



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA MECÁNICA – MECÁNICA APLICADA

“EVALUACIÓN DE LA EFICIENCIA TÉRMICA DE ALEACIONES CON MEMORIA
DE FORMA TÍPICAS PARA SU USO EN DISTINTOS DISPOSITIVOS
RECUPERADORES DE ENERGÍA.”

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA.

PRESENTA:
JESÚS ALEJANDRO RÍOS CORTÉS.

TUTOR:
DR. JACINTO CORTÉS PEREZ.
FES. ARAGÓN.

MÉXICO, D. F. FEBRERO 2013

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Ramírez Reivich Alejandro C.

Secretario: M.I. Souza Jiménez José Antonio

Vocal: Dr. Cortés Pérez Jacinto

1 er. Suplente: M.I. Reyes Solís Alberto

2 do. Suplente: M.I. Franco Martínez David

Lugar donde se realizó la tesis: Ciudad Universitaria, DF. 2013

TUTOR DE TESIS:

Dr. Jacinto Cortés Pérez.

FIRMA

Dedico este trabajo a mis padres que son mi ejemplo a seguir:

Francisca Cortés Aragón.

Alejandro Ríos García.

El esfuerzo para superar las dificultades que tuvieron con el fin darme una vida mejor es admirable, por todo el apoyo que me han dado este logro también es de ustedes.

Agradecimientos:

Al Dr. Jacinto Cortés Pérez por dirigir esta tesis, por el apoyo que me brinda y por inspirar siempre el deseo de superación en sus alumnos.

Al M. I. Néstor García Castillo por dedicar algo de tu tiempo a resolver mis dudas, es admirable que lo hagas sin esperar nada a cambio.

A mis amigos del Laboratorio de Mecánica Aplicada del Centro Tecnológico Aragón: Salvador, Iván, Carlos, Rodrigo, Ángel por hacer ameno el ambiente de trabajo.

A mis sinodales: Dr. Ramírez Reivich Alejandro, M. I. Souza Jiménez José Antonio, M. I. Reyes Solís Alberto, M. I. Franco Martínez David por sus valiosos comentarios y sugerencias para esta tesis.

AL Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT).

Por la beca para mis estudios de maestría y por impulsar el desarrollo tecnológico en nuestro país.

AL Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIT) por el apoyo económico brindado para la realización de esta tesis, a través del proyecto titulado: Estudio y desarrollo de aplicaciones empleando materiales con memoria de forma.

Índice

Introducción	1
Capítulo 1. Materiales con memoria de forma (MMF)	2
1.1 Aspectos generales de los MMF	2
1.2 Transformación martensítica (TM)	3
1.2.1 Temperaturas de transformación	5
1.3 Transformación martensítica inducida por esfuerzo (TMIE)	6
1.3.1 Anisotropía mecánica	8
1.4 Comportamiento Mecánico de los MMF	9
1.5 Modelos propuestos	12
1.5.1 Modelos ingenieriles	14
1.5.2 Modelación matemática de la transformación martensítica inducida por esfuerzo	18
Capítulo 2. Motores térmicos con MMF	25
2.1 Principio de funcionamiento de los motores térmicos con MMF	25
2.2 Clasificación de motores térmicos con MMF	27
2.2.1 Motores con manivela	27
2.2.2 Motores con poleas	30
2.2.3 Motores con interacción de un campo	32
2.2.4 Motores recíprocos	33
2.2.5 Motores secuenciales	33
2.3 Panorama actual de los motores térmicos con MMF	34
2.3.1 Teoría y simulación de un motor térmico con cigüeñales sincronizados	34
2.3.2 Motores térmicos en aplicaciones prácticas	41
2.3.3 Retos técnicos para el desarrollo de un motor térmico con MMF	45
2.3.4 Eficiencia de los motores térmicos con MMF	45

Capítulo 3. Diseño de motores térmicos con MMF y propuesta para la evaluación de la eficiencia teórica	48
3.1 Construcción de motores térmicos con MMF	48
3.1.1 Motor con cigüeñales sincronizados	48
3.1.2 Motor de manivela con alambres de NiTi	55
3.1.3 Sistema de impulso usando MMF	69
3.2 Influencia de la orientación cristalina en la eficiencia energética de los MMF más comunes	70
Conclusiones	84
Referencias	85
Apéndices	88

Introducción.

Actualmente, un tema de especial interés en ingeniería es buscar fuentes de energías renovables y limpias. Aunque existen tecnologías de este tipo, en nuestro país la mayor parte de la energía eléctrica que se consume es generada en centrales termoeléctricas que funcionan con combustibles fósiles. El 40% de la energía calorífica que generan estos combustibles fósiles es convertida en energía eléctrica. El 60% restante es perdida en calor de desecho; el 90% de este calor de desecho se clasifica como energía de bajo grado ya que son temperaturas menores a 200 °C. Actualmente no se ha reportado ninguna máquina térmica que pueda aprovechar estas bajas temperaturas para producir trabajo mecánico útil. Muchos dispositivos han sido propuestos para recuperar esta energía térmica de bajo grado; dentro de estos dispositivos, los motores térmicos con materiales con memoria de forma (MMF) aparecen como buenos candidatos para convertir esta energía de bajo grado en trabajo mecánico útil [26]. El objetivo del presente trabajo es contribuir con el panorama actual de esta tecnología con un estudio que evalúa la eficiencia térmica desde el punto de vista cristalográfico, de dos aleaciones con memoria de forma.

El presente trabajo consta de tres capítulos, en el primero se tratan las generalidades de los MMF como son: la transformación martensítica, las temperaturas de transformación, la anisotropía mecánica y una revisión de modelos que simulan el comportamiento mecánico de estas aleaciones. Para realizar el estudio de la influencia de la orientación cristalina en la eficiencia energética se utilizó un modelo propuesto por Cortés [4], que se describe en el primer capítulo.

En el segundo capítulo se revisa el estado del arte en la recuperación de energía usando las propiedades termomecánicas de los (MMF). En este capítulo se describen y clasifican (según el principio de funcionamiento) una serie de patentes de motores térmicos que utilizan en su principio de funcionamiento elementos con MMF. Además se presentan algunos estudios relevantes que se consideraron en el tercer capítulo.

En el último capítulo se detallan los resultados del presente trabajo que son:

- 1.- La construcción de prototipos de investigación. Esto con la finalidad de obtener datos experimentales que permitan mejorar futuros diseños y poder evaluar el futuro que tienen los motores térmicos en la recuperación de energía en nuestro país.
- 2.- Estudio de la influencia de la orientación cristalina en la eficiencia energética de los MMF. Hasta el momento no se ha reportado ningún estudio que permita evaluar la eficiencia térmica de un MMF basado en la orientación cristalina, por lo que es una aportación para el estado del arte del conocimiento.

Capítulo 1. Materiales con memoria de forma (MMF).

En este capítulo se mencionan aspectos generales y propiedades de aleaciones que presentan memoria de forma. Por lo tanto, cuando se use la abreviación MMF en este documento se hace referencia a estas aleaciones metálicas.

Los MMF tienen la capacidad de recuperar su forma original después de haber sido deformados a bajas temperaturas. Para recuperar su forma original es necesario llevar al material a una temperatura crítica que marca el inicio de una transformación de fase: la transformación martensítica (TM). Gracias a la TM, los MMF tienen comportamientos característicos: la superelasticidad, la memoria de forma, el efecto combinado y el doble efecto de memoria de forma.

Ya que el objetivo de este trabajo es evaluar la capacidad que tienen las aleaciones con memoria de forma, con siglas en inglés SMA, para la recuperación de energía, en este capítulo se mencionan aspectos generales como: la transformación martensítica (TM), la transformación martensítica inducida por esfuerzo (TMIE), el comportamiento mecánico y algunos modelos matemáticos propuestos en la literatura.

1.1 Aspectos generales de los MMF.

Los MMF que se mencionan en este capítulo son aleaciones metálicas como Ni-Ti y Cu-Al-Be entre otras. Las propiedades fundamentales y características de estas aleaciones son: la superelasticidad, el efecto de memoria de forma simple, el efecto combinado y el doble efecto de memoria de forma. Estos comportamientos característicos se deben a una transformación de fase denominada; transformación martensítica. Como se verá más adelante, dicha transformación se puede inducir en el MMF por esfuerzo, temperatura, o una combinación de ambos factores. La fase martensita que aparece en los MMF parte de una fase madre, la fase austenita. El efecto de memoria de forma aparece en estos materiales, ya que este tipo de transformación martensítica es reversible. Existen cuatro

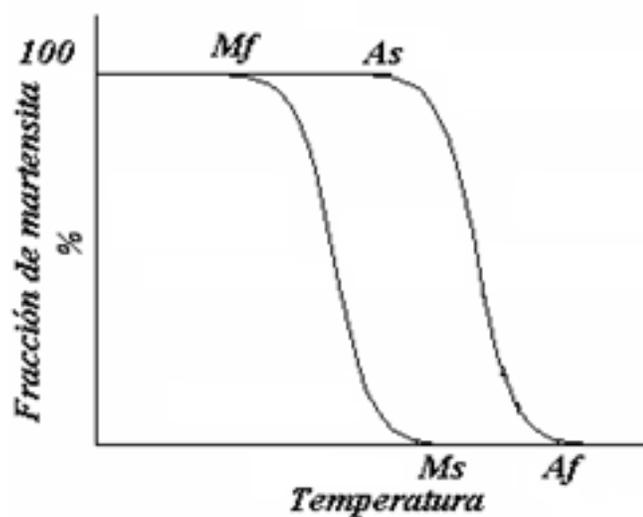


Figura 1.1 Temperaturas de transformación M_s , M_f , A_s , A_f

temperaturas críticas que marcan el inicio y el final de la transformación martensítica así como de la transformación inversa. En la Figura 1.1 se muestra un gráfico donde se aprecian estas temperaturas y la fracción volumétrica de material transformado. Ahora que se conocen estas temperaturas se pueden definir los efectos asociados.

El efecto superelástico consiste en que el material estando por encima de cierta temperatura crítica llamada A_f y sometido a una carga, es capaz de experimentar deformaciones hasta 100 veces más grandes que las presentadas por los materiales convencionales.

El efecto de memoria de forma simple es la capacidad del material de recuperar grandes deformaciones inducidas mecánicamente (hasta el 8%), incrementando la temperatura por encima de A_f .

El doble efecto de memoria de forma puede ser inducido de manera asistida o después de haber sido sometido a un proceso llamado educación. El efecto consiste en que el material toma dos formas predeterminadas al variar la temperatura entre dos valores críticos: M_f y A_f . En el caso del efecto que es asistido, el elemento fabricado con un MMF debe ser sometido a una carga constante o variable durante el ciclado térmico, mientras que en el caso, en el que el material ha sido educado el efecto se presenta sin carga aplicada.

Los MMF sufren una transformación de fase reversible cambiando su estructura cristalográfica. La transformación de fase que experimentan los MMF lleva a una fase denominada “martensita” a partir de una fase madre llamada “austenita”. Esta fase puede ser inducida por temperatura, esfuerzo o combinación de ambos y por la aplicación de campos magnéticos en algunas aleaciones especiales [1,2]. La base para la memoria de forma es que los materiales puedan transformarse desde y hacia la martensita fácilmente.

1.2 Transformación martensítica (TM).

Las transformaciones de estado de los sólidos pueden ser de dos tipos: por difusión y por desplazamiento. En las transformaciones por difusión, sólo se pueden formar nuevas fases con movimientos aleatorios de los átomos. Estos átomos recorren distancias relativamente grandes, lo que significa que se lleva a cabo una migración atómica. Por esta razón la evolución de este tipo de transformación depende de la temperatura y del tiempo. En la transformación por desplazamiento no se requieren grandes movimientos y en este caso los átomos se reordenan para llegar a una nueva estructura cristalina más estable pero sin cambiar la naturaleza química de la matriz. Dado que no se necesita una migración atómica, estas transformaciones por desplazamiento generalmente son independientes del tiempo y el movimiento de la interfase entre las dos fases es tremendamente rápido. Las transformaciones martensíticas pertenecen a este segundo tipo.

La transformación martensítica ha sido definida como una transformación displaciva de primer orden, constituida por una deformación de corte, es decir, se lleva a cabo sin difusión atómica, con movimientos menores al parámetro de red [3]. Se denomina de primer orden por presentar discontinuidades en las primeras derivadas de sus potenciales termodinámicos como son la entalpía y la entropía. Además de esta entalpía de transformación, presentan una histéresis y hay un rango de temperatura en el que existen austenita y martensita juntas.

Microscópicamente la transformación de austenita a martensita puede explicarse separada en dos partes: deformación de la red cristalina y la formación de variantes autoacomodantes. Aunque la deformación de la red es un proceso más complicado, se puede hacer una aproximación en dos dimensiones. Como se puede apreciar la Figura 1.2, durante la TM la estructura de la fase madre sufre una distorsión del tipo cortante puro, acompañado de un pequeño movimiento coordinado de los átomos del centro llamado “Shuffle”.

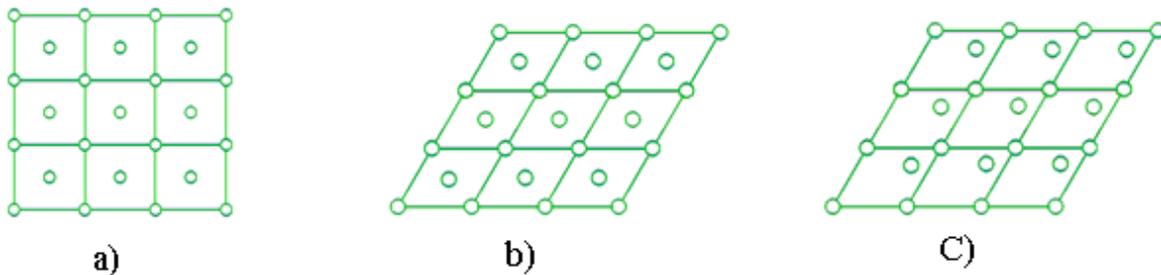


Figura 1.2 Se muestra la deformación que sufre la estructura de la fase madre durante la TM. a) Fase austenita, b) Deformación de corte y c) Deformación homogénea más corrimiento del átomo central. [12]

La transformación martensítica que experimentan los aceros implica un cambio de volumen y forma, mientras en las aleaciones con memoria de forma básicamente tienen sólo cambio de forma. Existe una diferencia apreciable entre la estructura de la fase austenita y la fase martensita, sin embargo, cuando la transformación es inducida por enfriamiento el volumen del material se mantiene prácticamente constante. Esto se debe a que en los MMF, a diferencia de lo que ocurre en otros tipos de transformaciones martensíticas, se presenta un mecanismo de auto acomodación reversible llamado: “formación de variantes autoacomodantes”. Dicho mecanismo consiste esencialmente en que las variantes de martensita que aparecen en el material se orientan de tal manera que se compensa la deformación de una con la de otra que se orientó en dirección opuesta. En las Figuras 1.3 (a) y 1.3 (b) se puede apreciar las representaciones bidimensional y tridimensional respectivamente de la formación de variantes autoacomodantes.

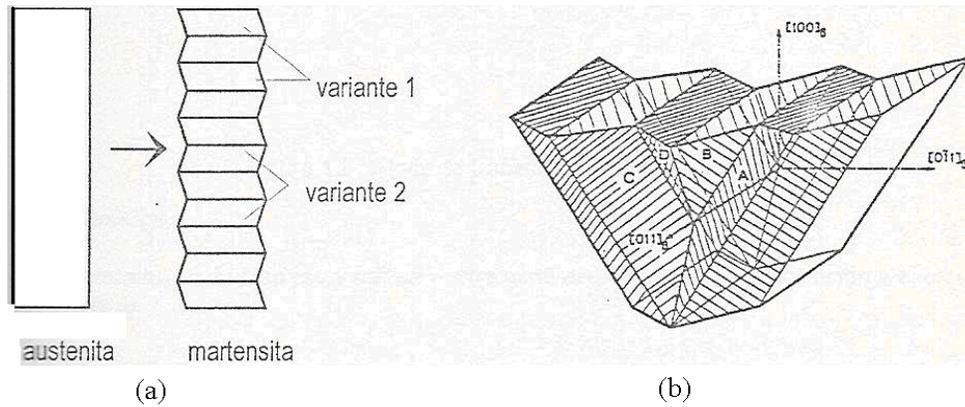


Figura 1.3 Diagramas que muestran el mecanismo de autoacomodo que se presenta en los MMF durante la transformación martensítica inducida por enfriamiento: (a) Diagrama bidimensional y (b) diagrama tridimensional [11].

En los MMF la transformación martensítica es de tipo termoelástica, a diferencia de otras transformaciones martensíticas observadas principalmente en aceros, por lo que progresa sólo si disminuye la temperatura en el material y se recupera en cuanto la temperatura incrementa. Es importante mencionar que cualquiera de las variantes de martensita que se forme recuperará la estructura de la fase austenita que la originó. La importancia de las dos características anteriores es que son las que permiten que se presente en los MMF el llamado: “efecto memoria de forma simple”. En el caso de transformaciones martensíticas no termoelásticas, el mecanismo de autoacomodo es el deslizamiento de planos atómicos el cual no es reversible. Esta característica se manifiesta en el tamaño de la histéresis que es considerablemente mayor que la histéresis de transformaciones martensíticas termoelásticas que se presentan en los MMF.

1.2.1 Temperaturas de transformación.

La martensita inducida sólo por temperatura, se forma al enfriar una fase a alta temperatura desde una fase madre llamada austenita. A medida que la temperatura disminuye, una fracción de volumen de martensita aumenta, conservando la composición y ordenación atómica de la fase madre debido a la ausencia de difusión. Las propiedades físicas de la martensita y austenita son diferentes y por ello a medida que se atraviesa el punto de transformación mediante una variación de temperaturas, aparece una gran variedad de cambios en las propiedades. Cuando la TM es inducida por enfriamiento, puede ser descrita mediante un diagrama como el que se mostró en la Figura 1.1 donde se presentó una gráfica de fracción volumétrica transformada-temperatura ($f - T$). Como ya se mencionó anteriormente, se puede ver que existen cuatro temperaturas críticas que son M_s , M_f , A_s , A_f las cuales representan el inicio y el fin de la transformación martensítica así como el inicio y fin de la transformación inversa, respectivamente.

En el proceso de enfriamiento la primera de estas temperaturas es la temperatura de inicio de la transformación martensítica (M_s), a partir de la cual se empieza a formar martensita por temperatura. Esta transformación termina a medida que decrece la temperatura cercana a M_f o temperatura final de la transformación martensítica. El siguiente conjunto de temperaturas características de transformación es la temperatura de inicio y final de la transformación austenítica A_s y A_f respectivamente. La formación de la fase austenita empieza a medida que durante el proceso de calentamiento se alcanza la temperatura A_s y se termina de formar alrededor de A_f .

Por convención, se considera que la TM, así como su inversa, ha iniciado cuando el 10% de la fracción volumétrica del material ha transformado y se considera que ha finalizado cuando se alcanza el 90%. [1]. Debido a que la transformación martensítica es de primer orden se presenta una entalpía de transformación (ΔH) la cual puede ser observada en una prueba de calorimetría diferencial de barrido. Las cuatro temperaturas críticas de un MMF pueden ser medidas practicando esta prueba o bien una de resistividad [4].

Según se ha reportado [1,5], la fracción volumétrica transformada (f) es proporcional a la entalpía de transformación (ΔH). La entalpía de transformación es un parámetro propio de cada tipo de TM en los MMF. Existen varios tipos de martensitas que pueden ser inducidas a partir de distintos tipos de austenitas que se presentan en diferentes MMF. La razón de las diferencias entre austenitas y martensitas se debe a que poseen diversas estructuras. Aunque la estructura de la fase austenita en los MMF posee simetría cúbica centrada en el cuerpo.

1.3 Transformación martensítica inducida por esfuerzo (TMIE).

Como se mencionó en la sección 1.1, la transformación martensítica puede ser inducida por enfriamiento, por esfuerzo o por una combinación de ambos. En la Figura 1.4 se muestra un diagrama esfuerzo-temperatura-transformación donde pueden ser apreciadas los distintos tipos de transformación. En dicha figura se aprecia que cuando la transformación martensítica es inducida por enfriamiento ($\sigma=0$) ésta inicia en $T=M_s$ y finaliza en $T=M_f$. Además, se puede ver que cuando la transformación martensítica es inducida por esfuerzo, manteniendo la temperatura constante y mayor a M_s , ésta inicia cuando el esfuerzo alcanza un cierto valor crítico σ_c y termina cuando el esfuerzo es igual a σ_f y que ambos dependen de la temperatura a la cual se realiza la prueba.

En realidad, los diagramas esfuerzo-temperatura-transformación son considerablemente más complejos que el de la Figura 1.4 ya que algunos MMF presentan diferentes tipos de transformaciones en determinados rangos de temperatura, como es el caso de aleaciones de Cu-Al-Ni [6,7], y en la mayoría de los casos se presentan transformaciones sucesivas, es decir, transformaciones del tipo: martensita-martensita.

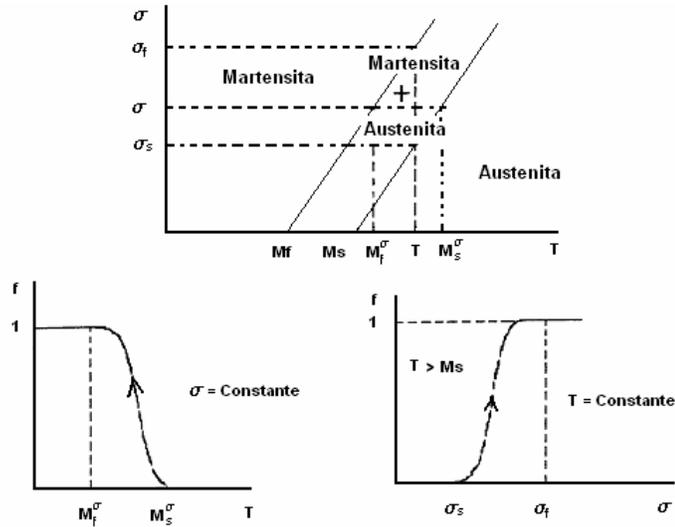


Figura 1.4 Diagrama Esfuerzo-Temperatura-Transformación típico de un material con memoria de forma.

Como se mencionó anteriormente, el cambio estructural asociado a la transformación martensítica es esencialmente una deformación de corte. Esta deformación de corte que sufre la red cristalina, tiene lugar a partir de planos que se mantienen invariantes después de la transformación los cuales son llamados “planos de hábito”. Si la transformación martensítica es inducida por un esfuerzo normal, como en el caso de una prueba de tensión simple, la deformación de la red es generada por la componente cortante del esfuerzo paralelo al plano de hábito. Cuando el esfuerzo de corte, alcanza un valor crítico, inicia la transformación martensítica en el material, la cual progresa con pequeños incrementos del esfuerzo. Según ha sido reportado en la literatura, en los MMF existen un total de 24 posibles variantes de martensita que se pueden formar en el material, cada una de las cuales se forma por un plano de hábito y una dirección de corte [30]. Cada plano de hábito y su correspondiente dirección de corte es llamado elemento de transformación mientras que al conjunto de los 24 elementos se le denomina Sistema de Transformación (ST). Según se ha reportado en la literatura tanto para mono como policristales sujetos a un estado de esfuerzo en tensión simple o tensión biaxial, la primera variante en formarse será aquella que presente el factor de Schmid más alto [4, 12, 20].

En términos generales se puede decir que la magnitud del esfuerzo crítico (σ_c) depende de la temperatura y sigue la relación de Claussius-Clapeyron, la cual puede ser escrita como:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial M_s} = \frac{\Delta H}{T \varepsilon_0} \quad (1.1)$$

donde: $\frac{\partial \sigma}{\partial M_s}$ es la razón de esfuerzo (la cual corresponde con la pendiente de la recta que se mostró en la Figura 1.4), ΔH es la entalpía de transformación, T es la temperatura a la cual se induce la transformación y ε_0 es la deformación transformacional la cual depende de la orientación cristalográfica del material.

El valor de la razón de esfuerzos, la entalpía de transformación y la deformación transformacional son diferentes para cada tipo de TM que se presenta en cada MMF. Así mismo, en los últimos años se han venido realizando una serie de estudios que muestran que el comportamiento mecánico de los MMF es altamente anisotrópico [6,7,8,9,10]. En realidad, se ha encontrado que tanto el esfuerzo normal crítico (σ_C) como la deformación transformacional (ε_0) dependen fuertemente de la orientación cristalina, mientras que el esfuerzo de corte crítico (τ_0) sólo depende de la temperatura y la magnitud del cortante (γ) es independiente de cualquier variable [4, 16].

1.3.1 Anisotropía mecánica.

Existen rasgos que hacen más complejo el comportamiento de los MMF, uno de ellos es la alta anisotropía mecánica que se presenta y se relaciona con la fase austenita en el esfuerzo y deformación transformacional. Cabe mencionar que el comportamiento mecánico de las fases: austenita y martensita por separado son linealmente elásticos, sin embargo, el proceso de transformación introduce una componente no lineal que lo complica considerablemente [4].

La anisotropía que se relaciona con la fase austenita está asociada a la simetría que presenta dicha fase, la cual, como se mencionó anteriormente, es del tipo cúbica centrada en el cuerpo (CCC). Como se sabe, un cristal de este tipo contiene tres ejes de simetría diferentes lo que trae como consecuencia que el número mínimo de constantes elásticas necesarias para describir su comportamiento, es tres y no dos como ocurre con los materiales isótropos [6]. Según se ha reportado en la literatura, la fase austenita de diversos MMF presentan coeficientes anisotrópicos que varían entre 11 y 15. Como consecuencia, su módulo elástico presenta variaciones que van de 23 a 230 GPa cuando la orientación de la muestra cambia de la dirección $[001]$ a la $[11\bar{1}]$ [13].

La anisotropía asociada al esfuerzo transformacional se refiere a una fuerte dependencia de la magnitud del esfuerzo crítico con la orientación del material. Dichas variaciones se deben a que la TMIE inicia cuando el esfuerzo de corte aplicado sobre un elemento del ST alcanza el valor crítico para la temperatura de prueba. Considerando que existen 24 posibles variantes de martensita que se pueden formar en un MMF, es necesario calcular el esfuerzo de corte inducido por la carga aplicada en cada uno de los elementos de transformación. En metalurgia mecánica generalmente se usa el Factor de Schmid (FS), o bien el Factor de Taylor (FT) que es su recíproco, para determinar la componente de corte (sobre un plano predeterminado) que es generado por una carga de tensión aplicada [4]. Para calcular el FS es necesario conocer la orientación del eje de aplicación de la carga, así como los índices de Miller de cada elemento de transformación. En estados de esfuerzos biaxiales, se ha empleado el FT para construir diagramas de transformación análogos a los que se emplean en teoría de cedencia de materiales convencionales.

Finalmente, la anisotropía asociada a la deformación transformacional se refiere a una variación severa de esta magnitud, con la orientación que se ha observado en curvas esfuerzo-deformación de muestras tanto monocristalinas como policristalinas de diversos

MMF sujetos a tensión uniaxial [6, 8,10, 17, 18]. Diversos autores han reportado dicho efecto y han encontrado una fuerte correlación con el FS [16].

1.4 Comportamiento Mecánico de los MMF.

La transformación martensítica inducida por esfuerzo involucra una variación considerable del comportamiento esfuerzo-deformación respecto al que presentan los materiales convencionales. En la Figura 1.5 se muestra un diagrama esfuerzo-deformación-temperatura donde se aprecian los diferentes comportamientos que presenta el Ni-Ti [9].

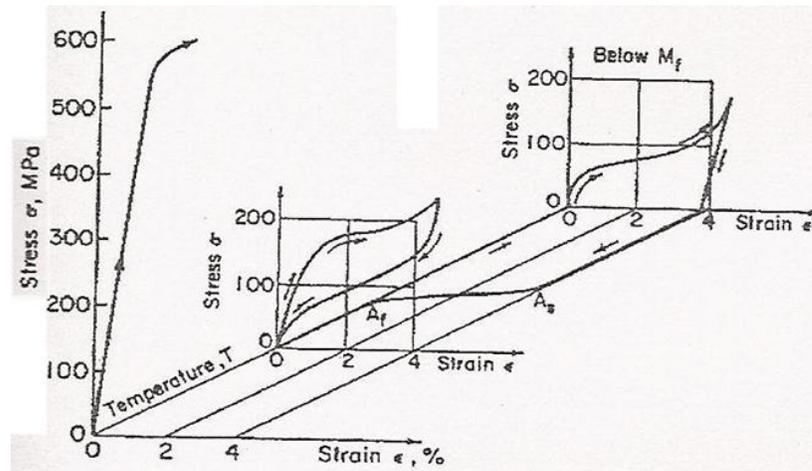


Figura 1.5 Comportamiento mecánico a diferentes temperaturas que presentó una aleación de Ni-Ti con memoria de forma [7].

Se puede observar que a una temperatura menor que M_f , si el material es cargado y descargado persiste una deformación aparentemente plástica que es recuperada al calentar el material por encima de la temperatura A_f . Este comportamiento corresponde con el llamado: “efecto memoria de forma simple”. Al enfriar el material, por debajo de M_f , se presenta el mecanismo de formación de variantes autoacomodantes por lo que la forma de la muestra se mantiene prácticamente invariable. Las variantes de martensita que se reorientan, debido a la aplicación de una carga, siguen la dirección donde los esfuerzos cortantes inducidos son mayores.

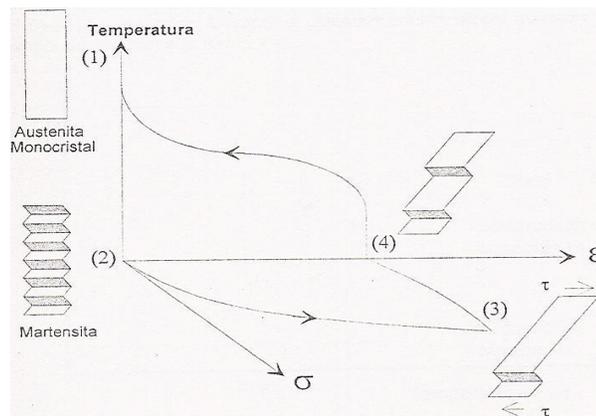


Figura 1.6 Diagrama esquemático que muestra los efectos estructurales involucrados en el efecto memoria de forma simple [14].

Al retirar la carga sólo algunas de las variantes reorientadas recuperan su orientación original mientras que otras no, lo que ocasiona que en el material persista una deformación macroscópica. Cuando el material es calentado por encima de A_f , todas las variantes de martensita retornan a la estructura de la fase austenita, que es cúbica, por lo que la deformación es totalmente recuperada. Este mecanismo se muestra en un esquema simple en la Figura 1.6 en donde se emplea un modelo bidimensional.

De la Figura 1.6 se observa que estando el material a una temperatura mayor que A_f (en fase austenita), al ser aplicado un ciclo de carga y descarga en una prueba de tensión uniaxial la curva esfuerzo-deformación que se obtiene corresponde con el llamado: “lazo superelástico” el cual se asocia a la transformación martensítica inducida por esfuerzo [5].

Para valores bajos de esfuerzo el material presenta un comportamiento lineal, similar al que presentan los materiales que siguen la ley de Hooke. Sin embargo, a determinado valor de esfuerzo, que depende de la temperatura de prueba, se presenta una meseta que se caracteriza por un aumento en la deformación originada por pequeños incrementos en el esfuerzo. En la Figura 1.7 se muestran una serie de curvas esfuerzo-deformación correspondientes a una aleación de Cu-Zn-Al [7] sometida a cargas de tensión uniaxial a temperaturas $T > A_f$. Se observa que el valor del esfuerzo crítico (σ_c), cambia con la temperatura lo que es congruente con el diagrama mostrado.

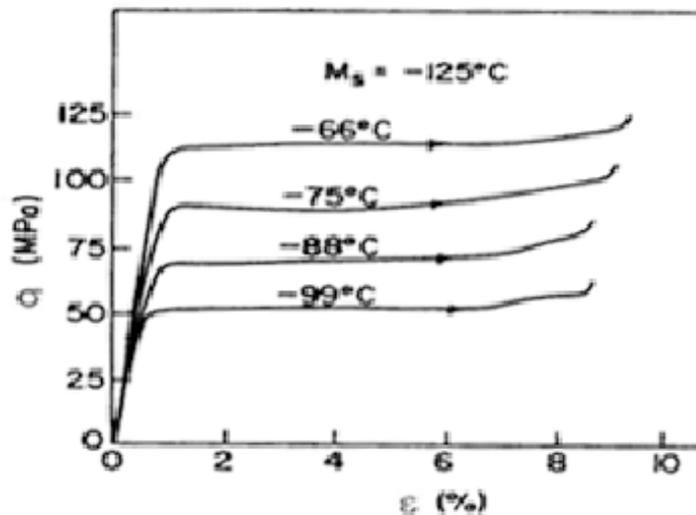


Figura 1.7 Comportamiento esfuerzo-deformación correspondiente a una muestra de Cu-Zn-Al con memoria de forma sometida a pruebas de tensión uniaxial a diferentes temperaturas $T > A_f$ [7].

En la región lineal de las curvas esfuerzo-deformación, el material se encuentra en fase austenita, por lo que el comportamiento elástico es el de dicha fase, mientras que la meseta se asocia con la TMIE y la deformación es proporcional a la fracción volumétrica del material transformado. La deformación que sufre el material durante la transformación, es llamada: “deformación transformacional” (ϵ_0) [1], depende de cada MMF y de la orientación cristalina y se debe a que sólo se induce en el material aquellas variantes de martensita que se ven favorecidas por el esfuerzo aplicado, es decir, no se presenta el mecanismo de autoacomodo.

Es importante mencionar que la deformación transformacional corresponde con el tamaño de la meseta en materiales monocristalinos como se muestra en la Figura 1.8. Al finalizar la meseta en el material, nuevamente se presenta un comportamiento lineal con una pendiente constante, la cual se debe a que se ha transformado totalmente y la pendiente constante se asocia al comportamiento elástico de la fase martensita. Finalmente, al descargar el material se observa claramente que se presenta una histéresis debida a la disipación de energía, en forma de calor, que caracteriza a la transformación martensítica. En el caso de MMF monocristalinos se presenta la meseta de deformación, descrita anteriormente, mientras que en materiales policristalinos se observa más bien un cambio de pendiente como se aprecia en la Figura 1.8.

El cambio de pendiente en los materiales policristalinos, se asocia a la alta anisotropía que presenta la deformación transformacional así como a otros efectos asociados a la microestructura. Recientemente, se ha reportado que en pruebas [11,13] de tensión uniaxial que el tamaño real del grano altera considerablemente el valor del esfuerzo crítico y las temperaturas críticas en los MMF [14].

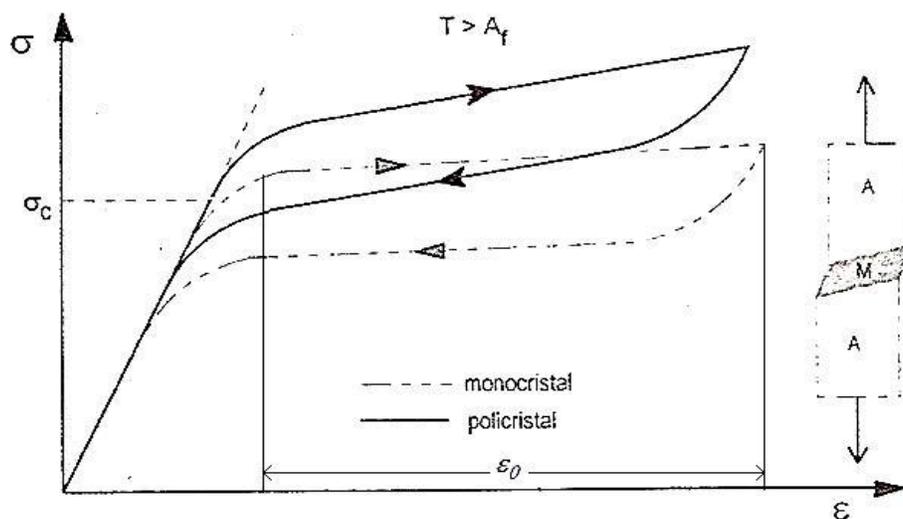


Figura 1.8 Curvas esfuerzo-deformación correspondientes a un MMF monocristalino y otro policristalino.

Las curvas esfuerzo-deformación correspondientes a cada tipo de transformación martensítica suelen presentar cambios importantes como se aprecia en la Figura 1.9. En la figura se muestran las curvas esfuerzo-deformación que se obtienen al inducir, en pruebas de tensión uniaxial, dos tipos de transformación martensítica por esfuerzo: una del tipo $\beta \rightarrow \beta'$ y la otra del tipo $\beta \rightarrow \gamma'$ en una aleación de Cu-Al-Ni [14,15]. La letra griega β corresponde con la fase austenítica, generalmente desordenada, cuya estructura puede ser B2 o A2 mientras que las estructuras DO₃ o L2₁ corresponden con estructuras ordenadas y se denotan como β_1 . En la Figura 1.10 se ilustran estas estructuras.

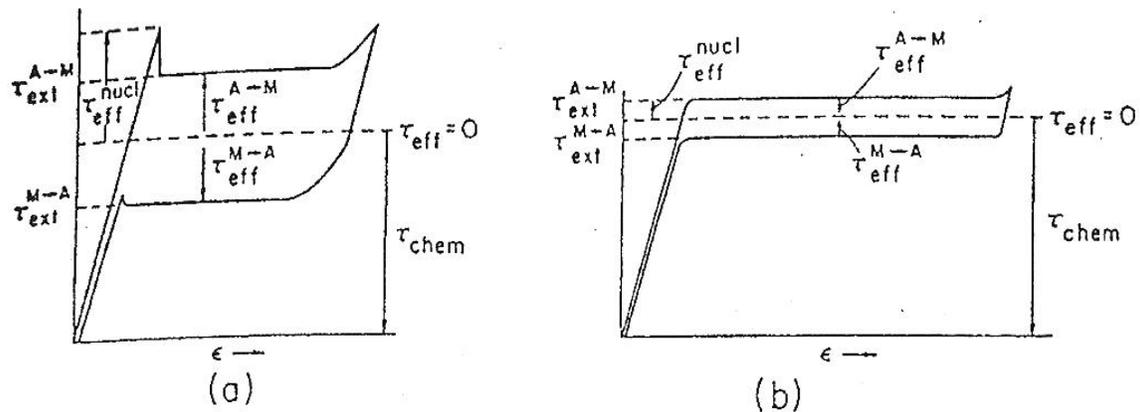


Figura 1.9 Diferentes tipos de curvas esfuerzo-deformación generadas por dos tipos diferentes de transformaciones martensíticas presentes en aleaciones de Cu-Al-Ni. a) $\beta \rightarrow \beta'$ y b) $\beta \rightarrow \gamma'$ [15].

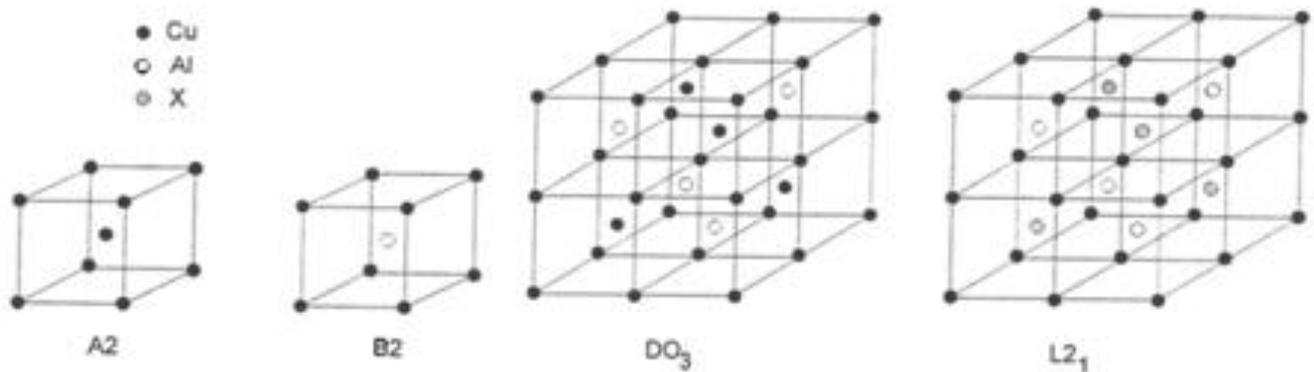


Figura 1.10 Representación gráfica de las simetrías A2, B2, DO_3 y $L2_1$

1.5 Modelos propuestos.

Existen buena cantidad de modelos matemáticos que buscan simular el comportamiento esfuerzo-deformación-temperatura que presentan los MMF en la región superelástica. Estos modelos buscan simular el comportamiento macroscópico tanto en MMF monocristalinos como policristalinos. Varios de estos modelos se basan en teorías conocidas como son: la elastoplásticidad y la viscoelásticidad, entre otros. Se presenta una breve descripción de los principales modelos reportados en la literatura.

El modelo desarrollado por Delobelle y Lexcellent [21] es citado como un modelo viscoplástico con variables cinemáticas internas. El modelo parte suponiendo que la deformación está compuesta de 3 partes: una elástica, una viscoplástica y otra pseudoelástica. Las dos últimas componentes de la deformación son funciones de una

variable interna global. El modelo también considera la interacción entre variantes de martensita.

Por otra parte, del estudio sobre el efecto del comportamiento pseudoelástico en pruebas a esfuerzo uniaxial constante [22], se propone un modelo termodinámico donde se usa la fracción transformada como variable interna y se considera la deformación total compuesta por una parte elástica y una transformacional. Las ecuaciones que se proponen son las siguientes:

$$\begin{aligned}\sigma &= \rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon^e} = E \varepsilon^e \\ \varepsilon &= \varepsilon^e + \varepsilon^{tr} \\ \dot{\varepsilon}^{tr} &= \gamma \dot{z}_\sigma\end{aligned}\tag{1.2}$$

Donde: σ es el esfuerzo aplicado, ρ es la densidad, ψ es la energía libre específica, E es el módulo elástico de la austenita, ε^e es la deformación elástica, ε^{tr} es la deformación transformacional, γ es la máxima deformación durante la transformación en el caso unidimensional, z_σ fracción volumétrica de la martensita orientada, \dot{z}_σ es la derivada de z_σ con respecto al tiempo de z_σ .

Otro modelo reportado en la literatura es el propuesto por Graesser y Cozzarelli [25] quienes proponen un conjunto no lineal de ecuaciones constitutivas parametrizadas para simular el comportamiento pseudoelástico. Los parámetros son los que controlan la histéresis, el esfuerzo residual, las mesetas de carga y descarga y la transición de fase misma. El modelo consta de dos partes una elástica y una inelástica, las cuales se superponen para describir los distintos comportamientos observados en los MMF. Este modelo se basa en un modelo elastoplástico que los autores desarrollaron previamente para estudiar el comportamiento mecánico de materiales convencionales tanto en la región elástica como en la plástica. Un aspecto relevante de este modelo es que considera la histéresis transformacional.

En un primer trabajo, Graesser propone un modelo unidimensional el que luego es generalizado al caso tridimensional. El modelo unidimensional propuesto por Graesser es el siguiente:

$$\begin{aligned}\sigma &= E \left[\dot{\varepsilon} - |\dot{\varepsilon}| \left| \frac{\sigma - \beta}{Y} \right|^{n-1} \left(\frac{\sigma - \beta}{Y} \right) \right] \\ \beta &= E \alpha \left[\varepsilon - \frac{\sigma}{E} + f_T |\varepsilon|^c \operatorname{erf}(a \varepsilon) \right]\end{aligned}\tag{1.3}$$

donde: σ esfuerzo uniaxial, ε es la deformación uniaxial, β esfuerzo residual, E es el Módulo de Young, ν razón de Poisson, Y es el esfuerzo necesario para inducir la transformación martensítica a una temperatura dada, α es una constante que determina la pendiente de la región inelástica, n es una constante que controla transición de la región elástica a la inelástica, f_T es una constante que controla el tipo y el tamaño de la histéresis, a

es constante que controla la cantidad elástica recobrada, c es una constante que controla la pendiente de la meseta de descarga, $|x|$ es el valor absoluto de x , $\text{erf}(x)$ es la función error de argumento x .

Posteriormente, este modelo fue generalizado al caso tridimensional de donde los autores proponen las siguientes ecuaciones constitutivas para el comportamiento pseudoelástico de MMF:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij} &= \frac{1-\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij} + \sqrt{3K_2} \left(\sqrt{3J_2^o} \right)^{p-1} \left(\frac{s_{ij} - b_{ij}}{\sigma_c} \right) \\ b_{ij} &= \frac{2}{3} E \alpha \left[\varepsilon_{ij}^m + f_T \left(\frac{2}{3} \sqrt{3I_2} \right)^{c-1} \text{erf} \left(\frac{2}{3} a \sqrt{3I_2} \right) \right] \\ \varepsilon_{ij}^m &= \varepsilon_{ij} - \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} + \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij} \end{aligned} \quad (1.4)$$

donde I_2 , K_2 y J_2^o son respectivamente los segundos invariantes de: los tensores de distorsión (deviator) de la deformación y de la rapidez de deformación y del tensor de “sobre esfuerzo”. Las cantidades $\sqrt{3I_2}$ y $\sqrt{3K_2}$, son análogos a las respectivas mediciones de deformación plástica efectiva y rapidez de esfuerzo plástico efectivo que se usan en plasticidad.

Por su parte Rohan [23] ha propuesto un modelo uniaxial que se basa en la variación de los potenciales termodinámicos durante la formación de una variante “doble”. El modelo toma como punto de partida que dichos potenciales son biconvexos. Otros autores como Brinson, [24, 25] han retomado el principio en el que la deformación del material durante la TM es esencialmente un cortante simple paralelo al plano de hábito. Bajo este principio y consideraciones de energía representadas por una relación cinética para la fracción volumétrica de material transformado (f), Brinson ha propuesto un modelo para simular el comportamiento de los MMF. El modelo considera la evolución de la deformación durante la transformación, pero ha sido empleado mejor para estudiar los efectos de disipación de energía durante el proceso de descarga.

1.5.1 Modelos ingenieriles.

Los llamados modelos ingenieriles, los cuales son esencialmente fenomenológicos, son aquellos que se desarrollan para simular el comportamiento mecánico de elementos típicos, generalmente los más simples, pueden ser empleados en múltiples aplicaciones. Estos modelos analizan alambres sujetos a tensión, vigas en flexión, barras en torsión o bien ciertas combinaciones de éstos. A continuación, se presenta un modelo desarrollado por Cortés [20] que permite simular el comportamiento de elementos sujetos a tensión simple. El modelo se basa en una aproximación del comportamiento mecánico del MMF en tensión, mediante parábolas.

Como se sabe, el comportamiento esfuerzo-deformación de los MMF policristalinos, a una temperatura mayor que A_f , presenta dos pendientes como se muestra en la Figura 1.11.

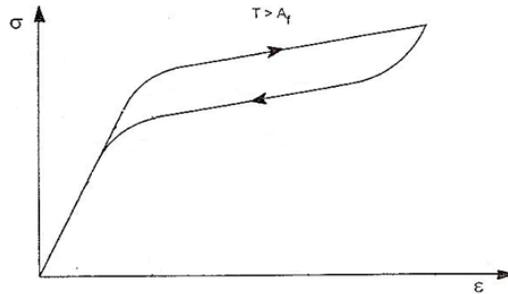


Figura 1.11 Diagrama esfuerzo-deformación donde se muestran las dos pendientes que se presentan en el comportamiento de un MMF.

Dicho comportamiento puede ser aproximado mediante una parábola cuya ecuación tiene la siguiente forma:

$$\sigma = K\epsilon^n \quad (1.5)$$

Donde n debe cumplir con $0 < n < 1$

De la ecuación anterior:

$$\epsilon = \left(\frac{\sigma}{K} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (1.6)$$

En la Figura 1.12a) se muestran las curvas esfuerzo-deformación correspondientes al comportamiento de un MMF sujeto a tensión simple a distintas temperaturas, todas ellas mayores que M_s . Mientras que en la figura 1.12b) se puede ver una curva deformación-temperatura a esfuerzo constante. Dichas curvas son obtenidas experimentalmente. Si se pretende simular el comportamiento empleando parábolas, se debe hacer variar la constante K en función de la temperatura.

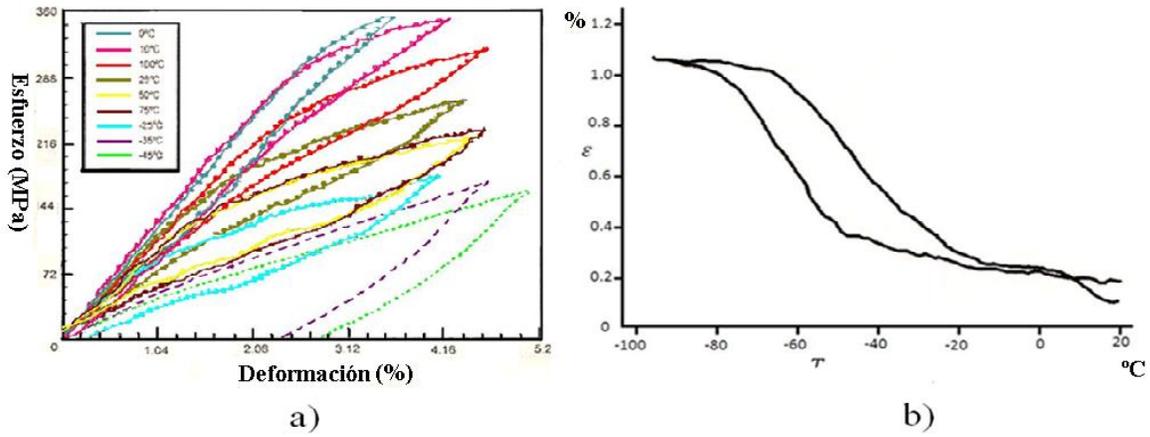


Figura 1.12 a) Diagrama $\sigma - \varepsilon$ y b) Diagrama $\varepsilon - T$ con σ constante.

Puesto que la variación del comportamiento del MMF se presenta entre dos temperaturas, M_f y M_s , la constante K puede ser parametrizada de manera que varíe entre dos valores extremos K_1 y K_2 en función de la temperatura. Para lograr lo anterior, se propone emplear una función de Boltzman la cual varía entre dos valores extremos, 0 y 1 por ejemplo, y se puede definir en función de la temperatura y usar como parámetro la temperatura crítica M_s del material. Considerando lo anterior:

$$f = \frac{e^{\left(\frac{T-M_s-T_c}{T_a}\right)}}{1 + e^{\left(\frac{T-M_s-T_c}{T_a}\right)}} \quad (1.7a) \quad T_c = \frac{\sigma}{\frac{\partial \sigma_c}{\partial M_s^\sigma}} \quad (1.7b) \quad T_a = \frac{\sigma}{\frac{\partial \sigma_c}{\partial M_s^\sigma}} \ln(99) \quad (1.7c)$$

Donde: T es la temperatura de prueba, M_s es la temperatura de inicio de la transformación martésítica, σ es el esfuerzo aplicado, $\frac{\partial \sigma_c}{\partial M_s^\sigma}$ es la razón de esfuerzo, que es un valor característico de cada tipo de transformación martésítica. En el Apéndice 1 se aborda con más detalle el origen de las ecuaciones (1.7a), (1.7b) y (1.7c).

Luego los valores extremos K_1 y K_2 se definen como:

$$k_1 = \left(\frac{E}{\alpha}\right)^n \sigma^{1-n} \quad (1.8a) \quad k_2 = \left(\frac{E}{\alpha}\right)^n \frac{\sigma^{1-n}}{2} \quad (1.8b)$$

Donde: E , n y α son parámetros que se toman de la curva esfuerzo-deformación a $T > A_f$ para el material empleado. Finalmente, cuando el material es sometido a enfriamiento y a carga constante, el modelo desarrollado por Cortés [20] se expresa como:

$$\varepsilon = \left(\frac{\sigma_A}{f(k_2 - k_1) + k_1} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (1.9)$$

Dónde: σ es sustituido por σ_A en las ecuaciones 1.9, y 1.10, y σ_A es el esfuerzo aplicado sobre el material.

En la Figura 1.13, se muestran una serie de curvas deformación-esfuerzo para distintas temperaturas y deformación-temperatura para un valor de carga constante, obtenidas empleando el modelo de la ecuación 1.9.

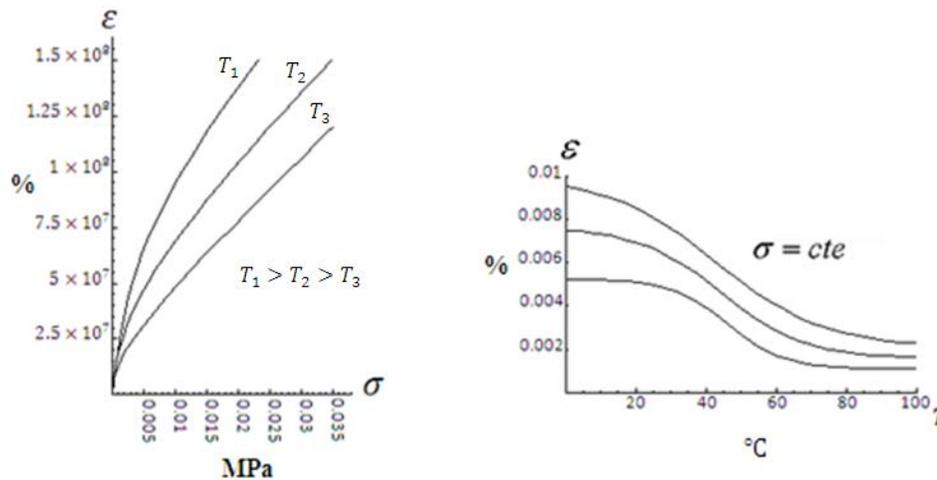


Figura 1.13 Comportamiento según el modelo propuesto por Cortés [38].

Como se puede ver el modelo se acerca al comportamiento que se describen en la Figura 1.12. La desventaja principal del modelo descrito por las ecuaciones 1.8 a la 1.9 es que, como la mayoría de los modelos fenomenológicos, no considera los parámetros cristalinos del material ni las posibles interacciones entre granos, etc. De hecho dicho modelo requiere de una prueba al material que será empleado para tomar datos que permitan aproximar los valores de los parámetros. Para resolver dicha situación, Cortés [4] propuso un modelo fenomenológico analítico de la transformación martensítica inducida por esfuerzo que considera los siguientes parámetros:

- a) El sistema de transformación de la AMF que se emplee, es decir los planos de hábito (p_1 p_2 p_3) y sus correspondientes direcciones de corte [d_1 d_2 d_3]
- b) El estado de esfuerzos y/o la temperatura.

- c) Los parámetros del MMF tales como: Temperaturas de transformación (A_s , A_f , M_s y M_f), razón de esfuerzo ($\frac{\partial \sigma_c}{\partial M_s}$), deformación de corte (δ), etc.
- d) La orientación cristalina del material, ya sea una muestra monocristalina o cada uno de los granos de un policristal, dada por el plano de rolado ($u v w$) y la dirección de rolado $[h k l]$.

Considerado lo anterior, es claro que emplear este modelo resulta más conveniente para analizar aspectos de la eficiencia de dispositivos que recuperan energía térmica empleando MMF. Como se verá en el Capítulo 3 del presente trabajo, dicho modelo se emplea para analizar la eficiencia de algunas aleaciones con memoria de forma (AMF) asociada a la orientación cristalina que no ha sido reportada en la literatura por lo que constituye una aportación al estado del arte del conocimiento. Los detalles sobre el modelo así como su alcance se describen a la siguiente sección.

1.5.2 Modelación matemática de la transformación martensítica inducida por esfuerzo.

Existen dos enfoques que explican rasgos importantes de la transformación martensítica: el físico y el cristalográfico. Un segundo modelo propuesto por Cortés [4] integra ambos aspectos. Cabe mencionar que este modelo se utiliza para realizar el estudio de la influencia que tiene la anisotropía en la obtención de la energía útil utilizando el comportamiento de un MMF. Dicho estudio se presenta en el tercer capítulo del presente trabajo.

En el desarrollo de este modelo, Cortés hace un análisis de la deformación que sufre un MMF durante la TM en cual se emplean funciones lineales para cada una de las tres regiones que se distinguen durante la formación de una variante de martensita. Posteriormente, se definen los términos que componen el modelo propuesto, es decir: el crecimiento de la variante de martensita, la relación cinética, las tres bases cristalinas de trabajo, el cambio de base de un campo no lineal, etc. Dichos términos son luego empleados para definir un campo de desplazamientos (clase C^∞ y no homogéneo) que describe la formación y crecimiento de una variante de martensita en el material en función de la orientación del cristal, el esfuerzo aplicado y la temperatura de prueba. A partir de dicho campo se define una relación esfuerzo-deformación-temperatura.

Este modelo consiste en un campo de desplazamientos no homogéneo, el cual es definido en un sistema de referencia que corresponde con el sistema de transformación del MMF que se estudia. En la Figura 1.13 se presenta el campo de desplazamientos no homogéneo que aparece durante la TM.

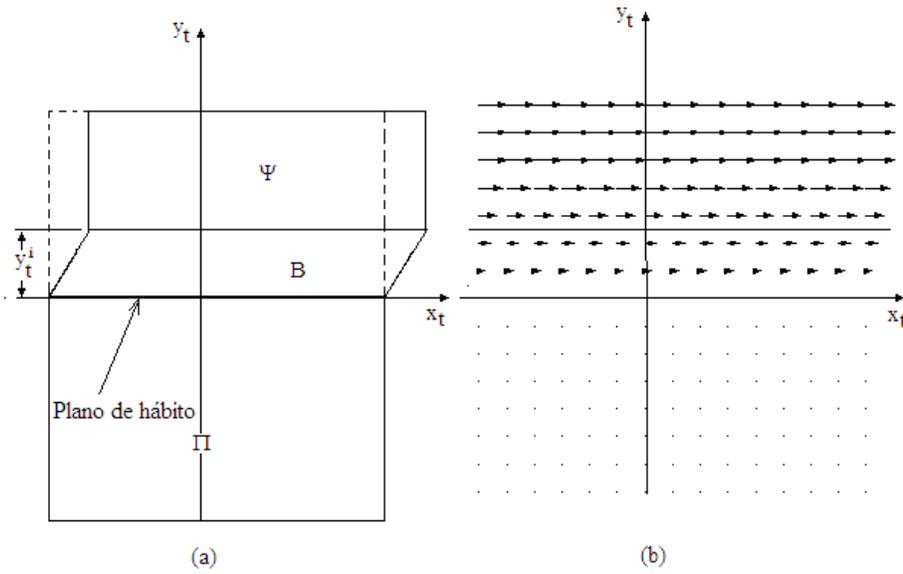


Figura 1.13 a) Deformación asociada a la TMIE referida a una base e_t de las 24 bases de transformación y b) campo de desplazamientos no homogéneo asociado.

Por lo que el campo de desplazamiento se define como sigue:

$$u(x_t, y_t, z_t) = \begin{pmatrix} \delta h w(y_t) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.10)$$

$$w(y_t) = \begin{cases} 0 & ; -\infty \leq y_t \leq 0 \\ \frac{y_t}{hf} & ; 0 \leq y_t \leq hf \\ 1 & ; hf \leq y_t \leq h \end{cases} \quad (1.11)$$

Donde δ es la magnitud del cortante.

El campo 1.11 puede hacerse continuamente diferenciable si la función $w(y_t)$ lo es. Para hacer continuamente diferenciable a esta función Cortés propone una doble hipérbola, cuya forma general se puede expresar como:

$$w(y_t) = w_1 + \left(m_0 - \frac{w_1 - w_0}{y_1 - y_0} + \frac{1}{2} \left(-m_0 + \frac{w_1 - w_0}{y_1 - y_0} \right) \right) (y_t - y_0) + \left(\frac{w_1 - w_0}{y_1 - y_0} + \frac{1}{2} \left(m_1 - \frac{w_1 - w_0}{y_1 - y_0} \right) \right) (y_t - y_1) + \frac{1}{2} \left(-m_0 + \frac{w_1 - w_0}{y_1 - y_0} \right) \sqrt{r_0^2 + (y_t - y_0)^2} + \frac{1}{2} \left(-m_1 + \frac{w_1 - w_0}{y_1 - y_0} \right) \sqrt{r_1^2 + (y_t - y_1)^2} \quad (1.12a)$$

La curva “genérica” correspondiente a la ecuación anterior puede apreciarse en la Figura 1.14a donde se indican los parámetros de la ecuación (1.12a). Al asignarse los siguientes parámetros a la ecuación (1.12a):

$$w_0 = m_0 = m_1 = y_0 = 0$$

$$y_1 = hf$$

$$w_1 = 1$$

Se obtiene la siguiente ecuación que describe el comportamiento mostrado en la Figura 1.14b:

$$w(y_t) = \frac{hf + \sqrt{r_0^2 + y_t^2} - \sqrt{r_0^2 + (y_t - hf)^2}}{2hf}$$

(1.12b)

En la Figura 1.14 se aprecia que r_0 es el radio de curvatura de la transición entre las regiones de la función $w(y_t)$.

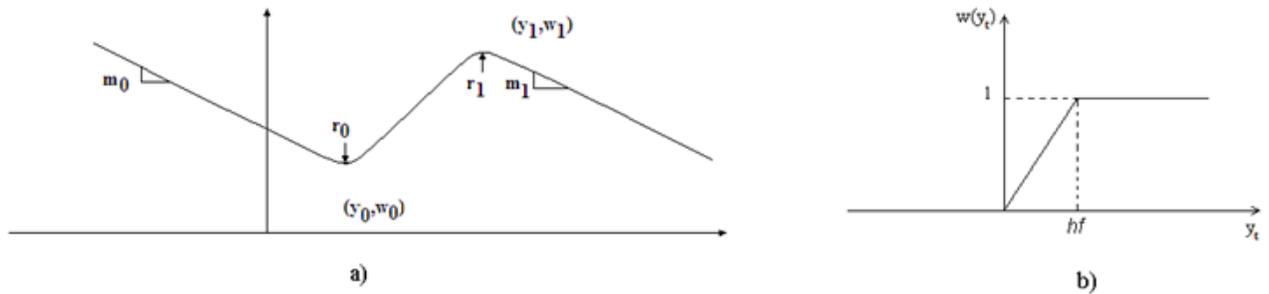


Figura 1.14 Gráficas que muestran: a) doble hipérbola definida por la ecuación (1.12 a) y sus parámetros generales y b) de la función $w(y_t)$ definida por la ecuación (1.12 b).

Ahora se aplicará el concepto de cambio de base al campo definido por (1.10) y (1.11) el cual debe ser referido a la base mínima definida por el eje de aplicación de la carga y la dirección de observación de la muestra. Es preciso considerar que, tanto los elementos del ST como la orientación del eje de aplicación de la muestra, son referidos a una base mínima definida por los ejes principales de la celda cúbica de la fase austenita. Debido a lo anterior, es necesario definir las siguientes bases ortonormales que se muestran en la Figura 1.15:

- a) Una base, que llamaremos base de transformación, $e_t = \{e_{t1}, e_{t2}, e_{t3}\}$ definida por cada uno de los planos de hábito (p) y la dirección de deslizamiento correspondiente de tal manera que $e_{t2}=p$ y $e_{t1}=d$, es decir:

$$\{e_{Ti}\}_X = (\{e_{T1}\}_X, \{e_{T2}\}_X, \{e_{T3}\}_X) = \left(\begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix} \right) \quad (1.13)$$

- b) Otra base mínima, denominada: base de observación, $e_o = \{e_{o1}, e_{o2}, e_{o3}\}$ se define con la orientación de la muestra, y/o del grano en el caso de un policristal, es decir las direcciones del eje de aplicación de la carga e_{o2} y un vector norma al plano de observación e_{o1} .

$$\{e_{oi}\}_X = (\{e_{o1}\}_X, \{e_{o2}\}_X, \{e_{o3}\}_X) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h \\ k \\ l \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h \\ k \\ l \end{pmatrix} \end{pmatrix} \quad (1.14)$$

- c) La tercera base mínima, que será llamada base de referencia, $\{e_i\}_X = (\{e_1\}_X, \{e_2\}_X, \{e_3\}_X)$ queda definida por las tres direcciones principales de una celda cúbica de la fase madre.

$$\{e_i\}_X = e_i = \{e_i\}_X = e_i = \{e_i\}_X = e_i = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \quad (1.15)$$

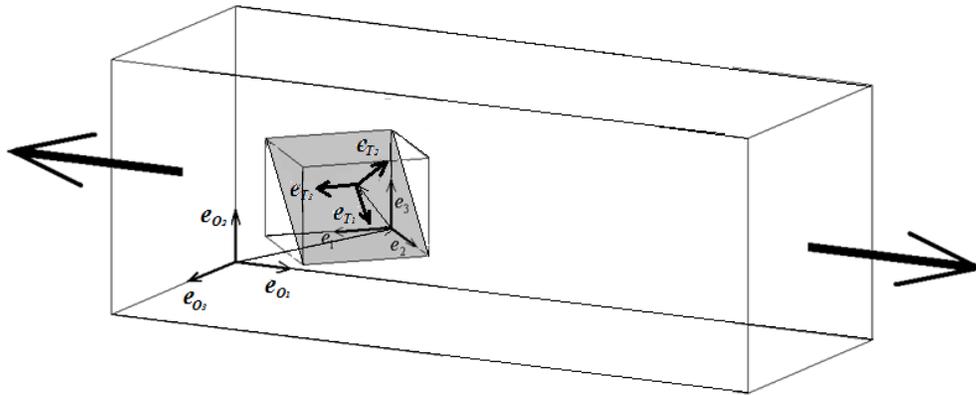


Figura 1.15 Campo de desplazamiento en el sistema de transformación, base canónica y sistema de observación.

Como ya se ha mencionado antes, el campo de desplazamiento descrito por las ecuaciones 1.10 y 1.11 está definido en el sistema de transformación, pero debe ser transformado a la base de observación por lo que es necesario aplicar las siguientes transformaciones:

$$u(x_o, y_o, z_o) = A_{XT \rightarrow XO} u(x_T, y_T, z_T) \quad (1.16a)$$

$$(x_T, y_T, z_T)^T = A_{XO \rightarrow XT} (x_O, y_O, z_O)^T \quad (1.16b)$$

Donde los tensores de transformación A1 y A2 se definen a partir de los elementos del sistema de transformación y la orientación de la muestra, y/o el grano, como sigue:

$$A_{XT \rightarrow XO} = A_{X \rightarrow XO} A_{XT \rightarrow X}$$

$$A_{XT \rightarrow X} = \sum_{i=1}^3 \{e_{Ti}\}_X \otimes e_{Ti} = \begin{pmatrix} d_1 & p_1 & b_1 \\ d_2 & p_2 & b_2 \\ d_3 & p_3 & b_3 \end{pmatrix}$$

$$A_{X \rightarrow XT} = [A_{XT \rightarrow X}]^{-1} = \sum_{i=1}^3 \{e_i\}_{XT} \otimes e_i$$

$$A_{XO \rightarrow X} = \sum_{i=1}^3 \{e_{oi}\}_X \otimes e_{oi} = \begin{pmatrix} u & c_1 & h \\ v & c_2 & k \\ w & c_3 & l \end{pmatrix}$$

$$A_{X \rightarrow XO} = [A_{XO \rightarrow X}]^{-1} = \sum_{i=1}^3 \{e_i\}_{XO} \otimes e_i$$

Con:

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h \\ k \\ l \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}$$

Por otro lado, la deformación transformacional (ε_{Tr}) se obtiene calculando la parte simétrica del campo de desplazamientos dado por (1.10) previa aplicación de las transformaciones definidas por (1.16a) y (1.16b)

$$\varepsilon_{Tr} = \frac{1}{2} [grad(u(x_O, y_O, z_O)) + grad^T(u(x_O, y_O, z_O))] \quad (1.17)$$

Los parámetros escalares del crecimiento de una variante de martensita a usar son:

$$f = \frac{e^{\frac{(\sigma - \sigma_0)}{\delta\sigma}}}{1 + e^{\frac{(\sigma - \sigma_0)}{\delta\sigma}}} \quad (1.18a)$$

$$\sigma_0 = \frac{\sigma_c + \sigma_f}{2} \quad (1.18b)$$

$$\sigma_c = \frac{\partial \sigma_c}{\partial M_s} (T - M_s) \quad (1.18c)$$

$$\delta\sigma = \frac{\sigma_f - \sigma_c}{2\ln(9)} \quad (1.18d)$$

$$\sigma_f = \frac{\partial\sigma_c}{\partial M_s} (T - M_f) \quad (1.18e)$$

En el Apéndice 1 se puede encontrar una descripción más detallada de estos parámetros.

Las ecuaciones (1.10), (1.11), (1.12b), (1.16), (1.17) y (1.18a) representan el modelo matemático para simular el comportamiento mecánico de los MMF, como se mencionó antes los datos de entrada del modelo son:

- a) Los sistemas de transformación y la magnitud del cortante del MMF que se pretenda simular, es decir, las familias de planos de hábito y las direcciones de corte. Estos datos han sido publicados para distintas aleaciones como Ni-Al, Ni-Ti y Cu-Ni-Al.
- b) La orientación de la muestra. La cual está compuesta por la dirección de la aplicación de la carga y el plano de observación, en el caso de pruebas en tensión simple; para el caso de flexión la orientación del eje longitudinal de la muestra y del plano que contiene la carga aplicada. Esta información se puede obtener empleando técnicas de difracción de electrones.
- c) Las temperaturas críticas del material. Las cuales se pueden obtener practicando a una muestra del material un estudio de calorimetría diferencial de barrido o bien de resistividad eléctrica.
- d) La razón de esfuerzo del material. Reportado en la literatura, para diferentes MMF y tipos de transformación, como se muestran en la Tabla A.1 del apéndice 1.
- e) Las constantes elásticas del material en fase austenita, las cuales, han sido reportadas en la literatura para diversos MMF.
- f) Las dimensiones de la muestra.

Como se mostrará en los capítulos siguientes, dicho modelo permite simular los siguientes aspectos del comportamiento del MMF en función de la temperatura de prueba o el esfuerzo aplicado:

- a) La distorsión de la superficie de observación aplicando el campo de desplazamientos a la ecuación del plano de observación en forma paramétrica.
- b) La distorsión que sufre una marca testigo, grabada en la superficie de observación aplicando el campo de desplazamientos a la curva que describe la marca testigo, escrita en forma paramétrica.
- c) El campo de desplazamientos asociado a la transformación simplemente graficando el campo (1.10).

Así mismo, el modelo permite calcular lo siguiente:

- a) El desplazamiento y la deformación de cualquier punto en la muestra.
- b) Las curvas esfuerzo-deformación media e ingenieril para cargas de tensión a temperatura y esfuerzo constantes.

- c) Para casos de tensión uniaxial, la variación de la deformación promedio al cambiar la orientación del eje de aplicación de la muestra.
- d) El desplazamiento del punto de aplicación de la carga en función de la temperatura.

Como se verá en el capítulo 3, el modelo nos permite calcular sin ningún problema, para un caso de tensión simple, la energía acumulada en el sistema para una temperatura cualquiera dada una orientación cristalina de una AMF cuyo sistema de transformación y parámetros se conozcan. Lo anterior nos permite encontrar condiciones específicas en las que una AMF resulta más eficiente.

Capítulo 2. Motores térmicos con MMF.

Actualmente existen motores térmicos que en su principio de funcionamiento incluyen MMF; estos motores convierten energía térmica de bajo grado (con temperaturas menores a 200 °C) en energía mecánica, este comportamiento es de interés, ya que puede ser utilizado para la generación de energía eléctrica. Para conocer las diversas formas en las que el material puede realizar trabajo en un motor, en este capítulo se menciona una clasificación de motores según el principio de funcionamiento. Con el propósito de resaltar la contribución de este trabajo, se describen algunos de los avances más significativos y el panorama actual de esta tecnología.

2.1 Principio de funcionamiento de los motores térmicos con MMF.

Actualmente no existe ninguna máquina térmica que utilice fluidos con temperaturas menores de 200 °C para producir trabajo mecánico útil. Los motores térmicos con MMF aparecen como buenos candidatos para convertir esta energía de bajo grado en trabajo mecánico útil [26]. En un motor térmico con MMF se requiere de una diferencia de temperatura tan sólo de unas decenas de grados para que el elemento transforme [26]. El principio de operación se muestra en la Figura 2.1. Como se puede ver en dicha Figura, un peso w_2 es agregado al resorte helicoidal fabricado con un MMF, en este punto la temperatura es baja. Si el resorte es calentado Fig.2.1(a), este contrae con un desplazamiento h Fig.2.1(b). En el proceso de calentamiento, el trabajo efectivo w_2h puede ser obtenido. Después de remover el peso w_2 seguido por el enfriamiento, el resorte se alarga debido a w_1 Fig.2.1(c). Si este proceso de enfriamiento y calentamiento Fig.2.1(a)-(d) son repetidos, se puede obtener el trabajo w_2h en cada ciclo. Con el fin de realizar estos ciclos repetidamente se han propuesto varios tipos de motores térmicos. Para generar trabajo mecánico útil, es necesario desarrollar una estructura mecánica que pueda llevar a cabo la transformación de fase de los MMF con gran rapidez de manera que se obtenga una gran densidad de potencia.

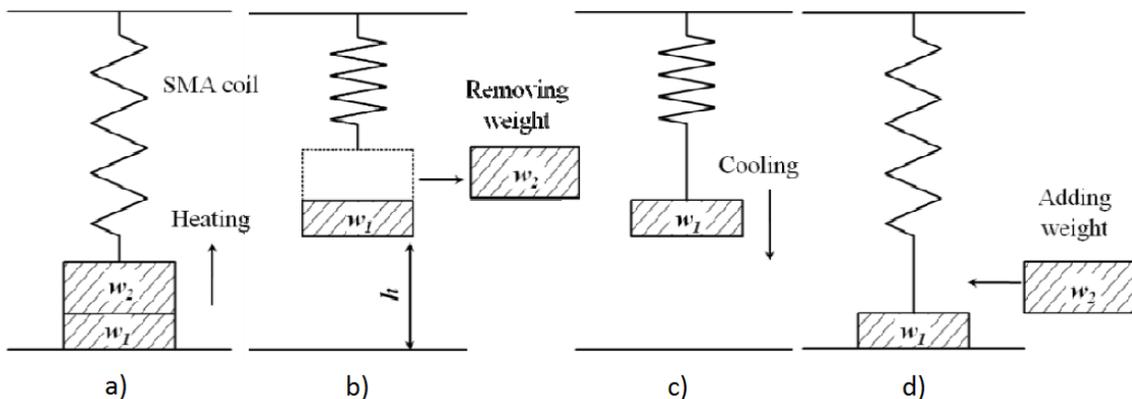


Figura 2.1 Principio de funcionamiento del motor térmico con memoria de forma. [30]

La fuerza motriz en un motor térmico con MMF se obtiene en la recuperación de la deformación del elemento. En la Figura 2.2 se muestra un diagrama esfuerzo-deformación y de fase-esfuerzo-temperatura. En dichos diagramas se puede observar la generación del esfuerzo de recuperación. En esta figura M_s , M_f , A_s y A_f denotan el inicio y el final de las temperaturas de transformación martensítica y la transformación inversa respectivamente. Al inicio, la carga es aplicada en el punto A y es removida a una temperatura T_0 por debajo de A_s . Después de removida la carga, la deformación residual aparece en el punto B. Manteniendo ε_r constante, si el elemento es calentado al punto C, el esfuerzo de recuperación incrementa debido a la transformación inversa. El esfuerzo de recuperación depende de la histéresis de la carga termo-mecánica, es decir, el esfuerzo σ_0 , la deformación ε_0 , la fracción del volumen de martensita Z_0 y de las condiciones de calentamiento y enfriamiento. Por lo tanto, es importante tomar en cuenta la dependencia del esfuerzo de recuperación a todas estas variables termo-mecánicas, para desarrollar un motor térmico con MMF.

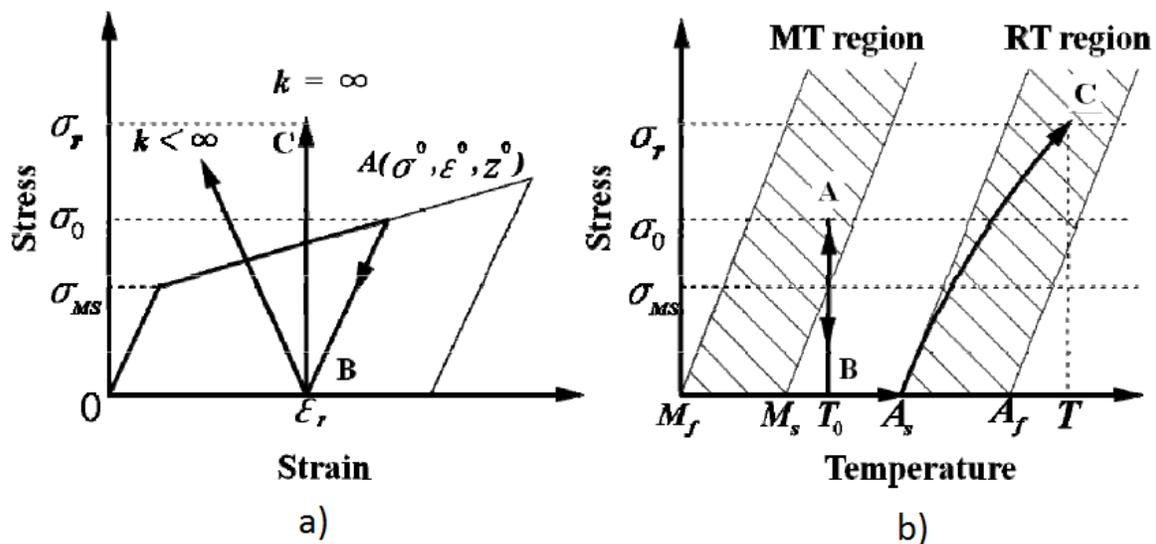


Figura 2.2 Diagramas a) esfuerzo-deformación y b) esfuerzo-temperatura y fase de transformación donde se muestra el esfuerzo de recuperación [30].

Bajo estos principios, varios tipos de motores de calor han sido desarrollados hasta ahora. En la Tabla 2.1 se enumeran algunos tipos de motores térmicos, el elemento MMF que realiza el trabajo en cada ciclo y la potencia generada. Sin embargo, en cada uno de estos motores se han encontrado algunos obstáculos técnicos, que se mencionaran más adelante en la sección 2.3. En la siguiente sección se enumeran algunas patentes y se clasifican de acuerdo al principio de funcionamiento.

Type of engine	Driving element of SMA			Maximum output power [W]	Reference
	Shape	Number of elements	Type of deformation		
Offset crank	Wire	20	Bending	0.23	Banks (4)
Offset crank	Helical spring	--	Tension	20	Ginell (5)
Offset crank	Helical spring	6	Tension	1	Tobushi (18)
Simple pulley	Wire	5	Bending	0.28	Tobushi (18)
Simple pulley	Belt	1	Bending	1.2	Sato (14)
Twin crank	Helical spring	6	Tension	1.7	Iwanaga (16)
Tilt disk	Helical spring	--	Tension	6.2	Nishikawa (7)
	Wire	--	Elongation	305	Nishikawa (8)
Tilt-disk offset crank	Helical spring	12	Tension	0.6	Tobushi (19)
Reciprocating	Wire	2	Elongation	1.8	Sakuma (12, 13)
Reciprocating	Wire	1	Elongation	0.15	Kaneko (15)
Turbine	Belt	1	Bending	0.6	Tanaka (11)
Turbine	Helical spring	252	Tension	665	Tanaka (10)

Tabla 2.1 Características de los diferentes tipos de motores térmicos con MMF [30]

2.2 Clasificación de motores térmicos con MMF.

Los motores térmicos que se describen a continuación convierten la energía térmica en energía mecánica usando las propiedades de los MMF. Hasta la fecha existe un número considerable de patentes de este tipo de motores. Según su principio de funcionamiento se pueden clasificar en motores con manivela, de poleas, de campo, alternativos y secuenciales [27]. A continuación se describe brevemente algunas de las patentes de los diferentes motores y se clasifican.

2.2.1 Motores con manivela.

Uno de los primeros motores con manivela fue propuesto por Ridway Banks [31], este motor está inspirado en un dispositivo que usualmente era construido con tiras de caucho. En la Figura 2.3 se muestra un esquema de dicho motor, como se puede observar la manivela parte del centro de la circunferencia y todas las varillas están sujetan a esta. La unión de las varillas con la manivela se indica con la línea azul punteada.

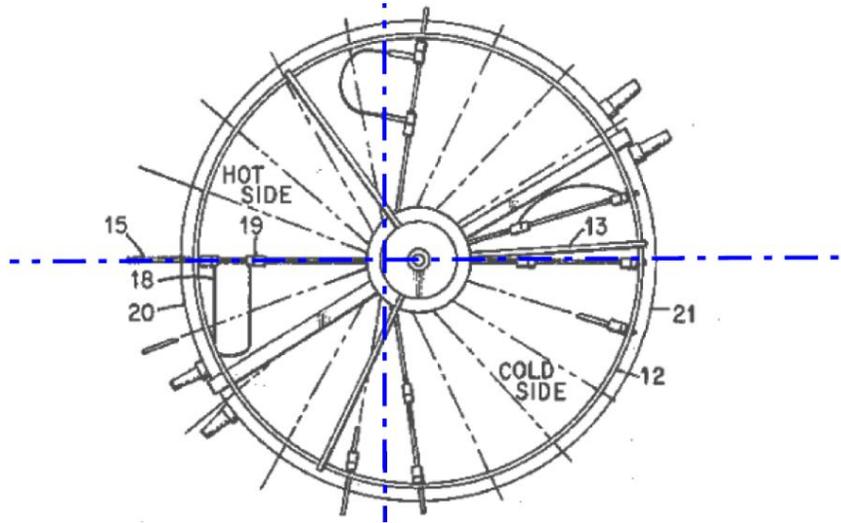


Figura 2.3 Motor térmico con MMF de Ridgway Banks.

Las varillas son accionadas con elementos MMF. Dichos elementos realizan el trabajo cuando pasan de un contenedor con agua fría a uno con agua caliente. Los elementos MMF están previamente deformados de tal manera que al pasar en el contenedor con agua caliente recuperan su forma original; así que se estiran y tiran de la varilla a la que están sujetos. De esta forma hacen girar a la circunferencia con la manivela.

En el siguiente motor que se muestra en la Figura 2.4, se usan tres resortes de extensión de MMF para llevar a cabo el desplazamiento lineal que se requiere. Cuando un resorte es sumergido en el agua caliente se contrae. Esta contracción hace girar los cigüeñales de manera que otro resorte que está estirado y a baja temperatura se sumerge en el agua caliente, de esta forma se repite el ciclo para cada resorte. Como se puede ver en la figura, al terminar de comprimirse, el resorte está a punto de salir del medio caliente.

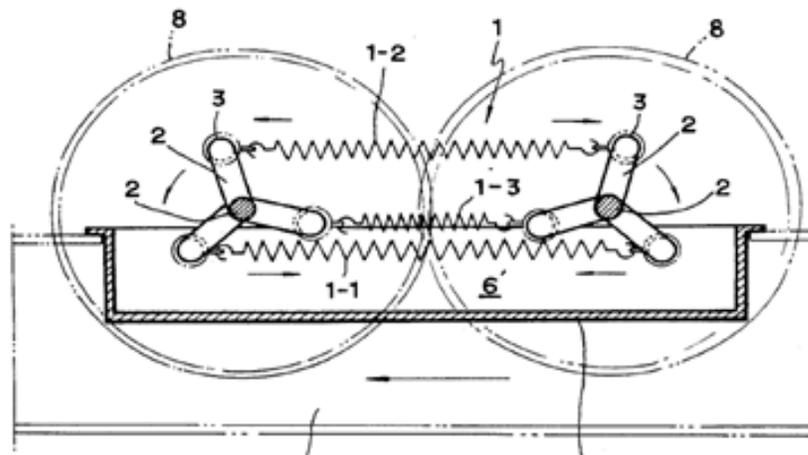


Figura 2.4 Twin-crank type heat engine. US4683721.

El siguiente dispositivo es un motor vertical oscilatorio, este motor consta de un alambre de NiTi unido a un mecanismo de cuatro barras. El mecanismo hace que el alambre se sumerja dentro dos contenedores uno con agua fría, el otro con agua caliente. El movimiento es generado por el alambre cuando entra en contacto con el agua caliente y la acción del resorte acoplado a este que lo regresa cuando el alambre se relaja en el agua fría. En la figura 2.5 se muestra un esquema de dicho motor.

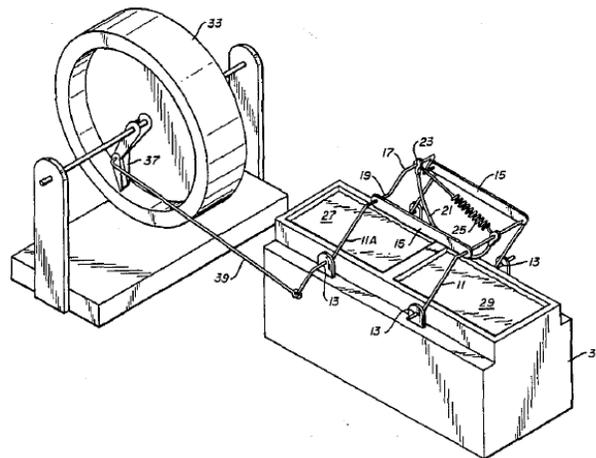


Figura 2.5 Vertically oscillating heat engine US4691518.

El siguiente motor consta de un cigüeñal con tres manivelas. Como se puede ver en la Figura 2.6 a) a cada manivela le corresponden seis resortes de MMF. Mediante un sistema de enfriamiento y calentamiento se puede lograr que los resortes se contraigan y se estiren. De esta manera se realiza el ciclo de trabajo que es parecido a un motor radial unido a cada manivela. En la Figura 2.6 b) se muestra un motor que utiliza un cigüeñal de seis manivelas, en cada manivela se encuentra un resorte de NiTi, al igual que el motor anteriormente descrito, este motor utiliza ciclos de calentamiento y enfriamiento en cada resorte.

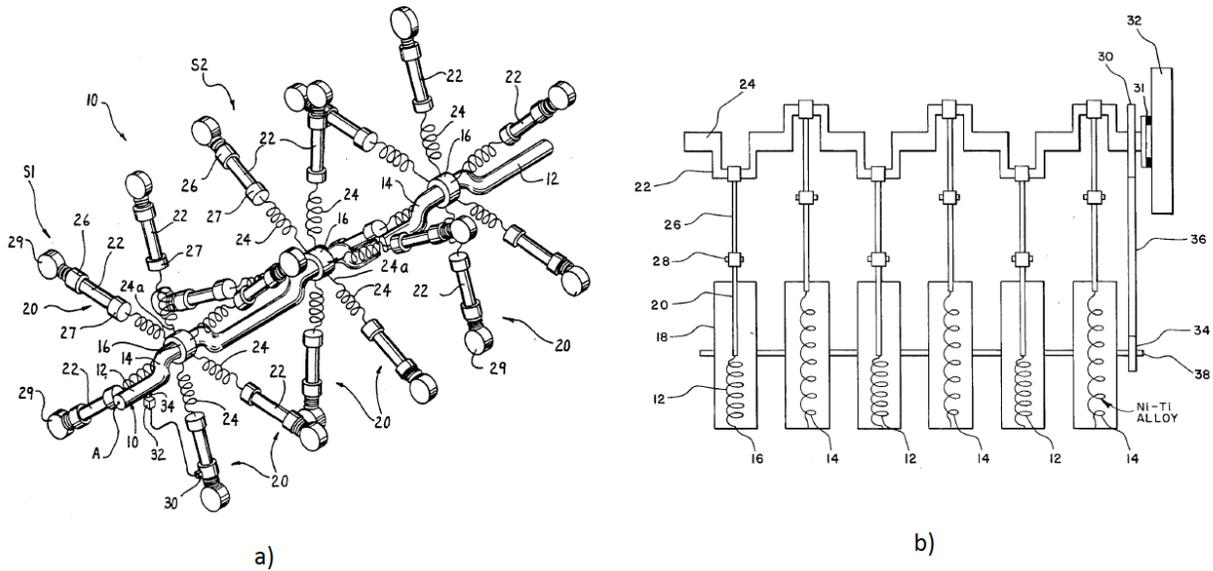


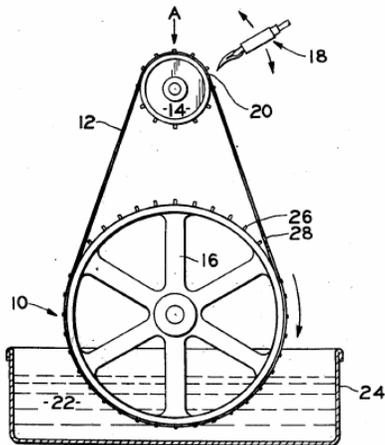
Figura 2.6 a) Apparatus for recovery and use for waste thermal energy US5270123, b) Compound memory engine US4086769.

Hasta el momento se ha reportado un estudio para encontrar la eficiencia térmica de un motor de cigüeñales sincronizados, dicho trabajo se realizó en dos partes, en una se propone un modelo matemático para describir el comportamiento termomecánico de los MMF y en la segunda parte se utiliza dicho modelo para llevar a cabo la simulación del dispositivo [28,29]. En la sección 2.3 se detallan las conclusiones de este estudio.

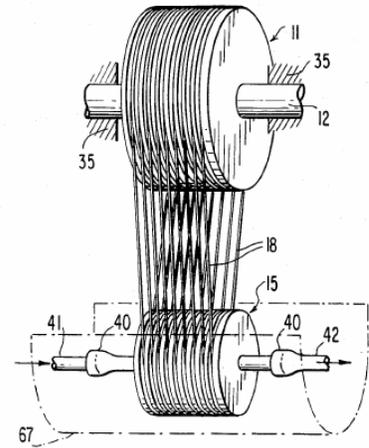
2.2.2 Motores con poleas.

Los motores de este tipo poseen poleas por donde pasan alambres, bandas o resortes de MMF. Las poleas pueden ser independientes o sincronizadas. En el caso de los motores con poleas independientes el único vínculo entre poleas son los alambres, es decir, carecen de engranes que puedan forzar a las poleas a girar a la misma velocidad o con una relación. Motores de este tipo suelen funcionar en flexión ya que la extracción del trabajo se realiza cuando el elemento MMF que está doblado se endereza debido al calentamiento. En la Figura 2.7 se muestran dos motores de poleas independientes.

Los motores con poleas sincronizadas, giran en una relación fija, comúnmente se usan para asegurar que los ejes giran a la misma velocidad o para mantener la misma orientación relativa. Si el motor está configurado correctamente el giro sincronizado de las poleas hará que se mantenga una tensión adecuada del alambre. En la figura 2.8 se muestran tres ejemplos de motores con poleas sincronizadas.

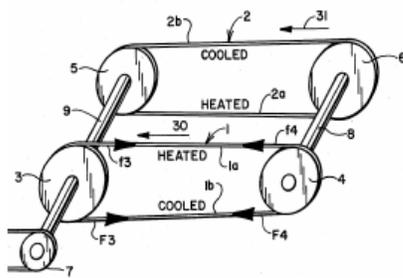


(a) [US4010612](#).

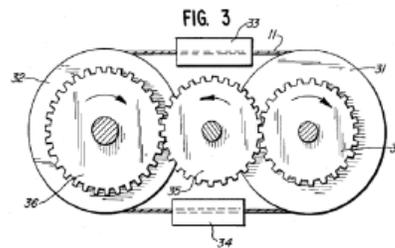


(b) [US4275561](#).

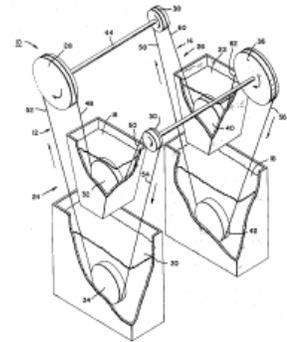
Figura 2.7 Motores con poleas independientes.



(a) [US4150544](#).



(b) [US4246754](#).



(c) [US4305250](#).

Figura 2.8 Motores con poleas sincronizadas.

Cabe mencionar que en el Laboratorio de Mecánica Aplicada en el Centro Tecnológico de la FES Aragón, se cuenta con un motor con poleas sincronizadas que se muestra en la Figura 2.9.

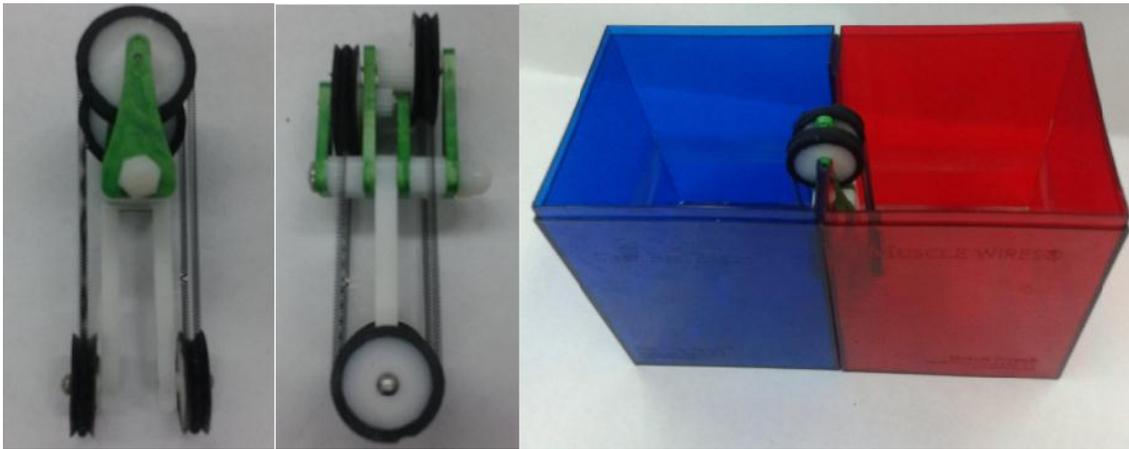
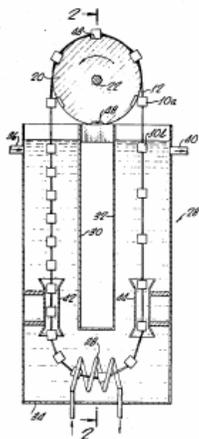


Figura 2.9 Clean heat engine.

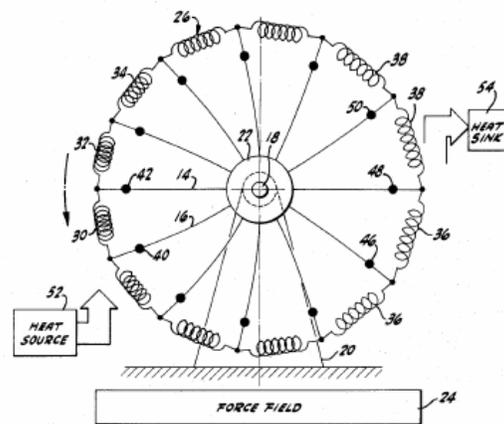
Algunos de los inconvenientes de estos motores es que dependen de la fricción entre el alambre y las poleas, por lo que puede haber deslizamientos y la pérdida del movimiento.

2.2.3 Motores con interacción de un campo.

Estos motores son los que están concebidos para funcionar en contra de una fuerza de recuperación que sea el resultado del campo gravitacional o de un campo magnético. En la Figura 2.10 se muestran dos motores de este tipo, como se puede ver los pesos en ambos motores están situados a lo largo de un alambre. Cuando una parte de este alambre pasa por una zona de alta temperatura se contrae incrementando así su densidad. La parte con mayor densidad del alambre es atraída con mayor fuerza por el campo gravitacional provocando así el giro.



(a) [US4027479](#).

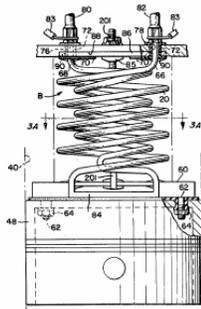


(b) [US4281513](#).

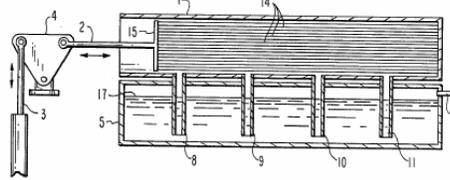
Figura 2.10 Motores con interacción del campo gravitacional.

2.2.4 Motores recíprocos.

Los motores recíprocos operan linealmente en dos direcciones, por lo que se utiliza la deformación axial que tiene un alambre con memoria de forma. El reto de este tipo de motores es hacer que los alambres pasen por si mismos entre las zonas con diferentes temperaturas. Muchas veces se utilizan bombas externas para hacer circular líquidos de refrigeración y de calentamiento sobre los alambres, inevitablemente se pierde la eficiencia global. En la Figura 2.13 a) se muestra un pistón que es accionado por una serie de tubos de MMF, y en la Figura 2.13 b) se muestra un sistema de alambres paralelos que se conectan a un pistón mediante una placa.



(a) [US4434618](#).

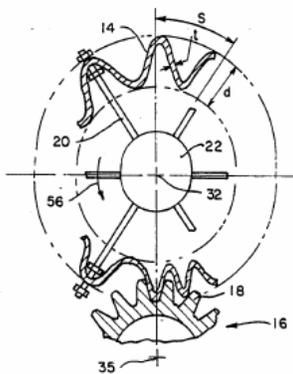


(b) [US4759187](#).

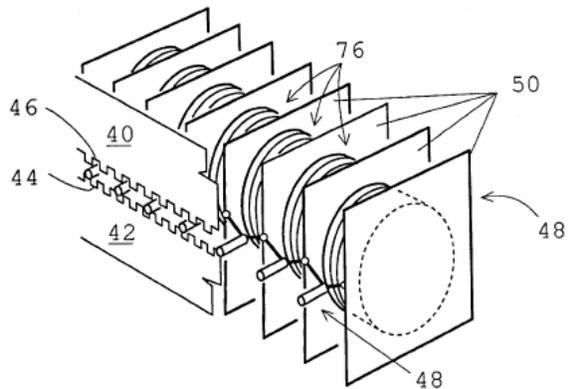
Figura 2.13 Patentes de motores recíprocos.

2.2.5 Motores secuenciales.

Estos motores funcionan como una oruga con pasos pequeños y potentes, que al sumarlos tienen desplazamientos considerables. En la Figura 2.14 b) se muestra un motor constituido por segmentos móviles. Un alambre de MMF está unido a cada uno de los segmentos. Cuando un alambre es calentado se contrae y desplaza al segmento que le corresponde, esto se repite para todos.



(a) [US4938026](#).



(b) [US5901554](#).

Figura 2.14 Patentes de motores secuenciales.

En la figura 2.14 a) se muestra un motor que está constituido por un engrane hecho de una malla flexible, dentro de esta malla se encuentran tubos de MMF. Estos tubos están dispuestos de manera que la malla pueda estar engranada con un engrane convencional. Cuando se calientan de manera secuencial, los tubos extienden la malla y empuja al engrane diente a diente.

Recientemente se han desarrollado diversos trabajos que mejoran los motores o que se basan en el principio de funcionamiento de alguna patente para realizar un nuevo motor. Como ya se menciona, en el presente trabajo se construyó el prototipo de un motor de cigüeñales sincronizados. Este prototipo posee algunas diferencias con la patente y tiene el objetivo de identificar las principales variables que afectan el funcionamiento de este tipo de motores.

2.3 Panorama actual de los motores térmicos con MMF.

Los motores térmicos con MMF han sido estudiados desde hace algunos años. La investigación de estos motores requiere de un modelo constitutivo adecuado y de estudios experimentales. En esta sección se revisaran algunos de los trabajos más importantes que se han desarrollado en los últimos años y el panorama actual que tiene esta tecnología.

2.3.1 Teoría y simulación de un motor térmico con cigüeñales sincronizados.

Zhu [28, 29] publicó un trabajo que dividió en dos partes, teoría y simulación de un motor térmico. En la primera sección presenta un modelo micromecánico, y en la segunda parte se simplifica con el fin de ser aplicado a un caso real.

Para el modelo micromecánico considera un MMF policristalino a alta temperatura mayor que la temperatura A_f , de modo que todo el material se encuentre en la fase austenítica. De este MMF se elige un elemento de volumen representativo (RVE), con volumen V y frontera S . Este RVE está constituido por muchos granos que son divididos en N categorías de acuerdo a sus orientaciones. La fracción de volumen total de granos con orientación i está dada por c_i . En la Figura 2.15 se muestra el volumen de material donde las áreas grises en la mitad del gráfico representan los granos con la misma orientación en la fase austenítica. Las áreas negras en la derecha representan martensita con la misma estructura cristalina correspondiente a las variantes que se forman.

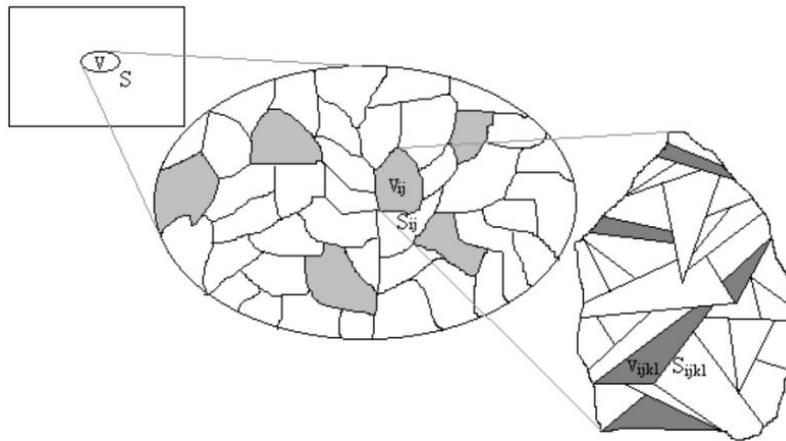


Figura 2.15 Fracción volumétrica RVE.

Como se puede ver en el modelo propuesto por Zhu, la fracción de volumen de austenita y de variantes de martensita se escogen como variables internas para describir la evolución de la microestructura en la transición de fase. De la primera ley de la termodinámica, de la ley de Fourier de conducción y de la ecuación de Newton de enfriamiento, se obtiene la ecuación de la conversión de energía en la forma diferencial e integral.

Un modelo con estas características podría ser utilizado para describir todo tipo de MMF (monocristales y policristales texturizados o no texturizados), bajo diversos tipos de carga incluyendo ciclos de calentamiento y enfriamiento. Sin embargo, utilizar este modelo en un caso real, resulta demasiado tedioso.

En el caso de un MMF policristalino no texturizado se hacen algunos supuestos para simplificar el modelo.

- a) Ya que un MMF policristalino no texturizado consiste en un lote de granos aleatorios pero uniformemente distribuidos, es razonable asegurar que N grupos orientados son uniformemente distribuidos. Por lo que la fracción de volumen de cada grupo orientado es el mismo, por ejemplo, $c_i = 1/N$ ($i = 1, 2, \dots, N$).
- b) La interacción entre los planos de hábito de las variantes (HPV) son pequeñas y pueden ser ignoradas. Además, se supone que el mecanismo de la fase de transformación de un policristal en un nivel microscópico es similar al mecanismo que hay en un monocristal. Por lo tanto, cada grupo orientado tiene H posibles fases de transformación
- c) La pequeña cantidad de volumen que cambia durante la fase de transformación se desprecia.

El modelo resultante que puede ser aplicado a un caso real se escribe como:

$$\iiint_V (\Sigma : \mathbf{E}^p) dV + \iiint_V \rho \dot{r} dV + \iint_S \alpha (T_W - T) dA = \iiint_V C_V \dot{T} dV + \iiint_V \Delta u \dot{z} dV + \iiint_V \dot{f}^s dV \quad (1)$$

Este modelo resultante incluye seis términos:

- 1) Trabajo realizado durante la fase de transformación.
- 2) Contribución de la fuente de calor.
- 3) Calor total absorbido.
- 4) Plazo térmico relacionado con el cambio de temperatura en la SMA.
- 5) Calor latente en la fase de transformación.
- 6) Energía elástica almacenada en la SMA.

Con este modelo, ya simplificado, se simuló el comportamiento de un motor térmico con dos cigüeñales sincronizados que se muestra en la Figura 2.16.

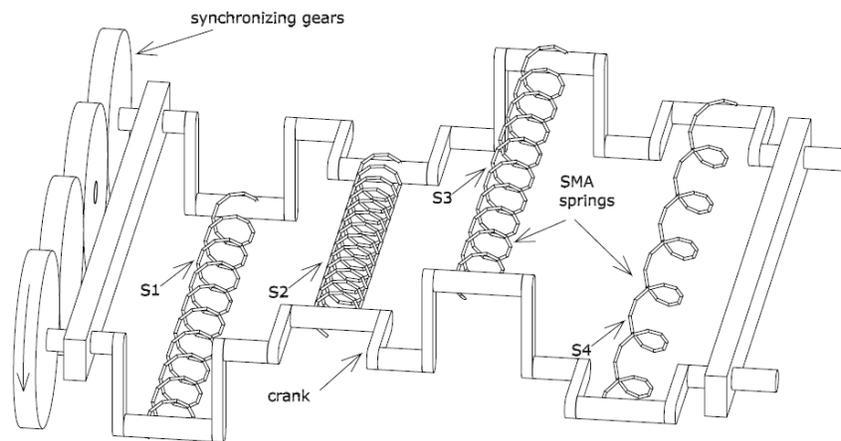


Figura 2.16 Diagrama de un motor con cigüeñales sincronizados.

Este motor consta de cuatro resortes de la aleación Ni Ti, los cuales están situados entre los cigüeñales. Como ya se mencionó antes, los cigüeñales se moverán cuando los resortes de extensión se contraen como consecuencia de un calentamiento. Como se puede ver en la Figura 2.16 los cigüeñales están sincronizados por los engranes situados en el lado izquierdo. El funcionamiento de este motor se obtiene mediante enfriamiento y calentamiento de cada uno de los resortes. En la Figura 2.17 se muestra un esquema de la operación de dicho dispositivo.

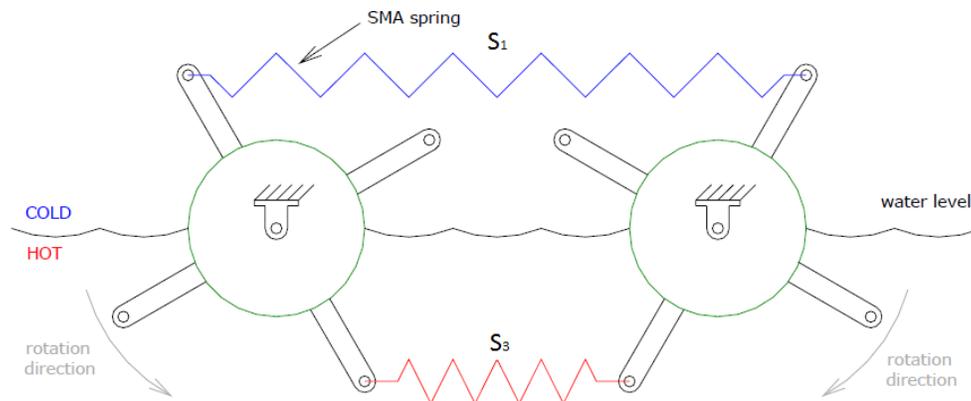


Figura 2.17 Motor con cigüeñales sincronizados con memoria de forma (Twin crank heat engine) [29].

En la Figura 2.16 se pueden observar los resortes S_1 , S_2 , S_3 y S_4 . En la Figura 2.17 que es un esquema simplificado solo se encuentran los resortes S_1 y S_3 . En la parte inferior de la imagen se encuentra el agua caliente y en la parte superior el medio frío que puede ser aire a temperatura ambiente o menor. Los resortes de NiTi que se encuentran sumergidos en el agua se deben encontrar a una temperatura mayor que A_f . De esta manera dichos resortes estarán en la fase austenítica. Los resortes a baja temperatura M_f se encuentran en la fase martensítica debido a que se disipa el calor que toman del agua caliente.

En la Figura 2.17 se observa que mientras S_1 es enfriado, S_3 en la parte de abajo está contrayéndose como resultado del calentamiento, por lo que la transformación de S_1 en la parte superior se lleva a cabo por la disminución de la temperatura y el esfuerzo que le induce el resorte S_3 . Cuando los resortes se contraen en el medio caliente provocan que el cigüeñal gire en sentido contrario, pero de manera sincronizada. Con este movimiento a la par se logra que el resorte entre en forma horizontal a cada uno de los medios, además de generar un movimiento uniforme. Por lo tanto durante un ciclo de operación, los resortes que están en el medio caliente estiran a los resortes del medio frío. Con el giro del cigüeñal un resorte sale del agua caliente, mientras que un resorte frío se introduce, de esta manera se vuelve a repetir cada ciclo. En esta configuración se tienen un punto crítico como el que se muestra en la Figura 2.18 donde el torque disminuye considerablemente.

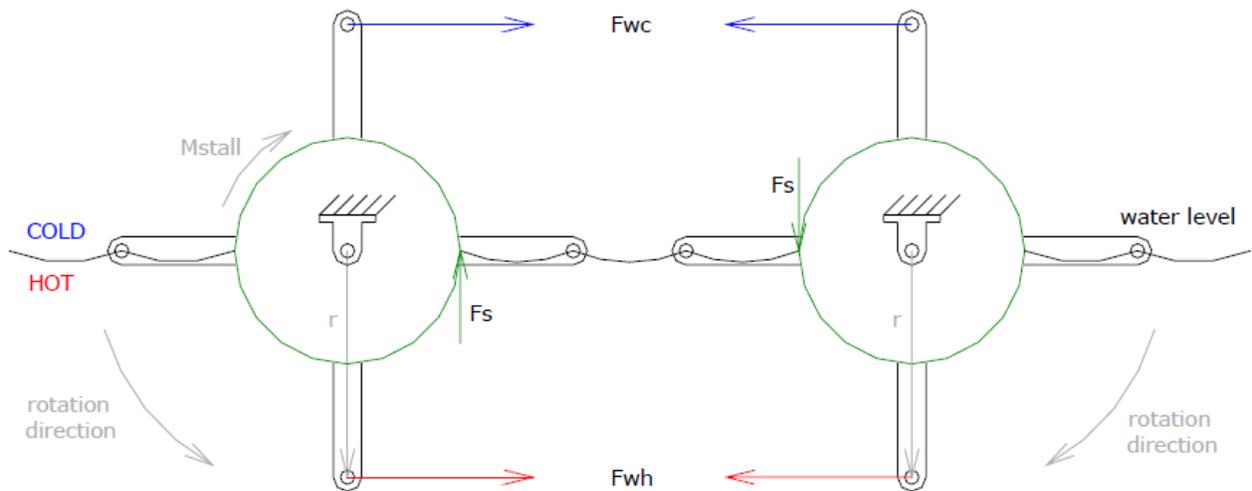


Figura 2.18 Diagrama de cuerpo libre donde se muestran las fuerzas estáticas [29].

Al hacer la suma de las fuerzas que se necesitan para generar el giro se tiene que:

$$M_{stall} = 2r(F_{wh} - F_{wc}) \quad (2.2)$$

Donde F_{wh} y F_{wc} son las fuerzas que se originan en el medio caliente y el frío respectivamente, las fuerzas F_s de cada uno de los cigüeñales se cancelan ya que son fuerzas que resultan de la sincronización por lo tanto son iguales y r es la longitud de la manivela. Como se puede ver de la figura anterior, cuando dos de las manivelas de cada cigüeñal se encuentran a 180° con respecto a la horizontal, los resortes no generan ningún tipo de torque. En caso de que el cigüeñal tenga sólo dos manivelas según la ecuación 2.2 el motor podría sufrir un estancamiento.

Ahora que se conoce el funcionamiento del motor se dan los parámetros usados en la simulación en la Tabla 2.2.

Symbol	Designation	Value	Unit
L_{\max}	Maximum spring length	245	mm
L_{\min}	Minimum spring length	85	mm
D	Diameter of spring	7	mm
d	Diameter of NiTi wire	0.75	mm
n_0	Number of turns of NiTi spring	40, 44, 48	
E	Elastic modulus	40	GPa
ν	Poisson ratio	0.3	
C_V	Specific heat of NiTi	2.0	MK/m ³
α	Heat exchange coefficient	4000.0	W/m ² /K
M_f	Martensite finish temperature	253.0	K
M_s	Martensite start temperature	263.0	K
A_s	Austenite start temperature	273.0	K
A_f	Austenite finish temperature	283.0	K
ε_0	Tension parameter	0.4	
T_1	Tensile test temperature 1	285	K
T_2	Tensile test temperature 2	253	K
σ_1	NiTi wire yield stress at T_1	200	MPa
σ_2	NiTi wire yield stress at T_2	400	MPa
$\frac{\Delta\sigma}{\Delta T}$	$\frac{\Delta\sigma}{\Delta T} = \frac{(\sigma_2 - \sigma_1)}{(T_2 - T_1)}$	5.0	MPa/K
Δh	$-\frac{\Delta\sigma}{\Delta T} \cdot \varepsilon_0$	-2.0	MPa/K
Δu	$\frac{1}{2}(A_s + M_s) \Delta h$	-516.0	MPa
A	$-0.1 \times \frac{(A_s - M_s)}{2} \Delta h$	1.0	MPa
Π_0	$-0.9 \times \frac{(A_s - M_s)}{2} \Delta h$	9.0	MPa
λ	$A - \frac{[(A_f + M_s) - (A_s + M_f)]}{4} \Delta h$	11.0	MPa

Tabla 2.2 Parámetros usados en la simulación. [29]

En la figura 2.19 se muestran las curvas de torque-velocidad de rotación con diferentes temperaturas del agua. En general, los comportamientos del experimento y la simulación siguen la misma tendencia, el torque se reduce cuando la velocidad de rotación aumenta.

En la Figura 2.20 se muestra el comportamiento de la potencia vs la velocidad de rotación, como se puede ver todas las curvas son prácticamente convexas. Y la potencia de salida alcanza el máximo a una velocidad de rotación determinada. La simulación muestra una potencia de salida ligeramente mayor que la que se obtiene en el experimento, sin embargo, la diferencia es menor que un orden de magnitud, y considerando las pérdidas de potencia debidas a la fricción se concluye que es un buen resultado.

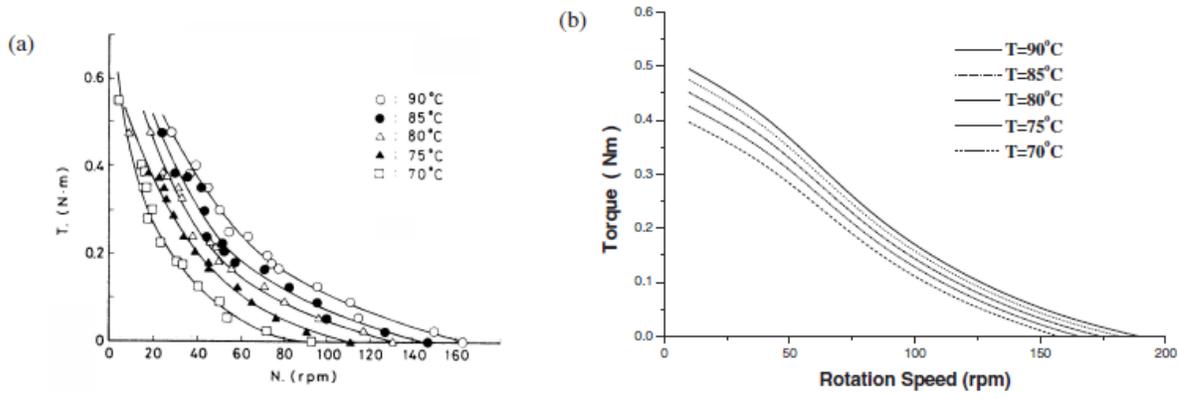


Figura 2.19 Relación entre el torque y la velocidad de rotación a) experimental, b) simulación numérica [29]

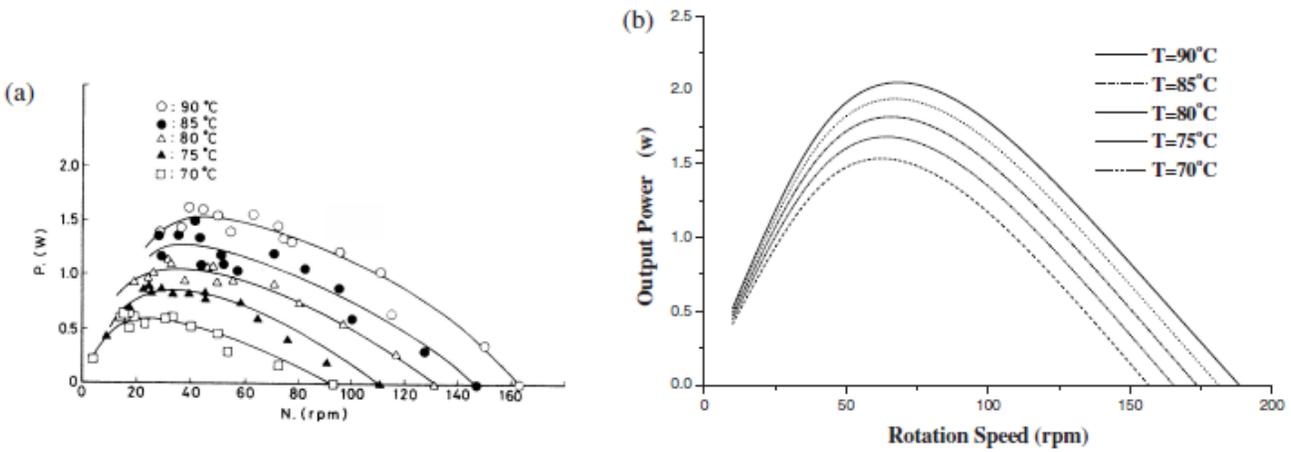


Figura 2.20 Relación entre la potencia y la velocidad de rotación a) experimental, b) simulación numérica [29]

De acuerdo a los resultados de la simulación, la eficiencia de un motor de este tipo es de 2 a 3%. Esto es ocasionado por la distribución de esfuerzo y deformación en los resortes ya que la torsión es mucho menos eficiente en comparación con la tensión uniaxial. Por lo tanto, un motor con MMF que use la tensión de alambres, puede llegar a tener mejor eficiencia.

2.3.2 Motores térmicos en aplicaciones prácticas.

En plantas de fundición, centrales termoeléctricas o en distintos tipos de procesos industriales se obtienen fluidos con temperaturas de bajo grado, el primer motor que se describe en esta sección tiene como objetivo transformar esta energía de bajo grado en trabajo mecánico útil. Con el segundo dispositivo se busca transformar la energía calorífica contenida en los gases de escape de un automóvil. Según el equipo de General Motors (GM) se pretende obtener energía para el sistema de aire acondicionado, el equipo de sonido entre otros componentes eléctricos. Con esto se reduce la carga al motor y por consecuencia el consumo de combustible.

2.3.2.1 Motor recíproco propuesto por Kaneko, Enomoto.

Esta investigación tiene como objetivo desarrollar un motor térmico con alambres de MMF que trabajan por la alternancia de suministro de agua fría y caliente a través de válvulas automáticas de nuevo desarrollo. El alambre de MMF se conecta al sistema de piñón con el rodamiento de tipo trinquete como se muestra en la Figura 2.21. Las válvulas del suministro de agua caliente y fría para los alambres son impulsados por un volante de inercia, por lo que ningún trabajo externo es necesario.

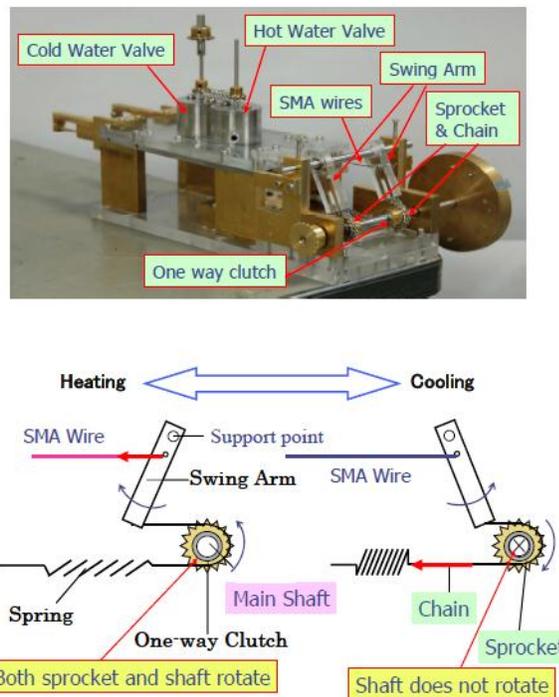


Figura 2.21 Motor térmico con alambres de MMF [32]

La salida de potencia del motor térmico con dos alambres de MMF de 0,3 mm de diámetro es de 0,1 W a 30 ~ 40 rpm. El alambre MMF usado fue producido por Furukawa Electric Co. Ltd. Dicho alambre muestra una resistencia a la fatiga de más de 10^5 ciclos en condiciones de 150 MPa en carga y una velocidad en el ciclo de calentamiento / enfriamiento de 0,5 Hz. Así, el sistema desarrollado tiene la esperanza de utilizarse en la recuperación de energía de residuos de agua caliente.

En el informe de Kaneko, Enomoto, se menciona que de los tipos existentes de motores térmicos, este motor recíproco tiene mayores ventajas ya que se necesita de una cantidad pequeña de MMF para su funcionamiento además de que la fuerza de recuperación se convierte efectivamente en el torque del motor [32].

Para evaluar el rendimiento del motor MMF desarrollado se investigaron los siguientes términos:

- i) Cambio de temperatura en el interior de la válvula.
- ii) Relación entre la potencia de salida y el momento de inercia del volante.
- iii) Relación entre las propiedades de potencia con la velocidad de rotación y la carga.

El informe revela que el motor es simple y fiable para trabajar, por lo que se espera usarlo en aplicaciones prácticas próximamente. A grandes velocidades se obtienen potencias altas, sin embargo la falla por la fatiga del material se presenta más rápidamente.

2.3.2.2 Dispositivo de recuperación de energía de GM.

Los MMF funcionan como un elemento de transformación de energía de estado sólido, ya que, después de un calentamiento, recuperan deformaciones de hasta el 4% arrastrando una carga. Por este efecto, por sus temperaturas de transformación bajas y alta densidad de energía, los motores térmicos con MMF son los únicos adecuados para convertir energía calorífica de bajo grado en trabajo mecánico útil. La compañía automotriz General Motors actualmente explora el potencial que tienen los MMF, desarrollando un motor térmico con este material [26]. Durante su investigación han mejorado algunas propiedades de las aleaciones con MF como son: la consistencia de las características termo mecánicas, el aumento en los ciclos de trabajo y la eficiencia en la conversión de energía. En el mejoramiento del MMF usado, se redujo la histéresis como se muestra en la Figura 2.22 con lo cual se aumenta la eficiencia en las dos vías de la transformación. De este modo en el motor que proponen logran aumentar hasta tres veces la eficiencia en comparación con motores ya existentes. La eficiencia es la porción de energía térmica que absorbe el motor con MMF para convertirla en trabajo mecánico útil.

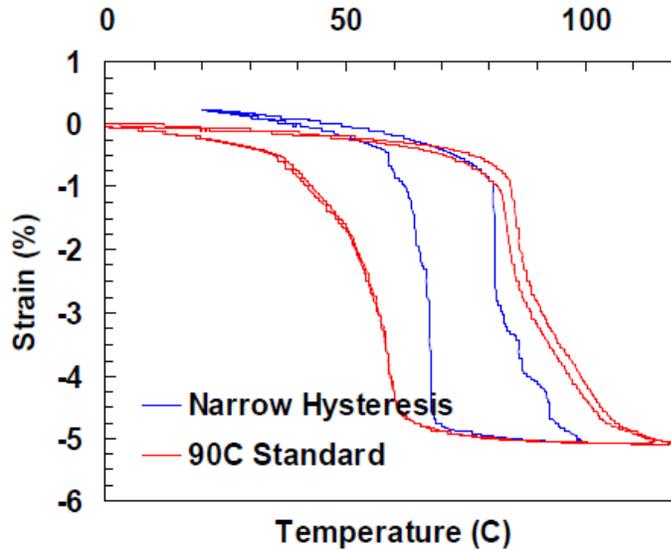


Figura 2.22 Gráfica deformación temperatura, para histéresis estrecha y normal en la transformación de un MMF [26].

En motores de este tipo para lograr una densidad de potencia considerable, se debe contar con un ciclo térmico rápido, sin embargo, al ser un motor de estado sólido la resistencia a la fatiga depende de la tensión máxima a la que este sujeto el elemento con MF. Con un comportamiento térmico óptimo, para la tensión y de trabajo del MMF, la frecuencia de salida del motor puede originar una potencia considerable. En la Figura 2.23 se muestra como la operación a alta frecuencia produce un aumento significativo de la densidad de potencia.

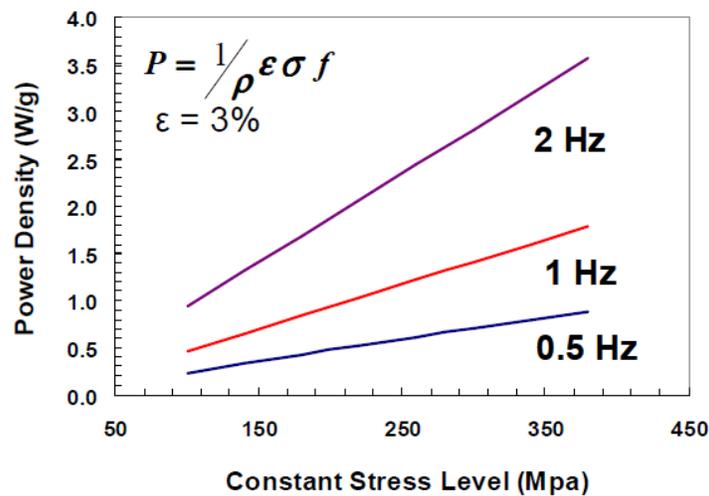


Figura 2.23 Densidad de potencia vs esfuerzo a diferentes frecuencias de funcionamiento [26].

El equipo de GM afirma que con la incorporación de estos recientes avances en los MMF y las técnicas de diseño mecánico, esta tecnología ha pasado de ser una curiosidad científica a un sistema práctico para la recuperación de energía de desecho. En la Figura 2.24 se muestra un esquema donde se aprecia el prototipo que se desarrolla.

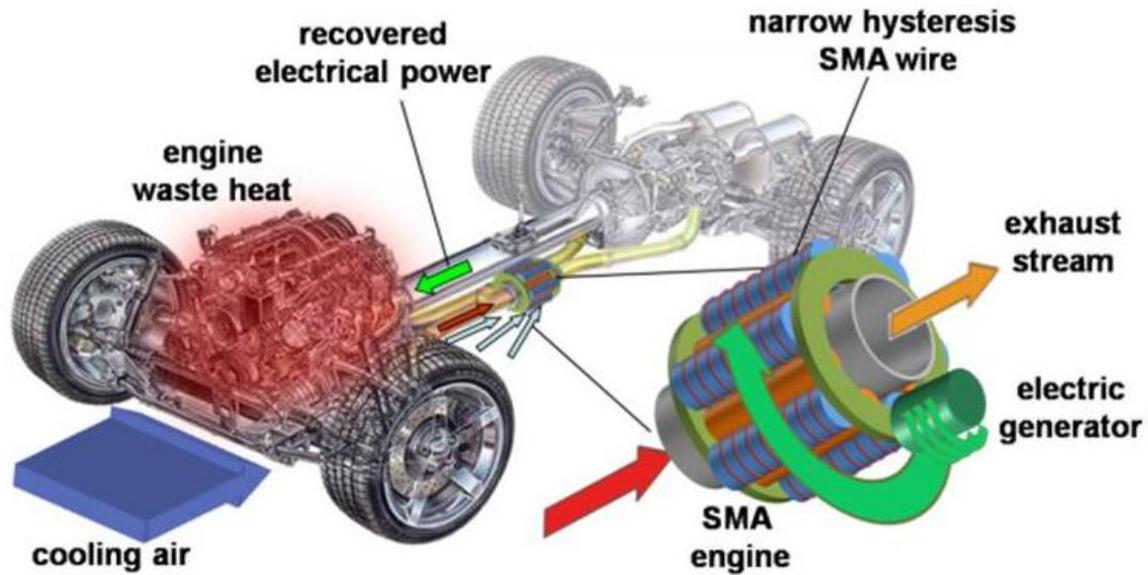


Figura 2.24 Prototipo para la recuperación de energía calorífica de los gases de escape.

Este proyecto está en desarrollo actualmente, y se han reportado densidades de potencia de 1W/gr de MMF, este resultado alienta a la futura comercialización del dispositivo, ya que podría suministrar energía sin afectar la eficiencia del motor de combustión interna del automóvil.

2.3.3 Retos técnicos para el desarrollo de un motor térmico con MMF.

La idea de un motor térmico con MMF ha existido desde hace 40 años. Y aunque teóricamente prometedoros, algunos de los motores no se han realizado debido a problemas con la transferencia de calor y con la recolección de la energía calorífica. En el presente trabajo se han construido una serie de prototipos que han servido para identificar algunos de los problemas que se encuentran en el diseño de motores con MMF. En la Tabla 2.3 se muestran algunos de los retos técnicos más significativos reportados.

Retos del material	Retos en el dispositivo
<ul style="list-style-type: none"> • Reducir la histéresis térmica a un rango de temperatura para la utilización de una fuente de calor elegida. • Alta resistencia a la fatiga con altos valores de tensión. • Altos valores en la deformación durante la transformación del material. • Formar lazos cerrados con elementos de MMF. 	<ul style="list-style-type: none"> • Integración con sistemas de potencia. • Diseños que permitan altos valores de transferencia de calor. • Alta frecuencia de un continuo lazo cerrado. • Transferencia de la potencia generada en el motor. • Tolerancias mecánicas en función de las deformaciones del MMF.

Tabla 2.3 Retos actuales en la creación de los motores térmicos con MMF.

Actualmente se han encontrado soluciones en cuanto al mejoramiento de la aleación. Dinalloy, empresa que produce actuadores con MMF, fabrica alambres con resistencia a la fatiga de más de 10^8 ciclos. Esta empresa ha desarrollado nuevas aleaciones con las que se obtienen histéresis más pequeñas, esto trae como consecuencia una reducción significativa entre las temperaturas de transformación, con lo cual se obtienen ciclos de trabajo más rápidos y una densidad de potencia alta. En la Figura 2.22 se muestra la gráfica deformación vs temperatura de un material en el que se redujo la diferencia de temperaturas de transformación unos 15 °C. Esta reducción hace que el MMF sea más eficiente, ya que se reduce la energía térmica de entrada y por lo tanto el tiempo requerido para la fase de transformación.

2.3.4 Eficiencia de los motores térmicos con MMF.

En aplicaciones automotrices, los mayores beneficios serán en el ahorro de combustible, usando motores con MMF que contengan materiales con alta densidad de potencia y mejor eficiencia térmica. Como ya se mencionó antes, la eficiencia térmica se define como: $\eta = W/Q_{in}$ donde W es la producción de trabajo y Q_{in} es el aporte de energía térmica. Liu [33] revisa diferentes ciclos de trabajo con el modelo:

$$W \approx \left[\sigma_r - \frac{1}{2} (\sigma_1^M + \sigma_2^A) \right] \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{\rho} \quad (2.3)$$

Dónde:

σ_r Es el esfuerzo de recuperación de austenita.

σ_1^M Es el esfuerzo en martensita.

σ_2^A Es la componente del esfuerzo en la fase con elasticidad.

ε_2 Es la pre deformación en la fase martensita.

ε_1 Es la deformación final después de la recuperación.

ρ Es la densidad del material.

En la figura 2.25, se muestra la estimación del trabajo de salida de un elemento con SMA durante un ciclo térmico, que es empleado en tensión por un motor térmico.

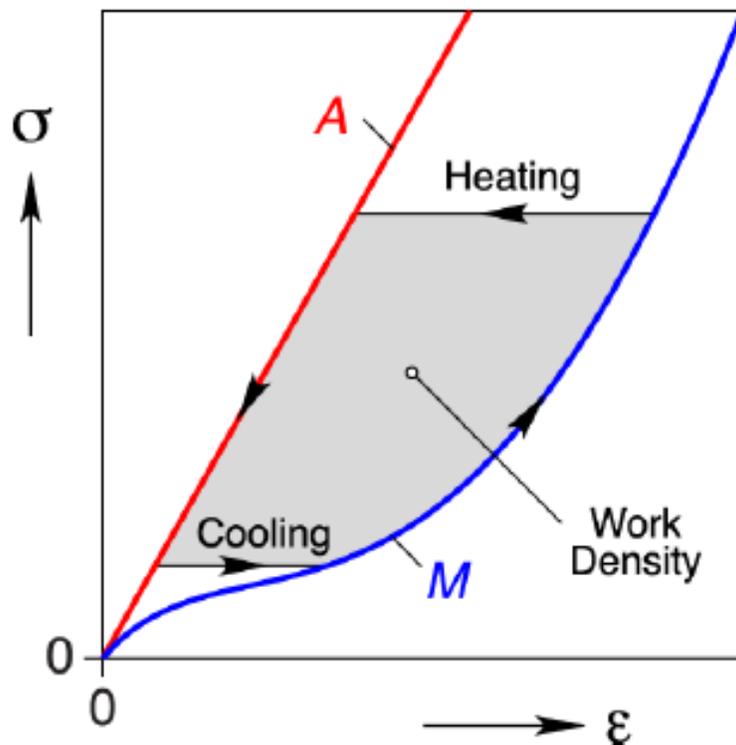


Figura 2.25 Trabajo de salida de un motor térmico.

Por lo tanto la ecuación de la eficiencia térmica del motor puede ser expresada como:

$$\eta = W/Q_{in} = \frac{[\sigma_r - \frac{1}{2}(\sigma_1^M + \sigma_2^A)]}{[C_p(T_A - T_M) + Q_{M-A}]\rho} (\epsilon_1 - \epsilon_2) \quad (2.4)$$

Dónde:

C_p Es el calor específico del SMA.

T_A Es la temperatura superior.

T_M Es la temperatura baja.

Q_{M-A} Es la entalpia de transformación de martensita a austenita.

La eficiencia térmica del motor es relevante porque ésta indica la efectividad de la conversión del calor disponible en trabajo mecánico. La expresión para el calor de entrada Q_{in} indica que la eficiencia térmica del sistema puede ser maximizada por el decremento de $(T_A - T_M)$. Por lo que un buen diseño de un motor térmico con MMF debe considerar un material con histéresis estrecha, y con resistencia a la fatiga para que pueda usar el ciclo térmico que se muestra en la Figura 2.25 con efectividad. Como ejemplo de estas características, el motor desarrollado por GM descrito en la sección 2.3.2.2 posee los siguientes datos:

Esfuerzo de recuperación: 200Mpa

Recuperación de la deformación: 4%

Calor específico: 490 J/Kg K

Densidad: 6450 Kg/m³

Entalpia de deformación: 11000 J/Kg

Calculando la eficiencia efectiva basada en la ecuación antes expuesta. Los resultados indican que la eficiencia teórica de un SMA estándar Flexinol es de aproximadamente 5% mientras que con un alambre de la nueva aleación con histéresis reducida es del 8% [26].

Capítulo 3. Diseño de motores térmicos con MMF y propuesta para la evaluación de la eficiencia teórica.

En el capítulo anterior se mencionaron los diferentes tipos de motores térmicos con MMF que se han desarrollado y se dio a conocer el panorama actual de esta tecnología. En el presente capítulo, se aborda la contribución de este trabajo al panorama de la recuperación de energía con MMF.

En la primera sección se describen tres dispositivos que se construyeron durante el desarrollo del presente trabajo, estos dispositivos tienen la finalidad de obtener datos experimentales que serán recabados y analizados en un trabajo futuro.

En la segunda parte de este capítulo, se presenta la influencia que tiene la anisotropía mecánica en la recuperación de energía, este tópico no se ha reportado en la literatura por lo que constituye una aportación al estado del arte del conocimiento.

3.1 Construcción de motores térmicos con MMF.

Como ya se mencionó antes, durante el desarrollo de este trabajo se construyeron tres dispositivos. Dos de estos dispositivos (motor con cigüeñales sincronizados y sistema de impulso con alambres de MMF) presentan ligeras variaciones de las patentes en las que están basados, pero el principio de funcionamiento es el mismo, por lo que, solo se describen los componentes y la operación de estos dispositivos. El dispositivo denominado: “Motor de manivela con alambres de NiTi” es un motor de desarrollo propio, por esta razón, se abordan algunos de los criterios de diseño más importantes.

3.1.1 Motor con cigüeñales sincronizados.

En la Figura 3.1 se muestra el prototipo del motor con cigüeñales sincronizados que se fabricó en el presente trabajo. Este prototipo está basado en la patente US4683721, sin embargo, presenta algunas diferencias. El calentamiento y el enfriamiento del elemento con MF y la posibilidad de ajustar la distancia entre los cigüeñales son producto de un nuevo diseño conceptual.

Este motor consta de tres resortes de tensión de NiTi. Dichos resortes están sujetos entre los dos cigüeñales por medio de los rodamientos que tiene cada manivela. Como se puede ver en la figura, el motor está dotado con poleas dentadas, bandas y engranes para sincronizar los cigüeñales. Todo el prototipo está sujeto por un armazón de aluminio.



Figura 3.1 Prototipo del motor con cigueñales sincronizados.

En las secciones posteriores se detallara la operación del motor así como cada una de las partes de las que consta el prototipo: resortes de NiTi, rodamientos y casquillos, cigueñales, poleas dentadas y engranes.

3.1.1.2 Descripción de los componentes del prototipo.

Los componentes más importantes de este motor son:

1.- Resortes con memoria de forma. Son los elementos encargados de convertir la energía calorífica que reciben en trabajo mecánico. En la figura 3.2 se puede observar un resorte estirado a baja temperatura, y el mismo resorte ya contraído después de ser calentado.

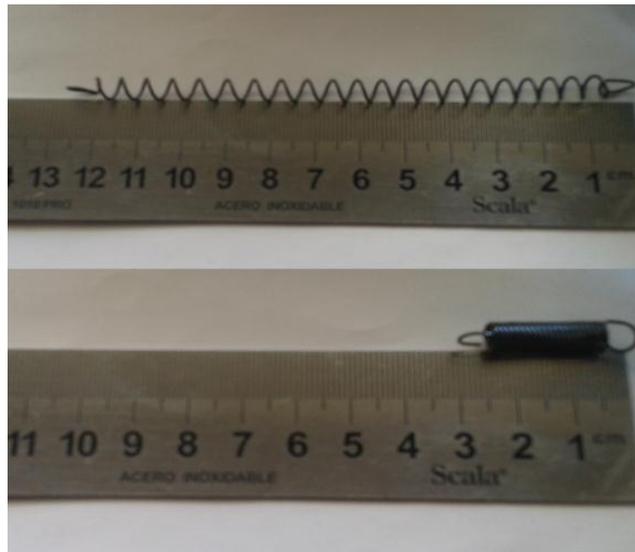


Figura 3.2 Resortes de Ni Ti utilizados en el prototipo.

Las dimensiones de los resortes son $D_m = 0.250''$ y $D_w = 0.29''$. En la Figura 3.3 se muestran estas dimensiones.

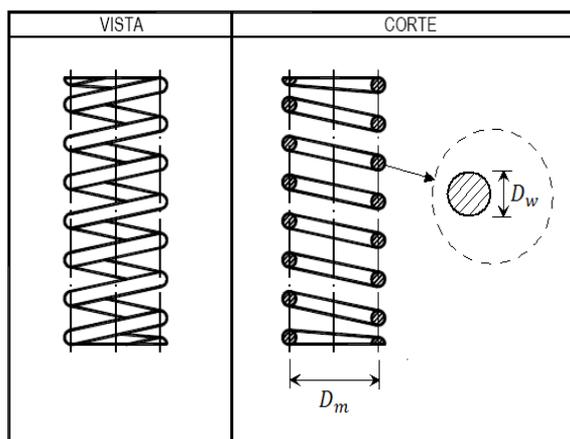


Figura 3.3 Dimensiones del resorte con MMF.

En la Tabla 3.1 se muestran las propiedades físicas de la aleación Níquel – Titanio. Estas propiedades se recabaron de diversos estudios realizados a la aleación. Las temperaturas de transformación que se muestran son obtenidas mediante ensayos isotérmicos [1].

Densidad	6.45 g/cm ³
Calor específico	6-8 cal(mol.°C)
Punto de fusión	1250 °C
Calor de transformación	24,383.55 J/Kg
Conductividad térmica	0.05 cal(cm-°C-sec)
Coeficiente de expansión térmica	Martensita $6.6 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$
	Austenita $11.0 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$
Módulo elástico	Martensita $E_M = 19566 \text{MPa}$
	Austenita $E_A = 76809 \text{MPa}$
Temperaturas de transformación	$M_f = 24, M_s = 44.5, A_s = 75, A_f = 82.5$
Relación Clausius clapeyron	$\frac{\partial \sigma}{\partial M_s} = 6$

Tabla 3.1 Propiedades físicas de la aleación Níquel-Titanio [2].

2.- Rodamientos y anillos. Los rodamientos tienen la finalidad de mantener en posición horizontal a los resortes, con esto se asegura que al entrar y salir del agua sólo tienen que recorrer una pequeña distancia vertical. Sin los rodamientos el resorte al dar la primera revolución se podría atascar en la manivela. Como ya se ha mencionado antes los cigüeñales del motor están sincronizados, de esta manera, la posición del resorte con respecto a la horizontal siempre va a ser paralela. Los anillos están sujetos sobre los rodamientos, la finalidad de este elemento es sujetar al resorte de modo que pueda girar libremente sobre el rodamiento. En la Figura 3.4 de lado izquierdo, se puede ver el rodamiento y en el lado derecho se muestra el ensamble del resorte-anillo. Como se puede ver, los anillos tienen una ranura en la que se puede introducir un extremo del resorte para asegurarlo después, al apretar un tornillo.



Figura 3.4 Rodamiento y ensamble del resorte-anillo

3.-Cigüeñales. Los cigüeñales giran con el movimiento que genera la contracción de los resortes. En la Figura 3.5 se puede ver el ensamble completo del cigüeñal que está formado por los casquillos, los rodamientos y las manivelas.



Figura 3.5 Cigüeñal.

4.-Poleas dentadas y engranes. En la Figura 3.6 se pueden observar el conjunto de poleas y engranes que se encargan de mantener la sincronización de los cigüeñales. En algunas patentes parecidas a este motor, sólo se utilizan engranes para mantener la sincronización, por lo que la distancia de los cigüeñales no puede variar. El sistema empleado en este prototipo, permite variar la distancia que hay entre los cigüeñales como se puede ver en la Figura 3.7. Esta característica permite ajustar las dimensiones para mejorar el funcionamiento del motor, o instalar resortes de distintas medidas, hasta máximo 20 centímetros de elongación.



Figura 3.6 Conjunto de poleas dentadas y engranes.

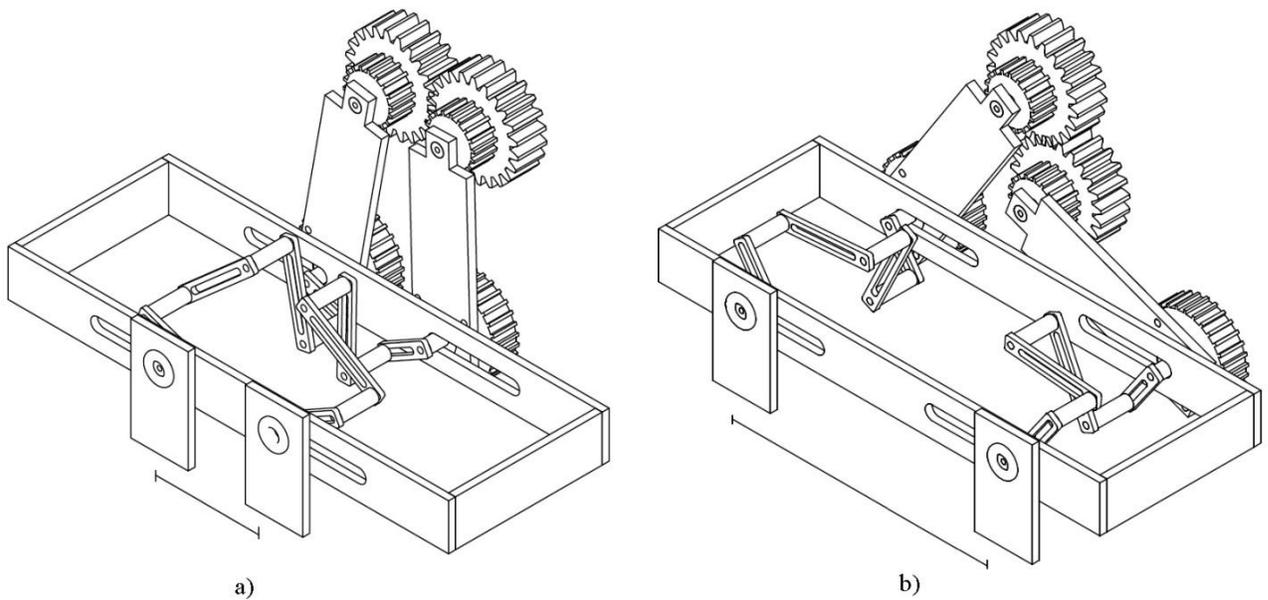


Figura 3.7 El sistema para la sincronización del motor permite variar de a) distancia mínima entre los cigüeñales hasta b) distancia máxima.

5.-Armazón. Para sujetar todos los elementos se construyó una base de aluminio, con ranuras y un par de sujetadores que permiten variar la distancia entre los cigüeñales. En la Figura 3.8 se puede observar la estructura sin los cigüeñales.



Figura 3.8 Armazón.

3.1.1.3 Operación del prototipo.

El motor consta de tres resortes de Ni-Ti, estos resortes pueden estirarse a temperatura ambiente hasta que parecen estar deformados plásticamente. Al calentarlos recuperan su forma original ya que se contraen considerablemente. Durante la contracción del resorte, se extrae energía mecánica que se utiliza para generar el movimiento en el prototipo. Como se puede observar en la Figura 3.9 los resortes están sujetos a los cigüeñales. En este prototipo el calentamiento se realiza con aire y el enfriamiento con agua esto origina el sentido de rotación que se muestra en la Figura 3.10.

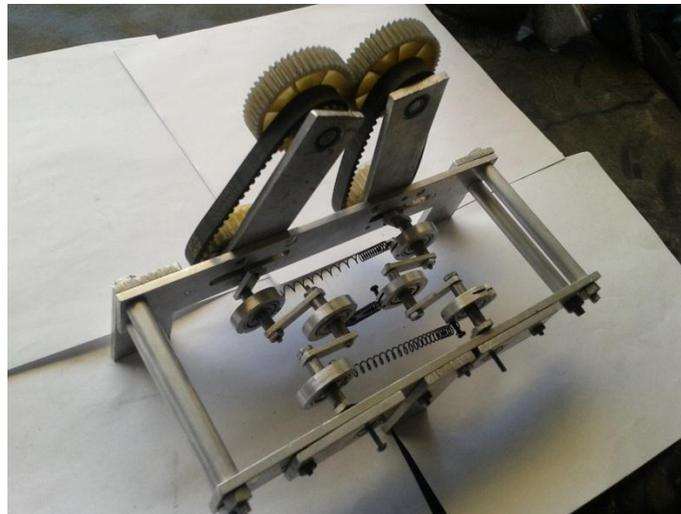


Figura 3.9 Posición de los resortes en el motor con cigüeñales sincronizados.

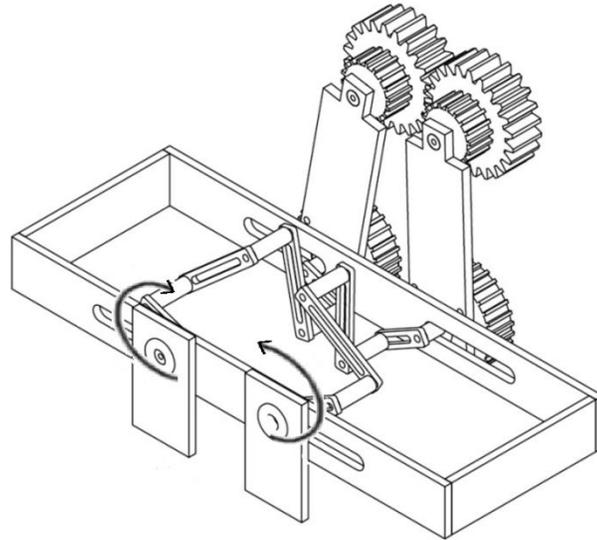


Figura 3.10 Sentido de rotación.

En la Figura 3.11 se detalla el medio de calentamiento y de enfriamiento en el motor. Como se puede ver, el calentamiento ocurre en la parte superior del prototipo donde existe una corriente de aire caliente, y el enfriamiento en la parte inferior donde se encuentra agua fría. El nivel del agua es importante para el correcto funcionamiento del motor, ya que se encarga de permitir que un resorte salga a recibir el aire caliente justo cuando otro de ellos se estira durante el enfriamiento, mientras que el tercero se está contrayendo en el calentamiento.

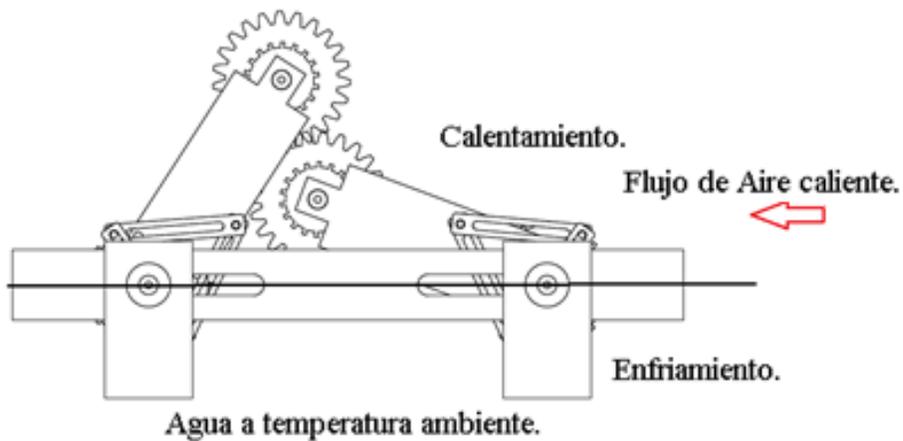


Figura 3.11 Zonas de calentamiento y de enfriamiento en el prototipo.

3.1.2 Motor de manivela con alambres de NiTi.

En la Figura 3.12 se muestra el motor con manivela accionado por un alambre de NiTi. Como se puede ver este dispositivo consta de un mecanismo biela manivela corredera, un circuito eléctrico y el alambre con memoria de forma.

En este prototipo, el alambre con MF se calienta por efecto de una corriente eléctrica. El enfriamiento se lleva a cabo por convección del aire cuando se interrumpe el paso de corriente. El alambre es muy delgado y casi no se distingue en la imagen, sin embargo, en las secciones posteriores se detallara el funcionamiento de cada elemento.

Además se mencionan los parámetros más importantes en el diseño de este motor ya que este motor es un desarrollo propio y no está basado en ninguna patente.

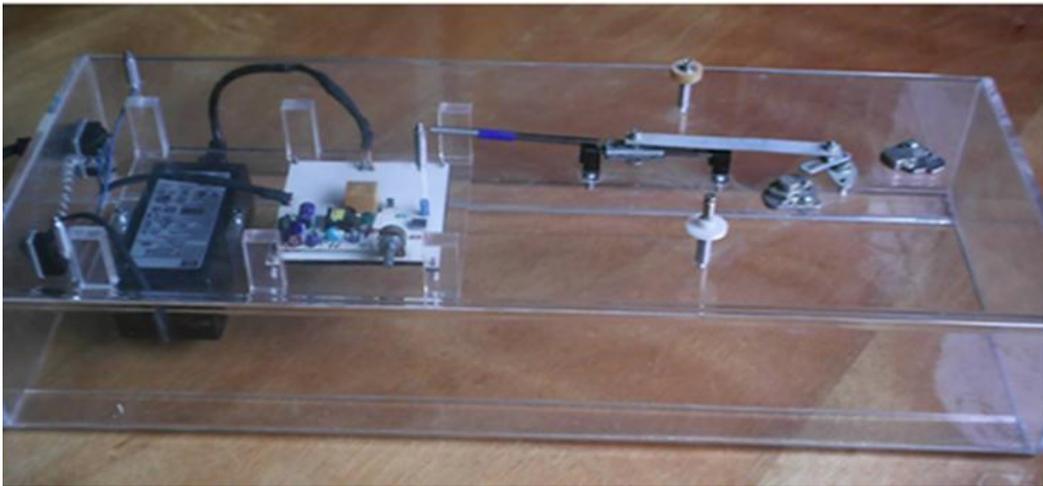


Figura 3.12 Motor de manivela con alambres de NiTi.

3.1.2.2 Descripción de los componentes y operación del prototipo.

En la figura 3.13 se puede ver con más detalle la posición de los distintos componentes del dispositivo. Como se puede ver el alambre se atornilla de los postes que están sujetos en la parte inferior del prototipo. En la parte superior se encuentran unas poleas por las que pasa el alambre antes de ser atornillado a la corredera del mecanismo. En esta configuración el alambre se fija a la corredera del mecanismo biela-manivela y al resorte helicoidal. Al ser calentado el alambre genera una elongación en el resorte y por consiguiente un desplazamiento de la corredera. Cuando el alambre se enfría la corredera regresa al punto inicial por la acción del resorte.

Para que el alambre tenga ciclos de calentamiento y de enfriamiento se diseñó un circuito electrónico que hace circular una corriente eléctrica de manera intermitente. Los intervalos de enfriamiento y calentamiento pueden variar para que se acoplen al tiempo de enfriamiento y obtener de esta manera un giro más uniforme.

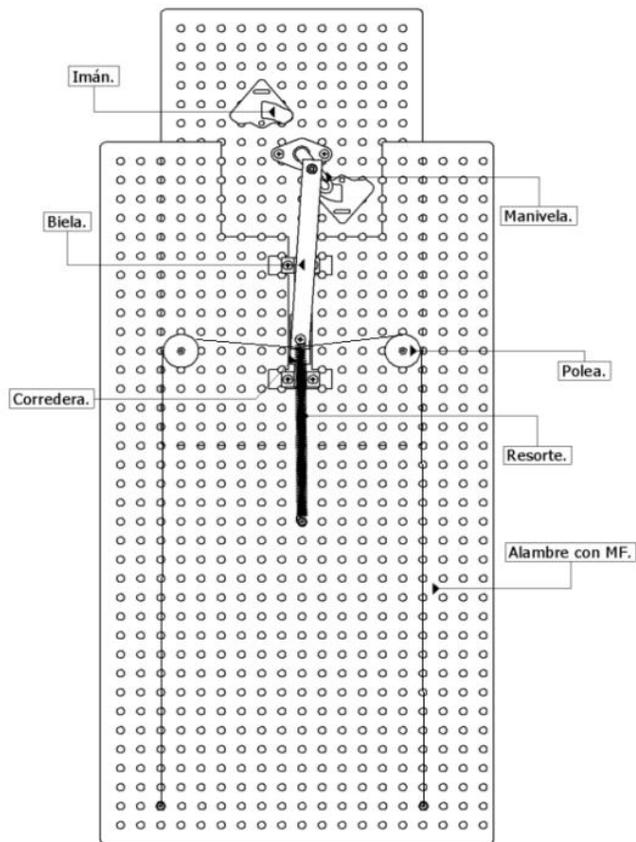


Figura 3.13 Disposición del alambre con memoria de forma y punto de partida de la corredera en el motor con alambres de Ni-Ti.

En resumen, los principales elementos del dispositivo, son básicamente tres; a) el circuito eléctrico generador de pulsos, b) el alambre con memoria de forma y c) el mecanismo biela-manivela-corredera. Dichos elementos se muestran en la Figura 3.14.

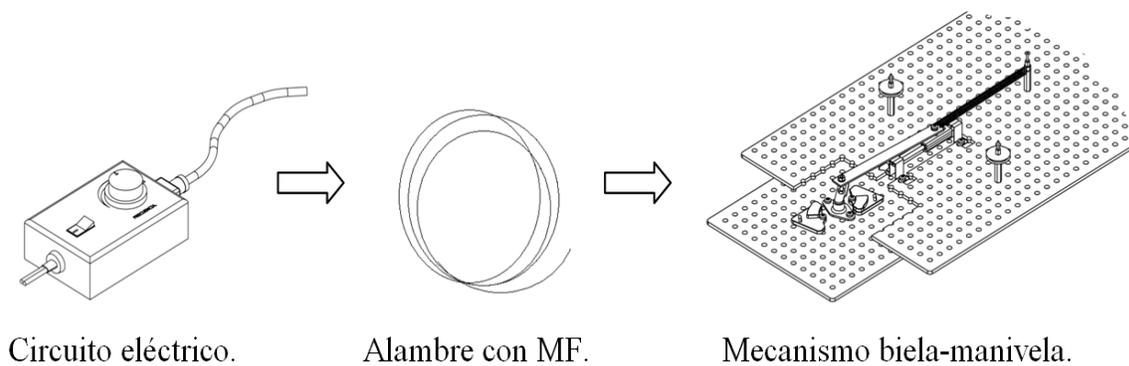


Figura 3.14 Principales elementos del motor con alambres de Ni-Ti.

A continuación se describen brevemente.

1. Circuito eléctrico.

Como ya se mencionó, para que el motor funcione el alambre con MF debe estar sometido a ciclos de calentamiento y enfriamiento sucesivos. El calentamiento del alambre se realiza con pulsos eléctricos de 12V a 400mA.

El circuito de control de ancho de pulso fue diseñado en base al integrado multivibrador 555, éste genera una salida de frecuencia constante y una relación variable de encendido-apagado de la señal. Esta relación de salida se puede cambiar variando la resistencia del potenciómetro. El circuito eléctrico se muestra en la Figura 3.15.

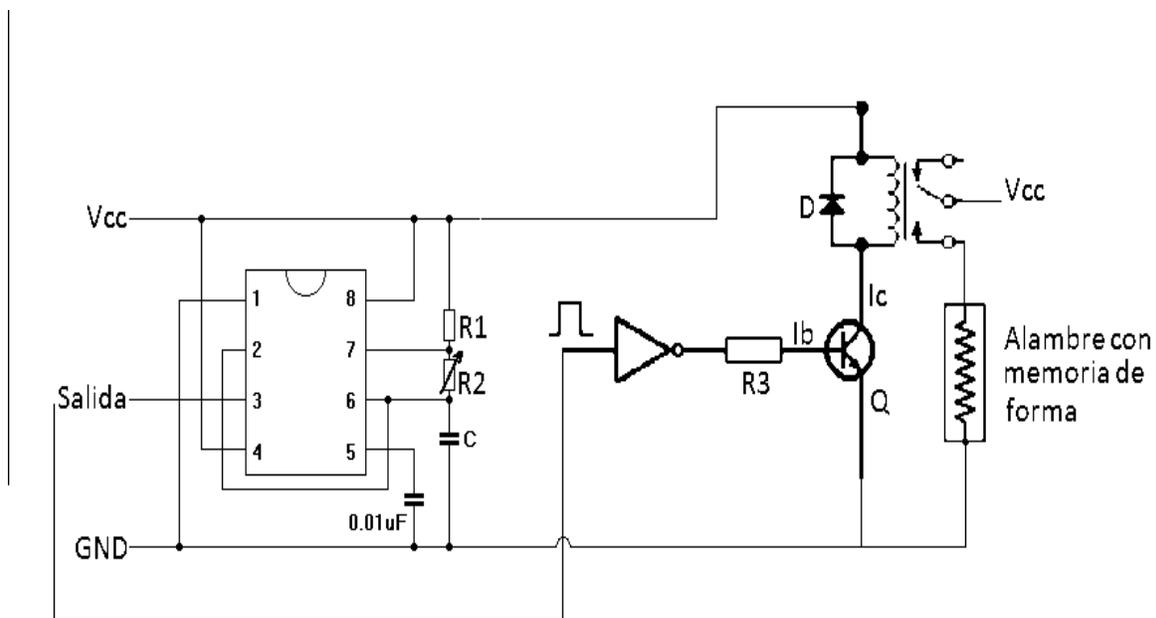


Figura 3.15 Circuito electrónico.

2. Alambre con memoria de forma.

Este elemento del sistema constituye la parte medular del dispositivo, ya que de su comportamiento se derivan los criterios de diseño. En todo momento el alambre con MF se encuentra sujeto a una fuerza proveniente del resorte helicoidal que trabaja en tracción como se muestra en la Figura 3.16. Al calentar el alambre, se contrae y genera una carga sobre el resorte que provoca una elongación adicional a la que presentaba inicialmente. Considerando lo anterior, es claro que el alambre no se encuentra sujeto a una carga constante, sino que ésta incrementa con la temperatura. Esta característica de la carga se debe considerar en el diseño del dispositivo, pues provoca que el intervalo de temperatura en el cual el material sufre la transformación, sea mayor. La deformación total es menor en este intervalo de temperatura, si se compara con el comportamiento con carga constante como se puede ver en los diagramas de la Figura 3.17.

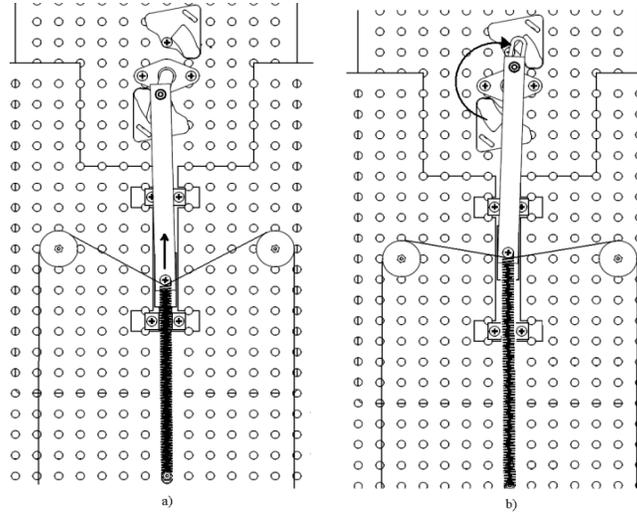


Figura 3.16 Carga sobre el alambre con memoria de forma.

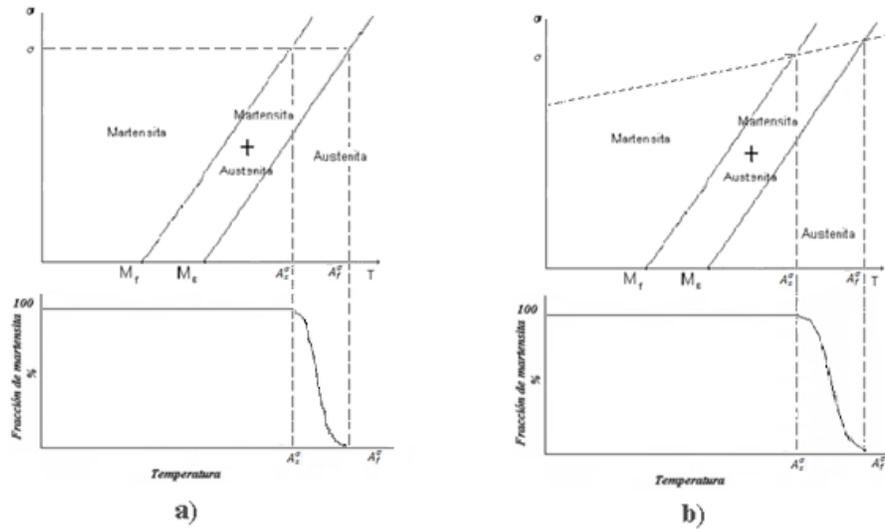


Figura 3.17 Diagramas de carga y transformación martensítica a) carga constante y b) carga variable.

3. Mecanismo biela-manivela-corredera.

En la Figura 3.18 se puede ver un esquema del mecanismo biela-manivela-corredera que se utilizó. En la manivela existen puntos críticos, estos se generan al quedar la fuerza del alambre o del resorte con una sola componente en el eje de giro. Para evitar el atascamiento del dispositivo, en este punto se usan imanes que ayudan a cambiar la posición de la manivela. En la Figura 3.19a) se

ve cómo actúa la fuerza del resorte. En la Figura 3.19b) los imanes se encargan de darle una nueva componente a la fuerza.

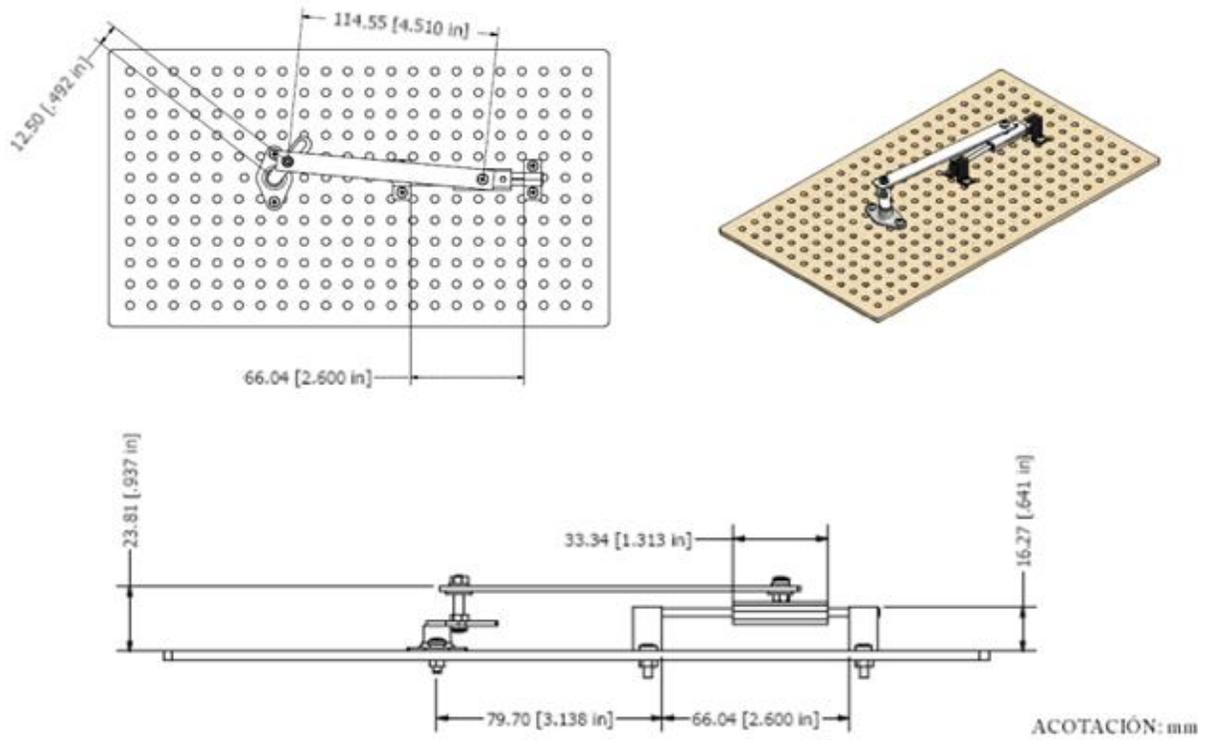


Figura 3.18 Mecanismo usado en el motor con alambres de Ni-Ti.

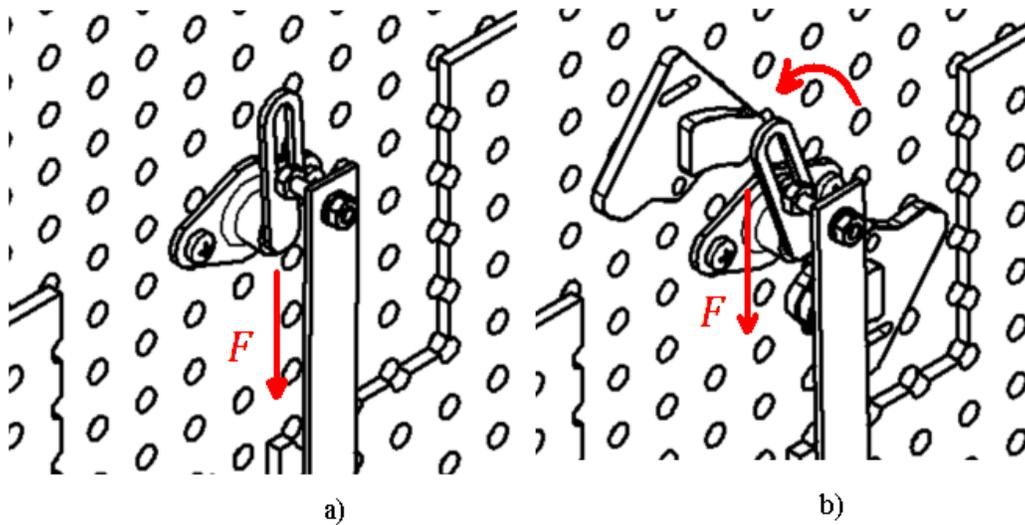


Figura 3.19 Acción de la fuerza en la manivela: a) sin imán y b) con imán que le da una nueva componente a la fuerza.

En la primera mitad de una revolución se calienta el alambre por encima de su temperatura crítica A_f^σ mientras que la segunda mitad del ciclo se completa cuando la temperatura del alambre es menor a M_s^σ . Como ya se discutió, el comportamiento del alambre está asociado a la transformación martensítica inducida por la carga y la temperatura. Cuando la temperatura es mayor que A_f^σ , el material se encuentra en fase austenítica mientras que cuando disminuye por debajo de M_s^σ , el material transforma a fase martensítica. En la Figura 3.20, se muestra un diagrama fracción volumétrica transformada-temperatura el cual se asocia a las posiciones extremas del dispositivo durante su operación.

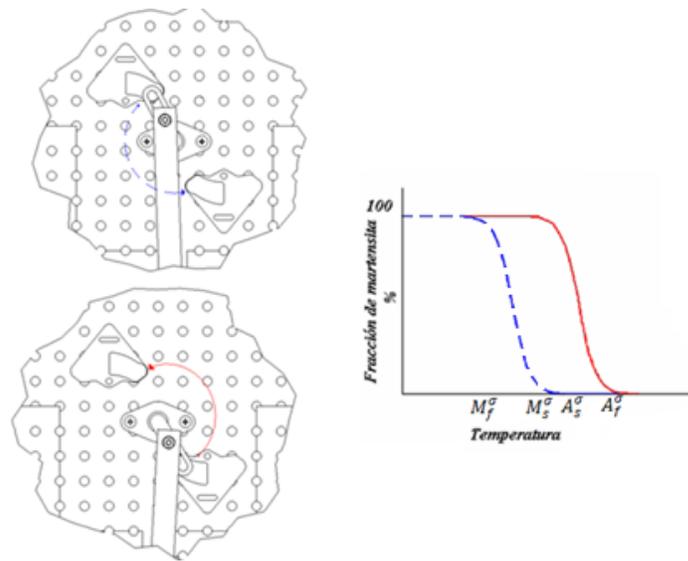


Figura 3.20 Relación entre el movimiento en la manivela y la transformación martensítica del alambre

3.1.2.3 Criterios de diseño.

El factor crítico del diseño del motor es la determinación del desplazamiento que tiene la corredera, el cual proviene de los alambres con MF. Como se sabe, el alambre hace mover la corredera al variar la temperatura del mismo, arrastrando la carga que genera el resorte. La parte medular del diseño consiste en encontrar un modelo matemático que permita conocer el comportamiento carga-desplazamiento-temperatura de los alambres con MF. Entre los modelos disponibles en la literatura se encontró un modelo ingenieril capaz de proporcionar la información requerida para el motor, conociendo las características generales de material [24]. Dicho modelo se expresa mediante las siguientes ecuaciones:

$$\varepsilon = \left[\frac{\sigma_A}{f(k_1 - k_2) + k_2} \right]^{\frac{1}{n}}, \quad f = \frac{e^{\left(\frac{T - M_s - T_c}{T_a}\right)}}{1 + e^{\left(\frac{T - M_f^\sigma - T_c}{T_a}\right)}} \quad (3.1)$$

Con:

$$\begin{aligned}
 k_2 &= \frac{0.99k_f - 0.01k_1}{0.99^2 - 0.01^2} & k_i &= \left(\frac{E}{\alpha}\right)^n \sigma_A^{1-n} & T_c &= \frac{\sigma_A}{\frac{\partial \sigma_c}{\partial M_s^{\frac{\alpha}{2}}}} \\
 k_1 &= \frac{0.01k_f - 0.99k_1}{0.01^2 - 0.99^2} & k_f &= \left(\frac{E}{\alpha}\right)^n \frac{\sigma_A^{1-n}}{2} & T_a &= \frac{\sigma_A}{2 \frac{\partial \sigma_c}{\partial M_s^{\frac{\alpha}{2}}}} \ln 99
 \end{aligned} \quad (3.2)$$

Donde σ_A es el esfuerzo aplicado, $\frac{\partial \sigma_c}{\partial M_s^{\frac{\alpha}{2}}}$ es la razón Clausius Clapeyron, E, n y α son parámetros que se toman de la curva esfuerzo-deformación a $T > A_f$ para el material empleado.

Este modelo, como lo explica el autor, aproxima el comportamiento de los MMF mediante parábolas ajustadas con valores experimentales y permite simular el comportamiento en estudio ya sea para carga, deformación o temperatura constante o variable. En esta ecuación es preciso determinar σ_A en función del desplazamiento o bien de la deformación, ya que la carga aplicada proviene de la tracción del resorte.

El alambre estará sujeto a una carga inicial proveniente de una cierta elongación del resorte que genera la máxima deformación del alambre, durante la operación del sistema esta condición se presenta a temperatura ambiente (en la fase martensítica del material). Al incrementar la temperatura del alambre el material sufrirá una transformación martensita-austenita que genera una disminución en la deformación del alambre y en consecuencia el resorte sufrirá una elongación que incrementará la magnitud de la carga aplicada.

Considerando lo anterior, es claro que el alambre con MF estará sujeto a una carga variable proveniente del resorte. En la Figura 3.21 se muestra de manera esquemática el comportamiento descrito anteriormente auxiliándonos de una curva esfuerzo-temperatura-transformación y de una serie de curvas: esfuerzo-deformación correspondientes a distintas temperaturas. Cabe destacar que el esfuerzo generado sobre el alambre con MF no debe exceder de 200MPa.

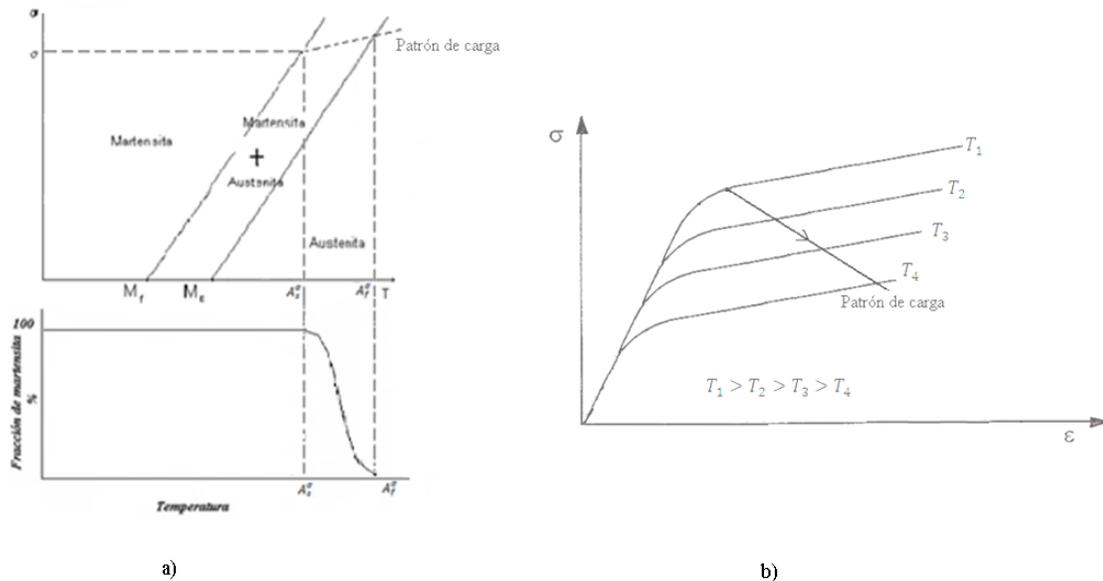


Figura 3.21 a) Curva esfuerzo-temperatura-transformación, b) curvas esfuerzo-deformación a distintas temperaturas.

La siguiente etapa en la modelación del funcionamiento del motor con alambre de MF es la determinación de los parámetros cinemáticos del arreglo propuesto. Para ello, se hará referencia a la Figura 3.22 donde se indican las dimensiones del alambre colocado en el dispositivo, así como de los diversos elementos que lo conforman. El primer parámetro a considerar en la definición de las variables cinemáticas es la magnitud de la carga que aplica el resorte sobre el alambre. La carga generada por el resorte, es proporcional a la elongación que sufre el mismo, es decir:

$$F = k\Delta y \quad (3.3)$$

Donde F es la fuerza generada por el resorte elongado Δy unidades respecto a su posición de reposo y k es la constante elástica del resorte.

Considerando que dicha fuerza induce un esfuerzo σ en el alambre con MF, la ecuación 3.1 se convierte en:

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{K\Delta y}{A} \quad (3.4)$$

Donde A es el área de la sección transversal del alambre.

De la Figura 3.22, se ve claramente que existe una relación entre Δy y el desplazamiento de la corredera d_3 . Como se aprecia en dicha Figura conforme d_3 disminuye Δy incrementa y viceversa. Así mismo, se aprecia que existe un valor mínimo de $\Delta y_{\min} > 0$ y otro máximo Δy_{\max} que corresponden con la posición de la manivela respectivamente.

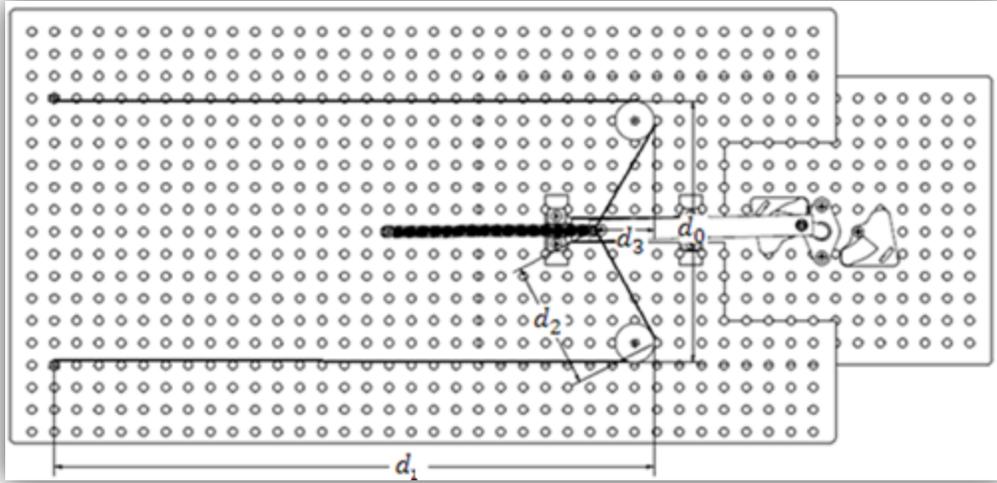


Figura 3.22 Dimensiones del motor con alambres de Ni-Ti, necesarias para el modelo.

Considerando lo anterior, Δy se puede expresar en términos de d_3 como sigue:

$$d_3 + \Delta y = D_3 \quad (3.5)$$

Donde D_3 es la distancia entre $d_3 = 0$ y la posición de reposo del resorte.

De la ecuación anterior, y de las consideraciones extremas del resorte se tiene que:

$$D_3 - d_{3\max} > 0 \quad (3.6a)$$

Así mismo, dado que $d_{3\min} > 0$

$$D_3 - \Delta y_{\max} > 0 \quad (3.6b)$$

Por otro lado, considerando que en su posición de reposo, sin carga aplicada, del alambre con MF es:

$$2d_1 + d_0 = l_0 \quad (3.7)$$

Donde: l_0 es la longitud del alambre con MF sin carga aplicada, d_1 y d_0 son las dimensiones que se muestran en la Figura 4.22. Luego, cuando el alambre se somete a una carga cualquiera F , se deformará según la siguiente relación:

$$\frac{l_f - l_0}{l_0} = \varepsilon = \frac{1}{l_0} \left[2\sqrt{d_3^2 + \left(\frac{d_0}{2}\right)^2} - d_0 \right] \quad (3.8)$$

Donde:

$$d_2^2 = d_3^2 + \left(\frac{d_0}{2}\right)^2 \quad d_2 = \sqrt{d_3^2 + \left(\frac{d_0}{2}\right)^2} \quad (3.9)$$

$$l_f = 2d_1 + 2d_2 \quad (3.10)$$

Luego de la ecuación 3.6 se obtiene:

$$d_3 = \sqrt{\left(\frac{l_0 \varepsilon + d_0}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_0}{2}\right)^2}$$

Empleando las ecuaciones A.10 y A.6 y sustituyéndolas en A.4 se obtiene:

$$\sigma = \frac{k}{A} \left[D_3 - \sqrt{\left(\frac{l_0 \varepsilon + d_0}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_0}{2}\right)^2} \right] \quad (3.11)$$

Finalmente, tomando el esfuerzo de la ecuación 3.11 como el esfuerzo aplicado (σ_A) y sustituyéndolo en la 3.1 se obtiene lo siguiente:

$$\varepsilon = \left[\frac{\frac{k}{A} \left[D_3 - \sqrt{\left(\frac{l_0 \varepsilon + d_0}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_0}{2}\right)^2} \right]}{f(k_1 - k_2) + k_2} \right]^{\frac{1}{n}} \quad (3.12)$$

La cual, tomando las identidades 3.2 y las restricciones descritas por 3.6a y 3.6b constituye el modelo matemático del motor con MF que se desarrolla en el presente trabajo. Como se aprecia claramente en la ecuación 3.12, el modelo obtenido es una ecuación algebraica no lineal cuya incógnita es la deformación ε y cuyos datos de entrada son:

- La constante del resorte k ,
- El área de la sección transversal de alambre con MF,
- La longitud del alambre con MF en reposo,
- Las distancias d_0 y D_3 ,
- La razón de esfuerzo del material R ,
- La temperatura de transformación del material A_f
- Los parámetros α , n y E .

Conociendo los datos de entrada, dicha ecuación puede ser resuelta empleando algún método numérico conocido, por ejemplo el de Newton-Raphston. De estos datos, la constante del resorte k y los parámetros del comportamiento del alambre con MF; α , n y E , requieren la realización de pruebas adicionales mientras que el resto de los parámetros es proporcionado por el fabricante del material así como por las restricciones de espacio.

Los parámetros de alambre con MF: α , n y E requieren la realización de pruebas de tensión en las dos temperaturas extremas del material, mientras que la determinación de la constante k del resorte se obtuvo experimentalmente: 54.19 N/m.

Finalmente, empleando los parámetros del material que se muestran en la Tabla 3.1 y las dimensiones del arreglo del motor con memoria de forma, se empleó el modelo de la ecuación 3.12 para calcular el comportamiento *Temperatura- d_3* que se muestra en la Figura 3.22.

Diameter Size (Inches)	Resistance (Ohms/Inch)	Maximum Pull Force (grams)	Approximate* Current at Room Temperature (mA)	Contraction* Time (seconds)	Off Time 70° C LT Wire** (seconds)	Off Time 90° C HT Wire** (seconds)
0.0010	45.0	7	20	1	0.10	0.06
0.0015	21.0	17	30	1	0.25	0.09
0.002	12.0	35	50	1	0.3	0.1
0.003	5.0	80	100	1	0.5	0.2
0.004	3.0	150	180	1	0.8	0.4
0.005	1.8	230	250	1	1.6	0.9
0.006	1.3	330	400	1	2.0	1.2
0.008	0.8	590	610	1	3.5	2.2
0.010	0.5	930	1000	1	5.5	3.5
0.012	0.33	1250	1750	1	8.0	6.0
0.015	0.2	2000	2750	1	13.0	10.0

*Tenga en cuenta que el tiempo de contracción es directamente proporcional con la corriente eléctrica impuesta.

** Aproximado del tiempo de enfriamiento.

Estos valores son solo aproximaciones, ya que otros factores como la temperatura ambiente, corrientes de aire, humedad y el nivel del mar influyen en el comportamiento del material.

Tabla 3.1 Propiedades de los alambres Flexinol® de acuerdo al diámetro de la sección transversal.

Ahora conociendo el modelo del comportamiento del material, el que describe la distancia d_3 en función de la deformación del alambre se obtiene se obtiene la gráfica de la Figura 3.23.

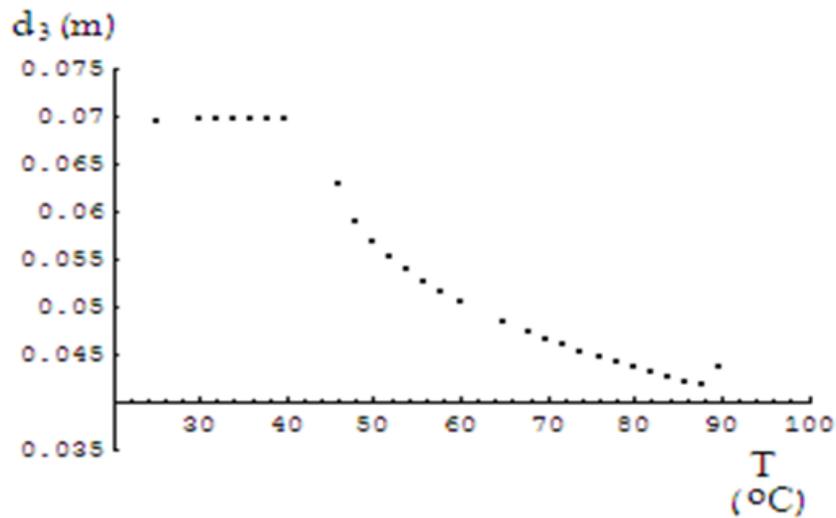


Figura 3.23 Curva Temperatura-d₃ obtenida empleando los parámetros del alambre y las dimensiones del prototipo.

Como se puede observar en la gráfica anterior el material comienza a transformarse a partir de los 45 °C lo que es congruente con los datos del material. En este punto la distancia d_3 comienza a disminuir lo que indica que la corredera se está desplazando.

En la última parte del modelado se sintetiza el mecanismo biela manivela. En la Figura 3.24 se muestra el esquema del mecanismo donde se definen dos bases ortonormales: $e_0 = \{e_{10}, e_{20}\}$ y $e_a = \{e_{1a}, e_{2a}\}$ fijas a las dos primeras articulaciones. Luego, considerando que las longitudes de los eslabones son l_1 y l_2 es posible asociar a los eslabones los vectores: $l_1 e_0$ y $l_2 e_a = l_2 e_0$. Es claro que en posición totalmente horizontal, que se muestra en la Figura 3.23, la resultante r_0 es:

$$r_0 = (l_1 + l_2) e_0 \tag{3.13}$$

y su magnitud es simplemente $l_1 + l_2$

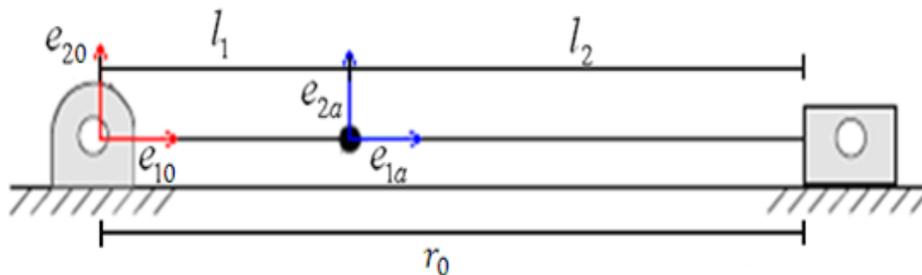


Figura 3.24 Esquema del mecanismo biela manivela.

Si la corredera del mecanismo se desplaza hacia la izquierda, la configuración del mismo cambia como se muestra en la Figura 3.25. En esta nueva configuración, se pueden definir

las siguientes bases ortonormales: $e_b = \{e_{1b}, e_{2b}\}$ y $e_c = \{e_{1c}, e_{2c}\}$ las cuales se obtienen haciendo coincidir los vectores e_{1b} y e_{1c} con los eslabones correspondientes.

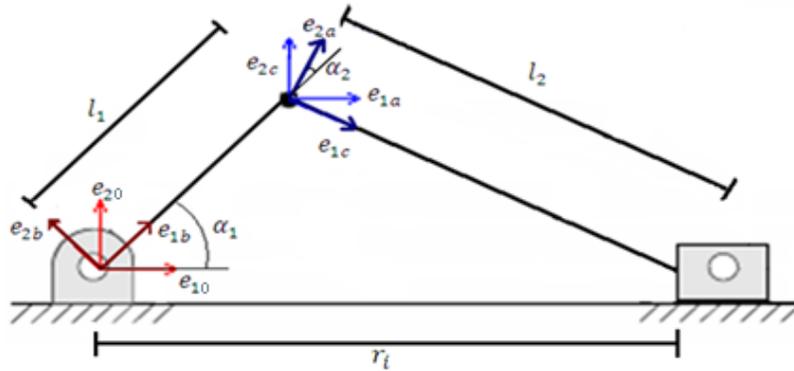


Figura 3.25 Cambio en la configuración del mecanismo biela manivela.

Es claro que para esta configuración los eslabones se pueden asociar a los vectores: $l_1 e_b$ y $l_2 e_c$. Considerando las bases definidas anteriormente, para la configuración de la Figura 3.25, la resultante r_i se puede expresar como:

$$r_i = l_1 e_b + l_2 e_c = l_1 \begin{pmatrix} e_{1b} \\ 0 \end{pmatrix} + l_2 \begin{pmatrix} e_{1c} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

La suma que se muestra en la ecuación anterior, no es posible realizarla ya que las bases e_b y e_c son diferentes. No obstante, dichas bases pueden ser referidas a la base e_0 mediante rotaciones rígidas R_1 y R_2 dadas por:

$$R_1 = \begin{pmatrix} \cos(\theta_1) & -\sin(\theta_1) & 0 \\ \sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad R_2 = \begin{pmatrix} \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_2) & 0 \\ \sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

Considerando lo anterior, la ecuación (3.14) puede ser escrita como:

$$r_i = l_1 \begin{pmatrix} e_{1b} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + l_2 \begin{pmatrix} e_{1b} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = l_1 R_1 \begin{pmatrix} e_{10} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + l_2 \begin{bmatrix} R_2 \\ R_2 \\ R_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} e_{1b} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = l_1 R_1 \begin{pmatrix} e_{10} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + l_2 R_2 \begin{bmatrix} R_1 \\ R_1 \\ R_1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} e_{10} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$r_i = l_1 R_1 \begin{pmatrix} e_{10} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + l_2 R_2 R_1 \begin{pmatrix} e_{10} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

Se puede ver que el máximo y el mínimo desplazamiento de la corredera se obtienen cuando $\theta_1 = \theta_2 = 0$ y $\theta_1 = 180^\circ$ y $\theta_2 = -180^\circ$ respectivamente. Considerando dichas condiciones, se obtienen las siguientes expresiones que proporcionan las relaciones que deben cumplir las magnitudes de los eslabones:

$$l_1 + l_2 - (l_2 - l_1) = d_{3\max} \quad (3.17)$$

De donde se deduce que sólo se debe cumplir con la restricción de que:

$$l_1 = \frac{d_{3\max}}{2}$$

En tanto que l_2 puede tomar cualquier valor.

En la Figura 3.25 se muestran las dimensiones finales del mecanismo que se usó en el motor.

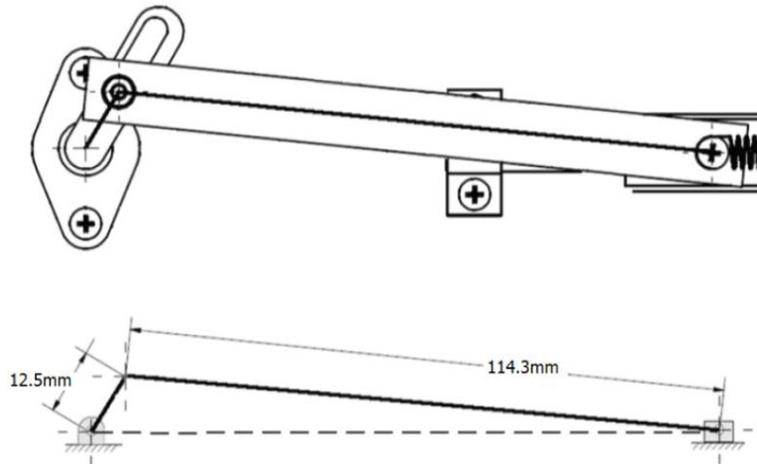


Figura 3.25 Esquema del mecanismo biela manivela del que se dispuso en el presente trabajo.

3.1.3 Sistema de impulso usando MMF

T Kanada [34] introduce un nuevo sistema de impulsión empleando un alambre con MF. El arreglo es de fácil reproducción, por lo que en el presente trabajo se construyó un prototipo de este motor. Un bucle de material se educa de manera que al calentarse siempre regrese a una forma recta. Ese bucle se hace pasar a través de dos poleas. Como se puede ver en la Figura 3.26 una de las poleas es mucho más grande que la otra. Cuando el alambre es pasado por la polea pequeña, una porción de este es calentado, esto genera una fuerza de recuperación en la parte caliente del alambre. Dicha fuerza genera el torque para hacer girar las poleas. Crear un motor térmico que contenga varios alambres dispuestos en serie puede generar grandes torques en el motor.

Las especificaciones del motor construido en el presente trabajo tienen las siguientes especificaciones.

- Polea grande: rueda de bicicleta de 430 mm.
- Polea pequeña: disco de aluminio de 76 mm.
- Alambre con MF: NiTi, diámetro 1 mm, Temperatura de recuperación 333 k con memoria de forma en línea recta.
- Longitud de los bucles: 280 mm



Figura 3.26 Sistema de impulsión usando MMF.

3.2 Influencia de la orientación cristalina en la eficiencia energética de los MMF más comunes.

En el segundo capítulo se describieron algunos dispositivos que convierten energía calorífica en energía mecánica utilizando MMF. Como ya se ha mencionado, estos dispositivos pueden usarse para recuperar energía de desecho de hasta 200 °C. Para evitar el uso de sistemas complejos de enfriamiento y calentamiento del elemento MMF, es recomendable realizar el ciclo en intervalos de 0 a 100 °C. Si durante este ciclo de enfriamiento y calentamiento, el material se encuentra en fase austenítica, se disminuyen las deformaciones residuales y la generación de dislocaciones que contribuyen a la fatiga del material.

El diagrama esfuerzo-deformación de la Figura 3.27, muestra que el lazo de energía útil depende de la deformación transformacional (ϵ_0) y de los esfuerzos críticos tanto a alta (σ_{Ca}) como a baja temperatura (σ_{Cb}). En general, es deseable que σ_{Cb} sea lo más bajo posible mientras que ϵ_0 sea lo más grande posible, de esta manera el esfuerzo de restauración (σ_{res}) será pequeño, mientras que el esfuerzo de trabajo (σ_{trab}) será grande. Así mismo, una deformación transformacional (ϵ_0) grande permitirá que la deformación asociada al esfuerzo de trabajo (ϵ_{trab}), la cual es recuperada al incrementar la temperatura del elemento MMF, sea muy alta.

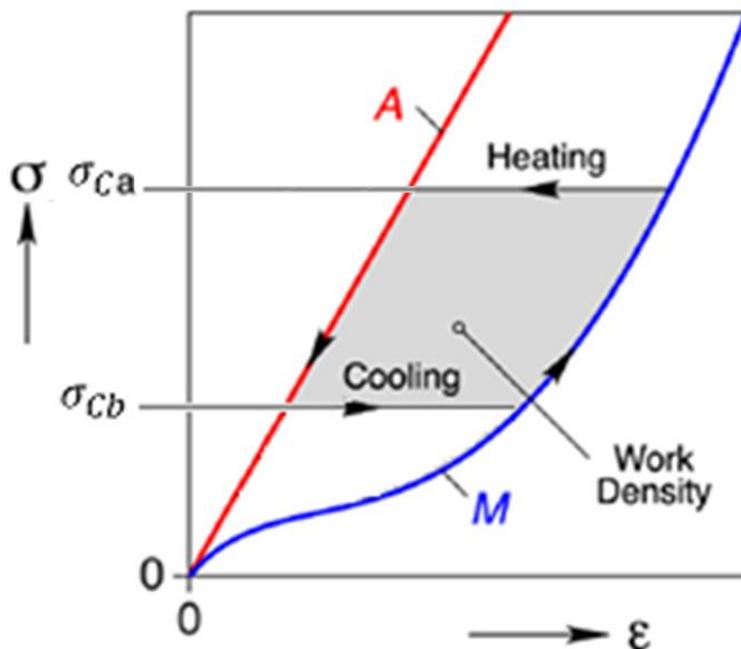


Figura 3.27 Energía útil en un diagrama esfuerzo- deformación para un MMF.

Como se ve en la Figura 3.28 (a) y (b) un incremento en el esfuerzo crítico a baja temperatura así como una disminución de la deformación transformacional generan una disminución considerable en la energía útil.

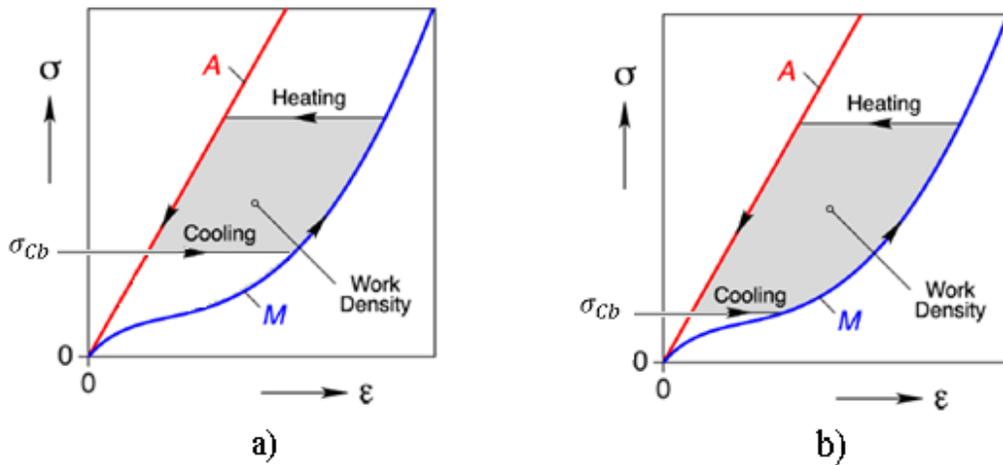


Figura 3.28 a) Ciclo de trabajo con un σ_{Cb} grande y en b) con un σ_{Cb} reducido.

Según se ha reportado en la literatura ambos parámetros, el esfuerzo crítico a baja temperatura (σ_{Cb}) y la magnitud de la deformación transformacional (ϵ_0), dependen fuertemente de la orientación cristalina y de la razón de esfuerzo [4]. Como se sabe, los efectos de la orientación cristalina pueden ser evaluados con buena precisión en materiales monocristalinos mientras que en policristales, la atención debe ponerse en la posible aparición de textura cristalina. Según se ha reportado la textura cristalina puede ser inducida en algunos MMF después de ser sometidos a procesos de deformación plástica severos. Así mismo, es importante mencionar que se han observado diferentes tipos de textura en diferentes MMF las cuales deben ser estudiadas cuidadosamente para evaluar su conveniencia [7,8].

A pesar de que los efectos de la orientación pueden alterar notablemente la eficiencia energética de dispositivos recuperadores de energía que emplean MMF no se han reportado en la literatura, trabajos que aborden este tópico. Debido a lo anterior, a continuación se presenta un análisis de dicho tópico para dos aleaciones con memoria de forma (AMM) que más se emplean hoy en día, NI-Ti y Cu-Al-Be. Dicho análisis indica claramente la conveniencia de usar materiales monocristalinos en aplicaciones de recuperación de energía o bien el uso de materiales con determinadas texturas cristalinas que no corresponden con las que se han observado en las aleaciones que se estudian en el presente trabajo. Es importante mencionar que para realizar el análisis que se presenta a continuación, se empleó el modelo de Cortés [4] ya que, como se describió en el primer capítulo del presente trabajo, nos permite simular el comportamiento mecánico del material

bajo cargas de tensión, flexión, torsión y combinación de ellos en función de la orientación cristalina, así como de los parámetros del MMF que se emplee.

El estudio que se presenta consiste esencialmente en calcular la energía útil en un diagrama esfuerzo-deformación considerando la curvas correspondientes a dos temperaturas una baja a 10° C y la alta a 100° C para MMF con $M_s = -20$. El cálculo se realizó en “familias de orientaciones cristalinas” típicas del diagrama estereográfico como se muestran en la Figura 3.29 así como para “familias de orientaciones” que corresponden a texturas cristalinas reportadas para alambres de Ni-Ti y placas laminadas de Cu-Al-Be [4]. La energía útil se calculó empleando la siguiente expresión:

$$e_u = \int_{\epsilon_{fscu}}^{\epsilon_{icu}} \sigma(\epsilon, T_a, FS, M_s) d\epsilon - \int_{\epsilon_{iscu}}^{\epsilon_{icu}} \sigma(\epsilon, T_b, FS, M_s) d\epsilon \quad 3.18$$

Donde: T_a es la temperatura alta, T_b es la temperatura baja, FS es el Factor de Schmid correspondiente a la orientación cristalina del material, M_s es la temperatura crítica de inicio de la transformación martensítica del material, ϵ_K son los que se indican en la Figura 3.26 y $\sigma(\epsilon, T_a, FS, M_s)$ es la función propuesta por el modelo de Cortés [4] para simular el comportamiento mecánico del material.

o

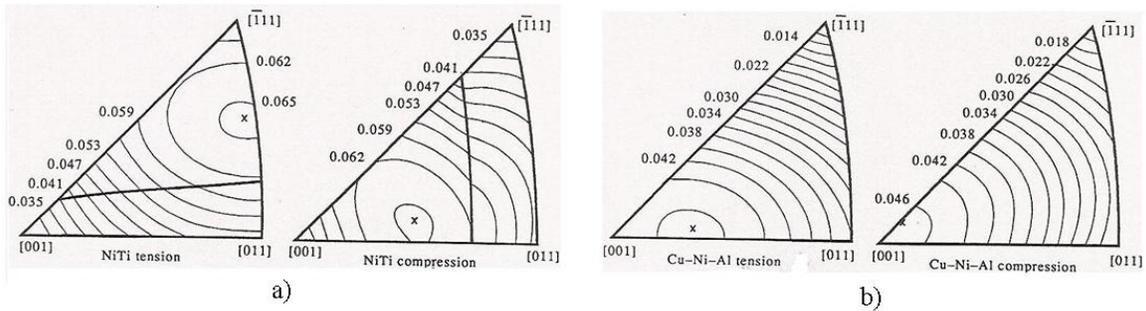


Figura 3.29 Proyección estereográfica y variación de la deformación transformacional en Ni-Ti y Cu-Ni-Al.

Empleando la ecuación 3.18, se calculó la energía útil por unidad de volumen para diferentes orientaciones cristalinas de dos aleaciones con memoria de forma: una de Cu-Al-Be y otra de NiTi cuyos parámetros se muestran en la Tabla [3.2].

Phenomenological theory of martensite crystallography output			
SMA	Transformation system: habit plane/shear direction Ref. [13]	Magnitude of shear Ref. [13]	Dilatation strain to shear strain ratio
NiTi	{0.8889, 0.4044, 0.2152}/<0.4114, 0.4981, 0.7633>	0.1307	0.026
Cu-Al-Ni	{0.7276, 0.6347, 0.2603}/<0.6787, 0.7213, 0.1384>	0.0932	0.032
Ni-Al	{0.7135, 0.6944, 0.0936}/<0.6885, 0.7196, 0.0904>	0.1222	0.025

Twenty-four possible variants, in the Cu-Al-Be SMA

Variants indices						
Var.	n_1	n_2	n_3	m_1	m_2	m_3
1	0.17	0.66	0.72	0.16	-0.74	0.64
2	0.17	0.72	0.66	0.16	0.64	-0.74
3	-0.17	0.66	0.72	-0.16	-0.74	0.64
4	-0.17	0.72	0.66	-0.16	0.64	-0.74
5	-0.66	0.17	0.72	0.74	0.16	0.64
6	-0.72	0.17	0.66	-0.64	0.16	-0.74
7	-0.66	-0.17	0.72	0.74	-0.16	0.64
8	-0.72	-0.17	0.66	-0.64	-0.16	-0.74
9	0.17	-0.66	0.72	0.16	0.74	0.64
10	0.17	-0.72	0.66	0.16	-0.64	-0.74
11	-0.17	-0.66	0.72	-0.16	0.74	0.64
12	-0.17	-0.72	0.66	-0.16	-0.64	-0.74
13	0.72	0.17	0.66	0.64	0.16	-0.74
14	0.66	0.17	0.72	-0.74	0.16	0.64
15	0.72	-0.17	0.66	0.64	-0.16	-0.74
16	0.66	-0.17	0.72	-0.74	-0.16	0.64
17	0.66	-0.72	-0.17	-0.74	-0.64	-0.16
18	0.72	-0.66	-0.17	0.64	0.74	-0.16
19	-0.66	0.72	-0.17	0.74	0.64	-0.16
20	-0.72	0.66	-0.17	-0.64	-0.74	-0.16
21	-0.72	-0.66	-0.17	-0.64	0.74	-0.16
22	-0.66	-0.72	-0.17	0.74	-0.64	-0.16
23	0.72	0.66	-0.17	0.64	-0.74	-0.16
24	0.66	0.72	-0.17	-0.74	0.64	-0.16

Tabla 3.2 24 variantes (planos de hábito y dirección de corte) reportados para CuNiAl, NiTi, NiAl y CuAlBe.

Con el fin de obtener datos representativos, los cálculos se realizaron para diversas orientaciones ubicadas a lo largo de los tres lados del pseudo-triángulo que representa las direcciones típicas de la estructura cúbica de la fase austenítica de ambos materiales que se muestran en la Figura 3.30. Como se puede ver en las Figuras 3.31 a la 3.33 la energía útil por unidad de volumen para la aleación de Cu-Al-Be depende de la orientación siendo los valores más altos los que corresponden con las orientaciones que están entre las direcciones: $[0 \ 1 \ 1]$ y la $[0 \ 0 \ 1]$ mientras que los valores más bajos se presentan entre las direcciones: $[1 \ 1 \ 1]$ y la $[0 \ 1 \ 1]$. Por otro lado, como se puede ver en las Figuras 3.33 a la 3.35, que corresponden con el comportamiento de la aleación de NiTi, los valores mayores se encontraron entre las direcciones $[1 \ 1 \ 1]$ y la $[0 \ 1 \ 1]$ mientras que los más pequeños se encontraron entre las direcciones $[0 \ 1 \ 1]$ y la $[0 \ 0 \ 1]$. Este comportamiento es consistente con el que se ha reportado para pruebas de tensión uniaxial para ambas aleaciones que se muestra en los diagramas estereográficos de la Figura 3.30 que muestran los valores de deformación transformacional máximos para las orientaciones comprendidas entre los tres ejes de simetría de la celda cúbica de la fase austenítica de ambas aleaciones.

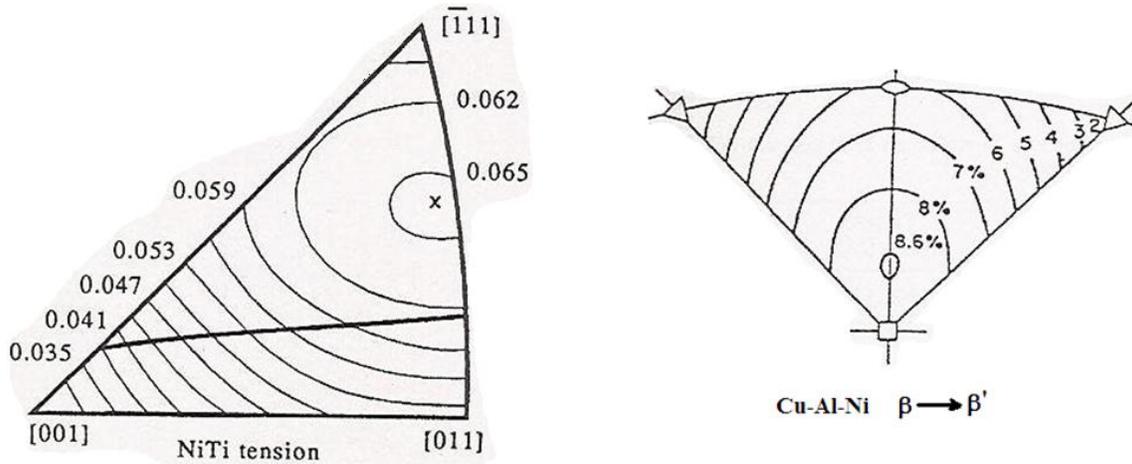


Figura 3.30 Valores de deformación transformacional según la orientación comprendidas entre los ejes de simetría.

De hecho, como se ve claramente en las gráficas, la energía útil para las aleaciones de Cu-Al-Be resultan ser un tanto mayores que las que se observan para el NiTi en prácticamente todas las direcciones cristalinas estudiadas. Lo anterior, se puede explicar considerando los parámetros de cada aleación que se muestran en la Tabla 3.1. En particular, el valor del cortante γ para el Cu-Al-Be, que experimenta una transformación del tipo $\delta \rightarrow \delta'$, es mayor que el NiTi por lo que se obtienen deformaciones transformacionales considerablemente mayores en el CuAlBe que en el NiTi. No obstante lo anterior, dividiendo la energía útil por unidad de volumen entre el incremento de temperatura necesario para realizar un “ciclo de arrastre de carga” el comportamiento se invierte, es decir éste valor pasa a ser mayor para el Ni-Ti que para el Cu-Al-Be como se puede ver en los renglones que se agregaron en la parte inferior de cada gráfica.

De hecho, en la parte inferior de las Figuras 3.31 a la 3.36 se agregaron para cada dirección, los siguientes datos:

- a) La variante de martensita que se forma
- b) El factor de Schmid de la variante formada
- c) La deformación transformacional
- d) La energía útil por unidad de volumen por grado centígrado

Donde se ve claramente que los primeros tres valores cambian completamente con la dirección, mientras que en el cuarto que es la energía útil por unidad de volumen por grado centígrado, se mantiene prácticamente constante para cada aleación, es decir alrededor de 275 KPa/°C [KJ/m³°C] para Cu-Al-Be y 600 KPa/°C [KJ/m³°C] para Ni-Ti. El origen de este efecto se asocia directamente a la razón de esfuerzo (R^σ) la cual, para las aleaciones de Cu-Al-Be es de 2 MPa/°C mientras que para las de Ni-Ti es de 6 MPa/°C. La consecuencia de dicha diferencia es que el incremento de temperatura necesario para obtener los valores de energía útil son mucho menores para el Ni-Ti que para el Cu-Al-Be como indican las siguientes relaciones:

$$T_b = \frac{\tau_{Cb}}{FSR^\sigma} + M_S \quad \text{y} \quad T_a = \frac{\tau_{Ca}}{FSR^\sigma} + M_S$$

$$\tau_{Ca} = (\tau_1 + \tau_2); \quad \tau_{Cb} = \tau_1$$

$$T_a - T_b = \frac{\tau_2}{FSR^\sigma}$$

donde: T_a y T_b son las temperaturas alta y baja del ciclo, FS es el Factor de Schmid M_S es la temperatura de inicio de la transformación martensítica, R^σ es la razón de esfuerzo, τ_{Cb} y τ_{Ca} son los esfuerzos de corte críticos a la temperatura baja (T_b) y alta (T_a) respectivamente, τ_1 τ_2 son las componentes de corte de los esfuerzos de recuperación y de trabajo útil respectivamente.

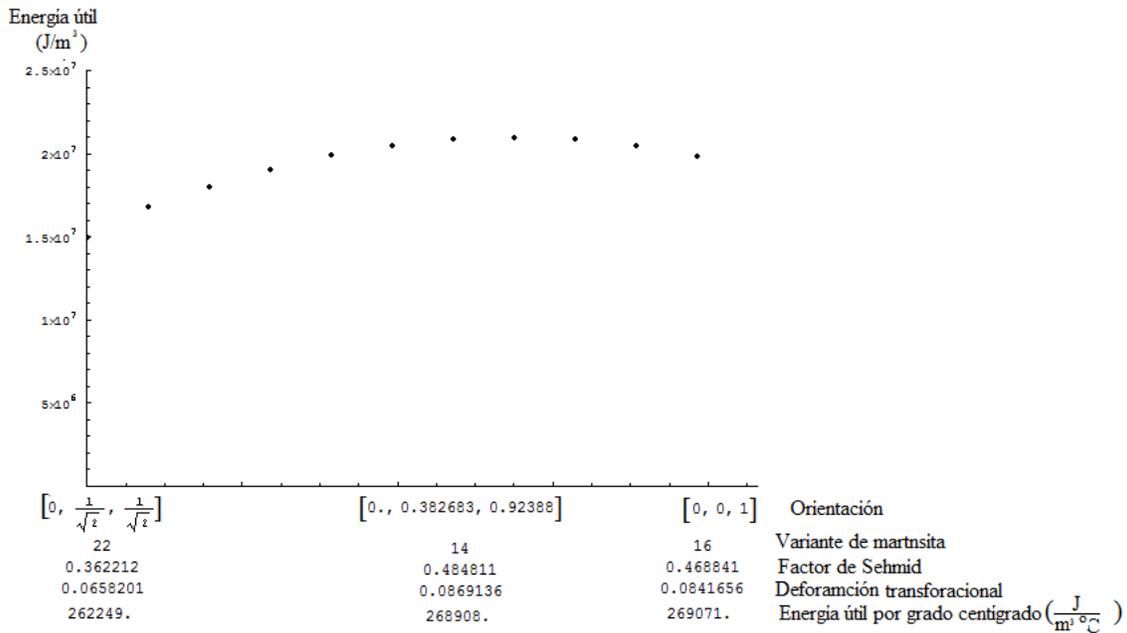


Figura 3.31 Gráfica Energía útil-orientaciones cristalinas entre las direcciones [0 1 1] y la [0 0 1] para una AMF de Cu-Al-Be.

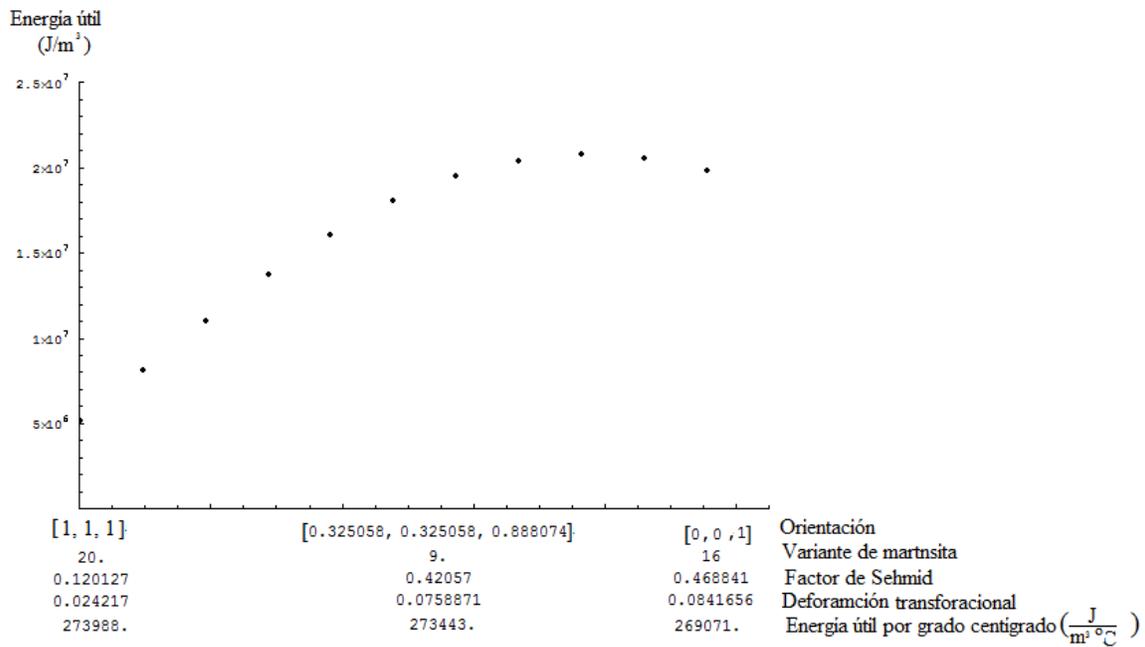


Figura 3.32 Gráfica Energía útil-orientaciones cristalinas entre las direcciones [1 1 1] y la [0 0 1] para una AMF de Cu-Al-Be.

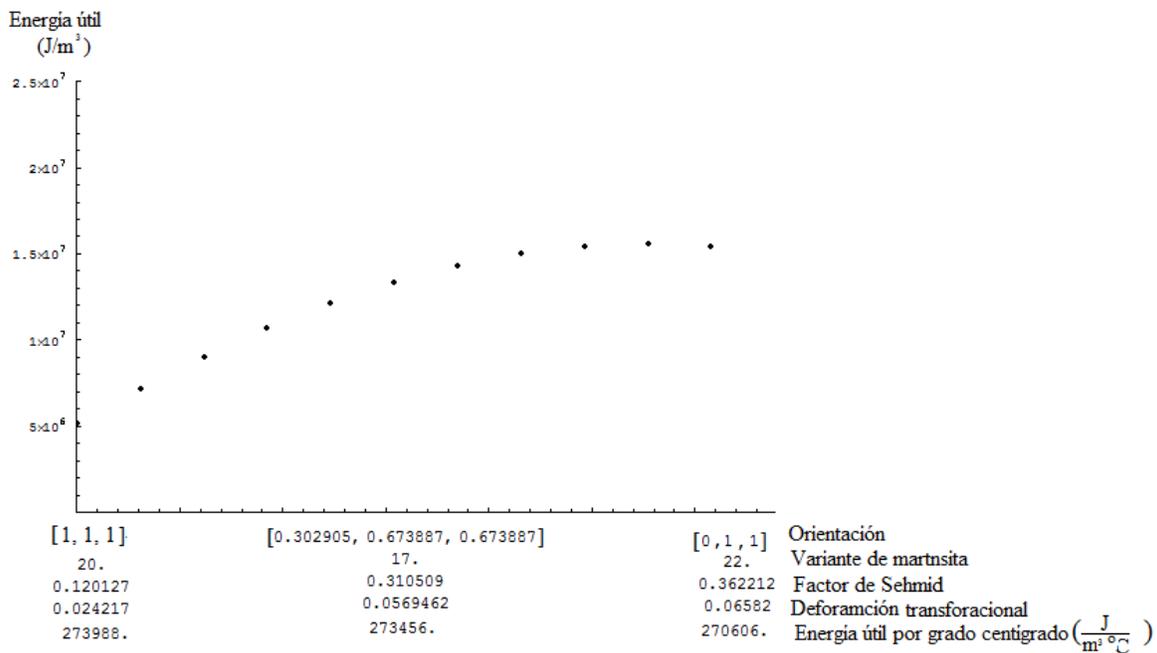


Figura 3.33 Gráfica Energía útil-orientaciones cristalinas entre las direcciones [1 1 1] y la [0 1 1] para una AMF de Cu-Al-Be.

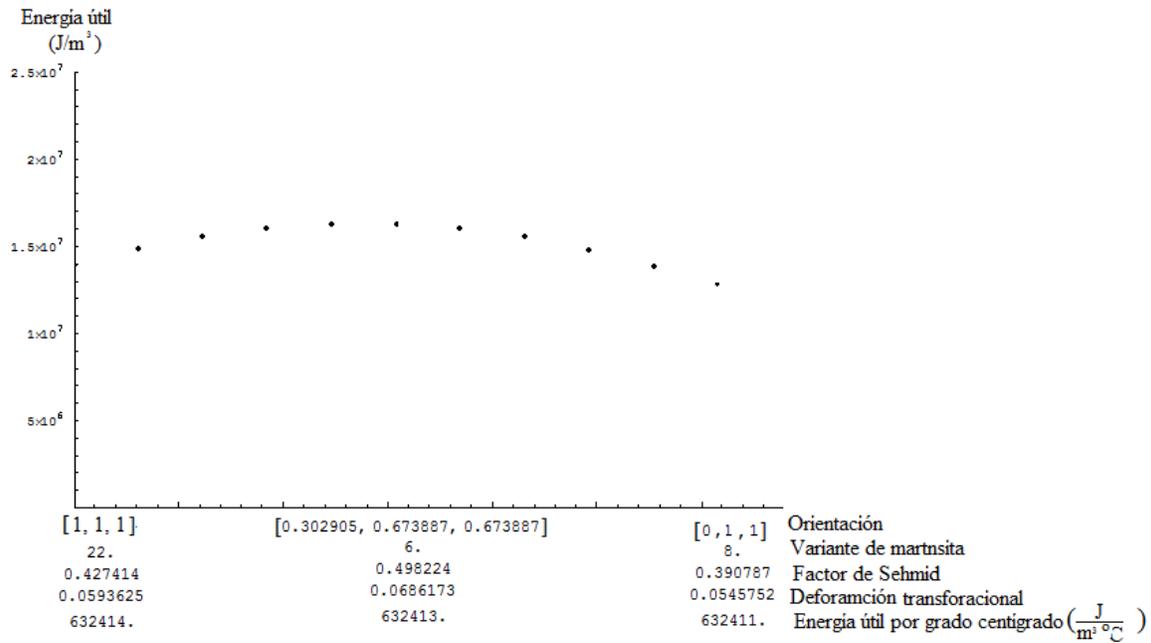


Figura 3.34 Gráfica Energía útil-orientaciones cristalinas entre las direcciones [0 1 1] y la [0 0 1] para una AMF de Ni-Ti.

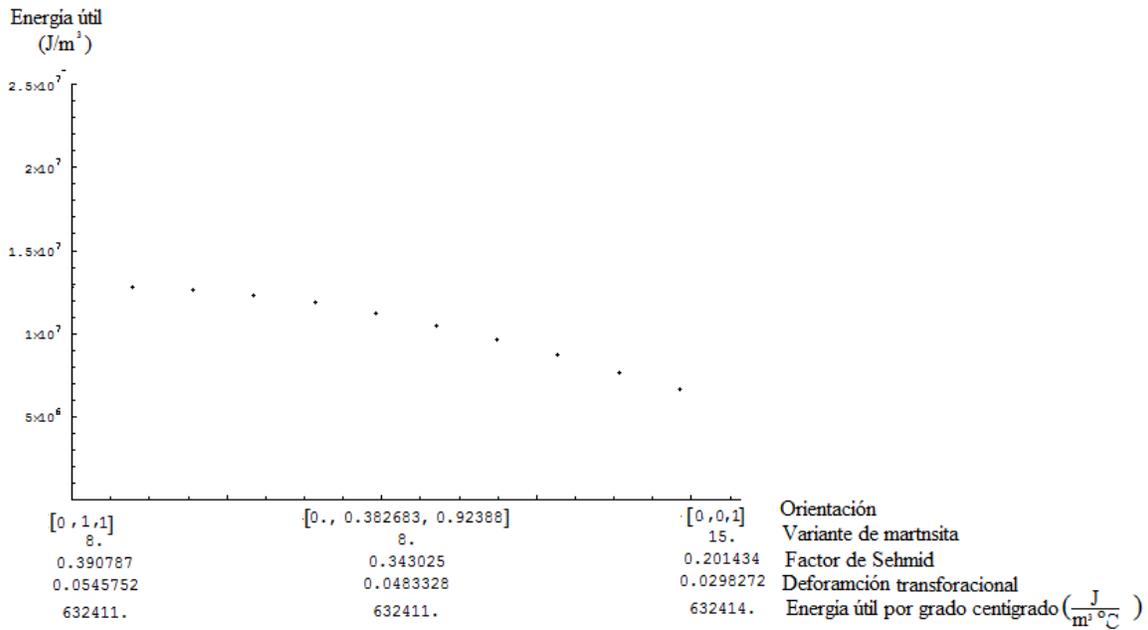


Figura 3.35 Gráfica Energía útil-orientaciones cristalinas entre las direcciones [1 1 1] y la [0 0 1] para una AMF de Ni-Ti.

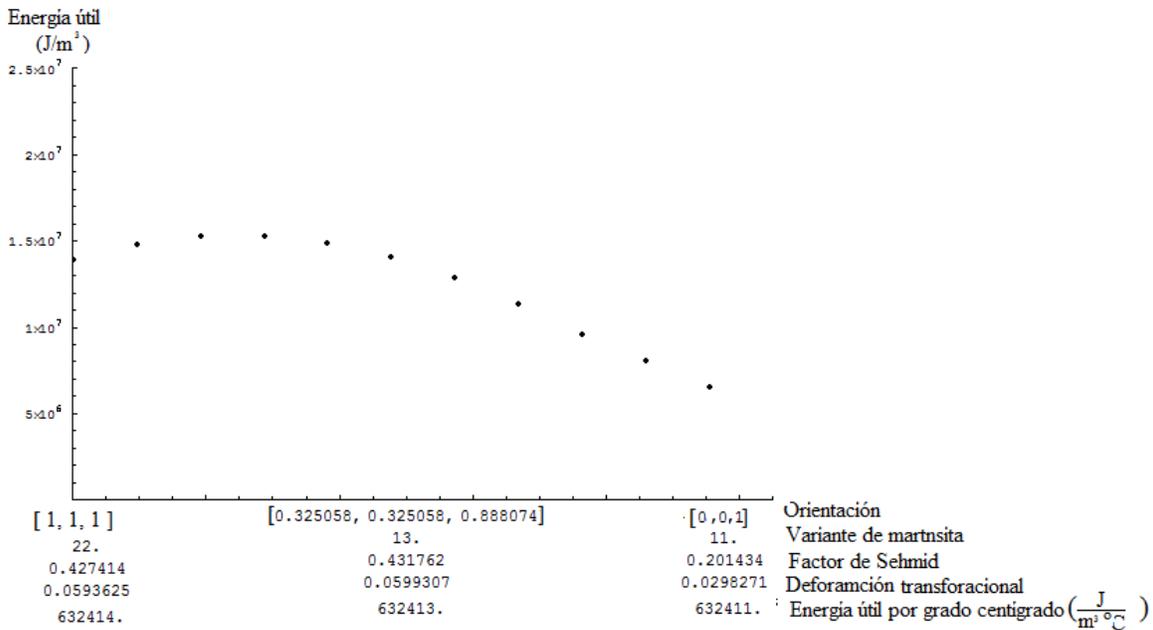


Figura 3.36 Gráfica Energía útil-orientaciones cristalinas entre las direcciones [11 1] y la [0 1 1] para una AMF de Ni-Ti.

En las gráficas: incremento de temperatura-orientación de las Figuras 3.37 y 3.42, correspondientes a cada aleación estudiada, en los mismos intervalos de orientaciones que se presentaron en las gráficas de las Figuras 3.37 y 3.39, se ve claramente que para el caso de las aleaciones de Ni-Ti sólo se necesitan incrementos de alrededor de 20°C en promedio, mientras que para las de Cu-Al-Be los valores rebasan los 70°C para prácticamente los tres intervalos de orientaciones. No obstante, en las gráficas de las Figura 3.40 y 3.42 que muestra la variación del incremento de la temperatura entre las direcciones: $[1 \ 1 \ 1] - [0 \ 1 \ 1]$ y $[1 \ 1 \ 1] - [0 \ 0 \ 1]$ se puede apreciar que dicho incremento es menor para direcciones cercanas a la $[1 \ 1 \ 1]$.

En la gráfica de la Figura 3.43 se muestra la variación del incremento en la temperatura necesario para generar un ciclo de energía útil para una familia de dicciones cristalinas que tiene como eje de aplicación de la carga la dirección $[1 \ 1 \ 1]$. En dicha gráfica se ve claramente que la energía útil por unidad de volumen por grado centígrado se mantiene alrededor de 275000 $J/m^3 \cdot ^\circ C$ pero el incremento de temperatura necesario para completar un ciclo se mantiene alrededor de 20°C. La importancia práctica de contar con un ΔT pequeño es que resulta relativamente fácil lograr este incremento de temperatura para una pieza de dimensiones mayores que cuando dicho parámetro es grande. Un ΔT mayor de 70°C, como el que se presenta en el resto de las orientaciones cristalinas de la aleación CuAlBe, indica que sólo piezas de muy poca masa podrían calentarse y/o enfriarse con rapidez suficiente para que sea útil en la práctica. Lo anterior limita considerablemente el uso de dichas aleaciones para aplicaciones de recuperación o transformación de energía ya que se requieren monocristales cuya orientación cristalina sea cercana a la dirección

[1 1 1] o bien policristales con una textura cristalina que mantenga el eje de aplicación de la carga, para casos de tensión o flexión, cercano a dicha dirección cristalina.

Es importante mencionar que se ha reportado que muestras policristalinas de CuAlBe después de haber sido laminadas en un porcentaje severo de reducción de área transversal presentan una textura cristalina que tiende a presentar la dirección de rolado paralela a la [1 1 1].

Por otro lado, debe considerarse que se ha reportado en la literatura [8] ciertas texturas cristalinas para aleaciones de cobre en forma de alambres y de láminas que en algunos casos no corresponden con la que se ha encontrado que sería la más benéfica para la aplicación que se discute en el presente trabajo. De cualquier manera, es claro que se deben realizar estudios específicos sobre textura cristalina en aleaciones de CuAlBe o bien evaluar la conveniencia de utilizar monocristales con la orientación apropiada que se ha mencionado en el presente trabajo.

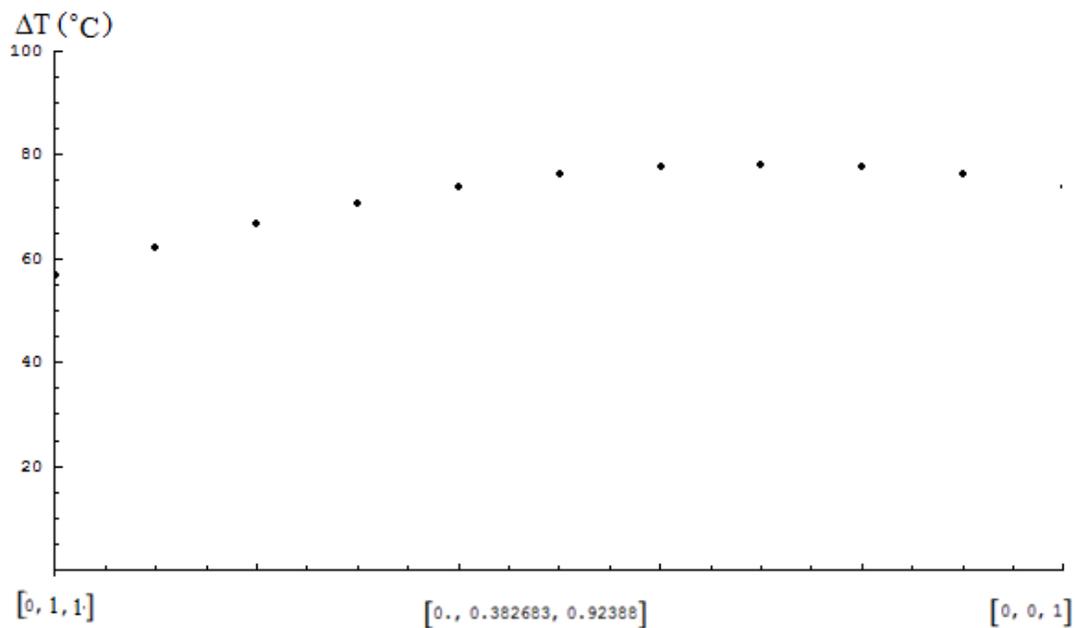


Figura 3.37 Gráfica incremento de temperatura necesaria para completar un ciclo-orientaciones cristalinas entre las direcciones [0 1 1] y la [0 0 1] para una AMF de Cu-Al- Be.

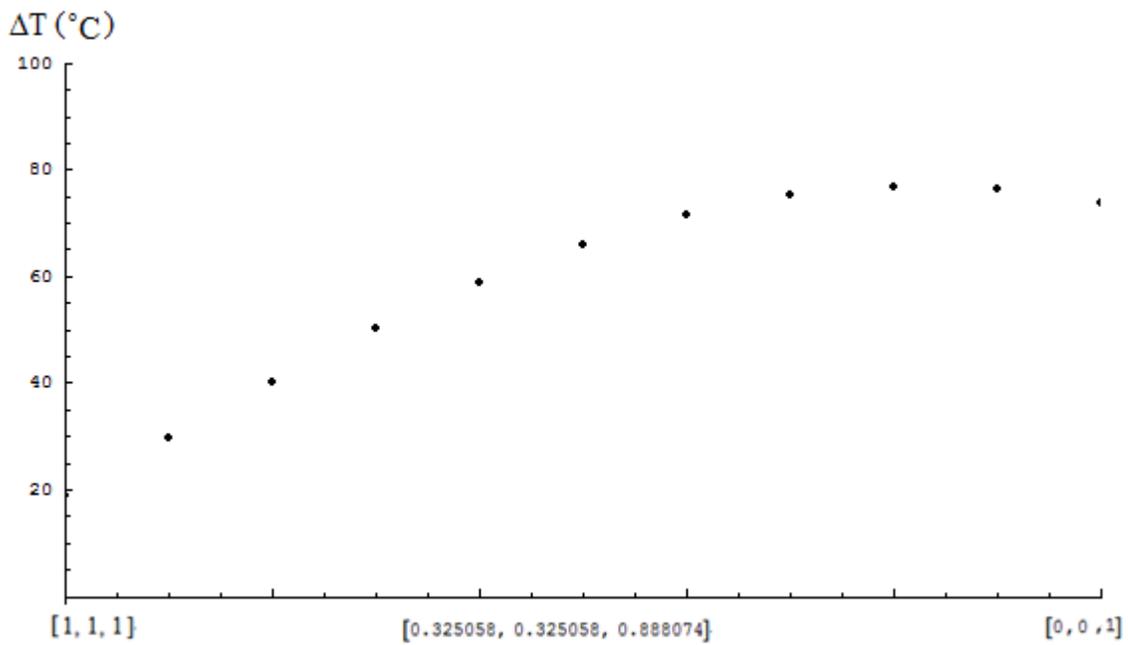


Figura 3.38 Gráfica incremento de temperatura necesaria para completar un ciclo-orientaciones cristalinas entre las direcciones $[1\ 1\ 1]$ y la $[0\ 0\ 1]$ para una AMF de Cu-Al- Be.

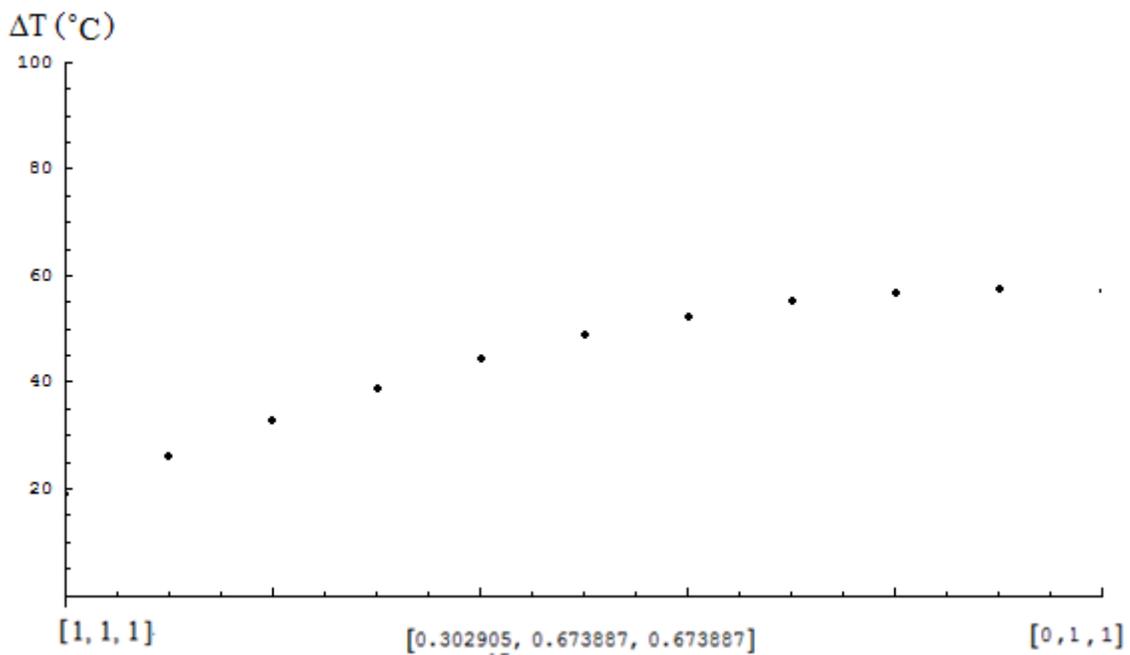


Figura 3.39 Gráfica incremento de temperatura necesaria para completar un ciclo-orientaciones cristalinas entre las direcciones $[1\ 1\ 1]$ y la $[0\ 1\ 1]$ para una AMF de Cu-Al- Be.

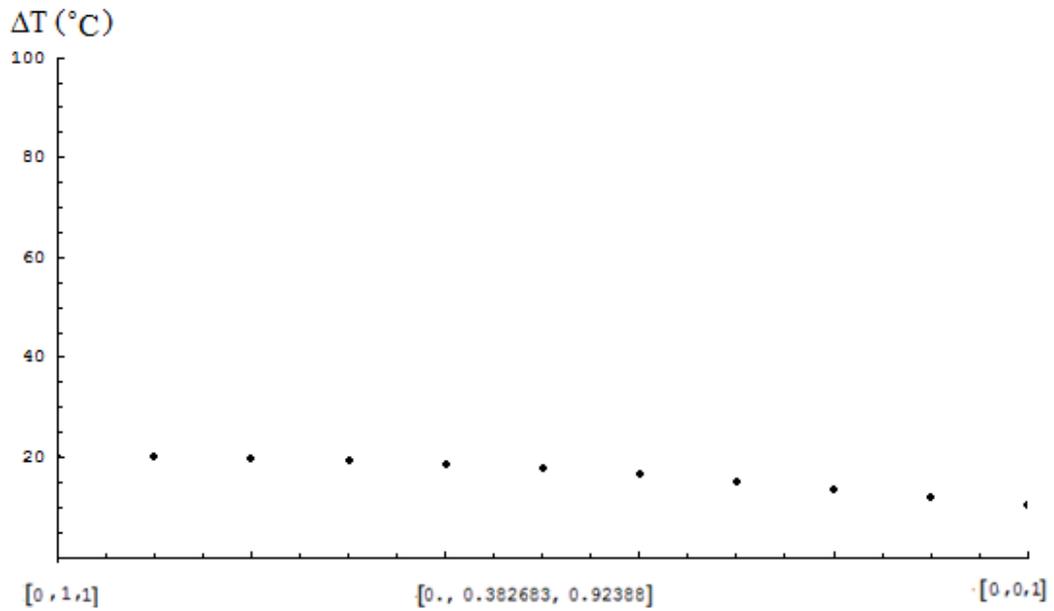


Figura 3.40 Gráfica incremento de temperatura necesaria para completar un ciclo-orientaciones cristalinas entre las direcciones $[0\ 1\ 1]$ y la $[0\ 0\ 1]$ para una AMF de Ni-Ti.

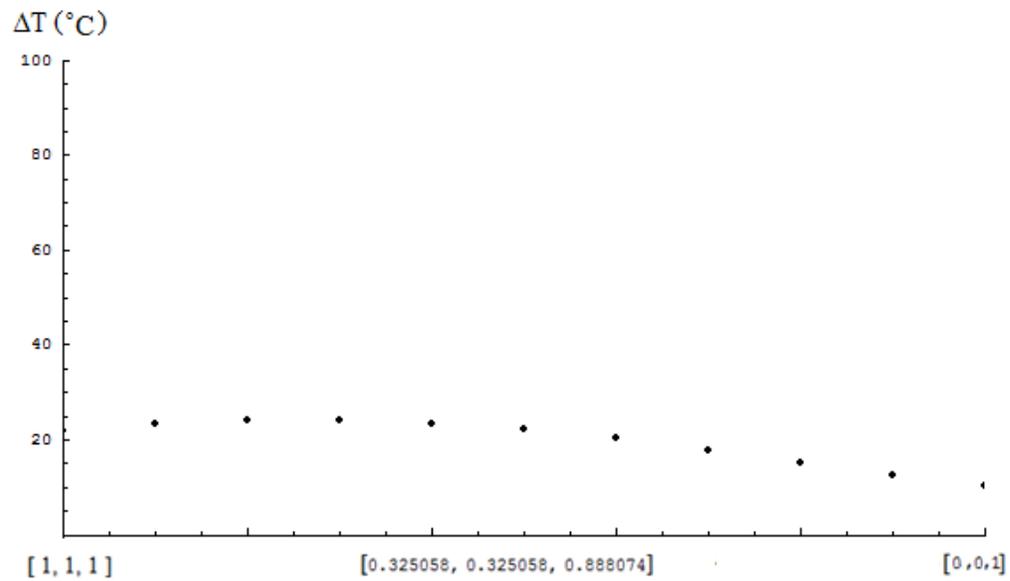


Figura 3.41 Gráfica incremento de temperatura necesaria para completar un ciclo-orientaciones cristalinas entre las direcciones $[1\ 1\ 1]$ y la $[0\ 0\ 1]$ para una AMF de Ni-Ti.

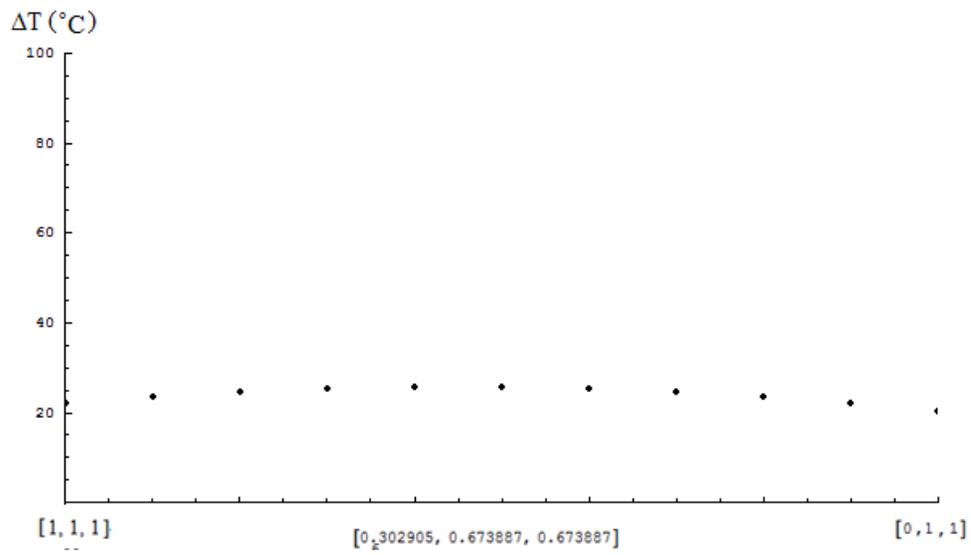
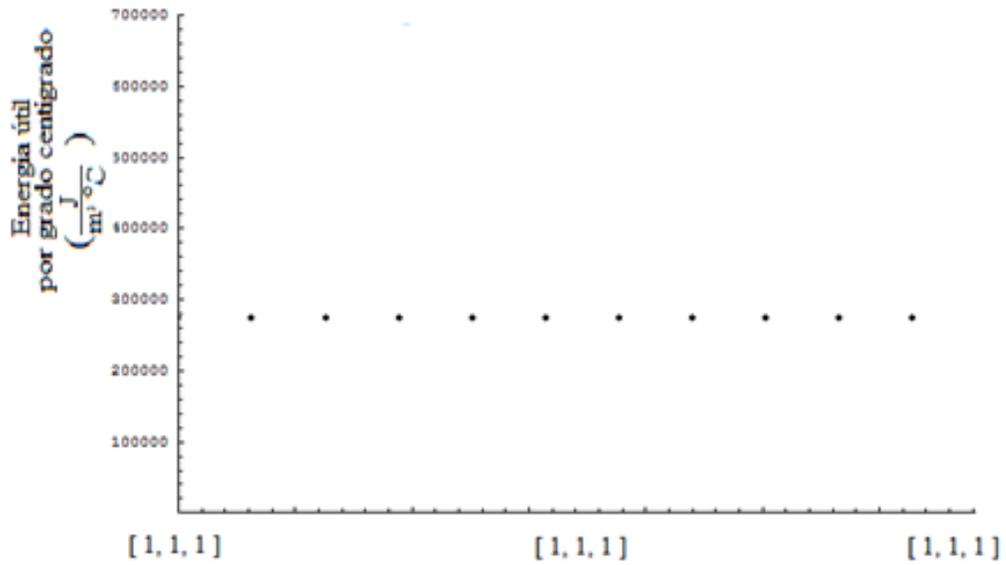
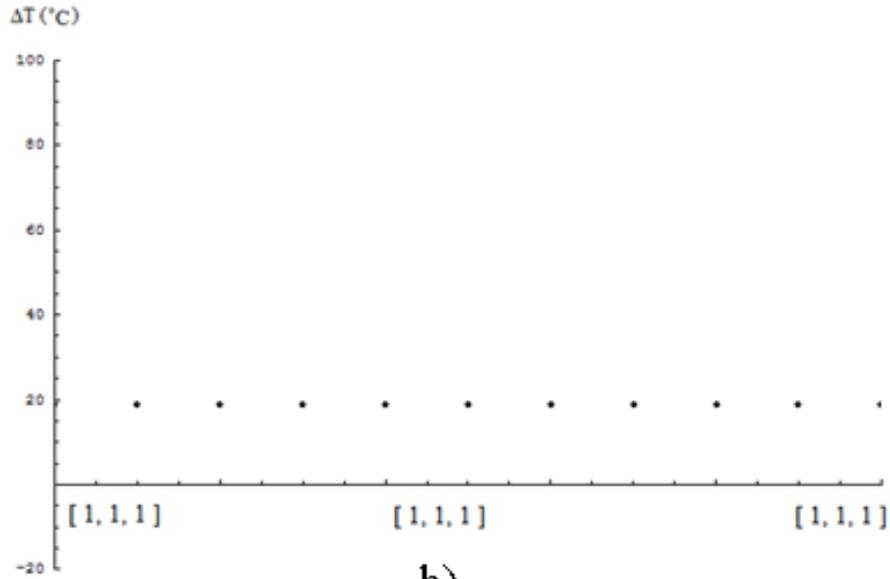


Figura 3.42 Gráfica incremento de temperatura necesaria para completar un ciclo-orientaciones cristalinas entre las direcciones [1 1 1] y la [0 1 1] para una AMF de Ni-Ti.



a)



b)

Figura 3.43 Curvas: a) Energía útil por grado centígrado-orientación y b) Incremento de temperatura necesario para completar un ciclo-orientación para una AMF de Cu-Al-Be orientada de manera que el eje de aplicación de carga coincide todo el tiempo con la dirección cristalina [1 1 1].

Conclusiones.

En el presente trabajo se obtuvieron tres motores que operan con MMF. Dichos motores son completamente funcionales, por lo que se concluye que si es posible recuperar energía con dichos materiales. Sin embargo se encuentran distintos retos técnicos que dificultan el uso práctico de estos. En el último capítulo se abordó la influencia que puede tener la orientación cristalina de estos materiales para la eficiencia energética que aportan al dispositivo. Con esta evaluación se concluyó, que la aleación CuAlBe es menos eficiente que NiTi, a pesar que la deformación transformacional es mayor. Esto se debe a que la diferencia de temperatura para NiTi es mucho menor. Esta es una ventaja ya que no se necesitan de sistemas de enfriamiento y calentamiento muy complicados. Sin embargo, se debe evaluar la conveniencia de contar con aleaciones de CuAlBe texturizadas o con monocristales que contengan la orientación [1,1,1] ya que como se vio en el análisis, la diferencia de temperatura necesaria para un ciclo de recuperación de energía, aunque es mayor que el que en general presentan las aleaciones de NiTi, es considerablemente menor que en la media para el resto de orientaciones.

Referencias.

1. K. Otsuka and C. M. Wayman. Introduction to Shape Memory Materials. Shape Memory Materials. Cambridge University Press. Pp.1-48. (1998).
2. K. N. Melton. General applications of SMA's and smart materials. Shape Memory Materials. Cambridge University Press. Pp.220-240. (1998).
3. De la Flor López. Simulación numérica y correlación experimental de las propiedades mecánicas de los materiales con memoria de forma. Universidad politécnica de Cataluña, Pp.15-26(2005).
4. J, Cortés Modelación matemática de la transformación martensítica inducida por esfuerzo. Universidad Nacional Autónoma de México. Facultad de Ingeniería. (2007)
5. Patoor E., Berveiller M. *Les alliages à mémoire de forme*, Technologies de pointe. Hermes, PARIS, 1990.
6. Otsuka and C. M. Wayman. Mechanism of shape memory effect and superelasticity. Shape Memory Materials. Cambridge University Press. pp.27-97. (1998).
7. K. Otsuka, H. Sakamoto and K. Shimizu. Successive Stress-Induced Martensitic Transformation and Associated Transformation Pseudoelasticity in Cu-Al-Ni. Acta Metallurgica, 27, 585-601. (1979).
8. C. Bouvet, S. Calloch and . C. L'excellent. Mechanical Behavior of a Cu-Al-Be Shape Memory Alloy under multiaxial proportional and nonproportional loadings. Journal of Engineering Material and Technology. 124 , pp. 112-123. (2002).
9. V. Novák, P. Zárubová. Anisotropy of transformation characteristics of Cu-Base shape Memory alloys. Materials Science and Engineering. A 234-236. pp. 414-417. (1997).
10. W. M. Huang and J. J. Zhu. To predict the behavior of shape memory alloys under proportional load. Mechanics of Materials. 34, pp. 547-561. (2002).
11. H. Flores. Stabilité thermodynamique de la phase beta et L'effect memoire double sens d'un alliage a memoire de forma du type Cu-Al-Be. Thèse de doctorat: Inst. Nat. Sc. Appl., Lyon., FRA 1993.
12. F. S. Arévalo. Estudio de la deformación en materiales policristalinos que presentan memoria de forma, mediante una técnica de análisis de imágenes. Universidad Nacional Autónoma de México. Facultad de Ingeniería. (2004).
13. Somerday, R. J. Comstock, JR. And J. A. Wert. Effect of Grain Size on the Observed Pseudoelastic Behavior of a Cu-Zn-Al Shape Memory Alloy. Metallurgical and Materials Transactions A. 28A. pp. 2335-2341. (1997).
14. G. N. Sure and L. C. Brown. *The Mechanical Properties of refined β Cu-Al-Ni Strain-Memory Alloys*. Metallurgical Transactions A. 5^a. pp. 613-1621. (1984).

15. S. S. Leu, Y. C. Chen, R. D. Jean. Effect of rapid solidification on mechanical properties of Cu-Al-Ni shape memory alloys. *Journal of Materials Science*. 27. pp. 2792-2798. (1992).
16. K. Otsuka and C. M. Wayman. Superelasticity Effects and Stress-Induced Martensitic Transformations in Cu-Al-Ni Alloys. *Acta Metallurgica*, 24, 207-226. (1976).
17. K. Otsuka, H. Sakamoto and K. Shimizu. Successive Stress-Induced Martensitic Transformations and Associated Transformation Pseudoelasticity in Cu-Al-Ni. *Acta Metallurgica*, 27, 585-601. (1979).
18. T. E. Buchheit and J. A. Wert. Modeling the Effects of Stress State and Crystal Orientation on the Stress-Induced Transformation of Ni-Ti Single Crystals. *Metallurgical and Materials Transactions A*. 25A. pp. 2383-2389, . (1994).
19. T. E. Buchheit, S. L. Kumpf and J. A. Wert. Modeling the Stress-Induced Transformation Behavior of Shape Memory Alloy Single Crystals. *Acta metall. mater.* 43-11. pp. 4189-4199. (1995).
20. J. Cortés, H. Becerril. Diseño de un termo-actuador basado en alambres con memoria de forma. Laboratorio de Mecánica, Centro Tecnológico Aragón, ENEP Aragón UNAM. Edo. de México. (2003)
21. P. Delobelle and C. LExcellent. A Phenomenological three dimensional model for pseudoelastic behavior of Shape Memory Alloys. *J. de Physique IV.C-1*, pp293-300. (1996).
22. S. Lecterq, G. Bourbon and C. LExcellent. Plasticity Like Model of Martensite Phase in Shape Memory Alloys. *Proceedings of de III European Symposium on Martensitic Transformations BARCELONA, SPAIN: PLANES a*, (ed), *J de Physique Colloque C-2*, p. 513. (1994).
23. Rohan Abeyaratne, Sang-Joo Kim and J. K. Knowles. A one-dimensional continuum model for shape memory alloys. *Int. J. Solids Structures*. 31. No. 16, pp.2229-2249. (1994).
24. L. C. Brinson. Constitutive behavior of shape memory alloys: one dimensional thermomechanical derivation with non-constant material functions and redefined martensite internal variable. *Conference on Recent Advances in Adaptive and Sensory Materials and their Applications, Virginia Tech, Blacksburg, V. A.* 27-29 Abril. Technomic Publishing. New York. (1992)
25. L. C. Brinson, Ina Schmidt and Rolf Lammering. Stress-Induced transformation behavior of a polycrystalline NiTi shape memory alloy: Micromechanical Investigations via in situ Optical Microscopy. Submitted to *JMPS*, (2003).
26. "SMART MATERIAL, STRUCTURES & NTD in AEROSPACE" 2-4 de noviembre del 2011, Montreal, Quebec, Canada. SMA HEAT ENGINE: ADVANCING FROM A SCIENTIFIC CURIOSITY TO A PRACTICAL REALITY.
27. Heat Engine Driven by shape Memory Alloys: Prototyping and Design. Ean H. Schiller 2009, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA

28. Energy conversion in shape memory Alloy heat engine part I J.J. Zhu, N. G. Liang, W. M. Huang and K.M. Liew Centre for Advances for Numerical Engineering Simulations, Nanyang Technological, Singapore 639798 LNM Institute of Mechanics, Chinese academy of Sciences, Beijing 100080, China.
29. Energy conversion in shape memory Alloy heat engine part II J.J. Zhu, N. G. Liang, W. M. Huang and K.M. Liew Centre for Advances for Numerical Engineering Simulations, Nanyang Technological, Singapore 639798 LNM Institute of Mechanics, Chinese academy of Sciences, Beijing 100080, China.
30. Characteristics and Development of Shape-Memory Alloy Heat Engine. Hisaaki Tobushi, Kousuke Date, Kouji Miyamoto. Aichi Institute of Technology 1247 Yachigusa, Yakusa-cho, Toyota 470-0392 Japan.
31. "The VT1 Shape Memory Alloy Heat Engine Design" Jilcha Fekadu Wakjira, Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University.
32. Development of reciprocating heat engine using shape memory alloy. -Ratchet Type Drive System with Self-Drive Rotational Valve-Kenji KANEKO and Kazuki ENOMOTO Department of Mechanical Engineering, Tokyo University of Science, 1-14-6 Kudankita, Chiyodaku, Tokyo, 102-0073, Japan.
33. The work production of shape memory alloy. Yong Liu. School of Mechanical and Production Engineering, Nanyang Technological University, 2004 Singapore.

Apéndice 1. Fracción volumétrica transformada.

La relación cinética empleada en el modelo propuesto por Cortés [4] es esencialmente una función del tipo $f : R \times R \rightarrow R$ que parte del hecho de que para iniciar la TMIE, así como para que ésta finalice, debe acumularse cierta cantidad de energía mecánica en el material la cual depende de la temperatura de prueba.

En la Figura A1.1 se muestra una curva esfuerzo-deformación típica de un MMF sujeto a tensión uniaxial en donde se muestran las cantidades de energía involucradas durante la transformación. De dicha Figura es posible definir los siguientes términos de energía:

$$E_1 = \frac{\sigma_c \varepsilon_1}{2} \quad (\text{A1.1})$$

$$E_2 = \frac{\varepsilon_0 (\sigma_f - \sigma_c)}{2} \quad (\text{A1.2})$$

$$E_3 = \varepsilon_0 \sigma_c \quad (\text{A1.3})$$

$$E_2 + E_3 = \frac{\varepsilon_0 (\sigma_f + \sigma_c)}{2} \quad (\text{A1.4})$$

Con: $\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = \varepsilon_0$

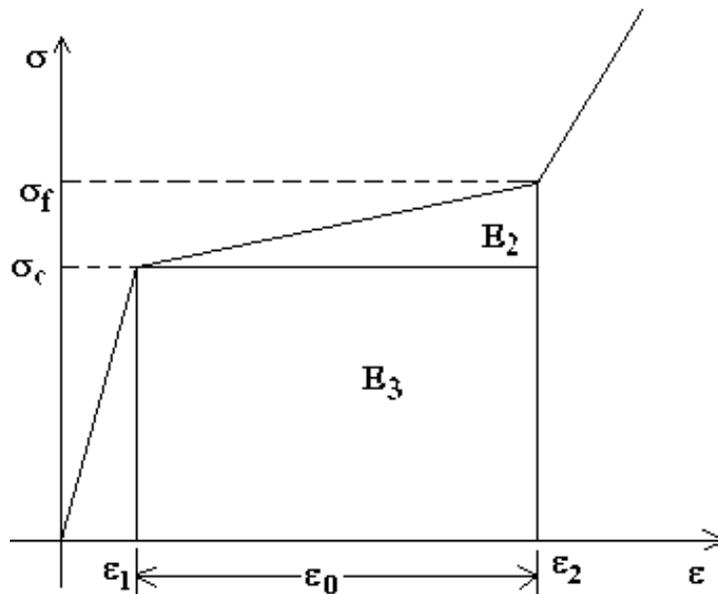


Figura A1.1 Gráfica esfuerzo-deformación típica de un MMF sujeto a tensión simple.

De la Figura A1.1 es claro que la energía E_3 depende de la temperatura de prueba, de tal manera que cuando T es cercana a M_S dicho término tiende a cero y por lo tanto, la energía neta (E_N) necesaria para finalizar la transformación deberá ser igual a E_2 . Es claro también que cuando la temperatura es mayor que M_S , $E_3 \neq 0$ por lo que la energía neta (E_N) tendrá que alcanzar también el valor de E_2 para finalizar la transformación. De lo anterior es posible establecer la siguiente ecuación:

$$E_N = E - (E_2 + E_3) = E_2 \quad (\text{A1.5})$$

De donde:

$$E = 2E_2 + E_3 \quad (\text{A1.6})$$

Dividiendo la ecuación A1.5 por E_2 se tiene que dicha ecuación puede describirse como:

$$\frac{E - (E_2 + E_3)}{E_2} = 1 \quad \text{cuando } f=0.9 \quad (\text{A1.7})$$

De la expresión anterior es claro que el valor de 1 es un límite superior, el cual se alcanza cuando la fracción volumétrica del material transformado ha llegado a un valor de 90%, por lo que de la misma ecuación, cuando la transformación inicia debería tomar un valor inferior. Por otro lado, para que la fase martensítica sea estable a una temperatura mayor que A_f es necesario que se acumule cierta cantidad de energía por lo que durante el proceso dicha energía se va acumulando. Siguiendo dicho razonamiento se tiene que es conveniente expresar la ecuación A1.6 de la siguiente manera:

$$E = 2E_2 + E_3 = (E_2 + E_3) + E_2 \quad (\text{A1.8})$$

De donde se puede considerar que en algún momento E sería igual con $E_2 + E_3$ en cuyo caso la ecuación A1.7 será igual a cero. Dicha situación ocurre cuando la fracción volumétrica del material ha alcanzado un 50% de donde se obtiene la ecuación:

$$\frac{E - (E_2 + E_3)}{E_2} = 0 \quad \text{Cuando } f=0.5 \quad (\text{A1.9})$$

Luego, es razonable suponer que la TM inicia cuando el término de la izquierda de la ecuación A1.7 alcanza el valor de -1 de donde se obtiene que:

$$\frac{E - (E_2 + E_3)}{E_2} = -1 \quad \text{Cuando } f=0.1 \quad (\text{A1.10})$$

Donde claramente se ve que en este caso $E = E_3$

Siguiendo el razonamiento de Patoor [4] este último resultado significa que para que se inicie la TM es necesario que el sistema acumule cierta cantidad de energía mecánica.

Considerando las relaciones de las ecuaciones (A1.1) a la (A1.4) así como la relación de las ecuaciones (A1.7), (A1.9) y (A1.10) y su relación con la fracción volumétrica

transformada, es claro que es posible definir la siguiente relación entre el esfuerzo y la fracción volumétrica transformada:

$$\frac{\sigma - \frac{\sigma_c + \sigma_f}{2}}{\frac{\sigma_f - \sigma_c}{2}} = C(f) \quad (\text{A1.11})$$

donde:

$$\begin{aligned} C(0.1) &= -1 \\ C(0.5) &= 0 \\ C(0.9) &= 1 \end{aligned} \quad (\text{A1.12})$$

La relación $C(f)$ que cumple con las condiciones establecidas por (A1.12) es:

$$C(f) = \frac{1}{\ln(9)} \ln\left(\frac{f}{1-f}\right) \quad (\text{A1.13})$$

Lo que conduce a la siguiente relación:

$$\frac{\sigma - \frac{\sigma_c + \sigma_f}{2}}{\frac{\sigma_f - \sigma_c}{2}} = \frac{1}{\ln(9)} \ln\left(\frac{f}{1-f}\right) \quad (\text{A1.14})$$

De donde se obtiene la relación entre la fracción volumétrica transformada y el esfuerzo aplicado:

$$f = \frac{e^{\frac{(\sigma - \sigma_0)}{\delta\sigma}}}{1 + e^{\frac{(\sigma - \sigma_0)}{\delta\sigma}}} \quad (\text{A1.15})$$

donde:

$$\sigma_0 = \frac{\sigma_c + \sigma_f}{2} \quad (\text{A1.16}) \quad \delta\sigma = \frac{\sigma_f - \sigma_c}{2\ln(9)} \quad (\text{A1.17})$$

El esfuerzo crítico de inicio y de terminación de la transformación dependen de la temperatura según las siguientes relaciones:

$$\sigma_c = \frac{\partial\sigma_c}{\partial M_s}(T - M_s) \quad (\text{A1.18}) \quad \sigma_f = \frac{\partial\sigma_c}{\partial M_s}(T - M_f) \quad (\text{A1.19})$$

En la Figura A1.3 se muestran las curvas que representan la variación de f , descrita con la ecuación (A1.15), para los casos de esfuerzo constante y temperatura constante respectivamente. Se puede observar que dicha función, simula convenientemente el

comportamiento propuestos por Patoor para f en función del esfuerzo y de la temperatura como se muestra en la Figura A1.2. Así mismo en la Figura A1.3 se muestra la derivada de (A1.15) respecto a T y respecto a σ .

Cabe mencionar que los esfuerzos: σ , σ_c y σ_f de la función (A1.15) son esfuerzos efectivos, es decir, se trata de la combinación de esfuerzos normales y cortantes necesarios para inducir la transformación martensítica. En el caso de una prueba en tensión uniaxial, se trata del esfuerzo normal inducido por la carga aplicada por lo que considerando:

$$\sigma = \tau_r \text{Cos}(\lambda) \text{Cos}(\phi) = \tau_r FS \quad (\text{A1.20})$$

se tiene que $\sigma = \frac{\tau}{m}$, donde m es el factor de Schmid. Cuando se trata de estados de esfuerzos biaxiales o triaxiales, el esfuerzo aplicado σ corresponde con una combinación de esfuerzos principales, cuya determinación es compleja pero puede ser incorporada a la función (A1.15).

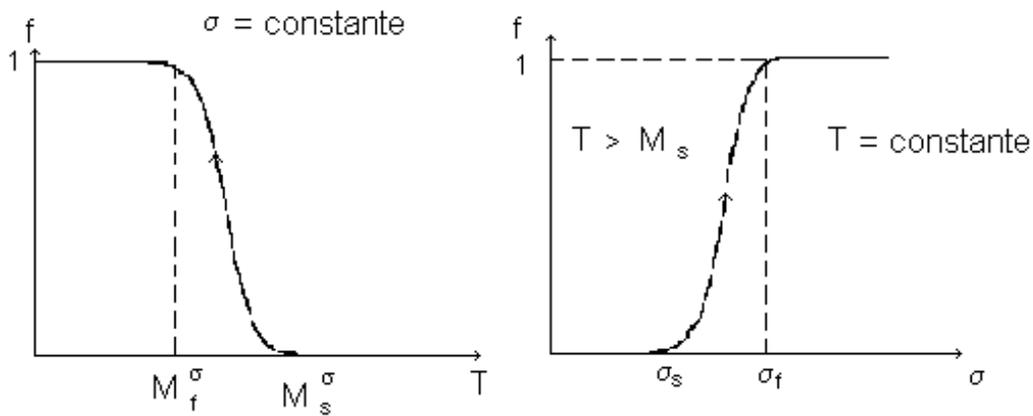


Figura A1.2 Variación de la fracción volumétrica transformada a esfuerzo constante y a Temperatura constante.

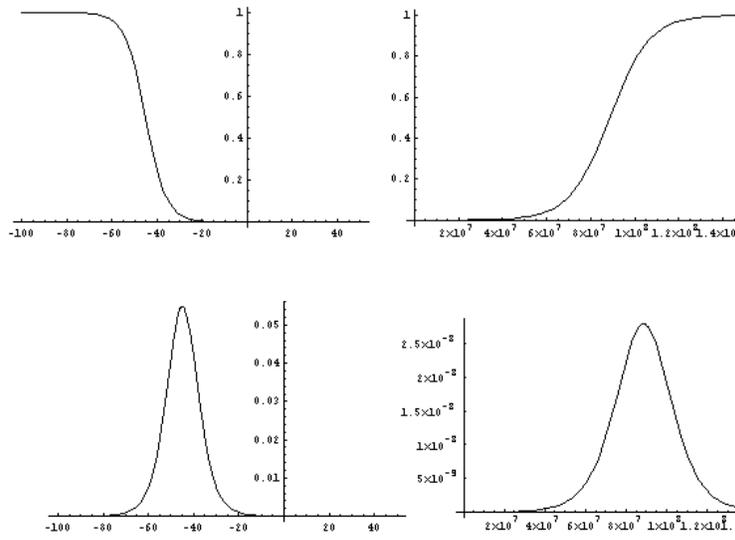
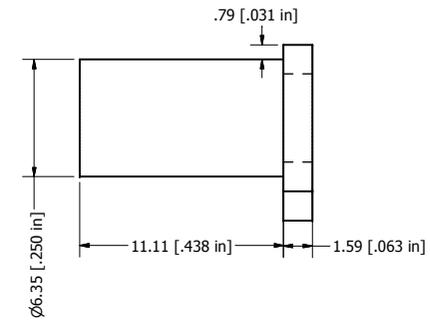
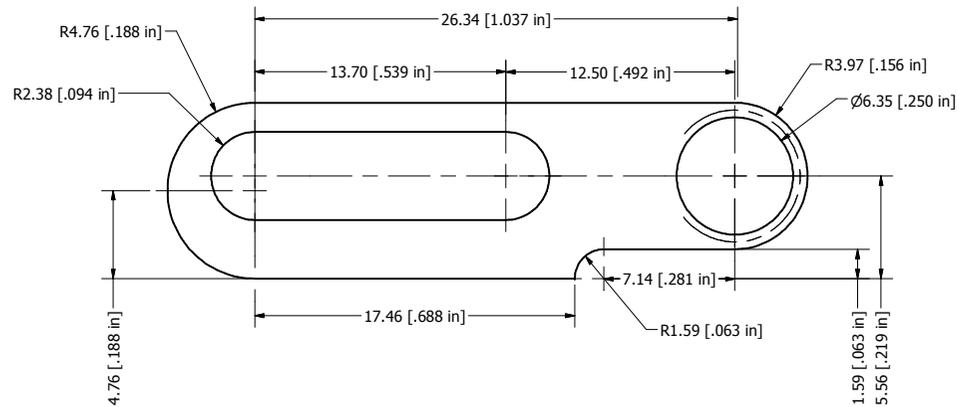
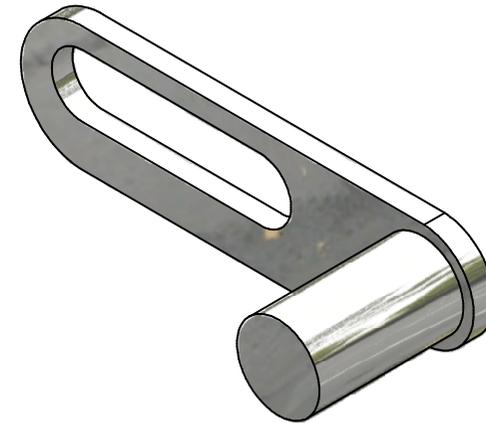
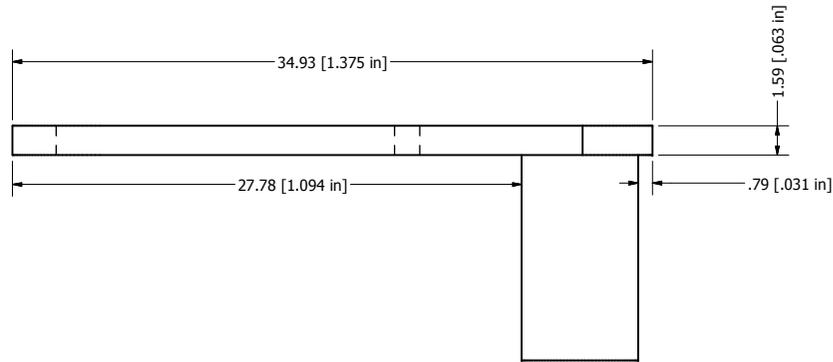


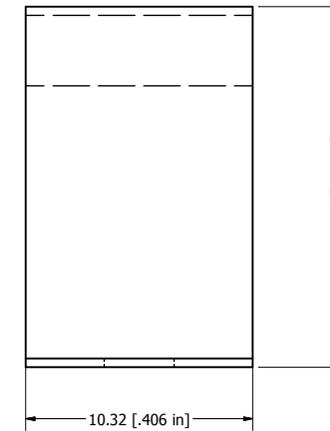
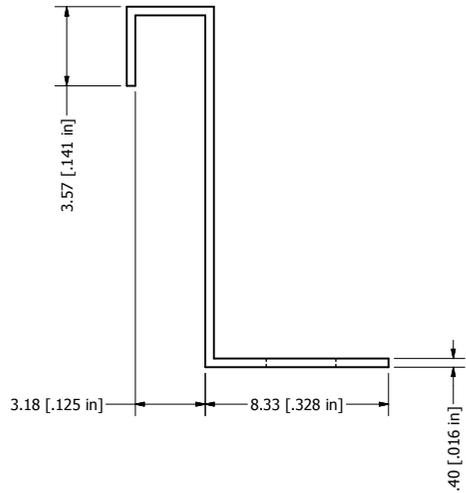
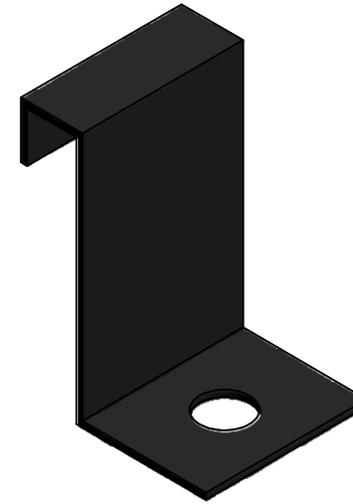
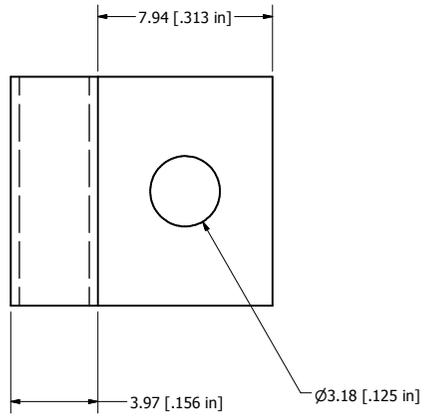
Figura A1.3 Gráfica de la función 2.20 a) a $T=Cte$, b) $\sigma=Cte$ así como sus derivadas respecto a la c) temperatura y d) al esfuerzo.

Apéndice 2. Planos.

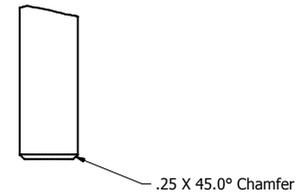
MOTOR CON ALAMBRES DE Ni-Ti.



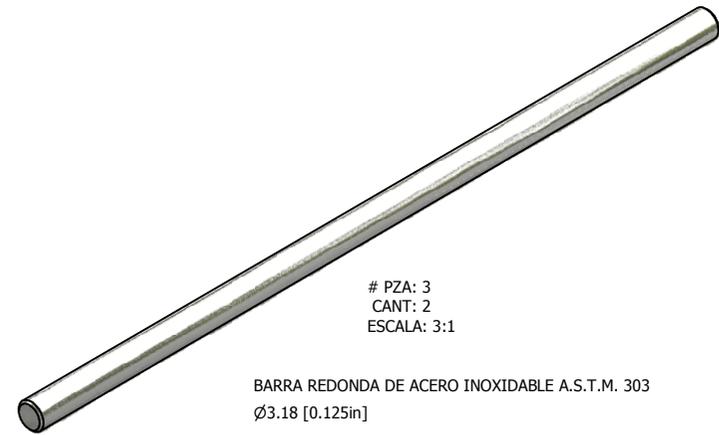
	UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO.		
	FACULTAD DE INGENIERÍA.		
	MOTOR CON ALAMBRES DE NITL.		
PIEZA: MANIVELA.	MATERIAL: ACERO INOXIDABLE A.S.T.M. 303	# PZA: 1	CANT: 1
REALIZÓ: RÍOS CORTÉS JESÚS ALEJANDRO.		ESCALA: 5:1	
REVISÓ: Dr. JACINTO CORTÉS PERÉZ.		ACOTACIÓN: mm	
		FECHA: 18/06/08	



	UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO.		
	FACULTAD DE INGENIERÍA.		
	MOTOR CON ALAMBRES DE NITL.		
PIEZA: SOPORTE.	MATERIAL: ACERO 1018	# PZA: 2	CANT: 4
REALIZÓ: RÍOS CORTÉS JESÚS ALEJANDRO.		ESCALA: 6:1	
REVISÓ: Dr. JACINTO CORTÉS PERÉZ.		ACOTACIÓN: mm	
		FECHA: 18/06/08	

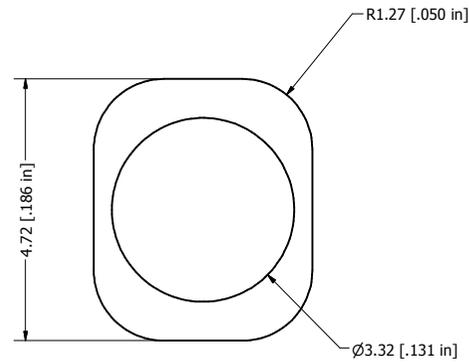
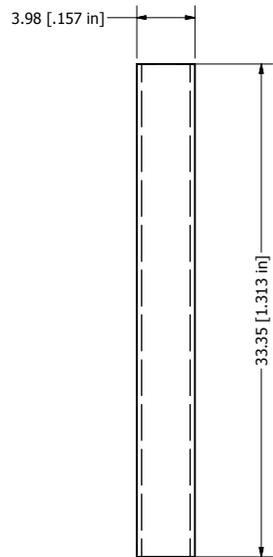


DETAIL B
SCALE 5 : 1

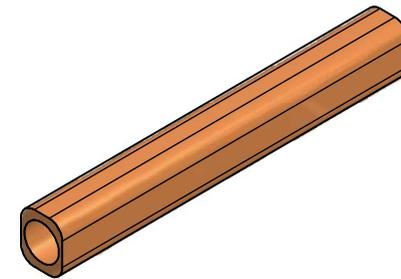


PZA: 3
CANT: 2
ESCALA: 3:1

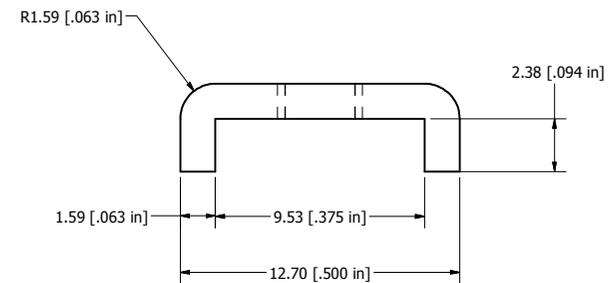
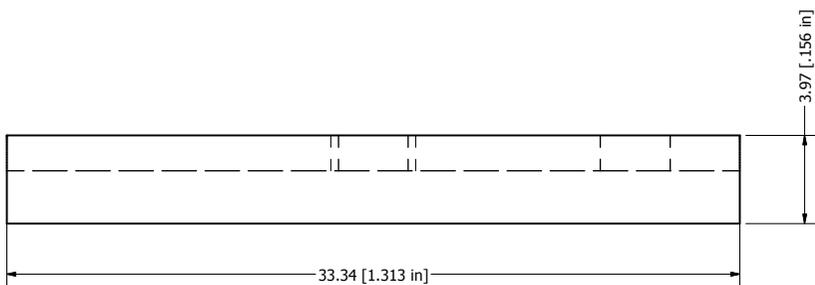
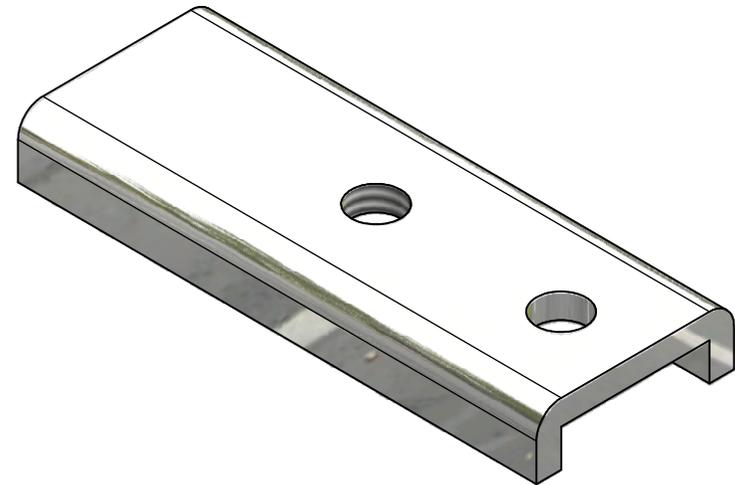
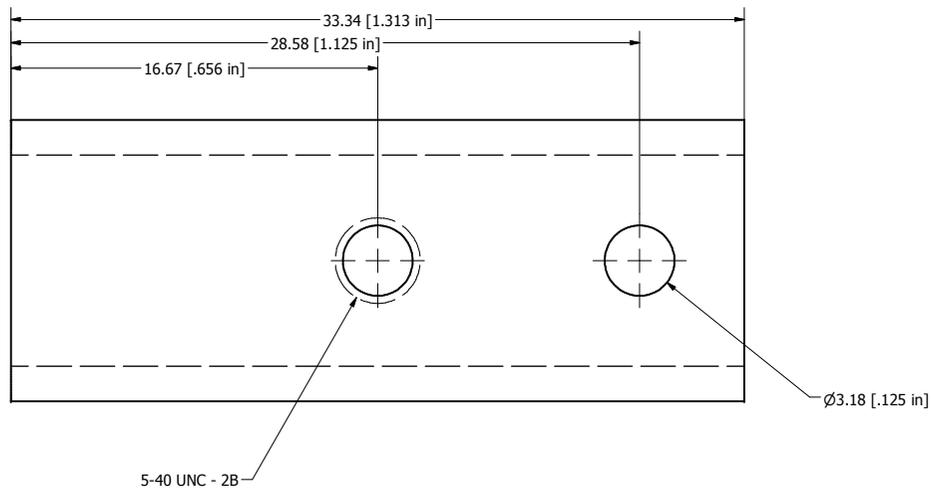
BARRA REDONDA DE ACERO INOXIDABLE A.S.T.M. 303
Ø3.18 [0.125in]



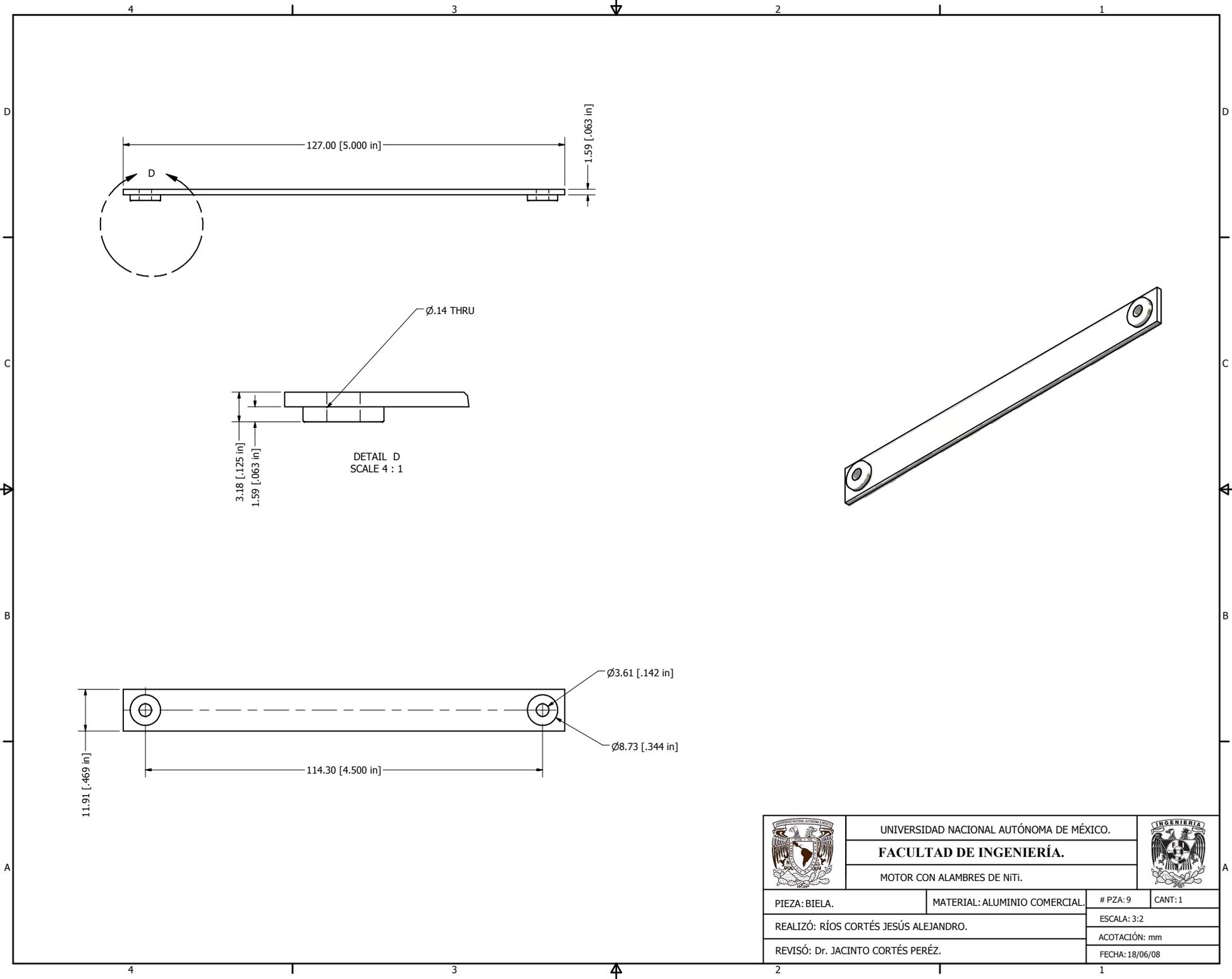
SCALE 15 : 1



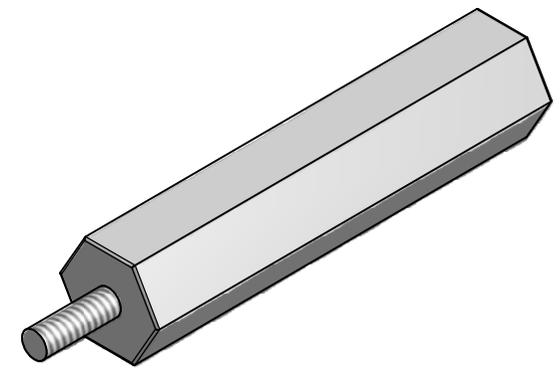
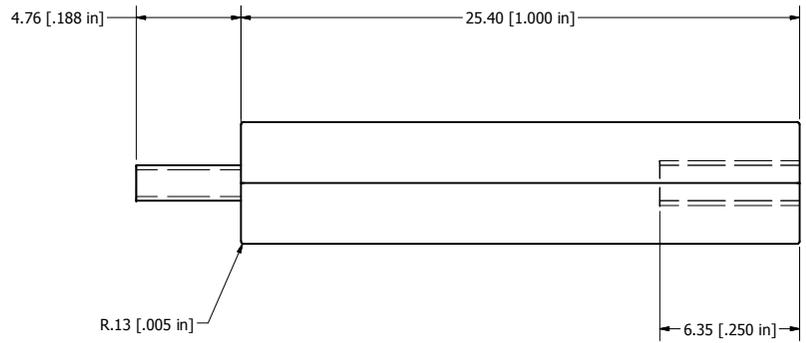
	UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO.		
	FACULTAD DE INGENIERÍA.		
	MOTOR CON ALAMBRES DE NITL.		
PIEZA: BUJE.	MATERIAL: BRONCE A.S.T.M.B-145(3A)	# PZA: 4	CANT: 2
REALIZÓ: RÍOS CORTÉS JESÚS ALEJANDRO.		ESCALA: 4:1	
REVISÓ: Dr. JACINTO CORTÉS PERÉZ.		ACOTACIÓN: mm	
		FECHA: 18/06/08	



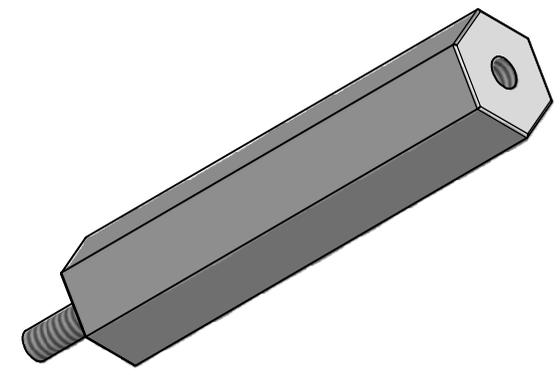
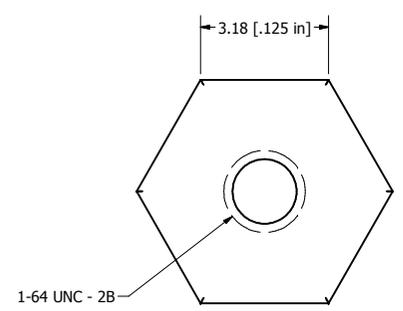
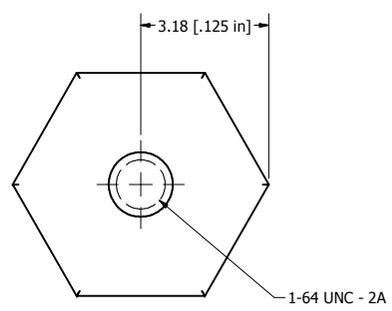
	UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO.		
	FACULTAD DE INGENIERÍA.		
	MOTOR CON ALAMBRES DE NITL.		
PIEZA: CUBIERTA.	MATERIAL: ALUMINIO COMERCIAL.	# PZA: 5	CANT: 2
REALIZÓ: RÍOS CORTÉS JESÚS ALEJANDRO.		ESCALA: 6:1	
REVISÓ: Dr. JACINTO CORTÉS PERÉZ.		ACOTACIÓN: mm	
		FECHA: 18/06/08	



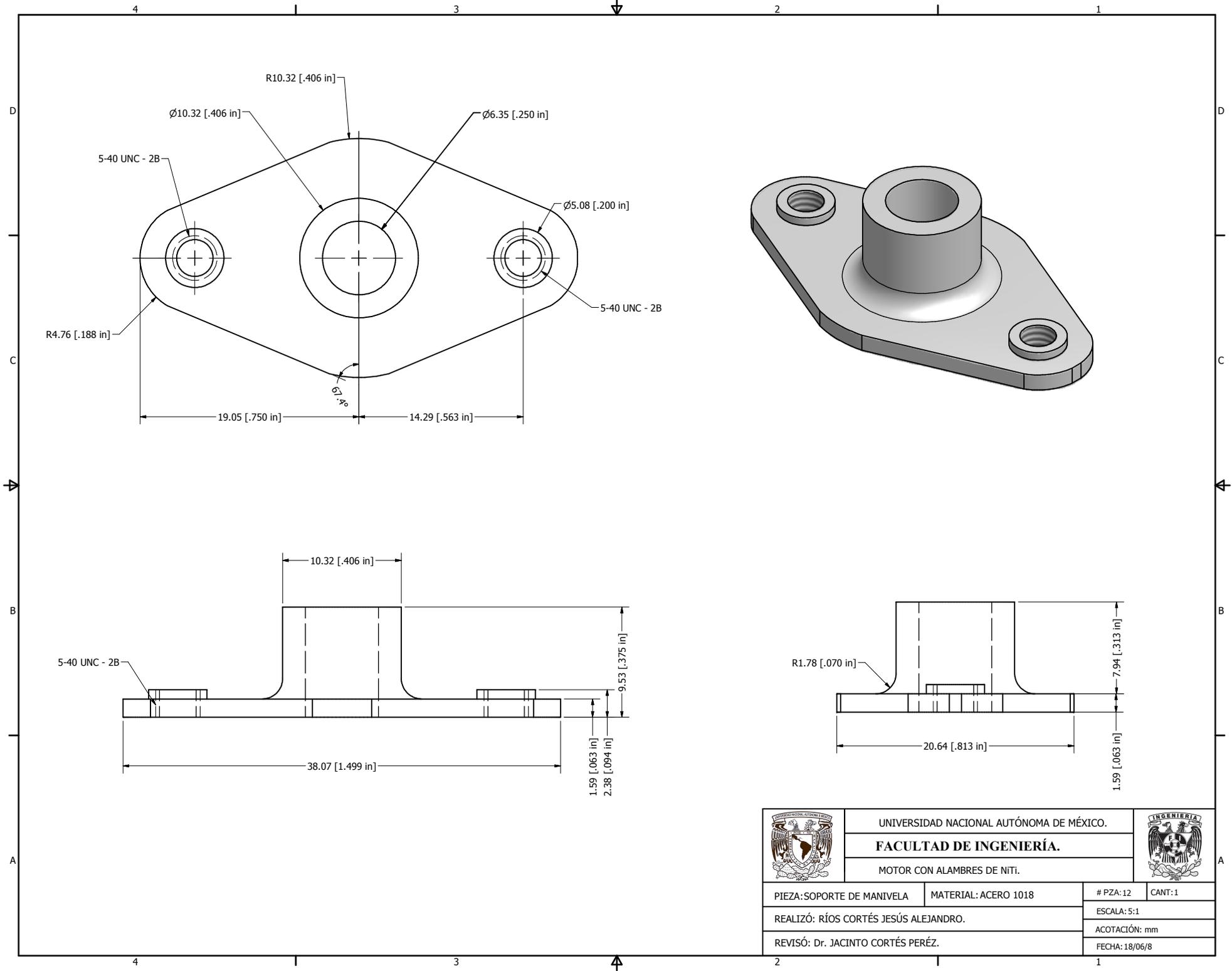
	UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO.		
	FACULTAD DE INGENIERÍA.		
	MOTOR CON ALAMBRES DE NITL.		
PIEZA: BIELA.	MATERIAL: ALUMINIO COMERCIAL.	# PZA: 9	CANT: 1
REALIZÓ: RÍOS CORTÉS JESÚS ALEJANDRO.		ESCALA: 3:2	
REVISÓ: Dr. JACINTO CORTÉS PERÉZ.		ACOTACIÓN: mm	
		FECHA: 18/06/08	

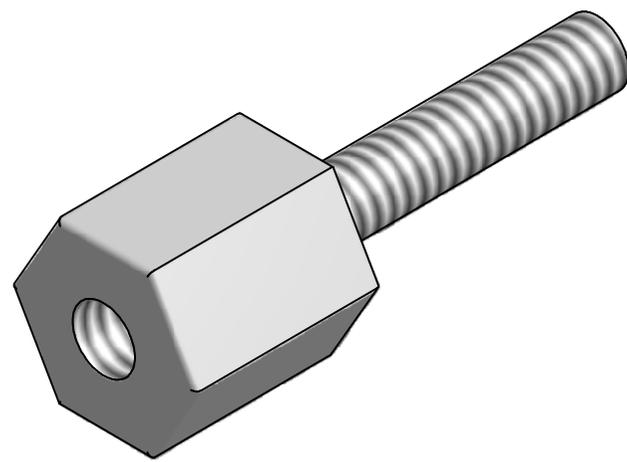
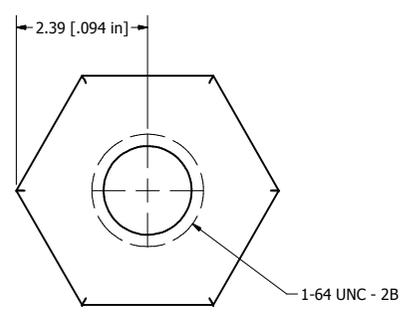
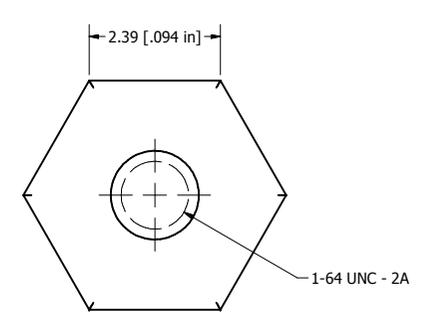
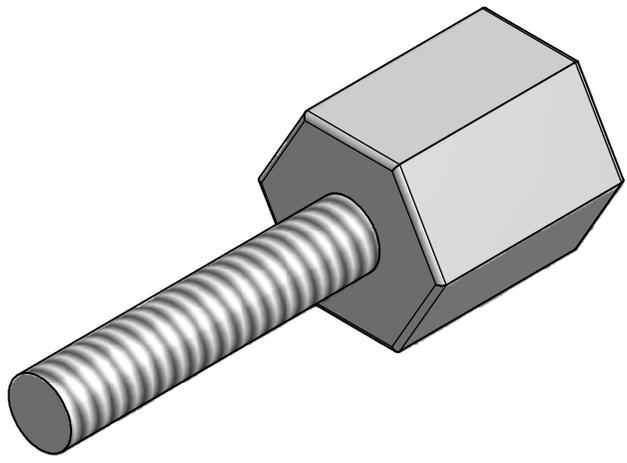
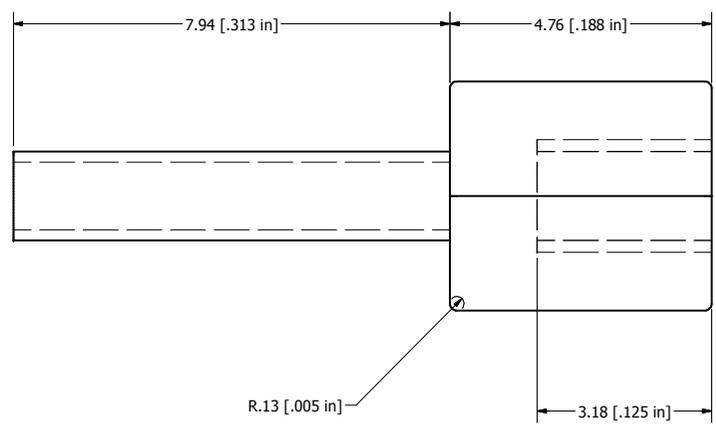


ESCALA 11:1

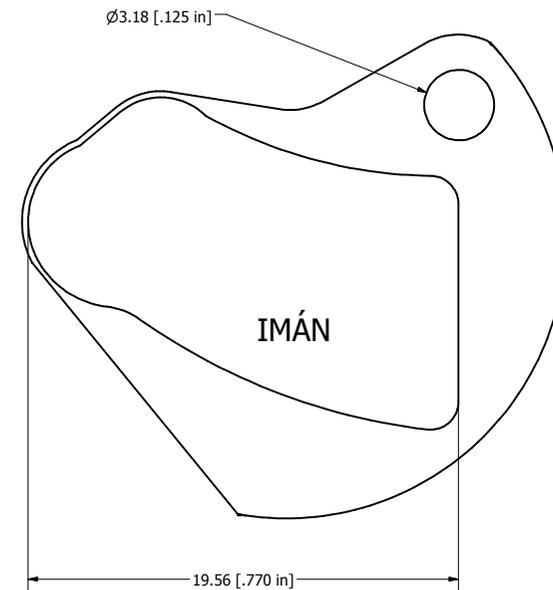
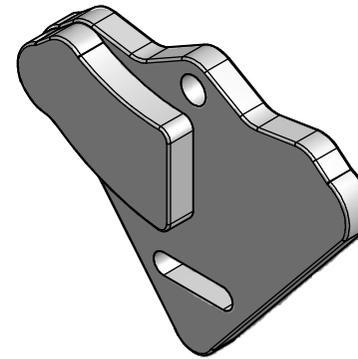
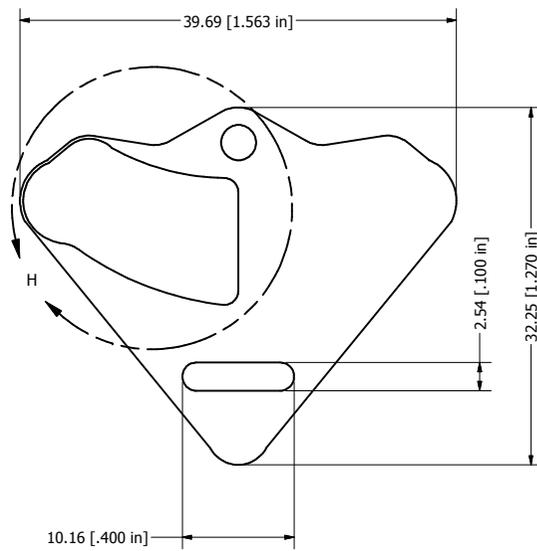
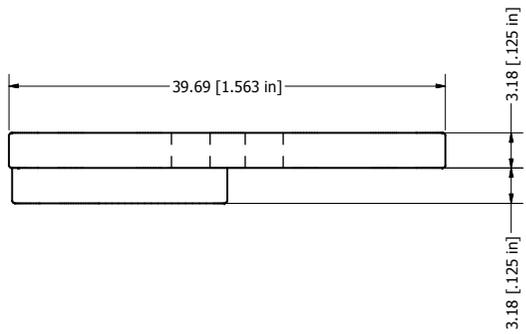


	UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO.		
	FACULTAD DE INGENIERÍA.		
	MOTOR CON ALAMBRES DE NITL.		
PIEZA: POSTE.	MATERIAL: ALUMINIO COMERCIAL	# PZA: 10	CANT: 5
REALIZÓ: RÍOS CORTÉS JESÚS ALEJANDRO.		ESCALA: 6:1	
REVISÓ: Dr. JACINTO CORTÉS PERÉZ.		ACOTACIÓN: mm	
		FECHA: 18/06/08	



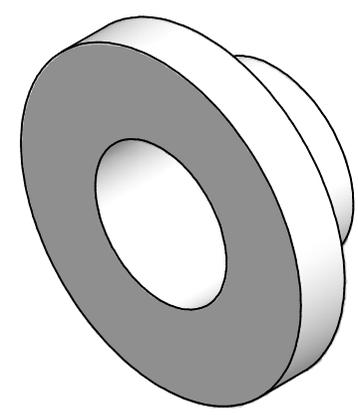
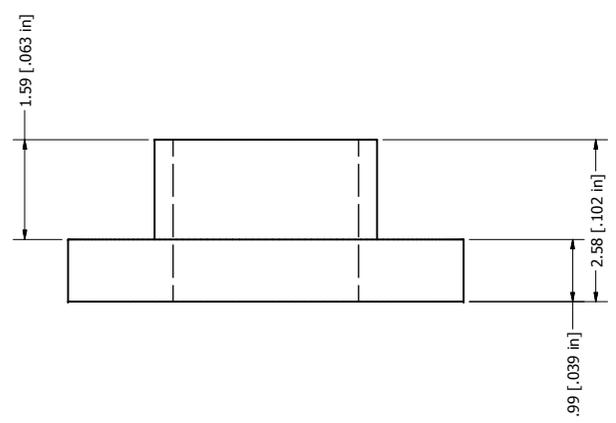
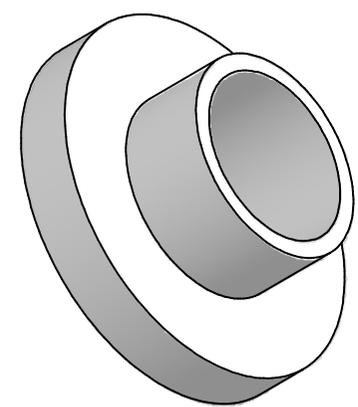
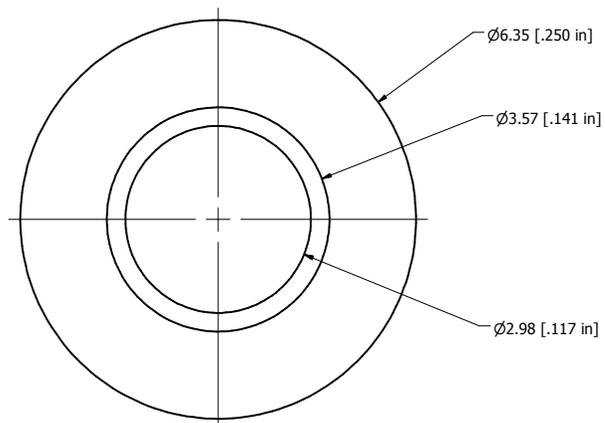


	UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO.		
	FACULTAD DE INGENIERÍA.		
	MOTOR CON ALAMBRES DE NITL.		
PIEZA: SUJETADOR	MATERIAL: ALUMINIO COMERCIAL	# PZA: 14	CANT: 10
REALIZÓ: RÍOS CORTÉS JESÚS ALEJANDRO.		ESCALA: 15:1	
REVISÓ: Dr. JACINTO CORTÉS PERÉZ.		ACOTACIÓN: mm	
		FECHA: 18/06/08	

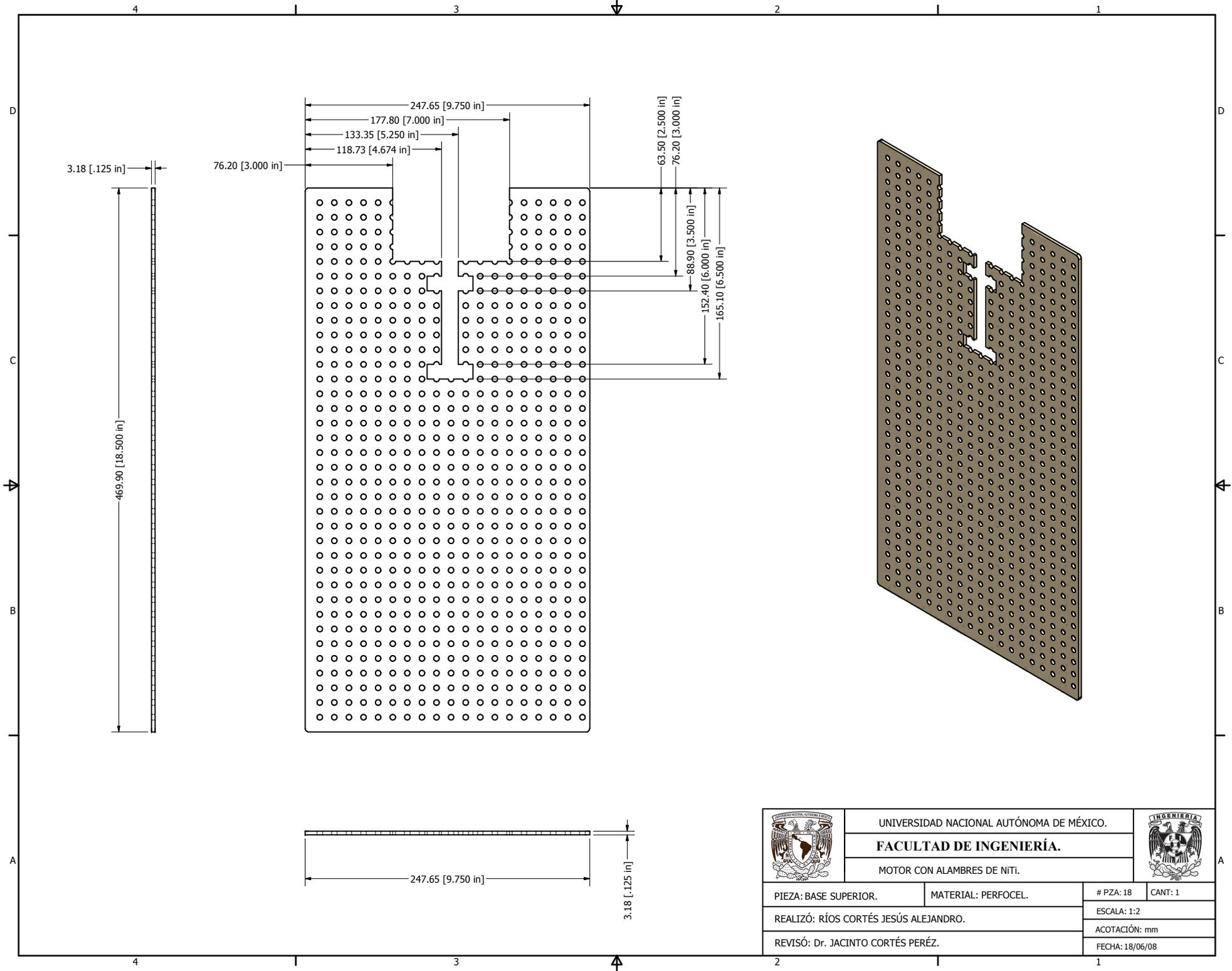


DETAIL H
SCALE 6 : 1

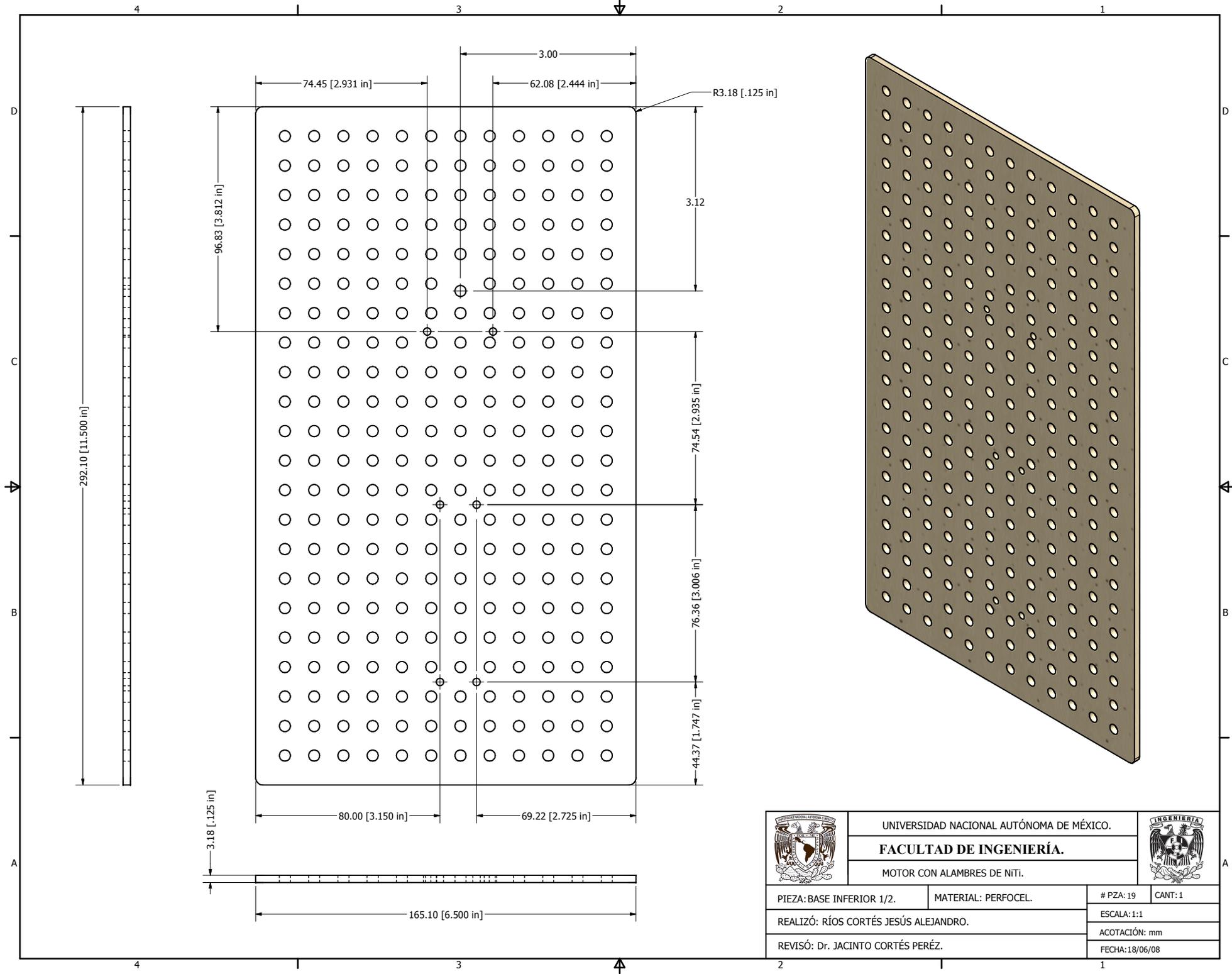
	UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO.		
	FACULTAD DE INGENIERÍA.		
	MOTOR CON ALAMBRES DE NITL.		
PIEZA: IMÁN.	MATERIAL: ACERO 1018, NdFeB	# PZA: 16	CANT: 2
REALIZÓ: RÍOS CORTÉS JESÚS ALEJANDRO.		ESCALA: 3:1	
REVISÓ: Dr. JACINTO CORTÉS PERÉZ.		ACOTACIÓN: mm	
		FECHA: 18/06/08	



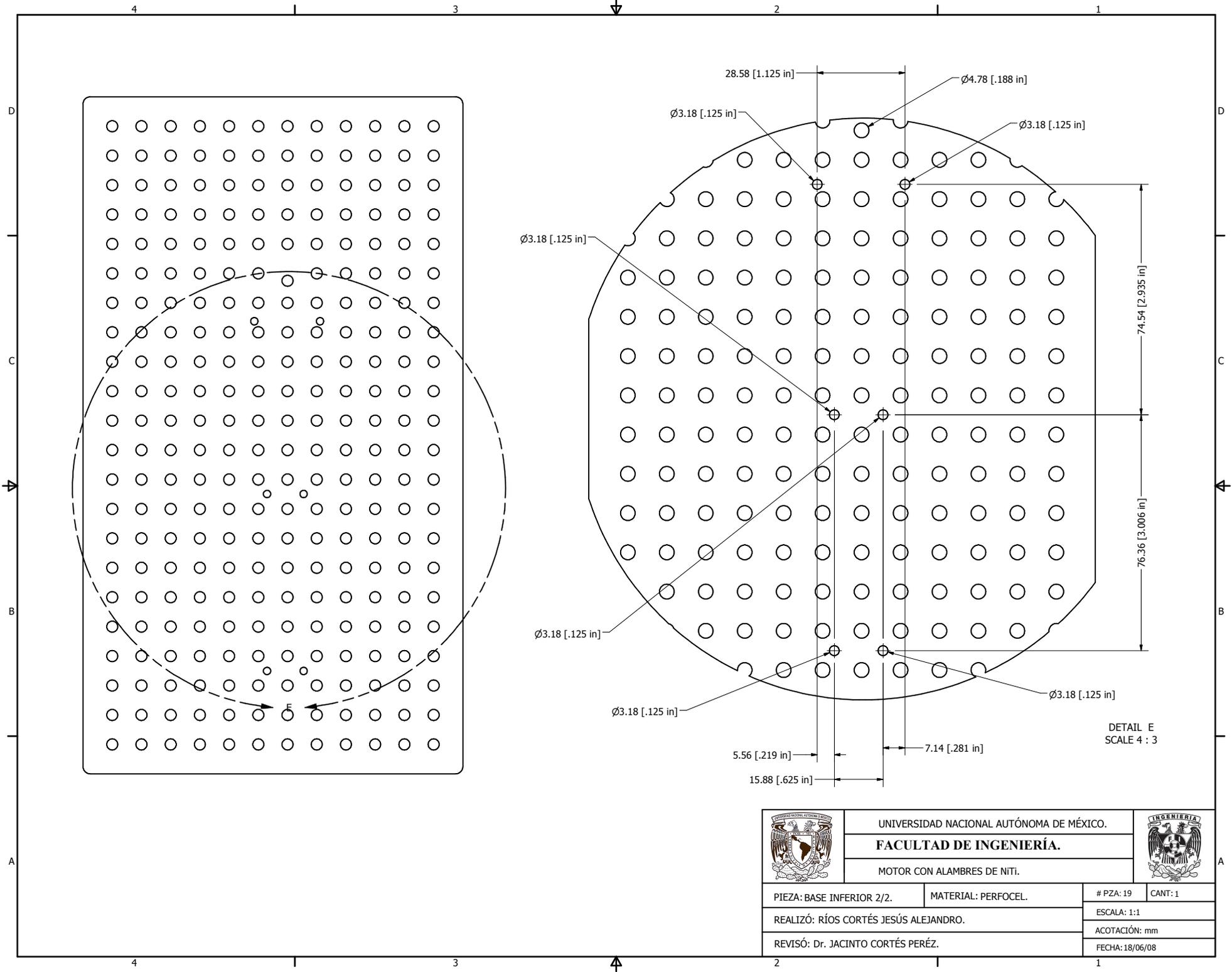
	UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO.		
	FACULTAD DE INGENIERÍA.		
	MOTOR CON ALAMBRES DE NITL.		
PIEZA: BUJE PLÁSTICO.	MATERIAL: NYLAMID.	# PZA: 17	CANT: 2
REALIZÓ: RÍOS CORTÉS JESÚS ALEJANDRO.		ESCALA: 17:1	
REVISÓ: Dr. JACINTO CORTÉS PERÉZ.		ACOTACIÓN: mm	
		FECHA: 18/06/08	



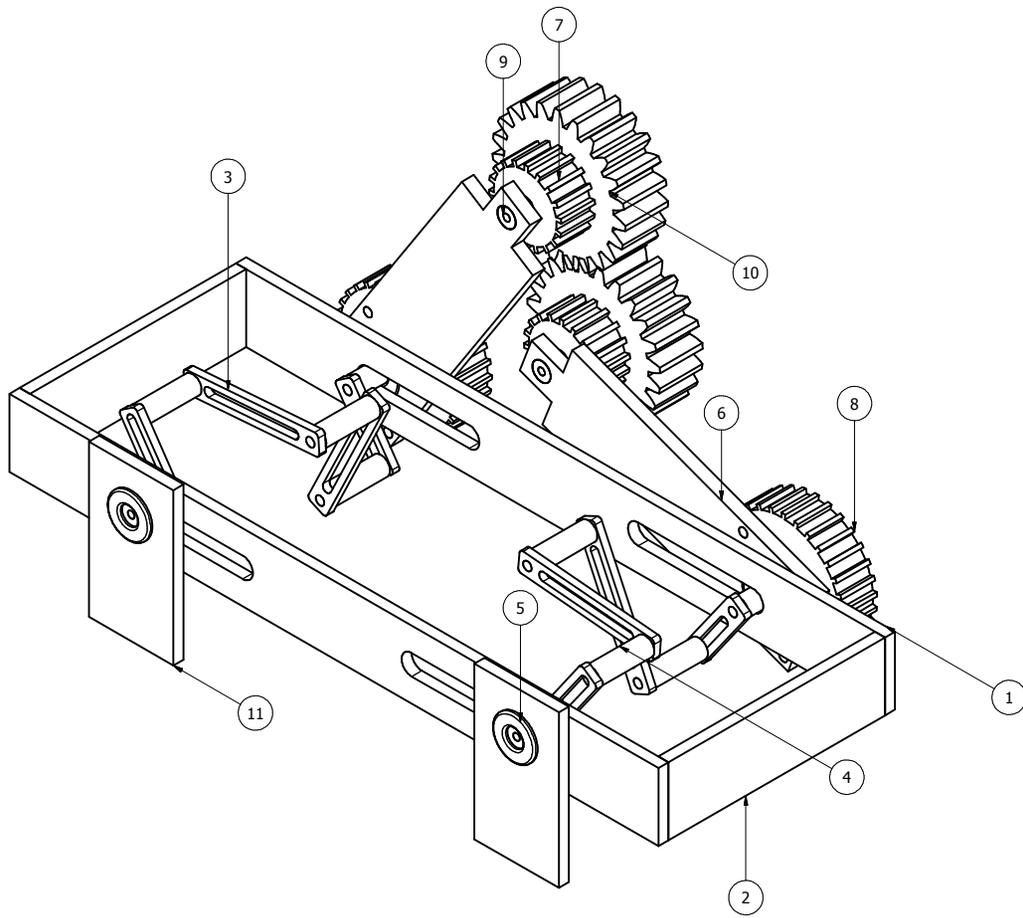
	UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO.		
	FACULTAD DE INGENIERÍA.		
	MOTOR CON ALAMBRES DE NITL.		
PIEZA: BASE SUPERIOR.	MATERIAL: PERFOCEL.	# PZA: 18	CANT: 1
REALIZÓ: RÍOS CORTÉS JESÚS ALEJANDRO.		ESCALA: 1:2	
REVISÓ: Dr. JACINTO CORTÉS PERÉZ.		ACOTACIÓN: mm	
		FECHA: 18/06/08	



	UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO.		
	FACULTAD DE INGENIERÍA.		
	MOTOR CON ALAMBRES DE NITL.		
PIEZA: BASE INFERIOR 1/2.	MATERIAL: PERFOCEL.	# PZA: 19	CANT: 1
REALIZÓ: RÍOS CORTÉS JESÚS ALEJANDRO.		ESCALA: 1:1	
REVISÓ: Dr. JACINTO CORTÉS PERÉZ.		ACOTACIÓN: mm	
		FECHA: 18/06/08	

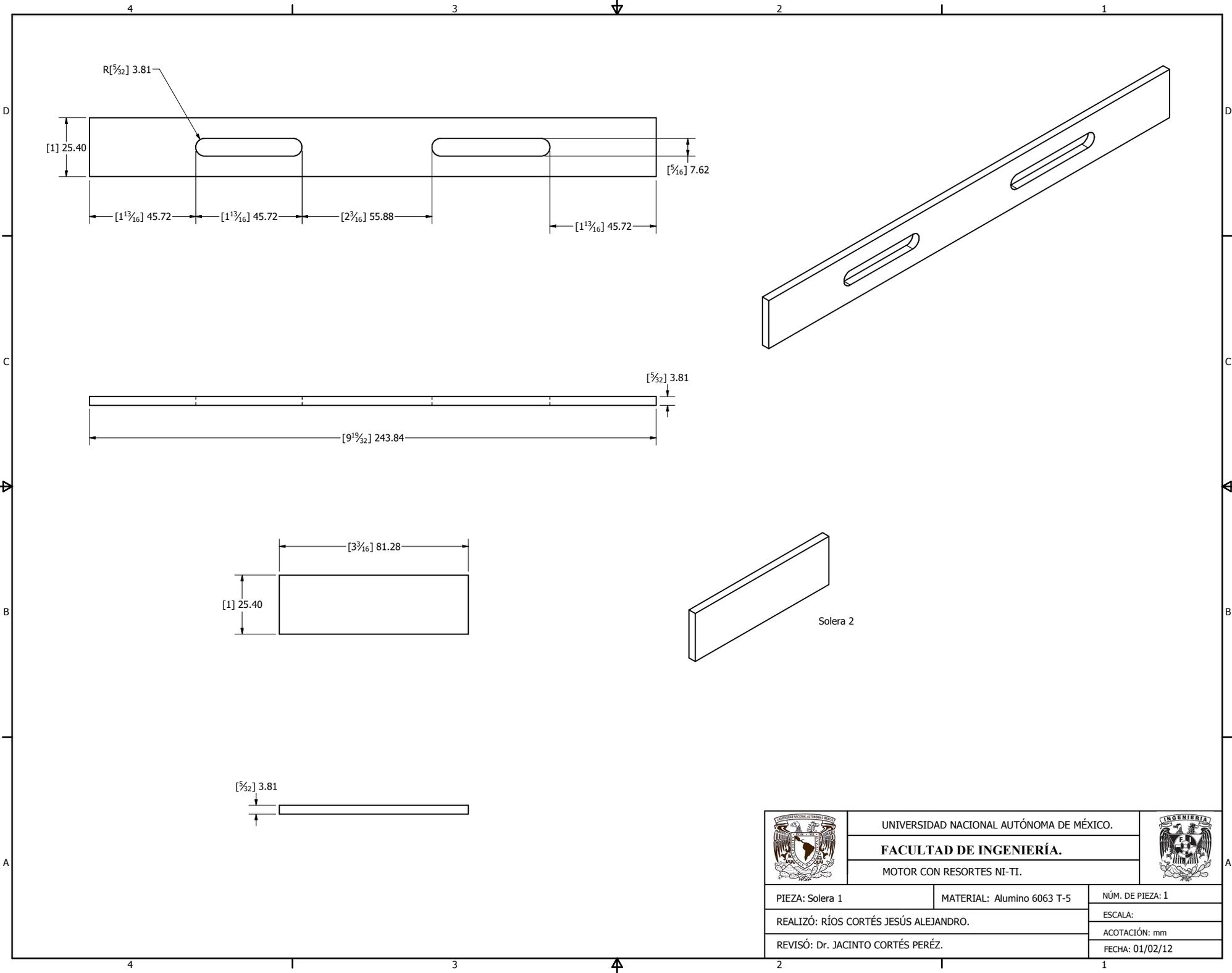


MOTOR CON CIGÜEÑALES SINCRONIZADOS.

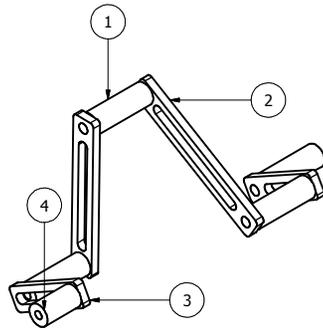


Parts List		
PIEZA	CANTIDAD	NOMBRE
1	2	solera 1
2	2	solera 2
3	1	Assembly2
4	1	Assembly3_MIR
5	4	rdmpchcr
6	2	chmcr
7	2	polea500
8	2	polea1825
9	2	flechaengr
10	2	Spur Gear1
11	2	base

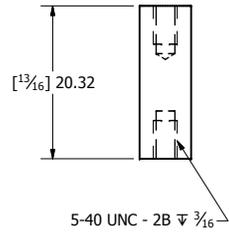
	UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO.		
	FACULTAD DE INGENIERÍA.		
	MOTOR CON RESORTES NI-TI.		
PIEZA: MOTOR CON RESORTES DE NI-TI.	MATERIAL:	NÚM. DE PIEZA: 1	
REALIZÓ: RÍOS CORTÉS JESÚS ALEJANDRO.		ESCALA:	
REVISÓ: DR. JACINTO CORTÉS PERÉZ.		ACOTACIÓN: mm	
		FECHA: 01/02/12	



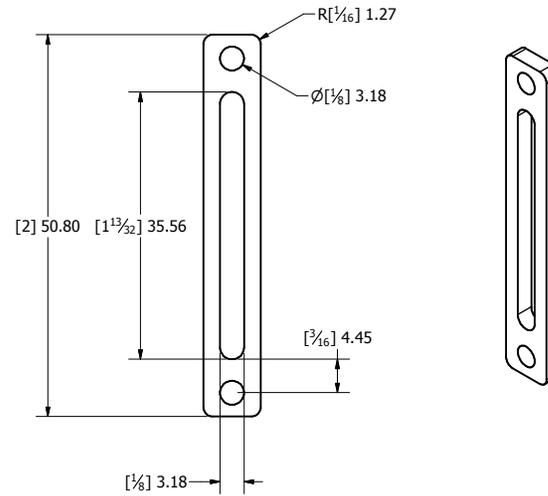
	UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO.	
	FACULTAD DE INGENIERÍA.	
	MOTOR CON RESORTES NI-TI.	
PIEZA: Solera 1	MATERIAL: Aluminio 6063 T-5	NÚM. DE PIEZA: 1
REALIZÓ: RÍOS CORTÉS JESÚS ALEJANDRO.	ESCALA:	
REVISÓ: DR. JACINTO CORTÉS PERÉZ.	ACOTACIÓN: mm	
		FECHA: 01/02/12



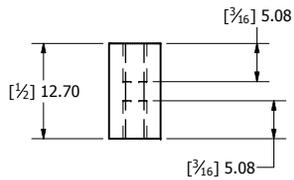
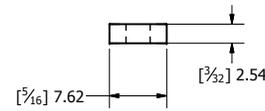
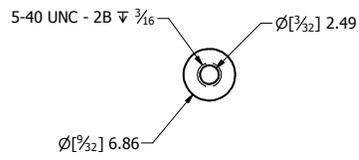
Parts List		
PIEZA	CANTIDAD	NOMBRE
1	4	cigüeñal parte 1
2	2	cigüeñal parte 2
3	2	cigüeñal parte corregida
4	1	cigüeñal parte 6



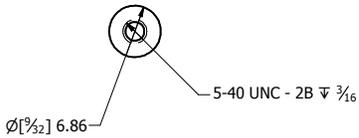
cigüeñal parte 1
escala 2:1



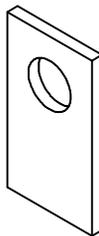
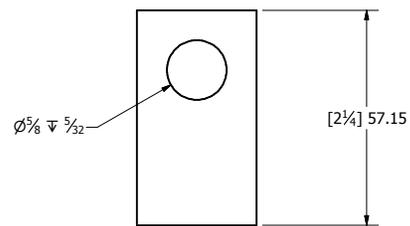
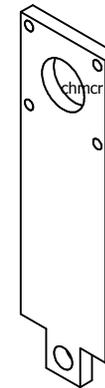
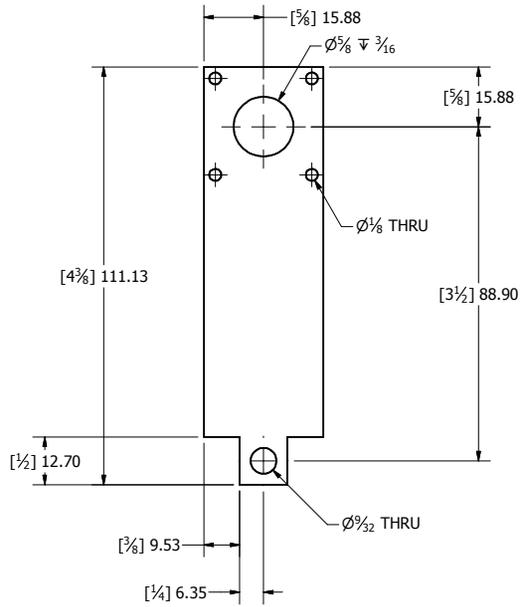
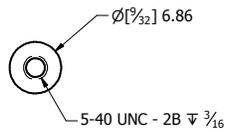
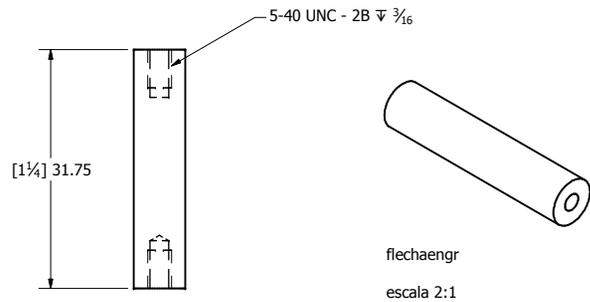
cigüeñal parte 2
escala 2:1



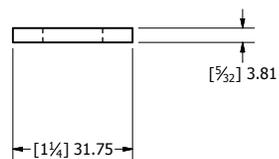
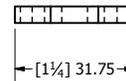
cigüeñal parte 6
escala 2:1



	UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO.	
	FACULTAD DE INGENIERÍA.	
MOTOR CON RESORTES NI-TI.		
PIEZA: Assembly2	MATERIAL:	NÚM. DE PIEZA: 3
REALIZÓ: RÍOS CORTÉS JESÚS ALEJANDRO.		ESCALA:
REVISÓ: DR. JACINTO CORTÉS PERÉZ.		ACOTACIÓN: mm
		FECHA: 01/02/12



base



	UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO.	
	FACULTAD DE INGENIERÍA.	
	MOTOR CON RESORTES NI-TI.	
PIEZA:	MATERIAL: Aluminio 6063 T-5	NÚM. DE PIEZA:
REALIZÓ: RÍOS CORTÉS JESÚS ALEJANDRO.		ESCALA:
REVISÓ: DR. JACINTO CORTÉS PERÉZ.		ACOTACIÓN: mm
		FECHA: 01/02/12