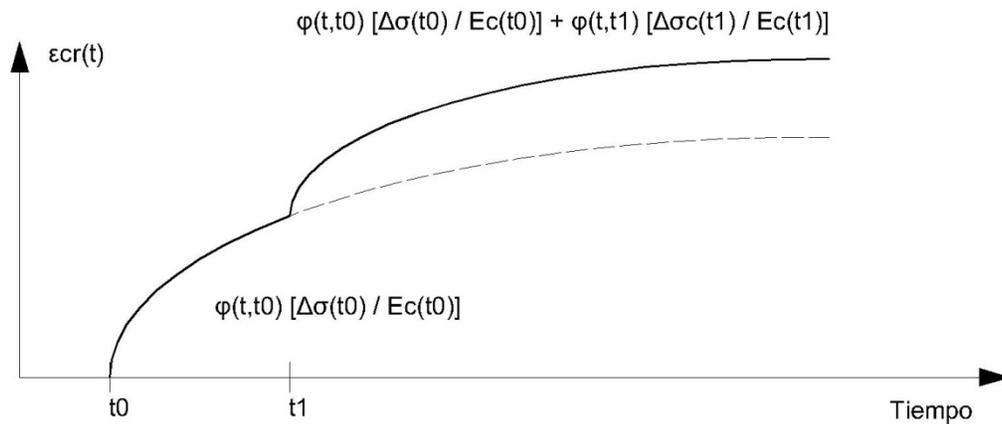


(c) Función de flujo plástico

Figura 3.2. Coeficiente de flujo plástico y función de flujo plástico asociados con los dos incrementos de esfuerzos



(a) Deformación elástica y por flujo plástico



(b) Función de flujo plástico

Figura 3.3. Deformación elástica y por flujo plástico debidas al incremento de esfuerzos (fig 3.2a)

La variación con el tiempo de la deformación elástica y la deformación por flujo plástico se muestra en la fig. 3.3. Una interpretación útil de las gráficas de deformación elástica y por flujo plástico se muestra en la fig. 3.2c, donde las figuras 3.1a y 3.1c se han combinado. El incremento de esfuerzos de la fig. 3.2a se dibuja en el eje horizontal de la fig. 3.4. En la fig. 3.2c, en cualquier tiempo  $t > t_1$  el área bajo la curva de la fig. 3.4 representa la actual deformación dependiente del esfuerzo (suma de la deformación elástica y flujo plástico), en un tiempo  $t$  como se definió en la ecuación 3.2.

CAPÍTULO 3

Ahora tomemos en cuenta la historia de esfuerzos mostrada en la fig. 3.5a. Al dividir el tiempo en “n” pasos de tiempo, la variación continua de esfuerzos puede aproximarse a una serie de pequeños incrementos de esfuerzo aplicados al final de cada paso de tiempo. Las deformaciones producidas por los esfuerzos en un tiempo t están dadas por las ecs 3.1 y 3.2.

Para cada pequeño incremento de esfuerzo  $\Delta\sigma(t_i)$ , se requiere un coeficiente diferente de flujo plástico. De acuerdo con el principio de superposición, la deformación total en el concreto en un tiempo (t) sujeto a una historia de esfuerzos como la mostrada en la fig. 3.5a se obtiene por la suma de la deformación producida por el esfuerzo y la deformación por contracción:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_e(t) + \varepsilon_{cr}(t) + \varepsilon_{sh}(t) \quad (3.3)$$

$$\varepsilon(t) = \sum_{i=0}^n J(t, t_i) \Delta\sigma_c(t_i) + \varepsilon_{sh}(t) = \sum_{i=0}^n \frac{\Delta\sigma_c(t_i)}{E_c(t_i)} + \sum_{i=0}^n \frac{\Delta\sigma_c(t_i) \varphi(t, t_i)}{E_c(t_i)} + \varepsilon_{sh}(t) \quad (3.4)$$

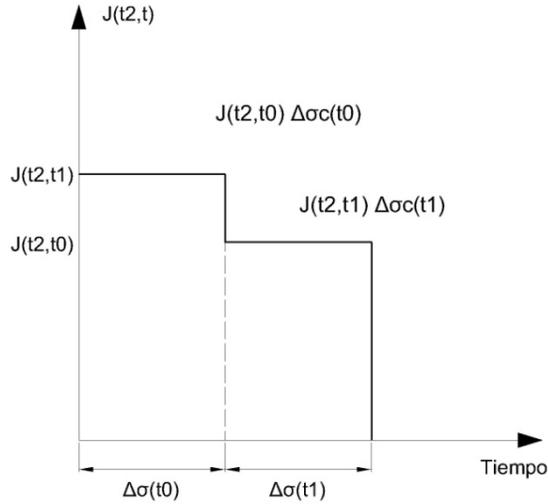
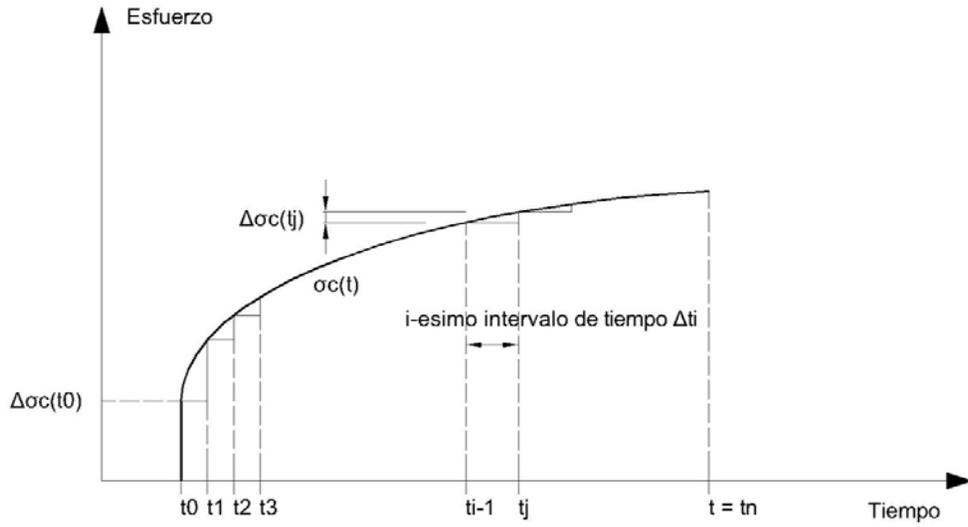
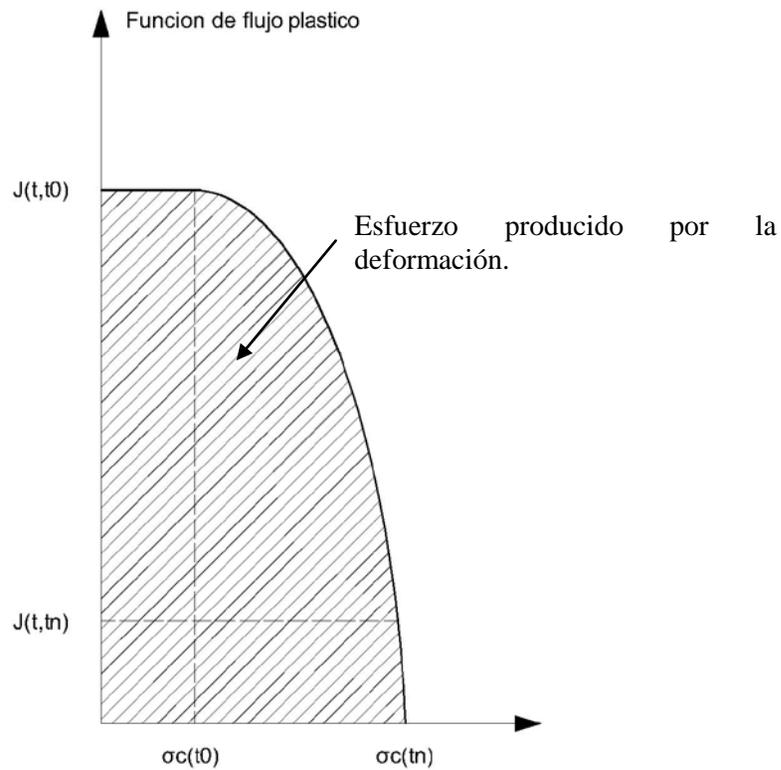


Figura 3.4. Representación gráfica de la deformación elástica y por flujo plástico en un tiempo  $t_2$  causada por dos incrementos de esfuerzos



(a) Variación de la historia de esfuerzos respecto al tiempo



(b) Esfuerzo producido por las deformaciones

Figura 3.5. Variación en el tiempo de la historia de esfuerzos producida por las deformaciones

En el límite, considerando infinitesimal el incremento de esfuerzos  $d\sigma_c(t)$ , la sumatoria de la ec. (3.4) puede ser remplazada por una integral:

$$\varepsilon(t) = \int_{t_0}^t J(t, t_0) d\sigma_c(t) + \varepsilon_{sh}(t) = \int_{t_0}^t \frac{1+\varphi(t, t_0)}{E_c(t)} d\sigma_c(t) + \varepsilon_{sh}(t) \quad (3.5)$$

La cual se conoce como la ley de flujo plástico. En esta ecuación las deformaciones producidas por el esfuerzo son equivalentes al área bajo la gráfica de la función de flujo plástico contra los esfuerzos producidos en fig. 3.5b.

### 3.2 CARGA AXIAL SECCIONES SIN AGRIETAR

Las características del flujo plástico y la contracción del concreto son altamente variables y nunca se conocen con exactitud. Además, los métodos para el análisis en el tiempo de estructuras de concreto se ven afectados por la simplificación de las hipótesis y aproximaciones. Por lo tanto, no es posible predecir numéricamente y de forma exacta el comportamiento dependiente del tiempo. Sin embargo, estos efectos son necesarios para establecer límites superiores e inferiores de deformaciones y esfuerzos finales, a fin de determinar si los efectos del tiempo son críticos en cualquier situación particular, y, si es necesario, ajustar el diseño estructural con el fin de reducir las indeseables deformaciones a largo plazo (Zdenek, 1988 y Gilbert, 1988).

Si los esfuerzos del concreto  $\sigma_c(t_0)$ , son aplicados a una edad ( $t_0$ ), y permanecen constantes con el tiempo, las componentes de deformación del concreto se calculan fácilmente como sigue:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_e(t) + \varepsilon_{cr}(t) + \varepsilon_{sh}(t) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} + \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} \varphi(t, t_0) + \varepsilon_{sh}(t) \quad (3.6)$$

Así el cálculo del comportamiento dependiente del tiempo es relativamente sencillo.

Si los esfuerzos del concreto en un punto varían con el tiempo, la determinación de la deformación por flujo plástico es más compleja. En estructuras de concreto reforzado, incluso bajo cargas sostenidas, los esfuerzos son raramente constantes y la ec. (3.6) ya no puede ser utilizada para predecir con precisión la deformación. Se debe incluir la historia de esfuerzos y los efectos de envejecimiento.

### 3.3 PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN – MÉTODO PASO A PASO (SSM)

El método paso a paso, es una técnica de solución empleada usando la forma incremental de la ecuación de superposición (ec. 3.4). El periodo de esfuerzos sostenidos es dividido en ( $k$ ) intervalos de tiempo como se muestra en la fig.3.6, con la edad de la primera carga designada como ( $t_0$ ) y el fin del periodo de esfuerzos sostenidos como ( $t_k$ ).

Teniendo en cuenta la historia de esfuerzos variable con el tiempo mostrada en la fig. 3.7. La historia de esfuerzos real se aproxima mediante una variación de esfuerzos escalonada, con un incremento de esfuerzos  $\Delta\sigma_c(t_j)$  aplicado al final de cada intervalo de tiempo, como se muestra. Para un decremento en la historia de esfuerzos, si el esfuerzo inicial  $\sigma_c(t_0)$  es de compresión, el incremento de esfuerzo  $\Delta\sigma_c(t_j)$  aplicado en el final de cada intervalo de tiempo es de tensión. El esfuerzo se supone que permanece constante durante cada intervalo de tiempo. Un gran número de intervalos de tiempo, hace más exacta la predicción (Ghali, 2002).

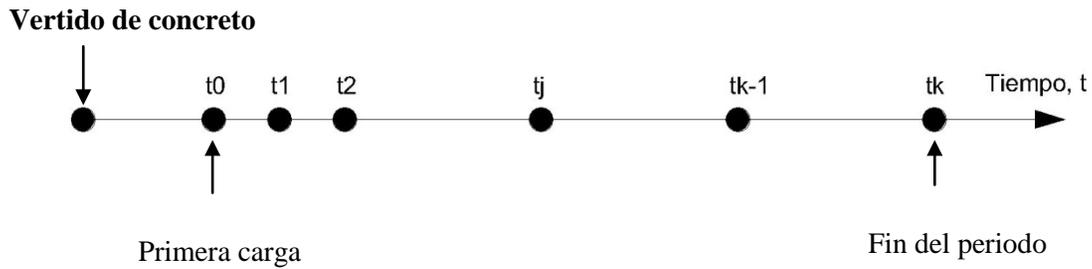


Figura 3.6. Discretización del tiempo

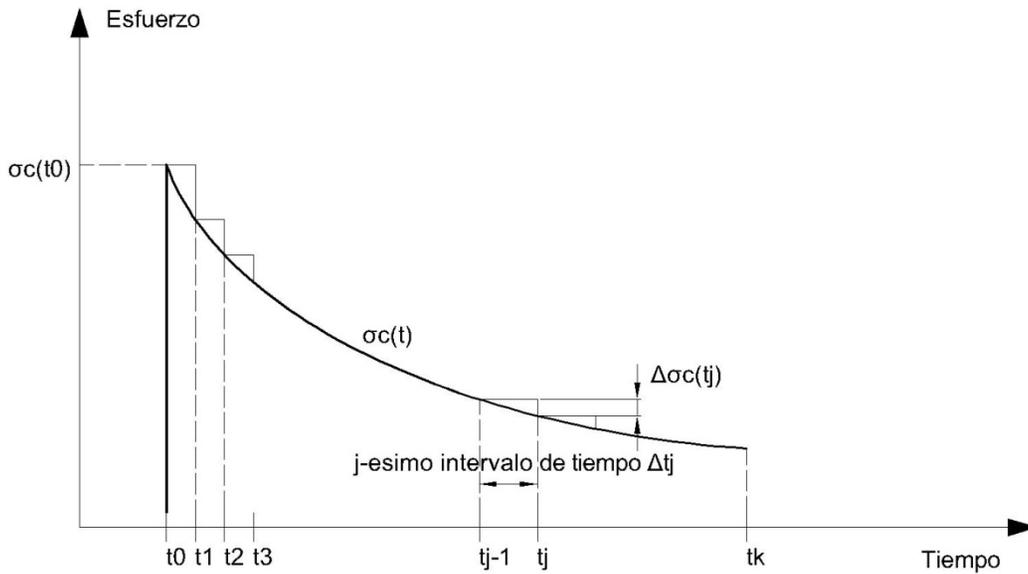


Figura 3.7. Variación de la historia de esfuerzos con el tiempo SSM

El método paso a paso es general y puede ser usado para predecir el comportamiento debido a cualquier historia de esfuerzos o deformaciones utilizando cualquier curva de flujo plástico y contracción. Usando la integral de la ley de flujo plástico (ec 3.5), se obtiene:

$$\varepsilon(t) = J(t, t_0)\sigma_c(t_0) + \int_{t_0}^t J(t, \tau)d\sigma_c(\tau) + \varepsilon_{sh}(t) \quad (3.7)$$

La deformación total del concreto al final de cada j-ésimo periodo ( $t = t_j$ ) puede ser aproximada por:

$$\varepsilon(t_j) = J(t_j, t_0)\sigma_c(t_0) + \sum_{i=1}^j J(t_j, t_i)\Delta\sigma_c(t_i) + \varepsilon_{sh}(t_j) \quad (3.8a)$$

donde  $J(t_j, t_i)$  representa la función de flujo plástico calculada en un tiempo  $t_j$  relacionada a un esfuerzo unitario aplicado en un tiempo  $t_i$ , mientras que  $\Delta\sigma(t_i)$  se calcula como  $\sigma_c(t_i) - \sigma_c(t_{i-1})$  y representa la variación de esfuerzos que ocurre entre los tiempos  $t_{i-1}$  y  $t_i$ . Se obtiene una mejor aproximación si el promedio de la función de flujo plástico asociada con el paso  $t_i$  y  $t_{i-1}$  se utiliza dentro de la suma en la ec. (3.8a).

$$\varepsilon(t_j) = J(t_j, t_0) + \sigma_c(t_0) + \sum_{i=1}^j \frac{J(t_j, t_i) + J(t_j, t_{i-1})}{2} \Delta\sigma_c(t_i) + \varepsilon_{sh}(t) \quad (3.8b)$$

La ec. (3.8a) se aproxima a la ley de flujo plástico de tipo integral por medio de la llamada regla rectangular, mientras que la ec. (3.8b) representa la regla trapezoidal. Ambas aproximaciones tienden hacia el mismo resultado.

Simplificando la notación de las ecuaciones (3.8a) y (3.8b) se obtiene respectivamente:

$$\varepsilon_j - \varepsilon_{sh,j} = J_{j,0} \sigma_{c,0} + \sum_{i=1}^j J_{j,i} \Delta\sigma_{c,i} \quad (3.8c)$$

$$\varepsilon_j - \varepsilon_{sh,j} = J_{j,0} \sigma_{c,0} + \sum_{i=1}^j \frac{J_{j,i} + J_{j,i-1}}{2} \Delta\sigma_{c,i} \quad (3.8d)$$

donde  $\varepsilon_j = \varepsilon(t_j)$ ;  $\varepsilon_{sh}(t_j)$ ;  $J_{j,0} = J(t_j, t_0)$ ;  $\sigma_{c,0} = \sigma_c(t_0)$ ;  $J_{j,i} = J(t_j, t_i)$ ;  $\sigma_{c,i} = \sigma_c(t_i)$  y  $\Delta\sigma_c(t_i) = \sigma_{c,i} - \sigma_{c,i-1}$ .

Las ecs. (3.8a) y (3.8b) se pueden expresar en términos del coeficiente de flujo plástico de la siguiente manera:

$$\varepsilon(t_j) = \frac{1+\varphi(t_j, t_0)}{E_c(t_0)} \sigma_c(t_0) + \sum_{i=1}^j \frac{1+\varphi(t_j, t_i)}{E_c(t_i)} \Delta\sigma_c(t_i) + \varepsilon_{sh}(t_j) \quad (3.9a)$$

$$\varepsilon(t_j) = \frac{1+\varphi(t_j, t_0)}{E_c(t_0)} \sigma_c(t_0) + \sum_{i=1}^j \frac{1}{2} \left[ \frac{1+\varphi(t_j, t_i)}{E_c(t_i)} + \frac{1+\varphi(t_j, t_{i-1})}{E_c(t_{i-1})} \right] \Delta\sigma_c(t_i) + \varepsilon_{sh}(t_j) \quad (3.9b)$$

Simplificando la notación se obtiene:

$$\varepsilon_j - \varepsilon_{sh,j} = \frac{1+\varphi_{j,0}}{E_{c,0}} \sigma_{c,0} + \sum_{i=1}^j \frac{1+\varphi_{j,i}}{E_{c,i}} \Delta\sigma_{c,i} \quad (3.9c)$$

$$\varepsilon_j - \varepsilon_{sh,j} = \frac{1+\varphi_{j,0}}{E_{c,0}} \sigma_{c,0} + \sum_{i=1}^j \frac{1}{2} \left[ \frac{1+\varphi_{j,i}}{E_{c,i}} + \frac{1+\varphi_{j,i-1}}{E_{c,i-1}} \right] \Delta\sigma_{c,i} \quad (3.9d)$$

donde,  $\varphi_{j,0} = \varphi(t_j, t_0)$ ,  $\varphi_{j,i} = \varphi(t_j, t_i)$ ,  $E_{c,0} = E_c(t_0)$  y  $E_{c,i} = E_c(t_i)$ .

### 3.4 APLICACIÓN

Se utilizará la ec. (3.9a) para calcular los cambios de esfuerzos al final de cada paso, para una variación de esfuerzos continuos como se muestra en la fig. 3.7. El incremento de esfuerzo  $\Delta\sigma_c(t_i)$ , se supone que se aplica al final del  $i$ -ésimo intervalo, como se muestra en la fig 3.7. El incremento de la deformación instantánea más la deformación por flujo plástico causadas por el incremento de esfuerzo, se calculan al final de cada intervalo de tiempo, usando un módulo de elasticidad apropiado y un coeficiente de flujo plástico,  $E_c(t_i)$  y  $\varphi(t_j, t_i)$ , respectivamente. La deformación total al final de cada intervalo de tiempo se obtiene por la superposición de incrementos de deformación causadas por los cambios de esfuerzos en todos los intervalos de tiempo previos y por la contracción.

### 3.4.1 En la primera carga

Una carga externa de compresión  $P$  es aplicada en un tiempo  $t_0$  y es resistida por las fuerzas internas del concreto y acero  $N_c(t)$  y  $N_s(t)$ , donde después de la carga en cualquier tiempo  $t$ ,  $N_c(t) = \sigma_c(t)A_c$  y  $N_s(t) = \sigma_s(t)A_s$ .

Se requiere que la suma de las fuerzas internas en cualquier tiempo  $t$  sean igual a la carga externa, esto es:

$$P = N_c(t) + N_s(t) = \sigma_c(t)A_c + \sigma_s(t)A_s \quad 3.10$$

La deformación total del concreto  $\varepsilon(t)$  y la deformación del acero  $\varepsilon_s(t)$  serán idénticas en cualquier tiempo  $t$ .

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_s(t) \quad 3.11$$

La relación constitutiva del concreto se dio en la ec (1.2) y el acero se supone es elástico y lineal, por lo tanto las deformaciones en cualquier tiempo se obtienen con:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_c(t)}{E_e(t, t_0)} \quad 3.12$$

y

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma_s(t)}{E_s} \quad 3.13$$

Reordenando las ecs. (3.12) y (3.13) en terminas de  $\sigma_c(t)$  y  $\sigma_s(t)$ , esto es:

$$\sigma_c(t) = \varepsilon(t)E_e(t, t_0) \quad 3.14$$

y

$$\sigma_s(t) = \varepsilon_s(t)E_s \quad 3.15$$

Sustituyendo las ecs (3.14) y (3.15) en la ec (3.10) y factorizando se obtiene:

$$P = \varepsilon(t)[E_e(t, t_0)A_c + E_sA_s]$$

El esfuerzo y deformación instantánea en un tiempo  $t_0$  inmediatamente después de la aplicación de una carga axial  $P$ , y antes de que el flujo plástico y la contracción ocurran se obtiene con:

$$\varepsilon(t_0) = \frac{P}{A_c E_c(t_0)(1+n_0\rho)} \quad (3.16)$$

donde,  $n_0 = E_s/E_c(t_0)$  = relación modular en un tiempo  $t_0$ , y  $\rho = A_s / A_c$  = porcentaje de refuerzo.

El análisis de cada paso subsecuente es como sigue:

### 3.4.2 En el fin de cada j-ésimo paso

El esfuerzo en el concreto al final del j-ésimo paso de tiempo es:

$$\sigma_c(t_j) = \sigma_c(t_{j-1}) + \Delta\sigma_c(t_j) \quad (3.17)$$

donde,  $\sigma_c(t_{j-1})$  ya se conoce, puesto que se ha calculado en el paso anterior y  $\Delta\sigma_c(t_j)$  es el incremento de esfuerzo que se desconoce en el tiempo (tj). Las ecuaciones de compatibilidad y equilibrio son:

$$[\sigma_c(t_{j-1}) + \Delta\sigma_c(t_j)]A_c + \sigma_s(t_j)A_s = P \quad (3.18)$$

$$\varepsilon(t_j) = \varepsilon_s(t_j) \quad (3.19)$$

La relación esfuerzo-deformación para el concreto y el acero en el tiempo tj, son:

$$\varepsilon(t_j) = \frac{1+\varphi(t_j,t_0)}{E_c(t_0)}\sigma_c(t_0) + \sum_{i=1}^j \frac{1+\varphi(t_j,t_i)}{E_c(t_i)}\Delta\sigma_c(t_i) + \varepsilon_{sh}(t_j) \quad (3.20a)$$

$$\varepsilon_s(t_j) = \frac{\sigma_s(t_j)}{E_s} \quad (3.20b)$$

Reordenando la ec (3.20) en términos de esfuerzos en el tiempo tj se obtiene:

$$\Delta\sigma_c(t_j) = E_c(t_j)\varepsilon(t_j) - \frac{E_c(t_j)}{E_e(t_j,t_0)}\sigma_c(t_0) - E_c(t_j)\sum_{i=1}^{j-1} \frac{\Delta\sigma_c(t_i)}{E_e(t_j,t_i)} - E_c(t_j)\varepsilon_{sh}(t_j) \quad (3.21a)$$

$$\sigma_s(t_j) = E_s\varepsilon_s(t_j) \quad (3.21b)$$

donde  $E_e(t_j,t_i)$  es el módulo de elasticidad del concreto en un tiempo tj asociado a un incremento de esfuerzo aplicado en un tiempo ti y está dado por:

$$E_e(t_j, t_i) = \frac{E_c(t_i)}{1+\varphi(t_j,t_i)} \quad (3.22)$$

Sustituyendo las ecs. (3.21) y (3.19) en ec (3.18) y simplificando, se obtiene la deformación desconocida  $\varepsilon(t_j)$ :

$$\varepsilon(t_j) = \frac{1}{1+n_j p} \left[ \frac{P}{A_c E_c(t_j)} - \frac{\sigma_c(t_{j-1})}{E_c(t_j)} + \frac{n_{e,j,0}\sigma_c(t_0)}{E_s} + \sum_{i=1}^{j-1} \frac{n_{e,j,i}\Delta\sigma_c(t_i)}{E_s} + \varepsilon_{sh}(t_j) \right] \quad (3.23)$$

donde  $n_j$  es la relación modular en el tiempo tj,  $n_{e,j,0}$  y  $n_{e,j,i}$  son las relaciones modulares efectivas:

$$n_j = \frac{E_s}{E_c(t_j)} \quad (3.24)$$

$$n_{e,j,0} = \frac{E_s}{E_e(t_j,t_0)} \quad (3.25)$$

$$n_{e,j,i} = \frac{E_s}{E_e(t_j,t_i)} \quad (3.26)$$

Finalmente el incremento del esfuerzo en el concreto se obtiene de la ec. (3.21a) de la siguiente forma:

$$\Delta\sigma_c(t_j) = \frac{1}{1 + n_j p} \left[ \frac{P}{A_c} - \sigma_c(t_{j-1}) - n_{e,j,0} p \sigma_c(t_0) - \sum_{i=1}^{j-1} n_{e,j,i} p \Delta\sigma_c(t_i) - \varepsilon_{sh}(t_j) E_s p \right] \quad (3.27)$$

donde  $\Delta\sigma_c(t_j)$  es el incremento del esfuerzo producido por las etapas constructivas subsecuente a la primer carga.

## CAPÍTULO 4

### MODELACIÓN MATEMÁTICA

#### 4.1 DESCRIPCIÓN DEL MODELO

La columna que se considera en este estudio es el pilón 5 del puente “El Baluarte” que forma parte de la autopista Durango-Mazatlán. El puente se localiza en los límites territoriales de los estados de Durango y Sinaloa, ver figura 4.1.

El pilón 5 está localizado sobre el eje 5 y se conforma en su totalidad por 7 elementos: zapata, columna base, brazos inferiores, cabezal, brazos superiores, mástil y sistema de atirantamiento. Tiene una altura, desde el nivel de desplante de zapata hasta el punto más alto del mástil, de 169.00 m. La columna base del pilón 5, mide 26.93 m de altura y está formada por un doble cajón de sección rectangular vista en planta, con un lado constante conforme a la altura y el lado perpendicular variable con la altura.

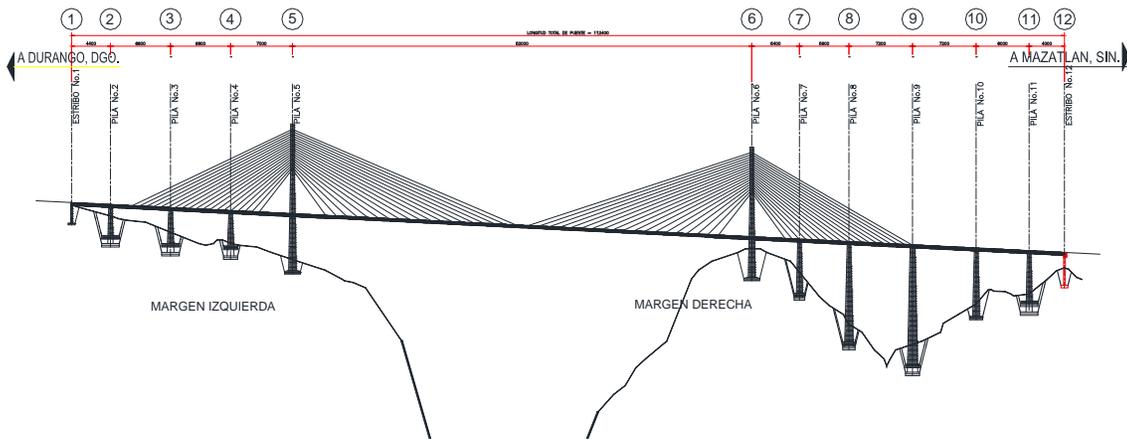


Figura 4.1. Vista en elevación del puente El Baluarte

Los brazos inferiores inician al terminar la columna base con una sección transversal rectangular hueca que varía en ambos sentidos conforme su altura de 31.40 m (medidos verticalmente). Del mismo modo los brazos superiores tienen una sección transversal hueca variable en ambos sentidos, con una altura de 50.00 m.

El mástil se compone por dos cajones individuales de sección constante. En las figs. 4.2, 4.3 y 4.4 se muestran cortes transversales de la columna base, de los brazos inferiores y brazos superiores, respectivamente. En las figs. 4.5a y 4.5b se muestra la vista transversal y longitudinal del pilón 5.

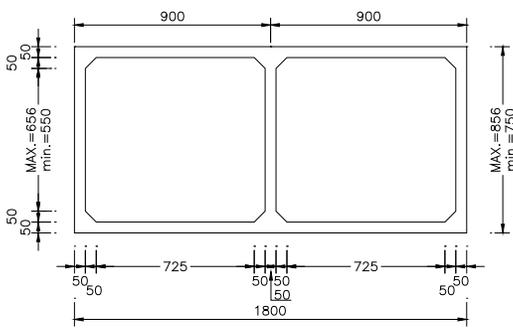


Figura 4.2. Sección transversal columna base

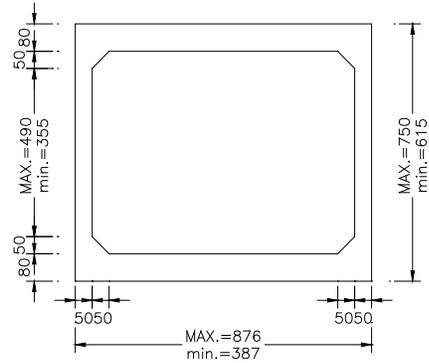


Figura 4.3. Sección transversal brazos inferiores

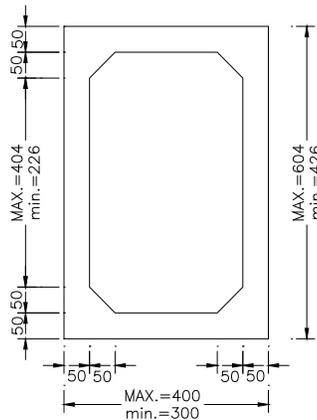


Figura 4.4. Sección transversal brazos superiores

CAPÍTULO 4

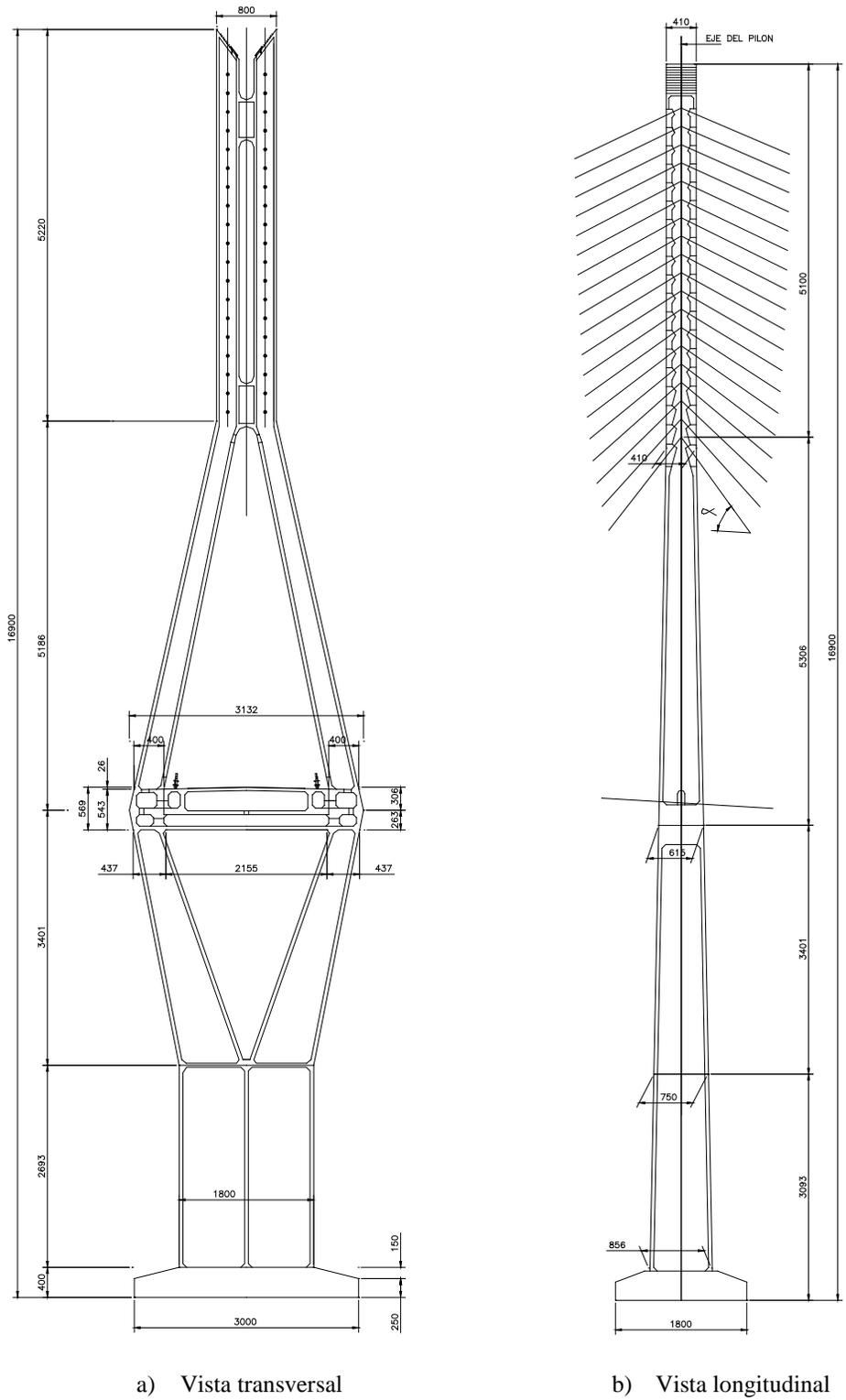


Figura 4.5. Vista general del pilón 5

## 4.2 MODELACIÓN MATEMÁTICA

El modelo matemático consistió en un tramo de columna de 11.50 m de altura (figs. 4.1 y 4.2) bajo incremento de cargas axiales variables sostenidas, por un tiempo de 612 días. Se despreciaron los efectos producidos por momento, ya que el estudio se concentra en evaluar las deformaciones axiales dependientes del tiempo del pilón 5 durante sus etapas de construcción.

La altura del modelo matemático es de 11.50 m debido a que a esa altura se localizan las cuerdas vibrantes, con la que se registraron las historias de deformaciones del pilón 5, producto de las etapas constructivas (fig 4.7).

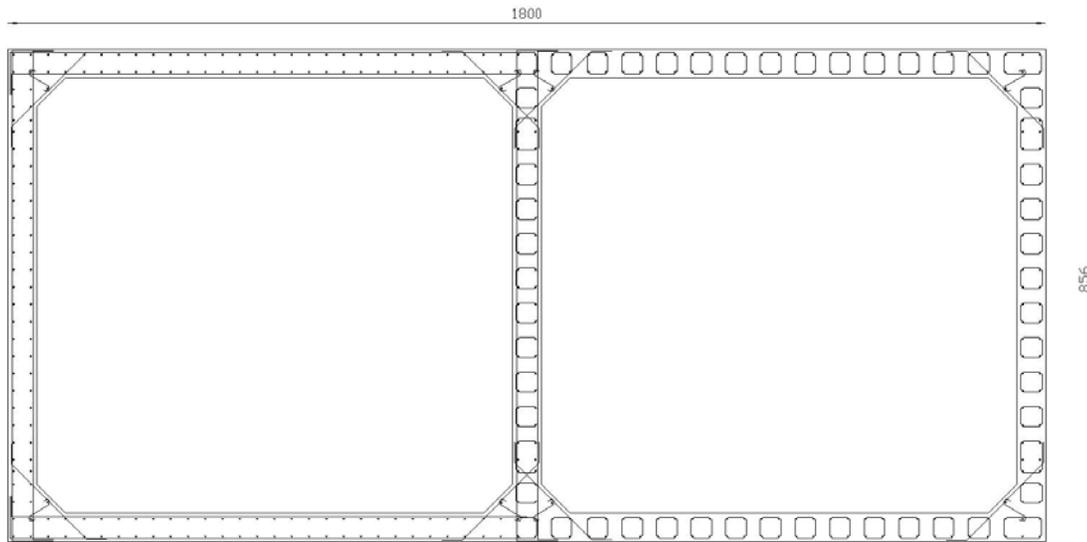


Figura 4.6. Sección transversal de la columna

## 4.3 DATOS PARA EL CÁLCULO DE LAS DEFORMACIONES DEPENDIENTES DEL TIEMPO

En la tabla 4.1, se muestra el área transversal de concreto del pilón 5, el área de acero longitudinal que se utilizó en el armado, el cual consistió de varillas del diámetro número 10 (fig 4.6); la resistencia del concreto que se vació en el colado del pilón 5, el tamaño nominal del elemento obtenido de la geometría de la columna, la humedad relativa del medio ambiente del lugar de construcción, y las porciones de la mezcla para la elaboración del concreto. Con estos datos y las metodologías mencionadas anteriormente, se calculó el coeficiente de flujo plástico y la deformación por contracción de secado, ambas componentes dependientes del tiempo.

Tabla 4.1 Parámetros para el cálculo de las deformaciones dependientes del tiempo

Área concreto:	30.96 m <sup>2</sup>
Área acero:	2953 cm <sup>2</sup>
f'c:	350 kg/cm <sup>2</sup>
h:	0.74 m
Humedad relativa:	57%
Tipo de curado:	Húmedo

Relación V/S:	370 mm
Revenimiento:	180 mm
Contenido de finos respecto al total de los agregados:	30%
Contenido de aire:	6%
Cantidad de cemento por m <sup>3</sup> de concreto:	405 kg/m <sup>3</sup>
Tipo de cemento:	Tipo 1, $\beta_{sc} = 5$

#### 4.4 CARGAS SOSTENIDAS

Los cálculos de las deformaciones elásticas y deformaciones plásticas, son el resultado del peso propio de la columna producto de sus etapas constructivas consecutivas, como se aprecia en la fig 4.7. Éstas se convierten en cargas constantes sostenidas. La tabla 4.2 muestra la intensidad y el incremento de la carga, así como los días que ésta permaneció constante entre cada etapa constructiva. El análisis de la predicción de las deformaciones dependientes del tiempo fue de 612 días. Se observa que la secuencia de construcción no es constante en tiempo y cargas (tramos colados del pilón); se desconocen las razones de campo que originaron esta historia de cargas.

**Tabla 4.2 Resumen de intensidad de cargas sostenidas y su duración**

Etapa de construcción	Carga	Tiempo	Etapa de construcción	Carga	Tiempo
	(t)	(días)		(t)	(días)
1	687.2	7	27	4444.51	238
2	946.7	14	28	4548.61	271
3	1205.5	21	29	4652.71	273
4	1492.3	49	30	5182.21	279
5	1816.3	76	31	5310.21	291
6	1968.4	97	32	5429.91	321
7	2120.5	101	33	5516.24	357
8	2248.4	110	34	5602.57	363
9	2376.3	117	35	5681.67	434
10	2494.8	120	36	5760.77	439
11	2613.4	125	37	5840.44	446
12, 13	2843.2	133	38	5920.11	448
14	2951.5	140	39	6002.53	452
15	3059.8	144	40	6084.94	453
16	3163.6	148	41	6160.99	480
17	3267.4	151	42	6237.04	483
18	3365.62	154	43	6311.87	515
19	3463.85	158	44	6386.70	522
20	3567.95	166	45	6455.41	531
21	3672.05	174	46	6524.12	543
22	3757.15	193	47, 48	6666.94	575
23	3842.51	196	49	6806.44	586
24	4013.41	211	50	6945.94	587
25	4184.31	217	51, 52	7244.44	612
26	4314.41	231			

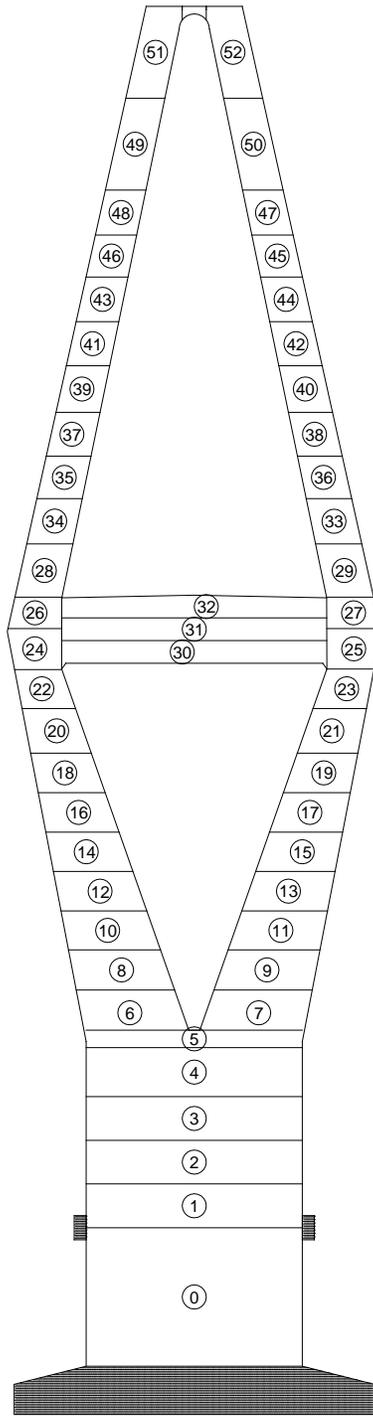


Figura 4.7. Etapas constructivas del pilón 5

## 4.5 INSTRUMENTACIÓN CON CUERDAS VIBRANTES

Las cuerdas vibrantes que se instalaron en el pilón 5 del puente El Baluarte, fueron para medir deformaciones. Estos sensores se instalaron de manera permanente para un monitoreo de largo plazo y de manera segura, con el fin de adquirir datos de esfuerzos que permitan observar cualquier cambio significativo o comportamiento de la estructura.

El uso principal del deformímetro de cuerda vibrante es para medir a largo o corto plazo, las deformaciones en elementos estructurales de acero o concreto.

Para su fijación en superficies de acero se utiliza soldadura por arco, pero también se pueden instalar en superficies de concreto o superficies rocosas usando anclajes cementados en barrenos.

Con estos sensores, las deformaciones se miden usando el principio de cuerda vibrante; la cual es una extensión de cable de acero tensado entre dos bloques de montaje que están soldados a la superficie en estudio. Las deformaciones de la superficie provocan que dos bloques de montaje se muevan entre sí, alterando por lo tanto la tensión en el cable de acero. La tensión en el cable se mide con su frecuencia resonante de vibración, por medio de una bobina magnética colocada junto al cable.

### 4.5.1 Medición y corrección por temperatura

Si los extremos de la pieza estructural estuvieran libres para expandirse o contraerse sin restricción, entonces los cambios por deformación se llevarían a cabo sin ningún cambio en el esfuerzo. En estas situaciones el deformímetro realmente no mostraría ningún cambio en la lectura. A la inversa, si los extremos de una pieza estructural de acero estuvieran limitados por algún medio semi rígido, entonces cualquier aumento de temperatura en la pieza, (aún cuando la deformación real fuera por tracción). El deformímetro mediría con exactitud la magnitud de este aumento en la deformación por compresión inducido por la temperatura. Lo anterior se debe a que mientras la pieza está limitada para expandirse, la cuerda vibrante no está limitada y la expansión de la cuerda ocasionaría una reducción en la tracción y una disminución resultante de la frecuencia vibrante. Esto estaría indicado por una disminución en la lectura, correspondiendo a un aumento aparente en la deformación por compresión, (fig 4.8).

Las deformaciones inducidas por la temperatura se pueden separar de las deformaciones inducidas por cargas al leer tanto la deformación y la temperatura de los deformímetros en intervalos frecuentes sobre un periodo en el que la carga externa de la actividad de la construcción se puede aceptar como constante

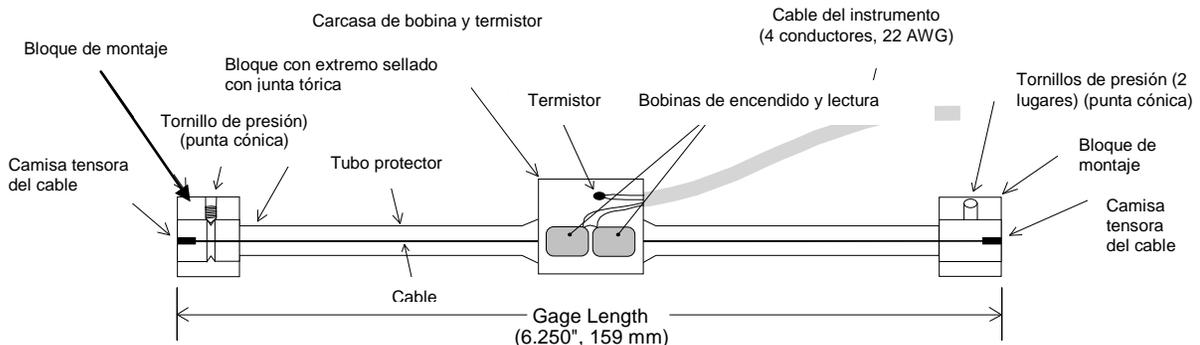


Figura 4.8. Sensor de cuerda vibrante

#### 4.6 DESCRIPCIÓN DE LA METODOLOGÍA PARA INSTALAR LAS CUERDAS VIBRANTES EN CAMPO

En la fig. 4.9 se muestran algunas actividades previas a la instalación de los sensores que permitieron medir las deformaciones del pilón 5 del puente El Baluarte. También se realizó un análisis cuidadoso para determinar la posición, distancia y altura adecuadas para poder registrar las deformaciones, además de una inspección para la determinación de la altura a la cual se colocarán las cuerdas vibrantes del pilón 5.



Figura 4.9. Actividades previas a la instalación de sensores

El colocado de las cuerdas vibrantes, su identificación, marca y nivelación para garantizar la correcta captura de lecturas, así como la perforación en el pilón 5 para el pegado de los soportes de la cuerda vibrante se muestra en la figs 4.10a y 4.10b. El pegado se lleva de forma uniforme para garantizar la perfecta unión entre el concreto y la base del sensor.



(a) Verificación preliminar a la instalación del sensor



(b) Perforación de agujeros en el pilón 5

Figura 4.10a y 4.10b. Otras actividades necesarias para la instalación de las cuerdas vibrantes.

Además, se colocan unas guías para poder pegar las bases del sensor a la distancia exacta que se requiere según la especificación del fabricante; una vez que fragüe el pegamento estas guías se retiran y se colocan los sensores de cuerda vibrante (fig 4.11).

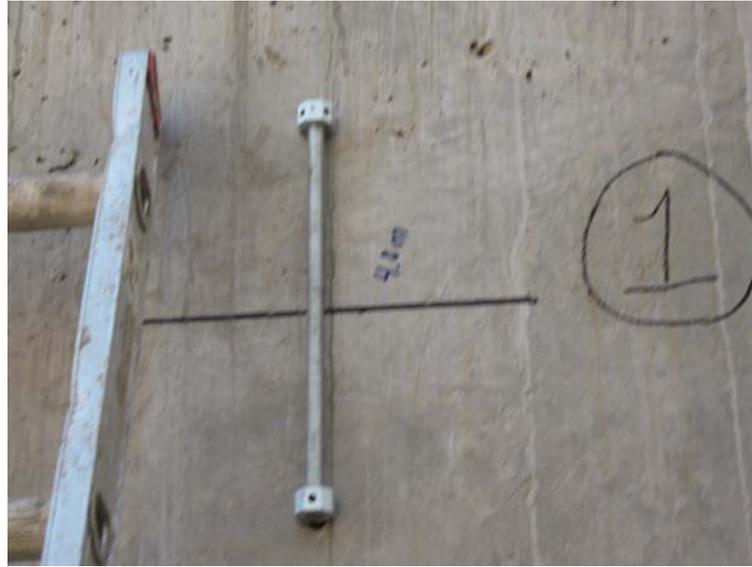


Figura 4.11. Sensor de cuerda vibrante ya pegado a la superficie

Posteriormente se procede a colocar una tubería por donde pasan los cables de los sensores. La instalación de estos cables se realiza con mucho cuidado para no fracturar el interior del cable y provocar una falta de comunicación con el sensor. Por último se verifica la posición, colocación del cable y de las bases, para tener una captura confiable de datos. Después se hace una lectura de reconocimiento para verificar que estén trabajando todos los componentes de la cuerda vibrante (figs 4.12a y 4.12b).



(a) Colocación de protección de cables y conectores contra daño mecánico



(b) Toma de lecturas

Figura 4.12a y 4.12b. Protección de las cuerdas vibrantes y verificación de lecturas

#### 4.7 RESULTADOS DEL ANÁLISIS BAJO CARGAS SOSTENIDAS DE LA COLUMNA ANALIZADA

En las figs 4.13 y 4.14 se muestra la variación típica de las curvas del coeficiente de flujo plástico y contracción, respectivamente, de la primera etapa de construcción del pilón con 7 días de colado; además, se comparan los valores de los modelos ACI 209 y CEB FIB M90. En el capítulo 2 se definieron los parámetros mínimos requeridos para predecir la deformación por flujo plástico y contracción del elemento. Los resultados mostrados de flujo plástico con el modelo ACI 209, subestiman las predicciones hechas a partir del método CEB FIB. Por otra parte, se aprecia que la deformación por contracción calculada con el modelo ACI sobrestima los valores calculados con el modelo CEB FIB.

Los valores obtenidos del cálculo de la resistencia del concreto y del módulo de elasticidad se muestran en las figuras. 4.15 y 4.16. Estas muestran su incremento en el tiempo; el modelo CEB FIB sobreestima los valores proporcionados por el modelo ACI 209, lo que se debe a que el modelo ACI 209, toma en cuenta para predecir la evolución de la resistencia, el tipo de cemento, el tipo de curado, mientras que la otra metodología solo considera un coeficiente que depende del tipo de cemento. Para la predicción en el tiempo del módulo de elasticidad el modelo ACI 209 toma en cuenta el peso volumétrico del concreto el cual se consideró de  $2200 \text{ kg/m}^3$ . El modelo CEB FIB no utiliza este parámetro, por lo que los resultados sobrestiman los cálculos del modelo ACI 209.

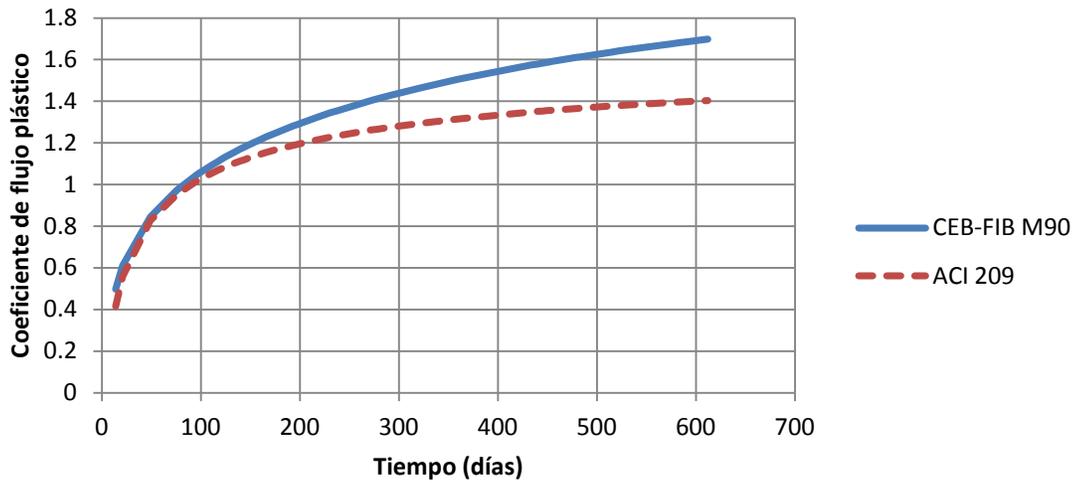


Figura 4.13. Comparación de valores de coeficiente de flujo plástico

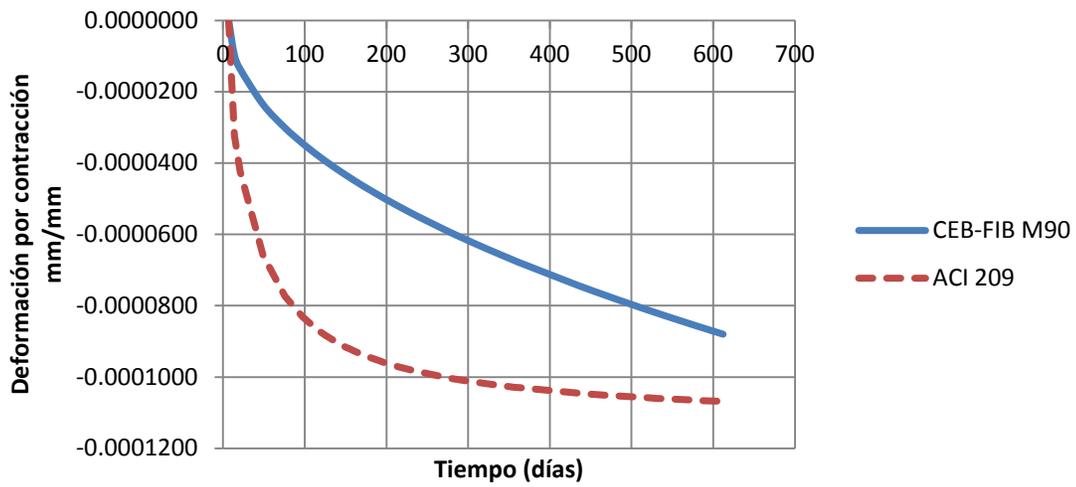


Figura 4.14. Comparación de deformaciones por contracción

CAPÍTULO 4

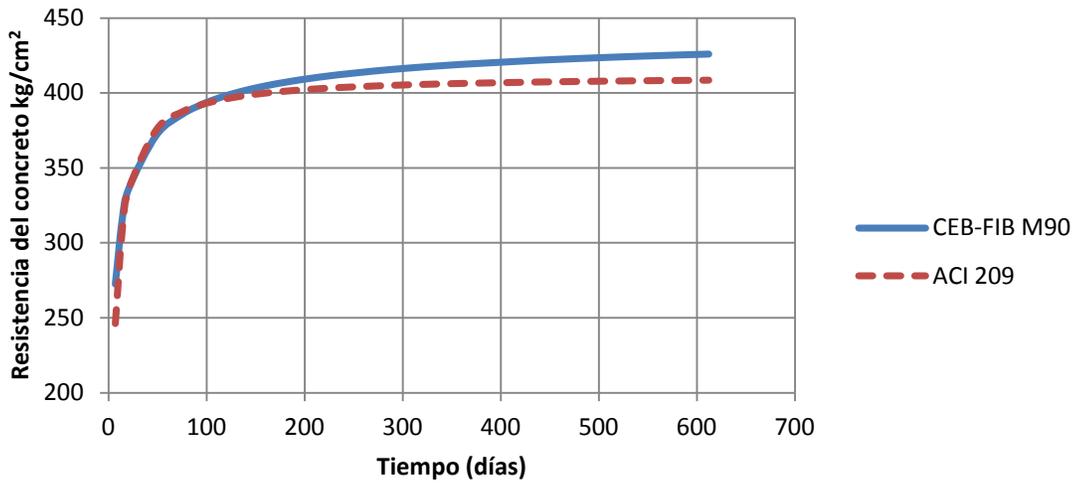


Figura 4.15. Variación de la resistencia a compresión del concreto del pilón 5

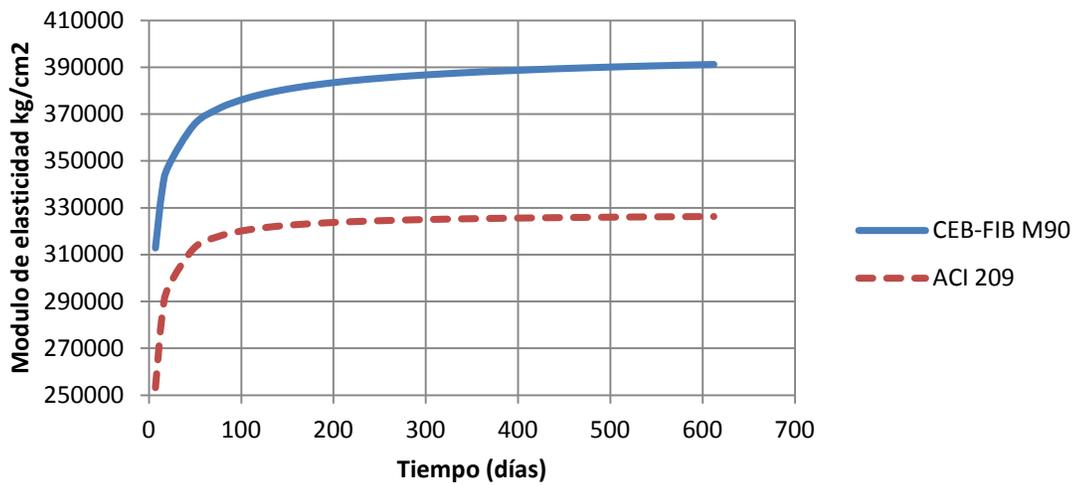


Figura 4.16. Módulos de elasticidad de acuerdo con los modelos ACI 209 y CEB FIB

La fig. 4.17, muestra las deformaciones elásticas axiales causadas en la columna por la historia de carga de las etapas constructivas. Los incrementos de cargas no fueron aplicados en intervalos de tiempo constante, ni las cargas fueron de la misma intensidad, por esta razón no se tiene una variación lineal.

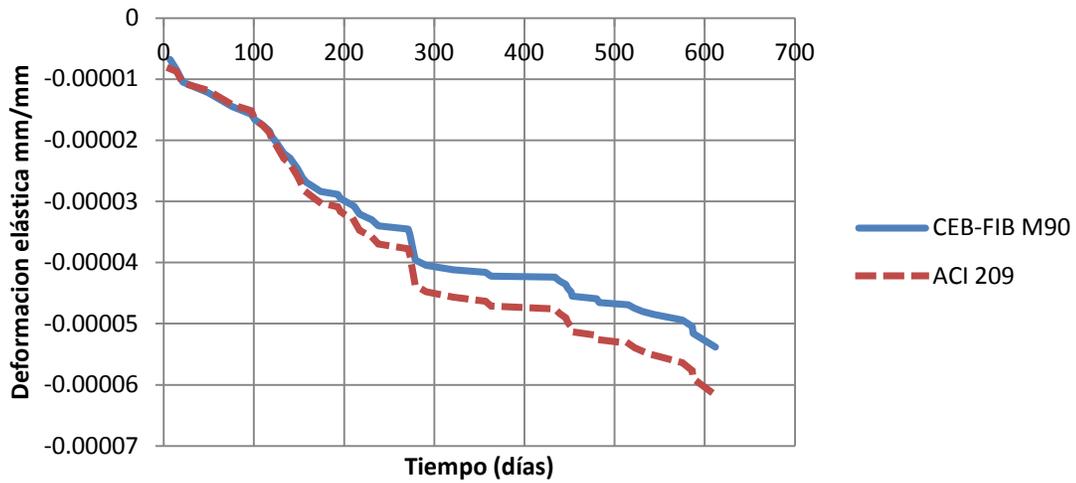


Figura 4.17. Deformación elástica de la columna

En las figs. 4.18 y 4.19, se aprecian las deformaciones por flujo plástico y deformación total de la columna de la historia de cargas. El cálculo de las deformaciones se hizo por el método paso a paso, y se utilizaron, los modelos ACI 209 y CEB FIB.

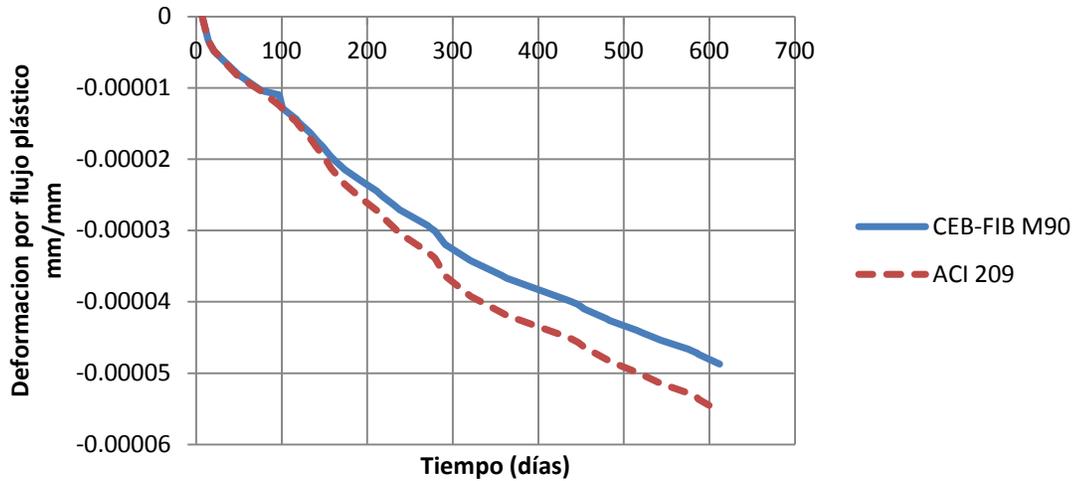


Figura 4.18. Deformación por flujo plástico, producto de la historia de cargas

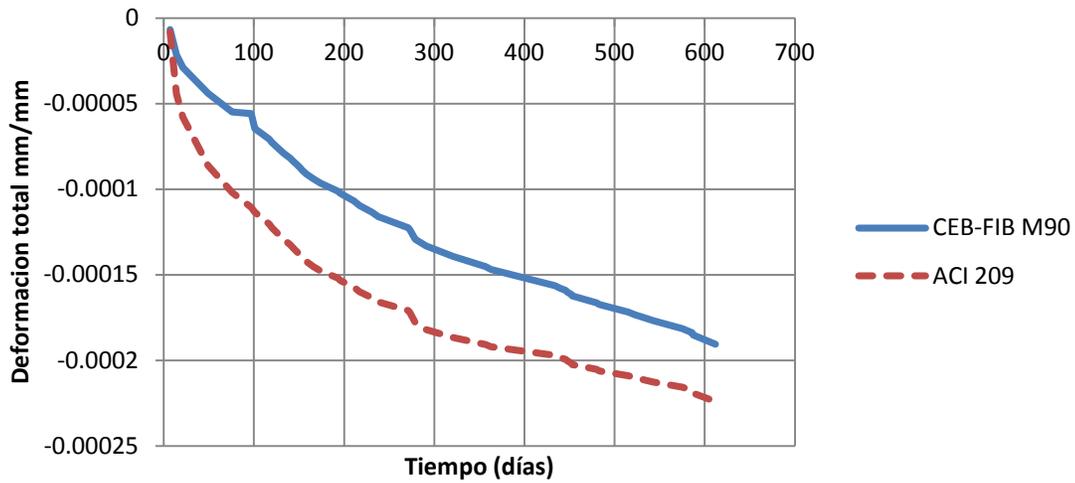


Figura 4.19. Deformación total de la columna  $\epsilon(t) = \epsilon_c(t) + \epsilon_{cr}(t) + \epsilon_{sh}(t)$

Las figs. 4.20 y 4.21, muestran los esfuerzos en el concreto y en el acero respectivamente. En la primer gráfica se observa que los resultados usando el modelo ACI 209, son menores que los del CEB FIB. Esto se debe a que en el cálculo de los esfuerzos está considerado el módulo de elasticidad y la deformación unitaria, y los valores del módulo de elasticidad calculados con el ACI 209, son menores, por lo tanto, los esfuerzos son menores que los obtenidos con el modelo CEB FIB.

En la fig 4.21 se observa que los esfuerzos del acero calculados con el modelo ACI 209 son mayores. Teniendo en cuenta que estos esfuerzos son producto de la deformación elástica y el módulo de elasticidad del acero, es esperado que sigan ese comportamiento, ya que para el cálculo de las deformaciones elásticas axiales se utilizó el módulo elástico del concreto y el modelo ACI 209 da valores inferiores con respecto a la otra metodología.

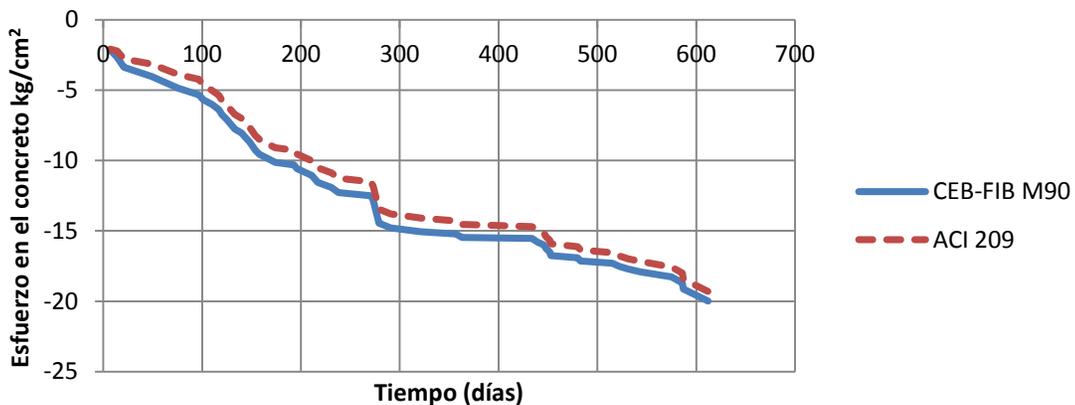


Figura 4.20. Esfuerzos en el concreto

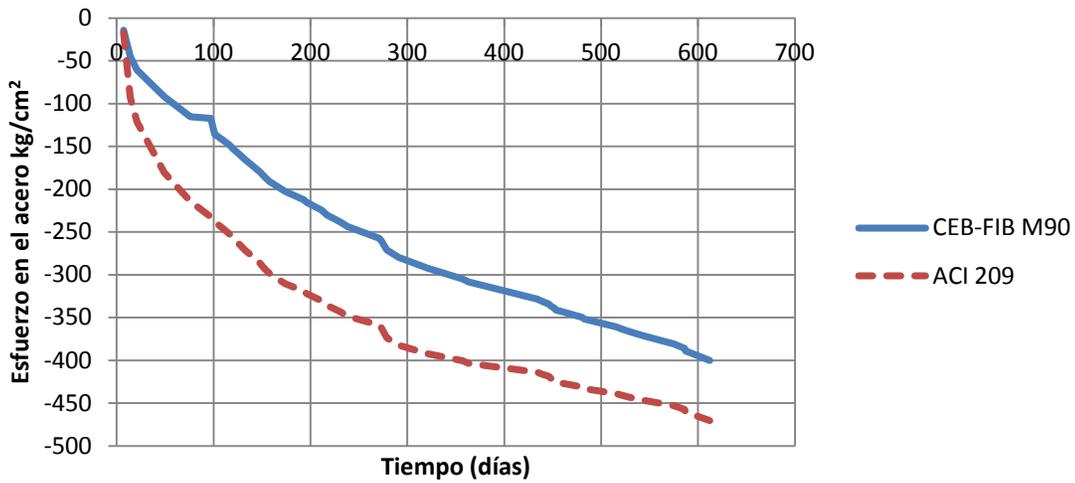


Figura 4.21. Esfuerzos en el acero

#### 4.8 COMPARACIÓN DE RESULTADOS ANALÍTICOS Y DE CAMPO

En la fig 4.22 se muestra la comparación de los datos recabados en campo por medio de las cuerdas vibrantes (CV) y las deformaciones calculadas analíticamente (suma de la deformación instantánea, deformación por flujo plástico y deformación por contracción) con las dos metodologías comentadas anteriormente. Se observa en la figura 4.22 que las deformaciones van aumentando con el tiempo, esto se debe al incremento del esfuerzo producido por la secuencia de las etapas constructivas del pilón 5.

Las deformaciones calculadas con las metodologías ACI y CEB-FIB toman en cuenta todas las etapas constructivas (de la etapa 1 hasta la etapa 52), mientras que los datos capturados por los sensores de cuerda vibrante empiezan su registro en la etapa 24 que corresponde a 231 días de construcción, el valor registrado a los 231 días se toma como la deformación inicial. Las dos metodologías empleadas conducen a, valores de deformación diferentes para el día de carga 231. Si se obtiene la media aritmética de los valores y se le suma al valor de las deformaciones registradas a partir de los 231 días (ver fig. 4.22), se pueden hacer las comparaciones entre deformaciones analíticas y de campo.

Las lecturas de deformación con las cuerdas vibrantes se dejaron de recabar a los 612 días que corresponden a la etapa 52, (tabla 4.3).

La tabla 4.3 muestra los diferentes valores de las deformaciones calculadas analíticamente y las obtenidas en campo de los días en que estas fueron capturadas. El porcentaje de error toma como base las deformaciones de campo y se comparan contra los valores de las deformaciones predichas por las metodologías CEB-FIB y ACI.

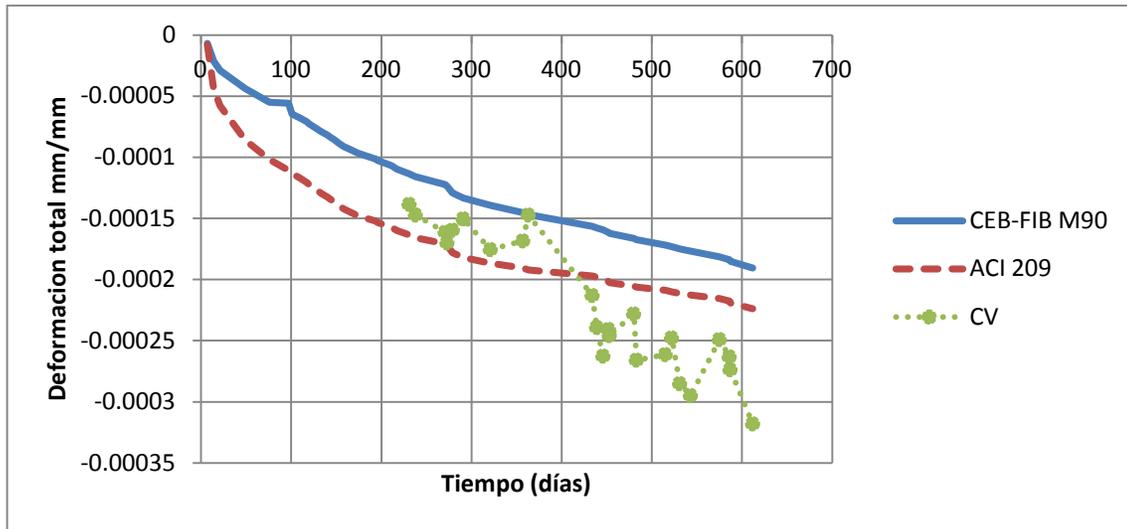


Figura 4.22. Comparación de deformaciones registradas en campo y analíticas

**Tabla 4.3 Comparación de la deformación real y calculada por las metodologías CEB-FIB y ACI 209**

Días de carga	Deformaciones			% Error	
	CEB-FIB	ACI	Real	CEB-FIB	ACI
231	-1.135E-04	-1.635E-04	-1.385E-04	22.030	15.294
238	-1.160E-04	-1.659E-04	-1.472E-04	26.949	11.240
271	-1.225E-04	-1.708E-04	-1.613E-04	31.681	5.559
273	-1.237E-04	-1.721E-04	-1.700E-04	37.397	1.201
279	-1.292E-04	-1.780E-04	-1.596E-04	23.546	10.340
291	-1.332E-04	-1.820E-04	-1.503E-04	12.835	17.393
321	-1.392E-04	-1.867E-04	-1.754E-04	25.992	6.051
357	-1.452E-04	-1.907E-04	-1.684E-04	15.932	11.694
363	-1.468E-04	-1.920E-04	-1.472E-04	0.257	23.348
434	-1.564E-04	-1.971E-04	-2.130E-04	36.178	8.101
439	-1.577E-04	-1.981E-04	-2.391E-04	51.670	20.695
446	-1.592E-04	-1.994E-04	-2.626E-04	64.931	31.702
452	-1.615E-04	-2.016E-04	-2.408E-04	49.116	19.446
453	-1.623E-04	-2.025E-04	-2.458E-04	51.440	21.397
480	-1.664E-04	-2.053E-04	-2.281E-04	37.107	11.135
483	-1.674E-04	-2.063E-04	-2.659E-04	58.817	28.912
515	-1.718E-04	-2.089E-04	-2.613E-04	52.154	25.128
522	-1.732E-04	-2.100E-04	-2.477E-04	43.031	17.954
531	-1.748E-04	-2.113E-04	-2.851E-04	63.061	34.939
543	-1.768E-04	-2.127E-04	-2.949E-04	66.782	38.639

Días de carga	Deformaciones			% Error	
	CEB-FIB	ACI	Real	CEB-FIB	ACI
575	-1.814E-04	-2.156E-04	-2.491E-04	37.328	15.519
586	-1.838E-04	-2.177E-04	-2.632E-04	43.193	20.897
587	-1.851E-04	-2.192E-04	-2.737E-04	47.839	24.877
612	-1.905E-04	-2.239E-04	-3.180E-04	66.899	42.010

## CAPITULO 5

### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

#### 5.1 CONCLUSIONES

El cálculo de las deformaciones instantáneas y dependientes del tiempo sólo se calculó para carga axial de compresión, no se consideraron los efectos por momento flexionante o de torsión.

Los métodos usados más extensamente son los del Comité ACI 209 y CEB-FIB M90, por ser los más reconocidos y los que recomienda la norma AASHTO. Existen varios métodos para calcular las propiedades dependientes del tiempo los cuales no se utilizaron en este trabajo.

Se utilizaron los valores promedio de los métodos mencionados anteriormente, ya que no se cuenta con ensayos que nos proporcionen datos del módulo de elasticidad. Tampoco se cuenta con expresiones obtenidas de laboratorio que permitan calcular el flujo plástico y la contracción por secado, del concreto que se utilizó en la construcción del pilón 5.

Los efectos dependientes del tiempo a largo plazo de estructuras de concreto en servicio son de naturaleza estadística, ya que la mayoría de los factores que contribuyen son aleatorios, estas incertidumbres afectan, y en gran medida, la predicción de la respuesta del material y consecuentemente la evaluación de la respuesta estructural.

Los resultados mostraron que las deformaciones axiales no siguen una distribución uniforme, esto se debe a la variación de las cargas y edades del concreto al momento de ser aplicadas.

Se observa de los cálculos, que los esfuerzos del acero y del concreto se incrementan de acuerdo con la historia de cargas, una vez que ya no hay incremento de cargas, y estas se mantengan constantes en la columna, el concreto reducirá sus esfuerzos debido al flujo plástico y el acero tomará estos esfuerzos.

Los resultados de los modelos no coinciden entre ellos, esto se debe a que: las metodologías empleadas son diferentes entre sí; el modelo ACI 209 toma en cuenta el tipo de curado, la relación volumen superficie, el contenido de cemento, el revenimiento, el porcentaje de agregado fino, el porcentaje de contenido de aire en el concreto, cantidad de concreto en la mezcla. En comparación con el modelo CEB FIB, este considera el área de la sección transversal y el perímetro de la sección en contacto con la atmósfera.

No se cuenta con un valor de módulo de elasticidad obtenido de laboratorio del pilón 5. El módulo de elasticidad y la resistencia a la compresión, son los principales parámetros para obtener las deformaciones elásticas y la predicción de las deformaciones dependientes del tiempo.

Se requiere el módulo de elasticidad en el análisis de las deformaciones dependientes del tiempo y las axiales debidas a la historia de cargas. Este parámetro también está inmerso en la función de flujo plástico. Como se puede observar en la figura 4.8, los valores calculados por los modelos, ACI 209 y CEB FIB no coinciden, esto se debe a los coeficientes que contienen las formulas para estimar el módulo de elasticidad.

## CAPITULO 5

Las deformaciones calculadas analíticamente con los dos modelos, no coinciden con las medidas en campo del pilón 5. Entre los factores que intervienen en el desempeño del concreto se encuentran las características de los agregados, el módulo de elasticidad de éstos, la forma, tamaño y tipo de superficie y cantidad que se agrega a la mezcla. La pasta de cemento está afectada por las propiedades físicas y químicas del cemento, la cantidad de agua que contiene la mezcla, tipo de cemento. Los factores en el tiempo que afectan son, edad a la que se carga el elemento, aplicación de esfuerzos y tiempo de la carga, la forma del elemento y la relación volumen superficie. La edad a la que empieza el secado, tiempo de secado, temperatura del medio ambiente y curado del elemento.

Los valores de las deformaciones calculadas analíticamente fueron proporcionados por modelos que fueron obtenidos de pruebas de laboratorio, en las que se consideran todos los factores en condiciones ideales, sin perturbaciones externas. El incremento de cargas es controlado y medido en el laboratorio. Las deformaciones determinadas en el pilón 5, se obtuvieron cuando este estaba en proceso de construcción. Pequeñas perturbaciones como el deslizado de la cimbra, el armado de la columna y el vaciado de concreto en esta, producen deformaciones imposibles de cuantificar en el análisis final de las deformaciones dependientes del tiempo y deformaciones elásticas, ya que el análisis solo considera incremento de cargas producto del peso de cada etapa constructiva.

Las deformaciones recabadas en campo, no siguen una tendencia uniforme, esto se debe a que el pilón 5 estuvo en todo momento sujeto a las condiciones del medio ambiente: la deformación por contracción depende de la humedad del ambiente, y esta humedad es imposible de controlar en campo, estas variaciones de contracción y expansión (ensanchamiento) de la columna, se ven reflejadas en el comportamiento no uniforme de los resultados. Además, otro factor sumamente importante por el cual no coinciden las deformaciones calculadas analíticamente con las recabadas de campo, es que todas las lecturas se hicieron en horas de trabajo, cuando el personal estaba trabajando sobre el pilón 5, y no se hicieron las correcciones de deformaciones debidas a las cargas por actividad en la construcción. Estas cargas externas producidas por la actividad de la construcción no se pueden asumir como constantes.

Sin embargo, se puede decir que los métodos predicen las deformaciones del pilón 5 con precisión aceptable desde el punto de vista ingenieril. El modelo CEB-FIB en el periodo de construcción de los 231 a los 434 días y el modelo ACI en todo el periodo de registro, de acuerdo con las investigaciones realizadas al comportamiento de columnas bajo historias variables de carga y estudios comparativos de modelos que predicen las deformaciones dependientes del tiempo. (Asta, 1996 y Rajeev, 2007).

### **5.2 RECOMENDACIONES**

Realizar ensayos del concreto que se utilizará en obra que incluyan la determinación de la resistencia a compresión, el módulo de elasticidad, la relación de Poisson, cálculo de la expresión de flujo plástico y contracción por secado.

Debido a los efectos de flujo plástico y contracción. Se recomienda refuerzo transversal estrechamente separado para evitar que las varillas longitudinales estén sometidas a grandes esfuerzos de pandeo en su condición de carga por servicio y no solo en su condición de carga máxima.

## CONCLUSIONES

La contracción es la causa más común de agrietamiento en estructuras de concreto. Tales grietas son difíciles de controlar y son a menudo difíciles de prever. La contracción siempre es perjudicial, causa acortamiento axial y rotaciones que puede resultar en deflexiones significativas. La contracción induce tensión en el concreto y resulta en agrietamiento, que si no es controlado, puede conducir a fallas de servicio, durabilidad o fallas de resistencia.

## REFERENCIAS

- Abdul R. H., (1986), "Time dependent effects in reinforced concrete sections subjected to flexure", Department of Civil Engineering, University of Surrey, England.
- ACI Committee 209, (1992). "Prediction of creep, shrinkage, and temperature effects in concrete structures (ACI 209R-92)". American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan.
- ACI Committee 209, (2005). "Report on factors affecting shrinkage and creep of hardened concrete (ACI 209.1R-05)". American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan.
- Asta, D. A., (1996), "Nonlinear behavior of composite columns under varying load histories", Journal of Engineering Mechanics ASCE, Vol. 122, No.8, August, pp. 743-752.
- Barreda M. F., (2009). "Contracción por secado del hormigón", LEMaC, Centro de Investigaciones Viales, Argentina.
- Branson B. L., et al., (1970). "The prediction of creep and shrinkage properties of concrete", Department of Civil Engineering, University of Iowa, Iowa city.
- Cement Concrete and Aggregates Australia, (2002). "Drying shrinkage of cement and concrete", July, Australia.
- Comité Euro-International du Béton, (1993) "CEB-FIB Model code 1990, Design code", Thomas Telford, Switzerland.
- Ghali A., Fabre R., y Eldbadry M., (2002). "Concrete structures: stress and deformations", Spon Press, London.
- Gilbert R.I., (1988). "Time effects in concrete structures", Elsevier Science Publishers, Amsterdam.
- Kawano A., y Warner R. F., (1996). "Model formulations for numerical creep calculations for concrete", Journal of Structural Engineering, Vol. 122, No. 3, March.
- Khazanovich L., (1990). "Age-adjusted effective modulus method for time-dependent loads", Journal of Engineering Mechanics, Vol. 116, No. 12, December.
- Mark F., S. K. Ghosh, y Iyengar H., (1987), "Column shortening in tall structures, prediction and compensation", Portland Cement Association, Skokie, Illinois, U.S.A.
- Neville M. A., (1999). "Tecnología del concreto", Instituto Mexicano del Cemento y del Concreto, México, D.F.
- Rajeev G., Ram K. y Paul D. K., (2007). "Comparative study of various creep and shrinkage prediction models for concrete", Journal of Materials in Civil Engineering, Vol. 19, No. 3, March.
- Schultz A. E. y Welton S. S., (2004), "Long-term effects on response of reinforced concrete columns to cyclic loading", Journal of Structural Engineering ASCE, Vol. 130, No.9, September 1, pp. 1320-1332.

Shami N. y Gilbert I., (2004), "Shrinkage cracking and crack control in restrained reinforced concrete members", *ACI Structural Journal*, V. 101, No. 6, November-December 2004.

Song G., (2002), "Bi-axially loaded slender reinforced concrete columns subjected to sustained loads", Department of Civil and Environmental Engineering, New Jersey Institute of Technology.

Vandamme, M. y Ulm, F. J., (2009) "Nanogranular origin of concrete creep", *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 106(26), pp 10552-10557.

Westerberg B., (2008), "Time-dependent effects in the analysis and design of slender concrete compression members", *Civil and Architectural Engineering, Division of Concrete Structures, Stockholm*.

Zdenek P. B. y Leonard J. N., (1973), "Comparison of approximate linear methods for concrete creep", *Journal of the Structural Division ASCE*, Vol. 99, No. ST9, September.

Zdenek S., (1988). "Creep and shrinkage of concrete elements and structures", *Elsevier Developments in Civil Engineering, Prague*.