



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

**MAESTRIA EN DOCENCIA PARA LA EDUCACION MEDIA SUPERIOR**

**“Secuencia Didáctica de monomios y polinomios como  
potenciadora del aprendizaje matemático en álgebra para  
bachillerato.”**

## **TESIS**

**QUE PARA OBTENER EL GRADO  
DE MAESTRO EN DOCENCIA  
PARA LA EDUCACION MEDIA  
SUPERIOR, MATEMÁTICAS**

**P R E S E N T A**

**ING. CYNTHIA LISSETH VELAZCO VELASCO**

**TUTORA: GISELLE OCHOA HOFMANN**

**OCTUBRE 2012**

**FACULTAD DE CIENCIAS**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INTRODUCCIÓN.....	3
<b>CAPÍTULO I.</b> La ejecución de procedimientos usando representaciones simbólicas matemáticas parte de nuestra vida cotidiana.....	9
<b>CAPÍTULO II.</b> La repetición de representaciones simbólicas: herramienta fundamental para el aprendizaje de las matemáticas.....	16
<b>CAPÍTULO III.</b> Modelo de enseñanza directa como estrategia didáctica y su relación con el aprendizaje de las representaciones simbólicas monomios y polinomios ....	24
Psicología del Entrenamiento y psicología conductual.....	25
Modelo de Enseñanza Directa.....	26
Bandura y la teoría cognitiva social.....	26
Vigotsky y el modelo de Enseñanza Directa.....	27
Componentes del Modelo de Enseñanza Directa.....	28
Planeación e Implementación del Modelo de Enseñanza Directa.....	28
Errores Algebraicos.....	35
<b>CAPÍTULO IV.</b> Desarrollo y resultados de la secuencia didáctica basada en el modelo de enseñanza directa.....	37
Desarrollo de la secuencia didáctica basada en el modelo de enseñanza directa ...	42
Situación didáctica 1. Términos semejantes y algebraicos.....	42
Situación didáctica 2. Suma, resta y multiplicación de los términos algebraicos: monomios y polinomios.....	48
Situación didáctica 3. Vuelve a observar y dime ¿qué observas?.....	54
Evaluación de la secuencia didáctica.....	58
Matriz de evaluación diagnóstica y final.....	70
Resultados de la evaluación de la secuencia didáctica.....	70
<b>CAPÍTULO V.</b> Conclusiones y recomendaciones.....	80
¿Hacia dónde van los esfuerzos de los docentes en matemáticas?.....	83
<b>A N E X O S</b>	
Examen diagnóstico y final.....	85
Hoja de trabajo I.....	87
Hoja de trabajo II.....	88
Hoja de trabajo III.....	90
Encuesta de opinión.....	92
<b>BIBLIOGRAFÍA</b> .....	93



## INTRODUCCION

Las matemáticas es una ciencia que estudia las propiedades y relaciones cuantitativas entre los entes abstractos (números, figuras geométricas y símbolos).<sup>1</sup> A través de ellas conocemos cantidades, estructuras, el espacio geométrico, así como los cambios entre ellos. Los matemáticos buscan distinguir patrones,<sup>2</sup> formular nuevas hipótesis e intentar alcanzar la verdad matemática por medio de rigurosas conclusiones.

Mediante la abstracción y la lógica del razonamiento, las matemáticas han evolucionado basándose en las operaciones aritméticas, el cálculo, las mediciones, el estudio de la forma y el movimiento de los objetos físicos, desde que se inicio su estudio han tenido un fin práctico en la realidad de la humanidad.

Actualmente las representaciones simbólicas matemáticas son utilizadas en diversas áreas de conocimiento entre las que destacan; ciencias naturales, ingenierías, ciencias biológicas y ciencias sociales, el campo de aplicación de las representaciones matemáticas es vasto, lo que hace necesario dividir su estudio en ramas, algunas de las ramas más comunes son: álgebra, trigonometría, cálculo, aritmética, probabilidad, estadística y geometría analítica. Cada una de las anteriores posee sus propios símbolos matemáticos que al aprender a usarlos potencian la aplicación y uso de las matemáticas en la solución de problemas del entorno cotidiano.

Cabe mencionar que las matemáticas contribuyen al desarrollo del pensamiento lógico, razón por la cual se ha incluido su estudio formal en los diferentes grados escolares, desde niveles elementales hasta niveles superiores, a nivel nacional como internacional.

En el marco internacional el Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA)<sup>3</sup>, diseñado y dirigido por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE)<sup>4</sup>, ha desarrollado evaluaciones que tienen como objetivo

---

<sup>1</sup>«Matemáticas», Diccionario de la lengua española (vigésima segunda edición), Real Academia.Española, 2001,

<sup>2</sup>Steen, LA. *Mathematics: The Science of Patterns* (Scientific American Library, 1994) Science, p. 240: 611-616

<sup>3</sup>*Programme for International Student Assessment*

<sup>4</sup>La OCDE es una organización internacional que aporta referentes estadísticos sobre diversos ámbitos, el área educativa constituye uno de los principales indicadores sobre los cuales esta organización realiza diferentes evaluaciones.

desarrollar indicadores por país que permiten medir el progreso de los estudiantes en el manejo de habilidades matemáticas, comprensión de lectura y competencia científica, para que esos aseguren su participación en la sociedad. El nivel de competencia matemática de OCDE/PISA se refiere a como los estudiantes de quince años puedan recurrir a lo aprendido, analizar y resolver problemas, manejar información y enfrentar situaciones nuevas que se les presentarán en la vida adulta<sup>5</sup>, se centra en la capacidad de los alumnos para utilizar su conocimiento matemático y enriquecer la comprensión de los temas, promoviendo la capacidad de acción.

OCDE/PISA define la capacidad matemática como: *“La competencia matemática es la capacidad del individuo para identificar y entender el rol que juegan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundamentados y utilizar las matemáticas en formas que le permitan satisfacer sus necesidades como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo.”*<sup>6</sup>

La competencia matemática que propone PISA, esta planteada en tres dimensiones: *procesos, contenidos y contexto.*

Los *procesos matemáticos* se usan para desarrollar la capacidad de análisis, razonar y comunicar ideas mediante la formulación y resolución de problemas matemáticos. A su vez dentro de estos procesos matemáticos existen tres tipos:

Procesos de Reproducción: Se busca que el alumno tenga conocimiento de hechos matemáticos, que desarrolle la retención memorística de objetos y procesos matemáticos, que desarrolle procedimientos y que aplique algoritmos estándar.

Procesos de Conexión: En estos se busca desarrollar la construcción de modelos, así como establecer conexiones entre definiciones, afirmaciones, ejemplos y demostraciones. También busca que se logre la interpretación del lenguaje formal y con lenguaje natural.

Procesos de reflexión: Durante este tipo de procesos se busca que el estudiante sepa que es una demostración matemática y que lo diferencia de otro tipo de razonamiento. Así como desarrollar el sentido de la heurística (Que puede ocurrir y porqué). Que creé argumentos matemáticos y que reconozcan una situación matemática, que la extraigan del contexto en el que se encuentre para que solucionen problemas.

---

<sup>5</sup>OCDE, El programa PISA de la OCDE ¿Qué es y para que sirve?, 2009, p.12

<sup>6</sup>OCDE (2003) *Assessing Scientific, Reading and Mathematical Literacy...*, p. 9-11

Por su parte el *Contenido* se refiere al tema abordado en los problemas y tareas matemáticas. PISA/OCDE agrupó el contenido de la siguiente manera.

**Cantidad:** Cuantificar para entender y organizar, números que representan cantidades, reconocimiento de patrones, aborda procedimiento, razonamiento cuantitativo, calculo mental y estimación.

**Espacio y Forma:** Búsqueda de similitudes y diferencias al analizar los componentes de las formas. Reconocer patrones y figuras en diferentes representaciones y dimensiones. Propiedades de objetos numéricos y sus posiciones relativas.

**Cambio y relaciones:** Traducción entre representaciones (tablas, expresiones simbólicas, graficas y geométricas)

**Probabilidad:** Recolección de datos, procesamiento y análisis de datos, presentación de datos y probabilidad de ocurrencia e inferencia.

Por su parte la *Situación o Contexto* son los ámbitos en los que se sitúan los problemas de matemáticas, pueden ser escolar, laboral, o el de la vida cotidiana.

La combinación de estas tres dimensiones, generan seis niveles de desempeño en los que se sitúa al estudiante de acuerdo a las habilidades matemáticas que posee y las tareas que puede ejecutar. En el siguiente cuadro se pueden ver los niveles de desempeño en las escalas de PISA.

Niveles de desempeño de las escalas de PISA	
Niveles	Descripción genérica
Nivel 6	Situarse en uno de los niveles más altos significa que un alumno tiene potencial para realizar actividades de alta complejidad cognitiva, científica u otras.
Nivel 5	
Nivel 4	
Nivel 3	Arriba del mínimo necesario y, por ello, bastante bueno, aunque no del nivel deseable para la realización de las actividades cognitivas más complejas.
Nivel 2	Identifica el mínimo adecuado para desempeñarse en la sociedad contemporánea.
Nivel 1a	Insuficientes (en especial el 0) para acceder a estudios superiores y desarrollar las actividades que exige la vida en la sociedad del conocimiento.
Nivel 1b	
Nivel 0	

Tabla 1. Niveles de Desempeño en Competencia Matemática de acuerdo a PISA/OCDE

Los resultados de la evaluación de PISA que se llevó a cabo en 2003 arrojó que los países que obtuvieron los niveles más altos en competencias matemáticas fueron Finlandia, Hong Kong, China y Corea mientras que México se encuentra en los últimos niveles, debido a que los estudiantes sólo reproducen elementos matemáticos básicos o aplican habilidades simples de cálculo<sup>7</sup>, únicamente contestan preguntas en contextos familiares donde toda la información relevante esté presente y las preguntas estén claramente definidas, únicamente identifican información y desarrollan procedimientos rutinarios conforme a instrucciones directas en situaciones explícitas. Esto quiere decir que el promedio de los estudiantes mexicanos, no llegan a realizar la tarea más básica y simple de las tareas en capacidad matemática o experimentan muchas dificultades para lograrlo.<sup>8</sup> En términos de la OCDE México se encuentra por debajo de las economías asiáticas, las cuales tienen un alto desempeño en el área matemática. En México, solo el 5% de los estudiantes se agrupa en los niveles seis, cinco y cuatro, el 44% en los niveles intermedios y el 51% en los niveles inferiores.

Desde la perspectiva nacional no son alentadores los resultados, se han desarrollado diferentes pruebas para medir los logros educativos en el campo de las matemáticas, con el objetivo de nacionalizar las pruebas y visualizar los resultados de PISA, desde el interior del territorio mexicano, estos esfuerzos se ven reflejados con las pruebas: Exámenes para la Calidad y el Logro Educativos (EXCALE) desarrollada por el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE) y la prueba ENLACE<sup>9</sup> en Educación Media Superior, implementada por la Secretaría de Educación Pública.

Las pruebas EXCALE<sup>10</sup> (Exámenes para la Calidad y el Logro Educativos) tienen como objetivo proporcionar un conocimiento general del rendimiento académico de los estudiantes, a nivel estatal y nacional, así como identificar los factores que ayuden a explicar las diferencias entre los niveles de logro. Su propósito es evaluar los aprendizajes planteados por los planes y programas de estudio nacionales, esta prueba se centra en el dominio de los contenidos matemáticos. Los resultados en los últimos años son desmoralizadores, las estadísticas arrojan que el 75% de los alumnos se encuentran en un nivel elemental del dominio de las matemáticas.

---

<sup>7</sup>*Ibidem*, p. 12

<sup>8</sup>OCDE, El programa PISA de la OCDE ¿Qué es y para que sirve?, 2009, p.16

<sup>9</sup><http://www.enlace.sep.gob.mx/ms/>

<sup>10</sup> Prueba realizada por el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación – INEE



Modalidad educativa	Por debajo del básico		Básico		Medio		Avanzado		Alumnos que alcanzan al menos el nivel Básico	
	%	(EE)	%	(EE)	%	(EE)	%	(EE)	%	(EE)
<b>NACIONAL</b>	52	(1.0)	27	(0.7)	19	(0.8)	2	(0.3)	48	(1.0)
<b>General</b>	51	(1.8)	29	(1.4)	19	(1.4)	2*	(0.4)	49	(1.8)
<b>Técnica</b>	54	(1.2)	28	(0.8)	17	(0.9)	2*	(0.4)	46	(1.2)
<b>Telesecundaria</b>	62	(1.4)	23	(1.4)	14	(1.3)	1*	(0.4)	38	(1.4)
<b>Privada</b>	25	(1.7)	29	(1.5)	37	(1.8)	10	(1.4)	75	(1.7)

Tabla 2. Informe sobre los resultados de Excale 09, aplicación 2008<sup>11</sup>

Por su parte la prueba ENLACE en Educación Media Superior evalúa en que medida los jóvenes son capaces de poner en práctica los aprendizajes, ante situaciones de la vida cotidiana, las competencias disciplinares matemáticas adquiridas a lo largo de su trayectoria escolar<sup>12</sup>. En los últimos cuatro años, el 80% de los estudiantes mexicanos se encuentran en un nivel insuficiente o elemental en el dominio de las competencias matemáticas.

NIVEL DE DOMINIO	PORCENTAJE DE ALUMNOS DEL ÚLTIMO GRADO EN CADA NIVEL DE DOMINIO			
	2008	2009	2010	2011
INSUFICIENTE	46.5	46.1	40.6	35.1
ELEMENTAL	37.8	35.1	39.1	40.2
BUENO	12.2	13.9	15.1	16.7
EXCELENTE	3.4	4.8	5.3	8.0
TOTAL	100.0	100.0	100.0	100.0

Tabla 3. Resultados Nacionales por Nivel de Dominio - ENLACE<sup>13</sup>

Los resultados de las evaluaciones nacionales e internacionales son contundentes, los estudiantes mexicanos de quince años, que se encuentran en el nivel educativo primer año de bachillerato o último año de las secundaria, únicamente han desarrollado la competencia matemáticas básica, como consecuencia es necesario, idear proyectos, programas de estudio o estrategias didácticas que tengan por finalidad incrementar la competencia matemáticas de nuestros estudiantes mexicanos.

<sup>11</sup> INEE, El aprendizaje de Tercero de Secundaria en México. Informe sobre los resultados EXCALE 09, aplicación 2008. Capítulo 3 El aprendizaje de las matemáticas, [http://www.inee.edu.mx/index.php?option=com\\_content&view=article&id=4539&Itemid=1057](http://www.inee.edu.mx/index.php?option=com_content&view=article&id=4539&Itemid=1057), Fecha de actualización 01 de Febrero de 2011.

<sup>12</sup> <http://www.enlace.sep.gob.mx/ms/>

<sup>13</sup> Estadísticas de resultados Enlace 2011 [http://www.enlace.sep.gob.mx/ms/estadisticas\\_de\\_resultados/](http://www.enlace.sep.gob.mx/ms/estadisticas_de_resultados/), 2011

El presente trabajo tiene el objetivo de generar una Secuencia Didáctica, cuya finalidad es desarrollar las habilidades matemáticas en los alumnos del nivel medio superior, a través de la mecanización de las operaciones con expresiones algebraicas; en particular de monomios y polinomios, haciendo énfasis en los procesos de reproducción y conexión que propone PISA.

Uno de los contenidos matemáticos que evalúan las pruebas nacionales e internacionales es el estudio del algebra, puntualmente las expresiones algebraicas de monomios y polinomios, su importancia radica en que *las matemáticas no pueden ser comunicadas sin estos sistemas de representación y en muchas ocasiones, los estudiantes y profesores trabajan, de manera inconsciente, con la intención de que ayuden al estudiante a ser competente en el sistema de representación convencional apropiado*<sup>14</sup>, así como su aplicación en otras disciplinas. Estas representaciones son los símbolos matemáticos básicos y medulares, a partir de estos se generan conceptos matemáticas mas complejos, sin estos no se puede avanzar a un conocimiento mas profundo ni mucho menos a una aplicación que ayude a solucionar problemas.

Por otro lado los monomios y polinomios son expresiones simbólicas fundamentales en el proceso de traducción algebraico. El cual se basa en usar símbolos para simplificar el lenguaje verbal que comúnmente usamos y así realizar planteamientos de problemas matemáticos que tienen aplicación en la vida cotidiana. Este proceso se refiere a la traducción del lenguaje común al lenguaje algebraico en un problema matemático.<sup>15</sup>

Partiendo de estos dos procesos matemáticos, reproducción y conexión, se puede mejorar el desempeño de los estudiantes, es decir que existan menos estudiantes en niveles inferiores y más en niveles intermedios y altos, ¿Cómo se va a lograr esto? La propuesta de este trabajo es desarrollar Secuencias Didácticas que se sitúen en el marco del Modelo de Enseñanza Directa (MED), que centra su proceso de enseñanza aprendizaje en el alumno, enfocando sus actividades en los procesos previamente mencionados, usando el contenido matemático de monomios y polinomios.

---

<sup>14</sup> Medina Palarea y Robayna Socas. "Procesos cognitivos implicados en el aprendizaje del lenguaje algebraico. Un estudio biográfico". *El guiniguada*. Numero 8/9, Año 1999-2000, pp. 321

<sup>15</sup> Palarea Medina, Ma. De las Mercedes, "La adquisición del lenguaje algebraico: reflexiones de una investigación". *Revista de didáctica de las matemáticas*, Volumen 40, Diciembre 1999, pp. 3- 28.

La Secuencia Didáctica basada en el MED se lleva a cabo en dos fases: planeación e implementación. La primera fase se compone de tres pasos: en el primero se establecen los objetivos de aprendizaje que van a alcanzar los estudiantes durante la Secuencia Didáctica, en el segundo se identifica el conocimiento previo con el que cuentan los alumnos y en el tercer se seleccionan ejemplos y problemas que se mostraran a los alumnos durante la Secuencia Didáctica, cabe mencionar que estos ejemplos y problemas deben de estar en el contexto de mejorar los procesos de reproducción y conexión antes mencionados.

Por su parte, la Implementación del Modelo de Enseñanza Directa se divide en cuatro etapas las cuales son las siguientes.

- Introducción: Provee una visión general del contenido nuevo, explora las conexiones con los conocimientos previos de los alumnos y ayuda a los alumnos a comprender el valor del nuevo contenido.
- Presentación: Un nuevo contenido es explicado y modelado por el docente en forma interactiva.
- Práctica Guiada: Se proporciona al estudiante oportunidades para aplicar el nuevo contenido, siempre con la guía del maestro.
- Práctica Independiente: Se promueve la retención y la transferencia haciendo que los estudiantes practiquen solos. Esta transferencia debe tener lugar en ejemplos o ejercicios que no se encuentren tan fácil en el contexto escolar, con el objetivo de que se mejore el nivel de desempeño en la dimensión del contexto de competencia matemática.

La propuesta de este trabajo abarca cinco capítulos, se desglosan de forma breve a continuación.

En el **capítulo 1** se verá como incluyen la enseñanza de representaciones algebraicas de monomios y polinomios en las instituciones educativas del nivel medio superior nacionales de carácter público y privado. Se responden las preguntas: ¿El algebra es fundamental para el nivel medio superior? ¿Por qué los monomios y polinomios son importantes en la vida cotidiana? ¿Cuál es la relación de las representaciones matemáticas con el proceso de traducción algebraico? Adicionalmente se hace un análisis del perfil de egreso del estudiante enunciado en la Reforma Integral de la Educación Media Superior (RIEMS)<sup>16</sup>. Cabe mencionar que esta Reforma nació como resultado de las evaluaciones de PISA, ya que es un instrumento que mide el desarrollo económico del país de acuerdo a la OCDE.

En el **capítulo 2** se expone la importancia de la mecanización de las operaciones algebraicas de los monomios y polinomios y sus aplicaciones en el aprendizaje matemático. Enfatizando los procesos de reproducción y conexión, propuestos por PISA.

En el **capítulo 3** Se desarrolla el MED, se explica por qué es necesario un modelo pedagógico durante el desarrollo de clases. También se responden las siguientes preguntas ¿Por qué es aceptado este modelo? ¿Cuáles son las ventajas y desventajas de la enseñanza directa con respecto a otros modelos de enseñanza? ¿Cuál es la relación de la enseñanza directa y su relación con las representaciones simbólicas y su aprendizaje? Se revisa de forma breve el nivel cognoscitivo del estudiante para el aprendizaje de las expresiones algebraicas.

Por su parte en el **capítulo 4** se presenta la implementación, resultados y evaluación de la Secuencia Didáctica basada en el Modelo de Enseñanza Directa.

En el **capítulo 5** se desglosan las conclusiones y recomendaciones del presente trabajo.

---

<sup>16</sup><http://www.reforma-iems.sems.gob.mx/>



## **CAPÍTULO I. LA EJECUCIÓN DE PROCEDIMIENTOS USANDO REPRESENTACIONES SIMBÓLICAS MATEMÁTICAS PARTE DE NUESTRA VIDA COTIDIANA.**

La palabra representación proviene del latín *representatio*<sup>17</sup>, la acción y efecto de representar (hacer presente algo con figuras o palabras, referir, sustituir algo). La representación, por lo tanto, puede tratarse de la idea o imagen que sustituye a la realidad.

Una representación en el estricto sentido matemático, está hecha por símbolos matemáticos que combinándolos entre si forman un lenguaje o un mensaje. El interés de trabajar con representaciones matemáticas radica en que manipulándolas durante la ejecución de procedimientos, se obtiene un lenguaje que sirve para representar la realidad.

El aprendizaje de las representaciones matemáticas ha estado presente en los distintos niveles educativos desde la educación preescolar hasta la educación superior, recordemos que en el nivel inicial se comenzó a usar el primer sistema de representación matemático: el sistema de numeración: *“Es un conjunto de símbolos y reglas que permiten construir todos los números válidos”*.<sup>18</sup> Sin embargo a lo largo de toda la trayectoria del estudiante, es en el nivel medio superior, donde estas representaciones matemáticas toman fuerza, significado y aplicación en el entorno cotidiano.

Durante el nivel medio superior, el lenguaje matemático se robustece, antes de este únicamente está formado por números, ahora se le acompaña con letras, signos de agrupación, exponentes y un nuevo significado. Esta nueva simbología recibe el nombre de monomios y polinomios.

Los monomios y polinomios son básicos para modelar la realidad, se usan para representar fenómenos físicos, comportamiento del mercado de valores, ubicar las coordenadas de una calle en el mapa, estos símbolos son la base de la representación matemática. Se encuentran presentes en casi todos los entornos, por tal motivo las instituciones educativas las toman en cuenta en sus planes y programas de estudio.

---

<sup>17</sup>Diccionario de la lengua española (vigésima segunda edición), Real Academia Española, 2001.

<sup>18</sup>Idem

Algunas de las instituciones educativas publicas de nivel medio superior mexicano más importantes, como la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), el Instituto Politécnico Nacional (IPN), el Colegio de Bachilleres – de la Secretaria de Educación Pública (SEP), así como las instituciones privadas como el Tecnológico de Monterrey (TEC) toman en cuenta la enseñanza de estos símbolos matemáticos, enseñan a ejecutar procedimientos usando los monomios y polinomios, con el objetivo de usar estos para que los estudiantes puedan aplicarlo en el proceso de traducción algebraica y resuelvan problemas que se les lleguen a presentar en su vida cotidiana. La enseñanza de estas representaciones matemáticas en las diferentes instituciones educativas del nivel medio superior es parte fundamental y obligatoria establecida en sus programas y planes de estudio.

La Universidad Nacional Autónoma de México, divide sus instituciones de nivel medio superior en dos subsistemas - Escuela Nacional Preparatoria (ENP) y Colegio de Ciencias y Humanidades (CCH) – ambos incorporan la enseñanza de monomios y polinomios como parte fundamental del desarrollo de habilidades matemáticas en sus estudiantes.

En la Escuela Nacional Preparatoria (ENP) está presente el curso de *Matemáticas IV*, el cual es impartido durante el primer año del bachillerato, es una materia obligatoria y de formación básica para el alumno. Esta tiene orientación hacia un aprendizaje que sirva para la solución de problemas: “*La metodología parte del planteamiento de problemas simples que irán aumentando su complejidad en el tratamiento de un mismo tema*”<sup>19</sup>, así como poner énfasis en el manejo de las operaciones: “*El eje conductor de los tres cursos, desde el punto de vista operativo es el álgebra y desde el punto de vista metodológico la simulación y la aproximación progresiva a la sistematización y a la modelación*”.<sup>20</sup>

El curso de *Matemáticas IV* está estructurado en tres bloques: en el primero se definen la simbología, el lenguaje algebraico, los sistemas de numeración y el campo de los números reales, en el segundo llamado *operativo o instrumental* se reafirman las operaciones fundamentales con monomios y polinomios. Concluyendo con el tercero que tiene como objetivo usar el lenguaje matemático para representar o simbolizar la vida cotidiana, es donde se conectan los dos primeros se usan para resolver problemas procedentes de otras disciplinas.

---

<sup>19</sup> Plan y Programas de Estudio de Escuela Nacional Preparatoria-Matemáticas-1400, 1996, Pagina 4

<sup>20</sup>Ídem, Pagina 5

La Escuela Nacional Preparatoria hace hincapié en la ejecución de procedimientos usando la representación matemática, *“Se revisan las operaciones fundamentales con monomios y polinomios dándoles mayor alcance que en los cursos anteriores. A través del desarrollo de los contenidos, se propicia la mecanización de las operaciones fundamentales del álgebra, las cuales se sistematizan y simplifican en el desarrollo de la siguiente unidad”*.<sup>21</sup>

El Colegio de Ciencias y Humanidades (CCH) ubica la primera asignatura de matemáticas del Programa de Estudios del nivel medio superior en el primer semestre, lleva el nombre de *Matemáticas I*, presenta al álgebra como eje temático en su programa de estudios, *“Se busca que el estudiante sea el principal actor en el proceso de su aprendizaje, adquiera un desempeño satisfactorio en la comprensión y manejo de los contenidos de los cinco ejes temáticos (Álgebra, Geometría, Trigonometría, Geometría Analítica y Funciones), y desarrolle: diversas formas de pensamiento reflexivo (sistemático, especulativo y riguroso), particularmente de tipo analógico, inductivo y deductivo. La capacidad para realizar análisis y establecer relaciones mediante la identificación de semejanzas y el uso de analogías”*<sup>22</sup>

Con relación a las representaciones simbólicas de monomios y polinomios, el programa tiene como objetivo: *“Revisar y dar significado a los diversos algoritmos de las operaciones básicas a través del planteamiento de problemas, reforzar el manejo de la prioridad de las operaciones y enriquecer el pensamiento aritmético del alumno.”*<sup>23</sup>

Por su parte la Secretaría de Educación Pública con el Colegio de Bachilleres, ubica la primera asignatura de matemáticas que se cursa en el nivel medio superior, en el primer semestre del bachillerato, esta asignatura tiene el nombre de *Matemáticas I*, que tiene como objetivo principal: *“permitir al estudiante utilizar distintos procedimientos algebraicos para representar relaciones entre magnitudes constantes y variables, y resolver problemas de la vida cotidiana.”*<sup>24</sup>

---

<sup>21</sup>Ídem, Pagina 8

<sup>22</sup>Programa de Estudios de Matemáticas, Semestres I al IV- Colegio de Ciencias y Humanidades

<sup>23</sup> Programa de Estudios de Matemáticas, Semestres I al IV, pagina 16. Colegio de Ciencias y Humanidades. UNAM

<sup>24</sup> Secretaría de Educación Pública- Serie de Programas de Estudios – Matemáticas I, 2010, Pagina 5



También el Colegio de Bachilleres enfatiza la importancia de las representaciones simbólicas matemáticas de monomios y polinomios, el alumno tiene como objetivo: *“Explicar e interpretar los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrastara con modelos establecidos o situaciones reales. Interpretara tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.”*<sup>25</sup>

Por parte de las instituciones privadas de educación media superior, se encuentra el Tecnológico de Monterrey esta institución ubica la primera asignatura de matemáticas en el primer semestre del bachillerato, llamada *Matemáticas I*, y tiene como objetivo que el estudiante pueda: *“Realizar operaciones numéricas y algebraicas, aplicando las propiedades de los números reales y modelar situaciones reales haciendo uso del lenguaje algebraico”*<sup>26</sup>

Por lo anterior, se puede inferir que el estudio de las representación simbólicas matemáticas, son saberes que están presentes y obligatorios en las instituciones educativas del nivel medio superior de México.

Surge la pregunta ¿Por qué es tan importante estudiar representaciones simbólicas en el bachillerato y para que va a servir su estudio? La respuesta es simple, es necesario desarrollar habilidades procesales y uso de representaciones simbólicas, para que el estudiante pueda interpretar su entorno o bien simplemente pueda continuar al siguiente nivel educativo.

Las diversas instituciones educativas tienen como objetivo formar al adolescente que ingresa en sus aulas, el cual sea capaz de integrarse a la sociedad como sujeto activo, con un sentir crítico y que pueda ser útil a la sociedad que nos rodea.

El Colegio de Ciencias y Humanidades tiene como misión desarrollar a *“sujetos capaces de obtener, jerarquizar y validar información, utilizando instrumentos clásicos, tecnológicos y matemáticos para resolver con ello problemas nuevos.”*<sup>27</sup>

---

<sup>25</sup> Ídem, Pagina 6

<sup>26</sup> Plan de Estudios Preparatoria TEC Bilingüe, Tecnológico de Monterrey, [http://serviciosva.itesm.mx/PlanesEstudio/Consultas/Materias/ConsultaMaterias.aspx?Form=Consultar\\_Materias\\_Sintetico&ClaveMateria=PM1006&Idioma=ESP](http://serviciosva.itesm.mx/PlanesEstudio/Consultas/Materias/ConsultaMaterias.aspx?Form=Consultar_Materias_Sintetico&ClaveMateria=PM1006&Idioma=ESP)

<sup>27</sup> <http://www.cch.unam.mx/misionyfilosofia>

La Escuela Nacional Preparatoria no es la excepción, esta busca : *“Educar hombres y mujeres que mediante una formación integral, adquieran una pluralidad de ideas, la comprensión de los conocimientos necesarios para acceder con éxito a estudios superiores, así como una mentalidad analítica, dinámica, matemática, lógica y crítica que les permita ser conscientes de su realidad y comprometidos con la sociedad. Además, tener la capacidad de adquirir constantemente nuevos conocimientos, destrezas y habilidades para enfrentarse a los retos de la vida de manera positiva y responsable.”*<sup>28</sup>

Por su parte la Dirección General del Bachillerato incorporada a la Secretaría de Educación Pública considera que el estudiante egresado del bachillerato debe ser capaz de: *“Desarrollar los procesos lógicos que le permitan analizar y explicar diversos fenómenos naturales y sociales del medio circundante, así como aplicar en su vida cotidiana los conocimientos de diferentes disciplinas y ciencias en la resolución de problemas, con base en principios, leyes y conceptos. También utilizar diferentes códigos lingüísticos de acuerdo al contexto de comunicación y a su intención, así como interpretar correctamente los mensajes recibidos y lograr su adecuada estructuración con base en principios de ordenamiento, causalidad y generalidad. Por ultimo adquirir conocimientos sobre principios específicos de las diversas disciplinas que le faciliten su decisión personal para elegir adecuadamente sus estudios superiores.”*<sup>29</sup>

Por lo tanto usar representaciones simbólicas son habilidades que reclama la sociedad mexicana, plasmando este menester en la Reforma Integral de Educación Media Superior (RIEMS): *“El egresado del bachillerato conocerá lenguajes, métodos, técnicas básicas inherentes a las materias de estudio, así como reglas de investigación imprescindibles en la educación superior, desarrollara competencias transversales<sup>30</sup> y trasferibles.”*<sup>31</sup>

---

<sup>28</sup><http://dgenp.unam.mx/acercaenp/mision.html>

<sup>29</sup><http://www.dgb.sep.gob.mx/institucional/bachillerato.html#perfil>

<sup>30</sup> Son las competencias relevantes a todas las disciplinas académicas, así como las actividades complementarias. Por otro lado las competencias transferibles refuerzan la capacidad de adquirir otras competencias

<sup>31</sup> Reforma Integral de la Educación Media Superior, Secretaría de Educación Pública, Subsecretaría de Educación Media Superior, México, 2009.

La RIEMS busca aportar a la sociedad un estudiante que escuche, interprete y emita mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y representaciones simbólicas apropiadas. Donde el alumno sea capaz de: *“Expresar ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas matemáticas y gráficas. Fomentar la capacidad del razonamiento lógico y su aplicación en la vida cotidiana. Aplicar lo que ha aprendido en el planteamiento y resolución de problemas de esta y otras disciplinas”*.<sup>32</sup>

Estas habilidades se desarrollaran fortaleciendo las habilidades procesales mediante la manipulación de las representaciones simbólicas matemáticas de: *monomios y polinomios*.

El uso de representaciones simbólicas matemáticas está presente en nuestro entorno, se usan en la vida diaria pensemos en hacer aproximaciones, redondeos de números decimales, localizar la posición de distintas ciudades según sus coordenadas así como situar ciudades utilizando métodos diferentes a las coordenadas formadas por pares de números enteros.

Estas consideraciones serán los cimientos del presente trabajo recepcional para el diseño idóneo de las situaciones didácticas propuestas en el proceso enseñanza y aprendizaje, las cuales tienen como objetivo mostrar que las representaciones simbólicas de monomios y polinomios son básicas para el modelado matemático y que a su vez este modelado requiere cierto dominio de la mecanización de las operaciones, mediante el desarrollo de las habilidades procesales de reproducción y conexión.

La propuesta didáctica ambiciona cubrir los aspectos del perfil del egresado de bachillerato que demanda México, así como exponer la importancia de las representaciones matemáticas y enfatizar que la mecanización de procedimientos es fundamental para dar paso a la creación de modelos matemáticos.

El objetivo principal de este trabajo no es convertir a los futuros ciudadanos en “matemáticos aficionados u operacionales”, tampoco se trata de capacitarlos en cálculos complejos. Lo que se pretende es proporcionar una cultura matemática con dos componentes interrelacionados:

---

<sup>32</sup> Ídem

a) *Capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información matemática* y los argumentos apoyados en datos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación o en su entorno.

b) *Capacidad para discutir o comunicar información matemática*, cuando sea relevante, y competencia para resolver los problemas matemáticos que encuentre en la vida diaria.

Donde se muestre que el eje fundamental del proceso de traducción algebraico planteado en esta propuesta de tesis está formado por dos ejes:

1. Repetición de procesos matemáticos usando la dualidad del proceso/objeto del lenguaje algebraico, es decir la relación del símbolo de los objetos matemáticos y sus significados como se verá en el capítulo II de este trabajo recepcional.
2. Y una metodología de Enseñanza – Aprendizaje basada en el Modelo de Enseñanza Directa, que tiene al estudiante como eje central y no al profesor, la cual se verá en el capítulo III de este trabajo.



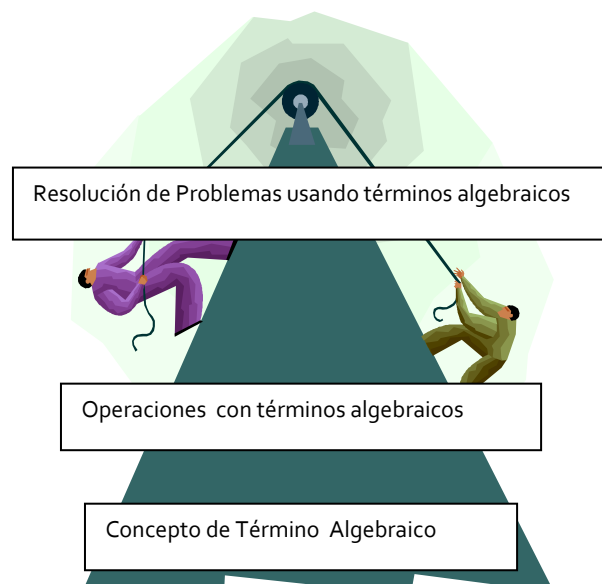
## **CAPÍTULO II. LA REPETICIÓN DE REPRESENTACIONES SIMBÓLICAS: HERRAMIENTA FUNDAMENTAL PARA EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS**

Durante las sesiones de cátedra de álgebra que he impartido se ha identificado que existen tres problemas fundamentales en el aprendizaje de esta materia, los cuales son los siguientes.

- a) Los alumnos no comprenden totalmente que las letras simbolizan números y/o cantidades y que pueden tener un valor único o infinitos valores.
- b) Los alumnos no ordenan correctamente las operaciones usando el paréntesis.
- c) Los alumnos confunden el uso de los signos, ya sea el de las operaciones: suma (+), resta (-), división (/) y multiplicación (x) o bien cuando es una cantidad positiva (+) o una cantidad negativa (-).
- d) Los alumnos tienen errores en álgebra debido a un origen aritmético, las relaciones y procesos no han sido asimilado del todo.
- e) Los alumnos usan inadecuadamente fórmulas o reglas de procedimiento.

Los problemas anteriores, arrojan una conclusión importante, no existe un desarrollo sólido en el lenguaje matemático, que pueda representar correctamente la realidad, ni pueda ser utilizado para resolver problemas en la vida cotidiana.

Por tal motivo, es necesario desarrollar un lenguaje matemático robusto para ordenar distinta información y ejecutar procedimientos. La resolución de tareas matemáticas requiere que se coloquen en un orden establecido los signos, números y letras, para que estas representaciones matemáticas cobren un significado coherente y lógico.



El desarrollo de un lenguaje matemático sólido depende del manejo de tres habilidades básicas las cuales son: las habilidades viso espaciales, el uso de la memoria y lenguaje simbólico, es en este contexto donde la repetición de representaciones algebraicas cobra fuerza en desarrollar esta competencia, dado que la repetición es la base de una representación sólida que dará paso a un planteamiento matemático correcto seguido de una resolución del problema idónea.

En el siguiente ejemplo se vinculan las tres habilidades básicas para la resolución de problemas que se presentan en la vida cotidiana usando repetición de pasos o procedimientos matemáticos.

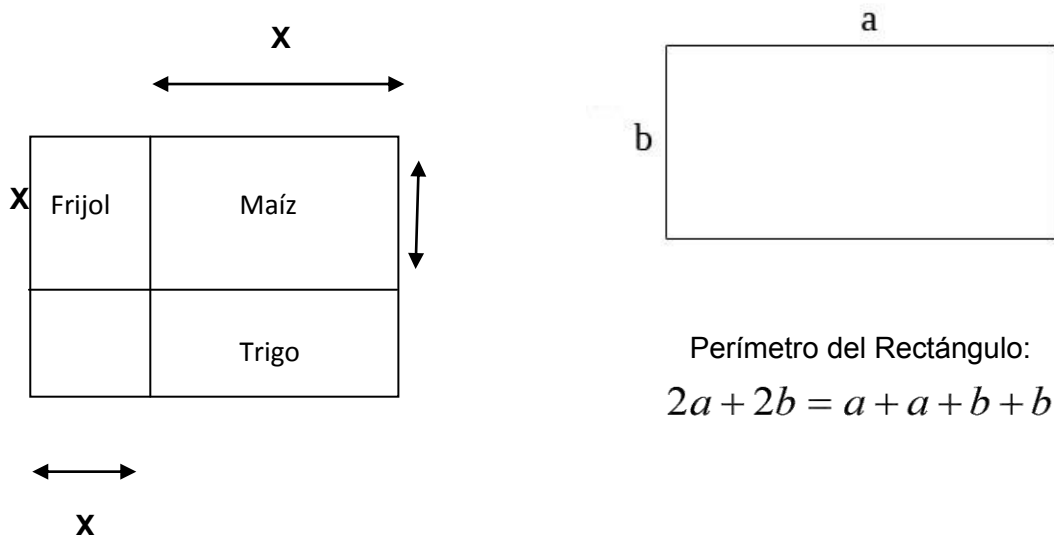
1. Doña Sofía compró un pequeño terreno cuadrado, el cual utilizó para sembrar semillas como se muestra en la siguiente figura:

¿Cuál de las siguientes expresiones algebraicas representa el área que ocupa todo el terreno de Doña Sofía?

a)	$x^2 + 30$	b)	$x^2 - 225$	c)	$x^2 + 30x + 225$	d)	$x^2 - 30x - 225$
----	------------	----	-------------	----	-------------------	----	-------------------

Ejercicio 1. Examen Diagnóstico aplicado a alumnos de cuarto año de bachillerato.

La habilidad viso espacial es *la capacidad para enfrentar problemas de desplazamiento y orientación en el espacio, reconocer situaciones, escenarios o rostros. Permite crear modelos del entorno viso-espacial y efectuar transformaciones a partir de él.*<sup>33</sup> En este ejemplo, se usa la *habilidad viso espacial para realizar la equivalencia* de un cuadrado al terreno de la Señora Sofía, al perímetro del rectángulo.



Después se asigna algún símbolo a una cantidad que no se conoce, determinada por la letra X, a esta asignación se le denomina *lenguaje simbólico*.

Por último se *ordenan los números y símbolos usando la memoria*, específicamente se repite de qué manera se ordenan para que todos juntos cobren un significado y/o representación matemática coherente.

Repitiendo este procedimiento se identifican y asignan significados, los cuales sirven a los estudiantes para que lleguen a la resolución de problemas en la vida cotidiana.

De acuerdo a la Real Academia Española repetir se define como: *“Volver a hacer lo que se había hecho”*<sup>34</sup> Una investigación realizada en la Universidad de Sevilla demuestra que *“la repetición es el mecanismo de aprendizaje más natural y eficaz para consolidar los contenidos. Si bien el razonamiento y la práctica son dos de los pilares fundamentales del saber, la repetición del contenido no lo es menos”*<sup>35</sup> Las

<sup>33</sup>Revista Electrónica de Investigación Psicoeducativa, ISSN: 1696-2095. No.7, Vol. 3, 2005, pp.21..

<sup>34</sup>Diccionario de la lengua española (vigésima segunda edición), Real Academia Española, 2001

<sup>35</sup>ABC, edición impresa, año CVII, núm. 34.391, jueves 18 de febrero, p.46



acciones de repetición influyen directamente en lo que se quiere aprender y en la memoria, algunos investigadores afirman que: *“la repetición como método de aprendizaje es un mecanismo natural y eficaz, probablemente el mejor, para consolidar lo que se ha estudiado. El cerebro requiere que se repitan varias veces lo que se quiera estudiar o aprender para que se quede grabado permanentemente.”*<sup>36</sup>

Repetir la información es un método de aprendizaje en el que se trata de refrescar la información diferentes veces antes de que llegue a estar permanente o temporalmente accesible. El propósito de este tipo de enseñanza es repetir con un fin, es decir, acceder a los conocimientos previos, aplicar los nuevos, con el objetivo de formar un lenguaje matemático sólido y aplicarlo en la solución de problemas.

En este sentido el presente trabajo tiene énfasis en repetir situaciones matemáticas cotidianas, comenzando por el aprendizaje del símbolo básico de la representación matemática de monomios y polinomios: el término algebraico, pasando a una segunda fase en el aprendizaje de las operaciones de monomios y polinomios: suma, resta y multiplicación y terminando en la resolución de problemas matemáticos. Cabe aclarar que este proceso no sólo consiste en acceder a la información para su almacenamiento, en la memoria a corto plazo, es necesario que exista un proceso de retención en la memoria a largo plazo para que posteriormente pueda ser aplicada en la vida cotidiana y realmente se fije como un conocimiento previo para la adquisición de nuevos conocimientos. Es decir que le sea significativo y relevante el nuevo conocimiento.

De esta forma se puede establecer que en un momento dado este tipo de conocimiento será un andamiaje a la zona de desarrollo próximo de cada estudiante para el desarrollo de nuevos aprendizajes y que se presente el aprendizaje significativo en el estudiante.

*¿Qué significa el aprendizaje significativo en el estudiante?* Se puede decir, que la estructura cognitiva de un estudiante es un complejo organizador resultante de los procesos cognitivos a través de los cuales adquiere y utiliza el conocimiento. Para Ausubel (1983)<sup>37</sup> nuevas ideas e información pueden ser aprendidas y retenidas en la medida en que conceptos relevantes o adecuados e inclusivos se encuentren

---

<sup>36</sup> Ídem

<sup>37</sup> Ausubel, D.P (1983). *Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. México. Trillas.

apropiadamente claros y disponibles en la estructura cognitiva del alumnos y de este modo, le sirvan de anclaje a nuevas ideas.

Cuando la nueva información adquiere significado para el estudiante a través de la interacción con los conceptos existentes en su estructura cognitiva, diremos que se ha producido un aprendizaje significativo. Este proceso es destacado por Ausubel como el más importante en el aprendizaje.

Ausubel basa su teoría en que las personas piensan con conceptos, que son términos que comunican el significado de alguna cosa, sus características, propiedades, etc. Las ventajas que nos ofrece el aprendizaje significativo son muchas, pero destacaremos como las más importantes las siguientes:

- a) Los conceptos que se aprenden significativamente pueden extender el conocimiento de la persona que los ha aprendido.
- b) Como el aprendizaje significativo supone una construcción intencional de enlaces sustantivos y lógicos entre los nuevos conceptos y los conocimientos preexistentes, la información que se aprende significativamente, se retendrá durante más tiempo.

MOREIRA (1988)<sup>38</sup>, nos hace una serie de aportaciones muy interesantes en relación al significado y el aprendizaje significativo: *La adquisición y retención (mediante la repetición) de un cuerpo de conocimientos implica la adquisición y retención de un cuerpo de significados que son producto del aprendizaje significativo. El surgimiento de nuevos significados refleja que el proceso de aprendizaje significativo se ha consumado.*<sup>39</sup>

También Moreira se refiere a los significados lógico y psicológico:

*Significado lógico:* Es inherente al material de aprendizaje. El material tiene un significado lógico cuando puede relacionarse de manera sustantiva y no arbitraria con ideas adecuadas preexistentes en la estructura cognitiva del alumno. Este significado es función exclusiva de la naturaleza del material.

---

<sup>38</sup> Moreira, M.A y Novak, J.D (1988). Investigación en enseñanza de las Ciencias en la Universidad de Cornell: Esquemas teóricos, cuestiones centrales y abordajes metodológicos. *Enseñanza de la Ciencias*, 6, 1, 3-18.

<sup>39</sup> Idem

*Significado psicológico:* Se refiere a la experiencia cognoscitiva idiosincrática de individuo. La posibilidad de relación del material significativo con la estructura cognoscitiva del alumno, es lo que hace que un material sea potencialmente significativo para él.

El aprendizaje significativo posibilita que el significado lógico se convierta en psicológico. Para que esto ocurra es necesario que el alumno posea una estructura cognitiva adecuada y una actitud positiva hacia el aprendizaje: Que realice un esfuerzo deliberado para relacionar de manera sustancial y no arbitraria.

Moreira también considera las representaciones, los conceptos y las proposiciones de la siguiente manera:

- a. Representaciones: Son símbolos convencionales o socialmente compartidos, cada uno de los cuales representa un objeto, acontecimiento, situación o concepto.
- b. Conceptos: Son ideas genéricas unitarias o categoriales que se representan con símbolos aislados.
- c. Proposiciones: u oraciones formadas por grupos de palabras combinadas para expresar ideas.

El aprendizaje significativo de representaciones matemáticas, implica aprender lo que éstas significan. Como se lee la palabra clave es aprender y es aquí donde se puede incluir el paradigma sociocultural de Vygotsky, este autor plantea que *“el conocimiento tiene su origen en la interacción dialéctica entre el sujeto cognoscente y el objeto, en un contexto histórico del que forma parte del sujeto y que lo determina”*<sup>40</sup>. El estudiante no es un individuo aislado, forma parte de una sociedad y vive en un momento histórico determinado, por lo tanto en el proceso de aprendizaje, antes que nada se debe considerar que el alumno no aprende en solitario, por el contrario, la actividad auto estructurante del sujeto estará medida por la influencia que considerar que el alumno no aprende en solitario, *“...sino que, por el contrario, la actividad auto estructurante del sujeto estará mediada por la influencia de otros, y por ello el aprendizaje es en realidad una actividad de reconstrucción de los saberes de una cultura”*<sup>41</sup>

---

<sup>40</sup>Vigotsky Leontiev, Luria, *Psicología y Pedagogía*, Ediciones Akal, Primera Edición, 1986, p.30

<sup>41</sup>Idem, p.45

El ser humano como un ente social aprende su realidad por la mediación con los otros. Las personas aprendemos no sólo lo que son los objetos, sino también los valores atribuidos a ellos, los significados que pueden tener y las percepciones que se tienen acerca de ellos. A partir de esto, se reconstruye el conocimiento constantemente a través de esquemas mentales. Por lo tanto, la enseñanza es *“un proceso continuo de negociación de significados, de establecimiento de contextos mentales compartidos, es decir un proceso de negociación”*.<sup>42</sup>

En el contexto escolar es el docente el que juega este social, papel fundamental, ya que es a través de él, los alumnos aprenden a representar matemáticas y significados matemáticos. Sin embargo como ya hemos revisado también puede darse el caso en que el profesor no este físicamente presente, pero su influencia prevalece a través de la organización del ambiente o de los ideas culturales que rodean al estudiante. Por lo tanto, existen otros elementos para el aprendizaje matemático como: La organización de la situación en objetos y sucesos, las ideas y concepciones del docente, o la misma institución escolar.

El aprendizaje debe ser resultado de un proceso planeado, donde la intervención pedagógica sea guiada por un modelo didáctico que se adecue a la organización y sociedad donde se desarrollará el proceso de enseñanza – aprendizaje.

En el modelo de enseñanza propuesto en este trabajo, los alumnos deben desarrollar sus habilidades de tal forma que resuelvan problemas concretos, apliquen los conocimientos y metodologías adecuadas a situaciones concretas, el objetivo es que sepan actuar por si solos. Donde se explote la zona de desarrollo próximo (ZDP).

La ZDP es *“la distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz”*.<sup>43</sup>

---

<sup>42</sup> Ibidem

<sup>43</sup> Ibidem, p. 65

La ZDP tiene mucha importancia en la enseñanza porque implica que el nivel de desarrollo no está fijo; es decir, hay una diferencia entre lo que puede hacer una persona sola y lo que puede hacer con la ayuda de un compañero más apto o de un docente. Esta diferencia se denomina zona de desarrollo próximo.

El aprendizaje siempre está relacionado con el desarrollo, que se define como la maduración del organismo; sin embargo, el aprendizaje posibilita el despertar de procesos internos de desarrollo que no tendrían lugar si el ser humano no estuviese en contacto con un ambiente cultural determinante. El hombre nace con las herramientas para percibir; sin embargo, las funciones psicológicas superiores (conciencia, planeación, intención), las acciones voluntarias y deliberadas dependen de procesos de aprendizaje. Además está el hecho de que el aprendizaje siempre incluye a las relaciones entre individuos. La interacción del sujeto con el mundo está mediatizada por otros sujetos. El aprendizaje nunca toma lugar en el individuo aislado.

Llevando lo aquí planteado a la enseñanza media superior, se puede apreciar que el papel de las escuelas es potencializar las habilidades de los futuros profesionistas de tal forma que su inserción al campo laboral sea exitosa; que estén preparados para afrontar nuevos desafíos y sepan resolverlos, al mismo tiempo que vayan transformando su entorno.

El Modelo de Enseñanza que se propone en este trabajo es el Modelo de Enseñanza Directa, el cual se basa en guiar al alumno. Se requiere que los alumnos tengan las habilidades de actividad atencional, de memoria y comprensión.

También es necesario que el profesor presente una imagen clara de la ejecución del procedimiento, sus componentes y el orden a seguir. En el siguiente capítulo se expone la metodología de enseñanza que se usó para realizar las situaciones didácticas que componen la secuencia.



### **CAPÍTULO III. MODELO DE ENSEÑANZA DIRECTA COMO ESTRATEGIA DIDÁCTICA Y SU RELACIÓN CON EL APRENDIZAJE DE LAS REPRESENTACIONES SIMBÓLICAS MONOMIOS Y POLINOMIOS**

En el capítulo anterior se vio que no solo el objeto de estudio es importante en el marco de la enseñanza - aprendizaje de un nuevo saber, sino también el mecanismo, metodología o el modelo de cómo se ordenara la enseñanza de ese saber, en este capítulo se definirá lo que es un modelo, y se describe el modelo de enseñanza directa que se uso durante las situaciones didácticas que se desarrollan en el capítulo IV.

*Los modelos de enseñanza contribuyen a la configuración de la práctica educativa y, por tanto, a la construcción de modos concretos de enseñar, proporcionando a los educadores marcos de referencia dentro de los cuales sus decisiones adquieren significación, sentido y sobre todo valor. En este sentido, los modelos de enseñanza son marcos de racionalidad limitada sobre los que los educadores fundamentan sus acciones. Pero los modelos de enseñanza son algo más que marcos de racionalidad, son fuente permanente de recursos para la acción, en este sentido los modelos aportan el fundamento para buena parte de la tecnología educativa que los educadores utilizan en la construcción de las condiciones para el aprendizaje.<sup>44</sup>*

Los modelos de enseñanza no son métodos, pero pueden incluirlos, si bien en las ocasiones en las que ambos se presentan juntos su eficacia resultan mayores. Lo importante, en cualquiera de los casos, es recordar que un modelo de enseñanza es mucho más que un método o un programa, es un *plan estructurado que puede usarse para configurar un currículum (curso de estudios a largo plazo), para diseñar materiales de enseñanza y para orientar la enseñanza en las aulas.*<sup>45</sup>

En el presente trabajo aplica el modelo de enseñanza directa también conocido como enseñanza directa, el cual es resultado de un gran número de investigaciones sobre la eficiencia del profesor en el marco de un modelo de enseñanza. Este modelo difiere de

---

<sup>44</sup>JOYCE, B. y WEIL, M. (1985). *Modelos de enseñanza*. Madrid: Anaya.

<sup>45</sup> Idem, página 25

otros en que se deriva empíricamente, es decir, está basado en la experiencia de los profesores.

Según afirman Weil y Murphy (1982)<sup>46</sup> este modelo de enseñanza forma parte de la familia conductual porque sus orígenes arrancan de las teorías de la psicología del entrenamiento –*training*- y la psicología conductual. Estos dos autores creen que la síntesis de las distintas conductas del profesor en las actividades relacionadas funcionalmente –*modelos de conducta*-, aumentara la efectividad del modelo y el poder del entrenamiento del profesor. Cabe aclarar que el modelo tiene como objetivo desarrollar las habilidades de adquisición e integración, lo cual hace que este modelo sea muy eficaz en la promoción de conocimientos de hechos y conceptos.

### Psicología del Entrenamiento y psicología conductual

Den acuerdo con Joyce y Weil (1985)<sup>47</sup> y Joyce, Weil y Calhoun (2002)<sup>48</sup> estas dos orientaciones teóricas coinciden en describir a las personas en términos del comportamiento. Las dos intentan cambiar el comportamiento visible en un campo o área determinada de actuación. La esencia básica es que aprendemos mediante observación y la práctica.

La psicología del entrenamiento insiste en el análisis de tareas y el diseño de los componentes del entrenamiento, se centra en las actividades de los sujetos para lograr conductas complejas que implican un alto grado de precisión. Su mayor contribución a la situación del aprendizaje esta en el diseño instructivo, particularmente en las tareas de definición y análisis.

La psicología del entrenamiento concentra objetivos de conducta de conceptualización o tareas, desgranando estas tareas en componentes más pequeños, a fin de asegurar el dominio de cada subcomponente. Y finalmente dispone la situación de aprendizaje completo dentro de secuencias para asegura la transferencia adecuada, es decir, desde un componente a otro junto con la realización de aprendizajes previos antes de pasar a los más avanzados o difíciles.

---

<sup>46</sup>WEIL, M. y MURPHY, J.(1982) *Instruction processes*. EnH. Mitzel. Encyclopedia of Educational Research, 5<sup>th</sup> New York

<sup>47</sup>JOYCE, B. y WEIL, M. (1985). *Modelos de enseñanza*. Madrid: Anaya.

<sup>48</sup>JOYCE, B., WEIL, M. y CALHOUN, E. (2002). *Modelos de enseñanza*. Barcelona: Gedisa.



Por su parte los psicólogos conductuales, como los del entrenamiento, ayudan a las personas a modificar conductas y adquirir otras, pero generalmente son conductas menos complejas, cabe mencionar que los psicólogos conductuales se centran en la parte interactiva de la situación del aprendizaje, particularmente en las nociones de modelado, reforzamiento y *feedback*<sup>49</sup>.

### Modelo de Enseñanza Directa

El modelo de Enseñanza Directa es útil para enseñar conceptos y habilidades, es una estrategia centrada en el docente, quien identifica las metas de la clase, desempeñando un papel activo al realizar las explicaciones a los alumnos. Se basa en la explicación y la modelización, el modelo de enseñanza directa pretende lograr un proceso de “transferencia de responsabilidad”, esto significa que el profesor comienza explicando algún tema y a medida que avanza la sesión los alumnos asumen mayor responsabilidad al analizar ejemplos y contenido y resolver problemas.

Este modelo también se basa en las teorías de Bandura (1925) y Vygotsky (1917) en el primer caso se remite concretamente a los conceptos de auto eficacia del docente y del aprendizaje por observación y en el segundo, se retoma el aspecto de la interacción social en el aprendizaje, el andamiaje y la zona de desarrollo próximo.

### Bandura y la teoría cognitiva social

Albert Bandura es creador de la teoría social del aprendizaje, que se centra en los conceptos de refuerzo y observación. Sostiene que los humanos adquieren destrezas y conductas de modo operante e instrumental y que entre la observación y la imitación intervienen factores cognitivos que ayudan al sujeto a decidir si lo observado se imita o no.

La imitación puede darse por los siguientes factores:

- Por instinto: Las acciones observadas despiertan un impulso instintivo por copiarlas.
- Por el desarrollo: Los niños imitan las acciones que se ajustan a sus estructuras cognoscitivas.

---

<sup>49</sup> El término ‘feedback’ proviene del inglés y podría ser traducido como ‘retroalimentación’, el cual es el proceso mediante el cual se realiza un intercambio ideas, datos, informaciones, hipótesis o teorías entre dos puntos diferentes de vista.

- Por condicionamiento: Las conductas se imitan y refuerzan por moldeamiento.

Los factores cognitivos se refieren concretamente a la capacidad de reflexión y simbolización, así como a la prevención de consecuencias basadas en procesos de comparación, generalización y autoevaluación. En definitiva, el comportamiento depende del ambiente, así como de los factores personales (motivación, retención y producción motora).

La propuesta de Bandura se relaciona con el Modelo de Enseñanza Directa mediante el modelado cognitivo, que es el proceso de verbalizar el pensamiento cuando una persona resuelve el problema. Así como la modelación directa es la muestra de conductas que pretenden ser imitadas, la cognitiva es el despliegue de pensamientos que también deberán de ser imitados.

### Vygotsky y el modelo de Enseñanza Directa

Las investigaciones en los aspectos sociales hacen énfasis en la importancia de la interacción verbal para ayudar a aprender a los estudiantes y gran parte de esta eficiencia directa es resultado de la interacción entre el docente y los alumnos. Por tal motivo, se recuperan dos aspectos importantes de la obra de Vygotsky el andamiaje y la zona de desarrollo próximo.

El andamiaje es el apoyo instructivo que los maestros proporcionan mientras los alumnos aprenden habilidades. Los docentes pueden proporcionarlo en diversos métodos, haciendo preguntas y adaptando su dificultad, poniendo ejemplos, mostrando los pasos que deben darse para resolver problemas y brindando apoyo.

Por su parte, la zona de desarrollo próximo es la distancia entre lo que el alumno es capaz de hacer por sí solo y aquello que sería capaz de hacer acompañado; con ayuda de un profesor. Cabe mencionar que fuera de esta zona, los alumnos no necesitan ayuda (ya dominan la nueva capacidad) o bien carecen de las habilidades indispensables o del conocimiento previo para beneficiarse de la instrucción.

En relación con el modelo de enseñanza directa los aprendizajes se realizan dentro de las zonas de desarrollo proximal de los alumnos, al final de cada clase los alumnos pueden aplicar los nuevos conceptos con ayuda del profesor.

## Componente del Modelo de Enseñanza Directa.

El modelo se divide en tres fases, planeación, implementación y evaluación, que a su vez cada una de estas se dividen en subfases.

### **Planeación – Modelo de Enseñanza Directa.**

Durante esta etapa se establece el esquema de organización, se comunican las expectativas y se determina el grado de responsabilidad de los alumnos en las actividades, esta se divide en cuatro fases.

#### *a. Identificar los temas:*

Este modelo es eficiente para enseñar habilidades, pueden ir desde las básicas como identificar los componentes de una expresión algebraica hasta las complejas, como la resolución de las operaciones de suma, resta, multiplicación y división para resolver problemas en la vida cotidiana.

#### *b. Especificar los objetivos de aprendizaje*

Cuando se enseñan habilidades se tienen dos objetivos a largo plazo: la automaticidad y la transferencia, *la automaticidad resulta de aprender una habilidad hasta el punto de que se pueda realizar con poco esfuerzo consciente*<sup>50</sup>, y es importante porque reduce la demanda hacia la memoria de trabajo, la cual es limitada. Una vez lograda la automaticidad, se hace poco esfuerzo en escoger las herramientas matemáticas que se usaran, usando más tiempo en la resolución de problemas. Se promueve la automaticidad haciendo prácticas, estas pueden hacerse con ayuda del profesor o independientemente, pero ambas prácticas son igual de importante. *La transferencia es la segunda meta de la enseñanza de habilidades, esta ocurre cuando una habilidad o comprensión adquirida en un entorno puede aplicarse en uno diferente*<sup>51</sup>. Los docentes enseñan la transferencia de tres maneras. La primera es asegurarse que los alumnos aprendan esa habilidad. La segunda es ofrecer una serie de problemas y ejemplos en que se requiere esa habilidad y la tercera es practicar la habilidad en problemas del entorno cotidiano. Para la enseñanza de monomios y polinomios se

---

<sup>50</sup> EGGEN, PAUL D. y KAUCHAK, DONAL P (2006). Estrategias Docentes: Enseñanza de contenidos curriculares y desarrollo de habilidades del pensamiento. Prentice- Hall, México, p.393.

<sup>51</sup> Ídem.

considera como meta, que los alumnos puedan resolver un problema usando estas expresiones.

La planeación aplicada en la Secuencia Didáctica fue identificar el objetivo general y a su vez el particular de cada una de las situaciones didácticas que componen la secuencia en sí.

*Objetivo general.* Explicar los conceptos básicos de álgebra y aplicarlos en la vida cotidiana, no importando el entorno en el que se encuentre.

*Objetivos Particulares* de cada situación didáctica.

- Situación Didáctica 1: Establecer que las expresiones algebraicas representan cantidades. Así como identificar cuáles son los componentes de una expresión algebraica o término algebraico.
- Situación Didáctica 2: Explicar que el valor del término algebraico depende de cada elemento, así como explicar el catálogo de errores que se comenten durante la construcción de las expresiones algebraicas.
- Situación Didáctica 3: Usando los errores mejorar el proceso de traducción algebraico y aplicar en la resolución de problemas matemáticos de la vida cotidiana.

*c. Identificar el conocimiento previo* indispensable. El modelo de la enseñanza directa atiende la enseñanza y el aprendizaje de conceptos o habilidades específicos, algunas investigaciones sostienen que todo nuevo aprendizaje depende de lo que ya se sabe, es decir del conocimiento previo. Este permite a los alumnos vincular el nuevo conocimiento con lo que ya saben. En el modelo de enseñanza directa los docentes necesitan pensar sobre cómo introducir el concepto o habilidad y relacionarlo con el que ya conocen los estudiantes.

Durante esta fase *identificación de conocimiento previo* el docente necesita tener muy claro cuáles son los elementos matemáticos mínimos que permiten vincular el saber nuevo conocimiento con el previo, los saberes identificados que sientan las bases para adquirir el nuevo conocimiento para cumplir con el objetivo de la Situación Didáctica 1: *Leyes de los Exponentes, Leyes de los Signos, conjuntos de números, escritura y representación de conjuntos, intersección de conjuntos*. Es importante mencionar que

los temas citados con anterioridad, son previos a la enseñanza de monomios y polinomios, y de esta manera se encuentran considerados en el Programas de: Matemáticas IV de la Escuela Nacional Preparatoria y Matemáticas I en el Colegio de Ciencia y Humanidades de la UNAM.

*d. Seleccionar problemas y ejemplos.* Al enseñar conceptos con el modelo de enseñanza directa, el docente tiene dos tareas fundamentales previas a la implementación: seleccionar ejemplos y hacer con estos una secuencia que sea gradual y significativa para sus estudiantes.

Los ejemplos se eligen considerando las características esenciales del concepto, de preferencia se usan ejemplos que sean experiencias directas u ejemplos que sean obvios a implícitos. Se deben de seleccionar y poner en secuencia para que los alumnos puedan sentir confianza por medio de una práctica efectiva con esa habilidad. A continuación se describe como se seleccionan ejemplos para visualizar el concepto de expresión algebraica<sup>52</sup>.

Partiendo de que las *expresiones algebraicas*<sup>53</sup> son una combinación de números reales (constantes) y literales o letras (variables) que representan cantidades mediante de operaciones de suma, resta, multiplicación y división, se le enseña a identificarlos y clasificarlos, como en el cuadro que se muestra a continuación.

<b>Término</b>	<b>Exponente</b>	<b>Coeficiente</b>	<b>Literal</b>
$-5,9a^2b^3c$	2, 3	5,9	a, b, c
$-\frac{\sqrt{3}}{3}h^4k^5$			
$abc$			
$\frac{xy^2}{4}$			

<sup>52</sup> Se conoce así a la combinación de números reales (constantes) y literales o letras (variables) que representan cantidades mediante operaciones de suma, resta, multiplicación y división.

<sup>53</sup> *Álgebra*, Colegio Nacional de Matemáticas, Prentice Hall, 2009, 46 p.

## Implementación – Modelo de Enseñanza Directa

Las situaciones didácticas en el modelo de enseñanza directa se dividen en cuatro fases, a continuación se describe cada una de ellas.

*Introducción y Revisión:* Esta fase tiene como objetivo despertar la atención de los estudiantes y activar su conocimiento previo mediante una revisión del conocimiento o habilidades indispensables. Es durante esta fase que los alumnos recuperan los conocimientos anteriores tales como: Identificar conjuntos de números o letras iguales, relacionar ideas en lenguaje formal con el lenguaje simbólico o realizar una operación aritmética sencilla. Una de las herramientas fundamentales que ayudan al docente durante la revisión de los conocimientos previos, es el examen diagnóstico. Este examen está vinculado con la evaluación, que se refiere a señalar, estimar, apreciar o calcular el conocimiento matemático de cada uno de los alumnos ha alcanzado a lo largo de la secuencia didáctica y al final de la misma secuencia didáctica.

*Presentación:* En esta fase el profesor comienza con el proceso de producción de esquemas, explicando e ilustrando el concepto o habilidad que quiere enseñar. Es decir, verbalizar y modelar las habilidades o conceptos. La dificultad de esta fase radica en modelar la automaticidad de estos conceptos. Por tal motivo es imperante que se le dedique tiempo a esta fase, mostrando ejemplos donde se guíe a los alumnos mediante preguntas hasta la comprensión del concepto. Se realizará una lluvia de ideas con el profesor, el alumno será un ente activo en el transcurso de la clase. Se hacen preguntas que interesen al alumno como: ¿Dónde podemos encontrar una expresión algebraica? ¿Cuáles son los componentes que componen el término algebraico? ¿Cuál es la forma más simple de reconocer una representación usando números en tu vida cotidiana?

*Práctica Guiada:* Durante esta etapa los estudiantes ponen a prueba el nuevo contenido mientras el maestro supervisa su progreso, dándoles apoyo y retroalimentación. En esta fase se intercambian los roles entre maestros y alumnos, los primeros reducen gradualmente el apoyo y transfieren más responsabilidad a los alumnos, por su parte los alumnos pasan de ser pasivos – solo recibir la información – a activos – poner a prueba su comprensión – usando ejemplos y problemas. Durante esta fase la clase y cantidad de explicaciones van disminuyendo gradualmente, al principio se ofrecen claves y apoyos culminando en apoyos más tentativos que

permiten elevar el nivel de pensamiento y aplicación del alumno. Durante esta etapa el docente decide cuando hacer la transición a la siguiente etapa, llamada práctica independiente. En esta fase se realizan ejercicios en conjunto y secuenciales, se comienzan a denotar los errores comunes – aritméticos y de concepto - en los ejercicios de los estudiantes para que ellos comiencen a distinguir los posibles procedimientos incorrectos y ellos mismos planteen una solución.

Cabe aclarar que la transición a la práctica independiente es responsabilidad de los docentes, ellos pueden determinar mediante dos formas la transición hacia la práctica guiada. La primera es determinar el porcentaje de aciertos en el grupo, si este es mayor al 80% el grupo está preparado a la práctica independiente, es decir si durante la solución de un ejercicio los alumnos encuentran y corrigen por si solos sus errores, se puede pasar a la siguiente etapa. La segunda forma está en función de la calidad de las respuestas de los alumnos, si estas son rápidas, confiadas y precisas los alumnos están listos para la siguiente fase. En dado caso de que se tengan respuestas vacilantes o parcialmente correctas sugieren la necesidad de mayor práctica guiada, es inminente generar confianza en el alumno para que ellos mismos puedan corregirse, por lo que no hay respuestas correctas o incorrectas, cualquier intento de llegar a la respuesta se debe de considerar. Cabe mencionar que durante esta fase también es de gran importancia la realización de preguntas entre el docente y alumnos, la dificultad de estos cuestionamientos debe de aumentar así como la cantidad con el objetivo de determinar si los alumnos realmente comprenden el nuevo contenido e identificar errores y malas interpretaciones. Preguntas como ¿Qué pasa si tuviera este error? ¿Cómo cambiaría la representación si en lugar de a tuviera b?

*Práctica Independiente:* En esta fase los estudiantes practican por si solos la nueva habilidad o concepto, desarrollando automaticidad y simultáneamente la capacidad de transferir su comprensión a nuevos contextos. Esta fase de práctica independiente se divide en dos fases, un en el aula con el apoyo general del maestro y la segunda trabajan solos en sus casas. La práctica independiente en el aula es importante porque permite monitorear el progreso y dar ayuda de ser necesario. Esta etapa se llevo a la práctica haciendo equipos donde los mismos estudiantes, puedan encontrar los errores y corregir o simplemente explicar de manera más sencilla a otros estudiantes la forma de encontrar errores.

De acuerdo a las fases anteriores se presenta el siguiente cuadro donde se exponen las actividades del profesor y el alumno que realizan grosso modo en este modelo de enseñanza directa.

<b>Fase</b>	<b>Secuencia de tareas del Profesor</b>	<b>Secuencia de tarea del Alumno</b>
Introducción y Revisión	<p>Explica el nuevo concepto o habilidad y proporciona demostraciones y ejemplos, transmitiendo información verbal y visual.</p> <p>Dedica más tiempo a la explicación y demostración del nuevo material, haciendo énfasis en que las expresiones algebraicas son representaciones de cantidades.</p> <p>Averigua si se comprendió la información, mediante el seguimiento de dudas y preguntas en la resolución de ejercicios individuales que realizan los alumnos. Es de suma importancia las preguntas por que permitirá visualizar la comprensión del tema por parte del estudiante.</p>	<p>Recuerdan o reconocen la información recién expuesta, mediante la resolución de ejercicios. Se le presentan no más de cinco ejercicios, estos tienen que ser graduales para que se genere confianza en él.</p> <p>Durante esta etapa, el profesor recupera mediante repaos, preguntas y lluvia de ideas, los conocimientos previos que tienen los estudiantes. Se efectúan preguntas como ¿Cuál es el orden para efectuar la siguiente operación? ¿Cómo afecta un signo positivo o negativo a la operación dentro de paréntesis?</p> <p>Se realiza repaos de las leyes de signos, leyes de los exponentes y operaciones con fracciones.</p> <p>Responder a la lluvia de ideas: ¿Cuál sería la mejor manera de realizar este procedimiento? ¿Ustedes que creen que signifique esta expresión? ¿Esta puede ser una representación matemática?</p>
Presentación	<p>Conduce a los alumnos(as) a través de ejemplos prácticos, trabajando cada uno de los pasos del problema gradualmente y de forma estructurada según la representación visual de la tarea.</p> <p>Realimentación a partir de las respuestas de los estudiantes, reforzando las correctas y corrigiendo errores.</p> <p>Los docentes hacen más preguntas para verificar la comprensión del estudiante.</p>	<p>La realimentación que reciben en esta etapa incide en los logros futuros.</p> <p>Se ejercitan los estudiantes por cuenta propia mientras el docente se encuentra aún en el entorno.</p> <p>Es en esta etapa que los alumnos comienzan a conocer las representaciones matemáticas de monomios y polinomios. Es necesario retroalimentar al estudiante en esta etapa, aclarar</p>



		<p>todas las dudas que se puedan presentar. Y seleccionar muy bien los ejemplos para que genere claridad y confianza.</p> <p>Se realizan preguntas como: ¿Qué pasa si ponemos en este orden la expresión algebraica, tiene el mismo significado? ¿Existe un procedimiento diferente para realizar la operación de suma?</p> <p>También se comienza a enseñar que si observan sus errores pueden corregirlos y llegar a respuestas correctas. Los errores más comunes son:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. De Aritmética</li> <li>2. De Asociación de Términos</li> <li>3. De traducción de lenguaje formal al matemático.</li> <li>4. Orden de Operaciones aritméticas</li> </ol>
Práctica Guiada	<p>Permite a los docentes evaluar las habilidades de los alumnos(as) para realizar la tarea, estimando la cantidad y tipo de errores que cometen.</p> <p>Supervisan el trabajo del alumnado y proporcionar una realimentación correctiva cuando es necesario.</p> <p>Los docentes no dejan pasar los errores ni se limitan a dar las respuestas correctas, emplean técnicas para corregir o enseñan nuevamente el material, brindando muchas oportunidades para practicar y que responda la mayor cantidad de alumnado posible.</p>	<p>El alumno(a) ha llegado a un nivel de exactitud del 85 ó 90% en la práctica guiada.</p> <p>Practican en conjunto con el profesor la identificación y revisión de los errores que se presentan en la resolución de ejercicios de algebra.</p> <p>Se enfatizan en los siguientes de acuerdo al examen diagnóstico:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. De Aritmética</li> <li>2. De Asociación de Términos</li> <li>3. De traducción de lenguaje formal al matemático.</li> <li>4. Orden de Operaciones aritméticas</li> </ol>
Práctica Independiente	<p>El docente examina el trabajo una vez terminado y comprueba que permanece estable (se mira a lo largo de un mes en cinco o seis sesiones).</p>	<p>Los estudiantes se ejercitan por sí solos o con ayuda de otros compañeros, encontrando los errores y llevando a la práctica la automaticidad y repetición de manera natural.</p> <p>Se hacen preguntas de forma directa y aplicación que permiten evaluar el desarrollo y práctica independiente del alumno.</p>

*Tabla 3. Etapas del Modelo de Enseñanza Directo – Matemáticas IV 2011*

## *Errores Algebraicos*

En el capítulo dos se hizo mención acerca de que los alumnos durante el estudio del álgebra generan errores, los cuales los desmotiva y entorpece su aprendizaje, sobre todo cuando se enfrentan a un nuevo conocimiento, el cual los obliga a hacer una revisión o reestructuración de lo que ya saben.

En la ejecución de procedimientos operativos de monomios y polinomios, los alumnos producen diversos errores. Algunas investigaciones apuntan a que éstos son la manifestación de dificultades y obstáculos que tienen que ver con; la complejidad de los objetos algebraicos, procesos de pensamiento, desarrollo cognitivo del alumno, métodos de enseñanza así como actitudes afectivas y emocionales hacia el álgebra.

Sin embargo los errores contribuyen positivamente al aprendizaje, se puede decir que es cuando se encuentra el anterior y nuevo conocimiento. Todo proceso de instrucción es potencialmente generador de errores, contribuyen a hacer un examen crítico, con base en la observación y razonamiento para avanzar en la adquisición del nuevo aprendizaje.

El presente trabajo no pretende iniciar un investigación profunda de los errores algebraicos de los alumnos de bachillerato, únicamente quiere mostrarle al alumno, que el error, es una herramienta de diagnóstico y corrección, que cuando se hacen consciente de él, los ayuda a mejorar en la adquisición de conocimientos.

Usando los errores<sup>54</sup> cometidos en los procedimientos matemáticos, se propone enseñar a identificar y catalogar estos, de tal manera que ayude a mejorar su aprendizaje.

Es necesario tener en cuenta que los errores son parte de una manera de pensar (no son errores aislados de información o hábitos arbitrarios de pensamiento), por lo regular son ideas arraigadas en la mayoría de los estudiantes bien como elementos adquiridos de nuestra cultura o como funciones cerebrales procedentes de selección natural de un momento dado.

---

<sup>54</sup> Cerdán, Fernando, *Las igualdades incorrectas producidas en el proceso de traducción algebraico: un catálogo de errores*. PNA, Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática 2001.

Cerdán (2001) considera que, *“Los errores e ideas inequívocas de los alumnos son un conjunto de creencias establecidas por ellos y que el desarrollo de esos errores conduce a soluciones lógicas para los estudiantes”*.<sup>55</sup>

Por otra parte Rico (2005) consideran que, *“El error es una posibilidad permanente en la consolidación del conocimiento científico que emplean las personas o los colectivos”*.<sup>56</sup>

Utilizar una estrategia didáctica que incluya que tener errores no es malo, por el contrario, que representa un conflicto, de lo que ya se sabe y lo que se está aprendiendo, promoverá el desarrollo del pensamiento crítico de los alumnos.

Durante la etapa de práctica guiada del Modelo de Enseñanza Directa, se les enseña a los alumnos a identificar los errores más comunes que se presentan en los procedimientos matemáticos, lo que produce que ellos sean conscientes de estos y al estar operando los símbolos, disminuyan sus errores procedimentales y se enfoquen más en la resolución del problema

Durante este capítulo se desglosa el modelo de enseñanza directa, el cual se pone en práctica con alumnos de cuarto año de bachillerato de la Escuela Nacional Preparatoria Plantel Núm. 8, el procedimiento y resultados de la implementación de modelo de enseñanza directa se desglosará en el siguiente capítulo.

---

<sup>55</sup> Cerdán, Fernando, *Las igualdades incorrectas producidas en el proceso de traducción algebraico: un catálogo de errores*. PNA, Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática 2001.

<sup>56</sup> Rico, *Errores en el aprendizaje de las matemáticas*, Didáctica de la Matemáticas, 2005.



## **CAPÍTULO IV. DESARROLLO, EVALUACIÓN Y RESULTADOS DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA BASADA EN EL MODELO DE ENSEÑANZA DIRECTA.**

En los capítulos anteriores, se hizo referencia a la problemática que está atravesando el bachillerato mexicano con relación al déficit de las habilidades procesales matemáticas que poseen los estudiantes de este nivel educativo. El presente trabajo propone una Secuencia Didáctica basada en el Modelo de Enseñanza Directa, puede contribuir a disminuir los altos índices de reprobación, así como estimular la motivación intrínseca de los estudiantes hacia las matemáticas.

A lo largo de este capítulo se expondrá la implementación, evaluación y resultados de la Secuencia Didáctica, la cual fue ejecutada en la Escuela Nacional Preparatoria Plantel Núm. 8 "*Miguel E. Shultz*", perteneciente a uno de los subsistemas de Educación Media Superior de la UNAM, en el marco del Programa de Estudios de la Asignatura de Matemáticas IV.

Los temas que se desarrollaron para llevar a cabo la secuencia didáctica fueron los siguientes: monomio, polinomio, término algebraico, coeficiente, literal, exponente, grado, términos semejantes, simplificación de términos semejantes, operaciones aritméticas de suma, resta y multiplicación de polinomios, así como valor de un polinomio. Estos tópicos forman parte del Programa de Estudios de la Asignatura de Matemáticas IV, también se pueden observar en otros sistemas de Educación Media Superior, como en la unidad I de la materia de Matemáticas I del Programa de Estudios de Matemáticas Semestres I al IV del CCH, así como en el Colegio de Bachilleres de la SEP, en el curso de Matemáticas I unidad IV y entre otras instituciones que los incluyen en sus programas de estudio.

La implementación de esta secuencia se llevó a cabo con alumnos del primer año de bachillerato que cursan Matemáticas IV (Estudio del Álgebra), sus edades fluctúan entre de los 15 y 19 años. Al analizar el grupo se observó que el 25% del grupo tienen gusto por las matemáticas y el 75% restante presenta desagrado a las mismas.

La secuencia didáctica tiene una duración total de 5 sesiones de 50 minutos cada una. Para su operatividad se trabajaron tres situaciones didácticas:

La 1° situación didáctica consistió en la aplicación de un examen diagnóstico y la realización de cinco actividades que se desglosan en la parte de Desarrollo del presente capítulo, con una duración de una sesión de 50 minutos.

La 2° situación didáctica consistió en la aplicación también de cinco actividades, contenidas en la Hoja de Trabajo II, con una duración de sesión y media de 50 minutos, la cual se llevo un total de 95 minutos en la aplicación de esta Situación.

La 3° situación didáctica consistió en la aplicación de tres actividades que también se desglosan en la parte de Desarrollo de este capítulo, también se aplicó el examen final en esta y la encuesta de opinión, tuvo una duración de dos sesiones y media, cada una de 50 minutos, teniendo como total 130 minutos.

En la siguiente tabla se resumen las duraciones de las Sesiones de la Secuencia Didáctica basada en el Modelo de Enseñanza Directa (MED).

<b>Situación Didáctica</b>	<b>Nombre de la Situación Didáctica</b>	<b>Tiempo</b>
1	Examen Diagnóstico	10 minutos
1	Términos Algebraicos y Semejantes	45 minutos
2	Suma, Resta y Multiplicación de polinomios	95 minutos
3	Vuelve a observar y dime ¿Qué vez?	120 minutos
3	Evaluación Final Encuesta de Opinión	10 minutos

La Secuencia Didáctica que se exponen en este capítulo tiene su fundamento en el Modelo de Enseñanza Directa, el cual fue revisado durante el capítulo dos, el cual siempre considera dos fases: *Planeación e Implementación*.

Para la planeación de la Secuencia Didáctica se realizaron los siguientes procesos:

*Identificar los temas.* Partiendo del problema inicial del presente trabajo, donde los alumnos presentan un déficit en las habilidades procesales matemáticas, los conceptos matemáticos que se escogen para esta Secuencia Didáctica son monomio, polinomios, término algebraico, coeficiente, literal, exponente, grado, término semejante, simplificación de términos semejantes, operaciones aritméticas de suma, resta y multiplicación de polinomios o términos algebraicos y valor de un polinomio.

Cada uno de estos conceptos es secuencial y son útiles para desarrollo de las habilidades procesales matemáticas. Se entiende como habilidad procesal matemática a la capacidad de ejecutar procedimientos matemáticos que cuenten con las características de: tener un conjunto específico de operaciones o procedimientos identificados, que se puedan ilustrar con un amplio y variado número de ejemplos, así como se desarrollan con la práctica.

*Especificar los objetivos de aprendizaje:* Durante la Secuencia Didáctica se plantearon los objetivos en función de dos características: automaticidad y transferencia<sup>57</sup>, los objetivos de las Situaciones Didácticas son:

Situación Didáctica Uno: Establecer los componentes de las expresiones algebraicas y que estos términos representan cantidades.

Segunda Situación Didáctica: Mostrar que los valores de los términos algebraicos no son únicos, son variables, estos dependen del número y signo que acompañan al término algebraico, así como los errores algebraicos más comunes en la construcción del procedimiento.

Tercera Situación Didáctica: Identificar y categorizar los errores que se cometen durante la ejecución de procedimientos algebraicos y a partir de esta clasificación de errores plantear el análisis y solución de problemas de la vida cotidiana.

*Identificar el conocimiento previo indispensable:* En capítulos anteriores se mencionó la importancia de los conocimientos previos para poder vincular un nuevo aprendizaje. En particular, para el desarrollo de los temas aquí tratados se requiere que el alumno tenga conocimiento de: Leyes de los exponentes; leyes de los signos; operaciones aritméticas de suma; resta y multiplicación; manejo aritmético de los números racionales; identificación de patrones e identificación y ejecución de procesos matemáticos.

---

<sup>57</sup> Automaticidad: Que se efectuó el procesamiento con poco o nulo esfuerzo, eso va a permitir que la memoria se dedique a analizar y resolver problemas.

Transferencia: Se refiere a que una habilidad que se aplica en un ambiente determinado pueda aplicarse a otro.

*Seleccionar problemas y ejemplos:* Los ejercicios son seleccionados con base a su sencillez, practicidad y transferencia, tienen que ser aquellos que se puedan encontrar en el entorno cotidiano.

Una vez concluida la parte de la Planeación del Modelo de Enseñanza Directa, columna vertebral de la Secuencia, se pasa a la Implementación, esta se sitúa en cada una de las Situaciones de Enseñanza. El objetivo de esta etapa es desarrollar en cada clase, las cuatro etapas de la Implementación del Modelo de Enseñanza Directa (MED), cada una de las etapas ya se han explicado con anterioridad, sin embargo se desglosan nuevamente de manera muy general.

*Fase 1. Introducción y revisión:* Durante esta fase se le plantean los contenidos y objetivos a los estudiantes, el objetivo del profesor es despertar la atención de los alumnos, así como activar los conocimientos previos.

*Fase 2. Presentación:* En esta fase el profesor presenta y explica el nuevo contenido, el objetivo principal de la enseñanza es producir nuevos esquemas procedimentales y promover la participación entre el grupo.

*Fase 3. Práctica Guiada:* Durante esta fase el profesor se dedica a practicar los procedimientos matemáticos en conjunto con sus alumnos, su objetivo principal es asegurar el acierto. Es fundamental que se tome en cuenta la automatización y se le considere como un objetivo en cada una de las Situaciones de Enseñanza.

*Fase 4. Práctica Independiente:* Durante esta fase el profesor profundizará en que alumnos practiquen empleando el concepto o habilidad por sí mismo. Tiene la responsabilidad de avanzar en la producción de esquemas, en este punto la automaticidad ya es una herramienta en la transferencia del concepto aprendido a lo largo de la sesión.

Para evaluar el éxito de la propuesta del presente trabajo, es necesario contar con un marco de referencia, el cual nos servirá como punto de partida para identificar los conocimientos con los que cuentan los alumnos; la herramienta que se usa comúnmente es el Examen Diagnóstico para lograr este marco de referencia. Una vez que se tengan los resultados iniciales del diagnóstico, se desarrollan las situaciones de matemáticas basadas en el Modelo de Enseñanza Directa, terminando esta puesta, se evalúa el éxito de la propuesta por medio de una Evaluación Final, que tiene como



objetivo medir el dominio de las habilidades procesales de los estudiantes en el tema de las representación de monomios y polinomios. En la siguiente tabla se resumen los objetivos de las tres Situaciones Didácticas que contiene la Secuencia Didáctica basada en el MED

<b>Situación Didáctica</b>	<b>Nombre de la Situación Didáctica</b>	<b>Objetivos de la Situación</b>
1	Examen Diagnóstico	Identificar el conocimiento previo de los estudiantes.
1	Términos Algebraicos y Semejantes	Automatizar las operaciones aritméticas con monomios y polinomios.
2	Suma, Resta y Multiplicación de polinomios	Identificar y catalogar errores algebraicos en los procedimientos matemáticos para su corrección.
3	Vuelve a observar y dime ¿Qué vez?	Usar los errores algebraicos en el proceso de traducción del lenguaje algebraico y resolución de problemas en la vida cotidiana.
3	Evaluación Final Encuesta de Opinión	Medir el avance de los estudiantes en función del tema de monomios y polinomios.

## DESARROLLO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA BASADA EN EL MODELO DE ENSEÑANZA DIRECTA

### SITUACIÓN DIDÁCTICA 1. TÉRMINOS SEMEJANTES Y ALGEBRAICOS

La *Situación Didáctica Uno* comienza con la aplicación de un examen diagnóstico que tiene como objetivo identificar el conocimiento matemático con el que cuentan los alumnos para comenzar el estudio formal de los símbolos de monomio y polinomios. El examen se enfoca en identificar el nivel de dominio de temas básicos que sirven para determinar el marco de referencia inicial de las representaciones simbólicas de monomios y polinomios, estos temas son:

- Identificar y diferenciar símbolos de cantidad, de operación y de agrupación.
- Determinar nivel de dominio de las operaciones aritméticas de suma, resta y multiplicación.
- Diagnosticar el nivel de dominio de la ley de signos y exponentes.
- Definir el nivel de dominio de los signos de agrupación de paréntesis, corchetes y llaves.

Las características del examen diagnóstico son: Duración de diez minutos, ocho preguntas de opción múltiple, es la primera actividad antes de iniciar con los contenidos temáticos, y su propósito principal es identificar el conocimiento previo y plantear un marco de referencia inicial, previo al desarrollo de las Situaciones Didácticas. Los resultados de este se pueden revisar en los Resultados de la Secuencia Didáctica.

Sesión de Trabajo	Tiempo de Duración	Propósito	Recurso Didáctico	Actividad
1	10 minutos	Identificar conocimiento previo	Examen Diagnóstico <sup>58</sup>	Realizar del examen diagnóstico

La segunda parte de la Situación Didáctica Uno *Términos Algebraicos y Semejantes*, tiene como objetivo que el alumno automatice la identificación de representaciones

---

<sup>58</sup> El Examen Diagnóstico se encuentra en el Apéndice del presente trabajo.

usando los conceptos básicos del álgebra para mecanizar las operaciones aritméticas de monomios y polinomios. Los objetivos de esta segunda parte se alcanzan mediante la ejecución de cinco actividades dentro del salón de clases.

Es necesario recordar que las actividades que se realizan dentro del aula, obedecen a la planeación del MED, así como a la parte de Implementación, en el desarrollo de cada Situación, se verán las cuatro fases de la Implementación; revisión, presentación, práctica guiada y práctica independiente.

En el siguiente cuadro se puede visualizar las etapas del MED y como se implementaron en la Situación Didáctica Uno

Etapas del MED	
Introducción	Se hizo una exposición verbal por parte del profesor acerca del término algebraico y sus componentes, durante esta se hicieron preguntas dirigidas a los alumnos, con el objetivo de identificar los conocimientos previos.
Presentación	Se usaron dos estrategias, la primera una exposición de conceptos y la proyección de un video, donde se le pide a los alumnos que identifique tres ejemplos de un evento natural que pueda ser representado por un término algebraico.
Práctica Guiada	Se llevo a cabo con los ejercicios dos y tres de la Hoja de Trabajo I, estos ejercicios se resolvieron en parejas, se les solicitó que separaran los elementos del polinomio. Una vez terminadas las actividades, se pidió a los alumnos que pasaran al pizarrón a escribir las respuestas, en conjunto con el grupo se solucionaron las dudas, indicando dónde fue que se equivocaron y porqué, así como la respuesta correcta. La retroalimentación fue para todo el grupo utilizando las respuestas de los alumnos que pasaron a escribir al pizarrón.
Práctica Independiente	Se les pidió a los alumnos que realizaron dos actividades, la primera que contestaran las preguntas del ejercicio tres, acerca de la importancia de los procedimientos matemáticos. La segunda actividad se solicito que buscaran en Internet un evento que se pudiese representar con el término algebraico y lo discutieran entre ellos.

En el siguiente cuadro se presentan tiempos, actividades, materiales didácticos y objetivos que se utilizaron y se plantearon para cada actividad de la Situación, mas adelante se describirá cada una de las actividades.

<b>Tiempo</b>	<b>Actividad</b>	<b>Objetivo</b>
10 min.	Actividad 1. <i>Identificar símbolos matemáticos.</i>	Que alumno identifique los componentes del término algebraico y use esta habilidad para mecanizar los procedimientos algebraicos de polinomios.
7 min.	Actividad 2. <i>Matemáticas en la vida cotidiana.</i>	Que el alumno conozca que las matemáticas se encuentran en su entorno y que comprenda que se pueden representar con símbolos algunos fenómenos de la naturaleza.
2 min.	Actividad 3. <i>Vida cotidiana y matemática</i>	Que el alumno encuentre en su entorno un uso de las matemáticas en su entorno.
2 min.	Entrega de la <i>Hoja de Trabajo I</i> a los estudiantes	Entregar a los estudiantes los materiales para realizar los ejercicios de matemáticas.
18 min.	Actividad 4. <i>Habilidades de lectura y escritura matemáticas descomponiendo términos algebraicos.</i>	Que el alumno separe los componentes de un término algebraico usando sus habilidades de lectura y escritura.
10 min.	Actividad 5 <i>¿Cómo cambian las cantidades dependiendo del valor de los componentes?</i>	Que los estudiantes a través de un debate comprendan que dependiendo de los componentes de términos algebraicos, puede cambiar el valor numérico de los monomios y polinomios.
Materiales Didácticos: Pizarrón verde, pizarrón blanco, gises, plumones, laptop, conexión a Internet, Hoja de Trabajo I.		

La introducción y revisión del tema se cumple con la ejecución de la primera actividad, en esta se identifican los símbolos matemáticos que conocen los alumnos, mediante la exposición del nuevo concepto, se realizan las preguntas: ¿Cuáles de estos signos ya conoces?, ¿Cuál de estos signos son nuevos para ti?, ¿Existe algún nuevo significado que tenga el signo?

*Desarrollo de la actividad uno: Identificar símbolos matemáticos.* Se logró el objetivo mediante una exposición verbal por parte del profesor acerca de los componentes matemáticos de monomios y polinomios, haciendo énfasis en que son siempre los mismos, que solo varían el orden en el que se pueden presentar, es importante hacer

notar que estos símbolos pueden presentarse individual o en conjunto, teniendo como constante lo que significan, cantidades

Los temas de álgebra que se exponen a los alumnos son los siguientes:

### CONCEPTOS BÁSICOS DE ÁLGEBRA

**Expresión Algebraica:** Se conoce así a la combinación de números reales (constantes) y literales o letras que representan cantidades.

**Término Algebraico:** Es un sumando de una expresión algebraica y representa una cantidad.

**Monomio:** Es un término algebraico y consta de coeficiente, bases y exponentes

**Polinomio:** Conjunto de dos o más monomios.

**Coficiente:** Es el número que aparece multiplicando a la *parte literal*.

**Literal:** Constituyen las letras de la expresión

**Exponente:** Número utilizado para indicar el número de veces que se utiliza un término como factor para multiplicarse por sí mismo

**Término semejante:** Dos o más términos son semejantes cuando los mismos exponentes afectan a las mismas bases.

Complementando la Introducción, es importante despertar el interés de los estudiantes del nuevo contenido, este despertar se alcanza con la ejecución de actividad dos y tres.

*Desarrollo de la actividad dos. Matemáticas en la vida cotidiana*, su objetivo es mostrar a los alumnos que las representaciones matemáticas están presentes en el entorno cotidiano. Esto se logra a través de la proyección del video: "*Belleza y Matemáticas*", durante este video se puede visualizar que las matemáticas están presente en nuestra vida cotidiana, esta actividad nos permite comenzar una discusión acerca de los siguientes cuestionamientos ¿Para qué me sirven las matemáticas? ¿Dónde puedo usar las matemáticas?, ¿La naturaleza y las matemáticas están vinculadas?, esta actividad aparte de desarrollar la participación de grupo, es punto de partida para que alumno pueda hacer una práctica independiente, y esto lo va a lograr a través de la actividad tres, *actividad 3. Vida cotidiana y matemática*, tiene como objetivo reforzar que las matemáticas están presentes en todos los entornos por lo que se les pide de

tarea que encuentren una relación de las matemáticas y entorno en el periódico y/o revista de su preferencia, para que la pueda mostrar y discutir con sus compañeros.

Con el desarrollo de la actividad tres, se practican los conocimientos recién adquiridos que se expusieron previamente, la actividad cuatro tiene como objetivo practicar los procedimientos matemáticos, para eso se ejecuta la *actividad 4. Habilidades de lectura y escritura matemáticas descomponiendo términos algebraicos*. Para realizar esta actividad se les entrega la *Hoja de Trabajo I*<sup>59</sup> a los estudiantes para que usen las habilidades de lectura y escritura que poseen y realicen la separación de los componentes del término algebraico revisados en la actividad uno, cabe mencionar que aquí se refuerzan las habilidades de lectura y escritura de las matemáticas que poseen los alumnos debido a que se ejecuta una lectura de símbolos matemáticos.

Los ejercicios de la hoja de trabajo se desglosan a continuación, el estudiante leerá el término algebraico e identificara sus componentes, una vez hecho esto separa cada uno de los componentes y los ordenara en las casillas correspondientes, el objetivo principal es asegurar que los componentes este correctamente identificados y separado.

Ejercicio	Signo	Coficiente	Literal
$-5,9a^2b^3c$	Menos	5,9	$a^2b^3c$
$-\frac{\sqrt{3}}{3}h^4k^5$			
$Abc$			
$\frac{xy^2}{4}$			
$-8a^4c^2d^3$			
$-10a^4b^3c^2$			
$12x^7$			

Ejercicio1. Hoja de Trabajo I

Conforme se van realizando los ejercicios en la Hoja de Trabajo I, se observa que hay términos que tienen la misma base y exponente, cuando se presenta esta característica en los términos se le denomina *término semejante*. También se utilizan las reglas elementales de los signos:

<sup>59</sup> La Hoja de Trabajo I se puede revisar completa en la parte del Apéndice del presente trabajo.

a) Números con el mismo signo: Cuando dos números tienen igual signo se debe sumar.

b) Números con signo diferente: Cuando dos números tienen distinto signo se debe adicionar y conservar el signo mayor en valor absoluto.

Con la información anterior se resuelve el siguiente ejercicio, este también pertenece a la práctica guiada del conocimiento, sin perder el objetivo de que los estudiantes refuercen la automatización de identificación de componentes de las representaciones, así como desarrollar la habilidad de seguir el proceso matemático: visualizar signos, visualizar números, exponentes y literales.

RESPUESTA		PREGUNTA	
( )	$y^2$	<b>K</b>	$x^2 - xy + xy - yz$
( )	$25x^4 - 25y^4$	<b>Y</b>	$y^2 - y + y$
( )	$3y - 15$	<b>S</b>	$8y - 18 + 3 - 5y$
( )	$-12xy + 13z^2$	<b>W</b>	$4z^2 - 12xy + 9z^2$
( )	$-4y^2 + 0.09$	<b>U</b>	$25x^4 - 25y^4$
( )	$x^2 - yz$	<b>A</b>	$0.09 - 4x^2 + 4x^2 - 4y^2$

Ejercicio2. Hoja de Trabajo I

Las actividades contribuyeron al desarrollo de la habilidad procesal en los alumnos, procurando que estos procesos se puedan automatizar a medida que van practicando con los ejercicios, como siguiente paso está la práctica independiente, por lo que se le pide al alumno que escoja un monomio cualquiera y que le asigne tres valores numérico diferentes a alguna de las literales de un monomio y polinomio y que discuta en grupos las preguntas mencionadas en la actividad 5. *¿Cómo cambian las cantidades dependiendo del valor de los componentes?*, las preguntas que se discuten son las siguientes:

1. *¿Por qué siguieron el procedimiento para resolver el ejercicio?*
2. *¿Cuáles son los elementos que pueden cambiar para modificar el resultado?*

A continuación los resultados de la primera pregunta.

<b>¿Por qué resolvieron así el ejercicio?</b>	
<b>Cantidad de Alumnos</b>	<b>Respuesta</b>
19 = 50%	Por qué así es el procedimiento
15 = 39 %	Por qué así lo resolvió el profesor
4 = 11%	Por qué así lo había aprendido
Total de Alumnos	38

Resultados. Hoja de Trabajo I – Pregunta 1

La primera pregunta indico que identificar automáticamente los componentes y el uso de los procedimientos matemáticos lo tiene claro el 89% del grupo, el restante apenas lo está conociendo.

Por su parte la segunda pregunta nos muestra que los estudiantes identifican los componentes de un polinomio y dependiendo de estos se puede modificar la cantidad que representan los símbolos matemáticos de monomios y polinomios.

<b>¿Cuáles son los elementos que se pueden cambiar para modificar el resultado?</b>	
<b>Cantidad de Alumnos</b>	<b>Respuesta</b>
28 = 74%	El signo
7 = 19 %	El coeficiente
2 = 6%	El exponente
1 = 1 %	La literal
Total de Alumnos	38

Resultados. Hoja de Trabajo I – Pregunta 2



## **SITUACIÓN DIDÁCTICA 2. SUMA, RESTA Y MULTIPLICACIÓN DE LOS TÉRMINOS ALGEBRAICOS: MONOMIOS Y POLINOMIOS.**

La *Situación Didáctica Dos* comienza con un repaso de los conceptos revisados en la Situación Didáctica anterior, los cuales son componentes del término algebraico y características de términos semejantes, una vez concluido el repaso se plantean los objetivos de la Situación Dos, estos son:

- Conocer los procedimientos matemáticos de suma, resta y multiplicación.
- Dominar a nivel medio la automatización de los procedimientos matemáticos.
- Catalogar e identificar los errores algebraicos comunes que se presentan durante los procedimientos matemáticos.

<b>Etapa del MED</b>	<b>Estrategia Didáctica</b>
Introducción	Se procedió a la ejecución del ejercicio uno de la Hoja de Trabajo II, se realizó en parejas, mientras los alumnos estaban resolviendo el ejercicio, el profesor efectuó preguntas dirigidas para que los conocimientos previos de los alumnos pudiesen aflorar.
Presentación	Se usaron dos estrategias, la primera una exposición de conceptos y resolución de actividades de la Hoja de Trabajo III, la segunda fue la reproducción de un video, donde se le pide a los alumnos que identifique elementos del polinomio, así como que observe que el procedimiento matemático es fundamental en el proceso algebraico.
Práctica Guiada	Se llevo a cabo con la realización del ejercicio cuatro, una exposición por parte del profesor y una serie de preguntas guiadas. Una vez terminadas las actividades, se pidió a los alumnos que pasaran al pizarrón a escribir las respuestas, en conjunto con el grupo se solucionaron las dudas, indicando donde fue que se equivocaron y porque, así como la respuesta correcta. También se les pidió a los alumnos que por equipos respondieran las preguntas que se habían hecho previamente.
Práctica Independiente	Se les pido a los alumnos que realizaron dos actividades, la primera que resolvieran el ejercicio cinco de forma individual en sus casas, y que compararan las respuestas con su compañero de equipo, para que la siguiente clase se discutieran en grupo las respuestas.

Con la revisión de los conocimientos anteriores se comienza la fase de Introducción de la Implementación del MED, durante este se revisan los conceptos de la situación anterior y se recupera el conocimiento previo de los estudiantes, por otra parte el

planteamiento de los objetivos de nuevo tema, se lleva a cabo ejecutando las actividades contenidas en la Hoja de Trabajo II<sup>60</sup>.

Específicamente mediante la ejecución de la *actividad 1. Asociación de Términos Semejantes*, la cual tiene como objetivo que el alumno refuerce la automatización de identificar los componentes de la representación matemática, es decir, que entienda que estos componentes son constantes independientemente del proceso matemático que lo use, también que pueden o no presentarse siempre los mismo elementos, pero de presentarse, siempre serán los mismos. Y que esta mezcla de componentes, significa una nueva representación cada que se combinan los componentes, es decir cuando se asocian términos semejantes, se puede estar sumando o restando monomios, lo que impacta en el valor final de la representación del monomio. El objetivo se alcanza realizando el siguiente ejercicio contenido en la *Hoja de Trabajo II*, la actividad a realizar es agrupar las representaciones que tengan términos en común, reducir a la mínima expresión el polinomio.

EXPRESION	
$6y^2+ 5y^2+ 4y^2 - 3y^2$	
$25x^4 - 25x^4$	
$3y - 15 y$	
$-12 z^2+ 13z^2$	

#### Ejercicio1. Hoja de Trabajo II

Complementando esta fase, se realiza la *actividad 2. Suma y Resta de Polinomios*, que tiene como objetivo mostrar que cada expresión algebraica consta de varios términos algebraicos y que estos se pueden asociar dependiendo de los componentes– coeficiente, exponente y literal -, es decir un término se puede separar o contraer según sea el caso. Esta es la razón por lo que a la suma o resta de polinomios se le conoce también como la reducción o asociación de términos semejantes. Durante esta actividad se presenta el nuevo significado del incremento y decremento de componentes, este objetivo se alcanza realizando el siguiente ejercicio, también contenido en la Hoja de Trabajo II, se le pide a los alumnos que en equipos de dos personas realicen las cuatro asociaciones de términos semejantes.

<sup>60</sup>La Hoja de Trabajo II se puede revisar completa en la parte del Apéndice del presente trabajo.

PREGUNTA	RESPUESTA
¿Cuál es la suma de? $(x^2 + xy - yz) + (4x^2 - 5xy - 10yz)$	
Realiza la suma de: $(y^2 - y + y) + (29y^2 - 3y - y)$	
Efectúa la siguiente operación $(8y - 18 + 3 - 5y) - (4y - 19 + 45 - 15y)$	
Suma los siguientes polinomios $(4z^2 - 12xy + 9z^2) - (8y - 18 + 3 - 5y)$	

Ejercicio2. Hoja de Trabajo II

Un proceso fundamental en la representación de monomios y polinomios es la identificación, jerarquización y ejecución de las operaciones usando los signos de agrupamiento, esta actividad cumple su objetivo mediante la realización de la *actividad 3. Signos de Agrupación*, también contenido en la Hoja de Trabajo II.

SIMPLIFICA LAS SIGUIENTES EXPRESIONES	RESPUESTA
$3x - \{2y - (5x + 3y)\}$	
$(3m + n) - [2m + \{-m + (2m - 2n - 5)\}] - (n + 7)$	
$3x - (5y + [-2x + (y - 6 + x) - (-x + y)])$	
$-(6a - 3b) - \{5a - 9b - (2c - 9b)\}$	

Ejercicio 3. Hoja de Trabajo II

Un proceso matemático muy útil en las matemáticas de polinomios es la multiplicación de polinomios, él cual se va a exponer mediante la ejecución de la *actividad 4. Multiplicación de Polinomios – Tres casos*, esta actividad tiene como objetivo que alumno integre las habilidades de identificar, separar y jerarquizar los componentes de monomios y polinomios revisados en las actividades anteriores, existen tres casos para realizar la multiplicación de polinomios estos son: monomio por monomio, polinomio por monomio y polinomio por polinomio. Las multiplicaciones de polinomios son procedimientos largos y repetitivos, por lo que estos ejercicios se enfocan en reforzar la automatización y el reforzamiento de la habilidad procesal. En el siguiente ejercicio se puede visualizar las preguntas que se le hacen al alumno para lograr el objetivo.

1.	( )	Desarrolla <b>(2x -3) (2x -3)</b>					
a)	$2x^2-12x+9$	b)	$4x^2-12x+9$	c)	$4x^2+9$	d)	$2x^2-6x+9$

2.	( )	Desarrolla <b>(6x +3) (2x)</b>					
a)	$12x^2+5x$	b)	$12x+6x$	c)	$12x^2+6x$	d)	$12x^2+6$

3.	( )	Desarrolla <b>(3x)( 4b)</b>					
a)	$7x^2b^2$	b)	$12x^2b^2$	c)	$7xb$	d)	$12xb$

4.	( )	Desarrolla <b>(2z -3) (4z -9)</b>					
a)	$8z^2-30z+12$	b)	$8z^2-30z+27$	c)	$8z^2-30z-12$	d)	$8z^2-30z-27$

5.	( )	Desarrolla <b>(y +6) (3y)</b>					
a)	$3y^2+18y$	b)	$3y+18y$	c)	$3y^2+18$	d)	$3y^2+9y$

6.	( )	Desarrolla <b>(3)( 4m<sup>4</sup>)</b>					
a)	$12m^2$	b)	$12m^5$	c)	$7m^4$	d)	$12m^4$

#### Ejercicio4. Hoja de Trabajo II

Con relación con la Práctica Independiente de esta Situación, se ejecuta en dos partes, la primera consiste en que el profesor exponga cuales son los errores algebraicos comunes cuando se realiza un procedimiento matemático y con base en esta información que el estudiante sea capaz de identificar esos errores y corregirlos.

Los errores más comunes que se abordan en este trabajo, pero que no son los únicos que se presentan durante el procedimiento, se enuncian a continuación:

- Error en el orden de los pasos de ejecución.
- Error en el jerarquizar las operaciones.
- Error en la interpretación de las leyes de los signos.
- Error en la interpretación de las leyes de los exponentes.

La identificación de los errores se hace con base a la *actividad 5. Catálogo de Errores*, donde se les presentaran a los alumnos los cuatro tipos de errores más comunes en la construcción de expresiones algebraicas que se pueden cometer durante la ejecución de procesos matemáticos, el siguiente ejercicio, también contenido en la Hoja de Trabajo II.

1.	( )	¿Cuál es el primer paso para realizar la siguiente operación? $(x^2 + xy - yz) - (4x^2 - 5xy - 10yz)$					
a)	Quitar paréntesis	b)	Multiplicar	c)	Sumar	d)	Sumar los términos dentro de paréntesis

2.	( )	Cuáles son los pasos para simplificar la siguiente expresión $25x^4 - 25x^4 - 2x^4$					
a)	Sumar	b)	Restar	c)	Multiplicar	d)	Eliminar términos iguales

3.	( )	Encuentra el error en la siguiente expresión $3x - (5y + [-2x + (y - 6 + x) - (-x + y)])$					
a)	Ninguno	b)	-6-	c)	x+(	d)	-(-

#### Ejercicio5. Hoja de Trabajo II

Las actividades anteriores forman parte de la Situación Didáctica Dos, en el siguiente cuadro se presentan tiempos aproximados, actividades, materiales didácticos y objetivos de esta Situación.

Tiempo	Actividad	Objetivo
5 min.	Entrega de la <i>Hoja de Trabajo II</i> a los estudiantes	Entregar a los estudiantes los materiales para realizar los ejercicios de matemáticas.
10 min.	Actividad 1. <i>Asociación de Términos Semejantes.</i>	Que el alumno automatice la identificación de los componentes de los términos algebraicos.
15 min.	Actividad 2. <i>Suma y Resta de Polinomios.</i>	Que el alumno efectúe correctamente la reducción de términos semejantes.
25 min.	Actividad 3. <i>Signos de Agrupación</i>	Que el alumno jerarquice los monomios y polinomio usando los signos de agrupación
20 min.	Actividad 4. <i>Multiplicación de Polinomios – Tres casos</i>	Que alumno integre las habilidades de identificar, separar y jerarquizar los componentes de monomios y polinomios usando la multiplicación.
20 min.	Actividad 5. <i>Catálogo de Errores Algebraicos</i>	Que el alumno conozca los cuatro tipos de errores más comunes en la construcción de expresiones algebraicas
Materiales Didácticos: Pizarrón verde, pizarrón blanco, gises, plumones, laptop, conexión a Internet, Hoja de Trabajo II.		

### SITUACIÓN DIDÁCTICA 3. VUELVE A OBSERVAR Y DIME ¿QUÉ OBSERVAS?

La *Situación Didáctica Tres* comienza con un repaso de los cuatro errores en la construcción de expresiones algebraicas de monomios y polinomios expuestos en la Situación Didáctica anterior, una vez finalizado este resumen, se plantean los objetivos de la Situación Tres a los estudiantes, los cuales son:

- Usar el catálogo de errores durante la construcción de expresiones algebraicas.
- Construir expresiones algebraicas usando los polinomios y catálogo de errores.
- Plantear y solucionar problemas de la vida cotidiana usando los errores algebraicos y proceso de automatización de polinomios.

Los objetivos se enuncian a través de una exposición verbal por parte del profesor y se reparte la Hoja de Trabajo III, para que se pueda comenzar a trabajar con esta, estas acciones nos permite completar la fase de revisión e introducción del Modelo de Enseñanza Directa.

<b>Etapas del MED</b>	<b>Estrategia Didáctica</b>
Introducción	Se revisó la actividad cinco de la Hoja de Trabajo II durante esta, se repasaron los conceptos, así mismo se hicieron preguntas dirigidas a los alumnos, con el objetivo de reforzar los conocimientos previos.
Presentación	Se usaron dos estrategias, una exposición por parte del profesor y resolver el ejercicio uno de la Hoja de Trabajo Tres, este también fue resuelto en equipos. El objetivo de la actividad y de la exposición es que alumno sea capaz de desarrollar sus habilidades procesales usando las herramientas de catálogo de errores y polinomios.
Práctica Guiada	Se realizó la actividad dos de la Hoja de Trabajo Tres, este ejercicio se resolvió en parejas. Una vez terminadas las actividades, se pidió a los alumnos que pasaran al pizarrón a escribir las respuestas, en conjunto con el grupo se solucionaron las dudas, indicando donde fue que se equivocaron y porque, así como la respuesta correcta. La retroalimentación fue para todo el grupo aprovechando las respuestas de los alumnos que pasaron a escribir.
Práctica Independiente	Se les pidió a los alumnos que resolvieran individualmente el ejercicio tres y que en equipos discutieran la mejor forma de obtener las áreas, y que cada equipo expusiera al grupo sus resultados.

Con relación a la presentación del MED, se realiza la actividad mostrada a continuación, con la ejecución de esta, se producen nuevos esquemas y se busca promover la participación del grupo, el ejercicio está contenido en la Hoja de Trabajo III<sup>61</sup>, *actividad 1. Usodel catálogo de errores durante la construcción de expresiones algebraicas*, esta tiene como objetivo que los alumnos identifiquen los cuatro tipos de errores más comunes de las expresiones algebraicas y que discutan en equipos ¿por qué piensan que ese es el error que se está cometiendo y si es el único que se puede presentar?

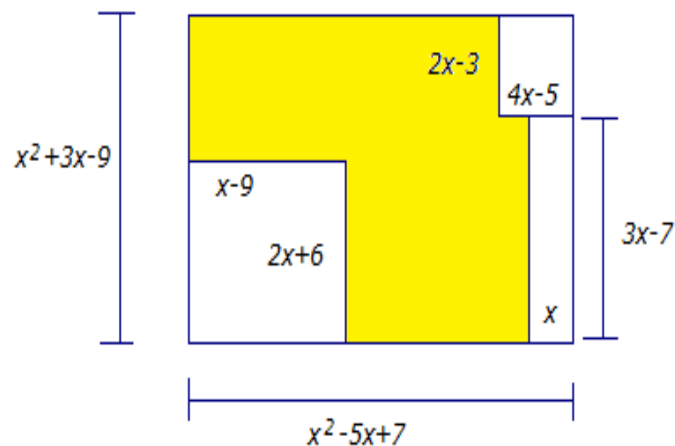
1.	( )	¿Cuál es la primera operación que se hace en la siguiente operación? $(x^2 + xn - nm) - (4x^2 - 5xy - 10yz)$					
a)	Sumar	b)	Multiplicar	c)	Restar	d)	Eliminar paréntesis
2.	( )	Escoge la opción correcta de los pasos para simplificar la siguiente expresión $25z^4 - 25z^4 - 2z^4$					
	a)	Sumar, restar, multiplicar, eliminar términos semejantes					
	b)	Identificar términos semejantes, validar signos, asociar términos semejantes					
	c)	Sumar términos semejantes, eliminar términos semejantes, multiplicar términos.					
	d)	Ninguno de los anteriores					
3.	( )	Encuentra el error en la siguiente expresión $4x - (10y + [-4x + (y - 3 + x) - (-x + 2y)])$					
a)	Ninguno	b)	-3-	c)	x+(	d)	-(-
4.	( )	¿El resultado de la siguiente operación es $(abc)^n$ ?					
a)	$a^n b^n c^n$	b)	$(abc)(abc) \dots n$ veces	c)	$(a \dots a)(b \dots b)(c \dots c)$	d)	Todas las anteriores

Ejercicio1. Hoja de Trabajo III

La actividad que se describe a continuación está basada en la fase de práctica guiada del Modelo de Enseñanza Directa tiene como objetivo que la automatización de procesos matemáticos y el catálogo de errores sean herramientas con las que cuente el alumno para plantear soluciones de problemas matemáticos.

La actividad número se llama *Construir expresiones matemáticas con el uso de polinomios y catálogo de errores*, como se ha mencionado previamente el objetivo es que se integren las representación y catálogo de errores en el planteamiento durante el desarrollo de la actividad el alumno tiene que identificar cuáles son las representaciones de polinomios que puede usar, así como el proceso matemático que se va a seguir.

<sup>61</sup>La Hoja de Trabajo III se puede revisar completa en la parte del Apéndice del presente trabajo.



### Ejercicio2. Hoja de Trabajo III

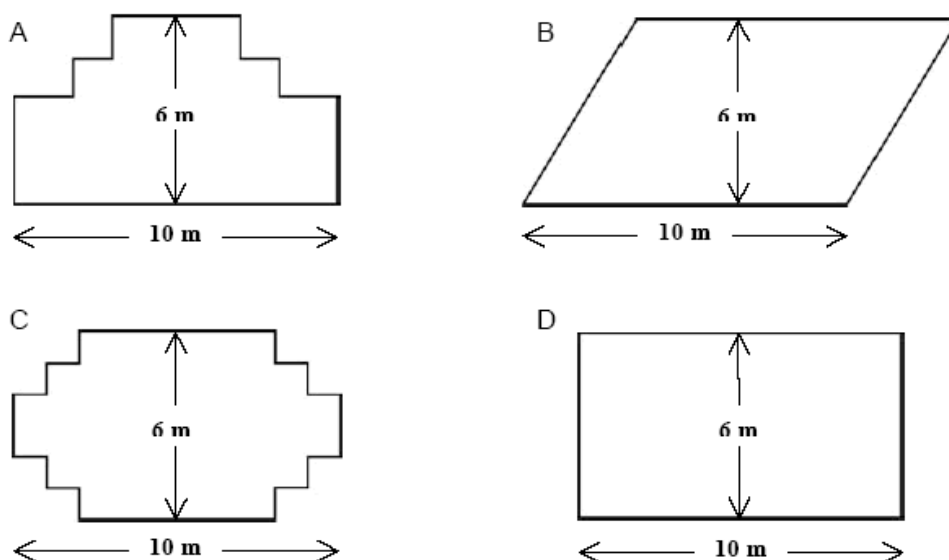
Para hacerlo, los estudiantes deben llevar a cabo un proceso de varios pasos: partiendo del problema situado en la realidad deben organizarlo los conceptos matemáticos que usaran, es decir identificar los datos relevantes del problema e ir abstrayéndolo progresivamente de la realidad, convirtiéndolo en apto para ser resuelto mediante una solución matemática directa, por medio de la simplificación de los supuestos, la generalización y formalización de la información, aplicando métodos útiles para representar sus distintos aspectos, *comprendiendo las relaciones entre el lenguaje del problema y el lenguaje simbólico*<sup>62</sup> y formal necesario para entenderlo matemáticamente, encontrando regularidades y patrones, y asociándolo a problemas ya conocidos o a otras formulaciones matemáticas, e identificando o aplicando un modelo matemático adecuado.

Una vez concluido el ejercicio dos se le pide a los estudiantes que como práctica independiente, realicen la actividad número tres en equipos y cuando tengan la solución, pasen a exponer al grupo por qué y cuál fue el procedimiento de la solución, mientras se realizan las exposiciones, el profesor da retroalimentación a cada grupo acerca del uso de las dos herramientas vistas a lo largo de la Secuencia.

<sup>62</sup><http://www.inee.edu.mx/index.php/proyectos-y-servicios/pisa>



Un carpintero tiene la madera necesaria para hacer una cerca de 32 metros de largo y quiere colocarla alrededor de un jardín. Está considerando los siguientes diseños para este jardín.



Ejercicio3. Hoja de Trabajo III

En el siguiente cuadro se presenta un resumen de la *Situación Didáctica Tres*, así como las actividades que la componen y que objetivo cumplieron las actividades.

Tiempo	Actividad	Objetivo
3 min.	Entrega de la <i>Hoja de Trabajo III</i> a los estudiantes	Entregar a los estudiantes los materiales para realizar los ejercicios de matemáticas.
30 min.	Actividad 1. <i>Uso del catálogo de errores durante la construcción de expresiones algebraicas</i>	Usar el catálogo de errores durante la construcción de expresiones algebraicas
30 min.	Actividad 2. <i>Construir expresiones matemáticas con el uso de polinomios y catálogo de errores</i>	Construir expresiones algebraicas usando los polinomios y catálogo de errores.
30 min.	Actividad 3. <i>Aplicando los polinomios en la vida cotidiana</i>	Plantear y solucionar problemas de la vida cotidiana usando los errores algebraicos y proceso de automatización de polinomios.
Materiales Didácticos: Pizarrón verde, pizarrón blanco, gises, plumones, laptop, conexión a Internet, Hoja de Trabajo III.		

## EVALUACIÓN DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA

Tradicionalmente se ha concebido y practicado la evaluación escolar como una actividad terminal del proceso de enseñanza aprendizaje; se le ha adjudicado una posición estática e intrascendente en el proceso didáctico; se le ha conferido una función mecánica, consistente en aplicar exámenes y asignar calificaciones al final de cada conocimiento nuevo. Si se toma en cuenta la complejidad del tema de la evaluación, el presente trabajo no tiene más pretensiones que subrayar la importancia e implicaciones que la evaluación tiene en el proceso de enseñanza-aprendizaje, concibiendo dicho proceso como un todo organizado, donde los elementos que lo integran mantienen una interacción potencial y que, cuando esta potencialidad se convierte en un hecho, el proceso didáctico se consolida y cumple con su cometido.

En ese sentido la evaluación es un proceso integral del progreso académico del alumno: informa sobre conocimientos, habilidades, intereses, actitudes, hábitos de estudio, etc. Este proceso comprende, además de los diversos tipos de exámenes, otras evidencias de aprendizaje como son trabajos, reportes, ensayos, discusiones, etc. También es un método que permite obtener y procesar evidencias para mejorar el aprendizaje y enseñanza. Asimismo, es una tarea que ayuda a la revisión del proceso grupal, en términos de las condiciones en que se desarrollan los aprendizajes alcanzados, los no alcanzados, así como las causas que posibilitan o imposibilitan la consecución de los objetivos propuestos.

En síntesis, se coincide con Olmedo cuando afirma que la evaluación es: "*una actividad indispensable en el proceso educativo, puede proporcionar una visión clara de los errores para corregirlos, los obstáculos para superarlos y de los aciertos para mejorarlos*".<sup>63</sup>

Durante este trabajo la evaluación cobra un papel muy importante y se realiza continuamente en la Secuencia Didáctica, así como en cada una de las Situaciones Didácticas. Se abordan dos tendencias de evaluación: la evaluación con referencia a la **norma** y con referencia al **criterio o dominio**.

---

<sup>63</sup>Olmedo B., Javier. *Evaluación pedagógica en el nivel universitario*. Trabajo inédito para examen de grado, Colegio de Pedagogía, Facultad de Filosofía y Letras, UNAM, 1973, p.5.

Para Fernando Carreño, la evaluación por norma consiste en realizar una *"comparación y enjuiciamiento del desempeño de cada alumno con respecto al grupo al que pertenece, en el que participan todos con características que se suponen semejantes"*<sup>64</sup>.

En la evaluación con respecto a la norma se clasifican a los alumnos comparando su desempeño con el de cada uno de los demás miembros del grupo, olvidándose del aprovechamiento personal, de sus logros, sus carencias; prescindiendo de la distancia que hay entre lo que saben y lo que deberían saber, etc. Mager señala un ejemplo que ilustra claramente las características de este tipo de evaluación: *"si tuviéramos cinco automóviles descompuestos, podríamos medir la amplitud de sus fallas y señalar que el automóvil B es el que funciona menos mal. Desde luego que ninguno de los cinco funciona bien, pero el B es el que mejor trabaja. Este es un ejemplo típico de una evaluación con referencia a la norma. Conforme a esta tendencia, si decimos: 'califiquen a ese automóvil con 10, estaríamos calificándolo sobre la base de una evaluación con referencia a la norma'"*.<sup>65</sup>

Esta tendencia de evaluación ha contribuido a que se considere a la educación como un conjunto de tareas de aprendizaje que se hacen paulatinamente más difíciles a medida que se avanza. También se ha supuesto que a medida que se asciende por esa pendiente de la educación, un número cada vez menor de alumnos dispondrá de conocimientos y habilidades necesarias para escalar con éxito los peldaños.

*"Durante mucho tiempo se ha pensado que la educación es una suerte de pirámide: todos o la mayor parte de los individuos más jóvenes asisten a la escuela en la base, y muy pocos alcanzarán la cúspide, para lo cual se han utilizado distintos tipos de exámenes y formas de evaluación que decidirán a quiénes se les permitirá el acceso al nivel superior"*.<sup>66</sup>

En las primeras décadas del presente siglo Carreño señala: *"algunos intentos cientificistas incorporados al campo de la educación hicieron que se copiaran íntegramente para el proceso de enseñanza--aprendizaje varios modelos metodológicos (estadísticos) sumamente útiles en otras ramas de las ciencias*

---

<sup>64</sup> Carreño, F. **Enfoques y principios teóricos de la evaluación**. Programa Nacional de Formación de Profesores, Educación Continua, México, ANUIES, 1976, p.41.

<sup>65</sup> Mager, Robert. **Medición del intento educativo**, Venezuela, Edit. Guadalupe, 1975, pp. 21 y 22

<sup>66</sup> Bloom, B.S. y otros. **Evaluación del aprendizaje**, Buenos Aires, Edit. Troquel, 1975, p. 12.

*naturales, como Física, Biología, Fisiología, etc., que si bien tienen el valor inapreciable de la cuantificación e interpretación sus fenómenos, en cambio, transferidos al campo de la evaluación educativa, pierden buena parte de su sentido original y su objetividad al acudir a comparaciones y contrastaciones improcedentes, por falta de un principio que dirigiera el manejo adecuado de los datos".<sup>67</sup>*

Los procedimientos estadísticos así utilizados constituyen lo que genéricamente se conoce como evaluación por normas o evaluación con referencia a la norma.

Carreño también considera que: *"al no tener referencias precisas contra las cuales calificar aprendizaje individual, los profesores hemos optado por medir a cada alumno relacionándolo con un grupo de semejantes (grupo norma), calificando al estudiante según la ubicación de los resultados en el cuadro total de puntajes".<sup>68</sup>*

Es decir, se asigna la más alta calificación al más alto resultado, calificaciones medianas a las puntuaciones que hacen mayoría, o "normales" independientemente del grado mismo de aprendizaje.

Por su parte la evaluación con referencia al criterio se deriva del lugar que ocupa el estudiante en relación al logro de los aprendizajes previstos en el programa de estudios, y no de la relación de su evaluación con la de los demás compañeros.

En consecuencia, puede conceptualizarse como la comparación entre el desempeño del estudiante y los objetivos de aprendizaje (dominios) de la materia y/o plan de estudios de que se trate.

Esta evaluación centra su preocupación en el desarrollo pleno de los educandos; rechaza la idea de que existen alumnos que puedan aprender mucho y alumnos que puedan aprender poco. Propone reflejar integralmente los aprendizajes que prevé un determinado programa de estudios. Cuando por determinadas razones el estudiante no alcanza los resultados esperados, el profesor le hace oportunamente el señalamiento, tanto de los aprendizajes que ya domina, cuanto de los que no domina todavía, a fin de que aquél, conociendo ya su situación escolar actúe en consecuencia.

---

<sup>67</sup> Carreño, Fernando, *Op. Cit.*, pp. 40-41

<sup>68</sup> *Ibid.*, p. 42

Con el fin de clarificar mejor este tipo de evaluación, recurrimos a Mager, quien, de manera cómica, cita el ejemplo:

*"Observemos qué sucede con un piloto que es el mejor de la clase en casi todas las asignaturas. Imagine que está volando en un avión a reacción Jumbo, y que el piloto dice por el micrófono: Señoras y señores, vamos a iniciar el descenso. No hay nada de qué preocuparse, y luego añade condescendentemente: He obtenido las más altas calificaciones en casi todos mis exámenes, sólo me aplazaron en aterrizaje".*<sup>69</sup>

Creo que la sensación en esta situación sería exactamente la misma que sentiríamos al acudir a cualquier profesionista para solicitar sus servicios (un médico, un abogado, un ingeniero, etc.), si conociéramos más a fondo cómo se les prepara y cómo se les evalúa para obtener un título profesional.

Ahora bien, ¿qué tienen que ver el ejemplo con la evaluación con referencia al criterio? En este tipo de evaluación, lo importante es verificar los dominios establecidos. No se trata de que profesor y estudiantes se esfuercen por aproximarse a la meta; sino de que el estudiante demuestre el logro de los conocimientos y habilidades requeridas para que avance al siguiente nivel educativo.

Cuando los criterios o dominios que se pretende lograr son importantes, es decir, cuando hay una auténtica necesidad de alcanzarlos porque son determinantes de un correcto desempeño durante el proceso de formación y, consecuentemente, del ejercicio profesional, es necesario verificarlos en su justa dimensión.

La única manera de hacerlo es comparando el desempeño de cada alumno con los criterios establecidos *"los estándares de este tipo de evaluación se toman como puntos fijos y determinados mediante los cuales pueda juzgarse adecuado o inadecuado el dominio y/o el logro de la habilidad, al margen del desempeño colectivo de los grupos de referencia. Estos patrones denominados estándares referidos a un criterio, son absolutos porque no dependen de un grupo de referencia y porque indican lo que un individuo puede hacer respecto a metas de aprendizaje cuidadosamente determinadas"*.<sup>70</sup>

---

<sup>69</sup>Ibíd., p. 104.

<sup>70</sup>Housden, J.L. y Le Grear, L. "La evaluación referida a un criterio: Un modelo en proceso de formación, en: **Evaluación del aprovechamiento escolar**. CNME, UNAM, México, 1974, p. 26.

En congruencia la evaluación conforme a criterios deberá perseguir los siguientes propósitos:

- Evaluar el desempeño individual en relación a criterios absolutos, que indiquen lo que un individuo puede hacer en función de dichos criterios y no en relación al desempeño de otros individuos.
- Establecer un sistema de verificación de logros, en cada momento del proceso de enseñanza-aprendizaje, de tal manera que permita detectar oportunamente los aciertos y errores, para tomar las medidas pertinentes.

El punto de partida de la evaluación por criterio es la *definición de los criterios o dominios* que el estudiante debe alcanzar. Estos dominios se desprenderán del perfil profesional o del perfil académico del estudiante, según el nivel de que se trate, perfil que toda institución educativa debería tener elaborado explícitamente a fin de orientar el desarrollo de conocimientos y habilidades necesarias para ser promovido al nivel inmediato superior, o bien para su ejercicio profesional, como se ha mencionado previamente el esas habilidades son: automaticidad y transferencia.

La evaluación de la Secuencia Didáctica de este trabajo tomó los dos tipos de evaluaciones previamente mencionados, la basada en la norma por un lado y en el criterio por el otro.

La evaluación basada en la norma se ejecutó en dos ocasiones diferentes, el primer momento fue previo a la implementación de la Secuencia Didáctica con el fin de identificar los conocimientos previos que poseen los estudiantes tales como leyes de signos, de exponentes, habilidad en las operaciones aritméticas de adición y sustracción, manejo de signos de agrupación, así como las habilidades procesales que tienen: si siguen procedimientos matemáticos, si conocen la jerarquía de las operaciones algebraicas, cabe mencionar que los ejercicios del examen diagnóstico están basados en el examen de matemáticas de la prueba PISA que diseñó la OCDE, el segundo momento se ejecutó una vez finalizada la Secuencia Didáctica basada en el Modelo de Enseñanza Directa.

A continuación se presenta una tabla donde viene desglosada cada una de las preguntas del examen inicial y final, con las características de cada respuesta, es decir si el alumno posee conocimiento en las leyes de los exponentes, de los signos, o

si puede realizar una operación aritmética simple. También si plantea ó no la resolución de problemas matemáticos usando las representaciones de polinomios.

Dentro de la misma tabla, hay una celda que tiene la letra M (mal) ó la letra B (bien), la cual hace referencia a la respuesta correcta de cada una de las preguntas. El examen tiene como finalidad medir el avance de los estudiantes en las siguientes habilidades:

- Identificar orden de los elementos.
- Desarrollar procedimientos matemáticos.
- Interpretación correctamente el signo.
- Identifica, ordena, analiza los elementos y desarrolla el procedimiento.
- Identifica elementos, plantea procedimiento y ejecuta correctamente procedimiento.

Cada una de estas habilidades ayuda a que se pueda desarrollar las habilidades que la traducción matemática requiere, seguir procedimientos y uso de representaciones matemáticas de estos procedimientos con ayuda de las herramientas polinomios y catálogo de errores.

Aciertos y características de las preguntas del examen diagnóstico y final.							
<b>1. ¿Cuál es el área que ocupa todo el terreno de Doña Sofía?</b>							
M	Identifica, ordena, no existe el procedimiento	M	No identifica, ni ordena, ni analiza los elementos, no desarrolla procedimiento.	B	Identifica, ordena, analiza los elementos, desarrolla el procedimiento.	M	Identifica, ordena, analiza los elementos, pero no desarrolla el procedimiento.
<b>2. ¿Cuál polinomio representa el tamaño de la cuerda?</b>							
M	Identifica orden de los elementos, no desarrolla procedimiento e interpreta correctamente el signo.	M	Identifica orden de los elementos, no desarrolla procedimiento e interpreta incorrectamente el signo.	M	Identifica orden de los elementos, desarrolla procedimiento e interpreta incorrectamente el signo	B	Identifica orden de los elementos, desarrolla procedimiento e interpreta correctamente el signo.
<b>3. ¿Cuántos dulces le tocarán a cada uno?</b>							
B	Identifica elementos, plantea procedimiento y ejecuta correctamente procedimiento	M	Identifica elementos, plantea procedimiento y ejecuta incorrectamente procedimiento	M	Identifica elementos, plantea procedimiento erróneo.	M	No identifica elementos, plantea procedimiento erróneo.
<b>4. ¿Qué resultado da la siguiente operación?</b>							
M	Incorrecto uso de exponentes	B	Incorrecto uso de signos	B	Correcto uso de exponentes, signos y cantidades, procedimiento correcto	M	Operaciones aritméticas incorrectas.
<b>5. ¿Cuál término hace falta para tener un binomio equivalente?</b>							
M	Incorrecto uso de exponentes	M	Incorrecto uso de signos	B	Correcto uso de exponentes, signos y cantidades, procedimiento correcto	B	Operaciones aritméticas incorrectas.

6. ¿Cuál es el valor de c?							
M	Incorrecto uso de signos y procedimiento erróneo	B	Incorrecto uso de signos y procedimiento correcto.	M	Incorrecto uso de signos y procedimiento correcto	B	Correcto uso de signos y procedimiento correcto
7. ¿Cuál es resultado de la resta de los dos polinomios?							
M	Incorrecta asociación de términos y procedimiento incorrecto	M	Incorrecto uso de signos	B	Correcta asociación de términos y procedimiento correcto	M	Incorrecto uso de exponentes

En el apartado de **Resultados**, se compara el avance de las habilidades y uso de herramientas matemáticas de los estudiantes a lo largo de la Secuencia Didáctica, cabe mencionar que esta evaluación mide el avance grupal, responde a las preguntas de ¿En qué habilidad es más apto el grupo? ¿En qué habilidad es menos apto el grupo?, nos dice si es *normal* el avance del grupo.

Sin embargo, no es suficiente con evaluar al grupo en conjunto, también es necesario que se tome en cuenta el aprendizaje de cada estudiante y es aquí donde la *evaluación con base al criterio* toma fuerza. Esta evaluación se implementa mediante rúbricas, una para cada Hoja de Trabajo, enfocada en los objetivos de cada una de las Situaciones Didácticas.

La rúbrica de la Hoja de Trabajo I, está enfocada en evaluar el conocimiento básico del término algebraico, así como reforzar el uso de las leyes de signos y exponentes, también comienza a evaluar el acercamiento que tienen los estudiantes con el concepto de procedimiento matemático, si identifican esta secuencia de pasos y si la siguen para resolver problemas matemáticos, es necesario recordar que uno de los objetivos de la Secuencia Didáctica es enfatizar que el seguimiento de un procedimiento matemático es una herramienta fundamental.

En la siguiente tabla se pueden visualizar los elementos de la rúbrica, la cual se divide en tres secciones, la primera se enfoca en identificar todos los elementos del término algebraico, la segunda se enfoca en evaluar la capacidad del estudiante en identificar la omisión de un elemento del término algebraico, por último la tercera parte consta de dos preguntas abiertas, las cuales tienen como objetivo identificar si el alumno reconoce que es necesario contar con un procedimiento para realizar operaciones matemáticas y validar si identifica que el valor de un polinomio depende de los componentes del término algebraico y que estos a su vez son literales, pueden o no estar presentes. Dentro de la rúbrica se especifica cada ejercicio que se desarrolló durante el ejercicio.



## Rúbrica Hoja de Trabajo I

Actividad 1	Habilidad Matemática	SI	NO
Inciso 1	Reconoce los elementos del término algebraico.		
Inciso 2	Reconoce los elementos del término algebraico.		
Inciso 3	Reconoce los elementos del término algebraico.		
Inciso 4	Reconoce los elementos del término algebraico.		
Inciso 5	Reconoce los elementos del término algebraico		

Actividad 2	Habilidad Matemática	SI	NO
Inciso 1	Realiza operaciones con números enteros de forma correcta.		
Inciso 2	Realiza operaciones con números enteros de forma correcta.		
Inciso 3	Identifica términos semejantes		
Inciso 4	Identifica términos semejantes		
Inciso 5	Identifica los elementos de un término algebraico.		
Inciso 6	Identifica los elementos de un término algebraico.		

Actividad 3	Respuestas Comunes
Pregunta 1	Porque así lo hizo la maestra Porque así se hacerlo Porque así lo hizo mi compañero (a) No hice el ejercicio
Pregunta 2	Cualquiera de los elementos del término algebraico Ninguno elemento del término algebraico No hice el ejercicio

Por su parte la rúbrica de la Hoja de Trabajo II está dividida en cinco secciones, una por cada actividad que se desarrolló. El contenido de la primera actividad se enfoca en evaluar el avance de la habilidad de simplificar polinomios cuando están presentes todos los términos algebraicos, la segunda actividad se centra en evaluar si el estudiante es capaz de simplificar polinomios cuando se cambian dos o más elementos. Por su parte la tercera actividad se enfoca a evaluar si el alumno es capaz de simplificar expresiones cuando los elementos de agrupación están presentes, la cuarta actividad tiene como propósito evaluar que el alumno sea capaz de efectuar procedimientos, cuando existe omisión de alguno de los siguientes elementos, por último la actividad cinco se enfoca a evaluar si el alumno puede usar el catálogo de errores, identificando errores cuando este se le presenten en una representación matemática.

A continuación se muestra la Rúbrica de la Hoja de Trabajo III.

<b>Rúbrica Hoja de Trabajo II</b>			
<b>Actividad 1</b>	<b>Habilidad Matemática</b>	<b>SI</b>	<b>NO</b>
<b>Inciso 1</b>	Reduce términos semejantes		
<b>Inciso 2</b>	Reduce términos semejantes		
<b>Inciso 3</b>	Reduce términos semejantes		
<b>Inciso 4</b>	Reduce términos semejantes		
<b>Actividad 2</b>	<b>Habilidad Matemática</b>	<b>SI</b>	<b>NO</b>
<b>Inciso 1</b>	Realiza correctamente la adición de polinomios.		
<b>Inciso 2</b>	Realiza correctamente la adición de polinomios.		
<b>Inciso 3</b>	Realiza correctamente la adición de polinomios.		
<b>Inciso 4</b>	Realiza correctamente la adición de polinomios.		
<b>Actividad 3</b>	<b>Habilidad Matemática</b>	<b>SI</b>	<b>NO</b>
<b>Inciso 1</b>	Obedece correctamente a la jerarquía de operaciones y uso de paréntesis.		
<b>Inciso 2</b>	Obedece correctamente a la jerarquía de operaciones y uso de paréntesis.		
<b>Inciso 3</b>	Obedece correctamente a la jerarquía de operaciones y uso de paréntesis.		
<b>Inciso 4</b>	Obedece correctamente a la jerarquía de operaciones y uso de paréntesis.		
<b>Actividad 4</b>	<b>Habilidad Matemática</b>	<b>SI</b>	<b>NO</b>
<b>Inciso 1 -6</b>	Obedece correctamente a la jerarquía de operaciones y uso de paréntesis.		
<b>Actividad 5</b>	<b>Habilidad Matemática</b>	<b>SI</b>	<b>NO</b>
<b>Inciso 1</b>	Identifica el error en el pasos del procedimiento		
<b>Inciso 2</b>	Identifica el error en la jerarquía de ejecución de las operaciones		
<b>Inciso 3</b>	Identifica el error de interpretación de la ley de signos y exponentes.		

Por último, la rúbrica de la Hoja de Trabajo IIII está dividida en tres secciones, la primera parte se enfoca en evaluar que el alumno puede usar el catálogo de errores cuando están presentes en una representación matemática, la segunda parte tiene como propósito evaluar que el alumno usa la herramienta de polinomios para realizar procedimientos matemáticos, por último la tercera parte tiene como finalidad que el alumno use las dos herramientas revisadas a lo largo de la Secuencia, el uso de polinomios en la ejecución de procedimientos matemáticos y el catálogo de errores.

A continuación se muestra la Hoja de Trabajo III

<b>Rúbrica Hoja de Trabajo III</b>			
<b>Actividad 1</b>	<b>Habilidad Matemática</b>	<b>SI</b>	<b>NO</b>
<b>Inciso 1</b>	Identifica el error en el pasos del procedimiento		
<b>Inciso 2</b>	Identifica el error en la jerarquía de ejecución de las operaciones		
<b>Inciso 3</b>	Identifica el error de interpretación de la ley de signos		
<b>Inciso 4</b>	Identifica el error de interpretación en la ley de exponentes.		
<b>Actividad 2</b>	<b>Habilidad Matemática</b>	<b>SI</b>	<b>NO</b>
<b>Inciso 1</b>	Efectúa el procedimiento usando los polinomios		
<b>Actividad 3</b>	<b>Habilidad Matemática</b>	<b>SI</b>	<b>NO</b>
<b>Inciso 1</b>	Efectúa el procedimiento usando los polinomios y usa el catálogo de errores.		
<b>Inciso 2</b>	Efectúa el procedimiento usando los polinomios y usa el catálogo de errores		
<b>Inciso 3</b>	Efectúa el procedimiento usando los polinomios y usa el catálogo de errores		
<b>Inciso 4</b>	Efectúa el procedimiento usando los polinomios y usa el catálogo de errores		

Recapitulando la evaluación total de la Secuencia Didáctica se muestra el siguiente cuadro como las dos evaluaciones que interactúan a lo largo de la misma, la basada en la norma y la basada de en el criterio.

EVALUACIÓN DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA BASADA EN EL MODELO DE ENSEÑANZA DIRECA	Evaluación Inicial y/o Diagnóstica		Examen Diagnóstico
	Situación Didáctica I	Objetivo 1. Identificar Símbolos Matemáticos. Objetivo 2. Que el alumno entienda que las matemáticas están en el entorno cotidiano. Objetivo 3. Que el alumno seleccione un ejemplo matemático de su entorno. Objetivo 4. Que el alumno identifique el término algebraico. Objetivo 5. Que el alumno jerarquice los componentes del término algebraico.	Rúbrica I
	Situación Didáctica II	Objetivo 1. Que el alumno automatice la identificación de los componentes de los términos algebraicos Objetivo 2. Que el alumno efectúe correctamente la reducción de términos semejantes. Objetivo 3. Que el alumno jerarquice los monomios y polinomio usando los signos de agrupación Objetivo 4. Que alumno integre las habilidades de identificar, separar y jerarquizar los componentes de monomios y polinomios usando la multiplicación. Objetivo 5. Que el alumno conozca los cuatro tipos de errores más comunes en la construcción de expresiones algebraicas	Rúbrica II
	Situación Didáctica III	Objetivo 1. Que el alumno use el catálogo de errores durante la construcción de expresiones algebraicas. Objetivo 2. Que el alumno construya expresiones algebraicas usando los polinomios y catálogo de errores. Objetivo 3. Que el alumno plantee y solucione problemas de la vida cotidiana usando los errores algebraicos y proceso de automatización de polinomios.	Rúbrica III
	Evaluación Final		Examen Diagnóstico

Otro rubro que hay que considerar es la opinión del alumno hacia el profesor durante la Secuencia, por lo que se desarrolla la Encuesta de Opinión.

La encuesta de opinión es muy valiosa por qué sirve de marco de referencia para trabajar en las áreas de oportunidad del maestro, le ayuda a visualizar si las acciones que está tomando para enseñar son las correctas o que tiene que mejorar para que los alumnos aprendas más y mejor. También ayuda a vislumbrar los aspectos sociales de la Secuencia, como si el profesor promovió la interacción de grupo, o si el tema visto tiene utilidad en la vida cotidiana, también sirve para evaluar al profesor desde el punto de vista actitudinal, si tuvo o tiene la disposición para aclarar las dudas de los

estudiantes o revisión de las actividades previamente asignadas. A continuación se desglosa la Encuesta de Opinión una vez concluida la Secuencia Didáctica.

1. Presentó un plan de trabajo al inicio de las clases			
Muy Claro	Claro	Incompleto	Ninguno
2. Siguió el plan de trabajo establecido durante las clases			
Siempre	Casi siempre	A veces	Nunca
3. Me ayudó a lograr los objetivos de aprendizaje.			
Siempre	Casi siempre	A veces	Nunca
4. Aportó elementos nuevos para enriquecer los contenidos			
Siempre	Casi siempre	A veces	Nunca
5. Promovió la interacción con mis compañeros			
Siempre	Casi siempre	A veces	Nunca
6. Como parte de mi aprendizaje, me dejó realizar diversas actividades (resolución de problemas, búsqueda de información, análisis de lecturas)			
Siempre	Casi siempre	A veces	Nunca
7. Revisó las actividades que me solicitó realizar, haciéndome las recomendaciones necesarias.			
Siempre	Casi siempre	A veces	Nunca
8. El profesor mostró disposición para atender las dudas y los problemas que se me presentaron al estudiar los temas del programa.			
Siempre	Casi siempre	A veces	Nunca
9. Consideras que este tema es necesario aprenderlo para:			
Pasar la materia, no tiene trascendencia en la vida cotidiana	Pasar la materia y tiene trascendencia en la vida cotidiana	Pasar la materia y utilizarlo en tu vida profesional	Ninguna
10. Consideras que este tema solo requiere:			
Requiere repetir el procedimiento	Identificar datos y sustituirlos con fórmulas matemáticas	Identificar datos, representar datos, analizar datos	Todas las anteriores
11. En tu experiencia consideras que este tema se puede aprender mejor si:			
Solo el maestro expone	Si el maestro expone y se trabaja en equipo	Si se trabaja en equipo con un texto	Ninguna

## RESULTADOS DE LA EVALUACIÓN DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA

En este apartado se desglosan los resultados de la Secuencia Didáctica, está dividido en tres secciones, la primera se enfoca a los resultados de la evaluación inicial ó diagnóstica, en la segunda parte se revisan los resultados de las Situaciones Didácticas y por ultimo están los resultados de la Encuesta de Opinión.

### MATRIZ DE EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA Y FINAL

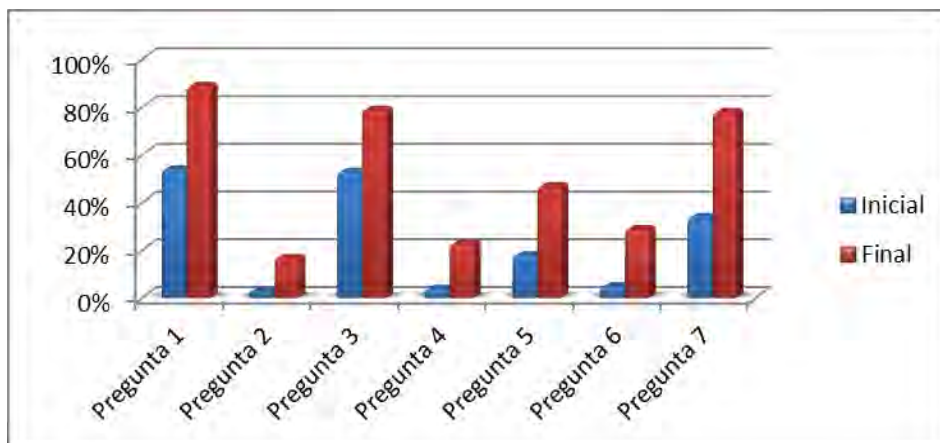
La siguiente tabla muestra los resultados iniciales (I) y finales (F) de cada pregunta, cabe mencionar que los porcentajes que se muestran son el promedio de grupo, es decir, solo se consideró a los alumnos que respondieron la pregunta, ese es el 100%, del total hubo estudiantes que contestaron, la primera, segunda, tercera ó cuarta opción, esto se hizo para las dos evaluaciones, la inicial y la final.

A continuación de desglosa cada pregunta y sus porcentajes de evaluación inicial con respecto a la evaluación final. Como se ha hecho referencia previamente existe una casilla en la tabla, la cual tiene la letra M ó B, esto se refiere a la opción correcta de cada pregunta.

1. ¿Cuál es el área que ocupa todo el terreno de Doña Sofía?																			
M	Identifica, ordena, no realiza el procedimiento				M	No identifica, ni ordena, ni analiza los elementos, no desarrolla procedimiento.				B	Identifica, ordena, analiza los elementos, desarrolla el procedimiento.				M	Identifica, ordena, analiza los elementos, pero no desarrolla el procedimiento.			
	I	5%	F	1%		I	18%	F	2%		I	54%	F	89%		I	23%	F	8%
2. ¿Cuál polinomio representa el tamaño de la cuerda?																			
M	Identifica orden de los elementos, no desarrolla procedimiento e interpreta correctamente el signo.				M	Identifica orden de los elementos, no desarrolla procedimiento e interpreta incorrectamente el signo.				M	Identifica orden de los elementos, desarrolla procedimiento e interpreta incorrectamente el signo				B	Identifica orden de los elementos, desarrolla procedimiento e interpreta correctamente el signo.			
	I	42%	F	21%		I	35%	F	28%		I	20%	F	34%		I	3%	F	17%
3. ¿Cuántos dulces le tocarán a cada uno?																			
B	Identifica elementos, plantea procedimiento y ejecuta correctamente procedimiento				M	Identifica elementos, plantea procedimiento y ejecuta incorrectamente procedimiento				M	Identifica elementos, plantea procedimiento erróneo.				M	No identifica elementos, plantea procedimiento erróneo.			
	I	53%	F	79%		I	18%	F	10%		I	15%	F	7%		I	14%	F	4%
4. ¿Qué resultado da la siguiente operación?																			
M	Incorrecto uso de exponentes				B	Incorrecto uso de signos				B	Correcto uso de exponentes, signos y cantidades, procedimiento correcto				M	Operaciones aritméticas incorrectas.			
	I	35%	F	25%		I	35%	F	25%		I	4%	F	23%		I	26%	F	27%
5. ¿Cuál término hace falta para tener un binomio equivalente?																			
M	Incorrecto uso de exponentes				M	Incorrecto uso de signos				B	Correcto uso de exponentes, signos y cantidades,				B	Operaciones aritméticas incorrectas.			

						procedimiento correcto								
	I	34%	F	18%		I	22%	F	20%		I	18%	F	47%
<b>6. ¿Cuál es el valor de c?</b>														
M	Incorrecto uso de signos y procedimiento erróneo				B	Incorrecto uso de signos y procedimiento correcto.				M	Incorrecto uso de signos y procedimiento correcto			
	I	30%	F	28%		I	40%	F	32%		I	25%	F	11%
<b>7. ¿Cuál es resultado de la resta de los dos polinomios?</b>														
M	Incorrecta asociación de términos y procedimiento incorrecto				M	Incorrecto uso de signos				B	Correcta asociación de términos y procedimiento correcto			
	I	29%	F	10%		I	18%	F	4%		I	34%	F	78%

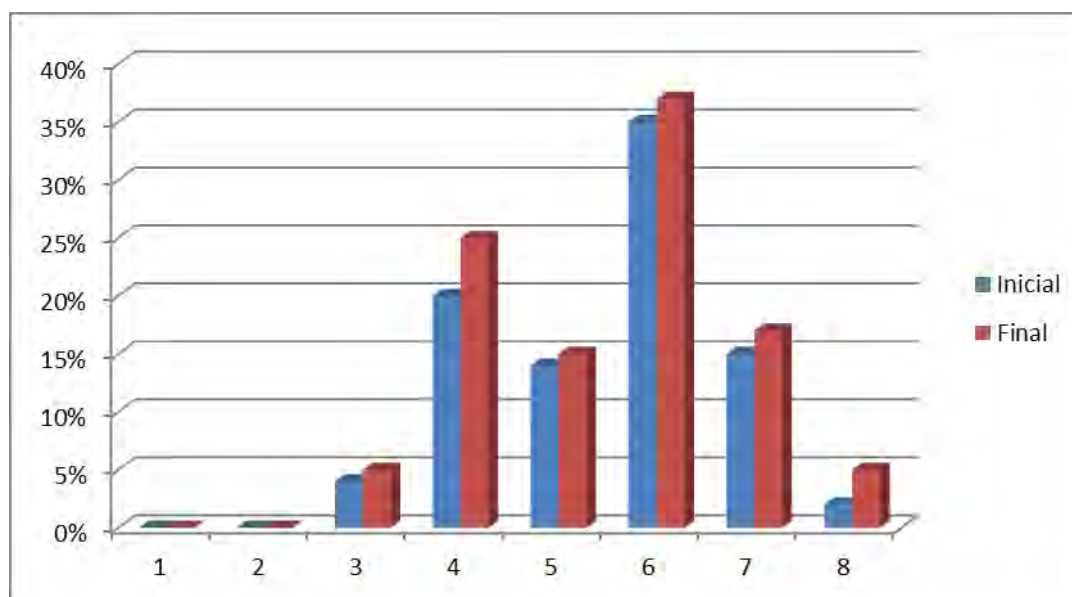
A continuación se hace el comparativo del examen final y diagnóstico con relación a la respuesta correcta, se puede observar, como las habilidades procedimentales mejoraron, así como el uso de las herramientas de polinomios y catálogo de errores. La siguiente gráfica muestra como en cada respuesta del examen hay un avance, no en todas las respuestas tiene el mismo progreso, eso puede obedecer a muchas razones, una de ellas, puede ser a que se puede mejorar en identificar, ordenar y jerarquizar tanto los elementos del polinomio como del procedimiento a ejecutar, sin embargo se continúan presentando errores en los procedimientos, o en algunas de las características anteriores que hace que el resultado cambie totalmente.



	Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 3	Pregunta 4	Pregunta 5	Pregunta 6	Pregunta 7
Inicial	54%	3%	53%	4%	18%	5%	34%
Final	89%	17%	79%	23%	47%	29%	78%

Al revisar la evaluación cuantitativa, es decir las calificaciones que se obtuvieron en los exámenes finales e iniciales de los estudiantes, también se puede observar que hubo un incremento en sus calificaciones de los alumnos, es decir mejoraron las evaluaciones con las que aprobaron la materia. La siguiente gráfica muestra las calificaciones iniciales y finales.

Calificaciones	1.25	2.5	3.75	5	6.25	7.5	8.75	10
Inicial	0%	0%	4%	20%	14%	35%	15%	2%
Final	0%	0%	5%	25%	15%	37%	17%	5%





En la evaluación basada en el criterio, se graficaron únicamente los resultados mas significativos de cada una de las Situaciones Didácticas.

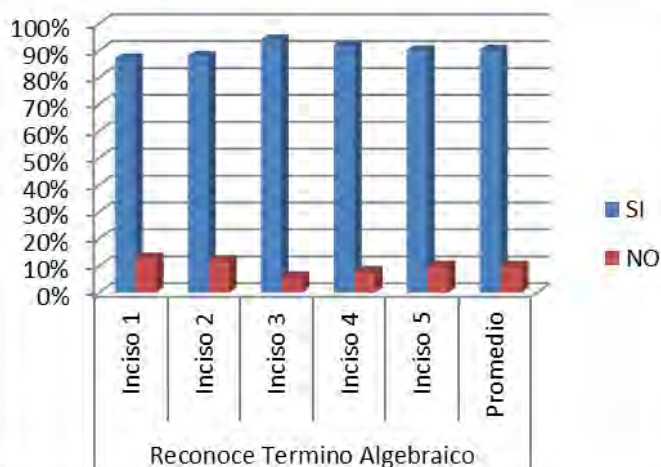
Al observar la gráfica de la *Actividad Uno* de la primera Situación Didáctica se puede concluir que el reconocimiento del término algebraico en los estudiantes tiene un porcentaje muy alto, el 90% de los estudiantes reconocen la expresión, uno de cada 10 alumnos perfectamente ubican el término y los componentes del polinomio.

También en la gráfica de la *Actividad Dos* donde los ejercicios están enfocados a presentar incompletos los polinomios, existe un avance en el reconocimiento de esta omisión, los alumnos son capaces de identificar cual término hace falta en el polinomio.

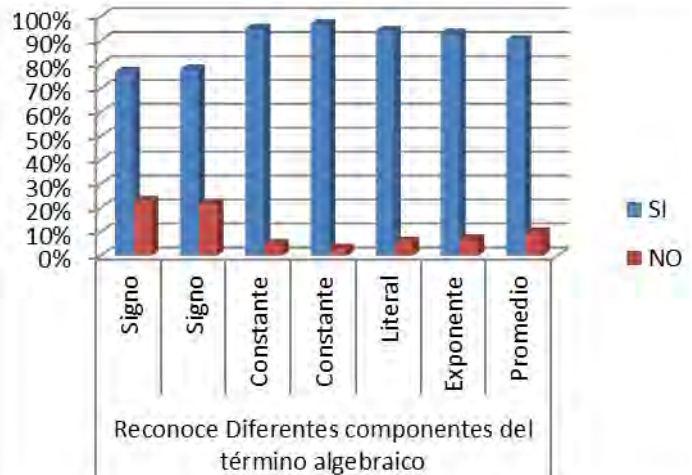
Por último, en la gráfica de la *Actividad Tres*, se puede observar que los alumnos comienzan a identificar que la ejecución de procesos, es una habilidad matemática que es necesaria en la resolución de problema matemáticos, porque estas están formadas por patrones y procesos que no cambian, pero debido a que no es del todo fácil la traducción, los estudiantes se les complica el seguir el procedimiento. En la gráfica se visualiza que el 75% de los alumnos copia el modelo, repiten los pasos que se les muestra previamente, son pocos los alumnos que mencionan que es importante el procedimiento.

A continuación se presentan las graficas de las actividades previamente mencionada de la Hoja de Trabajo I.

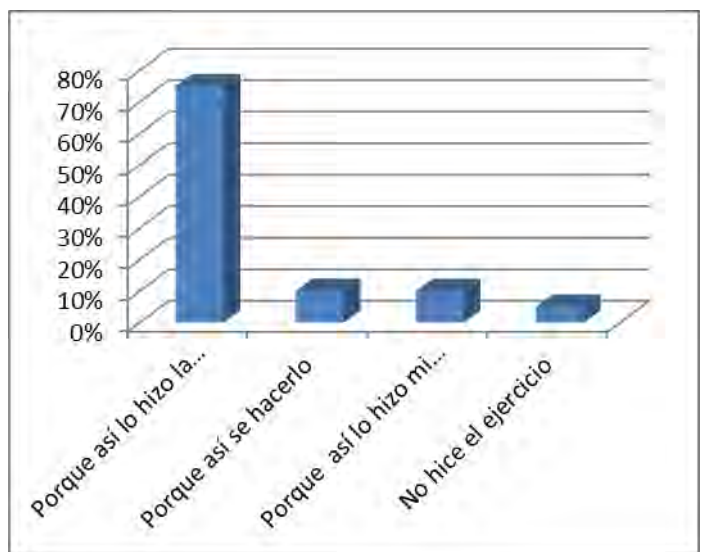
Actividad 1	SI	NO
Inciso 1	87%	13%
Inciso 2	88%	12%
Inciso 3	94%	6%
Inciso 4	92%	8%
Inciso 5	90%	10%
Promedio	90.2%	9.8%



Actividad 2	SI	NO
Inciso 1	77%	23%
Inciso 2	78%	22%
Inciso 3	95%	5%
Inciso 4	97%	3%
Inciso 5	94%	6%
Inciso 6	93%	7%
<b>Promedio</b>	<b>89%</b>	<b>11%</b>



¿Por qué resolvieron así el ejercicio?	
Porque así lo hizo la maestra	75%
Porque así se hacerlo	10%
Porque así lo hizo mi compañero	10%
No hice el ejercicio	5%



Por parte de la Situación Didáctica Dos, se tiene la Hoja de Trabajo II, a continuación se presentan los resultados en dos partes, primero la rúbrica con cada actividad y el promedio en porcentaje de todos los alumnos, en cada una de las fases en las que está dividida la grafica se tiene el total

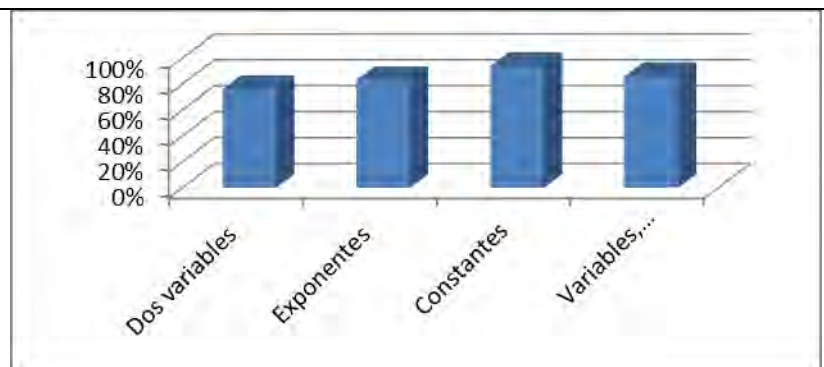
En la segunda parte se presentan las gráficas de desempeño, sólo se desarrolló la presentación visual de aquellas actividades que se consideran las más importantes para el éxito de la Secuencia Didáctica, a continuación la rúbrica detallada.

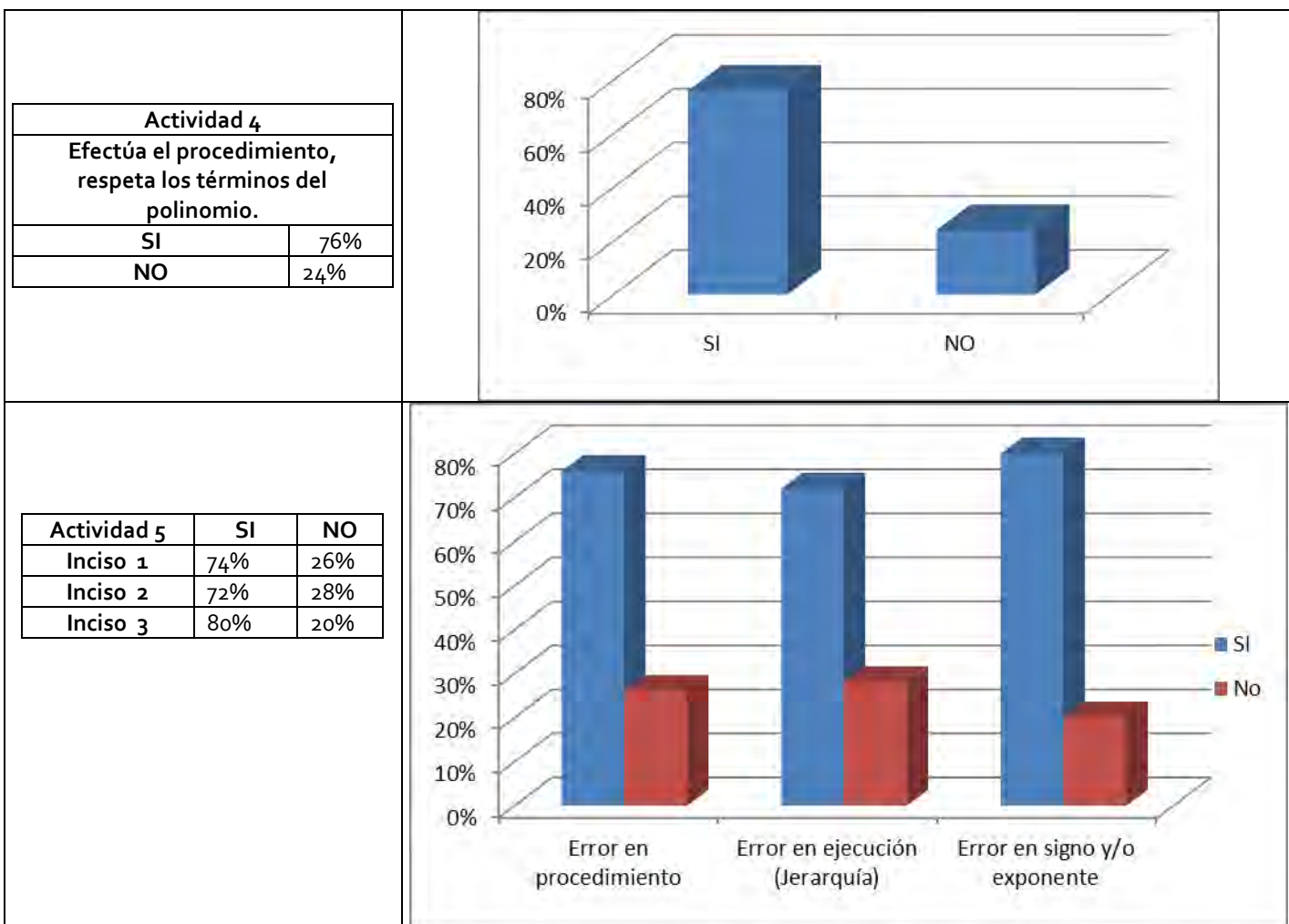
## Rúbrica Hoja de Trabajo II

Actividad 1	Habilidad Matemática	SI	NO
Inciso 1	Reduce términos semejantes	75%	25%
Inciso 2	Reduce términos semejantes	82%	18%
Inciso 3	Reduce términos semejantes	95%	5%
Inciso 4	Reduce términos semejantes	93%	7%
Actividad 2	Habilidad Matemática	SI	NO
Inciso 1	Realiza correctamente la adición de polinomios.	76%	24%
Inciso 2	Realiza correctamente la adición de polinomios.	83%	17%
Inciso 3	Realiza correctamente la adición de polinomios.	94%	6%
Inciso 4	Realiza correctamente la adición de polinomios.	86%	14%
Actividad 3	Habilidad Matemática	SI	NO
Inciso 1	Obedece correctamente a la jerarquía de operaciones y uso de paréntesis.	94%	6%
Inciso 2	Obedece correctamente a la jerarquía de operaciones y uso de paréntesis.	92%	8%
Inciso 3	Obedece correctamente a la jerarquía de operaciones y uso de paréntesis.	91%	9%
Inciso 4	Obedece correctamente a la jerarquía de operaciones y uso de paréntesis.	93%	7%
Actividad 4	Habilidad Matemática	SI	NO
Inciso 1 -6	Obedece correctamente a la jerarquía de operaciones y uso de paréntesis.	76%	24%
Actividad 5	Habilidad Matemática	SI	NO
Inciso 1	Identifica el error en el pasos del procedimiento	74%	26%
Inciso 2	Identifica el error en la jerarquía de ejecución de las operaciones	72%	28%
Inciso 3	Identifica el error de interpretación de la ley de signos y exponentes.	80%	20%

En la gráfica de la actividad dos se visualizan el promedio de los alumnos que pueden asociar diferentes elementos de los polinomios, están separados por componentes del término algebraico: literales, exponentes, constantes y casos donde se encuentren los tres elementos juntos diferentes.

Actividad 2	
Suma con diferentes elementos del polinomio	
Inciso 1	76%
Inciso 2	83%
Inciso 3	94%
Inciso 4	88%





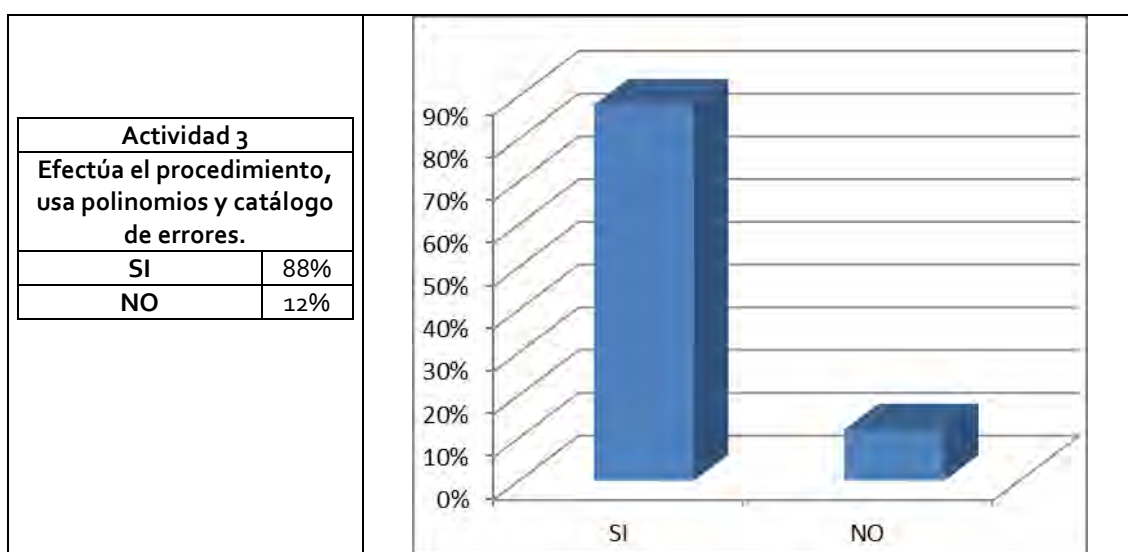
Con relación a la actividad cuatro se puede observar que el 76% de los alumnos efectúan el procedimiento de asociar polinomios independientemente si están presentes o no todos los elementos del término algebraico, por otro lado el 24% de los estudiantes no pueden efectuar el procedimiento aun que respeten los componentes de polinomio o pueden respetar los componentes pero no realizar el procedimiento correcto.

Por último, una de las fortalezas de esta Situación Didáctica es enseñar a los alumnos a identificar los errores más comunes que ocurren durante los procedimientos algebraicos, pues bien el objetivo de la actividad cinco de la Hoja de Trabajo II, es que el alumno use el catálogo de errores en los procedimientos matemáticos, en la gráfica se puede observar que el 75 % de los alumnos puede identificar el catálogo de errores, error en el procedimiento, error en la ejecución o error en el signo o exponente. También en la gráfica se puede visualizar que porcentaje de alumnos identifican cada uno de los errores.

Por su parte la Situación Didáctica Tres se enfoca en evaluar si el estudiante es capaz de aplicar las dos herramientas propuestas en el presente trabajo, el uso de procedimiento y el catálogo de errores para mejorar en el planteamiento y resolución de problema matemáticos de la vida cotidiana.

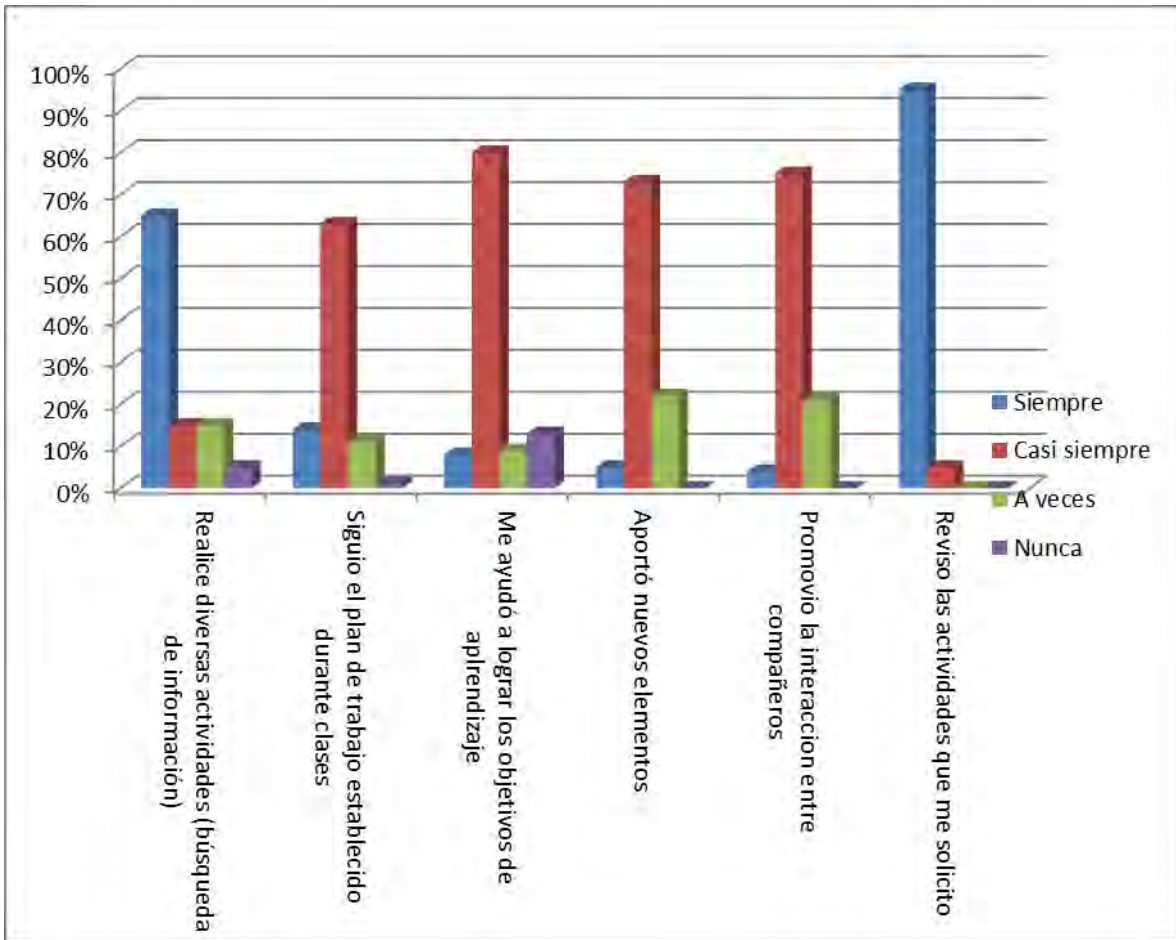
En la gráfica se muestra como el 88% de alumnos es capaz de efectuar el procedimiento, usar los polinomios así como el catálogo de errores en el planteamiento de problemas al mismo tiempo. El otro 22% no cumplen con las tres características al mismo tiempo, sin embargo no significan que su habilidad no se haya desarrollado por separado, solo significa que no las uso para la ejecución de los ejercicios. A continuación se exponen los resultados y gráfica de la Hoja de Trabajo III.

<b>Rúbrica Hoja de Trabajo III</b>			
<b>Actividad 1</b>	<b>Habilidad Matemática</b>	<b>SI</b>	<b>NO</b>
<b>Inciso 1</b>	Identifica el error en el pasos del procedimiento	84%	16%
<b>Inciso 2</b>	Identifica el error en la jerarquía de ejecución de las operaciones	82%	8%
<b>Inciso 3</b>	Identifica el error de interpretación de la ley de signos	90%	10%
<b>Inciso 4</b>	Identifica el error de interpretación en la ley de exponentes.	91%	9%
<b>Actividad 2</b>	<b>Habilidad Matemática</b>	<b>SI</b>	<b>NO</b>
<b>Inciso 1</b>	Efectúa el procedimiento usando los polinomios	86%	14%
<b>Actividad 3</b>	<b>Habilidad Matemática</b>	<b>SI</b>	<b>NO</b>
<b>Inciso 1</b>	Efectúa el procedimiento usando los polinomios y usa el catálogo de errores.	83%	17%
<b>Inciso 2</b>	Efectúa el procedimiento usando los polinomios y usa el catálogo de errores	88%	12%
<b>Inciso 3</b>	Efectúa el procedimiento usando los polinomios y usa el catálogo de errores	91%	9%
<b>Inciso 4</b>	Efectúa el procedimiento usando los polinomios y usa el catálogo de errores	90%	10%



Con relación a la Encuesta de Opinión, los resultados son los siguientes, en la tabla que se expone a continuación se puede observar que tiene como objetivo medir el éxito de la Secuencia y encontrar mejoras en las subsecuentes clases, es el caso de seguir el plan de trabajo previamente establecido ó ayudar a lograr los objetivos de aprendizaje, también un área de oportunidad es aportar nuevos elementos, a pesar de que es un tema expuesta de diferente forma, parecería que no es diferente para el alumno. Otra cosa que mencionan los alumnos y problema para la mayoría de las clases de matemáticas es promover la interacción con los demás compañeros, en la tabla siguiente se puede ver los resultados de cada una de las preguntas de la Encuesta de Opinión así como la gráfica de las preguntas más significativas.

1. Presentó un plan de trabajo al inicio de las clases			
Muy Claro <b>15%</b>	Claro <b>73%</b>	Incompleto <b>11%</b>	Ninguno <b>1%</b>
2. Siguió el plan de trabajo establecido durante las clases			
Siempre <b>24%</b>	Casi siempre <b>63%</b>	A veces <b>11%</b>	Nunca <b>1%</b>
3. Me ayudó a lograr los objetivos de aprendizaje.			
Siempre <b>8%</b>	Casi siempre <b>80%</b>	A veces <b>9%</b>	Nunca <b>13%</b>
4. Aportó elementos nuevos para enriquecer los contenidos			
Siempre <b>5%</b>	Casi siempre <b>73%</b>	A veces <b>22%</b>	Nunca <b>0%</b>
5. Promovió la interacción con mis compañeros			
Siempre <b>4%</b>	Casi siempre <b>75%</b>	A veces <b>21%</b>	Nunca <b>0%</b>
6. Como parte de mi aprendizaje, me dejó realizar diversas actividades (resolución de problemas, búsqueda de información, análisis de lecturas)			
Siempre <b>65%</b>	Casi siempre <b>15%</b>	A veces <b>15%</b>	Nunca <b>5%</b>
7. Revisó las actividades que me solicitó realizar, haciéndome las recomendaciones necesarias.			
Siempre <b>85%</b>	Casi siempre <b>10%</b>	A veces <b>5%</b>	Nunca <b>0%</b>
8. El profesor mostró disposición para atender las dudas y los problemas que se me presentaron al estudiar los temas del programa.			
Siempre <b>95%</b>	Casi siempre <b>5%</b>	A veces <b>0%</b>	Nunca <b>0%</b>
9. Consideras que este tema es necesario aprenderlo para:			
Pasar la materia, no tiene trascendencia en la vida cotidiana <b>5%</b>	Pasar la materia y tiene trascendencia en la vida cotidiana <b>45%</b>	Pasar la materia y utilizarlo en tu vida profesional <b>40%</b>	Ninguna <b>10%</b>
10. Consideras que este tema solo requiere:			
Requiere repetir el procedimiento <b>8%</b>	Identificar datos y sustituirlos con fórmulas matemáticas <b>10%</b>	Identificar datos, representar datos, analizar datos <b>17%</b>	Todas las anteriores <b>65%</b>
11. En tu experiencia consideras que este tema se puede aprender mejor si:			
Solo el maestro expone <b>16%</b>	Si el maestro expone y se trabaja en equipo <b>79%</b>	Si se trabaja en equipo con un texto <b>3%</b>	Ninguna <b>2%</b>



A lo largo de este capítulo se ha revisado el desarrollo, la evaluación y los resultados de la Secuencia Didáctica basada en el Modelo de Enseñanza Directa, hay muchos datos, situaciones y actividades que analizar para implementar mejoras. Esto se desglosará en el siguiente capítulo como conclusiones finales del presente trabajo.

## **CAPÍTULO V. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

El presente trabajo es el resultado del proceso de investigación y desarrollo de una Secuencia Didáctica basada en el Modelo de Enseñanza Directa (MED), como herramienta que se puede usar para disminuir la problemática que esta atravesando el bachillerato mexicano con relación a que la mayoría de los estudiantes únicamente han desarrollado habilidades matemáticas básicas. Y que pocos son los que llegan a los niveles superiores de acuerdo con la evaluación de PISA y que no son capaces de vincular los nuevos aprendizajes con su entorno cotidiano.

Durante el desarrollo de la Secuencia se observó que la herramienta del MED presenta ventajas y desventajas, estas variables deben de ser consideradas en los resultados, por que cada una de ellas puede incidir en los mismos. Dentro de las principales ventajas están: Las acciones en el aula son determinadas por una tarea definida, donde se explica objetivo y como la realizará el estudiante, la información se le presenta al alumno de forma directa, existe un aprendizaje de respuestas específicas ante estímulos específicos, Se da retroalimentación puntual y concreta ajustándose a referencias y entornos concretos, todo lo anterior sirve para tener un pleno control sobre la dinámica de la clase. Indudablemente las variables anteriores sirven para que se mejore el entorno enseñanza aprendizaje y que este genere un ambiente que propicie el mismo.

En este sentido, existe otra ventaja del MED, permite incrementar el dominio de la competencia matemática mientras se cuentan con dos características: que el concepto matemático este claramente definido y que su procedimiento sea concreto y directo.

Por otro lado se encuentran las desventajas, como principal está el hecho de que no da lugar a la creatividad ni espontaneidad de los estudiantes, razón por la cual es imperativo que la fase de planeación del MED sea realizada con mucha atención y precisión, porque de esta fase dependen los objetivos planteados inicialmente y que estos sean alcanzados con éxito durante la Implementación del MED. Otro punto que puede definirse como desventaja en este contexto, es la selección de ejemplos y ejercicios matemáticos que se usan para realizar en la Secuencia, es necesario que se haga una evaluación continua sobre estos ejemplos y ejercicios, es decir que estos efectivamente desarrollen los procesos de reproducción y conexión, durante la Secuencia se presentó que un ejemplo puede desarrollar ambos procesos o alguno, pero también se encontró que existen ejemplos que no desarrollan ninguno. Esta



observación hace que se tenga una primera conclusión es necesario que se desarrollen recursos didácticos con ejemplos y ejercicios que efectivamente propicien las habilidades procesales de reproducción, conexión y reflexión, mientras estos no existan o simplemente se enfoquen a un proceso, no se podrán incentivar las habilidades, por lo tanto los estudiantes mexicanos no podrán mejorar en la dimensión de *Proceso* en la adquisición de competencia matemática.

Una mejora en la Implementación del MED es en la fase de práctica guiada, que se realicen preguntas como:

- ¿Qué información de polinomios estoy usando?
- ¿Cómo estoy interpretando la información presentada en el ejercicio?
- ¿Qué conceptos o ideas son más importantes en este ejercicio?
- ¿A qué conclusiones estoy llegando usando este procedimiento?
- ¿Qué es lo estoy asumiendo durante la ejecución del procedimiento?

Estas ayudarán a que el estudiante profundice en lo que está aprendiendo, recupere la información previa, y realice un análisis de la información.

Por su parte el *Contenido* matemático de monomios y polinomios tuvo éxito, debido a que involucra conceptos y procedimientos simples y complejos, los estudiantes pudieron contextualizar el contenido en diversas áreas, se puede decir que avanzaron en el desarrollo de esta habilidad. Sin embargo es necesario plantear más problemas donde no se cuente con un contexto matemático directo, para que puedan ir desarrollando la competencia matemática. Es necesario desarrollar problemas que no tengan interpretación directa matemática, para que el estudiante pueda extraer de este entorno el tema matemático. Pero si el proceso matemático directo, para que pueda ejecutarlo sencilla y rápidamente. Ser más específicos en las actividades pero menos directos en el contexto matemático.

Cabe mencionar que una descomposición excesiva de las actividades puede ocasionar que se pierdan de vista los objetivos y agobiar a los alumnos con tareas repetitivas que no agreguen valor a su aprendizaje. Por esta razón, el modelo es más aceptado por los estudiantes en la enseñanza de habilidades procesales específicas. Como docentes es necesario que cuando se implementen secuencias de esta índole, se ubiquen conceptos matemáticos que permitan potenciar las habilidades matemáticas a través de la selección de la construcción de ejemplos que parten de lo

simple a lo complejo, con énfasis en contextualizar un problema en un lenguaje matemático.

Revisando los resultados se pueden enumerar los logros obtenidos con relación al *Contenido* de polinomios fueron:

- El estudiante identifica y plantea soluciones en contextos explícitos con las herramientas: *expresiones algebraicas y el catálogo de errores*.
- Entendió que analizar sus errores en los procedimientos son herramientas que los llevan a mejorar su planteamiento.
- Reconoció que aplicar el procedimiento es fundamental en la resolución de problemas matemáticos.

Partiendo de la tesis inicial del trabajo ¿Una Secuencia Didáctica basada en el MED puede ayudar a los estudiantes mexicanos mejoren su competencia matemática y que a su vez los ayude usar las matemáticas en entornos no cotidianos? La respuesta es posiblemente, siempre y cuando se cumplan con las fases y subfases del MED, que el docente que pone en práctica el MED se comprometa a planearlo e implementarlo, que los contenidos matemáticos sirvan para desarrollar los procesos de reproducción y conexión y que la Institución Educativa donde se desarrolle comparta la idea de mejorar la competencia matemática de los estudiantes.

Revisando los resultados cuantitativos de los estudiantes, se observó una clara mejoría, sin embargo estos resultados están en un contexto escolar, la verdadera mejora se debe medir cuando se les presenten nuevos entornos a los estudiantes, donde sean capaces de aplicar los nuevos aprendizajes. Es necesario desarrollar recursos que se asemejen más a la realidad donde se tenga una situación común, sin tener explícitamente la solución matemática.

Desde el punto de vista social la propuesta creó a través de la Secuencia un ambiente de aprendizaje donde los estudiantes tuvieron la oportunidad de presentar ideas, desarrollar valores como: respeto, tolerancia, honestidad y humildad, de acuerdo con la RIEMS son estos otros aprendizajes necesarios con el que debe cumplir el perfil de estudiante de bachillerato que requiere la sociedad mexicana.

Cabe mencionar que este trabajo puede ser reforzado con la inclusión de las tecnologías de la información e involucrar a los estudiantes en la investigación matemática que reforzará la toma de decisiones en la vida cotidiana. Ya que son otros

entornos donde están los alumnos, a parte del escolar, pero no han sido vinculados con las matemáticas aun.

¿Hacia donde debemos de caminar los docentes en matemáticas? Esta es una pregunta que desde mi punto de vista se tiene que preguntar cada docente cuando nos encontramos en las aulas, ya que como especialistas en la materia somos nosotros los que debemos ser una guía de los alumnos y sus aprendizajes.

Como docentes debemos enfatizar que las matemáticas están presente en el entorno cotidiano y que su aprendizaje y aplicación deben de caminar en dos direcciones: Investigación e Inclusión de las tecnologías de la información en el proceso de enseñanza aprendizaje, con el objetivo de construir condiciones adecuadas para una sociedad más equitativa con individuos que tengan las mismas oportunidades al egresar el nivel medio superior.

Sobre la primera dirección la investigación en matemáticas puede contribuir a que los ciudadanos puedan desarrollar pensamiento crítico, para lograrlo es necesario mejorar la formación en matemáticas y que sus metodologías sean promovidas en todos los niveles, desde el nivel básico hasta los niveles superiores, a la par de una sólida formación cívica que promueva el pensamiento crítico.

En la segunda dirección incluir las tecnologías de la información en el proceso de enseñanza aprendizaje, debemos explotar el dinamismo y el crecimiento de Internet comenzar a desarrollar herramientas matemáticas que nos permita incluir éstas nuevas tecnologías a nuestras clases, por ejemplo: exponer en las redes sociales como se está resolviendo una sustracción de polinomios, y pedir a otro alumno de diferente Estado que evalúe, pregunte, participe si es correcto el procedimiento, así como crear con nuestros alumnos comunidades donde se discuta acerca del procedimiento que siguió y porque lo siguió.

Estas acciones no se podían hacer hace diez años, existía la distancia, pero con Internet ya es una realidad que la distancia se ha acortado y que podemos conocer como se están enseñando y aprendiendo las matemáticas no solamente en otro Estado de la República, sin no en otro país. Como docentes debemos de impulsar esta comunicación y uso de estas redes sociales que ya están presentes, solo es necesario enfocarlas. Su presencia significa: *la aparición de nuevas interacciones en la estructura social*. Y que es un elemento que indudablemente impacta en el desarrollo

económico del país, objetivo principal de la OCDE cuando desarrollo PISA, evaluar a los ciudadanos productivos del futuro que tan capaces son para intervenir y/o mejorar su desarrollo económico. Es necesario recordar que México en 2003 quedo muy por debajo de los países asiáticos, este año 2012, nuevamente se ha aplicado la evaluación de PISA, que si bien es cierto no es la verdad absoluta si es un marco de referencia de como estamos a nivel global.

Hay mucho por hacer en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas tanto en el interior como en el exterior de las aulas, sin embargo el presente trabajo tiene el objetivo de mostrar a los docentes y alumnos que el Modelo de Enseñanza Directa usando los polinomios y el catálogo de errores son herramientas que brindan una mejora en el proceso enseñanza- aprendizaje, que pueden ayudar a adquirir habilidades matemáticas que los ayuden en su entorno y en otros diferentes.

Este trabajo surge como una necesidad a solucionar los diversos problemas que están presentes en la Docencia de las Matemáticas del Nivel Medio Superior, en un inicio, no fue fácil determinar el problema a atacar, y ahora que culmina, se puede observar que existen aún más problemas que sólo uno, pero este esfuerzo se realizó para mejorar la Educación en México.

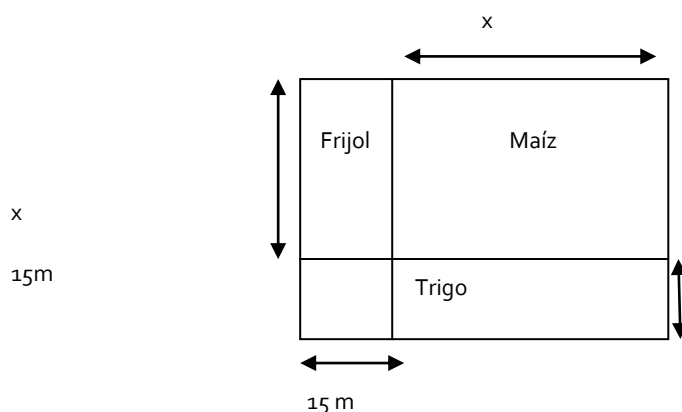
# ANEXOS

## EXAMEN DIAGNÓSTICO Y FINAL

<b>Nombre</b>			
<b>Grupo</b>		<b>Sexo</b>	
<b>Profesor</b>		<b>Fecha</b>	

**INSTRUCCIONES:** Lee la pregunta y selecciona la respuesta correcta.

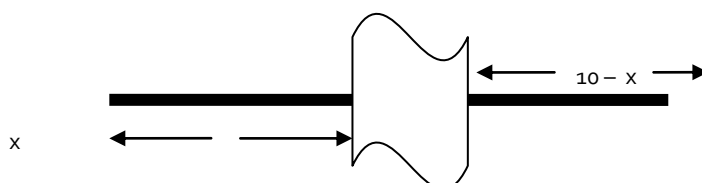
1. Doña Sofía compró un pequeño terreno cuadrado, el cual utilizó para sembrar semillas como se muestra en la siguiente figura:



¿Cuál es el área que ocupa todo el terreno de Doña Sofía?

- a)  $(x+5)(x-5)$       b)  $x^2 - 225$       c)  $x^2 + 30x + 225$       d)  $(x+5)(x+5)$

2. Se ata un pañuelo a una cuerda que mide 10 metros, de tal manera que si se multiplicaran las longitudes de las dos secciones de la cuerda, se obtiene 24.



¿Cuál polinomio representa el tamaño de la cuerda?

- a)  $-x(x+10) = 24$       b)  $x(x+10) = 24$       c)  $x^2 - 10x = -24$       d)  $-x^2 + 10x = 24$

3. Tengo 23 dulces y los quiero compartir con Juan y Pedro, quiero que Juan le toquen 5 dulces más que a Pedro. ¿Cuántos dulces le tocarán a cada uno?

- a)  $J = 14$   $P = 9$       b)  $J = 9$   $P = 14$       c)  $J + P = 23$  y  $J = P - 5$       d)  $J + P = 23$  y  $J + 5 = P$

4. ¿Qué resultado da la siguiente operación?  $(7x^5 - 7x^3)(x^2 - 8)$

- a)  $8x^{14} - 63x^5 + 563x^3$       b)  $-7x^7 + 63x^5 - 563x^3$       c)  $7x^7 - 63x^5 + 563x^3$       d)  $8x^7 - 49x^5 + 563x^3$

5. Se tiene la siguiente expresión  $(x + 5)(x + 5)$ , ¿Cuál término hace falta para tener un binomio equivalente?  $x^2 + \underline{\hspace{1cm}} + 25$

- a)  $5x$                                       b)  $25x$                                       c)  $10x$                                       d)  $10x^2$

6. ¿Cuál es el valor de c, cuando  $a=2$  y  $b=1$ ?  $c = [a(b+8)] / (2a-6)$

- a)  $-10$                                       b)  $10$                                       c)  $9$                                       d)  $-9$

7. ¿Cuál es resultado de la resta de los dos polinomios?  $p(x) - q(x)$

Donde:  $p(x) = 2x^2 - 3$  y  $q(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x$

- a)  $-2x^3 + 5x^2 - 4x - 3$                       b)  $-2x^3 - 5x^2 + 4x + 3$                       c)  $-2x^3 + x^2 + 4x - 3$                       d)  $2x^3 + 5x^2 - 4x - 3$

## HOJA DE TRABAJO I

<b>Nombre</b>			
<b>Grupo</b>		<b>Sexo</b>	
<b>Profesor</b>		<b>Fecha</b>	

**INSTRUCCIONES:** Para cada uno de los siguientes términos algebraicos, determina su signo, coeficiente numérico, factor literal y grado:

Ejercicio	Signo	Coeficiente	Literal
$-9a^2b^3c$	Menos	9	$a^2b^3c$
abc			
$xy^2/4$			
$-8a^4c^2d^3$			
$-10a^4b^2c^2$			
$12x^7$			

**INSTRUCCIONES:** Relaciona las siguientes columnas

RESPUESTA		PREGUNTA	
( )	$y^2$	K	$x^2 - xy + xy - yz$
( )	$25x^4 - 25y^4$	Y	$Y^2 - y + y$
( )	$3y - 15$	S	$8y - 18 + 3 - 5y$
( )	$-12xy + 13z^2$	W	$4z^2 - 12xy + 9z^2$
( )	$-4y^2 + 0.09$	U	$25x^4 - 25y^4$
( )	$x^2 - yz$	A	$0.09 - 4x^2 + 4x^2 - 4y^2$

**INSTRUCCIONES:** Contesta las siguientes preguntas junto con los compañeros de equipo.

1. *¿Por qué resolvieron así el ejercicio?*
2. *¿Cuáles son los elementos que pueden cambiar para modificar el resultado?*

## HOJA DE TRABAJO II

<b>Nombre</b>			
<b>Grupo</b>		<b>Sexo</b>	
<b>Profesor</b>		<b>Fecha</b>	

**INSTRUCCIONES:** Simplifica las siguientes expresiones algebraicas.

EXPRESION	
$6y^2 + 5y^2 + 4y^2 - 3y^2$	
$25x^4 - 25x^4$	
$3y - 15y$	
$-12z^2 + 13z^2$	

**INSTRUCCIONES:** Contesta las siguientes preguntas.

PREGUNTA	RESPUESTA
¿Cuál es la suma de? $(x^2 + xy - yz)(4x^2 - 5xy - 10yz)$	
Realiza la suma de: $(y^2 - y + y)(29y^2 - 3y - y)$	
Efectúa $(8y - 18 + 3 - 5y)(4y - 19 + 45 - 15y)$	
Suma los siguientes polinomios $(4z^2 - 12xy + 9z^2)(8y - 18 + 3 - 5y)$	

**INSTRUCCIONES:** Contesta cada una de las siguientes preguntas

SIMPLIFICA LAS SIGUIENTES EXPRESIONES	RESPUESTA
$3x - \{2y - (5x + 3y)\}$	
$(3m+n) - [2m + \{-m + (2m - 2n - 5)\}] - (n+7)$	
$3x - (5y + [-2x + (y - 6 + x) - (-x + y)])$	
$-(6a - 3b) - \{5a - 9b - (2c - 9b)\}$	



**INSTRUCCIONES:** Para cada una de las siguientes preguntas, selecciona la respuesta correcta y escríbela en el paréntesis.

1.	( )	Desarrolla $(2x - 3)(2x - 3)$			
a)	$2x^2 - 12x + 9$	b)	$4x^2 - 12x + 9$	c)	$4x^2 + 9$
d)	$2x^2 - 6x + 9$				

2.	( )	Desarrolla $(6x + 3)(2x)$			
a)	$12x^2 + 5x$	b)	$12x + 6x$	c)	$12x^2 + 6x$
d)	$12x^2 + 6$				

3.	( )	Desarrolla $(3x)(4b)$			
a)	$7x^2b^2$	b)	$12x^2b^2$	c)	$7xb$
d)	$12xb$				

4.	( )	Desarrolla $(2z - 3)(4z - 9)$			
a)	$8z^2 - 30z + 12$	b)	$8z^2 - 30z + 27$	c)	$8z^2 - 30z - 12$
d)	$8z^2 - 30z - 27$				

5.	( )	Desarrolla $(y + 6)(3y)$			
a)	$3y^2 + 18y$	b)	$3y + 18y$	c)	$3y^2 + 18$
d)	$3y^2 + 9y$				

6.	( )	Desarrolla $(3)(4m^4)$			
a)	$12m^2$	b)	$12m^5$	c)	$7m^4$
d)	$12m^4$				

**INSTRUCCIONES:** Para cada una de las siguientes preguntas, selecciona la respuesta correcta y escríbela en el paréntesis.

1.	( )	¿Cuál es el primer paso para realizar la siguiente operación? $(x^2 + xy - yz) - (4x^2 - 5xy - 10yz)$			
a)	Quitar paréntesis	b)	Multiplicar	c)	Sumar
d)	Sumar los términos dentro de paréntesis				

2.	( )	Cuáles son los pasos para simplificar la siguiente expresión $25x^4 - 25x^4 - 2x^4$			
a)	Sumar	b)	Restar	c)	Multiplicar
d)	Eliminar términos iguales				

3.	( )	Encuentra el error en la siguiente expresión $3x - (5y + [-2x + (y - 6 - x) - (-x + y)])$			
a)	Ninguno	b)	-6-	c)	$x + (-$
d)	$-(-$				

### HOJA DE TRABAJO III

<b>Nombre</b>			
<b>Grupo</b>		<b>Sexo</b>	
<b>Profesor</b>		<b>Fecha</b>	

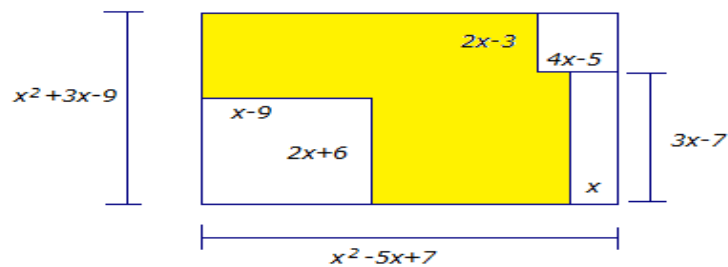
**INSTRUCCIONES:** Para cada una de las siguientes preguntas, selecciona la respuesta correcta y escríbela en el paréntesis.

<b>1.</b>	( )	¿Cuál es la primera operación que se realiza en la siguiente expresión? $(x^2 + xn - nm) \cdot (4x^2 - 5xy - 10yz)$				
	a) Sumar	b) Multiplicar	c) Restar	d) Eliminar paréntesis		
<b>2.</b>	( )	Escoge la opción correcta de los pasos para simplificar la siguiente expresión $25z^4 - 25z^4 - 2z^4$				
	a)	Sumar, restar, multiplicar, eliminar términos semejantes				
	b)	Identificar términos semejantes, validar signos, asociar términos semejantes				
	c)	Sumar términos semejantes, eliminar términos semejantes, multiplicar términos.				
	d)	Ninguno de los anteriores				
<b>3.</b>	( )	Encuentra el error en la siguiente expresión $4x - (10y + [-4x + (y - 3 + x) - (-x + 2y)]) = -7y + 3$				
	a) Ninguno	b) -3-	c) x+(	d) -(-		
<b>4.</b>	( )	¿El resultado de la siguiente operación es $(abc)^n$ ?				
	a) $a^n b^n c^n$	b) $(abc)(abc) \dots n$ veces	c) $(a \dots a)(b \dots b)(c \dots c)$	d) Todas las anteriores		

Contesta las siguientes preguntas junto con los compañeros de equipo.

1. ¿Por qué se concluyo esos errores en las preguntas?
2. ¿Es el único error que se puede presentar? Si, No, ¿Porqué?

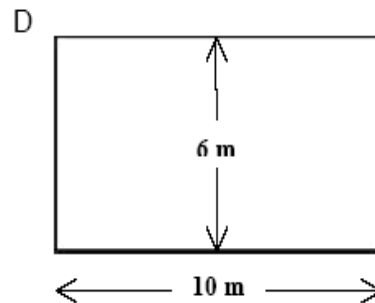
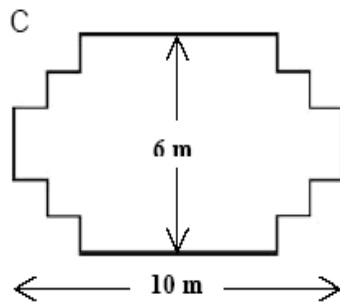
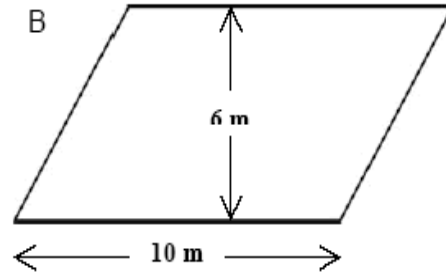
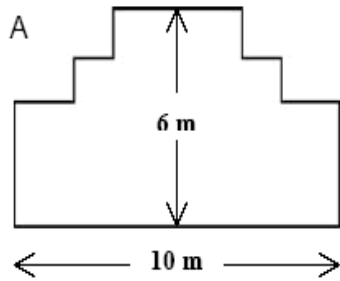
**INSTRUCCIONES:** Selecciona la respuesta correcta y escríbela en el paréntesis.



<b>1.</b>	( )	¿Cuál es el área de la figura amarilla?			
	a) $x^4 + 16x^2 + 43x + 136$	b) $x^4 - 16x^2 - 43x - 136$	c) $x^4 + 16x^2 + 43x - 136$	d) Ninguna de las anteriores	

**INSTRUCCIONES:** Lee el siguiente párrafo y contesta lo que se te pide.

Un carpintero tiene la madera necesaria para hacer una cerca de 32 metros de largo y quiere colocarla alrededor de un jardín. Está considerando los siguientes diseños para este jardín.



Elige entre “SI” o “NO” para cada diseño, dependiendo si se puede realizar con la cerca de 32 metros.

Diseño del Jardín	Usando el diseño ¿se puede realizar con 32 metros de cerca?	
<i>Diseño A</i>	SI	NO
<i>Diseño B</i>	SI	NO
<i>Diseño C</i>	SI	NO
<i>Diseño D</i>	SI	NO

## ENCUESTA DE OPINIÓN

<b>Grupo</b>		<b>Sexo</b>	
<b>Profesor</b>		<b>Fecha</b>	

<b>1. Presentó un plan de trabajo al inicio de las clases</b>			
Muy Claro	Claro	Incompleto	Ninguno
<b>2. Siguió el plan de trabajo establecido durante las clases</b>			
Siempre	Casi siempre	A veces	Nunca
<b>3. Me ayudó a lograr los objetivos de aprendizaje.</b>			
Siempre	Casi siempre	A veces	Nunca
<b>4. Aportó elementos nuevos para enriquecer los contenidos</b>			
Siempre	Casi siempre	A veces	Nunca
<b>5. Promovió la interacción con mis compañeros</b>			
Siempre	Casi siempre	A veces	Nunca
<b>6. Como parte de mi aprendizaje, me dejó realizar diversas actividades (resolución de problemas, búsqueda de información, análisis de lecturas)</b>			
Siempre	Casi siempre	A veces	Nunca
<b>7. Revisó las actividades que me solicitó realizar, haciéndome las recomendaciones necesarias.</b>			
Siempre	Casi siempre	A veces	Nunca
<b>8. El profesor mostró disposición para atender las dudas y los problemas que se me presentaron al estudiar los temas del programa.</b>			
Siempre	Casi siempre	A veces	Nunca
<b>9. Consideras que este tema es necesario aprenderlo para:</b>			
Pasar la materia, no tiene trascendencia en la vida cotidiana	Pasar la materia y tiene trascendencia en la vida cotidiana	Pasar la materia y utilizarlo en tu vida profesional	Ninguna
<b>10. Consideras que este tema solo requiere:</b>			
Requiere repetir el procedimiento	Identificar datos y sustituirlos con fórmulas matemáticas	Identificar datos, representar datos, analizar datos	Todas las anteriores
<b>11. En tu experiencia consideras que este tema se puede aprender mejor si:</b>			
Solo el maestro expone	Si el maestro expone y se trabaja en equipo	Si se trabaja en equipo con un texto	Ninguna

## BIBLIOGRAFÍA

- An, S. (2004). *The middle path in math instruction: solutions for improving math education*. Lanham (Maryland): Scarecrow Education.
- Algebra (2009). Colegio Nacional de Matemáticas, Prentice Hall.
- Anton, C. (2008). *Educación, adolescencia y tecnociencia: reflexiones y práctica para ser mejores educadores*. Bilbao: Beta.
- Arceo, F., & Rojas, G. (2002). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo: una interpretación constructivista* (2a ed.). Mexico: McGraw-Hill.
- Artzt, A. F., & Newman, C. M. (1997). *How to use cooperative learning in the mathematics class* (2nd Edition). Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics.
- Ausubel, D. P. & Novak, J. D. (1989/1983). *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo* (2. ed.). México: Editorial Trillas.
- Brull, J. L. (1986). *Tecnología y educación*. Barcelona: Ceac.
- Casesnoves, D. (1969). *Didáctica y dialéctica matemáticas*. Madrid: Dossat.
- Cerda, Fernando (2001). *Las igualdades incorrectas producidas en el proceso de traducción algebraico: un catálogo de errores*. PNA. Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.
- Cruz, J. (1986). *Teorías del aprendizaje y tecnologías de la Enseñanza*. Mexico. Trillas.
- Daniels, H. & Barberán, G. (2003). *Vygotsky y la pedagogía*. Barcelona: Paidós.
- Dauer, F. W. (1989). *Critical thinking: an introduction to reasoning*. New York: Oxford University Press.
- Delors, Jaques (1994): "Los cuatro pilares de la Educación" en *La Educación encierra un tesoro*. El correo de la UNESCO
- Dewey, J. (2004). *Experiencia y Educación*. Madrid. Biblioteca Nueva.
- Díaz Barriga Frida y Hernández Rojas Gerardo (1998). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista*. McGraw Hill.
- Eggen, P. D., Kauchak, D. P., & Mehaudy, D. (2000). *Estrategias docentes: enseñanza de contenidos curriculares y desarrollo de habilidades de pensamiento*. Mexico: FCE.

- Espinoza, M. d. (2000). *Teóricos: Vigotsky, Bruner y Piaget*. México: Consejo Nacional de Fomento Educativo.
- Fanfani, E. (1999). *El arte del buen maestro: el oficio de maestro y el estado educador, ensayos sobre su origen y desarrollo en México* (2. ed.). México, D.F.: México.
- Font, Vincenc; Godino, Juan D.: Bencomo, Delisa; Wilhelmi, Miguel R. *Análisis y Valoración de la Idoneidad Didáctica de Procesos de Estudio de las Matemáticas*. Paradigma, VOL. XXVII, No.2, diciembre de 2006 / 221-252. En línea <http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/idoneidad-didactica.pdf>
- Fuchs, W. R., & Bitzer, D. L. (1972). *El libro de los nuevos métodos de enseñanza*. Barcelona: Omega.
- Gallego, J. (1997). *Las estrategias cognitivas en el Aula*. Madrid. Escuela Española.
- Gómez Chacón, Inés Ma. (2000). *Matemática Emocional. Los efectos del aprendizaje matemático*. España. Narcea S.A. de Ediciones.
- Joyce, B. R., & Weil, M. (1985). *Modelos de enseñanza*. Madrid: Anaya/2.
- Joyce, B. R., Weil, M., & Calhoun, E. (2002). *Modelos de enseñanza* (1. ed.). Barcelona: Gedisa.
- Kaufman, C. K. (2000). *Psicología cognitiva: estrategias en la práctica docente*. México: McGraw-Hill.
- Luriiá, A. R., Leontiév, A. N., Vygotskii, L. S., & Benítez, M. E. (2007). *Psicología y pedagogía* (3a ed.). Madrid: Akal.
- Mathematics teaching and learning strategies in PISA*. (2010). Paris: OECD.
- Medina, S. R. (1996). *Educación y modernidad: el bachillerato en México ante los desafíos del tercer milenio*. San Luis Potosí, S.L.P., México: Universidad Autónoma de San Luis Potosí.
- Mirón, R. (2008). *Intervención psicoeducativa en dificultades matemáticas y de razonamiento en la infancia y la adolescencia*. Malaga: Ediped.
- Moon, J. A. (2008). *Critical thinking: an exploration of theory and practice*. London: Routledge.
- Mora, D. (2005). *Didáctica crítica, educación crítica de las matemáticas y etnomatemática: perspectivas para la transformación de la educación matemática en América Latina* (1. ed.). La Paz: Editorial "Campo Iris".
- Morse, W. C., & Wingo, G. M. (1962). *Readings in educational psychology*. Chicago: Scott, Foresman.
- Medina Palarea y Robayna Socas. (2000). *Procesos Cognitivos implicados en el aprendizaje del lenguaje algebraico. Un estudio biográfico. El guiniguada*. Número 9.

- Moreira, M.A y Novak, J.D. (1988). Investigación en enseñanza de las Ciencias en la Universidad de Cornell. Esquemas teóricos, cuestiones centrales y abordajes metodológicos. Enseñanza de las Ciencias.
- Nelson, A., Ardisson, C., & González, C. (2003). *Técnicas de diseño curricular*. México: Limusa
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA:NTCM
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA:NTCM
- Nowlan, R. A. (2002). *A dictionary of quotations in mathematics*. Jefferson, N.C.: McFarland.
- Orton, A. (1990). *Didáctica de las matemáticas: cuestiones, teoría y práctica en el aula*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.
- Palarea Medina, Ma. De las Mercedes. (1999). La adquisición del lenguaje algebraico: Reflexiones de una Investigación. Revista Didáctica de las matemáticas, Volumen 40.
- Parra, C. (1994). *Didáctica de matemáticas: aportes y reflexiones* (1a ed.). Buenos Aires: a México:
- PISA 2003 : pruebas de matemáticas y de solución de problemas.* (2005). Madrid: Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo (INECSE).
- Plan de Desarrollo 2002 – 2006* (2002) México. UNAM
- Plan de Estudios Actualizados (1996) Colegio de Ciencias y Humanidades*. Unidad Académica del ciclo de Bachillerato. UNAM, CCH, Julio 2006
- Pimm, D., & Pimm, D. (1990). *El lenguaje matemático en el aula*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.
- Programa de Estudios de la Asignatura de Matemáticas IV de la ENP* (1996)
- Programa de Estudios de la Asignatura de Matemáticas I del CCH* (1996)
- Programa de Estudios de la Asignatura de Matemáticas I del Colegio de Bachilleres*. Secretaría de Educación Pública. (2010)
- Programa de Estudios de la Asignatura de Matemáticas I del Tecnológico de Monterrey. Preparatoria Bilingüe* (2011)
- Reforma Integral de la Educación Media Superior*, Secretaria de Educación Publica, Subsecretaria de Educación Media Superior, México, 2009.
- Rico (2005). Errores en el aprendizaje de las matemáticas. Didáctica de las matemáticas.

- Robayna, M. M., & Machin, M. (1996). *Iniciación al álgebra*. España: Síntesis.
- Rojas, G. (1998). *Paradigmas en psicología de la educación* (1a. ed.). Mexico: Paidós.
- Schneider, S. *Cómo desarrollar la inteligencia y promover habilidades*. Buenos Aires: Círculo Latino Austral.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando, Fla.: Academic Press.
- Skemp, R. R. (1980). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Morata.
- Velazco, J. C. (2002). *Presente y futuro del bachillerato* (1. ed.). Colima. Colima, México: Universidad de Colima.
- Villamil, F. J. (2008). *Estrategias, métodos y técnicas de enseñanza para maestros*. Hato Rey, P.R.: Publicaciones Puertorriqueñas.
- Yanguas, Z. (1900). *Estudios de crítica y pedagogía matemáticas*. Zaragoza: Vda. de Aliño.
- Zorrilla Alcalá, Juan Fidel. *Desarrollo de Habilidades Verbales y Matemáticas I*. México. Ago Ediciones.