



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

**FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ACATLÁN**



**MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

**CONCEPCIONES DEL MOVIMIENTO DE LOS CUERPOS DE LOS ALUMNOS**

**AL INGRESAR A LA FACULTAD DE INGENIERÍA**

**DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

# **T E S I S**

**QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:**

**MAESTRO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

**PRESENTA:**

**FERNANDO SÁNCHEZ RODRÍGUEZ**

**TUTOR:**

**DR. JUAN MANUEL ESTRADA MEDINA**

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**Naucalpan, Estado de México, noviembre 2012**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**A mi esposa Clara y a mi hija Andrea Fernanda,  
quienes siempre son mi motivación  
y lo más importante de mi vida.  
Gracias por permitirme ser parte de ustedes.**

**A mis padres, Hilda y Nicolás, por darme la vida,  
por su ejemplo y sus consejos.  
Los quiero mucho.**

**Al Doctor Juan Manuel Estrada Medina,  
mil gracias por sus enseñanzas, dirección y paciencia.**

**A la Doctora Asela Carlón Monroy,  
al Maestro Juan Bautista Recio Zubieta,  
al Maestro Juan Ocáriz Castelazo y  
al Doctor Sergio Cruz Contreras  
mi agradecimiento por su apoyo y  
el tiempo dedicado a la revisión de esta tesis.**

# ÍNDICE

	<b>PÁGINA</b>
<b>CAPÍTULO 1.</b>	
<b>INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>1</b>
1.1. Antecedente. Contexto del estudio.....	1
1.2. Planteamiento del problema y propósito general.....	1
1.3. Preguntas de investigación.....	2
 <b>CAPÍTULO 2.</b>	
<b>REVISIÓN DE LA LITERATURA Y REFERENTES CONCEPTUALES....</b>	<b>4</b>
2.1. Antecedentes históricos sobre el movimiento.....	5
2.2. Concepción de Aristóteles sobre el movimiento.....	5
2.3. Concepción de Galileo sobre el movimiento.....	6
2.4. Diferencias entre las concepciones de Aristóteles y de Galileo respecto al movimiento de los cuerpos.....	9
2.5. Creencias de los estudiantes sobre el movimiento.....	10
2.6. Las concepciones de los estudiantes.....	11
2.7. Investigaciones realizadas sobre las creencias de los alumnos.....	12
2.8. Observaciones sobre las perspectivas teóricas revisadas.....	16
2.9. Estudios sobre las representaciones gráficas del movimiento de los cuerpos elaboradas por los alumnos.....	17

### **CAPÍTULO 3.**

<b>METODOLOGÍA.....</b>	<b>24</b>
3.1. Participantes en la investigación.....	25
3.2. Instrumentos de recolección de información.....	26
3.3. Descripción del cuestionario.....	35
3.4. Entrevista.....	39

### **CAPÍTULO 4.**

<b>ORGANIZACIÓN Y ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN.....</b>	<b>41</b>
4.1. Aplicación del cuestionario escrito.....	41
4.1.1. Análisis de las respuestas de los alumnos en el cuestionario escrito.....	42
4.1.2. Concepciones más notorias de los alumnos a partir de las respuestas escritas proporcionadas por ellos.....	72
4.2. Entrevista a la pareja de alumnos.....	78
4.2.1. Análisis de las respuestas verbales de los alumnos grabados.....	79
4.2.2. Concepciones más notorias de los alumnos a partir de las respuestas verbales.....	92
4.3. Similitudes y diferencias entre las respuestas escritas y los diálogos proporcionados por los alumnos al contestar el cuestionario.....	98

## **CAPÍTULO 5**

### **RESULTADOS MÁS RELEVANTES DEL ESTUDIO**

**Y RESPUESTAS A LAS PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN..... 110**

**CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES..... 125**

**REFERENCIAS..... 134**

**ANEXOS..... 138**

Anexo 1. Cuestionarios representativos de los alumnos..... 139

Anexo 2. Transcripción de la entrevista realizada a una pareja de  
alumnos..... 180

*“Todo lo que decimos describe lo que creemos de aquello que decimos...”*

*(Teetetes, Platón)*

# **CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN**

## **1.1. Antecedente. Contexto del estudio**

El presente estudio tiene el propósito de identificar las concepciones o creencias de los alumnos respecto al movimiento de los cuerpos cuando cursan su primer semestre en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México. La indagación se realizó a través de la aplicación de un cuestionario escrito, así como de una entrevista oral. Las respuestas escritas y orales, obtenidas de los alumnos participantes fueron organizadas, analizadas y clasificadas lo cual permitió poner de manifiesto los patrones más representativos relativos al objeto de investigación, es decir, detectar los rasgos más recurrentes de los estudiantes sobre sus concepciones en torno al movimiento de los cuerpos y acerca de la comprensión de los conceptos inherentes al mismo, tales como la interpretación o uso de representaciones gráficas, así como el uso de expresiones matemáticas o fórmulas para la resolución de las tareas planteadas.

## **1.2. Planteamiento del problema y propósito general**

Con la pretensión de tener un conocimiento sobre los antecedentes académicos de los alumnos que ingresan a la Facultad de Ingeniería, nos pareció pertinente indagar las creencias que tienen alrededor de ciertos conceptos que son

fundamentales para entender una asignatura y, para su formación. El docente que tenga este tipo de información sobre los antecedentes de los estudiantes en este asunto, tendrá un elemento que le permitirá decidir las acciones más adecuadas para diseñar actividades o estrategias que contribuyan a corregir dichas concepciones erróneas. En el presente estudio, el concepto central es el movimiento de los cuerpos, ya que es de vital importancia en la formación de todo estudiante de ingeniería y el cual se enseña durante sus primeros cursos de Mecánica.

### **1.3. Preguntas de investigación**

Planteada la preocupación principal del presente trabajo y con el interés de orientar el estudio para identificar los patrones o rasgos más acentuados que muestran los alumnos respecto al movimiento de los cuerpos, se formularon cinco preguntas de investigación, las cuales sirvieron de guía para desarrollar la indagación. Es decir, dichas preguntas ayudaron a poner atención a los procesos de razonamiento, ideas, recursos y/o estrategias empleados por los alumnos en la resolución de las tareas propuestas.

**Pregunta 1.**

**¿Qué ideas o creencias relevantes mostraron los alumnos acerca del movimiento de los cuerpos?**

**Pregunta 2.**

**¿Qué patrones o razonamientos mostraron los alumnos en las tareas (gráficas, verbales, tablas de datos) que involucraban diversos aspectos sobre el movimiento?**

**Pregunta 3.**

**¿En qué tipos de tareas los alumnos encontraron más dificultades?**

**Pregunta 4.**

**¿A qué nivel los alumnos emplearon sus conocimientos previos para interpretar y resolver las tareas propuestas?**

**Preguntas 5.**

**¿A qué nivel los alumnos lograron discernir entre los conceptos posición-tiempo y velocidad-aceleración?**

## **CAPÍTULO 2. REVISIÓN DE LA LITERATURA Y REFERENTES CONCEPTUALES**

En este apartado se hace una revisión de algunas investigaciones, que aparecen en la literatura y que consideramos relevantes, acerca de las diferentes conceptualizaciones de la idea del movimiento de los cuerpos.

Evidentemente, las ideas o creencias sobre el movimiento no son exclusivas de los novales estudiantes de ingeniería. El movimiento de los cuerpos es una percepción inmediata, sin embargo, su conceptualización, representación e interpretación dada una gráfica no es un asunto fácil para los alumnos, además cada estudiante, dependiendo de sus experiencias previas, tiene sus propias concepciones acerca del movimiento de los cuerpos. Debido a las dificultades que encuentran los alumnos para comprender los conceptos acerca del movimiento, el tema sobre las creencias ha ocupado especial atención de numerosos investigadores, entre ellos, Jere Confrey (1990), Clement (1989), diSessa (1991), Sherin (2000), Nemirovsky (1994), Tierney y Wright (1998), por mencionar algunos.

Con el propósito de tener una visión histórica del estudio del movimiento de los cuerpos, a continuación se presentan las concepciones al respecto por parte de Aristóteles y Galileo Galilei. Posteriormente se presentan algunas de las investigaciones contemporáneas acerca del movimiento.

## **2.1. Antecedentes históricos sobre el movimiento**

Con la finalidad de ofrecer de manera somera algunos antecedentes históricos de la concepción del movimiento de los cuerpos se mencionan las ideas de Aristóteles y Galileo Galilei que tenían sobre esta materia.

## **2.2. Concepción de Aristóteles sobre el movimiento**

El interés por comprender el movimiento de los cuerpos se remonta aproximadamente al periodo 500 a.C. Durante esta etapa, algunos científicos griegos se interesaron por estudiar el movimiento de los planetas y sus posibles causas. La filosofía de acuerdo a Aristóteles (384 – 322 a.C.), parte de principios como el de identidad, de no contradicción y de razón suficiente, en este contexto, fue uno de los primeros científicos que intentó explicar el movimiento mediante una “teoría”, acerca de la “naturaleza” de este fenómeno físico (Udías, 2004). Aristóteles concibe el movimiento de los cuerpos como el cambio de lugar de un cuerpo (Vera, 1970), y distingue de manera general, dos tipos de desplazamiento: el *natural* y el *forzado*. El movimiento natural es el descrito por un cuerpo que se desplaza o tiende a desplazarse hacia su lugar “natural”. Por ejemplo, una piedra al dejarse caer tenderá a moverse hacia el centro de la tierra, el aire y el fuego ascienden; por lo tanto, se asume que cada cuerpo tiene asignado un lugar natural, el cual dependerá de la naturaleza del cuerpo: pesado o ligero. Desde

este punto de vista, el movimiento que no es natural es forzado y por ende necesita una causa eficiente. Por citar un caso, un cuerpo para moverse horizontalmente necesita de una causa o motivo que lo desplace en dicha dirección; siguiendo este razonamiento, el movimiento de un proyectil, una vez que el cuerpo abandona el contacto con la mano que lo lanza, necesita de alguna causa para seguirse moviendo. Él supuso que la causa que impulsaba el citado desplazamiento era el aire, ya que en todo movimiento forzado, de acuerdo a Aristóteles considera el contacto físico entre lo que se mueve y algo que lo mueve. Bajo esta concepción, todo lo que se mueve, lo hará por sí mismo (un ser vivo o animado), o bien, es desplazado por otro (causa eficiente) y ha de tener un fin (causa final). Así, el movimiento de un cuerpo es directamente proporcional a la “causa eficiente”. Ampliando lo citado, Aristóteles tiene la idea de que el movimiento de un cuerpo no puede presentarse en el vacío, ya que de ocurrir en este medio, el desplazamiento se mantendría permanentemente. Tal suposición generó confusiones y controversias durante algún tiempo. Con base en esta visión de Aristóteles, no se puede concebir el movimiento de un cuerpo sin la presencia de una fuerza. Esta idea prevaleció durante siglos, hasta Galileo.

### **2.3. Concepción de Galileo sobre el movimiento**

En la etapa del Renacimiento, Galileo Galilei (1564 - 1642), hizo notables aportaciones al estudio del movimiento de los cuerpos desde sus días como

profesor en Pisa y Padua alrededor de 1604 (Udías, 2004). Dentro de sus contribuciones se encuentra el “Principio de Inercia (1638)” que fue la contribución que produjo un cambio de perspectiva acerca del movimiento, el cual se cita a continuación:

Una partícula material subsiste en su estado de reposo o de movimiento en línea recta con velocidad constante si permanece aislada de sus alrededores, no perturbada en absoluto por ninguna acción exterior. (Gran Enciclopedia Rialp, tomo VII, p. 762).

Galileo, fue uno de los primeros científicos en introducir los conceptos de velocidad media y velocidad uniforme de un cuerpo. Experimentalmente observó que la velocidad de los cuerpos que caen libremente cambia de manera proporcional a la aceleración con que son atraídos por la tierra. Asimismo, afirmó que al actuar sobre un cuerpo una causa que altere el estado en que se encuentra, entonces se producirá una modificación o cambio en su estado inicial de desplazamiento, sin embargo, también argumentó que cuando sobre los cuerpos no actúan tales “causas”, éstos permanecerán con movimiento de velocidad uniforme y en línea recta, o bien permanecen sin desplazarse. De acuerdo a Truesdell (1975), Sánchez del Río (1984) y Udías (2004), Galileo apoyado por la experimentación, arribó a las siguientes conclusiones sobre el movimiento de cuerpos.

1. Un cuerpo permanece siempre sin desplazarse, a menos que éste sea alterado por cierta circunstancia.
2. Contrariamente a la creencia común, un cuerpo pesado y otro ligero no caen desde un lugar elevado con velocidades proporcionales a sus pesos, sino con la misma velocidad.
3. Para el caso de un cuerpo que se desplace sobre un plano inclinado, su velocidad final es la misma para todos los ángulos de inclinación siempre que el punto de partida se encuentre a la misma altura.
4. La caída libre de un cuerpo es un movimiento uniformemente acelerado. Para este tipo de movimiento, tanto la velocidad como el desplazamiento cambian en proporción a la aceleración de la gravedad.
5. La resistencia del aire será un factor a considerar en la caída de un cuerpo. Además, la resistencia cambia conforme desciende el cuerpo. Por otra parte, si se recorren distancias iguales en tiempos iguales, entonces la resistencia del aire será de igual magnitud que el peso del cuerpo.
6. El movimiento de un cuerpo que se desplace describiendo una parábola, puede descomponerse en dos componentes independientes, a saber, una horizontal y una vertical. Así, el cuerpo tiene una componente de movimiento horizontal uniforme, mientras que la componente vertical es un movimiento uniformemente acelerado.

Estas ideas respaldadas en la experimentación ponen de manifiesto la diferencia entre la idea de Galileo sobre el movimiento de los cuerpos y la concebida por Aristóteles.

## **2.4. Diferencias entre las concepciones de Aristóteles y de Galileo respecto al movimiento de los cuerpos**

Para valorar la enorme contribución científica de las ideas acerca del movimiento de los cuerpos es conveniente puntualizar las principales diferencias que hay entre la conceptualización de Galileo y la de Aristóteles.

Aristóteles, como ya se señaló, admitía la existencia de dos movimientos: el natural y el forzado, pero establecidos de manera especulativa basados en experiencias sensoriales. En contraste, Galileo basó sus conjeturas o reflexiones en la experimentación, las cuales le permitieron establecer los resultados mencionados en la página 8.

Galileo, planteó un paradigma distinto: no es el porqué o la finalidad del movimiento de los cuerpos sino el cómo, es decir, investigó la relación que hay entre el espacio recorrido, el tiempo de duración y la velocidad sea constante o variable. Otra contribución fundamental en el pensamiento de Galileo fue que los problemas del movimiento de los cuerpos deben representarse mediante expresiones matemáticas. Esta representación le permitió entender con mayor profundidad el movimiento de los cuerpos y adquirir un mayor conocimiento sobre el cambio de los fenómenos en la naturaleza.

## **2.5. Creencias de los estudiantes sobre el movimiento**

Según Confrey (1990), las creencias de cómo interpretan o entienden los estudiantes los conceptos establecidos por las distintas ciencias, han sido un tema de interés de los investigadores. Por ejemplo, cita los trabajos reportados de Shymansky y Kyle (1988) acerca de las concepciones o creencias de los estudiantes respecto a los conceptos fundamentales de las ciencias. Estos autores citan aproximadamente cien estudios sobre las concepciones de los alumnos desde 1984; Pfundt y Durt (1985-1988) mencionan mil quinientas citas sólo en ciencias de la educación. Asimismo, Driver y Erickson, 1983; Eylon y Linn, 1988; Fisher y Lipson, 1983 y Wittrock, 1977, entre otros, reportaron artículos relacionados con investigaciones similares. Por otra parte, en Matemáticas, A. Graeber y M. Johnson (1989) señalaron más de seiscientos artículos sobre concepciones erróneas por parte de los estudiantes, y en Biología Mintzes y Arnaudín (1984) reportaron más de setenta estudios. También se han realizado trabajos importantes de investigación en áreas como Probabilidad, Hawkins y Kapadia, 1984; Estadística, Well, Pallatsek, Konold y Hardiman, 1984.

Dada la gran cantidad de estudios relacionados con las concepciones, es demasiado ambicioso hacer un análisis exhaustivo de todos los trabajos. Sin embargo, algunas investigaciones relevantes proporcionaron un referente para el presente trabajo.

## 2.6. Las concepciones de los estudiantes.

En la revisión de los conceptos o marcos teóricos relacionados con las creencias de los alumnos, resulta importante explicar en primer término lo que se entiende por concepciones de los alumnos. Así, es pertinente plantearse las siguientes preguntas: ¿Qué son las concepciones de los alumnos y por qué estudiarlas?, las concepciones ¿son producto del entorno escolar o de la experiencia?, ¿qué factores influyen en adoptar y sostener una concepción?, ¿es posible modificar las ideas o creencias erróneas de un individuo?

Osbourne y Wittrock (1983) definen las concepciones de la siguiente manera:

Los alumnos desarrollan ideas sobre su mundo, desarrollan significados de palabras usadas en la ciencia, y desarrollan estrategias para obtener explicaciones del cómo y porqué se comportan las cosas como lo hacen.

(Osbourne & Wittrock, 1983, p. 491).

Esta categorización de las creencias, teorías, significados y explicaciones de los alumnos constituye la razón del uso del término *concepciones del alumno*. Según Confrey (1990), otros términos sugeridos por los investigadores son *ciencia de los niños* (Ginsburg, 1977), *preconcepciones* (Ausubel, Novak y Hanesian, 1978), *teorías ingenuas* (Resnik, 1983), *primitivos conceptuales* (Clement, 1982), *conceptos privados* (Sutton, 1980) y *marcos alternativos* (Driver, 1981). Cuando las concepciones entran en conflicto con los significados aceptados en la ciencia,

es común emplear el término *conceptos erróneos* (Nescher, 1987; Perkins y Simmons, 1988).

En lo que se refiere a las preguntas planteadas y considerando los estudios realizados, por Champagne, Gunstone y Klopfer, (1983) y por Osborne y Wittrock (1983), es posible establecer lo siguiente: a) antes del estudio formal, las personas elaboran sistemas descriptivos y explicativos de los fenómenos científicos y lógico-matemático basados en un sistema de creencias; b) estos sistemas de creencias difieren de lo incluido en el diseño del programa curricular típico; c) ciertos sistemas de creencias muestran notable consistencia a través de las edades, habilidades y nacionalidades; d) los sistemas de creencias son resistentes al cambio a través de la enseñanza tradicional. Derivado de lo anterior, los estudios de Gilbert, Osborne y Fensham (1982), concuerdan en: a) su rechazo a dar por sentado que los alumnos inician su educación sin ideas preconcebidas de un tema antes de ser enseñado, y b) su posición de que estas ideas ingenuas no pueden ser ignoradas en la enseñanza.

## **2.7. Investigaciones realizadas sobre las creencias de los alumnos**

Los estudios acerca de las concepciones de los estudiantes que con mayor frecuencia aparecen en la literatura, (Confrey, 1990), son:

1. Las investigaciones basadas en la epistemología genética, entendida como la evolución de los conceptos en los alumnos (Piaget, 1970).

Los trabajos piagetianos respecto a las concepciones de los alumnos, examinan el desarrollo del entendimiento del alumno respecto a conceptos matemáticos y científicos específicos en diferentes etapas del desarrollo histórico. La suposición fundamental de Piaget (1970) es que el conocimiento es un proceso que pasa por etapas bien definidas. Sobre esta premisa, se estudia cómo evolucionan las concepciones en diferentes etapas del desarrollo de los individuos. Otro postulado importante en el pensamiento de Piaget es la interacción entre sujeto y objeto. En esta interacción se genera el conocimiento, “la inteligencia...organiza al mundo al organizarse a sí misma” (Piaget,1973 citado en Von Glasserfiel, 1982. En Confrey, 1990).

De acuerdo con Confrey (1990), la epistemología genética ha influido de manera importante en la investigación de las concepciones de los alumnos en los siguientes aspectos:

- El interés de los investigadores es el desarrollo de microestructuras, en contraste a la investigación de las etapas, que se enfoca en macroestructuras.
- Los investigadores examinan por medio de tareas como actúa, percibe y opera el niño, lo que permite conocer en qué etapa de desarrollo de los conceptos se encuentra el infante.

- Las operaciones mentales (una acción interiorizada reversible involucra una invariante, y existe dentro de una estructura de operaciones) favorecen el desarrollo conceptual.
- Las operaciones mentales conforman esquemas (secuencias de acciones) activos cuando una situación dada es encontrada.
- La construcción, refinamiento e interiorización de estos esquemas ocurren dentro de un enfoque de construcción de teorías junto con la experimentación.
- La abstracción reflexiva se asume como el proceso por el cual los esquemas son estabilizados.

## 2. Estudios de concepciones alternativas de los alumnos basados en la filosofía.

Por otro lado, los progresos en la filosofía en el último siglo, influenciaron considerablemente las perspectivas de la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias. Por ejemplo, Kuhn (1970), Toulmin (1972), Lakatos (1979), (en Confrey, 1990), conciben que el estudio de concepciones alternativas han puesto de manifiesto las creencias de los alumnos al iniciar su instrucción, las cuales son configuraciones conceptuales que están culturalmente aceptadas; es decir, están conectadas a otros conceptos; tienen precursores históricos; y están fijadas en un ciclo de expectación, predicción y confirmación o rechazo. Conjeturan que el curso del aprendizaje no es un proceso simple de acumulación, sino que es la consideración progresiva de perspectivas alternativas y la resolución de

anomalías. La filosofía proporciona un recurso rico para estas investigaciones y por ello atrajo la atención de los educadores científicos permitiéndoles: a) Cuestionar la concepción inductiva fundamental de la ciencia que se encontraba en los libros de texto en la forma de “el método científico”; b) asumir que los alumnos entran a la instrucción con creencias o preconcepciones profundamente arraigadas; y c) suponer que las concepciones del alumno se apoyan en creencias, compromisos y expectativas. Para modificar estas preconcepciones y concepciones erróneas se requiere de transformaciones intelectuales.

### 3. Estudios de “errores sistemáticos” basados en la corriente de procesamiento de información.

Este enfoque para la investigación de las concepciones del alumno tiene una larga historia en la investigación de errores. Dicha perspectiva tiene relación con la teoría conductista en los Estados Unidos, con la Gestalt en Alemania y en la Unión Soviética en el contexto de la revisión de programas curriculares (Radatz, 1979).

En este marco se considera a las concepciones no correctas como errores sistemáticos. Sin embargo, los investigadores de errores sistemáticos suponen estas equivocaciones como inevitables y necesarias para el desarrollo del conocimiento y para el desarrollo conceptual. Por estas razones, es de sumo interés el diagnóstico de errores y su corrección a través de la exposición y posterior rechazo.

## **2.8. Observaciones sobre las perspectivas teóricas revisadas**

De los tres estudios de investigación reportados —piagetianos, concepciones alternativas y de “errores sistemáticos”—, es pertinente notar lo siguiente.

La propuesta de los “errores sistemáticos” es notable por su relevancia inmediata y su atractivo para los docentes, sin embargo, debe reconsiderar su tratamiento acerca del aprendizaje, de igual manera su asimilación prematura de perspectivas alternativas a modos formalistas.

Por lo que respecta al estudio de concepciones alternativas, es interesante la importancia que brinda a la experiencia cotidiana y lenguaje en el desarrollo de concepciones, así como su claro énfasis en la exploración de los métodos ideográficos de los alumnos. En esta perspectiva, se le pone atención a los fracasos y se etiquetan como erróneos. La importancia de esta orientación teórica depende principalmente de dos factores: la exploración continua de cómo evolucionan las concepciones y cómo son afectadas en las interacciones en el aula.

Por otro lado, los estudios piagetianos son alentados a buscar una perspectiva más amplia y esto ocurre en el trabajo de errores sistemáticos, gracias a que su trabajo se basa en una amplia literatura, además de dirigir algunos de los temas identificados en la sección de concepciones alternativas.

## **2.9. Estudios sobre las representaciones gráficas del movimiento de los cuerpos elaboradas por los alumnos**

Como puede apreciarse de la literatura antes revisada respecto a las concepciones, ideas o creencias de los estudiantes acerca del movimiento de los cuerpos, es un tema relevante en la actualidad. Por ejemplo, investigadores como Clement (1989), diSessa, Hammer, Sherin y Kolpakowski, (1991), Nemirovski (1994); Nemirovski, Tierney y Wright, (1998) y Sherin (2000), estudiaron la forma en que los estudiantes de los distintos niveles escolares representan por medio de alguna gráfica o bien de un dibujo, el movimiento de los cuerpos (Viramontes, 2009).

Con el propósito de estudiar las representaciones gráficas que usan los alumnos para describir el movimiento de los cuerpos, Clement (1989) se basó en un marco teórico cognitivo que llamó “Modelo de Competencia” el cual se sustenta en un modelo de conocimiento estructurado. El modelo también le ayudó a especificar el conocimiento que necesitan los alumnos para representar gráficamente el movimiento de un cuerpo mediante la utilización de dos cantidades físicas, distancia y tiempo. Desde este marco, se distinguen dos alternativas: el estático y el dinámico. En el primer caso muestra “el conocimiento necesario para comprender el significado de un solo punto de la gráfica” (Clement, 1989, p. 78); mientras que el segundo, considera la correspondencia entre el cambio de las dos

variables mencionadas. Estos dos elementos permiten una comprensión más amplia de lo representado gráficamente. La representación de magnitudes físicas se realiza por medio de segmentos de recta, debido a que son pensados como una simbolización intuitiva hecha por estudiantes que pretenden representar magnitudes físicas. El autor citado basa su argumento sobre la intuición simbólica de magnitudes físicas en el hecho de que los estudiantes sin conocimiento previo sobre las representaciones gráficas, conciben la velocidad de los cuerpos por medio de rectas verticales. Así, Clement (1989), señala que el Modelo de Competencia “parece ayudarnos a comprender desarrollos históricos, de igual manera a entender el desarrollo de nuevas estrategias de instrucción”, (Clement, 1989, p.85).

El autor también emplea su estrategia como fuente de información cognitiva que ayuda a identificar las posibles causas que conducen a los estudiantes a responder de manera errónea. Bajo este marco, dichas respuestas son considerados *errores conceptuales de graficación*. Por ejemplo, uno de los más frecuentes observado por Clement, es que los estudiantes omiten tomar en cuenta la pendiente de una recta y asociarla o relacionarla con la velocidad de un cuerpo, es decir, establecer una relación entre dos variables físicas: distancia y tiempo. El *error conceptual de graficación* comentado se atribuye a la dificultad de los alumnos de no poder asociar estas cantidades físicas con el concepto de la pendiente de la recta trazada. Otro *error* de los alumnos reportado, consiste en la ausencia de gráficas que involucren magnitudes físicas para explicar el movimiento de los cuerpos, no obstante se utilizan dibujos. Aunque el Modelo de

Competencia permite distinguir las diferencias existentes entre las ideas de los estudiantes y el de los expertos o investigadores, un problema educativo es cómo superar los errores conceptuales de los estudiantes, y conducirlos a adquirir los conceptos aceptados por la comunidad de científicos.

Otro marco cognitivo que trata de explicar esta misma problemática es el utilizado por diSessa et al. (1991) y Sherin (2000). Este enfoque difiere de la de Clement (1989) para explicar la dificultad que muestran los alumnos para representar gráficamente el movimiento de cuerpos. Por ejemplo, la perspectiva teórica de diSessa permite dar cuenta de las diversas respuestas sugeridas por estudiantes sin conocimiento previo acerca de las representaciones gráficas. El estudio analizó los comportamientos de los estudiantes durante un cierto periodo (cinco días), de cómo modificaban sus representaciones acerca del movimiento descrito por un auto que viajaba en línea recta sobre una carretera. La investigación reporta que las primeras representaciones de los estudiantes incluían información irrelevante (la aparición de figuras de objetos descritos en el texto del problema). Sin embargo, con la ayuda del profesor y conforme transcurrían las sesiones, los estudiantes se interesaron por la representación de las magnitudes físicas involucradas en el problema (tales como la velocidad, la distancia y el tiempo). La modificación de las ideas de los estudiantes sobre la representación del movimiento fue analizada por diSessa et al. (1991) basándose en un marco denominado "Competencia Meta-representacional". Esta perspectiva, consiste en:

Describir todas las capacidades que tienen los estudiantes (y otros) respecto al uso de representaciones externas. La Competencia Meta-representacional incluye no sólo la habilidad para seleccionar, producir y utilizar productivamente representaciones, sino también las habilidades para criticar y modificar representaciones e incluso diseñar completamente nuevas. (diSessa y Sherin, 2000, p. 386).

No obstante, que las nuevas representaciones a las que hacen alusión diSessa y Sherin (2000), no aparecen en el currículo escolar, Sherin (2000), empleando la Competencia Meta-representacional trata de explicar cómo las experiencias que tienen los estudiantes dentro y fuera del salón de clase contribuyen en la producción de nuevas representaciones. Bajo este marco Sherin (2000) identificó las capacidades de los estudiantes que les permiten inventar representaciones. A tales capacidades, las denominó *fuentes constructivas* —las tres principales fuentes constructivas que los estudiantes emplean para crear representaciones idiosincrásicas son: los dibujos, las secuencias temporales y las características de los segmentos lineales (como la longitud y la orientación)—. Con base en esta investigación, el autor antes citado encontró que los dibujos son recursos útiles para los estudiantes en su intento por representar el movimiento de los cuerpos, por ejemplo, en sus representaciones del movimiento, los estudiantes incluían trazos rectos con diferentes inclinaciones y longitudes, también los alumnos tendían a narrar los movimientos de los cuerpos en forma cronológica tal y como se les presentaba en el problema. Las evidencias ofrecidas en los trabajos de diSessa (1991) y de Sherin (2000), se puede advertir que la descripción y representación del movimiento de los cuerpos no es tarea trivial para los alumnos

aun en situaciones sencillas, por eso, aprender a explicar e interpretar el movimiento de objetos mediante sus gráficas, es un proceso que requiere ser detallado por medio de la estrategia pertinente.

Tanto el marco teórico propuesto por Clement (1989) denominado “Modelo de Competencias” como el de Sessa y Sherin llamado “Competencia Meta-representacional”, se enfocan primordialmente a las representaciones del movimiento de los cuerpos realizadas por alumnos poco familiarizados con el tema de las gráficas y con las cantidades físicas.

Otros trabajos relacionados con esta temática, son los de Nemirovsky (1994). En esta investigación el autor indaga cómo estudiantes con conocimientos previos sobre representaciones gráficas son capaces de relacionarlas con conceptos físicos. Por ejemplo, a una alumna de nivel medio básico se le pidió representar el movimiento que se registra por medio de un dispositivo electrónico el cual está conectado a una calculadora graficadora, de esta manera el movimiento del cuerpo va trazando una gráfica en dicha calculadora. Para analizar las interpretaciones que hace la alumna en este ambiente tecnológico, Nemirovsky establece dos conceptos: *el sistema de símbolos (por ejemplo el plano cartesiano, el cual tiene sus reglas de uso) y el sistema de uso simbólico (como se utilizan los símbolos matemáticos)*. Para el autor, el sistema de uso simbólico es una “elocución que involucra símbolos matemáticos”. Este sistema de símbolos es el producto de un proceso dinámico que incluye todos los elementos de un sistema de uso de símbolos; éstos son una “abstracción inherente de las elocuciones

vividas” (Nemirovsky, 1994, p. 391). Según Nemirovsky, la participante en la investigación, fue capaz de comprender paulatinamente la idea de velocidad conforme analizaba las gráficas de movimiento que aparecían en la graficadora. Nemirovsky documenta que la pupila centró su atención en los intervalos de los ejes cartesianos mostrados en la calculadora. De esta manera, el “análisis de intervalos”, es un sistema de uso que permite a la estudiante comparar la velocidad del cuerpo para distintos tiempos. Sin embargo, el “análisis de intervalos” llevado a cabo por la alumna dependió de la manera en que actuó en la resolución del problema.

Otro estudio realizado bajo esta misma perspectiva por Nemirovsky, Tierney y Wright (1998), en el cual se indagó cómo dos estudiantes relacionan sus propios movimientos corporales a través de sus respectivas representaciones gráficas, arribó a la siguiente conclusión:

Ninguno de los dos procesos individuales de graficación son idénticos, y ninguno de los dos recurre a las mismas fuentes (de información) para generar una nueva situación. En lugar de la “internalización” uniforme de las convenciones descritas en los textos, nosotros testificamos las formas creativas, conflictivas, diversas y siempre cambiantes en las que los estudiantes se involucran con el fin de dar significado a las gráficas y de expresarse, ellos mismos, por medio del uso de gráficas. (Nemirovsky, Tierney & Wright, 1998, pp. 123,124).

Como puede advertirse de la cita anterior, los autores consideran que las interpretaciones y las explicaciones de las gráficas son procesos individuales de cada estudiante, ya que cada uno emplea sus propios medios simbólicos, mediante el cual tratan de dar significado al movimiento de los cuerpos.

Los trabajos antes mencionados de diSessa et al. (1991) y de Sherin (2000), sugieren que las interpretaciones y explicaciones de los estudiantes sobre las gráficas que representan el movimiento de los cuerpos son procesos individuales, es decir, son propios o idiosincrásicos de cada individuo, además no son el resultado de un cambio abrupto en el pensamiento del estudiante causado por una adecuada instrucción como lo señala Clement (1989). Otro elemento que aportan Nemirovsky y sus colegas, es mostrar que la interpretación y la explicación del movimiento de los cuerpos por medio de gráficas se presentan de forma paulatina debido a la interacción entre el investigador y los estudiantes.

## **CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA**

La presente investigación fue de carácter exploratoria y buscó identificar los rasgos más relevantes sobre las concepciones, creencias o ideas que tienen los estudiantes del primer semestre en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México, respecto al concepto del movimiento o desplazamiento de los cuerpos.

Con la finalidad de establecer una caracterización respecto a las ideas, creencias, pensamientos, tipos de conocimientos o concepciones acerca del concepto de movimiento que tienen los citados alumnos, se elaboró y aplicó un cuestionario a un grupo de estudiantes. El mismo instrumento fue aplicado a dos alumnos que fueron grabados.

Las respuestas obtenidas y la grabación realizada fueron analizadas con la intención de dar respuesta a las preguntas de investigación planteadas al inicio del presente documento.

Así, en el presente capítulo se mencionan las características de los alumnos que intervinieron en la experimentación, además se explican los atributos del cuestionario aplicado y el análisis de la grabación realizada y por último, se aclara la manera en que se organizó la información obtenida.

### **3.1. Participantes en la investigación**

El grupo elegido para responder el cuestionario, estaba conformado por alumnos que cursaban su primer semestre curricular en la Facultad de Ingeniería de la UNAM. El número de alumnos que respondieron el cuestionario fue 54, de los cuales 12 eran del sexo femenino y 42 hombres. El promedio de sus edades era de 18 años.

Por lo que se refiere a los alumnos participantes en la grabación, éstos también se encontraban cursando las asignaturas correspondientes a su primer semestre curricular de la carrera, sin embargo es conveniente comentar que estos alumnos, en el semestre previo fueron ubicados en cursos propedéuticos. En cuanto a sus edades, también tenían 18 años.

Es pertinente aclarar que la asignatura de Geometría Analítica, es obligatoria en los planes de estudio de todas las carreras que ofrece la Facultad de Ingeniería de la UNAM y se ubica en el primer semestre.

Tanto el instrumento como la entrevista se desarrollaron en las primeras semanas de iniciadas las clases.

### **3.2. Instrumentos de recolección de información**

Para recolectar información respecto a las ideas de los alumnos acerca del movimiento de los cuerpos se utilizaron dos fuentes. La primera fue un cuestionario, que contenía 24 reactivos, los cuales debían responderse de manera escrita; la segunda, las respuestas orales que se vertieron en una entrevista, con base en el mismo cuestionario.

El propósito de emplear estas dos fuentes, se debió a que las respuestas escritas dadas por los alumnos, a menudo son demasiadas lacónicas y no son claras, es decir, hay claroscuros que no permiten entender o interpretar qué es lo que están pensando los estudiantes con base en tal tipo de respuestas; por estas razones se pensó anticipadamente usar la entrevista oral en la cual los estudiantes pueden ofrecer mayor información acerca de cómo están pensando o interpretando las tareas propuestas. Así estas dos fuentes ayudaron a cruzar la información y por tanto, a detectar las creencias o ideas de los alumnos acerca del movimiento de los cuerpos.

Con el fin de que el lector conozca el cuestionario que se aplicó, a continuación se reproduce en su totalidad.

## CUESTIONARIO

### EL MOVIMIENTO

Alumno: \_\_\_\_\_

Asignatura: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

*En cada una de las cuestiones que a continuación se te hacen, contesta lo más ampliamente posible, en caso de requerir espacio para tu respuesta, complétala en el reverso de la hoja. No debes borrar nada, si cometes alguna equivocación enciérrala entre paréntesis.*

#### PARTE 1.

1. Dime las ideas que tienes acerca del movimiento.

Explicación: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

2. ¿Qué tipos de movimientos conoces y qué puedes decirme acerca de ellos?

Explicación: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

3. De los movimientos que mencionaste en la cuestión 2, dame un ejemplo de cada uno ellos. \_\_\_\_\_

---

---

---

---

---

---

---

4. Dime qué entiendes por movimiento uniforme.

Explicación: \_\_\_\_\_

---

---

---

---

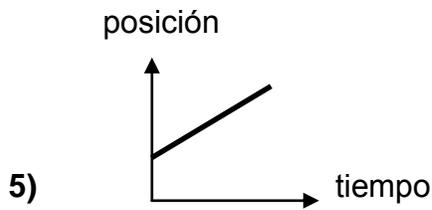
---

---

---

**PARTE 2.**

Las siguientes gráficas ilustran distintos comportamientos de objetos. Describe la forma en que se mueven los objetos.



Explicación: \_\_\_\_\_

---

---

---

---

---

---

---



Explicación: \_\_\_\_\_

---

---

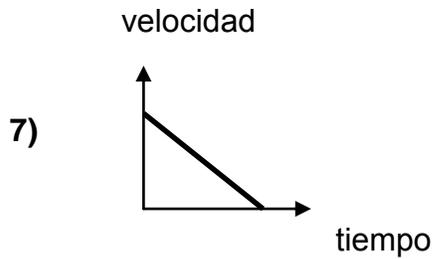
---

---

---

---

---



Explicación: \_\_\_\_\_

---



---



---



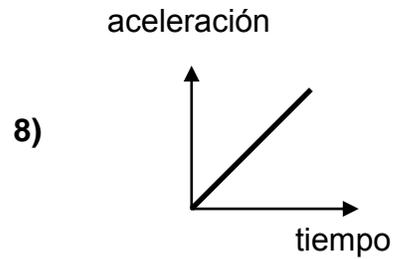
---



---



---



Explicación: \_\_\_\_\_

---



---



---



---



---



---

Con base en las gráficas anteriores, contesta las siguientes cuestiones.

9. ¿En cuál de ellos se representan movimientos con velocidad constante?

Explicación: \_\_\_\_\_

---



---



---

10. ¿En cuál de ellos se representan movimientos uniformemente acelerados?

Explicación: \_\_\_\_\_

---



---



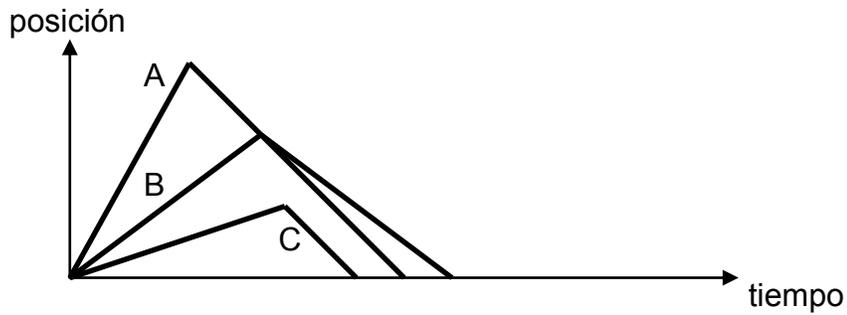
---

11. ¿En cuál de ellos va creciendo o decreciendo la rapidez?

Explicación: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

**PARTE 3.**

Las gráficas siguientes representan las posiciones de tres automóviles A, B y C en un viaje.



12. Proporciona una descripción del movimiento de cada uno de los objetos.

Explicación: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

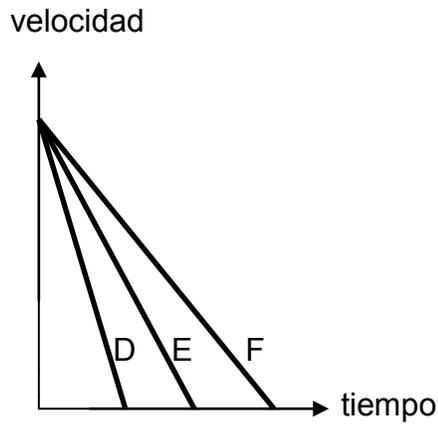
13. ¿Qué diferencias puedes observar en cada uno de estos movimientos?

Explicación: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

14. ¿Qué tipo de movimiento describen los objetos?

Explicación: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Las gráficas siguientes representan el movimiento de tres objetos D, E y F.



15. Proporciona una descripción del movimiento de cada uno de los objetos.

Explicación: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

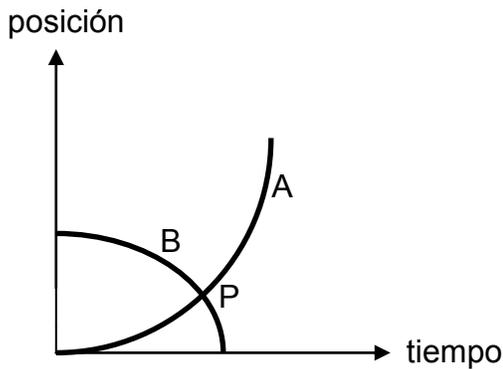
16. ¿Qué me puedes decir acerca de la distancia que recorren los objetos?, por ejemplo ¿cuál recorre más y cuál menos?

Explicación: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

17. ¿Qué diferencias puedes observar en cada uno de estos movimientos?

Explicación: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Las gráficas siguientes representan las posiciones de dos automóviles A y B en un viaje.



18. Proporciona una descripción del movimiento de cada uno de los automóviles.

Explicación: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

19. ¿Qué sucede con las velocidades de los automóviles antes del punto P?

Explicación: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

20. ¿Qué sucede con las velocidades de los automóviles después del punto P?

Explicación: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

21. ¿Qué sucede con los automóviles en el punto P?

Explicación: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

#### PARTE 4.

En la siguiente tabla se proporciona información del movimiento de un objeto. Con base en los datos dados contesta las siguientes cuestiones.

tiempo	Velocidad
0	25
1	24
2	21
3	16
4	9
5	0

22. Proporciona una descripción del movimiento.

Explicación: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

23. Con base en la información dada determina la distancia que recorre el objeto.

24. En caso de no haber podido obtener la distancia que recorre el objeto, dime ¿por qué?

Explicación: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

### **3.3. Descripción del cuestionario**

Como el objetivo fundamental del instrumento fue obtener información sobre las creencias de los alumnos, ante distintas situaciones relacionadas con el movimiento de los cuerpos, se consideró adecuado que el cuestionario fuera abierto para que los alumnos respondieran de la manera más espontánea y con amplitud.

El instrumento contenía 24 preguntas, las cuales fueron agrupadas en cuatro partes. La finalidad de la primera era conocer los mitos o ideas que tienen los alumnos respecto al movimiento de los cuerpos, tipos de éste y saber qué tipo de ejemplos ofrecen (preguntas del número 1 al 4); por lo que se refiere a la segunda parte, se proporcionaron ciertas gráficas que involucraban distintos movimientos, el objetivo era que, los estudiantes describieran lo que representaban dichas gráficas (5, 6, 7 y 8) y preguntas relacionadas (9,10 y 11) con tales gráficas. La tercera parte del cuestionario es similar a la segunda, la diferencia estriba en que, las representaciones gráficas que se proporcionan involucran dos o tres movimientos y preguntas relacionadas (12 a 21). Finalmente, el cuestionario presenta una tabla en la que se proporciona información sobre el movimiento de un cuerpo a medida que transcurre el tiempo; con base en los datos, es evidente que el cuerpo después del inicio ( $t=0$ ) comienza a disminuir su velocidad pero no de manera constante, la finalidad de la tarea es conocer si los alumnos son

capaces de interpretar el comportamiento del cuerpo, a partir de la información de la tabla (preguntas 22, 23 y 24).

La cuestión número 1 fue planteada para saber lo que los alumnos entienden por movimiento. Identificar los conocimientos que ponen en juego para responder esta pregunta, así como sus “experiencias” sobre este tópico, nos permitiría indagar si los alumnos podrían distinguir diferentes tipos de movimientos y a la vez poder ilustrarlos, de ahí las cuestiones 2, 3 y 4.

Como ya se mencionó, en los planteamientos de la segunda parte del cuestionario se presentan gráficas y se desea que los alumnos proporcionen explicaciones acerca de los movimientos representados y digan qué entienden sobre los términos: posición, velocidad y aceleración; particularmente interesaba indagar cómo interpretaban dichas gráficas a partir del sistema coordinado (posición vs tiempo, velocidad vs tiempo, aceleración vs tiempo). Por ejemplo, la gráfica presentada en la pregunta número 5, es una línea recta con una cierta pendiente, la cual representa el cambio de posición de un cuerpo respecto al tiempo. Es importante comentar que la posición para el tiempo inicial ( $t=0$ ) es diferente de cero. En la cuestión número 6, se muestra nuevamente la variación de la posición de un cuerpo con relación al tiempo, pero ahora el lugar geométrico es una curva de segundo orden. En este caso, la posición inicial es igual a cero en el tiempo cero. Por lo que se refiere a la gráfica señalada con el número 7, se trata de una línea recta con pendiente negativa. El lugar geométrico representa la variación de la velocidad respecto al tiempo. Además, el objeto en  $t=0$  tiene una velocidad

diferente de cero. La pregunta número 8 representa una línea recta con una cierta inclinación, que describe la variación de la aceleración con respecto al tiempo.

Con base en las respuestas obtenidas en las cuatro preguntas recién citadas y partiendo del hecho de que los alumnos han analizado las gráficas propuestas, se buscó ahondar más sobre el asunto, por ello se plantearon las cuestiones 9, 10 y 11: ¿En cuál de ellos se representan movimientos con velocidad constante?; ¿en cuál de ellos se representan movimientos uniformemente acelerados?; ¿en cuál de ellos va creciendo o decreciendo la rapidez?

Las cuestiones de la tercera sección nuevamente presentan gráficas de movimiento, y se deseaba saber como las interpretaban o explicaban los alumnos, pero a diferencia de la sección previa, ahora se incluyen los movimientos de diferentes cuerpos. Por ello, el movimiento de los automóviles A, B y C se muestra en la primera gráfica, donde se observan tres lugares geométricos, cada uno de éstos representa la variación de la posición en términos del tiempo de cada uno de los cuerpos involucrados. Como puede apreciarse en la representación gráfica, la posición de cada uno de los automóviles, está dada por dos líneas rectas de diferentes pendientes, una ascendente y otra descendente. Con base en el examen de las gráficas, se deseaba saber qué explicación o descripción ofrecían los alumnos sobre el movimiento de cada automóvil, además, qué diferencias establecían y, que identificarán el tipo de movimiento, de ahí la razón de las preguntas 12, 13 y 14.

La variación de la velocidad con respecto al tiempo de los cuerpos D, E, y F, se muestra en la segunda gráfica de este apartado del cuestionario. Nótese que ahora los lugares geométricos corresponden a líneas rectas, las cuales tienen pendiente negativa que, como es sabido, ocasiona dificultades en los alumnos. Además, puede observarse, que la velocidad con la que parten es distinta de cero. La pregunta número 15, solicita una descripción del movimiento de los cuerpos involucrados. En el cuestionamiento 16, se pide se explique cuál de los tres cuerpos tiene un mayor recorrido y cuál recorre menos. Asimismo, para detectar si los pupilos advierten o discernen características específicas entre los movimientos de los cuerpos D, E y F, se planteó la pregunta (17): ¿Qué diferencias puedes observar en cada uno de estos movimientos?

La última gráfica de esta sección, representa las posiciones de dos automóviles. Los lugares geométricos corresponden a curvas de segundo orden, las cuales se intersecan en P. A partir de la representación gráfica, se deseaba indagar qué explicación ofrecían sobre el movimiento de cada uno de los cuerpos. Como se muestra, el punto P es común para las posiciones de los automóviles A y B, orienta la atención de los alumnos a que describan las velocidades de los cuerpos antes y después de P. Posteriormente se solicita la explicación de lo que ocurre justo en ese punto. De ahí las interrogantes: ¿Qué sucede con las velocidades de los automóviles antes del punto P?; ¿qué sucede con las velocidades de los automóviles después del punto P? y ¿qué sucede con los automóviles en el punto P?

La intención de la cuarta parte, en particular la cuestión 22 del cuestionario, fue observar si los estudiantes advertían la característica importante de este movimiento, a saber, la disminución no constante de la velocidad del cuerpo, dada ahora a través de los datos de una tabla. Es decir, por la naturaleza de los datos, aquel no se comporta de manera uniforme. Este hecho introduce una fuerte dificultad para responder la tarea. La determinación de la distancia, es el planteamiento de la pregunta número 23. Se buscaba observar si los alumnos se percataban de que necesitan información adicional, para responder al cuestionamiento, si se les ocurría hacer una representación gráfica y proponer una solución “gruesa” o aproximada de la distancia recorrida del objeto, por ello la razón de la actividad número 24.

### **3.4. Entrevista**

Con la finalidad de obtener información adicional de los alumnos, se procedió a aplicar el mismo instrumento a una pareja de alumnos en una entrevista oral. Además la actividad permitió observar directamente el comportamiento de los alumnos. Los alumnos entrevistados tuvieron en todo momento a su disposición el cuestionario. La entrevista fue conducida por el investigador. La mecánica fue la siguiente: el entrevistador leía una pregunta y solicitaba a los dos alumnos su respuesta, para su mejor funcionamiento, respondían primero uno y luego el otro. El docente intervino exclusivamente cuando era necesario clarificar las respuestas

dadas. La grabación se realizó con una cinta magnetofónica comúnmente llamado “cassette”. La duración de la entrevista fue de aproximadamente 60 minutos.

# **CAPÍTULO 4. ORGANIZACIÓN Y ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN**

## **4.1. Aplicación del cuestionario escrito**

La aplicación del instrumento, tuvo lugar en el salón I305 ubicado en la División de Ciencias Básicas de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México.

El cuestionario antes descrito fue aplicado por el investigador y con el consentimiento del profesor titular del grupo 1123 de la asignatura de Geometría Analítica. Los 54 alumnos del citado grupo aceptaron responder las 24 preguntas planteadas, solicitándoles que lo hicieran de manera escrita y lo más ampliamente posible. Respecto al tiempo que requirieron los estudiantes para responder de manera escrita el instrumento, éste osciló entre 40 y 65 minutos.

La información obtenida fue organizada mediante la siguiente tabla, la cual contiene las preguntas planteadas en el instrumento, así como las respuestas del grupo seleccionado de estudiantes (a los que se les denominó: E1, E2, E3, E4 y E5), y cuyas respuestas fueron las más significativas, además se incluyen las interpretaciones dadas por el investigador.

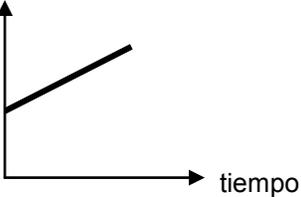
#### 4.1.1. Análisis de las respuestas de los alumnos en el cuestionario escrito

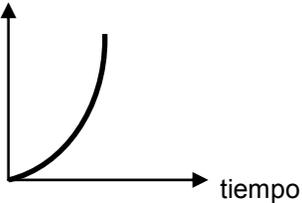
Número de pregunta	Citas textuales	Interpretaciones/comentario
<p>1. Dime las ideas qué tienes acerca del movimiento.</p>	<p><b>E1:</b> Es un cuerpo que rompe el estado de reposo para poder desplazarse en una dirección cualquiera.</p> <p><b>E2:</b> Es el resultado de la aplicación de una fuerza sobre un cuerpo, ya sea que este en reposo o realizando un desplazamiento.</p> <p><b>E3:</b> Es el cambio de posición de un cuerpo con respecto a otro que esta fijo.</p> <p><b>E4:</b> Es la capacidad de un cuerpo para trasladarse de un lugar a otro.</p> <p><b>E5:</b> Es el estado físico de los cuerpos donde cumple con ciertas características como velocidad, aceleración y masa del objeto así como su posición respecto a otro punto.</p>	<p>Nótese el uso del término “rompe” para expresar la manifestación de movimiento. Asimismo se considera que el estado de “reposo” del cuerpo fue roto o perturbado sin mencionarse si esto ocurre por sí mismo o algún factor externo ocasiona el rompimiento en el citado estado. Advierta también que se hace referencia a la noción de “dirección”.</p> <p>Aquí se introduce el concepto de fuerza como la “causa” del movimiento.</p> <p>Esta respuesta introduce explícitamente la noción de “cambio de posición” para explicar en qué consiste el movimiento y además introduce un sistema de referencia: “con respecto a otro que está fijo”.</p> <p>En esta respuesta se establece que el movimiento ocurre a partir del cambio de posición con respecto a un marco de referencia “de un lugar a otro”.</p> <p>Se caracteriza como un “estado físico” de los cuerpos que llevan una cierta velocidad, aceleración pero incorpora la propiedad de materia así como de sistema de referencia “respecto a otro punto”.</p>

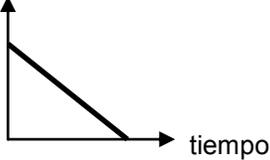
Número de pregunta	Citas textuales	Interpretaciones/comentario
<p>2. ¿Qué tipos de movimientos conoces y qué puedes decirme acerca de ellos?</p>	<p><b>E1:</b> Movimiento rectilíneo uniforme; movimiento rectilíneo constante es aquel que al recorrer una distancia recorre un intervalo de tiempo, para el cual siempre será el mismo; movimiento rectilíneo acelerado es en el que se recorre una distancia en un tiempo y cada vez recorre más distancia en menos tiempo. Movimiento curvilíneo.</p> <p><b>E2:</b> Movimiento uniformemente acelerado, caída libre, tiro parabólico, movimiento rectilíneo uniforme, movimiento circular.</p> <p><b>E3:</b> Movimiento rectilíneo uniforme: es el cambio de posición de un cuerpo con respecto a otro que se encuentra fijo sin cambios de dirección y con velocidad constante. Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado es aquel en donde existe un cambio constante de velocidad en un intervalo de tiempo.</p> <p><b>E4:</b> MRU y MRUA. El MRU es constante y se usa velocidad: <math>v=d/t</math>. MRUA es movimiento rectilíneo uniforme acelerado y se aplica la aceleración con diferencias de tiempo, distancias, etc.</p> <p><b>E5:</b> Movimiento lineal, circular, parabólico.</p>	<p>En esta respuesta es evidente un conocimiento que seguramente se le presentó en bachillerato. La descripción que hace del “movimiento rectilíneo” demuestra una mejor comprensión respecto al “movimiento curvilíneo”.</p> <p>Nótese la mención de diversos movimientos de los cuerpos con especial énfasis los rectilíneos, sin embargo, no se citan características de ellos.</p> <p>Aquí se habla del “movimiento rectilíneo uniforme” introduciendo la idea de sistema de referencia “respecto a otro fijo”, además, de considerar que no hay modificación en su dirección “sin cambios de dirección”. Al movimiento rectilíneo uniformemente acelerado le asocia la característica de aceleración constante.</p> <p>Esta respuesta incorpora conocimientos adquiridos en cursos previos debido a la notación utilizada “MRU y MRUA” así como a la expresión “<math>v=d/t</math>”.</p> <p>Es una respuesta que cita diversos movimientos sin señalar las características de los mismos.</p>

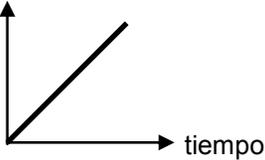
Número de pregunta	Citas textuales	Interpretaciones/comentario
<p>3. De los movimientos que mencionaste en la cuestión 2, dame un ejemplo de cada uno de ellos.</p>	<p><b>E1:</b>  Rectilíneo constante: un ejemplo se daría si se pudiera eliminar la fricción y aplicarle una fuerza a un cuerpo. El movimiento curvilíneo cuando se avienta un objeto en cualquier sentido que no sea hacia arriba en una línea vertical.</p> <p><b>E2:</b>  Movimiento uniformemente acelerado: un móvil bajando por un plano inclinado. Movimiento rectilíneo uniforme: un automóvil a velocidad constante. Tiro vertical: lanzar una piedra. Caída libre: dejar caer algo. Movimiento circular: un rotor.</p> <p><b>E3:</b>  Un automóvil a velocidad constante en una carretera en línea recta (movimiento rectilíneo uniforme). El mismo automóvil en la misma situación pero aumentando su velocidad a razón de tiempo (movimiento rectilíneo uniformemente acelerado).</p> <p><b>E4:</b>  MRU: <math>v=d/t</math> velocidad de un carro que recorre cierta distancia en un tiempo determinado. MRUA: <math>a=\Delta d/\Delta t</math> es aceleración es la diferencia de las distancias entre las diferencias del tiempo.</p> <p><b>E5:</b>  Un movimiento circular se ejemplifica en la rueda de la fortuna o en un taladro al hacerlo girar. Un parabólico es el que describe la trayectoria en forma de parábola como un misil lanzado de tierra a tierra.</p>	

Número de pregunta	Citas textuales	Interpretaciones/comentario
<p>4. Dime qué entiendes por movimiento uniforme.</p>	<p><b>E1:</b> Es aquel que tiene una aceleración constante.</p> <p><b>E2:</b> Un movimiento que no cambia en dirección, ni magnitud de la velocidad.</p> <p><b>E3:</b> Es el cambio de posición de un cuerpo que se lleva a cabo con velocidad constante.</p> <p><b>E4:</b> Que es constante.</p> <p><b>E5:</b> Es aquel en donde sus condiciones permanecen constantes o varían de forma constante.</p>	<p>Se establece que el movimiento uniforme se caracteriza por tener velocidad variable.</p> <p>Se concibe al movimiento uniforme como aquel que no cambia de dirección y que además su magnitud será siempre la misma.</p> <p>Se refiere como aquel en el cual se recorren iguales distancias en tiempos iguales.</p> <p>Se percibe desconocimiento del concepto "movimiento uniforme", ya que la cita de constante puede referirse a magnitud o dirección.</p> <p>Se establece que las características de dirección y magnitud en el movimiento uniforme permanecen sin cambio.</p>

Número de pregunta	Citas textuales	Interpretaciones/comentario
<p>5. Las siguientes gráficas ilustran distintos comportamientos de objetos. Describe la forma en que se mueven los objetos.</p> <p>posición</p>  <p>tiempo</p>	<p><b>E1:</b> Se mueve con una aceleración constante en la cual parte de un estado de movimiento.</p> <p><b>E2:</b> La gráfica de un movimiento a una velocidad constante.</p> <p><b>E3:</b> El cuerpo que se encuentra en una cierta posición se mueve constantemente en un intervalo de tiempo cambiando su posición inicial.</p> <p><b>E4:</b> La distancia es directamente proporcional al tiempo este es un MRU.</p> <p><b>E5:</b> Describe la velocidad, el objeto parte de cierto punto y después se desplaza cierta distancia en un intervalo de tiempo dado.</p>	<p>El alumno señala la aparición de una aceleración, sin embargo, no precisa el significado del término además, no indica porque asevera que es constante.</p> <p>El alumno capta la característica esencial del movimiento, es decir que el movimiento descrito por el cuerpo tiene velocidad constante.</p> <p>El estudiante advierte las características relevantes del movimiento, esto es observa que el cuerpo no se encuentra en reposo, además asocia la característica geométrica de la recta con su interpretación física, de ahí que establezca que la velocidad es constante</p> <p>Aquí el alumno manifiesta que se trata de un movimiento rectilíneo uniforme argumentando que éste se caracteriza por recorrer distancias iguales en tiempos iguales.</p> <p>También en este caso, el estudiante precisa que el movimiento inicia en una posición diferente del origen, además asocia la pendiente de la recta para garantizar que la velocidad es constante.</p>

Número de pregunta	Citas textuales	Interpretaciones/comentario
<p>6. Las siguientes gráficas ilustran distintos comportamientos de objetos. Describe la forma en que se mueven los objetos.</p> <p>posición</p>  <p>tiempo</p>	<p><b>E1:</b> Se mueve con una variabilidad de aceleración y parte del reposo.</p> <p><b>E2:</b> La gráfica de un movimiento uniformemente acelerado.</p> <p><b>E3:</b> Cuerpo cuya aceleración o velocidad no es constante.</p> <p><b>E4:</b> Este es la gráfica de la aceleración de un cuerpo es en un MRUA.</p> <p><b>E5:</b> Describe la aceleración de un cuerpo que parte desde un punto va recorriendo una distancia cada vez mayor por unidad de tiempo.</p>	<p>Se hace referencia a una aceleración variable sin indicar que significa ello. Se hace referencia al término reposo.</p> <p>El alumno cita el movimiento uniformemente acelerado sin externar las características de dicho movimiento.</p> <p>Se nota que el alumno establece como sinónimo los términos "velocidad" y "aceleración".</p> <p>El alumno concibe que se trata de un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado sin establecer las características de dicho movimiento.</p> <p>Se utiliza el término "aceleración" pero no es claro qué está entendiendo por él.</p>

Número de pregunta	Citas textuales	Interpretaciones/comentario
<p>7. Las siguientes gráficas ilustran distintos comportamientos de objetos. Describe la forma en que se mueven los objetos.</p> <p>Velocidad</p>  <p>tiempo</p>	<p><b>E1:</b> El objeto va perdiendo movimiento hasta llegar a un punto estático.</p> <p><b>E2:</b> El descenso de una aceleración.</p> <p><b>E3:</b> El cuerpo que lleva una cierta velocidad, la disminuye hasta llegar a estar completamente detenido en un intervalo de tiempo.</p> <p><b>E4:</b> En esta la velocidad disminuye con respecto al tiempo.</p> <p><b>E5:</b> Describe la aceleración de un cuerpo que parte de cierta velocidad y llega hasta el reposo.</p>	<p>El alumno concibe que el objeto inicia su movimiento con velocidad distinta de cero y conforme transcurre el tiempo se va deteniendo hasta lograr detenerse totalmente.</p> <p>Nuevamente se hace mención del término aceleración, sin precisar su significado.</p> <p>Aquí el alumno percibe que el cuerpo se mueve con cierta velocidad la cual va disminuyendo conforme transcurre el tiempo y finalmente logra detenerse.</p> <p>Nuevamente se asegura que la velocidad va disminuyendo al transcurrir el tiempo.</p> <p>El alumno se refiere a los términos “velocidad” y “aceleración” sin precisar el significado de cada uno de ellos. Asimismo se refiere al “reposo” sin indicar a qué se refiere con éste término.</p>

Número de pregunta	Citas textuales	Interpretaciones/comentario
<p>8. Las siguientes gráficas ilustran distintos comportamientos de objetos. Describe la forma en que se mueven los objetos.</p> <p>aceleración</p>  <p>tiempo</p>	<p><b>E1:</b> Se mueve con una aceleración constante que parte de un estado de reposo.</p> <p><b>E2:</b> Un movimiento uniformemente acelerado, pero tomando la relación aceleración-tiempo, en donde la aceleración lleva un incremento constante al igual que el tiempo.</p> <p><b>E3:</b> El cuerpo se mueve a partir de un estado de inercia (aceleración=0) constantemente en un determinado intervalo de tiempo.</p> <p><b>E4:</b> Aumenta el tiempo y la aceleración son directamente proporcionales.</p> <p><b>E5:</b> Describe un movimiento uniformemente acelerado, ya que por cada intervalo de tiempo transcurrido la aceleración aumenta de manera constante.</p>	<p>El alumno asocia la línea recta de la gráfica con una aceleración constante, asimismo asegura que el cuerpo parte del reposo.</p> <p>En virtud de mostrarse una línea recta en la gráfica, el alumno asegura que se trata de un movimiento en el cual la aceleración cambia de manera constante conforme transcurre el tiempo.</p> <p>Aquí se hace referencia al término "inercia" sin determinarse que se entiende al indicarlo.</p> <p>A partir de la recta mostrada en la gráfica, el alumno observa que la aceleración varía conforme transcurre el tiempo.</p> <p>Nuevamente el estudiante capta que la aceleración se incrementa conforme transcurre el tiempo.</p>

Número de pregunta	Citas textuales	Interpretaciones/comentario
<p>Con base en las gráficas anteriores.</p> <p>9. ¿En cuál de ellos se representan movimientos con velocidad constante?</p>	<p><b>E1:</b> En el inciso 6, porque recorre una mayor distancia en el mismo intervalo de tiempo.</p> <p><b>E2:</b> Sólo en la 5.</p> <p><b>E3:</b> En el inciso 7 y 8.</p> <p><b>E4:</b> Es la 5 porque la distancia y el tiempo son directamente proporcionales.</p> <p><b>E5:</b> En la 5.</p>	<p>Explicación confusa. No argumenta o justifica porque la velocidad es constante, por ejemplo no se menciona la correspondencia entre la gráfica proporcionada y el movimiento con velocidad constante.</p> <p>Selecciona correctamente que la número 5 representa un movimiento con velocidad constante, sin embargo no ofrece explicación alguna.</p> <p>El alumno concibe al movimiento de velocidad constante con aquellos cuyas gráficas de velocidad y aceleración representan líneas rectas, sin embargo, no se cita la razón de la asociación de estas curvas con el movimiento de velocidad constante.</p> <p>Aquí se establece correctamente que la gráfica número 5, describe un movimiento de velocidad constante y el argumento es que se recorren distancia iguales en tiempo iguales.</p> <p>El alumno elige la respuesta correcta pero no se ofrece justificación alguna.</p>

Número de pregunta	Citas textuales	Interpretaciones/comentario
<p>10. ¿En cuál de ellos se representan movimientos uniformemente acelerados?</p>	<p><b>E1:</b> En el inciso 8, porque rompe al estado de reposo con una cierta aceleración en un mismo intervalo de tiempo.</p> <p><b>E2:</b> En la 6 y 7.</p> <p><b>E3:</b> Inciso 8 y 5.</p> <p><b>E4:</b> En la 6 y 8 porque usan la fórmula de aceleración.</p> <p><b>E5:</b> En 7 y 8.</p>	<p>El alumno relaciona directamente el movimiento uniformemente acelerado con aquel en cuya gráfica se muestra la aceleración. Se observa confusión en el concepto del movimiento uniformemente acelerado. Éste se concibe por la característica de que la aceleración cambia de manera constante.</p> <p>Las opciones proporcionadas son correctas, sin embargo, no se ofrece una explicación del porqué se seleccionaron.</p> <p>Selección incorrecta. Tampoco se ofrece explicación alguna.</p> <p>Aquí se selecciona correctamente la número 6 mientras que la número 8 es incorrecta. Se hace referencia al uso de “fórmulas de la aceleración”, pero no se indican.</p> <p>El alumno ha elegido tanto la 7 como la 8 sin dar alguna explicación.</p>

Número de pregunta	Citas textuales	Interpretaciones/comentario
<p>11. ¿En cuál de ellos va creciendo o decreciendo la rapidez?</p>	<p><b>E1:</b> En el inciso 7 y el 6. En el 7 decrece porque su aceleración tiende a ser nula mientras que en el 6 va creciendo pues su velocidad aumenta.</p> <p><b>E2:</b> En la 6 y 8.</p> <p><b>E3:</b> En el 8 y en el 7.</p> <p><b>E4:</b> En el 8 crece la aceleración y en 7 decrece la velocidad en la 5 velocidad es constante y en la 6 la aceleración es constante.</p> <p><b>E5:</b> En la 7.</p>	<p>Ambas respuestas son correctas. Sin embargo, aparece una confusión entre velocidad y aceleración, cuando dice "su aceleración tiende a ser nula". Quizás lo que el alumno trató de decir es que la velocidad desde un cierto valor alcanza a ser cero.</p> <p>Mientras que la respuesta 6 es correcta, la 8 no lo es. No se ofrece explicación de tales aseveraciones por lo que se intuye que las respuestas proporcionadas son consecuencia de la percepción global de las gráficas.</p> <p>El alumno responde correctamente seleccionando la número 7, sin embargo, no proporciona una justificación para su respuesta. La número 8 es incorrecta y tampoco ofrece explicación.</p> <p>La respuesta proporcionada es correcta. Se brindan explicaciones del porqué de las gráficas seleccionadas. Se intuye que las respuestas emitidas obedecen a la percepción global de las gráficas.</p> <p>Elige acertadamente la número 7, pero no da una explicación de su elección.</p>



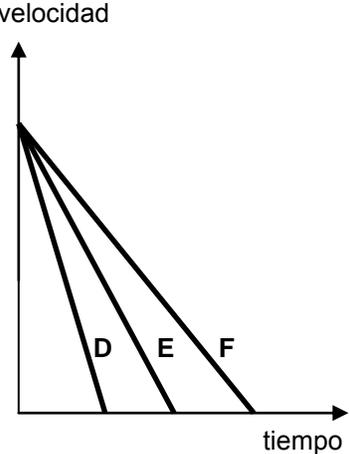
Número de pregunta	Citas textuales	Interpretaciones/comentario
	<p><b>E3:</b> El automóvil A iba a una velocidad constante y mayor a la de los otros automóviles y cuando llegó a su posición final disminuyó su velocidad hasta detenerse (<math>v=0</math>) en un determinado intervalo de tiempo. Lo mismo sucede con B y C pero B llevaba una velocidad menor a A y mayor que C y en determinado momento A y B se encontraron en la misma posición.</p> <p><b>E4:</b> En A recorre mayor distancia en menor tiempo con respecto a B y C. B recorre mayor distancia que C pero menor que A en el mayor tiempo con respecto a C y A. C recorre poca distancia con respecto a A y B y menor tiempo.</p> <p><b>E5:</b> El automóvil A parte de un punto y viaja a velocidad constante y después de cierto tiempo gira y regresa a su posición inicial un poco más despacio. El B lleva cierta velocidad constante y al girar regresa con la misma velocidad. El C avanza con una velocidad constante y al girar aumenta repentinamente la velocidad.</p>	<p>El alumno se da cuenta que los vehículos se desplazan con diferentes velocidades constantes. Además, afirma que los cuerpos se detienen, sin embargo, no se percata de que regresan al punto de partida. También, deja de lado, información clave proporcionada en las gráficas: los puntos vértices, los cuales son cruciales para la explicación de los movimientos. Asimismo no hay comentario acerca del cambio de pendientes de las rectas.</p> <p>Aquí el alumno, nuevamente hace referencia a la distancia recorrida por cada uno de los automóviles, sin embargo no se menciona el argumento de su respuesta. No ofrece ninguna explicación respecto a los movimientos descritos por los cuerpos, a partir de la gráfica proporcionada, es decir, no se describe lo que ocurre en los puntos cruciales de las gráficas, tampoco se habla de las velocidades de los automóviles.</p> <p>Este alumno se da cuenta de la característica que omitieron los alumnos previos. Para referirse a ésta, la expresa diciendo "...después de cierto tiempo gira..."(s.n.). Además, se dio cuenta que las velocidades de los autos son constantes, pero no dice que pasa con su signo antes y después de que "giran" los autos. Sin embargo, a su manera explica este cambio; por</p>

Número de pregunta	Citas textuales	Interpretaciones/comentario
		<p>ejemplo: "El C avanza con velocidad constante y al girar aumenta repentinamente la velocidad. A pesar de esto el alumno proporciona una mejor interpretación de la situación que los otros alumnos."</p>

Número de pregunta	Citas textuales	Interpretaciones/comentario
<p>13. ¿Qué diferencias puedes observar en cada uno de estos movimientos?</p>	<p><b>E1:</b> La aceleración es diferente, así como la velocidad y la distancia que recorren.</p> <p><b>E2:</b> Que las velocidades son diferentes para recorrer una distancia dada a cada auto.</p> <p><b>E3:</b> La velocidad.</p> <p><b>E4:</b> Que sus velocidades fueran constantes al subir y de regreso igual.</p> <p><b>E5:</b> El A recorre mayor distancia que B y C y en un tiempo menor que B, lo cual indica que la velocidad de A es <math>&gt;</math> la de B. B recorre al parecer la misma distancia de ida que de regreso en el mismo tiempo, lo cual dice que su</p>	<p>El alumno nota que las velocidades y las distancias recorridas por los automóviles son distintas, sin embargo no justifica su respuesta. Además, exhibe una concepción errónea: la aceleración es diferente para cada móvil lo cual es falso.</p> <p>También se fija en que los automóviles se desplazan con diferentes velocidades, sin embargo, no se indican características de éstas ni del tipo de movimiento descrito. Tampoco puede saberse en que se basó para afirmar lo anterior, ¿las inclinaciones de las rectas?</p> <p>Igualmente habla de las velocidades, sin ofrecer argumentos de la respuesta.</p> <p>Tampoco puede saberse en que se está fijando para dar esta respuesta. Si bien es cierto que las velocidades son constantes no contesta la pregunta: ¿Qué diferencias se pueden observar? Toma las gráficas como si no existieran puntos de “quiebre” en dichas representaciones, así es explicable que no hable de las características del movimiento antes y después de tales puntos.</p> <p>A diferencia de las respuestas anteriores, este alumno no responde de manera directa sobre las diferencias entre los movimientos, sino hace una descripción de ellos, por ejemplo, habla de que A</p>

Número de pregunta	Citas textuales	Interpretaciones/comentario
	<p>velocidad permanece constante. C en su primer recorrido de ida lleva una velocidad <math>&lt;</math> la de ida y lo hace en menos tiempo que A y B, pero eso no significa que viaje más rápido.</p>	<p>recorre mayor distancia que B y de ahí concluye que tiene una mayor velocidad que B. Es decir, no se basa en las inclinaciones de las rectas. La descripción del movimiento de B, al parecer se basa en la forma "simétrica" de la gráfica, no en las pendientes diferentes antes y después de los puntos vértices.</p>

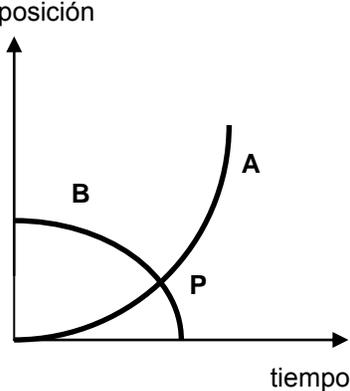
Número de pregunta	Citas textuales	Interpretaciones/comentario
<p>14. ¿Qué tipo de movimiento describen los objetos?</p>	<p><b>E1:</b> Movimiento rectilíneo con aceleración uniforme. Movimiento de un estado de reposo a un punto máximo de aceleración y luego a un frenado (pérdida de velocidad).</p> <p><b>E2:</b> Un rectilíneo uniforme, ya sea positivo o negativo. Es decir de ida y vuelta a diferentes posiciones y a su vez cada una con velocidad diferente.</p> <p><b>E3:</b> Rectilíneo uniformemente acelerado.</p> <p><b>E4:</b> MRU</p> <p><b>E5:</b> Velocidad.</p>	<p>El alumno revela errores en los conceptos mencionados: movimiento rectilíneo, aceleración, uniforme y movimiento de un estado de reposo. Al parecer se basó en las “formas triangulares” de las gráficas. Por ejemplo, los “ascensos” se interpretan como movimientos acelerados, los vértices como un estado de reposo y los “descensos” como “frenado” o “pérdida de velocidad”.</p> <p>El alumno reconoce que se trata de movimiento uniforme. Le faltó precisar que cada automóvil tiene una velocidad constante. Además, es el primer alumno que habla de positivo y negativo.</p> <p>También muestra conceptos “erróneos”. Deja de lado qué ocurre antes y después de los puntos vértices.</p> <p>Es difícil sacar conclusiones con base en esta respuesta.</p> <p>Con la respuesta proporcionada por el alumno no es factible emitir comentarios al respecto.</p>

Número de pregunta	Citas textuales	Interpretaciones/comentario
<p>Las gráficas siguientes representan el movimiento de tres objetos D, E y F.</p> <p>15. Proporciona una descripción del movimiento de cada uno de los objetos.</p> 	<p><b>E1:</b> En el D la aceleración va disminuyendo en forma rápida mientras que en el E y el F su aceleración también descende pero de forma más lenta.</p> <p><b>E2:</b> D sufre una desaceleración en menor tiempo, E en un tiempo mayor que D, pero menor que F y F en un tiempo mayor.</p> <p><b>E3:</b> El objeto D disminuyó su velocidad de manera constante al igual que E y F. Los tres objetos llevaban la misma velocidad pero la disminuyeron en diferentes intervalos de tiempo, hasta llegar a estar inmóviles. Primero llegó a un estado de inercia el objeto D, luego el E y por último el F.</p>	<p>La descripción dada por el alumno se asocia a la disposición peculiar de las tres rectas, sin embargo, no explica que sucede con las velocidades ni al inicio ni término del tiempo. Queda de manifiesto la confusión entre la “aceleración” y la “velocidad”, ya que no dice que la velocidad va disminuyendo. No obstante, distingue cualidades que distinguen el movimiento de cada cuerpo: rápida o lenta.</p> <p>Nótese el uso del término “desaceleración”. Si se asume que este vocablo lo está empleando en el sentido de disminuir la velocidad, entonces el alumno capta una característica relevante de la situación. Sin embargo, no comenta qué sucede con las velocidades al inicio ni al final del tiempo. No habla de pendientes o inclinaciones de las rectas. Su análisis se basa en una percepción global de la configuración y cómo están trazadas las rectas.</p> <p>El alumno observa que los tres objetos inician con la misma velocidad y que luego disminuyen su velocidad hasta que logran detenerse “inmóviles”. En resumen, el alumno capta las características importantes del movimiento de los tres cuerpos. No obstante, usa un concepto que no es adecuado: “llegó a un estado de inercia”.</p>

Número de pregunta	Citas textuales	Interpretaciones/comentario
	<p><b>E4:</b> Que conforme aumenta el tiempo transcurrido disminuye la velocidad.</p> <p><b>E5:</b> El objeto D representa una aceleración negativa mayor a E y F. El objeto E tiene una aceleración negativa menor que D pero <math>&gt; F</math>. F tiene una aceleración negativa menor a E y D.</p>	<p>Aquí el alumno capta solamente que los cuerpos van disminuyendo sus velocidades conforme transcurre el tiempo, es decir, no hace distinción entre las velocidades de cada uno. Tampoco se fija que sucede al inicio, ni tampoco al final.</p> <p>El alumno hace referencia al término "aceleración", pero sin indicar a qué se refiere. A diferencia de las respuestas anteriores introduce el atributo "negativo" de la aceleración. Pero tampoco, menciona que sucede al principio y al final del tiempo.</p>

Número de pregunta	Citas textuales	Interpretaciones/comentario
<p>16. ¿Qué me puedes decir acerca de la distancia que recorren los objetos?, por ejemplo ¿cuál recorre más y cuál menos?</p>	<p><b>E1:</b> El auto D recorre una menor distancia que el E así como el E recorre menos distancia que el automóvil F.</p> <p><b>E2:</b> Como D se desacelera más rápido es quién recorre menos y F al desacelerarse más lento recorre más.</p> <p><b>E3:</b> D recorre menos distancia que E y F.</p> <p><b>E4:</b> F recorre más distancia y D menos.</p> <p><b>E5:</b> No se sabe que distancia recorren porque no se tiene de donde parten, solo se tiene el momento en el que los 3 llevan la misma velocidad.</p>	<p>El alumno responde correctamente la pregunta. Sin embargo, no hay elementos suficientes para aseverar que se basó en las áreas bajo las gráficas, ya que no ofrece una explicación o razón para determinar los recorridos.</p> <p>En este caso el alumno usa las desaceleraciones para determinar los recorridos. La respuesta es adecuada, pero da una explicación incorrecta.</p> <p>Si bien es una respuesta adecuada, no hay elementos suficientes para garantizar que se apoyó en las áreas bajo las gráficas.</p> <p>En este caso el alumno no ofrece argumentos que sustenten su respuesta a pesar de ser acertada.</p> <p>Al parecer el alumno no entendió cabalmente la pregunta, ya que dice que no se da la "distancia que recorren", cuando es precisamente lo que se cuestiona. Pareciera que se desconcierta ante la omisión de datos numéricos.</p>

Número de pregunta	Citas textuales	Interpretaciones/comentario
<p>17. ¿Qué diferencias puedes observar en cada uno de estos movimientos?</p>	<p><b>E1:</b> En que los 3 tienen distinta aceleración y su distancia en recorrer es diferente.</p> <p><b>E2:</b> Que solo varía la magnitud de la desaceleración y el tiempo aunque en todos la desaceleración es constante.</p> <p><b>E3:</b> Solo varío el intervalo de tiempo.</p> <p><b>E4:</b> Su tiempo en que se efectuó.</p> <p><b>E5:</b> Que llevan diferente aceleración y por tanto tienen diferentes tiempos.</p>	<p>La respuesta es demasiado vaga, sin embargo, se puede pensar que el alumno identifica cada segmento con la aceleración, lo cual es erróneo. Con respecto a su respuesta de que las distancias son diferentes, no hay elementos para decir en qué se basó para tal aseveración.</p> <p>El alumno nota las características relevantes y además identifica que la desaceleración es constante, no obstante no repara en el signo negativo de tales desaceleraciones.</p> <p>El alumno detecta como única diferencia que la duración del movimiento de cada uno de los cuerpos es diferente, lo cual es una característica poco relevante.</p> <p>Esta respuesta es similar a la anterior.</p> <p>El alumno habla de aceleración y no de una desaceleración o disminución de la velocidad, por lo que la respuesta es ambigua, por ejemplo, cuando el alumno dice "aceleración", ¿está pensando en un aumento de la velocidad?</p>

Número de pregunta	Citas textuales	Interpretaciones/comentario
<p>Las siguientes gráficas representan las posiciones de dos automóviles A y B en un viaje.</p> <p>18. Proporciona una descripción del movimiento de cada uno de los automóviles.</p> 	<p><b>E1:</b> El automóvil B decrece su aceleración mientras que el A va creciendo.</p> <p><b>E2:</b> A es un movimiento uniformemente acelerado y B uno uniformemente desacelerado, que en cierto punto P están a la misma distancia de un punto de referencia u origen.</p> <p><b>E3:</b> El cuerpo A y el cuerpo B disminuyen su velocidad de manera que cambia su posición en determinado intervalo de tiempo.</p> <p><b>E4:</b> En A creció la aceleración y fue constante y B decayó en distancia al igual que aumento el tiempo.</p>	<p>Es una descripción demasiado genérica. Se basa en una percepción global de las gráficas. Lo cual es insuficiente para dar una descripción adecuada. En primer lugar, parece que no se fijó en que el eje “y” representa posición ya que habla de “aceleración”, además, no le llama la atención la intersección de las dos curvas, por ejemplo ¿cómo se interpreta este punto de intersección?</p> <p>El alumno identifica las características relevantes del movimiento de los automóviles.</p> <p>El alumno percibe que los automóviles tienen distintas velocidades, pero de manera incorrecta dice que ambas van decreciendo conforme transcurre el tiempo. Sin embargo, expresar que tienen distintas velocidades es una respuesta demasiado general, ya que no se ofrece información de cómo se comporta B con respecto a la otra (A).</p> <p>Al parecer el alumno interpreta que el eje vertical representa la aceleración y no la posición, ya que dice: “En A creció la aceleración”, además demuestra confusión cuando indica “fue constante”.</p>

Número de pregunta	Citas textuales	Interpretaciones/comentario
	<p><b>E5:</b> A lleva una aceleración constante y B una desaceleración.</p>	<p>Posteriormente se contradice cuando describe a B, “decaó en distancia”, es decir, aquí toma al eje “y” como la posición.</p> <p>El alumno se fija en los aspectos globales. Simplemente porque ve que la gráfica de A es hacia arriba y por ello concluye que “lleva una aceleración constante”.</p>

Número de pregunta	Citas textuales	Interpretaciones/comentario
<p>19. ¿Qué sucede con las velocidades de los automóviles antes del punto P?</p>	<p><b>E1:</b> Aunque su aceleración es la misma la del B es negativa y la de A es positiva.</p> <p><b>E2:</b> La velocidad de B es mayor a la de A.</p> <p><b>E3:</b> No varían.</p> <p><b>E4:</b> Son constantes y una crece la otra decrece.</p> <p><b>E5:</b> Son iguales.</p>	<p>Nótese de nuevo que el alumno no repara en que el eje vertical representa "posición" y no "aceleración". Se refiere a aceleraciones y la pregunta planteada se refiere a velocidades. Puede ser que tenga confusión conceptual entre aceleración y velocidad.</p> <p>Las curvas presentadas las interpreta como las velocidades. En este caso, está tomando el eje vertical como velocidad. Además no ofrece información que sustente su respuesta.</p> <p>La respuesta emitida por el alumno es demasiado vaga. No hay elementos para saber en qué se basa para su respuesta.</p> <p>Este alumno está suponiendo que el eje vertical representa la "velocidad". Además, se fija en el aspecto global de las gráficas. De ahí su respuesta: "una crece y la otra decrece".</p> <p>Respuesta demasiado vaga o general, ya que no ofrece información que sustente su respuesta. Quizás también este considerando que el eje vertical expresa la velocidad. Nuevamente se presenta una tendencia a fijarse en el aspecto global de la gráfica.</p>

Número de pregunta	Citas textuales	Interpretaciones/comentario
<p>20. ¿Qué sucede con las velocidades de los automóviles después del punto P?</p>	<p><b>E1:</b> La velocidad del auto B decae hasta el reposo mientras que la del A sigue con más velocidad.</p> <p><b>E2:</b> La velocidad de A es mayor a la de B.</p> <p><b>E3:</b> No varían.</p> <p><b>E4:</b> Continúan su movimiento.</p> <p><b>E5:</b> A aumenta y B disminuye.</p>	<p>La respuesta proporcionada por el alumno atiende a los aspectos globales, pero no se fija en el cómo una aumenta y la otra disminuye.</p> <p>Parece ser que este alumno considera el eje vertical como la velocidad. También se fija en el conjunto o aspecto global de la gráfica.</p> <p>Respuesta similar a algunas previas. Por tanto, los comentarios que se pueden emitir respecto a la respuesta del alumno son semejantes a los anteriores.</p> <p>Aquí al ser tan general la respuesta del alumno, parece indicar que obedece a la observación global de las gráficas.</p> <p>Se centra en el aspecto global de las gráficas. No se fija qué representa el eje vertical.</p>

Número de pregunta	Citas textuales	Interpretaciones/comentario
<p>21. ¿Qué sucede con los automóviles en el punto P?</p>	<p><b>E1:</b> Los dos llegan a la misma distancia en el mismo tiempo.</p> <p><b>E2:</b> Se encuentran a la misma distancia del origen a la misma velocidad, pero en direcciones opuestas.</p> <p><b>E3:</b> Se encuentran en la misma posición.</p> <p><b>E4:</b> Se intersecan.</p> <p><b>E5:</b> Tanto la aceleración de A como la desaceleración de B les hace alcanzar la misma velocidad.</p>	<p>El alumno interpreta que cómo P es común a las dos curvas, entonces los automóviles se encuentran a la misma distancia. Note que habla de distancia no de posición.</p> <p>El alumno capta que los automóviles se encuentran en la misma posición, sin embargo, se asegura que en dicho punto tienen la misma velocidad, sin emitir argumentos de tal afirmación.</p> <p>Esta respuesta tiene en cuenta que se está hablando de posición y no de distancia.</p> <p>La respuesta del alumno es literal. No se da cuenta que la pregunta está demandando una interpretación de acuerdo al sistema de referencia posición contra tiempo.</p> <p>De nuevo, se presenta el patrón de considerar que el eje vertical representa la “aceleración”. No advierte que la referencia principal es la “posición”. Además, parece haber confusión de conceptos, ya que habla de “aceleración” y “desaceleración”, así como de “velocidad”.</p>

Número de pregunta	Citas textuales	Interpretaciones/comentario														
<p>En la siguiente tabla se proporciona información del movimiento de un objeto. Con base en los datos dados contesta las siguientes cuestiones.</p> <table border="1" data-bbox="272 468 532 722"> <thead> <tr> <th>Tiempo</th> <th>velocidad</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>25</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>24</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>21</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>16</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table> <p>22. Proporciona una descripción del movimiento.</p>	Tiempo	velocidad	0	25	1	24	2	21	3	16	4	9	5	0	<p><b>E1:</b> Tiene un movimiento con una velocidad negativa en forma recta.</p> <p><b>E2:</b> La velocidad decrece proporcionalmente entonces es un movimiento uniformemente desacelerado.</p> <p><b>E3:</b> La disminución de la velocidad no es constante con respecto al tiempo.</p> <p><b>E4:</b> Es MRU hasta el tiempo 3 <math>v=16</math> porque es <math>t=4</math> <math>v=9</math> la distancia disminuye.</p>	<p>El alumno introduce la noción de “negativo” para indicar que la velocidad disminuye. Sin ofrecer una explicación, afirma que el movimiento es rectilíneo. Además, deja de lado, qué sucede al inicio y al final del tiempo, es decir, al inicio tiene una velocidad de 25 y al final se detiene. Tampoco se da cuenta qué sucede con el cambio en la velocidad, la cual no es constante.</p> <p>El alumno identifica correctamente una característica importante del movimiento: una disminución de la velocidad, sin embargo, erróneamente dice que es uniformemente acelerado. Deja de lado, las características antes mencionadas en el caso anterior.</p> <p>El alumno observa que la velocidad disminuye y además que no lo hace de manera constante. Este hecho no lo advierten los casos anteriores. Sin embargo, no repara en qué sucede al inicio y al final del movimiento.</p> <p>Incorrectamente indica que se trata de un movimiento rectilíneo uniforme. Además, erróneamente expresa que la distancia disminuye. Parece que no se dio cuenta que la tabla proporciona velocidad y no distancia.</p>
Tiempo	velocidad															
0	25															
1	24															
2	21															
3	16															
4	9															
5	0															

Número de pregunta	Citas textuales	Interpretaciones/comentario
	<p><b>E5:</b>  El movimiento es desacelerado que parte de cierta velocidad y llega al reposo.</p>	El alumno nota que la velocidad disminuye al transcurrir el tiempo, además, señala que sucede al inicio y al final del movimiento.

Número de pregunta	Citas textuales	Interpretaciones/comentario
<p>23. Con base en la información dada determina la distancia que recorre el objeto.</p>	<p><b>E1:</b>  <i>(Represento la velocidad contra tiempo por medio de una gráfica que corresponde a una parábola cóncava hacia abajo)</i>  <math>v=d/t</math>  <math>d=vt</math>  <math>d=25(5)=125 \text{ u}</math></p> <p><b>E2:</b>  <math>d=d_0+v_0t+at^2/2</math>  <math>d=0+25(5)+5(5)^2/2</math>  <math>d=187.5</math></p> <p><b>E3:</b>  <i>(Represento la velocidad contra tiempo por medio de una gráfica que corresponde a una recta)</i>  <math>d=v/t</math></p> <p><b>E4:</b>  <math>v=d/t \quad d=vt</math>  <math>(0)(25)=0</math>  <math>(1)(24)=24</math>  <math>(2)(21)=42</math>  <math>(3)(16)=48</math>  <math>(4)(9)=36</math>  <math>(5)(0)=0</math></p> <p><b>E5:</b>  <math>a=-25/5= -5 \text{ u/s}^2</math>  <math>d=(v_f^2-v_0^2)/2a=(-25)^2/-10</math>  <math>d=62.5 \text{ u}</math></p>	<p>El alumno, con los datos proporcionados obtiene la gráfica de manera acertada. Sin embargo, dejando de lado la gráfica, trata el movimiento como rectilíneo uniforme y emplea expresiones para este tipo de movimiento para calcular la distancia.</p> <p>El alumno utiliza una expresión que involucra la aceleración, la cual no explica como la determinó, además, hay confusión ya que le asocia signo positivo aún y cuando el cuerpo se va deteniendo, por lo tanto es una “desaceleración”.</p> <p>El alumno obtuvo la gráfica del movimiento de manera errónea, ya que obtiene una recta. Para determinar la distancia, considera igual que en caso anterior, que se trata de un movimiento rectilíneo uniforme.</p> <p>Se basa en la expresión “<math>d=vt</math>” para determinar la distancia en cada tiempo, sin embargo, no explica porque el empleo de tal expresión ni el significado de los resultados parciales.</p> <p>El alumno capta características importantes del movimiento: la aceleración es constante, y además, negativa, es decir el cuerpo se va deteniendo. La distancia la obtiene mediante el uso de una expresión en la cual considera la aceleración previamente obtenida.</p>

Número de pregunta	Citas textuales	Interpretaciones/comentario
<p>24. En caso de no haber podido obtener la distancia que recorre el objeto, dime ¿por qué?</p>	<p><b>E1:</b> No se puede obtener porque no hay una velocidad fija ni un tiempo fijo. La función varía en sus resultados.</p> <p><b>E2:</b> Sin comentarios.</p> <p><b>E3:</b> El tiempo no puede ser igual a cero porque según la fórmula daría una indeterminación.</p> <p><b>E4:</b> Sin comentarios.</p> <p><b>E5:</b> Sin comentarios.</p>	<p>El alumno presenta dificultades en la resolución de la actividad, debido a que los datos proporcionados varían.</p> <p>Sin comentarios.</p> <p>El alumno habla de una indeterminación por aparecer un tiempo igual a cero, ya que desea utilizar la expresión <math>d=v/t</math>, sin embargo, no se percata que se trata de un movimiento cuya velocidad no es constante. Además, no reflexiona de que el movimiento puede iniciar en cualquier tiempo, inclusive en cero, es decir, separa el aspecto matemático del comportamiento físico del movimiento.</p> <p>Sin comentarios.</p> <p>Sin comentarios.</p>

Con base en este previo análisis, se procedió a examinar con más detalle los patrones o comportamientos más representativos en la resolución de las tareas, identificando los siguientes.

#### **4.1.2. Concepciones más notorias de los alumnos a partir de las respuestas escritas proporcionadas por ellos**

Habiéndose organizado las respuestas que los alumnos dieron a las tareas propuestas del cuestionario, a continuación se mencionan las concepciones que se consideran más representativas o notorias, las cuales fueron resultado del análisis de la información obtenida.

En la primera parte del cuestionario se buscaba obtener las concepciones espontáneas de los alumnos acerca del movimiento,

Las ideas más recurrentes que señalaron los alumnos respecto del movimiento fueron: 1) es el cambio de posición de un cuerpo con respecto a otro que está fijo; 2) es un cuerpo que rompe el estado de reposo para poder desplazarse en una dirección cualquiera, y, 3) es el resultado de la aplicación de una fuerza sobre un cuerpo, ya sea que esté en reposo o realizando un desplazamiento.

En cuanto a la primera idea externada por los alumnos examinados, se desprende un aspecto de gran trascendencia en el estudio del movimiento, y es la de reconocer la necesidad de tener una referencia, esto es, la “marca” a partir de la cual se reconocerán los cambios o modificación de ubicación de los cuerpos. Por lo tanto, cuando los alumnos se refieren al movimiento de los cuerpos, consideran como “natural” la necesidad de contar con un marco de referencia.

Lo citado en la segunda concepción de los alumnos acerca del movimiento: *"...rompe el estado de reposo..."*, conduce a suponer que se refieren al estado inicial que presentan los cuerpos, de tal manera que ese estado lo relacionan con el reposo o bien que no hay movimiento. Esta aseveración se manifiesta en las gráficas, que inician en el origen del sistema de referencia, ya que por dicha razón consideran que el cuerpo se encuentra inicialmente en reposo o inmóvil.

La tercera concepción del movimiento de los cuerpos, va más allá de la intuición y del sentido común, ya que se apega a los fundamentos de la Mecánica Clásica, en particular la primera Ley de Newton; la cual establece que: para que un cuerpo experimente un cambio en su estado inicial es necesario que actué una fuerza externa sobre él. Como consecuencia de lo anterior, esa variación de la velocidad necesariamente se manifestará como un cambio de posición. Así, el que los alumnos capten que el movimiento es consecuencia de la aplicación de una fuerza, nos hace presumir que están recurriendo a la aplicación de conocimientos previamente adquiridos.

En virtud de lo anterior, la percepción que tienen de lo qué es el movimiento, es una concepción que, en general, es correcta, bajo la consideración de que se basaron en su experiencia y conocimientos previos, lo cual se verifica, al revisar las respuestas de los alumnos, ya que recurren con frecuencia a términos, tales como: estado de reposo, desplazamiento, dirección, cambio de posición y fuerzas. No obstante, el manejo de terminología como la anterior no implica

necesariamente que se comprendan cabalmente los conceptos involucrados en tales términos.

En lo que se refiere a los movimientos de los cuerpos mayormente señalados por los alumnos, en sus respuestas escritas, es el movimiento rectilíneo y en particular se refieren al uniforme y uniformemente acelerado, aunque en ciertas respuestas no se especifican las características de los movimientos mencionados.

En la cuestión 4, relacionada con la descripción del movimiento uniforme, los alumnos en general consideran que este movimiento se caracteriza por ser constante, sin embargo, se observa confusión conceptual, ya que mientras para algunos la “velocidad” es constante, para otros es la “aceleración” y para algunos más la “dirección”.

Una vez obtenidas las ideas espontáneas acerca del movimiento, en la segunda parte del cuestionario se proporcionaron gráficas que mostraron el comportamiento de ciertos cuerpos, y de las respuestas de los estudiantes se puede establecer lo siguiente.

En las gráficas de posición contra tiempo (actividades 5 y 6), los alumnos señalan que la trayectoria descrita por el cuerpo coincide con la forma de la gráfica, por ejemplo, si se muestra una recta, entonces se considera que el cuerpo experimenta un movimiento rectilíneo. De manera similar si la trayectoria es una curva, entonces el movimiento será a lo largo de ella. Lo que conduce a suponer

que los alumnos relacionan el movimiento con la forma global o de conjunto de las gráficas.

Además, se denota confusión conceptual ya que los alumnos se refieren de manera indistinta a la “velocidad” y la “aceleración”. Por otra parte, en general no se ofrece explicación de lo que ocurre ni al inicio ni al final de movimiento. En otras palabras no se describen situaciones como: ¿el cuerpo se encuentra en reposo en el origen del sistema de referencia? Por otra parte, algunos alumnos indican que la velocidad o la aceleración son constantes, las cuales son respuestas generales y no se dan argumentos de tales afirmaciones.

Para el caso de la tarea 7, los alumnos consideran que el cuerpo se va deteniendo o frenando. Parece ser que tal afirmación se basa en la observación de la pendiente de la recta, la cual es negativa. De manera similar a lo establecido en los comentarios anteriores, se denota confusión entre los conceptos “velocidad” y “aceleración”, los cuales son señalados por los alumnos indistintamente.

Para el planteamiento 8, se establece que el estado inicial del cuerpo es el reposo, aparentemente este argumento se debe a que la gráfica inicia en el origen del sistema de referencia propuesto. Nuevamente se manifiesta confusión, en algunos conceptos, ya que se emplean como sinónimos los términos “inercia” y “reposo”. Además, por ser una recta la gráfica proporcionada, se establece que el movimiento se caracteriza por una aceleración constante.

Es interesante insistir en dos concepciones de los alumnos, la primera que sostienen que las preguntas 5, 6 y 7, corresponden a movimiento rectilíneos, por la única razón de que las gráficas involucran rectas, y segunda, los estudiantes mencionan que las gráficas donde aparecen rectas con cierta pendiente, implica que se trata de movimientos donde una de las propiedades del movimiento es constante, así por ejemplo en las cuestiones 5, 7 y 8 consideran que la velocidad o aceleración son constantes.

De la tercera parte del cuestionario, que tienen que ver con gráficas que involucran el movimiento de varios cuerpos, se puede citar lo siguiente.

En referencia con la gráfica de posición contra tiempo que involucra líneas rectas de distintas inclinaciones, es decir las tareas 12, 13 y 14, los alumnos omiten características que son notorias visualmente y que son clave para la interpretación del movimiento de los cuerpos involucrados. Por ejemplo, no explican qué sucede en el punto donde cambian las inclinaciones de las rectas. Además, no se precisa el comportamiento de los movimientos antes y después de dichos puntos “cruciales”. De nueva cuenta, se asegura que por tratarse de líneas rectas las mostradas en las gráficas, entonces los movimientos descritos son rectilíneos, sin embargo, se omiten comentarios acerca de las velocidades de los cuerpos. La distancia es la característica más común determinada por los alumnos, pero no se ofrecen argumentos de cómo obtenerla.

Nuevamente en las gráficas relacionadas con las preguntas 15, 16 y 17, los alumnos son coincidentes con lo que señalaron en la cuestión 7, ya que citan que los cuerpos se van deteniendo conforme transcurre el tiempo, este argumento seguramente se basa en la observación de la pendiente negativa de las rectas involucradas. Asimismo, captan que la velocidad inicial es distinta de cero. Por otra parte, la determinación de la distancia recorrida por los cuerpos, en general es acertada, a pesar de que no se ofrecen argumentos que sustenten su determinación. De nueva cuenta, algunos alumnos citan que los movimientos descritos por los cuerpos D, E y F son rectilíneos, debido a que las gráficas mostradas son rectas.

Por lo que se refiere a los planteamientos realizados en las actividades 18 a 21, los alumnos determinan que las velocidades van cambiando conforme se mueven los automóviles, sin embargo no brindan una explicación de ello. Aparentemente asocian la concavidad de las curvas para visualizar que los cuerpos modifican su posición y por consecuencia su velocidad. Se presenta otra vez confusión conceptual, ya que se refieren de manera indiferente, tanto a la “velocidad” como a la “aceleración”. Es de especial interés lo que ocurre justo en P, ya que de acuerdo a los alumnos, los cuerpos se encuentran exactamente ahí, se intersecan e inclusive de manera coloquial dicen que “chocan”, no obstante, las respuestas proporcionadas reafirman la idea de que el movimiento de los cuerpos ocurre a través de las curvas ilustradas, una vez más, queda de manifiesto la relación entre la trayectoria del movimiento y la gráfica mostrada.

En la última parte del cuestionario se proporcionó una tabla que indicaba datos de tiempos y velocidades. A partir de la información se plantearon las preguntas 22, 23 y 24, de las cuales sobresalen los siguientes patrones.

Para la mayoría de los alumnos resulta claro que la velocidad del cuerpo va decreciendo conforme transcurre el tiempo e inclusive detectan que llega a detenerse en cierto instante. De lo anterior, captan que el cuerpo tiene una velocidad inicial diferente de cero. Un hecho notable, es que los alumnos, a partir de los datos proporcionados, intentan obtener la gráfica representativa, sin embargo, en ciertos casos la representación obtenida fue errónea. Además, se perciben errores conceptuales, ya que los alumnos plantean determinar la distancia recorrida por el cuerpo bajo la consideración de tratarse de un movimiento rectilíneo uniforme, situación que contradice lo planteado al inicio, en la cual manifestaron que la velocidad disminuye pero no de forma uniforme.

#### **4.2. Entrevista a la pareja de alumnos**

Como ya se mencionó, en la siguiente etapa de la investigación, y con la finalidad de obtener información adicional, se trabajó con una pareja de alumnos (denominados como E6 y E7); a los cuáles se les aplicó el mismo instrumento, pero sus respuestas fueron obtenidas de manera verbal. A continuación se muestran los diálogos textuales más destacados, así como su interpretación.

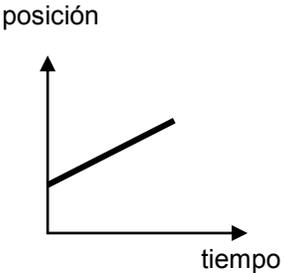
#### 4.2.1. Análisis de las respuestas verbales de los alumnos grabados

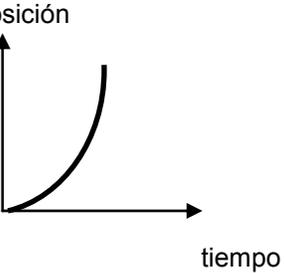
Número de pregunta	Extractos textuales	Interpretaciones/comentario
1. Dime las ideas que tienes acerca del movimiento.	<p><b>E6:</b> Un objeto que toma diferentes posiciones a lo largo de un tiempo. Las posiciones son respecto a un marco de referencia.</p> <p><b>E7:</b> Desplazamiento de cualquier cosa.</p>	<p>El alumno considera de manera explícita que el movimiento es el cambio de posición. Además introduce los conceptos de tiempo y marco de referencia.</p> <p>En esta respuesta se establece que el movimiento es el cambio de lugar de un cuerpo. El empleo del término “desplazamiento”, es utilizado para expresar la manifestación de movimiento.</p>

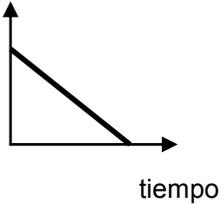
Número de pregunta	Extractos textuales	Interpretaciones/comentario
2. ¿Qué tipos de movimientos conoces y qué puedes decirme acerca de ellos?	<p><b>E6:</b> Movimiento rectilíneo uniforme es un desplazamiento en línea recta con velocidad constante. Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, existe una aceleración diferente de cero y que es la misma durante todo el estudio. La gráfica de velocidad contra tiempo del movimiento rectilíneo uniforme es una recta paralela.</p> <p><b>E7:</b> Movimiento rectilíneo uniforme. En una gráfica se obtiene una recta.</p>	<p>El alumno recurre seguramente a un conocimiento previo, ya que describe acertadamente el movimiento rectilíneo, tanto el uniforme como el uniformemente acelerado. Recurre a los conceptos de velocidad y aceleración y los asocia correctamente con los movimientos mencionados. También logra establecer la gráfica de velocidad contra tiempo del movimiento rectilíneo uniforme, indicando implícitamente que la pendiente de la recta, es cero.</p> <p>Se hace referencia al movimiento rectilíneo uniforme, sin embargo, no se citan sus características. Se habla de la gráfica de una recta para el movimiento mencionado, no obstante se omiten detalles de dicha recta, tales como su inclinación o pendiente.</p>

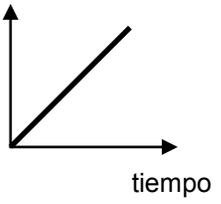
Número de pregunta	Extractos textuales	Interpretaciones/comentario
<p>3. De los movimientos que mencionaste en la cuestión 2, dame un ejemplo de cada uno de ellos.</p>	<p><b>E6:</b> De Movimiento rectilíneo uniforme un carro que mantenga su velocidad constante durante un periodo de tiempo y se mueva en línea recta. De movimiento rectilíneo uniformemente acelerado podría ser la caída de un objeto, ya que si lo sueltas tiene una velocidad inicial de cero y entonces va aumentando conforme a la aceleración de gravedad.</p> <p><b>E7:</b> Una esfera que lanzas horizontalmente a velocidad constante.</p>	

Número de pregunta	Extractos textuales	Interpretaciones/comentario
<p>4. Dime qué entiendes por movimiento uniforme.</p>	<p><b>E6:</b> Un movimiento que no cambia.</p> <p><b>E7:</b> Un movimiento que siempre va a estar constante. Por ejemplo si es la velocidad, o sea que siempre va ir a esa velocidad.</p>	<p>La respuesta del alumno es muy general y por lo tanto ambigua.</p> <p>El alumno establece que el movimiento uniforme se caracteriza por mantener constante sus propiedades. Para apoyar su respuesta, refiere que si la velocidad no cambia durante el movimiento, entonces éste será uniforme.</p>

Número de pregunta	Extractos textuales	Interpretaciones/comentario
<p>5. Las siguientes gráficas ilustran distintos comportamientos de objetos. Describe la forma en que se mueven los objetos.</p>  <p>posición</p> <p>tiempo</p>	<p><b>E6:</b> De la gráfica la velocidad es constante ya que la pendiente de la recta es la misma en toda. No cambia drásticamente.</p> <p><b>E7:</b> De la gráfica es rectilíneo por ser una recta y uniforme porque no tiene curvas que lo desvíen o algo así.</p>	<p>En su respuesta el alumno establece la característica esencial de movimiento, esto es, observa que la pendiente de la recta es constante y que además representa la velocidad del cuerpo. Sin embargo, no presta atención a su posición inicial.</p> <p>El alumno establece que el cuerpo describe un movimiento rectilíneo, debido a que la gráfica es una recta. Además, afirma que el movimiento es uniforme con el argumento de que la recta proporcionada no cambia en su orientación.</p>

Número de pregunta	Extractos textuales	Interpretaciones/comentario
<p>6. Las siguientes gráficas ilustran distintos comportamientos de objetos. Describe la forma en que se mueven los objetos.</p>  <p>posición</p> <p>tiempo</p>	<p><b>E6:</b> Hay una aceleración constante. La aceleración va aumentando la posición porque la velocidad va aumentando, la aceleración modifica a la velocidad.</p> <p><b>E7:</b> Si tenemos el ejemplo, del automóvil, entonces se va moviendo muy rápido pero en poco tiempo, entonces la velocidad puede que vaya aumentando, o sea no es constante.</p>	<p>En su respuesta el alumno cita conceptos del movimiento: "aceleración", "velocidad" y "posición". Establece acertadamente que la aceleración es constante, mientras que la velocidad aumenta, sin embargo, no ofrece argumentos de tal afirmación. Además, menciona que el cambio de velocidad es la aceleración.</p> <p>El alumno de nueva cuenta muestra confusión conceptual, ya que asegura que el cuerpo se mueve rápido por la forma de la gráfica, además, se percibe que mantiene la idea de que el movimiento sigue la forma de la curva.</p>

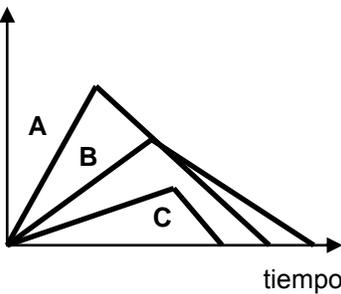
Número de pregunta	Extractos textuales	Interpretaciones/comentario
<p>7. Las siguientes gráficas ilustran distintos comportamientos de objetos. Describe la forma en que se mueven los objetos.</p> <p>velocidad</p>  <p>tiempo</p>	<p><b>E6:</b> La velocidad va disminuyendo dentro de cierto tiempo entonces hay una desaceleración o una aceleración negativa por la pendiente de la recta.</p> <p><b>E7:</b> De la gráfica es una línea recta tendiendo hacia abajo, hacia los números negativos, es una desaceleración.</p>	<p>El alumno capta que conforme transcurre el tiempo el cuerpo se va deteniendo, lo cual asocia con una aceleración de signo negativo.</p> <p>Por la orientación de la recta, el alumno observa que se relaciona con valores negativos y por ello establece que el cuerpo se desacelera, sin embargo, no explica su significado de tal concepto.</p>

Número de pregunta	Extractos textuales	Interpretaciones/comentario
<p>8. Las siguientes gráficas ilustran distintos comportamientos de objetos. Describe la forma en que se mueven los objetos.</p> <p>aceleración</p>  <p>tiempo</p>	<p><b>E6:</b> La aceleración empieza de cero y cada vez va aumentando conforme el tiempo va avanzando, entonces la aceleración no es constante.</p> <p><b>E7:</b> Comienza en el origen y como es aceleración contra tiempo, sigue siendo un movimiento uniforme.</p>	<p>Aquí el alumno establece que la aceleración cambia conforme transcurre el tiempo, concluyendo que no es constante. Además, capta que la aceleración inicial es cero.</p> <p>Es una respuesta general y sugiere que el movimiento inicia en el origen, "comienza en el origen". Además, dice que se trata de un movimiento uniforme, lo cual quizás se explique por el hecho de que al tratarse de una recta su inclinación es constante.</p>

Número de pregunta	Extractos textuales	Interpretaciones/comentario
<p>Con base en las gráficas anteriores.</p> <p>9. ¿En cuál de ellos se representan movimientos con velocidad constante?</p>	<p><b>E6:</b> En la primera (número 5).</p> <p><b>E7:</b> En la 8 en la de aceleración contra tiempo.</p>	<p>El alumno selecciona correctamente que la número 5 representa un movimiento con velocidad constante, sin embargo, no proporciona explicación de su respuesta.</p> <p>Aquí la respuesta es muy general ya que se carece de información que sustente la respuesta, la cual es incorrecta.</p>

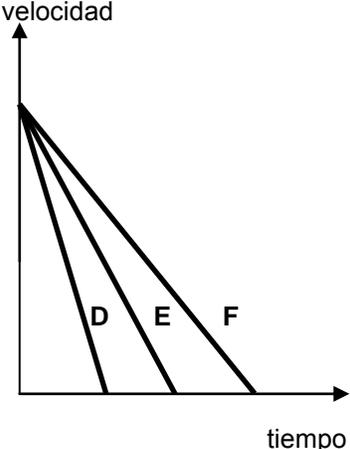
Número de pregunta	Extractos textuales	Interpretaciones/comentario
<p>10. ¿En cuál de ellos se representan movimientos uniformemente acelerados?</p>	<p><b>E6:</b> Yo digo que en la 6 y la 7, ya que la aceleración es constante.</p> <p><b>E7:</b> En la 6, donde la posición contra tiempo, nos representa una parábola. La aceleración no siempre tiene que ser constante.</p>	<p>Las opciones seleccionadas con correctas, el alumno capta que en éstas la aceleración es constante, sin embargo, no ofrece una explicación de tal afirmación.</p> <p>Aunque la respuesta es correcta, se manifiesta que el alumno no tiene claridad en las características del movimiento uniformemente acelerado.</p>

Número de pregunta	Extractos textuales	Interpretaciones/comentario
<p>11. ¿En cuál de ellos va creciendo o decreciendo la rapidez?</p>	<p><b>E6:</b> Aumenta la rapidez en la 6 y en la 8, disminuye en la 7. En el caso de la 6 porque la posición va aumentando muy rápidamente. La gráfica de la velocidad contra tiempo sería una línea inclinada.</p> <p><b>E7:</b> Aumenta en la 5, en la 6 y en la 8 disminuye en la 7 En el caso de la 5, la gráfica de la velocidad contra tiempo sería una recta con cierta inclinación.</p>	<p>El alumno responde correctamente que la rapidez aumenta en la actividad número 6, lo cual lo asocia con la concavidad de la curva representada. Acertadamente en la número 7, establece que la rapidez disminuye, sin embargo, no se proporciona justificación. La respuesta 8, es incorrecta y tampoco se ofrece explicación.</p> <p>En las respuestas 6 y 7, aumenta y disminuye respectivamente la rapidez, sin embargo, no se ofrece justificación. Respecto a las 5 y 8 son incorrectas, tampoco se da explicación de las gráficas seleccionadas.</p>

Número de pregunta	Extractos textuales	Interpretaciones/comentario
<p>Las gráficas siguientes representan las posiciones de tres automóviles A, B y C en un viaje.</p> <p>12. Proporciona una descripción del movimiento de cada uno de los objetos.</p> <p>posición</p>  <p>tiempo</p>	<p><b>E6:</b> Aquí A conforme a un marco de referencia se encuentra en el origen y entonces llega a cierta posición, yo creo con una velocidad constante y llegando a esa posición regresa, con otra velocidad pero no negativa. Con B y C ocurre algo similar.</p> <p><b>E7:</b> De A, va a una velocidad constante al principio, llega a cierto punto y entonces decrece. La velocidad es constante, conforme el tiempo y después va disminuyendo la velocidad. Algo similar ocurre con B y C.</p>	<p>El alumno observa características fundamentales de los movimientos descritos: 1) inicialmente se encuentran en el origen, y, 2) al llegar a los puntos vértices, los automóviles se mueven en sentido contrario al inicial. Además, se tiene la "sospecha" que las velocidades son constantes.</p> <p>Aquí se establece que la velocidad en la primera etapa del movimiento es constante, sin embargo, surge la contradicción, cuando se indica que después la velocidad disminuye. Quizás la disminución la asocie con las pendientes negativas después de los puntos vértices.</p>

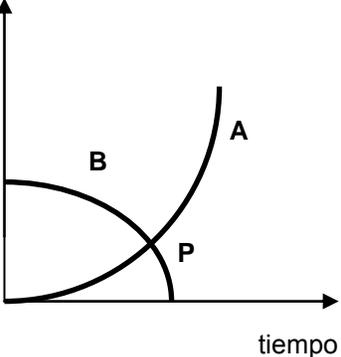
Número de pregunta	Extractos textuales	Interpretaciones/comentario
13. ¿Qué diferencias puedes observar en cada uno de estos movimientos?	<p><b>E6:</b> La posición a la que llegan y regresan. La A, es la que llega más lejos y regresa al origen en menos tiempo que B, pero B tiene una posición más pequeña que la de A y regresa al origen y C llega a una posición muy pequeña.</p> <p><b>E7:</b> A hace más tiempo en regresar, porque está más lejana de su punto máximo. Tarda más A, luego B, luego C.</p>	<p>La diferencia que establece el alumno entre los tres automóviles es la posición a la que llegan, además notan que los tiempos de duración de los movimientos son diferentes. No se proporcionan comentarios respecto a características adicionales del movimiento, tales como: velocidad y aceleración.</p> <p>Similar a la respuesta anterior, el alumno señala como diferencia la posición, así como los tiempos. No se emiten comentarios respecto a las características de las velocidades.</p>

Número de pregunta	Extractos textuales	Interpretaciones/comentario
14. ¿Qué tipo de movimiento describen los objetos?	<p><b>E6:</b> Primero cuando llega a un punto y tiene una velocidad y llegan a ese punto, luego vuelven a tener otra velocidad constante y llegan a otro punto, pero no sabemos si van en línea recta. Es movimiento uniforme.</p> <p><b>E7:</b> Sí, si lo cumple.</p>	<p>El alumno capta que cada automóvil tiene una velocidad antes y otra después del punto vértice. Establece que dichas velocidades son constantes y por ello asegura que los movimientos descritos son uniformes.</p> <p>Con la respuesta proporcionada no es factible emitir comentarios.</p>

Número de pregunta	Extractos textuales	Interpretaciones/comentario
<p>Las gráficas siguientes representan el movimiento de tres objetos D, E y F.</p> <p>15. Proporciona una descripción del movimiento de cada uno de los objetos.</p> 	<p><b>E6:</b> Los tres objetos tienen la misma velocidad al inicio del tiempo. Los tres desaceleran en tiempos diferentes, F tarda más que E y E tarda más que D.</p> <p><b>E7:</b> Los tres inician con una velocidad. Después cada uno toma su camino y llega más tarde F, porque está más prolongada la línea, después E y después D y todos llegan a detenerse un cierto punto.</p>	<p>El alumno visualiza que los tres objetos tienen la misma velocidad inicial. Nótese el uso del término "desaceleran". Si se asume que este vocablo se interpreta como disminución de la velocidad, entonces se cita una característica sobresaliente del movimiento. Además, el alumno señala de qué manera se van deteniendo los cuerpos.</p> <p>Aquí la respuesta es similar a la recién comentada.</p>

Número de pregunta	Extractos textuales	Interpretaciones/comentario
<p>16. ¿Qué me puedes decir acerca de la distancia que recorren los objetos?, por ejemplo ¿cuál recorre más y cuál menos?</p>	<p><b>E6:</b> Recorre más F y menos D, porque la distancia es el área que está comprendida entre la gráfica y entre los ejes coordenados.</p> <p><b>E7:</b> F es el que recorre mayor distancia y en más tiempo y D es el menor.</p>	<p>Aquí el alumno calculó la distancia recorrida por cada uno de los cuerpos, mediante la determinación de áreas, lo que se asume como la aplicación de sus conocimientos previos para la resolución de la actividad.</p> <p>El alumno establece correctamente el cuerpo que recorre mayor distancia, así como el que recorre menos, sin embargo, no se proporcionan argumentos que sustenten la respuesta.</p>

Número de pregunta	Extractos textuales	Interpretaciones/comentario
17. ¿Qué diferencias puedes observar en cada uno de estos movimientos?	<p><b>E6:</b> La distancia que recorren y el tiempo en el que lo recorren.</p> <p><b>E7:</b> Sin comentario.</p>	<p>La respuesta es muy general, al indicar que las diferencias entre los movimientos son la distancia y el tiempo, sin embargo, se puede pensar que la falta de detalles en la respuesta obedece por lo establecido, por el mismo alumno, en la actividad 16.</p> <p>Sin comentarios.</p>

Número de pregunta	Extractos textuales	Interpretaciones/comentario
<p>Las siguientes gráficas representan las posiciones de dos automóviles A y B en un viaje.</p> <p>18. Proporciona una descripción del movimiento de cada uno de los automóviles.</p> <p>posición</p> 	<p><b>E6:</b> Yo digo como que hay tres ciudades ¿no?, entonces A bueno, vamos a poner un marco de referencia, la ciudad uno es el cero, y la ciudad B la ciudad 2 y la ciudad 3 están alejadas. En el carro A, empieza en la ciudad uno que sería en la posición uno y conforme pasa el tiempo, este... llega a un punto donde se interseca con el auto B, o sea que se encuentran, sin embargo llevan diferentes direcciones, A va hacia, bueno en mi marco de referencia va positivo y B va negativo, porque A va aumentando su posición y B la va disminuyendo, entonces B esta en la ciudad dos y va hacia la ciudad uno y en algún momento del tiempo se encuentra igual con A, y ¿qué más puedo decir?, que A, que no tienen velocidades constantes.</p> <p><b>E7:</b> A llega al mismo tiempo que el automóvil B, en un cierto punto P. B desacelera y A sigue acelerando.</p>	<p>En primer lugar, el alumno recurre al concepto de “marco de referencia”. A partir de éste, capta que los automóviles, inicialmente se encuentran en diferentes posiciones. A en el origen y B en un sitio diferente. Además, establece que hay un punto en el cual se encuentran los automóviles. Sin embargo, asocia la forma de las curvas con la dirección de los movimientos, inclusive les atribuye signo “positivo” y “negativo”. El alumno concluye que las velocidades no son constantes, pero no se proporciona información adicional al respecto.</p> <p>Aquí el alumno establece que hay un momento en el cual los automóviles se encuentran en P. Además, se recurre a conceptos: “desacelera” y “acelerando”, sin embargo, no se explica su significado. Si los términos citados se refieren al aumento y disminución de la velocidad, entonces es acertado su empleo.</p>

Número de pregunta	Extractos textuales	Interpretaciones/comentario
19. ¿Qué sucede con las velocidades de los automóviles antes del punto P?	<p><b>E6:</b> Las velocidades no son constantes, las dos van aumentando.</p> <p><b>E7:</b> La velocidad de A va aumentando y la de B va disminuyendo.</p>	<p>Las curvas mostradas son interpretadas como las velocidades, en este caso, se está considerando el eje vertical como “velocidad”.</p> <p>El alumno supone que el eje vertical representa la “velocidad”. Además, se fija en el aspecto global de las gráficas. De ahí su respuesta: “va aumentando” y “va disminuyendo”.</p>

Número de pregunta	Extractos textuales	Interpretaciones/comentario
20. ¿Qué sucede con las velocidades de los automóviles después del punto P?	<p><b>E6:</b> Pues igual, siguen aumentando y no son constantes.</p> <p><b>E7:</b> Yo creo que A, a partir del punto P sigue aumentando su velocidad y B a partir del punto P disminuye, porque según yo, aquí se detiene.</p>	<p>Al igual que en la cuestión anterior, el alumno sostiene que las velocidades van cambiando, sin embargo, no se proporcionan argumentos.</p> <p>Nuevamente el alumno concluye que las velocidades son distintas, pero no se establecen las razones para la respuesta. Por otra parte, el alumno indica que los automóviles se detienen en el punto “P”, pero de nueva cuenta no se ofrecen los argumentos de tal respuesta.</p>

Número de pregunta	Extractos textuales	Interpretaciones/comentario
21. ¿Qué sucede con los automóviles en el punto P?	<p><b>E6:</b> Pues yo digo que no pasa nada, nada más como que se encuentran, pero cada uno sigue su camino.</p> <p><b>E7:</b> Chocan.</p>	<p>El alumno establece que los automóviles se encuentran en el punto P.</p> <p>La respuesta del alumno es general y ambigua.</p>

Número de pregunta	Extractos textuales	Interpretaciones/comentario														
<p>En la siguiente tabla se proporciona información del movimiento de un objeto. Con base en los datos dados contesta las siguientes cuestiones.</p> <table border="1" data-bbox="272 464 532 720"> <thead> <tr> <th>Tiempo</th> <th>velocidad</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>25</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>24</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>21</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>16</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table> <p>22. Proporciona una descripción del movimiento.</p>	Tiempo	velocidad	0	25	1	24	2	21	3	16	4	9	5	0	<p><b>E6:</b> Es un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, porque la velocidad va cambiando quiere decir que tiene una aceleración negativa. La gráfica de velocidad contra tiempo es una curva.</p> <p><b>E7:</b> Yo lo que podría decir, es que comienza con una velocidad en el tiempo cero, entonces conforme va avanzando el tiempo el objeto va desacelerando, disminuyendo su velocidad, porque llega a cero. La gráfica de velocidad contra tiempo es una curva.</p>	<p>El alumno identifica características importantes de movimiento: que se trata de un movimiento uniformemente acelerado, con una velocidad variable y una aceleración a la que le asocia signo “negativo”, Adicional a lo anterior, es capaz de visualizar que los datos de la tabla representan una curva. Sin embargo, el alumno deja de lado precisar que la aceleración es constante, así como precisar lo que sucede en <math>t=0</math> como en <math>t=5</math> segundos.</p> <p>En esta respuesta el alumno establece que al inicio del tiempo el cuerpo se mueve con una velocidad diferente de cero, luego se va deteniendo y en <math>t=5</math> se frena. Emplea el término “desacelerando” al parecer como interpretación de velocidad negativa. Aquí nuevamente el alumno visualiza la gráfica que se obtiene a partir de los datos proporcionados.</p>
Tiempo	velocidad															
0	25															
1	24															
2	21															
3	16															
4	9															
5	0															

Número de pregunta	Extractos textuales	Interpretaciones/comentario
<p>23. Con base en la información dada determina la distancia que recorre el objeto.</p>	<p><b>E6:</b> Igual es el área que comprende la curva con los ejes coordenados. Por medio de integrales. Se tiene que encontrar la ecuación de la curva.</p> <p><b>E7:</b> Una integral y debajo de la curva es el área. Tendría que dividir entre rectángulos todo lo que es, esa es el área. Si dividido en cinco rectángulos. Bueno no va a salir muy precisa, porque están muy grandes. Con rectángulos más pequeño se tendría una mejor aproximación.</p>	<p>El alumno establece que la distancia es dada por el área delimitada por la curva y los ejes coordenados. Sin embargo, se da cuenta que recurriendo a sus conocimientos previos "integrales" es posible obtener la distancia solicitada.</p> <p>Aquí el alumno también se percata que la distancia estará dada por el área bajo la curva, que resulta de los datos proporcionados. Sin embargo, en este caso, el alumno considera construir rectángulos y calcular el área de ellos, la suma será una aproximación de la distancia solicitada. También observa que mientras más rectángulos se generen más precisa será la distancia.</p>

Número de pregunta	Extractos textuales	Interpretaciones/comentario
<p>24. En caso de no haber podido obtener la distancia que recorre el objeto, dime ¿por qué?</p>	<p><b>E6:</b> Se requiere la ecuación de la curva e integrar.</p> <p><b>E7:</b> Falta encontrar la ecuación.</p>	<p>El alumno establece la necesidad de conocer la ecuación de la curva, y a partir de ello, realizar la integral que señaló en la actividad 23.</p> <p>La respuesta es muy general y solamente se señala la necesidad de contar con la ecuación sin indicar el fin.</p>

#### **4.2.2. Concepciones más notorias de los alumnos a partir de las respuestas verbales**

Una vez que se realizó la entrevista a la pareja de alumnos, se procedió a organizar las respuestas verbales obtenidas con la intención de distinguir las ideas o patrones más representativos. Por ello, a continuación se indicarán las creencias o mitos más destacados vertidos por los alumnos ante las tareas planteadas en el cuestionario.

En lo que se refiere al movimiento, la pareja de alumnos tiene la concepción de que es el cambio de posición respecto a un marco referencia, pero además señalan que este cambio esta íntimamente relacionado con el tiempo. De acuerdo, a lo manifestado, la idea espontánea acerca del movimiento de los cuerpos, no es trivial, ya que se recurren a conceptos, tales como: sistema de referencia, posición y tiempo.

En cuanto a los movimientos que reconocen los alumnos, son los rectilíneos, es decir aquellos que se caracterizan por describir trayectorias rectas, además se refieren a dos categorías de este movimiento, uno en el cual la velocidad es constante y otro en cual la aceleración no presenta cambios. Específicamente, se refieren al movimiento uniforme y al uniformemente acelerado.

Respecto al cuestionamiento número 4, los alumnos opinan que el movimiento uniforme se caracteriza por ser constante, sin especificar alguna propiedad en

particular. Sin embargo, se observa cierta confusión conceptual, ya que para ambas es suficiente que el movimiento no presente modificaciones en alguna de sus características para considerarlo uniforme.

En la segunda parte del cuestionario, se presentan diversas gráficas, a partir de las cuales se solicita la descripción del movimiento.

En particular en la pregunta número 5, los alumnos establecen que se trata de un movimiento uniforme, del cual señalan que su velocidad es constante. Sin embargo, para tal afirmación se apoyan en la forma de la gráfica proporcionada, es decir, por ser una recta, les es suficiente para asegurar que es un movimiento uniforme, incluso una de las alumnas va más allá, al indicar que se trata de un movimiento es rectilíneo. Nótese la estrecha relación entre la forma de la gráfica y las características de movimiento que indican los alumnos.

Por lo que respecta a la actividad 6, los alumnos coinciden que se presenta un movimiento cuya velocidad aumenta conforme transcurre el tiempo. Incluso uno de los alumnos manifiesta que el objeto describe un movimiento uniformemente acelerado, es decir, que su aceleración es constante. Sin embargo, el otro alumno, solamente percibe que la velocidad se modifica al transcurrir el tiempo, parece ser que tal comentario se basa nuevamente en la forma de gráfica, así que describe el movimiento por la forma global o de conjunto de la gráfica presentada.

En lo correspondiente a la cuestión 7, los alumnos visualizan que la recta de la gráfica tiene pendiente negativa, hecho que interpretan con la disminución de la velocidad, incluso afirman que el cuerpo llega a detenerse. Nótese que los alumnos dejan de lado en la descripción, aspectos relevantes tales como: ¿cuál es la velocidad inicial? y ¿qué tipo de movimiento que describe el objeto? A pesar de dichas omisiones, se observa que los alumnos tuvieron menos dificultades en la explicación de este movimiento con respecto a los indicados en las dos preguntas anteriores.

De la cuestión 8, las alumnas establecen que la aceleración cambia conforme transcurre el tiempo. Uno de los alumnos muestra confusión conceptual, ya que asegura que por ser una recta la mostrada en la gráfica, entonces el movimiento es uniforme, lo que evidencia la consideración de global de la gráfica.

Es importante insistir en dos aspectos adicionales que se perciben de las respuestas verbales: la primera observación es que los alumnos con frecuencia asocian el tipo de movimiento con la forma global de la gráfica, por ejemplo, si se muestra una recta, entonces es muy factible que lo relacionen con movimiento uniforme o bien rectilíneo. El segundo aspecto y muy relacionado con el recién citado, es en el sentido de que los alumnos en las actividades 5, 6, 7 y 8, al prestar atención al conjunto de la gráfica, pierden de vista lo que éstas representan, es decir, si se ofrece información de posición contra tiempo, de velocidad contra tiempo o bien de aceleración contra tiempo.

En la tercera parte del cuestionario, se presentan actividades en las cuales se involucran gráficas que ilustran el movimiento de varios cuerpos, los patrones más representativos obtenidos de las respuestas verbales, son los que se mencionan a continuación.

Respecto a las actividades 12, 13 y 14, los alumnos perciben que en cada uno de los movimientos se presentan dos velocidades, una antes de los puntos vértices y otra posterior a éste; asimismo, aunque no lo aseguran, señalan la posibilidad de que dichas velocidades pueden ser constantes, es decir, que se trate de movimientos uniformes. En cuanto a lo que ocurre justo en los puntos vértices, los alumnos aseguran que los automóviles cambian el sentido de los movimientos, de tal manera que los objetos involucrados se dirigen al sitio de partida. De las respuestas obtenidas, se aprecia que, las alumnas emiten sus juicios tomando en cuenta la forma global de las gráficas, esto se corrobora cuando establecen que el objeto A es el que recorre mayor distancia, mientras que C es el que se desplaza menos, otro hecho es cuando indican que la velocidad de regreso de los automóviles es negativa, de nueva cuenta influye la forma de las gráficas, sin embargo, en ningún momento se refieren a conceptos, tales como inclinación o pendiente de las rectas.

Referente a las cuestiones 15 a 17, los alumnos captan que la velocidad inicial de los cuerpos involucrados es distinta de cero, asimismo observan que conforme transcurre el tiempo se van frenando o bien su velocidad va disminuyendo, inclusive establecen que llegan a detenerse. Sin embargo, no proporcionan las

razones que apoyen sus afirmaciones. Por otra parte, señalan que de los tres cuerpos, F es el que recorre mayor distancia, mientras que D es el que recorre menos, además establecen que los tiempos son diferentes. Aunque es acertado el comentario, no se expresan los argumentos en que se basaron para sus respuestas. En virtud de lo anterior, es factible que las alumnas visualicen de manera global las gráficas y con ello emitan sus juicios.

Para el caso de la última gráfica correspondiente a la tercera parte del instrumento, se observa la necesidad de un marco de referencia, a partir del cual se determinará la posición de los automóviles involucrados. Además, uno de los alumnos observa que las posiciones iniciales son diferentes, mientras que A, se encuentra en el origen, B se ubica en una posición distinta. También, los alumnos asocian los movimientos con la forma global de las curvas, en particular atendiendo a su concavidad, ya que indican que las velocidades de A y B van aumentando, pero mientras A lo hace sentido positivo, B lo realiza de manera contraria. En cuanto a lo que sucede, en especial en el punto P, un alumno visualiza que justo ahí se encuentran los autos, en tanto que el otro alumno, señala que chocan. Estas ideas conducen a reafirmar el hecho de que el movimiento sucede a lo largo de las curvas proporcionadas.

En la cuarta parte del cuestionario se proporcionó una tabla que incluía datos que relacionaban la velocidad de un cuerpo en distintos instante de tiempo. A partir de la información obtenida verbalmente por los alumnos, se perciben las siguientes ideas o mitos.

En primer lugar, observan que el cuerpo inicialmente no se encuentra en reposo y que conforme transcurre el tiempo se va frenando, hasta que logra detenerse. Además, uno de los alumnos señala que se trata de un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, aunque no refiere que haya una aceleración constante. De manera sobresaliente, ambos alumnos visualizan que al graficar los datos de la tabla, se obtiene una curva. Respecto a la distancia recorrida por el cuerpo y tomando en consideración dicha curva, los alumnos señalan que el área bajo la curva, proporciona lo solicitado, inclusive mencionan que el procedimiento para calcular la distancia recorrida por el cuerpo, es por medio de “integrales”. Debido a la falta de la ecuación de la curva que debe integrarse, uno de los alumnos sugiere construir rectángulos y al sumar las áreas de éstos, se tendrá de manera aproximada la distancia buscada, además, establece que al construir un mayor número de rectángulos, la distancia será más cercana a valor exacto.

#### **4.3. Similitudes y diferencias entre las respuestas escritas y los diálogos proporcionados por los alumnos al contestar el cuestionario**

Después de haber realizado el análisis que los alumnos proporcionaron al cuestionario, tanto de manera escrita como verbal, a continuación se presentan las similitudes y diferencias más representativas.

##### **Similitudes**

- La idea más común manifestada por los alumnos respecto al movimiento de los cuerpos, es el cambio de posición de los mismos, mismo que se visualiza o mide a partir de una referencia fija, lo anterior, se verifica a través de las siguientes respuestas.

Cita textual:

*“Es el cambio de posición de un cuerpo con respecto a otro que esta fijo”.*

Diálogo textual:

*“Un objeto que toma diferentes posiciones a lo largo de un tiempo. Las posiciones son respecto a un marco de referencia”.*

- En cuanto a los movimientos más reconocidos por los alumnos, es evidente su familiaridad con los movimientos rectilíneos, es decir aquellos cuya trayectoria es una recta. Además, dentro de los movimientos rectilíneos, básicamente se refieren al uniforme y al uniformemente acelerado.

Cita textual:

*“Movimiento rectilíneo uniforme es aquel que al recorrer una distancia recorre un intervalo de tiempo, para el cual siempre será el mismo; movimiento rectilíneo acelerado es en el que se recorre una distancia en un tiempo y cada vez recorre más distancia en menos tiempo”.*

Diálogo textual:

*“Movimiento rectilíneo uniforme es un desplazamiento en línea recta con velocidad constante. Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, existe una aceleración diferente de cero y que es la misma durante todo el estudio”.*

Es conviene, señalar que a pesar de que los alumnos se refieren con familiaridad a los movimientos rectilíneos recién mencionados, también se observa confusión cuando tratan de describir sus características.

- Otro patrón coincidente entre los alumnos, que respondieron el cuestionario de manera escrita y los que lo hicieron verbalmente, ocurre en lo que consideran movimiento uniforme, ya que ambos grupos entienden éste por ser constante, sin embargo, se muestra confusión respecto a la característica que permanece sin cambio, ya que algunos se refieren a la “velocidad”, a la aceleración” o bien a ninguna.

Citas textuales:

*“Es aquel que tiene una aceleración constante”.*

*“Es aquel en donde sus condiciones permanecen constantes o varían de forma constante”.*

Diálogos textuales:

*“Un movimiento que no cambia”.*

*“Un movimiento que siempre va a estar constante. Por ejemplo si es la velocidad, o sea que siempre va ir a esa velocidad”.*

En la segunda parte del cuestionario, los alumnos fueron expuestos a la interpretación del movimiento a partir de su gráfica, los patrones más representativos fueron los siguientes.

- En las actividades 5 y 6, los alumnos asocian la forma de la gráfica con la trayectoria o tipo de movimiento descrito por el cuerpo. Además, se refieren indistintamente a la “velocidad” y la “aceleración”, a pesar de que las gráficas son de posición contra tiempo.

Citas textuales:

*“Se mueve con una aceleración constante en la cual parte de un estado de movimiento”.*

*“La distancia es directamente proporcional al tiempo este es un MRU”.*

Diálogos textuales:

*“De la gráfica es rectilíneo por ser una recta y uniforme porque no tiene curvas que lo desvíen o algo así”.*

*“Si tenemos el ejemplo, del automóvil entonces se va moviendo muy rápido pero en poco tiempo, entonces la velocidad puede que vaya aumentando o sea no es constante”.*

- Respecto a la cuestión 7, los alumnos coinciden al captar que el cuerpo se va deteniendo o frenando, tal como se pueden apreciar en las respuestas siguientes.

Citas textuales:

*“El objeto va perdiendo movimiento hasta llegar a un punto estático”.*

*“El descenso de una aceleración”.*

Diálogo textual:

*“La velocidad va disminuyendo dentro de cierto tiempo entonces hay una desaceleración o una aceleración negativa por la pendiente de la recta”.*

- En el planteamiento 8, los alumnos relacionan el estado inicial del cuerpo con el punto de inicio de la gráfica proporcionada. Se coincide que por tratarse de una recta, entonces el movimiento es uniforme.

Cita textual:

*“Se mueve con una aceleración constante que parte de un estado de reposo”.*

Diálogo textual:

*“Comienza en el origen y como es aceleración contra tiempo, sigue siendo un movimiento uniforme”.*

En la parte 3 del cuestionario, se presentan gráficas que involucran más de un cuerpo, las creencias más representativas se indican a continuación.

- Respecto a la gráfica relacionada con las actividades 12, 13 y 14, es común que los alumnos coincidan en establecer qué automóvil recorre más y menos distancia, también, se detectan coincidencias al señalar que las velocidades que se presentan son constantes, inclusive algunos alumnos sugieren que primero se presenta el movimiento en un sentido y después cambia, sin embargo no se ofrecen argumentos de ninguna de dichas afirmaciones. Otra coincidencia, en especial, entre los alumnos que respondieron de manera escrita, es al indicar que se trata de movimientos rectilíneos.

Citas textuales:

*“En A recorre mayor distancia en menor tiempo con respecto a B y C. B recorre mayor distancia que C pero menor que A en el mayor tiempo con*

*respecto a C y A. C recorre poca distancia con respecto a A y B y menor tiempo”.*

*“El auto A iba a una mayor velocidad constante y mayor a la de los otros automóviles y cuando llegó a su posición final disminuyó su velocidad hasta detenerse ( $v=0$ ) en un determinado intervalo de tiempo. Lo mismo sucede con B y C pero B llevaba una velocidad menor de A y mayor que C y en determinado momento A y B se encontraron en la misma posición”.*

*“Movimiento rectilíneo uniforme, ya sea positivo o negativo. Es decir de ida y vuelta a diferentes posiciones y su vez cada una con velocidad diferente”.*

Diálogos textuales:

*“De A, va a una velocidad constante al principio, llega a cierto punto y entonces decrece. La velocidad es constante, conforme el tiempo y después va disminuyendo la velocidad. Algo similar ocurre con B y C”.*

*“La posición a la que llegan y regresan. La A, es la que llegan más lejos y regresa al origen en menos tiempo que B, pero B tiene una posición más pequeña que la de A y regresa al origen y C llega a una posición muy pequeña”.*

- Respecto a las cuestiones 15, 16 y 17 relacionadas con el movimiento de tres cuerpos y representado por medio de la gráfica que involucra tres rectas, los alumnos captan que tienen una velocidad inicial distinta de cero y que conforme transcurre el tiempo se van frenando, además establecen la distancia recorrida por los objetos involucrados.

Citas textuales:

*“Que conforme aumenta el tiempo transcurrido disminuye su velocidad”.*

*“F es el que recorre mayor distancia y en más tiempo y D es el menor”.*

Diálogos textuales:

*“Los tres objetos tienen la misma velocidad al inicio del tiempo. Los tres desaceleran en tiempos diferentes, F tarda más que E y E tarda más que D”.*

*“El D recorre menor distancia que el E así como el E recorre menos distancia que el automóvil F”.*

- Las actividades 18 a 21, establecen planteamientos relativos al movimiento de dos automóviles, el cual se representa por medio de una gráfica de posición contra tiempo que involucra dos curvas. Al respecto y con base en las respuestas más coincidentes los alumnos señalaron que las velocidades van cambiando conforme transcurre el tiempo, no se proporciona explicación al respecto, por lo que es muy factible que lo asocien con la forma de las curvas. Respecto a lo ocurrido en el punto P, los alumnos coinciden que los automóviles se encuentran o “cruzan”.

Citas textuales:

*“La velocidad del auto B decae hasta el reposo mientras que la del A sigue con más velocidad”.*

*“Se encuentran a la misma distancia del origen a la velocidad pero en direcciones opuestas”.*

Diálogos textuales:

*“Las velocidad de A va aumentando y la de B va disminuyendo”.*

*“Pues yo digo que no pasa nada, nada más como que se encuentran, pero cada uno sigue su camino”.*

- En cuanto a la interpretación de los datos de velocidades y tiempos que se presentan a través de una tabla y que plantean las cuestiones 22 a 24, entre los patrones similares que los alumnos señalan, se encuentran: la visualización de que el cuerpo inicialmente no se encuentra en reposo, es decir, tiene una velocidad diferente de cero en  $t=0$  segundos y que conforme transcurre el tiempo, se va frenando hasta incluso detenerse. Otra peculiaridad común es la necesidad de construir una gráfica a partir de los datos.

Citas textuales:

*“Yo lo que podría decir, es que comienza con una velocidad en el tiempo cero, entonces conforme va avanzando el tiempo el objeto va desacelerando, disminuyendo su velocidad, porque llega a cero. La gráfica de velocidad contra tiempo es una curva”.*

*“El movimiento es desacelerado que parte de cierta velocidad y llega al reposo”.*

Diálogo textual:

*“Yo lo que podría decir, es que comienza con una velocidad en el tiempo cero, entonces conforme va avanzando el tiempo el objeto va desacelerando, disminuyendo su velocidad, porque llega a cero. La gráfica de velocidad contra tiempo es una curva”.*

## **Diferencias**

Las diferencias más notorias entre los alumnos que expresaron sus respuestas escritas y la pareja de estudiantes que lo hizo de manera verbal, fueron las indicadas a continuación.

- El movimiento de un cuerpo se debe a la aplicación de una fuerza, esta afirmación conlleva a la aplicación de conceptos de la Mecánica Clásica, que quizás fueron presentados en cursos previos.

Cita textual:

*“Es el resultado de la aplicación de una fuerza sobre un cuerpo, ya sea que este en reposo o realizando un desplazamiento”.*

- Al tratar de determinar la distancia recorrida de un cuerpo, a partir de la gráfica de velocidad contra tiempo, para ello, los alumnos entrevistados

notan que de contarse con la ecuación de la curva, es factible obtenerse la distancia por medio de la “integral”.

Diálogo textual:

*“Igual es el área que comprende la curva con los ejes coordenados. Por medio de integrales. Se tiene que encontrar la ecuación de la curva”.*

- Al no contarse con la ecuación de la curva, los alumnos entrevistados proponen calcular el área por medio de la obtención de áreas de rectángulos.

Diálogo textual:

*“Una integral y debajo de la curva es el área. Tendría que dividir entre rectángulos todo lo que es, esa es el área. Si divido en cinco rectángulo. Bueno no va a salir muy precisa, porque están muy grandes. Con rectángulos más pequeños se tendría una mejor aproximación”.*

- Los alumnos que respondieron el cuestionario de manera escrita, intentaron obtener la distancia recorrida mediante el empleo de fórmulas para movimientos rectilíneos aún y cuando llega un momento en el que aprecian que se trata de un movimiento diferente.

Cita textual:

*“ $v=d/t$ ,  $d=vt$ ,  $d=25(5)=125 u$ ”*

- Otros alumnos que respondieron de manera escrita el cuestionario, establecieron que los datos de la tabla proporcionada son incorrectos y que por lo tanto no es posible obtener la distancia. Otros señalan que la distancia recorrida es cero, sin embargo no realizan ninguno desarrollo.

Citas textuales:

*“Se concibe que la información proporcionada es incorrecta”.*

*“No recorre distancia”.*

Como complemento final de esta etapa de la investigación, se observó lo siguiente:

Las respuestas de los alumnos entrevistadas fueron en general más acertadas y con mayor profundidad que las proporcionadas por los estudiantes que escribieron sus respuestas.

Seguramente lo anterior, sea resultado de que el entrevistador pudo influir en las respuestas para obtener mayor información y por ello, en ocasiones provocaba que los alumnos hicieran algunas precisiones o aclaraciones respecto a sus diálogos.

También se sugiere a partir de los datos obtenidos, que los alumnos que intervinieron en la grabación, al trabajar en pareja, el que respondía en segundo lugar se ve influenciado por el alumno que respondía primero.

Respecto a los alumnos que trabajaron en forma escrita, en ocasiones sus respuestas no fueron con el detalle que se hubiera deseado a pesar de que no hubo limitaciones ni de tiempo ni de espacio para sus aseveraciones.

## **CAPÍTULO 5. RESULTADOS MÁS RELEVANTES DEL ESTUDIO Y RESPUESTAS A LAS PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN**

Considerando las evidencias presentadas en el capítulo anterior, a continuación se procede a responder las preguntas de investigación.

### **Pregunta 1. ¿Qué ideas o creencias relevantes mostraron los alumnos acerca del movimiento?**

En primer lugar es conveniente citar que la mayoría de los alumnos expresan ideas similares respecto a lo que conciben como movimiento. Las concepciones más representativas, en forma escrita o verbal, consideran al movimiento como:

- a) Un cuerpo que toma diferentes posiciones a lo largo de un tiempo. Las posiciones son consideradas a partir de un marco de referencia,
- b) Es el resultado de la aplicación de una fuerza sobre un cuerpo, ya sea que esté en reposo o realizando un desplazamiento,
- c) Es un cuerpo que rompe el estado de reposo para poder desplazarse en una dirección cualquiera.

Con base en las respuestas anteriores, queda de manifiesto que los alumnos perciben que un cuerpo se moverá siempre y cuando se visualice una

modificación de su ubicación, respecto a la que guarda al inicio del estudio, en tal idea, se hace patente la necesidad de contar con una referencia o “marca”, a partir de la cual es posible observar de manera tangible los cambios de ubicación del cuerpo y por consecuencia asegurar que se mueve.

La idea citada en torno al movimiento de los cuerpos, es la más generalizada o común entre los alumnos, incluso se diría que es la más aceptada por la sociedad, sin embargo, no debe dejarse de lado la respuesta ofrecida por algunos alumnos y que consideran la aplicación de una fuerza.

*“Es el resultado de la aplicación de una fuerza sobre otro, ya sea que este en reposo o realizando un desplazamiento”.*

Esta respuesta es mucho más completa desde el punto de vista de la ingeniería y la cual sugiere, que los alumnos recurren a la aplicación de conocimientos adquiridos en cursos previos de Física, específicamente de Mecánica Clásica y cuyo pilar fundamental son las denominadas Leyes de Newton, en particular la relación entre fuerza y movimiento.

Otra respuesta que involucra conceptos dignos de resaltar es la citada en el inciso c). En dicha respuesta, los alumnos consideran que los cuerpos se encuentran inicialmente quietos o inmóviles, en otras palabras en reposo. Y este estado se modifica al presentarse el movimiento. Sin embargo, nótese qué en ningún momento se indica que se requiere para romper el estado de reposo.

**Pregunta 2. ¿Qué patrones o razonamientos mostraron los alumnos en tareas (gráficas, verbales, tablas de datos) que involucraban diversos aspectos sobre el movimiento?**

Las ideas más representativas que exhibieron los alumnos en la resolución de las tareas propuestas fueron:

a) Un patrón recurrente que se manifestó fue de que las explicaciones y las justificaciones proporcionadas por los alumnos a las cuestiones o preguntas eran muy limitadas, a pesar de que las actividades planteadas subrayaban que se hiciera descripción o explicación.

b) Se manifestaron confusiones conceptuales entre “posición”, “velocidad” y “aceleración”. Algunas citas que ilustran esto son:

*“Cuerpo cuya aceleración o velocidad no es constante”.*

*“El auto A recorre una mayor distancia en más tiempo, por lo cual su velocidad es mayor que la del B y el C....”*

c) Propensión por el movimiento rectilíneo, el cual lo identifican por una recta. Por ejemplo:

*“Un objeto parte de cierta posición y conforme aumenta el tiempo su posición aumenta, se mueve en forma recta”.*

Adicionalmente, reconocen básicamente dos tipos de este movimiento: el uniforme y el uniformemente acelerado, es el caso de la siguiente cita:

*“Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, que es cuando, el rectilíneo uniforme es la misma velocidad, pero en el rectilíneo uniformemente acelerado ya existe una aceleración que es diferente de cero y que es la misma durante todo el estudio, en el trayecto del objeto”.*

- d) Es común que los alumnos relacionen la forma de la gráfica proporcionada con el movimiento descrito por el cuerpo, sin considerar las características que se representen en la gráfica, esto es posición, velocidad o aceleración contra tiempo. En otras palabras, se fijan o prestan atención a lo global de las gráficas y no en sus aspectos puntuales, por ejemplo, en la gráfica de la actividad 12, del cuestionario, la mayoría de los alumnos deja de lado los puntos vértices que son fundamentales para explicar cambios cualitativos del movimiento (regreso al punto de partida). También los alumnos, muy a menudo, no reparan sobre la información proporcionada por los ejes coordenados, particularmente el vertical, es decir, no se fijan que en algunos casos representa “posición” y en otros caso “velocidad”, información crucial para responder las cuestiones planteadas.

*“De la gráfica es rectilíneo por ser una recta y uniforme porque no tiene curvas que lo desvíen o algo así”.*

*“Tiene un movimiento en forma de parábola y su posición va cambiando conforme el tiempo transcurre”.*

- e) En aquellas gráficas que involucran rectas y que representan la velocidad contra tiempo, los alumnos muestran cierta facilidad en su interpretación.

*“Que conforme aumenta el tiempo transcurrido disminuye la velocidad”.*

- f) A partir de la tabla de datos proporcionados, los alumnos percibieron que el cuerpo se iba deteniendo conforme transcurría el tiempo, inclusive en un número importante, intentó determinar el tipo de movimiento a partir de la gráfica, la cual trataron de construir a partir de los datos.

*“Por los valores de la velocidad, primero tiene una velocidad 25, ¡uy! no, ya no, ya no es constante, porque aquí va uno y luego aquí va subiendo de dos en dos entonces ya no es constante”.*

*“Sí una curva”.*

- g) A partir de las gráficas proporcionadas y que se pidió obtener la distancia, los alumnos proporcionaron, en general, respuestas acertadas, no obstante faltaron argumentos para sustentar sus respuestas.

*“El auto D recorre una menor distancia que el E así como el E recorre menos distancia que el automóvil F”.*

**Pregunta 3. ¿En qué tipos de tareas los alumnos encontraron más dificultades?**

Las dificultades más relevantes que encontraron los alumnos en las tareas propuestas fueron las siguientes:

- a) Identificar el tipo movimiento de un cuerpo,
- b) Indicar que el movimiento uniforme es aquel cuya gráfica corresponde a una línea recta.
- c) Interpretar qué ocurre cuando dos gráficas se cortan en un punto.
- d) Representar los datos de la tabla proporcionada por medio de una recta.
- e) A partir de la tabla de datos obtener la distancia que recorre el cuerpo considerando que la aceleración era constante.
- f) Para determinar la distancia que recorre un cuerpo cuya velocidad se proporcionó a través de una tabla de datos, se requiere de una expresión matemática, representativa de la curva.

Uno de los principales obstáculos que mostraron los alumnos al responder el cuestionario, fue en la interpretación de gráficas. Como ya se mencionó en la

pregunta de investigación número 2, fue común que los alumnos relacionaran la forma de la gráfica con el tipo de movimiento de un cuerpo, como se muestra en la siguiente cita.

*“Bueno rectilíneo por la... bueno por el resultado de la gráfica que es una línea recta, y uniforme porque... no tiene digamos así curvas que lo desvíen o algo así”.*

Un señalamiento generalizado por los alumnos que, respondieron de manera escrita fue en el sentido de que un cuerpo describirá un movimiento uniforme, es decir, con velocidad constante, por el hecho de que su gráfica sea una recta.

*“En el número 5, 7 y 8 ya que su gráfica es una recta lo que quiere decir que no hay variación en la velocidad”.*

En la tercera gráfica de la parte 3 del cuestionario, una dificultad que mostraron ciertos estudiantes fue referente a lo que ocurría justo P, algunos alumnos externaron que los cuerpos involucrados tienen la misma velocidad, sin embargo, otros manifestaron que se encontraban en la misma posición e incluso que “chocaban”.

*“Es el punto donde llevan la misma velocidad y el mismo tiempo pero con distintas direcciones”.*

*“Los dos llegan a la misma distancia en el mismo tiempo”.*

*“Chocan”.*

En la sección del cuestionario que mostraba una tabla de datos, ciertos estudiantes al revisar la información intuyen que se trata de un movimiento rectilíneo; mientras que otros obtienen la gráfica a partir de los datos tabulados, obteniendo una recta.

*“El objeto es lanzado rectamente el impulso le da velocidad pero pierde conforme pasa el tiempo”.*

En la parte 4 del cuestionario, algunos alumnos concluyeron que el movimiento, descrito por el cuerpo, era rectilíneo además de establecer que la velocidad se modificaba conforme transcurría el tiempo, por tal razón consideraron que había una aceleración, la cual visualizan que no cambia durante el movimiento, por lo que concluyen que se trata de un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. Bajo este argumento proceden al intento de calcular la distancia que recorre el cuerpo, sin embargo, no logran obtenerla y por ello presumen que no se recorre distancia alguna.

*“No recorre distancia”.*

En cuanto a la tabulación de datos proporcionada, otra dificultad detectada fue en el sentido de que, algunos alumnos trataron de calcular la distancia recorrida

tratando de determinar el área bajo la curva, pero observaron que para dicho cálculo requerían de la expresión matemática de la curva, la cual no estaba dada.

*“Igual es el área que comprende la curva con los ejes coordenados”.*

*“No recuerdo la fórmula, solo pude graficar y ver la trayectoria que llevaba”.*

Nótese que este argumento habla de “fórmula”.

**Pregunta 4. ¿A qué nivel los alumnos emplearon sus conocimientos previos para interpretar y resolver las tareas propuestas?**

Los recursos previos a los que más recurrieron los alumnos en las tareas propuestas fueron:

Como ya se ha indicado anteriormente, los alumnos se refieren al movimiento como el cambio de posición de un cuerpo, sin embargo, la variación de la ubicación la consideran a partir de una referencia fija, situación que conduce al concepto de “sistema de referencia”.

La concepción de sistema de referencia por lo tanto es un conocimiento previo al que recurren y además le atribuyen la característica de que es inmóvil, como se describe a continuación.

*“Es el estado físico de los cuerpos donde cumplen con ciertas características como velocidad, aceleración y masa del objeto así como su posición respecto a otro punto”.*

Como ya se citó, otro concepto al que recurren los estudiantes es el de fuerza. El referirse a éste término sugiere a pensar que los alumnos, están evocando nociones vistas en sus cursos de Física. Los alumnos utilizan el término “fuerza”, sin proporcionar información suficiente o bien como la conciben, al parecer tienen la idea que ésta provoca el movimiento de los cuerpos, por lo cual y de manera

implícita se refieren a la primera ley de Newton, la cual establece que para que un cuerpo altere su estado inicial es necesario que actúe una fuerza externa sobre el cuerpo.

*“Es el resultado de la aplicación de una fuerza sobre un cuerpo, ya sea que este en reposo o realizando un desplazamiento”.*

Algunos alumnos recurren al término reposo, y lo interpretan como el hecho de que un cuerpo no se desplaza, además con sustento en las evidencias del presente estudio puede afirmarse que algunos estudiantes consideran que el estado “natural” de todos los cuerpos es el reposo.

*“Es un cuerpo que rompe el estado de reposo para poder desplazarse en una dirección cualquiera”.*

*“Se mueve en una sola dirección y dependiendo de la fuerza con la que haya sido empujado será su velocidad que puede ser constante hasta llegar de nuevo al reposo”.*

Conceptos importantes relacionados con la Geometría Analítica como la pendiente de una recta no fueron acusados por la mayoría de los alumnos para interpretar los movimientos representados por líneas rectas. Es el caso de los reactivos 12 y 15, en los que es evidente nuevamente la confusión conceptual de la pendiente.

*“El automóvil A iba a una velocidad constante y mayor a la de los otros automóviles y cuando llegó a su posición final disminuyó su velocidad hasta detenerse ( $v=0$ ) en un determinado intervalo de tiempo. Lo mismo sucede con B y C pero B llevaba una velocidad menor a A y mayor que C y en determinado momento A y B se encontraron en la misma posición.”*

Conceptos relacionados con la inclinación fueron usados por algunos alumnos para describir el movimiento de los cuerpos, como se indica en las citas siguientes:

*“Creciendo en 5, 6 y 8 ya que su pendiente de las gráficas son positivas”.*

*“Decreciendo en 7 que hay un momento cuando ya no tiene movimiento y su pendiente es negativa”.*

*“En la 7, la velocidad va disminuyendo dentro de cierto tiempo, entonces quiere decir que hay desaceleración o una aceleración negativa.”*

*“¡Ahh! perdón. ¿Sus velocidades?... la velocidad de A va aumentando y la de B va disminuyendo”.*

Los reactivos 5, 6, 7 y 8 corresponden a la parte 2 del cuestionario y en ellos se proporcionaron gráficas y se solicitaba describir la forma en que se movían los cuerpos.

Algunos alumnos trataron de usar algunas ideas del cálculo, por ejemplo, el área bajo la curva para determinar la distancia recorrida durante el movimiento de un

cuerpo, sin embargo, esta idea no podía emplearse ya que no se proporcionaba la expresión matemática de la curva. El punto de los reactivos 23 y 24 tienen el propósito de observar si los alumnos asociaban o identificaban la distancia con el área bajo la gráfica de los puntos dados en la tabla o cómo podría usar los datos de la tabulación para determinar de manera “tosca” o “bruta” la distancia en el lapso de tiempo dado. Es claro que con la información dada en la tabla no se puede calcular exactamente la distancia recorrida en tal intervalo de tiempo, por ello en la cuestión 24 se pide una explicación del por qué no es posible.

*“Yo bueno, digo que recorre más  $F$  y menos  $D$ , porque la distancia es el área que esta comprendida entre la gráfica y entre los ejes coordenados, en este caso”.*

*“Igual es el área que comprende la curva con los ejes coordenados”.*

Otros alumnos, en particular, los participantes en la entrevista, explicaron como obtener la distancia recorrida por el cuerpo, esto es mediante el cálculo de áreas de rectángulos.

*“Sí, si divido en cinco rectángulos para que entonces cada uno de ellos midiera uno, entonces multiplicaría la base por la altura, sería uno  $1 \times 25$ , nos quedaría 25 y así, bueno aunque no nos va a salir precisa, porque como están muy grandes ¿pero?”.*

**Pregunta 5. ¿A qué nivel los alumnos lograron discernir entre los conceptos posición-tiempo y velocidad-aceleración?**

Es notorio que en su mayoría, los alumnos mostraron confusiones o malentendidos entre términos tales como posición–distancia y velocidad–aceleración. Los alumnos, en su mayoría, identifican o confunden posición y distancia, también es patente la confusión conceptual exhibida por los alumnos respecto a los términos velocidad y aceleración. Estas deficiencias se observaron cuando a los estudiantes se les pidió interpretar gráficas cuyos ejes coordenados representaban posición vs tiempo y velocidad vs tiempo.

*“Cuerpo cuya aceleración o velocidad no es constante”.*

*“Un movimiento uniformemente acelerado, pero tomando la relación aceleración-tiempo, en donde la aceleración lleva un incremento constante al igual que el tiempo.”*

*“El auto A recorre una mayor distancia en más tiempo, por lo cual su velocidad es mayor que la del B y el C. El auto B lleva un movimiento uniformemente acelerado llevando una velocidad constante, mientras que el C recorre una distancia mayor en un tiempo mayor a la de los autos A y B.”*

Por lo que se refiere a la relación entre la posición y la velocidad, para los estudiantes el movimiento ocurre cuando cambie la posición de un cuerpo.

*“El objeto no comienza en el origen, sino que avanza en  $t=0$  pero  $d=x$  donde  $x$  es diferente de cero, con una velocidad constante, debido a que si avanza 1 metro lo hacen en 10 segundos, por decir algo, 2 metros en 20 segundos y así sucesivamente provocando así la forma de la gráfica”.*

En cuanto a la distinción entre la velocidad y aceleración de un cuerpo, algunos alumnos piensan que por el hecho de que un cuerpo se mueva con cierta velocidad, necesariamente debe tener una aceleración, es decir, no distinguen entre los términos velocidad y aceleración. Así, algunos alumnos en sus respuestas manifiestan confusión entre los términos velocidad y aceleración. Por ejemplo, en algunas de las tareas propuestas los estudiantes señalan que si hay velocidad entonces existe una aceleración. Incluso en ocasiones se advierte que los consideran como sinónimos.

*“Cuerpo cuya aceleración o velocidad no es constante”.*

Un aspecto importante que afloró en las respuestas de los alumnos fue el problema de asociar conceptos geométricos (pendiente o inclinación, posición, cambio de pendiente) con conceptos físicos (velocidad, distancia, aceleración).

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El objetivo primordial de la presente investigación fue ponerle atención a las ideas o creencias acerca del concepto de movimiento de los cuerpos que poseen los alumnos al ingresar a la Facultad de Ingeniería de la UNAM.

Con base en lo desarrollado a lo largo de la presente investigación, el estudio arroja los siguientes resultados más destacados:

- a) Acerca del movimiento de los cuerpos, objetivo central del trabajo; los alumnos de manera generalizada, lo conciben como el cambio de lugar de un cuerpo con respecto a otro.

*“Es el cambio de posición de un cuerpo con respecto a otro que esta fijo.”*

Tal concepción hace evidente la necesidad de los alumnos de contar con un sistema de referencia, a partir del cual se hará patente o tangible el cambio de lugar de los cuerpos.

Además de lo recién citado, es de llamar la atención que algunos alumnos involucran la introducción de una “fuerza”, la cual es la causa para lograr que un cuerpo se mueva, sin embargo, no se proporciona información acerca de las características de la citada “fuerza”.

*“Es el resultado de la aplicación de una fuerza sobre un cuerpo, ya sea que este en reposo o realizando un desplazamiento.”*

- b) Se observan tendencias o propensiones por parte de los alumnos, en especial con lo lineal. Por ejemplo, en las actividades que involucran rectas, en general, las asocian o relacionan con el movimiento rectilíneo independientemente de que representen los ejes coordenados.

*“De la gráfica es rectilíneo por ser una recta y uniforme porque no tiene curvas que lo desvíen o algo así.”*

También los alumnos tienen la creencia de que un cuerpo describe un movimiento uniforme si la gráfica que se muestra es una recta, sin valorar otras características del movimiento.

*“Comienza en el origen y como es aceleración contra tiempo, sigue siendo un movimiento uniforme.”*

La familiaridad o propensión con lo lineal, se hace patente, también cuando a los alumnos se les presenta una tabla de datos y a partir de éstos se solicita la descripción del movimiento, en su mayoría, expresan que se trata de movimientos rectilíneos, tal como se cita a continuación.

*“Es un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, porque la velocidad va cambiando quiere decir que tiene una aceleración negativa.”*

*“Tiene un movimiento con una velocidad negativa en forma recta.”*

- c) Los alumnos interpretan globalmente las gráficas, es decir dejan de lado aspectos relevantes de las gráficas. Por ejemplo, en la cuestión 12, a partir de la gráfica de posición vs tiempo proporcionada, se solicita la descripción del movimiento descrito por los automóviles A, B y C. En las respuestas obtenidas por los alumnos es sistemático que asocien la gráfica de mayor inclinación o “más alta”, con la que recorre más distancia, asimismo la gráfica “más baja”, es relacionada con una menor distancia recorrida. Lo que hace evidente la apreciación de la gráfica en su forma global sin detenerse a reflexionar respecto a la caracterización del movimiento, es decir, en cuestiones como el estado inicial del cuerpo o lo que ocurre en los puntos donde cambia la inclinación de las rectas. La siguiente cita ilustra lo dicho.

*“En A recorre mayor distancia en menor tiempo con respecto a B y C, B recorre mayor distancia que C pero menor que A en el mayor tiempo con respecto a C y A. C recorre poca distancia con respecto a A y B y menor tiempo.”*

Una situación similar se constata en la pregunta 19, que muestra que los alumnos ven, al menos muy a menudo, el conjunto de las gráficas, ya que nuevamente caracterizan un movimiento a partir de su forma. Por ejemplo, en la actividad citada, se presentan dos curvas, la A cuya concavidad abre hacia arriba y por ello se relaciona con aumento de la velocidad, mientras que la concavidad de B es hacia abajo y ante ello se asocia con disminución de la velocidad, a pesar de que las respuestas pueden ser acertadas, no se ofrecen explicaciones para sustentar tales aseveraciones. Lo anterior se muestra en la siguiente cita.

*“La velocidad de A va aumentando y la de B va disminuyendo.”*

Otra evidencia que proporciona el presente estudio, es que al parecer los alumnos tienen mayor familiaridad o tendencia a trabajar con tabulaciones de datos, y bajo esta circunstancia perciben características relevantes del movimiento, que como ya se comentó anteriormente, se omiten, en general, cuando se presentan gráficas. Una ilustración de lo anterior es la pregunta 22 del cuestionario que solicita una descripción del movimiento. Los alumnos con ayuda de los datos proporcionados perciben situaciones sobresalientes como las siguientes: 1) que la velocidad se modifica en un lapso de tiempo, por consecuencia no es constante, 2) el cuerpo no se encuentra inicialmente en reposo, 3) intentan comúnmente obtener la gráfica a partir de los datos, sin embargo, muy frecuentemente fallan. En las citas siguientes se advierte esto.

*“La velocidad decrece proporcionalmente entonces es un movimiento uniformemente acelerado.”*

*“Yo lo que podría decir, es que comienza con una velocidad en el tiempo cero, entonces conforme va avanzado el tiempo el objeto va desacelerando, disminuyendo su velocidad, porque llega a cero. La gráfica de velocidad contra tiempo es una curva.”*

- d) Se exhiben confusiones conceptuales, una de las más frecuentes radica en el hecho de asociar al movimiento rectilíneo con una gráfica que muestre una recta, sin dar información acerca de las características importantes del tipo de movimiento.

*“Movimiento rectilíneo uniforme. En una gráfica se obtiene una recta.”*

Es manifiesta también la confusión que existe, por parte de los alumnos al referirse a ciertos conceptos relativos al movimiento de los cuerpos, por ejemplo, en algunos casos consideran como sinónimos o quizás con interpretaciones muy similares a la velocidad y a la aceleración. En las siguientes citas, en la primera de ellas, fue emitida en la cuestión 3 y nótese que se define de la misma manera tanto a la velocidad como a la aceleración.

*“MRU:  $v=d/t$  velocidad de un carro que recorre cierta distancia en un tiempo determinado. MRUA:  $a=\Delta d/\Delta t$  es aceleración es la diferencia de las distancias entre las diferencias del tiempo.”*

Respecto a las respuestas obtenidas de los alumnos en la pregunta 15, en la cual se proporcionan tres gráficas de velocidad vs tiempo de tres cuerpos, representadas por rectas que parten de un mismo punto, los alumnos notan que las rectas poseen diferentes inclinaciones, característica que utilizan para hacer el análisis del movimiento, sin embargo vuelven a manifestarse confusiones conceptuales, es decir, no discernen entre velocidad y aceleración.

*“En el D la aceleración va disminuyendo en forma rápida, mientras que en el E y el F su aceleración también desciende pero de forma más lenta.”*

*“Los tres inician con una velocidad. Después cada uno toma su camino y llega más tarde F, porque está más prolongada la línea, después E y después D y todos llegan a detenerse un cierto punto.”*

Otro hecho notorio y que confirma los malentendidos conceptuales entre los alumnos, se refiere a la concepción del movimiento uniforme. No obstante, que identifican la característica relevante a saber, que es constante, no es claro, si se refieren a la velocidad o la aceleración. Es decir, es probable que estén considerando tales conceptos como sinónimos.

*“Un movimiento que no cambia en dirección, ni magnitud de la velocidad”*

*“Es aquel que tiene una aceleración constante”*

*“Un movimiento que no cambia”*

Es importante señalar que no obstante que los alumnos manejan o emplean terminología del movimiento (tales como posición, velocidad, aceleración), no significa que entiendan los conceptos que subyacen en tales “términos” o la jerga técnica involucrada en este tópico.

Con base en los resultados anteriores y con el propósito de llevar a cabo acciones que ayuden a superar las creencias, ideas erróneas o propensiones antes evidenciadas acerca del movimiento de los cuerpos que muestran los alumnos al ingresar a su primer semestre a la Facultad de Ingeniería, se recomienda lo siguiente.

- ✓ Aplicar al inicio del curso de mecánica un diagnóstico sobre las creencias de los alumnos y de esta forma el profesor se dé cuenta del tipo de concepciones erróneas o propensiones poseen los alumnos. Esto le permitirá hacer una planeación adecuada del curso y seleccionar tareas y actividades que le contribuyan a corregir las deficiencias exhibidas. Este diagnóstico puede realizarse con el tipo de cuestionario que se usó en el presente estudio, por supuesto haciéndole las adecuaciones pertinentes.

- ✓ En los cursos de mecánica deberá enfatizarse la relación entre las matemáticas y los fenómenos físicos, favoreciendo la interpretación o sentido físico de las matemáticas involucradas.
  
- ✓ Vincular más estrechamente la teoría con la práctica, por ejemplo, el laboratorio es el sitio ideal para que los alumnos manipulen, observen, interpreten y establezcan hipótesis en torno del movimiento de los cuerpos. El profesor deberá someter a los alumnos a un interrogatorio al estilo socrático para identificar las dificultades de los alumnos y concepciones falsas.
  
- ✓ La utilización de la tecnología. Los experimentos que realicen los alumnos en el laboratorio con apoyo de equipo y programas de cómputo, que les permita visualizar gráficamente al mismo tiempo en qué ocurre el movimiento de un cuerpo, gráficas de posición vs tiempo, velocidad y aceleración vs tiempo. Este tipo de escenario experimental apoyará en superar las concepciones erróneas y confusiones conceptuales que se revisaron en el presente trabajo.
  
- ✓ Utilización de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC's), promover la creación de un ambiente inmersivo de prácticas virtuales, a través de las cuales los alumnos acceden al estudio de los diferente tipos de movimiento que observan en el entorno cotidiano.

- ✓ Utilización de paquetes didácticos y modelos físicos, construidos inclusive por los propios alumnos, y que les permitan simular algún movimiento específico.

Finalmente, la presente investigación es una aportación modesta en lo referente a las concepciones de los alumnos sobre el movimiento de los cuerpos. Sin embargo, es importante ahondar más en este tema, por ejemplo, el instrumento empleado tiene características que le puso atención a ciertos aspectos del asunto de las creencias, sobre el movimiento de los cuerpos. Como todo instrumento, es posible mejorarlo, por ejemplo, incluir reactivos que involucren la noción de fuerza y su relación con el movimiento y, sobre todo, cambiar el enfoque del instrumento.

## REFERENCIAS

Champagne, A. B., Gunstone, R. F., & Klopfer, L.E. (1983). Mathematics in the streets and schools. *British journal of developmental psychology*, 3, pp. 20 - 29.

Clement, J. (1982). Students' preconceptions in introductory mechanics. *American journal of physics*, 50, 1, pp. 65 - 78.

Clement, J. (1989). The concept of variation and misconceptions in cartesian graphing. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11, pp. 77 - 88.

Confrey, J. (1990). Review of research in education. *American Educational Research Association*, 16, pp. 3 - 56.

diSessa, A. (1982). Unlearning Aristotelian physics: A study of knowledge - based learning. *Cognitive science*, 6.

diSessa, A. Hammer, D., Sherin, B., & Kolpakowski, T. (1991). Inventing graphing: Meta - representational expertise in children. *Journal of mathematical behavior*, 10, pp. 116 - 160.

diSessa, A. y Sherin, B. (2000). Meta-representation: an introduction. *Journal of mathematical behavior*, 19, pp. 385 - 398.

Gilbert, J., Osborne, R., & Frensham, P. (1982). Children's science and its consequences for teaching. *Science education*, 66 (4), pp. 623 – 633.

Gran Enciclopedia Rialp. (1991). Ediciones Rialp. Tomo VII, p. 762.

Halloun, I. y Hestenes, D. (1985). Common sense concepts about motion. *American journal of physics*, 53 (11).

Nemirovsky, R. (1994). On ways of symbolizing: *The case of Laura and the velocity sign*. *Journal of Mathematical Behavior*, 13, pp. 389 - 422.

Nemirovsky, R. Tierney, C., & Wright, T. (1998). Body and graphing. *Cognition and instruction*, 16 (2), pp. 119 - 172.

Osbourne, R. J. & Wittrock, M. C. (1983). Learning science. *A generative process science education*, 67 (4), pp. 491 - 508.

Radatz, H. (1979). Error analysis in mathematics education. *Journal for research in mathematics education*, 10 (3), pp. 163 - 172.

Sánchez del Río, C. (1984). Historia de la física: Hasta el siglo XIX. Real academia de ciencias exactas, física y naturales.

Sherin, B. (2000). How students invent representations of motion. *Journal of mathematical behavior*, 19, pp. 399 - 441.

Truesdell, C. (1975). Ensayos de historia de la mecánica. Editorial tecnos.

Udías, V. (2004). Historia de la física. De Arquímedes a Einstein. Editorial síntesis. pp. 60 - 127.

Vera, F. (1970). Científicos griegos. Recopilación, estudio preliminar, preámbulos y notas. Tolle, Lege, pp. 285 - 294.

Viramontes, I. (2009). Tesis doctoral. Objetivación de saberes científicos-culturales relacionados con el movimiento lineal representado con gráficas cartesianas: una experiencia con estudiantes de bachillerato. Departamento de matemática educativa. Cinvestav-IPN. pp. 6 – 13.

## **ANEXOS**

## **Anexo 1. Cuestionarios representativos de los alumnos**

## CUESTIONARIO

## EL MOVIMIENTO

Alumno:

Asignatura: Geometría Analítica Grupo: 1123

*En cada una de las cuestiones que a continuación se te hacen, contesta lo más ampliamente posible, en caso de requerir espacio para tu respuesta, complétala en el reverso de la hoja. No debes borrar nada, si cometes alguna equivocación enciérrala entre paréntesis.*

## PARTE 1.

1. Dime las ideas que tienes acerca del movimiento.

Explicación: Es un cuerpo que rompe el estado de reposo para poder desplazarse en una dirección cualquiera

2. ¿Qué tipos de movimientos conoces y qué puedes decirme acerca de ellos?

Explicación: movimiento rectilíneo uniforme, movimiento rectilíneo constante es aquel que al recorrer una distancia recorre un intervalo de tiempo, para el cual siempre será el mismo. Movimiento rectilíneo acelerado es en el que se recorre una distancia en un tiempo y cada vez recorre más distancia en menos tiempo. Movimiento curvilíneo

3. De los movimientos que mencionaste en la cuestión 2, dame un ejemplo de cada uno ellos. rectilíneo constante. un ejemplo se da  
si se pudiera eliminar la fricción y aplicarle una fuerza  
a un cuerpo.

El movimiento curvilíneo cuando se avista un objeto  
en cualquier sentido que no sea hacia arriba en una línea  
vertical

4. Dime qué entiendes por movimiento uniforme.

Explicación: Es aquel que tiene una aceleración constante.

---

---

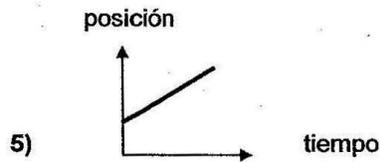
---

---

---

## PARTE 2.

Las siguientes gráficas ilustran distintos comportamientos de objetos. Describe la forma en que se mueven los objetos.



Explicación: Se mueve con  
una aceleración constante  
en la cual parte de un  
estado en movimiento.

---

---

---



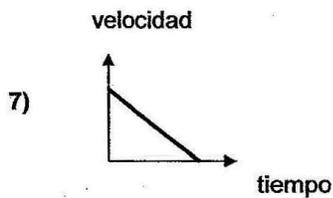
Explicación: \_\_\_\_\_

Se mueve con una  
variabilidad de aceleración  
y parte del reposo.

---

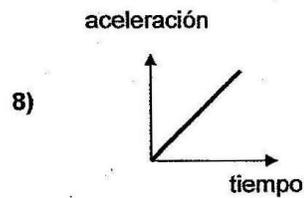
---

---



Explicación: \_\_\_\_\_

El objeto va perdiendo  
movimiento hasta llegar  
a un punto estatico



Explicación: \_\_\_\_\_

Se mueve con  
aceleración constante  
que parte de un estado  
de reposo

Con base en las gráficas anteriores, contesta las siguientes cuestiones.

9. ¿En cuál de ellos se representan movimientos con velocidad constante?

Explicación: en el inciso 6, porque recorre una mayor  
distancia en el mismo intervalo de tiempo

10. ¿En cuál de ellos se representan movimientos uniformemente acelerados?

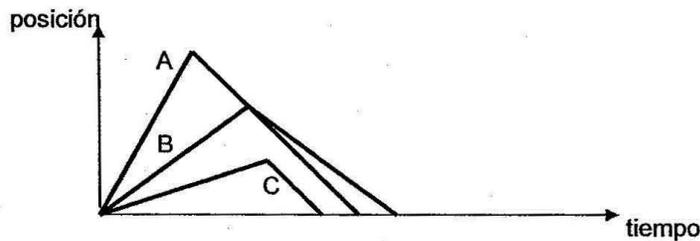
Explicación: En el inciso 8, porque rompe el estado  
de reposo con una cierta aceleración en un mismo  
intervalo de tiempo

11. ¿En cuál de ellos va creciendo o decreciendo la rapidez?

Explicación: En el inciso 7 y el 6. En el 7 decrece  
porque su aceleración tiende a ser nula mientras  
que en el 6 va creciendo pues su velocidad  
aumenta

### PARTE 3.

Las gráficas siguientes representan las posiciones de tres automóviles A, B y C en un viaje.



12. Proporciona una descripción del movimiento de cada uno de los objetos.

Explicación: El auto A recorre una mayor distancia en mas  
tiempo por lo cual su velocidad es mayor que la del B y el C.  
El auto B lleva un movimiento uniformemente acelerado llevando  
una velocidad constante mientras que en el auto C recorre una  
distancia mayor en un tiempo mayor a la de los autos  
A y B

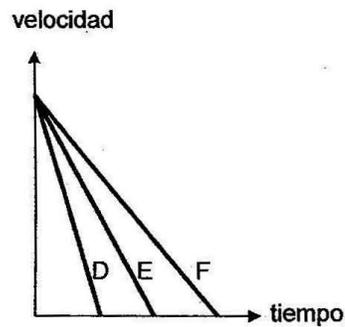
13. ¿Qué diferencias puedes observar en cada uno de estos movimientos?

Explicación: La aceleración es diferente, así como la  
velocidad y distancia que recorren  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

14. ¿Qué tipo de movimiento describen los objetos?

Explicación: movimiento rectilíneo con aceleración uniforme  
movimiento de un estado de reposo a un punto máximo de  
aceleración y luego a un frenado (perdida de velocidad)

Las gráficas siguientes representan el movimiento de tres objetos D, E y F.



15. Proporciona una descripción del movimiento de cada uno de los objetos.

Explicación: En el D el la aceleración va disminuyendo  
en forma rápida mientras que en el E y el F  
su aceleración también desciende pero de forma  
mas lenta

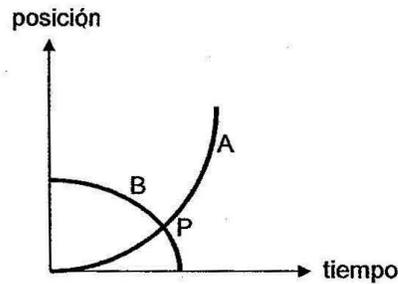
16. ¿Qué me puedes decir acerca de la distancia que recorren los objetos?, por ejemplo ¿cuál recorre más y cuál menos?

Explicación: El auto D recorre una menor distancia que el E así como el E recorre menos distancia que el automóvil F

17. ¿Qué diferencias puedes observar en cada uno de estos movimientos?

Explicación: En que los 3 tienen distintas aceleración y su distancia en recorrer es diferente

Las gráficas siguientes representan las posiciones de dos automóviles A y B en un viaje.



18. Proporciona una descripción del movimiento de cada uno de los automóviles.

Explicación: El automóvil B decrece su aceleración mientras que el A va creciendo

19. ¿Qué sucede con las velocidades de los automóviles antes del punto P?

Explicación: Aunque su aceleración es la misma la  
del B es negativa y la de A es positiva.

20. ¿Qué sucede con las velocidades de los automóviles después del punto P?

Explicación: La velocidad del auto B decae hasta  
el reposo mientras que la del A sigue con más  
velocidad

21. ¿Qué sucede con los automóviles en el punto P?

Explicación: Los dos llegan a la misma distancia  
en el mismo tiempo.

#### PARTE 4.

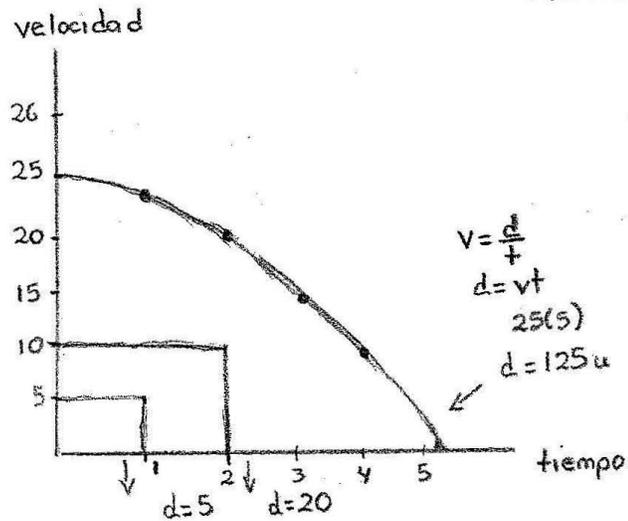
En la siguiente tabla se proporciona información del movimiento de un objeto. Con base en los datos dados contesta las siguientes cuestiones.

tiempo	Velocidad
0	25
1	24
2	21
3	16
4	9
5	0

22. Proporciona una descripción del movimiento.

Explicación: Tiene un movimiento con una velocidad  
negativa en forma recta

23. Con base en la información dada determina la distancia que recorre el objeto.



24. En caso de no haber podido obtener la distancia que recorre el objeto, dime ¿por qué?

Explicación: No se puede obtener porque no hay una  
velocidad fija ni un tiempo fijo. La función  
vamos en sus resultados

CUESTIONARIO

E2

EL MOVIMIENTO

Alumno:

Asignatura: Geometría Analítica

Grupo: 1123

En cada una de las cuestiones que a continuación se te hacen, contesta lo más ampliamente posible, en caso de requerir espacio para tu respuesta, complétala en el reverso de la hoja. No debes borrar nada, si cometes alguna equivocación enciérrala entre paréntesis.

PARTE 1.

1. Dime las ideas que tienes acerca del movimiento.

Explicación: Es el resultado de la aplicación de una fuerza sobre un cuerpo, ya sea que esté en reposo o realizando un desplazamiento

2. ¿Qué tipos de movimientos conoces y qué puedes decirme acerca de ellos?

Explicación: Movimiento uniformemente acelerado, caída libre, tiro parabólico, movimiento rectilíneo uniforme, movimiento circular

3. De los movimientos que mencionaste en la cuestión 2, dame un ejemplo de cada uno ellos. *Movimiento uniformemente acelerado - un móvil bajando por un plano inclinado. Mov. rectilíneo uniforme - un automóvil a velocidad constante, tiro parabólico - lanzar una piedra y caída libre, dejar caer algo. movimiento circular - un rotor*

4. Dime qué entiendes por movimiento uniforme.

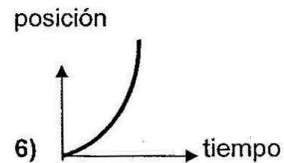
Explicación: *Un movimiento que no cambia en dirección, ni magnitud de la velocidad*

**PARTE 2.**

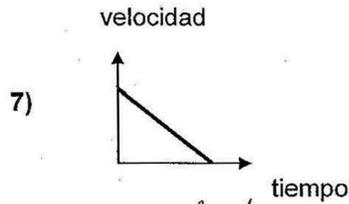
Las siguientes gráficas ilustran distintos comportamientos de objetos. Describe la forma en que se mueven los objetos.



Explicación: *La gráfica te muestra un movimiento a una velocidad constante*



Explicación: *La gráfica te muestra un movimiento uniformemente acelerado*



Explicación: del descenso de una aceleración

---



---



---



---



Explicación: un movimiento uniformemente acelerado, pero, tampoco la relación aceleración-tiempo, en donde la aceleración tiene un movimiento constante al igual que el tiempo

Con base en las gráficas anteriores, contesta las siguientes cuestiones.

9. ¿En cuál de ellos se representan movimientos con velocidad constante?

Explicación: solo en la 5

---



---



---

10. ¿En cuál de ellos se representan movimientos uniformemente acelerados?

Explicación: en la 6 y 7

---



---



---

11. ¿En cuál de ellos va creciendo o decreciendo la rapidez?

Explicación: en la 6 y 8

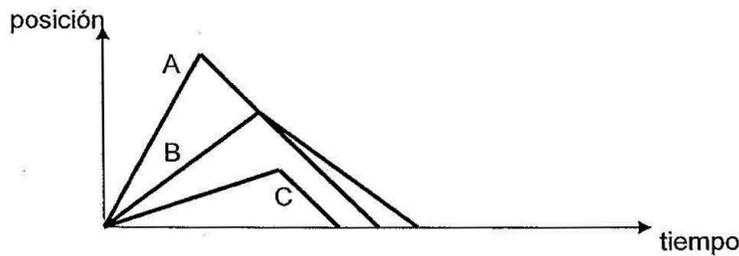
---

---

---

**PARTE 3.**

Las gráficas siguientes representan las posiciones de tres automóviles A, B y C en un viaje.



12. Proporciona una descripción del movimiento de cada uno de los objetos.

Explicación: la gráfica A representa una posición más ligera en un tiempo que está entre el de B y C. La gráfica de B es una menor posición en un tiempo mayor que A y C, y la gráfica de C es una distancia menor en un tiempo menor que A y C

13. ¿Qué diferencias puedes observar en cada uno de estos movimientos?

Explicación: Que las velocidades son diferentes para recorrer una distancia dada a cada auto

---

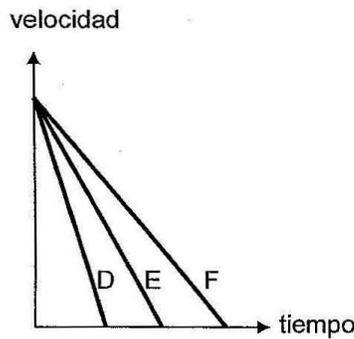
---

---

14. ¿Qué tipo de movimiento describen los objetos?

Explicación: son rectilíneos uniformes, ya sea  
positivos o negativos, es decir se  
van y vuelta a diferentes posiciones,  
y a su vez cada uno con una velo-  
cidad diferente

Las gráficas siguientes representan el movimiento de tres objetos D, E y F.



15. Proporciona una descripción del movimiento de cada uno de los objetos.

Explicación: El objeto D sufre una desaceleración en  
menor tiempo, E en un tiempo mayor  
que D, pero menor que F y  
F en un tiempo mayor

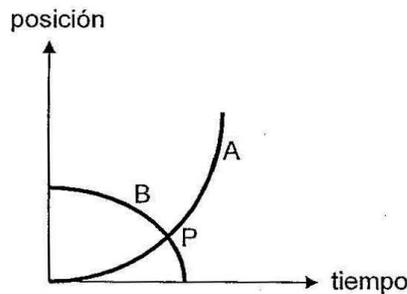
16. ¿Qué me puedes decir acerca de la distancia que recorren los objetos?, por ejemplo ¿cuál recorre más y cuál menos?

Explicación: como D se desacelera más rápido es quien recorre menos y F, al desacelerarse más lento recorre más

17. ¿Qué diferencias puedes observar en cada uno de estos movimientos?

Explicación: Que solo varía la magnitud de la desaceleración y el tiempo, aunque en todos la desaceleración es constante

Las gráficas siguientes representan las posiciones de dos automóviles A y B en un viaje.



18. Proporciona una descripción del movimiento de cada uno de los automóviles.

Explicación: A es un movimiento uniformemente acelerado y B un movimiento uniformemente desacelerado, que en cierto punto P está a la misma distancia de un punto de referencia y crecen

19. ¿Qué sucede con las velocidades de los automóviles antes del punto P?

Explicación: La velocidad de B es mayor  
a la de A

20. ¿Qué sucede con las velocidades de los automóviles después del punto P?

Explicación: La velocidad de A es mayor  
a la de B

21. ¿Qué sucede con los automóviles en el punto P?

Explicación: Se encuentran a la misma  
distancia del origen a la misma  
velocidad, pero en direcciones  
opuestas

#### PARTE 4.

En la siguiente tabla se proporciona información del movimiento de un objeto. Con base en los datos dados contesta las siguientes cuestiones.

tiempo	Velocidad
0	25
1	24
2	21
3	16
4	9
5	0

22. Proporciona una descripción del movimiento.

Explicación: *La velocidad disminuye proporcionalmente, entonces es un movimiento uniformemente desacelerado*

23. Con base en la información dada determina la distancia que recorre el objeto.

~~datos~~

$$d = d_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$d = 0 + 25 \times 5 + \frac{1}{2} (5) 5^2$$

$$d = 125 + \frac{125}{2}$$

$$d = \frac{3(125)}{2} = \boxed{187.5}$$

$$d = vt$$
$$a = \frac{v}{t}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ \times 3 \\ \hline 375 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 187.5 \\ 2 \overline{) 375} \\ \underline{17} \\ 15 \\ \underline{10} \end{array}$$

24. En caso de no haber podido obtener la distancia que recorre el objeto, dime ¿por qué?

Explicación: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

## CUESTIONARIO

## EL MOVIMIENTO

Alumno:

Asignatura: Geometría analíticaGrupo: 1123

*En cada una de las cuestiones que a continuación se te hacen, contesta lo más ampliamente posible, en caso de requerir espacio para tu respuesta, complétala en el reverso de la hoja. No debes borrar nada, si cometes alguna equivocación enciérrala entre paréntesis.*

## PARTE 1.

1. Dime las ideas que tienes acerca del movimiento.

Explicación: Es el cambio de posición de un cuerpo con respecto a otro que está fijo.

---



---



---

2. ¿Qué tipos de movimientos conoces y qué puedes decirme acerca de ellos?

Explicación: Movimiento rectilíneo uniforme: es el cambio de posición de un cuerpo con respecto a otro que se encuentra fijo sin cambios de dirección y con velocidad constante.  
M. rectilíneo uniformemente acelerado, es aquel en donde existe un cambio constante de velocidad en un intervalo de tiempo.

---

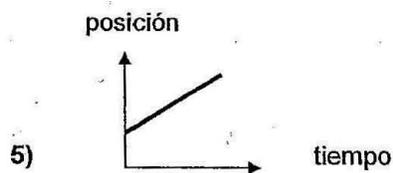
3. De los movimientos que mencionaste en la cuestión 2, dame un ejemplo de cada uno ellos. un automóvil a velocidad constante en una carretera en línea recta (mov. rectilíneo uniforme). El mismo automóvil en la misma situación pero aumentando su velocidad a razón de tiempo (mov. rectilíneo uniformemente acelerado)

4. Dime qué entiendes por movimiento uniforme.

Explicación: Es el cambio de posición de un cuerpo que se lleva a cabo con velocidad constante.

#### PARTE 2.

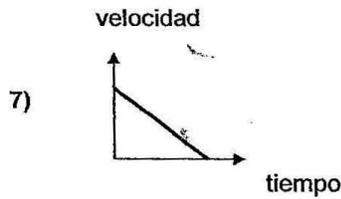
Las siguientes gráficas ilustran distintos comportamientos de objetos. Describe la forma en que se mueven los objetos.



Explicación: El cuerpo que se encuentra en una cierta posición se mueve constantemente en un intervalo de tiempo cambiando su posición inicial.



Explicación: Cuerpo cuya aceleración o velocidad no es constante.



Explicación: El cuerpo que lleva una cierta velocidad, la disminuye hasta llegar a estar completamente detenido en un intervalo de tiempo.



Explicación: El cuerpo se mueve a partir de un estado de inercia (aceleración = 0) constantemente en un determinado intervalo de tiempo.

Con base en las gráficas anteriores, contesta las siguientes cuestiones.

9. ¿En cuál de ellos se representan movimientos con velocidad constante?

Explicación: En el inciso 7 y 8

10. ¿En cuál de ellos se representan movimientos uniformemente acelerados?

Explicación: inciso 8 y 6

11. ¿En cuál de ellos va creciendo o decreciendo la rapidez?

Explicación: en el B y en el C

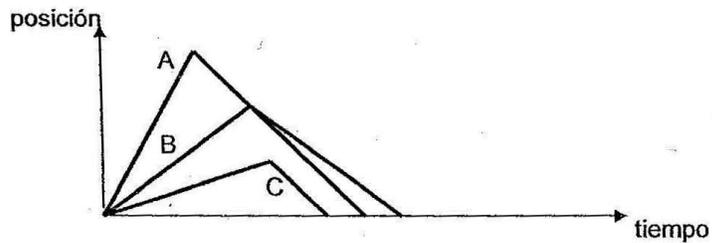
---

---

---

**PARTE 3.**

Las gráficas siguientes representan las posiciones de tres automóviles A, B y C en un viaje.



12. Proporciona una descripción del movimiento de cada uno de los objetos.

Explicación: El automóvil iba a una velocidad constante y mayor al de los otros automóviles y cuando llegó a su posición final disminuye su velocidad hasta detenerse ( $v=0$ ). En un determinado intervalo de tiempo lo mismo sucede con B y C, pero B llevaba una vel. menor a A y mayor que C y en determinado momento A y B se encontraron en la misma posición.

13. ¿Qué diferencias puedes observar en cada uno de estos movimientos?

Explicación: la velocidad

---

---

---

---

14. ¿Qué tipo de movimiento describen los objetos?

Explicación: Rectilíneo uniformemente acelerado

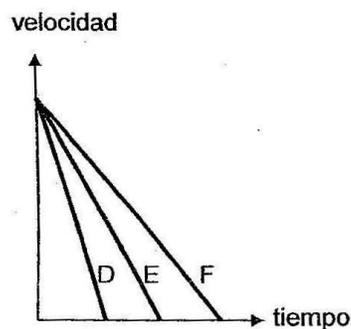
---

---

---

---

Las gráficas siguientes representan el movimiento de tres objetos D, E y F.



15. Proporciona una descripción del movimiento de cada uno de los objetos.

Explicación: El objeto D disminuyó su velocidad de manera constante al igual que E y F. Los tres objetos llevan la misma velocidad pero la disminuyen en diferentes intervalos de tiempo, hasta llegar a estar inmóviles. Primero llega a un estado de inercia el objeto D, luego el E y por último el F.

---

---

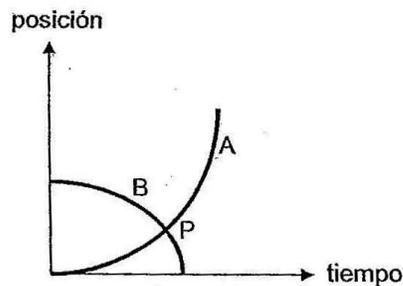
16. ¿Qué me puedes decir acerca de la distancia que recorren los objetos?, por ejemplo ¿cuál recorre más y cuál menos?

Explicación: D recorre menos distancia que E y F  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

17. ¿Qué diferencias puedes observar en cada uno de estos movimientos?

Explicación: Solo varía el intervalo de tiempo  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Las gráficas siguientes representan las posiciones de dos automóviles A y B en un viaje.



18. Proporciona una descripción del movimiento de cada uno de los automóviles.

Explicación: El cuerpo A y el cuerpo B disminuyen su velocidad de manera que cambia su posición en determinado intervalo de tiempo  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

19. ¿Qué sucede con las velocidades de los automóviles antes del punto P?

Explicación: NO VARÍAN

20. ¿Qué sucede con las velocidades de los automóviles después del punto P?

Explicación: NO VARÍAN

21. ¿Qué sucede con los automóviles en el punto P?

Explicación: SE ENCUENTRAN EN LA MISMA POSICIÓN.

#### PARTE 4.

En la siguiente tabla se proporciona información del movimiento de un objeto. Con base en los datos dados contesta las siguientes cuestiones.

tiempo	Velocidad
0	25
1	24
2	21
3	16
4	9
5	0

22. Proporciona una descripción del movimiento.

Explicación: La disminución de la velocidad no es constante con respecto al tiempo

---

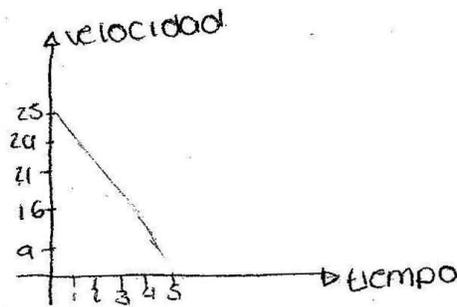
---

---

---

23. Con base en la información dada determina la distancia que recorre el objeto.

$$d = \frac{v}{e}$$



24. En caso de no haber podido obtener la distancia que recorre el objeto, dime ¿por qué?

Explicación: El tiempo no puede ser igual a cero porque según la fórmula daría una indeterminación.

---

---

---

## CUESTIONARIO

E4

### EL MOVIMIENTO

Alumno:

Asignatura: Geometría Analítica Grupo: 1123

**En cada una de las cuestiones que a continuación se te hacen, contesta lo más ampliamente posible, en caso de requerir espacio para tu respuesta, complétala en el reverso de la hoja. No debes borrar nada, si cometes alguna equivocación enciérrala entre paréntesis.**

#### PARTE 1.

1. Dime las ideas que tienes acerca del movimiento.

Explicación: es la capacidad de un cuerpo  
para trasladarse de un lugar a otro.

2. ¿Qué tipos de movimientos conoces y qué puedes decirme acerca de ellos?

Explicación: MRU y MRUA el MRU es constante  
y se usa velocidad:  $v = \frac{d}{t}$   
MRUA es movimiento rectilíneo uniforme  
acelerado y se aplica la aceleración  
con diferencias de tiempos distancias  
etc.

3. De los movimientos que mencionaste en la cuestión 2, dame un ejemplo de cada uno ellos. MRU =  $v = \frac{d}{t}$  velocidad de un carro que recorre a cierta distancia en un tiempo determinado

MRUA =  $a = \frac{\Delta d}{\Delta t}$  es aceleración es la diferencia de las distancias entre las diferencias del tiempo

4. Dime qué entiendes por movimiento uniforme.

Explicación: que es constante

---



---



---



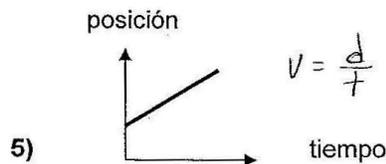
---



---

**PARTE 2.**

Las siguientes gráficas ilustran distintos comportamientos de objetos. Describe la forma en que se mueven los objetos.

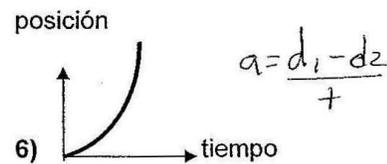


Explicación: la distancia es directamente proporcional al tiempo esta es un MRU

---



---

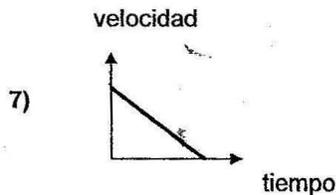


Explicación: esta es la gráfica de la aceleración de un cuerpo es un MRUA

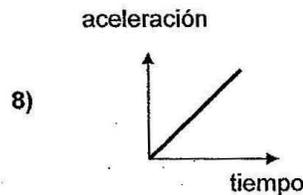
---



---



Explicación: en esta la  
velocidad disminuye  
respecto al tiempo



Explicación: aumenta  
al tiempo y la  
aceleración son  
directamente  
proporcionales

Con base en las gráficas anteriores, contesta las siguientes cuestiones.

9. ¿En cuál de ellos se representan movimientos con velocidad constante?

Explicación: es la 5) porque la distancia  
y el tiempo son directamente propor-  
cionales

10. ¿En cuál de ellos se representan movimientos uniformemente acelerados?

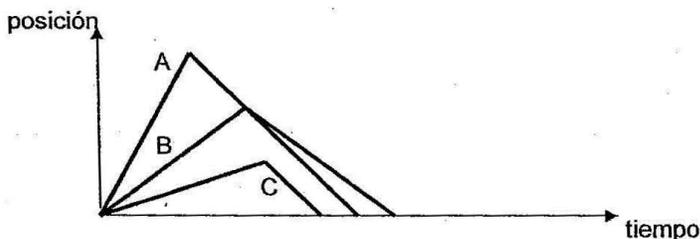
Explicación: en la 6) y 8) porque usan  
la fórmula de aceleración

11. ¿En cuál de ellos va creciendo o decreciendo la rapidez?

Explicación: en el 8) crece la aceleración y en la 7) <sup>decrece</sup> la velocidad en la 5) velocidad es constante y en la 6) la aceleración es constante

### PARTE 3.

Las gráficas siguientes representan las posiciones de tres automóviles A, B y C en un viaje.



12. Proporciona una descripción del movimiento de cada uno de los objetos.

Explicación: en A recorrieron mayor distancia en menor tiempo con respecto a B y C  
B recorren mayor distancia que C pero menor que A en el mayor tiempo con respecto a C y A  
C recorre poca distancia con respecto a A y B y menor tiempo

13. ¿Qué diferencias puedes observar en cada uno de estos movimientos?

Explicación: que sus velocidades fueran constantes al subir y de regreso igual

14. ¿Qué tipo de movimiento describen los objetos?

Explicación: MRU

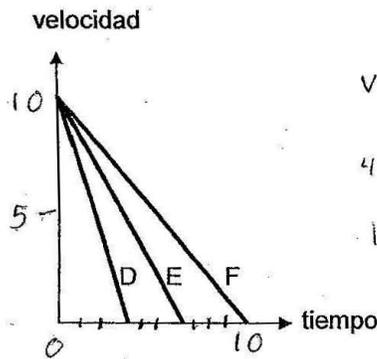
---

---

---

---

Las gráficas siguientes representan el movimiento de tres objetos D, E y F.



$$v = \frac{d}{t}$$

$$4 = \frac{8}{2}$$

$$1 = \frac{10}{10}$$

$$10 = \frac{10}{1}$$

$$8 = \frac{16}{2}$$

$$6 = \frac{18}{3}$$

15. Proporciona una descripción del movimiento de cada uno de los objetos.

Explicación: que conforme aumenta el tiempo  
transcurrido disminuye la velocidad. Probado  
en los ejemplos de arriba

---

---

---

---

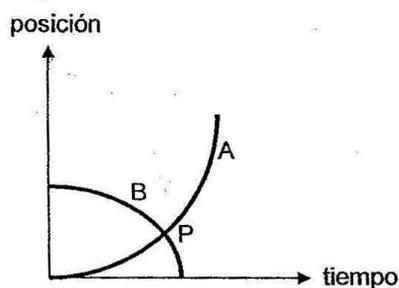
16. ¿Qué me puedes decir acerca de la distancia que recorren los objetos?, por ejemplo ¿cuál recorre más y cuál menos?

Explicación: F recorre mas distancia y  
D menos

17. ¿Qué diferencias puedes observar en cada uno de estos movimientos?

Explicación: su tiempo en que se efectua

Las gráficas siguientes representan las posiciones de dos automóviles A y B en un viaje.



18. Proporciona una descripción del movimiento de cada uno de los automóviles.

Explicación: en A creció la aceleración y fue cons-  
tante y B decayó en distancia al igual que  
aumento al tiempo

19. ¿Qué sucede con las velocidades de los automóviles antes del punto P?

Explicación: son constantes, una crece la otra  
decrece

20. ¿Qué sucede con las velocidades de los automóviles después del punto P?

Explicación: continúan su movimiento

21. ¿Qué sucede con los automóviles en el punto P?

Explicación: se intersectan

#### PARTE 4.

En la siguiente tabla se proporciona información del movimiento de un objeto. Con base en los datos dados contesta las siguientes cuestiones.

tiempo	Velocidad
0	25
1	24
2	21
3	16
4	9
5	0

= 0

= 24

= 42

= 48

= 36

= 0

22. Proporciona una descripción del movimiento.

Explicación: es MRU hasta el tiempo 3  $v=16$   
por que a  $t=4$   $v=9$  - la distancia  
disminuye

23. Con base en la información dada determina la distancia que recorre el objeto.

(0) (25) 0  
(1) (24) 24  
(2) (21) 42  
(3) (16) 48  
(4) (9) 36  
(5) (0) = 0

$$v = \frac{d}{t} \quad \frac{d = vt}{:}$$

24. En caso de no haber podido obtener la distancia que recorre el objeto, dime ¿por qué?

Explicación: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

CUESTIONARIO

E5

EL MOVIMIENTO

Alumno:

Asignatura: Geometría Analítica

Grupo: 1123

**En cada una de las cuestiones que a continuación se te hacen, contesta lo más ampliamente posible, en caso de requerir espacio para tu respuesta, complétala en el reverso de la hoja. No debes borrar nada, si cometes alguna equivocación enciérrala entre paréntesis.**

PARTE 1.

1. Dime las ideas que tienes acerca del movimiento.

Explicación: Es un estado físico de los cuerpos donde cumple con ciertas características como velocidad, aceleración y masa del objeto así como su posición respecto a otro punto

2. ¿Qué tipos de movimientos conoces y qué puedes decirme acerca de ellos?

Explicación: movimiento lineal, circular, parabólico

3. De los movimientos que mencionaste en la cuestión 2, dame un ejemplo de cada uno ellos.

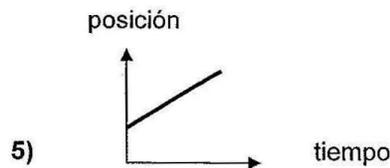
*un movimiento circular se ejemplifica en la rueda de la fortuna o en un fanalito al hacerlo girar. Un parábolico es el que describe la trayectoria en forma de parábola como un misil lanzado de tierra a tierra.*

4. Dime qué entiendes por movimiento uniforme.

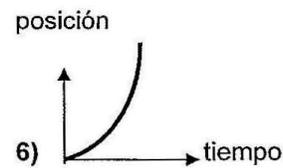
Explicación: *Es aquel en donde sus condiciones permanecen constantes o varían de forma constante.*

## PARTE 2.

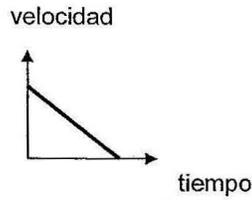
Las siguientes gráficas ilustran distintos comportamientos de objetos. Describe la forma en que se mueven los objetos.



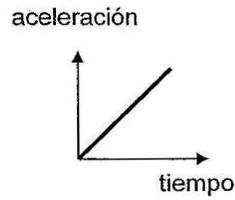
Explicación: *Describe la velocidad del objeto parte de cierto punto y después se desplaza cierta distancia en un intervalo de tiempo dado.*



Explicación: *Describe la aceleración de un cuerpo que parte desde un punto va recorriendo una distancia cada vez mayor por unidad de tiempo.*



Explicación: Describe la  
aceleración de un cuerpo que  
parte de cierta velocidad  
y llega hasta el reposo  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_



Explicación: Describe  
un movimiento uniformemente  
acelerado, ya que por cada  
intervalo de tiempo transcurrido  
la aceleración aumenta de  
manera constante  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

Con base en las gráficas anteriores, contesta las siguientes cuestiones.

9. ¿En cuál de ellos se representan movimientos con velocidad constante?

Explicación: en la (5)  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

10. ¿En cuál de ellos se representan movimientos uniformemente acelerados?

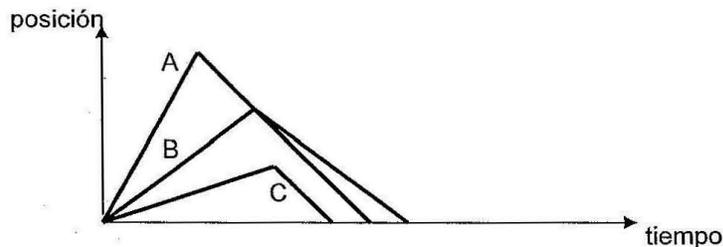
Explicación: en (7) y (8)  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

11. ¿En cuál de ellos va creciendo o decreciendo la rapidez?

Explicación: en la ②  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

### PARTE 3.

Las gráficas siguientes representan las posiciones de tres automóviles A, B y C en un viaje.



12. Proporciona una descripción del movimiento de cada uno de los objetos.

Explicación: El automóvil A parte de un punto y viaja a velocidad constante y después de cierto tiempo gira y regresa a su posición inicial un poco más despacio. El B lleva cierta velocidad etc y al girar regresa con la misma velocidad. El C avanza con una velocidad constante y al girar aumenta repentinamente la velocidad.

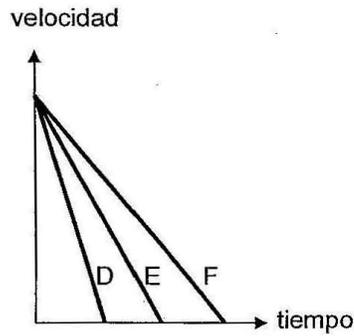
13. ¿Qué diferencias puedes observar en cada uno de estos movimientos?

Explicación: El A recorre mayor distancia que B y C y en un tiempo menor que B, lo cual indica que la velocidad de A es  $\gt$  la de B. B recorre al parecer la misma distancia de ida que de regreso en el mismo tiempo, lo cual dice que su velocidad permanece constante. C en su primer recorrido de ida lleva una velocidad  $\lt$  la de ida y lo hace en menos tiempo que A y B, pero eso no significa que viaje más rápido.

14. ¿Qué tipo de movimiento describen los objetos?

Explicación: velocidad  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Las gráficas siguientes representan el movimiento de tres objetos D, E y F.



15. Proporciona una descripción del movimiento de cada uno de los objetos.

Explicación: El objeto D representa una aceleración negativa  
mayor a E y F. El objeto E tiene una aceleración  
negativa menor que D pero > F. F tiene una aceleración  
negativa menor a E y D.  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

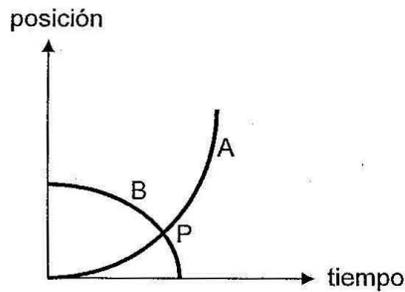
16. ¿Qué me puedes decir acerca de la distancia que recorren los objetos?, por ejemplo ¿cuál recorre más y cuál menos?

Explicación: No se sabe que distancia recorren porque no se tiene de donde parten, solo se tiene el momento en el que los 3 llevan la misma velocidad.

17. ¿Qué diferencias puedes observar en cada uno de estos movimientos?

Explicación: Que llevan diferente aceleración y por tanto ~~B~~ tienen diferentes tiempos.

Las gráficas siguientes representan las posiciones de dos automóviles A y B en un viaje.



18. Proporciona una descripción del movimiento de cada uno de los automóviles.

Explicación: A lleva una aceleración constante y B una desaceleración

19. ¿Qué sucede con las velocidades de los automóviles antes del punto P?

Explicación: son iguales  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

20. ¿Qué sucede con las velocidades de los automóviles después del punto P?

Explicación: A aumenta y B disminuye  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

21. ¿Qué sucede con los automóviles en el punto P?

Explicación: Tanta la aceleración de A como la desaceleración de B los hace alcanzar la misma velocidad  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

#### PARTE 4.

En la siguiente tabla se proporciona información del movimiento de un objeto. Con base en los datos dados contesta las siguientes cuestiones.

tiempo	Velocidad
0	25
1	24
2	21
3	16
4	9
5	0

22. Proporciona una descripción del movimiento.

Explicación: el movimiento es desaceleración que parte  
de cierta velocidad y llega al reposo

23. Con base en la información dada determina la distancia que recorre el objeto.

$$a = \frac{-25 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5 \text{ s}} = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$0^2 = \frac{V_f^2 - V_0^2}{2a} = \frac{(-25 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{+10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$a = \frac{V_f - V_0}{t}$$

$$d = V_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$V_f^2 = V_0^2 + 2ad$$

24. En caso de no haber podido obtener la distancia que recorre el objeto, dime  
¿por qué?

Explicación: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**Anexo 2. Transcripción de la entrevista realizada a una pareja de alumnos**

Antes de presentar la transcripción de la pareja entrevistada, se precisa que a las estudiantes elegidas se les denominó E6 y E7, la primera de 17 años y sus estudios de bachillerato los realizó en el plantel número 6 de la Escuela Nacional Preparatoria, mientras que la segunda, tenía 18 años de edad y provenía del Colegio de Ciencias y Humanidades, plantel sur.

Transcripción de la entrevista realizada.

Profesor:

Pregunta 1. Dime las ideas que tienes acerca del movimiento.

E6:

Un objeto que toma diferentes posiciones a lo largo de un tiempo.

E7:

Desplazamiento de cualquier cosa.

Profesor:

Tú E6, me decías que es el cambio de posición, ese cambio de posición respecto ¿a qué lo mides?

E6:

A un marco de referencia.

Profesor:

Pregunta 2. ¿Qué tipos de movimientos conoces y qué puedes decirme acerca de ellos?

E7:

Por ejemplo, movimiento rectilíneo uniforme.

Profesor:

Movimiento rectilíneo uniforme, ¿en qué se distingue?, ¿qué características tiene?

E7:

En una gráfica, por ejemplo, un objeto viaja, bueno de la gráfica de movimiento rectilíneo uniforme se obtiene una recta, una línea recta, según lo que yo se.

Profesor:

Esa gráfica sería ¿de qué contra qué?

E7:

De velocidad contra tiempo.

Profesor:

¿Y entonces el lugar geométrico es una recta?

E7:

¡Ajá!

E6:

Bueno del movimiento rectilíneo uniforme es un desplazamiento en línea recta con una velocidad constante.

Profesor:

¿Ese es el movimiento?

E6:

Rectilíneo uniforme

Profesor:

¿Conoces otro?

E6:

Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, que es cuando, el rectilíneo uniforme es la misma velocidad, pero en el rectilíneo uniformemente acelerado ya existe una aceleración que es diferente de cero y que es la misma durante todo el estudio, en el trayecto del objeto.

Profesor:

¿Otro más?, si conoces ¿eh?

E6:

No

Profesor:

¿Tú E7?

E7:

No, no recuerdo algún otro.

Profesor:

De lo que decía E7, de la gráfica de velocidad contra tiempo, dice que en un movimiento rectilíneo uniforme, esa gráfica es una línea recta, esa opinión ¿tú la tienes también?

E6:

De la velocidad contra tiempo, sí es una constante.

Profesor:

¿Y es una línea recta?

E6:

Sí perpendicular, digo paralela al eje del tiempo.

Profesor:

Pero ¿esa línea recta se refiere a la trayectoria o por qué la velocidad es constante?

E6:

Porque la velocidad es constante, si quisieras graficar la trayectoria tendrías que graficar distancia contra tiempo.

Profesor:

Pregunta 3. De los movimientos que mencionaste, en la cuestión 2, dame un ejemplo de cada uno. Tú me hablaste de movimiento rectilíneo uniforme ¿cuál sería un ejemplo?

E6:

Pues podría ser, no sé, es que no se si la tierra se mueva a la misma velocidad siempre o a veces tome alguna aceleración, pero yo creo que es uniforme.

Profesor:

Pero me hablaste de movimiento rectilíneo uniforme.

E6:

¡Ah sí! entonces sería un carro que mantenga su velocidad durante un periodo de tiempo.

Profesor:

¿y que se mueva?

E6:

En línea recta, por ejemplo, en una carretera que este recta.

Profesor:

Y un ejemplo de movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, que fue el otro que mencionaste.

E6:

Pues también podría ser un carro o también podría ser la caída de un objeto.

Profesor:

La caída de un objeto ¿por qué?

E6:

Porque tiene una aceleración, que va con la gravedad, que va siempre siendo 9.8 y la velocidad con que lanzas el objeto es una... ¿no?, es la velocidad inicial y va disminuyendo conforme a la fuerza de gravedad que hace contrafuerza.

Profesor:

O sea que si tú sueltas un objeto a cierta altura respecto del piso, ¿su velocidad va ir disminuyendo?

E6:

No, si tú lo lanzas y si lo sueltas, si lo sueltas tiene una velocidad inicial de cero y entonces va aumentando conforme a la velocidad de gravedad...la aceleración de gravedad.

Profesor:

¿Tú E7?, ¿algún ejemplo de movimiento rectilíneo uniforme?

E7.

Ah, pues podría ser al lanzar una esfera, por ejemplo la lanzas a una velocidad

Profesor:

¿De qué manera la lanzas?, ¿hacia arriba?

E7:

No, este horizontal, la lanzas y a cierta velocidad.

Profesor:

Si yo lo lanzo como tú decías sobre una superficie plana, para que fuera un movimiento rectilíneo uniforme, la velocidad con la que lo aventaste, ¿cómo es esa velocidad?

E7:

Tiene que ser constante.

Profesor:

Pregunta 4. Dime qué entiendes por movimiento uniforme.

E6:

Un movimiento que no cambia su velocidad.

E7:

Un movimiento que siempre va a estar constante.

Profesor:

¿Constante?

E7:

Que no se mueve, ¡eh! por ejemplo si es la velocidad, o sea que siempre va a ir a esa velocidad.

Profesor:

¿Y si un cuerpo se mueve en línea recta ese es un movimiento uniforme?, ¿por qué se mueve sobre la línea recta?

E7:

Sí

Profesor:

Pregunta 5. La siguiente gráfica ilustra el comportamiento de un objeto. Describe la forma en que se mueve.

E7:

Existe, mmm, es que es constante.

Profesor:

¿Qué es constante?

E7:

La... a ver, es posición contra tiempo ¿no?

Profesor:

Por ejemplo, podría decirse a partir de la gráfica ¿qué tipo de movimiento es?

E7:

Un movimiento rectilíneo uniforme.

Profesor:

¿Por qué me puedes asegurar que es un movimiento rectilíneo uniforme?

E7:

Bueno rectilíneo por la... bueno por el resultado de la gráfica que es una línea recta, y uniforme porque... no tiene digamos así curvas que lo desvíen o algo así.

Profesor:

El hecho de que no haya curvas significa ¿qué entonces es uniforme?

E7:

Sí

Profesor:

Tú E6.

E6:

Yo digo que de esa gráfica la velocidad es la que está constante, empieza de una posición diferente de cero y la velocidad constante.

Profesor:

¿De dónde ves? o ¿de dónde concluyes que la velocidad es constante?

E6:

Por la inclinación de la recta.

Profesor:

¡Ajá!

E6:

Que no es, bueno por la pendiente de la recta que se ve que es como que la misma en toda no cambia drásticamente.

Profesor:

¿La velocidad tiene algo que ver con la pendiente de esa gráfica?

E6

Sí

Profesor:

¿Qué?

E6:

Pues es que según yo, la velocidad es la pendiente.

Profesor:

A partir de que en esta gráfica se muestra una línea recta, se puede decir que, ¿el objeto describe un movimiento rectilíneo?

E6:

No se, yo creo que sí porque es proporcional la posición al paso del tiempo.

Profesor:

Pero eso me lo aseguras ¿por qué es una línea recta?

E6:

Si, mmm

Profesor:

Pregunta 6. La siguiente gráfica ilustra el comportamiento de un objeto. Describe la forma en que se mueve.

E6:

Que según yo, hay una desaceleración, no... espera no, hay una desaceleración porque conforme va pasando el tiempo, es como una parábola y entonces va creciendo la posición, muy rápido, aquí va poquito, poquito y aquí ya se, es como exponencial.

Profesor.

¿Qué pasa con la velocidad?

E6:

Esta cambiando hay una aceleración.

Profesor:

A ver, velocidad, va aumentando ¿de qué manera va aumentando?

E6:

Pues, no sé, no, no sé.

Profesor:

Y la aceleración que mencionabas, ¿qué me puedes decir de la aceleración?

E6:

Que es constante.

Profesor:

¿De dónde sacas ese argumento?

E6:

Porque, bueno yo pienso que, que aquí, es como elevar a una potencia ¿no?, bueno es lo que me da la gráfica y que la aceleración va aumentando la posición porque la velocidad va aumentando, la aceleración modifica a la velocidad, entonces si la velocidad va aumentando conforme a una aceleración constante, entonces la posición que recorra en cierto tiempo va siendo cada vez mayor.

Profesor:

¿E7?

E7:

Coincido con mi compañera, que hay una aceleración.

Profesor:

Esa aceleración ¿qué características tiene?

E7:

Mmm, la gráfica se forma, bueno está en forma, en la mitad de una parábola, y entonces si tenemos el ejemplo, de qué es un automóvil, entonces se va

movimiento muy rápido pero en poco tiempo, entonces la velocidad puede que vaya aumentando, o sea no es constante.

Profesor:

¿La velocidad no es constante?

E7:

No

Profesor:

¿Y la aceleración?

E7:

Eh, la aceleración pues...puede ser que sí, no sé.

Profesor:

¿No lo puedes saber?

E7:

No

Profesor:

Alguna de ustedes me podría decir ¿cuál es la posición inicial?

E6:

Sí, aquí la posición inicial es cero.

Profesor:

O sea parte del origen

E7, E6:

Sí

Profesor:

Pregunta 7. La siguiente gráfica ilustra el comportamiento de un objeto. Describe la forma en que se mueve.

E6:

En la 7, la velocidad va disminuyendo dentro de cierto tiempo, entonces quiere decir que hay una desaceleración o una aceleración negativa.

Profesor:

Y esa aceleración negativa ¿de dónde la obtienes?

E6:

De la inclinación, de la pendiente negativa de la velocidad.

Profesor:

¿Y tú E7?

E7:

Sí, también como la...el resultado de la gráfica es una línea recta pero tendiendo hacia abajo, hacia los números negativos, es una desaceleración.

Profesor:

Qué sucede justo ¿cuándo la gráfica toca al eje del tiempo?

E7, E6:

El objeto se detiene.

Profesor:

¿Y su velocidad inicial es cero?

E7, E6:

No

Profesor:

Pregunta 8. La siguiente gráfica ilustra el comportamiento de un objeto. Describe la forma en que se mueve.

E7:

Bueno aquí, comienza de cero, el punto de origen... y aceleración contra tiempo, pues sigue siendo un movimiento uniforme.

Profesor:

¿Uniforme?, insisto el llamar movimiento uniforme se refiere ¿a qué una propiedad no cambia?

E7:

¡Ajá!

Profesor:

¿Cuál es la que no cambia?

E7:

La velocidad.

Profesor:

¿La velocidad?... ¿algo más?

E7:

No

E6:

Aquí, yo digo que la aceleración no es constante, porque empieza desde cero, o sea yo creo que llevaba una velocidad inicial, pues... constante y después empezó a acelerar, entonces aquí, la aceleración empieza de cero y cada vez va

aumentando conforme el tiempo va avanzando, entonces pues la aceleración no es constante.

Profesor:

¿Esta aceleración no es constante?

E6:

No

Profesor:

Y... verificando nada más, la velocidad ¿cómo es?

E6:

Pues no es constante tampoco.

Profesor:

¿No, es constante?

E6:

No

Profesor:

Pregunta 9. Con base en las gráficas anteriores, ¿en cuál de ellos se representan movimientos con velocidad constante?

E6:

Yo digo que... en la primera, en la posición contra tiempo, y ya.

E7:

Yo creo que en la 8 en la de aceleración contra tiempo.

Profesor:

Ahí, ¿es la velocidad constante?

E7:

¡Ajá!

Profesor:

Pregunta 10. ¿En cuál de ellos se representan movimientos uniformemente acelerados?

E7:

Yo creo que en la 6, donde está posición contra tiempo, que nos representa una parábola.

E6:

Y yo digo que en la 6 y la 7.

Profesor;

Movimiento uniformemente acelerado, para ambas ¿qué características tiene?

E6:

La aceleración es una constante.

Profesor:

¿Estas de acuerdo?

E7:

No

Profesor.

¿Qué es un movimiento uniformemente acelerado?

E7:

Yo creo que puede, bueno yo creo que, la aceleración no es constante porque, ¡ehh! si hay...si inicio con una aceleración fue... que la aumente o la disminuya más no siempre tiene que ser constante.

Profesor:

Pregunta 11. ¿En cuál de ellos va creciendo o decreciendo la rapidez?

E6:

En la 6, en la 7 y en la 8.

Profesor:

A ver, a ver ¿en cuál aumenta?

E6:

Aumenta en la 6 y en la 8 y disminuye en la 7.

E7:

Aumenta en la 5, en la 6 y en la 8 y disminuye en la 7.

Profesor:

¿Esas respuestas me las dan con base en la gráfica, considerando la pendiente o alguna información similar?

E6:

Pues yo, la 6 porque la posición va aumentando muy rápidamente, o sea empieza, o sea no es constante el movimiento, la posición...

Profesor:

Tú podrías hacer la gráfica para el problema 6, ¿podrías hacer la gráfica de velocidad contra tiempo?

E6:

Pues yo creo que sí, sería una línea, pues yo digo que es constante, entonces sería una línea inclinada pero no se a que pendiente.

Profesor:

¿Tú podrías hacer la gráfica de velocidad contra tiempo para el problema 5?

E7:

Sí

Profesor:

¿Cómo sería la gráfica de velocidad contra tiempo para el problema 5?

E7:

Igual una línea recta.

Profesor.

¿Con cierta pendiente, con cierta inclinación?

E7:

Sí, si

Profesor:

¿La misma inclinación que la de esta recta que se muestra?

E7:

¡Ehh! sí solo que a lo mejor podría partir del origen y este sí tendría que partir del origen, creo yo.

Profesor:

Pregunta 12. Las gráficas siguientes representan las posiciones de tres automóviles A, B y C en un viaje. Proporciona una descripción del movimiento de cada uno de los objetos.

E7:

De A, va a una velocidad constante al principio, llega a cierto punto y entonces decrece.

Profesor:

Decrece ¿qué?

E7:

¡Ehh! la velocidad.

Profesor:

¿Por qué me dices que primero lleva una velocidad constante?

E7:

Por la línea recta que, que presenta aquí.

Profesor:

Pero ¿por qué?

E7:

¿Por qué? a ver no lo entiendo bien.

Profesor:

Aquí tienes cierta pendiente y se ve que, conforme transcurre el tiempo la posición aumenta, tú me dices que la velocidad es constante, si la velocidad fuera constante a la hora que yo grafique velocidad contra tiempo, ¿me va a dar una recta paralela al eje del tiempo?

E7:

Ok

Profesor:

¿Sí?, ¿de dónde obtienes eso?

E7:

A ver, yo digo entonces que aquí la velocidad es constante, porque conforme la posición... el tiempo va de acuerdo, entonces...

Profesor:

O sea tú te refieres, a que es constante porque hay una correspondencia lineal en el sentido de ¿qué para cierto tiempo hay cierta posición?

E7:

¡Ajá!

Profesor:

Para otro tiempo corresponde otra posición proporcional.

E7:

¡Ajá!

Profesor:

Bueno, luego me dices entonces ¿qué se va frenando?

E7:

¡Ajá! y entonces va disminuyendo la velocidad y hay una desaceleración.

Profesor:

Con B con C sucedería ¿algo similar?

E7:

¡Ajá! exacto.

E6:

Yo digo que, aquí tiene una aceleración bueno... pues que te puedo decir de la aceleración o nada más de la posición, o es que no se la desaceleración, digo la velocidad. Aquí el objeto A conforme a un marco de referencia esta en el origen y entonces llega a cierta posición, yo creo con una velocidad constante y llegando a esa posición regresa, con otra velocidad pero no es negativa, o sea no es que desacelere, sino que llega a una posición como si diera una vuelta en "U", por ejemplo.

Profesor:

O sea tú te refieres ¿a qué parte del origen, se mueve a una cierta posición y luego regresa?

E6:

Con otra velocidad, pero solamente que, llega otra vez al origen.

Profesor:

Ahora tú mencionaste que hay una velocidad constante, ¿de dónde sacas que hay una velocidad constante?

E6:

Pues igual de la correspondencia de los puntos.

Profesor:

¿Lo mismo ocurriría para B y C?

E6:

Sí.

Profesor:

Pregunta 13. ¿Qué diferencias puedes observar en cada uno de estos movimientos?

E6:

La posición a la que llegan y regresan, y pues las pendientes de las rectas que, yo creo tienen que ver con la velocidad ¿pero?

Profesor:

¿Cuál se encuentra más lejano del origen?

E6:

La A, es la que llega más lejos. Esta llega más lejos, es que, si la posición está en este eje coordenado, entonces éste es el tiempo, entonces A llega a una posición más lejana y regresa al origen en menos tiempo que B, pero B tiene una posición más pequeña que la de A y regresa al origen y pues C llega a una posición muy pequeña.

Profesor:

¿A cuál le lleva más tiempo regresar al origen?

E6:

A "B".

E7:

A ver, la diferencia, A creo que hace un poco, más bien hace más tiempo en regresar.

Profesor:

¿A?

E7:

A, sí porque está más lejano su punto máximo, luego B que está como a tres cuartos de A, pues aunque está más alejada del tiempo, no, yo creo que...no si tarda más A, luego B, luego C.

Profesor:

Pregunta 14. ¿Qué tipo de movimiento describen los objetos?

E6:

Yo creo que si se puede, pero así como dos movimientos: el primero cuando llega a un punto y tiene una velocidad y llegan a ese punto, luego vuelven a tener otra velocidad constante y llegan a otro punto, pero no sabemos si van en línea recta.

Profesor:

Si llevan velocidad constante, podríamos decir ¿qué es un movimiento uniforme?

E6:

Pues sí.

E7:

Sí, si lo cumple.

Profesor:

Pregunta 15. Las gráficas siguientes representan el movimiento de tres objetos D, E, y F. Proporciona una descripción de cada uno de los objetos.

E6:

Bueno los tres objetos tienen la misma velocidad al inicio del tiempo pero los tres desaceleran nada más que, en tiempos diferentes, F tarda más que E, y E tarda más que D.

Profesor:

¿Desaceleran?

E6:

Que disminuyen su velocidad.

Profesor:

¿Pueden llegar a detenerse?

E6:

Sí los tres llegan a detenerse.

E7:

A ver, los tres, bueno D, E y F inician con una velocidad que, según yo son constantes, pero entonces...

Profesor:

A ver, los tres tienen inician con una velocidad constante, ¿por qué tiene el mismo valor para los tres?

E7:

¡Ajá!, después cada quien toma su camino, y llega más tarde F, porque esta más prolongada la línea, después E y después D y todos llegan a detenerse, en un cierto punto se detienen los tres.

Profesor:

¿Qué pasa con sus velocidades?

E7:

Van disminuyendo, bueno si son automóviles van frenando hasta detenerse.

Profesor:

Pregunta 16. ¿Qué me puedes decir acerca de la distancia que recorren los tres objetos?, por ejemplo ¿cuál recorre más y cuál menos?

E6:

Yo bueno, yo digo que recorre más F y menos D, porque la distancia es el área que está comprendida entre la gráfica y entre los ejes coordenados, en este caso.

E7:

Yo también coincido que, D perdón F es el que recorre mayor distancia y en más tiempo y D es el menor.

Profesor:

Esto, ¿se están apoyando en alguna idea de área bajo la curva?

E6, E7:

Sí

Profesor:

Pregunta 17. ¿Qué diferencias puedes observar en cada uno de estos movimientos?

E6:

Pues yo, la distancia que recorren y el tiempo en el que lo recorren, sí el tiempo.

Profesor:

Pregunta 18. Las gráficas siguientes representan las posiciones de dos automóviles A y B. Proporciona una descripción del movimiento de cada uno de los automóviles.

E7:

A ver, por ejemplo el A, bueno el automóvil A llega al mismo tiempo que el automóvil B, en un cierto punto P. Pero después B llega, ¡ehh!... B desacelera llega a otro punto, bueno ya al final donde frena y en cambio A sigue acelerando, hasta llegar a otro punto, pero ya se desvían.

E6:

¿Puedo poner cómo un ejemplo? para...

Profesor:

Sí

E6:

Yo digo como que hay tres ciudades ¿no?, entonces A bueno, vamos a poner un marco de referencia, la ciudad uno es el cero, y la ciudad B la ciudad 2 y la ciudad 3 están alejadas. En el carro A, empieza en la ciudad uno que sería en la posición uno y conforme pasa el tiempo, este... llega a un punto donde se interseca con el auto B, o sea que se encuentran, sin embargo llevan diferentes direcciones, A va hacia, bueno en mi marco de referencia va positivo y B va negativo, porque A va aumentando su posición y B la va disminuyendo, entonces B esta en la ciudad dos y va hacia la ciudad uno y en algún momento del tiempo se encuentra igual con A, y ¿que más puedo decir?, que A, que no tienen velocidades constantes.

Profesor:

Pregunta 19. ¿Qué sucede con las velocidades de los automóviles antes del punto

P?

E7:

A por ejemplo, bueno A va acelerando y B va desacelerando.

Profesor:

¿Pero sus velocidades?

E7:

¡Ahh! perdón. ¿Sus velocidades?... la velocidad de A va aumentando y la de B va disminuyendo.

E6:

Yo digo que las velocidades no son constantes, las dos van aumentando.

Profesor:

Pregunta 20. ¿Qué sucede con las velocidades de los automóviles después del punto P?

E6:

Pues igual, yo digo siguen aumentando.

Profesor:

O sea ¿sucede lo mismo que antes del punto P?

E6:

Sí, igual no son constantes.

E7:

Yo creo que A, a partir del punto P sigue aumentando su velocidad y B a partir del punto P disminuye, porque según yo, aquí se detiene.

Profesor:

O sea ¿B llega a detenerse?

E7:

Sí.

Profesor:

Pregunta 21. ¿Qué sucede con los automóviles en el punto P?

E7:

Se intersecan.

Profesor:

Pero hablando de los automóviles ¿qué sería eso?

E7:

Chocan.

Profesor:

¿Chocan? si fuera un solo carril, si fuera doble circulación no chocan.

E7:

Sí

E6:

Pues yo digo que no pasa nada, nada más como que se encuentran, pero cada quien sigue su camino.

Profesor:

Además de que se encuentran ¿qué otra característica es la misma para ellos?

E6:

La posición y el tiempo.

Profesor:

Para redondear esta parte, entonces aquí me están dando posición contra tiempo, aquí esta el origen, esta es una curva, esta es otra curva, por ser curvas yo, ¿podría decir que el movimiento de cada uno de esos vehículos es movimiento curvilíneo o circular?

E6, E7:

No, no exactamente.

Profesor:

O sea no tiene nada que ver la forma de la gráfica.

E7:

No.

Profesor:

Esto es posición contra tiempo, si les pidiera la gráfica de velocidad contra tiempo, ¿la podrían hacer?

E6:

Yo creo que si.

Profesor:

¿Cuáles serían las gráficas?

E6:

Yo digo, serían líneas inclinada, bueno recta inclinadas, no se con que inclinación  
¿pero?

Profesor:

Pero inclinadas ¿cierta pendiente?

E6:

¡Ajá! positivas.

Profesor:

¿Las dos?

E6:

Sí

E7:

Pues yo creo que también es una recta, ¿por qué?, la verdad no recuerdo bien,  
pero creo que velocidad contra tiempo siempre da una recta.

Profesor:

Siempre, siempre ¿te dará una recta?

E7:

No siempre, pero la mayoría de veces.

Profesor:

O sea en una gráfica de velocidad contra tiempo que no te aparezca una recta,  
¿es algo raro?

E7:

Pues un poquito raro, yo diría.

Profesor:

Partiendo de ese hecho, ambas, si me dicen que la gráfica de velocidad contra tiempo para este problema serían dos rectas con cierta pendiente ¿podríamos decir que se trata de movimientos uniformes?

E7:

Creo que sí.

Profesor:

¿Por qué sí?

E6:

Yo digo que no, yo digo que sería movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

Profesor:

Porque la aceleración ¿cómo es?

E6:

No es constante, no, no constante, porque la velocidad va aumentando conforme pasa tiempo, entonces quiere decir que sí existe una aceleración, porque si la velocidad fuera constante, sería constante todo el tiempo.

Profesor:

Pregunta 22. En la siguiente tabla se proporciona información del movimiento de un objeto.

Tiempo	velocidad
0	25
1	24
2	21
3	16
4	9
5	0

Proporciona una descripción del movimiento.

E6:

Yo digo que es un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, bueno uniformemente acelerado, no se si sea rectilíneo, porque la velocidad va cambiando quiere decir que tiene una aceleración y la velocidad viene disminuyendo, entonces esa aceleración es negativa.

Profesor:

¿Esa aceleración es constante?

E6:

No sé, tengo que hacerlo.

Profesor:

¿No lo sabes?, o sea de momento lo único que podrías decirme entonces ¿es que se va frenando?

E6:

¡Ajá!

E7:

Yo lo que podría decir, es que si comienza en un tiempo cero, parte del origen, no, no es cierto, espéreme, pero entonces, a ver estamos velocidad contra tiempo, entonces es decir que, comienza con cierta velocidad en el tiempo cero, entonces conforme va avanzando el tiempo el objeto va desacelerando, disminuyendo su velocidad, porque llega a cero.

Profesor:

¿Qué significa ese cero?

E7:

Que freno, que se detuvo.

E6:

Ya lo hice, que sí, si es constante la aceleración.

Profesor:

La aceleración es constante, ¿de dónde das esa información?

E6:

Por los valores de la velocidad, primero tiene una velocidad 25, ¡uy! no, ya no, ya no es constante, porque aquí va uno y luego aquí va subiendo de dos en dos entonces ya no es constante.

Profesor:

¿Podrían ustedes hacer la gráfica de velocidad contra tiempo?

E6:

Yo creo que sí.

Profesor:

Y ¿qué gráfica resultaría?

E6:

Una curva.

E7:

Sí una curva.

Profesor:

Pregunta 23. Con base en la información dada determina la distancia que recorre en objeto.

E7:

Sí, si se puede. Dividiría la velocidad entre el tiempo, a ver no, espérame tantito.

Profesor:

Pero, es una tabla de datos.

E6:

Yo digo que tal vez se puede pero con una, es que ya no recuerdo, con una integral ¿pero?

Profesor:

A ver hace un momento dijimos que podríamos hacer esta gráfica, si tabulamos los datos. Si la gráfica es una curva, ¿me pueden decir si en la gráfica aparece la distancia?

E6:

Igual es el área que comprende la curva con los ejes coordenados.

Profesor:

Para que yo calculará esa área ¿Qué requeriría?

E6:

Integrales, yo creo.

E7:

Una integral y dividirlo... bueno debajo de la curva es el área, entonces tendría que dividir entre rectángulos todo lo que es, esa es el área.

Profesor:

O sea dibujar ¿aquí rectangulitos?

E7:

Debajo, debajo de la curva y entonces así.

Profesor:

Al hacer esos rectangulitos, estas empleando una sumatoria de áreas ¿podrías con la información que tienes hacer esos rectangulitos?

E7:

Sí, si divido en cinco rectángulos para que entonces cada uno de ellos midiera uno, entonces multiplicaría la base por la altura, sería uno  $1 \times 25$ , nos quedaría 25 y así, bueno aunque no nos va a salir precisa, porque como están muy grandes ¿pero?

Profesor:

¿Es una aproximación?

E7:

Sí

Profesor:

¿Y si yo quiero el área precisa?

E7:

Tendría que dividir en rectángulos así muy, muy pequeños, yo creo que en mmm

Profesor:

¿Y acabaría de resolver el problema?

E7:

Pues no, porque siempre va a sobrar un pedacito.

Profesor:

¿Cómo le haría para que el área precisa?, ¿qué necesito para hacerlo?, ¿qué me hace falta?

E7:

¿Para qué quede exacta?, una integral.

Profesor:

Pero una integral ¿de qué?

E6:

¡Ay! no, ya me hice bolas. Se tiene que encontrar la ecuación de la curva.

Profesor:

¿Eso es la que habría que integrar?

E7:

Tal vez no estoy segura.

Profesor:

¿No estas segura?

E6:

Yo digo que sí.

Profesor:

Pero si ven la necesidad de encontrar una ecuación para tener el área precisa.

E7, E6:

Sí.

Profesor:

Entonces para ¿qué yo tenga el área bajo esta curva tendría que integrar el modelo matemático?

E6, E7:

Sí, exacto si.

Profesor:

Pregunta 24. En caso de no haber podido obtener la distancia que recorre el objeto, dime ¿por qué?

Profesor:

Se requiere el modelo ¿no?

E6:

Sí, es lo que se va a integrar.

E7:

Exacto.