



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO**

---

---

**FACULTAD DE CIENCIAS**

**El Uso de Información de Naturaleza Sistémica para  
la Estimación de la Correlación de Activos Crediticios  
desde un Punto de Vista de Capitalización Bancaria**

**T E S I S**  
**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:**

**ACTUARÍA**

**P R E S E N T A:**

**GABRIELA REGINA PÉREZ LÓPEZ**



**DIRECTOR DE TESIS:**

**M. en C. JESÚS ALAN ELIZONDO FLORES**

**2012**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

<p>1. Datos del alumno Pérez López Gabriela Regina 56 68 66 18 Universidad Nacional Autónoma de México Facultad de Ciencias Actuaría 304096794</p>
<p>2. Datos del tutor M. en C. Jesús Alan Elizondo Flores</p>
<p>3. Datos sinodal Dra. Ruth Selene Fuentes García</p>
<p>4. Datos sinodal M. en C. Tania Cristina Lemus Basualdo</p>
<p>5. Datos sinodal Act. Alberto Cadena Martínez</p>
<p>6. Datos sinodal Act. Alberto Munguía Cisneros</p>
<p>7. Datos del trabajo escrito El Uso de Información de Naturaleza Sistémica para la Estimación de la Correlación de Activos Crediticios desde un Punto de Vista de Capitalización Bancaria P 108 2012</p>

*A mí hermana, mi mamá y mi papá.*

## *Agradecimientos*

*Primero que nada a las tres personas más importantes de mi vida: a mi hermana por estar a mi lado, por su valentía y sus valiosos consejos, a mi mamá por su apoyo incondicional y a mi papá por siempre estar a mi lado, a los tres por siempre impulsarme para ser mejor.*

*A mi abu Mercedes y mi tía Rocío, por su apoyo, sus palabras, consejos y motivación.*

*A mis amigos de la vida Carlos, Gabriel, Guillermo, Ivar, Luis y Manuel, primero que nada por ser excelentes amigos, por sus consejos, los momentos compartidos, por ser un gran soporte y porque siempre han estado en todo momento. A Claudia por sus consejos, escucharme y motivarme.*

*A Sofía Villers por ser profesora y amiga, por sus consejos, motivación y por ser un ejemplo a seguir. A Hugo, por las experiencias compartidas, por su apoyo brindado, por ser un buen amigo y compañero.*

*A todos mis profesores en la Facultad porque todos y cada uno de ellos contribuyeron en mi formación, en especial a Gabriela Campero y Javier Paez, por todas sus maravillosas enseñanzas. A Rodrigo por confiar en mí.*

*A mis compañeros del trabajo, en especial a Valeria, por su apoyo y confianza y a Jorge por su amistad y apoyo en el trabajo y comentarios de tesis.*

*A Adela una gran persona con la que he compartido maravillosas experiencias, por su apoyo, su confianza y por transmitirme sus vastos conocimientos.*

*A todas las personas con las que he compartido un momento de mi vida, amigos, compañeros, alumnos, colegas, porque gracias a ellos y las experiencias vividas me he convertido en lo que soy.*

*A la Dra. Ruth, Act. Alberto Munguía, Act. Tania Lemus y Act. Alberto Cadena por el tiempo dedicado a la revisión de este trabajo, sus comentarios y recomendaciones.*

*Y en especial a mi tutor M. en C. Alan Elizondo por su paciencia y tiempo dedicado a la dirección de esta tesis.*

# Índice

Introducción	1
Capítulo 1 Enfoque Regulatorio de Riesgo de Crédito.....	5
1.1. Antecedentes .....	5
1.1.1. Basilea I.....	6
1.1.2. Basilea II.....	9
1.2. Riesgo Crediticio .....	11
1.2.1. Modelo de Merton.....	13
1.2.2. Adopción del Modelo de Merton para Fines Regulatorios	16
1.2.3. Tipos de Exposiciones .....	21
1.2.4. Componentes del Riesgo .....	23
1.2.5. Requerimiento de Capital .....	26
1.2.6. Fórmula del Riesgo .....	28
1.2.7. Supuestos .....	35
1.3 Ejemplo Práctico de la Fórmula de Riesgo.....	36
Capítulo 2 Métodos de Estimación de Correlación de Activos .....	40
2.1. Revisión Bibliográfica.....	40
2.2. Métodos de Estimación .....	42
2.2.1 Método de los Momentos .....	44
2.2.2 Método de Máxima Verosimilitud .....	45
2.3. Metodología Propuesta para la Estimación de Correlaciones .	46
2.3.1 Método por Normal Bivariada .....	46
2.3.2 Método de máxima verosimilitud .....	52
Capítulo 3 Estimación Propuesta .....	58
3.1. Datos .....	58
3.1.1. Base de Personas Físicas .....	59
3.1.2. Base de Personas Morales .....	68
3.2. Resultados .....	80
Capítulo 4 Aplicaciones	82
4.1. Correlaciones estimadas vs Basilea .....	82
4.2. Ciclo o no ciclo .....	84
4.3. Simulación de un ciclo.....	88
Conclusiones .....	93
Anexo 1 Normal Bivariada .....	96
Bibliografía .....	97

# Introducción

Como consecuencia del impacto global financiero de la quiebra del Bankhaus Herstatt de Alemania en 1974, las grandes potencias mundiales en el rubro, conocidas como el G10, entre las que destacan Estados Unidos, Alemania e Inglaterra, se reunieron por varios años con el objetivo de introducir un marco regulatorio común que garantizara la solvencia de Bancos de distintas jurisdicciones. La primera gran conclusión de dicho objetivo es el Acuerdo de Capital de Basilea<sup>1</sup> o Basilea I, publicado en 1998. Años más tarde, el proyecto se optimizaría, dando como resultado en 2004 un nuevo Acuerdo conocido como Basilea II.

El modelo de riesgo de crédito de Basilea se basa en el modelo de estimación de probabilidad de incumplimiento de Merton<sup>2</sup>. Basilea propone una fórmula de riesgo mediante la cual los Bancos con autorización de modelos de calificación interna (IRB) calculan el requerimiento de capital que necesitan para cubrir las pérdidas no esperadas.

$$K = \left[ LGD \cdot N \left[ \frac{G(PD) + G(0.999)\sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho}} \right] - PD \cdot LGD \right]$$

Dónde:

LGD= Severidad de la pérdida

G= Función de distribución inversa normal estándar

PD= Probabilidad de Incumplimiento

N= Función de distribución normal estándar

$\rho$ = Coeficiente de correlación.

---

<sup>1</sup> Banco de Pagos Internacionales.

<sup>2</sup> Committee on Banking Supervision Basel, "An Explanatory Note on the Basel II IRB Risk Weight Functions", Julio 2005.

Dicha fórmula contiene un coeficiente de correlación que mide la relación entre los activos de la cartera y la economía global; Basilea establece estas correlaciones como un estándar, ya que fueron calculadas con información de los integrantes del G-10, lo cual puede representar un problema ya que mediante la fórmula se puede estar subestimando o sobreestimando el requerimiento de capital, pues no se toma en cuenta la información específica de un determinado país en estos coeficientes de correlación.

En este sentido, el objetivo del presente trabajo es, con una muestra representativa extraída del Buró de Crédito mexicano a partir de la información de 12 Instituciones bancarias, estimar las correlaciones de la fórmula de riesgo de crédito para Instituciones mexicanas y compararlas con las establecidas en Basilea, con el objeto de establecer si sobreestiman o subestiman la realidad mexicana. Con la información del Buró de Crédito, se construyó una base con las tasas de incumplimiento por cartera: Crédito Comercial (Corporativos, Pequeñas y Medianas Empresas, Estados y Municipios, Instituciones Financieras), Tarjeta de Crédito, Consumo no Revolvente e Hipotecario, en un intervalo de tiempo que va de septiembre 2004 a diciembre 2009.

La importancia de la información utilizada radica en que los ejercicios que se han hecho en otros países para la estimación de estos parámetros se han visto afectados por la falta de información o la poca disponibilidad de los datos. En dichos ejercicios, se utilizan los datos de agencias como Moody's y Standard and Poor's; sin embargo, aún estos datos no son suficientes, ya que no hay muchas compañías con calificación crediticia de agencia y/o la información comprende pocos años de seguimiento, por lo tanto, puede existir incertidumbre en las estimaciones.

La tesis propone dos metodologías para la estimación de las correlaciones por cartera. Ambas metodologías parten de la información disponible, la primera propuesta busca

la relación que existe entre las correlaciones y el resto de la información que se tiene para realizar la estimación, mientras que la segunda metodología utiliza el método de máxima verosimilitud; mediante el cual a través de la función de densidad de las pérdidas se construye la función de máxima verosimilitud para obtener un estimador del coeficiente de correlación.

Al comparar los parámetros estimados con los propuestos por Basilea, se espera obtener coeficientes de correlación que ajusten de una forma adecuada y sean acordes para las carteras del Sistema Financiero Mexicanos, y con esto poder demostrar si los coeficientes de correlación propuestos por Basilea son adecuados o inadecuados, observando si estos sobreestiman o subestiman el capital del Sistema Financiero Mexicano.

La organización del documento es la siguiente:

En el primer capítulo se presentan las principales características del riesgo de crédito, con énfasis en el análisis de las fórmulas de riesgo propuestas por Basilea.

En el segundo capítulo se exponen los distintos métodos de estimación de parámetros. Además, se proponen y explican dos metodologías para estimar los coeficientes de correlación.

En el capítulo 3 se utilizan las metodologías propuestas previamente para estimar los coeficientes de correlación; se explica el origen de los datos y la construcción de la Base de Datos que sirvió para la estimación de los parámetros. Además se analiza el intervalo de tiempo de la información utilizada para la estimación.

En el último capítulo se comparan los coeficientes de correlación estimados con datos del Sistema Financiero Mexicano versus los propuestos por Basilea y se realizan varias pruebas para corroborar la validez de la hipótesis del ciclo económico.

# Capítulo 1 Enfoque Regulatorio de Riesgo de Crédito

## 1.1. Antecedentes

El Comité de Supervisión Bancaria de Basilea tuvo su origen en 1974 a raíz de la quiebra del Bankhaus Herstatt de Alemania. El cierre de este banco tuvo consecuencias importantes en operaciones internacionales, ya que el principal motivo de su quiebra fueron las pérdidas significativas derivadas de sus operaciones en moneda extranjera, lo que por poco conduce a un colapso del sistema financiero internacional. Los gobernadores y presidentes de los Bancos centrales de Alemania, Bélgica, Canadá, España, Estados Unidos, Francia, Italia, Japón, Luxemburgo, Países Bajos, Reino Unido, Suecia y Suiza, países del G10; establecieron dicho Comité, con el propósito de estudiar los fenómenos financieros internacionales y proveer a los supervisores bancarios de recomendaciones que permitieran de manera oportuna minimizar el riesgo al que se exponen las Instituciones Financieras y evitar una crisis.

A principios de la década de los ochentas, el G10 comenzó a abrir y a liberalizar los mercados financieros y los sistemas bancarios, lo que provocó un aumento del tamaño de las exposiciones bancarias, dentro y fuera del balance. Muchas veces este aumento no iba acompañado de un aumento de capital; como consecuencia, el nivel de capital de los grandes Bancos comenzó a ser insuficiente para soportar la exposición. Aunado a esto, la expansión de los Bancos a nuevas áreas de negocio y el aumento de operaciones transfronterizas exigían un entorno regulatorio común que proporcionara un terreno justo a Bancos de distintas jurisdicciones y que asegurara la solvencia de dichos Bancos. Motivados por los efectos del crecimiento de la actividad internacional, el Comité de Basilea inició un proyecto para conseguir una mejor convergencia

internacional de la normatividad supervisora sobre suficiencia de capital de los Bancos internacionalmente activos. Es así como, en 1988, el Comité de Supervisión Bancaria de Basilea publica su primer gran acuerdo, el cual se conoce como Basilea I.

### **1.1.1. Basilea I**

El Acuerdo de Capital de Basilea o Basilea I coloca al Capital como pilar principal de la regulación de la actividad bancaria, al considerarlo como la base de la solvencia. El Capital es la medida de protección de los Bancos en caso de pérdidas.

El Acuerdo de Basilea tiene como finalidad dar recomendaciones a los Bancos para que operen de manera segura y solvente, es decir, que cuenten con el capital y las reservas suficientes para hacer frente a los riesgos derivados de sus actividades. Este Acuerdo propone la aplicación de ponderaciones establecidas por el regulador para la medición del riesgo crediticio y su cálculo se realiza por medio de un enfoque estandarizado. Los estándares de capital de Basilea I son requerimientos mínimos de capital regulatorio, constituido por tres componentes:

*1. Definición de capital regulatorio:* Se compone de una lista de elementos considerados como capital para efectos regulatorios y las condiciones que éstos deben cumplir. Consta de tres niveles (tiers) de capital, donde cada nivel se asocia con cierta capacidad de absorción de pérdidas.

- **Nivel 1:** Los elementos en este nivel tienen la mayor capacidad para asumir las pérdidas sin impedir el funcionamiento del banco. Normalmente se componen del capital ordinario o primario.
- **Nivel 2:** Es el capital complementario; los elementos admisibles en este nivel se engloban en alguna de las categorías limitadas generalmente por una parte proporcional del Nivel 1, se compone de reservas e instrumentos de deuda. A su vez, el Nivel 2 está dividido en Nivel 2 inferior y Nivel 2 superior.

El total del Nivel 2 no puede superar el 100 por ciento del capital de Nivel 1, el Nivel 2 superior cuenta con un total limitado al 100 por ciento del capital de Nivel 1 y el Nivel 2 inferior cuenta con un total limitado al 50 por ciento del capital de Nivel 1.

- **Nivel 3:** Es el capital complementario adicional, el cual es utilizado para cumplir una parte de los requerimientos de capital por riesgo de mercado; fue añadido en el Acuerdo de Capital en 1996.

*2. Activos ponderados por riesgo:* Son todas las exposiciones crediticias ponderadas por riesgo. Este esquema de ponderaciones supervisoras está destinado a asegurar que el capital regulatorio mantenido por los Bancos sea congruente en gran medida con el nivel de riesgo inherente en los distintos tipos de exposición, tomando en cuenta que distintas categorías de exposiciones tienen niveles diferentes de riesgo y que, aunque los niveles de riesgo pueden variar significativamente en una categoría determinada, las ponderaciones de riesgo se asignan de igual forma a toda la categoría.

*3. Coeficientes mínimos de adecuación de capital:* Existen dos coeficientes mínimos de capital que establecen una relación entre el capital y los activos ponderados por riesgo: el capital regulatorio y el capital Nivel 1.

Para determinar los coeficientes mínimos de suficiencia de capital se aplican las siguientes fórmulas:

- **Coefficiente mínimo de capital total:**

$$\frac{\text{Capital Regulatorio Total}}{\text{Total de Activos Ponderados por Riesgo}} \geq 8\% \quad \mathbf{1.1}$$

- **Coefficiente mínimo de capital nivel 1:**

$$\frac{\text{Capital Regulatorio Total Nivel 1}}{\text{Total de Activos Ponderados por Riesgo}} \geq 4\% \quad \mathbf{1.2}$$

Puesto que el coeficiente mínimo de capital regulatorio total en relación con la suma de todos los activos ponderados por riesgo es del 8 por ciento, hay una relación directa entre las ponderaciones de riesgo y los cargos de capital.

Los elementos fuera del balance se toman en cuenta en el Total de Activos Ponderados por Riesgo, pero se ven afectados por factores de conversión del crédito (CCF<sup>3</sup>) con el fin de convertirlos en equivalentes de crédito. Los CCF se aplican antes de que dichos elementos reciban una ponderación de riesgo y son aproximaciones de exposiciones en incumplimiento.

<b>Ponderación de riesgo (%)</b>	<b>Cargo de capital (%)</b>	<b>Exposiciones</b>
0	0	Efectivo, créditos a los gobiernos de la OCDE <sup>4</sup> o garantizados por los gobiernos de la OCDE.
20	1.6	Créditos a Bancos con un vencimiento residual de hasta un año, créditos a Bancos constituidos en los países de la OCDE.
50	4	Préstamos para viviendas existentes y de nueva construcción, viviendas que están ocupadas por el prestatario, o que puedan estar ocupadas en una fecha futura.

<sup>3</sup> Por su nombre en inglés, Credit Conversion Factor.

<sup>4</sup> OCDE: Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos.

100	8	El resto de créditos o tipos de activos que no son elegibles para una ponderación de riesgo menor.
-----	---	--

**Figura 1**  
**Ponderaciones de Riesgo**

Es importante mencionar que el Capital Regulatorio que propone Basilea I se guía por definiciones y criterios estandarizados, es decir, tienen un ámbito de aplicación nacional y global, lo que permite comparar coeficientes de capital de un banco a otro. Aunque Basilea I fue un éxito en su momento, principalmente por la simplicidad de su aplicación y la uniformidad de sus criterios, no tardó en presentar ciertas debilidades como, una mala diferenciación de los riesgos, capital poco sensible a la calidad crediticia, no incorporaba todos los tipos de riesgo y no favorecía a la medición de riesgo por métodos avanzados.

### **1.1.2. Basilea II**

Debido a las debilidades encontradas en Basilea I y la necesidad de mediciones más refinadas del riesgo derivada por la variación en el comportamiento del riesgo en cada uno de los Bancos, el Comité de Basilea se vio obligado a revisar el Acuerdo de 1988. En junio de 1999, el Comité de Basilea divulgó una primera propuesta para sustituir al Acuerdo de 1988 por otro que fuera más sensible al riesgo y que cubriera el riesgo de crédito, de mercado y operativo. Tras varias propuestas y consultas, el nuevo marco de suficiencia conocido como Basilea II se presentó a mediados de 2004, con el fin de implementarse en el 2007.

El Acuerdo de Basilea II, a diferencia del primer Acuerdo, no solo incorpora el riesgo de crédito, también incorpora el riesgo operativo y el riesgo de mercado; y tiene como objetivos fundamentales: fortalecer la solidez y estabilidad del sistema financiero internacional y promover la adopción de prácticas de administración de riesgos más fuertes en las entidades bancarias. Asimismo, busca perfeccionar el acuerdo anterior;

fomentar la competencia en igualdad de condiciones; determinar el capital mínimo regulatorio en base a criterios más sensibles al riesgo que permitan alinear éste con el capital económico; mejorar la eficiencia y el rendimiento de los procesos bancarios; y, mejorar la supervisión bancaria y la transparencia de la información.

Para lograr los objetivos mencionados, Basilea II se basa en tres "pilares":

- **Pilar 1:** Se refiere a los requerimientos mínimos de capital, de los cuales debe disponer cada banco para cubrir su exposición al riesgo, contemplando el riesgo crediticio, riesgo de mercado y riesgo operativo.
- **Pilar 2:** Está relacionado con las revisiones supervisoras que tienen como objetivo asegurar que el nivel de capital sea suficiente para cubrir el riesgo global.
- **Pilar 3:** Se refiere a la disciplina de mercado y especifica los niveles mínimos de información a revelar.

Otra diferencia entre Basilea I y Basilea II es que, para el cálculo del Riesgo Crediticio, la Institución puede optar por dos métodos; el método estándar (SA<sup>5</sup>) y el método basado en calificaciones internas (IRB<sup>6</sup>). El **método estándar** permite a las Instituciones utilizar un sistema de ponderación por riesgo para medir el riesgo de crédito de los activos bancarios. El **método basado en calificaciones internas** permite a los Bancos utilizar sus propias calificaciones crediticias internas de contrapartes y exposiciones, lo que posibilita una mejor diferenciación del riesgo de distintas exposiciones y, por lo tanto, proporciona requerimientos de capital ajustados al nivel de riesgo. Existen dos métodos IRB, ambos sujetos a estrictas normas metodológicas y a la aprobación del supervisor, el método IRB básico y el IRB avanzado. La diferencia entre estos dos, radica en que para el método IRB básico, la Institución dispone de modelo de calificación para la estimación de la Probabilidad de

---

<sup>5</sup> SA: Standard Approach.

<sup>6</sup> IRB: Internal Rating Based.

Incumplimiento y en base a está aplicara la Severidad y Exposición al Incumplimiento establecida por el regulador; mientras que para el método IRB avanzado la Institución dispone de modelos de calificación para la estimación tanto de la Probabilidad de incumplimiento, como para la Severidad y la Exposición al Incumplimiento.

## **1.2. Riesgo Crediticio**

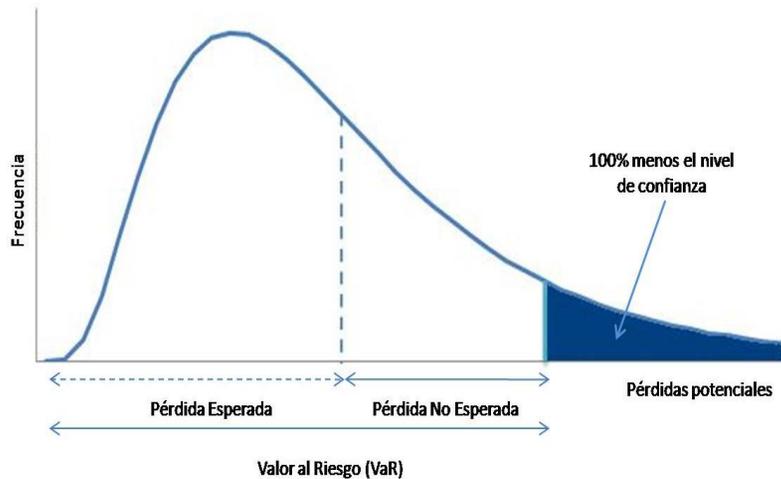
Una de las actividades principales de un banco es otorgar créditos y recibir depósitos de sus clientes, por lo que la actividad bancaria puede verse como una toma de riesgos. En un sentido muy estricto, un banco puede evitar pérdidas sólo si evita los riesgos, pero entonces perdería el sentido de ser banco. Además, mientras más grande sea el riesgo que afronta el banco, mayores deberían ser las ganancias que éste pueda obtener por asumir este riesgo, por ejemplo, con el cobro de intereses.

El riesgo de crédito se puede ver como el riesgo potencial de que el cliente no cumpla sus obligaciones en los términos acordados con la Institución. Aunque existen otros tipos de riesgo como el riesgo operativo, el riesgo de liquidez y el de mercado, el riesgo de crédito es el factor más importante que afecta la solvencia de las Instituciones Financieras y al Sistema Financiero, en general.

El capital de un banco es una medida de su fortaleza financiera; es necesario, además de sus reservas, para amortiguar las pérdidas, ya que los Bancos están expuestos al riesgo de crédito principalmente porque otorgan créditos a diferentes tipos de clientes, pero también por consecuencia de los sobregiros, del tipo de cambio y los servicios en los que se maneja dinero en efectivo. Además de las actividades de los Bancos, el riesgo de crédito se puede elevar por diversos factores en el tiempo, como el ciclo de negocio que afecta la habilidad de pago de un cliente, por ejemplo, si éste queda desempleado; también las condiciones económicas generales, como períodos de recesión o eventos específicos como las huelgas inciden en el riesgo de crédito.

En general, el riesgo de crédito se refiere a la ocurrencia de pérdidas en la cartera de crédito de las Instituciones Financieras, ya que existe cierta probabilidad de que el crédito otorgado no sea pagado de acuerdo a como las condiciones en que fue pactado en un principio. El evento de no pago es el resultado menos favorable para el banco. Existen varios indicios acerca de la viabilidad de pago de cada uno de los acreditados, por lo que el banco podrá estimar las pérdidas que espera tener en un período dependiendo del deterioro que presenta el acreditado a cierta fecha; esto se puede traducir a una *pérdida esperada* del crédito y representa el monto que el banco podría perder como resultado a la exposición al riesgo de crédito. Los modelos de medición de riesgo se enfocan en replicar el posible comportamiento del portafolio a futuro. Además de las pérdidas esperadas, existen las *pérdidas no esperadas* que se pueden definir como la diferencia entre las pérdidas esperadas y un percentil de la distribución de pérdidas de la cartera, dicho percentil es elegido de acuerdo al nivel de confianza deseado. El *Valor en Riesgo (VaR)* de crédito es este percentil y representa la pérdida correspondiente al nivel elegido que se espera pueda ocurrir en el horizonte de tiempo de análisis. Por último están las *pérdidas potenciales*, son aquellas que exceden el percentil elegido, este tipo de pérdidas raramente ocurren, sin embargo son de magnitud considerables.

Como se mencionó antes la pérdida esperada de un portafolio se puede ver como la proporción de obligaciones que pueden incumplir en un periodo de tiempo definido; Basilea II plantea que este período sea de 1 año, aunque el banco no conoce previamente el número exacto de incumplidos en un año, sí los puede estimar y por lo tanto, el capital requerido para cubrir el riesgo de crédito depende de la relación entre la pérdida esperada y la pérdida no esperada.



**Figura 2**  
**Valor del Riesgo**

### 1.2.1. Modelo de Merton

El modelo de riesgo de crédito de Basilea se basa en el modelo de estimación de probabilidad de incumplimiento de Merton. Este enfoque parte del principio contable que señala que una empresa está en quiebra cuando el valor de sus pasivos excede al de sus activos. Merton relaciona el riesgo de crédito con la estructura del capital de la empresa y contempla que existen solamente dos posibilidades para resolver el crédito:

1. Liquidar el monto del crédito pactado dentro del plazo original.
2. Que la empresa se declare insolvente y transfiera sus activos al banco.

La ocurrencia cualquiera de estas dos acciones dependerá del valor de los activos de la empresa el día de vencimiento de las obligaciones. Si las obligaciones exceden los recursos disponibles, la empresa estará imposibilitada para pagar.

Para poder entender el modelo de Merton<sup>7</sup>, se supone que una empresa posee activos  $A$ , que son financiados con un capital  $K$  o con obligaciones de deuda las cuáles vencen en  $t$  y tienen un valor nominal  $B$  y un valor de mercado  $C$ . Si se supone que los

<sup>7</sup> Merton, R.C., "On the pricing of corporate debt: The risk structure of interest rates". Journal of Finance 29, 1974.

mercados no tienen fricciones y no hay costos de quiebra, el valor de la empresa sería:

$$A = C + K.$$

El valor de la empresa para el accionista se puede ver como una opción *call* sobre el valor de los activos menos la deuda  $B$ . El patrón del valor de la empresa se describe de la siguiente manera: si al vencimiento del crédito el valor de los activos es mayor al valor del crédito, entonces los beneficios o utilidades que reciben los accionistas después de pagar el crédito  $B$  es  $A - B$ ; por otro lado, si el valor de los activos es menor al precio del crédito, entonces se transfieren los activos al banco donde la pérdida no puede ser mayor a  $K$ , que es la prima igual al valor del capital. Entonces

$$K = \max(A - B, 0).$$

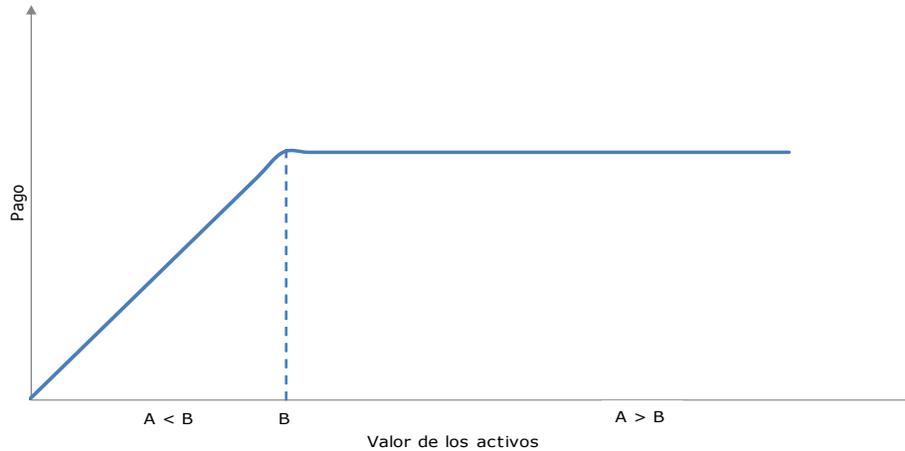
De esta forma la pérdida puede ser evaluada como una opción de compra *call*.

Asimismo, se puede ver que el patrón de pagos de un crédito tiene la misma forma que el de la venta de un *put* sobre los activos de una empresa. Este comportamiento se puede describir de la siguiente manera: se supone una empresa que tiene un crédito  $B$  y un valor de mercado de sus activos  $A$ . Si la empresa tiene éxito y su activo es mayor a la deuda  $B$ , entonces el banco cobra el monto de la deuda y nada más; por otro lado, si el valor de los activos al vencimiento es menor a  $B$ , entonces el banco sólo cobrará lo que valgan los activos y pierde  $B-A$ .<sup>8</sup>

En la siguiente figura se puede apreciar el comportamiento del patrón de pagos visto como un *put*.

---

<sup>8</sup> Elizondo Alan, "Medición Integral del Riesgo de Crédito" Ed. Limusa. Mexico 2004



**Figura 3 Comportamiento de pagos**

Comprando esta opción, el banco podría eliminar el riesgo de crédito asociado al préstamo y el costo del mismo sería entonces el precio de la opción.

El modelo de Merton modela el cambio del valor de los activos de las cuentas que integran un portafolio homogéneo y granular, de la siguiente manera:

$$A_j = \sqrt{\rho}y + \sqrt{1 - \rho}z_j \quad \mathbf{1.3}$$

Donde:

$A_j$  es el valor de los activos de la cuenta  $j$

$\rho$  es la correlación

$y$  es el factor de riesgo sistémico

$z_j$  es el factor de riesgo idiosincrático de la cuenta  $j$ .

Como se puede observar el modelo de Merton se ve afectado por dos factores, esto es debido a que los elementos de la cartera pueden estar correlacionados; es decir, están fuertemente sujetos a los mismos factores de riesgo o cada crédito puede ser afectado por factores exclusivos del propio crédito. Los factores que se encuentran en el modelo

de Merton, son el **factor sistémico**; es aquel que afecta a un grupo de créditos de la cartera, por ejemplo aquellos que pertenecen al mismo sector industrial o a la misma zona geográfica. Y el **factor idiosincrásico** es aquel que sólo afecta a un crédito de la cartera. Además, si se supone que los factores de riesgo  $y$  y  $z_j$  son independientes y se distribuyen  $N(0,1)$ ,  $A_j$  se distribuye también  $N(0,1)$ . En esta fórmula,  $\rho$  juega un papel muy importante ya que mide el riesgo sistémico del cliente, es decir, mide qué tanto se relacionan la volatilidad del valor de los activos con la volatilidad del valor sistémico y por otro lado también juega con el factor idiosincrático y es la correlación de los activos. El valor de  $\rho$  va de 0 a 1 y se asume que es constante para todas las cuentas del portafolio a través del tiempo. Además se puede deducir que mientras más alta sea  $\rho$ , el valor de los activos está más expuesto a las fluctuaciones del ciclo económico.

De acuerdo al principio contable que se explicó anteriormente, la firma  $j$  incumple si y sólo si el valor de los activos  $A_j$  cae debajo de un umbral (umbral de incumplimiento).

### **1.2.2. Adopción del Modelo de Merton para Fines Regulatorios**

El marco de Basilea II presenta diferentes fórmulas dependiendo del tipo de cartera, pero el fundamento esencial para todas ellas es el mismo: el uso de un modelo para la distribución de la pérdida de la cartera basado en un sólo factor sistémico (modelo unifactorial) y bajo las hipótesis de que esta cartera es suficientemente grande y que cada exposición individual es suficientemente pequeña (cartera homogénea). En otras palabras, el requerimiento de capital para un préstamo depende solamente del riesgo de éste y no de todo el portafolio al cual se agrega. Por lo tanto, el modelo utilizado para estimar el requerimiento de capital debe ser invariante (*portfolio invariant*<sup>9</sup>), es decir, las características específicas de cada deudor son suficientes para determinar el capital requerido por cada préstamo, aunado a esto por la ley de los grandes números,

---

<sup>9</sup> Basel Committee, "An explanatory Note on the Basel II IRB Risk Weight Functions", 2005.

cuando un portafolio está compuesto por un gran número de exposiciones pequeñas, los riesgos idiosincráticos asociados a las exposiciones individuales tienden a cancelarse entre sí y sólo los riesgos sistemáticos, que afectan a las exposiciones, tienen un efecto material sobre las pérdidas del portafolio.

Como vimos en el capítulo anterior, Merton define el cambio en el valor de los activos de la siguiente manera:

$$A_j = \sqrt{\rho}y + \sqrt{1 - \rho}z_j$$

Ahora bien, sea  $L_j$  una variable aleatoria que se distribuye Bernoulli y describa el estado (cumplido o incumplido) de cada cuenta  $j$ , con probabilidad de incumplimiento  $p$ ; entonces la probabilidad conjunta de  $m$  variables aleatorias  $L_j$ , se define de la siguiente manera<sup>10</sup>:

$$\mathbb{P}[L_1 = \delta_1, \dots, L_m = \delta_m] = \int_0^1 p^{\sum \delta_i} (1 - p)^{m - \sum \delta_i} dF(p)$$

donde:

$\delta_i = 0$  si la cuenta  $j$  no incumplió.

$\delta_i = 1$  si la cuenta  $j$  incumplió.

$m$  es el número de clientes en el portafolio.

$\sum \delta_i$  el número de incumplidos.

Entonces la integral es la probabilidad de que ocurran  $k$  incumplimientos y  $m - k$  cumplidos en un portafolio con  $m$  cuentas y una probabilidad  $p$  de incumplimiento.

---

<sup>10</sup> Bluhm, Overbeck, Wagner; "An Introduction To Credit Risk Modeling". 2002

La relación entre esta variable  $L$  y el valor de los activos es:

$$L_i = 1\{A_i < c_i\} = \begin{cases} 1 & \text{si } A_i < c_i \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad \mathbf{1.4}$$

Lo cual expresa que  $L_i$  cae en incumplimiento si y sólo si el valor de los activos cae por debajo de un umbral de incumplimiento.

Ahora el problema radica en definir el umbral de incumplimiento. Se define  $PD$  como la probabilidad de incumplimiento no condicionada por algún factor de riesgo, entonces:

$$PD = \mathbb{P}[L_i = 1] = \mathbb{P}[A_i < c_i] \quad \mathbf{1.5}$$

Como el valor de los activos sigue una distribución normal estándar, podemos concluir que basados en una PD uniforme los umbrales de incumplimiento  $c_i$  pueden ser iguales a una constante  $c$ , tal que

$$c_i = c = N^{-1}[PD]$$

Donde  $N^{-1}$  es la función inversa de la distribución normal estándar. Y  $c$  puede ser interpretada como un punto uniforme de incumplimiento para todos los integrantes del portafolio.

Dado lo anterior, la probabilidad de incumplimiento de un préstamo cualquiera, condicionado a un factor sistémico común  $Y$ , tal que  $Y = y$  es:

$$p[y] = \mathbb{P}[L_i = 1|Y = y] = \mathbb{P}[A_i < c_i|Y = y] \quad \mathbf{1.6}$$

De acuerdo a la definición de Merton respecto al valor de los activos  $A_i$  en la ecuación **1.3** y de la definición del umbral de incumplimiento, se redefine la probabilidad de incumplimiento condicionada.

$$\begin{aligned}
p[y] &= \mathbb{P}[\sqrt{\rho}y + \sqrt{1-\rho}z_j < N^{-1}[PD]|Y = y] \\
&= \mathbb{P}[\sqrt{\rho}y + \sqrt{1-\rho}z_j < N^{-1}[PD]] \\
&= \mathbb{P}[\sqrt{1-\rho}z_j < N^{-1}[PD] - \sqrt{\rho}y] \\
&= \mathbb{P}\left[z_j < \frac{N^{-1}[PD] - \sqrt{\rho}y}{\sqrt{1-\rho}}\right]
\end{aligned}$$

Como  $z_j \sim N(0,1)$ , entonces:

$$p[y] = N\left[\frac{N^{-1}[PD] - \sqrt{\rho}y}{\sqrt{1-\rho}}\right] \quad \mathbf{1.7}$$

Donde:

$p[\cdot]$  Probabilidad de incumplimiento condicionada.

$y$  Factor de riesgo sistémico.

$N(\cdot)$  Función de distribución Normal Estándar.

$N(\cdot)^{-1}$  Función inversa de la distribución Normal Estándar.

$PD$  Probabilidad de Incumplimiento.

$\rho$  Coeficiente de correlación.

El valor del factor de riesgo sistémico  $y$  en esta ecuación nos ayuda a ver el estado de la economía ya que si  $y$  toma valores negativos indica que la economía está en un mal estado. Entonces, mientras más pequeño sea el factor  $y$  peor estará la situación económica y por lo tanto, la probabilidad de incumplimiento condicionada a este factor será mayor y viceversa, mientras más grande sea el factor  $y$  menor será la probabilidad de incumplimiento, ya que el ciclo económico estará en un momento favorable.

Una vez que se obtiene la probabilidad de incumplimiento condicionada, se aprecia que

la suma de las variables  $L_i$  se aproxima a esta probabilidad, se sabe que el portafolio total está compuesto por  $m$  individuos iguales, los cuales tienen igual participación en la exposición total. Entonces, si  $L$  es el porcentaje de pérdidas del portafolio se tiene que:

$$L = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m L_i$$

Así la tasa de incumplimiento en términos generales sobre el portafolio será igual al número de individuos que no paguen su préstamo, por lo que si  $m$  es lo suficientemente grande, por la ley de los grandes números y las características del portafolio (homogeneidad y granularidad), la fracción de clientes  $L$  que caen en incumplimiento dentro del portafolio es igual a la probabilidad condicional de default individual, de tal forma que la distribución de las pérdidas del portafolio converge de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \mathbb{P}[L \leq x] &= \mathbb{P}[p(y) \leq x] \\ &= \mathbb{P}\left\{N\left[\frac{N^{-1}(PD) - \sqrt{\rho}y}{\sqrt{1-\rho}}\right] \leq x\right\} \\ &= \mathbb{P}\left\{\frac{N^{-1}(PD) - \sqrt{\rho}y}{\sqrt{1-\rho}} \leq N^{-1}[x]\right\} \\ &= \mathbb{P}\{N^{-1}(PD) - \sqrt{\rho}y \leq \sqrt{1-\rho}N^{-1}[x]\} \\ &= \mathbb{P}\left\{y \leq \frac{N^{-1}[x]\sqrt{1-\rho} - N^{-1}[PD]}{\sqrt{\rho}}\right\} \end{aligned}$$

$$= N \left\{ \frac{N^{-1}[x]\sqrt{1-\rho} - N^{-1}[PD]}{\sqrt{\rho}} \right\} \quad \mathbf{1.8}$$

Entonces, la función de densidad de la frecuencia de incumplimiento  $x$  es:

$$f(x; \rho; PD) = \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\rho} \left[ \sqrt{1-\rho} N^{-1}(x) - N^{-1}(PD) \right]^2 + \left[ N^{-1}(x) \right]^2 \frac{1}{2} \right\} \quad \mathbf{1.9}$$

### 1.2.3. Tipos de Exposiciones

Uno de los objetivos de Basilea II es la diferenciación del riesgo. Puesto que diferentes tipos de crédito presentan distintos perfiles de pérdida, para reflejar correctamente las características de riesgo de cada exposición. Basilea II propone dividir las exposiciones en 6 categorías y éstas a su vez se dividen en subcategorías:

**1. Empresas:** Es la obligación de saldar una deuda que tiene una empresa, compañía o sociedad no mercantil. Dentro de esta categoría de activos se identifican cinco subclases de créditos especializados:

- *Créditos a proyectos:* es un método de financiación en el que el prestamista atiende principalmente las rentas generadas por un único proyecto como fuente del reembolso y respaldo de la posición.
- *Créditos a bienes:* es un método de provisión de fondos para la adquisición de activos físicos como barcos, aviones, satélites o trenes en el que el reembolso depende de los flujos de caja, como los contratos de alquiler o arrendamiento financiero, o cedidos al prestamista.
- *Créditos de materias primas:* son operaciones estructuradas de préstamo a corto plazo dedicadas a financiar reservas, existencias o derechos de cobro de productos básicos como petróleo, metales o cosechas; donde el

reembolso de la posición procede de los ingresos de la venta de dicho producto.

- *Inmuebles generadores de renta:* son un método para financiar inmuebles, como oficinas en alquiler, locales comerciales, edificios de viviendas multifamiliares, hoteles, entre otros; donde la perspectiva de reembolso y recuperación de la posición dependen principalmente de los flujos de caja generados por el activo.
- *Inmuebles comerciales de alta volatilidad:* es un método para financiar inmuebles comerciales que presentan mayor volatilidad en las tasas de pérdidas.

**2. Bancos:** Comprende las posiciones frente a Bancos y sociedades de valores.

**3. Soberanos:** Son todos los créditos otorgados a Estados soberanos y a sus Bancos centrales y entidades del sector público, incluye los créditos al Banco de Pagos Internacionales y el Fondo Monetario Internacional.

**4. Minoristas:** Exposiciones en préstamos minoristas, incluyen préstamos a particulares, pequeñas empresas, tarjetas de crédito, créditos autorrenovables, hipotecas sobre viviendas y préstamos a plazos. Dentro de esta categoría se identifican tres subclases:

- *Créditos hipotecarios de vivienda:* son préstamos hipotecarios para la adquisición de vivienda sin importar el tamaño de la posición, siempre y cuando el crédito le haya sido otorgado a un particular que sea el propietario y residente de la propiedad.

- *Créditos Revolventes:* son aquéllas posiciones donde se permite que el saldo pendiente de los clientes fluctúe en función de sus propias decisiones de endeudamiento y reembolso, hasta un límite fijado por el banco.
- *Otros minoristas:* préstamos otorgados a pequeñas empresas y gestionados como minoristas, siempre y cuando la posición sea menor a 1 millón de euros.

**5. Acciones:** son participaciones en la propiedad de una empresa, compañía u otro tipo de sociedad mercantil.

**6. Activos Bursátiles:** es un proceso estructurado en el cual, activos similares se agrupan en un fideicomiso emisor, quien a su vez, emite títulos de deuda entre el gran público inversionista, en un mercado de valores organizado. Entre los principales activos que se pueden bursatilizar encontramos: Hipotecas, Cuentas por Cobrar, Servicios, Proyectos Productivos e Infraestructura que genere plusvalía.

La clasificación de las exposiciones es importante ya que los patrones de pérdida se pueden diferenciar entre carteras, por lo que necesitan un tratamiento especial.

### **1.2.4. Componentes del Riesgo**

El riesgo de crédito tiene tres componentes claves:

- **PD:** Probabilidad de incumplimiento.
- **EAD:** Exposición en incumplimiento.
- **LGD:** Pérdida en caso de incumplimiento.

La **probabilidad de incumplimiento** es la probabilidad de que un prestatario no

cumpla con una obligación contractual. Para entender mejor la probabilidad de incumplimiento, es necesario regresar a la definición de incumplimiento; la cual consta de dos elementos importantes: un *componente retrospectivo*, que es fácil de evaluar y que existe cuando el deudor se encuentra en situación de mora durante más de un determinado número de días o de pagos y un *componente prospectivo* que existe cuando se considera poco probable que el deudor pague íntegramente sus obligaciones crediticias sin que el acreedor tome medidas, en este caso el incumplimiento puede producirse o no, por lo tanto, es más difícil de evaluar, ya que implica una estimación basada en el historial crediticio del prestatario. La *PD* se expresa como un porcentaje y para determinarla primero se debe establecer un horizonte temporal, el cual debe ser lo suficientemente largo como para ser significativo y lo suficientemente corto como para resultar factible en función de los datos disponibles. Basilea II emplea un horizonte temporal de un año en todas las categorías de activos para calcular los requerimientos de capital regulatorio, esto porque cuánto más largo es el horizonte temporal, mayor será el grado de conjetura en las evaluaciones del crédito y estas se hacen cada vez más subjetivas e imprecisas; además de que es imposible establecer un horizonte temporal que corresponda con el plazo residual de todas y cada una de las obligaciones crediticias. El segundo paso es determinar el método de medición, los enfoques de los métodos empleados para calcular la *PD* se dividen clasifican en dos corrientes:

- Evaluaciones basadas en datos contables clásicas de la solvencia, examina datos cuantitativos y/o cualitativos.
- Evaluaciones basadas en precios de mercado, existen dos tipos de mediciones: la que se basa en los precios de las acciones, que incluye estados financieros y la que se basa en márgenes de deuda, que a su vez se basan en los precios de mercado de una compañía.

El siguiente paso es examinar la información disponible para evaluar la calidad crediticia y analizar sus características. El cuarto paso es el análisis de los estudios de incumplimiento para estudiar la relación entre las evaluaciones crediticias y la probabilidad de incumplimiento. Por último es recomendable el uso de matrices de transición para examinar cómo cambian las probabilidades de incumplimiento con el paso del tiempo. Las matrices de transición son una herramienta para determinar la probabilidad de que un crédito con una calificación determinada cambie de calificación crediticia durante un período determinado, representan un elemento importante en la estimación del riesgo de crédito, debido a que proveen la base para estudiar el posible deterioro que pudiera presentar la cartera en el futuro.

La **exposición en incumplimiento** es la cantidad máxima, expresada en términos absolutos, que una entidad puede perder en caso de incumplimiento. Hay que tener claro que la *EAD* no es necesariamente el importe nominal ni el importe absoluto del préstamo.

La **pérdida en caso de incumplimiento** es la pérdida que tendrá el banco si el deudor cae en incumplimiento y se expresa como una proporción de la exposición. La tasa de pérdida en caso de incumplimiento (*tasa LGD*) es el porcentaje aproximado de un préstamo pendiente que no se podrá recuperar en caso de incumplimiento, por lo que mientras mayor sea la pérdida en caso de incumplimiento, menor será la calidad crediticia del deudor<sup>11</sup>.

Una vez que se conocen estos tres componentes, se puede determinar el importe que un banco espera perder en caso de incumplimiento, es decir su *pérdida esperada EL*<sup>12</sup>:

---

<sup>11</sup> En el caso de que existan garantías para el crédito, éstas pueden hacer que esto no sea cierto.

<sup>12</sup> Por sus siglas en inglés Expected Loss

$$EL = PD \times LGD \times EAD$$

De aquí se deduce la *pérdida no esperada UL*<sup>13</sup> como:

$$UL = \text{Pérdida real} - EL$$

La *pérdida real* es la pérdida que excede de la pérdida esperada más las pérdidas extremas ocasionada por un suceso inesperado.

### **1.2.5. Requerimiento de Capital**

Uno de los objetivos de Basilea II es brindar un conjunto de principios y recomendaciones que permitan a los Bancos operar de manera segura y solvente. Para ello, deben tener capital y reservas suficientes con el fin de hacer frente a los riesgos derivados de sus actividades. El capital regulatorio es una de las formas principales que tienen las autoridades de supervisión de garantizar la seguridad y la solvencia del sistema financiero.

El Pilar 1 de Basilea II especifica el requerimiento mínimo de capital en lo que respecta a los riesgos de crédito, riesgo de mercado y riesgo operativo. Basilea II establece que los Bancos deben mantener como mínimo un 8% de capital sobre los activos ponderados por riesgo. El capital se subdivide en tres niveles al igual que en Basilea I, sin embargo, como en Basilea II se toman en cuenta el riesgo crediticio, el riesgo de mercado y el riesgo operativo la ecuación del coeficiente mínimo de capital cambia:

$$\frac{\text{Capital Bancario Total}}{APR + 12.5 \cdot CCRMO} \geq 8\%$$

Dónde:

*APR* son los activos ponderados por riesgo.

---

<sup>13</sup> Por sus siglas en inglés Unexpected Loss

*CCRMO* son los cargos de capital por riesgo de mercado y riesgo operativo.

Como se había mencionado, Basilea II admite que una Institución Financiera pueda calcular el riesgo de crédito a efectos del cálculo del capital regulatorio.

En el *método estándar* el banco asigna una ponderación de riesgo a cada activo y posición fuera del balance, obteniendo una suma de activos ponderados por riesgo:

$$APR = \text{Monto de la Exposición} \times \text{Ponderación de Riesgo}$$

La asignación de cada ponderación de riesgo individual está basada en el tipo de exposición del prestatario y vinculadas a las calificaciones que realizan las agencias externas de calificación crediticia.

Por otro lado, el *método basado en calificaciones internas (IRB)* reconoce que los Bancos conocen mejor a sus clientes que las agencias de calificación crediticia, por lo tanto, descansa en cálculos internos de las Instituciones para medir el riesgo de crédito. Existen tres elementos fundamentales en el *método IRB*:

1. **Componentes de riesgo**, que como se expuso en el punto anterior, se resumen en la *PD*, la *EAD* y la *LGD*.
2. **Funciones de ponderación de riesgo**, en donde los componentes de riesgo son utilizados como insumos para obtener el requerimiento de capital.
3. **Requerimientos mínimos** que debe cumplir el banco para utilizar el *método IRB*.

Además se distinguen dos tipos de *métodos IRB*:

El **método IRB básico** es ideal para aquellos Bancos que pueden proporcionar estimaciones significativas de la probabilidad de incumplimiento. En esta metodología los Bancos introducen su propia evaluación del riesgo de incumplimiento del deudor,

mientras que las estimaciones de los demás componentes del riesgo se obtienen mediante la aplicación de normas supervisoras estandarizadas.

Por otro lado el **método IRB avanzado** está pensado para aquellos Bancos que son capaces de proporcionar estimaciones fiables y coherentes de los componentes del riesgo (PD, LGD, EAD y el M<sup>14</sup>).

### 1.2.6. Fórmula del Riesgo

Después de estimar la *PD* o *los tres componentes del riesgo*<sup>15</sup>, se estima la fórmula que propone el comité de Basilea para poder llegar al requerimiento de capital. Para construir esta fórmula, se retoma la ecuación **1.8**, la función acumulada de las pérdidas del portafolio:

$$P[L \leq x] = P \left\{ y \leq \frac{N^{-1}(x)\sqrt{1-\rho} - N^{-1}[PD]}{\sqrt{\rho}} \right\}$$

$$= N \left\{ \frac{N^{-1}(x)\sqrt{1-\rho} - N^{-1}[PD]}{\sqrt{\rho}} \right\}$$

Aquí se observa que la función del cuantil de la variable *L* con respecto a un nivel de confianza  $\alpha$  es:

$$N \left\{ \frac{N^{-1}(x_\alpha)\sqrt{1-\rho} - N^{-1}(PD)}{\sqrt{\rho}} \right\} = \alpha$$

Aplicando la distribución inversa Normal Estándar de ambos lados de la igualdad tenemos que:

<sup>14</sup> En el caso de cartera comercial, se considera un componente más, M (por su sigla en inglés maturity), que es el vencimiento del crédito.

<sup>15</sup> En el caso de cartera comercial, se considera un componente más, M (por su sigla en inglés maturity), que es el vencimiento del crédito.

$$\Rightarrow \frac{N^{-1}(x_\alpha)\sqrt{1-\rho} - N^{-1}(PD)}{\sqrt{\rho}} = N^{-1}[\alpha]$$

Si de la expresión anterior despejamos  $N^{-1}(x_\alpha)$  tenemos que;

$$N^{-1}(x_\alpha) = \frac{N^{-1}(\alpha)\sqrt{\rho} - N^{-1}(PD)}{\sqrt{1-\rho}}$$

Aplicando la distribución Normal Estándar de ambos lados de la igualdad tenemos que:

$$x_\alpha = N \left[ \frac{N^{-1}(\alpha)\sqrt{\rho} - N^{-1}(PD)}{\sqrt{1-\rho}} \right]$$

Por lo tanto, la probabilidad queda:

$$P_\alpha = N \left[ \frac{N^{-1}(PD) + N^{-1}(\alpha)\sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho}} \right]$$

El *Valor en Riesgo (VaR)* de crédito es el percentil que representa la máxima pérdida que se espera pueda ocurrir en el horizonte de tiempo de análisis, Basilea II propone un *VaR* al 99.9%, entonces si en la ecuación de la probabilidad de incumplimiento de un préstamo cualquiera sustituimos  $\alpha\%$  con un valor de 99.9%, la probabilidad con un *VaR* al 99.9% queda de la siguiente manera:

$$P_{99.9\%} = N \left[ \frac{N^{-1}(PD) + N^{-1}(0.999)\sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho}} \right] \quad \mathbf{1.10}$$

Con lo cual se obtiene una primera parte de la fórmula de requerimiento de capital propuesta por Basilea II, que es la función acumulada de las pérdidas.

Ahora bien, si se multiplica esta probabilidad por el componente *LGD* se tiene una estimación de la pérdida esperada asociada a la exposición, es decir, se obtendría el requerimiento de capital necesario para cubrir un *VaR* al 99.9%. Sin embargo, Basilea

II utiliza la fórmula de requerimiento de capital para derivar el capital necesario por concepto de la pérdida no esperada, por lo tanto se debe restar la pérdida esperada, de la misma forma que la pérdida esperada, si se multiplica la *PD* por la *LGD* se tiene una estimación de la *UL* asociada a la exposición. Entonces en una primera instancia:

$$LGD \cdot N \left[ \frac{N^{-1}(PD) + N^{-1}(0.999)\sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho}} \right] - PD \cdot LGD \quad \mathbf{1.11}$$

Esto hace que la fórmula de requerimiento se enfoque solamente en la pérdida no esperada.

Por otro lado, un factor que afecta el comportamiento de los créditos es el plazo de estos y los portafolios de crédito consisten en instrumentos con diferentes plazos de vencimientos. Toda la evidencia indica que los créditos a largo plazo son más riesgosos que los créditos a corto plazo, como consecuencia el requerimiento de capital debería aumentar conforme el plazo del crédito aumenta. Por lo que se aplica un ajuste que corresponde al plazo del crédito que puede ser interpretado como un capital adicional anticipado para aquellos créditos que puedan deteriorarse, por lo tanto este ajuste será mayor para los créditos a largo plazo. El ajuste del plazo va a relacionar el deterioro del crédito con la pérdida del valor del mercado, entonces este efecto será más fuerte con *PDs* bajas que con *PDs* altas, ya que los clientes con una *PD* baja tienen mayor potencial para que se deteriore el crédito<sup>16</sup>, sin embargo es más difícil que lo haga, a comparación de una con una *PD* más alta. Por lo tanto, en la fórmula de requerimiento de capital de Basilea II, los ajustes por plazo son una función del plazo y la *PD* e igual de fuertes para créditos con *PDs* altas que con *PDs* bajas. La fórmula de Basilea II propone un plazo estándar de 2.5 años y se elige una regresión para suavizar el factor de ajuste; la regresión seleccionada es lineal y aumenta cuando aumenta el plazo, la pendiente de la función de ajuste respecto al vencimiento decrece

<sup>16</sup> Basel Committee, "An explanatory Note on the Basel II IRB Risk Weight Functions"; 2005

conforme la PD aumenta. Para créditos con plazo de un año el factor de ajuste es uno, por lo tanto, la fórmula de requerimiento de capital se reduce a la ecuación **1.11**.

El factor de ajuste del plazo complementa la fórmula de requerimiento de capital de la siguiente manera:

$$K = \left[ LGD \cdot N \left[ \frac{G(PD) + G(0.999)\sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho}} \right] - PD \cdot LGD \right] \frac{1 + [M - 2.5] \cdot b(PD)}{1 - 1.5 \cdot b(PD)} \quad \mathbf{1.12}$$

donde:

$M$  es el plazo efectivo o de vencimiento.

$PD$  es la probabilidad de Incumplimiento.

$LGD$  es la Severidad de la Pérdida.

$N(\cdot)$  Función de distribución normal estándar.

$G(\cdot)$  Función de distribución inversa normal estándar.

$b$  Ajuste por plazo, tal que  $b = [0.11852 - 0.05478 \times \ln(PD)]^2$ .

Los últimos factores por explicar de la fórmula de requerimiento de capital y los más importantes para efectos de esta tesis son los *coeficientes de correlación*, primero se analiza su papel en la fórmula de requerimiento de capital. Los modelos *ASRF* en los que se basa la fórmula de Basilea, necesitan un factor de riesgo sistémico que puede ser interpretado como un reflejo de la economía global. El grado de exposición del deudor frente al riesgo sistémico se representa en la fórmula con el *coeficiente de correlación*  $\rho$ . El *coeficiente de correlación* muestra cómo el valor de los activos de un deudor depende del valor de los activos de otro deudor, también puede describir la dependencia del valor de los activos de un deudor respecto al estado de la economía en general. Los *coeficientes de correlación* determinan la forma de la expresión de capital y dependen del tipo de exposición, ya que diferentes deudores o clases de activos tienen diferentes grados de dependencia con la economía global. También la

*correlación* depende del tamaño de la cartera es decir, que cuanto más grande es la cartera mayor es la dependencia con el estado general de la economía. Es más probable que las carteras pequeñas incumplan debido al riesgo idiosincrático, que al riesgo sistémico.

Los *coeficientes de correlación* se determinaron en función de datos del grupo del G10, y se determinaron por categoría crediticia. La función propuesta para el cálculo de las correlaciones para operaciones sujetas a riesgo de crédito es la siguiente:

$$\rho = 0.12 \left[ \frac{1 - \exp(-50 \cdot PD)}{1 - \exp(-50)} \right] + 0.24 \left[ \frac{1 - \exp(-50 \cdot PD)}{1 - \exp(-50)} \right] - 0.04 \left[ 1 - \frac{s-5}{45} \right] \quad \mathbf{1.13}$$

Como se puede ver los coeficientes de correlación están limitados por el 12% para *probabilidades de incumplimiento* altas ( $PD \approx 100\%$ ) y el 24% para *probabilidades de incumplimiento* muy bajas ( $PD \approx 0\%$ ). Las correlaciones entre estos dos límites se multiplican por una función de ponderaciones exponenciales; como la función exponencial decrece muy rápido, se desacelera con un factor  $k$ , que se ha fijado en 50 para exposiciones de corporativos. Además esta curva es ajustada por un factor de tamaño que corresponde al tamaño de la empresa, de acuerdo a sus ventas anuales  $s$ <sup>17</sup>. El ajuste afecta a los clientes con ventas anuales  $s$  de entre 5 y 50 millones de euros. Para los prestatarios con ventas de 50 millones de euros o mayores, e

El factor de ajuste se hace cero, para clientes con ventas anuales de 5 millones de euros o menores el ajuste por tamaño toma el valor de 0.04 lo que ocasiona que la correlación disminuya; en el caso de una buena calidad crediticia de 0.24 a 0.20 y en la peor calidad crediticia disminuye de 0.12 a 0.08.

En México el factor de ajuste por tamaño de crédito y se define como:

---

<sup>17</sup> La  $S$  se refiere a las ventas anuales totales en millones de euros, comprendidas en el intervalo que va de 5 a 50 millones de euros.

$$-0.04 \cdot \left[ 1 - \frac{MTO}{4MUDIS} \right]$$

Donde *MTO* es el monto del crédito otorgado en Unidades de Inversión (*UDIS*) al momento de su originación y *4MUDIS* es el monto correspondiente a 4 millones de Unidades de Inversión.

A continuación se presentan las *fórmulas de requerimiento de capital* conforme al tipo de exposición y sus respectivos coeficientes de correlación como están en México<sup>18</sup>, cuya base es Basilea II.

Para operaciones sujetas a riesgo de crédito con Instituciones Bancarias, casas de bolsa, Instituciones de seguros del exterior y autorizadas en México, operaciones a cargo de personas morales o físicas con actividad empresarial, Caja, Banco de México, el Gobierno Federal, el IPAB, autoridades financieras mexicanas, Banco de Pagos Internacionales, Fondo Monetario Internacional, Banco Central Europeo y Comunidad Europea, gobiernos centrales de países extranjeros y/o sus Bancos centrales, organismos multilaterales de desarrollo o fomento de carácter internacional, depósitos y operaciones sujetas a riesgo de crédito con o a cargo de entidades financieras filiales de Instituciones de banca múltiple o entidades financieras del grupo financiero al que pertenezca la Institución de banca múltiple, incluidas las entidades financieras filiales de éstas, Instituciones de banca múltiple y de casas de bolsa, constituidas en México, banca de desarrollo, fideicomisos públicos constituidos por el Gobierno Federal para el fomento económico y organismos descentralizados del Gobierno Federal, los *activos sujetos a riesgo de crédito (ASRC)* se calculan mediante la siguiente fórmula:

$$ASRC = K_{RC} \cdot 12.5 \cdot EAD \quad \mathbf{1.14}$$

donde *EAD* es la Exposición en el Incumplimiento y *K<sub>RC</sub>* es el requerimiento de capital

<sup>18</sup> Disposiciones de Carácter General Aplicables a las Instituciones de Crédito. (Circular Única de Bancos), 2006.

de los activos sujetos a riesgo de crédito definido como:

$$K_{RC} = \left[ LGD \cdot N \left[ \frac{G(PD) + G(0.999)\sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho}} \right] - PD \cdot LGD \right] \frac{1 + [M - 2.5] \cdot b(PD)}{1 - 1.5 \cdot b(PD)}$$

Con un factor de correlación  $\rho$ , tal que:

$$\rho = 0.12 \left[ \frac{1 - \exp(-50 \cdot PD)}{1 - \exp(-50)} \right] + 0.24 \left[ \frac{1 - \exp(-50 \cdot PD)}{1 - \exp(-50)} \right]$$

y b definida como,  $b = (0.11852 - 0.05478 \cdot \ln(PD))^2$ .

Para créditos minoristas los activos ponderados por riesgo de crédito se determinan como sigue:

$$APRC = K_C \cdot 12.5 \cdot EAD$$

Entonces  $K_C$  es el requerimiento de capital por riesgo de crédito y se define como:

$$K_C = \left[ LGD \cdot N \left[ \frac{G(PD) + G(0.999)\sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho}} \right] - PD \cdot LGD \right]$$

Con un factor de correlación  $\rho$ , tal que:

Para operaciones provenientes de tarjeta de crédito:  $\rho = 0.04$ .

Para los créditos Hipotecarios de Vivienda:  $\rho = 0.15$ .

Para operaciones de consumo correspondientes a créditos iguales o inferiores a 4 millones de UDIS:

$$\rho = 0.03 \left[ \frac{1 - \exp(-35 \cdot PD)}{1 - \exp(-35)} \right] + 0.16 \left[ \frac{1 - \exp(-35 \cdot PD)}{1 - \exp(-35)} \right] - 0.04 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{MTO}{4MUDIS} \right) \right]$$

Para otras operaciones de consumo:

$$\rho = 0.03 \left[ \frac{1 - \exp(-35 \cdot PD)}{1 - \exp(-35)} \right] + 0.16 \left[ \frac{1 - \exp(-35 \cdot PD)}{1 - \exp(-35)} \right]$$

### 1.2.7. Supuestos

Existen dos supuestos fundamentales detrás de la fórmula propuesta por Basilea, que son la granularidad del portafolio y la existencia de un único factor de riesgo sistémico al que está expuesta toda la cartera.

El supuesto de granularidad implica que no hay concentración del portafolio ya que los deudores representan proporciones pequeñas en el total. Para poder adaptar el modelo tradicional de Merton a un modelo ASRF, Vasicek demuestra que es necesario que el portafolio esté compuesto por un número suficientemente grande de exposiciones, sin que alguna de ellas represente una proporción importante del mismo. Si este supuesto no se cumple, el portafolio tendrá un riesgo idiosincrático residual, lo cual puede hacer que el requerimiento de capital sea subestimado.

El segundo supuesto principal es la exposición a un único factor de riesgo sistémico ya que no se consideran los efectos de la diversificación por sector de actividad o por región, lo cual puede llevar a sobreestimar los requerimientos de capital para aquellos Bancos que diversifican adecuadamente la cartera; además los distintos sectores de actividad están sujetos a ciclos y factores de riesgo diferentes.

Sin embargo, además de estos dos supuestos existe un factor que resulta determinante al momento del cálculo de requerimiento de capital y es la fórmula propuesta para calcular los *coeficientes de correlación*. La misma fórmula asume que la correlación entre activos y el tamaño de la empresa es positiva, con el argumento de que las firmas más pequeñas presentan mayor componente de riesgo idiosincrático, y por tanto menor correlación con el factor de riesgo sistémico. Como se puede ver, estos coeficientes de correlación juegan un papel importante en la fórmula de Basilea;

la calibración de los parámetros se realizó con los datos de los diez mayores supervisores, el G-10 y son correlaciones estandarizadas, por lo tanto, dichos parámetros pueden no adecuarse a la realidad de economías como la de México.

### 1.3 Ejemplo Práctico de la Fórmula de Riesgo

Para tener una idea más clara del comportamiento de la fórmula de riesgo y del papel del *coeficiente de correlación*, se calculará el requerimiento de capital con datos de la tabla 2:

<b>LGD</b>	<b>0.75</b>
<b>ρ1</b>	0.04
<b>ρ2</b>	0.15
<b>ρ3</b>	0.24

**Figura 4**  
**Datos del ejemplo**

Estamos considerando una LGD del 75% y tres correlaciones diferentes, la de tarjeta de crédito, hipotecario y el valor de correlación más alto posible.

El ejemplo consiste en el cálculo del requerimiento de capital tomando en cuenta las siguientes probabilidades de incumplimiento.

<b>PD</b>
7.80%
17.65%
51.83%
90.00%

**Figura 5**  
**Probabilidades de incumplimiento**

Para empezar hay que recordar la fórmula del requerimiento de capital.

$$K_c = \left[ LGD \cdot N \left[ \frac{G(PD) + G(0.999)\sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho}} \right] - PD \cdot LGD \right]$$

Para efectos de este ejemplo llamemos PI a la probabilidad de incumplimiento con un

$$VaR \text{ al } 99 \% = N \left[ \frac{G(PD) + G(0.999)\sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho}} \right].$$

Como ya se cuenta con lo necesario para aplicar la fórmula, se analiza cómo afecta la correlación al requerimiento de capital.

Primero se calcula la segunda parte de la diferencia,  $PD \cdot LGD$ , ya que ésta no depende de las correlaciones.

PD	LGD	PD·LGD
7.80%	75.00%	5.85%
17.65%	75.00%	13.24%
51.83%	75.00%	38.88%
90.00%	75.00%	67.50%

**Figura 6**  
**Producto PD y LGD**

Ahora se calcula la primera parte de la diferencia, para ello se evalúa primero  $PI^{19}$ . Como PI si depende de las correlaciones se obtendrá un valor diferente para cada correlación, después este valor se multiplicara por la LGD.

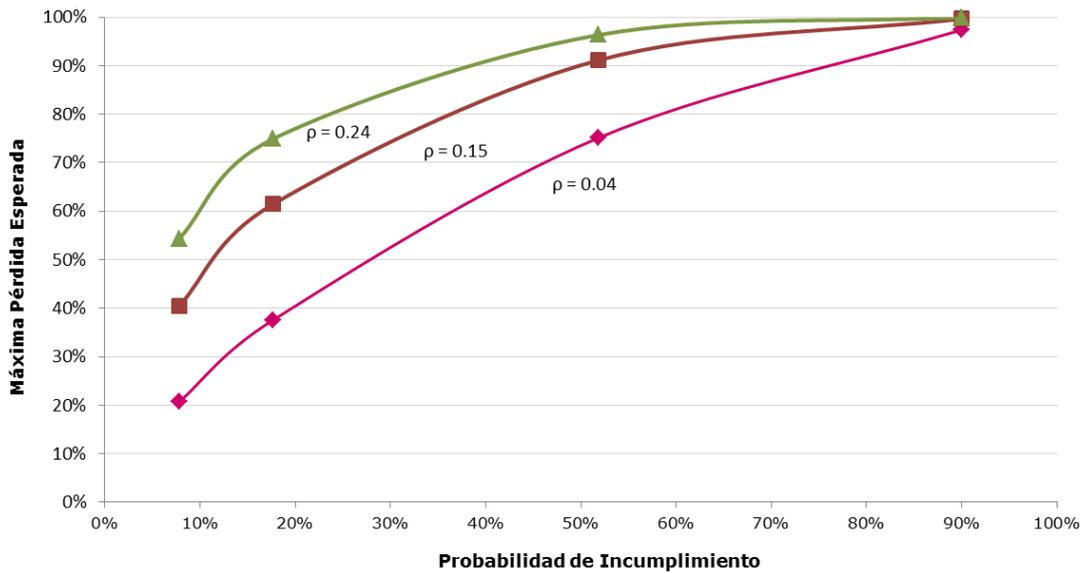
$\rho$	0.04		0.15		0.24	
	PI *	PI·LGD	PI *	PI·LGD	PI *	PI·LGD
7.80%	20.69%	15.52%	40.50%	30.37%	54.35%	40.76%
17.65%	37.56%	28.17%	61.44%	46.08%	74.89%	56.17%
51.83%	75.10%	56.33%	91.12%	68.34%	96.32%	72.24%
90.00%	97.37%	73.03%	99.64%	74.73%	99.93%	74.95%

**Figura 7**  
**Producto PI y LGD**

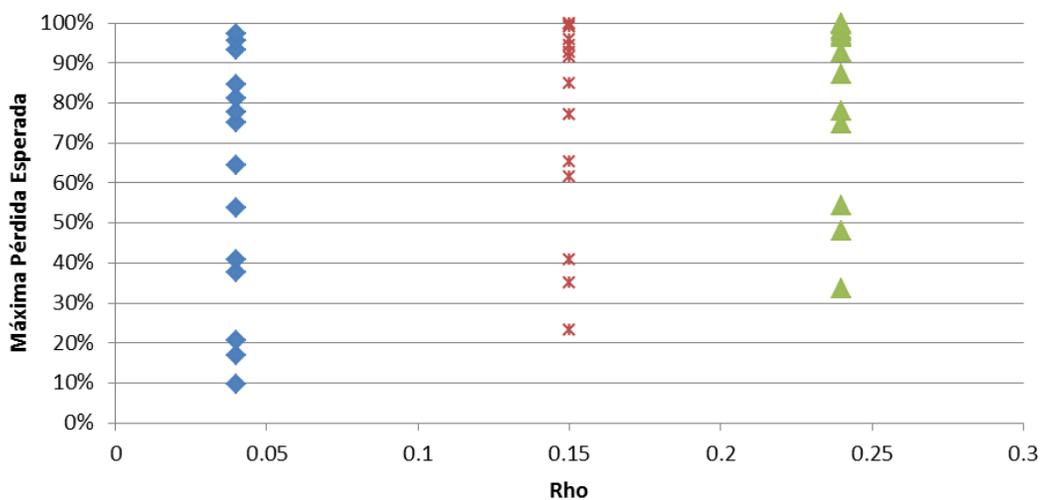
<sup>19</sup> Para efectos de este ejemplo llamemos PI a la probabilidad de incumplimiento con un  $VaR$  al 99 % =

$$N \left[ \frac{G(PD) + G(0.999)\sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho}} \right].$$

Es importante recordar que PI es la probabilidad de incumplimiento condicionada a un factor de riesgo sistémico y en la fórmula es la máxima pérdida que se espera puede ocurrir con un cuantil del 99.9%. Claramente la PI es más alta que la PD, pero además mientras mayor es la correlación, mayor resulta ser esta probabilidad y por lo tanto la pérdida.



**Figura 8**  
PI vs máxima pérdida esperada



**Figura 9**  
Rho vs máxima pérdida esperada

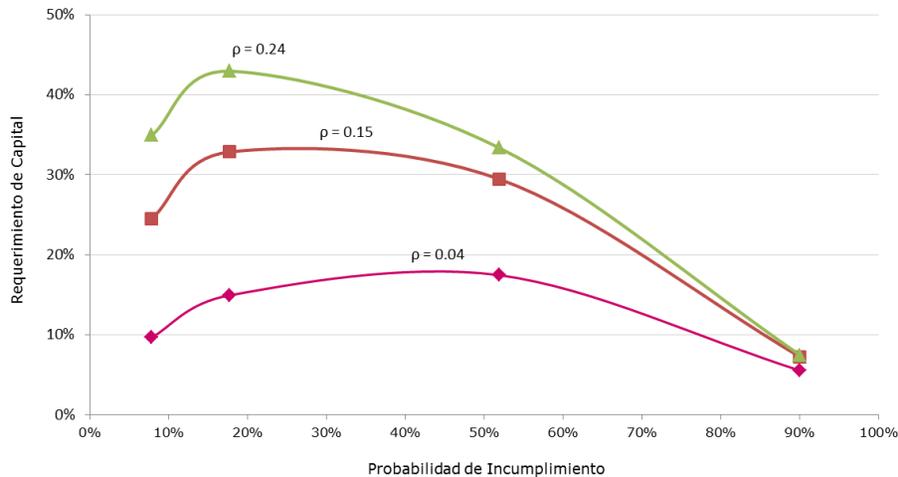
En esta segunda gráfica se aprecia mejor como a mayor rho la pérdida esperada se empieza a acumular en valores altos.

Ahora, para calcular el requerimiento de capital  $K_C$  basta con hacer la diferencia.

$\rho$	0.04			0.15			0.24		
PD	PD-LGD	PI-LGD	KRC	PI *	PI-LGD	KRC	PI *	PI-LGD	KRC
7.80%	5.85%	15.52%	9.67%	40.50%	30.37%	24.52%	54.35%	40.76%	34.91%
17.65%	13.24%	28.17%	14.93%	61.44%	46.08%	32.84%	74.89%	56.17%	42.93%
51.83%	38.88%	56.33%	17.45%	91.12%	68.34%	29.46%	96.32%	72.24%	33.37%
90.00%	67.50%	73.03%	5.53%	99.64%	74.73%	7.23%	99.93%	74.95%	7.45%

**Figura 10**  
**Requerimiento de capital**

En la siguiente gráfica se aprecia el comportamiento de la fórmula de requerimiento de capital respecto a la  $PD$  y la correlación correspondiente, se observa que las líneas siguen la misma tendencia pero que la correlación eleva o disminuye el requerimiento de capital. Además que al final converjan se debe al efecto de la probabilidad de incumplimiento, ya que las pérdidas esperadas al ser tan altas eliminan la incertidumbre de una posible pérdida no esperada.



**Figura 11**  
**Probabilidad de incumplimiento vs Requerimiento de Capital**

# Capítulo 2 Métodos de Estimación de Correlación de Activos

## 2.1. Revisión Bibliográfica

Como se mencionó en el capítulo anterior las correlaciones de la fórmula de capital propuesta por Basilea, son correlaciones estandarizadas que fueron calculadas en base a información de los Bancos del G-10, así mismo estos valores son uno de los supuestos básicos que determinan en gran medida el requerimiento de capital. Por lo tanto, un ejercicio de gran interés para las Instituciones que ponen en práctica las propuestas de Basilea es la validez de estos supuestos, en concreto de los valores de las correlaciones en relación al comportamiento de su economía.

Muchos de los ejercicios que se han hecho para la estimación de estos parámetros se han visto afectados por la falta de información o la poca disponibilidad de los datos. Se utilizan los datos de agencias como Moody's y Standard and Poor's, sin embargo, aún estos datos no son suficientes ya que no hay muchas compañías con calificación de agencia, además de haber pocos años de seguimiento, por lo tanto, puede existir incertidumbre en las estimaciones.

En 2003, Christian Bluhm y Ludger Overbeck<sup>20</sup> proporcionan una forma fácil, eficiente y rápida para derivar las correlaciones de las tasas de incumplimiento. Utilizan información de la calificadora Moody's de 1970 a 2002 y dos métodos para estimar las correlaciones, el primero está basado en la variación de las tasas de incumplimiento y el segundo utiliza una regresión lineal para suavizar la media y las desviaciones que se obtienen de las series de tiempo históricas de las tasas de incumplimiento. Los resultados obtenidos están divididos por calificaciones, por ejemplo, para una

---

<sup>20</sup> Bluhm, Overbeck, Wagner; "An Introduction to Credit Risk Modeling", 2003

calificación de Aa la correlación obtenida por el primer método es de 31.50% y en el segundo método es de 20.17%, para una calificación Ba por el primer método obtuvieron una correlación del 13% y por el segundo una de 15.90%, mientras que para la peor calificación Caa por el primer método se obtuvo una correlación del 42.51% y por el segundo una del 32.08%. Al final, argumentan que sus resultados varían de los observados en Basilea II, debido a los pocos acreditados y el tamaño de estos en el rango de calificaciones bajas como la Caa, lo que ocasionaba ruido en los resultados. Otro factor que influyó fue que el coeficiente de correlación está en función de la PD solamente lo que ocasiona que el modelo que conlleva dos parámetros se convierta en un modelo de un parámetro lo que implica una reducción en el uso de la información.

En noviembre del 2004 Paul Demey, Jean-Frédéric Jouanin, Céline Roget y Thierry Roncalli<sup>21</sup> en el documento "*Maximum likelihood estimate of default correlations*" presentaron una versión del modelo de factores múltiples de Merton y derivaron un método de máxima verosimilitud. Como una aplicación de esta metodología estimaron las correlaciones para el sector industrial con datos de Standard and Poor's de 22 años, en un periodo de 1981 a 2002. Obteniendo unas correlaciones de 11.1% para transporte, 34.3% para seguros y 29.1% para telecomunicaciones utilizando la máxima verosimilitud de una distribución binomial de dos factores (PD y  $\rho$ ) en una cartera del sector industrial dividida por clases de riesgo. Al final de su trabajo concluyen que los estimadores de las correlaciones dependen fuertemente en las clases de riesgo.

---

<sup>21</sup> Paul Demey and Thierry Roncalli, "**Maximum likelihood estimate of default correlations**", 2004

Düllmann y Trapp en 2004<sup>22</sup>, estimaron los parámetros para las tasas de recuperación y presentan un proceso para estimar las correlaciones y la *PD* por medio de máxima verosimilitud y por el método de momentos. Utilizan la información de empresas con calificaciones en Standard and Poor's en un periodo de tiempo de 1981 a 2002, sin embargo, se quedan sólo con el período que va de 1982 a 1999 ya que consideran este periodo les proporciona información de mejor calidad. Las estimaciones arrojan los siguientes resultados: por el método de momentos la correlación es de 4.47%, por máxima verosimilitud estimando ambos parámetros (correlaciones y *PDs*) es de 4.06% y por máxima verosimilitud haciendo la *PD* igual al promedio de las tasas de incumplimiento el estimador de la correlación es de 4.07%.

## 2.2. Métodos de Estimación

Si la característica de una población puede ser representada mediante una variable aleatoria  $X$  con función de densidad  $f(x; \theta)$ , se podrá hacer cualquier aseveración de  $X$  si se conoce el valor de  $\theta$ , ya que éste es el parámetro que define la función de densidad, en caso de desconocerlo se debe encontrar una aproximación o pronóstico del parámetro.

La estimación puntual nos ayuda a encontrar un valor concreto para algún parámetro desconocido de una función de probabilidad con base en los datos de una muestra aleatoria, un *estimador puntual* es una estadística cuyos valores sirven para aproximar el valor de  $\theta$ .

La muestra con la que se trabaja para calcular el parámetro a estimar es importante ya que la estimación será el valor numérico que tome el parámetro sobre la muestra. Para tener una buena estimación de cualquier parámetro se debe elegir aquel que cumpla ciertas características.

---

<sup>22</sup> Klaus Düllmann, Monika Trapp; "Systematic Risk in Recovery Rates – An Empirical Analysis of US Corporate Credit Exposures", 2004

Para tener un buen estimador este debe ser:

- Insesgado: Significa que su media o valor esperado coincide con el parámetro  $\theta$ . Si repetimos el proceso de muestreo muchas veces en promedio el valor que se obtiene de un estimador insesgado será igual al parámetro poblacional. Entonces un estimador es insesgado si la esperanza del estimador es el propio parámetro:

$$\mathbb{E}[\hat{\theta}] = \theta \text{ entonces } sesgo = \mathbb{E}[\hat{\theta}] - \theta = 0.$$

- Eficiente: es aquel estimador con menor varianza, es decir:  
Sean  $\hat{\theta}_1$  y  $\hat{\theta}_2$  insesgados, si  $Var[\hat{\theta}_1] < Var[\hat{\theta}_2]$  entonces  $\hat{\theta}_1$  es más eficiente que  $\hat{\theta}_2$ .
- Asintóticamente Insesgado: significa que al aumentar el tamaño de la muestra, su media tiende a coincidir con el parámetro  $\theta$ , y por lo tanto, su sesgo tiende a cero, entonces:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{E}[\hat{\theta}] = \theta$$

- Consistente: Significa que a medida que crece el tamaño de la muestra las estimaciones que nos proporciona el estimador se aproximan cada vez más al valor del parámetro  $\theta$ . Si el estimador es insesgado o asintóticamente insesgado, para que sea consistente es suficiente que, cuando el tamaño de la muestra tiende a infinito, la varianza del estimador se aproxime a cero, es decir:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} Var[\hat{\theta}] = 0$$

- Suficiente: Un estadístico es suficiente para un parámetro poblacional desconocido cuando recoge toda la información que la muestra contiene sobre el parámetro. Dicho de otra forma: Una vez que sabemos el valor que ha tomado el estadístico, la muestra  $(x_1, \dots, x_n)$  ya no puede proporcionarnos más información sobre dicho parámetro.

Existen varios métodos que proporcionan estimadores con algunas de estas propiedades, como el *método de máxima verosimilitud*, el *método de los momentos*, *estimación por intervalos*, entre otros.

El método elegido para estimar los parámetros será el método de máxima verosimilitud, principalmente porque es uno de los métodos más robusto y poderoso para obtener una estimación confiable. Así mismo, se hará uso del método de momentos como una herramienta de apoyo, para la estimación de medias, esto debido a su fácil aplicación y las propiedades de los estimadores obtenidos por este método.

### **2.2.1 Método de los Momentos**

El método de los momentos es el más intuitivo para estimar parámetros, ya que consiste en tener una muestra representativa de la población, así entonces los momentos muestrales y los momentos de la población, como la media, la varianza, etcétera, deben aproximarse.

Sea  $f(x; \theta)$  la función de densidad de una variable aleatoria  $X$  que depende de un parámetro  $\theta$ , se define  $\mathbb{E}(X^k)$  como el  $k$ -ésimo momento de  $X$  cuando la esperanza existe. Entonces dada una muestra aleatoria  $x_1, x_2, \dots, x_n$  se define el  $k$ -ésimo momento muestral como:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^k.$$

Entonces el método de momentos para estimar el parámetro  $\theta$  consiste en igualar los momentos muestrales con sus correspondientes momentos poblacionales y resolver el sistema de ecuaciones para el parámetro  $\theta$ , es decir, queremos resolver:

$$\mathbb{E}(X^k) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^k.$$

Los estimadores deducidos por el método de los momentos son asintóticamente insesgados, consistentes y asintóticamente normales.

### 2.2.2 Método de Máxima Verosimilitud

El método de máxima verosimilitud consiste en elegir, entre todos los posibles estimadores del parámetro desconocido, aquel estimador que haga máxima la probabilidad de haber obtenido la muestra que se ha encontrado.

Sea  $x_1, x_2, \dots, x_n$  una muestra aleatoria de  $f(x; \theta)$  con  $\theta \in \Theta$ . La función de verosimilitud denotada por  $L(\theta)$ , se define como la función de densidad conjunta de las  $x_1, x_2, \dots, x_n$  variables aleatorias.

$$L(\theta) = f_{x_1 \dots x_n}(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = \prod_{i=1}^n f_{x_i}(x_i; \theta).$$

El método de máxima verosimilitud consiste en obtener el valor de  $\theta$  que maximice la función de verosimilitud  $L(\theta)$ . El valor de  $\theta$  donde se alcanza el máximo se llama *estimador de máxima verosimilitud de  $\theta$* . De modo que el estimador máximo verosímil es la solución de la ecuación:

$$\frac{\delta L(\theta)}{\delta \theta} = 0$$

Como la función de máxima verosimilitud es no negativa y el logaritmo es una función creciente encontrar los valores que maximizan a  $L(\theta)$  es equivalente a encontrar a los valores que maximizan a  $\log[L(\theta)]$  ya que estas dos funciones toman su máximo para el mismo valor de  $\theta$ , además en muchas distribuciones resulta más fácil hallar el máximo del logaritmo de la verosimilitud.

Los estimadores que se obtienen por el método de máxima verosimilitud son asintóticamente insesgados, eficientes, consistentes y son función de los estadísticos

suficientes mínimos. Además, los estimadores máximos verosímiles poseen una propiedad llamada invarianza, es decir  $\widehat{u(\theta)} = u(\hat{\theta})$ .<sup>23</sup>

## 2.3. Metodología Propuesta para la Estimación de Correlaciones

Para efectos de esta tesis buscamos encontrar un estimador para las correlaciones de los activos que se encuentra en la fórmula de Basilea y de ésta manera saber si estas son aplicables para México. En esta sección se explicarán las dos metodologías que se eligieron para hacer estas estimaciones.

### 2.3.1 Método por Normal Bivariada

La primera metodología parte de la información con la que se cuenta para realizar la estimación de las correlaciones, esta información son series de tiempo de las Tasas de Incumplimiento<sup>24</sup> de las Instituciones, por lo tanto, se necesita una ecuación que relacione las correlaciones con estas tasas.

Como vimos en el capítulo 1 en un portafolio uniforme y de tamaño  $m$  con  $m$  suficientemente grande, el porcentaje de créditos incumplidos  $L$  sujeto a un factor  $Y=y$ , se puede aproximar a  $p(y)$ , la probabilidad de incumplimiento condicionada por este factor  $y$ , tal y como se establece en la ecuación 1.7 y 1.8.

$$\mathbb{P}[L_i \leq x] = \mathbb{P}[p(y) \leq x] = \mathbb{P}\left\{N\left[\frac{N^{-1}(PD) - \sqrt{\rho}y}{\sqrt{1-\rho}}\right] \leq x\right\}$$

Entonces:

$$L = p(y) = N\left[\frac{N^{-1}(PD) - \sqrt{\rho}y}{\sqrt{1-\rho}}\right]$$

<sup>23</sup> Todas éstas son características de un estimado obtenido de muestras grandes, el tamaño necesario de la muestra para alcanzar estas características puede ser bastante grande, con una muestra pequeña, el parámetro estimado puede ser polarizado o tendencioso.

<sup>24</sup> TI=Créditos incumplidos/ Total de créditos

donde:

$PD$  es la probabilidad de incumplimiento.

$y$  es el factor de riesgo sistémico.

$\rho$  la correlación a estimar.

Para encontrar la ecuación que relaciona la información disponible con las correlaciones, primero se estimará la media y la varianza de  $L$  que convergen a la media y la varianza de  $p(y)$ .

### 1. Media

$$\mathbb{E}[L] = \mathbb{E}[p(y)] = \mathbb{E}\left[N\left[\frac{N^{-1}(PD) - \sqrt{\rho}y}{\sqrt{1-\rho}}\right]\right] = \mathbb{E}[N(X)]$$

En el capítulo 1 se vio que  $y$  es un factor tal que  $y \sim N(0,1)$ , entonces como  $X = N\left[\frac{N^{-1}(PD) - \sqrt{\rho}y}{\sqrt{1-\rho}}\right]$  es combinación lineal de  $y$ ,  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  se necesita saber quién es  $\mu$  y quién es  $\sigma^2$ .

- Se comienza con el cálculo de  $\mu$

$$\begin{aligned}\mu &= \mathbb{E}(X) \\ &= \mathbb{E}\left[\frac{N^{-1}(PD) - \sqrt{\rho}y}{\sqrt{1-\rho}}\right] \\ &= \mathbb{E}\left[\frac{N^{-1}(PD)}{\sqrt{1-\rho}}\right] - \mathbb{E}\left[\frac{\sqrt{\rho}y}{\sqrt{1-\rho}}\right]\end{aligned}$$

$$= \frac{N^{-1}(PD)}{\sqrt{1-\rho}} - \frac{\sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho}} \mathbb{E}[y]$$

Como  $Y$  se distribuye normal estándar su media es cero, entonces:

$$\mathbb{E}(X) = \frac{N^{-1}(PD)}{\sqrt{1-\rho}} - \frac{\sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho}} \cdot 0$$

$$\therefore \mathbb{E}(X) = \mu = \frac{N^{-1}(PD)}{\sqrt{1-\rho}} \quad \mathbf{2.1}$$

- Ahora se calcula  $\sigma^2$

$$\sigma^2 = \text{Var}(X)$$

$$= \text{Var} \left[ \frac{N^{-1}(PD) - \sqrt{\rho}y}{\sqrt{1-\rho}} \right]$$

$$= \frac{\text{Var}[N^{-1}(PD) - \sqrt{\rho}y]}{1-\rho}$$

$$= \frac{\text{Var}[-\sqrt{\rho}y]}{1-\rho}$$

$$\therefore \text{Var}(X) = \frac{\rho}{1-\rho} \quad \mathbf{2.2}$$

Entonces  $\frac{N^{-1}(PD) - \sqrt{\rho}y}{\sqrt{1-\rho}} = X \sim N \left[ \frac{N^{-1}(PD)}{\sqrt{1-\rho}}, \frac{\rho}{1-\rho} \right]$ .

Retomando la  $\mathbb{E}[L]$ , como  $\mathbb{E}[L] = \mathbb{E}[N(X)]$ , supongamos que  $X_1$  es una variable aleatoria tal que  $X_1 \sim N(0,1)$ ,  $g_{\mu, \sigma^2}$  la función de densidad de  $X$ , además  $X_1$  es independiente de  $X$ .

Como  $N(X) = P(L \leq X)$ , y  $X$  es una variable aleatoria, entonces se puede calcular su esperanza de la siguiente manera:

$$\mathbb{E}[L] = \mathbb{E}[N(X)]$$

$$\begin{aligned}
&= \int_{-\infty}^{\infty} \mathbb{P}[X_1 \leq X | X = x] \delta g_{\mu, \sigma^2}(x) \\
&= \mathbb{P}[X_1 \leq X] = \mathbb{P}[X_1 - X \leq 0] = \mathbb{P}[W \leq 0]
\end{aligned}$$

Donde  $W = X_1 - X$  como  $X_1 \sim N(0,1)$  y  $X$  también se distribuye normal pero con media y varianza de las ecuaciones **2.1** y **2.2** respectivamente, entonces, sus medias se restan y sus varianzas se suman por lo que:

$$W = X_1 - X \sim N \text{ con media } \mu = -\frac{N^{-1}(PD)}{\sqrt{1-\rho}} \text{ y varianza } \sigma^2 = \frac{1}{1-\rho}.$$

Se estandariza  $W$  para seguir con la esperanza; entonces:

$$\mathbb{E}[L] = \mathbb{P}[W \leq 0]$$

$$= \mathbb{P}\left[ \frac{W - \frac{-N^{-1}(PD)}{\sqrt{1-\rho}}}{\sqrt{\frac{1}{1-\rho}}} \leq \frac{0 - \frac{-N^{-1}(PD)}{\sqrt{1-\rho}}}{\sqrt{\frac{1}{1-\rho}}} \right]$$

$$= \mathbb{P}[W\sqrt{1-\rho} + N^{-1}(PD) \leq N^{-1}(PD)]$$

$$= \mathbb{P}[Z \leq N^{-1}(PD)]$$

$$= N[N^{-1}(PD)] = PD$$

$$\therefore \mathbb{E}[L] = PD$$

**2.3**

## 2. Varianza

Ahora solo falta tener la varianza de  $L$ , como  $Var[\cdot] = \mathbb{E}[\cdot^2] - \mathbb{E}[\cdot]^2$ , entonces con lo ya calculado se tiene que:

$$Var[p(y)] = Var[L] = \mathbb{E}[L^2] - \mathbb{E}[L]^2 = \mathbb{E}[L^2] - PD^2$$

Por lo que falta calcular  $\mathbb{E}[L^2]$ , para esto sean  $X_1$  y  $X_2$  variables aleatorias tales que  $X_1$  y  $X_2 \sim N(0,1)$  independientes de  $X$ , entonces

$$\begin{aligned}
 \mathbb{E}[L^2] &= \mathbb{E}[p(Y)^2] \\
 &= E[N(X)^2] \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \mathbb{P}[X_1 \leq X | X = x] \mathbb{P}[X_2 \leq X | X = x] \delta g_{\mu, \sigma^2}(x) \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \mathbb{P}[X_1 \leq X, X_2 \leq X | X = x] \delta g_{\mu, \sigma^2}(x) \\
 &= \mathbb{P}[X_1 \leq X, X_2 \leq X] \\
 &= \mathbb{P}[X_1 - X \leq 0, X_2 - X \leq 0] \\
 &= \mathbb{P}[W_1 \leq 0, W_2 \leq 0]
 \end{aligned}$$

Donde  $W_i = X_i - X \sim N\left[-\frac{N^{-1}(PD)}{\sqrt{1-\rho}}, \frac{1}{1-\rho}\right]$  entonces:

$$\begin{aligned}
 \mathbb{E}[L^2] &= \mathbb{P}[W_1 \leq 0, W_2 \leq 0] \\
 &= \mathbb{P}\left[W_1 \sqrt{1-\rho} + N^{-1}(PD) \leq N^{-1}(PD), W_2 \sqrt{1-\rho} + N^{-1}(PD) \leq N^{-1}(PD)\right] \\
 &= \mathbb{P}[Z_1 \leq N^{-1}(PD), Z_2 \leq N^{-1}(PD)].
 \end{aligned}$$

$$\therefore \mathbb{E}[L^2] = N_2[N^{-1}(PD), N^{-1}(PD); \rho]$$

$$\therefore \text{Var}[L] = \mathbb{E}[L^2] - \mathbb{E}[L]^2 = N_2[N^{-1}(PD), N^{-1}(PD); \rho] - PD^2 \quad \mathbf{2.4}$$

Se puede ver que la distribución normal bivariada<sup>25</sup> que se encuentra en la expresión de la varianza de  $L$  relaciona la  $PD$  con la correlación  $\rho$ . Sin embargo, no se conoce la

<sup>25</sup> Consultar anexo 1 sobre la normal bivariada.

probabilidad de incumplimiento y la  $Var[p(X)]$  de nuestra base de datos. Por lo que utilizara una aproximación a sus valores.

Como  $E[L] = E[p(y)] = PD$  y por otro lado, se cuenta con una muestra aleatoria de las tasas de incumplimiento ( $L_i$ ), es posible estimar la media con del método de momentos que nos dice que:

$$\widehat{PD} = E[L] = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m L_i$$

Como  $L_i$  son las tasas de incumplimiento observadas, ya se tiene una aproximación de la  $PD$ . Por otro lado, para la varianza se utiliza la fórmula de la varianza muestral pues este es un estimador insesgado, donde:

$$\widehat{s^2} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (L_i - \bar{L})^2.$$

donde  $\bar{L} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n L_i$ .

Por lo tanto, en términos de los parámetros estimados la ecuación que relaciona las  $PD$ 's con las correlaciones se ve de la siguiente manera:

$$\widehat{s^2} = N_2[N^{-1}(\widehat{PD}), N^{-1}(\widehat{PD}); \rho] - \widehat{PD}^2$$

En donde el único valor desconocido es el valor de  $\rho$ , si se reescribe la ecuación se tiene que:

$$[N^{-1}(\widehat{PD}), N^{-1}(\widehat{PD}); \rho] - \widehat{PD}^2 - \widehat{s^2} = 0$$

El estimador de la correlación sería aquel valor de  $\rho$  que satisfaga la ecuación.

### 2.3.2 Método de máxima verosimilitud

La segunda metodología se basa en el método de máxima verosimilitud para estimar el valor de las correlaciones  $\rho$ . En el capítulo uno se demostró que:

$$P[L \leq x] = N \left\{ \frac{N^{-1}[x]\sqrt{1-\rho} - N^{-1}[PD]}{\sqrt{\rho}} \right\}$$

Esta es función acumulada de las pérdidas del portafolio. Además la función de densidad de las frecuencias de incumplimiento, es como sigue:

$$f(x; \rho, PD) = \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\rho} \left[ \sqrt{1-\rho} N^{-1}(x) - N^{-1}(PD) \right]^2 + \left[ N^{-1}(x) \right]^2 \frac{1}{2} \right\}$$

Primero necesitamos demostrar que en efecto esta es la fórmula de densidad, ya que esta será la que nos ayude a estimar el valor de las correlaciones.

Entonces si la función de distribución es:

$$F(x) = N(X) = N \left\{ \frac{N^{-1}[x]\sqrt{1-\rho} - N^{-1}[p]}{\sqrt{\rho}} \right\}$$

Para obtener la función de densidad, se deriva la función de distribución.

Si  $X$  es lo que está dentro de las llaves de la normal, entonces se aprecia que

$$N(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}.$$

Entonces:

$$\frac{dF(x)}{dx} = N(X) \frac{dX}{dx}$$

Por otro lado,

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dx} &= \frac{d \left[ \frac{N^{-1}[x]\sqrt{1-\rho} - N^{-1}[p]}{\sqrt{\rho}} \right]}{dx} \\ &= \frac{d \left[ \frac{N^{-1}[x]\sqrt{1-\rho}}{\sqrt{\rho}} \right]}{dx} - \frac{d \left[ \frac{-N^{-1}[p]}{\sqrt{\rho}} \right]}{dx} \\ &= \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \frac{dN^{-1}[x]}{dx} \end{aligned}$$

Ahora bien si  $\varphi(x) = N^{-1}[x]$  entonces  $N[\varphi] = x(\varphi)$  por lo que es claro que  $\varphi(x)$  y  $x(\varphi)$  son inversas, entonces

$$\varphi'(x) = \frac{1}{x'(\varphi)} \rightarrow \varphi'(x) = \frac{1}{\frac{dN[\varphi]}{d\varphi}} = \frac{1}{f(\varphi)} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\varphi^2}{2}}} = \sqrt{2\pi} e^{\frac{[N^{-1}[x]]^2}{2}}$$

Entonces:

$$\frac{dX}{dx} = \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \sqrt{2\pi} e^{\frac{[N^{-1}[x]]^2}{2}}$$

De los resultados anteriores se tiene que:

$$\begin{aligned} \frac{dF(x)}{dx} &= N(X) \frac{dX}{dx} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \sqrt{2\pi} e^{\frac{[N^{-1}[x]]^2}{2}} \\ &= \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} e^{-\frac{x^2}{2}} e^{\frac{[N^{-1}[x]]^2}{2}} \end{aligned}$$

Sustituyendo el valor de  $X$  y por propiedades de las exponenciales:

$$\begin{aligned}
 \frac{dF(x)}{dx} &= \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \exp \left[ -\frac{X^2}{2} + \frac{[N^{-1}[x]]^2}{2} \right] \\
 &= \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \exp \left[ -\frac{\left[ \frac{N^{-1}[x]\sqrt{1-\rho} - N^{-1}[p]}{\sqrt{\rho}} \right]^2}{2} + \frac{[N^{-1}[x]]^2}{2} \right] \\
 &= \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left[ \frac{N^{-1}[x]\sqrt{1-\rho} - N^{-1}[p]}{\sqrt{\rho}} \right]^2 + \frac{1}{2} [N^{-1}[x]]^2 \right]
 \end{aligned}$$

Por lo tanto:

$$f(x; \rho, PD) = \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\rho} \left[ \sqrt{1-\rho} N^{-1}(x) - N^{-1}(PD) \right]^2 + [N^{-1}(x)]^2 \frac{1}{2} \right\}$$

Entonces, como  $f(x; PD, \rho)$  es la función de densidad, se puede calcular la función de verosimilitud.

$$\begin{aligned}
 L(f(x); PD, \rho) &= \prod_{i=1}^n f(x_i, PD, \rho) \\
 &= \prod_{i=1}^n \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\rho} \left[ \sqrt{1-\rho} N^{-1}(x_i) - N^{-1}(PD) \right]^2 + [N^{-1}(x_i)]^2 \frac{1}{2} \right\} \\
 &= \left[ \frac{1-\rho}{\rho} \right]^{\frac{n}{2}} \prod_{i=1}^n \exp \left\{ -\frac{1}{2\rho} \left[ \sqrt{1-\rho} N^{-1}(x_i) - N^{-1}(PD) \right]^2 + [N^{-1}(x_i)]^2 \frac{1}{2} \right\} \\
 &= \left[ \frac{1-\rho}{\rho} \right]^{\frac{n}{2}} \exp \sum_{i=1}^n \left\{ -\frac{1}{2\rho} \left[ \sqrt{1-\rho} N^{-1}(x_i) - N^{-1}(PD) \right]^2 + [N^{-1}(x_i)]^2 \frac{1}{2} \right\}
 \end{aligned}$$

Sea  $\lambda_i = N^{-1}(x_i)$  y  $\beta = N^{-1}(PD)$ , entonces

$$L(f(x); PD, \rho) = \left[ \frac{1-\rho}{\rho} \right]^{\frac{n}{2}} \exp \sum_{i=1}^n \left\{ -\frac{1}{2\rho} [\sqrt{1-\rho}\lambda_i - \beta]^2 + \lambda_i^2 \frac{1}{2} \right\}$$

Resolviendo lo que está dentro de las llaves,

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2\rho} [\sqrt{1-\rho}\lambda_i - \beta]^2 + \lambda_i^2 \frac{1}{2} &= -\frac{1}{2\rho} (1-\rho)\lambda_i^2 - 2\sqrt{1-\rho}\lambda_i\beta + \beta^2 + \lambda_i^2 \frac{1}{2} \\ &= -\frac{(1-\rho)\lambda_i^2 - 2\sqrt{1-\rho}\lambda_i\beta + \beta^2 - \rho\lambda_i^2}{2\rho} \\ &= -\frac{\lambda_i^2 - \rho\lambda_i^2 - 2\sqrt{1-\rho}\lambda_i\beta + \beta^2 - \rho\lambda_i^2}{2\rho} \\ &= -\frac{\lambda_i^2 - 2\sqrt{1-\rho}\lambda_i\beta + \beta^2 - 2\rho\lambda_i^2}{2\rho} \\ &= -\frac{\beta^2 - 2\sqrt{1-\rho}\lambda_i\beta + (1-2\rho)\lambda_i^2}{2\rho} \end{aligned}$$

Entonces la función máximo verosímil es:

$$L(f(x); PD, \rho) = \left[ \frac{1-\rho}{\rho} \right]^{\frac{n}{2}} \exp \sum_{i=1}^n \left[ -\frac{\beta^2 - 2\sqrt{1-\rho}\lambda_i\beta + (1-2\rho)\lambda_i^2}{2\rho} \right]$$

**2.5**

Aplicando logaritmo:

$$\begin{aligned} \ell(f(x_i; PD, \rho)) &= \ln \left[ \left[ \frac{1-\rho}{\rho} \right]^{\frac{n}{2}} \exp \sum_{i=1}^n \left[ -\frac{\beta^2 - 2\sqrt{1-\rho}\lambda_i\beta + (1-2\rho)\lambda_i^2}{2\rho} \right] \right] \\ &= \ln \left[ \frac{1-\rho}{\rho} \right]^{\frac{n}{2}} + \sum_{i=1}^n \left\{ -\frac{\beta^2 - 2\sqrt{1-\rho}\lambda_i\beta + (1-2\rho)\lambda_i^2}{2\rho} \right\} \\ &= \frac{n}{2} \ln \left[ \frac{1-\rho}{\rho} \right] + \sum_{i=1}^n \left\{ -\frac{\beta^2 - 2\sqrt{1-\rho}\lambda_i\beta + (1-2\rho)\lambda_i^2}{2\rho} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{n}{2} \ln \left[ \frac{1-\rho}{\rho} \right] - \frac{n\beta^2}{2\rho} + \frac{2\sqrt{1-\rho}}{2\rho} \beta \sum_{i=1}^n \lambda_i + \frac{2\rho-1}{2\rho} \sum_{i=1}^n \lambda_i^2 \\
&= \frac{n}{2} \ln \left[ \frac{1-\rho}{\rho} \right] - \frac{n\beta^2}{2\rho} + \frac{\sqrt{1-\rho}}{\rho} \beta \sum_{i=1}^n \lambda_i + \frac{2\rho-1}{2\rho} \sum_{i=1}^n \lambda_i^2
\end{aligned}$$

De acuerdo al método de máxima verosimilitud, lo que se quiere es encontrar el parámetro que maximice la función de verosimilitud entonces el siguiente paso es derivar  $\ell(f(x_i; PD, \rho))$ .

$$\frac{d\ell(f(x_i; PD, \rho))}{d\rho} = -\frac{n}{2\rho(1-\rho)} + \frac{n}{2\rho^2} \beta^2 + \beta \left[ \frac{\rho-2}{2\rho^2\sqrt{1-\rho}} \right] \sum_{i=1}^n \lambda_i + \left[ \frac{1}{2\rho^2} \right] \sum_{i=1}^n \lambda_i^2$$

El último paso es igualar a cero la derivada y despejar la correlación  $\rho$ .

$$-\frac{n}{2\rho(1-\rho)} + \frac{n}{2\rho^2} \beta^2 + \beta \left[ \frac{\rho-2}{2\rho^2\sqrt{1-\rho}} \right] \sum_{i=1}^n \lambda_i + \left[ \frac{1}{2\rho^2} \right] \sum_{i=1}^n \lambda_i^2 = 0$$

Encontrando un denominador común:

$$\frac{-n\rho + n(1-\rho)\beta^2 + \beta(\rho-2)\sqrt{1-\rho} \sum_{i=1}^n \lambda_i + (1-\rho) \sum_{i=1}^n \lambda_i^2}{2\rho^2(1-\rho)} = 0$$

Pasando el denominador del otro lado de la igualdad:

$$-n\rho + n(1-\rho)\beta^2 + \beta(\rho-2)\sqrt{1-\rho} \sum_{i=1}^n \lambda_i + (1-\rho) \sum_{i=1}^n \lambda_i^2 = 0$$

Entonces la igualdad se puede escribir como sigue:

$$-n\rho + (1-\rho) \left( n\beta^2 + \sum_{i=1}^n \lambda_i^2 \right) + \beta(\rho-2)\sqrt{1-\rho} \sum_{i=1}^n \lambda_i = 0$$

En este caso nuevamente se busca el valor de  $\rho$  que satisfaga la ecuación y la media de las tasas de incumplimiento la PD. Por lo tanto la ecuación lista será:

$$-n\rho + (1 - \rho) \left( n[N^{-1}(\widehat{PD})]^2 + \sum_{i=1}^n [N^{-1}(x_i)]^2 \right) + [N^{-1}(\widehat{PD})](\rho - 2)\sqrt{1 - \rho} \sum_{i=1}^n [N^{-1}(x_i)] = 0$$

**2.6**

Donde  $\widehat{PD} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n L_i$ .

Por lo tanto, contamos con dos posibles metodologías para estimar el parámetro de correlación para la fórmula de Basilea utilizando información de México.

# Capítulo 3 Estimación Propuesta

## 3.1. Datos

La información utilizada para realizar la estimación de las correlaciones corresponde a una base de datos del Buró de Crédito<sup>26</sup>, con información de 12 Instituciones Bancarias.

De la población de las 12 Instituciones se seleccionó una muestra representativa del sistema bancario mexicano, el tamaño de participación de cada Institución en el sistema dependió del tamaño de sus activos a diciembre 2010 y éstos se midieron con su balance general. Quedando cada Institución como sigue:

INSTITUCIONES	MUESTRA
HSBC	53,425
GRUPO BANAMEX	45,376
GRUPO BBVA BANCOMER	27,790
GRUPO BANORTE	17,860
BANCO DEL BAJIO	7,405
GRUPO SCOTIABANK	7,397
GRUPO SANTANDER	6,683
BANCO INTERACCIONES	5,878
GRUPO AFIRME	5,000
BANCO INBURSA	5,000
GRUPO BANREGIO	5,000
GRUPO ING	5,000
BANCO IXE	5,000
BANCO AZTECA	5,000
DEUTSCHE BANK MEXICO	5,000
<b>TOTAL</b>	<b>206,815</b>

**Figura 12**  
**Tamaño de Muestra por institución Bancaria**

<sup>26</sup> Empresa constituida como sociedad de información crediticia, dedicada a integrar y proporcionar información, cuyo objetivo principal es registrar el historial crediticio de las personas y empresas que hayan obtenido algún tipo de crédito, financiamiento, préstamo o servicio. Las Instituciones proveen al buró de Crédito de la información de las personas y empresas.

La información está dividida en dos bases: una de personas físicas y otra de personas morales, cada una tuvo un tratamiento específico acorde a su contenido para, al final, construir una base de datos con las tasas de incumplimiento del sistema, los tratamientos que se llevaron a cabo en cada base se describen a continuación.

### 3.1.1. Base de Personas Físicas

Los campos que se utilizaron de la base de persona físicas son los siguientes:

- **Tipo de Cuenta**

Tipo de Cuenta	
<b>I</b>	Consumo No Revolvente (Pagos Fijos)
<b>M</b>	Hipoteca
<b>O</b>	Sin límite preestablecido.
<b>R</b>	Tarjeta de Crédito

**Figura 13**  
**Tipo de cuenta**

- **Otorgante del Crédito**

La información de la base incluye todo el historial crediticio por acreditado, es decir, todos los créditos que tiene y ha tenido con otras Instituciones, no solo Bancos. Por lo tanto, el campo otorgante de crédito permitió extraer los créditos que correspondían a cada Institución.

- **Fecha de Actualización**

La Fecha de Actualización indica la última fecha de actualización de Forma de Pago e Histórico de Pagos.

- **Forma pago (MOP)** <sup>27</sup>

La Entidad Financiera o la Empresa Comercial reporta por cada periodo (fecha de actualización) la oportunidad con que el pago fue efectuado por el Cliente.

<b>Valores permitidos para Forma de Pago (MOP)</b>		
<b>UR</b>	Cuenta sin información.	No tuvo actividad o movimientos.
<b>0</b>	Muy reciente para ser informada.	Es de recién apertura y aún no tiene actividad.
<b>1</b>	Cuenta al corriente	Paga antes o en fecha, el monto exigible o mayor.
<b>2</b>	Atraso de 01 a 29 días.	Días de atraso a partir de su fecha límite de pago.
<b>3</b>	Atraso de 30 a 59 días.	
<b>4</b>	Atraso de 60 a 89 días.	
<b>5</b>	Atraso de 90 a 119 días.	
<b>6</b>	Atraso de 120 a 149 días.	
<b>7</b>	Atraso de 150 días hasta 12 meses.	
<b>96</b>	Atraso de 12 meses.	
<b>97</b>	Cuenta con deuda parcial o total sin recuperar.	Aplica para Quitas o Castigos.
<b>99</b>	Fraude cometido por el Cliente.	

**Figura 14**  
**Valores de Forma de Pago**

- **Histórico de pagos**

El campo *Histórico de Pagos* está conformado por los MOPs, se reporta como una cadena de hasta 72 caracteres, dicha cadena representa el Histórico de Pagos cuya lectura se hace de izquierda a derecha. El primer dígito corresponde a la información más reciente actualizada en la fecha reportada en el campo *Fecha de Actualización* y de ahí los siguientes MOPs se refieren a períodos consecutivos.

Los valores<sup>28</sup> que puede tomar el campo Histórico de Pagos son los siguientes:

<sup>27</sup> Tabla obtenida de los Anexos de Catálogos para Buró de Crédito.

<sup>28</sup> Tabla obtenida de los Anexos de Catálogos para Buró de Crédito.

Valores permitidos para patrón Histórico de Pagos		
<b>D</b>	Información anulada a solicitud del Otorgante.	
<b>U</b>	Cuenta sin información.	No tuvo actividad o movimientos.
<b>-</b>	Actividad no reportada en ese periodo.	Periodo no reportado. Antes se identificaba con una "X".
<b>0</b>	Cuenta muy reciente para ser informada.	Cuenta sin actividad.
<b>1</b>	Cuenta al corriente	Paga antes o en fecha, el monto exigible o mayor.
<b>2</b>	Atraso de 01 a 29 días.	Días de atraso a partir de su fecha límite de pago.
<b>3</b>	Atraso de 30 a 59 días.	Días de atraso a partir de su fecha límite de pago.
<b>4</b>	Atraso de 60 a 89 días.	Días de atraso a partir de su fecha límite de pago.
<b>5</b>	Atraso de 90 a 119 días.	Días de atraso a partir de su fecha límite de pago.
<b>6</b>	Atraso de 120 a 149 días.	Días de atraso a partir de su fecha límite de pago.
<b>7</b>	Atraso de 150 días hasta 12 meses.	Días de atraso a partir de su fecha límite de pago.
<b>9</b>	Corresponde a cualquiera de los MOP 96, 97 y 99.	

**Figura 15**  
**Valores para Histórico de Pagos**

A continuación se presenta un ejemplo de cómo se utilizan los valores de la tabla anterior en el campo *Histórico de Pagos* y su interpretación.

Fecha de Actualización	Forma de Pago	Histórico de Pagos
31/07/2009	97	7554322132222211211111

**Figura 16**  
**Ejemplo de Histórico de Pagos**

**Interpretación del ejemplo:**

- El campo *Forma de Pago* se encuentra actualizado al 31 de julio del 2009.

Fecha de Actualización	Forma de Pago	Histórico de Pagos
31/07/2009	97	7554322132222211211111

- El campo *Histórico de Pagos* se encuentra actualizado un periodo anterior al campo *Forma de Pago*, es decir junio 2009. A esta fecha, el campo *Histórico de Pagos* presenta el valor "7" el cual se traduce en 150 días o hasta 12 meses de atraso a partir de su fecha límite de pago a junio 2009.

Fecha de Actualización	Forma de Pago	Histórico de Pagos
31/07/2009	97	7543221322222211211111

- En julio de 2009, el crédito reportado tiene en MOP 97, que significa que es una cuenta castigada o con quita.

Fecha de Actualización	Forma de Pago	Histórico de Pagos
31/07/2009	97	7543221322222211211111

- El histórico de pagos tiene una longitud de 23 caracteres. Es decir, se están reportando 23 meses de información de MOPs siendo la fecha más reciente en junio 2009 y la más antigua en septiembre 2007.

Fecha de Actualización	Forma de Pago	Histórico de Pagos
31/07/2009	97	7543221322222211211111

- Los campos *Histórico de Pagos* y *Forma de Pago* son complementarias. Al unirlos se obtiene la carga histórica total de MOPs del crédito, septiembre 2007 a julio 2009.

Para el cálculo de las tasas de incumplimiento, se definieron ventanas de observación de 12 meses consecutivos; periodo en el cual se observa el desempeño del comportamiento de pagos de cada acreditado. Las ventanas de observación parten de una fecha referencia "T0".

Punto de referencia	Desempeño - Historial de Pagos											
	Definición de Incumplimiento											
T0	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	T12

Para lograr esta estructura de la información, se organizó la información de tal manera que se pudieran observar los registros del Histórico de Pagos (MOPs) individualmente en las fechas calendario a las que correspondieran.

La organización de la información se realizó con las siguientes consideraciones:

- A. Construcción de una serie histórica de las series de tiempo proporcionadas en el campo *Histórico de Pagos* en las fechas correspondientes.
- B. Establecer un periodo fijo de observación de historial de pagos para todos los créditos independientemente de si éstos se encontraban activos en cada una de las fechas de dicho periodo.

El primer paso fue homologar el formato de la información de los catálogos de los MOP reportado en la *Forma de Pago e Histórico de Pagos*, se implementó el siguiente criterio:

Forma de Pago (MOP)	Conversión de valores para el Histórico de Pagos
UR	0
00	0
01	1
02	2
03	3
04	4
05	5
06	6
07	7
96	9
97	9
99	9

**Figura 17**

El ejemplo muestra cómo se completó la carga histórica de los créditos.

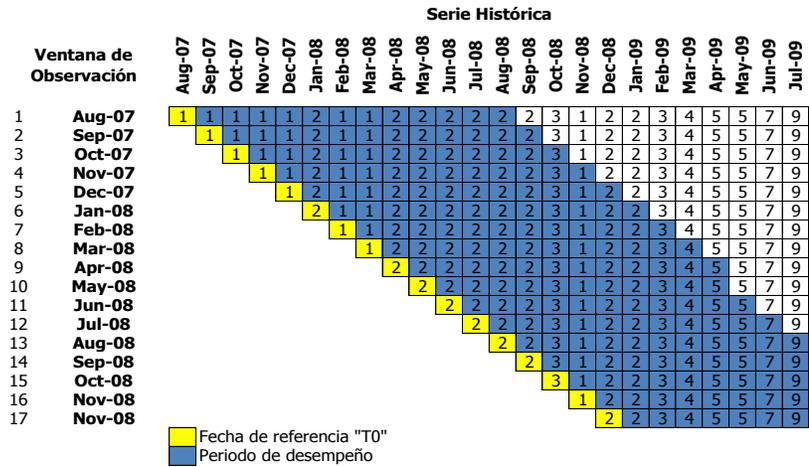


Los lineamientos para la definición de las ventanas de observación son los siguientes:

- ✓ Cada ventana de observación está anclada o establecida de acuerdo a una fecha de referencia "T0".
- ✓ Las ventanas de observación tienen una longitud de 13 periodos. Esto es, la fecha de referencia más 12 meses consecutivos posteriores de observación, *Periodo de Desempeño*.
- ✓ La última fecha de referencia debe tener al menos 7 meses de observación disponibles en la *Serie Histórica* para poder observar el *Periodo de Desempeño*.<sup>29</sup>
- ✓ El periodo de desempeño debe contar con al menos 7 observaciones de MOPs válidos para poder clasificar el crédito en la ventana de observación.
- ✓ El crédito se clasificará en cada fecha de referencia "T0" de acuerdo a su comportamiento durante el *Periodo de Desempeño* (12 meses).
- ✓ Los créditos estarán clasificados durante la serie histórica tantas veces como fechas de referencia o ventanas de observación se definan.
- ✓ La construcción de las ventanas de observación es móvil. La siguiente figura muestra un ejemplo de la construcción de las ventanas de observación para un crédito cuya serie histórica va de agosto de 2007 a julio del 2009. En este caso se tienen 17 ventanas de observación (parte sombreada). La última ventana cuenta con 7 observaciones (periodo mínimo) en el periodo de desempeño.

---

<sup>29</sup> Se planteó este lineamiento principalmente por que los Bancos no siempre reportan al buró de Crédito por lo que pueden presentarse periodos sin información, sin que el crédito este necesariamente no vivo. Además basta con que un crédito tenga cuatro observaciones incumplidas para clasificarlo como un crédito incumplido.



- ✓ Cabe destacar que si la observación en la Serie Histórica presenta el valor "U" se considera que ésta es un MOP igual a "0". Si se presenta una "X", se considera que en ese periodo no hay información. Los periodos "sin información" reducen la información disponible en el periodo de desempeño. Si éstos superan 5 observaciones, se elimina la ventana de observación.
- ✓ El procedimiento de definición de ventanas se llevó a cabo para cada crédito en la base de datos.

En cada fecha de referencia "T0", se clasificaron los créditos en 5 posibles categorías:

Clasificación	Descripción
<b>No Vivos</b>	Si en la fecha de referencia "T0" el crédito presenta un missing value. Si en el periodo de desempeño se tienen menos de 7 observaciones (5 ó más missing values).
<b>Inactivo</b>	Si en la fecha de referencia, "T0", el crédito presenta una "U" o un "0".
<b>Vencidos</b>	Si en la fecha de referencia, "T0", el crédito presenta un MOP mayor que 4.
<b>Vigente</b>	Si en la fecha de referencia, "T0", el crédito no se encuentra en alguno de las clasificaciones anteriores (Sin información, No Vivo, Inactivo, Vencido) y durante el periodo de desempeño el MOP máximo es menor o igual que 4 (atraso de 60 a 89 días).
<b>Incumplido</b>	Si en la fecha de referencia, "T0", el crédito no se encuentra en alguna de las clasificaciones anteriores (Sin información, No Vivo, Inactivo, Vencido) y durante el periodo de desempeño el MOP máximo es mayor que 4 (90 ó más días de atraso).

**Figura 18**

### Clasificación de los créditos

El procedimiento de clasificación se lleva a cabo para todos los créditos en todas las ventanas de observación disponibles durante la Serie Histórica de septiembre 2004 a julio 2010 (71 fechas). En la Serie Histórica es posible construir hasta 64 ventanas de observación con periodos de desempeño de 12 observaciones; mínimo 7 observaciones<sup>30</sup> (la última fecha de referencia "T0" se registra en diciembre 2009). El número de créditos clasificados en cada ventana de observación depende del Histórico de Pagos disponible de cada crédito para la observación de su periodo de desempeño.

Para obtener resultados de la clasificación global, primero se debe catalogar la base de datos por el campo *Tipo de Cuenta* ya que la base contiene 4 tipos de crédito: **Consumo No Revolvente (I), Hipotecario (M), Sin Límite Preestablecido (O) y Tarjeta de Crédito (R).**

Una vez hecha la segmentación de la información, basta con sumar las clasificaciones de todos los créditos en cada una de las fechas de referencia "T0" para cada *Tipo de Cuenta*. Es importante notar que ninguna fecha de referencia "T0" debe quedar sin clasificación para ningún crédito.

Fecha de Referencia T0	Clasificación					Total
	No Vivo	Inactivo	Vencido	Vigente	Incumplido	
sep-04	# créditos	# créditos	# créditos	# créditos	# créditos	<b>Total</b>
oct-04	# créditos	# créditos	# créditos	# créditos	# créditos	<b>Total</b>
nov-04	# créditos	# créditos	# créditos	# créditos	# créditos	<b>Total</b>
dic-04	# créditos	# créditos	# créditos	# créditos	# créditos	<b>Total</b>
...	...	...	...	...	...	...
abr-09	# créditos	# créditos	# créditos	# créditos	# créditos	<b>Total</b>
may-09	# créditos	# créditos	# créditos	# créditos	# créditos	<b>Total</b>
jun-09	# créditos	# créditos	# créditos	# créditos	# créditos	<b>Total</b>
jul-09	# créditos	# créditos	# créditos	# créditos	# créditos	<b>Total</b>
...	...	...	...	...	...	...

**Figura 19**  
**Conteo de Créditos**

<sup>30</sup> Aunque el período de desempeño está definido en 12 meses, se utilizaron ventanas de hasta mínimo 7 observaciones debido a la cantidad de información que se tenía.

En la tabla anterior el Total se refiere al número de créditos en la ventana con fecha de referencia T0.

Para obtener las tasas de incumplimiento por Tipo de Cartera, en cada una de las fechas de referencia "T0", se calculó el cociente del número de créditos incumplidos sobre el total de créditos en cada ventana:

$$\frac{\text{Créditos Incumplidos}}{\text{Total de créditos}}$$

El resultado son series históricas de Tasas de Incumplimiento de septiembre de 2004 a diciembre 2009, series de 64 observaciones segmentadas por Tipo de Crédito.

### **3.1.2. Base de Personas Morales**

Los campos que se utilizaron son los siguientes:

- **Otorgante del Crédito**

Institución que otorga el crédito.

- **Fecha de Reporte**

La Fecha de Reporte indica la fecha de última actualización del crédito.

- **Histórico de pagos (MOPs históricos)**

Días de atraso	MOP
0 días	1
De 1 a 29 días	2
De 30 a 59 días	3
De 60 a 89 días	4
De 90 a 119 días	5
De 120 a 179 días	6
De 180 días en adelante	7
Periodo no reportado	X

**Figura 20**  
**Histórico de Pagos**

El campo *Histórico de pagos* captura en una línea de texto un registro del historial de pagos del crédito. El registro reporta la información más reciente a la izquierda y la más antigua a la derecha.

- **Máximo histórico por Empresa**

La información de las bases contiene múltiples líneas de crédito otorgadas a una misma empresa por todas las Instituciones con las que tenía créditos en una fecha. Para describir el comportamiento de las empresas de manera individual se estableció como criterio el tomar, por fecha, el máximo número de días de atraso en cualquiera de las líneas de crédito vivas de la empresa en cada periodo, que se representa con el máximo MOP en esa fecha.

Para ejemplificar el procedimiento se presentan los siguientes cuadros, con la información de una empresa individual.



RFC	Número de Contrato	...	dic-06	ene-07	feb-07	mar-07	abr-07	may-07	jun-07	jul-07	ago-07	sep-07	oct-07	nov-07	dic-07	ene-08	feb-08	mar-08	abr-08	may-08	jun-08	jul-08	ago-08	...
AAAA010101	95		1	1	1																			
AAAA010101	01		1	1	1	1	1	1	1															
AAAA010101	21				1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
AAAA010101	97					1	1	1																
AAAA010101	94								1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1					
AAAA010101	09								1	1	1	1	2	3	4	1	1	1	1					
AAAA010101	84													1	1									
AAAA010101	92																			1	1			
AAAA010101	07																			1				
AAAA010101			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	3	4	1	1	1	1	1	1	1	1	1

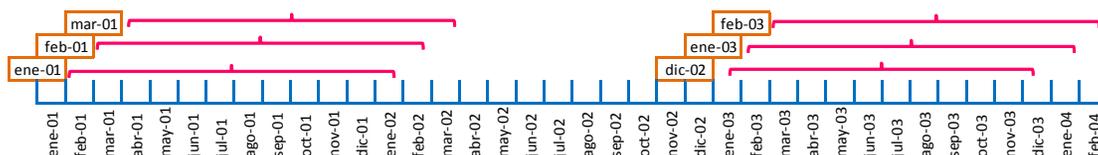
Para cada empresa se tomaron las series de incumplimiento de todos los Bancos con los que se tenía crédito.

Después se clasificaron los créditos en 4 posibles categorías, en cada fecha de referencia "T0":

Clasificación	Descripción
<b>No Vivos</b>	Si en la fecha de referencia "T0" el crédito presenta un missing value. Si en el periodo de desempeño se tienen menos de 7 observaciones (5 ó más missing values).
<b>Inactivo</b>	Si en la fecha de referencia, "T0", el crédito presenta una "U" o un "0".
<b>Vencidos</b>	Si en la fecha de referencia, "T0", el crédito presenta un MOP mayor que 4.
<b>Vigente</b>	Si en la fecha de referencia, "T0", el crédito no se encuentra en alguno de las clasificaciones anteriores (Sin información, No Vivo, Inactivo, Vencido) y durante el periodo de desempeño el MOP máximo es menor o igual que 4 (atraso de 60 a 89 días).
<b>Incumplido</b>	Si en la fecha de referencia, "T0", el crédito no se encuentra en alguna de las clasificaciones anteriores (Sin información, No Vivo, Inactivo, Vencido) y durante el periodo de desempeño el MOP máximo es mayor que 4 (90 ó más días de atraso).

**Figura 21**  
**Clasificación de los Créditos**

El proceso de construcción de la serie histórica es iterativo. Para cada una de las ventanas se ejecuta todo el procedimiento. La conformación de las ventanas es móvil, a continuación se presenta un diagrama:



El resultado final consiste en el cociente del número de incumplidos sobre el total de créditos en cada ventana:

$$\frac{\text{Créditos Incumplidos}}{\text{Total de créditos}}$$

Este resultado es la tasa de incumplimiento en cada fecha.

Por último se segmentaron las empresas en Corporativos y PyMEs. Para separar la cartera en créditos otorgados a Corporativos nos fijamos en las ventas, empresas que en 2009 tuvieron ventas mayores a 60 millones de pesos, son corporativos. Las ventas de estas empresas se obtuvieron de los estados financieros de los 5 principales Bancos, que en conjunto, son representativos de los corporativos del Sistema Financiero de Banca Múltiple.

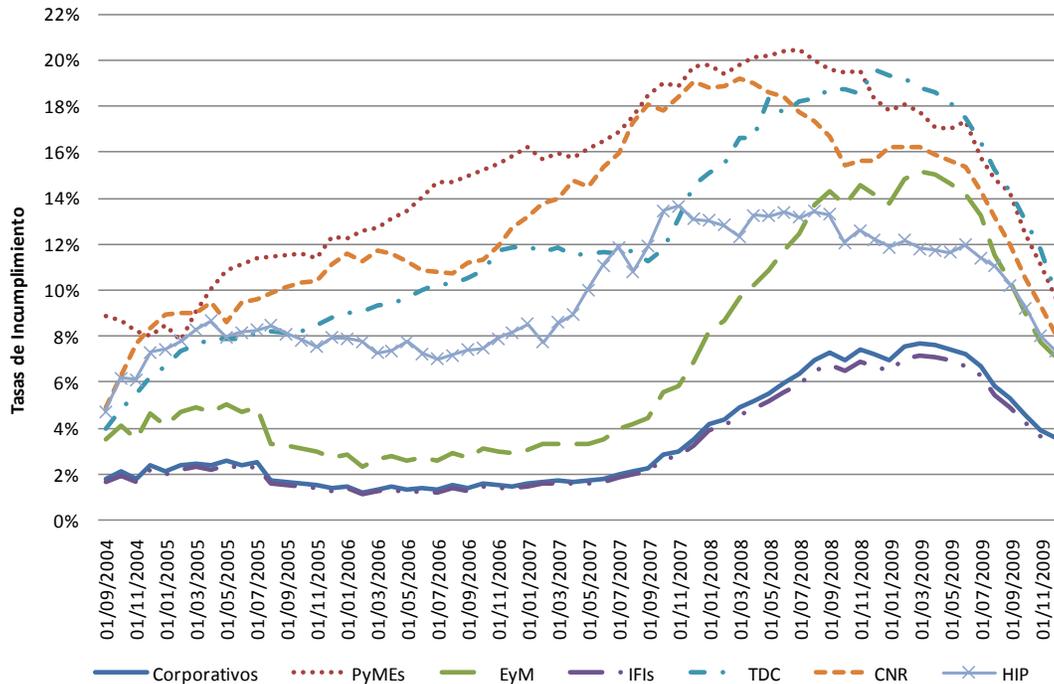
Ya que se trabajaron las bases de información se obtuvo una base con las tasas de incumplimiento por cartera: Corporativos, Pequeñas y Medianas Empresas, Estados y Municipios, Instituciones Financieras, Tarjeta de Crédito, Consumo no Revolviente e Hipotecario con un intervalo de tiempo que va de septiembre 2004 a diciembre 2009.

La base de las tasas de incumplimiento por cartera se presenta en la siguiente página.

Fechas	Corpo	PyMEs	EyM	IFIs	TDC	CNR	HIP
30/09/2004	1.80%	8.89%	3.54%	1.67%	3.98%	4.89%	4.72%
31/10/2004	2.09%	8.66%	4.11%	1.94%	4.85%	6.27%	6.16%
30/11/2004	1.78%	8.23%	3.50%	1.66%	5.46%	7.68%	6.09%
31/12/2004	2.36%	7.99%	4.64%	2.19%	6.22%	8.31%	7.29%
31/01/2005	2.10%	8.48%	4.13%	1.95%	6.70%	8.93%	7.45%
28/02/2005	2.37%	7.81%	4.67%	2.21%	7.36%	9.02%	7.81%
31/03/2005	2.47%	9.06%	4.87%	2.30%	7.64%	8.99%	8.30%
30/04/2005	2.37%	10.09%	4.67%	2.21%	7.87%	9.50%	8.67%
31/05/2005	2.56%	10.89%	5.04%	2.38%	7.91%	8.60%	7.95%
30/06/2005	2.40%	11.10%	4.72%	2.23%	7.90%	9.48%	8.17%
31/07/2005	2.48%	11.41%	4.89%	2.31%	8.12%	9.62%	8.28%
31/08/2005	1.70%	11.46%	3.34%	1.58%	8.23%	9.90%	8.47%
30/09/2005	1.66%	11.50%	3.27%	1.55%	8.11%	10.15%	8.11%
31/10/2005	1.60%	11.62%	3.14%	1.49%	8.24%	10.33%	7.83%
30/11/2005	1.52%	11.40%	3.00%	1.42%	8.47%	10.37%	7.54%
31/12/2005	1.38%	12.31%	2.71%	1.28%	8.79%	11.13%	7.92%
31/01/2006	1.46%	12.26%	2.88%	1.36%	9.01%	11.58%	7.91%
28/02/2006	1.19%	12.61%	2.35%	1.11%	9.06%	11.25%	7.77%
31/03/2006	1.33%	12.75%	2.62%	1.24%	9.32%	11.73%	7.27%
30/04/2006	1.43%	13.13%	2.81%	1.33%	9.41%	11.61%	7.36%
31/05/2006	1.30%	13.46%	2.56%	1.21%	9.69%	11.26%	7.78%
30/06/2006	1.37%	14.04%	2.71%	1.28%	10.03%	10.87%	7.23%
31/07/2006	1.31%	14.67%	2.57%	1.22%	10.27%	10.80%	6.99%
31/08/2006	1.49%	14.72%	2.94%	1.39%	10.29%	10.71%	7.16%
30/09/2006	1.38%	14.93%	2.71%	1.28%	10.51%	11.16%	7.41%
31/10/2006	1.59%	15.22%	3.13%	1.48%	10.86%	11.32%	7.46%
30/11/2006	1.52%	15.48%	2.99%	1.41%	11.74%	11.95%	7.89%
31/12/2006	1.48%	15.80%	2.91%	1.38%	11.85%	12.73%	8.18%
31/01/2007	1.56%	16.24%	3.07%	1.45%	11.93%	13.20%	8.51%
28/02/2007	1.68%	15.70%	3.31%	1.56%	11.64%	13.78%	7.75%
31/03/2007	1.70%	15.93%	3.34%	1.58%	11.83%	13.95%	8.58%
30/04/2007	1.67%	15.78%	3.29%	1.56%	11.54%	14.80%	8.93%
31/05/2007	1.69%	16.13%	3.33%	1.57%	11.59%	14.51%	10.00%
30/06/2007	1.79%	16.50%	3.52%	1.66%	11.65%	15.35%	11.09%
31/07/2007	2.01%	16.89%	3.95%	1.87%	11.60%	15.99%	11.88%
31/08/2007	2.11%	17.53%	4.16%	1.97%	11.70%	17.31%	10.82%
30/09/2007	2.24%	18.45%	4.41%	2.09%	11.29%	18.06%	11.92%
31/10/2007	2.84%	19.02%	5.59%	2.64%	11.79%	17.83%	13.45%
30/11/2007	2.97%	18.85%	5.85%	2.76%	13.12%	18.40%	13.65%
31/12/2007	3.49%	19.71%	6.87%	3.25%	14.58%	19.06%	13.10%
31/01/2008	4.18%	19.82%	8.23%	3.90%	15.13%	18.81%	13.02%
29/02/2008	4.39%	19.37%	8.65%	4.09%	15.50%	18.87%	12.84%
31/03/2008	4.91%	19.80%	9.66%	4.57%	16.59%	19.18%	12.33%
30/04/2008	5.19%	20.13%	10.22%	4.83%	16.60%	19.00%	13.27%
31/05/2008	5.53%	20.17%	10.89%	5.15%	18.33%	18.62%	13.21%
30/06/2008	5.97%	20.38%	11.75%	5.56%	17.70%	18.43%	13.41%
31/07/2008	6.32%	20.46%	12.46%	5.89%	18.24%	17.74%	13.17%
31/08/2008	6.97%	19.99%	13.72%	6.49%	18.35%	17.32%	13.44%
30/09/2008	7.28%	19.58%	14.33%	6.78%	18.72%	16.69%	13.31%
31/10/2008	6.95%	19.45%	13.69%	6.48%	18.77%	15.44%	12.08%
30/11/2008	7.39%	19.54%	14.56%	6.89%	18.52%	15.65%	12.61%
31/12/2008	7.19%	18.34%	14.16%	6.70%	19.60%	15.63%	12.19%
31/01/2009	6.98%	17.85%	13.75%	6.50%	19.36%	16.21%	11.86%
28/02/2009	7.54%	18.07%	14.84%	7.02%	19.20%	16.21%	12.16%
31/03/2009	7.69%	17.73%	15.15%	7.17%	18.78%	16.20%	11.82%
30/04/2009	7.64%	17.09%	15.04%	7.11%	18.62%	15.91%	11.74%
31/05/2009	7.45%	17.03%	14.66%	6.94%	18.12%	15.65%	11.64%
30/06/2009	7.19%	17.36%	14.15%	6.70%	17.46%	15.37%	11.97%
31/07/2009	6.72%	15.77%	13.23%	6.26%	16.42%	14.27%	11.42%
31/08/2009	5.86%	14.82%	11.54%	5.46%	15.25%	13.20%	11.03%
30/09/2009	5.28%	14.23%	10.39%	4.91%	14.31%	11.96%	10.20%
31/10/2009	4.56%	12.47%	8.97%	4.24%	13.02%	10.54%	9.22%
30/11/2009	3.93%	11.14%	7.74%	3.66%	11.80%	9.36%	7.99%
31/12/2009	3.60%	9.69%	7.08%	3.35%	9.87%	8.11%	7.36%

**Figura 22 Tasas de incumplimiento por cartera**

En la siguiente gráfica se puede observar cómo son las tasas de incumplimiento de todas las carteras del sistema.



**Figura 23**  
**Serie de tasas de incumplimiento del sistema**

Para tener una idea de cómo se comportan las tasas de incumplimiento de cada una de las carteras se calcularon algunas medidas estadísticas como la media y la varianza. A continuación se presentan estas medidas y las gráficas de cada una de las carteras.

→ **Corporativos**

Los corporativos son empresas con ventas netas anuales mayores a 60 millones de pesos. En el periodo de tiempo observado, las tasas de incumplimiento que presentan

los corporativos son pequeñas, por lo tanto, la media de esta serie es de 3.47%<sup>31</sup>.

Corporativos						
Intervalo de tiempo		n	$\mu$	$\sigma^2$	Mínimo	Máximo
sep-04	dic-09	64	3.4671%	0.0507%	1.19%	7.69%

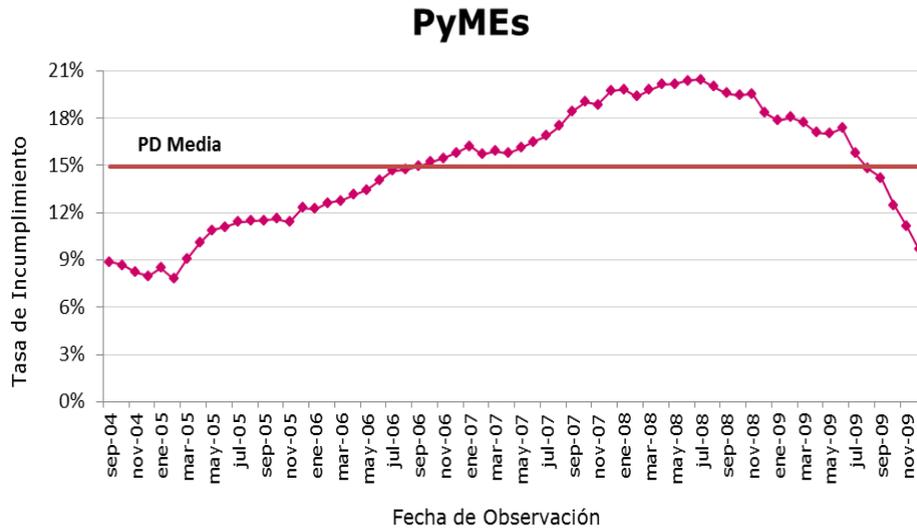


→ **Pequeñas y Medianas Empresas**

Las PyMEs son empresas con ventas netas anuales menores a 60 millones de pesos. Las tasas de incumplimiento que presentan las pequeñas y medianas empresas son mayores que las de corporativos, lo cual indica que es una cartera más riesgosa, su Tasa de Incumplimiento máxima es de 20.46% en el año 2008. No tiene variaciones significativas en el tiempo.

PyMEs						
Intervalo de tiempo		n	$\mu$	$\sigma^2$	Mínimo	Máximo
sep-04	dic-09	64	14.9526%	0.1429%	7.81%	20.46%

<sup>31</sup> Redondeada a dos decimales

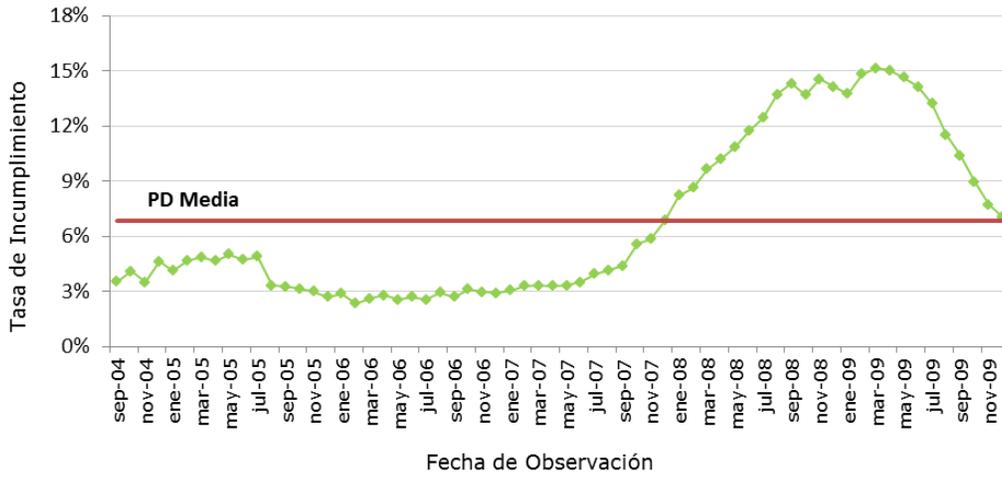


→ **Estados y Municipios**

Son créditos bancarios otorgados a los estados o municipios de la República Mexicana y sus organismos descentralizados. Es la cartera con la varianza más alta aunque sus tasas de incumplimiento no son muy altas si hay una gran diferencia entre la más baja y la más alta.

E <sub>yM</sub>						
Intervalo de tiempo		n	$\mu$	$\sigma^2$	Mínimo	Máximo
sep-04	dic-09	64	6.8278%	0.1968%	2.35%	15.15%

## EyM

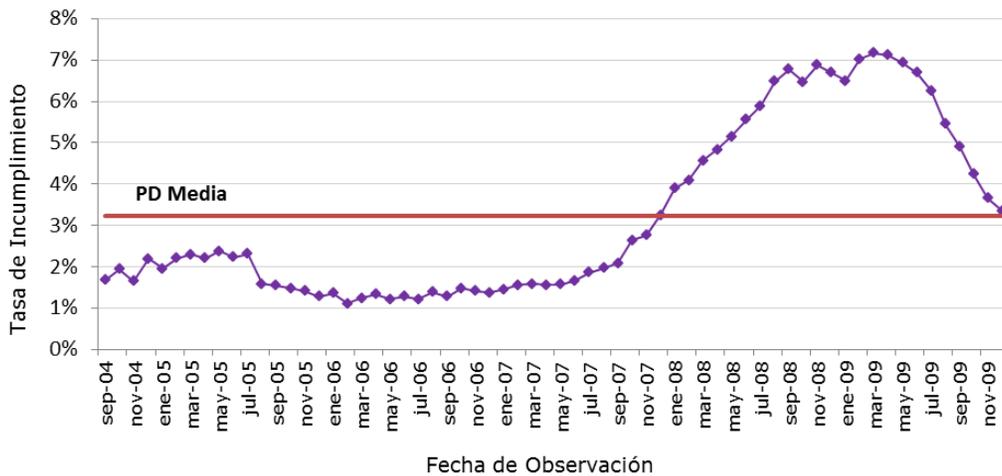


→ **Instituciones Financieras**

Créditos bancarios otorgados a las Instituciones financieras.

IFIs						
Intervalo de tiempo		n	$\mu$	$\sigma^2$	Mínimo	Máximo
sep-04	dic-09	64	3.2296%	0.0440%	1.11%	7.17%

## IFIs

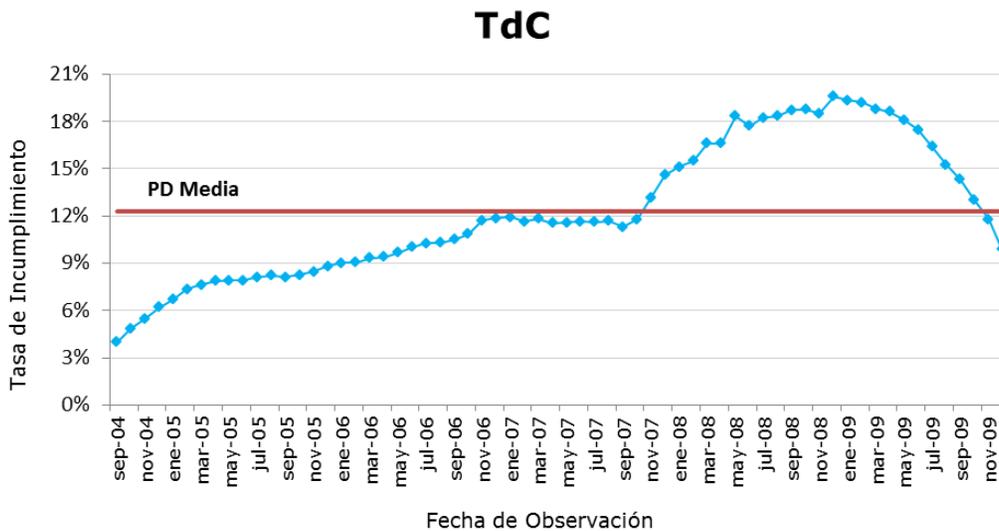


El comportamiento de las tasas de las Instituciones Financieras es muy similar al de corporativos, las tasas tienen un nivel bajo lo cual implica que tienen pocos incumplimientos.

→ **Tarjeta de Crédito**

Son créditos minoritas con la característica de ser revolventes.

TdC						
Intervalo de tiempo		n	$\mu$	$\sigma^2$	Mínimo	Máximo
sep-04	dic-09	64	12.2873%	0.1837%	3.98%	19.60%



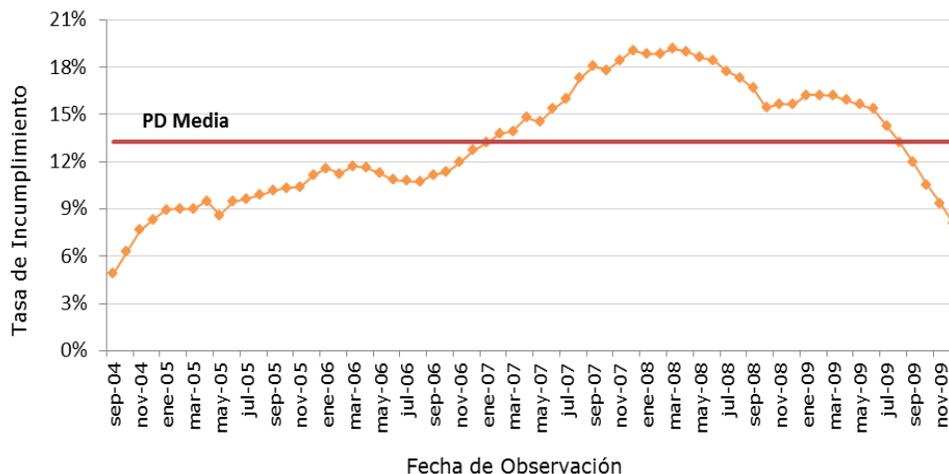
La cartera de tarjeta de crédito es una cartera con altas tasas de incumplimiento además de que presenta una varianza alta en comparación a las otras carteras.

→ **Consumo no Revolvente**

Son créditos minoritas con la característica de ser no revolventes.

CNR						
Intervalo de tiempo		n	$\mu$	$\sigma^2$	Mínimo	Máximo
sep-04	dic-09	64	13.2308%	0.1368%	4.89%	19.18%

## CNR

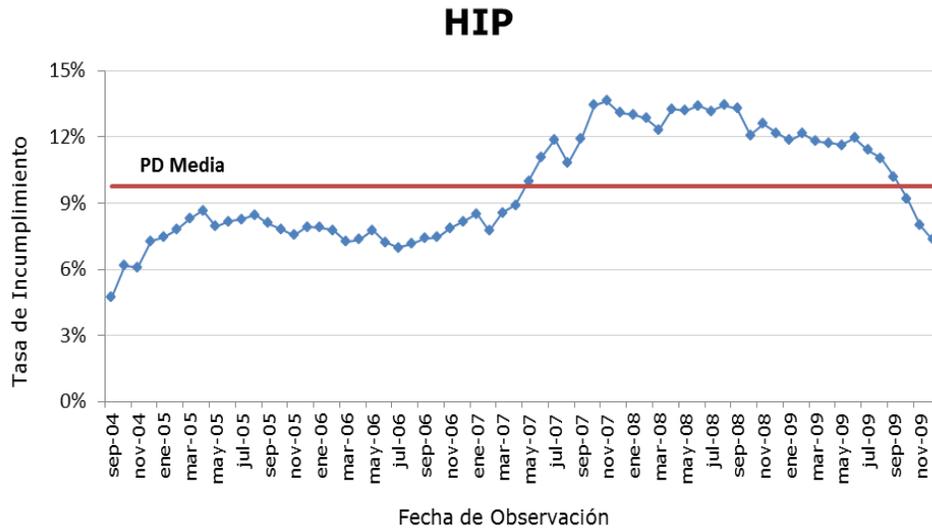


Las tasas de incumplimiento de esta cartera también se encuentran dentro de las tasas altas.

→ **Hipotecario**

Los créditos hipotecarios son otorgados para la adquisición de vivienda nueva o usada y está diseñado para personas físicas asalariadas, profesionistas independientes o con actividad empresarial

<b>HIP</b>						
Intervalo de tiempo		n	$\mu$	$\sigma^2$	Mínimo	Máximo
sep-04	dic-09	64	9.7519%	0.0599%	4.72%	13.65%



La varianza de las tasas de la cartera de créditos hipotecarios es muy pequeña al igual que en las carteras de corporativos e IFI´s.

### 3.2. Resultados

La estimación de las correlaciones se realizó por los dos métodos descritos previamente; Máxima Verosimilitud y por la función Normal Bivariada. Como se vio en el Capítulo1, los coeficientes estimados por ambos métodos cumplen que en el caso en el que la PD ( $\mu$ ) es más alta, el coeficiente de correlación estimado es menor en comparación a los estimadores en los que las PDs son bajas, por lo que se puede pensar que las correlaciones estimadas tiene sentido.

En la tabla 24, se presentan los coeficientes obtenidos para las siete carteras de estudio.

Resumen de Resultados				
Carteras	Parámetros		Normal Bivariada	Máxima Verosimilitud
	$\mu$	$\sigma^2$	$\rho$	$\rho$
Corporativos	3.47%	0.05%	7.70%	7.38%
PyMEs	14.95%	0.14%	2.62%	2.83%
Estados y Municipios	6.83%	0.20%	10.20%	9.50%
Instituciones Financieras	3.23%	0.04%	7.49%	7.21%
Tarjeta de Crédito	12.29%	0.18%	4.33%	4.54%
Consumo no Revolvente	13.23%	0.14%	2.95%	3.14%
Hipotecario	9.75%	0.06%	2.01%	2.00%

Periodo de Tiempo	sep-04 dic-09	n	64
-------------------	---------------	---	----

**Figura 24**  
**Resumen de Resultados**

# Capítulo 4 Aplicaciones

## 4.1. Correlaciones estimadas vs Basilea

En el siguiente cuadro se presentan los parámetros de media y varianza de cada cartera, así como, las correlaciones estimadas por la normal bivariada y por el método de máxima verosimilitud, en la última columna se marca la correlación propuesta por Basilea.

Resumen de Resultados					
Carteras	Parámetros		Normal Bivariada	Máxima Verosimilitud	Basilea
	$\mu$	$\sigma^2$	$\rho$	$\rho$	$\rho$
Consumo no Revolvente	13.23%	0.14%	2.95%	3.14%	3.13%
Tarjeta de Crédito	12.29%	0.18%	4.33%	4.54%	4.00%
PyMEs	14.95%	0.14%	2.62%	2.83%	12.01%
Estados y Municipios	6.83%	0.20%	10.20%	9.50%	12.39%
Corporativos	3.47%	0.05%	7.70%	7.38%	14.12%
Instituciones Financieras	3.23%	0.04%	7.49%	7.21%	14.39%
Hipotecario	9.75%	0.06%	2.01%	2.00%	15.00%

**Figura 25 Comparación con correlaciones propuestas**

Se puede ver que las correlaciones de carteras como PyMEs, Corporativos, Instituciones Financieras e Hipotecario son muy diferentes, ya que son menores en comparación a las correlaciones propuestas por Basilea. A excepción de Consumo no Revolvente y Tarjeta de Crédito las estimaciones están por debajo de las correlaciones propuestas para Basilea.

Para entender mejor el impacto de las correlaciones estimadas se calculará el capital para cada cartera, suponiendo una LGD de 75% para todas las carteras.

La fórmula de requerimiento de capital es:

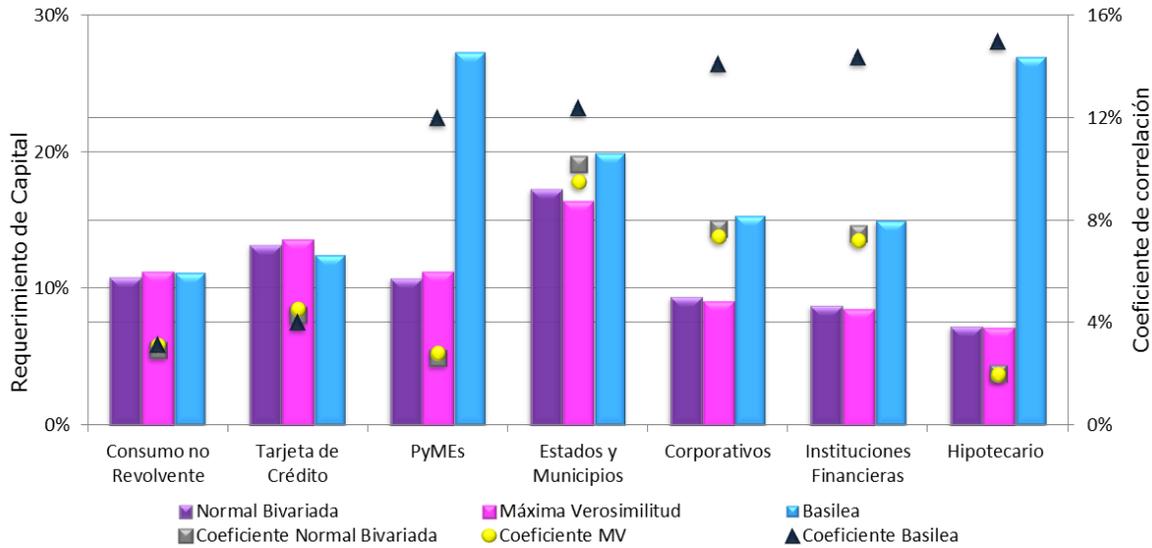
$$K_C = \left[ LGD \cdot N \left[ \frac{G(PD) + G(0.999)\sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho}} \right] - PD \cdot LGD \right]$$

Al sustituir para cada cartera los valores de la PD y los coeficientes de correlaciones se tienen los siguientes resultados.

Requerimiento de Capital							
Carteras	Parámetro	Normal Bivariada		Máxima Verosimilitud		Basilea	
	$\mu$	$\rho$	KRC	$\rho$	KRC	$\rho$	KRC
Consumo no Revolvente	13.23%	2.95%	10.80%	3.14%	11.22%	3.13%	11.19%
Tarjeta de Crédito	12.29%	4.33%	13.16%	4.54%	13.55%	4.00%	12.52%
PyMEs	14.95%	2.62%	10.73%	2.83%	11.24%	12.01%	27.32%
Estados y Municipios	6.83%	10.20%	17.25%	9.50%	16.37%	12.39%	19.95%
Corporativos	3.47%	7.70%	9.33%	7.38%	9.03%	14.12%	15.39%
Instituciones Financieras	3.23%	7.49%	8.73%	7.21%	8.47%	14.39%	15.02%
Hipotecario	9.75%	2.01%	7.17%	2.00%	7.14%	15.00%	26.98%

**Figura 26**  
**Requerimiento de capital**

Como se puede ver en la tabla el requerimiento de capital calculado con las correlaciones propuestas por Basilea es mayor prácticamente para todos los casos excepto para tarjeta de crédito y para consumo no revolvente, ya que en estos casos son más parecidos, en estas dos carteras las diferencias entre el capital de Basilea y el calculado con los coeficientes estimados van del 0.03% al 1.02; mientras que para las demás carteras las diferencias oscilan entre el 2.70% y el 19.84%. Por lo que se observa en la siguiente gráfica con los parámetros de correlación propuestos por Basilea, el requerimiento de capital (representado por las barras) se sobreestima para las carteras de PyMEs, Estados y municipios, Corporativos, instituciones Financieras e Hipotecario, y al mismo tiempo para estas carteras el coeficiente de correlación propuesto por Basilea (representado por los triángulos) está por arriba de los propuestos por los métodos de Máxima Verosimilitud y el de la función Normal Bivariada propuestos en esta tesis.



**Figura 27**  
**Gráfica Requerimiento de Capital**

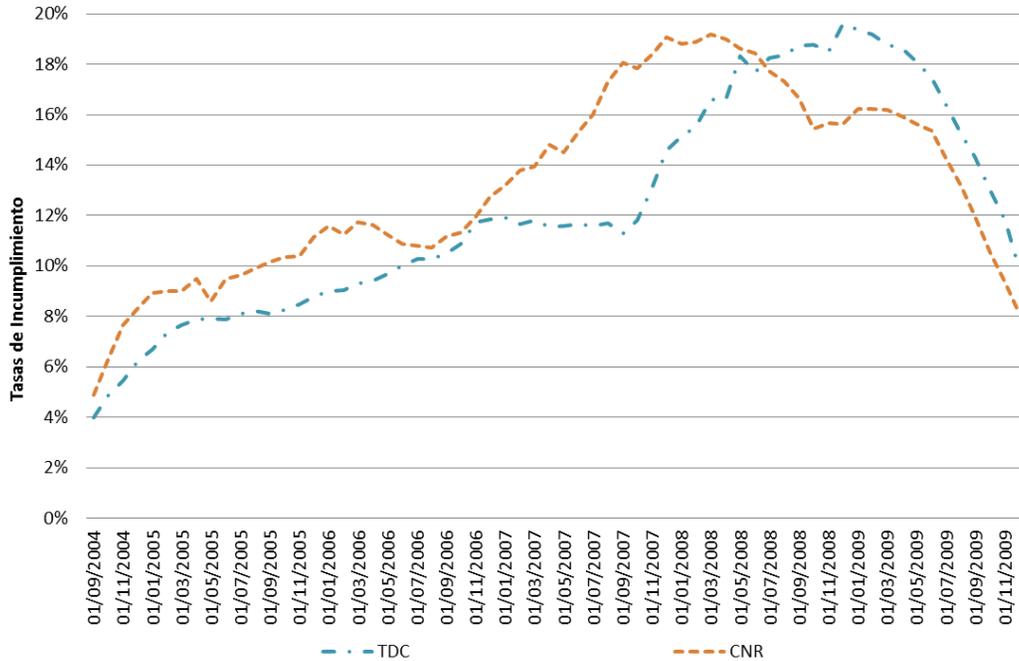
Sin embargo, no es posible llegar a esa conclusión sin antes analizar otros puntos.

## 4.2. Ciclo o no ciclo

Es muy importante tomar en cuenta el período del cual se tomó la información para sacar las tasas de incumplimiento, las ventanas para el incumplimiento van de septiembre 2004 a diciembre 2009. Si observamos detenidamente la mayoría de las carteras no han vivido un ciclo económico<sup>32</sup>. En México las únicas carteras que han vivido un ciclo en el periodo de tiempo observado son consumo no revolvente y tarjeta de crédito. En las siguientes gráficas podemos encontrar evidencia de este hecho. Primero observaremos las tasas de incumplimiento

<sup>32</sup> Un ciclo económico de acuerdo a Burns y Mitchell (1946) es una forma de fluctuación que se encuentra en la actividad agregada. Un ciclo consiste en expansiones que ocurren al mismo tiempo en múltiples actividades económicas, seguidas de recesiones, contracciones y recuperaciones que se funden con la fase expansiva del ciclo siguiente.

Según Robert Lucas (1977), define el ciclo económico como fluctuaciones recurrentes en las actividades económicas. Un ciclo consiste en un período de expansión y otro de recesión o contracción. Esta sucesión de cambios es recurrente, pero no periódica; la duración del ciclo varía. El único carácter regular de estas fluctuaciones es el modo en que las variables se mueven juntas.



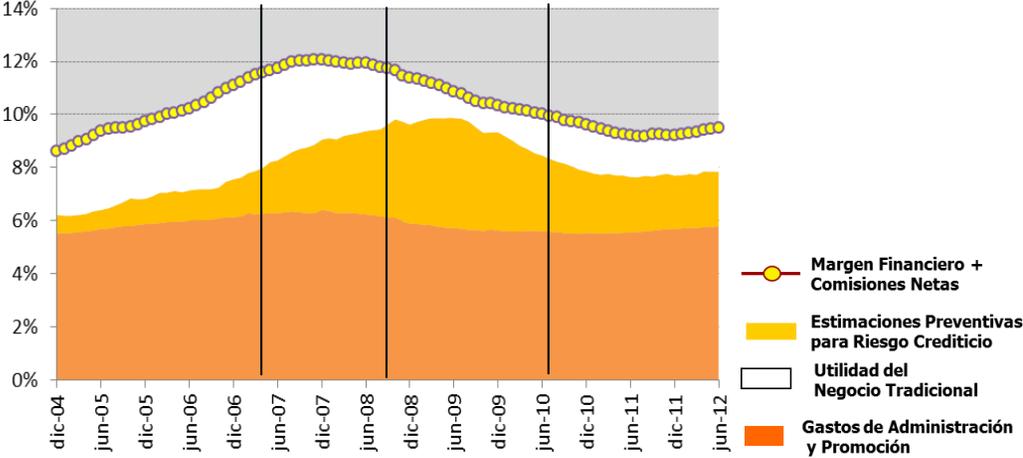
**Figura 28**  
**Tasas de Incumplimiento**

Podemos observar en el comportamiento de estas dos carteras que después de un estado de aparente estabilidad comienza a verse deterioradas para después empezar un proceso de recuperación.

La gráfica que se presenta a continuación ilustra el ciclo económico vivido en los estado financieros de los Bancos que operan en México a través del lente del impacto del deterioro de cartera vía el crecimiento de las reservas preventivas por riesgo de crédito constituidas.

En la figura 29, que presenta la evolución de la utilidad del negocio tradicional de la banca múltiple en un intervalo de tiempo que va de diciembre 2004 a junio 2012. El área dibujada de blanco es la utilidad del negocio, podemos observar que en 2006 y a principios de 2007 la utilidad iba en aumento, se estaban otorgando muchas tarjetas, por lo tanto, había un buen margen de utilidad, sin embargo, tiempo después este margen se ve significativamente reducido debido al deterioro de la cartera por el efecto

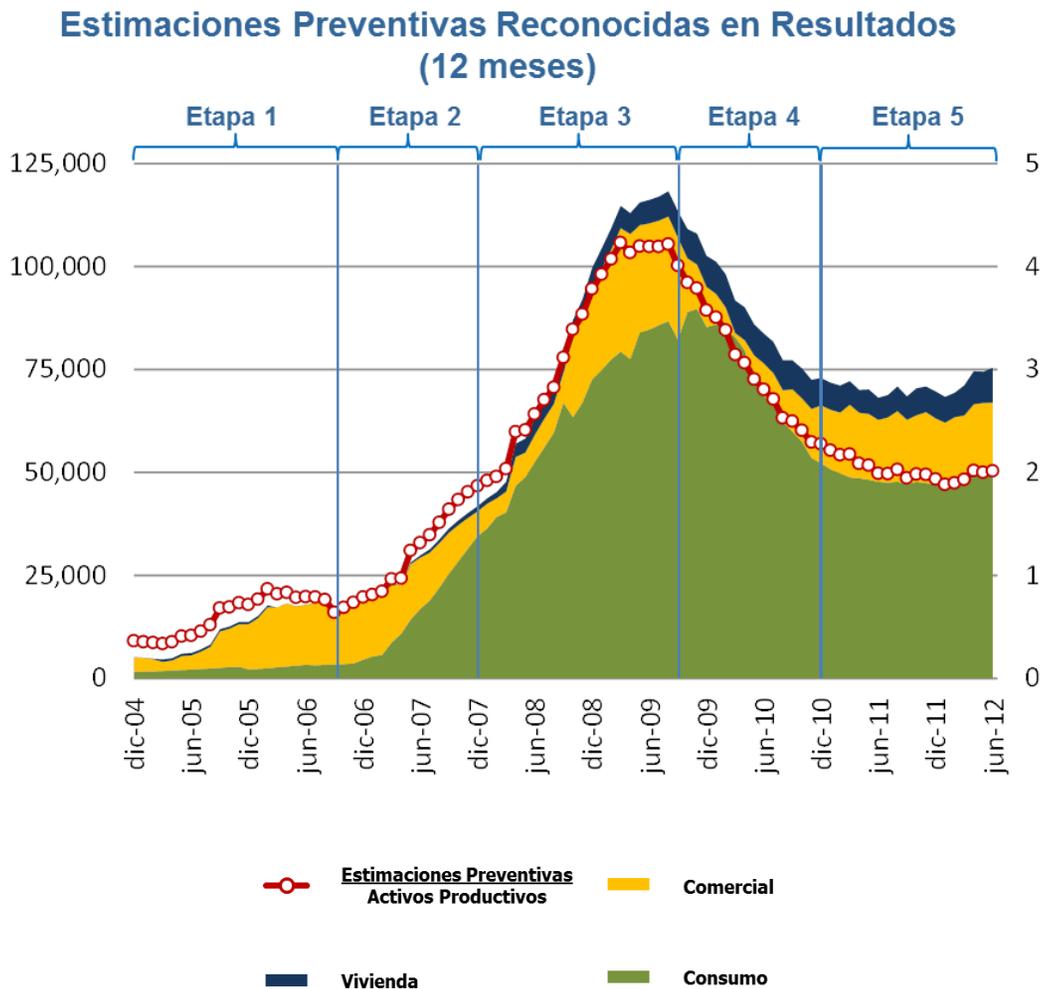
de la crisis del 2008-2009. A finales de 2009 se ve que empieza nuevamente el crecimiento. El área de color amarillo refleja la constitución de reservas, las cuales van en aumento en el peor momento del ciclo además del efecto provocado por la introducción de la circular para reservas de tarjeta de crédito, sin embargo, también se ve una reducción de las reservas más adelante.



**Figura 29**  
**Utilidad del negocio**

En la siguiente gráfica se presentan la constitución de reservas preventivas por riesgo crediticio desglosada según sus componentes. El área verde es el bloque de reservas constituidas por crédito al consumo, así como las correspondientes a cartera de vivienda y de crédito comercial (PyMes, Instituciones Financieras, Estados y Municipios y Corporativos); se aprecia que el impacto en los balances bancarios, debido a las pérdidas enfrentadas, es explicado en su gran mayoría por crédito al consumo mientras que si bien las tasas de incumplimiento de otras líneas de negocio también se incrementaron, no resultaron tener un impacto relevante en los balances bancarios. De esta forma se considera que tanto para la cartera hipotecaria como para crédito a empresas no se tiene evidencia de que el sistema bancario haya experimentado aun una crisis lo suficientemente relevante para ser considerada como representativa de un ciclo económico.

La curva es dividida en 5 etapas de acuerdo al momento en el tiempo, por ejemplo en la etapa 2 se puede ver como comienza a subir, mientras que en la etapa 4 se aprecia una bajada y en la etapa 5 un momento de estabilidad.



**Figura 30**  
**Estimaciones Preventivas**

Tomando la definición<sup>33</sup> de ciclo económico podemos inferir que los estimadores de correlación que tienen incluido un ciclo económico son los de consumo no revolvente y

<sup>33</sup> Un ciclo económico de acuerdo a Burns y Mitchell (1946) son una forma de fluctuación que se encuentra en la actividad agregada. Un ciclo consiste en expansiones que ocurren al mismo tiempo en múltiples actividades económicas, seguidas de recesiones, contracciones y recuperaciones que se funden con la fase expansiva del ciclo siguiente.

tarjeta de crédito ya que para las otras carteras aún no se completa un ciclo sobre el cual podamos basar nuestras estimaciones.

Se propone la hipótesis de que la falta de un ciclo económico en la historia de las carteras afecta los resultados de las correlaciones estimadas en los capítulos anteriores, ocasionando que estas sean más bajas que las estimadas originalmente por el comité de Basilea.

De esta forma se sugiere esperar a que las bases de datos contengan un mayor número de observaciones para que las estimaciones de correlaciones no sobreestimen o subestimen, como sucedió en este caso, el requerimiento de capital.

### **4.3. Simulación de un ciclo**

Para corroborar la hipótesis respecto al ciclo, se ejemplificara<sup>34</sup> el comportamiento de una cartera en un ciclo entero, se tomaran intervalos dentro de ese ciclo y se estimara el parámetro de correlación, después con el ciclo completo también se estimara el coeficiente de correlación para ver qué sucede. Supóngase una serie histórica de tasas de incumplimiento que siguen un ciclo completo que va de septiembre 2004 a febrero 2015.

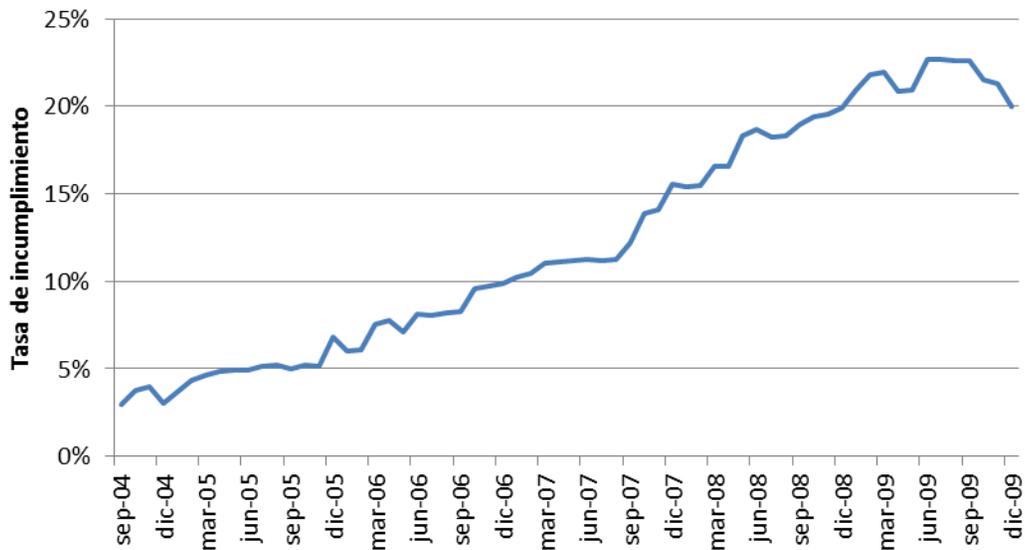
---

<sup>34</sup> Con base a la función seno se ejemplifico la forma de un ciclo y se aplicó un ruido para ejemplificar las fluctuaciones .



**Figura 31**  
**Ciclo económico completo**

Si tomamos la primera mitad del intervalo, es decir de septiembre 2004 a diciembre 2009, podemos ver que aunque es un intervalo amplio, no estamos utilizando un intervalo correcto para hacer la estimación.



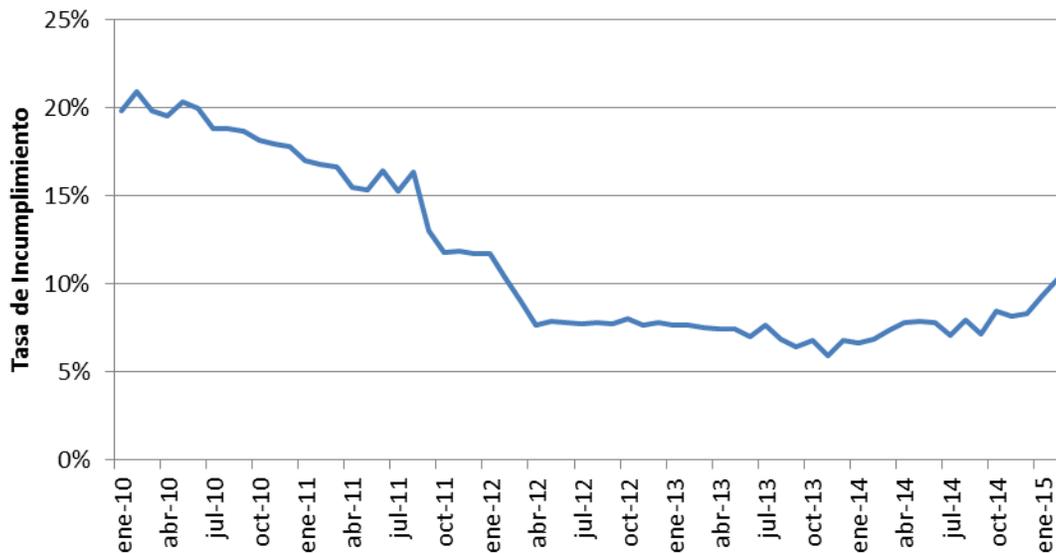
**Figura 32**  
**Parte 1 del ciclo**

Si nuestros datos de estimación estuvieran en este intervalo de tiempo, que representa la expansión del ciclo, observamos una media por arriba de la del ciclo completo que

es de 11.8591% al igual que una varianza por arriba que la del ciclo completo (0.3371%) y el resultado al estimar el coeficiente de correlación sería el siguiente:

Intervalo de tiempo		Parametros			Normal Bivariada	Máxima verosimilitud
		n	$\mu$	$\sigma^2$	$\rho$	$\rho$
sep-04	dic-09	64	12.3251%	0.4285%	9.6965%	10.8024%

El segundo intervalo de tiempo representa un momento de recesión del ciclo, va de enero 2010 a febrero 2015.

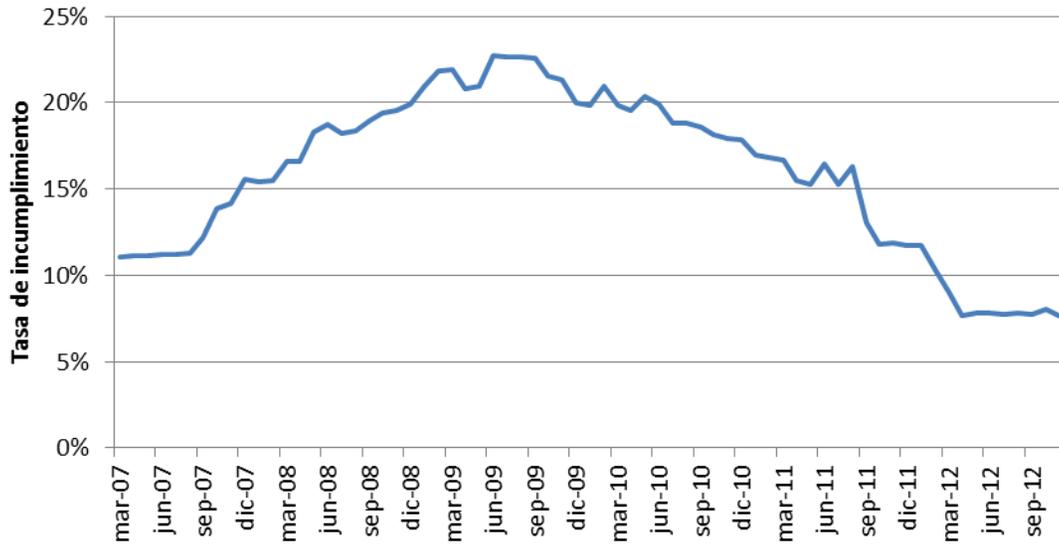


**Figura 33**  
**Parte 2 del ciclo**

Si nuestros datos de estimación estuvieran en este intervalo de tiempo, se puede observar que la media y la varianza están por debajo que las del ciclo completo, el coeficiente de correlación en este intervalo de tiempo sería menor que el observado en el intervalo de expansión.

Intervalo de tiempo		Parametros			Normal Bivariada	Máxima verosimilitud
		n	$\mu$	$\sigma^2$	$\rho$	$\rho$
ene-10	feb-15	62	11.3781%	0.2482%	6.4090%	5.5018%

Por último calculamos el coeficiente de correlación para la parte de intermedia del ciclo.



**Figura 34**  
**Parte intermedia del ciclo**

En este caso, al calcular por ambos métodos un estimador de la correlación obtenemos resultados aún más bajos que en los casos anteriores, lo cual corresponde a que mientras la PD sea mayor el coeficiente de correlación será menor.

Intervalo de tiempo		Parametros			Normal Bivariada	Máxima verosimilitud
		n	$\mu$	$\sigma^2$	$\rho$	$\rho$
mar-07	nov-12	69	15.9350%	0.3478%	5.7531%	4.1130%

En la siguiente tabla se presentan los tres resultados anteriores y el resultado obtenido al utilizar la serie entera.

Al estimar el coeficiente en el ciclo completo se obtuvo un coeficiente mayor que en el momento de recesión o en el intervalo intermedio. Como está calculado en un ciclo se considera un mejor estimador ya que además de tener más información al ser un periodo de historia más amplio, la correlación no ve afectada por observar datos sólo en un momento bueno o en un momento malo en el ciclo.

Intervalo de tiempo		Parametros			Normal Bivariada	Máxima verosimilitud
		n	$\mu$	$\sigma^2$	$\rho$	$\rho$
sep-04	dic-09	64	12.3251%	0.4285%	9.6965%	10.8024%
ene-10	feb-15	62	11.3781%	0.2482%	6.4090%	5.5018%
mar-07	nov-12	69	15.9350%	0.3478%	5.7531%	4.1130%
sep-04	feb-15	126	11.8591%	0.3371%	8.1216%	8.2739%

**Figura 35 Resultados**

Podemos observar que en el primer caso los coeficientes de correlación están por arriba de los que se obtuvieron al contemplar todo el ciclo, en el segundo y tercer caso los estimadores del coeficiente de correlación están por debajo de los resultados del ciclo completo. Que los estimadores estén por arriba o por debajo nos puede llevar a subestimar o sobrestimar el requerimiento de capital, por lo que es más adecuado contemplar un ciclo económico completo y así tener más información que no esté centrada en un momento bueno o malo de la cartera y de esta manera no y que esto no sea razón por la cuál se llegue a pensar que el parámetro está mal estimado.

# Conclusiones

Los coeficientes de correlación son un elemento importante en la fórmula de requerimiento de Basilea ya que en gran parte marcan el comportamiento de esta. Ya que las correlaciones son valores estandarizados que propone Basilea, el presente trabajo, en función de los resultados obtenidos puede ser una primera aproximación a los valores de estas correlaciones estimados con datos del sistema mexicano.

Después de calcular un estimador del coeficiente de correlación para cada cartera con el método de Máxima Verosimilitud y el método de la Normal Bivariada utilizando información del Buró de Crédito de 12 Instituciones que forman parte del Sistema Mexicano, se pudo observar que los coeficientes de correlación son bajos para México. Los métodos de estimación elegidos son fáciles de aplicar, el método de Máxima Verosimilitud tiene una gran ventaja, ya que al estimar un parámetro sobre una muestra lo suficientemente grande proporciona un estimador con varias características esperadas. Por otro lado, el método de la Normal Bivariada, es un método directo y muy claro al estimar el parámetro. Sin embargo, en ambos casos se tiene que hacer una estimación de la PD con el promedio de los incumplimientos y en ambos casos  $\rho$  está en función de la PD. Ahora bien, al analizar el período de información utilizado para la estimación de las correlaciones se puede resaltar que el período observado para las estimaciones de esta tesis es de 5 años, en comparación al periodo utilizado, en estudios anteriores, como el realizado por Christian Bluhm y Ludger Overbeck quienes utilizaron un período de 30 años de información. Claramente el intervalo con el que se cuenta para el Sistema Mexicano es mucho más corto que el utilizado en otros estudios e incluso para el de Basilea; sin embargo, la información del Buró de Crédito

se puede considerar más confiable que la de una calificadora ya que está es proporcionada por la misma Institución y el Buró de crédito sólo se encarga de consolidarla, lo cual no sucede con la información tomada por una agencia de calificación. Por otro lado al considerar el intervalo de información sobre el cual se realizó el ejercicio y analizando la situación mexicana se pudo observar que solo las carteras de tarjeta de crédito y consumo no revolvente han vivido un ciclo económico. Las correlaciones que se estimaron para estas dos carteras son muy parecidas a las que propone Basilea, en el caso de tarjeta de crédito con ambos métodos de estimación el coeficiente es equiparable al que se presenta en el Acuerdo Basilea. En el caso de consumo no revolvente por la normal bivariada y el método de máxima verosimilitud los estimadores son también equiparables.

<b>Resumen de Resultados</b>				
Carteras	Parámetros		Normal Bivariada	Máxima Verosimilitud
	$\mu$	$\sigma^2$	$\rho$	$\rho$
Corporativos	3.47%	0.05%	7.70%	7.38%
PyMEs	14.95%	0.14%	2.62%	2.83%
Estados y Municipios	6.83%	0.20%	10.20%	9.50%
Instituciones Financieras	3.23%	0.04%	7.49%	7.21%
Tarjeta de Crédito	12.29%	0.18%	4.33%	4.54%
Consumo no Revolvente	13.23%	0.14%	2.95%	3.14%
Hipotecario	9.75%	0.06%	2.01%	2.00%

<b>Periodo de Tiempo</b>	sep-04 dic-09	<b>n</b>	64
--------------------------	---------------	----------	----

Para los coeficientes de las carteras restantes las estimaciones quedan por debajo de los propuestos en Basilea, incluso se pudo observar el caso de la cartera de hipotecario en donde la diferencia entre el estimado y el propuesto es muy grande (8%), lo cual nos puede llevar a subestimar el requerimiento de capital. Por lo que se puede concluir que con el periodo observado, los coeficientes de correlación estimados no cuentan con suficiente información relacionada con un ciclo económico para las carteras de

Corporativos, Instituciones Financieras, Pequeñas y Medianas Empresas y Vivienda, por lo que esta tesis sugiere esperar a que se completen los correspondientes ciclos económicos y de esta manera tener más años de información; lo cual al reestimar los coeficientes de correlación, además de mejorar las características del parámetro debido a los métodos utilizados y al tener una muestra más grande, permitirá una mejor evaluación del impacto en las fórmulas de capital del Acuerdo de Basilea para el Sistema Financiero mexicano.

# Anexo 1 Normal Bivariada

La distribución normal bivariada es una generalización de la distribución normal.

Sean X y Y variables aleatorias, se dice que tienen una distribución normal bivariada si y sólo si su probabilidad conjunta está dada por:

$$f(x, y) = \frac{e^{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left[\left(\frac{x-\mu_1}{\sigma_1}\right)^2 - 2\rho\left(\frac{x-\mu_1}{\sigma_1}\right)\left(\frac{y-\mu_2}{\sigma_2}\right) + \left(\frac{y-\mu_2}{\sigma_2}\right)^2\right]}}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}}$$

Donde:

$\mu_1$  y  $\mu_2$  son las medias de las variables aleatorias X y Y respectivamente.

$\sigma_1$  y  $\sigma_2$  son las desviaciones estándar de las variables aleatorias X y Y respectivamente.

$\rho$  es el coeficiente de correlación que mide la variación de las variables aleatorias X y Y juntas.

# Bibliografía

1. Christian Bluhm, Ludger Overbeck, Christoph Wagner, 2003, "An Introduction to Credit Risk Modeling". Boca Raton, Florida. Chapman & Hall/CRC Financial Mathematics Series.  
(Libro)
2. Alan Elizondo, 2004, "Medición Integral del Riesgo de Crédito" México. Ed. Limusa (Libro)
3. Merton, Robert C, 1974, "On the pricing of corporate debt: The risk structure of interest rates". New York. Publicado por The Journal of Finance, Vol. 29, No. 2, Papers and Proceedings of the Thirty-Second Annual Meeting of the American Finance Association, pp. 449-470.
4. Basel Committee on Banking Supervision, Julio 2005, "An Explanatory Note on the Basel II IRB Risk Weight Functions". <http://www.bis.org/bcbs/irbriskweight.pdf>
5. Klaus Düllman, Martin Scheicher, Christian Schmieder, 2007, "Asset correlations and credit portfolio risk – an empirical analysis". Alemania, Deutsche Bundesbank. (Paper)  
[http://www.bundesbank.de/Redaktion/EN/Downloads/Publications/Discussion\\_Paper\\_2/2007/2007\\_10\\_08\\_dkp\\_13.pdf?\\_\\_blob=publicationFile](http://www.bundesbank.de/Redaktion/EN/Downloads/Publications/Discussion_Paper_2/2007/2007_10_08_dkp_13.pdf?__blob=publicationFile)
6. Klaus Düllmann, Jonathan Küll, Michael Kunisch, 2010, "Estimating asset correlations from stock prices or default rates – which method is superior?" Journal of Economic Dynamics and Control. (Paper)
7. Jose A. López, 2002 "The Empirical Relationship between Average Asset Correlation, Firm Probability of Default and Asset Size". (Paper)  
<http://www.bis.org/bcbs/events/b2ealop.pdf>
8. Bandyopadhyay, Arindam and Ganguly, Sonali, 2011, "Empirical estimation of default and asset correlation of large corporates and banks in India", National Institute of Bank Management (NIBM). (Paper)
9. Klaus Düllmann and Harald Scheule, 2003, "Determinants of the Asset Correlations of German Corporations and Implications for Regulatory Capital". (Paper)

10. Basel Committee on Banking Supervision, Junio 2006, "Convergencia internacional de medidas y normas de capital". [http://www.bis.org/publ/bcbs128\\_es.pdf](http://www.bis.org/publ/bcbs128_es.pdf)
11. Michael Ong, 2007, "The Basel Handbook: A Guide for Financial Practitioners",
12. Disposiciones de Carácter General Aplicables a las Instituciones de Crédito. 2005 (Circular Única de Bancos), Comisión Nacional Bancaria y de Valores.
13. Paul Demey and Thierry Roncalli, 2004, "Maximum likelihood estimate of default correlations", WWW.RISK.NET (Paper)
14. Klaus Düllmann, Monika Trapp, 2004, "Systematic Risk in Recovery Rates – An Empirical Analysis of US Corporate Credit Exposures" Series2: Banking and Financial Supervision, pages 1—44. [http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=494462](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=494462)