



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

**Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería**

**CENTRO EN INVESTIGACIÓN EN ENERGÍA**

**DESARROLLO DE UN ÁRBOL SOLAR Y  
MÉTODOS ASOCIADOS**

**T E S I S**

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

**MAESTRO EN INGENIERÍA EN ENERGÍA**

P R E S E N T A:

**ERNESTO ANGUERA ROMERO**

TUTOR:

**DR. SERGIO A. GAMBOA SÁNCHEZ**

MIEMBROS DEL COMITÉ TUTORAL:

**Dr. Fabio Luigi Manzini Poli**

**Dr. Aarón Sánchez Juárez**

TEMIXCO, MORELOS ENERO 2013



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

Presi d e n t e:           **Dr. Segio A. Gamboa Sánchez**

Secre t a r i o:           **Dr. Aarón Sánchez Juárez**

Vocal:                   **Dr. Fabio Luigi Manzini Poli**

1 er. Suplente:           **Dr. Bernardo F. Campillo**

2 do. Suplente:           **Dr. Alberto A. Alvarez Gallego**

Lugar donde se realizó la tesis: **Temixco, Morelos**

**TUTOR DE TESIS:**  
**Dr. Segio A. Gamboa Sánchez**

---

**FIRMA**

*A mis padres Ernesto Anguera Viñes y  
Silvia Romero Rico*

# Agradecimientos

Agradezco a todas las personas que colaboraron de manera directa en la realización de este proyecto, mediante asesorías, proporcionamiento de datos o información dentro de los cuales se encuentran, mi comité tutorial de tesis:

Dr. Segio A. Gamboa Sánchez

Dr. Aarón Sánchez Juárez

Dr. Fabio Manzini Poli

Dr. Bernardo F. Campillo Illanes

Dr. Alberto A. Alvarez Gallegos

Académicos, Técnicos e Investigadores como:

Dr. Karunakaran Nair Padmanabhan Pankajakshy

Dr. Antonio del Río Portilla

Ing. José de Jesús Quiñones Aguilar

Ing. José Ortega Cruz

M. en I. Ricardo Arturo Pérez Enciso

Entre muchas otras personas que me guiaron mediante la facilitación de sus conocimientos en las distantes disciplinas involucradas en el desarrollo del Árbol Solar.

*Ernesto Anguera Romero*

# Abstract

This thesis presents the development of a Solar Tree; term designating the photovoltaic arrays arranged on a pole, raising this type of arrangement frees up floor space and optimize the area where the installation took place, thus allowing the passage pedestrian as well as vehicular installation or equipment load below it and fed by the arrangement and even coupled thereto. The similarities to a tree are linked to the fact that both provide shade and capture solar energy. The height, the shape and area of the treetop depends on your application or purpose.

The tree proposed here differs from its similes to inject as much electric power generated to the system either national or local type of the property where the project is carried out, always seeking to optimize the space, in this arrangement are dispensable the aesthetic characteristics, phyllotaxis (like natural organisms), educational or other non-conversion and utilization of solar energy to electricity.

Since photovoltaic technology has the ability to utilize both the direct and the diffuse radiation maximize catchment area results in an increase in power output, therefore the tree posed collects photons using a volumetric type area and limited space having a greater collection surface.

For a complete overview of the features and advantages of the solar tree proposed here, a simulation of a specific technology and commercial photovoltaic cells was performed, giving his best performance for this type of arrangement and relative efficiencies at low irradiances, for the year 2011 at the Energy Research Centre of UNAM, located in Temixco, Morelos.

# Resumen

En la presente tesis se expone el desarrollo de un Árbol Solar; término que designa a los arreglos solares fotovoltaicos dispuestos sobre un poste, elevar el arreglo permite liberar espacio en piso y optimizar el área donde se llevó a cabo la instalación, permitiendo el paso tanto peatonal como vehicular así como la instalación o carga de equipos debajo de este, pudiendo ser alimentados por el arreglo e incluso acoplados al mismo. Las similitudes con un árbol vienen ligadas al hecho de que ambos proveen de sombra y captan energía solar; la altura del arreglo así como la forma y área de su copa dependerá de su aplicación o propósito.

El árbol aquí propuesto se distingue de sus símiles por inyectar la mayor cantidad de potencia generada al sistema eléctrico ya sea nacional, de tipo local o del inmueble donde este proyecto se realice, buscando siempre optimizar el espacio; en este tipo de arreglos son prescindibles las características estéticas, de filotaxis (semejantes a organismos naturales), educacionales o cualquier otra que no sea la conversión y aprovechamiento de la energía solar a energía eléctrica.

Dado que la tecnología fotovoltaica, tiene la capacidad de aprovechar tanto la radiación difusa como la directa maximizar el área de captación resulta en un incremento en la potencia generada, por lo que se plantea un árbol que colecte fotones utilizando un área de tipo volumétrica para así dado un espacio limitado tener una mayor superficie de captación.

Para una visión completa de las características y ventajas del árbol solar aquí propuesto, se lleva a cabo una simulación de una tecnología específica y comercial de celdas fotovoltaicas, dado su mejor desempeño para este tipo de arreglos y eficiencias relativas a bajas irradiancias, para el año 2011 en el Centro de Investigación en Energía de la UNAM, ubicado en Temixco, Morelos.



# Índice general

<b>1. Conceptos básicos del Árbol Solar</b>	<b>1</b>
1.1. Introducción . . . . .	1
1.2. Árboles Solares para Iluminación nocturna . . . . .	2
1.3. Árboles Solares de promoción fotovoltaica . . . . .	5
1.4. Árboles Solares Mimetizantes . . . . .	6
1.5. Árboles Solares Artísticos y Ornamentales . . . . .	8
1.6. Árboles Solares de Inyección a la red . . . . .	11
<b>2. Diseño de la copa del Árbol</b>	<b>15</b>
2.1. Copa bidimensional vs tridimensional . . . . .	18
2.2. La esfera . . . . .	23
2.3. Semiesfera . . . . .	25
2.4. Cono . . . . .	28
2.5. Paraboloide de Revolución . . . . .	32
2.6. Elipsoide . . . . .	36
2.7. Simulación con el modelo de Hottel para diferentes latitudes . . . . .	38
2.8. Radiación captada por superficies geométricas . . . . .	42
<b>3. Integración de las tecnologías Fotovoltaicas en el Árbol</b>	<b>49</b>
3.1. Elementos de Selección . . . . .	49
3.2. Eficiencia . . . . .	50
3.3. Radiación espectral y masa de aire . . . . .	54
3.4. Temperatura . . . . .	59

---

3.5. Irradiancia . . . . .	62
3.5.1. Bajos niveles de Radiación . . . . .	64
3.5.2. Resistencia en Paralelo (Shunt) . . . . .	68
<b>4. Análisis del Árbol Solar ubicado en Temixco</b>	<b>73</b>
4.1. Obtención de datos reales de Radiación Solar . . . . .	73
4.2. Selección de la superficie volumétrica óptima . . . . .	74
4.3. Ubicación y orientación de módulos en la copa . . . . .	76
4.4. Captación Solar en la Estructura Semi-elipsoidal . . . . .	79
4.5. Modelo para el comportamiento eléctrico de los módulos . . . . .	84
4.6. Generación anual de energía inyectada por el Árbol Solar . . . . .	88
<b>5. Conclusiones</b>	<b>95</b>
5.1. Trabajo a Futuro . . . . .	96
<b>6. Bibliografía</b>	<b>97</b>
<b>Índice de figuras</b>	<b>99</b>
<b>Índice de tablas</b>	<b>103</b>

# Capítulo 1

## Conceptos básicos del Árbol Solar

### 1.1. Introducción

Un Árbol Solar es un concepto relativamente nuevo para la generación de energía eléctrica, el cual utiliza celdas fotovoltaicas como principio básico de este e implica uno o más postes que sirven para sostener el arreglo fotovoltaico, representando en cierta medida el tronco de un árbol, este puede ser curvo, recto, cilíndrico, hueco, etc.

En el diseño de un arreglo fotovoltaico del tipo árbol solar, el objetivo principal es elevar el sistema a una altura determinada, utilizando así áreas menores en piso de lo que serían requeridas si el sistema estuviese colocado en una estructura convencional, a partir de este precepto se desprenden aplicaciones, estructuras y modelos que buscan mediante este tipo de arreglos satisfacer necesidades o nichos de oportunidad para diferentes mercados.

Si bien no se ha hecho una clasificación oficial de estos, se puede decir que hay cinco grupos principales de árboles solares actualmente:

1. Aquellos que buscan generar la mayor cantidad de energía independientemente de su aspecto, al mismo tiempo que reducen el espacio en piso y usan este espacio para realizar otras actividades o colocar objetos.
2. Los que únicamente satisfacen un diseño estético y que suelen ser de tipo artesanal o decorativo
3. Árboles Solares que intentan imitar a la naturaleza o mimetizarse con ella
4. Los que solo utilizan la energía generada para iluminación nocturna
5. Aquellos árboles que tienen como propósito hacer conciencia e introducir a individuos o culturas al uso de la energía solar.

Es claro que estos grupos pueden mezclarse unos con otros, pero inevitablemente el objetivo principal de cada árbol en particular, está orientado a satisfacer una de estas necesidades o propósitos, en específico.

## 1.2. Árboles Solares para Iluminación nocturna

Este tipo de Árboles Solares son los que muestran de manera más efectiva su conveniencia y mayor propagación en la actualidad con respecto a otros diseños, ya que el uso de postes para colocar luminarias a alturas determinadas es una práctica común y necesaria, ya que estas esbeltas estructuras resultan óptimas para iluminación de áreas públicas y privadas; puentes y viaductos, complejos industriales, urbanizaciones, parques y centros comerciales, aeropuertos, terminales de transporte y carga, estadios y campos deportivos, entre otros. Mientras que la carencia de estos acarrea problemas como miedo e inseguridad en las calles, incremento en los accidentes viales, da mal aspecto a la ciudad y sus comunidades, y reduce la sensación de confort de los transeúntes.

La sustitución de postes para iluminación por árboles solares, se basa principalmente en la necesidad de reducir el consumo de energía eléctrica generada a partir de combustibles fósiles que alimentan las luminarias convencionales interconectadas a la red eléctrica, por energía generada con fuentes renovables de menor impacto ecológico, como la energía solar.

Los Árboles solares de este tipo no solo responden a una necesidad ecológica, también hay un aspecto social y cultural urbano que satisfacen con su aspecto físico, por lo que resultan principalmente atractivos en plazas públicas, calles de tránsito principalmente peatonal o en parques, ya que reducen el monótono color gris de las estructuras, vialidades y edificios que comúnmente se encuentran en el interior de las ciudades, dando un agregado de confort a sus habitantes al generar la sensación de convivencia con plantas, las cuales han demostrado que además de su belleza brindan muchos beneficios, como disminuir el estrés en las personas al contemplarlas, producir efectos psicológicos favorables, mejorar el estado de ánimo de las personas y en oficinas reducen el absentismo y aumentan la productividad.

A pesar de lo novedoso de este concepto y lo atrasado que se encuentra regularmente México en la cuestión tecnológica, en el Estado de México, en el municipio de Naucalpan como parte del programa de rescate de espacios públicos para que Naucalpan se consolide como la Ciudad Ecológica del Siglo XXI, se instaló el árbol solar "Na2Light", creado por Green Technology Solutions, con el propósito de mejorar el Deportivo Bulevares y sus alrededores en dicho municipio, con un alumbrado amigable al medio ambiente.



Figura 1.1: Árbol Solar na2light desarrollado por la compañía mexicana Energetika Technologies *Source: [http://energetika-tech.com/wordpress/esp/?page\\_id=30](http://energetika-tech.com/wordpress/esp/?page_id=30)*

En la Figura 1.1. se muestra la luminaria na2light que consta de “ramas” en cuyos extremos se encuentran sus “hojas”, mismas que generan toda la energía eléctrica que el sistema necesita para iluminar. Durante la noche, la luminaria se enciende automáticamente, apagándose al pasar el tiempo que el cliente desee.

El proyecto tuvo tal aceptación en México que si en un principio el diseño era exclusivo para espacios públicos hoy en día se cuenta con una versión tanto para casa, oficina y jardín, el cual se le nombro miniNa2light con un consumo de tan solo 17 Watts.

Sin embargo el concepto de “Solar Tree” se considera creado y por muchos concebido por el diseñador británico Ross Lovegrove, quien es precisamente uno de los gurús del diseño industrial, tenido por muchos como un visionario desde que participó en la creación del Walkman de Sony o el ordenador de sobremesa iMac de Apple.

El primer árbol solar, un cuerpo lumínico que funciona de forma autónoma gracias a sus placas fotovoltaicas y con forma vegetal, se descubrió oficialmente delante del Museo de Artes Aplicadas de Viena (MAK).

Lovegrove ha explicado que los árboles solares pretenden ser eficientes y sencillos, en los que el diseño está al servicio de la funcionalidad del objeto y cuya función no es la de ser “decorativos”.

Prueba de esto es el árbol solar instalado en Sevilla, España dentro del marco del Programa de Actuación del Plan Energético de Sevilla, la Delegación de Medio Ambiente del Ayuntamiento y a través de la Agencia de la Energía, mostrado en la Figura 1.2 para la iluminación sostenible del viario comunitario del enclave rural “Camino de la Reina”, junto a la carretera “Supernorte” en Pino Montano en el marco del Proyecto “Sevilla Ciudad Solar”.



Figura 1.2: Árbol Solar símbolo de la campaña “Sevilla Ciudad Solar”, promovida por el ayuntamiento de Sevilla *Source: [http://www.geocaching.com/seek/cache\\_details.aspx?wp=GC2NEGY](http://www.geocaching.com/seek/cache_details.aspx?wp=GC2NEGY)*

Se observa inmediatamente que no se busca una semejanza biológica en este tipo de árbol, sin embargo dado que esta zona rural es el único espacio agrícola que en la actualidad subsiste en el término municipal de Sevilla y en la que históricamente existían parcelas llevadas por colonos, aunado a que aquí viven actualmente más de 150 familias y es la única seña de identidad agrícola, este adquiere un alto valor ambiental, histórico, etnológico y paisajístico, donde una instalación convencional fotovoltaica no tenía cabida al no haber espacio disponible, por lo que se optó por una estructura singular de carácter arbóreo.

La potencia máxima instalada en dicho campo de generación es de 5.936 Wp, con una orientación Sur y una inclinación de 30° respecto al plano horizontal. La potencia a la salida de los inversores es de 5.000 W, estimándose una producción de electricidad vertida a la red de 8.000 kWh / año, lo que equivale al consumo eléctrico anual medio de cuatro hogares. Observamos a diferencia de muchos otros árboles solares para iluminación, que en este se prioriza la generación a la estética, inclinando los paneles para una óptima captación del recurso solar para una ciudad con coordenadas 37°22'59" N, 5°59'47" W y aprovechando los excedentes de generación para ser inyectados a la red eléctrica de baja tensión.

Pese a que el aspecto físico del árbol carezca de la belleza singular o artística como la de muchos otros, es compensado desde el punto de vista económico, al haberse realizado una inversión correspondiente a \$692,247 Pesos Mexicanos, y que los ingresos por la venta de la electricidad producida se estimen en \$52,755 Pesos Mexicanos/año, esto implica que en tan solo 13 años se habrá pagado el sistema, si se consideran los paneles con una vida útil de 25 años se obtendrán ganancias de \$633,062 Pesos Mexicanos.

### 1.3. Árboles Solares de promoción fotovoltaica

Los árboles solares que sirven para incentivar a la gente a acercarse a la tecnología solar, son de gran importancia para el desarrollo y propagación de las instalaciones fotovoltaicas, ya que estos ponen de manifiesto lo sencillo y factible que es el aprovechamiento de la energía solar, sirven de aparador para la tecnología y muchos de ellos incluso permiten a los usuarios una interacción más profunda con la radiación solar al proporcionar datos colectados in situ, entre otras características que hacen de estos verdaderas aulas de clase.

En la Figura 1.3 se muestra un árbol solar que sigue esta línea educativa-demostrativa, diseñado por las compañías Spotlight Solar y Bosch Solar Energy, su prototipo de árbol ecológico “Solar Tree”, consiste en un diseño en forma de uve, con un soporte central de formas escultóricas.



Figura 1.3: Árbol solar, “Solar Tree” en el museo Discovery Place. *Source:*  
<http://nomadaq.blogspot.mx/2012/03/solar-tree-arboles-solares-para.html>

Las primeras unidades de “Solar Tree” se han instalado en Discovery Place, uno de los museos de ciencia más importantes a nivel mundial, y que se ubica en la ciudad de Charlotte

en Estados Unidos. Cada estructura alcanza los 6 metros de altura y pueden ser vistos a muchas cuadras de distancia; a través de los datos de energía en tiempo real y vídeos educativos mostrados en una pantalla táctil al interior del museo, los visitantes pueden obtener información en tiempo real acerca de la producción eléctrica del sistema. Ellos descubrirán los efectos de las estaciones, las nubes y las sombras, el ángulo de la luz solar y otros factores relacionados con la energía solar.

Como se puede ver en este y muchos otros proyectos relacionados a árboles solares, el gobierno municipal o estatal es quien genera estas directrices solares como respuesta a una demanda hecha por un sector de la sociedad ambientalmente consciente.

Todos estos proyectos representan un activo en el largo plazo al plantar la semilla para un futuro creativo, al mismo tiempo que promueven el uso de fuentes limpias de generación de energía. Es necesario y se puede conseguir mediante estos proyectos, crear canales para que las futuras generaciones encuentren soluciones a la contaminación del planeta ayudando a reducir el “efecto invernadero”, contaminación por mercurio, lluvia acida, deforestación y una variedad de amenazas nucleares.

## 1.4. Árboles Solares Mimetizantes

Los Árboles Solares Mimetizantes buscan una morfología similar a la que se encuentra en la naturaleza, o imitar patrones de crecimiento en las plantas

Este grupo es de los más interesantes por que requieren de una complejidad y sensibilidad para abordar el proyecto importante, ya que pueden ser fuertemente criticables y económicamente poco atractivos, sin embargo evalúan aspectos biológicos de optimización en la absorción del recurso solar, buscan reducir la contaminación visual de las instalaciones y al igual que la gran mayoría de los árboles promueven la generación de energía verde.

Pese a que el elemento artesanal o artístico no es el más importante, se le tiene un especial cuidado al resultado físico del proyecto pudiendo ser este el factor más importante y que a su vez aumente en mayor medida los costos de fabricación del árbol.

Dentro de esta categoría cabe señalar uno de los proyectos más recientes del MIT, en colaboración con Aydan Dwyer quien analizó el patrón de crecimiento de las plantas y ciertas especies arbóreas, encontrando que sus ramas y hojas crecen bajo una secuencia determinada para cada especie; estas tienen un orden o patrón de crecimiento ligado a la sucesión Fibonacci, la cual inicia con 0, y a partir de ahí cada elemento, es la suma de los dos an-

teriores(0,1,1,2,3,5,8...); el proyecto Dwyer pretendía que con una orientación y colocación determinada de las celdas, se aumentará la eficiencia del sistema fotovoltaico, cuestión que no se logro, sin embargo atrajo la atención y el financiamiento de distintos sectores, pudiendo así llevar a cabo el árbol que se muestra en la Figura 1.4. en colaboración con el MIT.



Figura 1.4: Aydan Dwyer y el árbol solar construido en colaboración con el MIT que sigue patrones de Fibonacci *Source:*<http://www.demandenergyequality.org/solar-tree.html>

La suposición de un aumento en la eficiencia usando los patrones existentes en la naturaleza se entiende por la eficacia que tienen las ramas y las hojas de las plantas para atrapar el máximo de luz solar posible de acuerdo a la forma en que se distribuyen alrededor del tallo. Si uno mira un poco en el jardín, encontrará que no hay plantas en que las hojas se encuentren una justo en la vertical de la otra. En general, las hojas nacen siguiendo una espiral alrededor del tallo. Fijemos nuestra atención en una hoja de la base del tallo y asignémosle el número cero. Luego, contemos cuántas hojas hay en el tallo hasta encontrarnos directamente sobre la hoja “cero”. Veremos que en la mayoría de las plantas este número pertenece la sucesión de Fibonacci. Además, si contamos cuántas vueltas dimos antes de obtener la superposición de las hojas, nuevamente se obtiene un número de la sucesión de Fibonacci.

Los árboles solares que buscan la mimetización tienen como barrera la morfología de sus hojas, para lo cual en el Instituto Nacional de Ciencia y Tecnología Industrial avanzada (AIST, por su siglas en inglés), junto con Mitsubishi Corp. y Tokki Corp. se desarrolló un módulo en forma de hoja mostrado en la Figura 1.5. de color verde brillante con celdas orgánicas de película delgada.

Esta tecnología está basada en un sustrato plástico, una capa de Ftalocianina, una capa



Figura 1.5: Hojas solares y planta solar diseñada por el Instituto Nacional de Ciencia y Tecnología Avanzada, Mitsubishi Corp. y Tokki Corp. <http://www.ecofriend.com/aist-develops-solar-cell-panels-that-look-like-a-real-leaf.html>

Fullerana (una forma pura de carbón) y en ocho células solares de  $7.5\text{cm}^2$  conectadas para crear en total un módulo de  $60\text{cm}^2$ . Finalmente una capa protectora hace que no entre oxígeno ni agua a las células. Como se observa la integración de este tipo de tecnologías en conjunto, pueden dar lugar a árboles solares realmente semejantes a los que se observan en la naturaleza y satisfacer mercados como el arquitectónico, ambiental, energético, educativo, etc.

## 1.5. Árboles Solares Artísticos y Ornamentales

Galeno definió el arte como aquel conjunto de preceptos universales, adecuados y útiles que sirven a un propósito establecido. Los árboles solares que se incluyen en esta categoría son todos aquellos cuyo propósito es el de impresionar a los observadores de estos ya sea con su complejidad, belleza o la disposición artística de sus componentes, teniendo en cuenta el principio fundamental del árbol solar, que se basa en la inclusión de uno o más postes y la utilización de tecnología fotovoltaica.

En estos árboles se pone a prueba el ingenio de sus creadores en obras o proyectos que llevan integradas tecnología de punta usualmente como decoración del árbol o realce de sus elementos estéticos y que no preceden a un objetivo funcional.

SonUmbra es uno de los árboles solares que caen dentro de esta categoría. Compuesto por hilos de tela de emisión de luz tejida en una red translúcida de ramas, cuenta con un dosel compuesto de paneles fotovoltaicos que capturan la luz durante el día, y una vez empiece a oscurecer, el árbol destella en un floreo interactivo de luz y sonido.



Figura 1.6: Árbol Solar Sonumbra luminisciendo en la obscuridad de una sala  
<http://www.annacarnick.com/2009/09/30/a-marriage-of-science-design-loop-ph/>

Diseñado por Loop.PH, la “Sombra sónica de la luz” mostrada en la Figura 1.6. se quiere para ser “plantada” en áreas remotas, donde ofrezca el refugio del sol durante el día y sirva como un lugar de encuentro o convivencia para la comunidad local por la noche.

Sonumbra es construida a partir de una tela de emisión de luz que se trabaja en una celosía de fibras electroluminiscentes. A medida que el transeúnte se mueve alrededor del árbol solar, la instalación realiza un intercambio de luz y sonido.

Cabe señalar que la conjunción de tecnologías como las celdas orgánicas flexibles, la tela luminiscente y efectos de sonido, son cuestiones de índole decorativa únicamente; que sin embargo han requerido cada cual un alto grado de investigación y desarrollo, tanto del diseñador como del trabajo en conjunto con Riso DTU, el Laboratorio Nacional para la Sustentabilidad Energética en Dinamarca. El árbol a pesar de que luminesce, no es diseñado para cumplir las normas de iluminación de calles, avenidas o plazas, sino para fungir como un fácilmente identificable (punto de reunión), similar a lo que es la Estela de Luz en la Ciudad de México.

En todos los proyectos se hace presente que si la eficiencia es por mucho el objetivo más importante, la belleza estética esta en un cerrado segundo lugar. El árbol solar “Photosynthesis” diseñado con fines artísticos de Akihisa Hirata, se muestra en la Figura 1.7. en este árbol solar se combinan principios de arquitectura moderna y tecnología fotovoltaica, para luego ser expuesto en la Exposición de Arquitectura Bienal de Venecia 2012 en el pabellón Japonés.



Figura 1.7: Árbol Solar artístico “Photosynthesis” de la diseñadora Akihisa Hirata <http://www.earthtechling.com/2012/05/solar-panel-tree-a-clean-energy-piece-of-art/>

El árbol utiliza un arreglo tridimensional de celdas fotovoltaicas colocadas en hojas de policarbonato; una esfera de lámparas LED generan flores que se reflejan en las superficies del pabellón en la noche. Ambos son esfuerzos de carácter artístico por embellecer o dar singularidad a la obra.

En estos proyectos la utilización de tecnología de punta va mas de cara a la flexibilidad que ofrecen las celdas de mayor eficiencia en su colocación al ser de dimensiones menores o materiales flexibles, y no por que ofrezcan una generación mayor de energía eléctrica, ya sea para ser inyectada a la red o suministrar a los equipos de iluminación la potencia necesaria para satisfacer niveles de iluminación para una óptima visión, identificación de colores u objetos, o simplemente sensación de confort.

## 1.6. Árboles Solares de Inyección a la red

En general se han mostrado Árboles Solares estéticamente muy atractivos, con diseños modernistas e innovadores, sin embargo en este grupo lo que más importa es la cantidad de energía que producen, algunos son diseñados con mucho cuidado para que se realcen o se creen semejanzas arbóreas pero dicha característica es prescindible. Se hace especial énfasis en los componentes y particularidades de este grupo en especial, dado que en este cae el árbol que se diseño y se requiere la comparación tanto en similitudes como en mejoras con otros de su clase.

Una característica de este género además de aportar parte o su totalidad de energía a la red eléctrica es la inclinación de sus módulos para obtener la máxima eficiencia en captación solar optimizando el ángulo a la latitud del lugar, similar a como se instalan los sistemas fotovoltaicos convencionales.

Son regularmente los de mayor sencillez pero también los que mayor energía producen, se instalan en estacionamientos cumpliendo mas de una función, proteger de la lluvia a los conductores que se bajan de sus vehículos, proteger del sol a los autos y generar energía limpia, en un área que usualmente se utilizaba solo para estacionar vehículos; ahora dicha área se vuelve productiva y símbolo de empresas como Google, empresa que instala actualmente en uno de sus complejos una inversión de \$4,209 millones de Pesos Mexicanos en paneles fotovoltaicos, con una capacidad total de 1.6 megawatts, suficientes para suministrar alrededor del 30 % de la energía estimada para satisfacer las necesidades del complejo.

En este tipo de proyecto la reducción en emisiones de CO<sub>2</sub> se espera sea de 1.63 millones de kg/año (equivalente a 6.89 millones de kilometros recorridos por un automóvil al año). Para maximizar la producción de energía literalmente se buscaron todas las superficies disponibles y eventualmente fueron instalados 18,302m<sup>2</sup> de paneles solares.

Obsérvese en la Figura 1.9, el estacionamiento ubicado en el lado izquierdo; la cantidad de metros cuadrados que se aprovecho con este tipo de sistemas, nos hace pensar en la cantidad de espacios que se desperdician en estacionamientos de supermercados, plazas comerciales, cines, etc. Y como se menciona un principio estos pueden inyectar la totalidad de su energía a la red eléctrica o parte de esta. Ahora bien si pensamos en un futuro sustentable, donde se hace evidente la idea de utilizar vehículos eléctricos que se recarguen en estaciones ubicadas estratégicamente, y que generen su energía a partir de fuentes renovables, la compañía Envision Solar diseño el denominado “Solar Tree Structure”, mostrado en la Figura 1.10.

Cada árbol es capaz de cargar completamente seis vehículos eléctricos al día haciéndolos libres de emisiones, proporcionar sombra para seis espacios de estacionamiento. Aunque se



Figura 1.8: Árboles Solares en el estacionamiento de las oficinas centrales de Google, en Mountain View California <http://www.treehugger.com/clean-technology/googles-solar-trees-due-to-bloom-this-spring.html>



Figura 1.9: Vista área tridimensional de las oficinas centrales de google, en California. Se muestra, el área ocupada por instalaciones fotovoltaicas. <http://www.treehugger.com/solar-technology/google-ends-search-for-corporate-alternative-energy-source.html>



Figura 1.10: Arreglo de Árboles Solares para estacionamientos, en la Universidad de California, San Diego <http://envisionsolar.com/solar-tree-array/>

comentó que regularmente buscan la máxima captación solar en estos diseños la orientación puede ser limitada por los objetos que se deseen ubicar bajo la instalación como lo es en esta estructura, donde Envision solar las fabrica a  $15^\circ$  de inclinación sin importar la latitud en la que se instalen, puesto que gran parte del propósito es cubrir del sol o la lluvia lo mas que se pueda, pero este ángulo de inclinación de la estructura, si se instala por ejemplo en una ciudad ubicado en Canadá como Montreal con latitud de  $45^\circ\text{N}$ , puede no ser optima como se mostrará en la Figura 1.11..

Haciendo uso del software Optired, ajustando la latitud a  $45^\circ$  y haciendo un análisis anual (de enero a diciembre), el programa señala que la inclinación optima se obtiene a los  $32^\circ$  y que las perdidas por una inclinación deficiente serian de 4%; asumiendo una correcta orientación respecto al sur geográfico (esto significa tener un azimut de  $0^\circ$ ), implica la necesidad de orientar correctamente no solo las estructuras o los árboles fotovoltaicos, sino también los edificios a su alrededor y el estacionamiento, si se piensan colocar árboles de este tipo o si se quiere obtener la máxima potencia generada de estos.

Lo anterior expuesto sirve como parámetros y focos de atención donde se pretende mejorar con una propuesta alternativa, la captación de radiación solar en un área limitada; el primer avance se obtendrá con la captación volumétrica de la energía solar, esto es buscar

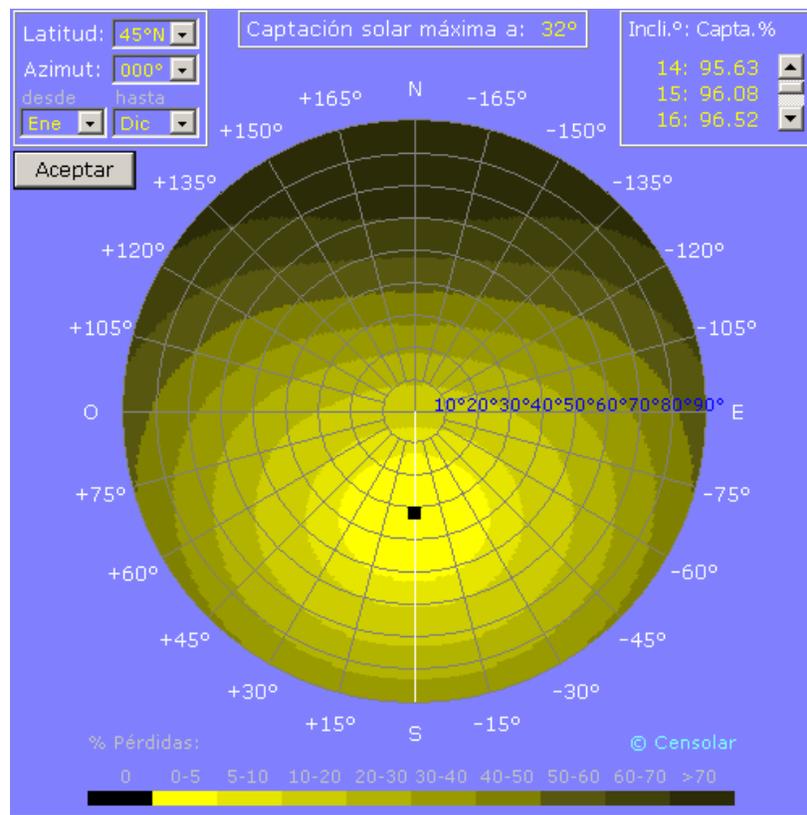


Figura 1.11: Simulación anual con Optired para una instalación realizada en Canadá

superficies tridimensionales que capten la mayor cantidad de energía solar, aumentando el área de captación, dicho análisis se desarrollara en el capítulo siguiente.

## Capítulo 2

# Diseño de la copa del Árbol

El Diseño de la copa es una de las características mas importantes en el Árbol solar, ya que de esta depende no solo la estética que pudiese tener o la filotaxia a la que pretendamos asemejarnos, sino la ganancia y/o las perdidas cosenoidales de energía, puesto que en esta área del árbol la radiación solar será la máxima que pueda obtenerse, ya que cualquier otra celda dentro o por debajo de la copa, estará en algún determinado momento del día o del año sombreada por las hojas, ramas o tronco de la estructura.

Dentro del emergente mercado de árboles solares, la compañía Artemide en colaboración con el diseñador Britanico Ross Lovegrove quien es ademas un renombrado biólogo evolucionista, desarrollaron y actualmente comercializan el Árbol Solar para iluminación nocturna, de nombre “Solar tree”. Al final de la hoja de especificaciones de este producto que se muestra en la Figura 2.1., se deja ver la forma de su copa, el área que esta ocupa, y la inclinación de sus módulos.

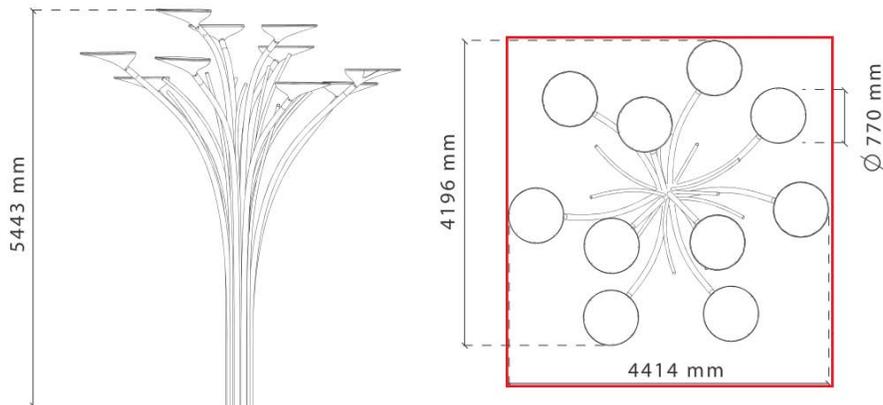


Figura 2.1: Información Técnica de la coapa de un árbol solar comercializado por Artemide que muestra la Vista área y lateral de este *Source: <http://www.artemide.com>*

Se puede observar, como si bien los módulos se encuentran a diferentes alturas, todos son planos y carecen de inclinación, por lo que se puede considerar un árbol de copa plana, este ocupa un área mínima a ras de piso de tan solo los diez postes de 70 mm que sostienen las celdas (empaquetados en un círculo da un área de  $0.264m^2$ ). Sin embargo en la vista aérea de la Figura 2.1 se observa que se presentan espacios donde no hay captación de energía solar entre los receptores circulares. Si utilizamos, el área del rectángulo rojo en dicha figura, cuyas dimensiones señala la hoja de especificaciones en esta vista, dicha área sería de  $18.52m^2$  y si cada círculo tiene un área de  $0.466m^2$ , quiere decir que solo el 25.14 % del área elevada fue aprovechada.



Figura 2.2: Arbol Solar “Solar Tree” diseñado por Ross Lovegrove comercializado por la compañía Artemide *Source: <http://www.ecofriend.com/entry/solar-trees-for-european-streets/>*

En la Figura. 2.2 se muestra una imagen real de este mismo árbol de copa plana y como en el capítulo anterior se menciona, este tipo de árboles que tienen como función principal fungir de alumbrado público, y que debajo de las celdas se encuentran lamparas, (en este caso dispositivos LEDS) para iluminar las calles o avenidas; si bien cuentan con un diseño urbano bastante estético y funcional, aquí la energía generada, no se pretende enviar a la red eléctrica directamente o no es la prioridad del diseñador, y gracias a que los LEDS son dispositivos de muy bajo consumo, la optimización en el área de captación, se ve reducida a satisfacer la excasa demanda eléctrica que consumen los LEDS durante la noche.

Este es un caso de nicho y en el se encuentra presente la necesidad de complementar los diseños con estética o arte, así como integrarles la conciencia sustentable que se genera en la actualidad, pero en ningún momento se menciona la eficiencia por lo menos en captación.

Sin embargo en este proyecto es lo que realmente nos incumbe, en este apartado nos enfocaremos a la optimización del espacio para obtener la máxima absorción de la energía incidente; para lo cual se requiere como consideración básica, conocer dada una coordenada específica en la esfera terrestre, el comportamiento que tendrá la radiación solar incidente durante todo el año; aunque también cabe aclarar que actualmente si existen árboles solares para iluminación a los que se les pueden variar el ángulo de sus celdas, dependiendo la ubicación geográfica donde se instalen, pero siguen teniendo como principal objetivo alimentar solo una pequeña carga, por lo que no se preferencia en la mayoría de los casos, el área efectiva de incidencia, sino la estética del luminario, del poste, el tipo de lámpara o su semejanza con ciertas plantas.

La oportunidad que tienen los árboles solares en este nicho como se vio en el capítulo anterior, recae en que los espacios públicos, las vialidades, las calles, etc., requieren de iluminación nocturna, y con el crecimiento de las ciudades lo seguirán haciendo; así una contribución como la que propone Ross Lovegrove, puede servir también para inyectar energía limpia a la red y reducir nuestras emisiones de CO<sub>2</sub>. Podemos también ver como el incremento de la densidad poblacional en las ciudades, limita el espacio de instalación que uno podría tener contemplado para satisfacer las demandas energéticas de una casa, departamentos, oficinas o cualquier otro inmueble.

Los espacios se han ido reduciendo y obstaculizando, es por esto que ya no se puede pensar que todas las nuevas instalaciones fotovoltaicas con las que pretendemos aminorar el cambio climático se harán en techo, ya que la población rural tiende a migrar a zonas urbanas donde los precios de una casa son muy elevados respecto a un departamento y el techo de estos puede no tener el área suficiente para satisfacer la demanda. En estas circunstancias una instalación a ras de piso convencional tampoco sería del todo conveniente, ya que puede en la mayoría de las instalaciones, sería casi imposible evitar que alguna casa, edificio o anuncio publicitario sombree parcial o completamente el arreglo, reduciendo la intensidad de radiación a niveles mínimos de generación, y para los cuales no hayan sido seleccionadas las celdas que puedan trabajar bajo estos niveles de irradiancia, por lo que la poca energía que estas generan podría no ser suficiente para satisfacer las especificaciones y puntos de operación de un dispositivo de acoplamiento de energía previamente seleccionado.

Aunado a lo anterior, las horas de radiación en el área pueden ser mínimas o verse limitadas, dependiendo de la orientación, ubicación y altura de los obstáculos circundantes. Incluso los techos pueden estar ya ocupados por otras tecnologías de aprovechamiento solar como calentadores solares y por contenedores de agua; también cabe hacer mención que no todos los techos son precisamente planos en distintas partes del mundo, ni lo suficientemente fuertes para sostener el peso de las instalaciones fotovoltaicas, o a la estructura de compensación para el ángulo óptimo de inclinación de los paneles; por último y no menos importante para las áreas de desarrollo de vivienda y edificaciones, algunas instalaciones pueden romper con

los modelos arquitectónicos establecidos para dichos inmuebles o ser de difícil adecuación a las fachadas.

## 2.1. Copa bidimensional vs tridimensional

En este apartado se demostrará la viabilidad del diseño de una copa no plana o tridimensional; ya que efectivamente presenta ventajas el uso de una copa horizontal, dentro de ellas esta la posibilidad de captar la radiación solar en todas las celdas desde el amanecer hasta el atardecer, bajo el mismo ángulo de incidencia y con la misma intensidad, lo cual específicamente en la tecnología fotovoltaica aminora los desacoplamientos de voltaje y puntos calientes. Sin embargo el mayor aliciente de cambiar este concepto, es el de aprovechar la mayor cantidad de radiación solar aumentando el área de captación.

“Los pocos reportes que hemos encontrado que incluyen información apta para la comparación, han mostrado que extensiones verticales de copas fotosintéticas de plantas, conducen a un incremento en el rendimiento de estas”.

(Lawrence & B. 1965)

Para entender las ventajas o desventajas que se tienen al utilizar uno u otro tipo de copa, hay que recordar como incide la radiación solar sobre la tierra, ya que a diferencia de muchos energéticos convencionales y en similitud con la mayoría de los renovables, esta es de tipo intermitente y variable en el tiempo. Esto se debe en primera instancia a las variaciones anuales que recibe un captador solar cualquiera sobre la superficie terrestre, resultado del movimiento de ambos astros que lleva a la separación o distanciamiento entre los mismos. John A. Duffie (2006) señala dos ecuaciones para calcular la radiación extraterrestre que incide sobre un plano normal a la dirección de los rayos solares; se elige la siguiente para los cálculos que se realicen en este y otros apartados.

$$G_{on} = G_{sc}(1.00011 + 0.034221 \cos B + 0.00128 \text{ seno } B + 0.000719 \cos 2B + 0.000077 \text{ seno } 2B) \quad (2.1)$$

La constante  $G_{sc}$  tendrá el valor de  $1367W/m^2$ , para calcular este valor basta con dividir el flujo energético que emite el Sol por la relación de áreas entre la superficie del Sol(  $r_s$  con el radio solar) y la de una esfera situada a la distancia  $a_o$  (una unidad astronómica) del mismo. Para obtener este valor, que en la práctica está medido por satélites, se debe usar como temperatura efectiva ( $T_{eff}$ ) del Sol el valor 5776 K. En la ecuación la constante  $B$  se calcula mediante la siguiente ecuación.

$$B = \frac{360(n-1)}{365} \quad (2.2)$$

Donde  $n$  es el día del año y es así como se incluyen los efectos debido a la traslación de la tierra que afectan a la intensidad de la radiación, sin embargo aún falta considerar los efectos o las pérdidas originadas por la dispersión y absorción que tienen los rayos solares al cruzar la atmósfera, y que conllevan a variaciones instantáneas y diarias debido a los cambios de masa de aire. Se ocuparan estimaciones a cielo abierto de la irradiancia directa, descritas por Hottel (1976) y que consideran las variaciones tanto del ángulo cenital como las de altura solar para atmósferas estandarizadas y cuatro tipos de clima, la transmitancia de la atmósfera es posible calcularla de la siguiente manera.

$$\tau_b = a_0 + a_1 \exp(-k/\cos\theta_z) \quad (2.3)$$

Las constantes  $a_o$ ,  $a_1$  y  $k$  para la atmosfera estándar con 23 km de visibilidad son encontradas por medio de  $a_o^*$ ,  $a_1^*$  y  $k^*$ , las cuales se dan para altitudes menores a 2.5 km en las ecuaciones siguientes

$$a_o^* = 0.4237 - 0.00821(6 - A)^2 \quad (2.4a)$$

$$a_1^* = 0.5055 + 0.00595(6.5 - A)^2 \quad (2.4b)$$

$$k^* = 0.2711 + 0.01858(2.5 - A)^2 \quad (2.4c)$$

Aquí  $A$  es la altitud que tiene el lugar donde se lleva a cabo la instalación o donde está colocado el captador solar, también Hottel incluyo factores de corrección para  $a_o^*$ ,  $a_1^*$  y  $k^*$

$$r_o = \frac{a_0}{a_o^*} \quad , \quad r_1 = \frac{a_1}{a_1^*} \quad , \quad r_k = \frac{k}{k^*} \quad (2.5)$$

En la tabla se muestran los valores de  $r_o$ ,  $r_1$  y  $r_k$ , para los cuatro tipos de clima

Tabla 2.1: Factores de corrección por tipos de clima

Tipo de Clima	$r_o$	$r_1$	$r_k$
Tropical	0.95	0.98	1.02
Latitudes Medias en Verano	0.97	0.99	1.02
Subartico en Verano	0.99	0.99	1.01
Latitudes Medias en Invierno	1.03	1.01	1.00

Luego entonces la irradiancia normal directa para un cielo despejado es la irradiancia extraterrestre con la afectación específica del tipo de atmosfera que atraviese

$$G_{cnb} = G_{on}\tau_b \quad (2.6)$$

Sin embargo la irradiancia que incide sobre una superficie horizontal se muestra en la Ec. 2.7 es la proyección ortogonal de esta irradiancia sobre un plano, esta proyección se hace en función de un ángulo  $\theta_z$ . que representa la posición del sol relativa a la normal local.

$$G_{cb} = G_{on}\tau_b\cos\theta_z \quad (2.7)$$

En esta ecuación se observa como la irradiancia que incide sobre una superficie plana y horizontal, incrementa su magnitud en función al  $\cos\theta_z$  y ya que este valor solo varía entre 0 y 1, el valor máximo que podría alcanzar es el de la radiación directa, que se da solo en el medio día solar y nunca puede exceder esta.

En base a lo anterior se observa que el parámetro más importante cuando se trate de absorber energía solar es el área de nuestro captador solar, si; pero también el área con la que se cuenta para hacer una instalación, y no necesariamente esta área debe ser plana y precisamente esto es lo que se propone, ya que el área que ocupa una superficie volumétrica puede ser igual en extensión horizontal pero mayor que la de una superficie plana, con la misma base.

El concepto volumétrico de captación por si solo ya implica un incremento en la energía absorbida, simplemente porque el área de la proyección ortogonal en los valores máximos de  $\theta_z$  (menores a  $90^\circ$ ), no tiene por qué ser la menor respecto a otras horas del día, como sucede con un colector horizontal, ya que aquí depende de la altura del receptor y así el área de captación será correspondiente si al ángulo de  $\theta_z$ , pero no al coseno de este directamente.

En la Figura 2.3 se muestra una esfera en representación a la superficie volumétrica de la que se hablaba anteriormente (sin ser esta la mejor opción), como se puede observar la esfera es atravesada por diferentes planos con una pendiente de  $20^\circ$ ,  $40^\circ$ ,  $60^\circ$  y  $80^\circ$ , cada plano representa la posición del sol a una determinada altura solar, estos intersectan a la esfera justamente en el centro, dejando expuesta toda una cara de esta a la radiación solar y en "obscuridad" (suponiendo que no tenemos radiación difusa) la otra cara. Como se puede observar un proyección ortogonal de esta radiación incidente sobre una cara de la superficie esférica, será precisamente el área transversal definida por el disco que forma la intersección entre el plano y la esfera.

Este disco que pertenece a la intersección de la esfera y cualquiera de los cuatro planos anteriores, se puede observar en la Figura 2.4, y el hecho de que pueda ser cualquier plano se debe a que el área transversal de esta superficie en particular es independientemente del ángulo cénital, ya que el área de incidencia en esta superficie se mantendrá constante debido a sus características simétricas, por supuesto hablamos de ángulos menores a  $90^\circ$ , puesto que

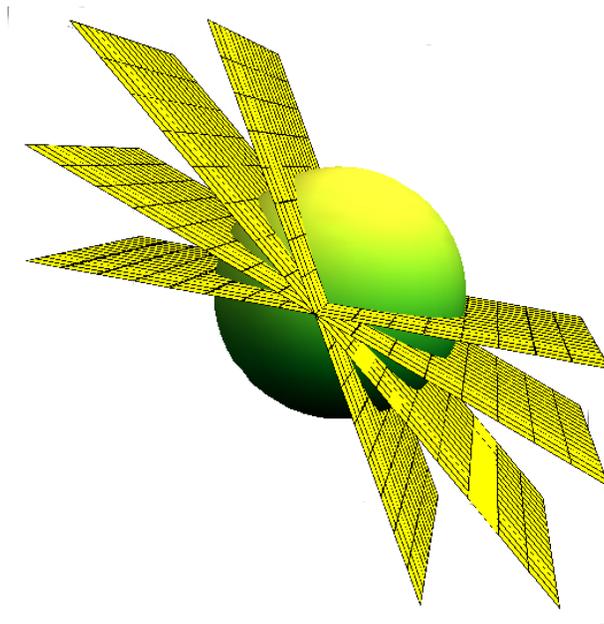


Figura 2.3: Superficie esférica atravesada en su centro por planos a  $20^\circ$ ,  $40^\circ$ ,  $60^\circ$  y  $80^\circ$

los planos representan trayectorias solares vistas por un observador en la tierra. Los cuatro círculos de la derecha representan una placa plana horizontal y una reducción en su área efectiva de captación a modo de ejemplificar las pérdidas de energía captada por la componente cosenoidal de la radiación directa, para ángulos de  $\theta_z$  iguales a la pendiente de los planos que cortan a la esfera.

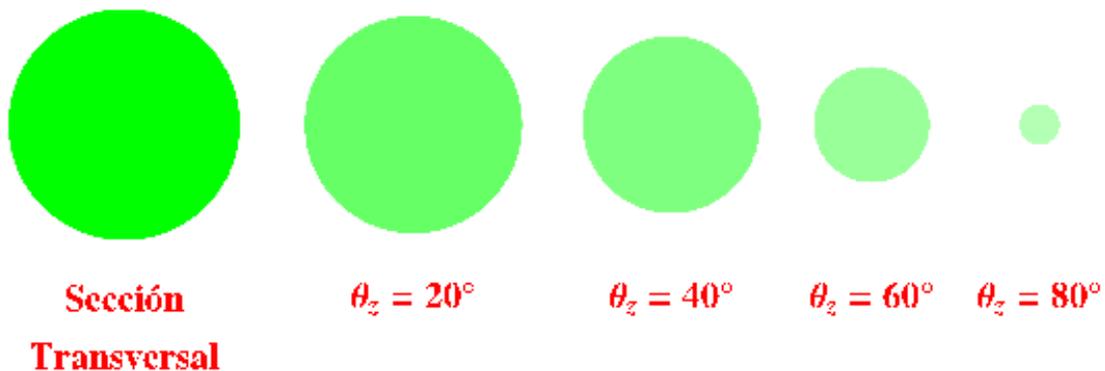


Figura 2.4: Superficies circulares: Sección transversal de la esfera y reducción cosenoidal en área de una placa horizontal, debido a la proyección cosenoidal de  $\theta_z$  para  $20^\circ$ ,  $40^\circ$ ,  $60^\circ$  y  $80^\circ$

Como se puede observar se tienen pérdidas considerables en la captación solar, en la debida proporción que el sol no llegue al cenit, donde alcanzara su máxima incidencia para la

superficie plana y horizontal, mientras que en la esfera se mantiene siempre esta relación de uno a uno con la radiación directa, pero esto es visto solo desde el punto de vista vectorial, ya que la radiación del sol varía a lo largo del día no solo por su trayectoria y variaciones en distancia con la tierra y el sol, si no tambien por la cantidad de masa de aire que atraviesan estos rayos, la cual dependerá como ya se vio de factores locales y propios de la latitud. Para evaluaciones posteriores y dejar en claro la dependencia que tenemos en nuestros sistemas, del movimiento diario del sol se muestra en la Ec.2.8, la forma en que varia el ángulo de incidencia, respecto al ángulo cenital, que recordemos es el complemento angular de la altura solar.

$$\cos \theta_z = \cos \phi \cos \delta \cos \omega + \text{seno } \phi \text{ seno } \delta \quad (2.8)$$

En la ecuación  $\omega$  es el ángulo de desplazamiento del sol de este a oeste del meridiano local debido a la rotación de la tierra en su propio eje  $15^\circ$  para cada hora; en nuestro análisis se utilizará este ángulo negativo antes del medio día solar y positivo para después del medio día.  $\phi$  es la latitud que indica angularmente la ubicación ya sea norte o sur del ecuador, norte positivo;  $-90^\circ \leq \phi \leq 90^\circ$ . La declinación  $\delta$  es la posición angular del sol al mediodía solar con respecto a el plano del ecuador, positivo al norte;  $-23.45^\circ \leq \delta \leq 23.45^\circ$ , esta se calcula con la siguiente ecuación:

$$\delta = 23.45 \text{ seno } \left( 360 \frac{284 + n}{365} \right) \quad (2.9)$$

Aquí se ve como se incluye el movimiento traslacional de la tierra ya que  $n$  representa precisamente el día del año para el cual se aplique la ecuación

Sin embargo la Ec. 2.8 es útil solo para una placa horizontal, donde el factor acimutal y la inclinación no tienen afectación alguna en la proporción de radiación incidente, ya que ambos son nulos. Generalmente tanto las mediciones o datos simulados por modelos se presentan para placas horizontales, por lo que no son aplicables a los modelos que se requieren estudiar a continuación aunque la mayoría de las veces es con lo único que se cuenta. Es por esto que surge la necesidad de generar herramientas que nos permitan evaluar el recurso solar captado por una superficie en correlación con los datos que se tienen para placas horizontales.

El planteamiento que se hace para estas herramientas podría parecer similar al de una placa plana con una inclinación  $\beta$ , donde  $\beta$  es el ángulo que se forma entre la placa plana inclinada, y la horizontal desde donde esta se eleva; ya que el simple hecho de aumentar los grados de inclinación y orientar la superficie correctamente, provee un incremento en la captación del recurso, para una latitud en específico, y favorece un cierto ángulo anualmente, se hace necesaria una relación que involucre ambos planos, para esto la literatura maneja diversas ecuaciones que permiten calcular un ángulo que contemple la inclinación de la superficie

con el ángulo cenital, por ejemplo John A. Duffie (2006) menciona las dos siguientes:

$$\cos \theta = \cos \theta_z \cos \beta + \text{seno } \theta_z \text{ seno } \beta \cos (\gamma_s - \gamma) \quad (2.10)$$

y

$$\begin{aligned} \cos \theta = & \text{seno } \delta \text{ seno } \phi \cos \beta - \text{seno } \delta \cos \phi \text{ seno } \beta \cos \gamma \\ & + \cos \delta \cos \phi \cos \beta \cos \omega + \cos \delta \text{ seno } \phi \text{ seno } \beta \cos \gamma \cos \omega \\ & + \cos \delta \text{ seno } \beta \text{ seno } \gamma \text{ seno } \omega \end{aligned} \quad (2.11)$$

Aquí  $\gamma$ , es el ángulo azimutal de la superficie, que es la desviación de la proyección sobre un plano horizontal de la normal a la superficie desde el meridiano local, con cero al sur, este negativo y oeste positivo;  $-180^\circ \leq \gamma \leq 180^\circ$  este ángulo es requerido en el análisis de una placa plana inclinada, ya que involucra una orientación de la superficie.  $\gamma_s$  es el ángulo azimutal solar, este de manera semejante es el desplazamiento angular del sur de la proyección de la radiación directa sobre un plano horizontal.

La inclusión de un ángulo acimutal para el cálculo de la absorción incidente en las superficies tridimensionales será prescindible, pues se busca analizar superficies de revolución, y en estas, la orientación pierde importancia porque las figuras son simétricas; de esta forma resulta relativamente sencillo observar si a un determinado incremento en la altura de la superficie, realmente se obtiene una mayor ganancia de captación energética para una determinada área. Para ello se requiere derivar ecuaciones que conlleven al cálculo de la energía captada en función de la altitud solar, cuyo comportamiento es cambiante de manera diaria, con variaciones en el año y dependiente también de las coordenadas geográficas donde se localice el sistema. Dentro de las superficies seleccionadas se han considerado, un cono, un paraboloide de revolución, un semiesferoide, una semiesfera y una esfera.

## 2.2. La esfera

Ya que la forma en la que incide la radiación solar sobre una superficie tridimensional semejante a la copa de los árboles, no es algo en lo que se ha enfocado la ingeniería en energías renovables, los datos que se poseen referentes a este tema vienen de reportes de investigaciones en agricultura, botánica, biología, etc., y es que durante años la determinación de las propiedades geométricas y ópticas de las hojas de la vegetación, ha sido un proceso monótono e inexacto, que ha requerido de equipo altamente especializado y a su vez costoso. Así que fue necesario el desarrollo de métodos alternativos rápidos y de bajo costo que permitieran usar esta información en aplicaciones rutinarias de la transferencia radiativa en la vegetación.

De las propiedades geométricas que se buscaban obtener debido a su importancia, eran el coeficiente de extinción que define la tasa de crecimiento relativa del área foliar de la vegetación (Goudriaan y van Laar, 1994) y por tanto el potencial productivo. Mientras que de las propiedades ópticas, el albedo foliar (reflectancia más transmitancia de las hojas) es una de las variables de mayor interés, dada su relación con el estado nutricional de las hojas (Jacquemoud y Baret, 1990).



Figura 2.5: Árbol con copa esférica

La relación que tiene la fotosíntesis de las hojas en la copa depende de la reflexión, transmisión y la función fotosintética de las hojas, la posición de las hojas con respecto a la superficie horizontal y cada una de ellas, el área de la hoja por unidad de área suelo, la cantidad de radiación difusa y directa, la altura de el sol y la resistencia a la transferencia de dióxido de carbono desde el tronco hasta el aire de la copa.

El desarrollo de un procedimiento que calculase los efectos de todos estos factores impuso principalmente problemas geométricos, W.H. Terjung and Louie (1972) aproximaron las formas de algunas plantas a superficies geométricas, como la esfera, el cono, el cono invertido y el cilindro; de esta manera se puede observar la cantidad de energía que podían estas absorber, ya que la mayor parte de la tierra no está cubierta con copas cerradas o planas, donde los datos basados en mediciones horizontales pudiesen ser utilizados, entonces se precisa de una herramienta que permita utilizar esos datos y los de la radiación directa en estas superficies.

En el caso particular de la esfera, la cantidad de radiación directa que logra absorber esta superficie se describe en la Ec. 2.12, esto bajo el principio que se mencionó anteriormente; dado que la sección transversal es la proyección ortogonal de la mitad iluminada de la esfera, la radiación total recibida por la esfera sería la siguiente:

$$I_{b_{esfera}} = I_b \pi r^2 \quad (2.12)$$

## 2.3. Semiesfera

En el análisis que hizo W.H.Terjung and Louie (1972), esta superficie no fue incluida, por razones que se desconocen o quizás se trivializaron debido a su semejanza con la esfera, sin embargo la investigación va orientada a la comparación de las superficies mencionadas a analizar, como se verá mas tarde el autor concluye que bajo la misma área volumétrica la esfera no fue la de mayor captación y esto se debe en parte a que ajusta los valores del área, para que todas las figuras tenga la misma, en el caso que aquí se trata es bastante conveniente realizar una comparación similar ya que precisamente el área de la superficie equivaldría a una cantidad finita de celdas fotovoltaicas que se instalarán, entonces esto pretende arrojar la superficie geométrica mas eficaz en la captación solar.

Si consideramos como área efectiva la proporción de radiación directa que logra o no absorber una superficie geométrica, se puede ver por que es que la esfera no da tan buenos resultados, y es que si bien su proporción es siempre constante por su simetría esférica, esa misma simetría requiere mucha área para satisfacer a todos los ángulos de elevación del sol por igual, característica realmente inconveniente en la aplicación, puesto que ángulos de 90° sólo se dan ciertos días al año en ciertas latitudes y un corto periodo de tiempo.

La semiesfera por su parte adquiere la misma área efectiva que la esfera solo a los 90°, teniendo este valor como máximo y este puede solo presentarse en el medio día solar, sin embargo en el ángulo de elevación mas bajo se ilumina tambien sólo la mitad de la semiesfera dicha área efectiva puede verse como la mitad del área de un circulo de esa sección transversal, este valor se tomara como mínimo aumentando en transcurso del día hasta al llegar al máximo en los 90° y volverá a reducirse a medida que su altitud baje otra vez y el sol termine de ocultarse. De esta deducción se desprende la ecuación siguiente para el área efectiva de la semi esfera.

$$\begin{aligned} A_o &= \frac{\pi r^2}{2} + \frac{1}{2}(\pi r^2 \text{ seno } \theta) \\ &= \frac{\pi r^2}{2}(1 + \text{seno } \theta) \end{aligned} \quad (2.13)$$

En la Figura 2.6 se hace un comparativo entre el área efectiva de la semiesfera de color azul, la de la esfera de color rojo y la de un circulo plano o disco de color verde, todos con

una misma área superficial, dada esta condición cada uno tendrá un radio diferente.

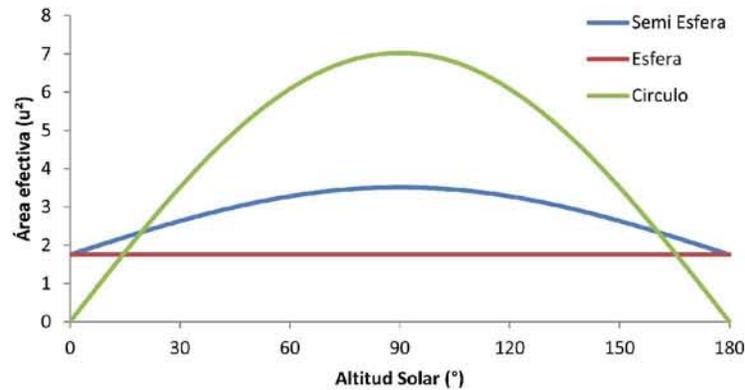


Figura 2.6: Área efectiva de una esfera, un disco y un esferoide, todos con la misma área superficial

En base lo anterior la esfera, tiene un área efectiva inferior comparada a otras superficies de misma área superficial, a partir de los  $20^\circ$  de altitud solar hasta los  $160^\circ$  y fuera de este rango, la diferencia no es mayor a la que ocurre dentro de él. En la tabla 2.2 se muestran tres distintos casos, con combinaciones de radios y áreas, en la cual se señala la relación del **caso 1** que es la que lleva a esta conclusión.

Tabla 2.2: Relaciones de radio y área para un Disco, Esfera y Semiesfera

Superficie	Caso 1		Caso 2		Caso3	
	Area ( $u^2$ )	Radio (u)	Area ( $u^2$ )	Radio (u)	Area ( $u^2$ )	Radio (u)
Disco	7.025	1.495	7.025	1.495	3.512	1.057
Esfera	7.025	0.747	28.099	1.495	7.025	0.747
Semi-esfera	7.025	1.057	14.049	1.495	7.025	1.057

A continuación en la Figura 2.7, se analiza el **caso 2**, en este todos tienen el radio del disco (1.495 u); se ve claramente como aumenta el área superficial de las otras dos superficies, y si bien esto implica una mayor cantidad de celdas fotovoltaicas para nuestro caso de estudio, también implica un incremento en la captación dentro de un mínimo de área.

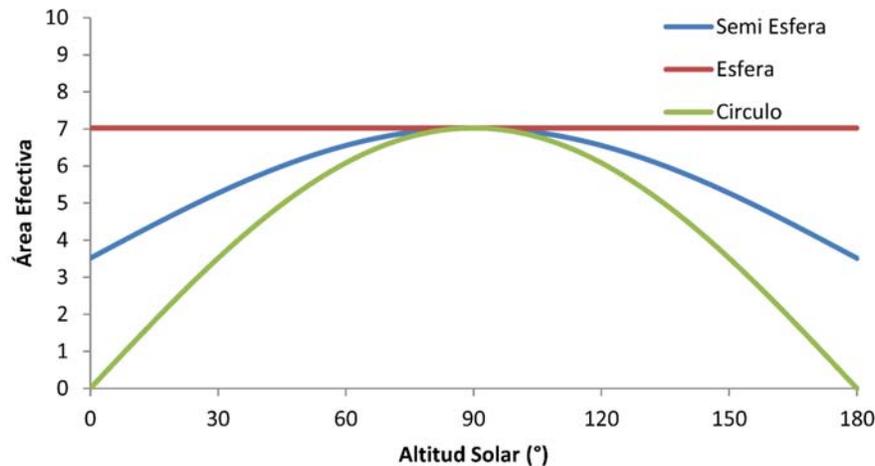


Figura 2.7: Área efectiva de una esfera, un disco y un esferoide, todos con el mismo radio

El último caso representado en la Figura 2.8 y con el que se pretende hacer los análisis posteriores, es que las superficies volumétricas tengan la misma área entre si, ver como les afectan las variaciones en el ángulo de incidencia y cual de ellas tiene la mayor área efectiva, esto corresponde al caso 3, y en este el radio del círculo se iguala al radio de la semiesfera que es precisamente el mas grande

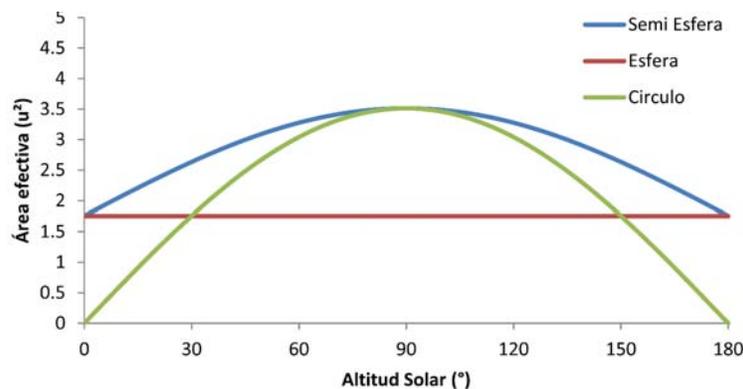


Figura 2.8: Área efectiva de una esfera, semiesfera y un disco, los dos primeros con la misma área superficial y el disco tiene el mismo radio que la semiesfera

En la Figura 2.8 se observa como la semiesfera con la misma área superficial que las otras dos superficies, o el mismo número de celdas fotovoltaicas que la esfera y del círculo, llega a tener un área efectiva superior desde los 0° hasta los 180°. Esto implica una reducción en el número de celdas para la instalación de la semiesfera respecto a la esfera, y una mayor optimización del espacio respecto de la superficie plana.

## 2.4. Cono

En la Figura 2.9 se muestra un arreglo cónico fotovoltaico, con una relación de altura-radio de dos, lo relevante de esta figura es que ya no es proporcional la altura con la base y es precisamente esta característica la que lo convierte en una de las mejores opciones para ciertas latitudes. El propósito es obtener precisamente el ángulo de incidencia al cual favorece esta relación para obtener un aumento en el área efectiva.

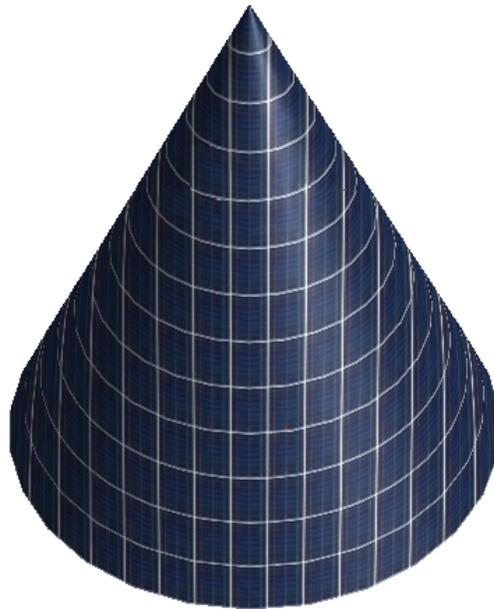


Figura 2.9: Modelo de copa cónica con celdas fotovoltaicas

La metodología para calcular el área efectiva de esta superficie la abordó Lawrence & B. (1965), donde el principal objetivo era poder analizar como variaba el área efectiva de una figura tridimensional simple, como el cono, ya que se buscaba ver la relación que tiene la absorción de la radiación solar en las copas de los árboles con su potencial productivo.

El análisis se hace entonces para un cono iluminado con radiación directa, cambiando la altura del mismo, mientras que el radio permanece constante. Esto se comparó con un círculo de mismo radio y se aplicó al modelo variaciones en el ángulo de incidencia.

Otra vez como en los casos anteriores la figura es simétrica, por lo que para calcular el área efectiva se buscó proyectar el cono sobre un plano perpendicular a la radiación directa, lo que se traduce en proyecciones de este mismo cono que varían de  $0^\circ$  a  $90^\circ$ .

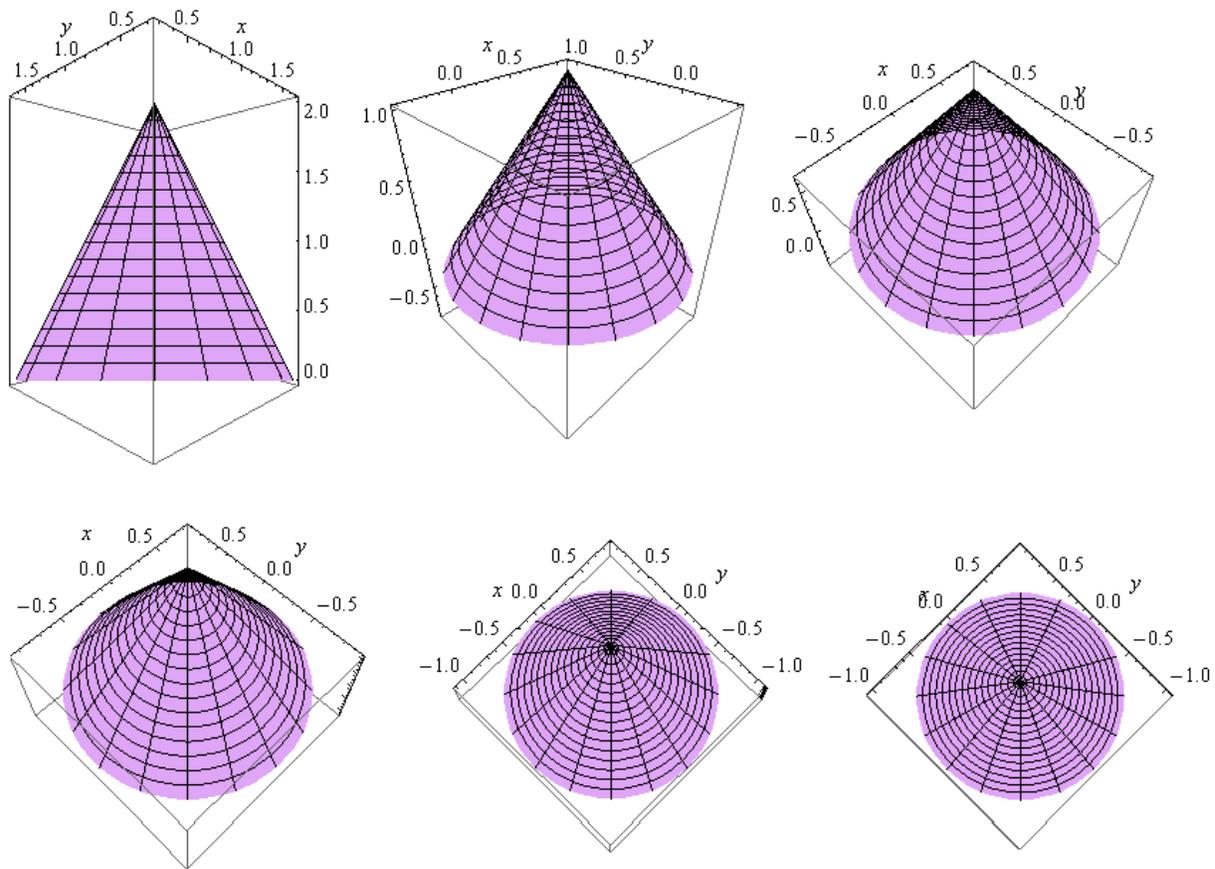


Figura 2.10: Proyecciones de un cono en diferentes planos perpendiculares a una determinada altitud solar de  $0^\circ$  a  $90^\circ$

Estas proyecciones se observan en la Figura 2.10, las cuales pueden calcularse como función de la altitud solar o el ángulo cenital; el ángulo azimutal no tiene caso que sea tomado en cuenta puesto que la proyección será la misma. Así podemos observar que al amanecer la proyección es únicamente el triángulo que se forma con la altura y el radio del cono, su área efectiva sería simplemente la de un triángulo en ese instante. Esta proyección a medida que se avanza hacia el mediodía solar redondea su base y achata la punta del triángulo, hasta desaparecer en el círculo que describe su base, así es como en el medio día solar en los equinoccios se obtiene la misma área efectiva para un círculo, una esfera, una semiesfera y un cono del mismo radio.

Para calcular el área efectiva del cono proyectaremos este en un plano  $xy$  o una proyección horizontal, como se puede ver en la Figura el área del triángulo  $T$  esta formada por  $a_1$  y  $b$ ; el área del círculo descrita por el radio  $r$  se calcula como usualmente se hace, solo que se le va a restar una sección  $S$  (área sombreada) a este, la cual es el segmento del círculo que se forma con la cuerda o secante a un ángulo de  $2\phi$  y el arco cuyos puntos extremos son los

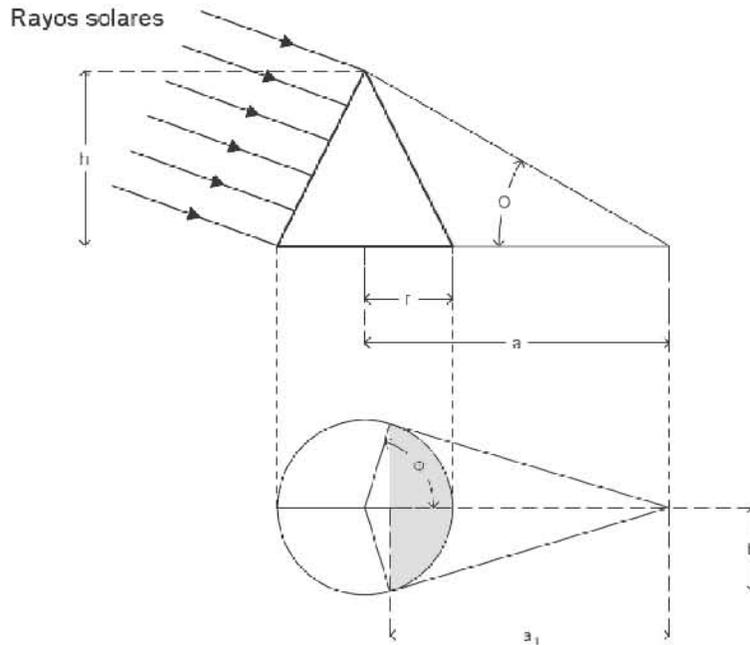


Figura 2.11: Proyección horizontal del cono en base a la dirección de los rayos solares, donde se muestran los ángulos y áreas de interés, así como su procedencia

de la cuerda. Por último hay que recordar que esta es una proyección horizontal del cono, así que para ajustar esta proyección al ángulo de incidencia de los rayos solares  $\theta$  se proyecta hacia un plano normal a estos simplemente con el seno  $\theta$ .

$$A_0 = (T + \pi r^2 - S) \text{ seno } \theta \quad (2.14)$$

Donde:

$$\phi = \cos^{-1} \left[ \frac{r}{h} \tan \theta \right] \quad (2.15)$$

$$T = r^2 \text{ seno}^2 \theta \tan \phi \quad (2.16)$$

$$S = \frac{r^2}{2} (2\theta - \text{seno } \theta) \quad (2.17)$$

A continuación se presentan graficados en la Figura 2.12, cinco conos con diferente altura y mismo radio, así como un círculo de con igual radio que los conos, esto es para hacer énfasis en el hecho de que a medida que el sol se acerca a una posición central, la proyección de los conos se va comportando como su base, sin embargo entre mas grande es la altura del cono respecto a su base, podemos ver un retraso o corrimiento de este es comportamiento ya que el área lateral del cono sigue siendo la componente principal cuando el ángulo que se forma

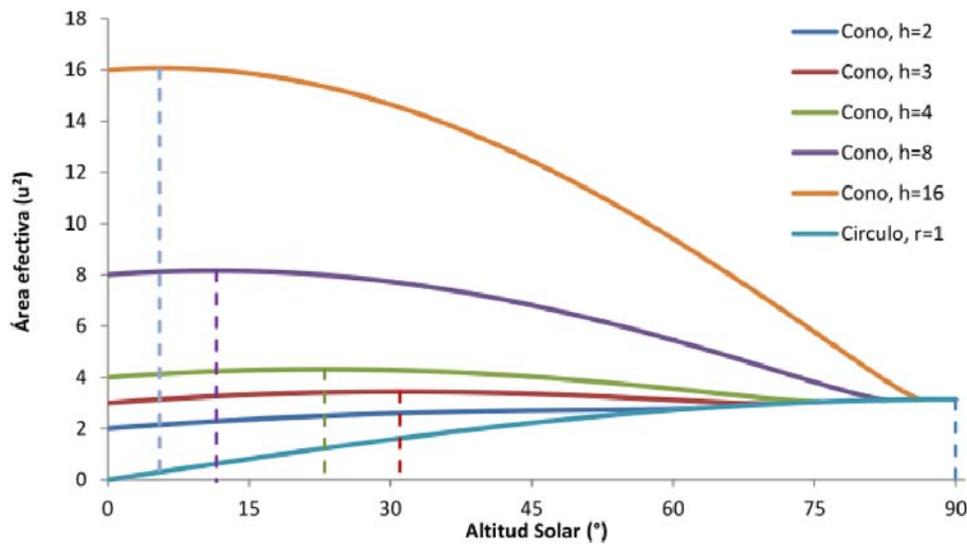


Figura 2.12: Área efectiva de 5 conos con altura señalada de 2-16 u y mismo radio que un círculo, estos tienen un pico en los ángulos  $90^\circ$ ,  $31^\circ$ ,  $23^\circ$ ,  $11.5^\circ$  y  $5.5^\circ$  respectivamente

en la punta del cono es más agudo.

En la Figura 2.12, se observa la ventaja técnica que tienen los conos respecto a las figuras anteriores, ya que este puede diseñarse para favorecer un determinado ángulo de elevación del sol, simplemente ajustando la relación que tiene su altura con el radio de su base. Por ejemplo en la imagen los conos tienen las relaciones siguientes 0.5, 0.3333, 0.25, 0.125 y 0.0625 respectivamente, y se observa también que se puede ajustar esta relación entre 0 y 0.378 para obtener ángulos preferentes entre  $0^\circ$  y  $36^\circ$ , después de este ángulo, la máxima captación se obtiene a los  $90^\circ$ .

Se puede calcular convenientemente el ángulo  $\phi$  respecto a una  $\theta$  deseada y de aquí despejar con las fórmulas anteriores el valor de la relación  $x = r/h$  y a su vez definir una altura respecto a el área que sea necesaria, conveniente o posible de utilizar en el terreno donde se haga la instalación .

$$\phi(\theta) = -0.225\theta^3 - 0.5416\theta^2 - 0.0145\theta + 1.5714 \quad (2.18)$$

También puede ser conveniente que dada una relación se desee ver en que ángulo se obtendrá el máximo y ver si conviene utilizar este tipo de copa u otro, en base a limitaciones en el espacio de instalación.

$$\theta(x) = 1.5263x^3 - 0.4349x^2 + 1.6057x - 8 \times 10^{-05} \quad (2.19)$$

## 2.5. Paraboloide de Revolución

En la Figura 2.13, se muestra el caso de estudio, similar a como se ha venido haciendo y representa un paraboloide compuesto en su superficie de celdas fotovoltaicas de silicio monocristalino.

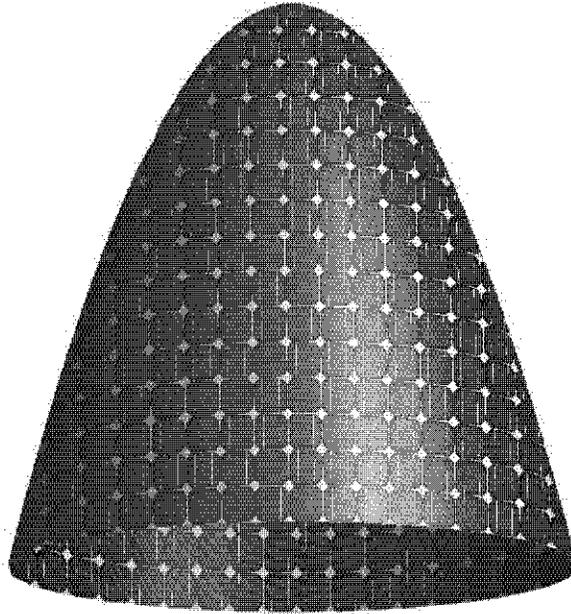


Figura 2.13: Modelo de copa paraboloidal con celdas fotovoltaicas de silicio monocristalino

En la Figura 2.13, se observan los espacios dejados entre celdas dada la forma en la que son cortadas las obleas de silicio monocristalino, se generan espacios en las esquinas redondeadas de las celdas, esto puede o no representar una desventaja, ya que puede ser una forma de aminorar los esfuerzos aerodinámicos y dejar pasar una cierta cantidad de radiación dentro de la copa para que celdas que funcionen con bajos niveles de irradiancia y con resistencias shunt lo mas altas posibles permitan mantener el voltaje que se pierde debido a las caídas de tensión por transmisión en el conductor, pese a que inyecten un mínimo de corriente.

Respecto a la geometría de la copa, esta derivada del Paraboloide Elíptico, el cual se crea al deslizar una parábola vertical con la concavidad hacia abajo, a lo largo de la otra, perpendicular a la primera; las secciones horizontales son elipses mientras que las verticales son parábolas. Su ecuación es la siguiente:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - z = 0 \quad (2.20)$$

Si  $a$  y  $b$  son iguales, el paraboloide es de revolución, este se obtiene haciendo girar una

parábola alrededor de su eje de simetría y resulta ser el lugar geométrico de los centros de las esferas que pasan por un punto y son tangentes a un plano.

$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} - z = 0 \quad (2.21)$$

Sus secciones horizontales ya no son elipses si no círculos, se prefiere este del elíptico ya que excluye la necesidad de calcular el ángulo azimutal y facilita la comparación con las otras superficies de base circular.

Del mismo modo que en el Cono, se muestra en la Figura 2.14, las proyecciones de un paraboloides que tiene la misma altura y radio que el cono anterior, para cuestiones de comparación es posible observar a simple vista como incluso en las imágenes a los mismos ángulos estas áreas proyectados son mayores, y esto se debe a que la figura originada por la proyección lateral o a los  $0^\circ$  de altitud solar era un triángulo cuya área es menor que la de una parábola con la misma base y altura.

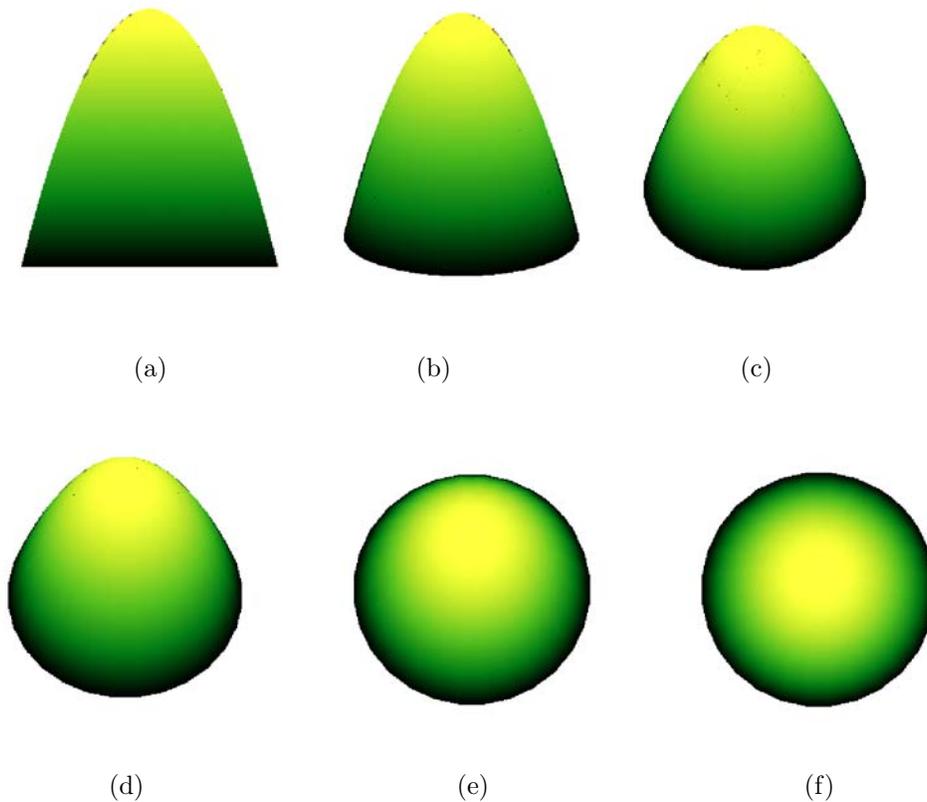


Figura 2.14: Proyecciones de un paraboloides de revolución en diferentes planos perpendiculares a una determinada altitud solar de  $0^\circ$  a  $90^\circ$

Para calcular el área efectiva se proyectara el paraboloides sobre un plano horizontal tal y como se hizo con el cono, sin embargo, ahora el área lateral que proyecta el sol sobre dicho plano no es un triángulo, es una parábola que se forma con tres puntos y no es difícil expresar la parábola, con la ecuación convencional.

$$y = \frac{-ax^2}{(b/2)^2} + a \quad (2.22)$$

Esta parábola la ubicamos en el origen para que así las variables  $a$  y  $b$  que se muestran en la ecuación sean la altura y el diámetro de esta, el foco estará ubicado en  $F(0, a - p)$  donde  $p = b^2/16a$ .

Dado que el área que deseamos calcular es la proyectada en la horizontal y que el área de una parábola esta dada por  $A = (2/3)ab$ . Definiremos a  $P_1$  como el área de la parábola formada con  $a_1$  y  $b_1$ , que se muestran ubicados en la Figura ??, los cuales se calculan de la siguiente manera

$$b_1 = b \text{ seno } \phi \quad (2.23)$$

$$a_1 = \frac{b_1}{2} \tan \phi \quad (2.24)$$

El ángulo  $\phi$  esta dado por la relación que tiene la altura y ancho de esta parábola proyectada con en ángulo  $\theta$  al cual inciden los rayos solares en un instante determinado.

$$\phi = \cos^{-1} \left[ \frac{b}{2a} \tan \theta \right] \quad (2.25)$$

El área entonces de esta parábola es

$$P_1 = \frac{b^2}{3} \text{ seno}^2 \phi \tan \phi \quad (2.26)$$

Sin embargo esta no es todavía el área efectiva, para calcularla debemos incluir el círculo que proyecta la base y restarle el segmento  $S$  que intersecta al área de la parábola. El área de  $S$  y el área efectiva se muestran en las ecuaciones siguientes:

$$S = \frac{b^2}{8} (2\phi - \text{seno } 2\phi) \quad (2.27)$$

$$A_0 = (P_1 + \frac{\pi b^2}{4} - S) \text{ seno } \theta \quad (2.28)$$

A continuación se presenta en la Figura 2.15, la evaluación de las áreas efectivas de la semiesfera, el cono y el paraboloides de revolución para una variación de la altitud solar de

0° a 180°, al primero se le ha ajustado el radio para que su área coincida con el área del cono, como se menciono anteriormente para suponer un mismo numero de unidades fotovoltaicas; sin embargo el cono y el paraboloide de revolución no tienen la misma área superficial sino que coinciden en altura y radio.

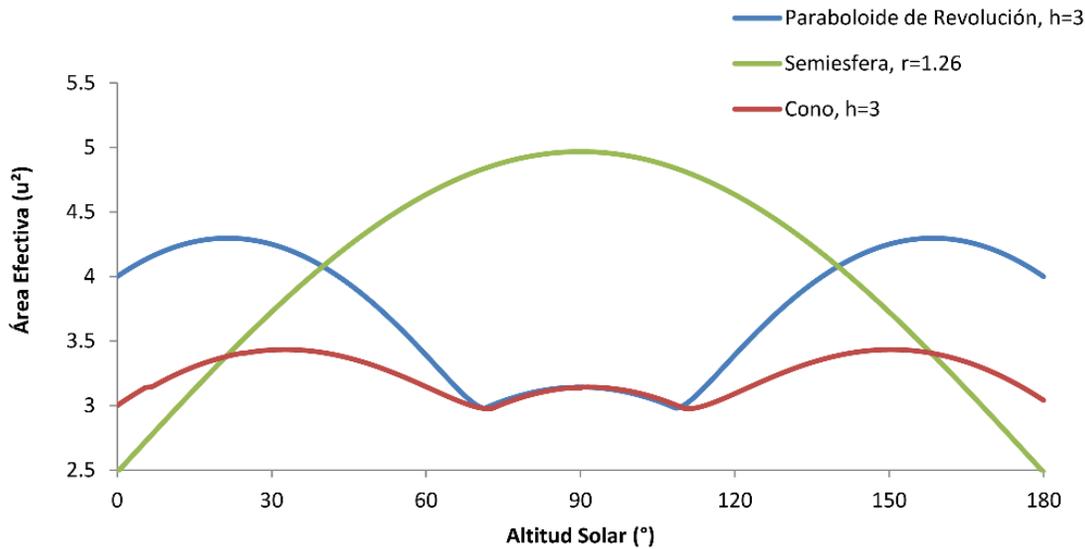


Figura 2.15: Área efectiva de semiesfera, cono y paraboloide de revolución, los dos últimos con altura señalada y radio de 1 u.

Tanto el cono como el paraboloide de revolución tienen (debido a su relación radio-altura) un área efectiva mayor antes de los 60° y después de los 120°, mientras que la semiesfera sigue teniendo su máximo en los 90° (ya que no hay relación que cambie). A simple vista parece un resultado más que evidente y por supuesto obvio, que el paraboloide de revolución con la misma base y altura que el cono absorbe mayor cantidad de radiación, y en realidad si lo hace, pero pese a que mantienen la misma relación radio-altura, no tienen sus máximos a los mismos grados, se observa entonces que el cono tiene su máximo en 31° y el paraboloide de revolución en 21.5°, esto ya involucra un parámetro a considerar dependiendo la latitud donde se desee realizar la instalación, ya que el ángulo que presenta el paraboloide de revolución puede ser alcanzado solo por un cono con una altura de 4.25.u o si se desea cambiar el radio este tendría que tener una relación de  $x = .235$ .

Modificando los parámetros de la Ec. 2.18 se hace que el cono tenga su máximo en el mismo ángulo que el paraboloide, aumentando consecuentemente su área efectiva al incrementar su altura como se muestra en la Figura 2.16. Sin embargo en una instalación real sería preferible utilizar el paraboloide, ya que el incremento en la altura involucra un mayor costo de instalación, aunque si el radio es limitado a una determinada área y se busca favorecer ese ángulo en específico, el cono ofrecería el mayor rendimiento.

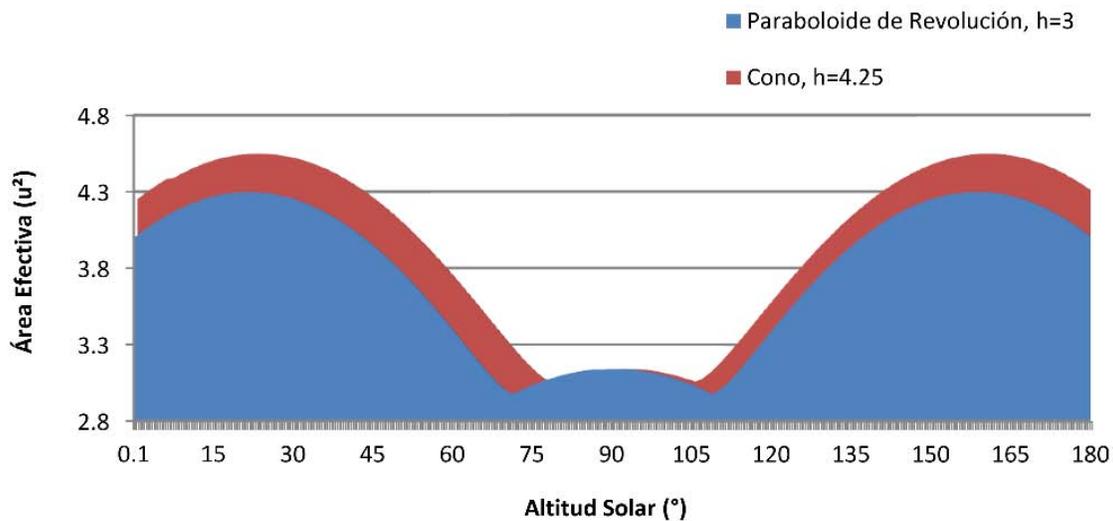


Figura 2.16: Área efectiva de cono vs paraboloide de revolución, el radio es de 1 u para ambos, la altura se señala para un máximo en los 21.5°

## 2.6. Elipsoide

Un modelo general que permite describir una variada gama de bóvedas foliares es el modelo del elipsoide propuesto por Campbell (1986). Conceptualmente el modelo del elipsoide considera que las hojas de una bóveda foliar, con sus ángulos de inclinación, describen la superficie de un elipsoide, es decir son como pequeños fragmentos de la superficie de un elipsoide; dicho de otro modo, el modelo del elipsoide considera que si aplicásemos una homotecia a cada hoja de la bóveda es decir, la desplazáramos en el espacio pero conservando su orientación e inclinación, podríamos recomponer el elipsoide con todas las hojas en su superficie.

Este modelo se ocupa para conocer una distribución de frecuencias de las hojas según su inclinación, un coeficiente de extinción, transmisión y la fracción de hojas expuestas a la radiación directa entre otras. El modelo es tan efectivo que con solo medir las manchas solares en el piso se puede aproximar una determinada bóveda foliar.

Esto se hace mediante el supuesto de que si las hojas se encuentran agrupadas aleatoriamente se puede calcular la probabilidad de que un rayo de luz atraviese la copa e intersecte una hoja, una segunda hoja y de ahí la siguiente, lo cual origina una distribución de poisson y la probabilidad de que el rayo no atraviese ninguna hoja es lo que originaria las manchas solares en el piso.

Este sería un diseño posible para un árbol cuya copa este hecha de celdas fotovoltaicas, la ventaja que tendría este es que se compondría de un mayor número de celdas ya que

estas estarían a ángulos mas agudos respecto de la horizontal y el empaquetamiento de estas sería mayor, sin embargo existen dos oportunidades que aún no se resuelven, una es que involucraría un sombreado continuo y variable entre celdas verticalmente acomodadas, lo cual hace mas difícil su acoplamiento y la segunda es que hay una mayor probabilidad de transmisión dentro de la copa, dicha situación en el caso del árbol fotovoltaico representa una perdida en la absorción, la cual queremos sea máxima. Sin embargo hay que señalar que esta también permite una mayor captación de radiación difusa y mas si la base de las celdas se fabrica de un material altamente reflector, de esta manera las celdas posicionadas arriba de las que ya no favorece el ángulo de incidencia de los rayos solares directos, pueden contribuir a un aumento en la absorción de radiación difusa al reflejar esta sobre la celda sombreada.

En la Figura 2.17, se muestra por último una copa elipsoidal o semielipsoidal formada por celdas de silicio amorfo, una ventaja en el diseño ya que estas son flexibles y de capa delgada, su proceso de fabricación es altamente automatizado y es posible depositarlo sobre vidrio, plástico o metal

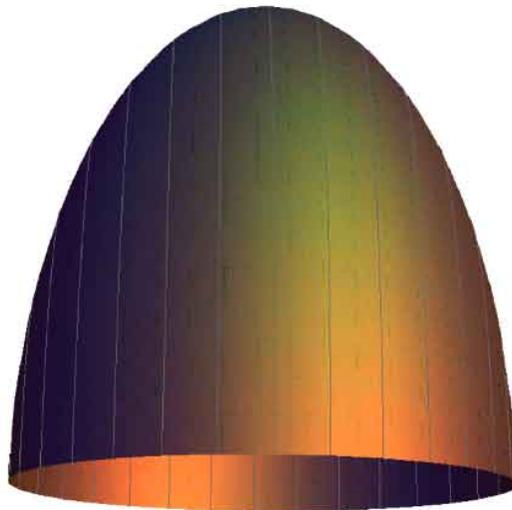


Figura 2.17: Modelo de copa elipsoidal con celdas fotovoltaicas de silicio amorfo

El hecho de que la tecnología sea flexible ofrece una mejor cobertura de la superficie elipsoidal al no tener partes rectas, también como ventaja técnica se encuentra que el semiconductor se puede depositar por baño químico, que es una técnica no muy costosa y que permite depositar el silicio amorfo en áreas grandes, ofreciendo la oportunidad y viabilidad dependiendo de la demanda, de hacer una única pieza semejante a un globo aerostático, que después sea ensamblable a una estructura metálica con la forma del elipsoide.

El área efectiva sera la suma del área de la semielipse  $E$  proyectada en la horizontal junto con el área del círculo  $\pi b^2$ , otra vez sin el segmento que intersecta la semielipse  $S$ , a su vez

todo es re proyectado desde la horizontal a un plano perpendicular al ángulo de incidencia de los rayos solares

$$A_0 = \text{seno } \theta (E + \pi b^2 - S) \quad (2.29)$$

$$= \text{seno } \theta \left[ \frac{\pi b^2}{2} \text{seno}^2 \theta \tan \theta + \pi b^2 - \left( \frac{b^2}{2} (2\theta - \text{seno } 2\theta) \right) \right] \quad (2.30)$$

$$= \text{seno } \theta \left[ \frac{b^2}{2} (\pi \text{seno}^2 \theta \tan \theta + 2\pi - 2\theta - \text{seno } 2\theta) \right] \quad (2.31)$$

Estas ecuaciones permiten calcular la variación del semielipsoide en función de la altitud solar, como se hizo en los casos anteriores y se muestra la comparación de este con las áreas efectivas de las demas superficies en la Figura 2.18.

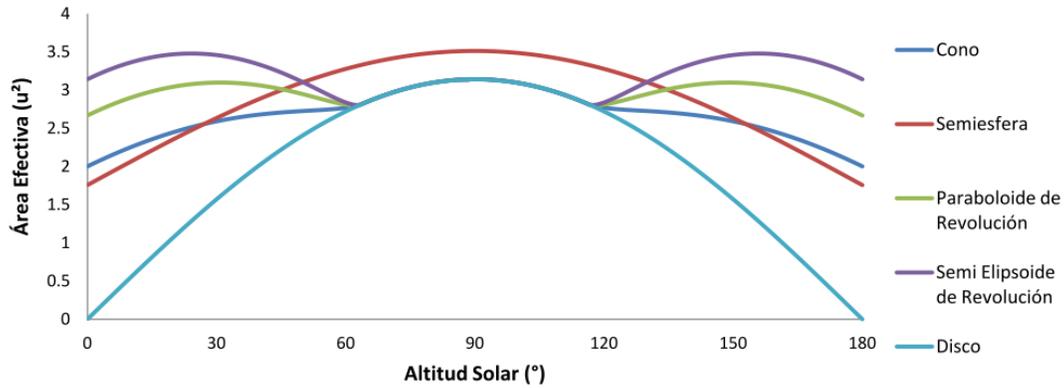


Figura 2.18: Área efectiva de un elipsoide, cono y paraboloide de revolución de altura  $3u$  y radio  $1$ , así como dos semiesferas con diferente radio

Todas las superficies volumétricas con excepción de la semiesfera tienen un radio de  $1u$  y una altura de  $2u$ ; a la semiesfera como no se le puede modificar la altura sin afectar su radio, se elige uno tal que no supere en área al de menor, que es el cono; este radio es de  $1.0547u$ . En las secciones siguientes se analizará la influencia de la radiación en este modelo, en el cual dadas sus relaciones de altura y ancho, los ángulos de la altitud solar, donde hay una máxima eficiencia y que se observan en la imagen son: para el paraboloide  $31^\circ$ ,  $90^\circ$  y  $149^\circ$ ; para la semielipse  $24^\circ$ ,  $90^\circ$  y  $156^\circ$ ; para el cono, la semiesfera y el disco  $90^\circ$ .

## 2.7. Simulación con el modelo de Hottel para diferentes latitudes

En la sección 2.1 se describe el modelo Hottel como un método para estimar la radiación en días despejados, y será utilizado a continuación para simular la radiación solar que incide

Tabla 2.3: Ciudades de América donde se aplicara el Modelo de Hottel

Ciudad	País	Latitud	Longitud
Alaska	USA	64.80°	-153°
Ontario	Canadá	45.50°	-75.70°
Mexico DF	México	18.84°	-99.23°
Caracas	Venezuela	10.50°	-58.30°
Ciudad de Panamá	Panamá	9.00°	-79.53°
Quito	Ecuador	-0.22°	-78.51°

en las ciudades de la Tabla 2.3 para países ubicados al norte del ecuador y lo más próximo a este, las ciudades son seleccionadas por contar con estaciones solarimétricas que proporcionen datos fidedignos de mediciones en tierra y no interpolaciones hechas por satélite ya que estas no tienen en cuenta consideraciones microclimáticas. Las ciudades, también se han escogido para ser representativas de sus latitudes y de esta manera observar como varia la absorción según cambia el ángulo cenital o la altura que alcanza el sol en esas latitudes particulares, para determinadas fechas.

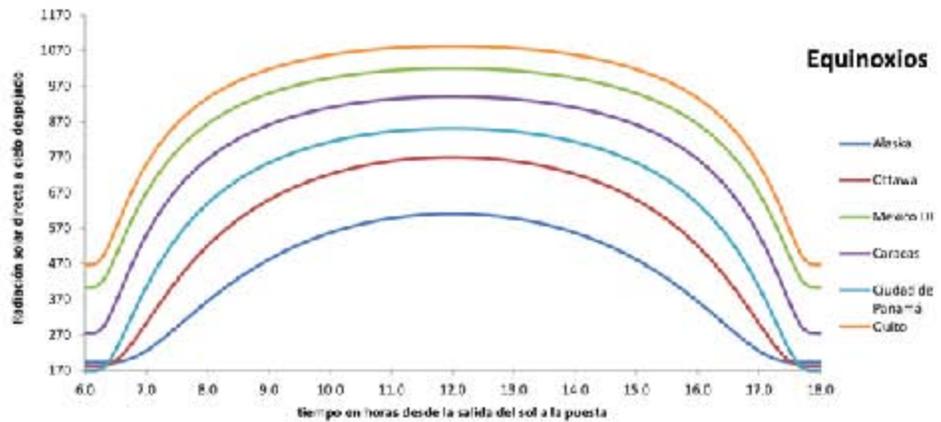
Con las Ecs. 2.1,2.3 y 2.6, se calcula la radiación directa instantánea sobre un plano normal al ángulo cenital, en los países mencionados. Se eligieron tres días específicos del año por incluir los valores mínimos y máximos de altitud solar o tiempo solar, para así representar el rango de variaciones en la radiación solar desde el amanecer hasta el anochecer y se muestran los resultados mediante una gráfica en la Figura 2.19, los días seleccionados fueron los siguientes:

**Los equinoccios**, que pueden ser tanto el 22 de marzo como el 22 de septiembre, pero que para el modelo representan el mismo día y en este en particular, el sol ilumina en todas las latitudes el mismo número de horas, sin embargo las perdidas geométricas que se tienen por la forma de la tierra hacen que la intensidad sea menor en latitudes más altas.

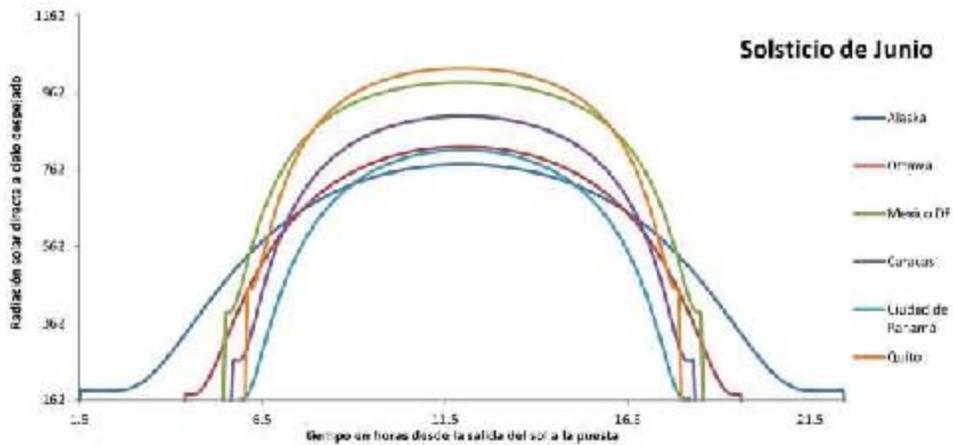
**El solsticio de Junio**, que ocurre regularmente el 21 de junio, y marca precisamente el verano en nuestro hemisferio, presenta características singulares y constituye el día más largo del año en el hemisferio septentrional, y el más corto en el hemisferio meridional. En el Trópico de Cáncer el Sol sale a los 27°Norte, del Este. Culmina al cenit, y se pone a los 27°Norte, por el Oeste. El Sol está sobre el horizonte durante 13,4 horas: 13 horas 24 minutos. En el ecuador el Sol sale a los 23°Norte, del Este. Culmina al Norte, donde alcanza su altitud máxima es a los 65°. Se pone a los 23°Norte, al Oeste. Permanece 12 horas sobre el horizonte.

**El solsticio de Diciembre** que ocurre el 21 de diciembre, es cuando, en el hemisferio

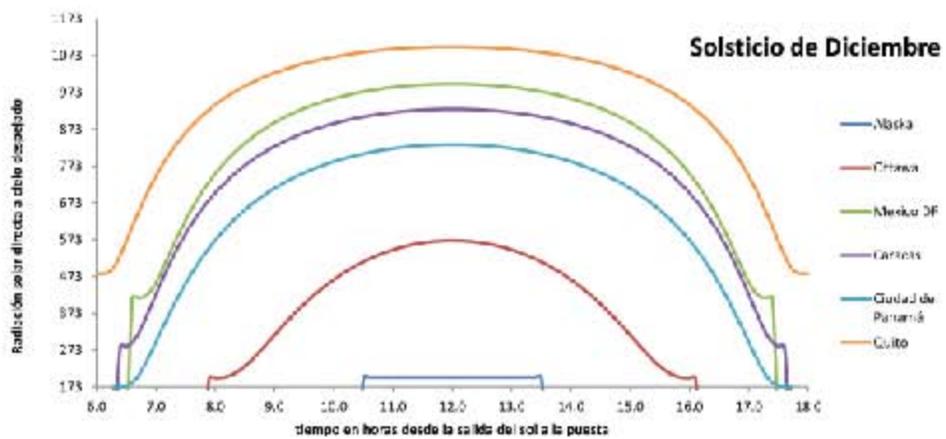
norte empieza el invierno y es la noche más larga de todo el año en nuestro hemisferio, inversamente en el hemisferio sur es la más corta. En el polo Norte nunca sale el Sol y esto se observa en la Figura en la radiación que tiene Alaska este día que es mínima incluso menor a la intensidad de la radiación difusa en un día normal. En el Trópico de Cáncer el Sol sale a los 27°Sur, del Este. Culmina al Sur, donde alcanza su altitud máxima: 43.12°. Se pone a los 27°Sur, por el Oeste. Está sobre el horizonte durante 10 horas y 36 minutos.



(a)



(b)



(c)

Figura 2.19: Simulación de la radiación solar directa en un plano normal, por el Modelo de Hottel, para los países y días que se muestran.

## 2.8. Radiación captada por superficies geométricas

Las superficies geométricas que se analizaron en un principio, serán en esta sección comparadas entre sí, bajo las condiciones de radiación de las seis ciudades que fueron simuladas por el modelo Hottel. Todas las superficies se han ajustado para tener un radio de  $1u$  y una altura de  $2u$ , con excepción del esferoide cuya altura no puede ser modificada sin afectar el radio, por lo que se le ajusta para que tenga la misma área superficial que el cono, lo que da un radio de  $1.0574u$ . Bajo estas circunstancias de proporción, todos tienen su máxima área efectiva en los  $90^\circ$  menos el paraboloide de revolución tiene dos picos uno a los  $90^\circ$ , otro a las  $24.5^\circ$  y un último a los  $155.5^\circ$ , siendo los dos últimos ligeramente mayores.

En el equinoccio se presentan tres situaciones en cuanto a la capacidad de absorción. En la Figura 2.20 se muestra la radiación para Alaska y Ottawa en este día, se observa que en Alaska como en todos los países, en este día, la superficie que demuestra el mejor desempeño es la semielipse de revolución, sin embargo en el caso de Alaska el segundo mejor es el paraboloide de revolución, cuestión que se repite en Ottawa, México y Ecuador, no así para Panamá y Venezuela en los que el esferoide es quien logra absorber la mayor cantidad de radiación.

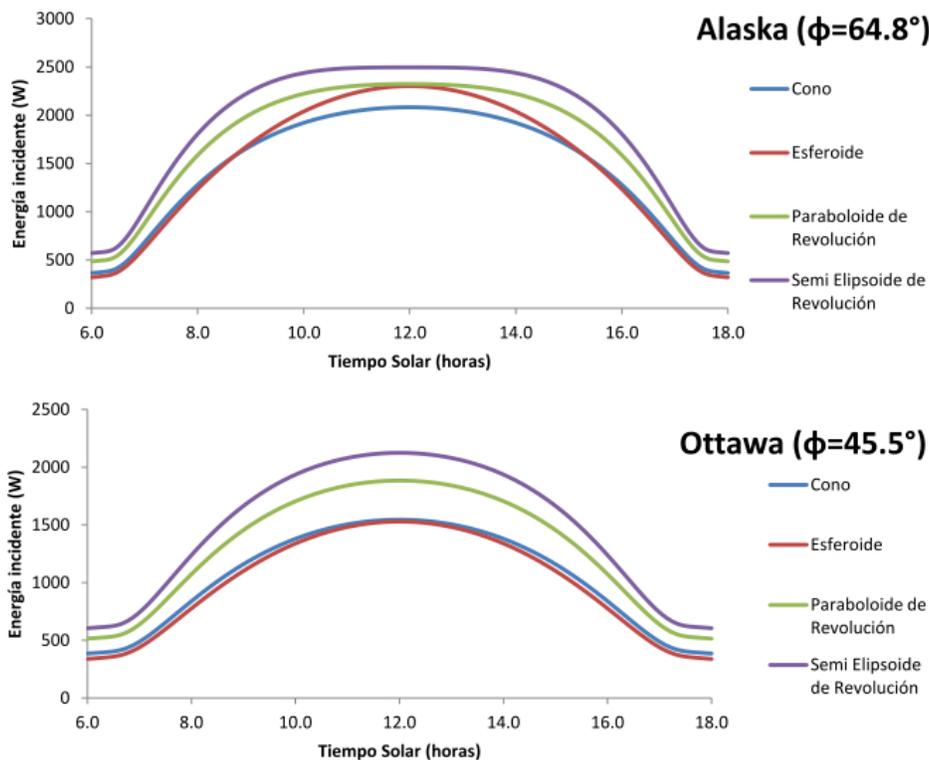


Figura 2.20: Absorción de energía, en los equinoccios, para Alaska y Ottawa.

En la Figura 2.21, se muestra como en las ciudades de Quito y México DF. se consigue

absorber mayor radiación sobre las primeras y últimas horas de día utilizando el paraboloide de revolución y el semielipsoide, de lo que se logra captar con el cono y el semiesferoide, los cuales absorben más en el medio día solar. Para la Ciudad de Panamá y Caracas el comportamiento es el mismo.

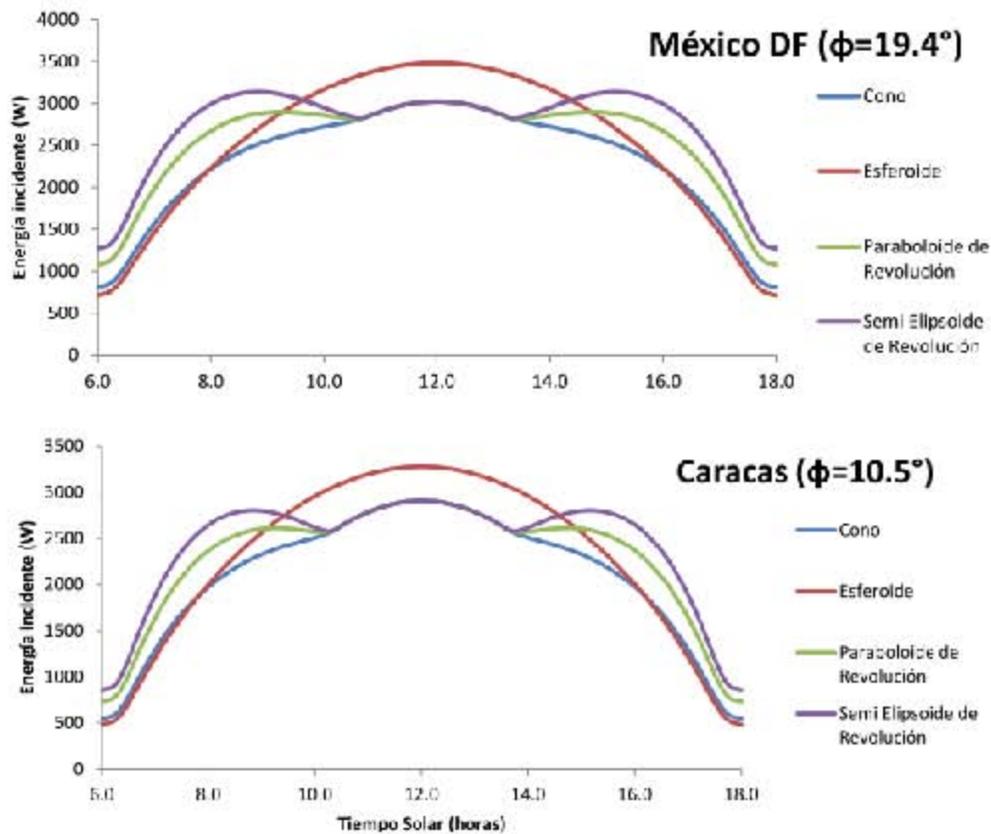


Figura 2.21: Absorción de energía, en los equinoxios, para México D.F. y Caracas.

El hecho de que las curvas sigan estos comportamientos se debe a que la altitud promedio ese día, va desde los  $39^\circ$  hasta los  $46^\circ$  ( $7^\circ$  de diferencia), mientras que en Alaska y Ottawa son de  $16^\circ$  y  $27^\circ$  respectivamente. Estos dos últimos países al ser el promedio de sus ángulos de altitud solar tan bajos, tienen una reducción de la cantidad de energía absorbida por el cono y el esferoide, los cuales aumentan en mayor medida respecto a las otras superficies su área efectiva a medida que el sol alcanza los  $90^\circ$ , encontrándose con sus mínimos al alejarse de esta altitud.

En el solsticio de Junio, Alaska se diferencia de los demás países por tener una altitud promedio de  $21.32^\circ$ , mientras que los demás varían desde los  $35^\circ$  a los  $41^\circ$  haciendo que tengan curvas similares entre ellos. Sin embargo la constante en todos es el orden en máxima captación, que es: Semiellipse, Paraboloide de Revolución, Esferoide y en último lugar el Cono.

En la Figura 2.22 se puede observar como en Alaska la absorción se mantiene casi constante a partir de las 9.5 horas hasta las 13.3, en este lapso la altitud solar varía entre  $37.79^\circ$  a  $45.1^\circ$  (medio día solar), que coincide con un pequeño valle de la curva de área efectiva que tiene la semielipse y la cresta que se tiene en la radiación para el medio día solar. Algo similar ocurre con el Paraboloides de Revolución.

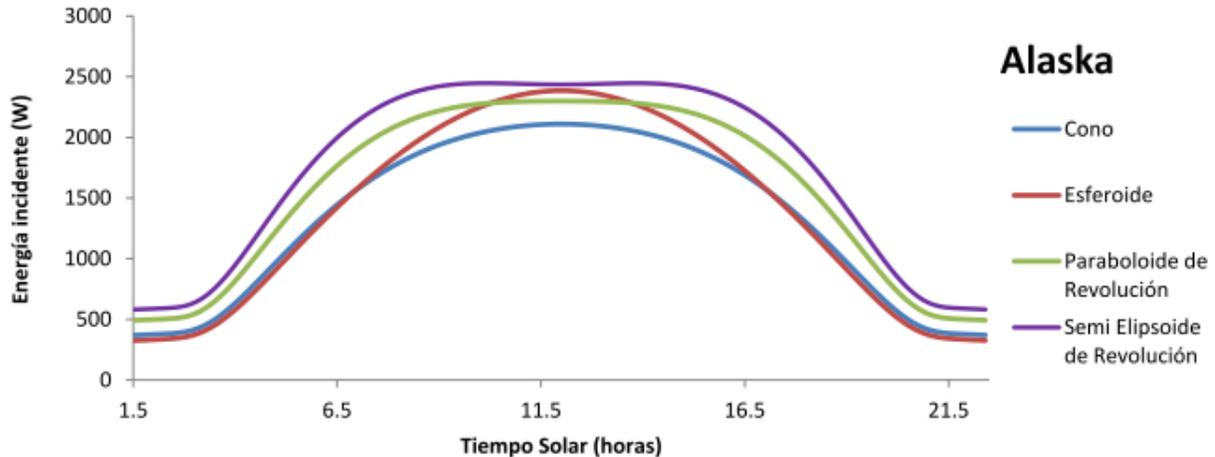


Figura 2.22: Absorción de energía, en el Solsticio de Junio, para Alaska.

Los países que para esta muestra, tienen las absorciones más altas son Ecuador y luego México, dada la alta radiación que incide durante todo el año, sin embargo en el Solsticio de Junio, se encuentra una mejora considerable para México, debida al ángulo de la altitud solar en el medio día solar respecto al de Quito y se observa en la Figura 2.23.

Lo anterior se debe a que en México el ángulo que se tiene al medio día es de  $86^\circ$ , mientras que en Quito es de  $66^\circ$ , este ángulo se acerca a los  $90^\circ$  que es cuando se obtiene la máxima área efectiva para la mayoría de las superficies geométricas y que en todos los casos corresponde a una cresta de sus curvas. Por lo que en el caso de la semielipse de revolución se están absorbiendo 3101 W en el medio día solar en México y en Quito 2951 W con la misma superficie de revolución.

También se observa que pese a que estos días es cuando la superficie del esferoidal tiene su máxima contribución dada su área efectiva, en el mediodía solar; no supera en la energía acumulada durante todo el día, a la semielipse de revolución.

Se deduce con esta observación que dadas las relaciones de altura y ancho utilizadas en este comparativo; se obtienen los mejores resultados para nuestro país a medida que la declinación se acerca a su latitud, ya que es cuando nos acercamos mas a los días en los que el sol alcanza los  $90^\circ$  de altitud al medio día solar, evento que dada nuestra ubicación se produce

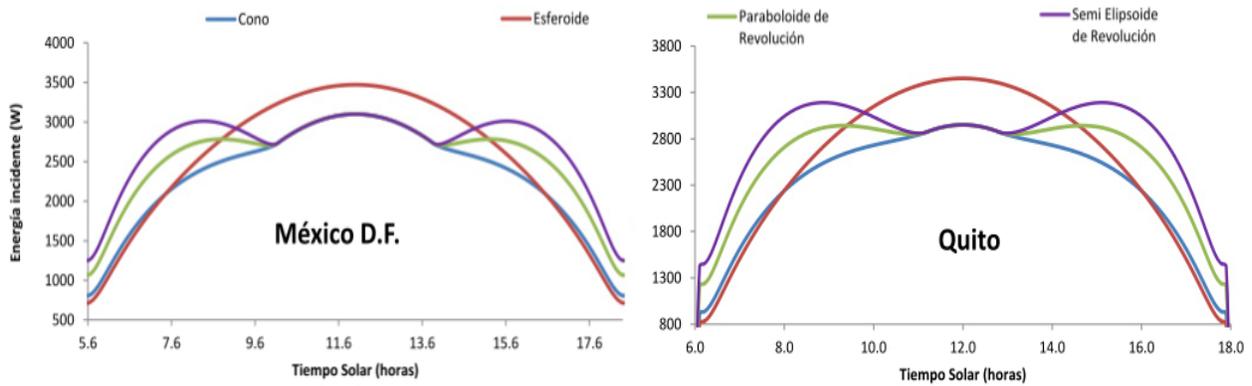


Figura 2.23: Absorción de energía, en el solsticio de Junio, para México D.F. y Quito

dos veces al año, el 18 de mayo y el 26 de agosto.

Por último observamos el comportamiento que tienen las superficies geométricas y dada la baja radiación que incide en el hemisferio norte, en las latitudes más alejadas al Ecuador, es conveniente observar la cantidad de energía que se gana con el uso de superficies tridimensionales, para lo cual se agrega un plano con el área de un disco, con el mismo radio que poseen todas las estructuras analizadas.

En la Figura 2.24 , se observa como la radiación en Alaska es mínima este día, sin embargo es posible aumentar la captación hasta 33 veces (en el medio día solar), con la elipse de revolución, ocupando tan solo un área superficial tres veces mayor.

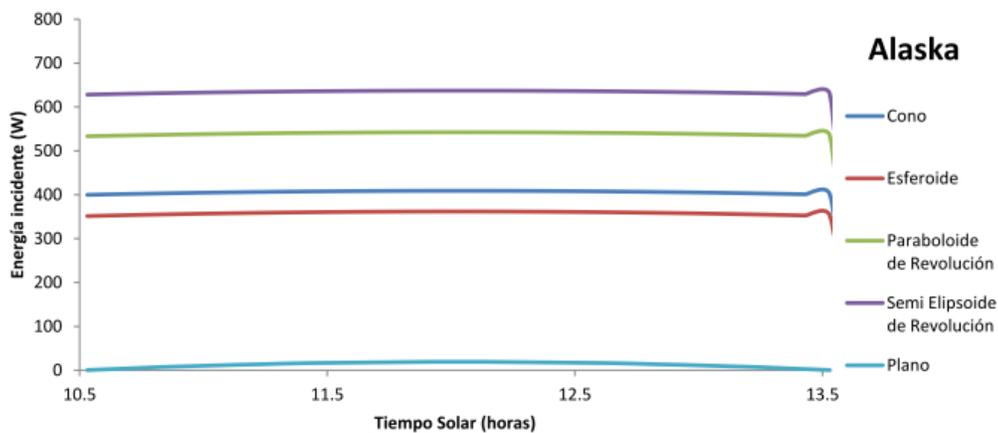


Figura 2.24: Absorción de energía, en el solsticio de Diciembre, para Alaska

Ottawa Figura 2.25 es otra de las ciudades que durante el solsticio de diciembre, tienen un incremento importante con el uso tanto del elipsoide como del paraboloide, ya que en el medio día solar el astro alcanza un ángulo de  $21^\circ$  en el cielo, si bien este es un ángulo muy bajo para aun superficie Horizontal o plana, se acerca mucho al ángulo donde tiene su

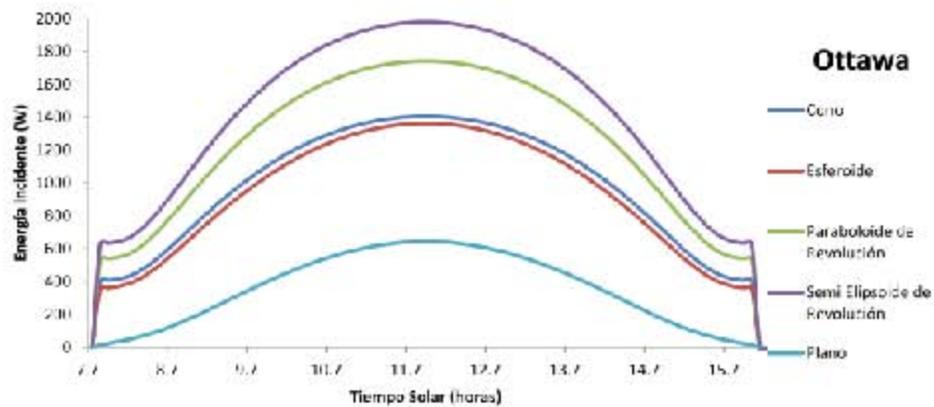


Figura 2.25: Absorción de energía, en el solsticio de Diciembre, para Ottawa

máxima área efectiva la elipse de revolución que es de  $24^\circ$ , y también se encuentra cerca aunque en menor medida del ángulo del paraboloide  $31^\circ$ . Es por esto que si observamos las comparaciones pasadas, en estas últimas observamos los mayores gradientes.

Si observamos la manera en que capta la radiación solar en el Solsticio de Diciembre el semielipse de revolución tanto en México como en Caracas Figura 2.26, vemos una gran diferencia; mientras que en el primero prácticamente se mantiene la radiación desde las 8.8 horas hasta las 15.2, en el segundo ocurre una disminución justo en el medio día solar donde usualmente es la mayor ganancia.

Lo anterior se debe a que en México a dichas horas la altitud solar varía entre los  $26^\circ$  y los  $47^\circ$ ; por su parte la copa semielipsoidal tiene una cresta en el comportamiento de su área efectiva a los  $24^\circ$ , que se mantiene casi hasta los  $28^\circ$  con una disminución relativamente pequeña de área efectiva, sin embargo el mínimo valor que presenta después de los  $0^\circ$  y antes de los  $180^\circ$  es el de  $62.5^\circ$ , Caracas tiene en su medio día solar una altitud muy próxima a este que es de  $56.05^\circ$ , lo que causa una absorción menor a esa hora respecto de sus picos a las 9.4 donde la altitud solar era de  $39^\circ$ , en este ángulo el área efectiva de la semielipse es aún mayor que en los  $90^\circ$  donde tiene su segunda cresta pero de menor magnitud.

Las diferencias entre la energía captada en Quito y Panamá para el Solsticio de Diciembre Figura 2.27, se deben a que en Quito al medio día solar el ángulo de elevación del sol es de  $66.77^\circ$  lo que está muy cerca a los ángulos de menor captación tanto del paraboloide de revolución como de la semielipse, y que coinciden con el cono (que no es su mínimo); en estos el área efectiva es de  $2.88u^2$ , mientras que la semiesfera cuya área efectiva aumenta entre mayor sea el ángulo y carece de valles tiene  $3.367u^2$ . La ciudad de Panamá que se encuentra a  $9.18^\circ$  de latitud al norte de Ecuador tiene una altitud solar al medio día de  $57.58^\circ$  donde la elipse tiene un área efectiva de  $2.90u^2$  valor no muy alejado de el de su segunda cresta  $3.14u^2$ .

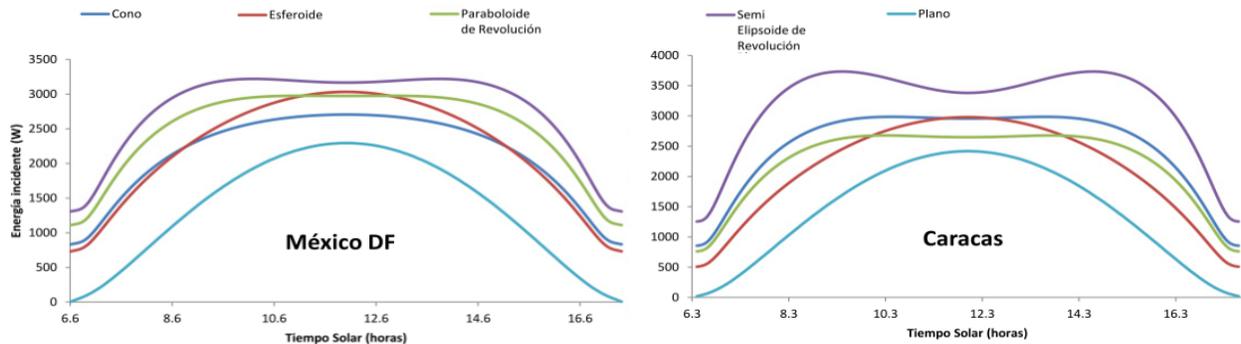


Figura 2.26: Absorción de energía, en el solsticio de Diciembre, para México D.F. y Caracas

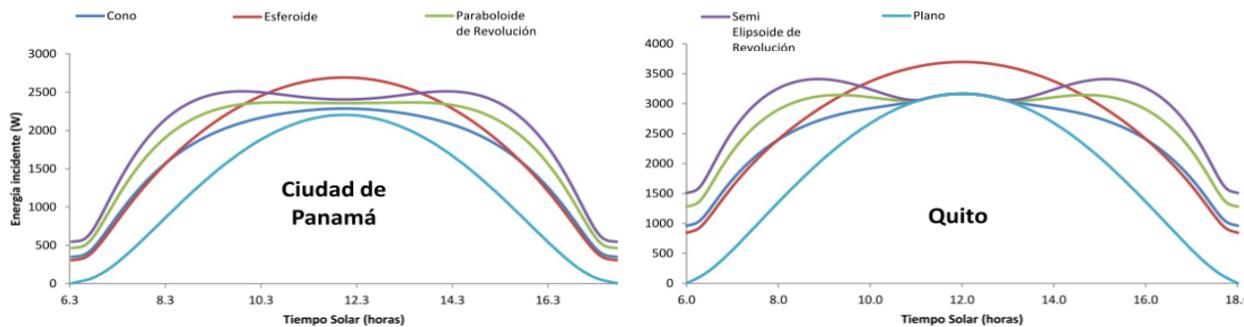


Figura 2.27: Absorción de energía, en el solsticio de Diciembre, para Ciudad de Panamá y Quito

El análisis realizado en esta sección, permite seleccionar una superficie que tenga el mejor desempeño en cuanto a captación solar, para cualquiera de los 6 países seleccionados para la muestra, sin embargo dadas las latitudes en las que están ubicados y lo representativas de estas, se puede concluir que el elipsoide de revolución con altura de 2 u y radio de 1u es la mejor copa de las analizadas en este capítulo, para todas las latitudes. También se observa que las superficies son capaces de mejorar la absorción de la componente directa de la radiación, modificando la relación de altura y radio, para buscar que el área efectiva máxima de la superficie ocurra a una altitud correspondiente al promedio de los medios días solares durante un año, en cualquier país.

Aunque el semielipse con las características mencionadas anteriormente diese el mejor desempeño, hay que recordar que se acoto el análisis a proporciones iguales para todas las figuras, por lo que algunas superficies pueden tener mejores desempeños incluso que el semi-elipse de revolución variando la proporción altura-radio, sin embargo se deben analizar cuáles

son los factores a considerar que limiten la instalación. Para el caso que se estudia ese factor es el área de instalación, por lo que efectivamente el semielipse de revolución resulta la mejor opción, sin embargo si esta no fuese una limitante y si lo fuera la altura del arreglo (posiblemente por la cimentación requerida y el tipo de suelo donde se instale), una estructura del tipo paraboloidal sería preferible, para latitudes cercanas al ecuador ya que el sol alcanza ángulos mayores de altitud solar durante todo el año.

Por último en el capítulo siguiente se procede a hacer un análisis de las tecnologías aplicables al árbol solar, el hecho de aplicar una tecnología u otra también es un factor que puede determinar el tipo de copa que arroje un mayor rendimiento, puesto que si utilizamos celdas fotovoltaicas que no absorban el espectro de radiación solar que se tiene en las primeras horas del día o en las ultimas, la implementación del cono, semielipsoide o del paraboloides como copas del árbol solar, puede ser contraproducente ya que según la configuración que estos tengan (radio-altura) pueden tener sus máximas áreas efectivas fuera del medio día solar, mientras que en el semielipsoide siempre es aquí donde se encuentra el máximo de captación.

# Capítulo 3

## Integración de las tecnologías Fotovoltaicas en el Árbol

### 3.1. Elementos de Selección

Como se mencionó en el capítulo anterior, el árbol debe ser concebido anualmente ya que carece de sistemas de seguimiento. Si la irradiancia solar fuese el único parámetro que influenciara la potencia de las celdas fotovoltaicas, la tarea de estimar el comportamiento a largo plazo de un sistema, sería reducido a encontrar el promedio de irradiación sobre nuestra superficie, y elegir la mejor tecnología para usarse en el árbol se reduciría simplemente a una relación costo-eficiencia.

Sin embargo, el comportamiento de las celdas fotovoltaicas, módulos y sistemas también, es afectado por un número de otros efectos importantes:

- La temperatura del módulo fotovoltaico. La cual a su vez depende de la temperatura del ambiente (aire), la irradiancia solar, el tipo de estructura y el enfriamiento por el viento (Huld et al. 2010).
- eficiencia de conversión de energía de los módulos es una función no lineal del nivel de irradiancia y la temperatura del modulo
- fracción de luz solar reflejada por la superficie del modulo depende del tipo de modulo así como del ángulo de incidencia de la luz relativo a la superficie (Martin & Ruiz 2001). Este efecto baja la irradiancia entrando en las capas de generación de la celda solar.
- tipos de modulo varían en su sensibilidad espectral. Por otra lado el espectro solar instantáneo depende de las condiciones meteorológicas en un modo que aun no es bien entendido, especialmente en condiciones nubladas (Gottschalg et al., 2004, 2005). Para

algunos tipos de módulos la eficiencia de conversión depende de la historia del modulo. Este efecto es normalmente "light-soaking" (Nikolaeva-Dimitrova et al. 2008).

Todos estos efectos son funciones de condiciones meteorológicas las cuales varían con la posición geográfica.

Si uno vuelve a la naturaleza y observa un poco, se puede dar una idea de cómo esta trabaja, en un árbol las hojas, no tienen el mismo color ni tamaño unas de otras. Esto es obvio ya que en la copa incide radiación con mayor intensidad durante más tiempo, para no absorber mas radiación de la que realmente requieren (ya que se quemarían), las hojas son de color más claro y ya que el viento sopla más fuerte, también son de menor tamaño, obviamente para reducir la oposición a este. Mientras que las hojas que se encuentran dentro del árbol, más cercanas al tronco o en las partes inferiores de este, reciben menor cantidad de radiación y por ende tienden a ser más oscuras y grandes. También cuando la temperatura de la hoja llega a aumentar más de lo requerido en determinadas especies de árboles, estas se inclinan para recibir menos radiación y así enfriarse. En base a lo anterior se observa que en la naturaleza si las condiciones son diferentes las hojas también lo son. En este capítulo se expondrá el uso de tecnología de conversión solar, específicamente fotovoltaica para el árbol solar y se analizará bajo qué condiciones es preferible utilizar algunas de las aquí expuestas sobre las demás.

## 3.2. Eficiencia

Si se tiene que elegir una tecnología respecto a otra, usualmente uno de los aspectos mas importantes es la eficiencia. En el caso de las celdas solares estas dependen teóricamente del numero de fotones que inciden sobre ella Figura 3.1. y que tengan la energía necesaria para generar un par electrón-hueco en otras palabras que la energía de esos fotones sea mayor a su ancho de banda. En la realización de la gráfica anterior se utilizaron los datos que ofrece la NASA para el espectro solar a condiciones de AM 1.5 que es la referencia terrestre del espectro para la evaluación de dispositivos fotovoltaicos, definida en un principio por la sociedad americana de pruebas y materiales (ASTM, por sus siglas en inglés) y hoy día aceptada a nivel mundial.

Para convertir la longitud de onda  $\lambda$  del fotón a energía se hace uso de la Ec. 3.1,  $c$  es la velocidad de la luz,  $h$  la constante de Planck y  $\nu$  su frecuencia.

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{1.24}{h\nu(eV)} \quad \mu m \quad (3.1)$$

En la Figura 3.2. se muestran distintos materiales semiconductores que se utilizan en la fabricación de celdas solares, como se puede observar el silicio es el que mayor eficiencia de

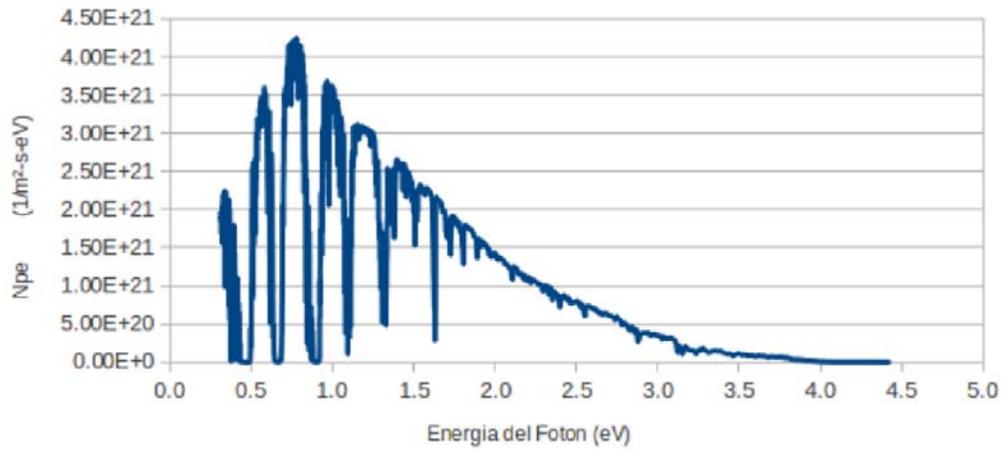


Figura 3.1: Energía de los fotones en el espectro solar

absorción ofrece, seguido del Nitruro de Galio, Arseniuro de Galio, Teluro de cadmio, etc. La eficiencia de absorción está dada por Ec. 3.2

$$\eta_o(\%) = \frac{100 \cdot \sum_{E=E_g}^{\infty} E \cdot N_p(E)[1 - e^{-\alpha E d}]}{1000W/m^2} \tag{3.2}$$

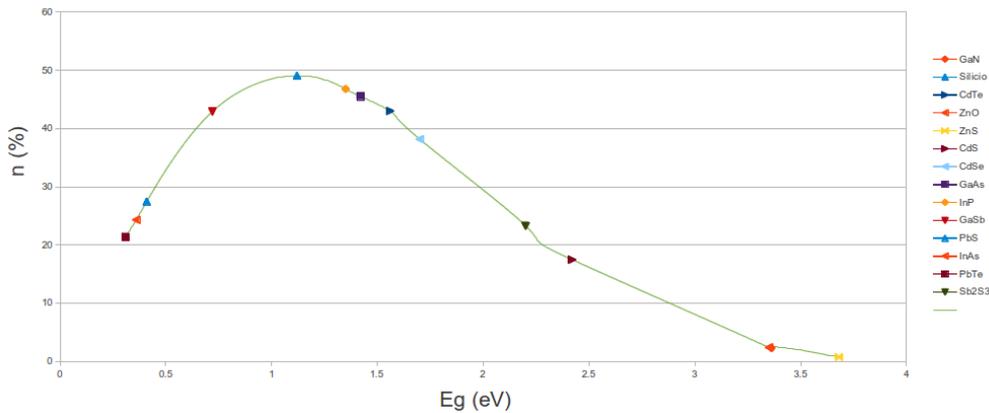


Figura 3.2: Eficiencia en la absorción de la energía útil en eV, para distintos semi-conductores

El objetivo de ilustrar la eficiencia en la absorción es mostrar que tan abierta esta la posibilidad de nuevas tecnologías, ya que como se puede observar esta eficiencia teórica

depende de la brecha de energía, la cual se puede diseñar a nivel teórico y es motivo de investigación en nuevos materiales. Actualmente todos estos semiconductores son utilizados en el desarrollo, investigación y algunos en la fabricación de celdas fotovoltaicas no quiere decir que sea esta su eficiencia en generación de energía eléctrica, ya que aún faltan considerar las eficiencias del factor de voltaje, factor de llenado, centros de recombinación, trampas, etc. Lo que a su vez también limita a los nuevos compuestos formados para obtener cierta brecha de energía ya que al combinar más elementos se aumentan considerablemente las complicaciones tanto en las redes cristalinas como en los centros de recombinación y el número de trampas.

Para cualquier celda fotovoltaica así como para la mayoría de otros dispositivos solares, la eficiencia de conversión ideal es la relación que hay entre la máxima potencia de salida ( $P_m$ ) y la potencia que incide en la celda ( $P_{in}$ ), esta es calculada como se muestra en la Ec.3.3

$$\eta = \frac{P_m}{P_{in}} = \frac{I_L(E_m/q)}{P_{in}} = \frac{FF \cdot I_L V_{oc}}{P_{in}} \quad (3.3)$$

Donde la potencia máxima de salida está dada por  $P_m = I_m V_m \cdot FF$  es el factor de llenado,  $V_{oc}$  el voltaje a circuito abierto e  $I_L$  es la corriente fotogenerada.

$$I_m = I_s \beta V_m e^{\beta V_m} \approx I_L \left( 1 - \frac{1}{\beta V_m} \right) \quad (3.4)$$

$$V_m = \frac{1}{\beta} \ln \left( \frac{I_L/I_s + 1}{1 + \beta V_m} \right) = V_{oc} - \frac{1}{\beta} \ln(1 + \beta V_m) \quad (3.5)$$

Donde la constante  $\beta = q/kT$ . Como se puede observar en la Ec.3.6, la corriente de saturación del diodo  $I_s$  y la Densidad de Corriente de saturación  $J - s$ , dependen directamente de las propiedades del material, tanto por la brecha de energía como se vio anteriormente, como de sus niveles de dopaje (N), constante de difusión (D) y tiempo de vida de sus portadores ( $\tau$ )

$$J_s = I_s/A = q N_C N_v \left( \frac{1}{N_A} \sqrt{\frac{D_n}{\tau_n}} + \frac{1}{N_D} \sqrt{\frac{D_p}{\tau_p}} \right) e^{-E_g/kT} \quad (3.6)$$

Con estas ecuaciones es posible calcular el limite Shockley-Queisser, el cual examina la cantidad de energía eléctrica máxima que puede ser extraída por fotón de la radiación solar incidente, este se muestra en la Figura 3.3., este límite es el más aceptado como la máxima eficiencia que puede desarrollar una celda fotovoltaica en específico, y como se puede ver si se

consideran únicamente los efectos de cuerpo negro y recombinaciones, se puede tener un pico de eficiencia teórica de 68 % como se calculo anteriormente, donde el silicio aparecía como el mejor material alcanzando una eficiencia cercana al 50 %.

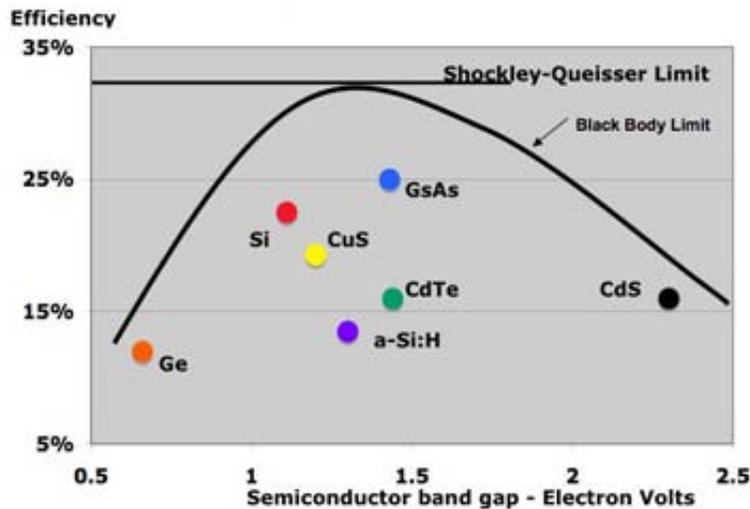


Figura 3.3: Limite de Shockley-Queisser y eficiencia teórica para celdas fotovoltaicas de unión p-n. *Source: DOE, Lewis Group Caltech*

Sin embargo lo anterior no toma en cuenta las pérdidas espectrales, que ya por si solas representan la vasta mayoría de la pérdida de potencia, aunado a esto se deben considerar también los efectos de cuerpo negro y recombinación, lo que lleva a que en una celda mono unión de silicio se tenga un rendimiento de alrededor del 33.7 % o entre 337 W/m. Si incluimos estos factores se observa en la Figura 3.3 cual parece ser la celda que se debe de utilizar por lo menos en cuanto a eficiencia, situando al arseniuro de galio (GaAs) como la de mejor desempeño y en segundo lugar al silicio, sin embargo este factor no es determinante para el concepto del árbol solar, ya que el galio es un elemento aun más escaso que el oro, por lo que su precio suele ser tan alto que a pesar de sus también altas eficiencias, es mayormente utilizado en aplicaciones espaciales donde el limitado espacio disponible en la nave justifica sus altos costos; en la actualidad los proyectos de concentración en celdas de GaAs han llevado su eficiencia por arriba del 40 % concentrando hasta 1000 soles sobre pequeñas áreas del material, logrando así un ahorro en el material proporcional a los niveles de concentración y una reducción en el costo ya que este depende de la unidad de concentración en un 70 % dejando solo un 30 % del precio a la celda. Aunque estos proyectos se estén volviendo cada vez atractivos para usos terrestres, la concentración solar en celdas de Arseniuro de Galio es algo para lo que será descartado para este tipo de árbol solar dado que no es conveniente el utilizar seguimiento por modulo, ya que no es posible evitar los sombreados en una copa de revolución, como las analizadas en el capítulo anterior.

Entonces en base a su eficiencia, disposición en el mercado y costos, la utilización de celdas basadas en tecnologías como mc-Si, pc-Si, a-Si, CdTe y CIGS, que son básicamente de primera y segunda generación, se observan a la fecha viables, ya que la madurez que tienen las tecnologías del mc-Si y pc-Si, los lleva a aproximarse cada vez más a sus límites de eficiencia, aunado a la abundancia de los materiales en el planeta y su producción en masa para la industria electrónica los lleva a costos cada vez menores; por otro lado las tecnologías de segunda generación (a-Si, CdTe y CIGS) pese a que tienen menor eficiencia como se observa en la Figura 3.3. al ser de capa delgada (thin film) requieren menos material, haciéndolas cada vez más accesibles económicamente. Sin embargo las secciones posteriores muestran cómo deben interactuar estas entre sí para poder sacar el máximo beneficio de cada tecnología, así como las ventajas técnicas de utilizar una y no otra. También cabe señalar que el descubrimiento de nuevos materiales para celdas solares, así como la implementación de nuevas técnicas sobre los materiales actuales, puede incrementar la variedad de tecnologías, reducir costos y optimizar la generación eléctrica en el árbol solar.

### 3.3. Radiación espectral y masa de aire

Es bien sabido, por aquellos familiarizados con la tecnología fotovoltaica, que la corriente eléctrica generada por los dispositivos fotovoltaicos, es influenciada por la distribución espectral de la luz solar (King et al. 1997). Es también entendido que dicha distribución varía durante el día, siendo “más roja” tanto en el amanecer como en el atardecer, y “más azul” al medio día. Ya que las celdas solares como se vio en el capítulo anterior absorben en un ancho de banda determinado y característico de esa tecnología en particular, el comportamiento de una celda solar de una tecnología no será el mismo para una cierta longitud de onda que lo sería para otra, independientemente de su eficiencia. En la Figura 3.4. se puede ver la variación el espectro de radiación tiene en una mañana en Sacramento California, de 7:18 am a 10:43 am, comparándola con la respuesta espectral relativa de un módulo de c-Si. Se puede observar que el espectro solar cambia conforme a la posición del sol; también lo hace la corriente de corto circuito ( $I_{sc}$ ), aunque no se muestre esta variable en la gráfica se sobre entiende ya que como se vio en la sección anterior esta es dependiente de la cantidad de fotones con la energía suficiente para generar un par electrón-hueco.

Cuando se menciona la posición del sol anteriormente se aludió al concepto de “La masa de aire” que es usado para describir la distancia relativa que atraviesan los rayos del sol, en el espacio que hay entre la tierra y la atmósfera, este dato no se puede obviar ya que cambia a cada instante, diariamente durante todo el año. La condición de  $AM=1$  ocurre cuando el sol está totalmente perpendicular a algún sitio en particular a nivel del mar,  $AM=0$  sería para cuando no atraviesa la atmósfera y se utiliza en cálculos extraterrestres. Para compensar altitudes arriba del nivel del mar, se utiliza el término “masa de aire absoluta”

La Asociación Estadounidense para Pruebas de Materiales, (ASTM, por sus siglas en inglés), ha documentado y estandarizado un método para compensar la sensibilidad espec-

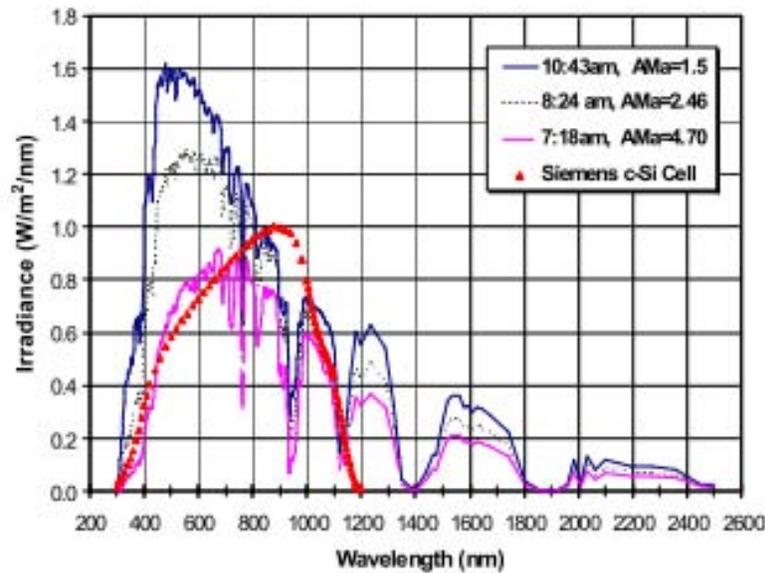


Figura 3.4: Respuesta espectral relativa para un modulo típico de c-Si comparado con la irradiancia espectral solar total a tres horas del día en Sacramento, Ca, 10/10/96. *Source: Sandia National Laboratories, Albuquerque, NM*

tral de los dispositivos fotovoltaicos, corrigiendo el espectro o la “función de masa de aire” relacionando la masa de aire absoluta ( $AM_a$ ). La Ec. 3.7 muestra la función  $AM_a$ .  $f_1(AM_a)$ , que puede ser vista como un parámetro continuo del desacople del espectro.

$$f_1(AM_a) = \frac{I_{stc}}{E^*} \cdot \frac{E_o^*}{I_{sc_{tco}}} \quad (3.7)$$

Donde:

$E^*$ = irradiancia total del piranómetro de termopila para prueba de espectro, incidencia normal,

$E_o^*$ =irradiancia total del piranómetro de termopila para una incidencia normal, condición  $AM_a = 1.5$ ,

$I_{sc_{to}}$ =corriente de corto circuito del módulo de prueba a una temperatura de referencia, incidencia normal,  $AM_a = 1.5$ ,

$I_{sc_t}$ =corriente de corto circuito medida del módulo de prueba a una temperatura de referencia, incidencia normal, y prueba de espectro prevalente.

La Figura 3.5. sé muestra la función  $AM_a$  medida para una variedad de dispositivos fotovoltaicos, esta depende de la respuesta espectral característica de cada módulo. Se observa que el silicio amorfo muestra una respuesta decreciente a medida que incrementa la masa de aire porque su respuesta espectral está limitada a longitudes de onda menores a 900 nm. Este

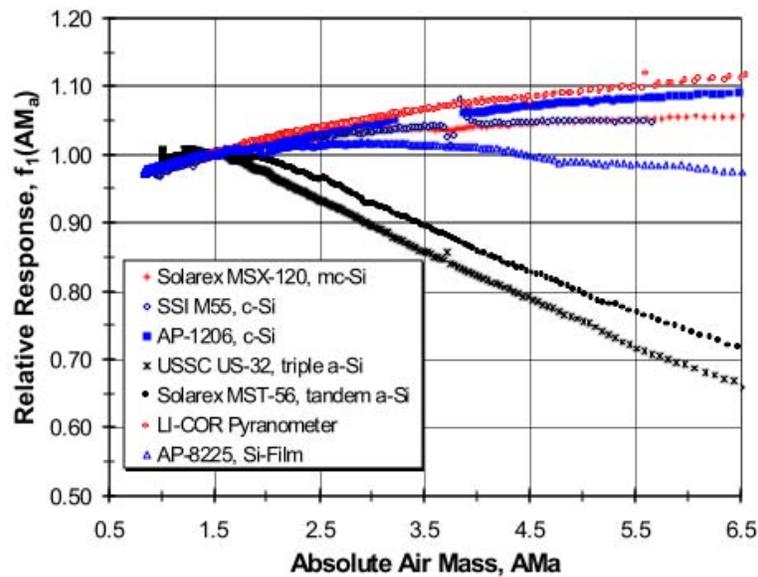


Figura 3.5: Corriente de corto circuito relativa contra  $AM_a$  para una variedad de módulos fotovoltaicos y un piranómetro de fotodiodo de silicio.

experimento muestra lo inconveniente que es posicionar paneles de Silicio amorfo en las secciones de la copa donde el ángulo de inclinación del modulo y su orientación hacen que incida sobre este mayor radiación en las primeras o últimas horas del día, en las cuales la masa de aire es más grande y el silicio amorfo tiene su peor desempeño. Como se puede observar en la Figura 3.4 los picos que se tenían antes de los 900 nm se van reduciendo conforme aumenta la masa de aire, esto obviamente disminuye la cantidad de fotones que logran la formación de pares electrón-hueco en una celda de silicio amorfo, independientemente de que la celda este orientada perpendicularmente a la posición del sol ya que no es un problema de ángulo de incidencia si no de radiación espectral.

La magnitud de la influencia que puede llegar a tener sobre el desempeño de una celda el espectro de radiación solar, puede variar considerablemente dependiendo de la tecnología. Por ejemplo el comportamiento al exterior de los módulos fotovoltaicos de silicio amorfo (a-Si) y el policristalino Si (pc-Si) fueron caracterizados por (Minemoto et al. 2007), en donde se encontró que la energía entregada por el modulo de a-Si depende principalmente de la distribución espectral, y es más alto dentro de un espectro rico en azul. En contraste, la energía de salida de un modulo de pc-Si es mas sensitiva a la temperatura del modulo, pero no a la distribución espectral.

Estos datos son relevantes y necesarios para llevar a cabo el desarrollo y diseño del árbol solar, ya que como se menciono anteriormente carecerá por lo menos dentro de este análisis, de un sistema de seguimiento, por lo cual es imperativo seleccionar previamente y con cautela

las tecnologías que se utilizaran así como el lugar que ocuparan estas en el árbol, para tener la máxima generación durante todo el año, con lo anteriormente mencionado, se puede pensar que el silicio amorfo puede ser colocado en la copa del árbol, ya que es en el medio día donde el espectro solar irradia más en el azul, ya que el cielo al ser de color azul indica que es esta la longitud de onda que refleja y si a su vez es captada por nuestros ojos y podemos distinguir el color, entonces sería necesario medir su irradiancia la cual no podría ser mayor a la componente difusa de la radiación global. Sin embargo el posicionar tecnología flexible en la copa del árbol tiene ventajas aerodinámicas, ya que en caso de fuertes vientos en una determinada temporada u hora del día, la estructura no tendría que ser tan rígida puesto que la hoja se doblaría aminorando los esfuerzos del viento.

Como se ha dicho repetidamente el factor geográfico es el que da pie a las variaciones en la respuesta de los módulos, la mayor parte del tiempo. Sin embargo en el árbol solar es probable que haya que sugerir nuevas formas de cuantificar la energía y la eficiencia del “arreglo”, ya que tendrán estos que ser diseñados en forma casi personalizada, puesto que las trayectorias solares así como, condiciones climatológicas y topográficas afectan de manera importante el comportamiento de un tipo de tecnología muy diferente de lo que hace a otro. El silicio amorfo (a-Si) es uno de los más afectados por la irradiancia espectral incluso depende más de esta que de otros factores como la temperatura o la intensidad de la radiación solar, por lo que es conveniente hacer evaluaciones con el índice APE por sus siglas en inglés (Average Photon Energy), que indica la distribución de la irradiancia espectral. Se calcula a partir de mediciones de la irradiancia espectral dividida por la irradiancia integrada por la densidad del flujo de fotones integrada, arrojando la energía promedio de los fotones.

$$APE = \frac{\int_a^b E(\lambda)d\lambda}{q \int_a^b \phi(\lambda)d\lambda} \quad (3.8)$$

En la ciudad de Kusatsu, Shiga en Japón con latitud  $34^{\circ}58'$  N y longitud  $135^{\circ}57'E$  en agosto de 1998, se caracterizaron dos módulos un de a-Si y otro de mc-Si, orientados hacia el sur con una misma inclinación de  $15.3^{\circ}$ . Las gráficas de contorno en la Figura 3.6. revelaron que el 92.5% de la incidencia total tiene un APE por arriba de los 1.88 eV, lo que indica que el espectro solar en la ciudad de Kusatsu fue significativamente rico en azul, comparado con el espectro estándar de APE=1.88 eV.

La irradiancia satisfecha con APE y la temperatura del modulo ( $T_{mod}$ ) para STC es solo 0.8890% (menos que el 1%) de la irradiancia total, indicando que las condiciones al exterior rara vez coinciden con las STC.

Como se muestra en la Figura 3.7., la relación de comportamiento (PR, por sus siglas en inglés) de los módulos de pc-Si decrece con el aumento de  $T_{mod}$ , en la figura el STC

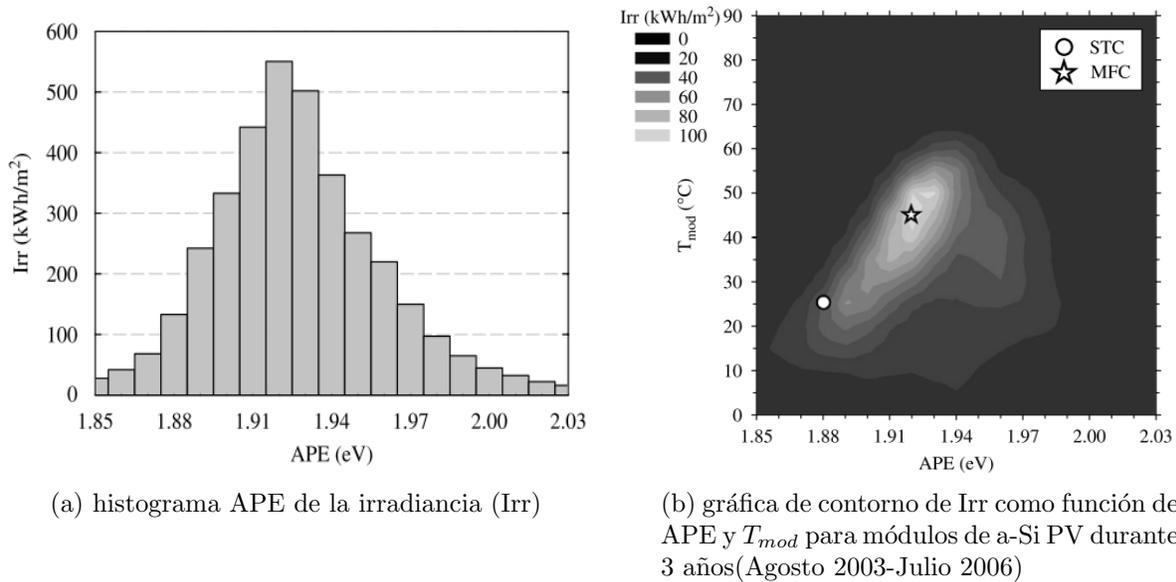


Figura 3.6: En la figura, STC (25°C y 1.88 eV) y MFC (45°C y 1.92 eV) son indicados con un círculo y una estrella respectivamente. *Source: Sandia National Laboratories, Albuquerque, NM*

(25°C y 1.88 eV) y MFC (40°C y 1.92 eV) son indicados con los símbolos círculo y estrella, respectivamente. Los PRs a STC y MFC fueron 84.76 % y 77.90 %, respectivamente. El PR a MFC es 6.86 % más bajo que el de STC. Lo que indica que el Módulo fotovoltaico no debe ser evaluado bajo condiciones STC, ya que entonces la energía de salida será mas baja de lo esperado, lo cual no ofrece un análisis incluyente de la tecnología en el árbol y esta podría ser descartada injustamente, el PR nos da la posibilidad de evaluar la eficiencia de un módulo independientemente de la irradiancia, así como las condiciones MFC nos muestran condiciones particulares del lugar geográfico donde se planea la instalación.

Los módulos de a-Si al ser de película delgada, tienen un menor costo ya que reducen la cantidad de material semiconductor utilizado, al mismo tiempo que sus procesos de fabricación pueden ser optimizados para producir paneles en menor tiempo mediante el proceso denominado “rollo a rolo”; la desventaja radica en sus eficiencias que son superadas por tecnologías cristalinas en más de un 10 %, por lo que para generar la misma cantidad de energía requieren de mayor área; factor que puede descartar dicha tecnología actualmente dados los costos que conlleva la estructura del árbol solar, así como su cimentación, por lo que se debe buscar una generación eficiente ya que de lo contrario el ahorro en el módulo no cubrirá la inversión en estructura.

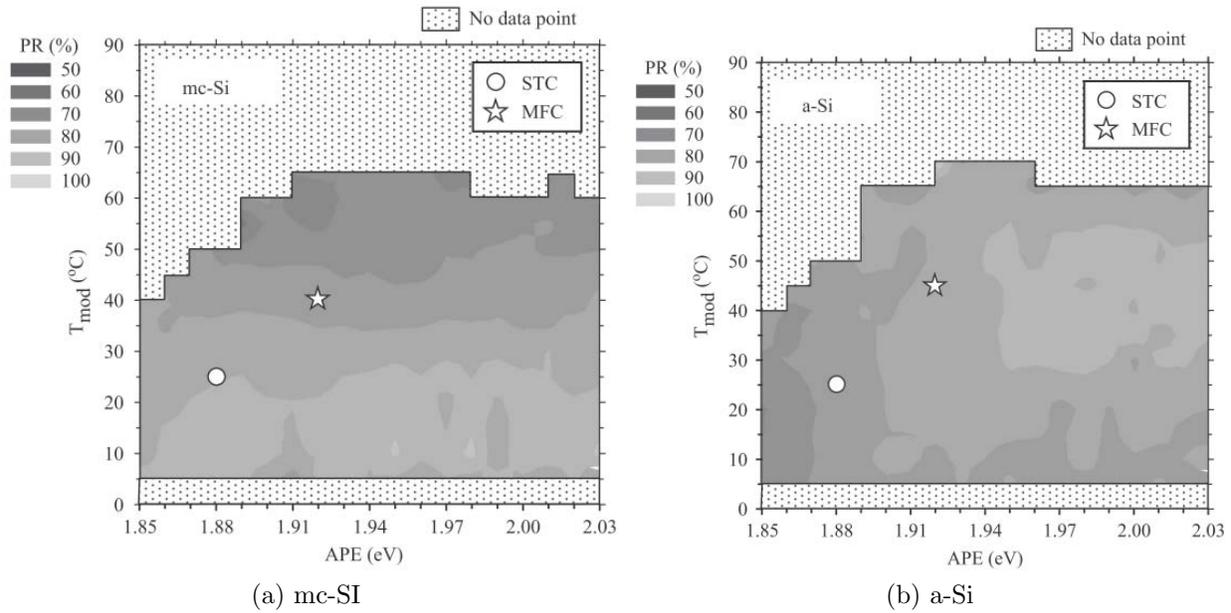


Figura 3.7: Gráficas de contorno de PR para los módulos fotovoltaicos de a) mc-Si y b) a-Si como función de APE y T<sub>mod</sub>. En las figuras, STC (25°C y 1.88eV) y MFC son indicados con los símbolos círculo y estrella respectivamente

### 3.4. Temperatura

Como se menciona en un inicio la temperatura es uno de los factores más importantes en el desempeño de las celdas solares, ya que al aumentar la temperatura, la longitud de difusión en Si y GaAs (por ejemplo) se incrementara, porque la constante de difusión ( $D$ ), aumenta con la temperatura ( $T$ ) como se muestra en la Ec. 3.9.

$$D = \frac{k_B T}{q} \mu \quad (3.9)$$

Donde  $k_B$  es la constante de Boltzman,  $q$  la carga del electrón y  $\mu$  la movilidad de huecos o electrones. Sin embargo el factor determinante en la respuesta que tiene la corriente con la temperatura, se debe a la densidad de estados efectiva en la banda de valencia ( $N_V$ ) y en la banda de conducción ( $N_C$ ), Ec. 3.10. Ya que el factor de temperatura se eleva al cubo al multiplicarse las dos densidades de estados efectivas y aunque se divide por el nivel de donadores y aceptores ionizados como se observa en la Ec. 3.6, el factor temperatura queda elevado a la 3/2, que al multiplicarse por la raíz de la constante de difusión queda el termino elevado al cuadrado, de esta manera se observa como  $I_S$  crece exponencialmente debido a su dependencia con  $T^2$ .

$$N_V \equiv 2 \left( \frac{2\pi m_{dh} kT}{h^2} \right)^{3/2}, \quad N_C \equiv 2 \left( \frac{2\pi m_{de} kT}{h^2} \right)^{3/2} M_C \quad (3.10)$$

La Ec. 3.11 es la ecuación de Shockley y muestra el comportamiento de la corriente de un diodo, lo cual es aplicable a una celda fotovoltaica, ya que ambos son uniones de materiales semiconductores.  $I_L$  es la corriente fotogenerada y también se ve beneficiada con el aumento de temperatura ya que aumenta la longitud de difusión de los portadores minoritarios.

$$I = I_s(e^{qV/kT} - 1) - I_L \quad (3.11)$$

Sin embargo  $V_{oc}$  decrecerá rápidamente por la dependencia exponencial que tiene de la temperatura la corriente de saturación, como se muestra en la Ec. 3.12, la cual aumenta velozmente en comparación con  $I_L$ .

$$V_{oc} = \frac{kT}{q} \ln \left( \frac{I_L}{I_s} \right) \quad (3.12)$$

Una disminución en  $V_{oc}$  causara un incremento en la rugosidad de la rodilla en la curva I-V (debido al aumento de temperatura), lo cual degradara el factor de llenado (FF, por sus siglas en ingles) como se muestra en la Ec. 3.13, y esto reducirá la eficiencia de la celda como se vio en la Ec. 3.3.

$$FF = \frac{I_m V_m}{I_L V_{oc}} \quad (3.13)$$

Actualmente los módulos son caracterizados bajo condiciones estándares de prueba (STC, por sus siglas en inglés), que como ya se menciona en las secciones anteriores, dicho estándar puede a veces solo beneficiar a una tecnología (regularmente silicio cristalino) y además instalada en algún lugar en específico, esto se debe a que los fabricantes de celdas solares suelen ubicarse en latitudes al norte de los trópicos ( latitud 23.5 °C) donde el sol nunca estará perfectamente perpendicular a una superficie horizontal (como se dice comúnmente sobre sus cabezas), o como se maneja en la ingeniería solar con una masa de aire de 1 G.

Para poder dimensionar correctamente un árbol fotovoltaico en la práctica, se requerirán de celdas comerciales, las cuales se rigen en su mayoría por el STC he de ahí su importancia. utilizado por los fabricantes para asegurar una cierta calidad o cumplir con alguna norma, estas condiciones de prueba son realizadas en las empresas con un dispositivo que simula al sol, irradiando  $1000W/m^2$  y manteniendo la celda a una temperatura de  $25^\circ C$  y se asumiendo AM1.5 como el espesor de la atmósfera. Lo cual indica al consumidor que el panel es o no eficiente o de cierta calidad comparado con otros evaluados bajo el mismo estándar; sin embargo esta información no es suficientemente fidedigna para realizar cálculos o dimensionamientos en el largo plazo ya que no se apega a las condiciones geográficas reales, sino

mas bien a las óptimas, por esto algunos países optan por utilizar lo que es la temperatura normal de operación de la celda (NOCT, por sus siglas en inglés), que asume  $800 W/m^2$  de irradiancia solar y un promedio en la temperatura del aire de  $20^\circ C$ .

Para solucionar esto y evaluar correctamente el desempeño de cada tecnología, el autor Huld et al. (2010) modifica un modelo de King et al. (n.d.), para que la potencia de salida dependa únicamente de la temperatura del modulo  $T_{mod}$  y la irradiancia en el plano G, con el fin de utilizar los datos que provee el fabricante (que se encuentran en STC), junto con los datos que se midan en condiciones controladas de laboratorio y hacer una predicción del comportamiento que este modulo tendrá si se ubica en un cierto lugar geográfico donde las condiciones no sean precisamente las STC.

$$P(G, T_{mod}) = P_{STC} \cdot \frac{G}{G_{STC}} \cdot \eta_{rel}(G', T') \quad (3.14)$$

Donde  $P_{STC}$  es la potencia a condiciones estándares de prueba (STC) de  $G_{STC} = 1000W/m^2$  y  $T_{mod\_STC} = 25^\circ C$ . La eficiencia relativa  $\eta_{rel}$ , mostrada en la Ec.3.15 proporciona un parámetro por así llamarlo desestandarizado del desempeño de una tecnología fotovoltaica con las condiciones de temperatura e irradiancia variables, esto permite evidenciar las características de las tecnologías a las cuales no les favorecen las condiciones estándares de prueba .

$$\eta_{rel}(G', T') = 1 + k_1 \ln G' + k_2 [\ln G']^2 + T'(k_3 + k_4 \ln G' + k_5 [\ln G']^2) + k_6 T'^2 \quad (3.15)$$

$G'$  y  $T'$  son parámetros normalizados a valores STC  $G' \equiv G/G_{STC}$  y  $T' \equiv T_{mod} - T_{mod\_STC}$ . Los coeficientes  $k_1-k_6$  deben ser encontrados ajustando el modelo a datos medidos experimentalmente en uno o más sitios de prueba. Se observa que la eficiencia relativa depende de la irradiancia instantánea así como de la temperatura del modulo  $T_{mod}$ , la cual en condiciones de estado estable (o cambios lentos) puede ser estimada de la temperatura ambiente como se muestra en la Ec.3.16.

$$T_{mod} = T_{amb} + c_{TG} \quad (3.16)$$

A continuación en la Figura 3.8. se presenta el comportamiento de tres tecnologías ya maduras y comercialmente accesibles que son el Teluro de Cadmio (CdTe), silicio cristalino (c-Si) y las celdas solares de cobre indio selenio (CIS) en una gráfica que muestra la dependencia que tiene su eficiencia relativa con la temperatura a la que se encuentra el modulo, para una irradiancia fija es posible observar en esta el comportamiento esperado de decremento de la eficiencia relativa al aumentar la temperatura.

En la Figura 3.8, se muestra la necesidad de tomar en cuenta el factor de la temperatura como un problema particular de cada tecnología, ya que como se puede observar la eficiencia del silicio es altamente afectada por esta, sin embargo el CdTe baja solo un 4%, lo cual es

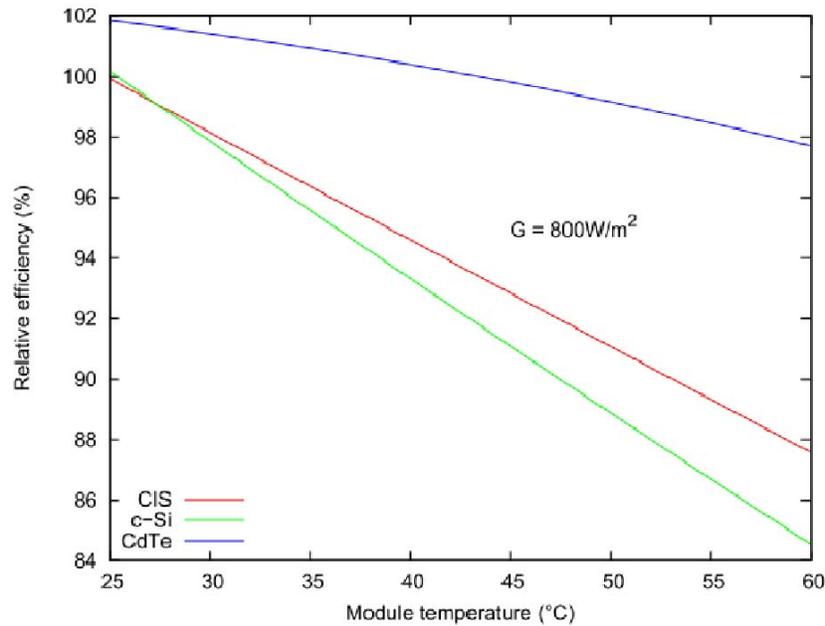


Figura 3.8: Eficiencia relativa como función de la temperatura del módulo para una irradiancia constante de  $G = 800W/m^2$

contrastante con el 16 % que desciende la eficiencia del silicio cristalino. Sin ser este parámetro todavía suficiente para prescindir de una tecnología u otra, ya que la eficiencia de conversión de energía solar a eléctrica del silicio a nivel laboratorio es del 25 % (sin concentración) mientras que los records para tecnologías de capa delgada como a-Si, CdTe y CIS, son de 12.5 %, 16.7 % y 20.3 % respectivamente.

Lo que se puede hacer en conjunto con lo anterior es evaluar en cual tecnología es conveniente o no la utilización de refrigeración con el fin de elevar su eficiencia, y en cual se convierte esta en un gasto energético no compensado por la ganancia de generación eléctrica, ya que para alimentar la bomba o las bombas que mueven el fluido refrigerante, así como la etapa de compresión se requerirá energía obviamente generada por las celdas y también dependerá de la distancia a la que se encuentren estas celdas que quieran ser refrigeradas, ya que entre mayor sea la distancia más potencia demandaran las bombas; aunado a esto la consideración de equipo de refrigeración aumentará considerablemente el costo y versatilidad de la instalación.

### 3.5. Irradiancia

La irradiancia en el árbol solar, no incidirá en todas las celdas al mismo tiempo ni en la misma cantidad, como en los arreglos convencionales, al no estar los módulos inclinados a la

par y orientados todos al mismo punto. Es más ya que ninguno tendrá la misma orientación e inclinación que el otro todos recibirán una irradiancia distinta

La dependencia que tienen las celdas fotovoltaicas de la irradiancia y por ende el árbol se debe a que la corriente fotogenerada  $I_L$  como se ve en la Ec. 3.17, depende directamente de la cantidad de fotones que inciden en la celda y esta logra absorber, así como de las características físicas de la celda (área de captación, probabilidad de colección, el espectro de luz incidente).

$$I_L(E_g) = Aq \int_{h\nu=E_g}^{\infty} \frac{d\phi_{ph}}{dh\nu} d(h\nu) \quad (3.17)$$

Donde  $d\phi_{ph}/dh\nu$  es la densidad de flujo de fotones también mostrada en la Figura 3.1.,  $A$  es el área y  $q$  la carga electrónica de  $1.602 \times 10^{-19}$ . El flujo de fotones Ec. 3.18 es el numero de fotones por segundo por unidad de área.

$$\phi = \frac{\#de\ fotones}{sec \cdot m^2} \quad (3.18)$$

La relación directa que tiene el  $\phi$  con la irradiancia  $H$  (densidad de potencia), se muestra en la Ec.3.19. Partiendo de que  $\phi$  es el numero de fotones que inciden en una superficie en un tiempo determinado, al multiplicarlo por la energía de los fotones comprendida en el flujo de los fotones, da la energía incidente en un área por unidad de tiempo, lo que es equivalente a la densidad de potencia, que para el espectro solar AM 1.5 es de  $1000W/m^2$ .

$$H \left( \frac{W}{m^2} \right) = \phi \cdot qE(ev) \quad (3.19)$$

Huld et al. (2010) realizó el análisis mostrado en la Figura 3.9, mediante el modelo por el propuesto; dejando la temperatura fija y variando la irradiancia, con el fin de analizar la eficiencia relativa de los dispositivos bajo condiciones de iluminación que no suelen ser añadidas a los datos que ofrece el fabricante.

Se observa en la Figura 3.9 que el CdTe tiene una eficiencia relativa mayor entre los 200 y  $600 W/m^2$  con un pico marcado en los  $400 W/m^2$ , contrario al c-Si y CIS que tienen las eficiencias más altas cuando la irradiancia se acerca a las condiciones estándares de prueba ( $1000W/m^2$ ) o simplemente son mayores.

Con lo anterior uno puede observar que las celdas de CdTe, mantienen su eficiencia a niveles tan bajos de radiación como lo es la radiación difusa, por su parte el c-Si caracterizado en esta prueba no sería recomendable para las secciones del árbol solar orientadas al norte, en un país por arriba del ecuador o viceversa, al sur en un país por abajo del ecuador, ya que la radiación que este puede recibir en promedio, puede variar entre los  $10W/m^2$  y

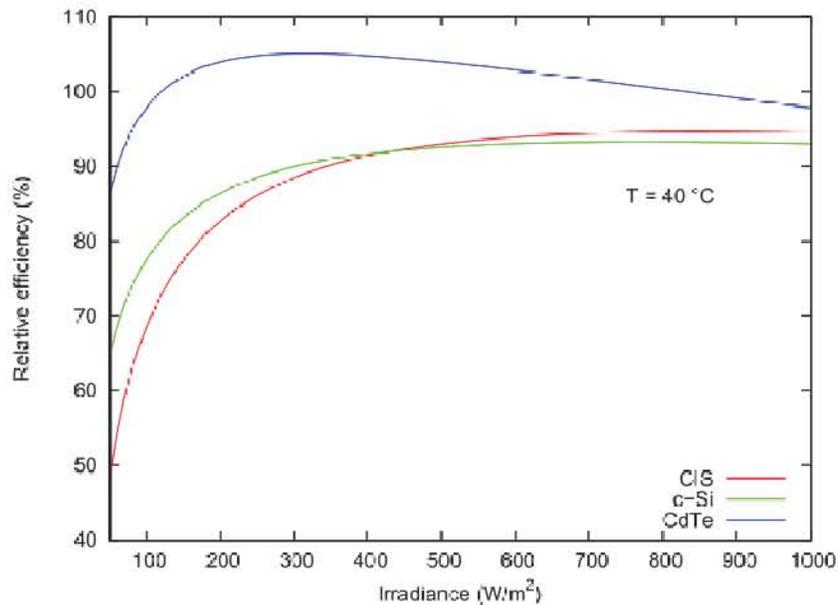


Figura 3.9: Eficiencia relativa de las tres tecnologías fotovoltaicas como función de la irradiancia para un temperatura de modulo constante de  $T_{mod} = 40^{\circ}\text{C}$

los  $400\text{W}/\text{m}^2$ , valores en los que la eficiencia del c-Si está muy por debajo de la eficiencia nominal de esta tecnología. En base a lo anterior el CdTe se presenta como un buen material para celdas cuya orientación no es la óptima ya que mantienen valores de eficiencia cercanos al nominal con baja irradiancia y al no estar orientados la temperatura de la celda es menor, lo que también ayuda a que no disminuya la eficiencia como se vio en la sección anterior.

### 3.5.1. Bajos niveles de Radiación

Con el fin de optimizar la mayor cantidad de área de captación en el árbol, algunas celdas recibirán la mayor parte del tiempo radiación difusa (por ejemplo las orientadas al norte arriba del ecuador, o las orientadas al sur en latitudes por debajo del ecuador), será necesario ver cuanta de esta radiación es posible colectar y absorber por los dispositivos fotovoltaicos, y dado que siempre han sido requeridos espectros de referencia para comparar el desempeño de dichos dispositivos y para trazar mejoras en el rendimiento, (recordando que los dispositivos fotovoltaicos son selectivos a los espectros), se toma como primera instancia de evaluación del recurso espectral el espectro AM 1.5, del cual se tienen datos detallados y disponibles, de todas las consideraciones que se hicieron para obtenerlo, por lo cual es un parámetro ilustrativo y aceptable, sin embargo no sirve para una cuantificación real o aproximada del recurso, con fines del diseño del árbol, ya que solo muestra una masa de aire específica debido a una posición del sol para una determinada hora solar en un día o estación del año.

Entonces solo con el fin de ejemplificar parte de la energía no contemplada como crucial en el diseño convencional de arreglos fotovoltaicos, se gráfica en la Figura 3.10. la componente difusa de la irradiancia global en un día despejado para el espectro AM1.5, el cual es aceptado como una irradiancia espectral estándar por la sociedad americana para pruebas y materiales (una cantidad extensa de mediciones del desempeño de las celdas son realizadas y reportadas bajo este estándar). Esta componente difusa tiene un pico en las longitudes de onda cortas (azul), y estas cuando son sumadas con la componente normal directa, agregan irradiancia de longitudes de onda corta al espectro global. Se puede observar que la contribución es pequeña comparada con la cantidad de irradiancia directa que incide sobre la superficie inclinada, es por esto que se busca siempre que la respuesta espectral de los diferentes dispositivos fotovoltaicos, absorba la mayor cantidad de la radiación directa puesto que ya viene implícita la contribución difusa, por caer en el rango de longitudes de onda donde se encuentra la radiación directa.

Dado que el ángulo de incidencia acarrea efectos mas allá de las típicas pérdidas geométricas “cosenoidales”. Se calculo la componente difusa para las tablas descargadas de la página oficial de ASTM, con la Ec. 3.20 propuesta por King et al. (1997).

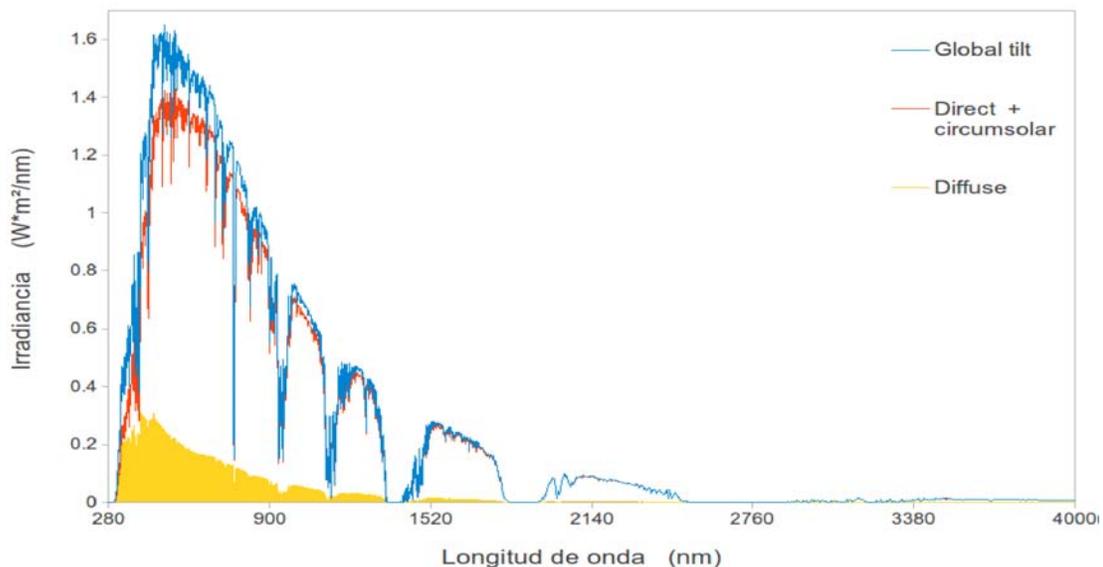


Figura 3.10: Espectro Solar de las tablas ASTM G173-03, para una superficie orientada 37° hacia el sur, global terrestre, directo + circumsolar y difuso (calculado). *Source: American Society for Testing and Materials (ASTM) Terrestrial Reference Spectra for Photovoltaic Performance Evaluation*

$$AOI = \cos^{-1} [\cos(T_m)\cos(Z_s) + \sin(T_m)\sin(Z_s)\cos(AZ_s - AZ_m)] \quad (3.20)$$

Donde:

- $AOI$  ángulo de incidencia solar;
- $T_m$  ángulo de inclinación de la superficie;
- $Z_s$  ángulo cenital del sol;
- $AZ_m$  ángulo acimutal del modulo ( $0^\circ = \text{Norte}$ ,  $90^\circ = \text{Este}$ );
- $AZ_s$  ángulo acimutal del sol;

Cabe mencionar que el espectro global AM 1.5 fue modelado para una superficie de captación orientada al sur inclina  $37^\circ$  con respecto a la horizontal (escogido para representar una latitud promedio en Estados Unidos). La componente directa del espectro AM 1.5 fue modelada por la “US. Standard Atmosphere”, la cual contiene 1.42 cm de vapor de agua precipitable y 0.34 cm de ozono en una columna vertical desde el nivel del mar hasta 100 km (Hulstrom & R. 1990).

Con estos valores se obtiene que la insolación total para la componente difusa es de  $135W/m^2$ , para el espectro AM 1.5, lo que representa el 14.89% de la radiación directa y el 13.18% de la radiación global de dicho espectro. Aun así estos valores podrían estar subestimando el recurso, ya que con longitudes de trayectorias más grandes, hay mayor difracción y absorción de la radiación solar por los componentes atmosféricos, tales como moléculas de aire, aerosoles y vapor de agua. Los procesos de absorción y difracción son espectralmente selectivos, entonces la distribución espectral de la radiación a la superficie de la tierra depende de las condiciones atmosféricas (ej. nubes y aerosoles). Juntos masa de aire y condiciones atmosféricas varían con el lugar, hora del día, y año, haciendo esto necesario para seleccionar un conjunto específico de condiciones atmosféricas y masa de aire para el espectro referido.

Tanto la radiación directa como la difusa dependen directamente de los fenómenos climáticos del lugar donde se realice la prueba, dada las variaciones microclimáticas de muchos países como el nuestro por ejemplo, las condiciones de irradiancia pueden variar en no muchos kilómetros, en la Figura 3.11, se muestra el porcentaje acumulativo de la corriente total posible contra la longitud de onda para el espectro global; las curvas superiores se derivan del espectro medido por el Centro en Energía Solar de Florida (FSEC) en Cabo Cañaveral en Junio, con humedad relativa entre 68% y 75%, vapor de agua entre 3.7 y 5.9 cm, y masa de aire entre 1.0 y 1.36. Las curvas más bajas se derivaron del espectro medido por la Compañía Gas y Electricidad del Pacífico (PG&E) en San Ramon, Calif. en Junio, con humedad relativa entre 26% y 51%, con vapor de agua calculado entre 0.7 y 0.9 cm, y masa de aire entre 1.84 y 2.71. La curva basada en el espectro global de referencia AM 1.5 (inclinación  $37^\circ$ ) es mostrado para ser comparado.

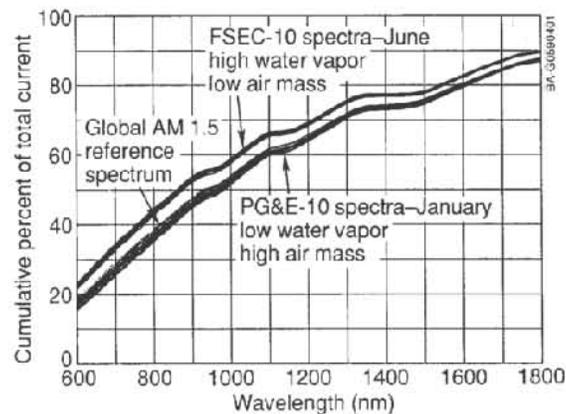


Figura 3.11: Porcentaje acumulativo de la corriente total posible (0 % a 100 %, 300 a 4000 nm) contra la longitud de onda del espectro global medido por FSEC y PG&E comparado con la referencia AM 1.5 global. *Source: Solar Energy Research Institute*

A medida que el vapor de agua en la atmósfera crece, hay una disminución como se aprecia de la radiación solar en las bandas de absorción cercanas al infrarrojo (NIR), estas regiones se encuentran más allá de los 750 nm. Esto resulta que un alto porcentaje de la corriente en las regiones ultravioleta (UV) y visible (VIS) ubicadas por debajo de los 750 nm. Con respecto a los efectos de las masas de aire, hay una atenuación menor de la irradiancia en la región ultravioleta a visible, para las masas de aire más pequeñas contra los valores más grandes, y por ende un porcentaje más alto de la corriente acumulada se encuentra en las longitudes de onda más corta. Estos datos también muestra que las curvas basadas en el espectro referencia AM 1.5 caen entre los dos grupos de datos pero más cercanos al seco.

Para observar con mayor claridad cómo afecta el vapor de agua al espectro de radiación solar, se ocuparan los resultados que reporta (Eltbaakh et al. n.d.), ya que estos son simulados y no medidos, lo que los hace mas interpretables aunque menos realistas. El autor lleva acabo dicho modelado con el objetivo de evaluar los efectos que tiene la variación de parámetros atmosféricos partiendo de un cielo despejado, para el espectro de radiación solar global (SGSR, por sus siglas en ingles), en el rango de 0.3-1.1  $\mu m$ . La simulación se realiza para un lugar en Bangi, Malasia (latitud  $2^{\circ}55'N$ , longitud  $101^{\circ}46'E$ ) usando SPCTRAL2, el cual es un modelo paramétrico escrito por el Dr. Richard Bird y el Dr. Carol Riordan, este modelo fue desarrollado a principios de 1980 y no ha sido modificado desde entonces.

En la Figura 3.12a. la superficie de albedo fue de 0.1 cm, el espesor de ozono 0.1 cm, el ángulo cenital de  $48.18^{\circ}$  y los parámetros de aerosoles  $\beta = 0.05$  y  $\alpha = 1.3$  para el mes de enero, en la Figura 3.12b., se mantienen los parámetros anteriores fijos con el vapor de agua en a 0.1 cm, el que varia ahora es el albedo de 0.1 a 0.9. Ya que el ángulo cenital es el mismo que el del espectro solar de referencia AM 1.5, se puede observar como la perdida de irradiancia debido a la absorción del agua afecta en menor medida a la radiación difusa, ya que en esos picos descendientes la radiación difusa ya era escasa, sin embargo el albedo es un parámetro que

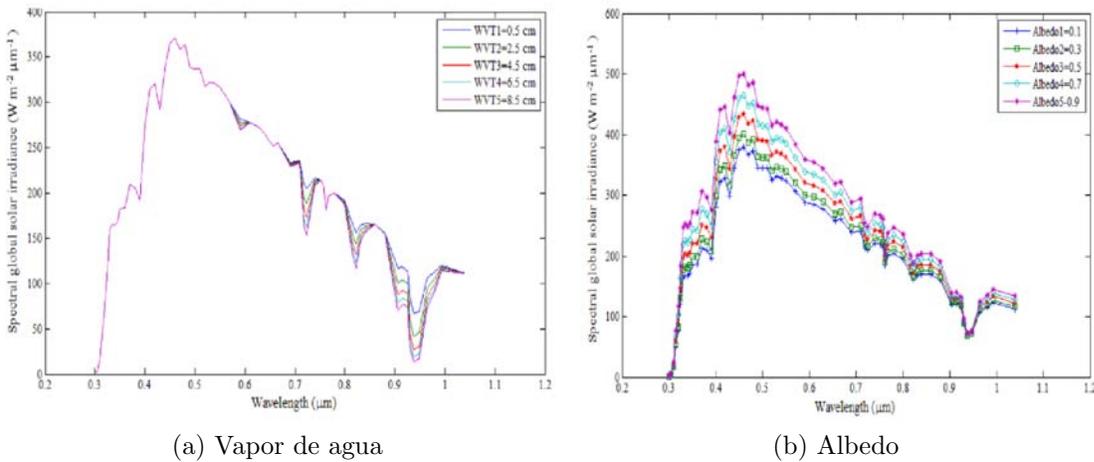


Figura 3.12: Variaciones de a)vapor de agua y b)albedo, para la irradiancia global del espectro solar con cielo despejado en Bangi, Malasia, utilizando SPCTRAL2. *Source:Eltaakh et al. (n.d.)*

si afecta significativamente a la radiación difusa, puesto que en la longitud de onda de 0.33  $\mu\text{m}$  el SGSR tenía para valores de albedo de 0.1  $\text{nm}$  de  $484\text{Wm}^{-2}\mu\text{m}^{-1}$  pero al aumentar el albedo a 0.9 este valor se incrementa en  $276\text{Wm}^{-2}\mu\text{m}^{-1}$  esto es un 176 % de su valor original.

En base a lo anterior, uno puede aumentar la potencia generada por aquellas celdas cuya orientación e inclinación no es la óptima, variando el color o material de la superficie sobre la cual se instale el árbol, esto con el fin de aumentar el albedo y la componente difusa de la radiación solar incidente en el árbol. También es conveniente que las celdas hayan sido diseñadas para mantener su eficiencia a bajos niveles de radiación, ya que como en la sección siguiente se muestra, las celdas sometidas a bajos niveles de irradiancia pueden disipar en forma de calor (auto-consumir) su energía generada si su resistencia paralelo no es lo suficientemente grande.

### 3.5.2. Resistencia en Paralelo (Shunt)

En la sección anterior se mostró claramente que el sol nos irradia con una potencia incidente que variara entre 0 y  $1\text{ kW}/\text{m}^2$ , y lo más importante para el caso de estudio que es el árbol, se demostró que hay una cantidad de energía casi constante durante las horas de luz solar que las celdas solares pueden convertir en energía eléctrica con el fin de optimizar el área y aprovechar una estructura de montaje que debido a su altura y propiedades mecánicas puede llegar a ser bastante costosa. En estos niveles de iluminación tan bajos, los efectos de la resistencia en paralelo, se vuelven cada vez mas importantes.

Las resistencias parasitarias en las celdas solares suelen reducir su eficiencia al disipar en menor o mayor medida la energía generada, afectando directamente al factor de llenado. En el modelo de un diodo, se reconocen dos resistencias, la resistencia en paralelo (Shunt) y la resistencia en serie, regularmente se busca que la primera sea muy grande para evitar retornos de corriente, y la otra muy pequeña para evitar disipación de energía. En este caso la que más interesa es la resistencia en paralelo, ya que a medida que la intensidad de la luz decrece, el punto de trabajo (punto Q o punto de operación Quiscent) y la corriente que fluye por la celda solar también lo hace, así la resistencia equivalente de la celda solar podría comenzar a aproximarse a la resistencia en paralelo. Cuando estas dos resistencias son similares, la fracción de la corriente total fluyendo a través de la resistencia en paralelo se incrementa Figura 3.13., haciendo que la fracción de potencia perdida debido a la resistencia en paralelo crezca. Consecuentemente, bajo condiciones nubladas, una celda solar con una alta resistencia en paralelo sigue generando una mayor parte de su potencia original lo que no logra hacer una celda con una baja resistencia en paralelo.

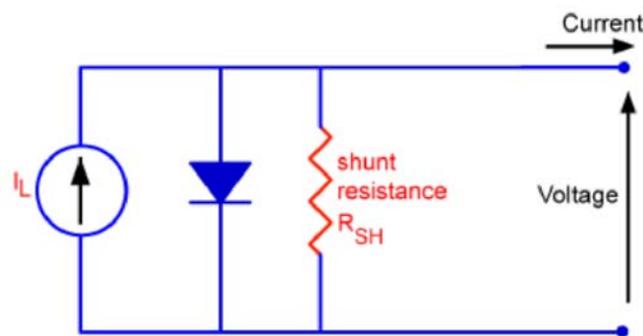


Figura 3.13: Diagrama de un circuito para una celda solar, este incluye la resistencia en paralelo (Shunt). *Source: <http://pveducation.org>*

Cabe señalar que en el caso de la resistencia en paralelo, contrario a la de serie, el hecho de que esta sea baja no se debe a un mal diseño de la celda, si no a defectos en la manufactura, hoy día distintos fabricantes de celdas solares buscan aumentar o mejorar sus resistencias shunt ya que han visto una oportunidad en las aplicaciones en interiores, para sus productos; donde se tienen intensidades de iluminación que varían usualmente entre los  $10^{-4}$  y  $10^{-2}$  soles ( $0.05 - 5mW/m^2$ ) dependiendo de las fuentes emisoras de luz (lámparas de halógeno, tubos fluorescentes y luz del día externa), la distancia que hay a dichas fuentes y la presencia de luz reflejada o difusa.

Como parte del desarrollo e investigación que se realizan en esta área, Virtuani et al. (2003) desarrollo celdas de  $Cu(In_{1-x}Ga_x)Se_2$  cuyas eficiencias bajo STC son de 14 – 15 %, con un área de  $0.5cm^2$ ; las celdas desarrolladas en sus laboratorios, lograron retener solo un 10 % a  $50W/m^2$  y esto disminuyó a 3 % para  $1W/m^2$ .

Bätzner et al. (2001), que desarrolla celdas solares de CdTe usando un proceso de evaporación al alto vacío HVE (por sus siglas en ingles) a temperaturas bajas de superestrato, con eficiencias típicas (STC) en el rango de 10 – 12.5 %, comparó como se muestra en la Figura 3.14. celdas de 4cm<sup>2</sup> de c-Si de Hmamatsu y celdas de GaAs de FhG ISE (Alemania), también se agrega a la imagen el comportamiento de la celda de Virtuani et al. (2003).

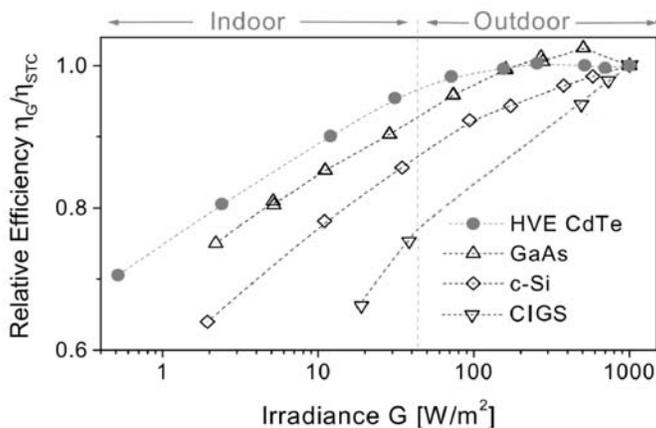


Figura 3.14: Eficiencia relativa  $\eta_G/\eta_{STC}$  vs Irradiancia, para diferentes tecnologías de celdas solares.

La tecnología HVE CdTe son las que mantienen la eficiencia relativa más alta, en condiciones de interior. Sin embargo la eficiencia relativa es dependiente de la eficiencia STC, lo que implica que un dispositivo con alta eficiencia STC puede tener la misma eficiencia a niveles de radiación bajos que otra tecnología que tenga una baja eficiencia STC, sin embargo la eficiencia relativa favorece a la celda de peor desempeño STC y puede esta no producir más energía que la de alta eficiencia STC a niveles bajos de irradiancia.

La corporación SunPower comercializa celdas de silicio monocristalino con eficiencias superiores al 20 %, llamadas A-300, a las cuales se les ha evaluado el desempeño a bajos niveles de iluminación y resultan realmente atractivas ya que no requieren métodos de fabricación demasiado costosos como la fotolitografía que es usada en la industria de los semiconductores y con la cual se pueden alcanzar eficiencias del 23 %, pero sus altos costos las hacen factibles solo para aplicaciones de nicho como autos y aviones solares.

(Bunea et al. 2006) reporta sobre estas celdas el efecto que tiene en ellas la variación de la resistencia en paralelo (Rshunt). Como se muestra en la Figura 3.15. las celdas solares con baja resistencia en paralelo tienen un desempeño pobre cuando la irradiancia disminuye.

Para este modelo de celdas de silicio mono cristalino se encontró que una resistencia en paralelo alta, puede mantener eficiencias en un rango de  $\sim 17 - 20\%$  cuando la irradiancia

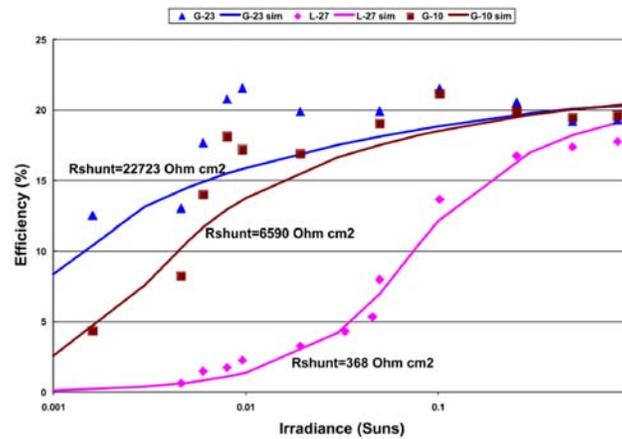


Figura 3.15: Eficiencias vs Irradiancias para la celdas de silicio A-300 con variaciones en la resistencia paralelo. *Source: SunPower Corporation*

disminuye dos órdenes de magnitud, mientras que una baja resistencia en paralelo tendrá una eficiencia que decrece linealmente con la irradiancia.

Si la eficiencia STC de las celdas de CdTe es del 10 – 12.5 % y su eficiencia relativa cuando se disminuyen dos órdenes es del 90 % esto quiere decir que a este nivel de radiación se tienen de 9 – 11.25 % de eficiencia lo que es inferior a las celdas A-300 fabricadas por SunPower con 17 – 20 %.

En base a lo anterior se selecciona la celda A-300 para su uso extensivo en el Árbol Solar ya que ofrece un gran desempeño tanto en condiciones de baja iluminación, como a condiciones estándares de prueba ( $1000 \text{ W/m}^2$ ). Así se pueden colocar estas celdas en el lado este u oeste del árbol, pudiendo aprovechar la irradiancia tanto cuando el sol ilumine directamente el área, como cuando este haya cruzado la mitad del árbol y solo ilumine la cara posterior a este, quedándose la cara en cuestión expuesta solo a la radiación difusa, que si bien ya calculamos puede ser en condiciones de AM 1.5 superior a los  $100 \text{ W/m}^2$  se sabe que se genera energía incluso a  $10 \text{ W/m}^2$  con eficiencias cercanas al 20 %.

El efecto que tiene la temperatura sobre la eficiencia relativa de las celdas solares de Silicio si bien puede ser mayor que en el CdTe según lo analizado previamente, no es suficiente motivo para sustituir la tecnología, ya que las eficiencias de módulos de CdTe son de  $12.8 \pm 0.4 \%$ , mientras que las de los módulos de silicio de SunPower, medidos por NREL tienen una eficiencia STC de  $21.4 \pm 0.6 \%$  (Green et al. 2012).



# Capítulo 4

## Análisis del Árbol Solar ubicado en Temixco

### 4.1. Obtención de datos reales de Radiación Solar

Una vez que se conocen los parámetros de diseño básicos del árbol fotovoltaico, se procederá en este capítulo a cuantificar la energía generada anualmente por este; sin embargo debido a que cada latitud del planeta representa condiciones de radiación específicas para esa ubicación, es preciso seleccionar un lugar que cuente con información solarimétrica confiable, esto implica que los equipos sean calibrados por lo menos una vez al año y para obtener una muestra representativa se deben tener registro consecutivo de un periodo no menor de 10 años.

En la UNAM desde los años 90's se realizan mediciones de radiación solar, en el Centro de Investigación en Energía ubicado en Temixco, Morelos. Durante esa década, esta actividad se ha realizado de manera sistematizada aunque con algunas interrupciones. Sin embargo en el año 2000 se reestructura y se semi-automatiza la Estación Solarimétrica, haciéndola funcional y confiable.

Los datos de irradiancia que se utilizaran para cuantificar la potencia generada por el árbol solar, son los correspondientes al año 2011, el año fue elegido por que de este se cuenta con mediciones minuto a minuto confiables y precisas, dados los efectos de cambio climático fue importante su cercanía con el año actual y por último es uno de los años con menores variaciones respecto al promedio tomado desde 1990 hasta 2011 como se muestra en la Tabla 4.1, lo que salvo por el mes de junio, este un año típico en Temixco, Morelos.

Esto permite una visión completa de las expectativas que se pueden tener dadas las variaciones climatológicas anuales de un lugar en específico que usualmente llegan a diverger en determinados días, puesto que el modelo no puede contemplar estos días atípicos de

Tabla 4.1: Promedio Mensual de la Insolación Global Horizontal, ( $MJ/m^2$ )

Año	1990-2011	2011
Mes		
Ene	16.70	18.46
Feb	19.76	19.93
Mar	22.93	23.05
Abr	23.34	23.69
May	22.46	23.18
Jun	20.82	15.29
Jul	21.62	19.13
Ago	21.83	23.57
Sep	19.93	20.91
Oct	19.31	21.19
Nov	17.59	18.98
Dic	15.84	17.96

manera aleatoria y al mismo tiempo generalizada, así como tampoco contempla los mas recientes efectos de cambio climatico que dan origen a años particularmente mas lluviosos en determinadas estaciones o mas secos; esto implica su vez concentraciones en diferentes proporciones de particulas suspendidas entre un año y otro lo que afecta directamente al espectro de radiación y a la irradiancia difus, características en las que el modelo también nos es insuficiente.

## 4.2. Selección de la superficie volumétrica óptima

Como se vio en el capítulo dos, la copa que entrega el mejor desempeño es la que se asemeja a una semielipse de revolución. También se demostró cómo se podría preferenciar la máxima área efectiva para una cierta altitud solar simplemente variando la relación que tiene la altura de la copa con el ancho de su base.

Los paneles solares suelen inclinarse a la latitud del lugar donde se instalan y siempre orientados al sur geográfico si están en el hemisferio norte, con un ángulo acimutal de  $0^\circ$ , o al norte si están en el hemisferio sur. Ya que en esta superficie también se puede preferenciar un ángulo haremos exactamente lo mismo, utilizando una relación de  $a/c = 0.362318841$ , se obtiene la mayor área efectiva a los  $18.85^\circ$  de altitud solar, que es la latitud de Temixco, Morelos.

En la Figura 4.1, se muestra una copa con la relación anteriormente mencionada, que implica una altura de 13.8m y una base con un radio de 5m, se observa claramente como la

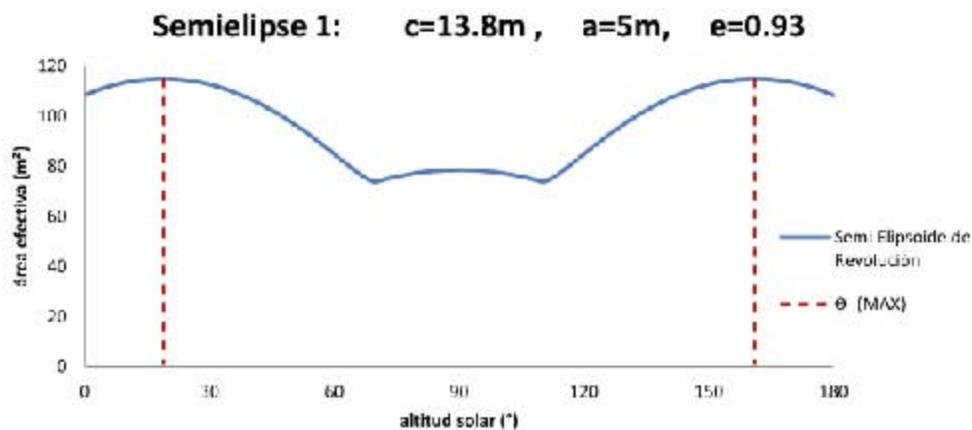


Figura 4.1: Área efectiva de una superficie semielipsoidal que preferencia la latitud de Temixco

máxima área efectiva, para esta superficie se encuentra justo en los  $18.85^\circ$ . Sin embargo es posible con otras relaciones como la mostrada en la Figura 4.2, obtener un área efectiva más constante a las variaciones de la altitud solar, lo que permite beneficiar no solo a una sino a varios ángulos de altitud.

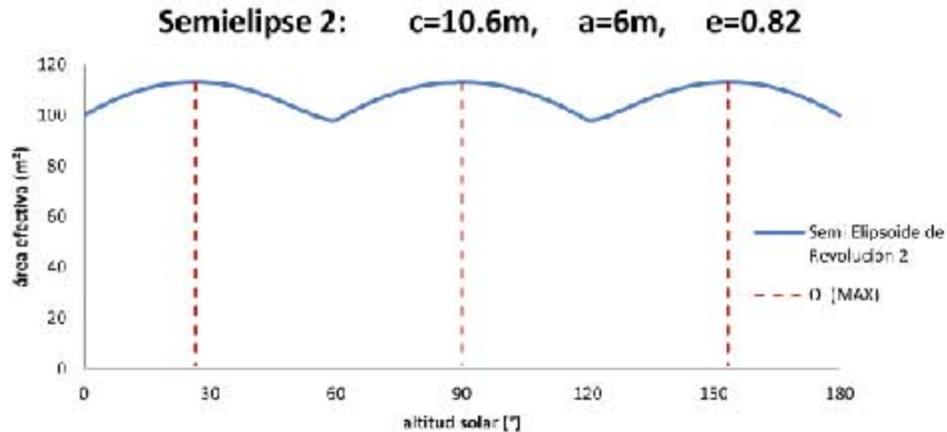


Figura 4.2: Área efectiva de una superficie semielipsoidal

El área de captación de la primera semielipse es de  $357.6m^2$ , mientras que la otra tiene  $347.8m^2$ . Esto implica que con un número menor de celadas fotovoltaicas, se obtendría una mayor potencia generada, siempre que el sol alcance los  $90^\circ$  de altitud solar. Ya que esto no ocurre más que dos veces al año en Temixco, y dado que el objetivo es utilizar la menor área en el plano horizontal así como verificar la exactitud del modelo, se escoge la primera proporción cuyo diámetro de la base es dos metros menor y con fines académicos hay una prominente diferencia en la captación a lo largo del día, lo que se espera sea evidente en las

simulaciones.

### 4.3. Ubicación y orientación de módulos en la copa

Es posible y conveniente aproximar el diseño de la copa semielipsoidal que se ha elegido, con planos que corten en dos puntos de la curva que se forma entre dos polígonos circunscritos a radios transversales de la copa, para diferentes alturas. Estos planos serán los paneles solares, cuya altura se puede calcular sustituyendo la ecuación de la elipse, en el teorema de Pitágoras.

$$\left(\frac{x}{5}\right)^2 + \left(\frac{y}{14}\right)^2 = 1 \quad (4.1)$$

$$d^2 = (x - x_0)^2 + \left(y_0 - 14\sqrt{1 - \left(\frac{x}{5}\right)^2}\right)^2 \quad (4.2)$$

Las Eqn. 4.1 y 4.2 son utilizadas para calcular a una distancia  $d$  seleccionada a conveniencia, (que en este caso fue de 1m, 1.5m y 2m) el siguiente punto tanto en las ordenadas como en las abscisas, en el que se colará el próximo panel; de esta manera obtenemos cuantos paneles se pueden colocar con los 13.8m de altura con los que se cuenta.

En la Figura 4.3, se muestra en dos dimensiones la mitad de la semielipse en color azul, y en color rojo una línea recta que muestra la distancia  $d$ , a la que se encuentra uno y otro panel. El semielipse es dividido en 10 niveles que se muestran con diferentes colores en la imagen.

Dado que la curva está siendo aproximada, se espera una reducción en el área de captación, entonces para que en el análisis, esto resulte representativo a lo que se espera teóricamente, se buscará que los paneles sean de cierta geometría que quizás no sea actualmente comercial, pero dado el número de paneles que se requieren puede ser conveniente para la compañía suministradora fabricarlos en un futuro.

Las geometrías utilizadas son el Hexágono, el triángulo y el trapecio; básicamente cada nivel tiene paneles con una o dos geometrías para cubrir el área bajo la curva, con sus respectivas áreas. Estas a su vez tienen una inclinación específica que se genera con el corte del semielipse y una horizontal; las características en cuanto a número y posición se muestran, en la Tabla 4.2.

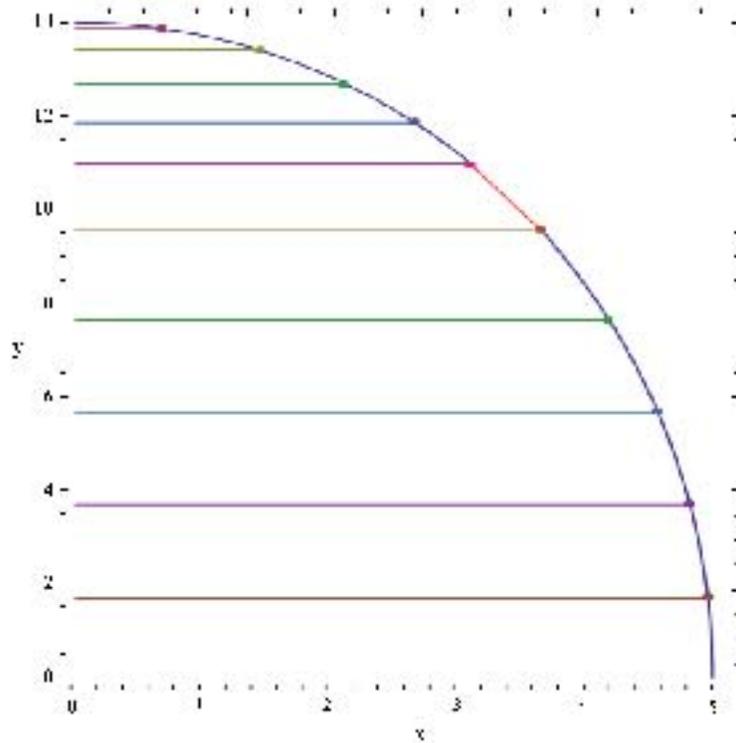


Figura 4.3: Niveles y distancia de corte en la curva de la semielipse, que se calculó como copa en Temixco

Tabla 4.2: Niveles y Figuras en la semielipse de revolución

Nivel	Figura	Número	Área ( $m^2$ )	Inclinación ( $^\circ$ )	Grupo acimutal
0	Hexágono	1	1.00	0.0	1
1	Triángulo	6	0.31	28.0	2
1	Triángulo	12	0.33	31.0	3
2	Trapezio	12	0.91	48.0	3
3	Triángulo	12	0.55	53.0	3
3	Triángulo	12	0.65	61.0	4
4	Trapezio	12	1.49	64.2	4
5	Triángulo	12	1.21	64.4	4
5	Triángulo	24	0.70	64.0	5
6	Trapezio	24	2.05	74.5	5
7	Trapezio	24	2.29	79.1	5
8	Trapezio	24	2.45	82.8	5
9	Trapezio	24	2.55	86.0	5
10	Trapezio	24	2.60	88.9	5

En la tabla anterior el grupo acimutal representa la orientación respecto al sur geográfico, que tiene cada panel. Los grupos se muestran en la Tabla 4.3, con todos los ángulos a los que se orientó cada panel por nivel, habiendo según el nivel de 1 a 24 paneles.

Tabla 4.3: Orientación de los grupos respecto a su ángulo acimutal

Grupo acimutal	Orientación								
1	0°								
2	-120°	-180°	120°	60°	0°	-60°			
3	-105°	-135°	-165°	165°	135°	105°	75°	45°	
	15°	-15°	-45°	-75°					
4	-90°	-120°	-150°	-180°	150°	120°	90°	60°	
	30°	0°	-30°	-60°					
5	-98°	-113°	-128°	-143°	-158°	-173°	172°	157°	
	142°	127°	112°	97°	82°	67°	52°	37°	
	22°	7°	-8°	-23°	-38°	-53°	-68°	-83°	

A continuación se presentan en la Figura 4.4, la ubicación de cada uno de estos paneles, en la copa del árbol, cabe señalar que esto es representativo solo de la orientación de los paneles y no así de la estructura, material o componentes de estos.

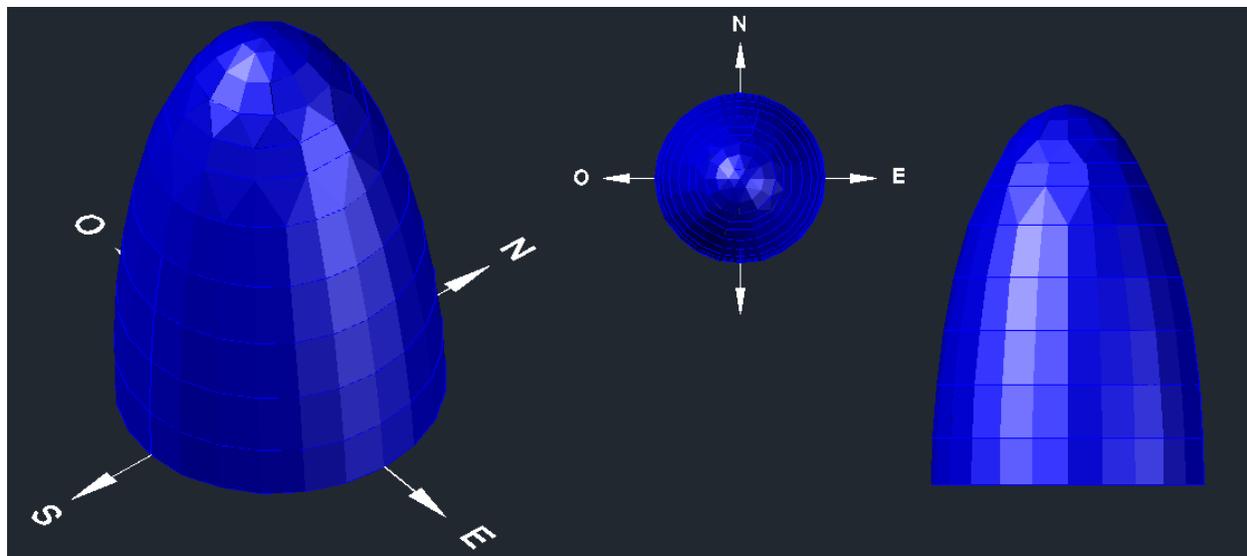


Figura 4.4: Copa semielipsoidal del árbol solar, vista isométrica, aérea y lateral de izquierda a derecha.

Se observa cómo los 223 paneles solares conforme a las orientaciones seleccionadas y sus respectivas inclinaciones, se aproximan de manera satisfactoria a la superficie de revolución para la cual se diseñó el árbol solar, con sus respectivas limitantes en cuanto a la no curvatura

o flexibilidad de los paneles, ya que se escogerán módulos de silicio cristalino en base al análisis del capítulo 3.

## 4.4. Captación Solar en la Estructura Semi-elipsoidal

En secciones anteriores se presentaron diferentes copas de revolución posibles, se analizaron las que teóricamente en base a modelos desarrollados en este trabajo presentaban los mejores desempeños. En este apartado lo que se realizará será una comprobación teórica del modelo semi-elipsoidal con datos reales y simulados de radiación solar.

Para llevar a cabo la comprobación del modelo semi-elipsoidal en cuanto a su captación solar, se hace uso en primera instancia del modelo de Hottel para simular la radiación, de la misma manera que se hizo en situaciones anteriores, solo que ahora se busca un día de buena irradiación solar en base a los datos colectados por la estación solarimétrica del CIE, esto debido a que pese a que Temixco es un municipio con una de las mejores insolaciones en el país, esto no implica que todos los días sean despejados, por lo que el modelo de Hottel podría no predecir correctamente la radiación medida.

En base a lo anterior y buscando tener una comparación satisfactoria del modelo Hottel con los datos reales, se analiza para el solsticio de Junio, el día 20 de este mismo mes, sin embargo la radiación no es la óptima ya que presenta nubosidad a partir del mediodía solar y es por esto que se elige el día 19 de Junio, que al ser un día predecesor no representa un cambio significativo en las trayectorias solares, para después compararse con el modelo Hottel como se muestra en la Fig. 4.5.

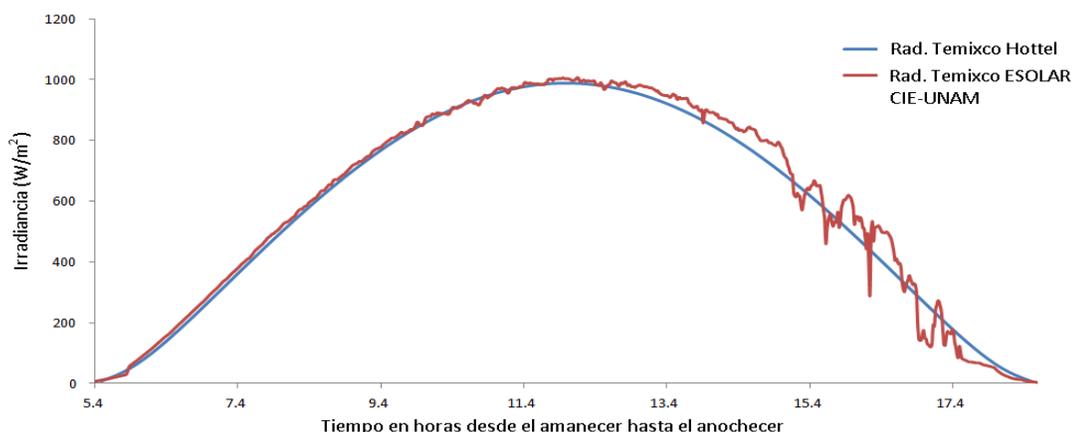


Figura 4.5: Irradiancia Directa sobre un plano, medida por la Estación Solar del CIE-UNAM y simulada con el modelo de Hottel, para el 19 de Junio en Temixco, Morelos, desde la salida hasta la puesta del sol

Con esto se muestra la eficacia del modelo, sin embargo este día no nos permite ver como se absorbe la radiación de los 0 a los 90°, es por esto que para comparar el modelo global que se propuso, donde el semielipsoide se toma como una superficie totalmente curva sin interrupciones, con las secciones planas orientadas e inclinadas que aproximan a la superficie (tanto para datos medidos como simulados), se toma el día 14 de mayo.

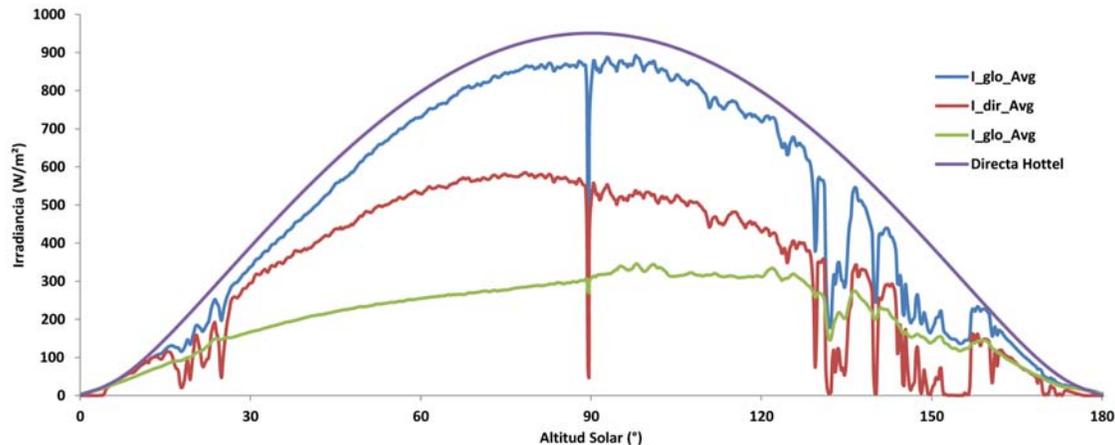


Figura 4.6: Irradiancia Global, Difusa y Directa sobre un plano medida por la Estación Solar del CIE-UNAM y simulada (solo la global) con el modelo de Hottel, para el 14 de Mayo en Temixco, Morelos, desde la salida hasta la puesta del sol

Aquí se observa un considerable aumento en la radiación simulada, esto se debe a la claridad del cielo para este día en específico, que como se observa al comparar la radiación difusa con la directa, se deduce que no fue un día despejado y la cantidad de partículas o contaminantes en la atmósfera fueron particularmente mayores; ya que la componente difusa alcanza niveles de  $300\text{W}/\text{m}^2$  y la directa solo de  $500\text{W}/\text{m}^2$ , sin embargo se utiliza este día ya que de momento no se analiza la componente difusa, solo la directa y cuando se integren ambas dadas estas incertidumbres que el modelo no puede predecir se utilizarán datos reales. Sin embargo es importante señalar que son válidos solo para el 2011, cualquier otro año puede presentar situaciones atmosféricas diferentes en este y otros días

Como se mencionó en un principio la geometría de la copa de este árbol solar en particular, tiene como objetivo preferenciar un ángulo de altitud solar específico. Para demostrar que se logró el objetivo, se compara la radiación directa absorbida por la superficie completa con una curva semielipsoidal uniforme de principio a fin, simulando al radiación con el modelo de Hottel, Figura 4.7.

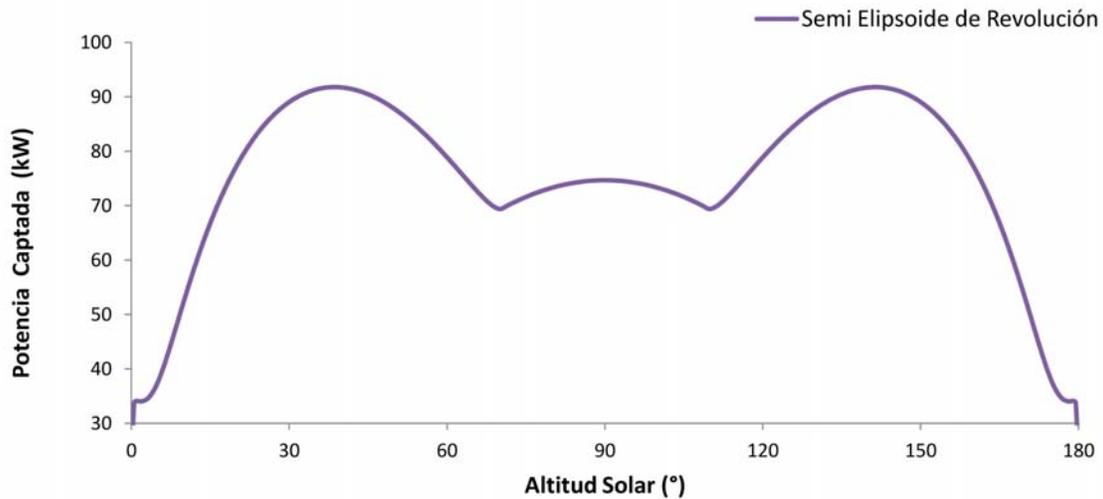


Figura 4.7: Potencia captada para la superficie completa, con la radiación simulada por el modelo Hottel

En la Figura 4.8 se muestra la simulación por el modelo Hottel para cada una de las orientaciones, inclinaciones y áreas que se aproximan a la superficie de revolución semielipsoidal para el 14 de mayo, bajo radiación directa; así como para un disco con diámetro igual al de la base del elipsoide de revolución que se encuentra horizontal y representa la potencia que se captaría si esta superficie no fuese volumétrica.

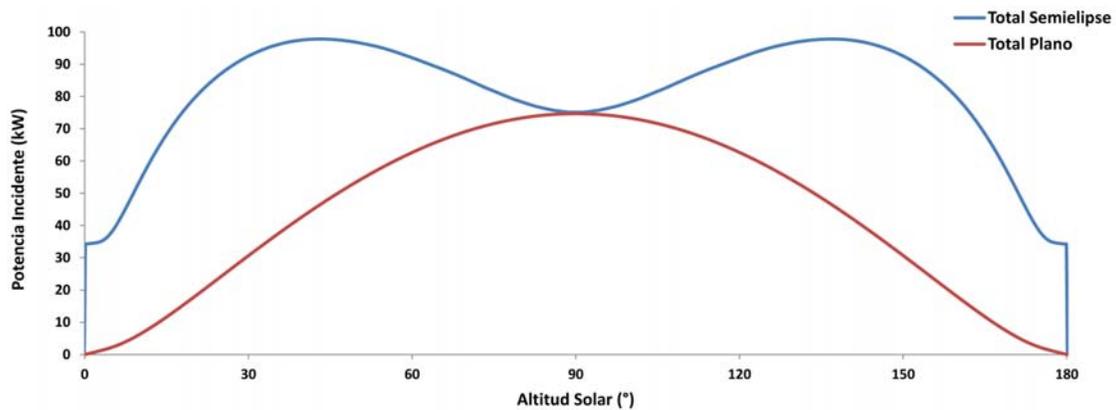


Figura 4.8: Potencia captada para los planos que forman un semielipsoide y un plano de área igual a la base de la semielipse, bajo irradiancia simulada por el modelo Hottel

Se observa que la superficie completa tiene su cresta entre los 39°y 40°, mientras que la superficie seccionada en planos tiene su cresta de los 40°a los 41°. Este ligero desfase es debido a la aproximación de la superficie y cabe recordar que no se espera que las crestas

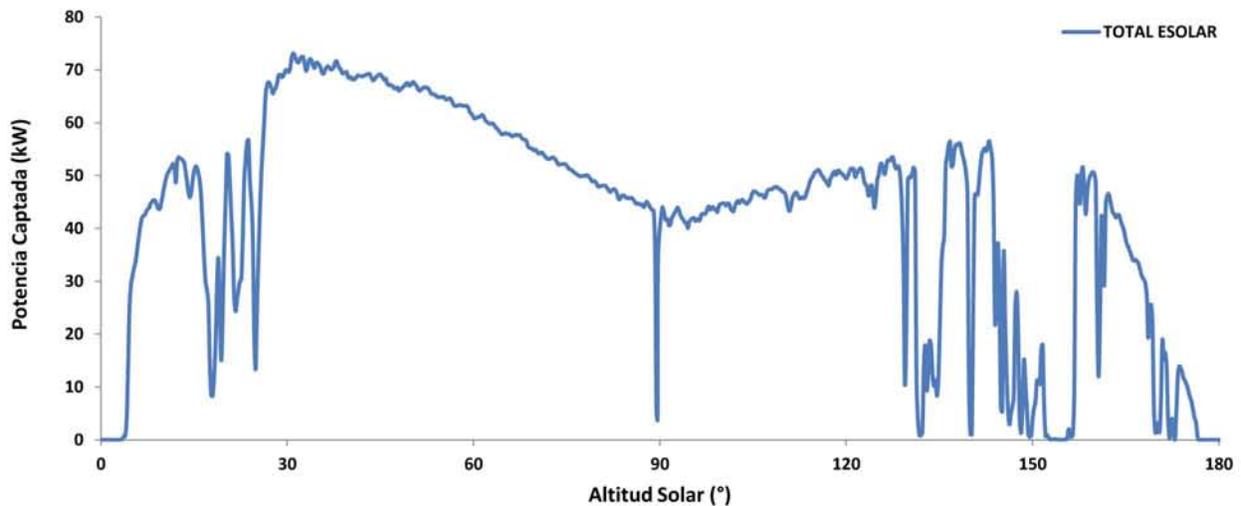


Figura 4.9: Potencia captada por un semielipsoide aproximado con planos, con datos de irradiancia directa medida en el CIE-UNAM para el 14 de mayo

caigan en los  $18.5^\circ$ , es aquí donde se encuentra la máxima área efectiva, sin embargo depende del nivel de radiación directa que incida en ese momento o mejor dicho a esa altitud solar.

En la última imagen es posible observar la potencia que se gana al hacer una superficie volumétrica en el mismo espacio o terreno de instalación esta diferencia es aproximadamente el doble ya que se tienen 1.04 MW-h para el semielipsoide y 0.56 MW-h para el disco horizontal, tan solo en este día y tan solo de radiación directa; cabe señalar otra vez que las condiciones reales pueden diferir en ciertas ocasiones del modelo, ya que no considera de manera precisa y local las condiciones atmosféricas, sino más bien como se vio en el capítulo dos, este abarca un rango tropical para las condiciones atmosféricas, lo que si bien es ejemplificativo es imposible que sea exacto.

En la Figura 4.9 se muestra la potencia captada por la superficie semielipsoidal dividida en planos orientados, bajo las condiciones de irradiancia solar directa obtenidas, de la estación solarimétrica del CIE-UNAM, para el día 14 de mayo.

Si se observa la Figura 4.8, la irradiancia que incide en las horas previas al medio día solar es simétrica a la que incide después de este, sin embargo en la Figura 4.9 no ocurre lo mismo, aquí se observa una cresta de menor tamaño debida posiblemente a la presencia de nubes u obstáculos que impiden la incidencia de radiación entre los  $130^\circ$  y los  $160^\circ$ , por lo que la energía que se capta en todo el día llega a ser de 0.55 MW-h, si utilizamos una tecnología fotovoltaica con una eficiencia de 21 %, se obtendría una generación aproximadamente de 115.5 kW-h; con esto se hacen notar discrepancias circunstanciales que puede tener el modelo con los datos reales y la necesidad de tener datos medidos en tierra por instrumentos calibrados y confiables. Aunado a lo anterior, también deben considerarse los

factores eléctricos involucrados en la generación fotovoltaica, propios de la celda o modulo en específico a utilizar, el procedimiento para ello se explica en la siguiente sección.

## 4.5. Modelo para el comportamiento eléctrico de los módulos

En la sección anterior se simuló plano por plano y minuto a minuto la irradiancia directa en  $W/m^2$  que incide en los cortes de la semielipse, bajo estas condiciones las orientaciones permiten la observación de las pérdidas cosenoidales en la irradiancia que puede ser captada en un panel ubicado en esas coordenadas con estos ángulos de inclinación y acimutales. Pese a que solo se mencionó el día 14 de mayo, se cuentan con los datos diarios de todo el año por minuto para el año 2011 ofrecidos por la estación solar del CIE para simular la potencia que generaría este arreglo de haberse instalado en el 2011.

Ahora que se conoce la eficacia del modelo para preferenciar un cierto ángulo, se incluye la radiación difusa a los cálculos que se realizan para cada plano inclinado y orientado independientemente con el uso de las siguientes ecuaciones

$$I_T = I_b R_b + I_d \left( \frac{1 + \cos\beta}{2} \right) + I \rho_g \left( \frac{1 - \cos\beta}{2} \right) \quad (4.3)$$

Siendo  $I_b$  la irradiancia directa que incide en un intervalo de tiempo,  $I_d$  la difusa e  $I_T$  la global que incide en el plano inclinado; cabe señalar que en el  $\cos\theta$  ya incluye tanto la inclinación  $\beta$  como el ángulo acimutal  $\gamma$ . El parámetro  $\rho_b$  es el de la reflectividad del suelo, cuyo valor se ha fijado de 0.55 asumiendo que se instala el árbol dentro de las instalaciones del Centro de Investigación sobre una superficie de Hormigón Limpio;  $R_b$  es la proporción de radiación directa que incide sobre un plano inclinado respecto a uno horizontal, se calcula de la siguiente forma

$$R_b = \frac{\cos\theta}{\cos\theta\beta} = \frac{G_{b,T}}{G_b} = \frac{G_{b,n}\cos\theta}{G_{b,n}\cos\theta_z} \quad (4.4)$$

Una vez se tiene la irradiancia global en el plano inclinado  $I_T$  que incide por minuto cada mes para todas las orientaciones designadas, el siguiente paso para la estimación anual es necesario conocer los parámetros eléctricos de un módulo fotovoltaico, estos parámetros caracterizan la curva I-V necesaria para definir el punto de máxima potencia o de operación, en el cual genera cada panel minuto a minuto (ya que es el intervalo de tiempo que se dispone en datos); así conociendo los valores de  $V_{oc}$ ,  $I_{sc}$ ,  $I_m$ ,  $V_m$ ,  $P_m$  y  $FF$ , se puede fácilmente calcular la killowats hora que producirá el arreglo completo semielipsoidal propuesto como copa de este árbol solar en particular.

Primeramente se procede a definir el modulo que se utilizara para los cálculos, este como se menciona en el capítulo 3 conforme a la necesidad de aprovechar los bajos niveles de radiación y consecuente con una optima eficiencia, dados los costos de montaje. Se propuso en dicho capitulo la celda A-300 de silicio monocristalino fabricada por la compañía Sun Power,

actualmente esta compañía sacó el modelo la serie E20 de módulos solares con una eficiencia superior al 20% y aunque no se especifica en la hoja de datos del producto, se entiende que hacen uso de una tecnología similar aunque superior a la de la celda A-300, llamada celdas Maxeon con una eficiencia del 24%. La hoja de especificaciones se integra en los anexos para su consulta.

## Punto de Máxima Potencia

La potencia se define como el producto de la corriente de salida requerida por la carga eléctrica y el voltaje a través de la celda, por supuesto que el valor en el punto de corto circuito es cero, por que el voltaje es cero y lo mismo cuando el circuito está abierto. Hay un punto entre estos dos valores donde la celda otorga la Máxima Potencia, en este punto  $V = V_m$  y  $I = I_m$ .

En el libro “*Modelling Photovoltaic Systems using PSpice*” (Castañer & Silvestre 2002) se especifica una relación entre  $V_m$  y  $I_m$  para el punto de máxima potencia que es cuando

$$\frac{dP}{dV} = 0 = I_L - I_0 \left( e^{\frac{V_m}{V_T}} - 1 \right) - \frac{V_m}{V_T} I_0 e^{\frac{V_m}{V_T}} \quad (4.5)$$

En el caso que se analiza en este trabajo se requiere conocer esta potencia en su punto máximo, en base a dos características fundamentales que afectan al modulo y varían con el tiempo, que son la temperatura de la celda y la irradiancia. La segunda la conocemos por el análisis anterior y para la primera se hace uso del concepto NOCT (Temperatura Normal de Operación de la Celda) que es un dato que proporciona el fabricante quien para este producto ofrece toma valores de irradiancia de  $800W/m^2$ , temperatura  $20^\circ C$  y velocidad de viento  $1m/s$ . Estos parámetros ayudan a calcular la temperatura de la celda si conoce la temperatura ambiente, la cual otra vez es proporcionada por la estación solarimétrica del CIE. La fórmula que relaciona ambas temperaturas es la siguiente:

$$T_{cell} - T_a = \frac{NOCT - 20}{800} G \quad (4.6)$$

En esta ecuación variamos la temperatura ambiente ( $T_a$ ) minuto a minuto y la irradiancia (G), para todas las orientaciones e inclinaciones que describen el elipsoide de revolución. Para conocer la potencia en su punto máximo es necesario conocer los valores de la corriente y voltaje en este punto, para ello se deben calcular primero la corriente de corto circuito del modulo ( $I_{scM}$ ) y el voltaje a circuito abierto de este ( $V_{ocM}$ ), se utiliza el valor dado en la ecuación anterior y la irradiancia calculada previamente para sustituirse en las siguientes formulas.

$$I_{scM} = \frac{I_{scMr}}{1000} G + \left( \frac{dI_{scM}}{dT} \right) (T_{cell} - T_r) \quad (4.7)$$

$$V_{ocM} \approx V_{ocMr} + \left( \frac{\partial V_{ocM}}{\partial T} G \right) (T_{cell} - T_r) + V_T \ln \frac{I_{scM}}{I_{scMr}} \quad (4.8)$$

Aquí  $I_{scMr}$  y  $V_{ocMr}$  son los valores de la corriente de corto circuito y voltaje circuito abierto de referencia bajo el estándar STC, lo mismo sucede con la temperatura  $T_r$ . Por su parte  $V_T$  es el potencial o voltaje térmico que se calcula de la siguiente forma  $V_T = k_B T / q$ , donde  $k_B$  es la constante de Boltzman,  $T$  la temperatura y  $q$  la carga eléctrica de un electrón.

Es también necesario conocer el valor de la Resistencia en Serie del modulo ya que rara vez se incluye en las hojas de especificación del fabricante, pero se puede calcular con la siguiente ecuación

$$R_{sM} = \frac{V_{ocM}}{I_{scM}} - \frac{P_{maxM}}{FF_{0M} I_{scM}^2} \quad (4.9)$$

Como se observa se requiere también, conocer la densidad de potencia en su punto máximo  $P_{max}$  así como el valor del factor de forma o factor de llenado del modulo  $FF_{0M}$ , cuando la resistencia en serie es cero, y para esto también se supone que el factor de forma de una cadena celdas o celdas en serie es idéntico al del modulo.

$$P_{maxM} = FF_M V_{ocM} J_{scM} = FF_{0M} (1 - r_{rsM} V_{ocM} J_{scM}) \quad (4.10)$$

$$FF_{0M} = \frac{J_{mM} V_{mM}}{J_{scM} V_{ocM}} = \frac{J_m V_m}{J_{sc} V_{oc}} = FF_0 = \frac{v_{oc} - \ln(v_{oc} + 0.72)}{1 + v_{oc}} \quad (4.11)$$

Aquí  $v_{oc}$  puede ser calculada a partir de la hoja de especificación de una sola celda o de la información del modulo.

$$v_{oc} = \frac{V_{oc}}{nV_T} = \frac{V_{ocM}}{N_s n V_T} \quad (4.12)$$

Con las ecuaciones anteriores y las dos siguientes es posible calcular, la potencia en su punto máximo de acoplamiento a partir de los valores especificados por el fabricante, que usualmente son valores de potencia nominal, corriente de corto circuito y voltaje a circuito abierto; también de potencia, corriente y voltaje en su punto de máxima potencia, pero solo para STC ( $1000W/m^2$ ,  $20^\circ C$ ) y NOCT ( $800W/m^2$ ,  $45^\circ C$ ).

$$I_{mM} = I_{mMr} \frac{G}{G_r} + \left( \frac{dI_{scM}}{dT} (T_{cell} - T_r) \right) \quad (4.13)$$

$$V_{mM} = N_s V_T \ln \left( 1 + \frac{I_{scM} - I_{mM}}{I_{scM}} \left( e^{\frac{V_{ocM}}{N_s V_T}} - 1 \right) \right) - I_{mM} R_{sM} \quad (4.14)$$

Dado que el fabricante de los módulos (Sun Power), como la mayoría de fabricantes de paneles solares, los manufactura en modelos específicos con un determinado número de celda y área de captación, para así certificar este, su geometría esta predeterminada y a su vez limitada también, dado que esta depende del tipo de técnica por la que se obtiene el silicio con la pureza requerida para hacer celdas solares, que usualmente para el silicio mono cristalino es por crecimiento de lingotes mediante el proceso Czochralski; el corte de estos da origen a obleas que se buscan tengan el mismo tamaño y características eléctricas.

Los cortes anteriormente mencionados son para maximizar un área homogénea con ciertas características e impurezas, sin embargo nosotros hemos sugerido un área y forma geométrica para nuestras unidades de generación muy específica y actualmente no comercial, por lo que se utilizará una relación de proporción entre las áreas y la potencia generada con el fin de estimar de manera objetiva la potencia que generaría un panel con estas características

$$P_m = P_{mT} \left( \frac{A_T}{A^*} \right) \quad (4.15)$$

Aquí, el área  $A_T$  es la que calculamos para los paneles inclinados que conforman la semi elipse de revolución,  $P_{mT} = V_{mT} I_{mT}$  es la potencia en su punto máximo de acoplamiento, calculada bajo la condiciones de irradiancia para el plano orientado; por ultimo  $A^*$  es el área del modulo E20/333. Hay que recalcar que esta parte del análisis es solo con fines cuantitativos y el fabricante puede o no tener la capacidad de fabricarlos o incluso puede ser económicamente inconveniente en la actualidad la fabricación de paneles con estas características para un árbol solar en particular, ya que como es bien sabido la producción en masa, dada una alta demanda, abarata los precios de fabricación.

## 4.6. Generación anual de energía inyectada por el Árbol Solar

Finalmente se obtiene la producción mensual del árbol completo para el 2011, el cual se muestra en la Figura 4.10, en unidades de kW-h. No se toma en cuenta las variaciones en la generación debidas a la respuesta espectral ya que no hay una base de datos local confiable que permita conocer el espectro de radiación solar minuto a minuto para Temixco y aplicarlo dentro del modelo.

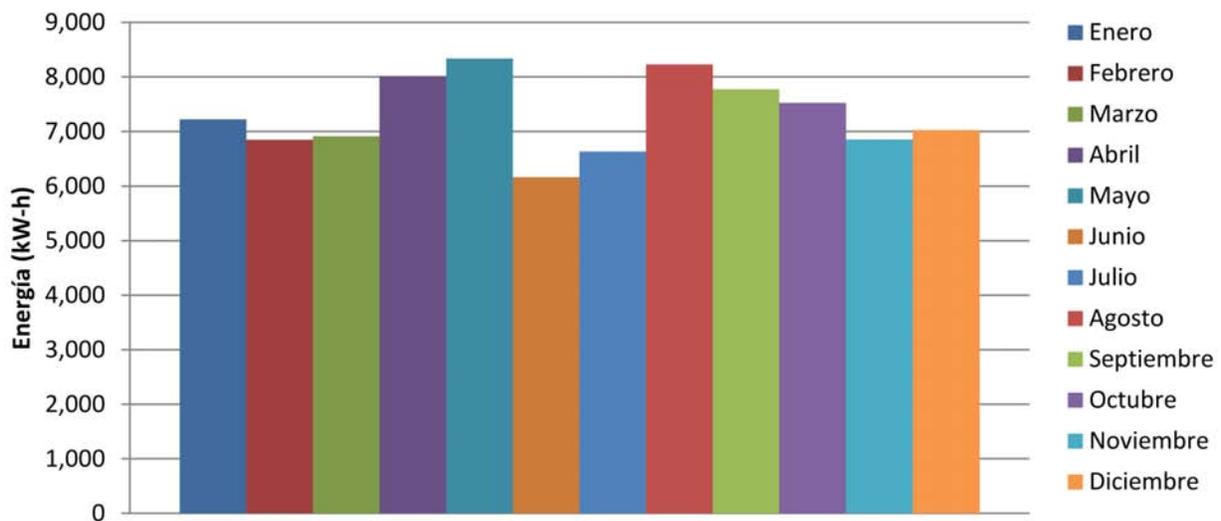


Figura 4.10: Potencia mensual generada por el árbol en el 2011

Se obtiene con este diseño una generación promedio mensual de 7.3 MW-h y una generación anual de 87.54 MW-h. Estos resultados pueden ser comparados bajo el mismo esquema, mismo que se ha venido manejando; esto es contra un disco de mismo radio que la base de la semi elipse ( $r = 5m$ ), aquí se alcanza un generación promedio mensual de 1.24 MW-h y al concluir el año este disco habría generado 14.94 MW-h esto es 5.9 veces menor que lo que generó el árbol.

En la Figura 4.11 se muestra la generación mes a mes del árbol solar, junto con la del disco horizontal y la de este mismo disco plano inclinado a la latitud de Temixco ( $18.85^\circ$ ), este último genera mensualmente 1.29 MW-h y en todo el año produciría 15.52 MW-h aquí la proporción con el árbol es ligeramente menor ya que es de 5.6 veces menor a este.

La importancia de los resultados obtenidos va estrechamente relacionada a la demanda que queremos satisfacer; asumiendo que el árbol se instala en el Centro de Investigación en Energía, en Temixco Morelos. Se solicitaron los recibos de consumo de energía suministrados a dicho centro por la compañía de electricidad (CFE), y se compararán con la generación del árbol solar en la Figura 4.12

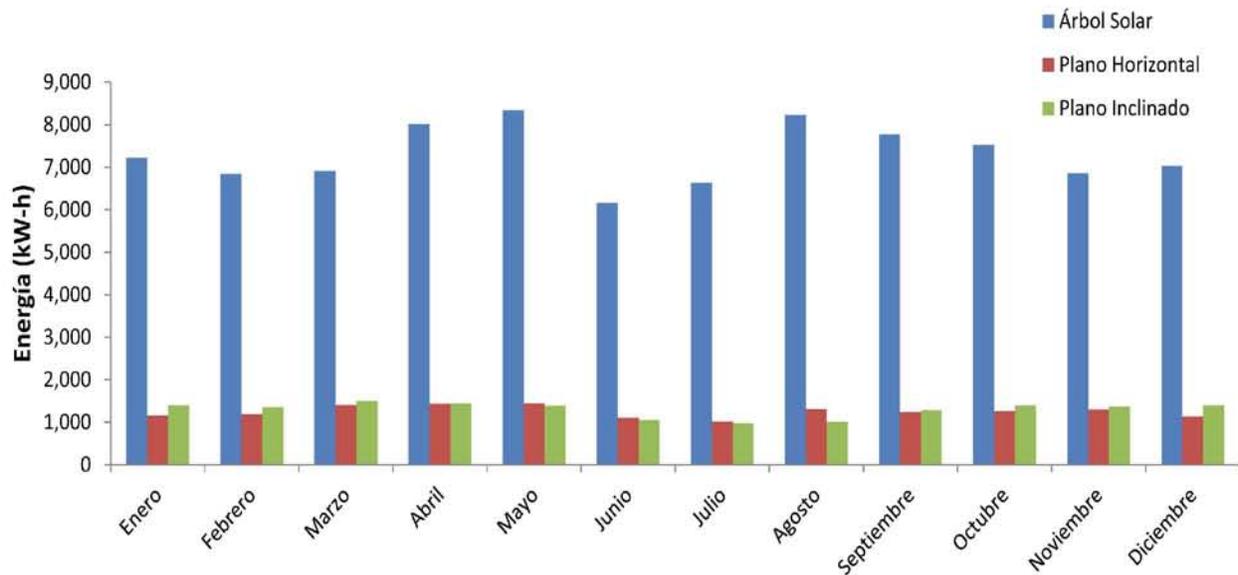


Figura 4.11: Potencia generada por el árbol solar vs la de un plano horizontal y un inclinado de área igual a la base del árbol

El Centro está consumiendo mensualmente un promedio de 40.38 MW-h, esto quiere decir que se requerirían 5.51 Árboles solares o uno de estos Árboles de mayor dimensión, en caso de ser un solo árbol y dada la altura de este, puede ser factible analizar otras de las estructuras propuestas ya que incrementar las dimensiones del árbol manteniendo la proporción entre el radio y la altura puede ser inviable para satisfacer la demanda del centro, tanto del punta de vista económico como de mantenimiento.

Se puede concluir también que buscar una máxima área efectiva igual a la latitud del lugar puede no ser la mejor opción, puesto que esta se encuentra en correlación de la altitud solar y no del ángulo cenital por lo que cuando la mayor radiación se obtiene cercano a los 90° de altitud solar, se esta maximizando en el árbol la absorción en la primeras y últimas horas del día que es entre 10° y los 30°, esto no tiene que ser una desventaja ya que dada la poca irradiancia que se tiene a estas horas, aumentar el área de captación y coleccionar una mayor cantidad de esta energía (débil), puede ayudar a compensar los picos que se generan al medio día solar y tener una generación de energía más estable que descompense en menor medida a la red eléctrica de la compañía suministradora, que si bien hoy dado que la capacidad instalada de equipos fotovoltaicos no es considerable, en países como España o Alemania, esto ya representa una problemática y se legisla al respecto.

Lo que se observa claramente en este tipo de copas, es que la radiación difusa juega un papel muy importante dada la inclinación de sus celdas, ya que si se observa la Ec. 4.3, la energía captada proveniente de la componente difusa va a aumentar con el ángulo al que este inclinado cada panel; en la Tabla 4.2 como hay 72 paneles que casualmente son los de

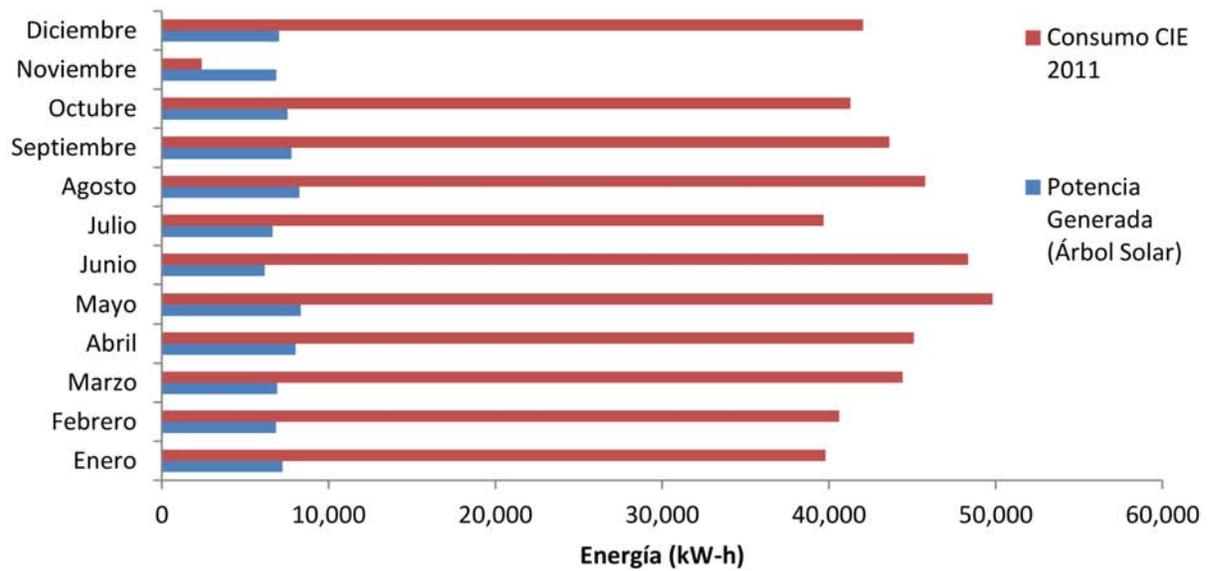


Figura 4.12: Energía consumida por el Centro de Investigación en Energía en el 2011 vs la generada por el árbol solar

mayor área con inclinaciones superiores a los  $80^\circ$ , esto reduce la componente directa cuando la radiación solar no incide de manera normal a estos paneles, sin embargo, cabe recordar que estos se encuentran durante periodos muy extensos sometidos mas a la radiación difusa que a la directa dada las trayectorias solares, por lo que grandes áreas de captación con ángulos de inclinación cercanos a los  $90^\circ$  no es un desperdicio de material fotovoltaico, sino un nicho para celdas económicas que funcionen de manera eficiente bajo el espectro difuso.

En base al análisis anterior se puede proponer como una opción alterna para la copa de un árbol solar cuya área de instalación no esté limitada y se encuentre ubicado en el CIE, un arreglo único el cual pueda cubrir la demanda total anual del Centro, este deberá ser una estructura de tipo paraboloidal, ya que permite ángulos más agudos en los módulos cercanos a la base a diferencia de la semi elipse y una menor altura en comparación al esferoide, lo que otra vez implica inclinaciones menores al hacer los cortes.

En dicha estructura se buscaría un ángulo entre el radio y la altura de  $20^\circ$  a  $29^\circ$ , tomando distancias en el eje x iguales para que a medida que se avance en la curva de la parábola estas tengan cada vez menor altura y se consiga un árbol donde el promedio de la orientación de los módulos sea cercano o ligeramente inferior a la latitud de Temixco; según el programa OPTIRED, una inclinación favorable anual tanto para planos que vean hacia el norte como los orientados al sur es de  $14^\circ$ . En la cima de la copa pueden llegar o no a hacerse horizontales uno o algunos de estos planos en dicha posición se obtiene un 97.21% de captación anual, mientras que a los  $29^\circ$  se dispone de un 97.29% para ángulos acimutales de  $0^\circ$  lo que quiere decir que el panel observa al sur, para los paneles orientados al norte el porcentaje de energía

captada variara de los 97.21 % a los 0°y 76 % para los 29°.

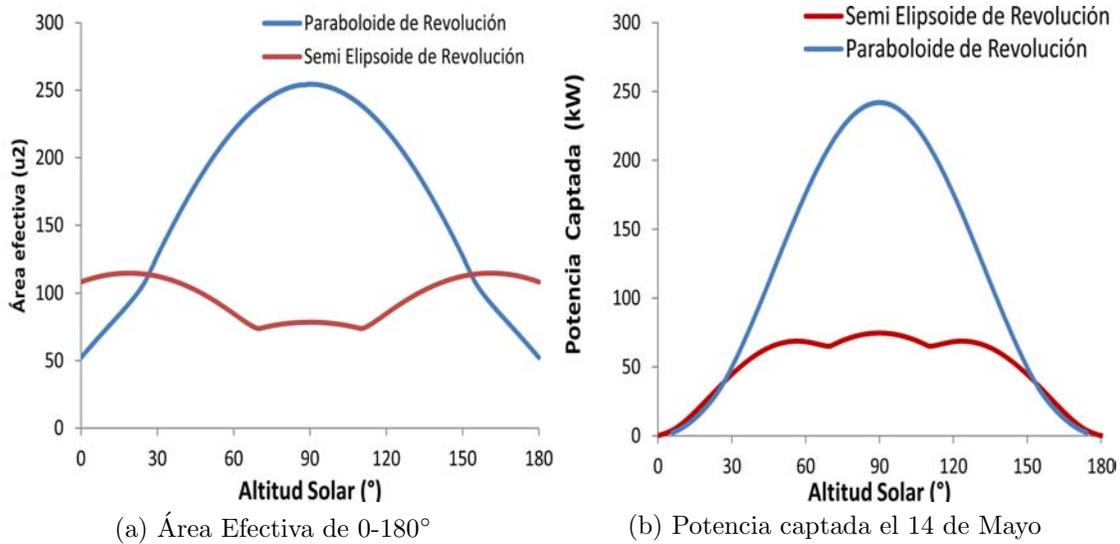


Figura 4.13: Áreas efectivas y simulación Hottel para radiación directa en el día 14 de Mayo para un Paraboloido de Revolución ( $r = 9$  y  $h = 4.35$ ) vs un Semi elipsoide de revolución( $r = 5$  y  $h = 14$ )

En la Figura 4.13a, se muestra el área efectiva de un árbol cuya copa forma un Paraboloido de Revolución contra un semielipse de revolución; el Paraboloido tiene de radio 9m y de altura 4.35m, mientras que la semielipse tiene las mismas dimensiones que se manejaron en este capítulo. Se observa el incremento en el área efectiva a medida que se llega a los 90° de altitud solar, mientras que el semielipse tiene sus crestas en los 18.5°. En la Figura 4.13b, se simula mediante el modelo de Hottel una aproximación de la cantidad de radiación directa incidente en ambas copas; se observa como la copa del paraboloido logra captar una mayor cantidad de energía en el medio día solar del 14 de mayo, esto se debe en parte a que este día el sol cuando está en el cenit alcanza los 90° de altitud. Lo más importante de esta nueva propuesta es el área de captación que es de tan solo  $307m^2$  contra los  $358m^2$  de la semielipse de revolución, esto implica un menor número de módulos fotovoltaicos.

En general, con esta nueva configuración y otras más posibles, se obtienen árboles con una copa de menor altura con respecto a la anterior, y si bien esto implica una menor captación de radiación difusa, también se tiene una mejor orientación promedio de los paneles, lo que conlleva a una reducción en los costos de instalación debido a una cimentación de menor profundidad y mayor generación de energía eléctrica en el medio día solar, hora en la cual incide la mayor cantidad de radiación solar en días típicos.

Actualmente en el CIE se cuenta con el espacio suficiente para instalar uno de estos árboles en el estacionamiento Norte, y dos o hasta tres de menor tamaño en el estacionamiento este. De ser instalados los tres en el estacionamiento sur, convendría hacerlos de tres diferentes alturas con la finalidad de que no sombreará ninguno de los árboles a otro que este al norte de este.

Otra posible modificación que aumentaría la eficacia en la captación de este tipo de árboles, son reflectores de aluminio con un acabado de pulido espejo en la base de la copa (alrededor del círculo formado en la base), que reflejen la radiación global hacia el árbol; serán planos y programables, para tener un movimiento durante el día de acuerdo a las trayectorias solares, esto permite maximizar la radiación difusa en todo el árbol a un bajo costo, al mismo tiempo que aumenta el área de sombreado en el estacionamiento.

El árbol como ya se hizo la observación puede ser modificado y/o optimizado dadas las limitaciones en la instalación; sin embargo el árbol solar con el diseño analizado, es capaz de reducir significativamente el impacto ambiental que tiene el Centro de Investigación en Energía, por consumo de energía eléctrica generada por fuentes fósiles, nucleares y otras, que suministra la compañía eléctrica. Para la cuantificación de la huella de carbono que se generó en el 2011 se utiliza el factor de emisión de electricidad reportado por el Programa GEI México, el cual es un programa nacional voluntario de contabilidad y reporte de Gases Efecto Invernadero (GEI), que a su vez es una alianza público-privada coordinada por la Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales (SEMARNAT).

Este factor varía cada año de acuerdo a la mezcla de combustibles empleados en la generación de electricidad que se compra al Sistema Eléctrico Nacional (SEN). La metodología propuesta en dicho documento se basa en la Metodología Consolidada Aprobada por la Junta Ejecutiva del Mecanismo para el Desarrollo Limpio “ACM0002”.

El factor de emisión promedio de todas las plantas de generación eléctrica del sistema  $FEE_{todas}$ , es equivalente al factor de margen operativo promedio de la “ACM0002”, y se calcula a través de los siguientes pasos:

$$FEE_{todas} = \frac{\sum Emisiones_{todas} [tonCO_2eq]}{\sum Generacionneta_{todas} [MWh]} \quad (4.16)$$

La suma de las emisiones generadas por todas las plantas  $Emisiones_{todas}$  se calcula multiplicando la generación por los Factores de emisión por tipo de combustible mostrada en la Tabla 4.4. La generación neta se define como la energía eléctrica que una planta generadora entrega a la red de transmisión, y se calcula como la generación bruta menos la energía utilizada en los usos propios de la central.

Tabla 4.4: Factores de emisión por tipo de combustible

Combustible	CO2 [kg CO2/TJ]	CH4 [kg CH4/TJ]	N2O [kg N2O/TJ]
Carbón	94600	1	1.5
Diesel	74100	3	0.6
Combustoleo	77400	3	0.6
Gas Natural	56100	1	0.1

Con lo anterior es posible calcular para el año 2011 las emisiones a la atmosfera de CO<sub>2</sub>, CH<sub>4</sub> y N<sub>2</sub>O; lamentablemente se requiere de la transparencia de la compañía suministradora para reportar la generación de energía en dicho año por planta; este dato no se encuentra disponible para el año 2011 aunque si se encuentra para el 2010 y lo que lleva el 2012. Para aproximar la cuantificación dada la carencia de datos se usan los del año anterior (2010), en el cual el facto de emisión promedio es de 0.4946[ton CO<sub>2</sub>eq/MWh] y que no diverge en demasía del año previo a este (2009) que fue de 0.5057[ton CO<sub>2</sub>eq/MWh].

Realizando la conversión, se encuentra que se hubiesen logrado ahorrar 43 toneladas de CO<sub>2</sub> anualmente con la implementación del Árbol Solar aquí propuesto, lo que implica que el CIE baje su huella de carbono de una producción de 239 toneladas de CO<sub>2</sub> a tan solo 196 toneladas.



# Capítulo 5

## Conclusiones

Se propuso el desarrollo de un innovador Árbol Solar, cuya característica principal es la de captar radiación de forma volumétrica en un área limitada; para conseguir esto fue necesario desarrollar un modelo que permitiese calcular la radiación incidente en cuatro diferentes superficies geométricas, a fin de ser analizadas, comparadas y seleccionar cual sería utilizada como copa para el árbol solar que se instalase en Temixco, Morelos.

Para aquellas superficies geométricas cuya altura puede ser mayor que el radio de su base, se definieron parámetros para maximizar la ganancia de energía, en un ángulo de altitud solar específico y conveniente para la latitud donde se instale el Árbol Solar. Sé selecciono una copa semielipsoida ya que fue la que mejor logró captar la radiación solar simulada por el modelo de Hottel y datos de radiación solar proporcionados por la Estación Solarimétrica del Centro de Investigaciones en Energía.

Al simular la producción anual de energía generada por el Árbol Solar para el año 2011, con datos reales de temperatura e irradiancia, se obtuvo una generación de  $87.54 MW - h$ , lo que implica que por cada árbol de este tipo implementado en las instalaciones del centro dejarían de emitirse 43 toneladas de  $CO_2$  a la atmosfera. En base a lo anterior se propuso la instalación de más de un árbol solar, con el fin de cubrir la demanda de energía que tiene el centro y se expone la opción de cambiar la copa por una de tipo paraboloidal cuya altura es aproximadamente tres veces menor que el anterior, si se desea cubrir la demanda con un solo árbol.

En base a lo analizado en el desarrollo de esta tesis y de la propuesta para este Árbol Solar se concluye que puede ser utilizado como una opción de generación de energía limpia, cuya instalación es flexible al espacio y a la demanda energética que se desee cubrir, ideal como centros de carga de vehículos eléctricos, ya que su altura permite que los autos se estacionen debajo de este mientras se cargan; el árbol solar podrá cargar un número mayor autos por área respecto a un sistema plano (convencional). Ya que ocupan en piso tan solo el área del

diámetro de su poste, se pueden ubicar en parques, glorietas, alamedas, explanadas e incluso jardines, puesto que el árbol solar puede dimensionarse según las necesidades del mercado, cubriendo demandas de usos residenciales, industriales o rurales; en cuestiones agrícolas y ganaderas, puede alimentar el sistema de bombeo de agua sin utilizar terreno de cultivo o pastoreo.

Algunos aspectos que pueden mejorarse en el análisis de este o futuros Árboles Solares, es el modelo de generación eléctrica del panel solar, el cual debe incluir el factor de respuesta espectral, ya que el espectro de radiación solar, cambia con la masa de aire, la cual aumenta a medida que el sol se aleja del medio día solar; Incluir un análisis de caída de tensión a la generación total de energía, así como las pérdidas de esta debidas a las eficiencias de los dispositivos acopladores de energía. Para definir la viabilidad de un proyecto de este tipo, también será necesario un análisis de precios unitarios, que involucre costos por estructura, cimentación y posiblemente la añadidura de componentes estéticos, como es usual en este tipo de diseños, dadas las dimensiones e impacto que generan en los observadores, aunados a los ya anteriormente mencionados.

## 5.1. Trabajo a Futuro

Finalmente se establecieron parámetros de diseño para un árbol solar con captación tridimensional, estos pueden ser modificaciones con el fin de mejorar la generación de energía, su distribución, aspecto o utilidad; dadas las clasificaciones de Árboles solares mencionadas en el primer capítulo, basta solo con que una compañía, persona o instituto decida utilizar los principios aquí mencionados, e incluirles por ejemplo luminarias, celdas solares semejantes a hojas o volverlo un monumento de sustentabilidad para alguna ciudad ecológica, para que esta propuesta se convierta en otra, así que, la puerta queda abierta a un mundo verde de posibilidades.

# Capítulo 6

## Bibliografía

- Bätzner, D. L., Romeo, A., Zogg, H. & Tiwari, A. N. (2001), ‘CdTe / CdS SOLAR CELL PERFORMANCE UNDER LOW IRRADIANCE’, *October* (October), 1–4.
- Bunea, G. E., Wilson, K. E., Meydbray, Y., Campbell, M. P. & Ceuster, D. M. D. (2006), ‘LOW LIGHT PERFORMANCE OF MONO-CRYSTALLINE SILICON SOLAR CELLS’, *Cell* pp. 1312–1314.
- Castañer, L. & Silvestre, S. (2002), *Modelling Photovoltaic Systems using PSpice*, John Wiley & sons, LTD.
- Eltbaakh, Y. A., Ruslan, M. H., Alghoul, M. A., Othman, M. Y., Zaharim, A. & Sopian, K. (n.d.), ‘Effect Of Cloudless Sky Parameters On Global Spectral Solar Radiation Within 0 . 3-1 . 1 m Region’, *Water* pp. 209–213.
- Green, M. A., Emery, K., Hishikawa, Y., Warta, W. & Dunlop, E. D. (2012), ‘Solar cell efficiency tables ( version 39 )’, *Wiley Online Library* (version 39), 12–20.
- Huld, T., Gottschalg, R., Beyer, H. G. & Topič, M. (2010), ‘Mapping the performance of PV modules, effects of module type and data averaging’, *Solar Energy* **84**(2), 324–338.  
**URL:** <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0038092X0900293X>
- Hulstrom, C. R. & R. (1990), ‘What is an Airmass 1.5 spectrum?’, *Solar Energy* pp. 1085–1088.
- John A. Duffie, W. A. B. (2006), ‘Solar engineering of thermal processes’.
- King, D. L., Boyson, W. E. & Kratochvil, J. A. (n.d.), ‘PHOTOVOLTAIC ARRAY PERFORMANCE MODEL’, *System* .
- King, D. L., Kratochvil, J. A. & Boyson, W. E. (1997), ‘Measuring Solar Spectral and Angle-of-Incidence Effects on Photovoltaic Modules and Solar Irradiance Sensors’, *Contract* (September).

- Lawrence, L. S. J. & B., D. (1965), 'Influence of Photosynthetic Crown Structure on Potential Productivity of Vegetation , Based Primarily on Mathematical Models Author ( s ): Leland S . Jahnke and Donald B . Lawrence Reviewed work ( s ): Published by : Ecological Society of America Stable U', *Ecological Society of America* **46**(3), 319–326.
- Martin, N. & Ruiz, J. M. (2001), 'Calculation of the PV modules angular losses under .<sup>el</sup>d conditions by means of an analytical model', *Solar Energy Materials* **70**, 25–38.
- Minemoto, T., Nagae, S. & Takakura, H. (2007), 'Impact of spectral irradiance distribution and temperature on the outdoor performance of amorphous Si photovoltaic modules', *Solar Energy Materials and Solar Cells* **91**(10), 919–923.  
**URL:** <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0927024807000712>
- Nikolaeva-Dimitrova, M., Kenny, R. P. & Dunlop, E. D. (2008), 'Controlled conditioning of a-Si:H thin film modules for efficiency prediction', *Thin Solid Films* **516**(20), 6902–6906.  
**URL:** <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0040609007021050>
- Virtuani, a., Lotter, E. & Powalla, M. (2003), 'Performance of Cu(In,Ga)Se<sub>2</sub> solar cells under low irradiance', *Thin Solid Films* **431-432**, 443–447.  
**URL:** <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0040609003001846>
- W.H.Terjung and Louie, S. S. F. (1972), 'Potential Solar Radiation on Plant Shapes', *Int. J. Biometeor* **16**(August 1971), 25–43.

# Índice de figuras

1.1. Diseño nacional de un árbol solar “na2light” . . . . .	3
1.2. Árbol Solar en Sevilla . . . . .	4
1.3. Árbol Solar en Discovery Place . . . . .	5
1.4. Árbol Solar con patrón Fibonacci . . . . .	7
1.5. Hojas solares diseñadas por AIST . . . . .	8
1.6. Árbol Solar Sonumbra . . . . .	9
1.7. Árbol Solar artístico “Photosynthesis” . . . . .	10
1.8. Árboles Solares para central de Google . . . . .	12
1.9. Vista área de las oficinas centrales de Google . . . . .	12
1.10. Árbol Solar de la compañía Envision Solar . . . . .	13
1.11. Simulación con Optired para Montreal . . . . .	14
2.1. Información técnica árbol de Artemide . . . . .	15
2.2. El árbol Solar de Ross Lovegrove . . . . .	16
2.3. Planos que cortan una Esfera . . . . .	21
2.4. Proyecciones Ortogonales de una esfera y un disco horizontal . . . . .	21
2.5. Árbol con copa esferica . . . . .	24
2.6. Áreas efectivas para esfera, disco y esferoide con áreas iguales . . . . .	26
2.7. Áreas efectivas para esfera, disco y esferoide con radios iguales . . . . .	27
2.8. Áreas efectivas para esfera, disco y esferoide con áreas iguales para la semiesfera y la esfera, con el radio del disco igual al de la semiesfera . . . . .	27
2.9. Copa cónica fotovoltaica . . . . .	28
2.10. Proyecciones Conicas . . . . .	29
2.11. Proyección horizontal del cono . . . . .	30

2.12. Área efectiva de conos con diferente altura . . . . .	31
2.13. Copa paraboloidal fotovoltaica . . . . .	32
2.14. Proyecciones Paraboloidales, respecto a un plano perpendicular a la radiación directa . . . . .	33
2.15. Área efectiva de cono, paraboloides y semiesfera . . . . .	35
2.16. Área efectiva de cono vs paraboloides . . . . .	36
2.17. Copa elipsoidal fotovoltaica . . . . .	37
2.18. Área efectiva de un semielipsoide, semiesfera, cono y paraboloides de revolución . . . . .	38
2.19. Simulación Hottel para diferentes latitudes en los equinoccios y solsticios . . . . .	41
2.20. Absorción de energía, en los equinoxios, para Alaska y Ottawa. . . . .	42
2.21. Absorción de energía, en los equinoxios, para México D.F. y Caracas. . . . .	43
2.22. Absorción de energía, en el Solsticio de Junio, para Alaska. . . . .	44
2.23. Absorción de energía, en el solsticio de Junio, para México D.F. y Quito. . . . .	45
2.24. Absorción de energía, en el solsticio de Diciembre para Alaska . . . . .	45
2.25. Absorción de energía, en el solsticio de Diciembre, para Ottawa. . . . .	46
2.26. Absorción de energía, en el solsticio de Diciembre, para México D.F. y Caracas. . . . .	47
2.27. Absorción de energía, en el solsticio de Diciembre, para Ciudad de Panamá y Quito. . . . .	47
3.1. Energía de los fotones . . . . .	51
3.2. Energía útil absorbida . . . . .	51
3.3. Limite Shockley-Queisser . . . . .	53
3.4. Respuesta espectral comparativa de c-Si . . . . .	55
3.5. Corriente de corto circuito vs $AM_a$ . . . . .	56
3.6. Respuesta espectral comparativa de c-Si . . . . .	58
3.7. gráficas de contorno de PR . . . . .	59
3.8. Eficiencia relativa vs temperatura . . . . .	62
3.9. Eficiencia relativa vs irradiancia . . . . .	64
3.10. Espectro solar AM 1.5 . . . . .	65
3.11. Espectros solares con diferentes condiciones atmosféricas . . . . .	67
3.12. Espectro solar con variaciones en el vapor de agua . . . . .	68

3.13. Resistencia en paralelo . . . . .	69
3.14. Eficiencias efectivas vs Irradiancia . . . . .	70
3.15. Variaciones en la resistencia paralelo para silicio mc . . . . .	71
4.1. Área efectiva de un semielipsoide que preferencia la latitud de Temixco . . . . .	75
4.2. Área efectiva de un semielipsoide que preferencia la latitud de Temixco . . . . .	75
4.3. Niveles en la semiellipse de Temixco . . . . .	77
4.4. Vistas de la copa semielipsoidal del árbol solar . . . . .	78
4.5. Irradiancia medida y simulada para el 19 de Junio en Temixco, Morelos . . . . .	79
4.6. Irradiancia Global, Directa y Difusa, medida y simulada para el 14 de Mayo en Temixco, Morelos . . . . .	80
4.7. Potencia simulada captada para el 14 de Mayo, para la superficie completa . . . . .	81
4.8. Potencia captada en un semielipsoide y en un plano . . . . .	81
4.9. Potencia captada en un semielipsoide aproximado con planos bajo la radiación medida en el CIE-UNAM . . . . .	82
4.10. Potencia mensual generada por el árbol en el 2011 . . . . .	88
4.11. Potencia del árbol solar vs planos horizontal e inclinado . . . . .	89
4.12. Historial de consumo vs energía generada por el árbol . . . . .	90
4.13. Parabolide de Revolución vs Semi elipsoide . . . . .	91



# Índice de tablas

2.1. Factores de corrección por tipos de clima . . . . .	19
2.2. Relaciones de radio y área para un Disco, Esfera y Semiesfera . . . . .	26
2.3. Ciudades de América donde se aplicara el Modelo de Hottel . . . . .	39
4.1. Promedio Mensual de la Insolación Global Horizontal, ( $MJ/m^2$ ) . . . . .	74
4.2. Niveles y Figuras en la semielipse de revolución . . . . .	77
4.3. Orientación de los grupos respecto a su ángulo acimutal . . . . .	78
4.4. Factores de emisión por tipo de combustible . . . . .	93



# Apendice 1

Hoja de especificaciones del modulo  
fotovoltaico de la serie E20 fabricado  
por la compañía SunPower

# E20/333 and E20/327 SOLAR PANELS

## 20% EFFICIENCY

SunPower E20 panels are the highest efficiency panels on the market today, providing more power in the same amount of space

## TRANSFORMERLESS INVERTER COMPATIBILITY

Comprehensive inverter compatibility ensures that customers can pair the highest efficiency panels with the highest-efficiency inverters, maximizing system output

## POSITIVE POWER TOLERANCE

Positive tolerance ensures customers receive the rated power or higher for every panel

## RELIABLE AND ROBUST DESIGN

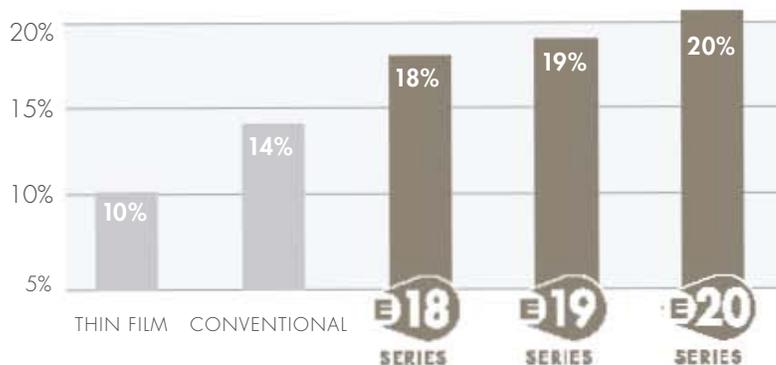
SunPower's unique Moxeon™ cell technology and advanced module design ensure industry-leading reliability



## THE WORLD'S STANDARD FOR SOLAR™

SunPower™ E20 Solar Panels provide today's highest efficiency and performance. Powered by SunPower Moxeon™ cell technology, the E20 series provides panel conversion efficiencies of up to 20.4%. The E20's low voltage temperature coefficient, anti-reflective glass and exceptional low-light performance attributes provide outstanding energy delivery per peak power watt.

## SUNPOWER'S HIGH EFFICIENCY ADVANTAGE



Patented all-back-contact solar cell, providing the industry's highest efficiency and reliability.

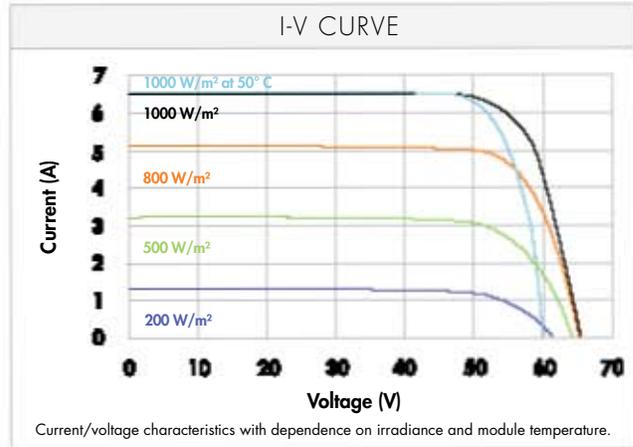


[sunpowercorp.com](http://sunpowercorp.com)

### MODELS: SPR-333NE-WHT-D, SPR-327NE-WHT-D

ELECTRICAL DATA			
Measured at Standard Test Conditions (STC): Irradiance 1000W/m <sup>2</sup> , AM 1.5, and cell temperature 25° C			
Nominal Power (+5/-0%)	P <sub>nom</sub>	333 W	327 W
Cell Efficiency	η	22.8%	22.5%
Panel Efficiency	η	20.4%	20.1 %
Rated Voltage	V <sub>mpp</sub>	54.7 V	54.7 V
Rated Current	I <sub>mpp</sub>	6.09 A	5.98 A
Open-Circuit Voltage	V <sub>oc</sub>	65.3 V	64.9 V
Short-Circuit Voltage	I <sub>sc</sub>	6.46 A	6.46 A
Maximum System Voltage	IEC	1000 V	1000 V
Temperature Coefficients	Power (P)	- 0.38%/K	
	Voltage (V <sub>oc</sub> )	- 176.6mV/K	
	Current (I <sub>sc</sub> )	3.5mA /K	
NOCT	45°C +/- 2°C		
Series Fuse Rating	20 A		
Limiting Reverse Current (3 strings)	I <sub>r</sub>	16.2 A	
Grounding	Positive grounding not required		

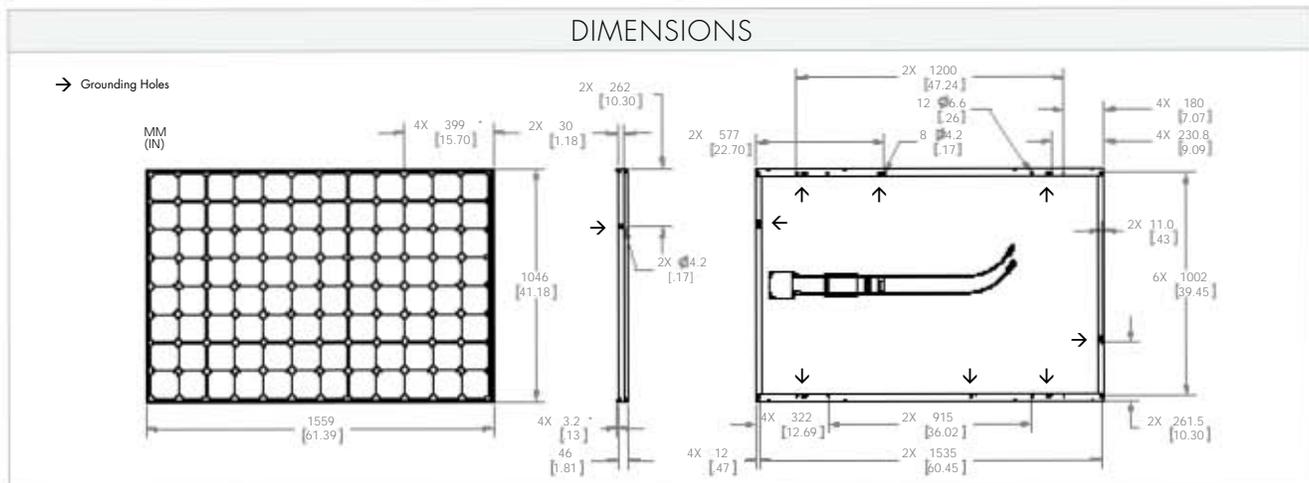
ELECTRICAL DATA			
Measured at Nominal Operating Cell Temperature (NOCT): Irradiance 800W/m <sup>2</sup> , 20° C, wind 1 m/s			
Nominal Power	P <sub>nom</sub>	247 W	243 W
Rated Voltage	V <sub>mpp</sub>	50.4 V	50.4 V
Rated Current	I <sub>mpp</sub>	4.91 A	4.82 A
Open-Circuit Voltage	V <sub>oc</sub>	61.2 V	60.8 V
Short-Circuit Voltage	I <sub>sc</sub>	5.22 A	5.22 A



TESTED OPERATING CONDITIONS	
Temperature	- 40° C to +85° C
Max load	550 kg/m <sup>2</sup> (5400 Pa), front (e.g. snow) w/specified mounting configurations 245 kg/m <sup>2</sup> (2400 Pa) front and back (e.g. wind)
Impact Resistance	Hail: 25 mm at 23 m/s

WARRANTIES AND CERTIFICATIONS	
Warranties	25-year limited power warranty 10-year limited product warranty
Certifications	IEC 61215 Ed. 2, IEC 61730 (SCII)

MECHANICAL DATA			
Cells	96 SunPower Maxeon™ cells		
Front Glass	High-transmission tempered glass with anti-reflective (AR) coating		
Junction Box	IP-65 rated with 3 bypass diodes 32 x 155 x 128 mm		
Output Cables	1000 mm cables / Multi-Contact (MC4) connectors		
Frame	Anodised aluminium alloy type 6063 (black)		
Weight	18.6 kg		



Please read safety and installation instructions before using this product, visit [sunpowercorp.com](http://sunpowercorp.com) for more details.

