



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
POSGRADO EN CIENCIA E INGENIERÍA DE MATERIALES
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES EN MATERIALES

“ESTUDIO BIOMECANICO DE LA COLUMNA VERTEBRAL
A NIVEL LUMVAR”

TESIS

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN CIENCIA E INGENIERÍA DE MATERIALES

PRESENTA:

GERARDO GONZÁLEZ HERNÁNDEZ

TUTOR: Dra. MARÍA CRISTINA PIÑA BARBA
INSTITUTO DEL INVESTIGACIONES EN MATERIALES

COMITÉ TUTOR:

Dra. ELIZABETH CHAVIRA MARTÍNES
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES EN MATERIALES

Dr. ARTURO BARBA PINGARRÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA

MÉXICO, D.F.

ENERO 2013



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Agradecimientos

En primer lugar quiero agradecer a dios por haberme dado la oportunidad de vivir y de poder haber realizado todos estos proyectos que hasta el momento culminan con este logro más en esta etapa de mi vida, también agradecerle por todo lo que me ha dado ya que me siento muy afortunado con ello.

A mis padres y hermanos

Nuevamente quiero agradecerles por haberme brindado nuevamente todo su apoyo y comprensión para poder realizar este proyecto más de vida muy importante para mí, además que nuevamente ustedes fueron y seguirán siendo la fuente de inspiración para lograrlo, por todo esto y mas estoy muy agradecido con ustedes y con dios por dejarlos ser parte de mi vida los quiero mucho.

A mi tío Fusebio y a su familia

Tío tengo que agradecerte todo la ayuda que me brindaste ya que sin ella probablemente no hubiese sido posible este proyecto, sacrificaste espacio tuyo y de los tuyos para mi hermano y yo, además estuviste pendiente de nosotros por tus consejos, por todo esto y más les agradecemos a ti a mi tía a Fer y a Mari.

A mi Familia

A toda mi familia porque aunque fueron momentos muy difíciles para mí me brindaron mucho apoyo, con ello me hicieron saber que cuento con toda la gente que está cerca de mí y que además de ello me aprecia, por todo esto muchas gracias.

A la Dra. María Cristina Piña Barba

Doctora gracias por haberme guiado y apoyado en este proyecto de maestría, porque a pesar de la gran cantidad de trabajo que tiene me dedico tiempo a mi, pero mas que un apoyo académico le agradezco por haberme aconsejado por apoyarme y entenderme en los momentos difíciles.

A mis amigos

A mis compañeros de laboratorio por este recorrido que hicimos juntos y más importante por compartir grandes momentos con migo a Karla, Isma, Rodrigo, Nayeli, Zulema, dani y a todos los demás gracias.

A Jania

Jania te quiero agradecer por haber compartido grandes momentos con migo en esta etapa de mi vida por apoyarme en todos mis problemas no solo académicos si no personales y por estar presente siempre para mi, gracias.

Al Ing. Ernesto Sánchez

Gracias por ayudarme a realizar todas las pruebas correspondientes a este proyecto con la maquina de ensayos universal.

Al CONACyT

Por haberme brindado la beca correspondiente al los estudios de maestría y así con ello poder lograr este objetivo.

At los Doctores Ignacio Alejandro Figueroa Vargas por brindarme alternativas para superar el problema que me aqueja, Nayeli Rodríguez Fuentes por compartir momentos agradables juntos además de ser una excelente persona y gran amiga, por tus consejos y tu ayuda, Arturo Barba Pingarrón y Federico Barceló a todos ustedes por acceder a ser parte del grupo de sinodales para este trabajo muchas gracias.

Dedicatorias

Quiero dedicar este trabajo a mis padres, hermanos y a mi tío Fusebio, también a todas aquellas personas que en primer lugar me ayudaron con la realización del mismo además a las personas que me apoyaron en todo momento y a la memoria de mi difunto abuelo Agustín Hernández González.

Estudio Biomecánico de la columna vertebral a nivel lumbar

CAPITULO I

Introducción	1
Justificación	3
Antecedentes	5
Objetivos	8

CAPITULO II

Conceptos y Aspectos teóricos	9
La columna vertebral	9
Anatomía de la columna vertebral	9
Vértebras	10
Disco intervertebral	13
Unidad funcional	14
Diferencias anatómicas con la columna vertebral del cerdo	15
Biomecánica de la columna vertebral	16
Cinemática	17
Estática	18
Biomecánica de la unidad funcional	18
Comportamiento mecánico a compresión	19
Comportamiento mecánico a flexión	19
Comportamiento mecánico a torsión	20
Presión intradiscal	21
Lesiones en la unidad funcional	22

CAPÍTULO III

Análisis Teórico del Comportamiento Mecánico de las Unidades Funcionales en Base a Mecánica de Sólidos	24
--	----

CAPITULO IV

Desarrollo Experimental	31
Obtención de las muestras para pruebas mecánicas	31
Equipo y material	31

Proceso de obtención de las probetas (unidades funcionales)	32
Pruebas mecánicas	33
CAPITULO V	
Discusión de los Resultados	35
Gráficas de Esfuerzo-Deformación	40
CAPITULO VI	
Conclusiones	44
MODELOS	
Modelos mecánicos de la columna vertebral en la zona lumbar	45
Modelo 1	45
Modelo 2	47
Modelo 3	50
ANEXO	
Conceptos básicos de mecánica de sólidos	54
Propiedades mecánicas de los materiales	56
REFERENCIAS	57

Introducción

El sistema óseo una maravilla de la ingeniería natural, es un sistema que está diseñado para dar soporte al cuerpo y para dotarlo de movimiento, es un sistema muy importante no sólo en el aspecto mecánico sino en el fisiológico también, ya que en la medula de algunos huesos largos se da la síntesis de células hematopoyéticas. Además de esto el sistema óseo tiene funciones de protección de órganos, es reservorio de minerales como calcio y fósforo indispensables para algunas funciones vitales y participa en la síntesis de células del sistema inmunológico [1].

El buen funcionamiento del sistema óseo es indispensable dentro del organismo para que este pueda realizar sus funciones de manera eficiente y que así el cuerpo humano se encuentre en óptimas condiciones, que este sea capaz de defenderse de patologías, produzca la suficiente cantidad de células hematopoyéticas para oxigenar de manera eficiente todas las regiones del cuerpo y si hay una deficiencia de los iones fosfato y calcio haya suficientes reservas dentro del sistema óseo para que el organismo tome lo necesario y pueda continuar con sus funciones de manera normal en cuanto a la parte fisiológica se refiere [2].

La otra labor del sistema óseo es la acción mecánica, es decir, el movimiento y la rigidez que este le confiere al cuerpo humano, la rigidez de los huesos, se debe a que la mayor parte de los huesos del sistema óseo están formados por un material duro que es una cerámica de fosfato de calcio llamado hidroxapatita y que gracias a esto es que los órganos son protegidos por las acciones mecánicas del exterior como son cargas o impactos y además son el sostén de los tejidos blandos en contra de la gravedad. Pero el cuerpo humano no es en su totalidad rígido ya que podemos realizar varios movimientos, esto ocurre debido a que no tenemos un solo hueso en nuestro cuerpo si no que son porciones unidas en sus extremos y separadas ligeramente por cartílago, a esta unión se le denomina articulación, además los músculos se insertan en los huesos produciendo el movimiento cuando estos se contraen haciendo que los huesos actúen como palancas [3].

El funcionamiento óptimo desde el punto de vista mecánico es importante para el desarrollo físico y psicológico de las personas ya que gracias a él nos podemos desplazar de un lugar a otro, hacer actividades recreativas, deportes, trabajar, etc. si el sistema óseo esta en óptimas condiciones las personas adultas se pueden integrar de manera productiva a la sociedad, mientras que a los niños les permite realizar actividades propias de su edad y con ello tener un desarrollo físico y psicológico optimo ya que les permite interactuar con sus compañeros y explorar el mundo que les rodea [4].

Por otro lado la **biomecánica** es un área de conocimiento interdisciplinaria que estudia los modelos, fenómenos y leyes que son relevantes en el movimiento y en la estática en los seres vivos. Es una disciplina científica que tiene por objeto el estudio de las estructuras de carácter mecánico que existen en los seres vivos, fundamentalmente del cuerpo humano. Esta área del conocimiento se apoya en diversas ciencias biomédicas, utilizando los conocimientos de la mecánica, la ingeniería, la anatomía, la fisiología y otras disciplinas, para estudiar el comportamiento del cuerpo humano y resolver los problemas derivados de las diversas condiciones a las que puede verse sometido [5]. Debido a la importancia que tiene el sistema musculo esquelético necesitamos que existan modelos matemáticos diseñados por la biomecánica para predecir su comportamiento mecánico, y así, poder conocer las limitaciones del cuerpo humano.

Describir el comportamiento mecánico del cuerpo no es nada fácil ya que es un sistema construido por materiales de naturaleza biológica y que introducen una complejidad inherente por este simple hecho, por lo que muchos modelos que se tienen del comportamiento del cuerpo humano son de forma aproximada, también cabe comentar que es un sistema que cambia conforme transcurre el tiempo, es decir, su composición, su estructura y por ende su comportamiento mecánico son diferentes, esta dinámica depende de muchos factores entre ellos los procesos biológicos [6].

Este trabajo se enfoca en predecir el comportamiento mecánico del cuerpo humano, en específico de la zona lumbar de la columna vertebral que es donde las personas adultas de 50 años en adelante tienen mayores problemas debido a sus actividades físicas correspondientes ya que las lesiones de la columna vertebral sobre la zona lumbar pueden provocar incapacidad en las personas.

Justificación

En la introducción se comentó que el sistema óseo y en este caso específico la columna vertebral es un sistema complejo que sirve para dar soporte y movimiento al cuerpo, esto nos da la ventaja de poder trabajar con nuestro cuerpo haciendo tareas específicas que involucran un esfuerzo, pero hay que recordar que la columna vertebral desde el punto de vista de la evolución no fue diseñada para trabajar, sino para la marcha bípeda [7,8]. El hecho de que nosotros utilicemos a la columna vertebral para realizar otras actividades diferentes a la bipedestación puede producir lesiones sobre la misma, además de que nuestro cuerpo está hecho de materiales biológicos y sabemos que no importa la naturaleza del material estos tienen un límite de esfuerzo que al sobrepasarlo fallan.

El sistema óseo no es la excepción y al someterlo a grandes cargas puede averiarse y como consecuencia podemos tener la aparición de lesiones, aunque los valores de cargas varían mucho dependiendo del tipo de personas, sexo, edad por mencionar algunas variables, es posible poder obtener un modelo estadístico.

El dolor lumbar es una de las causas de mayor incapacidad física. Es uno de los factores más importantes de ausentismo laboral en individuos menores de 45 años, y uno de los tres primeros en mayores de 45 años. Se estima que dos de cada tres personas presentan dolor lumbar en algún momento de su vida, entre los 20 y los 50 años. Casi siempre esos dolores se relacionan con la ocupación, reduciendo notoriamente la capacidad laboral. Su prevención y tratamiento es primordial para el desarrollo industrial. En la actualidad el gasto en prevención es nulo en la mayoría de los establecimientos laborales. Se calcula que en el futuro, el volumen creciente de problemas lumbares sumado a los altos costos de su tratamiento, hará que las instituciones y los gobiernos tomen medidas al respecto. La importancia para su diagnóstico y tratamiento es descubrir la causa mecánica del trastorno: compresión axial, rotación o flexión [8].

Frecuentemente, la industria tiene pérdidas millonarias por cargos de compensación a los empleados, por dolores de espalda baja relacionados con el trabajo, además gran parte de ese dinero va dirigido al financiamiento de tratamientos médicos, y el resto cubre los sueldos de tiempo perdido. Sin embargo se ha demostrado que muchos de los tratamientos para el dolor de espalda baja son ineficientes e incluso algunos prolongan la discapacidad [9]. Por lo tanto es conveniente y necesario desarrollar medidas de prevención para evitar este tipo de problemas.

Otra forma en que los materiales llegan a fallar es por un fenómeno mecánico llamado fatiga, que es la falla de los sistemas mecánicos en respuesta a cargas cíclicas, siendo esta carga menor que la que se requiere para que se produzca la falla estática, si la fatiga se hace presente la columna vertebral puede presentar lesiones con cargas menores que las que producen falla estática, también es necesario hacer notar que la carga que suministraría un objeto de cierto peso es diferente dependiendo de la posición en la que éste se encuentre con respecto a nuestro cuerpo, pudiendo esta carga ser mayor que el peso del objeto [10].

El hecho de que se desconozcan estos fenómenos es otra causa más de lesiones, debemos prevenir las lesiones que se producen con los fenómenos anteriormente descritos y aprovechar la propiedad de nuestro cuerpo de recuperarse. En este sentido las grietas generadas en los cuerpos vertebrales al igual que los traumatismos sobre las fibras de colágena en el anillo fibroso pueden ser resorbidas y regeneradas con el reposo, con esta propiedad del cuerpo humano y con algo de logística podría ser en las empresas una alternativa adecuada para que ambas partes salgan beneficiadas [11].

La elaboración de normas para proteger a los trabajadores, es muy importante para que las instituciones gubernamentales como el seguro social, las aseguradoras y la industria no tengan pérdidas millonarias por este tipo de problemas, aunque los valores de carga varían como ya se comentó anteriormente, se pueden generalizar estos valores de carga para establecer normas, haciendo que todos los obreros queden dentro del rango estadístico y todavía para mayor seguridad implementar un factor de seguridad en los cálculos.

Antecedentes

El entendimiento de cómo funciona el cuerpo humano ha aumentado poco a poco a medida que avanza la ciencia y el desarrollo tecnológico. Los primeros en enseñar anatomía fueron los filósofos griegos como: Hipócrates en el siglo IV a.C., mientras que a Aristóteles se le atribuye por primera vez el uso de la palabra anatomía. A pesar de que la Mecánica se ha desarrollado desde hace mucho tiempo, no fue sino hasta la segunda mitad del siglo .XX que surgió la biomecánica, en gran parte gracias a los trabajos de Y. C. Fung cuyas investigaciones a lo largo de cuatro décadas sentaron las bases de esta disciplina [12].

El estudio mecánico de la columna vertebral es importante, nos permite predecir la respuesta de ésta ante las cargas aplicadas. Se han hecho muchos estudios al respecto, como medir la presión intra-discal cuando el sujeto se encuentra en distintas posiciones, como son estar de pie o sentado, con las extremidades superiores en distintas posiciones y con o sin carga, la presión intra-discal es el resultado de aplicar una carga sobre las unidades funcionales de la columna vertebral o se presenta simplemente con el hecho de estar en pie debido al peso del tronco, la cabeza y otros elementos estructurales del cuerpo [13]. En un estudio la presión intra-discal fue medida *in vivo* con un dispositivo construido especialmente para ello, este se llevo a cabo con una aguja sensible a la presión con una membrana de polietileno en la punta, la aguja fue conectada a un electromanómetro para registrar la presión. Primeramente se insertó una aguja más gruesa a través de la zona poslateral a la altura de las vértebras lumbares en las cuales se quería obtener la presión intra-discal y que serviría como guía para la aguja con la membrana de polietileno, la discometría además de emplearse para la evaluación de la degeneración del disco sirvió para tener un mayor control y establecer cuando la aguja estaba dentro del núcleo pulposo [14].

Además en relación al estudio del comportamiento mecánico de la columna vertebral también se ha evaluado la correlación entre las medidas de las cargas generadas en los discos intervertebrales y la presión intra-abdominal con las cargas predichas por los modelos biomecánicos [15]; las cargas reales fueron registradas al determinar la presión intradiscal en el tercer disco lumbar, por otro lado, se consideró la medida de las señales mioeléctricas de los músculos estabilizadores de la columna vertebral de 20 puntos localizados sobre el tronco [16], este estudio demostró que no es necesario medir las cargas generadas en la columna vertebral durante la actividad física, se pueden calcular mediante modelos biomecánicos y estos datos tendrán poco error, debido a que los valores comparados tuvieron una correlación mayor a 0.9 (esto en cuanto a cargas de compresión) [17].

La magnitud de la fuerza de contracción de los músculos de la espalda se relaciona con los voltajes de las señales medidas en los músculos (mioeléctricas) [18]. El modelo para calcular la carga de compresión en la columna vertebral sólo fue estimado para el tercer disco intervertebral y está relacionado con la medida de la presión intra-discal, también se observó que la correlación es válida en otras actividades físicas siempre y cuando impliquen compresión. Gracias a estos estudios se pueden llevar a cabo cálculos en base a los datos disponibles para poder hacer el diseño de los espacios de trabajo ya sea en oficinas sentados, de pie o en lugares como en las industrias, no siempre es necesario obtener los valores de las sollicitaciones mecánicas sobre el sistema óseo, simplemente se pueden calcular con un modelo biomecánico y obtener una buena aproximación [19].

Las lesiones que sufre la columna vertebral por la acción de una carga que sobrepasa su resistencia, dependen de la dirección en que actúa dicha carga. Las lesiones van desde la generación de una hernia de disco hasta la falla de los cuerpos vertebrales, si las cargas son paralelas al eje longitudinal de la columna vertebral se pueden considerar cargas de compresión y en la mayoría de estos casos no se provocan hernias de disco sino el fallo de los cuerpos vertebrales, mejor conocidos como nodos de Schmorl. Las cargas de flexión y rotación pueden provocar las hernias de disco, los esfuerzos necesarios para provocar este tipo de lesiones varían mucho en realidad, ya que son muchas las variables involucradas en estos procesos [19,9].

También se ha estudiado la respuesta mecánica de los discos intervertebrales cuando se les aplica una carga y su efecto en cuanto a generar lesiones en el sistema vertebral. Es un hecho que con el aumento de la edad la calidad del disco disminuye esto se debe a los cambios estructurales de los componentes de la columna vertebral [20].

Dada una carga sobre la columna, se puede decir que hay 5 diferentes tipos de esfuerzos: compresión, flexión, torsión, cortante y tensión. Las cargas que producen lesiones son las que inducen esfuerzos de compresión, flexión y torsión; Estas producen hernias sólo que de diferente naturaleza, los esfuerzos de compresión suelen generar lesiones en los cuerpos vertebrales en tanto los esfuerzos cortantes y de flexión producen lesiones en los discos intervertebrales, aunque la distribución de los esfuerzos es muy compleja [20,13].

La mayor parte de los estudios biomecánicos de las unidades funcionales de la columna vertebral, se centran en el disco intervertebral, sin embargo, el cuerpo vertebral es importante desde el punto de vista mecánico, las vértebras están compuestas por hueso cortical y hueso trabecular de modo que los esfuerzos se distribuyen de la mejor manera posibles [22], se ha analizado al hueso tanto cortical como trabecular, con la ley del sólido

elástico de Hooke, pero este tipo de análisis solo es aproximado debido a la gran anisotropía del sistema y a que este tipo de análisis es para medios continuos cosa que no sucede con el hueso trabecular, pero sirve para darnos una idea más clara de su comportamiento mecánico, el análisis del comportamiento mecánico del hueso se ha hecho suponiendo que los huesos largos tienen un comportamiento transversalmente isotrópico, mientras que ciertas zonas del hueso trabecular que tienen arreglos regulares de de capas cilíndricas y el hueso vertebral tienen un comportamiento ortotrópico [23].

Hoy en día, se están llevando a cabo estudios sobre los efectos que producen los esfuerzos inducidos por las cargas aplicadas a nivel microscópico, se ha encontrado que hay cambios estructurales, también se encuentran cambios en la actividad celular sobre todo cuando se aplican cargas combinadas, es posible, provocar en las células un cambio catabólico que desencadene una reacción inflamatoria con la consecuente apoptosis celular, es por ello que hoy en día se está proponiendo que la degeneración estructural del disco intervertebral tiene que ver con la acción de las cargas combinadas, ya que se ha visto también que las cargas “individuales” no provocan estos efectos en cuanto a cambios estructurales y actividad celular se refiere, con la muerte celular hay un cambio significativo en la calidad de la matriz extracelular que provoca la degeneración tanto del anillo fibroso como del núcleo pulposo [24].

El modelado numérico de las unidades funcionales es algo complejo ya que involucra procesos disipativos, hay que considerar las pérdidas energéticas debidas a la fricción entre las láminas de las capas del anillo fibroso, así como, considerar que los materiales analizados no son homogéneos, son anisotrópicos y no tiene un comportamiento elástico lineal [25].

Objetivos

Objetivo general

Evaluar la resistencia mecánica de las unidades funcionales de la columna vertebral de cerdo a compresión en la máquina de ensayos universal.

Objetivos particulares

- 1.- Evaluar la resistencia mecánica de las unidades funcionales de la zona lumbar de la columna vertebral de cerdo con pruebas mecánicas de compresión.
- 2.- Analizar teóricamente el comportamiento mecánico de las unidades funcionales en base a los principios de mecánica de sólidos.
- 3.- Predecir las posibles cargas y posiciones que pueden lesionar las unidades funcionales de la columna vertebral empleando estos datos en modelos mecánicos ya elaborados.
- 4.- Desarrollar una metodología sencilla para posteriormente hacer pruebas mecánicas sobre unidades funcionales de columna vertebral de humanos.

Conceptos y Aspectos Teóricos

La Columna Vertebral

La columna vertebral es una estructura del cuerpo humano perteneciente al sistema óseo, tiene varias funciones entre ellas la de dar soporte y a la vez dotar de movimiento al cuerpo, son dos imperativos contradictorios desde el punto de vista mecánico pero a lo largo de la evolución se han experimentando y el resultado es un equilibrio conveniente a las necesidades con un consumo mínimo en gasto de energía, es por eso que para lograr esto se conforma de múltiples piezas (vértebras) unidas unas a otras por complejos sistemas ligamentarios y musculares [26].

Las principales funciones de la columna vertebral son:

- Sirve como soporte a la cabeza tronco y extremidades.
- Permite movimiento del tronco en los tres planos.
- También sirve como soporte y protección de la cavidad torácica
- Medio de transporte y protección del neuroeje [27].

Anatomía de la Columna Vertebral

La columna vertebral está formada por una serie de huesos superpuestos, las vértebras que son 33 ó 34 elementos óseos las cuales están separadas por discos fibrocartilagosos, de las cuales hay 7 cervicales, 12 torácicas o dorsales, 5 lumbares, 5 sacras y 4 o 5 coccígeas, aunque estas últimas están fusionadas para dar lugar al cóccix. Las dos primeras vértebras cervicales son de mención especial ya que son las que articulan la cabeza. La primera denominada *atlas* presenta dos facetas articulares sobre las que reposan los cóndilos occipitales. La segunda o *axis* que debe su nombre al eje vertical que, dirigiéndose hacia arriba, pasa a través del atlas. Estas aumentan en tamaño en forma progresiva desde la parte inferior hasta la parte superior, esto debido al efecto de la gravedad y siendo las de mayor tamaño las vértebras lumbares y las sacras. Las vértebras sacras del adulto se sueldan para formar hueso sacro, que tiene la forma de una pirámide rectangular con el vértice invertido, convexa hacia atrás y cóncava hacia delante [28].

La superposición de los arcos vertebrales delimita un canal que se denomina el conducto raquídeo, que es en el que se encuentra la medula espinal y que sirve para protegerla [29].

La columna vertebral en el adulto se ve totalmente vertical vista desde el plano frontal, pero en el plano sagital la columna se observa con curvaturas que se forman en etapas conforme los bebés se van enderezando, estas curvas son denominadas lordosis y cifosis respectivamente, se observa que con respecto a la parte frontal del cuerpo hay dos curvas convexas y una curva cóncava, la cóncava es la cifosis torácica, mientras que las convexas son las lordosis lumbar y cervical (Fig. 1) [30].

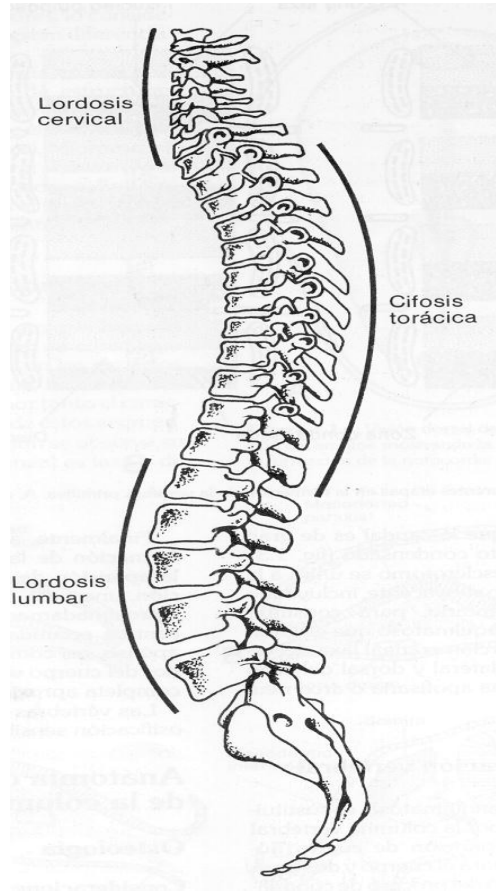


Figura 1. Curvaturas de la columna Vertebral

Vértebras

Las vértebras son estructuras óseas y aunque hay diferencias entre ellas pueden distinguirse algunas partes comunes como son: El cuerpo vertebral y un arco que presenta siete apófisis.

El cuerpo vertebral es la estructura más grande de la unidad funcional tiene aproximadamente una forma cilíndrica y ocupa la parte anterior en la unidad funcional, las

caras se encuentran en las posiciones superior e inferior, son planas y están dispuestas de forma horizontal, En el interior de las vértebras se tiene hueso trabecular o poroso, mientras que en la parte exterior se encuentra formado por hueso compacto o cortical.

El arco vertebral presenta las siguientes salientes o apófisis:

- Dos apófisis articulares superiores dirigidas hacia arriba.
- Dos apófisis articulares inferiores dirigidas hacia abajo.
- Dos apófisis transversas dirigidas hacia los lados.
- Una apófisis espinosa dirigida hacia atrás.

Las apófisis articulares son eminencias destinadas a la articulación de las vértebras entre sí. En total son cuatro, dos ascendentes y dos descendentes que se encuentran colocadas simétricamente a cada lado del agujero vertebral.

Las apófisis transversas deben su nombre a que las apófisis de estas salen de manera transversa con respecto a la vértebra, en total son dos una a la derecha y la otra a la izquierda.

La apófisis espinosa solo es una en cada vértebra se dirige hacia la parte posterior de la vertebra en forma de espina a ello debe su nombre.

Además de las estructuras antes mencionadas existen dos más que son las que al unirse con las apófisis forman el agujero vertebral, estas son las láminas vertebrales y los pedículos.

Las laminas vertebrales son dos una a la derecha y la otra a la izquierda, planas y cuadriláteras, forman la mayor parte de la pared posterolateral del agujero vertebral.

Los pedículos son dos porciones óseas delgadas y estrechas una a la derecha y otra a la izquierda, estas unen la base de las apófisis transversas y a las dos apófisis articulares correspondientes a la parte posterior y lateral del cuerpo vertebral.

El agujero vertebral es el resultado de la unión de los elementos antes mencionados es decir las apófisis, las láminas y los pedículos y el cuerpo vertebral en la zona anterior de la vertebra, desde el punto de vista fisiológico es muy importante ya que nos sirve como conducto de transporte y protección de la medula espinal [30].

Todos los elementos anatómicos de la vértebra anteriormente mencionados se describen desde una vista superior del plano transversal de la vértebra como se muestra en la (Fig. 2) [31].

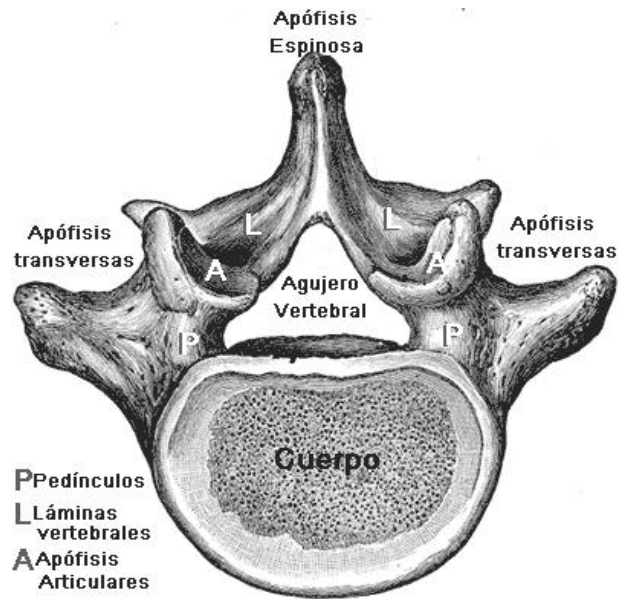


Figura2. Vértebra vista desde el plano transversal

Es importante tenerlos en cuenta la ubicación de las partes de la vértebra con respecto al plano sagital, para tener una mejor idea de cómo puede ser la distribución de los esfuerzos en estas (Fig.3).

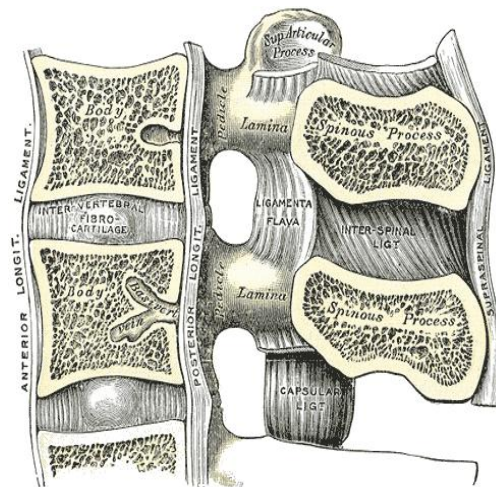


Figura 3. Vértebras vistas desde el plano sagital.

Disco intervertebral

El disco intervertebral es un elemento más de la columna vertebral y tiene gran importancia desde el punto de vista mecánico, sobre todo en cuanto a movilidad y amortiguamiento se refiere, ya que gracias a que no es un elemento tan rígido como las vértebras, son posibles estas acciones mecánicas.

El disco intervertebral se encuentra entre los cuerpos vertebrales exceptuando la primera y segunda cervical y entre el sacro y el cóccix. En total hay 23 discos intervertebrales a lo largo de la columna y sus dimensiones promedio son: de 8 a 10 mm de alto y 4 cm de diámetro.

En el centro se encuentra localizado el núcleo pulposo, el cual está rodeado de un arreglo concéntrico de fibras de colágeno que forman el anillo fibroso, este a su vez se encuentra entre dos placas cartilagosas a manera de sándwiches unidas a los cuerpos vertebrales adyacentes, todos estos elementos forman el disco intervertebral (Fig. 4).

Las placas cartilagosas que se encuentran en la parte superior e inferior del disco, tienen una disposición horizontal paralela al disco y son de aproximadamente 1 mm de espesor. El tipo de cartílago característico de esta estructura es cartílago hialino, variando ligeramente su composición [32].

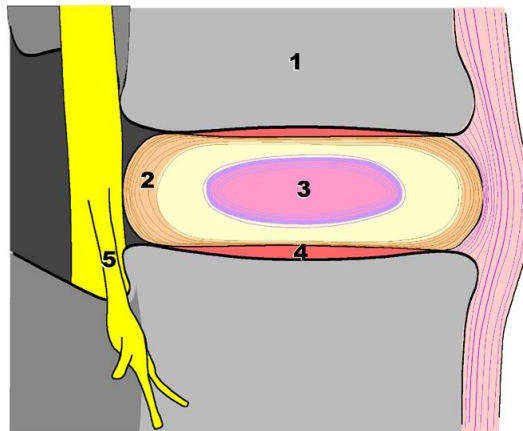


Figura 4. Elementos que forman y limitan el disco intervertebral

- 1.- Cuerpo Vertebral, 2.- Anillo fibroso, 3.- Núcleo Pulposo
- 4.- Placas Cartilagosas, 5.- Raíz del nervio espinal

El anillo fibroso es una estructura en forma de láminas o capas, como si fuera una cebolla que rodea al núcleo pulposo. Estas láminas en forma de anillos concéntricos están hechos de fibras de colágena dispuestas de forma helicoidal formando ángulos aproximados

de 60 grados con respecto al eje del disco y, se alternan en dirección de derecha a izquierda entre una y otra capa. Existen entre 15 y 25 láminas en el anillo fibroso, estas capas no son exactamente anillos concéntricos cerrados, pueden estar formados por anillos incompletos sin que lleguen a rodear completamente al núcleo; también cabe mencionar que el espesor de la lámina o capa de anillo fibroso no suele ser constante a lo largo de esta [32].

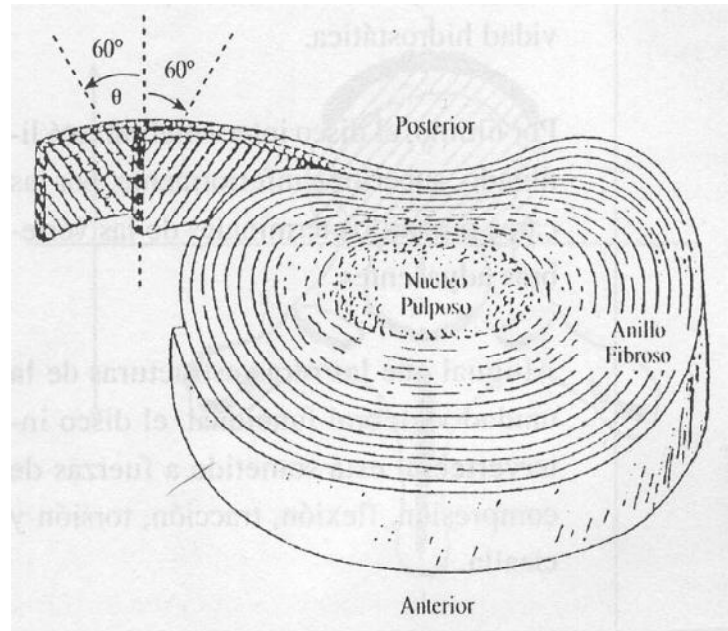


Figura 5. Anillo fibroso su estructura y su disposición alrededor del núcleo pulposo en conjunto forman el disco intervertebral.

El núcleo pulposo se encuentra en la parte central del disco (Fig. 5). A diferencia de las estructuras anteriores no es una estructura sólida, tiene la consistencia de gel ya que está conformado en su mayoría por agua entre un 70 y 90% dependiendo de la edad, en esta porción de agua están embebidas partículas granulosas de glicosaminoglicanos y también un entramado irregular de colágeno tipo II, las funciones de estas partículas son la de mantener el agua del núcleo pulposo para que éste no pierda sus funciones mecánicas y la de regenerar la matriz extracelular [33].

Unidad Funcional

Se denomina unidad funcional a la porción de la columna vertebral que se compone del disco y sus respectivas vértebras adyacentes y partes posteriores, es decir el complejo triarticular que considera que las vértebras se pueden suponer como un conjunto de tres columnas, una anterior y dos posteriores formadas por los pedículos y las láminas vertebrales. No se introducen en este concepto los ligamentos ni músculos; ya que los ligamentos no son bivertebrales y no existen músculos que salgan de una vértebra y se

inserten en la siguiente. De este modo, se puede considerar a la columna como una sucesión continua de unidades funcionales (Fig. 6) [33].

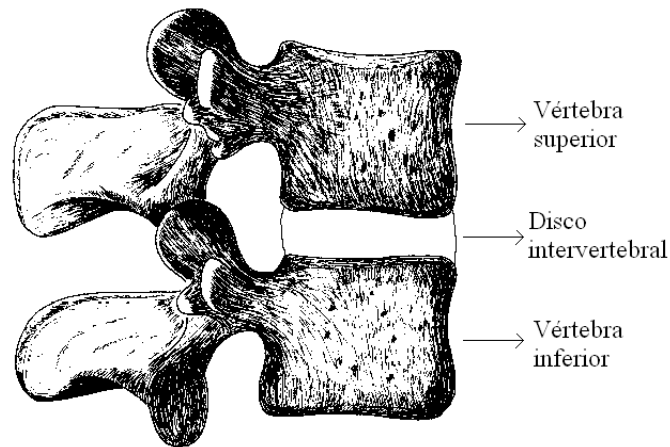


Figura 6. Unidad funcional de la columna vertebral, vista sagital.

Diferencias anatómicas con la columna vertebral del cerdo

Las diferencias anatómicas que existen entre la columna vertebral del humano y la del cerdo son de gran importancia a la hora de extrapolar los resultados obtenidos de las pruebas mecánicas realizadas en columna vertebral.

La columna vertebral del cerdo a diferencia de la humana tiene una disposición horizontal, podríamos decir que la del cerdo siguió con la posición de la columna vertebral de sus parientes más primitivos que son los reptiles, a diferencia de la humana la evolución la encaminó a estar diseñada para la bipedestación con menor consumo de energía y por tal motivo se encuentra dispuesta de manera vertical. Esta ya es una diferencia notable en el comportamiento mecánico de las columnas de ambos sistemas vertebrales, debido al efecto de la fuerza de cuerpo que la gravedad impone sobre estos sistemas las unidades funcionales se ven sometidas a diferentes tipos de esfuerzos mecánicos. Mientras sobre la columna de cerdo se generan esfuerzos cortantes y de flexión debidos a la gravedad, en la columna vertebral humana se generan esfuerzos de compresión, esto se supone sin considerar en ambos casos las curvaturas de la columna vertebral [34].

No sólo existen diferencias a nivel global, también en las unidades funcionales, donde se pueden apreciar diferencias en la forma y en las dimensiones tanto de las vértebras como de los discos intervertebrales. En las vértebras humanas los cuerpos vertebrales son más anchos y cortos, mientras que en los cerdos estos son más esbeltos y altos [35]. Además,

la forma de las vértebras es diferente, también, se observa que el diámetro de los discos intervertebrales en la columna vertebral humana es casi la misma que en los cuerpos vertebrales, mientras que en la columna vertebral de cerdo el diámetro de los discos es mayor que la de los cuerpos vertebrales, es por ello que los cuerpos vertebrales en los cerdos tienen una ligera curvatura cóncava vista desde el exterior del cuerpo vertebral para que permita una mejor unión entre la vértebra y el disco (Fig. 7).

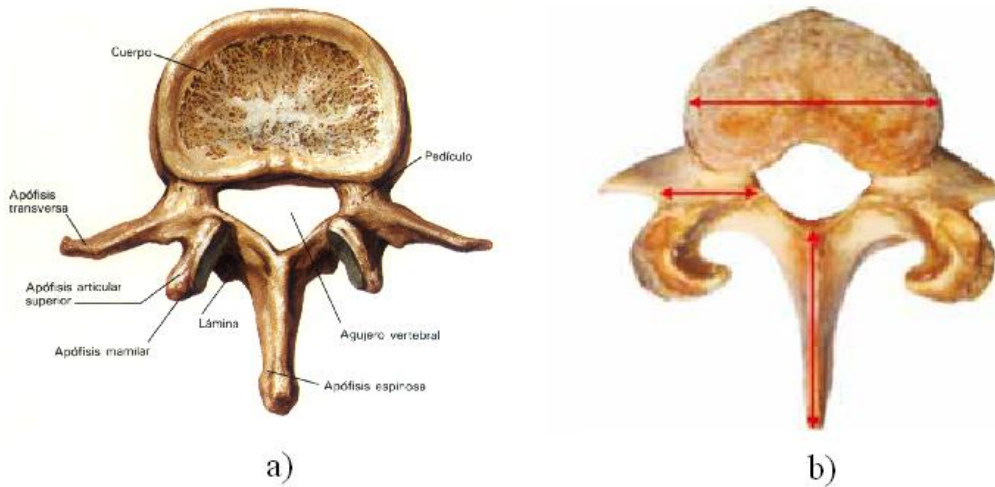


Figura 7. Vértebras de la zona lumbar: a) Humana, b) Cerdo. Se pueden observar las diferencias en la morfología.

Biomecánica de la columna vertebral

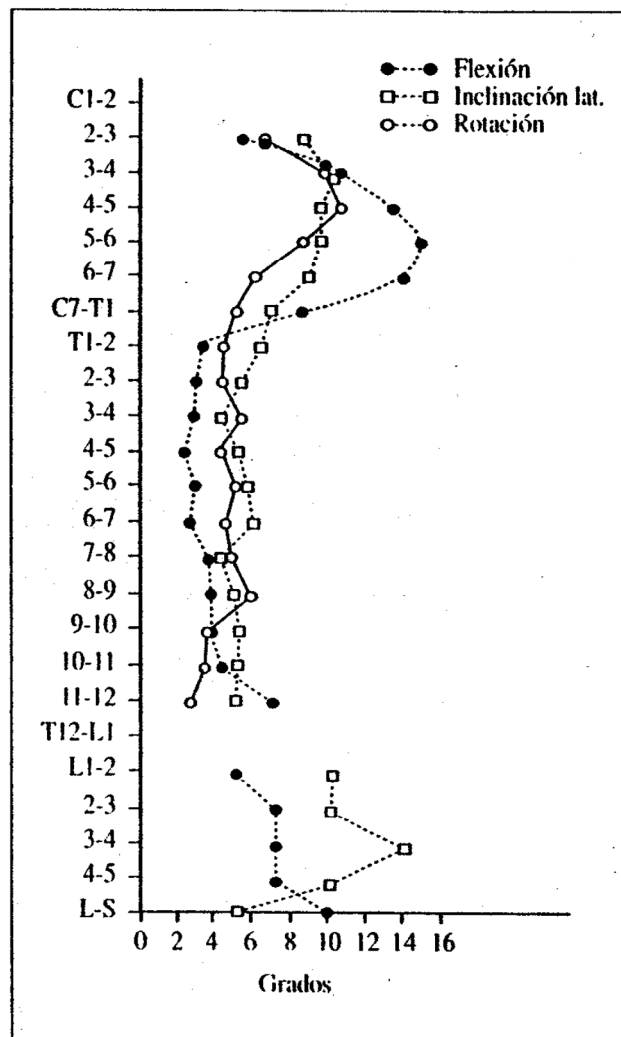
A la disciplina que estudia el comportamiento mecánico del cuerpo humano se le denomina biomecánica y con ella podemos estudiar el comportamiento mecánico de la columna vertebral. Gracias a sus principios se puede caracterizar y hacer predicciones de la columna vertebral desde el punto de vista mecánico.

Dentro de la mecánica existen tres ramas básicas que son la estática, la cinemática y la dinámica (que son aplicables a cuerpos idealizados es decir cuerpos rígidos) y todas ellas son aplicables al análisis mecánico de la columna vertebral, además de estas podemos incluir algunas otras como son la mecánica de sólidos que se aplica a materiales deformables que es el caso real.

Cinemática

La cinemática de la columna vertebral, al igual que muchos de los sistemas mecánicos que componen el cuerpo humano, es muy complicada por la gran cantidad de elementos que intervienen en ésta (como los sistemas ligamentarios) y que limitan su movimiento.

Una aplicación de la cinemática para la columna puede ser caracterizar la máxima movilidad de las vértebras en sus posibles movimientos considerando que tienen 6 grados de libertad, y con ello evitar una mayor elongación de los sistemas ligamentarios que produzca una lesión [36].



Gráfica 1. Arcos de movilidad entre diferentes regiones y distintas vértebras de la columna vertebral.

La caracterización del movimiento de la columna vertebral, puede ser de utilidad para el diseño de prótesis que traten de emular el movimiento original, aunque es muy complicado lograr esto debido a que las articulaciones de la columna vertebral son unas de las más complejas debido a los 6 grados de libertad y a la gran cantidad de sistemas ligamentarios unidos a ellas.

Otra aplicación de la cinemática a la columna vertebral es que se puede seguir el movimiento de las vértebras y en particular de los puntos denominados centros instantáneos de rotación y registrar su patrón de trayectoria en un movimiento realizado, algunas patologías de las columnas se han diagnosticado por que el patrón de la trayectoria de los centros instantáneos de rotación es anormal [33].

Estática

La estática nos auxilia de tal manera que podemos calcular de manera aproximada las cargas que se aplican sobre los elementos del sistema músculo-esquelético del cuerpo humano, que es el que manifiesta las acciones mecánicas cuando este se mantiene en reposo. Esto se puede hacer elaborando el diagramas de cuerpo libre tomando en cuenta la actividad muscular, considerando la acción que los músculos ejercen sobre los huesos y su dirección, además de las cargas, también se pueden calcular las reacciones debidas a éstas.

En la posición erecta con los músculos de la columna y los abdominales relajados, la articulación lumbosacra y el tronco soportan sólo el peso sobre puesto del cuerpo. Sin embargo, las cargas en cada vértebra son diferentes de acuerdo a su posición, y si el análisis se limita a la región lumbar, se puede comprobar que las cargas cambian considerablemente con la posición que adopta el tronco y si se sostiene o no una carga [37].

Biomecánica de la unidad funcional

La unidad funcional de la vértebra está diseñada para dotar de movimiento restringido a la columna vertebral debido a la flexibilidad de los discos intervertebrales y la rigidez de los cuerpos vertebrales. El comportamiento mecánico de la unidad funcional es muy complejo por todo lo que ya se mencionó antes. El complejo triarticular en la parte posterior de las unidades funcionales no se analizará en este estudio, sin embargo, hay que tener en cuenta que en realidad son estructuras que ayudan en el reparto del trabajo cuando la unidad funcional se ve sometida a cargas, distribuye los esfuerzos.

Comportamiento mecánico a compresión

La unidad funcional está diseñada para trabajar a compresión por la posición vertical que adopta, y lo podemos comprobar haciendo comparaciones antropomórficas con las vértebras de otra especies.

Se observa un diagrama que muestra lo que ocurre con los elementos de la unidad funcional cuando son sometidos a compresión (Fig.8).

Al aplicar una carga que genera compresión sobre los elementos de la unidad funcional podemos observar que como el núcleo pulposo tiene un comportamiento casi hidrostático hay una distribución radial de carga sobre el anillo fibroso lo cual hace que las cargas aplicadas ahora por el núcleo pulposo sean tangenciales para las fibras del disco, aunque las cargas mecánicas actúan en un principio sobre el disco intervertebral, por la naturaleza mecánica de éste, llega un momento en el que ya no se puede deformar el disco por la carga de compresión lo cual hace que parte de la carga empiece a actuar sobre los cuerpos vertebrales, también según investigaciones anteriores la distribución de la carga de compresión es de 75% para los cuerpos vertebrales y un 25% para el disco intervertebral [26].

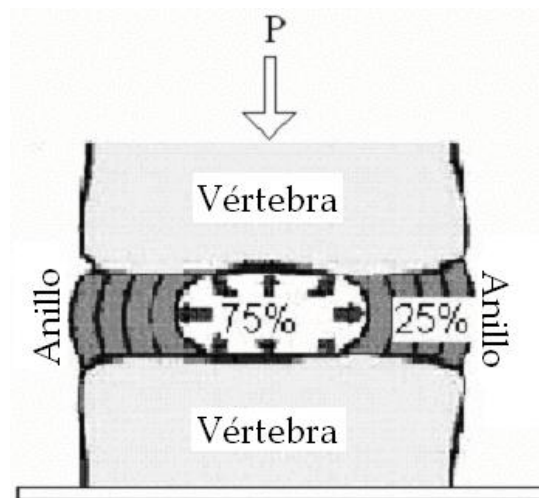


Figura 8. Comportamiento de los elementos de la unidad funcional.

Comportamiento mecánico a flexión

El análisis del comportamiento mecánico de la unidad funcional a flexión y a torsión es muy importante, éstas son las acciones mecánicas que producen lesiones en los discos intervertebrales.

Aunque el disco intervertebral está diseñado para permitir las flexiones y rotaciones vemos que es menos resistente ante este tipo de cargas internas que a compresión debido a la estructura que este presenta, se presenta un diagrama de lo que ocurre en la flexión (Fig.9).

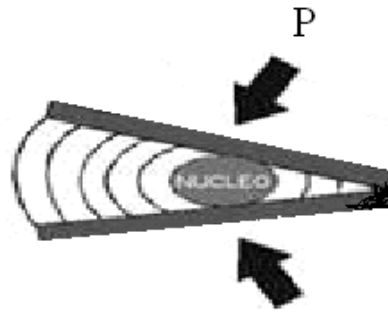


Figura 9. Respuesta del disco intervertebral y del núcleo pulposo a flexión.

Cuando la columna vertebral se flexiona sobre el plano coronal, sagital o una combinación de ambas, el núcleo pulposo tratará de desplazarse en la dirección contraria a la flexión, haciendo presión sobre las fibras del disco al igual que como ocurre en la compresión. La diferencia estriba en que no todas las fibras están trabajando, además, debido a la naturaleza de la flexión sabemos que el lado que se encuentra en dirección de la flexión está a compresión y el lado contrario está a tensión. En el caso de la flexión sobre la columna vertebral no ocurre nada con el lado a compresión debido a la naturaleza polimérica de las fibras del disco, es decir, no hay falla por compresión, mientras que en el caso de la tensión las fibras si están trabajando [38].

La falla se puede presentar con mayor facilidad ya que en principio no todas las fibras trabajan, hay una tensión sobre las fibras contrarias a la flexión y además la presión ejercida por el núcleo pulposo sobre las fibras extendidas produce cizallamiento, hay esfuerzos combinados.

Comportamiento mecánico a torsión

En la torsión, al igual que en la flexión no todas las fibras trabajan, cuando un momento torsionante actúa en una dirección dada, sólo actuarán las fibras de las capas cuyas proyecciones sobre el plano transversal estén en dirección del momento torsionante, mientras que las que están en la otra dirección no trabajarán, se contraerán y debido a la

naturaleza polimérica del material sólo se distensarán sin presentar resistencia al movimiento. Es por ello que en la torsión no todas las fibras trabajan y la posibilidad de daño sobre el disco será mayor [39].

Presión intradiscal

La presión intradiscal es una medida parcial de todas las fuerzas que actúan sobre el disco intervertebral. Es evidente que la medida de la presión intradiscal será diferente cuando se mide en una persona viva que en una muerta, en la persona viva parte de las fuerzas que actúan sobre el disco se distribuyen entre otras estructuras. La presión intradiscal es un parámetro que nos indica el estado de compresión al que se encuentra sometido el disco intervertebral.

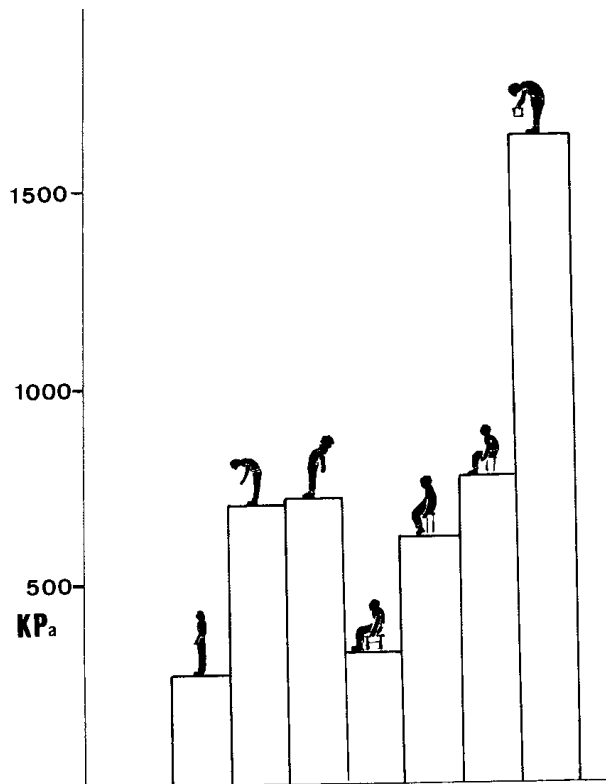


Figura 10. Presión intradiscal en diferentes posiciones.

Esta presión intradiscal varía con la posición de la unidad funcional en la columna, siendo ésta mayor a nivel de la zona lumbar ya que soporta parte del peso corporal, también varía respecto a la posición de pie, sentado o decúbito, además si se está o no sosteniendo alguna carga (Fig. 10) [26].

La estructura del anillo tiene gran importancia en la distribución de esfuerzos sobre él, si el anillo tuviera un comportamiento puramente elástico las mayores cargas se encontrarían en la parte interior, si tuviera un comportamiento puramente plástico la mayor cantidad de carga se encontraría en la parte exterior, esto produciría lesiones con mayor facilidad porque son las zonas del anillo con menor cantidad de fibras. Debido a que el comportamiento del disco es viscoelástico la mayor cantidad de carga se presenta en la zona media como se muestra (Fig. 11).

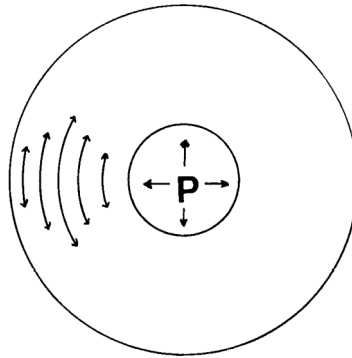


Figura 11. Distribución de las mayores cargas sobre el disco intervertebral.

Lesiones en la unidad funcional

Las lesiones causadas sobre las unidades funcionales desde el punto de vista mecánico pueden presentarse a nivel de los cuerpos vertebrales o de los discos intervertebrales dependiendo del tipo de sollicitación que induzcan las cargas, es decir compresión, flexión o torsión.

El disco intervertebral es un tejido biológico que cambia conforme pasa el tiempo, hay una disminución de las glucoproteínas del núcleo pulposo que trae como consecuencia una deshidratación del mismo, el disco sufre un proceso de degeneración y de crecimiento interno de tejido fibroso, esto provoca la disminución de la altura del disco y que sea más factible a los traumatismos.

El aumento de la presión sobre el núcleo pulposo se transmite al cuerpo vertebral y al anillo fibroso produciéndose en este último esfuerzos que lo pueden lesionar, cuando el anillo fibroso se rompe produciendo la salida del núcleo pulposo hacia el exterior estamos ante una hernia de disco, la lesión puede ser una protusión o empezar con una fisura sobre el anillo fibroso (Fig. 12).

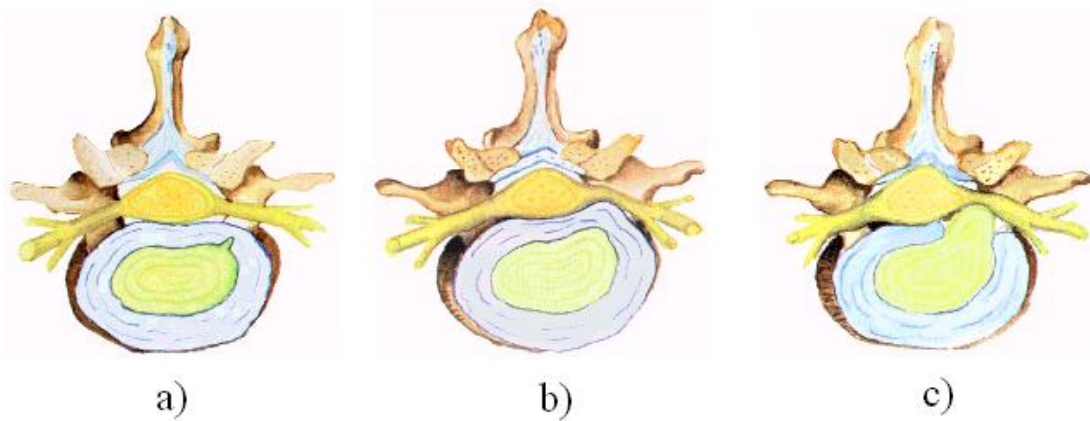


Figura 12. a) Fisura, b) Protusión, c) Hernia

También hay lesiones a nivel de los cuerpos vertebrales, este tipo de lesiones o hernias se denominan hernias o nodos de Schmorl, son un defecto irregular o hemisférico de un cuerpo vertebral que se produce cuando un disco intervertebral rompe la parte superior o inferior de dicho cuerpo vertebral y el núcleo pulposo entra dentro del cuerpo vertebral. Se caracteriza porque se sobrepasa la resistencia de las placas cartilaginosas y de los cuerpos vertebrales provocando que el núcleo pulposo emigre hacia el interior de los cuerpos vertebrales produciendo el colapso de las trabéculas, esto también se puede ver influenciado por muchos factores pero el más relevante es la densidad ósea de los cuerpos vertebrales, no causa molestias debido a que los cuerpos vertebrales no presentan nervios es por ello que su detección es complicada y aunque no hay dolor, no deja ser una patología que si no se toman los cuidados necesarios puede provocar una fractura sobre los cuerpos vertebrales [35].

Análisis Teórico del Comportamiento Mecánico de las Unidades Funcionales en Base a Mecánica de Sólidos.

Comprender la respuesta mecánica de los sistemas biológicos es complicado ya que la gran anisotropía que presentan hace difícil describir esta, sin embargo es importante conocerla ya que nos puede dar información útil, en el cuerpo humano nos puede ayudar a evitar lesiones, conocer los límites de este y en el caso de sustituir alguna parte del cuerpo con una prótesis nos da información para hacer un diseño adecuado que cumpla con las demandas requeridas.

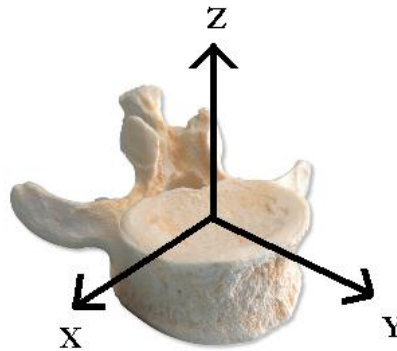


Figura 13. Imagen de la unidad funcional con el sistema de referencia cartesiano.

Ahora para hacer el análisis mecánico de las unidades funcionales aplicaremos una carga sobre la cara superior de la unidad funcional, es decir, sobre el cuerpo vertebral superior, esta carga se distribuirá sobre la unidad funcional. En primera instancia la carga no tendrá efecto sobre el cuerpo vertebral, el efecto se observará sobre el anillo fibroso, esto ocurre por la naturaleza del material, ya que es un material polimérico, estos no se resisten a ser deformados ante sollicitaciones mecánicas pequeñas, y por lo tanto, es el primer elemento en actuar al momento en el que los esfuerzos mecánicos comienzan a distribuirse sobre la unidad funcional.



Figura 14. Diagrama esfuerzo-deformación de algunos materiales en donde se observa a la colágena y la poca resistencia que presenta a ser deformada a niveles de esfuerzos pequeños.

La carga comienza actuando sobre el cuerpo vertebral, pero ésta inmediatamente se transfiere a los elementos que se encuentran entre los cuerpos vertebrales que son el núcleo pulposo y el anillo fibroso. El núcleo pulposo tiene un comportamiento mecánico cercano al de un fluido en ausencia de fronteras (como un recipiente que lo contuviera), el núcleo pulposo no soportaría los esfuerzos de corte que la gravedad impone sobre todo objeto que está inmerso en un campo gravitacional y se deformaría, por otro lado, si el núcleo pulposo se encuentra confinado al aplicar una carga, éste tendrá un comportamiento casi hidrostático, es por ello que al aplicar la carga, cuando ésta empieza a distribuirse, la presión dentro del fluido se transmite íntegramente a todos los puntos del mismo y de manera perpendicular a las superficie que forman la frontera, entonces existe la misma presión sobre las fronteras del cuerpo vertebral y del anillo fibroso adjuntas al núcleo pulposo (Fig. 8).

Por lo tanto, debido la naturaleza del cuerpo vertebral y al comportamiento mecánico del núcleo pulposo ocurre lo que ya se mencionó anteriormente, el primer elemento en recibir el esfuerzo mecánico es el anillo fibroso y el segundo es el cuerpo vertebral, el núcleo pulposo sólo tiene la función de transmitir la carga (si se considera de manera ideal como incompresible). De acuerdo a otros investigadores, sobre el anillo fibroso se transmite el 25% de la carga aplicada, eso quiere decir que el otro 75% se distribuye sobre el cuerpo vertebral [26].

Todo lo descrito anteriormente es la acción que cada elemento de la unidad funcional toma cuando ésta es sometida a compresión y como ya se comentó, este tipo de cargas produce que los cuerpos vertebrales fallen produciendo los nodos de Schmorl debido a que la carga colapsa las trabéculas, fallando en primera instancia las placas cartilaginosas.

Análisis de las cargas:

El esfuerzo promedio que soportan los cuerpos vertebrales aplicando la teoría de la mecánica de sólidos se puede calcular de acuerdo a la siguiente ecuación.

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

Donde: σ = Esfuerzo normal promedio que soporta el cuerpo vertebral

P = Carga sobre el cuerpo vertebral

A = Área de la sección transversal del cuerpo vertebral

Con base en lo anterior podemos relacionar la deformación longitudinal que tenemos en la unidad funcional con el esfuerzo normal producido por compresión, asumiendo que es un sólido elástico mediante la ley de Hooke[41].

$$\sigma = E\varepsilon$$

Donde: σ = Esfuerzo normal

E = Módulo de Young

ε = Deformación longitudinal

La deformación y el módulo de Young, es información que podemos obtener de la curva esfuerzo deformación, así podemos calcular el esfuerzo promedio normal teórico y con el obtener la carga aplicada, con el esfuerzo de falla podemos calcular la carga de falla y compararla con la real y discernir si el modelo en base a mecánica de sólidos está muy alejado de la realidad (sabemos que la aplicación de la mecánica de sólidos no es del todo correcta ya que los elementos involucrados son porosos). Hay que indicar que la deformación es la que corresponde a la zona dos que se definió en la curva de esfuerzo deformación.

Para el análisis de las unidades funcionales con cargas que generan torsión y flexión sobre las unidades funcionales hay que tomar en cuenta la gran anisotropía de este sistema.

En el análisis de la torsión hay que considerar la estructura de la unidad funcional, es importante darse cuenta de que el elemento que interviene en la torsión es el discos intervertebral, (Fig. 15), a), en este caso aunque algunas fibras de colágeno que forman las capas contiguas del disco se aflojan, las otras se extienden tomando lugar en la resistencia de la unidad funcional ya que estas fibras ahora se encuentran trabajando a tensión, también hay que considerar el efecto que la dirección de las fibras (con respecto al plano del disco intervertebral, (Fig. 15), b) puede ocasionar sobre la resistencia a la torsión de la unidad funcional. El disco intervertebral se puede considerar que está formado por una serie de tubos cuyo diámetro va aumentando y que además su sección transversal no es de forma circular, por lo que, se puede aplicar a él el análisis de un tubo de espesor constante con una sección transversal no circular.

Con este análisis se puede conocer el esfuerzo promedio que actúa sobre cada una de las capas del anillo fibroso, y si el espesor de la capa del anillo es variable, también se puede conocer el esfuerzo en esa zona específica con un espesor t , (Fig. 15), c), mediante el flujo cortante que es igual en cualquier zona del tubo y que se define como:

$$q = \tau \times t$$

Donde: q = Flujo cortante

τ = Esfuerzo cortante

t = Espesor de la sección transversal

Debido a que la resistencia del anillo fibroso a torsión es por varias de las capas de anillo fibroso donde las fibras de colágena están actuando a tensión, aplicando el principio de superposición, el esfuerzo total aplicado al sistema es igual a la suma de cada uno de los esfuerzos producidos en cada una de las capas que están soportando el efecto cortante de la carga.

Por lo tanto el esfuerzo cortante en cada una de las capas de anillo fibroso y considerando la dirección de las fibras del anillo se puede calcular de la siguiente manera:

$$\tau = \frac{T}{2tA_m} \times \cos \theta \quad \text{Donde: } T = \text{Par de torsión}$$

$t = \text{Espesor de la sección transversal}$
 $A_m = \text{Área encerrada por el espesor de la sección transversal}$
 $\theta = \text{Ángulo de las fibras de colágeno respecto a la horizontal.}$

El esfuerzo cortante total se puede calcular como la suma de cada uno de los esfuerzos de las capas que intervienen en la resistencia a torsión del disco.

$$\tau = \frac{T}{2tA_m} \times \cos \theta$$

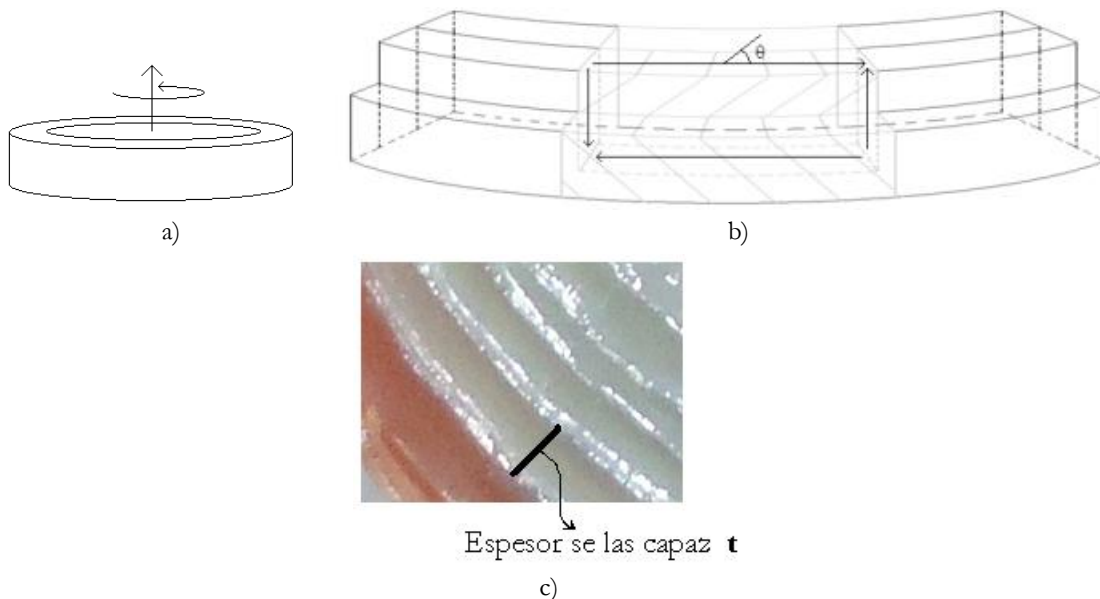


Figura 15. a) Disco intervertebral con par de torsión aplicado. b) Elemento diferencial del anillo fibroso en el cual se muestra el diagrama cortante y su dirección con relación a la orientación de las fibras del anillo. c) Espesor de las capas de anillo fibroso.

Entonces el esfuerzo total, es la suma de los esfuerzos que soportan cada una de las capas del anillo fibroso que está actuando. La dificultad de poder hacer el siguiente cálculo radica en que hay que hacer la medición del área encerrada de cada uno de las capas del anillo fibroso y contar el número de anillos fibrosos que están soportando el esfuerzo de corte o dicho de otra manera contar el número de anillos fibrosos cuyas fibras están orientadas en dirección del par de torsión.

El análisis a flexión es muy complejo ya que en la columna vertebral las cargas que producen flexión, afectan en mayor medida al disco intervertebral esto nuevamente se justifica por la naturaleza de los materiales que componen la unidad funcional, el análisis sobre una pequeña porción de la columna vertebral no es fácil, en específico del disco intervertebral ya que a flexión se generan esfuerzos combinados.

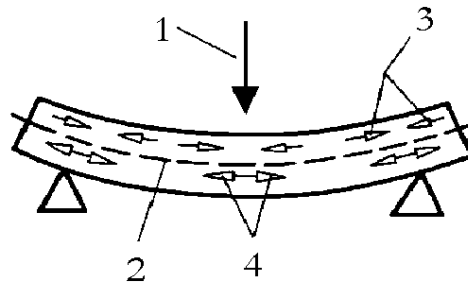


Figura 16. 1) Carga aplicada, 2) Línea neutra, 3) Esfuerzos de compresión, 4) Esfuerzos de tensión.

Cuando un elemento estructural se somete a flexión se generan esfuerzos normales de tensión y de compresión a cada uno de los lados del eje neutro (Fig.16), en el caso de la columna vertebral el lado de interés es aquel donde hay tensión, las fibras se extienden pero debido a que las fibras están oblicuas respecto a la dirección de la tensión sobre ellas habrá una componente que actuará a tensión y otra a cortante, mientras que el lado donde hay compresión la fibras se distienden sin tomar parte en la flexión. Por otro lado, cuando la columna vertebral se somete a flexión, las caras de los cuerpos vertebrales se acercan y se alejan, se acercan en la zona donde se supone habría compresión o donde se distienden las fibras y se alejan en la zona donde hay tensión; de hecho como las fibras están unidas a los cuerpos vertebrales mediante el cartílago hialino que se encuentra en las placas cartilagosas, al alejarse estas producen la tensión sobre las fibras, debido a esto el núcleo pulposo es expulsado hacia donde se separan las caras de los cuerpos vertebrales induciendo esfuerzos cortantes sobre las fibras del anillo perpendicular a los esfuerzos cortantes producidos por la componente de la tensión en las fibras, con lo explicado anteriormente podemos advertir que sobre las fibras de colágena actúan esfuerzos en las tres direcciones ortogonales respecto al eje longitudinal de las mismas (Fig. 17).

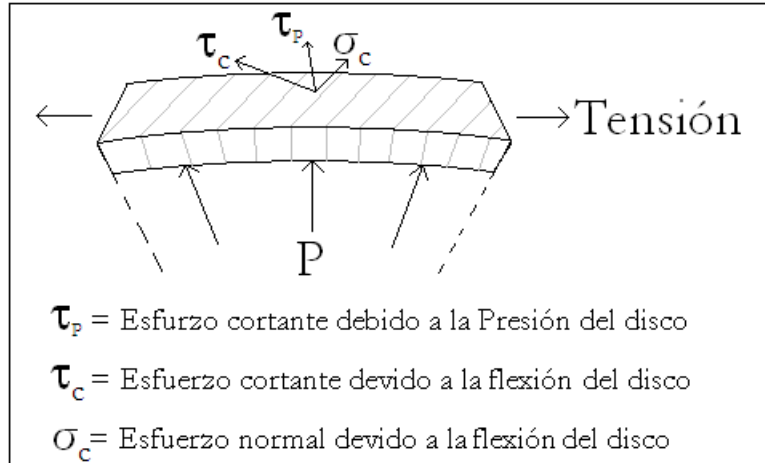


Figura 17. Esfuerzos combinados en la flexión.

De la gráfica de esfuerzo-deformación a compresión de la unidad funcional 1 y la columna cuatro se tomaron los valores necesarios para hacer cálculos sobre el valor de carga de falla de acuerdo a la teoría de mecánica de sólidos, se obtendrá el error y se comparará con la carga de falla real, los resultados nos dirán si la teoría de mecánica de sólidos nos proporciona una buena aproximación al problema en cuestión.

$$P_r = 300 \text{ [kg]} \quad P_r = \text{Carga de falla real}$$

$$E = 279.484 \text{ [MPa]} \quad E = \text{Módulo de Young}$$

$$\varepsilon = 0.028 \text{ [mm/mm]} \quad \varepsilon = \text{Deformación longitudinal en la falla para la zona elástica.}$$

Con estos datos obtenemos la carga teórica.

El esfuerzo teórico se calcularía de la siguiente manera:

$$\sigma_t = E\varepsilon \quad \sigma_t = \text{Esfuerzo Teórico}$$

$$\sigma_t = (279484000[\text{Pa}])(0.028) = 7825552 \text{ [Pa]} = 7825552 \text{ [N/m}^2\text{]}$$

Con el esfuerzo teórico y el área de la unidad funcional se puede calcular la carga de falla teórica.

$$\text{El área de esta unidad funcional es } A = 373 \text{ [mm}^2\text{]}$$

$$P_t = \sigma_t A$$

$$P_t = (7825552 \text{ [N/m}^2\text{)})(0.000373\text{[m}^2\text{)}) = 2918.9308 \text{ [N]}$$

Dividiendo entre $9.78\text{[m/s}^2\text{]}$ se obtiene la carga teórica en las unidades correspondientes.

$$P_t = (2918.9308\text{[N]})/(9.78\text{[m/s}^2\text{)}) = 298.4591 \text{ [Kg]}$$

$$P_t = 298.4591 \text{ [kg]}$$

$$P_t = \text{Carga de falla teórica}$$

Con los datos de carga de falla real y teórico obtenidos podemos hacer el cálculo para determinar el error con la siguiente expresión.

$$\text{Error} = \frac{|P_t - P_r|}{P_r} \times 100\%$$

$$\text{Error} = [(|P_t - P_r|)/P_r] \times 100\% = (|298.4591\text{[kg]} - 300\text{[Kg]}|)/300\text{[kg]} = 0.51\%$$

El error entre la carga de falla real y teórica es muy pequeña menor al 1%.

Desarrollo Experimental

Obtención de las muestras para pruebas mecánicas

Las columnas vertebrales de cerdo se obtuvieron de un rastro ubicado en el municipio de Atizapán de Zaragoza en la Av. Miguel Hidalgo en la parte norte de la zona metropolitana, el traslado al laboratorio fue en hieleras para mantenerlo a bajas temperaturas y evitar la descomposición prematura de los tejidos sobre todo el disco intervertebral, la sección de la columna del cerdo que se utilizó fue de la vertebra L1 hasta la vertebra L6, los animales de sacrificio tenían las siguientes características: la edad de sacrificio de estos animales es de 6 meses y un peso promedio de 110 [Kg], además todas las secciones de columna fueron de machos y los animales estaban sanos.

Equipo y material

Enseguida se presenta en las Tablas 1 y 2 el equipo y el material utilizado en este proyecto, así como las condiciones de uso y en donde se emplearon.

Tabla 1. Equipo utilizado, y condiciones de uso del mismo.


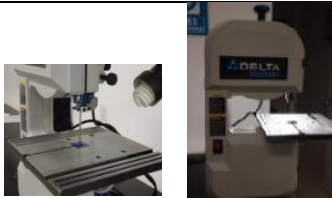
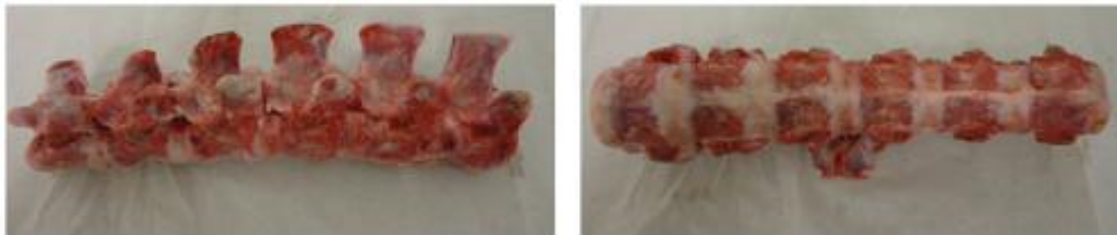
Equipo	Condiciones de uso	Función	Imagen
Maquina de ensayos universales, Instron5500R, modelo 1125.	Ensayos de compresión, torsión y flexión para evaluar la resistencia mecánica de las unidades funcionales.	Pruebas mecánicas	
Sierra para corte de hueso del laboratorio de Biocriss, S. A. de C. V.	Se cortó con una sierra de cinta dispuesta de manera vertical y con una base móvil.	Hacer los cortes necesarios para obtener las unidades funcionales	

Tabla 2. Material utilizado y su empleo específico.

Material	Empleo
Columna vertebral de cerdo	Obtención de las probetas para pruebas mecánicas.
Pinzas y bisturís	Retirar tejido de las unidades funcionales
Vernier (10^{-5} m)	Tomar la altura de la unidades funcionales
Papel milimétrico	Para medir el área aproximada de la base

Proceso de obtención de las probetas (unidades funcionales)

Las probetas que se utilizaron para las pruebas mecánicas se obtuvieron de la zona lumbar de la columna vertebral de cerdo, estas columnas vertebrales se extrajeron de cerdos en un rastro y estos en edad de sacrificio. Posteriormente a la columna vertebral se le retiro la mayor cantidad de musculo y tejido posible con el equipo de disección para que estos no influyeran en los valores de resistencia para las probetas obtenidas (Fig. 18).



a) Vista sagital, b) Vista frontal.

Una vez retirada la mayor cantidad posible de tejido sobre la columna se procedió a hacer los cortes necesarios para obtener las unidades funcionales, estos fueron, cortes paralelos al disco intervertebral sobre los cuerpos vertebrales, obteniendo así, una porción de un cuerpo vertebral, disco intervertebral y la otra porción del cuerpo vertebral que se encuentra en el otro extremo del disco y los cortes necesarios para retirar la parte posterior y así obtener la unida funcional, al final nuevamente se trabajó con el equipo de disección para dejar sin tejidos las unidades funcionales (Fig. 19).

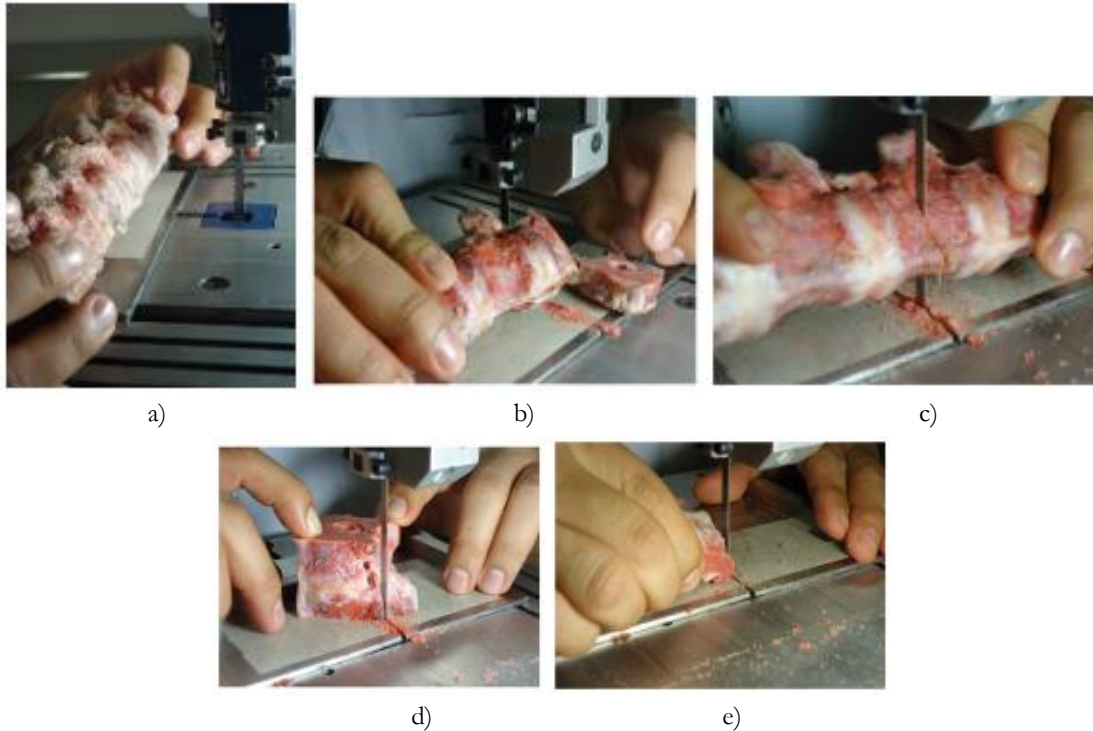


Figura 19. Obtención de las probetas para pruebas mecánicas: a) Se muestra la disposición de la columna vertebral para ser cortada, b) Se muestran los cortes que se hacen sobre los cuerpos vertebrales, c) Cortes paralelos a los discos intervertebrales sobre los cuerpos vertebrales, d) Una vez que se obtienen las unidades funcionales se procede a retirar la parte posterior, e) Corte de los extremos laterales de la zona posterior de la unidad funcional.

Una vez hechos los cortes se obtuvieron las unidades funcionales sin la parte posterior L1-L2, L2-L3, L3-L4, L4-L5, L5-L6 de la columna vertebral de cerdo, a estas se les tomó la altura con un vernier y el área aproximada de la base con papel milimétrico (Fig. 20), después estas fueron congeladas a $-4\text{ }^{\circ}\text{C}$, posteriormente se descongelaron a temperatura ambiente para ser ensayadas mecánicamente con 4 horas de anticipación, con este proceso las probetas quedaron listas para ser sometidas a pruebas de compresión.

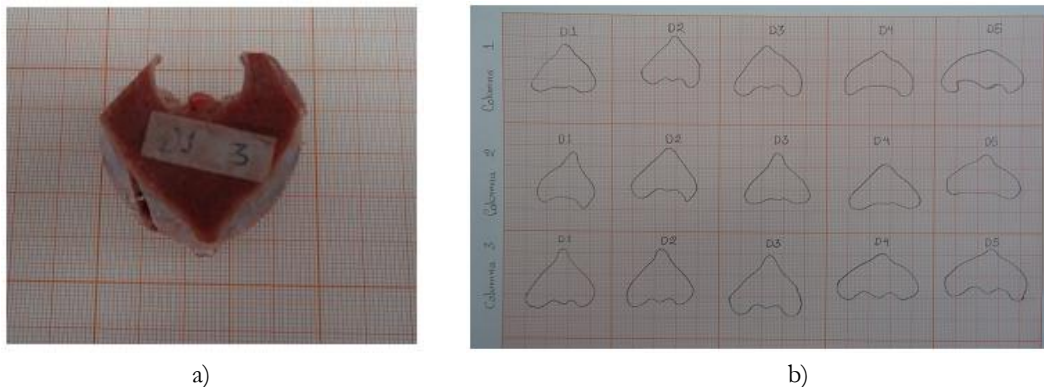


Figura 20. a) Vertebra sobre papel milimétrico para medir el área aproximada b) Perfil de las áreas de las unidades funcionales desplazándose hacia el coxis.

Pruebas Mecánicas

Las pruebas mecánicas se realizaron en una máquina de ensayos universal Instron5500R, modelo 1125, con una base móvil y una fija, se muestra la disposición de la unidad funcional sobre la máquina de ensayos universal Instron, para ser sometida a compresión (Fig. 21).

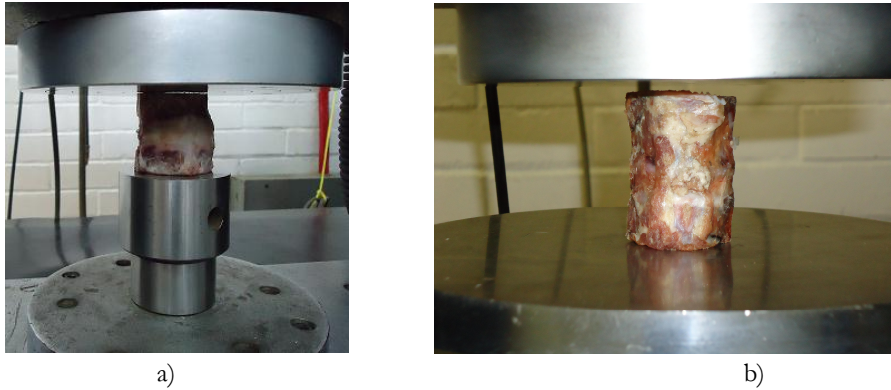


Figura 21. Disposición de la unidad funcional en la maquina Instron a) Base fija b) Base móvil.

Las pruebas mecánicas se realizaron a varias velocidades de deformación 0.05, 0.1, 1 y 5 [mm/min].

Resultados y Discusión de los Resultados

Los resultados obtenidos en las unidades funcionales por las pruebas de compresión son interesantes, uno de los parámetros que se varió fue la velocidad de deformación y se observaron algunos cambios significativos en el comportamiento a compresión de las unidades funcionales.

El llevar a cabo la compresión de manera homogénea sobre la unidad funcional es sumamente difícil en la base móvil, debido a que los discos de las unidades funcionales se deforman con poca carga, la mínima variación en la distribución del esfuerzo hace que la base móvil se mueva, tal acontecimiento provoca que la unidad funcional no sólo se encuentre a compresión si no que exista flexión sobre la unidad funcional, este hecho se corroboró ya que cuando se aplica la carga con la base móvil, esta deja de estar en una disposición horizontal y la falla se da sobre el disco intervertebral de la unidad funcional, el núcleo pulposo sale a través del anillo fibroso produciendo así, la hernia de disco (Fig. 22). Por ello se decidió hacer el experimento con la base fija para que la acción de la carga sólo produjera compresión.

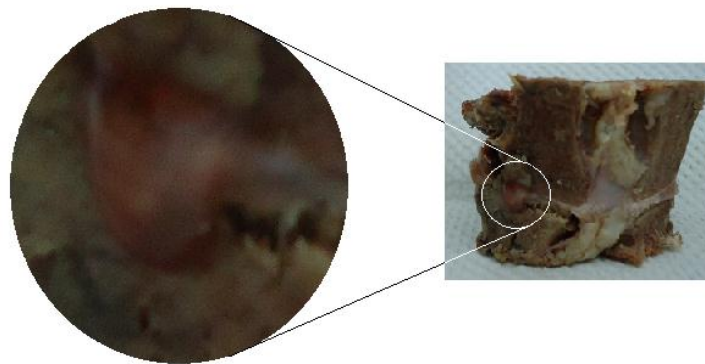


Figura 22. Hernia de disco intervertebral por cargas de flexión.

Los ensayos se realizaron sobre cada una de las unidades funcionales de la columna vertebral en la zona lumbar, desde la L1-L2 hasta la L5-L6.

Las cargas de falla para las unidades funcionales se tomaron de la siguiente forma, en la gráfica de esfuerzo-deformación hay una línea recta que coincide con la zona lineal de la curva que es la zona donde se puede medir el módulo de Young, la carga de falla se tomó en el momento en el que la curva de esfuerzo-deformación comienza a desalinearse de la línea recta (Fig. 23).

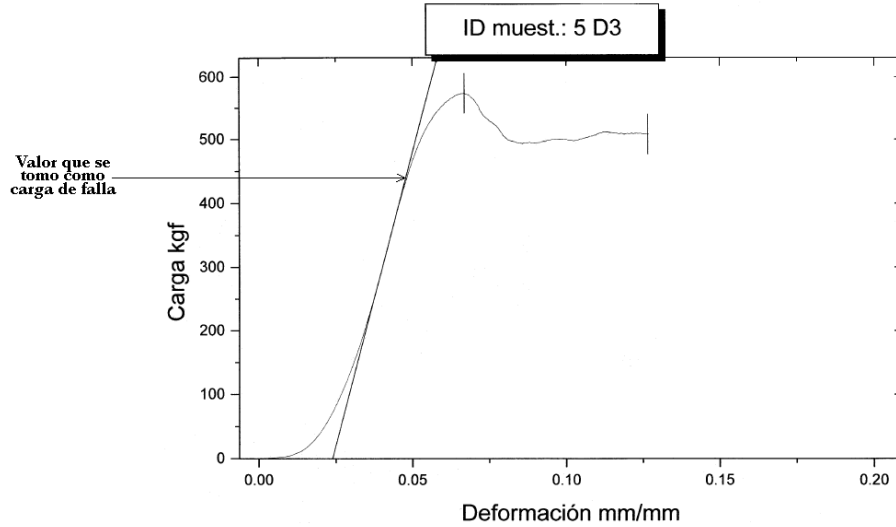


Figura 23. Curva de deformación esfuerzo para una unidad funcional de columna vertebral (L2-L3), donde se muestra la carga de falla, que equivale al valor de carga donde la recta que define al comportamiento elástico, se comienza a curvar.

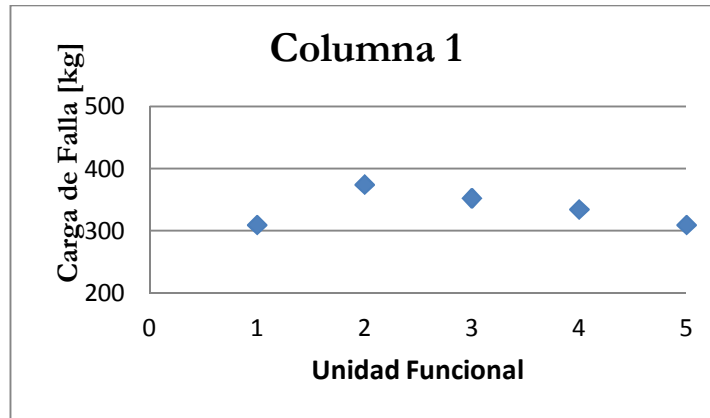
En la Tabla 3, se muestran los valores de carga de falla que para las unidades funcionales de cada una de las columnas de cerdo probadas, así como los promedios de carga para cada una de las unidades funcionales con respecto a la posición que éstas tienen en la zona lumbar de la columna vertebral.

Tabla 3. Promedios de las cargas en las columnas y en las unidades funcionales, el símbolo ∞ indica que no se reportó el dato.

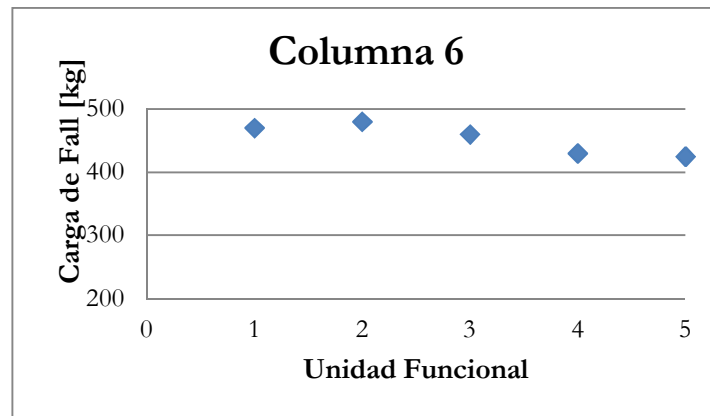
Cargas de Falla [Kg]									Promedio de Carga en la Unidad Funcional
	Columna 1	Columna 2	Columna 3	Columna 4	Columna 5	Columna 6	Columna 7	Columna 8	
Unidad Funcional 1	310	420	∞	300	380	470	480	370	390
Unidad Funcional 2	375	450	470	∞	385	480	450	330	420
Unidad Funcional 3	353	470	435	275	410	460	490	350	405
Unidad Funcional 4	335	430	390	240	400	430	500	410	392
Unidad Funcional 5	310	440	390	230	390	425	420	360	371
Promedio de Carga en la Columna	337	442	421	261	393	453	468	364	

Velocidad de deformación [mm/min]	0.1	1	5
-----------------------------------	-----	---	---

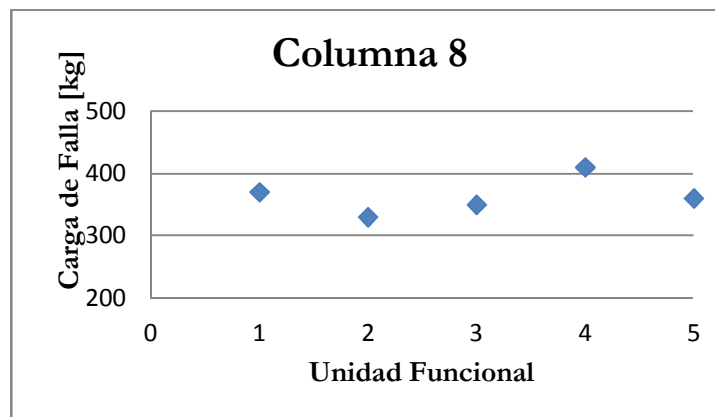
Es interesante analizar lo que ocurre con la carga de falla a medida que nos aproximamos o alejamos de la región del coxis, si se grafican los valores de carga de falla contra unidad funcional, no se observa una tendencia de la carga de falla, pero podemos percatarnos, que a medida que nos acercamos a la región del coxis el esfuerzo máximo disminuye a excepción de la unidad funcional más alejada como se puede observar en las siguientes gráficas.



a)



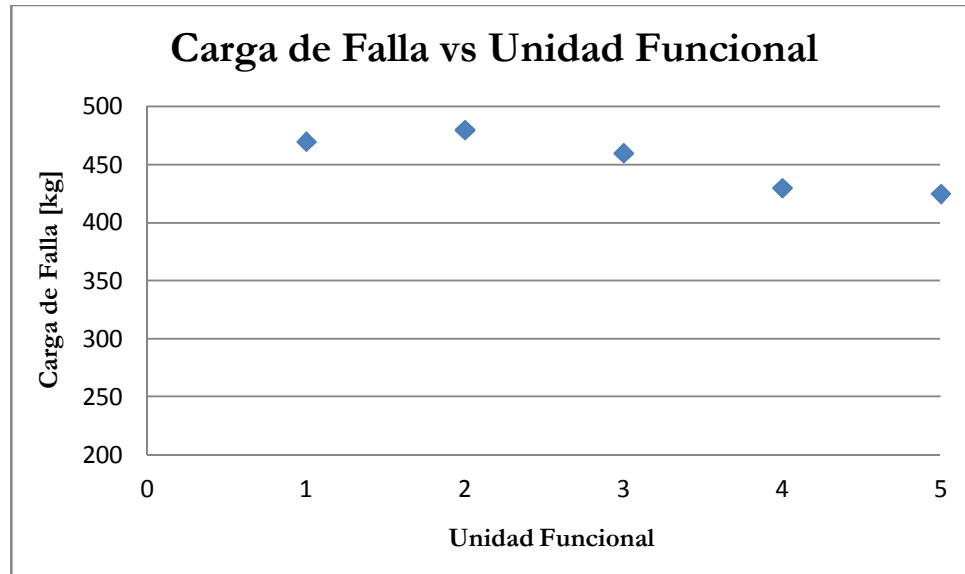
b)



c)

Gráficas 1. Carga de falla vs Unidad Funcional, se hicieron a diferente velocidad de deformación

a) 0.1[mm/min], b) 1[mm/min] y c) 5[mm/min].



Gráfica 2. Promedio de las Cargas de falla vs Unidad Funcional.

Estos resultados en los cerdos se deben en primer lugar a la diferente disposición de la columna vertebral con respecto a la de los humanos y que produce efectos diferentes, mientras que la columna vertebral de los humanos está en una disposición vertical, la de los cerdos está en una disposición horizontal, esto trae como consecuencia que mientras las cargas generadas por la gravedad sean de compresión para la columna vertebral de los humanos para la columna vertebral de los cerdos la gravedad genera esfuerzos de corte. Otro efecto debido a la disposición de la columna vertebral es que, las extremidades inferiores del cerdo sirven como punto de apoyo sobre la parte inferior de la columna vertebral, provocando que las vértebras lumbares cercanas al coxis disminuyan su labor en cuanto a la resistencia de carga, ya que parte de ella es transmitida a las extremidades inferiores (Fig. 24).



Figura 24. Columna vertebral de cerdo.

Este tipo de resultados nos haría pensar que son paradójicos, la columna vertebral de los humanos está dispuesta de manera vertical por lo que se supone que las vértebras inferiores, es decir, las cercanas al coxis deberían soportar mayor carga antes de la fractura

porque tienen que soportar además de la carga transmitida, el peso de la porción del cuerpo que está por arriba de ellas, además, las dimensiones de las vértebras inferiores son mayores y es por esta razón en principio que las cargas a las cuales fallan estas vértebras tendrían que ser mayores.

En segundo lugar el área de las unidades funcionales en la columna vertebral de los humanos aumenta conforme nos desplazamos a la parte inferior de la columna, en la columna vertebral de cerdo ocurre lo mismo con el área, sólo que en menor proporción y además el área transversal de los cuerpos vertebrales cambia de forma (Fig. 7). Otra razón que sumada a las demás hace que se presente este comportamiento es la estructura, primero en la forma del disco intervertebral ya que este es aún menos circular que los discos intervertebrales en los humanos (Fig. 25) y también en la orientación de las trabéculas que se encuentran en la parte esponjosa de los cuerpos vertebrales, orientados en función de las sollicitaciones mecánicas aplicadas.



Figura 25. Forma del disco intervertebral de las unidades funcionales de los cerdos.

La falla de las unidades funcionales a compresión se da a través de los cuerpos vertebrales, es decir, se generan los nodos de Schmorl, con lo cual se confirma lo mencionado en la teoría, los discos intervertebrales quedan intactos, aunque la falla de las unidades funcionales de la columna vertebral de cerdo también se da en los cuerpos vertebrales hay diferencias, ya que la falla en las unidades funcionales se ve favorecida por una especie de grieta que aparece en la zona posterior del cuerpo vertebral como si fuera una articulación parecida a las que se encuentran en el cráneo (Fig. 26).

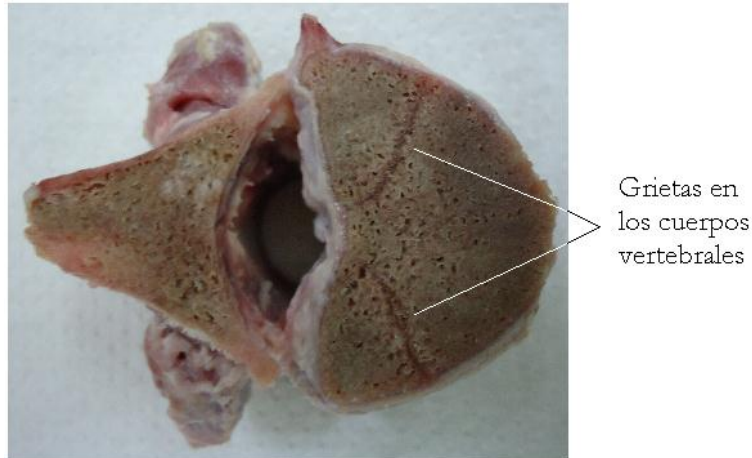


Figura 26. Grietas naturales en los cuerpos vertebrales de las unidades funcionales de la columna vertebral de cerdo.

El núcleo pulposo es expulsado, en primera instancia hacia el interior de los cuerpos vertebrales y este se sigue propagando hasta que sale hacia el exterior por la grieta antes mencionada (Fig. 27). Por lo que, los cambios dimensionales y la presencia de ésta grieta pueden ocasionar que los valores de esfuerzo máximo y de falla de las unidades funcionales de la columna de cerdo y de la de humano sean diferentes.

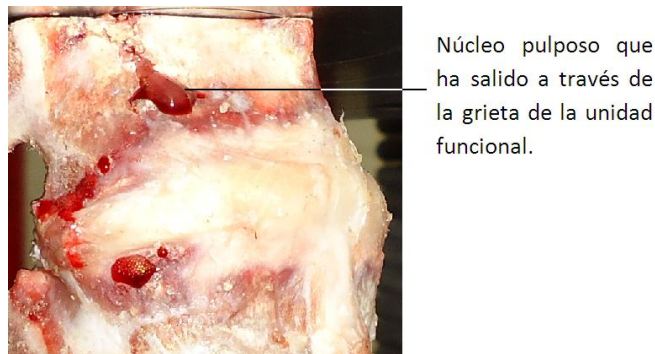


Figura 27. Núcleo pulposo de las unidades funcionales de la columna vertebral de cerdo que salió por la grieta.

Gráficas de Esfuerzo-Deformación

Las gráficas de esfuerzo-deformación tuvieron un comportamiento similar para las probetas (unidades funcionales) que están en la misma posición respecto a la columna vertebral y en general en la zona lumbar de la columna vertebral de cerdo. Estas gráficas presentan 3 zonas bien definidas (Fig. 28), en donde claramente se puede asociar un comportamiento a cada zona debido a la naturaleza del material (que en este caso se puede asumir que es un material compuesto el cual está formado por el cuerpo vertebral cerámico, el anillo fibroso polímero y el gel con comportamiento cercano al de un fluido).

En la primera zona de la gráfica esfuerzo deformación se puede observar que el material no presenta resistencia a ser deformado, este se deforma el 3%, sin incrementar demasiado el esfuerzo necesario para ello. Este efecto se debe a lo ya comentado en la parte del análisis teórico, y es que el elemento que actúa en primera instancia es el anillo fibroso, hacia él se transmite la carga ya que es un material de naturaleza polimérica y es el que menor resistencia opone a ser deformado, también se observa que en ésta primera zona no hay un comportamiento lineal, lo que es característico en la mayoría de los polímeros.

La segunda zona es cuando el anillo fibroso llega a un estado en donde ya se tiene que aplicar más carga en el proceso de deformación del material y es cuando la carga empieza a distribuirse sobre el cuerpo vertebral, en esta zona aunque la carga está realizando la acción conjunta sobre el disco intervertebral y el cuerpo vertebral aparece un comportamiento lineal que está asociado a la acción que la carga ejerce sobre el cuerpo vertebral, ya que para que siga actuando el anillo fibroso se requiere de una carga mayor que la que necesita el cuerpo vertebral para presentar su comportamiento elástico.

La tercera zona de la curva esfuerzo deformación se da inmediatamente después de la falla donde el comportamiento del esfuerzo es totalmente errático, esto se debe a que la estructura del cuerpo vertebral en su mayoría y por donde se da la falla es trabecular, es decir, poroso coincidiendo con el comportamiento en esta zona, donde las paredes de los poros colapsan, sólo que en este caso el colapso se presenta en las trabéculas.

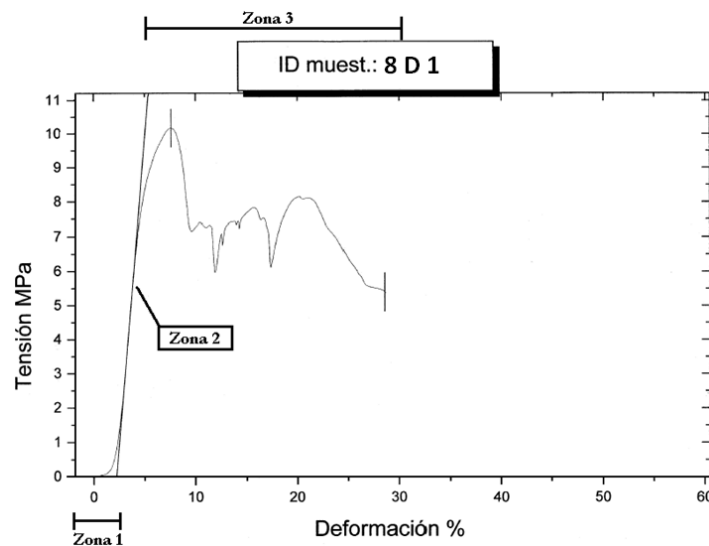


Figura 28. Zonas que se pueden definir de la curva esfuerzo-deformación para las unidades funcionales.

Con el fin de obtener gráficas de esfuerzo deformación, donde el análisis pudiera realizarse sin dificultad, se realizaron pruebas preliminares variando la velocidad de deformación y se observaron diferencias muy notables en cuanto al comportamiento mecánico de las unidades funcionales.

Las velocidades de deformación utilizadas fueron 0.05 velocidad de deformación fisiológica del hueso [23], 0.1, 1 y 5 [mm/min]. Las unidades funcionales presentarán un comportamiento viscoelástico, debido a que la unidad funcional es un material compuesto constituido por elementos hidratados con fluidos fisiológicos como lo son el anillo fibroso y el cuerpo vertebral, además el anillo fibroso y el núcleo pulposo presentan por si solos este comportamiento.

Debido a los efectos viscoelásticos, se aprecian tres zonas bien definidas en las gráficas de esfuerzo deformación (Fig. 29). Se observa perfectamente la acción de la carga al principio, cuando actúa el anillo que prácticamente se deforma sin una gran cantidad de carga aplicada, posteriormente se observa la parte lineal cuando entra en acción el cuerpo vertebral de la unidad funcional y finalmente la zona de falla donde el comportamiento es totalmente errático debido a la estructura de los cuerpos vertebrales de la unidad funcional.

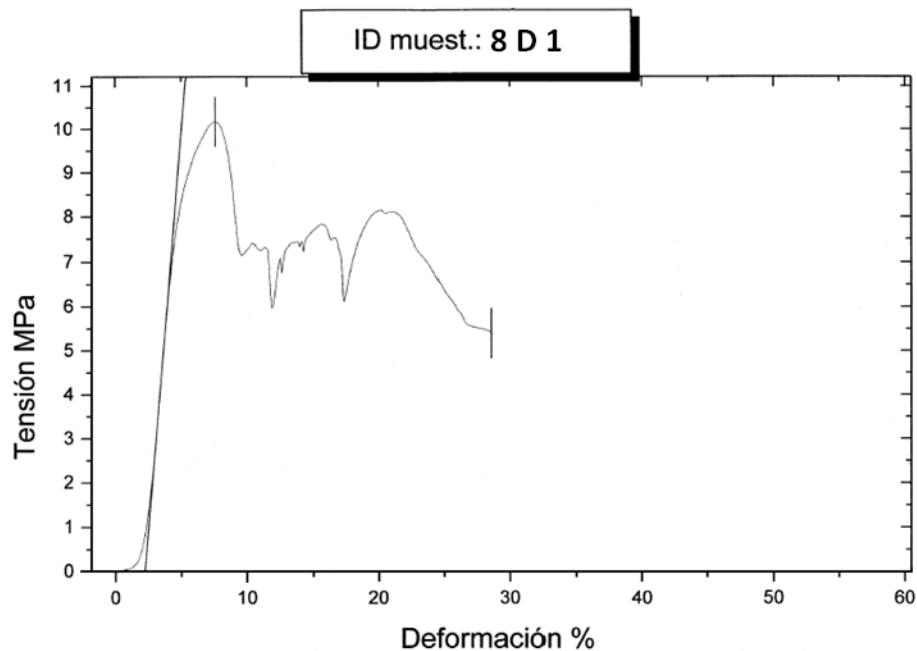


Figura 29. Gráfica esfuerzo deformación de la prueba hecha a una velocidad de deformación de 5 [mm/min.]

En las pruebas realizadas a una velocidad de 1 [mm/min] se observaron mejor los efectos viscoelásticos debido a que los cambios en las curvas son más suaves, en la primera zona se observa como el incremento del esfuerzo es paulatino hasta llegar a la zona lineal, en

la zona lineal la única diferencia apreciable es la inclinación de la pendiente y es mayor en la cual se aplica una mayor velocidad de deformación y por último después de la falla es en donde se hacen más evidentes los efectos viscoelásticos ya que en esta zona a la velocidad de deformación más pequeña los cambios en el esfuerzo posteriores a la falla no son tan bruscos a diferencia de las pruebas realizadas a la mayor velocidad de deformación (Fig. 30).

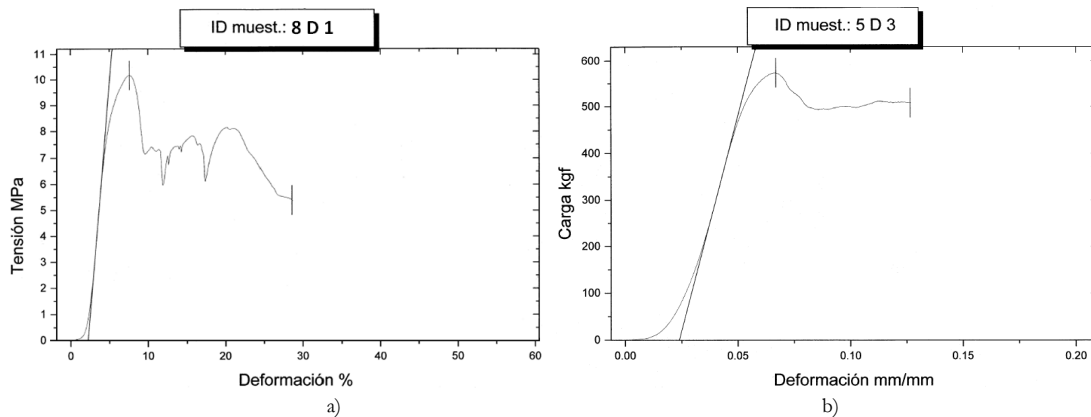


Figura 30. Gráficas de esfuerzo deformación de una unidad funcional corridas a diferentes velocidades: a) 5 [mm/min] y b) 1 [mm/min].

El módulo de Young varía dependiendo de la velocidad de deformación como se puede ver en la Tabla 4.

Tabla 4. Valores del módulo de Young para diferentes velocidades de deformación.

Velocidad de deformación [mm/min]	Promedio Módulo de Young [MPa]
0.1	218.62
1	351.34
5	431.18

Conclusiones

El estudio de las propiedades mecánicas de las unidades funcionales de la columna vertebral de cerdo (probetas) sometidas resulto un proceso complejo ya que el comportamiento mecánico de estas unidades funcionales depende de diversos factores como la estructura, la hidratación, el procesamiento de dichas unidades, entre otros.

Al hacer las pruebas de compresión fue necesario utilizar cabezal y base fija para tener caras paralelas, ya que la mínima variación en la distribución de esfuerzos produce una variación en la posición horizontal de la base móvil.

Se definieron tres zonas características, a cada zona se le asocia un comportamiento, la primera zona está asociada al disco intervertebral y al anillo fibroso, la segunda zona está asociada a los cuerpos vertebrales y la tercera al colapso de las trabéculas (Fig. 28).

Es válido aplicar la teoría de mecánica de sólidos y la ley de Hook del sólido elástico a compresión sólo para los cuerpos vertebrales de las unidades funcionales; para el disco y el núcleo pulposos no es posible ya que la relación de esfuerzo-deformación no es lineal.

Las diferentes velocidades de deformación con las que se trabajó produjeron cambios en el comportamiento mecánico a compresión de las unidades funcionales, cambiaron los módulos elásticos y los cambios o transiciones en los diagramas de esfuerzo deformación fueron más suaves en los ensayos a velocidades de deformación pequeñas.

Los valores promedio de carga de falla son aproximadamente iguales para las unidades funcionales que se encuentran en la misma posición respecto a la altura de la columna vertebral, independientemente de las velocidades de deformación con las que se trabajó, esto hace más simple establecer una carga límite para evitar lesiones en las unidades funcionales.

Modelos mecánicos de la columna vertebral

El estudio del comportamiento mecánico de las vertebrae de la zona lumbar de las columnas vertebrales de los cerdos arrojaron valores de las cargas de falla, a las cuales fallan las unidades funcionales, estas cargas las sustituiremos en modelos mecánicos (estáticos) ya existentes que nos dirán las condiciones, las posiciones o las cargas que pueden producir lesiones en las unidades funcionales de la columna vertebral.

MODELO 1

En el siguiente problema observaremos lo que ocurre con la fuerza de reacción articular lumbo-sacra en una posición erguida con la línea de gravedad pasando a través del borde posterior de la articulación (Fig. 31).

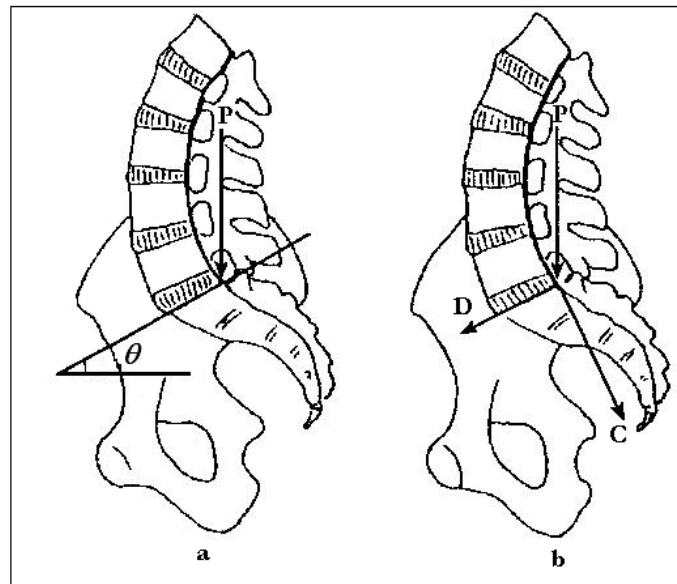


Figura 31. a) El peso sobrepuesto en el borde posterior de la articulación lumbo-sacra. b) Peso descompuesto en componentes de compresión y de cizalla.

El ángulo sacro normal (ángulo que forma la cara superior del sacro con la horizontal estando en posición erguida) es de aproximadamente 30° . En esta posición no se necesita la fuerza de los extensores de la columna para equilibrar el peso que se encuentra por arriba de esta articulación, a si que sólo una porción del peso es la única fuerza dirigida hacia abajo sobre la articulación. El peso se puede descomponer en dos fuerzas, una perpendicular a la superficie del sacro C y una paralela D (Fig. 31b). La componente C actúa como una fuerza compresiva, mientras que D actúa como fuerza de cizallamiento y tiende a provocar que la quinta vértebra lumbar se deslice hacia delante sobre el borde superior del sacro.

RESOLVIENDO

Suponiendo que la porción del peso es sólo la mitad del peso total, podemos obtener los valores de las componentes C y D que actúan sobre la articulación lumbo-sacra.

$$C = \frac{P}{2} \cos \theta \quad \text{y} \quad D = \frac{P}{2} \sin \theta$$

Ahora si sustituimos el peso y el ángulo observaremos que es lo que ocurre con los valores de las componentes del peso.

$P = 74.8$ [kg] Peso promedio de los hombres mexicanos[42]

$\theta = 30^\circ$ Ángulo promedio en una columna normal.

$$C = \frac{74.8}{2} \times \cos 30^\circ \quad \text{y} \quad D = \frac{74.8}{2} \times \sin 30^\circ$$

$$C = 32.8$$
 [g] y $D = 18.7$ [kg]

Las cargas más pequeñas que se registraron y que se necesitan para lesionar los cuerpos vertebrales a compresión son de aproximadamente 230[kg] según la Tabla 3, por lo que la carga C de este caso en particular no produciría lesión alguna sobre los cuerpos vertebrales. Ahora es importante analizar qué es lo que ocurre con estas cargas a medida que cambia el ángulo sacro, es decir la lordosis lumbar aumenta. En la siguiente tabla se muestran los valores de las cargas de compresión y de cizalla para valores diferentes del ángulo sacro, Tabla 6.

Tabla 6. Valores de carga de las componente de compresión y de cizalla sobre la 5 lumbar variando el ángulo sacro.

Ángulo Sacro en grados	Componente C [kg]	Componente D [kg]
20	35.14	12.79
30	32.39	18.70
40	28.65	24.04
50	24.04	28.65
60	18.70	32.39

Observamos que los valores de carga son por mucho más pequeños que las cargas necesarias para fracturar los cuerpos vertebrales a compresión no importa la curvatura de la

lordosis lumbar, por lo cual podemos concluir que los cuerpos vertebrales pueden resistir sin problemas la postura erecta aun cuando la curvatura de la lordosis lumbar está más prolongada.

MODELO 2

A medida que la columna se inclina empiezan a actuar los músculos extensores de la columna, estos se contraen con la finalidad de equilibrar la fuerza de gravedad, además, a medida que hay mayor inclinación la fuerza muscular aumenta. Se puede calcular la fuerza muscular ejercida por los extensores a si como la fuerza de reacción articular que es la que ejercerá compresión sobre las unidades funcionales.

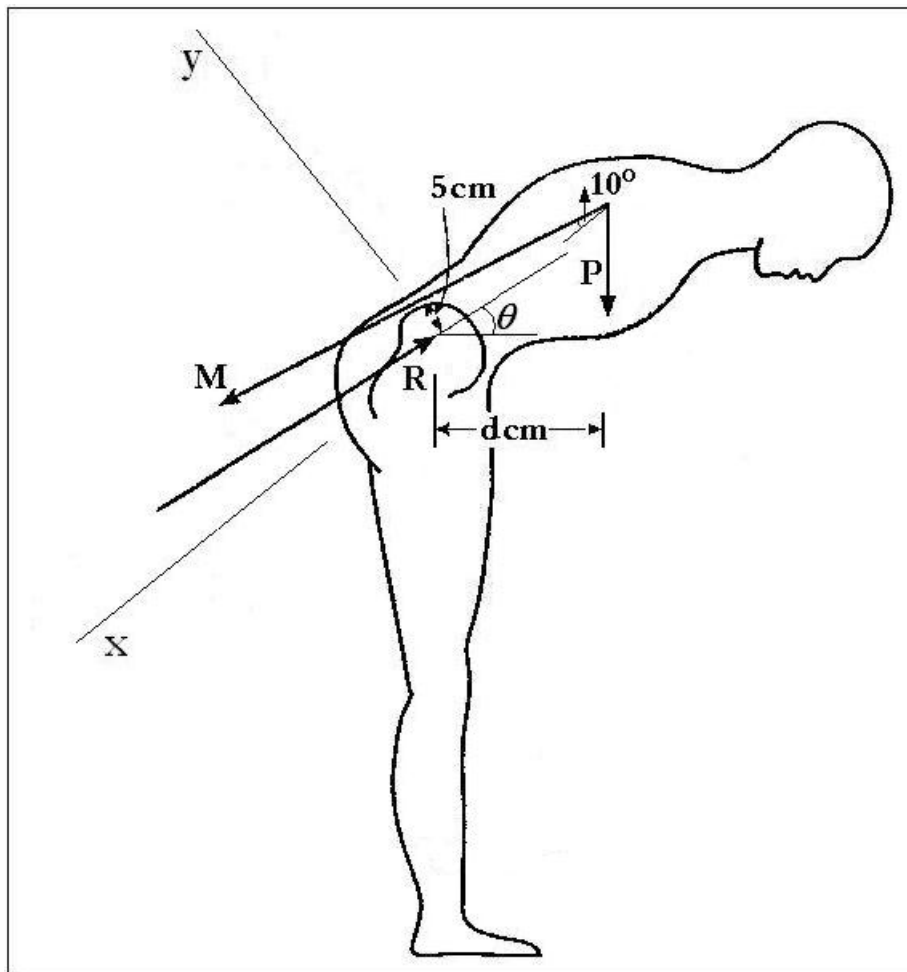


Figura 32. Diagrama de cuerpo libre, en el se muestran las fuerzas que actúan sobre la columna vertebral, M músculos extensores, P peso de la parte superior del cuerpo, R reacción articular, d distancia de la carga P al eje de rotación de la columna.

Para resolver se debe de colocar un sistema de referencia ver en el cuáles son todas las fuerzas que actúan en la inclinación (Fig. 32), en este caso hacemos que el eje x coincida con el largo de la columna vertebral y el centro del movimiento en la articulación lumbosacra, ahora sólo queda calcular las fuerzas musculares y la de reacción articular que es la de interés.

RESOLVIENDO

Supongamos que la inclinación ésta dada por un ángulo $\theta = 45^\circ$ y que la distancia del eje de rotación a la fuerza P es de $d = 20$ [cm].

Comenzaremos calculando la fuerza muscular M, para ello utilizaremos una condición de equilibrio, $\Sigma M = 0$ (suma de momentos igual a cero).

Las fuerzas que producen momento son M, P (que al igual que en el caso anterior se tomara como la mitad del peso corporal del peso promedio del mexicano de 78.4 [kg]) y R esta sobre el eje de rotación.

$$\Sigma M = -(P)(d) + [(M)(5[\text{cm}])] = 0$$

$$d = 20 \text{ [cm]}, P = 37.4 \text{ [kg]} \text{ y } \theta = 45^\circ$$

$$\Sigma M = -(37.4[\text{kg}](20[\text{cm}])) + [(M)(5[\text{cm}])] = 0$$

Despejando M obtenemos que:

$$\mathbf{M = 149.6 \text{ [kg]}}$$

Ahora para obtener la fuerza de reacción utilizaremos $\Sigma F_y = 0$ y $\Sigma F_x = 0$

$$\Sigma F_y = -(P\text{sen}[90-\theta]) + (M\text{sen}(10)) + R_y = 0$$

Despejando R_y obtenemos que:

$$R_y = (P\text{sen}[90-\theta]) - (M\text{sen}(10^\circ))$$

Sustituyendo:

$$R_y = (37.4\text{sen}45) - (149.6\text{sen}(10^\circ))$$

$$R_y = 0.46 \text{ [kg]}$$

Ahora

$$\Sigma F_x = (P(\text{cos}[90-\theta]) + (M\text{cos}(10^\circ)) - R_x = 0$$

Despejando R_x obtenemos que:

$$R_x = (P(\cos[90-\theta]) + (M\cos(10^\circ)))$$

Sustituyendo:

$$R_x = (37.4\cos(45^\circ)) + (149.6\cos(10^\circ))$$

$$R_x = 173.78 \text{ [kg]}$$

Para obtener la resultante de la reacción articular:

$$R = [(R_x)^2 + (R_y)^2]^{1/2}$$

$$R = \sqrt{0.46^2 + 173.78^2}$$

$$\mathbf{R= 173.78 \text{ [kg]}}$$

La reacción articular es casi colineal con el eje x y como este coincide con el largo de la columna vertebral es fácil ver que esta carga en su mayoría es de naturaleza compresiva, a diferencia del problema anterior la carga se incremento bastante pero aun sin llegar a lesionar los cuerpos vertebrales, ahora haremos el cálculo para diferentes ángulos de inclinación y veremos qué es lo que ocurre con la reacción articular.

Primero debido a que la inclinación cambia también cambia la distancia al eje de rotación de la carga debido al peso del tronco superior, pero esta podemos dejarla en función del ángulo de inclinación y si tomamos los datos del cálculo anterior la expresión resultara como sigue:

$$d=20\sqrt{2} \cos\theta$$

Entonces:

$$\Sigma M = -20\sqrt{2}P \cos\theta + M \times 5[\text{cm}] = 0$$

Con lo cual el momento queda definido como:

$$M = 4P\sqrt{2} \cos \theta$$

Para la reacción articular se debe calcular cada una de las componentes y obtener la fuerza de reacción articular resultante.

$$R_x = (P\cos[90-\theta]) + (M\cos(10^\circ)) \quad \text{y} \quad R_y = (P\sen[90-\theta]) - (M\sen(10^\circ))$$

Para la resultante de la reacción articular:

$$R = [(R_x)^2 + (R_y)^2]^{1/2}$$

En la Tabla 7, podemos observar que es lo que ocurre con estas dos fuerzas, la muscular y la reacción articular que actúan en la columna vertebral.

Tabla 7. Fuerza muscular y Reacción articular a diferentes inclinaciones.

Inclinación en Grados	Fuerza Muscular M[kg]	Componente de la Reacción en Y [kg]	Componente de la Reacción en X[kg]	Reacción Articular [kg]
75	204.36	0.64	210.93	210.93
70	198.81	0.62	208.58	208.58
60	183.22	0.57	199.14	199.14
50	162.07	0.51	183.65	183.65
45	149.60	0.47	173.77	173.77
40	135.99	0.43	162.58	162.58
30	105.78	0.33	136.57	136.57
20	72.36	0.23	106.41	106.41
15	54.76	0.17	90.05	90.05

En esta tabla observamos que la fuerza de reacción articular mayor está a 75° de inclinación y tiene un valor de 210.93 [kg] aun así esta carga no es suficiente para producir lesiones sobre los cuerpos vertebrales a compresión.

MODELO 3

En este último modelo se calcularán las cargas de reacción articular cuando se levanta una carga y se analizará que es lo que ocurre con la reacción articular en función de la inclinación y del valor de carga que se levanta, para ello también se muestra el diagrama de cuerpo libre (Fig. 33).

RESOLVIENDO

Nuevamente supongamos que la inclinación está dada por un ángulo $\theta = 45^\circ$ y que la distancia del eje de rotación a la fuerza P es de $d = 20$ [cm], además la distancia de la carga a levantar esta a $L = 35$ [cm] y el peso $W = 30$ [kg]

Calcularemos la fuerza muscular M con, $\Sigma M = 0$

Las fuerzas que producen momento son M, W y P (que al igual que en el caso anterior se tomara como la mitad del peso corporal del peso promedio del mexicano de 78.4 [Kg]) y R esta sobre el eje de rotación.

$$\Sigma M = -[(W)(L)] - [(P)(d)] + [(M)(5[\text{cm}])] = 0$$

$$d = 20 [\text{cm}], L = 35[\text{cm}], P = 37.4 [\text{kg}] \text{ y } \theta = 45^\circ$$

$$\Sigma M = - [(30[\text{kg}])(35[\text{cm}])] - [(37.4[\text{kg}])(20[\text{cm}])] + [(M)(5[\text{cm}])] = 0$$

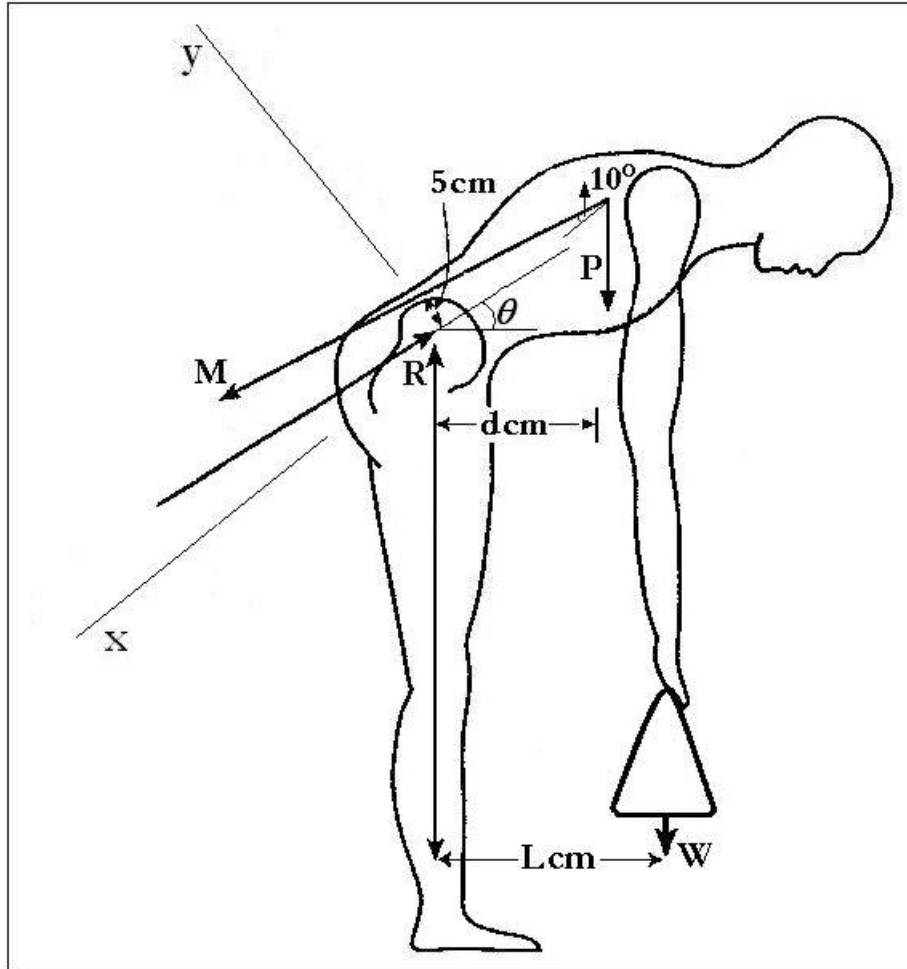


Figura 33. Diagrama de cuerpo libre con la carga extra.

Despejando M obtenemos que:

$$\mathbf{M = 359.6 [kg]}$$

Ahora para obtener la fuerza de reacción utilizaremos $\Sigma F_y = 0$ y $\Sigma F_x = 0$

$$\Sigma F_y = -(W \text{sen}[90-\theta]) - (P \text{sen}[90-\theta]) + (M \text{sen}(10^\circ)) + R_y = 0$$

Despejando R_y obtenemos que:

$$R_y = (W \text{sen}[90-\theta]) + (P \text{sen}[90-\theta]) - (M \text{sen}(10^\circ))$$

Sustituyendo:

$$R_y = (30[\text{kg}]\text{sen}(45^\circ)) + (37.4[\text{kg}]\text{sen}(45^\circ)) - (359.6[\text{kg}]\text{sen}(10^\circ))$$

$$R_y = -14.78 [\text{kg}]$$

Ahora

$$\Sigma F_x = (W\cos[90-\theta]) + (P(\cos[90-\theta]) + (M\cos(10^\circ)) - R_x = 0$$

Despejando R_x obtenemos que:

$$R_x = (W\cos[90-\theta]) + (P(\cos[90-\theta]) + (M\cos(10^\circ))$$

Sustituyendo:

$$R_x = (30[\text{kg}]\cos(45^\circ)) + ((37.4\cos(45^\circ)) + (359.6\cos(10^\circ))$$

$$R_x = 401.8 [\text{kg}]$$

Para obtener la resultante de la reacción articular:

$$R = [(R_x)^2 + (R_y)^2]^{1/2}$$

$$R = \sqrt{-11.78^2 + 401.8^2}$$

$$\mathbf{R= 402 [kg]}$$

Este valor de carga ya es superior a la carga de falla de los cuerpos vertebrales, con lo cual se puede reafirmar lo que en muchos textos se dice que la columna vertebral fue diseñada para la bipedestación no para realizar trabajo con esta, aun así se hará una tabla en donde observaremos que es lo que ocurre con la carga de reacción articular al variar en ángulo de inclinación y mantener fija esta carga de 30[kg]

Al igual que en el caso anterior, cambia la distancia al eje de rotación de la carga debido al peso del tronco superior y de la carga que se levanta, pero estas podemos dejarlas nuevamente en función del ángulo de inclinación, tomando los datos del cálculo anterior las distancias serian:

$$d=20\sqrt{2} \cos\theta \quad \text{y} \quad L=35\sqrt{2} \cos\theta$$

Entonces:

$$\Sigma M = -35\sqrt{2}W \cos\theta - 20\sqrt{2}P \cos\theta + M \times 5[\text{cm}] = 0$$

Con lo cual el momento queda definido como:

$$M(W,\theta) = 4P\sqrt{2} \cos \theta + 7W\sqrt{2} \cos \theta$$

Para la reacción articular se debe calcular cada una de las componentes y obtener la fuerza de reacción articular resultante.

Para las componentes de la reacción articular se tiene:

$$R_x(W, \theta) = (W \cos[90 - \theta]) + (P \cos[90 - \theta]) + ((4P\sqrt{2} \cos \theta + 7W\sqrt{2} \cos \theta) \cos(10))$$

y

$$R_y(W, \theta) = (W \sin[90 - \theta]) + (P \sin[90 - \theta]) - ((4P\sqrt{2} \cos \theta + 7W\sqrt{2} \cos \theta) \sin(10))$$

Donde P es constante.

Para la resultante de la reacción articular:

$$R = [(R_x)^2 + (R_y)^2]^{1/2}$$

Tabla 8. Fuerza muscular y Reacción articular a diferentes inclinaciones con la carga extra.

Inclinación en Grados	Fuerza Muscular M[kg]	Componente de la Reacción en Y [kg]	Componente de la Reacción en X[kg]	Reacción Articular [kg]
75	491.22	-20.20	501.20	501.61
70	477.88	-19.65	493.67	494.06
60	440.42	-18.11	467.43	467.78
50	389.57	-16.02	426.98	427.28
45	359.60	-14.78	401.80	402.07
40	326.89	-13.44	373.56	373.80
30	254.28	-10.45	308.78	308.96
20	173.93	-7.15	234.63	234.74
15	131.62	-5.41	194.73	194.80

En la Tabla anterior se muestran los valores de la reacción articular, los datos que están sombreados son aquellos que han sobrepasado la carga de falla, en este caso se observa que a 20° de inclinación el valor de la carga de falla ya fue superado, con todos estos valores de reacción articular se producirán lesiones sobre los cuerpos vertebrales, con esto podemos reafirmar lo que en algunos textos se dice sobre la columna vertebral que esta fue diseñada sólo para la bipedestación y no para realizar trabajo con ella. Estos modelos en los cuales se calcula el valor de la reacción articular, nos sugiere que esta depende en gran medida de la inclinación y de las cargas con las cuales se está trabajando, es decir, que no hay cargas o inclinaciones específicas en las cuales podamos tener una lesión, se tiene que jugar con estas variables y observar en qué momento la combinación de estas sobrepasa la carga de falla.

Anexo

Conceptos básicos de mecánica de sólidos

La mecánica de sólidos es una rama de la mecánica que estudia a los cuerpos deformables, sus deformaciones y la relación que existe entre las cargas externas aplicadas y los esfuerzos internos generados en estos.

Para determinar los esfuerzos internos generados dentro de un material la mecánica de sólidos hace uso de la estática y sus ecuaciones de equilibrio que son para los desplazamientos $\Sigma F=0$, y para las rotaciones $\Sigma T=0$.

En realidad, los materiales no tienen resistencia ni deformación infinitas, tienen un límite, son propiedades mecánicas importantes de los materiales y se pueden definir como las que definen el comportamiento elástico o inelástico de un material bajo fuerzas aplicadas [41], otras propiedades son la rigidez y la dureza.

La resistencia se refiere a la capacidad de un cuerpo o estructura para soportar cargas sin fallar, lo cual puede ocurrir por la ruptura debida al esfuerzo excesivo o por la deformación excesiva.

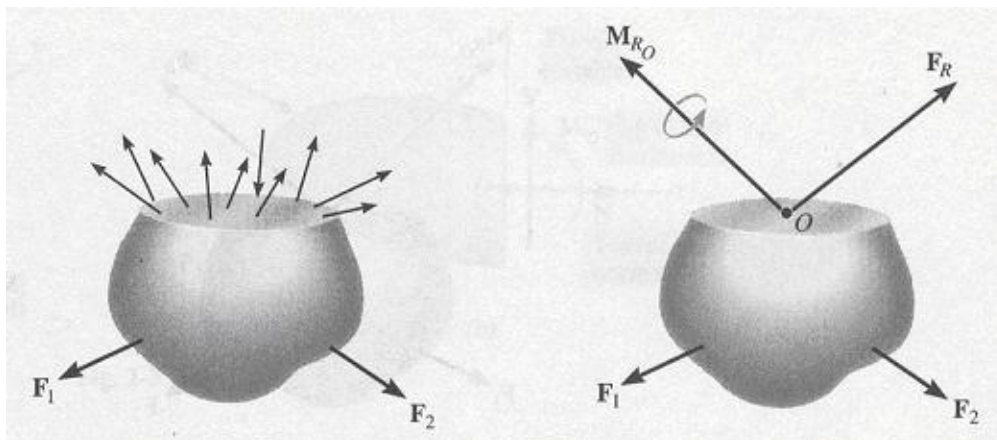


Figura 34. Suma de fuerzas y momento resultante.

Al aplicar cargas sobre un cuerpo se generan cargas internas (Fig. 34), al sumar estas cargas internas para cualquier punto específico del área se pueden obtener una carga resultante y un momento resultante cuyo valor depende de la ubicación del punto que hayamos elegido. Suponiendo que el análisis se está haciendo para una superficie plana (a la cual se le denomina sección transversal) y si colocamos un sistema de referencia donde el eje

z sea perpendicular al área, y descomponiendo tanto la carga y momento resultante internos con respecto a este sistema de referencia (Fig. 35), se pueden definir 5 tipos de cargas internas generadas debido a las cargas externas que son: Fuerza normal, Fuerza cortante, momento torsionante o torca y momento flexionante.

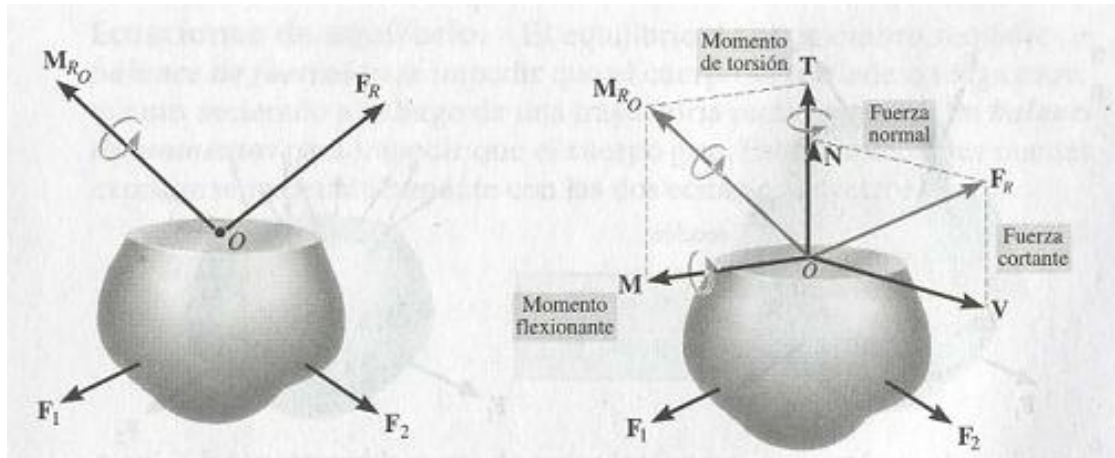


Figura 35. Cargas internas resultantes.

Fuerza normal: Esta fuerza actúa perpendicular al área. Esta aparece siempre que las cargas tienden a empujar o jalar sobre los segmentos del cuerpo es por ello que se pueden tener dos tipos de fuerzas o cargas normales las de compresión o las de tensión.

Fuerza cortante: La fuerza cortante reside en el plano del área y se desarrolla cuando las cargas externas tienden a ocasionar que los segmentos del cuerpo resbales uno con respecto de otro.

Momento torsionante o torca: Este efecto se desarrolla cuando las cargas externas tienden a torcer un segmento del cuerpo con respecto a otro.

Momento flexionante: Es cuando por acción de las cargas externas se tiende a flexionar al cuerpo respecto a un eje que se encuentra dentro del plano del área del cuerpo seccionado.

Esfuerzo: El esfuerzo se puede definir como la distribución de la intensidad de las cargas internas generadas en el cuerpo por área[41].

$$\sigma = F / A$$

Propiedades mecánicas de los materiales

Algunas de las propiedades de los materiales mencionadas anteriormente se pueden obtener a través de ensayos mecánicos, que implican la aplicación de una carga y medir la respuesta de éste con alguna otra propiedad como puede ser la deformación, el ensayo o prueba mecánica más común es la de compresión y de ella podemos obtener información como la rigidez, el módulo elástico y el esfuerzo de fractura, en la siguiente ilustración se puede observar un diagrama de esfuerzo deformación (Fig.36).

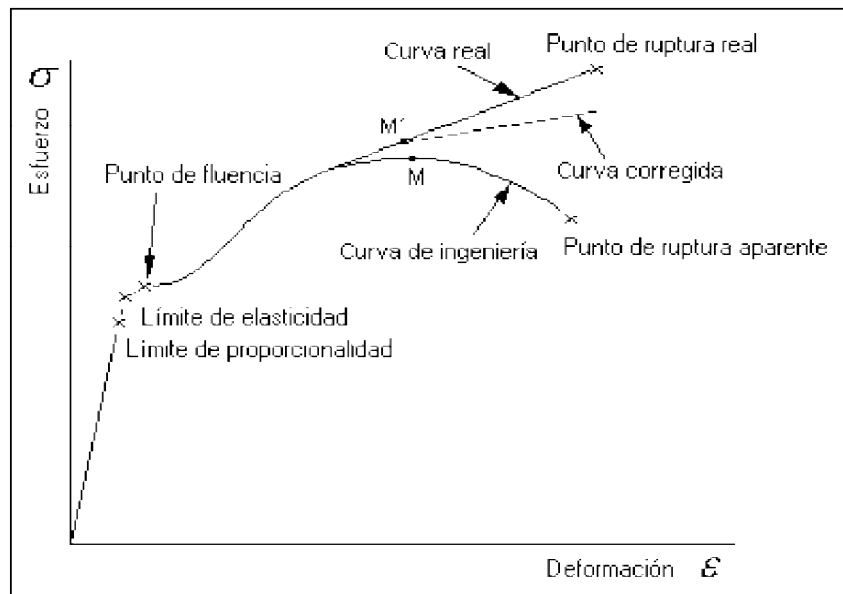


Figura 36. Diagrama de esfuerzo deformación.

Referencias

- 1.- José Antonio Griñán Martínez. “Junta de andalucia”. [En línea]. Recuperado 15 de octubre del 2010 de, juntadeandalucia.es/index.html.
- 2.- David le V, ”Anatomía y Fisiología Humana”, Segunda edición, editorial Paidotribo, México, 2004, 38-43.
- 3.- Sidalta. [En línea]. Recuperado el 17 de octubre del 2010 de, <http://www.sidalta.com.ar/Cuerpo/pages/SISTEMA%20OSEO.htm>.
- 4.- Gillian H, “Bones: The Skeletal System”, Primera edición, Editorial Amelie von zumbusch, 2007. Pp4.
- 5.- Wikipedia enciclopedia libre, “Biomecánica”. [En línea]. Recuperado el 24 de octubre del 2010 de, es.wikipedia.org/wiki/Biomec%C3%A1nica.
- 6.- David J. Nuckley, ”Spinal maturation affects vertebral compressive mechanics and vBMD whit sex dependence”, J Bone. 2004;**35**:720-728.
- 7.- Miguel Ángel García García. “Ciencia y desarrollo el conocimiento a tu alcance”. [En línea]. Recuperado el 2 de noviembre del 2010 de, CONACYT. www.conacyt.gob.mx/Revista/198/Articulos/Hacialabiomecanica/Hacialabiomecanica00.htm.
- 8.- Pablo D. Bordolli, “Biomecánica de la columna vertebral y Locomoción humana” Departamento de biomecánica y ergonomía. [En línea]. Recuperado el 19 de noviembre del 2010 de, xa.yimg.com/kq/groups/24407198/441983620/name/numero17_2.pdf.
- 9.- Barabara S. Webster, Wayne S. Maynard, “Manejo de la discapacidad de la espalda baja”, Hopkinton Massachussets. [en línea]. Recuperado el 21 de noviembre del 2010 de, www.libertymutual.com.
- 10.- Robert L. Norton, “Diseño de Maquinas” Primer edición, Ed. Prentice Hall, México, 1999, 345-354.

- 11.- Fernandez I, Tresguerre H. G, “Bases fisiológicas de la regeneración ósea I. Histología y fisiología del tejido óseo”, J Histología y fisiología del tejido óseo. 2006;**11**:E47-51.
- 12.- Wikipedia enciclopedia libre, “Anatomia Humana”. [En línea]. Recuperado el 26 de noviembre del 2010 de, Wikipedia.org/wiki/anatom%C3%ADa_humana#R.C3.B1a_hist.C3.B3rica.
- 13.- Davis P. R, “Variation of human intr-abdominal pressure during weight lifting in different postures”, Journal of anatomy. 1956; **90**:601-608.
- 14.- Farfan H. F, Huberdeau R. M, Dubow H. I, “Lumbar intervertebral disc degeneration: The influence of geometrical features on the pattern of disc degeneration post mortem study”, J Bone Joint Surg Am. 1972; **54**:492-510.
- 15.- Andersson G. B, “Quantitative electromyographic studies of back muscle activity related to posture and loading”, Journal of orthopedic. 1992;**17**:897-913.
- 16.- Andersson G. B, “Intra-diskal pressure, intra-abdominal pressure and myoelectric back muscle activity related to posture and loading”, J Clinic Orthopedic. 1977;**129**:156-164.
- 17.- Alf Nachensomn, James R. Morrizon “vivo Measurements of intradiscal pressure: Discometry, a method for the determination of pressure in the lower lumbar disc”, J Bone Joint Surg Am. 1964; **46**:1077-1092.
- 18.- Shearch Mobile Computing “Myoelectric Signal (Motor action potencial)”
<http://searchmobilecomputing.techtarget.com/definition/myoelectric-signal>
- 19.- Millares R. C, “Biomecánica de la columna vertebral”, Rev. Soc. Esp. Dolor, 2001; **8**: 2-8.
- 20.- Carl H, “The reaction of intervertebral disc to compression forces”, J Bone Joint Surg Am. 1955; **37**:1188-1196.
- 21.- Schultz A, Andersson R, “Loads on the lumbar spine. Validation of a biomechanical analysis by measurements of intradiscal pressure and myoelectric signals”. J Bone Joint Surg Am. 1982; **64**:713-720.

- 22.- Gibson L. J, “The mechanical behaviour of cancellous bone” *Journal of biomechanics*. 1985;**32**:217-238.
- 23.- Sara Mercedes C. S, Mónica Yadira N. C, “Modelado del comportamiento mecánico del hueso (Análisis de los efectos del grado de hidratación)”, *Ingeniería Mecánica. Tecnología y Desarrollo*, vol. 1, Número 006, pp 223-232, Sociedad Mexicana de Ingeniería Mecánica, Distrito Federal, México 2005.
- 24.- Walter B. A, “Complex loading affects intervertebral disc mechanics and biology” *J. Osteoarthritis and Cartilage*.2011; **19**:1011-1018.
- 25.- Heather Lynch Guerin, Dawn M. Elliott “Quantifying the Contribution of Structures to Annulus Fibrosus Mechanical Function Using a Nonlinear, Anisotropic, Hyperelastic Model” *Journal of Orthopaedic Research*.2006; **25**:508-516.
- 26.- García E. L, “Biomecánica de la columna vertebral”, *traumatología y ortopedia*. [En línea]. Recuperado el 15 de enero del 2011 de, www.Traumazaragoza.com.
- 27.- Revista de Reumatología, “Biomecánica de la columna”. [En línea]. Recuperado el 18 de enero del 2011 de, www.encolombia.com/reuma6199_biomedica5.htm.
- 28.- Higashida B. H, “Ciencias de la salud”, Quinta edición, Editorial McGraw-Hill, México, 2005, 71- 76.
- 29.- P. Vincent, “EL cuerpo Humano”, Editorial Reverte, México 1981, pp. 42-45.
- 30.- Academia, “Lamina vertebral”. [En línea]. Recuperado el 23 de enero del 2011 de, www.esacademic.com/dic.nsf/eswiki/705090.
- 31.- Tripod, “La columna vertebral”. [En línea]. Recuperado el 7 de febrero del 2011 de, www.anatomia.tripod.com/columna_vertebral.htm.
- 32.- Ariharan S, Jeremy A. S, “Anatomy and pathophysiology of intervertebral disc disease” *Techniques in regional anesthesia and pain management*.2009; **13**:67-75.

- 33.- Proubasta I, “Fundamentos de biomecánica y biomateriales”, Ediciones Ergon S. A, 1997, 73-104.
- 34.- Michael A. Adams, “Spine Biomechanics” Journal of biomechanics. 2005; **38**:1972-1983.
- 35.- Ricardo Gustavo R. C, Ariel F. H, “Análisis morfométrico de vértebras porcinas para establecer su correlación biomecánica con vértebras humanas en estudios experimentales”, Revista Mexicana de Ingeniería Biomédica, 2010; **31**:80-85.
- 36.- Moll J. M, “Normal range of spinal mobility” Ann rheum dis, 1971; **43A**:327-351.
- 37.- Nachemson A, “Lumbar intradiscal pressure” Acta orthop scand, 1960;**43**:1-140.
- 38.- Hellens H. K, “Measurement of the normal lumbosacral angle” J Roentegen radium the nucl med, 1971;**113**:642-65.
- 39.- Farfan H. F, “The effects of torsion on the lumbar intervertebral joints: The role of torsion in the production of the disc degeneration” J Bone joint surg, 1970; **52**: 468-497.
- 40.- Hibbeler R. C, “Mecánica de materiales”, Sexta edición, Editorial Pearson educación, México, 2006, 3-9.
- 41.- Harmer E. Davis, “Ensayo e inspección de los materiales de ingeniería”, tercera edición, Ed. McGRAW-HILL, México, 1970, 41-55.
- 42.- Es más saludable, “Estatura y peso del mexicano promedio”. [En línea]. Recuperado el 19 de abril del 2012 de, <http://www2.esmas.com/salud/401393/estatura-y-peso-del-mexicano-promedio>.