



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE MÉXICO



FACULTAD DE INGENIERÍA

PROGRAMA ÚNICO DE LA ESPECIALIZACIÓN DE INGENIERÍA

CAMPO DE CONOCIMIENTO: INGENIERÍA CIVIL

“USO DE CONCRETO REFORZADO CON FIBRAS DE ACERO EN VIGAS  
PERALTADAS”

TESINA

PARA OBTENER EL GRADO DE:

ESPECIALISTA EN ESTRUCTURAS

PRESENTA:

“CARLOS ALBERTO LOZANO GARCÍA”

DIRECTOR DE TESINA

“DR. GERARDO AGUILAR RAMOS”



MÉXICO, D.F.

NOVIEMBRE, 2012



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## AGRADECIMIENTOS

### A mis padres...

... por su apoyo, su confianza, su cariño y todos sus esfuerzos,  
... por jamás limitar mi modo de pensar,  
... por enseñarme a ser una persona honesta, responsable y trabajadora,  
... y por haberme dado la vida.

### A mis hermanos...

... por nuestra hermandad y nuestro incondicionalismo,  
... esperando que cada uno de mis esfuerzos y mis logros les sirvan como ejemplo y motivación para conseguir los propios,  
... sepan que siempre estaré ahí cuando me necesiten.

### A mi ángel, mi princesa, Norma Angélica...

... por todo tu apoyo, tu paciencia, tu comprensión,  
tu compañía, tu amor y tu cariño,  
... porque desde que estamos juntos, eres la mayor razón para  
querer seguir siendo mejor todos los días,  
... por mí, y para ti...

### Al Dr. Gerardo Aguilar Ramos...

... por su atención, asesoría y apoyo durante la realización  
de este trabajo.

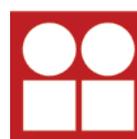
### Al Instituto de Ingeniería de la UNAM...

... por el apoyo y las facilidades brindadas con la beca económica  
otorgada de Marzo a Septiembre de 2012 por la participación  
en este proyecto.

### A la Universidad Nacional Autónoma de México...

... por haber tenido la oportunidad de seguir preparándome  
en la máxima casa de estudios,  
... y por tener el orgullo de haber pertenecido a la mejor y más  
grande Universidad del país.

“Por mi raza hablará el espíritu”



INSTITUTO  
DE INGENIERÍA  
UNAM



# **“USO DE CONCRETO REFORZADO CON FIBRAS DE ACERO EN VIGAS PERALTADAS”**

Índice:

<b>INTRODUCCIÓN</b>	i
Objetivo	ii
Justificación	ii
Alcance	ii
Organización del documento	iii
Nomenclatura y Abreviaturas	iv
<b>CAPITULO 1            Fuerza cortante en elementos de concreto reforzado</b>	
1.1 Introducción	2
1.2 Antecedentes	2
1.3 Comportamiento de elementos de concreto reforzado ante fuerza cortante	6
1.4 Mecanismos de resistencia al cortante	6
1.5 Parámetros que afectan la capacidad a cortante	8
<b>CAPITULO 2            Criterios para Diseño por Cortante</b>	
2.1    Introducción	12
2.2    Analogía de la armadura	12
2.3    Modelo de Puntales y Tensores	14
2.3.1    Principios Básicos	15
2.3.2    Elementos del modelo de Puntales y Tensores	17
2.4    Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto del R.C.D.F.	20
2.5    Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural ACI 318-11	23
2.5.1    Elementos esbeltos	24
2.5.2    Cortante en Vigas Peraltadas	28
2.5.3    Procedimiento de diseño mediante el Modelo de Puntales y Tensores	29
2.5.3.1 Resistencia de los Puntales	32
2.5.3.2 Resistencia de los Tensores	35
2.5.3.3 Resistencia de las Zonas Nodales	37

2.6	Modelación y Singularidad de Modelos	39
-----	--------------------------------------	----

### **CAPÍTULO 3 CONCRETO REFORZADO CON FIBRAS**

3.1	Aspectos Históricos	44
3.2	Ventajas y desventajas del uso de Fibras	46
3.3	Tipos y propiedades de Fibras y su efecto en el concreto	47
3.3.1	Fibras de Acero	47
3.3.2	Fibras de Vidrio	51
3.3.3	Fibras Sintéticas	52
3.3.4	Fibras Naturales	54
3.4	Sistemas Múltiples de Fibras	55
3.5	Concreto Reforzado con Fibras de Acero	55
3.5.1	Manufactura de fibras de acero	56
3.5.2	Preparación del Concreto reforzado con Fibras de Acero	57
3.5.2.1	Proporciones de la mezcla	57
3.5.2.2	Métodos de Mezclado	59
3.5.3	Propiedades físicas	59
3.5.4	Durabilidad	63
3.5.5	Aplicaciones del Concreto reforzado con Fibras de Acero (SFRC)	64

### **CAPÍTULO 4 DISEÑO DE CONCRETO REFORZADO CON FIBRAS DE ACERO (EVIDENCIA EXPERIMENTAL PREVIA)**

4.1	Comportamiento y Modos de falla del Concreto reforzado con Fibras de Acero	68
4.2	Consideraciones de Diseño	69
4.2.1	Propiedades Mecánicas utilizadas para Diseño	70
4.2.1.1	Compresión	72
4.2.1.2	Tensión Directa	73
4.2.1.3	Resistencia a Flexión	74
4.2.1.4	Tenacidad a flexión	76
4.3	Diseño de vigas de concreto reforzado con fibras de acero	77
4.3.1	Flexión	77
4.3.2	Cortante	81

<b>CAPÍTULO 5</b>	<b>PROGRAMA EXPERIMENTAL PROPUESTO</b>	
5.1	Introducción	88
5.2	Descripción de los especímenes	89
5.2.1	Materiales	90
5.2.2	Diseño y Detallado de especímenes	91
5.2.3	Refuerzos de las vigas (especímenes de prueba)	94
5.2.4	Diseño de los especímenes reforzados con fibras de acero	96
5.2.5	Cargas y resistencias de diseño de los especímenes	101
5.3	Metodología Experimental	102
5.3.1	Elaboración y control de las mezclas de concreto	102
5.3.2	Construcción	103
5.3.3	Dispositivo de Carga	104
5.3.4	Instrumentación	106
5.4	Discusión sobre la singularidad del modelo utilizado para el diseño del miembro presentado	110

<b>CAPÍTULO 6</b>	<b>Conclusiones y Recomendaciones Prácticas</b>	
6.1	Conclusiones	113
6.2	Recomendaciones	118

<b>BIBLIOGRAFIA Y REFERENCIAS</b>	121
-----------------------------------	-----

<b>APÉNDICES</b>	111
------------------	-----

#### Apéndice A

- A.1. Diseño estructural del espécimen de prueba (MPT 1)
- A.2. Diseño estructural del espécimen de prueba (MPT 2)
- A.3. Diseño estructural del espécimen de prueba conforme a NTC-C del RCDF (2004)
- A.4. Diseño estructural del espécimen de prueba (MPT 1 con fibras)
- A.5. Diseño estructural del espécimen de prueba (MPT 2)
- A.6. Diseño estructural del espécimen de prueba conforme a NTC-C del RCDF (2004) con fibras
- A.7. Diseño estructural del espécimen de prueba conforme al reporte ACI 544.4R con fibras

#### Apéndice B

Resumen y adaptación de la base de datos presentada por Parra (2006) en su artículo: “Shear Strength of Beams with Deformed Steel Fibers; Evaluating an alternative to minimum transverse reinforcement”

## INTRODUCCIÓN

Para analizar el comportamiento de estructuras de concreto reforzado para los diferentes niveles de solicitaciones dinámicas, incluidas las sísmicas, es deseable establecer un nivel de daño aceptable tanto en los elementos estructurales como en los no estructurales y en los contenidos de la estructura (inmobiliario, equipo, instalaciones, etc.). El nivel de daño aceptable varía según la función e importancia de la construcción, por ello se debe establecer un desempeño estructural que cumpla con las funciones para las cuales la estructura ha sido concebida.

Lo anterior, en términos de daños, de disipación de energía y de ductilidad, significa que se presente una secuencia aceptable en el modo de falla de la estructura. Para lograr esto, los elementos estructurales deben diseñarse con suficiente capacidad de resistencia y de deformación para garantizar que ocurra el mecanismo previsto. En general, se buscan modos de falla dúctiles.

Los procedimientos de diseño que se utilizan en los códigos de diseño deben ser seguros, conceptualmente correctos, sencillos de aplicar, y no deben implicar un incremento en los costos de diseño o de construcción. En general, los procedimientos de diseño resultan más efectivos si se basan en modelos relativamente sencillos, en lugar de hacerlo sobre ecuaciones empíricas complejas.

Los elementos de concreto normalmente están sujetos a estados de esfuerzos y deformaciones que pueden ser complejos y que son resultado de diferentes combinaciones de cargas y solicitaciones. En particular, el conocimiento de los mecanismos resistentes a cortante es de gran importancia cuando se trata de evitar comportamientos que resulten en la falla frágil de los elementos estructurales.

El efecto más relevante de la fuerza cortante en un elemento de concreto es el desarrollo de esfuerzos de tensión inclinados con respecto al eje longitudinal del miembro. Estos esfuerzos pueden originar la falla del elemento a una carga inferior a aquella asociada con una falla dominada por flexión.

Debido a la complejidad del problema, los métodos utilizados para dimensionar elementos de concreto sujetos a fuerza cortante en la actualidad, se basan en el conocimiento empírico de su comportamiento adquirido a través de evidencia experimental. Los estudios experimentales se han concentrado principalmente en la determinación de la resistencia del concreto al agrietamiento inclinado y de la contribución del refuerzo transversal a la resistencia.

En general, las teorías para diseño por cortante tienen como fundamento común la analogía plástica de la armadura. Por otra parte, el modelo de puntales y tensores (MPT) es una generalización de la analogía de la armadura que permite representar el flujo de esfuerzos en un elemento. Este método resulta particularmente útil en el diseño de regiones de discontinuidad. Dado que las vigas de gran peralte constituyen un caso especial de regiones de discontinuidad, se enfoca la atención al desempeño de estos elementos y al estudio del efecto de la degradación de

las propiedades del concreto en la resistencia, en la capacidad de deformación inelástica y en el comportamiento general de elementos peraltados ante cargas monotónicas crecientes.

### Objetivo

El objetivo principal de este proyecto es evaluar la efectividad de fibras de acero como refuerzo del concreto ante esfuerzo cortante en vigas peraltadas, así como estudiar la capacidad del concreto con fibras para mejorar la ductilidad y tenacidad de dichas vigas. De esta manera sería posible reducir la cantidad de refuerzo requerido en zonas de alta congestión, simplificando el procedimiento constructivo y aumentando la ductilidad del elemento de concreto, además de controlar la anchura de grieta bajo condiciones de servicio.

### Justificación

Numerosas investigaciones sobre el uso de concreto reforzado con fibras han sido desarrolladas en años recientes, dando como resultado un planteamiento que evidencia un potencial importante en el desarrollo de materiales de construcción reforzados con fibras. Estos nuevos desarrollos indican que el concreto reforzado con fibras puede ser económico y útil como material de construcción ya que posee características que lo hacen técnicamente adecuado para aplicaciones estructurales. El uso de fibras puede beneficiar las propiedades del concreto como son la resistencia a la tensión y la capacidad de deformación a la fractura.

Las propiedades mecánicas de los concretos reforzados con fibras, en especial su resistencia a tensión y su resiliencia los hace idóneos para su uso en vigas de gran peralte que normalmente están sujetas a grandes esfuerzos cortantes. Sin embargo, la falta de evidencia experimental sobre el desempeño de este tipo de concretos, asociada con la poca diseminación que ha tenido comercialmente el uso de fibras en nuestro país, son dos razones que limitan su utilización en la práctica.

### Alcance

El propósito de esta tesina es desarrollar una metodología para diseño de vigas peraltadas reforzadas con fibras de acero. Se pretende que dicha metodología sea simple y tenga un significado físico claro de modo que los ingenieros de la práctica puedan resolver problemas de diseño de forma racional y sencilla. Se revisan analíticamente los procedimientos y mecanismos del efecto del cortante y se aborda la incorporación de fibras de acero como refuerzo ante esta sollicitación mecánica, haciendo una revisión histórica de los resultados obtenidos en investigaciones anteriores.

La finalidad de este análisis, es el de justificar el desarrollo de un programa experimental en el que se compruebe cuantitativamente la efectividad del empleo de fibras de acero. Este trabajo incluye el diseño de los elementos que serán parte de dicho programa experimental, la propuesta de empleo de las fibras hecha con base en los resultados de otras investigaciones y la metodología para el desarrollo de las pruebas experimentales, así como la descripción de la instrumentación necesaria para medir la efectividad del refuerzo con fibras y describir el comportamiento general de los especímenes de prueba.

El diseño de los especímenes para el programa experimental propuesto parte de las consideraciones que se estipulan en las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto (NTC-C) del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (RCDF-2004) y en los Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural, ACI 318-2011 para elementos peraltados. A estos, se suma el diseño de los especímenes de concreto reforzado con fibras de acero. Las consideraciones de diseño que se tomaron en cuenta, se basan en los resultados de investigaciones previas que se presentan en el trabajo y que han servido como evidencia experimental para justificar el uso de fibras de acero con fines estructurales.

### **Organización del documento**

Este documento se ha dividido en seis capítulos y dos apéndices. En el capítulo 1, se aborda el problema del cortante mediante una revisión bibliográfica de los conceptos involucrados y de las principales consideraciones del diseño a corte. También se presentan los principales mecanismos de resistencia a cortante así como los parámetros que pueden afectarlo.

En el capítulo 2 se sintetizan dos de las teorías para diseño por cortante y se revisan los enfoques de dos reglamentos de diseño de uso en México, como son el RCDF 2004 y el ACI 318-11.

En el capítulo 3 se analizan los aspectos técnicos de la tecnología que envuelve el uso de fibras para refuerzo del concreto y los tipos de fibras más comunes. Se hace especial énfasis en las fibras de acero, sus aspectos de producción, propiedades físicas, consideraciones para la elaboración de concreto reforzado con fibras de acero y sus aplicaciones.

En el capítulo 4 se presentan las consideraciones de diseño del concreto reforzado con fibras de acero con base en resultados experimentales previos y se muestra el potencial del uso de fibras de acero como refuerzo de concreto con fines estructurales. Se toma en cuenta el mejoramiento de las propiedades mecánicas del concreto y se presenta la forma en que el comité 544 del *American Concrete Institute* (ACI), recomienda el diseño de vigas de concreto reforzado con fibras de acero.

En el capítulo 5 se propone un programa experimental que compruebe la efectividad del uso de fibras de acero como refuerzo por cortante en vigas de gran peralte. Se describen las características de los materiales de construcción, los especímenes de prueba y las consideraciones hechas para el diseño de las vigas reforzadas con fibras de acero. También se define la metodología del programa, así como el dispositivo de carga, la instrumentación y el sistema de captura de datos a emplear.

En el capítulo 6 se presentan las conclusiones y recomendaciones aplicables al uso de concreto reforzado con fibras resultantes a partir del análisis de la información que se consultó para este trabajo y del diseño de las vigas realizado.

En el apéndice A se incluyen las memorias de cálculo con los diseños detallados de los especímenes de prueba. En el apéndice B se incluye la base de datos de la que surgieron las consideraciones de diseño desarrolladas en este trabajo para vigas peraltadas reforzadas con fibras de acero.

---

$F_{ij}$	Nombre del puntal o tensor en un MPT, los índices $i$ y $j$ , se refieren al número de nodos a los que llega el elemento de que se trate.
$F_n$	Resistencia nominal de un puntal, tensor o zona nodal; y
$F_{nm}$	Resistencia nominal a la compresión de una zona nodal
$F_{nt}$	Resistencia nominal de un tensor
$F_R$	Factor de reducción de resistencia igual a 0.8 para cortante y torsión;
$F_s$	Fuerza de tensión en el acero y/o en el presfuerzo;
$F_{sa}$	Esfuerzo en la cuerda superior (Figura 2.1)
$f_{se}$	Esfuerzo efectivo en el acero de presfuerzo después de que han ocurrido todas las pérdidas de presforzado
$F_u$	Fuerza factorizada que actúa en un puntal o en un tensor, o en una cara de una zona nodal;
$f_y$	Esfuerzo de fluencia del refuerzo transversal;
$f_{yh}$	Esfuerzo de fluencia del acero $A_{vh}$
$f_{yt}$	Es el esfuerzo de fluencia especificado del refuerzo transversal.
$f_{yv}$	Esfuerzo de fluencia del acero $A_v$
$h$	Peralte total del elemento
$H_f$	Componente horizontal combinada de las fuerzas de fricción $T_f$ y $N_f$ a través de la grieta inclinada;
$I$	Momento de inercia de una sección
$l$	Longitud de la fibra
$l_{dh}$	Longitud de desarrollo de ganchos estándar en tensión
$L_f/d_f$	Relación de aspecto de una fibra
$M$	Momento flexionante que actúa en la sección.
$M_n$	Momento nominal de una viga de concreto reforzado con barras y fibras de acero (sección 4.3.1)
$M_u$	Momento flexionante factorizado en la sección
$N$	Fuerza normal aplicada sobre el elemento;
$N_f$	Fuerza normal en la grieta por la transmisión de esfuerzos residuales de tensión;
$N_u$	Carga axial factorizada normal a la sección transversal, que ocurre simultáneamente con $V_u$ o $T_u$ ; debe tomarse como positiva para compresión y negativa para tensión
$p$	Cuantía de refuerzo longitudinal calculada como $A_s/bd$ .
$p_f$	Porcentaje en volumen de las fibras
$p_w$	Cuantía de refuerzo $A_s$ evaluada sobre el área $b_w d$
$Q$	Momento del área encima o debajo del punto de cálculo del esfuerzo cortante respecto al eje neutro;
$s$	Separación entre los estribos;
$s_h$	Separación del refuerzo horizontal $A_{vh}$ .
$s_v$	Separación del refuerzo vertical $A_v$ ; y
$T_f$	Suma de las fuerzas de fricción tangenciales en la grieta o resistencia por trabazón del agregado;
$T_{fc}$	Fuerza de tensión en el concreto con fibras = $\sigma_t b (h - e)$
$T_{rb}$	Fuerza de tensión en la barra de refuerzo = $A_s f_y$
$V$	Fuerza cortante que actúa en la sección.
$V_c$	Resistencia nominal a cortante del concreto y está conformada por las componentes $V_{cc}$ , $V_{cf}$ y $C_w$
$V_{cc}$	Resistencia a cortante del concreto o cortante transmitido en la zona de compresión por flexión;

---

## Nomenclatura y Abreviaturas

---

$V_{cf}$	Fuerza cortante transferida por fricción a través de la grieta y está dada por la suma de las componentes verticales de $T_f$ y $N_f$ ;
$V_{cr}$	Fuerza cortante que toma el concreto
$V_d$	Fuerza de dovela;
$V_f$	Componente vertical combinada de las fuerzas de fricción $T_f$ y $N_f$ a través de la grieta inclinada;
$V_n$	Resistencia nominal a cortante y está dada por las contribuciones del concreto, el acero;
$V_p$	Componente vertical de la fuerza de presfuerzo, si existe;
$V_s$	Fuerza cortante tomada por los estribos que atraviesan la grieta y está dada por $A_v f_y d_v (\cot \beta_{cr})/s$ y
$V_s$	Fuerza cortante resistida por los estribos (Figura 2.1)
$V_{sh}$	Contribución del refuerzo horizontal a cortante, $A_{vh}$ en una viga diafragma
$V_{sR}$	Fuerza cortante de diseño que toma el acero transversal ( $V_{sR} = V_u - V_{cR}$ ).
$V_{sv}$	Contribución del refuerzo vertical a cortante, $A_v$ en una viga diafragma
$V_u$	Fuerza cortante factorizada en la sección
$w_t$	Ancho efectivo de un tensor supuesto para diseño
$z$	Brazo interno de palanca de la sección
$\beta_{cr}$	Ángulo de inclinación de la grieta;
$\Delta f_p$	Es el aumento en el esfuerzo en el acero de presfuerzo debido a las cargas factorizadas
$\alpha$	Ángulo entre los estribos inclinados y el eje longitudinal del elemento
$\beta_n$	Parámetro que refleja el grado de perturbación de las zonas nodales debido a la incompatibilidad de las deformaciones de tensión en los tensores y deformaciones de compresión en los puntales.
$\beta_s$	Factor que toma en cuenta la influencia del agrietamiento y del esfuerzo de confinamiento en la resistencia efectiva a la compresión del concreto en un puntal
$\phi$	Factor de resistencia para puntales, tensores, zonas nodales y áreas de apoyo en esos modelos y es igual a 0.75.
$\epsilon_c$	Deformación del concreto a compresión
$\epsilon_s$	Deformación del acero a tensión en el momento resistente teórico de la viga, para barras es igual a $f_y/E_s$ ; para las fibras es igual a $\sigma_f/E_s$ basado en el esfuerzo de las fibras desarrollado durante el desprendimiento (esfuerzo de adherencia dinámico de 333 psi) (2.29 MPa) (Figura 4.9)
$\lambda$	Factor de modificación que toma en cuenta las propiedades mecánicas reducidas del concreto de peso liviano, relativa a los concretos de peso normal de igual resistencia a la compresión
$v$	Esfuerzo cortante calculado en una sección en un punto dado, $v = VQ/Ib$ ; o bien
$v$	Esfuerzo cortante promedio a la falla de una sección, calculado mediante la expresión $v = V/bd$
$v_{cf}$	Esfuerzo cortante promedio en vigas de CRFA (Sharma, 1986)
$\theta$	Ángulo que dicho refuerzo forma con el eje de la pieza; y
$\sigma_t$	Esfuerzo de tensión en el concreto con fibras
$\tau_{f,max}$	Resistencia al desprendimiento de las fibras de acero “pullout resistance” (Voo y Fooster, 2003)

---

## ABREVIATURAS

- ACI 318** Requisitos de reglamento para concreto estructural preparado por el comité ACI 318
- CPO** Cemento Portland Ordinario
- CRFA** Concreto reforzado con fibras de acero
- E1C** Espécimen de prueba de control, sin refuerzo transversal por cortante y sin fibras de acero
- E2E** Espécimen de prueba de control, con refuerzo transversal por cortante en forma de estribos
- E3F-1** Espécimen de prueba sin refuerzo transversal con 1% en volumen de fibras de acero deformadas en sus extremos
- E4F-2** Espécimen de prueba sin refuerzo transversal con 2% en volumen de fibras de acero deformadas en sus extremos
- MPT** Modelo de puntales y tensores
- NTC- C** Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto del RCDF
- RC-80/60-BN** fibra de alambre estirado en frío, con extremos conformados y encolado en peines, elaborada con acero normal de bajo carbono, que tiene una longitud de 60 mm y un diámetro de 0.75 mm, por lo que tiene una relación de esbeltez de 80, recomendada para los ensayos propuestos en el trabajo
- RCDF** Reglamento de Construcción del Distrito Federal
- SFRC** Siglas en ingles para CRFA (Steel Fiber Reinforced Concrete)
- SIFCON** Siglas en inglés para concreto con fibras impregnadas por lechada (Slurry Infiltrated Concrete)
- STM** Siglas en inglés para MPT (Strut and Tie Model)
- T.M.A.** Tamaño máximo de agregado
- TCC** Teoría de los Campos de Compresión
- TMCC** Teoría Modificada de los campos de compresión
- BLxy y ELxy** Nomenclatura para los deformímetros eléctricos que se propone colocar en las barras de refuerzo de los especímenes (Sección 5.3.4)
- XWxy y XExy** Nomenclatura para los transductores de desplazamiento de vástago para medir las deformaciones por corte, deflexiones y desplazamientos en los extremos del refuerzo principal por flexión en los especímenes de prueba (Sección 5.3.4)



# Capítulo 1

---

## FUERZA CORTANTE EN ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADO

## **CAPÍTULO 1 FUERZA CORTANTE EN ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADO**

### **1.1 Introducción**

En este capítulo se aborda el problema de cortante en elementos de concreto reforzado mediante una revisión de los conceptos involucrados y de los principales parámetros relacionados con el diseño a corte. La información aquí presentada se basa en el reporte del comité ACI 445 sobre cortante y torsión sobre los recientes enfoques sobre el diseño por cortante del concreto estructural (ACI 445, 1999). Se resalta la importancia del problema de cortante en el diseño estructural; se presentan los principales mecanismos de resistencia a cortante y los parámetros que pueden afectarla, en particular en relación al comportamiento de vigas peraltadas de concreto reforzado.

### **1.2 Antecedentes**

Los primeros ensayos encaminados a la determinación de los efectos de la fuerza cortante en elementos de concreto reforzado se realizaron hace más de 75 años. Desde entonces, y en especial de 1946 a la fecha, se han llevado a cabo muchas investigaciones tendientes a evaluar la influencia de distintos factores, de manera que en la actualidad se dispone de una cantidad importante de datos experimentales. Sin embargo, son muchas las variables que influyen en la resistencia de elementos sujetos a fuerza cortante, y el efecto interactivo de las mismas, ha hecho difícil analizar los resultados de las investigaciones y experiencias disponibles (*González, 2005*).

La filosofía actual de diseño sismo-resistente establece que una estructura debe ser dimensionada y detallada de manera que, ante el máximo sismo esperado, desarrolle articulaciones plásticas en ciertos elementos. En todos los casos, la región de la articulación plástica, que incluye parte del elemento adyacente a la articulación misma, debe diseñarse de manera que resista el cortante asociado a la plastificación por flexión y el nivel de deformación esperado (*Alcocer, 1998*).

En un ambiente sísmico como el de nuestro país, la gran mayoría de los elementos estructurales se ve sometida a esfuerzos cortantes significativos. Las fuerzas cortantes generalmente actúan en combinación con flexión, carga axial y, en algunos casos, torsión. La transmisión de este tipo de fuerzas, el desarrollo de mecanismos adecuados para soportarlas y el establecimiento de criterios de detallado adecuados constituyen un reto importante para el diseñador. La transmisión de cortante en elementos de concreto reforzado se apoya principalmente en las resistencias a tensión y a compresión del concreto, por lo que las fuerzas de cortante pueden provocar fallas de tipo frágil, indeseables en el diseño sísmico e inconsistentes con la metodología de diseño por capacidad. Por consiguiente, el adecuado diseño a cortante, es un factor determinante en el comportamiento dúctil de la estructura.

La mayoría de los reglamentos de diseño utilizan métodos seccionales para el diseño convencional de vigas bajo flexión y cortante. Los requisitos de reglamento para Concreto Estructural (ACI 318, 2011) asume que la flexión y el cortante pueden ser manejados por separado para su combinación

más desfavorable en una sección dada. La interacción entre flexión y cortante se contempla indirectamente mediante reglas de detallado para el refuerzo por flexión. Además, se manejan revisiones de los niveles de esfuerzos en el concreto para asegurar un comportamiento con ductilidad suficiente y un control de anchura de grietas diagonales ante cargas de servicio (ACI 445R, 1999).

A principios del siglo XIX, el modelo de la analogía de la armadura fue utilizado como herramienta conceptual en el análisis y diseño de vigas de concreto reforzado. Ritter postuló que después que una viga de concreto reforzado se agrieta por esfuerzos de tensión diagonal, esta puede ser idealizada como una celosía de cuerdas paralelas con diagonales de compresión inclinadas 45° con respecto al eje de la viga (Ritter, 1899). Después, Mörsch introdujo el uso de este concepto para analizar la torsión (1920, 1922). Estos modelos de armadura omiten la contribución del concreto en tensión, sin embargo Withey (1908) y Talbot (1909) demostraron que este enfoque proporciona resultados conservadores cuando se comparan con pruebas experimentales.

Históricamente se ha incluido la contribución del concreto  $V_c$ , suplementaria a los modelos de armadura para reflejar los resultados de pruebas en vigas y losas con poco o ningún refuerzo por cortante y para asegurar la economía en el diseño de esos elementos. De este modo, la resistencia a cortante de un elemento de concreto reforzado está conformada por la suma del aporte de la resistencia a cortante del concreto y el aporte del acero de refuerzo transversal.

Las primeras especificaciones estándar del ACI (1920) se basaron en esfuerzos permisibles en el concreto debidos a cortante y se pretendía que estos esfuerzos previnieran fallas por aplastamiento diagonal del alma antes de la fluencia de los estribos. Estas consideraciones formaron la base para subsecuentes códigos de diseño del ACI donde se utilizaban procedimientos cada vez más racionales y se hacían distinciones entre esfuerzos permisibles máximos de elementos de concreto con refuerzo en el alma y sin éste.

En el reglamento ACI 318 de 1951, los cálculos del área de refuerzo por cortante se basaron en la analogía de la armadura a 45°, en la cual el refuerzo del alma debía diseñarse para soportar la diferencia entre el cortante total y el cortante asumido como resistido por el concreto. Sin embargo algunas fallas de vigas en la década de los 50s llevaron a cuestionar los procedimientos tradicionales de diseño del ACI.

Dichas fallas en conjunción con numerosas investigaciones, indicaron que el diseño por fuerza cortante y la tensión diagonal asociada a dicha fuerza, era un problema complejo que envuelve muchas variables y requerían de una revisión de sus conceptos fundamentales.

Talbot puntualizó los problemas de estos procedimientos y desde 1909, basado en sus pruebas experimentales concluyó que:

*El valor del esfuerzo cortante a la falla “v” varía con el porcentaje de refuerzo por flexión, con la longitud relativa de la viga, y con otros factores que afectan la rigidez del elemento. Además, en vigas sin refuerzo en el alma, la resistencia de esta, depende la calidad y resistencia del concreto.*

*Por otro lado, mencionó que entre mayor sea la rigidez de la viga, más grande es el esfuerzo vertical que puede ser desarrollado. Las vigas peraltadas cortas, mostraron resultados mayores que las vigas largas y esbeltas, del mismo modo, vigas con altos porcentajes de refuerzo, mostraron resultados mayores que vigas con bajo contenido de acero longitudinal (Talbot, 1909).*

Desafortunadamente, los descubrimientos de Talbot acerca de la influencia del porcentaje de refuerzo longitudinal y la relación entre longitud y peralte no fueron reflejados en las ecuaciones de diseño sino hasta mucho después.

Más recientemente, se desarrollaron procedimientos de diseño enfocados en la economía del diseño del refuerzo con estribos, concentrándose en implementar un término para la contribución del concreto a la capacidad por cortante y otro para el refuerzo provisto, asumiendo una armadura con elementos inclinados a 45° (ACI 318, 1995). Otro procedimiento se fundamentó en una armadura con diferentes ángulos de inclinación dentro de ciertos límites sugeridos sobre las bases de la teoría de la plasticidad. Este procedimiento se conoce como el “modelo estándar de la armadura sin contribución del concreto” y atribuye la resistencia a fuerza cortante a la existencia de fuerzas debidas a la interacción entre agregados y a fuerzas de dovela entre las grietas, las cuales permiten una menor inclinación de las compresiones diagonales y una movilización adicional de los estribos. Por otro lado, el procedimiento nombrado como el modelo de la armadura modificada se refiere a una combinación del modelo de la armadura con ángulos variables y una contribución del concreto, que para elementos no presforzados, disminuye con el nivel de esfuerzo cortante (CEB, 1978; Ramirez y Breen, 1991).

Sin embargo, el modelo de la armadura, no considera algunas componentes del mecanismo de resistencia a cortante como la trabazón entre agregados y su fricción, la acción de dovela del refuerzo longitudinal, y el cortante tomado por el concreto sin agrietar. Para vigas presforzadas por ejemplo, entre mayor es el porcentaje de presfuerzo menor es el ángulo de inclinación del primer agrietamiento diagonal. Por lo tanto, dependiendo del nivel de esfuerzos de compresión debido al presfuerzo, las vigas de concreto presforzado tienen ángulos de agrietamiento a la falla menores que las vigas sin presfuerzo y por lo tanto, requieren de menor cantidad de estribos.

Tradicionalmente en la práctica en Norteamérica, el área adicional de acero longitudinal a tensión para cortante, se proveía extendiendo las barras a una distancia “ $d$ ” más allá del punto de inflexión del diagrama de momento. Sin embargo lo anterior resulta adecuado sólo para un modelo de armadura con diagonales a 45°. Para otros casos, la fuerza adicional por tensión longitudinal debería determinarse a partir del equilibrio del modelo de la armadura. Debido a que el esfuerzo cortante se asume como uniformemente distribuido sobre la profundidad del alma, la tensión actúa en la sección media del peralte. Así, el límite superior de la fuerza cortante se establece limitando el esfuerzo cortante  $f_d$ , en las diagonales a compresión a una fracción de la resistencia del concreto a compresión. Como el concreto en el alma agrietada de una viga, está sujeto a esfuerzos de compresión diagonal que son paralelos o casi paralelos a las grietas inclinadas, la resistencia de este concreto debe ser función entonces de 1) la presencia de grietas y

la orientación de las mismas; 2) el esfuerzo de tensión en la dirección transversal; y 3) la deformación longitudinal en el alma.

En los años 70s, el desarrollo de la teoría de la plasticidad extendió la aplicabilidad del modelo inicial de Ritter y Mörsch de la analogía de la armadura a dominios sin fluencia definida (Nielsen y Braestrup, 1975; Muller, 1978; Marti, 1980).

En 1987 Schlaich y otros extendieron el modelo de la armadura para vigas con diagonales uniformemente inclinadas, para desarrollar el Modelo de Puntales y Tensores (MPT) o Strut and Tie Model (STM por sus siglas en inglés). Dicho modelo resultó particularmente relevante en regiones donde la distribución de las deformaciones no es lineal a lo largo del peralte. Schlaich y otros, introdujeron entonces los conceptos de regiones B y D, donde B se refiere a Bernoulli, donde la distribución de las deformaciones si lineal y D se refiere a discontinuidad, donde la distribución de deformaciones no es lineal (Schlaich y otros, 1987). El Modelo de Puntales y Tensores (MPT) es discutido ampliamente en el capítulo 2 de este trabajo.

En 1964, Kupfer encontró una solución para la inclinación del agrietamiento diagonal mediante un análisis de un modelo de armadura, consistente en miembros linealmente elásticos y despreciando la resistencia tensión del concreto.

Por su parte, Collins y Mitchell (1980) desarrollaron la Teoría de los Campos de Compresión (TCC) o Compression Field Theory (CFT por sus siglas en inglés), sin asumir comportamiento lineal para miembros sujetos a torsión y cortante, la cual supone que después del agrietamiento no hay esfuerzos de tensión en el concreto. Posteriormente, Vecchio y Collins (1982 y 1986) presentaron la teoría modificada de los campos de compresión (TMCC) o Modified Compression Field Theory (MCFT por sus siglas en inglés), la cual da buenos resultados para miembros con diversos porcentajes de refuerzo transversal, incluyendo el caso de almas sin refuerzo. A diferencia de la TCC que solo resulta precisa para miembros con altos contenidos de refuerzo transversal.

En la década de los 90s se desarrollaron otras teorías para diseño para cortante como la de la teoría de cortante por fricción (Loov y Patnaik, 1994) y otras que usan leyes constitutivas para fricción y para la determinación de las deformaciones en el alma de vigas, considerando la formación de grietas, su ancho y el espaciamiento de las mismas, entre otros factores (Reineck, 1991; Belarbi y Hsu, 1991, 1994, 1995; Pang y Hsu, 1995; Hsu, 1993).

La existencia de varios métodos de diseño obedece a la importancia relativa que diversos investigadores han otorgado a los diferentes mecanismos de transferencia de cortante.

En las secciones siguientes se hará un resumen de los aspectos principales del comportamiento y modos de falla de elementos sujetos a fuerza cortante, indicando los efectos de diversas variables en los mecanismos de agrietamiento y falla por cortante.

### 1.3 Comportamiento de elementos de concreto reforzado ante fuerza cortante

El comportamiento de un elemento de concreto de sección prismática sujeto a combinaciones de fuerza cortante, momento flexionante y carga axial, es esencialmente elástico antes de que aparezcan las primeras grietas debidas a flexión en la parte inferior del elemento. Al aumentar las cargas, la fuerza cortante puede generar esfuerzos principales que excedan la resistencia a tensión del concreto, produciendo grietas inclinadas a una altura aproximada de medio peralte. Estas grietas pueden aparecer súbitamente en puntos donde no exista una grieta de flexión o, más frecuentemente, como extensión de grietas de flexión que gradualmente cambian de inclinación. A partir de este momento, el comportamiento del elemento difiere del correspondiente a un miembro cuya falla está dominada por flexión. La grieta inclinada puede aparecer súbitamente y extenderse inmediatamente hasta causar el colapso de la pieza. En este caso la falla se denomina de *tensión diagonal*. Por otra parte, puede suceder que el agrietamiento inclinado se desarrolle gradualmente y que el colapso de la pieza se produzca finalmente por aplastamiento del concreto en la zona de compresión en el extremo de la grieta inclinada, al reducirse considerablemente la región disponible para soportar los esfuerzos de compresión originados por flexión. En este caso la falla se denomina de *compresión por cortante*. La diferencia esencial entre ambos tipos de falla consiste en que, en una falla por tensión diagonal, el agrietamiento inclinado es súbito y causa el colapso de la pieza repentinamente, mientras que en una falla de compresión por cortante, la pieza puede soportar cargas mayores que la que produce el agrietamiento inclinado.

Algunos autores establecen un tercer tipo de falla, denominada generalmente de *adherencia por cortante*. Esta falla se caracteriza porque la resistencia del elemento se alcanza cuando se presentan extensos agrietamientos longitudinales al nivel del acero de tensión simultáneamente a un aplastamiento ligero en la zona de compresión en el extremo de la grieta inclinada.

Por otro lado, la presencia de acero de refuerzo transversal restringe la extensión y anchura de las grietas inclinadas. Si se tiene refuerzo transversal en cantidades suficientes, las grietas inclinadas serán pequeñas y de poca consideración y la falla se producirá en flexión, antes o después de la fluencia del acero longitudinal; de este modo, si el elemento tiene poco refuerzo en el alma, la falla puede producirse por fractura de una o varias de las barras de refuerzo transversal.

En los ensayos de laboratorio se ha observado que la resistencia a fuerza cortante de un elemento con refuerzo transversal se puede estimar de manera sencilla y conservadora como la suma de su resistencia al agrietamiento inclinado más la contribución del refuerzo transversal.

### 1.4 Mecanismos de resistencia al cortante

Identificados inicialmente por el Comité 426 ASCE-ACI (ASCE, 1973) y estudiados más tarde por Reineck (1991), se han propuesto los siguientes mecanismos de transferencia de cortante:

- a) Esfuerzo cortante en el concreto no agrietado de la zona de compresión por flexión  $V_{cc}$ . La integración de los esfuerzos de corte en la zona de compresión da como resultado una componente que frecuentemente se asocia con la contribución del concreto. Sin embargo,



El diagrama de cuerpo libre a lo largo de una grieta inclinada de la figura 1.1, se puede apreciar el enfoque para la determinación de la resistencia a cortante de un miembro estructural de concreto con refuerzo transversal. El equilibrio vertical de este diagrama de cuerpo libre resulta en la ecuación básica siguiente:

$$V_n = V_s + V_c + V_p \quad (1.1)$$

Donde:

- $V_n$  es la resistencia nominal a cortante y está dada por las contribuciones del concreto, el acero;
- $V_s$  es la fuerza cortante tomada por los estribos que atraviesan la grieta y está dada por  $A_v f_y d_v (\cot \beta_{cr})/s$
- $V_c$  es la resistencia a cortante proporcionada por el concreto y está conformada por las componentes  $V_{cc}$ ,  $V_{cf}$  y  $C_w$
- $V_p$  es la componente vertical de la fuerza de presfuerzo, si existe; y en la figura:

### 1.5 Parámetros que afectan la capacidad a cortante

Los factores que afectan la capacidad a cortante de un elemento de concreto reforzado son:

- a) Relaciones claro de cortante a peralte ( $a/d$ ). Para relaciones  $a/d$  menores que 2.5, el esfuerzo cortante promedio a la falla es progresivamente mayor que en vigas de bajo peralte y claros grandes, debido a que se facilita la formación de un puntal de compresión directamente entre el punto de aplicación de carga al apoyo. En estos casos los elementos deberían ser diseñados mediante un modelo de puntales y tensores.
- b) Cuantía de refuerzo longitudinal. A menor cantidad de refuerzo longitudinal, el elemento puede fallar a esfuerzos de corte más bajos. Esta reducción puede ser explicada por el incremento en la anchura de grietas que resulta en una disminución de la transferencia de cortante en la entrecara y mayores grietas por flexión que reducen tanto el tamaño de la zona a compresión como la acción de dovela.
- c) Fuerza axial. La tensión axial disminuye la resistencia a cortante de elementos sin refuerzo transversal, mientras que la compresión la incrementa.
- d) Efecto de tamaño. A mayor tamaño de un elemento estructural, se presentan mayores anchuras de grieta y menor habilidad para transmitir corte a través de la entrecara agrietada (Collins, 1997). Adicionalmente, de acuerdo con la teoría de la mecánica de la fractura, cuando la falla está controlada por tensión, el esfuerzo nominal a la falla disminuye con el aumento en el tamaño del elemento ya que la carga de falla aumenta a una tasa menor que la superficie de falla disponible y la energía de fractura permanece más o menos constante (Alcocer, 1998).
- e) Condiciones de carga. La contribución del concreto a la resistencia a cortante, depende en gran medida de la ductilidad del elemento y de las condiciones de carga. Así, para cargas biaxiales, se obtienen degradaciones más severas de dicha contribución que para cargas uniaxiales. A partir de resultados experimentales en vigas y columnas sometidas a cargas uniaxiales y biaxiales, Aschheim y otros, (1997) demostraron que la contribución del

concreto se degrada con el incremento en la ductilidad de desplazamiento a partir de valores de uno. Adicionalmente, cuando se forman puntales de compresión, su ángulo de inclinación es función de la magnitud de la rotación en la articulación plástica, ya que cambia gradualmente desde la zona de la articulación hasta fuera de ella. Así mismo, las cargas cíclicas inducen esfuerzos de tensión y compresión alternados en el concreto que aceleran su degradación y disminuyen su resistencia a cortante.

Si bien se han desarrollado diferentes teorías y modelos para el entendimiento del comportamiento de elementos estructurales sujetos a fuerza cortante, la complejidad de este fenómeno es evidente, no solo por el número y la diversidad de elementos que lo componen, sino porque su efecto en las estructuras puede producir fallas de comportamiento frágil. Es manifiesto también que la unificación de criterios para diseño por cortante no ha sido posible. Por ello, la necesidad de evaluar alternativas tanto de diseño como de refuerzo por cortante para vigas peraltadas adquiere relevancia significativa.



# Capítulo 2

---

---

## CRITERIOS PARA DISEÑO POR CORTANTE

## CAPÍTULO 2 CRITERIOS PARA DISEÑO POR CORTANTE

### 2.1 Introducción

Tradicionalmente, el diseño de elementos de concreto reforzado se ha realizado por secciones, es decir, tratando de manera independiente cada sección para la combinación crítica de flexión, cortante y carga axial y sin tener en cuenta la interacción cortante-flexión o tratándose de manera empírica. Sin embargo, este método de diseño no funciona en regiones con discontinuidades geométricas o con cargas concentradas ya que sólo es aplicable en regiones en las que se cumplen las hipótesis de Bernoulli.

Actualmente, la mayoría de los métodos de diseño por cortante son semiempíricos y se basan en la suma de las contribuciones del concreto y del refuerzo transversal. La contribución del concreto se calcula con base en expresiones obtenidas a partir de resultados experimentales y la del acero está fundamentada en un modelo sencillo de armadura plástica. Sin embargo este enfoque presenta deficiencias, especialmente en regiones con discontinuidades y en elementos peraltados. Esto se debe a que dichos modelos no consideran los posibles mecanismos de falla y las condiciones de degradación de las propiedades del concreto y del anclaje (Alcocer, 1998).

En este capítulo, se presentan dos teorías para diseño por cortante y se revisan los enfoques de los reglamentos de diseño de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto del Reglamento de Construcciones del Distrito federal (NTC-C del RCDF-2004) y del reglamento ACI 318-2011, realizando el Modelo de Puntales y Tensores, como el método recomendado por el ACI 318, para diseño de elementos peraltados.

### 2.2 Analogía de la Armadura

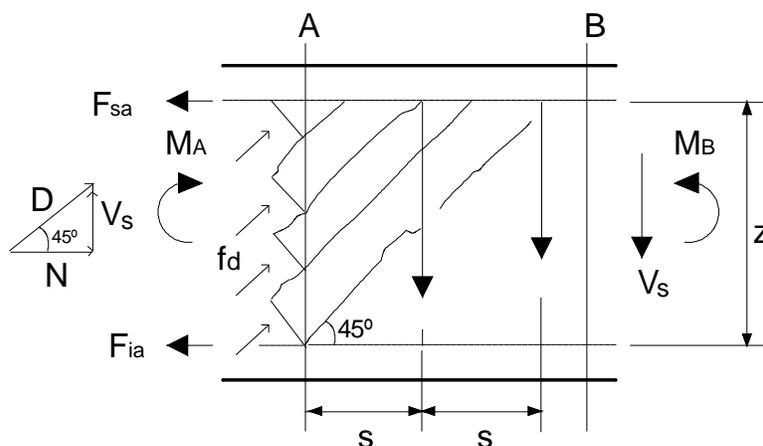
El modelo de la armadura propuesta por Ritter y Morsch a principios del siglo pasado, fue el punto de partida de la mayoría de las investigaciones teóricas y experimentales sobre concreto estructural sometido a cortante y ha sido adoptado por muchos códigos como la base de sus recomendaciones de diseño para cortante y torsión.

El modelo de la armadura se ha usado para identificar los flujos de fuerzas internas en el concreto reforzado y como herramienta conceptual para el análisis y diseño de vigas de concreto reforzado. En 1892 se introdujo el método de Hennebique para calcular las fuerzas en los estribos. (ACI 445, 1999)

En 1899, Ritter presentó una explicación del método de la armadura y argumentó que los estribos tienen como función principal contrarrestar los esfuerzos de tensión en el concreto, más que actuar como elementos verticales a tensión. Ritter sugirió que una viga con refuerzo transversal en la que existen grietas causadas por tensiones inclinadas puede idealizarse como una armadura en la que el refuerzo longitudinal funciona como la cuerda de tensión, el refuerzo transversal como las diagonales de tensión, el concreto de la zona comprimida como la cuerda de compresión, y las proporciones de concreto entre las grietas inclinadas como las diagonales de compresión.

Por otro lado, Mörsch, en las primeras dos décadas del siglo pasado, presentó el modelo clásico de la armadura, con puntales orientados a 45°. Mörsch realizó pruebas en vigas sujetas a flexión para verificar el modelo y concluyó que, aunque fue prácticamente imposible determinar la inclinación de las grietas, el modelo a 45° se ajustaba conservadoramente bien. Mörsch introdujo el uso de la analogía de la armadura para torsión despreciando la contribución del acero de refuerzo.

La analogía de la armadura, basada principalmente en los trabajos de Ritter y Mörsch, considera que el equilibrio interno de una sección sujeta a cortante se asemeja a una armadura, en la que la cuerda superior resiste la compresión, la cuerda inferior la tensión, los estribos están a tensión y las diagonales (puntales de concreto) toman la compresión en el alma del elemento y corren paralelas a las grietas diagonales, generalmente a 45° respecto del eje de la viga (figura 2.1).



**Figura 2.1 – Diagrama de cuerpo libre de una sección de concreto reforzado**

Al resolver el diagrama de cuerpo libre de la sección mostrado en la figura 2.1, se obtienen las siguientes expresiones:

$$F_{sa} = -\frac{M_A}{z} + \frac{V}{2} \cot 45^\circ \quad (2.1)$$

$$F_{ia} = \frac{M_A}{z} + \frac{V}{2} \cot 45^\circ \quad (2.2)$$

$$V_s = \frac{A_v f_y \cdot z \cdot \cot 45^\circ}{s} \quad (2.3)$$

$$f_d = \frac{V}{z \cdot b_w \cdot \sin 45^\circ \cdot \cos 45^\circ} \quad (2.4)$$

Donde:

- $F_{sa}$  es el esfuerzo en la cuerda superior
- $F_{ia}$  es el esfuerzo en la cuerda inferior
- $V_s$  es el cortante en los estribos, en este caso, igual al cortante total  $V$
- $f_d$  es el esfuerzo de compresión en las diagonales (puntales)
- $A_v$  es el área del refuerzo transversal
- $f_y$  es el esfuerzo de fluencia del refuerzo transversal

- $s$  es la separación entre los estribos
- $z$  es el brazo interno de palanca de la sección y
- $b_w$  es el ancho de la sección.

Con base en la ecuación (2.3), se obtiene una expresión de la contribución del refuerzo transversal a la resistencia a cortante similar a la propuesta por el ACI y por las NTC-C del RCDF.

Muchas fórmulas empíricas se han desarrollado con el fin de calcular los esfuerzos de cortante en el concreto, también llamada contribución del concreto. Sin embargo, existen numerosas diferencias entre ellas por la dispersión de los ensayos, la deficiente representación de ciertos parámetros en los experimentos, los diferentes modos de falla observados y la influencia de la resistencia a tensión del concreto. Estos factores limitan la validez de las fórmulas empíricas e incrementan la necesidad de métodos más racionales.

Referente a la contribución del concreto, ésta se ha incluido, para considerar el agrietamiento, pero limitándola de tal manera que se traten de prevenir fallas por aplastamiento antes de la fluencia de los estribos. Se han desarrollado ecuaciones empíricas que establecen límites para la contribución del concreto, considerando los efectos de refuerzo en el alma, condiciones de anclaje del refuerzo, resistencia del concreto a tensión, cuantía de refuerzo longitudinal, relación  $a/d$ , peralte y fuerza axial o nivel de presfuerzo y, en algunos casos, tamaño máximo del agregado.

### 2.3 Modelo de Puntales y Tensores

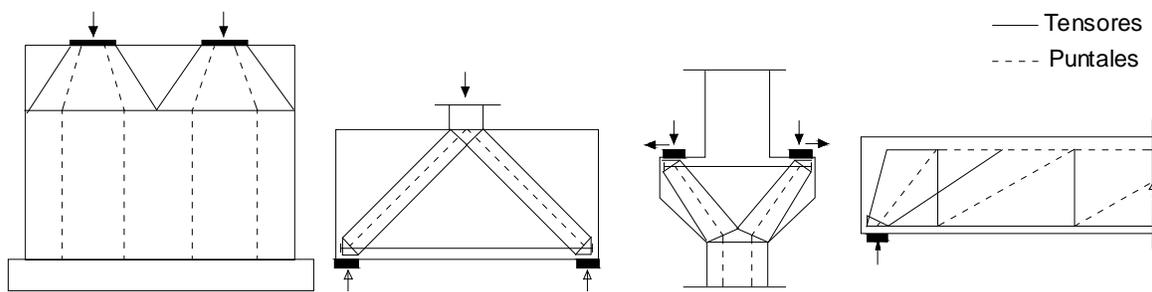
El Modelo de Puntales y Tensores (MPT) es una representación discreta del campo de esfuerzos obtenido de las fuerzas aplicadas y de las condiciones de apoyo de un elemento estructural. Representa la forma en que se transmite la carga a través de un miembro de concreto mediante un sistema de fuerzas estático compuesto por tres tipos de elementos: puntales, tensores y nodos.

En estos modelos, el elemento se idealiza mediante miembros a compresión (puntales) que representan los flujos de esfuerzos de compresión, tensores uniaxiales para los esfuerzos de tensión, y nudos en los que confluyen las cargas externas, los puntales y los tensores.

El MPT ha probado su utilidad como una herramienta consistente para el análisis y diseño de elementos de concreto reforzado y presforzado, en particular para las regiones sometidas a altos niveles de esfuerzos de dichos elementos. El MPT es útil para visualizar el flujo de fuerzas internas y permite proveer de una configuración de refuerzo adecuada para resistir dichas fuerzas.

Para propósitos de diseño, las dimensiones de los puntales y tensores se determinan a partir de diferentes esfuerzos permisibles, mismos que son función de las características del campo de esfuerzos, del agrietamiento, del refuerzo y del confinamiento del concreto.

La figura 2.2 muestra algunos elementos que pueden ser modelados mediante puntales y tensores.



a) Muro con cargas concentradas    b) Viga peraltada    c) Ménsula    d) Viga simplemente apoyada

**Figura 2.2 – Elementos modelados con puntales y tensores (adaptada de Schlaich et. al 1987)**

### 2.3.1 Principios Básicos

El MPT es una solución estática o del límite inferior de la teoría de la plasticidad. Marti (1985) explica que este modelo constituye un posible sistema de fuerzas en equilibrio de una estructura para la condición de carga última y, si es adecuadamente dimensionado, representa el límite inferior de la resistencia de la misma.

Las principales hipótesis del MPT son:

- a) Todas las cargas externas son aplicadas en nodos del modelo supuesto.
- b) Sólo se presentan fuerzas uniaxiales en los puntales y tensores.
- c) La falla se debe a la formación de un mecanismo resultante de la fluencia de uno o más de los tensores del modelo.
- d) El agrietamiento del concreto no ocurre antes de la fluencia de las barras de los tensores, lo cual se previene limitando el nivel de esfuerzos en el concreto.
- e) El refuerzo se detalla adecuadamente para prevenir fallas locales de adherencia.

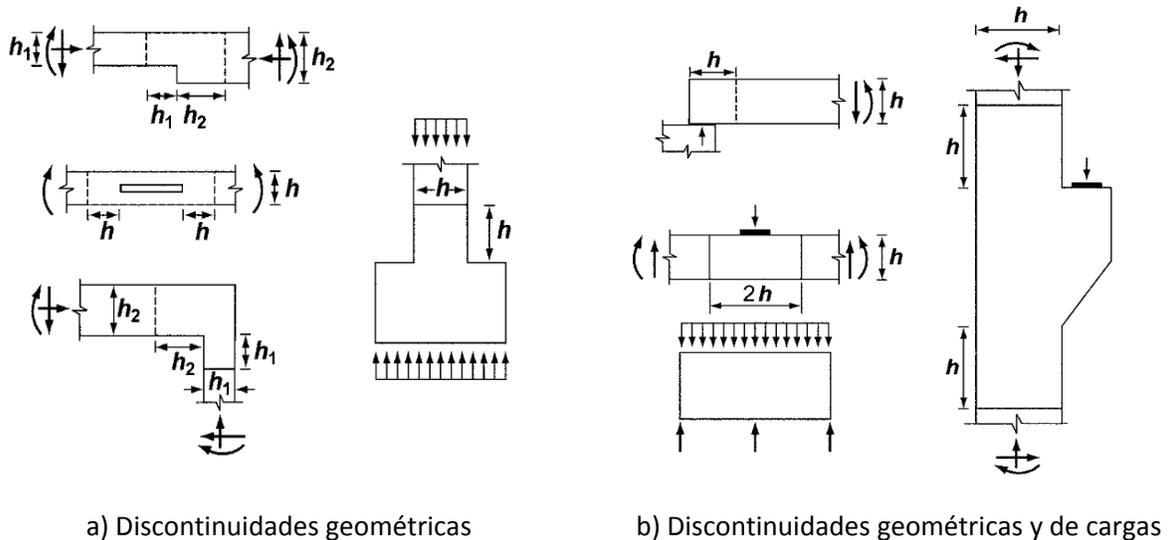
Una de las principales ventajas de usar una armadura para representar los elementos resistentes en un miembro es que el flujo de fuerzas se puede visualizar fácilmente. El uso de MPT es en sí, una generalización del método de la analogía de la armadura para el diseño de concreto estructural. Su uso permite tener en cuenta, de manera directa y simultánea, la interacción del cortante y la flexión.

Los MPT son, a menudo, clasificados en dos categorías con base en las regiones de la estructura en las cuales son aplicados. La distinción está basada en la distribución de esfuerzos elásticos dentro de la misma, aunque éstos no son necesariamente representativos de la distribución real de esfuerzos.

Las regiones en las que el flujo de esfuerzos de compresión es uniforme se denominan regiones B y pueden ser diseñadas con base en la analogía o modelo clásico de la armadura. Una región B, es por tanto, una porción de un miembro en la que pueden ser aplicadas las hipótesis de las secciones planas de la teoría de flexión. En el caso de diseño por cortante, permite representar al

elemento como una armadura con cuerdas paralelas en la que la cuerda inferior representa el refuerzo longitudinal, la cuerda superior representa la zona a compresión del concreto y el flujo de esfuerzos de compresión es idealizado como una serie de puntales inclinados paralelos entre sí. El diseño de regiones B puede hacerse también empleando métodos a base de secciones.

Por otra parte, las regiones en las que se presenta alguna alteración en el flujo interno de esfuerzos que hace que no sean aplicables los principios de distribución lineal de deformaciones se denominan regiones D. Estas regiones deben ser tratadas separadamente en el proceso de diseño y se presentan cerca de puntos de aplicación de cargas concentradas, apoyos, esquinas, bordes, aberturas y discontinuidades. La figura 2.3 a) muestra las discontinuidades geométricas típicas, y la figura 2.3 b) muestra las discontinuidades geométricas y de cargas combinadas. Mientras las regiones D no se agrieten, pueden analizarse aplicando la Ley de Hooke, sin embargo, después del agrietamiento, deben emplearse ciertas aproximaciones en el diseño, ya que es inapropiado suponer que las secciones planas permanecen planas o que los esfuerzos de corte son uniformes en todo el peralte del elemento.

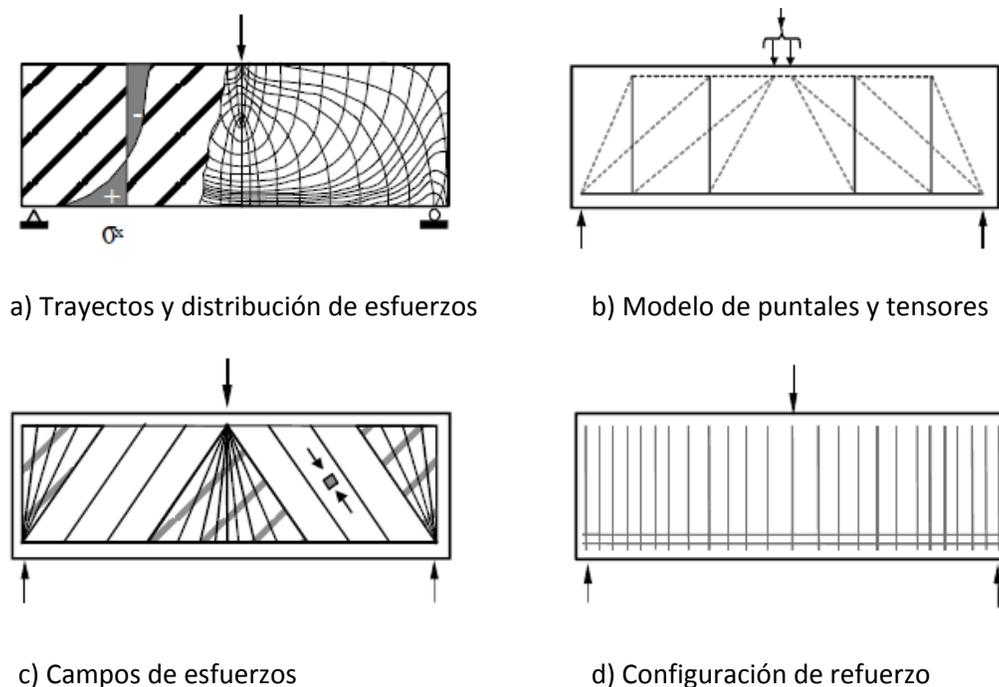


**Figura 2.3 – Ejemplos de Regiones D y discontinuidades (ACI 318-11)**

Los esfuerzos y las trayectorias de los esfuerzos son más suaves en las regiones B si se comparan con patrones con cambios bruscos cerca de las discontinuidades. La intensidad de los esfuerzos decrece rápidamente con la distancia al origen de la perturbación.

En la figura 2.4 se presentan las trayectorias y distribuciones de esfuerzos y el MPT correspondiente de una viga peraltada, cuya relación  $a/d$  la hace por completo una región D. Para el diseño de este tipo de elementos es particularmente útil el MPT ya que, en elementos con relaciones claro de cortante a peralte menores que 2.5, el comportamiento está determinado por la acción de puntal y tensor y, tal como lo presentaron Collins y Mitchell (1991) empleando resultados experimentales de Kani, una predicción con MPT resulta más cercana a los resultados experimentales que una empleando métodos de análisis por secciones. Para valores  $a/d$  mayores

a 2.5, la resistencia calculada con el MPT decae rápidamente al incrementarse  $a/d$  y resulta muy por debajo del comportamiento real. En dichos casos, un modelo de diseño por secciones que incluya la contribución del concreto  $V_c$ , es más apropiado.



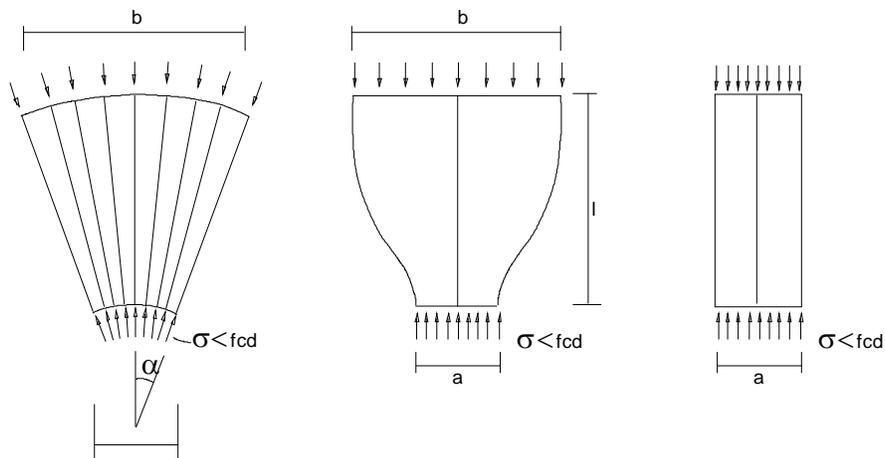
**Figura 2.4 – Características y modelado de una región D (adaptada de Barton y otros 1991)**

El MPT es sin duda, el método más apropiado para el diseño de vigas peraltadas, mismas que son objetos de estudio de este trabajo.

### 2.3.2 Elementos del Modelo de Puntales y Tensores

El MPT está constituido por puntales, tensores y zonas nodales. Los puntales son los elementos sujetos a compresión en un MPT y son generalmente, elementos de concreto a compresión. Un puntal representa la resultante de un campo de compresión que puede tener una configuración prismática, de abanico o de botella (figura 2.5).

Para diseño, los puntales se idealizan como elementos prismáticos en compresión, como lo señalan las líneas rectas punteadas de las figuras 2.2 y 2.4 b). Si la resistencia efectiva a la compresión  $f_{ce}$  difiere en los dos extremos de un puntal, ya sea debido a las diferentes resistencias de la zona nodal o a las diferentes longitudes de apoyo, el puntal es idealizado como un elemento a compresión de ancho variable. El puntal con forma de abanico se presenta en puntos de aplicación de carga o en apoyos y está formado por varios puntales con forma trapezoidal. En algunos casos, los puntales pueden modelarse usando un puntal con forma de botella, formado por puntales inclinados que producen esfuerzos de tensión perpendiculares a la línea de acción de las cargas aplicadas, los cuales deben ser resistidos por refuerzo transversal o por tensión en el concreto.



**Figura 2.5 – Idealización de formas básicas de puntales (Schlaich y otros, 1987)**

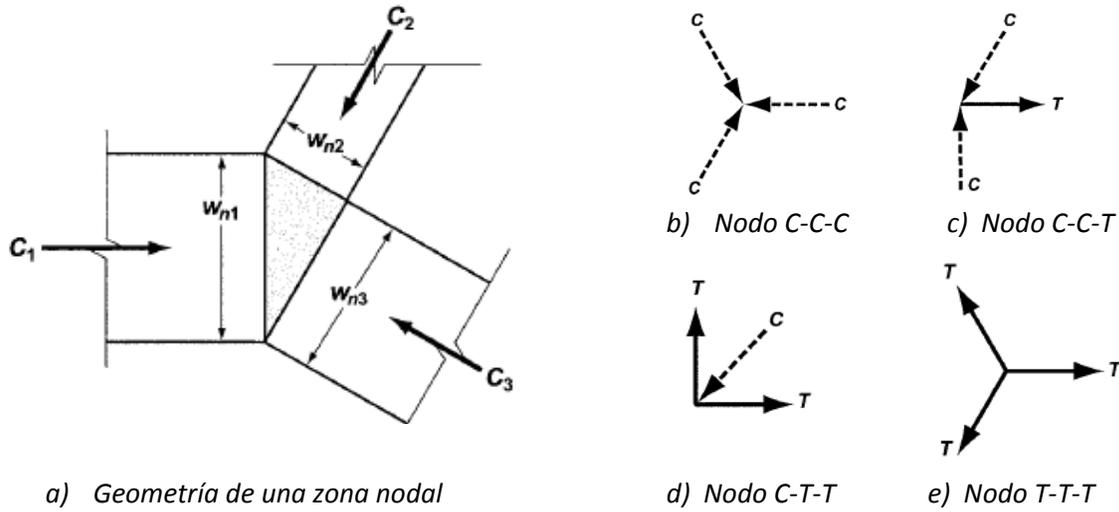
Para simplificar el diseño, los puntales en forma de botella se idealizan como elementos de forma prismática o de ancho variable, a los que se provee de un refuerzo para el control de fisuración causado por la tensión transversal.

Los tensores son los elementos a tensión del MPT. Usualmente, las fuerzas del tensor son resistidas por acero de refuerzo colocado simétricamente alrededor de la línea de acción de la fuerza en el tensor. El refuerzo debe extenderse en toda la longitud del tensor y debe ser adecuadamente anclado en los nudos. La cantidad de refuerzo se determina a partir de la fuerza en el tensor. Idealmente, el tensor debería dimensionarse para alcanzar su fluencia ante la carga última de diseño. Sin embargo, con el fin de asegurar un modo de falla dúctil, se debe garantizar una plataforma de fluencia suficientemente amplia para permitir la formación del mecanismo antes del agrietamiento del concreto. El acero de refuerzo puede estar formado por una o varias barras de acero o por tendones de presfuerzo. El concreto que rodea al eje del tensor y que es concéntrico con el eje del mismo, se desprecia para el cálculo de la capacidad axial del tensor. Aunque no se considera en el diseño, el concreto adyacente reduce las elongaciones del tensor, bajo cargas de servicio.

Las zonas nodales o nudos, son las zonas aledañas a los puntos en los que confluyen varios elementos del MPT y representan las regiones en las cuales las fuerzas deben ser reorientadas o desviadas. Pueden presentarse tres tipos de nudos de acuerdo con el sentido de las fuerzas que actúan en ellos: los nudos C-C-C en los que confluyen únicamente fuerzas de compresión; nudos C-C-T, que reciben dos componentes de compresión y una de tensión; y nudos C-T-T, que reciben dos o más fuerzas de tensión.

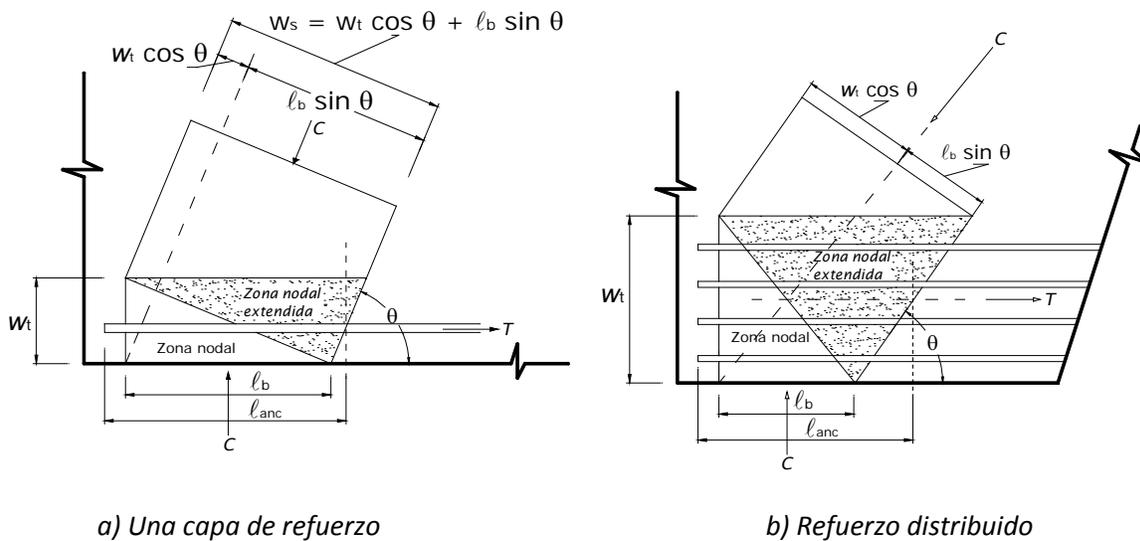
En la figura 2.6 a) se muestra una zona nodal C-C-C. Si los esfuerzos en las caras de la zona nodal son iguales en los tres puntales, la relación de las longitudes de los anchos de la zona nodal  $w_{n1}$ ,  $w_{n2}$  y  $w_{n3}$ , tendrían las mismas proporciones que las tres fuerzas  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  respectivamente. Las caras de una zona nodal hidrostática son perpendiculares a los ejes de los puntales y tensores que actúan en dicho nodo. Se les llama zonas nodales hidrostáticas porque los esfuerzos en el plano

son iguales en todas direcciones. Sin embargo, estrictamente hablando, esta terminología es incorrecta porque los esfuerzos en el plano no son iguales a los esfuerzos fuera del plano.



**Figura 2.6 – Clasificación de nudos (ACI 318-11)**

La figura 2.7 ilustra el concepto de zona nodal extendida. Las áreas sombreadas en la figura 2.7 a) y b) son zonas nodales extendidas. Dichas zonas, son aquellas partes del elemento que quedan acotadas por la intersección del ancho efectivo del puntal,  $w_s$  y el ancho efectivo del tensor  $w_t$ .



**Figura 2.7 – Zona nodal extendida para dos distribuciones de refuerzo longitudinal (adaptada de ACI 318 -11).**

## 2.4 Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto del R.C.D.F.

El diseño por cortante adoptado por las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto del RCDF (2004), está basado en la analogía clásica de la armadura. Las expresiones de dimensionamiento utilizadas han sido derivadas de dicha teoría y consideran que la capacidad a cortante de un elemento de concreto reforzado, sin presfuerzo, está dada por la suma de la contribución del concreto y la contribución del refuerzo transversal.

A continuación se presentan las secciones relativas al diseño por cortante de las NTC-C del RCDF. Para facilitar al lector, todas las expresiones incluyen el número de ecuación que se utiliza en las NTC-C entre paréntesis cuadrado. La segunda numeración corresponde a la secuencia numérica de este trabajo.

Nótese que se listan las ecuaciones de las NTC-C correspondientes a unidades del sistema MKS.

La sección 2.5.1 de las NTC-C se refiere al diseño por cortante de elementos sometidos a flexión y cortante (vigas). Para vigas sin presfuerzo con relación claro a peralte total,  $L/h$  no menor que 5, la fuerza cortante que toma el concreto,  $V_{cr}$ , se calcula como:

Si  $p < 0.015$ :

$$V_{cr} = F_R b d (0.2 + 20p) \sqrt{f_c^*} \quad [2.19] \text{ -- (2.5)}$$

Si  $p \geq 0.015$ :

$$V_{cr} = 0.5 F_R b d \sqrt{f_c^*} \quad [2.20] \text{ -- (2.6)}$$

donde:

- $V_{cr}$  es la fuerza cortante que toma el concreto
- $b$  es el ancho de la sección
- $d$  es el peralte efectivo de la sección;
- $f_c^*$  es la resistencia nominal del concreto a compresión calculada como  $0.8f'_c$ ;
- $F_R$  es el factor de reducción de resistencia igual a 0.8 para cortante y torsión; y
- $p$  es la cuantía de refuerzo longitudinal calculada como  $A_s/bd$ .

Si  $L/h$  es menor que 4 y las cargas y reacciones comprimen directamente las caras superior e inferior de la viga,  $V_{cr}$  será el valor obtenido con la ecuación (2.6) multiplicado por:

$$3.5 - 2.5 \frac{M}{Vd} > 1.0 \quad (2.7)$$

pero sin que se tome  $V_{cr}$  mayor que

$$V_{cr} = 1.5 F_R b d \sqrt{f_c^*} \quad (2.8)$$

En el factor definido por la ecuación (2.7),  $M$  y  $V$  son el momento flexionante y la fuerza cortante que actúan en la sección respectivamente. Dicho factor se utiliza para castigar el efecto de la relación  $a/d$  de los elementos que como ya se mencionó, influye en la resistencia a fuerza cortante.

Si las cargas y reacciones no comprimen directamente las caras superior e inferior de la viga, se aplicará la ecuación (2.6) sin modificar el resultado. Para relaciones  $L/h$  comprendidas entre 4 y 5,  $V_{CR}$  se hará variar linealmente entre los valores dados por las ecuaciones (2.5) y (2.6).

Cuando una carga concentrada actúa a no más de  $0.5d$  del paño de un apoyo, el tramo de viga comprendido entre la carga y el paño del apoyo, además de cumplir con los requisitos anteriores, se revisará con el criterio de cortante por fricción (sección 2.5.10 de las NTC-C).

Las expresiones para  $V_{CR}$  son aplicables cuando la dimensión transversal  $h$  del elemento, paralela a la fuerza cortante, no es mayor de 700 mm. Cuando la dimensión transversal  $h$  es mayor que 700 mm, (que puede referirse a casos particulares de vigas peraltadas) el valor de  $V_{CR}$  deberá multiplicarse por un factor que no deberá tomarse mayor que 1.0 ni menor que 0.8 como sigue:

$$0.8 \leq 1 - 0.0004 (h - 700) \leq 1.0 \quad [2.18] \text{ -- (2.9)}$$

En la expresión (2.9), la dimensión  $h$  estará en mm.

La contribución del acero a la resistencia a corte se establece en la sección 2.5.2 de las NTC-C. Los requisitos generales para el refuerzo por cortante establecen que debe estar formado por estribos cerrados perpendiculares u oblicuos al eje de la pieza, barras dobladas o una combinación de estos elementos. Para estribos de columnas, vigas principales y arcos, no se permite usar acero con esfuerzo de fluencia  $f_y$  mayor que 412 MPa (4 200 kg/cm<sup>2</sup>). Así mismo, para dimensionar el esfuerzo de fluencia de la malla de refuerzo no se tomará mayor que 412 MPa (4 200 kg/cm<sup>2</sup>).

Además, no se considerará la contribución de estribos que formen un ángulo con el eje de la pieza menor de 45°, ni barras dobladas en que dicho ángulo sea menor de 30°.

La sección 2.5.2.2 requiere que en vigas, se suministre un refuerzo mínimo por tensión diagonal cuando la fuerza cortante de diseño  $V_u$ , sea menor que  $V_{CR}$ . El área de refuerzo mínimo para vigas es:

$$A_{v,\text{mín}} = 0.30 \sqrt{f_c^*} \frac{b s}{f_y} \quad [2.22] \text{ -- (2.10)}$$

El refuerzo mínimo por cortante estará formado por estribos verticales de diámetro no menor de 7.9 mm (no. 2.5), cuya separación no excederá de medio peralte efectivo ( $d/2$ ).

En lo que se refiere a la separación del refuerzo transversal, la sección 2.5.2.3 indica que:

- a) Cuando  $V_u$  sea mayor que  $V_{CR}$ , la separación,  $s$ , del refuerzo por tensión diagonal requerido será:

$$s = \frac{F_R A_v f_y d (\sin\theta + \cos\theta)}{V_{sR}} \quad [2.23] - (2.11)$$

Donde:

- $A_v$  es el área transversal del refuerzo por tensión diagonal comprendido en una distancia  $s$ ;  
 $\theta$  es el ángulo que dicho refuerzo forma con el eje de la pieza; y  
 $V_{sR}$  es la fuerza cortante de diseño que toma el acero transversal ( $V_{sR} = V_u - V_{cR}$ ).

También se establece que el refuerzo por tensión diagonal nunca será menor que el obtenido con la expresión (2.10) y que la separación  $s$ , no debe ser menor de 60 mm.

b) Si  $V_u$  es mayor que  $V_{cR}$  y se cumple que:

$$V_u \leq 1.5 F_R b d \sqrt{f_c^*} \quad (2.12)$$

La separación de estribos perpendiculares al eje del elemento no deberá ser mayor que  $0.5d$ .

c) Si por otro lado:

$$V_u > 1.5 F_R b d \sqrt{f_c^*} \quad (2.13)$$

La separación de estribos perpendiculares al eje del elemento no deberá ser mayor que  $0.25d$ .

Además la sección 2.5.2.4 limita la capacidad última a cortante  $V_u$  a ciertos valores dependiendo del elemento estructural:

a) En vigas

$$V_u \leq 2.5 F_R b d \sqrt{f_c^*} \quad (2.14)$$

b) En columnas

$$V_u \leq 2 F_R b d \sqrt{f_c^*} \quad (2.15)$$

c) En marcos dúctiles, donde  $V_{cR}$  sea igual a cero o se ignore la contribución del concreto a la resistencia a cortante

$$V_u \leq 2 F_R b d \sqrt{f_c^*} \quad (2.16)$$

Por otro lado, para tomar en cuenta el comportamiento de elementos peraltados sujetos a cortante, la sección 2.5.7 establece los requisitos para *vigas diafragma*, definidas como aquellas cuya relación de claro libre entre apoyos  $L$ , a peralte total  $h$ , es menor que 2.5 si son continuas en varios claros, o menor que 2.0 si constan de un solo claro libremente apoyado. Para estos elementos la fuerza cortante que resiste el concreto se determina conforme a lo que dispone la sección 2.5.1.1 para vigas con relación  $L/h$  menor que 4.

Así mismo, la sección 2.5.7.1 establece que la sección crítica para fuerza cortante de vigas diafragma, se considerará situada a una distancia del paño del apoyo igual a  $0.15L$  en vigas con carga uniformemente repartida, e igual a la mitad de la distancia a la carga más cercana en vigas con cargas concentradas. La sección crítica no se supondrá a más de un peralte efectivo del paño del apoyo si las cargas y reacciones comprimen directamente dos caras opuestas de la viga, ni a más de medio peralte efectivo en caso contrario.

Los requerimientos de refuerzo mínimo para vigas diafragma (sección 2.5.7.1) son los estipulados de acuerdo con la sección 5.7 para refuerzo por cambios volumétricos.

Por otro lado, la sección 2.5.7.3 estipula que si la fuerza cortante de diseño,  $V_u$  es mayor que  $V_{cR}$ , la diferencia se toma con refuerzo transversal determinado en la sección crítica y se colocará en todo el claro.

Para vigas donde las cargas y reacciones comprimen directamente caras opuestas, el refuerzo constará de estribos cerrados verticales y barras horizontales.

La contribución del refuerzo vertical,  $A_v$ , se supondrá igual a:

$$V_{sv} = 0.083 F_R f_{yv} d A_v \frac{1 + L/d}{s} \quad [2.25] - (2.17)$$

Donde

$A_v$  área del acero vertical comprendida en cada distancia  $s$ ; y

$f_{yv}$  esfuerzo de fluencia del acero  $A_v$

Mientras que la contribución del refuerzo horizontal,  $A_{vh}$ , se supondrá igual a:

$$V_{sh} = 0.083 F_R f_{yh} d A_{vh} \frac{11 - L/d}{s} \quad [2.26] - (2.18)$$

Donde

$A_{vh}$  área del acero horizontal comprendida en cada distancia  $s_h$ ; y

$f_{yh}$  esfuerzo de fluencia del acero  $A_{vh}$

Para vigas donde las cargas y reacciones no comprimen directamente las caras opuestas, se tomarán en cuenta las disposiciones de las secciones 2.5.4 y 2.5.5 de las NTC-C para casos con reacciones y cargas concentradas próximas y elementos con tensiones perpendiculares a su eje.

Finalmente, la sección 2.5.7.4 de las NTC, limita el valor de  $V_u$ , en *vigas diafragma* a:

$$V_u \leq 2F_R b d \sqrt{f^* c} \quad (2.19)$$

## 2.5 Requisitos de reglamento para Concreto estructural ACI 318-11

El diseño por cortante en Estados Unidos se basa en la suma de la contribución del refuerzo por cortante  $V_s$ , calculado a partir de la analogía de la armadura con elementos paralelos a  $45^\circ$ , y la contribución del concreto  $V_c$ ; Para el caso de vigas peraltadas cuyo comportamiento no puede

describirse con la analogía de la armadura, el ACI 318 permite el uso del Apéndice A para su diseño mediante el MPT desde su versión del 2002.

Nuevamente para facilitar al lector, se incluye la numeración original de las expresiones de diseño del ACI 318-11, entre paréntesis cuadrados. Con objeto de hacer la comparación más fácil, las expresiones del ACI 318-11 se han convertido para hacer uso del sistema de unidades MKS, como se ha hecho para el resto de las expresiones de este trabajo.

### 2.5.1 Elementos esbeltos

La resistencia a cortante proporcionada por el concreto para elementos esbeltos de concreto no presforzados (vigas de bajo peralte y claros largos), se calcula según lo especificado en la sección 11.2 de la siguiente manera:

- a) Para elementos sujetos únicamente a cortante y flexión:

$$V_c = 0.53\lambda\sqrt{f'_c}b_wd \quad [11-3] \text{ -- (2.20)}$$

- b) Para elementos sometidos a compresión axial:

$$V_c = 0.53\left(1 + \frac{N_u}{140A_g}\right)\lambda\sqrt{f'_c}b_wd \quad [11-4] \text{ -- (2.21)}$$

- c) Para elementos sometidos a tensión axial significativa,  $V_c$  debe tomarse como cero a menos que se haga un análisis más detallado utilizando la expresión siguiente:

$$V_c = 0.53\left(1 + \frac{N_u}{35A_g}\right)\lambda\sqrt{f'_c}b_wd \quad [11-8] \text{ -- (2.22)}$$

Pero no menor a cero, donde  $N_u$ , es negativa para fuerzas de tensión.

Así mismo, la sección 11.2.2.1 permite calcular  $V_c$  mediante un método más detallado de la siguiente forma:

- a) Para elementos sujetos únicamente a cortante y flexión:

$$V_c = \left(0.5\lambda\sqrt{f'_c} + 176p_w \frac{V_u d}{M_u}\right)b_wd \leq 0.93\lambda\sqrt{f'_c}b_wd \quad [11-5] \text{ -- (2.23)}$$

En la ecuación (2.15),  $V_u d/M_u$  no debe tomarse mayor a 1 y para su cálculo se usará  $M_u$  ocurriendo simultáneamente con  $V_u$  en la sección considerada.

- b) Para elementos sometidos a compresión axial, se permite utilizar la ecuación (2.23) modificada de la siguiente manera:

$$V_c = \left(0.5\lambda\sqrt{f'_c} + 176p_w \frac{V_u d}{M_m}\right)b_wd \quad (2.24)$$

Esta sin limitar  $V_u d/M_m$  al valor de 1.0 y usando el valor de  $M_m$  calculado con la expresión (2.25) en lugar de  $M_u$ :

$$(2.25)$$

$$M_m = M_u - N_u \left( \frac{4h - d}{8} \right)$$

Sin embargo  $V_c$  debe cumplir con:

$$V_c \leq 0.93\lambda\sqrt{f'c}b_wd\sqrt{\frac{N_u}{35A_g}} \quad [11.7] -- (2.26)$$

La relativa complejidad de las ecuaciones (2.23) y (2.25) hace que no se utilicen con frecuencia, y en su lugar se emplee la ecuación (2.20)

- c) Para elementos sometidos a tensión axial significativa se utiliza de igual manera con la ecuación (2.22)

En las expresiones anteriores:

- $\lambda$  es el factor de modificación que toma en cuenta las propiedades mecánicas reducidas del concreto de peso liviano, relativa a los concretos de peso normal de igual resistencia a la compresión
- $f'c$  es la resistencia especificada a la compresión en concreto ( $\text{kgf/cm}^2$ )
- $b_w$  es el ancho de la sección
- $d$  es el peralte efectivo de la sección;
- $N_u$  es la carga axial factorizada normal a la sección transversal, que ocurre simultáneamente con  $V_u$  o  $T_u$ ; debe tomarse como positiva para compresión y negativa para tensión
- $A_g$  es el área bruta de la sección de concreto. Para una sección con huecos,  $A_g$  es el área de concreto sólo y no incluye los huecos.
- $p_w$  es la cuantía de refuerzo  $A_s$  evaluada sobre el área  $b_wd$
- $V_u$  es la fuerza cortante factorizada en la sección
- $M_u$  es el momento flexionante factorizado en la sección
- $h$  es el espesor total o altura del elemento

La sección 11.4 del ACI-318, trata sobre la resistencia a cortante proporcionada por el refuerzo de corte. El diseño del refuerzo por cortante está basado en una modificación a la analogía de la armadura. Dicha analogía supone que todo el cortante es resistido por el refuerzo transversal, sin embargo, la evidencia experimental sobre elementos presforzados y no presforzados indica que el refuerzo para cortante necesita diseñarse para resistir únicamente el cortante que excede al que provoca el agrietamiento inclinado.

El refuerzo por cortante que permite el ACI se puede proveer mediante:

- (a) Estribos perpendiculares al elemento;
- (b) Refuerzo electrosoldado de alambre colocado perpendicularmente al eje del elemento;
- (c) Espirales, estribos circulares y estribos cerrados de confinamiento;
- (d) Estribos que formen un ángulo de  $45^\circ$  o más con el refuerzo longitudinal por tensión;
- (e) Refuerzo longitudinal con una parte doblada que forme un ángulo de  $30^\circ$  o más con el refuerzo longitudinal de tensión;
- (f) Combinaciones de estribos y refuerzo longitudinal doblado;

Para controlar la anchura de la fisuración diagonal, el ACI 318-11 limita los valores de los esfuerzos de fluencia usados en el diseño del refuerzo para cortante  $f_y$  y  $f_{yt}$  a 420 MPa para refuerzo tradicional y a 550 MPa para refuerzo electrosoldado de alambre corrugado.

El espaciamiento del refuerzo de cortante colocado perpendicularmente al eje del elemento no debe exceder de  $d/2$  ni de 60 cm en elementos de concreto no presforzado. Para estribos inclinados y refuerzo longitudinal doblado, deben espaciarse de manera que cada línea a 45° que se extienda hacia la reacción desde la mitad de la altura del elemento ( $d/2$ ), hasta el refuerzo longitudinal de tensión debe estar cruzada por al menos una línea de refuerzo por cortante.

Finalmente en elementos donde se cumpla que:

$$V_s \geq (1.1\sqrt{f'_c}b_wd) \quad (2.27)$$

Las separaciones máximas dadas anteriormente se deben reducir a la mitad.

Los límites de refuerzo mínimo de la sección 11.4.6 establecen que se coloque un área mínima de refuerzo por cortante  $A_{v,min}$ , en todo elemento de concreto reforzado sometido a flexión donde  $V_u$  exceda de  $0.5\phi V_c$ , excepto en los siguientes, referentes a vigas de concreto:

- (a) Vigas con  $h$  no mayor de 25 cm.
- (b) Vigas integrales con losas de concreto con peralte total  $h$  no mayor de 60 cm, y no mayor que el mayor de 2.5 veces el espesor del patín, o 0.5 veces el ancho del alma.
- (c) Vigas construidas con concreto de peso normal reforzado con fibras de acero, con una resistencia nominal a la compresión  $f'_c$  que no exceda de 40MPa, con un peralte total  $h$  no mayor de 60cm, y  $V_u$  no mayor de  $(0.53\sqrt{f'_c}b_wd)$ .

El refuerzo mínimo para cortante restringe la formación de agrietamiento inclinado y por consiguiente, aumenta la ductilidad y advierte del peligro de falla. La presencia de este refuerzo es muy importante si un elemento es sometido a una fuerza de tensión imprevista o a una sobrecarga.

La excepción del inciso (c) merece un comentario especial. Dicha expresión intenta proporcionar una alternativa para proveer el refuerzo por cortante. La evidencia experimental ha mostrado que las vigas de concreto reforzado con fibras de acero onduladas o con anclajes en sus extremos, en dosificaciones como las especificadas en la sección 5.6.6.2 del reglamento ACI 318-11, tienen una resistencia a cortante mayor que  $(0.9\sqrt{f'_c}b_wd)$  ( $\text{kgf/cm}^2$ ). Sin embargo, no existen datos sobre el uso de fibras de acero como refuerzo a cortante en elementos expuestos a cloruros provenientes de sales descongelantes, sal, agua salada, agua de mar, o salpicaduras de esas fuentes. Por lo tanto, cuando se usen fibras de acero como refuerzo, en ambientes agresivos, debe considerarse protección contra la corrosión.

La referida sección 5.6.6.2, establece que el concreto reforzado con fibras de acero, se considerará aceptable como refuerzo para cortante si se satisfacen las condiciones siguientes:

- a) La dosificación de las fibras de acero deformadas por metro cúbico de concreto es mayor o igual a  $57 \text{ kg/m}^3$  ( $100 \text{ lb/yd}^3$ ).
- b) La resistencia residual obtenida de la prueba de flexión en conformidad con la norma ASTM C1609 a una deflexión al centro del claro de  $1/300$  de la longitud del mismo, es mayor o igual al que resulte mayor de entre el 90% de la resistencia medida al primer pico “*first-peak strenght*” durante la prueba de flexión, o 90 % de la resistencia correspondiente al módulo de ruptura del concreto  $f_r$  calculado con:

$$f_r = 2\lambda\sqrt{f'c} \quad [9-10] \text{ -- (2.28)}$$

- c) La resistencia residual obtenida de la prueba de flexión en conformidad con la ASTM C1609 a una deflexión de  $1/150$  de la longitud del claro es mayor o igual a 75% de la resistencia medida al primer pico “*first-peak strenght*” durante la prueba de flexión, o 75% de la resistencia correspondiente a  $f_r$  (ecuación 2.28), cualquiera que sea mayor.

Cuando se requiera refuerzo por cortante, se debe proveer el área de acero mínima  $A_{v,min}$  de acuerdo con la sección 11.4.6.1, misma que para elementos no presforzados se calcula como:

$$A_{v,min} = 0.2\sqrt{f'c} \frac{b_w s}{f_{yt}} \geq \frac{3.5(b_w s)}{f_{yt}} \quad [11-13] \text{ -- (2.29)}$$

Por su parte, la sección 11.4.7, indica que cuando  $V_u$  excede de  $\phi V_c$ , el refuerzo por cortante debe proporcionarse de acuerdo con las expresiones siguientes:

- a) Cuando se utilice refuerzo perpendicular al eje del elemento:

$$V_s = \frac{A_v \cdot f_{yt} \cdot d}{s} \quad [11-15] \text{ -- (2.30)}$$

Donde  $A_v$  es el área de refuerzo para cortante dentro del espaciamiento  $s$ ; y  $f_{yt}$  es el esfuerzo de fluencia especificado del refuerzo transversal.

- b) Cuando se usen estribos circulares, estribos cerrados de confinamiento o espirales como refuerzo para cortante,  $V_s$  debe calcularse con la ecuación 2.30, donde:

$A_v$  debe tomarse como dos veces el área de la barra en un estribo circular, estribo cerrado de confinamiento, o espiral con espaciamiento  $s$ .

$f_{yt}$  es la resistencia de fluencia especificada del estribo y

$s$  se mide en la dirección paralela al refuerzo longitudinal.

- c) Cuando se utilicen estribos inclinados como refuerzo para cortante:

$$V_s = \frac{A_v \cdot f_{yt} \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha) d}{s} \quad [11-16] \text{ -- (2.31)}$$

Donde:

$\alpha$  es el ángulo entre los estribos inclinados y el eje longitudinal del elemento, y  
 $s$  se mide en la dirección paralela al refuerzo longitudinal.

- d) Si el refuerzo por cortante consiste en una barra individual o en un solo grupo de barras paralelas, todas dobladas a la misma distancia del apoyo, se debe cumplir con:

$$V_s = A_v f_y \sin \alpha \leq 0.8 \sqrt{f'c} b_w d \quad (11-17) \text{ -- (2.32)}$$

Donde:

$\alpha$  es el ángulo entre el elemento doblado y el eje longitudinal del elemento.

- e) Cuando se emplee más de un tipo de refuerzo para cortante para reforzar la misma porción de un elemento,  $V_s$  debe calcularse como la suma de los valores calculados para los diversos tipos de refuerzo para cortante.  
f) Finalmente  $V_s$ , debe cumplir que:

$$V_s \leq (2.2 \sqrt{f'c} b_w d) \quad (2.33)$$

### 2.5.2 Cortante en vigas peraltadas

Las vigas peraltadas están definidas por la sección 11.7 del ACI 318-11 como aquellas en que el claro libre  $l_n$ , medido entre caras de los apoyos, no excede de 4 veces la altura total del elemento ( $h$ ), o aquellas con cargas concentradas dentro de una distancia  $2h$  desde el apoyo y que están cargadas en una cara y apoyada en la opuesta, de modo tal que se pueden desarrollar puntales de compresión entre las cargas y los apoyos.

Las vigas peraltadas deben ser diseñadas tomando en cuenta una distribución no lineal de deformaciones, o bien conforme al apéndice sugerido por el Comité 445 del ACI sobre *Cortante y torsión*, que permite el diseño por cortante empleando el MPT (*ACI 318-11, Apéndice A*). Se espera que dicho procedimiento de diseño, se incorpore al cuerpo del reglamento para la versión del ACI 318 del año 2014. Las expresiones de diseño de dicho apéndice se presentan de manera detallada más adelante.

De acuerdo con el apartado 11.7.4 del ACI 318-11, las vigas peraltadas, deben ser proporcionadas de modo que  $V_u$  cumpla con:

$$V_u \leq 2.65 \sqrt{f'c} b_w d \quad (2.34)$$

Este límite ha sido impuesto para controlar el agrietamiento bajo cargas de servicio y como protección ante fallas por compresión diagonal en vigas peraltadas.

Además se estipula que el área de refuerzo distribuido a lo largo de las dos caras laterales de las vigas peraltadas, tanto vertical,  $A_v$  como horizontal  $A_{vh}$ , no deben tener una separación  $s$ , que exceda del menor entre  $d/5$  y 30 cm, y deben cumplir con:

$$A_v \geq (0.0025b_w s_v) \quad (2.35)$$

$$A_{vh} \geq (0.0025b_w s_h) \quad (2.36)$$

Donde:

$A_v$  es el refuerzo transversal vertical perpendicular al refuerzo por flexión en las caras laterales de una viga peraltada;

$A_{vh}$  es el refuerzo transversal horizontal paralelo al refuerzo por flexión en las caras laterales de una viga peraltada;

$s_v$  es la separación del refuerzo vertical  $A_v$ ; y

$s_h$  es la separación del refuerzo horizontal  $A_{vh}$ .

Algunas pruebas de laboratorio han mostrado que el refuerzo vertical perpendicular al eje del elemento es más efectivo que el refuerzo horizontal paralelo al eje del elemento en una viga peraltada, sin embargo estos requerimientos mínimos en ambas direcciones son requeridos para controlar el crecimiento y anchura del agrietamiento diagonal. Dichos requerimientos mínimos son aplicables independientemente del método de análisis que se utilice.

### 2.5.3. Procedimiento de diseño mediante el Modelo de Puntales y Tensores.

El Apéndice A del reglamento ACI 318-11 permite diseñar elementos de concreto reforzado y las regiones D de dichos elementos, idealizándolos como armaduras. El modelo de armadura debe contener puntales, tensores y nudos y debe ser capaz de transferir todas las cargas factorizadas hacia los apoyos o regiones B adyacentes a las regiones D que se estén diseñando.

Este apéndice A está formulado asumiendo que el modelo de puntales y tensores se utilizará para el diseño. Este diseño no sólo consiste en el uso de ecuaciones para la resistencia a cortante de los puntales y del refuerzo del alma, la selección del modelo y la generación de la geometría del mismo, son partes integrales de esto.

En general, el diseño de una región D incluye los siguientes cinco pasos:

- a) Definir y aislar cada región D;
- b) Calcular las fuerzas resultantes en las fronteras de cada región D;
- c) Seleccionar un modelo de armadura para transferir las fuerzas resultantes a través de la región D. Los ejes de los puntales y tensores se seleccionan para que coincidan de manera aproximada con los ejes de los campos de compresión y de tensión respectivamente. Una vez seleccionado el modelo, se calculan las fuerzas de los puntales y tensores.
- d) Los anchos efectivos de los puntales y las zonas nodales se determinan considerando las fuerzas calculadas en la etapa anterior y las resistencias efectivas del concreto definidas en el Apéndice A. Se proporciona entonces, el refuerzo para los tensores considerando las resistencias del acero definidas.
- e) Finalmente se revisa que el refuerzo esté anclado y desarrollado apropiadamente en las zonas nodales.

En el desarrollo de un MPT, para un caso específico, es útil, el seleccionar ubicaciones tentativas para los nudos, y utilizarlos en el cálculo inicial de las fuerzas en los miembros. Si se cuenta con imágenes de los patrones de agrietamiento en estructuras similares, la posición de los puntales y

tensores puede ser definida dentro de la estructura de modo que los puntales se acomoden entre las grietas. Los puntales no deben cruzar regiones agrietadas.

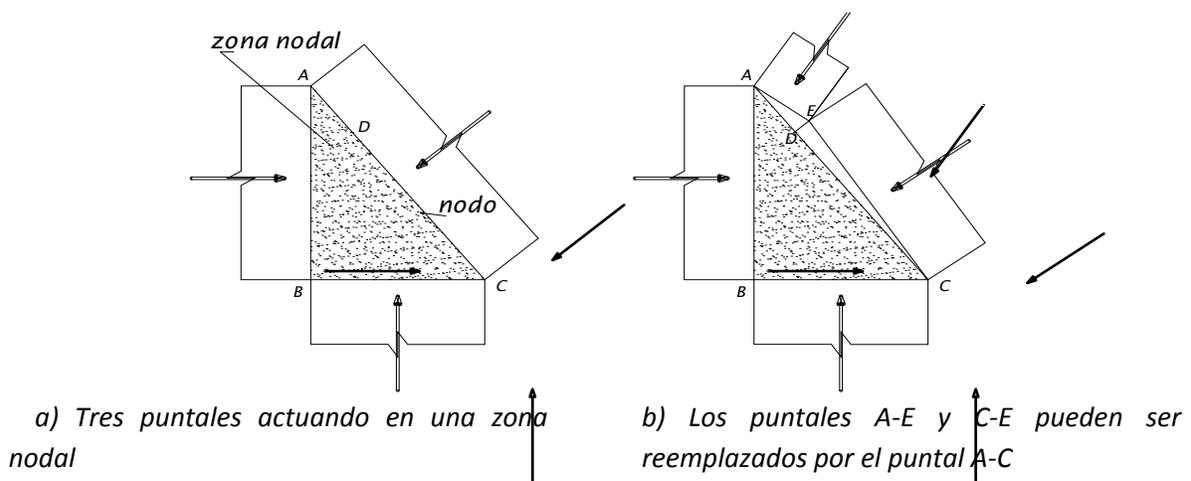
Los puntales se deben representar mediante líneas a lo largo de su eje y los tensores por líneas en el centroide de los grupos de refuerzo. Los nodos se localizan en las intersecciones de los puntales, tensores y cargas aplicadas o reacciones. Las dimensiones de los nodos, dependerán del tamaño de los apoyos y de los detalles de anclaje.

No se debe olvidar que los MPT representan estados límite de resistencia y los diseñadores deben cumplir con otros requisitos especificados en el reglamento ACI 318-11. Se recomienda que las deflexiones de las vigas peraltadas o de elementos similares se estimen usando un análisis elástico del MPT.

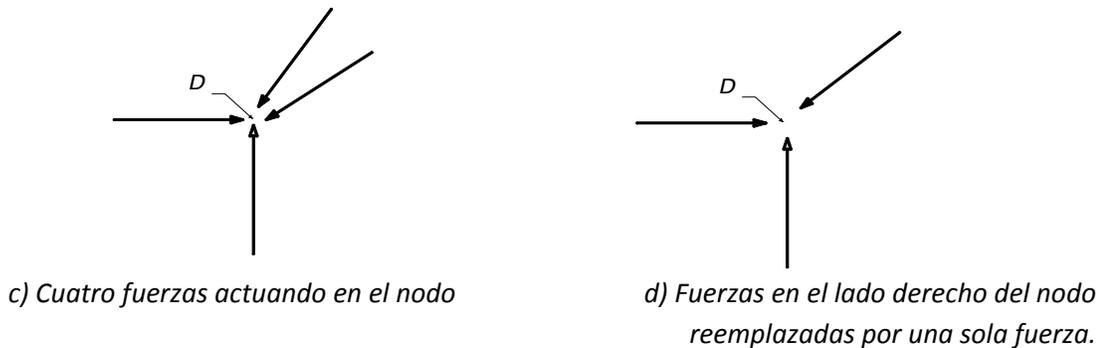
Es necesario que el MPT muestre el equilibrio de las cargas aplicadas y las reacciones, y en la determinación de su geometría, se deben considerar las dimensiones de puntales tensores y zonas nodales.

Todos los puntales, tensores y zonas nodales, del modelo, tienen un ancho finito que debe tenerse en cuenta al seleccionar las dimensiones de la armadura. La figura 2.8 muestra un nodo y su zona nodal correspondiente en la que las fuerzas verticales y horizontales equilibran la fuerza en el puntal inclinado. Si los esfuerzos son iguales en los tres puntales, puede emplearse una zona nodal hidrostática y los anchos de los puntales estarán en proporción a las fuerzas en los puntales.

Si actúan más de tres fuerzas en una zona nodal, como se aprecia en la figura 2.8 b), se hace necesario resolver alguna de las fuerzas para reducir el número de fuerzas que llegan a un nodo a tres. Las fuerzas del puntal que actúan sobre las caras A-E y C-E en la figura 2.8 b) pueden ser remplazadas por una fuerza que actúe sobre la cara A-C y que pase a través del nodo en el punto D.



**Figura 2.8 – Descomposición de las fuerzas en una zona nodal (adaptada de ACI 318-11)**



**Figura 2.8 – (Cont.) Descomposición de las fuerzas en una zona nodal (adaptada de ACI 318-11)**

Una vez hecho el reemplazo, el MPT puede ser analizado suponiendo que las fuerzas de los puntales actúan a través del nodo en D, como se muestra en la figura 2.8 c). En este caso, las fuerzas en los dos puntales del lado derecho del nodo se representan por una sola fuerza que actúe a través del punto D, como se aprecia en la figura 2.8 d).

Referente al ángulo entre los ejes de los puntales y los tensores que actúan en un nodo debe ser lo suficientemente grande para controlar la fisuración y evitar incompatibilidades debidas al acortamiento de los puntales y alargamiento de los tensores. La limitación del ángulo entre puntales y tensores impide analizar la zona del claro de cortante de vigas esbeltas si los puntales están inclinados a menos de  $25^\circ$  con respecto al eje del elemento.

Seleccionar la geometría apropiada de un MPT es un paso clave en el diseño. Deben satisfacerse las siguientes condiciones:

- Facilidad de construcción. La colocación del refuerzo debe seguir, en lo posible, la disposición usada en las porciones adyacentes de la estructura, evitando los detalles difíciles de habilitar y el congestionamiento del mismo.
- Equilibrio y ductilidad. Con el fin de satisfacer los requerimientos de la teoría de la plasticidad, el modelo debe estar en equilibrio bajo las cargas aplicadas y las capacidades de los puntales a compresión y de rotación de los nudos no deben excederse antes de la fluencia del acero.
- Servicio. Para tener un mejor control sobre el agrietamiento, el MPT debe orientarse siguiendo las trayectorias de los esfuerzos elásticos (Schlaich, 1987). Además, deben cumplirse todos los requisitos de dimensionamiento y detallado como espaciamiento de barras, cuantías mínimas de refuerzo, longitudes de anclaje y desarrollo y la durabilidad.

*Un diseño estructural que es tanto estáticamente admisible como seguro, satisface los requerimientos de una solución única en la teoría de la plasticidad. Esto implica que la carga de falla calculada con un MPT subestima la carga de falla real. Para que esto sea cierto, la estructura debe tener suficiente ductilidad para permitir cualquier redistribución de las fuerzas. (Reineck, 2002).*

En general, se asume que un MPT puede fallar debido a fluencia de los tensores, el aplastamiento de los puntales, la falla de las zonas nodales, o falla del anclaje de los tensores. Se considera que los puntales y las zonas nodales, alcanzan sus capacidades cuando el esfuerzo de compresión actuante en los extremos de los puntales o sobre las caras de las zonas nodales, alcanzan el esfuerzo de compresión efectivo  $f_{cu}$  o  $f_{ce}$ .

Una vez definido el MPT y conocidas las fuerzas en sus diferentes elementos y nodos, se pueden utilizar las expresiones de diseño del Apéndice A del ACI 318-11.

La sección A.2.6, establece que el diseño de los puntales, tensores y zonas nodales debe basarse en:

$$\phi F_n \geq F_u \quad [A-1] \text{ -- (2.37)}$$

Donde:

$F_u$  es la fuerza factorizada que actúa en un puntal o en un tensor, o en una cara de una zona nodal;

$F_n$  es la resistencia nominal de un puntal, tensor o zona nodal; y

$\phi$  es el factor de resistencia para puntales, tensores, zonas nodales y áreas de apoyo en esos modelos y es igual a 0.75.

### 2.5.3.1 Resistencia de los puntales

El objetivo general en el diseño de concreto estructural es producir elementos en los cuales la sección crítica presente un comportamiento dúctil bajo cargas extremas. Lo anterior se logra asegurando que el acero de refuerzo fluya antes de que se presente la falla del concreto; es decir, limitando los niveles de esfuerzos en el concreto. Cuando se emplea el MPT para el diseño, se deben verificar los esfuerzos de compresión en el concreto con el fin de evitar el aplastamiento de los puntales. La resistencia a compresión de un puntal agrietado depende de la distribución y orientación de las grietas, de la deformación de tensión perpendicular al puntal y de los esfuerzos de tensión transversales.

De acuerdo con la sección A.3, la resistencia nominal a la compresión de un puntal sin refuerzo longitudinal,  $F_{ns}$ , debe tomarse como el menor valor de:

$$F_{ns} = f_{ce} A_{cs} \quad [A-2] \text{ -- (2.38)}$$

En los extremos del puntal, donde:

$A_{cs}$  es el área de la sección transversal en un extremo del puntal; y

$f_{ce}$  es el menor valor entre:

- (a) La resistencia efectiva a la compresión del concreto en el puntal dado, definida en la sección A.3.2
- (b) La resistencia efectiva a la compresión en el concreto en la zona nodal definida en A.5.2

El ancho de un puntal,  $w_s$  utilizado para calcular  $A_{cs}$ , es la dimensión perpendicular al eje del puntal en sus extremos. Este ancho del puntal se encuentra ilustrado en las figura 2.6 a) y figura 2.7. Para vigas peraltadas y otros elementos prismáticos, el espesor de los puntales puede ser tomado como el ancho del elemento.

La resistencia efectiva a compresión del concreto  $f_{ce}$ , en un puntal debe ser tomada como:

$$f_{ce} = 0.85\beta_s f'_c \quad [A-3] \text{ -- (2.39)}$$

Donde  $\beta_s$  es un factor que toma en cuenta la influencia del agrietamiento y del esfuerzo de confinamiento en la resistencia efectiva a la compresión del concreto en un puntal y puede tomar los valores indicados en la tabla 2.1.

**Tabla 2.1-- Valores  $\beta_s$  para calcular  $f_{ce}$  en diferentes casos de puntales del MPT**

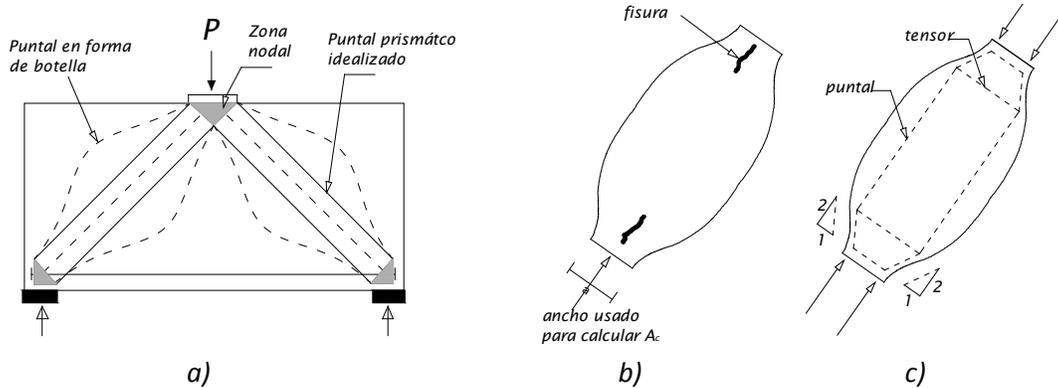
Caso	$\beta_s$
Puntal de sección transversal uniforme a lo largo de su longitud	1.0
Para puntales en que el ancho de su sección media es mayor que el ancho en los nodos (puntales con forma de botella):	
a) con refuerzo que cumpla con los requisitos de la sección A.3.3	0.75
a) sin refuerzo que cumpla con los requisitos de la sección A.3.3	$0.6 \lambda^*$
Para puntales en elementos sometidos a tensión o patines en tensión de los elementos	0.4
Para todos los demás casos	$0.6 \lambda^*$

\*  $\lambda$  está definido en la sección 8.6.1 del ACI 318-11 y es igual a 1.0 para concreto de peso normal

Para puntales con forma de botella, la expansión lateral de las fuerzas de compresión internas puede llevar a un agrietamiento paralelo al eje del puntal cerca de sus extremos, como se muestra en la figura 2.9 b). El refuerzo colocado para resistir la fuerza de expansión lateral restringe el ancho de la grieta, permite que el puntal tenga mayor capacidad de carga y permite cierta redistribución de la fuerza.

Un valor bajo de  $\beta_s$ , refleja que el puntal necesita transferir la compresión a través de fisuras en una zona de tensión. El valor más bajo de  $\beta_s$  (0.4), se aplica a puntales de compresión en un MPT usado para diseñar el refuerzo longitudinal y transversal de los patines en tensión de las vigas T, vigas cajón y muros.

El factor de corrección  $\lambda$ , para concreto ligero toma en cuenta que la resistencia de un puntal sin refuerzo transversal está limitada a una carga menor a la asociada con el inicio del agrietamiento longitudinal.



**Figura 2.9 -- Puntal en forma de botella: a) Modelo de Puntales y Tensores; b) fisuración de un puntal en forma de botella; c) Modelo de puntales y tensores de un puntal en forma de botella. (Adaptada de ACI 318-11)**

Por su parte, la sección A.3.3 especifica que si se utiliza el valor de  $\beta_s$  para puntales en forma de botella con refuerzo transversal, el eje del puntal debe estar cruzado por refuerzo diseñado para resistir la fuerza de tensión transversal resultante de la expansión de la fuerza de compresión en el puntal. Se permite suponer que la fuerza de compresión se expande en los puntales con una pendiente de 2:1 (longitudinal: transversal) con respecto al eje del puntal.

El ACI 318-11, permite el uso de modelos locales de puntales y tensores como el mostrado en la figura 2.9 c) para calcular el refuerzo transversal necesario para un puntal con forma de botella.

Para casos en los que la resistencia especificada del concreto  $f'_c$  no exceda de 40 MPa, se admite que las disposiciones de refuerzo transversal de A.3.3 se satisfacen cuando el eje del puntal está cruzado por filas de refuerzo que cumplen con la ecuación (2.26).

$$\sum \frac{A_{si}}{b_s s_i} \sin \alpha_i \geq 0.003 \quad [A-4] - (2.40)$$

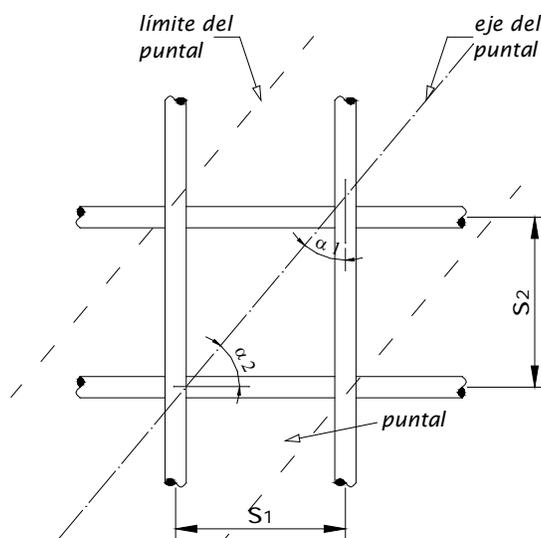
Donde:

$A_{si}$  es el área total del refuerzo de superficie con un espaciamiento  $s_i$ , en la capa  $i$  de refuerzo con barras a un ángulo  $\alpha_i$  con respecto al eje del puntal.

La figura 2.10 muestra dos capas de refuerzo que cruzan un puntal agrietado. Si la grieta se abre sin deslizamiento por cortante a lo largo de la misma, las barras en la capa  $i$  del refuerzo, desarrollarán un esfuerzo perpendicular al puntal igual a:

$$\sum \frac{A_{si}}{b_s s_i} \sin \alpha_i \quad (2.41)$$

Donde el subíndice  $i$  toma los valores 1 y 2 para las barras verticales y horizontales, respectivamente, como se muestra en la figura 2.10. La ecuación (2.40) está escrita en términos de una cuantía de refuerzo para simplificar el diseño.



**Figura 2.10 – Refuerzo que atraviesa un puntal (adaptada de ACI 318-11)**

El refuerzo especificado en A.3.3, puede colocarse en direcciones ortogonales en ángulos  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  con respecto al eje del puntal, o en una dirección en un ángulo  $\alpha$  con respecto al eje del puntal. Si el refuerzo se coloca en una sola dirección,  $\alpha$  no debe ser menor de  $40^\circ$ .

El ACI 318-11 permite que, si se encuentra documentado mediante ensayos y análisis, se use una resistencia efectiva a la compresión puntal más alta debido al refuerzo de confinamiento. Esta disposición da pie a valores más altos de  $f_{ce}$ , en el caso por ejemplo de elementos peraltados de concreto reforzado con fibras de acero.

También se permite el uso de refuerzo de compresión para incrementar la resistencia de un puntal. El refuerzo de compresión debe colocarse dentro de él, paralelo al eje del puntal, anclarse adecuadamente y rodearse mediante estribos o espirales que cumplan con los requisitos del reglamento para refuerzo transversal para elementos a compresión (columnas). En estos casos, la resistencia nominal de un puntal reforzado longitudinalmente es:

$$F_{ns} = f_{ce}A_{cs} + A'_s f'_s \quad [A-5] \text{ -- (2.42)}$$

### 2.5.3.2 Resistencia de los tensores

El diseño de acuerdo con el apéndice A del ACI 318-11, supone que el refuerzo proporcionado para resistir las tensiones, fluye antes de alcanzar su esfuerzo máximo y por ello, debe garantizarse un adecuado anclaje del mismo, que permita que se desarrollen los esfuerzos demandados en el acero. El anclaje debe proporcionarse mediante longitudes de desarrollo adecuadas o mediante anclajes mecánicos. Además el refuerzo debe distribuirse en un área suficiente para evitar aplastamiento en el nudo y la excedencia de los esfuerzos límites nodales. Las recomendaciones existentes para el cálculo de longitudes de anclaje no tratan de describir el estado de esfuerzos que se presenta en estas zonas, ya que las expresiones de diseño de los reglamentos se han

obtenido a partir de ajustes empíricos a resultados de ensayos realizados bajo condiciones de esfuerzos diferentes a las que se presentan en estas zonas.

La resistencia nominal de un tensor,  $F_{nt}$ , debe calcularse como:

$$F_{nt} = A_{ts}f_y + A_{tp}(f_{se} + \Delta f_p) \quad \text{[A-6] -- (2.43)}$$

En la ecuación (2.43), el primer término se refiere a la resistencia aportada por el acero de refuerzo y el segundo término se refiere al aporte del acero de presfuerzo, si es que este existe.

En la expresión (2.43),  $(f_{se} + \Delta f_p)$  no debe exceder de  $f_{py}$ , y  $A_{tp}$  es igual a cero para elementos no presforzados. Así mismo, se permite tomar  $\Delta f_p$  igual a 420 MPa para el refuerzo presforzado adherido y 70 MPa para el refuerzo presforzado no adherido. Se permiten otros valores de  $\Delta f_p$  cuando se justifiquen por medio de análisis.

El eje del refuerzo en un tensor debe coincidir con el eje del tensor en el MPT. De este modo, el ancho efectivo del tensor supuesto en el diseño  $w_t$  puede variar entre los límites siguientes, dependiendo de la distribución del refuerzo del tensor:

- a) Si las barras del tensor se encuentran en una sola capa, el ancho efectivo del tensor puede ser tomado como el diámetro de las barras en el tensor, mas dos veces el recubrimiento con respecto a la superficie de las barras, como se aprecia en la figura 2.7 a), y
- b) Un límite superior práctico del ancho del tensor puede tomarse como el ancho correspondiente a una zona nodal hidrostática, calculado como

$$w_{t,max} = F_{nt}/(f_{ce}b_s) \quad \text{[RA.4.2] -- (2.44)}$$

Donde  $f_{ce}$  se calcula para la zona nodal dada. Si el ancho del tensor excede el valor calculado en el inciso (a), el refuerzo del tensor debe distribuirse de la manera más uniforme posible sobre el ancho del tensor, como se observa en la figura 2.7 b).

El refuerzo de los tensores debe anclarse mediante dispositivos mecánicos, ganchos estándar o mediante el desarrollo de barras rectas, como se exige a continuación:

- a) Las zonas nodales deben desarrollar la diferencia entre la fuerza en el tensor en un lado del nodo y la fuerza en el tensor en el otro lado del nodo.
- b) En las zonas nodales que anclan un solo tensor, la fuerza en el tensor debe desarrollarse en el punto donde el centroide del refuerzo del tensor sale de la zona nodal extendida y entra en el claro del elemento.
- c) En las zonas nodales que anclan dos o más tensores, la fuerza del tensor en cada dirección debe desarrollarse en el punto donde el centroide del refuerzo del tensor, sale de la zona nodal extendida.

La longitud de desarrollo del refuerzo del tensor puede ser reducida a través de ganchos, dispositivos mecánicos, confinamiento adicional o empalmándola con varias capas de barras más pequeñas.

Con frecuencia, el anclaje de los tensores requiere de atención especial en las zonas de nodos de ménsulas o en las zonas nodales adyacentes a los apoyos exteriores de las vigas de gran peralte. El refuerzo en un tensor debe anclarse antes de que salga de la zona nodal extendida en el punto definido por la intersección del centroide de las barras en el tensor y las extensiones ya sea del contorno del puntal o del área de apoyo (La longitud  $l_{anc}$  en la figura 2.7). Parte del anclaje puede lograrse extendiendo el refuerzo a través de la zona nodal, y desarrollándola más allá de la misma. Si el tensor es anclado usando ganchos de 90°, los ganchos deben estar confinados dentro del refuerzo que se extiende en la viga desde el elemento de apoyo para evitar el agrietamiento a lo largo de la parte externa de los ganchos en la región de apoyo.

En vigas peraltadas, se pueden emplear barras en forma de horquilla empalmadas con el refuerzo del tensor, para anclar las fuerzas de tensión en el tensor en los soportes externos, siempre que el ancho de la viga sea lo suficientemente grande para acomodar dichas barras.

La figura 2.11, muestra dos tensores que llegan a una zona nodal. En dicha figura se muestra la región nodal extendida donde se debe revisar que el refuerzo alcance a desarrollarse en las longitudes indicadas como  $l_{anc}$ .

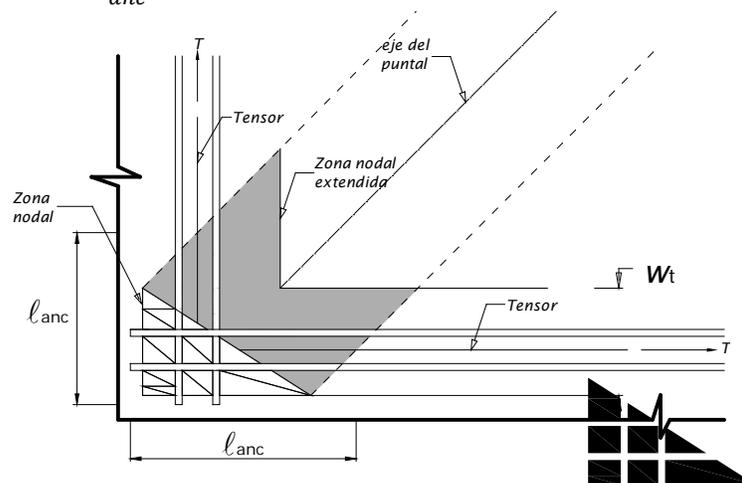


Figura 2.11 – Zona nodal extendida de anclaje de dos barras

### 2.5.3.3 Resistencia de las zonas nodales

Las zonas nodales deben revisarse para que no se excedan los esfuerzos permitidos asociados con la falla por aplastamiento. También debe garantizarse que el anclaje, la adherencia y la longitud de desarrollos de cualquier tensor que sale del nodo sean adecuados. La resistencia del concreto en los nudos depende del nivel de confinamiento, de los efectos de discontinuidad en las deformaciones y de los esfuerzos producidos por el anclaje de los tensores.

La resistencia nominal a la compresión de una zona nodal,  $F_{nn}$ , debe ser:

$$F_{nn} = f_{ce}A_{nz} \quad [A-7] \text{ -- (2.45)}$$

Donde:

$f_{ce}$  es la resistencia efectiva a la compresión del concreto en una zona nodal, mientras que  $A_{nz}$  es la menor de (a) y (b):

- (a) El área de la cara de una zona nodal en donde actúa  $F_u$ , tomada en forma perpendicular a la línea de acción de  $F_u$ , o
- (b) El área de una sección a través de la zona nodal, tomada en forma perpendicular a la línea de acción de la fuerza resultante en la sección.

Si se presenta que los esfuerzos en todos los puntales que se encuentran en un nodo son iguales, se puede utilizar una zona nodal hidrostática. Las caras de esa zona nodal son perpendiculares al eje de los puntales, y los anchos de las caras de la zona nodal son proporcionales a las fuerzas en los puntales.

Suponiendo que los esfuerzos principales en los puntales y tensores actúan paralelamente a sus ejes, los esfuerzos en las caras perpendiculares a dichos ejes constituyen los esfuerzos principales y por tanto, se usa el área especificada del inciso (a) para calcular  $A_{nz}$ . Si, como se muestra en la figura 2.8 b), la cara de una zona nodal, no es perpendicular al eje del puntal, se producen tanto fuerzas cortantes, como fuerzas normales en la cara de la zona nodal. Típicamente, los esfuerzos biaxiales se reemplazan por el esfuerzo normal (compresión principal) que actúa en el área transversal  $A_c$  del puntal, tomada perpendicularmente al eje del mismo, como se muestra en la figura 2.8 a).

Respecto a la resistencia efectiva a la compresión del concreto en una zona nodal, a menos que se coloque refuerzo de confinamiento dentro de la zona nodal y que sus efectos sean respaldados por ensayos y análisis, los esfuerzos de compresión efectivos,  $f_{ce}$ , calculados en una cara de una zona nodal a partir de las fuerzas del MPT, no deben exceder el valor dado por:

$$f_{ce} = 0.85\beta_n f'_c \quad [A-8] \text{ -- (2.46)}$$

Donde el parámetro  $\beta_n$  refleja el grado de perturbación de las zonas nodales debido a la incompatibilidad de las deformaciones de tensión en los tensores y deformaciones de compresión en los puntales. Los valores de  $\beta_n$  se enlistan en la tabla 2.2.

**Tabla 2.2 – Valores del parámetro  $\beta_n$  par el cálculo de  $f_{ce}$  en diferentes zonas nodales del MPT**

Caso	$\beta_n$
En zonas nodales limitadas por puntales o áreas de apoyo, o ambas, (nudos CCC)	1.0
En zonas nodales que anclan un tensor (nudos CCT)	0.80
En zonas nodales que anclan dos o más tensores, (nudos CTT)	0.6

El esfuerzo en cualquier cara de la zona nodal o en cualquier sección a través de la zona nodal no debe exceder el valor dado por la ecuación (2.31) con los respectivos valores de  $\beta_n$ .

## 2.6 MODELACIÓN Y SINGULARIDAD DE MODELOS

Partiendo del hecho de que el MPT es el método más adecuado para diseño de vigas peraltadas, se debe señalar que dicho método puede proveer una gran variedad de soluciones. La elección de un MPT, es la etapa principal en un diseño, este resulta del conocimiento y la experiencia de cada ingeniero, y cada uno de ellos puede desarrollar diferentes modelos para resolver el mismo problema. Lo anterior conlleva a la discusión sobre la elección de diferentes modelos y por lo tanto, diferentes arreglos de refuerzo y detallado para la misma región D de un elemento estructural. Definir un modelo para la geometría y las cargas dadas actuando en un miembro o una región D, es la primera y principal tarea del ingeniero calculista. El análisis subsecuente de las fuerzas y la revisión de los esfuerzos es el paso siguiente.

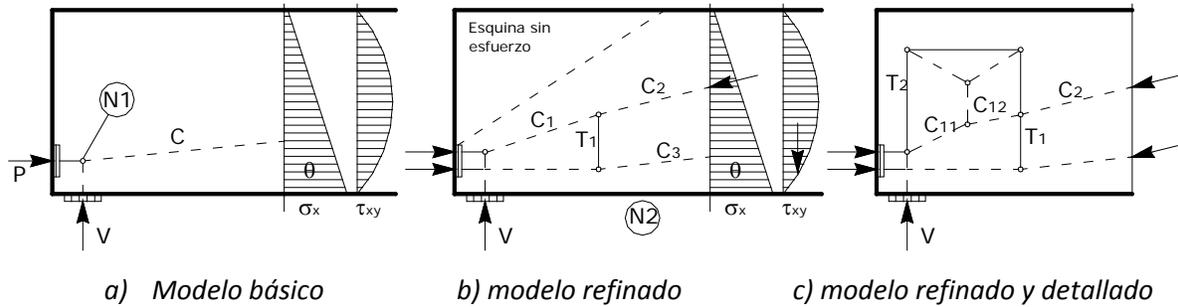
Los diferentes métodos de modelación fueron presentados por Schlaich, Schäfer y Jennewein (1987) y estos son:

- a) Utilizar un ejemplo estándar o adaptar uno para la geometría y las cargas dadas, como los de los conocidos casos de ménsulas o vigas peraltadas;
- b) Utilizar distribuciones de esfuerzos elásticas lineales en secciones decisivas para determinar la localización de los puntales y tensores principales y;
- c) Aplicar el método de la trayectoria de cargas "*Load Path Method*" como se le conoce en inglés.

Los primeros dos métodos son relativamente sencillos en su aplicación y han sido descritos por Schlaich y otros (1987). El método de la trayectoria de cargas se puede encontrar descrito en las "FIP Recommendations (1999)" y se basa en tratar de construir modelos mediante la representación del flujo interno de fuerzas.

Reineck (2002) puntualiza, que el método de la trayectoria de cargas no requiere de un análisis de elementos finitos, ya que los esfuerzos requeridos en las fronteras de las regiones B pueden ser encontrados mediante mecanismos básicos de equilibrio basados en la teoría de Bernoulli. Las orientaciones de los esfuerzos elásticos lineales son buenos auxiliares en la elección de un MPT. Una vez definido el modelo, sólo deben tomarse decisiones menores para ubicar nodos, puntales y tensores, como por ejemplo la localización del Nudo N1 en la figura 2.12 a) o la localización del tensor T1 en la figura 2.12 b).

Las técnicas de modelación presentadas implican que se realicen algunas suposiciones respecto a la localización de nodos, puntales y tensores, por lo que cada diseñador puede presentar una solución diferente para cada problema. En casos como los de la figura 2.12, las diferencias son mínimas y de menor importancia porque la distribución elástico lineal de esfuerzos tiende a definir la geometría del modelo. En otros casos de diseño, las diferencias pueden ser más significativas y resultar en fuerzas y posiciones para los tensores, lo que redundaría en diferentes cuantías de refuerzo requerido.



**Figura 2.12 — Uso de la trayectoria de cargas para la definición del MPT de la región D del extremo de una viga con anclaje de presfuerzo (Adaptada de Reineck, 2002).**

Lo anterior plantea la cuestión respecto a la singularidad de los MPT para geometrías y cargas dadas en una región D, lo que conduce de nuevo a las bases del diseño con MPT. En un MPT, se deben cumplir dos condiciones que satisfacen la solución estática de la teoría de plasticidad: a) equilibrio y b) resistencias límite para los elementos del modelo.

De esta manera, si algún mecanismo no es la solución estática de la teoría de la plasticidad, existe otro MPT que si lo es. Las diferentes soluciones conllevan a diferentes cargas últimas y sólo el valor máximo de las mismas, corresponde a un mecanismo. La solución correcta corresponde al límite inferior de todas las posibles soluciones cinemáticas.

El hecho de que puedan emplearse diferentes MPT, es una condición inminente de este método de diseño. Sólo se puede esperar una única solución cuando se cumpla con la compatibilidad; y cualquier consideración de compatibilidad requiere del cálculo de esfuerzos y deformaciones que se basan en suposiciones para las leyes constitutivas de los elementos del MPT, lo cual implica un análisis no lineal del modelo. Para evitar esta complicación, Schlaich y otros (1987) recomiendan que el MPT se oriente de acuerdo con los campos de esfuerzos de un análisis elástico lineal. Primeramente, esto tiene la ventaja de que los cambios en los flujos de fuerzas dentro de una región D, son pequeños entre el estado elástico y el estado agrietado del miembro hasta que se alcanza la carga última en el modelo supuesto. Por lo tanto no se presenta una redistribución de las fuerzas internas asociada al comportamiento de elementos dúctiles. En segundo lugar, el modelo también puede ser usado para la revisión de estados límite de servicio, como por ejemplo anchura de grietas y deformaciones.

Respecto a la ductilidad que se asume en la teoría de la plasticidad y a la revisión de las condiciones de fluencia debe notarse que, normalmente un diseño basado en un MPT conlleva la fluencia del refuerzo, pero no la falla en compresión de los puntales. Lo anterior porque que la anchura de los puntales está generalmente determinado por las dimensiones de los apoyos y de la magnitud de las cargas, lo que impide que se alcancen los esfuerzos límites en dichos elementos. No se recomienda que los anchos de puntales sean los mínimos de modo que conlleven a alcanzar los esfuerzos límites en todos los puntales, porque los tensores conectados también se encuentran concentrados y esto conduce a la congestión de refuerzo. Finalmente, la conclusión práctica para

asegurar un comportamiento dúctil, es colocar refuerzo para todas las fuerzas de tensión principales y diseñar de modo que los puntales y nodos no gobiernen la falla.

El hecho de que en el diseño de MPT se encuentren diferentes soluciones para un problema dado y que no se espere una singular y única solución ha desconcertado a varios diseñadores estructurales cuando se presenta al MPT como herramienta de diseño.

Sin embargo, contrario al análisis, en el diseño el ingeniero puede elegir fácilmente una variedad de soluciones, y para la misma tarea, se cuentan con varias opciones para satisfacer las condiciones y requerimientos dados de seguridad, economía y calidad.

En vista de la enorme variedad de soluciones estructurales posibles, se debe aceptar que también en el diseño estructural con concreto existen varias soluciones posibles, y por lo tanto los ingenieros pueden optar por diferentes MPT, conduciendo a diferentes esquemas de refuerzo, pero todos los modelos deben proveer la capacidad requerida del miembro al ensayarse, siempre y cuando se provea de la ductilidad necesaria. Para poder asumir que la ductilidad requerida ha sido proporcionada, el comportamiento estructural cercano a la carga última de un miembro o una región D, debe ser gobernado por la fluencia del acero de refuerzo, siempre que los nodos y especialmente los anclajes sean diseñados adecuadamente. Si los puntales y los esfuerzos de compresión gobiernan el diseño, se puede esperar una ductilidad menor, lo cual no debe ocurrir en el caso en un diseño bien seleccionado.

Para todos los posibles casos solutivos, se deben puntualizar las ventajas y desventajas de cada modelo y debe identificarse si el modelo propuesto cumple con los flujos de fuerza esperados y los mecanismos de falla previstos.

Sin embargo, la discusión sobre el flujo de fuerzas no es suficiente para decidir la elección del mejor modelo. Tal decisión requiere del detallado de los nodos y anclajes, lo que puede gobernar el diseño completo de la región D.

Para el diseño de los especímenes de estudio de este trabajo, se toma en cuenta este aspecto del MPT y es así como se presentan 2 alternativas para la elección un modelo de diseño, los cuales se presentan en los apéndices A.1 y A.2 de este trabajo, así mismo, se presenta el análisis sobre la elección del modelo realizado en la sección 5.4 de este documento.



# Capítulo 3

---

---

CONCRETO REFORZADO CON FIBRAS

## CAPÍTULO 3

### CONCRETO REFORZADO CON FIBRAS

#### 3.1 Aspectos Históricos

Las fibras han sido usadas como material de construcción desde hace ya varios siglos. La paja se ha utilizado para reforzar ladrillos cocidos al sol, el pelo de caballo para reforzar mortero de albañilería y yeso. En tiempos más recientes se inició, un amplio uso comercial de fibras de asbesto en una matriz de pasta cemento, con la invención del proceso Hatschek en 1898, y actualmente los productos de construcción derivados del asbesto son ampliamente utilizados, sin embargo, debido principalmente a los peligros a la salud asociados a las fibras de asbesto, se han desarrollado diferentes tipos de fibras entre los años 1960s y 1970s.

En los tiempos modernos, una extensa gama de materiales de ingeniería que incluyen cerámicas, plásticos, cemento y yeso, incorporan fibras para mejorar las propiedades de sus compuestos. Las propiedades mejoradas, incluyen resistencia a la tensión, resistencia a la compresión, resistencia al agrietamiento, módulo de elasticidad, control de agrietamiento, durabilidad, vida de fatiga, resistencia al impacto y la abrasión, contracción, expansión, características termales, y resistencia al fuego.

Existen también pruebas experimentales y patentes que envuelven el uso de elementos discontinuos de acero como refuerzo tales como (clavos, segmentos de cables, y virutas metálicas para mejorar las propiedades del concreto que datan de 1910 (ACI 544.1R). A principios de los años 60s, la mayor investigación en los Estados Unidos, se refirió a evaluar el potencial de fibras de acero como refuerzo para el concreto. Desde entonces se han presentado una cantidad sustancial de investigaciones, desarrollos, experimentos y aplicaciones industriales del concreto reforzado con fibras de acero.

El primer intento del uso de fibras de vidrio fue realizado en la USSR a finales de los 50s y después de varios desarrollos en su composición, la mayoría del uso de fibras de vidrio en los E. U. se concentró en la producción de paneles de revestimiento arquitectónicos (Biryukovich, 1965).

Por otro lado, los primeros usos de fibras sintéticas (nylon, polipropileno) no fueron tan exitosos, como los de fibras de vidrio y acero, sin embargo, un mayor entendimiento de los conceptos referentes al refuerzo con fibras ha conducido a que nuevos tipos de fabricación y nuevos tipos de fibras orgánicas lleven a los investigadores a concluir que tanto las fibras sintéticas y naturales, pueden ser exitosamente utilizadas para reforzar concreto Naaman (1982) y Krenchel (1985).

El desarrollo continuo sobre materiales de construcción reforzados con fibras ha impulsado el interés de las industrias y oportunidades de negocios potenciales. En las últimas tres décadas hubo un crecimiento por el interés en el uso de fibras en concreto premezclado, concreto prefabricado y concreto lanzado.

Actualmente las fibras de acero, plástico, vidrio y materiales naturales (celulosa de madera) están disponibles en una amplia variedad de formas, tamaños y espesores; pueden ser cilíndricas, llanas, onduladas (rizadas) y deformadas con longitud típica de 60 mm a 150 mm (0.25 pulg. a 6 pulg.) y con espesores que varían de 0.005 mm a 0.75 mm (0.0002 pulg. a 0.03 pulg.) (Figura 3.1).



**Figura 3.1 – Se pueden usar fibras de acero, de vidrio, sintéticas y naturales, con diferentes longitudes y formas para reforzar concreto. (PCA 2004)**

Esta importante diversidad de materiales ha conducido a un sinnúmero de desarrollos que han sido reportados en artículos técnicos, simposios internacionales, y reportes del estado del arte emitidos por sociedades profesionales, como el Committee ACI 544, publicado por primera vez en 1973. Algunas discusiones específicas de los desarrollos históricos del Concreto Reforzado con Fibras de Acero, (SFRC) se presentan en las secciones siguientes.

El concreto sin refuerzo tiene una baja resistencia a la tensión y una baja capacidad de deformación a la fractura. Estas deficiencias son tradicionalmente solventadas mediante la implementación de barras de acero de refuerzo. Este refuerzo es continuo y es colocado específicamente en la estructura para optimizar su desempeño. Por otro lado las fibras son discontinuas y son distribuidas aleatoriamente a lo largo de la matriz de concreto.

Los factores principales que controlan el desempeño del material compuesto son:

1. Propiedades físicas de las fibras y de la matriz
2. Resistencia de adherencia entre la fibra y la matriz

A pesar de que los principios básicos gobernantes en los refuerzos convencionales y en los sistemas con fibras son los mismos, hay varias características que los diferencian:

1. Las fibras se distribuyen aleatoriamente por toda la sección transversal, mientras que las barras de refuerzo o armadura se ponen sólo donde son necesarias.
2. La mayoría de las fibras son relativamente cortas y poco espaciadas si son comparadas con las barras continuas de refuerzo.

3. Generalmente no es posible lograr la misma relación de área de refuerzo - área de concreto con el uso de fibras si es comparado con la red de refuerzo con barras.
4. Las fibras se adicionan al concreto normalmente en bajos volúmenes (frecuentemente menos del 1%) y han mostrado eficiencia en el control de la fisuración por contracción.
5. En general, las fibras no alteran considerablemente la contracción libre del concreto pero, si son empleadas en cantidades adecuadas, pueden aumentar la resistencia al agrietamiento y disminuir la abertura de las fisuras (Shah, Weiss e Yang 1998).

Aunque no ha sido ampliamente establecido por el Comité ACI 318, las fibras han sido utilizadas en aplicaciones estructurales aunadas a refuerzo convencional.

Debido a la flexibilidad de los métodos de fabricación, el concreto reforzado con fibras puede ser un muy útil y económico material de construcción. Por ejemplo, para espesores de  $\frac{1}{2}$  a  $\frac{3}{4}$  in. (13 a 20 mm), los paneles de revestimiento arquitectónicos de concreto premezclado reforzado con fibras de vidrio han sido comprobados como económicamente viables en E. U. y Europa. Para losas sobre terreno, minería, construcción de túneles y aplicaciones de apoyo a excavaciones, se ha utilizado concreto lanzado y concreto reforzado con fibras de vidrio y acero en lugar de concreto reforzado con malla de alambre electrosoldado.

### 3.2 Ventajas y Desventajas del uso de Fibras

Las fibras se distribuyen aleatoriamente por la sección transversal del concreto. Por lo tanto, muchas fibras se localizan inadecuadamente con relación a la resistencia a los esfuerzos de tensión resultantes de las cargas aplicadas. Dependiendo del método de fabricación, la orientación aleatoria puede ser bi-dimensional (2-D) o tri-dimensional (3-D). Normalmente el método de rociado promueve una orientación 2-D de las fibras, mientras que los métodos de producción con mezcladoras promueven una orientación 3-D. Además, se pueden observar que muchas fibras cruzan las fisuras con ángulos diferentes de  $90^\circ$  o pueden tener una longitud embebida (anclaje) menor que la necesaria para el desarrollo de una unión fibra-matriz adecuada. Así, apenas un pequeño porcentaje del contenido de fibras puede resistir eficientemente a los esfuerzos de tensión o flexión. Los "factores de eficiencia" pueden ser tan bajos como 0.4 para la orientación 2-D y 0.25 para la orientación 3-D. El factor de eficiencia depende de la longitud de la fibra y de la longitud crítica embebida. Desde el punto de vista conceptual, el refuerzo con fibras no es un método altamente eficiente para la obtención de la resistencia del compuesto.

Tradicionalmente, los concretos con fibras son más adecuados para el uso en secciones muy delgadas, donde la correcta colocación del refuerzo convencional sería extremadamente difícil. Además, el concreto con fibras rociado es ideal para la fabricación de productos con formas irregulares. Se puede disminuir considerablemente el peso con el uso de secciones relativamente delgadas de concreto con fibras, las cuales poseen resistencia equivalente a secciones mucho más gruesas de concreto reforzado convencionalmente.

### 3.3 Tipos y propiedades de Fibras y su efecto en el concreto

Existen numerosos tipos de fibras disponibles tanto para uso comercial como experimental. Las categorías básicas se refieren a fibras de acero, de vidrio, sintéticas y fibras de materiales naturales, a continuación se hace una breve descripción de cada una de ellas.

#### 3.3.1 Fibras de Acero

Las fibras de acero cortas son pequeños pedazos discontinuos de acero con un aspecto o esbeltez (relación entre longitud y diámetro) que varía entre 20 y 100 y con muchas secciones transversales, y son suficientemente pequeñas para ser aleatoriamente dispersas en una mezcla de concreto fresca utilizando procedimientos usuales. Algunas fibras de acero tienen extremos conformados para mejorar la resistencia al arrancamiento de la matriz a base de cemento (Figura 3.2).

La norma ASTM A 820 clasifica las fibras de acero en cuanto a su manufactura en cuatro tipos: Tipo 1 – las fibras de alambre conformadas en frío son las más fácilmente encontradas en el mercado, fabricadas de alambre de acero conformado. Tipo II – las fibras cortadas de chapas se fabrican como el propio nombre dice: las fibras de acero se cortan de las chapas de acero. Tipo III – las fibras extraídas de fundición, las cuales se fabrican por técnicas relativamente complicadas donde una rueda en rotación se usa para levantar el metal líquido de una superficie de metal fundido, a través de la acción de capilaridad. El metal fundido extraído se congela rápidamente en forma de fibras y se quita de la rueda por fuerza centrífuga. Las fibras resultantes tienen una sección transversal en forma de medialuna. Tipo IV – otras fibras. Para conocer sobre las tolerancias de longitud, diámetro y esbeltez, así como las resistencias a tensión mínimas y los requisitos a flexión, se recomienda consultar la norma ASTM A 820.



***Figura 3.2 – Las fibras de acero con extremos deformados, se pegan para formar haces que facilitan su manejo y el mezclado. Durante el mezclado los haces se separan para formar fibras individuales (PCA, 2004)***

Los volúmenes de fibras de acero usados en concreto normalmente varían del 0.25% en volumen es decir 33 lb/yd<sup>3</sup> (20kg/m<sup>3</sup>) hasta 2% en volumen, es decir 265 lb/yd<sup>3</sup> (157kg/m<sup>3</sup>). Volúmenes mayores que 2% generalmente reducen la trabajabilidad y la dispersión de las fibras y requieren de un diseño especial de las mezclas o técnicas especiales de colado.

La presencia de las fibras afecta ligeramente la resistencia a compresión. La adición del 1.5% (en volumen) de fibras de acero puede aumentar la resistencia a tensión directa hasta 40% y la resistencia a la flexión hasta 150%.

Las fibras de acero no afectan la contracción libre. Las fibras de acero retardan la fractura del concreto restringido durante la contracción y mejoran la relajación de tensiones por el mecanismo de fluencia (Altoubat y Lange 2001).

La durabilidad del Concreto Reforzado con Fibras de Acero (CRFA) o (SFRC) por sus siglas en inglés, depende de los mismos factores que el concreto convencional. No se disminuye la resistencia a la congelación y deshielo con la adición de fibras de acero, siempre que haya incorporación de aire, se consolide correctamente el concreto y haya un ajuste de la mezcla para que pueda acomodar las fibras. Si se proporciona y coloca el concreto correctamente, va a ocurrir poca o ninguna corrosión de las fibras. Cualquier corrosión de las fibras en la superficie del concreto es sencillamente un problema de apariencia y no una condición estructural.

Las fibras de acero presentan módulo de elasticidad relativamente alto (Tabla 3-1). Se puede aumentar su adherencia o unión con la matriz de cemento a través del anclaje mecánico o de la rugosidad superficial. Además, se puede considerar que las fibras están protegidas de la corrosión por la alta alcalinidad del ambiente en la matriz de cemento (ACI 544.1R, 1996).

Las propiedades más significativas del CRFA, son: una tenacidad a flexión mejorada, la resistencia al impacto y la resistencia a la fatiga flexionante. Por esta razón las fibras de acero se usan comúnmente en pavimentos de aeropuertos y en las capas de revestimiento de las pistas. También se usan en los tableros de puentes (cubiertas para puentes), pisos industriales y pavimentos de autopistas. Se ha observado que el concreto con fibras de acero en estructuras sometidas al agua en alta velocidad puede durar hasta tres veces más que las alternativas con concreto convencional. El CRFA se emplea en muchas aplicaciones de concreto prefabricado donde sea necesario un aumento de la resistencia al impacto o de la tenacidad. En los tanques sépticos, las fibras de acero también pueden sustituir el refuerzo convencional.

Las fibras de acero también se usan ampliamente en el concreto lanzado en aplicaciones de capas delgadas, especialmente en la estabilización de taludes de rocas y revestimiento de túneles. El humo de sílice y los acelerantes han permitido que se coloque el concreto lanzado en capas más espesas. El concreto lanzado con fibras de acero se ha empleado con altos volúmenes de fibras (hasta 2%) con éxito.

Una tecnología nueva en concreto reforzado con fibras de acero, se refiere a un material llamado (Slurry Infiltrated Fiber Concrete) o SIFCON por sus siglas en inglés. Este material se produce mediante el llenado de un molde vacío con fibras de acero sueltas (desde 10% en volumen) y luego se llenan los vacíos con una pasta de alta resistencia a base de cemento.

**Tabla 3-1. Propiedades de Tipos de Fibras seleccionadas**

Tipo de fibra	Masa específica relativa	Diámetro, µm (0.001 pulg.)	Resistencia a tracción, MPa [kg/cm <sup>2</sup> ] (ksi)	Módulo de elasticidad, MPa [kg/cm <sup>2</sup> ] (ksi)	Deformación en la rotura, %
Acero	7.80	100-1000 (4-40)	500-2600 [5,100-27,000] (70-380)	210,000 [2100,000] (30,000)	0.5-3.5
Vidrio E	2.54	8-15 (0.3-0.6)	2000-4000 [20,000-41,000] (290-580)	72,000 [730,000] (10,400)	3.0-4.8
RA	2.70	12-20 (0.5-0.8)	1500-3700 [15,000-38,000] (220-540)	80,000 [820,000] (11,600)	2.5-3.6
Sintética Acrílica	1.18	5.17 (0.2-0.7)	200-1000 [2,000-10,000] (30-145)	17,000-19,000 [170,000-190,000] (2,500-2,800)	28-50
Aramida	1.44	10-12 (0.4-0.47)	2000-3100 [20,000-32,000] (300-450)	62,000-120,000 [630,000-1220,000] (9,000-17,000)	2-3.5
Carbón	1.90	8-9 (0.3-0.35)	1800-2600 [18,000-27,000] (260-380)	230,000-380,000 [2300,000-3900,000] (33,400-55,100)	0.5-1.5
Nylon	1.14	23 (0.9)	1000 [10,000] (140)	5,200 [53,000] (750)	20
Poliéster	1.38	10-80 (0.4-3.0)	280-1200 [2900-12,000] (40-170)	10,000-18,000 [100,000-180,000] (1,500-2,500)	10-50
Polietileno	0.96	25-1000 (1-40)	80-600 [800-6100] (11-85)	5,000 [50,000] (725)	12-100
Polipropileno	0.90	20-200 (0.8-8)	450-700 [4600-7100] (65-100)	3,500-5,200 [36,000-53,000] (500-750)	6-15
Natural Celulosa de madera	1.50	25-125 (1-5)	350-2000 [3600-20,000] (51-290)	10,000-40,000 [100,000-400,000] (1,500-5,800)	
Sisal			280-600 [2900-6100] (40-85)	13,000-25,000 [130,000-250,000] (1,900-3,800)	3.5
Coco	1.12-1.15	100-400 (4-16)	120-200 [1200-2000] (17-29)	19,000-25,000 [190,000-250,000] (2,800-3,800)	10-25
Bambú	1.50	50-400 (2-16)	350-500 [3600-5100] (51-73)	33,000-40,000 [340,000-410,000] (4,800-5,800)	
Yute	1.02-1.04	100-200 (4-8)	250-350 [2500-3600] (36-51)	25,000-32,000 [250,000-330,000] (3,800-4,600)	1.5-1.9
Pasto elefante		425 (17)	180 [1800] (26)	4,900 [50,000] (710)	3.6

Adoptada del PCA 2004 y ACI 544.1R-96

El concreto con fibras impregnadas por lechada (SIFCON) con volúmenes de hasta 20% de fibras se ha usado desde finales de los años 70s. El concreto impregnado por lechada se puede emplear para producir un componente o una estructura con resistencia y ductilidad mucho mayores que las encontradas en el concreto convencional y en concreto lanzado. El concreto con fibras impregnadas por lechada (SIFCON) no es barato y necesita de ajustes minuciosos, pero aún así, mantiene un alto potencial para las aplicaciones expuestas a condiciones severas y que requieran alta resistencia y tenacidad. Estas aplicaciones incluyen estructuras resistentes al impacto y a la explosión, refractarios, muros de contención o atraque y reparaciones de pavimentos y pistas;

también ha sido empleado en aplicaciones militares como bunkers y silos para misiles, incluso puede ser promisorio en aplicaciones del sector energético como diques, silos y reactores nucleares. La tabla 3.2 presenta las proporciones de la mezcla de este material.

**Tabla 3-2. Proporciones de una mezcla de SIFCON**

Cemento	1000 kg/m <sup>3</sup> (1686 lb/yd <sup>3</sup> )
Agua	330 kg/m <sup>3</sup> (556 lb/yd <sup>3</sup> )
Arena siliciosa ≤ 0.7mm (≤0.028mm)	860 kg/m <sup>3</sup> (1450 lb/yd <sup>3</sup> )
Lechada de sílice	13 kg/m <sup>3</sup> (21.9 lb/yd <sup>3</sup> )
Reductor de agua de alto rango	35 kg/m <sup>3</sup> (59 lb/yd <sup>3</sup> )
Fibras de acero (cerca de 10%)	800 kg/m <sup>3</sup> (1348 lb/yd <sup>3</sup> )

*Adoptada de PCA 2004.*

En términos de los aspectos productivos del CRFA, para un grupo de mezclas de concreto idénticas, la adición de fibras resulta en una pérdida de revenimiento medida conforme a la ASTM C 143. Ésta pérdida se magnifica cuando se incrementan la relación de aspecto de la fibra o la cantidad de fibras dosificadas. Sin embargo, ésta pérdida de revenimiento no necesariamente significa una correspondiente pérdida de trabajabilidad, especialmente cuando se utilizan métodos de vibración durante la colocación.

Dado que para concretos reforzados con fibras la medida del revenimiento no es una apropiada medición de la trabajabilidad, es recomendable que se utilice la prueba del cono invertido (ASTM C 995) o bien la prueba Vebe (BS 1881) para evaluar la trabajabilidad de concretos reforzados con fibras.

Para mezclas de CRFA convencionales, las fibras con relación de aspecto altas, son más efectivas mejorando el comportamiento post-elástico debido a su alta resistencia al desprendimiento de la matriz. Por otro lado, un efecto detrimental por el uso de fibras con altas relaciones de aspecto, es el potencial riesgo de formación de “bolas” de fibras durante el mezclado. Algunas técnicas para mantener una alta resistencia al desprendimiento de las fibras a la mezcla, mientras se reduce la relación de aspecto, incluyen la deformación o el anclaje de los extremos de las fibras, o producir fibras de textura superficial áspera para dar una mejor adherencia que las fibras lisas.

La versatilidad del concreto reforzado con fibras ha sido favorecida por otros desarrollos en el campo del concreto. Aditivos reductores de alto rango, incrementan la trabajabilidad de algunas mezclas de CRFA caracterizadas como “duras” y han reducido la oposición al uso del refuerzo de concreto mediante fibras de acero. En este aspecto, el humo de sílice y los acelerantes, han habilitado al concreto lanzado reforzado con fibras para elementos de capas delgadas. Además, el humo de sílice también reduce la permeabilidad del material lanzado (Morgan, 1987).

La tecnología sobre CRFA se ha convertido durante las últimas 4 décadas, en una industria madura. Sin embargo, los desarrollos generados por la industria para optimizar el uso de fibras son continuamente hechos para aplicaciones a la medida; mientras que la necesidad actual, es la de

consolidar el conocimiento disponible sobre este tipo de refuerzo e incorporarlo en los códigos de diseño aplicables.

Es un hecho que mientras se obtenga mayor experiencia en el uso de fibras de acero como refuerzo para el concreto, mayores serán las aplicaciones que sean aceptadas por la comunidad ingenieril. El Reglamento para concreto estructural del comité del ACI 318, en su sección 11.4.6, actualmente ya considera el empleo de elementos estructurales de concreto reforzado por cortante, únicamente con fibras de acero bajo ciertas consideraciones, siendo este un primer paso dentro del camino, pero mientras se obtenga más experiencia y se reporte, existirán más datos disponibles para contribuir al reconocimiento del mejoramiento de las propiedades del CRFA en ése y otros códigos de diseño. A partir de la sección 3.6 de este trabajo se profundizará en las características del CRFA y del promisorio alcance de sus aplicaciones.

### **3.3.2 Fibras de Vidrio**

La primera investigación sobre fibras de vidrio a principio de los años 60 usó vidrio convencional de borosilicato (fibras de vidrio-E) (Tabla 3-1) y fibras de vidrio de sílice-cal-soda (fibra de vidrio-A). Los resultados de las pruebas mostraron que la reactividad entre las fibras de vidrio-E y la pasta de cemento reduce la resistencia del concreto. El avance de las investigaciones ha resultado en la creación de las fibras de vidrio resistentes a álcalis (Fibras de vidrio RA) (Tabla 3-1), las cuales aumentaron la durabilidad a largo plazo, pero después se observaron otras fuentes de pérdida de resistencia. Una fuente conocida es la rigidización de los filamentos por la infiltración de partículas de hidróxido calcio (producto de la hidratación del cemento) entre los haces de fibras. La reactividad con los álcalis y la hidratación del cemento son la base para las dos teorías más aceptadas sobre la pérdida de la resistencia y de la ductilidad, principalmente en concreto reforzado con fibras de vidrio en áreas externas:

- El ataque a las fibras de vidrio por los álcalis, reduce la resistencia a tensión de las fibras y consecuentemente, baja la resistencia a compresión.
- El proceso de hidratación del cemento promueve la penetración de partículas de hidróxido de calcio en los haces de fibras, aumentando la resistencia de adherencia entre fibra y matriz y la rigidez, siendo que ésta última disminuye la resistencia a tensión por inhibir el arrancamiento de la fibra.

Las modificaciones de las fibras con intención de aumentar la durabilidad comprende: (1) revestimientos químicos especialmente formulados para ayudar en el combate de la rigidización inducida por la hidratación, y (2) uso de una lechada con humo de sílice dispersa para rellenar los vacíos entre las fibras, reduciendo la capacidad de infiltración del hidróxido de calcio.

En Japón se ha desarrollado un cemento con bajo contenido de álcalis, que no produce hidróxido de calcio durante su hidratación. Ensayos acelerados del concreto producido con este cemento y reforzado con fibras de vidrio resistentes a álcalis han logrado mucho más durabilidad que otros tipos de cemento.

Se puede usar la metacaolinita en concretos reforzados con fibras de vidrio sin afectar considerablemente la resistencia a flexión, la deformación, el módulo de elasticidad y la tenacidad (Marikunte, Aldea, Shah 1997).

La mayor aplicación del concreto reforzado con fibras de vidrio es la producción de paneles de fachada. Otras aplicaciones se presentan en PCA (2004).

### 3.3.3 Fibras Sintéticas

Las fibras sintéticas son las fibras que se fabrican por el hombre y son resultado de la investigación y el desarrollo de las industrias petroquímicas y textiles. Los tipos de fibras usadas en concreto son: acrílicas, aramida, carbón, nylon, poliéster, polietileno y polipropileno. La Tabla 3-1 resume la variación en las propiedades físicas de estas fibras.

Las fibras sintéticas pueden reducir la contracción plástica y consecuentemente la fisuración y pueden ayudar al concreto después que se fisura. La capa ultra delgada de concreto (whitetopping ultra delgado) normalmente usa fibras sintéticas para la contención potencial de las propiedades para retardar el desarrollo de baches. Los problemas asociados con fibras sintéticas incluyen: (1) baja adherencia fibra-matriz; (2) pruebas de desempeño no concluyentes para volúmenes bajos de fibras de polipropileno, polietileno, poliéster y nylon; (3) bajo módulo de elasticidad de las fibras de polipropileno y polietileno y (4) el alto costo de las fibras de carbón y aramida.

Las fibras de polipropileno (Figura 3.3), que son las más populares de las fibras sintéticas, son químicamente inertes, hidrofóbicas y ligeras. Se producen como monofilamentos cilíndricos continuos que se pueden cortar en longitudes específicas o como filmes y cintas. Estas fibras se componen de finas fibrillas de sección transversal rectangular (Figura 3.4).



**Figura 3.3 y 3.4 Fibras de polipropileno. Se producen como fibrillas finas con sección transversal rectangular (izquierda) o como monofilamentos cilíndricos (derecha).**

Usadas en cantidad mínima de 0.1% del volumen del concreto, las fibras de polipropileno reducen la fisuración por contracción plástica y disminuyen el agrietamiento sobre la armadura de acero (Suprenant y Malish 1999). La presencia de las fibras de polipropileno en el concreto puede reducir el revenimiento o la sedimentación de las partículas de agregados, así, reduciendo los

canales capilares de sangrado o exudación, las fibras de polipropileno pueden reducir el descascaramiento del concreto de alta resistencia y del concreto de baja permeabilidad expuesto al fuego en un ambiente con humedad.

Los nuevos desarrollos muestran que las fibras monofiladas son capaces de fibrillar durante el mezclado si son producidas con ambas resinas de polipropileno y polietileno. Los dos polímeros son incompatibles y tienden a separarse cuando son manipulados. Por lo tanto, durante el proceso de mezclado, cada fibra se convierte en una unidad con varias fibrillas en su extremo. Las fibrillas proporcionan una adherencia mecánica mayor que los monofilamentos convencionales. El gran número de finas fibrillas también reduce la fisuración por contracción plástica y puede aumentar la ductilidad y la tenacidad del concreto (Trottier y Mahoney, 2001).

Las fibras acrílicas se han mostrado como el sustituto más prometedor para las fibras de asbestos; se usan en tabloncillos de cemento y en la producción de tejas, donde el volumen de fibras de hasta 3% puede producir un compuesto con propiedades mecánicas similares a aquéllas de los compuestos de asbesto-cemento. Los compuestos de concreto con fibras acrílicas exhiben alta tenacidad post-fisuración y alta ductilidad. A pesar de que la resistencia a flexión de los concretos reforzados con fibras acrílicas sea menor que la de los compuestos de asbesto-cemento, ésta es más que suficiente para muchas aplicaciones en construcción.

Las fibras de aramida tienen alta resistencia a tensión y alto módulo de tensión. Las fibras de aramida son dos veces y media más resistentes que las fibras de vidrio E y cinco veces más resistentes que las fibras de acero. PCA (2004) presenta una comparación de las propiedades mecánicas de diferentes fibras de aramida. Además de las excelentes características de resistencia, las fibras de aramida también tienen excelente retención de resistencia hasta 160°C (320°F), estabilidad dimensional hasta 200°C (392°F), resistencia a fatiga estática y dinámica y resistencia a fluencia. La hebra de aramida está disponible con gran variedad de diámetros.

Las fibras de carbón se desarrollaron principalmente por sus propiedades de alta resistencia y módulo de elasticidad y propiedades de rigidez para la aplicación en la industria aeroespacial. Comparadas con la mayoría de las otras fibras sintéticas, la producción de las fibras de carbón es costosa y tiene desarrollo comercial limitado. Las fibras de carbón tienen alta resistencia a tensión y alto módulo de elasticidad (Tabla 3-1). También son inertes a la mayoría de los productos químicos. Las fibras de carbón se producen normalmente en hebras que deben contener hasta 12,000 filamentos individuales. Las hebras comúnmente se dispersan antes de su incorporación en el concreto para facilitar su penetración a la matriz de cemento y maximizar la efectividad de la fibra.

Hay varios tipos de fibras de nylon en el mercado para uso en vestuario, muebles domésticos y aplicaciones industriales y textiles, pero hay sólo dos tipos de fibras de nylon para uso en concreto, el nylon 6 y el nylon 66. Las fibras de nylon se tejen de los polímeros de nylon y se transforman a través de extrusión, estiramiento y calentamiento para formar una estructura de fibras orientada y cristalina. En aplicaciones en concreto, se tejen hilos de alta tenacidad, alta resistencia a tensión y

estables a altas temperaturas y a la luz y, posteriormente, se cortan en pequeñas longitudes. Las fibras de nylon presentan tenacidad, ductilidad y recuperación de elasticidad buenas. El nylon es hidrófilo, con retención de humedad del 4.5%, que aumenta la demanda de agua en el concreto. Sin embargo, esto no afecta la hidratación y trabajabilidad del concreto con bajo contenido de fibras (del 0.1% al 0.2% en volumen), pero se lo debe considerar si se usan volúmenes más altos de fibras. Esta cantidad relativamente pequeña de fibras tiene potencialmente mayor capacidad de refuerzo que bajos volúmenes de fibras de polipropileno y poliéster. El nylon es relativamente inerte y resistente a una amplia variedad de materiales orgánicos e inorgánicos, incluyendo álcalis fuertes.

Las fibras sintéticas se usan también en estuco y mortero. Para estas aplicaciones, las fibras son más cortas que las fibras sintéticas para concreto. Normalmente se emplean pequeñas cantidades de fibras de 13mm (1/2 pulg.) de longitud, resistentes a álcalis para basar mezclas de revoque de revestimiento. Se las puede usar en pequeñas hileras de estuco y bombas de mortero y pistola spray. Se las debe añadir a la mezcla de acuerdo con las recomendaciones del fabricante. Para más detalles sobre las propiedades físicas y químicas de las fibras sintéticas y sobre las propiedades del concreto con fibras sintéticas, se recomienda consultar el ACI 544.1R.

La tecnología de molienda conjunta de cementos con fibras tiene la ventaja de que algunas fibras sintéticas no se destruyen o se pulverizan en el molino de cemento. Las fibras se mezclan con el cemento anhidro durante su molienda para que sean uniformemente distribuidas. Además, durante la molienda, la superficie de las fibras se vuelve áspera, mejorando su adherencia mecánica con la pasta de cemento (Vondran, 1995).

### **3.3.4 Fibras Naturales**

Las fibras naturales se han usado como una forma de refuerzo desde mucho tiempo antes de la utilización de la armadura convencional de acero en el concreto. Los ladrillos de barro reforzados con paja y morteros reforzados con crin de caballo son unos pocos ejemplos de cómo las fibras naturales se usaron como una forma de refuerzo. Muchos materiales de refuerzo natural se pueden obtener con bajos niveles de costos y energía, usando la mano de obra y la pericia disponibles en la región. Estas fibras se usan en la producción de concretos con bajo contenido de fibras y ocasionalmente, se han usado en placas delgadas de concreto con alto contenido de fibras. La Tabla 3-1 muestra más información sobre las propiedades típicas de las fibras naturales.

#### **a) Fibras Naturales no Procesadas**

A final de los años 60, se hicieron investigaciones sobre las propiedades de ingeniería de las fibras naturales y de los concretos producidos con ellas. El resultado fue que se pueden usar estas fibras con éxito para la producción de planchas finas para muros y techos. Se produjeron elementos compuestos de cemento portland y fibras naturales no procesadas, tales como fibras de coco, sisal, bambú, yute, madera y fibras vegetales. A pesar de que los concretos producidos con fibras naturales presentan propiedades mecánicas buenas, tienen algunos problemas de durabilidad. Muchas de estas fibras son altamente susceptibles a los cambios de volumen debido a variaciones

de la humedad que contienen. Los cambios de volumen de las fibras que acompañan los de humedad pueden afectar drásticamente la resistencia de adherencia entre la fibra y la matriz.

#### b) Fibras de Madera (Fibras Naturales Procesadas)

El método por el cual las fibras se extraen y sus procesos de refinamiento influyen ampliamente las propiedades de las fibras de celulosa. El proceso por el cual la madera se reduce a una masa de fibras se llama reducción a pulpa. El proceso kraft es uno de los más empleados en la producción de fibras de celulosa. Este proceso consiste en cocinar la viruta de madera en una solución de hidróxido de sodio, carbonato de sodio y sulfuro de sodio. Las fibras de celulosa tienen relativamente buenas propiedades mecánicas si son comparadas con muchas fibras producidas industrialmente, tales como polipropileno, polietileno, poliéster y acrílicas. Las fibras de celulosa sin lignina se pueden producir con resistencia a tensión de hasta  $20,000 \text{ kg/cm}^2$  o  $2000 \text{ MPa}$  (290 ksi) con especies seleccionadas de madera y proceso de reducción a pulpa. La resistencia a tensión de las fibras de  $5,100 \text{ kg/cm}^2$  o  $500 \text{ MPa}$  (79 ksi) se puede producir habitualmente usando un proceso químico de reducción a pulpa con maderas comunes y menos caras.

### 3.4 Sistemas múltiples de fibras

En un sistema múltiple (mixto) de fibras se mezclan dos o más tipos de fibras. El concreto con fibras híbridas combina macro y micro fibras de acero. El uso de una mezcla de macro fibras y las micro fibras de acero desarrolladas recientemente, las cuales tienen menos de 10 mm (0.4 pulg.) de longitud y menos de 100 micrómetros (0.004 pulg.) de diámetro, conduce a un menor espaciamiento entre las fibras, lo que puede reducir la microfisuración y aumentar la resistencia a tensión del concreto. Las aplicaciones indicadas para este material se han limitado a reparaciones y remiendos delgados (Banthia y Bindiganavile 2001). Se supone que el sistema combine la tenacidad y la resistencia al impacto del concreto reforzado con fibras de acero con la reducción de la fisuración por contracción plástica de los concretos con fibras de polipropileno. Como ejemplo, se ha empleado una mezcla de  $30 \text{ kg/m}^3$  ( $50 \text{ lb/yd}^3$ ) de fibras de acero con  $0.9 \text{ kg/m}^3$  ( $1.5 \text{ lb/yd}^3$ ) de fibras de polipropileno fibrilado en las losas sobre el terreno de un proyecto en el área de Chicago (Wojtysiak y otros 2001). El concreto con una mezcla de fibras presentó un revenimiento menor si es comparado con el concreto convencional, pero alcanzó resistencia elástica y post-elástica.

### 3.5 Concreto Reforzado con Fibras de Acero (*Steel Fiber Reinforced Concrete*)

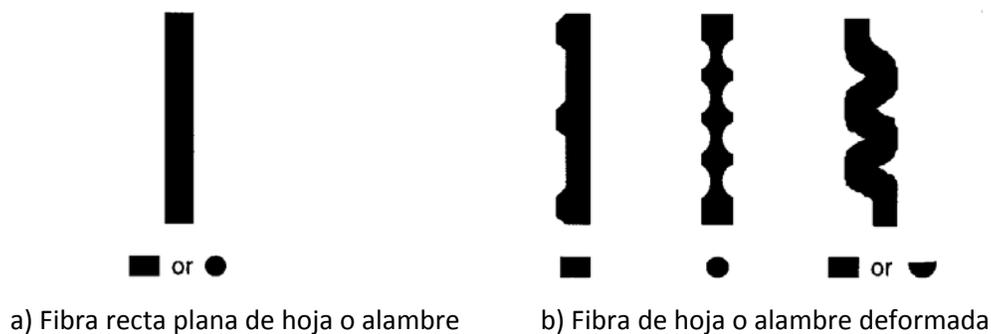
Las propiedades del Concreto Reforzado con Fibras de Acero, (CRFA) tanto en estado fresco como endurecido, incluyendo la durabilidad, son consecuencia de su naturaleza compositiva. Los mecanismos a través de los cuales el refuerzo con fibras fortalece el concreto o el mortero, extendiendo desde el estado elástico pre-agrietamiento hasta el parcialmente plástico post-agrietamiento, es un tema de investigación continuo. Una manera de entender las propiedades del CRFA, es considerarlo como un material compuesto cuyas propiedades pueden ser descritas

por las propiedades de las fibras (porcentaje en volumen, resistencia, módulo de elasticidad, y el parámetro de adherencia de las fibras), las propiedades del concreto (resistencia, porcentaje en volumen y módulo de elasticidad), y las propiedades de la interfaz entre las fibras y la matriz de concreto. Un enfoque más general del refuerzo con fibras, asume un mecanismo de inhibición de grietas en el que la energía para extender una grieta y la adherencia entre matriz y fibras describe las propiedades del compuesto.

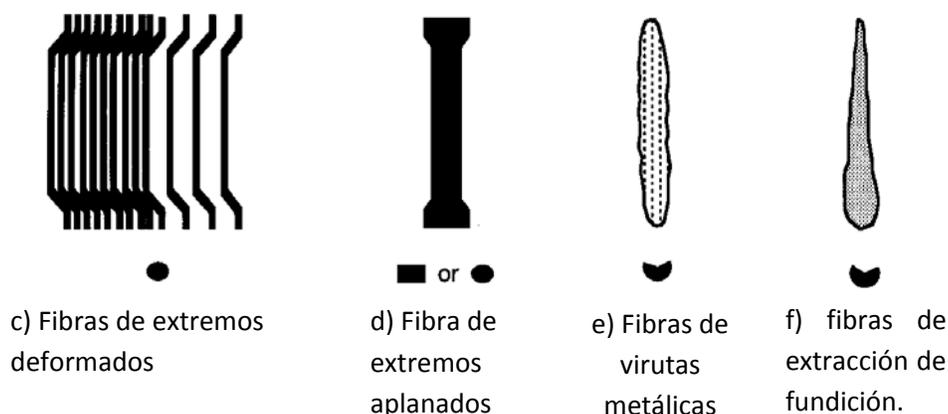
Los procedimientos de diseño aplicables de un CRFA, deben seguir la metodología de diseño por resistencia descrita en el reporte del comité ACI 544.4R que se presenta más adelante en este trabajo, pero hay que tener muy en cuenta que para conseguir una construcción económica y de buena calidad mediante el uso de CRFA, deben seguirse los procedimientos aprobados de mezclado, colocación, acabado y control de calidad.

### 3.5.1 Manufactura de fibras de acero

Las fibras de acero rectas, redondeadas son producidas mediante el corte o desmenuzamiento de alambre, típicamente con un diámetro entre 0.01 y 0.039in. (0.25 a 1.00mm). Las fibras rectas planas de sección transversal de entre 0.006 a 0.026in. (0.15 a 0.66mm) de espesor por 0.01 a 0.08in (0.25 a 2.03mm) de ancho, se producen mediante cizallamiento de hojas o aplanamiento de alambres (Figura 3.5 a). Las fibras rizadas o deformadas se producen tanto con deformación en toda la longitud (figura 3.5 b) como con doblez sólo en los extremos (figura 3.5 c y d). Algunas de estas fibras, como se mencionó anteriormente, se deforman para incrementar la adherencia mecánica. Algunas se presentan en paquetes para facilitar su manufactura y manejo, y durante el mezclado en el concreto, los paquetes se separan en fibras individuales. (Figura 3.5 c). También hay fibras producidas mediante alambre trefilado en frío que se cercena para hacer paños de acero. Los alambres remanentes tienen sección circular y pueden ser deformados para producir fibras deformadas. Por otro lado existen fibras metálicas hechas mediante un proceso mecanizado de producción de virutas metálicas, las cuales tienen una superficie rugosa, irregular y una sección transversal de media luna (figura 3.5 e). Las fibras extraídas de fundición también tienen forma de media luna y superficie irregular (figura 3.5 f).



**Figura 3.5 – Geometría de varias fibras de acero (adaptada de ACI 544.1R, 2002)**



**Figura 3.5 (Cont.) – Geometría de varias fibras de acero (adaptada de ACI 544.1R, 2002)**

### 3.5.2. Preparación de concreto reforzado con fibras de acero

El mezclado del concreto reforzado con fibras puede ser ejecutado por varios métodos, cuya elección depende de los requerimientos del trabajo y del equipo disponible. Como ya se mencionó anteriormente, es importante tener una dispersión uniforme de las fibras y prevenir la segregación o amontonamiento de las fibras durante el mezclado.

El amontonamiento de las fibras durante el mezclado está relacionado a varios factores. Los más importantes de estos apuntan ser la relación de aspecto de las fibras, la fracción de volumen de estas, el tamaño máximo y la granulometría del agregado y el método de adición de las fibras a la mezcla. Conforme los tres primeros aspectos aumentan, la tendencia al amontonamiento también lo hace; para obtener información adicional, se recomienda consultar el ACI 544.3R “Guía para especificación, mezclado, colocación y acabado del Concreto Reforzado con fibras de Acero”.

#### 3.5.2.1 Proporciones de la mezcla

Comparadas con el concreto convencional, algunas mezclas de CRFA, se caracterizan por tener altos contenidos de cemento, altos contenidos de agregado fino, y un revenimiento decreciente conforme aumenta el contenido de fibras.

En mezclas de CRFA, se utilizan comúnmente los aditivos y puzolanas convencionales con el objetivo de incluir aire, reducción de agua, aumentar la trabajabilidad, y control de contracciones, incluso algunas pruebas muestran que se puede producir concreto ligero reforzado con fibras de acero aplicando modificaciones menores.

En algunos proyectos, las fibras de acero, han sido adicionadas sin algún cambio en las proporciones convencionales de las mezclas utilizadas por los proveedores de concreto premezclado, para determinadas resistencias de diseño. Sin embargo deben realizarse los ajustes adecuados en situaciones donde se pretenda el uso de cantidades de fibras considerables.

Por otro lado, para proveer de una adecuada trabajabilidad al concreto, se requiere de incrementar el contenido de pasta en la mezcla de concreto. Por lo tanto la relación entre el agregado fino al agregado grueso, debe ajustarse ascendentemente; así mismo, algunas experiencias han mostrado que si se emplea alguna combinación de granulometría como las que se muestra en la tabla 3.3, la tendencia de formar “amontonamiento” de fibras se minimiza y la trabajabilidad se mejora (Tatro, 1985).

**Tabla 3.3 Granulometría recomendada para Concreto Reforzado con Fibras de Acero**

Tamaño Estándar de malla U.S.	Porcentaje que pasa para tamaño máximo de agregado de:				
	<sup>3</sup> / <sub>8</sub> in. (10 mm)	<sup>1</sup> / <sub>2</sub> in. (13 mm)	<sup>3</sup> / <sub>4</sub> in. (19 mm)	1 in. (25 mm)	1 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> in. (38 mm)
2 (51 mm)	100	100	100	100	100
1 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> (38 mm)	100	100	100	100	85-100
1 (25 mm)	100	100	100	94-100	65-85
<sup>3</sup> / <sub>4</sub> (19 mm)	100	100	94-100	76-82	58-77
<sup>1</sup> / <sub>2</sub> (13 mm)	100	93-100	70-88	65-76	50-68
<sup>3</sup> / <sub>8</sub> (10 mm)	96-100	85-96	61-73	56-66	46-58
#4 (5 mm)	72-84	58-78	48-56	45-53	38-50
#8 (2.4 mm)	46-57	41-53	40-47	36-44	29-43
#16 (1.1 mm)	34-44	32-42	32-40	29-38	21-34
#30 (600 μ m)	22-33	19-30	20-32	19-28	13-27
#50 (300 μ m)	10-18	8-15	10-20	8-20	7-19
#100 (150 μ m)	2-7	1-5	3-9	2-8	2-8
#200 (75 μ m)	0-2	0-2	0-2	0-2	0-2

Adaptada de ACI 544.1R-99

Alternativamente, una mezcla como la mostrada en la tabla 3.4, puede ser utilizada como una mezcla de prueba. Una vez que la mezcla ha sido seleccionada, es altamente aconsejable que se procese un “lote” o una “tanda” de concreto con el equipo de mezclado que será utilizado en campo antes de que inicie la construcción. Algunas recomendaciones para mezclas de prueba y contenido máximo de fibras, son provistas por los fabricantes de fibras para conseguir una adecuada trabajabilidad.

**Tabla 3.4 Rango de Proporciones para Concreto de Peso Normal Reforzado con Fibras de Acero**

Parámetros de la mezcla	Agregado de T.M.A de 3/8 in.	Agregado de T.M.A de 3/4 in.	Agregado de T.M.A de 1 1/2 in.
Cemento, lb/yc <sup>3</sup>	600 - 1000	500 - 900	470 - 700
Relación a/c	0.35 - 0.45	0.35 - 0.50	0.35 - 0.55
Porcentaje de agregado fino a grueso	45 - 60	45 - 55	40 - 55
Contenido de aire incluido, porcentaje	4 - 8	4 - 6	4 - 5
Contenido de fibras, vol.			
Fibras deformadas, porcentaje	0.4-1.0	0.3 - 0.8	0.2 -0.7
Fibras lisas, porcentaje	0.8 - 2.0	0.6 -1.6	0.4 - 1.4

Adaptada de (Tatro 1985)

### 3.5.2.2 Métodos de Mezclado

Existen algunas diferencias importantes entre el mezclado de CRFA y concreto convencional. Una de estas diferencias es que además de conseguir una mezcla fluida, se debe considerar una buena dispersión de las fibras para prevenir el amontonamiento de las mismas.

Resulta muy importante que las fibras se dispersen uniformemente en toda la mezcla, y esto debe ser conseguido durante la fase de dosificación y mezclado. Algunas secuencias exitosas incluyen las siguientes recomendaciones:

1. Agregar las fibras a la mezcladora después de todos los demás ingredientes de la mezcla, incluyendo el agua, a un ritmo de 45kg por minuto, con la mezcladora girando al máximo de velocidad. Las fibras deben ser agregadas de modo que las cuchillas de la mezcladora las dispersen. Después la velocidad de la mezcladora debe ser disminuida a velocidad de mezclado recomendada de 40 a 50 revoluciones. Para vaciar los contenedores, las fibras pueden ser añadidas a la tolva manualmente o mediante una banda transportadora. Este método puede ser utilizado tanto en planta como en el sitio de trabajos.
2. Agregar las fibras en el torrente de agregados en la planta de dosificación, antes de que estos sean incluidos en la mezcla. Las fibras pueden ser colocadas sobre los agregados manualmente en las bandas transportadoras pero deben ser esparcidas de modo que se prevenga su aglutinación.
3. Agregar las fibras sobre los agregados después de que estos hayan sido pesados en el dosificador. El flujo normal de los agregados fuera de la tolva distribuirá las fibras en la masa de agregados.

La entrega de CRFA debe cumplir con las disposiciones aplicables de la ASTM C 1116. Para los procedimientos de adición de fibras, es esencial que los paquetes de fibras sean separados para evitar que entren completos a la mezcladora, y es ampliamente recomendado que dicho método sea probado en campo durante una mezcla de prueba.

### 3.5.3 Propiedades físicas

a) Propiedades de las fibras.

La resistencia de las fibras, rigidez y la habilidad de las fibras para adherirse al concreto son las propiedades importantes del refuerzo con fibras. La adherencia es dependiente de la relación e aspecto (definida como la relación entre la longitud y el diámetro de las fibras). Los rangos típicos de la relación de aspecto se encuentran entre 20 y 100, mientras que la longitud de las fibras varía entre 0.25 y 3in. (6.4 a 76mm).

Las fibras de acero tienen una resistencia y módulo de elasticidad relativamente altos. Las fibras se protegen de la corrosión por medio del ambiente alcalino de la matriz cementante, y su adherencia con la matriz puede ser mejorada mediante anclajes mecánicos o rugosidad superficial. Las cargas a largo plazo no influyen adversamente las propiedades mecánicas de las fibras de

acero. En algunos ambientes particulares como aplicaciones refractarias a altas temperaturas, puede ser necesario utilizar fibras de acero inoxidable. De hecho existen disponibles varios grados de acero inoxidable en forma de fibras y responden de manera diferente a exposiciones de altas temperaturas y ambientes potencialmente corrosivos. (Lankard & Sheets, 1971). Todos estos factores deben ser considerados cuando se utilicen fibras de acero para refuerzo de refractarios para aplicaciones específicas.

La ASTM A 820 establece la resistencia mínima a tensión y los requisitos de adherencia para fibras de acero así como las tolerancias para longitud, diámetro (o diámetro equivalente), y relación de aspecto. La resistencia mínima a la fluencia requerida por la ASTM A 820 es de 50,000 psi (345 MPa), mientras que la especificación de la Japanese Society of Civil Engineers o JSCE por sus siglas en inglés, es de 80,000 psi (552 MPa).

### b) Propiedades en estado fresco de una mezcla de CRFA.

Las propiedades del CRFA en estado fresco son influenciadas por la relación de aspecto de la fibra, la geometría de la fibra, su fracción de volumen, las proporciones de la mezcla y las características de adherencia entre la matriz y las fibras. (Ramakrishnan 1987).

Para aplicaciones convencionales de CRFA, debe asegurarse una buena trabajabilidad, para permitir una adecuada colocación, consolidación y acabado con el mínimo esfuerzo, a la vez que se provee de una distribución uniforme de fibras y segregación y sangrado mínimos. Para una mezcla dada, el grado de consolidación influencia la resistencia y otras propiedades del material endurecido tal como en concreto normal.

Para los rangos típicos de fracciones de volumen usados para CRFA en aplicaciones de colado en el lugar, (0.25 a 2% en volumen), la adición de las fibras puede reducir el revenimiento medido del compuesto comparado con una mezcla sin adición de fibras en el rango de 1 a 4 in. (25 a 102 mm); y dado que se recomienda el uso de vibración mecánica para la compactación en la mayoría de las aplicaciones de CRFA, la medición de la trabajabilidad debe realizarse mediante el procedimiento descrito en la "British Standard 1881" con el consistómetro Vebe, o mediante la prueba del cono invertido de la ASTM C 995 en lugar de la medición convencional del revenimiento.

Además de las consideraciones anteriores, debe evitarse el "amontonamiento de fibras" (*Balling of fibers*); algunas fibras con relación de aspecto mayor a 100, tienden a entrelazarse para formar una "greña" o "bola" que es muy difícil de separar mediante vibración únicamente. Por otro lado, las fibras cortas con una relación de aspecto de 50, no se entrelazan y pueden ser fácilmente dispersas por vibración (Hannat 1978). Sin embargo, como se indica el inciso c) de esta sección, es deseable una relación de aspecto alta para mejorar las propiedades mecánicas del concreto endurecido.

La tendencia de una mezcla de CRFA para producir amontonamiento de fibras en el estado fresco, es función del tamaño máximo de agregado y de la gradación total del agregado utilizado en la

mezcla, la relación de aspecto de las fibras, la fracción en volumen de estas, así como de su forma y del método de su adición en la mezcla.

c) Propiedades del compuesto endurecido.

c.1.) *Comportamiento bajo carga estática.* El mecanismo de refuerzo con fibras de la matriz cementante en el concreto ha sido extensamente estudiado en términos de la resistencia de la fibra al desprendimiento de la matriz resultado del rompimiento de la adherencia en la interfaz fibra-matriz. Como consecuencia de la naturaleza gradual del desprendimiento de las fibras, las fibras permiten una ductilidad post-agrietamiento a la matriz cementante que de otro modo sufriría una falla frágil.

Las mejoras de la ductilidad dependen del tipo y volumen de las fibras presentes. Como ya se mencionó, las fibras fabricadas con perfiles ondulados o doblados, deformaciones superficiales, anclajes en los extremos, o con forma de “pala” o “hueso de perro”, son más efectivas que las fibras rectas y uniformes con el mismo diámetro y longitud. Consecuentemente la cantidad de fibras requeridas para lograr un nivel de mejora en resistencia y ductilidad dado, es menor que con fibras rectas y uniformes. (ACI 544.1R, 1996)

En general las fibras de acero mejoran la ductilidad del concreto bajo todos los modos de carga, pero su efectividad en el mejoramiento de la resistencia, varía entre compresión, tensión, cortante, torsión y flexión. (La descripción del comportamiento del CRFA bajo estas condiciones de esfuerzos se detalla en el capítulo 4 en la sección de Consideraciones de diseño para CRFA)

c.2) *Comportamiento bajo carga de impacto.* Para caracterizar el comportamiento de concreto bajo cargas de impacto, los dos parámetros más importantes son la resistencia y la energía de fractura. Para describir el comportamiento del concreto reforzado con fibras se deben hacer dos tipos de comparaciones:

1. Diferencias entre CRFA y concreto normal bajo cargas de impacto.
2. Diferencias entre el comportamiento de CRFA bajo cargas de impacto y bajo cargas estáticas.

En términos de la primera diferencia, se ha encontrado que para concretos de resistencia normal y alta, las cargas “pico” para CRFA fueron aproximadamente 40% mayores que para aquellas obtenidas con concreto sin fibras. El refuerzo con fibras de acero incrementa la energía de fractura bajo impacto por un factor de alrededor de 2.5 para concreto de resistencia normal y de 3.5 para concreto de alta resistencia (Bantia, 1987). Sin embargo, el mejoramiento observado en la carga “pico” y en la energía de fractura bajo impacto, en algunos casos fue considerablemente menor que los obtenidos bajo carga estática, posiblemente debido al incremento de fracturas de fibras que ocurre bajo cargas de impacto. Comparando el comportamiento de CRFA bajo cargas de impacto con el comportamiento bajo cargas estáticas, las fibras de acero mejoraron las cargas “pico” de 2 a 3 veces para concreto de resistencia normal y

1.5 veces para concreto de alta resistencia bajo cargas de impacto; mientras que bajo cargas estáticas, las fibras de acero incrementaron la energía de fractura por un factor de aproximadamente 5 para concreto normal y de 4 para concreto de alta resistencia.

c.3) *Comportamiento bajo fatiga*. Estudios experimentales muestran que para un tipo de fibra dado, se presenta un incremento significativo en la resistencia a fatiga flexionante incrementando el porcentaje de fibras. (Batson y otros 1971). Para cualquier aplicación en cuestión, las proporciones específicas de la mezcla, tipos de fibra, y porcentaje de fibras, deben ser comparados con los reportes de referencia. Dependiendo del tipo de fibra y de su concentración, un CRFA diseñado apropiadamente tendrá una resistencia a la fatiga de entre 65 y 90% de la resistencia estática a flexión, a 2 millones de ciclos bajo carga no reversible y con un poco menos de resistencia a fatiga bajo cargas reversibles (Ramakrishnan, 1987).

También se ha observado que la adición de fibras a vigas convencionalmente reforzadas, incrementa la vida ante fatiga y disminuye la achura de grietas bajo este tipo de carga y la deflexión resultante del estado de cargas también decrece (Shrader, 1971).

c.4) *Módulo de Elasticidad y relación de Poisson*. En la práctica, cuando el porcentaje de volumen de fibras es menor a 2 por ciento, el módulo de Elasticidad y la relación de Poisson se consideran iguales a los de concretos sin fibras (ACI 544.1R, 2002).

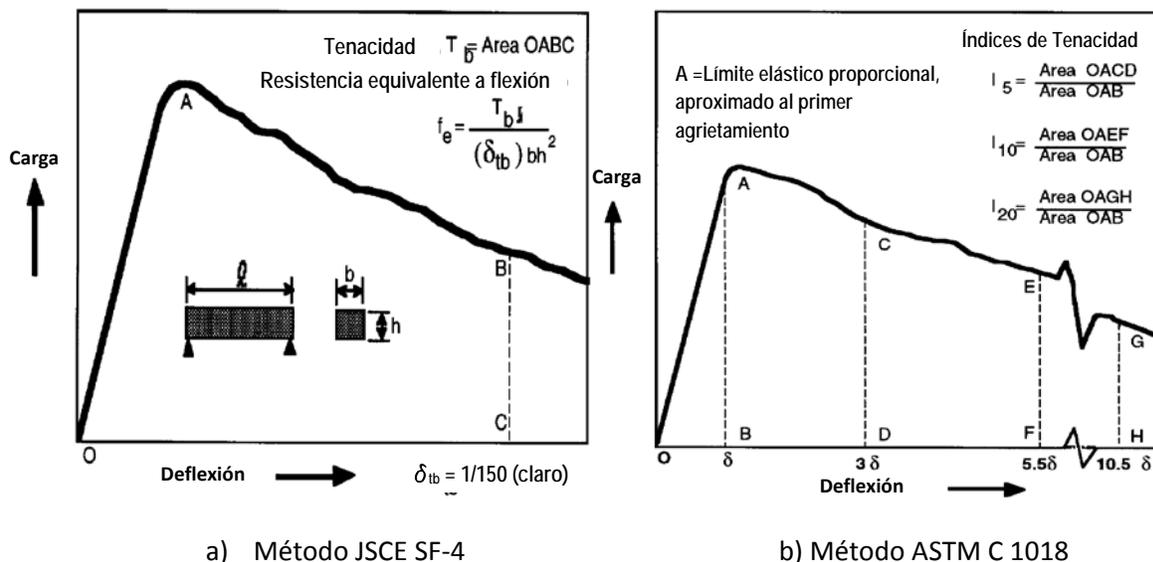
c.5) *Tenacidad*. Desde el inicio del desarrollo del CRFA, la tenacidad ha sido reconocida como la propiedad que más claramente distingue al CRFA del concreto sin fibras. Bajo condiciones de impacto, la tenacidad de un CRFA es capaz de mantener la integridad estructural de un elemento ante varios ciclos de impacto antes de la falla en comparación con un elemento similar sin refuerzo por fibras.

Bajo condiciones de flexión, una viga de concreto reforzado con fibras, puede sufrir de un desarrollo de daño gradual mediante la presencia de grietas simples o múltiples con un incremento gradual en la deflexión, pero reteniendo algún grado de integridad estructural y resistencia post-agrietamiento incluso con deflexiones considerables. Un elemento similar sin fibras de acero, fallaría repentinamente con una deflexión pequeña y mediante la separación del elemento en dos piezas.

Estas dos simples manifestaciones de tenacidad en el concreto, ejemplifican las dos categorías de técnicas de ensaye para la cuantificación de la tenacidad, es decir, mediante la imposición de cargas de alta velocidad con aplicaciones simples o múltiples, o bien mediante la aplicación de carga monotónica creciente.

La técnica más usual para la determinación de la tenacidad en el CRFA, se realiza mediante la aplicación de carga flexionante; ya que esta refleja las condiciones de esfuerzo en la mayoría de las aplicaciones tales como pavimentos, pisos y revestimientos de concreto lanzado. Esta técnica también es preferible porque los resultados se muestran en valores inferiores, que los hace más seguros para su uso en diseño. En los métodos estándar para este tipo de prueba, JSCE SF-4 y

ASTM C 1018, la medición de la tenacidad se deriva del análisis de la curva carga-deflexión como se indica en la figura 3.6.



**Figura 3.6 – Esquemas de curvas carga-deflexión y parámetros de tenacidad. (Gopalaratnam y otros, 1991)**

### 3.5.4 Durabilidad

a) *Corrosión de las fibras: Concreto sin grietas.* Algunas experiencias registradas (ACI 544.1R, 2002), muestran que en un concreto con una resistencia a los 28 días mayor de 3000psi (21 MPa), bien compactado y que cumpla con las recomendaciones del ACI 318 para relación a/c, la corrosión de las fibras se limitará a las caras superficiales de concreto. Una vez que las fibras de la superficie se corroen, no se presenta una tendencia a la propagación de la corrosión en más de 0.1in (2.5mm) por debajo de la superficie, incluso cuando el concreto es altamente saturado con iones cloruro. Dado que las fibras son cortas, discontinuas y rara vez se tocan entre sí, no existe un camino conductivo continuo del potencial de corriente entre las diferentes áreas del concreto.

b) *Corrosión de las fibras: Concreto agrietado.* Algunos estudios en campo y laboratorio de CRFA agrietado en ambientes con contenido de cloruros, indican que las grietas en el concreto pueden favorecer la corrosión de las fibras que atraviesan la grieta (Hoff, 1987). Sin embargo, los anchos de grieta menores a 0.1mm, no permiten que la corrosión de fibras atraviese la grieta (Morse & Williamson, 1977). Si las grietas son de ancho menor a 0.1mm, su profundidad es limitada y las consecuencias de esta corrosión localizada pueden no ser significantes estructuralmente. Sin embargo, si se consideran agrietamientos de tensión por flexión, la dimensión de estas pueden llevar a una condición estructural catastrófica, por lo que deben tomarse todas las consideraciones necesarias para atender el problema de la corrosión.

La mayoría de las pruebas de corrosión en CRFA, se han desarrollado en ambientes de saturación de cloruros, tanto experimentalmente en laboratorios como en zonas marinas con marea. El

comportamiento del CRFA ante corrosión en ambientes agresivos no saturados o en exposición a agua dulce, es limitado, aunque basado en las pruebas en ambientes con cloruros y en el conocimiento actual sobre corrosión del refuerzo, es prudente considerar que en la mayoría de los ambientes agresivos donde se presenten grietas en el concreto reforzado con fibras de acero, se va a presentar el problema de la corrosión en las fibras que atraviesen dichas grietas.

Para reducir el potencial de corrosión en grietas o coloración superficial, algunas posibles alternativas son el uso de fibras de acero aleadas, fibras de acero inoxidable o bien, fibras de acero galvanizado.

### **3.5.5 Aplicaciones del CRFA**

De acuerdo con las características del CRFA, sus aplicaciones constructivas, dependerán del ingenio del diseñador y del constructor al tomar ventaja de la resistencia a tensión dinámica y estática, características de absorción de energía, tenacidad y rendimiento ante fatiga, de este material compuesto. Por otro lado, la dispersión uniforme de las fibras a través del concreto le provee de propiedades de resistencia isotrópica que no son comunes en concreto reforzado convencionalmente.

Generalmente, cuando se emplean fibras de acero en aplicaciones estructurales, el concreto reforzado con fibras ha sido utilizado únicamente en un rol suplementario de inhibición de agrietamientos, para mejorar la resistencia al impacto, ante cargas dinámicas, así como para resistir la desintegración del material. En miembros estructurales donde se presentan esfuerzos de tensión axiales o por flexión, tales como vigas, columnas y losas suspendidas, las barras de refuerzo se diseñan para ser capaces de resistir los esfuerzos de tensión.

En aplicaciones donde la presencia de refuerzo continuo no es esencial para la seguridad y la integridad de la estructura, por ejemplo pavimentos, revestimientos de concreto lanzado, etc., el mejoramiento de la resistencia a flexión asociado con el uso de las fibras, puede ser aprovechado para reducir los espesores de la sección, mejorar su rendimiento, o ambos.

Los siguientes son ejemplos de aplicaciones estructurales y no estructurales del concreto reforzado con fibras de acero:

- Estructuras Hidráulicas – Presas, vertederos, aliviaderos, canales y otras estructuras para proveer de resistencia a la cavitación, y erosión hidráulica severa (Shrader, 1989).
- Pavimentos de Autopistas y Aeropuertos – Particularmente donde se desean espesores menores a las losas normales (Johnston, 1984).
- Pisos industriales – Para resistencia a impacto y resistencia a choques térmicos (Vanderberghe y Nemegeer, 1985).
- Concreto refractario – Usado con cementos con altos contenidos de alúmina tanto en elementos colados normalmente y concretos lanzados (Lankard, 1978).
- Tableros de puentes – Como capas superiores donde la estructura primaria subyacente de apoyo es de concreto reforzado normal (Melamed, 1985).

- Revestimientos de concreto lanzado – Para soporte bajo tierra en túneles y minas, usualmente con anclajes para roca, (Morgan McAskill, 1988) o bien para estabilización de taludes (Henager, 1981).
- En estructuras de cascarón delgado – Para domos de concreto lanzado (Haber 1986)
- Concreto con fibras impregnadas por lechada (SIFCON) – para estructuras resistentes a impacto y explosiones, refractarios y reparaciones de autopistas (Naaman y Homrich, 1989).
- Estructuras resistentes a explosiones – Usualmente en combinación con barras de refuerzo (Henager 1983).
- Usos posibles en estructuras sismo-resistentes (Henager, 1977; Craig, 1984).

En el capítulo siguiente, se presentan algunas consideraciones que deben tomarse en cuenta al emplear al CRFA como alternativa en elementos estructurales, tales como vigas sujetas a flexión y cortante. El entendimiento de las propiedades del compuesto puede hacer evidentes los beneficios de su uso en este tipo de elementos siempre y cuando se comprendan sus alcances y limitaciones.



# Capítulo 4

---

---

DISEÑO DE CONCRETO REFORZADO CON  
FIBRAS DE ACERO (EVIDENCIA EXPERIMENTAL  
PREVIA)

## CAPÍTULO 4

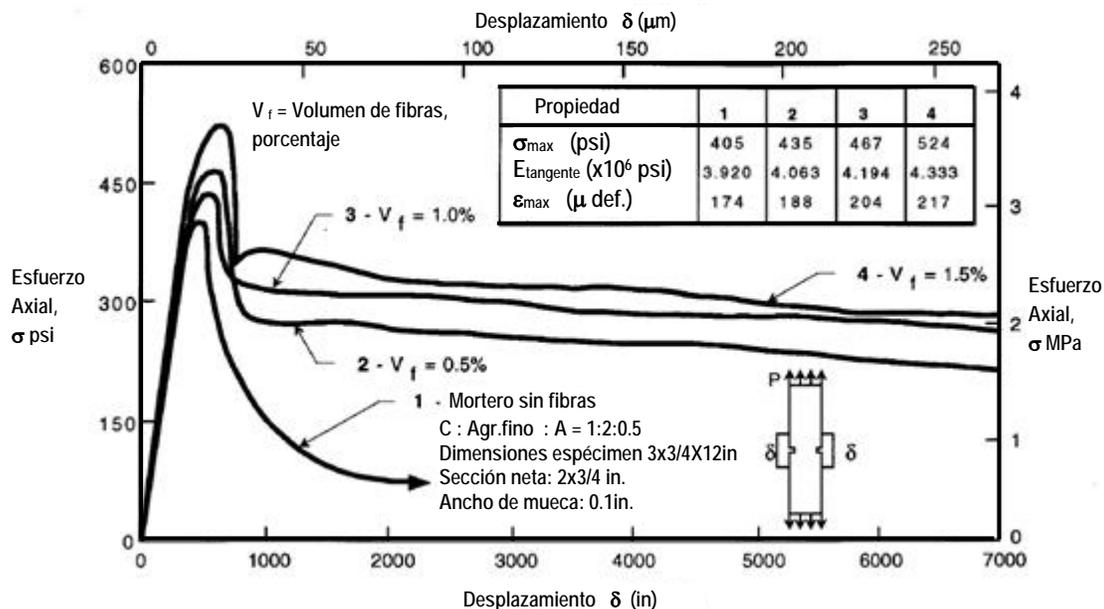
### DISEÑO DE CONCRETO REFORZADO CON FIBRAS DE ACERO (EVIDENCIA EXPERIMENTAL PREVIA)

#### 4.1 Comportamiento y Modos de falla del CRFA

Ya se ha reconocido que el comportamiento a tensión de las matrices de concreto, puede ser mejorado con la adición de fibras de acero, y dependiendo de la geometría y tipo de fibra, se pueden presentar cierto número de mecanismos de falla. En general, los modelos analíticos están formulados en las bases de uno o más de estos mecanismos de falla. Por lo tanto es relevante que se describan los tipos primarios de mecanismos de falla de los compuestos de concreto reforzado con fibras.

De manera similar al comportamiento de concreto simple, la falla del compuesto bajo la mayoría de los tipos de carga, se inicia mediante el agrietamiento por tensión de la matriz a lo largo de planos donde los esfuerzos de tensión normales, exceden los valores últimos. Esto puede ser seguido de un agrietamiento múltiple de la matriz antes de que el compuesto se fracture, siempre que las fibras sean lo suficientemente largas (o continuas). Sin embargo cuando se utilizan fibras cortas de alta resistencia (de acero, vidrio etc.), una vez que la matriz se ha agrietado ocurre uno de los siguientes tipos de falla:

1. El compuesto se fractura inmediatamente después del agrietamiento de la matriz. Esto resulta del inadecuado contenido de fibras en la sección crítica o de la insuficiente longitud de las fibras para transmitir los esfuerzos a través de las grietas de la matriz.
2. El compuesto continúa con la disminución de carga después del punto máximo. La resistencia post-agrietamiento es principalmente atribuida por el desprendimiento de las fibras. Aunque no se observe un incremento significativo en la resistencia del compuesto, se obtiene un aumento considerable en la energía de fractura y en la tenacidad, como se muestra en la figura 4.1. Esta propiedad de tenacidad permite a las grietas funcionar como articulaciones y redistribuir los esfuerzos. De esta forma, la carga de falla de la estructura puede ser substancialmente mayor que para concreto sin refuerzo, aunque la resistencia a flexión no se incrementa.
3. El compuesto continúa con un incremento de carga después del agrietamiento de la matriz. La capacidad de carga “pico” del compuesto y la correspondiente deformación son significativamente mayores que los de una matriz sin refuerzo. Durante la parte anterior del rango inelástico de la respuesta del compuesto, un desprendimiento y ablandamiento progresivo de la interfaz puede ser responsable del proceso de absorción de energía. Es claro que este tipo de falla del compuesto, es esencialmente el mismo que el tipo 2, pero con una mayor capacidad de carga y control de crecimiento de grietas.



**Figura 4.1. Resultados típicos de curvas esfuerzo-deformación obtenidas de pruebas de tensión directa en morteros sin fibras y morteros reforzados con fibras de acero. (ACI 544.1R, 2002)**

De este modo, basados en parte del enfoque fundamental de su formulación, los modelos analíticos pueden ser categorizados como: modelos basados en la teoría de fractura múltiple, modelos de compuesto, modelos de alivio de deformación, modelos de mecanismos de fractura, modelos de mecanismos de interfaz, y modelos micro-mecánicos (Gopalaratnam, 1987)

Estos modelos han sido muy útiles en el entendimiento de los mecanismos básicos de transferencia de esfuerzos en la interfaz fibra-matriz, y mostrando que el ablandamiento de la interfaz y el desprendimiento de las fibras juegan un rol importante en la fractura de cada compuesto reforzado con fibras. Sin embargo aun se necesitan importantes esfuerzos de investigación para modificar estos modelos para predecir las características de desprendimiento de las fibras inclinadas que son orientadas aleatoriamente en la matriz agrietada (aleatoriedad tanto en la orientación angular como en la longitud ahogada).

#### 4.2 Consideraciones de diseño

El Concreto Reforzado con Fibras de Acero, es utilizado normalmente en las aplicaciones que se han descrito en las secciones anteriores, las cuales excluyen generalmente las aplicaciones estructurales, sin embargo el Comité 544 del ACI, considera que éstas y algunas otras aplicaciones pueden ser desarrolladas una vez que los ingenieros tomen conciencia de las propiedades benéficas del material y tengan acceso a los procedimientos adecuados de diseño.

En torno a esto, el diseñador puede considerar al CRFA como un concreto con una capacidad de deformación mayor, resistencia al impacto, absorción de energía, rendimiento ante fatiga, y resistencia a tensión. El incremento en estas propiedades puede variar desde nula, hasta substancial, dependiendo de la cantidad y tipo de fibras utilizadas. Sin embargo, las propiedades

del compuesto, como ya se ha mencionado, usualmente no se incrementan directamente con el volumen de fibras utilizado.

Actualmente hay disponibles una gran cantidad de enfoques para el diseño y dimensionamiento de miembros con CRFA. Estos se basan en métodos de diseño convencionales, generalmente suplementados con procedimientos especiales para la contribución de las fibras; algunos de estos procedimientos se describen en el reporte ACI 544.4R 1999, y en este trabajo se presentan algunos de ellos.

En aplicaciones donde la presencia de refuerzo continuo por tensión no es esencial para la seguridad e integridad de la estructura, como en pisos sobre terreno, pavimentos, revestimientos de concreto lanzado, etc., la mejora de la resistencia a flexión, a impacto, tenacidad y desempeño ante fatiga, asociadas al uso de fibras pueden ser aprovechadas para reducir los espesores de las secciones, mejorar su comportamiento o ambas.

Generalmente, para componentes estructurales a flexión, las fibras de acero deben ser utilizadas en conjunto con un diseño apropiado de refuerzo continuo. Las fibras pueden limitar el agrietamiento y mejorar la resistencia del material al deterioro como resultado de fatiga, impacto y contracción o cargas térmicas. Un planteamiento conservador pero razonable para elementos estructurales, donde ocurren cargas de tensión o de flexión, como en vigas, columnas o losas elevadas, es que las barras de refuerzo deban emplearse para resistir la carga de tensión total; esto debido a que la variabilidad de la distribución de las fibras puede ser tal, que un bajo contenido de fibras en áreas críticas, conllevaría a una reducción inaceptable de resistencia.

Existen algunas aplicaciones donde las fibras de acero, han sido utilizadas sin barras para tomar las cargas por flexión. En tales casos, la confiabilidad de los miembros, debe ser demostrada mediante pruebas a escala real, y su fabricación debe emplear controles de calidad rígidos.

Inclusive, algunos ensayos a escala natural, han mostrado que las fibras de acero son efectivas supliendo o reemplazando los estribos en las vigas (Williamson 1978; Craig 1983; Sharma 1986). Por otro lado, otras pruebas similares han mostrado que el refuerzo con fibras de acero, en combinación con barras de refuerzo, pueden incrementar la capacidad de momento de las vigas de concreto. (Hennager & Doherty 1976; Henager 1977).

En lo que refiere a guías sobre el proporcionamiento, mezclado, colocación, acabado y métodos de prueba para la medición de la trabajabilidad del CRFA, se recomienda consultar el reporte ACI 544.3R-99.

### **4.2.1. Propiedades Mecánicas utilizadas para Diseño**

Las propiedades mecánicas del CRFA, son influenciadas por el tipo de fibra, relación de aspecto (relación entre la longitud y diámetro de la fibra), contenido de fibras, resistencia de la matriz, tamaño, forma y método de preparación del espécimen, y tamaño del agregado. Por esta razón, las mezclas propuestas para su uso en un diseño deben ser probadas, preferentemente en

especímenes representativos al uso final, para verificar los valores de las propiedades asumidas en el diseño.

El mecanismo de reforzamiento de las fibras en el concreto, implica la transferencia de esfuerzos de la matriz a la fibra mediante contacto interfacial, o bien mediante trabazón entre la fibra y la matriz si es que la fibra cuenta con rugosidad superficial. En ese momento, los esfuerzos son compartidos por la fibra y la matriz en tensión hasta que la matriz se agrieta, y entonces el esfuerzo es progresivamente transferido a las fibras.

Aparte de la matriz cementante misma, las variables más importantes que gobiernan las propiedades del CRFA, son la eficiencia de la fibra y el contenido de fibras (porcentaje en volumen o peso de las fibras y número total de fibras). La eficiencia de las fibras es controlada por la resistencia de las fibras al desprendimiento (*pullout*), la cual a su vez depende de la adherencia en la interfaz fibra-matriz. Para fibras con sección uniforme, la resistencia al desprendimiento se incrementa con el aumento de la longitud de la fibra.

También, dado que la resistencia al desprendimiento es proporcional al área de superficie interfacial, las fibras de diámetro pequeño y de sección transversal no redonda, poseen más resistencia al desprendimiento por unidad de volumen, que las fibras de diámetro mayor de sección circular, porque ellas tienen más área superficial por unidad de volumen. Por lo tanto entre mayor sea el área de superficie interfacial (o menor sea el diámetro), la adherencia de la fibra es más efectiva. Por lo tanto para una longitud dada de una fibra, una elevada relación entre la longitud y el diámetro (relación de aspecto) es asociada con una mayor eficiencia de las fibras. Basado en esto, se entiende que las fibras deben tener una relación de aspecto alta para asegurar que se alcanza su resistencia a tensión durante la falla del compuesto.

Por otro lado, algunas investigaciones han mostrado que el uso de fibras con una relación de aspecto mayor a 100, usualmente causa una inadecuada trabajabilidad de la mezcla de concreto, una distribución de fibras no uniforme, o ambas cuando se utilizan las técnicas convencionales de mezclado. Actualmente, las fibras de uso común tienen una relación de aspecto menor a 100, y la falla del compuesto es, por lo tanto, debida primeramente al desprendimiento de la fibra, sin embargo, como ya se mencionó anteriormente, se puede incrementar la resistencia al desprendimiento sin afectar la relación de aspecto mediante deformación de sus superficies o mediante anclaje en sus extremos, así la falla puede involucrar la fractura de algunas fibras, aunque usualmente sigue siendo gobernada por desprendimiento.

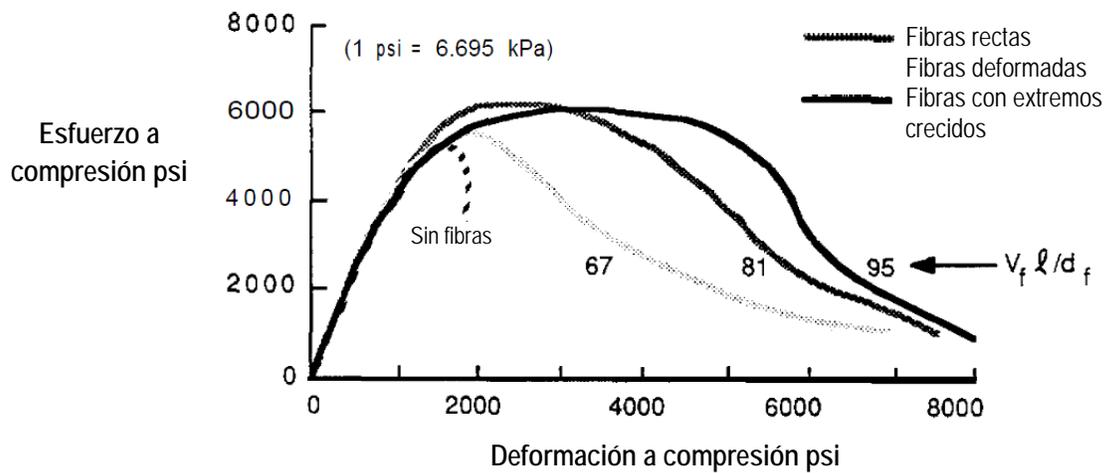
A pesar de esto, una ventaja sobre el tipo de falla por desprendimiento, es que esta es gradual y dúctil comparada con la falla más rápida y catastrófica que puede ocurrir si la fibra se rompe en tensión. Generalmente entre más dúctil es la fibra, también es más dúctil y gradual la falla del concreto.

A continuación se describen las propiedades mecánicas del CRFA y su variación con el tipo y contenido de fibras.

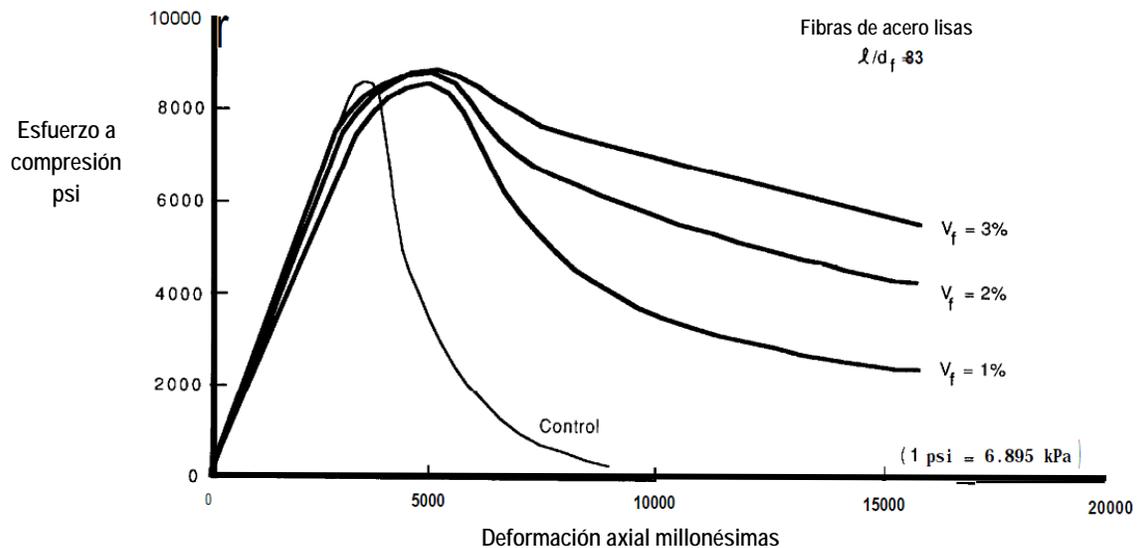
**4.2.1.1. Compresión**

El efecto de las fibras sobre la resistencia a compresión del concreto es variable. Algunos reportes sobre concreto, (a diferencia de mortero) varían desde casi nula en la mayoría de los casos, hasta un aumento de 23% para concreto con contenido de 2% en volumen de fibras con relación de aspecto ( $l/d = 100$ ), y tamaño máximo de agregado de  $\frac{3}{4}$ "in. (19mm), y ensayados en cilindros de 6 x 12in. (150 x 300mm). Para mezclas de mortero, el incremento varía de casi nulo a muy leve. (Williamson 1978).

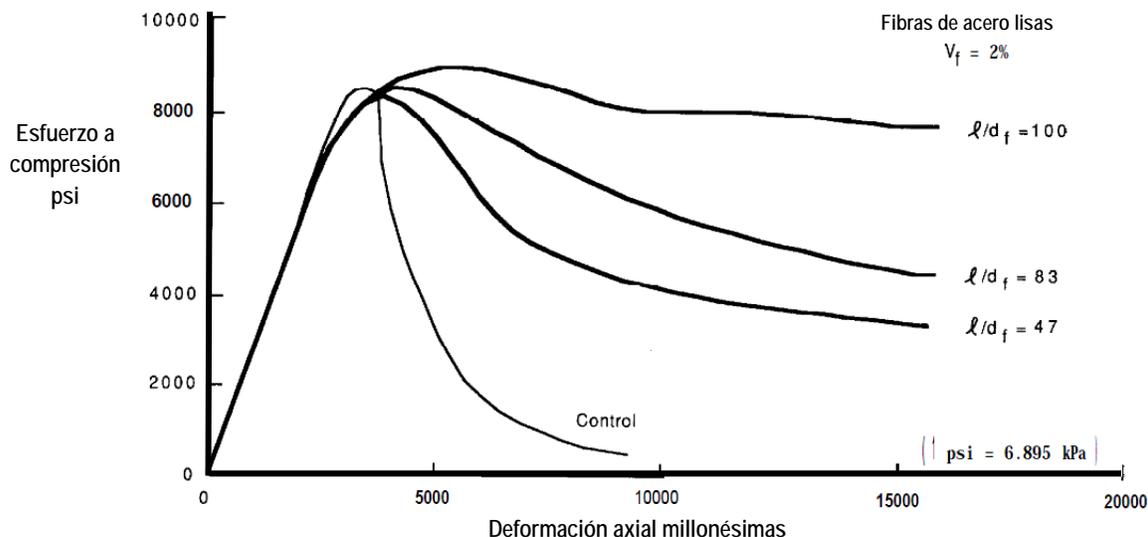
La figura 4.2 muestra algunas curvas típicas de esfuerzo-deformación para concreto reforzado con fibras en compresión. Las figuras 4.3 y 4.4 muestran las mismas curvas para mortero reforzado con fibras de acero en compresión.



**Figura 4.2 – Curvas esfuerzo-deformación de CRFA en compresión (ACI 544.4R-99)**



**Figura 4.3 – Influencia del volumen de fibras en las curvas esfuerzo-deformación en compresión**



**Figura 4.4 -- Influencia de la relación de aspecto en las curvas esfuerzo-deformación.**

En estas figuras, se puede notar el incremento sustancial en la deformación a los esfuerzos máximos, así como la pendiente de la porción descendente que es menor que la de los especímenes de control sin fibras. Esto es indicativo de una muy alta tenacidad, donde la tenacidad es la medición de la habilidad de absorber energía durante la deformación, y puede ser estimada del área bajo la curva esfuerzo-deformación o carga-deformación. La tenacidad mejorada en compresión, proporcionada por las fibras es muy útil para prevenir una falla repentina y explosiva bajo carga estática, y absorbiendo energía durante cargas dinámicas.

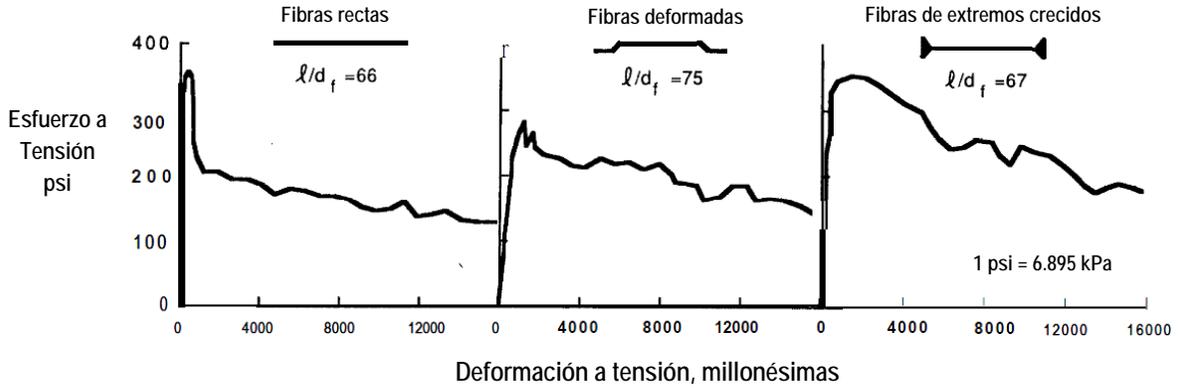
#### 4.2.1.2. Tensión Directa

No existe un método para determinar la curva esfuerzo-deformación del concreto con fibras en tensión directa. Las curvas observadas dependen del tamaño del espécimen, método de prueba, rigidez de la máquina de prueba, longitud de los deformímetros, y de si ocurre agrietamiento simple o múltiple a través de la longitud del deformímetro.

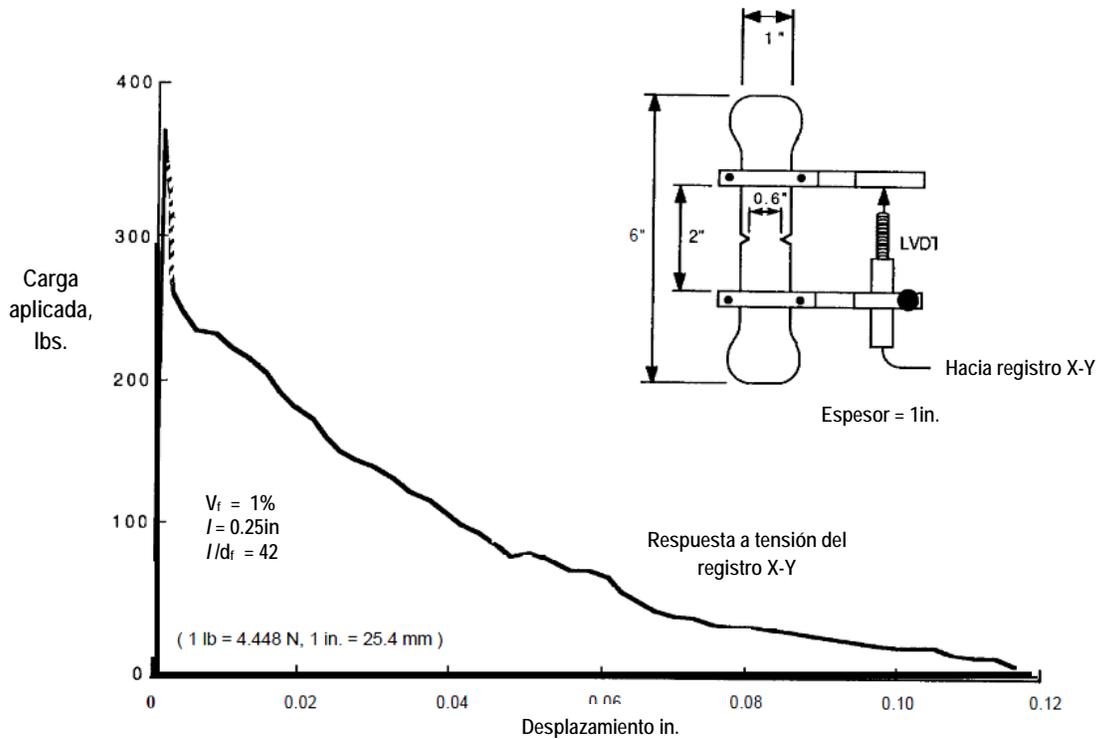
Algunos ejemplos de estas curvas (con deformaciones medidas a partir de galgas de deformación) para mortero reforzado con fibras de acero, se muestran en la figura 4.5 (Shah y otros, 1978).

En las figuras, la parte descendente de la curva, depende de los parámetros del refuerzo por fibras, principalmente, la forma de la fibra, el contenido de fibras y la relación de aspecto.

La resistencia del CRFA a tensión, es generalmente del mismo orden que la del concreto sin fibras, es decir, de 300 a 600 psi (2 a 4 MPa). Sin embargo, su tenacidad (definida y medida de acuerdo con la norma ASTM C 1018) puede ser de 1 o 2 veces mayor magnitud, primeramente debido a la energía friccionante y de adherencia de la fibra durante su efecto de desprendimiento en cualquier lado de la grieta, y debido a la deformación de múltiple agrietamiento cuando estas ocurren. (Figura 4.6) (Visalvanich & Naaman, 1983).



**Figura 4.5 – Curvas esfuerzo-deformación de morteros reforzados con fibras de acero en tensión (1.73 % de fibras en volumen) (Shah, 1978).**

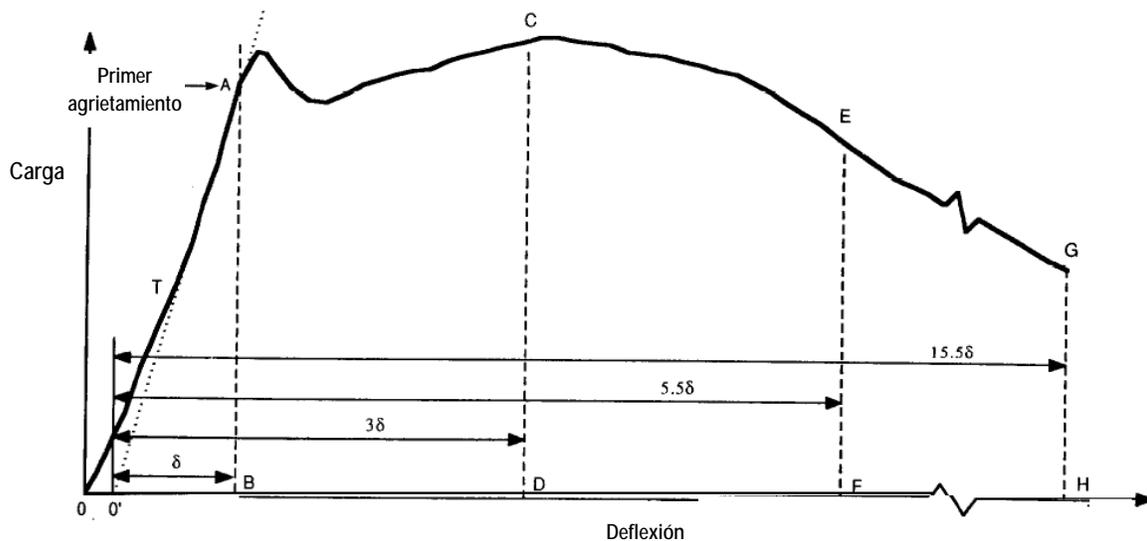


**Figura 4.6 – Curva carga-deformación típica de morteros reforzados con fibras de acero en tensión (Visalvanich & Naaman, 1983).**

#### 4.2.1.3. Resistencia a Flexión

La influencia de las fibras de acero a la resistencia a flexión del concreto y morteros, es mucho mayor que para tensión directa o compresión. Normalmente se reportan dos valores de resistencia a flexión. El primero, llamado resistencia a flexión al primer agrietamiento, correspondiente a la carga a la cual la curva carga-deformación, se aparta de la linealidad (Punto A de la figura 4.7). El otro corresponde a la máxima carga soportada, comúnmente resistencia a flexión última o módulo de ruptura. (Punto C de la figura 4.7). La resistencia se calcula a partir de la correspondiente carga utilizando la fórmula para el módulo de ruptura dada en la ASTM C 78,

aunque la linealidad de esfuerzos y la distribución de deformaciones sobre la cual está basada la fórmula ya no apliquen después de que la matriz se agrieta.



**Figura 4.7 – Características importantes de la curva carga-deflexión (ASTM C 1018)**

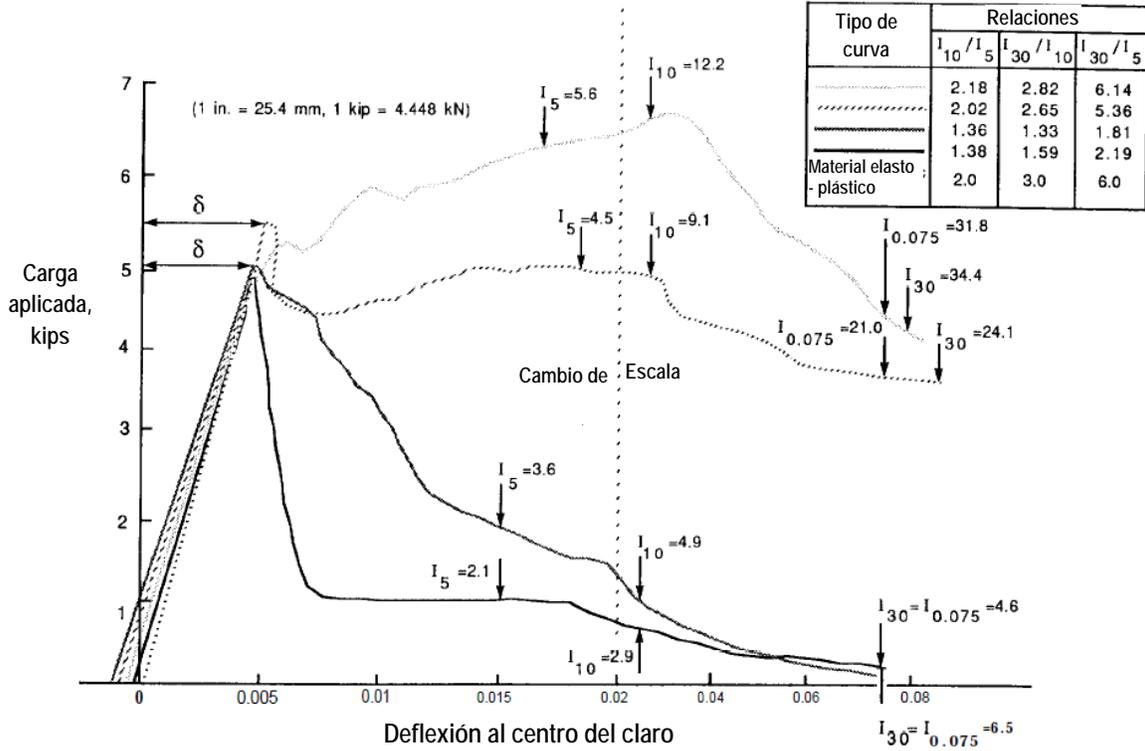
La figura 4.8 muestra el rango de curvas carga flexionante-deflexión que pueden ocurrir con diferentes tipos y cantidades de fibras en una misma matriz. En la gráfica se puede observar que para contenidos altos de fibras, tanto la resistencia a flexión al primer agrietamiento como la resistencia última, son notoriamente distintas (curva superior), pero para cantidades menores de fibras, la carga correspondiente al primer agrietamiento, puede ser la máxima carga también (curvas inferiores). La forma de la curva post-agrietamiento, es una consideración importante en el diseño, y esto se discutirá en relación con el cálculo de la tenacidad a flexión.

Los procedimientos para la determinación de las resistencias al primer agrietamiento y la última, tal como se encuentran publicadas en el reporte ACI 544.2R y la ASTM C 1018, están basadas en el ensayo de vigas de 4 x 4 x 14 in (100 x 100 x 350mm) bajo carga puntal a los tercios para control de calidad. Otros tamaños, y formas de especímenes darían valores mayores o menores de resistencia, dependiendo de la longitud del claro, ancho y peralte de la sección transversal, y relación entre la longitud de la fibra y la dimensión mínima de la sección transversal del espécimen.

Generalmente, la resistencia última a flexión, incrementa en relación con el producto de la concentración en volumen de la fibra  $v_f$  y la relación de aspecto  $l/d$ . Concentraciones menores de 0.5 por ciento en volumen de fibras con relación de aspecto del orden de 50, tienen un efecto casi nulo en las propiedades mecánicas estáticas.

Las características de la curva después del agrietamiento, dependen en su mayoría de la elección del tipo de fibra, y del volumen utilizado. Así mismo, para concretos reforzados con fibras, dichas resistencias disminuyen con el aumento en el tamaño máximo y proporción de los agregados

gruesos utilizados. En la práctica común, las consideraciones de trabajabilidad asociadas con equipos y prácticas convencionales de colocación, usualmente limitan el producto de la concentración en volumen de las fibras y la relación de aspecto  $vl/d$  a un valor de 100 para fibras rectas uniformes.



**Figura 4.8 – Curvas carga-deflexión que ilustran el posible rango de comportamiento del material para 4 mezclas con diferentes cantidades y tipos de fibras (ASTM C 1018)**

Las fibras con deformaciones, irregularidades de superficie y con anclajes en los extremos permiten resistencias por encima de los concretos reforzados con fibras lisas rectas en la misma concentración de volumen, o permiten valores de resistencia similar con contenidos menores de fibras. El uso de aditivos superplastificantes también puede ayudar a incrementar las resistencias si se reduce la relación a/c de la mezcla, mientras impide la disminución de la trabajabilidad.

**4.2.1.4. Tenacidad a flexión**

La tenacidad es una característica importante para la cual el concreto reforzado con fibras de acero es conocido. Bajo carga estática, la tenacidad a flexión puede ser definida como el área bajo la curva carga-deflexión en flexión, la cual es la energía total absorbida antes de que se complete la separación del espécimen (ACI 544.1R, 1999). Los índices de tenacidad a flexión para concreto con fibras de acero, pueden ser calculados como la relación del área bajo la curva carga-deflexión hasta un punto específico, sobre el área hasta el primer agrietamiento, como lo indica la ASTM C 1018, o sobre el área obtenida para la matriz sin fibras.

Algunos ejemplos del cálculo de los índices  $I_5, I_{10}, I_{30}$ , los cuales pueden ser calculados para cualquier tamaño o forma de espécimen, también se muestran en la Figura 4.8 y Figura 3.6 b).

Estos índices, se obtienen dividiendo el área bajo la curva carga-deflexión, determinada a una deflexión que es un múltiplo de la deflexión correspondiente al primer agrietamiento, sobre el área bajo la curva determinada hasta la deflexión correspondiente al primer agrietamiento (Figura 3.6b). El índice  $I_5$  es determinado a una deflexión de 3 veces la deflexión del primer agrietamiento, El índice  $I_{10}$  es determinado a 5.5, e  $I_{30}$  a 15.5 veces la deflexión del primer agrietamiento. Por ejemplo, para la segunda curva más alta de la figura 4.8, la deflexión al primer agrietamiento es de 0.0055 in, (0.014 mm). El índice  $I_5$  es por lo tanto determinado a una deflexión de 0.0165 in, (0.042 mm). Los otros índices son calculados similarmente.

Los valores de los índices de tenacidad de la ASTM C 1018, son esencialmente independientes de si la matriz es mortero o concreto, por lo tanto, los índices reflejan el efecto de tenacidad proporcionado por las fibras, en forma distinta de lo que lo haría cualquier efecto de reforzamiento que pueda ocurrir, como el incremento de la resistencia al primer agrietamiento.

Para concretos con contenido de fibras del tipo de anclaje mejorado, tal como deformaciones superficiales, extremos doblados, anclajes mecánicos en los extremos, o fibras con perturbaciones en toda su longitud, los valores de 5.0 para  $I_5$  y de 10 para  $I_{10}$  son fácilmente conseguidos con volúmenes de fibra de 1% o menos. Tales valores para dichos índices indican un compuesto con comportamiento plástico posterior al primer agrietamiento, lo cual se aproxima al comportamiento del acero blando después de alcanzar su punto de fluencia (Las 2 curvas superiores de la figura 4.8). Un menor contenido de fibras o bien, fibras de efectividad de adherencia menores, producen correspondientemente menores valores índices. (Las 2 curvas inferiores de la figura 4.8).

### 4.3. Diseño de vigas de concreto reforzado con fibras de acero

El mayor número de aplicaciones del CRFA se han desarrollado en el área de losas, cubiertas para puentes, pavimentos de aeropuertos, áreas de estacionamiento y ambientes sujetos a cavitación/erosión, o bien proyectos de rehabilitación asociados a los mismos elementos. En lo que respecta al objetivo de este trabajo, se hará énfasis en el diseño de elementos “viga” estructurales ante los elementos mecánicos de flexión y de cortante que se presentan a continuación.

#### 4.3.1. Flexión

- a) *Predicción de la resistencia a flexión en vigas con fibras únicamente.* De los diferentes métodos desarrollados para predecir la resistencia de vigas reforzadas únicamente con fibras de acero, algunos utilizan datos empíricos obtenidos de experimentos en laboratorios. Otros utilizan el área de adherencia de la fibra o los principios de las mezclas, más un factor de distribución aleatorio, esfuerzos de adherencia y esfuerzos en las fibras. Las ecuaciones desarrolladas por Swamy y otros (1974) se basan en una derivación teórica con los coeficientes obtenidos de un análisis de regresión de sus resultados. Aunque el coeficiente de correlación del análisis de regresión (de los datos de laboratorio analizados)

fue de 0.98, las predicciones pueden ser de tanto como 50 por ciento mayores respecto a mezclas producidas en la práctica.

Las ecuaciones son aplicables únicamente a pequeñas vigas de 4 x 4 x 12 in. (100 x 100 x 305 mm) o a pequeñas vigas secundarias en una estructura con dimensiones del mismo orden. Los autores indican que no se debe intentar extrapolar los resultados a vigas mayores, o a volúmenes de fibras fuera del rango de datos usados en el análisis de regresión. Las ecuaciones de resistencia del compuesto al primer agrietamiento (psi), son:

$$\sigma_{cf} = 0.843 \cdot f_r V_m + 425 V_f l/d_f \quad (4.1)$$

La resistencia a flexión última (psi) es:

$$\sigma_{cu} = 0.97 \cdot f_r V_m + 494 V_f l/d_f \quad (4.2)$$

Donde:

$f_r$  = Esfuerzo en la matriz (modulo de ruptura del mortero o concreto sin fibras), psi

$V_m$  = Fracción de volumen de la matriz =  $1 - V_f$

$V_f$  = Fracción de volumen de las fibras =  $1 - V_m$

$l/d_f$  = Relación de aspecto (relación entre longitud y diámetro de las fibras)

Estas ecuaciones se correlacionan bien con trabajo de laboratorio. Sin embargo, como se mencionó previamente, si se utilizan para predecir la resistencia de elementos en el campo, las predicciones serán más altas que los resultados reales hasta en un 50%.

b) *Análisis estático a flexión de vigas reforzadas con barras y fibras de acero.* El método desarrollado por Hennager & Doherty (1976) para la predicción de resistencia a flexión de vigas reforzadas con barras y fibras de acero, es similar al método de diseño por resistencia última del ACI. La resistencia a tensión del concreto con fibras calculada se suma a la contribución de las barras de refuerzo para obtener el momento último.

Las suposiciones básicas de diseño realizadas por Hennager y Doherty (1976) se muestran en la figura 4.9, y la ecuación para Momento nominal  $M_n$  de una viga de concreto reforzado con barras y fibras de acero es:

$$M_n = A_s f_y \left( d - \frac{a}{2} \right) + \sigma_t b (h - e) \left( \frac{h}{2} + \frac{e}{2} - \frac{a}{2} \right) \quad (4.3)$$

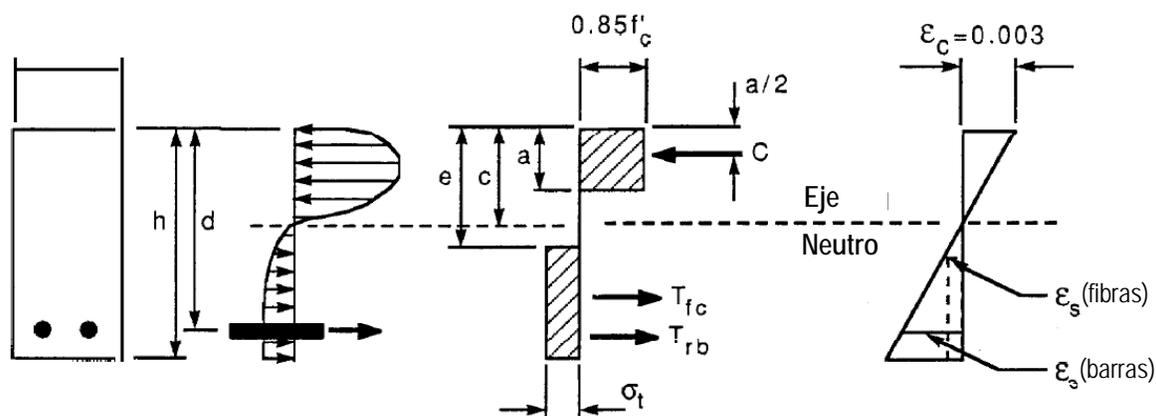
$$e = [\varepsilon_s(\text{fibras}) + 0.003] \cdot c / 0.003 \quad (4.4)$$

$$\sigma_t = 1.12 \frac{l}{d_f} p_f F_{be} \text{ (psi)} \quad \text{ó} \quad (4.5)$$

$$\sigma_t = 0.00772 \frac{l}{d_f} p_f F_{be} \text{ (MPa)} \quad (4.6)$$

Donde:

- $l$  = Longitud de la fibra
- $d_f$  = Diámetro de las fibras
- $p_f$  = Porcentaje en volumen de las fibras
- $F_{be}$  = Eficiencia de adherencia de las fibras la cual varía de 1.0 a 1.2 dependiendo de las características de las fibras.
- $a$  = Profundidad del bloque de esfuerzos rectangular
- $b$  = Ancho de la viga
- $c$  = Distancia de la fibra extrema a compresión al eje neutro encontrada igualando las fuerzas internas de Tensión y Compresión
- $d$  = Distancia de la fibra extrema a compresión al centroide del refuerzo a tensión
- $e$  = Distancia de la fibra extrema a compresión a la cima del bloque de esfuerzos a tensión (Figura 4.9)
- $\epsilon_s$  = Deformación del acero a tensión en el momento resistente teórico de la viga, para barras =  $f_y/E_s$ ; para las fibras =  $\sigma_f/E_s$  basado en el esfuerzo de las fibras desarrollado durante el desprendimiento (esfuerzo de adherencia dinámico de 333 psi) (2.29 MPa) (Figura 4.9)
- $\epsilon_c$  = Deformación del concreto a compresión
- $f'_c$  = Resistencia a compresión del concreto
- $f_y$  = Esfuerzo de fluencia en la barra de refuerzo
- $A_s$  = Área del refuerzo a tensión
- $C$  = Fuerza de compresión
- $h$  = Peralte total del elemento
- $\sigma_t$  = Esfuerzo de tensión en el concreto con fibras
- $E_s$  = Módulo de Elasticidad del acero
- $T_{fc}$  = Fuerza de tensión en el concreto con fibras =  $\sigma_t b (h - e)$
- $T_{rb}$  = Fuerza de tensión en la barra de refuerzo =  $A_s f_y$



**Figura 4.9 – Consideraciones de diseño para el análisis de una viga de concreto reforzada con barras y fibras de acero. (Adaptada de Henager & Doherty, 1976)**

En éste análisis, la deformación máxima utilizable en la fibra extrema a compresión del concreto es de 0.003. Sin embargo algunos datos indican que 0.003 es un valor conservador. El trabajo de Williamson (1973) y Pearlman (1979) indican que el valor de

0.0033 puede ser más realista para concreto con fibras. Swamy & Al-Ta'an (1981) recomiendan 0.0035. Por otro lado, basados en un estudio de articulaciones plásticas Hassoun y Sahebjam (1985), recomiendan una deformación de falla de 0.0035 para concreto con 1.0 por ciento de fibras, y 0.004 para entre 1 y 3 por ciento de fibras.

Alternativamente, la resistencia al desprendimiento "pullout strenght" de las fibras (utilizado en el cálculo de la deformación en tensión de las fibras) ha sido reportado por Voo y Foster (2003) para fibras con extremos doblados y fibras rectas tanto para matrices de concreto como de mortero, las cuales se calculan en términos de la resistencia a compresión del concreto  $f'c$  y se presentan en la tabla 4.1.

**Tabla 4.1 – Resistencia al desprendimiento de las fibras de acero "pullout resistance"; adaptada de Voo y Foster (2003)**

Tipo de Fibra	Matriz	Resistencia al desprendimiento "pullout resistance"
Fibras rectas	Concreto	$\tau_{f,\max} = 0.396\sqrt{f'c} \text{ (MPa)}$ $[4.77\sqrt{f'c} \text{ (psi)}]$
	Mortero	$\tau_{f,\max} = 0.33\sqrt{f'c} \text{ (MPa)}$ $[3.97\sqrt{f'c} \text{ (psi)}]$
Fibras con extremos doblados	Concreto	$\tau_{f,\max} = 0.825\sqrt{f'c} \text{ (MPa)}$ $[9.94\sqrt{f'c} \text{ (psi)}]$
	Mortero	$\tau_{f,\max} = 0.66\sqrt{f'c} \text{ (MPa)}$ $[7.95\sqrt{f'c} \text{ (psi)}]$

Al tomar en cuenta todas las consideraciones anteriores, surge la pregunta de si los factores de carga y de reducción de resistencia utilizados en los reglamentos de diseño, aun son aplicables. Por ello resulta necesario que se realicen las investigaciones adicionales para definir la confiabilidad de la contribución del concreto a tensión para definir un factor  $\phi$  adecuado para el segundo término de la ecuación (4.3), mientras que puede ser razonable mantener un factor de  $\phi = 0.9$  para la parte de la resistencia atribuida a las barras de refuerzo (primer término de la ecuación (4.3).

Las ecuaciones (4.5) y (4.6) incorporan un factor para el esfuerzo de adherencia de las fibras; este fue definido de su correlación con esas pruebas. La selección de 333 psi (2.3 MPa) surgió del análisis de fibras rectas, lisas, redondeadas, y fibras de alta resistencia con longitudes de anclaje de ½" a 1 ¼" in. (12 a 32 mm) dentro de un rango de resultados de 213 a 583 psi (1.5 a 4 MPa), Williamson (1974); Naaman & Shah (1976), en combinación

con cálculos que mostraron que el esfuerzo de 333 psi (2.3MPa) no causaría fractura de las fibras utilizadas en las fibras.

La fractura de fibras ocurre muy rara vez en CRFA sometido a flexión cuando se utilizan las proporciones de fibras y provisiones de anclaje normalmente disponibles y con relaciones  $l/d = 100$  o menores. Con esta premisa, la deformación de las fibras se limita al valor que producen cerca de 333 psi, y esta no aumenta por deslizamiento de las fibras o por arrancamiento de las mismas. Esta es la resistencia al arrancamiento que produce la tenacidad característica del CRFA durante al falla.

El reporte ACI 544.4R hace referencia a algunos otros autores que presentan algunos otros métodos de análisis de flexión estática en vigas reforzadas con fibras y barras, con la característica de tener el mismo problema de incluir el efecto de las fibras en la fuerza de tensión en el concreto.

#### 4.3.2. Cortante

Se tiene registro de un considerable número de datos de laboratorio que indican que las fibras de acero, incrementan sustancialmente la capacidad a cortante (tensión diagonal) de vigas de concreto y de mortero. En estos estudios, las fibras muestran tener ventajas potenciales cuando se utilizan como suplemento o reemplazo de estribos verticales o bastones de barras de acero. Estas ventajas son: (1) las fibras están aleatoriamente distribuidas a través del volumen de concreto, a mucho menor espacio del que se puede obtener con barras de refuerzo; (2) la resistencia al primer agrietamiento y la resistencia última a tensión, son incrementadas por las fibras; y (3) La resistencia al cortante por fricción también se incrementa.

Por otro lado, también se ha evidenciado mediante un buen número de pruebas, que los estribos y las fibras de refuerzo pueden ser utilizados efectivamente en combinación. Sin embargo, aunque el incremento en la capacidad de cortante ha sido cuantificado en diferentes investigaciones, esto, aún no ha sido ampliamente aprovechado en aplicaciones prácticas.

Batson y otros (1972) utilizaron vigas de mortero de 4 x 6 x 78 in. (100 x 150 x 2000 mm), para realizar una serie de pruebas para determinar la efectividad de fibras de acero rectas como refuerzo del alma en vigas con refuerzo convencional para flexión, y en base a los parámetros que utilizaron como: el tamaño de las fibras, tipo y concentración en volumen y relación claro de cortante a peralte efectivo  $a/d$ ; concluyeron que la capacidad a cortante de vigas rectangulares puede ser considerada una función de la relación Momento a Cortante,  $a/d$  ó  $M/Vd$ . El modelo de carga utilizado en sus pruebas fue de carga en los tercios de la viga.

En sus pruebas se encontró que para una relación claro de cortante a peralte  $a/d$  (siendo  $a$  = la distancia entre la carga concentrada y la cara del apoyo y  $d$  = la profundidad del centroide de las barras de refuerzo) de 4.8, las vigas sin fibras fallaron por cortante y desarrollaron un esfuerzo de cortante en la falla de 277 psi (1.91MPa). Para un volumen de fibras del 0.88 por ciento, el esfuerzo cortante a la falla fue de 310 psi (2.14 MPa) con falla por momento-cortante. Para una

concentración de 1.76 por ciento de fibras en volumen, el esfuerzo fue de 330 psi (2.28 MPa) con una falla por momento; y para un volumen de 2.66 por ciento se desarrolló un esfuerzo de 352 psi (2.43 MPa), también con falla por momento. Este último valor representó un incremento de 27% sobre las vigas sin fibras. Así mismo, el esfuerzo cortante a la falla de vigas con estribos no. 3 (diámetro de 3/8") a cada 2 in. (50mm) de espaciamiento en los tercios exteriores, promedió 315 psi (2.17 MPa). Para estos resultados todos los esfuerzos de cortante fueron calculados mediante la expresión  $v = VQ/Ib$ .

También notaron que conforme el claro de cortante disminuía, y el contenido de fibras aumentaba, se consiguieron desarrollar esfuerzos mayores a la falla. Por ejemplo, para una relación  $a/d = 3.6$  y un volumen porcentual de 0.88, el esfuerzo cortante en la falla fue de 444 psi (3.06 MPa) con falla por momento; para una  $a/d = 2.8$  y un volumen porcentual de 1.76 por ciento, el esfuerzo cortante en la falla fue de 550 psi (3.79 MPa) con falla por momento.

Williamson (1978), trabajó con vigas reforzadas convencionalmente de 12 x 21.5 in x 23 ft. (305 x 546 x 7010 mm), y encontró que al utilizar un volumen porcentual de 1.66 de fibras de acero rectas, en lugar de estribos, la capacidad a cortante de vigas se incrementaba en un 45 por ciento por sobre vigas sin estribos, no obstante las vigas fallaron por cortante; mientras que al utilizar fibras con extremos deformados (1.1 por ciento en volumen) la capacidad a cortante se incrementó de 45 a 67 por ciento y las vigas fallaron a flexión.

Basado en estos resultados Williamson (1978) concluyó que mediante el uso de fibras con extremos deformados, las fibras pueden incrementar la resistencia por cortante de las vigas de concreto, lo suficiente para prevenir la falla catastrófica por tensión diagonal y forzarlas a fallar en flexión; En su reporte Williamson hace un análisis que muestra que las fibras de acero pueden representar una alternativa económica ante el uso de estribos en diseño de concreto reforzado.

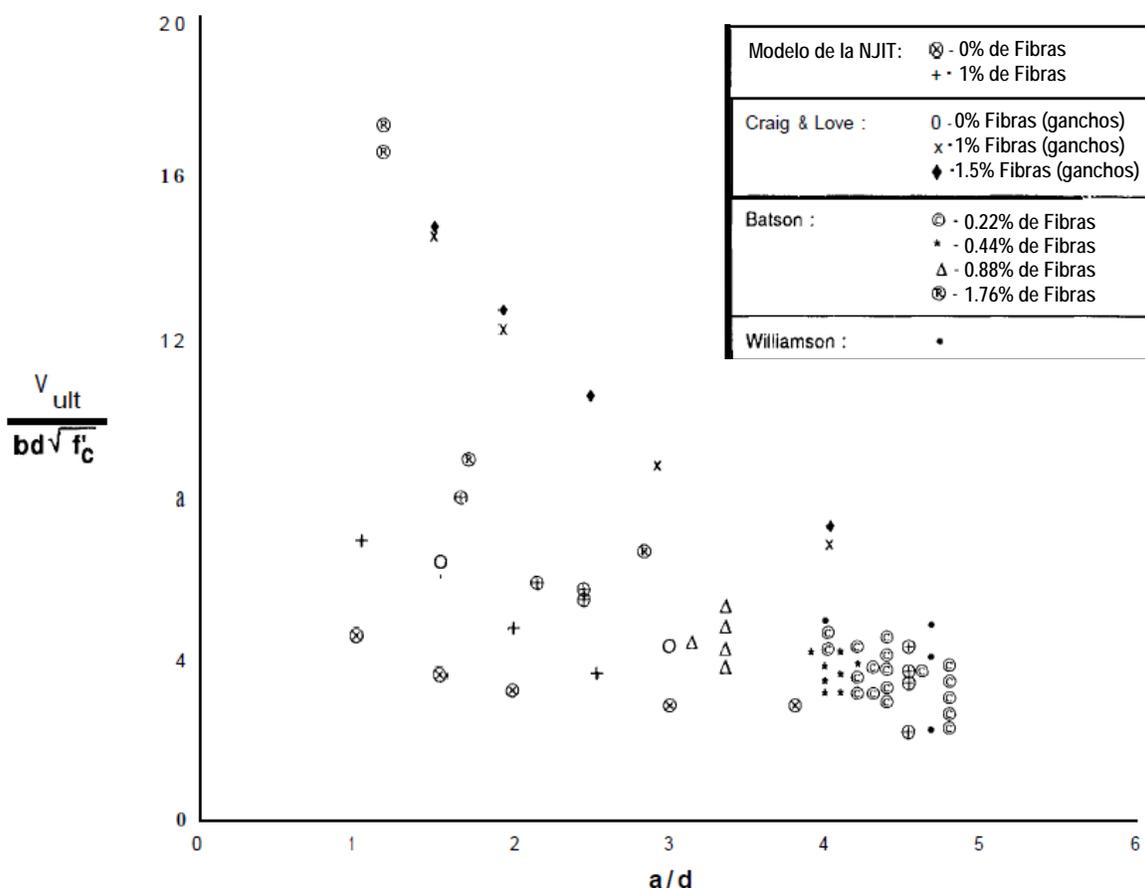
Alternativamente, algunas pruebas del *New Jersey Institute of Technology* (Craig, 1983) sobre concreto reforzado con fibras de acero con extremos ondulados, mostraron un incremento en la capacidad por cortante de hasta más de 100%.

Las vigas de escala natural, tenían sección transversal de 6 x 12 in. (150 x 300 mm), para los casos en que se empleó 1.0 y 1.5 por ciento en volumen de fibras con una  $a/d = 1.5$  fue de 130 y 140% respectivamente. Similarmente el incremento fue de 108% para vigas con  $a/d = 3.0$  y un volumen porcentual de 1.0.

De estos trabajos se concluyó que la combinación de estribos con fibras permite un agrietamiento lento y controlado, así como una mejor distribución de las grietas por tensión, y una penetración de grietas por cortante en la zona de compresión minimizada.

También se observó que en los casos en los que las fibras con extremos ondulados, fueron el único refuerzo por cortante, se presentó una disminución significativa del agrietamiento por tensión diagonal en las vigas.

La figura 4.10 muestra los resultados reportados por Craig (1983) y los compara con otros estudios.



**Figura 4.10 -- Comportamiento ante cortante de vigas de concreto fibro-reforzado (adaptada de ACI 544.4R-99)**

Como ya se mencionó en el capítulo 2 de este trabajo, el ACI 318-11, en su sección 11.4.6.1, para los casos en los que  $V_u$ , no exceda de  $\phi 2\sqrt{f'_c}b_wd$  (psi),  $[\phi 0.53\sqrt{f'_c}b_wd]$  [kgf/cm<sup>2</sup>], y se trate de vigas de peralte  $h$  menor a 24 in (609 mm), elaboradas con concreto reforzado con fibras de acero de peso normal con  $f'_c$  menor de 6000 psi (420 kgf/cm<sup>2</sup>), se permite omitir la colocación de refuerzo mínimo por cortante en forma de estribos o aros. Con lo anterior se acepta formalmente en este reglamento que las fibras incrementan la capacidad a cortante, mediante la aportación de resistencia a tensión diagonal después del agrietamiento, además de mejorar la distribución de las grietas, (efecto similar al de la inclusión de estribos), reducir el ancho de estas, e incrementar consecuentemente, la resistencia a cortante por medio de la trabazón de agregados.

Esta habilidad de las fibras para mejorar el comportamiento ante cortante de miembros de concreto reforzados por flexión, fue recientemente evaluada por el Subcommittee ACI 318-F, New Materials, Products, and Ideas. El estudio, evaluó el uso de fibras de acero deformadas, como

refuerzo mínimo por cortante para vigas sujetas a fuerzas cortantes dentro del rango de  $(\sqrt{f'c}b_wd$  a  $2\sqrt{f'c}b_wd)$  (psi);  $[0.085\sqrt{f'c}b_wd]$  a  $[0.17\sqrt{f'c}b_wd]$  [MPa], el cual corresponde típicamente a  $0.5V_c$  y  $V_c$ , respectivamente. Estos límites definen el rango para el cual el ACI 318, establece el proporcionar un refuerzo mínimo transversal, aún incluso cuando la resistencia nominal a cortante atribuida al concreto no se exceda. Así, los resultados de diferentes investigaciones se recopilaron en una base de datos, para respaldar el uso de fibras deformadas de acero como refuerzo mínimo por cortante en lugar de estribos o aros para este rango de demanda de cortante (Parra-Montesinos, 2006).

La información contenida en la base de datos anterior, se adapta y se resume en el “Apéndice B” de este trabajo.

La base de datos anterior, se construyó del empleo de resultados de 147 vigas reforzadas con fibras de acero y 45 vigas sin fibras. Aunque los datos presentados indican claramente que el uso de fibras mejora la resistencia a cortante en miembros a flexión, estos se limitan a vigas sin refuerzo por cortante.

Los parámetros que se consideraron en esos diferentes estudios fueron:

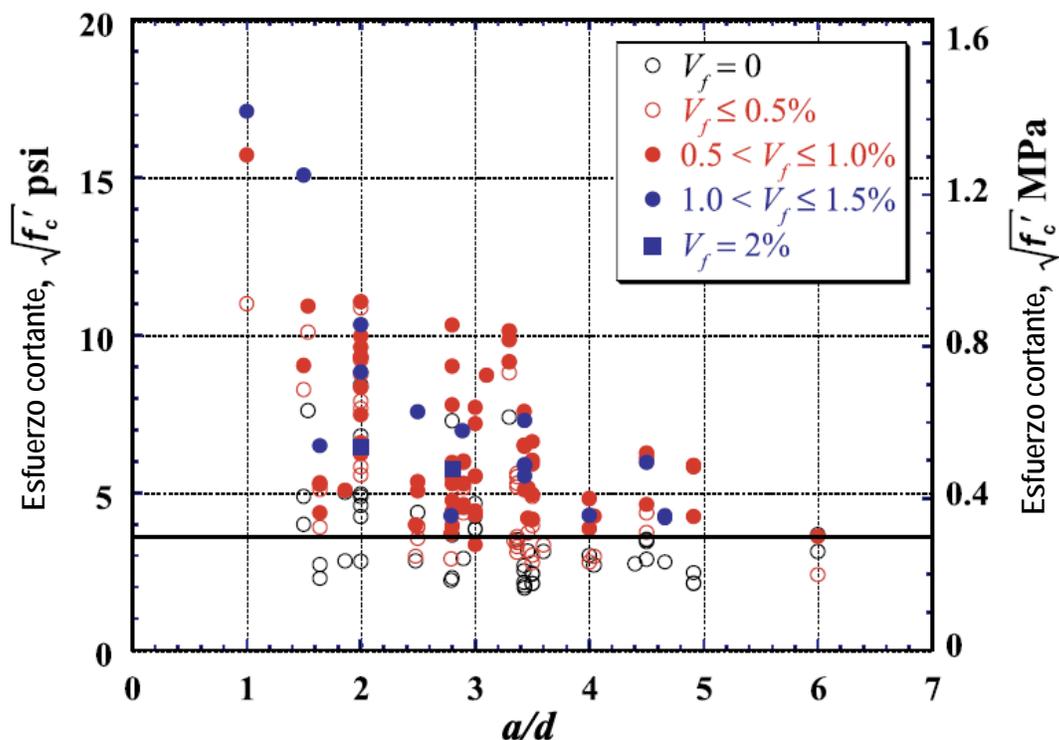
- Peralte efectivo  $d$ :  $180 \text{ mm (7 in)} \leq d \leq 570 \text{ mm (22.5 in)}$ ;
- Relación claro de cortante a peralte efectivo  $a/d$ :  $1.0 \leq a/d \leq 6.0$ ;
- Resistencia de cilindros de concreto a la compresión  $f'c$ :  $17.8 \text{ MPa (2.6 ksi)} \leq f'c \leq 103.8 \text{ MPa (15.1 ksi)}$ ;
- Volumen porcentual de fibras  $V_f$ :  $0.25\% \leq V_f \leq 2.0\%$ ; es decir  $(33 \text{ lb/yd}^3) [19.5 \text{ kg/m}^3] \leq V_f \leq (263 \text{ lb/yd}^3) [156 \text{ kg/m}^3]$
- Tipo de fibra de acero: Fibras con anclajes en los extremos o fibras deformadas (onduladas), o bien una combinación de ambas para 5 casos. En la mayoría de los casos la resistencia a tensión de un cable de fibra fue de entre 1000 y 1240 MPa (145 y 180 ksi);
- Relación de aspecto  $L_f/d_f$ :  $50 \leq L_f/d_f \leq 100$ ; y
- Porcentaje de refuerzo longitudinal a tensión  $\rho$ :  $0.37\% \leq \rho \leq 4.58\%$ .

De estas 147 vigas reforzadas con fibras de acero incluidas en la base de datos, 102 vigas se pueden considerar como esbeltas a flexión ( $a/d \geq 2.8$ ), y 78 de ellas fallaron en cortante, mientras que 40 de 45 vigas peraltadas ( $a/d \leq 2.8$ ) fallaron en cortante. Todas las vigas sin fibras reportadas en los datos, fallaron a cortante independientemente de la relación  $a/d$ .

Para todas las vigas de la base de datos, que exhibieron una falla por cortante, el esfuerzo cortante promedio a la falla (normalizado por  $\sqrt{f'c}$ ) se grafica contra la relación  $a/d$  en la figura 4.11.

Aún a pesar de la tendencia a disminuir la resistencia a cortante con el incremento de la relación  $a/d$ , se debe notar que el uso de fibras en fracciones de volumen menor o igual a 0.5%, no

producen esfuerzos cortantes a la falla substancialmente mayores a  $2\sqrt{f'c}b_wd$  (psi);  $[0.17\sqrt{f'c}b_wd]$  [MPa].



**Figura 4.11 – Esfuerzo cortante a la falla (normalizado por  $\sqrt{f'c}$ ) contra la relación  $a/d$ . (adaptada de Parra-Montesino, 2006)**

Una de las observaciones más importantes de este análisis, se refiere a que todas las vigas reforzadas con fibras fallaron a esfuerzos mayores que  $2\sqrt{f'c}$  (psi);  $[0.17\sqrt{f'c}]$  [MPa], lo cual puede considerarse como prueba suficientemente fuerte para respaldar el uso de fibras deformadas de acero en volúmenes mayores a 0.7% como refuerzo mínimo por cortante cuando  $V_u \leq 2\sqrt{f'c}b_wd$  (psi) ó  $[0.17\sqrt{f'c}b_wd]$  [MPa]; (incluso  $V_u$  mayores para relaciones  $a/d$  correspondientes a vigas peraltadas y dosificaciones de fibras mayores). Sin embargo, dada la naturaleza frágil de las fallas por cortante y de sus potencialmente drásticas consecuencias, el ACI especifica un límite muy bajo de capacidad por cortante de vigas reforzadas con fibras de acero, sin tomar en cuenta la relación  $a/d$ . En la figura 4.11 se indica con línea continua horizontal, el límite inferior de  $3.5\sqrt{f'c}$  (psi);  $[0.3\sqrt{f'c}]$  [MPa] considerado como adecuado para el propósito de evaluar la efectividad del uso de fibras de acero deformadas como refuerzo mínimo por cortante. El estudio mostró que independientemente de la  $f'c$ ,  $d$  y  $a/d$ , las vigas con  $V_f \geq 0.75\%$ , desarrollaron un esfuerzo cortante a la falla mayor que el límite anteriormente mencionado (Figura 4.11).

Con base en lo anterior, el Subcommittee ACI 318-F, propuso el criterio de desempeño del concreto reforzado con fibras basado en ensayos a flexión tal como se describió en el capítulo 2 de este trabajo.

Por otro lado, Sharma (1986) ensayó 7 vigas con refuerzo mediante fibras de acero, de las cuales 4 también contenían estribos. Las fibras tenían extremos deformados. Basado en sus resultados y los de Batson (1972), Williamson y Knab (1975), propuso la siguiente expresión para predecir el esfuerzo cortante promedio  $v_{cf}$  en vigas de CRFA.

$$v_{cf} = \frac{2}{3} f'_t \left( \frac{d}{a} \right)^{0.25} \quad (4.7)$$

Donde  $f'_t$  es la resistencia a tensión del concreto obtenida de resultados de pruebas de tensión indirectas de cilindros de 6 x 12in. (150 x 300 mm), y  $d/a$  es la relación peralte a claro de cortante efectiva. En la expresión anterior, la influencia de diferentes tipos de fibras y sus cantidades, es considerada mediante su influencia en el parámetro  $f'_t$ . La metodología de diseño propuesta, para cortante, sigue el método propuesto por el ACI 318 para calcular la contribución de los estribos en la capacidad a cortante, a la cual se suma la fuerza resistida por el concreto calculada a partir del esfuerzo de cortante dado por la ecuación (4.7).

De manera general, se puede concluir que los procedimientos de diseño de elementos de concreto reforzado con fibras propuestos por los diferentes autores, atienden a los principios de diseño de elementos de concreto convencional, tomando en cuenta el incremento de propiedades del concreto reforzado con fibras a compresión, tensión, cortante y a flexión.

Los resultados presentados en el reporte ACI 544.4R y por Parra (2006) que se resumieron en esta sección, muestran que el potencial del concreto reforzado con fibras de acero, para emplearse en diferentes aplicaciones, incluyendo elementos estructurales sujetos principalmente a esfuerzo cortante es tal, que justifica el desarrollo de programas experimentales que respalden las expectativas de uso y comportamiento de este material compuesto, además de obtener consistencia de resultados que permitan su análisis y consecuente confiabilidad, para su incorporación en los manuales de diseño como los aquí mencionados y se utilice como alternativa económica, técnica o constructiva para las diferentes aplicaciones propias del concreto como material de construcción.

# Capítulo 5

---

---

PROGRAMA EXPERIMENTAL PROPUESTO

## CAPÍTULO 5

### PROGRAMA EXPERIMENTAL PROPUESTO

#### 5.1 Introducción

Actualmente existe, un considerable número de bibliografía referente al uso de fibras de acero como material de refuerzo en elementos de concreto, pero es evidente la necesidad de programas de investigación que exploren el alcance real de este tipo de refuerzo para elementos estructurales, ya que por las características de estos compuestos, sus aplicaciones hasta ahora han sido limitadas a elementos de características distintas. Además, se debe recordar que el problema de cortante es un fenómeno complejo que envuelve la participación de varios factores y resulta de gran importancia que el ingeniero estructurista, contemple el uso de alternativas de diseño que permitan que los elementos estructurales sujetos a este tipo de fuerzas, posean características que gobiernen un comportamiento de falla dúctil y que esto se refleje en un diseño más seguro para los usuarios e inclusive más económico y de mayor facilidad constructiva, comparado con los sistemas de refuerzo convencionales.

A pesar de que el uso de fibras de acero en elementos de concreto, es conocido desde hace ya varias décadas, la utilización de este compuesto aún se ve limitado para ciertas aplicaciones, y aunque la solución parece sencilla, y trata de maximizar la dosis de fibras y minimizar el uso de barras de acero, se debe mantener un nivel aceptable en términos de propiedades mecánicas, físicas y constructivas. Sin embargo, de lo expuesto en los capítulos anteriores, se deduce que las investigaciones realizadas, por un lado no han sido adecuadamente difundidas, y por otro lado no generan aún la confiabilidad deseada en el comportamiento mecánico de los concretos que incorporan fibras de acero como refuerzo para fuerza cortante.

El objetivo principal de la propuesta experimental es estudiar la efectividad de fibras de acero como refuerzo a cortante en vigas peraltadas, así mismo, estudiar la capacidad del concreto con fibras para mejorar la ductilidad y tenacidad de las vigas. De esta manera sería posible reducir la cantidad de refuerzo requerido en zonas de alta congestión, simplificando así el procedimiento constructivo, y al mismo tiempo aumentar la ductilidad del elemento de concreto, además de controlar la anchura de grietas en el mismo.

Los objetivos específicos del programa experimental serían los siguientes:

- Estudiar la influencia de las fibras de acero en dosificaciones de 1 y 2 por ciento en volumen, en el desarrollo de las propiedades mecánicas del concreto principalmente su resistencia a cortante, tenacidad y ductilidad.
- Verificar si el concreto dosificado con fibras de acero como único refuerzo por cortante, incrementa su capacidad considerablemente, respecto al concreto reforzado convencionalmente con barras de acero en forma de estribos para vigas peraltadas.
- Establecer si los resultados obtenidos del ensaye de los especímenes, generan la confiabilidad necesaria para contemplarlos como una alternativa segura en elementos

estructurales como los aquí descritos, o si requieren de consideraciones especiales para su empleo.

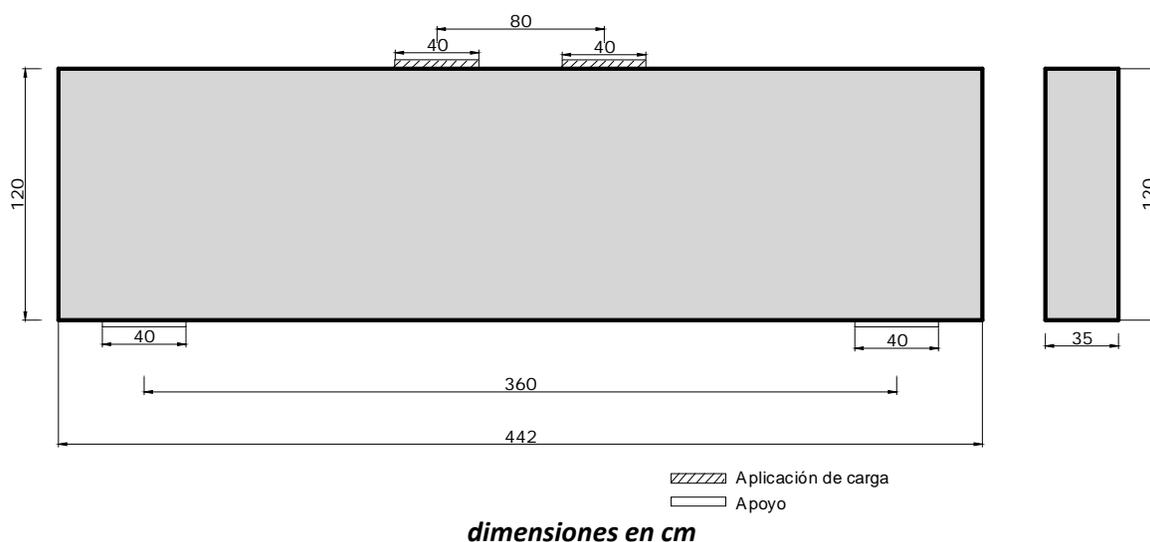
Para esto, se propone llevar a cabo un programa de pruebas en laboratorio que compruebe la efectividad del uso de fibras de acero como refuerzo por cortante de elementos de concreto reforzado mediante el ensaye de vigas peraltadas de escala natural que sean sometidas a cargas monotónicas crecientes hasta la falla. Dichos elementos peraltados se seleccionaron porque su diseño se gobierna principalmente por esfuerzo cortante.

A continuación se describen las características de los especímenes propuestos.

## 5.2. Descripción de los especímenes

Los especímenes consistieron en vigas de concreto reforzado con 35 cm de ancho y 120 cm de peralte total (figura 5.1). Las vigas fueron diseñadas como vigas simplemente apoyadas, con dos cargas concentradas en el tercio central y con distancia entre ejes de apoyos de 360 cm. Las placas de aplicación de carga y apoyo se consideran de 40 cm de ancho. Con las dimensiones de las vigas se obtuvo una relación de claro de cortante a peralte total ( $a/d$ ) de 1.17, lo que permite clasificarlas como vigas peraltadas, definidas conforme a la sección 10.7 y 11.7 de los Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318-11), y que se mencionan en este trabajo en el capítulo 2.

Este tipo de elementos puede presentarse en estructuras de infraestructura de transporte. Es importante aclarar que no se busca que se asemejen a vigas diafragma, tal como se definen en la sección 2.2.5 de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y construcción de Estructuras de Concreto del RCDF-2004.



**Figura 5.1 – Geometría y dimensiones de los especímenes**

Las vigas se diseñaron de acuerdo con el Apéndice A de los Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318-11) referente al Modelo de Puntales y Tensores y se detallaron

conforme a los lineamientos del mismo reglamento. Para el diseño se consideró un concreto con resistencia a la compresión  $f'c = 300 \text{ kg/cm}^2$  y para el refuerzo longitudinal y transversal (en su caso) con esfuerzo especificado de fluencia  $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$ .

Con el fin de identificar el efecto de las fibras como refuerzo por cortante, el programa deberá contemplar la construcción y ensaye de una serie de vigas a escala natural, con diferentes configuraciones de refuerzo. La primera viga, destinada a usarse como punto de referencia, deberá consistir en un elemento sin refuerzo por cortante. El segundo espécimen, consistirá de similitud geométrica y de carga, pero constará de refuerzo convencional diseñada con el MPT; finalmente las dos vigas restantes serán elaboradas con concreto reforzado con fibras de acero en proporciones de 1 y 2 por ciento en volumen.

Las características generales de los especímenes se presentan en la tabla 5.1.

**Tabla 5.1 – Características de los especímenes a ensayar**

Espécimen	Refuerzo longitudinal	Refuerzo transversal	Porcentaje en volumen de fibras
E1C	si (barras de acero)	no	0%
E2E	si (barras de acero)	si (estribos)	0%
E3F-1	si (barras de acero)	no	1%
E3F-2	si (barras de acero)	no	2%

### 5.2.1. Materiales

Se pretende que las vigas se construyan en el Laboratorio de Estructuras Grandes del CENAPRED con concreto suministrado por una premezcladora, con una resistencia nominal a la compresión  $f'c = 300 \text{ kg/cm}^2$  de elaboración con cemento Portland ordinario (CPO) y tamaño máximo de agregado de 3/8 de pulgada (9.5mm). Lo anterior con el objetivo de apegarse las recomendaciones del ACI 544.3R sobre especificación y proporcionamiento de mezclas de concreto reforzado con fibras de acero.

La dosificación de materiales propuesta en base al T.M.A. de 3/8 de pulgada y a la dosificación de fibras se presenta en la tabla 5.2.

En lo que se refiere a las fibras de acero a utilizar como refuerzo del concreto, se propone utilizar un tipo de fibras de uso comercial de la empresa BEKAERT denominada Dramix<sup>®</sup> RC-80/60-BN.

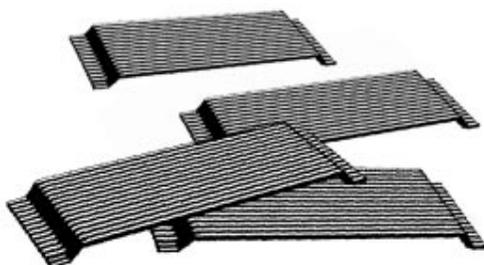
La RC-80/60-BN es una fibra de alambre estirado en frío, con extremos conformados y encolado en peines, elaborada con acero normal de bajo carbono, que tiene una longitud de 60 mm y un diámetro de 0.75 mm, por lo que tiene una relación de esbeltez de 80, de acuerdo con las especificaciones del fabricante.

**Tabla 5.2 – Dosificación de mezclas de concreto de prueba para los especímenes****Lista de especímenes y proporciones de las mezclas**

Mezcla	a/c	fibras	Agua	CPO	Fibras	aire	A. fino	A. Grueso
			kg/m <sup>3</sup>	kg/m <sup>3</sup>	kg/m <sup>3</sup>	incluido	kg/m <sup>3</sup>	kg/m <sup>3</sup>
E1C	0.44	-	229.7	522	-	4%	635.1	750
E2E	0.44	-	229.7	522	-	4%	635.1	750
E3F-1	0.44	acero	229.7	522	78	4%	659.1	700
E3F-2	0.44	acero	229.7	522	156	4%	635.1	700

Esta es una fibra normalmente utilizada para aplicaciones de concreto gutinado o lanzado que cumple con la normatividad ASTM A820, y que posee un comportamiento de clase 80, por su relación de aspecto que la hace la más apropiada para posibles aplicaciones estructurales, ya que es considerada comercialmente como la de mayor rendimiento.

La figura 5.2, muestra las características geométricas de la fibra recomendada.

**Figura 5.2 Geometría de la fibra RC-80/60 recomendada para los ensayos**

El acero empleado en el armado de los modelos consiste en barras corrugadas con un esfuerzo nominal de fluencia  $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$ . El refuerzo principal por flexión se calculó con barras de 1 pulgada de diámetro (no. 8), mientras que para el refuerzo transversal y lateral del espécimen “E2E” (diseñado convencionalmente tanto para cortante como para flexión) se han propuesto barras de 3/8 de pulgada de diámetro (no. 3).

**5.2.2. Diseño y detallado de los especímenes**

El refuerzo transversal provisto para el espécimen E2E, se calculó de acuerdo con la metodología de diseño propuesta en el apéndice A de los Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318-11). Adicionalmente se contemplaron las disposiciones de anclaje de las barras de refuerzo longitudinal siguiendo las recomendaciones del ACI 318-11, tomando en cuenta que sus requisitos son muy comúnmente utilizados en la práctica de la construcción en México.

Para el diseño se emplearon los valores nominales de los materiales. Sin embargo, con el fin de predecir la resistencia real de las vigas, deben utilizarse las propiedades mecánicas obtenidas de los ensayos de los materiales y las dimensiones reales de los especímenes (sección 5.3.1 de este trabajo).

Todos los especímenes del programa experimental, se diseñaron bajo la siguiente condición de carga:

- Dos cargas concentradas aplicadas en el tercio central en la parte superior de la viga, actuando hacia abajo. Para este diseño se supuso que cada carga puntual tenía una magnitud de  $P = 97 \text{ Ton}$ .

El valor de las cargas máximas de diseño está limitado por la capacidad del marco de carga (sección 5.3.3 de este trabajo)

Como ya se describió en el capítulo 2 de este trabajo, en la sección 2.5.3, el diseño de los puntales, tensores y zonas nodales se basa en establecer un límite inferior de resistencia de los elementos:

$$\phi F_n \geq F_u \quad (2.23)$$

Así, considerando un concreto con resistencia a la compresión especificada  $f'_c = 300 \text{ kg/cm}^2$ ; la resistencia efectiva a la compresión de concreto para los puntales queda definida por:

$$f_{ce} = 0.85\beta_s f'_c = \beta_s \cdot 255 \text{ kg/cm}^2 \quad (2.25)$$

El valor de  $\beta_s$  se presenta en la tabla 5.3 conforme a el tipo de puntal de que se trate, y consecuentemente el valor de la resistencia efectiva a la compresión para cada caso

**Tabla 5.3 Resistencia efectiva a la compresión del concreto para cada caso de puntal posible, en un MPT**

Caso	$\beta_s$	$f_{ce} \text{ (kg/cm}^2\text{)}$
Puntal de sección transversal uniforme a lo largo de su longitud	1.0	255
Para puntales con forma de botella con refuerzo que cumpla con la sección A.3.3	0.75	191.25
Para puntales con forma de botella sin refuerzo que cumpla con la sección A.3.3	$0.6 \lambda^*$	$153 \lambda^*$
Para puntales en elementos sometidos a tensión o alas en tensión de los elementos	0.4	102
Para todos los demás casos	$0.6 \lambda^*$	$153 \lambda^*$

\*  $\lambda$  está definido en la sección 8.6.1 del ACI 318-11 y es igual a 1.0 para concreto de peso normal

De la misma forma, para la revisión de nudos y anclajes, la resistencia efectiva se calculó como:

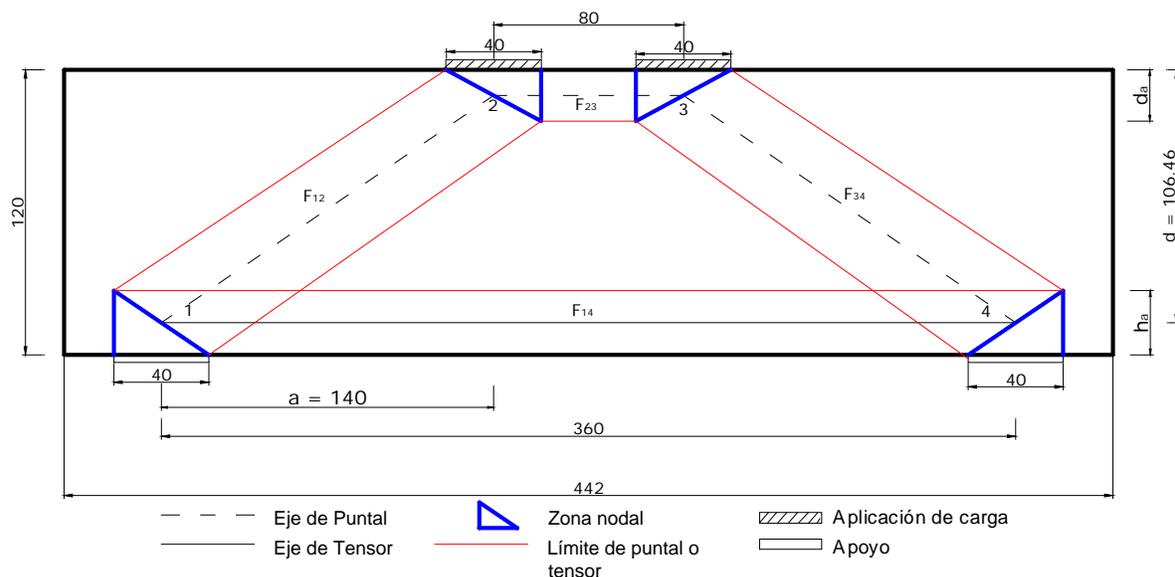
$$f_{ce} = 0.85\beta_n f'_c = \beta_n \cdot 255 \text{ kg/cm}^2 \quad (2.31)$$

El valor de  $\beta_n$  se presenta en la tabla 5.4 conforme al tipo de nodo de que se trate, y consecuentemente el valor de la resistencia efectiva a la compresión para cada caso.

**Tabla 5.4 Resistencia efectiva a la compresión del concreto para cada tipo de nodo, en un MPT**

Caso	$\beta_n$	$f_{ce}$ (kg/cm <sup>2</sup> )
En zonas nodales limitadas por puntales o áreas de apoyo, o ambas, (nudos CCC)	1.0	255
En zonas nodales que anclan un tensor (nudos CCT)	0.80	204
En zonas nodales que anclan dos o más tensores, (nudos CTT)	0.6	153

Para la elección del MPT, para el diseño de la viga peraltada propuesta, se analizaron dos opciones, de las cuales se eligió al modelo más sencillo, que consta de un modelo donde se supone que las cargas aplicadas se transmiten directamente a los apoyos por medio de puntales inclinados, que se extienden desde las placas de aplicación de carga. Con base en este modelo, se calcularon las fuerzas en los elementos de la armadura, se propusieron las áreas de acero requeridas para los tensores y se revisaron los esfuerzos en el concreto, tanto en las placas de apoyo y los puntos de aplicación de carga, como en los puntales y en las zonas nodales. Este modelo se presenta en la figura 5.3.



**Figura 5.3. Modelo de puntales y tensores elegido para el diseño de la viga peraltada reforzada convencionalmente.**

En la sección 5.5 de este capítulo, se presenta una discusión sobre la elección del modelo presentado. El diseño detallado de la viga mediante este modelo se presenta en el apéndice A.1 de este trabajo. Del mismo modo, el apéndice A.2, se refiere al diseño detallado del segundo modelo considerado; este se presenta con fines comparativos. Alternativamente, el apéndice A.3 muestra el diseño de la misma viga conforme a las NTC-C del RCDF 2004 para establecer comparativamente las solicitaciones de refuerzo del elemento.

En el diseño de los modelos se satisfacen también requisitos de acero mínimo y refuerzo longitudinal en las caras laterales para vigas peraltadas.

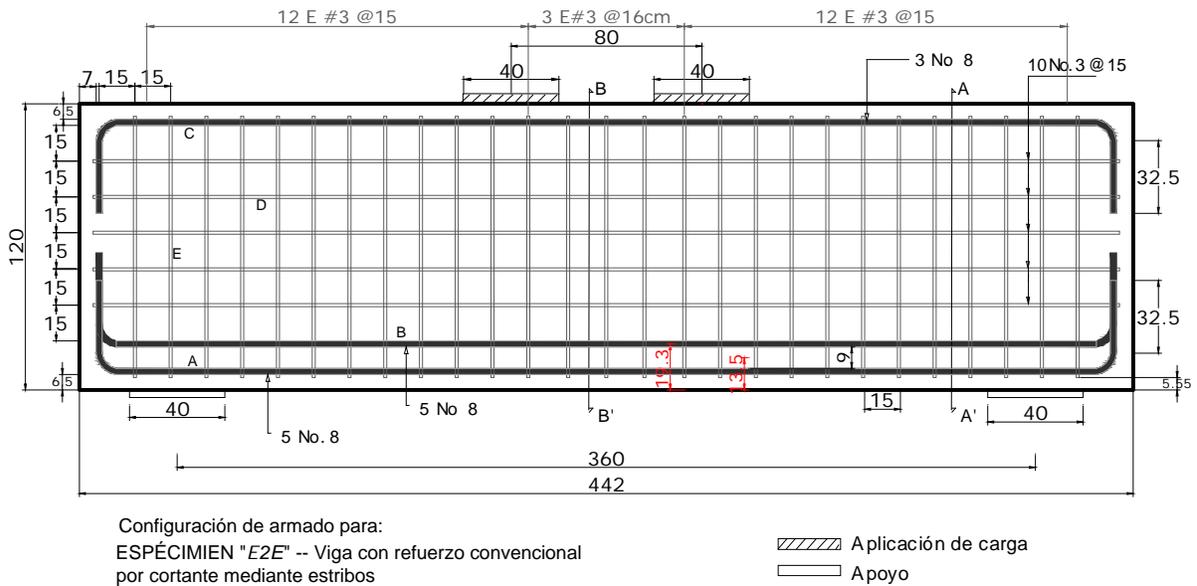
Para el cálculo de las longitudes de desarrollo y anclajes de refuerzo se emplearon naturalmente los requisitos de detallado del ACI 318-11. La longitud de desarrollo de ganchos estándar en tensión, fue de  $l_{ah} = 32.5\text{cm}$  considerando una reducción al 70 por ciento debido al suficiente recubrimiento del refuerzo.

### 5.2.3. Refuerzos de las vigas (especímenes de prueba)

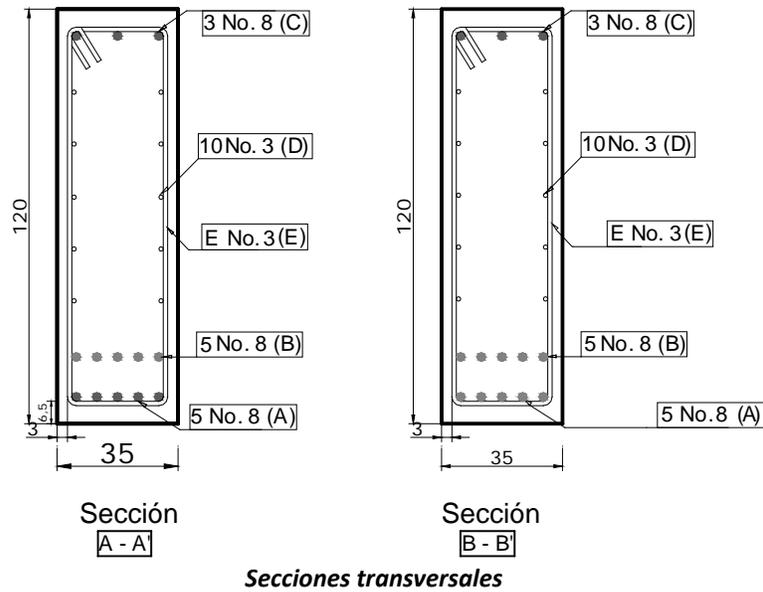
El refuerzo longitudinal de todas las vigas consiste, en todos los casos, por 10 barras del no. 8, en la zona central de máximo momento flexionante, y extendiéndolas a los extremos de la viga, ancladas con ganchos a  $90^\circ$ , como especifican las consideraciones de diseño del ACI 318-11 en su sección R11.7.1.

En lo que se refiere al espécimen diseñado a partir de refuerzo convencional por cortante a base de barras de acero, este se satisface con estribos cerrados de barras No. 3 colocadas a cada 15cm. "Espécimen E2E" (figura 5.4).

Por otra parte se especifican 5 barras No. 3, en cada una de las caras laterales de la viga con el fin de satisfacer los requisitos de detallado también del ACI-318-11 en su sección 11.7.4.

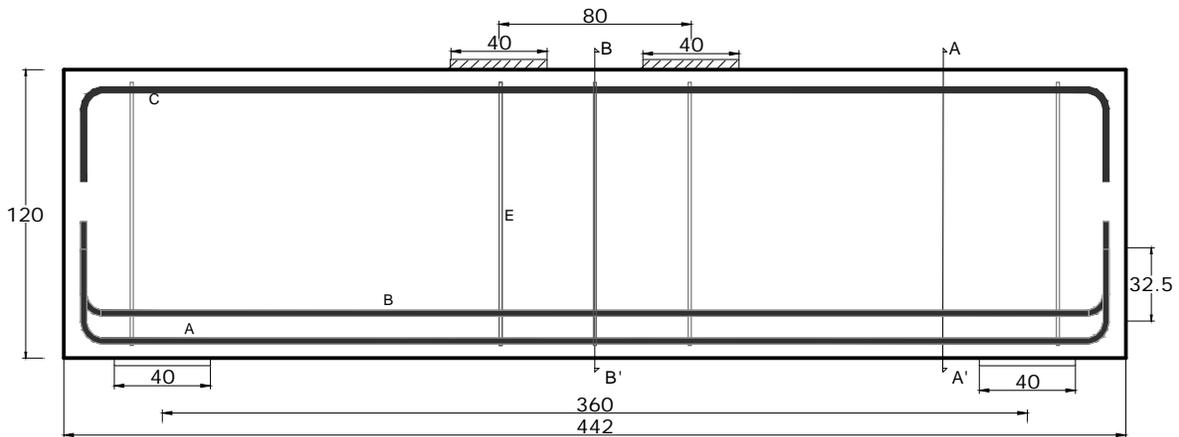


**Figura 5.4. Disposición de armado para espécimen E2E.**



**Figura 5.4. (Cont.) Disposición de armado para espécimen E2E.**

En la figura 5.5 se muestra la disposición de refuerzo de los diferentes especímenes. Para los modelos E1C, E3F-1 y E4F-2, se considera utilizar estribos únicamente con fines constructivos, para facilitar la colocación del acero mínimo longitudinal en el lecho superior de las vigas y para poder manipular los especímenes mediante una grúa dentro del laboratorio.



Configuración de armado para:

ESPÉCIMEN "E1C" -- Viga sin refuerzo por cortante

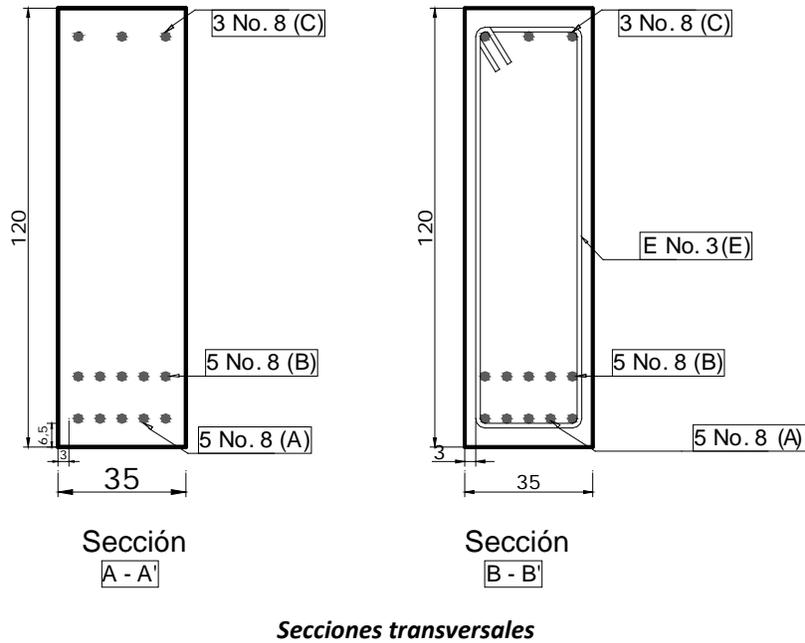
ESPÉCIMEN "E3F-1" -- Viga con 1% de fibras en volumen

ESPÉCIMEN "E4F-2" -- Viga con 2% de fibras en volumen

Aplicación de carga

Apoyo

**Figura 5.5. Disposición de armado para especímenes E1C, E3F-1 y E4F-2**



**Figura 5.5. (Cont.) Disposición de armado para especímenes E1C, E3F-1 y E4F-2**

En la tabla 5.4 se presenta un resumen de las características de refuerzo de las vigas a ensayar.

**Tabla 5.4 – Características del refuerzo para los especímenes**

Refuerzo	denominación	anclaje	Longitud, m
<b>Especímen E2E</b>			
Longitudinal M <sup>+</sup> , primer lecho (A)	no. 8	Ganchos a 90°	4.98
Longitudinal M <sup>+</sup> , primer lecho (B)	no. 8	Ganchos a 90°	4.98
Longitudinal lecho superior (C)	no. 8	Ganchos a 90°	4.98
Longitudinal en caras laterales (D)	no. 4	Recto	4.28
Transversal, Estribos (E)	no. 4	Ganchos a 135°	
<b>Especímenes E1C, E3F-1 y E4F-2</b>			
Longitudinal M <sup>+</sup> , primer lecho (A)	no. 8	Ganchos a 90°	4.98
Longitudinal M <sup>+</sup> , primer lecho (B)	no. 8	Ganchos a 90°	4.98
Longitudinal lecho superior (C)	no. 8	Ganchos a 90°	4.98
Transversal, Estribos (E)	no. 4	Ganchos a 135°	

**5.2.4. Diseño de los especímenes reforzados con fibras de acero**

El diseño de elementos peraltados mediante el MPT se basa en establecer un límite inferior de resistencia de los elementos a partir de la resistencia efectiva del concreto  $f_{ce}$ , y dicha resistencia es definida para cada elemento del MPT por medio del factor  $\beta_s$  o  $\beta_n$ .

Los factores anteriores se emplean con el objetivo de "tomar en cuenta el efecto del agrietamiento y el confinamiento del refuerzo sobre la resistencia a compresión efectiva de cada elemento del MPT".

En base a lo anterior, **para un diseño de vigas peraltadas reforzada con fibras de acero, se propone modificar el valor de estos factores**, de tal modo que la presencia de las fibras de acero signifique un aumento en la capacidad de los puntales y zonas nodales del modelo.

Para modificar estos valores se consideró a la relación que existe entre el esfuerzo cortante promedio a la falla calculado mediante la expresión  $v = V/bd$ , normalizado por  $\sqrt{f'c}$ ; es decir:

$$v = \frac{V}{(bd\sqrt{f'c})} = \alpha\sqrt{f'c}$$
 para concreto normal y los factores  $\beta_s$  o  $\beta_n$  para concreto normal (tomados del ACI 318-11. Tabla 5.3 y 5.4) en contra de la relación entre los mismos valores para concreto reforzado con fibras de acero (CRFA). Esta relación se puede expresar de la siguiente manera:

$$\left(\frac{\alpha}{\beta_s}\right)_{normal} = \left(\frac{\alpha}{\beta_s}\right)_{CRFA}$$

**Tabla 5.5 – Resumen de datos para obtención del factor  $\alpha$  para concreto normal y con fibras**

Ref	Viga	a/d	f'c (kg/cm <sup>2</sup> )	Tipo de Fibra	L <sub>f</sub> (mm)	L <sub>f</sub> /d <sub>f</sub>	V <sub>f</sub> %	v <sub>u</sub> (kg/cm <sup>2</sup> )	v <sub>u</sub> / v(f'c) (kg/cm <sup>2</sup> )
CONCRETO SIN FIBRAS									
Factor $\alpha$									
88	FC1	1.6	611.8	—	--	--	0	17.8	0.72
	FC7	1.6	581.2	—	--	--	0	14.6	0.60
92	2/0/1.5	1.5	346.7	—	--	--	0	19.68	1.06
	4/0/1.5	1.5	346.7	—	--	--	0	24.17	1.30
94	2.2/1	1.5	416.0	—	--	--	0	41.09	2.01
36	S1	1.8	431.3	—	--	--	0	15.60	0.75
	S2	1.8	440.5	—	--	--	0	27.94	1.33
CONCRETO CON FIBRAS DE ACERO									
88	FC10	1.6	478.2	H	50	100	0.4	29.6	1.35
	FC11	1.6	416.0	H	50	100	0.6	28.5	1.39
92	2/0.5/1.5	1.5	346.7	H	30	60	0.5	32.33	1.74
	2/1.0/1.5	1.5	346.7	H	30	60	1	32.20	1.73
	4/0.5/1.5	1.5	346.7	H	30	60	0.5	40.79	2.19
	4/1.0/1.5	1.5	346.7	H	30	60	1	44.7	2.40
94	2.2/2	1.5	420.1	H	60	67	0.25	54.9	2.68
	2.2/3	1.5	410.9	H	60	67	0.76	58.7	2.90
36	S3F	1.8	495.6	H	51	83	0.9	30.0	1.35
96	6	1.5	367.1	H	30	60	1	76.7	4.00

Para este análisis se tomaron en cuenta los resultados de la base de datos presentada por Parra (2006) (Apéndice B de este trabajo) y se tomaron los valores de “ $\alpha$ ” para los cuales la relación  $a/d$  es similar a la de los especímenes de este trabajo.

Estos valores resumidos del apéndice B, se presentan en la tabla 5.5.

De la primera parte de la tabla 5.5 referente a concreto sin fibras, la media del esfuerzo cortante promedio a la falla es de  $1.11\sqrt{f'c}$ ; por otro lado, dada la elevada dispersión de los datos, se utilizó conservadoramente el valor mínimo de  $1.35\sqrt{f'c}$  como el esfuerzo cortante promedio a la falla para concreto con fibras, así los factores “ $\alpha$ ” para concreto normal y con fibras son de 1.11 y 1.35 respectivamente.

Ahora bien, considerando los factores “ $\beta$ ” para concreto normal, como aquellos que presenta el ACI 318-11 en sus secciones A.3.2 y A.5.2 para puntales y zonas nodales respectivamente, se obtienen los factores “ $\beta^*$ ” homólogos para concreto reforzado con fibras como se presenta en la tabla 5.6.

**Tabla 5.6. Propuesta de valores “ $\beta^*$ ” modificados para el MPT por efecto del uso de concreto reforzado con fibras de acero.**

$$\begin{matrix} \alpha_{\text{fibras}} = & 1.35 & \text{partiendo de que:} & \frac{\alpha_{\text{normal}}}{\beta_{\text{normal}}} & = & \frac{\alpha_{\text{fibras}}}{\beta_{\text{fibras}}} \\ \alpha_{\text{normal}} = & 1.11 & & & & \end{matrix}$$

Caso	normal	(modificado)
	$\beta_s$	$\beta^*_s$
Puntal de sección transversal uniforme a lo largo de su longitud	1.0	1.2
Para puntales con forma de botella con refuerzo que cumpla con la seccion A.3.3	0.75	0.91
Para puntales con forma de botella sin refuerzo que cumpla con la seccion A.3.3	$0.6 \lambda^*$	0.73
Para puntales en elementos sometidos a tensión o alas en tensión de los elementos	0.4	0.49
Para todos los demás casos	$0.6 \lambda^*$	0.73

Caso	normal	(modificado)
	$\beta_n$	$\beta^*_n$
En zonas nodales limitadas por puntales o áreas de apoyo, o ambas, (nudos CCC)	1.0	1.2
En zonas nodales que anclan un tensor (nudos CCT)	0.80	0.97
En zonas nodales que anclan dos o más tensores, (nudos CTT)	0.6	0.7

La propuesta de este trabajo implica que el MPT se utilice con estos nuevos valores “ $\beta^*$ ” modificados por el uso de fibras de acero como refuerzo para cortante. El empleo de estos valores estaría condicionado a utilizar CRFA cuya dosificación de fibras sea de al menos 0.5% en volumen, y se trate de fibras con anclajes en sus extremos con una relación de aspecto mínima de 60.

La tabla 5.7 presenta el análisis de los factores “ $\alpha$ ” para concreto con fibras de la tabla 5.5, separando los resultados de concretos con 0.5% y 1% de fibras en volumen.

**Tabla 5.7 – Valores “ $\alpha$ ” para concreto reforzado con fibras con 0.5% y 1% de fibras en volumen**

Para $V_f$ de 1%			Para $V_f$ de 0.5%		
	$V_f$ %	$v_u / v(f'c)$ (kg/cm <sup>2</sup> )		$V_f$ %	$v_u / v(f'c)$ (kg/cm <sup>2</sup> )
	1	1.73		0.4	1.35
	1	2.40		0.6	1.39
	0.9	1.35		0.5	1.74
	1	4.00		0.5	2.19
	0.76	2.90		0.25	2.68
<b>Promedio:</b>	<b>0.93</b>	<b>2.47</b>	<b>Promedio:</b>	<b>0.45</b>	<b>1.87</b>
mínimo:	0.76	1.35	mínimo:	0.25	1.35
máximo:	1	4.00	máximo:	0.6	2.68
desv.			desv.		
Estándar:	0.11	1.04	Estándar:	0.13	0.56

El diseño de los especímenes reforzados con fibras mediante MPT se presenta detalladamente en el apéndice A.4 para el MPT 1 y en el apéndice A.5 para el MPT 2.

Del MPT 1 con fibras se observa que la capacidad a cortante de la viga peraltada permite que sea posible omitir el empleo de refuerzo transversal para confinamiento de los puntales inclinados, por otro lado, los requisitos mínimos establecidos por la sección 11.7.4 del ACI 318-11 también se omiten asumiendo que las fibras dispersas en el concreto mitigarían la dispersión y la anchura de grietas en el elemento.

Del MPT 2 con fibras se observa que dadas las características del modelo, no se puede omitir el uso de refuerzo vertical mediante estribos, ya que la presencia de un tensor vertical en el modelo implica obligatoriamente el proveer refuerzo a través del claro de cortante. (Apéndice A.5)

Alternativamente en el apéndice A.6 se presenta el diseño de la viga peraltada reforzada con fibras de acero, conforme a las NTC-C de RCDF (2004) con las siguientes consideraciones:

La metodología de diseño propuesta, para cortante, sigue el método propuesto por las NTC-C del RCDF para calcular la contribución de los estribos en la capacidad a cortante, a la cual se suma la fuerza resistida por el concreto calculada a partir del esfuerzo de cortante promedio a la falla que

también se determinó a partir de la base de datos de Parra (2006) para relaciones  $a/d$  de 1.5, 1.6 y 1.8.

De esta forma la capacidad a cortante proporcionada por el concreto que originalmente se calcula con la expresión (2.6) para concreto ordinario:

$$V_{CR} = 0.5 F_R b d \sqrt{f_c^*} \quad (2.6)$$

Se modifica por la expresión (5.1) en donde  $1.35\sqrt{f_c}$  se refiere al valor mínimo del esfuerzo cortante promedio a la falla de los resultados de la base de datos presentada por Parra (2006).

$$V_{CR} = 1.35 F_R b d \sqrt{f_c^*} \quad (5.1)$$

En la expresión (5.1) propuesta se cambia  $f'_c$  por  $f_c^*$  para ser consistente con un diseño basado en el reglamento mexicano y mantener un factor de seguridad inducido por esta sustitución. Posteriormente la capacidad a cortante del concreto se utilizaría normalmente en el procedimiento de diseño establecido en el RCDF. De este diseño se deriva un elemento de concreto reforzado con fibras y con refuerzo transversal mediante estribos, aunque con una cuantía menor que la obtenida con un diseño sin fibras de acero. En este caso los estribos resultaron ser suficientes con barras no. 3 con una separación de 25cm y el refuerzo transversal mínimo horizontal se omite por efecto del uso de fibras de acero.

Finalmente, el apéndice A.7 se refiere a un diseño basado en la expresión (4.7) propuesta por Williamson y Knab (1975), para calcular el esfuerzo cortante promedio en vigas de CRFA.

$$v_{cf} = \frac{2}{3} f'_t \left(\frac{d}{a}\right)^{0.25} \quad (4.7)$$

Donde  $f'_t$  es la resistencia a tensión del concreto obtenida de resultados de pruebas de tensión indirectas de cilindros de 6 x 12in. (150 x 300 mm), y  $d/a$  es la relación peralte a claro de cortante efectiva. En la expresión anterior, la influencia de diferentes tipos de fibras y sus cantidades, es considerada mediante su influencia en el parámetro  $f'_t$ . La metodología de diseño propuesta, para cortante, sigue el método propuesto por el ACI 318 para calcular la contribución de los estribos en la capacidad a cortante, a la cual se suma la fuerza resistida por el concreto calculada a partir del esfuerzo de cortante dado por la ecuación (4.7) tal como se presentó en el capítulo 4 de este trabajo.

Para este diseño se empleó la resistencia a tensión del concreto  $f'_t$ , obtenida de resultados de pruebas de tensión indirectas de cilindros por Ávila y Alcocer (2011) en un trabajo sobre uso de CRFA para rehabilitación de muros de concreto con una dosificación de 36.5kg/m<sup>3</sup> de fibras de acero, es decir, 0.5% en volumen de fibras.

De este último diseño se obtiene una configuración de refuerzo que consta de 7 barras no. 8 para flexión y barras no. 3 con una separación de 12cm a manera de estribos verticales. Los requisitos

mínimos de refuerzo horizontal y vertical se omiten para este caso considerando que las fibras cumplirán con ese objetivo.

A continuación se presenta la tabla 5.8 con el resumen de los diferentes diseños realizados con los criterios descritos y las configuraciones de refuerzo transversal que resultaron de cada uno de ellos.

**Tabla 5.8 – Configuraciones de refuerzo para los diferentes diseños realizados para los especímenes de prueba con y sin la adición de fibras de acero**

Criterio de diseño	refuerzo longitudinal por flexión	refuerzo vertical transversal	refuerzo horizontal transversal	Notas:
MPT (modelo 1)	10 barras No. 8	Estribos no. 3 con separación de 15cm	Barras no. 3 con separación de 15cm	El refuerzo transversal es el mínimo especificado*
MPT (modelo 2)	10 barras No. 8	Estribos no. 3 con separación de 6cm	Barras no. 3 con separación de 15cm	El refuerzo transversal es el requerido por el tensor vertical del modelo
NTC-C del RCDF 2004	8 barras No. 8	Estribos no. 3 con separación de 8cm	Barras no. 3 con separación de 20cm	Si fuera una viga diafragma, el refuerzo horizontal sería igual que el vertical
MPT-1 con fibras	10 barras No. 8	no requiere la colocacion de estribos	no requiere la colocacion de barras	El refuerzo transversal mínimo se asume con las fibras de acero
MPT-2 con fibras	10 barras No. 8	Estribos no. 3 con separación de 6cm	no requiere la colocacion de barras	El refuerzo transversal es el requerido por el tensor vertical del modelo
NTC-C RCDF-fibras	8 barras No. 8	Estribos no. 3 con separación de 25cm	no requiere la colocacion de barras	El refuerzo transversal es el mínimo especificado†
ACI 544.R (fibras)	7 barras No. 8	Estribos no. 3 con separación de 12cm	no requiere la colocacion de barras	El refuerzo transversal es el requerido por $V_S = V_u - V_{C(fibras)}$

\* El refuerzo transversal mínimo, es el especificado por A.3.3 (ACI 318-11) para confinar los puntales inclinados del MPT 1.

† El refuerzo transversal vertical proporcionado emplea la separación máxima permisible por 2.5.2.3 (NTC-C del RCDF-2004), pero los cálculos indican que la separación podría ser de hasta 130cm.

### 5.2.5. Cargas y resistencias de diseño de los especímenes

Las vigas se diseñaron para resistir, en la dirección positiva, dos cargas puntuales, aplicadas sobre dos placas distanciadas 80 cm, como se presenta en la figura 5.1. La magnitud de dichas cargas fue de 97 Ton, aplicadas verticalmente sobre la cara superior de la viga.

Con base en el modelo supuesto y considerando las propiedades de los materiales establecidas, se obtuvieron las predicciones de resistencia de los elementos que se presenta en la tabla 5.9.

De los resultados presentados en la tabla 5.9, para los casos que se refieren al uso de fibras de acero como refuerzo por cortante, se refiere en todos los casos a fibras con anclajes en los extremos, cuya relación de aspecto es de 80 y en una dosificación mínima de 0.5% en volumen.

**Tabla 5.9 – Resistencias predichas a partir de los reglamentos de uso en México y las consideraciones propuestas para diseño de vigas de CRFA (toneladas).**

Cortante de diseño (Ton)	ACI 318-11		ACI 318-11		NTC-C RCDF-2004		ACI 544.4
	MPT 1	MPT 1 <sub>fibras</sub>	MPT 2	MPT 2 <sub>fibras</sub>	sin fibras	con fibras	con fibras*
97	97	111.3	97	97	99.8	115.7	100

\* **Predicción empleando las consideraciones de diseño del ACI 544.4R (Williamson y Knab, 1975)**

En el programa experimental se proponen dosificaciones de 1 y 2% en volumen para medir el alcance del incremento en capacidad a cortante y para validar las consideraciones de diseño realizadas con un factor de seguridad más amplio.

### 5.3. METODOLOGÍA EXPERIMENTAL

Gran parte de la información divulgada acerca de la eficiencia de las fibras de acero como refuerzo para concreto, es resultado de observaciones efectuadas en especímenes de prueba sujetos a determinados procedimientos de elaboración y condiciones de carga. Así por ejemplo se conoce de los procedimientos estándar para la medición de las propiedades descritas en el capítulo 4 de este trabajo. Sin embargo en la práctica, el concreto de los elementos estructurales posee características y presta servicio en condiciones muy variadas, ya sea por lo que se refiere a la forma y dimensiones de los elementos, como al procedimiento constructivo y condiciones de carga; es por eso que las pruebas que se puedan evaluar mediante especímenes estandarizados como cilindros de concreto y vigas a escala, se les debe conceder la utilidad para hacer evaluaciones comparativas del concreto con y sin fibras, en tanto que para hacerlas extensivas al comportamiento de elementos estructurales, es necesario tomar en consideración las características y condiciones específicas de estos. Es así como se propone el ensayo de vigas a escala natural hasta la falla y la medición de su comportamiento mediante la determinación de sus curvas esfuerzo-deformación.

#### 5.3.1. Elaboración y control de las mezclas de concreto

Para contemplar un aseguramiento de calidad, se propone el realizar muestreo de especímenes de concreto para caracterizar las propiedades de las mezclas para las 4 vigas. Para esto será necesario realizar las pruebas estandarizadas siguientes:

- Determinación del revenimiento en el concreto en estado fresco mediante la normatividad (NMX-C-156-ONNCCE).
- Prueba para determinación del tiempo de flujo del concreto reforzado con fibras a través del cono de revenimiento invertido, conforme a la norma (ASTM C 995)
- Ensayes para la determinación de la resistencia compresión simple conforme a la Norma (NMX-C-083 ONNCCE).
- Pruebas de obtención de resistencia a flexión conforme a la norma (NMX-C-191-ONNCCE-2004), contemplando especímenes viga de dimensiones 150x150x450mm.

- Ensayo para determinar tenacidad a flexión y la resistencia a la primera fisura del concreto reforzado con fibras (utilizando una viga con carga en el tercio medio) conforme a la norma (ASTM C 1018)
- Determinación del Módulo de Elasticidad estático y relación de Poisson conforme a la NMX-C-128-ONNCCE
- Así como pruebas de tensión indirecta mediante el ensaye de cilindros a compresión diametral conforme a la norma (NMX-C-163-ONNCCE-2004)

Todas las anteriores se proponen con el objetivo de estandarizar los procedimientos de obtención de las características físicas y mecánicas de los compuestos de concreto con fibras de acero. Cabe mencionar que los métodos de ensaye a que se hace referencia pertenecientes a la *American Standard for Testing and Materials* (ASTM) por sus siglas en inglés, no cuentan con un procedimiento estandarizado por la normatividad aplicable mexicana NMX.

A estos métodos de determinación de las propiedades se pueden sumar también los procedimientos para medición del peso volumétrico del concreto, contenido de aire y rendimiento de las mezclas de concreto por mencionar algunos otros.

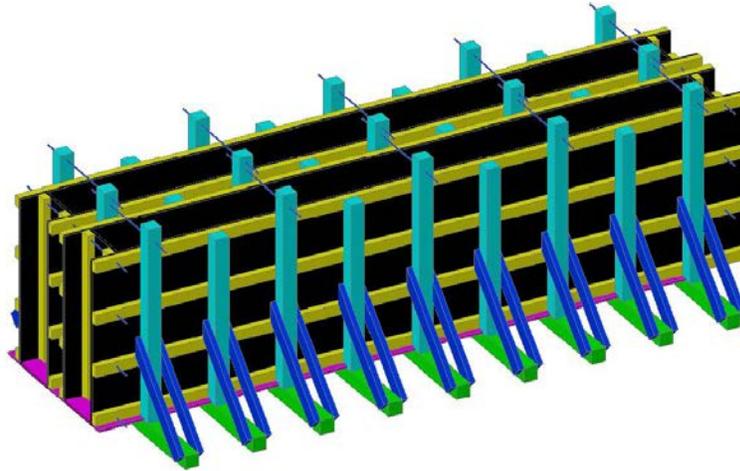
### **5.3.2. Construcción**

En lo que se refiere a la construcción de los especímenes, esta debe ser consistente con la práctica actual de concreto estructural, recomendablemente por obreros de la construcción con experiencia.

Así, en la primera etapa de la construcción y con el objetivo de recabar mayor información sobre el comportamiento de los elementos ante la imposición de las cargas, debe realizarse la instrumentación interna de las barras de acero. Para esto se predispone colocar deformímetros eléctricos en las superficies de las barras, y posteriormente protegerlas de la humedad y de los impactos mecánicos.

La cimbra debe estar diseñada para resistir los empujes del concreto fresco y se recomienda que se atienda a las recomendaciones del manual sobre cimbras y encofrados del comité ACI 347.

La figura 5.6 muestra una propuesta de elaboración de cimbras dobles de madera para los especímenes de prueba.



**Figura 5.6 – Propuesta de elaboración de cimbras dobles de madera para las vigas de ensayo.**

Para el colado de las vigas, se recomienda utilizar un sistema de colocación en 3 capas de 40 cm y compactado mediante vibradores eléctricos portátiles contemplando una consistencia semi-dura sobre todo para los especímenes con contenido de fibras de acero.

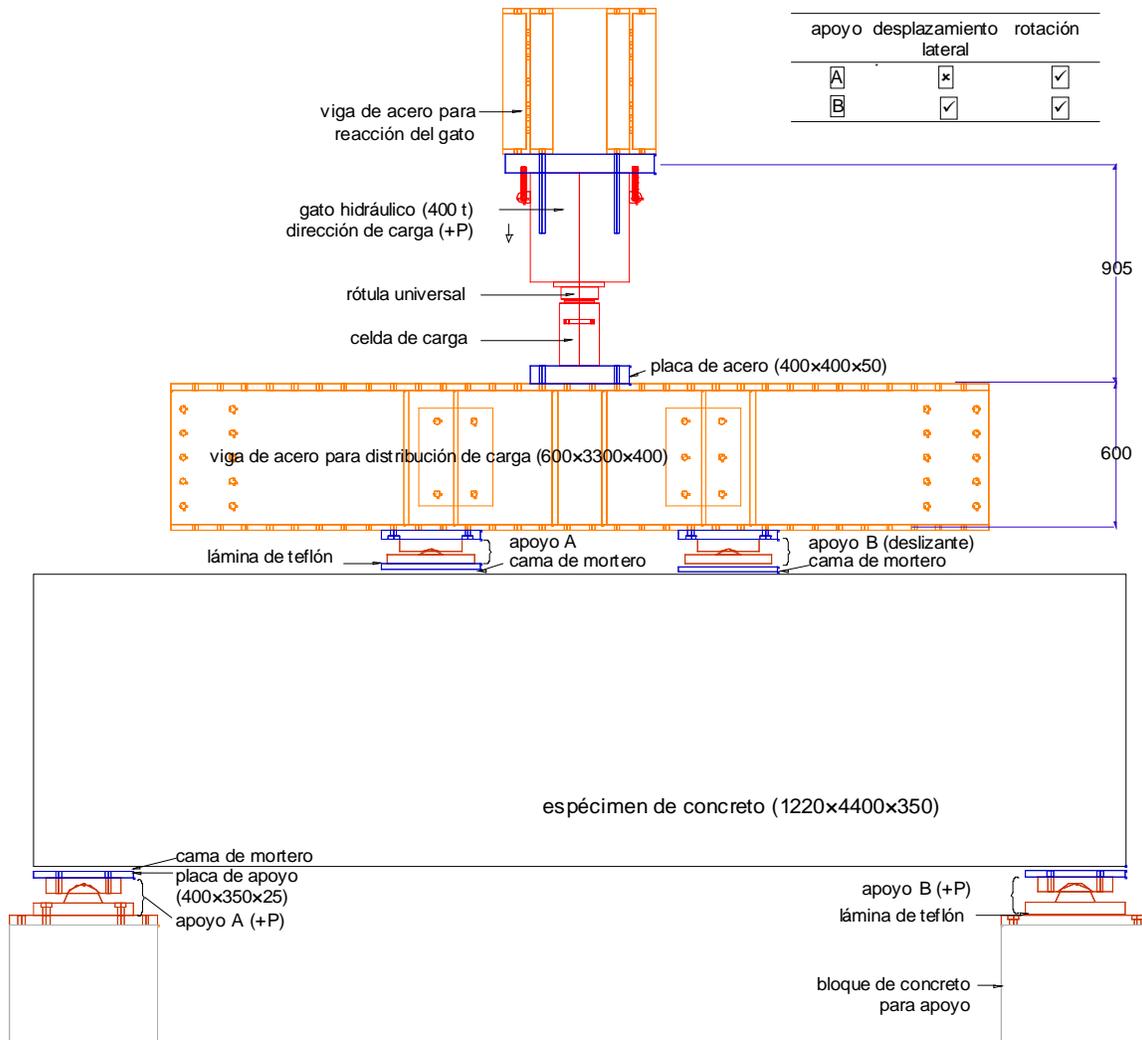
### **5.3.3. Dispositivo de carga**

El dispositivo de ensayo a utilizar, es el marco de carga empleado exitosamente por Uribe y Alcocer (2000), en su trabajo sobre “COMPORTAMIENTO DE VIGAS PERALTADAS DISEÑADAS CON EL MODELO DE PUNTALES Y TENSORES” realizado en el CENAPRED.

El dispositivo consiste en una estructura metálica anclada a la losa de reacción y formada por dos columnas y dos vigas armadas. La viga superior, se colocó con el fin de darle rigidez y estabilidad lateral al marco de carga; la segunda, para permitir la reacción de la carga aplicada en el sentido positivo. Al cargar en esta dirección, se transmiten tensiones a las columnas. La figura 5.7 muestra una vista transversal del marco de carga para acciones monótonas a emplear en el ensayo de los especímenes.

Para aplicar las cargas sobre el espécimen se debe utilizar un gato hidráulico de doble acción para aplicar las cargas en el sentido positivo, éste, de 400 t (3924 kN) de capacidad. El gato, se debe apoyar en una de las vigas del marco de carga, de este modo, la salida del émbolo empuja el modelo hacia abajo, es decir, la carga genera que la parte inferior de la viga se encuentre sujeta a tensión y la parte superior a compresión.

La viga de distribución se dispone para transmitir la carga del gato de 400 t a la viga de concreto. Este es un modelo de viga simplemente apoyada y la transición al espécimen se realiza mediante placas de acero, con las dimensiones establecidas en el planteamiento del proyecto. Con esta configuración es posible concentrar la carga en dos puntos ubicados en el tercio medio del espécimen (a 80 cm de separación).



**Figura 5.7 – Vista lateral del marco de carga para aplicación de cargas monótonas.**

Los apoyos del espécimen deben proporcionarse mediante placas de acero y redondos que permitan simular articulaciones. Para garantizar libertad de desplazamiento en el sentido longitudinal de la viga, uno de los apoyos puede ser provisto con placas de teflón que no restrinjan el movimiento (figura 5.7).

Con el fin de medir la magnitud de las cargas aplicadas, se debe colocar una celda de carga entre el gato de 400 t (3923 kN) y la viga de distribución, o bien dos celdas de carga entre la viga de distribución y las dos placas de aplicación de carga.

Con este marco de carga se pretende ensayar los especímenes hasta la falla con el objetivo de conocer su capacidad de carga, historia de desplazamiento y modo de falla; para esto, es necesario que los especímenes sean instrumentados tanto interna como externamente tal como se predispone en la sección siguiente.

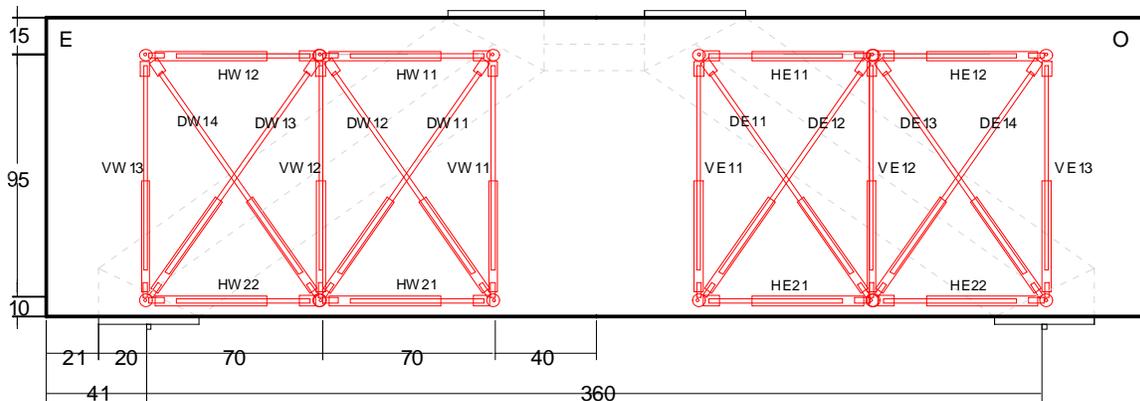
### 5.3.4. Instrumentación

La instrumentación debe colocarse en los puntos considerados como relevantes con la finalidad de estudiar el comportamiento local y global de la estructura. Se proponen tres tipos de instrumentos: celdas de carga, transductores de desplazamiento y deformímetros eléctricos para acero. A los dos primeros tipos se les puede considerar componentes de la instrumentación exterior, mientras que al último se refiere a una instrumentación interna.

La ubicación y el tipo de instrumentación deben permitir obtener información completa sobre las cargas aplicadas por los gatos, las deformaciones por corte en los elementos, las deformaciones del acero longitudinal y transversal y la distribución de esfuerzos en las vigas a lo largo de su longitud.

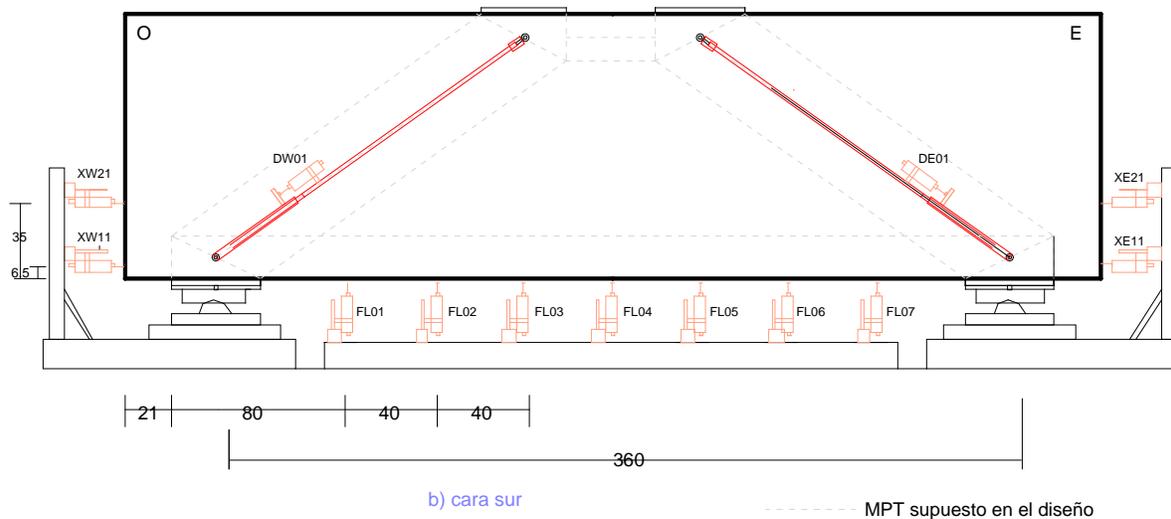
Así, basándose en el modelo de instrumentación propuesto por Uribe y Alcocer (2000) para elementos del mismo tipo, se propone emplear un número de 97 canales, de los cuales 62 se refieren a instrumentación interna y los restantes a instrumentación externa. En la fig. 5.8 se presenta el diagrama de localización de la instrumentación externa de los modelos. Se incluye con línea discontinua el modelo de puntales y tensores supuesto en el diseño.

Se proponen 22 transductores de desplazamiento de vástago para medir las deformaciones por corte en el lado norte (figura 5.8a); cuatro, orientados a cuantificar deslizamientos en los extremos del refuerzo principal ( $XWxy$  y  $XExy$ ) y siete en la parte inferior de la viga para registrar la deformada de la viga ( $FLyy$ ) (figura 5.8b). Por otra parte, se proponen dos transductores de carátula colocados a lo largo de los puntales principales supuestos en el diseño ( $DW01$  y  $DE01$ ). En la nomenclatura empleada para la identificación de los instrumentos, la letra  $x$  indica el nivel en el que se encuentra el transductor y la letra  $y$  indica un identificador consecutivo.

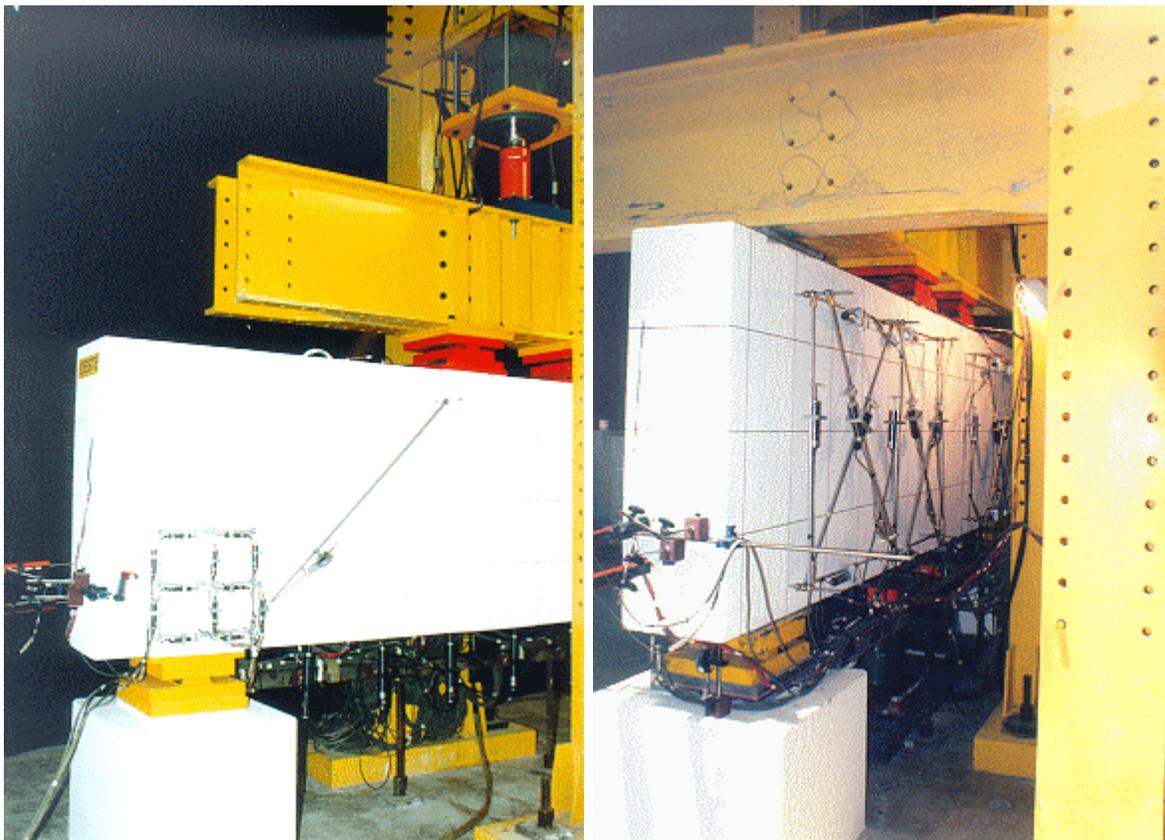


a) cara norte

**Figura 5.8 – Instrumentación externa. Transductores de desplazamiento de vástago**



**Figura 5.8 (Cont.) – Instrumentación externa. Transductores de desplazamiento de vástago**



**Figura 5.9. – Modelo de instrumentación y marco de carga empleado por Uribe y Alcocer (2000) propuestos para los ensayos de este proyecto.**

Este tipo de instrumentación externa fue empleada satisfactoriamente por Uribe y Alcocer (2000) en sus ensayos, y consistió en un sistema de tubos cilindro-émbolo en el que un tubo se inserta en otro de mayor diámetro. Se trató de reducir la fricción entre ellos al mínimo mediante la

colocación de un forro de cinta de teflón y de una capa de grasa automotriz en la superficie del tubo interior. Los tubos fueron conectados a las vigas mediante barras roscadas de ½ plg. (12.7 mm) de diámetro que se dejaron embebidas en los especímenes antes del colado. Las fotografías de la figura 5.9 muestran la implementación de este tipo de instrumentación en el estudio de Uribe y Alcocer (2000), así como la colocación de los modelos en el marco de carga empleado.

La instrumentación interna, también se basa en la propuesta por Uribe y Alcocer y consiste en deformímetros eléctricos que se adhieren a las barras del refuerzo horizontal principal, y en su caso, en el refuerzo transversal de las vigas. Se considera adecuado centrar la atención en el lecho inferior del refuerzo longitudinal sometido a tensión, por lo que se pueden instrumentar 2 barras de dicho lecho. Adicionalmente, se recomienda colocar deformímetros en dos barras del lecho de refuerzo colocado en la zona de compresión por flexión, (lecho superior de la viga).

La distribución para la instrumentación interna propuesta se puede observar en la figura 5.10. Para los casos de los especímenes E1C, E3F-1 y E4F2, es decir, aquellos que se disponen sin refuerzo transversal por medio de estribos, la instrumentación es la misma a la mostrada, omitiendo evidentemente la respectiva a los estribos.

En el refuerzo transversal la instrumentación se propone de modo de obtener la mayor cantidad de información posible del modelo de puntales y tensores. Se colocaron deformímetros en algunos estribos a lo largo del puntal principal y en la parte inferior de todos los estribos colocados para confinamiento en la zona de formación de los puntales inclinados.

La nomenclatura de la instrumentación interna en el refuerzo longitudinal obedece al esquema  $BLxy$  y a  $ELxy$  para el refuerzo transversal.

Donde:

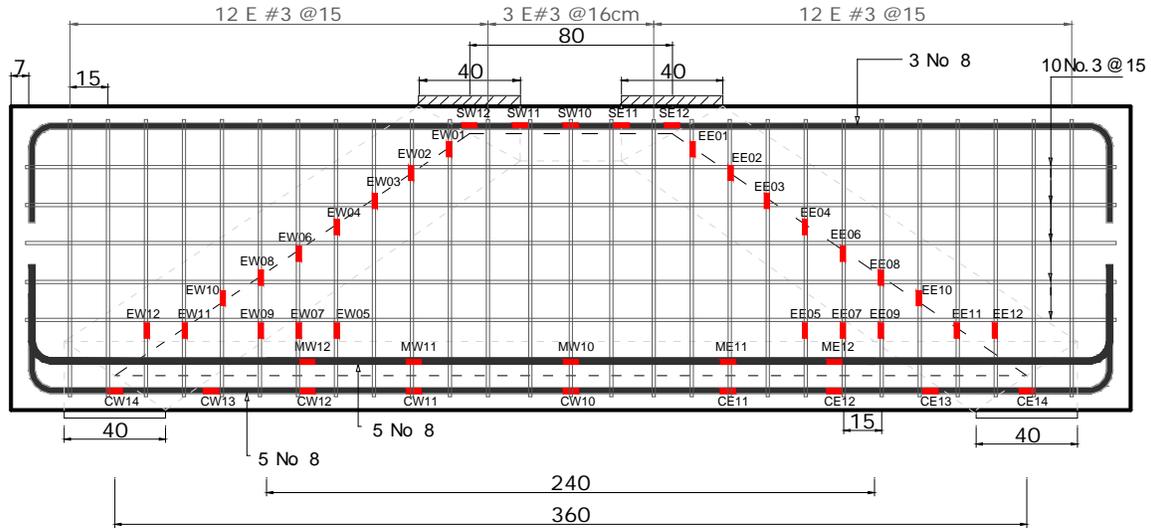
$B$  -- es el nombre del lecho en el cual se encuentra la barra;

$E$  -- se refiere a estribo;

$L$  -- es el lado de la viga en el cual se encuentra el deformímetro; W para el lado Oeste y E para el lado Este;

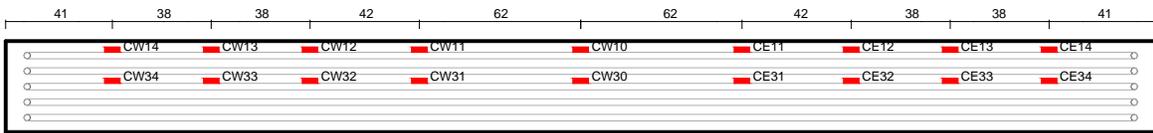
$x$  -- es el número de barra. 1 para barras de borde y 3 para barras centrales; y

$y$  -- es un número consecutivo para la identificación de los instrumentos. En todos los casos la numeración se realizó desde el centro de la viga hacia los extremos.

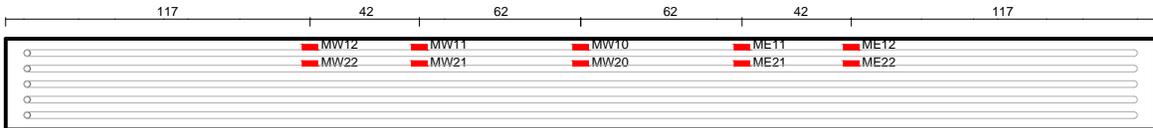


a) vista general

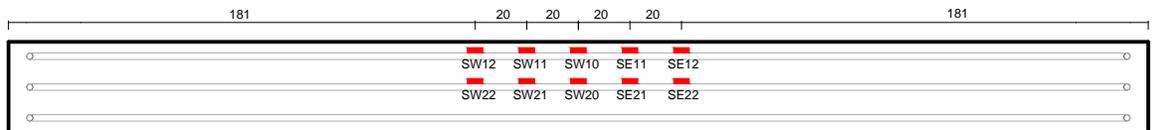
▨ Aplicación de carga  
 □ Apoyo



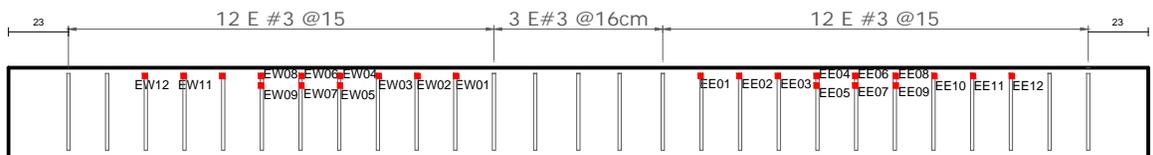
b) refuerzo para momento positivo, (primer lecho)



c) refuerzo para momento positivo, (segundo lecho)



d) refuerzo para momento negativo (lecho superior de la viga)



e) estribos (si aplica)

**Figura 5.10 – Instrumentación interna**

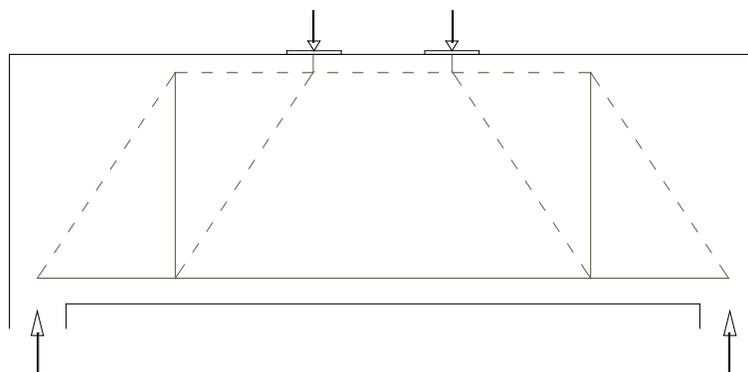
#### 5.4. Discusión sobre la singularidad del modelo utilizado para el diseño de la viga peraltada.

La viga utilizada como objeto de estudio de este trabajo, es el ejemplo básico de vigas peraltadas para los cuales, pueden ser estudiados los principios de diseño y diferentes modelos MPT.

Los tres modelos mostrados en la figura 5.11 difieren en la cantidad de refuerzo transversal requerido y subsecuentemente en la distribución de la fuerza del tensor en la cuerda del fondo. El primer modelo en la figura 5.11 a) se encuentra del lado de la seguridad por el diseño del refuerzo transversal, ya que la fuerza del tensor vertical es igual a la carga aplicada. La fuerza en la cuerda del fondo se escalona y el anclaje en el apoyo, debe ser diseñado para una fuerza mucho menor (del 50%) que la del centro del claro.

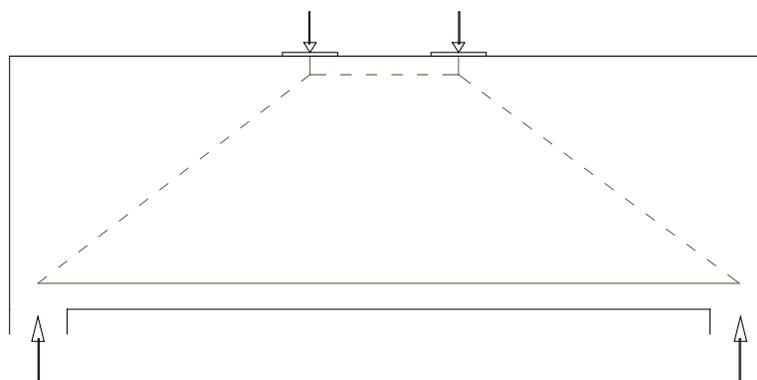
El modelo de la figura 5.11 b) aparenta ser el modelo más simple. Este no exhibe un tensor vertical y la fuerza en el tensor del fondo es constante de apoyo a apoyo. Como consecuencia, el anclaje en el apoyo debe ser diseñado para el 100% de la fuerza de tensión al centro del claro. Por otro lado, el hecho de que no exista un tensor vertical, no significa que no requiera de estribos, y precisamente ese refuerzo con estribos debe ser proporcionado, siguiendo las reglas del refuerzo mínimo, como se explica en la sección A.3.3 del apéndice A del reglamento ACI 318-11, referente al diseño de MPT.

Ahora bien, el tercer modelo de la figura 5.11 c) se encuentra entre los dos primeros modelos y es estáticamente indeterminado internamente. Este modelo se fundamenta en una regla derivada empíricamente y que se presenta en las “FIP Recommendations (1999)” para determinar la porción de la carga aplicada que debe ser asignada al tensor vertical; esta depende de la distancia de la carga al eje del apoyo. Esta regla toma en cuenta una transición consistente entre el diseño de una viga peraltada con cargas cerca del apoyo y una viga esbelta, donde la carga total aplicada debe ser transferida por medio de una armadura sin transferencia directa de la carga hacia el apoyo, mediante un puntal inclinado.

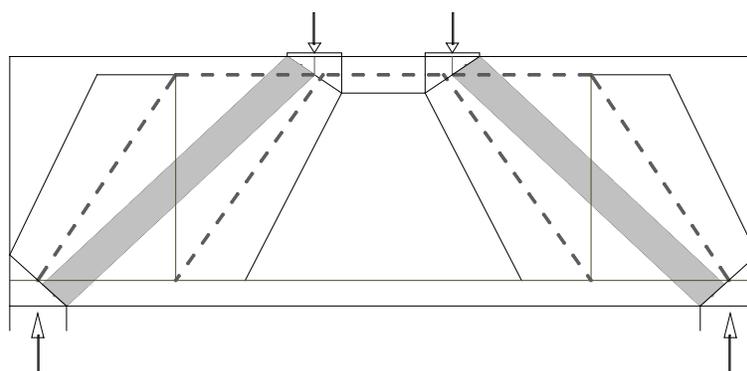


a) Modelo con tensor vertical

**Figura 5.11 – Diferentes modelos de Puntales y Tensores para una viga Peraltada**



b) Modelo simple sin tensor vertical (transmisión directa de la fuerza a los apoyos)



c) Modelo propuesto por las "FIP Recommendations (1999)"

**Figura 5.11 – (Cont.) Diferentes modelos de Puntales y Tensores para una viga Peraltada**

La falta de un puntal transversal explícito en el modelo de la figura 5.11 b) debe resultar crítico, dado que solicita al ingeniero recordar el especificar el refuerzo mínimo requerido. Por otro lado, se puede argumentar, que al colocar un refuerzo transversal mínimo, éste soportara cierta carga, por lo que el modelo de la figura 5.11 c) resulta efectivo. La diferencia es únicamente que la capacidad del tensor vertical representando al refuerzo transversal mínimo es siempre el mismo y no depende de la distancia de entre la carga y el eje del apoyo.

En conclusión a esta discusión, el modelo de la figura 5.11 c) aparenta ser una solución práctica y apropiada, lo que demuestra la necesidad de incrementar la cuantía de refuerzo transversal con el incremento de la distancia de la carga al eje del apoyo " $a$ " en el rango dentro de  $a = 0.5z$  y  $a = 2z$ , donde " $z$ " es el brazo interior de palanca. Es por ello que MacGregor (2002), propone que sea considerada una disposición similar por el Subcomité ACI 318 E como una posible adición al Apéndice A del reglamento ACI 318.

Por otro lado, apeguándose a las disposiciones actuales sobre el MPT del ACI 318-11, en su apéndice A, la elección del modelo para el diseño de la viga propuesta para el programa experimental de este trabajo, se optó por el modelo simplificado (figura 5.11 b), tomando en cuenta que no se pretende que el elemento sobrepase en demasía la capacidad de diseño predispuesta. Sin embargo, con fines comparativos, en los Apéndices A.1 y A.2 se muestran los

diseños tanto del modelo elegido, como el del modelo de la figura 5.11 a) respectivamente y se comprueba lo dicho anteriormente. El modelo propuesto por las “*FIP Recommendations (1999)*” de la figura 5.11 c) se excluyó con base a que dichas recomendaciones, no son de aplicación común en México y contemplan consideraciones generales de diseño distintas a las del las NTC-C del RCDF (2004) y del reglamento ACI 318-11.

# Capítulo 6

---

---

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

## CAPÍTULO 6

### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

#### 6.1 Conclusiones

El mecanismo de resistencia a fuerza cortante en elementos estructurales de concreto reforzado, es un fenómeno complejo que depende de la interacción de diferentes variables que provocan una difícil racionalización y simplificación de los resultados de investigaciones y experiencias existentes.

En este trabajo se presentaron en el capítulo 1, los diferentes enfoques que a lo largo del tiempo se han desarrollado para explicar y solucionar el problema del cortante, y a pesar de las diferencias que caracterizan a cada enfoque, la conclusión principal para la mayoría de los modelos es que los esfuerzos de tensión en el concreto pueden ser considerados explícitamente. La falla por cortante, no se explica únicamente por la consecución de la resistencia a tensión de los esfuerzos actuantes, si no que ésta envuelve el rompimiento de los mecanismos de transferencia de cortante a través de las grietas.

Actualmente es bien sabido que existe un efecto de tamaño en la resistencia por cortante de un miembro y se define que para miembros de tamaño pequeño, los esfuerzos residuales de tensión juegan un papel muy importante, mientras que para elementos mayores, (los cuales sufren de agrietamientos importantes antes de la falla), la fricción interfacial tiene un rol dominante.

Así también, la influencia del claro de cortante en los elementos puede ser considerada de manera simple, mediante el uso de un enfoque seccional para miembros esbeltos a flexión (de bajo peralte), o mediante el uso del modelo de puntales y tensores para miembros de claros cortos donde puede formarse un puntal de compresión directo entre la carga y el apoyo.

El MPT es un concepto de diseño que permite un tratamiento consistente de todas las porciones de la estructura. Es una generalización de la analogía de la armadura la cual ha sido usada extensamente como una herramienta conceptual para el análisis de elementos sometidos a cortante, flexión y torsión y como base para las disposiciones de varios reglamentos de diseño.

El MPT está basado en la teoría de la plasticidad y proporciona un límite inferior de la resistencia de los elementos diseñados. En general, el diseñador obtiene un mejor conocimiento del comportamiento de la estructura al visualizar los flujos de esfuerzos y proveer un sistema de transferencia de los mismos.

El MPT puede constituir una herramienta de gran utilidad en el diseño de elementos de concreto reforzado con condiciones particulares de geometría o de carga, o en situaciones para las cuales no existen otros métodos racionales de diseño.

Por otro lado, el empleo de fibras de acero como refuerzo en el concreto estructural, le proporciona propiedades que, de acuerdo con algunos de los mecanismos de resistencia a cortante, como son: los esfuerzos residuales de tensión transmitidos a través de las grietas y la

acción de arco o de puntal, tornan interesante evaluar la efectividad de las fibras de acero como refuerzo de elementos peraltados de concreto, (en las vigas de este trabajo, la relación  $a/d$  es aproximadamente de 1.3).

De acuerdo con los resultados obtenidos por Swamy (1974), Hennager y Doherty (1976), Batson (1972), Sharma (1986) entre otros, se observa que el uso de fibras incrementan la resistencia al primer agrietamiento, la resistencia última a tensión, la resistencia al cortante por fricción y la tenacidad a flexión del elemento, con lo que no solo se trata de un incremento de capacidad ante cargas, sino también de un comportamiento a la falla que va de frágil a dúctil o semi-dúctil y que es una de las características más importantes en el diseño por capacidad.

Todos los incrementos observados en los resultados presentados en el capítulo 4 de este trabajo, fueron función de parámetros de estudio como son la relación  $a/d$  (claro de cortante a peralte), volumen de las fibras utilizado y características de anclaje o de rugosidad superficial de las fibras principalmente.

De este modo se observó que para elementos con relación  $a/d$  del orden de entre 1 y 1.5, con contenidos de fibras de entre 1 y 2%, el incremento en la capacidad a cortante podía ser de hasta más del 100%, (Craig 1983) y consecuentemente, en elementos estructurales similares a los propuestos en este trabajo, la incorporación de fibras como refuerzo por cortante puede ser más significativa.

Recientemente, la recolección de diferentes resultados de ensayos de vigas reforzadas con fibras de acero (Parra, 2006) ha permitido que el ACI 318-11 (desde su versión de 2008) considere la incorporación de fibras deformadas de acero en el concreto como refuerzo mínimo por cortante para casos en los que el peralte  $h$  del elemento no sea mayor que 24 in (609 mm) y el cortante actuante  $V_u$  no sea mayor que  $0.53\sqrt{f'c}b_wd$  (kgf/cm<sup>2</sup>), es decir, la capacidad a cortante proporcionada por el concreto  $V_c$ . Para lo anterior, las fibras de acero deben dosificarse en una cantidad mínima de 57kg/m<sup>3</sup>, es decir 0.7% en volumen y la capacidad del CRFA debe comprobarse experimentalmente con pruebas de resistencia a flexión. Sin embargo, los resultados que permitieron esta consideración del reglamento ACI-318, menosprecian en demasía el incremento de la capacidad a cortante del concreto con fibras de acero sobre todo, en elementos cuya relación  $a/d$  es  $\leq 2.0$ , que es el caso de las vigas peraltadas.

A pesar de la tendencia a disminuir la resistencia a cortante con el incremento de la relación  $a/d$ , de acuerdo con los resultados de la base de datos presentada por Parra-Montesinos (2006) se debe notar que el uso de fibras en fracciones de volumen mayor o igual a 0.5%, producen esfuerzos cortantes a la falla substancialmente mayores a  $2\sqrt{f'c}b_wd$  (psi) o  $[0.53\sqrt{f'c}b_wd]$  [kgf/cm<sup>2</sup>] conforme se disminuye la relación  $a/d$ ; lo que lleva a concluir que es precisamente en elementos peraltados donde el uso de fibras como refuerzo por cortante como suplemento o complemento de refuerzo por estribos, puede ser potencialmente mejor aprovechado que para elementos esbeltos a flexión (o elementos de bajo peralte), esto por

aprovechamiento del incremento de la resistencia a cortante proporcionada por el concreto por medio del mecanismo de acción de arco o de puntal.

Alternativamente, se ha concluido también que el uso de fibras de acero en combinación con estribos de acero para refuerzo por cortante, significaría una mejor distribución de grietas por tensión, una minimización de la penetración de grietas por cortante en la zona de compresión, e inclusive, un incremento en la capacidad por cortante que permita la disminución de las cuantías de refuerzo por cortante en forma de estribos, que no sólo favorezca la construcción de elementos congestionados de refuerzo, sino que represente una solución más económica al emplear una menor cantidad de este.

De lo anterior, se desprende la posibilidad de incrementar el alcance del programa experimental propuesto, a ensayar elementos que combinen el uso de fibras de acero con estribos como refuerzo transversal, aunque evidentemente, es primordial medir el incremento neto de capacidad a cortante y de deformación de elementos con fibras únicamente, para poder hacer un análisis cuantitativo del mejoramiento de las propiedades mecánicas del CRFA e incorporarlas en expresiones que permitan realizar un diseño elementos con este material compuesto.

Los diseños de especímenes reforzados con fibras de acero propuestos en este trabajo (apéndices A.4, A.5, A.6 y A.7) se basan en los resultados obtenidos por las diferentes investigaciones al respecto que se presentaron en el capítulo 4, y aunque la aplicabilidad de las consideraciones de diseño que se tomaron sólo puede ser comprobada mediante el ensaye de los especímenes, todos los diseños arrojaron una disminución de la sollicitación de refuerzo por cortante convencional mediante barras de acero.

Respecto a las diferencias entre las configuraciones de refuerzo obtenidas en los diseños presentados, deben tenerse en cuenta que las bases de diseño para los mismos elementos de concreto reforzado convencionalmente, son distintas para cada caso, de lo que se concluye que la concepción del fenómeno de cortante que se traduce en las expresiones de diseño para elementos peraltados de los reglamentos que se analizaron, es distinta y de ahí que las propuestas de diseño para elementos de CRFA hayan partido de las bases que cada reglamento establece.

Es interesante notar también que en el caso de las NTC-C del RCDF 2004, se diferencia entre “vigas diafragma” y esbeltas a flexión, por medio de la relación claro libre a peralte total del elemento,  $L/h \leq 2.0$  para vigas de un solo claro simplemente apoyado, y que a diferencia del reglamento ACI 318, los especímenes de este trabajo, no clasifican como elementos de gran peralte o “vigas diafragma” como las llama el RCDF. De esto, resalta el hecho de que esta diferenciación provoca que las sollicitaciones de refuerzo transversal sean distintas, siendo mucho mayores para una “viga diafragma” que para la misma viga clasificada como esbelta a flexión.

De los diseños realizados para las vigas de CRFA, el diseño más optimista se refiere al MPT 1 (modelo sencillo) con incorporación de fibras de acero. La metodología de diseño propuesta, modifica los valores de los factores “ $\beta$ ” que toman en cuenta el efecto de agrietamiento y el confinamiento del refuerzo sobre la resistencia a compresión efectiva de un elemento del MPT.

Este diseño indica que el elemento no requeriría de refuerzo transversal para cortante en forma de estribos o barras, siendo que la sollicitación de refuerzo en un MPT se emplea con el objetivo de confinar los puntales inclinados y resistir la fuerza de tensión en el concreto debida a la expansión de un puntal con forma de botella del elemento, de modo que su resistencia a compresión efectiva sea mayor.

Por otro lado, el diseño más conservador para vigas de CRFA, se refiere al diseño basado en las expresiones propuestas por Williamson y Knab (1975) para calcular el esfuerzo cortante promedio en vigas de CRFA; La metodología de diseño propuesta, para cortante, sigue el método propuesto por el ACI 318 para calcular la contribución de los estribos en la capacidad a cortante, a la cual se suma la fuerza resistida por el concreto calculada a partir del esfuerzo de cortante mencionado; Este diseño indica que el concreto sería capaz de soportar el 61% de la sollicitación de diseño  $V_u$ , mientras que el 39% restante, sería proporcionado por estribos no. 3 con separación de 12cm entre ellos, y se asume que no se requeriría de refuerzo horizontal transversal para control de anchura y distribución de grietas en el elemento.

Si bien, este último diseño indica la necesidad de colocar estribos a una separación menor que la máxima permitida, (es decir: el refuerzo requerido es mayor al mínimo especificado), el incremento de la capacidad a cortante del concreto calculada, fue 43% mayor que la capacidad que se obtendría para concreto sin fibras con la ecuación (2.15) perteneciente al reglamento ACI 318-11 y el objetivo de disminuir la cuantía de refuerzo transversal por cortante se cumpliría.

Adicionalmente, se debe considerar que la expresión de Williamson y Knab, fue desarrollada en 1975 y los autores, no contaban con los datos que Parra (2006) presentó en su artículo y que fundamentan las consideraciones de los demás diseños presentados que resultan más optimistas en el incremento de la capacidad a cortante del CRFA. Además debe tomarse en cuenta que esa metodología de diseño del ACI 318 corresponde a elementos esbeltos a flexión, y no toma en cuenta una distribución no lineal de las deformaciones, con lo que el MPT es más adecuado para el diseño de una viga peraltada.

En general, los diseños presentados en los apéndices, indican que en todos los casos, los elementos fallarían a cortante, lo cual es adecuado para los objetivos de los programas experimentales, pero en general se debe buscar que los elementos fallen a flexión, a menos que se compruebe que las fibras permiten un mecanismo de falla por cortante con ductilidad apropiada, considerando que la capacidad de deformación y de disipación de energía de estos concretos, también es muy buena.

De todos los resultados presentados en el trabajo, se observa que a pesar de que el mejoramiento en el comportamiento y capacidad de elementos estructurales fabricados con este material, resulta significativo para elementos estructurales, (sobre todo en elementos peraltados sujetos a esfuerzos cortantes importantes), los resultados no han alcanzado gran popularidad en el gremio ingenieril, posiblemente debido a la falta de divulgación de los experimentos, aunado a que el mejoramiento de las propiedades, está muy relacionado con características geométricas y de carga de los elementos como los aquí descritos, excluyendo a elementos de mayor uso común,

como vigas de bajo peralte y claro importante, donde el mejoramiento de las propiedades puede resultar muy poco significativo, o inadecuado para dichos elementos en términos de seguridad y/o integridad estructural; de ahí que el reglamento ACI-318, solo permita el uso de esta alternativa en elementos de baja sollicitación a cortante ( $V_u \leq V_c$ ).

Por otro lado, la popularidad de los concretos reforzados con fibras de acero disminuye, al establecerse que la falta de consistencia en algunos datos experimentales, obligan a que el empleo de fibras de acero en este tipo de elementos deba respaldarse con pruebas experimentales, no sólo de las propiedades mecánicas del material, sino también con ensayos de los elementos destino, a escala natural, lo cual resulta bastante complejo cuando no se tienen las instalaciones y los equipos adecuados para este propósito.

En torno a esto resulta de gran importancia que la participación de centros de investigación capacitados técnica y tecnológicamente, participen en el desarrollo de este tipo de programas experimentales no sólo para confirmar los beneficios técnicos y constructivos de este tipo de refuerzo estructural, sino también para generar una base de datos tal, que permita un análisis de consistencia de resultados por diferentes investigadores, rangos de materiales y de características geométricas de los especímenes de ensayo.

Para asegurar mayor confiabilidad de los diseños de especímenes reforzados con fibras de acero, resulta imprescindible corroborar el comportamiento y la capacidad de dichos elementos con ensayos de los mismos a escala natural, sobre todo con los diseños que se basan en las propiedades medidas a partir de ensayos de tensión (ya sea uniaxial, por compresión diametral, etc.) ya que en estos ensayos realizados con especímenes de dimensiones pequeñas con relación a la longitud de las fibras, los resultados pueden verse afectados significativamente por factores de tamaño del espécimen, orientación de las fibras en la matriz de concreto y aleatoriedad de la distribución de las fibras; (a esto también se le puede atribuir que aún no sea tan popular el diseño de elementos de CRFA para fines estructurales).

### 6.2 Recomendaciones

Respecto a la clasificación que realizan las NTC-C del RCDF sobre “vigas diafragma” a partir de la relación  $L/h$  del elemento, se recomienda considerar que a pesar de que dicho reglamento clasifica a la viga de estudio de este trabajo, como elemento esbelto a flexión, es un hecho que el elemento no puede ser considerado como tal, sino como un elemento en el que se puede desarrollar un puntal de compresión directo entre las cargas y los apoyos y para su diseño debe tomarse en cuenta una distribución de deformaciones no lineal, o realizarse mediante el modelo de puntales y tensores como lo especifica el reglamento ACI 318-11.

De lo anterior se deriva la necesidad de reconsiderar la aplicabilidad de dicha clasificación de elementos tal como se encuentra en la normatividad vigente del RCDF.

A partir de los resultados de las diferentes investigaciones que se presentaron en este trabajo, y tomando en cuenta que estos indican un incremento muy importante de la capacidad a cortante proporcionada por el concreto en vigas con relaciones  $a/d$  menores de 2.0, se recomienda que el

programa experimental propuesto se desarrolle no sólo con el objetivo de corroborar dicho mejoramiento de la capacidad a cortante del concreto, sino que también se considere el alcance de generar una base de datos importante que permita establecer por un lado, la incorporación a las NTC-C del RCDF de la alternativa de uso de fibras de acero como refuerzo mínimo para cortante, tal como ya lo hizo el ACI 318, y por otro lado, que permita establecer un nivel de certidumbre adecuado en los resultados para generar los factores de resistencia pertinentes para establecer una metodología de diseño adecuada para elementos de gran peralte con sustitución parcial de estribos por fibras de acero.

Se recomienda también aprovechar la serie de pruebas que se consideren justificables derivados de este trabajo, para calibrar la efectividad del diseño de vigas peraltadas mediante el modelo de puntales y tensores y que éste, se incorpore como herramienta de diseño dentro de las NTC-C del RCDF y que los resultados sirvan también para calibrar los modelos propuestos y unificar los criterios de diseño, recordando que el MPT sirve, no sólo para elementos como los que aquí se trataron, sino que es un método útil en el diseño y detallado de elementos cuya geometría presenta regiones de discontinuidad principalmente.

Posterior a esto, las consideraciones de diseño del MPT tendrían que calibrarse ó modificarse, adecuándolas para su uso en el diseño de vigas peraltadas reforzadas con fibras de acero de la forma en que en este trabajo se pretendió.

Referente a los parámetros que se pueden analizar para el desarrollo de programas experimentales que complementen al que se propone en este trabajo, se recomienda que con el objetivo de minimizar la dispersión de datos y la inclusión de variables innecesarias, se utilicen fibras de acero deformadas (con anclajes en los extremos) y cuya relación de aspecto sea mayor o igual que 80; esto partiendo del hecho de que este tipo de fibras permiten un desempeño mejor al resto, lo que las hace las más adecuadas cuando se pretende su uso con fines estructurales.

Además, se debe tener en consideración que todos los diseños de vigas con CRFA, realizados en este trabajo, se sustentan en los resultados obtenidos por los diferentes investigadores a que se hizo referencia y que para fines conservadores, las expresiones y consideraciones que se realizaron corresponden a concreto con contenido de fibras de al menos 0.7%, se trate de fibras deformadas en sus extremos y los elementos tengan una geometría tal que su relación  $a/d$  sea menor o igual que 1.8.



BIBLIOGRAFÍA

---

---

Y REFERENCIAS

---

**BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS**

1. ACI 318, 2011: Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary. ACI Committee 318, American Concrete Institute, Detroit Michigan, 2011, pp. 503
2. ACI Committee 445, 1999, "Recent Approaches to shear design of Structural Concrete" Journal of Structural Engineering. Vol. 124, No. 12, December.
3. ACI Committee 544.1R-96, 2002, "State of the Art Report of Fiber Reinforced Concrete" American Concrete Institute, Detroit, MI, Reapproved.
4. ACI Committee 544.2R-89, 1999 "Measurement of properties of Fiber Reinforced Concrete" American Concrete Institute, Detroit, MI, Reapproved.
5. ACI Committee 544.3R-93, 1998, "Guide for Specifying, Proportioning, Mixing, Placing, and Finishing Steel Fiber Reinforced Concrete" American Concrete Institute, Detroit, MI, Reapproved.
6. ACI Committee 544.4R-88, 1999, "Design considerations for Steel Fiber Reinforced Concrete" American Concrete Institute, Detroit, MI, Reapproved.
7. Adebar, P.; Mindess, S.; St.-Pierre, D.; and Olund, B., 1997, "Shear Tests of Fiber Concrete Beams Without Stirrups," ACI Structural Journal, V. 94, No. 1, Jan.-Feb., pp. 68-76.
8. Alcocer S. M., 1998, "Algunas Tendencias del Concreto Estructural", *XI Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, I, Monterrey, México, Noviembre, pp. 3-27.
9. Altoubat, Salah A. y Lange, David A., 2001, "Creep, Shrinkage, and Cracking of Restrained Concrete at Early Age (Fluencia, Contracción y Fisuración del Concreto Restringido a Bajas Edades)," ACI Materials Journal, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, Julio-Agosto, páginas 323 a 331.
10. Aschheim M., Moehle J.P. y Mahin S.A., 1997, "Design and Evaluation of Reinforced Concrete Bridges for Seismic Resistance", Universidad de California en Berkeley, Marzo, 196 pp.
11. Ashour, S.A., Hasanain, G.S., and Wafa, F.F., 1992, "Shear Behavior of High-Strength Fiber Reinforced Concrete Beams," ACI Structural Journal, V. 89, No. 2, Mar.-Apr., pp. 176-184.
12. Ávila Omar, Carrillo Julián, Alcocer Sergio M., 2011, "Rehabilitación de muros de concreto usando CRFA: Ensayos en mesa vibradora"; *Concreto y Cemento, Investigación y Desarrollo* Vol. 2 No. 2; Enero-Julio; pp. 2-17.
13. Banthia, N.; Mindess, S.; and Bentur, A., 1987, "Steel Fiber Reinforced Concrete under Impact," Proceedings of International Symposium on Fiber Reinforced Concrete (ISFRC-87), Madras, India, pp. 4.29-4.39.
14. Banthia, Nemkumar y Bindiganavile, Vivek, 2001, "Repairing with Hybrid-Fiber-Reinforced Concrete (Reparo con Concreto Reforzado con Fibras Híbridas)," *Concrete International*, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, Junio, páginas 29 a 32.
15. Barton D.L., Anderson R.B., Bouadi A., Jirsa J.O. y Breen J.E., 1991, "An Investigation of Strut-and-Tie Models for Dapped Beam Details", Informe 1127-1, Universidad de Texas en Austin, Mayo, 187 pp.
16. Batson, G.; Ball. C.; Bailey, L.; Landers, E.; and Hooks, J., 1972, "Flexural Fatigue Strength of Steel Fiber Reinforced Concrete Beams," *ACI JOURNAL*, Proceedings, Vol. 69, No. 11, Nov., pp. 673-677.
17. Belarbi, A., and Hsu, T. T. C., 1991, "Constitutive Laws of Reinforced Concrete in Biaxial Tension-Compression," Research Report UHCEE 91-2, University of Houston, Tex.
18. Biryukovich, K. L., and Yu, D. L., 1965, "Glass Fiber Reinforced Cement," translated by G. L. Cairns, CERA Translation, No. 12, Civil Eng. Res. Assoc., London, 41 pp.
19. Braestrup, M. W., 1990, "Shear Strength Prediction— Plastic Method," Reinforced Concrete Deep, F. K. Kong, ed., Blackie and Son, London/Van Nostrand Reinhold, New York, pp. 182-203.
20. CEB-FIP Model Code for Concrete Structures, 1978, International System of Unified Standard Codes of Practice for Structures, Comité Euro-International du Béton, Paris, V. II.

21. Collins, M. P., and Mitchell, D., 1981, Discussion of "Shear and Torsion Design of Non-prestressed Concrete Beams," *Journal of the Prestressed Concrete Institute*, V. 26, No. 6, pp. 96-118.
22. Craig, R. J., Mar. 4, 1983, "Design Procedures for Fibrous Concrete- shear, Moment and Torsion," *Proceedings, Structural Concrete Design Conference, New Jersey Institute of Technology, Newark*, pp. 253-284.
23. Craig, R. J., Mar. 4, 1983, "Design Procedures for Fibrous Concrete- shear, Moment and Torsion," *Proceedings, Structural Concrete Design Conference, New Jersey Institute of Technology, Newark*, pp. 253-284.
24. Craig, R.J., 1984, "Structural Applications of Reinforced Fibrous Concrete," *Concrete International: Design & Construction*, V. 6, No. 12, Dec., pp. 22-32.
25. Cucchiara C., Mendola L.L., and Papia M., 2004, "Effectiveness of Stirrups and Steel Fibres as Shear Reinforcement," *Cement and Concrete Composites*, V. 26, No. 7, Oct., pp. 777-786.
26. Departamento del Distrito Federal (2004), "Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto", *Gaceta Oficial del Departamento del Distrito Federal, México*, 88 pp.
27. Departamento del Distrito Federal, (2004), "Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal", *Gaceta Oficial del DDF*, 96 pp.
28. González Cuevas Oscar M., Fernández Villegas Francisco Robles, 2005, "Aspectos Fundamentales del Concreto reforzado" 4ta Ed. México, 802pp.
29. Gopalaratnam, V. S., and Shah, S. P., 1987, "Failure Mechanisms and Fracture of Fiber Reinforced Concrete," *Fiber Reinforced Concrete Properties and Applications, SP-105, American Concrete Institute, Detroit*, pp. 1-25.
30. Gopalaratnam, V. S.; Shah, S P.; Batson, G.; Criswell, M.; Ramakrishnan, V.; and Wecharatana, M., 1991, "Fracture Toughness of Fiber Reinforced Concrete," *ACI Materials Journal*, Vol. 88, No. 4, July-Aug., pp. 339-353.
31. Haber, Robert B., 1986, "Domes-Air Supported Forming: Will It Work?" *Concrete International: Design & Construction*, V. 8, No. 1, Jan., pp. 13-17.
32. Hannant, D. J., 1978, *Fibre Cements and Fibre Concretes*, John Wiley & Sons, Ltd., Chichester, United Kingdom, p. 53.
33. Hassoun, M. N., and Sahebjam, K., May 1985, "Plastic Hinge in Two-Span Reinforced Concrete Beams Containing Steel Fibers," *Proceedings, Canadian Society for Civil Engineering, Montreal*, pp. 119-139.
34. Henager, C. H., 1977a, "Ultimate Strength of Reinforced Steel Fibrous Concrete Beams," *Proceedings, Conference on Fiber-Reinforced Materials: Design and Engineering Applications, Institution of Civil Engineers, London*, pp. 165-173.
35. Henager, C.H., 1983, "Use of Steel Fiber Reinforced Concrete in Containment and Explosive Resistant Structures," *Symposium Proceedings, Interaction of Non- Nuclear Munitions with Structures, U.S. Air Force Academy, Colorado, May*, pp. 199-203.
36. Henager, Charles H., 1981, "Steel Fibrous Shotcrete: A Summary of the State-of-the-Art," *Concrete International Design & Construction*, V. 3, No. 1, Jan., pp. 50-58.
37. Henager, Charles H., and Doherty, Terrence J., Jan. 1976, "Analysis of Reinforced Fibrous Concrete Beams," *Proceedings, ASCE*, V 12, ST-I, pp. 177-188.
38. Hoff, G., 1987, "Durability of Fiber Reinforced Concrete in a Severe Marine Environment," *Fiber Reinforced Concrete Properties and Applications, SP-105, American Concrete Institute, Detroit*, pp. 997- 1041.
39. Hsu, T. T. C., 1993, *Unified Theory of Reinforced Concrete*, CRC Press, Boca Raton, Fla.
40. Johnston, C.D., 1984, "Steel Fiber Reinforced Concrete Pavement Trials," *Concrete International: Design & Construction*, V. 6, No. 12, Dec., pp. 39-43.

41. Krenchel, H., and Shah, S., 1985, "Applications of Polypropylene Fibers in Scandinavia," *Concrete International*, Mar.
42. Kupfer, H., 1964, "Erweiterung der Mörsch'schen Fachwerkanalogie mit Hilfe des Prinzips vom Minimum der Formänderungsarbeit (Generalization of Mörsch's Truss Analogy Using the Principle of Minimum Strain Energy)," *Comite Euro-International du Beton, Bulletin d'Information*, No. 40, CEB, Paris, pp. 44-57.
43. Kwak, Y.-K.; Eberhard, M.O.; Kim, W.-S.; and Kim, J., 2002, "Shear Strength of Steel Fiber-Reinforced Concrete Beams Without Stirrups," *ACI Structural Journal*, V. 99, No. 4, July-Aug., pp. 530-538.
44. Lankard, D. R., and Sheets, H. D., 1971, "Use of Steel Wire Fibers in Refractory Castables," *The American Ceramic Society Bulletin*, Vol. 50, No. 5, May, pp. 497-500.
45. Lankard, D.R., 1978, "Steel Fiber Reinforced Refractory Concrete," *Refractory Concrete*, SP-57, American Concrete Institute, Detroit, pp. 241-263.
46. Lim, T.Y.; Paramasivam, P.; and Lee, S.L., 1987, "Shear and Moment Capacity of Reinforced Steel-Fibre-Concrete Beams," *Magazine of Concrete Research*, V. 39, No. 140, Sept., pp. 148-160.
47. Loov, R. E., and Patniak, A. K., 1994, "Horizontal Shear Strength of Composite Concrete Beams with a Rough Interface," *PCI J.*, V. 39, No. 1, pp. 48-109.
48. MacGregor J. G., 2002, "Derivation of strut and tie models for the 2002 ACI Code. P. 7-40 in: Examples for the design of structural concrete with strut-and-tie models, Special Publication of ACI. American Concrete Institute, Farmington Hills.
49. Mansur, M.A.; Ong, K.C.G.; and Paramasivam, P., 1986, "Shear Strength of Fibrous Concrete Beams Without Stirrups," *Journal of Structural Engineering*, V. 112, No. 9, Sept., pp. 2066-2079.
50. Marti, P., 1980, "Zur Plastischen Berechnung von Stahlbeton (On Plastic Analysis of Reinforced Concrete)," Report No. 104, Institute of Structural Engineering, ETH, Zurich.
51. Melamed, Assir, 1985, "Fiber Reinforced Concrete In Alberta," *Concrete International: Design & Construction*, V. 7, No. 3, Mar., pp. 47-50.
52. Morgan, D.R., and McAskill, Neil, 1984, "Rocky Mountain Tunnels Lined with Steel Fiber Reinforced Shotcrete," *Concrete International: Design & Construction*, V. 6, No. 12, Dec., pp. 33-38.
53. Mörsch, E., 1920, "Der Eisenbetonbau-Seine Theorie und Anwendung (Reinforced Concrete Construction—Theory and Application)," 5th Edition, Wittwer, Stuttgart, V. 1, Part 1.
54. Mörsch, E., 1922, "Der Eisenbetonbau-Seine Theorie und Anwendung," 5th Edition, Wittwer, Stuttgart, V. 1, Part 2.
55. Morse, D. C., and Williamson, G. R., 1977, "Corrosion Behavior of Steel Fibrous Concrete," Report No. CERL-TR-M-217, Construction Engineering Research Laboratory, Champaign, May, 37 pp.
56. Naaman, A. E., and Homrich, J. R., 1989 "Tensile Stress-Strain Properties of SIFCON," *ACI Materials Journal*, Vol. 86, No. 3, May- June, pp. 244-25.
57. Naaman, A.; Shah. S.; and Throne, J., 1982, "Some Developments in Polypropylene Fibers for Concrete", SP-81, American Concrete Institute, Detroit, 1982, pp. 375-396.
58. Naaman, Antoine E., and Shah, Surendra P., Aug. 1976, "Pull-Out Mechanism in Steel Fiber Reinforced Concrete," *Proceedings, ASCE*, V. 102, ST8, pp. 1537-1548.
59. Nielsen, M. P., and Braestrup, N. W., 1975, "Plastic Shear Strength of Reinforced Concrete Beams," *Technical Report 3, Bygningsstatistiske Meddelelser*, V. 46.
60. Parra-Montesinos, G.; Wight, J.K.; Dinh, H.; Libbrecht, A.; and Padilla, C., 2006 b), "Shear Strength of Fiber Reinforced Concrete Beams Without Stirrups," Report No. UMCEE 06-04, University of Michigan, Ann Arbor, MI, 39 pp.

61. Parra-Montesinos; 2006 a), "Shear Strength of Beams with Deformed Steel Fibers; Evaluating an alternative to minimum transverse reinforcement"; Concrete International; November 2006 pp. 58-65.
62. Pearlman, S. L., Apr. 1979, "Flexural Performance of Reinforced Steel Fiber Concrete Beams," MS thesis, Carnegie-Mellon University, Pittsburgh.
63. Ramakrishnan, V., 1987, "Materials and Properties of Fiber Concrete," Proceedings of the International Symposium on Fiber Reinforced Concrete, Dec., Madras, India, Vol. 1, pp. 2.3-2.23.
64. Ramakrishnan, V., and Josifek Charles, 1987, "Performance Characteristics and Flexural Fatigue Strength on Concrete Steel Fiber Composites," Proceedings of the International Symposium on Fibre Reinforced Concrete, Dec., Madras, India, pp. 2.73-2.84.
65. Ramirez, J. A., and Breen, J. E., 1991, "Evaluation of a Modified Truss-Model Approach for Beams in Shear," ACI Structural Journal, V. 88, No. 5, Sept.-Oct., pp. 562-571.
66. Reineck, K. H., 2002, "Examples for the Design of Structural Concrete with Strut-and-Tie Models", ACI International SP-208, October-November.
67. Reineck, K. H., 1991, "Modelling of Members with Transverse Reinforcement," IABSE Colloquium on Structural Concrete, IABSE Report, IABSE, Zurich, 62, pp. 481-488.
68. Ritter, W., 1899, "Die bauweise hennebique," Schweizerische Bauzei-tung, V. 33, No. 7, pp. 59-61.
69. Rosenbusch, J., and Teutsch, M., 2002, "Trial Beams in Shear," Brite/Euram Project 97-4163, Final Report, Sub Task 4.2, Technical University of Braunschweig, pp. 94
70. Schlaich, J.; Schäfer K.; Jennewein M., 1987, "Toward a consistent design for structural concrete. PCI-Journ. V. 32, No. 3, 75-150.
71. Schlaich, J.; Schäfer, I.; and Jennewein, M., 1987, "Towards a Consistent Design of Structural Concrete," Journal of the Prestressed Concrete Institute, V. 32, No. 3, pp. 74-150.
72. Schrader, E. K., 1971, "Studies in the Behavior of Fiber Reinforced Concrete," MS Thesis, Clarkson College of Technology, Potsdam.
73. Seong-Cheol Lee, Jae-Yeol Cho, and Frank J. Vecchio, 2011, "Diverse Embedment Model for Steel Fiber-Reinforced Concrete in Tension: Model Verification" Technical paper from the ACI Materials Journal V. 108, No. 5, Title 108-M56; September-October, 11 pp.
74. Shah, S. P.; Stroeven, P.; Dalhuisen, D.; and Van Stekelenburg, P., 1978, "Complete Stress-Strain Curves for Steel Fibre Reinforced Concrete in Uniaxial Tension and Compression," Testing and Test Methods of Fibre Cement Composites, RILEM Symposium, Construction Press, Lancaster, pp. 399-408.
75. Sharma, A. K., 1986, "Shear Strength of Steel Fiber Reinforced Concrete Beams," ACI JOURNAL, Proceedings V. 83, No.4, July-Aug. pp. 624-628.
76. Shcrader, Ernest K., 1989, "Fiber Reinforced Concrete", ICOLD Bulletin 40, International Committee on Large Dams, May, 22pp.
77. Steven H. Kosmatka, Beatrix Kerkhoff, William C. Panarese, y Jussara Tanesi; "Diseño y control de Mezclas de concreto" PCA (Portland Cement Asociation) Skokie, Illinois, EE.UU., 2004.
78. Suprenant, Bruce A. y Malisch, Ward R., 1999, "The fiber factor (El Factor de las Fibras)," Concrete Construction, Addison, Illinois, Octubre, páginas 43 a 46.
79. Swamy, R. N., and Al-Ta'an, Sa'ad A., 1981, "Deformation and Ultimate Strength in Flexure of Reinforced Concrete Beams Made with Steel Fiber Concrete," ACI JOURNAL, Proceedings V. 78, No. 5, Sept.-Oct., pp. 395-405.
80. Swamy, R. N., and Stavrides, H., 1979, "Influence of Fiber Reinforcement on Restrained Shrinkage and Cracking," ACI JOURNAL, Proceedings, Vol. 76, No. 3, Mar., pp. 443-460.
81. Swamy, R.N.; Jones, R.; and Chiam, A.T.P., 1993, "Influence of Steel Fibers on the Shear Resistance of Lightweight Concrete I-Beams," ACI Structural Journal, V. 90, No. 1, Jan.-Feb., pp. 103-114.

82. Talbot, A. N., 1909, "Tests of Reinforced Concrete Beams: Resistance to Web Stresses Series of 1907 and 1908," Bulletin 29, University of Illinois Engineering Experiment Station, Urbana, Ill.
83. Tan, K.H.; Murugappan, K.; and Paramasivam, P., 1993, "Shear Behavior of Steel Fiber Reinforced Concrete Beams," ACI Structural Journal, V. 90, No. 1, Jan.-Feb., pp. 3-11.
84. Tatro, Stephen B., 1985, "The Effect of Steel Fibers on the Toughness Properties of Large Aggregate Concrete," M.S. Thesis, Purdue University, West Lafayette, Dec., 113 pp.
85. Trottier, Jean-Francois y Mahoney, Michael, 2001, "Innovative Synthetic Fibers (Fibras Sintéticas Innovadoras)," Concrete International, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, Junio, páginas 23 a 28.
86. Uribe Claudia M., Alcocer Sergio M, 2000, "COMPORTAMIENTO DE VIGAS PERALTADAS DISEÑADAS CON EL MODELO DEPUNTALES Y TENSORES", CENAPRED, Coordinación de investigación, Área de Ingeniería Estructural y Geotecnia, Agosto. pp. 252
87. Vandenberghe, M.P., and Nemegeer, D.E., 1985, "Industrial Flooring With Steel Fiber Reinforced Concrete," Concrete International: Design & Construction, V. 7, No. 3, Mar., pp. 54-57.
88. Vecchio, F. J., and Collins, M. P., 1986, "The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear," ACI JOURNAL, Proceedings V. 83, No. 2, Mar.-Apr., pp. 219-231.
89. Visalvanich, Kitisak, and Naaman, Antoine E., Mar.-Apr. 1983, "Fracture Model for Fiber Reinforced Concrete," ACI JOURNAL, Proceedings V. 80, No. 2, pp. 128-138.
90. Vondran, Gary L., 1995, "Interground Fiber Cement in the Year 2000 (Cementos con Fibras Molidas Conjuntamente en el Año de 2000)," Emerging Technologies Symposium on Cements for the 21st Century, SP206, Portland Cement Association, Marzo, páginas 116 a 134.
91. Voo, J. Y. L., and Foster, S. J., 2003, "Variable Engagement Model for Fibre Reinforced Concrete in Tension," Uniciv Report No. R-420, School of Civil and Environmental Engineering, University of New South Wales, June, 86 pp.
92. Williamson, G. R., and Knab, L. I., 1975, "Full Scale Fibre Concrete Beam Tests," Fibre Reinforced Cement and Concrete, RILEM Symposium 1975, Construction Press, Lancaster, pp. 209-214.
93. Williamson, G. R., Dec. 1973, "Compression Characteristics and Structural Beam Design Analysis of Steel Fiber Reinforced Concrete," Technical Report No. M-62, U.S. Army Construction Engineering Research Laboratory, Champaign.
94. Williamson, G. R., June 1978, "Steel Fibers as Web Reinforcement in Reinforced Concrete," Proceedings, U.S. Army Science Conference, West Point, V. 3, pp. 363-377.
95. Williamson, Gilbert R., 1974, "The Effect of Steel Fibers on the Compressive Strength of Concrete," Fiber Reinforced Concrete, SP- 44, American Concrete Institute, Detroit, pp. 195-207.
96. Withey, M. O., 1908, "Tests of Plain and Reinforced Concrete Series of 1907," Bulletin of the University of Wisconsin, Engineering Series, V. 4, No. 2, pp. 1-66.
97. Wojtysiak, R.; Borden, K. K.; y Harrison P., 2001, "Evaluation of Fiber Reinforced Concrete for the Chicago Area – A Case Study (Evaluación del Concreto Reforzado con Fibras para el Área de Chicago – un Estudio de caso)", 2001.

# Apéndices

---

---

## Apéndice A

### Diseño de los especímenes de prueba

#### INTRODUCCIÓN

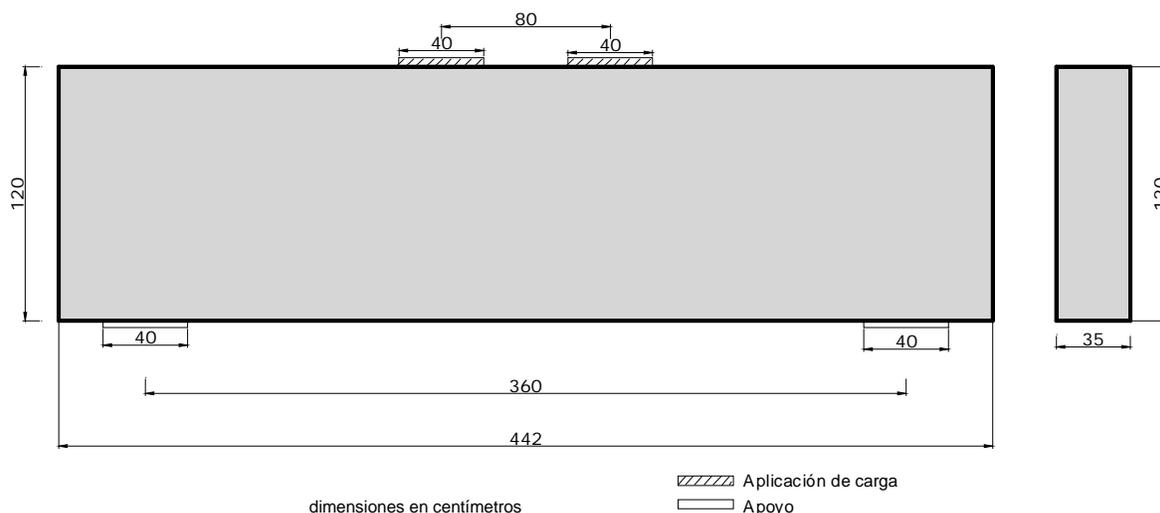
En el siguiente apéndice se presenta de manera detallada, el proceso de diseño de los especímenes de prueba. Se presentan las memorias de cálculo tanto del espécimen “E2E” (especimen reforzado convencionalmente por cortante), mediante el Modelo de Puntales y Tensores de acuerdo con el Apéndice A del documento: “Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318-11)”. Así mismo se presentan las memorias referentes a los especímenes de concreto reforzado con fibras de acero “E3F-1” y “E4F-2” mediante la metodología propuesta para los elementos con fibras.

Se incluyen las generalidades de detallado, diseño por flexión y el diseño por cortante. Además se presentan las condiciones de anclaje del refuerzo según el ACI 318-11, y finalmente, la configuración del refuerzo.

#### PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Diseñar la viga simplemente apoyada, con claro libre entre apoyos de 3.60m, como se muestra en la figura A-1. La viga tiene 35 cm de ancho y 120 cm de peralte total. Usar  $f'c = 300kg/cm^2$  y  $f_y = 4200kg/cm^2$ . La dimensión de las placas de apoyo y aplicación de carga es 40 cm. Despreciar el peso propio. Considerar la siguiente condición de carga:

- Dos cargas puntuales de 97 Ton, cada una en la parte superior de la viga, en dirección hacia abajo y con separación de 80cm.



**Figura A-1. Geometría y dimensiones de los especímenes**

#### DISEÑO DETALLADO

Las hojas de cálculo de todos los especímenes, se desarrollaron en el Software: Mathcad 15 y se presentan a continuación.

## A.1 Diseño de espécimen de prueba "E2E" -- Modelo MPT 1. conforme al Apéndice A del (ACI 318-11)

### A.1.1 Propiedades de materiales y definición de unidades y constantes utilizadas en el diseño:

$$\text{ton} := 1000\text{kg} \quad \text{psi} := \frac{\text{lb}}{\text{in}^2} \quad \text{ksi} := 70.31 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad 1000\text{psi} = 70.31 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{Resistencia a la compresión del concreto} \quad f_c := 300 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{Masa volumétrica del concreto} \quad w_c := 2400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\text{Esfuerzo de fluencia de refuerzo longitudinal} \quad f_y := 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{Esfuerzo de fluencia de refuerzo transversal} \quad f_{yt} := 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{Módulo de elasticidad del refuerzo longitudinal y transversal} \quad E_s := 2100000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{Deformación de fluencia del refuerzo longitudinal} \quad \epsilon_y := \frac{f_y}{E_s} \quad \epsilon_y = 0.002$$

### A.1.2 Factores de carga y de reducción:

$$\text{Factor de carga viva} \quad \gamma_{LL} := 1$$

$$\text{Factor de carga muerta} \quad \gamma_{DL} := 1$$

$$\text{Factor de reducción por cortante} \quad \phi_s := 0.75$$

$$\text{Factor de reducción por flexión} \quad \phi_f := 0.90$$

$$\text{Factor de reducción para modelo puntal-tensor} \quad \phi := 0.75 \text{ (zonas nodales) Sección 9.3.2.6}$$

Factor de profundidad del bloque de compresión

$$\beta_1 := \text{if} \left( f_c \leq 4000 \cdot \text{psi}, 0.85, \text{if} \left( f_c > 8000 \cdot \text{psi}, 0.65, 1.05 - 0.05 \cdot \frac{f_c}{1000 \cdot \text{psi}} \right) \right)$$

$$\beta_1 = 0.84$$

### A.1.3 Propiedades de la sección

$$\text{Longitud} \quad L := 4.42\text{m}$$

$$\text{Ancho} \quad b := 35\text{cm}$$

$$\text{Peralte} \quad h := 120\text{cm}$$

$$\text{Claro de cortante} \quad a_{\text{shear}} := 140\text{cm}$$

$$\text{Longitud de placas de apoyo} \quad l_p := 40\text{cm}$$

$$\text{Posición de placas a partir de paños} \quad d_{lp} := 21\text{cm}$$

Claro Libre	$l_{\text{clear}} := L - 2 \left( \frac{l_p}{2} + d_{lp} \right)$	$l_{\text{clear}} = 360 \cdot \text{cm}$
Volumen	$\text{Vol} := b \cdot h \cdot L$	$\text{Vol} = 1.86 \cdot \text{m}^3$
Peso	$W := w_c \cdot \text{Vol}$	$W = 4.46 \cdot \text{ton}$

#### A.1.4 Recubrimiento

Criterio ACI 318-11. La sección 7.7 del ACI318-11 (*American Concrete Institute, 2011*) establece que para vigas y columnas de concreto no expuestas a condiciones ambientales severas o en contacto con la tierra, el recubrimiento mínimo de concreto es de 1½ plg. (50.8 mm).

Se empleará un recubrimiento libre medido entre la superficie de concreto y la rama transversal de los estribos de 5.55 cm, que supone que el refuerzo transversal se proporcionará mediante barras no. 3. por lo que el recubrimiento libre del refuerzo longitudinal será de 6.5cm

$$\text{rec} := 6.5\text{cm} \quad \text{rec}_{\text{libre}} := \text{rec} - \frac{3}{8}\text{in} = 5.55 \cdot \text{cm}$$

#### A.1.5 Distancias libres entre barras en dirección horizontal y vertical

Criterio ACI. La sección 7.6 del ACI318-11 establece que la distancia libre mínima entre barras de un mismo lecho es la mayor entre  $d_b$  y 1 plg. (25.4 mm); la distancia libre mínima entre lechos paralelos es 1 plg. (25.4 mm).

Para este caso, la separación de los lechos estará determinada por los requerimientos geométricos de los puntales, tensores o zonas nodales como se verá más adelante.

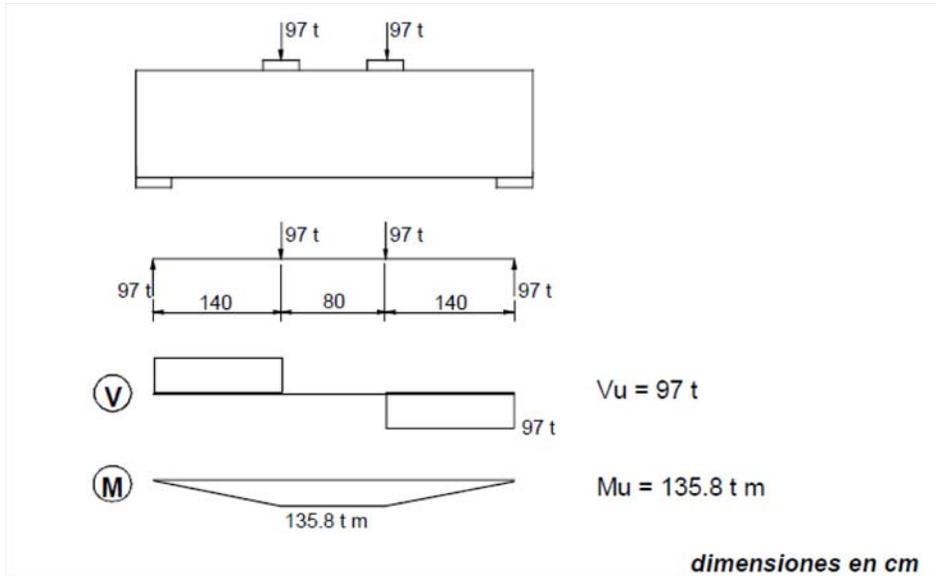
La separación vertical de los lechos de refuerzo por flexión se propone de 9cm.

$$s_v := 9\text{cm}$$

#### A.1.6 Cargas de diseño

- Cargas puntuales  $P := 97\text{ton}$   
 $P_u := \gamma_{LL} \cdot P \quad P_u = 97.00 \cdot \text{ton}$
- Uniforme por p.p.  $\omega := \frac{W}{L} \quad \omega = 1008.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}}$   
 $\omega_u := \gamma_{DL} \cdot \omega \quad \omega_u = 1008.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}}$

A partir de las cargas de diseño, los elementos mecánicos que se presentan en la viga son los de la figura A-2.



**Figura A-2. Diagrama de cortante y de momento flexionante para la viga**

### Diseño por Flexión (ACI 318-11 Capítulo 10)

Cálculo de los momentos máximos que se presentan en el tercio central del claro

- Por cargas vivas:  $M_{LL} := P \cdot a_{\text{shear}}$   $M_{LL} = 135.80 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$
- Por peso propio:  $M_{DL} := \frac{\omega \cdot l_{\text{clear}}^2}{8}$   $M_{DL} = 1.63 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$   $\frac{M_{DL}}{M_{LL}} = 1.20 \cdot \%$

$$M_{u1} := \gamma_{LL} \cdot M_{LL} + \gamma_{DL} \cdot M_{DL} \quad M_{u1} = 137.43 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$$

Despreciando el peso propio tenemos:

$$M_u := M_{LL} = 135.80 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$$

#### A.1.7 Relación claro libre a peralte; Criterio ACI 10.7.1

De acuerdo con la sección 10.7.1 del ACI-318-11. Una viga peraltada es aquella cargada en una cara y apoyada en la cara opuesta, de modo que se pueden desarrollar puntales de compresión entre las cargas y los apoyos y tienen además:

- un claro libre,  $l_n$  igual o menor que 4 veces el peralte del elemento o
- regiones con cargas concentradas dentro de una distancia  $2h$  desde la cara del apoyo

En el diseño de vigas peraltadas no son aplicables las hipótesis generales del diseño por flexión.

$$l_n := L - 2 \cdot (l_p + dlp) \quad l_n = 3.20 \cdot \text{m} \quad \frac{l_n}{h} = 2.67$$

$$\text{Status} := \text{if}(l_n \leq 4 \cdot h, \text{"Viga Peraltada"}, \text{"Miembro esbelto a flexión"}) = \text{"Viga Peraltada"}$$

Por lo que este elemento se clasifica como:

Status = "Viga Peraltada"

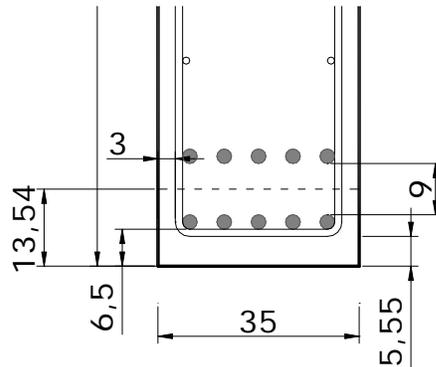
Asumiendo 2 capas de refuerzo longitudinal por flexión mediante barras no. 8 y refuerzo transversal mediante barras no. 3, el centroide del acero de refuerzo a tensión se puede calcular a partir de la suma del recubrimiento libre, el diámetro del refuerzo transversal, el diámetro del refuerzo longitudinal y la mitad de la separación libre entre lechos del refuerzo longitudinal como sigue:

$$y_{st} := \text{rec} + 1in + \frac{1}{2}s_v = 13.54 \cdot \text{cm}$$

El peralte efectivo de la sección es:

$$d := [h - (y_{st})] \quad d = 106.46 \cdot \text{cm}$$

La figura A-3 presenta el detalle de la ubicación del refuerzo longitudinal por flexión.



**Figura A-3. Detalle de la ubicación del refuerzo longitudinal por flexión**

### A.1.8 Momento resistente

Partiendo del principio de diseño por capacidad, el momento actuante debe ser menor o igual que el momento nominal resistente (sección R9.1 del ACI 318-11):

$$M_u \leq \phi M_n$$

Y el momento nominal resistente se puede calcular como sigue:

$$M_n = A_s \cdot f_y \cdot \left( d - \frac{a}{2} \right) \quad \text{donde } a, \text{ se refiere a la profundidad del bloque de compresión.}$$

Asumiendo que la profundidad del bloque equivalente de esfuerzos es 1/4 del peralte efectivo.

$$a_{\text{assum}} := 0.25 \cdot d$$

$$a_{\text{assum}} = 26.61 \cdot \text{cm}$$

El área de refuerzo longitudinal requerida resulta:

$$A_{s\text{req}} := \frac{M_u}{\phi_f \cdot f_y \cdot \left( d - \frac{a_{\text{assum}}}{2} \right)} \quad A_{s\text{req}} = 38.57 \cdot \text{cm}^2$$

Usando barras no. 8 para proporcionar el área requerida de acero de refuerzo:

$$a_s := \frac{(2.54\text{cm})^2 \cdot \pi}{4} = 5.07 \cdot \text{cm}^2$$

El número de barras necesarias será:

$$n_{\text{bars}} := \frac{A_{s\text{req}}}{a_s} \quad n_{\text{bars}} = 7.61$$

Utilizando 8 barras del No 8:  $A_s := 8 \cdot a_s \quad A_s = 40.54 \cdot \text{cm}^2$

Revisando la profundidad del bloque de esfuerzos propuesta inicialmente:

$$a := \frac{A_s \cdot f_y}{0.85 \cdot f_c \cdot b} \quad a = 19.08 \cdot \text{cm}$$

$$c := \frac{a}{\beta_1} \quad c = 22.80 \cdot \text{cm}$$

La deformación correspondiente en el acero a tensión será:

$$\epsilon_s := 0.003 \cdot \left( \frac{d - c}{c} \right) \quad \epsilon_s = 0.011$$

$$\text{Status} := \text{if}(\epsilon_s > \epsilon_y, \text{"refuerzo de tensión fluyendo"}, \text{"refuerzo de tensión no fluyendo"})$$

Status = "refuerzo de tensión fluyendo"

La cuantía de refuerzo longitudinal resulta:  $\rho_l := \frac{A_s}{b \cdot d} \quad \rho_l = 0.011$

Por lo que el Momento resistente nominal será:

$$M_n := A_s \cdot f_y \cdot \left( d - \frac{a}{2} \right) \quad M_n = 165.01 \cdot \text{ton} \cdot \text{m} \quad M_u = 135.80 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$$

$$\phi_f \cdot M_n = 148.51 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$$

$$\text{Status} := \text{if}(\phi_f \cdot M_n > M_u, \text{"O.K."}, \text{"Check"}) \quad \frac{\phi_f \cdot M_n}{M_u} = 1.09$$

Status = "O.K."

### A.1.9 Revisión de cuantías mínimas y máximas de refuerzo longitudinal

De acuerdo con la sección ACI 10.5.1, los Límites de refuerzo mínimo son:

$$A_{s\text{min}1} := \frac{3\sqrt{f_c \cdot \text{psi}}}{f_y} \cdot b \cdot d \quad A_{s\text{min}1} = 12.22 \cdot \text{cm}^2 \quad \frac{A_{s\text{min}1}}{b \cdot d} = 0.0033$$

$$A_{s\text{min}2} := \frac{200 \cdot \text{psi} \cdot b \cdot d}{f_y} \quad A_{s\text{min}2} = 12.47 \cdot \text{cm}^2 \quad \frac{A_{s\text{min}2}}{b \cdot d} = 0.0033$$

$$A_{s\text{min}} := \max(A_{s\text{min}1}, A_{s\text{min}2})$$

$$\text{Status} := \text{if}(A_s > A_{s\text{min}}, \text{"O.K."}, \text{"Check"}) \quad \text{Status} = \text{"O.K."}$$

Si el refuerzo longitudinal mínimo se proporciona mediante barras no. 8:

$$n_{\text{bars}} := \frac{A_{\text{smin}}}{a_s} \quad n_{\text{bars}} = 2.46$$

Por lo tanto, se colocarán 3 barras no. 8 como refuerzo longitudinal mínimo en la zona de compresión de la viga.

#### A.1.10 Revisión de la longitud de desarrollo y anclaje del refuerzo longitudinal (Sección ACI 12.11)

La longitud de desarrollo  $l_d$  que requiere una barra sujeta a tensión para desarrollar su esfuerzo de fluencia sin presentar problema de anclaje se obtiene como se indica en la sección 12.11.3 y 12.2.2 del ACI-318.

Para barras No 8:

diámetro de la barra:  $d_b := 2.54 \text{ cm}$

$$l_d := \frac{f_y}{5.3 \cdot \sqrt{f_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}} \cdot d_b = 116.21 \cdot \text{cm} \quad \text{a menos que se coloque un gancho estándar}$$

El desarrollo mediante ganchos estándar en tensión conforme a la sección 12.5 del ACI 318-11 para barras No 8 con ganchos a 90°, con recubrimiento lateral (normal al plano del gancho) mayor de 2.5in y mayor de 2in (paralelo al gancho), está dado por:

$$l_{dh} := \frac{0.7 \cdot 0.075 \cdot f_y}{\sqrt{f_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}} \cdot d_b = 32.34 \cdot \text{cm}$$

Además, la longitud del doblez del gancho debe ser al menos doce veces el diámetro de la barra, es decir:

$$12d_b = 30.48 \cdot \text{cm}$$

#### A.1.11 Capacidad de carga asociada con el momento flexionante resistente

Teniendo en cuenta, el momento nominal obtenido, las cargas actuantes asociadas a este momento flexionante son de:

$$P^* := \frac{\phi_f \cdot M_n}{a_{\text{shear}}} = 106.08 \cdot \text{ton}$$

Con objeto de considerar la posible sobrerresistencia del elemento, se recalcula el momento nominal considerando que el esfuerzo que puede desarrollar el refuerzo longitudinal es de  $1.25 f_y$ :

$$M_{n^{**}} := \phi_f \cdot A_s \cdot 1.25 f_y \cdot \left( d - \frac{a}{2} \right) = 185.64 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$$

Por lo que las cargas asociadas a este momento flexionante serían de:

$$P^{**} := \frac{M_{n^{**}}}{a_{\text{shear}}} = 132.60 \cdot \text{ton}$$

## Diseño por cortante (Apendice A) del ACI 318-11

De acuerdo con la sección 11.7 del ACI 318-11, Las vigas peraltadas deben ser diseñadas tomando en cuenta una distribución de deformaciones no lineal o mediante el apéndice A, del mismo reglamento ACI-318 referente al modelo de puntales y tensores. En cualquier caso, se debe proveer una mínima distribución de refuerzo acorde con la sección 11.7.4

### A.1.12 Geometría del modelo de Puntales y tensores (Modelo 1)

Para el diseño por cortante de vigas peraltadas, el ACI318-11, establece como válido emplear el modelo de puntales y tensores. En este caso, el modelo a utilizar es el de la figura A.3 :

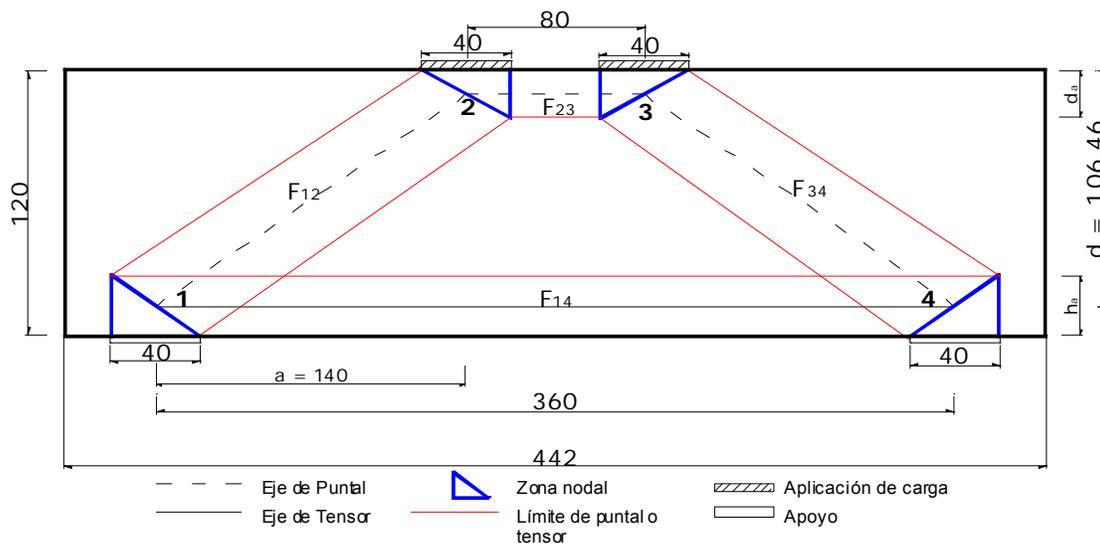


Figura A-4 -- Modelo de Puntales y Tensores (1) empleado para diseño

Primeramente se debe cumplir con la disposición del ACI sección 11.7.3, que indica que una viga peraltada debe ser proporcionada de modo que  $V_u$ , sea menor que:

$$\phi \cdot 2.65 \sqrt{f_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} \cdot b \cdot d = 128.27 \cdot \text{ton} \quad \text{y dado que } V_u \text{ es de } 97 \text{ Ton, la viga es adecuada.}$$

Consecuentemente, procediendo con el diseño por MPT: Empleando la ubicación del refuerzo longitudinal calculado por flexión y asumiendo que  $d_a$  es 1/5 del peralte efectivo:

$$d_a := 0.20 \cdot d \quad d_a = 21.29 \cdot \text{cm}$$

De un recálculo, (referente a la revisión de la cara vertical del nodo 2), se sabe que:

$$d_a := 21.60 \text{ cm} \quad \text{Por lo que la recomendación de asumir que } d_a \text{ es } 1/5 \text{ del peralte efectivo es adecuada}$$

Así para calcular el ángulo de inclinación del puntal principal " $\alpha$ " y el brazo de palanca entre el puntal de la cuerda superior y el tensor de la cuerda inferior "z" tenemos:

$$\alpha := \text{atan} \left( \frac{d - \frac{d_a}{2}}{a_{\text{shear}}} \right) \quad \alpha = 34.34 \cdot ^\circ \quad z := d - \frac{d_a}{2} = 95.66 \cdot \text{cm}$$

Status := if( $\alpha > 25 \cdot ^\circ$ , "O.K.", "Check")

$a_{\text{shear}} = 140.00 \cdot \text{cm}$

Status = "O.K."

(El ángulo de inclinación del puntal no debe ser mayor de  $25^\circ$  (ACI 318-11))

### A.1.13 Cálculo de las fuerzas en los elementos del MPT

Resolviendo la armadura por equilibrio, resulta:

$$P_T := P_u + \frac{\omega_u \cdot l_{\text{clear}}}{2} = 98.81 \cdot \text{ton} \quad F_{12} := \frac{P_T}{\sin(\alpha)} \quad F_{14} := \frac{P_T}{\tan(\alpha)} \quad P_u = 97.00 \cdot \text{ton}$$

$$l_{\text{clear}} = 3.60 \cdot \text{m}$$

$$F_{12} = 175.15 \cdot \text{ton}$$

$$F_{14} = 144.62 \cdot \text{ton}$$

$$F_{23} := F_{14}$$

$$F_{34} := F_{12}$$

La nomenclatura de las fuerzas de los elementos del MPT corresponden con los nodos a los que conectan. (Ver figura A-3)

### A.1.14 Geometría de los nodos

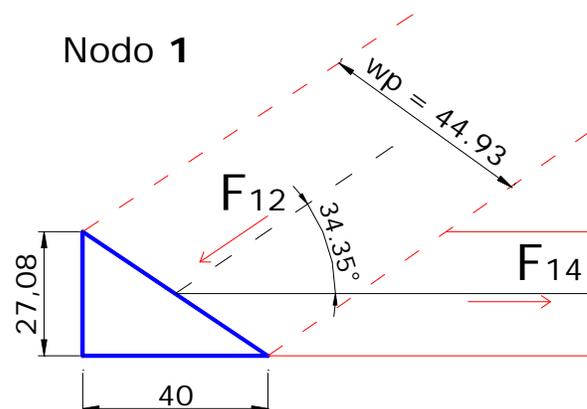
De acuerdo con la Sección A.5 del Apéndice A del ACI 318-11, la resistencia nominal de las zonas nodales  $F_{nn}$  debe ser:

$$F_{nn} = f_{ce} \cdot A_{nz}$$

Donde  $f_{ce}$  es la resistencia efectiva a la compresión del concreto en una zona nodal, como se da en A.5.2 y  $A_{nz}$  es la menor de:

- el área de la cara de una zona nodal en donde actúa  $F_u$ , tomada en forma perpendicular a la línea de acción de  $F_u$  o
- el área de una sección a través de la zona nodal, tomada en forma perpendicular a la línea de acción de la fuerza resultante en la sección.

### A.1.15 Revisión de los nodos del MPT



#### Nodo 1. Cara Vertical:

De acuerdo con A.5.2.2, : En zonas nodales que anclan un tensor  $\beta_n = 0.8$ , y el esfuerzo de compresión efectivo  $f_{ce}$  esta dado por:

$$\beta_n := 0.8$$

$$f_{ce} := 0.85 \cdot \beta_n \cdot f_c \quad f_{ce} = 204.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \phi \cdot f_{ce} = 153.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$A_{\text{req}} := \frac{F_{14}}{\phi \cdot f_{ce}} \quad A_{\text{req}} = 945.21 \cdot \text{cm}^2$$

$$h_{\text{areq}} := \frac{A_{\text{req}}}{b} \quad h_{\text{areq}} = 27.01 \cdot \text{cm} \quad b = 35.00 \cdot \text{cm}$$

$$h_a := 2 \cdot (y_{\text{st}}) \quad h_a = 27.08 \cdot \text{cm} \quad y_{\text{st}} = 13.54 \cdot \text{cm}$$

$$\text{Status} := \text{if}(h_a > h_{\text{areq}}, \text{"O.K."}, \text{"Check"})$$

$$\text{Status} = \text{"O.K."} \quad \frac{h_a}{h_{\text{areq}}} = 1.00$$

### Nodo 1. Cara de apoyo

$$l_p = 40.00 \cdot \text{cm} \quad f_{cu} := 0.85 \cdot \beta_n \cdot f_c \quad f_{cu} = 204.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$A_{c1h} := b \cdot l_p \quad A_{c1h} = 1400.00 \cdot \text{cm}^2$$

$$F_{n1} := f_{cu} \cdot A_{c1h} \quad F_{n1} = 285.60 \cdot \text{ton} \quad \phi \cdot F_{n1} = 214.20 \cdot \text{ton}$$

$$\text{Status} := \text{if}(\phi \cdot F_{n1} > P_T, \text{"O.K."}, \text{"Check"})$$

$$\text{Status} = \text{"O.K."} \quad \frac{\phi \cdot F_{n1}}{P_T} = 2.17$$

### Nodo 1. Cara del puntal

Área de la cara (de acuerdo con la figura 2.7 adaptada del (ACI 318-11):

$$A_{c1i} := b \cdot (h_a \cdot \cos(\alpha) + l_p \cdot \sin(\alpha)) \quad A_{c1i} = 1572.39 \cdot \text{cm}^2$$

$$\alpha = 34.34 \cdot ^\circ \quad w_p := h_a \cdot \cos(\alpha) + l_p \cdot \sin(\alpha) = 44.93 \cdot \text{cm}$$

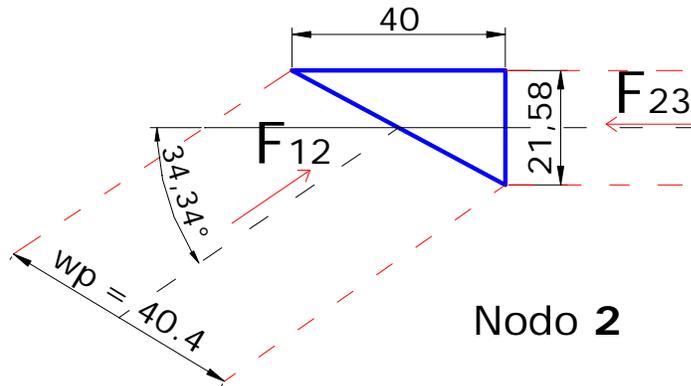
$$h_a = 27.08 \cdot \text{cm} \quad F_{n1} := f_{cu} \cdot A_{c1i} \quad F_{n1} = 320.77 \cdot \text{ton}$$

$$l_p = 40.00 \cdot \text{cm} \quad h_a = 27.08 \cdot \text{cm} \quad \phi \cdot F_{n1} = 240.58 \cdot \text{ton}$$

$$F_{12} = 175.15 \cdot \text{ton} \quad \text{Status} := \text{if}(\phi \cdot F_{n1} > F_{12}, \text{"O.K."}, \text{"Check"})$$

$$\text{Status} = \text{"O.K."} \quad \frac{\phi \cdot F_{n1}}{F_{12}} = 1.37$$

## Nodo 2



### Nodo 2. Cara Vertical:

A.5.2.1: En zonas nodales limitadas porpuntales y/o áreas de apoyo  $\beta_n = 1$

$$\beta_n := 1.00$$

$$f_{cu} := 0.85 \cdot \beta_n \cdot f_c$$

$$f_{cu} = 255.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$A_{\text{req}} := \frac{F_{23}}{\phi \cdot f_{cu}}$$

$$A_{\text{req}} = 756.16 \cdot \text{cm}^2$$

$$d_{\text{areq}} := \frac{A_{\text{req}}}{b}$$

$$d_{\text{areq}} = 21.60 \cdot \text{cm}$$

$$d_a = 21.60 \cdot \text{cm}$$

Status := if( $d_{\text{areq}} > 0.95 \cdot d_a \wedge d_{\text{areq}} < 1.05 \cdot d_a$ , "O.K.", "Check")

Status = "O.K."

$$\frac{d_a}{d_{\text{areq}}} = 1.00$$

### Nodo 2. cara de apoyo:

$$f_{cu} := 0.85 \cdot \beta_n \cdot f_c$$

$$f_{cu} = 255.00 \cdot \frac{\text{kg}}{(\text{cm}^2)}$$

$$A_{c2h} := b \cdot l_p$$

$$A_{c2h} = 1400.00 \cdot \text{cm}^2$$

$$F_{n2} := f_{cu} \cdot A_{c2h}$$

$$F_{n2} = 357.00 \cdot \text{ton}$$

$$\phi \cdot F_{n2} = 267.75 \cdot \text{ton}$$

$$\frac{\phi \cdot F_{n2}}{P_u} = 2.76$$

Status := if( $\phi \cdot F_{n2} > P_u$ , "O.K.", "Check")

Status = "O.K."

### Nodo 2. Cara del puntal

De acuerdo con RA. 1.5 la geometría de la cara del puntal esta dada por:

$$d_a = 21.60 \cdot \text{cm}$$

$$d_a \cdot \cos(\alpha) = 17.83 \cdot \text{cm}$$

$$l_p = 40.00 \cdot \text{cm}$$

$$l_p \cdot \sin(\alpha) = 22.57 \cdot \text{cm}$$

$$(d_a \cdot \cos(\alpha) + l_p \cdot \sin(\alpha)) = 40.40 \cdot \text{cm}$$

$$A_{c2i} := b \cdot (d_a \cdot \cos(\alpha) + l_p \cdot \sin(\alpha)) \quad A_{c2i} = 1414.03 \cdot \text{cm}^2$$

$$F_{n2} := f_{cu} \cdot A_{c2i} \quad F_{n2} = 360.58 \cdot \text{ton}$$

$$\phi \cdot F_{n2} = 270.43 \cdot \text{ton} \quad \frac{\phi \cdot F_{n2}}{F_{12}} = 1.54$$

$$\text{Status} := \text{if}(\phi \cdot F_{n2} > F_{12}, \text{"O.K."}, \text{"Check"}) \quad \text{Status} = \text{"O.K."}$$

### Nodo 2 cara del puntal (cuerda superior)

El área del nodo en la cara que da al puntal  $F_{23}$ , es:

$$A_{c3} := d_a \cdot b = 756.00 \cdot \text{cm}^2 \quad F_{23} = 144.62 \cdot \text{ton}$$

$$f_{cu} := 0.85 \cdot \beta_n \cdot f_c \quad f_{cu} = 255.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{n3} := f_{cu} \cdot A_{c3} \quad F_{n3} = 192.78 \cdot \text{ton} \quad \phi \cdot F_{n3} = 144.59 \cdot \text{ton}$$

$$\text{Status} := \text{if}(\phi \cdot F_{n3} > F_{23}, \text{"O.K."}, \text{"Check"}) \quad F_{23} = 144.62 \cdot \text{ton}$$

$$\text{Status} = \text{"Check"} \quad \text{pero se puede considerar que el nodo pasa satisfactoriamente} \quad \frac{\phi \cdot F_{n3}}{F_{23}} = 1.00$$

### A.1.16 Esfuerzos en puntales. ACI 318-11 A.3

De acuerdo con la sección A.3.1. La resistencia nominal a la compresión de un puntal sin refuerzo longitudinal,  $F_{ns}$ , debe tomarse como el menor valor de

$$F_{ns} = f_{ce} \cdot A_{cs}$$

En los dos extremos del puntal, donde  $A_{cs}$  es el área de la sección transversal en un extremo del puntal

#### Puntal 1-2 (puntal inclinado)

Se revisará el área más pequeña de los dos extremos del puntal para asegurar que pasen ambas

$$A_{c12} := \min(A_{c1i}, A_{c2i}) \quad A_{c12} = 1414.03 \cdot \text{cm}^2$$

Para concreto de peso normal  $\lambda := 1.0$  de acuerdo con la sección 8.6.1 del ACI 318-11

Asumiendo que se trata de un PUNTAL EN FORMA DE BOTELLA, en los que el ancho de la sección media del puntal es mayor que el ancho en los nodos como lo indica la sección A.3.2.2 b) y asumiendo que no se previene deformación lateral y no se provee refuerzo en el alma, el factor  $\beta_s$  se debe tomar como:

$$\beta_s := 0.60 \cdot \lambda \quad f_{ce} := 0.85 \cdot \beta_s \cdot f_c \quad f_{ce} = 153.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{n12} := f_{ce} \cdot A_{c12} \quad F_{n12} = 216.35 \cdot \text{ton}$$

$$F_{12} = 175.15 \cdot \text{ton} \qquad \phi \cdot F_{n12} = 162.26 \cdot \text{ton}$$

$$\text{Status} := \text{if}(\phi \cdot F_{n12} > F_{12}, \text{"O.K."}, \text{"Check"})$$

$$\text{Status} = \text{"Check"}$$

$$\frac{\phi \cdot F_{n12}}{F_{12}} = 0.93$$

Por lo que se debe prever refuerzo transversal que cumpla con A.3.3, de modo que ahora el factor  $\beta_s$  será:

$$\beta_s := 0.75$$

$$f_{cu} := 0.85 \cdot \beta_s \cdot f_c$$

$$f_{cu} = 191.25 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{n12} := f_{cu} \cdot A_{c12}$$

$$F_{n12} = 270.43 \cdot \text{ton}$$

$$\text{Status} := \text{if}(\phi \cdot F_{n12} > F_{12}, \text{"O.K."}, \text{"Check"})$$

$$\phi \cdot F_{n12} = 202.82 \cdot \text{ton}$$

$$\text{Status} = \text{"O.K."}$$

$$\frac{\phi \cdot F_{n12}}{F_{12}} = 1.16$$

Ahora bien, si por otro lado, se considera al puntal como uno con forma prismática, es decir, un puntal en el que su sección transversal es uniforme a lo largo de toda su longitud, tendríamos que: el factor  $\beta_s = 1.0$

$$\beta_s := 1.0$$

$$f_{ce} := 0.85 \cdot \beta_s \cdot f_c$$

$$f_{ce} = 255.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{n12} := f_{ce} \cdot A_{c12}$$

$$F_{n12} = 360.58 \cdot \text{ton}$$

$$F_{12} = 175.15 \cdot \text{ton}$$

$$\phi \cdot F_{n12} = 270.43 \cdot \text{ton}$$

$$\text{Status} := \text{if}(\phi \cdot F_{n12} > F_{12}, \text{"O.K."}, \text{"Check"})$$

$$\text{Status} = \text{"O.K."}$$

$$\frac{\phi \cdot F_{n12}}{F_{12}} = 1.54$$

De este modo se observa que si se emplea un puntal uniforme, la viga no requeriría el uso de refuerzo que cumpla con A.3.3, sin embargo, este sería necesario por disposiciones de refuerzo mínimo transversal. Para este caso se considera adecuadamente conservador considerar que los puntales inclinados tienen forma de botella.

### Puntal 2-3 (cuerda superior)

$$A_{c3} := d_a \cdot b$$

$$A_{c3} = 756.00 \cdot \text{cm}^2$$

$$F_{23} = 144.62 \cdot \text{ton}$$

Asumiendo que no se previene deformación lateral y no se provee refuerzo en el alma del puntal.

$\beta_s := 1$  Para un PUNTAL de sección transversal uniforme a lo largo de su longitud

$$f_{cu} := 0.85 \cdot \beta_s \cdot f_c$$

$$f_{cu} = 255.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$d_a = 21.60 \cdot \text{cm}$$

$$F_{n23} := f_{cu} \cdot A_{c3}$$

$$F_{n23} = 192.78 \cdot \text{ton}$$

$$\phi \cdot F_{n23} = 144.59 \cdot \text{ton}$$

$$\text{Status} := \text{if}(\phi \cdot F_{n23} > F_{23}, \text{"O.K."}, \text{"Check"}) \quad \frac{\phi \cdot F_{n23}}{F_{23}} = 1.00$$

Status = "Check" pero el puntal se puede considerar adecuado.

### A.1.17 Revisión de los Tensores

#### Tensor 1-4

De acuerdo con la sección A.4, La resistencia nominal de un tensor,  $F_{nt}$ , debe calcularse como:

$$F_{nt} = A_{ts} \cdot f_y + A_{tp} \cdot (f_{se} \cdot \Delta f_p) \quad \text{Donde } A_{tp} \text{ es el área de acero para elementos presforzados}$$

$$\text{Usando barras no. 8} \quad a_s := \frac{(1\text{in})^2 \cdot \pi}{4} = 5.07 \cdot \text{cm}^2 \quad A_{tsreq} := \frac{F_{14}}{\phi \cdot f_y}$$

$$A_{tsreq} = 45.91 \cdot \text{cm}^2 \quad n_{bars} := \frac{A_{tsreq}}{a_s} \quad n_{bars} = 9.06$$

de modo que se deben emplear 10 barras no. 8, (incrementando el refuerzo por flexión) en toda la longitud del tensor 1-4.

$$\begin{aligned} A_s &:= 10 \cdot a_s & A_s &= 50.67 \cdot \text{cm}^2 & F_{n14} &:= f_y \cdot A_s & F_{n14} &= 212.82 \cdot \text{ton} \\ F_{14} &= 144.62 \cdot \text{ton} & \phi \cdot F_{n14} &= 159.61 \cdot \text{ton} & & & \frac{\phi \cdot F_{n14}}{F_{14}} &= 1.10 \\ \text{Status} &:= \text{if}(\phi \cdot F_{n14} > F_{14}, \text{"O.K."}, \text{"Check"}) & \text{Status} &= \text{"O.K."} & & & & \end{aligned}$$

De esta manera, el Momento resistente nominal se incrementa por el aumento en el refuerzo por flexión y esta dado por:

$$M_n := \phi_f \cdot A_s \cdot f_y \cdot \left( d - \frac{a}{2} \right) \quad M_n = 185.64 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$$

Teniendo en cuenta el momento nominal obtenido, las cargas actuantes asociadas a este momento flexionante son de:

$$P^* := \frac{M_n}{a_{shear}} = 132.60 \cdot \text{ton}$$

Con objeto de considerar la posible sobrerresistencia del elemento, se recalcula el momento nominal considerando que el esfuerzo que podría desarrollar el refuerzo longitudinal es de  $1.25 f_y$ :

$$M_{n^{**}} := \phi_f \cdot A_s \cdot 1.25 f_y \cdot \left( d - \frac{a}{2} \right) = 232.05 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$$

Y las cargas asociadas a este momento flexionante serían de:

$$P^{**} := \frac{M_{n^{**}}}{a_{shear}} = 165.75 \cdot \text{ton}$$

### A.1.18 Refuerzo transversal del alma - ACI A.3.3

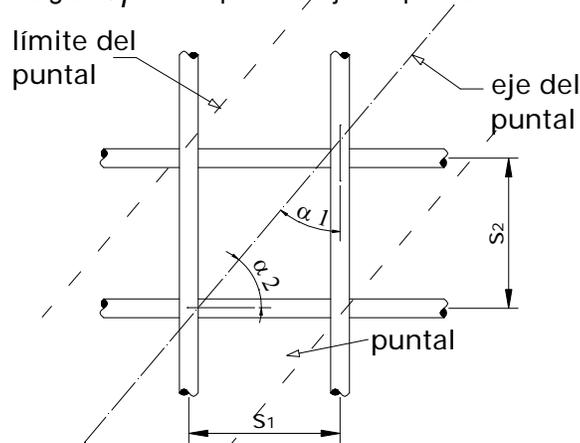
Si se utiliza el valor de  $\beta_s$  especificado en A.3.3.2(a), el eje del puntal debe ser cruzado por el refuerzo diseñado para resistir la fuerza de tracción transversal resultante de la expansión de la fuerza de compresión en el puntal. Se permite suponer que la fuerza de compresión se expande en los puntales con una pendiente de 2 longitudinal a 1 transversal al eje del puntal.

Así, para un  $f'_c$  no mayor de 40Mpa, se admite que las disposiciones anteriores se satisficenen cuando el eje del puntal es cruzado por filas de refuerzo que cumplen con la siguiente ecuación.

$$\sum_i \frac{A_{si}}{b_s \cdot s_i} \cdot \sin(\alpha_i) \geq 0.003$$

Recordando que la inclinación del puntal es  $\alpha = 34.34 \cdot ^\circ$

Donde  $A_{si}$ , es el área total de refuerzo de superficie con un espaciamento  $s_i$  en la capa  $i$  de refuerzo con barras a un ángulo  $\alpha_i$  con respecto al eje del puntal.



**Figura 2.10 -- Refuerzo que atraviesa un puntal (Adaptada de ACI 318-11)**

Dado que  $\alpha$  es menor a  $45^\circ$ , el refuerzo vertical del alma es más eficiente que el refuerzo horizontal.

Por otro lado para cumplir con las disposiciones 11.7.4; el refuerzo total distribuido sobre las dos caras laterales de la viga peraltada, no debe ser menor que los requeridos por 11.7.4.1 y 11.7.4.2

Así, proporcionando un refuerzo horizontal mínimo de en cada cara, dado que el peralte del elemento es mayor a 36in. (91.5 cm) de barras no. 3.

$$a_{sh} := \left(\frac{3}{8} \text{ in}\right)^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 0.71 \cdot \text{cm}^2 \quad A_{sh} := 2 \cdot a_{sh} \quad A_{sh} = 1.43 \cdot \text{cm}^2$$

La separación máxima de las barras horizontales y longitudinales esta limitada en ACI 11.7.4

$$s_{hmax} := \min\left(\frac{d}{5}, 12 \cdot \text{in}\right) \quad s_{hmax} = 21.29 \cdot \text{cm}$$

Entonces, empleando una separación horizontal  $s_h$  de 15cm.  $s_h := 15\text{cm}$

La sección de ACI (11.7.4.1), establece un refuerzo mínimo transversal de:

$$A_{vminh} := .0025 \cdot b \cdot s_h = 1.31 \cdot \text{cm}^2$$

status := if( $A_{vminh} < A_{sh}$ , "ok", "chechar") status = "ok"

El porcentaje de refuerzo horizontal resulta:

$$\rho_h := \frac{A_{sh}}{b \cdot s_h} \quad \rho_h = 0.0027$$

Del mismo modo, proporcionando barras no. 3 como estribos para refuerzo vertical tenemos:

$$a_{sv} := \left(\frac{3}{8}\text{in}\right)^2 \cdot \frac{\pi}{4} \quad A_{sv} := 2 \cdot a_{sv} \quad A_{sv} = 1.43 \cdot \text{cm}^2$$

La separación del refuerzo vertical es igualmente:  $s_{vmax} := \min\left(\frac{d}{5}, 12 \cdot \text{in}\right)$  ACI 11.7.4.1

$s_{vmax} = 21.29 \cdot \text{cm}$  y colocando estribos no 3. a cada 15cm para cumplir con el refuerzo mínimo tenemos:

$$s_v := 15 \cdot \text{cm} \quad \rho_v := \frac{A_{sv}}{b \cdot s_v} = 0.0027 \quad A_{vminv} := .0025 \cdot b \cdot s_v = 1.31 \cdot \text{cm}^2$$

status := if( $A_{vminv} < A_{sh}$ , "ok", "chechar") status = "ok"

Ahora checando cumplir con las disposiciones de A.3.3:

$$\alpha = 34.34 \cdot ^\circ \quad \alpha_v := 90^\circ - \alpha = 55.66 \cdot ^\circ$$

$$\rho_T := \rho_v \cdot \sin(90^\circ - \alpha) + \rho_h \cdot \sin(\alpha) \quad \rho_T = 0.0038 \quad \text{de manera desglosada:}$$

$$\frac{A_{sv} \cdot \sin(90 \cdot \text{deg} - \alpha)}{b \cdot s_v} = 0.0022 \quad + \quad \frac{A_{sh} \cdot \sin(\alpha)}{b \cdot s_h} = 0.0015$$

Status := if( $\rho_T > 0.003$ , "O.K.", "Check")

$$\text{Status} = \text{"O.K."} \quad \frac{\rho_T}{0.003} = 1.26$$

Por lo tanto: se propone utilizar E #3 @15 cm verticalmente y barras no. 3 con la misma separación horizontalmente.

#### A.1.19 Refuerzo en caras de la viga de acuerdo con las disposiciones ACI 10.6.4

Por ultimo, dado que  $h > 36\text{in}$ , la sección 10.6.7 del ACI, estipula que las caras laterales del elemento deben ser uniformemente reforzadas en una distancia  $h/2$  desde la cara de tensión. El espaciamiento estará dado por la sección 10.6.4 donde  $c_c$  es la menor distancia desde la superficie del refuerzo lateral a la cara lateral.

Considerando un recubrimiento horizontal mayor de 4cm y estribos del No 3

$$c_c := \text{rec}_{\text{libre}} + \frac{3}{8}\text{in} = 6.50 \cdot \text{cm}$$

se permite que  $f_s = 2/3f_y$  para el refuerzo cercano a la cara de tensión del elemento.

$$f_s := \frac{2}{3} \cdot f_y = 2800.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

El espaciamiento del refuerzo no debe exceder de:

$$S := 38\text{cm} \cdot \frac{2800 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}{f_s} - 2.5 \cdot c_c = 21.75 \cdot \text{cm}$$

el cuál además, no debe exceder de:

$$\frac{2800 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}{f_s} \cdot 30\text{cm} = 30.00 \cdot \text{cm}$$

status := if( $S > s_h$ , "ok", "chechar")

status = "ok"

El refuerzo longitudinal empleado cumple satisfactoriamente esta disposición.

### A.1.20 COMENTARIOS

Para el caso del MPT, el hecho de cumplirse que la suma de porcentajes de refuerzo horizontal y vertical que atraviesan los puntales inclinados de botella, sea mayor de 0.003, satisface los requisitos necesarios para poder emplear el factor  $\beta_s$  que permite que puntales y zonas nodales puedan soportar las cargas de diseño.

De haber empleado, puntales de sección uniforme en su longitud, no habría sido necesario cumplir con las disposiciones de A.3.3, pero de igual forma habría que cumplir con los requisitos mínimos del ACI 11.7.4 para reducir y controlar los agrietamientos diagonales.

En este caso, los estribos no. 3 con separación de 15cm, cumplen con la cantidad de acero mínimo ".0025\*b\*s", y la separación propuesta, es menor a la máxima permitida "d/5"

El tensor 1-4 (cuerda inferior de la armadura) no es adecuado utilizando el refuerzo que se obtuvo en el diseño por flexión de 8 barras No. 8; por lo que fue necesario aumentar dicho refuerzo por flexión a 10 barras No.8, con lo que se observa que el MPT puede contemplar cambios en este aspecto, respecto a un diseño convencional.

Para hacer pasar la cara vertical de los nodos 1 y 4, se tuvo que subir el " $y_{st}$ " centroide del refuerzo por flexión de modo que también creciera " $h_a$ " y por consiguiente el área de dicha caras del nodo., por ello la separación vertical de los lechos de refuerzo por flexión es de 9cm. Es por ello que se comenta en el diseño que la separación vertical de dicho refuerzo se gobierna por la geometría de las zonas nodales, puntales y tensores.

## A.2 Diseño de espécimen de prueba -- Modelo MPT 2. conforme al Apéndice A del (ACI 318-11)

### A.2.1 Propiedades de materiales y definición de unidades y constantes utilizadas en el diseño:

$$\text{ton} := 1000\text{kg} \quad \text{psi} := \frac{\text{lb}}{\text{in}^2} \quad \text{ksi} := 70.31 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad 1000\text{psi} = 70.31 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{Resistencia a la compresión del concreto} \quad f_c := 300 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{Masa volumétrica del concreto} \quad w_c := 2400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\text{Esfuerzo de fluencia de refuerzo longitudinal} \quad f_y := 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{Esfuerzo de fluencia de refuerzo transversal} \quad f_{yt} := 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{Módulo de elasticidad del refuerzo longitudinal y transversal} \quad E_s := 2100000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{Deformación de fluencia del refuerzo longitudinal} \quad \varepsilon_y := \frac{f_y}{E_s} \quad \varepsilon_y = 0.002$$

### A.2.2 Factores de carga y de reducción:

$$\text{Factor de carga viva} \quad \gamma_{LL} := 1$$

$$\text{Factor de carga muerta} \quad \gamma_{DL} := 1$$

$$\text{Factor de reducción por cortante} \quad \phi_s := 0.75$$

$$\text{Factor de reducción por flexión} \quad \phi_f := 0.90$$

Factor de reducción para modelo puntal-tensor  $\phi := 0.75$  (zonas nodales) Sección 9.3.2.6

Factor de profundidad del bloque de compresión

$$\beta_1 := \text{if} \left( f_c \leq 4000 \cdot \text{psi}, 0.85, \text{if} \left( f_c > 8000 \cdot \text{psi}, 0.65, 1.05 - 0.05 \cdot \frac{f_c}{1000 \cdot \text{psi}} \right) \right)$$

$$\beta_1 = 0.84$$

### A.2.3 Propiedades de la sección

$$\text{Longitud} \quad L := 4.42\text{m}$$

$$\text{Ancho} \quad b := 35\text{cm}$$

Peralte	$h := 120\text{cm}$	
Claro de cortante	$a_{\text{shear}} := 140\text{cm}$	
Longitud de placas de apoyo	$l_p := 40\text{cm}$	
Posición de placas a partir de paños	$d_{lp} := 21\text{cm}$	
Claro Libre	$l_{\text{clear}} := L - 2\left(\frac{l_p}{2} + d_{lp}\right)$	$l_{\text{clear}} = 360 \cdot \text{cm}$
Volumen	$\text{Vol} := b \cdot h \cdot L$	$\text{Vol} = 1.86 \cdot \text{m}^3$
Peso	$W := w_c \cdot \text{Vol}$	$W = 4.46 \cdot \text{ton}$

#### A.2.4 Recubrimiento

Criterio ACI 318-11. La sección 7.7 del ACI318-11 (*American Concrete Institute, 2011*) establece que para vigas y columnas de concreto no expuestas a condiciones ambientales severas o en contacto con la tierra, el recubrimiento mínimo de concreto es de  $1\frac{1}{2}$  plg. (37.5 mm). Para elementos expuestos a la intemperie, el recubrimiento mínimo es de 2 plg. (50.8 mm).

Se empleará un recubrimiento libre medido entre la superficie de concreto y la rama transversal de los estribos de 5.55 cm, que supone que el refuerzo transversal se proporcionará mediante barras no. 3. por lo que el recubrimiento libre del refuerzo longitudinal será de 6.5cm

$$\text{rec} := 6.5\text{cm} \quad \text{rec}_{\text{libre}} := \text{rec} - \frac{4}{8}\text{in} = 5.23 \cdot \text{cm}$$

#### A.2.5 Distancias horizontal y vertical libres entre barras

Criterio ACI. La sección 7.6 del ACI318-11 establece que la distancia libre mínima entre barras de un mismo lecho es la mayor entre  $d_b$  y 1 plg. (25.4 mm); la distancia libre mínima entre lechos paralelos es 1 plg. (25.4 mm).

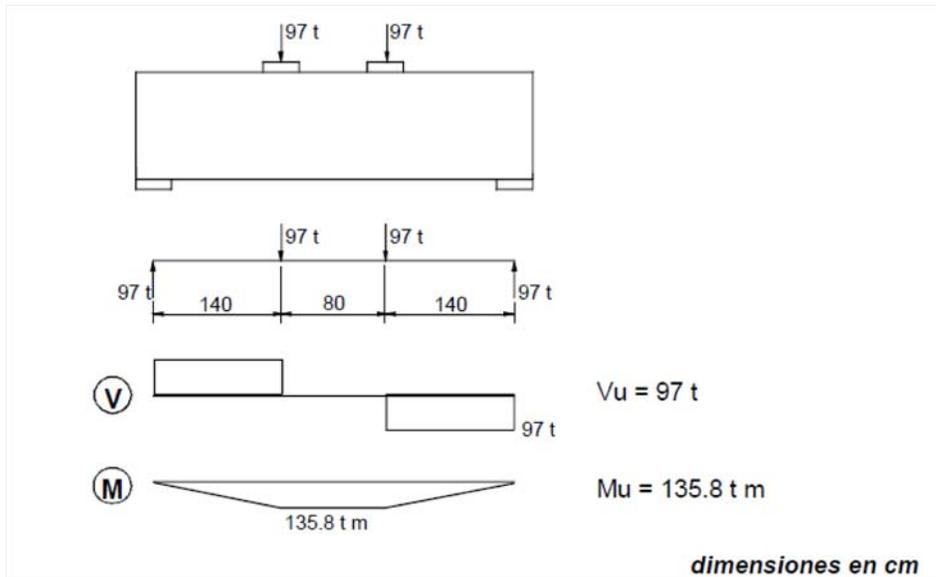
Para este caso, la separación de los lechos estará determinada por los requerimientos geométricos de los puntales, tensores o zonas nodales como se verá más adelante.

La separación vertical de los lechos de refuerzo por flexión se propone de 9cm.  $s_v := 9\text{cm}$

#### A.2.6 Cargas de diseño

- Cargas puntuales  $P := 97\text{ton}$   
 $P_u := \gamma_{LL} \cdot P \quad P_u = 97.00 \cdot \text{ton}$
- Uniforme por p.p.  $\omega := \frac{W}{L} \quad \omega = 1008.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}}$   
 $\omega_u := \gamma_{DL} \cdot \omega \quad \omega_u = 1008.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}}$

A partir de las cargas de diseño, los elementos mecánicos que se presentan en la viga son los de la figura A-2.



**Figura A-2 -- Diagrama de cortante y de momento flexionante para la viga**

### Diseño por Flexión (ACI 318-11 Capítulo 10)

Cálculo de los momentos máximos que se presentan en el tercio central del claro

- Por cargas vivas:  $M_{LL} := P \cdot a_{\text{shear}}$   $M_{LL} = 135.80 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$
- Por peso propio:  $M_{DL} := \frac{\omega \cdot l_{\text{clear}}^2}{8}$   $M_{DL} = 1.63 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$   $\frac{M_{DL}}{M_{LL}} = 1.20 \cdot \%$

$$M_{u1} := \gamma_{LL} \cdot M_{LL} + \gamma_{DL} \cdot M_{DL} \quad M_{u1} = 137.43 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$$

Despreciando el peso propio tenemos:

$$M_u := M_{LL} = 135.80 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$$

#### A.2.7 Relación claro libre a peralte; Criterio ACI 10.7.1

De acuerdo con la sección 10.7.1 del ACI-318-11. Una viga peraltada es aquella cargada en una cara y apoyada en la cara opuesta, de modo que se pueden desarrollar puntales de compresión entre las cargas y los apoyos y tienen además:

- un claro libre,  $l_n$  igual o menor que 4 veces el peralte del elemento o
- regiones con cargas concentradas dentro de una distancia  $2h$  desde la cara del apoyo

En el diseño de vigas peraltadas no son aplicables las hipótesis generales del diseño por flexión.

$$l_n := L - 2 \cdot (l_p + dlp) \quad l_n = 3.20 \cdot \text{m} \quad \frac{l_n}{h} = 2.67$$

$$\text{Status} := \text{if}(l_n \leq 4 \cdot h, \text{"Viga Peraltada"}, \text{"Miembro esbelto a flexión"}) = \text{"Viga Peraltada"}$$

Por lo que este elemento se clasifica como:

Status = "Viga Peraltada"

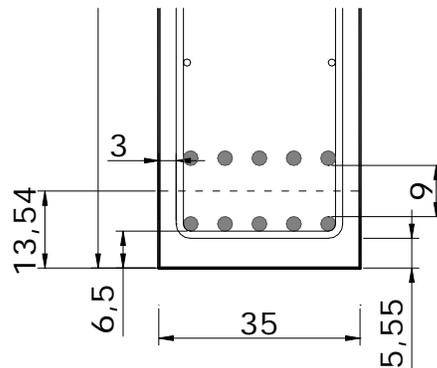
Asumiendo 2 capas de refuerzo longitudinal por flexión mediante barras no. 8 y refuerzo transversal mediante barras no. 3, el centroide del acero de refuerzo a tensión se puede calcular a partir de la suma del recubrimiento libre, el diámetro del refuerzo transversal, el diámetro del refuerzo longitudinal y la mitad de la separación libre entre lechos del refuerzo longitudinal como sigue:

$$y_{st} := \text{rec} + 1in + \frac{1}{2}s_v = 13.54 \cdot \text{cm}$$

El peralte efectivo de la sección es:

$$d := [h - (y_{st})] \quad d = 106.46 \cdot \text{cm}$$

La figura A-3 presenta el detalle de la ubicación del refuerzo longitudinal por flexión.



**Figura A-3 -- Detalle de la ubicación del refuerzo longitudinal por flexión**

### A.2.8 Momento resistente

Partiendo del principio de diseño por capacidad, el momento actuante debe ser menor o igual que el momento nominal resistente (sección R9.1 del ACI 318-11):

$$M_u \leq \phi M_n$$

Y el momento nominal resistente se puede calcular como sigue:

$$M_n = A_s \cdot f_y \cdot \left( d - \frac{a}{2} \right) \quad \text{donde } a, \text{ se refiere a la profundidad del bloque de compresión.}$$

Asumiendo que la profundidad del bloque equivalente de esfuerzos es 1/4 del peralte efectivo:

$$a_{\text{assum}} := 0.25 \cdot d$$

$$a_{\text{assum}} = 26.61 \cdot \text{cm}$$

El área de refuerzo longitudinal requerida resulta:

$$A_{s\text{req}} := \frac{M_u}{\phi_f \cdot f_y \cdot \left( d - \frac{a_{\text{assum}}}{2} \right)} \quad A_{s\text{req}} = 38.57 \cdot \text{cm}^2$$

Usando barras no. 8 para proporcionar el área requerida de acero de refuerzo:

$$a_s := \frac{(2.54\text{cm})^2 \cdot \pi}{4} = 5.07 \cdot \text{cm}^2$$

El número de barras necesarias será:

$$n_{\text{bars}} := \frac{A_{\text{sreq}}}{a_s} \quad n_{\text{bars}} = 7.61$$

Utilizando 8 barras del No 8:

$$A_s := 8 \cdot a_s \quad A_s = 40.54 \cdot \text{cm}^2$$

Revisando la profundidad del bloque de esfuerzos propuesta inicialmente:

$$a := \frac{A_s \cdot f_y}{0.85 \cdot f_c \cdot b} \quad a = 19.08 \cdot \text{cm}$$

$$c := \frac{a}{\beta_1} \quad c = 22.80 \cdot \text{cm} \quad E_s = 2100000.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

La deformación correspondiente en el acero a tensión será:

$$\epsilon_s := 0.003 \cdot \left( \frac{d - c}{c} \right) \quad \epsilon_s = 0.011$$

Status := if( $\epsilon_s > \epsilon_y$ , "refuerzo de tensión fluyendo", "refuerzo de tensión no fluyendo")

Status = "refuerzo de tensión fluyendo"

La cuantía de refuerzo longitudinal resulta:

$$\rho_l := \frac{A_s}{b \cdot d} \quad \rho_l = 0.011$$

Por lo que el Momento resistente nominal será:

$$M_n := A_s \cdot f_y \cdot \left( d - \frac{a}{2} \right) \quad M_n = 165.01 \cdot \text{ton} \cdot \text{m} \quad M_u = 135.80 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$$

$$\phi_f \cdot M_n = 148.51 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$$

Status := if( $\phi_f \cdot M_n > M_u$ , "O.K.", "Check")

$$\frac{\phi_f \cdot M_n}{M_u} = 1.09$$

Status = "O.K."

### A.2.9 Revisión de cuantías mínimas y máximas de refuerzo longitudinal

De acuerdo con la sección ACI 10.5.1, los Límites de refuerzo mínimo son:

$$A_{\text{smin1}} := \frac{3\sqrt{f_c \cdot \text{psi}}}{f_y} \cdot b \cdot d \quad A_{\text{smin1}} = 12.22 \cdot \text{cm}^2 \quad \frac{A_{\text{smin1}}}{b \cdot d} = 0.0033$$

$$A_{\text{smin2}} := \frac{200 \cdot \text{psi} \cdot b \cdot d}{f_y} \quad A_{\text{smin2}} = 12.47 \cdot \text{cm}^2 \quad \frac{A_{\text{smin2}}}{b \cdot d} = 0.0033$$

$$A_{\text{smin}} := \max(A_{\text{smin1}}, A_{\text{smin2}})$$

Status := if( $A_s > A_{\text{smin}}$ , "O.K.", "Check")

Status = "O.K."

Si el refuerzo longitudinal mínimo se proporciona mediante barras no. 8:

$$n_{\text{bars}} := \frac{A_{\text{smin}}}{a_s} \quad n_{\text{bars}} = 2.46$$

Por lo tanto, se colocarán 3 barras no. 8 como refuerzo longitudinal mínimo en la zona de compresión de la viga.

### A.2.10 Revisión de la longitud de desarrollo y anclaje del refuerzo longitudinal (Sección ACI 12.11)

La longitud de desarrollo  $l_d$  que requiere una barra sujeta a tensión para desarrollar su esfuerzo de fluencia sin presentar problema de anclaje se obtiene como se indica en la sección 12.11.3 y 12.2.2 del ACI-318.

Para barras No 8:

diámetro de la barra:  $d_b := 2.54\text{cm}$

$$l_d := \frac{f_y}{5.3 \cdot \sqrt{f_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}} \cdot d_b = 116.21 \cdot \text{cm} \quad \text{a menos que se coloque un gancho estándar}$$

El desarrollo mediante ganchos estándar en tensión conforme a la sección 12.5 del ACI 318-11 para barras No 8 con ganchos a 90°, con recubrimiento lateral (nomal al plano del gancho) mayor de 2.5in y mayor de 2in (paralelo al gancho) está dado por:

$$l_{\text{dh}} := \frac{0.7 \cdot .075 \cdot f_y}{\sqrt{f_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}} \cdot d_b = 32.34 \cdot \text{cm}$$

Además, la longitud del dobléz del gancho debe ser al menos doce veces el diámetro de la barra, es decir:

$$12d_b = 30.48 \cdot \text{cm}$$

### A.2.11 Capacidad de carga asociada con el momento flexionante resistente

Teniendo en cuenta, el momento nominal obtenido, las cargas actuantes asociadas a este momento flexionante son de:

$$P^* := \frac{\phi_f \cdot M_n}{a_{\text{shear}}} = 106.08 \cdot \text{ton}$$

Del mismo modo, calculando el momento nominal considerando que el esfuerzo en el acero que podría desarrollarse es de  $1.25 f_y$  (contemplando una sobrerresistencia del elemento).

$$M_{n^{**}} := \phi_f \cdot A_s \cdot 1.25f_y \cdot \left( d - \frac{a}{2} \right) = 185.64 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$$

Y las cargas asociadas a este momento flexionante serían de:

$$P^{**} := \frac{M_{n^{**}}}{a_{\text{shear}}} = 132.60 \cdot \text{ton}$$

## Diseño por cortante (Apendice A) del ACI 318-11

De acuerdo con la sección 11.7 del ACI 318-11, Las vigas peraltadas deben ser diseñadas tomando en cuenta una distribución de deformaciones no lineal o mediante el apéndice A, del mismo reglamento ACI-318 referente al modelo de puntales y tensores. En cualquier caso, se debe proveer una mínima distribución de refuerzo acorde con la sección 11.7.4

### A.2.12 Geometría del modelo de Puntales y tensores

Para el diseño por cortante de vigas peraltadas, el ACI318-11, establece como válido emplear el modelo de puntales y tensores. En este caso, el modelo a utilizar es el de la figura A-5:

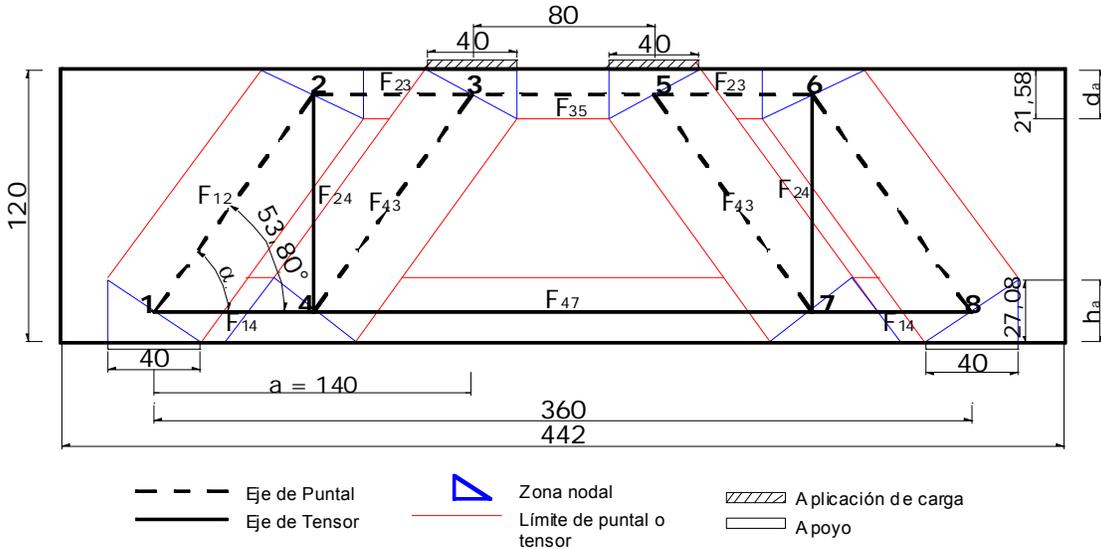


Figura A-5 -- Modelo de Puntales y Tensores (2) empleado para diseño

Empleando la ubicación del refuerzo longitudinal calculado por flexión y asumiendo que  $d_a$  es 1/5 del peralte efectivo:

$$d_a := 0.20 \cdot d \quad d_a = 21.29 \cdot \text{cm}$$

De un recálculo, (referente a la revisión de la cara vertical del nodo 2), se sabe que:

$$d_a := 21.60 \text{cm} \quad \text{Por lo que la recomendación de asumir que } d_a \text{ es } 1/5 \text{ del peralte efectivo es adecuada}$$

Así para calcular el ángulo de inclinación del puntal principal " $\alpha$ " y el brazo de palanca entre el puntal de la cuerda superior y el tensor de la cuerda inferior "z" tenemos:

$$\alpha := \text{atan} \left( \frac{d - \frac{d_a}{2}}{\frac{a_{\text{shear}}}{2}} \right) \quad \alpha = 53.80 \cdot ^\circ$$

$$z := d - \frac{d_a}{2} = 95.66 \cdot \text{cm}$$

$$a_{\text{shear}} = 140.00 \cdot \text{cm}$$

Status := if( $\alpha > 25 \cdot ^\circ$ , "O.K.", "Check")

(El ángulo de inclinación del puntal no debe ser mayor de  $25^\circ$  (ACI 318-11))

Status = "O.K."



$$A_{\text{req}} := \frac{F_{14}}{\phi \cdot f_{ce}} \quad A_{\text{req}} = 472.60 \cdot \text{cm}^2$$

$$h_{\text{areq}} := \frac{A_{\text{req}}}{b} \quad h_{\text{areq}} = 13.50 \cdot \text{cm} \quad b = 35.00 \cdot \text{cm}$$

$$h_a := 2 \cdot (y_{\text{st}}) \quad h_a = 27.08 \cdot \text{cm} \quad y_{\text{st}} = 13.54 \cdot \text{cm}$$

$$\text{Status} := \text{if}(h_a > h_{\text{areq}}, \text{"O.K."}, \text{"Check"})$$

$$\text{Status} = \text{"O.K."} \quad \frac{h_a}{h_{\text{areq}}} = 2.01$$

#### Nodo 1. Cara de apoyo:

$$l_p = 40.00 \cdot \text{cm} \quad f_{cu} := 0.85 \cdot \beta_n \cdot f_c \quad f_{cu} = 204.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$A_{c1h} := b \cdot l_p \quad A_{c1h} = 1400.00 \cdot \text{cm}^2$$

$$F_{n1} := f_{cu} \cdot A_{c1h} \quad F_{n1} = 285.60 \cdot \text{ton} \quad \phi \cdot F_{n1} = 214.20 \cdot \text{ton}$$

$$\text{Status} := \text{if}(\phi \cdot F_{n1} > P_T, \text{"O.K."}, \text{"Check"}) \quad \text{Status} = \text{"O.K."} \quad \frac{\phi \cdot F_{n1}}{P_T} = 2.17$$

#### Nodo 1. Cara del puntal:

El área de la cara (de acuerdo con la figura 2.7 adaptada del (ACI 318-11) está dada por:

$$A_{c1i} := b \cdot (h_a \cdot \cos(\alpha) + l_p \cdot \sin(\alpha)) \quad A_{c1i} = 1689.53 \cdot \text{cm}^2$$

$$\alpha = 53.80 \cdot ^\circ \quad w_p := h_a \cdot \cos(\alpha) + l_p \cdot \sin(\alpha) = 48.27 \cdot \text{cm}$$

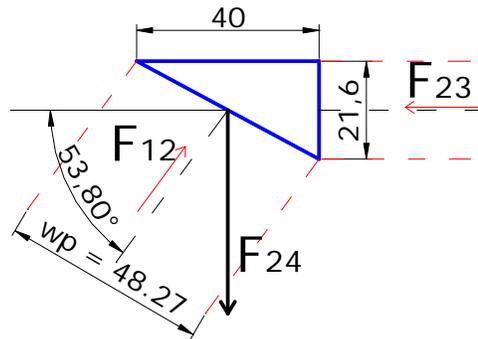
$$h_a = 27.08 \cdot \text{cm} \quad F_{n1} := f_{cu} \cdot A_{c1i} \quad F_{n1} = 344.66 \cdot \text{ton}$$

$$l_p = 40.00 \cdot \text{cm} \quad h_a = 27.08 \cdot \text{cm} \quad \phi \cdot F_{n1} = 258.50 \cdot \text{ton}$$

$$F_{12} = 122.44 \cdot \text{ton} \quad \text{Status} := \text{if}(\phi \cdot F_{n1} > F_{12}, \text{"O.K."}, \text{"Check"})$$

$$\text{Status} = \text{"O.K."} \quad \frac{\phi \cdot F_{n1}}{F_{12}} = 2.11$$

## Nodo 2



### Nodo 2. Cara Vertical (cara del puntal de la cuerda superior):

Sección A.5.2.2. En zonas nodales que anclan in tensor.  $\beta_n = 0.8$

$$\beta_n := 0.8 \quad f_{cu} := 0.85 \cdot \beta_n \cdot f_c \quad f_{cu} = 204.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$A_{req} := \frac{F_{23}}{\phi \cdot f_{cu}} \quad A_{req} = 472.60 \cdot \text{cm}^2$$

$$d_{areq} := \frac{A_{req}}{b} \quad d_{areq} = 13.50 \cdot \text{cm} \quad d_a = 21.60 \cdot \text{cm}$$

Status := if( $d_{areq} < 1.05 \cdot d_a$ , "O.K.", "Check")

Status = "O.K."

$$\frac{d_a}{d_{areq}} = 1.60$$

### Nodo 2. Cara del puntal inclinado:

De acuerdo con RA.1.5 la geometría de la cara del puntal está dada por :

$$(d_a \cdot \cos(\alpha) + l_b \cdot \sin(\alpha)) = w_p$$

Así, empleando el ancho de puntal calculado para revisión del nodo 1



$$l_b := \frac{w_p - d_a \cdot \cos(\alpha)}{\sin(\alpha)} = 44.01 \cdot \text{cm}$$

$$d_a = 21.60 \cdot \text{cm}$$

$$l_b = 44.01 \cdot \text{cm}$$

$$d_a \cdot \cos(\alpha) = 12.76 \cdot \text{cm}$$

$$l_b \cdot \sin(\alpha) = 35.52 \cdot \text{cm}$$

$$(d_a \cdot \cos(\alpha) + l_b \cdot \sin(\alpha)) = 48.27 \cdot \text{cm}$$

$$A_{c2i} := b \cdot (d_a \cdot \cos(\alpha) + l_b \cdot \sin(\alpha))$$

$$A_{c2i} = 1689.53 \cdot \text{cm}^2$$

$$F_{n2} := f_{cu} \cdot A_{c2i}$$

$$F_{n2} = 344.66 \cdot \text{ton}$$

Status := if( $\phi \cdot F_{n2} > F_{12}$ , "O.K.", "Check")

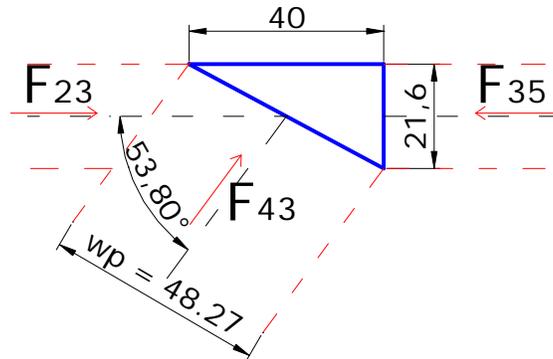
$$\phi \cdot F_{n2} = 258.50 \cdot \text{ton}$$

Status = "O.K."

$$\frac{\phi \cdot F_{n2}}{F_{12}} = 2.11$$

Por lo que el ancho del puntal inclinado es adecuada.

### Nodo 3



#### Nodo 3. Cara Vertical:

Sección A.5.2.1: En zonas nodales limitadas por puntales y/o áreas de apoyo  $\beta_n = 1$

$$\beta_n := 1.00 \quad f_{cu} := 0.85 \cdot \beta_n \cdot f_c \quad f_{cu} = 255.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$A_{\text{req}} := \frac{F_{35}}{\phi \cdot f_{cu}} \quad A_{\text{req}} = 756.16 \cdot \text{cm}^2$$

$$d_{\text{areq}} := \frac{A_{\text{req}}}{b} \quad d_{\text{areq}} = 21.60 \cdot \text{cm} \quad d_a = 21.60 \cdot \text{cm}$$

$$\text{Status} := \text{if}(d_{\text{areq}} < 1.05 \cdot d_a, \text{"O.K."}, \text{"Check"})$$

Status = "O.K."

$$\frac{d_a}{d_{\text{areq}}} = 1.00$$

#### Nodo 3. Cara del puntal inclinado:

De acuerdo con RA.1.5 la geometría de la cara del puntal esta dada por :

$$(d_a \cdot \cos(\alpha) + l_p \cdot \sin(\alpha)) = w_p \quad d_a = 21.60 \cdot \text{cm}$$

$$l_p = 40.00 \cdot \text{cm} \quad w_p = 48.27 \cdot \text{cm} \quad f_{cu} := 0.85 \cdot \beta_n \cdot f_c$$

$$f_{cu} = 255.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad A_{\text{req}} := \frac{F_{43}}{\phi \cdot f_{cu}} \quad A_{\text{req}} = 640.24 \cdot \text{cm}^2$$

$$w_{\text{preq}} := \frac{A_{\text{req}}}{b} \quad w_{\text{preq}} = 18.29 \cdot \text{cm} \quad \frac{w_p}{w_{\text{preq}}} = 2.64$$

$$\text{Status} := \text{if}(w_{\text{preq}} < 1.05 \cdot w_p, \text{"O.K."}, \text{"Check"})$$

Status = "O.K."

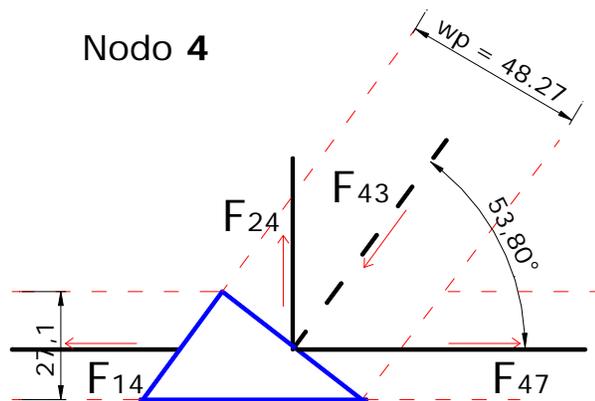
### Nodo 3. Cara de aplicación de carga:

$$f_{cu} := 0.85 \cdot \beta_n \cdot f_c \quad f_{cu} = 255.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$A_{req} := \frac{P_T}{\phi \cdot f_{cu}} \quad A_{req} = 516.68 \cdot \text{cm}^2 \quad l_p = 40.00 \cdot \text{cm}$$

$$l_{areq} := \frac{A_{req}}{b} \quad l_{areq} = 14.76 \cdot \text{cm} \quad \frac{l_p}{l_{areq}} = 2.71$$

$$\text{Status} := \text{if}(l_{areq} < 1.05 \cdot l_p, \text{"O.K."}, \text{"Check"}) \quad \text{Status} = \text{"O.K."}$$



### Nodo 4. Cara Vertical:

De acuerdo con A.5.2.2, : En zonas nodales que anclan dos o más tensores  $\beta_n = 0.6$ , y el esfuerzo de compresión efectivo  $f_{ce}$  esta dado por:

$$\beta_n := 0.6 \quad f_{cu} := 0.85 \cdot \beta_n \cdot f_c \quad f_{cu} = 153.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$A_{req} := \frac{F_{47}}{\phi \cdot f_{cu}} \quad A_{req} = 1260.27 \cdot \text{cm}^2$$

$$h_{areq} := \frac{A_{req}}{b} \quad h_{areq} = 36.01 \cdot \text{cm} \quad h_a = 27.08 \cdot \text{cm} \quad y_{st} = 13.54 \cdot \text{cm}$$

$$\text{Status} := \text{if}(h_{areq} < 1.05 \cdot h_a, \text{"O.K."}, \text{"Check"}) \quad \text{Status} = \text{"Check"} \quad \frac{h_a}{h_{areq}} = 0.75$$

Para este caso, los esfuerzos en la cara vertical del nodo 4 son mayores a los permisibles, por lo que se propone distribuir el acero del tensor  $F_{47}$ , en el  $h_{areq}$  de 36 cm. Es decir que el centroide del acero de refuerzo para el tensor  $F_{47}$ , estará a 18cm del paño inferior de la viga.

#### Nodo 4. Cara del puntal:

$$\beta_n = 0.6 \quad f_{cu} := 0.85 \cdot \beta_n \cdot f_c \quad f_{cu} = 153.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$
$$A_{\text{req}} := \frac{F_{43}}{\phi \cdot f_{cu}} \quad A_{\text{req}} = 1067.06 \cdot \text{cm}^2$$
$$w_{\text{preq}} := \frac{A_{\text{req}}}{b} \quad w_{\text{preq}} = 30.49 \cdot \text{cm} \quad w_p := h_a \cdot \cos(\alpha) + l_p \cdot \sin(\alpha) = 48.27 \cdot \text{cm}$$

$$\text{Status} := \text{if}(l_{\text{areq}} < 1.05 \cdot w_p, \text{"O.K."}, \text{"Check"})$$

Status = "O.K."

$$\frac{w_p}{w_{\text{preq}}} = 1.58$$

#### A.2.16 Esfuerzos en puntales ACI 318-11-A.3

De acuerdo con la sección A.3.1. La resistencia nominal a la compresión de un puntal sin refuerzo longitudinal,  $F_{ns}$ , debe tomarse como el menor valor de:

$$F_{ns} = f_{ce} \cdot A_{cs}$$

En ambos extremos del puntal, donde  $A_{cs}$  es el área de la sección transversal en un extremo del puntal

#### Puntal 1-2 (puntal inclinado):

Se revisará el área más pequeña de los dos extremos del puntal para asegurar que pasen ambas

$$A_{c12} := \min(A_{c1i}, A_{c2i}) \quad A_{c12} = 1689.53 \cdot \text{cm}^2$$

Para concreto de peso normal  $\lambda := 1.0$  de acuerdo con la sección 8.6.1 del ACI 318-11

Asumiendo que se trata de un PUNTAL EN FORMA DE BOTELLA, en los que el ancho de la sección media del puntal es mayor que el ancho en los nodos como lo indica la sección A.3.2.2 b) y asumiendo que no se previene deformación lateral y no se provee refuerzo en el alma, el factor  $\beta_s$  se debe tomar como:

$$\beta_s := 0.60 \cdot \lambda \quad f_{ce} := 0.85 \cdot \beta_s \cdot f_c \quad f_{ce} = 153.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$
$$F_{n12} := f_{ce} \cdot A_{c12} \quad F_{n12} = 258.50 \cdot \text{ton}$$
$$F_{12} = 122.44 \cdot \text{ton} \quad \phi \cdot F_{n12} = 193.87 \cdot \text{ton}$$

$$\text{Status} := \text{if}(\phi \cdot F_{n12} > F_{12}, \text{"O.K."}, \text{"Check"})$$

Status = "O.K."

$$\frac{\phi \cdot F_{n12}}{F_{12}} = 1.58$$

Para este caso, aunque el puntal inclinado se considera con forma de botella, este no requiere ser confinado con refuerzo que cumpla con A.3.3, pero la viga si requiere de refuerzo transverso para tomar la fuerza del tensor vertical  $F_{24}$ , En este caso es indistinto considerar un puntal con forma de botella o de sección uniforme, ya que este último, tiene mayor capacidad.

### Puntal 2-3 (cuerda superior):

$$\text{El \u00e1rea del puntal 2-3 es: } A_{c3} := d_a \cdot b \quad A_{c3} = 756.00 \cdot \text{cm}^2 \quad F_{23} = 72.31 \cdot \text{ton}$$

Asumiendo que no se previene deformaci\u00f3n lateral y no se provee refuerzo en el alma del puntal, tenemos:

$$\beta_s := 1 \quad \Rightarrow \quad \text{PUNTAL de secci\u00f3n transversal uniforme a lo largo de su longitud}$$

$$f_{cu} := 0.85 \cdot \beta_s \cdot f_c \quad f_{cu} = 255.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad d_a = 21.60 \cdot \text{cm}$$

$$F_{n23} := f_{cu} \cdot A_{c3} \quad F_{n23} = 192.78 \cdot \text{ton} \quad \phi \cdot F_{n23} = 144.59 \cdot \text{ton}$$

$$\text{Status} := \text{if}(\phi \cdot F_{n23} > F_{23}, \text{"O.K."}, \text{"Check"}) \quad \frac{\phi \cdot F_{n23}}{F_{23}} = 2.00 \quad \text{Status} = \text{"O.K."}$$

### Puntal 3-5 (cuerda superior):

$$\text{El \u00e1rea del puntal 3-5 es: } A_{c3} := d_a \cdot b \quad A_{c3} = 756.00 \cdot \text{cm}^2 \quad F_{35} = 144.62 \cdot \text{ton}$$

Asumiendo que no se previene deformaci\u00f3n lateral y no se provee refuerzo en el alma del puntal.

$$\beta_s := 1 \quad \Rightarrow \quad \text{PUNTAL de secci\u00f3n transversal uniforme a lo largo de su longitud}$$

$$f_{cu} := 0.85 \cdot \beta_s \cdot f_c \quad f_{cu} = 255.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad d_a = 21.60 \cdot \text{cm}$$

$$F_{n35} := f_{cu} \cdot A_{c3} \quad F_{n35} = 192.78 \cdot \text{ton} \quad \phi \cdot F_{n35} = 144.59 \cdot \text{ton}$$

$$\text{Status} := \text{if}(\phi \cdot F_{n35} > F_{35}, \text{"O.K."}, \text{"Check"}) \quad \frac{\phi \cdot F_{n35}}{F_{35}} = 1.00$$

Status = "Check"

pero el puntal se puede considerar adecuado.

## A.2.17 Esfuerzos en los tensores

### Tensor 1-4 (Cuerda inferior):

De acuerdo con la secci\u00f3n A.4, La resistencia nominal de un tensor,  $F_{nt}$ , debe calcularse como:

$$F_{nt} = A_{ts} \cdot f_y + A_{tp} \cdot (f_{se} \cdot \Delta f_p)$$

Donde  $A_{tp}$  es el \u00e1rea de acero para elementos presforzados

Usando barras no. 8

$$a_s := \frac{(1\text{in})^2 \cdot \pi}{4} = 5.07 \cdot \text{cm}^2$$

$$A_{tsreq} := \frac{F_{14}}{\phi \cdot f_y}$$

$$A_{tsreq} = 22.96 \cdot \text{cm}^2$$

$$n_{bars} := \frac{A_{tsreq}}{a_s}$$

$$n_{bars} = 4.53$$

De aqu\u00ed se observa que para el tensor 1-4, es suficiente emplear 5 barras No 8 de las requeridas

por flexión. Aunque por disposición de la sección R11.7.1 el acero longitudinal de vigas peraltadas debe extenderse hasta los apoyos y ser adecuadamente anclada por anclajes, ganchos u otros dispositivos.

#### Tensor 4-7 (Cuerda inferior)

$$A_{tsreq} := \frac{F_{47}}{\phi \cdot f_y} \quad n_{bars} := \frac{A_{tsreq}}{a_s} \quad n_{bars} = 9.06$$

Para este tensor, se necesita emplear 10 barras no. 8, (incrementando el refuerzo por flexión)

$$A_s := 10 \cdot a_s \quad A_s = 50.67 \cdot \text{cm}^2$$

$$F_{n47} := f_y \cdot A_s \quad F_{n47} = 212.82 \cdot \text{ton}$$

$$F_{47} = 144.62 \cdot \text{ton} \quad \phi \cdot F_{n47} = 159.61 \cdot \text{ton}$$

$$\text{Status} := \text{if}(\phi \cdot F_{n47} > F_{47}, \text{"O.K."}, \text{"Check"})$$

$$\text{Status} = \text{"O.K."}$$

$$\frac{\phi \cdot F_{n47}}{F_{47}} = 1.10$$

De esta manera, el Momento resistente nominal se incrementa por el aumento en el refuerzo por flexión y esta dado por:

$$M_n := \phi_f \cdot A_s \cdot f_y \cdot \left(d - \frac{a}{2}\right) \quad M_n = 185.64 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$$

Teniendo en cuenta, el momento nominal obtenido, las cargas actuantes asociadas a este momento flexionante son de:

$$P^* := \frac{M_n}{a_{shear}} = 132.60 \cdot \text{ton}$$

Con objeto de considerar la posible sobrerresistencia del elemento, se recalcula el momento nominal considerando que el esfuerzo que podría desarrollar el refuerzo longitudinal es de 1.25 f<sub>y</sub>:

$$M_{n^{**}} := \phi_f \cdot A_s \cdot 1.25f_y \cdot \left(d - \frac{a}{2}\right) = 232.05 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$$

Y las cargas asociadas a este momento flexionante serían de:

$$P^{**} := \frac{M_{n^{**}}}{a_{shear}} = 165.75 \cdot \text{ton}$$

#### Tensor 2-4 (Tensor vertical):

$$\text{Empleando barras \#3} \quad a_s := \frac{\left(\frac{3}{8} \text{in}\right)^2 \cdot \pi}{4} = 0.71 \cdot \text{cm}^2 \quad F_{24} = 98.81 \cdot \text{ton}$$

$$A_{tsreq} := \frac{F_{24}}{\phi \cdot f_y} = 31.37 \cdot \text{cm}^2 \quad n_{bars} := \frac{A_{tsreq}}{2a_s} \quad n_{bars} = 22.01$$

empleando 22 barras no. 3, @ 6cm a manera de estribos cerrados tenemos:

$$A_s := 22 \cdot 2 \cdot a_s \quad A_s = 31.35 \cdot \text{cm}^2$$

$$F_{n24} := f_y \cdot A_s \quad F_{n24} = 131.68 \cdot \text{ton}$$

$$F_{24} = 98.81 \cdot \text{ton} \quad \phi \cdot F_{n24} = 98.76 \cdot \text{ton}$$

$$\text{Status} := \text{if}(\phi \cdot F_{n24} > F_{24}, \text{"O.K."}, \text{"Check"})$$

$$\frac{\phi \cdot F_{n24}}{F_{24}} = 1.00$$

**Status = "Check"**

### A.2.18 Refuerzo transversal del alma

Adicionalmente al refuerzo requerido por el tensor 2-4, para cumplir con las disposiciones 11.7.4; el refuerzo total distribuido sobre las dos caras laterales de la viga peraltada, no debe ser menor que los requeridos por 11.7.4.1 y 11.7.4.2

Proporcionando un refuerzo horizontal mínimo de en cada cara, dado que el ancho del alma es mayor a 8 in. de barras no. 3.

$$a_{sh} := \left(\frac{3}{8} \text{ in}\right)^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 0.71 \cdot \text{cm}^2 \quad A_{sh} := 2 \cdot a_{sh} \quad A_{sh} = 1.43 \cdot \text{cm}^2$$

La separación máxima de las barras horizontales y longitudinales esta limitada en ACI 11.7.4 como sigue:

$$s_{hmax} := \min\left(\frac{d}{5}, 12 \cdot \text{in}\right) \quad s_{hmax} = 21.29 \cdot \text{cm}$$

$s_h := 15\text{cm}$  Entonces, empleando una separación horizontal  $s_h$  de 15cm.

La sección de ACI (11.7.4.1), establece un refuerzo mínimo transversal de:

$$A_{vmin} := .0025 \cdot b \cdot s_h = 1.31 \cdot \text{cm}^2$$

$$\text{status} := \text{if}(A_{vmin} < A_{sh}, \text{"ok"}, \text{"chechar"}) \quad \text{status} = \text{"ok"}$$

El porcentaje de refuerzo horizontal resulta:

$$\rho_h := \frac{A_{sh}}{b \cdot s_h} \quad \rho_h = 0.0027$$

Del mismo modo, proporcionando barras no. 3 como elementos del refuerzo vertical para control de grietas

$$a_{sv} := \left(\frac{3}{8} \text{ in}\right)^2 \cdot \frac{\pi}{4} \quad A_{sv} := 2 \cdot a_{sv} \quad A_{sv} = 1.43 \cdot \text{cm}^2$$

La separación del refuerzo vertical es igualmente:  $s_{vmax} := \min\left(\frac{d}{5}, 12 \cdot \text{in}\right)$  ACI 11.7.4.2

$s_{vmax} = 21.29 \cdot \text{cm}$  y colocando estribos no 3. a cada 15cm para cumplir con el refuerzo mínimo resulta:

$$s_v := 15 \cdot \text{cm} \quad \rho_v := \frac{A_{sv}}{b \cdot s_v} = 0.0045 \quad A_{vminv} := .0025 \cdot b \cdot s_v = 1.31 \cdot \text{cm}^2$$

$$\text{status} := \text{if}(A_{vminv} < A_{sh}, \text{"ok"}, \text{"chechar"}) \quad \text{status} = \text{"ok"}$$

Por lo tanto: se observa que **para las zonas que no atraviesan los puntales inclinados**, es adecuado utilizar estribos no. 3 a cada 15 cm verticalmente y barras no. 3 a cada 15cm en toda la longitud de la viga horizontalmente por requisitos mínimos.

Por ultimo, dado que  $h > 36\text{in}$ , la sección 10.6.7 del ACI, estipula que las caras laterales del elemento deben ser uniformemente reforzadas en una distancia  $h/2$  desde la cara de tensión.

El espaciamiento estará dado por 10.6.4 donde  $c_c$  es la menor distancia desde la superficie del refuerzo lateral a la cara lateral.

#### A.2.19 Refuerzo en caras de la viga de acuerdo con las disposiciones ACI 10.6.4

Considerando un recubrimiento horizontal mayor de 4cm y estribos del No. 3

$$c_c := \text{rec}_{\text{libre}} + \frac{3}{8}\text{in} = 6.18 \cdot \text{cm} \quad \text{y se permite que } f_s = 2/3f_y$$

$$f_s := \frac{2}{3} \cdot f_y = 2800.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

El espaciamiento del refuerzo no debe exceder de:

$$S := 38\text{cm} \cdot \frac{2800 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}{f_s} - 2.5 \cdot c_c = 22.54 \cdot \text{cm}$$

el cual además, no debe exceder de:

$$\frac{2800 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}{f_s} \cdot 30\text{cm} = 30.00 \cdot \text{cm}$$

$$\text{status} := \text{if}(S > s_h, \text{"ok"}, \text{"chechar"}) \quad \text{status} = \text{"ok"}$$

El refuerzo longitudinal empleado cumple satisfactoriamente esta disposición.

#### A.2.20 COMENTARIOS

En este segundo modelo de puntales y tensores (mas refinado) que emplea tensores verticales entre las cargas y los apoyos, los requisitos de refuerzo transversal (vertical), son mayores. Esto debido inicialmente a que el modelo empleado supone que el tensor vertical tiene la magnitud de la carga aplicada, lo cual es un tanto conservador ya que el concreto puede ser capaz de tomar cierta parte de la carga mediante un puntal directo, tal como en el modelo 1.

En este caso, resulta irrelevante considerar puntales de botella o prismáticos, ya que ambos cumplen satisfactoriamente con las solicitaciones sin la necesidad de acero por confinamiento de acuerdo con A.3.3.

En lo que refiere a requisitos mínimos, el refuerzo transversal horizontal es igual al del modelo 1, pero para el refuerzo transversal vertical, rige la demanda del tensor 2-4, requiriendo barras No. 3 @ 6 cm en forma de estribos cerrados distribuidos entre los puntos de aplicación de las cargas y los apoyos.

El tensor 4-7 (cuerda inferior de la armadura) no pasa utilizando el refuerzo que se obtuvo en el diseño por flexión; por lo que fue necesario aumentar el refuerzo por flexión a 10 barras #8, y por otro lado, es necesario que dicho refuerzo se distribuya de modo que los esfuerzos en las caras verticales de los nodos 4 y 7 no tengan problemas de resistencia. Para esto, es necesario subir el centroide del refuerzo " $y_{st}$ " de modo que también crezca " $h_a$ " y por consiguiente el área de dicha cara del nodo, por ello el centroide de los lechos de refuerzo por flexión debe estar a 18 cm del paño inferior de la viga.

## A.3 Diseño de espécimen de prueba conforme a NTC-C del RCDF 2004

### A.3.1 Propiedades de materiales y definición de unidades y constantes utilizadas en el diseño:

	$\text{ton} := 1000\text{kg}$
Resistencia a la compresión del concreto	$f'_c := 300 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$
Masa volumétrica del concreto	$w_c := 2400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
Esfuerzo de fluencia de refuerzo longitudinal	$f_y := 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$
Esfuerzo de fluencia de refuerzo transversal	$f_{yt} := 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$
Módulo de elasticidad del refuerzo longitudinal y transversal	$E_s := 2100000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$
Deformación de fluencia del refuerzo longitudinal	$\epsilon_y := \frac{f_y}{E_s} \quad \epsilon_y = 0.002$
Resistencia de compresión nominal para diseño	$f^*_c := 0.8 f'_c = 240.00 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

$$\beta_1 := \left[ \text{if} \left[ f^*_c \leq 280 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}, 0.85, \text{if} \left[ f^*_c < 560 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}, \left( 1.05 - \frac{f^*_c}{1400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} \right), 0.65 \right] \right] \right]$$

$$\beta_1 = 0.85$$

Magnitud del bloque equivalente de esfuerzos del concreto a compresión

$$f''_c := \beta_1 f^*_c = 204.00 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

### A.3.2 Factores de carga y de reducción:

Factor de carga viva	$\gamma_{LL} := 1$
Factor de carga muerta	$\gamma_{DL} := 1$
Factor de reducción por cortante	$F_{RV} := 0.8$
Factor de reducción por flexión	$F_{RF} := 0.90$
Factor de reducción por aplastamiento	$F_{Raplst} := 0.7$

### A.3.3 Propiedades de la sección

Longitud	$L := 4.42\text{m}$	
Ancho	$b := 35\text{cm}$	
Peralte	$h := 120\text{cm}$	
Claro de cortante	$a_{\text{shear}} := 140\text{cm}$	
Longitud de placas de apoyo	$l_p := 40\text{cm}$	
Posición de placas a partir de paños	$d_{lp} := 21\text{cm}$	
Claro libre	$l_{\text{clear}} := L - 2\left(\frac{l_p}{2} + d_{lp}\right)$	$l_{\text{clear}} = 360\text{ cm}$
Volumen	$\text{Vol} := b h L$	$\text{Vol} = 1.86\text{ m}^3$
Peso	$W := w_c \text{Vol}$	$W = 4.46\text{ ton}$

### A.3.4 Recubrimiento

La sección 4.9.2 de las NTC del RCDF establece que para vigas y columnas de concreto no expuestas a condiciones ambientales severas o en contacto con la tierra, el recubrimiento mínimo de concreto es de (20 mm). Para elementos expuestos a la intemperie, en ambientes agresivos, el recubrimiento mínimo es de (45 mm).

Se empleará un recubrimiento libre medido entre la superficie de concreto y la rama transversal de los estribos de 5.55 cm, que supone que el refuerzo transversal se proporcionará mediante barras no. 3. Este recubrimiento coincide con el usado para el diseño hecho mediante los modelos de puntales y tensores:

$$\text{rec} := 6.5\text{cm} \qquad \text{rec}_{\text{libre}} := \text{rec} - \frac{3}{8}\text{in} = 5.55\text{ cm}$$

### A.3.5 Distancias libres entre barras en dirección horizontal y vertical

La sección 5.9 establece que la distancia libre mínima entre barras de un mismo lecho es la mayor entre el diámetro de las barras y 1.5 veces el tamaño máximo del agregado. Además, la distancia libre mínima entre lechos paralelos no será menor de 20 mm o del diámetro de la barra.

Para este caso, la separación de los lechos estará determinada por los requerimientos mínimos. Se proponen 6 cm como separación libre medida entre los lechos del refuerzo longitudinal:

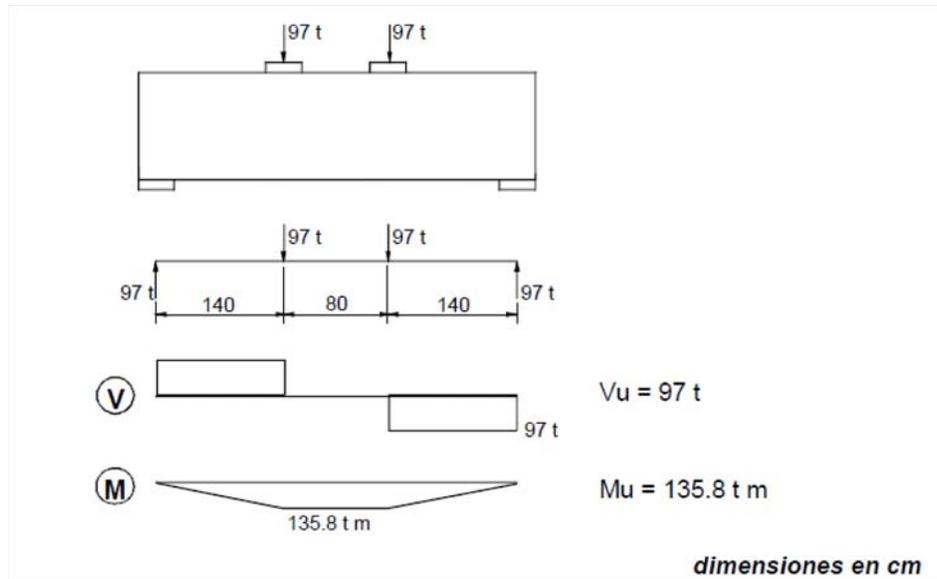
$$s_v := 6\text{cm}$$

### A.3.6 Cargas de diseño

- Cargas puntuales  $P := 97\text{ton}$   
 $P_u := \gamma_{LL} P \qquad P_u = 97.00\text{ ton}$

- Uniforme por peso propio  $\omega := \frac{W}{L}$   $\omega = 1008.00 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$   
 $\omega_u := \gamma_{DL} \omega$   $\omega_u = 1008.00 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$

A partir de las cargas de diseño, los elementos mecánicos que se presentan en la viga son los de la figura A-2.



**Figura A-2. Diagrama de cortante y de momento flexionante para la viga**

### Diseño por flexión (sección 2.2 de las NTC-C del RCDF 2004)

Cálculo de los momentos máximos que se presentan en el tercio central del claro

- Por cargas vivas:  $M_{LL} := P a_{\text{shear}}$   $M_{LL} = 135.80 \text{ ton m}$
  - Por peso propio:  $M_{DL} := \frac{\omega l_{\text{clear}}^2}{8}$   $M_{DL} = 1.63 \text{ ton m}$   $\frac{M_{DL}}{M_{LL}} = 1.20 \%$
- $$M_{u1} := \gamma_{LL} M_{LL} + \gamma_{DL} M_{DL} \quad M_{u1} = 137.43 \text{ ton m}$$

Considerando que el momento flexionante asociado con el peso propio es sólo el 1.2% del asociado con las cargas vivas, se desprecia el peso propio:

$$M_u := M_{LL} = 135.80 \text{ ton m}$$

#### A.3.7 Relación claro libre a peralte

De acuerdo con la sección 2.5.5 de las NTC-c del RCDF 2004, una viga diafragma, es aquella cuya relación claro libre entre apoyos L, a peralte total h, es menor que 2.5 si son continuas en varios claros, o menor que 2.0 si constan de un solo claro libremente apoyado. En el diseño de vigas diafragma no son aplicables las hipótesis generales del diseño por flexión.

$$l_n := L - 2(l_p + dlp) \quad l_n = 3.20 \text{ m} \quad \frac{l_n}{h} = 2.67$$

Status := if( $l_n \leq 2.0 h$ , "Viga diafragma", "Miembro esbelto a flexión")

Status = "Miembro esbelto a flexión" Por lo que se diseñará como una viga esbelta sujeta a flexión

De acuerdo con la definición de las NTC-C del RCDF 2004, los especímenes de este trabajo no califican como vigas diafragma o "vigas peraltadas". Debe notarse, sin embargo, que la relación entre claro libre y peralte total de dichos especímenes es cercana al límite establecido en dichas normas. Por ello, se puede asumir que el comportamiento de los especímenes será similar al de vigas diafragma, en el entendido que una viga peraltada no necesariamente es una viga diafragma.

Asumiendo 2 capas de refuerzo longitudinal por flexión mediante barras no. 8 y refuerzo transversal mediante barras no. 3, el centroide del acero de refuerzo a tensión se puede calcular a partir de la suma del recubrimiento libre, el diámetro del refuerzo transversal, el diámetro del refuerzo longitudinal y la mitad de la separación libre entre lechos del refuerzo longitudinal como sigue:

$$y_{st} := \text{rec}_{\text{libre}} + \frac{3}{8} \text{in} + \frac{8}{8} \text{in} + \frac{1}{2} s_v = 12.04 \text{ cm}$$

El peralte efectivo de la sección es:

$$d := [h - (y_{st})]$$

$$d = 107.96 \text{ cm}$$

La figura A-3 presenta el detalle de la ubicación del refuerzo longitudinal por flexión.

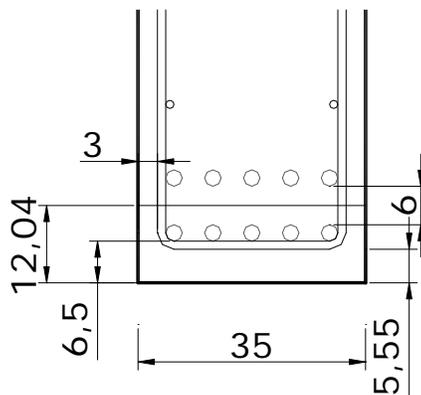


Figura A-6 -- Detalle de la ubicación del refuerzo longitudinal por flexión

### A.3.8 Momento resistente

Partiendo del principio de diseño por capacidad, el momento actuante debe ser menor o igual que el momento nominal resistente:

$$M_u \leq F_R M_n$$

Y el momento nominal resistente se puede calcular como sigue:

$$M_n = A_s f_y d \left(1 - 0.5 q\right)$$

O bien:

$$M_n = A_s f_y \left(d - \frac{a}{2}\right) \quad \text{donde } a, \text{ se refiere a la profundidad del bloque de compresión.}$$

Asumiendo que la profundidad del bloque equivalente de esfuerzos es 1/4 del peralte efectivo:

$$a_{\text{assum}} := 0.25 d$$

$$a_{\text{assum}} = 26.99 \text{ cm}$$

El área de refuerzo longitudinal requerida resulta:

$$A_{s\text{req}} := \frac{M_u}{F_{RF} f_y \left(d - \frac{a_{\text{assum}}}{2}\right)} \quad A_{s\text{req}} = 38.03 \text{ cm}^2$$

Usando barras no. 8 para proporcionar el área requerida de acero de refuerzo:

$$a_s := \frac{(2.54\text{cm})^2 \pi}{4} = 5.07 \text{ cm}^2$$

El número de barras necesarias será:

$$n_{\text{bars}} := \frac{A_{s\text{req}}}{a_s} \quad n_{\text{bars}} = 7.51$$

Utilizando 8 barras del No 8:

$$A_s := 8 a_s \quad A_s = 40.54 \text{ cm}^2$$

Revisando la profundidad del bloque de esfuerzos propuesta inicialmente:

$$a := \frac{A_s f_y}{f'_c b} \quad a = 23.85 \text{ cm}$$

$$c := \frac{a}{\beta_1} \quad c = 28.05 \text{ cm}$$

La deformación correspondiente en el acero a tensión será:

$$\epsilon_s := 0.003 \left(\frac{d - c}{c}\right) \quad \epsilon_s = 0.009$$

Status := if( $\epsilon_s > \epsilon_y$ , "refuerzo de tensión fluyendo", "refuerzo de tensión no fluyendo")

Status = "refuerzo de tensión fluyendo"

La cuantía de refuerzo longitudinal a tensión será:

$$\rho := \frac{A_s}{b d} = 0.011 \qquad q := \frac{\rho f_y}{f'_c} = 0.22$$

Por lo que el momento flexionante resistente nominal será:

$$M_n := A_s f_y d (1 - 0.5 q) \qquad M_n = 163.51 \text{ ton m} \qquad M_u = 135.80 \text{ ton m}$$

$$M_R := F_{RF} M_n = 147.16 \text{ ton m}$$

$$\text{Status} := \text{if}(M_R > M_u, \text{"O.K."}, \text{"Check"})$$

$$\frac{M_R}{M_u} = 1.08$$

Status = "O.K."

### A.3.9 Revisión de cuantías mínimas y máximas de refuerzo longitudinal

De acuerdo con la sección 2.2.1 de las NTC-C, se debe cumplir con el límite de refuerzo longitudinal mínimo:

$$A_{smin} := \frac{0.7 \sqrt{f'_c \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}}{f_y} b d \qquad A_{smin} = 10.91 \text{ cm}^2$$

$$\text{Status} := \text{if}(A_s > A_{smin}, \text{"O.K."}, \text{"Check"})$$

$$\rho_{min} := \frac{A_{smin}}{b d} \qquad \rho_{min} = 0.003$$

Status = "O.K."

Si el refuerzo longitudinal mínimo se proporciona mediante barras no. 8:

$$n_{bars} := \frac{A_{smin}}{a_s} \qquad n_{bars} = 2.15$$

Por lo tanto, se colocarán 3 barras no. 8 como refuerzo longitudinal mínimo en la zona de compresión de la viga.

Y el porcentaje de refuerzo longitudinal proporcionado en la zona de compresión de la viga es:

$$\rho_{neg} := \frac{3 a_s}{b d} \qquad \rho_{neg} = 0.004$$

Por otro lado, de acuerdo con la sección 2.2.2, el refuerzo máximo de tensión en secciones de concreto reforzado que formen parte de sistemas que deban resistir fuerzas sismicas, será el 75% del correspondiente a la falla balanceada, lo cual ocurre cuando el área de acero es de:

$$A_{sbal} := \frac{f'_c}{f_y} \frac{6000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \beta_1}{f_y + 6000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} b d = 91.77 \text{ cm}^2$$

Status := if( $A_s > 0.75 A_{sbal}$ , "excede el acero máximo", "OK")

Status = "OK"

### A.3.10 Revisión de la longitud de desarrollo y anclaje del refuerzo longitudinal

La longitud de desarrollo,  $L_d$ , que requiere una barra sujeta a tensión para desarrollar su esfuerzo de fluencia sin presentar problema de anclaje se obtiene multiplicando la longitud de desarrollo básica,  $L_{db}$  por los factores de la tabla 5.1 de las NTC-C del RCDF 2004.

Para barras No 8:  $d_b := 2.54\text{cm}$   $a_s = 5.07\text{ cm}^2$

La separación o recubrimiento de barras es:  $c_{rec} := \min\left(\text{rec}, \frac{1}{2}s_v\right) = 3.00\text{ cm}$

El índice de refuerzo transversal es:  $K_{tr} = \frac{A_{tr} f_y}{100 s n}$

donde :

$A_{tr}$  es el área total de las secciones rectas de todo el refuerzo transversal comprendido en la separación  $s$ , y que cruza el plano potencial de agrietamiento entre las barras que se anclan  $n$  es el número de barras longitudinales en el plano potencial de agrietamiento  $s$  es la máxima separación centro a centro del refuerzo transversal, en una distancia igual a  $L_d$

Por simplicidad del diseño e ignorando la contribución del refuerzo transversal a la longitud de desarrollo, se asume que:

$$K_{tr} := 0$$

Por lo tanto, la longitud de desarrollo básica será:

$$L_{db} := \frac{a_s f_y}{3 (c_{rec} + K_{tr}) \sqrt{f'_c \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}} = 136.52\text{ cm}$$

que debe ser mayor a:  $\frac{0.11 d_b f_y}{\sqrt{f'_c \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}} = 67.75\text{ cm}$

La longitud de desarrollo básica se deberá multiplicar por los siguientes factores ya que el recubrimiento libre de concreto es menor que tres veces el diámetro de la barra, y la separación libre entre barras es menor que seis veces el diámetro de la barra

$$\frac{A_{sreq}}{A_s} = 0.94 \quad 3 d_b = 7.62\text{ cm} \quad 6d_b = 15.24\text{ cm} \quad F_{Ldb} := 1.5$$

La longitud de desarrollo deberá ser, entonces:

$$L_{db} := L_{db} \frac{A_{sreq}}{A_s} \quad F_{Ldb} = 192.13 \text{ cm} \quad \text{a menos que se coloque un gancho estándar}$$

El desarrollo mediante ganchos estándar en tensión de acuerdo con la sección 5.1.2.2 de las NTC-C para barras no. 8 con ganchos a 90°, con recubrimiento lateral (normal al plano del gancho) mayor de 5 cm y recubrimiento paralelo al gancho mayor de 5 cm es:

$$l_{dh} := \frac{.076 f_y}{\sqrt{f'_c \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}} d_b = 46.81 \text{ cm}$$

Dicha longitud de desarrollo puede ser modificada por un factor de 0.8 cuando las barras estén confinadas en toda la longitud de desarrollo con estribos verticales u horizontales separados no más de tres veces el diámetro de la barra no. 8 (7.62 cm). Asumiendo que así será se tiene:

$$l'_{dh} := l_{dh} 0.8 = 37.45 \text{ cm}$$

La longitud del dobléz del gancho debe ser al menos doce veces el diámetro de la barra, es decir:

$$12d_b = 30.48 \text{ cm}$$

### A.3.11 Capacidad de carga asociada con el momento flexionante resistente

Teniendo en cuenta el momento nominal obtenido, las cargas actuantes asociadas con él son:

$$P^* := \frac{M_R}{a_{shear}} = 105.11 \text{ ton}$$

Con objeto de considerar la posible sobrerresistencia del elemento, se recalcula el momento nominal considerando que el esfuerzo que podría desarrollar el refuerzo longitudinal es de  $1.25 f_y$ :

$$M_{R^{**}} := F_{RF} A_s 1.25f_y d (1 - 0.5 q) = 183.95 \text{ ton m}$$

Por lo que las cargas asociadas a este momento flexionante serían de:

$$P^{**} := \frac{M_{R^{**}}}{a_{shear}} = 131.39 \text{ ton}$$

### Diseño por cortante (sección 2.5 de las NTC-C del RCDF 2004)

De acuerdo con la sección 2.5 de las NTC del RCDF, las vigas peraltadas así como las no peraltadas, deben ser diseñadas tomando en cuenta una contribución a la resistencia por cortante tanto del concreto como del refuerzo. En cualquier caso, se debe proveer una cuantía mínima de refuerzo acorde con la sección 2.5.2.2.

### A.3.12 Fuerza cortante que toma el concreto

De acuerdo con 2.5.1.1 y dado que  $L/h$  es menor que 4, y las cargas y reacciones comprimen directamente las caras inferior y superior de la viga,  $V_{CR}$ , será el valor obtenido con la ecuación siguiente:

$$V_{CR} := 0.5 F_{RV} b d \sqrt{f_c^* \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} = 23.42 \text{ ton}$$

La fuerza obtenida con la expresión anterior debe multiplicarse por un factor que toma en cuenta la variación del diagrama de momentos con respecto al de cortante y, hasta cierto punto, la relación de esbeltez del elemento. Dicho factor es:

$$3.5 - 2.5 \frac{M}{V d} > 1.0$$

Donde M y V, son el momento flexionante y la fuerza cortante que actúan en la sección respectivamente. Considerando que la fuerza cortante máxima en el claro es:

$$V_{u1} := 98.76 \text{ ton}$$

Pero si se desprecia el peso propio, se tiene:  $V_u := 97 \text{ ton}$

Analizando 3 secciones transversales para el cálculo del factor que afecta la fuerza cortante que toma el concreto se tiene:

Sección	Distancia al eje del apoyo (m)	M (T-m)	V (Ton)	Calculo	Factor
1	0.2	19.4	97	3.04	3.04
"a/2"	0.7	67.9	97	1.88	1.88
"d"	1.08	104.72	97	1	1

En la tabla anterior, la sección 1, corresponde al paño interior del apoyo, la sección 2 corresponde al centro del claro de cortante "a/2", y la sección 3 corresponde a la ubicada a un peralte "d" del paño del apoyo.

Por lo que la fuerza cortante que toma el concreto para cada una de las secciones anteriores es:

- En la sección 1:  $V_{C_1} := V_{CR} F_{s1} = 71.11 \text{ ton}$
- En la sección 2:  $V_{C_2} := V_{CR} F_{s2} = 44.00 \text{ ton}$
- En la sección 3:  $V_{C_3} := V_{CR} F_{s3} = 23.42 \text{ ton}$

De acuerdo con la sección 2.5.7.1 de las NTC-C del RCDF 2004, se considera que la sección crítica de cortante es aquella situada a la mitad de la distancia a la carga más cercana en vigas con cargas concentradas, medida desde el paño interior del apoyo; es decir, la sección 2. Para dicha sección, la contribución del concreto a la resistencia a fuerza cortante es:

$$i := 2 \quad V_{C_i} = 44.00 \text{ ton}$$

Por otro lado, de acuerdo con la sección 2.5.1, cuando la dimensión transversal "h" de la viga, es mayor que 700 mm, el valor de  $V_{CR}$  deberá multiplicarse por el factor siguiente:

$$\text{Factor}_{2.5.1} := 1 - .0004 (h - 700\text{mm}) \text{ mm}^{-1} = 0.80$$

$$\text{Factor}_{2.5.1} := \text{if}(\text{Factor}_{2.5.1} < 0.8, 0.8, \text{if}(\text{Factor}_{2.5.1} > 1, 1, \text{Factor}_{2.5.1}))$$

De modo que  $V_{CR}$  queda:  $V_{CR} := \text{if}(h < 700\text{mm}, V_{C_i}, V_{C_i} \text{ Factor}_{2.5.1}) = 35.20 \text{ ton}$

Ahora bien,  $V_{CR}$ , no debe ser mayor que:

$$V_{CR\text{max}} := 1.5 F_{RV} b d \sqrt{f'_c \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} = 70.25 \text{ ton}$$

status :=  $\text{if}(V_{CR} \leq V_{CR\text{max}}, \text{"OK"}, \text{"Checar"})$       status = "OK"

En la figura A-6 se muestran las secciones transversales consideradas para el cálculo del factor que afecta la capacidad a cortante del concreto.

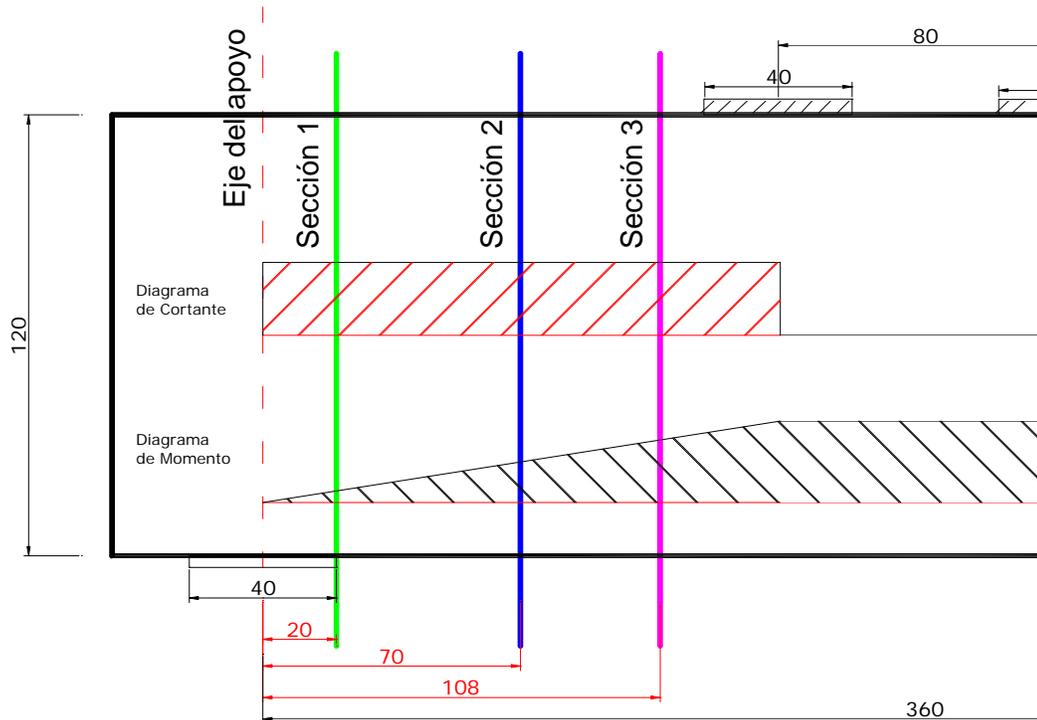


Figura A-7. Secciones transversales analizadas

### A.3.13 Fuerza cortante que toma el refuerzo transversal

De acuerdo con la sección 2.5.2.4, en ningún caso se permitirá que  $V_u$ , sea superior a:

$$V_{u\text{max}} := 2.5 F_{RV} b d \sqrt{f'_c \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} = 117.08 \text{ ton}$$

$$\text{Status} := \text{if}(V_{u1} > V_{u\text{max}}, \text{"Checar"}, \text{"OK"})$$

Status = "OK"

Dado que  $V_{u1}$  es mayor que  $V_{CR}$ , es necesario proporcionar refuerzo transversal

$$\text{Status} := \text{if}(V_{u1} > V_{CR}, \text{"proporcionar estribos para cortante"}, \text{"proporcionar estribos mínimos"})$$

Status = "proporcionar estribos para cortante"

Por lo tanto, el cortante que deberá ser tomado el refuerzo transversal (estribos) será:

$$V_{SR} := V_{u1} - V_{CR} = 63.56 \text{ ton}$$

Dado que los estribos se colocarán a 90° con respecto al eje de la viga y que se proporcionarán estribos cerrados del No 3. (9.5mm):

$$a_v := \frac{\left(\frac{3}{8} \text{ in}\right)^2 \pi}{4} = 0.71 \text{ cm}^2 \qquad A_v := 2 a_v = 1.43 \text{ cm}^2$$

La separación requerida de los estribos estará dada por la siguiente expresión:

$$s_{\text{req}} := \frac{F_{RV} A_v f_y d}{V_{SR}} = 8.13 \text{ cm} \qquad s := 8 \text{ cm}$$

Si se colocan estribos no. 3 con una separación de 8 cm, la capacidad a cortante proporcionada por el refuerzo transversal, sería de:

$$V_S := \frac{F_{RV} A_v f_y d}{s} = 64.62 \text{ ton} \qquad V_{CR} = 35.20 \text{ ton}$$

Y de este modo, la capacidad a cortante de la viga sería de:

$$V_{R\text{tot}} := V_{CR} + V_S = 99.82 \text{ ton}$$

$$\frac{V_{R\text{tot}}}{V_{u1}} = 101.07 \%$$

La separación máxima de estribos de acuerdo con la sección 2.5.2.3 será:

$$S_{\text{max1}} := \text{if}\left(V_{u1} > 1.5 F_{RV} b d \sqrt{f_c^* \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}, 0.25 d, 0.5 d\right) = 26.99 \text{ cm}$$

$$\text{Status} := \text{if}(S_{\text{max1}} > s, \text{"OK"}, \text{"Checar"})$$

Status = "OK"

### A.3.14 Revisión de requisitos de refuerzo en las caras laterales

Las secciones 5.7 y 2.5.8 establecen la colocación de refuerzo horizontal adicional en las paredes verticales del elemento colocadas con una separación máxima de 350 mm. Por otra parte, la cuantía de refuerzo por temperatura debe ser mayor o igual a 0.002 en elementos protegidos de la intemperie.

$$\rho_t := .002 \quad \text{Proponiendo una separación horizontal de 20 cm:} \quad s_h := 20\text{cm}$$

$$A_{st} := \rho_t b s_h = 1.40 \text{ cm}^2$$

$$\text{Utilizando barras \#3} \quad a_{sh} := \left(\frac{3 \text{ in}}{8}\right)^2 \frac{\pi}{4} = 0.71 \text{ cm}^2$$

$$\text{Proveyendo este refuerzo en las dos caras verticales de la viga:} \quad A_{sh} := 2 a_{sh}$$

El porcentaje de refuerzo horizontal resulta:

$$\rho_h := \frac{A_{sh}}{b s_h} \quad \rho_h = 0.0020$$

$$\text{Status} := \text{if}(\rho_h \geq \rho_t, \text{"OK"}, \text{"Checar"})$$

Status = "OK"

El refuerzo de la viga será proporcionado mediante 8 barras no. 8 para momento flexionante (positivo), y estribos verticales no. 3 a cada 8 cm. Adicionalmente se colocarán barras horizontales no. 3 a cada 20 cm como refuerzo por temperatura en las caras verticales de la viga y el refuerzo mínimo por flexión negativa en la zona a compresión de la misma mediante 3 barras no. 8.

### A.3.15 Revisión del espécimen como viga diafragma (con fines comparativos)

A continuación se hace una revisión del espécimen considerándolo como viga diafragma conforme a la sección 2.5.7.1 de las NTC-C del RCDF 2004. La sección crítica por cortante se consideraría ubicada a la mitad de la distancia entre la carga más cercana al paño del apoyo y dicho paño, por tratarse de cargas concentradas que comprimen directamente dos caras opuestas de la viga. Sin embargo la ubicación de la sección crítica no se supondrá a más de un peralte efectivo del paño del apoyo.

$$sec_{crt} := \frac{a_{shear}}{2} = 70.00 \text{ cm} \quad sec_{crtmax} := d = 107.96 \text{ cm}$$

$$\text{Status} := \text{if}(sec_{crt} < sec_{crtmax}, \text{"OK"}, \text{"Checar"})$$

Status = "OK"

### A.3.16 Contribución del refuerzo transversal a cortante

De acuerdo con la sección 2.5.7.3, el refuerzo que se determine en la sección crítica antes definida, se usará en todo el claro de cortante y, dado que  $V_u$  es mayor que  $V_{CR}$ , la diferencia se deberá aportar mediante refuerzo horizontal y vertical adicional.

La contribución del refuerzo vertical, propuesto a base de barras no. 3 con una separación de  $s_{vt} := 8$  cm, como se obtuvo para los estribos en el diseño de la viga como elemento esbelto, sería:

$$\text{Tamaño de estribos:} \quad \#_{estr.v} := \frac{3}{8} \text{ in} \quad a_{vv} := \frac{(\#_{estr.v})^2 \pi}{4} \quad A_{v.v} := 2 a_{vv} = 1.43 \text{ cm}^2$$

$$V_{SRV} := 0.083 F_{RV} f_y d A_{v,v} \frac{1 + \frac{l_{clear}}{d}}{s_{vt}} = 23.25 \text{ ton}$$

Proponiendo que el refuerzo horizontal tenga el mismo tamaño y separación ( $s_{ht} := 8\text{cm}$ ) que el refuerzo vertical, la contribución de dicho refuerzo sería:

$$a_{vh} := a_{vv} \qquad A_{vh} := 2 a_{vh} = 1.43 \text{ cm}^2$$

$$V_{SRh} := 0.083 F_{RV} f_y d A_{vh} \frac{1 + \frac{l_{clear}}{d}}{s_{ht}} = 41.11 \text{ ton}$$

Así, la capacidad de la viga a cortante es:

$$V_R := V_{CR} + V_{SRV} + V_{SRh} = 99.56 \text{ ton} \qquad \frac{V_R}{V_{u1}} = 100.81 \%$$

Sin embargo, la sección 2.5.7.4, especifica que la fuerza cortante máxima  $V_u$  que puede resistir una viga diafragma no puede ser mayor que:

$$V_{umax2} := 2 F_{RV} b d \sqrt{f_c^* \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} = 93.66 \text{ ton}$$

$$\text{Status} := \text{if}(V_{u1} > V_{umax2}, \text{"Checar"}, \text{"OK"}) \qquad \text{Status} = \text{"Checar"}$$

Se observa que la sección transversal propuesta, independientemente del refuerzo por cortante que se proporcione, no sería adecuada para las solicitaciones de diseño, si se le considera una viga diafragma.

### A.3.17 Revisión de requisitos de anclaje y de distribución de refuerzo para vigas diafragma

Además, de acuerdo con la sección 6.1.4.1, para vigas peraltadas de un claro, el refuerzo que se determine; debe colocarse recto y sin reducción en todo el claro y debe anclarse en las zonas de apoyo de modo que sea capaz de desarrollar, en los paños de los apoyos, el 80% de su esfuerzo de fluencia, y debe estar uniformemente distribuido en una altura igual a:

$$\left( 0.2 - 0.05 \frac{l_{clear} - l_p}{h} \right) h = 8.00 \text{ cm}$$

Notese que la distancia en la que se debe distribuir el refuerzo de tensión es pequeña. Las distancias requeridas por otros métodos de diseño son mucho mayores.

### A.3.18 Revisión de zonas próximas a los apoyos

Las zonas próximas a los apoyos se dimensionarán conforme a la sección 6.1.4.4, que permite calcular las reacciones en los apoyos suponiendo que la viga es un elemento esbelto y únicamente aumentando en 10 % el valor de dichas reacciones. Por tanto:

$$\text{Reacc} := 1.1 P_u = 106.70 \text{ ton}$$

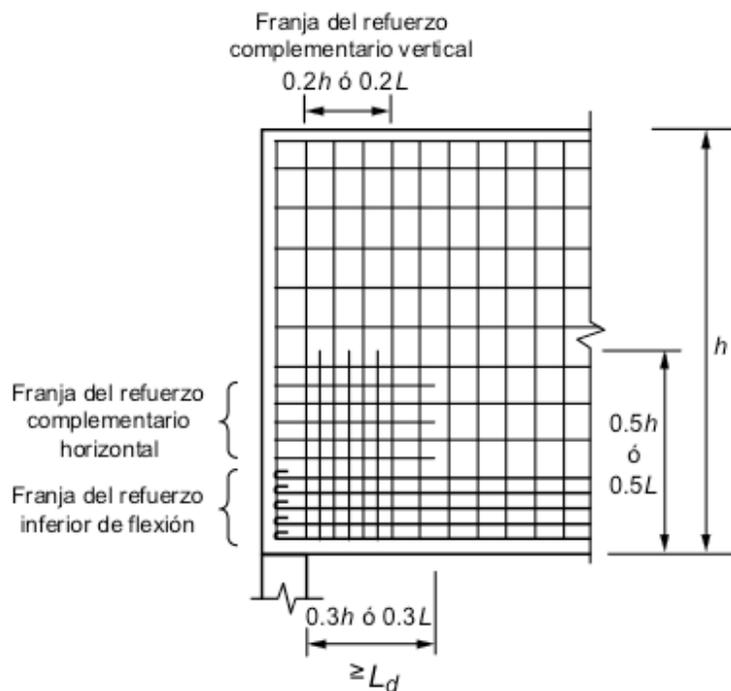
Cuando las reacciones comprimen directamente la cara inferior de la viga, el esfuerzo de contacto con el apoyo no debe exceder el esfuerzo por aplastamiento especificado en la sección 2.4 de las NTC-C del RCDF 2004 que se determina mediante:

$$\sigma_{\text{aplast}} := F_{\text{Raplst}} f'_c = 168.00 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Recordando que las dimensiones de la placa de apoyo son  $l_p = 40.00$  cm y  $b = 35.00$  cm, el esfuerzo por aplastamiento sería:

$$\sigma_{\text{ap}} := \frac{\text{Reacc}}{l_p b} = 76.21 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{status} := \text{if}(\sigma_{\text{ap}} \leq \sigma_{\text{aplast}}, \text{"OK"}, \text{"Checar"}) \quad \text{status} = \text{"OK"}$$

Además, si la viga no está atiesada sobre los apoyos y las reacciones comprimen directamente su cara inferior, se deben colocar barras de refuerzo verticales y horizontales complementarias en zonas próximas a los apoyos. Dichas barras se colocarán en cada una de las mallas de refuerzo para fuerza cortante y tendrán el mismo diámetro que dicho refuerzo, de modo que la separación de las barras en esas zonas sea la mitad que en el resto de la viga (figura A-8). Estos requisitos conducirían a que el refuerzo necesario para satisfacer las NTC-C sea aún más denso que el determinado en secciones anteriores cuando se considero al espécimen como elemento esbelto.



**Figura A-8 -- Refuerzo complementario en la zona de apoyo de una viga diafragma no atiesada (modificado de NTC-C del RCDF 2004)**

### **A.3.19 Comentarios**

Al diseñar el espécimen mediante las NTC-C del RCDF 2004, la viga no se clasifica como viga diafragma, y ésta se puede diseñar como elemento esbelto a flexión. Si se proporciona el refuerzo por cortante determinado mediante el modelo de puntales y tensores MPT 1, la viga estaría subreforzada para fuerza cortante en un 70% aproximadamente. Note que el diseño de la viga mediante las NTC-C requiere de estribos no. 3 a una separación de 8 cm en lugar estribos del mismo diámetro a una separación de 15 cm como se obtuvo para el modelo MPT 1.

Por otro lado, si el espécimen se asume como viga diafragma, la capacidad a cortante del mismo se ve limitado a 92 ton por la restricción de la sección 2.5.7.4 y, por tanto, no sería capaz de resistir las cargas externas impuestas. Además, las especificaciones para vigas diafragama de las NTC-C requieren que las zonas aledañas a los apoyos se refuercen adicionalmente, por lo que la cuantía de refuerzo necesario para cumplir con las NTC-C es aún mayor.

Note que las NTC-C no tienen restricciones para la colocación del acero longitudinal a tensión en elementos esbeltos. Sin embargo, si el espécimen se considera como viga diafragma, la fraja de distribución de dicho refuerzo debe ser de 8 cm.

## A.4 Diseño de espécimen de prueba de Concreto reforzado con fibras -- Modelo MPT 1. conforme al Apéndice A del (ACI 318-11 modificado por el uso de fibras)

### A.4.1 Propiedades de materiales y definición de unidades y constantes utilizadas en el diseño:

$$\text{ton} := 1000\text{kg} \quad \text{psi} := \frac{\text{lb}}{\text{in}^2} \quad \text{ksi} := 70.31 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad 1000\text{psi} = 70.31 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{Resistencia a la compresión del concreto} \quad f_c := 300 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{Masa volumétrica del concreto} \quad w_c := 2400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\text{Esfuerzo de fluencia de refuerzo longitudinal} \quad f_y := 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{Esfuerzo de fluencia de refuerzo transversal} \quad f_{yt} := 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{Módulo de elasticidad del refuerzo longitudinal y transversal} \quad E_s := 2100000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{Deformación de fluencia del refuerzo longitudinal} \quad \epsilon_y := \frac{f_y}{E_s} \quad \epsilon_y = 0.002$$

### A.4.2 Factores de carga y de reducción:

$$\text{Factor de carga viva} \quad \gamma_{LL} := 1$$

$$\text{Factor de carga muerta} \quad \gamma_{DL} := 1$$

$$\text{Factor de reducción por cortante} \quad \phi_s := 0.75$$

$$\text{Factor de reducción por flexión} \quad \phi_f := 0.90$$

$$\text{Factor de reducción para modelo puntal-tensor} \quad \phi := 0.75 \text{ (zonas nodales) Sección 9.3.2.6}$$

Factor de profundidad del bloque de compresión

$$\beta_1 := \text{if} \left( f_c \leq 4000 \cdot \text{psi}, 0.85, \text{if} \left( f_c > 8000 \cdot \text{psi}, 0.65, 1.05 - 0.05 \cdot \frac{f_c}{1000 \cdot \text{psi}} \right) \right)$$

$$\beta_1 = 0.84$$

### A.4.3 Propiedades de la sección

Longitud	$L := 4.42\text{m}$	
Ancho	$b := 35\text{cm}$	
Peralte	$h := 120\text{cm}$	
Claro de cortante	$a_{\text{shear}} := 140\text{cm}$	
Longitud de placas de apoyo	$l_p := 40\text{cm}$	
Posición de placas a partir de paños	$d_{lp} := 21\text{cm}$	
Claro Libre	$l_{\text{clear}} := L - 2\left(\frac{l_p}{2} + d_{lp}\right)$	$l_{\text{clear}} = 360 \cdot \text{cm}$
Volumen	$\text{Vol} := b \cdot h \cdot L$	$\text{Vol} = 1.86 \cdot \text{m}^3$
Peso	$W := w_c \cdot \text{Vol}$	$W = 4.46 \cdot \text{ton}$

### A.4.4 Recubrimiento

Criterio ACI 318-11. La sección 7.7 del ACI318-11 (*American Concrete Institute, 2011*) establece que para vigas y columnas de concreto no expuestas a condiciones ambientales severas o en contacto con la tierra, el recubrimiento mínimo de concreto es de 1½ plg. (50.8 mm).

Se empleará un recubrimiento de 5.55 cm, medido entre la superficie de concreto y la rama transversal de los estribos; que supone que el refuerzo transversal se proporcionará mediante barras no. 3. Por lo que el recubrimiento libre del refuerzo longitudinal será de 6.5cm

$$\text{rec} := 6.5\text{cm} \quad \text{rec}_{\text{libre}} := \text{rec} - \frac{3}{8}\text{in} = 5.55 \cdot \text{cm}$$

### A.4.5 Distancias horizontal y vertical libres entre barras

Criterio ACI. La sección 7.6 del ACI318-11 establece que la distancia libre mínima entre barras de un mismo lecho es la mayor entre  $d_b$  y 1 plg. (25.4 mm); la distancia libre mínima entre lechos paralelos es 1 plg. (25.4 mm).

Para este caso, la separación de los lechos estará determinada por los requerimientos geométricos de los puntales, tensores o zonas nodales como se verá más adelante.

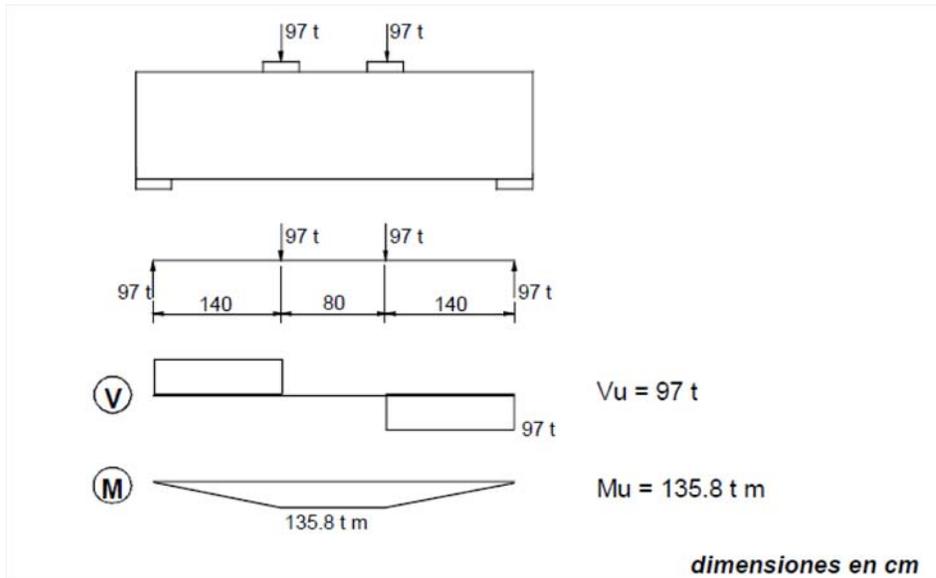
La separación vertical de los lechos de refuerzo por flexión se propone de 9cm.

$$s_v := 9\text{cm}$$

### A.4.6 Cargas de diseño

- Cargas puntuales  $P := 97\text{ton}$   
 $P_u := \gamma_{LL} \cdot P$   $P_u = 97.00 \cdot \text{ton}$
- Uniforme por p.p.  $\omega := \frac{W}{L}$   $\omega = 1008.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}}$   
 $\omega_u := \gamma_{DL} \cdot \omega$   $\omega_u = 1008.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}}$

A partir de las cargas de diseño, los elementos mecánicos que se presentan en la viga son los de la figura A-2.



**Figura A-2. Diagrama de cortante y de momento flexionante para la viga**

### Diseño por Flexión (ACI 318-11 Capítulo 10)

Cálculo de los momentos máximos que se presentan en el tercio central del claro

- Por cargas vivas:  $M_{LL} := P \cdot a_{\text{shear}}$   $M_{LL} = 135.80 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$
- Por peso propio:  $M_{DL} := \frac{\omega \cdot l_{\text{clear}}^2}{8}$   $M_{DL} = 1.63 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$   $\frac{M_{DL}}{M_{LL}} = 1.20 \cdot \%$

$$M_{u1} := \gamma_{LL} \cdot M_{LL} + \gamma_{DL} \cdot M_{DL} \quad M_{u1} = 137.43 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$$

Considerando que el momento flexionante asociado con el peso propio es sólo el 1.2% del asociado con las cargas vivas, se desprecia el peso propio:

$$M_u := M_{LL} = 135.80 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$$

#### A.4.7 Relación claro libre a peralte. Criterio ACI 10.7.1

De acuerdo con la sección 10.7.1 del ACI-318-11. Una viga peraltada es aquella cargada en una cara y apoyada en la cara opuesta, de modo que se pueden desarrollar puntales de compresión entre las cargas y los apoyos y tienen además:

- un claro libre,  $l_n$  igual o menor que 4 veces el peralte del elemento o
- regiones con cargas concentradas dentro de una distancia  $2h$  desde la cara del apoyo

En el diseño de vigas diafragma no son aplicables las hipótesis generales del diseño por flexión.

$$l_n := L - 2 \cdot (l_p + dlp) \quad l_n = 3.20 \cdot \text{m} \quad \frac{l_n}{h} = 2.67$$

Status := if( $l_n \leq 4 \cdot h$ , "Viga Peraltada", "Miembro esbelto a flexión") = "Viga Peraltada"

Por lo que este elemento se clasifica como:

Status = "Viga Peraltada"

Asumiendo 2 capas de refuerzo longitudinal por flexión mediante barras no. 8 y refuerzo transversal mediante barras no. 3, el centroide del acero de refuerzo a tensión se puede calcular a partir de la suma del recubrimiento libre, el diámetro del refuerzo transversal, el diámetro del refuerzo longitudinal y la mitad de la separación libre entre lechos del refuerzo longitudinal como sigue:

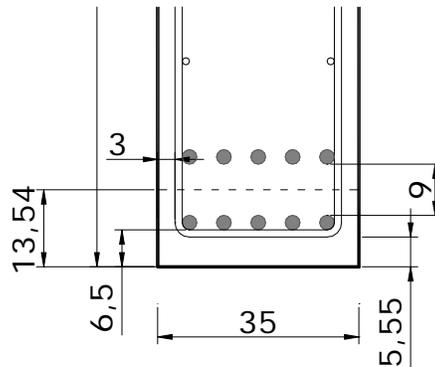
$$y_{st} := \text{rec} + 1\text{in} + \frac{1}{2}s_v = 13.54 \cdot \text{cm}$$

El peralte efectivo de la sección es:

$$d := [h - (y_{st})]$$

$$d = 106.46 \cdot \text{cm}$$

La figura A-3 presenta el detalle de la ubicación del refuerzo longitudinal por flexión.



**Figura A-3. Detalle de la ubicación del refuerzo longitudinal por flexión**

#### A.4.8 Momento resistente

Partiendo del principio de diseño por capacidad, el momento actuante debe ser menor o igual que el momento nominal resistente (sección R9.1 del ACI 318-11):

$$M_u \leq \phi M_n$$

Y el momento nominal resistente se puede calcular como sigue:

$$M_n = A_s \cdot f_y \cdot \left( d - \frac{a}{2} \right) \quad \text{donde } a, \text{ se refiere a la profundidad del bloque de compresión.}$$

Asumiendo que la profundidad del bloque equivalente de esfuerzos es 1/4 del peralte efectivo.

$$a_{\text{assum}} := 0.25 \cdot d$$

$$a_{\text{assum}} = 26.61 \cdot \text{cm}$$

El área de refuerzo longitudinal requerida resulta:

$$A_{s\text{req}} := \frac{M_u}{\phi_f \cdot f_y \cdot \left( d - \frac{a_{\text{assum}}}{2} \right)} \quad A_{s\text{req}} = 38.57 \cdot \text{cm}^2$$

Usando barras no. 8 para proporcionar el área requerida de acero de refuerzo:

$$a_s := \frac{(2.54\text{cm})^2 \cdot \pi}{4} = 5.07 \cdot \text{cm}^2$$

El número de barras necesarias será:

$$n_{\text{bars}} := \frac{A_{\text{sreq}}}{a_s} \quad n_{\text{bars}} = 7.61$$

Utilizando 8 barras del No 8:  $A_s := 8 \cdot a_s$   $A_s = 40.54 \cdot \text{cm}^2$

Revisando la profundidad del bloque de esfuerzos propuesta inicialmente:

$$a := \frac{A_s \cdot f_y}{0.85 \cdot f_c \cdot b} \quad a = 19.08 \cdot \text{cm}$$

$$c := \frac{a}{\beta_1} \quad c = 22.80 \cdot \text{cm}$$

La deformación correspondiente en el acero a tensión será:

$$\epsilon_s := 0.003 \cdot \left( \frac{d - c}{c} \right) \quad \epsilon_s = 0.011$$

Status := if( $\epsilon_s > \epsilon_y$ , "refuerzo de tensión fluyendo", "refuerzo de tensión no fluyendo")

Status = "refuerzo de tensión fluyendo"

La cuantía de refuerzo longitudinal resulta:  $\rho_l := \frac{A_s}{b \cdot d}$   $\rho_l = 0.011$

Por lo que el Momento resistente nominal será:

$$M_n := A_s \cdot f_y \cdot \left( d - \frac{a}{2} \right) \quad M_n = 165.01 \cdot \text{ton} \cdot \text{m} \quad M_u = 135.80 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$$

$$\phi_f \cdot M_n = 148.51 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$$

$$\text{Status} := \text{if}(\phi_f \cdot M_n > M_u, \text{"O.K."}, \text{"Check"}) \quad \frac{\phi_f \cdot M_n}{M_u} = 1.09$$

Status = "O.K."

#### A.4.9 Revisión de cuantías mínimas y máximas de refuerzo longitudinal

De acuerdo con la sección ACI 10.5.1, los Límites de refuerzo mínimo son:

$$A_{\text{smin1}} := \frac{3\sqrt{f_c \cdot \text{psi}}}{f_y} \cdot b \cdot d \quad A_{\text{smin1}} = 12.22 \cdot \text{cm}^2 \quad \frac{A_{\text{smin1}}}{b \cdot d} = 0.0033$$

$$A_{\text{smin2}} := \frac{200 \cdot \text{psi} \cdot b \cdot d}{f_y} \quad A_{\text{smin2}} = 12.47 \cdot \text{cm}^2 \quad \frac{A_{\text{smin2}}}{b \cdot d} = 0.0033$$

$$A_{\text{smin}} := \max(A_{\text{smin1}}, A_{\text{smin2}})$$

Status := if( $A_s > A_{\text{smin}}$ , "O.K.", "Check") Status = "O.K."

Si el refuerzo longitudinal mínimo se proporciona mediante barras no. 8:

$$n_{\text{bars}} := \frac{A_{\text{smin}}}{a_s} \qquad n_{\text{bars}} = 2.46$$

Por lo tanto, se colocarán 3 barras no. 8 como refuerzo longitudinal mínimo en la zona de compresión de la viga.

#### A.4.10 Revisión de la longitud de desarrollo y anclaje del refuerzo longitudinal (Sección ACI 12.11)

La longitud de desarrollo  $l_d$  que requiere una barra sujeta a tensión para desarrollar su esfuerzo de fluencia sin presentar problema de anclaje se obtiene como se indica en la sección 12.11.3 y 12.2.2 del ACI-318.

Para barras No 8:

diámetro de la barra:  $d_b := 2.54\text{cm}$

$$l_d := \frac{f_y}{5.3 \cdot \sqrt{f_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}} \cdot d_b = 116.21 \cdot \text{cm} \qquad \text{a menos que se coloque un gancho estándar}$$

El desarrollo mediante ganchos estándar en tensión conforme a la sección 12.5 del ACI 318-11 para barras No 8 con ganchos a 90°, con recubrimiento lateral (nomal al plano del gancho) mayor de 2.5in y mayor de 2in (paralelo al gancho) se debe proporcionar con:

$$l_{\text{dh}} := \frac{0.7 \cdot .075 \cdot f_y}{\sqrt{f_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}} \cdot d_b = 32.34 \cdot \text{cm}$$

Además, la longitud del dobléz del gancho debe ser al menos doce veces el diámetro de la barra, es decir:

$$12d_b = 30.48 \cdot \text{cm}$$

#### A.4.11 Capacidad de carga asociada con el momento flexionante resistente

Teniendo en cuenta, el momento nominal obtenido, las cargas actuantes asociadas a este momento flexionante son de:

$$P^* := \frac{\phi_f \cdot M_n}{a_{\text{shear}}} = 106.08 \cdot \text{ton}$$

Con objeto de considerar la posible sobrerresistencia del elemento, se recalcula el momento nominal considerando que el esfuerzo que puede desarrollar el refuerzo longitudinal es de  $1.25 f_y$ :

$$M_{n^{**}} := \phi_f \cdot A_s \cdot 1.25f_y \cdot \left( d - \frac{a}{2} \right) = 185.64 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$$

Y las cargas asociadas a este momento flexionante serían de:

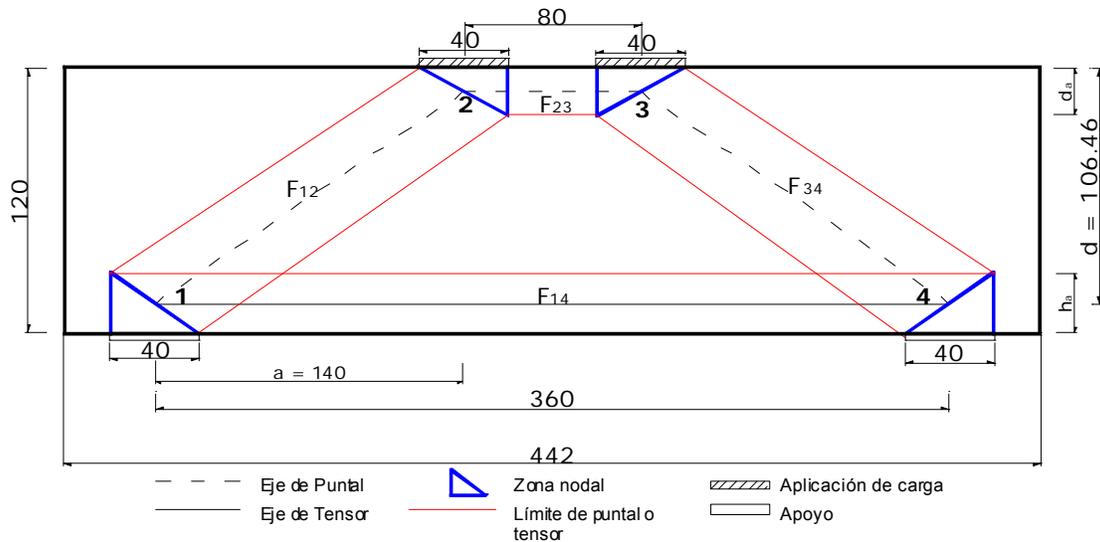
$$P^{**} := \frac{M_{n^{**}}}{a_{\text{shear}}} = 132.60 \cdot \text{ton}$$

## Diseño por cortante (Apendice A) del ACI 318-11

De acuerdo con la sección 11.7 del ACI 318-11, Las vigas peraltadas deben ser diseñadas tomando en cuenta una distribución de deformaciones no lineal o mediante el apéndice A, del mismo reglamento ACI-318 referente al modelo de puntales y tensores. En cualquier caso, se debe proveer una mínima distribución de refuerzo acorde con la sección 11.7.4

### A.4.12 Geometría del modelo de Puntales y tensores (Modelo 1)

Para el diseño por cortante de vigas peraltadas, el ACI318-11, establece como válido emplear el modelo de puntales y tensores. En este caso, el modelo a utilizar es el siguiente:



**Figura A-4 -- Modelo de Puntales y Tensores (1) empleado para diseño**

Primeramente se debe cumplir con la disociación del ACI sección 11.7.3, que indica que una viga peraltada debe ser proporcionada de modo que  $V_u$ , sea menor que:

$$\phi \cdot 2.65 \sqrt{f_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} \cdot b \cdot d = 128.27 \cdot \text{ton} \quad \text{y dado que } V_u \text{ es de } 97 \text{ Ton, la viga es adecuada.}$$

Consecuentemente, procediendo con el diseño por MPT: Empleando la ubicación del refuerzo longitudinal calculado por flexión y asumiendo que  $d_a$  es 1/5 del peralte efectivo:

$$d_a := 0.20 \cdot d \quad d_a = 21.29 \cdot \text{cm}$$

De un recálculo, (referente a la revisión de la cara vertical del nodo 2), se sabe que:

$$d_a := 21.60 \text{cm} \quad \text{Por lo que la recomendación de asumir que } d_a \text{ es } 1/5 \text{ del peralte efectivo es adecuada}$$

Así para calcular el ángulo de inclinación del puntal principal " $\alpha$ " y el brazo de palanca entre el puntal de la cuerda superior y el tensor de la cuerda inferior "z" tenemos:

$$\alpha := \text{atan} \left( \frac{d - \frac{d_a}{2}}{a_{\text{shear}}} \right) \quad \alpha = 34.34 \cdot ^\circ \quad z := d - \frac{d_a}{2} = 95.66 \cdot \text{cm}$$

$$a_{\text{shear}} = 140.00 \cdot \text{cm}$$

Status := if( $\alpha > 25 \cdot ^\circ$ , "O.K.", "Check")

Status = "O.K."

(El ángulo de inclinación del puntal no debe ser mayor de  $25^\circ$  (ACI 318-11))

#### A.4.13 Cálculo de las fuerzas en los elementos del MPT

Resolviendo la armadura por equilibrio, resulta:

$$P_T := P_u + \frac{\omega_u \cdot l_{\text{clear}}}{2} = 98.81 \cdot \text{ton} \quad F_{12} := \frac{P_T}{\sin(\alpha)} \quad F_{14} := \frac{P_T}{\tan(\alpha)} \quad P_u = 97.00 \cdot \text{ton}$$

$$l_{\text{clear}} = 3.60 \cdot \text{m} \quad F_{12} = 175.15 \cdot \text{ton} \quad F_{14} = 144.62 \cdot \text{ton}$$

$$F_{23} := F_{14} \quad F_{34} := F_{12} \quad \alpha = 34.34 \cdot ^\circ$$

La nomenclatura de las fuerzas de los elementos del MPT corresponden con los nodos a los que conectan. (Ver figura A-4)

#### A.4.14 Geometría de los nodos

De acuerdo con la Sección A.5 del Apéndice A del ACI 318-11, la resistencia nominal de las zonas nodales  $F_{nn}$  debe ser:

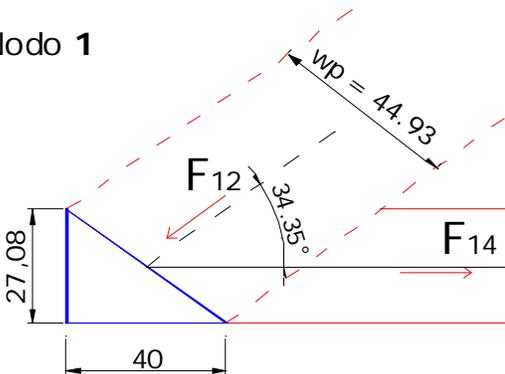
$$F_{nn} = f_{ce} \cdot A_{nz}$$

Donde  $f_{ce}$  es la resistencia efectiva a la compresión del concreto en una zona nodal, como se da en A.5.2 y  $A_{nz}$  es la menor de:

- el área de la cara de una zona nodal en donde actúa  $F_u$ , tomada en forma perpendicular a la línea de acción de  $F_u$  o
- el área de una sección a través de la zona nodal, tomada en forma perpendicular a la línea de acción de la fuerza resultante en la sección.

#### A.4.15 Revisión de los nodos del MPT

Nodo 1



**Nodo 1. Cara Vertical**

**NOTA:** El factor  $\beta$  de las expresiones del cálculo del esfuerzo de compresión efectivo en zonas nodales y tensores se emplea con el objetivo de "tomar en cuenta el efecto del agrietamiento y el confinamiento del refuerzo sobre la resistencia a compresión efectiva en un elemento del MPT". Por lo que **para un diseño de vigas peraltadas reforzada con fibras de acero, se propone modificar el valor de estos factores como se describió en el capítulo 5 de este trabajo**

De acuerdo con la tabla 5.6 del capítulo 5 de este trabajo: En zonas nodales que anclan un tensor  $\beta_n^* = 0.97$ , y el esfuerzo de compresión efectivo  $f_{ce}$  esta dado por:

$$\beta_n := 0.97$$

$$f_{ce} := 0.85 \cdot \beta_n \cdot f_c \quad f_{ce} = 247.35 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \phi \cdot f_{ce} = 185.51 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$A_{\text{req}} := \frac{F_{14}}{\phi \cdot f_{ce}} \quad A_{\text{req}} = 779.55 \cdot \text{cm}^2$$

$$h_{\text{areq}} := \frac{A_{\text{req}}}{b} \quad h_{\text{areq}} = 22.27 \cdot \text{cm} \quad b = 35.00 \cdot \text{cm}$$

$$h_a := 2 \cdot (y_{\text{st}}) \quad h_a = 27.08 \cdot \text{cm} \quad y_{\text{st}} = 13.54 \cdot \text{cm}$$

$$\text{Status} := \text{if}(h_a > h_{\text{areq}}, \text{"O.K."}, \text{"Check"})$$

$$\text{Status} = \text{"O.K."} \quad \frac{h_a}{h_{\text{areq}}} = 1.22$$

### Nodo 1. Cara de apoyo

$$l_p = 40.00 \cdot \text{cm} \quad f_{cu} := 0.85 \cdot \beta_n \cdot f_c \quad f_{cu} = 247.35 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$A_{c1h} := b \cdot l_p \quad A_{c1h} = 1400.00 \cdot \text{cm}^2$$

$$F_{n1} := f_{cu} \cdot A_{c1h} \quad F_{n1} = 346.29 \cdot \text{ton} \quad \phi \cdot F_{n1} = 259.72 \cdot \text{ton}$$

$$\text{Status} := \text{if}(\phi \cdot F_{n1} > P_T, \text{"O.K."}, \text{"Check"})$$

$$\text{Status} = \text{"O.K."} \quad \frac{\phi \cdot F_{n1}}{P_T} = 2.63$$

### Nodo 1. Cara del puntal

Área de la cara (de acuerdo con la figura 2.7 adaptada del (ACI 318-11):

$$A_{c1i} := b \cdot (h_a \cdot \cos(\alpha) + l_p \cdot \sin(\alpha)) \quad A_{c1i} = 1572.39 \cdot \text{cm}^2$$

$$\alpha = 34.34 \cdot ^\circ \quad w_p := h_a \cdot \cos(\alpha) + l_p \cdot \sin(\alpha) = 44.93 \cdot \text{cm}$$

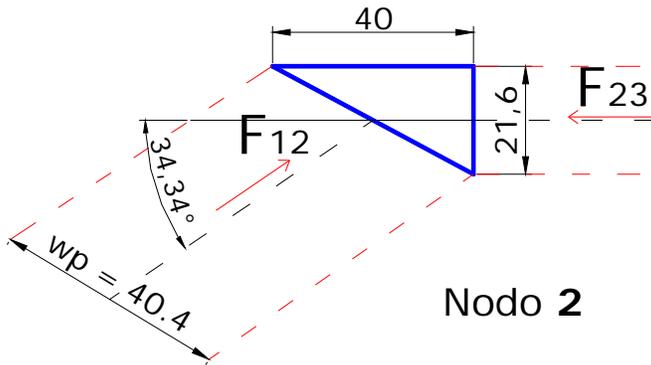
$$h_a = 27.08 \cdot \text{cm} \quad F_{n1} := f_{cu} \cdot A_{c1i} \quad F_{n1} = 388.93 \cdot \text{ton}$$

$$l_p = 40.00 \cdot \text{cm} \quad h_a = 27.08 \cdot \text{cm} \quad \phi \cdot F_{n1} = 291.70 \cdot \text{ton}$$

$$F_{12} = 175.15 \cdot \text{ton} \quad \text{Status} := \text{if}(\phi \cdot F_{n1} > F_{12}, \text{"O.K."}, \text{"Check"})$$

$$\text{Status} = \text{"O.K."} \quad \frac{\phi \cdot F_{n1}}{F_{12}} = 1.67$$

## Nodo 2



### Nodo 2. cara de apoyo

Tabla 5.6: En zonas nodales limitadas porpuntales y/o áreas de apoyo  $\beta_n = 1.2$

$$\beta_n := 1.20 \quad f_{cu} := 0.85 \cdot \beta_n \cdot f_c \quad f_{cu} = 306.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$A_{c2h} := b \cdot lp \quad A_{c2h} = 1400.00 \cdot \text{cm}^2$$

$$F_{n2} := f_{cu} \cdot A_{c2h} \quad F_{n2} = 428.40 \cdot \text{ton}$$

$$\phi \cdot F_{n2} = 321.30 \cdot \text{ton}$$

$$\text{Status} := \text{if}(\phi \cdot F_{n2} > P_u, \text{"O.K."}, \text{"Check"}) \quad \text{Status} = \text{"O.K."} \quad \frac{\phi \cdot F_{n2}}{P_u} = 3.31$$

### Nodo 2. Cara del puntal inclinado

De acuerdo con RA.1.5 la geometría de la cara del puntal esta dada por:

$$d_a = 21.60 \cdot \text{cm} \quad d_a \cdot \cos(\alpha) = 17.83 \cdot \text{cm}$$

$$lp = 40.00 \cdot \text{cm} \quad lp \cdot \sin(\alpha) = 22.57 \cdot \text{cm}$$

$$(d_a \cdot \cos(\alpha) + lp \cdot \sin(\alpha)) = 40.40 \cdot \text{cm}$$

$$A_{c2i} := b \cdot (d_a \cdot \cos(\alpha) + lp \cdot \sin(\alpha)) \quad A_{c2i} = 1414.03 \cdot \text{cm}^2$$

$$F_{n2} := f_{cu} \cdot A_{c2i} \quad F_{n2} = 432.69 \cdot \text{ton}$$

$$\phi \cdot F_{n2} = 324.52 \cdot \text{ton} \quad \frac{\phi \cdot F_{n2}}{F_{12}} = 1.85$$

$$\text{Status} := \text{if}(\phi \cdot F_{n2} > F_{12}, \text{"O.K."}, \text{"Check"}) \quad \text{Status} = \text{"O.K."}$$

### Nodo 2 cara del puntal (cuerda superior)

El área del nodo en la cara que da al puntal  $F_{23}$ , es:

$$A_{c3} := d_a \cdot b = 756.00 \cdot \text{cm}^2 \quad F_{23} = 144.62 \cdot \text{ton}$$

$$f_{cu} := 0.85 \cdot \beta_n \cdot f_c \quad f_{cu} = 306.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{n3} := f_{cu} \cdot A_{c3} \quad F_{n3} = 231.34 \cdot \text{ton} \quad \phi \cdot F_{n3} = 173.50 \cdot \text{ton}$$

$$\text{Status} := \text{if}(\phi \cdot F_{n3} > F_{23}, \text{"O.K."}, \text{"Check"}) \quad F_{23} = 144.62 \cdot \text{ton}$$

$$\text{Status} = \text{"O.K."} \quad \frac{\phi \cdot F_{n3}}{F_{23}} = 1.20$$

#### A.4.16 Esfuerzos en puntales

De acuerdo con la sección A.3.1. del ACI 318-11, la resistencia nominal a la compresión de un puntal sin refuerzo longitudinal,  $F_{ns}$ , debe tomarse como el menor valor de

$$F_{ns} = f_{ce} \cdot A_{cs} \quad \text{En los dos extremos del puntal, donde } A_{cs} \text{ es el área de la sección transversal en un extremo del puntal}$$

#### Puntal 1-2 (puntal inclinado)

Se revisará el área más pequeña de los dos extremos del puntal para asegurar que pasen ambas

$$A_{c12} := \min(A_{c1i}, A_{c2i}) \quad A_{c12} = 1414.03 \cdot \text{cm}^2$$

Para concreto de peso normal:  $\lambda := 1.0$  de acuerdo con la sección 8.6.1 del ACI 318-11

Asumiendo que se trata de un PUNTAL EN FORMA DE BOTELLA, en los que el ancho de la sección media del puntal es mayor que el ancho en los nodos como lo indica la sección A.3.2.2 b) y asumiendo que no se previene deformación lateral y no se provee refuerzo en el alma, el factor  $\beta_s$  modificado por la presencia de fibras de se puede tomar de la tabla 5.6 como:

$$\beta_s := 0.73 \cdot \lambda \quad f_{ce} := 0.85 \cdot \beta_s \cdot f_c \quad f_{ce} = 186.15 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{n12} := f_{ce} \cdot A_{c12} \quad F_{n12} = 263.22 \cdot \text{ton}$$

$$F_{12} = 175.15 \cdot \text{ton} \quad \phi \cdot F_{n12} = 197.42 \cdot \text{ton}$$

$$\text{Status} := \text{if}(\phi \cdot F_{n12} > F_{12}, \text{"O.K."}, \text{"Check"}) \quad \text{Status} = \text{"O.K."} \quad \frac{\phi \cdot F_{n12}}{F_{12}} = 1.13$$

Por lo que en este modelo **NO ES NECESARIO proveer refuerzo transversal que cumpla con la sección A.3.3** swl ACI 318-11, con el cual el factor  $\beta_s$  sería:

$$\beta_s := 0.9 \quad f_{cu} := 0.85 \cdot \beta_s \cdot f_c \quad f_{cu} = 306.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F'_{n12} := f_{cu} \cdot A_{c12} \quad F'_{n12} = 324.52 \cdot \text{ton}$$

$$\text{Status} := \text{if}(\phi \cdot F'_{n12} > F_{12}, \text{"O.K."}, \text{"Check"}) \quad \phi \cdot F'_{n12} = 243.39 \cdot \text{ton}$$

$$\text{Status} = \text{"O.K."} \quad \frac{\phi \cdot F'_{n12}}{F_{12}} = 1.39$$

Ahora bien, si por otro lado, se considera al puntal como uno con forma prismática, es decir, un puntal en el que su sección transversal es uniforme a lo largo de toda su longitud, el factor  $\beta_s$  modificado sería de  $= 1.2$  conforme a la tabla 5.6.

$$\beta_s := 1.0 \quad f''_{ce} := 0.85 \cdot \beta_s \cdot f_c \quad f''_{ce} = 255.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad F''_{n12} := f''_{ce} \cdot A_{c12}$$

$$F''_{n12} = 360.58 \cdot \text{ton} \quad F_{12} = 175.15 \cdot \text{ton} \quad \phi \cdot F''_{n12} = 270.43 \cdot \text{ton}$$

$$\text{Status} := \text{if}(\phi \cdot F''_{n12} > F_{12}, \text{"O.K."}, \text{"Check"}) \quad \text{Status} = \text{"O.K."}$$

$$\frac{\phi \cdot F''_{n12}}{F_{12}} = 1.54$$

De este modo se observa que si se emplea un puntal uniforme, la viga no requeriría del uso de refuerzo que cumpla con A.3.3 con un factor de seguridad aún mayor. Como se mencionó en el diseño de MPT de la viga sin fibras, se considera adecuadamente conservador considerar que los puntales inclinados tienen forma de botella.

### Puntal 2-3 (cuerda superior)

$$A_{c3} := d_a \cdot b \quad A_{c3} = 756.00 \cdot \text{cm}^2 \quad F_{23} = 144.62 \cdot \text{ton}$$

Asumiendo que no se previene deformación lateral y no se provee refuerzo en el alma del puntal.

$$\beta_s := 1.2 \quad \text{Para un PUNTAL de sección transversal uniforme a lo largo de su longitud de concreto reforzado con fibras (Tabla 5.6)}$$

$$f_{cu} := 0.85 \cdot \beta_s \cdot f_c \quad f_{cu} = 306.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad d_a = 21.60 \cdot \text{cm}$$

$$F_{n23} := f_{cu} \cdot A_{c3} \quad F_{n23} = 231.34 \cdot \text{ton} \quad \phi \cdot F_{n23} = 173.50 \cdot \text{ton}$$

$$\text{Status} := \text{if}(\phi \cdot F_{n23} > F_{23}, \text{"O.K."}, \text{"Check"}) \quad \frac{\phi \cdot F_{n23}}{F_{23}} = 1.20 \quad \text{Status} = \text{"O.K."}$$

### A.4.17 Esfuerzos en tensores

#### Tensor 1-4 (Cuerda inferior)

De acuerdo con la sección A.4, La resistencia nominal de un tensor,  $F_{nt}$ , debe calcularse como:

$$F_{nt} = A_{ts} \cdot f_y + A_{tp} \cdot (f_{se} \cdot \Delta f_p) \quad \text{Donde } A_{tp} \text{ es el área de acero para elementos presforzados}$$

$$\text{Usando barras no. 8} \quad a_s := \frac{(1\text{in})^2 \cdot \pi}{4} = 5.07 \cdot \text{cm}^2 \quad A_{tsreq} := \frac{F_{14}}{\phi \cdot f_y}$$

$$A_{tsreq} = 45.91 \cdot \text{cm}^2 \quad n_{bars} := \frac{A_{tsreq}}{a_s} \quad n_{bars} = 9.06$$

de modo que se deben emplear 10 barras no. 8, (incrementando el refuerzo por flexión) en toda la longitud del tensor 1-4.

$$A_s := 10 \cdot a_s \quad A_s = 50.67 \cdot \text{cm}^2 \quad F_{n14} := f_y \cdot A_s \quad F_{n14} = 212.82 \cdot \text{ton}$$

$$F_{14} = 144.62 \cdot \text{ton} \quad \phi \cdot F_{n14} = 159.61 \cdot \text{ton} \quad \frac{\phi \cdot F_{n14}}{F_{14}} = 1.10$$

$$\text{Status} := \text{if}(\phi \cdot F_{n14} > F_{14}, \text{"O.K."}, \text{"Check"}) \quad \text{Status} = \text{"O.K."}$$

De esta manera, el Momento resistente nominal se incrementa por el aumento en el refuerzo por flexión y esta dado por:

$$M_n := \phi_f \cdot A_s \cdot f_y \cdot \left( d - \frac{a}{2} \right) \quad M_n = 185.64 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$$

Teniendo en cuenta, el momento nominal obtenido, las cargas actuantes asociadas a este momento flexionante son de:

$$P^* := \frac{M_n}{a_{\text{shear}}} = 132.60 \cdot \text{ton}$$

Con objeto de considerar la posible sobrerresistencia del elemento, se recalcula el momento nominal considerando que el esfuerzo que podría desarrollar el refuerzo longitudinal es de  $1.25 f_y$ :

$$M_{n^{**}} := \phi_f \cdot A_s \cdot 1.25f_y \cdot \left( d - \frac{a}{2} \right) = 232.05 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$$

Y las cargas asociadas a este momento flexionante serían de:

$$P^{**} := \frac{M_{n^{**}}}{a_{\text{shear}}} = 165.75 \cdot \text{ton}$$

#### A.4.18 Refuerzo transversal del alma

Por otro lado para cumplir con las disposiciones 11.7.4; el refuerzo total distribuido sobre las dos caras laterales de la viga peraltada, no debe ser menor que los requeridos por 11.7.4.1 y 11.7.4.2. Este refuerzo es requerido por el ACI 318-11 para controlar el ancho y propagación de grietas y si se asume que esta función la cumplirá el refuerzo con fibras de acero, el refuerzo con estribos y barras horizontales puede no ser necesario.

En este diseño, la capacidad del modelo esta gobernada por la resistencia del puntal  $F_{12}$ , así que calculando la capacidad máxima de este puntal basado en " $F_{ns} = f_{ce} \cdot A_{cs}$ " (con el uso de los factores  $\beta$  modificados) resulta:

$$F_{12\text{máx}} := \frac{\phi \cdot F_{n12}}{F_{12}} \cdot F_{12} = 197.42 \cdot \text{ton}$$

que evidentemente es mayor que la fuerza  $F_{12}$ , con la cual se diseño el puntal

$$F_{12} = 175.15 \cdot \text{ton}$$

Si esta se traduce a la carga aplicada necesaria para generarla en el modelo de MPT propuesto, se tiene que la carga aplicada tendría que ser de:

$$P_{T\text{máx}} := F_{12\text{máx}} \cdot \sin(\alpha) = 111.38 \cdot \text{ton}$$

Que genéricamente se puede considerar como el cortante que la viga podría soportar, por el diagrama de cortante que esta condición de carga implica.

Ahora bien, sabiendo que la carga máxima que puede soportar la viga asociada al momento resistente obtenido es:

$$P^* = 132.60 \cdot \text{ton}$$

que es mayor a  $P_{T\text{máx}}$  asociada a la resistencia del puntal 1-2, por lo que se acepta que la falla se producirá por cortante a  $P_{T\text{máx}}$

Y el esfuerzo cortante promedio nominal a la falla asociado sería de:

$$v_u := \frac{P_{T\text{máx}}}{b \cdot d} = 29.89 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Y normalizandolo por:  $\sqrt{f_c}$  resulta:

$$\frac{v_u}{\sqrt{f_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}} = 1.73$$

El cual es similar al límite del **esfuerzo cortante promedio** de los resultados presentados por Parra Montesino (2006) en su artículo para los casos en los que se empleo rel.  $a/d = 1.5, 1.6$  y  $1.8$ , con un contenido de fibras promedio de  $0.5\%$  cuyo valor es de:  $1.87\sqrt{f_c}$

#### A.4.19 COMENTARIOS

Partiendo del hecho de que la hipótesis supuesta sobre el incremento de los factores  $\beta$  para el cálculo de la resistencia a compresión efectiva del concreto, por causa del uso de fibras de acero, este diseño indica que el elemento no requiere de refuerzo para confinamiento de los puntales inclinados, ya sea que estos se consideren con forma de botella o prismáticos.

Si bien, la metodología propuesta para modificar los factores  $\beta$  del MPT sólo puede corroborarse mediante la medición experimental, es un hecho que por las características del diseño con MPT, la incorporación de fibras en el concreto podría permitir que se consideren factores  $\beta$  distintos, o bien, que se deba plantear una contribución a la resistencia a cortante por el uso de las mismas.

Este diseño resulta el más optimista de los realizados, y se debe tomar en cuenta que si se emplean puntales de sección uniforme, el modelo podría ser adecuado sin refuerzo transversal, aunque es un hecho que su requerimiento es para controlar la anchura y distribución de grietas.

Al no requerir del cumplir con las disposiciones de A.3.3, solo se debe cumplir con los requisitos mínimos del ACI 11.7.4 para reducir y controlar los agrietamientos diagonales, pero con el objetivo de evaluar el mejoramiento de este aspecto con el uso de las fibras y basado en diferentes investigaciones al respecto, se asume que estas, cumplirán con ese objetivo.

## A-5 Diseño de espécimen de prueba de Concreto reforzado con fibras -- Modelo MPT 2. conforme al Apéndice A del (ACI 318-11 modificado por el uso de fibras)

### A.5.1 Propiedades de materiales y definición de unidades y constantes utilizadas en el diseño:

ton := 1000kg	psi := $\frac{\text{lb}}{\text{in}^2}$	ksi := $70.31 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$	1000psi = $70.31 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$
Resistencia a la compresión del concreto	$f_c := 300 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$		
Masa volumétrica del concreto	$w_c := 2400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$		
Esfuerzo de fluencia de refuerzo longitudinal	$f_y := 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$		
Esfuerzo de fluencia de refuerzo transversal	$f_{yt} := 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$		
Módulo de Young del refuerzo	$E_s := 2100000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$		
Deformación de fluencia del refuerzo longitudinal	$\epsilon_y := \frac{f_y}{E_s}$	$\epsilon_y = 0.002$	

### A.5.2 Factores de carga y de reducción:

Factor de carga viva	$\gamma_{LL} := 1$
Factor de carga muerta	$\gamma_{DL} := 1$
Factor de reducción por cortante	$\phi_s := 0.75$
Factor de reducción por flexión	$\phi_f := 0.90$
Factor de reducción para modelo puntal-tensor	$\phi := 0.75$ (zonas nodales) Sección 9.3.2.6
Factor de profundidad del bloque de compresión	

$$\beta_1 := \text{if} \left( f_c \leq 4000 \cdot \text{psi}, 0.85, \text{if} \left( f_c > 8000 \cdot \text{psi}, 0.65, 1.05 - 0.05 \cdot \frac{f_c}{1000 \cdot \text{psi}} \right) \right)$$

$$\beta_1 = 0.84$$

### A.5.3 Propiedades de la sección

Longitud	L := 4.42m
Ancho	b := 35cm
Peralte	h := 120cm
Claro de cortante	$a_{\text{shear}} := 140\text{cm}$

Longitud de placas de apoyo	$l_p := 40\text{cm}$	
Posición de placas a partir de paños	$d_{lp} := 21\text{cm}$	
Claro Libre	$l_{\text{clear}} := L - 2\left(\frac{l_p}{2} + d_{lp}\right)$	$l_{\text{clear}} = 360 \cdot \text{cm}$
Volumen	$\text{Vol} := b \cdot h \cdot L$	$\text{Vol} = 1.86 \cdot \text{m}^3$
Peso	$W := w_c \cdot \text{Vol}$	$W = 4.46 \cdot \text{ton}$

#### A.5.4 Recubrimiento

Criterio ACI 318-11. La sección 7.7 del ACI318-11 (*American Concrete Institute, 2011*) establece que para vigas y columnas de concreto no expuestas a condiciones ambientales severas o en contacto con la tierra, el recubrimiento mínimo de concreto es de  $1\frac{1}{2}$  pg. (50.8 mm).

Se empleará un recubrimiento libre medido entre la superficie de concreto y la rama transversal de los estribos de 5.55 cm, que supone que el refuerzo transversal se proporcionará mediante barras no. 3. por lo que el recubrimiento libre del refuerzo longitudinal será de 6.5cm

$$\text{rec} := 6.5\text{cm} \quad \text{rec}_{\text{libre}} := \text{rec} - \frac{3}{8}\text{in} = 5.55 \cdot \text{cm}$$

#### A.5.5 Distancias libres entre barras en dirección horizontal y vertical

Criterio ACI. La sección 7.6 del ACI318-11 establece que la distancia libre mínima entre barras de un mismo lecho es la mayor entre  $d_b$  y 1 plg. (25.4 mm); la distancia libre mínima entre lechos paralelos es 1 plg. (25.4 mm).

Para este caso, la separación de los lechos estará determinada por los requerimientos geométricos de los puntales, tensores o zonas nodales como se verá más adelante.

La separación vertical de los lechos de refuerzo por flexión se propone de 9cm.  $s_v := 9\text{cm}$

#### A.5.6 Cargas de diseño

- Cargas puntuales  $P := 97\text{ton}$   
 $P_u := \gamma_{LL} \cdot P \quad P_u = 97.00 \cdot \text{ton}$
- Uniforme por p.p.  $\omega := \frac{W}{L} \quad \omega = 1008.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}}$   
 $\omega_u := \gamma_{DL} \cdot \omega \quad \omega_u = 1008.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}}$

A partir de las cargas de diseño, los elementos mecánicos que se presentan en la viga son los de la figura A-2.

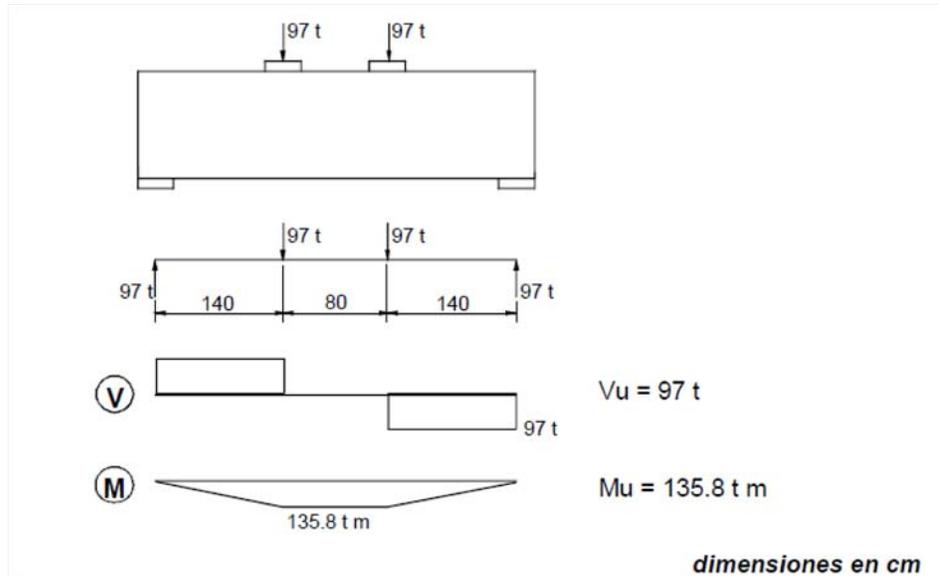


Figura A-2. Diagrama de cortante y de momento flexionante para la viga

### Diseño por Flexión (ACI 318-11 Capítulo 10)

Cálculo de los momentos máximos que se presentan en el tercio central del claro:

- Por cargas vivas:  $M_{LL} := P \cdot a_{\text{shear}}$   $M_{LL} = 135.80 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$
  - Por peso propio:  $M_{DL} := \frac{\omega \cdot l_{\text{clear}}^2}{8}$   $M_{DL} = 1.63 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$   $\frac{M_{DL}}{M_{LL}} = 1.20 \cdot \%$
- $$M_{u1} := \gamma_{LL} \cdot M_{LL} + \gamma_{DL} \cdot M_{DL} \quad M_{u1} = 137.43 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$$

Despreciando el peso propio tenemos:

$$M_u := M_{LL} = 135.80 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$$

#### A.5.7 Relación claro libre a peralte; Criterio ACI 10.7.1

De acuerdo con la sección 10.7.1 del ACI-318-11. Una viga peraltada es aquella cargada en una cara y apoyada en la cara opuesta, de modo que se pueden desarrollar puntales de compresión entre las cargas y los apoyos y tienen además:

- un claro libre,  $l_n$  igual o menor que 4 veces el peralte del elemento o
- regiones con cargas concentradas dentro de una distancia  $2h$  desde la cara del apoyo

En el diseño de vigas diafragma no son aplicables las hipótesis generales del diseño por flexión.

$$l_n := L - 2 \cdot (l_p + dlp) \quad l_n = 3.20 \cdot \text{m} \quad \frac{l_n}{h} = 2.67$$

$$\text{Status} := \text{if}(l_n \leq 4 \cdot h, \text{"Viga Peraltada"}, \text{"Miembro esbelto a flexión"}) = \text{"Viga Peraltada"}$$

Por lo que este elemento se clasifica como:

Status = "Viga Peraltada"

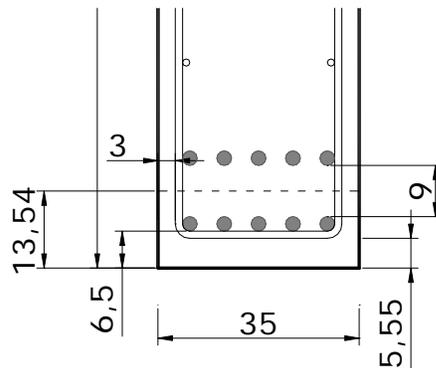
Asumiendo 2 capas de refuerzo longitudinal por flexión mediante barras no. 8 y refuerzo transversal mediante barras no. 3, el centroide del acero de refuerzo a tensión se puede calcular a partir de la suma del recubrimiento libre, el diámetro del refuerzo transversal, el diámetro del refuerzo longitudinal y la mitad de la separación libre entre lechos del refuerzo longitudinal como sigue:

$$y_{st} := \text{rec} + 1in + \frac{1}{2}s_v = 13.54 \cdot \text{cm}$$

El peralte efectivo de la sección es:

$$d := [h - (y_{st})] \quad d = 106.46 \cdot \text{cm}$$

La figura A-3 presenta el detalle de la ubicación del refuerzo longitudinal por flexión.



**Figura A-3-- Detalle de la ubicación del refuerzo longitudinal por flexión**

### A.5.8 Momento resistente

Partiendo del principio de diseño por capacidad, el momento actuante debe ser menor o igual que el momento nominal resistente (sección R9.1 del ACI 318-11):

$$M_u \leq \phi M_n$$

Y el momento nominal resistente se puede calcular como sigue:

$$M_n = A_s \cdot f_y \cdot \left( d - \frac{a}{2} \right) \quad \text{donde } a, \text{ se refiere a la profundidad del bloque de compresión.}$$

Asumiendo que la profundidad del bloque equivalente de esfuerzos es 1/4 del peralte efectivo:

$$a_{\text{assum}} := 0.25 \cdot d$$

$$a_{\text{assum}} = 26.61 \cdot \text{cm}$$

El área de refuerzo longitudinal requerida resulta:

$$A_{s\text{req}} := \frac{M_u}{\phi_f \cdot f_y \cdot \left( d - \frac{a_{\text{assum}}}{2} \right)} \quad A_{s\text{req}} = 38.57 \cdot \text{cm}^2$$

Usando barras no. 8 para proporcionar el área requerida de acero de refuerzo:

$$a_s := \frac{(2.54\text{cm})^2 \cdot \pi}{4} = 5.07 \cdot \text{cm}^2$$

El número de barras necesarias será:

$$n_{\text{bars}} := \frac{A_{s\text{req}}}{a_s} \quad n_{\text{bars}} = 7.61$$

Utilizando 8 barras del No 8:  $A_s := 8 \cdot a_s$   $A_s = 40.54 \cdot \text{cm}^2$

Revisando la profundidad del bloque de esfuerzos propuesta inicialmente:

$$a := \frac{A_s \cdot f_y}{0.85 \cdot f_c \cdot b} \quad a = 19.08 \cdot \text{cm}$$

$$c := \frac{a}{\beta_1} \quad c = 22.80 \cdot \text{cm}$$

La deformación correspondiente en el acero a tensión será:

$$\epsilon_s := 0.003 \cdot \left( \frac{d - c}{c} \right) \quad \epsilon_s = 0.011$$

Status := if( $\epsilon_s > \epsilon_y$ , "refuerzo de tensión fluyendo", "refuerzo de tensión no fluyendo")

Status = "refuerzo de tensión fluyendo"

La cuantía de refuerzo longitudinal resulta:  $\rho_l := \frac{A_s}{b \cdot d}$   $\rho_l = 0.011$

Por lo que el Momento resistente nominal esta dado por:

$$M_n := A_s \cdot f_y \cdot \left( d - \frac{a}{2} \right) \quad M_n = 165.01 \cdot \text{ton} \cdot \text{m} \quad M_u = 135.80 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$$

$$\phi_f \cdot M_n = 148.51 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$$

$$\text{Status} := \text{if}(\phi_f \cdot M_n > M_u, \text{"O.K."}, \text{"Check"}) \quad \frac{\phi_f \cdot M_n}{M_u} = 1.09$$

Status = "O.K."

### A.5.9 Revisión de cuantías mínimas y máximas de refuerzo longitudinal

De acuerdo con la sección ACI 10.5.1, los Limites de refuerzo mínimo son:

$$A_{s\text{min}1} := \frac{3\sqrt{f_c \cdot \text{psi}}}{f_y} \cdot b \cdot d \quad A_{s\text{min}1} = 12.22 \cdot \text{cm}^2 \quad \frac{A_{s\text{min}1}}{b \cdot d} = 0.0033$$

$$A_{s\text{min}2} := \frac{200 \cdot \text{psi} \cdot b \cdot d}{f_y} \quad A_{s\text{min}2} = 12.47 \cdot \text{cm}^2 \quad \frac{A_{s\text{min}2}}{b \cdot d} = 0.0033$$

$$A_{s\text{min}} := \max(A_{s\text{min}1}, A_{s\text{min}2})$$

Status := if( $A_s > A_{s\text{min}}$ , "O.K.", "Check") Status = "O.K."

Si el refuerzo longitudinal mínimo se proporciona mediante barras no. 8:

$$n_{\text{bars}} := \frac{A_{\text{smin}}}{a_s} \qquad n_{\text{bars}} = 2.46$$

Por lo tanto, se colocarán 3 barras no. 8 como refuerzo longitudinal mínimo en la zona de compresión de la viga.

#### A.5.10 Revisión de la longitud de desarrollo y anclaje del refuerzo longitudinal (Sección ACI 12.11)

La longitud de desarrollo  $l_d$  que requiere una barra sujeta a tensión para desarrollar su esfuerzo de fluencia sin presentar problema de anclaje se obtiene como se indica en la sección 12.11.3 y 12.2.2 del ACI-318.

Para barras No 8:

diámetro de la barra:  $d_b := 2.54\text{cm}$

$$l_d := \frac{f_y}{5.3 \cdot \sqrt{f_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}} \cdot d_b = 116.21 \cdot \text{cm} \qquad \text{a menos que se coloque un gancho estándar}$$

El desarrollo mediante ganchos estándar en tensión conforme a la sección 12.5 del ACI 318-11 para barras No 8 con ganchos a 90°, con recubrimiento lateral (normal al plano del gancho) mayor de 2.5in y mayor de 2in (paralelo al gancho).

$$l_{\text{dh}} := \frac{0.7 \cdot .075 \cdot f_y}{\sqrt{f_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}} \cdot d_b = 32.34 \cdot \text{cm}$$

Además, la longitud del doblez del gancho debe ser al menos doce veces el diámetro de la barra, es decir:

$$12d_b = 30.48 \cdot \text{cm}$$

#### A.5.11 Capacidad de carga asociada con el momento flexionante resistente

Teniendo en cuenta, el momento nominal obtenido, las cargas actuantes asociadas a este momento flexionante son de:

$$P^* := \frac{\phi_f \cdot M_n}{a_{\text{shear}}} = 106.08 \cdot \text{ton}$$

Con objeto de considerar la posible sobrerresistencia del elemento, se recalcula el momento nominal considerando que el esfuerzo que puede desarrollar el refuerzo longitudinal es de  $1.25 f_y$ :

$$M_{n^{**}} := \phi_f \cdot A_s \cdot 1.25f_y \cdot \left( d - \frac{a}{2} \right) = 185.64 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$$

Por lo que las cargas asociadas a este momento flexionante serían de:

$$P^{**} := \frac{M_{n^{**}}}{a_{\text{shear}}} = 132.60 \cdot \text{ton}$$

## Diseño por cortante (Apendice A) del ACI 318-11

De acuerdo con la sección 11.7 del ACI 318-11, Las vigas peraltadas deben ser diseñadas tomando en cuenta una distribución de deformaciones no lineal o mediante el apéndice A, del mismo reglamento ACI-318 referente al modelo de puntales y tensores. En cualquier caso, se debe proveer una mínima distribución de refuerzo acorde con la sección 11.7.4

### A.5.12 Geometría del modelo de Puntales y tensores (Modelo 2)

Para el diseño por cortante de vigas peraltadas, el ACI318-11, establece como válido emplear el modelo de puntales y tensores. En este caso, el modelo a utilizar es el de la figura A.7:

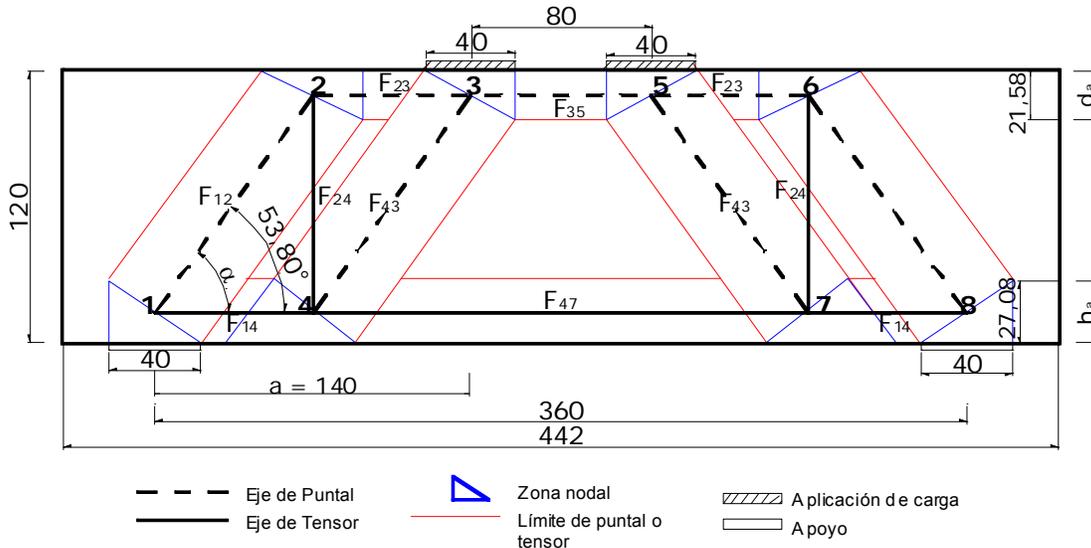


Figura A-5 -- Modelo de Puntales y Tensores (2) empleado para diseño

Empleando la ubicación del refuerzo longitudinal calculado por flexión y asumiendo que  $d_a$  es 1/5 del peralte efectivo:

$$d_a := 0.20 \cdot d \quad d_a = 21.29 \cdot \text{cm}$$

De un recálculo, (referente a la revisión de la cara vertical del nodo 2), se sabe que:

$$d_a := 21.60 \text{ cm} \quad \text{Por lo que la recomendación de asumir que } d_a \text{ es } 1/5 \text{ del peralte efectivo es adecuada}$$

Así para calcular el ángulo de inclinación del puntal principal " $\alpha$ " y el brazo de palanca entre el puntal de la cuerda superior y el tensor de la cuerda inferior "z" tenemos:

$$\alpha := \text{atan} \left( \frac{d - \frac{d_a}{2}}{\frac{a_{\text{shear}}}{2}} \right) \quad \alpha = 53.80 \cdot ^\circ \quad z := d - \frac{d_a}{2} = 95.66 \cdot \text{cm}$$

$$a_{\text{shear}} = 140.00 \cdot \text{cm}$$

Status := if( $\alpha > 25 \cdot ^\circ$ , "O.K.", "Check")

Status = "O.K."

(El ángulo de inclinación del puntal no debe ser mayor de  $25^\circ$  (ACI 318-11))

### A.5.13 Cálculo de las fuerzas en los elementos del MPT

Resolviendo la armadura por equilibrio, resulta:

$$P_T := P_u + \frac{\omega_u \cdot l_{\text{clear}}}{2} = 98.81 \cdot \text{ton} \quad F_{12} := \frac{P_T}{\sin(\alpha)} \quad F_{14} := \frac{P_T}{\tan(\alpha)} \quad P_u = 97.00 \cdot \text{ton}$$

$$l_{\text{clear}} = 3.60 \cdot \text{m}$$

$$F_{12} = 122.44 \cdot \text{ton}$$

$$F_{14} = 72.31 \cdot \text{ton}$$

$$F_{43} := F_{12} = 122.44 \cdot \text{ton}$$

$$F_{23} := F_{14} = 72.31 \cdot \text{ton}$$

$$F_{24} := P_T = 98.81 \cdot \text{ton}$$

$$F_{35} := F_{23} + F_{43} \cdot \cos(\alpha) = 144.62 \cdot \text{ton}$$

$$F_{47} := F_{14} + F_{43} \cdot \cos(\alpha) = 144.62 \cdot \text{ton}$$

La nomenclatura de las fuerzas de los elementos del MPT corresponden con los nodos a los que conectan. (Ver figura A-5)

### A.5.14 Geometría de los nodos

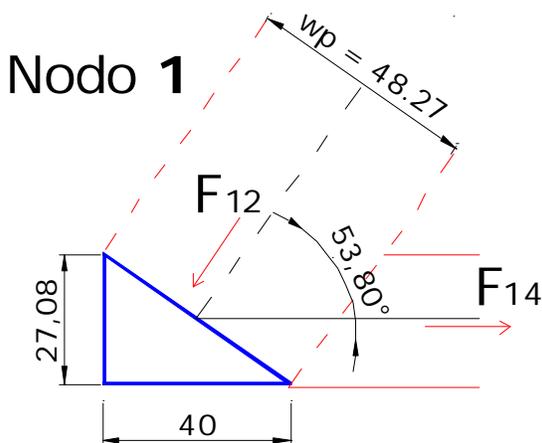
De acuerdo con la Sección A.5 del Apéndice A del ACI 318-11, la resistencia nominal de las zonas nodales  $F_{nn}$  debe ser:

$$F_{nn} = f_{ce} \cdot A_{nz}$$

Donde  $f_{ce}$  es la resistencia efectiva a la compresión del concreto en una zona nodal, como se da en A.5.2 y  $A_{nz}$  es la menor de:

- el área de la cara de una zona nodal en donde actúa  $F_u$ , tomada en forma perpendicular a la línea de acción de  $F_u$  o
- el área de una sección a través de la zona nodal, tomada en forma perpendicular a la línea de acción de la fuerza resultante en la sección.

### A.5.15 Revisión de los nodos del MPT



**NOTA:** El factor  $\beta$  de las expresiones del cálculo del esfuerzo de compresión efectivo en zonas nodales y tensores se emplea con el objetivo de "tomar en cuenta el efecto del agrietamiento y el confinamiento del refuerzo sobre la resistencia a compresión efectiva en un elemento del MPT". Por lo que *para un diseño de vigas peraltadas reforzada con fibras de acero, se propone modificar el valor de estos factores como se describió en el capítulo 5 de este trabajo*

### Nodo 1. Cara Vertical

De acuerdo con la tabla 5.6 del capítulo 5 de este trabajo: En zonas nodales que anclan un tensor  $\beta_n^* = 0.97$ , y el esfuerzo de compresión efectivo  $f_{ce}$  esta dado por:

$$\beta_n := 0.97$$

$$f_{ce} := 0.85 \cdot \beta_n \cdot f_c \quad f_{ce} = 247.35 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \phi \cdot f_{ce} = 185.51 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$A_{\text{req}} := \frac{F_{14}}{\phi \cdot f_{ce}} \quad A_{\text{req}} = 389.78 \cdot \text{cm}^2$$

$$h_{\text{areq}} := \frac{A_{\text{req}}}{b} \quad h_{\text{areq}} = 11.14 \cdot \text{cm} \quad b = 35.00 \cdot \text{cm}$$

$$h_a := 2 \cdot (y_{\text{st}}) \quad h_a = 27.08 \cdot \text{cm} \quad y_{\text{st}} = 13.54 \cdot \text{cm}$$

$$\text{Status} := \text{if}(h_a > h_{\text{areq}}, \text{"O.K."}, \text{"Check"})$$

$$\text{Status} = \text{"O.K."} \quad \frac{h_a}{h_{\text{areq}}} = 2.43$$

### Nodo 1. Cara de apoyo

$$l_p = 40.00 \cdot \text{cm} \quad f_{cu} := 0.85 \cdot \beta_n \cdot f_c \quad f_{cu} = 247.35 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$A_{c1h} := b \cdot l_p \quad A_{c1h} = 1400.00 \cdot \text{cm}^2$$

$$F_{n1} := f_{cu} \cdot A_{c1h} \quad F_{n1} = 346.29 \cdot \text{ton} \quad \phi \cdot F_{n1} = 259.72 \cdot \text{ton}$$

$$\text{Status} := \text{if}(\phi \cdot F_{n1} > P_T, \text{"O.K."}, \text{"Check"}) \quad \text{Status} = \text{"O.K."} \quad \frac{\phi \cdot F_{n1}}{P_T} = 2.63$$

### Nodo 1. Cara del puntal

El área de la cara (de acuerdo con la figura 2.7 adaptada del (ACI 318-11):

$$A_{c1i} := b \cdot (h_a \cdot \cos(\alpha) + l_p \cdot \sin(\alpha)) \quad A_{c1i} = 1689.53 \cdot \text{cm}^2$$

$$\alpha = 53.80 \cdot ^\circ \quad w_p := h_a \cdot \cos(\alpha) + l_p \cdot \sin(\alpha) = 48.27 \cdot \text{cm}$$

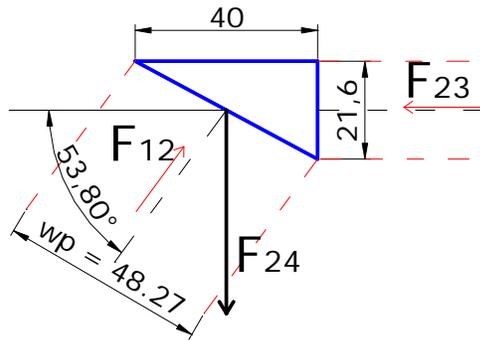
$$h_a = 27.08 \cdot \text{cm} \quad F_{n1} := f_{cu} \cdot A_{c1i} \quad F_{n1} = 417.90 \cdot \text{ton}$$

$$l_p = 40.00 \cdot \text{cm} \quad h_a = 27.08 \cdot \text{cm} \quad \phi \cdot F_{n1} = 313.43 \cdot \text{ton}$$

$$F_{12} = 122.44 \cdot \text{ton} \quad \text{Status} := \text{if}(\phi \cdot F_{n1} > F_{12}, \text{"O.K."}, \text{"Check"})$$

$$\text{Status} = \text{"O.K."} \quad \frac{\phi \cdot F_{n1}}{F_{12}} = 2.56$$

## Nodo 2



### Nodo 2. Cara Vertical (cara del puntal de la cuerda superior)

De acuerdo con la tabla 5.6 del capítulo 5 de este trabajo: En zonas nodales que anclan un tensor  $\beta_n^* = 0.97$ , y el esfuerzo de compresión efectivo  $f_{ce}$  esta dado por:

$$\beta_n := 0.97 \quad f_{cu} := 0.85 \cdot \beta_n \cdot f_c \quad f_{cu} = 247.35 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$A_{\text{req}} := \frac{F_{23}}{\phi \cdot f_{cu}} \quad A_{\text{req}} = 389.78 \cdot \text{cm}^2$$

$$d_{\text{areq}} := \frac{A_{\text{req}}}{b} \quad d_{\text{areq}} = 11.14 \cdot \text{cm} \quad d_a = 21.60 \cdot \text{cm}$$

$$\text{Status} := \text{if}(d_{\text{areq}} < 1.05 \cdot d_a, \text{"O.K."}, \text{"Check"})$$

Status = "O.K."

$$\frac{d_a}{d_{\text{areq}}} = 1.94$$

### Nodo 2. Cara del puntal inclinado

De acuerdo con RA.1.5 la geometría de la cara del puntal esta dada por :

$$(d_a \cdot \cos(\alpha) + l_b \cdot \sin(\alpha)) = w_p$$

Así, empleando el ancho de puntal calculado para revisión del nodo 1

$$l_b := \frac{w_p - d_a \cdot \cos(\alpha)}{\sin(\alpha)} = 44.01 \cdot \text{cm}$$

$$d_a = 21.60 \cdot \text{cm}$$

$$d_a \cdot \cos(\alpha) = 12.76 \cdot \text{cm}$$

$$l_b = 44.01 \cdot \text{cm}$$

$$l_b \cdot \sin(\alpha) = 35.52 \cdot \text{cm}$$

$$(d_a \cdot \cos(\alpha) + l_b \cdot \sin(\alpha)) = 48.27 \cdot \text{cm}$$

$$A_{c2i} := b \cdot (d_a \cdot \cos(\alpha) + l_b \cdot \sin(\alpha))$$

$$A_{c2i} = 1689.53 \cdot \text{cm}^2$$

$$F_{n2} := f_{cu} \cdot A_{c2i}$$

$$F_{n2} = 417.90 \cdot \text{ton}$$

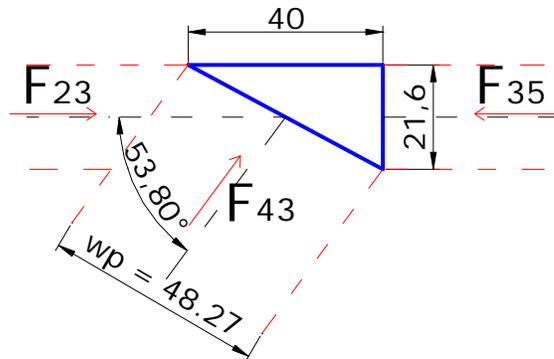
$$\text{Status} := \text{if}(\phi \cdot F_{n2} > F_{12}, \text{"O.K."}, \text{"Check"})$$

$$\phi \cdot F_{n2} = 313.43 \cdot \text{ton}$$

Status = "O.K."

$$\frac{\phi \cdot F_{n2}}{F_{12}} = 2.56$$

### Nodo 3



#### Nodo 3. Cara Vertical

Tabla 5.6: En zonas nodales limitadas porpuntales y/o áreas de apoyo  $\beta_n = 1.2$

$$\beta_n := 1.20$$

$$f_{cu} := 0.85 \cdot \beta_n \cdot f_c$$

$$f_{cu} = 306.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$A_{\text{req}} := \frac{F_{35}}{\phi \cdot f_{cu}}$$

$$A_{\text{req}} = 630.14 \cdot \text{cm}^2$$

$$d_{\text{areq}} := \frac{A_{\text{req}}}{b}$$

$$d_{\text{areq}} = 18.00 \cdot \text{cm}$$

$$d_a = 21.60 \cdot \text{cm}$$

$$\text{Status} := \text{if}(d_{\text{areq}} < 1.05 \cdot d_a, \text{"O.K."}, \text{"Check"})$$

Status = "O.K."

$$\frac{d_a}{d_{\text{areq}}} = 1.20$$

#### Nodo 3. Cara del puntal inclinado:

De acuerdo con RA.1.5 la geometría de la cara del puntal esta dada por :

$$(d_a \cdot \cos(\alpha) + l_p \cdot \sin(\alpha)) = w_p$$

$$d_a = 21.60 \cdot \text{cm}$$

$$l_p = 40.00 \cdot \text{cm}$$

$$w_p = 48.27 \cdot \text{cm}$$

$$f_{cu} := 0.85 \cdot \beta_n \cdot f_c$$

$$f_{cu} = 306.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$A_{\text{req}} := \frac{F_{43}}{\phi \cdot f_{cu}}$$

$$A_{\text{req}} = 533.53 \cdot \text{cm}^2$$

$$w_{preq} := \frac{A_{req}}{b}$$

$$w_{preq} = 15.24 \cdot \text{cm}$$

$$\frac{w_p}{w_{preq}} = 3.17$$

Status := if( $w_{preq} < 1.05 \cdot w_p$ , "O.K.", "Check")

Status = "O.K."

### Nodo 3. Cara de aplicación de carga:

$$f_{cu} := 0.85 \cdot \beta_n \cdot f_c$$

$$f_{cu} = 306.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$A_{req} := \frac{P_T}{\phi \cdot f_{cu}}$$

$$A_{req} = 430.56 \cdot \text{cm}^2$$

$$l_p = 40.00 \cdot \text{cm}$$

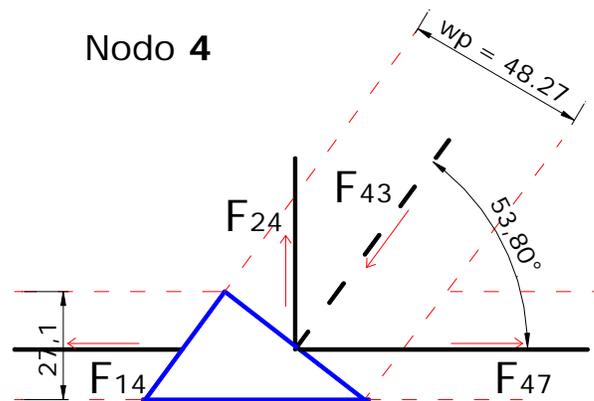
$$l_{areq} := \frac{A_{req}}{b}$$

$$l_{areq} = 12.30 \cdot \text{cm}$$

$$\frac{l_p}{l_{areq}} = 3.25$$

Status := if( $l_{areq} < 1.05 \cdot l_p$ , "O.K.", "Check")

Status = "O.K."



### Nodo 4. Cara Vertical

De acuerdo con la tabla 5.6, : En zonas nodales que anclan dos o más tensores  $\beta_n = 0.7$  (modificado por la presencia de fibras), y el esfuerzo de compresión efectivo  $f_{ce}$  esta dado por:

$$\beta_n := 0.7$$

$$f_{cu} := 0.85 \cdot \beta_n \cdot f_c$$

$$f_{cu} = 178.50 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$A_{req} := \frac{F_{47}}{\phi \cdot f_{cu}}$$

$$A_{req} = 1080.24 \cdot \text{cm}^2$$

$$h_{areq} := \frac{A_{req}}{b}$$

$$h_{areq} = 30.86 \cdot \text{cm}$$

$$h_a = 27.08 \cdot \text{cm}$$

$$y_{st} = 13.54 \cdot \text{cm}$$

Status := if( $h_{areq} < 1.05 \cdot h_a$ , "O.K.", "Check")

Status = "Check"

$$\frac{h_a}{h_{areq}} = 0.88$$

Para este caso, los esfuerzos en la cara vertical del nodo 4 son mayores a los permisibles, por lo que se propone distribuir el acero del tensor  $F_{47}$ , en el  $h_{areq}$  de 30 cm.

Es decir que el centroide del acero de refuerzo para el tensor  $F_{47}$ , estará a 15cm del paño inferior de la viga.

#### Nodo 4. Cara del puntal

$$\beta_n = 0.70 \quad f_{cu} := 0.85 \cdot \beta_n \cdot f_c \quad f_{cu} = 178.50 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$
$$A_{\text{req}} := \frac{F_{43}}{\phi \cdot f_{cu}} \quad A_{\text{req}} = 914.62 \cdot \text{cm}^2$$
$$w_{\text{preq}} := \frac{A_{\text{req}}}{b} \quad w_{\text{preq}} = 26.13 \cdot \text{cm} \quad w_p := h_a \cdot \cos(\alpha) + l_p \cdot \sin(\alpha) = 48.27 \cdot \text{cm}$$

$$\text{Status} := \text{if}(l_{\text{areq}} < 1.05 \cdot w_p, \text{"O.K."}, \text{"Check"})$$

$$\text{Status} = \text{"O.K."}$$

$$\frac{w_p}{w_{\text{preq}}} = 1.85$$

#### A.5.16 Esfuerzos en puntales

De acuerdo con la sección A.3.1. del ACI 318-11, la resistencia nominal a la compresión de un puntal sin refuerzo longitudinal,  $F_{ns}$ , debe tomarse como el menor valor de

$$F_{ns} = f_{ce} \cdot A_{cs} \quad \text{En los dos extremos del puntal, donde } A_{cs} \text{ es el área de la sección transversal en un extremo del puntal}$$

#### Puntal 1-2 (puntal inclinado)

Se revisará el área más pequeña de los dos extremos del puntal para asegurar que pasen ambas

$$A_{c12} := \min(A_{c1i}, A_{c2i}) \quad A_{c12} = 1689.53 \cdot \text{cm}^2$$

Para concreto de peso normal  $\lambda := 1.0$  de acuerdo con la sección 8.6.1 del ACI 318-11

Asumiendo que se trata de un PUNTAL EN FORMA DE BOTELLA, en los que el ancho de la sección media del puntal es mayor que el ancho en los nodos como lo indica la sección A.3.2.2 b) y asumiendo que no se previene deformación lateral y no se provee refuerzo en el alma, el factor  $\beta_s$  modificado por la presencia de fibras de se puede tomar de la tabla 5.6 como:

$$\beta_s := 0.73 \cdot \lambda \quad f_{ce} := 0.85 \cdot \beta_s \cdot f_c \quad f_{ce} = 186.15 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$
$$F_{n12} := f_{ce} \cdot A_{c12} \quad F_{n12} = 314.51 \cdot \text{ton}$$
$$F_{12} = 122.44 \cdot \text{ton} \quad \phi \cdot F_{n12} = 235.88 \cdot \text{ton}$$

$$\text{Status} := \text{if}(\phi \cdot F_{n12} > F_{12}, \text{"O.K."}, \text{"Check"}) \quad \text{Status} = \text{"O.K."} \quad \frac{\phi \cdot F_{n12}}{F_{12}} = 1.93$$

Para este caso, aunque el puntal inclinado se considera con forma de botella, este no requiere ser confinado con refuerzo que cumpla con A.3.3, pero la viga si requiere de refuerzo transersal para tomar la fuerza del tensor vertical  $F_{24}$ , En este caso es indistinto considerar un puntal con forma de botella o de sección uniforme, ya que este último, tiene mayor capacidad.

#### Puntal 2-3 (cuerda superior)

$$A_{c3} := d_a \cdot b \quad A_{c3} = 756.00 \cdot \text{cm}^2 \quad F_{23} = 72.31 \cdot \text{ton}$$

Asumiendo que no se previene deformación lateral y no se provee refuerzo en el alma del puntal.

$$\beta_s := 1.2$$

Para un PUNTAL de sección transversal uniforme a lo largo de su longitud y concreto reforzado con fibras (Tabla 5.6)

$$f_{cu} := 0.85 \cdot \beta_s \cdot f_c \quad f_{cu} = 306.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad d_a = 21.60 \cdot \text{cm}$$

$$F_{n23} := f_{cu} \cdot A_{c3} \quad F_{n23} = 231.34 \cdot \text{ton} \quad \phi \cdot F_{n23} = 173.50 \cdot \text{ton}$$

$$\text{Status} := \text{if}(\phi \cdot F_{n23} > F_{23}, \text{"O.K."}, \text{"Check"}) \quad \frac{\phi \cdot F_{n23}}{F_{23}} = 2.40$$

Status = "O.K."

### Puntal 3-5 (cuerda superior)

$$A_{c3} := d_a \cdot b \quad A_{c3} = 756.00 \cdot \text{cm}^2 \quad F_{35} = 144.62 \cdot \text{ton}$$

Asumiendo que no se previene deformación lateral y no se provee refuerzo en el alma del puntal.

$$\beta_s := 1.2$$

Para un PUNTAL de sección transversal uniforme a lo largo de su longitud y concreto reforzado con fibras (Tabla 5.6)

$$f_{cu} := 0.85 \cdot \beta_s \cdot f_c \quad f_{cu} = 306.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad d_a = 21.60 \cdot \text{cm}$$

$$F_{n35} := f_{cu} \cdot A_{c3} \quad F_{n35} = 231.34 \cdot \text{ton} \quad \phi \cdot F_{n35} = 173.50 \cdot \text{ton}$$

$$\text{Status} := \text{if}(\phi \cdot F_{n35} > F_{35}, \text{"O.K."}, \text{"Check"}) \quad \frac{\phi \cdot F_{n35}}{F_{35}} = 1.20$$

Status = "O.K."

## A.5.17 Esfuerzos en tensores

### Tensor 1-4 (Cuerda inferior)

De acuerdo con la sección A.4, La resistencia nominal de un tensor,  $F_{nt}$ , debe calcularse como:

$$F_{nt} = A_{ts} \cdot f_y + A_{tp} \cdot (f_{se} \cdot \Delta f_p)$$

Donde  $A_{tp}$  es el área de acero para elementos presforzados

$$\text{Usando barras no. 8:} \quad a_s := \frac{(1\text{in})^2 \cdot \pi}{4} = 5.07 \cdot \text{cm}^2$$

$$A_{tsreq} := \frac{F_{14}}{\phi \cdot f_y} \quad A_{tsreq} = 22.96 \cdot \text{cm}^2$$

$$n_{bars} := \frac{A_{tsreq}}{a_s} \quad n_{bars} = 4.53$$

De aquí se observa que para el tensor 1-4, es suficiente emplear 5 barras No 8 de las requeridas por flexión. aunque por disposición de la sección R11.7.1 el acero longitudinal de vigas peraltadas debe extenderse hasta los apoyos y ser adecuadamente anclada por anclajes, ganchos u otros dispositivos

### Tensor 4-7 (Cuerda inferior)

El área de acero requerida es:

$$A_{tsreq} := \frac{F_{47}}{\phi \cdot f_y} \quad n_{bars} := \frac{A_{tsreq}}{a_s} \quad n_{bars} = 9.06$$

Para este tensor, se necesita emplear 10 barras no. 8, (incrementando el refuerzo por flexión)

$$A_s := 10 \cdot a_s \quad A_s = 50.67 \cdot \text{cm}^2$$

$$F_{n47} := f_y \cdot A_s \quad F_{n47} = 212.82 \cdot \text{ton}$$

$$F_{47} = 144.62 \cdot \text{ton} \quad \phi \cdot F_{n47} = 159.61 \cdot \text{ton}$$

$$\text{Status} := \text{if}(\phi \cdot F_{n47} > F_{47}, \text{"O.K."}, \text{"Check"})$$

$$\text{Status} = \text{"O.K."} \quad \frac{\phi \cdot F_{n47}}{F_{47}} = 1.10$$

De esta manera, el Momento resistente nominal se incrementa por el aumento en el refuerzo por flexión y esta dado por:

$$M_n := \phi_f \cdot A_s \cdot f_y \cdot \left( d - \frac{a}{2} \right) \quad M_n = 185.64 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$$

Teniendo en cuenta, el momento nominal obtenido, las cargas actuantes asociadas a este momento flexionante son de:

$$P^* := \frac{M_n}{a_{shear}} = 132.60 \cdot \text{ton}$$

Con objeto de considerar la posible sobrerresistencia del elemento, se recalcula el momento nominal considerando que el esfuerzo que podría desarrollar el refuerzo longitudinal es de 1.25  $f_y$ :

$$M_{n^{**}} := \phi_f \cdot A_s \cdot 1.25f_y \cdot \left( d - \frac{a}{2} \right) = 232.05 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$$

Y las cargas asociadas a este momento flexionante serían de:

$$P^{**} := \frac{M_{n^{**}}}{a_{shear}} = 165.75 \cdot \text{ton}$$

### Tensor 2-4 (Tensor vertical)

$$\text{Empleando barras \#3:} \quad a_s := \frac{\left( \frac{3}{8} \text{in} \right)^2 \cdot \pi}{4} = 0.71 \cdot \text{cm}^2 \quad F_{24} = 98.81 \cdot \text{ton}$$

$$A_{tsreq} := \frac{F_{24}}{\phi \cdot f_y} = 31.37 \cdot \text{cm}^2 \quad n_{bars} := \frac{A_{tsreq}}{2a_s} \quad n_{bars} = 22.01$$

empleando 22 estribos cerrados no. 3, @ 6cm

$$A_s := 22 \cdot 2 \cdot a_s$$

$$A_s = 31.35 \cdot \text{cm}^2$$

$$F_{n24} := f_y \cdot A_s$$

$$F_{n24} = 131.68 \cdot \text{ton}$$

$$F_{24} = 98.81 \cdot \text{ton}$$

$$\phi \cdot F_{n24} = 98.76 \cdot \text{ton}$$

$$\text{Status} := \text{if}(\phi \cdot F_{n24} \geq F_{24}, \text{"O.K."}, \text{"Check"})$$

Status = "Check"

$$\frac{\phi \cdot F_{n24}}{F_{24}} = 1.00$$

### A.5.18 Refuerzo transversal del alma

Adicionalmente al refuerzo requerido por el tensor 2-4, para cumplir con las disposiciones 11.7.4; el refuerzo total distribuido sobre las dos caras laterales de la viga peraltada, no debe ser menor que los requeridos por 11.7.4.1 y 11.7.4.2. Este refuerzo es requerido por el ACI 318-11 para controlar el ancho y propagación de grietas y si se asume que esta función la cumplirá el refuerzo con fibras de acero, el refuerzo con estribos y barras horizontales puede no ser necesario.

En este diseño, la capacidad del modelo esta gobernada por la resistencia de la cara vertical del nodo 4, o bien del tensor vertical 2-4 los cuales se observan al límite de su capacidad, por lo que se considera que la carga de diseño es precisamente la carga maxima que puede soportar el modelo, que genéricamente se puede como el cortante que la viga podría soportar, por el diagrama de cortante que esta condición de carga implica.

Ahora bien, sabiendo que la carga máxima que puede soportar la viga asociada al momento resistente obtenido es:

$$P^* = 132.60 \cdot \text{ton}$$

Que es mayor a  $P_T$  de diseño asociada a la resistencia del tensor 2-4, por lo que se acepta que la falla se producirá por cortante a un valor de  $P_T$

Y el esfuerzo cortante promedio nominal a la falla asociado sería de:

$$v_u := \frac{P_T}{b \cdot d} = 26.52 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Y normalizandolo por:  $\sqrt{f_c}$  resulta:

$$\frac{v_u}{\sqrt{f_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}} = 1.53$$

El cual es 18% menor al límite del **esfuerzo cortante promedio** de los resultados presentados por Parra Montesino (2006) en su artículo para los casos en los que se empleo rel.  $a/d = 1.5, 1.6$  y  $1.8$ , con un contenido de fibras promedio de 0.5% cuyo valor es de:  $1.87 \sqrt{f_c}$

### A.5.19 COMENTARIOS

En este segundo modelo de puntales y tensores (mas refinado) que emplea tensores verticales entre las cargas y los apoyos, los requisitos de refuerzo transversal (vertical), no dejan de ser necesarios. Esto debido inicialmente a que el modelo empleado supone que el tensor vertical tiene la magnitud de la carga aplicada y su capacidad no se afecta de algún modo por la presencia de fibras con la metodología propuesta, lo cual es un tanto conservador no sólo por el hecho de que el concreto puede ser capaz de tomar cierta parte de la carga mediante un puntal directo como en el modelo 1, sino también porque tal capacidad del concreto puede ser mayor debido a la presencia de las fibras de acero.

En este caso, resulta irrelevante considerar puntales de botella o prismáticos, ya que ambos cumplen satisfactoriamente con las sollicitaciones sin la necesidad de acero por confinamiento de acuerdo con la sección A.3.3 del ACI 318-11.

El tensor 4-7 (cuerda inferior de la armadura) no pasa utilizando el refuerzo que se obtuvo en el diseño por flexión; por lo que se incrementa el refuerzo por flexion a 10 vars #8, y por otro lado, es necesario que dicho refuerzo se distribuya de modo que los esfuerzos en las caras verticales de los nodos 4 y 7 no tengan problemas de resistencia. Para esto, es necesario subir el centroide del refuerzo " $y_{st}$ " de modo que también crezca " $h_a$ " y por consiguiente, el área de dicha cara del nodo, por ello el centroide de los lechos de refuerzo por flexion debe estar a 15 cm del paño inferior de la viga.

De la configuración de refuerzo de este diseño se concluye que por las consideraciones de diseño del MPT, en este modelo, es muy poco observable tomar en cuenta el incremento de capacidad a cortante por presencia de las fibras de acero, aunque el refuerzo horizontal del elemento puede suprimirse ya que es recomendado únicamente para controlar el ancho y distribución de grietas.

Por otro lado debe observarse que aunque los resultados de este modelo indican que la viga está al límite de su capacidad a la carga de diseño  $P_T$ , los factores de sobrerresistencia de los puntales y de las zonas nodales, exceptuando los críticos (tensor 2-4 y cara vertical del nodo 4) son mayores que los mismos factores para los elementos del modelo MPT 2 sin fibras.

## A.6 Diseño de espécimen de prueba, conforme a NTC del RCDF 2004 modificado por el uso de Concreto Reforzado con Fibras de acero

### A.6.1 Propiedades de materiales y definición de unidades y constantes utilizadas en el diseño:

	ton := 1000kg	
Resistencia a la compresión del concreto	$f'_c := 300 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$	
Masa volumétrica del concreto	$w_c := 2400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	
Esfuerzo de fluencia de refuerzo longitudinal	$f_y := 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$	
Esfuerzo de fluencia de refuerzo transversal	$f_{yt} := 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$	
Módulo de elasticidad del refuerzo longitudinal y transversal	$E_s := 2100000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$	
Deformación de fluencia del refuerzo longitudinal	$\epsilon_y := \frac{f_y}{E_s}$	$\epsilon_y = 0.002$
Resistencia de compresión nominal para diseño	$f^*_c := 0.8 \cdot f'_c = 240.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$	

$$\beta_1 := \left[ \text{if} \left[ f^*_c \leq 280 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}, 0.85, \text{if} \left[ f^*_c < 560 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}, \left( 1.05 - \frac{f^*_c}{1400 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} \right), 0.65 \right] \right] \right]$$

$\beta_1 = 0.85$

Magnitud del bloque equivalente de esfuerzos del concreto a compresión

$$f''_c := \beta_1 \cdot f^*_c = 204.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

### A.6.2 Factores de carga y de reducción:

Factor de carga viva	$\gamma_{LL} := 1$
Factor de carga muerta	$\gamma_{DL} := 1$
Factor de reducción por cortante	$F_{RV} := 0.8$
Factor de reducción por flexión	$F_{RF} := 0.90$
Factor de reducción por aplastamiento	$F_{Raplst} := 0.7$

### A.6.3 Propiedades de la sección

Longitud	$L := 4.42\text{m}$	
Ancho	$b := 35\text{cm}$	
Peralte	$h := 120\text{cm}$	
Claro de cortante	$a_{\text{shear}} := 140\text{cm}$	
Longitud de placas de apoyo	$l_p := 40\text{cm}$	
Posición de placas a partir de paños	$d_{lp} := 21\text{cm}$	
Claro Libre	$l_{\text{clear}} := L - 2\left(\frac{l_p}{2} + d_{lp}\right)$	$l_{\text{clear}} = 360 \cdot \text{cm}$
Volumen	$\text{Vol} := b \cdot h \cdot L$	$\text{Vol} = 1.86 \cdot \text{m}^3$
Peso	$W := w_c \cdot \text{Vol}$	$W = 4.46 \cdot \text{ton}$

### A.6.4 Recubrimiento

La sección 5.9 establece que la distancia libre mínima entre barras de un mismo lecho es la mayor entre el diámetro de las barras y 1.5 veces el tamaño máximo del agregado. Además, la distancia libre mínima entre lechos paralelos no será menor de 20 mm o del diámetro de la barra. Para elementos expuestos a la intemperie, en ambientes agresivos, el recubrimiento mínimo es de (45 mm).

Se empleará un recubrimiento libre medido entre la superficie de concreto y la rama transversal de los estribos de 5.55 cm, que supone que el refuerzo transversal se proporcionará mediante barras no. 3. Este recubrimiento coincide con el usado para el diseño hecho mediante los modelos de puntales y tensores:

$$\text{rec} := 6.5\text{cm} \quad \text{rec}_{\text{libre}} := \text{rec} - \frac{3}{8}\text{in} = 5.55 \cdot \text{cm}$$

### A.6.5 Distancias libres entre barras en dirección horizontal y vertical

Criterio NTC del RCDF. La sección 5.9 establece que la distancia libre mínima entre barras de un mismo lecho es la mayor entre  $d_b$  y 1.5 veces el T.M.A.: la distancia libre mínima entre lechos paralelos no será menor de 20 mm o de el diametro de la barra  $d_b$ .

Para este caso, la separación de los lechos estará determinada por los requerimientos mínimos. Se proponen 6 cm como separacion libre medida entre los lechos del refuerzo longitudinal:

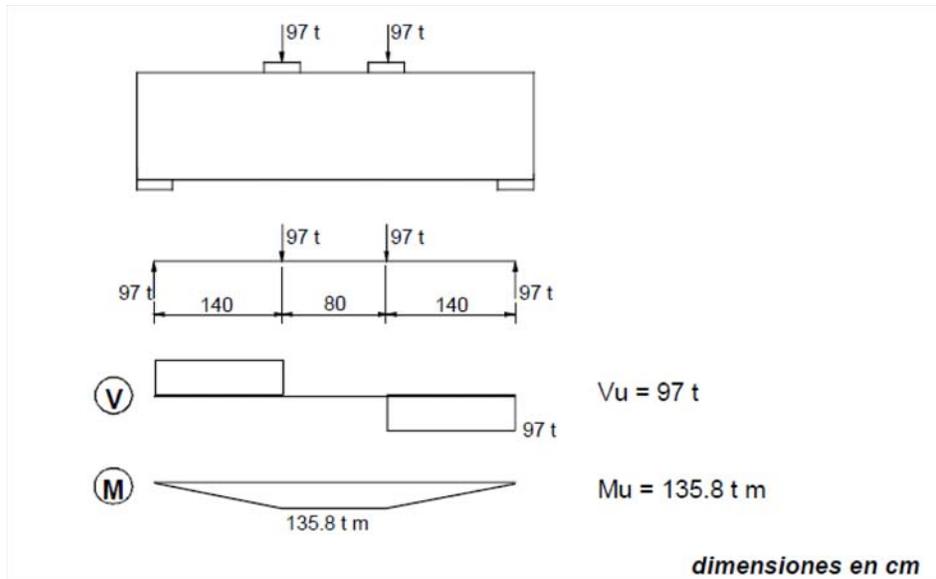
$$s_v := 6\text{cm}$$

### A.6.7 Cargas de diseño

- Cargas puntuales  $P := 97\text{ton}$   
 $P_u := \gamma_{LL} \cdot P$   $P_u = 97.00 \cdot \text{ton}$

- Uniforme por p.p.  $\omega := \frac{W}{L}$   $\omega = 1008.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}}$   
 $\omega_u := \gamma_{DL} \cdot \omega$   $\omega_u = 1008.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}}$

A partir de las cargas de diseño, los elementos mecánicos que se presentan en la viga son los de la figura A-2.



**Figura A-2. Diagrama de cortante y de momento flexionante para la viga**

### Diseño por Flexión (sección 2.2 de las NTC de concreto del RCDF)

Cálculo de los Momentos Máximos al centro del claro

- Por cargas vivas:  $M_{LL} := P \cdot a_{\text{shear}}$   $M_{LL} = 135.80 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$
  - Por peso propio:  $M_{DL} := \frac{\omega \cdot l_{\text{clear}}^2}{8}$   $M_{DL} = 1.63 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$   $\frac{M_{DL}}{M_{LL}} = 1.20 \cdot \%$
- $$M_{u1} := \gamma_{LL} \cdot M_{LL} + \gamma_{DL} \cdot M_{DL} \quad M_{u1} = 137.43 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$$

Considerando que el momento flexionante asociado con el peso propio es sólo el 1.2% del asociado con las cargas vivas, se desprecia el peso propio:

$$M_u := M_{LL} = 135.80 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$$

#### A.6.7 Relación claro libre a peralte

De acuerdo con la sección 2.5.5 de las NTC-c del RCDF 2004, una viga diafragma, es aquella cuya relación claro libre entre apoyos  $L$ , a peralte total  $h$ , es menor que 2.5 si son continuas en varios claros, o menor que 2.0 si constan de un solo claro libremente apoyado. En el diseño de vigas diafragma no son aplicables las hipótesis generales del diseño por flexión.

$$l_n := L - 2 \cdot (l_p + dlp) \quad l_n = 3.20 \cdot \text{m} \quad \frac{l_n}{h} = 2.67$$

Status := if( $l_n \leq 2.0 \cdot h$ , "Viga diafragma", "Miembro esbelto a flexión")

Status = "Miembro esbelto a flexión"

Por lo que se diseñará como una viga esbelta sujeta a flexión

De acuerdo con la definición de las NTC-C del RCDF 2004, los especímenes de este trabajo no califican como vigas diafragma o "vigas peraltadas". Debe notarse, sin embargo, que la relación entre claro libre y peralte total de dichos especímenes es cercana al límite establecido en dichas normas. Por ello, se puede asumir que el comportamiento de los especímenes será similar al de vigas diafragma, en el entendido que una viga peraltada no necesariamente es una viga diafragma.

Asumiendo 2 capas de refuerzo longitudinal por flexión mediante barras no. 8 y refuerzo transversal mediante barras no. 3, el centroide del acero de refuerzo a tensión se puede calcular a partir de la suma del recubrimiento libre, el diámetro del refuerzo transversal, el diámetro del refuerzo longitudinal y la mitad de la separación libre entre lechos del refuerzo longitudinal como sigue:

$$y_{st} := \text{rec} + 1n + \frac{1}{2}s_v = 12.04 \cdot \text{cm}$$

El peralte efectivo de la sección es:

$$d := [h - (y_{st})]$$

$$d = 107.96 \cdot \text{cm}$$

La figura A-3 presenta el detalle de la ubicación del refuerzo longitudinal por flexión.

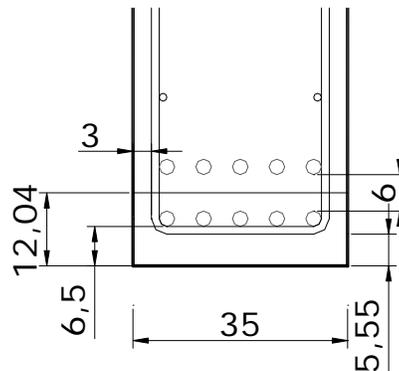


Figura A-6 -- Detalle de la ubicación del refuerzo longitudinal por flexión

#### A.6.8 Momento resistente

Partiendo del principio de diseño por capacidad, el momento actuante debe ser menor o igual que el momento nominal resistente:

$$M_u \leq F_R \cdot M_n$$

Y el momento nominal resistente se puede calcular como sigue:

$$M_n = A_s \cdot f_y \cdot d \left(1 - 0.5 \cdot q\right) \quad \text{o bien:}$$

$$M_n = A_s \cdot f_y \cdot \left(d - \frac{a}{2}\right) \quad \text{donde } a, \text{ se refiere a la profundidad del bloque de compresión.}$$

Asumiendo que la profundidad del bloque equivalente de esfuerzos es 1/4 del peralte efectivo

$$a_{\text{assum}} := 0.25 \cdot d$$

$$a_{\text{assum}} = 26.99 \cdot \text{cm}$$

El área de refuerzo longitudinal requerida resulta:

$$A_{\text{sreq}} := \frac{M_u}{F_{\text{RF}} \cdot f_y \cdot \left(d - \frac{a_{\text{assum}}}{2}\right)} \quad A_{\text{sreq}} = 38.03 \cdot \text{cm}^2$$

Usando barras no. 8 para proporcionar el área requerida de acero de refuerzo:

$$a_s := \frac{(2.54\text{cm})^2 \cdot \pi}{4} = 5.07 \cdot \text{cm}^2$$

El número de barras necesarias será:

$$n_{\text{bars}} := \frac{A_{\text{sreq}}}{a_s} \quad n_{\text{bars}} = 7.51$$

Utilizando 8 barras del No 8:  $A_s := 8 \cdot a_s \quad A_s = 40.54 \cdot \text{cm}^2$

Revisando la profundidad del bloque de esfuerzos propuesta inicialmente:

$$a := \frac{A_s \cdot f_y}{f'_c \cdot b} \quad a = 23.85 \cdot \text{cm}$$

$$c := \frac{a}{\beta_1} \quad c = 28.05 \cdot \text{cm}$$

La deformación correspondiente en el acero a tensión será:

$$\epsilon_s := 0.003 \cdot \left(\frac{d - c}{c}\right) \quad \epsilon_s = 0.009$$

Status := if( $\epsilon_s > \epsilon_y$ , "refuerzo de tensión fluyendo", "refuerzo de tensión no fluyendo")

Status = "refuerzo de tensión fluyendo"  $f_s := \text{if}(\epsilon_s > \epsilon_y, f_y, \epsilon_s \cdot E_s)$

La cuantía de refuerzo longitudinal a tensión será:

$$\rho := \frac{A_s}{b \cdot d} = 0.011 \quad q := \frac{\rho \cdot f_y}{f'_c} = 0.22$$

Por lo que el Momento resistente nominal esta dado por:

$$M_n := A_s \cdot f_y \cdot d \cdot (1 - 0.5 \cdot q) \quad M_n = 163.51 \cdot \text{ton} \cdot \text{m} \quad M_u = 135.80 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$$

$$M_R := F_{RF} \cdot M_n = 147.16 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$$

$$\text{Status} := \text{if}(M_R > M_u, \text{"O.K."}, \text{"Check"})$$

$$\frac{M_R}{M_u} = 1.08$$

Status = "O.K."

#### A.6.9 Revisión de cuantías mínimas y máximas de refuerzo longitudinal

De acuerdo con la sección 2.2.1 de las NTC-C, se debe cumplir con el límite de refuerzo longitudinal mínimo:

$$A_{smin} := \frac{0.7 \sqrt{f_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}}{f_y} \cdot b \cdot d \quad A_{smin} = 10.91 \cdot \text{cm}^2$$

$$\text{Status} := \text{if}(A_s > A_{smin}, \text{"O.K."}, \text{"Check"})$$

Status = "O.K."

$$\rho_{min} := \frac{A_{smin}}{b \cdot d} \quad \rho_{min} = 0.003$$

Si el refuerzo longitudinal mínimo se proporciona mediante barras no. 8:

$$n_{bars} := \frac{A_{smin}}{a_s} \quad n_{bars} = 2.15$$

Por lo tanto, se colocarán 3 barras no. 8 como refuerzo longitudinal mínimo en la zona de compresión de la viga.

Y el porcentaje de refuerzo longitudinal proporcionado en la zona de compresión de la viga es:

$$\rho_{neg} := \frac{3 \cdot a_s}{b \cdot d} \quad \rho_{neg} = 0.004$$

Por otro lado, de acuerdo con la sección 2.2.2, El refuerzo máximo de tensión en secciones de concreto reforzado que formen parte de sistemas que deban resistir fuerzas sismicas, será el 75% de la correspondiente a la falla balanceada, lo cual ocurre cuando su área de acero es de:

$$A_{sbal} := \frac{f'_c}{f_y} \cdot \frac{6000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \cdot \beta_1}{f_y + 6000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} \cdot b \cdot d = 91.77 \cdot \text{cm}^2$$

$$\text{Status} := \text{if}(A_s > 0.75 \cdot A_{sbal}, \text{"excede el acero máximo"}, \text{"OK"})$$

Status = "OK"

### A.6.10 Revisión de la longitud de desarrollo y anclaje del refuerzo longitudinal

La longitud de desarrollo,  $L_d$ , que requiere una barra sujeta a tensión para desarrollar su esfuerzo de fluencia sin presentar problema de anclaje se obtiene multiplicando la longitud de desarrollo básica,  $L_{db}$  por los factores de la tabla 5.1 de las NTC-C del RCDF 2004.

Para barras No 8:  $d_b := 2.54\text{cm}$   $a_s = 5.07 \cdot \text{cm}^2$

La separación o recubrimiento de barras es:  $c_{rec} := \min\left(\text{rec}, \frac{1}{2}s_v\right) = 3.00 \cdot \text{cm}$

El índice de refuerzo transversal es:  $K_{tr} = \frac{A_{tr} \cdot f_y}{100 \cdot s \cdot n}$

donde :

$A_{tr}$  es el área total de las secciones rectas de todo el refuerzo transversal comprendido en la separación  $s$ , y que cruza el plano potencial de agrietamiento entre las barras que se anclan  $n$  es el número de barras longitudinales en el plano potencial de agrietamiento  $s$  es la máxima separación centro a centro del refuerzo transversal, en una distancia igual a  $L_d$

Por simplicidad del diseño e ignorando la contribución del refuerzo transversal a la longitud de desarrollo, se asume que:

$$K_{tr} := 0$$

Por lo tanto, la longitud de desarrollo básica será:

$$L_{db} := \frac{a_s \cdot f_y}{3 \cdot (c_{rec} + K_{tr}) \sqrt{f_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}} = 136.52 \cdot \text{cm}$$

que debe ser mayor a:  $\frac{0.11 \cdot d_b \cdot f_y}{\sqrt{f_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}} = 67.75 \cdot \text{cm}$

La longitud de desarrollo básica se deberá multiplicar por los siguientes factores ya que el recubrimiento libre de concreto es menor que tres veces el diámetro de la barra, y la separación libre entre barras es menor que seis veces el diámetro de la barra

$$\frac{A_{sreq}}{A_s} = 0.94 \quad 3 \cdot d_b = 7.62 \cdot \text{cm} \quad 6d_b = 15.24 \cdot \text{cm} \quad F_{Ldb} := 1.5$$

La longitud de desarrollo deberá ser, entonces:

$$L_{db} := L_{db} \cdot \frac{A_{sreq}}{A_s} \cdot F_{Ldb} = 192.13 \cdot \text{cm} \quad \text{a menos que se coloque un gancho estándar}$$

El desarrollo mediante ganchos estándar en tensión de acuerdo con la sección 5.1.2.2 de las NTC-C para barras no. 8 con ganchos a 90°, con recubrimiento lateral (normal al plano del gancho) mayor de 5 cm y recubrimiento paralelo al gancho mayor de 5 cm es:

$$l_{dh} := \frac{.076 \cdot f_y}{\sqrt{f'_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}} \cdot d_b = 46.81 \cdot \text{cm}$$

Dicha longitud de desarrollo puede ser modificada por un factor de 0.8 cuando las barras estén confinadas en toda la longitud de desarrollo con estribos verticales u horizontales separados no más de tres veces el diámetro de la barra no. 8 (7.62 cm). Asumiendo que no será así, dado que se reforzará con fibras de acero, se tiene:

$$l_{dh} = 46.81 \cdot \text{cm}$$

La longitud del doblez del gancho debe ser al menos doce veces el diámetro de la barra, es decir:

$$12d_b = 30.48 \cdot \text{cm}$$

#### A.6.11 Capacidad de carga asociada con el momento flexionante resistente

Teniendo en cuenta, el momento nominal obtenido, las cargas actuantes asociadas a este momento flexionante son:

$$P^* := \frac{M_R}{a_{\text{shear}}} = 105.11 \cdot \text{ton}$$

Con objeto de considerar la posible sobrerresistencia del elemento, se recalcula el momento nominal considerando que el esfuerzo que podría desarrollar el refuerzo longitudinal es de  $1.25 f_y$ :

$$M_{R^{**}} := F_{RF} \cdot A_s \cdot 1.25f_y \cdot d \cdot (1 - 0.5 \cdot q) = 183.95 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$$

Y las cargas asociadas a este momento flexionante serían de:

$$P^{**} := \frac{M_{R^{**}}}{a_{\text{shear}}} = 131.39 \cdot \text{ton}$$

#### Diseño por cortante (Sección 2.5 de las NTC-C RCDF 2004, modificada)

De acuerdo con la sección 2.5 de las NTC del RCDF, Las vigas peraltadas así como las no peraltadas, deben ser diseñadas tomando en cuenta una contribución a la resistencia por cortante tanto del concreto como del refuerzo. En cualquier caso, se debe proveer una mínima distribución de refuerzo acorde con la sección 2.5.2.2

#### A.6.12 Fuerza cortante que toma el concreto, $V_{CR}$

De acuerdo con 2.5.1.1. Dado que  $L/h$  es menor que 4, y las cargas y reacciones comprimen directamente las caras inferior y superior de la viga,  $V_{CR}$ , tendría que ser el valor obtenido con la ecuación siguiente:

$$V_{CR} := 0.5 \cdot F_{RV} \cdot b \cdot d \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} = 23.42 \cdot \text{ton}$$

Ecuación 2.20 de las NTC de Concreto del RCDF.

La fuerza obtenida con la expresión anterior debe multiplicarse por un factor que toma en cuenta la variación del diagrama de momentos con respecto al de cortante y, hasta cierto punto, la relación de esbeltez del elemento. Dicho factor es:

$$3.5 - 2.5 \cdot \frac{M}{V \cdot d} > 1.0$$

Donde M y V, son el momento Flexionante y la fuerza cortante que actúan en la sección respectivamente.

Sin embargo, para tener en cuenta la contribución de las fibras, se propone que la contribución del concreto a cortante sea calculado tomando en cuenta que **ningún espécimen de prueba** de los presentados en la base de datos de Parra Montesino (2006) falló a un esfuerzo promedio de cortante normalizado menor de  $1.35 \cdot \sqrt{f'_c}$  es decir, a un esfuerzo mucho mayor que el permitido por la ecuación 2.20 de las NTC.

De este modo, si se emplea dicho valor en lugar de  $0.5 \cdot \sqrt{f'_c}$  empleado en la expresión 2.20, y cambiando  $f'_c$  por  $f^*_c$  para ser consistentes con un diseño basado en el reglamento mexicano y mantener un factor de seguridad inducido por esta sustitución, la capacidad a cortante proporcionada por el concreto sería de:

$$V_{CR} := 1.35 \cdot F_{RV} \cdot b \cdot d \cdot \sqrt{f^*_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} = 63.22 \cdot \text{ton}$$

Considerando que la fuerza cortante máxima en el claro es:

$$V_{u1} := 98.76 \text{ton} \quad \text{Si se desprecia el peso propio: } V_u := 97 \text{ton}$$

Analizando 3 secciones transversales para el cálculo del factor que afecta la fuerza cortante que toma el concreto se tiene:

Sección	Distancia al eje del apoyo (m)	M (T-m)	V (Ton)	Calculo	Factor
1	0.2	19.4	97	3.04	3.04
"a/2"	2	67.9	97	1.88	1.88
"d"	3	104.72	97	1	1

En la tabla anterior, la sección 1, corresponde al paño interior del apoyo, la sección 2 corresponde al centro del claro de cortante "a/2", y la sección 3 corresponde a la ubicada a un peralte "d" del paño del apoyo.

Por lo que el aporte del concreto a la capacidad a cortante es de:

- En la sección 1:  $V_{C_1} := V_{CR} \cdot F_{s1} = 191.99 \cdot \text{ton}$
- En la sección 2:  $V_{C_2} := V_{CR} \cdot F_{s2} = 118.79 \cdot \text{ton}$
- En la sección 3:  $V_{C_3} := V_{CR} \cdot F_{s3} = 63.22 \cdot \text{ton}$

De acuerdo con la sección 2.5.7.1 de las NTC-C del RCDF 2004, se considera que la sección crítica de cortante es aquella situada a la mitad de la distancia a la carga más cercana en vigas con cargas concentradas, medida desde el paño interior del apoyo; es decir, la sección 2. Para dicha sección, la contribución del concreto a la resistencia a fuerza cortante es:

Sección a utilizar como crítica de cortante":  $i := 2$   $V_{C_i} = 118.79 \cdot \text{ton}$

Por otro lado, de acuerdo con la sección 2.5.1, cuando la dimensión transversal "h" de la viga, es mayor que 700mm, el valor de  $V_{CR}$  deberá multiplicarse por el factor siguiente:

$$\text{Factor}_{2.5.1} := 1 - .0004 \cdot (h - 700\text{mm}) \cdot \text{mm}^{-1} = 0.80$$

$$\text{Factor}_{2.5.1} := \text{if}(\text{Factor}_{2.5.1} < 0.8, 0.8, \text{if}(\text{Factor}_{2.5.1} > 1, 1, \text{Factor}_{2.5.1}))$$

De modo que  $V_{CR}$  queda:  $V_{CR} := \text{if}(h < 700\text{mm}, V_{C_i}, V_{C_i} \cdot \text{Factor}_{2.5.1}) = 95.04 \cdot \text{ton}$

Ahora bien,  $V_{CR}$ , no debe ser mayor que:

$$V_{CR\text{max}} = 1.5 \cdot F_{RV} \cdot b \cdot d \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} = 70.25\text{ton}$$

Sin embargo este límite superior de  $V_{CR}$ , también podría afectarse por la contribución de las fibras de acero. Este límite máximo de  $V_{CR}$  no se propone en este diseño por falta mas datos experimentales sobre vigas de SFRC con las características de los especímenes que se analizan, pero conservadoramente se podría tomar como  $2.47 \cdot \sqrt{f'_c}$  que es la media del esfuerzo cortante promedio para vigas con 1% en volumen de fibras (tabla 5.7)

$$V_{CR\text{max}^*} := 2.47 \cdot F_{RV} \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} \cdot b \cdot d = 129.32 \cdot \text{ton}$$

$$V_{CR} := \text{if}(V_{CR} \leq V_{CR\text{max}^*}, V_{CR}, V_{CR\text{max}^*})$$

En la figura A-4 se muestran las secciones transversales consideradas para el cálculo del factor que afecta la capacidad a cortante del concreto.

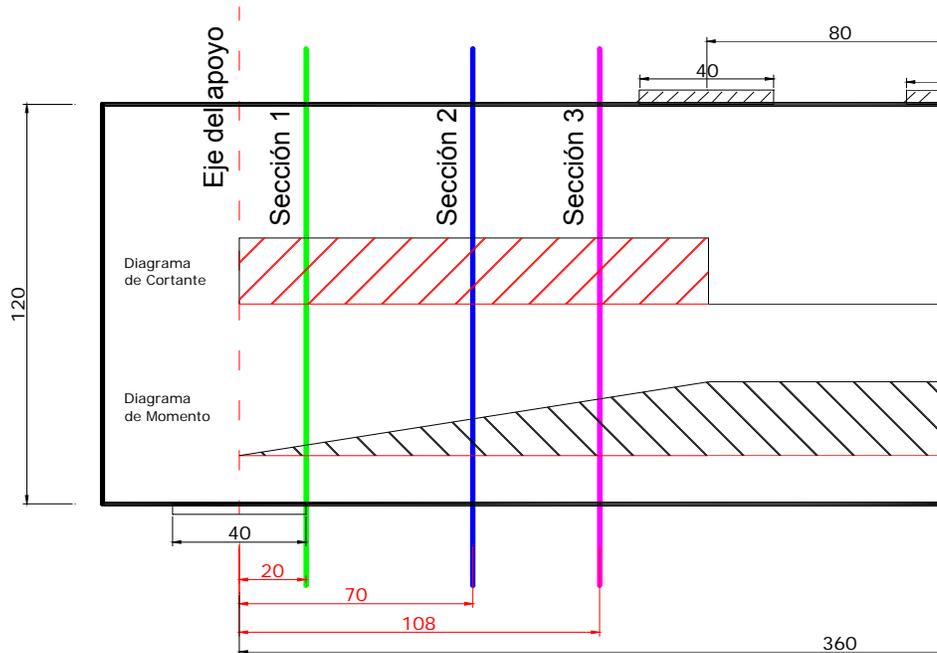


Figura A-7-- Secciones transversales analizadas

### A.6.13 Fuerza cortante que toma el refuerzo transversal

De acuerdo con la sección 2.5.2.4, en ningún caso se permitirá que  $V_u$ , sea superior a:

$$V_{u\max} := 2.5 \cdot F_{RV} \cdot b \cdot d \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} = 117.08 \cdot \text{ton}$$

$$\text{Status} := \text{if}(V_{u1} > V_{u\max}, \text{"Checar"}, \text{"OK"}) \quad \text{Status} = \text{"OK"}$$

Dado que  $V_u$ , es mayor que  $V_{CR}$ , es necesario proporcionar refuerzo por tensión diagonal.

$$\text{Status} := \text{if}(V_{u1} > V_{CR}, \text{"proporcionar estribos para cortante"}, \text{"proporcionar estribos mínimos"})$$

$$\text{Status} = \text{"proporcionar estribos para cortante"}$$

Por lo tanto, el cortante que deberá ser tomar el refuerzo transversal (estribos) sera':

$$V_{SR} := V_{u1} - V_{CR} = 3.72 \cdot \text{ton}$$

Dado que los estribo se colocarán a  $90^\circ$  respecto al eje de la pieza, y que se proporcionarán estribos cerrados del No 3. (9.5mm)

$$a_v := \frac{\left(\frac{3}{8}\text{in}\right)^2 \cdot \pi}{4} = 0.71 \cdot \text{cm}^2 \quad A_v := 2 \cdot a_v = 1.43 \cdot \text{cm}^2$$

La separación requerida de los estribos estará dada por la siguiente expresión:

$$s_{\text{req}} := \frac{F_{\text{RV}} \cdot A_v \cdot f_y \cdot d}{V_{\text{SR}}} = 138.78 \cdot \text{cm} \quad s := 25 \text{cm}$$

Si se colocan estribos no. 3 con una separación máxima adoptada de 25 cm, la capacidad a cortante proporcionada por el refuerzo transversal, sería de:

$$V_S := \frac{F_{\text{RV}} \cdot A_v \cdot f_y \cdot d}{s} = 20.68 \cdot \text{ton} \quad V_{\text{CR}} = 95.04 \cdot \text{ton}$$

La separación máxima de estribos de acuerdo con la sección 2.5.2.3 será:

$$S_{\text{max1}} := \text{if} \left( V_{u1} > 1.5 \cdot F_{\text{RV}} \cdot b \cdot d \cdot \sqrt{f_c^* \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}, 0.25 \cdot d, 0.5 \cdot d \right) = 26.99 \cdot \text{cm}$$

$$\text{Status} := \text{if}(S_{\text{max1}} > s, \text{"OK"}, \text{"Checar"}) \quad \text{Status} = \text{"OK"}$$

Y de este modo, la capacidad a cortante de la viga sería de:

$$V_{\text{Rtot}} := V_{\text{CR}} + V_S = 115.71 \cdot \text{ton} \quad \frac{V_{\text{Rtot}}}{V_{u1}} = 117.17 \cdot \%$$

Normalizando la capacidad del elemento por  $\sqrt{f_c}$  queda:

$$\frac{V_{\text{Rtot}}}{b \cdot d \cdot \sqrt{f_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}} = 1.77$$

#### A.6.14 Revisión de requisitos de refuerzo en las caras laterales

Las secciones 5.7 y 2.5.8 establecen la colocación de refuerzo horizontal adicional en las paredes verticales del elemento colocadas con una separación máxima de 350 mm.

El refuerzo de la viga será proporcionado mediante 8 barras no. 8 para momento flexionante (positivo), y estribos verticales no. 3 a cada 25 cm. Las barras horizontales adicionales requeridas se omiten considerando que las fibras cumplirán con la función de refuerzo mínimo.

#### A.6.15 Revisión del espécimen como viga diafragma (con fines comparativos)

A continuación se hace una revisión del espécimen considerándolo como viga diafragma conforme a la sección 2.5.7.1 de las NTC-C del RCDF 2004. La sección crítica por cortante se consideraría ubicada a la mitad de la distancia entre la carga más cercana al paño del apoyo y dicho paño, por tratarse de cargas concentradas que comprimen directamente dos caras opuestas de la viga. Sin embargo la ubicación de la sección crítica no se supondrá a más de un peralte efectivo del paño del apoyo.

$$\text{sec}_{\text{crt}} := \frac{a_{\text{shear}}}{2} = 70.00 \cdot \text{cm} \quad \text{sec}_{\text{crtmax}} := d = 107.96 \cdot \text{cm}$$

$$\text{Status} := \text{if}(\text{sec}_{\text{crt}} < \text{sec}_{\text{crtmax}}, \text{"OK"}, \text{"Checar"}) \quad \text{Status} = \text{"OK"}$$

### A.3.16 Contribución del refuerzo transversal a cortante

De acuerdo con la sección 2.5.7.3, el refuerzo que se determine en la sección crítica antes definida, se usará en todo el claro de cortante y, dado que  $V_u$  es mayor que  $V_{CR}$ , la diferencia se deberá aportar mediante refuerzo horizontal y vertical adicional.

La contribución del refuerzo vertical, propuesto a base de barras no. 3 con una separación de  $s_{vt} := 25 \cdot \text{cm}$ , como se obtuvo para los estribos en el diseño de la viga como elemento esbelto, sería:

$$\text{Tamaño de estribos: } \#_{\text{estr.v}} := \frac{3}{8} \text{ in} \quad a_{vv} := \frac{(\#_{\text{estr.v}})^2 \cdot \pi}{4} \quad A_{v.v} := 2 \cdot a_{vv} = 1.43 \cdot \text{cm}^2$$

$$V_{SRv} := 0.083 F_{RV} \cdot f_y \cdot d \cdot A_{v.v} \cdot \frac{1 + \frac{l_{\text{clear}}}{d}}{s_{vt}} = 7.44 \cdot \text{ton}$$

Proponiendo que el refuerzo horizontal se omita para este diseño, la contribución de dicho refuerzo sería nula:

$$V_{SRh} = 0.083 F_{RV} \cdot f_y \cdot d \cdot A_{vh} \cdot \frac{11 - \frac{l_{\text{clear}}}{d}}{s_{ht}} = 0 \text{ ton} \quad V_{CR} = 95.04 \cdot \text{ton}$$

$$V_R := V_{CR} + V_{SRv} + V_{SRh} = 102.47 \cdot \text{ton} \quad \frac{V_R}{V_{u1}} = 103.76 \cdot \%$$

Sin embargo, la sección 2.5.7.4, especifica que la fuerza cortante máxima  $V_u$  que puede resistir una viga diafragma no puede ser mayor que:

$$V_{u\text{máx}2} := 2 \cdot F_{RV} \cdot b \cdot d \cdot \sqrt{f_c^* \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} = 93.66 \cdot \text{ton}$$

$$\text{Status} := \text{if}(V_{u1} > V_{u\text{máx}2}, \text{"Checar"}, \text{"OK"}) \quad \text{Status} = \text{"Checar"}$$

Se observa que la sección transversal propuesta, independientemente del refuerzo por cortante que se proporcione, no sería adecuada para las solicitaciones de diseño, si se le considera una viga diafragma, aunque dicho límite para  $V_u$ , no contempla el uso de fibras de acero como refuerzo para cortante, por lo que en su uso debe considerarse tal consideración, tal como se ha hecho con los demás límites modificados por el uso de fibras.

### A.6.17 Revisión de requisitos de anclaje y de distribución de refuerzo para vigas diafragma

Además, de acuerdo con la sección 6.1.4.1, para vigas peraltadas de un claro, el refuerzo que se determine; debe colocarse recto y sin reducción en todo el claro y debe anclarse en las zonas de apoyo de modo que sea capaz de desarrollar, en los paños de los apoyos, el 80% de su esfuerzo de fluencia, y debe estar uniformemente distribuido en una altura igual a:

$$\left( 0.2 - 0.05 \frac{l_{\text{clear}} - l_p}{h} \right) \cdot h = 8.00 \cdot \text{cm}$$

Notese que la distancia en la que se debe distribuir el refuerzo de tensión es pequeña. Las distancias requeridas por otros métodos de diseño son mucho mayores.

#### A.6.18 Revisión de zonas próximas a los apoyos

Las zonas próximas a los apoyos se dimensionarán conforme a la sección 6.1.4.4, que permite calcular las reacciones en los apoyos suponiendo que la viga es un elemento esbelto y únicamente aumentando en 10 % el valor de dichas reacciones. Por tanto:

$$\text{Reacc} := 1.1P_u = 106.70 \cdot \text{ton}$$

Cuando las reacciones comprimen directamente la cara inferior de la viga, el esfuerzo de contacto con el apoyo no debe exceder el esfuerzo por aplastamiento especificado en la sección 2.4 de las NTC-C del RCDF 2004 que se determina mediante:

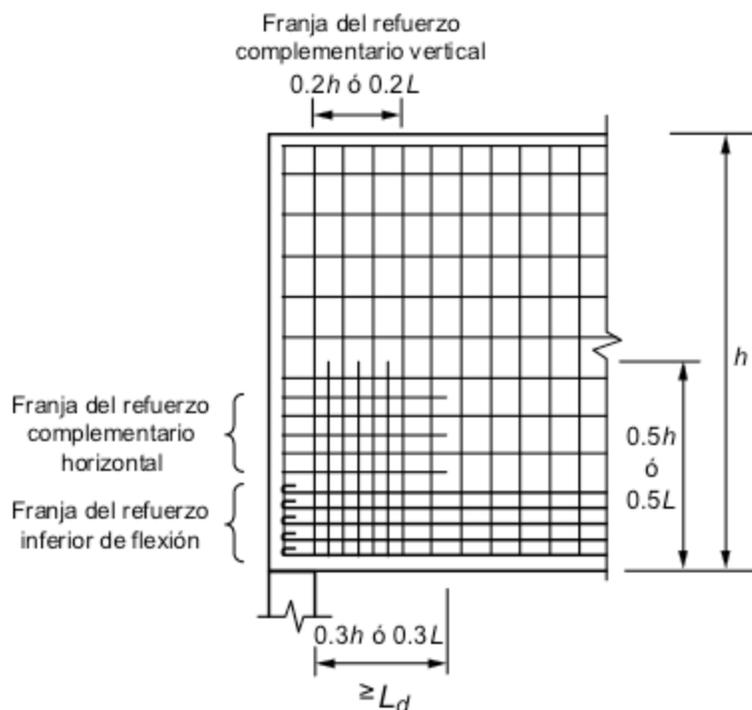
$$\sigma_{\text{aplast}} := F_{\text{Raplst}} \cdot f'_c = 168.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Recordando que las dimensiones de la placa de apoyo son  $l_p = 40.00 \cdot \text{cm}$  y  $b = 35.00 \cdot \text{cm}$ , el esfuerzo por aplastamiento sería:

$$\sigma_{\text{ap}} := \frac{\text{Reacc}}{l_p \cdot b} = 76.21 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{status} := \text{if}(\sigma_{\text{ap}} \leq \sigma_{\text{aplast}}, \text{"OK"}, \text{"Checar"}) \quad \text{status} = \text{"OK"}$$

Además, si la viga no está atiesada sobre los apoyos y las reacciones comprimen directamente su cara inferior, se deben colocar barras de refuerzo verticales y horizontales complementarias en zonas próximas a los apoyos. Dichas barras se colocarán en cada una de las mallas de refuerzo para fuerza cortante y tendrán el mismo diámetro que dicho refuerzo, de modo que la separación de las barras en esas zonas sea la mitad que en el resto de la viga (figura A-5). Estos requisitos conducirían a que el refuerzo necesario para satisfacer las NTC-C sea aún más denso que el determinado en secciones anteriores cuando se considero al espécimen como elemento esbelto.



**Figura A-8 -- Refuerzo complementario en la zona de apoyo de una viga diafragma no atiesada (modificado de NTC-C del RCDF 2004)**

#### A.6.19 COMENTARIOS

Al diseñar el elemento mediante las NTC-C del RCDF 2004, la viga no se clasifica como viga diafragma, y esta se diseña como elemento esbelto a flexión, y al sustituir el factor  $\alpha\sqrt{f'_c}$  de la expresión 2.20, la capacidad del concreto asumida por contribución del concreto con fibras de acero es de 170% mayor que la obtenida de la expresión (2.20) original para concreto normal. Con esto, la viga diseñada con NTC requeriría de estribos no. 3 a una separación de 25cm en lugar de una separación de 8cm comparada con el diseño de la viga sin fibras conforme a NTC-C.

Cabe mencionar que en este caso, la separación de estribos verticales de 25 cm, es la requerida por requisitos mínimos, ya que los cálculos indican que la separación de dicho refuerzo puede ser incluso mayor de 130cm, de modo que la interpretación de esta distancia implicaría tomar en cuenta que la presencia de las fibras puede, cuando menos, incrementar la separación mínima del refuerzo, y por tanto el diseño sería muy cercano a lo obtenido por el modelo MPT 1.

En este diseño el incremento de la capacidad a cortante por contribución de las fibras se respalda conservadoramente por utilizar el valor mínimo observado del esfuerzo cortante promedio de la base de datos de Parra (2006) para relaciones  $a/d$  similares.

Adicionalmente, cuando comparativamente se revisa al elemento como viga diafragma, se observa que el refuerzo proporcionado es igualmente adecuado, partiendo de que la contribución del concreto con fibras de acero calculada es muy cercana (96%) a la solictiación a cortante  $V_u$ , aunque como ya se dijo, las NTC-C limitan la capacidad de una viga diafragma de concreto normal, de tal modo que las dimensiones del espécimen le impiden (normativamente) resistir las cargas de diseño.

## A.7 Diseño de espécimen de Concreto Reforzado con Fibras de acero conforme al reporte ACI 544.4-99

### A.7.1 Propiedades de materiales y definición de unidades y constantes utilizadas en el diseño:

$$\text{ton} := 1000\text{kg} \quad \text{psi} := \frac{\text{lb}}{\text{in}^2} \quad \text{ksi} := 70.31 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{Resistencia a la compresión del concreto} \quad f'_c := 300 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{Resistencia a la tensión indirecta del concreto} \quad f'_t := 21 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad (\text{Ávila y Alcocer, 2011})$$

$$\text{Masa volumétrica del concreto} \quad w_c := 2400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\text{Esfuerzo de fluencia de refuerzo longitudinal} \quad f_y := 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{Esfuerzo de fluencia de refuerzo transversal} \quad f_{yt} := 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{Módulo de elasticidad del refuerzo longitudinal y transversal} \quad E_s := 2100000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{Deformación de fluencia del refuerzo longitudinal} \quad \epsilon_y := \frac{f_y}{E_s} \quad \epsilon_y = 0.002$$

### A.7.2 Factores de carga y de reducción:

$$\text{Factor de carga viva} \quad \gamma_{LL} := 1$$

$$\text{Factor de carga muerta} \quad \gamma_{DL} := 1$$

$$\text{Factor de reducción por cortante} \quad \phi_s := 0.75$$

$$\text{Factor de reducción por flexión} \quad \phi_f := 0.90$$

Factor de profundidad del bloque de compresión

$$\beta_1 := \text{if} \left( f'_c \leq 4000 \cdot \text{psi}, 0.85, \text{if} \left( f'_c > 8000 \cdot \text{psi}, 0.65, 1.05 - 0.05 \cdot \frac{f'_c}{1000 \cdot \text{psi}} \right) \right)$$

$$\beta_1 = 0.84$$

### A.7.3 Propiedades de la sección

Longitud	$L := 4.42\text{m}$	
Ancho	$b := 35\text{cm}$	
Peralte	$h := 120\text{cm}$	
Claro de cortante	$a_{\text{shear}} := 140\text{cm}$	
Longitud de placas de apoyo	$l_p := 40\text{cm}$	
Posición de placas a partir de paños	$d_{lp} := 21\text{cm}$	
Claro Libre	$l_{\text{clear}} := L - 2\left(\frac{l_p}{2} + d_{lp}\right)$	$l_{\text{clear}} = 360 \cdot \text{cm}$
Volumen	$\text{Vol} := b \cdot h \cdot L$	$\text{Vol} = 1.86 \cdot \text{m}^3$
Peso	$W := w_c \cdot \text{Vol}$	$W = 4.46 \cdot \text{ton}$

### A.7.4 Recubrimiento

Criterio ACI 318-11. La sección 7.7 del ACI318-11 (*American Concrete Institute, 2011*) establece que para vigas y columnas de concreto no expuestas a condiciones ambientales severas o en contacto con la tierra, el recubrimiento mínimo de concreto es de 1½ plg. (50.8 mm).

Se empleará un recubrimiento libre medido entre la superficie de concreto y la rama transversal de los estribos de 5.55 cm, que supone que el refuerzo transversal se proporcionará mediante barras no. 3. Este recubrimiento coincide con el usado para el diseño hecho mediante los modelos de puntales y tensores:

$$\text{rec} := 6.5\text{cm} \quad \text{rec}_{\text{libre}} := \text{rec} - \frac{3}{8}\text{in} = 5.55 \cdot \text{cm}$$

### A.7.5 Distancias libres entre barras en dirección horizontal y vertical

Criterio ACI. La sección 7.6 del ACI318-11 establece que la distancia libre mínima entre barras de un mismo lecho es la mayor entre  $d_b$  y 1 plg. (25.4 mm); la distancia libre mínima entre lechos paralelos es 1 plg. (25.4 mm).

Para este caso, se proponen 9 cm como separación libre medida entre los lechos del refuerzo longitudinal para coincidir con los requerimientos del MPT:

$$s_v := 9\text{cm}$$

### A.7.6 Cargas de diseño

- Cargas puntuales  $P := 97\text{ton}$

$$P_u := \gamma_{LL} \cdot P \quad P_u = 97.00 \cdot \text{ton}$$

- Uniforme por p.p.  $\omega := \frac{W}{L}$   $\omega = 1008.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}}$   
 $\omega_u := \gamma_{DL} \cdot \omega$   $\omega_u = 1008.00 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}}$

A partir de las cargas de diseño, los elementos mecánicos que se presentan en la viga son los de la figura A-2.

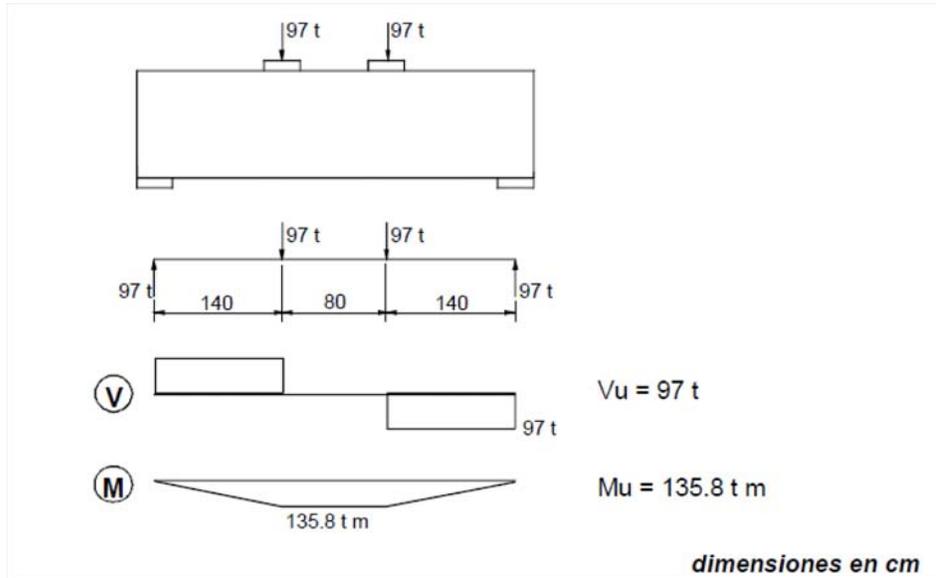


Figura A-2 -- Diagrama de cortante y de momento flexionante para la viga

### Diseño por Flexión (ACI 318-11 Capítulo 10)

Cálculo de los momentos máximos que se presentan en el tercio central del claro

- Por cargas vivas:  $M_{LL} := P \cdot a_{\text{shear}}$   $M_{LL} = 135.80 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$
  - Por peso propio:  $M_{DL} := \frac{\omega \cdot l_{\text{clear}}^2}{8}$   $M_{DL} = 1.63 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$   $\frac{M_{DL}}{M_{LL}} = 1.20 \cdot \%$
- $$M_{u1} := \gamma_{LL} \cdot M_{LL} + \gamma_{DL} \cdot M_{DL} \quad M_{u1} = 137.43 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$$

Considerando que el momento flexionante asociado con el peso propio es sólo el 1.2% del asociado con las cargas vivas, se desprecia el peso propio:

$$M_u := M_{LL} = 135.80 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$$

#### A.7.7 Relación claro libre a peralte. Criterio ACI 10.7.1

De acuerdo con la sección 10.7.1 del ACI-318-11. Una viga peraltada es aquella cargada en una cara y apoyada en la cara opuesta, de modo que se pueden desarrollar puntales de compresión entre las cargas y los apoyos y tienen además:

- un claro libre,  $l_n$  igual o menor que 4 veces el peralte del elemento o
- regiones con cargas concentradas dentro de una distancia  $2h$  desde la cara del apoyo

En el diseño de vigas diafragma no son aplicables las hipótesis generales del diseño por flexión.

$$l_n := L - 2 \cdot (l_p + dlp) \quad l_n = 3.20 \cdot \text{m} \quad \frac{l_n}{h} = 2.67$$

Status := if( $l_n \leq 4 \cdot h$ , "Viga peraltada", "Miembro esbelto a flexión")

Por lo que este elemento se clasifica como: Status = "Viga peraltada"

Asumiendo 2 capas de refuerzo longitudinal por flexión mediante barras no. 8 y refuerzo transversal mediante barras no. 3, el centroide del acero de refuerzo a tensión se puede calcular a partir de la suma del recubrimiento libre, el diámetro del refuerzo transversal, el diámetro del refuerzo longitudinal y la mitad de la separación libre entre lechos del refuerzo longitudinal como sigue:

$$y_{st} := \text{rec} + 1n + \frac{1}{2}s_v = 13.54 \cdot \text{cm}$$

El peralte efectivo de la sección es:

$$d := [h - (y_{st})] \quad d = 106.46 \cdot \text{cm}$$

La figura A-3 presenta el detalle de la ubicación del refuerzo longitudinal por flexión.

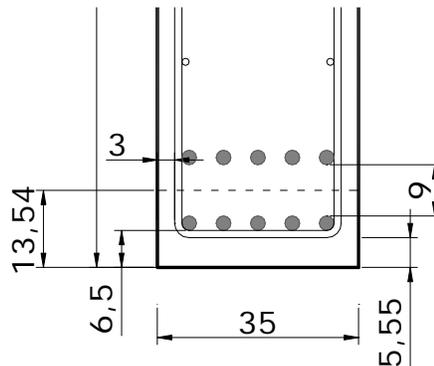


Figura A-3 -- Detalle de la ubicación del refuerzo longitudinal por flexión

#### A.7.8 Momento resistente conforme a la expresión propuesta por

Partiendo del principio de diseño por capacidad, el momento actuante debe ser menor o igual que el momento nominal resistente (sección R9.1 del ACI 318-11):

$$M_u \leq \phi M_n$$

Y el momento nominal resistente se puede calcular como sigue:

$$M_n = A_s \cdot f_y \cdot \left( d - \frac{a}{2} \right) + \sigma_t \cdot b \cdot (h - e) \cdot \left( \frac{h}{2} + \frac{e}{2} - \frac{a}{2} \right) \quad \text{Hennager \& Doherty (1976)}$$

donde:

a, se refiere a la profundidad del bloque de compresión.

e, es la distancia de la fibra extrema a compresión a la cima del bloque de esfuerzos a tensión (Figura 4.9) y

$\sigma_t$ , es el esfuerzo de tensión en el concreto con fibras

De esta forma los parámetros necesarios para el uso de esta expresión son:

$\sigma_f$  : es el esfuerzo de adherencia dinámico de las fibras

$$\sigma_f := 333 \text{psi} = 23.41 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{propuesto por Williamson (1974) para fibras rectas, lisas de 12 a 32mm}$$

o bien:

$$\sigma_f := 9.94 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \text{psi} = 45.65 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{Propuesto por Voo y Foster (2003), para fibras con extremos doblados (el cual es mas apropiado para este diseño)}$$

$\epsilon_{s(\text{fibras})}$  = deformación del acero de tensión en el momento resistente teórico de la viga (para las fibras)

Considerando que el módulo de elasticidad de las fibras es el mismo que el de barras acero (de acuerdo con el fabricante):

$$\epsilon_{s(\text{fibras})} := \frac{\sigma_f}{E_s} = 0.000022$$

por lo que "e", se calcula como:

$$e = \frac{(\epsilon_{s(\text{fibras})} + 0.003) \cdot c}{0.003}$$

Para este diseño se considera el uso de fibras comerciales Dramix RC 80/60 cuyas características y dosificación serían las siguientes:

$l_f := 60 \text{mm}$  longitud de la fibra

$d_f := 0.75 \text{mm}$  diámetro de la fibra

$\rho_f := 1$  porcentaje en volumen de las fibras

$F_{be} := 1.2$  Eficiencia de las fibras, (se considera 1.2 por tratarse de fibras con anclaje en los extremos y relación de aspecto máxima de 80 y clasificarse como de máximo desempeño de acuerdo con el fabricante.

Con los datos anteriores, el esfuerzo de tensión en el concreto con fibras esta dado por:

$$\sigma_t := 1.12 \cdot \frac{l_f}{d_f} \cdot \rho_f \cdot F_{be} \cdot \text{psi} = 7.56 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Asumiendo que la profundidad del bloque equivalente de esfuerzos es 1/4 del peralte efectivo

$$a_{\text{assum}} := 0.25 \cdot d \quad a_{\text{assum}} = 26.61 \cdot \text{cm}$$

y que

$$c := \frac{a_{\text{assum}}}{\beta_1} = 31.81 \cdot \text{cm}$$

Por lo tanto:

$$e := \frac{(\epsilon_{s(\text{fibras})} + 0.003) \cdot c}{0.003} = 32.04 \cdot \text{cm}$$

El área de refuerzo longitudinal requerida resulta:

$$A_{sreq} := \frac{M_u - \sigma_t \cdot b \cdot (h - e) \cdot \left( \frac{h}{2} + \frac{e}{2} - \frac{a_{assum}}{2} \right)}{\phi_f \cdot f_y \cdot \left( d - \frac{a_{assum}}{2} \right)} \quad A_{sreq} = 34.42 \cdot \text{cm}^2$$

Usando barras no. 8 para proporcionar el área requerida de acero de refuerzo:

$$a_s := \frac{(2.54\text{cm})^2 \cdot \pi}{4} = 5.07 \cdot \text{cm}^2$$

El número de barras necesarias será:

$$n_{bars} := \frac{A_{sreq}}{a_s} \quad n_{bars} = 6.79$$

Utilizando 7 barras del No 8:  $A_s := 7 \cdot a_s \quad A_s = 35.47 \cdot \text{cm}^2$

Revisando la profundidad del bloque de esfuerzos propuesta inicialmente:

$$a := \frac{A_s \cdot f_y + \sigma_t \cdot b \cdot h}{0.85 \cdot f_c \cdot b + \sigma_t \cdot b \cdot \left( \frac{\epsilon_{s(\text{fibras})} + 0.003}{0.003} \right) \cdot \frac{1}{\beta_1}} \quad a = 19.55 \cdot \text{cm}$$

$$c := \frac{a}{\beta_1} \quad c = 23.37 \cdot \text{cm}$$

La deformación correspondiente en el acero a tensión será:

$$\epsilon_s := 0.003 \cdot \left( \frac{d - c}{c} \right) \quad \epsilon_s = 0.011$$

Status := if( $\epsilon_s > \epsilon_y$ , "refuerzo de tensión fluyendo", "refuerzo de tensión no fluyendo")

Status = "refuerzo de tensión fluyendo"

La cuantía de refuerzo longitudinal a tensión será:

$$\rho := \frac{A_s}{b \cdot d} = 0.010$$

Revisando la distancia de la fibra extrema a compresión a la cima del bloque de esfuerzos a tensión "e" (Figura 3.15):

$$e := \frac{(\epsilon_{s(\text{fibras})} + 0.003) \cdot c}{0.003} = 23.54 \cdot \text{cm}$$

Por lo que el Momento resistente nominal esta dado por:

$$M_n := A_s \cdot f_y \cdot \left( d - \frac{a}{2} \right) + \sigma_t \cdot b \cdot (h - e) \cdot \left( \frac{h}{2} + \frac{e}{2} - \frac{a}{2} \right) \quad M_n = 159.85 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$$

$$M_R := \phi_f \cdot M_n = 143.87 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$$

$$M_u = 135.80 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$$

$$\text{Status} := \text{if}(M_R > M_u, \text{"O.K."}, \text{"Check"})$$

$$\frac{M_R}{M_u} = 1.06$$

Status = "O.K."

### A.7.9 Revisión de cuantías mínimas y máximas de refuerzo longitudinal

De acuerdo con la sección ACI 10.5.1, los Límites de refuerzo mínimo son:

$$A_{smin1} := \frac{3 \cdot \sqrt{f_c \cdot \text{psi}}}{f_y} \cdot b \cdot d$$

$$A_{smin1} = 12.22 \cdot \text{cm}^2$$

$$\frac{A_{smin1}}{b \cdot d} = 0.0033$$

$$A_{smin2} := \frac{200 \cdot \text{psi} \cdot b \cdot d}{f_y}$$

$$A_{smin2} = 12.47 \cdot \text{cm}^2$$

$$\frac{A_{smin2}}{b \cdot d} = 0.0033$$

$$A_{smin} := \max(A_{smin1}, A_{smin2})$$

$$\text{Status} := \text{if}(A_s > A_{smin}, \text{"O.K."}, \text{"Check"})$$

Status = "O.K."

Si el refuerzo longitudinal mínimo se proporciona mediante barras no. 8:

$$n_{bars} := \frac{A_{smin}}{a_s}$$

$$n_{bars} = 2.46$$

Por lo tanto, se colocarán 3 barras no. 8 como refuerzo longitudinal mínimo en la zona de compresión de la viga.

Y el porcentaje de refuerzo longitudinal proporcionado en la zona de compresión de la viga es:

$$\rho_{neg} := \frac{3 \cdot a_s}{b \cdot d}$$

$$\rho_{neg} = 0.004$$

### A.7.10 Revisión de la longitud de desarrollo y anclaje del refuerzo longitudinal (Sección ACI 12.11)

La longitud de desarrollo  $l_d$  que requiere una barra sujeta a tensión para desarrollar su esfuerzo de fluencia sin presentar problema de anclaje se obtiene como se indica en la sección 12.11.3 y 12.2.2 del ACI-318.

Para barras No 8:

$$d_b := 2.54 \text{cm}$$

$$a_s = 5.07 \cdot \text{cm}^2$$

$$l_d := \frac{f_y}{5.3 \cdot \sqrt{f_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}} \cdot d_b = 116.21 \cdot \text{cm}$$

a menos que se coloque un gancho estándar

El desarrollo mediante ganchos estándar en tensión conforme a la sección 12.5 del ACI 318-11 para barras No 8 con ganchos a 90°, con recubrimiento lateral (nomal al plano del gancho) mayor de 2.5in y mayor de 2in (paraleo al gancho) se debe proporcionar con:

$$l_{dh} := \frac{0.7 \cdot .075 \cdot f_y}{\sqrt{f_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}} \cdot d_b = 32.34 \cdot \text{cm}$$

La longitud del doblaje del gancho debe ser al menos doce veces el diámetro de la barra, es decir:

$$12d_b = 30.48 \cdot \text{cm}$$

#### A.7.11 Capacidad de carga asociada con el momento flexionante resistente

Teniendo en cuenta, el momento nominal obtenido, las cargas actuantes asociadas a este momento flexionante son:

$$P^* := \frac{M_R}{a_{\text{shear}}} = 102.76 \cdot \text{ton}$$

Del mismo modo, calculando el momento nominal considerando que el esfuerzo en el acero que puede desarrollarse es de  $1.25 f_y$  (contemplando una sobrerresistencia del elemento).

$$M_{R^{**}} := \phi_f \cdot A_s \cdot 1.25f_y \cdot d - \frac{a}{2} = 162.04 \cdot \text{ton} \cdot \text{m}$$

Y las cargas asociadas a este momento flexionante serían de:

$$P^{**} := \frac{M_{R^{**}}}{a_{\text{shear}}} = 115.74 \cdot \text{ton}$$

#### Diseño por cortante conforme a la expresión propuesta por Williamson y Knab (1975)

De acuerdo con la expresión (4.7) propuesta por Williamson y Knab y presentada en el reporte del ACI 554.4R; La metodología de diseño para cortante propuesta, para cortante, sigue el método propuesto por el ACI 318 para calcular la contribución de los estribos en la capacidad a cortante, a la cual se suma la fuerza resistida por el concreto calculada a partir del esfuerzo de cortante dado por la ecuación (4.7).

#### A.7.12 Fuerza cortante que toma el concreto, $V_{CR}$

La expresión para el cálculo del esfuerzo cortante promedio a la falla en vigas de SFRC es:

$$v_{cf} = \frac{2}{3} \cdot f'_t \cdot \left( \frac{d}{a} \right)^{0.25} \quad (4.7)$$

Donde  $f'_t$  es la resistencia a tensión del concreto obtenida de resultados de pruebas de tensión indirectas de cilindros de 6 x 12in. (150 x 300 mm), y  $d/a$  es la relación peralte a claro de cortante efectiva.

A falta de otros resultados, la resistencia  $f'_t$  utilizada en los cálculos se tomo como la obtenida por Avila y Alcocer (2001) en su trabajo sobre uso de SFRC para rehabilitación de muros de concreto con una dosificación de  $36.5 \text{ kg/m}^3$  de fibras de acero, es decir, 0.5% en volumen de fibras; considerando que esta resistencia es la única reportada en la bibliografía consultada y que se trata de SFRC con características obtenibles en México con fibras Dramix como las consideradas en el anterior diseño por flexión.

Las características del concreto empleado por Ávila y Alcocer (2011) fueron:

$$f_c := 216 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \qquad f_t := 18 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Normalizando la resistencia  $f_t$  para poder utilizarla en este diseño se tiene:

$$\frac{f_t}{\sqrt{f_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}} = 1.22 \qquad \text{es decir:} \qquad f_t := 1.22 \sqrt{f_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} = 21.13 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Calculando el esfuerzo cortante promedio de cortante con la expresión (4.7)

$$v_{cf} := \frac{2}{3} \cdot f_t \cdot \left(\frac{d}{a}\right)^{0.25} = 21.52 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Ahora la capacidad a cortante del concreto, utilizando el factor de resistencia para cortante especificado por el ACI 318 sería:

$$V_{CR} := \phi_s \cdot v_{cf} \cdot b \cdot d = 60.14 \cdot \text{ton} \qquad V_{cmax} := 0.93 \cdot b \cdot d \cdot \sqrt{f_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} = 60.02 \cdot \text{ton}$$

### A.7.13 Fuerza cortante que toma el refuerzo transversal

Considerando que la fuerza cortante máxima en el claro es:

$$V_{u1} := 98.76\text{ton} \qquad \text{Si se desprecia el peso propio:} \qquad V_u := 97\text{ton}$$

Asumiendo que se trata de una viga peraltada por que su relación claro libre a perlate es mayor que 4.

$$\text{Status} := \text{if}(l_n > 4 \cdot h, \text{"viga esbelta"}, \text{"viga peraltada"}) \qquad \text{Status} = \text{"viga peraltada"}$$

La sección 11.7.4, establece que en ningún caso se permitirá que  $V_u$ , sea superior a:

$$V_{umax} := \phi_s \cdot 2.65 \cdot b \cdot d \cdot \sqrt{f_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} = 128.27 \cdot \text{ton}$$

$$\text{Status} := \text{if}(V_{u1} > V_{umax}, \text{"Checar"}, \text{"OK"}) \qquad \text{Status} = \text{"OK"}$$

Dado que  $V_u$ , es mayor que  $V_{CR}$ , es necesario proporcionar refuerzo por tensión diagonal.

$$\text{Status} := \text{if}(V_{u1} > V_{CR}, \text{"porporcionar estribos para cortante"}, \text{"porporcionar estribos mínimos"})$$

$$\text{Status} = \text{"porporcionar estribos para cortante"}$$

Por lo tanto, el cortante que deberá ser tomar el refuerzo transversal (estribos) será:

$$V_S := V_{u1} - V_{CR} = 38.62 \cdot \text{ton}$$

Cálculo de la separación máxima de estribos perpendiculares al eje del elemento. de acuerdo con la sección 11.4.5

$$S_{\max 1} := \text{if} \left( V_S > 1.1 \cdot b \cdot d \cdot \sqrt{f_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}, 0.25 \cdot d, 0.5 \cdot d \right) = 53.23 \cdot \text{cm}$$

Dado que los estribo se colocarán a 90° respecto al eje de la pieza, y que se proporcionarán estribos cerrados del no 3. (9.5mm)

$$a_v := \frac{\left(\frac{3}{8} \text{in}\right)^2 \cdot \pi}{4} = 0.71 \cdot \text{cm}^2 \quad A_{vv} := 2 \cdot a_v = 1.43 \cdot \text{cm}^2$$

La separación requerida de los estribos estará dada por la siguiente expresión:

$$s_{\text{req}} := \frac{\phi_s \cdot A_{vv} \cdot f_y \cdot d}{V_S} = 12.37 \cdot \text{cm} \quad s := 12 \text{cm}$$

Si se colocan estribos no. 3 con una separación de 12 cm, la capacidad a cortante proporcionada por el refuerzo transversal, sería de:

$$V_S := \frac{\phi_s \cdot A_{vv} \cdot f_y \cdot d}{s} = 39.83 \cdot \text{ton} \quad V_{CR} = 60.14 \cdot \text{ton}$$

Y de este modo, la capacidad a cortante de la viga sería de:

$$V_{R\text{tot}} := V_{CR} + V_S = 99.96 \cdot \text{ton}$$

$$\frac{V_{R\text{tot}}}{V_{u1}} = 101.22 \cdot \%$$

#### A.7.14 Revisión de requisitos de refuerzo en las caras laterales

Para cumplir con las disposiciones 11.7.4; el refuerzo total distribuido sobre las dos caras laterales de la viga peraltada, no debe ser menor que los requeridos por 11.7.4.1 y 11.7.4.2 Proporcionando un refuerzo horizontal mínimo de en cada cara, dado que el peralte del elemento es mayor a 36in. (91.5 cm) de barras no. 3.

Utilizando barras #3:

$$a_{sh} := \left(\frac{3}{8} \text{in}\right)^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 0.71 \cdot \text{cm}^2 \quad A_{sh} := 2 \cdot a_{sh} \quad A_{sh} = 1.43 \cdot \text{cm}^2$$

La separación máxima de las barras horizontales y longitudinales esta limitada en ACI 11.7.4

$$s_{h\max} := \min\left(\frac{d}{5}, 12 \cdot \text{in}\right) \quad s_{h\max} = 21.29 \cdot \text{cm}$$

Entonces, empleando una separación horizontal  $s_h$  de 15cm.

$$s_h := 15 \text{cm}$$

La sección de ACI (11.7.4.1), establece un refuerzo mínimo transversal de:

$$A_{vminh} := .0025 \cdot b \cdot s_h = 1.31 \cdot \text{cm}^2$$

status := if( $A_{vminh} < A_{sh}$ , "ok", "chechar")      status = "ok"

El porcentaje de refuerzo horizontal resulta:

$$\rho_h := \frac{A_{sh}}{b \cdot s_h} \quad \rho_h = 0.0027$$

El porcentaje de refuerzo vertical mínimo establecido por la sección 11.7.4 también es:

$$A_{vminv} := .0025 \cdot b \cdot s_v$$

Pero asumiendo que este refuerzo mínimo (tanto vertical como horizontal) tiene el objetivo de controlar en ancho y distribución de grietas, se puede considerar que las fibras cumplirán con este, por lo que se decide omitirlo en este diseño.

La viga quedaría finalmente reforzada por 7 barras no. 8 para flexión, y estribos verticales no. 3 con una separación vertical de 12cm sin barras horizontales en las caras verticales del elemento.

### A.7.15 COMENTARIOS

La viga diseñada con el procedimiento ACI 318 modificado por las expresiones presentadas en el reporte ACI 544.4, requeriría de estribos verticales no. 3 a una separación de 12cm en lugar de una separación de 15cm comparada con el diseño de la viga sin fibras del MPT1, aunque sin la necesidad de colocar barras horizontales.

Esta demanda de refuerzo transversal es, sin embargo, menor que la requerida por especímenes sin fibras, lo cual cumple con el objetivo fundamental que se pretende con el uso de fibras de acero en elementos reforzados convencionalmente, de modo que para fines de la práctica común, (y a falta de los resultados que se esperan del programa experimental propuesto en este trabajo), este diseño representa lo más cercano a los alcances esperados del programa experimental contemplando un factor de seguridad adecuado para este tipo de elementos.

En este trabajo el incremento de capacidad a cortante en elementos de SFRC es 43% mayor que la que se obtendría con la ecuación (11-5) del ACI 318-11 que se aplicaría para casos de concreto normal. Si bien se observa que a diferencia de los otros diseños presentados en este trabajo, este requiere de refuerzo transversal vertical de estribos en mayor medida que los otros, se debe de considerar que la expresión para esfuerzo cortante promedio (4.7) propuesta por Williamson y Knab, se propuso en 1975, y no contaba con los datos que Parra (2006) presentó en su artículo y que fundamentan los demás diseños. De cualquier forma el incremento en la capacidad a cortante del concreto es importante y conlleva a una disminución significativa del refuerzo por cortante por permitir el omitir la colocación del refuerzo transversal horizontal.

## Apéndice B

Ref.	Viga	$b_w$ (mm)	$h$ (mm)	$d$ (mm)	$a/d$	$\rho$ %	$\rho'$ %	$f'_c$ (MPa)	$f'_c$ (kg/cm <sup>2</sup> )	Tipo de Fibra	$L_f$ (mm)	$L_f / d_f$	$V_f$ %	$v_u$ (Mpa)	$v_u$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$v_u / v(f'_c)$ (Mpa)	$v_u / v(f'_c)$ (kg/cm <sup>2</sup> )
88	FC1	152	610	558	1.6	2.3	2.3	60	611.8	—	—	—	—	1.75	17.8	0.23	0.72
	FC2	152	610	558	1.6	2.3	2.3	54.1	551.7	H	30	60	0.75	3.24	33.0	0.44	1.41
	FC3	152	610	558	1.6	2.3	2.3	49.9	508.8	H	30	60	1.5	3.81	38.9	0.54	1.72
	FC7	152	610	558	1.6	2.3	2.3	57	581.2	—	—	—	—	1.43	14.6	0.19	0.60
	FC8	152	610	558	1.6	2.3	2.3	54.8	558.8	H	30	60	0.4	2.4	24.5	0.32	1.04
	FC9	152	610	558	1.6	2.3	2.3	56.5	576.1	H	30	60	0.6	2.73	27.8	0.36	1.16
	<b>FC10</b>	<b>152</b>	<b>610</b>	<b>558</b>	<b>1.6</b>	<b>2.3</b>	<b>2.3</b>	<b>46.9</b>	<b>478.2</b>	<b>H</b>	<b>50</b>	<b>100</b>	<b>0.4</b>	<b>2.9</b>	<b>29.6</b>	<b>0.42</b>	<b>1.35</b>
	<b>FC11</b>	<b>152</b>	<b>610</b>	<b>558</b>	<b>1.6</b>	<b>2.3</b>	<b>2.3</b>	<b>40.8</b>	<b>416.0</b>	<b>H</b>	<b>50</b>	<b>100</b>	<b>0.6</b>	<b>2.79</b>	<b>28.5</b>	<b>0.44</b>	<b>1.39</b>
89	B-2-1.0-L	125	250	215	2	0.37		92	938.1	H	60	75	1	1.68†	17.1	0.18†	0.56
	B-1-0.5-A	125	250	215	1	2.84		99	1009.5	H	60	75	0.5	9.09	92.7	0.91	2.92
	B-2-0.5-A	125	250	215	2	2.84		99.1	1010.5	H	60	75	0.5	4.82	49.2	0.48	1.55
	B-1-1.0-A	125	250	215	1	2.84		95.3	971.8	H	60	75	1	12.74	129.9	1.31	4.17
	B-2-1.0-A	125	250	215	2	2.84		95.3	971.8	H	60	75	1	6.06	61.8	0.62	1.98
	B-1-1.5-A	125	250	215	1	2.84		96.4	983.0	H	60	75	1.5	13.95	142.3	1.42	4.54
	B-2-1.5-A	125	250	215	2	2.84		96.6	985.0	H	60	75	1.5	7.21	73.5	0.73	2.34
	B-2-1.0-M	125	250	215	2	4.58		94.5	963.6	H	60	75	1	6.73	68.6	0.69	2.21
90	A00	150	250	219	2.79	1.92		41.2	420.1	—	—	—	—	1.23	12.5	0.19	0.61
	A10	150	250	219	2.79	1.92		40.9	417.1	H	30	60	1	2.93	29.9	0.46	1.46
	A20	150	250	219	2.79	1.92		43.2	440.5	H	30	60	2	3.14†	32.0	0.48†	1.52
	B00	150	250	219	2	1.92		41.2	420.1	—	—	—	—	1.51	15.4	0.24	0.75
	B10	150	250	219	2	1.92		40.9	417.1	H	30	60	1	3.5	35.7	0.55	1.75
	B20	150	250	219	2	1.92		43.2	440.5	H	30	60	2	3.52	35.9	0.54	1.71
91	FHB1-2	125	250	212	2	1.48		62.6	638.3	—	—	—	—	3.02	30.8	0.38	1.22
	FHB2-2	125	250	212	2	1.48		63.8	650.6	H	50	63	0.5	5.09	51.9	0.64	2.03
	FHB3-2	125	250	212	2	1.48		68.6	699.5	H	50	63	0.75	5.44	55.5	0.66	2.10
	FHB1-3	125	250	212	3	1.48		62.6	638.3	—	—	—	—	2.53	25.8	0.32	1.02
	FHB2-3	125	250	212	3	1.48		63.8	650.6	H	50	63	0.5	3.09	31.5	0.39	1.24
	FHB3-3	125	250	212	3	1.48		68.6	699.5	H	50	63	0.75	3.4	34.7	0.41	1.31
	FNB2-2	125	250	212	2	1.48		30.8	314.1	H	50	63	0.5	4.04	41.2	0.73	2.32
92	<b>2/0.5/1.5</b>	<b>152</b>	<b>254</b>	<b>221</b>	<b>1.5</b>	<b>1.19</b>	<b>0.45</b>	<b>34</b>	<b>346.7</b>	<b>H</b>	<b>30</b>	<b>60</b>	<b>0.5</b>	<b>3.17†</b>	<b>32.33</b>	<b>0.54†</b>	<b>1.74</b>
	2/0.5/2.5	152	254	221	2.5	1.19	0.45	34	346.7	H	30	60	0.5	1.72	17.5	0.3	0.94

Resumen y adaptación de la base de datos presentada por Parra (2006) en su artículo: "Shear Strength of Beams with Deformed Steel Fibers; Evaluating an alternative to minimum transverse reinforcement"

## Apéndice B

Ref.	Viga	b <sub>w</sub> (mm)	h (mm)	d (mm)	a/d	ρ %	ρ' %	f' <sub>c</sub> (MPa)	f' <sub>c</sub> (kg/cm <sup>2</sup> )	Tipo de Fibra	L <sub>f</sub> (mm)	L <sub>f</sub> / d <sub>f</sub>	V <sub>f</sub> %	v <sub>u</sub> (Mpa)	v <sub>u</sub> (kg/cm <sup>2</sup> )	v <sub>u</sub> / v(f' <sub>c</sub> ) (Mpa)	v <sub>u</sub> / v(f' <sub>c</sub> ) (kg/cm <sup>2</sup> )
92	2/0/1.5	152	254	221	1.5	1.19	0.45	34	346.7	—	—	—	—	1.93	19.7	0.33	1.06
	<b>2/1.0/1.5</b>	<b>152</b>	<b>254</b>	<b>221</b>	<b>1.5</b>	<b>1.19</b>	<b>0.45</b>	<b>34</b>	<b>346.7</b>	<b>H</b>	<b>30</b>	<b>60</b>	<b>1</b>	<b>3.16†</b>	<b>32.2</b>	<b>0.54†</b>	<b>1.73</b>
	2/1.0/2.5	152	254	221	2.5	1.19	0.45	34	346.7	H	30	60	1	1.79†	18.3	0.31†	0.98
	<b>4/0.5/1.5</b>	<b>152</b>	<b>254</b>	<b>221</b>	<b>1.5</b>	<b>2.39</b>	<b>0.45</b>	<b>34</b>	<b>346.7</b>	<b>H</b>	<b>30</b>	<b>60</b>	<b>0.5</b>	<b>4</b>	<b>40.8</b>	<b>0.69</b>	<b>2.19</b>
	4/0.5/2.5	152	254	221	2.5	2.39	0.45	34	346.7	H	30	60	0.5	1.89	19.3	0.32	1.04
	4/0/1.5	152	254	221	1.5	2.39	0.45	34	346.7	—	—	—	—	2.37	24.2	0.41	1.30
	4/0/3.5	152	254	221	3.5	2.39	0.45	34	346.7	—	—	—	—	1.03	10.5	0.18	0.56
	<b>4/1.0/1.5</b>	<b>152</b>	<b>254</b>	<b>221</b>	<b>1.5</b>	<b>2.39</b>	<b>0.45</b>	<b>34</b>	<b>346.7</b>	<b>H</b>	<b>30</b>	<b>60</b>	<b>1</b>	<b>4.38</b>	<b>44.7</b>	<b>0.75</b>	<b>2.40</b>
4/1.0/2.5	152	254	221	2.5	2.39	0.45	34	346.7	H	30	60	1	2.45	25.0	0.42	1.34	
93	A1	152	229	197	2	1.34		24.2	246.8	—	—	—	—	2	20.4	0.41	1.30
	A2	152	229	197	2.8	1.34		24.2	246.8	—	—	—	—	1.5	15.3	0.3	0.97
	B1	152	229	197	2	1.34		29.1	296.7	H	30	60	0.5	2.5	25.5	0.46	1.48
	B2	152	229	197	2.8	1.34		29.1	296.7	H	30	60	0.5	1.75	17.8	0.32	1.04
	C1	152	229	197	2	1.34		29.9	304.9	H	30	60	0.75	2.83	28.9	0.52	1.65
	C2	152	229	197	2.8	1.34		29.9	304.9	H	30	60	0.75	2	20.4	0.37	1.17
	C5	152	229	200	2.8	0.79		29.9	304.9	H	30	60	0.75	1.23†	12.5	0.22†	0.72
	C6	152	229	197	2.8	2		29.9	304.9	H	30	60	0.75	2.16	22.0	0.4	1.26
	D1	152	229	197	2	1.34		30	305.9	H	30	60	1	3.09†	31.5	0.56†	1.80
	D2	152	229	197	2.8	1.34		30	305.9	H	30	60	1	2.16†	22.0	0.39†	1.26
	E1	152	229	200	2.8	0.79		20.6	210.1	H	30	60	1	1.15†	11.7	0.25†	0.81
	E2	152	229	197	2.8	1.34		20.6	210.1	H	30	60	0.75	1.5	15.3	0.33	1.06
	E3	152	229	197	2.8	2		20.6	210.1	H	30	60	0.75	2	20.4	0.44	1.41
	F1	152	229	200	2.8	0.79		33.4	340.6	H	30	60	0.75	1.53†	15.6	0.27†	0.85
F2	152	229	197	2.8	1.34		33.4	340.6	H	30	60	0.75	2.5†	25.5	0.43†	1.38	
F3	152	229	197	2.8	2		33.4	340.6	H	30	60	0.75	2.86	29.2	0.5	1.58	
94	2.2/1	200	300	260	1.5	1.81		40.8	416.0	—	—	—	—	4.03	41.1	0.63	2.01
	<b>2.2/2</b>	<b>200</b>	<b>300</b>	<b>260</b>	<b>1.5</b>	<b>1.81</b>		<b>41.2</b>	<b>420.1</b>	<b>H</b>	<b>60</b>	<b>67</b>	<b>0.25</b>	<b>5.38</b>	<b>54.9</b>	<b>0.84</b>	<b>2.68</b>
	<b>2.2/3</b>	<b>200</b>	<b>300</b>	<b>260</b>	<b>1.5</b>	<b>1.81</b>		<b>40.3</b>	<b>410.9</b>	<b>H</b>	<b>60</b>	<b>67</b>	<b>0.76</b>	<b>5.76</b>	<b>58.7</b>	<b>0.91</b>	<b>2.90</b>
	2.3/1	200	300	262	2.5	1.15		40.1	408.9	—	—	—	—	1.5	15.3	0.24	0.76
	2.3/2	200	300	262	2.5	1.15		40	407.9	H	60	67	0.25	1.57	16.0	0.25	0.79
	2.3/3	200	300	262	2.5	1.15		38.7	394.6	H	60	67	0.76	2.06	21.0	0.33	1.06
	2.4/1	200	300	260	2.5	1.81		40.1	408.9	—	—	—	—	2.3	23.5	0.36	1.16

Resumen y adaptación de la base de datos presentada por Parra (2006) en su artículo: "Shear Strength of Beams with Deformed Steel Fibers; Evaluating an alternative to minimum transverse reinforcement"

## Apéndice B

Ref.	Viga	$b_w$ (mm)	$h$ (mm)	$d$ (mm)	$a/d$	$\rho$ %	$\rho'$ %	$f'_c$ (MPa)	$f'_c$ (kg/cm <sup>2</sup> )	Tipo de Fibra	$L_f$ (mm)	$L_f / d_f$	$V_f$ %	$v_u$ (Mpa)	$v_u$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$v_u / v(f'_c)$ (Mpa)	$v_u / v(f'_c)$ (kg/cm <sup>2</sup> )
94	2.4/2	200	300	260	2.5	1.81		40	407.9	H	60	67	0.25	2.07	21.1	0.33	1.05
	2.4/3	200	300	260	2.5	1.81		38.7	394.6	H	60	67	0.76	2.77	28.2	0.44	1.42
36	S1	150	305	276	1.8	1.44	0.2	42.3	431.3	—	—	—	—	1.53	15.6	0.24	0.75
	S2	150	305	276	1.8	2.99	0.2	43.2	440.5	—	—	—	—	2.74	27.9	0.42	1.33
	<b>S3F</b>	<b>150</b>	<b>305</b>	<b>276</b>	<b>1.8</b>	<b>4.54</b>	<b>0.2</b>	<b>48.6</b>	<b>495.6</b>	<b>H</b>	<b>51</b>	<b>83</b>	<b>0.9</b>	<b>2.94</b>	<b>30.0</b>	<b>0.42</b>	<b>1.35</b>
95	1TL-1	55	300	265	2	4.31		35.4	361.0	—	—	—	—	3.37	34.4	0.57	1.81
	1TLF-1	55	300	265	2	4.31		35.6	363.0	C	50	100	1	5.48	55.9	0.92	2.93
	2TL-1	55	300	265	2	2.76		36.5	372.2	—	—	—	—	2.49	25.4	0.41	1.32
	2TLF-1	55	300	265	2	2.76		37.8	385.5	C	50	100	1	4.91	50.1	0.8	2.55
	3TL-1	55	300	265	2	1.55		37.4	381.4	—	—	—	—	2.15	21.9	0.35	1.12
	3TLF-1	55	300	265	2	1.55		35.7	364.0	C	50	100	1	4.63	47.2	0.77	2.47
96	1	60	375	340	2	3.44		32.8	334.5	—	—	—	—	3.09	31.5	0.54	1.72
	2	60	375	340	2	3.44		35	356.9	H	30	60	0.5	5.34	54.5	0.9	2.88
	3	60	375	340	2	3.44		33	336.5	H	30	60	0.75	4.43	45.2	0.77	2.46
	4	60	375	340	2	3.44		36	367.1	H	30	60	1	5.15	52.5	0.86	2.74
	5	60	375	340	2.5	3.44		36	367.1	H	30	60	1	3.78	38.5	0.63	2.01
	<b>6</b>	<b>60</b>	<b>375</b>	<b>340</b>	<b>1.5</b>	<b>3.44</b>		<b>36</b>	<b>367.1</b>	<b>H</b>	<b>30</b>	<b>60</b>	<b>1</b>	<b>7.52</b>	<b>76.7</b>	<b>1.25</b>	<b>4.00</b>

En la tabla anterior, los datos presentados son los siguientes:

$b_w$  = ancho de la viga;  $h$  = peralte de la viga;  $d$  = peralte efectivo de la viga;  $a/d$  = relación claro de cortante a peralte;

$\rho$  % = porcentaje de refuerzo longitudinal;  $f'_c$  = resistencia a compresión del concreto utilizado;

En torno al tipo de fibra, la nomenclatura se refiere a:

\*C = Crimped fiber (fibra ondulada o retorcida); H = hooked fiber (fibra con anclajes en los extremos);

S-H = combinación de fibras con anclajes y onduladas; NA = fibra desconocida.

$L_f$  = Longitud de la fibra;  $L_f/d_f$  = relación de aspecto de la fibra;  $V_f$  = volumen de fibras utilizado

Notas:  $v_u = V_u / b_w d$  = esfuerzo cortante último; 1 MPa = 145 psi.

† Viga que fallo en flexión

[La versión completa de la base de datos puede ser obtenida accedando a la versión digital del artículo de \(Parra-Montesinos 2006 a\) en www.concreteinternational.com.](http://www.concreteinternational.com)