



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE QUÍMICA

**MODELACIÓN FÍSICA DEL FLUJO DE FLUIDOS EN UN
REACTOR CON INYECCIÓN LATERAL**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
INGENIERO QUÍMICO METALÚRGICO**

PRESENTA

JUAN CARLOS CONTRERAS GUZMÁN



MÉXICO, D.F.

2012



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

PRESIDENTE: **Profesor: José Bernardo Hernández Morales**

VOCAL: **Profesor: José Antonio Barrera Godínez**

SECRETARIO: **Profesor: Alberto Ingalls Cruz**

1er. SUPLENTE: **Profesor: Marco Aurelio Ramírez Argaez**

2° SUPLENTE: **Profesor: Gerardo Sanjuan Sanjuan**

SITIO DONDE SE DESARROLLÓ EL TEMA:

LAB. 005, EDIFICIO “D”, FACULTAD DE QUÍMICA, UNAM

ASESOR DEL TEMA:

DR. JOSÉ BERNARDO HERNÁNDEZ MORALES

SUSTENTANTE:

JUAN CARLOS CONTRERAS GUZMÁN

Agradecimientos

Agradezco al Colegio de Profesores de la Facultad de Química de la Universidad Nacional Autónoma de México y a la sección 024 de la AAPAUNAM por el apoyo económico a través de la Cátedra Alberto Urbina del Raso durante el periodo escolar 2012-2.

Agradezco al Dr. José Bernardo Hernández Morales por haberme brindado su apoyo incondicional durante toda mi formación académica. También agradezco al Dr. Alfonso Nájera, por colaboración durante la realización de este trabajo.

Agradezco al Dr. José Antonio Barrera Godínez por haber brindado una ayuda económica por medio de una Beca de Continuación de Estudios otorgada por la Dirección General de Asuntos de Personal Académico (DGAPA) de la UNAM y auspiciada por el proyecto de investigación PAPIIT, clave IN106509-3, "Generación de Óxido Férrico a partir de Electrolitos de Zinc Impuros", 2011.

A mis padres y a mi tía les dedico este trabajo, pues fueron ellos quienes creyeron, apoyaron y me motivaron a continuar siempre para cumplir con mis deseos y aspiraciones. A mis hermanas les agradezco por siempre tener una sonrisa para mí, por su cariño y comprensión.

Agradezco a mis amigos: Marco, Héctor, Ángel, Guillermo y Maythe, con quienes no solo recorrí el camino de la carrera si no también el de la vida. Gracias. Agradezco a Cinthya por haber presionado durante tanto tiempo para que la tesis se acabara lo antes posible.

Agradezco a todos mis amigos y compañeros que me acompañaron en esta etapa de mi vida, a ellos también dedico este trabajo.

Contenido

1	Antecedentes.....	1
1.1	Procesos de inyección de gases.....	1
	Figura 1.1. Esquema del convertidor Peirce-Smith.....	3
1.2	Modelos físicos	4
1.3	Similitud en los modelos físicos.....	5
1.4	Revisión de la literatura.....	7
2	Justificación.....	12
3	Metodología experimental	14
3.1	Modelo físico	14
3.2	Matriz experimental	16
4	Resultados y discusión	18
4.1	Geometría de la pluma.....	18
4.2	Formación de la pluma.....	23
4.3	Respuesta de pH.....	28
4.4	Trayectoria del trazador	32
4.5	Tiempo de mezclado local	39
4.6	Correlaciones empíricas.....	42
5	Conclusiones	55
6	Bibliografía	56

Índice de Figuras

Figura 1.1. Esquema del convertidor Peirce-Smith.....	3
Figura 3.1. Esquema del modelo físico; a) vista frontal y b) vista lateral).....	15
Figura 3.2. Esquema general del sistema empleado.....	16
Figura 4.1. Imágenes de la pluma promedio para cada combinación de experimentos. La línea negra delimita al baño en reposo.....	19
Figura 4.2. Caracterización de la geometría de la pluma. Flujo 29 SCFH, relación H:P =4:3. “A”: amplitud, “B”: penetración.....	20
Figura 4.3. Geometría de la pluma en función del flujo y de la relación H:P: a) penetración y b) amplitud de la pluma.....	21
Figura 4.4. Imágenes de la formación de la pluma. Flujo= 29 SCFH, relación H:P = 4:3.....	25
Figura 4.5. Imágenes de la pluma una vez que se ha alcanzado estado cuasi - estacionario en el tanque. Flujo= 29 SCFH, relación H:P=4:3.....	26
Figura 4.6. Imágenes de la pluma instantánea para cada combinación de experimentos.....	27
Figura 4.7. pH como función del tiempo para tres experimentos independientes. Flujo 29 SCFH y relación H:P=4:3.....	29
Figura 4.8. Δ pH en función del tiempo para los datos de la Figura 4.9.....	30
Figura 4.9. Respuesta del colorante y del pH. Flujo 29 SCFH y relación H:P=4:3.....	31
Figura 4.10. Imágenes obtenidas de las videograbaciones de la trayectoria del colorante. Flujo de aire insuflado de 29 SCFH, relación H:P de 4:3.....	34
Figura 4.11. Trayectorias del trazador para una relación H:P=4:1 y flujo de aire insuflado de: a) 9 SCFH, b) 23 SCFH, c) 29 SCFH y d) 50 SCFH.....	36
Figura 4.12. Trayectorias del trazador para una relación H:P=4:2 y flujo de aire insuflado de: a) 9 SCFH, b) 23 SCFH, c) 29 SCFH y d) 50 SCFH.....	37
Figura 4.13. Trayectorias del trazador para una relación H:P=4:3 y flujo de aire insuflado de: a) 9 SCFH, b) 23 SCFH, c) 29 SCFH y d) 50 SCFH.....	38
Figura 4.14. Obtención del tiempo de mezclado local utilizando un criterio de variación de $\pm 5\%$ con respecto al Δ pH final. Flujo de aire insuflado de 29 SCFH y relación H:P de 4:3.....	40

Figura 4.15. Tiempo de mezclado local en función de: a) el flujo volumínico; b) el Número de Reynolds y c) el Número de Froude modificado, para diversos valores de la relación H:P. Los números adimensionales están calculados para el orificio de la boquilla.	41
Figura 4.16. Regresiones no lineales del tiempo de mezclado local en función del flujo para diversos valores H:P: a) exponencial simple, b) exponencial con ordenada al origen diferente de cero y c) potencial. Los datos experimentales se denotan por símbolos y las regresiones por líneas.	44
Figura 4.17. Correlación de los parámetros de las regresiones (ecuaciones 4.2 a 4.4) en función de la relación H:P. Los símbolos denotan a los valores de los parámetros y las líneas a las regresiones.	46
Figura 4.18. Validación de las correlaciones empíricas de tiempo de mezclado local en función del flujo y de la relación H:P = 4:3.5 para la regresión de tipo exponencial simple.	49
Figura 4.19. Regresiones no lineales del tiempo de mezclado local en función del Número de Froude Modificado para diversos valores H:P: a) exponencial simple, b) exponencial con ordenada al origen diferente de cero y c) potencial. Los datos experimentales se denotan por símbolos y las regresiones por líneas.	50
Figura 4.20. Regresión de los parámetros de los coeficientes obtenidos del Número de Froude modificado en función de la relación H:P.	52
Figura 4.21. Validación del tiempo de mezclado local en función del Número de Froude modificado y la relación H:P.	54

Índice de Tablas

Tabla 3.1. Matriz de experimentos.....	17
Tabla 4.1 Penetración y amplitud de la pluma como función de los parámetros estudiados.....	21
Tabla 4.2. Efecto de cada factor en la penetración de la pluma (cm).	22
Tabla 4.3. Efecto de cada factor en la amplitud de la pluma (cm).	23
Tabla 4.4 Tiempo de mezclado local promedio, su desviación estándar y su porcentaje de desviación.....	40
Tabla 4.5. Ecuaciones de regresión no lineal y coeficientes de correlación (R^2) para el tiempo de mezclado en función del flujo volumínico para diversos valores de la relación H:P.....	43
Tabla 4.6. Parámetros de las ecuaciones exponenciales en función de la relación H:P.....	45
Tabla 4.7. Experimentos de validación.....	47
Tabla 4.8. Raíz cuadrada del error promedio (<i>RMSE</i>) y error promedio absoluto (<i>MAE</i>).....	48
Tabla 4.9. Correlaciones del tiempo de mezclado local en función del Número de Froude modificado.....	51
Tabla 4.10. Parámetros de las ecuaciones exponenciales en función de la relación H:P.....	53
Tabla 4.11. Raíz cuadrada del error promedio (<i>RMSE</i>) y error promedio absoluto (<i>MAE</i>).....	54

1 Antecedentes

1.1 Procesos de inyección de gases

La inyección de gases en los procesos ingenieriles se emplea para homogeneizar la composición química y la temperatura del sistema así como para facilitar reacciones químicas. Es por esto que es un factor decisivo en la eficiencia del proceso, por lo que ha sido de gran interés en investigación. Por ejemplo, Mazumdar y Guthrie [1] presentaron una revisión que incluyó más de 130 artículos de modelación física y matemática de procesos de agitación de ollas mediante inyección de gases por el fondo.

Dentro de los baños líquidos, la inyección de un gas presenta diversas características: la primera es la formación de una pluma, que es una sucesión de burbujas en un espacio inicialmente ocupado por el baño líquido. La geometría de la pluma está en función de la forma de inyección del gas y del flujo volumínico de este, principalmente. Para flujos bajos (menores a 1 L/min) se observa el desprendimiento de burbujas individuales, incluso es posible realizar un conteo de estas burbujas para determinar su frecuencia de formación, en este caso existe una columna de burbujas. En contraste, cuando se emplean flujos mayores, se genera una “pluma” (debido a la coalescencia de burbujas) cuya forma dependerá de la manera en la que se inyecta el gas: una pluma en forma de cono invertido (para los casos de inyección por el fondo), un *jet* en forma de cono invertido con una punta curvada (en el caso de la inyección lateral) y un hongo invertido (cuando la inyección se lleva a cabo por la parte superior del baño). La inyección del gas genera corrientes dentro del baño líquido favoreciendo así la homogeneización del sistema [2].

A continuación, se describen algunos procesos de la industria metalúrgica en los que la inyección de gases es importante: en la flotación de minerales, en el *BOF* (*basic oxygen furnace*), en la desgasificación de aluminio y en el convertidor de cobre Peirce-Smith.

Las celdas de flotación [3] son tanques, comúnmente cilíndricos, que contienen una disolución acuosa de mineral pulverizado y algunos agentes químicos (sulfactantes y espumantes) que permiten mejorar las propiedades tensoactivas del mineral. Todo el baño líquido dentro del tanque es agitado por medio de una propela y por la inyección de un gas, generalmente aire. La agitación tiene como principal propósito aumentar la

probabilidad de colisión de las partículas del mineral con las burbujas de gas. La inyección del gas tiene dos funciones: 1) producir burbujas que tengan un tamaño adecuado con respecto a las partículas que se deseen recuperar para poder atraparlas en su ascenso y 2) formar una espuma en la superficie que pueda ser fácilmente removida con el mineral. Es por ello que se busca que la inyección sea lo más cercana a la base, de esta forma la trayectoria de ascenso es mayor y la burbuja puede capturar mayor cantidad de partículas. Es necesario hacer estudios para determinar cuál es el flujo de aire necesario para cada tipo de mineral (sulfuro, óxido, carbonato, etc.), el tamaño de partícula óptimo para la remoción y las dimensiones del tanque, así como conocer la fisicoquímica de las sustancias involucradas en el proceso.

Otro ejemplo de la inyección de gases en un sistema metalúrgico es el *BOF (Basic Oxygen Furnace)* [4]. Este horno tiene instalado un sistema de inyección de oxígeno por medio de una lanza que tiene como principales objetivos: 1) oxidar elementos que son considerados impurezas (carbono, silicio, fósforo y parte del hierro) para tener asegurado una adecuada refinación) y 2) homogeneizar la temperatura y la composición química del baño líquido. La termodinámica del proceso indica que las reacciones que se llevan a cabo son exotérmicas. Este exceso de energía necesita ser absorbida para que el baño siempre esté a la misma temperatura. Para ello existen dos formas en las que esta energía es utilizada: la primera es en la fusión de chatarra para aumentar el contenido de hierro y la productividad del proceso y la segunda es transportándola con los gases de salida (CO y CO_2). La inyección de oxígeno a velocidades supersónicas genera suficiente momentum como para mantener en movimiento al baño líquido. A través del estudio del comportamiento dinámico del hierro fundido se han podido relacionar los tiempos de mezclado, el desgaste en las paredes de refractario y los coeficientes de transferencia de masa y de energía para finalmente ser relacionados con la eficiencia del proceso [2].

En la desgasificación del aluminio [5] se emplea la inyección de argón para eliminar el hidrógeno disuelto presente en el baño. Durante la fusión del aluminio, éste absorbe hidrógeno que se encuentra en la humedad del medio ambiente y que, durante la solidificación, llega a formar poros que disminuyen las propiedades mecánicas llegando a ser zonas donde se originen fallas. Por ello, la introducción de un gas inerte como argón o nitrógeno, permite que las burbujas generadas atrapen al hidrógeno presente y lo retiren del aluminio líquido. Este es un pretratamiento al aluminio líquido para poder vaciarlo en

los moldes correspondientes y tener piezas con la menor porosidad posible. La inyección puede realizarse con una lanza de forma vertical para tener mejor limpieza y homogeneidad de temperatura en el aluminio líquido.

Como último ejemplo, se cita el caso del convertidor de cobre Peirce-Smith [6]. Es un reactor cilíndrico horizontal con toberas a los costados (ver Figura 1.1), en el que se lleva a cabo la transformación de la mata líquida (concentrado de mineral compuesto de Cu, Fe y S fundido) a cobre blíster (99% Cu), mediante la inyección de aire enriquecido con oxígeno. Las principales reacciones químicas son la desulfuración del baño líquido y la oxidación del hierro. Dentro del baño líquido existen tres fases inmiscibles: 1) el cobre líquido que se encuentra en la base del reactor por ser más denso, 2) una mezcla de sulfuros en la parte superior del baño líquido y 3) una capa de escoria formada por los óxidos de hierro y los complejos de silicio en la parte superior. Como producto de las reacciones químicas, el azufre presente se oxida para formar dióxido de azufre en forma gaseosa que se libera por la parte superior del reactor. Los estudios que se llevan a cabo para este proceso involucran entre otras cosas: la dinámica de fluido del baño líquido, transporte de masa y de energía, la erosión del refractario y el rendimiento de operación. El estudio hidrodinámico de éste proceso, que utiliza inyección lateral, representa la motivación del estudio aquí presente.

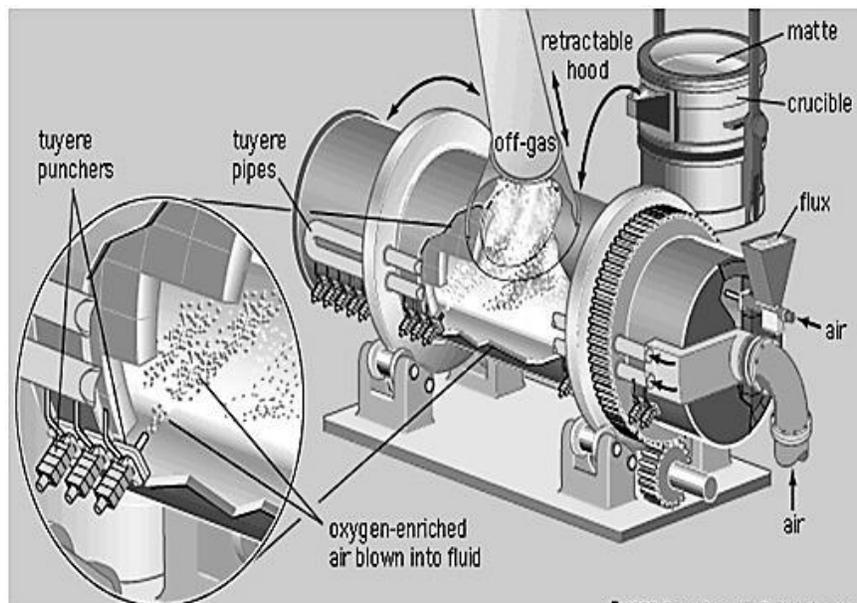


Figura 1.1. Esquema del convertidor Peirce-Smith [7].

Estos procesos requieren altas temperaturas por lo que resulta difícil realizar mediciones directamente en el sistema real. Adicionalmente, la dinámica de fluidos representa un estudio complejo debido a la influencia de varios parámetros que interactúan entre sí. Es por eso que se buscan alternativas con las cuales obtener la mayor cantidad de información en el menor tiempo posible y a bajo costo.

1.2 Modelos físicos

Brimacombe [8] recoge una clasificación que propone Themelis [9] para definir las herramientas ingenieriles con las que se cuenta para realizar una investigación de procesos metalúrgicos. Define cinco herramientas con las que cuenta el ingeniero para obtener información de los sistemas:

1. Mediciones en un proceso existente: donde se obtienen muestras para analizar, por ejemplo, perfiles de concentración y de temperatura en los sistemas, en condiciones de operación reales.
2. Plantas piloto: son sistemas con características similares a las de operación pero de tamaño reducido con respecto al equipo industrial. En ellos es posible observar los fenómenos más importantes.
3. Modelos físicos: son una representación del sistema a estudiar empleando materiales diferentes a los del sistema real pero considerando los fenómenos que se requieran estudiar; emplean números adimensionales asegurando la similitud con el sistema real.
4. Modelos matemáticos: son una representación de los fenómenos en un proceso por medio de ecuaciones de conservación, leyes básicas y otras relaciones algebraicas, que permitan conocer el comportamiento del sistema.
5. Mediciones en el laboratorio: son experimentos que permiten obtener correlaciones empíricas utilizadas para describir algún fenómeno que ocurre en el sistema o bien caracterizar algún parámetro de interés.

Como se mencionó, los modelos físicos están contruidos con materiales diferentes a los que constituyen al sistema real, el cuál se denomina “prototipo”, y permiten realizar de manera fácil mediciones de alguna respuesta del sistema como consecuencia de la variación de los parámetros de control. El empleo de los modelos físicos se basa en esta

facilidad de medición y observación, ya que en algunos procesos metalúrgicos los reactores empleados están cerrados completamente, trabajan a altas temperaturas o altas presiones lo que impide realizar mediciones que demuestren su susceptibilidad a cambios en las variables de proceso y con ello reducen la posibilidad de predicción de la eficiencia, la cual se traduce eventualmente en costos.

1.3 Similitud en los modelos físicos

Para diseñar un modelo físico es necesario tener en consideración los escalamientos de las variables operativas para poder extrapolar los resultados del modelo físico al prototipo. Estos escalamientos se realizan utilizando los criterios de similitud [10-14]. Los criterios comúnmente requeridos para la simulación física de un proceso metalúrgico son:

- a) Similitud geométrica
- b) Similitud mecánica
- c) Similitud térmica
- d) Similitud química

La similitud geométrica se consigue manteniendo la forma y las razones constantes entre las distancias características del prototipo (como por ejemplo la longitud, la altura, el ancho o el diámetro) y las correspondientes en el modelo.

La similitud mecánica se subdivide en similitud estática, dinámica y cinemática. La similitud estática involucra razones constantes de carga; la dinámica requiere razones de fuerzas en posiciones particulares; y la cinemática se cumple si partículas (en el modelo y el prototipo) siguen trayectorias similares en intervalos de tiempo equivalentes.

La similitud térmica requiere: 1) mantener similares los gradientes térmicos entre el modelo y el prototipo y 2) que la razón de flujo de calor para cada uno de los mecanismos relevantes en el prototipo y el modelo sea un valor único.

La similitud química consiste en mantener los gradientes de concentración similares en el prototipo y el modelo.

Estas similitudes dependen unas de otras: la similitud mecánica depende de la similitud geométrica; la similitud térmica depende de la similitud mecánica y la similitud química depende de la similitud térmica. Es posible ver que la complejidad del modelo físico aumenta a medida que se busca considerar más campos de estudios. Sin embargo, un punto común en procesos metalúrgicos es la mecánica de fluidos, debido a que otros fenómenos de transporte ocurren usualmente por convección.

Los modelos físicos se clasifican en [10]:

- a) Riguroso: cuando el modelo está construido a partir de todos los criterios de similitud correspondientes a los fenómenos presentes en el prototipo.
- b) Aproximado: debido a la complejidad del prototipo sólo se representan algunos de los fenómenos importantes.
- c) Cualitativo: es una primera aproximación al comportamiento del prototipo.

Los criterios de similitud que deben utilizarse en un caso particular dependen de los fenómenos que ocurren en el proceso. En este sentido, los campos de interés son:

- a) de velocidad
- b) de temperatura
- c) de concentración (másica o molar)
- d) de potencial eléctrico
- e) de potencial magnético

Los criterios de similitud se cuantifican por medio de números adimensionales. Los números adimensionales contienen variables del sistema que definen ya sea a las fuerzas que actúan sobre el sistema, las rapidez de los mecanismos de transporte o las resistencias a los mismos. Como su nombre lo indica, los números adimensionales se definen de tal forma que el número final no contiene dimensión alguna. Por ejemplo, el Número de Froude modificado, que caracteriza la relación entre las fuerzas inerciales y gravitacionales en un sistema, se define como [15]:

$$Fr' = \frac{v^2 \rho_g}{g d_0 (\rho_l - \rho_g)} \equiv \frac{\text{Fuerzas inerciales}}{\text{Fuerzas gravitacionales}} \quad (1.1)$$

Donde:

ρ_l es la densidad del líquido

ρ_g es la densidad del gas

d_0 es el diámetro de la boquilla de salida

g es la aceleración debida a la fuerza de gravedad

v es la velocidad del gas

Otro número adimensional importante en el estudio de la dinámica de fluidos es el Número de Reynolds, definido por [15]:

$$Re = \frac{\rho v L_c}{\mu} \equiv \frac{\text{Fuerza inerciales}}{\text{Fuerza viscosas}} \quad (1.2)$$

Donde:

ρ es la densidad del líquido

L_c es la longitud característica (p. ej., para un ducto circular es el diámetro)

μ es la viscosidad del fluido

v es la velocidad del gas

1.4 Revisión de la literatura

En esta investigación se estudiaron tres aspectos de interés: el tiempo de mezclado local, los patrones de flujo del trazador y la geometría de la pluma.

El tiempo de mezclado o tiempo de mezcla [17] se define como el tiempo requerido para homogeneizar la composición o temperatura ya sea en un punto del sistema (tiempo de mezclado local) o en todo el sistema (tiempo de mezclado global). En general, se busca tener un buen mezclado que favorezca la homogeneización de los campos térmicos y/o de concentración porque tienen un impacto directo en la calidad del producto y en la productividad.

La obtención del tiempo de mezclado local en un modelo físico se realiza por medio de curvas de respuesta de alguna variable en función del tiempo [16,17]. Para ello se usan trazadores que cambian la concentración del baño en un punto de medición específico

mientras el reactor se está mezclando. En el caso de la concentración, se emplean trazadores ácidos, básicos o conductores eléctricos; estos últimos se pueden convertir a una curva de concentración por medio de una curva de calibración de conductividad vs concentración. En el caso del campo térmico, se requiere que el trazador modifique la temperatura del reactor; existen varias técnicas que se emplean en este sentido: adicionar hielo, usar una resistencia eléctrica, producir alguna reacción química (ya sea exotérmica o endotérmica), entre otras, teniendo un registro de las variaciones de temperatura. La adición de un trazador puede ser en un pulso (en una sola emisión, idealmente instantánea) o en forma de escalón (gradualmente en un intervalo de tiempo).

El tiempo de mezclado está directamente ligado al patrón de flujo en el sistema. En un reactor metalúrgico, la observación de estos patrones de flujo resulta imposible debido a lo opaco del metal líquido y de las paredes del reactor. En los modelos físicos, el acero a 1600 °C, por ejemplo, es simulado con agua a temperatura ambiente debido a la similitud en la viscosidad cinemática, que es un parámetro importante en los criterios de similitud relacionados con el flujo de fluidos. Con ello resulta fácil seguir un trazador colorido que marque la dirección de las corrientes de mezcla, mediante una videograbación [16]. El campo de velocidad puede medirse con la técnica de *PIV* (*Particle Image Velocimetry*).

Cuando se inyecta un gas (por el fondo, de forma lateral o por medio de una lanza sumergida) en un baño líquido se forma una zona con una fracción de gas significativa, con respecto al líquido puro, conocida como “pluma” [2]. Esta pluma puede caracterizarse en términos de su geometría, la frecuencia de formación de burbujas (para valores pequeños del flujo de gas insuflado) y la geometría de la superficie libre producida por la “pluma”.

La revisión bibliográfica realizada está enfocada en la inyección de gases en un baño líquido con inyección lateral. Sin embargo, se presentan dos trabajos, el de Turkoglu *et al.* [18] y el de Zhu *et al.* [22] que hablan de la inyección de gases por el fondo de un modelo físico. Se incluyen porque aportan ideas importantes referentes al tiempo de mezclado y a las similitudes entre un sistema con inyección por el fondo y otro sistema con inyección lateral, respectivamente.

El trabajo de Turkoglu y Faroduk [18] incluyó un modelo matemático que se comparó con trabajos realizados por Mazumdar y Guthrie [19] quienes obtuvieron una ecuación para el tiempo de mezclado en función de la potencia de mezclado (W/kg) y las dimensiones del baño, ésta fue obtenida de pruebas realizadas en un modelo físico de un tanque cilíndrico simulando acero fundido con inyección de un gas por el fondo. Estudiaron la relación entre el tiempo de mezclado y la estructura del flujo con la relación geométrica ($H/D = \text{altura/diámetro}$) del tanque y el flujo de inyección de gas empleando un modelo matemático de dos fases (líquida y gaseosa). Los resultados concuerdan con los datos experimentales obtenidos de las correlaciones de Mazumdar, sin embargo, con base en la eficiencia de mezclado, también demostraron que tanto la relación H/D y el flujo de inyección de gas juegan un papel crucial en la estructura del flujo en el baño. Se observó que existe una relación H/D óptima (cercana al 1.5) para obtener un tiempo de mezclado mínimo en el sistema empleado. También existe un flujo de inyección óptimo para la máxima intensidad de mezclado (mínimo tiempo de mezcla) en un sistema dado. Concluyen que se forma una columna a flujos altos y una sucesión de burbujas a flujos bajos; además, a cierto valor de flujo, la columna deja de tener efectos notorios sobre la intensidad de mezcla, lo que sugiere que hay un tiempo mínimo de mezclado.

Sato *et al.* [20] llevaron a cabo experimentos para entender la agitación de un baño para el proceso AOD (*Argon oxygen decarburization*). Se empleó un sistema agua-aire donde el baño de agua des-ionizada fue contenido en un tanque cilíndrico, con diámetros (D) de 0.15, 0.20 y 0.30 m y fue agitado por medio de un gas usando una lanza en "L". Se empleó una boquilla de 0.002 m de diámetro. Variaron la profundidad de la inyección, considerándola desde la base hacia la boquilla, de $0.1D$, $0.5D$ y $1.0D$. El ojo de la pluma fue observado en la superficie por medio de una video filmación. Las dimensiones del ojo de la pluma están definidas en función de la diferencia entre la profundidad del baño y la profundidad de la inyección así como de la longitud horizontal de la lanza, teniendo en cuenta que en la superficie parece formarse un círculo. Proponen también correlaciones empíricas para la penetración en función del Número de Froude Modificado y el diámetro de la boquilla. Esta penetración esta medida desde la salida de la boquilla hasta la zona más alejada formada por el ojo de la pluma. Al final muestran como conclusiones las correlaciones finales para cada uno de los parámetros que estudiaron.

Vaarno *et al.* [21] propusieron un modelo matemático de dos fases (líquido-gas) para calcular el campo de flujo isotérmico en un proceso Peirce-Smith. Realizaron la validación por medio de experimentos realizados en un modelo físico de acrílico a escala 1:4 de una rebanada del reactor convencional tipo Peirce-Smith. Emplearon números adimensionales (Número de Froude modificado y el Número de Reynolds de la tobera) para poder escalar el modelo y el prototipo. De acuerdo a sus conclusiones, el modelo matemático predice adecuadamente los patrones de flujo así como la fracción de gas en la pluma. Una consideración importante que realizan es que, si se emplearan todavía más números adimensionales, tanto para escalar como para incorporarlos dentro del modelo, la predicción ajustaría aún mejor.

Zhu *et al.* [22] estudiaron la geometría de la pluma generada por una inyección lateral (u horizontal, como la llaman estos autores). Sus principales objetivos de estudio son el ángulo del cono de la pluma, la penetración de la pluma y la trayectoria del *jet* (también conocido como chorro de gas en el líquido), que están relacionados con el Número de Froude modificado. El sistema estudiado fue argón-agua en un tanque cilíndrico. En el estudio comparan la inyección lateral con una inyección vertical por el fondo por medio de toberas (las dimensiones de la tobera no son especificadas). Para definir la validez del modelo, adicionaron un trazador en diferentes posiciones y de diversas maneras en el tanque cilíndrico. Sus conclusiones apuntan al mejor desempeño de una inyección horizontal, dado que genera distribuciones de velocidad y de energía cinética turbulenta más uniformes que para el burbujeo por el fondo. La inyección horizontal tiene un promedio de rapidez de mezclado mayores a la inyección por el fondo; los valores de tiempo de mezclado no fueron afectados significativamente por la posición del trazador.

Komarov *et al.* [23] emplearon un trazador de KCl disuelto en agua en un tanque cilíndrico para determinar el efecto del tamaño de la boquilla, el ángulo de inyección del gas (entre 90°, 60°, 45° y 30°), la profundidad del baño y el flujo del gas. El tiempo de mezclado que obtienen por medio de la medición de la variación de conductividad en el baño líquido lo correlacionaron con el trabajo de mezclado realizado por el gas. El trabajo total está compuesto por el trabajo debido a las fuerzas inerciales y aquel debido a las fuerzas de flotación. Concluyen que el mecanismo del fenómeno de mezclado cambia dependiendo de la profundidad del baño, del flujo de gas y en menor medida de otros factores. La homogeneización en un baño poco profundo (con una relación de altura de baño sobre

diámetro del tanque igual o menor a 0.31) está gobernado por la convección del líquido, mientras que la transferencia de masa turbulenta es dominante en la homogeneización en un baño profundo (con una relación de altura de baño sobre diámetro del tanque igual o mayor a 1.25). Muestran que el ángulo de inyección es más significativo para baños profundos y altos flujos de gas, para valores de “potencia específica” (*specific power*) mayores a 0.1 W/kg.

2 Justificación

Como se mencionó, la mayoría de la información está concentrada en el estudio de sistemas con inyección de gases por el fondo. Sin embargo, el convertidor Peirce-Smith funciona con inyección lateral por lo que con este trabajo se pretende establecer las bases necesarias para comprender el proceso. En paralelo a esta investigación se está construyendo un modelo matemático, razón por la cuál se ha buscado modificar la geometría del reactor para así disminuir el número de nodos en el modelo matemático.

Es así que se busca entender el comportamiento hidrodinámico de la inyección lateral de un gas empleando un tanque rectangular con inyección de aire por medio de una lanza en forma de "L" teniendo como variables el flujo de gas inyectado y la profundidad de la inyección con respecto a la altura del baño líquido. Un modelo físico así diseñado se considera como un modelo cualitativo [10], en este caso dirigido a estudiar la fenomenología que ocurre en un convertidor Peirce-Smith.

Este proyecto pretende conocer las características de la pluma generada, el tiempo de mezclado y los patrones de flujo del trazador, en función del flujo de gas insuflado y de la profundidad de la tobera, en un modelo físico aire-agua, a temperatura ambiente.

La interacción entre un gas insuflado y un líquido genera burbujas que, dentro del baño, están sujetas a fuerzas de flotación y al mismo tiempo interactúan con el baño líquido puesto en movimiento por ellas mismas. Considerando que en el caso de la inyección lateral el momentum del gas tiene únicamente la componente horizontal, las hipótesis de trabajo son:

- La amplitud de la pluma aumentará al aumentar el flujo volumínico y disminuirá al reducir la relación H:P.
- Entre mayor volumen ocupe la pluma dentro del baño habrá menores zonas de bajo flujo.
- El flujo volumínico tendrá mayor influencia en el tiempo de mezclado y en las zonas de mezclado que la relación H:P.

Dentro de los objetivos se pretende:

- Conocer las dimensiones que tiene la pluma formada en función del flujo y de la relación H:P.
- Determinar la trayectoria del trazador.
- Conocer la influencia del flujo volumínico de aire insuflado así como de la relación H:P para generar correlaciones que puedan predecir el tiempo de mezclado local para cualquier combinación de dichas variables.

3 Metodología experimental

Los aspectos del sistema que se estudian con el modelo físico son: la geometría de la pluma, las primeras etapas de la formación de la misma, la trayectoria del trazador y el tiempo de mezclado local. Las variables de operación de interés son el flujo de aire insuflado y la relación: altura de baño con respecto a la profundidad del punto de inyección del gas (H:P). Para este efecto se utilizaron diversas técnicas, que se describen enseguida.

3.1 Modelo físico

El modelo físico (ver Figura 3.1) consta de un tanque rectangular (50 cm x 38 cm x 18 cm) de acrílico transparente, una lanza en forma de “L” para inyectar al gas y un electrodo para medir el pH. El fluido de trabajo es agua. El tanque es llenado hasta una altura de 36 cm dando un volumen aproximado de 24.6 L. La lanza en forma de “L”, fabricada de acero inoxidable, tiene 68 cm de longitud, 4.12 mm de diámetro interno y 6.52 mm de diámetro externo, y está sujeta al tanque mediante un travesaño de aluminio que permite colocarla a cualquier altura deseada. El orificio de la boquilla de salida de la lanza en forma de “L” tiene 1.588 mm de diámetro y está ubicado a 7 cm de la pared angosta del tanque. El flujo de aire insuflado se produjo con una compresora marca Evans de 235 L de capacidad, 3 HP de potencia y operando entre 80-120 psias. El flujo de aire se reguló con una válvula y un rotámetro marca DWEYER con una escala de 5 a 50 SCFH (*Standard Cubic Feet per Hour*), con divisiones cada 1 SCFH.

El tiempo de mezclado local se determinó a partir de la variación del pH local. Para registrar el valor instantáneo del pH se utilizó un pH-metro marca Oakton, modelo pH1100 series, que tiene integrado un sistema de adquisición de datos y se conecta mediante una salida tipo RS-232 a una computadora en la que se ejecuta el *software* de adquisición de datos CyberComm Pro 2.4. Para facilitar la conexión a una laptop, se utiliza un adaptador RS-232 a USB marca MOXA, modelo UPort 1100. El trazador empleado fue una disolución de H₂SO₄ 1:1 en agua mezclado con una disolución con 60 g/L de anilina azul. El trazador fue introducido al sistema por medio de una jeringa estándar de 5 mL sin aguja empleando un volumen de 4 mL. El sistema experimental completo se muestra en la Figura 3.2.

Se tomaron fotografías (con un tiempo de exposición de 1 s) de la pluma de gas con una cámara Pentax modelo Optio MX4, con lo cual se pudieron capturar imágenes de la geometría promedio de la pluma. Las etapas iniciales de la formación de la pluma se videograbaron con una cámara Casio Exilim modelo EX-FH20, a una rapidez de 40 cuadros por segundo. Para las videograbaciones de la trayectoria del colorante al interior del modelo se utilizó una cámara de video marca Canon, modelo FS200 que toma video a una rapidez de 30 cuadros por segundo. En todos los casos de fotografía y videograbación, el lente de la cámara de video se alineó con el centro geométrico del tanque y se colocó perpendicularmente, para disminuir la distorsión de las imágenes, asegurándose de cubrir todo el tanque.

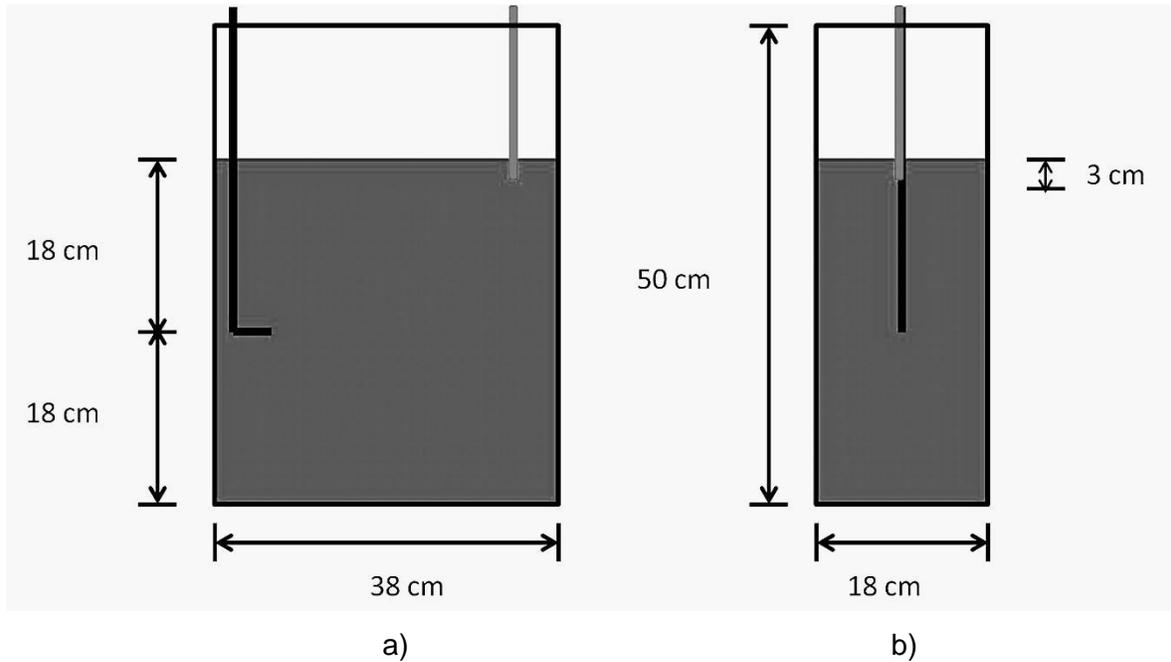


Figura 3.1. Esquema del modelo físico; a) vista frontal y b) vista lateral)

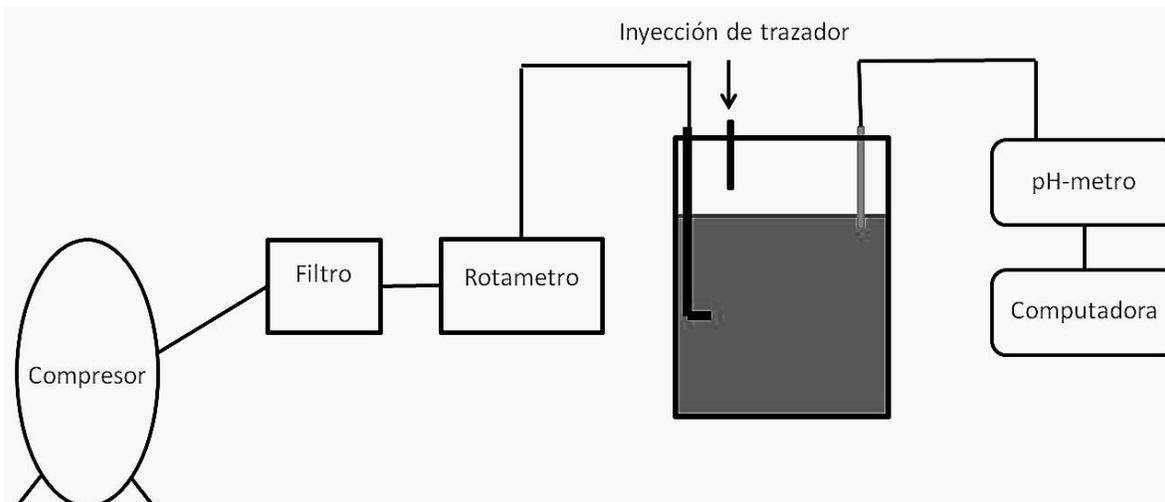


Figura 3.2. Esquema general del sistema empleado.

3.2 Matriz experimental

Se realizaron experimentos para cuatro valores de rapidez de flujo de aire insuflado: a) 9; b) 23; c) 29 y d) 50 SCFH (*Standard Cubic Feet per Hour*); estos valores equivalen a 4.3, 10.9, 13.7 y 23.6 L/min, respectivamente. En la escala (unidades arbitrarias) del rotámetro con el que se inició este estudio los primeros tres valores de flujo correspondían a “30”, “90” y “150” [25]; desafortunadamente, ese rotámetro se extravió. La relación (altura del baño):(profundidad de inyección) fue variada como sigue: a) H:P = 4:3 ; b) H:P = 4:2 y c) H:P = 4:1. La profundidad de inyección de gas está medida de la superficie del baño líquido hacia la boquilla de salida mientras que la altura se refiere a la del baño de agua. A partir de pruebas preliminares [25] se decidió que la inyección del trazador se realizara en el lado izquierdo de la pluma (donde está la lanza), justo a la mitad entre el límite de la pluma y la pared del modelo (ver Figura 3.2). La jeringa se colocó en un soporte de madera que permitió mantenerla firme para que la inyección resultara completamente vertical. La posición de inyección del trazador tenía como principal objetivo situarse en un punto alejado del electrodo y que además permitiera al trazador dispersarse durante su trayecto hasta llegar a este último. Debe aclararse que en el convertidor Peirce-Smith no se adiciona ningún reactivo por la superficie superior. La matriz experimental se muestra

en la Tabla 3.1. Cabe mencionar que cada prueba se realizó por triplicado para asegurar la repetitividad de los resultados.

Tabla 3.1. Matriz de experimentos.

Prueba	Flujo (SCFH)	Flujo (L/min)	Reynolds (adimensional)	Froude Modificado (adimensional)	Relación H:P (adimensional)
1	9	4.3	4335	109	4:3
2	23	10.9	10990	698	4:3
3	29	13.7	13810	1102	4:3
4	50	23.6	23790	3270	4:3
5	9	4.3	4335	109	4:2
6	23	10.9	10990	698	4:2
7	29	13.7	13810	1102	4:2
8	50	23.6	23790	3270	4:2
9	9	4.3	4335	109	4:1
10	23	10.9	10990	698	4:1
11	29	13.7	13810	1102	4:1
12	50	23.6	23790	3270	4:1

4 Resultados y discusión

4.1 Geometría de la pluma

Por medio de fotografías con un tiempo de exposición de 1 s se pudieron obtener imágenes de la geometría promedio de la pluma para las combinaciones de la matriz experimental (Figuras 4.1).

Al observar en la Figura 4.1 (a), (d), (g) y (j) se puede observar cómo las dimensiones de la pluma (amplitud y penetración) aumentan conforme el flujo se incrementa. De igual forma la superficie libre muestra mayor turbulencia con este aumento del flujo.

Al observar y comparar las Figuras 4.1 (j), (k) y (l), se puede ver que la cúpula formada por el *jet* de aire es mayor cuando la relación H:P es de 4:1, principalmente porque recorre una distancia menor, transfiriendo menos momentum al agua y permitiendo liberarlo en la superficie, cosa contraria en la relación H:P de 4:3 donde la cúpula es mucho menor debido a un recorrido de ascenso mayor. Sin embargo, la dispersión de la pluma sobre la superficie libre se ve aumentada cuando la relación H:P es de 4:3 mientras que se ve reducida con una relación de 4:1 .

Otro aspecto importante es la curvatura de la pluma del lado donde se encuentra ubicada la lanza. Esta curvatura es mayor para una pluma con una relación de H:P de 4:3, como lo muestra la Figura 4.1 (l), que la pluma generada a una relación de 4:1 (Figura 4.1 j) dado que muestra un ascenso prácticamente recto.

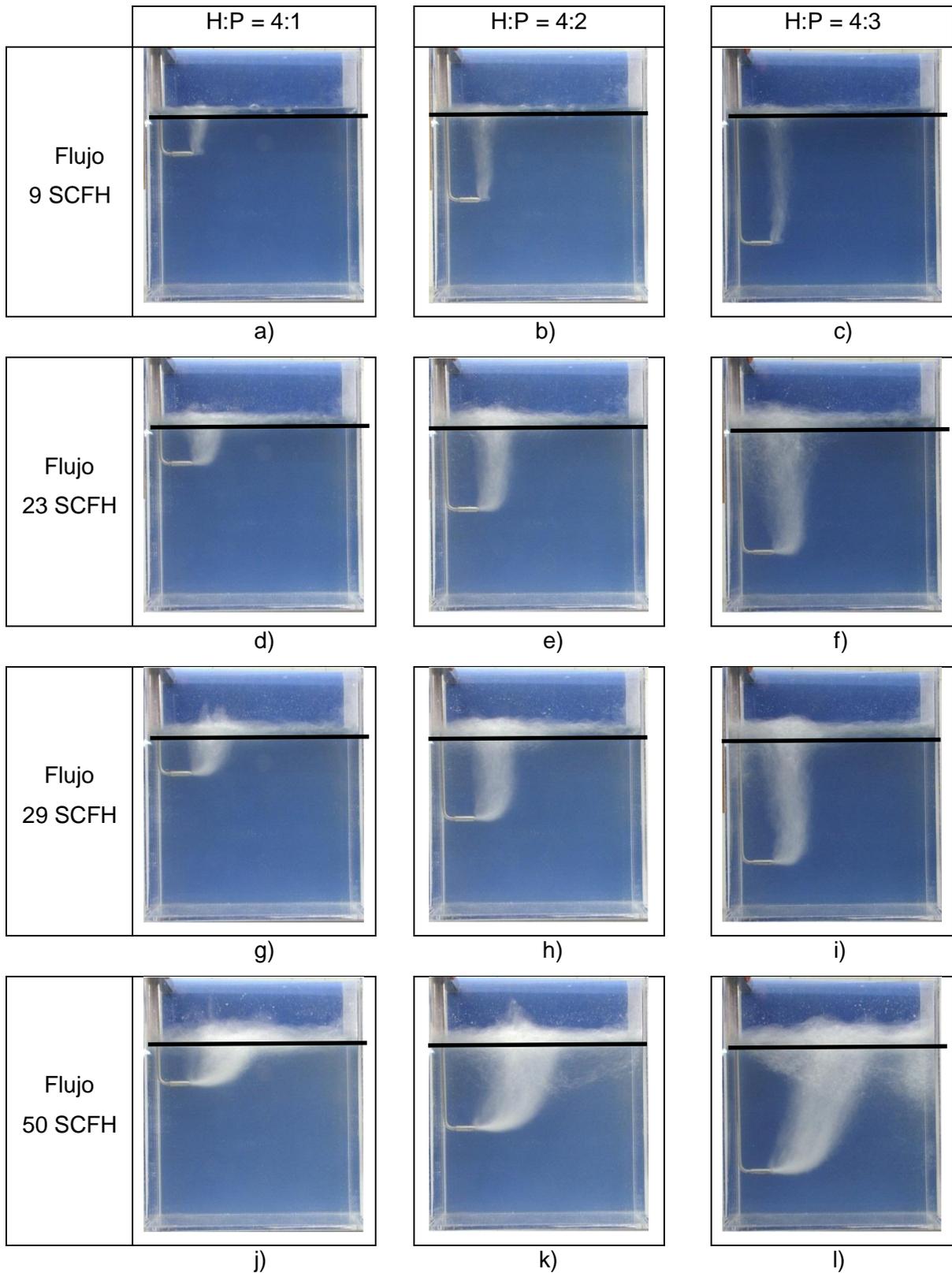


Figura 4.1. Imágenes de la pluma promedio para cada combinación de experimentos. La línea negra delimita al baño en reposo.

La geometría de la pluma se caracterizó en términos de las dimensiones que se muestran en la Figura 4.2. La penetración de la pluma se mide a partir de su salida de la tobera hasta donde la pluma forma una curva para iniciar su ascenso. La amplitud de la pluma se mide en la superficie libre del agua considerando sus extremos. En la Tabla 4.1 se resumen las dimensiones obtenidas de las fotografías de tiempo de exposición largo de las plumas y en la Figura 4.3 se muestra la tendencia que siguen.

La penetración prácticamente no varía cuando se comparan distintas relaciones H:P (ver Figura 4.3 a), a diferencia del aumento en el flujo volumínico de gas inyectado. Esto indica que la resistencia opuesta por el agua a la inyección del gas es prácticamente la misma a cualquier relación H:P en este sistema.

La amplitud de la pluma crece cuando el flujo de aire insuflado aumenta para cualquier y la relación H:P aumenta, sin embargo, la mayor amplitud (o abertura del cono) se consigue cuando la relación H:P es de 4:3. Esto puede ser debido a que a mayor profundidad hay mayor tiempo de recorrido del gas en el líquido y por lo tanto mayor oportunidad de dispersión de la pluma.

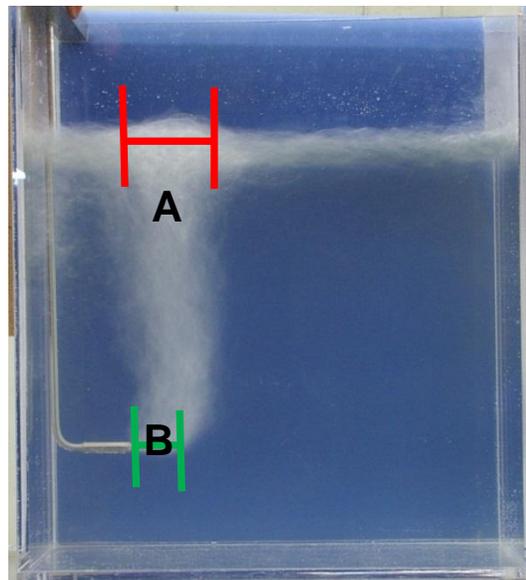
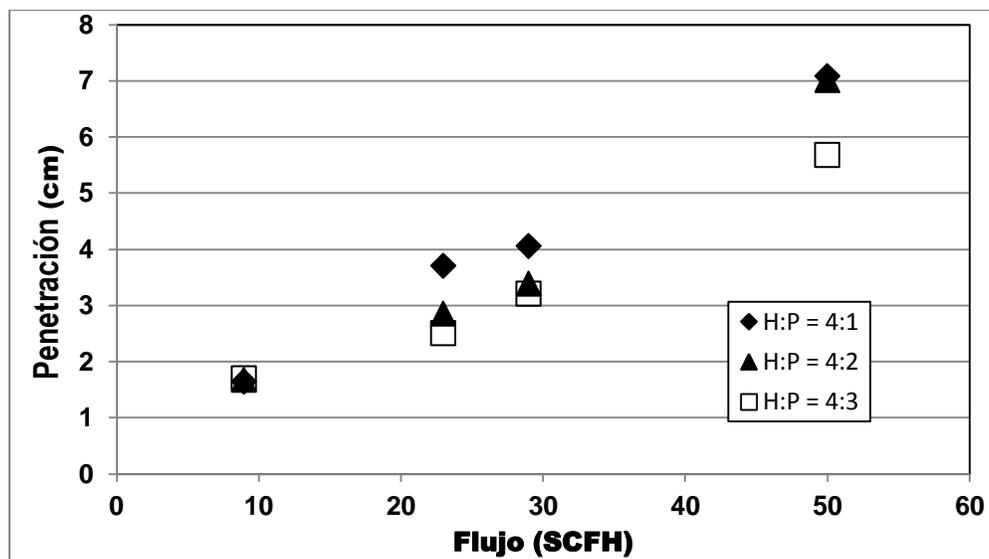


Figura 4.2. Caracterización de la geometría de la pluma. Flujo 29 SCFH, relación H:P =4:3. "A": amplitud, "B": penetración.

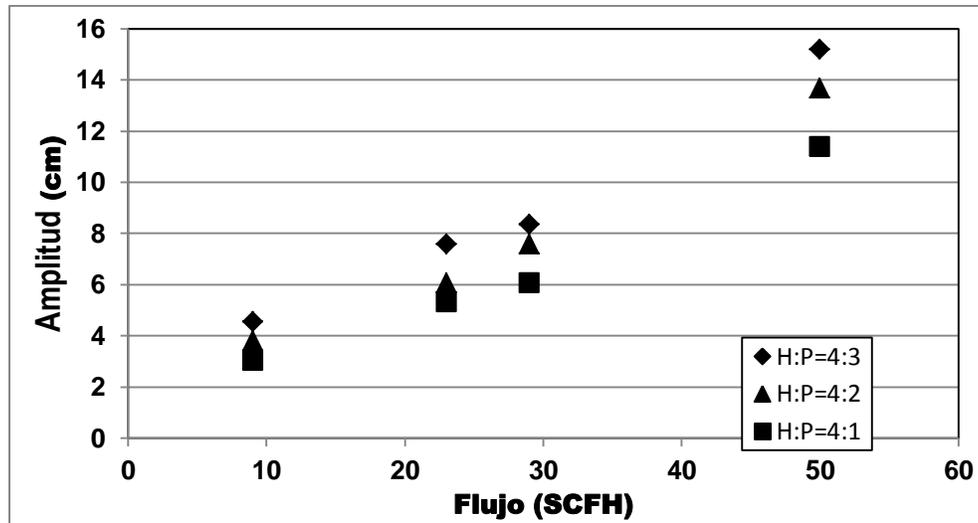
Tabla 4.1 Penetración y amplitud de la pluma como función de los parámetros estudiados.

Prueba	Flujo (SCFH)	H:P	Penetración (cm)	Amplitud (cm)
1	9	4:3	1.69	4.56
2	23	4:3	2.5	7.6
3	29	4:3	3.2	8.36
4	50	4:3	5.67	15.2
5	9	4:2	1.67	3.8
6	23	4:2	2.85	6.08
7	29	4:2	3.38	7.6
8	50	4:2	7.01	13.68
9	9	4:1	1.64	3.04
10	23	4:1	3.7	5.32
11	29	4:1	4.05	6.08
12	50	4:1	7.08	11.4



(a)

Figura 4.3. Geometría de la pluma en función del flujo y de la relación H:P: a) penetración y b) amplitud de la pluma.



(b)

Figura 4.3. (Continuación) Geometría de la pluma en función del flujo y de la relación H:P: a) penetración y b) amplitud de la pluma.

Para conocer que factor tiene mayor influencia se comparan los índices de respuesta (Z) definido por la ecuación 4.1 de la siguiente manera:

$$Z_i = |Valor_1 - Valor_2| \quad (4.1)$$

donde la i representa al factor de estudio (Flujo o H:P) y los valores 1 y 2 son los extremos en la matriz experimental para cada factor. Se muestran los valores de este índice de respuesta para la penetración (Tabla 4.2) y la amplitud (Tabla 4.3).

Tabla 4.2. Efecto de cada factor en la penetración de la pluma (cm).

		H:P		$Z_{H:P}$
		4:1	4:3	
Flujo SCFH	9	1.64 cm	1.69 cm	0.05 cm
	50	7.08 cm	5.67 cm	1.41 cm
Z_{Flujo}		5.44 cm	3.98 cm	

Tabla 4.3. Efecto de cada factor en la amplitud de la pluma (cm).

		H:P		$Z_{H:P}$
		4:1	4:3	
Flujo SCFH	9	3.04 cm	4.56 cm	1.52 cm
	50	11.40 cm	15.20 cm	3.80 cm
Z_{Flujo}		8.36 cm	10.64 cm	

El valor mas grande de variación para la penetración en función del flujo es de 5.44 cm, mientras que en función de la relación H:P es de 1.41. De igual forma la amplitud tiene una variación de 10.64 cm en función del flujo y de 3.80 cm en función de la relación H:P.

4.2 Formación de la pluma

La pluma está constituida por una sucesión de burbujas que recorren una trayectoria específica a lo largo del tiempo (Figura 4.4 a Figura 4.6).

Se ha reportado que uno de los efectos que más influyen en la hidrodinámica del baño es la coalescencia de las burbujas [2]. El aire sale de la tobera formando un *jet* que genera una burbuja la cual, mientras va en ascenso, llega a colisionar y unirse con la burbuja previa o la subsecuente por lo que modifica su forma, tamaño y dirección. Se podría pensar que las burbujas se comportan como un líquido saliendo de una tubería formando una media parábola, pero debe considerarse que el líquido ejerce fuerzas sobre el gas que impiden a las burbujas una libertad de movimiento en todas direcciones y limitan su libre expansión. La zona más cercana a la boquilla es la zona con mayor concentración de gas, el cuál se dispersa en forma de burbujas a toda la pluma. De esta manera las burbujas generadas se mueven hacia ambos lados de la trayectoria principal pero no rebasan ciertos límites, dando origen a la pluma promedio captada en las Figura 4.1.

En la Figura 4.4 se ilustra como se genera la pluma burbuja a burbuja, por medio de imágenes obtenidas de un video de alta velocidad de captura (*HS* por sus siglas en inglés). Cada ocho imágenes de la secuencia mostrada en las Figuras 4.4, corresponden a un segundo de tiempo real. Es posible ver como las burbujas no mantienen una forma

esférica, mas bien son alargadas hacia los lados e irregulares en su contorno. Cuando llegan a la superficie, cada burbuja se rompe y produce agitación en esta, como se ve en la Figura 4.4 (f).

La penetración de la pluma promedio mostrada en la Tabla 4.1, representa la penetración promedio de cada burbuja generada por la inyección de gas. Si observamos y comparamos las Figura 4.4 (a), (c) y (h) es posible observar como cada una de las burbujas tiene una penetración distinta en el momento en que salen de la tobera debido a su irregularidad en forma y tamaño.

La secuencia mostrada en la Figura 4.5 muestra las burbujas después de haber pasado cierto tiempo (cerca de 5 minutos) agitando el sistema representando así a un estado cuasi-estacionario. La diferencia principal entre las dos secuencias (Figura 4.4 y 4.5) es que, para el caso de la formación inicial existe una caída de presión generada por la salida y el posterior llenado del sistema de circulación de gas, así como un nulo movimiento en el agua, hasta que de esta manera los primeros instantes, todo el momentum que tiene el gas se encarga de comenzar a agitar el baño líquido comenzando. A diferencia de la segunda secuencia donde la presión en la línea se mantiene más constante y es posible observar como la sucesión de burbujas ya tiene establecido una región en la que se mueve e interacciona con el baño líquido.

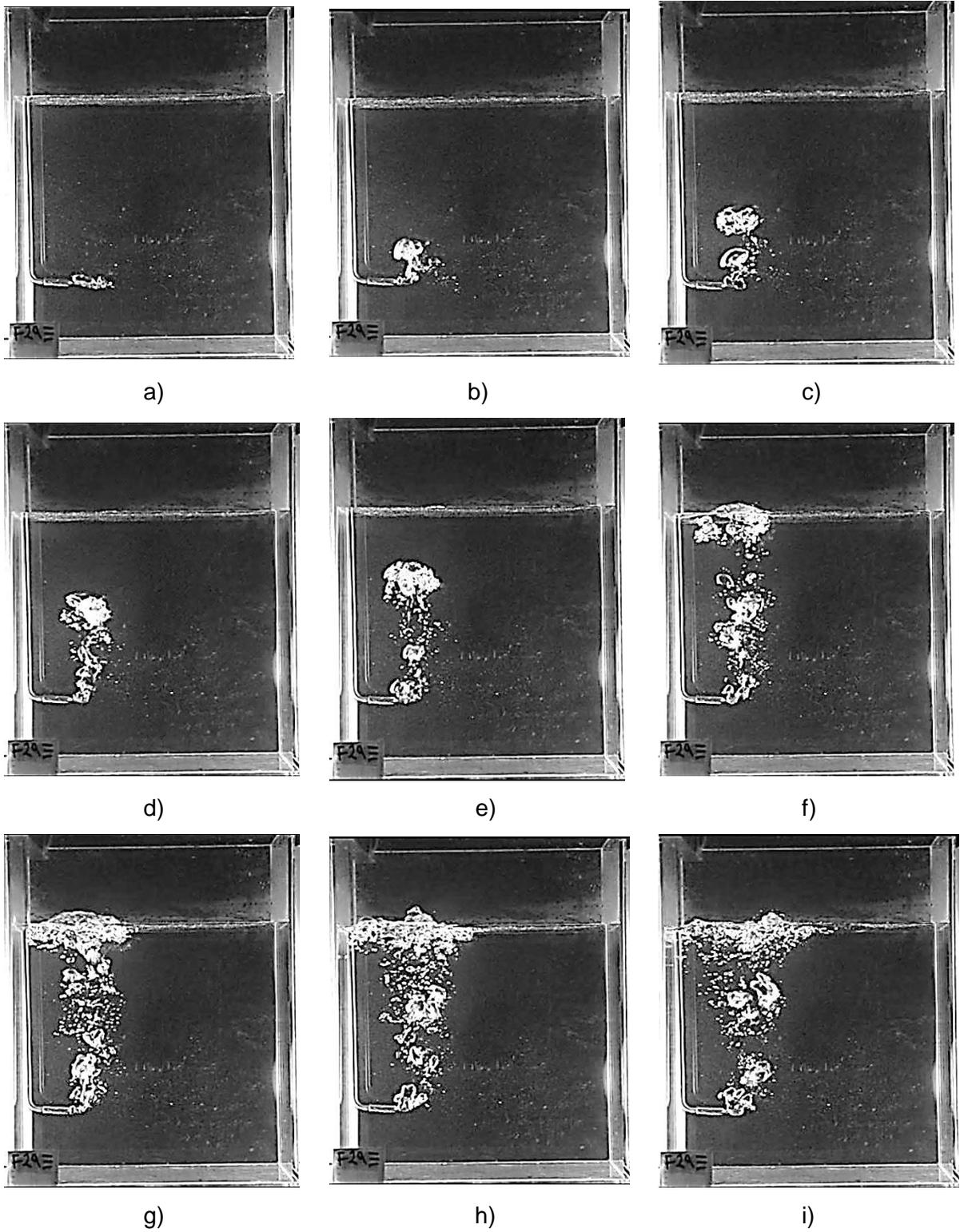


Figura 4.4. Imágenes de la formación de la pluma. Flujo= 29 SCFH, relación H:P=4:3.

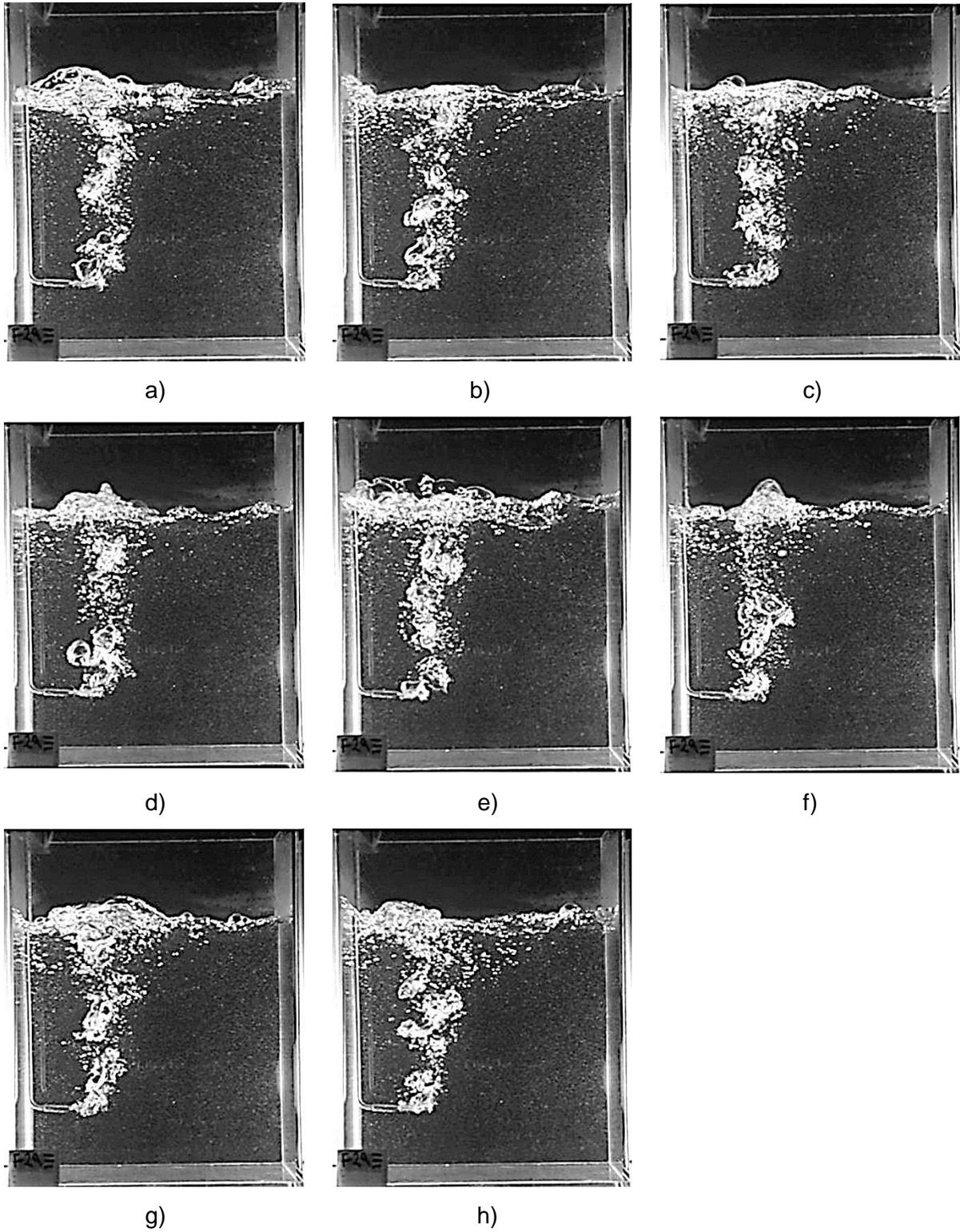


Figura 4.5. Imágenes de la pluma una vez que se ha alcanzado estado cuasi-estacionario en el tanque. Flujo= 29 SCFH, relación H:P=4:3.

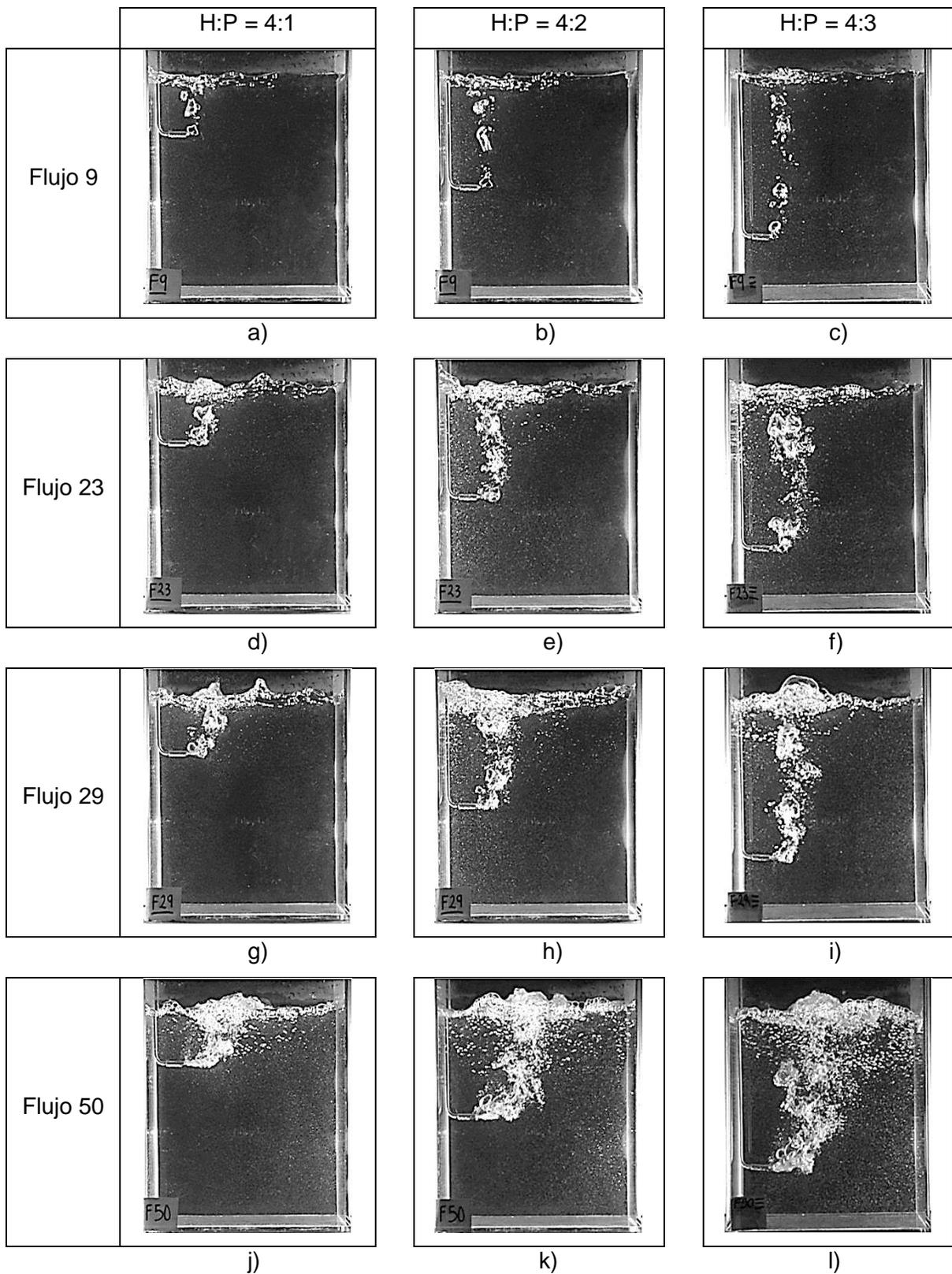


Figura 4.6. Imágenes de la pluma instantánea para cada combinación de experimentos.

En la Figura 4.6 se muestran imágenes de la pluma (instantánea) una vez que se ha alcanzado el estado cuasi-estacionario para cada una de las combinaciones de flujo y relación H:P estudiadas. Si se toma como parámetro comparativo, el tamaño aparente de las burbujas (es decir, sin cuantificación de burbujas) y la zona en la que se mantiene la pluma instantánea, se puede ver que el efecto del flujo de aire insuflado es más notable que el de la relación H:P.

Una de las dificultades presentes en la medición de diámetros de burbujas esta dado por la coalescencia y por la variación de cada una de ellas. A pesar de trabajar con un mismo flujo, como se observa en la Figura 4.5, las burbujas generadas tienen diferencias en tamaños, si se trabajaran a flujos menores a 9 SCFH (que es el valor mínimo de flujo empleado en este trabajo), quizás pudiera verse el desprendimiento de burbujas mas homogéneas en tamaño, como se puede observar en la Figura 4.6 (a), (b) y (c).

4.3 Respuesta de pH

Con los datos medidos de pH local se construyeron curvas de pH vs. tiempo. Un ejemplo de estas curvas se muestra en la Figura 4.7 para un flujo de aire de 29 SCFH y relación H:P de 4:3. El trazador se adicionó después de transcurridos 10 segundos de adquisición de datos, para tener un punto común de referencia en todos los experimentos. En la figura 4.7 se observa (para todos los experimentos) un periodo en el que el pH se mantiene en el valor inicial hasta que el trazador es detectado, observándose a partir de entonces una disminución gradual de pH, con algunas variaciones intermedias. Finalmente, el pH alcanza un valor constante indicando así el mezclado completo del sistema en el punto de medición.

En los experimentos realizados, el pH inicial del agua no siempre tiene el mismo valor, teniendo un margen de ± 0.5 considerando el 7 como el pH inicial. Es por ello que se realiza un cambio de variable para homogeneizar el valor de inicio de todas las pruebas y que puedan ser comparables entre si. Esta nueva variable, denotada ΔpH , representa la diferencia entre el pH instantáneo (pH_{ins}) y el pH inicial (pH_0) del agua en cada prueba, lo que permite referir todos los experimentos a un mismo valor inicial (cero):

$$\Delta pH = pH_{ins} - pH_0 \quad (4.3)$$

En las Figuras 4.7 y 4.8 se muestran las curvas de variación de pH y de ΔpH respectivamente para tres experimentos independientes, realizados con un flujo de aire insuflado de 29 SCFH y una relación H:P de 4:3. Aunque la tendencia general es similar, se observan variaciones que indican la naturaleza turbulenta del sistema. Además, es posible que hubiera ligeras variaciones en la inyección del trazador (dado que no se automatizó) y considerando que en algunas ocasiones la frecuencia de adquisición de datos no es uniforme (en general los datos son adquiridos cada segundo, sin embargo, en ocasiones este intervalo llega a ser de 2 segundos).

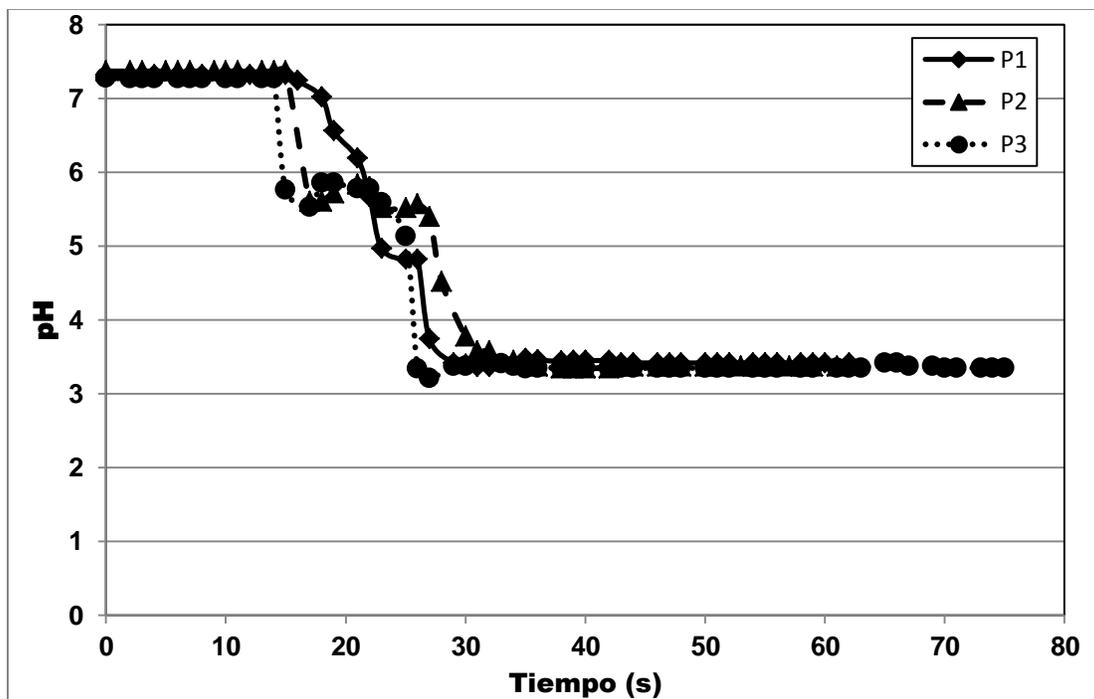


Figura 4.7. pH como función del tiempo para tres experimentos independientes. Flujo 29 SCFH y relación H:P=4:3.

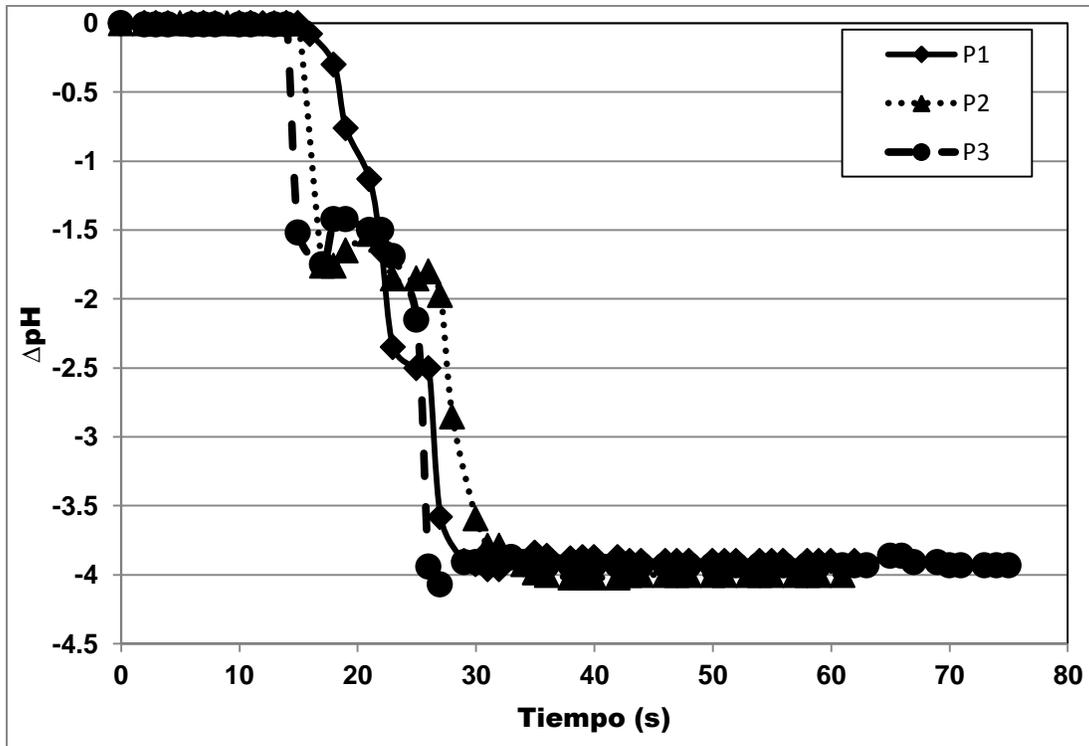


Figura 4.8. ΔpH en función del tiempo para los datos de la Figura 4.9.

En la Figura 4.9 se muestran las respuestas del colorante y del pH (recuérdese que se agregó como trazador a una mezcla de disoluciones acuosas de colorante y ácido sulfúrico); se muestran imágenes de la distribución del colorante después de transcurridos 1, 3, 7, 11 y 17 segundos después de que se ha adicionado el trazador. Se puede observar como coinciden los cambios tanto del colorante como del pH. Cuando apenas ha transcurrido un segundo después de la inyección no hay un cambio en el pH y se aprecia que el colorante está lejos del punto de detección del electrodo; cuando han transcurrido 3 segundos, una fracción de trazador ha sido arrastrada por la pluma y llevada al electrodo donde comienza a ser detectado. Posteriormente, cuando se tiene un tiempo transcurrido de 7 segundos, se ve que el trazador colorido ha aumentado su intensidad y su dispersión en el baño lo que se ha traducido en una variación mucho más marcada de pH. Cuando se llega a los 11 segundos después de la inyección del trazador, solo queda una zona en la esquina inferior derecha que se encuentra aun sin mezclar. Para cuando el pH ya muestra un valor constante (17 segundos después de adicionar el trazador) el colorante está completamente mezclado. Estas observaciones explican la forma de las curvas pH vs. tiempo.

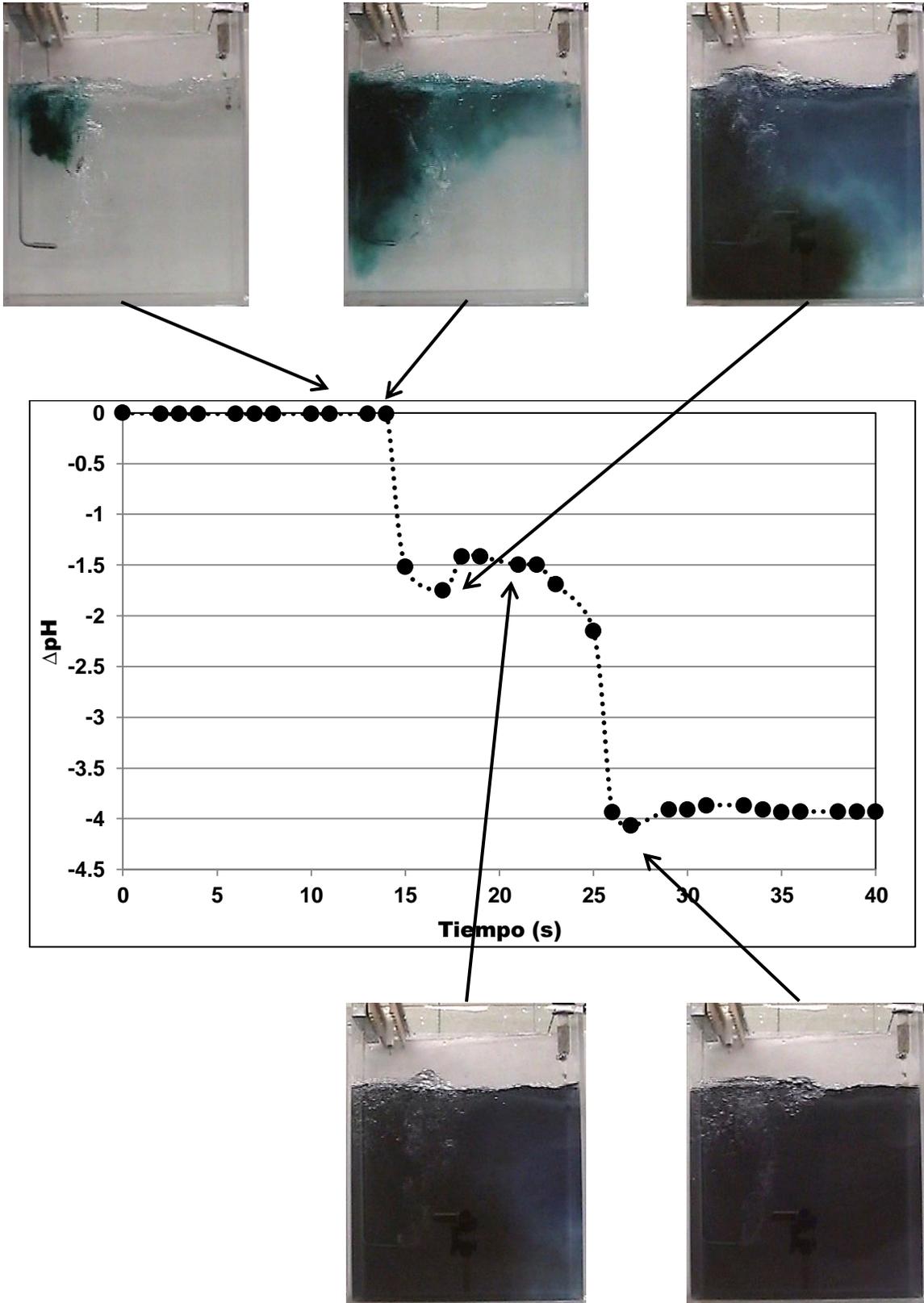


Figura 4.9. Respuesta del colorante y del pH. Flujo 29 SCFH y relación H:P=4:3.

4.4 Trayectoria del trazador

En un principio la dinámica de flujo que se estudiaría, se enfocaría en las líneas de corriente formadas en el baño como resultado de la inyección del gas dentro del modelo físico; sin embargo, conforme las pruebas se realizaron fue posible percatarse que el trazador tenía cierto momentum debido a la forma en la que se inyectaba y que la trayectoria del trazador difería en ciertos aspectos de las líneas de corrientes esperadas. Por este motivo se decidió determinar la trayectoria del trazador en todas las condiciones de operación.

La Figura 4.10 muestra la distribución del trazador, segundo a segundo, a partir del instante en el que éste se adiciona; las imágenes fueron extraídas de la videograbación de un experimento con flujo de aire insuflado de 29 SCFH y relación H:P de 4:3. Es posible ver que, a los 4 segundos, ya se tiene trazador en el fondo (Figura 4.10 e). Existe también una parte del trazador que viaja a través de la pluma, moviéndose hacia el lado derecho del modelo y mezclándose siguiendo las líneas de corriente formadas por la pluma. A los 6 segundos, existen dos zonas coloreadas (Figura 4.10 g): la primera es debida al pulso del trazador que está recorriendo la base y la segunda es debida al trazador que viaja a través de la pluma. Los volúmenes con trazador que viajan a través de la pluma originan el comportamiento observado en las gráficas pH vs. tiempo (ver Figura 4.9). A tiempos mayores, el trazador inyectado avanza hacia la derecha por el fondo y comienza a ascender justo al llegar a la pared opuesta a la inyección.

Considerando secuencias similares a la mostrada en la Figura 4.10 se puede crear una sucesión de flechas mostrando la trayectoria que sigue la mayor parte del trazador, para todas las condiciones experimentales (ver Figuras 4.11 a 4.13). Estas secuencias no indican el movimiento en un solo instante si no que es el recorrido general que realiza el trazador durante algunos segundos después de ser inyectado.

Las trayectorias seguidas por el trazador varían con las condiciones de operación.

Para todas las pruebas el trazador es inyectado del lado donde se encuentra la lanza lo que hace que viaje a lo largo de esa pared sin embargo, el flujo con que se trabaje determina la dirección final del trazador. Así, para un flujo de 9 SCFH (Figura 4.12 a), el

trazador hasta el fondo, avanzando hacia la derecha y llegando a la pared opuesta a la lanza, continuando con una ascensión prácticamente pegada a esa pared (con una ligera dispersión al lado izquierdo), mientras que a un flujo de 29 SCFH (Figura 4.12 c) el trazador asciende de forma diagonal, de la pared opuesta a la lanza hacia la boquilla de inyección de aire, al entrar en contacto con la pluma es empujada hacia arriba y una vez llegada a la superficie es dirigida hacia la derecha. Por otro lado, cuando se tiene un flujo de 50 SCFH, el trazador inyectado no tiene oportunidad de llegar al fondo (Figura 4.12 d) ya que una parte es atrapada en esa zona de recirculación y otra es empujada a través de la pluma al otro lado, donde es nuevamente empujado hacia la derecha hasta llegar a la pared opuesta de la inyección de aire y empujada al fondo para circular en esa zona. De esta manera el efecto que tiene la variación del flujo volumínico radica en la disminución de zonas muertas y en la generación de zonas de mayor recirculación cuando se ve aumentado.

De acuerdo con las Figuras 4.11 a 4.13, la influencia que tiene la relación H:P radica en modificar la zona en la que el colorante se mueve libremente, esto es, cuando la relación H:P es de 4:1, hay una zona muy amplia por debajo de la lanza (Figura 4.11) donde el trazador pasa y se mantiene ligeramente estancado, indicando que el movimiento allí es prácticamente nulo, lo cual explica los valores grandes de tiempo de mezclado local. En contraste, para los casos en los que la relación H:P vale 4:3, el colorante que llega a la base es de inmediato arrastrado hacia la pluma (Figura 4.13) y mezclado. Dicho de otro modo, a medida que aumenta la profundidad de la lanza, manteniendo una altura de baño constante, el baño se mezcla más eficientemente debido a la disminución de las zonas de bajo mezclado.



a) 0 s



b) 1 s



c) 2 s



d) 3 s



e) 4 s



f) 5 s



g) 6 s



h) 7 s



i) 8 s

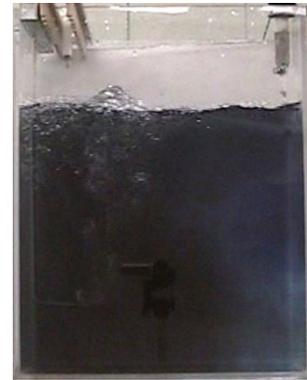
Figura 4.10. Imágenes obtenidas de las videograbaciones de la trayectoria del colorante.
Flujo de aire insuflado de 29 SCFH, relación H:P de 4:3.



j) 9 s



k) 10 s

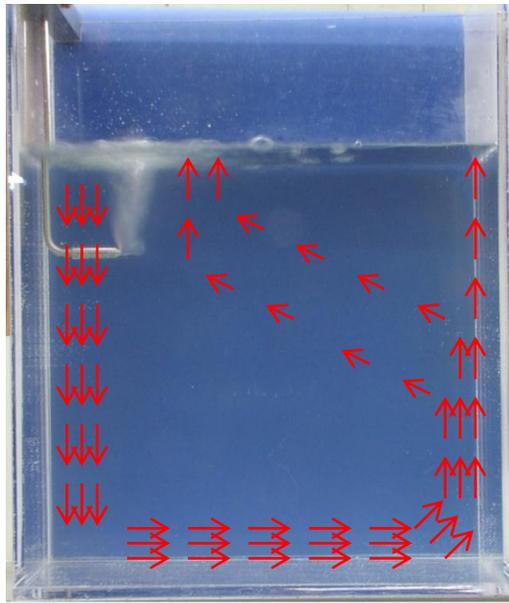


l) 11 s

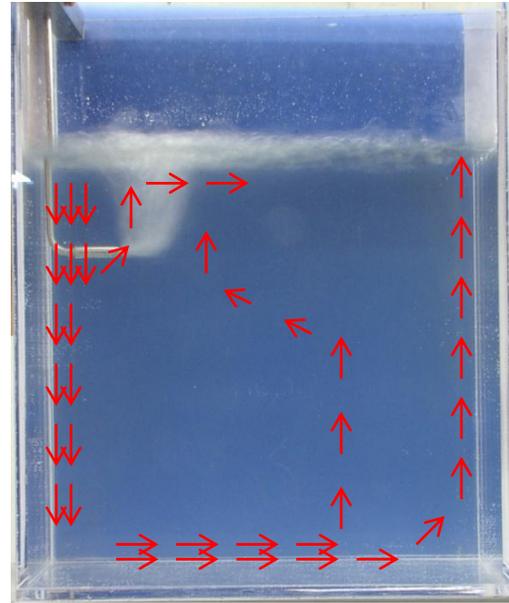


m) 12 s

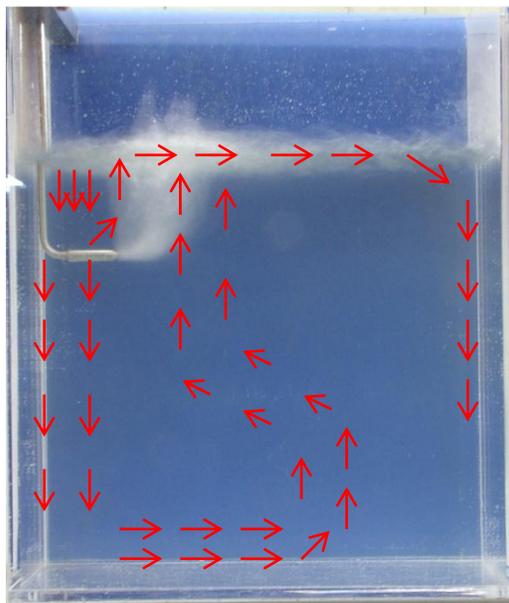
Figura 4.10 (continuación). Imágenes obtenidas de las videograbaciones de la trayectoria del colorante. Flujo de aire insuflado de 29 SCFH, relación H:P de 4:3.



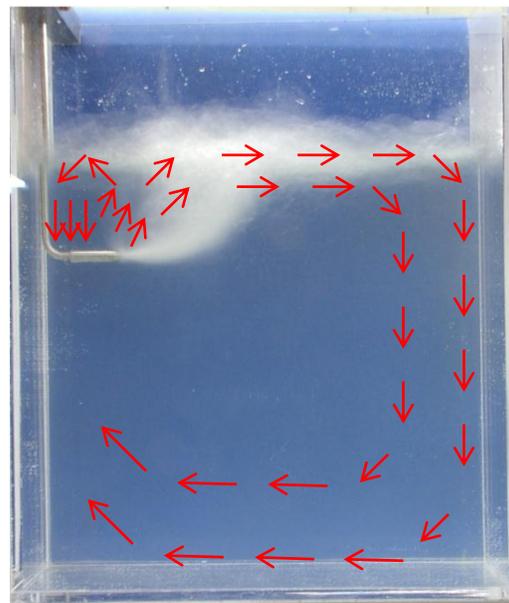
(a)



(b)

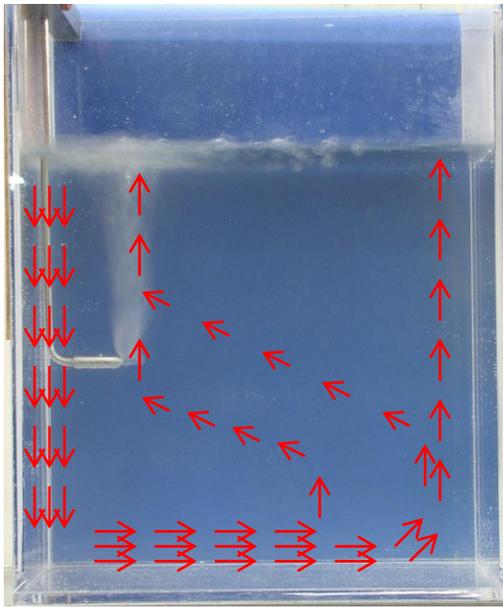


(c)

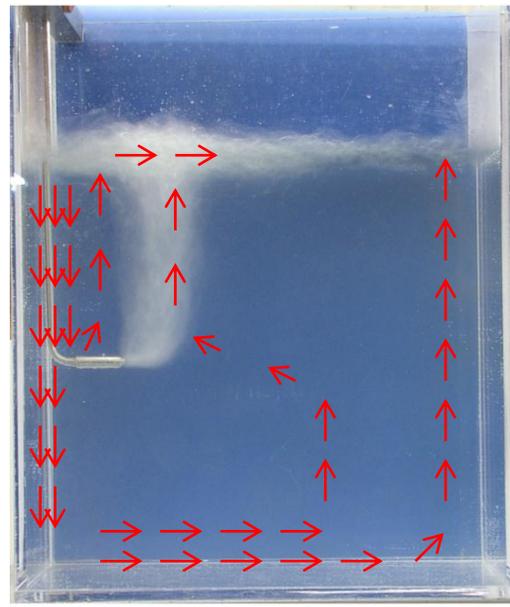


(d)

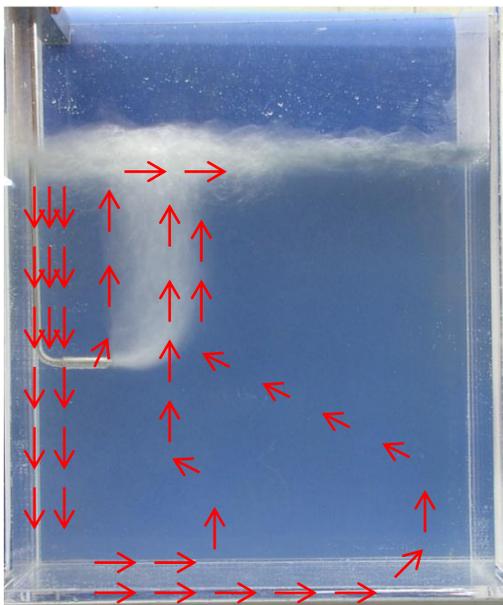
Figura 4.11. Trayectorias del trazador para una relación H:P=4:1 y flujo de aire insuflado de: a) 9 SCFH, b) 23 SCFH, c) 29 SCFH y d) 50 SCFH.



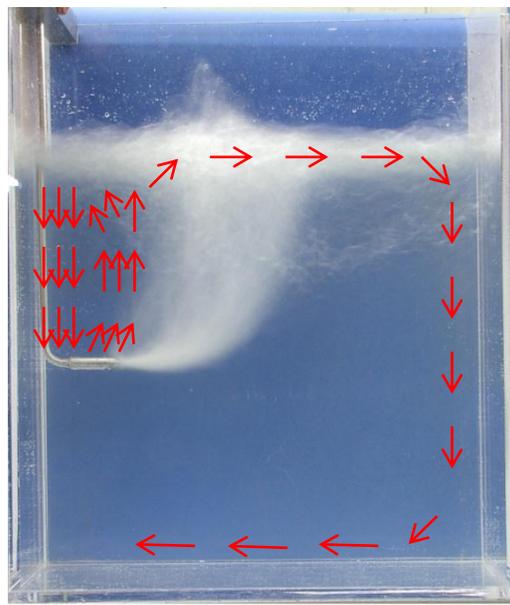
(a)



(b)

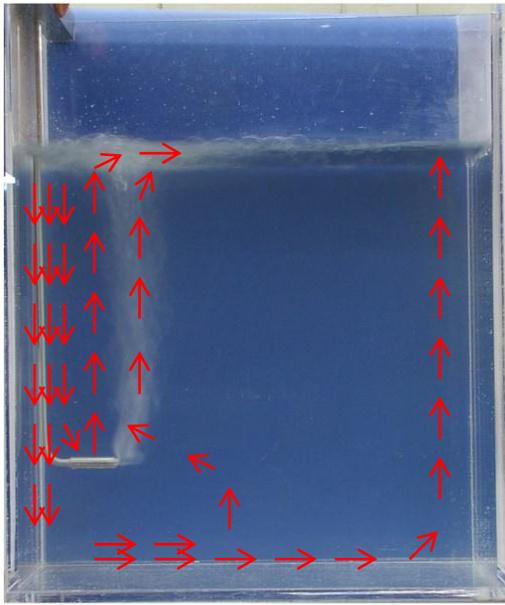


(c)

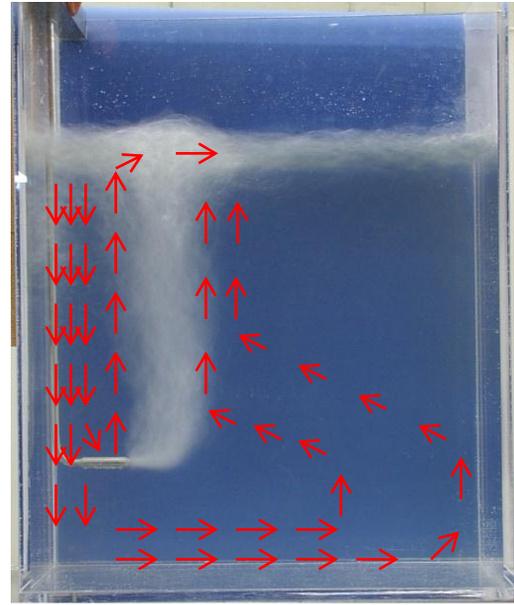


(d)

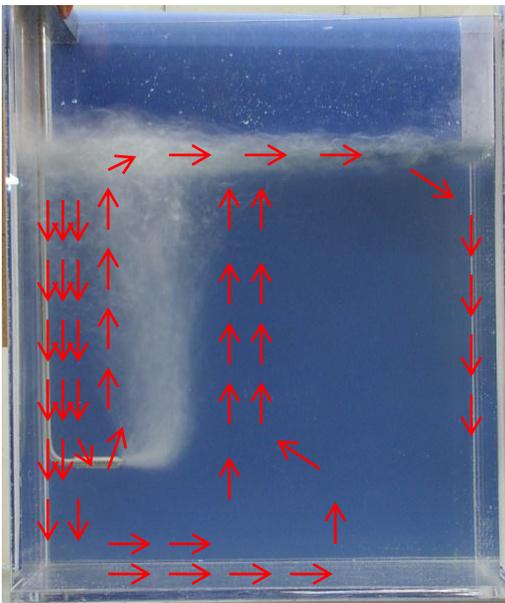
Figura 4.12. Trayectorias del trazador para una relación H:P=4:2 y flujo de aire insuflado de: a) 9 SCFH, b) 23 SCFH, c) 29 SCFH y d) 50 SCFH.



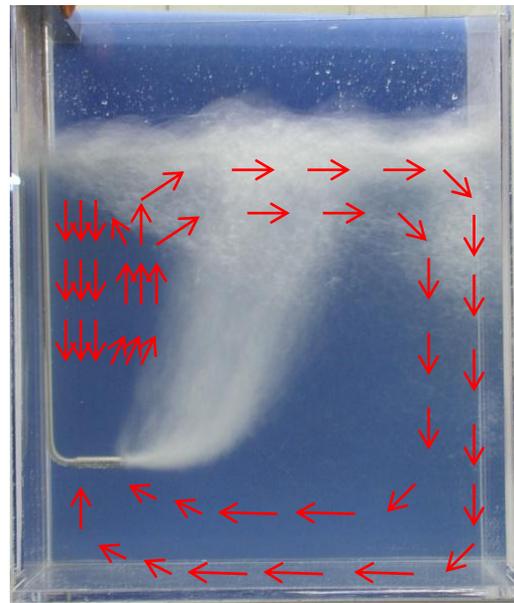
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 4.13. Trayectorias del trazador para una relación H:P=4:3 y flujo de aire insuflado de: a) 9 SCFH, b) 23 SCFH, c) 29 SCFH y d) 50 SCFH.

4.5 Tiempo de mezclado local

El tiempo de mezclado global, como se mencionó en la introducción, es el tiempo que tarda un trazador en distribuirse en todo el sistema de forma tal que su composición ya no cambie con el tiempo. Análogamente, el tiempo de mezclado local es el tiempo necesario para que la medición local de un parámetro dado ya no cambie con el tiempo. Como se indicó anteriormente, el inicio del conteo del tiempo de mezclado local se realizó a partir de los 10 segundos para todas las pruebas. Como las variaciones al final de la medición suelen ser muy pequeñas en comparación con el resto del cambio de pH, es práctica común [17, 26] reportar el tiempo cuando se tiene una variación de $\pm 5\%$ con respecto al cambio final. De esta forma el tiempo de mezclado local resulta de multiplicar el ΔpH final por 0.95 o por 1.05, de acuerdo al tipo de variación presente en la grafica que se esté analizando, y determinar a que tiempo corresponde en la curva de respuesta del ΔpH . En la Figura 4.14 se muestra gráficamente como se realiza esta determinación. Pueden existir varios puntos en el tiempo que correspondan al ΔpH deseado, sin embargo no todos resultan ser del todo correctos. El punto seleccionado con el ΔpH deseado y que se encuentre lo más cerca posible del inicio de la región en la que el ΔpH ya no cambia es el tiempo que se considera como el tiempo de mezclado local. Utilizando este criterio, en la Figura 4.14 se determina que el punto de mezclado local ocurre a 28 segundos (segunda línea), que correspondería a 18 segundos después de la inyección del trazador.

De este modo, los valores obtenidos para cada una de las pruebas se procesaron a fin de conocer el valor promedio y la desviación estándar así como el porcentaje de la desviación estándar con respecto al valor promedio del tiempo de mezclado local. Los valores de tiempo de mezclado local en función del flujo volumínico, el Número de Reynolds y el Número de Froude Modificado (ambos números adimensionales calculados para el orificio de la boquilla) se pueden observar en la Tabla 4.4 y de forma gráfica en la Figura 4.15. Cabe mencionar que, debido a la escala, la desviación estándar no se notaría (para la mayoría de los casos) en la gráfica.

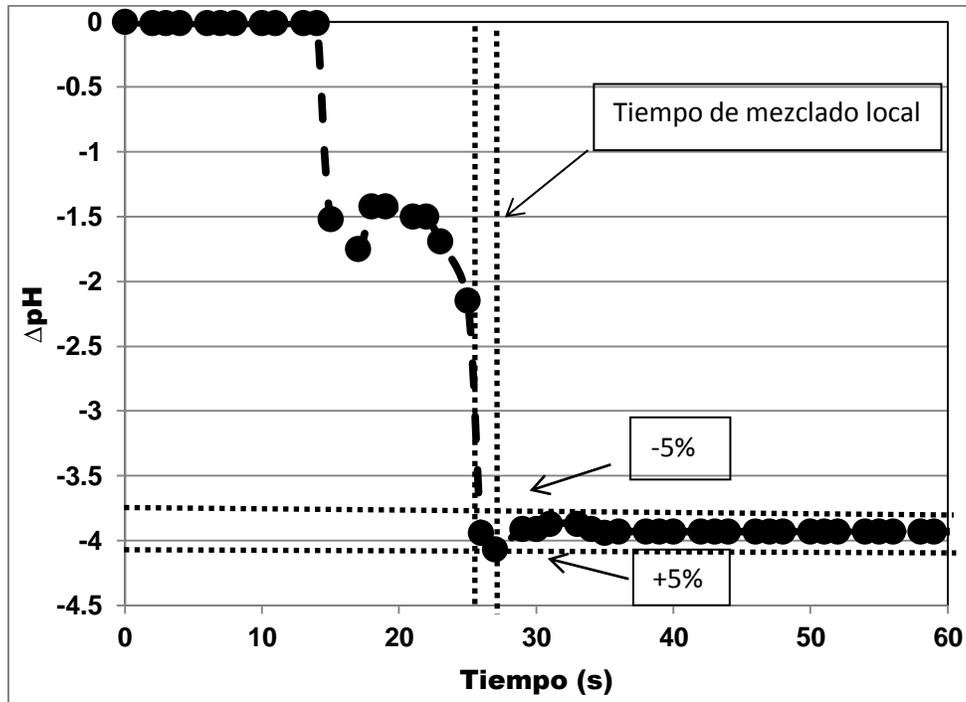
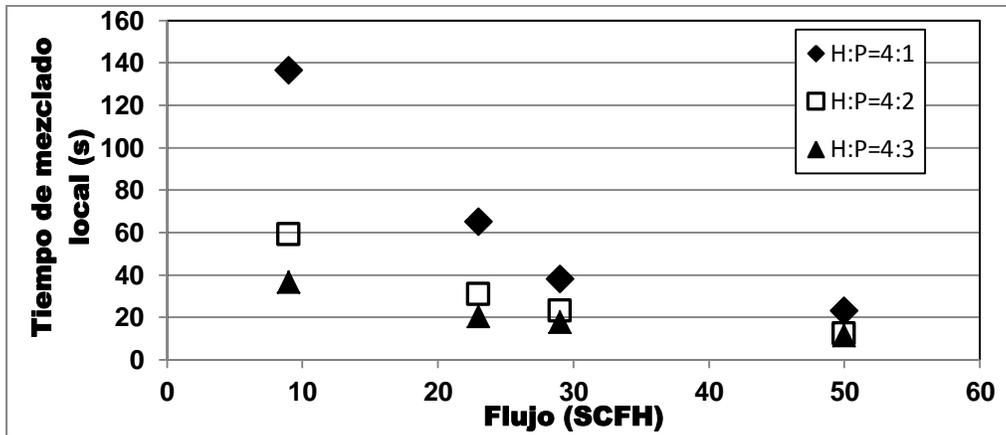


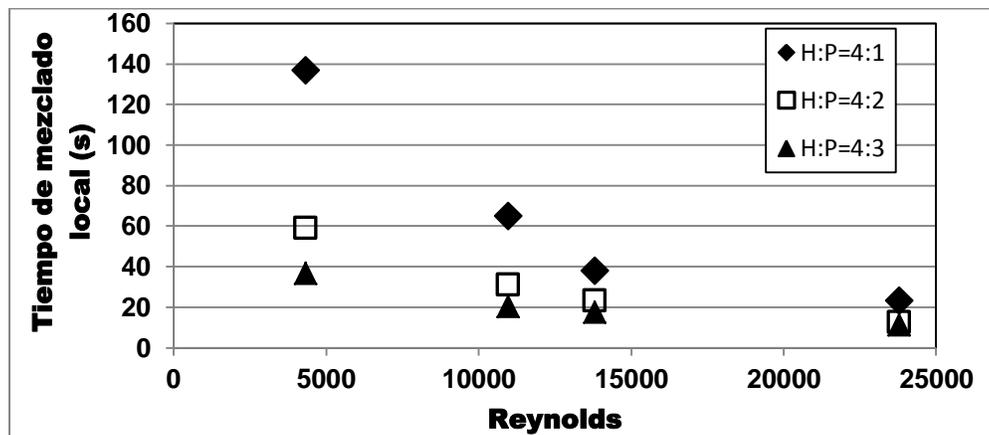
Figura 4.14. Obtención del tiempo de mezclado local utilizando un criterio de variación de $\pm 5\%$ con respecto al ΔpH final. Flujo de aire insuflado de 29 SCFH y relación H:P de 4:3.

Tabla 4.4 Tiempo de mezclado local promedio, su desviación estándar y su porcentaje de desviación.

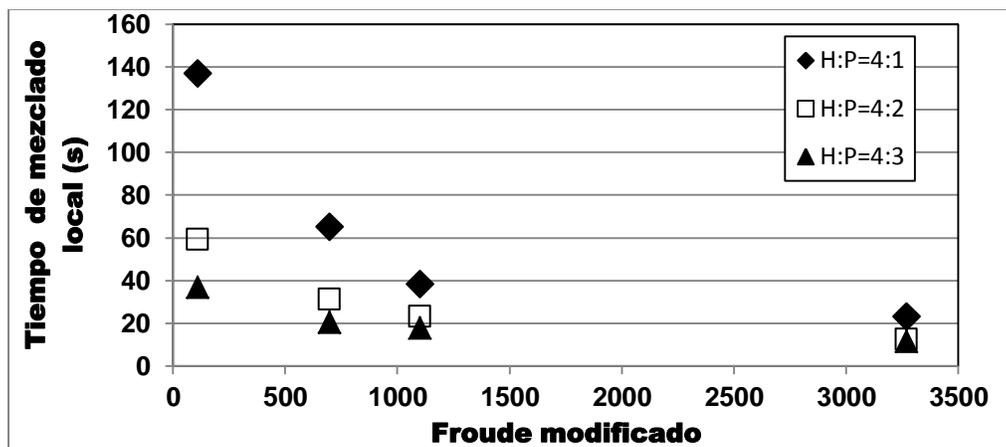
Prueba	Tiempo de mezclado local promedio (s)	Desviación estándar (s)	Porcentaje de desviación
1	36.6	5.5	15.03
2	20.3	2.3	11.33
3	17.6	1.15	6.53
4	11.3	0.57	5.04
5	59	2.64	4.47
6	31	5.29	17.06
7	23	2.00	8.69
8	12.3	1.52	12.36
9	136.6	4.93	3.61
10	65	4.35	6.69
11	38	1.52	4.00
12	23	0.57	2.49



a)



b)



c)

Figura 4.15. Tiempo de mezclado local en función de: a) el flujo volumínico; b) el Número de Reynolds y c) el Número de Froude modificado, para diversos valores de la relación H:P. Los números adimensionales están calculados para el orificio de la boquilla.

Es posible observar de la Figura 4.15 que el tiempo de mezclado local disminuye a medida que aumenta el flujo de gas, sin embargo, Turkoglu *et al.* [18] afirman que existe un flujo a partir del cual el tiempo de mezclado ya no puede disminuir, por lo que se esperaba observar este comportamiento asintótico si se aumentara el valor del flujo de gas. También es posible observar en la Tabla 4.4 que el valor de la desviación estándar disminuye conforme el flujo aumenta, indicando condiciones de mezclado mas consistentes de experimento a experimento para flujos altos.

4.6 Correlaciones empíricas

La Figura 4.15(a) muestra las tendencias que siguen los valores obtenidos de tiempo de mezclado local en función del flujo para cada una de las 3 relaciones H:P. Es posible ver que no siguen una tendencia lineal. Con el *software* SigmaPlot (v. 10.0.1) se obtuvieron regresiones no lineales; en particular, se emplearon regresiones con base en funciones: exponencial simple, exponencial con ordenada al origen distinta de cero y potencial. Estas tres funciones tienen características particulares por lo cual fueron seleccionadas. El empleo de ecuaciones potenciales y exponenciales simples es debido a que se reportan varias correlaciones empíricas de este tipo, solo que en función de la potencia de mezclado [20, 21, 22, 26], que a su vez depende del flujo volumínico. Sin embargo, cuando se considera la función exponencial con ordenada al origen distinta de cero, cuando el flujo es cero indicaría que no hay mezclado mientras que al aumentar el flujo es posible llegar a un valor mínimo de tiempo de mezclado local como propone Turkoglu *et al.* [18] y como se puede apreciar en la Figura 4.15(a).

Las ecuaciones de regresión no lineales son de la forma:

$$\tau = A * e^{-B*Q} \quad (4.3)$$

$$\tau = C + D * e^{-E*Q} \quad (4.4)$$

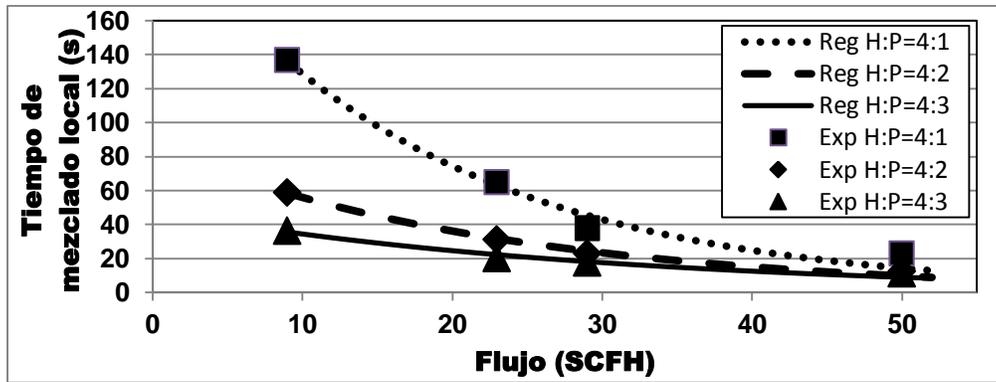
$$\tau = F * Q^G \quad (4.5)$$

Donde τ es el tiempo de mezclado local y Q es el flujo volumínico. Las ecuaciones resultantes se muestran en la Tabla 4.3 y se grafican en la Figura 4.16.

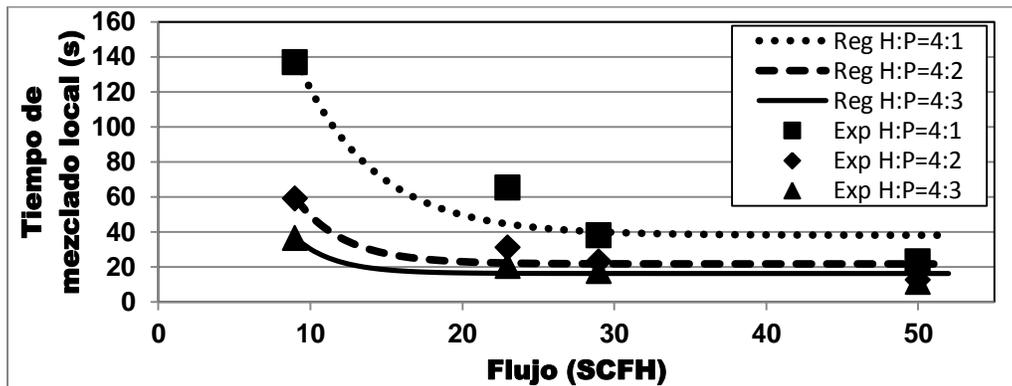
Tabla 4.5. Ecuaciones de regresión no lineal y coeficientes de correlación (R^2) para el tiempo de mezclado en función del flujo volumínico para diversos valores de la relación H:P.

H:P	Ecuación	R^2
	Regresión exponencial	
4:3	$\tau = 48.1618 * \exp(-0.0335 * Q)$	0.9699
4:2	$\tau = 86.5437 * \exp(-0.0436 * Q)$	0.9923
4:1	$\tau = 222.5293 * \exp(-0.0548 * Q)$	0.9825
	Regresión exponencial con ordenada al origen diferente de cero	
4:3	$\tau = 16.3438 + 600.00 * \exp(-0.3762 * Q)$	0.913
4:2	$\tau = 21.8045 + 600.00 * \exp(-0.3081 * Q)$	0.8603
4:1	$\tau = 38.1516 + 600.00 * \exp(-0.1973 * Q)$	0.88
	Regresión potencial	
4:3	$\tau = 165.34 * (Q^{-0.676})$	0.9946
4:2	$\tau = 456.51 * (Q^{-0.899})$	0.9744
4:1	$\tau = 1448.6 * (Q^{-1.05})$	0.971

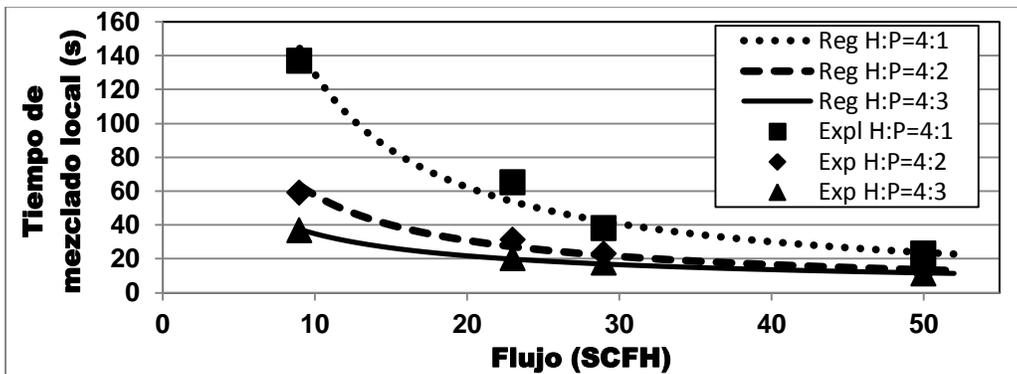
De acuerdo a la Tabla 4.5, los valores del coeficiente de correlación (R^2) para la regresión potencial y la regresión exponencial simple son similares y cercanos a 1, mientras que se obtuvieron valores bajos de este coeficiente cuando se utilizó la regresión de tipo exponencial con ordenada al origen distinta de cero. Sin embargo, la regresión exponencial simple no representa completamente la realidad. En primer lugar, porque permite emplear valores de flujo negativo y determinar un tiempo de mezclado positivo; la segunda desventaja es que cuando el flujo tiende a infinito el tiempo de mezclado es cero, contradiciendo las ideas expuestas por Komarov *et al.* [23] de la existencia de un tiempo de mezclado mínimo que ya no depende del flujo insuflado.



a)



b)



c)

Figura 4.16. Regresiones no lineales del tiempo de mezclado local en función del flujo para diversos valores H:P: a) exponencial simple, b) exponencial con ordenada al origen diferente de cero y c) potencial. Los datos experimentales se denotan por símbolos y las regresiones por líneas.

Los valores de las constantes (A, B, C, D, E, F y G) en las ecuaciones de regresión pueden correlacionarse, primero, con la relación H:P y luego acoplarse a la ecuación general en función del flujo de las ecuaciones 4.3, 4.4 o 4.5, y de esta manera calcular el tiempo de mezclado local en función de las dos variables de operación: flujo y relación H:P. Los resultados de las correlaciones para los parámetros de cada ecuación se muestran en la Figura 4.17. A pesar de solo contar con 3 puntos, las ecuaciones que se encontraron con el mejor coeficiente de correlación son plausibles para ser empleadas dentro de la ecuación general. Se pensó en un principio en usar únicamente regresiones lineales dado que solo se cuentan con tres puntos, sin embargo, pequeñas variaciones en los coeficientes que se integran a las ecuaciones generales, aumentan en gran medida (cerca del 300 %) la desviación de los datos experimentales con los datos de predicción.

Se puede observar en la Figura 4.17 como las correlaciones obtenidas a partir de los parámetros de las ecuaciones exponenciales simples ajustan de manera adecuada a los datos experimentales, pues tiene coeficientes de correlación por arriba del 0.99 para la mayoría de los parámetros. Aunque los demás parámetros tienen coeficientes bastante cercanos al 1. En la Tabla 4.6 se muestran las ecuaciones aplicables para calcular los parámetros de las ecuaciones de tiempo de mezclado local.

Tabla 4.6. Parámetros de las ecuaciones exponenciales en función de la relación H:P.

Regresión	A		B	
Exponencial Simple	[65.982*(H/P)] - 42.205		[0.019*Ln(H/P)] +0.0289	
	C	D	E	
Exponencial con ordenada al origen diferente de cero	[8.1761*(H/P)] +5.4481	600	[-0.162*Ln(H/P)]+0.4221	
	F		G	
Potencial	22.313*(H/P)^2 + 362.17*(H/P) - 357.08		[0.0971*((H/P)^2)]- 0.6578*(H/P)+ 0.0284	

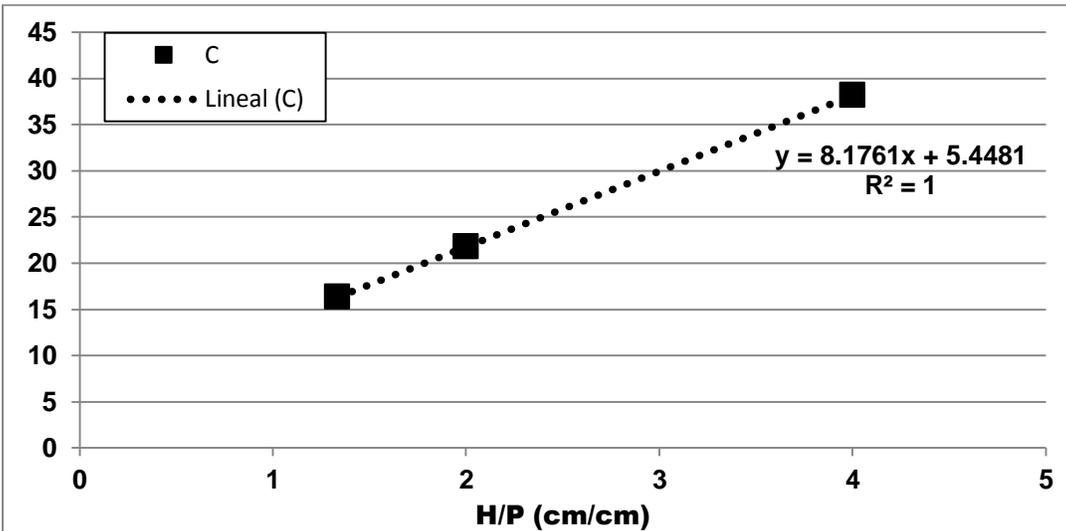
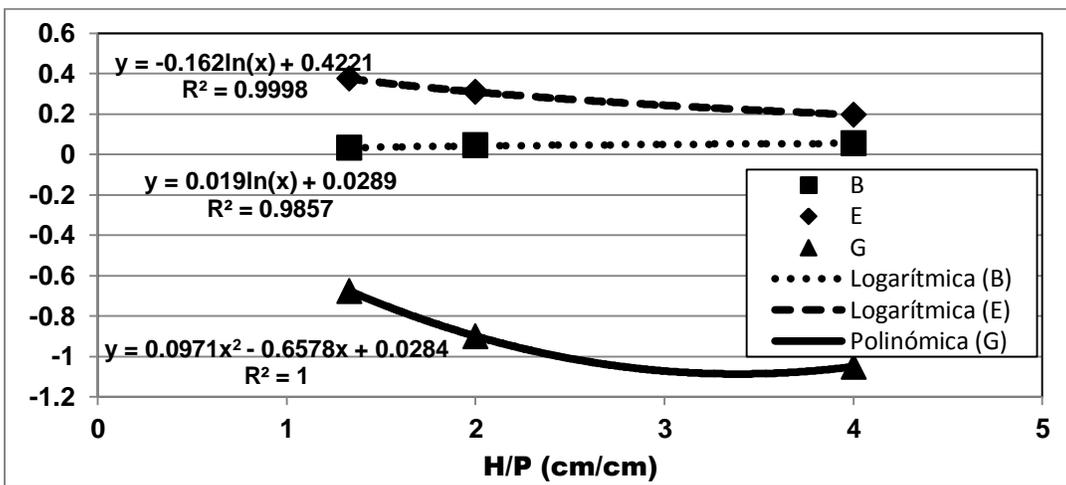
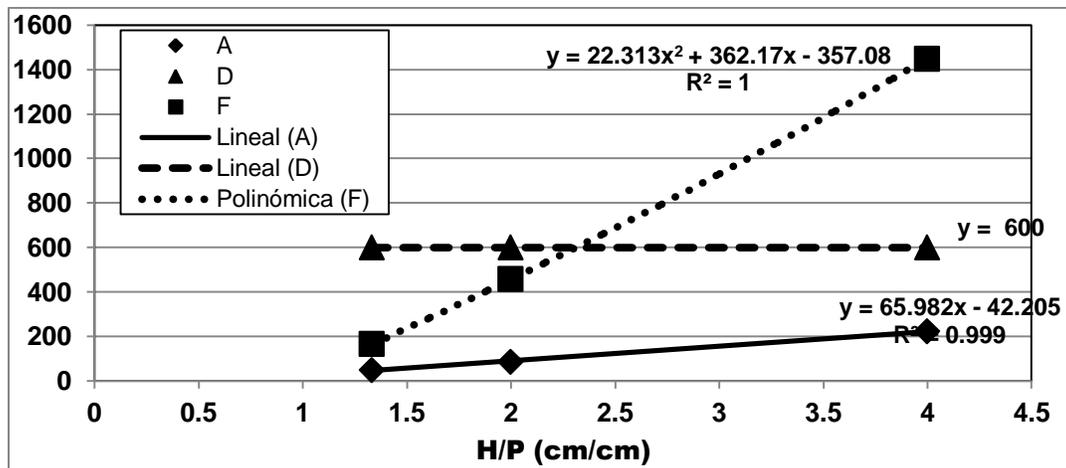


Figura 4.17. Correlación de los parámetros de las regresiones (ecuaciones 4.2 a 4.4) en función de la relación H:P. Los símbolos denotan a los valores de los parámetros y las líneas a las regresiones.

Con estos parámetros se puede definir entonces una función general para el tiempo de mezclado local que depende del flujo y de la relación H:P.

Para la regresión exponencial simple se tiene:

$$\tau = \left(65.982 * \left[\frac{H}{P} \right] - 42.205 \right) * e^{\left(-0.019 \ln \left[\frac{H}{P} \right] - 0.0289 \right) Q} \quad (4.6)$$

Mientras que la regresión exponencial con ordenada diferente de cero resulta ser:

$$\tau = \left(8.1761 * \left[\frac{H}{P} \right] + 5.4481 \right) + 600 * e^{\left(0.162 \ln \left[\frac{H}{P} \right] - 0.4221 \right) Q} \quad (4.7)$$

En el caso de la regresión potencial la ecuación final es:

$$\tau = \left(22.313 * \left[\frac{H}{P} \right]^{(2)} + 362.17 * \left[\frac{H}{P} \right] - 357.08 \right) * Q^{\left(0.0971 * \left[\frac{H}{P} \right]^{(2)} - 0.6578 * \left[\frac{H}{P} \right] + 0.0284 \right)} \quad (4.8)$$

Para corroborar la validez de las correlaciones propuestas se hicieron tres experimentos adicionales (bajo combinaciones de flujo volumínico y relación H:P no utilizadas para generar las regresiones) de los cuales se obtuvieron tiempos de mezclado local para ver si coinciden con las predicciones realizadas por medio de las correlaciones. En la Tabla 4.6 se muestran las condiciones de operación y los tiempos de mezclado local obtenidos.

Tabla 4.7. Experimentos de validación

H:P (adimensional)	Flujo (SCFH)	Número de Froude modificado (adimensional)	Tiempo de mezclado local (s)
4:3.5	6.6	53	31
4:3.5	16.8	376	19
4:3.5	27.6	992	16

Para cuantificar la validez de una regresión se utilizan parámetros estadísticos tales como: el *RMSE* (*root mean squared error*), que es la raíz cuadrada de la distancia promedio de un punto ajustado a la curva o el *MAE* (*mean absolute error*), que es el promedio del valor absoluto de los residuos (errores) [26]. El MAE es muy similar al

RMSE pero es menos sensitivo a errores grandes. Con estas dos medidas del error se puede cuantificar que tan dispersos están los valores experimentales con respecto al valor promedio. En la Tabla 4.7 se observa que los errores tienden a disminuir a medida que el flujo aumenta.

Tabla 4.8. Raíz cuadrada del error promedio (*RMSE*) y error promedio absoluto (*MAE*).

	Exponencial simple	Exponencial con ordenada al origen distinta de cero	Potencial
RMSE	3.85	27.28	4.95
MAE	1.46	10.57	3.42

$$RMSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (4.9)$$

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i| \quad (4.10)$$

De acuerdo con los índices de error, la mejor representación de los datos está dada por la regresión exponencial simple, seguida de la regresión potencial y finalmente de la regresión exponencial con ordenada distinta de cero. De esta manera, la regresión exponencial simple es graficada en la Figura 4.18 para observar la comparación entre los datos experimentales y la predicción. Sin embargo, como ya se ha indicado líneas arriba, la regresión exponencial simple tiene deficiencias con respecto al comportamiento físico real del sistema.

Es práctica común que las correlaciones estén en función de parámetros adimensionales [10], que permitan escalar los datos del modelo físico a un proceso real. Por ejemplo, el Número de Reynolds es un parámetro dependiente únicamente de las propiedades del fluido inyectado (en este caso un gas) y prácticamente es un múltiplo del flujo volumínico mientras que el número de Froude modificado comprende las propiedades de un sistema bifásico (fluido inyectado-fluido en el baño) por lo que suele ser empleado más comúnmente para correlaciones en sistemas con inyección de gases [20, 21, 22, 26].

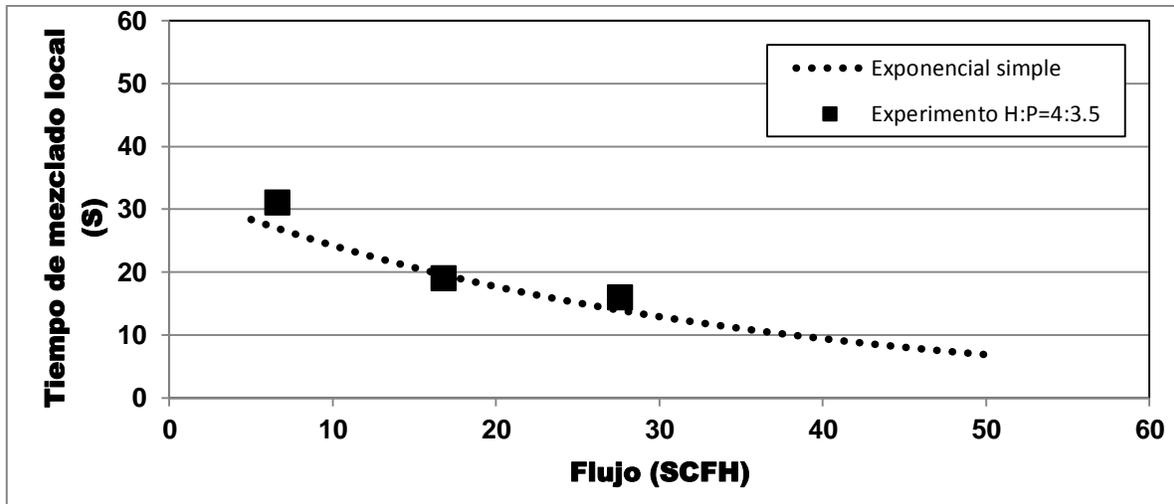


Figura 4.18. Validación de las correlaciones empíricas de tiempo de mezclado local en función del flujo y de la relación H:P = 4:3.5 para la regresión de tipo exponencial simple

Como se observó en la Figura 4.16 (c), el tiempo de mezclado local no sigue una tendencia lineal, por ello, en el caso de las correlaciones en función del número de Froude modificado, denotado en las ecuaciones como Fr' , se decidió emplear regresiones no lineales como en el caso de las regresiones en función del flujo. En la Tabla 4.9 se muestran las regresiones resultantes del tipo observado en las ecuaciones 4.3 a 4.5

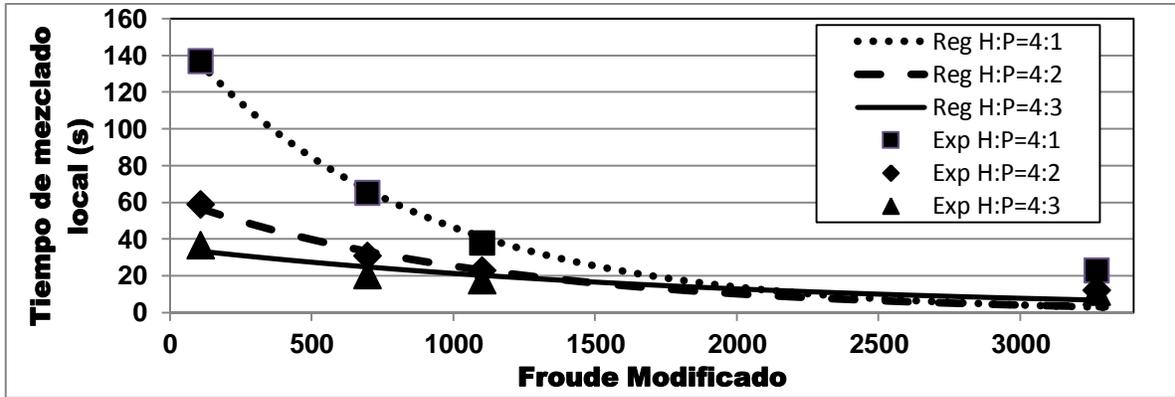
Para generar nuevamente una ecuación de tiempo de mezclado local en función del Número de Froude modificado y de la relación H:P se utiliza el mismo tipo de formato de las ecuaciones 4.3 a 4.5, modificando los nombres de los coeficientes (para evitar confusiones):

$$\tau = I * e^{-J*Fr} \quad (4.11)$$

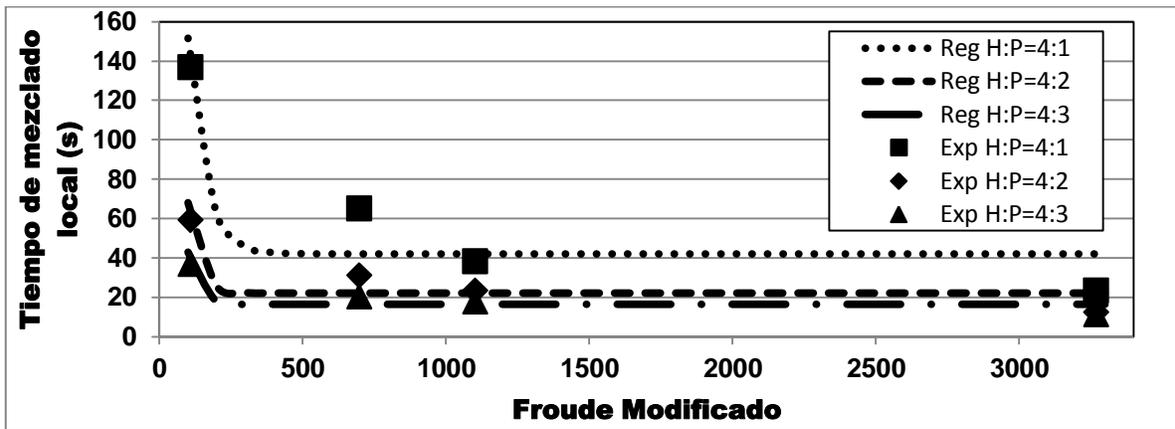
$$\tau = K + L * e^{-M*Q} \quad (4.12)$$

$$\tau = N * Q^0 \quad (4.13)$$

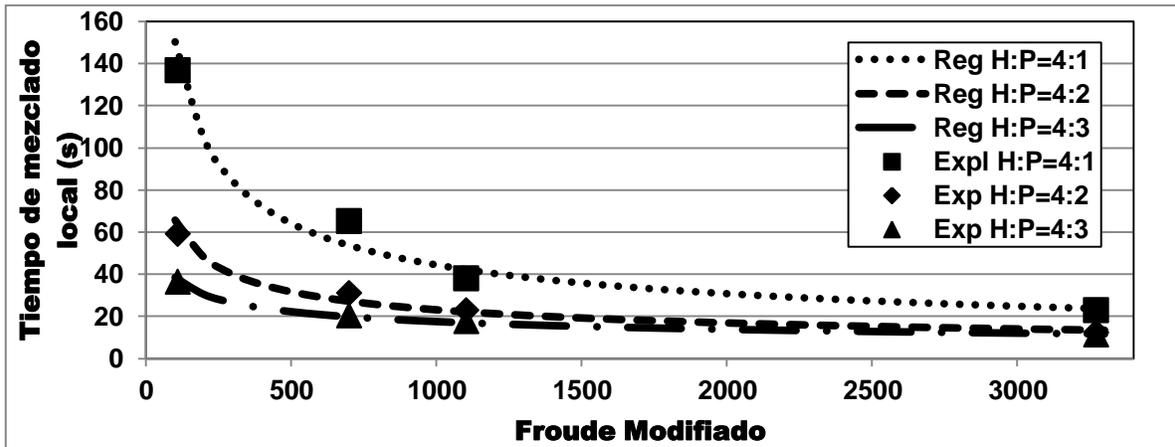
De esta manera, en la Figura 4.19 se muestran las comparaciones entre las correlaciones contra los datos experimentales de las pruebas realizadas, mientras que en la Tabla 4.9 se muestran las regresiones así como el coeficiente de correlación para cada una de las regresiones no lineales empleadas.



a)



b)



c)

Figura 4.19. Regresiones no lineales del tiempo de mezclado local en función del Número de Froude Modificado para diversos valores H:P: a) exponencial simple, b) exponencial con ordenada al origen diferente de cero y c) potencial. Los datos experimentales se denotan por símbolos y las regresiones por líneas.

Tabla 4.9. Correlaciones del tiempo de mezclado local en función del Número de Froude modificado.

H:P	Ecuación	R ²
	Regresión exponencial	
4:3	$\tau = 154.1027 * \exp(-0.0012 * Fr')$	0.9188
4:2	$\tau = 62.4418 * \exp(-0.0009 * Fr')$	0.9251
4:1	$\tau = 35.2819 * \exp(-0.0005 * Fr')$	0.8354
	Regresión exponencial con ordenada al origen diferente de cero	
4:3	$\tau = 41.9964 + 600.00 * \exp(-0.0170 * Fr')$	0.8811
4:2	$\tau = 22.1000 + 600.00 * \exp(-0.0257 * Fr')$	0.8529
4:1	$\tau = 16.4000 + 600.00 * \exp(-0.0312 * Fr')$	0.8777
	Regresión potencial	
4:3	$\tau = 184.72 * ((Fr')^{-0.3407})$	0.9709
4:2	$\tau = 529.09 * ((Fr')^{-0.4530})$	0.9748
4:1	$\tau = 1719.7 * ((Fr')^{-0.5292})$	0.9949

En este caso, puede observarse en la Tabla 4.9 que las mejores correlaciones (coeficiente de correlación más cercano a 1) se dan con las regresiones potenciales.

Las correlaciones de los coeficientes obtenidos se presentan en la Figura 4.20. Siguiendo el mismo tratamiento empleado con los parámetros de las correlaciones en función del flujo, se presentan en la Tabla 4.10. Los coeficientes de correlación para los parámetros son mayores a 0.99 lo que disminuye nuevamente la variación cuando sean acoplados a la ecuación general.

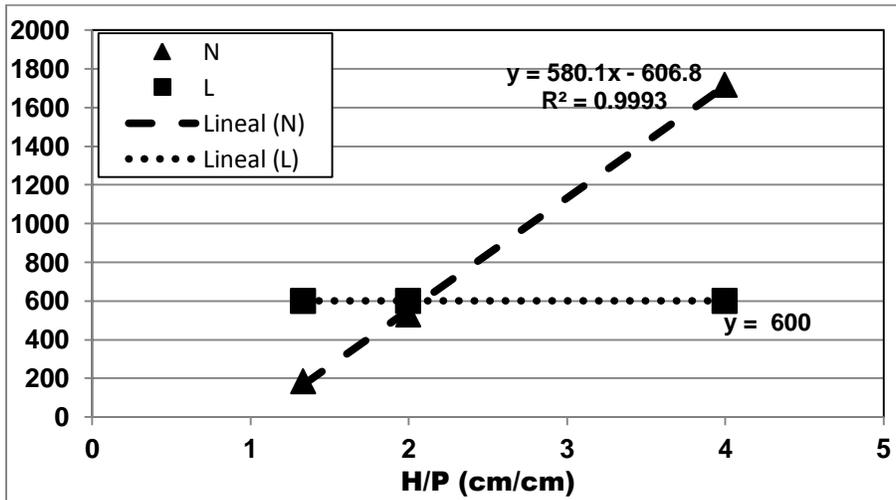
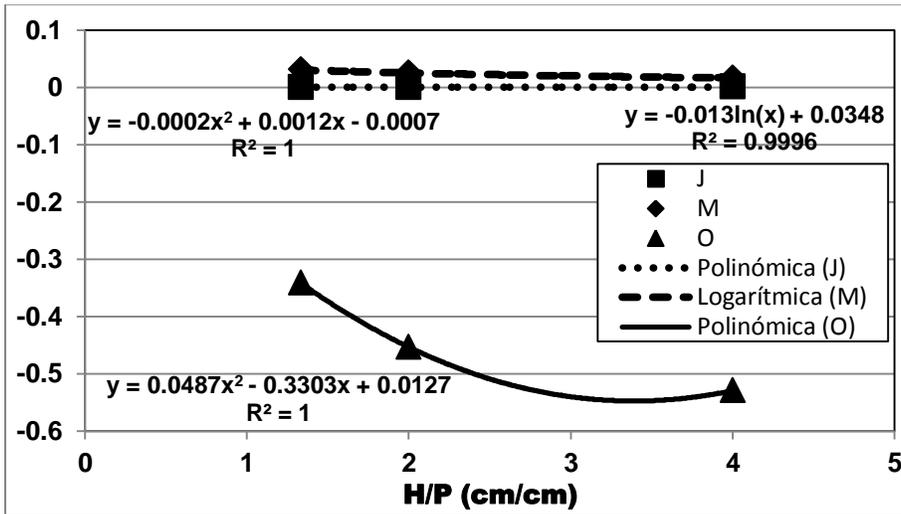
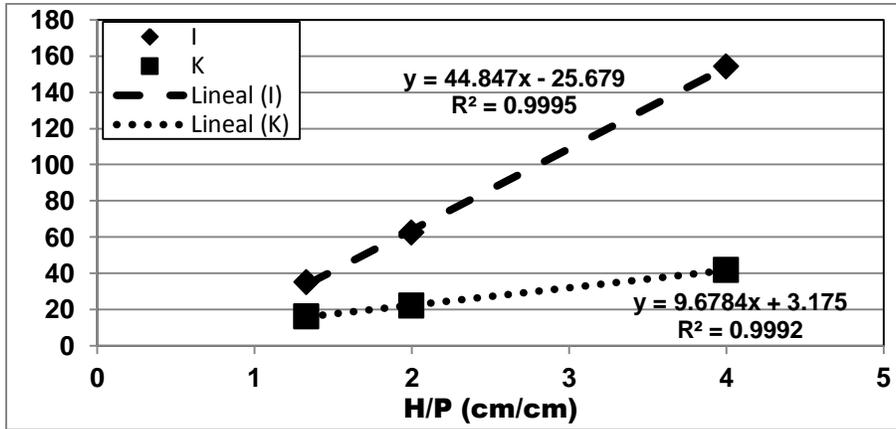


Figura 4.20. Regresión de los parámetros de los coeficientes obtenidos del Número de Froude modificado en función de la relación H:P.

Tabla 4.10. Parámetros de las ecuaciones exponenciales en función de la relación H:P.

Regresión	I		J	
Exponencial Simple	44.847*(H/P) – 25.679		-0.0002(H/P) ² + 0.0012(H/P) - 0.0007	
	K	L	M	
Exponencial con ordenada al origen diferente de cero	9.6784(H/P) + 3.175	600	-0.013ln(H/P) + 0.0348	
	N		O	
Potencial	580.1(H/P) - 606.8		0.0487x ² - 0.3303x + 0.0127	

De esta manera las ecuaciones acopladas son las ecuaciones 4.14 a 4.16.

Para la regresión exponencial simple se tiene:

$$\tau = \left(44.847 * \left[\frac{H}{P} \right] - 25.679 \right) * e^{\left(0.0002 * \left[\frac{H}{P} \right]^{(2)} - 0.0012 * \left[\frac{H}{P} \right] + 0.0007 \right) * Fr'} \quad (4.14)$$

Mientras que la regresión exponencial con ordenada diferente de cero resulta ser:

$$\tau = \left(9.6784 * \left[\frac{H}{P} \right] + 3.175 \right) + 600 * e^{\left(0.013 \text{ Ln} \left[\frac{H}{P} \right] - 0.0348 \right) * Fr'} \quad (4.15)$$

En el caso de la regresión potencial la ecuación final es:

$$\tau = \left(580.1 * \left[\frac{H}{P} \right] - 606.8 \right) * Fr'^{\left(0.0487 * \left[\frac{H}{P} \right]^{(2)} - 0.3303 * \left[\frac{H}{P} \right] + 0.0127 \right)} \quad (4.16)$$

Con los mismos resultados de la Tabla 4.7, se validaron las correlaciones propuestas para el tiempo de mezclado local como función del Número de Froude modificado. En la Tabla 4.11 se presentan los índices de error

Tabla 4.11. Raíz cuadrada del error promedio (*RMSE*) y error promedio absoluto (*MAE*)

	Exponencial simple	Exponencial con ordenada al origen distinta de cero	Potencial
RMSE	3.88	50.77	11.08
MAE	3.31	31.44	10.85

Se observa nuevamente, de acuerdo a la Tabla 4.11, que las correlaciones exponenciales simples tienen un mejor ajuste con respecto a las otras dos correlaciones propuestas. Estos resultados se muestran en la Figura 4.21. Con estas correlaciones ahora es posible involucrar un sistema diferente al agua-aire que se utilizó en esta investigación, como podría ser, por ejemplo, aire enriquecido-mata fundida (considerando al convertidor de cobre tipo Peirce-Smith) empleando las propiedades de dicho sistema para calcular a los números adimensionales.

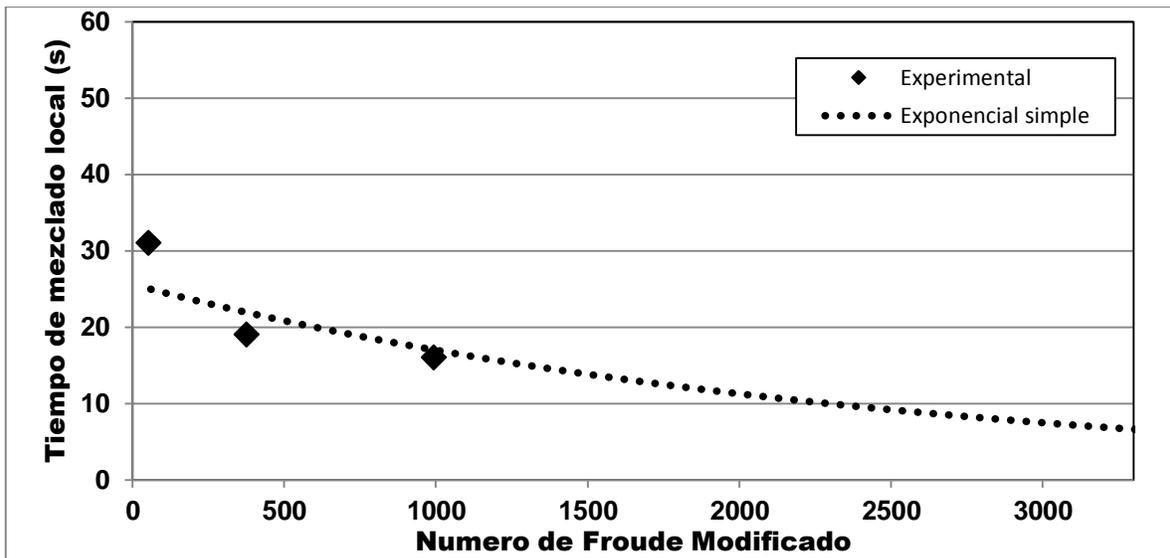


Figura 4.21. Validación del tiempo de mezclado local en función del Número de Froude modificado y la relación H:P.

5 Conclusiones

Con base en los resultados obtenidos, es posible generar las siguientes conclusiones:

- La penetración de la pluma en el baño líquido aumenta a medida que el flujo volumínico de aire insuflado en el reactor aumenta o la relación H:P aumenta. Por otro lado, la amplitud de la pluma aumenta al aumentar el flujo y al disminuir la relación H:P. Los índices de variación indican que el efecto del flujo es mucho más pronunciado.
- La consecuencia del aumento en las dimensiones de la pluma se ve reflejado en la disminución de las regiones con poca agitación.
- La formación de la pluma ocurre por una sucesión de burbujas de geometría irregular, que están en constante coalescencia y expansión a lo largo de su recorrido de ascenso.
- El trazador sigue diferentes trayectorias en función del flujo volumínico: en el rango comprendido de 9 SCFH a 29 SCFH viaja principalmente en la dirección de inyección hasta la base del modelo físico mientras que otra fracción atraviesa la pluma en la parte superior; a un flujo de 50 SCFH el trazador permanece durante un tiempo en la zona delimitada por la pluma, la pared y la boquilla de inyección, recirculando y siendo luego expulsado a través de la pluma.
- De acuerdo con los tres tipos de regresión no lineal propuestos, la regresión de tipo exponencial simple ajusta mejor a los datos experimentales en el rango de variables estudiado.

6 Bibliografía

1. S. Mazumdar y R.I.L. Guthrie. "The Physical and Mathematical Modelling of Gas Stirred Ladle Systems", *ISIJ International*, 1995, vol. 35 (1), pp. 1-20.
2. M. Nilmani y A. K. Das "Bubble overlap in multipoints gas-injection systems", *Metallurgical and Materials Transactions B*, December 1995, vol. 26B, pp. 1147-1156.
3. N. P. Finkelstein y V. M. Lovell, "Fundamental studies of the flotation process: the work of the national institute for metallurgy" *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, February 1972, pp. 196-209.
4. C. Kloppers y T. Fedotova, "Primary de-Oxidation of basic oxygen furnace Steel by means of carbon", *The Journal of the South African of Mining and Metallurgy*, October 2001, pp. 321-328.
5. G. Pereyra, M. D. Ayciriex, C. Macchi y A. Somoza, "Estudio de la porosidad en una aleación de base Al-Si-Mg", Congreso SAM/CONAMET 2007, San Nicolás, septiembre 2007, pp. 1830-1835.
6. W. G. Davenport y M. King. **Extractive metallurgy of copper**. Pergamon Press. Fourth edition. Chapter 9.
7. <http://www.dundeeprecious.com/English/operations/processing/tsumeb-smelter/smelting/default.aspx>
8. J. K. Brimacombe, "The extractive metallurgist in an emerging world of materials", *Metallurgical Transactions B*, June 1989, Vol. 20B, pp. 291-313.
9. N. J. Themelis, "Techniques of process analysis in extractive metallurgy", *Metallurgical Transactions B*, August 1972, Vol. 3, pp. 2021-2029.
10. J. Szekely, J.W. Evans y J.K. Brimacombe. **The Mathematical and Physical Modeling of Primary Metals Processing Operations**. John Wiley & Sons, New York, 1988.
11. R.I.L. Guthrie. **Engineering in Process Metallurgy**. 1ª re-impresión, Oxford Science Publications, Oxford, 1992.
12. P.E.J. Vermeulen y G. Th. Visser. "Determination of similarity criteria for wind-tunnel model testing of wind flow patterns close to building facades", *J. of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 1980, Vol. 6, no. 3-4, pp. 243-259.

13. C.K. Saha, G. Zhang, J.-Q. Ni y Z. Ye. "Similarity criteria for estimating gas emission from scale models", *Biosystems Engineering*, 2011, Vol. 108, no. 3, pp. 227-236.
14. W.H. Snyder. "Similarity criteria for the application of fluid models to the study of air pollution meteorology", *Boundary-layer meteorology*, 1972, Vol. 3, no. 1, p. 113.
15. D.R. Poirier y G.H. Geiger. **Transport Phenomena in Materials Processing**. The Minerals, Metals and Materials Society, Warrendale, PA, EEUU, 1994, p. 6.
16. K. Michalek, K. Gryc, J. Moráva, "Physical modelling of bath homogenisation in argon stirred ladle", *Metallurgija* 48, 2009, 4, pp. 215-218.
17. U. P. Sinha y M. J. McNallan, "Mixing in ladles by vertical injection of gas and gas-particle jets- a water model study", *Metallurgical and Materials Transactions B*, Diciembre 1985, Vol. 16B, pp. 850-853.
18. H. Turkoglu y B. Farouk, "Mixing time and liquid circulation rate in steelmaking ladles with vertical gas injection", *ISIJ International*, 1991, Vol. 31, pp. 1371-1380.
19. D. Mazumdar y R. I. L. Guthrie, *Metall. Trans. B*, 1986, Vol. 17B, pp. 725.
20. T. Sato, M. Bjurström, P. Jönsson y M. Iguchi, "Swinging Motion of bath surface induced by side gas injection", *ISIJ International*, 2004, Vol. 44, No. 11, pp. 1787-1792.
21. J. Vaarno, J. Pitkälä, T. Ahokainen y A. Jokilaakso "Modelling gas injection of a Peirce-Smith-converter", *Elsevier*, 1998, Applied Mathematical Modelling 22, pp. 907-920.
22. M.-Y. Zhu, I. Sawada y M. Iguchi, "Physical characteristics of a horizontally injected gas jet and turbulent flow in metallurgical vessels", *ISIJ International*, 1998, Vol. 38, No 5, pp. 411-420.
23. S. V. Komarov, K. Itoh, M. Sano y K. A. Blinov, "Mixing phenomena in a liquid bath stirred by gas jets through side and inclined nozzles", *ISIJ International*, 1993, Vol. 33, No. 7, pp. 740-747.
24. Reporte para la asignatura Proyecto de Juan Carlos Contreras Guzmán durante el semestre 2012-1
25. D. Mazumdar y R. I. L. Guthrie, "Discussion of Mixing time and fluid flow phenomena in liquids of varying kinematic viscosities agitated by bottom gas injection", *Metallurgical and Materials Transactions B*, April 1999, Vol. 30B, pp. 349-351.
26. http://docs.oracle.com/cd/E11882_01/datamine.112/e16808/regress.htm