



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE QUÍMICA

**MODELACIÓN FÍSICA Y MATEMÁTICA DEL FLUJO DE FLUIDOS EN
UN MODELO FÍSICO DE INYECCIÓN POR EL FONDO**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
INGENIERO QUÍMICO METALÚRGICO**

PRESENTA:

DANIEL ALEJANDRO BÁEZ ROMERO



MÉXICO, D.F.

2012



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

PRESIDENTE: **Profesor ALBERTO INGALLS CRUZ**

VOCAL: **Profesor JOSÉ BERNARDO HERNÁNDEZ MORALES**

SECRETARIO: **Profesor MARCO AURELIO RAMIREZ ARGAEZ**

1er. SUPLENTE: **Profesor JOSE ALEJANDRO GARCIA HINOJOSA**

2° SUPLENTE: **Profesor JOSE ANTONIO BARRERA GODINEZ**

SITIO DONDE SE DESARROLLÓ EL TEMA:

Departamento de Ingeniería Metalúrgica

Facultad de Química U.N.A.M., EDIFICIO D, Laboratorio 005

ASESOR DEL TEMA

Dr. José Bernardo Hernández Morales

SUSTENTANTE

Daniel Alejandro Báez Romero

Contenido

Índice de figuras	iii
Índice de tablas.....	viii
Introducción	1
Capítulo 1. Antecedentes	3
1.1. Inyección en procesos metalúrgicos	3
1.2. Tiempo de mezclado	5
1.3. Formación de burbujas.....	6
1.4. Modelos físicos	9
1.5. Modelos Matemáticos	11
Capítulo 2. Objetivos.....	14
Capítulo 3. Modelo físico.....	15
3.1 Descripción del modelo físico	15
3.2 Cálculos de números adimensionales	17
3.2.1. Número de Reynolds	17
3.2.2. Numero de Froude modificado	19
3.3. Tiempo de mezclado	20
3.4. Técnicas de visualización	21
3.5. Visualización del comportamiento de las burbujas y de la superficie libre.....	22
Capítulo 4. Descripción del modelo matemático	23
4.1. Descripción del problema	23
4.2. Objetivos de cálculo del modelo	24
4.3. Alcance del modelo.....	24
4.4. Modelo geométrico	25
4.5. Ecuaciones gobernantes	26
4.6. Metodología de solución del modelo matemático.....	30
4.6.1. Pre-procesamiento.....	30
4.6.2. Procesamiento: solución del modelo.....	35

4.6.3 Post-procesamiento	36
Capítulo 5. Resultados y análisis.....	38
5.1. Modelo físico.....	38
5.1.1 Tiempo de mezclado.....	38
5.1.2 Caracterización de las burbujas	47
5.1.3 Morfología de las burbujas y de la superficie libre.....	57
5.1.4. Dinámica de las burbujas.....	62
5.1.5 Patrones de flujo.....	64
5.1.6. Efecto de la altura del baño de agua.....	67
5.2. Modelo Matemático	72
5.2.1 Evolución del campo de fases.	73
5.2.2 Campo de velocidades y vectores de velocidad	76
5.2.3. Patrones de flujo.....	79
5.3. Comparación entre el modelo físico y el modelo matemático	82
5.3.1. Morfología de la burbuja, forma de la pluma y superficie libre.	82
5.3.2. Patrones de flujo.....	86
Capítulo 6. Conclusiones.....	89
7. Referencias	91

Índice de figuras

Figura 1.1. Características de la pluma durante la inyección de un gas a través de una boquilla: 1) burbuja en formación, 2) burbuja libre, 3) pluma y 4) "spout".	8
Figura 3.1. Imagen del dispositivo experimental.	16
Figura 3.2. Representación esquemática de la localización de los puntos de inyección y de detección del trazador: a) vista frontal, b) vista superior.	20
Figura 4.1. Fotografía del sistema bajo estudio.	22
Figura 4.2. Representación esquemática del modelo geométrico del sistema. La línea punteada indica un plano de simetría.	25
Figura 4.3. Fronteras consideradas en el modelo computacional. La línea azul representa la entrada de aire, las líneas verdes son las paredes, la línea amarilla el eje de simetría y la línea roja a la salida del sistema.	32
Figura 4.4. Mallado del sistema construido en ANSYS Meshing. Los recuadros muestran acercamientos a zonas de alta densidad de volúmenes.	34
Figura 5.1. Respuesta del sistema (pH vs. tiempo) para tres experimentos independientes con flujo de aire de 118 ml/min, altura de baño de 20 cm (Experimento 1.1) y puntos de adición y detección a 3 cm debajo de la superficie libre, separados por un ángulo de 180°.	39
Figura 5.2. Respuesta del sistema (pH vs. tiempo) para la Prueba A del conjunto de experimentos realizados con flujo de aire de 118 mL/min y altura de baño de 20 cm (Experimento 1.1).	40
Figura 5.3. Respuesta del sistema (Δ pH vs. tiempo) para diversos flujos de aire y altura de baño de 20 cm.	42

Figura 5.4. Secuencia utilizada para estimar el tiempo de mezclado para la Prueba A del conjunto de experimentos realizados con flujo de aire de 118 ml/min y altura de baño de 20 cm (Experimento 1.1).	43
Figura 5.5. Respuesta del sistema (pH vs. tiempo) para el Experimento 2.1 (flujo de aire de 118 ml/min, altura de baño de 30 cm) y punto de detección a 3 cm debajo de la superficie libre.	46
Figura 5.6. Respuesta del sistema (Δ pH vs. tiempo) para diversos flujos de aire y una altura de baño de 30 cm.	47
Figura 5.7. Frecuencia de formación de burbujas como función del flujo de aire inyectado, para una altura del baño de 20 cm	53
Figura 5.8. Frecuencia de formación de burbujas como función del número de Weber basado en el diámetro del orificio, para una altura del baño de 20 cm.	54
Figura 5.9. Volumen de las burbujas como función de la frecuencia de formación de burbujas, para una altura del baño de 20 cm.	53
Figura 5.10. Frecuencia de burbujas como función del flujo de aire inyectado, para una altura del baño de 30 cm.	57
Figura 5.11. Frecuencia de burbujas como función del número de Weber basado en el diámetro del orificio, para una altura del baño de 30 cm.	58
Figura 5.12. Volumen de las burbujas como función de la frecuencia de formación, para una altura del baño de 30 cm.	59
Figura 5.13. Morfología y trayectoria de las burbujas formadas para diversos valores del flujo volumínico de aire y una altura del baño de agua de 20 cm.	61
Figura 5.14. Morfología y trayectoria de las burbujas formadas para diversos valores del flujo volumínico de aire una altura del	62

baño de agua de 30 cm.

Figura 5.15. Morfología de la superficie libre para diversos valores del flujo volumínico de aire y una altura del baño de 20 cm	64
Figura 5.16. Morfología de la superficie libre para cada una de las inyecciones de aire para diversos valores del flujo volumínico de aire y altura del baño de 30 cm	65
Figura 5.17. Patrones de flujo para un flujo de aire de 118 ml/min y una altura de 20 cm (Experimento 1.1).	67
Figura 5.18. Patrones de flujo para flujo de aire de 1150 ml/min y altura de 20 cm (Experimento 1.6).	68
Figura 5.19. Efecto del flujo de aire y de la altura del baño sobre el tiempo de mezclado.	70
Figura 5.20. Efecto del flujo de aire y de la altura del baño sobre la frecuencia de formación de burbujas.	71
Figura 5.21. Efecto del flujo de aire y de la altura del baño sobre la frecuencia de formación de burbujas y del volumen de la burbuja.	72
Figura 5.22. Efecto del flujo de aire y de la altura del baño sobre la velocidad de ascenso de las burbujas.	72
Figura 5.23. Tiempo de mezclado como función del flujo volumínico de aire en experimentos independientes con dos trazadores, para una altura de baño liquido de 20 cm.	73
Figura 5.24. Tiempo de mezclado como función del flujo volumínico de aire en experimentos independientes con dos trazadores, para una altura de baño liquido de 30 cm.	74
Figura 5.25. Evolución del régimen de burbujeo, para una velocidad de inyección de 0.26 m/s y una altura de agua de 20 cm (Experimento 1.1). El tiempo está referido al instante en el	77

que se inyecta el aire. La escala representa los valores de la fracción de aire.

Figura 5.26. Evolución del régimen de burbujeo, para una velocidad de inyección de 2.54 m/s y una altura de agua de 20 cm (Experimento 1.6). El tiempo está referido al instante en el que se inyecta el aire. La escala representa los valores de la fracción de aire.

79

Figura 5.27. Evolucion del campo de velocidades de la fase liquida (contornos de magnitud de velocidad (m/s) –primera fila de imágenes- y vectores de velocidad (m/s)- segunda fila de imágenes, para una velocidad de inyeccion de 0.26 m/s y una altura de 20 cm (Experimento 1.1). El tiempo está referido al instante en el que se inyecta el aire. La escala representa los valores de velocidad (m/s).

81

Figura 5.28. Evolucion del campo de velocidades de la fase liquida (contornos de magnitud de velocidad (m/s) –primera fila de imágenes- y vectores de velocidad (m/s)- segunda fila de imágenes, para una velocidad de inyeccion de 2.54 m/s y una altura de 20 cm (Experimento 1.6). El tiempo está referido al instante en el que se inyecta el aire. La escala representa los valores de velocidad (m/s).

82

Figura 5.29. Patrones de flujo dentro de la fase liquida a los 2 s de proceso, para dos velocidades de inyección de aire por el fondo. La altura del baño líquido es de 20 cm.

84

Figura 5.30. Nucleación y crecimiento de las burbujas: (a) imágenes adquiridas con el modelo físico para velocidad de inyección de 0.26 m/s; (b) contornos de fases calculados con el modelo matemático para velocidad de inyección de 0.26 m/s; (c) imágenes adquiridas con el modelo físico para velocidad de

86

inyección de 2.54 m/s; y (d) contornos de fases calculados con el modelo matemático para velocidad de 2.54 m/s. La altura del baño líquido es de 20 cm en todos los casos.

Figura 5.31. Geometría de la columna de burbujas: (a) imágenes adquiridas con el modelo físico para velocidad de inyección de 0.26 m/s; (b) contornos de fases calculados con el modelo matemático para velocidad de inyección de 0.26 m/s; (c) imágenes adquiridas con el modelo físico para velocidad de inyección de 2.54 m/s; y (d) contornos de fases calculados con el modelo matemático para velocidad de 2.54 m/s. La altura del baño líquido es de 20 cm.

87

Figura 5.32. Morfología de la superficie libre: (a) modelo físico para velocidad de inyección de 0.26 m/s; (b) modelo matemático para velocidad de inyección de 0.26 m/s; (c) modelo físico para velocidad de inyección de 2.54 m/s; y (d) modelo matemático para velocidad de 2.54 m/s. La altura del baño líquido es de 20 cm

88

Figura 5.33. Patrones de flujo observados en el modelo matemático (izquierda) y el modelo físico (derecha), para una velocidad de inyección de aire de 0.26 m/s. La altura del baño líquido es de 20 cm.

90

Figura 5.34. Patrones de flujo observados en el modelo matemático (izquierda) y el modelo físico (derecha), para una velocidad de inyección de aire de 2.54 m/s. La altura del baño líquido es de 20 cm.

91

Índice de tablas

Tabla 3.1. Parámetros usados en el modelo físico	16
Tabla 3.2. Matriz experimental	17
Tabla 3.3. Número de Reynolds basado en las condiciones en el orificio, en función del flujo volumétrico de aire.	18
Tabla 3.4. Número de Froude modificado basado en las condiciones en el orificio, en función del flujo volumétrico de aire.	19
Tabla 4.1. Componentes del mallado	33
Tabla 5.1. Tiempo de mezclado promedio para distintos flujos de aire y una altura de baño de 20 cm.	44
Tabla 5.2. Tiempo de mezclado promedio para distintos flujos de aire y una altura de baño de 30 cm.	48
Tabla 5.3. Numero de Weber basado en las condiciones de flujo en el orificio calculado para distintos flujos de aire.	50
Tabla 5.4. Comportamiento de las burbujas dentro del modelo, para varios flujos de aire y una altura de agua de 20 cm.	52
Tabla 5.5. Comportamiento de las burbujas dentro del modelo, para varios flujos de aire y una altura de agua de 30 cm.	56
Tabla 5.6. Caracterización del movimiento de las burbujas para varios flujos de aire y una altura de agua de 20 cm.	68
Tabla 5.7. Caracterización del movimiento de las burbujas para varios flujos de aire y una altura de agua de 30 cm.	68
Tabla 5.8. Tiempo de mezclado para distintos flujos de aire para una altura de baño de 20 y 30 cm, estimados a partir de las videograbaciones de experimentos con adición de colorante	69
Tabla 5.9. Parámetros que se alimentaron al modelo matemático durante la simulación.	75

Introducción

La inyección de gases en baños metálicos es un proceso ampliamente usado. En la mayoría de los casos el proceso ocurre bajo condiciones de régimen turbulento que han sido estudiadas ampliamente; sin embargo el caso de inyección bajo condiciones de régimen laminar (donde se producen burbujas independientes) es también de interés [1].

En este trabajo se estudiaron los fenómenos hidrodinámicos asociados con la inyección de gases por el fondo de un reactor. Para ello se construyó un modelo físico cualitativo (es decir, que no representa a un prototipo en particular sino que sirve para conocer el comportamiento básico de un sistema) para caracterizar el patrón de flujo al interior del mismo y proveer de información relacionada con las burbujas. El modelo físico construido es el punto de inicio para estudios posteriores en el Departamento de Ingeniería Metalúrgica.

El desarrollo del trabajo fue dividido en dos partes: 1) experimental y 2) computacional. El trabajo experimental se describe en el Capítulo 3, donde se presenta el modelo físico usado en este trabajo y las técnicas de medición utilizadas; la descripción del modelo matemático se presenta en el Capítulo 4. Los resultados obtenidos de los experimentos llevados a cabo con el modelo físico y los datos obtenidos de la simulación computacional se muestran en el Capítulo 5. En ese capítulo, primero se presenta la discusión de la información obtenida experimentalmente con el modelo físico; enseguida se muestran y discuten los datos que arrojó el modelo matemático. Luego se comparan los resultados obtenidos experimental y computacionalmente y se lleva a cabo el análisis de estos mismos, para establecer la calidad de los resultados del modelo matemático. Por

último en el Capítulo 6 se presentan las conclusiones obtenidas del trabajo.

Capítulo 1. Antecedentes

1.1. Inyección en procesos metalúrgicos

La tecnología de inyección de gases en metales fundidos se aplica ampliamente en las industrias metalúrgicas. En la industria siderurgia, la agitación por medio de la inyección de gases se utiliza de forma rutinaria, en las diversas etapas de refinación, ayudando a mejorar la homogenización química y térmica en un tiempo más corto [2]. La inyección de gases también mejora la cinética de la desulfuración y desoxidación, reduciendo los contenidos de azufre y de oxígeno a niveles deseados en un tiempo corto, ayuda a la remoción de inclusiones no-metálicas y controla la eliminación de gases como el hidrógeno y el nitrógeno, que pueden afectar negativamente a las propiedades mecánicas.

Del mismo modo, su uso puede ser citado para las industrias de metales no ferrosos. Por ejemplo, la inyección de gas juega un papel vital en las industrias del cobre [3] y el aluminio [4]. La inyección de gases se realiza por medio de lanzas, toberas y/o tapones porosos. Los tapones porosos se localizan usualmente en el fondo del reactor, mientras que las toberas se colocan comúnmente en los lados. Por otro lado, las lanzas se aplican por la parte superior del baño. La inyección del gas por el fondo de un reactor puede ser céntrica, es decir el gas se induce en el centro de un reactor simétrico. Otra forma de inyectar el aire puede ser la inyección de aire excéntrica la cual ha sido menos estudiada aunque industrialmente la inyección excéntrica es la más usada [5].

Todos estos efectos benéficos asociados a la inyección de gases son resultado de la agitación generada por la misma inyección. El

mecanismo de agitación consiste en el arrastre o fricción que ejercen las burbujas de gas sobre el líquido cuando las primeras ascienden por diferencias de densidad, lo que genera fuerzas boyantes (de flotación). Para cuantificar el grado de agitación del baño metálico, se han propuesto varios parámetros, entre los cuales destaca el tiempo de mezclado y la determinación de los patrones de flujo.

En los procesos de agitación por inyección se pueden identificar ciertos fenómenos físicos tales como la interacción gas-líquido (fricción o arrastre entre el gas y el líquido), el desarrollo de un movimiento recirculatorio turbulento del metal líquido, y la transferencia de masa entre la escoria y el metal en la vecindad de la superficie libre, entre otros. Las altas temperaturas de operación y la opacidad visual del acero líquido, así como el gran tamaño de las ollas industriales, hacen muy difícil y peligroso realizar mediciones experimentales u observaciones directas en este tipo de reactores, por lo que se utilizan modelos físicos.

La efectividad de la inyección sumergida del gas se relaciona con el patrón de flujo de fluido, el campo de velocidad del fluido y propiedades de turbulencia, las que dependen del comportamiento de las burbujas, método de sople, geometría del baño, propiedades físicas del líquido y rapidez de flujo.

Se han hecho esfuerzos considerables durante las pasadas dos décadas para investigar las operaciones de inyección de gas en las ollas de aceración y de esta manera entender y mejorar el mezclado y la interacción metal-escoria en este reactor. Hacia esto, se han reportado numerosos modelos físicos relativos al estudio de los fenómenos de flujo de fluidos y de transferencia de calor y masa en las ollas metalúrgicas [6].

1.2. Tiempo de mezclado

El grado de mezclado es una medida de la efectividad de la agitación cuando se usa inyección de gases. La intensidad del mezclado es usualmente representada por el tiempo de mezclado, que es el tiempo requerido para alcanzar un nivel arbitrario de aproximación al nivel deseado de homogeneidad en el baño, por ejemplo un 95% de uniformidad, por lo que representa un índice de eficiencia o bien un estado de agitación en los reactores. Debe mencionarse que esta es una medida local. El mezclado incrementa la rapidez de la reacción química, favoreciendo también la homogenización térmica como química dentro del reactor. Por tales motivos es deseable tener el mejor mezclado posible, en el menor tiempo posible [6].

El estudio del fenómeno de mezclado ha recibido una atención considerable en los últimos años. Muy a menudo, el concepto de un tiempo de mezclado, τ_{mez} , se ha aplicado para representar el estado de agitación (y por lo tanto, un índice de eficiencia de los procesos) en los reactores. Se han hecho esfuerzos para cuantificar, de forma experimental, el tiempo de mezclado en función de las variables de operación (por ejemplo, altura del baño, diámetro de la tobera, flujo de gas insuflado, etc.), utilizando una escala apropiada en modelos físicos. Se han aplicado diferentes técnicas experimentales, aunque los métodos más usados son los basados en mediciones de pH o de conductividad eléctrica [6].

El tiempo de mezclado en reactores con agitación se determina usualmente mediante técnicas de trazador. Estas técnicas miden macromezclas, es decir, pueden ser usadas para medir el tiempo requerido para que se logre un grado dado de homogeneidad localmente para un volumen finito de líquido. La concentración del trazador se mide con respecto a un tiempo en un punto dentro del reactor. En un reactor

batch el tiempo de mezclado es el tiempo en el cual la concentración del trazador C , en la posición de la medición, ha alcanzado o se ha aproximado a la concentración promedio esperada del trazador \bar{C} . Si no hay inicialmente trazador en el reactor, entonces τ_{mez} puede ser definido como el tiempo requerido para que:

$$\frac{|C - \bar{C}|}{\bar{C}} = m$$

Donde m es el máximo valor absoluto aceptable de la desviación relativa del τ_{mez} . Al inicio del proceso de mezclado $m=1$ y cuando la homogeneización ha sido completada $m=0$. En la mayoría de los estudios el τ_{mez} se considera al 95%, es decir desde el tiempo de adición del trazador hasta el tiempo para el que $m=0.05$ [7]. Este es probablemente el valor más bajo de m , para el cual el tiempo de mezclado puede ser acertadamente medido debido a la naturaleza asintótica de la curva respuesta vs. tiempo.

1.3. Formación de burbujas

Cuando se inyecta un gas a través de una boquilla sumergida se producen burbujas discretas o bien chorros más o menos continuos de burbujas. El primer comportamiento se observa a baja rapidez de flujo mientras que el segundo ocurre a elevadas velocidades de flujo [8].

La Figura 1.1 muestra esquemáticamente los fenómenos físicos que se pueden observar durante el burbujeo de un gas a través de una tobera a una velocidad de flujo de gas moderada en un modelo físico de un reactor. La región bifásica gas-líquido se ha subdividido en cuatro regiones físicamente distintas: burbuja primaria, burbujas libres, plumas y *spout*, respectivamente. De estos, la región de la pluma, se caracteriza por burbujas de capa esféricas dispersas en una mezcla de aire-agua, esta zona es la más grande y ocupa la mayor parte de la

profundidad de baño. Al contrario, el *spout* normalmente ocupa aproximadamente 3 a 4% de la profundidad del baño líquido [6].

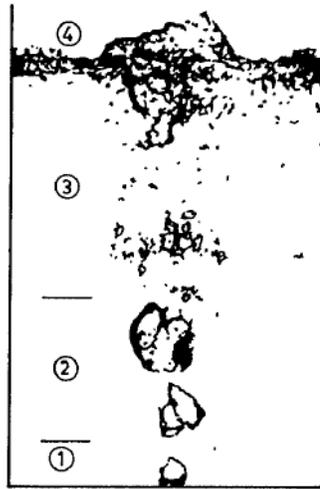


Figura 1.1. Características de la pluma durante la inyección de un gas a través de una tobera colocada en el fondo de un reactor: 1) burbuja en formación, 2) burbuja libre, 3) pluma y 4) "*spout*" [6].

Leibson y colaboradores [9], con base en experimentos de inyección por el fondo en sistemas aire-agua, mostraron que las burbujas discretas se forman cuando:

$$Re_o = \frac{ud_o \rho}{\mu} \leq 2100$$

Cuando el número de Reynolds, calculado en base al orificio de inyección, sea más grande que aproximadamente 2100, se postula un comportamiento del tipo chorro continuo.

La manera como la física considera el crecimiento de las burbuja en líquidos intervienen varios factores incluyendo la tensión superficial, la viscosidad, la inercia del líquido y de la presión corriente arriba.

A velocidades de flujo muy bajas a través de un orificio sumergido en un líquido, el diámetro de la burbuja al desprenderse, y la frecuencia de burbujas, están determinadas por un balance entre las fuerzas de tensión superficial y la fuerza boyante. En particular, en sistemas aire-agua para los que $Re < 500$ se tiene [9]:

$$d_b = \left[\frac{6d_o\sigma}{g(\rho_l - \rho_g)} \right]^{1/3}$$

La relación entre el diámetro de la burbuja y el número de Reynolds basado en el orificio fue investigado por Leibson y colaboradores [9], utilizando el sistema aire-agua, llegando a las siguientes correlaciones empíricas:

$$d_b = 0.046d_o^{0.5}Re_o^{1/3} \quad 500 < Re < 2100$$

$$d_b = 0.286d_o^{0.5}Re_o^{0.33} \quad Re < 2100$$

La frecuencia de formación de burbujas es proporcional al flujo volumétrico y al diámetro del orificio. A flujos altos ($500 < Re < 2100$), las fuerzas predominantes en la formación de las burbujas son la fuerza boyante y la fuerza inercial, que están asociadas con el líquido desplazado por la burbuja ascendente. Para sistemas de aire-agua Davison y Emick [10] presentan la siguiente correlación empírica:

$$f_{max} = 6.7v^{0.13}d_o^{0.43}$$

Donde f_{max} es la frecuencia máxima de formación de burbujas, v es el flujo volumétrico del gas (cm^3/s) y d_o es el diámetro del orificio (cm).

1.4. Modelos físicos

En el estudio de procesos metalúrgicos el uso de modelos físicos es una herramienta de gran utilidad porque permite conocer (ya sea precisamente o de manera aproximada) las relaciones existentes entre las diferentes variables de un sistema cuando es muy difícil o imposible conocerlas a partir de observaciones directas en sistemas industriales reales. En la construcción de modelos físicos para el estudio de un proceso industrial se busca tener una representación a escala del sistema real pero con diferentes materiales tal que se facilite la determinación de los fenómenos físicos existentes. Desde luego, es importante que tal representación se acerque lo más posible a la realidad. La terminología utilizada comúnmente es: "prototipo" para el sistema físico real y "modelo" para la representación (usualmente a escala) del mismo.

En función del objetivo buscado, los modelos físicos se pueden construir: 1) siguiendo reglas estrictas tales como los criterios de similitud geométrica, dinámica, cinemática, etc. (modelos rigurosos); 2) estudiando únicamente los fenómenos físicos más relevantes en donde el objetivo principal es obtener información útil para la construcción de un modelo matemático (modelos aproximados) y 3) con el objetivo de realizar experimentos *ad hoc* que permitan conocer aspectos fundamentales en el comportamiento del sistema como requisito preliminar hacia otros estudios de modelado físico más rigurosos o que involucren el modelado matemático (modelos cualitativos) [9]. Dado que los modelos físicos rigurosos reproducen fielmente el comportamiento del prototipo, los resultados que producen pueden trasladarse directamente a la planta a través de una operación de escalamiento.

En la mayoría de los casos las dos primeras opciones exigen una inversión de tiempo y recursos considerables, mientras que la tercera opción (estudios *ad hoc*) es menos rigurosa y de gran utilidad cuando se está en la etapa inicial del estudio de los fenómenos físicos que gobiernan al sistema.

Los criterios de similitud se basan en números adimensionales, que son relaciones ya sea de fuerzas, de mecanismos o de resistencias. En el presente trabajo se consideraron tres números adimensionales. Por un aparte, el Número de Reynolds basado en el orificio [8]:

$$Re_o = \frac{vD_o\rho}{\mu}$$

Donde v es la velocidad del aire insuflado al modelo, D_o es el diámetro de la boquilla, ρ es la densidad del aire y μ es la viscosidad del aire.

El número de Froude modificado es [8]:

$$Fr' = \frac{v^2\rho_g}{(\rho_l - \rho_g)Dg}$$

Donde v es la velocidad del aire insuflado al modelo, D es el diámetro de la boquilla, ρ_g es la densidad del aire, ρ_l es la densidad del agua y g la aceleración de la gravedad.

Finalmente, el número de Weber es [8]:

$$We = \frac{d_o v_o^2 \rho_g}{\sigma}$$

Donde d_o es el diámetro del orificio (m), v_o velocidad del aire en el orificio (m/s), ρ_g densidad del aire inyectado (kg/m^3) y σ tensión superficial del agua (N/m).

El número de Reynolds, basado en el orificio, impacta a la frecuencia de formación de burbujas; mientras que el número de Froude modificado y el número de Weber caracterizan a la dinámica de la burbuja [10].

1.5. Modelos Matemáticos

Un modelo matemático se define como una descripción desde el punto de vista de las matemáticas de un fenómeno. El objetivo del modelo matemático es entender ampliamente el fenómeno y predecir su comportamiento, este fenómeno se describe mediante ecuaciones (usualmente diferenciales) que se resuelven ya sea analíticamente o numéricamente. En particular, cuando el modelo matemático se construye con pocas simplificaciones (es decir, cercano a la realidad) las ecuaciones son no lineales, las condiciones a la frontera son no lineales y, en muchas ocasiones, se requiere resolver a un sistema de ecuaciones diferenciales; es por esto que cualquier modelo matemático de flujo de fluidos que pretenda simular a un proceso real debe resolverse numéricamente.

El proceso para elaborar un modelo matemático es el siguiente:

1. Identificar un problema o situación compleja que necesita ser simulada, optimizada o controlada.
2. Formular un modelo matemático del problema, identificando variables (dependientes e independientes) y estableciendo

hipótesis lo suficientemente simples para tratarse de manera matemática.

3. Aplicar los conocimientos del comportamiento físico o químico relacionados del sistema a través de ecuaciones gobernantes.

4. Comparar los datos obtenidos con datos reales. Si los datos son muy diferentes, se reinicia el proceso.

Es importante mencionar que un modelo matemático no es exacto, si no que se trata (en mayor o menor grado) de una idealización.

En particular, para encontrar soluciones prácticas al problema de inyección por el fondo en el modelo físico se usa la dinámica de fluidos computacional (DFC o bien CFD, por sus siglas en inglés). La DFC utiliza métodos de discretización para obtener la representación del movimiento del fluido. Estos métodos consisten en transformar las ecuaciones diferenciales parciales en sistemas de ecuaciones algebraicas que pueden ser resueltas mediante métodos matriciales. Estas aproximaciones se realizan en subdominios de espacio y tiempo del sistema.

Hay que tomar en cuenta que los resultados numéricos son siempre aproximaciones, por lo que hay diferencias entre los resultados obtenidos en la computadora y aquellos obtenidos analíticamente, debido a que en cada una de las etapas del proceso, se acumulan errores inherentes al proceso de cálculo. Sin embargo, como ya se explicó, en muchos casos no es posible obtener una solución analítica.

Dentro del campo de la DFC existen varios algoritmos computacionales que permiten resolver problemas para los cuales no existe una solución analítica. Una librería muy poderosa y muy popular en el entorno científico que contiene todos estos algoritmos es *openFOAM*, recurso de código abierto desarrollado para el lenguaje de programación C++. Si bien esta librería, y muchas otras parecidas,

posee todo lo necesario para resolver sistemas altamente complejos, es necesario contar con conocimientos avanzados de programación para poder emplearla adecuadamente. Afortunadamente, además de los compendios de algoritmos, existe *software* que ofrece un entorno amigable para la resolución de problemas de dinámica de fluidos permitiéndole al usuario enfocarse más a la física del problema y menos en los aspectos relacionados con la programación. Estos paquetes pueden ser de código abierto (tales como *openFlow* o *elmerFEM*) o comerciales (FLUENT, PHOENICS, CFX, FLOW3D, etc.).

Capítulo 2. Objetivos

Este trabajo es un primer paso para el estudio de sistemas con inyección de gases mediante modelación física y matemática en el Departamento de Ingeniería Metalúrgica. Los objetivos particulares del proyecto son:

- Construir un modelo físico (cualitativo) para caracterizar tanto a la hidrodinámica al interior de un reactor con inyección de gas por el fondo así como al tiempo local de mezclado y así proveer de información para contrastar con los resultados de un modelo matemático.
- Desarrollar un modelo matemático y computacional para simular el caso de inyección por el fondo en un modelo físico construido con acrílico y operado con agua y aire a temperatura ambiente. Los flujos de aire de interés son tales que el flujo es siempre laminar a la salida del orificio donde es inyectado el aire; sin embargo, el régimen de flujo en el baño es turbulento. Los objetivos de cálculo son:
 - (1) La evolución de los campos de velocidad y de fases
 - (2) La morfología de la burbuja
 - (3) La forma de la superficie libre.

Capítulo 3. Modelo físico

En este capítulo se describen tanto al modelo físico como a las técnicas experimentales usadas para estudiar la hidrodinámica dentro del mismo. Las técnicas experimentales incluyen metodologías cualitativas y cuantitativas de caracterización y visualización.

3.1 Descripción del modelo físico

El modelo físico utilizado se clasifica como un modelo cualitativo (ver Antecedentes), es decir, no representa a un prototipo en particular sino que sirve para conocer el comportamiento de un sistema hipotético y es el punto de inicio para estudios locales posteriores. Para las condiciones estudiadas el modelo opera bajo régimen de flujo laminar en el ducto de inyección; sin embargo, el flujo en el baño líquido es turbulento. Se usó un modelo de acrílico de forma cilíndrica, de 40 cm de alto y 9.5 cm de diámetro y cerrado por la base, que en el fondo tiene una boquilla de 3.1 mm de diámetro mediante la cual se inyecta aire (ver Figura 3.1). El flujo de aire se suministra mediante una compresora marca Evans de 180 L de capacidad; el aire que se inyecta se controla a través de un rotámetro que trabaja en el rango de 72 a 1249 mL/min. Cabe mencionar que durante las grabaciones se utilizó un rotámetro adicional, con el fin de observar el comportamiento de las burbujas a flujos un poco mayores; ese rotámetro opera en el rango de 0 a 5 SFCH y se usaron 3 flujos distintos (los cuales fueron convertidos a mL/min). Los parámetros del modelo físico se muestran en la Tabla 3.1 y la matriz experimental en la Tabla 3.2.

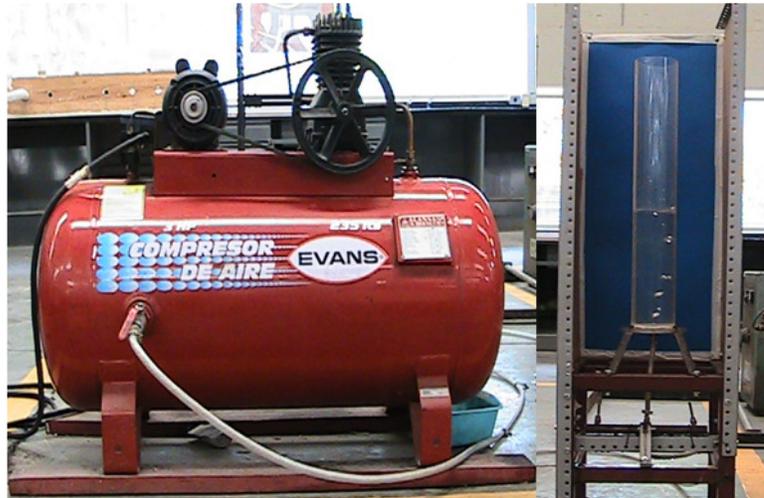


Figura 3.1. Imagen del dispositivo experimental.

Tabla 3.1. Parámetros usados en el modelo físico.

Geometría	
Diámetro, cm	9.5
Longitud, cm	40
Diámetro del orificio, cm	0.31
Líquido: Agua a temperatura ambiente	
Altura, cm	20, 30
ρ , kg/m ³ [13]	1000
μ , Pa·s [13]	0.001
ν ($=\mu/\rho$), m ² /s	1.00E-06
σ , N/m [13]	0.07275
Gas inyectado: Aire a temperatura ambiente	
Flujo volumínico, mL/min	118, 287, 510, 733, 947, 1150, 1416, 1652, 1888
ρ , kg/m ³ [13]	1.204
μ , Pa·s [13]	1.81E-05
ν ($=\mu/\rho$), m ² /s	1.50E-05

Tabla 3.2 Matriz experimental.

Flujo volumínico mL/min	Altura cm	
	20	30
118	Experimento 1.1	Experimento 2.1
287	Experimento 1.2	Experimento 2.2
510	Experimento 1.3	Experimento 2.3
733	Experimento 1.4	Experimento 2.4
947	Experimento 1.5	Experimento 2.5
1150	Experimento 1.6	Experimento 2.6
1416	Experimento 1.7	Experimento 2.7
1652	Experimento 1.8	Experimento 2.8
1888	Experimento 1.9	Experimento 2.9

3.2 Cálculos de números adimensionales

A partir de las condiciones de operación y las propiedades de los fluidos se calcularon los números adimensionales que fueron empleados en el trabajo

3.2.1. Número de Reynolds

Para caracterizar al flujo se utiliza al número de Reynolds, que representa a la razón de fuerzas inerciales entre fuerzas viscosas [9]. El número de Reynolds, basado en las condiciones del orificio del fondo por el cual el aire es inyectado, está dado por:

$$Re = \frac{\bar{v}_{orificio} \cdot D_{orificio} \cdot \rho_{aire}}{\mu_{aire}}$$

La Tabla 3.3 muestra los valores calculados para el número de Reynolds para las condiciones estudiadas experimentalmente. Como puede observarse, se garantizan las condiciones de flujo laminar para el flujo de aire en el orificio ($Re < 2100$ [9]).

Tabla 3.3. Número de Reynolds, basado en las condiciones en el orificio, en función del flujo volumétrico de aire.

Q, ml/min	v^1 , m/s	Re
118	0.261	54
287	0.63	131
510	1.12	232
733	1.62	334
947	2.09	431
1150	2.54	524
1416	3.13	645
1652	3.65	752
1888	4.17	860

$${}^1 v = \frac{Q}{A_1} \quad A_1 = 7.548 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

3.2.2. Numero de Froude modificado

Para este trabajo, se utilizó el número de Froude modificado, que representa a la razón de momentum inyectado con el gas con respecto a las fuerzas de flotación, por lo que caracteriza el efecto que tienen las fuerzas de inercia y las fuerzas de gravedad actuantes sobre un fluido en la hidrodinámica del mismo.

El número de Froude modificado está dado por [9]:

$$Fr' = \frac{\bar{v}_{orificio}^2 \cdot \rho_{aire}}{(\rho_{agua} - \rho_{aire}) \cdot D_{orificio} \cdot g}$$

Con esta expresión se calcularon los valores del número de Froude modificado para las condiciones de operación del sistema (ver Tabla 3.4). Como puede apreciarse el número de Froude modificado aumenta a medida que se incrementa el flujo volumétrico de aire insuflado lo que indicaría que el momentum inyectado con el gas es cada vez mayor con respecto a la fuerza de flotación. Sin embargo, Krishnapisharody y Irons [12] han indicado que el momentum inyectado con el gas se disipa rápidamente en la vecindad del orificio por lo que la dinámica del sistema es independiente de las condiciones en el orificio; en consecuencia han recomendado el uso de una rapidez de flujo volumétrico adimensional, que está relacionado con un número de Froude basado en la pluma. Como en este trabajo no se tiene la existencia de un pluma, sino más bien de una columna de burbujas, no se realizarán cálculos para el número de Froude basado en la pluma.

Tabla 3.4. Número de Froude modificado basado en las condiciones en el orificio, en función del flujo volumétrico de aire.

Q, ml/min	v, m/s	Fr'
118	0.261	0.003
287	0.63	0.016
510	1.12	0.050
733	1.62	0.104
947	2.09	0.173
1150	2.54	0.256
1416	3.13	0.387
1652	3.65	0.527
1888	4.17	0.689

3.3. Tiempo de mezclado

Para las mediciones de tiempo de mezclado, se llenó el modelo con agua a una altura preseleccionada (20 o 30 cm) y se insufló aire al flujo deseado, permitiendo que transcurriera el tiempo necesario para que el burbujeo se estabilizara. Se inyectaron 2 ml de una disolución acuosa de ácido sulfúrico 1:2 al modelo y se midió la evolución del pH con un pH-metro (marca Oakton, modelo pH1100) conectado a un sistema de adquisición de datos (controlado por el *software* CyberComm Pro 2.4). Antes de las pruebas, el pH-metro se calibró contra soluciones patrón de pH 7 y 4, fabricadas con soluciones amortiguadoras. La frecuencia de adquisición de datos es 1 Hz. En cada experimento se registró el instante en el que se inyectó el trazador (con respecto al inicio de la adquisición de datos). Para cada combinación de condiciones

experimentales se realizaron experimentos por triplicado con el fin de verificar la repetibilidad. Antes de cada prueba se vació el modelo y se llenó con agua fresca.

La Figura 3.2 muestra el punto de inyección del trazador y el puntos donde fue detectado (3 cm debajo la superficie libre), es decir el punto donde se colocó la punta del electrodo del pH-metro.

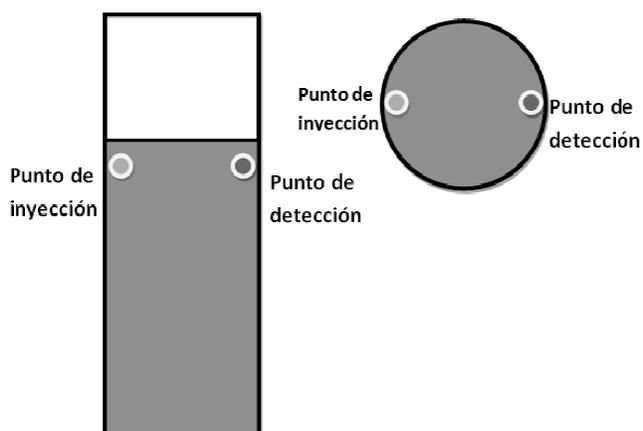


Figura 3.2. Representación esquemática de la localización de los puntos de inyección y de detección del trazador: a) vista frontal, b) vista superior.

3.4. Técnicas de visualización

Para la visualización de los patrones de flujo se usó otro trazador: una disolución acuosa de colorante vegetal (rojo 40) en una concentración de 35 g/L; éste se introdujo de manera similar a la disolución acuosa ácida. Con la ayuda de una videocámara Canon (de 30 fps) se filmó el avance del trazador. Al igual que en el caso de la adición de la disolución acuosa de ácido sulfúrico, también se permitió que el sistema se estabilizara antes de agregar el trazador.

3.5. Visualización del comportamiento de las burbujas y de la superficie libre

Se tomaron videos, con una videocámara Canon (de 30 fps), durante el funcionamiento del modelo (sin adicionar ningún trazador) para observar, registrar y analizar el comportamiento de las burbujas creadas por el flujo de aire, así como el comportamiento de la superficie libre. La frecuencia de formación de burbujas se determinó a partir del tiempo necesario para que se formen 10 burbujas consecutivas; al respecto, cabe mencionar que la cámara de video permite registrar hasta dos cifras significativas. Por otra parte, la velocidad de ascenso de una burbuja se estimó a partir del tiempo requerido para que recorriera toda la altura del baño. El volumen de la burbuja se calcula a partir de la frecuencia de formación y el flujo de aire insuflado.

Capítulo 4. Descripción del modelo matemático

En este capítulo se describe al modelo matemático utilizado para simular la respuesta del sistema. Se incluye la descripción del problema, los objetivos de cálculo, el alcance del modelo, las ecuaciones gobernantes del sistema y la metodología de solución del modelo matemático.

4.1. Descripción del problema

El sistema físico bajo estudio y el dominio del modelo matemático se muestran en la Figura 4.1. Para el modelo matemático el origen del sistema de referencia coincide con el centro de la base del modelo físico y sólo considera al plano r - z , es decir se trabajó con un modelo axisimétrico.

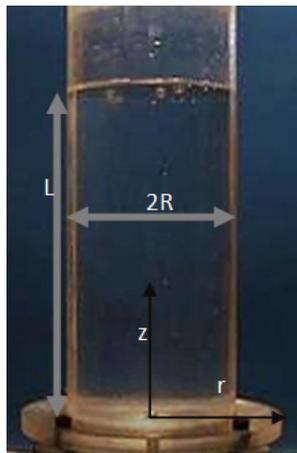


Figura 4.1. Fotografía del sistema bajo estudio.

Cuando se inyecta aire por la parte inferior de modelo físico se forman burbujas, las cuales ascienden a través del modelo y, eventualmente, rompen en la interfase baño líquido/aire (superficie

libre). Las burbujas al ascender provocan movimiento en el agua y éste a su vez influye sobre el comportamiento de las burbujas, debido a la transferencia de momentum entre ambas fases. Entonces, para estudiar estos fenómenos, es necesario describir tanto el movimiento como la interacción entre los fluidos. Además, deben considerarse dos fases: líquida (agua) y gaseosa (burbujas).

4.2. Objetivos de cálculo del modelo

Para entender el comportamiento del sistema, los objetivos de cálculo son:

- La evolución del campo de velocidad
- La evolución de la distribución de fases (líquida y gaseosa)
- La frecuencia de formación de las burbujas
- La morfología de las burbujas
- La trayectoria de las burbujas
- La forma de la superficie libre.

Se simularán los dos casos extremos estudiados con el modelo físico, es decir, flujos volumétricos de aire de 118 y 1150 mL/min, que equivalen a velocidades promedio del gas a la entrada del modelo de 0.26 y 2.54 m/s, respectivamente. Esto es debido a que, al cubrir los extremos de flujo volumétrico, se contará con información suficiente para evaluar la calidad de los resultados del modelo matemático.

4.3. Alcance del modelo

El alcance del modelo matemático es:

- Estado transitorio. Es decir inicialmente el recipiente se encuentra conteniendo agua en reposo y posteriormente se inicia la inyección de aire a través del orificio.
- Flujo de momentum en 2D, axisimétrico (coordenadas cilíndricas)
- Régimen de flujo laminar en el interior del reactor²
- Sistema isotérmico (a temperatura ambiente)
- Flujo bifásico
- El flujo de aire inyectado se mantiene constante todo el tiempo
- No hay generación ni acumulación de materia dentro del sistema
- Las propiedades tanto de la fase líquida como de la fase gaseosa son constantes.
- Las fases participantes son fluidos incompresibles
- El agua se considera como fluido newtoniano

4.4. Modelo geométrico

El modelo matemático sólo considera al plano r - z , es decir el dominio es axisimétrico. Como se aprecia en la Figura 4.2 el origen del sistema de referencia coincide con el centro de la base del modelo físico y únicamente se considerará la mitad del dominio en 2D; además, la altura del dominio corresponde a la altura del agua en el sistema. Dado que se simula al modelo físico, los valores de R , L y R_0 son 4.75 cm, 20 cm y 0.155 cm, respectivamente.

² Aunque el sistema se comporta de forma turbulenta, en este primer acercamiento sólo se ha considerado un régimen de flujo laminar

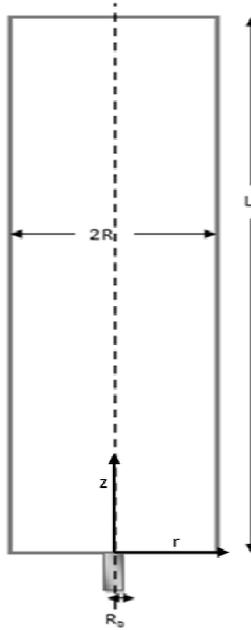


Figura 4.2. Representación esquemática del modelo geométrico del sistema. La línea punteada indica un plano de simetría.

4.5. Ecuaciones gobernantes

El modelo usa las ecuaciones de continuidad y de conservación de momentum para describir la dinámica de fluidos de las dos fases como si fueran una mezcla.

La ecuación de continuidad, en 3D, para la fase q es [11]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_q \rho_q) + \nabla(\alpha_q \rho_q \vec{v}_q) = 0 \quad (4.1)$$

Donde:

α_q = Fracción de la fase q

ρ_q = Densidad de la fase q

\vec{v}_q = Velocidad de la fase q

La Ecuación 1 se reduce, para flujo 2D en un sistema axisimétrico

a:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_q \rho_q) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\alpha_q \rho_q r \vec{v}_q) + \frac{\partial}{\partial z}(\alpha_q \rho_q \vec{v}_q) = 0 \quad (4.2)$$

Como complemento se tiene:

$$\sum_{q=1}^n \alpha_q = 1 \quad (4.3)$$

Por otra parte, la ecuación de conservación de momentum, en 3 dimensiones, para la mezcla es [11]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + \nabla(\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla P + \mu \nabla^2 \vec{v} + \rho \vec{g} + F_{sup} \quad (4.4)$$

Donde

ρ es la densidad,

μ es la viscosidad,

g es la aceleración gravitacional,

P es la presión estática,

\vec{v} es la velocidad,

F_{sup} representa las fuerzas debidas a la tensión superficial actuando sobre la interface líquido-gas.

Para flujo en dos dimensiones en un dominio axisimétrico, la ecuación anterior se reduce a dos componentes (radial y axial):

$$\rho \left(\frac{\partial}{\partial t}(v_r) + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial r} + \mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) \right) + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \right] + F_{sup} \quad (4.5)$$

$$\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} (v_z) + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) \right] + \rho g_z + F_{sup}$$

(4.6)

La ecuación de conservación de momentum es dependiente de las fracciones de todas las fases a través de las propiedades ρ y μ . Las propiedades del aire y el agua que fueron utilizadas en las ecuaciones de transporte cuando se realiza el cálculo para cada celda dependen de si la celda se encuentra en llena de líquido o de gas. En la interface de las fases gaseosa y líquida, las propiedades de la mezcla de las fases gaseosa y líquida están basadas en la fracción volumétrica del promedio ponderado de las propiedades que se utilizaron. La densidad y la viscosidad de cada celda en la interface fueron calculadas mediante la aplicación de las siguientes ecuaciones [11]:

$$\rho = \alpha_g \rho_g + (1 - \alpha_g) \rho_l \quad (4.7)$$

$$\mu = \alpha_g \mu_g + (1 - \alpha_g) \mu_l \quad (4.8)$$

Donde los subíndices l y g , representan a la fase líquida y gaseosa, respectivamente.

Ya que se desea simular la dinámica de fluidos en estado inestable, es decir siguiendo la dinámica de la burbuja y del baño a medida que ésta asciende, es necesario definir una condición inicial. Para este trabajo se tomó como condición inicial que el modelo físico está lleno con agua y que ésta se encuentra en reposo. Esta condición se expresa matemáticamente por:

$$v_z(r, z, t) = 0, \quad t = 0, \quad 0 \leq r \leq R, \quad 0 \leq z \leq L \quad (4.9)$$

$$v_r(r, z, t) = 0, \quad t = 0, \quad 0 \leq r \leq R, \quad 0 \leq z \leq L \quad (4.10)$$

A continuación se describen las condiciones a la frontera consideradas en el modelo matemático.

En el sitio por donde entra el aire, la velocidad de esta fase solo tiene el componente de la dirección axial (dirección z) y permanece constante con el tiempo, por lo que:

$$v_z(r, z, t) = v_{z,0} \quad t > 0, \quad 0 \leq r < R_o, \quad z = 0 \quad (4.11)$$

$$v_r(r, z, t) = 0 \quad t > 0, \quad 0 \leq r < R_o, \quad z = 0 \quad (4.12)$$

Donde el valor de $v_{z,0}$ se estima a partir del flujo volumínico.

En las paredes se considera que el fluido no se mueve en dirección alguna debido a la adherencia de éste a la superficie del recipiente (condición de no deslizamiento):

$$v_z(r, z, t) = 0, \quad t > 0, \quad r = R, \quad 0 \leq z \leq L \quad (4.13)$$

$$v_r(r, z, t) = 0, \quad t > 0, \quad r = R, \quad 0 \leq z \leq L \quad (4.14)$$

$$v_z(r, z, t) = 0, \quad t > 0, \quad R_o \leq r \leq R, \quad z = 0 \quad (4.15)$$

$$v_r(r, z, t) = 0, \quad t > 0, \quad R_o \leq r \leq R, \quad z = 0 \quad (4.16)$$

En el eje central del sistema se considera que el campo de velocidad es simétrico debido a que:

$$\frac{\partial v_r(r, z, t)}{\partial r} = 0, \quad t > 0, \quad r = 0, \quad 0 \leq z \leq L \quad (4.17)$$

$$\frac{\partial v_z(r, z, t)}{\partial r} = 0, \quad t > 0, \quad r = 0, \quad 0 \leq z \leq L \quad (4.18)$$

La abertura superior del recipiente se encuentra expuesta al ambiente, lo que significa que está sometida a la acción de la presión atmosférica, por lo que se considera en este modelo como una condición de frontera definida en términos de presión. Inicialmente:

$$P(r, z, t) = P_{atm} , \quad t = 0, \quad 0 \leq r \leq R, \quad z = L \quad (4.19)$$

Mientras que para tiempos mayores a cero la superficie es libre de deformarse:

$$P(r, z, t) = P_{atm} , \quad t > 0, \quad 0 \leq r \leq R, \quad z = f(r, t) \quad (4.20)$$

4.6. Metodología de solución del modelo matemático

Para describir a la dinámica de fluidos en el interior del modelo físico es necesario resolver al sistema de ecuaciones diferenciales parciales descrito por las ecuaciones (4.2), (4.5) y (4.6) junto con las condiciones iniciales y de frontera descritas. Sin embargo, este sistema no tiene una solución analítica, por lo que se debe recurrir a métodos numéricos que permitan obtener una adecuada aproximación a la solución exacta.

El modelo matemático se resolvió utilizando el *software* comercial ANSYS FLUENT v 12.1, que utiliza el método numérico de volumen finito para simular el flujo de fluidos. En particular, se aplicó el método VOF (*volumen of fluid*). En las líneas siguientes se describirán brevemente las etapas de la simulación.

4.6.1. Pre-procesamiento

Consiste en:

- Definición de la geometría de la región de interés (dominio computacional)

- Generación de la malla
- Selección del fenómeno físico que se quiere modelar
- Especificación de las condiciones de frontera

Todas estas actividades se llevaron a cabo en la plataforma ANSYS Workbench, que incluye ANSYS DesignModeler (para generar la geometría) y ANSYS Meshing (para generar la malla) a través de una interfaz gráfica.

La geometría del modelo computacional se realizó con ANSYS DesignModeler de acuerdo a las dimensiones del modelo y tomando en cuenta la simetría del mismo. Es importante señalar que, debido a que el paquete comercial es de naturaleza general, el plano *rz* de un sistema axi-simétrico se dibuja en el plano *yx* en ANSYS DesignModeler.

Con la geometría ya construida se procedió a la etapa de discretización del dominio espacial utilizando ANSYS Meshing, que tiene indicado por *default* que las geometrías y mallas construidas serán implementadas en un modelo de dinámica de fluidos en ANSYS FLUENT. En el modelo existen cinco fronteras (ver Figura 4.3), mismas que se especificaron como:

- “Entrada”: corresponde a la región de entrada de aire en el sistema
- “Eje”: corresponde al eje de simetría del modelo
- “Pared”: Corresponde a la pared del modelo
- “Fondo”: Corresponde a la parte inferior del modelo
- “Salida”: Un plano transversal del modelo físico, ubicado arriba de la superficie libre inicial

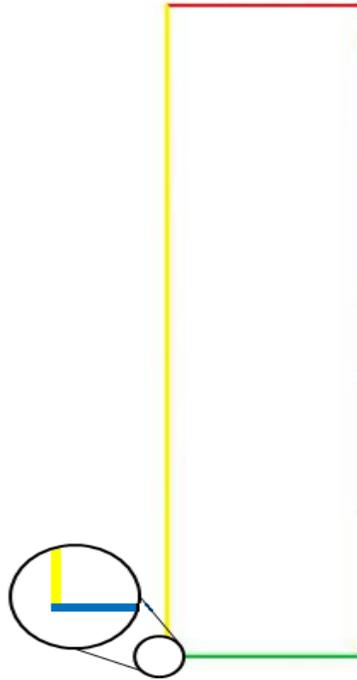


Figura 4.3. Fronteras consideradas en el modelo computacional. La línea azul representa a la entrada de aire, las líneas verdes a las paredes, la línea amarilla al eje de simetría y la línea roja a la salida del sistema.

El módulo ofrece dos esquemas de discretización cuando el sistema es bidimensional: construcción de mallas con elementos tetraédricos y construcción de mallas con elementos triangulares. El modelo VOF requiere de mallas “suaves” para lograr una convergencia adecuada, es decir, los elementos de una malla deben poseer un tamaño similar, o el cambio de tamaño entre elemento y elemento debe ser gradual y no repentino. Otro punto a considerar durante la construcción de la malla es su finura, pues por regla general, cuanto mayor sea el número de elementos mejor será la exactitud aunque sacrificando el tiempo de cálculo.

En la Tabla 4.1 se muestran los elementos del mallado, donde se resumen los componentes del mallado de todo el sistema, mientras que en la Fig. 4.4 se muestra la malla utilizada.

Tabla 4.1 Componentes del mallado

Componente	Cantidad
Elemento	9094
Cara	18737
Nodo	9644

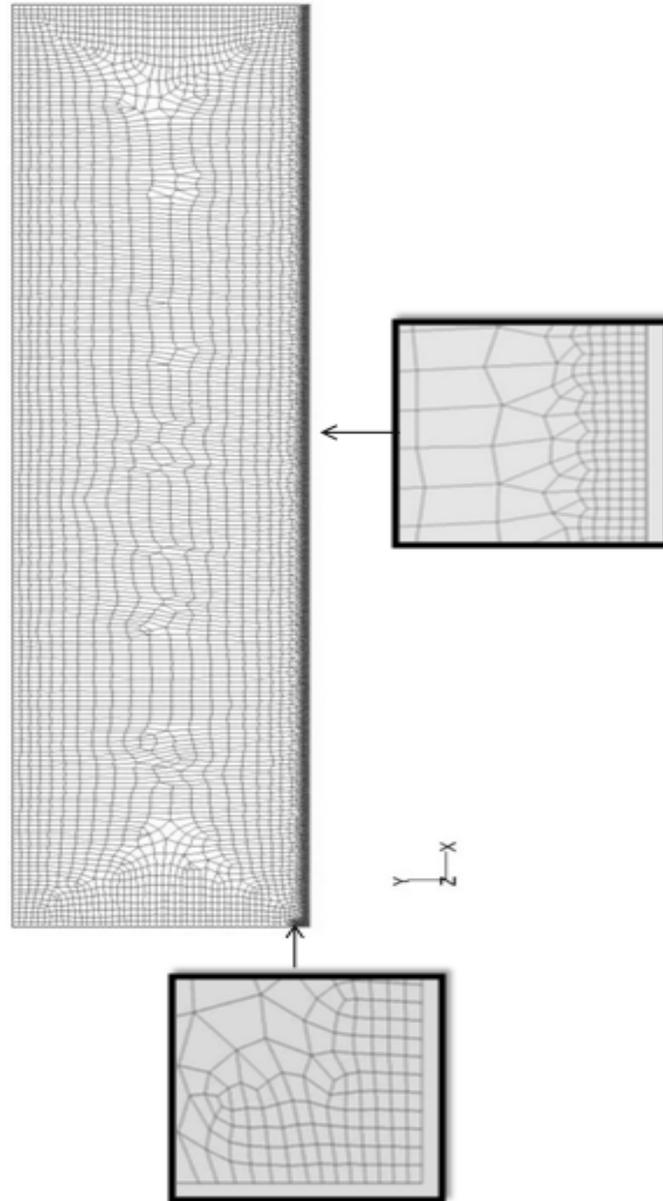


Figura 4.4 Mallado del sistema construido en ANSYS Meshing. Los recuadros muestran acercamientos a zonas de alta densidad de volúmenes.

Por último, se generó un archivo con la extensión **.msh** que fue cargado en FLUENT para continuar con la solución del modelo.

4.6.2. Procesamiento: solución del modelo

El análisis del sistema se lleva a cabo en la etapa de procesamiento. Después de importar la malla generada con ANSYS Meshing en ANSYS Fluent, se procede a establecer las condiciones del problema, es decir, si se trata de un problema en estado estable o transitorio, la forma de resolver las ecuaciones y el dominio del sistema (2D o 3D). Para la simulación se estableció un problema en estado inestable en dos dimensiones (axisimétrico); por *default* se tiene que las ecuaciones de continuidad y de conservación de momentum se resuelven implícitamente. El método numérico que utiliza el *software* es el método de volumen finito (también llamado de volumen de control), que se basa en integrar a la ecuación gobernante sobre un volumen de control típico para generar a un conjunto de ecuaciones algebraicas simultáneas

Posteriormente hay que establecer los modelos específicos que han de emplearse; en este caso: el modelo para flujo multifásico VOF. Para el modelo VOF existen, como ya se mencionó, dos alternativas para resolver la ecuación de continuidad: explícita o implícitamente. Si bien con el esquema implícito se puede establecer cualquier paso de cálculo, lo que permitiría obtener resultados más rápido, se optó por utilizar el esquema explícito ya que se obtiene una mejor precisión, la interface es calculada mejor y es usado principalmente en simulaciones donde la solución es dependiente del tiempo.

Una vez ingresadas las propiedades de las fases involucradas, es necesario indicar a ANSYS FLUENT cuál será la fase primaria y cual la fase secundaria; para el modelo VOF no importa cómo se lleve a cabo la designación (en este caso se indicó al aire como la fase primaria y al agua como la fase secundaria).

La aceleración gravitacional está actuando sobre la dirección y del sistema, por lo que este parámetro de operación fue especificado. Adicionalmente, ANSYS FLUENT requiere que se especifique otro parámetro de operación para la resolución de las ecuaciones de continuidad y de conservación de momentum y que es la presión que actúa sobre el sistema que, como ya se comentó con anterioridad, es la presión atmosférica.

Finalmente, antes de iniciar con la solución del problema, es necesario ingresar los valores de las condiciones de frontera e inicial, que en este caso son:

- Entrada: se define al componente x del vector de velocidad como 0.26 m/s para un caso y 2.54 m/s para otro; valores de cero para los demás componentes del vector de velocidad.
- Pared y fondo: se establece la condición de no deslizamiento.
- Salida: se indica que en esta zona está actuando la presión atmosférica (101325 Pa).
- Condición inicial: se trata de un sistema en reposo, con agua y sin aire

Para la solución, se eligió un paso de cálculo de 0.001 segundos y se especificó un tiempo total de 2 segundos. Además, se estableció un intervalo de almacenamiento de resultados de 0.01 segundos.

4.6.3 Post-procesamiento

El último paso en el análisis de un problema de dinámica de fluidos mediante CFD es el post-procesamiento, que consiste en la visualización de los resultados obtenidos durante el procesamiento. ANSYS FLUENT

posee un poderoso visualizador que permite observar la solución del problema en forma de gráficos: XY , vectores, contornos y líneas de trayectoria. Son muchos los datos que se obtienen de la simulación después de haber resuelto un problema, entre los que se encuentran la magnitud de la velocidad y de sus componentes, el campo de presiones dentro del sistema, la distribución de fases, etc. Dado que en este trabajo se analizarán los aspectos relacionados con el régimen de soplado, fenómeno de salpicado y patrones de flujo, los resultados procesados fueron:

- La distribución de fases a diferentes tiempos de soplado.
- El campo de velocidades. Se obtuvieron contornos y vectores de la magnitud de la velocidad a diferentes tiempos de soplado. En los contornos se muestra la velocidad tanto de la fase líquida como de la fase gaseosa, mientras que con los vectores es posible observar la magnitud y dirección de la velocidad únicamente de la fase líquida.
- Los patrones de flujo dentro de la fase líquida.

Capítulo 5. Resultados y análisis

5.1. Modelo físico

A continuación se presentan los resultados obtenidos con el modelo físico: tiempo de mezclado, comportamiento de las burbujas, comportamiento de la superficie libre y patrones de flujo, para los dos valores de alturas de agua estudiados.

5.1.1 Tiempo de mezclado

Altura de baño de 20 cm

La variación del pH con respecto al tiempo para tres experimentos independientes, con flujo de aire de 118 mL/min y altura de baño de 20 cm (Experimento 1.1) se muestra en la Figura 5.1. Recuérdese que los puntos de adición y detección del trazador están ubicados a 3 cm por debajo de la superficie libre y separados entre sí por un ángulo de 180 °. De la figura se puede apreciar que las mediciones son repetibles, con lo que se garantiza la calidad de los datos.

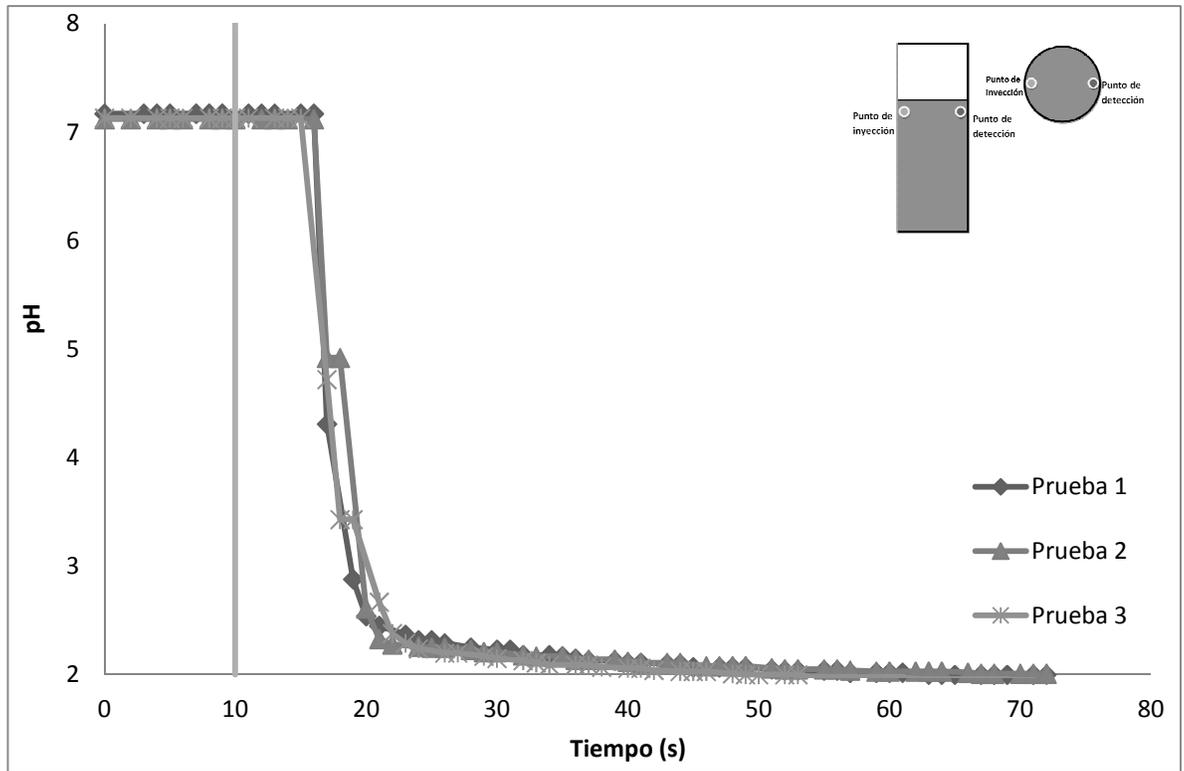


Figura 5.1. Respuesta del sistema (pH vs. tiempo) para tres experimentos independientes con flujo de aire de 118 ml/min, altura de baño de 20 cm (Experimento 1.1) y puntos de adición y detección a 3 cm debajo de la superficie libre, separados por un ángulo de 180° (ver recuadro en la gráfica). La línea vertical indica en el instante el cual el trazador fue introducido al sistema.

En la Figura 5.2 se muestra la respuesta del sistema bajo las condiciones del Experimento 1.1 (flujo volumínico = 118 mL/min, altura = 20 cm). Como se observa, después de introducir el trazador éste no se detecta inmediatamente (no hay cambio de pH respecto al tiempo) sino hasta llegar al punto A; a partir de ese momento, el pH comienza a disminuir porque el trazador (que tiene menor pH) se va mezclando localmente. Después el pH sigue disminuyendo hasta llegar al punto B el cual indica que la mayor parte del trazador se encuentra mezclado

localmente y la concentración de éste ya varía muy poco con respecto al tiempo; por último se llega al punto C el cual indica que el trazador se ha mezclado casi en su totalidad (en la posición del punto de detección).

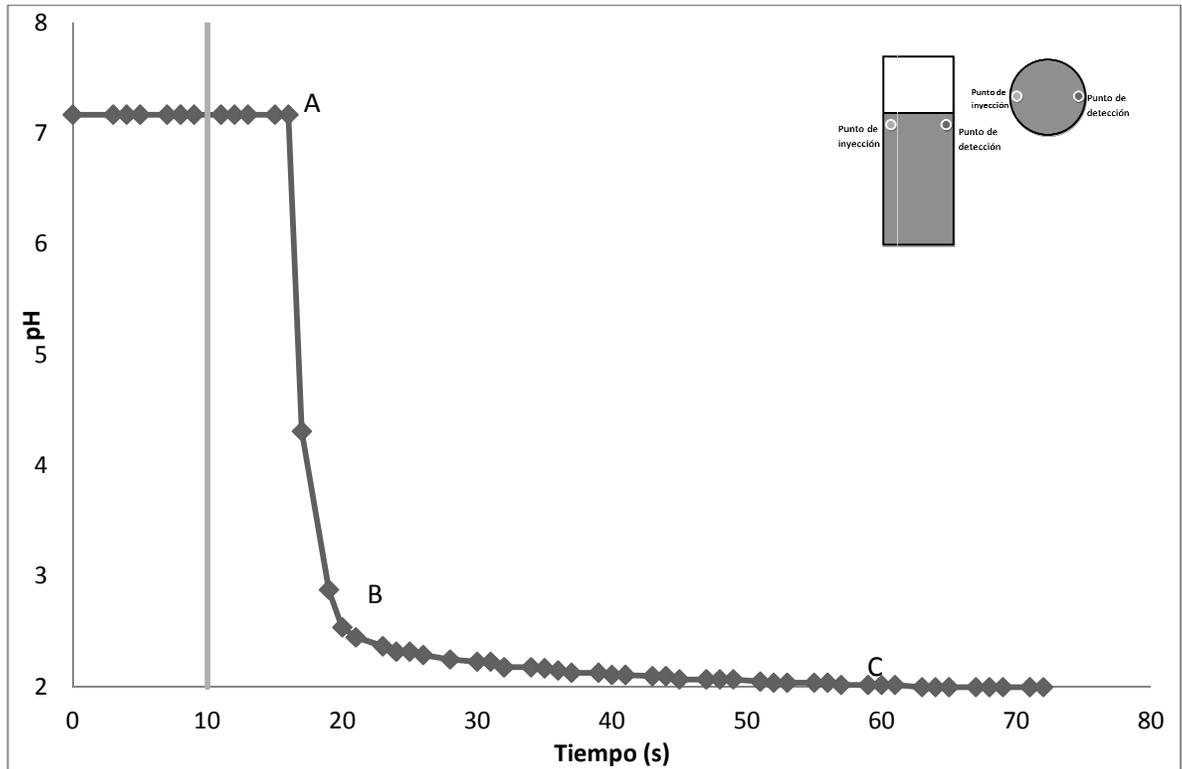


Figura 5.2. Respuesta del sistema (pH vs. tiempo) para la Prueba 1 del conjunto de experimentos realizados con flujo de aire de 118 mL/min y altura de baño de 20 cm (Experimento 1.1). La línea vertical indica el instante en el cual el trazador fue introducido al sistema.

Dado que el pH inicial en cada uno de los experimentos no fue el mismo se procedió a redefinir el valor instantáneo con respecto al valor inicial de pH con el fin de que el nuevo conjunto de datos de cada curva tuviera un sólo origen y así poder comparar fácilmente las curvas entre sí; a la nueva variable se le nombró ΔpH . El signo negativo del valor del

eje indica que el valor del pH iba disminuyendo, lo que se debe a que la disolución se iba haciendo más ácida hasta llegar un valor final.

En la Figura 5.3 se compara la respuesta del sistema para distintos flujos de aire y una altura de 20 cm de agua. Se observa que el flujo de aire tiene influencia en el tiempo de mezclado: cuando el flujo de aire se aumenta, las curvas se desplazan a la izquierda lo que indica que el tiempo en que tarda en mezclarse el trazador (localmente) disminuye, además de que la pendiente con la cual el pH cambia en los flujos de aire mayores es casi vertical, lo que indica que la mezcla se lleva a cabo en menor tiempo, mientras que para los flujos menores el cambio de pH es más lento, lo que es indicativo de que el mezclado tarda un poco más de tiempo.

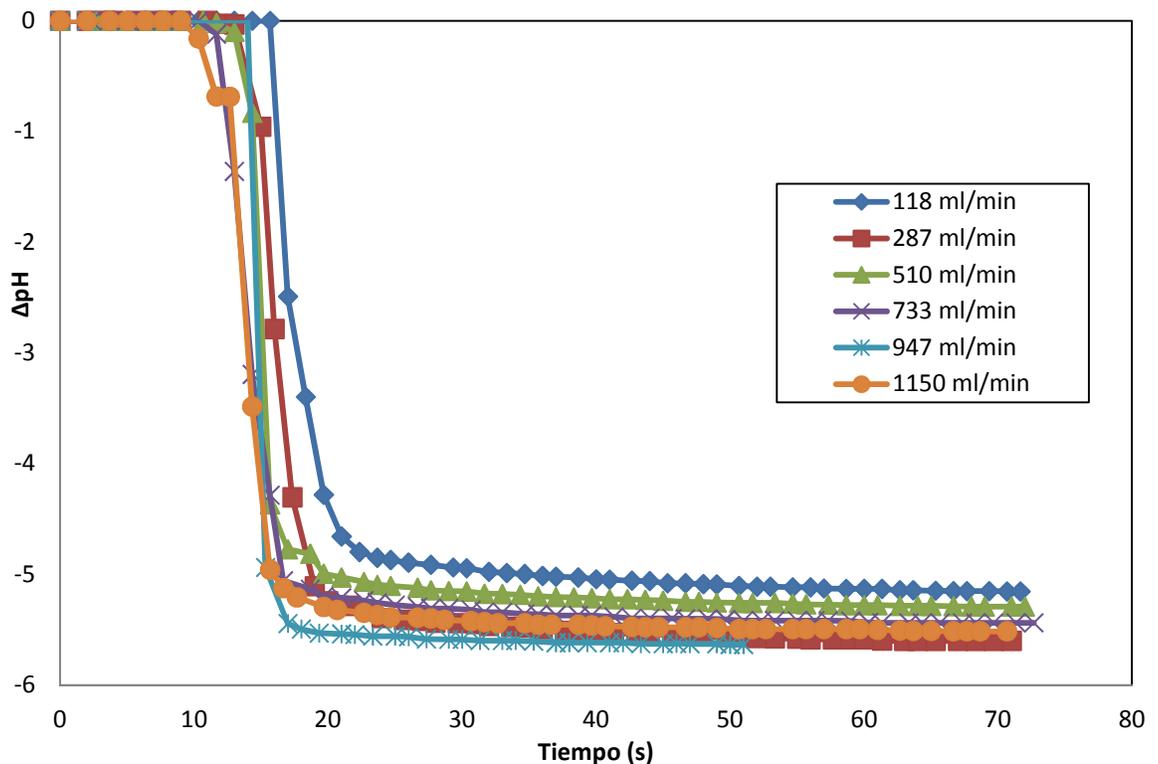


Figura 5.3. Respuesta del sistema (ΔpH vs. tiempo) para diversos flujos de aire y altura de baño de 20 cm.

En la Figura 5.4 se muestra la forma en la que se calculó el tiempo de mezclado para la Prueba 1 del Experimento 1.1 (flujo volumínico = 118 ml/min, altura = 20 cm). Primero se obtiene un ΔpH el cual es igual al pH inicial -pH final; luego se usa el criterio del 95% del ΔpH , se localiza este punto en el eje de las ordenadas y se lee en la gráfica el valor correspondiente del tiempo de mezclado.

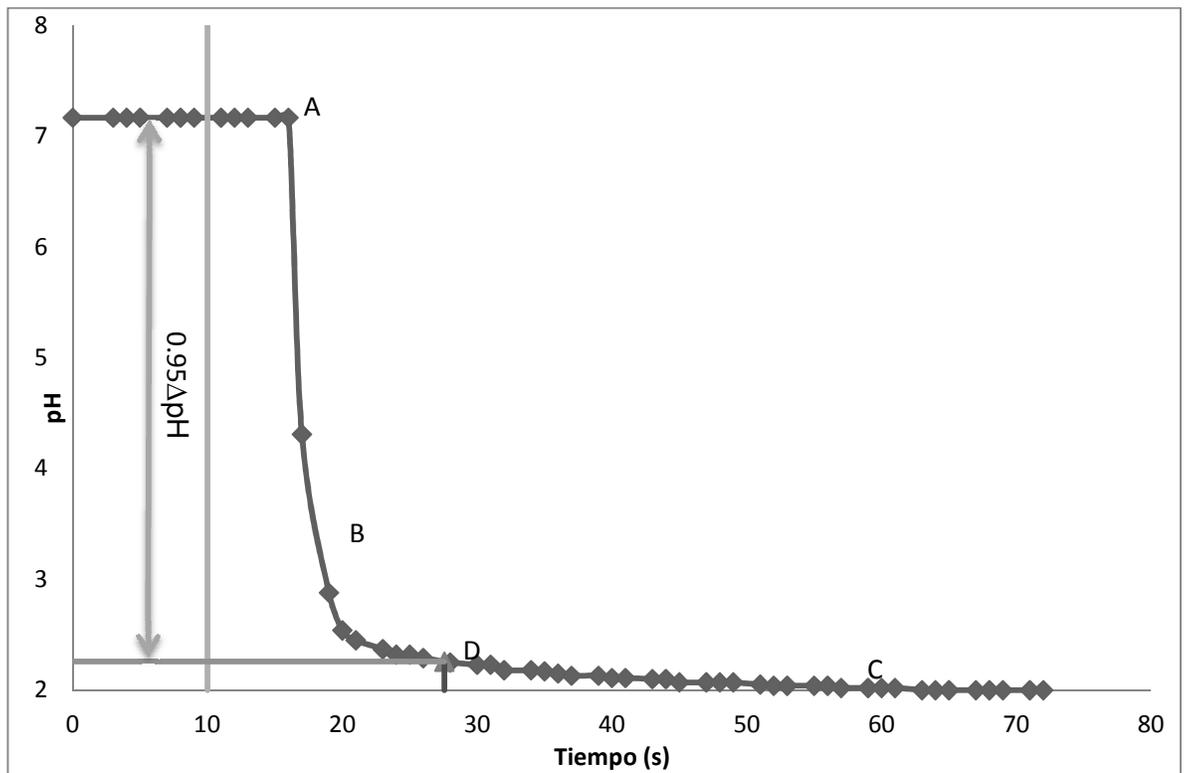


Figura 5.4. Secuencia utilizada para estimar el tiempo de mezclado para la Prueba 1 del conjunto de experimentos realizados con flujo de aire de 118 ml/min y altura de baño de 20 cm (Experimento 1.1). La línea vertical indica el instante en el cual el trazador fue introducido al sistema.

Para cada experimento se estimó el tiempo de mezclado siguiendo el procedimiento descrito líneas arriba, para calcular un promedio a partir de las 3 réplicas de cada condición estudiada. Los tiempos de mezclado promedios (junto con su desviación estándar) así estimados se muestran en la Tabla 5.1.

Tabla 5.1. Tiempo de mezclado promedio para distintos flujos de aire y una altura de baño de 20 cm.

Experimento	Flujo volumétrico (mL/min)	Tiempo de mezclado promedio (s)	Desviación estándar (s)
1.1	118	16	2.06
1.2	287	12	1.35
1.3	510	10	0.98
1.4	733	9	0.43
1.5	947	7	0.21
1.6	1150	7	0.35

De acuerdo a los valores obtenidos de las mediciones de tiempo de mezclado se aprecia que, conforme aumenta el flujo de aire inyectado, el tiempo de mezclado disminuye. Además, para los flujos mayores este valor es muy cercano entre sí, lo que indica que para ese rango de valores mayores de flujo de aire esta variable ya no influye significativamente en el tiempo de mezclado. También puede apreciarse que la desviación estándar es menor a medida que aumenta el flujo de aire inyectado.

Altura de baño 30 cm

Se realizó otra serie de mediciones, trabajando con el mismo rango de valores de flujo de aire, pero para una altura de agua dentro del modelo de 30 cm. Los puntos de inyección y de detección de trazador se colocaron en la misma posición que en los experimentos para la altura de agua de 20 cm, es decir, a 3 cm por debajo de la superficie libre y diametralmente opuestos. De nuevo, el trazador se inyectó 10 segundos después de que se inició el registro de los datos.

La respuesta del sistema fue cualitativamente similar a la que se obtuvo con el baño de 20 cm, es decir, inicialmente no se observa ningún cambio de pH hasta llegar a un momento en el que el pH desciende continuamente hasta un valor que luego se mantiene constante. En la figura 5.5 (que corresponde al experimento 2.1 - flujo de 118 ml/min) se observa el conjunto de mediciones realizadas para comprobar la repetibilidad de los datos para la altura de baño de 30 cm.

De la misma manera que para el caso de 20 cm, dado que el pH inicial en cada uno de las mediciones no fue el mismo se procedió a redefinir el valor instantáneo con respecto al valor inicial de pH para poder realizar una comparación entre cada uno de los valores del flujo de aire inyectado y analizar la manera en la que influye al tiempo de mezclado.

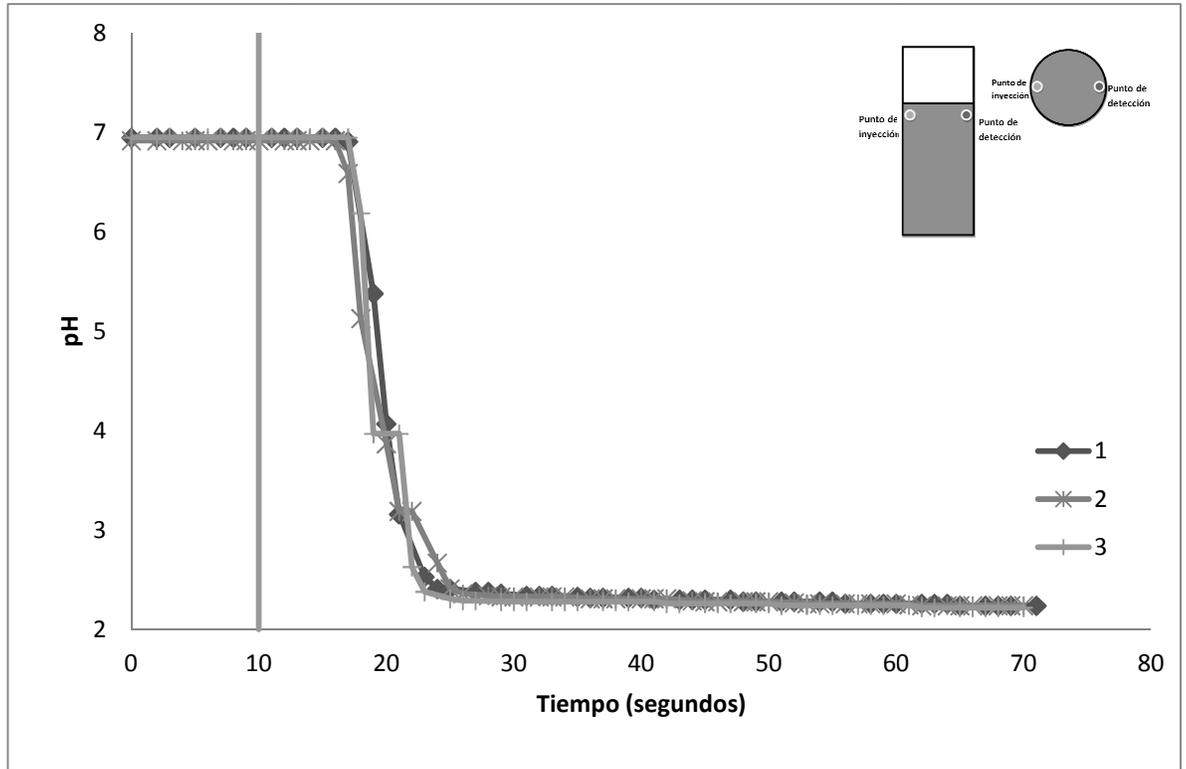


Figura 5.5. Respuesta del sistema (pH vs. tiempo) para el Experimento 2.1 (flujo de aire de 118 ml/min, altura de baño de 30 cm) y punto de detección a 3 cm debajo de la superficie libre. La línea vertical indica el instante el cual el trazador fue introducido al sistema.

En la Figura 5.6 se observa que el al aumentar el flujo de aire las curvas se desplaza a la izquierda; a valores mayores de aire se observa que el cambio de pH es similar entre ellos lo que indica que no hay mucha influencia del flujo de aire, mientras que para los tres flujos menores sí hay una diferencia entre la forma de la gráfica, ya que para el flujo menor el cambio es más suave comparado con el flujo siguiente y así mismo este con el que le sigue en orden.

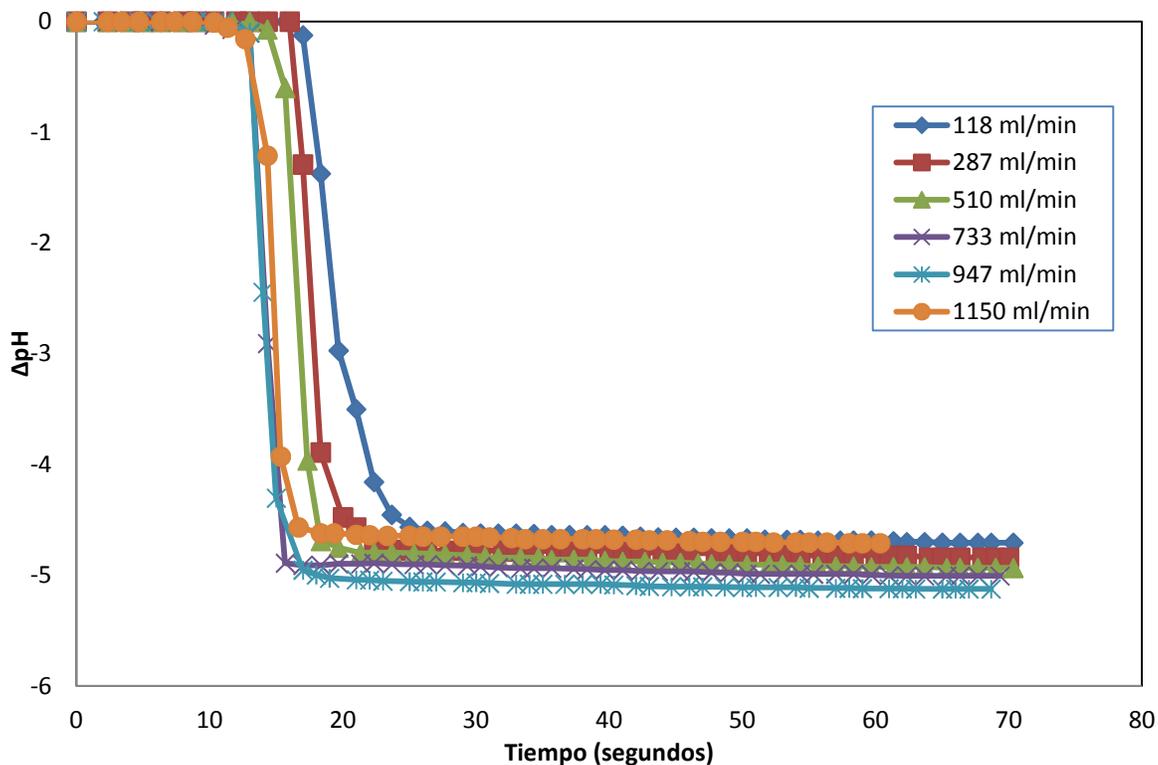


Figura 5.6. Respuesta del sistema (ΔpH vs. tiempo) para diversos flujos de aire y una altura de ba \tilde{n} o de 30 cm.

Para cada conjunto de experimentos se determinó el tiempo de mezclado utilizando la metodologí descrita para los experimentos con una altura de 20 cm. Los tiempos de mezclado así estimados se muestran en la Tabla 5.2; como los experimentos se realizaron por triplicado se calculó un promedio de los valores obtenidos del tiempo de mezclado.

Tabla 5.2. Tiempo de mezclado promedio para distintos flujos de aire y una altura de baño de 30 cm.

Experimento	Flujo volumétrico (ml/min)	Tiempo de mezclado promedio (s)	Desviación estándar (s)
2.1	118	14	1.04
2.2	287	10	1.29
2.3	510	8	0.42
2.4	733	6	0.15
2.5	947	6	0.82
2.6	1150	5	0.49

Al igual que en el caso de la altura de 20 cm de agua, el tiempo de mezclado disminuye a medida que se incrementa el flujo de aire inyectado al sistema. Este efecto es menor para los flujos de aire mayores.

5.1.2 Caracterización de la formación de burbujas

Otro efecto del flujo de aire inyectado se manifiesta en la forma de las burbujas, la frecuencia de burbujeo, y el tamaño de las burbujas. Para caracterizar a las burbujas a la salida del orificio se tomaron videos (a una velocidad de 30 cuadros por segundo) durante los experimentos para todas las condiciones estudiadas (ver Tabla 3). A partir de estos videos se determinó la frecuencia y la forma de las burbujas y luego se estimó su volumen utilizando esta información.

Para esta parte del trabajo se utilizó el número de Weber que relaciona las fuerzas inerciales con la tensión superficial del líquido en la

interface líquido-gas. Este número adimensional se utiliza en sistemas donde se desarrolla el régimen hidrodinámico de burbujeo.

El número de Weber basado en el diámetro del orificio está definido como [8]:

$$We = \frac{d_o v_o^2 \rho_g}{\sigma}$$

Donde d_o es el diámetro del orificio (m), v_o velocidad del aire en el orificio (m/s), ρ_g densidad del aire inyectado (kg/m^3) y σ tensión superficial del agua (N/m).

Para cada flujo de aire inyectado se determinó el número de Weber, obteniéndose los valores mostrados en la Tabla 5.3.

Tabla 5.3 Numero de Weber basado en las condiciones de flujo en el orificio calculado para distintos flujos de aire.

Flujo volumétrico mL/min	We
118	0.003
287	0.020
510	0.065
733	0.134
947	0.224
1150	0.330
1416	0.501
1652	0.682
1888	0.891

Para estimar el volumen de las burbujas formadas en el orificio para cada uno de los flujos de aire inyectados se usó la expresión [1]:

$$\text{Volumen de la burbuja} = \frac{Q_T}{F}$$

Donde Q_T es el flujo volumétrico de aire inyectado (cm^3/s) y F es la frecuencia de formación de burbujas (burbujas/segundo).

Altura de baño de 20 cm

Para la altura de baño de 20 cm, los resultados de frecuencia de formación de burbujas y volumen de burbujas se tabulan en la Tabla 5.4 y se muestran gráficamente en las Figuras 5.7 y 5.8. En cuanto a la morfología de la burbuja, se encontró que: con el menor de los flujos de aire la burbuja tiene forma esférica mientras que al ir aumentando el flujo la burbuja adquiere una forma irregular.

Los valores calculados de frecuencia de formación de burbujas y volumen de burbujas se presentan en la Tabla 5.4. Los valores de frecuencia de formación de burbuja van desde los 13.44 burbujas 1/s para el flujo más bajo hasta 23.59 para el flujo de aire más alto. Cabe mencionar que la cámara de video permite hasta dos cifras significativas en la escala de tiempo.

Tabla 5.4. Comportamiento de las burbujas dentro del modelo, para varios flujos de aire y una altura de agua de 20 cm.

	Flujo volumétrico ml/min	Frecuencia de formación 1/s	Volumen de la burbuja cm ³
1.1	118	13.44	0.146
1.2	287	14.12	0.338
1.3	510	17.27	0.492
1.4	733	20.06	0.609
1.5	947	22.65	0.696
1.6	1150	25.11	0.763
1.7	1416	23.10	1.021
1.8	1652	24.30	1.132
1.9	1888	23.59	1.333

Adicionalmente estos valores fueron graficados para observar su comportamiento cuando el flujo de aire se aumentaba (ver Figura 5.7). Cabe mencionar que la línea punteada en la gráfica no es una regresión sino que se colocó para guiar al ojo del lector. En la gráfica se observa que, para los flujos bajos, la frecuencia aumenta a medida que aumenta el flujo de aire mientras que, para flujos de aire mayor a 1150, la frecuencia de formación de burbujas ya es independiente de ese parámetro.

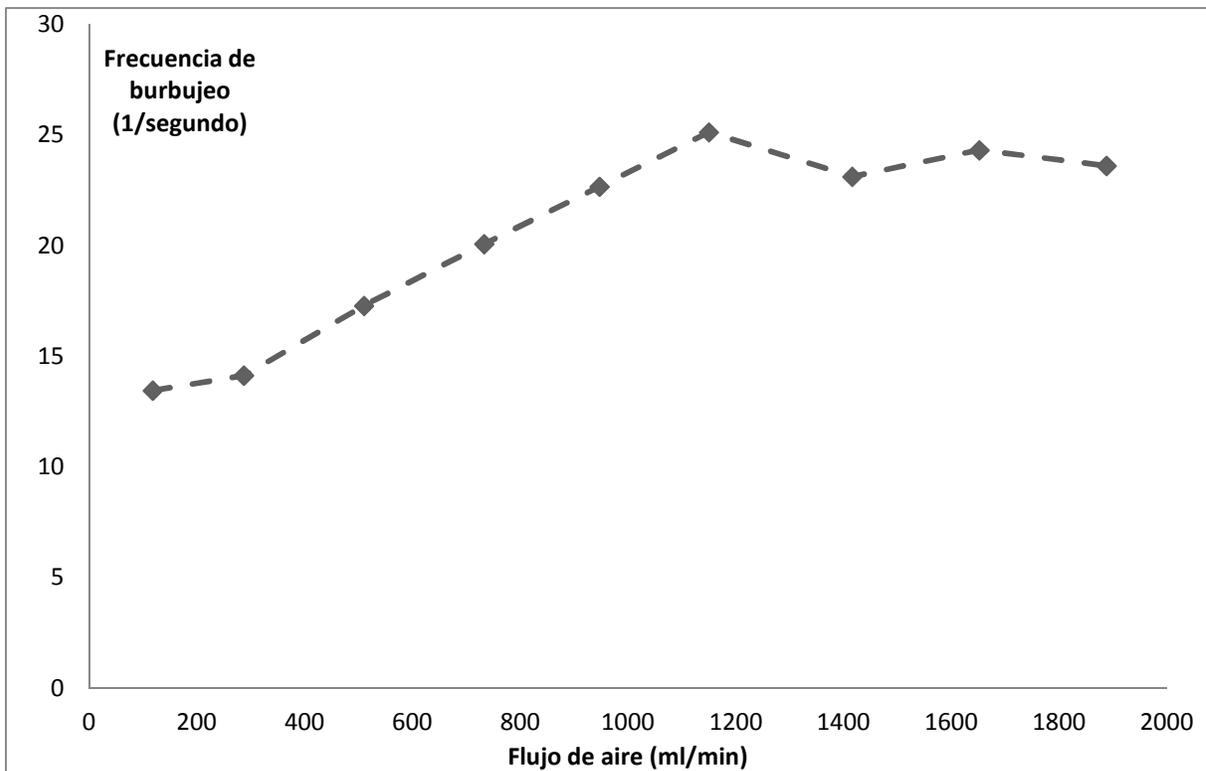


Figura 5.7. Frecuencia de formación de burbujas como función del flujo de aire inyectado, para una altura del baño de 20 cm.

La gráfica de la Figura 5.8 muestra a la frecuencia de formación de burbujas como función del número de Weber. Se observa que conforme el valor del número de Weber aumenta, la frecuencia de burbujas crece hasta llegar a un valor de número de Weber para el que el valor de la frecuencia de formación ya no varía mucho. Este comportamiento es similar al observado con el flujo de aire, lo que se debe a que el flujo de aire está relacionado con la velocidad del gas a la salida del orificio y con los valores calculados del número de Weber.

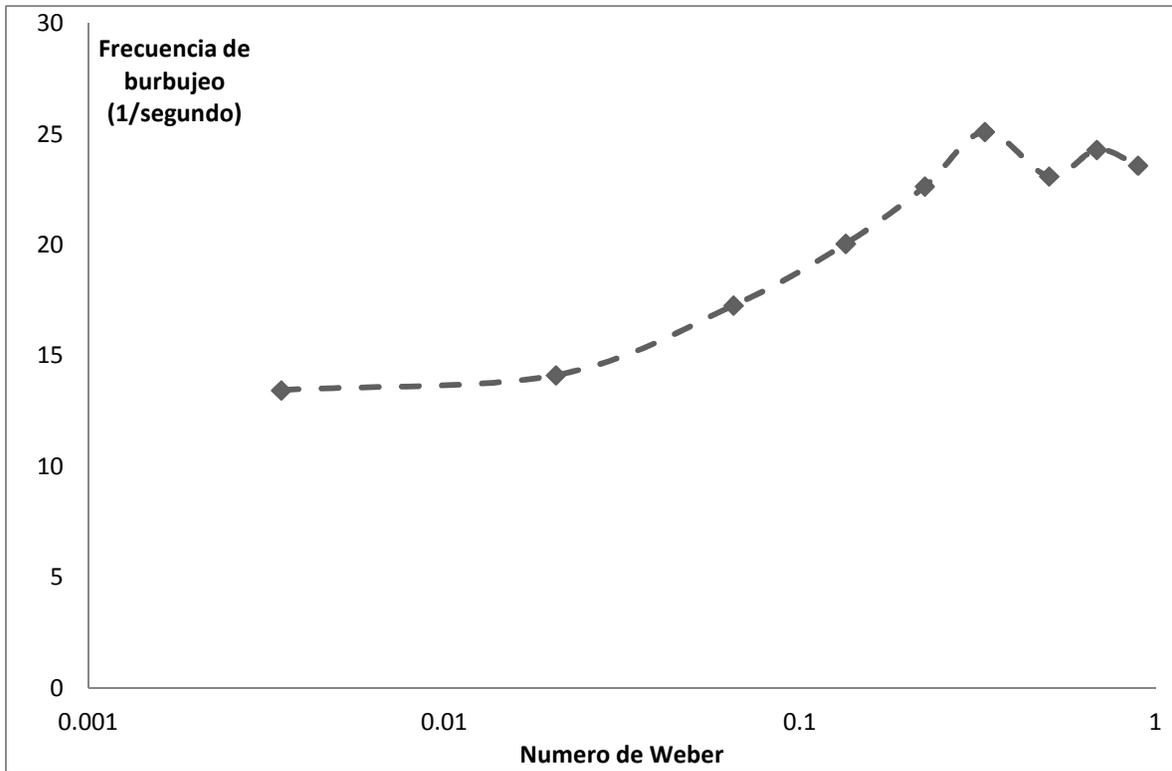


Figura 5.8. Frecuencia de formación de burbujas como función del número de Weber basado en el diámetro del orificio, para una altura del baño de 20 cm.

La Figura 5.9 muestra los valores del volumen de la burbuja contra la frecuencia de formación de burbujas en el modelo físico; conforme la frecuencia de burbujas aumenta, el volumen de las burbujas crece de manera lineal, pero a valores de frecuencia de formación mayores a 20 burbujas/segundo, el volumen de la burbuja aumenta pero la frecuencia de formación se mantiene casi constante.

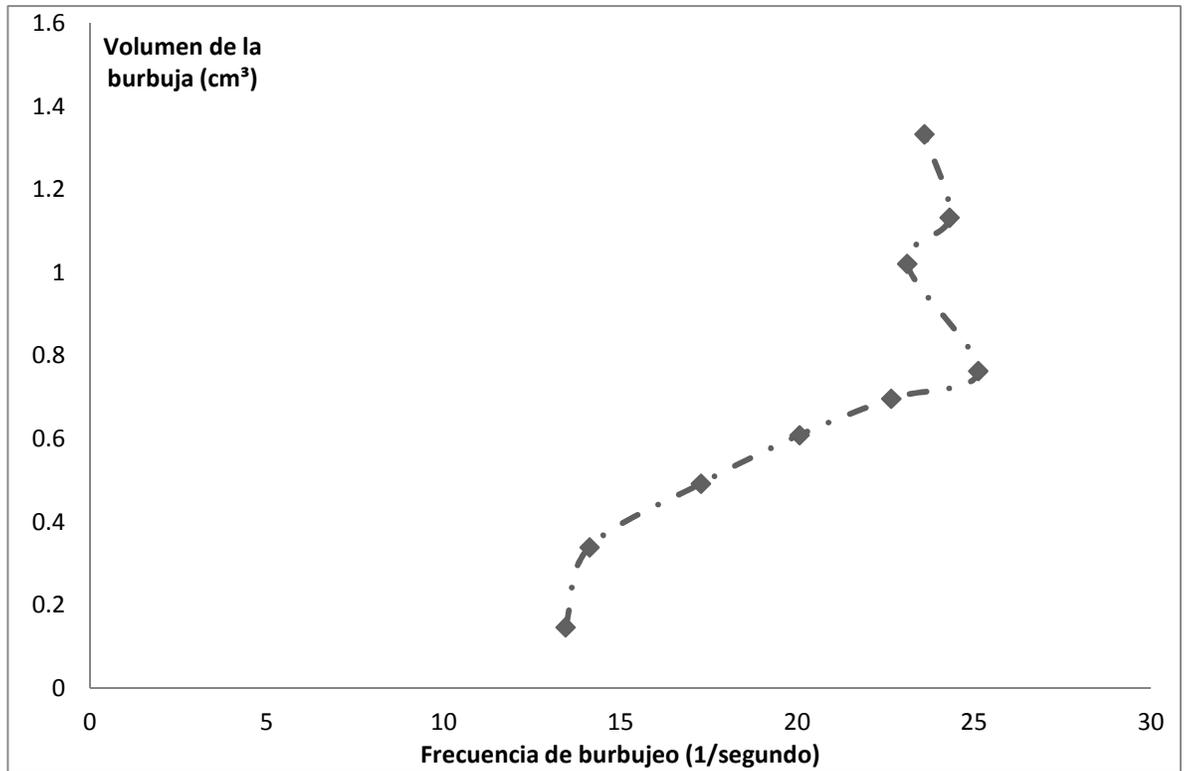


Figura 5.9. Volumen de las burbujas como función de la frecuencia de formación de burbujas, para una altura del baño de 20 cm.

Altura de baño de 30 cm

Información similar se obtuvo para una altura de agua de 30 cm. Los valores de frecuencia de formación de burbujas y volumen de burbuja, para cada flujo, se indican en la Tabla 5.5 y se grafican en las Figuras 5.10 y 5.11.

Tabla 5.5. Comportamiento de las burbujas dentro del modelo, para varios flujos de aire y una altura de agua de 30 cm.

	Flujo volumétrico ml/min	Frecuencia de formación 1/s	Volumen burbuja cm ³
2.1	118	13.54	0.145
2.2	287	15.79	0.303
2.3	510	17.24	0.493
2.4	733	20.32	0.601
2.5	947	22.03	0.716
2.6	1150	24.45	0.784
2.7	1416	23.03	1.025
2.8	1652	24.22	1.137
2.9	1888	24.66	1.276

La frecuencia como función del flujo de aire se muestra en la Figura 5.10, en la que se aprecia un comportamiento casi lineal para los primeros valores mientras que para los flujos mayores el valor de la frecuencia de formación de burbujas se mantiene constante, es decir, ya no es afectado por el flujo de aire.

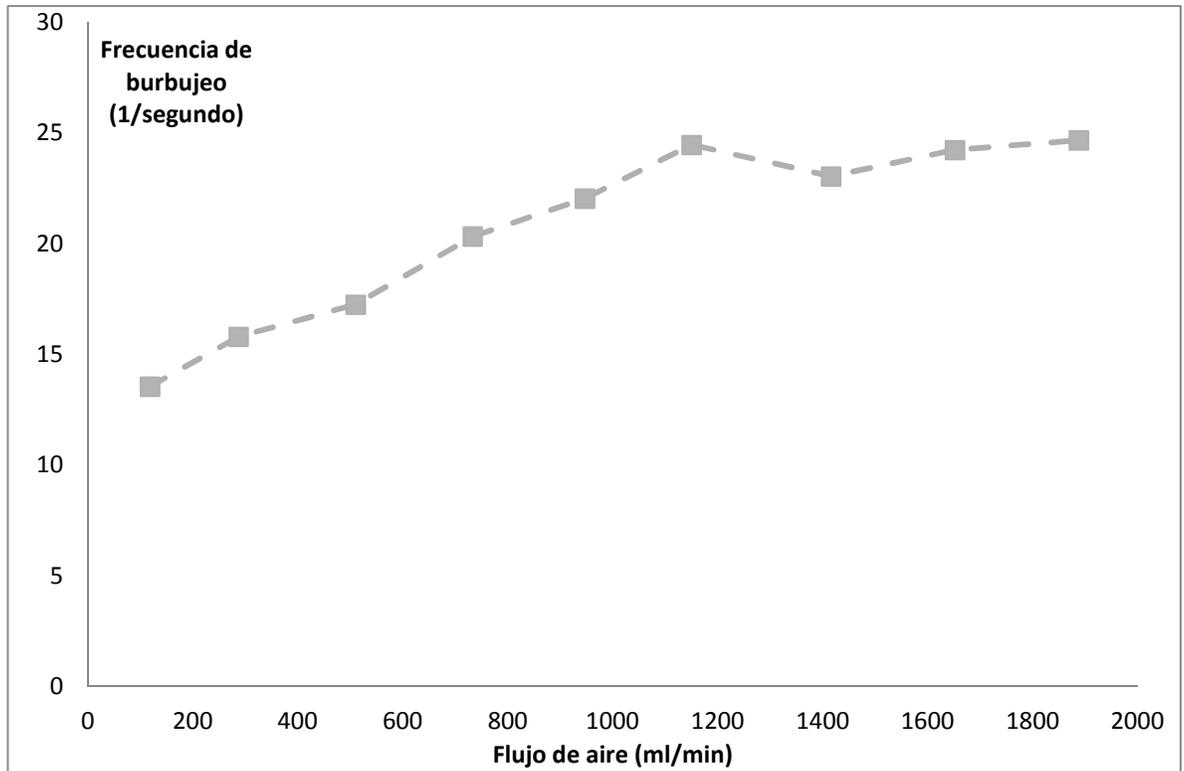


Figura 5.10. Frecuencia de burbujas como función del flujo de aire inyectado, para una altura del baño de 30 cm.

De manera similar al comportamiento de las burbujas en el baño de 20 cm de agua, los valores de formación de burbujas se graficaron como función del número de Weber en la Figura 5.11. En la figura se muestra que, cuando los valores del número de Weber aumentan, la frecuencia de formación aumenta de manera gradual hasta llegar a un valor máximo después del cuál la variación de frecuencia de formación ya no es tan marcada.

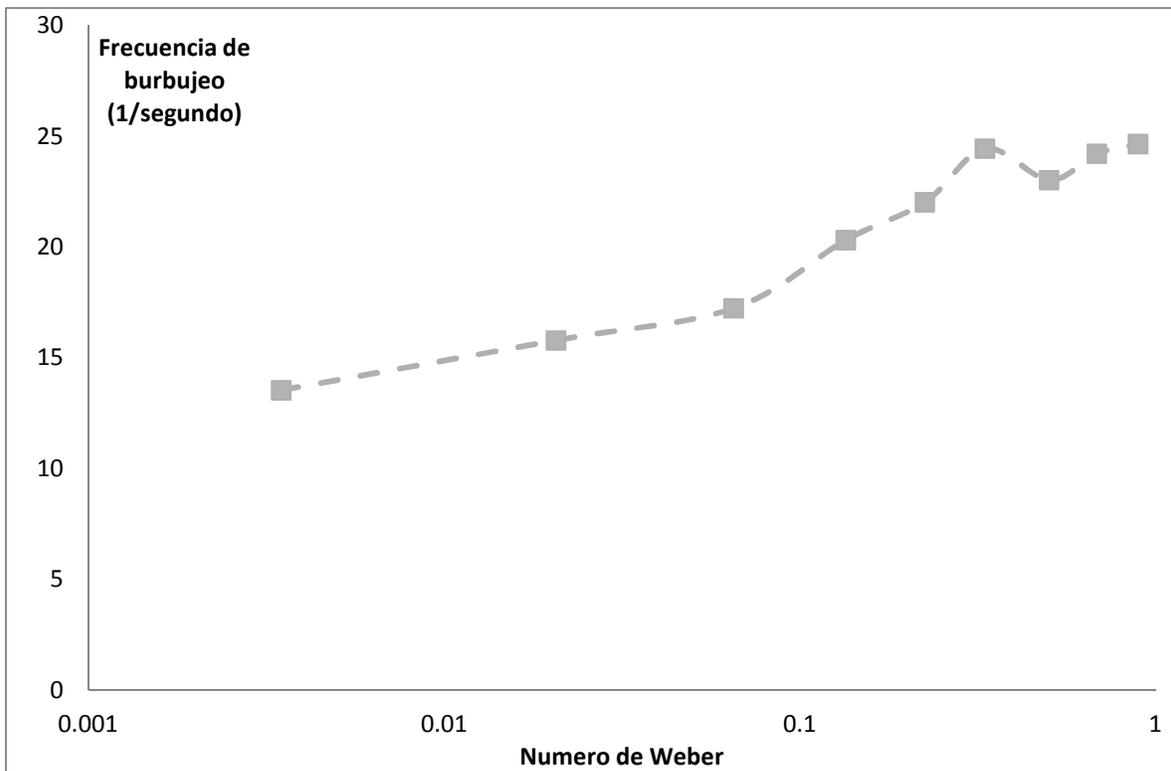


Figura 5.11. Frecuencia de burbujas como función del número de Weber basado en el diámetro del orificio, para una altura del baño de 30 cm.

Asimismo se graficó el volumen de las burbujas obtenidas como función de la frecuencia de formación de burbujas (ver Figura 5.12), encontrándose que para valores de entre 13.5 y 22 burbujas/s el volumen de las burbujas aumenta de manera casi lineal, llegándose a un valor máximo de frecuencia de formación de burbujas (alrededor de 25 burbujas/s) que se mantiene constante aunque el tamaño de las burbujas aumenta.

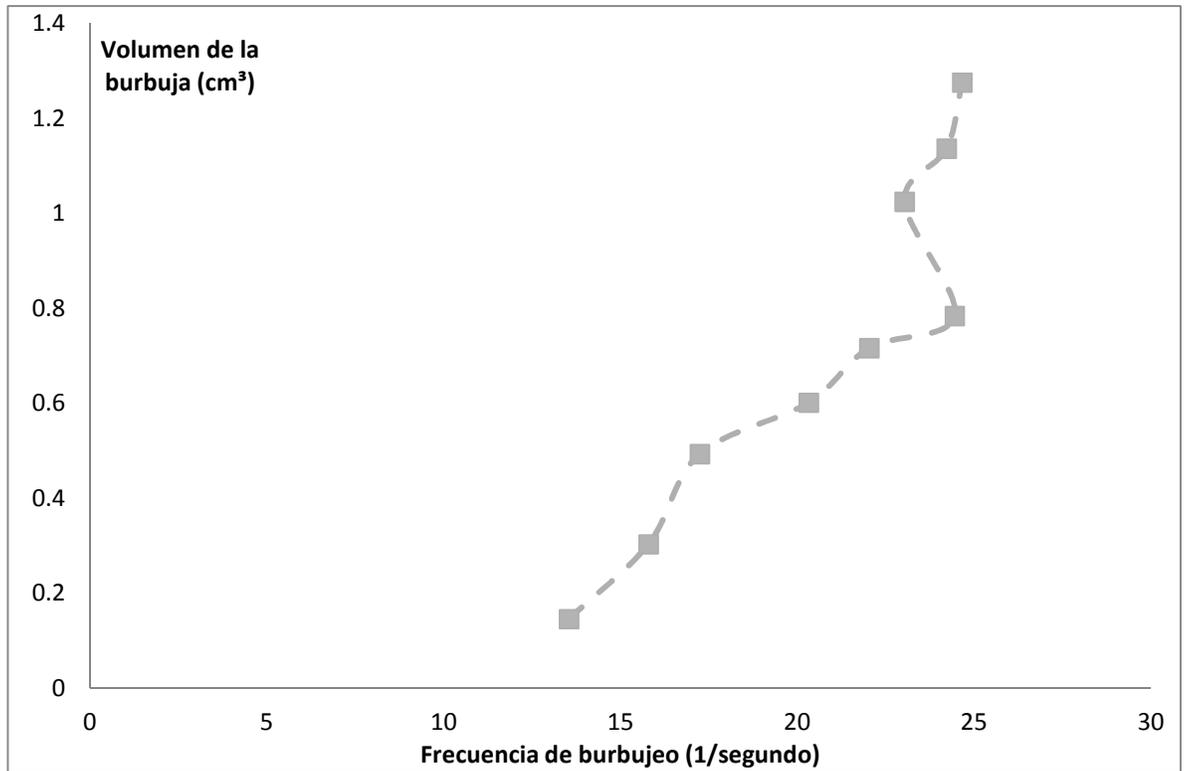


Figura 5.12. Volumen de las burbujas como función de la frecuencia de formación, para una altura del baño de 30 cm.

5.1.3 Morfología de las burbujas y de la superficie libre

La morfología de las burbujas también es afectada por el flujo de aire inyectado y por la altura del baño líquido, como lo indica la literatura [9]. La morfología correspondiente a cada condición experimental de inyección se muestra en la siguiente serie de figuras.

Para el caso de la altura de 20 cm de agua (Figura 5.13), se observó que la forma de las burbujas es esferoidal para valores bajos de flujo de aire; esta forma se va perdiendo conforme el flujo de aire va en aumento, adquiriéndose una forma cada vez más irregular. A flujos bajos se obtuvieron burbujas individuales, es decir, claramente

separadas entre sí mientras que a flujos mayores la distancia entre las burbujas es pequeña.

Adicionalmente, la trayectoria de las burbujas para esta altura de agua es casi recta para el flujo de aire más bajo; al aumentar el flujo de aire la trayectoria de las burbujas deja de ser recta adquiriendo una forma de espiral.

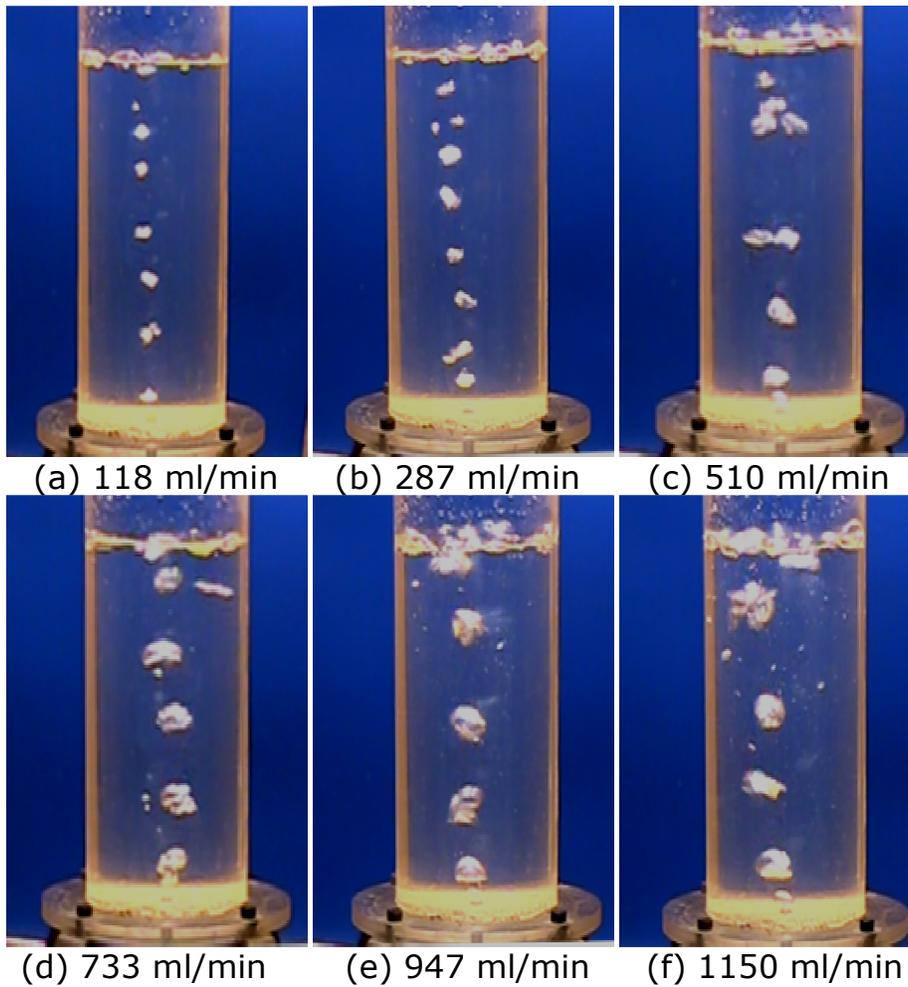


Figura 5.13 Morfología y trayectoria de las burbujas formadas para diversos valores del flujo volumínico de aire y una altura del baño de agua de 20 cm.

Para el caso de la altura de 30 cm de agua, la morfología de las burbujas es un poco diferente a la de las burbujas en el baño de 20 cm de altura, siendo de forma esferoidal.

La trayectoria de las burbujas para esta altura de agua dejó de ser recta para todos los valores de flujo volumínico de aire insuflado y además variaba con el tiempo. Solo por instantes presentaba una trayectoria recta y después volvía a curverse.

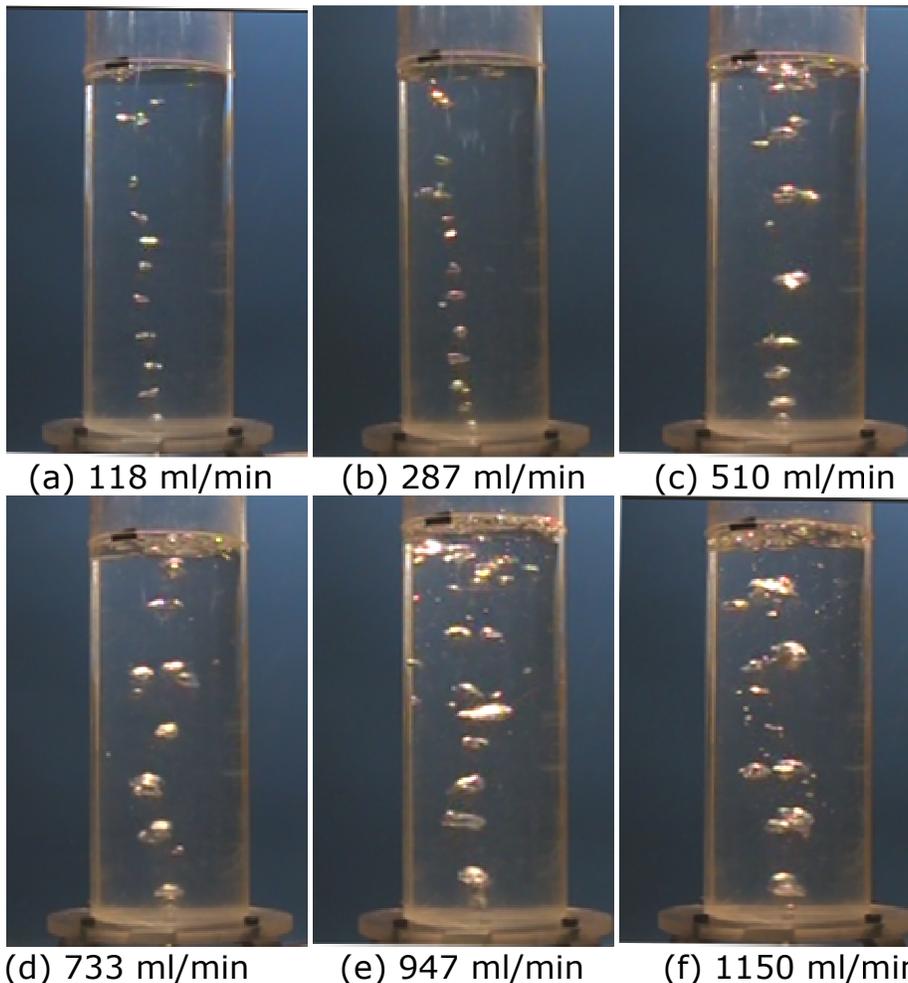


Figura 5.14 Morfología y trayectoria de las burbujas formadas para diversos valores del flujo volumínico de aire una altura del baño de agua de 30 cm.

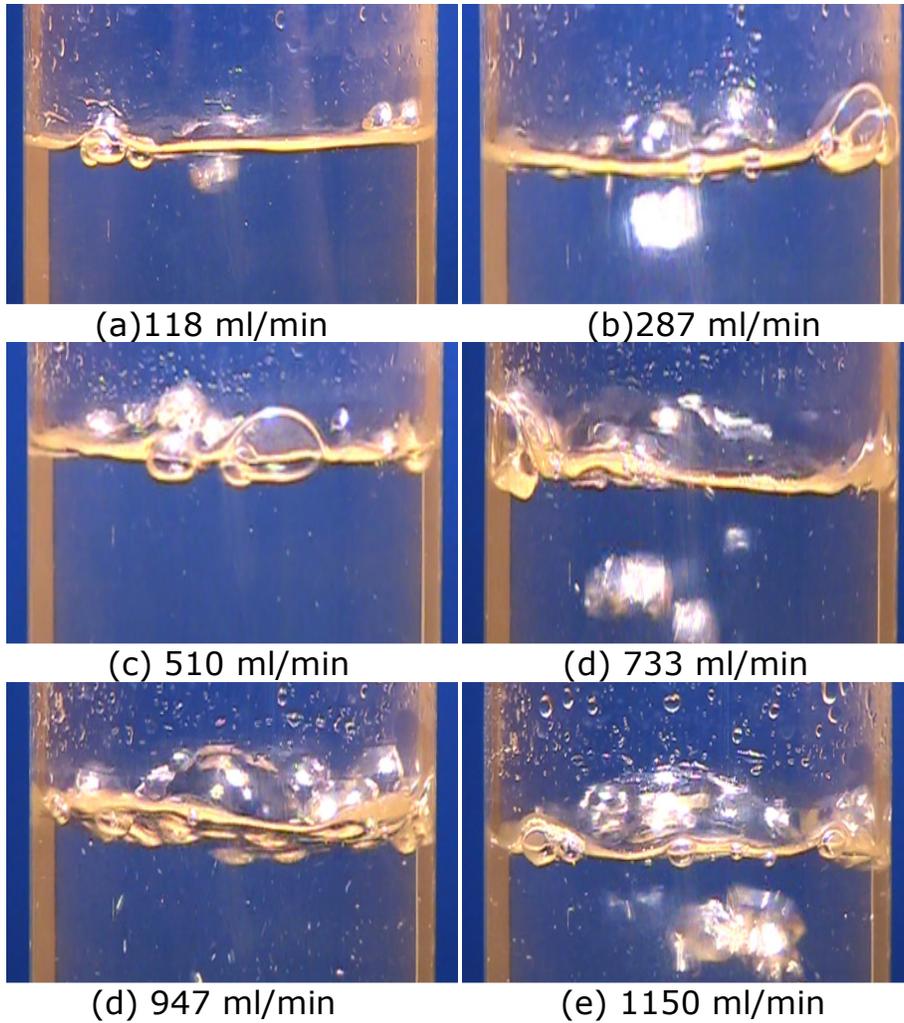


Figura 5.15. Morfología de la superficie libre para diversos valores del flujo volumínico de aire y una altura del baño de 20 cm.

Una vez que las burbujas llegan a la superficie del agua, rompen provocando el movimiento de ésta. Los resultados, para la altura de agua de 20 cm y los 6 flujos volumínicos de aire estudiados se muestra en la Figura 5.15. En la secuencia de imágenes se observa cómo la superficie libre es alterada por las burbujas que rompen al llegar a ella. Para el flujo más bajo se observa que la distorsión de la superficie libre es muy pequeña; conforme se aumenta el flujo de aire la superficie se distorsiona cada vez más y adquiere mayor movimiento, observándose claramente salpicaduras.

Para el caso de la altura del baño de 30 cm de agua el comportamiento de la superficie libre es similar al observado a la altura anterior: conforme se aumenta el aire insuflado, la superficie libre se deforma gradualmente y adquiere mayor movimiento y salpica más.

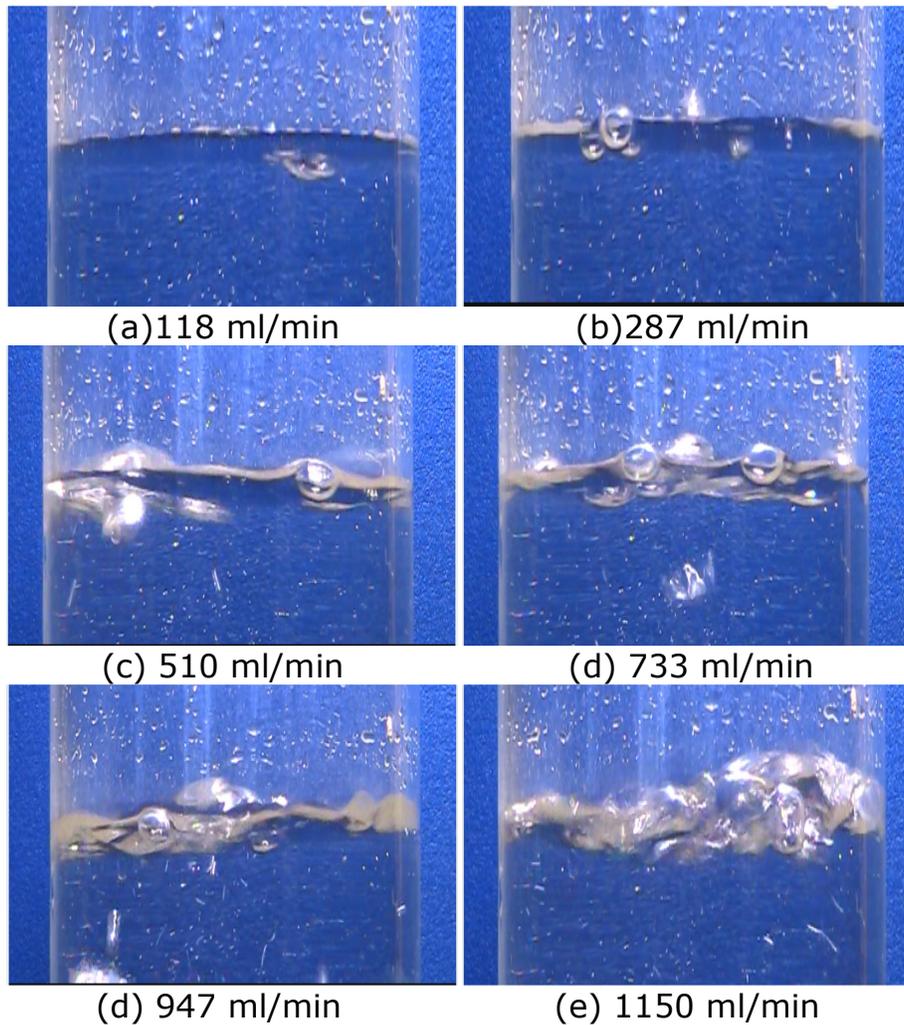


Figura 5.16 Morfología de la superficie libre para diversos valores del flujo volumínico de aire y altura del baño de 30 cm

5.1.4. Dinámica de las burbujas

La velocidad de ascenso de las burbujas fue determinada a partir de las videograbaciones durante el proceso de inyección de aire dentro del modelo, con el fin de caracterizar el movimiento de las burbujas dentro del modelo una vez que se han desprendido y comienzan a ascender. Los números adimensionales que se utilizan para caracterizar el movimiento de las burbujas son:

Número de Reynolds de burbuja, el cual está dado por la siguiente relación [9]:

$$Re_b = \frac{d_b v \rho_l}{\mu_l}$$

El número de Weber de burbuja, está dado por la siguiente relación [9]:

$$We_b = \frac{d_b v_b^2 \rho_l}{\sigma}$$

Y el número de Morton, el cual relaciona las fuerzas viscosas, gravitacional y de tensión superficial [9]:

$$Mo = \frac{g \mu_l^4}{\rho_l \sigma^3}$$

Donde d_b es el diámetro de la esfera de igual volumen de la esfera, v es la velocidad de ascenso, μ_l , ρ_l densidad y viscosidad del liquido, σ tensión superficial del agua y g aceleración de la gravedad.

Para el sistema estudiado, el número de Morton es independiente del flujo de aire insuflado; en particular es 2.55×10^{-11} . Con los valores

estimados de la velocidad de ascenso de las burbujas se calcularon los valores de los números de Reynolds y de Weber definidos líneas arriba.

Tabla 5.6. Dinámica de las burbujas para varios flujos de aire y una altura de agua de 20 cm.

Flujo volumétrico ml/min	Velocidad de ascenso m/s	Re_b	We_b
118	0.34	2223	10
287	0.37	3200	16
510	0.4	3918	22
733	0.44	4627	28
947	0.48	5280	35
1150	0.52	5896	42

Tabla 5.7. Dinámica de las burbujas para varios flujos de aire y una altura de agua de 30 cm.

Flujo volumétrico ml/min	Velocidad de ascenso m/s	Re_b	We_b
118	0.33	2152	10
287	0.37	3083	16
510	0.41	4019	23
733	0.45	4712	29
947	0.47	5218	34
1150	0.5	5720	39

De acuerdo a trabajos de Hartunian *et al.* [9] las burbujas están clasificadas en 4 morfologías. Con los parámetros calculados para este trabajo la mayoría de las burbujas estarían dentro de la morfología de burbujas esferoidales y elipsoidales, ya que se cumple que $400 < Re_b < 5000$ y $We_b > 3.12$. La morfología de las burbujas en las imágenes capturadas en video corresponde con esta predicción. Además, para los flujos mayores (947 ml/s y 1150 ml/s) se tienen burbujas de casquete esférico ($Re_b > 5000$), tal como se aprecia en las imágenes.

5.1.5 Patrones de flujo

El patrón de flujo se visualizó por medio de la inyección de un trazador físico (colorante vegetal Rojo 40 diluido en agua) al modelo físico durante su funcionamiento. El colorante se inyectó desde la parte superior del modelo, de manera similar a la cual se inyectó el ácido. Todas las imágenes corresponden a la vista frontal del modelo con referencia al punto de inyección. Todos los tiempos están referidos al instante en el que se inicia la inyección del trazador.

A continuación se presenta la serie de imágenes para a una altura del baño de agua de 20 cm y flujos de aire inyectado de 118 ml/min y 1150 ml/min.

Para el caso del flujo de 118 ml/min se observa que el trazador entra al sistema con cierto impulso (Figura 5.17 a, $t = 0.7$ s), debido a la forma con la cual fue introducido, por lo que una parte del colorante desciende mientras que otra es arrastrada por la corriente generada por la inyección del aire. A los 1.73 s (Figura 5.17 b) el trazador sigue su trayecto hacia el fondo del modelo aunque una parte es arrastrada hacia la superficie por la corriente. Pasados 3 s (Figura 5.18 c) el

colorante toca el fondo del modelo y la mayoría del colorante se mantiene en la mitad del volumen del fluido en el que se inyectó; al mismo tiempo, una fracción del colorante sigue ascendiendo por acción de la corriente que es ocasionada por las burbujas que ascienden. En la figura 5.19 d la mezcla del colorante con el agua ya es más significativa observándose que éste ocupa la mayoría del espacio, y se observa que de este lado el colorante es arrastrado por las burbujas haciendo que se mezcle más, ya después de cierto tiempo se ha alcanzado el mezclado.

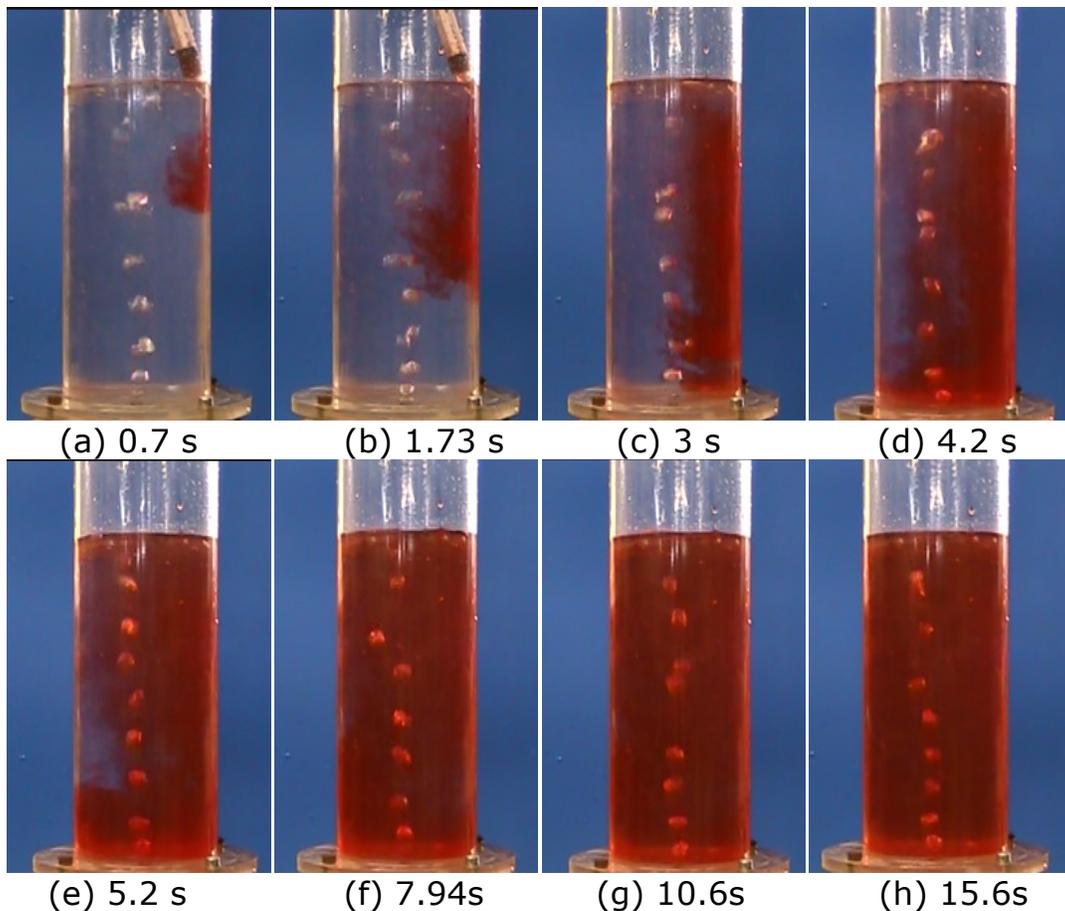


Figura 5.17 Patrones de flujo para un flujo de aire de 118 ml/min y una altura de 20 cm (Experimento 1.1).

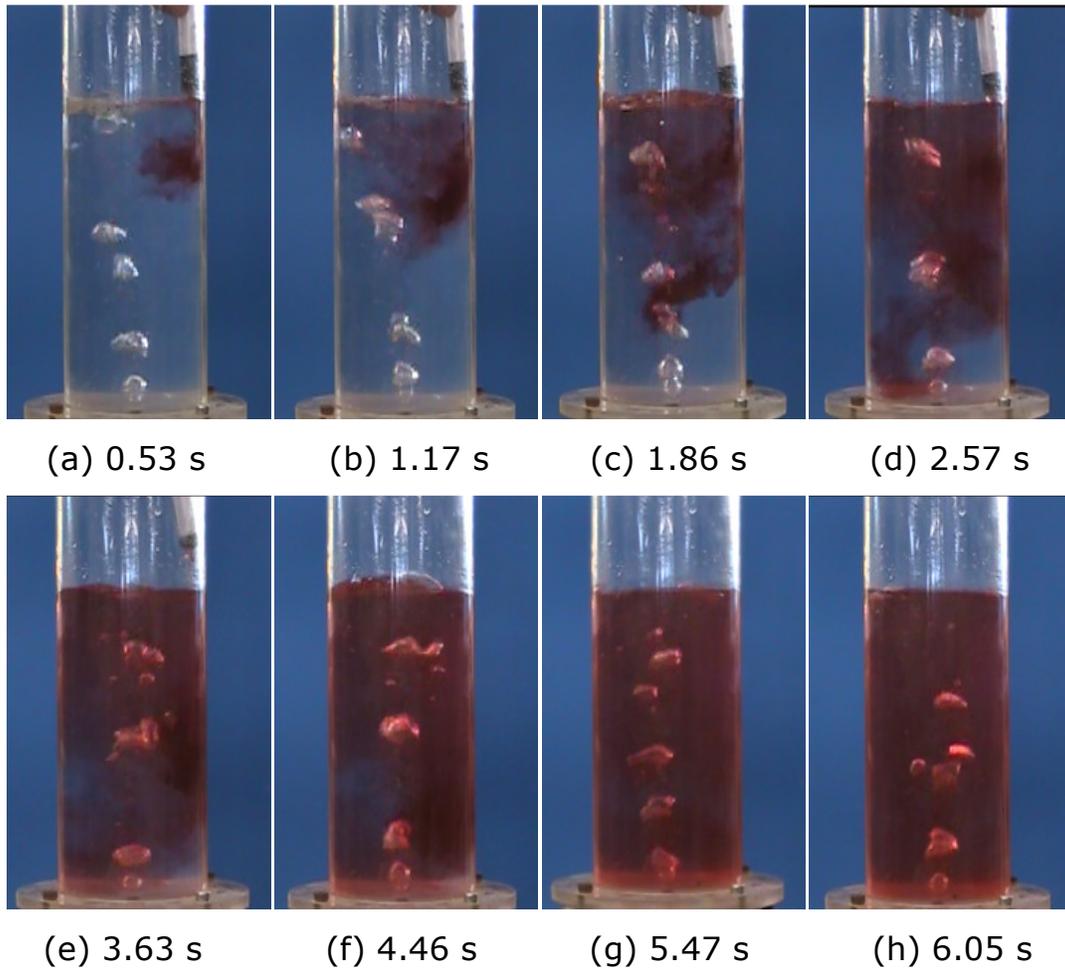


Figura 5.18 Patrones de flujo para flujo de aire de 1150 ml/min y altura de 20 cm (Experimento 1.6).

Para el caso del flujo de 1150 ml/min se observa un comportamiento parecido al flujo anterior, solo que aquí el mezclado se lleva a cabo en un menor tiempo. El colorante se introdujo de manera similar; aun así, se observa que después de inyectarlo ya no desciende, si no que la corriente atrapa a la mayoría del colorante, haciendo que circule en esa zona, tal como se observa en la Figura 5.18 conforme pasa el tiempo el colorante va descendiendo y es a su vez arrastrado por el movimiento de las burbujas en ascenso. Este movimiento provoca que el colorante se distribuya en menor tiempo y, tal como se observa a

los 2.57 s, el colorante casi toca el fondo, pero es arrastrado hacia una de las paredes cerca del fondo, existiendo una zona de recirculación. Al pasar 6 segundos se obtiene el mezclado completo.

5.1.6. Efecto de la altura del baño de agua.

En la Figura 5.19 se comparan los resultados de tiempo de mezclado (estimado de los experimentos de adición de disolución ácida) en función del flujo de aire insuflado para las dos alturas del baño de agua estudiadas.

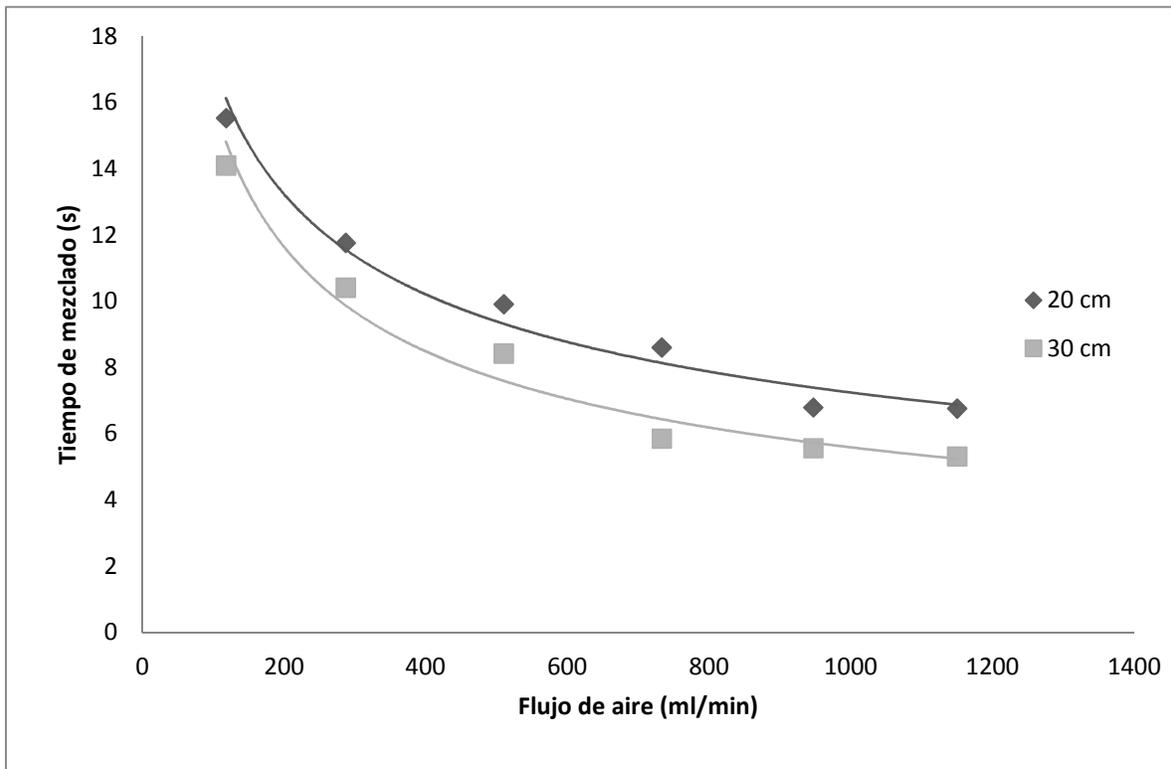


Figura 5.19. Efecto del flujo de aire y de la altura del baño sobre el tiempo de mezclado.

Los tiempos de mezclado para una altura de 30 cm son siempre menores comparados con los de la altura de 20 cm, lo que se debe a

que al haber un mayor volumen de agua el trazador se incorpora en menor tiempo comparado a un volumen menor. También se aprecia que cuando el flujo de aire aumenta los tiempos de mezclado disminuyen, dado que se generan corrientes de flujo más intensas.

Para el caso de la frecuencia de formación de burbujas se observan valores muy similares para ambas alturas (ver Figura 5.20). Este comportamiento indica que la altura del baño de agua no influye en la frecuencia de formación de burbujas, quizá debido a que no hubo una notable diferencia de altura.

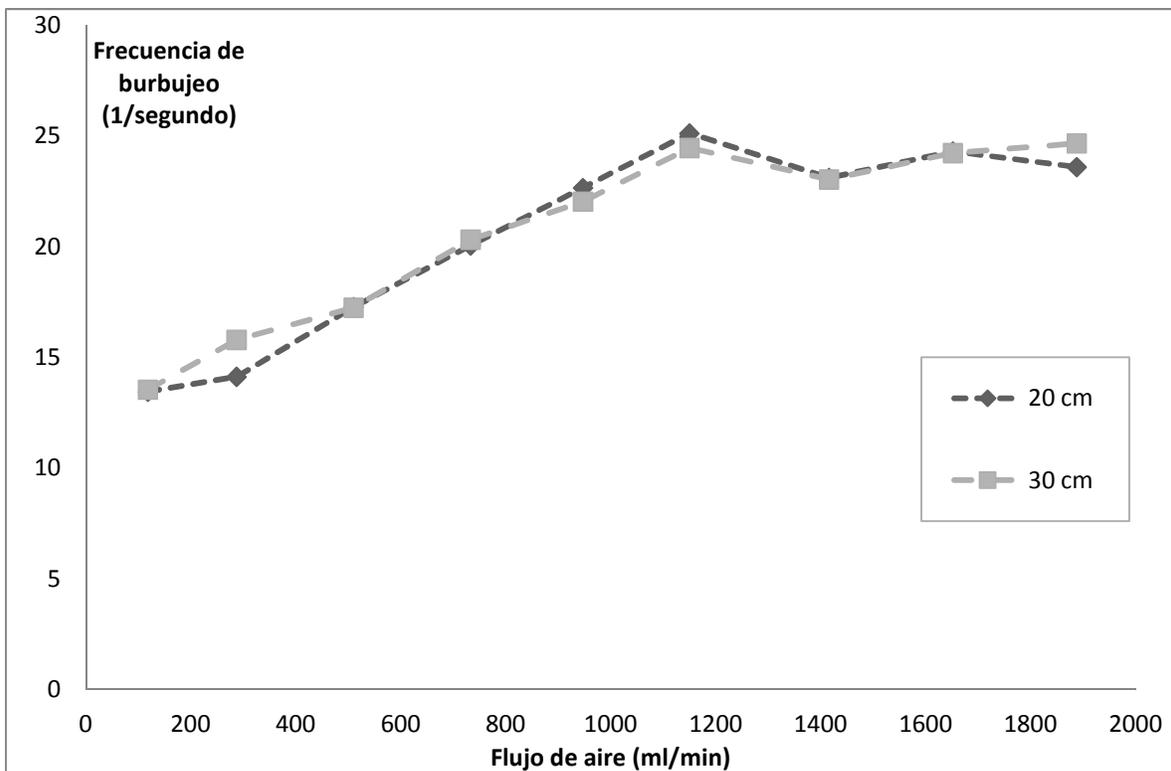


Figura 5.20. Efecto del flujo de aire y de la altura del baño sobre la frecuencia de formación de burbujas.

También se graficó la frecuencia de formación contra el número de Weber para las dos alturas de baño estudiadas, como se muestra en la figura 5.21. De nueva cuenta se aprecia que la altura no influye en este parámetro.

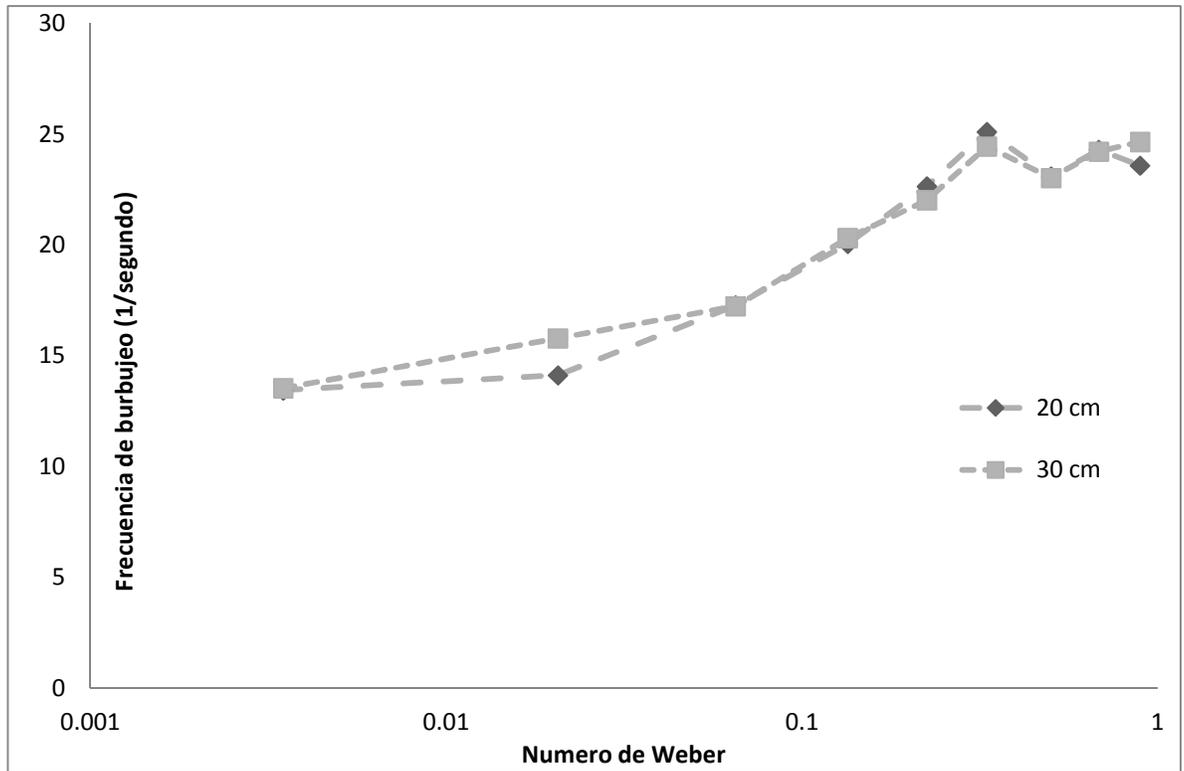


Figura 5.21. Efecto del número de Weber sobre la frecuencia de formación de burbujas para dos alturas de baño.

Se encontró que la velocidad de ascenso de las burbujas no es afectada por la altura del baño del agua ya que esta velocidad depende más de las fuerzas que actúan sobre las burbujas tales como la fuerza boyante, la viscosidad y la fuerza de arrastre. La Figura 5.22 muestra la grafica de los valores de la velocidad de ascenso en función del flujo volumétrico de aire inyectado, aquí el flujo si influye en la velocidad de ascenso, esto es debido a la velocidad con la que en aire es inyectado.

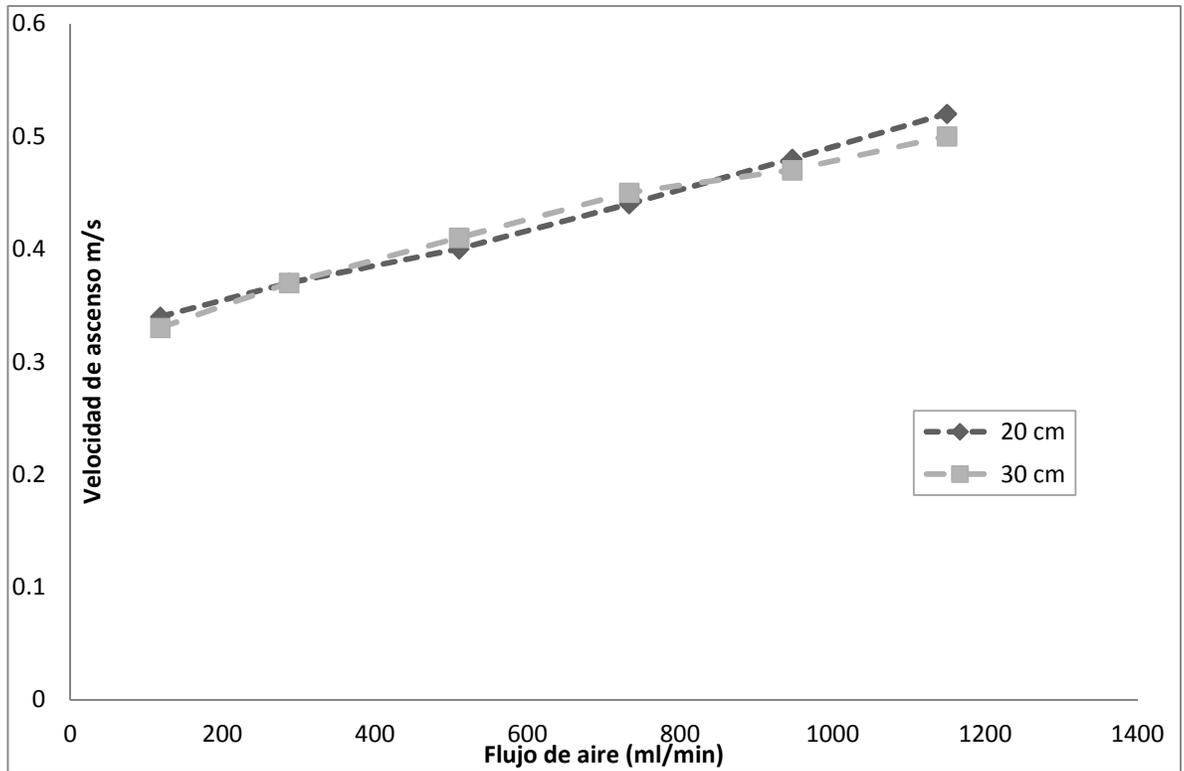


Figura 5.22 Efecto del flujo de aire y de la altura del baño sobre la velocidad de ascenso de las burbujas.

Igualmente la altura de agua dentro del modelo no influye en la forma que adquiere la superficie libre (comparar Figuras 5.15 y 5.16). La razón de este comportamiento es que las burbujas impactan con valores similares de momentum a la superficie, independientemente de la altura del baño.

El tiempo de mezclado global, es decir, considerando a todo el volumen del baño, puede estimarse mediante la adición de colorante al modelo físico. A diferencia de la medición del tiempo de mezclado local, en este caso se estima el tiempo necesario para que todo el baño adquiera una coloración específica. Dado que el tiempo de mezclado global depende de una apreciación visual, es sólo un valor aproximado.

En la Tabla 5.8 se indican los valores de tiempo global de mezclado estimados para cada uno de los flujos y alturas de baño de agua trabajadas; estos valores se grafican en la Figura 5.23.

Tabla 5.8. Tiempo de mezclado global para distintos flujos de aire para una altura de baño de 20 y 30 cm, estimados a partir de las videograbaciones de experimentos con adición de colorante.

Altura:	20 cm	30 cm
Flujo volumínico (ml/min)	Tiempo de mezclado (s)	Tiempo de mezclado (s)
118	15.4	14.7
287	11.0	10.3
510	9.1	8.6
733	7.3	6.9
947	6.2	6.0
1150	5.8	5.6

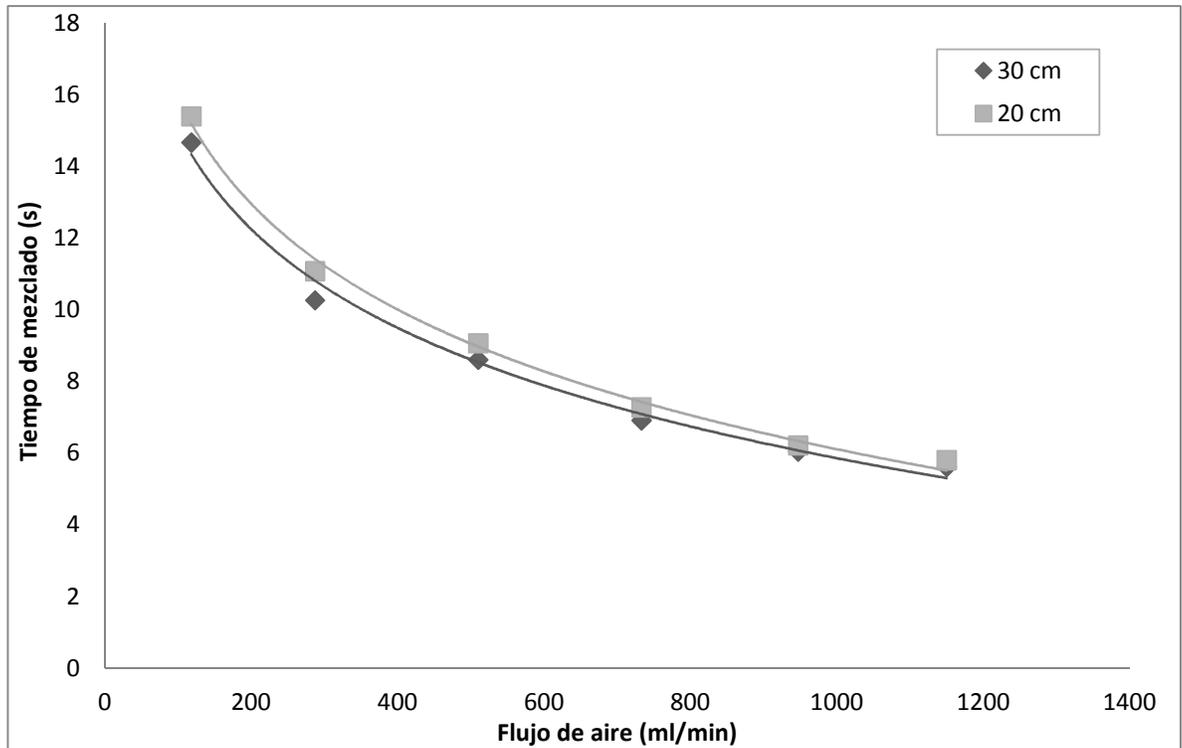


Figura 5.23. Efecto del flujo de aire y de la altura del baño sobre el tiempo de mezclado global.

La Figura 5.23 muestra que los valores de tiempo de mezclado global son ligeramente mayores para el caso de la altura de 20 cm; además se observa que a los flujos mayores la diferencia ya es mínima, lo que indica que el tiempo es parecido debido a la mayor agitación que se tiene dentro del baño debido a la inyección de aire, además que es un poco más difícil determinar visualmente el tiempo de mezclado.

5.2. Modelo Matemático

Se realizaron simulaciones numéricas del comportamiento hidrodinámico de las dos fases en el modelo físico con el *software Ansys-Fluent v. 12.1*. A partir de estas se obtuvieron: la distribución de fases, el campo de velocidad, los patrones de flujo y la geometría de la superficie libre, todos como función del tiempo. El hecho de observarse

un régimen no estacionario está relacionado con que la condición inicial en el modelo matemático fue de agua en reposo y que el tiempo de proceso simulado fue corto (2 s) lo que no permitió que se alcanzara un régimen estacionario. Se llevaron a cabo dos simulaciones: una para una velocidad de entrada de 0.26 m/s y otra de 2.56 m/s, que corresponden al flujo más bajo y más alto del flujómetro con el que se trabajó con el modelo físico, respectivamente. Los parámetros que se alimentaron al modelo matemático que se describió en el Capítulo 4 se enlistan en la Tabla 5.9

Tabla 5.9. Parámetros que se alimentaron al modelo.

Líquido: Agua a temperatura ambiente	
Altura, cm	20
ρ , kg/m ³	1000
μ , Pa·s	0.001
σ , N/m	0.07275
Gas inyectado: Aire a temperatura ambiente	
Velocidad de entrada m/s	0.26, 2.56
ρ , kg/m ³	1.204
μ , Pa·s	1.81E-05

5.2.1 Evolución del campo de fases.

La simulación de la evolución del campo de fases correspondiente a una velocidad de inyección de 0.26 cm/s y altura de baño de 20 cm se muestra en la Fig. 5.24.

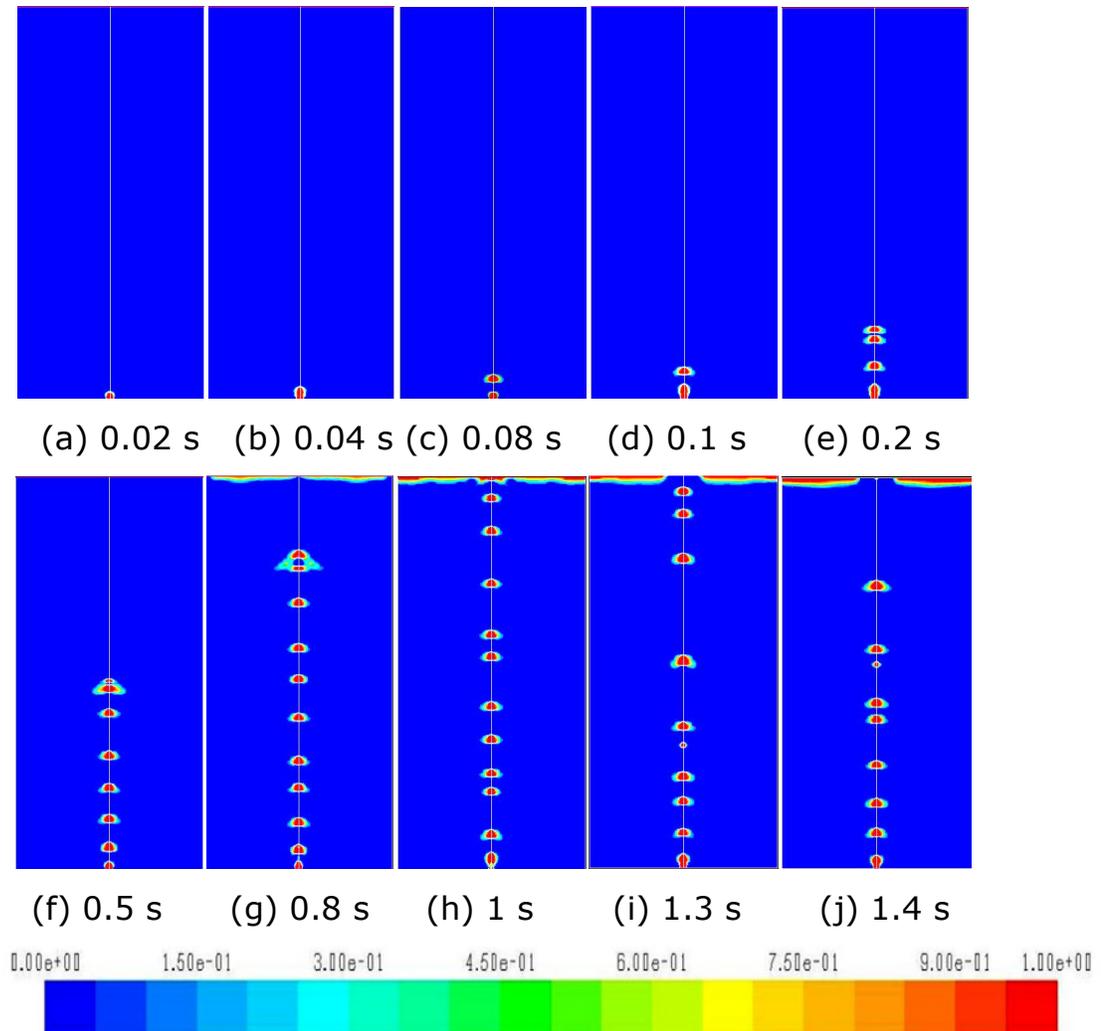


Figura 5.24 Evolución del régimen de burbujeo, para una velocidad de inyección de 0.26 m/s y una altura de agua de 20 cm (Experimento 1.1). El tiempo está referido al instante en el que se inyecta el aire. La escala representa los valores de la fracción de aire.

En la figura se observa cómo, durante los primeros instantes del proceso, comienza a nuclear la primera burbuja; después esta crece hasta alcanzar cierto tamaño para luego desprenderse de la boquilla y comenzar su ascenso en el baño hacia la superficie libre. Este comportamiento se repite hasta que se forma una columna de burbujas

independientes que, al llegar a la superficie libre la rompen y la deforman. También se observa que cada una de las burbujas tiene forma y tamaño definido; en este caso tiene una forma esferoidal. A pesar de que las burbujas están cercanas nunca llegan a coalescer, debido a la relativamente baja velocidad con la que ascienden.

La siguiente secuencia de imágenes (Fig.5.25) corresponde al desarrollo del régimen de burbujeo para una velocidad de inyección de 2.54 m/s y una altura de baño de 20 cm. Para este caso se observa que una burbuja nuclea durante los primeros instantes y, conforme pasa el tiempo la burbuja comienza a crecer hasta alcanzar cierto tamaño; a diferencia de la simulación para la velocidad menor, se observa que la burbuja aún no se ha desprendido cuando ya comienza a nuclear otra. Después de un tiempo, la primera burbuja ya se desprendió mientras que la nueva burbuja sigue creciendo; este comportamiento se observa durante la mayoría del tiempo de la inyección. Conforme pasa el tiempo de la inyección se crea una columna de burbujas que van ascendiendo a la superficie donde rompen y deforman a la superficie libre. La deformación de la superficie libre es mucho más notoria que en el caso de velocidad de inyección de aire de 0.26 m/s.

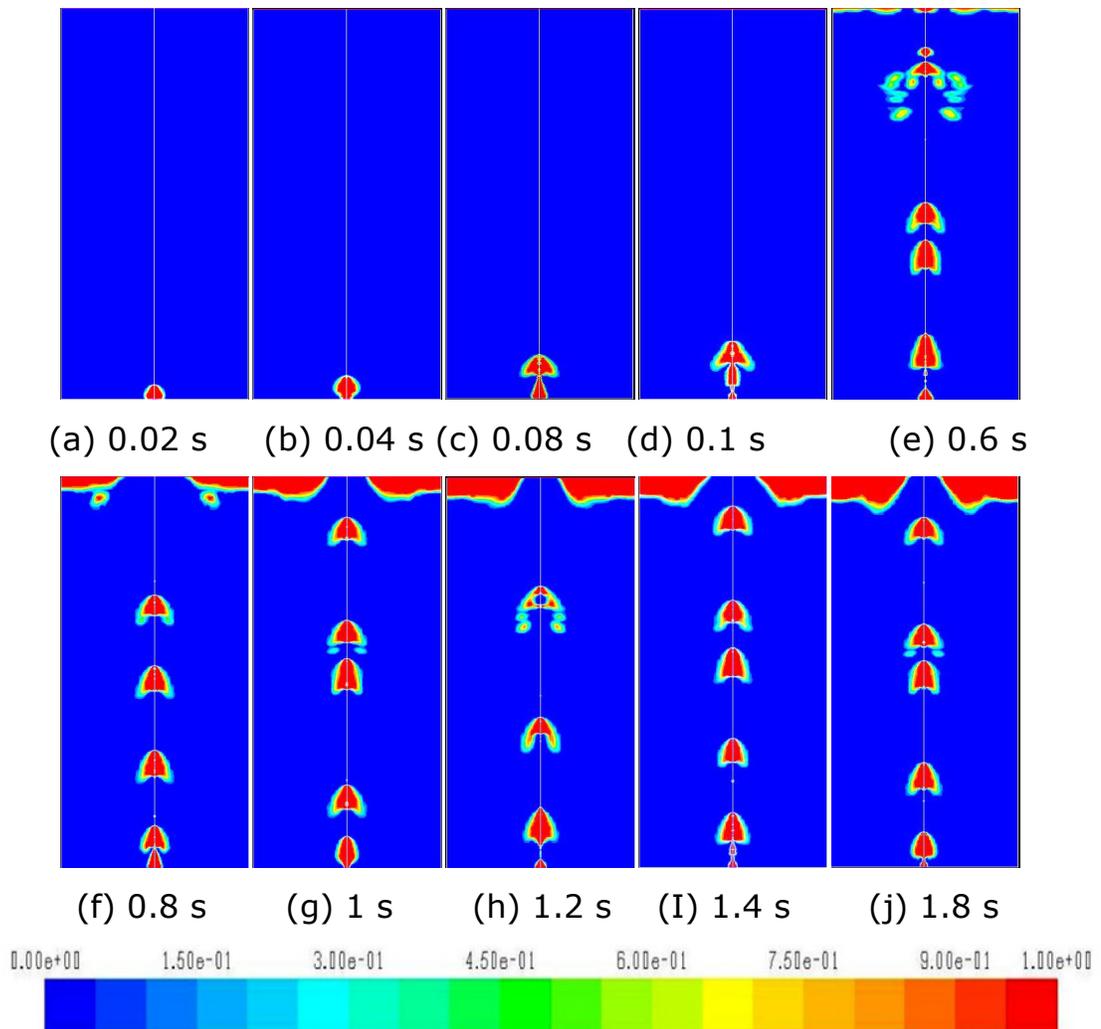


Figura 5.25 Evolución del régimen de burbujeo, para una velocidad de inyección de 2.54 m/s y una altura de agua de 20 cm (Experimento 1.6). El tiempo está referido al instante en el que se inyecta el aire. La escala representa los valores de la fracción de aire.

5.2.2 Campo de velocidades y vectores de velocidad

Como resultado de la formación y ascenso de las burbujas dentro del modelo, se origina un flujo de la fase líquida (recuérdese que en las simulaciones estaba inicialmente quieta), originando agitación en el

sistema. Con las simulaciones se obtuvo el campo de velocidades dentro de la fase líquida. La secuencia de imágenes de la Figura 5.26 corresponde a una velocidad de 0.26 m/s y una altura de baño líquido de 20 cm.

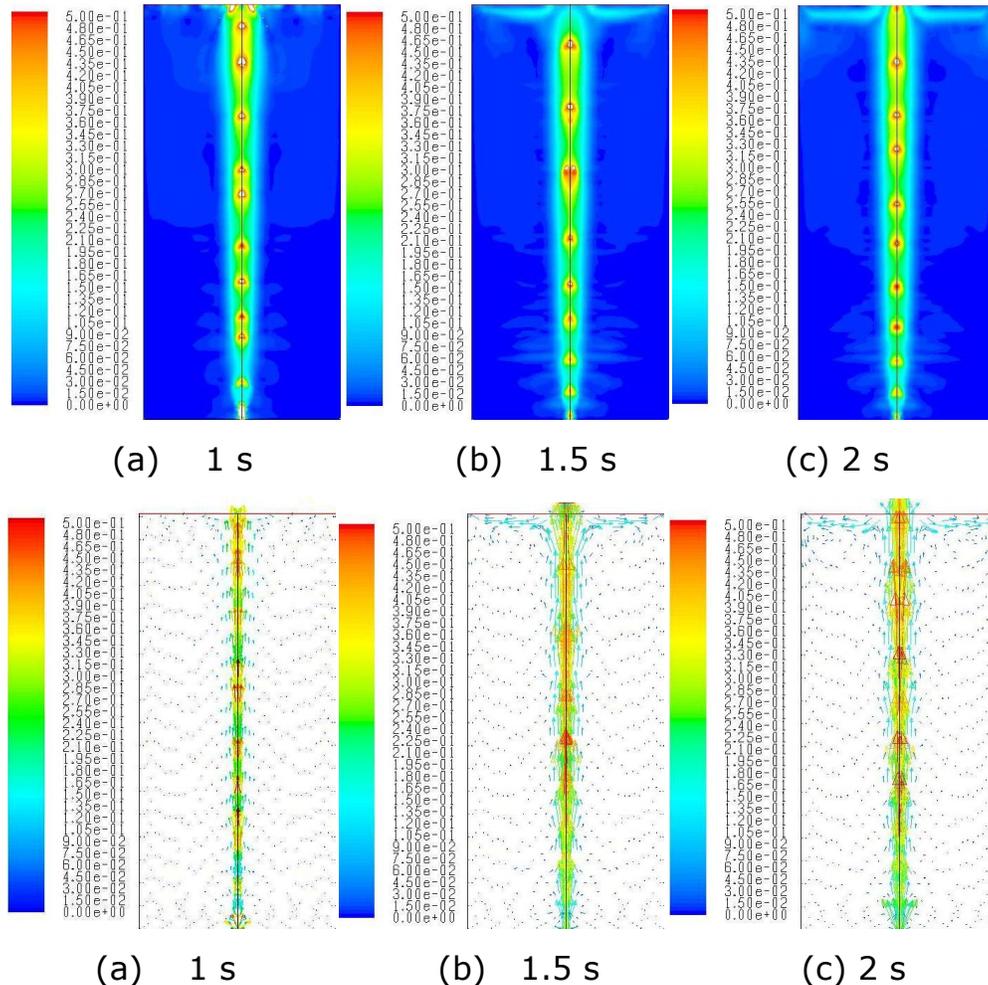


Figura 5.26. Evolucion del campo de velocidades de la fase líquida (contornos de magnitud de velocidad (m/s) –primera fila de imágenes- y vectores de velocidad (m/s)- segunda fila de imágenes, para una velocidad de inyección de 0.26 m/s y una altura de 20 cm (Experimento 1.1). El tiempo está referido al instante en el que se inyecta el aire. La escala representa los valores de velocidad (m/s).

Para la primera imagen (correspondiente a 1 s de simulación) se observa que la zona donde se concentran las mayores velocidades es cercana a donde las burbujas ascienden, mientras que la superficie libre casi no presenta movimiento, al igual que las zonas de las paredes y del fondo del modelo. Pasados 1.5 s, se observa que la superficie libre comienza a tener movimiento y que comienza a formarse una zona de recirculación dentro del fluido, mientras que las zonas cercanas a las paredes y al fondo poco a poco comienzan a adquirir movimiento. A los 2 s de proceso la zona de la superficie libre tiene mayor movimiento y la zona de recirculación se acentúa más, mientras que las otras partes del modelo (como es el caso del fondo del modelo) se alcanzan velocidades mayores.

Para el caso de la velocidad de inyección de 2.54 m/s (ver Figura 5.27), se observa que cuando se ha transcurrido 1 s la mayor parte de la fase líquida ya se encuentra en movimiento, ya que las burbujas transfieren más rápidamente el momentum al tener mayor velocidad. Cerca de la superficie libre se observa que se genera una zona de recirculación, mientras que el fondo del modelo es la zona que tiene menor movimiento. Cuando han transcurrido 2 s, este patrón es casi el mismo, solo se observa que cerca de las paredes cercanas a la superficie libre ya se tiene movimiento, y que hay pequeñas zonas de recirculación cercanas a las burbujas.

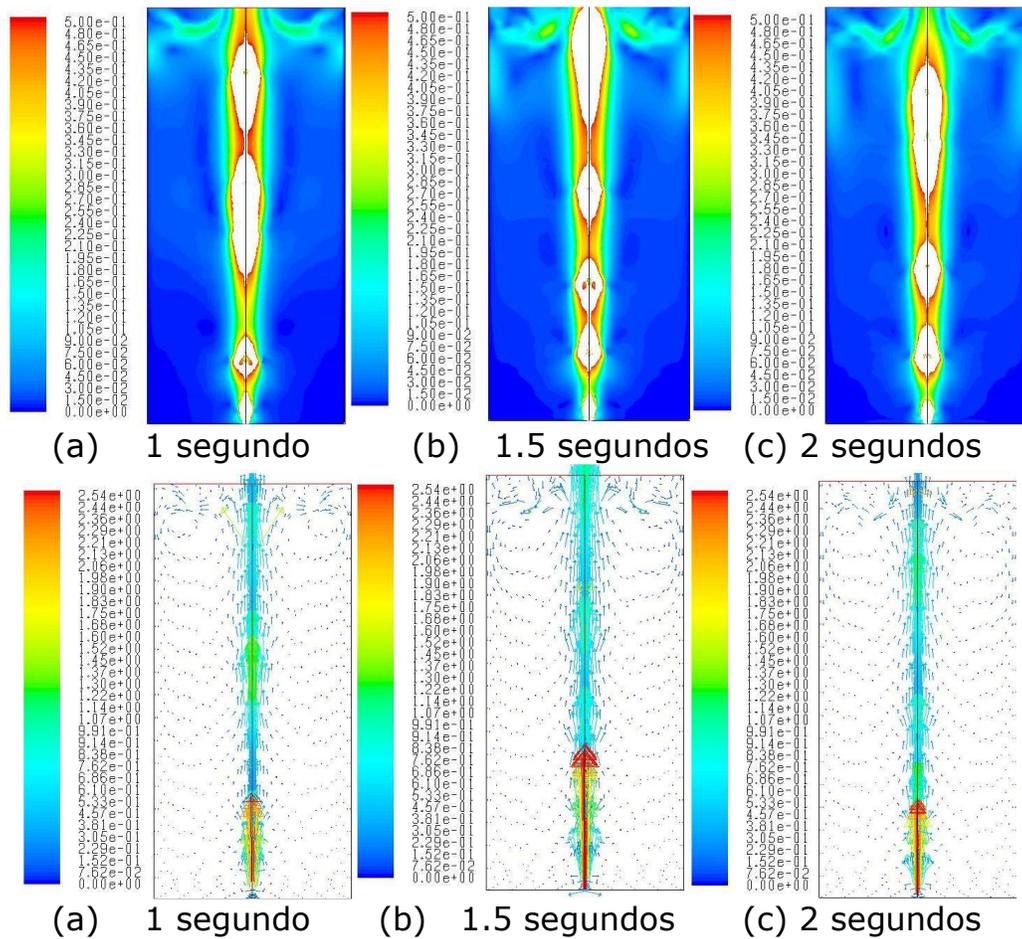
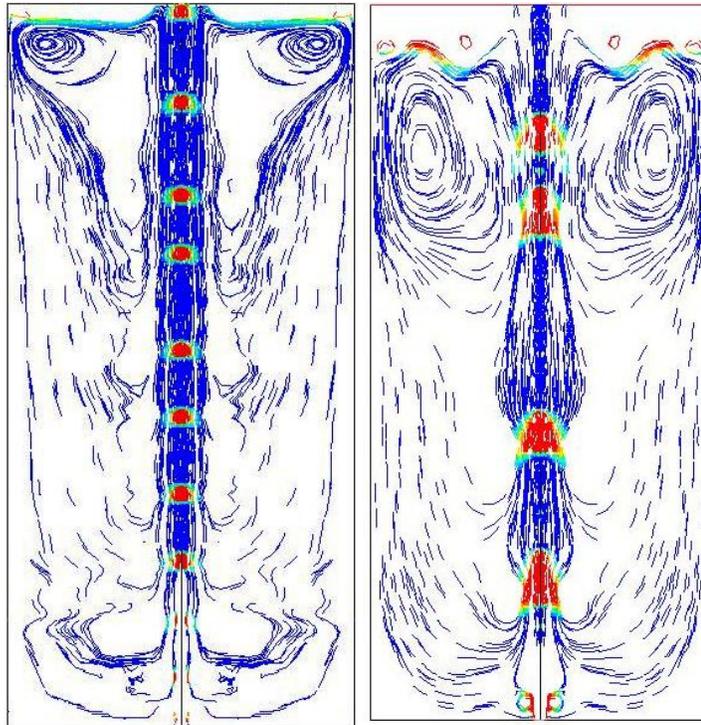


Figura 5.27 Evolucion del campo de velocidades de la fase liquida (contornos de magnitud de velocidad (m/s) –primera fila de imágenes- y vectores de velocidad (m/s)- segunda fila de imágenes, para una velocidad de inyeccion de 2.54 m/s y una altura de 20 cm (Experimento 1.6). El tiempo está referido al instante en el que se inyecta el aire. La escala representa los valores de velocidad (m/s).

5.2.3. Patrones de flujo

Mediante la simulación de la inyección de un gas por el fondo del modelo, también es posible obtener de manera cuantitativa los patrones de flujo que se desarrollan dentro de la fase líquida debido al ascenso de las burbujas las cuales causan agitación dentro del modelo. Los patrones de flujo describen la trayectoria de la fase líquida dentro del baño.

En la Figura 5.28 se muestran los patrones de flujo correspondientes a un tiempo de 2 segundos para los dos flujos de inyección de aire y una altura de baño de 20 cm. Para el caso de una velocidad de 0.26 m/s el patrón que se observa es el siguiente: en los extremos cercanos a las paredes, la fase líquida es arrastrada hacia la mitad de la altura del modelo donde asciende hasta llegar cerca de la superficie, generándose una zona de recirculación; otro patrón que se forma es cercano a las paredes donde se genera una corriente que desciende hasta casi el fondo acercándose a la zona de burbujas por lo que asciende para juntarse con la otra corriente y así generar zona de recirculación. En medio de estas regiones se forman pequeñas áreas de recirculación, cercanas a la columna de burbujas.



(a) 0.26 m/s

(b) 2.56 m/s

Figura 5.28. Patrones de flujo dentro de la fase líquida a los 2 s de proceso, para dos velocidades de inyección de aire por el fondo. La altura del baño líquido es de 20 cm.

Para el caso de la velocidad de inyección de 2.54 m/s, la fase líquida presenta mayor movimiento, principalmente cerca de la superficie donde hay una gran zona de recirculación que casi abarca hasta la mitad de la altura del modelo; además hay una corriente que desciende al fondo del modelo y luego se incorporan a la zona de la columna de burbujas. Se observa que la mayoría de la fase líquida se encuentra en movimiento y solo en las esquinas cerca del fondo no se presenta mayor movimiento por lo que se podría decir que es una zona muerta.

5.3. Comparación entre el modelo físico y el modelo matemático

En esta sección se comparan los resultados obtenidos con el modelo físico con los resultados de la simulación, con el fin de validar cualitativamente al modelo matemático. En particular se comparan: la forma de la burbuja, la forma de la columna de burbujas, la morfología de la superficie libre y los patrones de flujo.

5.3.1. Morfología de la burbuja, forma de la pluma y superficie libre.

En la simulación computacional así como en el modelo físico, se inyecta repentinamente un gas que provoca la formación de burbujas dentro del líquido. En la Figura 5.29 se comparan imágenes obtenidas con ambos modelos de la formación de las burbujas. Tanto en los resultados de la simulación como en las imágenes adquiridas con el modelo físico primero nuclea la burbuja, luego crece y finalmente se desprende de la tobera. Para la velocidad de inyección de 0.26 m/s la forma de la burbuja no es totalmente esférica, sino que tiene una forma elipsoidal tanto en las imágenes obtenidas con el modelo físico como con las producidas con la simulación computacional.

Para el caso de la velocidad de inyección de 2.54 m/s, la burbuja que nuclea presenta una forma parecida a la de una campana para la simulación matemática y en el modelo físico, mientras que las burbujas que ascienden no son tan parecidas, ya que en el modelo físico son más elipsoidales en comparación con las de la simulación, que conservan la forma de una campana.

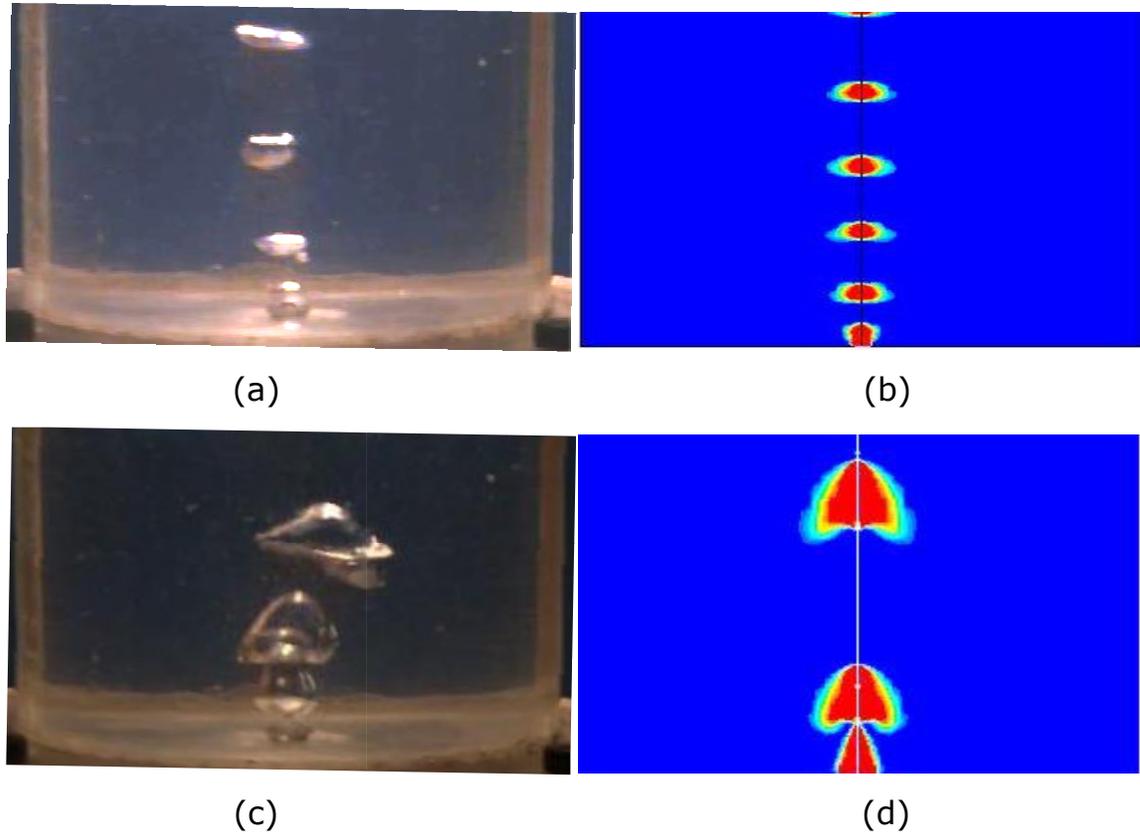


Figura 5.29. Nucleación y crecimiento de las burbujas: (a) imágenes adquiridas con el modelo físico para velocidad de inyección de 0.26 m/s; (b) contornos de fases calculados con el modelo matemático para velocidad de inyección de 0.26 m/s; (c) imágenes adquiridas con el modelo físico para velocidad de inyección de 2.54 m/s; y (d) contornos de fases calculados con el modelo matemático para velocidad de 2.54 m/s. La altura del baño líquido es de 20 cm en todos los casos.

Para el caso de la columna de burbujas formadas, se observó que son muy parecidas en ambos modelos (en cuanto al número de burbujas y morfología de estas) para velocidades de inyección de 0.26 y 2.54 m/s, tal como se aprecia en la Figura 5.30. No se logró simular la trayectoria que tiene la pluma en el modelo físico (que implica una componente angular en el movimiento del sistema) ya que se realizó

una simulación con geometría axisimétrica, lo cual no contempla ese aspecto de la hidrodinámica del modelo físico; a esto debe agregarse que el alcance del modelo no considera turbulencia.

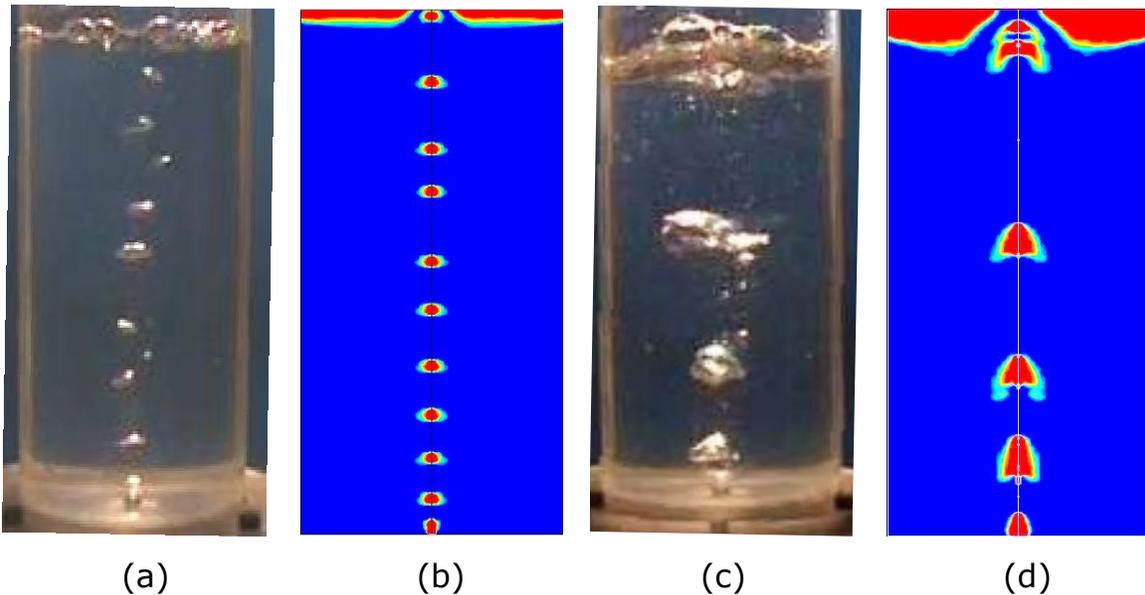


Figura 5.30. Geometría de la columna de burbujas: (a) imágenes adquiridas con el modelo físico para velocidad de inyección de 0.26 m/s; (b) contornos de fases calculados con el modelo matemático para velocidad de inyección de 0.26 m/s; (c) imágenes adquiridas con el modelo físico para velocidad de inyección de 2.54 m/s; y (d) contornos de fases calculados con el modelo matemático para velocidad de 2.54 m/s. La altura del baño líquido es de 20 cm.

Cuando las burbujas ascienden y llegan a la superficie rompen y alteran a la superficie libre, provocando que esta adquiera cierta forma. Este comportamiento se logró simular numéricamente. Tal como lo muestra la Figura 5.31, para una velocidad de 0.26 m/s y altura de baño líquido de 20 cm (Experimento 1.1), en ambos casos (modelo físico y

modelo matemático) las burbujas no alteran demasiado la superficie libre, debido al poco momentum con el que llegan a la superficie libre.

Para la velocidad de 2.54 m/s la superficie libre se altera mucho más e incluso se eleva por encima del nivel original del agua. Tanto en el modelo físico como en el matemático, se genera un oleaje en la superficie libre asociado con la velocidad con la que las burbujas llegan a esa superficie. Sin embargo, la distorsión de la superficie libre en la simulación es mucho mayor que en la observada.

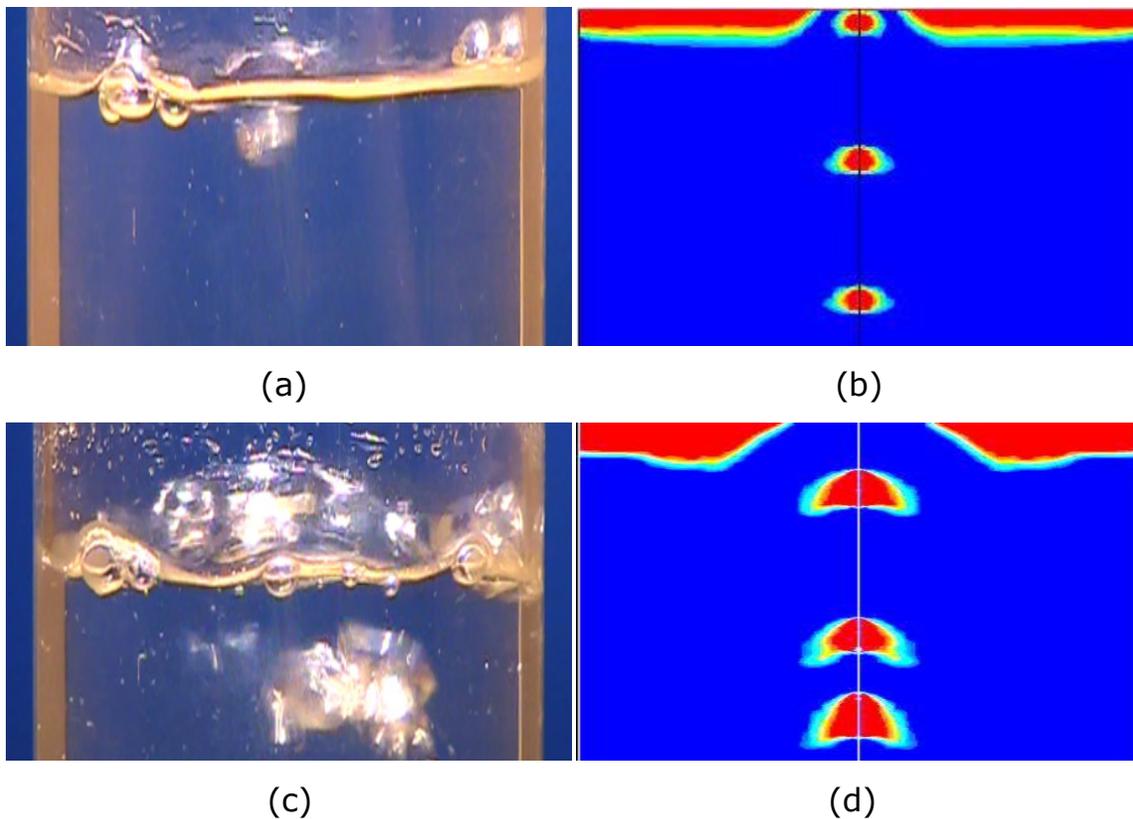


Figura 5.31. Morfología de la superficie libre: (a) modelo físico para velocidad de inyección de 0.26 m/s; (b) modelo matemático para velocidad de inyección de 0.26 m/s; (c) modelo físico para velocidad de inyección de 2.54 m/s; y (d) modelo matemático para velocidad de 2.54 m/s. La altura del baño líquido es de 20 cm.

5.3.2. Patrones de flujo

Ya que con la simulación numérica es posible obtener los patrones de flujo dentro de la fase líquida, éstos se pueden comparar con los patrones de flujo visualizados mediante la adición de un trazador (colorante vegetal Rojo 40 diluido en agua) en el modelo físico. El patrón de flujo calculado con el modelo físico para un tiempo de 2 s se muestra en la Figura 5.32 junto con imágenes extraídas de un video tomado durante experimentos de adición de colorante. Los resultados corresponden al caso de velocidad de inyección de 0.26 m/s y altura de baño de 20 cm (Experimento 1.1). Comparando los patrones de flujo obtenidos de la simulación con los observados en el modelo físico se aprecia una gran similitud. De nueva cuenta, el alcance del modelo matemático no permite reproducir la componente azimutal del flujo.

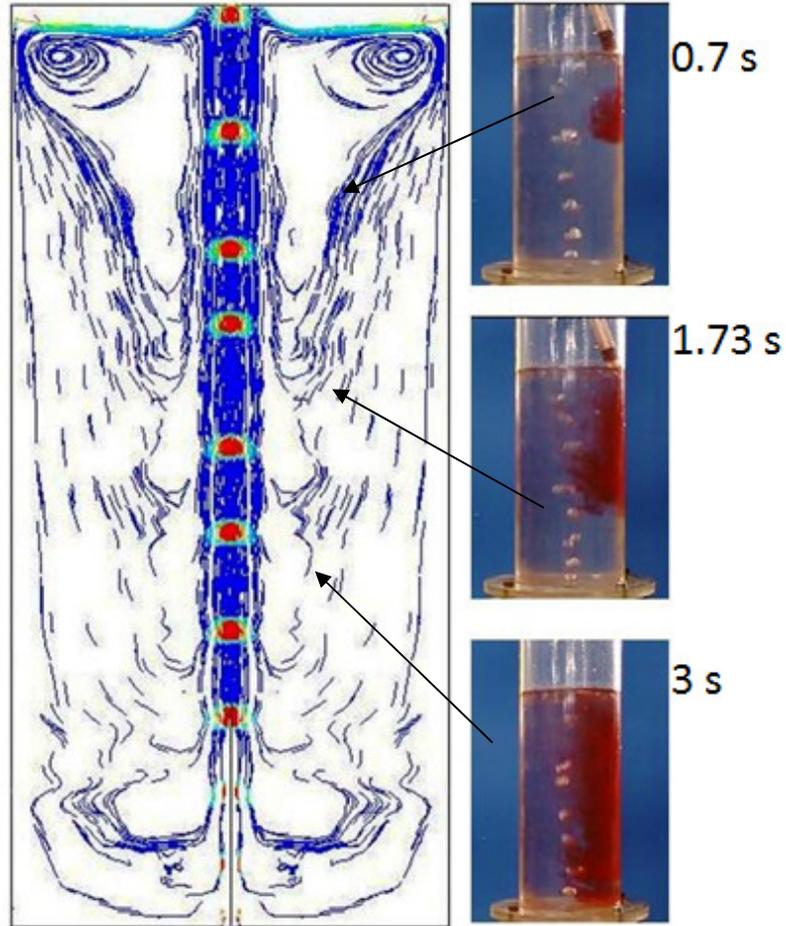


Figura5.32 Patrones de flujo observados en el modelo matemático (izquierda) y el modelo físico (derecha), para una velocidad de inyección de aire de 0.26 m/s. La altura del baño líquido es de 20 cm.

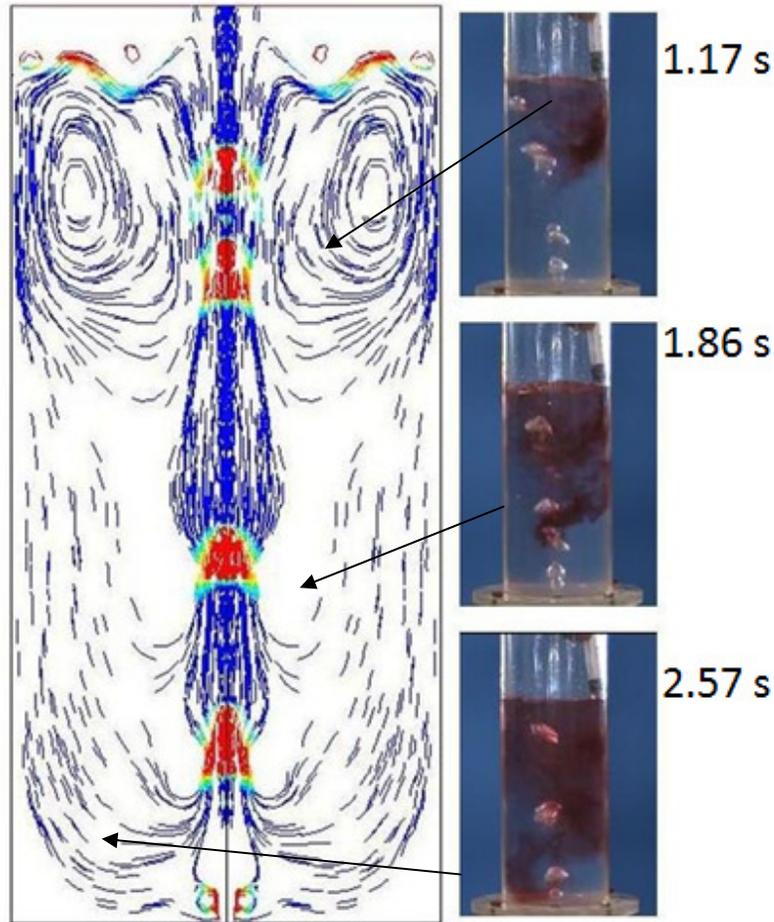


Figura 5.33 Patrones de flujo observados en el modelo matemático (izquierda) y el modelo físico (derecha), para una velocidad de inyección de aire de 2.54 m/s. La altura del baño líquido es de 20 cm.

Debido a que la velocidad de inyección es mucho mayor para el segundo caso, los patrones de flujo son diferentes a los de la primera simulación. La forma en que el colorante se fue distribuyendo es muy similar a los patrones de la simulación, tal como se muestra en la Figura 5.34, donde se puede ver la zona de recirculación cerca de la superficie libre, las corrientes que descienden cerca de las paredes y son después arrastradas por las burbujas que ascienden y las corrientes que llegan al fondo y son empujadas por las burbujas y ascienden cerca de las burbujas.

Capítulo 6. Conclusiones

Se construyó un modelo físico en acrílico donde se llevaron a cabo experimentos para caracterizar el mezclado y la dinámica de fluidos para el caso de inyección de un gas por el fondo de un reactor, bajo condiciones de régimen laminar en el orificio y turbulento en el baño líquido. Con respecto a las mediciones realizadas con el modelo físico se observó que:

- El tiempo de mezclado (local) aumenta conforme se disminuye el flujo volumínico de aire.
- De acuerdo a la caracterización de la dinámica de las burbujas se tuvieron dos morfologías de burbujas: para flujos bajos de inyección de aire se tienen burbujas esferoidales y elipsoidales; y para los flujos altos burbujas de casquete esférico.
- Para los rangos de flujo de inyección de aire y de altura de baño estudiados se observó un mayor efecto del primer parámetro sobre la frecuencia de formación de burbujas y el volumen de las burbujas formadas.

Además, se evaluó un modelo matemático y computacional, basado en un paquete comercial, para simular la dinámica de fluidos en el interior del modelo físico, considerando un sistema isotérmico, bidimensional (axisimétrico), en estado transitorio; para simular el flujo bifásico se utilizó la aproximación VOF. De los resultados obtenidos con este modelo y su análisis se puede concluir que:

- Aunque el modelo matemático reproduce adecuadamente la forma de las burbujas y el patrón de flujo, falla al simular la superficie libre y la forma de la pluma. En consecuencia, se puede afirmar que el modelo matemático no es suficientemente completo como para capturar, en detalle, la hidrodinámica del sistema.

Trabajo futuro:

- Extender el alcance del modelo matemático para incluir:
 - Flujo en 3D
 - Otro modelo de simulación de dos fases
 - Turbulencia dentro del sistema
- El modelo matemático usado solo simula el flujo de fluidos dentro del modelo físico por lo que no es posible comparar a los tiempos de mezclado obtenidos con el modelo físico. Para ello se tendría que construir un modelo matemático que acople el flujo de fluidos con la transferencia de masa.
- Extender el modelo para incluir la inyección de un gas en un baño metálico.

7. Referencias

1. R.J. Andreini. "Characterization of gas bubbles injected into molten metals under laminar flow conditions"; *Metallurgical Transactions B*, Vol.8 (1977), pp. 625-631.
2. R.P. Tavares, A.A. Nascimento y H.L.V. Pujatti. "Mass transfer coefficients during Steel decarburization in a RH degasser", *Defect and Diffusion Forum*, 2008, vols. 273-276, pp. 679-684.
3. A. Hasanzadeh-Lileh Koochi, M. Halali, M. Askari y M.T. Manzari. "Investigation and modeling of splashing in the Peirce-Smith converter", *Chemical Product and Process Modeling*, 2008, vol. 3, no. 1, article 2.
4. J.L. Song, F. Chiti, W. Bujalski, A.W. Nienow y M. R. Jolly. "Study of molten aluminium cleaning process using physical modelling and CFD", en ***Memorias de Light Metals 2004***, pp. 743-748.
5. S.T. Johansen, D.G. C. Robertson, K. Woje y T.A. Engh. "Fluid dynamics in bubble stirred ladles: Part I Experiments", *Metallurgical Transactions B*, Vol. 19B (1988), pp. 745-754.
6. D. Muzumdar, R.L. Guthrie. "The physical and mathematical modelling of gas stirred ladle systems", *ISIJ International*, Vol. 35 (1995), No. 1, pp. 1-20.
7. R.I.L. Guthrie. **Engineering in Process Metallurgy**. 1ª reimpresión, Oxford Science Publications, Oxford, 1992.
8. J. Szekely. **Fluid Flow Phenomena in Metals Processing**, New, York, USA, Academic Press, 1979, pp 305-319.
9. J. Szekely. **Rate Phenomena in Process Metallurgy**, New, York, USA, Academic Press, 1971, pp 684-692.
10. J. Szekely, J.W. Evans y J.K. Brimacombe. **The Mathematical and Physical Modeling of Primary Metals Processing Operations**, John Wiley & Sons, Nueva York, 1988.

11. M. van Sint Annaland, N.G. Deen, J.A.M. Kuipers, "Numerical simulation of gas bubbles behaviour using a three-dimensional volume of fluid method", *Chemical Engineering Science* 60 (2005), pp. 2999 – 3011.
12. K . Krishnapisharody, "A Unified Approach to the Fluid Dynamics of Fluid Dynamics of Gas-Liquid Plumes in Ladle Metallurgy", *ISIJ International*, Vol. 50 (2010), No. 10, pp. 1413-1421.
13. J. F. Coronel Toro. **Colección de Tablas, Gráficas y Ecuaciones de Transmisión de Calor**, Dpto. de Ingeniería Energética y mecánica de Fluidos, Universidad de Sevilla, versión 3.2 (enero 2005), http://www.esi2.us.es/~jfc/Descargas/TC/Coleccion_tablas_graficas_TC.pdf (consultado 1 de octubre de 2011)