



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA ELÉCTRICA-CONTROL

**DISEÑO DE UN ESQUEMA DE CONTROL POR
MODOS DESLIZANTES PARA LA PRESIÓN
POSITIVA EN LAS VÍAS RESPIRATORIAS
PARA COMPENSAR INCERTIDUMBRES
DURANTE EL TRATAMIENTO DEL
SÍNDROME DE APNEA OBSTRUCTIVA DEL
SUEÑO**

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
LUIS AMADO RODRÍGUEZ GALLARDO

TUTOR DE TESIS:
DR. LEONID FRIDMAN
FACULTAD DE INGENIERÍA

MÉXICO, D.F. FEBRERO 2013

JURADO ASIGNADO

Presidente : Dra. Verde Rodarte María Cristina

Secretario : Dr. Espinosa Pérez Gerardo René

Vocal : Dr. Fridman Leonid

1er.Suplente : Dr. Tang Xu Yu

2do.Suplente : Dr. Leder Ron

Lugar donde se realizó la tesis:

Posgrado de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, D.F.

TUTOR DE TESIS
DR. LEONID FRIDMAN

FIRMA

Agradecimientos

A mi padre, madre, hermanas y novia por todo el cariño, ayuda y confianza que me han dado durante todo este tiempo.

Al Dr. Leonid Fridman por la dirección y consejos en el desarrollo de la tesis. Al Dr. Ron Leder por guíarme durante todo el proceso de la realización de la tesis y haberme incitado a participar en la ingeniería biomédica.

A mis asesores y al colegio de profesores del departamento de control de posgrado por sus enseñanzas y excelentes comentarios que me permitieron mejorar y fortalecer mi trabajo de tesis.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) y la Coordinación de Estudios de Posgrado de la UNAM, por el apoyo económico durante mis estudios de maestría.

Luis Amado Rodríguez Gallardo México D.F. Febrero 2013

«La única posibilidad de descubrir los límites de lo posible es aventurarse un poco más allá de ellos, hacia lo imposible.» -Arthur C. Clarke

Resumen

Actualmente los dispositivos médicos y equipos de soporte vital requieren un ajuste en las variables de control para compensar, cambios impredecibles en el estado fisiológico del paciente, incertidumbres no consideradas del tratamiento y perturbaciones exteriores, por lo cual requieren la implementación de algoritmos de control para incrementar su funcionalidad. Por esta razón vale la pena conocer si los modos deslizantes pueden mejorar el desempeño y regímenes de seguridad para estos casos, debido a sus propiedades de robustez ante perturbaciones e incertidumbres.

El dispositivo medico de interés es un ventilador por presión positiva para las vías respiratorias (PAP, por sus siglas en inglés), que proporciona una presión positiva por medio del flujo de aire a través de un tubo de conexión conectado a una mascarilla nasal o bucal usada por el paciente, para mantener abiertas las vías respiratorias durante la noche mientras este duerme, ya que es durante este periodo en que el paciente sufre episodios de hipopnea y apnea, esto es el cierre parcial o total de la vía respiratoria superior, causado por el síndrome de apnea obstructiva del sueño (SAOS).

En el presente trabajo se plantea el desarrollo de un esquema de control para el ventilador PAP por medio del algoritmo Super Twisting Generalizado (STG), el cual consta de dos controladores. El primer controlador mantiene una referencia de presión que recibe el paciente para el tratamiento del SAOS, con base a las señales de presión y flujo de aire del sistema respiratorio. El segundo regula la presión de salida suministrada por el ventilador PAP al paciente, por medio del control de la velocidad del motor interno, basado en la referencia de presión que es proporcionada por el primer controlador.

El diseño de las ganancias y análisis del algoritmo Super Twisting Generalizado se realiza por medio de funciones de Lyapunov, la desigualdad algebraica de Ricatti o desigualdades lineales matriciales. Para analizar el desempeño del controlador Super Twisting se realiza una comparación con algoritmos PID sintonizados por medio del método de Ziegler Nichols y modos deslizantes de primer orden.

Para probar el controlador STG, analizar y simular la respuesta de una persona en condiciones normales, durante la apnea y sometida al tratamiento PAP se hacen uso del modelo matemático simulado del sistema respiratorio del ser humano y del ventilador PAP. El modelo del sistema respiratorio humano empleado se valido por medio de una comparación entre las simulaciones resultantes y estudios médicos polisomnográficos realizados a pacientes reales publicados en la literatura médica.

Índice general

Resumen	II
Índice de figuras	v
Índice de tablas	viii
1. Introducción	1
1.1. Antecedentes	4
1.1.1. Fisiología respiratoria	4
1.1.2. Síndrome de Apnea Obstructiva del Sueño (SAOS)	5
1.1.3. Tratamiento	8
1.2. Estado del Arte	13
1.3. Objetivos de la tesis	15
1.4. Contribuciones	16
1.5. Motivación y Metodología	16
1.6. Organización de la tesis	17
2. Antecedentes matemáticos	18
2.1. Modos deslizantes convencionales	19
2.2. Metodología del control por modos deslizantes	24
2.3. Modos deslizantes de segundo orden	26

2.4. Algoritmo Super Twisting	27
2.5. Algoritmo Proporcional Integral Derivativo	29
3. Modelos Matemáticos	33
3.1. Mecanica Respiratoria	34
3.2. Modelo dinámico del sistema respiratorio	36
3.2.1. Resistor Starling	43
3.2.2. Ecuación de Rohrer	46
3.3. Validación del modelo	49
3.4. Modelo dinámico del ventilador PAP	51
3.4.1. Enfoque mediante motor c.c	52
3.4.2. Enfoque mediante función de transferencia	54
4. Controlador por Modos Deslizantes	56
4.1. Algoritmo Super Twisting	57
4.2. Diseño del controlador para el S.R.	58
4.3. Diseño basado en función de Lyapunov	60
4.4. Gráficas controlador Super Twisting y PID	62
4.5. Ventilación mecánica	65
4.6. Diseño del controlador para el ventilador PAP	66
5. Sistema Conjunto	73
5.1. Diagrama completo	73
6. Conclusiones	79
6.1. Trabajo futuro	81
Bibliografía	82

Índice de figuras

1.1. Esquema del sistema respiratorio y ciclo respiratorio	5
1.2. Ciclo nocturno del síndrome de apnea obstructiva del sueño	6
1.3. Fisiología de paciente con flujo de aire normal y paciente con SAOS	7
1.4. Principales causas, síntomas y consecuencias del SAOS	8
1.5. Tipos de tratamientos disponibles	9
1.6. Tratamiento quirúrgico	10
1.7. Tratamiento de presión positiva de las vías respiratorias (PAP) para el SAOS	11
1.8. Mascarilla utilizada en el tratamiento PAP	12
1.9. Sensores empleados por el ventilador PAP	12
1.10. Esquema de control convencional	14
1.11. Esquema interno del dispositivo CPAP conectado al paciente	15
2.1. Gráfica de respuesta al escalón, 1º método Z-N	31
2.2. Gráfica de oscilación, 2º método Z-N	32
3.1. Esquema del modelo simplificado del S.R. y su analogía eléctrica . . .	36
3.2. Volumen y flujo modelo segundo orden del S.R. Vol, Fluj	38
3.3. Simulación del modelo de segundo orden del S.R. P. Alv y P. Mus . .	38
3.4. Simulación del modelo de segundo orden del S.R. P. Resistencia . . .	38

3.5. Esquema empleado para modelar el sistema de orden superior del S.R. y su analogía mecánica	39
3.6. Diagrama de bloques para la simulación del sistema de orden superior del S.R.	41
3.7. Gráficas de volumen y flujo respiratorio del modelo de orden superior del S.R.	42
3.8. Gráficas de P.A y P.M respiratoria del modelo de orden superior del S.R.	42
3.9. Elemento colapsable empleado para modelar el comportamiento de las vías respiratorias superiores.	43
3.10. Comportamiento de la vía respiratoria superior de acuerdo a la relación de presiones involucradas	44
3.11. Dispositivo experimental para simular el colapso de la vía respiratoria	45
3.12. Gráfica de la relación entre presión transmural y tamaño de la vía respiratoria	45
3.13. Gráfica de la relación entre presión transmural y tamaño de la vía respiratoria	46
3.14. Gráfica de volumen y flujo simulada del modelo de orden superior no lineal	49
3.15. Gráfica de la resistencia respiratoria, P.A. y P. critica del modelo de orden superior no lineal	49
3.16. Estudio clínico 1	50
3.17. Estudio clínico 2	50
3.18. Diagrama interno del funcionamiento de un soplador	51
3.19. Motor de c.c.	52
3.20. Comportamiento del aire dentro del soplador	53
3.21. Simulación Motor de c.c.	54
3.22. Simulación ventilador PAP	55
4.1. Referencia de presión contra salida algoritmo Super Twisting	62

4.2. Superficie y control empleado por el algoritmo Super Twisting	63
4.3. Volumen y flujo respiratorio durante el tratamiento PAP	63
4.4. Resultados controlador PID sistema respiratorio	64
4.5. Superficie y control empleado por el algoritmo Super Twisting	66
4.6. Referencia presión ventilador contra presión salida algoritmo S.T.	68
4.7. Resultados Modos deslizantes de 1° orden	71
4.8. Resultados algoritmo Super Twisting	71
4.9. Resultados control PID	72
4.10. Comparación error ventilador PAP	72
5.1. Diagrama de bloques conjunto del paciente y ventilador	74
5.2. Resultados control ST esquema conjunto propuesto	75
5.3. Gráficas respiratorias obtenidas por el esquema conjunto ST	75
5.4. Resultados control PID esquema convencional	76
5.5. Señales respiratorias PID conjunto	76
5.6. Resultados experimentales publicados en la literatura	77
5.7. Sistema conjunto, respuesta a una apnea	78

Índice de tablas

2.1. Parámetros de ajuste PID, metodo escalón	31
2.2. Parámetros de ajuste PID, metodo escalón	32
3.1. Nomenclaturas de los parámetros del modelo del SR.	36
3.2. Nomenclatura del modelo de segundo orden	37
3.3. Variables de estado modelo de segundo orden	37
3.4. Nomenclatura modelo de orden superior	40
3.5. Variables de estado del modelo orden superior	41
3.6. Parámetros usados en el modelo de orden superior	42
3.7. Nomenclaturas modelo reducido	47
3.8. Nomenclaturas Motor c.c.	53
3.9. Parametros Motor C.C.	54
3.10. Parametros Modelo Ventilador	55

Capítulo 1

Introducción

La ingeniería biomédica está encargada del diseño y construcción de productos y tecnologías sanitarias, tales como los equipos médicos, prótesis corporales, dispositivos médicos, de diagnóstico y de terapia tales como: dispositivos de monitoreo cardiaco, soporte respiratorio, soporte vital, cirugía laser, cirugías a distancia, resonancias magnéticas y prótesis sintéticas todo esto como resultado de la aplicación de métodos matemáticos, ciencia experimental, desarrollo tecnológico y aplicaciones clínicas. La implementación del modelado dinámico y de técnicas avanzadas de control se han incrementado significativamente dentro de la ingeniería biomédica en los últimos 20 años, área de múltiples, desafiantes e interesantes problemas existentes, donde las herramientas de control pueden ser aplicadas directamente. Aunque la teoría de control y sistemas ha estado relacionado con los sistemas biológicos por décadas, su impacto en los dispositivos y aplicaciones ha sido observado solo en años recientes debido a los considerables esfuerzos en el desarrollo de esquemas de control para sistemas biotecnológicos y médicos, logrando avances en el conocimiento científico y desarrollo de la tecnología empleada en estos campos. Motivados por la necesidad de proporcionar líneas de investigación, acción y soluciones a problemas de salud proveyendo a la población mundial una mejor calidad de vida.

El control de sistemas biológicos y biomédicos basado en modelos matemáticos requiere los mismos componentes que en otras aplicaciones de control; la medición de variables de interés con la mayor precisión posible (salida), un modelo matemático dinámico o físico del proceso que muestre las características más importantes de este (planta) y actuadores capaces de regular las variables deseadas (controlador).

Los modelos matemáticos que describen el comportamiento de los sistemas biológicos y biomédicos son creados por biólogos teóricos y fisiólogos expertos en el

área basados en principios básicos del comportamiento del sistema. Los ingenieros de control tienen que convertir estos modelos en una forma adecuada para el diseño de control. Es importante tanto para los ingenieros y fisiólogos mantener una comunicación constante y colaborar de manera más estrecha, ya que existen diversos problemas en las cuales las dos aéreas pueden aportar grandes conocimientos para resolverlos. [DJS07]

Algunos ejemplos de aplicaciones actuales del control de sistemas y modelado matemático que se están llevando a cabo dentro de la Ingeniería Biomédica son los siguientes:

Los pacientes con diabetes mellitus tipo 1 requieren una terapia de insulina para mantener los niveles de glucosa en la sangre en rangos seguros, dado que el páncreas es incapaz de completar esta función. Para el tratamiento de esta enfermedad existen diversos tratamientos entre los cuales se encuentran el desarrollo de bombas que suministran la cantidad de insulina requerida o la creación de un páncreas artificial capaz de mantener la normoglucemia. Para lo cual se requieren algoritmos de control en lazo cerrado capaces de mantener los niveles de glucosa regulados. [GHFIAS08][PGW09]

Existe una gran diversidad de enfermedades cardiovasculares en la actualidad, cuya principal causa es el fallo parcial o total del corazón. El tratamiento más aceptado actualmente es por medio del trasplante de corazón, aunque la demanda de trasplantes supera por mucho los órganos disponibles, por lo cual es necesario proporcionar al paciente una bomba mecánica para aumentar el flujo sanguíneo. Estos dispositivos se encargan de mantener la presión arterial requerida por el paciente, por esto es la necesidad de controladores para su correcto desempeño debido a la delicadeza de la aplicación. [BSAY00, CAB05]

El cáncer es otra enfermedad que a nivel mundial tiene gran importancia, debido al gran número de personas que la padecen. El tratamiento consiste en sesiones de quimioterapia combinadas con la administración de medicamentos, donde se requiere la mejor dosificación para lo cual es importante tener un modelo matemático del comportamiento del tratamiento y su respuesta en contra del cáncer. Al emplear técnicas de control para la administración de los fármacos requeridos se puede mejorar los resultados que se obtienen en la terapia, lo que se refleja en un mejoramiento de la vida del paciente. [SKS09, FEF09]

La aplicación de control que se abordará en el presente trabajo es el tratamiento Síndrome de Apnea Obstructiva del Sueño (SAOS), trastorno causante de repetidos episodios de obstrucción de la vía respiratoria superior que tienen lugar mientras la persona afectada duerme provocando el cese completo del flujo de aire hacia

los pulmones, por medio del suministro de una presión positiva constante o variable producida por un ventilador, el cual regula la presión de salida mediante la variación de la velocidad de giro del soplador.

El controlador estará diseñado por medio de un algoritmo de modos deslizantes de segundo orden, el algoritmo Super Twisting, debido a las características del problema como: la variación de los parámetros del modelo del sistema dependerán de cada paciente, las condiciones en las que se encuentre y en algunos casos pueden presentar grandes fluctuaciones en sus valores, además de presentar perturbaciones e incertidumbres, internas o externas, al sistema en estudio. También la mayoría de los sistemas a modelar presentan comportamientos que solo pueden ser representados mediante términos no lineales y en otros casos existen incertidumbres biológicas y fisiológicas que no pueden ser modeladas.

Ya que el control por modos deslizantes es reconocido como una herramienta eficiente para el diseño de controladores robustos para sistemas con dinámicas no lineales ya que posee grandes ventajas como; poder operar bajo diversas condiciones de incertidumbre, baja sensibilidad en contra de la variación de parámetros y perturbaciones, lo cual elimina la necesidad de un modelo exacto. Los algoritmos por modos deslizantes de segundo orden en especial el Algoritmo Super Twisting además de mantener las propiedades anteriores, se caracteriza por converger en un tiempo finito aun en presencia de perturbaciones persistentes acotadas.

Por estas razones, ha sido probada su eficacia en diversas aplicaciones biomédicas tales como, la regulación en la concentración de glucosa en la sangre para pacientes con diabetes mellitus [GHFL⁺11, ARGZ10], el restablecimiento del movimiento para algunas personas con daños en la medula espinal mediante el control de la estimulación eléctrica funcional [JWK04]. Por lo que la diversificación y empleo en otra área de la ingeniería biomédica luce prometedor y es por esto que ha sido seleccionado como método de diseño para el controlador para regular el suministro de la presión positiva.

Finalmente un factor social es que durante los últimos años la obesidad y enfermedades cardiacas han aumentados en gran porcentaje debido a los malos hábitos de alimentación y las adicciones tales como alcohol y cigarro, generado un decaimiento en la calidad de vida de la población e incrementando la aparición de casos de SAOS, por lo cual se debe garantizar un tratamiento adecuado para las personas que lo padecen.

1.1. Antecedentes

1.1.1. Fisiología respiratoria

El propósito del sistema respiratorio es el intercambio y transporte de oxígeno y dióxido de carbono entre la atmósfera y los órganos del cuerpo. El volumen de aire que entra y sale durante cada respiración se llama “volumen tidal”, el cual es de aproximadamente 0.5 L en reposo. El dióxido de carbono es un desperdicio que la sangre transporta en dirección contraria al oxígeno, del tejido a los pulmones donde es removido por medio de ventilación. El ritmo al que es eliminado el dióxido de carbono es de alrededor de 160ml/min. Una pequeña cantidad de aire, aproximadamente 0.15 L, solo alcanza los conductos aéreos sin realizar ningún intercambio de oxígeno con la sangre en los pulmones, esta cantidad se conoce como espacio muerto.

Durante las condiciones normales de respiración continuamente se renueva el aire en los pulmones, el ciclo de respiración inicia en la atmósfera fuera del cuerpo, en la inspiración el aire entra por la boca y nariz continuando a través de las vías respiratorias superiores hasta los pulmones, donde este se mezcla con aire que ya estaba dentro de los alveolos, los cuales son pequeños sacos llenos de aire. Del alveolo el oxígeno se difunde a través de la membrana a la sangre de los capilares pulmonares. Cuando la sangre fluye a través de los capilares de los tejidos y órganos, el oxígeno entra a las células por difusión, donde es usado para el metabolismo. El metabolismo produce dióxido de carbono el cual se difumina en la sangre y es llevado a los capilares pulmonares, finalmente es transportado a través de los alveolos y las vías respiratorias a la atmósfera durante la exhalación Fig.1.1 [LFKH11].

Ventilación pulmonar

En fisiología se llama ventilación pulmonar al conjunto de procesos que hacen fluir el aire entre la atmósfera y los alvéolos pulmonares a través de los actos alternantes de la inspiración y la exhalación. Los pulmones y las vías respiratorias no tienen músculos para impulsar la respiración, en lugar de eso los pulmones funcionan como fuelles mecánicos, donde la fuerza debe ser provista por los músculos de la respiración. Durante la inspiración, el diafragma se contrae empujando la parte inferior de los pulmones hacia abajo, causando que la cavidad torácica se expanda y generando una diferencia de presión lo cual ocasiona un flujo de aire haciendo que los pulmones se inflen. La exhalación es fundamentalmente pasiva, el diafragma simplemente se relaja, y el retroceso elástico de los pulmones y las estructuras abdominales comprimen los pulmones y expulsan el aire [Lev03].

Durante la ventilación artificial las fuerzas que realizan el trabajo de la respiración

son remplazadas por una presión externa como un respirador. La inspiración se obtiene incrementando la presión en la máscara, forzando a que el aire entre, cuando la presión es retirada una recarga elástica permite la exhalación.

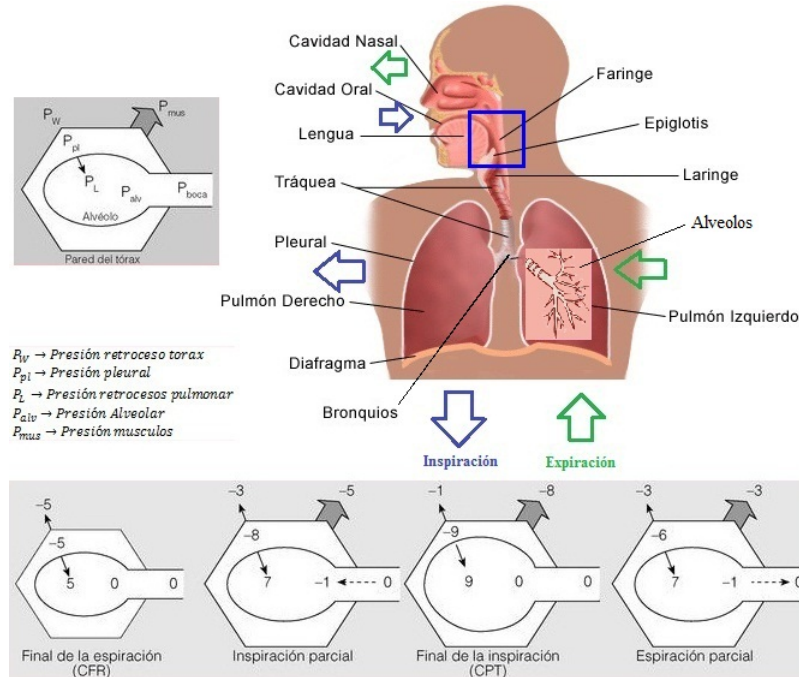


Figura 1.1: La imagen muestra las partes más relevantes del sistema respiratorio. También se explica gráficamente el ciclo respiratorio, inspiración y exhalación, además de las fuerzas musculares que intervienen para generar este y como se comportan las presiones internas en el paciente, pulmonar, alveolar, pleural. Las vías respiratorias superiores donde ocurre la apnea obstructiva que comprenden la faringe, epiglotis, tráquea y laringe marcadas por el recuadro azul, serán primordiales en este trabajo. [URLa]

1.1.2. Síndrome de Apnea Obstructiva del Sueño (SAOS)

El SAOS es una patología respiratoria que impide que la persona que la padece descanse bien durante sus horas de sueño. Este síndrome se caracteriza por la repetición de episodios de apneas en un número mayor a cinco por cada hora de sueño. Las apneas obstructivas son periodos de ausencia de la respiración por más de 10 segundos durante el sueño y que desaparece cuando el paciente presenta lo que se llama microdespertar, periodo en el que el paciente pasa a una fase más superficial del sueño, donde se presentan periodos de respiración ruda con mucho esfuerzo y jadeos; esto último es el resultado de la obstrucción de la vía respiratoria superior, ya sea a nivel de orofaringe, velo del paladar blando o la hipofaringe.

En los pacientes con SAOS, los factores funcionales y estructuras contribuyen juntos para cerrar la parte superior de las vías respiratorias durante la inspiración. En muchos pacientes existe un exceso de tejidos blandos en la parte superior de las vías respiratorias que compromete el tamaño de la abertura faríngea lo que se refleja en un cuello corto y gordo. Al mismo tiempo, hay un control defectuoso de la musculatura de la parte superior de las vías respiratorias debido a la hipertrofia de úvula, paladar blando flácido e hipertrofia de amígdalas. Durante el sueño de estos pacientes hay un grado insuficiente de actividad muscular que no impide el colapso inspiratorio de los tejidos blandos y la obstrucción de las vías respiratorias superiores [Bad02].

Existen síntomas cardinales para poder sospechar la presencia de esta enfermedad, como son la hipersomnolia y el llamado ronquido maligno, esto es un ronquido intenso interrumpido por pausas seguido de jadeo. Durante el día el paciente presenta somnolencia al ver la televisión, al estar leyendo, en el trabajo o incluso al manejar, en cuyo caso puede haber casos de accidentes automovilísticos, también se pueden presentar cambios de personalidad, depresión, falta de concentración, pérdida de la memoria, disminución de la libido, cansancio extremo, asfixia nocturna, despertares frecuentes, sueño inquieto e irritabilidad.

Esta enfermedad es cada vez más frecuente y se estima que 3% de la población adulta la padece. Se piensa que su frecuencia es similar a la diabetes y el asma. Existen algunos factores predisponentes como la obesidad, la cual se presenta en un 75% de los pacientes, que incluso pueden tener hasta 120% de sobrepeso del ideal; de este grupo de pacientes con obesidad mórbida 33% presentan SAOS. La edad en la que se presenta este síndrome es entre los 40 y 70 años y es más frecuente en el sexo masculino en relación 7 a 1.

Figura 1.2: El SAOS se puede presentar en la mayoría de los pacientes hasta un promedio de 30 veces por cada hora de sueño causando la disminución en la calidad de vida y severos trastornos en las actividades diurnas. Cada uno de los eventos de apnea se presenta mediante un ciclo fácil de identificar ya que al inicio se presentan ronquidos o jadeos de quien la padece, cada fase de este ciclo es de duración variable de acuerdo a las condiciones físicas del paciente. Iniciando cuando la persona entra en las fases primarias del sueño y finalizando al presentarse el llamado microdespertar.



El SAOS se divide en tres tipos: apnea obstructiva, central y mixta. En la apnea obstructiva los músculos inspiratorios y el impulso para respirar durante el episodio apneico están activos, pero la obstrucción transitoria de la parte superior de las vías respiratorias impide el flujo de aire. En la apnea central no existe impulso de respiración durante el periodo apneico, es decir, el cerebro suspende temporalmente el envío de señales a los músculos que controlan la respiración. Por lo tanto, no se ve actividad de los músculos respiratorios cuando cesa el flujo de aire. Cuando se presentan ambos episodios se dice que tiene un cuadro mixto, como son más frecuentes los episodios de apnea obstructiva que los de apnea central, se centrara más en la primera.

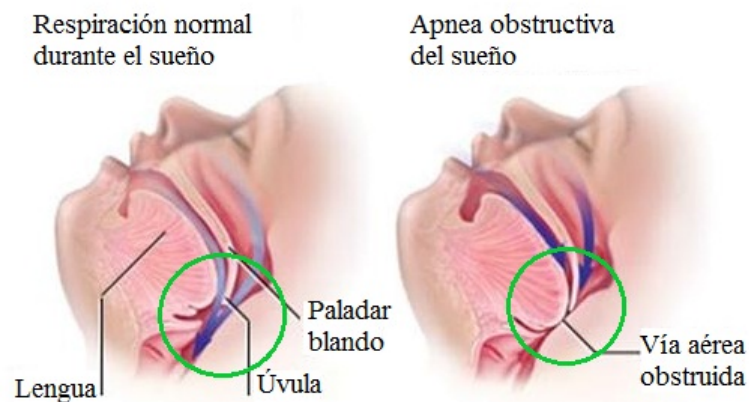


Figura 1.3: En la imagen se aprecian las diferencias que existen entre un paciente sin SAOS parte izquierda, la vía respiratoria superior despejada durante el sueño ya que el paladar blando y la úvula permanecen en la posición correcta permitiendo el flujo de aire normal. En la parte derecha se aprecia un episodio de apnea obstructiva debido al colapso del paladar suave y la úvula impidiendo el flujo de aire. Es importante mencionar que el tamaño de la vía respiratoria depende de factores como talla, sexo, edad, posición al dormir, temperatura y humedad, aunque una estimación del promedio es entre 0.5 a 0.75 cm. [URLb]

Cuando los niveles de oxígeno descienden en forma significativa durante el sueño, se presentan trastornos del ritmo cardiaco y la presión de la arteria pulmonar se eleva como consecuencia de la vasoconstricción pulmonar inducida por la hipoxia. Además estudios han evidenciado que los sujetos con SAOS no tratados experimentan un empeoramiento significativo, presentando complicaciones graves y secuelas irreversibles en el plazo de 1 a 5 años, lo llevaran finalmente a la muerte, este hecho justificaría un tratamiento precoz incluso en los casos denominados iniciales.

La comprobación de la enfermedad se lleva a cabo por medio de la polisomnografía nocturna (PN) que consiste en conectar a un paciente durante el sueño a un polígrafo con el fin de registrar la frecuencia cardiaca con el electroencefalograma, el

electromiograma y la saturación de oxígeno (SaO₂). Se requiere a si mismo medir el flujo de aire nasal, el esfuerzo de la pared torácica, la posición del cuerpo, el tipo de ronquidos, y los llamados despertares. En la gasometría arterial a menudo se encuentra hipoxemia con hipercapnia, así como acidosis respiratoria en casos graves, lo cual si no se corrigen, puede llevar al paciente a complicaciones graves como hipertensión arterial e insuficiencia cardiaca [Lan07].

Principales causas	Sintomas	Consecuencias
Sobrepeso	Ronquidos intensos	Alteraciones marcadas en el patron del sueño
Dormir boca arriba	Jadeos, ronquidos	Arritmia cardiaca y fibrilación ventricular
Cenar comidas pesadas, tomar alcohol antes de ir a dormir	resoplidos o ahogos al dormir	Transtornos de la personalidad
Fumar	Pausas sucesivas en la respiración durante el sueño	Menor calidad de vida
Presencia de cuello gordo o con exceso de tejido blando en la garganta	Cansancio y somnolencia diurnos patológicos	Imposibilidad de realizar actividades que requieran concentración o vigilancia
Estado del sueño	En caso de apnea grave y prolongada puede producir cefaleas	Problemas de memoria
	Molestias causadas al compañero de cama debido a los ruidos del compañero	

Figura 1.4: La figura muestra las principales causas, síntomas y consecuencias del SAOS donde en ocasiones el médico puede diagnosticar la enfermedad en base a estas. Típicamente las personas con sobrepeso son más propensas a presentar el SAOS pero esta condición no siempre es necesaria para presentarlo.

1.1.3. Tratamiento

El objetivo del tratamiento es mantener las vías respiratorias abiertas de manera que la respiración no se detenga durante el sueño este debe ser escogido en base al historial médico del paciente y de la gravedad de la enfermedad que presente en el padecimiento del síndrome, además de la propia elección del paciente.

El primer paso para el tratamiento del SAOS consiste en modificar todas aquellas conductas y causas que provocan un agravamiento en la apnea y que están mencionadas en la Fig 1.4, con esto se busca incrementar el éxito del emplear métodos no invasivos como son la presión positiva continua de las vías respiratorias (CPAP) por sus siglas en ingles, Bi-nivel de presión positiva de las vías respiratorias (Bi-PAP) y la presión positiva de las vías respiratorias automática (APAP). Estas medidas también ayudaran en caso de que el médico y el paciente opten por elegir alguno de los métodos quirúrgicos disponibles como la resección de parte del paladar y amígdalas o las prótesis de avance mandibular Fig. 1.5. Tanto el tratamiento invasivo como no invasivo será tratado con mayor detalle en las siguientes secciones.



Figura 1.5: Se muestran las alternativas de tratamientos médicos más comunes del SAOS, figura izquierda el método quirúrgico invasivo y figura derecha el tratamiento PAP no invasivo y de menor riesgo. [URLc]

Tratamiento quirúrgico

Antes de considerar el empleo de la cirugía, es obligatoria una evaluación completa e individualizada del paciente. Esta evaluación incluirá una polisomnografía reciente para evaluar la intensidad del SAOS, la exploración minuciosa de cabeza y cuello por medio de una exploración naso-faríngeo-laríngeo, así como la minuciosa evaluación de las posibles áreas de desproporción anatómica. Las recomendaciones de cirugía deben basarse en la corrección de problemas en zonas específicas de las vías respiratorias superiores [CS05]. Algunos de los métodos quirúrgicos empleados con mayor frecuencia Fig1.6 son:

A) La uvulofaringopalatoplastia (UFPP), es el procedimiento quirúrgico más utilizado, consiste en la extracción del borde del paladar blando y la úvula, esto es el recorte de la longitud sobrante del paladar y la úvula engrosada y aumentada de tamaño. La tasa de éxito es del 40 % al 50 % y es relativamente seguro con una mortalidad del 0.2 %.

B) Técnicas de avance mandibular, la cirugía ortognática se recomienda en pacientes que no pueden tratarse por la UFPP, se trata de un abordaje quirúrgico más radical y consiste en desplazar la lengua y toda la mitad inferior de la cara hacia delante, normalmente unos 10 mm. Aunque se ha descrito que las tasas de éxito pueden llegar al 97 %, esta técnica altera el aspecto de la cara del paciente, efecto que debe sopesarse frente a la posible mejoría de los parámetros del sueño.

C) La Traqueostomía fue el primer procedimiento quirúrgico propuesto para el tratamiento del SAOS grave, consiste en crear una abertura dentro de la tráquea a través de una incisión ejecutada en el cuello con la inserción de un tubo o cánula para facilitar el paso del aire a los pulmones. Aunque ésta mejoró el SAOS en pacientes con deterioro de la función cardiopulmonar, este no fue resuelto por completo.

Presión positiva en las vías respiratorias (PAP)

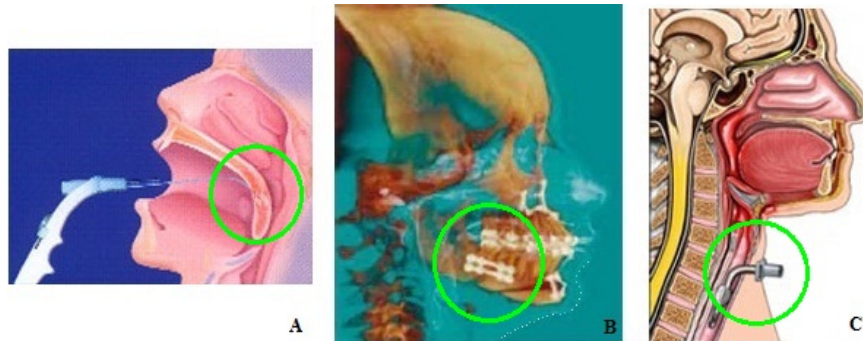


Figura 1.6: La figura muestra los métodos quirúrgicos empleados con mayor frecuencia en el tratamiento del SAOS de acuerdo a la gravedad en el avance del síndrome y de los estudios realizados previamente.

La PAP es un tratamiento que suministra aire presurizado, entre 5 a 20 cmH_2O , al paciente durante el ciclo respiratorio para mantener las vías respiratorias abiertas mientras la persona duerme, usado principalmente en el tratamiento del SAOS aunque también puede ser usado en personas con fallos respiratorios. El tratamiento está acompañado de la reducción de peso, posición lateral para dormir, abstinencia de alcohol y sedantes, uso de medicamentos especializados [ICV00].

Para calcular la presión ideal para mantener permeables las vías respiratorias es necesario el uso del tratamiento PAP por un periodo de prueba, un monitoreo nocturno y con base en los hallazgos de la PN y una vez calculada, se deberá repetir la PN para poder ver sus resultados.

El tratamiento por presión positiva en las vías respiratorias involucra un dispositivo o ventilador de presión positiva en las vías respiratorias, el cual posee tres partes principales: Una mascarilla u otro dispositivo que se coloca sobre la boca o nariz, un tubo que conecta la mascarilla a la salida del dispositivo de presión positiva y un motor que inyecta aire dentro del tubo de conexión. Las variaciones en la presión pueden ser corregidas en un pequeño tiempo por medio del control de la salida dinámica del ventilador

Existen diversas variantes del tratamiento PAP entre las que se encuentran:

CPAP, fue la primera y más sencilla variante desarrollada para el tratamiento del SAOS, suministra un solo nivel de presión constante durante todo el ciclo respiratorio, inspiración y exhalación. Debido a esta característica la mayoría de las personas que lo usan presentan inconformidad al dormir debido al momento de exhalar en contra de la presión positiva y en muchos casos abandonan el tratamiento.

BI-PAP, suministra dos diferentes niveles de presión positiva, donde una presión



Figura 1.7: Cuando el paciente está sometido al tratamiento del SAOS por medio de una presión positiva esta actúa como un fuelle neumático que permite mantener las vías respiratorias abiertas. Algunos de los problemas que este tratamiento tiene que enfrentar son todos aquellos cambios e incertidumbres imprevistos que el paciente puede presentar tanto externos como la posición al dormir, tipo de dieta, cantidad de cansancio y los inter-nos como presión arterial, peso, enfermedades adicionales padecidas etc. [URLd]

alta es usada durante la inspiración y una presión baja es suministrada durante la exhalación. El ajuste independiente de las presiones inspiratorias y espiratorias permite una mayor comodidad para el paciente al no realizar gran esfuerzo en contra de la presión positiva durante la exhalación, a la vez que facilita la ventilación de los casos que requieren una presión alta en la inspiración.

APAP, ajustan la presión de acuerdo a las necesidades requeridas por el paciente en todo el transcurso de la noche respiración por respiración. Como resultado el paciente recibe la presión mínima requerida para una terapia efectiva. Al iniciar el tratamiento, el APAP calcula la presión necesaria de acuerdo diferentes parámetros: las limitaciones del flujo respiratorio, ronquidos, vibraciones en las vías respiratorias y la severidad del evento apneico.

La estabilidad de la presión es fundamental para la calidad del tratamiento y un parámetro importante de comparación en el desempeño de los controladores en los dispositivos PAP. Según el Centro Nacional de Excelencia Tecnológica en Salud (CENETEC) y Comisión Federal para la Protección contra Riesgos Sanitarios (COFEPRIS) los niveles aptos en el suministro de presión varían de acuerdo a las necesidades del paciente, aunque plantea un rango aceptable una variación de $1.5 \text{ cmH}_2\text{O}$. Sin embargo señala la necesidad de mejorar la presión suministrada a pacientes con complicaciones graves, disfunciones respiratorias y neonatales.

Para aplicar al paciente el tratamiento PAP es necesario el uso de una mascarilla nasal, el tipo de mascarilla dependerá de factores como: calidad, precio, ajuste nasal, comodidad, etc. Algunas de las razones de la importancia de esta, son que alrededor del 50% de los pacientes que abandonan el tratamiento se debe a la incomodidad que produce al usarla durante la noche, pero la más importante es el hecho de que

este es el punto más cercano de contacto entre la presión del dispositivo y el paciente, por lo cual es aquí donde ocurren la mayoría de las fugas y por ende la pérdida de presión que se suministra.

Figura 1.8: Una de las características más relevantes en el uso del tratamiento por presión positiva es el uso de la mascarilla nasal ya que de esta depende en gran medida la comodidad del paciente al dormir. Esto se debe al hecho de no incomodar al paciente al dormir teniendo ser esta anatómicamente cómoda, también tiene que tener un diseño que disminuya todas aquellas pérdidas de presión por fugas entre la mascarilla y el paciente, adicionalmente se ha implementado la funcionalidad de poder medir la presión suministrada al paciente directamente en la mascarilla. [URLe]



Para realizar la tarea de monitoreo del estado del paciente se emplean dos sensores fundamentales uno que mide el flujo respiratorio del paciente localizado la mayoría de las ocasiones a la salida del ventilador PAP y en otras en la entrada de la mascarilla del paciente. El sensor de flujo se encarga de medir la cantidad de aire que es suministrado al paciente además de seguir la su señal respiratoria entre inspiración y exhalación. El otro sensor es el de presión que en los inicios del uso de la ventilación PAP se encontraba dentro del ventilador pero actualmente son instalados en la mascarilla del paciente. El sensor de presión continuamente compara el valor actual de la presión con el valor predeterminado o de referencia de la terapia.

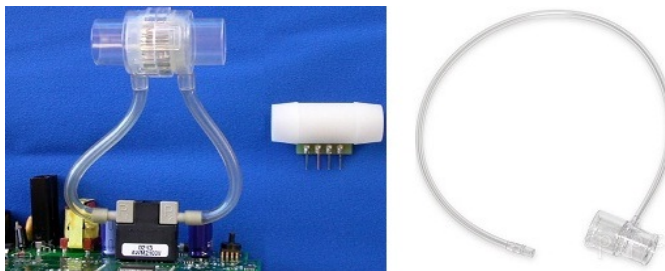


Figura 1.9: Para el tratamiento PAP es indispensable monitorear las señales de paciente de presión y flujo. La imagen presenta algunos de los sensores empleados en dispositivos PAP para medir el flujo respiratorio (parte izquierda), el sensor más pequeño es una versión más actual, en el caso del sensor de presión (parte derecha), se trata de un sensor que es colocado en la mascarilla del paciente.

1.2. Estado del Arte

En la actualidad existe numerosos dispositivos PAP comerciales como ResMed, Philips respironics, Trancend entre muchos otros que ofrecen las características más modernas como son: suministrar la menor presión necesaria al paciente, diferenciar entre episodios de apnea e hipopnea, detección de limitaciones de flujo o ronquidos, monitoreo de las señales respiratorias, humidificación y regulación de la temperatura del aire suministrado, compensación de fugas, adaptación a la respiración del paciente de acuerdo los cambios provocados por diversos factores como cambio en la posición de dormir, alergias [Man11, Man10]. Aunque ninguno de ellos menciona las especificaciones técnicas, algoritmo de control empleado, forma de medir las variables y estrategia de compensación de incertidumbres, por razones de comercialización y patente de las compañías productoras.

Aunque existen algunas referencias a los métodos empleados en los primeros dispositivos PAP comerciales. Uno de los primeros consistía en reconstruir las curvas de presión, flujo y volumen en el paciente y compararlas con múltiples gráficas patrones almacenadas en memoria de acuerdo a la que más se ajustaba se aplicaba la ley de control determinada. Otro de los métodos consistía en emplear un controlador por modulación del ancho de pulso al ventilador para mantener una presión de salida constante, basándose en la medición de presión de salida y una presión de referencia prescrita por el médico.

Actualmente existen pocos estudios publicados en revistas científicas relacionados con el desarrollo e implementación de algoritmos de control para ventiladores PAP, la mayoría emplea controladores PID por retroalimentación del error entre la presión deseada y la presión medida, adicionando algunas modificaciones con controladores de pre-alimentación, adquisición, reconocimiento, análisis y procesamiento de señales. La deficiencia principal de estos recae en el hecho de emplear un esquema de control en el cual se considera la respiración del paciente bajo tratamiento como una perturbación en la presión regulada como se muestra en la Fig 1.10. Y en menor medida no usar un modelo matemático del paciente para el diseño de control debido a un enfoque más experimental.

En [BYB95] se desarrolla un controlador para un dispositivo APAP por medio del un algoritmo PI, el cual es probado experimentalmente en diez personas. Usando la presión de la mascarilla nasal como señal de retroalimentación, el microcontrolador ajusta la velocidad del soplador del dispositivo APAP para alcanzar la presión deseada. Además se presenta un algoritmo de detección de apneas por medio del análisis de patrones en la vibración de la pared faríngea. Los resultados en la identificación de la apnea resultaron positivos en un 70 % de las ocasiones sin embargo el

nivel de presión de salida vario en más del 65 % con respecto al valor de referencia deseado.

En [FJGN03] se aplicó un control en lazo cerrado para un dispositivo CPAP empleando un controlador proporcional. El esquema de control fue probado en un dispositivo CPAP conectado a un simulador de respiración conocido como pulmón de prueba respiratoria y comparando su desempeño con un control en lazo abierto. Los resultados presentados fueron variaciones entre $0.5 \text{ cmH}_2\text{O}$ y $2.5 \text{ cmH}_2\text{O}$ con respecto a la referencia deseada.

En [TWC07] se diseñó un esquema de control con dos grados de libertad mediante un control PI, basado en un modelo entrada salida de todo del ventilador PAP y sintonizado por el método de lugar de raíces. Fue probado experimentalmente con un dispositivo Bi-PAP y con un pulmón de prueba respiratoria. Un primer lazo de control, regula la velocidad del motor del ventilador de acuerdo a la presión de salida requerida, por medio del voltaje de entrada. Un segundo lazo de control se encarga de regular los dos niveles de presión preestablecidos que recibe el paciente. Los resultados obtenidos fueron una variación de la presión de referencia entre $0.5 \text{ cmH}_2\text{O}$ a $1.5 \text{ cmH}_2\text{O}$.

Recientemente en [CHD12] se emplea una combinación entre un lazo de control retroalimentado empleando el algoritmo PID y un compensador en lazo abierto prealimentado. Es probado experimentalmente en un dispositivo CPAP y en 6 personas durante 1 hora. Los resultados presentados fueron variaciones entre 0.5 a $1 \text{ cmH}_2\text{O}$ en estado normal y 1.5 a $0.5 \text{ cmH}_2\text{O}$ durante la hiperventilación y la respiración de alta frecuencia.

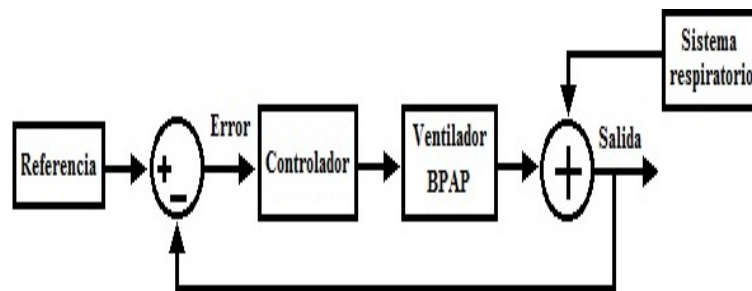


Figura 1.10: Esquema de control convencional empleado en los artículos de la literatura científica.

1.3. Objetivos de la tesis

- Obtener y modificar un modelo matemático del sistema respiratorio del ser humano, en el cual las vías respiratorias superiores tengan un comportamiento dependiente de las presiones involucradas para simular los efectos del SAOS.
- Obtener un modelo matemático del ventilador PAP, para simular los efectos del tratamiento PAP aplicado al modelo del sistema respiratorio humano.
- Llevar a cabo un seguimiento del ciclo de inspiración y exhalación del modelo, necesario para determinar la referencia de presión requerida durante cada fase.
- Diseñar un esquema de control por modos deslizantes aplicado al tratamiento BPAP, para mejorar el seguimiento de la presión de referencia, suavidad en la presión suministrada, tiempo de reacción y compensación de perturbaciones.
- Compensar las incertidumbres y perturbaciones simuladas en los modelos matemáticos obtenidos, tales como fugas en la mascarilla y tubo de conexión, variaciones en la presión de salida del ventilador, cambios en la resistencia respiratoria del modelo, simulación de apneas durante el tratamiento PAP.

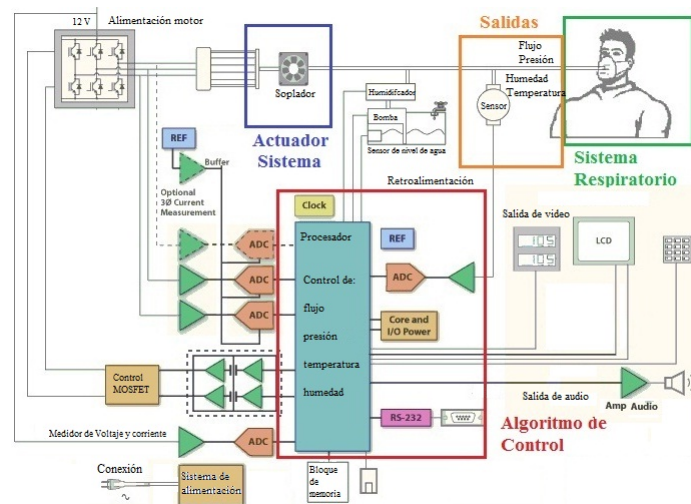


Figura 1.11: El esquema muestra el diagrama interno de un dispositivo CPAP conectado a un paciente. Se puede observar la complejidad del sistema y los componentes que involucra, el trabajo se centrará en cuatro secciones. El modelo del paciente y el ventilador CPAP (Cap.3). El algoritmo de control encargado de compensar las incertidumbres y controlar la presión a suministrar (Cap.4). Los sensores de presión y flujo Fig1.9 encargados de mostrar las condiciones y necesidades del paciente. [URLf]

1.4. Contribuciones

Colaborar con la ampliación del empleo del control dentro del campo de estudio de la Ingeniería Biomédica al aplicar la teoría y diseño de control por modos deslizantes al tratamiento de un problema médico, el SAOS, en el cual se requiere robustez ante incertidumbres y perturbaciones.

Proponer algunos modelos del sistema respiratorio comenzado desde los más básicos hasta un modelo más complejo adicionando características físicas como el colapso de las vías respiratorias mediante el resistor Starling y el comportamiento del flujo turbulento y laminar dentro de las vías respiratorias.

Emplear diversos acercamientos existentes al modelo del ventilador BPAP encargado del tratamiento PAP, incluyendo retomar un modelo presentado anteriormente desarrollado mediante experimentos prácticos y modificarlo mostrando su desempeño bajo diferentes algoritmos de control y realizando las comparaciones para determinar las ventajas y desventajas de cada uno.

Se propuso un controlador especializado para regular la presión requerida por el paciente para incrementar el confort de este durante el tratamiento. Además de analizar cómo afecta el tratamiento BPAP al flujo, volumen, presión respiratoria y fisiología respiratoria. Compensar ciertos tipos de perturbaciones e incertidumbres presentes en el paciente.

Finalmente se emplearon en conjunto todas las herramientas presentadas mostrando el comportamiento del sistema de manera global y así se determinó los beneficios de emplear algoritmos de control robustos por medio de los modos deslizantes y el algoritmo Super Twisting.

1.5. Motivación y Metodología

La motivación en la realización de este trabajo está dada por mejorar la calidad de la presión suministrada al paciente para mejorar la comodidad del paciente y disminuir los efectos del SAOS. Además de ampliar el rango de aplicación del dispositivo PAP a pacientes con características más específicas tales como: complicaciones graves, fallos respiratorios y recién nacidos.

También la aportación de nuevos conocimientos y herramientas del campo de la ingeniería en control y sistemas a la ingeniería biomédica. Donde es necesaria la implementación de estas herramientas por sus propiedades de robustez ante incer-

tidumbres y perturbaciones ya que las condiciones del paciente dependen de múltiples condiciones externas e internas que varían durante toda la noche.

Como se mostró en el estado del arte los trabajos publicados consisten en algoritmos de control PID, una herramienta ampliamente utilizada en aplicaciones prácticas, pero poco robusta ante incertidumbres, perturbaciones y no linealidades. Por lo que el empleo de una técnica de control robusta es necesario, además la realización de un trabajo con un enfoque más teórico da la posibilidad de llevar a cabo un análisis más detallado del sistema y del controlador antes de la aplicación práctica de este.

Adicionalmente de presentar un compendio de la información disponible actualmente relacionada con el SAOS y su tratamiento, mostrando que las mejoras presentadas pueden ser usadas con la posibilidad de ser llevadas a la práctica y no solamente para este padecimiento si no en muchos otros de la medicina.

1.6. Organización de la tesis

En el capítulo 2 se presentan los antecedentes matemáticos empleados en el desarrollo de la tesis.

En el capítulo 3 se presenta el desarrollo del modelo dinámico del sistema respiratorio que se usará durante la tesis, las consideraciones empleadas basadas en modelos planteados con anterioridad, el análisis de las propiedades del modelo, los resultados de las simulaciones y finalmente la validación hecha a partir de estudios y reportes prácticos médicos publicados. También se presenta el modelo matemático del ventilador BPAP y la simulación del modelo.

En el capítulo 4 se presenta el desarrollo matemático del controlador por modos deslizantes empleando los algoritmos super twisting generalizado y modos deslizantes de primer orden del modelo del sistema respiratorio humano y del ventilador BPAP, los resultados se compran con los obtenidos mediante el uso de un control PID.

En el capítulo 5 se presenta el análisis y control del sistema completo, esto es considerando la dinámica tanto del ventilador como del sistema respiratorio, se realiza una comparación con el esquema convencional mediante simulación y con los resultados prácticos presentados en los artículos del estado del arte.

Finalmente en el capítulo 6 se presenta las conclusiones de los resultados obtenidos y de la tesis.

Capítulo 2

Antecedentes matemáticos

Breve historia de los sistemas de estructura variable (VSS) y del control por modos deslizantes

En el curso de la historia de la teoría de control automático, la intensidad en la investigación de sistemas con acciones de control discontinuo se ha mantenido en un nivel alto. Las razones de esto son por su fácil implementación y la alta eficiencia de hardware.

El concepto de VSS y sus aplicaciones en la teoría de control, fueron originadas principalmente por el trabajo de investigadores de Rusia a inicios de 1960, Emel'yanov, Taran y Utkin. En principio, VSS puede ser representado por la conexión en paralelo de diversos subsistemas continuos, llamados estructuras, que actúan uno a la vez en la relación de entrada salida. Algún tipo de lógica programa el tiempo en que cada una de estas estructuras tiene que actuar, que también puede controlar plantas autónomas.

El control de estructura variable (VSC), es una forma de control no lineal discontinuo. El método modifica la dinámica del sistema por medio de la aplicación de un control de conmutación a alta frecuencia. La ley de control de realimentación de estados no es una función continua en el tiempo, esto es conmuta de una condición suave a otra. Por lo cual la estructura de la ley de control varía con base de la trayectoria del estado [SFS04].

Actualmente, el principal exponente del VSC es el control por modos deslizantes. La acción de control conmuta a una alta frecuencia debe ocurrir el modo deslizante en el sistema. El estudio de los modos deslizantes abarca un amplio rango de áreas heterogéneas, desde problemas de matemáticas puras hasta aspectos de aplicación.

2.1. Modos deslizantes convencionales

Concepto de Modo Deslizante

En la teoría de control, el concepto de control por modos deslizantes (CMD) ha recibido mucha atención en las décadas pasadas. El concepto de modos deslizantes fue propuesto por Utkin [Utk91], quien mostró que el modo deslizante puede ser logrado cambiando la estructura del sistema.

CMD es un método de control no lineal que altera la dinámica del sistema por medio de la aplicación de una señal de control discontinua que fuerza al sistema a “deslizarse” a lo largo de una sección transversal del comportamiento normal del sistema. La ley de control por realimentación de los estados no es una función de control continua en el tiempo, ya que puede conmutar desde una estructura continua a otra en base en la trayectoria del espacio de estados.

Las múltiples estructuras de control son diseñadas tal que las trayectorias siempre se muevan hacia una región adyacente con una estructura de control diferente, por lo que la trayectoria final no existe completamente dentro de una sola estructura de control, en cambio, se desliza a lo largo de los límites de las estructuras de control. El movimiento del sistema mientras se desliza a lo largo de estos límites se llama modo deslizante y la localización geométrica de estos límites se conoce como superficie de deslizamiento.

El comportamiento del sistema en lazo cerrado es entonces gobernado por las dinámicas del sistema en la superficie deslizante. La principal ventaja del CMD es que una vez que las variables del sistema alcanzan la superficie de deslizamiento y el modo deslizante ocurre, la dinámica del sistema permanece invariable a cierta clase de incertidumbres paramétricas y perturbaciones. En relación con las técnicas de control clásico, el CMD es más sencillo de implementar, ya que solo dos valores de entradas de control son requeridos, además de garantizar la estabilidad del sistema por la superficie de deslizamiento.

Los sistemas de control por modos deslizantes han probado ser una herramienta eficiente en el control de plantas complejas de orden superior con dinámicas no lineales operando bajo condiciones de incertidumbre, un problema común para diversos procesos de tecnología moderna. Lo cual explica el gran nivel de investigación y publicaciones en el área, además del amplio interés de realizar aplicaciones por parte de los ingenieros prácticos.

Explicación general de la metodología del control por modos deslizantes

Un número de procesos en la ingeniería, mecánica, eléctrica, biomédica y otras aéreas están caracterizadas por el hecho que las ecuaciones diferenciales que las describen presentan discontinuidades con respecto al estado del proceso. Formalmente tales dinámicas de sistemas discontinuos pueden ser descritas por la ecuación:

$$\dot{x} = f(x, t, u), \quad x \in \mathfrak{R}^n, \quad u \in \mathfrak{R}^m \quad (2.1)$$

Donde el vector de estados del sistema es $x \in \mathfrak{R}^n$, t es el tiempo, y $f(x, t, u)$ tiene discontinuidades en cierto conjunto dentro del espacio (x, t) de dimensión $(n + 1)$. Si se considera solo los casos cuando el conjunto de puntos discontinuos es un conjunto de posibles de superficies discontinuas variables en el tiempo de dimensión n , definidas por las ecuaciones:

$$s_i(x, t) = 0, \quad s_i(x, t) \in \mathfrak{R}^1, \quad i = 1, \dots, m \quad (2.2)$$

Un factor que distingue las ecuaciones diferenciales que describen cualquier sistema de control es la presencia de un vector escalar $u \in \mathfrak{R}^m$ conocido como control. Donde para una clase suficientemente general de controles discontinuos están definidos por:

$$u_i(x, t) = \begin{cases} u_i^+(x, t) & \text{con } s_i(x) > 0 \\ u_i^-(x, t) & \text{con } s_i(x) < 0 \end{cases} \quad i = 1, \dots, m \quad (2.3)$$

Donde $u = [u_1(x, t), \dots, u_m(x, t)]^T$ y todas las funciones $u_i^+(x, t)$ y $u_i^-(x, t)$ son continuas [Utk91].

El vector de estados de tales sistemas puede estar en una de las superficies discontinuas o en la intersección dentro de un tiempo finito. Por ejemplo las trayectorias del vector de estado del sistema que pertenecen a alguna superficie discontinua $s_i(x) = 0$ si en la vecindad de esta superficie los vectores de velocidad $f(x, t, u)$ son dirigidos hacia el otro.

La descripción matemática de los modos deslizantes requiere el diseño de técnicas especiales, por ejemplo la solución de la ecuación $\dot{x} = f(x, t)$ existe y es única si una constante de Lipschitz L puede ser encontrada tal que para dos vectores cualquiera x_1 y x_2

$$\|f(x_1, t) - f(x_2, t)\| \leq L \|x_1 - x_2\|$$

Es evidente que la dinámica del sistema con el control discontinuo, viola esta condición en la vecindad de las superficies discontinuas.

El problema para el análisis del CMD consiste en encontrar la solución a una ecuación diferencia con su lado derecho discontinuo, este fue resuelto en los años sesenta por el matemático ruso *Filippov*, en un marco puramente matemático.

Se considera el sistema dinámico 2.1, sujeto al control discontinuo por realimentación 2.3. Bajo suposiciones adecuadas, el sistema en lazo cerrado 2.1,2.3 , puede exhibir un comportamiento deslizante en la superficie $s(x, t) = 0$ de dimensión m , donde $s = [s_1(x, t), \dots, s_m(x, t)]^T$

La suposición regular que asegura la existencia de una solución en el sentido clásico no se verifica en la vecindad $s = 0$. *Filippov* demostró que la solución de la ecuación (ecuaciones) dentro de la superficie discontinua satisface la inclusión diferencial:

$$\dot{x} \in V(x, t)$$

Donde el conjunto $V(x, t)$ es la cobertura convexa mínima que contiene todos los valores de $f(x, t, u(x, t))$, cuando x cubre por completo la vecindad δ de la superficie (exceptuando posiblemente algún conjunto con medición cero). Una vez definido el conjunto $V(x, t)$ el vector de velocidad $f_0(x, t)$ que describe el comportamiento del modo deslizante se toma dentro del conjunto $V(x, t)$, como tangente a la superficie de discontinuidad. La definición anterior de la solución es conocida como “solución en el sentido de *Filippov*”.

Grado relativo: El sistema no lineal

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x) \end{aligned} \tag{2.4}$$

Donde f , g , y h son suficientemente suaves en un dominio $D \subset \mathbb{R}^n$. La derivada \dot{y} esta dada por:

$$\dot{y} = \frac{\partial h}{\partial x} [f(x) + g(x)u] \stackrel{def}{=} L_f h(x) + L_g h(x)u$$

Donde:

$$L_f h(x) = \frac{\partial h}{\partial x} f(x)$$

Es llamada la derivada de Lie de h con respecto a f a lo largo de f .

El sistema no lineal 2.5, se dice que tiene grado relativo ρ , $1 \leq \rho \leq n$, en una región $D_0 \subset D$ si:

$$L_g L_f^{i-1} h(x) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, \rho - 1; \quad L_g L_f^{\rho-1} h(x) \neq 0$$

para todo $x \in D_0$ [Kha02].

Para el caso de los modos deslizantes y la superficie de deslizamiento se tiene:

$$\dot{x} = a(x) + b(x)u, \quad S = s(x) \in \mathbb{R}, u \in \mathbb{R} \tag{2.5}$$

Sea el sistema 2.5 tenga un grado relativo ρ con respecto a la variable de deslizamiento s lo que significa que las derivadas de Lie $L_b s, L_b L_a s, \dots, L_b L_a^{r-2} s$ son idénticamente a cero en la vecindad de un punto dado y $L_b L_a^{r-1} s$ no es cero en el punto. La igualdad del grado relativo ρ significa, de una manera simplificada, que u primero aparece explícitamente solamente en la ρ th derivada de s . Se conoce que en ese caso $s^{(i)} = L_a^i s$ para $i = 1, \dots, r-1$, la condición de regularidad $\text{rank} \left\{ \nabla s, \nabla \dot{s}, \dots, \nabla s^{(r-1)} \right\} = \rho$ se satisface automáticamente y también $\frac{\partial}{\partial u} s^{(r)} = L_b L_a^{r-1} s \neq 0$.

Control equivalente

Uno de los procedimientos para obtener las ecuaciones de deslizamiento a lo largo de las intersecciones del conjunto de superficies discontinuas para el sistema $\dot{x} = f(x, t, u)$ es asumir que el modo deslizante existe en la vecindad de $s(x, t) = 0$, $s = [s_1(x, t), \dots, s_m(x, t)]^T$. Se tiene que encontrar un control continuo tal que bajo la posición inicial del vector de estados en la superficie, permita hacer idénticamente igual a cero la derivada del vector $s(x)$ a lo largo de las trayectorias del sistema, esto es:

$$\dot{s} = Gf(x, t, u) = 0$$

Donde las filas de la matriz $G = \{\partial s / \partial x\}$ de dimensión $(m \times n)$ son los gradientes de las funciones $s_i(x)$.

Se asume que la solución (o un número de soluciones) del sistema de ecuaciones algebraicas $\dot{s} = Gf(x, t, u) = 0$ con respecto al control de dimensión m existe. Esta solución en lo subsiguiente se referirá como *control equivalente* (u_{eq}) y se coloca en el sistema como:

$$\dot{x} = f[x, t, u_{eq}(x, t)]$$

El procedimiento anterior se conoce como *método de control equivalente* y la ecuación obtenida como resultado de la aplicación de este método se considerara como la ecuación de modo deslizante que describe el movimiento en la intersección de las superficies discontinuas $s_i(x) = 0$, $i = 1, \dots, m$.

Desde el punto de vista geométrico el método de control equivalente implica reemplazar las discontinuidades indefinidas del control en el límite discontinuo con un control el cual dirige el vector de velocidad en el sistema de espacio de estados a lo largo de la intersección de las superficies discontinuas [UGS99].

Por ejemplo, en orden de encontrar la derivada del vector que intersección en el sistema con una sola superficie de discontinuidad $s(x) = 0$ en algún punto (x, t) , se debe variar el control escalar de u^- a u^+ , dibujar el lugar de $f(x, t, u)$ y encontrar el punto donde interseca al plano tangencial. El punto de intersección determina el

control equivalente $u_{eq}(x, t)$ y de la parte derecha de $f(x, t, u_{eq}(x, t))$ de la ecuación diferencial del modo deslizante.

El procedimiento para obtener el control equivalente para un importante caso de sistemas no lineales discontinuos, se tiene el sistema:

$$\dot{x} = f(x, t) + B(x, t)u$$

Donde $f(x, t)$ y $B(x, t)$ son todos vectores con argumentos continuos y una matriz de dimensión $(n \times 1)$ y $(n \times m)$ respectivamente y el control discontinuo u cambia de acuerdo con $u_i(x, t) = \{u + u-\}$. La ecuación de control equivalente para este caso puede ser escrita como:

$$\dot{s} = Gf + GBu = 0$$

Asumiendo que la matriz GB es no singular para todo x y t , se puede encontrar el siguiente control equivalente:

$$u_{eq}(x, t) = -[G(x)B(x, t)]^{-1}G(x)f(x, t) \quad (2.6)$$

Substituyendo este controlador en $\dot{x} = f(x, t) + B(x, t)u$ se obtiene la ecuación

$$\dot{x} = f(x, t) - B(GB)^{-1}G(x)f(x, t)$$

Que describe el movimiento del modo deslizante en la vecindad $s = 0$.

Significado físico del control equivalente:

La operación en modos deslizantes se considera como un tipo de idealización. Se asume que el control cambia a gran frecuencia, teóricamente infinita, tal que el vector de estados de velocidad este orientado precisamente a lo largo de la intersección de las superficies discontinuas. Sin embargo, en la realidad diversas imperfecciones hacen que el estado oscile en alguna vecindad de la intersección y las componentes del control sean conmutadas a una frecuencia finita, tomando los valores de $u_i^+(x, t)$ y $u_i^-(x, t)$.

Estas oscilaciones presentan componentes de alta y baja. La alta frecuencia es filtrada por el sistema bajo el control mientras su operación en los modos deslizantes está determinada por las componentes más bajas. Por otro lado, las ecuaciones de los modos deslizantes fueron obtenidas substituyendo el control equivalente por el controlador real. Es razonable asumir que el control equivalente es cercano a la componente de baja frecuencia del control real que puede ser derivado filtrando las componentes de alta frecuencia usando un filtro pasa bajas. La constante de tiempo del filtro τ , debe ser suficientemente pequeña como para preservar la componente

lenta sin distorsiones pero suficientemente grande para eliminar la componente de alta frecuencia [UGS99].

Como se ha mostrado la salida del filtro pasa bajas $\tau\dot{z} + z = u$ tiende al control equivalente $\lim_{\tau \rightarrow 0, \Delta/\tau \rightarrow 0} z = u_{eq}$.

La manera en que tiende z a u_{eq} no es algo complicado, pero es consecuencia de las propiedades físicas del sistema. En realidad, la vecindad de una superficie discontinua de ancho Δ , donde el estado oscila, debe ser reducida para hacer el comportamiento real lo más cercano al modo deslizante ideal. Con la reducción de Δ , la frecuencia de conmutación f_r del control debe incrementarse, de otra manera la amplitud de las oscilaciones podrían exceder Δ ya que $\Delta \approx 1/f_r$.

2.2. Metodología del control por modos deslizantes

Con el objetivo de explicar en términos generales la idea básica del CMD, se considera el siguiente ejemplo de sistema de una sola entrada:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu$$

Donde $x \in \mathbb{R}^n$ $u \in \mathbb{R}$. La superficie de conmutación es definida entonces como un hyper-plano lineal

$$S = \{x \in \mathbb{R}^n : s(x) = Kx(t) = 0\}$$

Donde K es elegida para hacer $KB \neq 0$ y $A_e = [I - B(KB)^{-1}K]A$ es una matriz Hurwitz. El llamado control equivalente U_{eq} puede ser calculado imponiendo $\dot{s} = 0$ esto es:

$$\begin{aligned} \dot{s} &= KAx(t) + KBu = 0 \\ u_{eq} &= -(KB)^{-1}KAx(t) \end{aligned}$$

Y el control de conmutación U_{sw} es diseñado para forzar al sistema a converger a la superficie deslizante $s = 0$ en tiempo finito.

$$u_{sw} = -(KB)^{-1}M \operatorname{sgn}(s)$$

Donde $M > 0$ es un número constante y $\operatorname{sgn}(s)$ es la función signo, que esta definida como:

$$\operatorname{sgn}(s) = \begin{cases} 1 & s \geq 0 \\ -1 & s < 0 \end{cases}$$

La existencia del modo deslizante puede ser asegurada aplicando el CMD.

$$u = u_{eq} + u_{st}$$

En el sistema lineal, esto puede ser demostrado usando una función candidata de Lyapunov, en este caso se elije $V = s^2/2$, cuya derivada de tiempo es:

$$\begin{aligned}\dot{V} &= s\dot{s} \\ &= s[KAx + KBu] \\ &= s[CAX + CB(u_{eq} + u_{sw})] \\ &= -sM\text{sgn}(s) \\ &= -M|s| \\ &\leq 0\end{aligned}$$

Ya que $\dot{V} < 0$ cuando $s \neq 0$ el sistema convergerá a la variedad deslizante $s = 0$. Aun más el tiempo de convergencia es finito, ya que $\dot{s} = -M\text{sgn}(s)$. Una vez que el sistema alcanza $s = 0$, permanecerá en la superficie s idénticamente a cero para siempre [Xu07]. En el modo deslizante $s \equiv 0$ y $\dot{s} = 0$, la dinámica del sistema está gobernada por:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + B[u_{eq} + u_{st}] \\ \dot{x}(t) &= Ax(t) + B[-(KB)^{-1}KAx(t) + u_{st}] \\ \dot{x}(t) &= Ax(t) - B(KB)^{-1}KAx(t) + Bu_{st} \\ s &= 0, \quad \dot{s} = 0 \\ \dot{x}(t) &= Ax(t) - B(KB)^{-1}KAx(t) \\ \dot{x}(t) &= Ax(t) - B(KB)^{-1}KAx(t) \\ \dot{x}(t) &= \left\{ [I - B(KB)^{-1}K]A \right\} x(t) \\ \dot{x}(t) &= A_e x(t)\end{aligned}$$

Donde A_e tiene que ser una matriz *Hurwitz*, para que el estado del sistema $x(t)$ converja a cero asintóticamente. Por lo que la ganancia K tiene ser elegida tal que $KB \neq 0$ y A_e sea una matriz Hurwitz.

El procedimiento para diseñar la ganancia K de la superficie deslizante $s = Kx(t)$ mediante la fórmula de Ackerman se detalla a continuación. Los valores característicos deseados se definen como $\lambda_1, \lambda_2 \dots \lambda_{n-1}$ [AU94].

$$u = -K^T x(t), \quad K^T = e_\lambda^T P_\lambda(A) \quad (2.7)$$

Donde:

$$\begin{aligned} e_\lambda^T &= (0, \dots, 0, 1) \left(B, AB, \dots, A^{n-1}B \right)^{-1} \\ P_\lambda(A) &= (A - \lambda_1 I) (A - \lambda_2 I) \dots (A - \lambda_{n-1} I) \end{aligned} \quad (2.8)$$

2.3. Modos deslizantes de segundo orden

Los modos deslizantes clásicos proveen robustez y precisión alta en las soluciones para una amplia gama de problemas de control bajo ciertas condiciones. Aunque dos condiciones principales permanecen. Primero, la variable diseñada para el modo deslizante tiene que cumplir la restricción de que el grado relativo tiene que ser igual a 1, lo que significa que el control aparece explícitamente en la primera derivada de la variable diseñada. Por lo que se tiene que buscar la variable adecuada. Segundo, el control conmuta a alta frecuencia, causa complicaciones prácticas inaceptables, la más conocida es el chattering.

Si se supone que el problema es mantener la diferencia en el seguimiento de s en cero, mientras el control solo aparece en \dot{s} . Usualmente se elige la variable de deslizamiento como $\sigma = s + \dot{s}$. Obviamente $\dot{\sigma} = \dot{s} + \ddot{s}$ contiene el control u y σ puede hacerse cero, en los modos deslizantes clásicos. Pero el efecto del chattering hace que la solución sea inaceptable. Además como resultado s tiende asintóticamente a cero, pero mantenerla exactamente en cero no es posible. Se necesita además calcular \dot{s} para llevar a cabo este plan. Aunque ambos el diferenciador exacto robusto y mantener a $s = 0$ puede ser realizado por medio de los modos deslizantes de segundo orden (MDSS). La solución posible es considerar la derivada de control como un nuevo control. Lo cual resuelve el problema en tiempo finito, además de proveer un control continuo a diferencia de los modos deslizantes clásicos y reducir significativamente el efecto del chattering [PB02].

Al final de la década de 1980 la comunidad de control había notado que la principal desventaja que el CMD es el efecto del chattering. Se ha mostrado que este efecto es principalmente causado por dinámicas no modeladas en cascada las cuales incrementan el grado relativo del sistema y perturban el modo deslizante ideal existente del sistema.

Para superar el problema del chattering del modo deslizante, el concepto del modo deslizante de segundo orden (MDSS) se introdujo por Levant. Existen diferentes algoritmos propuesto de MDSS entre los que se encuentran el:

Algoritmo Twisting, el cual requiere de un orden relativo dos, toma la forma de:

$$u = -a \operatorname{sgn}(\dot{x}(t)) - b \operatorname{sgn}(x(t)), \quad b > a$$

El algoritmo asegura la convergencia exacta en tiempo finito, tanto para $x(t)$ y $\dot{x}(t)$, tal que existe un $T > 0$ que para todo $t > T$, $x(t) = \dot{x}(t) = 0$ proveyendo la existencia de un SOSM estable en el origen.

Algoritmo Sub optimal

El algoritmo esta dado por:

$$\begin{aligned} u &= -r_1 \operatorname{sign}(\sigma - \sigma^*/2) + r_2 \operatorname{sign}(\sigma^*), & r_1 > r_2 > 0 \\ 2[(r_1 + r_2)K_m - C] &> (r_1 - r_2)K_M + C, & (r_1 - r_2) > C \end{aligned}$$

Donde σ^* es el valor de σ detectado en el momento más cercano cuando $\dot{\sigma}$ es igual a cero. Cualquier implementación computacional del algoritmo requiere la medición sucesiva de $\dot{\sigma}$ y σ , con algún paso de tiempo. En otras palabras el valor del control u depende de la historia total de $\dot{\sigma}$ y σ

2.4. Algoritmo Super Twisting

Como se mostró, el uso de un algoritmo *twisting* en un sistema con grado relativo dos permite compensar la perturbación por medio de un control completamente continuo. Sin embargo este requiere el conocimiento de la derivada de $x(t)$. Al final de la década de 1980 el principal problema era saber si podría realizarse sin la necesidad de conocer la derivada.

El algoritmo super twisting (AST) permite usar MDSS sin la necesidad de conocer la derivada de las variables de estado, asegurando convergencia exacta en tiempo finito en el origen.

El algoritmo super twisting estándar está definido de la siguiente manera para un sistema $\dot{x} = f(t, x) + g(t, x)u$ [Lev93]:

$$\begin{aligned} u &= -k_1 |x(t)|^{\frac{1}{2}} \operatorname{sign}(x(t)) + v \\ \dot{v} &= -k_2 \operatorname{sgn}(x(t)) \end{aligned} \tag{2.9}$$

Para cualquier f que sea Lipshitz, perturbación o incertidumbre acotada para algunas constantes k_1 y k_2 asegura la convergencia exacta en tiempo finito para el conjunto $x(t) = \dot{x}(t) = 0, \forall t \geq T$ del modo deslizante de segundo orden sin el uso

de \dot{x} . Si se considera el sistema anterior teniendo a x como la salida medida, el STA es un controlador de realimentación por salida.

Esta última propiedad del AST permite construir un diferenciador por modos deslizantes de segundo orden. Sea $f(t)$ la señal a diferenciar y asuma que $|\ddot{f}(t)| \leq L$, con L como una constante conocida.

Tomando $x_1(t) = f$, $x_2(t) = \dot{f}$ entonces el problema puede ser reformulado como encontrar un observador para, $\dot{x}_1 = x_2$, $\dot{x}_2 = \ddot{f}$, $y = x_1$.

Donde \ddot{f} es considerada como una perturbación acotada. Ya que el AST no requiere derivadas, que en este caso podría ser el estado $x_2(t)$, solo usa la inyección de la salida y resulta particularmente útil en la forma del observador del AST.

Una vez que las constantes k_1 y k_2 son escogidas apropiadamente, la convergencia del STA asegura que las igualdades $(f - \hat{x}_1) = (\dot{f} - \hat{x}_2) = 0$ son estables después de un tiempo transitorio.

Algoritmo Super Twisting generalizado

El algoritmo super twisting fue diseñado inicialmente como un control absolutamente continuo, permitiendo compensar las perturbaciones tipo Lipschitz exactamente y asegurando una convergencia en tiempo finito. El algoritmo super twisting generalizado [Mor09] es descrito por la inclusión diferencial:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -k_1\phi_1(x_1) + x_2 + g_1(t, x) \\ \dot{x}_2 &= -k_2\phi_2(x_1) + g_2(t, x)\end{aligned}\quad (2.10)$$

Donde $x_i, i = 1, 2$, son las variables escalares y k_1, k_2, k_3 son ganancias positivas a ser diseñadas y ϕ_1, ϕ_2 son los términos no lineales estabilizantes.

$$\begin{aligned}\phi_1(x_1) &= \mu_1 |x_1|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(x_1) + \mu_2 x_1, \quad \mu_1, \mu_2 \geq 0 \\ \phi_2(x_1) &= \frac{\mu_1^2}{2} \text{sign}(x_1) + \frac{3}{2} \mu_1 \mu_2 |x_1|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(x_1) + \mu_2^2 x_1\end{aligned}\quad (2.11)$$

Para este trabajo solo se considerara el caso cuando $\mu_1 = 1$ y $\mu_2 > 0$. El algoritmo STG incluye términos lineales estabilizantes, que son más fuertes que los no lineales cuando el estado se encuentra lejos del origen.

$$\begin{aligned}\phi_1(x_1) &= |x_1|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(x_1) + \mu_2 x_1, \quad \mu_1 = 1, \mu_2 \geq 0 \\ \phi_2(x_1) &= \frac{1}{2} \text{sign}(x_1) + \frac{3}{2} \mu_2 |x_1|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(x_1) + \mu_2^2 x_1\end{aligned}\quad (2.12)$$

Aproximación basada en Lyapunov

El diseño de MDSS fue sistematizado usando un punto de vista homogéneo. Sin embargo esta aproximación, basado en métodos geométricos, previene futuras generalizaciones de los algoritmos.

Las funciones de Lyapunov son herramientas básicas de análisis y diseño in la teoría de control moderno y existen diferentes metodologías basadas en la teoría de Lyapunov. Los modos deslizantes de segundo orden y en especial el algoritmo Super Twisting, son una herramienta poderosa para el diseño de controladores, por tener atractivas características, convergencia en tiempo finito, aun en presencia de incertidumbres y perturbaciones acotadas.

Los MDSS han sido diseñados mediante aproximaciones geométricas o homogéneas, pero no en base a métodos de Lyapunov, hasta los últimos años donde las funciones de Lyapunov han sido adecuadas para algunos de estos algoritmos.

En [Mor12] se presento una función de Lyapunov para el STA. Esta función provee un estimado de la convergencia del tiempo además que permite hacer modificaciones STA incluyendo términos lineales que mejoran las propiedades de convergencia y robustez. Por otra parte, el acercamiento propuesto permite usar ecuaciones de Lyapunov bien conocidas y las soluciones del LMI para el análisis del STA.

$$\begin{aligned}
 v &= -k_1\phi_1(x_1) - \int_0^t k_2\phi_2(x_1(t)) dt \\
 V(x) &= \zeta^T P \zeta \\
 \zeta^T &= \begin{bmatrix} \phi_1(x_1) & x_2 \end{bmatrix} \\
 \dot{V}(x) &< 0
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

2.5. Algoritmo Proporcional Integral Derivativo

El control PID es la forma más común de control por realimentación, que calcula el error ($e(t) = y(t) - r(t)$), entre un valor medido ($y(t)$) y un valor de referencia ($r(t)$), para aplicar una acción correctora que ajuste el proceso. En la actualidad más del 95% de las aplicaciones de control usan controladores PID. La utilidad de los controladores PID estriba en que se aplican en forma casi general a la mayoría de los sistemas de control. En particular, cuando el modelo matemático de la planta no se conoce y por lo tanto, no se pueden emplear métodos de diseño analíticos.

Estructura del PID

El algoritmo de cálculo del control PID se da en tres parámetros distintos: pro-

porcional (P), integral (I), y derivativa (D).

$$u(t) = K_p \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (2.14)$$

Donde T_i se denomina tiempo integral y T_d se denominada tiempo derivativo y son las constantes de ajuste para la acción integral y derivativa.

Proporcional, consiste en el producto entre la señal de error (e) y la constante proporcional (K_p) tal que el error en estado estacionario sea casi nulo. Sin embargo, existe también un valor límite en la constante proporcional a partir del cual, en algunos casos el sistema alcanza valores superiores a los deseados, llamado sobreoscilación y por razones de seguridad no debe sobrepasar el 25 %.

$$u(t) = K_p e(t) \quad (2.15)$$

Integral, tiene como propósito disminuir y eliminar el error en estado estacionario, provocado por el modo proporcional. El control integral actúa cuando hay una desviación entre la variable y el punto de consigna, integrando esta desviación en el tiempo, luego es multiplicado por una constante I y se suma a la acción proporcional $P + I$, para obtener una respuesta estable sin error estacionario.

$$u(t) = K_i \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (2.16)$$

Derivativo, mantiene el error al mínimo corrigiéndolo proporcionalmente con la misma velocidad que se produce; de esta manera evita que el error se incremente, (si el error es constante, solamente actúan los modos P e I). Es importante adaptar la respuesta de control a los cambios en el sistema ya que una mayor derivada corresponde a un cambio más rápido, aunque tiene la desventaja que amplifica las señales de ruido y puede provocar saturación en el actuador.

$$u(t) = K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (2.17)$$

El proceso de seleccionar los parámetros del controlador que cumplan con las especificaciones de comportamiento dadas se conoce como sintonía del controlador, esto es dar los valores a K_p , T_i y T_d [Oga10, Sri07]. Entre algunos de los métodos empleados para la sintonización de los controladores PID cabe mencionar los siguientes: método de Ziegler Nichols, método de Cohen Coon, método de Smith, método de Ciancone.

Para realizar la comparación con los algoritmos de control por modos deslizantes se empleara el método de sintonización de Ziegler Nichols para el PID, ya que es el método más usado en artículos de investigación previos de la literatura.

Reglas de Ziegler Nichols para sintonizar controladores PID

En 1942 Ziegler y Nichols propusieron dos métodos para la sintonizar los controladores PID, el método de respuesta al escalón y el método de oscilación, desarrollados en base a varios experimentos prácticos que llevaron a cabo.

Primer método, respuesta al escalón consiste en:

1. Aplicar una entrada escalón unitario al sistema en lazo abierto en el tiempo t_0 , de manera experimental o mediante simulación. Si la planta no contiene integradores ni polos dominantes complejos conjugados, la curva de respuesta escalón unitario puede tener forma de S, como se observa en la Fig 2.1.
2. Registrar la salida hasta que se estabilice en el nuevo punto de operación. Obteniendo una curva de reacción como la Fig 2.1, la curva se caracteriza por dos parámetros: el tiempo de retardo L y la constante de tiempo T . Estas se determinan dibujando una recta tangente en el punto de inflexión de la curva con forma de S y determinando las intersecciones de esta tangente con el eje de tiempo y con la línea $c(t) = K$.
3. Con los parámetros L y T se calculan las ganancias del controlador de acuerdo a la tabla 2.1. Donde T_p es un estimado del periodo del sistema en lazo cerrado.

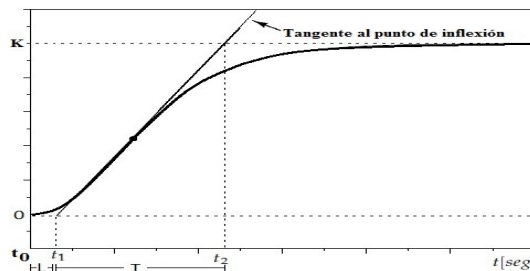


Figura 2.1: Gráfica empleada para la caracterización de la respuesta al escalón para el primer método de Ziegler Nichols, en el cual se buscan los parámetros de tiempo de la respuesta del sistema, L y T .

	K_p	T_i	T_d	T_p
P	T/L	∞	0	$4L$
PI	$0.9T/L$	$L/0.3$	0	$5.7L$
PID	$1.2T/L$	$2L$	$0.5L$	$3.4L$

Tabla 2.1: Parámetros de ajuste PID, metodo escalón

Segundo método, método de oscilación se realiza mediante:

1. La caracterización de la respuesta en frecuencia de la dinámica del sistema. Se fija $T_i = \infty$ y $T_d = 0$, utilizando solo control proporcional, se incrementa K_p desde 0 hasta un valor crítico K_{cr} , en donde la salida presente oscilaciones sostenidas como se muestra en la Fig2.2.
2. Se registra la ganancia crítica del controlador $K_p = K_{cr}$ y el periodo de oscilación de la salida del controlador P_{cr} , en el diagrama de Nyquist esto corresponde a que $KcG(jw)$ cruza el punto $(-1, 0)$.
3. Ajustar los parámetros del controlador según la tabla 2.2:

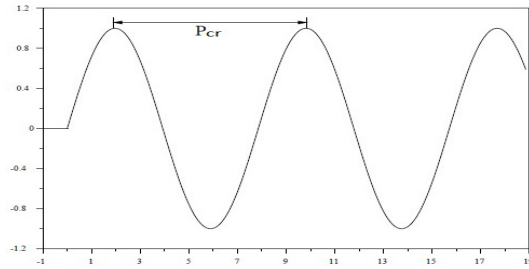


Figura 2.2: Gráfica empleada para la caracterización de la respuesta con oscilación sostenida para el segundo método de Ziegler Nichols, en el cual se busca la ganancia crítica K_{cr} y periodo crítico P_{cr} .

	K_p	T_i	T_d	T_p
P	$0.5K_{cr}$	∞	0	P_{cr}
PI	$0.4K_{cr}$	$0.8P_{cr}$	0	$1.4P_{cr}$
PID	$0.6K_{cr}$	$0.5P_{cr}$	$0.125P_{cr}$	$0.85P_{cr}$

Tabla 2.2: Parámetros de ajuste PID, metodo escalón

Capítulo 3

Modelos Matemáticos del Sistema Respiratorio del ser humano y del ventilador PAP

Para este trabajo se requiere un modelo dinámico que permita simular el comportamiento del sistema respiratorio, debido a que se desea conocer la respuesta del sistema respiratorio de un paciente normal y con SAOS sometidos al tratamiento de ventilación PAP. Ya que no se cuenta con un paciente verdadero o con un simulador mecánico pulmonar del sistema respiratorio, es necesario diseñar un modelo de prueba que se adapte a las necesidades del trabajo.

También es necesario el modelo dinámico del ventilador PAP, al igual que en el modelo dinámico del sistema respiratorio no se cuenta con un dispositivo real que permita aplicar un experimento práctico y analizar los resultados de los controladores propuestos. Esto se debe en gran medida al alto costo que representaría disponer uno de estos dispositivos, además de toda la instrumentación necesaria para poder medir la presión y flujo respiratorio.

Además en la mayoría de las aplicaciones biomédicas uno de los primeros pasos es realizar pruebas simuladas en sistema de prueba físicos, modelos computacionales o matemáticos, por lo cual como primer paso proponer un modelo matemático del comportamiento de las vías respiratorias es necesario. Por lo que en este capítulo se presentaran las bases usadas para describir los modelos del sistema respiratorio humano y del ventilador PAP, así como los modelos finales usados en los controladores.

En la literatura se encuentran diferentes modelos matemáticos que describen las

diversas partes del sistema respiratorio, como la dinámica del flujo del aire dentro de los pulmones, el comportamiento de las vías respiratorias superiores, la difusión de oxígeno de los alveolos al sistema circulatorio, el transporte del oxígeno a través de la sangre, etc [CAGG95]. Mientras que otros provén el comportamiento completo del sistema respiratorio en cierto detalle. Todos los modelos que describen el comportamiento dinámico de manera global del sistema respiratorio o de los pulmones se conocen como modelos de la mecánica respiratoria o pulmonar [OOL03].

3.1. Mecanica Respiratoria

Una de las metodologías para desarrollar los modelos matemáticos dinámicos de la fisiología humana es usar analogías con los componentes pasivos usados en electrónica como resistencia, capacitancia e inductancia con parámetros respiratorios, resistencia de la vía respiratoria, compliancia respiratoria e inertancia respiratoria [RR08]. La razón principal para realizar esta comparación se debe al hecho de que la física del flujo de aire dentro de tubos, como los de las vías respiratorias y los vasos sanguíneos, se comporta de acuerdo a la ecuación:

$$Q = \frac{P_1 - P_2}{R_r} \quad (3.1)$$

Donde Q es el flujo de aire (litros por segundo), P_1 y P_2 son presiones en dos puntos diferentes del tubo, cuyas unidades están dadas por (cmH_2O), una unidad comúnmente usada en dispositivos PAP y que equivale a $0.7 mmHg$, y R_r es la resistencia al flujo de aire. El aire se mueve a través del tubo debido a la diferencia de presiones, cuando $P_1 > P_2$, el flujo fluye de P_1 a P_2 a una tasa proporcional de la diferencia de presiones, este comportamiento es el mismo que describe la Ley de Ohm. Los elementos básicos en el modelo matemático del sistema respiratorio y los parámetros Tab.3.1 de los que dependen son los siguientes:

La resistencia de las vías respiratorias está definida como la diferencia de presión requerida para causar una unidad de flujo de aire, en otras palabras es la resistencia que opone el tracto respiratorio a que el flujo de aire circule a través de este durante la inspiración y exhalación, por lo que a medida que el aire pasa a través de las diferentes vías respiratorias este se encuentra con obstáculos lo cual es modelado como estas resistencias y que en términos generales está definida de la siguiente manera:

$$R_r = \frac{\Delta P}{Q} = 8 \frac{\eta \cdot l}{\pi \cdot r^4} \quad (3.2)$$

Cuyas unidades se encuentran por lo general en centímetros de agua segundo por litro $\left[\frac{cmH_2O \cdot s}{L}\right]$.

Existen diversos factores que determinan el valor de la resistencia de las vías respiratorias en un paciente. Uno de ellos se puede determinar a partir de la ecuación de Poiseuille, si el diámetro de las vías respiratorias disminuye el valor de la resistencia se incrementa a la cuarta potencia. Un segundo factor tiene relación con el tipo de flujo que se presenta en las vías respiratorias, esto es si el flujo es laminar o turbulento, donde un flujo turbulento supone una mayor resistencia, esencialmente el flujo de aire se puede considerar laminar en las vías pequeñas mientras que en las más grandes se puede considerar laminar y turbulento. Otros factores importantes son los fisiológicos como, peso, edad, género y afecciones respiratorias, por ejemplo, asma, resfriado, pulmonía, enfisema pulmonar, etc.

La compliancia respiratoria se define matemáticamente como la variación de volumen por cambio en una unidad de presión:

$$C_r = \frac{\Delta Vol}{\Delta P_{pl}} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot l}{P_0} \quad (3.3)$$

Cuyas unidades usualmente se expresan en litro por centímetro de agua $\left[\frac{L}{cmH_2O}\right]$.

La compliancia es una medida de la distensibilidad del sistema respiratorio, esto es que tanto un órgano tiende a dilatarse. Aunque todas las partes del sistema respiratorio presentan cierto nivel de compliancia, la principal contribución se presenta concentrada en los pulmones, por lo cual en el modelado se considerara solamente esta. En otras palabras representa que tanto se pueden expandir los pulmones para incrementar el volumen de aire almacenado. Al igual que en la resistencia existen factores que pueden incrementar o decrecer el valor de la compliancia, la presencia de fibrosis está asociada con una disminución de la compliancia mientras que el enfisema pulmonar está asociado con un incremento en esta.

La inercancia es la medida de la tendencia del sistema respiratorio a resistir cambios en el flujo es decir que tanto se resiste el sistema respiratorio al cambio de dirección del flujo de aire durante la inspiración y exhalación, está definida como:

$$I_r = \frac{\Delta P}{\Delta Q} = \frac{\rho \cdot l}{\pi \cdot r^2} \quad (3.4)$$

Las unidades se expresan normalmente en centímetros de agua - segundo cuadrado por litro $\left[\frac{cmH_2O \cdot s^2}{L}\right]$.

De la definición, se aprecia que durante un estado estacionario o un cambio pequeño la presión inercial es prácticamente cero o despreciable.

$l \triangleq$ Longitud del tubo	$P_0 \triangleq$ Presión fluido pleural	$\rho \triangleq$ Densidad
$r \triangleq$ Radio del tubo	$P \triangleq$ Presion	$\pi \triangleq$ Viscosidad
$Vol \triangleq$ Volumen	$P_{pl} \triangleq$ Presión pleural	$Q \triangleq$ Flujo de aire

Tabla 3.1: Nomenclaturas de los parámetros del modelo del SR.

Las relaciones matemáticas básicas que rigen el comportamiento de los parámetros anteriores son las siguientes:

$$\frac{dvol}{dt} = Q \quad P_R = R_r Q \quad Q = C_r \frac{dP_C}{dt} \quad P_I = I_r \frac{d(Q)}{dt^2} \quad (3.5)$$

Con los parámetros y relaciones básicas definidas se puede iniciar con la realización del modelo que represente el comportamiento del sistema respiratorio, con el cual se pueda estudiar los efectos del tratamiento a emplear.

3.2. Modelo dinámico del sistema respiratorio

Modelo de segundo orden

El primer modelo que se presenta es la representación más sencilla posible de la mecánica del sistema respiratorio, el cual consiste en un modelo lineal de segundo orden con parámetros constantes, descrito en la Fig.3.1 con su analogía eléctrica correspondiente [Bat09].

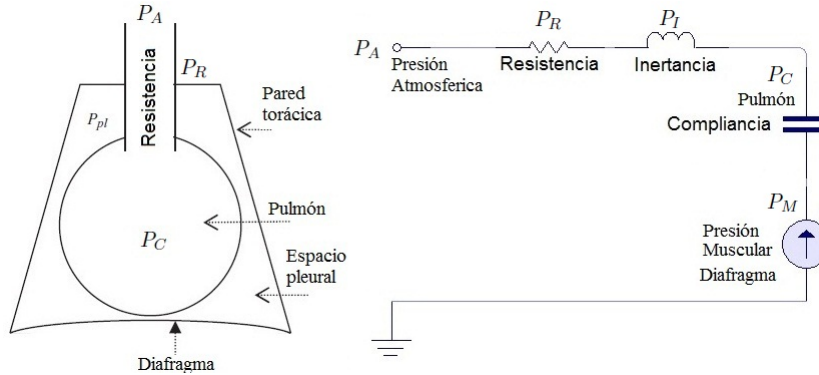


Figura 3.1: Una de las primeras aproximación que se hizo para modelar el sistema respiratorio fue simplificarlo a un tubo conectado a un contenedor de aire deformable excitado por medio de una membrana. Es conveniente mencionar que el valor de flujo y volumen en una persona saludable es de 4 [L/min] y de 5 [L] renovándose 0.5 [L] en cada respiración respectivamente y que estos se reducen a menos de la mitad cuando se presenta una hipopnea y en una apnea el flujo de aire se reduce casi completamente.

La dinámica de la Fig.3.1 esta descrita por la ecuación diferencial:

$$\begin{aligned} P_A(t) &= P_R(t) + P_C(t) + P_I(t) + P_M(t) \\ &= R_r \dot{V}(t) + \frac{1}{C_r} V(t) + I_r \ddot{V}(t) + P_M(t) \end{aligned} \quad (3.6)$$

Donde:

$P_R(t) \triangleq$ Presión resistencia respiratoria	$P_C(t) \triangleq$ Presión compliancia respiratoria
$P_I(t) \triangleq$ Presión inercia respiratoria	$P_M(t) \triangleq$ Presión debida a los musculos

Tabla 3.2: Nomenclatura del modelo de segundo orden

La representación en variables de estados de la ecuación 3.6 esta dada por 3.7:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_V(t) \\ \dot{x}_Q(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{C_r I_r} & -\frac{R_r}{I_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_V(t) \\ x_Q(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{I_r} \end{bmatrix} [U] - \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{I_r} \end{bmatrix} [\psi_M(t)] \quad (3.7)$$

$$y(t) = x_Q(t)$$

$x_V(t) = V(t) \triangleq$ Volumen de aire	$U = P_A \triangleq$ Presión del ventilador
$x_Q(t) = \dot{V}(t) \triangleq$ Flujo de aire	$\psi_M(t) = P_M \triangleq$ Incertidumbre presión muscular

Tabla 3.3: Variables de estado modelo de segundo orden

Los resultados obtenidos en la simulación del sistema de segundo orden se muestran en las Fig.3.2,3.3,3.4 y representan dos ciclos de una respiración normal con los parámetros establecidos constantes, seguido de un episodio de apnea el cual se simula con el incremento de la resistencia 5 veces su valor nominal y nuevamente regresando a su estado normal.

Se puede apreciar que al aumentar el valor de la resistencia el flujo de aire decrece, resultando en la disminución del volumen inspirado. Por lo cual el resultado obtenido es acorde a lo que se puede esperar que ocurra en el sistema respiratorio. Donde, en cualquier momento (t), P_A es la presión independiente total aplicada por el ventilador al paciente para inflar el sistema respiratorio. Este modelo se basa en la consideración que la caída de presión a través de todo el sistema es la suma de la diferencia de presión resistiva (P_R), la diferencia de presión elástica (P_C) y posiblemente de un termino de presión inercial (P_I), además de (P_M) es el valor de la presión en el momento de la exhalación, cuando flujo y volumen son cero. El sistema es controlable y observable con grado relativo 1 con respecto a la salida del sistema.

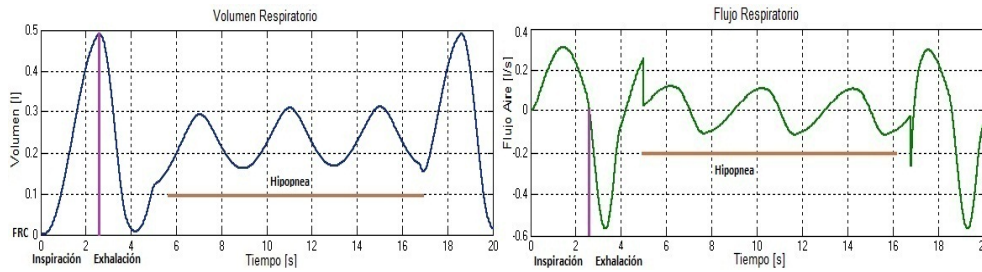


Figura 3.2: En esta gráfica es importante aclarar que el cambio de ciclo respiratorio se lleva a cabo cuando el flujo de aire cambia de sentido esto ocurre cuando el flujo respiratorio pasa por la referencia de flujo cero. Por lo cual mientras que el flujo respiratorio sea positivo significa que el paciente inspira mientras que un flujo negativo implica que el paciente expira. FRC, Capacidad Funcional Residual es el volumen de aire dentro de los pulmones que no participa en el ciclo respiratorio, en general tiene un valor entre 1.5-2[L], la cual se toma como valor base para todas las simulaciones.

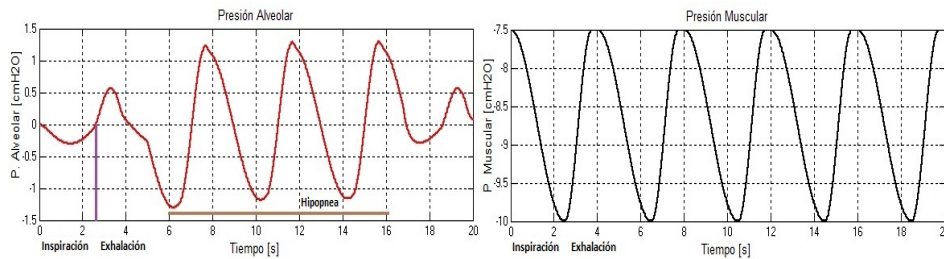
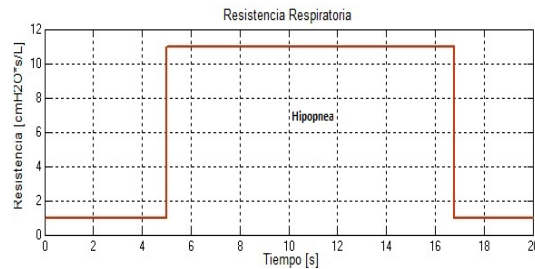


Figura 3.3: En la simulación del modelo de segundo orden cada ciclo respiratorio inspiración, exhalación tiene una duración de 4 segundos. Al inicio se presenta un ciclo normal de respiración seguido por un evento de hipopnea simulado al incrementar diez veces el valor nominal de resistencia usado y finalmente volviendo a su estado normal. Con esto se pueden apreciar el comportamiento de volumen respiratorio, flujo de aire, presión alveolar y presión muscular.

Figura 3.4: Inicialmente en este modelo se considero una resistencia respiratoria constante y para simular la hipopnea se aumenta su valor diez veces. Aunque el comportamiento de la resistencia respiratoria no se comporta de esta manera ya que su valor aumenta durante la inspiración y disminuye en la exhalación, es una suposición razonable para iniciar el análisis del sistema respiratorio.



Modelo de orden superior

Aunque el modelo dinámico de segundo orden en muchos casos es empleado por la comunidad de ingeniería biomédica que trabaja en la solución de problemas relacionados con el sistema respiratorio, este no considera muchos aspectos importantes del sistema respiratorio, por lo cual para este trabajo es necesario un modelo que

considere un mayor número de características del sistema, lo cual implica un número mayor de ecuaciones diferenciales, lo que aumenta el orden del sistema utilizado.

Con base en la Fig.3.5 se explicará el modelo matemático de orden superior desarrollado en [JHL66, JM11] y que fue modificado adicionándole la ecuación dinámica de la presión nasal P_t , para el sistema respiratorio de forma más general, el cual considera la dinámica de las diversas partes del sistema respiratorio involucradas en el proceso de la respiración como el tórax, abdomen, pulmones y la vía respiratoria superior y el tubo de conexión entre el paciente y el dispositivo de presión positiva, con su correspondiente analogía mecánica.

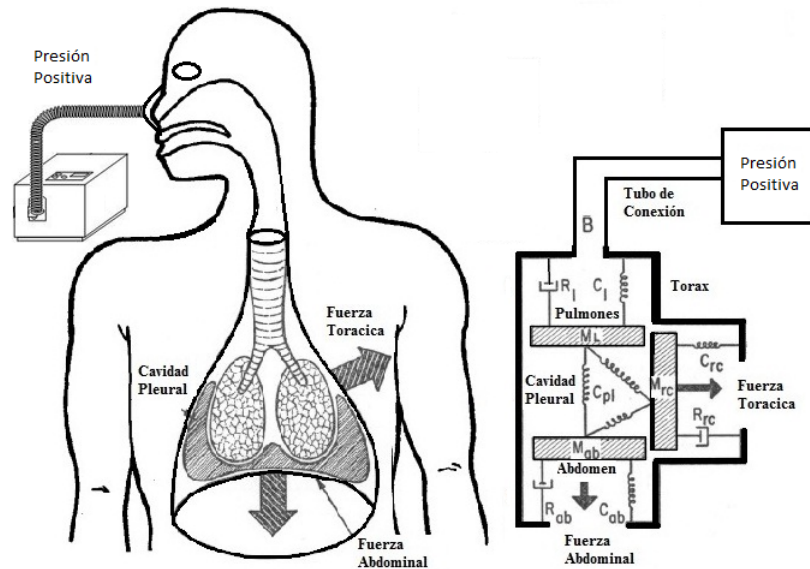


Figura 3.5: Esquema del sistema mostrando la estructura y fuerzas actuando, con su analogía mecánica. Para desarrollar un modelo más fiel a la respiración y colapso en las vías respiratorias de un paciente real es necesario incrementar la complejidad del sistema, un mayor número de consideraciones fisiológicas tienen que ser tomadas en cuenta, lo que involucra un mayor número de ecuaciones elevando el orden del sistema.

La presión de la cavidad pleural varía durante el ciclo respiratorio y en el modelo se encarga de acoplar la dinámica torácico-abdominal y pulmonar. Tres volúmenes aparecen en el modelo, el volumen pulmonar, y los cambios de volumen debido a la acción de las fuerzas del tórax y abdomen.

Las ecuaciones matemáticas del modelo pueden ser obtenidos aplicando la 2ª ley de movimiento de Newton a los bloques que representan cada parte del sistema respiratorio. En las ecuaciones los términos del lado izquierdo representan los términos inerciales, de resistencia y las fuerzas elásticas. En el lado derecho se representen las

fuerzas que generan la respiración.

Ecuación para los pulmones

$$I_l \ddot{V}_l(t) + R_l \dot{V}_l(t) + \frac{1}{C_l} V_l(t) + P_t(t) = P_{Atm} - P_{pl}(t) \quad (3.8)$$

Ecuación para el tubo de conexión:

$$C_t \dot{P}_t(t) + \frac{1}{R_t} P_t(t) = Q_l(t) \quad (3.9)$$

Ecuación caja torácica:

$$I_{rc} \ddot{V}_{rc}(t) + R_{rc} \dot{V}_{rc}(t) + \frac{1}{C_{rc}} V_{rc}(t) = P_{mus(rc)}(t) + P_{pl}(t) \quad (3.10)$$

Ecuación para el abdomen:

$$I_{ab} \ddot{V}_{rc}(t) + R_{ab} \dot{V}_{ab}(t) + \frac{1}{C_{ab}} V_{ab}(t) = P_{mus(ab)}(t) + P_{pl}(t) \quad (3.11)$$

P_{pl} representa la presión de la cavidad pleural y se define como:

$$P_{pl}(t) = \frac{V_{ab}(t) + V_{rc}(t) - V_l(t)}{C_{pl}}$$

donde los terminos utilizados estan dados en la Tab.3.4:

$I_l \triangleq$ Inertancia pulmonar	$I_{rc} \triangleq$ Inertancia caja torácica
$I_{ab} \triangleq$ Inertancia abdominal	$R_{ab} \triangleq$ Resistencia abdominal
$R_l \triangleq$ Resistencia pulmonar	$R_{rc} \triangleq$ Resistencia caja torácica
$C_l \triangleq$ Compliancia pulmonar	$C_{rc} \triangleq$ Compliancia caja torácica
$C_{ab} \triangleq$ Compliancia abdominal	$V_{ab}(t) \triangleq$ Volumen abdominal
$V_l(t) \triangleq$ Volumen pulmonar	$V_{rc}(t) \triangleq$ Volumen caja torácica
$P_{Atm} \triangleq$ Presión atmosferica exterior	$C_{pl} \triangleq$ Compliancia cavidad pleural
$P_{mus(ab)}(t) \triangleq$ Presión muscular abdominal	$Q_l(t) \triangleq$ Flujo pulmonar
$R_t \triangleq$ Resistencia tubo conexión	$P_{pl}(t) \triangleq$ Presión cavidad pleural
$P_t(t) \triangleq$ Presión tubo de conexión	$C_t \triangleq$ Compliancia tubo conexión
$P_{mus(rc)}(t) \triangleq$ Presión muscular de la caja torácica	

Tabla 3.4: Nomenclatura modelo de orden superior

El diagrama de bloques empleado para simular el sistema 3.8-3.11 por medio del programa Simulink de MATLAB se muestra en la Fig.3.6.

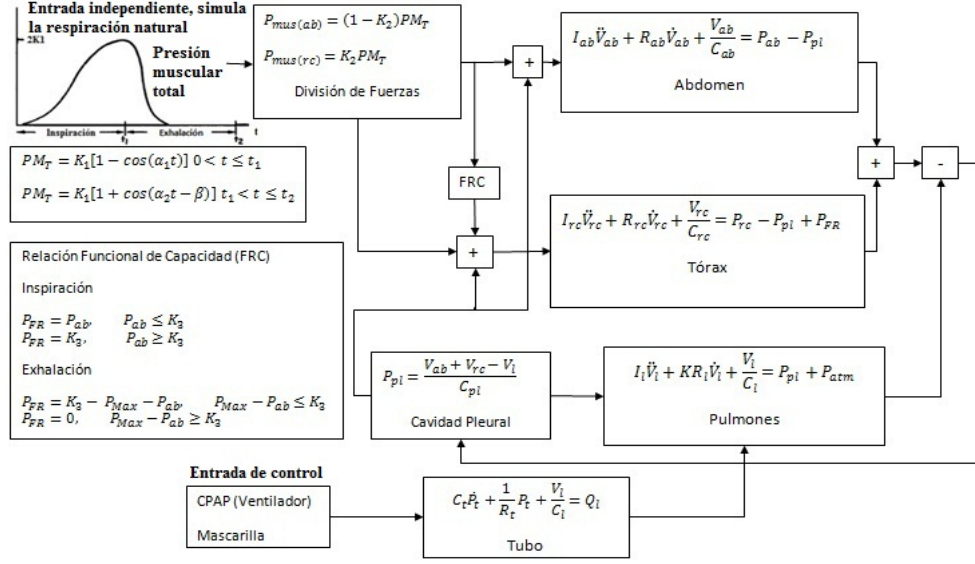


Figura 3.6: Las especificaciones del diagrama de bloques usado para la simulación se muestran en el diagrama con la finalidad de ilustrar las relaciones matemáticas existentes entre cada una de las partes del sistema respiratorio consideradas.

La representación en variables de estado de 3.8-3.11, está dada por 3.12:

$$\begin{aligned}
 \dot{\sigma}_1(t) &= \sigma_2(t) \\
 \dot{\sigma}_2(t) &= \frac{1}{I_l} \left[-P_{pi}(t) - R_l\sigma_2(t) - \frac{1}{C_l}\sigma_1(t) - \sigma_3(t) + U \right] \\
 \dot{\sigma}_3(t) &= \frac{1}{C_T} \left[\sigma_2(t) - \frac{1}{R_T}\sigma_3(t) \right] \\
 \dot{\sigma}_4(t) &= \sigma_5(t) \\
 \dot{\sigma}_5(t) &= \frac{1}{I_{rc}} \left[P_{pi}(t) - R_{rc}\sigma_5(t) - \frac{1}{C_{rc}}\sigma_4(t) + F_{M1}(t) \right] \\
 \dot{\sigma}_6(t) &= \sigma_7(t) \\
 \dot{\sigma}_7(t) &= \frac{1}{I_{ab}} \left[P_{pi}(t) - R_{ab}\sigma_7(t) - \frac{1}{C_{ab}}\sigma_6(t) + F_{M2}(t) \right] \\
 P_{pi}(t) &= \frac{\sigma_6(t) + \sigma_4(t) - \sigma_1(t)}{C_{pi}}
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

$\sigma_1(t) = V_l(t)$	$\sigma_2(t) = Q_l(t)$	$\sigma_3(t) = P_t(t)$	$\sigma_4(t) = V_{rc}(t)$
$\sigma_5(t) = Q_{rc}(t)$	$\sigma_6(t) = V_{ab}(t)$	$\sigma_7(t) = Q_{ab}(t)$	
$U = P_{Atm}$	$F_{M1}(t) = P_{mus(rc)}(t)$	$F_{M2}(t) = P_{mus(ab)}(t)$	

Tabla 3.5: Variables de estado del modelo orden superior

$I_l = 0.02 \frac{cmH_2O \cdot s^2}{L}$	$I_{rc} = 0.01 \frac{cmH_2O \cdot s^2}{L}$	$I_{ab} = 0.1 \frac{cmH_2O \cdot s^2}{L}$
$R_l = 4 \frac{cmH_2O \cdot s}{L}$	$R_{rc} = 2 \frac{cmH_2O \cdot s}{L}$	$R_{ab} = 1.5 \frac{cmH_2O \cdot s}{L}$
$C_l = 0.4 \frac{L}{cmH_2O}$	$C_{rc} = 0.1 \frac{L}{cmH_2O}$	$C_{ab} = 0.1 \frac{L}{cmH_2O}$
$C_{pl} = 0.05 \frac{L}{cmH_2O}$	$R_t = 2.5 \frac{cmH_2O \cdot s}{L}$	$C_t = 0.15 \frac{L}{cmH_2O}$

Tabla 3.6: Parámetros usados en el modelo de orden superior

Para observar el comportamiento del sistema de orden superior modificado se presentan las gráficas de flujo y volumen respiratorio Fig3.7, presión alveolar y la presión ocasionada por los músculos responsables de la respiración Fig3.8, obtenidas en simulación de 3.12.

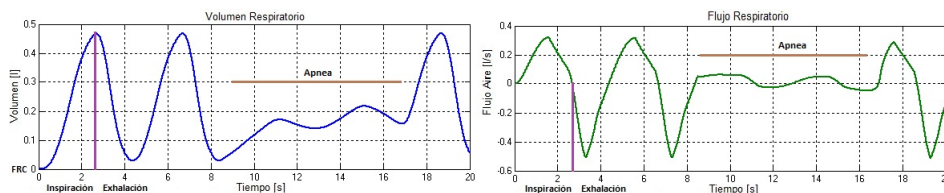


Figura 3.7: Se observa las gráficas de volumen y flujo respiratorio obtenidas al simular el sistema de orden superior. Al inicio se presentan tres ciclos respiraciones normales seguidos por un periodo de 10 segundos de apnea obstructiva donde el volumen de aire en los pulmones disminuye y el flujo de aire cesa continuando con dos ciclos de respiración normal.

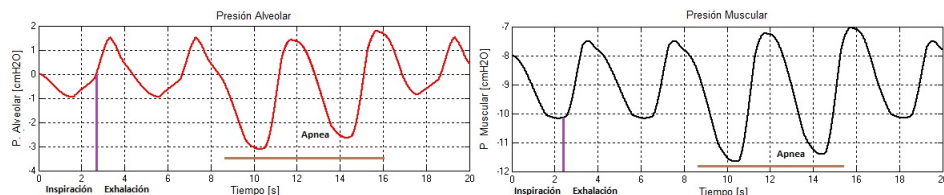


Figura 3.8: La imagen muestra las gráfica de presión alveolar y muscular de la simulación del sistema de alto orden para el sistema respiratorio. Al igual que el anterior se muestra un ciclo normal seguido por un periodo de apnea donde se ve que aumenta la presión alveolar debido al esfuerzo inspiratorio que realiza el paciente antes de presentar un microdespertar y volver a la normalidad. Se debe mencionar que al igual que en la Fig.3.4 la resistencia mantiene un nivel constante en el transcurso de un respiración normal y es aumentada 15 veces para simular la apnea obstructiva.

El modelo matemático 3.12 es un modelo de séptimo orden, lineal, invariante en el tiempo, de parámetros concentrados y dependiente del tiempo. Ahora se necesita agregar ciertas características para simular los efectos del SAOS y el tratamiento PAP, tales como el colapso de la vía respiratoria, perdidas de presión en la mascarilla, variaciones en el tipo de flujo presente e incertidumbres relacionadas con el estado del paciente.

3.2.1. Resistor Starling

En esta sección se explicara la relación que existe entre la fisiopatología de la limitación del flujo respiratorio, el colapso de la vía respiratoria durante el sueño en los pacientes con SAOS y el modelo matemático que describe este comportamiento. Tal comportamiento biológico de colapso es el resultado de complejas interacciones entre el flujo interno y la deformación del tejido circundante en la faringe.

El mecanismo «exacto» por el cual la vía respiratoria superior se colapsa bajo ciertas condiciones fisiológicas sigue sin ser completamente analizado, debido a que son muchos los factores que pueden modificar el equilibrio de fuerzas dilatadoras y colapsantes de la vía respiratoria superior. Aunque algunos los factores conocidos incluyen alteraciones óseas, extensos depósitos de grasa, cambios del tono muscular, alteraciones del control central de la respiración, fuerzas de tensión superficial y la posición corporal.

Los fisiólogos comúnmente usan el dispositivo conocido como Resistor Starling Fig3.9 desarrollado por el fisiólogo Ernest Starling, como el modelo de la vía respiratoria deformable. El modelo del resistor Starling es un modelo teórico que tiene su aplicación explicando la dinámica de las vías respiratorias superiores para el manejo y tratamiento del SAOS durante el ciclo respiratorio.

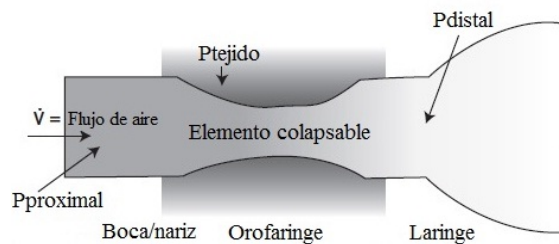


Figura 3.9: El modelo del resistor Starling se base en considerar la vía respiratoria superior como un elemento colapsable. La orofaringe permanece abierta, parcialmente abierta o cerrada dependiendo de la presión proximal en $P_{proximal}$, presión distal en P_{distal} y la presión del tejido que rodea a la orofaringe en P_{tejido} , en general el colapso de la vía respiratoria se debe a al aumento de P_{tejido} o disminución de P_{distal}

El modelo postula que la orofaringe parte de las vías respiratorias superiores donde ocurre la apnea se comporta como un tubo colapsable y los músculos del cuello que la rodean como una cámara presurizada [Sta03]. Además provee una aproximación generalizada para determinar la presión crítica durante la inspiración y exhalación, basada en las relaciones de presión y flujo del segmento de la vía aérea superior. Ya que la orofaringe es un segmento colapsable situado entre el segmento superior oronasal y el segmento inferior la tráquea, el flujo es dependiente

de la presión superior P_{ss} , la presión inferior P_{si} y la presión que rodea el segmento colapsable en este caso los tejidos de la úvula P_{crit} .

El modelo predice que la vía respiratoria será cerrada completamente cuando la presión superior P_{ss} e inferior P_{si} sean menores al valor de P_{crit} , $P_{crit} > P_{ss} > P_{si}$. El flujo se reanuda cuando el valor de P_{ss} se incrementa hasta superar P_{crit} . Un estado de flujo limitado ocurre si $P_{ss} > P_{crit} > P_{si}$ Fig.3.10.

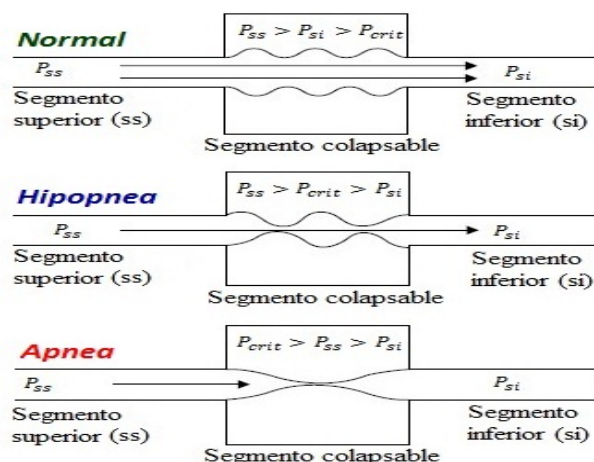


Figura 3.10: La vía respiratoria superior presentara condiciones normales cuando la presión ejercida por el tejido P_{crit} sea insuficiente para cerrarla, además de que la diferencia entre $P_{ss} > P_{si}$ permita mantenerla abierta. El paciente comienza a presentar síntomas de apnea, hipopnea, ronquidos y jadeos, cuando la P_{crit} aumenta, debido al cierre parcial de la vía respiratoria. Si P_{crit} se incrementa más, la vía respiratoria terminara por colapsarse impidiendo por completo el flujo de aire. Cabe mencionar que el concepto de P_{crit} , puede entenderse como la flexibilidad y fuerza propia del tejido de la vía respiratoria.

Una presión ineffectiva, una presión negativa excesiva durante la inspiración o un exceso de presión provocada por los tejidos provocan el colapso de la vía respiratoria. Por lo cual el concepto de resistor Starling tiene diversas implicaciones terapéuticas. Incrementando la presión superior o también disminuyendo P_{crit} las apneas pueden ser aminoradas, aunque la segunda opción por lo general no es muy viable.

El dispositivo que se emplea para experimentar y obtener las ecuaciones que modelan el comportamiento de la fisiología de las vías respiratorias Fig.3.11 consiste en un tubo elástico colapsable montado dentro de una cámara llena de aire presurizada, la presión estática dentro de la cámara se usa para controlar el grado del colapso del tubo, con lo cual se obtiene una resistencia variable [ABJ96].

Las ecuaciones que describen la relación entre la presión transmural, el área seccional del tubo colapsable y la constante de proporcional de la resistencia Fig.3.12 se muestran por medio de las ecuaciones 3.13. Donde $P_{crit}(t)$ es una función que

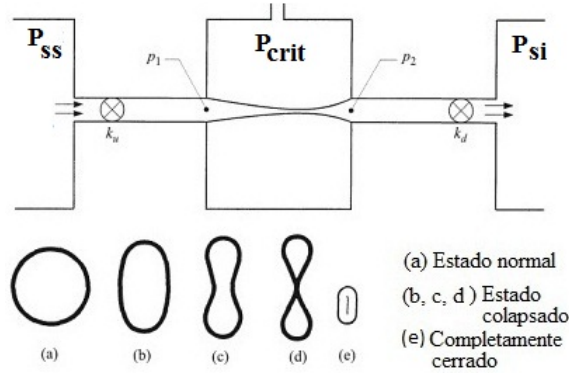


Figura 3.11: Vista esquemática de un dispositivo experimental usado para simular el resistor Starling. Consiste en un tubo rígido externo de la cámara el cual se encuentra presurizado y cuya presión P_{crit} puede ser variada y de una membrana interna permeable y flexible dentro de la cámara que varía su tamaño de acuerdo a los valores de la presión superior, inferior y crítica por medio de las valvulas k_u y k_d . Algunos de los tamaños que el tubo puede adquirir se muestran en la segunda parte de la figura simulando el colapso de la vía respiratoria.

dependará del tiempo, ya que variara de acuerdo a las condiciones que se presenten en el paciente y $D_s(t)$ será la constante de proporcionalidad de la resistencia Starling.

$$\begin{aligned}
 P_i(t) &= P_{ss}(t) - P_{si}(t) = Q_l(t)R_l & P_{crit}(t) &= f_{crit}(t) \\
 P(t) &= P_i(t) - P_{crit}(t) & \alpha(t) &= \frac{A}{A_0} \approx \frac{\pi r^2}{\pi r_0^2} \\
 \alpha(t) &= \begin{cases} \left(\frac{-1}{P(t)-1}\right)^{\frac{2}{3}}, & P < 0 \\ (P(t)+1)^{0.15}, & P \geq 0 \end{cases} & D_s(t) &= \frac{2}{\alpha^4(t)}
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

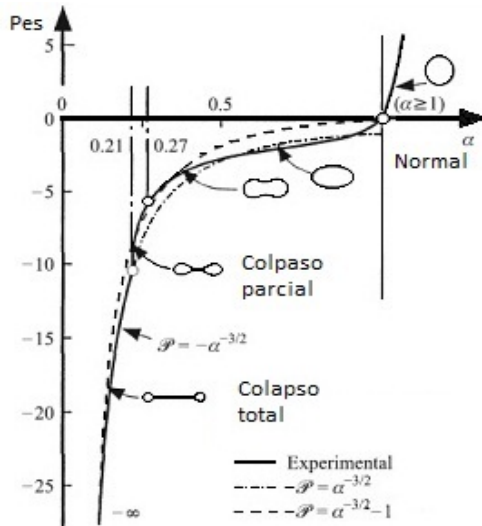


Figura 3.12: La figura muestra la curva característica que relaciona la diferencia de presiones entre la diferencia de presión superior (P_{ss}) e inferior (P_{si}) y la presión crítica (P_{crit}) de los tejidos ($P(t)_{es} = (P_{ss}(t) - P_{si}(t)) - P_{crit}(t)$), con una constante de proporcionalidad asociada con el tamaño de la vía respiratoria superior α . El modelo se obtuvo a partir de investigación experimental y se desarrolló un modelo matemático aproximado de este, el cual es descrito en las Ecs. 2.14.

3.2.2. Ecuación de Rohrer

En las vías respiratorias están presentes dos tipos de flujo, el flujo laminar y el flujo turbulento. En general, el flujo turbulento se presenta en las vías respiratorias largas y en las bifurcaciones principales, mientras que el flujo laminar está presente en las vías respiratorias más cortas. Cuando el flujo de aire dentro de un tubo alcanza una velocidad crítica, se crea un flujo turbulento. En el flujo turbulento, las moléculas forman remolinos y vórtices en vez de tener un comportamiento ordenado, por lo cual esas moléculas tienen una velocidad tanto rotacional como lineal.

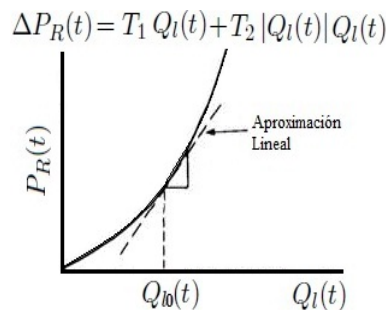
Es bien conocido desde hace un mucho tiempo que las propiedades mecánicas del tejido de la vía respiratoria exhiben este tipo de comportamiento no lineal. En 1915 Fritz Rohrer sugirió que la pérdida de presión friccional a través de las vías respiratorias está dada por una función cuadrática del volumen y flujo. Las vías respiratorias que tienen un comportamiento de flujo laminar, la resistencia está relacionada con la Ley de Poiseuille, esta ecuación muestra la estrecha relación entre el radio y la resistencia.

El comportamiento del flujo turbulento es descrito por la ecuación no lineal de Rohrer empleada para modelar la relación entre la presión alveolar y el flujo de aire en tubo endotraqueal, además de modelar la resistencia debida al flujo turbulento dentro de esta durante la ventilación mecánica y está dada por 3.14 [HZ08, PM04].

$$\frac{\Delta P_R(t)}{Q_l(t)} = T_1 + T_2 |Q_l(t)| \quad (3.14)$$

Donde T_1 , T_2 son constantes relacionadas con la longitud del la via respiratoria y el tipo de flujo dominante en este.

Figura 3.13: La ecuación de Rohrer es un ejemplo de la relación no lineal entre presión y flujo que en muchas ocasiones se linealiza alrededor de zonas de operación. El comportamiento dominante estará determinado por el tipo de conducto considerado y de acuerdo a este será el valor asignado a T_1 Y T_2 .



Simplificación del modelo

Ahora que ya se tiene un sistema descrito de manera detallada y que contiene las partes más importantes del sistema respiratorio, se enfocara específicamente en

los pulmones y las vías respiratorias superiores exclusivamente para el diseño del controlador, aunque las simulaciones seguirán realizándose en el modelo completo.

Esto se debe a que son las de mayor relevancia durante los episodios de apnea obstructiva que se presentan durante el sueño y ninguna variable del abdomen y tórax puede ser medida por lo que estas consideraran como una presión generada por los músculos abdominales y torácicos que se aplica de manera desconocida a este, en otras palabras se considerara una perturbación del sistema $\omega(t)$. El sistema se puede reducir al siguiente sistema de tercer orden, que emplea como variables de estado el volumen pulmonar $\sigma_1(t)$, el flujo de aire $\sigma_2(t)$ y la presión nasal $\sigma_3(t)$.

$$\begin{aligned}\dot{\sigma}_1(t) &= \sigma_2(t) \\ \dot{\sigma}_2(t) &= \frac{1}{I_l} \left(-R_l \sigma_2(t) - \frac{1}{C_l} \sigma_1(t) - \sigma_3(t) + U + \omega(t) \right) \\ \dot{\sigma}_3(t) &= \frac{1}{C_t} \left(\sigma_2(t) - \frac{1}{R_t} \sigma_3(t) \right)\end{aligned}\quad (3.15)$$

Cuya representación en forma matricial es la siguiente:

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \dot{\sigma}_1(t) \\ \dot{\sigma}_2(t) \\ \dot{\sigma}_3(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{1}{I_l C_l} & -\frac{R_l}{I_l} & -\frac{1}{I_l} \\ 0 & \frac{1}{C_t} & -\frac{1}{C_t R_t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1(t) \\ \sigma_2(t) \\ \sigma_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M_l} \\ 0 \end{bmatrix} U - \begin{bmatrix} 0 \\ \omega(t) \\ 0 \end{bmatrix} \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1(t) \\ \sigma_2(t) \\ \sigma_3(t) \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (3.16)$$

Donde:

$y(t) \triangleq$ Salidas medibles del sistema	$\omega(t) \triangleq$ Incertidumbres intrínsecas del sistema respiratorio
--	--

Tabla 3.7: Nomenclaturas modelo reducido

Análisis de controlabilidad y observabilidad del sistema reducido

El siguiente paso es analizar las propiedades de controlabilidad y observabilidad del sistema reducido para conocer los métodos de control posibles de emplear. El análisis de controlabilidad y observabilidad se realizara por medio del análisis de rango de la matriz de controlabilidad y observabilidad respectivamente.

$$\begin{bmatrix} \dot{\sigma}_1(t) \\ \dot{\sigma}_2(t) \\ \dot{\sigma}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{1}{I_l C_l} & -\frac{R_l}{I_l} & -\frac{1}{I_l} \\ 0 & \frac{1}{C_t} & -\frac{1}{C_t R_t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1(t) \\ \sigma_2(t) \\ \sigma_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M_t} \\ 0 \end{bmatrix} U - \begin{bmatrix} 0 \\ \omega(t) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Co = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 50 & -300 \\ 50 & -300 & -54450 \\ 0 & 1000 & -26000 \end{bmatrix}$$

$$Ob = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -125 & -6 & -50 \\ 0 & 20 & -20 \\ 750 & -1089 & 1300 \\ -2500 & -520 & -600 \end{bmatrix}$$

$$\text{rank}(Co) = 3 \quad \text{rank}(Ob) = 3$$

El sistema es controlable si se conoce una cota de la perturbación además de que es de tipo acoplada, es decir si el control actúa en el mismo canal que la perturbación. El sistema es observable si se conoce las condiciones iniciales del volumen, esto se puede hacer si se detecta el final de una exhalación en el cual el volumen es cero.

Finalmente tomando en consideración el modelo Starling y el modelo Rohrer se desarrolló un modelo no lineal que simula el comportamiento de las vías aéreas superiores y los eventos de apnea de un paciente, dado por las ecuaciones.

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_1(t) &= \sigma_2(t) \\ \dot{\sigma}_2(t) &= \frac{1}{I_l} \left(-D_s R_l \sigma_2(t) - (T_1 \sigma_2(t) + T_2 |\sigma_2(t)| \sigma_2(t)) - \frac{1}{C_l} \sigma_1(t) - \sigma_3(t) + U + \omega(t) \right) \\ \dot{\sigma}_3(t) &= \frac{1}{C_T} \left(\sigma_2(t) - \frac{1}{R_T} \sigma_3(t) \right) \end{aligned} \quad (3.17)$$

La contribución de este trabajo en el modelado del sistema respiratorio consistió en adicionar la dinámica del modelo de la vía respiratoria superior y el tubo de conexión, así como el resistor Starling que simula la obstrucción de la vía respiratoria, incluir la ecuación de Rohrer representando el tipo de flujo dentro de la vía respiratoria y la cota de las perturbaciones donde se incluye consideraciones en un rango de variación de parámetros, pérdidas de presión en la mascarilla nasal e incertidumbres en la respiración de la persona.

3.3. Validación del modelo

La validación del modelo a emplear se hará a través de comparación con estudios polisomnográficos de publicaciones en revistas médicas y artículos de investigación científica relacionadas con el SAOS y el tratamiento PAP [Bad02, ISWFA99].

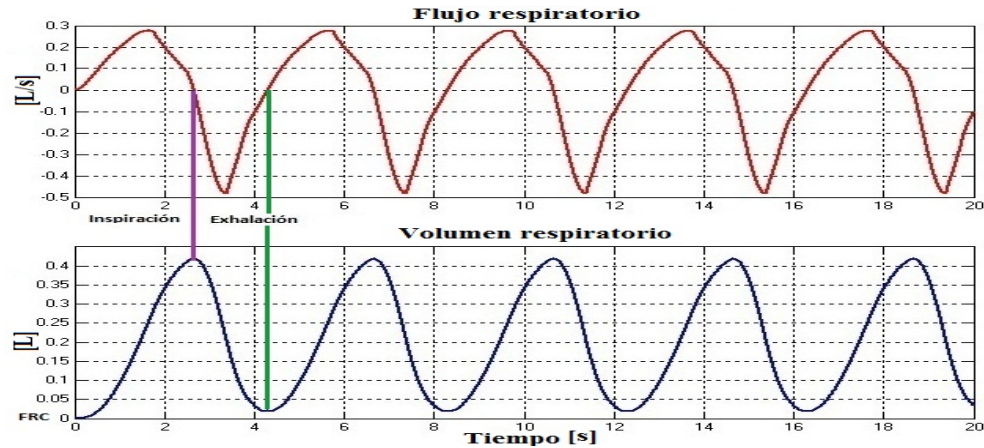


Figura 3.14: Gráficas de de volumen y flujo de la simulación del sistema 3.17. El modelo se comparara con estudios de un paciente real, para conocer que tan cercano es a la realidad. Además será al que se aplicara los algoritmos de control para estudiar las ventajas, desventajas y repercusiones de cada uno. Como recordatorio el cambio entre inspiración y exhalación ocurre cuando el flujo de aire es cero.

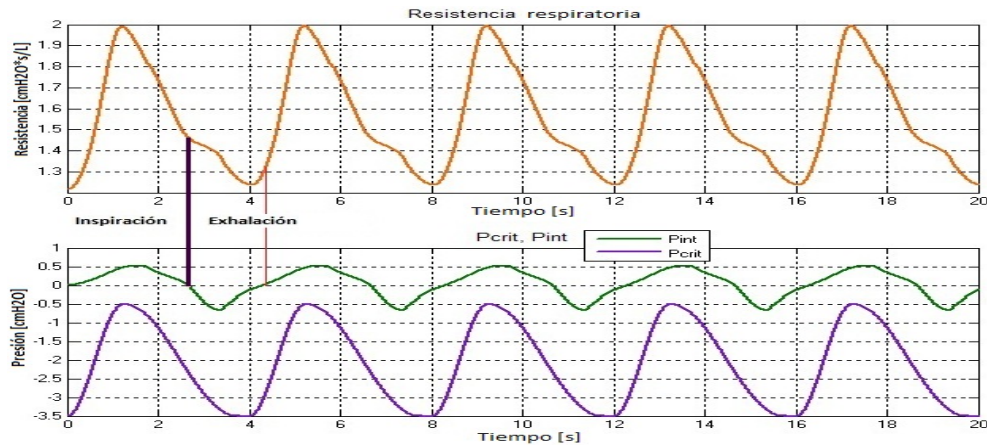


Figura 3.15: La gráfica superior muestra la resistencia total de las vías respiratorias, durante la inspiración la resistencia aumenta mientras que en la exhalación disminuye. Es importante recalcar que el valor de la resistencia está relacionado con el grado de apnea que el paciente presenta, mayor resistencia resulta en una mayor oclusión de las vías respiratorias, por esta razón la apnea se presenta durante la inspiración. Mientras que la segunda gráfica muestra el comportamiento de la presión alveolar y la presión crítica.

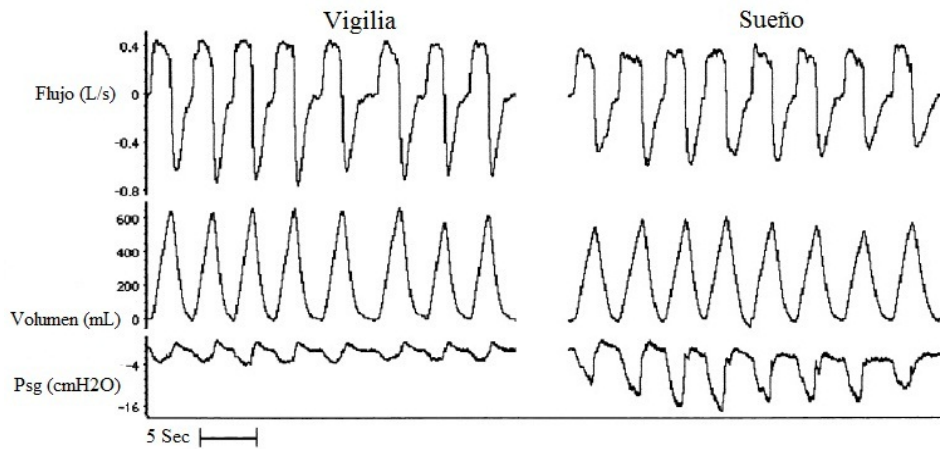


Figura 3.16: La imagen es un estudio polisomnográfico realizado a una persona en estado de vigilia (sin dormir) y una persona en estado normal. La finalidad es validar el modelo realizado Fig.3.14 con estudios reales, principalmente en este caso el volumen y flujo respiratorio, el modelo prueba ser bastante cercano a la realidad. En estado de vigilia el ritmo de respiración es más rápido, lo que incrementa el volumen de aire inspirado, aumentando la presión pulmonar. También se debe mencionar que el incremento de presión se debe al incremento de la resistencia respiratoria durante el sueño.

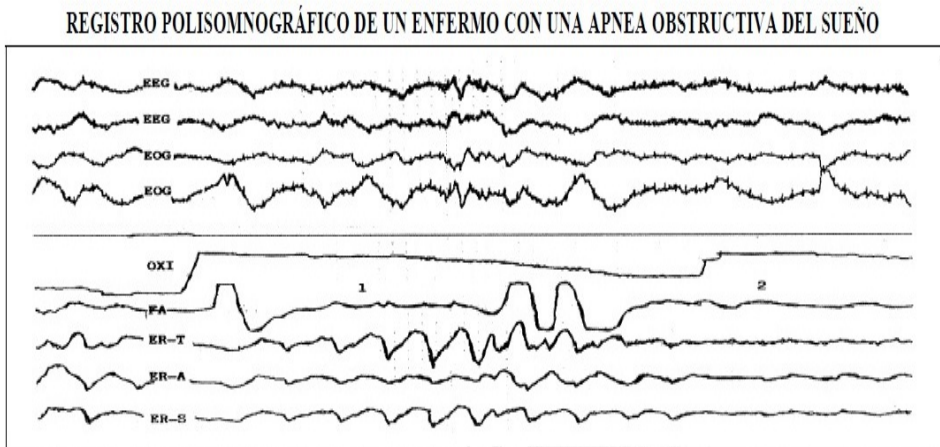


Figura 3.17: Obsérvense dos pausas respiratorias casi consecutivas en el canal que dibuja el flujo aéreo (1 y 2) y como esto coincide, para la primera apnea, con un esfuerzo respiratorio creciente en los canales que recogen los movimientos torácicos y abdominales (apnea obstructiva) y con una ausencia de movimientos respiratorios para la segunda (apnea central). Es evidente la desaturación de oxígeno que progresivamente se produce tras la primera apnea. Abreviaturas EEG electroencefalograma; EOG Electrooculograma; ECG electrocardiograma; OXI oximetría; FA flujo aéreo; ER-T esfuerzo respiratorio abdominal; ER-S esfuerzo respiratorio de suma.

3.4. Modelo dinámico del ventilador PAP

Como se menciona en el inicio de este capítulo, se necesita un modelo matemático que describa el comportamiento del ventilador PAP. En esta sección se mostrarán dos acercamientos empleados para simularlo. El ventilador PAP es un dispositivo que consta de diversos componentes integrados, como se muestra en la Fig.1.11, lo que se requiere es modelar la relación que existe entre el voltaje de excitación del ventilador centrífugo y la presión de salida de este.

Los ventiladores centrífugos son máquinas usadas para producir el movimiento de aire en diversas aplicaciones. En estos ventiladores el aire ingresa en dirección paralela al eje del rotor, por la boca de aspiración y la descarga se realiza tangencialmente al rotor, es decir que el aire cambia de dirección noventa grados. Este tipo de ventiladores desarrolla presiones altas, alcanzando presiones de hasta $150 \text{ cmH}_2\text{O}$.

Su funcionamiento se basa en la entrega de energía mecánica al aire a través de un rotor que posee una serie de paletas o álabes, de diversas formas y curvaturas, que giran aproximadamente entre 200 y 5000 rpm dentro de una caja o envoltura y que incrementan la energía cinética del fluido, que luego se transforma parcialmente en presión estática Fig.3.18a.

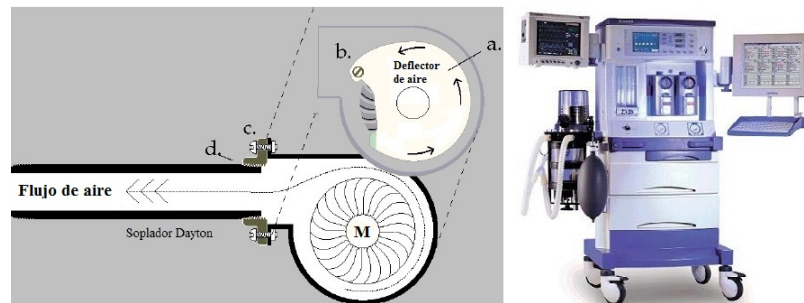


Figura 3.18: Uno de los componentes empleados con mayor frecuencia para suministrar la PAP es por medio de un soplador, cuyo principal componente es un motor eléctrico, actualmente se emplean motores sin escobillas aunque los primeros dispositivos emplearon motores de c.c. Otro método empleado para generar la PAP con mucha menor frecuencia debido al costo del equipo y tamaño es la presión neumática empleada en hospitales para la ventilación asistida, nebulizador, soporte vital, entre otras aplicaciones. [URLg]

Aunque el ventilador PAP es el dispositivo de elección en casi todos los casos del tratamiento del SAOS, existen otros dispositivos más complejos y especializados para casos especiales, como en pacientes con complicaciones cardíacas provocadas por el SAOS, terapia intensiva, fallas respiratorias y de soporte vital, que igualmente suministran una presión positiva para que el paciente pueda respirar, pero por medio de oxígeno presurizado controlado por válvulas neumáticas Fig 3.18b.

Al usar la ventilación mecánica se supone que toda la presión necesaria estará suministrada por el ventilador por lo cual se considera que ayuda a la presión provocada por los músculos abdominales y torácicos durante la inspiración y exhalación, las cuales son tomadas como una incertidumbre del sistema.

3.4.1. Enfoque mediante motor c.c

El primer enfoque que se planteó para el diseño del modelo del ventilador PAP es considerar un motor de corriente continua (c.c.), debido a como ya se menciono los primeros dispositivos empleaban este tipo de motor, además de que el comportamiento dinámico entre un motor sin escobillas y un motor de c.c. es muy similar.

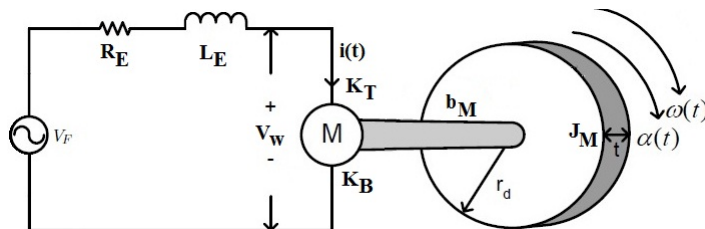


Figura 3.19: Para modelar la dinámica del ventilador PAP la primera idea fue emplear el modelo de un motor c.c. El esquema descriptivo empleado para modelar el motor c.c del ventilador PAP consta de una parte eléctrica, compuesto por una resistencia eléctrica, inductancia eléctrica y un voltaje de excitación para la parte mecánica. La parte mecánica está compuesta por el impulsor y compresor.

El conjunto de ecuaciones que modelan el sistema son las siguientes:

$$\begin{aligned}
 V_F &= V_L + V_R + V_\omega \\
 T_i &= T_J + T_b \\
 V_F &= L_E \frac{di(t)}{dt} + R_E i(t) + K_B \omega(t) \\
 K_T i(t) &= J_M \frac{d\omega(t)}{dt} + b_M \omega(t)
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

los parámetros empleados en el modelo 3.18 se muestran en la Tab.3.8

Para obtener la presión de salida provocada por la rotación del motor c.c. se multiplicará la velocidad angular de la salida del motor por una constante de proporcionalidad basada en datos técnicos de diversas hojas de ventiladores PAP y en la teoría de turbomáquinas, para hacer corresponder el voltaje de entrada al motor con una presión de salida aproximada.

$V_F \triangleq$ Voltaje de la fuente [V]	$i(t) \triangleq$ Corriente de armadura [A]
$\omega(t) \triangleq$ Velocidad angular del eje [rad/seg],[RPM]	$L_E \triangleq$ Inductancia de armadura [H]
$R_E \triangleq$ Resistencia de armadura [Ω]	$K_B \triangleq$ Constante de fuerza contraelectromotriz [$\frac{V}{rad}$]
$K_T \triangleq$ Constante de torque [$\frac{N \cdot m}{A}$]	$J_M \triangleq$ Inercia del motor, rotor y carga [$Kg \cdot m^2$]
$b_M \triangleq$ Constante de fricción viscosa [$\frac{Kg \cdot m^2}{s}$]	

Tabla 3.8: Nomenclaturas Motor c.c.

La teoría de una dimensión de las turbomáquinas Fig3.20 se basa en las siguientes suposiciones:

- Las aspas son infinitamente delgadas y la diferencia de presión a través de estas es remplazada por fuerzas imaginarias actuando en el fluido y produciendo un torque.
- El número de aspas es infinitamente grande, entonces la variación de velocidad a través de las aspas se reduce y tiende a cero.
- A través de la parte del impulsor donde el intercambio de energía se lleva a cabo no existe una variación de velocidad en el plano meridional, esto es a través del grosor del impulsor.

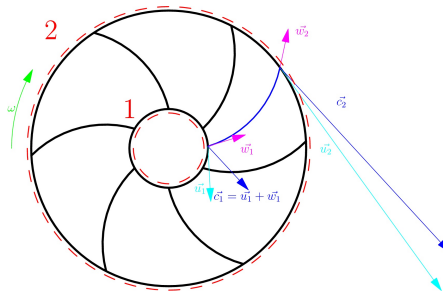


Figura 3.20: El flujo real a través de un impulsor como el del ventilador PAP es en tres dimensiones, lo que quiere decir que la velocidad del fluido está en función de tres coordenadas de posición por lo cual la distribución de la velocidad es muy compleja y depende del número de aspas, su forma, grosor, radio del impulsor entre otros factores. La teoría de una dimensión [DGSJ05] da como resultado que el flujo a través de un impulsor centrífugo pueda ser representado por este diagrama lo cual simplifica en gran medida el análisis de la relación entre velocidad del motor y presión de salida del ventilador.

Según datos de sopladores para CPAP en promedio los motores tienen entre 1200 a 2300 *rev*/mín y operan a una corriente entre 0.5 a 1.5 A entre 12 a 24 V.

De acuerdo a esto, los parametros usados para modelar el ventilador BPAP están dados en la Tabla 3.9:

El sistema del motor en variables de estado esta definido como:

$$\begin{bmatrix} \dot{\gamma}_1(t) \\ \dot{\gamma}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_E}{L_E} & -\frac{K_B}{L_E} \\ \frac{K_T}{J_M} & -\frac{b_M}{J_M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_1(t) \\ \gamma_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_E} \\ 0 \end{bmatrix} U_V \quad (3.19)$$

$$\gamma_1(t) = i(t), \quad \gamma_2(t) = \omega(t)$$

Los resultados obtenidos en la simulación del sistema son los siguientes:

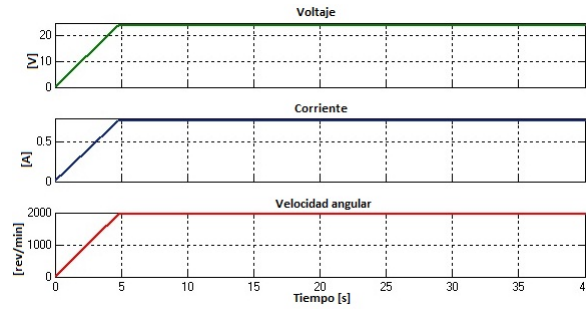


Figura 3.21: Los resultados de simular el motor de D.C. muestran el comportamiento de la velocidad angular de salida del ventilador a cierto voltaje de entrada.

$R_E = 10\Omega$	$L_E = 0.001H$	$K_B = 0.08 \frac{V}{rad}$
$K_T = 0.08 \frac{N \cdot m}{A}$	$J_M = 1 \times 10^{-5} Kg \cdot m^2$	$b_M = 3 \times 10^{-4} \frac{Kg \cdot m^2}{s}$

Tabla 3.9: Parametros Motor C.C.

3.4.2. Enfoque mediante función de transferencia

El segundo enfoque para encontrar el modelo del ventilador PAP está basado en cambiar un modelo de función de transferencia en tiempo discreto de un ventilador PAP presentado en [TWC07], relaciona el voltaje de entrada del ventilador con la presión de salida suministrada, a un modelo en variables de estado en tiempo continuo.

Su comportamiento dinámico está representado por la función de transferencia:

$$d(z) = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \quad (3.20)$$

Substituyendo Tab3.10 en $d(z)$ se obtiene:

$$d(z) = \frac{0.6z - 0.42}{z^2 - 1.09z + 0.27} \quad D(s) = \frac{92.93s + 3317}{s^2 + 131s + 3317} \quad (3.21)$$

La representación de $d(z)$ en espacio de estados está dada por el sistema 3.22, donde $y_\beta(t)$ es la presión de salida del ventilador.

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta}_1(t) \\ \dot{\beta}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3317 & -131 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1(t) \\ \beta_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} U_E \quad (3.22)$$

$$y_\beta(t) = 3317\beta_1(t)$$

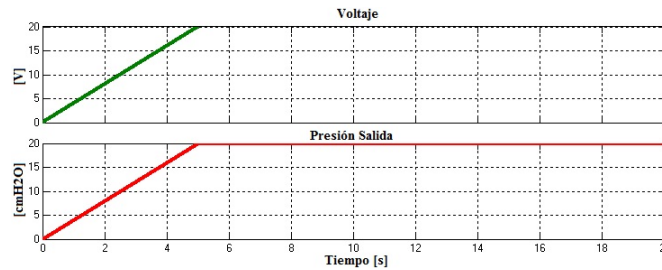


Figura 3.22: Resultados obtenidos de la simulación del sistema 3.22 un voltaje de entrada provoca una presión de salida.

$a_1 = -1.09$	$a_2 = 0.27$	$b_1 = 0.6$	$b_2 = -0.42$
---------------	--------------	-------------	---------------

Tabla 3.10: Parametros Modelo Ventilador

La aportación realizada en esta sección consiste en la obtención de un modelo del ventilador PAP que pueda ser empleando en la simulación del tratamiento PAP, cumpliendo las características requeridas en este trabajo y de acuerdo a los esquemas de control que se usaran, para llevar a cabo comparaciones entre los resultados de cada uno de los controladores.

Capítulo 4

Control por Modos Deslizantes

El enfoque de control por modos deslizantes es reconocido como una herramienta eficiente y sencilla para desarrollar controladores robustos para sistemas complejos de alto orden no lineales operando bajo condiciones de incertidumbres y perturbaciones externas e internas en una variedad de modos operacionales como regulación, control de trayectoria, diferenciación y observación.

La mayor ventaja de los controladores por modos deslizantes es su baja sensibilidad ante la variación de parámetros e incertidumbres que el sistema pueda presentar lo cual elimina la necesidad de un modelo exacto. El control por modos deslizantes implica que la acción de control son funciones de los estados discontinuas que pueden ser fácilmente implementadas por convertidores de potencia convencionales [PB02].

Debido a estas propiedades el control por modos deslizantes ha probado ser aplicado a una gran variedad de problemas en robótica, dispositivos eléctricos y generadores, control de procesos químicos y biológicos, control de movimiento de vehículos y en esta ocasión en un problema de biomedicina. Con todas las ventajas presentadas de los controladores por modos deslizantes estos presentan una deficiencia principal, el llamado efecto de chattering o de castaño. El chattering son vibraciones de alta frecuencia provocadas por el controlador [SFS04].

En particular los controladores por modos deslizantes de segundo orden son empleados para eliminar el efecto de chattering o para mantener la restricción del grado relativo dos, además del hecho de que han sido implementados con éxito en la solución de diversos problemas.

El control por modos deslizantes (CMD) ha atraído el estudio de sistemas no lineales por muchos años. Emplea un control discontinuo para forzar las trayectorias

del sistema a un conjunto prescrito, en el cual el modo deslizante aparece.

Un conjunto deslizante está definido como la intersección entre un conjunto de superficies de conmutación en el espacio de estado, las cuales son seleccionadas tal que en el modo deslizante el sistema tenga el comportamiento deseado tal como estabilidad, buena respuesta transitoria, rechazo de perturbaciones, etc.

En general el diseño del CMD consiste en dos fases. La primera fase es diseñar la superficie deslizante tal que, cuando el movimiento este restringido al conjunto $s=0$, el sistema reducido se comporte de la manera requerida. Ya que el par del sistema reducido es controlable la matriz K puede ser diseñada usando cualquier método de diseño de control lineal, por ejemplo: diseño de control de modos deslizantes basado en la formula de Ackermann [AU94] o un método conocido como diseño optimo de la superficie deslizante [Xu07].

La segunda fase es diseñar la ley de control de conmutación tal que las trayectorias del los estados del sistema puedan ser atraídas a la superficie en tiempo finito y mantenerlas en este.

En este capítulo se mostrara el procedimiento y la implementación del algoritmo Super Twisting a los modelos del sistema respiratorio y del ventilador PAP mostrados en el Capítulo 3 de este trabajo. También se presentaran los resultados de las simulaciones obtenidos y la comparación de resultados obtenidos con algoritmos de modos deslizantes de primer orden y PID.

4.1. Algoritmo Super Twisting

El algoritmo Super Twisting es un algoritmo de control por modos deslizantes de segundo orden bien conocido, inicialmente fue diseñado como una ley de control absolutamente continua, permitiendo compensar perturbaciones de tipo Lipschitz asegurando convergencia en tiempo finito, además ha sido desarrollado para controlar sistemas con grado relativo uno, con la finalidad de evitar el efecto de chattering en los sistemas de estructura variable.

También en este caso las trayectorias en el plano de según orden esta caracterizado por el twisting alrededor del origen, perola ley de control continua $u(t)$ está constituida por dos términos. El primero está definido por medio de su derivada de tiempo discontinua, mientras el otro es una función continua de la variable de deslizamiento disponible [FMI11].

4.2. Diseño del controlador para el S.R.

Reordenando el sistema reducido y normalizándolo para llevarlo a su forma regular 4.1, para que el sistema tome la forma siguiente:

$$\begin{aligned}\dot{\eta}(t) &= A_{11}\eta(t) + A_{12}\xi(t) \\ \dot{\xi}(t) &= A_{21}\eta(t) + A_{22}\xi(t) + U + \omega(\eta, \xi, t)\end{aligned}\quad (4.1)$$

Donde $\dot{\eta}$ es el vector de estados sin entradas y $\dot{\xi}$ el vector de estados con la entrada de control e incertidumbres acompladas. Teniendo el sistema en forma regular se procede al diseño del controlador Super Twisting del sistema reducido del sistema respiratorio (SR) 3.17.

$$\begin{aligned}\dot{\eta}_1(t) &= \frac{1}{I_l}\xi(t) \\ \dot{\eta}_2(t) &= \frac{1}{C_t I_l}\xi(t) - \frac{1}{C_t R_t}\eta_2(t) \\ \dot{\xi}(t) &= -\frac{1}{C_l}\eta_1(t) - \eta_2(t) - \frac{R_l}{I_l}\xi(t) + U + \omega(\eta, \xi, t)\end{aligned}\quad (4.2)$$

En el siguiente procedimiento se mostraran los pasos para el diseño del control ST, para el SR basado en el trabajo de [GMF11].

La ecuación de la superficie de deslizamiento se elije de la forma:

$$\begin{aligned}s(t) &= \xi(t) + K\eta(t), \quad s(t) = 0 \\ \dot{s}(t) &= \dot{\xi}(t) + K\dot{\eta}(t)\end{aligned}\quad (4.3)$$

K y η son vectores definidos de la siguiente manera, K se obtiene por medio de 2.7.

$$K = \begin{bmatrix} K_1 & K_2 \end{bmatrix}, \quad \eta(t) = \begin{bmatrix} \eta_1(t) \\ \eta_2(t) \end{bmatrix}$$

Desarrollando \dot{s} :

$$\dot{s}(t) = -\frac{1}{C_l}\eta_1(t) - \eta_2(t) - \frac{R_l}{I_l}\xi(t) + U + \omega(t) + \begin{bmatrix} K_1 & K_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\eta}_1(t) \\ \dot{\eta}_2(t) \end{bmatrix}\quad (4.4)$$

$$\begin{aligned}\dot{s}(t) &= -\frac{1}{C_l}\eta_1(t) - \eta_2(t) - \frac{R_l}{I_l} \left(s(t) - \begin{bmatrix} K_1 & K_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1(t) \\ \eta_2(t) \end{bmatrix} \right) + U + \omega(t) \\ &+ \left(\begin{bmatrix} K_1 & K_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{I_l} \left(s(t) - \begin{bmatrix} K_1 & K_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1(t) \\ \eta_2(t) \end{bmatrix} \right) \\ \frac{1}{C_t} \left(\frac{1}{I_l} \left(s(t) - \begin{bmatrix} K_1 & K_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1(t) \\ \eta_2(t) \end{bmatrix} \right) - \frac{1}{R_t}\eta_2(t) \right) \end{bmatrix} \right)\end{aligned}\quad (4.5)$$

Agrupando y reduciendo términos de \dot{s} finalmente se obtiene:

$$\begin{aligned}\dot{s}(t) &= \left(-\frac{1}{C_l} + \frac{K_1 R_l}{I_l} - \frac{K_1^2}{I_l} - \frac{K_1 K_2}{C_t I_l} \right) \eta_1(t) + \left(-\frac{R_l}{I_l} + \frac{K_1}{I_l} + \frac{K_2}{C_t I_l} \right) s(t) \\ &+ \left(-1 + \frac{K_2 R_l}{I_l} - \frac{K_1 K_2}{I_l} - \frac{K_2^2}{C_t I_l} - \frac{K_2}{C_t R_t} \right) \eta_2(t) + U + \omega(t) \\ U &= v(t) + U_{eq}(t)\end{aligned}$$

El siguiente paso es utilizar el control equivalente tal que $\dot{s} = v + \omega(t)$, de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}U_{eq} &= - \left(-\frac{1}{C_l} + \frac{K_1 R_l}{I_l} - \frac{K_1^2}{I_l} - \frac{K_1 K_2}{C_t I_l} \right) \eta_1(t) - \left(-\frac{R_l}{I_l} + \frac{K_1}{I_l} + \frac{K_2}{C_t I_l} \right) s(t) \\ &- \left(-1 + \frac{K_2 R_l}{I_l} - \frac{K_1 K_2}{I_l} - \frac{K_2^2}{C_t I_l} - \frac{K_2}{C_t R_t} \right) \eta_2(t)\end{aligned}\quad (4.6)$$

La matriz K se elije tal que $(A_{11} - A_{12}K)$ sea Hurwitz cuando $s = 0$. Aplicando el U_{eq} , \dot{s} se reduce a:

$$\begin{aligned}\dot{s}(t) &= v(t) + \omega(t) \\ \dot{\eta}(t) &= (A_{11} - A_{12}K) \eta(t) + A_{12}s(t)\end{aligned}\quad (4.7)$$

El algoritmo Super Twisting esta dado por:

$$v(t) = -M_1 \phi_1(s(t)) - M_2 \int_0^t \phi_2(s(t)) dt \quad (4.8)$$

ϕ_1 y ϕ_2 , estan definidas como:

$$\begin{aligned}\phi_1(s) &= |s|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s) + \mu_2 s, \quad \mu_2 \geq 0 \\ \phi_2(s) &= \frac{1}{2} \text{sign}(s) + \frac{3}{2} \mu_2 |s|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s) + \mu_2^2 s\end{aligned}\quad (4.9)$$

Donde la perturbación:

$$\omega(\eta, \xi, t) = P_{pl}(t) + \tilde{f}(t)$$

Donde $P_{pl}(t)$ es la presión pleural, que corresponde a la parte del sistema tórax y abdomen, 3.10 y 3.11 y $\tilde{f}(t)$ corresponde a la cota de las perturbaciones posibles que el paciente pueda tener, incremento de la resistencia respiratoria, cambio de posición al dormir etc. Esta perturbacion se puede acotar por medio de la siguiente función del tiempo de la siguiente manera:

$$\omega(t) = -2 \sin(3t) + 4 \cos(t) - 3 \quad (4.10)$$

Que corresponde a una frecuencia respiratoria de 20 respiraciones por minuto y de manera forzada, al presentarse un incremento de la resistencia respiratoria.

Matriz de Rosenbrock

$$R = \begin{bmatrix} sI - A & -D \\ C & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s & -1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{M_i C_i} & s + \frac{R_i}{M_i} & \frac{1}{M_i} & 1 \\ 0 & -\frac{1}{C_T} & s + \frac{1}{C_T R_T} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s & -1 & 0 & 0 \\ 125 & s + 12 & 50 & 1 \\ 0 & -20 & s + 20 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

4.3. Diseño basado en función de Lyapunov

Se tiene el sistema 4.7, con el controlador Super Twisting:

$$v(t) = -M_1 \phi_1(s(t)) - M_2 \int_0^t \phi_2(s(t)) dt$$

La clase de perturbaciones que puede compensar el algoritmo Super Twisting generalizado, tienen que satisfacer ciertas condiciones de sector. La perturbación se puede reescribir como:

$$\begin{aligned} \omega(t) &= g_1(t) + g_2(t) \\ &= \theta_1 \omega_1(t) + \theta_2 \omega_2(t) \geq 0 \end{aligned} \quad (4.11)$$

para todo $\theta_1, \theta_2 \geq 0$

El sistema 4.7, con el controlador Super Twisting se puede reescribir de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \dot{\eta}(t) &= (A_{11} - A_{12}K) \eta(t) + A_{12}s(t) \\ \dot{s}(t) &= -M_1 \phi_1(s(t)) + z(t) + g_1(t) \\ \dot{z}(t) &= -M_2 \phi_2(s(t)) + \frac{d}{dt} g_2(t) \end{aligned} \quad (4.12)$$

Las funciones $g_1(t)$ y $\frac{d}{dt} g_2(t)$ deben satisfacer las siguientes condiciones, en si deben de estar acotadas mediante las siguientes funciones:

$$|g_1(t)| \leq \hat{\rho}_1(x, t) |\phi_1(s)| \quad (4.13)$$

$$\left| \frac{d}{dt} g_2(t) \right| \leq \hat{\rho}_2(x, t) |\phi_2(s)| \quad (4.14)$$

Donde $\hat{\rho}_1(x, t), \hat{\rho}_2(x, t) \geq 0$ son funciones conocidas. El componente g_1 de la perturbación tiene que desvanecerse cuando $s = 0$, este no es el caso para la derivada de la componente g_2 de la perturbación, ya que para $s = 0$ es suficiente que este acotada.

Se propone una función candidata de Lyapunov

$$V_q(s, z) = \varsigma^T(t) P_k \varsigma(t) \quad (4.15)$$

Donde ς es un vector y se define como:

$$\varsigma^T = \begin{bmatrix} \phi_1(s(t)) & z(t) \end{bmatrix}$$

Usando la derivada de ς se puede encontrar la derivada de V_q

$$\begin{aligned} \dot{\varsigma} &= \dot{\phi}_1(s) \begin{bmatrix} -M_1 \phi_1(s) + z(t) + g_1(t) \\ -M_2 \phi_2(s(t)) + g_2(t) \end{bmatrix} \\ &= \dot{\phi}_1(s(t)) (A\varsigma + B\hat{g}(t)) \end{aligned} \quad (4.16)$$

Obteniendo la derivada de $V_q(s, z)$

$$\begin{aligned} \dot{V}_q(s, z) &= \dot{\phi}_1(s(t)) \varsigma^T (A^T P_k + P_k A + B\hat{g}(t)) \varsigma \\ &= -\dot{\phi}_1(s(t)) \varsigma^T Q_k \varsigma \\ &= \dot{\phi}_1(x_1) \left\{ \varsigma (A^T P + P A) \varsigma + \hat{g}^T B^T P \varsigma + \varsigma^T P B \hat{g} \right\} \end{aligned} \quad (4.17)$$

$\dot{V}_q(s, z)$ se puede reescribir mediante el uso de matrices.

$$\begin{aligned} \dot{V}_q(s, z) &= \dot{\phi}_1(s(t)) \begin{bmatrix} \varsigma \\ \hat{g} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} A^T P + P A & P B \\ B^T P & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varsigma \\ \hat{g} \end{bmatrix} \\ &\leq \dot{\phi}_1(s(t)) \left\{ \begin{bmatrix} \varsigma \\ \hat{g} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} A^T P + P A & P B \\ B^T P & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varsigma \\ \hat{g} \end{bmatrix} + \omega(t) \right\} \\ &= \dot{\phi}_1(s(t)) \begin{bmatrix} \varsigma \\ \hat{g} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} A^T P + P A + R + \epsilon I & P B \\ B^T P & -\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varsigma \\ \hat{g} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.18)$$

Donde B es:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

Dependiendo si g_1 y g_2 están presentes, solo g_1 o solo g_2 .

El problema se reduce a resolver el problema de LMI tal que:

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA + \epsilon I + R & PB \\ B^T P & -\Theta \end{bmatrix} \leq 0 \quad (4.20)$$

equivalentemente, existe una P que resuelva la desigualdad algebraica de Riccati.

$$A^T P + PA + \epsilon I + R + PB\Theta^{-1}B^T P \leq 0 \quad (4.21)$$

$$A = \begin{bmatrix} -K_1 & -K_2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -15 & -30 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \Theta = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 \\ p_2 & p_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.075 & -0.0153 \\ -0.0153 & -0.041 \end{bmatrix} \quad R = [\theta_1 g_1^2 + \theta_2 g_2^2] F^T F = \begin{bmatrix} 0.75 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

4.4. Gráficas controlador Super Twisting y PID

Primero se muestra una comparación entre la presión ideal requerida y la presión de salida suministrada Fig.4.1. Es importante mencionar que la señal de referencia

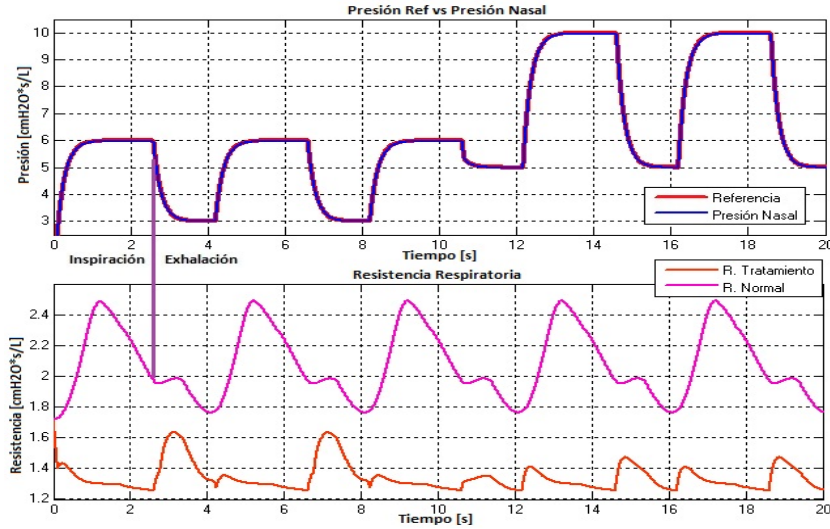


Figura 4.1: La figura superior muestra la comparación entre la señal de referencia de presión requerida dada por el sensor de flujo y presión con la presión nasal que recibe el paciente. La imagen inferior muestra el comportamiento de la resistencia respiratoria del modelo en estado normal y cuando esta implementado el tratamiento.

está diseñada para el confort del paciente, ya que incrementa la presión durante la inspiración para respirar con mayor facilidad durante esta fase y disminuye durante la exhalación reduciendo el esfuerzo del paciente. Se cambio la referencia de presión el primero entre 3-6 cmH_2O y el segundo entre 5-10 cmH_2O . Para conocer que tanto

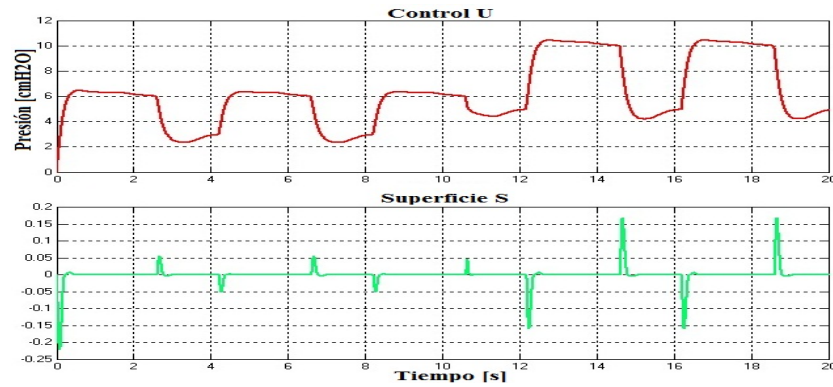


Figura 4.2: En las gráficas se observa la presión de control U requerida por el ventilador para que la presión de salida sea igual a la requerida. Se aprecia que la presión del control U debe ser superior a la requerida para compensar la presión del paciente.

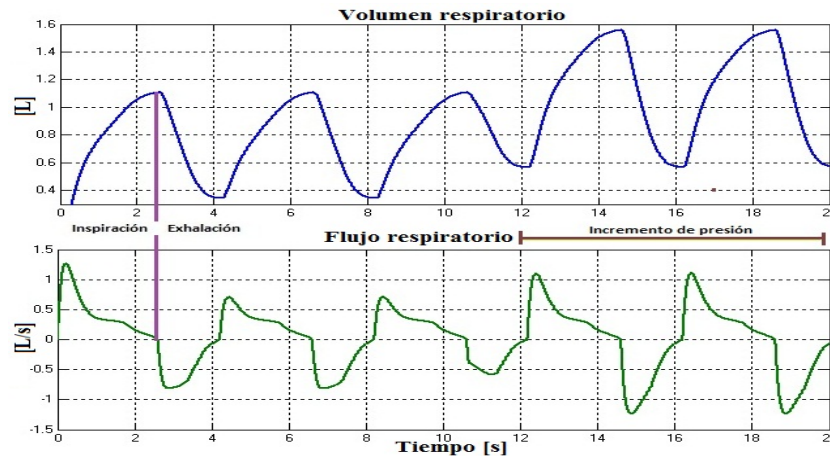
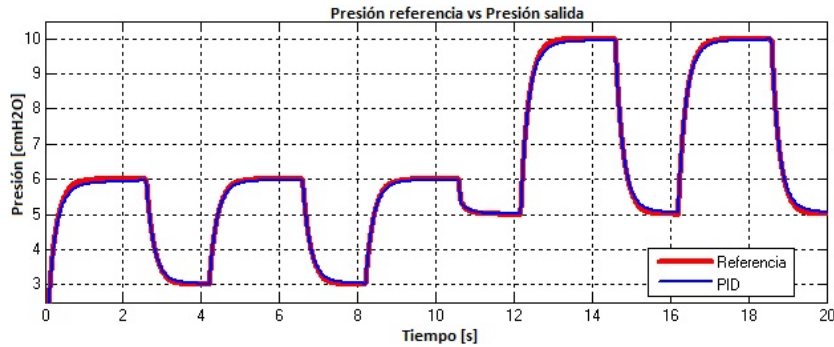
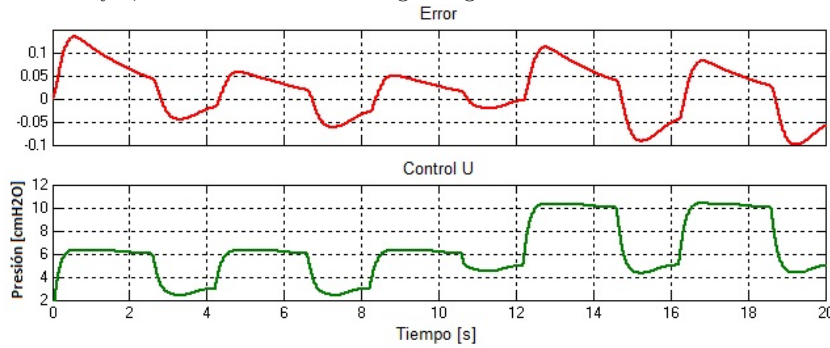


Figura 4.3: Las gráficas muestran el comportamiento del flujo y volumen respiratorio cuando el paciente está recibiendo el tratamiento de presión positiva. Es necesario recordar que se administraron 2 niveles de presión 3-6 cmH_2O y 5-10 cmH_2O , por lo cual se nota un incremento en el volumen y flujo respiratorio al incrementar la presión suministrada. Se puede notar la diferencia en estado normal en comparación con la Fig.3.14

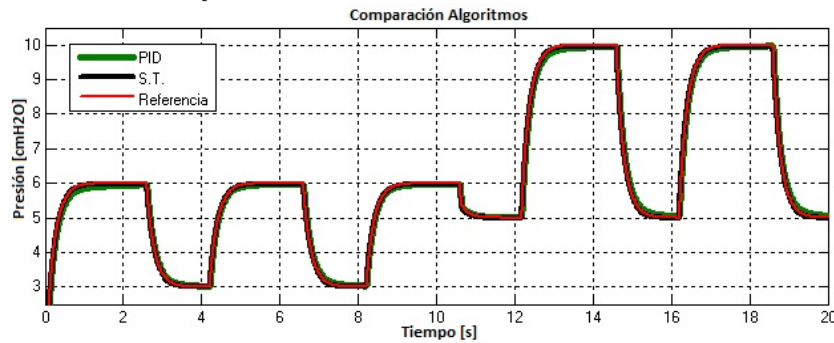
el algoritmo por modos deslizantes mejoro a los algoritmos de control PID con las ganancias calculadas por el metodo de Ziegler-Nichols se presentan las simulaciones.



(a) Los resultados obtenidos de la presión de referencia contra la presión nasal mediante un algoritmo de control PID basado en las reglas de Ziegler Nichols se muestran en la gráfica anterior. Se obtuvieron resultados parecidos a los obtenidos mediante el algoritmo Super Twisting. Con la diferencia de que el error de seguimiento es mayor, el cual se muestra en la figura siguiente.



(b) En esta figura se muestra el error de seguimiento al usar el algoritmo PID y la entrada de control necesaria para lograr la presión de referencia. Como ya se mencionó las ganancias del PID se realizó por medio de las reglas de Ziegler Nichols, además a diferencia del algoritmo Super Twisting el error no se vuelve cero aunque este no de una amplitud considerable.



(c) El propósito de esta figura es mostrar una comparación directa entre el algoritmo PID y S.T. Aunque no se aprecia una gran diferencia a simple vista se mostró mediante los errores de seguimiento de cada algoritmo que la respuesta del S.T. es en cierta medida mejor.

Figura 4.4: Resultados controlador PID sistema respiratorio

4.5. Ventilación mecánica

Control de velocidad por modos deslizantes de primer orden para el motor CC [UGS99]. Se desea que el motor con el modelo en variables de estado 3.19, siga una referencia de velocidad de acuerdo a los requerimientos de presión necesarios por lo que se define el error de la siguiente manera:

$$e(t) = \gamma_2^*(t) - \gamma_2(t) = \chi_1(t) \quad \dot{e}(t) = \dot{\gamma}_2^*(t) - \dot{\gamma}_2(t) = \chi_2(t) \quad (4.22)$$

Cambiando el sistema a este nuevo sistema de referencia se obtiene:

$$\begin{aligned} \dot{\chi}_1(t) &= \chi_2(t) \\ \dot{\chi}_2(t) &= \ddot{\chi}_2^*(t) + H_2\dot{\chi}_2^*(t) + H_1\chi_2^*(t) + H_3U_V - \chi_2(t) - H_1\chi_1(t) \end{aligned} \quad (4.23)$$

Donde:

$$H_1 = \frac{R_E}{L_E} + \frac{b_M}{J_M}, \quad H_2 = \frac{R_E b_M + K_T K_B}{L_E J_M}, \quad H_3 = \frac{K_T}{J_M L_E}$$

La superficie deslizante se elige como:

$$\begin{aligned} \vartheta(t) &= C_s (\gamma_2^*(t) - \gamma_2(t)) + (\dot{\gamma}_2^*(t) - \dot{\gamma}_2(t)) \\ &= C_s e(t) + \dot{e}(t) \\ &= C_s \chi_1(t) + \chi_2(t) \end{aligned} \quad (4.24)$$

Con la función de Lyapunov, para encontrar el controlador necesario para hacer que el sistema converja.

$$V_m(t) = \frac{1}{2} \vartheta^2(t) \quad (4.25)$$

Obteniendo la derivada de $V_m(t)$ y desarrollando se obtiene:

$$\begin{aligned} \dot{V}_m(t) &= \vartheta(t) \dot{\vartheta}(t) < 0 \\ &= \vartheta(t) (C_s \dot{\chi}_1(t) + \dot{\chi}_2(t)) \\ &= \vartheta(t) (C_s \chi_2(t) + \ddot{\chi}_2^*(t) + H_2\dot{\chi}_2^*(t) + H_1\chi_2^*(t) + H_3U_V - \chi_2(t) - H_1\chi_1(t)) \end{aligned} \quad (4.26)$$

El control U_V que hace que $\dot{V}_m(t)$ converja exponencialmente esta dado por:

$$\begin{aligned} U_V &= U_0 \text{sign}(\vartheta(t)) \\ U_0 &> \frac{1}{H_3} |C_s \chi_2(t) + \ddot{\chi}_2^*(t) + H_2\dot{\chi}_2^*(t) + H_1\chi_2^*(t) - \chi_2(t) - H_1\chi_1(t)| \\ \dot{V}_m(t) &< 0 \end{aligned} \quad (4.27)$$

Los resultados obtenidos mediante el algoritmo de modos deslizantes de primer orden [UGS99] son los de la Fig.4.5:

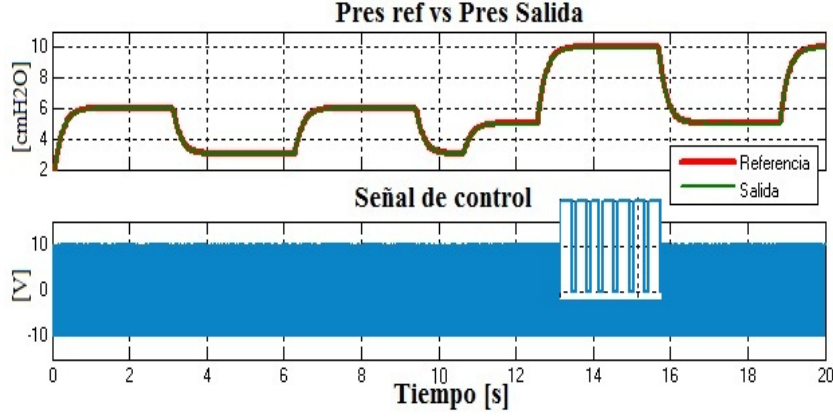


Figura 4.5: Resultados obtenidos al aplicar el controlador por modos deslizantes de primer orden para el modelo del motor D.C. Se puede notar el característico chattering del algoritmo de primer orden ocasionado por el $sign(s)$. También es visible que este algoritmo aunque sigue la referencia de presión de una manera muy precisa la señal de voltaje que excita al motor de D.C. no es la mejor por el cambio de voltaje tan brusco al que se ve sometido.

4.6. Diseño del controlador para el ventilador PAP

Control de velocidad por modos deslizantes algoritmo Super Twisting para el motor CC

La dinamica del ventilador esta representada por:

$$\begin{bmatrix} \dot{\gamma}_1(t) \\ \dot{\gamma}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_E}{L_E} & -\frac{K_B}{L_E} \\ \frac{K_T}{J_M} & -\frac{b_M}{J_M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_1(t) \\ \gamma_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_E} \\ 0 \end{bmatrix} U_V \quad (4.28)$$

$$\gamma_1(t) = i(t) \quad \gamma_2(t) = \omega(t)$$

Usando este cambio de variables

$$\Phi(t) = L_E \gamma_1(t) \quad \Omega(t) = \gamma_d(t) - \gamma_2(t) \quad (4.29)$$

El sistema toma la siguiente forma normalizada

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}(t) &= -\frac{R_E}{L_E} \Phi(t) - K_B (\gamma_d(t) - \Omega(t)) + U_V \\ \dot{\Omega}(t) &= \dot{\gamma}_d(t) - \left[\frac{K_T}{J_M L_E} \Phi(t) - \frac{b_M}{J_M} (\gamma_d(t) - \Omega(t)) \right] \end{aligned} \quad (4.30)$$

La ecuación de la superficie de deslizamiento esta dada por:

$$\Psi(t) = \Phi(t) + K_\alpha \Omega(t) \quad (4.31)$$

Lo cual deja al sistema como:

$$\begin{aligned}\dot{\Omega}(t) &= \dot{\gamma}_d(t) - \left[\frac{K_T}{J_M L_E} (\Psi(t) - K_\alpha \Omega(t)) - \frac{b_M}{J_M} (\gamma_d(t) - \Omega(t)) \right] \\ \dot{\Psi}(t) &= D_1 (\Psi(t) - K_\alpha \Omega(t)) + D_2 (x_d(t) - \Omega(t)) + K_\alpha \dot{\gamma}_d(t) + U_V\end{aligned}\quad (4.32)$$

Donde D_1 y D_2 están definidas como:

$$D_1 = -\frac{R_E}{L_E} - \frac{K_T K_\alpha}{J_M L_E}, \quad D_2 = \frac{K_\alpha b_M}{J_M} - K_B$$

Con:

$$U_V = U_{eq} + \Lambda(t)$$

El control equivalente U_{eq} que hace que $\dot{\Psi}(t) = \Lambda(t) + \omega_M(t)$ es:

$$U_{eq} = -D_1 (\Psi(t) - K_\alpha \Omega(t)) - D_2 (\gamma_d(t) - \Omega(t))$$

Con el control equivalente empleado el sistema queda:

$$\begin{aligned}\dot{\Omega}(t) &= \dot{\gamma}_d(t) - \left[\frac{K_T}{J_M L_E} (\Psi(t) - K_\alpha \Omega(t)) - \frac{b_M}{J_M} (\gamma_d(t) - \Omega(t)) \right] \\ \dot{\Psi}(t) &= \Lambda(t) + \omega_M(t)\end{aligned}\quad (4.33)$$

La perturbación está definida como:

$$\omega_M(t) = K_\alpha \dot{\gamma}_d(t) + \omega_p(t)$$

Donde $K_\alpha \dot{\gamma}_d(t)$ es debida a las variaciones de presión que puedan ocurrir y $\omega_p(t)$ a las posibles fugas de la mascarilla.

Empleando el controlador Super Twisting definido como:

$$\Lambda(t) = -N_1 \phi_{\Psi_1}(\Psi(t)) - \frac{N_2}{2} \int_0^\tau \phi_{\Psi_2}(\Psi(t)) dt$$

Donde ϕ_{Ψ_1} y ϕ_{Ψ_2} , están definidas como:

$$\begin{aligned}\phi_{\Psi_1}(\Psi(t)) &= |\Psi|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\Psi) + \delta_2 \Psi, & \delta_2 &\geq 0 \\ \phi_{\Psi_2}(\Psi(t)) &= \frac{1}{2} \text{sign}(\Psi) + \frac{3}{2} \delta_2 |\Psi|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\Psi) + \delta_2^2 \Psi\end{aligned}\quad (4.34)$$

El algoritmo super twisting obtiene los siguientes resultados:

En esta sección se mostrara el diseño del controlador Super Twisting para el sistema en variables de estado del ventilador PAP 3.22, obtenido por medio de la

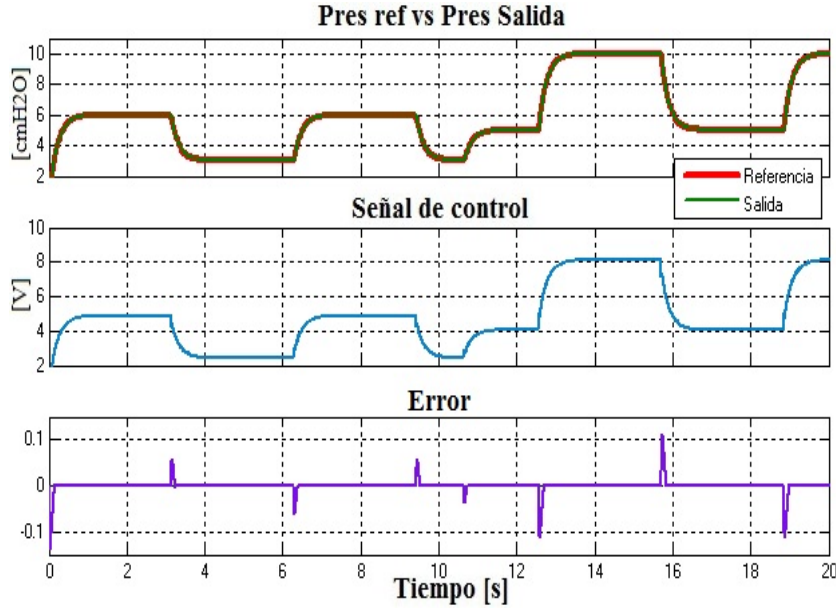


Figura 4.6: En la gráfica se aprecian los resultados obtenidos mediante el algoritmo Super Twisting. Se puede observar que los cambios en el voltaje necesarios para que el ventilador proporcione la salida de presión no son tan abruptos por lo cual el controlador resulto eficiente, en comparación con los resultados obtenidos por el algoritmo deslizante de primer orden.

función de transferencia 3.20, además se le agregaran perturbaciones provocadas por fugas de presión y se comparara los resultados con algoritmos PID y MD de primer orden.

$$\begin{aligned}\dot{\beta}_1(t) &= \beta_2(t) \\ \dot{\beta}_2(t) &= -3317\beta_1(t) - 131\beta_2(t) + U_E \\ P_s(t) &= 3317\beta_1(t)\end{aligned}$$

Se realiza el siguiente cambio de variables:

$$g_1(t) = 3317\beta_1(t) \quad g_2(t) = \beta_2(t) \quad (4.35)$$

El sistema toma la forma de:

$$\begin{aligned}\dot{g}_1(t) &= 3317g_2 \\ \dot{g}_2(t) &= -g_1(t) - 131g_2(t) + U_E \\ P_s(t) &= g_1(t)\end{aligned}$$

Donde $g_1(t)$ es la presión de salida del ventilador BPAP

$$\begin{aligned}\mu_1(t) &= g_1(t) - g_1^*(t) \\ \mu_2(t) &= g_2(t)\end{aligned}$$

Siguiendo el mismo procedimiento explicado para el controlador del sistema respiratorio y del motor cc, que es proponer la función deslizante $W(t) = \mu_2(t) + K_v\mu_1(t)$, encontrar su derivada $\dot{W}(t)$, hacer que $\dot{W}(t) = V_v(t) - K_v\dot{g}_1^*(t)$ por medio del control equivalente U_E y aplicar el controlador Super Twisting $V_v(t)$, encontrando las ganancias R_{v1}, R_{v2} por medio de la función de Lyapunov $V_q(W, z) = \zeta^T(t)P_k\zeta(t)$

$$\begin{aligned}\dot{\mu}_1(t) &= 3317\mu_2(t) - \dot{g}_1^*(t) \\ \dot{\mu}_2(t) &= -(\mu_1(t) + g_1^*(t)) - 131\mu_2(t) + U_E\end{aligned}\quad (4.36)$$

$$W(t) = \mu_2(t) + K_v\mu_1(t) \quad \dot{W}(t) = \dot{\mu}_2(t) + K_v\dot{\mu}_1(t) \quad (4.37)$$

$$\begin{aligned}\dot{\mu}_1(t) &= 3317(W(t) - K_v\mu_1(t)) - \dot{g}_1^*(t) \\ \dot{W}(t) &= -(\mu_1(t) + g_1^*(t)) + (-131 + 3317K_v)(W - K_v\mu_1) + U_E - K_v\dot{g}_1^*(t)\end{aligned}\quad (4.38)$$

$$U_E = -(-131 + 3317K_v)(W(t) - K_v\mu_1(t)) + (\mu_1(t) + g_1^*(t)) + V_v$$

$$\begin{aligned}\dot{\mu}_1(t) &= 3317(W(t) - K_v\mu_1(t)) - \dot{g}_1^*(t) \\ \dot{W}(t) &= V_v(t) - K_v\dot{g}_1^*(t)\end{aligned}\quad (4.39)$$

$$V_v(t) = -R_{v1}\phi_{v1}(W(t)) - \frac{R_{v2}}{2} \int_0^t \phi_{v1}(W(t))dt$$

Donde ϕ_{v1} y ϕ_{v2} , están definidas como:

$$\begin{aligned}\phi_{v1}(W(t)) &= |W|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(W) + \delta_2 W, \quad \delta_2 \geq 0 \\ \phi_{v2}(W(t)) &= \frac{1}{2} \text{sign}(W) + \frac{3}{2} \delta_2 |W|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(W) + \delta_2^2 W\end{aligned}\quad (4.40)$$

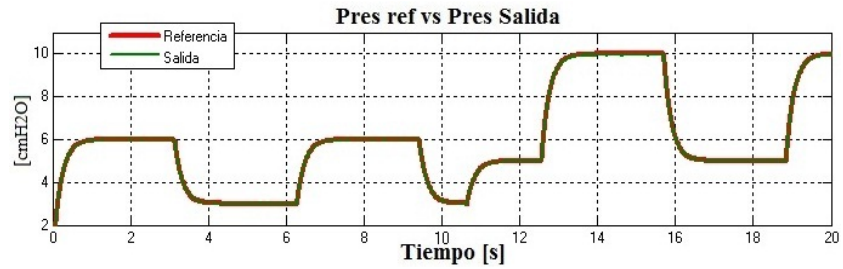
Las figuras 4.7 a 4.9, muestra los resultados obtenidos al simular los controladores, por modos deslizantes de primer orden convencional, el algoritmo Super Twisting

generalizado y el algoritmo PID, al sistema 4.36, adicionando una perturbación debida a variaciones de presión del ventilador, fugas en la mascarilla nasal, que variaran entre 0.3 a 0.7 cmH_2O , por medio de una señal sinusoidal.

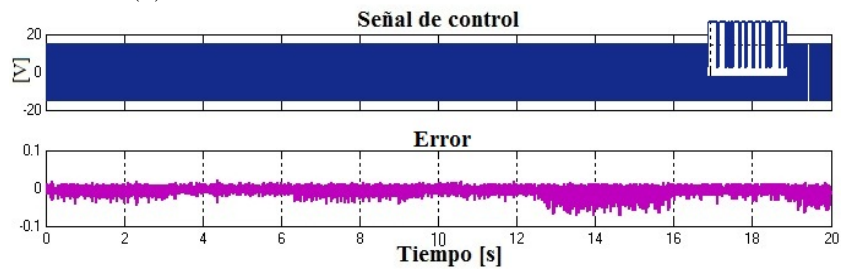
Los resultados obtenidos en la Fig4.7, correspondiente al algoritmo de Modos Deslizantes de primer orden, logra seguir la señal de referencia de presión adecuadamente aun en presencia de la perturbación. La principal desventaja de este algoritmo como ya se había señalado es el tipo de voltaje que sería necesario aplicar al ventilador, debido a la función *sign*. Además de que la señal de error nunca es igual a cero y se pueden apreciar los efectos del chattering.

La Fig4.8 muestra los resultados obtenidos por el controlador Super Twisting, en este caso al igual que los modos deslizantes de primer orden, logra seguir la referencia de presión requerida pero a diferencia de este el voltaje que el controlador aplica al ventilador, es siempre positivo, no presenta variaciones considerables, además de ser un voltaje más adecuado para el motor del ventilador. También se puede ver que el error de seguimiento es cero a excepción de cuando se presenta la conmutación en el nivel de presión requerido, donde varía muy poco.

Por último la Fig4.9 presentan los resultados obtenidos por medio del algoritmo PID, en esta se puede ver que aunque el PID sigue la señal de referencia, el error de seguimiento es mayor que en los algoritmos por Modos Deslizantes, debido a que no puede compensar la perturbación de manera adecuada por completo, además de que el voltaje necesario presenta picos de voltaje en cada cambio de nivel de referencia de presión.

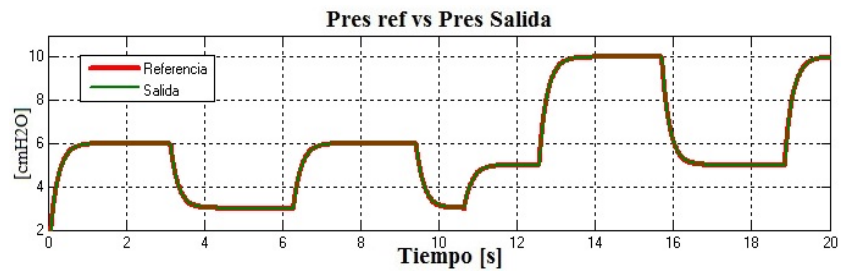


(a) Presión de referencia vs Presión de salida MD 1° orden

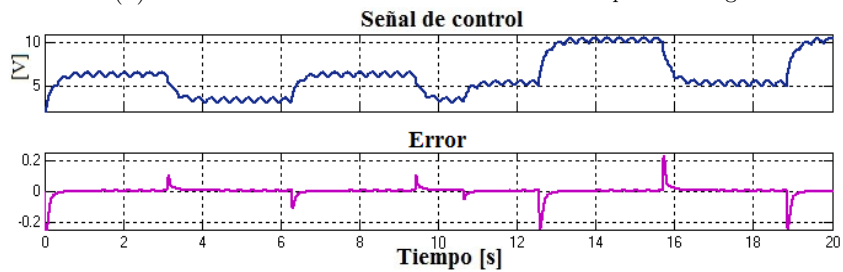


(b) Gráficas del voltaje de control y error del MD 1° orden

Figura 4.7: Resultados Modos deslizantes de 1° orden

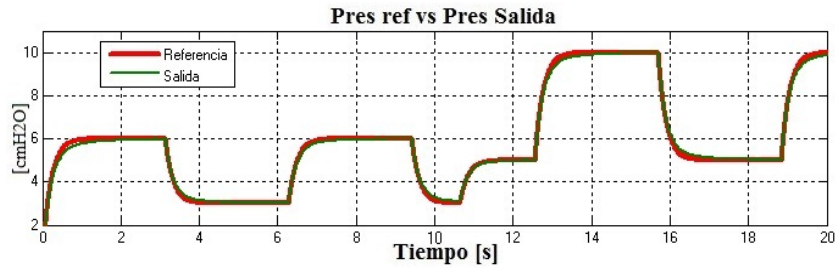


(a) Presión referencia vs Presión salida control Super Twisting

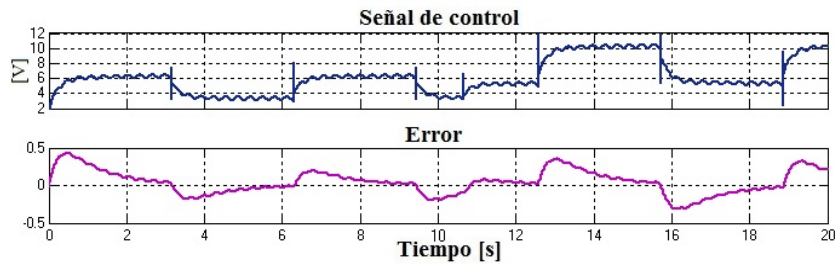


(b) Señal de voltaje de control y error del ST

Figura 4.8: Resultados algoritmo Super Twisting



(a) Presión referencia vs Presión Salida PID



(b) Señal de control voltaje y error PID

Figura 4.9: Resultados control PID

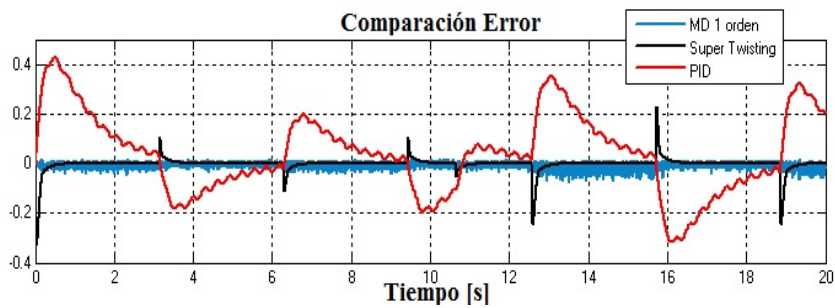


Figura 4.10: La gráfica muestra la comparación directa entre los errores obtenidos por cada uno de los controladores, donde se puede observar que el algoritmo Super Twisting es el que tiene un menor error de seguimiento en la señal de referencia mientras que el algoritmo PID es el que presenta un mayor error y prácticamente su error nunca es cero.

Capítulo 5

Sistema Conjunto

5.1. Diagrama completo

Hasta ahora se ha desarrollado por separado el diseño de control para una de las partes involucradas en el tratamiento del SAOS por medio de la ventilación positiva. Primero se desarrollo el controlador para el sistema respiratorio y después para las dos aproximaciones al ventilador PAP. En este capítulo se mostrara el paso final de este trabajo desarrollado, el cual consiste en conjuntar los dos algoritmos de control mostrados en el Capítulo 4 de acuerdo al esquema de la Fig.5.1, el primero para el control del comportamiento y tratamiento del paciente representado por el modelo respiratorio presentado en el Capítulo 3 y el segundo control de la presión suministrada por el ventilador BPAP que proporciona la presión positiva que requiere el paciente para el tratamiento del SAOS. Esto se realizara por medio de simulaciones de los esquemas y algoritmos de control en MATLAB y Simulink.

Los resultados obtenidos se compararan con el esquema de control convencional Fig.1.10, empleando el algoritmo PID, además se comparara con los resultados obtenidos empleando el esquema de control propuesto usando en ambos el algoritmo PID, con la finalidad de comparar la compensación de perturbaciones entre el algoritmo PID y Super Twisting. Adicionalmente se presentan los resultados experimentales publicados en de [FJGN03, TWC07, CHD12], para dar una idea de las mejoras que pueden ser alcanzadas usando el control por modos deslizantes.

Ambas perturbaciones serán consideradas en los esquemas de control para el SR y el ventilador PAP, estos es las ocasionadas por el paciente como la variación de la resistencia respiratoria y las debidas a las variación de presión que puedan ocurrir

acotadas por la función 4.10. Mientras que se considerara también la pérdida de presión por la mascarilla y variación de presión entre 0.2 a 0.6 cmH_2O .

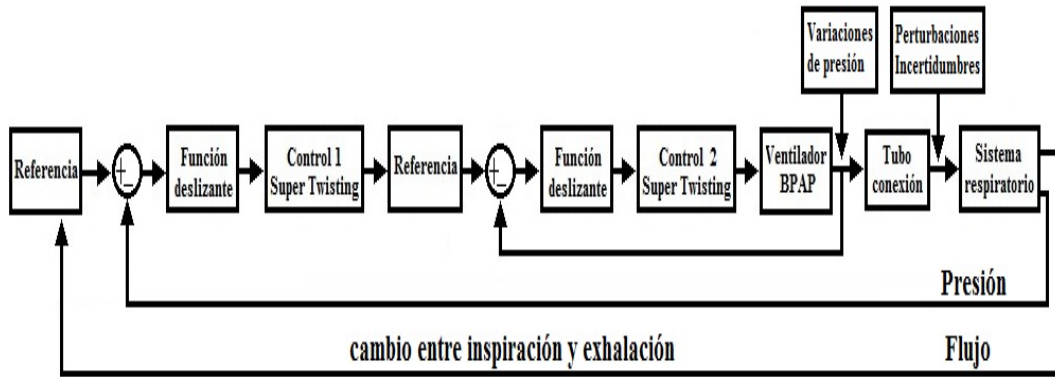
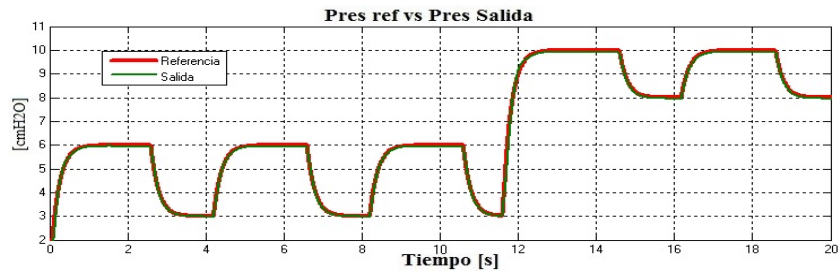


Figura 5.1: El esquema total que se planteo usar es el uso de dos controladores. El primero diseñado especialmente para conocer la presión necesaria que requiere el paciente y enviar la señal de referencia al segundo controlador. El segundo se encarga de controlar la presión que es suministrada al paciente mediante el ventilador de presión positiva.

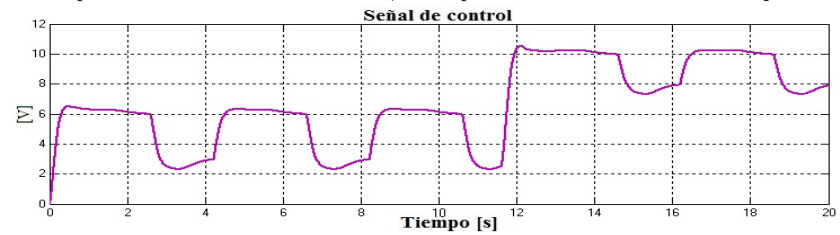
El primer resultado que se presenta Fig.5.2a es el obtenido empleando el control super twisting para ambos controladores y empleando el esquema de control 5.1. El nivel de referencia de presión que recibe el paciente se cambia entre dos niveles diferentes uno bajo 3-6 cmH_2O y uno alto 8-10 cmH_2O . La diferencia entre la presión de referencia y la que recibe el paciente es cero. La Fig.5.2b muestra el voltaje que necesita el ventilador BPAP para generar la presión. La Fig.5.3 muestra las señales respiratorias del modelo, volumen, flujo, presión y resistencia respiratoria durante el tratamiento BPAP. La resistencia respiratoria se mantiene en un nivel bajo en el cual se evita la aparición de apneas.

Los resultados obtenidos con el algoritmo super twisting se comparan con los obtenidos empleando el algoritmo PID Fig.5.4a, se observa que el controlador no puede seguir la señal de referencia de presión adecuadamente, presentando una variación entre 0.5 - 2 cmH_2O . En la Fig.5.4b se muestra el voltaje utilizado por el ventilador, donde se observan abruptos picos de voltaje generados entre cada conmutación de la presión.

Para mostrar las posibilidades que tiene el control por modos deslizantes de mejorar el suministro de una presión de referencia, se muestran los resultados obtenidos en publicaciones de control de dispositivos PAP. En la Fig.5.6a se muestran los resultados publicados para un dispositivo CPAP empleando un controlador PI. La Fig.5.6b los resultados para un dispositivo BPAP, empleando PID. La Fig.5.6c los resultados para un dispositivo CPAP, empleando PID.



(a) Esta primer gráfica muestra los resultados de la implementación del sistema conjunto empleando ambos controladores Super Twisting, se nota que el seguimiento en la señal de referencia es bastante cercano aun en la presencia de las perturbaciones e incertidumbres, sin importar el valor de referencia de presión establecido.



(b) La figura muestra el voltaje de control necesario para que el ventilador BPAP, suministre la presión requerida. Se nota que el voltaje no presenta picos o discontinuidades al presentarse el cambio de presión.

Figura 5.2: Resultados control ST esquema conjunto propuesto

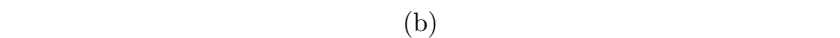
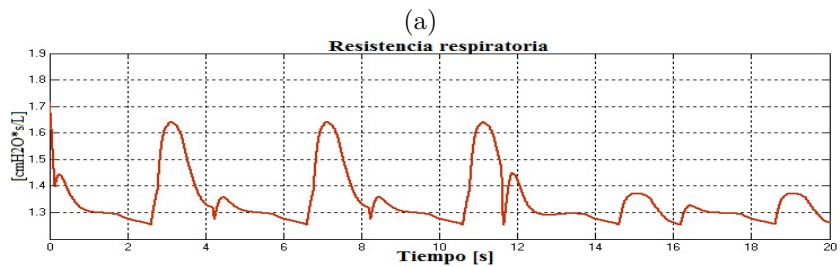
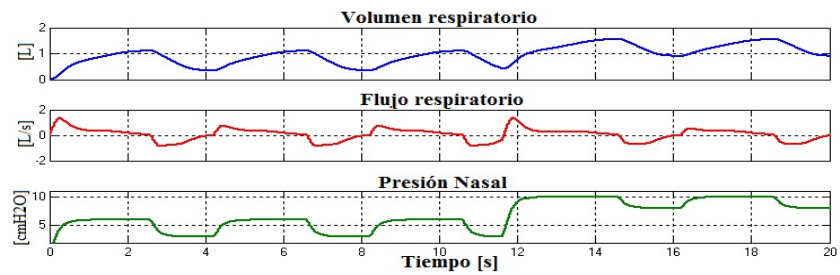
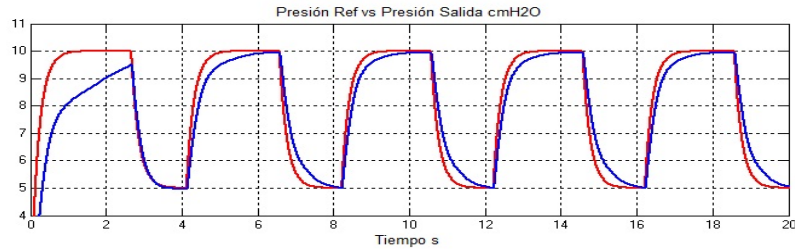
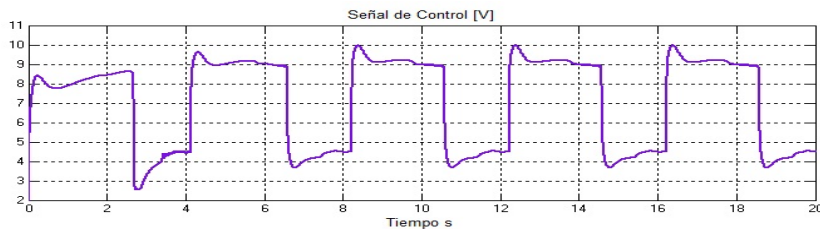


Figura 5.3: Gráficas respiratorias obtenidas por el esquema conjunto ST

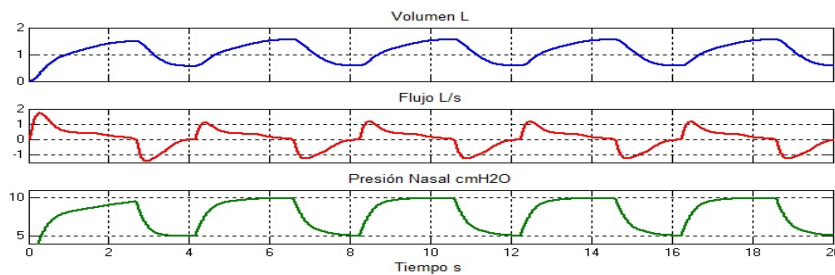


(a) En la imagen se muestra el resultado de emplear el esquema convencional 1.10 con el algoritmo PID basado en las reglas de sintonización de Nichols Ziegler, se nota que este no es capaz de seguir la referencia de presión.



(b) La imagen muestra el voltaje requerido por el controlador PID, se observa que presenta algunos picos de voltaje además de incrementos muy altos de voltaje.

Figura 5.4: Resultados control PID esquema convencional

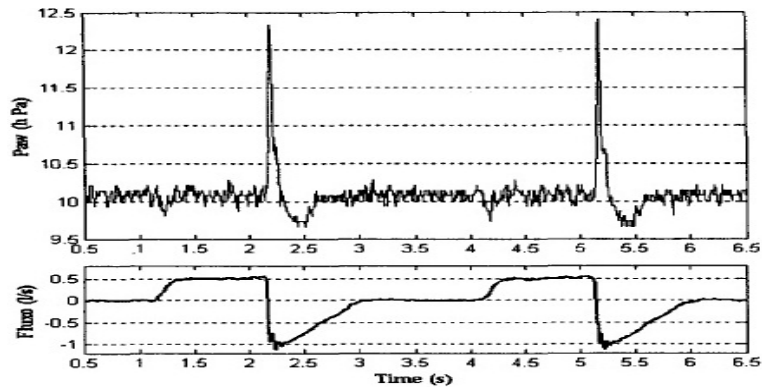


(a) Volumen, Flujo

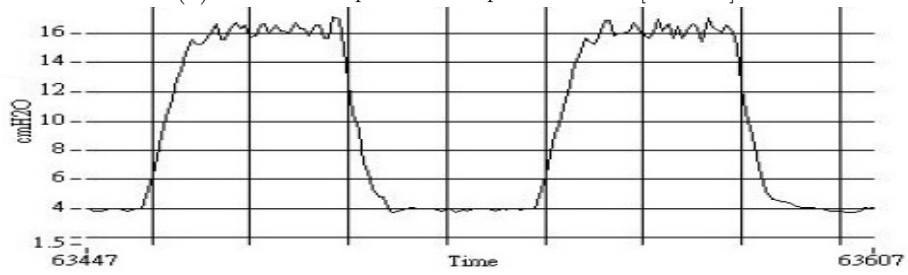


(b) Resistencia respiratoria

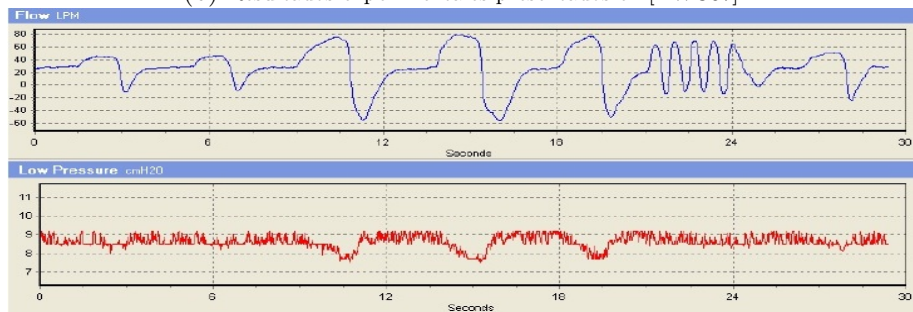
Figura 5.5: Señales respiratorias PID conjunto



(a) Resultados experimentales presentados en [FJGN03]



(b) Resultados experimentales presentados en [TWC07]



(c) Resultados experimentales presentados en [CHD12]

Figura 5.6: Resultados experimentales publicados en la literatura

Finalmente para mostrar la robustez del algoritmo por modos deslizantes se realiza una simulación Fig.5.7 en la cual se intenta simular un caso grave de apnea obstructiva, para esto se simula el incremento de la resistencia hasta $35 \frac{\text{cmH}_2\text{Os}}{\text{L}}$ a los 10.5 s, por lo cual se incrementa la presión para contrarrestar la apnea e impedir que la vía respiratoria se cierre, manteniendo la resistencia en niveles donde la persona pueda seguir respirando. Con este mejoramiento se puede conseguir que la aplicación de los dispositivos se amplíe a una gama de pacientes en condiciones más severas, enfermedades respiratorias, terapia intensiva o recién nacidos, donde se requiere estándares más altos y de mejor calidad.

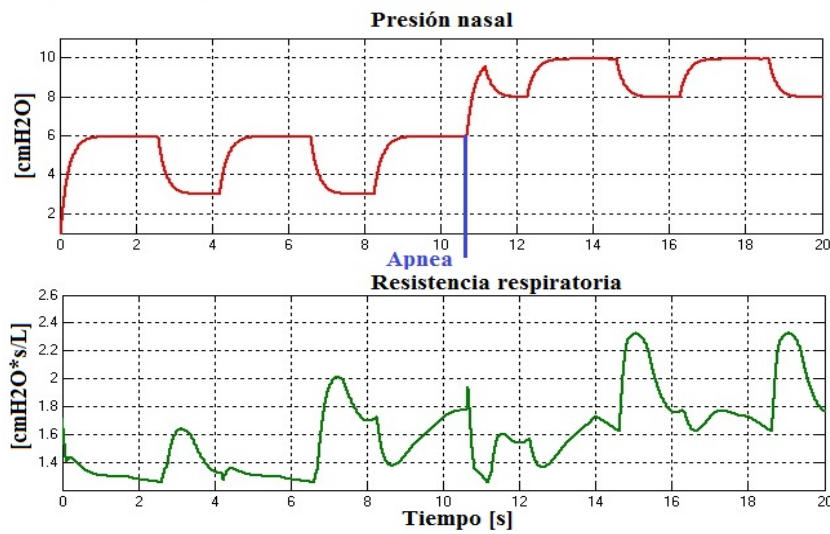


Figura 5.7: Esta imagen muestra la simulación de una apnea forzada se fuerza el aumento de la resistencia respiratoria a $40 \text{ cmH}_2\text{O}$, pero el tratamiento por ventilación positiva impide el incremento de esta, es decir no permite que las vías respiratorias se cierren, confirmando que el controlador STG compensa adecuadamente las perturbaciones más importantes del sistema y seguir la referencia de presión al mismo tiempo.

Capítulo 6

Conclusiones

La ventilación PAP en el tratamiento del SAOS es usado ampliamente en todo el mundo debido a los resultados positivos obtenidos y las ventajas que presenta con respecto al tratamiento quirúrgico, además de ser el tratamiento elegido por la mayoría de los pacientes. Por lo cual es importante realizar mejoras que contribuyan al desempeño del dispositivo, confort durante el tratamiento y mejorar la calidad de vida del paciente.

En este trabajo se utilizó un controlador robusto por modos deslizantes de segundo orden algoritmo super twisting generalizado. El algoritmo STG es una alternativa apropiada debido a las perturbaciones, variabilidad e incertidumbres paramétricas presentes tanto en el ventilador BPAP y el sistema respiratorio del paciente. Además los trabajos publicados en la literatura sobre el control del ventilador PAP basan su diseño de control en experimentos prácticos, mientras este trabajo propone un acercamiento teórico empleando herramientas matemáticas y de control.

El modelo del sistema respiratorio con las características no lineales adicionadas como el resistor Starling, la ecuación de Rohrer y las incertidumbres en la respiratoria, presentado en el Capítulo 3 permitió simular de manera más realista el comportamiento de un paciente ya que las comparaciones que se realizaron con estudios clínicos fueron bastante cercanas. Y fue útil al momento de implementar el esquema de control con los diferentes algoritmos de control. Debido a esto se puede confiar.^{en} que los resultados obtenidos se acercan a los que se pueden tener en una persona real.

El modelo del ventilador BPAP fue útil para simular el tratamiento BPAP y sus efectos sobre el sistema respiratorio. Y ya que este estaba basado en el modelo

discreto de un ventilador BPAP real tuvo que modificarse para aplicar las herramientas de control continuo con la certeza de que retrataba el comportamiento de uno verdadero.

En el capítulo 4, se muestran la aplicación del algoritmo del controlador Super Twisting al modelo respiratorio y las consideraciones que fueron tomadas en su diseño. También se presenta la cota de la perturbación considerada y las consideraciones que se tomaron en su diseño. Se presento el comportamiento del controlador para 2 niveles de presión BPAP un nivel bajo y un nivel alto en caso de ser necesario. Además se presentaron una comparación en los resultados obtenidos y con aquellos obtenidos por el algoritmo PID. Obteniendo un mejor seguimiento en la señal de referencia de presión mediante el algoritmo Super Twisting.

Además se aplico el algoritmo Super Twisting a ambos modelos dinámicos del ventilador BPAP, se compararon los resultados con algoritmos de Modos Deslizantes de primer orden y algoritmos PID. Se pudo observar en las simulaciones que los algoritmos con el menor error en presencia de perturbaciones con el modo deslizante de primer orden y el algoritmo Super Twisting, aunque el voltaje requerido por el modos deslizante convencional presenta el efecto de chattering por lo cual sería poco viable implementar este controlador, el algoritmo PID no pudo compensar las perturbaciones presentes, además de presentar picos de voltaje entre la conmutación de los niveles de presión requeridos, mientras que el algoritmo ST obtuvo una compensación de las perturbaciones, un error cero y el voltaje suministrado al ventilador no presenta los picos en cada conmutación.

En el capítulo 5 se presento los resultados obtenidos usando el esquema completo de control propuesto, usando los dos lazos de control, empleando el algoritmo Super Twisting en cada uno de ellos, el primero para el sistema respiratorio y el segundo para el ventilador. Los resultados obtenidos se compararon tanto empleando el esquema convencional de control usando el algoritmo PID y usando el esquema de control propuesto usando PID para uno de ellos.

Por medio de la implementación de un control robusto por modos deslizantes se mejoro la compensación de las incertidumbres más importantes durante la aplicación del tratamiento al paciente. El diseño fue probado mediante simulaciones, el resultado de las simulaciones resulto en una variación de la presión deseada casi cero, en todos los casos y superaron a las simulaciones empleando algoritmos PID. El esquema de control conformado por dos lazos de control empleando el algoritmo de control Super Twisting mejoro el desempeño del controlador al suministrar una presión más cercana a la referencia aun cuando se presentan perturbaciones acotadas en el sistema, en comparación con la aplicación del algoritmo de control PID y del

esquema de control convencional planteado en trabajos de investigación anteriores.

6.1. Trabajo futuro

Implementar el algoritmo Super Twisting de ganancias variables al problema de control del ventilador BPAP e implementarlo en un dispositivo APAP, con la finalidad de disminuir o incrementar el control requerido de acuerdo a las necesidades requeridas por el paciente, adicionando un algoritmo que permita detectar de manera más precisa mediante análisis de las señales sonoras del paciente, el incremento de la resistencia respiratoria, un evento de ronquidos, apnea obstructiva y apnea central, por lo se requerirá implementar un modelo matemático de estas señales, mediante la recolección de información del comportamiento del sistema respiratorio práctica publicada en diversos estudios médicos.

Además el modelo del sistema respiratorio y el esquema de control pueden ser utilizados en trabajos futuros tanto en la adición de características para el tratamiento del SAOS al modelo respiratorio o para la implementación y mejora de las soluciones de otras enfermedades respiratorias como el asma, rinofaringitis o en el tratamiento de pacientes en terapia intensiva que requieren tratamientos especialmente delicados y precisos.

Los resultados obtenidos en este trabajo permitirán en un futuro a corto plazo intentar una aplicación práctica para algún ventilador CPAP y modificarlo para implementar el ventilador BPAP con el esquema de control estudiado en este trabajo. Para comprobar el desempeño del controlador en una aplicación práctica antes de aplicarse a pacientes se puede utilizar un simulador pulmonar el cual consta de un mecanismo de presión que simula la respiración de una persona real.

Bibliografía

A

- [ABJ96] J. P. Armitstead, C. D. Bertram, and O. E. Jensen. A study of the bifurcation behaviour of a model of flow through a collapsible tube. *Bulletin of Mathematical Biology*, Vol. 58:611–641, 1996.
- [ARGGZ10] Amjad Abu-Rmileh, Winston Garcia-Gabin, and Darine Zambrano. Internal model sliding mode control approach for glucose regulation in type 1 diabetes. *Biomedical Signal Processing and Control*, Vol. 5:94–102, February 2010.
- [AU94] Juergen Ackerman and Vadim Utkin. Sliding mode control design based on ackermann’s formula. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 43, February 1994.

B

- [Bad02] M. Safwan Badr. Pathophysiology of obstructive sleep apnea. *Oral Maxillofacial Surgery Clinics North America*, Vol. 12, 2002.
- [Bat09] Jason H. T. Bates. *Lung Mechanics an Inverse Modeling Approach*. Cambridge University Press, 2009.
- [BSAY00] J. Boston, M. Simaan, J. Antaki, and Y. Yu. Control issues in rotary heart assist devices. *Proceedings of the 2000 American Control Conference*, 2000.
- [BYB95] Khosrow Behbehani, Fu-Chung Yen, and John R. Burk. Automatic control of airway pressure for treatment of obstructive sleep apnea. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol. 42, October 1995.

C

- [CAB05] Shaohui Chen, James Antaki, and Robert Boston. Physiological control of left ventricular assist devices based on gradient of flow. *American Control Conference*, Junio 2005.
- [CAGG95] L. Chiari, G. Avanzolini, G. Gnudi, and F. Grand. A non-linear simulator of the human respiratory chemostat. *Transactions on Biomedicine and Health*, Vol. 2, 1995.
- [CCSHY09] C. Y. Chen, W.C. Chan, and T. W. Liu S. H. Yu. Sliding mode speed control of brushless dc motor using pulse-width-modulated current regulator. *IEEE International Conference on Advances Intelligent Mechatronics*, Julio 2009.
- [Cha03] Robert L. Chatburn. *Fundamentals of Mechanical Ventilation: A short course on the theory and application of mechanical ventilators*. Mandu Press Ltd., 2003.
- [CHD12] Zheng-Long Chen, Zhao-Yan Hu, and Hou-De Dai. Control system design for a continuous positive airway pressure ventilator. *BioMedical Engineering OnLine*, Febrero 2012.
- [CS05] Marion Everett Couch and Brent Senior. Tratamientos no quirúrgico y quirúrgico de la apnea del sueño. *Clínicas Anestesiológicas de Norteamérica*, Vol. 23:525–534, 2005.
- [CSD10] Marcin Ciolek, Stefan Sieklicki, and Jacek Drozdowski. The analysis of patients airflow with respect to early detection of sleep apnea. *Human System Interactions*, 2010.

D

- [DGSJ05] John Douglas, John Gasoriek, John Swaffield, and Lynne Jack. *Fluid Mechanics, 5/E*. Prentice Hall, 2005.
- [DJS07] Frank Doyle, Lois Jovanovic, and Dale Seborg. A tutorial on biomedical process control. *Journal of Process Control*, Vol. 17, Agosto 2007.

F

- [FEF09] Hermann Frieboes, Mary Edgerton, and John Fruehauf. Prediction of drug response in breast cancer using integrative experimental/computational modeling. *American Association for Cancer Research: Mathematical Oncology*, Abril 2009.
- [FJGN03] A. S. Favre, F.C. Jandre, and A. Gianella-Neto. Closed-loop control of a continuous positive airway pressure device. *Proceedings of the 25th Annual International Conference of the IEEE EMBS Cancun México*, Septiembre 2003.
- [FMI11] Leonid Fridman, Jaime Moreno, and Rafael Iriarte. *Sliding Modes after the First Decade of the 21st Century*. Springer, 2011.
- [FPM98] Ramon Farré, René Peslin, and Josep Montserrat. Flow dependent positive airway pressure to maintain airway patency in sleep apnea hypopnea syndrome. *Am J Respir Crit Care Med*, 1998.

G

- [GHFIAS08] Ana Gabriela Gallardo Hernández, Leonid M. Fridman, Sergio Islas-Andrade, and Yuri B. Shtessel. Quasi-continuous high order sliding modes controllers applied to glucose insulin regulatory system models. *47th IEEE Conference on Decision and Control*, Diciembre 2008.
- [GHFL⁺11] Ana Gabriela Gallardo Hernández, Leonid Fridman, Ron Leder, Arie Levant, Yuri Shtessel, Cristina Revilla Monsalve, and Sergio Islas Andrade. High-order sliding-mode control of blood glucose concentration via practical relative degree identification. *2011 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*, Diciembre 2011.
- [GMF11] Tenoch Gonzales, Jaime Moreno, and Leonid Fridman. Variable gain super twisting control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 57:2100– 2105, Noviembre 2011.

H

- [HZ08] Zhonghai He and Yuqian Zhao. Modeling in respiratory movement using labview and simulink. *Department of automation engineering, Northeastern University at Qinhuangdao, China*, 2008.

J

- [JBF11] Kirkness JP, McGinley BM, and Sgambati FP. Developing quantitative physiological phenotypes of sleep apnea for epidemiological studies. *IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*, 2011.
- [Jen02] O. E. Jensen. Flows through deformable airways. *Centre for Mathematical Medicine University of Nottingham*, June 2002.
- [JHL66] Ronald W. Jodat, James D. Horgan, and Ramon L. Lange. Simulation of respiratory mechanics. *Biophysical Journal*, Vol. 6, 1966.
- [JM11] Ireneusz Jablonski and Janusz Mroczka. Reduction of a linear complex model for respiratory system during airflow interruption. *32nd Annual International Conference of the IEEE EMBS*, 2011.
- [JWK04] Saso Jezernik, Ruben Wassink, and Thierry Keller. Sliding mode closed-loop control of fes: Controlling the shank movement. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol. 51:263–272, February 2004.

K

- [KB07] Rahul K. Kakkar and Richard B. Berry. Positive airway pressure treatment for obstructive sleep apnea. *CHEST Official publication of the American College of Chest Physicians*, 2007.
- [Kha02] Hassan K. Khalil. *Nonlinear Systems*. Prentice Hall, 2002.
- [KKP06] Jason P. Kirkness, Vidya Krishnan, and Susheel P. Patil. Upper airway obstruction in snoring and upper airway resistance syndrome. *Prog Respir Res. Basel, Karger*, Vol. 35, 2006.

L

- [Lan07] Andrew Lang, editor. *Sleep Apnea Syndrome: Research Trends*. Nova Biomedical, 2007.
- [ICV00] Álvaro Castel and Salvador Vales. *Ventilación Mecánica*. Springer Verlag Iberica, 2000.
- [Lev93] Arie Levant. Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control. *International Journal of Control*, Vol. 58:1247–1263, 1993.
- [Lev03] Michael Levitzky. *Pulmonary Physiology*. Lange Physiology Series, 2003.
- [LFKH11] Dan Longo, Anthony Fauci, Dennis Kasper, and Stephen Hauser. *Harrison Principles of Internal Medicine 18th Edition*. McGraw-Hill, 2011.
- [ISWFA99] Álvarez Sala Walther, Calle Rubio Fernández, and Sánchez Alarcos. Apnea obstructiva del sueño. *Sistema Nacional de Salud*, 23, 1999.

M

- [Man10] Manual. *PR System One REMStar 60 Series Auto CPAP with Heated Humidifier and Heated Tube*, 2010.
- [Man11] Manual. *ResMed S9 AutoSet & S9 Elite Positive Airway Pressure Devices*, 2011.
- [Mas04] Olivier Massiot. Modeling flow-induced collapse in human airways. *Thesis University of Twente, Enschede*, 2004.
- [MD11] Olagunju Mukaila and Juhriyansyah Dalle. Predictive control model of hiv/aids spread with emphasis in nigeria. *International Journal of Science and Advanced Technology*, 2011.
- [Mor09] Jaime A. Moreno. A linear framework for the robust stability analysis of a generalized super twisting algorithm. *Proceedings 6th Conference of Electrical Engineering*, 2009.
- [Mor12] Jaime A. Moreno. Lyapunov approach for analysis and design of second order sliding modes algorithms. *Sliding Modes after the First Decade of the 21st Century*, Vol. 412:pp 113–149, 2012.

O

- [Oga10] K. Ogata. *Modern Control Engineering*. Prentice Hall, 2010.
- [OOL03] J.T. Ottensen, M.S. Olufsen, and J.K. Larsen. *Applied Mathematical Models in Human Physiology*. Roskilde University, September 2003.
- [OVP06] Moisés Ortiz-Vargas and Hector Puebla. A cascade control approach for a class of biomedical systems. *Proceedings of the 28th IEEE EMBS Annual International Conference*, Agosto 2006.

P

- [PB02] Wilfrid Perruquetti and Jean Pierre Barbot, editors. *Sliding Mode Control in Engineering*. CRC Press, 2002.
- [PGW09] Michael Pishko, Robert Gabbay, and Jacob Werner. Feasibility of a closed-loop controlled noninvasive ultrasonic glucose sensing and insulin delivery system. *Ultrasonics Symposium (IUS), 2009 IEEE International*, 2009.
- [PM04] Adam G. Polak and Janusz Mroczka. Nonlinear model for mechanical ventilation in human lungs. *Computers in Biology and Medicine* 36, August 2004.

R

- [RHB97] Ramesh Rao, Johnnie Huang, and Wayne Bequette. Modeling and control of a nonsquare drug infusion system. *IFAC sponsored Conference on Modeling and Control in Biomedical Systems*, 1997.
- [RL06] David M. Rapoport and Ron S. Leder. Continuous positive airway pressure. *Encyclopedia of Medical Devices and Instrumentation*, Vol. 2:329–336, 2006.
- [RR08] M. Rozanek and K. Roubik. Design of the mathematical model of the respiratory system using electro-acoustic analogy. *World Academy of Science, Engineering and Technology*, Vol. 42, Octubre 2008.

S

- [SFS04] Asif Sabanovic, Leonid Fridman, and Sarah Spurgeon, editors. *Variable Structure Systems: From Principles to Implementation*. IEE Control Engineering, 2004.
- [SKS09] Andrzej Swierniak, Marek Kimmel, and Jaroslaw Smieja. Mathematical modeling as a tool for planning anticancer therapy. *European Journal of Pharmacology*, Vol. 625, 2009.
- [SMF⁺10] Yuri B. Shtessel, Jaime A. Moreno, Leonid Fridman, Alexander S. Poznyak, and Franck Plestan. Super twisting adaptive sliding mode control: a lyapunov design. *49th IEEE Conference on Decision and Control*, December 2010.
- [Sri07] J. Srinivas. *Control Systems and Mechatronics*. Alpha Science, 2007.
- [Sta03] Catherine B. Stalford. The starling resistor: A model for explaining and treating obstructive sleep apnea. *AANA Journal Course*, 2003.

T

- [TWC07] Ching-Chih Tsai, Zen-Chung Wang, and Chih-Sung Chen. Two degree-of-freedom control for bi-level positive airway pressure of an obstructive sleep apnea treatment system. *The 33rd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, November 2007.

U

- [UGS99] Vadim Utkin, Jurgen Guldner, and Jingxin Shi. *Sliding Mode Control in Electro-mechanical Systems*. Taylor & Francis, 1999.
- [URLa] <http://www.webearsocial.com/2009/04/dibujos-del-sistema-respiratorio.html>.
- [URLb] <http://www.ortodoncialmeria.es/pacientes-roncadores/novedades/>.
- [URLc] http://www.rehabilitacionfacial.com/cms/contenido/cirugias_apnea.html.

-
- [URLd] http://www.kentuckysleep.com/information_links/surgery_cpap_and_bipap.html.
- [URLe] http://www.healthcare.philips.com/es_es/homehealth/sleep/profilelite/default.wpd.
- [URLf] <http://www.fadishop.eu/TPS-40200-DR>.
- [URLg] <http://www.grainger.com/Grainger/ecatalog/N-1z0dv28>.
- [Utk91] Vadim I. Utkin. *Sliding Modes in Control and Optimization*. Springer-Verlag, 1991.

W

- [WAE91] J. R. Wheatley, T. C. Amis, and L. A. Engel. Nasal and oral airway pressure-flow relationships. *Applied Physiological Journal*, 1991.
- [Woo07] B. Tucker Woodson. Physiology of sleep disordered breathing. *Sleep Disorders*, 2007.

X

- [Xu07] Rong Xu. *Optimal Sliding Mode Control and Stabilization of Under-actuated Systems*. PhD thesis, Ohio State University, 2007.