Universidad Nacional Autónoma de México



Facultad de Ciencias

#### GENERACIÓN DE SOLITONES ÓPTICOS ESPACIALES EN CRISTALES LÍQUIDOS



QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE: FÍSICO PRESENTA: EZEQUIEL ORDOÑEZ FLORES

DIRECTOR DE TESIS: DR. ANTONIO ALFONSO RODRIGUEZ ROSALES



 $28~\mathrm{de}$  noviembre de 2012



Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

#### DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

#### JURADO ASIGNADO

**Presidente:** Dr. Jorge Fujioka Rojas.

Secretario: Dr. Victor Manuel Velázquez Aguilar

Vocal: Dr. Antonio Alfonso Rodríquez Rosales.

1er. Suplente: Dr. Roberto Ortega Martínez.

2do. Suplente: M. en C. Carlos Jesús Román Moreno.

Laboratorio de Óptica No-Lineal.

CENTRO DE CIENCIAS APLICADAS Y DESARROLLO TECNOLÓGICO (CCADET-UNAM)

#### TUTOR DE TESIS:

Dr. Antonio Alfonso Rodríguez Rosales

Firma

#### Dedicatoria

Con mucho cariño dedico este trabajo a mi familia. A mi madre, Bertha Margarita, por su incansable esfuerzo y sus enseñanzas. A mi padre, Marco Antonio, por que siempre me ha cuidado y enseñado lo valioso de la vida y el trabajo. A mis hermanos Jorge, Josue y Lucero, por su apoyo en los momentos malos y buenos.

A mis mascotas el Polilla, Frijol, Yago, Negro, Manchas, Tribilin, Coraje, Filemon, Jack ; la Samba ,Nigeriana , Pulga, Luna, Pinky, Tuna, Kanela, Kitty, Jackie por ser fuente diaria de mi motivación para trabajar y seguir adelante.

Y a todas las personas con las que tuve el gusto de compartir esta agradable experiencia de mi formación profesional. Ya que estoy seguro, que si no fuese por ellos, este trabajo no seria posible.

#### Agradecimientos

Quiero agradecer primeramente al pueblo de México, por darme la oportunidad de estudiar, aprender y aportar un poco de conocimiento a las Ciencia en este País.

Agradezco a la Universidad Nacional Autónoma de México por su apoyo durante mi estancia en sus instalaciones, en especial al Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico por su hospitalidad al hacer el presente trabajo.

A todos los profesores de los que contribuyeron a mi formación académica, desde enseñanza básica hasta la fecha.

#### Resumen

En este trabajo se presentan los resultados referentes a la generación de solitones ópticos espaciales en cristales líquidos dopados al 1% en peso con colorantes orgánicos. Comenzando por el modelo teórico que predice este tipo de fenómenos, desde un punto de vista completamente clásico.

Posteriormente se presenta el arreglo experimental y el proceso para construir las muestras de cristal liquido. El procedimiento de la adquisición de datos y su análisis. Los resultados se basan, principalmente, en la comparación de la propagación del haz láser enfocado en un medio lineal y en el cristal liquido (medio no-lineal); esto con al finalidad de mostrar que la generación de solitones ópticos espaciales, bajo las condiciones impuestas en nuestros experimentos, se ha logrado en distancias mayores a 6 rangos de Rayleigh(del haz enfocado).

# Índice general

		Dedicatoria	$\Pi$				
		Agradecimientos	$_{\rm IV}$				
		Resumen	V				
1.	Intr	oducción	1				
	1.1.	Esquema General	1				
	1.2.	Objetivos	1				
	1.3.	Óptica Lineal y No Lineal	2				
	1.4.	Solitones	3				
		1.4.1. Solitones ópticos	3				
	1.5.	Cristales Líquidos	4				
	1.6.	Dopaje de Cristales Líquidos	5				
2.	SOF	E en CL Nemáticos	6				
		2.0.1. Cristales Líquidos Nemáticos	6				
	2.1.	Teoría Elástica de Medios Continuos	$\overline{7}$				
		2.1.1. Constantes Elásticas y Energía Libre de Deformación	8				
		2.1.2. Energía Libre de Campos Eléctricos	9				
	2.2.	Campos Moleculares	9				
	2.3.	SVEA	11				
3.	Desarrollo Experimental 13						
	3.1.	Preparación del CL 5CB y MBBA	13				
	3.2.	Preparación de la Muestra	13				
	3.3.	Espectros de Absorción Óptica	15				
	3.4.	Montaje experimental	16				
	3.5.	Técnica de la Navaja	17				
	3.6.	Adquisición de Datos	18				
		3.6.1. Escalas en las Imágenes	18				
		3.6.2. Análisis de las Imágenes Obtenidas	19				
4.	Res	ultados	<b>21</b>				
	4.1.	Espectros de Transmisión Óptica	21				
	4.2.	Técnica de la Navaja	22				
	4.3.	Escalas en las Imágenes	24				

	4.4.	Análisis de Imágenes Obtenidas	25
	4.5.	Solitones Ópticos Espaciales Brillantes	27
		4.5.1. CL MBBA	27
		4.5.2. CL 5CB	35
	4.6.	Discusión	42
5.	Con	clusiones y Perspectivas	43
	5.1.	Conclusiones	43
	5.2.	Perspectivas	44
Aı	péndi	ices	46
А.	Apr	oximación de Una Constante	46
в.	Vect	tor de Desplazamiento Eléctrico	48
C.	Cód	igo para el Análisis de Imágenes	50
D.	Ópt	ica de un haz Gaussiano	<b>52</b>
	D.1.	Rango de Rayleigh	54
E.	Con	tribuciones	55

# Índice de Tablas

4.1.	Cintura del Haz enfocado, su error(dado por el algoritmo de ajuste), el Coe-			
	ficiente $\mathbb{R}^2$ del ajuste (dado por el algoritmo) y el Rango de Rayleigh $\mathbb{Z}_{\mathbb{R}}$			
	(ver Apéndice D)	24		
4.2.	Promedio del tamaño del patrón de medida en las imágenes, de una muestra			
	de 60 mediciones	24		
4.3.	Número de Píxeles en la distancia indicada en la figura (3.7). $\ldots$ .	24		
4.4.	Escala en las Imágenes Obtenidas.	24		

# Índice de Figuras

2.1.	Alineación molecular en CL nemáticos y el sistema de referencia con el cual	
	se medirán los cambios en inclinación para el vector director [21]	7
2.2.	Deformaciones que se consideran al aplicar campos externos en los CL $$ . $$ .	7
3.1.	Proceso de Pulido	14
3.2.	Diseño de la muestra de CL	15
3.3.	Arreglo experimental para la medición del espectro absorción óptica	15
3.4.	Arreglo Experimental	17
3.5.	Técnica de la Navaja	18
3.6.	Perfil típico adquirido del arreglo experimental (Cortado). $\ . \ . \ . \ .$	18
3.7.	Imagen del cuadro de papel milimétrico y la sección que fue medida para	
	establecer la escala en las imágenes.	19
3.8.	Procesamiento de las Imágenes. Análisis de los perfiles de intensidad	19
4.1.	Espectro de transmición (rango del visible) para la muestra de CL MBBA	
	dopado al 1 % en peso con Rojo de Metilo. $\ldots$	21
4.2.	Espectro de transmición (rango del visible) para la muestra de CL $5\mathrm{CB}$	
	dopado al 1 % en peso con Rojo de Metilo. $\ldots$	21
4.3.	Ajuste típico del Radio( $\omega)$ del haz láser, la navaja esta a una distancia de	
	0.350" (8.89mm) del objetivo	22
4.4.	Radio del Haz (enfocado) vs la distancia de propagación (direccion z). Y el	
	ajuste de estos datos.	23
4.5.	Coeficiente Pseudo- $(\mathbb{R}^2)$ V s Distancia de propagación, esta gráfica tiene la	
	finalidad de mostrar la calidad de los ajustes hechos, en todas las posiciones	
	de la navaja donde se midió el radio del haz. $\ .\ .\ .\ .\ .\ .$	23
4.6.	Ejemplo de la medición del radio del haz, medido en un perfil de intensidad.	25
4.7.	Radio del haz $(\mu m)$ vs Distancia de Propagación $(Z_R)$	26
4.8.	Coeficiente Pseudo- $\mathbb{R}^2$ v s la distancia de propagación en el Haz, muestra que	
	tan confiables son los ajustes hechos para cada perfil de intensidad tomado	
	de las imágenes	26
4.9.	Comportamiento dependiente de la Potencia incidente del Radio de haz $(\mu m)$	
	vs la Distancia de propagación. A voltaje fijo de $V = \ 0, 0  V,$ la potencia	
	incidente varió 0,4 – 5,25 mW	28

4.10. Comportamiento dependiente de la Potencia incidente del Radio de haz $(\mu m)$ vs la Distancia de propagación. Para CL MBBA-Rojo Metilo. A voltaje fijo	
de $V = 0.4V$ , la potencia incidente varió $0.4 - 5.25 mW$	29
4.11. Comportamiento dependiente de la Potencia incidente del Radio de haz $(\mu m)$ vs la Distancia de propagación.Para CL MBBA-Rojo Metilo. A voltaje fijo	
de $V = 0.8 V$ , la potencia incidente varió $0.4 - 5.25 \ mW$	30
de $V = 1, 2V$ , la potencia incidente varió $0, 4 - 5, 25 \ mW$	31
4.13. Comportamiento dependiente de la Potencia incidente del Radio de haz $(\mu m)$ vs la Distancia de propagación. Para CL MBBA-Rojo Metilo. A voltaje fijo	
de $V = 1,6V$ , la potencia incidente varió $0,4 - 5,25 \ mW$ 4.14. Comportamiento dependiente de la Potencia incidente del Radio de haz ( $\mu m$ ) vs la Distancia de propagación Para CL MBBA-Bojo Metilo. A voltaje fijo	32
de $V = 2,0 V$ , la potencia incidente varió $0,4 - 5,25 \ mW$	33
vs la Distancia de propagación. Para CL MBBA-Rojo Metilo. A voltaje fijo de $V = 2,4V$ , la potencia incidente varió $0,4 - 5,25~mW$	34
4.16. Comportamiento dependiente de la Potencia incidente del Radio de haz $(\mu m)$ vs la Distancia de propagación. Para CL 5CB-Rojo Metilo. A voltaje fijo de	~~
<ul> <li>V = 0,0 V, la potencia incidente varió 0,4 - 5,25 mW</li> <li>4.17. Comportamiento dependiente de la Potencia incidente del Radio de haz (μm) vs la Distancia de propagación. Para CL 5CB-Rojo Metilo. A voltaje fijo de</li> </ul>	35
$V = 0,4V$ , la potencia incidente varió $0,4 - 5,25 \ mW$	36
vs la Distancia de propagación. Para CL 5CB-Rojo Metilo. A voltaje njo de $V = 0.8 V$ , la potencia incidente varió $0.4 - 5.25 \ mW$	37
vs la Distancia de propagación. Para CL 5CB-Rojo Metilo. A voltaje fijo de $V = 1, 2V$ , la potencia incidente varió $0, 4 - 5, 25 \ mW$	38
<ul> <li>4.20. Comportamiento dependiente de la Potencia incidente del Radio de haz (μm)</li> <li>vs la Distancia de propagación. Para CL 5CB-Rojo Metilo. A voltaje fijo de</li> </ul>	20
V = 1.6V, la potencia incidente vario $0.4 - 5.25 mW$	39
$V = 2,0 V$ , la potencia incidente varió $0,4 - 5,25 \ mW$	40
vs la Distancia de propagación. Para CL 5CB-Rojo Metilo. A voltaje fijo de $V = 2,4V$ , la potencia incidente varió $0,4 - 5,25 \ mW$	41
D.1. Perfil de haz Gaussiano y la definición de los anchos del haz FWHM y $\frac{1}{\exp^2}$	53

## Capítulo 1

## Introducción

En esta contribución se revisan los principios para la generación y modelación de solitones ópticos espaciales (SOE) observados en cristales líquidos (CL) nemáticos. En nuestro caso usamos el cristal liquido nemático MBBA y 5CB dopado con rojo de metilo al 1 % en peso [25]. Proponemos una técnica experimental para la generación y la caracterización de los SOE en el CL. Se generaron SOS en la muestra de CL en 6 rangos de Rayleigh. El análisis de las imágenes obtenidas corrobora nuestros resultados.

#### 1.1. Esquema General

El esquema general de la tesis consiste en presentarles una breve introducción sobre óptica lineal y no lineal; la definición de un soliton, y una breve semblanza sobre solitones en el ámbito de la Óptica no lineal.

En el primer capítulo, se presenta la deducción del modelo teórico de los SOE en los CL, desde el cambio de las propiedades del medio debido a la incidencia de luz intensa, hasta la propagación de la luz en el medio.

En el capítulo dos, se presenta la metodología experimental, el arreglo construido para la generación de SOE y la calibración de todos los instrumentos que se usaron a lo largo del experimento para construir los resultados.

En el capítulo 3, se presenta el proceso de calibración de los instrumentos, para después mostrar los resultados experimentales realizados en dos CL diferentes a saber MBBA y 5CB.

#### 1.2. Objetivos

 Presentar una breve introducción a la Óptica No-Lineal y a los Cristales Líquidos.

- Establecer el modelo Teórico que predice SOE en CL.
- Presentar el método experimental con el que se generan SOE en CL.
- Presentar los resultados obtenidos en los experimentos y la discusión de los mismos.

#### 1.3. Óptica Lineal y No Lineal

Los Fenómenos Ópticos no lineales no son parte de la experiencia de la vida cotidiana, el descubrimiento y el desarrollo de este tipo de fenómenos, fue posible después de la invención del láser.

En óptica, lo que nos interesa, es la interacción de la luz con la materia; a intensidades relativamente bajas (lo que sucede regularmente en la naturaleza) las propiedades ópticas de los materiales son independientes de la intensidad y de otras características de la luz, como se vera mas adelante.

La luz esta compuesta por ondas electromagnéticas, si estas ondas son capaces de penetrar y propagarse en un medio, en el régimen lineal, esto ocurrirá sin interacciones entre las ondas. A medida que la intensidad de la luz crece, las propiedades ópticas de los materiales comienza a depender de la intensidad incidente, entonces toman lugar las interacciones entre las ondas electromagnéticas y el medio en el que se propagan.

La interacción entre las ondas electromagnéticas y la materia se describe *clásicamente* de acuerdo con las ecuaciones de Maxwell:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_f \tag{1.1}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \tag{1.2}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \tag{1.3}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_f + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \tag{1.4}$$

donde  $\rho_f$  es la densidad de carga eléctrica y  $J_f$  es la densidad de corriente eléctrica en el medio. Además de las relaciones constitutivas (ó relaciones materiales) considerando un medio magnéticamente isotrópico, que en general están dadas por:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E} \tag{1.5}$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} \tag{1.6}$$

donde  $\underline{\varepsilon}$  se conoce como tensor dieléctrico o tensor de permitividad relativa[3], es un tensor rango 2.

Cuando un campo eléctrico óptico muy intenso es aplicado en dichos materiales, las componentes del tensor dieléctrico dependen de la intensidad, como se vera mas adelante (ver el capítulo 2). Esta es la diferencia básica entre el régimen lineal y no lineal, en cuanto a cristales líquidos.

#### 1.4. Solitones

Ondas solitarias [3, 19, 20, 30], comúnmente llamados solitones, han sido ampliamente estudiados experimental y teóricamente [30], en varios campos de la ciencia: hidrodinámica [1, 13], óptica no-lineal [3, 19, 27, 30], física de plasmas[13] y biología [28].

Rigurosamente, un soliton es una solución particular a una ecuación diferencial parcial no lineal con las siguientes características:

- I Son ondas viajeras.
- II Son continuas, acotadas y localizadas en el espacio.
- III La energía que transporta es finita.
- IV Son estables.
- V Colisionan elásticamente.
- VI Tienen la propiedad de descomponerse, es decir, un soliton inicial puede descomponerse en más de dos solitones dependiendo de la amplitud y de otras propiedades.

Las ondas no lineales en sistemas físicos reales, usualmente solo poseen la característica (II) [23], en el presente trabajo se tratará de mostrar que el haz se propaga en el CL sin cambiar de forma (4.2).

#### 1.4.1. Solitones ópticos

Desde que la palabra "soliton" fue acuñada en 1965 por Zarbusky y Kruskal [29]. El campo de los solitones ópticos ha crecido enormemente, en los últimos 20 años, muchas clases de solitones se han identificado [30].

En el campo de la óptica no lineal, los solitones se clasifican en temporales y espaciales dependiendo de la dirección en que la luz sea confinada a lo largo de su propagación, ya sea en tiempo o en espacio. Ambos tipos de solitones se propagan gracias a las variaciones no lineales del índice de refracción en el medio óptico, debido a la intensidad de la luz que incide sobre los materiales[30].

#### Solitones Ópticos Temporales.

Los solitones temporales representan pulsos ópticos que no se *dispersan*, un ejemplo típico de este caso es la auto-modulación de fase (SPM); cuando un pulso ultra-corto incide en un medio, este puede causar un cambio en el índice de refracción (por medio de efecto Kerr óptico), esta variación producirá un corrimiento de fase en el pulso, haciendo que el espectro de frecuencias del pulso cambie [26]. En este caso los solitones temporales se forman cuando la auto-modulación de fase se balancea con la dispersión en el pulso (que hace que los pulsos se ensanchen temporalmente).

#### Solitones Ópticos Espaciales.

Los Solitones Ópticos Espaciales (SOE) representan rayos auto-guiados (*self guided*) que se mantienen confinados en la sección transversal, ortogonal a la dirección de propagación. Un fenómeno muy conocido es el efecto Kerr óptico, también llamado efecto electro-óptico cuadrático, donde el índice de refracción cambia debido a un campo eléctrico aplicado, este cambio es directamente proporcional al cuadrado del campo eléctrico. La dependencia en intensidad del índice de refracción produce autoenfoque. Un soliton espacial se genera cuando el autoenfoque de un "rayo óptico" se balancea con la difracción natural en el haz al momento de propagarse.

En ambos casos, el pulso o haz se propagan en el medio sin cambiar su forma, y se dice que esta auto-localizado o auto-atrapado (*self localized, self traped*).

Una diferencia importante entre los solitones espaciales y temporales es ,en el caso de los solitones temporales, que los efectos no lineales se vuelven importantes a grandes distancias (algunos kilómetros); mientras que en el caso de los solitones espaciales las distancias de propagación son de algunos mm. La longitud de dispersión para un pulso de 1ps viene dada por  $L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|}$  y toma el valor de 1km, usando  $|\beta_2| = 1\frac{ps^2}{km}$ . Mientras que la longitud de difracción o rango de Rayleigh (ver Apéndice D) viene dado por  $L_d = Z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$ , y toma el valor aproximado de ,270mm para un haz de 14 $\mu$ m de diámetro y ,633nm de la longitud de onda [30].

#### 1.5. Cristales Líquidos

Los cristales líquidos poseen propiedades físicas inmediatas entre sólidos y líquidos. Son fluidos, pero aún así las moléculas poseen orden estructural. Existen tres tipos de cristales líquidos que se han estudiado exhaustivamente:

- Termotrópicos. Se dividen así mismos en tres fases nemáticos, colestéricos y esmécticos.
- Liotrópicos.
- Poliméricos.

Los cristales líquidos Termotrópicos se utilizan actualmente en aplicaciones de paneles frontales [4], interruptores ópticos[5], y como sensores de temperatura. Los cristales líquidos liotrópicos han llamado la atención debido a la manera en que reflejan propiedades únicas de sus moléculas constituyentes. Los cristales líquidos poliméricos son potenciales candidatos para dispositivos electrónicos y materiales de ultra alta resistencia [4].

#### 1.6. Dopaje de Cristales Líquidos

En general la temperatura y otro parámetros físicos, imponen graves deficiencias en el uso práctico de este tipo de materiales. Para aplicaciones de investigación e industriales se emplean principalmente mezclas, compuestos y CL dopados con propiedades físicas y ópticas hechas a la medida [21, 2, 25].

Las propiedades ópticas de los CL se ven afectadas por el dopaje con las concentraciones adecuadas y tipo de colorantes. El efecto obvio del colorante disuelto es el incremento de la muestra del CL en una región especifica de longitudes de onda [25, 20, 21]; Las propiedades ópticas de la muestra CL pueden cambiar si las moléculas del colorante sufren algún cambio, ya sea físico u reorientacional, durante la aplicación de campos externos o la absorción de luz.

### Capítulo 2

# Solitones Ópticos Espaciales en Cristales Líquidos

En las siguientes secciones se revisaran los principios básicos que se toman en cuenta para el modelo teórico de los SOE en CL nemáticos. El CL será aproximado como un medio elástico en conjunto y se da un breve repaso sobre el formalismo de Frank [15]. Finalmente se estudia la propagación de un haz linealmente polarizado en una muestra de cristal liquido.

#### 2.0.1. Cristales Líquidos Nemáticos

Los CL nemáticos han sido ampliamente estudiados [17, 16, 20, 21, 27]. En general su estructura molecular es complicada [21]; las moléculas de dichos CL son representadas por barras rígidas. En la figura 2.1 se muestra esquemáticamente el arreglo colectivo de las moléculas en la fase nemática, en la cual la posición de las moléculas es aleatoria, pero la dirección de las moléculas esta altamente correlacionada.

Las moléculas están alineadas según una dirección general definida por el campo vectorial director unitario  $\hat{\mathbf{n}}$  llamado eje director. El tipo de moléculas es centrosimétrica[20, 21], es decir sus propiedades físicas son las mismas para las direcciones  $+\hat{\mathbf{n}} \ y - \hat{\mathbf{n}}$ .



Figura 2.1: Alineación molecular en CL nemáticos y el sistema de referencia con el cual se medirán los cambios en inclinación para el vector director [21].

#### 2.1. Teoría Elástica de Medios Continuos

En una muestra ideal de un CL nemático, las moléculas están, en promedio, alineadas a lo largo de la dirección descrita en términos del eje director  $\pm \hat{\mathbf{n}}(\hat{\mathbf{r}})$ . Dado que el sistema es uniaxial el parámetro de orden tensorial  $S_{\alpha\beta}$  esta dado por [20, 21, 11]:

$$S_{\alpha\beta} = S(T) \left[ n_{\alpha} n_{\beta} - \frac{1}{3} \delta_{\alpha\beta} \right]$$
(2.1)

Donde S(T) es el parámetro de orden microscopio escalar [20, 21], que depende de la temperatura y  $n_i$  es la *i*-ésima componente del campo director. Sin embargo, esta idealización no es compatible con las restricciones impuestas por las superficies que limitan el CL y con los campos externos (eléctricos o magnéticos) que actúan sobre las moléculas. Dada alguna variación en la orientación de  $\hat{\mathbf{n}}$ , el parámetro de orden  $S_{\alpha\beta}$  tendrá variaciones espaciales puntuales. Tres típicos casos de estas deformaciones que alteran la orientación de  $\hat{\mathbf{n}}$  se muestran en la figura (2.2). Para nuestra situación de interés las distancias l, sobre las cuales la variación de  $S_{\alpha\beta}$  es significativa, son mucho mayores que las dimensiones moleculares (típicamente  $l >> 1 \mu m$  mientras que el tamaño de la molecular  $a \sim 20$  Å [11]).



Figura 2.2: Deformaciones que se consideran al aplicar campos externos en los CL

Por estas razones las deformaciones pueden ser descritas por teoría de medios

continuos, sin tomar en cuenta los detalles de la estructura a escala molecular. Tomando en cuenta que para un sistema ligeramente deformado (l >> a), las propiedades ópticas locales se mantienen a las de un cristal uniaxial; es decir la magnitud de la anisotropía permanece constante, solamente la orientación del eje óptico  $\pm \hat{\mathbf{n}}(\hat{\mathbf{r}})$  ha sido rotado.

El estado de deformación del CL estará enteramente descrito en términos del campo vectorial  $\pm \hat{\mathbf{n}}(\hat{\mathbf{r}})$ . Este campo vectorial como se ha mencionado es unitario, pero de orientación variable. Se asume que  $\pm \hat{\mathbf{n}}(\hat{\mathbf{r}})$  varía lenta y suavemente como función de  $\hat{\mathbf{r}}$  [11](excepto para una conjunto de puntos o lineas singulares). Este tipo de tratamiento fue introducido y desarrollado por Oseen [24], Zocher [31] y Frank [15].

#### 2.1.1. Constantes Elásticas y Energía Libre de Deformación

Cuando se aplican campos externos al CL, este se deforma como cualquier otro solido. Sin embargo existe una diferencia importante, en un solido ordinario se generan grandes esfuerzos de tensión debido a que las moléculas se desplazan debido a las deformaciones aplicadas; en el CL, debido a su fluidez, cualquier deformación (ver figura 2.2) solo involucra rotaciones de las moléculas, es decir no hay desplazamiento de los centros de masa de las moléculas.

Torcer, separar y curvar (ver figura 2.2) al medio son las tres principales deformaciones del eje director en cristales líquidos nemáticos. Siguiendo el formalismo teórico desarrollado por Frank[15], la densidad de energía libre (en unidades de energía por volumen) asociado con las tres deformaciones antes mencionadas, viene dado por:

Torcer: 
$$F_2 = \frac{1}{2}K_2(\hat{n}\cdot\nabla\times\hat{n})^2$$
 (2.2)

Separar: 
$$F_1 = \frac{1}{2}K_1(\nabla \cdot \hat{n})^2$$
 (2.3)

$$Curvar: \quad F_3 = \frac{1}{2} K_3 (\hat{n} \times (\nabla \times \hat{n}))^2 \tag{2.4}$$

Donde  $K_1, K_2$  y  $K_3$  son llamadas las constantes de elásticas de Frank y en general tienen valores diferentes, del orden de  $10^{-11}$  N en unidades MKS. En general mas de un tipo de las deformaciones será inducida cuando se aplique un campo externo. La energía libre de deformación  $F_d$  como:

$$F_d = \frac{1}{2}K_1 \left(\nabla \cdot \hat{\mathbf{n}}\right)^2 + \frac{1}{2}K_1 \left(\hat{\mathbf{n}} \cdot \nabla \times \hat{\mathbf{n}}\right)^2 + \frac{1}{2}K_1 \left(\hat{\mathbf{n}} \times \nabla \times \hat{\mathbf{n}}\right)^2 \qquad (2.5)$$

La expresión anterior se puede simplificar significativamente si se usa la llamada "aproximación de una constante elástica", en la cual, se asume que las tres constantes de elasticidad son iguales, obteniendo así (ver Apéndice A):

$$F_d = \frac{1}{2} K \left[ \left( \nabla \cdot \hat{\mathbf{n}} \right)^2 + \left( \nabla \times \hat{\mathbf{n}} \right)^2 \right]$$
(2.6)

#### 2.1.2. Energía Libre de Campos Eléctricos

Para un campo eléctrico aplicado en general (dc, de baja frecuencia u óptico) el vector de desplazamiento eléctrico  $\mathbf{D}$  se puede escribir como [22] (ver Apéndice B) :

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_\perp \mathbf{E} + \varepsilon_0 (\varepsilon_\parallel - \varepsilon_\perp) (\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{E}) \hat{\mathbf{n}}$$
(2.7)

La densidad de energía eléctrica de interacción se escribe como [21]:

$$\mu_E = -\frac{1}{2} \int_0^E \mathbf{D} \cdot d\mathbf{E} = -\frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_\perp \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} - \frac{\varepsilon_0 \Delta \varepsilon}{2} (\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{E})^2$$
(2.8)

El primer término de la expresión anterior es independiente de la orientación del vector director de las moléculas del CL, por lo tanto en la energía libre de deformación no se tomara en cuenta, por lo que el término que se agrega a la energía libre de deformación asociado al campo eléctrico aplicado es:

$$-\frac{\varepsilon_0 \Delta \varepsilon}{2} (\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{E})^2 \tag{2.9}$$

Por lo anterior, aplicando un campo eléctrico óptico  $(\mathbf{E}_{opt})$  y un campo eléctrico estático  $(\mathbf{E}_{est})$  tenemos que la energía libre de deformación en el CL, en la aproximación de una constante, queda de la forma:

$$F_d = \frac{1}{2} K \left[ (\nabla \cdot \hat{\mathbf{n}})^2 + (\nabla \times \hat{\mathbf{n}})^2 \right] - \frac{\varepsilon_0 \Delta \varepsilon}{2} (\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{E}_{opt})^2 - \frac{\varepsilon_0 \Delta \varepsilon}{2} (\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{E}_{est})^2 \quad (2.10)$$

#### 2.2. Campos Moleculares

Para minimizar la energía libre de deformación, se introduce [11] el campo molecular  $\mathbf{h}$ , definido como:

$$h_{x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial F_{d}}{\partial \left( \frac{\partial n_{x}}{\partial x} \right)} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial F_{d}}{\partial \left( \frac{\partial n_{x}}{\partial y} \right)} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial F_{d}}{\partial \left( \frac{\partial n_{x}}{\partial z} \right)} \right) - \frac{\partial F_{d}}{\partial n_{x}}$$

$$h_{y} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial F_{d}}{\partial \left( \frac{\partial n_{y}}{\partial x} \right)} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial F_{d}}{\partial \left( \frac{\partial n_{y}}{\partial y} \right)} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial F_{d}}{\partial \left( \frac{\partial n_{y}}{\partial z} \right)} \right) - \frac{\partial F_{d}}{\partial n_{y}} \quad (2.11)$$

$$h_{z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial F_{d}}{\partial \left( \frac{\partial n_{z}}{\partial x} \right)} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial F_{d}}{\partial \left( \frac{\partial n_{z}}{\partial y} \right)} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial F_{d}}{\partial \left( \frac{\partial n_{z}}{\partial z} \right)} \right) - \frac{\partial F_{d}}{\partial n_{y}} \quad (2.11)$$

El campo molecular (ec. 2.11), para los términos de la energía libre de deformación sin tomar en cuenta campos eléctricos externos quedan de la forma:

$$\mathbf{h} = K \nabla^2 \hat{\mathbf{n}} \tag{2.12}$$

Donde  $\nabla^{\mathbf{2}}$  es el operador vectorial [18]. Para la energía libre de deformación del campo eléctrico aplicado, el campo molecular  $\mathbf{h}_{\mathbf{e}}$  que<br/>da:

$$h_{xe} = \varepsilon_0 \Delta \varepsilon \left( n_x E_x^2 + n_y E_x E_y + n_z E_x E_z \right)$$
  

$$h_{ye} = \varepsilon_0 \Delta \varepsilon \left( n_x E_x E_y + n_y E_y^2 + n_z E_y E_z \right)$$
  

$$h_{ze} = \varepsilon_0 \Delta \varepsilon \left( n_x E_x E_z + n_y E_y E_z + n_z E_z^2 \right)$$
(2.13)

El mínimo de la energía libre de deformación se encuentra cuando  $\mathbf{h} = 0$  [11], asumiendo que el vector director de las moléculas tiene solo desviaciones en las direcciones  $\hat{\mathbf{i}}$  y  $\hat{\mathbf{k}}$ , esto se justifica dado que el campo eléctrico óptico y estático se asumen polarizados en la dirección  $\hat{\mathbf{i}}$  y propagándose en  $\hat{\mathbf{k}}$ , además de que se medirá con respecto al eje  $\hat{\mathbf{k}}$  (ver figura 2.1), es decir:

$$\hat{\mathbf{n}} = \sin\theta \hat{\mathbf{i}} + \cos\theta \hat{\mathbf{k}}$$
$$\mathbf{E_{opt}} = E_x \hat{\mathbf{i}} = A(x, y, z) \exp\left(j(kz - \omega t)\right) \hat{\mathbf{i}}$$
$$\mathbf{E_{est}} = \frac{V}{D} \hat{\mathbf{i}}$$
(2.14)

Donde V es el voltaje aplicado externo entre las placas que contienen el CL y D es la separación de las mismas. La ecuación para la componente en la dirección  $\hat{i}$ , asumiendo cambios pequeños en el ángulo  $\theta$ , se reduce a:

$$\nabla^2 \theta + \frac{\varepsilon_0 \Delta \varepsilon}{K} \sin \theta \left( A^2 + \frac{V^2}{D^2} \right) = 0$$
(2.15)

Aunado a la ecuación de la reorientación del vector director (ec. 2.15), la dirección del vector director cumple con condiciones a la frontera, que físicamente representan la dirección de las moléculas en las caras del sustrato que contiene al CL, usualmente dadas por:

$$\theta(L/2, y, z) = \theta(-L/2, y, z) = \frac{\pi}{2}$$
 (2.16)

Resolviendo este problema con condiciones a la frontera, encontraremos como son las variaciones espaciales de la reorientación de las moléculas del cristal liquido.

#### 2.3. La Aproximación de la Envolvente de Variación Lenta (SVEA)

Partimos de las ecuaciones de Maxwell ( ver ecuación 1.1) en materia [18], en un espacio libre de fuentes, es decir  $\rho_f = 0$  y  $\mathbf{J}_f = 0$  tenemos que:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \tag{2.17}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \tag{2.18}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \tag{2.19}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \tag{2.20}$$

Como ya se menciono en la sección anterior, al vector de desplazamiento eléctrico se le asume de la forma 2.7, y considerando un material magnéticamente isotrópico, entonces las ecuaciones materiales son:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_\perp \mathbf{E} + \varepsilon_0 (\varepsilon_\parallel - \varepsilon_\perp) (\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{E}) \hat{\mathbf{n}}$$
(2.21)

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} \tag{2.22}$$

Tomando el rotacional del la ecuación 2.18 tenemos que:

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} = -\nabla \times \left(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\right)$$
(2.23)

Vamos a hacer la aproximación "usual" (ver [9, 30, 20, 21]):

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) \approx 0 \tag{2.24}$$

sustituyendo la ecuación (2.22) tenemos que:

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \left( \nabla \times \mathbf{H} \right) \tag{2.25}$$

Sustituyendo $\nabla\times \mathbf{H}$  tenemos:

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{D}}{\partial^2 t} \tag{2.26}$$

La relación anterior representa tres ecuaciones escalares, que se pueden escribir como:

$$\nabla^{2} E_{x} = \mu_{0} \varepsilon_{0} \left[ \left( \varepsilon_{\perp} + \Delta \varepsilon \sin^{2} \theta \right) \frac{\partial^{2} E_{x}}{\partial t^{2}} + \Delta \varepsilon \sin \theta \cos \theta \frac{\partial^{2} E_{z}}{\partial t^{2}} \right]$$

$$\nabla^{2} E_{y} = 0$$

$$\nabla^{2} E_{z} = \mu_{0} \varepsilon_{0} \left[ \Delta \varepsilon \sin \theta \cos \theta \frac{\partial^{2} E_{x}}{\partial t^{2}} + \left( \varepsilon_{\perp} + \Delta \varepsilon \cos^{2} \theta \right) \frac{\partial^{2} E_{z}}{\partial t^{2}} \right]$$
(2.27)

Asumiendo que el campo eléctrico contiene una sola frecuencia  $\omega$ y que está polarizado en la dirección  $\hat{\bf i}$  es decir:

$$\mathbf{E} = A(x, y, z) \exp\left(j(kz - \omega t)\right) \hat{\mathbf{i}}$$
(2.28)

Sustituyendo la ecuación 2.28 en la ecuación 2.27, se reduce el sistema de ecuaciones a una sola:

$$\nabla^2 A + 2jk\frac{\partial A}{\partial z} + \left(\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 (\varepsilon_\perp + \Delta \varepsilon \sin^2 \theta) - k^2\right) A = 0$$
 (2.29)

Tomando en cuenta le hecho de que  $k^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0$ , y asumiendo que las variaciones de A en la dirección z es pequeña, es decir,  $\frac{\partial^2 A}{\partial z^2} \approx 0$  tenemos que:

$$\nabla_{\perp}^{2}A + 2jk\frac{\partial A}{\partial z} + k^{2}\left(\varepsilon_{\perp} + \Delta\varepsilon\sin^{2}\theta - 1\right)A = 0$$
(2.30)

Donde  $\nabla_{\perp}^2 = \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2}$ , la ecuación anterior es la ecuación de la propagación de la envolvente del campo eléctrico.

### Capítulo 3

## **Desarrollo** Experimental

#### 3.1. Preparación del CL 5CB y MBBA

Después de haber revisado la literatura [30, 12, 17, 16], se encontró que este tipo de materiales presentan una reorientacional molecular no-lineal 2.2, por ello y en base a su disponibilidad, se utilizaron para realizar el estudio. El siguiente paso fue dopar a los CLs 5CB y MBBA con los colorantes rojo de métilo al 0.1 % en peso. Una vez preparados se procedió a la construcción de celdas de vidrio para colocar dentro de éstas las muestras en estudio (a manera de emparedado).

#### 3.2. Preparación de la Muestra

Las celdas contenedoras de CL están compuestas principalmente de un sustrato(vidrio) que tiene un recubrimiento de oxido de indio (Indium tin Oxide, ITO, por sus siglas en ingles), el cuál es un material conductor; el sustrato tiene inicialmente las siguientes dimensiones 7,5 cm de largo por 2,5 cm de ancho, se corta en una maquina CNC para que tenga las siguientes medidas: ancho 1,6 cm y largo 2,5 cm. Posteriormente se le aplica un proceso de pulido a las caras donde la luz láser incidirá, esto para evitar que alguna imperfección en la superficie afecte las mediciones hechas posteriormente. Este proceso consta de un pulido "rudo" para emparejar las caras de las placas del sustrato, con lija Fandeli A-99 500 de Carburo de Silicio (SIC por sus siglas en ingles) que tiene un tamaño de grano de 19  $\mu m$ , luego lija Fandeli A-99 600 SIC con un tamaño de grano de 15  $\mu m$  [14], el tiempo que se da en el tratamiento es de aproximadamente de una a dos horas por cada lija. Posteriormente un pulido más fino con discos abrasivos Buehler Fibrmet Discs 686 de oxido de aluminio (Al2O3) con un tamaño de grano de 12  $\mu m$ , 69-3102 SIC con un tamaño de grano de 3  $\mu m$ , y 69-3104 de Al2O3 con un tamaño de grano de 0.3  $\mu m$  [7]; el procedimientos con todos estos discos es sencillo, sobre la maquina se apoya la cara que se quiere tratar y se le suministra agua de manera que las superficies



Figura 3.1: Proceso de Pulido.

de contacto se mantengan lubricadas (ver figura 3.1).

Una vez que las caras de la celda están debidamente pulidas, se procede a la colocación de dos electrodos conectados a las terminales libres de la celda, estos se colocan como se ve en la figura 3.2 y van conectados a una fuente de voltaje DC. posteriormente la colocación de los espaciadores (ver figura 3.2) los cuáles tienen un ancho D aproximado de 25  $\mu m$ . Hasta ahora los espaciadores se han hecho con el recubrimiento que tienen los discos compactos (CD's) comerciales (28  $\mu m$ ). Finalmente para sellar las caras de la celda, se aplica una capa de barniz transparente en las juntas de los espaciadores y se coloca un cubre objetos en las caras donde la luz láser incidirá.



Figura 3.2: Diseño de la muestra de CL.

#### 3.3. Espectros de Absorción Óptica

Una vez preparadas las muestras de los CLs 5CB y MBBA, se realizó un análisis espectro-fotométrico para determinar el coeficiente de absorción en la región visible del espectro[25]. Esto se hizo con un espectrofotómetro marca Ocean Optics USB2000. El arreglo experimental utilizado se muestra en la Fig. (3.3). La determinación del coeficiente de absorción lineal se hizo conforme a la ley de Beer-Lambert [8]

$$I(\lambda) = I_0(\lambda) \exp -\alpha(\lambda)Lc \tag{3.1}$$



Figura 3.3: Arreglo experimental para la medición del espectro absorción óptica.

Donde  $I_0(\lambda)$  es la intensidad del haz incidente en la muestra,  $I(\lambda)$  la intensidad del haz al salir de la muestra,  $\alpha$  es el coeficiente de absorción lineal y está dado por  $\alpha(\lambda) = \frac{4\pi k}{\lambda}$ ,  $\lambda$  es la longitud de onda, k es el coeficiente de extinción, L el grosor de la muestra y c la concentración de la sustancia absorbente. Básicamente, lo que se hace es obtener el espectro continuo de referencia de una lámpara de tungsteno pasando por una celda vacía y, posteriormente se toma otro de una celda conteniendo el material en estudio; el grosor de la celda mide alrededor de  $28\mu m$ , el coeficiente de absorción lineal  $\alpha(\lambda)$  para diferentes longitudes de onda del espectro visible se obtiene mediante la ec. (3.1), de esta forma se selecciona la longitud de onda en la que se excitará la muestra(que resulto 632,8nm).

#### 3.4. Montaje experimental

El arreglo experimental que se construyó para la generación de solitones ópticos espaciales consta de un láser Coherent de 632.8nm, con una potencia máxima (medida en el laboratorio) de 6.31mW, linealmente polarizado; seguido de un atenuador circular lineal variable (Newport); posteriormente un objetivo de 10 aumentos (10X) con una apertura numérica de .25; le sigue la celda de cristal liquido y una cámara digital para poder estudiar la forma del haz láser que sale de la celda. Otra cámara digital está situada en la parte superior de la celda para observar la propagación del haz longitudinalmente en el CL, está acoplada a un microscopio el cuál consta de un ocular de 5 aumentos y un objetivo de 4 aumentos con una apertura numérica de .15, adicionalmente a este microscopio se le ha acondicionado un atenuador hecho con dos polarizadores lineales, uno de los cuáles está dentro del microscopio y el segundo polarizador lineal está sobre la muestra, este puede variar su orientacion a voluntad para que la cámara no se sature. En la figura 3.4 se muestra el arreglo experimental. Las flechas "tenues" con puntas a los lados indican que durante los experimentos estos elementos pueden moverse con . La potencia del haz láser se mide con un detector LabMaster Ultima (líneas punteadas en la figura 3.4).



Figura 3.4: Arreglo Experimental

#### 3.5. Técnica de la Navaja

Con el fin de caracterizar el radio del haz gaussiano que incide sobre la muestra de CL, se implementó la técnica de la navaja [10]. Ver la figura 3.5. Donde el filo de una navaja delgada se coloca entre el haz(enfocado) y el detector, de tal manera que la posición de la navaja en el eje y se pueda variar, del mismo modo la distancia entre la navaja y el objetivo de microscopio (distancia en la dirección z). La intensidad es adquirida conforme la posición del filo de la navaja varía (en la dirección y); con esta información se puede obtener el radio del haz ajustando los datos a la función[10]:

$$f(s) = \frac{1}{1 + exp(a_1s + a_2s^3)} \tag{3.2}$$

Donde  $s = \frac{\sqrt{2}(y-y_0)}{\omega}$ ,  $\omega$  es el radio,  $y_0$  es la posición donde la intensidad es la mitad del máximo obtenido;  $a_1 = -1,597106847$  y  $a_2 = -7,0924013 \times 10^{-2}$ . El variar la distancia entre el filo de la navaja y el objetivo de microscopio, es con el fin de saber como es el radio del haz a lo largo de la dirección de propagación. Ver la figura 3.5.



Figura 3.5: Técnica de la Navaja

#### 3.6. Adquisición de Datos

Para analizar la propagación del haz láser en el CL, con la cámara que es perpendicular a la propagación de láser, se toman imágenes que tienen una resolución de  $640 \times 480$  píxeles, de tal forma que en el eje z (estos ejes son los del arreglo experimental, ver la figura 3.4) se tienen los 640 píxeles y en el eje x se tienen los 480 píxeles. Estas imágenes se adquieren con la cámara digital a través del programa WebCam Companion. El tipo de imagen es RGB y posteriormente se convierten a escala de grises (ver Apéndice. C). En la figura 3.6



Figura 3.6: Perfil típico adquirido del arreglo experimental(Cortado).

#### 3.6.1. Escalas en las Imágenes

Para establecer la escala en las imágenes se utilizó como patrón de medida el cuadro mas pequeño de una hoja de papel milimétrico marca *Keuffel & Esser* 358-14, el cuál se midió con el desplazamiento de la platina que controla el movimiento de la cámara que está acoplada al microscopio (ver figura 3.7). Se movió la platina de la cámara tomando como referencia secciones de color blanco en las imágenes, y así medir las distancia entre sección y sección blanca.



Figura 3.7: Imagen del cuadro de papel milimétrico y la sección que fue medida para establecer la escala en las imágenes.

#### 3.6.2. Análisis de las Imágenes Obtenidas

Del perfil de intensidad que se obtiene en las imágenes, lo que se trata de caracterizar es el radio del haz propagado como función de la distancia de propagación, a continuación se muestra el diagrama de flujo del programa que se usa para analizar dicho perfil de intensidad:



Figura 3.8: Procesamiento de las Imágenes. Análisis de los perfiles de intensidad.

El ajuste que se menciona en el proceso de análisis, es con respecto a la función:

$$f(b_1, b_2) = \exp\left(-2\left(\frac{t-b_1}{b_2}\right)^2\right)$$
 (3.3)

Donde  $b_1$  es el valor de la posición cuando la intensidad es máxima,  $b_2$  es el factor relacionado con el radio del haz y t las posiciones donde se ha analizado el perfil de intensidad. Como esto se hace para cada uno de los 640 píxeles en la imagen (la direccion de propagación), en los resultados se presentará como varía el radio del haz con la distancia de propagación.

## Capítulo 4

## Resultados

### 4.1. Espectros de Transmisión Óptica

En este apartado se muestran los espectros de absorción que se tomaron de acuerdo con la sección 3.3, para las muestras de CL MBBA y 5CB.



Figura 4.1: Espectro de transmición (rango del visible) para la muestra de CL MBBA dopado al 1%en peso con Rojo de Metilo.



Figura 4.2: Espectro de transmición (rango del visible) para la muestra de CL 5CB dopado al 1%en peso con Rojo de Metilo.

Con base en estos resultados, se eligió la longitud de onda del láser que incidiría en cada una de las muestras de CL[25]. La longitud de onda elegida para los experimentos fue 632,8nm.

#### 4.2. Técnica de la Navaja

A continuación se muestra un perfil típico que se obtiene de la técnica de la navaja, junto con el ajuste<sup>1</sup> de los datos correspondientes (de acuerdo a la ecuación 3.2),



Figura 4.3: Ajuste típico del Radio $(\omega)$  del haz láser, la navaja esta a una distancia de 0.350" (8.89mm) del objetivo.

En la figura (4.4) se presenta el radio del haz láser conforme se propaga en la dirección z, aquí ya se han hecho las conversiones para que las distancias estén en metros.

 $<sup>^1\</sup>mathrm{Aclarando}$ que los datos obtenidos están en unidades de pulgadas, ya que las platinas tienen este tipo de unidades.



Figura 4.4: Radio del Haz (enfocado) vs la distancia de propagación (direccion z). Y el ajuste de estos datos.

A continuación se muestran los coeficientes de determinación  $(R^2)$ , que nos proporciona el método de ajuste para cada uno de los radios medidos, contra la distancia de propagación, esto con el fin de mostrar la calidad de los ajustes hechos a lo largo de toda la distancia estudiada:



Figura 4.5: Coeficiente Pseudo- $(R^2)$  Vs Distancia de propagación, esta gráfica tiene la finalidad de mostrar la calidad de los ajustes hechos, en todas las posiciones de la navaja donde se midió el radio del haz.

A partir de estos datos, se hizo un ajuste<sup>2</sup> de acuerdo con:

$$w(z) = w_0 \left[ 1 + \left( \frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2 \right]^{1/2}$$
(4.1)

donde se ajustó para la cintura del haz; obteniendo los siguientes resultados:

Cintura del Haz	$\pm Error$	$R^2$	Rango de Rayleigh
Enfocado $(\mu m)$	$(\mu m)$		$Z_R \ (\mu m)$
7.38	0.03	0.99807	270.93

Tabla 4.1: Cintura del Haz enfocado, su error(dado por el algoritmo de ajuste), el Coeficiente  $R^2$  del ajuste (dado por el algoritmo) y el Rango de Rayleigh  $Z_R$  (ver Apéndice D).

#### 4.3. Escalas en las Imágenes

A continuación se muestran las medidas de la distancia mostrada en la figura 3.7 del papel milimétrico:

Tamaño del Cuadro Promedio (mm)	Desviación Estándar (mm)
0.847	0.120

Tabla 4.2: Promedio del tamaño del patrón de medida en las imágenes, de una muestra de 60 mediciones.

La medición de los píxeles en la imagen (correspondientes a la distancia mostrada en la figura 3.7) nos dio el siguiente dato:

Píxeles	Desviación Estándar		
	(Píxeles)		
252.58	4.63		

Tabla 4.3: Número de Píxeles en la distancia indicada en la figura (3.7).

Con los valores de las tablas (4.2) y (4.3), la escala de las imágenes que do como:

Milímetros	Micras	Error
por Píxel	por Píxel	$\left(\frac{\mu m}{pix}\right)$
0.00335	3.35	0.48

Tabla 4.4: Escala en las Imágenes Obtenidas.

 $<sup>^2 {\</sup>rm Los}$ ajustes anteriores, se hicieron con el programa Qti Plo<br/>t0.9.8.8 de Ion Vasilief, usando el método de Levenberg-Marquard<br/>t

#### 4.4. Análisis de Imágenes Obtenidas

A continuación se muestra el proceso de análisis de las imágenes obtenidas del arreglo experimental 3.4, comenzando por el ajuste del perfil de intensidad obtenido en un corte perpendicular a la dirección de propagación en las imágenes. Ver figura (4.6).



Figura 4.6: Ejemplo de la medición del radio del haz, medido en un perfil de intensidad.

El radio obtenido de este conjunto de datos fue  $w = 43.4 \pm 0.31 \mu m$ , y el coeficiente de determinación (Pseudo- $R^2$ ) [6] para este ajuste fue de Pseudo- $R^2 = 0.9978$ .

Las mediciones del radio del haz obtenido a medida que se propaga el haz en el medio, se muestran en la figura (4.8).


Figura 4.7: Radio del haz  $(\mu m)$  vs Distancia de Propagación  $(Z_R)$ 

Y a continuación se muestran los coefientes de determinación pseudo- $R^2$  para los ajustes realizados contra la distancia de propagación; esto es, nuevamente, una forma de evaluar la calidad de los ajustes realizados por el programa con el que se procesaron de las imágenes:



Figura 4.8: Coeficiente Pseudo- $R^2$  vs la distancia de propagación en el Haz, muestra que tan confiables son los ajustes hechos para cada perfil de intensidad tomado de las imágenes.

### 4.5. Solitones Ópticos Espaciales Brillantes

A continuación se muestra como varía el radio del haz conforme este se propaga longitudinalmente en la en la celda de CL, para las diferentes condiciones experimentales; se varió la potencia del láser que incidía en la muestra; así como el voltaje aplicado entre las caras de los sustratos que contienen a los CL. La potencia del láser se varió de 5,25 mW a 0,4 mW y el voltaje aplicado a las muestras entre 0 V y 2,4 V.

#### 4.5.1. CL MBBA

Para el Cristal Líquido MBBA dopado al 1% en peso con colorante Rojo de Metilo, a continuación se muestran los resultados obtenidos de la variación del Radio del haz conforme el haz se propaga en el cristal liquido. Se cambio la potencia que incidía en la muestra, así como el voltaje que se aplicaba entre las paredes que contenían el CL. Los gráficos presentan la situación: de Voltaje fijo (entre las placas contenedoras) y varía la potencia incidente; posteriormente se presenta el indice Pseudo- $R^2$  contra la distancia de propagación.



Figura 4.9: Comportamiento dependiente de la Potencia incidente del Radio de haz ( $\mu m$ ) v<br/>s la Distancia de propagación. A voltaje fijo de V=0,0V, la potencia incidente vari<br/>ó0,4-5,25~mW



Figura 4.10: Comportamiento dependiente de la Potencia incidente del Radio de haz ( $\mu m$ ) v<br/>s la Distancia de propagación. Para CL MBBA-Rojo Metilo. A voltaje fijo de <br/> V=0,4V, la potencia incidente varió $0,4-5,25\ mW$ 



Figura 4.11: Comportamiento dependiente de la Potencia incidente del Radio de haz ( $\mu m$ ) vs la Distancia de propagación. Para CL MBBA-Rojo Metilo. A voltaje fijo de V = 0.8 V, la potencia incidente varió 0,4 - 5,25 mW



Figura 4.12: Comportamiento dependiente de la Potencia incidente del Radio de haz ( $\mu m$ ) vs la Distancia de propagación. Para CL MBBA-Rojo Metilo. A voltaje fijo de V = 1, 2V, la potencia incidente varió 0,4 - 5,25 mW



Figura 4.13: Comportamiento dependiente de la Potencia incidente del Radio de haz ( $\mu m$ ) vs la Distancia de propagación. Para CL MBBA-Rojo Metilo. A voltaje fijo de V = 1,6V, la potencia incidente varió 0,4 - 5,25 mW



Figura 4.14: Comportamiento dependiente de la Potencia incidente del Radio de haz ( $\mu m$ ) v<br/>s la Distancia de propagación. Para CL MBBA-Rojo Metilo. A voltaje fijo de <br/> V=2,0V, la potencia incidente varió 0,4 – 5,25 mW



Figura 4.15: Comportamiento dependiente de la Potencia incidente del Radio de haz ( $\mu m$ ) v<br/>s la Distancia de propagación. Para CL MBBA-Rojo Metilo. A voltaje fijo de <br/> V=2,4V, la potencia incidente varió 0,4 - 5,25 mW

### 4.5.2. CL 5CB

Para el Cristal Líquido 5CB dopado al 1% en peso con colorante Rojo de Metilo, a continuación se muestran los resultados obtenidos de la variación del Radio del haz conforme el haz se propaga en el cristal liquido.



Figura 4.16: Comportamiento dependiente de la Potencia incidente del Radio de haz ( $\mu m$ ) vs la Distancia de propagación. Para CL 5CB-Rojo Metilo. A voltaje fijo de V = 0,0V, la potencia incidente varió  $0,4 - 5,25 \ mW$ 



Figura 4.17: Comportamiento dependiente de la Potencia incidente del Radio de haz ( $\mu m$ ) v<br/>s la Distancia de propagación. Para CL 5CB-Rojo Metilo. A voltaje fijo de <br/> V=0,4V, la potencia incidente varió $0,4-5,25\ mW$ 



Figura 4.18: Comportamiento dependiente de la Potencia incidente del Radio de haz ( $\mu m$ ) v<br/>s la Distancia de propagación. Para CL 5CB-Rojo Metilo. A voltaje fijo de <br/> V=0,8V, la potencia incidente varió0,4-5,25~mW



Figura 4.19: Comportamiento dependiente de la Potencia incidente del Radio de haz ( $\mu m$ ) vs la Distancia de propagación. Para CL 5CB-Rojo Metilo. A voltaje fijo de V = 1, 2V, la potencia incidente varió 0,4 - 5,25 mW



Figura 4.20: Comportamiento dependiente de la Potencia incidente del Radio de haz ( $\mu m$ ) v<br/>s la Distancia de propagación. Para CL 5CB-Rojo Metilo. A voltaje fijo de <br/>V = 1,6V, la potencia incidente varió 0,4 - 5,25 mW



Figura 4.21: Comportamiento dependiente de la Potencia incidente del Radio de haz ( $\mu m$ ) vs la Distancia de propagación. Para CL 5CB-Rojo Metilo. A voltaje fijo de V = 2,0V, la potencia incidente varió  $0,4 - 5,25 \ mW$ 



Figura 4.22: Comportamiento dependiente de la Potencia incidente del Radio de haz ( $\mu m$ ) v<br/>s la Distancia de propagación. Para CL 5CB-Rojo Metilo. A voltaje fijo de <br/>V = 2,4V, la potencia incidente varió 0,4 - 5,25 mW

#### 4.6. Discusión

Acerca del análisis de las imágenes obtenidas, se puede observar (de todas las gráficas del coeficiente Pseudo- $\mathbb{R}^2$ ) que las mediciones del radio del haz son "mejores" hacia el centro de la imagen, que en los extremos; esto se da ya que al principio de la celda, existe una triple interfase (aire-vidrio-CL) que el haz, enfocado, tiene que atravesar; como resultado de esto, se presenta mucho esparcimiento de luz al principio de las imágenes, y el algoritmo que se encarga de medir el radio del haz no lo hace de manera correcta. Por otro lado el hacia el final de la imagen y para bajas intensidades (es mas evidente en los resultados de 5CB), se puede observar que el coeficiente pseudo  $\mathbb{R}^2$  disminuye su valor considerablemente, esto ya que con la intensidad adquirida por la cámara, el programa no tiene información suficiente para poder dar una medida confiable del radio del haz.

Por otro lado es evidente de todas las gráficas presentadas, que el voltaje aplicado ente las placas de vidrio que contienen al cristal liquido, no afectan en gran parte la propagación del haz; y que la intensidad incidente es la que impone el comportamiento del haz durante su propagación.

Para el CL MBBA es posible ver la tendencia de no-cambio del haz laser casi a cualquier potencia incidente en la muestra (Y todo voltaje aplicado); sin embargo, no se puede atribuir este comportamiento enteramente al CL, ya que los radios del haz medidos, son demasiado grandes con respecto al ancho de la muestra, y esto involucraría en principio una interacción del haz con el medio circundante al CL.

Sin embargo, la tendencia de no cambio en el haz laser se mantiene, para el CL MBBA, una distancia de 6 rangos de Rayleigh, aproximadamente 1.5mm; con lo que podemos decir que la generación de SOE (según la condición II) en este cristal liquido ha sido exitosa.

Para el CL 5CB, los resultados no son igual de buenos, ya que la tendencia de no-cambio del radio del haz se presenta por no mas de 4 rangos de Rayleigh (1,05 mm), y a una potencia de no mas de 3,4 mW incidentes en la muestra.

## Capítulo 5

# **Conclusiones y Perspectivas**

### 5.1. Conclusiones

Durante el desarrollo de este trabajo, se ha presentado el modelo Teorico que predice los SOE en CL. También se presentaron las generalidades del procedimiento experimental. Desde la calibración de las imágenes obtenidas del experimento, dándonos una escala de 3,35  $\pm$  0,48 micras por píxel; la caracterización del haz incidente en la muestra del CL; el cual nos dio un radio del haz de 7,38  $\pm$  0,03  $\mu$  m, enfocado.

Posteriormente se mostró el análisis de las mismas para comprobar que el haz durante la propagación en el CL, no cambia sustancialmente de forma; tanto de ancho (medido de las imágenes), y de forma, ya que el perfil gaussiano se mantiene (de no ser así los ajustes de los radios no serian posibles), en las condiciones que se han aplicado en los dos CL estudiados (tanto de potencia como voltajes aplicados).

Una fuente sustancial del error en las medidas del haz, es debido al esparcimiento de la luz que se da a la entrada de la muestra del CL; por otro lado la falta de intensidad de luz recopilada por la cámara, también impide hacer mediciones confiables del radio del haz; por ultimo el polvo contenido en la muestra y que esparce luz en todas direcciones, también es una fuente de error en las mediciones, aunque siempre se tuvo cuidado de mantener en las mejores condiciones a las muestras, estas no están libres de este tipo de contaminación, tal es el caso de las muestras del cristal liquido 5CB.

Aún así, se obtuvo la generación de SOE en una longitud equivalente a 1.5mm en el CL MBBA dopado al 1% en peso, para potencias incidentes menores a 3.4 mW. Por otro lado para el CL 5CB las distancias en las que el radio del haz no cambia fueron de 1.02 mm, para potencias menores a 2.8 mW. Ademas se mostró que la reorientación de las moleculas debido a campos eléctricos externos aplicados (al menos en este tipo de CL y en estas condiciones) no afecta en gran manera la propagación del haz en el CL.

### 5.2. Perspectivas

Para terminar de caracterizar si el haz al propagarse en el CL es un SOE, sin duda hace falta un experimento de colisión entre dos de estos haces. Seguido de la variación de las condiciones experimentales: concentración del dopaje del CL y el colorante, la potencia incidente en la muestra, el voltaje aplicado en la celda, la longitud de onda del laser, el radio del haz incidente etc.

Encontrar numericamente si las variaciones del voltaje aplicado no causa variaciones grandes en la propagación del haz (ó al menos una razon por la cual en nuestros experimentos no hay tal cambio).

# Apéndices

## Apéndices A

# Aproximación de Una Constante (One Constant Aproximation)

Esta nota es para esclarecer un poco los cálculos llevados a cabo en la sección de la energía libre de deformación, ya que el paso de la ecuación (2.5) a la ec. (2.6) no es del todo claro.

Entonces partimos del hecho de que en la ecuación (2.5),  $K_1 = K_2 = K_3 = K$ , entonces las ecuación queda de la forma:

$$F_d = \frac{1}{2}K\left[\left(\nabla \cdot \hat{\mathbf{n}}\right)^2 + \left(\hat{\mathbf{n}} \cdot \nabla \times \hat{\mathbf{n}}\right)^2 + \left(\hat{\mathbf{n}} \times \nabla \times \hat{\mathbf{n}}\right)^2\right]$$
(A.1)

Antes de empezar con la cuenta, se hará notar que el término  $\nabla\times \hat{\mathbf{n}}$  es de la forma:

$$\nabla \times \hat{\mathbf{n}} = (\partial_2 n_3 - \partial_3 n_2)\hat{\mathbf{i}} + (\partial_3 n_1 - \partial_1 n_3)\hat{\mathbf{j}} + (\partial_i n_2 - \partial_2 n_1)\hat{\mathbf{k}}$$
(A.2)

Donde se interpreta a  $\partial_i$ , i = 1, 2, 3 como la derivada parcial en las dirección  $\frac{\partial}{\partial x}(1)$ ,  $\frac{\partial}{\partial y}(2)$  o  $\frac{\partial}{\partial z}(3)$  respectivamente y del mismo modo a  $n_i$ , i = 1, 2, 3 como las componentes del vector  $\hat{\mathbf{n}}$  en la dirección  $\hat{\mathbf{i}}$ ,  $\hat{\mathbf{j}}$  o  $\hat{\mathbf{k}}$ . Tomando en cuenta la siguiente notación:

$$\begin{aligned} \alpha &= \partial_2 n_3 - \partial_3 n_2 \\ \beta &= \partial_3 n_1 - \partial_1 n_3 \\ \gamma &= \partial_1 n_2 - \partial_2 n_1 \end{aligned}$$
(A.3)

Tenemos que la ecuación A.2 queda como:

$$\nabla \times \hat{\mathbf{n}} = \alpha \hat{\mathbf{i}} + \beta \hat{\mathbf{j}} + \gamma \hat{\mathbf{k}}$$
(A.4)

Entonces la norma al cuadrado de A.2 queda como:

$$(\nabla \times \hat{\mathbf{n}})^2 = (\nabla \times \hat{\mathbf{n}}) \cdot (\nabla \times \hat{\mathbf{n}}) = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$$
(A.5)

Ahora, solo tomaremos en cuenta el segundo y tercer término de la ecuación A.1, en particular vamos a escribir de manera conveniente estos dos términos con ayuda de la notación anteriormente mencionada (A.3), entonces:

$$\hat{\mathbf{n}} \cdot \nabla \times \hat{\mathbf{n}} = n_1 \alpha + n_2 \beta + n_3 \gamma \tag{A.6}$$

por lo que su cuadrado queda como:

El término  $\hat{\mathbf{n}} \times \nabla \times \hat{\mathbf{n}}$  se escribe como:

$$\hat{\mathbf{n}} \times \nabla \times \hat{\mathbf{n}} = (n_2 \gamma - n_3 \beta) \hat{\mathbf{i}} + (n_3 \alpha - n_1 \gamma) \hat{\mathbf{j}} + (n_1 \beta - n_2 \alpha) \hat{\mathbf{k}}$$
(A.8)

El cuadrado de A.8 queda como:

$$(\hat{\mathbf{n}} \times \nabla \times \hat{\mathbf{n}})^2 = (\hat{\mathbf{n}} \times \nabla \times \hat{\mathbf{n}}) \cdot (\hat{\mathbf{n}} \times \nabla \times \hat{\mathbf{n}})$$
  
=  $(n_1 \gamma)^2 + (n_1 \beta)^2 + (n_2 \gamma)^2 + (n_2 \alpha)^2 + (n_3 \beta)^2$   
+  $(n_3 \alpha)^2 - 2 [n_1 n_2 \alpha \beta + n_1 n_3 \alpha \gamma + n_2 n_3 \beta \gamma]$  (A.9)

Ahora sumando A.7 y A.9 tenemos que:

$$(\hat{\mathbf{n}} \cdot \nabla \times \hat{\mathbf{n}})^{2} + (\hat{\mathbf{n}} \times \nabla \times \hat{\mathbf{n}})^{2} = \alpha^{2} (n_{1}^{2} + n_{2}^{2} + n_{3}^{2}) + \beta^{2} (n_{1}^{2} + n_{2}^{2} + n_{3}^{2}) + \gamma^{2} (n_{1}^{2} + n_{2}^{2} + n_{3}^{2}) + 2 [n_{1}n_{2}\alpha\beta + n_{1}n_{3}\alpha\gamma + n_{2}n_{3}\beta\gamma] - 2 [n_{1}n_{2}\alpha\beta + n_{1}n_{3}\alpha\gamma + n_{2}n_{3}\beta\gamma]$$
(A.10)

Donde se usa el hecho de que el vector  $\hat{\mathbf{n}}$  es unitario, esto es:

$$\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{n}} = n_1^2 + n_2^2 + n - 3^2 = 1$$
 (A.11)

Entonces A.10 queda como:

$$(\hat{\mathbf{n}} \cdot \nabla \times \hat{\mathbf{n}})^2 + (\hat{\mathbf{n}} \times \nabla \times \hat{\mathbf{n}})^2 = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$$
  
=  $(\nabla \times \hat{\mathbf{n}})^2$  (A.12)

Finalmente la ecuación A.1 queda como:

$$F_d = \frac{1}{2} K \left[ \left( \nabla \cdot \hat{\mathbf{n}} \right)^2 + \left( \nabla \times \hat{\mathbf{n}} \right)^2 \right]$$
(A.13)

## Apéndices B

# Vector de Desplazamiento Eléctrico

A lo largo de esta sección, se da una justificación a la forma del vector de desplazamiento eléctrico:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_\perp \mathbf{E} + \varepsilon_0 (\varepsilon_\parallel - \varepsilon_\perp) (\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{E}) \hat{\mathbf{n}}$$
(B.1)

Los cristales líquidos nemáticos son cristales uniaxiales, por lo que mostraré que la ecuación anterior equivale a la matriz de un cristal uniaxial multiplicada por el campo eléctrico incidente, de la forma:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \underline{\varepsilon} \mathbf{E} \tag{B.2}$$

donde  $\underline{\varepsilon}$  es el tensor de dieléctrico y es de la forma:

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0\\ 0 & \varepsilon_y & 0\\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$
(B.3)

Además de que  $\varepsilon_x \neq \varepsilon_y = \varepsilon_z$  que es la principal característica de un cristal uniaxial. Entonces de la ecuación B.1 se puede re-escribir como:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{\perp} & 0 & 0\\ 0 & \varepsilon_{\perp} & 0\\ 0 & 0 & \varepsilon_{\perp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x\\ E_y\\ E_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \varepsilon n_x n_x & \Delta \varepsilon n_x n_y & \Delta \varepsilon n_x n_z\\ \Delta \varepsilon n_x n_y & \Delta \varepsilon n_y n_y & \Delta \varepsilon n_y n_z\\ \Delta \varepsilon n_x n_z & \Delta \varepsilon n_y n_z & \Delta \varepsilon n_z n_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x\\ E_y\\ E_z \end{bmatrix}$$

Donde  $\Delta \varepsilon = \varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}$ . Ó en forma mas compacta como:

$$\mathbf{D} = \boldsymbol{\beta}\mathbf{E} + \boldsymbol{A}\mathbf{E} = [\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{A}]\mathbf{E}$$
(B.4)

Con:

$$\mathcal{B} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{\perp} & 0 & 0\\ 0 & \varepsilon_{\perp} & 0\\ 0 & 0 & \varepsilon_{\perp} \end{bmatrix}$$
(B.5)

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} \Delta \varepsilon n_x n_x & \Delta \varepsilon n_x n_y & \Delta \varepsilon n_x n_z \\ \Delta \varepsilon n_x n_y & \Delta \varepsilon n_y n_y & \Delta \varepsilon n_y n_z \\ \Delta \varepsilon n_x n_z & \Delta \varepsilon n_y n_z & \Delta \varepsilon n_z n_z \end{bmatrix}$$
(B.6)

Para diagonalizar la matriz  $\mathcal{A}$ , se calcula su polinomio característico  $\mathcal{L}(\lambda)$ :

$$\mathcal{L}(\lambda) = det \begin{bmatrix} \Delta \varepsilon n_x n_x - \lambda & \Delta \varepsilon n_x n_y & \Delta \varepsilon n_x n_z \\ \Delta \varepsilon n_x n_y & \Delta \varepsilon n_y n_y - \lambda & \Delta \varepsilon n_y n_z \\ \Delta \varepsilon n_x n_z & \Delta \varepsilon n_y n_z & \Delta \varepsilon n_z n_z - \lambda \end{bmatrix}$$
(B.7)

Usando el hecho de que el vector director es unitario  $(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = 1)$ , el polinomio  $\mathcal{L}(\lambda)$  igualado a cero resulta:

$$\mathcal{L}(\lambda) = \lambda \left[ \Delta \varepsilon \lambda - \lambda^2 \right] = 0 \tag{B.8}$$

Donde los valores propios son:

$$\lambda_1 = \Delta \varepsilon$$
  

$$\lambda_2 = 0$$
  

$$\lambda_3 = 0$$
  
(B.9)

Sin perdida de generalidad, es posible construir una transformación que pase a la matriz  $\mathcal{A}$  a ejes principales (su forma diagonal), a partir de los valores propios de la matriz. Esta transformación  $\mathcal{S}$  tiene la propiedad de:

$$\mathcal{S}^{-1}\mathcal{A}\mathcal{S} = \mathcal{Q} \tag{B.10}$$

Donde Q es la matriz A transformada a su forma diagonal. Para pasar nuestro sistema a ejes principales deberemos aplicar la transformación  $S^{-1}$  S a la matriz A + B de la ecuación B.4, como sigue:

$$S^{-1}\mathcal{M}S = S^{-1} [\mathcal{B} + \mathcal{A}]S$$
  
=  $\varepsilon_{\perp}S^{-1}\mathcal{I}S + S^{-1}\mathcal{A}S$   
=  $\varepsilon_{\perp}S^{-1}S + Q$   
 $\mathcal{M}_{trans} = \varepsilon_{\perp}\mathcal{I} + Q$  (B.11)

Por ultimo escribimos a la matriz transformada  $\mathcal{M}_{trans}$  que queda como:

$$\mathcal{M}_{trans} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{\perp} + \Delta \varepsilon & 0 & 0\\ 0 & \varepsilon_{\perp} & 0\\ 0 & 0 & \varepsilon_{\perp} \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} \varepsilon_{\parallel} & 0 & 0\\ 0 & \varepsilon_{\perp} & 0\\ 0 & 0 & \varepsilon_{\perp} \end{bmatrix}$$
(B.12)

La cual corresponde a un cristal anisótropo uniaxial.

## Apéndices C

# Código para el Análisis de Imágenes

A continuación se muestran el código del programa hecho en Matlab para el análisis de las imágenes.

```
wo=7.37e-6;
landa=632.8e-9;
rrayleigh= 270.147; % micrometros
umppix=3.35702384997839;%micras por pixel
M=640;
% ancho de pixeles en el eje "X" aqui pero es el eje de propagación
msd= @(a,t)(exp(((-1.0)*power(sqrt(2.0)*(t-a(1))/a(2),2))));% función de ajuste
y=[150, 350];% ancho de la imagen en pixeles a estudiar
N=y(2)-y(1);
t=linspace(1,N,N);
t=t.*umppix;
t=t';
MSError=zeros(1,M);
Imax=zeros(1.M):
Rum=zeros(1,M);
R2=zeros(1,M);
I=imread('Imagen6413.jpg');
r=I(:,:,1);
g=I(:,:,2);
b=I(:,:,3);
Ig= 0.2989*r + 0.5870*g + 0.1140*b;
%pasa una imagen rgb as escala de grises
for x=1:M
z=improfile(Ig,[x,x],[y(1),y(2)],N);
        z=smooth(z);
        [zmax,poszmax]= max(z);
        z=z./zmax;
        Imax(x)=zmax;
        a0=[t(poszmax);30*umppix];
%primera aproximacion de los valores de ajuste
        [ahat,r,j,cov,mse]=nlinfit(t,z,msd,a0);
        CI=nlparci(ahat,r,'Covar',cov);
        prom= sum(z)/N;
        sstotv=z-prom;
        sstotv2=sstotv.*sstotv;
        sstot=sum(sstotv2);
        r2=r.*r;
        sserr=sum(r2);
        R2=1-sserr/sstot;
```

51

errorRum=abs(CI(2,1)-CI(2,2))/2.0; Rum=ahat(2);

# Apéndices D Óptica de un haz Gaussiano

En general la propagación de un haz láser, se puede aproximar, asumiendo que el haz láser tiene un perfil de intensidad Gaussiano. En la práctica el haz láser no tiene necesariamente estas características (salvo la salida de un láser mono-modal de fibra óptica, el cual es una muy buena aproximación).

Para discutir las características de propagación se define el ancho del haz de las siguientes dos maneras; el ancho al cual la irradiancia(intensidad de la luz) ha caído a un valor de  $\frac{1}{e^2}(13.5\%)$  de su valor máximo; y el otro es el valor en el cual la irradiancia ha caído al %50 de su valor máximo como se muestra en la figura D.1, esta definición se conoce como ancho completo a la mitad del máximo (FWHM por sus siglas en ingles). La difracción causa que las ondas de luz se extiendan transversalmente conforme se propagan, así que es imposible que se tenga un haz perfectamente colimado.



Figura D.1: Perfil de haz Gaussiano y la definición de los anchos del haz FWHM y  $\frac{1}{\exp^2}.$ 

Las siguientes formulas describen de manera cuantitativa la propagación del haz láser. Aún cuando, el frente de onda del modo  $TEM_{00}$  de un haz Gaussiano, se haga perfectamente plana, esta rápidamente adquirirá cierta curvatura dada por:

$$R(z) = z \left[ 1 + \left( \frac{\pi w_0^2}{\lambda z} \right)^2 \right]$$
(D.1)

El ancho del radio  $(\frac{1}{e^2})$  después de una distancia z de que el haz es propagado viene dado por:

$$w(z) = w_0 \left[ 1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2}\right)^2 \right]^{1/2}$$
 (D.2)

Donde z se mide del plano de donde el frente de onda es plano,  $\lambda$  es la longitud de onda,  $w_0$  es el radio  $(\frac{1}{e^2})$  del haz cuando el frente de onda es plano. El plano z = 0 marca la localización de la cintura del haz o el lugar donde el frente de onda es completamente plano.

La distribución de irradiancia del modo  $TEM_{00}$  de un haz Gaussiano es de la forma:

$$I(r) = I_0 e^{-2r^2/w^2} = \frac{2P}{\pi w^2} e^{-2r^2/w^2}$$
(D.3)

Donde w = w(z) y P es la potencia total del haz, y es el mismo en cualquier sección transversal del haz. Simultáneamente, para z muy grande w(Z) se acerca al valor:

$$w(z) = \frac{\lambda z}{\pi w_0} \tag{D.4}$$

para  $z >> \pi w_0/\lambda$  de modo que el comportamiento de el contorno de la irradiancia  $\frac{1}{e^2}$  se aproximará asintóticamente a un cono de radio angular:

$$\theta = \frac{w(z)}{z} = \frac{\lambda}{\pi w_0} \tag{D.5}$$

El valor  $\theta$  es conocido como el radio angular de campo lejano (o divergencia del haz) del modo  $TEM_{00}$  de un haz Gaussiano. El vértice del cono esta en el centro de la cintura. Es importante notar que para una longitud de onda  $\lambda$  especifica, las variaciones de diámetro y la divergencia con la distancia z quedan en funciones del radio de la cintura  $w_0$ . A diferencia de haces de luz convencionales, los haces Gaussianos no divergen linealmente, cerca de la cintura del haz (típicamente a la salida del láser) el ángulo de divergencia es extremadamente pequeño; lejos de la cintura se acerca al limite descrito anteriormente.

### D.1. Rango de Rayleigh.

El rango de Rayleigh  $(Z_R)$  esta definido como la distancia sobre la cual el radio del láser se ensancha por un factor de  $\sqrt{(2)}$ , esta dado por:

$$Z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \tag{D.6}$$

El rango de Rayleigh se considera como la linea divisoria entre la difracción de campo cercano y la difracción de campo lejano. Para haces enfocados, el rango de Rayleigh es de algunos cuantos milímetro o menos, mientras que un haz salido directamente de láser se mide en metros.

## Apéndices E

# Contribuciones

A lo largo de la elaboración de este estudio, se ha participado en diversos eventos donde se ha presentado parte del desarrollo del los experimentos, así como los resultados de los mismos. A continuación, se muestran los eventos donde se ha presentado este trabajo:

**Año 2011.** 22 Congreso General de la Comisión Internacional de Óptica (ICO22-2012), realizada del 15-19 de Agosto, en el estado de Puebla, México. Con el trabajo titulado "Observation of the commutation between bright and dark spatial optical solitons".



#### APÉNDICES E. CONTRIBUCIONES



#### Observation of the commutation between bright and dark spatial optical solitons



ABSTRACT We report a new experimental technique on generation both dark and bright optical spatial solitons in organic dyes-doped liquid crystals. We have demonstrated that in some liquid crystal (LC) the effective nonlinear refraction index ( $\gamma$ ) is polarization dependent. The sign of  $\gamma$  changes from  $\gamma > 0$  to  $\gamma < 0$  by proper adjustment of incident lightware polarization. In this work we present a preliminary experimental evidence that these LCs can support both bright and dark spatial solitons. The experimental estip used to characterize solitons used two CCD, which allowed us to analyze the incident light and the characteristics profile of dark or bright solitons. The experimental effective nonlinear refraction index was measured to be  $\gamma = 4.68 \times 10^{-6}$  m<sup>-2</sup>W (dark spatial soliton case), and  $\gamma = 2.80 \times 10^{-6}$  cm<sup>-2</sup>W (bright spatial soliton). The key parameters of spatial solitons were estimated by using the nonlinear Schrödinger equation by computational simulation.

#### INTRODUCTION.

ABSTRACT

INTRODUCTION. In previous papers [1,2,3], we have shown that nematic LC's such as 5CB doped with the organic dye methyl red (MR) exhibit significant third order (Kerr effect) nonlinearities and show simultaneous positive and negative nonlinear refractive index (s also exhibit grainf nonlinear refractive y-aday (s also exhibit grainf nonlinear refractive y-aday esuits by 2-scan, by rotating the plane of polarization of the incident laser beam [2-4]. Owing to the nonlinear effect of optical field-induced director reorientation, self-focusing of an optical beam con occur in nematic LC's and animost diffraction-compensated propagation can be observed with miliwatts of light power and propagation lengths of several milimeters. [5]. The observed behavior of the nonlinear refractive index y in SCB CL as a function of the orientation of the plane of polarization of the incident laser beam, is shown in Fig. 1. The large nonlinearities shown by these LC's have sparked a great interest in generation of optical spatial solitons and their studied experimentally in this contribution.



Figure 1. Behavior of nonlinear refractive index in CL5CB, for different angles of the plane of polarization of the beam incident He-Ne laser (22 ° C).

#### THEORY

The relationships between the cell thickness and a required optical power have been examined, thus allowing the determination of the most favorable conditions for soliton-like beam propagation Fig. 2. The basic equations: Schrödinger Nonlinear Equation and Soliton solutions





#### EXPERIMENTAL SET-UP.

EXPERIMENTAL SET UP: A collimated laser beam from a He-Ne ( $\lambda$ -633nm) is launched into a liquid-crystal cell by a SX and 20X objective lenses (Fig. 3). The laser beam is focused into a spot with a waist of approximately 40 and 8 µm, respectively, estimated from the observed divergence of the beam free focal point. The linesr opiarization of the light was "rotated" to show the reashibility of generating experimentia spatial solitons using the MR doped-SCB LC Fig. 3.



Figure 3. Experimental arrangement to ge ate spatial optical so

#### PRELIMINARY RESULTS.

FRELIMINARY REDULIS. The photographs in Fig. 4 show the behavior of a He-Ne laser beam along a flat waveguide (cell) containing MR doped 5CB. In Fig. 4a show only the effect of diffraction, while Fig. 4b shows the effect of the balance between self-cocusing and diffraction inside the cell. The Figs. 4c and 4d show the computational simulation using the theoretical conditions and experimental parameters listed in the Abstract. The obtained results show the feasibility of generating experimental spatial solitons in this material.



gure 4. Spatial optical soliton. The laser light transmitted through MR doped -SCB: a) diffraction effects, b if-focus is shown, the balance between diffraction and the nonlinearity inside of the LC, while in c) and of ing experimental parameters are shown the computational simulation of dark and bright potical solitons.

CONCLUSIONS. We report a new experimental technique on generation optical spatial solitons in liquid crystals doped with organic dyes. These LCs showed simultaneous nonlinear refractive index  $\gamma < 0$  and  $\gamma > 0$ , that might allow as et of experiments for the generation of tryth, dark spatial solitons and commutation between them. A He-Ne laser beam propagating longitudinally through a flat waveguide (cul) which, contained LC-SCB doped with metry red, shows the effect of diffraction, auto-focus and balance of diffraction in the cell. The study of nonlinear refractive prote disewhere related to the behavior of nematic liquid-crystal phara cells [5]. For a more complete study of the soliton phenomena within liquid crystals the, theoretical solitons in LC in the development of new technologies based on all-optical switching.

#### ACKNOWLEDGEMENTS.

The authors granelity acknowledge sponsorship for work by BID-UNAM #98-B3-C-DGP-L0034-1077, DCAPA-UNAM PAPIIT projects: IN104597, IN10890, CONACyT-Mexico projects: 4480-A9409, 34921-E, C. Ordonez (roh is technical assistance. R. Ortega (#6095) is Member of the Sistema Nacional de Investigadores.

- REFERENCES
  1. N. J. Zabasky and M. D. Koskal, "Interaction of "Solitons" in a Collisionless Plasma and the Recurrence of 2. Antonic A Roman, Rev. Last. 15, 204–203 (1965). Zabasky and M. D. Koskal, "Sabasky and K. S. Sabasky and Sa

- J. Beckman, K. Neyts X. Hutsebaut, C. Cambournac and Marc Haelterman, "Simulations and experiments on self-focusing conditions in nematic liquid-crystal planar cells", Optics Express 1011, 12 (6), 2004.



CEADET

CENTRO DE CIENCIAS APLICADAS Y DESARROLLO TECNOLÓGICO

**Año 2012.** Mexican Optics and Photonics Meeting 2012, que se realizo el 19 de Agosto de 2012, en San Luis Potosí, México. Con el trabajo titulado Theoretical and Experimental Characterization Of Optical Spatial Solitons in Liquid Crystals.





#### Theoretical and experimental characterization of optical spatial solitons in liquid crystals.

E. Ordoňez-Flores, A.A. Rodríguez-Rosales, C.J. Roman-Moreno, J. Garduño O.G. Morales-Saavedra and, R. Ortega-Martínez. torio de Optica Nonlineal, Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico, Universidad Nacional Autónoma de México, CCADET-UNAM, Apdo, Postal 70-186, C.P. 04510. Coyoacán, C. Universitaria, México D. F., Mexico. arrosales@prodgy.net.mx

-22

ABSTRACT ABSI KACI This contribution gives a overview of the principles inherent in the generation and modeling of spatial optical solitons (SOS) observed in nematic liquid crystals. In our case we used the MBBA and SCB menatic liquid crystals doped with methy red at 1% w. We propose an experimental attentive for the generation and characterization of SOS generated in the fliquid crystaller system. SOS where generated in the To Raviegh ranges. The analyses of obtained images are used on the system can be append or results. RESULTS.

#### INTRODUCTION.

INTRODUCTION. In this work we present the experimental characterization of spatial optical solitons (SOS) generated in nematic MBBA liquid crystals (LCs) doped with methyl red organic dye at 1% weight [1, 2]. It is well accepted that a spatial soliton fulfill the following three conditions: they are 1) continuous, bounded and localized in space. I) the energies that they transport are finite [3], and III) are beams that remain confined in the transverse directions orthogonal to the direction of propagation [4]. The evolution of polarized light cause a local reorientation of the director in a nematic LC, this leads to change the refractive index and self-focusing trough the beam propagation in the nematic LC [3, 4].

#### THEORETICAL CONDITIONS.

The slow varying envelope of the electric field E satisfies the Foch-Leontovich [4] equation

Calme and I a The equation to describe reorientational properties of the angle  $\Psi$  associated with director vector of the nematic molecules is given by [5].



(test test)

The axes z, and x are oriented such that the z axis is along the light propagation direction, whereas x axis is the direction of the electric field of the light. It is well known that an applied voltage across the LC.cell overcome the Frederikcz effect [4,5].

#### EXPERIMENTAL SET-UP.

Linearly polarized light at 632nm was focussed by a 10X microscope objective and irradiates on the sample. The beam propagation in the cell is, detected by CCD camera attached to a microscope. The recording of the SOS is possible due to scattering induced by the LC (Fig. 1a).



Also we measure the waist  $(\omega_0)$  of the focused beam via a standard knife edge technique and determine the Rayleigh range  $(Z_R)$  [6].

Image Processing Methodology. In order to prove that beam's propagation on LC fulfill the conditions I and II; the analysis of the transversal section of the beam is needed.

The scale in image was set at 252 pixels per millimeter. Intensity profiles are scanned along the beam propagation (see Fig. 2a, the blue dotted line). Then fitted to a Gaussian function [7] (Fig. 2b). This was done to every transversal section on the image. Finally the obtained beam radius is potited as a function of the propagation distance (Fig. 2c).



tensity profile on a trans Figure 2. a) Beam Propagation. b) I radius vs. propagation distant



Figure 3: Beam Radius (µm) vs. Distance of Propagation ( $Z_k$ ) as the input power was varying with fixed applied voltage: a) 1.6V, b) 2.0V. The input power varies from 1 to 5.25 mW.

We can see from this figures that the behavior of the beam radius is imposed by the input power that irradiates the LC-cell and that the applied voltage cause only a fine variations. The variations on the beam radius due to natural diffraction in a length equivalent to 15 power that The varia nt to 15 Rayleigh ranges is about 60 µm (see the Natural Diffraction line in Fig.3a and Fig. 3b)

The generation of the SOS in this nematic LC takes place around 1.6 to 2.2 mW, where the main difference on the radius is about 5µm over 10 Rayleigh ranges.

Above 2.5mW the change in the beam radius is about 15µm in the same length, but the measured radii are larger than the space between the glass plates, so this behavior can not be attributed entirely to the LC.

CONCLUSIONS. It had been showed that SOS can be generated over 10 Rayleigh ranges, within the liquid crystals MBBA doped with MR, and that an applied voltage can produce a fine variations on the radius of the beam, but is not crucial in the generation of the SOS.

ACKNOWLEDGEMENTS.

The authors gratefully acknowledge sponsorship to BID-UNAM #98-B3-C-DGP-L0034-1077, UNAM-PAITE: IN104597, IN108900, IN075710, IN113809-3, CONACyT-Mexico 131746, 4480-A9409, 34921-E, U-49846-F.

#### REFERENCES.

- REFERENCES.
   A. A. Rodriguez-Rosales, O. G. Morales-Saavedra, C. J. Román and R. Ortega- Indrinez, "Variations of nonlinear refractive index in Dye-doped liquid crystals by local and nonlocal mechanisms," *Optical Meterical* 31, 550-360 (2006).
   A.A. Rodriguez-Rosales, E. Ortofinez, R. Ortega-Martinez, O. Kotkottsev and C.J. Román, "Observation of the commutation between bright and dark spatial optical solitons", *Proc. Ol SPIE* 6011, 801146-1 (2011).
   Lui Lam, Jacquest Prost, Spilons in Liquid Corpatals, Enriper-Verlag, New York (1992).
   G. R. Cathy,A. A. Minzoni, "Large-amplitude nematic propagation in liquid crystals with local response", *J. Opt. Soc. Am.* 32, 2551–2558 (2006).
   Gaetano Assanto, Marco Peccianti, "Spatial Soliton in Nematic Liquid Crystals", *IEEE JOURNAL OF OUANTUM ELECTRONICS* 9, 19-21 (2003).
   De Araújo Marcos A. C., "Measurement of Gaussian laser beam radius using the knife- deg technique: improvement on data analysis", *Applied Optica* 28, 393–396 (2009).
   Sell Sidney A., "Focusing of spherical Gaussian beams", *Applied Optica* 28, 688–691 (1983).

- (1983).



CCADET

CENTRO DE CIENCIAS APLICADAS Y DESARROLLO TECNOLÓGICO

**Año 2012.** LigthAwards 2012 realizado el 26 de Octubre de 2012 en el Distrito Federal, México. Con la platica titulada "Generación de Solitones Ópticos Espaciales en Cristales Liquidos".



# Bibliografía

- S. Putterman A. Larraza. Theory of nonpropagating hydrodynamic solitons. Physics Letters A, 1984.
- [2] R. Ortega-Martínez A.A Rodriguez-Rosales, E. Ordoñez. Observation of the commutation between bright and dark spatial optical solitons. CADET, 2011.
- [3] Partha P. Banerjee. Nonlinear Optics Theory, Numerical Modeling and Applications. Marcel Dekker Inc., New York, 2004.
- [4] Editor Michael Bass. Handbook of Optics Devices, Measurements & Properties. McGraw-Hill, New York, 1995.
- [5] L. M. Blimov. Electro-optical and Magneto-optical Properties of Liquid Crystals. Wiley & Sons., New York, 1983.
- [6] J. Bruin. FAQ: What are pseudo R-squareds? Institute for Digital Research and Education, http://www.ats.ucla.edu/stat/stata/ado/analysis/, November 2012.
- [7] BUEHLER. Fiber Optics. http://www.buehler.com/productinfo/fo.html, 2012.
- [8] Gary D. Christian. Analytical Chemistry. John Wiley and Sons, 1977.
- [9] Marco Peccianti y Gaetano Assanto Claudio Conti. *Route to Nonlocality* and Observation of Accessible Solitons. Physical Review Letters, 2003.
- [10] Emerson de Lima De Araújo Marcos A. C., Rubens Silva. Measurement of Gaussian laser beam radius using the knife-edge technique: improvement on data analysis. Applied Optics, 2009.
- [11] P. G. de Gennes y J. Frost. The Physics of Liquid Crystals. Clarendon Press, Oxford, 1993.
- [12] V.G. Dimitriev, G.G. Gurzadyan, and D.N. Nikogosyan. Handbook of Nonlinear Optical Crystals. Springer-Verlag, 1997.

- [13] A.M. RUBENCHIK y V.E. ZAKHAROV E.A. KUZNETSOV. SOLITON STABILITY IN PLASMAS AND HYDRODYNAMICS. North-Holland Physics Publishing Division, 1986.
- [14] FANDELI. Sistemas de Medición. www.fandeli.com.mx/sistemas.html, 2012.
- [15] F. C. Frank. I. Liquid Crystals On the Theory of Liquid Crystals. Discussions of the Faraday Society, 1958.
- [16] K. A. Brzdakiewicz G. Assanto, M. Peccianti. Nonlinear Wave Propagation And Spatial Solitons In Nematic Liquid Crystals. Journal of Nonlinear Optical Physics Materials Vol. 12, No. 2,123, 2003.
- [17] A. A. Minzoni G. R. Cathy. Large-amplitude nematicon propagation in liquid crystals with local response. J. Opt. Soc. Am., 23, 2551, 2006.
- [18] David J. Griffiths. Introduction to Electrodynamics. Prentice Hall, New Jersey, 1999.
- [19] Mirolav A. Karpierzs. Solitary waves in liquid crystalline waveguides. Physical Review E, Polonia, 2002.
- [20] Iam-Choon Khoo. Liquid Crystals: physical properties and nonlinear optical phenomena. John Wiley & Sons, New York, 1995.
- [21] Iam-Choon Khoo. Liquid Crystals. John Wiley & Sons, Hoboken, New Jersey, 2007.
- [22] Frank M. Leslie. Continuum Theory for Liquid Crystals. Wiley-VCH, Weinheim, 1998.
- [23] Jacquest Prost Lui Lam. Solitons in Liquid Crystals. Springer-Verlag, 1992.
- [24] C. W. Oseen. The Theory of Liquid Crystals. Transactions of the Faraday Society, 1933.
- [25] Antonio Alfonso Rodriguez Rosales. Medición del Indice de Refracción Nolineal de Cristales Líquidos con la Técnica de Z-Scan. Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, 2008.
- [26] Akihiro Maruta Shoichiro Oda. Two-Bit All-Optical Analog-to-Digital Conversion by Filtering Broadened and Split Spectrum Induced by Soliton Effect or Self-Phase Modulation in Fiber. IEEE Journal of Selected Topics on Quantum Electronics, Vol 12, No. 2, 2006.
- [27] Benjamin D. Skuse. The Interaction and Steering of Nematicons. University of Edinburgh, 2010.
- [28] Nail Akhmediev y Adrian Ankiewicz(Editores). Dissipative Solitons: From Optics to Biology and Medicine. Springer, 2008.
- [29] Zabusky y M.D. Kruskal. Interaction of Solitons in a Collisionless Plasma and the Recurrence of Initial States. Phys. Rev. Lett.15, 1965.
- [30] Govind P. Agrawal Yuri S. Kivshar. Optical Solitons From Fibers to Photonic Crystals. Academic Press, San Diego, 2003.
- [31] H. Zocher. The Effect of a Magnetic Field on the Nematic State. Transactions of the Faraday Society, 1933.