



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

FACULTAD DE CIENCIAS

**MEDICIÓN POR VALORES EXTREMOS DEL RIESGO  
DE CRÉDITO PARA INTERMEDIARIOS  
FINANCIEROS NO BANCARIOS**

**TESIS**

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

**ACTUARIA**

P R E S E N T A

**KARINA VELÁZQUEZ IBARRA**

Tutor:

ACT. JOSÉ FABIÁN GONZÁLEZ FLORES

2012





Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

1. Datos de la alumna

Velázquez

Ibarra

Karina

55152181

Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias

301085386

2.- Datos del Tutor

Actuario

José Fabián

González

Flores

3.- Sinodal 1

Maestro en Ciencias

José Antonio

Flores

Díaz

4.- Sinodal 2

Doctor

Ernesto

Rattia

Lima

5.- Sinodal 3

Doctor

José Ramiro

Sánchez

Aguilar

6.- Sinodal 4

Maestra en Economía

Adriana

Martínez

Guzmán

Titulo

Medición por valores extremos del riesgo de crédito para intermediarios financieros no bancarios

107 páginas

2012

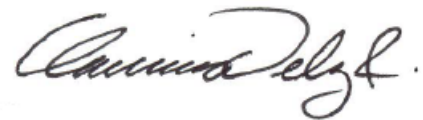
## **Agradecimientos**

Al actuario José Fabián González Flores, por haber sido mi asesor de tesis y por todo el tiempo que le dedicó a la dirección del presente trabajo para concretar este importante objetivo.

A mis sinodales los Doctores: Ernesto Rattia Lima y José Ramiro Sánchez Aguilar, los Maestros: Adriana Martínez Guzmán y José Antonio Flores Díaz por sus valiosos comentarios y correcciones en la elaboración de esta tesis.

A mi familia y a mis amigos, por su apoyo incondicional.

A mis compañeros del Banco de México, por las experiencias compartidas y por su valioso apoyo.



**Karina Velázquez Ibarra**

## Índice General

Índice General .....	IV
Índice de Figuras .....	VI
Índice de Cuadros .....	VIII
Abreviaturas .....	IX
Introducción.....	1
<b>Capítulo I. Carteras de crédito en intermediarios no bancarios.....</b>	<b>4</b>
1.1    Introducción.....	4
1.2    El sistema financiero mexicano .....	4
1.2.1    Autoridades y organismos reguladores.....	6
1.2.2    Entidades operativas .....	7
1.3    Información consolidada de cartera de crédito .....	9
1.3.1    Sector de ahorro y crédito popular .....	9
1.3.1.1    Entidades de ahorro y crédito popular .....	10
1.3.2    Sector de IFNB .....	12
1.3.2.1    Organizaciones auxiliares del crédito .....	12
1.3.2.2    Actividades auxiliares del crédito .....	22
1.3.3    Sector bursátil.....	27
1.3.3.1    Sociedades de inversión .....	28
1.3.4    Sector de seguros y fianzas .....	31
1.3.4.1    Compañías de seguros .....	31
1.3.4.2    Instituciones de fianzas.....	33
1.3.5    Sociedades de inversión especializadas en fondos para el retiro .....	34
<b>Capítulo 2. Riesgo de crédito y la teoría de valores extremos .....</b>	<b>37</b>
2.1    Introducción.....	37
2.2    Riesgo de instituciones financieras.....	38
2.2.1    Clasificación .....	38
2.2.2    Métodos de medición del riesgo de crédito .....	40
2.2.3    Modelos de riesgo de crédito.....	44
2.3    Teoría de valores extremos .....	49
2.3.1    La distribución generalizada del valor extremo .....	50
2.3.1.1    Distribución del máximo: teorema de Fisher-Tippet.....	50
2.3.1.2    Teorema de Pickands-Balkema-de Haan .....	58
2.3.2    Metodologías para encontrar los valores extremos de una serie .....	62
2.3.2.1    La Distribución Generalizada de Pareto .....	64
2.3.3    Métodos de estimación de parámetros .....	65
2.3.3.1    Estimación a través de los momentos .....	66
2.3.3.2    Estimadores por máxima verosimilitud .....	67
2.3.3.3    Estimador de Pickands.....	68
2.3.3.4    Estimador de Drees-Pickands .....	68

<b>Capítulo 3. Medición del riesgo de crédito en intermediarios no bancarios.....</b>	<b>69</b>
3.1	Introducción..... 69
3.2	Metodología propuesta ..... 69
3.2.1	Prueba de normalidad ..... 70
3.2.2	Selección del umbral ..... 71
3.2.2.1	Gráfico de Selección del umbral: tcplot..... 72
3.2.2.2	Gráfico de vida media residual: mrlplot ..... 72
3.2.2.3	Gráfico del índice de dispersión: diplot ..... 73
3.2.3	Estimación de parámetros de la DGP ..... 74
3.2.4	Diagnóstico del ajuste ..... 75
3.2.4.1	Gráfico de probabilidad ..... 75
3.2.4.2	Gráfico de cuantil-cuantil..... 75
3.2.5	Gráfico del nivel de retorno..... 76
3.2.5.1	Cálculo de VaRp y $PE_d$ ..... 76
3.2.5.2	Estimación de parámetros ..... 77
3.3	Medición del Riesgo de Crédito de IFNB ..... 78
3.3.1	Caso: Factoraje ..... 79
3.3.2	Caso: Arrendadoras ..... 84
3.3.3	Caso: Sofoles..... 90
3.4	Participación de los IFNB en el financiamiento del país ..... 95
<b>Conclusiones .....</b>	<b>99</b>
<b>Apéndice 1. Histogramas .....</b>	<b>101</b>
<b>Apéndice 2. Las densidades de kernel .....</b>	<b>102</b>
<b>Apéndice 3. El gráfico de cuantil-cuantil.....</b>	<b>103</b>
<b>Bibliografía.....</b>	<b>106</b>

## Índice de Figuras

Figura 1.1 Estructura del Sistema Financiero Mexicano. ....	5
Figura 1.2 Intermediarios Financieros.....	8
Figura 1.3 Evolución de la cartera de crédito de entidades de ahorro y crédito popular. ...	11
Figura 1.4 Cartera de crédito de uniones de crédito. ....	14
Figura 1.5 Evolución de la cartera de crédito de almacenes generales de depósito. ....	17
Figura 1.6 Evolución de la cartera de crédito de arrendadoras financieras. ....	19
Figura 1.7 Evolución de la cartera de crédito de empresas de factoraje financiero. ....	21
Figura 1.8 Evolución de la cartera de crédito de las Sofoles. ....	24
Figura 1.9 Evolución de la cartera de crédito de las Sofomes E.R.....	26
Figura 1.10 Evolución de la cartera de crédito de sociedades de inversión. ....	29
Figura 1.11 Evolución de la cartera de valores de casa de bolsa. ....	35
Figura 1.12 Evolución de la cartera de compañías de seguros. ....	35
Figura 1.13 Evolución de la cartera de instituciones de fianzas. ....	36
Figura 1.14 Evolución de la cartera de Siefores.....	36
Figura 2.1 Riesgo de instituciones financieras.....	38
Figura 2.2 Distribución de Gumbel para colas medias. ....	53
Figura 2.3 Distribución de Fréchet para colas gruesas. ....	54
Figura 2.4 Distribución de Weibull para colas cortas o suaves. ....	55
Figura 2.4 Modelos de Umbral. ....	64
Figura 3.1 Cartera de crédito comercial vencida de las empresas de factoraje.....	79
Figura 3.2 Estadísticos descriptivos.....	79
Figura 3.3 Prueba de normalidad. ....	80
Figura 3.4 Información de concentración. ....	80
Figura 3.5 Vida residual de cartera de crédito comercial vencida de factoraje (mrlplot). ....	81
Figura 3.6 Gráfico de elección del umbral de cartera de crédito comercial vencida de factoraje (tcplot). ....	81
Figura 3.7 Distancias con función en R (fitgdp). ....	82
Figura 3.8 Gráficos QQ y ajuste de los datos a la distribución Weibull. ....	82
Figura 3.9 Resultado de la DGP. ....	83
Figura 3.10 Cartera de crédito comercial vencida de las arrendadoras. ....	84
Figura 3.11 Estadísticos descriptivos.....	85
Figura 3.12 Prueba de normalidad. ....	85
Figura 3.13 Información de concentración. ....	86

<b>Figura 3.14 Vida residual de cartera de crédito comercial vencida de arrendadoras (mrlplot).</b> .....	<b>86</b>
<b>Figura 3.15 Gráfico de elección del umbral de cartera de crédito comercial vencida de arrendadoras (tcplot).</b> .....	<b>87</b>
<b>Figura 3.16 Distancias con función en R (fitgdp).</b> .....	<b>87</b>
<b>Figura 3.17 Gráficos QQ y ajuste de los datos a la distribución Weibull.</b> .....	<b>88</b>
<b>Figura 3.18 Resultado de la DGP.</b> .....	<b>89</b>
<b>Figura 3.19 Estadísticos descriptivos.</b> .....	<b>90</b>
<b>Figura 3.20 Prueba de normalidad.</b> .....	<b>91</b>
<b>Figura 3.21 Información de concentración.</b> .....	<b>91</b>
<b>Figura 3.22 Vida residual de cartera de crédito comercial vencida de Sofoles (Mrlplot).</b> .....	<b>92</b>
<b>Figura 3.23 Gráfico de elección del umbral de cartera de crédito comercial vencida de Sofoles (tcplot).</b> .....	<b>92</b>
<b>Figura 3.24 Distancias con función en R (fitgdp).</b> .....	<b>93</b>
<b>Figura 3.25 Gráficos QQ y ajuste de los datos a la distribución Weibull.</b> .....	<b>93</b>
<b>Figura 3.26 Resultado de la DGP.</b> .....	<b>94</b>
<b>Figura 3.27 Composición de los intermediarios participantes en el financiamiento.</b> .....	<b>96</b>



## Índice de Cuadros

<b>Cuadro 2.1 Distribución límite para los máximos.....</b>	<b>52</b>
<b>Cuadro 2.2 Otras estadísticas de interés. ....</b>	<b>55</b>
<b>Cuadro 2.3 Parámetro de distribución para los máximos.....</b>	<b>57</b>
<b>Cuadro 3.1 Estimación del VaRp y PE<sub>d</sub> por TVE.....</b>	<b>84</b>
<b>Cuadro 3.2 Estimación del VaRp y PE<sub>d</sub> por TVE.....</b>	<b>89</b>
<b>Cuadro 3.3 Estimación del VaRp y PE<sub>d</sub> por TVE.....</b>	<b>94</b>
<b>Cuadro 3.4 Financiamiento total al sector privado no financiero. ....</b>	<b>95</b>
<b>Cuadro 3.5 Conversión de IFNB a Sofom E.R. ....</b>	<b>97</b>
<b>Cuadro 3.6 Posible financiamiento total al sector privado no financiero. ....</b>	<b>97</b>

## Abreviaturas

Administradoras de fondos para el retiro	Afores
Banco de México	Banxico
Circular única de bancos	CUB
Comisión Nacional Bancaria y de Valores	CNBV
Comisión Nacional de Seguros y Fianzas	CNSF
Comisión Nacional del Sistema de Ahorro para el Retiro	CON SAR
Comisión Nacional para la Protección y Defensa de los Usuarios de Servicios Financieros	CONDUSEF
Diario Oficial de la Federación	DOF
Distribuciones Generalizadas de Pareto	DGP
Distribuciones generalizadas de valor extremo	DGVE
Entidades de Ahorro y Crédito Popular	EACP
Error de la raíz cuadrada media	ERCM
Errores mínimos cuadrados	EMC
Gráfico de cuantil-cuantil	Gráfico QQ
Gráfico de probabilidad	Gráfico PP
Gobierno Federal	GF
Independientes e idénticamente distribuidas	i.i.d.
Índice de dispersión	ID
Instituto para la Protección del Ahorro Bancario	IPAB
Intermediarios Financieros No Bancarios	IFNB
Jarque-Bera	J-B
Ley de Ahorro y Crédito Popular	LACP
Ley de Instituciones de Crédito	LIC
Ley de Sociedades de Inversión	LSI
Ley del Mercado de Valores	LMV
Ley Federal de Instituciones de Fianzas	LFIF
Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros	LGISMS
Ley General de Organizaciones y Actividades Auxiliares del Crédito	LGOAAC
Máxima verosimilitud	MV
Máximo de Bloques	MB
Máximos dominios de atracción	MDA
Pérdida esperada	PE
PE de la distribución de los excesos	PE <sub>d</sub>
Pérdida no esperada	PNE
Picos Sobre el Umbral	PSU
Secretaría de Hacienda y Crédito Público	SHCP
Sistema de Ahorro para el Retiro	SAR
Sistema Financiero Mexicano	SFM
Sociedades cooperativas de ahorro y préstamo	Scaps

Sociedades de Ahorro y Préstamo	Saps
Sociedades de inversión especializadas en fondos para el retiro	Siefores
Sociedades financieras de objeto limitado	Sofoles
Sociedades financieras de objeto múltiple	Sofomes
Sociedades financieras de objeto múltiple no reguladas	Sofomes E.N.R.
Sociedades financieras de objeto múltiple reguladas	Sofomes E.R.
Sociedades financieras populares	Sofipos
Tarjetas de crédito	TDC
Teorema del límite central	TLC
Teoría de los Valores Extremos	TVE
Unidades de inversión	UDIs
Valor en Riesgo	VaR

# Introducción

El objetivo de esta tesis es desarrollar un método, a partir de la Teoría de los Valores Extremos (TVE), que permita medir el riesgo de crédito esperado de los intermediarios financieros no bancarios (IFNB), mediante la construcción de escenarios de simulación de picos sobre el umbral (PSU), y utilizando como referencia el marco regulatorio y la cartera de crédito.

El Sistema Financiero Mexicano (SFM) se define como el conjunto de mercados, normas, leyes e instituciones, tanto públicas como privadas, cuyo objetivo es captar, orientar y generar de manera eficiente los recursos monetarios en forma de ahorro, inversión o financiamiento de personas físicas y morales [Gómez, 2007; Medrano, 2010]. Su misión consiste en servir de intermediario entre los ahorradores y los demandantes de crédito, al conciliar los diversos intereses de ambos grupos y abatir los riesgos de intermediación [Terán, 2007].

En México, diversas autoridades financieras tienen como función regular, supervisar y proteger los intereses del público usuario, entre las que se incluyen: la Secretaría de Hacienda y Crédito Público (SHCP), la Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNBV), el Banco de México (Banxico), la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (CNSF), la Comisión Nacional del Sistema de Ahorro para el Retiro (CON SAR), el Instituto para la Protección del Ahorro Bancario (IPAB), y la Comisión Nacional para la Protección y Defensa de los Usuarios de Servicios Financieros (CONDUSEF).

Dentro de las instituciones financieras que conforman el SFM, aquellas que canalizan los flujos de los fondos monetarios desde los sectores con excedentes hacia aquellos con déficit reciben el nombre de intermediarios financieros. Existen dos tipos: bancarios y no bancarios, los primeros emiten activos indirectos que son aceptados como medio de pago (depósitos); por su parte, los segundos emiten activos indirectos que no constituyen medios de pago. Particularmente, IFNB se clasifican en: Almacenes generales de depósito, Sociedades financieras de objeto limitado (Sofoles), arrendadoras financieras, Empresas de factoraje financiero, Sociedades financieras de objeto múltiple (Sofomes), Uniones de crédito, Entidades de Ahorro y Crédito Popular (EACP), Compañías de seguro, Compañías de fianzas, y Casas de cambio.

Actualmente, el SFM está inmerso en un proceso de transformación y modernización cuya finalidad consiste en reactivar el crédito a través de promover la competencia, extender la penetración del crédito y reducir los márgenes de intermediación y tasas de interés. Para ello, se ha implementado la desregulación de IFNB que no captan recursos (depósitos) del público ni están conectados al sistema de pagos, entre los que se incluyen a las Sofoles, a las

arrendadoras financieras y a las empresas de factoraje financiero. De hecho, a partir del 18 de julio de 2013, las autorizaciones que haya otorgado la SHCP para la constitución y operación de Sofoles, arrendadoras financieras y Empresas de factoraje financiero quedarán sin efecto, por lo que las sociedades que tengan dicho carácter dejarán de ser organizaciones auxiliares del crédito. Sin embargo, una vez llegada la fecha anterior, estas entidades podrán: a) convertirse en Sofomes; b) convertirse en una sociedad no financiera y realizar las operaciones correspondientes en términos de la Ley General de Organizaciones y Actividades Auxiliares del Crédito (LGOAAC); y c) disolverse y liquidarse [CNBV].

Así, los IFNB se han enfocado a la medición del riesgo financiero, principalmente de mercado, de liquidez y de crédito. Particularmente, éste último forma parte de la clasificación de los riesgos cuantificables discretos<sup>1</sup>. Éste se puede definir como la pérdida potencial por la falta de pago de un acreditado, incluyendo las garantías reales o personales que les otorguen; así como cualquier otro mecanismo de mitigación utilizado por las instituciones, su cuantificación se realiza a partir del cálculo de la probabilidad de impago o de incumplimiento [Banxico].

La TVE se ha constituido como una herramienta de gran utilidad en el área de administración de riesgos, además brinda procedimientos que permiten cuantificar los eventos extremos y sus consecuencias de manera óptima desde el punto de vista estadístico [Campa, 2001].

En general, existen dos métodos para modelar datos extremos con reales. Uno de ellos considera el máximo o mínimo que la variable toma en periodos sucesivos de la misma magnitud, a los cuales se les denomina Máximo de Bloques (MB). El segundo se concentra en los eventos que exceden un umbral dado, es decir, las observaciones que están por encima de cierto valor dado, se le denomina PSU. Cabe señalar que la utilidad de los procedimientos MB y PSU radica en que permiten a las instituciones financieras identificar pérdidas derivadas por incumplimientos de las contrapartes o debido a problemas con el colateral para crear reservas preventivas.

El método de MB se utiliza, tradicionalmente, para analizar datos estacionales pero en algunos casos deja fuera observaciones extremas. Por su parte, el método de PSU tiene mayor aceptación, debido a que utiliza los datos de manera más eficiente. [Cid, 2010; Terán, 2007].

La tesis se presenta *grosso modo* en tres capítulos: En el primer capítulo se describirá la estructura y misión del SFM, así como las diversas instituciones que permiten su correcto funcionamiento. Asimismo, se resaltaré la importancia de los IFNB, cuyos activos se han

---

<sup>1</sup>Se dice que son riesgos cuantificables discretos cuando es posible medir las pérdidas potenciales, resultantes de la toma de una posición de riesgo.

incrementado recientemente, además de que pueden actuar como bancos pero están sujetos a una supervisión menos estricta.

En el segundo capítulo se analizará el riesgo crediticio y los métodos para su estimación; posteriormente, se presentará la TVE, la cual permite evaluar el Valor en Riesgo (VaR) durante periodos de crisis. Particularmente, se definirán los métodos de distribución del máximo y del mínimo, así como los modelos de MB y de PSU.

Finalmente, en el tercer capítulo se presentan los resultados obtenidos mediante los escenarios de simulación propuestos para medir el riesgo de crédito de los IFNB; así como su aplicación práctica utilizando los modelos de MB y el de PSU. Adicionalmente, se analiza la última metodología indicada, ya que es la que se empleará en el presente estudio para la estimación del VaR con la finalidad de desarrollar modelos de umbral.

# Capítulo I. Carteras de crédito en intermediarios no bancarios

## 1.1 Introducción

El SFM proporciona al país una infraestructura de servicios que son indispensables para el desarrollo de la economía. En esta primera parte del capítulo se describe tanto la estructura como la misión del SFM, así como las diversas instituciones que permiten su correcto funcionamiento, como la SHCP; Banxico; y la CNBV, entre otros.

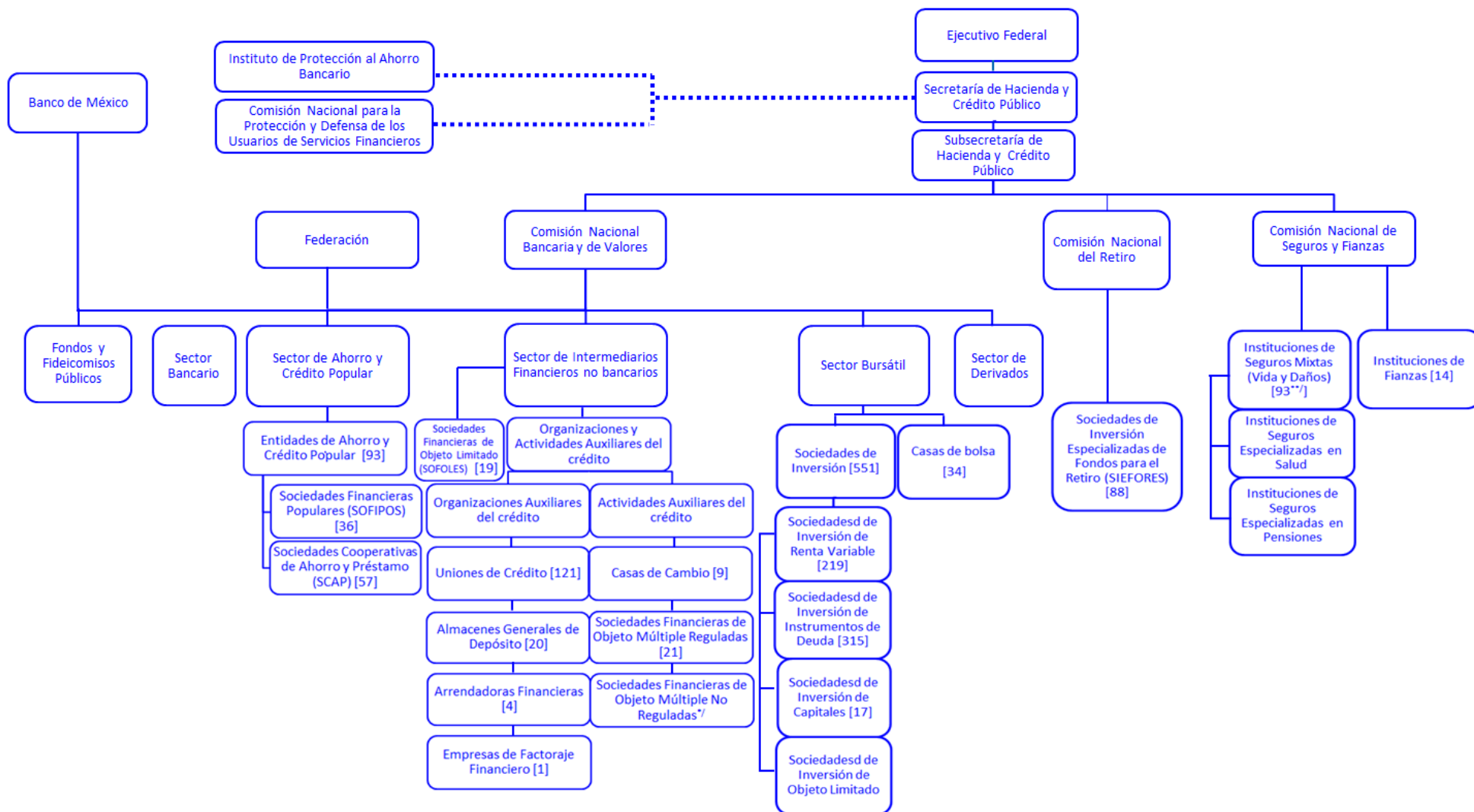
Un componente fundamental del SFM son los intermediarios, instituciones que canalizan los flujos de los fondos monetarios desde los sectores con excedentes hacia aquellos con déficit. Particularmente, en el apartado tercero del presente capítulo se resalta la participación en el mercado de los IFNB, cuyos activos se han incrementado en los últimos años. La función de cada intermediario se resume con base en los términos de la principal Ley que los regula.

Finalmente, con información obtenida de Banxico, se presentan las gráficas y figuras correspondientes a las carteras de crédito tanto vigentes como vencidas de los IFNB. El comportamiento de cada intermediario en este rubro permitirá realizar un análisis adecuado de la cartera de crédito en el tercer capítulo. Es importante señalar que, a partir del 18 de julio de 2013, las autorizaciones que haya otorgado la SHCP para la constitución y operación de algunos IFNB (Sofoles, arrendadoras financieras y empresas de factoraje financiero) quedarán sin efecto, por lo que las sociedades que tengan dicho carácter dejarán de ser organizaciones auxiliares del crédito; sin embargo, una vez cumplida la fecha anterior, estas entidades podrán: a) convertirse en Sofomes; b) convertirse en una sociedad no financiera y realizar las operaciones correspondientes en términos de la LGOAAC; y, c) disolverse y liquidarse [CNBV]. En este caso, se presentarán las carteras de valores de los intermediarios del sector bursátil y de seguros y fianzas; ya que no cuentan con una serie de cartera de crédito.

## 1.2 El sistema financiero mexicano

El SFM desempeña un papel central en el funcionamiento y desarrollo de la economía. Está integrado principalmente por diferentes intermediarios y mercados financieros, a través de los cuales una variedad de instrumentos movilizan el ahorro hacia usos más productivos. En la Figura 1.1 (página 4) se presenta un diagrama donde se observa su estructura, los principales intermediarios financieros que lo conforman y el número de organismos que integran cada entidad financiera.

**Figura 1.1 Estructura del Sistema Financiero Mexicano.**



\*/Entidades Financieras no reguladas (LGOAAC, Título V, Capítulos 1 y 2).

\*\*/ Incluye compañías de seguros, instituciones de pensiones y compañías de seguros especializados en salud.

Información a diciembre de 2010.



### 1.2.1 Autoridades y organismos reguladores

Un sistema financiero estable, eficiente, competitivo e innovador contribuye a elevar el crecimiento económico sostenido y el bienestar de la población. Para ello, es indispensable contar con un marco institucional sólido, y una regulación y supervisión financieras que salvaguarden su integridad y protejan los intereses del público. En México, las autoridades que cumplen dicha función son:

- La SHCP, entidad que forma parte del Gobierno Federal (GF), regula todo lo relativo a los ingresos del Gobierno. Entre sus funciones la SHCP se encarga de planear, coordinar, evaluar y vigilar el sistema bancario del país. Adicionalmente, emite normas para regular a las oficinas de representación, las filiales de entidades financieras del exterior y expedir los reglamentos orgánicos de los bancos de desarrollo.
- Banxico, una entidad independiente (autónoma) del GF, tiene como finalidad proveer a la economía del país de moneda nacional e instrumentar las políticas monetaria y cambiaria. La instrumentación de dichas políticas, a su vez, afecta los precios que se determinan en los mercados financieros, tales como las tasas de interés o el tipo de cambio. Uno de los objetivos prioritarios de Banxico es procurar la estabilidad de precios; es decir, mantener la inflación baja para así preservar el poder adquisitivo de la moneda nacional. Asimismo, le corresponde promover el sano desarrollo del SFM y el buen funcionamiento de los sistemas de pago. La mayoría de sus normas emitidas tienen como propósito regular las operaciones de crédito, de depósito y los servicios que ofrecen los bancos y las casas de bolsa. De acuerdo con la última reforma publicada en el Diario Oficial de la Federación (DOF), el 25 de mayo de 2010, el Congreso de la Unión le otorgó facultades para que emita regulación sobre comisiones y tasas de interés, así como cualquier otro concepto de cobro por las operaciones o servicios que las entidades financieras lleven a cabo con los clientes.
- La CNBV organismo que forma parte del GF, tiene como funciones vigilar, supervisar y regular a las personas físicas y morales (entidades) que forman parte del SFM. Particularmente, se encarga de autorizar a los intermediarios que deseen ingresar al mercado financiero, como los bancos (instituciones de crédito), las casas de bolsa, las sociedades de inversión, las Sofoles, las Sofomes, las arrendadoras financieras, las empresas de factoraje financiero, las Sociedades financieras populares (Sofipos) y las Sociedades cooperativas de ahorro y préstamo (Scaps). En este contexto, la CNBV tiene la facultad de emitir regulación prudencial cuyo propósito es limitar la toma excesiva de riesgos por parte de los intermediarios para evitar que realicen operaciones que puedan provocar su falta de liquidez o solvencia. Por objeto tiene que supervisar y regular, en el ámbito de su competencia, a las entidades financieras para procurar su estabilidad y correcto funcionamiento; mantener y fomentar el sano y equilibrado desarrollo del

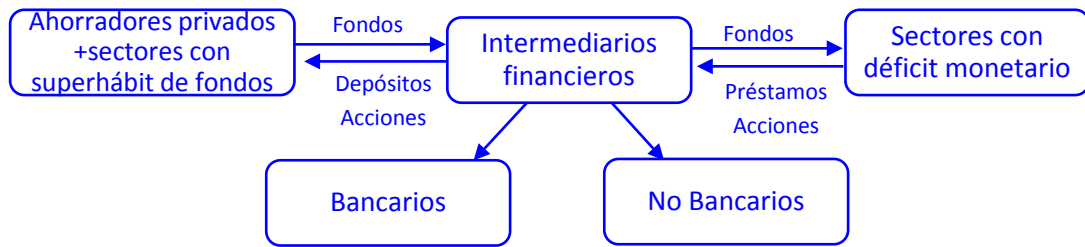
sistema en su conjunto; proteger los intereses del público; así como supervisar y regular a las personas físicas y demás personas morales, cuando realicen actividades previstas en las leyes relativas al citado sistema financiero.

- El IPAB tiene como objetivo garantizar los depósitos que los ahorradores han realizado en los bancos, establece los mecanismos para liquidar a los bancos en estado de quiebra y tiene la obligación de pagar los depósitos de dinero que las personas hayan realizado en ese banco, hasta por un monto equivalente a 400,000 unidades de inversión (UDIs) por persona y por institución bancaria. Adicionalmente, el IPAB otorga apoyo financiero a los bancos con problemas de solvencia para que cuenten con los recursos necesarios para cumplir con el nivel de capitalización que establece la regulación.
- La CONDUSEF es la entidad encargada de informar, orientar y promover la educación financiera entre la población, así como atender y resolver las reclamaciones de los clientes de la banca.
- La CNSF es un órgano desconcentrado de la SHCP, su función es vigilar y supervisar que las empresas de seguros y fianzas cumplan con el marco normativo que las regula y, así, mantengan su solvencia y estabilidad. Asimismo, le corresponde promover el sano desarrollo de este sector en beneficio del público usuario.
- La CONSAR tiene como función regular, mediante la expedición de disposiciones de carácter general, lo relativo al Sistema de Ahorro para el Retiro (SAR), que incluye: la recepción, depósito, transmisión y administración de las cuotas y aportaciones correspondientes a dicho sistema; así como la transmisión, manejo e intercambio de información entre las dependencias y entidades de la Administración Pública Federal, los institutos de seguridad social y los participantes en el referido sistema, determinando los procedimientos para su buen funcionamiento. El SAR engloba todas las aportaciones que hacen los trabajadores y las empresas a una cuenta individual de ahorro durante la vida laboral de los trabajadores. Dichas cuentas sirven para que los trabajadores, una vez que alcancen su edad de retiro, ya sean jubilados o pensionados, tengan los recursos suficientes para poder cubrir sus gastos y como previsión social. La CONSAR también regula a las administradoras de fondos para el retiro (afores) y vigila que se resguarden de manera adecuada los recursos de los trabajadores.

### **1.2.2 Entidades operativas**

Dentro de las instituciones financieras que conforman el SFM, aquellas que canalizan los flujos de los fondos monetarios desde los sectores con excedentes hacia aquellos con déficit reciben el nombre de intermediarios financieros, como puede apreciarse en la Figura 1.2.

**Figura 1.2 Intermediarios Financieros.**



Fuente. Imagen modificada de Vega, 1998.

Los bancos son los intermediarios financieros mejor conocidos, ya que ofrecen directamente sus servicios al público y forman parte fundamental del sistema de pagos. Además, son indispensables para la existencia y funcionamiento de cualquier sistema financiero. Una característica esencial que los distingue es su capacidad de otorgar crédito sin necesidad de que dicho financiamiento esté directamente vinculado a uno o un grupo específico de ahorradores o inversionistas. El financiamiento otorgado por un banco constituye la mayor parte de sus activos, ya que financiar empresas o personas físicas es su función primordial, éste puede exceder varias veces el monto de recursos en efectivo o susceptibles de convertirse en efectivo de inmediato.

La intermediación bancaria tiene dos aspectos primordiales: i) el otorgamiento de créditos; y ii) la obtención de recursos. Cuando ocurre el primer caso, los bancos cobran una tasa de interés que se conoce como tasa de interés activa. A su vez, pagan a quienes les han confiado sus recursos una tasa de interés pasiva. Esta dualidad hace que la intermediación bancaria implique diversos riesgos, entre los que destacan los riesgos de crédito y los riesgos de liquidez. Los primeros se derivan de la posibilidad de que quienes recibieron crédito de los bancos incumplan con su obligación de pagarlos. Los segundos son consecuencia directa de que los bancos típicamente otorgan créditos a plazo, mientras que la mayoría de los recursos que captan se encuentran a la vista. Por ello, si en un momento en particular ocurre un retiro inesperadamente elevado de recursos el banco puede enfrentar un problema de liquidez.

En este sentido, las instituciones financieras controlan los riesgos de crédito y de liquidez evaluando la capacidad y disposición de pago de los posibles usuarios de financiamiento, creando reservas para enfrentar contingencias, incrementando constantemente el número de depositantes, y compaginando los montos y los plazos de los créditos a otorgar con la disponibilidad de recursos. Para ello, existen acuerdos internacionales, como los de Basilea, que establecen lineamientos para regular la integración de indicadores de solvencia, solidez y liquidez de los bancos, así como los límites máximos de financiamiento que pueden otorgar.

Por su parte, los bancos centrales y otras autoridades financieras establecen regulaciones y adoptan medidas preventivas para reducir los riesgos que podrían amenazar la operación del sistema financiero. Además, vigilan que los intermediarios financieros cumplan con el marco legal y la regulación emitida, y que funcionen adecuadamente para proteger los intereses del público.

Finalmente, las autoridades facilitan la transparencia mediante el registro, la transmisión y la divulgación de información asociada a las transacciones financieras. Sin embargo, los bancos no son los únicos intermediarios que proporcionan servicios financieros a la población, también existen IFNB que ofrecen productos y servicios financieros diferenciados que son altamente útiles para la sociedad, como: aseguradoras, afianzadoras, sociedades de inversión, casas de bolsa, organizaciones y actividades auxiliares del crédito y EACP.

### **1.3 Información consolidada de cartera de crédito**

El crédito es el activo resultante del financiamiento que otorgan las entidades con base en lo establecido en las disposiciones legales aplicables. La cartera de crédito se puede conformar de crédito a la vivienda<sup>2</sup>, créditos comerciales<sup>3</sup> y créditos de consumo<sup>4</sup>.

La cartera de crédito vigente está integrada por los créditos que están al corriente en sus pagos, tanto de principal como de intereses.

La cartera de crédito vencida se compone de los créditos cuyos acreditados son declarados en concurso mercantil, o bien, cuyo principal, intereses o ambos, no han sido liquidados en los términos pactados originalmente.

#### **1.3.1 Sector de ahorro y crédito popular**

De acuerdo con el artículo 2 de la Ley de Ahorro y Crédito Popular (LACP), el Sector de Ahorro y Crédito Popular está integrado por las Sofipos y las Scaps previamente aprobadas por una

---

<sup>2</sup> Los créditos de vivienda son los destinados a la adquisición, construcción, remodelación o mejoramiento de la vivienda sin propósito de especulación comercial.

<sup>3</sup> Los créditos comerciales pueden ser créditos directos, contingentes o puente, otorgados a personas morales o personas físicas con actividad empresarial, destinados a su giro comercial o financiero. Incluye factoraje y arrendamiento financiero.

<sup>4</sup> Los créditos de consumo son directos, incluyendo los de liquidez que no cuentan con garantía de inmuebles, derivados de operaciones de tarjetas de crédito (TDC), de créditos personales, de nómina y de créditos para la adquisición de bienes de consumo duradero.

Federación y autorizadas para operar como EACP. Las federaciones que estén autorizadas por la CNBV ejercerán las funciones de supervisión auxiliar de las entidades referidas, así como por las confederaciones autorizadas por la propia CNBV para que administren sus respectivos fondos de protección.

#### **1.3.1.1 Entidades de ahorro y crédito popular**

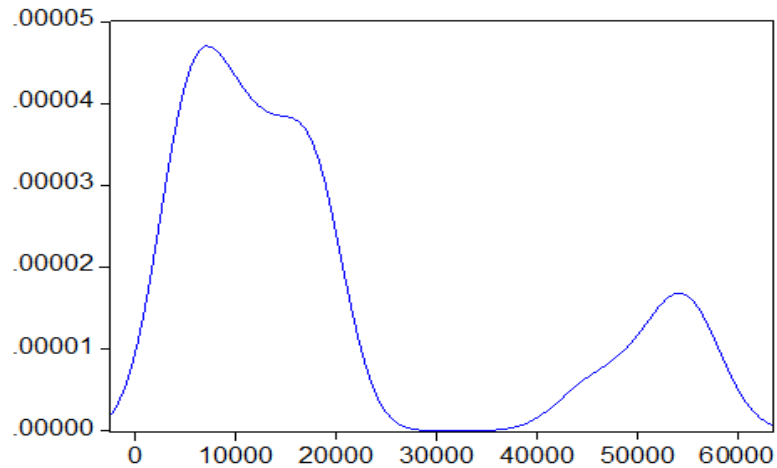
En el período comprendido de 2001 a 2011, la cartera de crédito de las EACP (Figura 1.3, página 10) contiene fluctuaciones notables, ya que a partir de septiembre de 2009 se incorporaron el doble de entidades. A continuación, se presenta una aproximación por medio de la función kernel de la distribución normal, con información consolidada y anual de los últimos cuatro años con diferentes grados de suavización.

**Figura 1.3 Evolución de la cartera de crédito de entidades de ahorro y crédito popular.**

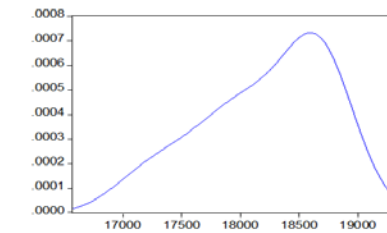
(Cifras en millones de pesos)

	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011 <sup>1/</sup>	Gráfica
<b>Cartera de crédito</b>	3,997	5,013	6,590	8,662	10,800	13,157	15,986	18,212	27,336	51,266	55,718	
<b>Cartera vigente</b>	3,549	4,629	6,210	8,213	10,271	12,432	15,252	17,360	25,402	47,023	50,974	
<b>Cartera vencida</b>	448	384	380	449	529	725	733	852	1,935	4,243	4,744	

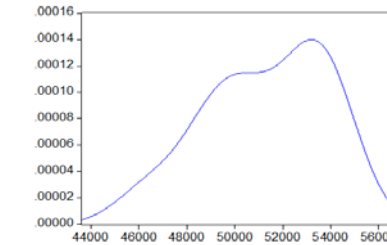
Aproximación a distribución normal con función kernel, eviews.



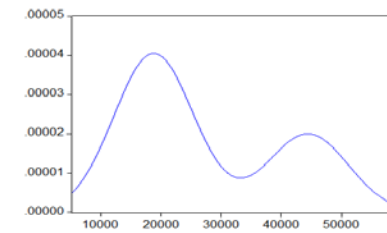
2001-2011



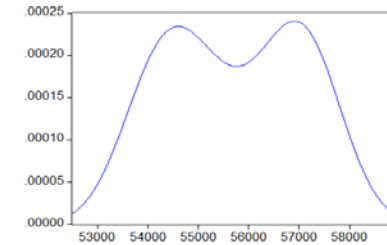
2008



2010



2009



2011

<sup>1/</sup> Incluye información preliminar a noviembre de 2011.

Fuente: elaboración propia a partir de información de Banxico, 2011.

- **Sofipos.** Son instituciones que contribuyen a la existencia de diversas opciones para que las personas físicas pueda acceder al ahorro y al crédito, permitiendo de manera plena la participación de la iniciativa privada en la actividad del ahorro y crédito popular. Las 36 Sofipos registradas, actualmente, permiten expandir el acceso al financiamiento a aquellas personas que por su situación se han visto excluidas de los sistemas tradicionales de crédito [CNBV].
- **Scaps.** Son una forma de organización social integrada por personas que tienen intereses comunes bajo los principios de solidaridad, esfuerzo propio y ayuda mutua, con el propósito de satisfacer necesidades económicas de producción, distribución y consumo de bienes y servicios. Dichos individuos se asocian con dos objetivos principales: ahorrar y prestarse dinero entre sí, con tasas de interés tanto para quien ahorra como para quien pide prestado. Estas operaciones financieras se hacen entre los socios de la institución. Las 57 scaps registradas no cuentan con un seguro de protección al ahorro como el que maneja el IPAB, pero las cajas de ahorro autorizadas deben tener un fondo de protección privado para garantizar el dinero de los ahorradores [CNBV].

### 1.3.2 Sector de IFNB

Se compone por las organizaciones y actividades auxiliares de crédito que tiene un común denominador; son intermediarios financieros, ya que de manera habitual colocan financiamiento directo a sus demandantes (acreditados), y son no bancarios, porque no pueden realizar las actividades de banca y crédito, de la manera como lo establece la Ley de Instituciones de Crédito (LIC). Algunos Intermediarios se encuentran identificados por legislaciones financieras, dos clasificaciones son:

- 1) Organizaciones auxiliares del crédito: uniones de crédito, arrendadoras financieras, empresas de factoraje financiero y almacenes generales de depósito.
- 2) Sociedades que realizan actividades auxiliares del crédito: casas de cambio, Sofomes Reguladas (Sofom E.R.) y Sofomes No Reguladas (Sofom E.N.R.).

#### 1.3.2.1 Organizaciones auxiliares del crédito

- **Uniones de Crédito.** Tienen como finalidad ofrecer condiciones favorables para ahorrar y recibir préstamos y servicios financieros a sus socios. Asimismo, tienen la facultad de otorgar su garantía o aval para que el socio pueda acceder al crédito de un tercero, o pueden celebrar operaciones de arrendamiento o de factoraje financiero y operaciones de compra y venta de divisas en beneficio de sus socios [CNBV].

Según el artículo 41 de la LGOAAC, las uniones de crédito autorizadas por la CNBV deberán constituirse como sociedades anónimas de capital variable, de acuerdo con la legislación mercantil.

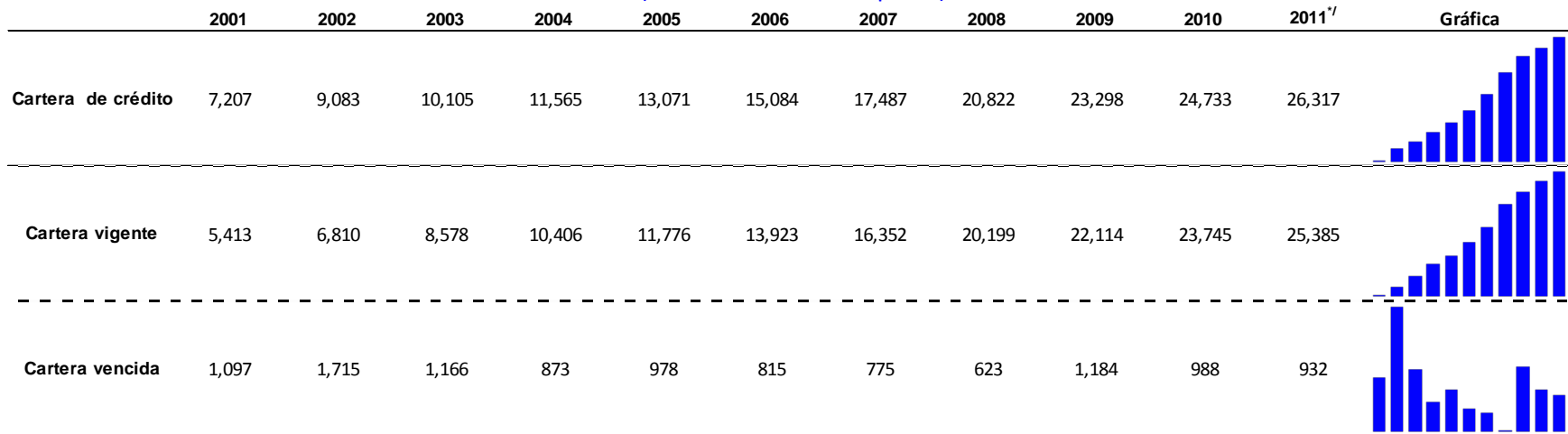
En materia de crédito, y conforme a los artículos 40 y 43 de la LGOAAC, las uniones de crédito podrán:

- facilitar el uso del crédito a sus socios y prestar su garantía o aval;
- recibir préstamos exclusivamente de sus socios, de instituciones de crédito, de seguros y de fianzas del país o de entidades financieras del exterior así como de sus proveedores;
- las operaciones de préstamo que se garanticen con hipoteca de sus propiedades, deberán acordarse previamente en asamblea general extraordinaria de accionistas por votación que represente por lo menos el sesenta y cinco por ciento de su capital pagado, salvo que en sus estatutos tengan establecido un por ciento más elevado;
- emitir títulos de crédito, en serie o en masa, para su colocación entre el gran público inversionista, excepto obligaciones subordinadas de cualquier tipo; practicar con sus socios operaciones de descuento, préstamo y crédito de toda clase, reembolsables a plazos congruentes con los de las operaciones pasivas que celebren;
- recibir de sus socios depósitos de dinero para el exclusivo objeto de prestar servicios de caja, cuyos saldos podrá depositar la unión en instituciones de crédito o invertirlos en valores gubernamentales; recibir de sus socios depósitos de ahorro;
- adquirir acciones, obligaciones y otros títulos semejantes y aún mantenerlos en cartera;
- comprar, vender y comercializar insumos, materias primas, mercancías y artículos diversos así como alquilar bienes de capital necesarios para la explotación agropecuaria o industrial, por cuenta de sus socios o de terceros;
- realizar por cuenta de sus socios operaciones con empresas de factoraje financiero; así como recibir bienes en arrendamiento financiero destinados al cumplimiento de su objeto social.

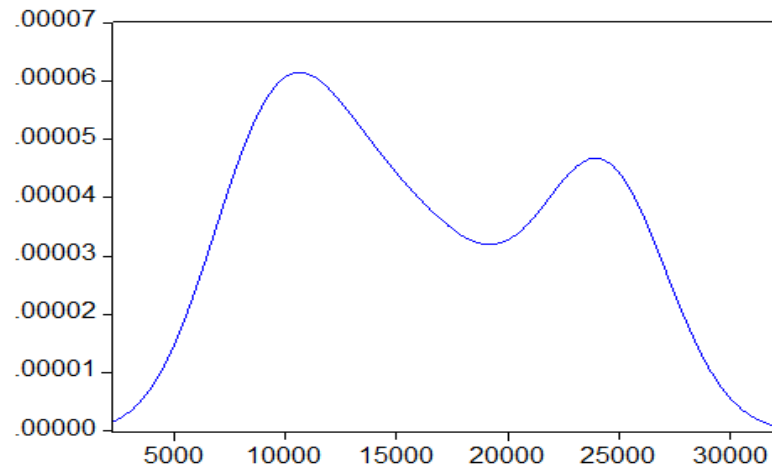
A pesar de la discontinuidad en el número de sus integrantes, el cual se ha reducido a partir del 2006, la evolución de la cartera de las Uniones de crédito se ha desarrollado de forma óptima en el periodo comprendido de enero de 2001 a noviembre de 2011 (Figura 1.4, página 13). A continuación, se presenta una aproximación por medio de la función kernel de la distribución normal con información consolidada y anual de los últimos cuatro años con diferentes grados de suavización.



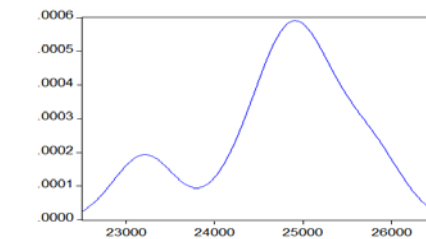
**Figura 1.4 Cartera de crédito de uniones de crédito.**  
(Cifras en millones de pesos)



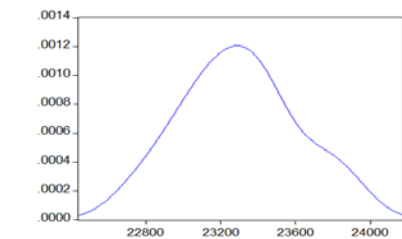
Aproximación a distribución normal con función kernel, eviews.



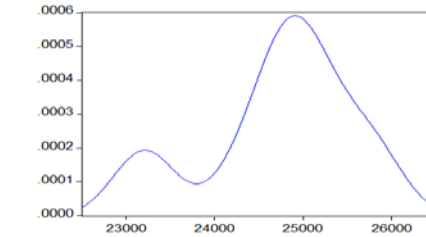
2001-2011



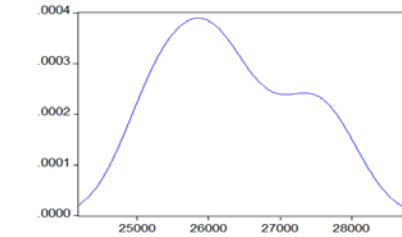
2008



2009



2010



2011

<sup>1/</sup> Incluye información preliminar a noviembre de 2011.

Fuente: elaboración propia a partir de información de Banxico, 2011.

- **Almacenes generales de depósito.** Autorizados por la SHCP, tienen como objetivo el almacenamiento, conservación, manejo, control, distribución y comercialización de los bienes o mercancías que se encomiendan a su custodia; así como la expedición de certificados de depósitos y bonos de prenda [CNBV]. También podrán realizar procesos de incorporación de valor agregado, así como la transformación, reparación y ensamble de las mercancías depositadas a fin de aumentar su valor, sin variar esencialmente su naturaleza.

De acuerdo con el artículo 11 de la LGOAAC, podrán ser de tres clases: I) Los que se destinen a recibir en depósito bienes o mercancías de cualquier clase y realicen las demás actividades a que se refiere esta Ley, a excepción del régimen de depósito fiscal y otorgamiento de financiamientos; II) Los que además de estar facultados en los términos señalados en la fracción anterior, lo estén también para recibir mercancías destinadas al régimen de depósito fiscal; y III) los que otorguen financiamientos conforme a esta Ley, debiendo sujetarse a los requerimientos mínimos de capitalización que al efecto establezca la SHCP, mediante disposiciones de carácter general.

Asimismo podrán:

- otorgar financiamientos con garantía de bienes o mercancías almacenados en bodegas de su propiedad o arrendadas que administren directamente y que estén amparados con bonos de prenda, así como sobre mercancías en tránsito con certificados de depósito;
- obtener préstamos y créditos de instituciones de crédito, de seguros y de fianzas del país o de entidades financieras del exterior, destinados al cumplimiento de su objeto social;
- emitir obligaciones subordinadas y demás títulos de crédito, en serie o en masa, para su colocación entre el gran público inversionista;
- descontar, dar en garantía o negociar los títulos de crédito y afectar los derechos provenientes de los contratos de financiamiento que realicen con sus clientes o de las operaciones autorizadas a los almacenes generales de depósito, con las personas de las que reciban financiamiento así como afectar en fideicomiso irrevocable los títulos de crédito y los derechos provenientes de los contratos de financiamiento que celebren con sus clientes a efecto de garantizar el pago de las emisiones;
- gestionar por cuenta y nombre de los depositantes, el otorgamiento de garantías en favor del fisco federal, respecto de las mercancías almacenadas por los mismos, a fin de garantizar el pago de los impuestos, conforme a los procedimientos establecidos en la Ley Aduanera;

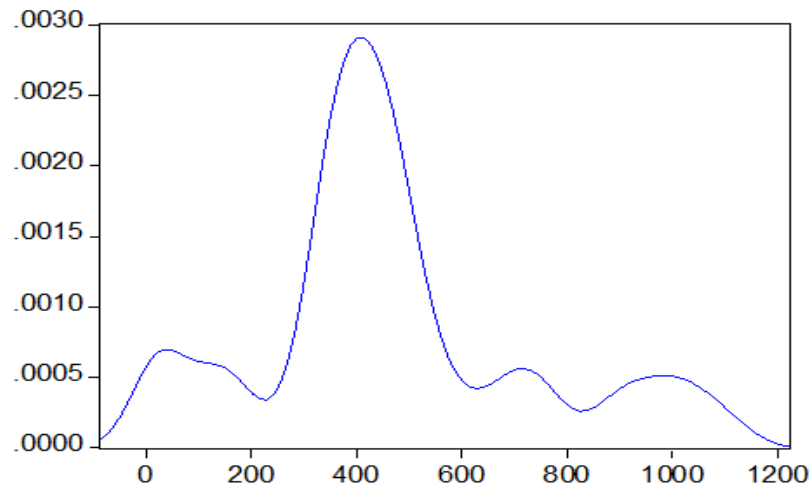
- prestar servicios de depósito fiscal, así como cualesquier otros expresamente autorizados a los almacenes de depósito en los términos de la Ley Aduanera.

En el caso de estas organizaciones, la cartera de crédito en el periodo enero de 2001 a noviembre de 2011, se ha comportado de forma particular, ya que se observa un aumento durante los primeros 9 años, pero a partir del 2010 hay una desaceleración en los saldos de la cartera de crédito vigente (Figura 1.5, página 17).

**Figura 1.5 Evolución de la cartera de crédito de almacenes generales de depósito.**  
(Cifras en millones de pesos)

	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011 <sup>1/</sup>	Gráfica
<b>Cartera de crédito</b>	40	316	365	250	453	462	489	549	1,021	763	430	
<b>Cartera vigente</b>	39	314	363	246	449	465	483	543	989	659	390	
<b>Cartera vencida</b>	1	2	3	4	4	-3	6	6	32	104	40	

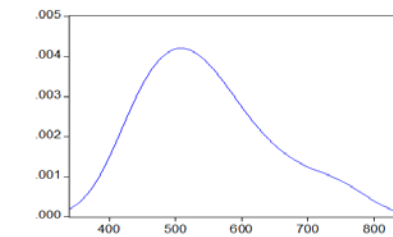
Aproximación a distribución normal con función kernel, eviews.



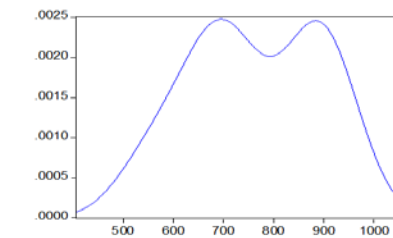
2001-2011

<sup>1/</sup> Incluye información preliminar a noviembre de 2011.

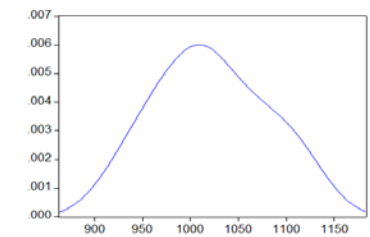
Fuente: elaboración propia a partir de información de Banxico, 2011.



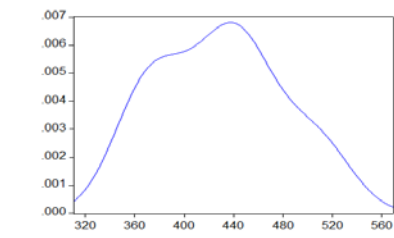
2008



2010



2009



2011

- **Arrendadoras financieras.** Son instituciones especializadas para la adquisición de bienes cuyo uso o goce temporal lo conceden a una persona física o moral por un plazo preestablecido, recibiendo del mismo como contraprestación una cantidad de dinero determinada que cubra el valor de adquisición de los bienes, las cargas financieras y los demás accesorios. Al vencimiento del contrato de arrendamiento financiero, el cliente deberá adoptar alguna de las opciones terminales [CNBV].

De acuerdo con los artículos 25 y 37 de la LGOAAC, las sociedades que disfruten de la autorización de la SHCP para operar como arrendadoras financieras, sólo podrán:

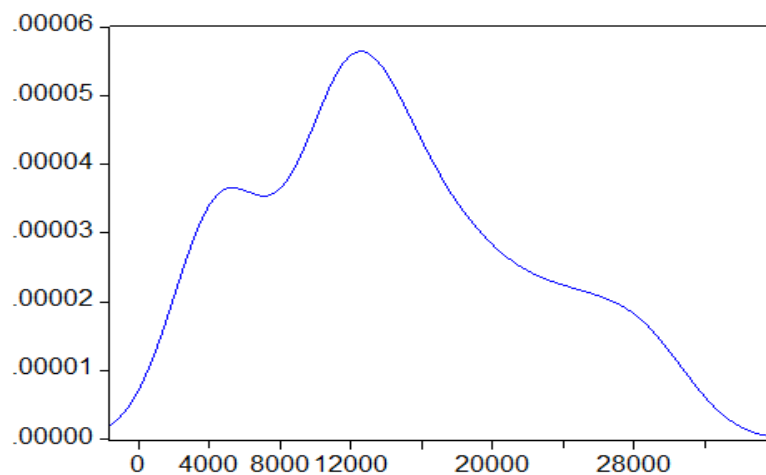
- celebrar contratos de arrendamiento financiero; adquirir bienes del futuro arrendatario, con el compromiso de darlos a éste en arrendamiento financiero;
- obtener préstamos y créditos de instituciones de crédito, de seguros y de fianzas del país o de entidades financieras del exterior, destinados a proveedores, fabricantes o constructores de los bienes que serán objeto de arrendamiento financiero;
- emitir obligaciones subordinadas y demás títulos de crédito, en serie o en masa, para su colocación entre el gran público inversionista;
- obtener préstamos y créditos de instituciones de crédito del país o de entidades financieras del exterior, para cubrir necesidades de liquidez, relacionadas con su objeto social;
- descontar, dar en garantía o negociar los títulos de crédito y afectar los derechos provenientes de los contratos de arrendamiento financiero o de las operaciones autorizadas a las arrendadoras, con las personas de las que reciban financiamiento, así como afectar en fideicomiso irrevocable los títulos de crédito y los derechos provenientes de los contratos de arrendamiento financiero a efecto de garantizar el pago de las emisiones;
- constituir depósitos, a la vista y a plazo, en instituciones de crédito y bancos del extranjero, así como adquirir valores aprobados para el efecto por la CNBV.

En el transcurso de enero de 2001 a noviembre de 2011, la cartera de crédito de las arrendadoras financieras alcanzó su nivel máximo en el 2006; sin embargo, ese mismo año el DOF publicó un decreto mediante el cual, a partir del 2013, las operaciones de estas entidades quedarán sin efecto. Debido a ello, el número de arrendadoras, así como sus respectivas carteras de crédito, han disminuido considerablemente (Figura 1.6, página 17). En el 2011, se cuenta con cuatro arrendadoras financieras. A continuación se presenta una aproximación por medio de la función kernel de la distribución normal con información consolidada y anual de los últimos cuatro años con diferentes grados de suavización.

**Figura 1.6 Evolución de la cartera de crédito de arrendadoras financieras.**  
(Cifras en millones de pesos)

	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011 <sup>1/</sup>	Gráfica
<b>Cartera de crédito</b>	12,384	13,074	14,942	17,687	21,673	27,551	22,363	10,627	7,744	4,523	4,073	
<b>Cartera vigente</b>	11,744	12,326	14,255	17,090	21,170	27,118	22,016	10,373	7,437	4,228	3,860	
<b>Cartera vencida</b>	578	691	639	554	468	411	347	254	307	294	212	

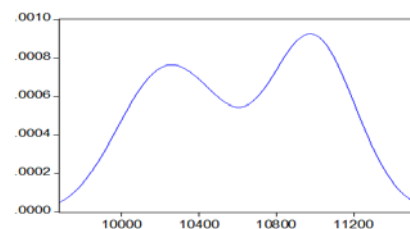
Aproximación a distribución normal con función kernel, eviews.



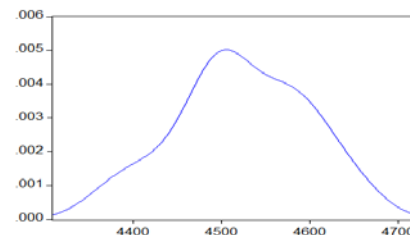
2001-2011

<sup>1/</sup> Incluye información preliminar a noviembre de 2011.

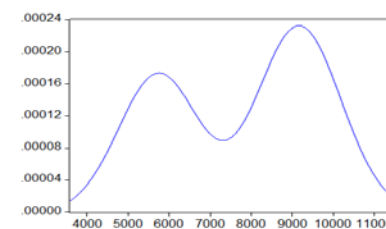
Fuente: elaboración propia a partir de información de Banxico, 2011.



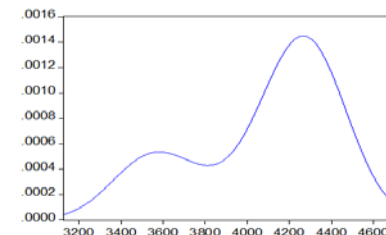
2008



2010



2009



2011

- **Empresas de factoraje financiero.** Mediante éstas, una persona física o moral perteneciente al sector empresarial, y que tiene a su favor derechos de crédito vigentes relacionados a proveeduría de bienes, de servicios o de ambos, acude a la empresa de factoraje, la cual adquiere estos derechos de crédito y paga por ellos un precio que ambas partes convienen [CNBV].

Según el artículo 45-B de la LGOAAC, las sociedades autorizadas por la SHCP para operar como empresas de factoraje financiero sólo podrán:

- celebrar contratos de factoraje financiero, que celebre la empresa de factoraje financiero con sus clientes en la que la primera adquiera de los segundos derechos de crédito relacionados a proveeduría de bienes, de servicios o de ambos;
- obtener préstamos y créditos de instituciones de crédito, de seguros y de fianzas del país o de entidades financieras del exterior, destinados a la realización de las operaciones autorizadas o para necesidades de liquidez relacionadas con su objeto social; así como prestar servicios de administración y cobranza de derechos de crédito.
- descontar, dar en garantía o negociar en cualquier forma los títulos de crédito o derechos de crédito provenientes de los contratos de factoraje, con las personas de las que reciban los financiamientos, así como afectar en fideicomiso irrevocable los títulos de crédito ;
- constituir depósitos, a la vista y a plazo, en instituciones de crédito del país o en entidades financieras del exterior, así como adquirir valores aprobados para el efecto por la CNBV;
- adquirir acciones de sociedades que se organicen exclusivamente para prestarles servicios, así como para adquirir el dominio y administrar inmuebles en los cuales tengan establecidas o establezcan su oficina principal o sucursal;

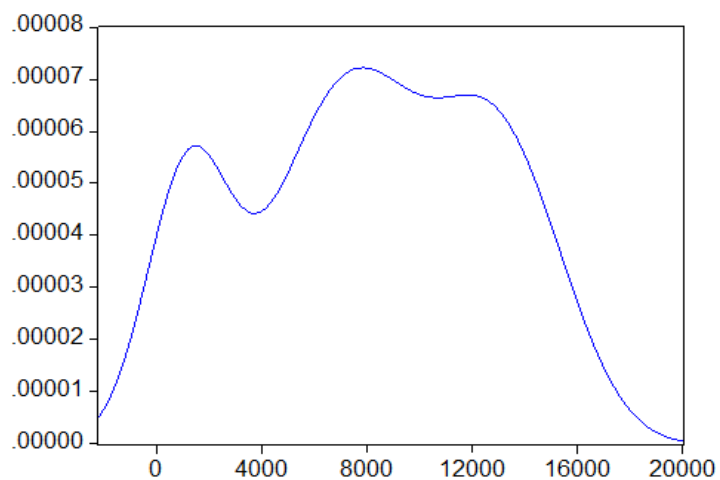
Sin embargo, previamente a la celebración de los contratos de factoraje, las empresas con este giro podrán celebrar promesa de contratos, además de celebrar contratos con los deudores de derechos de crédito, constituidos a favor de sus proveedores de bienes o servicios, comprometiéndose a adquirir dichos derechos de crédito para el caso de aceptación de los propios proveedores por parte de la empresa de factoraje financiero.

En el periodo de enero de 2001 a noviembre de 2011, la cartera de crédito de las empresas de factoraje financiero creció durante los primeros 6 años; sin embargo, como ocurrió con las arrendadoras financieras, a partir del 2007 se observa una desaceleración en los saldos de las carteras de crédito, debido a su próxima desaparición en el 2013 (Figura 1.7, página 22). De hecho, en el 2011 sólo queda una empresa de factoraje financiero. En seguida, se presenta una aproximación por medio de la función kernel de la distribución normal, con información consolidada y anual de los últimos cuatro años con diferentes grados de suavización.

**Figura 1.7 Evolución de la cartera de crédito de empresas de factoraje financiero.**  
(Cifras en millones de pesos)

	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011 <sup>1/</sup>	Gráfica
<b>Cartera de crédito</b>	7,389	8,711	10,263	12,093	13,352	14,789	9,582	5,673	3,282	1,131	1,152	
<b>Cartera vigente</b>	5,956	7,704	9,672	11,658	12,956	14,483	9,469	5,599	3,200	1,065	1,139	
<b>Cartera vencida</b>	1,271	879	482	355	320	266	113	73	82	65	13	

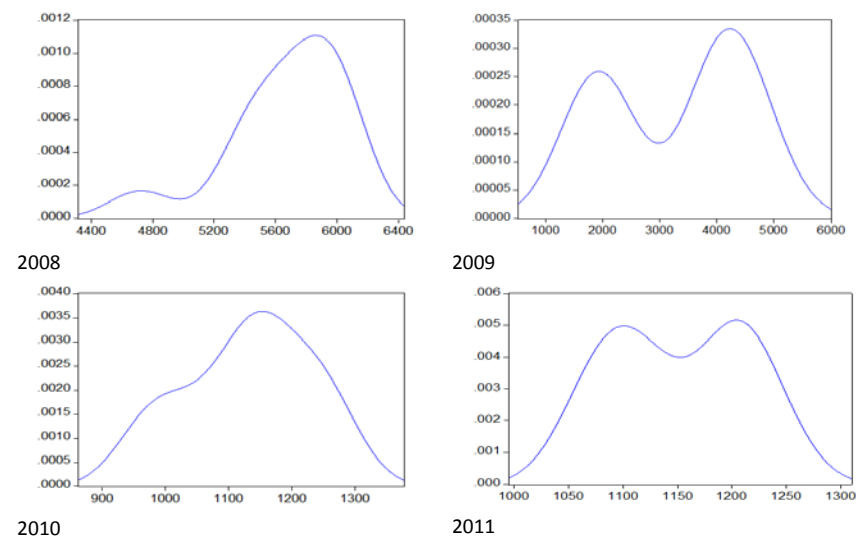
Aproximación a distribución normal con función kernel, eviews.



2001-2011

<sup>1/</sup> Incluye información preliminar a noviembre de 2011.

Fuente: elaboración propia a partir de información de Banxico, 2011.





### 1.3.2.2 Actividades auxiliares del crédito

- **Sofoles y Sofomes.** Las Sofoles tienen por objeto otorgar créditos o financiamiento para la planeación, adquisición, desarrollo, construcción, enajenación y administración de todo tipo de muebles o inmuebles a sectores o actividades específicos. Los sectores en los que actualmente operan son: agroindustrial, consumo, pequeñas y medianas empresas, hipotecario y automotriz [CNBV, Banxico].

La LIC, en la fracción IV del artículo 103, establece que las Sofoles autorizadas, por la SHCP, pueden:

- captar recursos del público exclusivamente mediante la colocación de valores inscritos en el Registro Nacional de Valores e Intermediarios;
- obtener créditos de entidades financieras del país y del extranjero en los términos de las disposiciones legales aplicables;
- otorgar créditos a la actividad o al sector que se señale en la autorización correspondiente;
- invertir sus recursos líquidos en instrumentos de captación de entidades financieras, así como de deuda de fácil realización.

Desde su creación en junio de 1993, las Sofoles se expandieron rápidamente hasta el año 2006. Sin embargo, el 18 de julio de ese mismo año el DOF emitió un decreto con el fin de desregular a las Sofoles, arrendadoras financieras y empresas de factoraje financiero; cuya autorización para operar quedará sin efecto por ministerio de ley a los siete años subsecuentes (julio de 2013). Dichos intermediarios no captan recursos (depósitos) del público, ni están conectados al sistema de pagos, por lo que con su disolución se busca promover la competencia, extender la penetración del crédito, y reducir los márgenes de intermediación y las tasas de interés.

Aunque las sociedades señaladas no estarán obligadas a disolverse y liquidarse, para continuar operando deberán: a) reformar sus estatutos sociales, a efecto de eliminar cualquier referencia expresa o de la cual se pueda inferir que son Sofoles u organizaciones auxiliares de crédito, según corresponda, y que se encuentran autorizadas por la SHCP para ello; y, b) presentar a la SHCP a más tardar en la fecha en que entren en vigor las reformas y derogaciones señaladas, el instrumento público en el que conste la reforma estatutaria referida anteriormente, con los datos de la respectiva inscripción en el Registro Público de Comercio.

En la Figura 1.8 (página 21) se observa que en los últimos 5 años, el registro de la cartera de crédito de las Sofoles tiene un comportamiento descendente (al inicio del periodo se contaba casi con el doble de organizaciones). En seguida, se presenta una aproximación por medio de la función kernel de la distribución normal con información consolidada y anual de los últimos cuatro años con diferentes grados de suavización. A pesar de que la cartera de crédito vigente sigue el comportamiento señalado, la cartera vencida se ha mantenido en niveles estable.

Derivado de lo anterior, a partir del 19 de julio de 2006, la legislación contempla que cualquier empresa mercantil puede llevar a cabo operaciones de crédito, arrendamiento y factoraje financiero para cualquier fin, sin requerir para ello de la autorización GF. Asimismo, se crea un nuevo tipo de intermediario: la Sofom, cuyo propósito es la realización habitual y profesional de las siguientes operaciones: I) el otorgamiento de crédito, ii) la celebración de arrendamiento y factoraje financiero; y iii) la adquisición de préstamos y créditos por parte de instituciones de crédito, de seguros y fianzas del país o de entidades financieras del exterior, destinados a la realización de sus operaciones. También pueden emitir obligaciones subordinadas y demás títulos de crédito para su colocación entre el público inversionista [CNBV, Banxico].

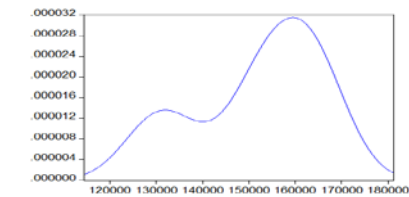
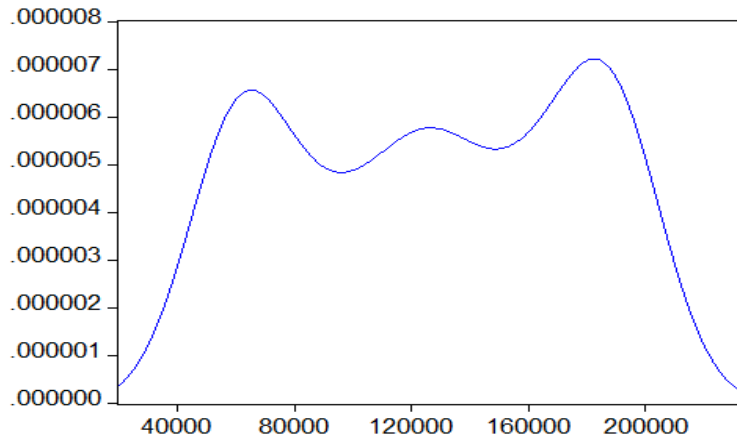
La Sofom es en principio una entidad no regulada, es decir, no está sujeta a la supervisión de la CNBV. Por lo tanto, no se le aplican normas financieras relativas a requerimientos de capital, límites de operación, reservas técnicas, límites de tenencia accionaria, estructura corporativa, etc. En el caso de que la Sofom esté vinculada con una institución de crédito, será regulada y estará sujeta a la supervisión de la CNBV.

En este contexto, las arrendadoras financieras, empresas de factoraje y Sofoles tienen el derecho de convertirse en Sofomes, con las ventajas consideradas previamente.

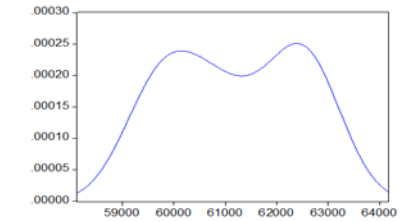
**Figura 1.8 Evolución de la cartera de crédito de las Sofoles.**  
(Cifras en millones de pesos)

	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011 <sup>1/</sup>	Gráfica
<b>Cartera de crédito</b>	71,176	97,795	123,802	153,516	189,750	188,920	182,811	151,907	110,685	61,207	55,586	
<b>Cartera vigente</b>	69,109	95,210	120,557	149,994	184,256	182,597	177,363	144,315	100,509	54,954	48,668	
<b>Cartera vencida</b>	1,732	2,354	3,218	3,518	5,501	6,333	5,449	7,592	10,176	6,252	6,918	

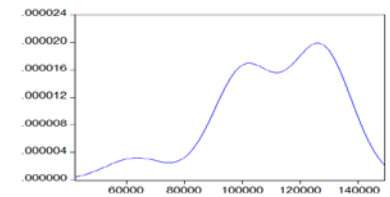
Aproximación a distribución normal con función kernel, eviews.



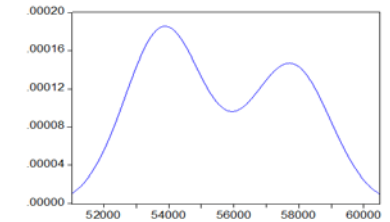
2008



2010



2009



2011

2001-2011

<sup>1/</sup> Incluye información preliminar a noviembre de 2011.

Fuente: elaboración propia a partir de información de Banxico, 2011.

## **Evolución de Sofol a Sofom.**

Desde su creación, en julio del 2006, la mayor parte de las Sofoles se han convertido en Sofomes. A su vez, el número de Sofomes se ha incrementado significativamente en los últimos años. Por ejemplo, según la CONDUSEF, las Sofomes E.N.R. aumentaron de 162 sociedades existentes en la mitad de 2007 a 2,467 en septiembre de 2010. Además, es importante señalar que la CONDUSEF tiene registradas 917 instituciones que fueron constituidas sin haber enviado información, y ha detectado otro número de ellas que han incumplido con la obligación de registrarse en su padrón. El crecimiento de las Sofomes E.N.R., se debe principalmente a las siguientes causas: 1) al no requerir autorización de la SHCP para abrir y al no estar sujeta a la supervisión de la CNBV, se facilita su apertura y se reducen sus costos de operación; y 2) la Sofom transformada disfruta de los beneficios fiscales y procesales que ya tenían como Sofol, arrendadora o empresa de factoraje financiero, entre los que destacan: no causar IVA sobre los intereses de la cartera crediticia comercial con entidades financieras, además de no existir límites en la deducción fiscal de provisiones (los bancos sólo pueden deducir máximo el 2.5 por ciento de su cartera de crédito). Asimismo, con base en la información de Banxico, y con cifras a septiembre de 2011, en el SFM se identificaron 19 Sofoles y 21 Sofomes E.R. Estas entidades otorgan crédito (o arrendamiento) para el consumo y la adquisición de vivienda a desarrolladores de vivienda y a empresas no financieras.

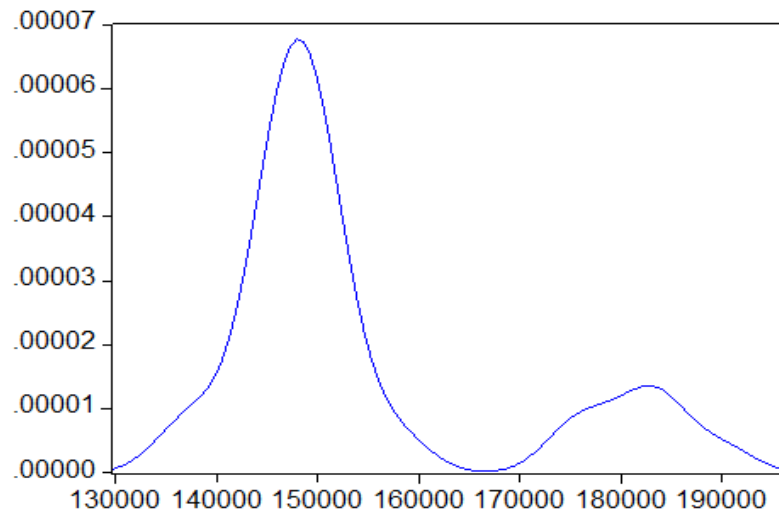
En diciembre de 2009, los recursos totales de las Sofoles y Sofomes E.R. representaron el 7.2 por ciento del total de recursos de los otros intermediarios financieros (2.1 las Sofoles y 5.1 por ciento las Sofomes E.R.). En el mismo periodo, los recursos totales de estas entidades representaron el 1.3 por ciento del total de recursos del conjunto conformado por la banca comercial, la banca de desarrollo y de los otros intermediarios financieros (0.4 por ciento las Sofoles y 0.9 por ciento las Sofomes E.R.).

En el periodo transcurrido de enero de 2009 a noviembre de 2011, el comportamiento de la cartera de crédito de las Sofomes E.R. indica que los saldos de la cartera vigente se han incrementado; mientras que los de la cartera vencida muestran una disminución considerable (Figura 1.9). En seguida, se presenta una aproximación por medio de la función kernel de la distribución normal con información consolidada y anual de los últimos tres años con diferentes grados de suavización.

**Figura 1.9 Evolución de la cartera de crédito de las Sofomes E.R.**  
(Cifras en millones de pesos)

	2009	2010	2011 <sup>*/</sup>	Gráfica
<b>Cartera de crédito</b>	147,871	146,983	169,870	
<b>Cartera vigente</b>	136,751	140,951	162,706	
<b>Cartera vencida</b>	11,120	6,032	7,164	

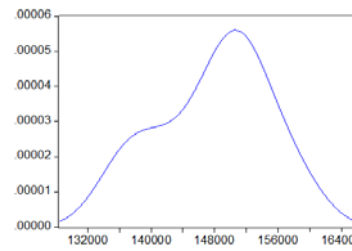
Aproximación a distribución normal con función kernel, eviews.



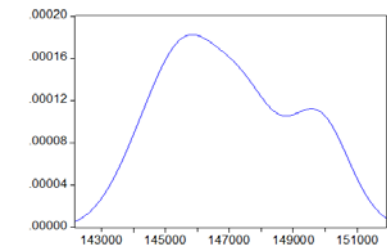
2009-2011

\*/ Incluye información preliminar a noviembre de 2011.

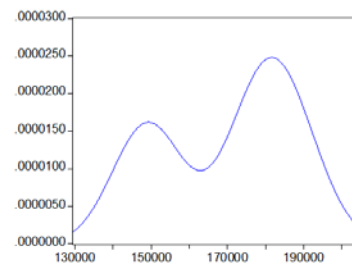
Fuente: elaboración propia a partir de información de Banxico, 2011.



2009



2010



2011

- **Casas de cambio.** Tienen como finalidad la compra y venta de instrumentos financieros (divisas, oro y plata) como está previsto en los artículos 81 y 82 de la LGOAAC. Conforme al primero, se requerirá la autorización de la SHCP para realizar en forma habitual y profesional operaciones de compra, venta y cambio de divisas incluyendo las que se lleven a cabo mediante transferencia o transmisión de fondos, con el público dentro del territorio nacional, excepción hecha de los casos previstos en este artículo y en el artículo 81-A, en el cual se señala que no se requerirá de la autorización de la SHCP cuando única y, exclusivamente, se realicen con divisas las siguientes operaciones:
  - compra y venta de billetes así como piezas acuñadas y metales comunes, con curso legal en el país de emisión, hasta por un monto equivalente no superior a diez mil dólares diarios de los Estados Unidos de América por cada cliente;
  - compra y venta de cheques de viajero y de piezas metálicas acuñadas en forma de moneda denominados en moneda extranjera, hasta por un monto equivalente no superior a diez mil dólares diarios de los Estados Unidos de América por cada cliente;
  - y compra de documentos a la vista denominados y pagaderos en moneda extranjera, a cargo de entidades financieras.

Finalmente, el artículo 82 refiere que el objeto social de las casas de cambio sea exclusivamente la realización, en forma habitual y profesional, de las operaciones siguientes:

- a. compra o cobranzas de documentos a la vista denominados y pagaderos en moneda extranjera, a cargo de entidades financieras, sin límite por documento;
- b. venta de documentos a la vista y pagaderos en moneda extranjera que las casas de cambio expidan a cargo de instituciones de crédito del país, sucursales y agencias en el exterior de estas últimas, o bancos del exterior;
- c. compra y venta de divisas mediante transferencias de fondos sobre cuentas bancarias.

Aunque existen nueve casas de bolsa registradas, no se cuenta con información de carteras de crédito para este intermediario.

### **1.3.3 Sector bursátil**

La bursatilización es la operación por medio de la cual determinados activos financieros son transferidos a un cesionario, con la finalidad de que éste último emita títulos para ser colocados entre inversionistas a través de bolsas de valores o mecanismos de negociación reconocidos, los cuales representan el derecho a recibir lo establecido en el prospecto de colocación.

### **1.3.3.1 Sociedades de inversión**

Son instituciones que tienen por objeto la adquisición y venta de activos -objeto de Inversión- con recursos provenientes de la colocación de las acciones representativas de su capital social entre el público inversionista, así como la contratación de los servicios y la realización de las demás actividades previstas en la Ley de Sociedades de Inversión (LSI).

Las sociedades de inversión se constituyen como una opción viable para inversionistas que desean diversificar sus inversiones a través de la adquisición de una cartera de valores, cuya mezcla se ajuste lo más posible a sus necesidades de liquidez, a sus expectativas de rendimiento y a su grado de aversión al riesgo, independientemente del monto que inviertan. Con la expedición de la nueva LSI, se pretende modernizar el marco jurídico de estas instituciones, impulsar su desenvolvimiento, revitalizar la formación de capitales y ampliar las alternativas de ahorro, todo ello en congruencia con el desarrollo que han experimentado los mercados.

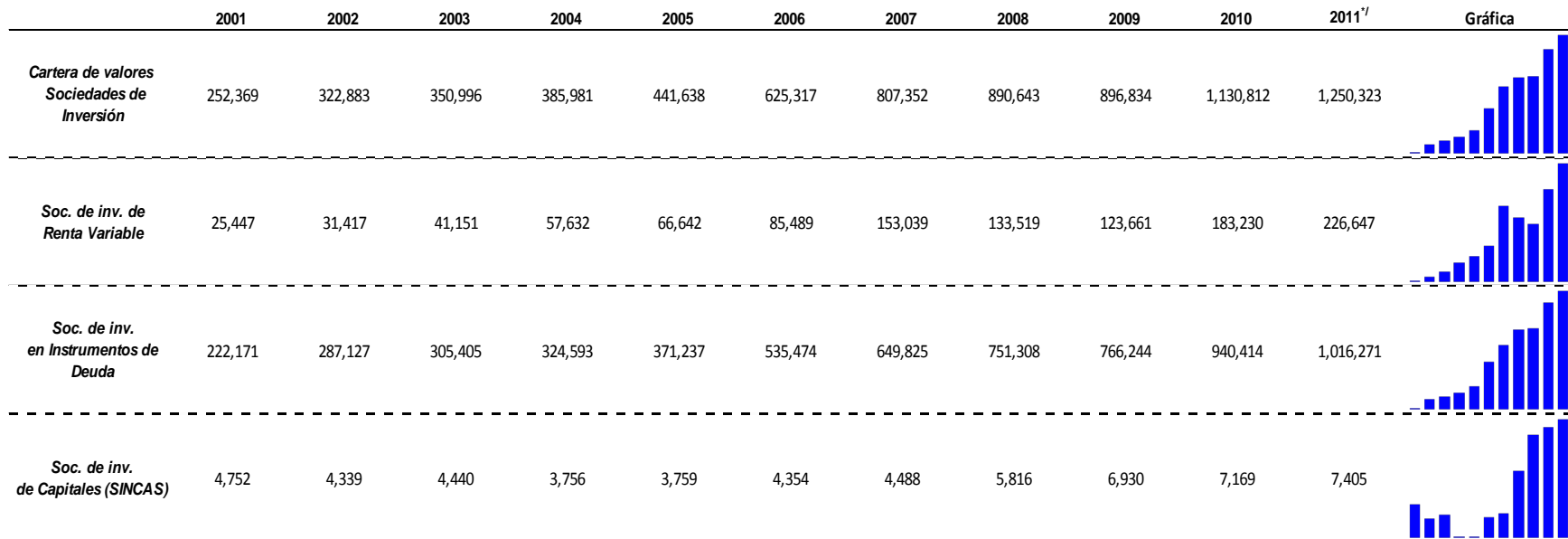
De acuerdo con el artículo 4 de la LSI, para la organización y funcionamiento de las sociedades de inversión se requiere previa autorización de la CNBV, que la otorgará o denegará discrecionalmente. Las autorizaciones son intransmisibles y se referirán a alguno de los siguientes tipos de sociedades:

- I. Sociedades de inversión comunes (renta variable);
- II. Sociedades de inversión en instrumentos de deuda, y
- III. Sociedades de inversión de capitales.

La citada ley también estipula que las sociedades de inversión tienen por objeto la adquisición de valores y documentos seleccionados de acuerdo al criterio de diversificación de riesgos, con recursos provenientes de la colocación de las acciones representativas de su capital social entre el público inversionista. Asimismo, considera que las sociedades de inversión comunes operarán con valores y documentos de renta variable y fija; mientras que las sociedades de inversión de capital de riesgo operarán con valores y documentos emitidos por empresas que requieren recursos a largo plazo y cuyas actividades estén relacionadas preferentemente con los objetivos de la Planeación Nacional del Desarrollo.

Las carteras de valores de este intermediario se muestran en el Figura 1.10, donde se observa una variación considerable, ya que las sociedades de inversión de instrumentos de deuda representan el 83.2 por ciento del total.

**Figura 1.10 Evolución de la cartera de crédito de sociedades de inversión.**  
(Cifras en millones de pesos)



*\*/ Incluye información preliminar a noviembre de 2011.*

Fuente: elaboración propia a partir de información de Banxico, 2011.



- **Casas de bolsa.** Son sociedades anónimas que pueden ser de capital variable y que requieren la autorización de la SHCP para llevar a cabo operaciones de correturía, de comisión u otras, tendientes a poner en contacto la oferta y demanda de valores, así como administrar y manejar carteras de valores propiedad de terceros.

Conforme al artículo 22 de la Ley de Mercado de Valores, las casas de bolsa sólo podrán:

- actuar como intermediarios en el mercado de valores, sujetándose a las disposiciones de carácter general que dicte la CNBV;
- recibir fondos por concepto de las operaciones con valores que se les encomienden, los cuales se registrarán en cuenta distinta de las que forman parte del activo de la casa de bolsa;
- y prestar asesoría en materia de valores en forma directa o a través de empresas subsidiarias.

Con sujeción a las disposiciones de carácter general que dicte el Banxico, las casas de bolsa pueden recibir préstamos o créditos de instituciones de crédito o de organismos de apoyo al mercado de valores, para la realización de sus actividades, conceder préstamos o créditos para la adquisición de valores con garantía de éstos, celebrar reportos y préstamos; y actuar como fiduciarias en negocios directamente vinculados con las actividades que les sean propias. De conformidad con las disposiciones de carácter general que dicte la CNBV, las casas de bolsa podrán:

- realizar operaciones por cuenta propia que faciliten la colocación de valores o que coadyuven a dar mayor estabilidad a los precios de éstos y a reducir los márgenes entre cotizaciones de compra y venta de los propios títulos, o bien que procuren mejorar las condiciones de liquidez en el mercado, así como una mayor diversificación de las transacciones;
- proporcionar el servicio de guarda y administración de valores, depositando los títulos en la propia casa de bolsa, en una institución para el depósito de valores o, en su caso, depositándolos en la institución que señale la CNBV cuando se trate de valores que por su naturaleza no puedan ser depositados en las instituciones señaladas;
- realizar inversiones con cargo a su capital global, cuyo concepto será determinado en las citadas disposiciones, realizar operaciones con valores, en los términos previstos en esta Ley, con sus accionistas, miembros del consejo de administración, directivos y empleados;
- llevar a cabo actividades de las que les son propias a través de oficinas, sucursales o agencias de instituciones de crédito;

- invertir en acciones de otras sociedades que les presten servicios o cuyo objeto sea auxiliar o complementario de las actividades que realicen estas casas de bolsa, que señale la propia CNBV.
- Dichas sociedades estarán sujetas a las disposiciones de carácter general que expida la CNBV, así como a la inspección y vigilancia de la misma, actuar como especialistas bursátiles, celebrar operaciones financieras conocidas como derivadas, siempre y cuando cumplan con los requerimientos que en materia de administración de riesgos al efecto se establezcan.

En la Figura 1.11 (página 33) se observa la cartera de valores para las 34 casas de bolsa registradas. Es notable que el nivel de la cartera se haya mantenido en ascenso.

### **1.3.4 Sector de seguros y fianzas**

Las instituciones de seguros y de fianzas, representan una de las industrias más importantes del SFM. Las disposiciones de la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros (LGISMS) y de la Ley de Instituciones de Fianzas obligan a estas instituciones a crear parámetros para clasificar, identificar y conocer a sus clientes; obteniendo medidas necesarias de prevención de lavado de dinero, considerando las características del sector y los productos ofrecidos.

#### **1.3.4.1 Compañías de seguros**

Las compañías de seguros están conformadas por aquellas instituciones u organizaciones autorizadas por la SHCP que mediante un contrato de seguro, se obligan, mediante el pago de una prima, a resarcir un daño o a pagar una suma de dinero al verificarse la eventualidad prevista en el contrato. Asimismo están obligados a entregar al contratante del seguro una póliza en la que consten los derechos y obligaciones de las partes [CONDUSEF].

De acuerdo con el artículo 34 de la LGISMS, las instituciones de seguros son sociedades anónimas de capital fijo o variable que podrán:

- practicar las operaciones de seguros, reaseguro y reafianzamiento a que se refiere la autorización que exige la Ley;
- constituir e invertir las reservas previstas en la Ley;
- administrar las sumas que por concepto de dividendos o indemnizaciones les confíen los asegurados o beneficiarios; administrar las reservas correspondiente a contratos de seguros que tengan como base planes de pensiones relacionados con la edad o retiro de personas;

- actuar como institución fiduciaria en el caso de fideicomisos de administración en que se afecten recursos relacionados con el pago de primas por los contratos de seguros que se celebren, así como cuando se trate de fideicomisos privados complementarios de seguros obligatorios;
- administrar las reservas retenidas a instituciones del país y del extranjero, correspondientes a las operaciones de reaseguro y reafianzamiento; dar en administración a las instituciones cedentes, del país o del extranjero, las reservas constituidas por primas retenidas correspondientes a operaciones de reaseguro y reafianzamiento;
- efectuar inversiones en el extranjero por las reservas técnicas o en cumplimiento de otros requisitos necesarios, correspondientes a operaciones practicadas fuera del país;
- constituir depósitos en instituciones de crédito y en bancos del extranjero en los términos de esta Ley;
- recibir títulos en descuento y redescuento a instituciones y organizaciones auxiliares del crédito y a fondos permanentes de fomento económico destinados en fideicomiso por el GF en instituciones de crédito; otorgar préstamos o créditos;
- emitir obligaciones subordinadas que deberán ser obligatoriamente convertibles a capital, hasta por un monto igual al capital pagado de la institución;
- operar como valores en los términos de la disposiciones de la presente Ley y de la Ley del Mercado de Valores (LMV);
- operar con documentos mercantiles por cuenta propia, para la realización de su objeto social;
- adquirir construir y administrar viviendas de interés social e inmuebles urbanos de productos regulares;
- adquirir, los bienes muebles e inmuebles necesarios para la realización de su objeto social;
- invertir en el capital de las administradoras de fondos para el retiro y en el de las sociedades de inversión especializadas de fondos para el retiro (Siefores), en los términos de la legislación aplicable;
- actuar como comisionista con representación de empresas extranjeras; y efectuar en los términos que señale la SHCP las operaciones análogas y conexas que autorice.

De acuerdo con la cartera de valores de las Compañías de Seguros (Figura 1.12, página 35), se observa un crecimiento acelerado de los saldos de dicho intermediario.

#### 1.3.4.2 Instituciones de fianzas

Las compañías de fianzas otorgan, mediante un contrato, fianzas a título oneroso para garantizar el cumplimiento de las obligaciones contraídas por una persona física o moral (fiado) en caso de que esta no las cumpla ante el beneficiario (acreedor) [CONDUSEF].

Con base en los artículos 15 y 16 de la Ley Federal de Instituciones de Fianzas (LFIF), éstas son sociedades anónimas de capital fijo o variable, que practican operaciones de fianzas y de reafianzamiento, así como otras operaciones de garantía que autorice la SHCP.

De acuerdo con el artículo 16, las instituciones de fianzas sólo podrán:

- practicar las operaciones de fianzas y de reafianzamiento, así como otras operaciones de garantía que autorice la SHCP;
- constituir e invertir las reservas previstas en la LFIF;
- constituir depósitos en instituciones de crédito y en bancos del extranjero en los términos de esta Ley;
- operar con valores en los términos de la LFIF y de la LMV; operar con documentos mercantiles por cuenta propia para la realización de su objeto social;
- adquirir acciones de las sociedades a que se refieren los artículos 9o., 42 y 79 de la LFIF;
- adquirir acciones de sociedades que se organicen exclusivamente para adquirir el dominio y administración de bienes inmuebles destinados al establecimiento de las oficinas de la institución;
- dar en administración a las instituciones cedentes del extranjero, las primas retenidas para la inversión de las reservas constituidas, correspondientes a operaciones de reafianzamiento;
- administrar las reservas previstas en esta LFIF, a instituciones del extranjero, correspondientes a las operaciones de refianzamiento cedido;
- efectuar inversiones en el extranjero por las reservas técnicas o en cumplimiento de otros requisitos necesarios, correspondientes a operaciones practicadas fuera del país;
- adquirir, construir y administrar viviendas de interés social e inmuebles urbanos de productos regulares; adquirir bienes muebles e inmuebles necesarios para la realización de su objeto social;
- otorgar préstamos o créditos; recibir títulos en descuento y redescuento a instituciones de crédito, organizaciones auxiliares del crédito y a fondos permanentes de fomento económico destinados en fideicomiso por el GF en instituciones de crédito;

- actuar como institución fiduciaria sólo en el caso de fideicomisos de garantía con la facultad de administrar los bienes fideicomitidos en los mismos, los cuales podrán estar o no relacionados con las pólizas de fianzas que expidan, con excepción a lo dispuesto por el artículo 350 de la Ley General de títulos y operaciones de crédito; y emitir obligaciones subordinadas que deberán ser obligatoriamente convertidas en capital, hasta por un monto igual al pagado de la institución.

Las instituciones autorizadas para practicar exclusivamente operaciones de reafianzamiento podrán efectuar las actividades señaladas anteriormente con excepción de la emisión de fianzas.

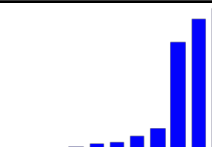
En la Figura 1.13 se presenta la cartera de valores de las Instituciones de fianzas en el periodo de enero de 2001 a noviembre de 2011. Aunque de 2003 a 2005 se observa una desaceleración, los saldos de la cartera de valores se recuperan significativamente a partir del 2006.

### **1.3.5 Sociedades de inversión especializadas en fondos para el retiro**

El artículo 39 de la Ley de los SAR estipula que las Siefores, administradas y operadas por las afores, tienen por objeto exclusivo invertir los recursos provenientes de las cuentas individuales que reciban en los términos de las leyes de seguridad social. Asimismo, las sociedades de inversión invertirán los recursos de las administradoras a que se refieren el artículo 27 y artículo 28 de esta ley.

En la Figura 1.14 se muestra la cartera de valores de las Siefores, cuyo crecimiento ha sido continuo en los últimos diez años.

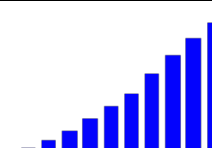
**Figura 1.11 Evolución de la cartera de valores de casa de bolsa.**  
(Cifras en millones de pesos)

	<u>Casas de Bolsa</u>											
	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011 <sup>*/</sup>	Gráfica
<b>Cartera de Valores</b>	6,627	7,126	7,032	9,381	12,374	15,022	23,305	35,593	157,132	189,907	205,385	

\*/ Incluye información preliminar a noviembre de 2011.

Fuente: elaboración propia a partir de información de Banxico, 2011.

**Figura 1.12 Evolución de la cartera de compañías de seguros.**  
(Cifras en millones de pesos)

	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011 <sup>*/</sup>	Gráfica
<b>Cartera de Valores</b>	68,457	86,058	105,182	133,819	157,639	186,459	227,971	268,135	305,563	338,762	372,906	

\*/ Incluye información preliminar a noviembre de 2011.

Fuente: elaboración propia a partir de información de Banxico, 2011.

**Figura 1.13 Evolución de la cartera de instituciones de fianzas.**  
(Cifras en millones de pesos)

	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011 <sup>*/</sup>	Gráfica
<b>Cartera de Valores</b>	1,185	1,306	975	1,017	1,164	1,801	1,842	2,175	1,754	1,783	1,912	

*\*/ Incluye información preliminar a noviembre de 2011.*

Fuente: elaboración propia a partir de información de Banxico, 2011.

**Figura 1.14 Evolución de la cartera de Siefores.**  
(Cifras en millones de pesos)

	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011 <sup>*/</sup>	Gráfica
<b>Cartera de Valores</b>	207,925	287,983	367,650	441,085	532,546	648,208	784,057	863,279	1,024,161	1,288,780	1,459,318	

*\*/ Incluye información preliminar a noviembre de 2011.*

Fuente: elaboración propia a partir de información de Banxico, 2011.

## Capítulo 2. Riesgo de crédito y la teoría de valores extremos

### 2.1 Introducción

La actividad principal de un banco es la intermediación financiera, la cual consiste en transferir los recursos de individuos que poseen un sobrante hacia individuos que necesitan dinero extra para consumirlo e invertirlo. Esta actividad económica involucra la posibilidad tanto de enfrentar pérdidas como de incumplir con el pago de las deudas contraídas, lo que forzaría al banco a salir del negocio. Para prevenir dicha situación, se han creado diversas herramientas para el monitoreo, gestión y control del riesgo, las cuales permiten a los administradores planificar adecuadamente la gestión bancaria y de esta forma garantizar la permanencia de la institución financiera en el mercado.

Una de las principales preocupaciones que tienen los administradores de riesgo consiste en la ocurrencia desproporcional, y de manera conjunta, de los incumplimientos que pueden darse en un portafolio de préstamos, situación conocida como riesgo de crédito extremo. Debido a lo anterior, surge la necesidad de contar con modelos que sean capaces de capturar la dinámica del portafolio de crédito y de cuantificar el nivel de riesgo que ésta conlleva, logrando así estimar la pérdida que puede tener el portafolio en un horizonte de tiempo dado. Finalmente, este análisis permitirá crear un capital que absorba las pérdidas inherentes al proceso de intermediación.

En este capítulo se analiza el riesgo crediticio, definido como la pérdida potencial causada por la falta de pago de un acreditado, incluyendo las garantías reales o personales que les otorguen; así como cualquier otro mecanismo de mitigación utilizado por las instituciones [Banxico]. Adicionalmente, se muestran los principales métodos utilizados para su estimación. La siguiente parte del capítulo comprende a la TVE, la cual permite evaluar el VaR durante periodos de crisis. Particularmente, se definirán los métodos de distribución del máximo y del mínimo, así como los modelos de MB y de PSU.

La TVE se basa en las distribuciones generalizadas de valor extremo (DGVE) y en el teorema de Fisher-Tippet (1928). Por otra parte, el método de PSU se basa en las Distribuciones Generalizadas de Pareto (DGP) y en el teorema de Pickands (1975).



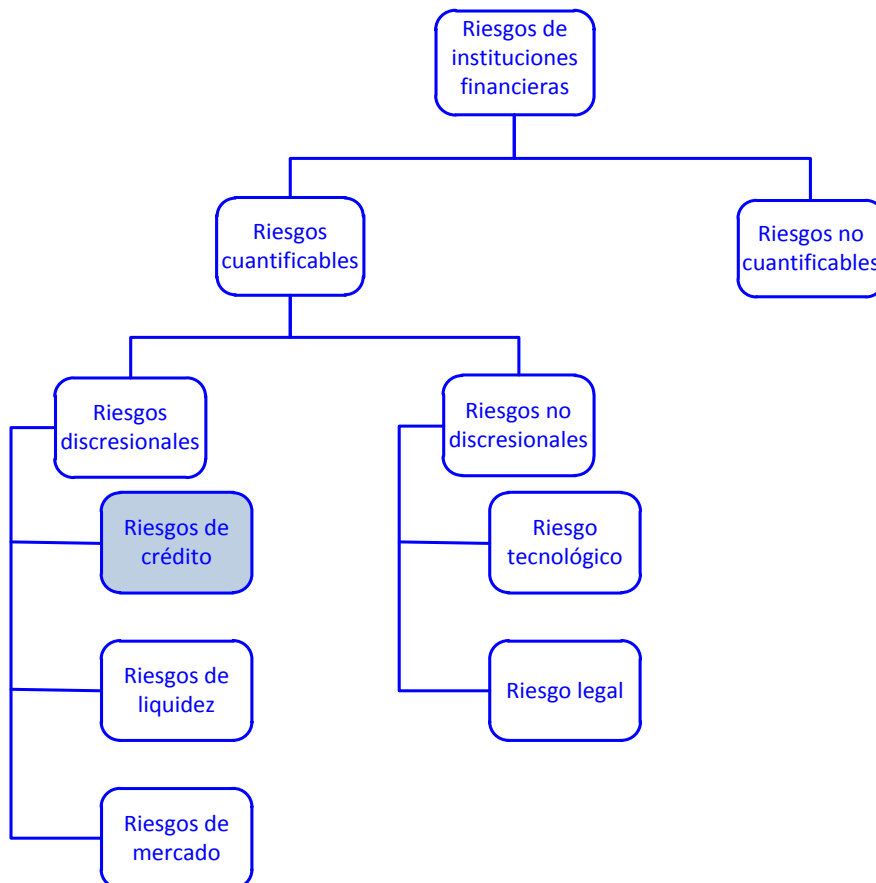
## 2.2 Riesgo de instituciones financieras

En finanzas, el concepto de riesgo está relacionado con la posibilidad de que ocurra un evento que se traduzca en pérdidas para los participantes de los mercados financieros, como pueden ser inversionistas, deudores o entidades financieras. El riesgo es producto de la incertidumbre que existe sobre el valor de los activos financieros debido a movimientos adversos de los factores que determinan su precio; a mayor incertidumbre mayor riesgo.

### 2.2.1 Clasificación

Los tipos de riesgos a los que se encuentran expuestas las instituciones financieras, así como sus subsidiarias, están regulados por dos ordenamientos: la Circular única de bancos (CUB) emitida por la CNBV; y la SHCP, que emite los requerimientos de capitalización. De acuerdo con la CUB, los riesgos de las instituciones financieras se clasifican de acuerdo a la Figura 2.1.

**Figura 2.1 Riesgo de instituciones financieras.**



Fuente: Elaboración propia con información de Banxico.

Como puede apreciarse en la figura anterior, el riesgo de crédito forma parte de los riesgos cuantificables, los cuales se presentan cuando es posible medir las pérdidas potenciales. Dichos riesgos se dividen en discrecionales, que resultan de la toma de una posición de riesgo; y en no discrecionales, los cuales resultan de la operación del negocio.

Específicamente, el riesgo de crédito se define como la pérdida potencial que se registra con motivo del incumplimiento de una contraparte en una transacción financiera (o en alguno de los términos y condiciones de la transacción). También se concibe como un deterioro en la calidad crediticia de la contraparte o en la garantía o colateral pactada originalmente. Se sabe que mientras más grande es una institución financiera, el análisis de crédito es menos homogéneo y se requieren fuertes inversiones en capacitación. Además, debido a problemas burocráticos para los solicitantes de financiamiento, técnicas paramétricas basadas en estadística están reemplazando al análisis de crédito tradicional.

Las primeras investigaciones y predicciones de quiebras de empresas fueron realizadas por Edward I. Altman, académico de la escuela de negocios de Nueva York. Comenzando la década de los noventa, señaló que el próximo gran reto financiero sería la administración del riesgo de crédito, que consiste en medir, minimizar y prevenir las pérdidas esperadas y las pérdidas no esperadas que surgen de las actividades relacionadas con el otorgamiento de préstamos en general. Antes de los estudios hechos por Altman, sólo se habían implementado los modelos tradicionales de riesgo de crédito, los cuales predicen la quiebra de las empresas a partir de las variables independientes (razones financieras, indicadores micro y macroeconómicos) más relevantes a nivel estadístico.

El problema de fondo para las instituciones que intervienen en el mercado de crédito consiste en asignar el capital de reserva, también conocido como capital económico. Para ello, se busca una metodología basada en la relación de intercambio entre el riesgo y el rendimiento, que combine en un portafolio global los diferentes tipos de instrumentos que cotizan en distintos mercados y que requieran de técnicas de valuación particulares.

Dado que en los últimos años el uso de nuevos instrumentos financieros ha incrementado el riesgo potencial al cual están expuestas las instituciones, han surgido nuevos parámetros para medir el riesgo de incumplimiento, y en consecuencia, para implementar políticas de protección a las mismas instituciones.

### 2.2.2 Métodos de medición del riesgo de crédito

A diferencia del riesgo de mercado, el desarrollo de metodologías para medir el riesgo de crédito ha sido relativamente menor. Esto se debe a las dificultades que se tienen para identificar y medir los factores que intervienen en este tipo de riesgo, a la ausencia de información adecuada, y al costo de elaborarlas, entre otras.

Aún con estas limitantes, se han desarrollado diferentes metodologías cuyo propósito es el de estimar la probabilidad de incumplimiento, entre las que se incluyen: técnicas estadísticas y multivariadas, análisis de modelos de clasificación, árboles de decisión, modelos de elección cualitativa ("*probit*" y "*logit*") y análisis de matrices de transición.

Es pertinente señalar que el objetivo final de medir el riesgo de crédito es prever las pérdidas potenciales en las que podría incurrir una institución en el otorgamiento de préstamos; por ello, las metodologías buscan calcular la probabilidad de incumplimiento de un deudor frente a un acreedor una vez asumida la deuda.

Tradicionalmente, para medir dicha exposición al riesgo los bancos han realizado procesos homogéneos que se resumen en un segmento de pasos basado en las cinco "C" del crédito, también llamado modelo experto, en el cual la decisión se deja en manos de un analista. Implícitamente, la experiencia de dicha persona, su juicio subjetivo y la evolución de dichos factores constituyen los elementos determinantes para el otorgamiento o no del crédito. Los cinco factores claves se describen a continuación:

- Carácter. Mide la reputación de la firma, su voluntad para pagar y su historial de pago. Se ha establecido empíricamente que la antigüedad de creación de una empresa es un indicio adecuado de su reputación de pago.
- Capital del solicitante. Calcula la contribución de los accionistas en el capital total de la empresa y su capacidad de endeudamiento, estimando la proporción de recursos propios en relación con los recursos de terceros.
- Capacidad de pago. Evalúa la habilidad para pagar, la cual se refleja en la volatilidad de los ingresos del deudor; es decir, en la viabilidad de las ganancias del acreditado. Involucra un análisis financiero exhaustivo del solicitante.
- Colateral. En el caso de incumplimiento, el banquero tiene determinados derechos sobre el colateral gravado por el acreditado. Cuanto más prioritaria sea la reclamación, mayor es el valor de mercado del colateral correspondiente y menor la exposición al riesgo de crédito.
- Ciclo económico. Es un elemento importante en la determinación de la exposición crediticia, sobre todo en aquellos sectores económicos que dependen de él.

En la práctica se ocupa una metodología más amplia debido a que su objetivo es obtener una clasificación de los acreditados y de las operaciones crediticias. Dentro de las deficiencias de este modelo, se encuentran dos problemas principales: inconsistencia y subjetividad, por lo que se vuelve muy difícil la comparación de rangos y la toma de decisiones. Por lo anterior, varias metodologías han ido reemplazando el modelo tradicional.

En cuanto al enfoque moderno, en las últimas décadas han surgido varios modelos que proporcionan estimadores de las pérdidas no esperadas, indicando el capital necesario para hacerle frente a este tipo de riesgo. Entre dichos modelos, se cuentan:

- a. Modelos condicionales: pretenden conocer las causas del incumplimiento haciendo un análisis de correlaciones de causalidad entre las diferentes variables financieras, sectoriales y macroeconómicas. En este tipo de modelos se puede encontrar el *“Credit Portfolio View”* y *“Credit Monitor”*.
- b. Modelos no condicionales: buscan calcular las probabilidades de incumplimiento utilizando la información de un cierto conjunto de variables que caracterizan a los individuos sujetos de crédito.
- c. Modelo *Z-Score*: creado por Altman (1968), utiliza el análisis discriminante como la técnica apropiada para obtener una combinación lineal de las características que mejor distingan a los grupos clasificados; es decir, que maximicen la varianza entre grupos y la minimicen dentro de cada conjunto. Así, se pretende clasificar a las empresas en dos: bancarota y no bancarota. Debido a que para su cálculo se ocupan razones financieras, no se pueden identificar los datos relevantes en el otorgamiento de un crédito y su uso es, principalmente, en empresas grandes.
- d. Modelo Zeta: en 1977, Altman, Haldeman y Narayanan introdujeron algunas modificaciones al modelo *Z-Score* original, entre las que se incluyen cambios en los estándares de cálculo de las principales razones financieras y el uso de técnicas más recientes del análisis estadístico. Esto permitió incluir a empresas medianas. Adicionalmente, predice la bancarota de las empresas con antelación de cinco años y con un nivel de confiabilidad de 70 por ciento, o bien, permite predecir con un año de anticipación la bancarota con un nivel de confiabilidad de 96 por ciento.
- e. Modelos de respuesta binaria: se enfocan en estimar una ecuación que permita obtener la probabilidad de que un evento *i* ocurra dependiendo de los atributos que caracterizan al individuo que realiza la elección. Por ejemplo, los modelos *“probit”* y *“logit”* suponen una relación lineal entre la variable dependiente y las independientes; por lo tanto, su metodología permite identificar y cuantificar los efectos de los determinantes de la probabilidad de incumplimiento tanto para estimar como para pronosticar la misma.

Como se ha señalado, el desarrollo de modelos para portafolios crediticios es fundamental para una administración eficaz, ya que éstos permiten disponer de indicadores para monitorear el riesgo que se encuentra implícito cada uno, lo que ayuda a asignar de manera adecuada el capital que necesita la institución financiera para afrontar el nivel de riesgo asumido. Existen una gran cantidad de indicadores de riesgo para portafolios crediticios, siendo los más importantes:

- VaR: Es el cuantil de la distribución de pérdidas y ganancias asociadas a la cartera de crédito para un periodo de tiempo y un nivel de confianza dado; el VaR hace la pregunta ¿Cuál puede ser mi mayor pérdida?;
- Pérdida esperada (PE): Es la media de la distribución de pérdidas y ganancias, indica cuánto se puede perder en promedio y está asociada a la política de reserva preventiva que la institución debe tener contra los riesgos crediticios; y
- Pérdida no esperada (PNE): Esta medida puede estimarse como la diferencia entre el VaR y la PE, misma que permite determinar el capital requerido por el acreedor para hacer frente a las pérdidas no anticipadas que puede tener el portafolio. Por ejemplo, la provisión es un fondo de contingencia que protege a la cartera de crédito, y representa el porcentaje del crédito original que las autoridades financieras esperan que se pierda debido al deterioro actual de la misma. Adicionalmente, el capital económico corresponde a un fondo que conforman los accionistas del banco para afrontar las pérdidas potenciales que son mayores a lo esperado por la cartera de crédito.
- Límites de crédito, que constituyen una política ampliamente utilizada por los bancos ya que permiten controlar o limitar las pérdidas de los créditos en caso de incumplimiento. Para ello, los administradores deben desarrollar procesos de autorización de los límites de crédito, con los cuales se establece el monto máximo en riesgo que se está dispuesto a asumir con un cliente actual o futuro. Los elementos básicos a considerar para el establecimiento de límites de créditos en una institución financiera son la orientación del banco y su plan anual de negocios, este último plantea el monto total de crédito a otorgar durante un período dado ya sea por grupo económico y/o por crédito individual.

Finalmente, mediante el uso de estos indicadores es posible relacionar la rentabilidad esperada del portafolio con el riesgo asumido por la institución financiera, de tal manera que ésta pueda conocer *a priori* cuanto debe disponer de capital para obtener el nivel de rentabilidad deseado.

A pesar de su importancia, la construcción de modelos que permitan capturar la dinámica interna de los créditos de un portafolio se complica por las siguientes razones:

- Falta de información. La escasez de este factor se constituye como el principal obstáculo para utilizar métodos estadísticos que cuantifiquen el riesgo de crédito de un portafolio, lo que limita la calibración de los modelos de crédito.
- Sesgo en la distribución de pérdida. Típicamente, su distribución tiene un fuerte sesgo, el cual involucra una relativa cola pesada a la derecha. Esto se debe a que, de los créditos otorgados en un período, la mayoría de ellos pagan según los términos establecidos al inicio del contrato, dando a la institución una pequeña ganancia relacionada con la tasa de interés pactada; sin embargo, existen algunos créditos que no realizan sus pagos según lo pactado, y como resultado, la institución pierde tanto el capital como el interés, lo que produce que la pérdida sea mucho mayor que la rentabilidad obtenida por el portafolio crediticio. Por esta razón, es necesario que el banco disponga de grandes montos para cubrir dichas pérdidas.
- Necesidad de incorporar dependencia en el modelo. Esta dificultad resulta de la ocurrencia desproporcional de una gran cantidad de incumplimientos de los créditos para un período particular. Este riesgo se relaciona directamente con la dependencia entre los eventos de incumplimiento, de hecho tiene un gran impacto en las pérdidas extremas que puede tener el portafolio crediticio.
- Gran número de créditos en el portafolio. Es un inconveniente mucho más complejo cuando se toma en cuenta que cada crédito presenta diferentes niveles de exposición, provocando que las pérdidas entre los deudores sean distintas. El riesgo de la cartera depende de la concentración de la misma, exposición y número de créditos.

A nivel mundial, se han desarrollado varios modelos econométricos para cuantificar el riesgo de crédito en un portafolio, los cuales tratan de incorporar los aspectos antes señalados y cuyos principales objetivos son:

- Cuantificar la dependencia entre incumplimientos.
- Calibrar el modelo con datos reducidos a partir de métodos estadísticos.
- Estimar la probabilidad de incumplimiento de los créditos.
- Medir la concentración de la cartera.

Dependiendo de la formulación que se haga a los modelos de riesgo de crédito, éstos pueden ser divididos en dos grupos, los modelos estructurales y los de forma reducida.

Los modelos estructurales, también conocidos por umbrales, se han desarrollado a partir del modelo propuesto por Merton (1974), el cual presenta un mecanismo para cuantificar el incumplimiento de una empresa en términos de la relación entre los activos y las

obligaciones que deben ser cubiertos al final de un período. Específicamente, estos fueron creados para medir el nivel de pérdida que puede tener un portafolio formado por créditos corporativos, donde se considera que una empresa cae en incumplimiento cuando sus activos no alcanzan a cubrir el nivel de obligaciones de largo y mediano plazo. Por otra parte, para cuantificar la dependencia entre las empresas se considera que existen ciertos factores comunes y no observables que controlan el comportamiento estocástico de los activos, para lo cual se utilizan modelos factoriales.

Los modelos estructurales mejor conocidos incluyen:

- *“CreditMetrics™”*: Este modelo fue desarrollado en 1997 por un grupo de instituciones financieras a cargo de J.P. Morgan, y supone que el riesgo de crédito depende de cambios en la calificación crediticia. La fluctuación de la calidad de los créditos se modela con una matriz de transición.
- *“CreditRisk+”*: Es el principal modelo perteneciente a la categoría de los modelos de forma reducida, se deriva a partir de conceptos de tipo actuarial, y como característica, las probabilidades de incumplimiento se explican mediante ciertos factores de riesgo, cada uno de ellos distribuido de acuerdo con una distribución gamma independiente.
- *KMV*: Esta metodología se basa directamente en el modelo de Merton, y difiere significativamente de *“CreditMetrics™”*, ya que utiliza las frecuencias esperadas de impago como probabilidades de incumplimiento en vez de considerar las de transición asociadas a algún esquema de calificación.

Los modelos de forma reducida, o econométricos, pretenden explicar el comportamiento de la probabilidad de incumplimiento de los créditos a partir de ciertas variables exógenas, dando como resultado una distribución analítica del portafolio.

Cabe recalcar que, para la implementación de los modelos antes señalados es necesario: disponer de una amplia información histórica crediticia, limitar el número de créditos que conforma el portafolio, y cuantificar la dependencia entre ellos a través de una distribución normal multivariada. Sin embargo, implementar estos modelos en mercados poco desarrollados como el de los intermediarios financieros es complicado, ya que las instituciones financieras no disponen de un amplio historial crediticio, y las carteras están conformadas por miles de créditos.

### **2.2.3 Modelos de riesgo de crédito**

Supónganse que se dispone de un portafolio con  $N$  préstamos o bonos, y el administrador quiere conocer el valor del mismo al final de un año, el primer inconveniente para

determinar el dato es conocer el comportamiento que puede tener cada préstamo. Un préstamo al final del año puede estar en uno de los siguientes estados: cumplir o incumplir el pago del préstamo según lo pactado, desde el punto de vista estadístico, este comportamiento se puede considerar como un experimento de Bernoulli, y se define de la siguiente manera:

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{con probabilidad } p_i & \text{incumplimiento} \\ 0 & \text{con probabilidad } 1 - p_i & \text{cumplimiento} \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, N$$

donde, la variable  $X_i$ , está asociado con el préstamo  $i$ .

Si el estado del préstamo es el incumplimiento en un período futuro  $T$ , entonces el prestamista solamente recibe un porcentaje del total de la deuda, éste corresponde a la tasa de recuperación, la cual se considera aleatoria ya que depende de la calidad crediticia del préstamo; es decir, si éste tiene una mala calificación, por ejemplo "E", entonces la tasa de recuperación será baja, ya que para recobrar el monto prestado se tiene que incurrir en costos legales, operacionales y de cobranza, situación contraria cuando se tienen una buena calificación crediticia.

Si se denota por  $r_i$  a la tasa de recuperación, y  $L_i$  al valor del préstamo, entonces la pérdida del portafolio en un período de tiempo  $T$  será:

$$L = \sum_{i=1}^N X_i(1 - r_i)L_i$$

Así, tan pronto se identifique a la distribución multivariada del vector aleatorio  $(X_1, \dots, X_N, r_1, \dots, r_N)$ , la distribución de pérdida del portafolio al período  $T$  queda completamente especificada.

Dado que la dependencia entre la tasa de recuperación y el incumplimiento no es tan fácil de comprender, los modelos que sirven para medir el riesgo crédito que se han desarrollado a nivel internacional (*KMV*, *CreditMetrics<sub>TM</sub>*, *CreditRisk<sub>++</sub>*) asumen que la tasa de recuperación se puede considerar como determinística, de tal manera que solamente es necesario conocer la distribución multivariada del vector aleatorio  $(X_1, \dots, X_N)$ , para determinar la misma de pérdida del portafolio de crédito.

Desde el punto de vista estadístico existen tres problemas a tomar en cuenta cuando se modela la distribución de pérdida de un portafolio de crédito: 1) dependencia entre incumplimientos; 2) número de créditos del portafolio; y 3) falta de información histórica.



Los modelos que han tratado de solucionar estos problemas son *CreditMetrics<sub>TM</sub>*; *KMV* y *CreditRisk+*; de los cuales, se puede considerar que *KMV* y *CreditMetrics<sub>TM</sub>* son equivalentes siempre y cuando se restrinja a un portafolio de pérdidas para un período. En ambas aproximaciones se considera que el retorno del logaritmo de los activos sigue una distribución normal multivariada, además se toma en cuenta que una empresa cae en incumplimiento en el período  $T$  si el valor de los activos cae muy por debajo de un cierto umbral o cuando el logaritmo estandarizado del retorno de los activos se presenta inferior de un punto de incumplimiento  $DD$  que es la distancia al incumplimiento.

Las principales características *KMV/ CreditMetrics<sub>TM</sub>* y *CreditRisk+* se pueden resumir en esta sección:

- *KMV/ CreditMetrics<sub>TM</sub>*

$Z$  = Retorno de los activos estandarizado

$\sim N(0; \Sigma)$ ,  $\Sigma$  = Matriz de correlaciones

$$Z_i = \sum_{j=1}^K a_{ij} R_j + \varepsilon_i \quad (\text{Modelo Factorial}),$$

$X_i$  = Indicador de incumplimiento de la empresa  $i$

$$= I\{z_i < DD_i\} = I\{z_i < \Phi^{-1}(p_i)\}$$

$p_i$  = Probabilidad de incumplimiento de una empresa  $i$

- *CreditRisk+*

$X_i$  = Indicador de incumplimiento de la empresa  $i$ ,  $X_i \sim \text{Bernoulli}(p_i)$

$$p_i = \bar{p}_i \sum_{j=1}^K a_{ij} R_j, \quad (\text{Modelo Factorial}),$$

$$\text{Con } \sum_{j=1}^K a_{ij} = 1$$

$\bar{p}_i$  = Probabilidad de incumplimiento de una empresa  $i$

- El monto de cada uno de los créditos que conforman la cartera. Estos corresponden al saldo insoluto de los créditos, ya que lo que se desea saber es la cantidad de dinero que se puede perder en caso de que el acreditado se declare en quiebra.
- La probabilidad de quiebra de estos créditos, bajo el supuesto de que todos los créditos son homogéneos y por consiguiente todos tienen la misma probabilidad de quebrar.

El VaR corresponde al cuantil asociado al nivel de confianza fijo de la distribución de probabilidades de pérdidas y ganancias que puede tener el conjunto de activos, en un horizonte de tiempo dado, dadas las condiciones de incertidumbre que prevalecen en ese momento en el mercado [Banxico, 2005]. La importancia del VaR radica en que una sola cifra resume la exposición de la entidad al riesgo de crédito. Con el conocimiento de dicha pérdida, los directivos de una empresa pueden realizar toma de decisiones.

La volatilidad es la variable más importante para determinar el VaR de un portafolio de activos. Existen muchos métodos para el cálculo de esta variable, pero los más utilizadas en la práctica profesional son las siguientes:

- Volatilidad histórica: según estudios realizados en la búsqueda de estimadores de la varianza, se ha demostrado que es mejor considerar únicamente el cuadrado de los rendimientos.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (r_i)^2}{n}}$$

donde  $r_i$  es la tasa de recuperación. Además, partiendo del supuesto que la media de los rendimientos igual a cero se tiene que:

$$\sigma = \frac{1}{T} \sum_{i=0}^T r_{t-i}^2$$

- Volatilidad dinámica o con suavizamiento exponencial: es una manera de capturar rápidamente fuertes variaciones de precios en los mercados debido a su ponderación, por lo que es de gran utilidad en periodos de volatilidad.

$$\sigma_t^2 = (1 - \lambda) \sum_{i=1}^T \lambda^{i-1} r_{t-i}^2$$

donde  $\lambda \in (0,1)$  conocido como factor de decaimiento y determina los pesos que se aplican a cada observación y la cantidad de los datos que se ocuparán para estimar la volatilidad, si  $\lambda=1$  entonces el modelo se convierte en volatilidad histórica con pesos uniformes en las observaciones.

- Método del error de la raíz cuadrada media (ERCM), para determinar una lambda óptima que minimice el error pronosticado de la varianza [Lara, 2001]:

$$\text{ERCM} = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{i=0}^T [r_{t-i}^2 - \sigma_{t+1}^2(\lambda)]^2}$$

- Volatilidad implícita [Lara, 2001]: se ocupa la fórmula Black-Scholes. Útil únicamente cuando se utilizan contratos de opciones.

- VaR con simulación Montecarlo. A diferencia del método de volatilidad histórica, este método consiste en generar de manera aleatoria escenarios de ocurrencia de los factores de riesgo que afectan el valor de los activos contenidos en un portafolio de activos financieros.

Un vez generados los escenarios, se procede igual que en la simulación histórica; es decir, se valúa la cartera con los valores de los factores de riesgo asociados a cada escenario y se obtienen las pérdidas o ganancias asociadas, como la diferencia entre su valor actual y el que corresponde al escenario. Así, se obtiene la distribución de probabilidades de pérdidas y ganancias, y el VaR como el cuantil de la distribución correspondiente al nivel de confianza escogido. Además, la simulación de Montecarlo es aplicable a instrumentos no lineales, por lo que se busca incorporar escenarios que pudieran ocurrir, aunque nunca hayan sido observados.

Las limitaciones de la técnica son, en primer lugar, que se requieren supuestos sobre las distribuciones de probabilidad que caracterizan el comportamiento de los factores de riesgo, así como sus correlaciones entre sí, lo cual puede generar escenarios incongruentes con el comportamiento real de los mercados y al crédito, aún en condiciones de crisis. En segundo lugar, la demanda sobre los recursos de cálculo, para generar un número suficientemente grande de escenarios que dé confiabilidad estadística a los resultados, es considerable.

Aunque el VaR es una de las medidas que con mayor frecuencia se utilizan para la estimación de pérdidas potenciales en el rendimiento de un activo o de un portafolio durante un periodo de tiempo y con un nivel de confianza dados, las diferencias desconocidas entre las condiciones que imperan en el mercado accionario y de crédito dificultan su adecuada estimación.

Adicionalmente su cálculo presenta dos problemas, el primero es que generalmente supone que los retornos del activo siguen una distribución normal, a pesar de que existe gran evidencia de que no se ajusta en forma correcta a los datos. La gran diferencia entre la distribución normal y la real de las series financieras es el fenómeno de colas gruesas (esto es, mayor densidad probabilística en los extremos de la distribución lo que implica una alta curtosis, mayor a tres, la cual se presenta en una distribución normal, también presentan asimetría). El segundo problema consiste en que utiliza todas las observaciones de la serie financiera, por lo que la distribución estimada se ajusta bien a las observaciones centrales pero deja a un lado las observaciones extremas dado que éstas son muy pocas; sin embargo, son estas observaciones las que realmente son de interés en la medición del VaR [Cardozo,

2004]. Para medir estos eventos de magnitud descomunal (auges o caídas), se requiere del uso de DGVE, las cuales proporcionan un modelado más adecuado del comportamiento de los posibles rendimientos [Venegas, 2006].

### **2.3 Teoría de valores extremos**

La TVE es una disciplina estadística que desarrolla un conjunto de modelos y métodos tanto paramétricos como no paramétricos con el objeto de describir, cuantificar y modelar los máximos o mínimos de una variable aleatoria [García, 2004]. El interés principal de la TVE no está en el promedio, sino en los valores más bajos o más altos de la variable bajo estudio; es decir, modela el comportamiento de la cola de distribución [Bensalah, 2000].

A modo de resumen introductorio, se puede afirmar que la TVE no predice el futuro sino que proporciona información sobre fenómenos extraordinarios en un espacio de incertidumbre. En el campo de los seguros y de las finanzas, puede aplicarse a la toma de decisiones y a la gestión y medida del riesgo.

Un punto importante al aplicar la TVE es la consideración de incertidumbre una vez elegido el modelo estadístico para el umbral de pérdida máxima. Puede existir un riesgo intrínseco, por ejemplo, puede centrarse en la asignación de los datos elegidos, el empleo de pérdidas mensuales en vez de diarias, etc; lo anterior sugiere un análisis detallado del riesgo.

La DGVE es la distribución asintótica para modelar máximos (o mínimos) de Fisher y Tippet (1928), Von Mises (1936) o Gnedenko (1943) la cual permitió el desarrollo de los modelos fundamentales de la TVE [García, 2004]. Posteriormente, Gumbel avanzaría en la estadística no paramétrica para estimar frecuencias con base en la ordenación de los siniestros.

Por otra parte, el teorema de Pickands-Balkema-de Haan (Balkema y de Haan 1974, Pickands 1975) daría lugar al modelo concerniente a la distribución de los excesos por encima de un umbral, donde cobra interés el comportamiento del valor extremo (VE) una vez alcanzado un elevado nivel; esta distribución truncada por la izquierda, se conoce como DGP. [García, 2004].

Los modelos basados en la DGP se utilizan comúnmente debido a su simplicidad, ya que es posible obtener fórmulas paramétricas simples para medir riesgos extremos, así como estimar con relativa facilidad el error estadístico por medio de técnicas de máxima verosimilitud (MV).

Además, de manera alterna al uso de los cuantiles de la distribución de los retornos para calcular el VaR, se puede usar la distribución de los valores máximos de los retornos para modelar exclusivamente los valores extremos y usar los cuantiles de esta distribución para obtener una mejor estimación del VaR [Aguirre, 2010].

### 2.3.1 La distribución generalizada del valor extremo

La TVE analiza la condición bajo la cual los extremos de una muestra aleatoria  $X_1, \dots, X_n$  convergen hacia una distribución límite no degenerada cuando el tamaño de la muestra  $n$  tiende hacia infinito. Para ello, se asume que las variables aleatorias  $X_i$  son independientes e idénticamente distribuidas (i.i.d.) respecto a una distribución dada  $F$ . Las variables aleatorias deben ser forzosamente positivas y, por tanto, las funciones de distribución están truncadas en cero por la izquierda.

Es importante comentar que así como el teorema del límite central (TLC) ocupa un papel preponderante en la distribución límite, la familia de DGVE juega un papel primordial en el estudio del comportamiento límite de los extremos muestrales.

#### 2.3.1.1 Distribución del máximo: teorema de Fisher-Tippet

La DGVE es aquella que ajusta los MB de observaciones adecuadamente normalizadas. Surge a partir del desarrollo del teorema de Fisher-Tippet, el cual sobre leyes límite, estima la distribución del máximo. Según éste, sean un conjunto de variables aleatorias i.i.d. con una función de distribución común  $F(x)$  y donde  $M_n$  representa el máximo de todas ellas. El producto de las probabilidades conduce a la convolución enésima de la función  $F(x)$  y estandarizando adecuadamente el máximo en el límite con  $a_n$ : medida de la tendencia central de la distribución y  $b_n$ : medida de la dispersión; existe una distribución asintótica  $G(x)$  que ajusta dicho máximo normalizado:

Siendo  $X_{1,n} \geq X_{2,n} \geq \dots \geq X_{n,n}$  una secuencia de variables aleatorias i.i.d. con función de distribución  $F$  que representan los retornos logarítmicos de un activo  $X_i = -\ln(P_i/P_{i-1})$ . Una función de distribución desconocida  $F(x) = P\{X_{i,n} \leq x\} \forall i$ . Donde la máxima pérdida en un conjunto de  $n$  datos se define como:

$$M_n = X_{1,n} = \max(X_{1,n}, X_{2,n}, \dots, X_{k,n}, \dots, X_{n,n})$$

Y además, la probabilidad medida por la función de distribuciones del máximo, es:

$$P(M_n \leq x) = P(X_1 \leq x, \dots, X_n \leq x) = \prod_{i=1}^n F(x) = F^n(x)$$

Normalizada de forma adecuada, según el teorema de Fisher-Tippett sobre leyes límites de máximos, si existen las constantes  $b_n > 0$  y  $a_n \in \mathfrak{R}$ , así como una función no degenerada  $G$  tal que:

$$P\left(\frac{M_n - a_n}{b_n} \leq x\right) = F^n(a_n + b_n x) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} G(x); b_n > 0 \quad \text{y} \quad a_n \in \mathfrak{R}$$

Entonces,  $G(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\frac{M_n - a_n}{b_n} \leq x\right) \quad x \in \mathfrak{R}$  es una distribución asintótica derivada a partir de la función de una exponencial y representa la función de distribución estándar del valor extremo.

Esta aproximación es la base de la TVE, que da respuesta a la primera cuestión planteada: los máximos normalizados convergen hacia la DGVE.

Donde la aproximación asintótica para  $F^n(x)$  está basada en el máximo estandarizado  $Z_n = \frac{M_n - a_n}{b_n}$ . El teorema de Fisher-Tippett establece que si  $Z_n$  converge a una distribución no degenerada, ésta es la DGVE, lo que equivale a decir que  $Z_n$  está en el máximo dominio de atracción de DGVE. Cabe resaltar que, por convención, las pérdidas son tratadas como un número positivo, lo que hace que los eventos extremos de pérdidas estén en la cola derecha de la distribución.

La DGVE es:

$$G_\xi(z) = \begin{cases} e^{-(1 + \xi z)^{-1/\xi}} & \xi \neq 0 \\ e^{-e^{-z}} & \xi = 0 \end{cases} \quad 1 + \xi z > 0$$

De dicho desarrollo asintótico aparecen tres tipos de distribución límite, esta aproximación es fundamental ya que la distribución límite  $G(x)$  siempre pertenece a una de estas tres distribuciones sea cual sea la original de los datos  $F(x)$ ; es decir, la distribución asintótica de los máximos se puede estimar sin realizar suposiciones acerca de la naturaleza de la original de las observaciones, generalmente desconocida.

Se puede decir además que  $F(x)$  se encuentra en el máximo dominio de atracción (MDA) de  $G(x)$  como se muestra en el siguiente Cuadro 2.1:

**Cuadro 2.1 Distribución límite para los máximos**

Distribución inicial $F(x)$	Distribución límite para los máximos $G(x)$	
Exponencial Gamma Normal Log-normal	TIPO I	Gumbel – colas medias
Pareto Cauchy Burr Log-Gamma	TIPO II	Fréchet – colas gruesas
Uniforme Beta	TIPO III	Weibull – colas cortas o suaves

Fuente: Cuadro realizado con información de García, 2004.

Se dice que una variable aleatoria  $X$  pertenece al MDA de una DGVE si existen los parámetros  $b_n > 0$  y  $a_n \in \mathcal{H}$  de modo que:

$$\frac{M_n - a_n}{b_n} \xrightarrow{d} G \quad \text{cuando } n \rightarrow \infty \text{ se cumpla.}$$

Es decir, se verifica que:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(M_n \leq b_n \cdot X + a_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} F^n(b_n \cdot X + a_n) = G(X) \quad \text{con } X \in \mathcal{H}$$

y se dice que  $X \in MDA(G)$ .

En conclusión, gracias al teorema de Fisher-Tippet y a las subsecuentes investigaciones de autores como Fréchet, Gumbel y Gnedenko, se llega al desarrollo de la DGVE, exponiendo que bajo condiciones suaves, se puede aproximar la distribución de probabilidad de los máximos mediante las tres distribuciones estándar. La ventaja de emplear la distribución límite  $G$  es que no se requiere de un conocimiento detallado de la función de origen  $F$ . Sin embargo, surge una complicación: existen tres leyes límite y la aplicación de cada una de ellas depende de la forma de la cola de  $F$ .

- **TIPO I: Distribución de Gumbel para colas medias.**

Se dice que una variable aleatoria  $X$  tiene función de densidad,  $g_0(x)$ , con parámetros  $\mu$  y  $\sigma$ , si:

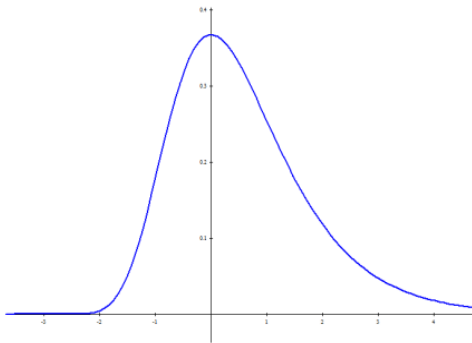
$$g_0(x) = \frac{1}{\sigma} e^{-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)} \exp\left\{-e^{-\frac{x-\mu}{\sigma}}\right\}, \quad x, \mu \in \mathfrak{R} \quad \gamma \quad \sigma > 0$$

Bajo esta distribución la cola decrece de forma exponencial.

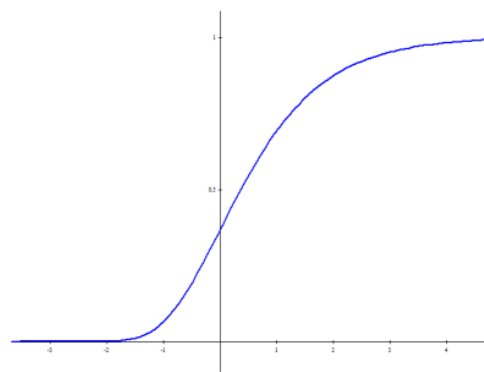
La función de distribución acumulada está dada por:

$$G_0(x) = \exp\left\{-e^{-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)}\right\}, \quad x \in \mathfrak{R}$$

**Figura 2.2 Distribución de Gumbel para colas medias.**



Función de densidad de Gumbel



Función de distribución de Gumbel

Gráficas realizadas con el paquete estadístico Xtremes 4.1

- **TIPO II: Distribución de Fréchet para colas gruesas.**

Acotada por la izquierda, es la más importante en aplicaciones al seguro, reaseguro y finanzas. Una variable aleatoria  $X$  tiene función de densidad del tipo Fréchet con parámetros  $\alpha > 0$ ,  $\mu > 0$  y  $\sigma > 0$ :

$$g_1(x) = \begin{cases} \frac{\alpha}{\sigma} \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{-(1+\alpha)} e^{-(x-\mu/\sigma)^{-\alpha}} & x \geq \mu \\ 0 & x < \mu \end{cases}$$

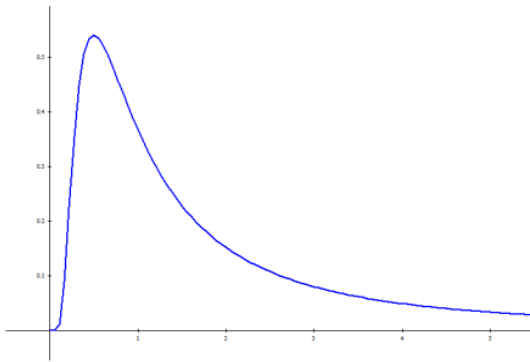


La función de distribución acumulada está dada por:

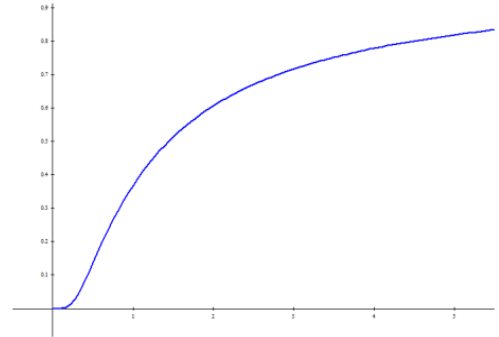
$$G_1(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \exp\{x^{-\alpha}\} & x > 0 \end{cases} \quad \alpha > 0$$

Definida para valores positivos y caracterizada por un parámetro  $\alpha$  o índice de cola positivo. Bajo esta distribución la cola decrece de manera potencial.

**Figura 2.3 Distribución de Fréchet para colas gruesas.**



Función de densidad de Fréchet



Función de distribución de Fréchet

Gráficas realizadas con el paquete estadístico Xtremes 4.1

- **TIPO III: Distribución de Weibull para colas cortas o suaves**

La densidad y distribución de una variable aleatoria de tipo Weibull se obtiene al sustituir  $\frac{x-\mu}{\sigma}$  por  $-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$ . En este caso, también se tiene que  $\alpha < 0$ ,  $\sigma > 0$  y  $x \leq \mu < 0$ :

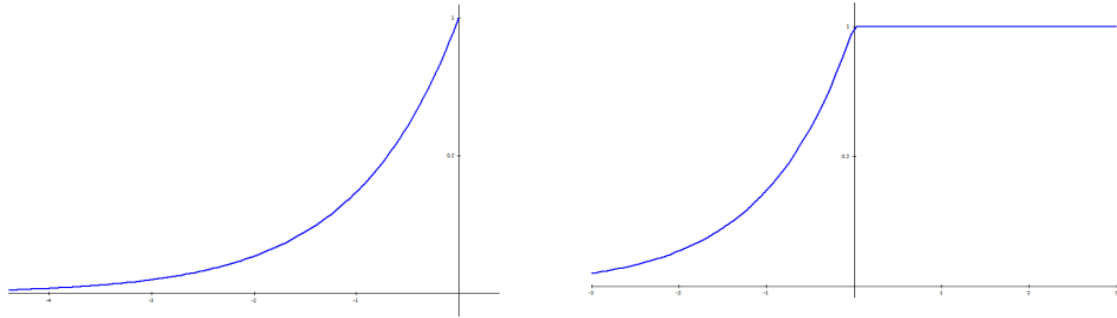
$$g_2(x) = \begin{cases} \frac{|\alpha|}{\sigma} \left(-\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{-(1+\alpha)} e^{-(x-\mu/\sigma)^{-\alpha}} & x \leq \mu \\ 0 & x > \mu \end{cases}$$

La función de distribución acumulada está dada por:

$$G_2(x) = \begin{cases} e^{-\left(\frac{-(x-\mu)}{\sigma}\right)^{-\alpha}} & x \leq \mu \\ 1 & x > \mu \end{cases}$$

Definida para valores negativos y caracterizada por un parámetro  $\alpha$  o índice de cola negativo.

**Figura 2.4 Distribución de Weibull para colas cortas o suaves.**



Función de densidad de Weibull

Función de distribución de Weibull

Gráficas realizadas con el paquete estadístico Xtremes 4.1

Los momentos de una variable aleatoria  $X$  que se comporte según la distribución de Fréchet o la de Weibull se expresan en términos de la función integral Gamma o euleriana de segunda especie:

$$\Gamma(\lambda) = \int_0^{\infty} x^{\lambda-1}(e^{-x})dx, \quad \lambda > 0$$

Donde:  $\Gamma(1 + \lambda) = \lambda\Gamma(\lambda)$  y  $\Gamma(1) = 1$

**Cuadro 2.2 Otras estadísticas de interés.**

	Gumbel	Fréchet	Weibull
<i>Momento de 1er. orden</i>	$E(X) = \int_0^{\infty} (-\ln x)e^{-x} dx = \lambda$	$E_{\alpha}(X) = \Gamma\left(1 - \frac{1}{\alpha}\right), \alpha > 1$	$E_{\alpha}(X) = -\Gamma\left(1 - \frac{1}{\alpha}\right), \alpha > 1$
<i>Introduciendo los parámetros de localización y escala</i>	$E(X) = \bar{X} = a + \lambda b$	<i>El primer momento es infinito cuando <math>0 &lt; \alpha \leq 1</math></i>	
<i>Varianza</i>	$Var(X) = \sigma^2(X) = \frac{\pi^2}{6}$	$Var(X) = \Gamma\left(1 - \frac{2}{\alpha}\right) - \Gamma^2\left(1 - \frac{1}{\alpha}\right), \frac{1}{\alpha} < \frac{1}{2}$	
<i>Moda (Distribución normalizada)</i>	$\rightarrow 0$	$\rightarrow 0$	$\rightarrow 0$
<i>Moda (Distribución no tipificada)</i>	$\alpha$	$mod = \left(\frac{\alpha}{1 + \alpha}\right)^{1/\alpha}, \alpha > 0.$	$mod = -\left(\frac{\alpha}{1 + \alpha}\right)^{1/\alpha}, \alpha < -1$

Fuente: Cuadro realizado con información de García, 2004.

- DGVE

Cuando  $\mu = 0$  y  $\sigma = 1$ , las distribuciones Gumbel, Fréchet y Weibull son llamadas DGVE. Los casos Fréchet y Weibull tienen además un parámetro asociado a  $\alpha$ .

La TVE se aplica adoptando una de las tres familias de distribuciones consideradas, y luego se estiman los parámetros de la distribución. Es importante resaltar que existen ciertas debilidades: la primera incluye identificar una técnica apropiada para elegir la distribución de los datos; mientras que la segunda consiste en que, una vez que se toma la decisión, las inferencias subsecuentes suponen que la elección fue correcta (aun cuando la incertidumbre de la elección sea sustancial).

Una aproximación más eficiente de esta teoría fue realizada por Jenkinson y Von Mises, quienes reformularon el teorema al combinar las tres familias en una sola distribución. La función de distribución acumulada Gumbel de valor extremo EV0 es:

$$G_0(x) = \exp\{-e^{-x}\}, \quad x \in \mathfrak{R}.$$

La función de distribución acumulada Fréchet de valor extremo EV1 es:

$$G_1(x) = e^{-(x)^{-\alpha}}, \quad x \geq 0, \quad \alpha > 0.$$

La función de distribución acumulada Weibull de valor extremo EV2 es:

$$G_2(x) = e^{-(-x)^{-\alpha}}, \quad x \leq 0, \quad \alpha < 0.$$

Las tres ecuaciones anteriores se pueden escribir en una sola ecuación paramétrica generalizada:

$$G_\xi(z) = \begin{cases} \exp(-(\xi z)^{-\xi\alpha}), & \xi = 1, -1; \xi x \geq 0; \\ e^{-e^{-x}}, & \xi = 0, \end{cases} \quad \begin{matrix} \alpha > 0 \\ -\infty < x < \infty \end{matrix} \quad (i)$$

De esta manera,  $G_0 = G_0$ ,  $G_1 = G_1$  y  $G_{-1} = G_2$ .

Cabe señalar que las densidades de valor extremo son unimodales y que las de Fréchet y Gumbel tienen sesgo a la derecha. Mientras que la función de densidad de Weibull tiene sesgo a la izquierda si  $\alpha > 3.6$  y sesgo a la derecha (como a la Fréchet y Gumbel) si  $\alpha < -3.6$ .

Las tres distribuciones pueden representarse en un modelo continuo y unificado al realizar una reparametrización  $\xi = 1/\alpha$ , que da lugar a la expresión que configura la distribución del valor extremo generalizada. La función de distribución límite para los máximos estandarizados, explicitando los parámetros de localización ( $a_n$ ) y escala ( $b_n$ ):

$$G_{\xi; a_n, b_n} = \exp \left\{ - \left( 1 + \xi \frac{x - a_n}{b_n} \right)^{-1/\xi} \right\}, \quad \begin{array}{l} \xi, a_n \in \mathfrak{R} \\ b_n > 0 \end{array}$$

El parámetro  $\xi$  es el parámetro de forma o índice de cola. El valor del mismo identificará la distribución y determinará el grosor de la cola. Cuanto mayor sea ese índice, más gruesa será la cola.

**Cuadro 2.3 Parámetro de distribución para los máximos.**

$\xi > 0$	Distribución de Fréchet
$\xi < 0$	Distribución de Weibull
$\xi = 0$	Distribución de Gumbel

Fuente: Cuadro realizado con información de García, 2004.

De este teorema teniendo:

$$P \left( \frac{M_n - a_n}{b_n} \leq x \right) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} G(x)$$

El no conocer las constantes de normalización se resuelve asumiendo que:

$$P \left( \frac{M_n - a_n}{b_n} \leq x \right) \approx G(x)$$

Para un valor suficientemente grande de  $n$ .

Esto es porque  $G$  es una función no degenerada y por ser una distribución máx-estable satisface la igualdad siguiente:

$$P(M_n \leq a_n x + b_n) = F^n(a_n x + b_n) = G(a_n x + b_n) = G^*(x)$$

Donde  $G^*$  es miembro de la familia de valores extremos generalizada.

El teorema anterior de máximos permite que la distribución  $M_n^*$  sea aproximada por un miembro de la familia de valores extremos generalizada (para una  $n$  grande). Además, dado que los parámetros de la distribución tienen que ser estimados de cualquier manera, es

irrelevante en la práctica que los parámetros de la distribución G sean diferentes que los de  $G^*$ .

Las estimaciones de los cuantiles de la DGVE se obtienen a través de invertir la ecuación, por lo que se tiene:

$$\frac{\text{VaR}_p - \mu}{\sigma} = \begin{cases} -\frac{1}{\xi} \{1 - [-\text{Ln}(p)]^{-\xi}\} & \xi \neq 0 \\ -\text{Ln}[-\text{Ln}(p)] & \xi = 0 \end{cases}$$

Donde  $G(\text{VaR}_p) = p$ .

Esto significa que, dado un horizonte de tiempo, existe una probabilidad  $1-p$  de exceder el valor determinado por  $\text{VaR}_p$ .

### 2.3.1.2 Teorema de Pickands-Balkema-de Haan

El teorema de Pickands-Balkema-de Haan muestra que bajo condiciones de máximos dominios de atracción, la DGP es la distribución límite para los excesos sobre una prioridad  $u$  cuando ésta es elevada.

Las funciones de DGP,  $W_i$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, n$  se utilizan para modelar excesos sobre una cantidad fija. Las respectivas funciones de densidades se denotan por  $w_i$ ,  $i=0, 1, 2$ ; además, existe una relación analítica entre las DGP y las DGVE:

$$W_i(x) = 1 + \text{Ln}(G_i(x)) \quad \text{con} \quad \text{Ln}(G_i(x)) \geq -1.$$

Las tres funciones de DGP y sus correspondientes funciones de densidad de probabilidad, con parámetro  $\alpha$  cuando éste sea el caso, son:

- i) Exponencial (GP0). Las funciones de distribución de probabilidad acumulada y de densidad de GP0 son, respectivamente:

$$W_0(x) = 1 - e^{-x} \quad \text{y} \quad w_0(x) = e^{-x} \quad \forall x \geq 0.$$

- ii) Pareto (GP1). Las funciones de distribución de probabilidad acumulada y de densidad de GP1 son, respectivamente,

$$W_1(x) = 1 - x^{-\alpha} \quad \text{y} \quad w_1(x) = \alpha x^{-(1+\alpha)} \quad \text{para } x \geq 1, \alpha > 0.$$

iii) Beta (GP2). Las funciones de distribución d probabilidad acumulada y de densidad de GP2 son, respectivamente,

$$W_2(x) = 1 - (-x)^{-\alpha} \quad \text{y} \quad w_2(x) = -\alpha(-x)^{-(1+\alpha)} \quad \text{para } -1 \leq x \leq 0, \alpha < 0.$$

Del teorema de Pickands  $F_u(x)$  es la distribución de excesos para un umbral  $u < x_F$  y se define como:

$$F_u(x) = P(X - u \leq x | X > u); x \geq 0$$

Donde  $x_F \leq \infty$ . La distribución de excesos representa la probabilidad de que un dato exceda el umbral  $u$  en una cantidad máxima  $x$ , dada la información de que excedió el umbral.

En este teorema, si se escoge un umbral lo suficientemente alto  $u$  y un  $\beta$  apropiado, entonces  $F_u(x) \approx G_{\xi, \beta(u)}(x)$  bajo la hipótesis de que  $F \in \text{MDA}(H)$ . Es importante recordar que todas las distribuciones continuas comunes están en el MDA de alguna extrema, lo que implica que el teorema de Pickands se cumple para todas estas distribuciones. Finalmente la importancia de este teorema es que permite estimar la cola de la misma.

Cabe señalar que, la DGVE,  $H_\xi$ , describe las distribuciones límites para los máximos normalizados y que la DGP,  $G_\xi, \beta, \nu$ , es una distribución límite para excesos sobre un umbral.

Al aplicar el método de PSU, utilizando el resultado del teorema de Pickands a las series financieras para estimar la distribución de la cola, se está suponiendo que las series provienen de una distribución  $F \in \text{MDA}(H_\xi)$ ; ésta es una hipótesis general.

Sean  $X_1, X_2, \dots, X_n$  una secuencia de variables aleatorias i.i.d. con una función de distribución común  $F$  y sea  $M_n = \text{máx}\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ , si se escoge un término arbitrario  $x$  en la secuencia de las  $X_i$  y se supone que  $F$  satisface (i) entonces para una  $n$  grande se tiene que:

$$\Pr \{M_n \leq x\} \approx G(x)$$

$$\text{Donde: } G(x) = \exp \left\{ - \left[ 1 + \xi \frac{x-\mu}{\sigma} \right]^{-1/\xi} \right\} \quad \text{para algún } \xi \text{ y } \mu, \sigma > 0$$

Entonces, para una  $u$  suficientemente grande, la función de distribución de  $(X - u)$ , condicionado a que  $X > u$ , es decir,  $F_u(y) = P(X - u \leq y | X \geq u)$  es aproximada por:

$$H_{\xi, \tilde{\sigma}(y)} = \begin{cases} 1 - \left[1 + \frac{\xi}{\tilde{\sigma}} y\right]^{-1/\xi} & \xi \neq 0 \\ 1 - e^{-\frac{y}{\tilde{\sigma}}} & \xi = 0 \end{cases} \quad (\text{iv})$$

Ya que  $F_u = H_{\xi, \tilde{\sigma}(y)}$  está definida sobre  $\{y: 0 < y < x_F - uy \left(1 + \frac{\xi y}{\tilde{\sigma}}\right)\}$ , donde:  
 $\tilde{\sigma} = \sigma + \xi(u - \mu)$ .

Esta función es la llamada familia de DGP, la cual implica que si el MB tiene aproximadamente la distribución G, entonces los excesos sobre el umbral tienen su correspondiente aproximación a la distribución de dicha familia (la distribución que aquí es denotada por H).

Es importante resaltar que los parámetros de la DGP de los excesos del umbral están determinados por los parámetros asociados a la DGVE del MB. Particularmente, el parámetro  $\xi$  es igual para ambos casos.

La dualidad entre la familia de VEG y la familia DGP se obtiene gracias al parámetro  $\xi$ , ya que determina el comportamiento cualitativo de las dos familias.

Entonces, si  $x$  está definida como  $x = u + y$ , la DGP también puede expresarse como una función de:

$$x: H_{\xi, \tilde{\sigma}(x)} = 1 - \left(1 + \xi \frac{(x - u)}{\tilde{\sigma}}\right)^{-\frac{1}{\xi}}$$

Para expresar el  $\text{VaR}_p$ , se obtiene  $F(x)$ :

$$F_u(y) = \frac{F(x) - F(u)}{1 - F(u)} \text{ y } F(x) = (1 - F(u))F_u(y) + F(u)$$

Sustituyendo  $F_u$  por la función DGP y  $F(u)$  por el estimador empírico  $\frac{n - N_u}{n}$ , donde  $n$  es el número total de observaciones y  $N_u$  es el número de observaciones después del umbral  $u$  se tiene:

$$F(x) = \left(1 - \frac{n - N_u}{n}\right) 1 - \left(1 + \frac{\xi}{\tilde{\sigma}}(x - u)\right)^{-1/\xi} + \left[\frac{n - N_u}{n}\right],$$

Entonces:

$$F(x) = \frac{N_u}{n} \left[1 - \left(1 + \frac{\xi}{\tilde{\sigma}}(x - u)\right)^{-1/\xi}\right] + \left[\frac{n - N_u}{n}\right],$$

$$\text{así: } F(x) = 1 - \frac{N_u}{n} \left( 1 + \frac{\xi}{\tilde{\sigma}} (x - u) \right)^{-1/\xi}$$

De esta forma, para calcular el  $\text{VaR}_p$  con un nivel de confianza  $p$ , se debe cumplir la ecuación:

$$F(\text{VaR}_p) = p$$

$$1 - \frac{N_u}{n} \left( 1 + \frac{\xi}{\tilde{\sigma}} (\text{VaR}_p - U) \right)^{-1/\xi} = p$$

$$\text{VaR}_p = U + \frac{\tilde{\sigma}}{\xi} \left[ \left( (1 - p) \frac{n}{N_u} \right)^{-\xi} - 1 \right]$$

Adicionalmente, existe otra medida que puede complementar la medición del riesgo, y que se refiere a la PE de la distribución de los excesos ( $\text{PE}_d$ ). Está dada por la siguiente expresión:

$$\text{PE}_d = E(X|X > \text{VaR}_p)$$

Implica que:

$$\text{PE}_d = E(X + \text{VaR}_p - \text{VaR}_p | X > \text{VaR}_p)$$

Como la esperanza es un operador lineal:

$$\text{PE}_d = \text{VaR}_p + E(X - \text{VaR}_p | X > \text{VaR}_p)$$

Entonces de (iv<sup>5</sup>), se puede mostrar que:

$$F_{\text{VaR}_p}(y) = H_{\xi, \tilde{\sigma}(x) + \xi(\text{VaR}_p - U)}(y)$$

Así:

$$F_{\text{VaR}_p}(y) = P(X - \text{VaR}_p \leq y | X \geq \text{VaR}_p) \approx H_{\xi, \bar{w}}(y),$$

Donde  $\bar{w} = \sigma + \xi(\text{VaR}_p - U) = \sigma + \xi \text{VaR}_p - \xi \mu$

Entonces:

$$\bar{w} = \sigma + \xi \text{VaR}_p - \xi \mu + \xi U - \xi U$$

---

<sup>5</sup> De página 60.



$$\bar{w} = \sigma + \xi(U - \mu) + \xi(\text{VaR}_p - U)$$

De tal modo que:

$$\bar{w} = \tilde{\sigma} + \xi(\text{VaR}_p - U)$$

Esto implica:

$$F_{\text{VaR}_p}(y) \approx H_{\xi, \tilde{\sigma} + \xi(\text{VaR}_p - U)}(y) \Rightarrow E(X - \text{VaR}_p | X \geq \text{VaR}_p) \approx E(y) = \frac{\tilde{\sigma} + \xi(\text{VaR}_p - U)}{1 - \xi}$$

Donde:  $Y \sim H_{\xi, \tilde{\sigma} + \xi(\text{VaR}_p - U)} \quad \forall \quad \xi < 1.$

Este teorema es importante debido a que se puede intentar ajustar la distribución Pareto generalizada a los datos que excedan umbrales altos.

### 2.3.2 Metodologías para encontrar los valores extremos de una serie

Los principales modelos paramétricos en la TVE son:

I. La DGVE que ajusta, mediante distribuciones asintóticas, los valores extraídos de MB con el mismo tamaño o misma longitud: una muestra de “n” máximos muestrales  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  se obtiene tomando, los valores máximos de “n” bloques, todos ellos con la misma longitud “m”:

$$X_1 = \text{máx}\{X_1^{(1)}, X_2^{(1)}, X_3^{(1)}, \dots, X_m^{(1)}\}$$

$$X_2 = \text{máx}\{X_1^{(2)}, X_2^{(2)}, X_3^{(2)}, \dots, X_m^{(2)}\}$$

⋮

⋮

$$X_n = \text{máx}\{X_1^{(n)}, X_2^{(n)}, X_3^{(n)}, \dots, X_m^{(n)}\}$$

Entre otros, surgen dos problemas básicos: uno es el riesgo de perder observaciones extremas que se encuentren en el mismo bloque y que en ocasiones podrían ser superiores a los máximos de otros bloques; y el otro surge de la elección del tamaño de cada bloque.

Por ejemplo, en el ámbito actuarial, se podrían formar bloques mensuales, anuales, etc., con las cuantías de siniestralidad y extraer los máximos de cada grupo.

I La DGP. Esta distribución estudia el comportamiento de los valores que superan una determinada prioridad. En términos actuariales, se busca la distribución que ajuste de

manera óptima aquellos siniestros que exceden un determinado umbral. El principal problema se encuentra en la elección del umbral.

Cabe señalar que, el método PSU se basa en las siguientes hipótesis:

- i Los excesos por encima de la prioridad, constituyen una secuencia de variables aleatorias i.i.d. que ocurren según los momentos de un proceso Poisson.
- ii Las cuantías que exceden la prioridad y el momento del tiempo en el que ocurren son independientes.

Bajo este método, la principal dificultad se encuentra en la elección del umbral  $u$ , ya que la teoría clásica no aborda dicho aspecto.

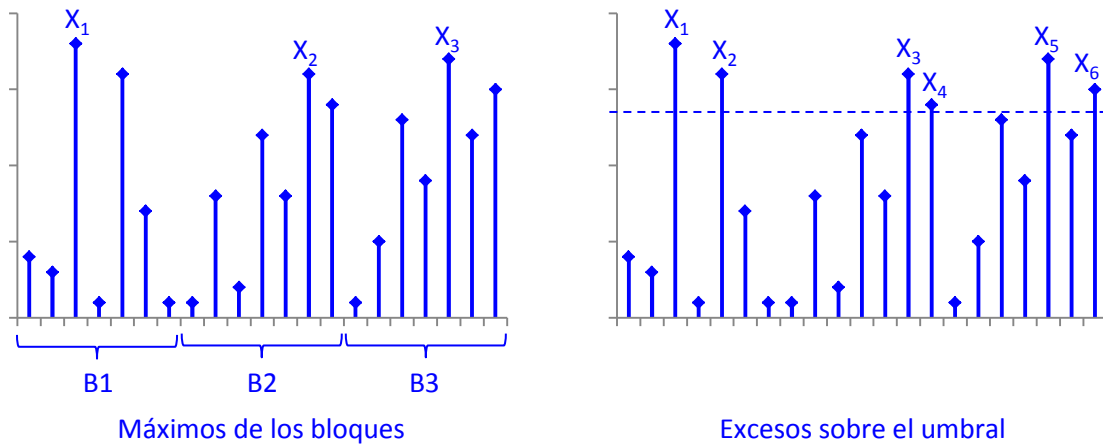
La selección de un umbral óptimo está sujeta al problema de elección entre varianza y sesgo; es decir, si se incrementa el número de observaciones para formar las series de máximos (disminuyendo el umbral), la estimación del índice de cola será más precisa (con menor varianza) pero sesgada, ya que algunos valores del centro de la distribución se introducirán en la serie. Por otro lado, si se reduce el número de observaciones (con un umbral más elevado), se reduce el sesgo, pero la estimación del índice será más volátil al realizarse con un menor número de puntos.

En general, existen dos métodos para modelar datos extremos con datos reales. El primero se denomina *MB* donde se dividen los datos en periodos sucesivos de la misma magnitud y se considera el máximo o mínimo de cada bloque. La ventaja de este método es que se escogen valores sobre todo el conjunto de datos, pero se pueden omitir algunos valores extremos dentro del mismo bloque.

El otro método se conoce como PSU y se concentra en los eventos que exceden un umbral dado; es decir, los eventos extremos serán las observaciones que están por encima del cierto valor máximo especificado, así la mayor parte de los resultados de este método se basa en la distribución de los excesos sobre dicho umbral.

Cabe señalar que la utilidad de los métodos de MB y PSU radica en que permiten a las instituciones financieras identificar pérdidas derivadas por incumplimientos de las contrapartes o debido a problemas con el colateral para crear reservas preventivas. El método de MB se utiliza, tradicionalmente, para analizar datos estacionales. Sin embargo, el método de PSU, tiene mayor aceptación, debido a que utiliza los datos de manera más eficiente (Figura 2.4), ya que en algunos casos el método de MB deja fuera observaciones extremas [Cid, 2010; Terán, 2007].

Figura 2.4 Modelos de Umbral.



Gráficas realizadas a partir de Coles, 2001.

Según McNeil, A. (1998), el teorema desarrollado por Fisher y Tippet es la parte fundamental de la TVE y tiene en ésta la misma consideración que el TLC en el estudio de sumas.

### 2.3.2.1 La Distribución Generalizada de Pareto

La segunda distribución relevante en la TVE comprende a la DGP. Esta surge a partir del método conocido como PSU, y consiste en la modelización de los extremos que exceden un determinado umbral o prioridad, bien sea de las cuantías totales ( $X_i$ ), o bien de los excesos ( $Y_i = X_i - u$ ) sobre el umbral  $u$ .

De la aplicación de este método surgen tres cuestiones a resolver:

Una es determinar el nivel del umbral  $u$ , cuya elección está sujeta al problema de la varianza y del sesgo, ya que cuanto menor sea el umbral mayor es el número de observaciones, lo que puede disminuir la varianza del ajuste pero puede incrementar el sesgo si se intenta modelar observaciones que no pertenecen a la cola. Análogamente en el caso contrario.

La segunda es determinar qué función de distribución ajusta dichos excesos. Se trata de una distribución condicionada a que el extremo haya superado  $u$  y según el teorema de probabilidad condicionada se llega al cociente entre la probabilidad conjunta y la probabilidad del suceso condicionante, definiendo  $x$  positivo e inferior al punto derecho final de la distribución, ya sea éste finito o infinito.

$$F^u(x) = F^u(y + u) = P(X - u \leq y | X > u) = \frac{F(x) - F(u)}{1 - F(u)} \quad (v)$$

Para  $0 \leq x \leq x_0$ ,  $0 \leq y \leq x_0 - u$

La tercera cuestión, consecuencia de la segunda, es la función de supervivencia, complementaria de la función de distribución.

$$\begin{aligned} 1 - F^u(x) &= 1 - F^u(y + u) = P(X > y + u | X > u) = P(X - u > y | X > u) = \\ &= \frac{1 - F(x)}{1 - F(u)} = \frac{1 - F(y + u)}{1 - F(u)} \end{aligned}$$

Para  $0 \leq x \leq x_0$

Es importante señalar que el teorema de Fisher y Tippet fue el estudio clave en las investigaciones sobre la distribución de los máximos, el teorema de Pickands, Balkema y de Haan lo fue en el desarrollo de la distribución de los valores que exceden una prioridad.

### 2.3.3 Métodos de estimación de parámetros

En el estudio de extremos se presentan algunos problemas: para el caso de los máximos y el ajuste de la DGVE, la principal cuestión consiste en elegir la longitud de los bloques de los que se extraen los máximos; mientras que para el caso de los excesos sobre una prioridad, la disyuntiva involucra la selección del umbral óptimo.

Además de ello, la clave fundamental de toda modelización consiste en la estimación de los parámetros característicos de las distribuciones que ajustan, o bien los máximos o los excesos. Ya que la modelización consiste en ajustar una distribución paramétrica a la muestra histórica con el objeto de hacer inferencia y predecir, se requiere de una correcta estimación de los parámetros característicos de la distribución de que se trate.

El parámetro crucial que interviene en estas distribuciones es el índice de cola ( $\xi$ ), especialmente cuando el objetivo final es la inferencia de siniestros de elevada cuantía. Su estimación va ligada a la óptima selección del tamaño de los bloques o al nivel de prioridad, ya que, no para todos los tamaños y umbrales se consigue un estimador adecuado. Por tanto, el tamaño de los bloques o el nivel de prioridad óptimos serán aquellos que den lugar a estimaciones del índice de cola que cumplan las condiciones deseables de bondad.

Diversos autores han propuesto métodos y estimadores con la intención de obtener parámetros con características idóneas. Entre otras, se incluyen técnicas gráficas basadas en los cuantiles, en los momentos; procedimientos que utilizan los estadísticos de orden, estimadores a través de las funciones de MV, etc.

A continuación se presentan algunos de los estimadores propuestos por la literatura científica para la estimación de los parámetros de las DGVE y de la DGP.

### 2.3.3.1 Estimación a través de los momentos

Como se muestra en el trabajo de Almudena, 2004, si una variable aleatoria  $X$ , tiene un comportamiento según la DGVE tipo I: distribución de Gumbel, no interviene el índice de cola, por lo que sólo es necesaria la estimación de los parámetros de localización y escala. Así, empleando los momentos muestrales:

Esperanza de la variable aleatoria  $X$ :  $E(X) = \bar{X} = a + \lambda b$

Desviación típica de la variable aleatoria  $X$ :  $\sigma_0(X) = \frac{b \cdot \pi}{\sqrt{6}}$

Es así, al despejar los parámetros de localización y escala de las expresiones anteriores, se puede realizar una aproximación:

$$\hat{a} = \bar{X} - 0.5772 \cdot \hat{b}$$

$$\hat{b} = \frac{\sigma_0 \cdot \sqrt{6}}{\pi}$$

Donde  $\hat{a}$  y  $\hat{b}$  son las estimaciones de los parámetros de localización y de escala. Asimismo  $\bar{X}$  y  $\sigma_0$ , representan la media y la desviación típica muestrales.

La varianza de estos estimadores se puede obtener a través de los estimadores que proporcionan Kotz, S. y Nadarajah, S. (2000):

$$var(\hat{a}) \approx \frac{1.1678 \cdot \sigma_0^2}{n}$$

$$var(\hat{b}) \approx \frac{1.1 \cdot \sigma_0^2}{n}$$

La estimación a través de estas expresiones resulta bastante elaborada, y sólo es de utilidad si no interviene el índice de cola en la distribución; es decir, para las distribuciones Tipo II o Tipo III, es necesario estimar, además, dicho parámetro característico de forma.

### 2.3.3.2 Estimadores por máxima verosimilitud

La estimación de los parámetros a través de MV ha sido objeto de numerosas investigaciones, no sólo en la TVE, sino en la estadística en general. Éstos cumplen características óptimas y tienden a ser insesgados; sin embargo, para realizar dichas estimaciones se requiere del uso de algún paquete informático o software estadístico que sirva a tal efecto, ya que la función de MV se resuelve a través de un algoritmo SIMPLEX, que al ser iterativo, requiere de estimaciones iniciales para los parámetros. Las estimaciones iniciales pueden ser las de la regresión o la de los momentos. Sea una muestra de “n” máximos muestrales  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  obtenida de los valores máximos de “n” bloques, todos ellos con la misma longitud “m”.

Teniendo que el tamaño “m” de cada bloque es suficientemente grande para que el teorema de Fisher-Tippett se sostenga, los estimadores de MV son aquellos que maximizan la función de verosimilitud muestral.

La función logarítmica de verosimilitud queda de la siguiente forma:

$$l(m, s, x; X) = Ln[L(m, s, x; X)]$$

Para el caso de la distribución de Gumbel, donde el parámetro característico de la distribución es cero.

$$l(\mu, \sigma, 0; X) = -n * Ln\sigma - \sum_{i=1}^n \exp\left(-\left(\frac{X_i - \mu}{\sigma}\right)\right) - \sum_{i=1}^n \frac{X_i - \mu}{\sigma}$$

Diferenciando la función respecto a  $\mu$  y  $\sigma$  surgen las ecuaciones de MV en el caso de Gumbel.

$$n - \sum_{i=1}^n \exp\left(-\frac{X_i - \mu}{\sigma}\right) = 0$$

Según Embrechts (1997) para estas ecuaciones no existe una solución explícita y la situación para  $\xi \neq 0$  es todavía más complicada, ya que se deben aplicar algoritmos como el de Fortran.

La condición de que sean buenas propiedades clásicas de los estimadores de MV sólo se sostienen cuando  $\xi > -1/2$  implica que se excluye la estimación del parámetro, a través de MV, en las distribuciones de cola muy corta. No obstante, la mayoría de las distribuciones encontradas en seguros y finanzas son ilimitadas por la derecha  $\xi \geq 0$ , y en estas condiciones, los estimadores de MV ofrecen un procedimiento útil y de confianza en estos campos.

El sesgo de los estimadores por MV se reduce incrementando el tamaño “m” de cada bloque y la varianza se reduce incrementando el número “n” de bloques.

### **2.3.3.3 Estimador de Pickands**

Es usado para estimar el parámetro característico de la DGP: donde  $X_i$  representa la  $i$ -ésima observación más alta y el parámetro  $k$  representa el número de datos empleados en el proceso de estimación; es decir, se han empleado las  $k$  mayores observaciones en el estimador.

### **2.3.3.4 Estimador de Drees-Pickands**

Es una estimación que se basa en una mezcla de estimaciones de Pickands, tomando también, las  $k$  observaciones más altas de la muestra.

# Capítulo 3. Medición del riesgo de crédito en intermediarios no bancarios

## 3.1 Introducción

Hasta el momento, se hace evidente la necesidad de disponer de modelos que permitan capturar la dinámica interna de los créditos de un portafolio; sin embargo, para el caso de los IFNB su construcción se complica debido a la escasa información que se tiene de los datos de crédito. Esto se constituye como el principal obstáculo para la implementación de métodos estadísticos que estimen el riesgo de crédito de un portafolio, lo que limita la calibración de los modelos de crédito y el sesgo en la distribución de pérdida, que como se ha señalado, tiene una relativa cola pesada a la derecha.

En este capítulo se muestra la metodología general propuesta para estimar el riesgo de crédito a través de la TVE. Para ello, primero se realizó una prueba de normalidad. El segundo punto consistió en elegir el umbral adecuado, tomando en cuenta algunos criterios de selección. En seguida se llevó a cabo la estimación de parámetros de la DGP, utilizando la técnica de los errores mínimos cuadrados (EMC) ordinarios mediante el programa estadístico R. Una vez obtenidos los parámetros del modelo, en el siguiente punto se calculó el VaRp y la  $PE_d$ .

Finalmente, se presenta el análisis de tres casos prácticos, en el cual se aplicó la metodología para estimar el VaR y la severidad esperada de una cartera de crédito a través de la TVE.

## 3.2 Metodología propuesta

De forma general, la metodología para el cálculo del VaR según la TVE sigue los siguientes pasos:

- Prueba de normalidad
- Selección de umbral
- Gráfico de Selección del umbral: tcplot
- Gráfico de vida media residual: mrlplot
- Gráfico del índice de dispersión: diplot
- Estimación de parámetros de la DGP
- Diagnóstico del ajuste
- Gráfico QQ



- Gráfico de retorno
- Cálculo de VaRp y PE<sub>d</sub>

### 3.2.1 Prueba de normalidad

La verificación de la normalidad de las muestras en estudio es fundamental en estadística, ya que si las muestras son normales, se pueden aplicar métodos estadísticos paramétricos convencionales. En caso contrario se deben transformar los datos (como se verá más adelante), o bien utilizar métodos no paramétricos u otros métodos estadísticos más sofisticados.

A diferencia de la distribución normal, que utiliza los valores centrales o más frecuentes, las investigaciones sobre valores extremos requieren de una distribución que no desprecie la información que proporcionan las colas. Es decir, su fin es determinar la distribución de los estadísticos de alto orden.

Partiendo de una hipótesis de normalidad en la distribución de un fenómeno aleatorio, las estimaciones de los valores extremos se minimizarían; por ello es necesario investigar el comportamiento propio de dichos datos, separándolos de los valores centrales para estudiarlos y así obtener una mejor explicación de la realidad, sin asumir que todos los acontecimientos provienen de un comportamiento normal.

Las distribuciones de cola gruesa muestran una mayor masa de probabilidad en la cola en comparación con el comportamiento normal de los datos. Esto significa que los acontecimientos extremos que provienen de distribuciones de cola gruesa, ya sean máximos o mínimos, ocurren con mayor frecuencia que bajo una hipótesis de normalidad.

En primera instancia se necesita corroborar que la distribución de los datos la cartera de tenga características diferentes a la normal (0,1); es decir, que presente colas pesadas.

La prueba de normalidad que se utiliza en la metodología propuesta se conoce como Jarque – Bera, es asintótica o de grandes muestras, y utiliza la asimetría y la curtosis o apuntalamiento de la muestra.

Prueba de normalidad Jarque-Bera (J-B)

Estadístico de prueba:

Donde:

$\alpha_1$  = Coeficiente de asimetría  
 $\alpha_2$  = Coeficiente de curtosis  
 $n$  = tamaño de la muestra

Esto porque asintóticamente el estadístico de prueba J-B sigue una distribución Ji-Cuadrada con dos grados de libertad.

Hipótesis:

$H_0$ : La muestra proviene de una población con función de distribución  $N(0,1)$   
vs.

$H_1$ : La muestra no proviene de una población con función de distribución  $N(0,1)$

$\chi^2$  es el estadístico de tablas. Posteriormente, se obtiene la probabilidad para el estadístico J-B, dada la distribución  $\chi^2$  con dos grados de libertad que presenta la siguiente región de rechazo de  $H_0$ :

Región de rechazo de  $H_0$ :  $\chi^2 \geq \chi_{2gl,\alpha}^2$ , en caso contrario se acepta.

Donde:  $\chi_{2gl,\alpha}^2$  es el estadístico de tablas.

Posteriormente, se obtiene la probabilidad para el estadístico J-B, dada la distribución  $\chi^2$  con dos grados de libertad que presenta la siguiente región de rechazo de

$$H_0: \chi^2 \geq \chi_{2gl}^2 (J - B) < \alpha.$$

Y se realiza la prueba de hipótesis correspondiente.

### 3.2.2 Selección del umbral

En esta sección se describen algunos de los métodos que se utilizan comúnmente para la selección del umbral, cuyo propósito consiste en elegir suficientes eventos que permitan reducir la varianza, pero sin inducir sesgos. En la práctica, el valor del umbral elegido debe ser tan bajo como sea posible, procurando que la estimación del modelo sea razonable.

### 3.2.2.1 Gráfico de Selección del umbral: tcplot

A través de este gráfico, se analiza la estabilidad de la estimación del modelo con base en el ajuste de distintos modelos, utilizando umbrales en un intervalo determinado.

Sea  $X \sim GP(\mu_0, \sigma_0, \xi_0)$ . Sea  $\mu_1$  algún otro umbral tal que  $\mu_1 > \mu_0$ . La variable aleatoria  $X | X > \mu_1$  es también DGP con parámetros actualizados  $\sigma_1 = \sigma_0 + \xi_0(\mu_1 - \mu_0)$  y  $\xi_1 = \xi_0$ .

Sea  $\sigma^* = \sigma_1 - \xi_1 \mu_1$

Con esta nueva parametrización,  $\sigma^*$  es independiente de  $\mu_1$ . De este modo, los estimados de  $\sigma^*$  y  $\xi_1$  son constantes para todo  $\mu_1 > \mu_0$  si  $\mu_0$  es un umbral adecuado para la aproximación asintótica.

Los gráficos de elección del umbral representan los puntos definidos por:

$$\{(\mu_1, \sigma^*): \mu_1 \leq x_{\text{máx}}\} \quad \text{y} \quad \{(\mu_1, \sigma_1): \mu_1 \leq x_{\text{máx}}\}$$

donde  $x_{\text{máx}}$  es el máximo de observaciones de  $x$ .

### 3.2.2.2 Gráfico de vida media residual: mrlplot

Este gráfico se basa en la media teórica de la DGP. Sea  $X$  una variable aleatoria distribuida DGP  $(\mu, \sigma, \xi)$ , teóricamente se tiene:

$$E[X] = \mu + \frac{\sigma}{1 - \xi}, \quad \text{para } \xi < 1$$

Cuando  $\xi \geq 1$  la medida teórica es infinita.

En la práctica, si  $X$  representa el exceso sobre un umbral  $\mu_0$  y si la aproximación por una DGP es suficientemente buena se tiene:

$$E[X - \mu_0 | X > \mu_0] = \frac{\sigma_{\mu_0}}{1 - \xi}$$

Para todo nuevo umbral  $\mu_1$  tal que  $\mu_1 > \mu_0$ , los excesos por encima del nuevo umbral también son aproximados por una DGP con parámetros actualizados.

$$E[X - \mu_1 | X > \mu_1] = \frac{\sigma_{\mu_1}}{1 - \xi} = \frac{\sigma_{\mu_0} + \xi \mu_1}{1 - \xi}$$

La cantidad  $E[X - \mu_1 | X > \mu_1]$  es lineal en  $\mu_1$ . O bien,  $E[X - \mu_1 | X > \mu_1]$  es simplemente la medida de los excesos por encima del umbral  $\mu_1$ , el cual puede ser estimado fácilmente utilizando la media empírica.

De este modo, el gráfico mrlplot consiste en representar los puntos:

$$\left\{ \left( \mu, \frac{1}{\eta_\mu} \sum_{i=1}^{\eta_\mu} x_{i, n_\mu} - \mu \right) : \mu \leq x_{m\acute{a}x} \right\}$$

donde  $\eta_\mu$  es el número de observaciones  $x$  por encima del umbral  $\mu$ ,  $x_{i, n_\mu}$  es la  $i$ -ésima observación por encima del umbral  $\mu$  y  $x_{m\acute{a}x}$  la observación más grande.

Es posible añadir intervalos de confianza a este gráfico, puesto que puede suponerse que la medida empírica se distribuye normalmente, por el TLC. Sin embargo, la normalidad se mantiene más que para umbrales altos. Además, por construcción, el gráfico converge al punto  $(x_{m\acute{a}x}, 0)$ .

Este gráfico proporciona una buena aproximación a la función de excesos medios; sin embargo, su interpretación en la práctica no es simple, pues frecuentemente la linealidad es vaga para una elección pequeña de  $u$  y, para el caso de  $u$  grande, la escasez de datos disponibles para los cálculos produce una gran variabilidad del gráfico hacia el extremo derecho. No obstante, no se debe perder de vista que en los niveles para los cuales la DGP es una aproximación válida, la función de excesos medios de  $u$  es una función lineal de  $u$ . De este modo, se elige el umbral más bajo en donde el gráfico es casi lineal, tomando en cuenta las bandas del 95 por ciento de confianza.

### 3.2.2.3 Gráfico del índice de dispersión: diplot

El gráfico de índice de dispersión (ID) es particularmente útil cuando se trabaja con series de tiempo. La TVE establece que los excesos sobre un umbral pueden aproximarse por una DGP. Sin embargo, también establece que la ocurrencia de esos excesos deben ser representadas por un proceso Poisson.

Sea  $X$  una variable aleatoria distribuida como una Poisson con parámetro  $\lambda$ . Esto es:

$$P[X = k] = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}, k \in \mathfrak{R}$$

De este modo, se tiene que  $E[X] = \text{Var}[X]$ .

$$\text{El ID} = \frac{\text{var}}{\text{med}}$$

var: varianza y med: media (generalmente el número medio de eventos en un año).

Así, si el número de eventos tuviera una distribución Poisson, la razón de la varianza y la media debería ser igual a 1, por lo que al graficar, el umbral adecuado debería seleccionarse cuando el índice toma el valor 1.

Además, puede calcularse un intervalo de confianza utilizando la distribución  $\chi^2$ :

$$I_\alpha = \left[ \frac{\chi_{\frac{1-\alpha}{2}, M-1}^2}{M-1}, \frac{\chi_{1-\frac{1-\alpha}{2}, M-1}^2}{M-1} \right]$$

donde M es el número total de periodos fijos.

### 3.2.3 Estimación de parámetros de la DGP

Actualmente, existen cerca de 17 estimadores disponibles para ajustar una DGP. Entre los más importantes se incluyen: el método de momentos, MV, momentos ponderados de probabilidad sesgados e insesgados, mediana, pickands, MV penalizada y estimadores mgf. Todos ellos están implementados en R<sup>6</sup>, bajo los estimadores moments, mle, pwmb, pwmu, med, pickands, mple y mgf, respectivamente.

---

<sup>6</sup> El programa R es una versión del programa S creado en los laboratorios ATT-Bell. Fue creado al final de la década de los 80's, cuando salió el programa S+ y sus versiones comerciales, especialmente S-Plus. Sin embargo, R es un paquete estadístico público, y tiene una calidad superior a muchos otros paquetes estadísticos que cuestan "una pequeña fortuna".

R se considera como un leguaje de alto nivel. Fue escrito principalmente en Scheme con la implementación de algunas rutinas provenientes de Fortran. La filosofía de programación es muy similar a la del lenguaje C, pues es completamente estructurada.

Este paquete tiene la ventaja de contar con el apoyo de famosos estadísticos y científicos como Hastie, Tibshirani, Friedman, Ripley y Venables, entre otros. Muchos han contribuido con rutinas novedosas para implementar una metodología estadística, lo que lo coloca como una importante herramienta para investigaciones en estadística.

El programa se puede obtener, para diferentes plataformas, en la dirección de Internet: <http://cram.r-project.org/>

### 3.2.4 Diagnóstico del ajuste

El diagnóstico de ajuste se compone por el análisis de una serie de gráficos que determinan la delimitación de la información sobre la que se aplicará el modelo para posteriormente estimar los parámetros  $\xi$  y  $\tilde{\sigma}$  que ajusten la DGP a la información empírica, lo cual se logra por medio de errores.

#### 3.2.4.1 Gráfico de probabilidad

Consiste en graficar el valor ajustado de la función de distribución acumulativa contra el valor empírico de dicha distribución para cada uno de los datos. Si existe un buen ajuste, los puntos del gráfico deberían ubicarse en diagonal dentro de un cuadro unitario. La justificación teórica de esta afirmación se basa en lo siguiente:

Sean  $X_1, X_2, \dots, X_n$  variables aleatorias continuas y sean  $x_1, x_2, \dots, x_n$  observaciones de una población común con distribución desconocida  $F$ . Supóngase que se ha obtenido una estimación de  $F$ , la cual se denota  $\hat{F}$ . Al ser  $F$  función de distribución,  $F(X_i)$  sigue una distribución uniforme en  $(0,1)$  para  $i = 1, \dots, n$ . Lo que es más, si  $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots < x_{(n)}$  es la muestra ordenada, entonces la esperanza de esos cuantiles puede calcularse como:

$$E[F(X_i)] = \frac{i}{n+1} \quad i = 1, \dots, n$$

Además, dada una muestra ordenada de observaciones independientes

$x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n)}$  de una población con función de distribución estimada  $\hat{F}$ , el gráfico:

$\left\{ \left( \hat{F}(X_i), \frac{i}{n+1} \right) : i = 1, \dots, n \right\}$  es llamado gráfico de probabilidad (gráfica-PP).

#### 3.2.4.2 Gráfico de cuantil-cuantil

Los gráficos QQ son similares a los gráficos de probabilidad (gráfico PP<sup>7</sup>). La diferencia es que en un gráfico de probabilidad, en lugar de usar el cuantil de la distribución como eje  $X$ , se usa la esperanza matemática del estadístico de  $k$ -ésimo orden de la distribución. Sólo cuando  $n$  es pequeño hay una diferencia sustancial entre un gráfico QQ y un gráfico PP.

---

<sup>7</sup> para una distribución normal se llaman gráficos de probabilidad normal o gráficos rankit.

Consiste en graficar el cuantil empírico contra el ajustado para cada dato. Al igual que en el gráfico PP, si la estimación es razonable, el gráfico debería aproximarse a una diagonal. Este gráfico se define como sigue:

Dada una muestra ordenada de observaciones independientes  $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n)}$  de una población con función de distribución estimada  $\hat{F}$ , el gráfico:

$\left\{ \left( \hat{F}^{-1} \left( \frac{i}{n+1} \right), x_i \right) : i = 1, \dots, n \right\}$  es llamado gráfico QQ.

### 3.2.5 Gráfico del nivel de retorno

Se grafica el nivel de retorno contra el periodo de retorno y cada dato define un punto muestral.

Sea  $\{X_i\}$  una sucesión de variables aleatorias i.i.d. con distribución  $F$  y un umbral dado  $u$ . Consideremos la sucesión  $(I_{(X_i > u)})$  de variables aleatorias Bernoulli i.i.d., con probabilidad de éxito.

Entonces:  $E[L(u)] = \frac{1}{p}$  es llamado el periodo de retorno del evento  $X_i > u$ , donde  $L(u) = \min_{i=1, \dots, n} \{X_i > u\}$  es la realización del primer exceso del umbral  $u$ .  $L(u)$  sigue una distribución geométrica con parámetro  $p$ . En otras palabras, el periodo de retorno se refiere al tiempo de espera entre dos eventos extremos.

Sea  $\{X_i\}$  una sucesión de variables aleatorias i.i.d. con distribución continua de  $F$ . Si:  $F(z_p) = 1 - p$ . Entonces  $z_p$  es llamado el nivel de retorno asociado con el periodo de retorno  $\frac{1}{p}$ .

$$z_p = \begin{cases} \mu - \frac{\sigma}{\xi} (1 - y_p^{-\xi}) & \xi \neq 0 \\ \mu - \sigma \ln y_p & \xi = 0 \end{cases}$$

#### 3.2.5.1 Cálculo de VaRp y PE<sub>d</sub>

Como ya se ha señalado, la TVE se ocupa de los datos extremos de la distribución, por lo que es necesario delimitar la información para la correcta aplicación de este modelo. Esto se logra mediante la selección del umbral ( $u$ ), pues los datos mayores a  $u$  se consideran extremos y son el objeto de análisis del modelo. Particularmente, esta metodología se enfoca en el estudio de las pérdidas extremas de la cartera de crédito.

La curtosis es una medida de concentración de datos en el centro de la distribución con relación a la distribución normal. Así, los valores cercanos a cero determinan que la concentración es semejante a la de la normal, que concentra el 95 por ciento en un intervalo de  $\pm 2\sigma$ .

De esta forma, se elige el grupo que tenga el coeficiente de curtosis más cercano a cero, pues esto indica que concentra la información de forma semejante a la normal y, por lo tanto, las observaciones excluidas son consideradas datos extremos debido a que pertenecen a las colas pesadas de la distribución.

Dado lo anterior es posible definir el umbral  $u$ :  $N_u = k - 1$

Esto muestra que:

- $u$  será la pérdida máxima del grupo seleccionado por tener el coeficiente de curtosis más cercano a cero y,
- Las  $N_u$  pérdidas mayores a  $u$  forman parte de la cola pesada de la distribución y son el objeto de estudio del modelo.

El cálculo del  $VaR_p$  con un nivel de confianza  $p$  sobre la distribución ajustada:

$$VaR_p = U + \frac{\tilde{\sigma}}{\hat{\xi}} \left[ \left( (1-p) \frac{n}{N_u} \right)^{-\hat{\xi}} - 1 \right]$$

Así mismo, es posible obtener la  $PE_d$ :

$$PE_d = VaR_p + \frac{\tilde{\sigma} + \hat{\xi}(VaR_p - U)}{1 - \hat{\xi}}$$

Donde  $\hat{\xi}$  es: el estimador del parámetro y  $\tilde{\sigma}$  es: la desviación estándar estimada.

### 3.2.5.2 Estimación de parámetros

Una vez que se ha delimitado la información sobre la que se aplicará el modelo, se deben estimar los parámetros  $\xi$  y  $\tilde{\sigma}$  que ajusten la DGP a la información empírica, lo cual se logra por medio de EMC:

De esta forma se busca minimizar la función  $\sum_{q=1}^{N_u} e_q^2$ , lo cual se cumple cuando  $\sum_{q=1}^{N_u} e_q^2 \cong 0$  y así se obtienen los estimadores  $\xi$  y  $\tilde{\sigma}$ .



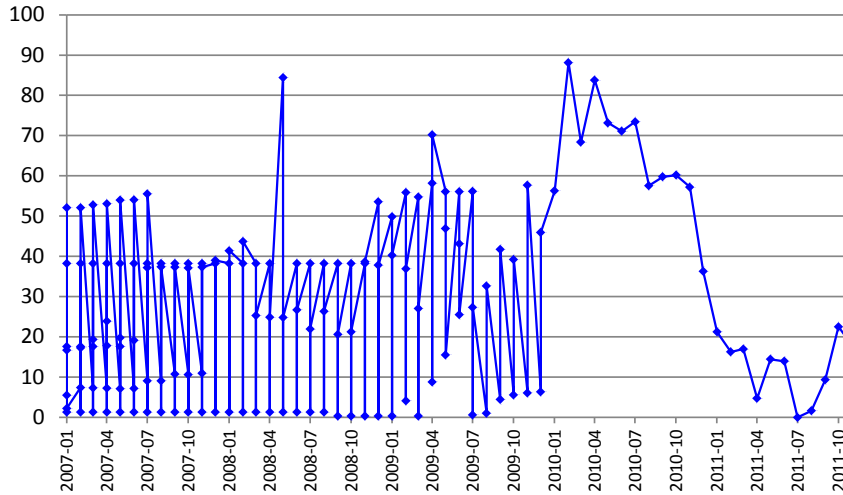
### **3.3 Medición del Riesgo de Crédito de IFNB**

A continuación se presenta la medición del riesgo de crédito para los IFNB cuya constitución y operaciones quedarán derogadas a partir de julio del 2013, que incluyen a las empresas de factoraje, las arrendadoras y las Sofoles. Los datos utilizados para el análisis se tomaron de la cartera de crédito vencida correspondiente a los créditos comerciales del intermediario en cuestión, en el periodo comprendido entre enero de 2007 y noviembre de 2011. Es importante señalar que el estudio se realizó a partir de enero de 2007, debido a que en esa fecha se emitió una circular que unificó los criterios para reportar las carteras de crédito, permitiendo así comparar la información de los distintos intermediarios.

### 3.3.1 Caso: Factoraje

**Análisis exploratorio:** se tomaron los datos de las empresas de factoraje registradas de la cartera de crédito comercial vencida en el periodo preestablecido, cuenta con 150 observaciones. Un acercamiento al comportamiento de los datos se muestra a continuación:

**Figura 3.1 Cartera de crédito comercial vencida de las empresas de factoraje.**  
(Cifras en millones de pesos)

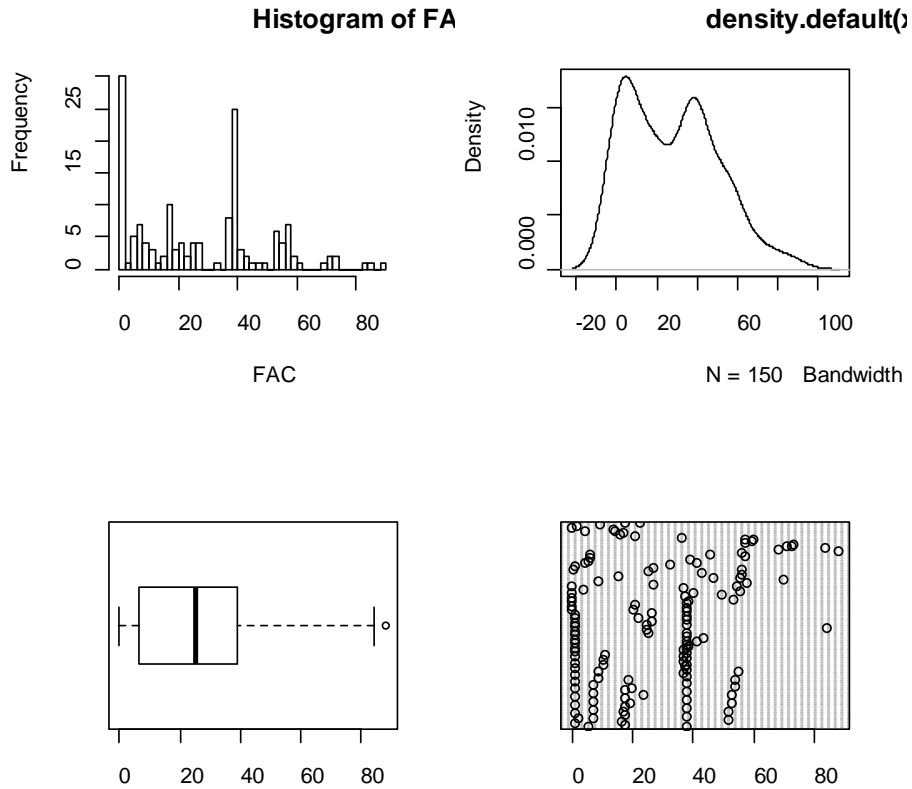


La Figura 3.1 muestra que la mayor concentración de los datos se encuentra por debajo de 40 mdp, los principales estadísticos descriptivos son:

**Figura 3.2 Estadísticos descriptivos.**

Min.	1er cuartil	Mediana	Media	3er cuartil	Máx.
.001	6.514	25.366	27.707	38.912	88.114

**Figura 3.3 Prueba de normalidad.**



*Gráficas con información de CNBV y Banxico.*

El periodo correspondiente a mayo de 2008, así como los datos del primer semestre de 2010, incluyen datos que claramente se alejan de la media y la mediana de la muestra. Este tipo de eventos son los que pueden inducir las colas pesadas en la distribución de la cartera.

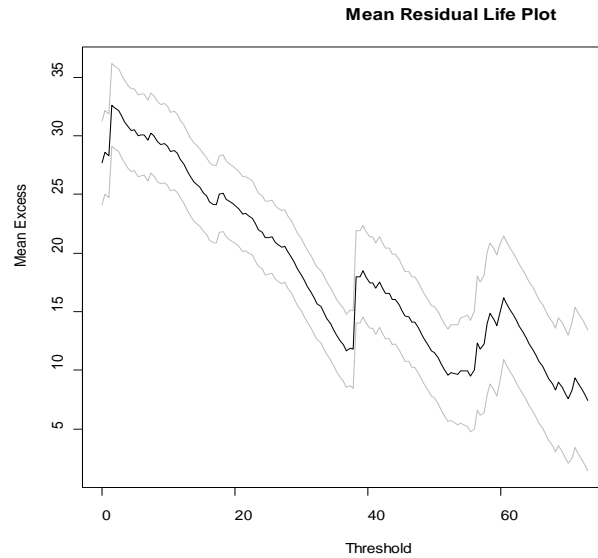
*Selección del umbral:* para seleccionarlo se utilizó el gráfico mrlplot implementado del paquete PSU de R. Al ingresar dicha función se obtuvo el gráfico de vida residual.

**Figura 3.4 Información de concentración.**

85%	90%	95%	99.90%
53.83	56.15	64.68	87.56

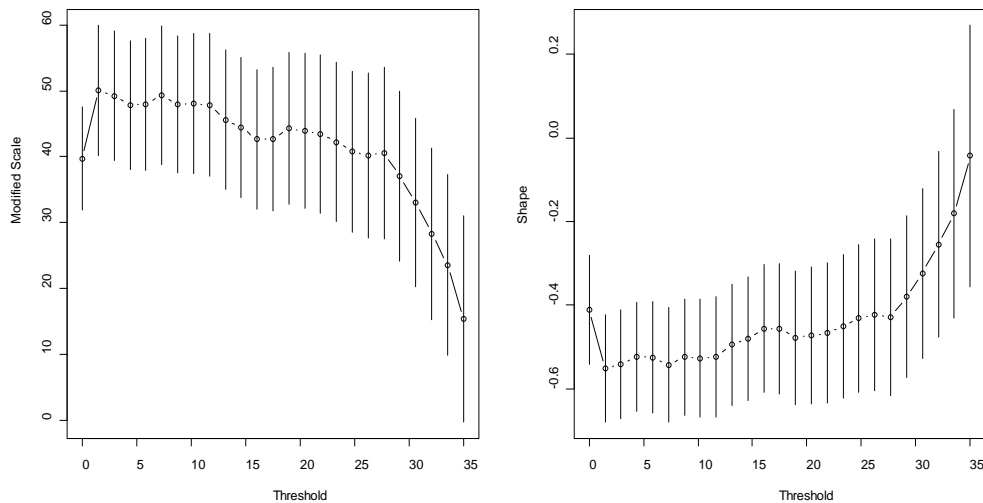
En conjunto con los datos de los cuartiles se muestra que la mayor concentración de los datos se encuentra por debajo de 54 mdp.

**Figura 3.5 Vida residual de cartera de crédito comercial vencida de factoraje (mrlplot).**



Por medio de los gráficos, se determinó que  $u= 35$  mdp es el umbral adecuado para el modelo. Para asegurar la correcta elección del umbral, se utilizó la función `tcplot` de R para obtener una modelación de la función con el umbral seleccionado (Figura 3.6).

**Figura 3.6 Gráfico de elección del umbral de cartera de crédito comercial vencida de factoraje (tcplot).**



De acuerdo a los gráficos, el umbral adecuado equivale a  $u = 35$  mdp.

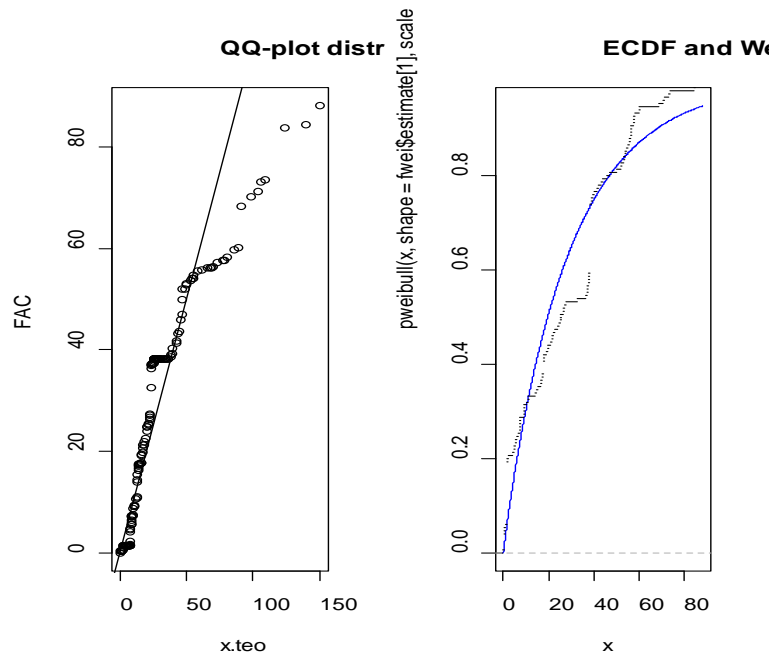
*Ajuste de la distribución DGP:* una vez definido el umbral, se hizo el ajuste de la DGP. Para ello, se utilizaron los estimadores de la función `fitgdp` del paquete PSU de R: MV y mínima distancia (3 distancias).

**Figura 3.7 Distancias con función en R (`fitgdp`).**

	mle	ad	ks	cm
scale	8.4117502	6.1866053	9.8866767	5.7449730
shape	0.1681914	0.6086487	-0.2174998	0.7216770

Para corroborar qué tan factible es estimar con la distribución Weibull, se obtuvieron los gráficos QQ y el ajuste de los datos a la distribución Weibull.

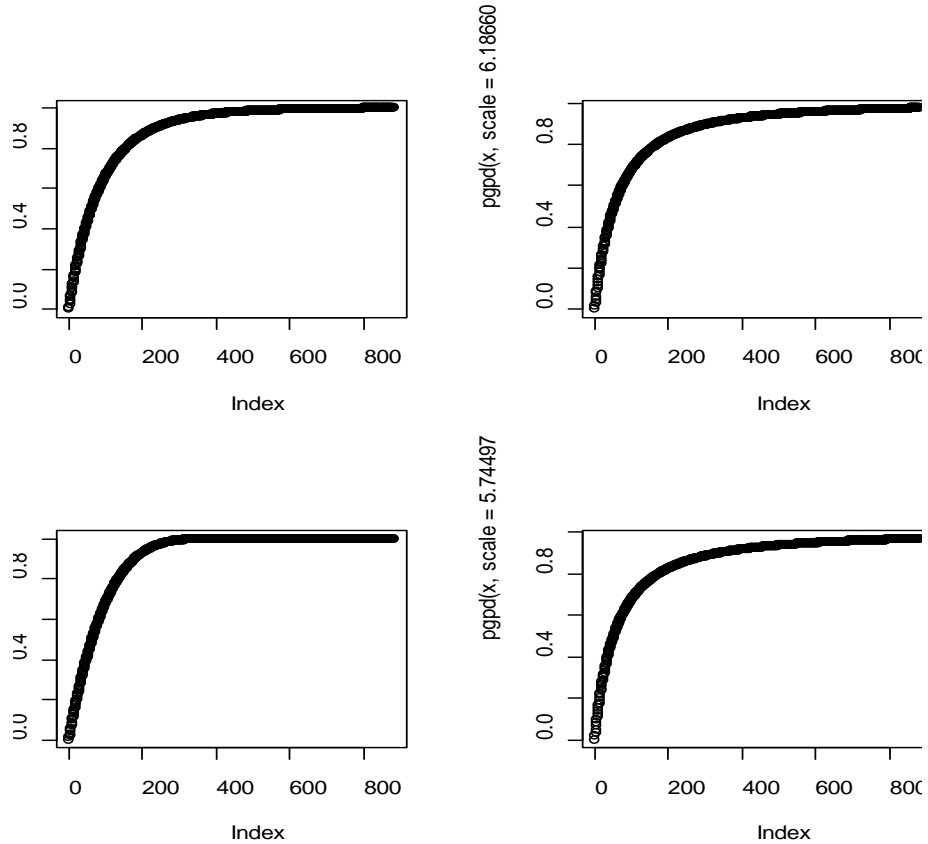
**Figura 3.8 Gráficos QQ y ajuste de los datos a la distribución Weibull.**



Finalmente, se ocuparon las distancias con función en R (función `fitgdp`) del paquete PSU para estimar los parámetros de la DGP, y se eligió aquella que mejor ajustara los datos. En este caso, la distancia que mejor ajusta los datos se obtuvo con `ad`, debido a que los puntos muestrales representan un ajuste adecuado a las curvas teóricas sin pasar las bandas de confianza.

En la figura 3.9 se muestran los resultados de la DGP con los parámetros estimados a través de éstos métodos.

**Figura 3.9 Resultado de la DGP.**



Dichos parámetros se utilizaron para calcular los niveles mínimos de capital.

*Modelo PSU y los requerimientos de capital:* Partiendo del umbral elegido como resultado del mejor ajuste en los estimadores, 69 datos lo exceden.

Un vez obtenidas las estimaciones de los parámetros  $\xi$  y  $\hat{\sigma}$  se ajustó la DGP a los datos observados. Con base en la distribución ajustada, en el siguiente paso se estimó el  $Var_p$  con un nivel de confianza  $p$ . Los resultados se presentan en el cuadro 3.1.

### Cuadro 3.1 Estimación del VaRp y PE<sub>d</sub> por TVE.

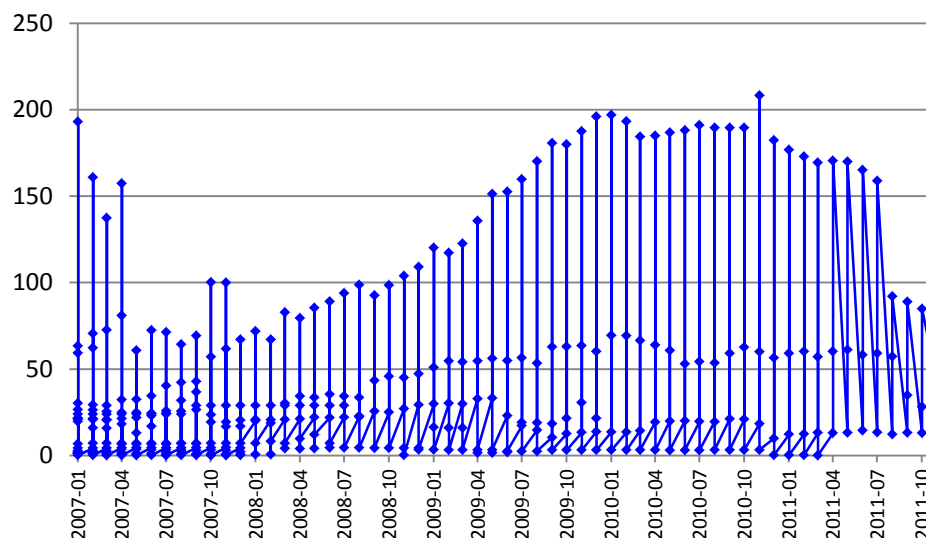
(Cifras en millones de pesos)

p (%)	Valor de estimación	
	VaRp	PE <sub>d</sub>
95.0	60.2	67.5
97.5	73.2	73.3
99.0	83.8	85.4

#### 3.3.2 Caso: Arrendadoras

**Análisis exploratorio:** se tomaron los datos de la cartera de crédito comercial vencida de las arrendadoras financieras, cuenta con 428 observaciones y un acercamiento al comportamiento de los datos se muestra continuación:

**Figura 3.10 Cartera de crédito comercial vencida de las arrendadoras.**  
(Cifras en millones de pesos)

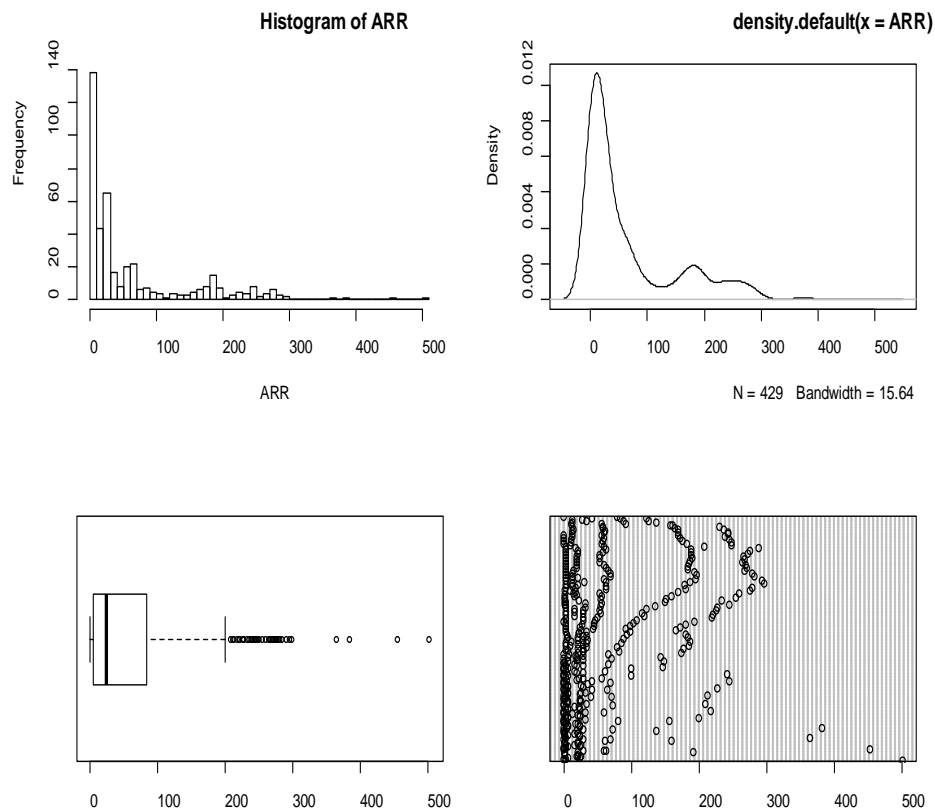


La Figura 3.10 muestra que la mayor concentración de los datos se encuentra por debajo de 150 mdp, los principales estadísticos descriptivos son:

**Figura 3.11 Estadísticos descriptivos.**

Min.	1er cuartil	Mediana	Media	3er cuartil	Máx.
0.050	4.117	20.750	38.050	54.558	208.176

**Figura 3.12 Prueba de normalidad.**



**Gráficas con información de CNBV y Banxico.**

El periodo de mayo de 2009 hasta noviembre de 2010 incluye datos que claramente se alejan de la media y la mediana de la muestra, eventos que como ya se señaló, pueden inducir las colas pesadas en la distribución de la cartera.



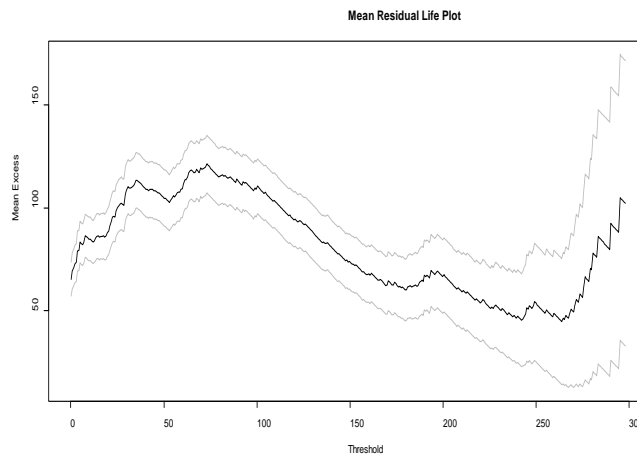
**Figura 3.13 Información de concentración.**

85%	90%	95%	99.90%
179.49	197.58	248.81	481.10

En conjunto con los datos de los cuartiles se muestra que la mayor concentración de los datos se encuentra por debajo de 180 mdp.

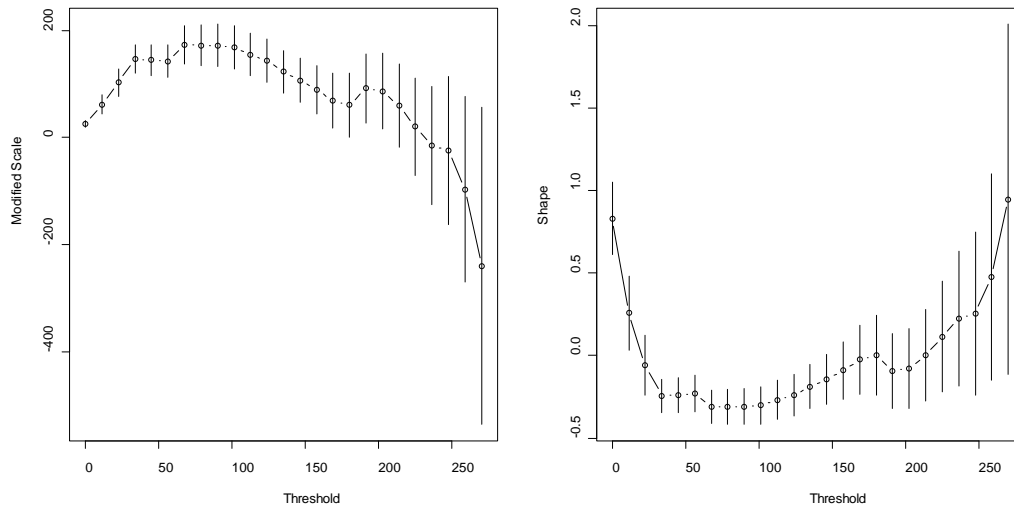
*Selección del umbral:* para seleccionarlo se utilizó la función `mrlplot` implementada del paquete PSU de R. Al ingresar dicha función se obtuvo el gráfico de vida residual.

**Figura 3.14 Vida residual de cartera de crédito comercial vencida de arrendadoras (mrlplot).**



Por medio de los gráficos, se determinó que  $u = 200$  mdp es el umbral adecuado para el modelo. Para asegurar la correcta elección del umbral, se utilizó la función `tcplot` de R para obtener una modelación de la función con el umbral seleccionado (Figura 3.14).

**Figura 3.15 Gráfico de elección del umbral de cartera de crédito comercial vencida de arrendadoras (tcplot).**



De acuerdo a los gráficos, el umbral adecuado equivale a  $u = 200$  mdp.

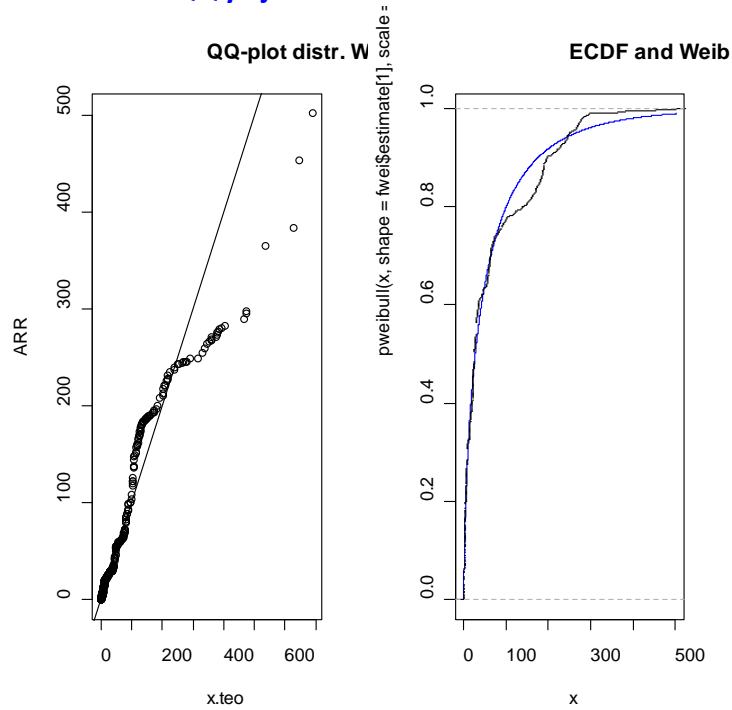
*Ajuste de la distribución DGP:* una vez definido el umbral ( $u = 200$  mdp) se realizó el ajuste de la DGP. Para ello, se utilizaron los estimadores de la función `fitgdp` del paquete PSU de R: MV y mínima distancia (3 distancias).

**Figura 3.16 Distancias con función en R (`fitgdp`).**

	mle	ad	ks	cm
scale	15.7670930	13.6421320	49.5433990	36.5443807
shape	0.9477450	1.2260670	-1.0473190	-0.9639406

Para corroborar qué tan factible es estimar con la distribución Weibull, se tienen los gráficos QQ y el ajuste de los datos a la distribución Weibull.

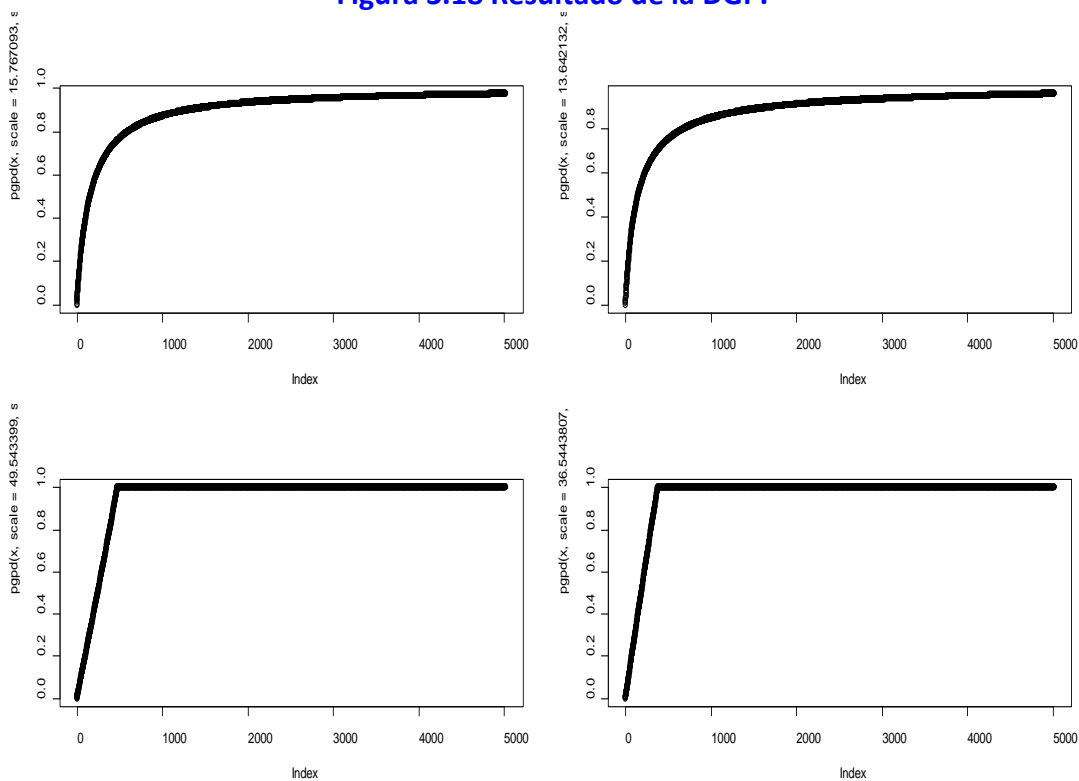
Figura 3.17 Gráficos QQ y ajuste de los datos a la distribución Weibull.



Finalmente, se ocuparon las distancias con función en R (función `fitgdp`) del paquete PSU para estimar los parámetros de la DPG, y se eligió aquella que mejor ajustara los datos. En este caso, la distancia que mejor ajusta los datos se obtuvo con `ad`, debido a que los puntos muestrales representan un ajuste adecuado a las curvas teóricas.

En la Figura 3.18 se muestran los resultados de la DGP con los parámetros estimados a través de éstos métodos.

**Figura 3.18 Resultado de la DGP.**



Dichos parámetros se utilizaron para calcular los niveles mínimos de capital.

*Modelo PSU y los requerimientos de capital:* Partiendo del umbral elegido como resultado del mejor ajuste en los estimadores, 60 datos lo exceden.

Un vez obtenidas las estimaciones de los parámetros  $\xi$  y  $\hat{\sigma}$  se ajustó la DGP a los datos observados. Con base en la distribución ajustada, en el siguiente paso se estimó el  $\text{VaR}_p$  con un nivel de confianza  $p$ . Los resultados se presentan en el cuadro 3.2.

**Cuadro 3.2 Estimación del  $\text{VaR}_p$  y  $\text{PE}_d$  por TVE.**

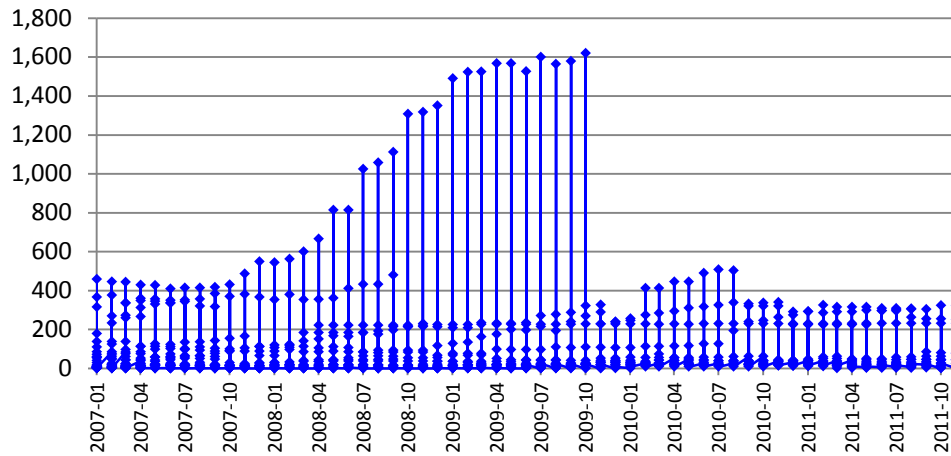
(Cifras en millones de pesos)

p (%)	Valor de estimación	
	$\text{VaR}_p$	$\text{PE}_d$
95.0	248.5	265.5
97.5	275.6	285.9
99.0	298.0	425.9

### 3.3.3 Caso: Sofoles

**Análisis exploratorio:** se tomaron los datos de la cartera de crédito comercial vencida de las Sofoles, cuenta con 1108 observaciones y un acercamiento al comportamiento de los datos se muestra continuación:

**Figura 3.18 Cartera de crédito comercial vencida de las Sofoles.**  
(Cifras en millones de pesos)

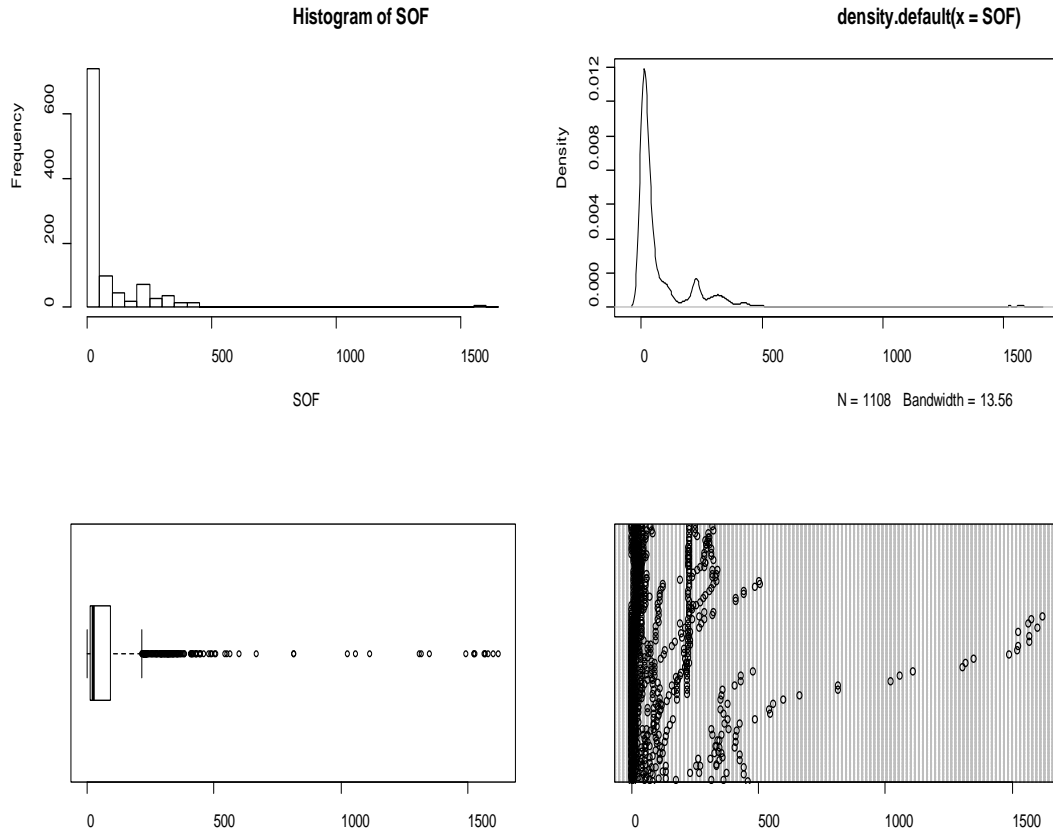


La Figura 3.18 muestra que la mayor concentración de los datos se encuentra por debajo de 400 mdp, los principales estadísticos descriptivos son:

**Figura 3.19 Estadísticos descriptivos.**

Min.	1er cuartil	Mediana	Media	3er cuartil	Máx.
0.014	10.084	23.821	96.513	92.128	1'620.089

**Figura 3.20 Prueba de normalidad.**



El periodo comprendido entre julio de 2008 y octubre de del mismo año incluye datos que claramente se alejan de la media y la mediana de la muestra, pudiendo inducir las colas pesadas en la distribución de la cartera.

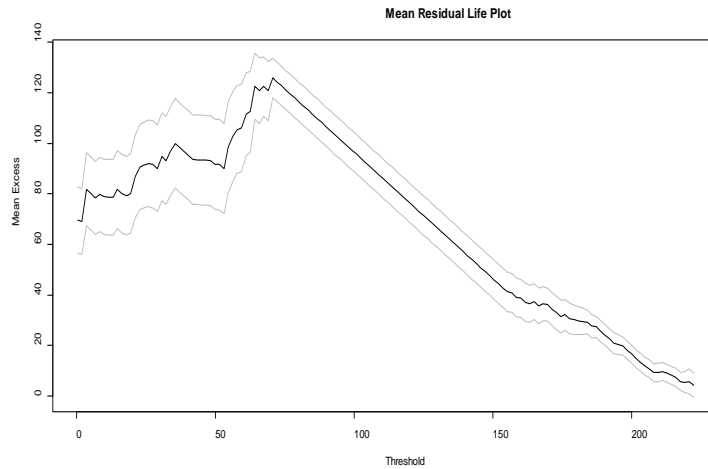
**Figura 3.21 Información de concentración.**

85%	90%	95%	99.90%
226.43	279.59	355.57	1'597.52

En conjunto con los datos de los cuartiles se muestra que la mayor concentración de los datos se encuentra por debajo de 226 mdp.

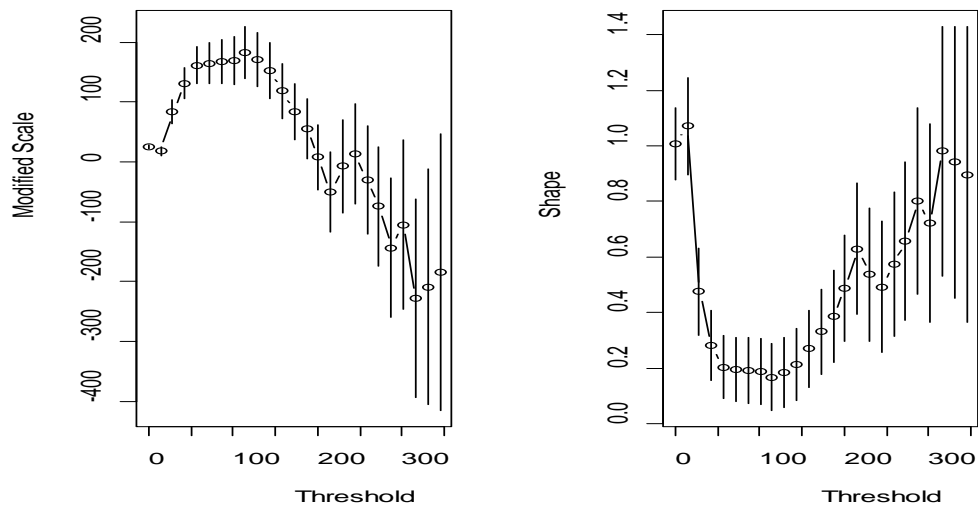
*Selección del umbral:* para seleccionarlo se utilizó la función `mrlplot` implementada del paquete PSU de R. Al ingresar dicha función se obtuvo el gráfico de vida residual.

**Figura 3.22 Vida residual de cartera de crédito comercial vencida de Sofoles (Mrlplot).**



Por medio de los gráficos, se determinó que  $u= 370$  mdp es el umbral adecuado para el modelo. Para asegurar la correcta elección del umbral, se utilizó la función `tcplot` de R para obtener una modelación de la función con el umbral seleccionado (Figura 3.22).

**Figura 3.23 Gráfico de elección del umbral de cartera de crédito comercial vencida de Sofoles (tcplot).**



De acuerdo a los gráficos, el umbral adecuado equivale a  $u= 370$  mdp.

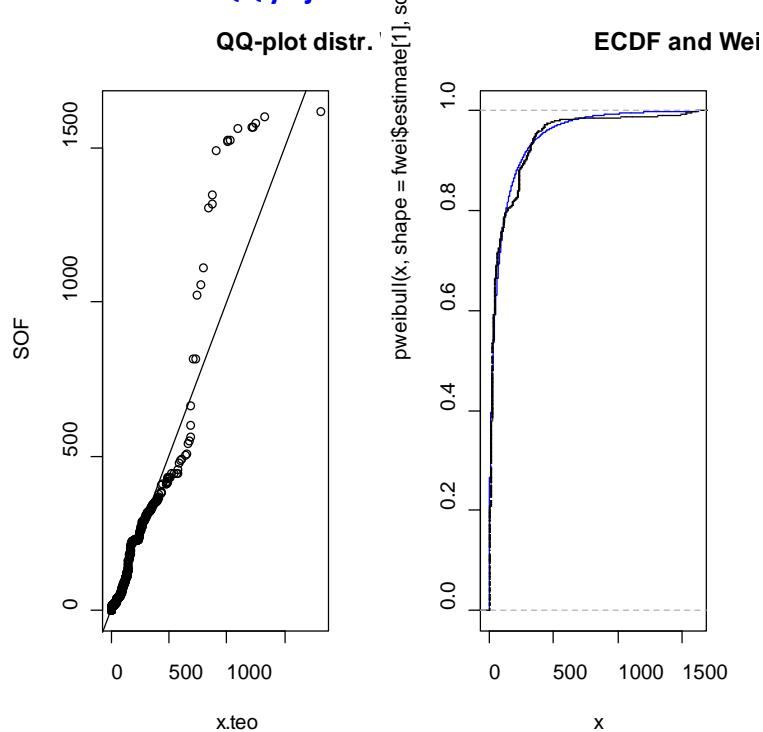
Ajuste de la distribución DGP: una vez definido el umbral ( $u= 370$  mdp) se realizó el ajuste de la DGP. Para ello, se utilizaron los estimadores de la función fitgdp del paquete PSU de R: MV y mínima distancia (3 distancias).

**Figura 3.24 Distancias con función en R (fitgdp).**

	mle	ad	ks	cm
scale	81.3327429	745.5526700	3965.6722300	3079.9407700
shape	0.7099833	61.7418300	-82.9819200	-168.5617600

Para corroborar qué tan factible es estimar con la distribución Weibull, se tienen los gráficos QQ y el ajuste de los datos a la distribución Weibull.

**Figura 3.25 Gráficos QQ y ajuste de los datos a la distribución Weibull.**

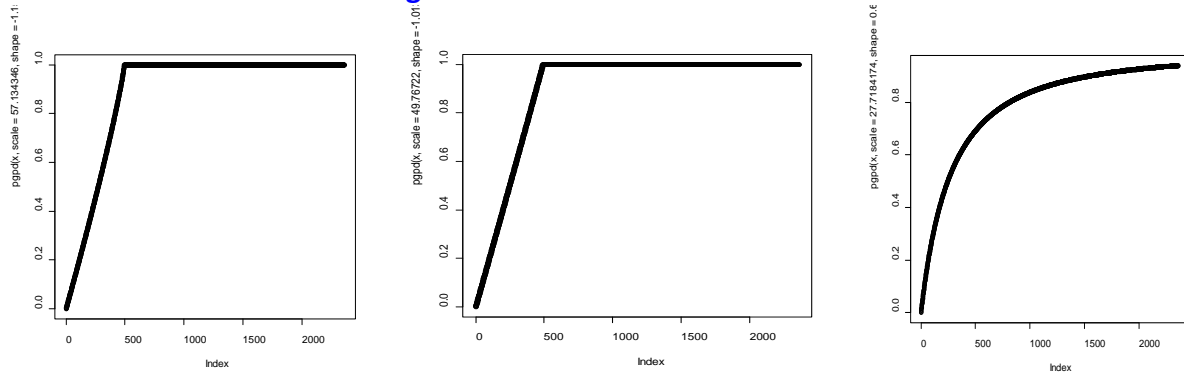


Finalmente, se ocuparon las distancias con función en R (función fitgdp) del paquete PSU para estimar los parámetros de la DPG, y se eligió aquella que mejor ajustara los datos. En este caso, la distancia que mejor ajusta los datos se obtuvo con ad, debido a que los puntos muestrales representan un ajuste adecuado a las curvas teóricas sin pasar las bandas de confianza.

En la gráfica 3.26 se muestran los resultados de la DGP con los parámetros estimados a través de éstos métodos.



**Figura 3.26 Resultado de la DGP.**



Dichos parámetros se utilizaron para calcular los niveles mínimos de capital.

*Modelo PSU y los requerimientos de capital:* Partiendo del umbral elegido como resultado del mejor ajuste en los estimadores, 40 datos lo exceden.

Posteriormente, se obtuvo la  $PE_d$  presentada en el Cuadro 3.3.

Un vez obtenidas las estimaciones de los parámetros  $\xi$  y  $\hat{\sigma}$  se ajustó la DGP a los datos observados. Con base en la distribución ajustada, en el siguiente paso se estimó el  $VaR_p$  con un nivel de confianza  $p$ . Los resultados se presentan en el cuadro 3.3.

**Cuadro 3.3 Estimación del  $VaR_p$  y  $PE_d$  por TVE.**

(Cifras en millones de pesos)

p (%)	Valor de estimación	
	VaR <sub>p</sub>	PE <sub>d</sub>
95.0	354.9	400.7
97.5	458.9	976.8
99.0	1,578.3	1,599.4

### 3.4 Participación de los IFNB en el financiamiento del país

Como se señaló en el primer capítulo, el SFM está inmerso en un proceso continuo de transformación y modernización, cuya finalidad consiste en reactivar el crédito y en mejorar el funcionamiento de sus instituciones. En este sentido, se ha decretado la desaparición de los IFNB que no captan recursos (depósitos) del público ni están conectados al sistema de pagos.

Por otra parte, el financiamiento desempeña un papel central en la economía, ya que permite la obtención inmediata de recursos y el pago en un periodo de tiempo determinado posterior a un costo de capital fijo llamado interés. Específicamente, la participación de los IFNB dentro del financiamiento total en el SFM se muestra en el Cuadro 3.4. Es interesante notar que el financiamiento interno representa el 77.5 por ciento del total, del cual el 9.3 por ciento corresponde a los IFNB. Dentro de este rubro, las Sofom E.R. figuran con el 55.4 por ciento del total de los IFNB, mientras que las empresas de factoraje, arrendadoras y Sofoles constituyen el 19.4 por ciento.

**Cuadro 3.4 Financiamiento total al sector privado no financiero.**

	Millones de Pesos				
	2007	2008	2009	2010	2011 <sup>*/</sup>
<b>Financiamiento Total</b>	3,040,053	3,560,265	3,771,819	3,937,307	4,343,811
<b>Financiamiento Externo</b>	699,543	775,881	860,781	886,822	978,194
<b>Financiamiento Interno</b>	2,340,510	2,784,384	2,911,037	3,050,485	3,365,617
	%				
<b>Financiamiento Interno</b>	<b>76.99</b>	<b>78.21</b>	<b>77.18</b>	<b>77.48</b>	<b>77.48</b>
<b>Emisión de instrumentos de deuda</b>	<b>6.83</b>	<b>7.30</b>	<b>7.67</b>	<b>8.35</b>	<b>8.13</b>
<b>IFNB</b>	<b>11.00</b>	<b>12.54</b>	<b>10.87</b>	<b>9.50</b>	<b>9.27</b>
Factorajes	0.36	0.18	0.10	0.04	0.03
Arrendadoras	0.84	0.36	0.25	0.15	0.12
Uniones de Crédito	0.77	0.76	0.80	0.82	0.78
Entidades de Ahorro y Crédito Popular <sup>1/</sup>	0.69	0.66	1.08	1.70	1.66
SOFOL	7.86	5.50	3.58	1.99	1.64
SOFOM E.R.	0.48	5.08	5.06	4.81	5.04
Infonavit y Fovissste	23.46	25.44	26.89	27.65	27.05
Banca Comercial y Desarrollo	58.71	54.72	54.57	54.50	55.55

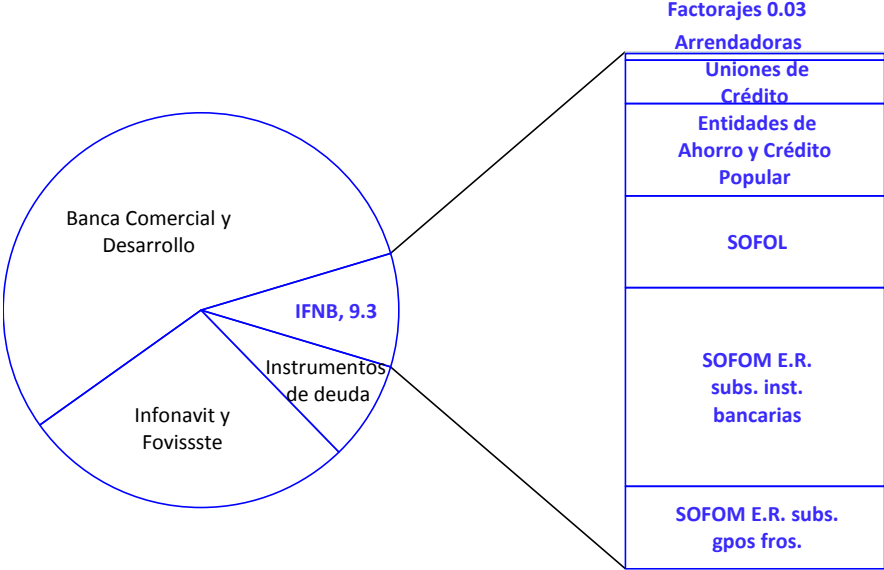
Fuente: Banxico.

<sup>\*/</sup> Incluye información preliminar a septiembre de 2011.

<sup>1/</sup> Hasta junio de 2009, este rubro presentaba únicamente las cifras de Sociedades de Ahorro y Préstamo (Saps). A partir de septiembre de 2009, se le incorporan las cifras de las Sofipos y de las Scaps.

Lo anterior supone que si todos los intermediarios sujetos a transformación optaran por convertirse en Sofom E.R. o en Sofom E.N.R., constituirían prácticamente el 73.8 por ciento del total del financiamiento interno. Éste se representa gráficamente en la siguiente Figura 3.27.

**Figura 3.27 Composición de los intermediarios participantes en el financiamiento.**



Fuente: Banxico.

Como se observa en el Cuadro 3.5, desde el 2007 varios intermediarios se han convertido a Sofom E.R. Por ejemplo, con información correspondiente al mes de julio de 2010, se tiene que 12 empresas de factoraje ya estaban operando como Sofomes, donde 4 son Sofom E.R., actualmente, sólo existe una empresa de este tipo.

En el caso de las arrendadoras, se sabe que de las 23 que ya se han convertido a Sofomes, 7 son Sofom E.R.

Finalmente, de las 40 Sofoles operando actualmente como Sofomes, 6 son Sofom E.R. Cabe señalar que se cuentan 19 instituciones operando todavía como Sofoles.

**Cuadro 3.5 Conversión de IFNB a Sofom E.R.**

	<b>Factoraje</b>		<b>Arrendadoras</b>		<b>Sofoles</b>	
	Inician operación como:		Inician operación como:		Inician operación como:	
	<b>Sofom</b>	<b>Sofom E.R.</b>	<b>Sofom</b>	<b>Sofom E.R.</b>	<b>Sofom</b>	<b>Sofom E.R.</b>
2006	2	0	3	0	4	0
2007	7	3	14	4	19	4
2008	1	0	4	2	11	1
2009	1	0	1	1	6	1
2010	1	1	1	0	0	0
2011	0	0	0	0	0	0
<b>Total</b>	<b>12</b>	<b>4</b>	<b>23</b>	<b>7</b>	<b>40</b>	<b>6</b>

Fuente: Banxico.

Notablemente, las empresas que aún no se han transformado en Sofomes han tenido una participación destacada dentro de su ramo, por lo que es altamente probable que para el 2013 realicen su cambio a Sofomes E.R. Con base en esta suposición, la posible estructura del financiamiento interno al sector privado no financiero quedaría como sigue:

**Cuadro 3.6 Posible financiamiento total al sector privado no financiero.**

	<b>Millones de Pesos</b>				
	<b>2007</b>	<b>2008</b>	<b>2009</b>	<b>2010</b>	<b>2011<sup>*/</sup></b>
<b>Financiamiento Total</b>	3,040,053	3,560,265	3,771,819	3,937,307	4,343,811
<b>Financiamiento Externo</b>	699,543	775,881	860,781	886,822	978,194
<b>Financiamiento Interno</b>	2,340,510	2,784,384	2,911,037	3,050,485	3,365,617
	%				
<b>Financiamiento Interno</b>	<b>76.99</b>	<b>78.21</b>	<b>77.18</b>	<b>77.48</b>	<b>77.48</b>
<b>Emisión de instrumentos de deuda</b>	<b>6.83</b>	<b>7.30</b>	<b>7.67</b>	<b>8.35</b>	<b>8.13</b>
<b>IFNB</b>	<b>11.00</b>	<b>12.54</b>	<b>10.87</b>	<b>9.50</b>	<b>9.27</b>
<b>Uniones de Crédito</b>	0.77	0.76	0.80	0.82	0.78
<b>Entidades de Ahorro y Crédito Popular<sup>1/</sup></b>	0.69	0.66	1.08	1.70	1.66
<b>SOFOM E.R.<sup>2/</sup></b>	9.54	11.13	8.99	6.98	6.84
<b>Infonavit y Fovissste</b>	<b>23.46</b>	<b>25.44</b>	<b>26.89</b>	<b>27.65</b>	<b>27.05</b>
<b>Banca Comercial y Desarrollo</b>	<b>58.71</b>	<b>54.72</b>	<b>54.57</b>	<b>54.50</b>	<b>55.55</b>

Fuente: Banxico.

<sup>\*/</sup> Incluye información preliminar a septiembre de 2011.

<sup>1/</sup> Hasta junio de 2009, este rubro presentaba únicamente las cifras de Saps. A partir de septiembre de 2009, se le incorporan las cifras de las Sofipos y de las Scaps.

<sup>2/</sup> Incluye empresas de factoraje, arrendadoras financieras, Sofoles y Sofomes E.R.

Con respecto a la medición del riesgo de crédito, constantemente se busca la implementación de metodologías nuevas que permitan estimar con mayor precisión su valor, evitando así el surgimiento de escenarios adversos que afecten la estabilidad económica del país. En este contexto, la mayoría de los modelos actuales se basan en la suposición de que los activos siguen una distribución gaussiana; sin embargo, se ha observado que la distribución de pérdida de los créditos tiene un fuerte sesgo, con una relativa cola pesada a la derecha. Más aún, son precisamente los eventos extremos los que pueden poner en peligro la estabilidad de una entidad. Debido a esta razón, y a que los métodos convencionales a menudo subestiman el riesgo del área de las zonas extremas, en este estudio se analizó el riesgo de crédito esperado de los IFNB mediante la construcción de escenarios de simulación de PSU, el cual se fundamenta en la TVE.

La metodología desarrollada en este trabajo puede ser útil para llevar a cabo el análisis de eventos extremos, que incluyen desde desastres naturales hasta colapsos financieros, especialmente cuando se cuenta con pocos datos históricos, como sucede para los IFNB. Adicionalmente, se ha observado que en contraste con las mediciones históricas, la TVE mide de manera más óptima los datos pertenecientes a las carteras de inversión [Cid, 2010]. Así, al predecir la probabilidad de un evento extremo, se podría estimar con mayor eficiencia el capital de reserva que requiere una institución, y los inversionistas contarían con información valiosa para la toma de decisiones.

## Conclusiones

La TVE, y más concretamente la DGP, permite modelar los eventos que exceden un determinado umbral o prioridad, dando un paso más en el análisis de riesgos y en la gestión financiera. Por esta razón, en seguida se presentó la DGVE, así como algunas metodologías utilizadas para encontrar tanto los valores extremos de una serie, como la estimación de parámetros.

Es importante señalar que una de las medidas más utilizadas por las instituciones financieras a nivel mundial para la medición del riesgo de mercado es el VaR, y que las metodologías más utilizadas para su cálculo incluyen la simulación histórica, la simulación Montecarlo y los sistemas *KMV/ CreditMetrics<sup>TM</sup>* y *CreditRisk+*.

Así, en el Capítulo 3 se desarrolló una propuesta de medición del riesgo de crédito para los IFNB. El método presentado constituye una herramienta altamente útil para la medición del riesgo de crédito, ya que permite realizar el análisis sin la necesidad de conocer con gran detalle la cartera de crédito del intermediario correspondiente. A su vez, este estudio refleja el estado en el que se encuentra cada intermediario en el sector comercio (empresas), dado que la cartera vencida de cada institución se considera como una pérdida para el intermediario. De esta forma, se puede obtener una estadística que represente en una sola cifra la probabilidad máxima de riesgo así como la PE de la cartera de crédito, misma que se puede utilizar en el estudio de los IFNB que operarán en el futuro como Sofomes, o en su caso, se liquidarán debido al decreto emitido por el DOF. Es importante tomar en cuenta que cada sector tiene características especiales, y que para tomar decisiones, habría que realizar un estudio puntual de cada entidad.

Es de relevancia notar que la metodología utilizada se ajustó a las necesidades de la información, ya que a partir de pocos datos provenientes de la cartera de crédito correspondiente a cada IFNB, se obtuvo el cálculo del VaR mediante TVE para niveles de confianza de 95 por ciento, 97.5 por ciento y 99 por ciento. En los 3 casos prácticos presentados, los resultados mostraron que los distintos niveles de confianza son muy parecidos, lo cual corrobora que el VaR mediante TVE logra una medición óptima de los datos extremos de la distribución de la cartera de crédito.

Finalmente, se puede resumir que el principal aporte del VaR mediante TVE consiste en optimizar la toma de decisiones, tanto para la constitución de reservas preventivas como para la administración del riesgo de crédito. De esta forma, los inversionistas y directivos

tendrán un menor manejo del capital de la institución, canalizando los recursos a reservas o inversión.

Cabe resaltar que para estudios futuros sobre IFNB, habrá que contrastar los resultados obtenidos con aquéllos derivados de las Sofomes con la finalidad de integrar los datos y de proyectar los posibles cambios en las carteras de crédito a partir del 2013.

## Apéndice 1. Histogramas

El propósito de un histograma es resumir de forma gráfica la distribución de un conjunto de datos univariados, más concretamente, muestra la frecuencia por intervalos o grupos de datos. Por ello se emplea fundamentalmente para funciones de distribución discretas.

Si los datos provienen de distribuciones continuas, la forma más común del histograma se obtiene mediante la agrupación de los datos en lo que se denominan clases. Para realizar el gráfico, se cuenta el número de datos de cada clase y esta frecuencia se representa en el eje vertical, representando en el eje horizontal las clases de datos.

Las frecuencias de cada clase  $j$  vendrán dadas por el siguiente cociente:  $p_j = \frac{n_j}{n}$

$n_j$  es el número de observaciones que comparten el mismo valor  $j$  y  $n$  representa el número total de observaciones.

El histograma muestra gráficamente:

- El centro de los datos.
- La dispersión de los datos alrededor del núcleo.
- La asimetría de los datos.
- La presencia de outliers.
- La presencia de múltiples modas.

Este conjunto de rasgos proporciona indicaciones sobre el modelo que se ajusta a los datos.

El histograma también puede realizarse en una escala logarítmica, mostrando la amplitud en el rango de los datos. También permite observar si los datos presentan una cola derecha log-normal, lo que estaría indicado por la forma familiar de campana en el gráfico logarítmico.

Es común visualizar las frecuencias por medio de los histogramas, ya que representan una estimación apropiada de las densidades muestrales. Y de nuevo mediante la comparación con funciones de densidad estándar se puede aproximar el tipo de distribución que ajustará los datos.

Sin embargo, el problema de los histogramas es que si los datos objeto de estudio son continuos, la elección del tamaño de las clases es crucial para la construcción del mismo. Las densidades de kernel son una alternativa para la construcción de las densidades muestrales.



## Apéndice 2. Las densidades de kernel

La función a través de la cual se determinan las densidades de kernel es:

$$g_b(x, x_i) = \frac{1}{n} \cdot \frac{k}{b} \cdot \left(\frac{x-x_i}{b}\right), \quad b > 0$$

donde  $b$  es el ancho de banda elegido y  $k$  es la función de kernel talque:  $\int k(y)dy = 1$ .

Si  $k$  es no negativo, entonces  $\frac{k}{b} \cdot \left(\frac{x-x_i}{b}\right)$  es una densidad con parámetros de localización y escala,  $x_i$  y  $b$  respectivamente. La función  $g$  tiene un peso de  $1/n$ .

Sumando todos los términos individuales se obtienen las densidades de kernel.

$$f_{n,b}(x) = \sum_{i=1}^n g_b(x - x_i) = \frac{1}{n \cdot b} \cdot \sum_{i=1}^n k\left(\frac{x - x_i}{b}\right)$$

Sin embargo, resulta relevante la elección del ancho de banda  $b$  apropiado. Si dicha selección o parámetro de escala es pequeño, todavía se pueden reconocer términos de  $g_b(x, x_i)$  representando los datos. Si por el contrario  $b$ , es alto se produce una sobre suavización que puede ocultar la detección de algunas de las claves que proporcionan los datos.

### Apéndice 3. El gráfico de cuantil-cuantil

Este gráfico permite comprobar si una distribución consigue ajustar el comportamiento real de los datos. Con esta herramienta se compara la función de cuantiles empírica con la teórica (inversa de la función de distribución) de distintos modelos paramétricos. A través del mismo se puede saber si la distribución tomada como referencia ajusta o no la distribución real de los datos. Si el gráfico de cuantil-cuantil se muestra lineal, se puede afirmar que los valores muestrales se ajustan a la distribución tomada como referencia.

Se denomina cuantil- $p$  de una función de distribución  $F$ , al valor  $X_p$  tal que  $F(X_p) = p$ , es decir, se denomina cuantil- $p$  al valor  $X_p$  que deja a su izquierda el percentil  $p$  de probabilidad.

El cuantil- $p$  teórico viene dado por la función de cuantiles del modelo seleccionado (inversa de la función de distribución) estimando los percentiles a través de la expresión:  $p = \frac{r}{(n+1)}$  tal que:  $F^{-1}(p) = Q(p) = X_p$  siendo  $X_p$  el cuantil teórico para el percentil  $p$ .

Dada una muestra ordenada de forma ascendente

$(X_{1,n} < \dots < X_{r,n} < \dots < X_{n,n})$ , el gráfico de cuantil-cuantil representa los valores muestrales, ordenados de menor a mayor, como variable dependiente e independiente, el valor de los cuantiles teóricos, de modo que las coordenadas del gráfico que permiten comprobar la bondad del ajuste son:  $(F_n^{-1}(p); X_{r,n})$ .

Si el gráfico muestra linealidad es porque:  $X_{r,n} \cong F_n^{-1}\left(\frac{r}{n+1}\right)$ . Es decir, la distribución ajustada ha conseguido modelar los cuantiles muestrales. Por ejemplo, si se quisiera comprobar si los datos ajustan una distribución exponencial, se determinarían los cuantiles teóricos a través de la inversa de dicha distribución, esto es:

$$\text{Si } F(X_p) = \exp(-X_p) = p$$

entonces el cuantil teórico  $X_p$  está dado por:  $F_n^{-1}(p) = -\ln(1-p) = X_p$ .

Si los valores muestrales siguen una distribución exponencial, este gráfico de cuantil-cuantil se mostrará lineal y si además coinciden los parámetros de localización y escala se encontrará cercano a la bisectriz.

En resumen,

1. El gráfico de cuantil-cuantil hace posible la comparación entre varias distribuciones o modelos a través de la relación que existe entre los cuantiles muestrales y los cuantiles teóricos calculados a partir de la distribución específica propuesta. Si el modelo paramétrico elegido se ajusta bien a los datos, el gráfico debe mostrar una forma lineal y cuanto más lineal sea el gráfico, más apropiado será el modelo en términos de bondad del ajuste. Esta afirmación también se cumple si los datos provienen de una transformación lineal de la distribución.

En definitiva, los gráficos de cuantil – cuantil permiten responder a la cuestión de si un modelo proporciona un ajuste adecuado a la distribución variable aleatoria objeto de estudio.

1. La linealidad se puede contrastar rápidamente de forma visual, o de forma más precisa, por medio de coeficientes de correlación, mediante el cálculo del ERCM, mediante rectas de regresión, pudiendo responder a la cuestión de si un modelo proporciona un ajuste adecuado a la distribución real de la variable aleatoria considerada en el análisis.

No obstante, si no existe linealidad, también se obtiene información relevante, ya que, por ejemplo, si se ha intentado un ajuste mediante una distribución normal o una distribución exponencial y el gráfico muestra una curva al final hacia la derecha o a la izquierda, el gráfico indica que la distribución real de los datos presenta una cola más larga o más gruesa que dichas distribuciones y, por tanto, deberá buscarse otro ajuste.

2. Otra ventaja que presenta el gráfico de cuantil-cuantil es que no es necesario que sean seleccionados *a priori* los parámetros de localización y escala. Una vez que se demuestra que el ajuste lineal es lo suficientemente bueno como para afirmar que los datos provienen de esa distribución de referencia, la ordenada en el origen y la pendiente de la recta de regresión que ajusta los puntos del gráfico proporcionarán una estimación de dichos parámetros.

Estas estimaciones serán de utilidad en diversas distribuciones, pero no para la distribución normal, donde el parámetro de localización y escala se estiman a través de la media y la desviación estándar, respectivamente.

3. Cuando la distribución de referencia presenta un parámetro característico de forma, la representación del gráfico de cuantil-cuantil requiere una estimación previa del mismo. Una vez estimado, si la representación del gráfico de cuantil – cuantil difiere

mucho de una línea recta, o bien el parámetro ha sido mal estimado, o bien la selección del modelo no es correcta.

4. El gráfico de cuantil – cuantil permite también detectar posibles datos que estén contaminando la muestra, por ejemplo, por un error de muestreo. Además de las utilidades hasta ahora descritas, permite comparar dos variables aleatorias, del siguiente modo:

Dadas dos variables aleatorias  $X$  y  $Y$ , cuando existe una función continua no decreciente que las relaciona  $Y = g(X)$ , se mantiene también la misma relación entre los correspondientes cuantiles de sus respectivas distribuciones:  $Q_Y(p) = g(Q_X(p))$

Cuando se poseen dos muestras de datos  $(Y_{1,n} < \dots, Y_{r,n} < \dots, < Y_{n,n})$  y  $(X_{1,n} < \dots, X_{r,n} < \dots, < X_{n,n})$  distribuidas como  $Y$  y  $X$  respectivamente, el gráfico de los datos ordenados de modo decreciente, con coordenadas  $(X_{r,n}; Y_{r,n})$ , proporciona una vista previa de la función  $g$  que hay que tomar para transformar la distribución  $X$  en la distribución  $Y$ .

Si el gráfico de cuantiles empíricos se muestra lineal y cercano a la bisectriz, se puede decir que las distribuciones de  $X$  y  $Y$  no son diferentes. Si el gráfico muestra una línea con un ángulo menor de 45 grados, la distribución  $Y$  es más dispersa que la distribución de  $X$  en esa área; respectivamente, si el ángulo es mayor de 45 grados, será menos dispersa.

## Bibliografía

- Aguirre Salado, Alejandro Iván. Mayo, 2010. Estimación del valor en riesgo mediante modelos de heterocedasticidad condicional y teoría de valores extremos. Tesis de maestría. Colegio de Postgraduados.
- Banco de México (Banxico).
- Bensalah, Y. 2000. "Steps in Applying Extreme Value Theory to Finance: A review". Banco de Canadá. <http://ideas.repec.org/p/bca/bocawp/00-0.html>
- Campa Rojas, María Antonieta. 2001. Teoría de valores extremos con aplicaciones a medidas de riesgo. Tesis de Licenciatura. Facultad de Ciencias, UNAM. México.
- Cardozo, Pamela. Julio de 2004. Valor en riesgo de los activos financieros aplicando la teoría de valor extremo. Tesis de Maestría. Universidad de los Andes.
- Cid Padilla, Daniel. 2010 La administración integral de riesgos financieros: estimación del var de mercado a través de teoría de valores extremos. Tesis de Licenciatura. Facultad de Ciencias, UNAM. México.
- Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNBV).
- Coles, S. 2001. An introduction to statistical modelling of extreme values, Springer-Verlag, London.
- Embrechts, P., Klüppelberg, C. y Mikosch, T. 1997. Modelling Extremal Events for insurance and finance. Springer-Verlag, Berlin.
- García Pérez, Almudena. 2004. A Contribution to Solvency Analysis: The Extreme Value Theory. Universidad de Alcalá de Henares. Tesis doctoral.
- García Pérez, Almudena. 2004. La teoría del valor extremo: una aplicación al sector asegurador. VII congreso Hispano – Italiano de Matemáticas Financieras y Actuariales organizado por la Universidad de Castilla La Mancha. Fragmento de la tesis doctoral: "Una aportación al análisis de solvencia: La teoría del valor extremo".
- Gómez Ortiz, Sandy. 2007. La Sofol y su revisión de estados financieros. Tesis de Licenciatura. Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, UNAM. México.

- J. González, J. Vega, G. Rodríguez, análisis extremal mediante el método de picos sobre umbral, Departamento de Física, Universidad de Las Palmas de Gran Canaria, Las Palmas, España.
- Kotz, S; Nadarajah, S. 2000. Extreme Value Distributions: Theory and applications; Imperial College Press, London.
- McNeil, A.J. 1998. "Calculating Quantile risk measures for financial return series using Extreme Value Theory". Working Paper, Dep. Mathematik, ETH Zentrüm, Zürich.
- Medrano Ramírez, Maricarmen. 2010. Valuación de activos financieros en el mercado de dinero mexicano. Tesis de Licenciatura. Facultad de Ciencias, UNAM. México.
- Naess A., Clausen, P.H. 2001. Combination of the peaks-over-threshold and bootstrapping methods for extreme prediction, Structural Safety.
- Reiss, R.D.; Thomas, M.; (2001): Statistical analysis of extreme values (with applications to insurance, finance, hydrology and other fields); Birkhäuser Verlag, 2ª Edición.
- Rivera Mancía, María Elena.2009. Medición del riesgo operativo a través de valores extremos una aplicación al sector financiero. Tesina de especialización en Estadística Aplicada. IIMAS, México.
- Terán Guevara, Tania Erica. 2007. Análisis del riesgo de crédito de la banca comercial en México. Tesis de Licenciatura. Facultad de Economía, UNAM. México.
- Vega Rodríguez, Francisco et al. 1998. El mercado de dinero, capitales y productos derivados. GAF, Eón y Thomson, México.
- Velasco Luna, Fernando; Hernández González, Sergio. Junio 2007. Teoría de valores extremos: Una introducción. Revista de Ciencias Básicas UJAT, volumen 6 número 1.
- Venegas Martínez, Francisco. 2006. Riesgos financieros y económicos productos derivados y decisiones económicas bajo incertidumbre. Thomson. México.