



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE CIENCIAS

“LIBRE DECAIMIENTO INDUCIDO EN AGUA”

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE :

**F Í S I C O
P R E S E N T A :**

ROMÁN FRANCISCO NAVA JUÁREZ



**DIRECTOR DE TESIS:
M. EN C. RICARDO MARTÍN HERNÁNDEZ
FLORES**

2012



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

1. Datos del alumno.

Nava

Juárez

Román Francisco

57598064

Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias

Física

098326831

2. Datos del tutor.

M. en C.

Ricardo Martín

Hernández

Flores

3. Datos del sinodal 1.

Fis

Andrés Valentín

Porta

Contreras

4. Datos del sinodal 2.

Dr

Enrique

Camarillo

García

5. Datos del sinodal 3.

Dr

Alfredo Odón

Rodríguez

González

6. Datos del sinodal 4.

M. en C.

José Guadalupe

Bañuelos

Muñetón

7. Datos del trabajo escrito.

Libre decaimiento inducido en agua

93p.

2012

Agradecimientos

Quiero agradecer a:

La Universidad Nacional Autónoma de México y a la Facultad de Ciencias por la educación recibida de sus profesores.

Al M. en C. Ricardo Martín Hernández Flores por dirigir mi trabajo de tesis. Por todo el trabajo y tiempo invertido, incluso en vacaciones. Su constancia y apoyo hicieron posible este trabajo. Por el conocimiento y la amistad que me brindó.

Al Laboratorio de Física Moderna de la Facultad de Ciencias y al personal que ahí labora, por la oportunidad de desarrollar este trabajo. En especial a la Dra. Beatriz Elizabeth Fuentes Madariaga por la oportunidad que me dio, que hizo posible obtener los resultados expuestos. También quiero agradecer al M. en C. Luis Manuel León Rossano por la ayuda brindada.

A los miembros de mi jurado por haber revisado con detenimiento este trabajo y por sus valiosas contribuciones.

Al Profesor Andrés Valentín Porta Contreras por sus contribuciones al desarrollo del equipo, su ayuda a lo largo de este proceso y por su invaluable ayuda en la revisión de este trabajo.

Al Dr. Alfredo Odón Rodríguez González, la Dra. Silvia Hidalgo Tobón y el Dr. Sergio Enrique Solís Nájera, por sus consejos y apoyo constante.

Dedicatoria

A mi mamá por todo el trabajo, esfuerzo y dedicación. Por guiarme a la ciencia.

A mi papá por la curiosidad y la imaginación.

A David por el ejemplo de determinación e insistencia.

A Ani por el amor y apoyo incondicional, en el pasado y en el futuro.

A mis amigos Tochtli, César, Yanet y Crithian.

A Ricardo.

A Andrés Porta.

Al Dr. Jose Luis Rius Alonso.

Índice

1. Introducción	1
2. Teoría básica de la Resonancia Magnética	5
2.1. Introducción	5
2.1.1. Momento angular	6
2.1.2. Momento magnético	7
2.2. Descripción clásica de la Resonancia Magnética	8
2.3. Descripción cuántica de la Resonancia Magnética	11
2.4. Ecuaciones de Bloch	16
2.5. Decaimiento Libre Inducido	22
2.5.1. Señal FID en un campo magnético inhomogeneo	24
3. Desarrollo experimental	27
3.1. Introducción	27
3.1.1. Detección de Resonancia Magnética por Absorción	28
3.1.2. Detección de Resonancia Magnética por Relajación	28
3.2. El Sistema Propuesto	30
3.2.1. Campo Magnético	31
3.2.2. Sistema de Emisión	32
3.2.2.1. Generador de señal	33

3.2.2.2. Control de señal (Switch Análogo)	34
3.2.2.3. Amplificador	36
3.2.2.4. Antena Emisora	38
3.2.3. Sistema de Recepción	39
3.2.3.1. Antena Receptora	39
3.2.3.2. Registro y almacenamiento de la Señal	39
3.2.4. Muestra	40
3.3. Arreglo experimental.....	40
3.3.1. Campo Magnético	40
3.3.2. Sistema de Emisión	40
3.3.3. Sistema de Recepción	41
3.3.4. Antenas	42
3.4. Procedimiento experimental	43
4. Resultados	45
4.1. Introducción	45
4.2. Formato de datos	46
4.3. Frecuencia Central y Frecuencia de la Envolvente	48
5. Análisis de Resultados y Discusión	51
5.1. Introducción	51
5.2. Características de la señal FID	52
5.2.1. Frecuencia de las señales componentes	53
5.2.1.1. Discriminación de las señales	56
5.2.1.2. Modelado de señales.....	56
5.2.2. Tiempo de Relajación T_2^*	57
5.2.2.1. Modelado final de las señales	59
5.3. Inhomogeneidad del campo magnético	61
5.4. Constante giromagnética (γ)	63
6. Conclusiones	67

Apéndices	71
A. Solución de la ecuación de cambio de momento magnético con respecto al tiempo $\frac{d\vec{\mu}}{dt} = \gamma(\vec{\mu} \times \vec{H})$	71
B. Comportamiento del campo magnético del electroimán	75
C. Cálculo de incertidumbres	77
D. Gráficas de las señales obtenidas	81
E. Fotografías del sistema de Resonancia Magnética	86
Bibliografía	89

Capítulo 1

Introducción

El fenómeno de la resonancia magnética es de gran importancia en varios campos en la actualidad. En la medicina actual, este fenómeno es la base de la técnica de imagenología por resonancia magnética (IRM), la cual es una herramienta de diagnóstico no invasiva, que no utiliza radiación ionizante y tiene alta resolución de imagen, además de la capacidad de reconstruir no sólo imágenes sino hacer representaciones tridimensionales del objeto de estudio. La imagenología funcional por resonancia magnética (IRMf) es una herramienta de investigación derivada de la técnica de imagenología por resonancia magnética, que se utiliza para la investigación de procesos de actividad cerebral. En un campo aparte, pero basado en el mismo fenómeno, se encuentra la espectroscopía por resonancia magnética (ERM), que es un método de alta resolución en el análisis de materiales. Otro campo de uso de la resonancia magnética es en técnicas de investigación experimental con partículas subatómicas, como es el caso de las técnicas basadas en la resonancia magnética del neutrón y del muón.

El caso del núcleo del hidrógeno es de gran relevancia en el estudio de la resonancia magnética nuclear, no solo porque es el más sencillo de los núcleos atómicos, sino también por su abundancia en los sistemas biológicos.

La investigación en resonancia magnética tiene como inicio los trabajos de Rabi sobre rayos moleculares en 1939 [Kel 1], [Rab 1]. En 1946 se establece una dirección más sólida en la investigación de la resonancia magnética con los trabajos de Bloch [Blo 1] y Purcell [Pur 1]. El uso de la resonancia magnética en la construcción de imágenes comienza en la década de 1950 con los trabajos de Carr con gradientes magnéticos unidimensionales [Car 1]. En esa misma década se desarrolla el trabajo de Hahn sobre el espín-eco, que es fundamental tanto para la imagenología como para la espectroscopia [Hah 1]. En la década de 1970 se desarrollan las técnicas modernas de construcción de imágenes en dos dimensiones con el trabajo de Lauterbur [Lau 1] y Mansfield [Man 1].

El fenómeno de la resonancia magnética se basa en el comportamiento de una partícula cargada eléctricamente y con espín diferente de cero sometida a un campo magnético. Si esta partícula se expone a un pulso de radiofrecuencia que coincida con la frecuencia de resonancia de la partícula, ésta absorbe la energía del pulso y cambia su estado energético. Al suspender el pulso de radiofrecuencia, la partícula regresa a su estado de mínima energía, emitiendo una señal electromagnética con la misma frecuencia del pulso de excitación.

El comportamiento de una partícula en el fenómeno de la resonancia magnética se puede generalizar a un grupo de partículas en una muestra. Después de que el pulso de excitación cesa, las partículas de la muestra experimentan una relajación en la magnetización transversal, la cual se puede registrar por medio de una antena. La señal captada en la antena se conoce como decaimiento libre inducido o free induced decay (FID) por sus siglas en inglés. Esta señal de decaimiento en la magnetización transversal es una señal fundamental en MRI y en espectroscopia por resonancia magnética.

El objetivo de este trabajo es el diseño y construcción de un sistema experimental de resonancia magnética para el núcleo de hidrógeno y la detección de la señal FID de la muestra.

El sistema propuesto utiliza un campo magnético con intensidad del orden de 0.5 Tesla y una frecuencia de excitación correspondiente centrada en 21MHz. La muestra utilizada es agua bidestilada.

A continuación se describen los capítulos que componen este trabajo de tesis:

En el capítulo inicial se exponen las bases del fenómeno de la resonancia magnética para una partícula desde el punto de vista clásico y desde el punto de vista cuántico, hasta llegar a una conclusión común; posteriormente se desarrolla una generalización para un sistema de partículas. También se aborda el tema de relajación de la muestra y la señal FID en el caso ideal y el real.

En el capítulo de desarrollo experimental se describen diferentes métodos para observar el fenómeno de resonancia magnética nuclear y los elementos necesarios para la realización del experimento. En este capítulo se expone el sistema propuesto y las características de su construcción. Se exploran también las características de funcionamiento de los sistemas de emisión y detección, y se detalla el procedimiento experimental.

El capítulo de resultados describe el tratamiento primario de las señales FID obtenidas con el sistema propuesto y se muestran las características de estas señales.

En el capítulo de análisis de resultados y discusión se utiliza la teoría expuesta en los capítulos anteriores para obtener las ecuaciones y procedimientos necesarios para analizar las características de las señales que se exponen en el capítulo de resultados. Junto con el desarrollo de la teoría, se exponen los resultados del análisis de las características de las señales para obtener las señales componentes, el tiempo de relajación transversal experimental, las inhomogeneidades del campo magnético y la constante giromagnética.

En el último capítulo se muestran las conclusiones de los resultados obtenidos de este trabajo, así como las modificaciones a futuro sugeridas para el sistema propuesto.

Capítulo 2

Teoría básica de la Resonancia Magnética

2.1 Introducción

Para explicar el fenómeno de Resonancia Magnética Nuclear es necesario comenzar por definir el fenómeno de Resonancia Magnética en una partícula, para lo cual, resulta importante explicar conceptos tales como: momento angular y magnético de la partícula y su relación con el espín. Este proceso se describe tanto en la forma clásica así como en la forma cuántica, ya que en este caso se obtiene el mismo resultado de las dos formas, como se demostrará más adelante.

El fenómeno de Resonancia Magnética de una partícula se fundamenta en el caso de un dipolo magnético que se encuentra dentro de un campo magnético uniforme, por lo que es consecuencia directa de la existencia del momento angular intrínseco de la partícula o espín. Este fenómeno se detecta mediante la absorción o emisión de una señal de frecuencia específica.

2.1.1 Momento angular

El momento angular es una característica de cada partícula o sistema de partículas. Este momento angular se compone de un momento angular orbital (\vec{l}) en función de la energía cinética de la partícula, y del momento angular intrínseco de la partícula o espín (\vec{s}). Ambos momentos describen el momento angular total (\vec{j}) para una partícula.

$$\vec{j} = \vec{l} + \vec{s} \quad (2.1)$$

Cuando se tiene un sistema compuesto por varias partículas, como el caso de un núcleo atómico, el momento angular total del sistema (\vec{J}) es igual a la suma vectorial de los momentos angulares de sus partículas componentes, por lo que se puede escribir de la siguiente forma:

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \quad (2.2)$$

donde \vec{L} y \vec{S} son:

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^n \vec{l}_i \quad (2.3)$$

$$\vec{S} = \sum_{i=1}^n \vec{s}_i \quad (2.4)$$

Así, un sistema de partículas como el núcleo atómico se puede comportar en muchos casos como una sola partícula con momento angular total \vec{J} , momento angular orbital \vec{L} y momento angular intrínseco \vec{S} .

El momento angular total \vec{J} se puede escribir como el producto del operador de momento angular total del sistema \vec{I} por la constante de Planck (\hbar):

$$\vec{J} = \vec{I}\hbar \quad (2.5)$$

2.1.2 Momento magnético

Existe un momento magnético asociado al espín de una partícula, debido a la carga eléctrica de la partícula y a su momento angular total. Este momento se expresa como:

$$\vec{\mu} = \frac{q}{m} \vec{I} \hbar \quad (2.6)$$

donde $\vec{\mu}$ es el momento magnético de la partícula, q es la carga de la partícula y m es la masa de la partícula.

Esta cantidad se denomina magnetón de Bohr cuando los valores son los del electrón ($\mu_B = 9.2740 \times 10^{-24} \text{ J T}^{-1}$) [Moh 1], y magnetón nuclear cuando los valores son los del protón ($\mu_N = 5.0507 \times 10^{-27} \text{ J T}^{-1}$) [Moh 1]. Cabe mencionar que estos valores no corresponden a los valores observados experimentalmente para el electrón y el protón respectivamente; esto se explica mediante correcciones de electrodinámica cuántica.

En el caso del electrón, la diferencia entre el valor dado por la ecuación (2.6) y el valor observado ($\mu_e = 9.2847 \times 10^{-24} \text{ J T}^{-1}$) [Moh 1] se debe al momento anómalo del electrón, lo cual se explica por el efecto Lamb, en el que la partícula reacciona ante su propio campo.

En el caso del momento magnético del protón ($\mu_p = 1.4106 \times 10^{-26} \text{ J T}^{-1}$) [Moh 1], la diferencia entre este valor y el del magnetón nuclear ($\mu_p / \mu_N = 2.7928$) [Moh 1] es mucho mayor que en el caso del electrón y el magnetón de Bohr, y no se puede explicar únicamente mediante el efecto Lamb. Esta diferencia se debe al hecho de que el protón no es una partícula puntual, sino que tiene una estructura interna, en la cual sus componentes contribuyen con su propio momento magnético [Gin 1]; lo cual también se aplica al neutrón.

Por otra parte, el momento magnético también se puede escribir en función de la constante giromagnética de la partícula o sistema (γ).

$$\vec{\mu} = \gamma \vec{I} \hbar \quad (2.7)$$

y también de la forma:

$$\vec{\mu} = \gamma \vec{J} \quad (2.8)$$

$$\gamma = \frac{\vec{\mu}}{I \hbar} \quad (2.9)$$

2.2 Descripción clásica de la Resonancia Magnética

La Resonancia Magnética puede describirse de forma clásica utilizando los conceptos anteriores, como el movimiento de un dipolo magnético dentro de un campo magnético.

Al aplicarle un campo magnético uniforme externo (\vec{H}) a un dipolo magnético, este campo magnético externo produce un torque en el momento magnético del dipolo ($\vec{\mu}$) de la forma:

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{H} \quad (2.10)$$

Con lo que, el dipolo magnético tiende a alinearse en la dirección del campo magnético \vec{H} ; así se tiene que, si el campo \vec{H} es constante en el tiempo, el dipolo oscilará alrededor de la posición de equilibrio en dirección de \vec{H} , pero si el medio en el que está el dipolo no es conservativo, esta oscilación se amortiguará hasta que el dipolo esté alineado con el campo magnético \vec{H} .

En el caso en el que el dipolo magnético tiene un momento angular propio (\vec{J}), el movimiento dentro del campo magnético es diferente, pues este momento angular causa que el dipolo se oriente precesando alrededor de la dirección de \vec{H} .

Al igual que en el caso anterior, el torque ejercido sobre el dipolo magnético es:

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{H}$$

Se tiene que el cambio del momento angular con respecto al tiempo es igual al torque:

$$\frac{d\vec{J}}{dt} = \vec{\tau} \quad (2.11)$$

por lo que se pueden igualar las ecuaciones (2.10) y (2.11), lo que lleva a:

$$\frac{d\vec{J}}{dt} = \vec{\mu} \times \vec{H} \quad (2.12)$$

Sustituyendo \vec{J} de la ecuación (2.8) en la ecuación (2.12) se obtiene:

$$\frac{d\vec{\mu}}{dt} = \gamma(\vec{\mu} \times \vec{H}) \quad (2.13)$$

lo cual puede escribirse de la forma:

$$\left| \frac{d\vec{\mu}}{dt} \right| = \gamma |\vec{\mu}| |\vec{H}| \sin \theta \quad (2.14)$$

Las ecuaciones (2.13) y (2.14) indican que $\vec{\mu}$ precesa alrededor de la dirección de \vec{H} , siendo que $\vec{\mu}$ y \vec{H} generan un ángulo θ . Este ángulo θ depende de la magnitud del campo \vec{H} , de tal forma que mientras más intenso sea \vec{H} , menor será el ángulo. También se tiene que el cambio de $\vec{\mu}$ con respecto al tiempo es perpendicular a $\vec{\mu}$ y a \vec{H} , sea \vec{H} dependiente o no del tiempo, como se muestra en la figura 2.1, en la que \vec{H} está en la dirección del eje z.

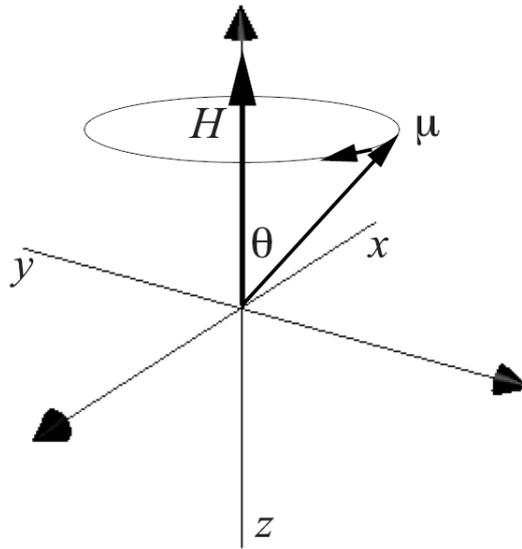


Figura 2.1. Diagrama de la orientación del momento magnético μ en un campo magnético externo H

La forma cartesiana de la ecuación (2.13) puede escribirse de la siguiente forma:

$$\frac{d\mu_x}{dt} = \gamma\mu_y H_z \quad (2.15a)$$

$$\frac{d\mu_y}{dt} = -\gamma\mu_x H_z \quad (2.15b)$$

$$\frac{d\mu_z}{dt} = 0 \quad (2.15c)$$

Cuando el campo magnético \vec{H} solo tiene componente en el eje z.

Al resolver el sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden compuesto por el sistema de ecuaciones (2.15), se obtiene¹:

$$\mu_x = \mu \cos(-\omega t) \quad (2.16a)$$

$$\mu_y = \mu \sin(-\omega t) \quad (2.16b)$$

$$\mu_z = \text{constante} \quad (2.16c)$$

con

$$\omega = \gamma |\vec{H}| \quad (2.17)$$

donde ω es la frecuencia de Larmor o frecuencia de resonancia, que es la frecuencia angular con la que $\vec{\mu}$ precesa alrededor de la dirección de \vec{H} . La proyección de $\vec{\mu}$ en el plano xy tiene una trayectoria circular con la misma frecuencia ω .

2.3 Descripción cuántica de la Resonancia Magnética

Cuando se aplica un campo magnético (\vec{H}) a un dipolo (en este caso una partícula con espín diferente de cero) se produce una interacción energética con valor $(-\vec{\mu} \cdot \vec{H})$, por lo que el Hamiltoniano (\mathcal{H}) tiene la forma:

$$\mathcal{H} = -\vec{\mu} \cdot \vec{H} \quad (2.18)$$

Si el campo está en la dirección del eje z y recordando que $\vec{\mu} = \gamma \vec{I} \hbar$, el Hamiltoniano puede reescribirse como:

$$\mathcal{H} = -\gamma \hbar \vec{I} \cdot \vec{H} \quad (2.19)$$

¹ La solución del sistema de ecuaciones diferenciales que describen el cambio en el momento magnético con respecto al tiempo se encuentra desarrollado en el Apéndice A.

Debido al efecto Zeeman, que es el desdoblamiento de los niveles energéticos debido a la interacción de partículas con un campo magnético, existe una energía asociada a cada subnivel energético, como se muestra en la figura 2.2. Esta energía depende del número cuántico de proyección del espín (m). Por lo tanto, las energías permitidas del sistema tienen la forma:

$$E = -\gamma\hbar|\vec{H}|m \quad (2.20)$$

con $m = I, I-1, \dots, -I$

Al ocurrir una transición entre subniveles energéticos, existe una diferencia de energía de la forma:

$$\Delta E = \gamma\hbar|\vec{H}|(m_1 - m_2) \quad (2.21)$$

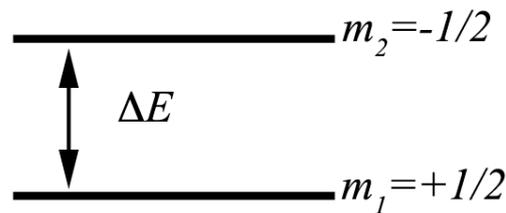


Figura 2.2. Niveles energéticos para un espín nuclear con $m_1 = +1/2$, $m_2 = -1/2$

La diferencia de energía entre los niveles energéticos del sistema, se relaciona directamente con una radiación electromagnética con una frecuencia específica proporcional a la constante de Planck. Esta radiación electromagnética se absorbe o se emite por el sistema cuando existe una transición entre niveles energéticos. La relación entre la energía y la frecuencia de la radiación electromagnética puede expresarse de la siguiente forma:

$$\Delta E = \hbar\omega \quad (2.22)$$

De acuerdo con las ecuaciones (2.21) y (2.22), cuando al sistema se le aplica una radiación electromagnética de una frecuencia que cumpla la ecuación (2.22), se provoca una transición de niveles energéticos en el sistema, pasando de un estado de menor energía a un estado de mayor energía mediante el proceso de absorción de la radiación electromagnética. Cuando el sistema se encuentra en un estado excitado, tiende a regresar a un estado de menor energía. Durante este proceso de relajación, la energía del sistema se libera mediante una emisión de radiación electromagnética con una frecuencia correspondiente al cambio de niveles energéticos.

Al igualar la diferencia de energía en las ecuaciones (2.21) y (2.22) se observa que:

$$\hbar\omega = \gamma\hbar|\vec{H}|(m_1 - m_2) \quad (2.23)$$

por lo que la transición entre niveles de energía consecutivos da como resultado:

$$\omega = \gamma|\vec{H}|$$

lo cual concuerda con la frecuencia angular de la solución del sistema de ecuaciones en el caso clásico (2.17), indicando que el dipolo oscila con la frecuencia de Larmor.

Los valores propios correspondientes a la ecuación de Schrödinger de este sistema se escriben como $u_{l,m}$. Entonces la solución dependiente del tiempo para un valor específico de m es:

$$\Psi_{l,m}(t) = u_{l,m}e^{-(i/\hbar)E_m t} \quad (2.24)$$

por lo que la solución general dependiente del tiempo es:

$$\Psi(t) = \sum_{m=-l}^{+l} c_m u_{l,m} e^{-(i/\hbar)E_m t} \quad (2.25)$$

donde c_m son constantes complejas.

Las ecuaciones de movimiento para los valores esperados $\langle \mu_x \rangle$, $\langle \mu_y \rangle$ y $\langle \mu_z \rangle$ se obtienen mediante las funciones de onda que son soluciones a la ecuación de Schrödinger del sistema, para lo cual se introduce un operador Hermitiano F [Sli 1], de esta forma se obtiene²:

$$\frac{dF}{dt} = \frac{i}{\hbar} [\mathcal{H}, F] \quad (2.26)$$

donde $[\mathcal{H}, F]$ es el conmutador usual $\mathcal{H}F - F\mathcal{H}$.

Si se usa ésta relación (2.26) y sustituyendo F por los componentes del operador de momento angular \vec{I} , los cuales tienen la relación de conmutación $[I_x, I_y] = iI_z$, se obtiene:

$$\frac{dI_x}{dt} = \frac{i}{\hbar} [\mathcal{H}, I_x] \quad (2.27)$$

Si se usan las reglas de conmutación del operador de momento angular y se sustituye el Hamiltoniano (2.19) se obtiene:

$$\frac{dI_x}{dt} = -\gamma H_z i [I_z, I_x] \quad (2.28)$$

lo que puede reescribirse de la siguiente forma:

$$\frac{dI_x}{dt} = \gamma H_z I_y \quad (2.29)$$

² Otra forma para obtener las ecuaciones de movimiento de los valores esperados del momento magnético es mediante el uso de la matriz de densidad. [Peñ 1]

Análogamente, para el caso de I_y se tiene:

$$\frac{dI_y}{dt} = \frac{i}{\hbar} [\mathcal{H}, I_y] \quad (2.30)$$

$$\frac{dI_y}{dt} = -\gamma H_z i [I_z, I_y] \quad (2.31)$$

$$\frac{dI_y}{dt} = -\gamma H_z I_x \quad (2.32)$$

Para el caso de I_z se tiene:

$$\frac{dI_z}{dt} = \frac{i}{\hbar} [\mathcal{H}, I_z] \quad (2.33)$$

$$\frac{dI_z}{dt} = -\gamma H_z i [I_x, I_z] \quad (2.34)$$

$$\frac{dI_z}{dt} = 0 \quad (2.35)$$

De la ecuación (2.7) se tiene que $\vec{\mu} = \gamma \vec{I} \hbar$, por lo se puede escribir de la siguiente forma:

$$\vec{I} = \frac{\vec{\mu}}{\gamma \hbar} \quad (2.36)$$

Al sustituir la ecuación (2.36) en la ecuación (2.29) se obtiene:

$$\frac{1}{\gamma \hbar} \frac{d\mu_x}{dt} = \frac{\gamma \mu_y H_z}{\gamma \hbar} \quad (2.37)$$

lo que puede simplificarse a:

$$\frac{d\mu_x}{dt} = \gamma\mu_y H_z \quad (2.38)$$

Análogamente para las ecuaciones (2.32) y (2.35) se obtiene:

$$\frac{d\mu_y}{dt} = -\gamma\mu_x H_z \quad (2.39)$$

$$\frac{d\mu_z}{dt} = 0 \quad (2.40)$$

Al comparar las ecuaciones (2.38), (2.39) y (2.40) con el sistema de ecuaciones obtenidas en el caso clásico (2.15a), (2.15b) y (2.15c), se concluye que tanto el caso cuántico como el caso clásico resultan semejantes para el análisis de un dipolo magnético dentro de un campo magnético externo; por lo cual el análisis del fenómeno de Resonancia Magnética puede analizarse de forma clásica sin alterar el resultado.

2.4 Ecuaciones de Bloch

Los resultados de los análisis clásico y cuántico que se obtuvieron anteriormente son válidos para el comportamiento de un dipolo magnético ideal, esto es, para una partícula con espín diferente de cero en condiciones ideales, la cual no interactúa con su medio ni con otras partículas. De igual manera el campo magnético \vec{H} se consideró de forma ideal, como constante y homogéneo.

Para extender los resultados obtenidos a una muestra macroscópica, es necesario tomar en cuenta la cantidad de partículas en la muestra y sus estados energéticos. Si en la muestra existe un número N de partículas con diferentes orientaciones posibles de espín, es posible conocer la población de espines en cada orientación mediante la mecánica

estadística. Al considerar un sistema de N partículas que están en equilibrio térmico con su medio, se usa la distribución de Boltzmann para describir el número de partículas en cada estado energético (E):

$$N(E) = N_0 e^{-E/kT} \quad (2.41)$$

En el sistema planteado, la energía está dada por la ecuación (2.20) $E = -\gamma\hbar H|m$. Por lo que para el caso de un sistema con N espines en presencia de un campo magnético, cada subnivel energético (m) tiene una población dada por la siguiente ecuación:

$$N(m) = \frac{N}{2I+1} e^{m\gamma\hbar H/kT} \quad (2.42)$$

En el caso de que los valores posibles para los espines de este sistema sean $\frac{1}{2}$ o $-\frac{1}{2}$, existe una diferencia de población entre los dos estados debido a la presencia del campo magnético. Existe, entonces, un exceso de población en el estado de menor energía, por lo que la diferencia de población se escribe de la siguiente forma:

$$N_s = N_{+1/2} - N_{-1/2} = \frac{N}{2} (e^{\gamma\hbar H/2kT} - e^{-\gamma\hbar H/2kT}) \quad (2.43)$$

El exceso de población depende del campo magnético y de la temperatura de la muestra, pues en el caso que la intensidad del campo magnético sea igual a cero, las poblaciones $N_{1/2}$ y $N_{-1/2}$ son iguales y el exceso de población es cero. Es este exceso de población el que es susceptible a un cambio de estado energético y por lo tanto el que provee la información del fenómeno de Resonancia Magnética

Para describir el fenómeno de Resonancia Magnética en una muestra macroscópica y en condiciones más realistas, debe usarse la suma vectorial de momentos magnéticos en la muestra (\vec{M}), el cual se conoce como *magnetización de la muestra*. Cuando no existe un campo magnético externo que actúe alineando los momentos magnéticos, la magnetización total de la muestra es cero. Al aplicar un campo magnético externo, los

momentos magnéticos tienden a alinearse a pesar del movimiento térmico, incrementando la magnetización de la muestra de forma proporcional a la intensidad del campo aplicado. En el caso de que el campo aplicado sea suficientemente intenso, todos los momentos magnéticos se alinean en la dirección del campo y la muestra alcanza la saturación.

Por lo anterior, la ecuación de movimiento para la magnetización de la muestra puede escribirse de la misma forma en que se describe el movimiento del dipolo en un campo magnético (2.13):

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma(\vec{M} \times \vec{H}) \quad (2.44)$$

Esta ecuación de movimiento se modifica al incluir los efectos de interacción entre las partículas y la interacción de las partículas con el medio.

De acuerdo al comportamiento de un dipolo en un campo magnético, anteriormente descrito, cuando la muestra se somete al campo magnético \vec{H} , los momentos magnéticos se encuentran precesando alrededor de la dirección z , por lo que puede decirse que la componente z de la magnetización total (M_z) está en un estado de equilibrio, al que se llama M_0 . En este conjunto de momentos magnéticos, las componentes x y y de la magnetización total (M_x y M_y) tienen un valor promedio igual a cero, pues los momentos magnéticos individuales precesan a la misma frecuencia, pero no se encuentran en fase.

Al aplicarle a la muestra una radiación electromagnética con frecuencia igual a la frecuencia de resonancia del sistema en presencia del campo magnético \vec{H} , se provoca un cambio de estado energético en la muestra, como se observa en las ecuaciones (2.21) y (2.22), causando una transición entre estados energéticos. Esta radiación electromagnética puede interpretarse como un campo magnético oscilante \vec{H}_1 .

En las transiciones energéticas debidas a la radiación electromagnética aplicada a la muestra, las partículas que tienen su momento magnético orientado en sentido paralelo al campo magnético \vec{H} (estado de menor energía) se excitan y cambian su orientación de forma antiparalela al campo \vec{H} (estado de mayor energía), provocando un cambio en la componente z de la magnetización total (M_z), como se muestra en la figura 2.3.

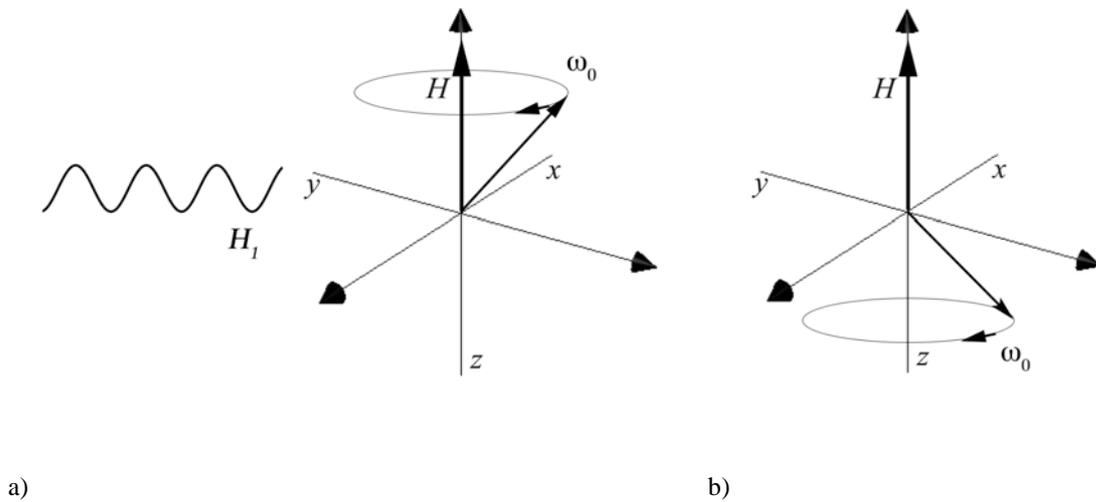


Figura 2.3. Cambio de orientación del momento magnético. a) El sistema está en el estado de menor energía. b) El sistema en el estado de mayor energía, después de la transición energética

Al cesar la radiación electromagnética sobre la muestra, se produce un regreso en la orientación de los momentos magnéticos a la posición de equilibrio M_0 (estado de menor energía), lo que representa una relajación de los momentos magnéticos, y con ello se provoca una emisión electromagnética con una frecuencia asociada al cambio de estado energético, es decir, con la frecuencia de resonancia. El cambio de orientación de los momentos magnéticos sucede en forma inversamente proporcional a un tiempo de relajación T_1 , lo que se puede escribir de la siguiente forma:

$$\frac{dM_z}{dt} = \frac{1}{T_1}(M_0 - M_z) \quad (2.45)$$

Este proceso se conoce como Relajación Espín-Red o Relajación Longitudinal, por lo que el tiempo T_1 se conoce como Tiempo de Relajación Longitudinal. En este proceso de relajación se produce un intercambio de energía entre el sistema y el medio, por lo que la agitación térmica del medio influye de manera importante en el tiempo T_1 .

Al aplicar la radiación electromagnética a la muestra, los momentos magnéticos no solo cambian su orientación, sino que al entrar en resonancia precesan en fase unos con otros, lo que resulta en la aparición de una componente transversal diferente a cero en el plano xy de la magnetización total. A este proceso se le conoce como Recuperación de Fase o Refase.

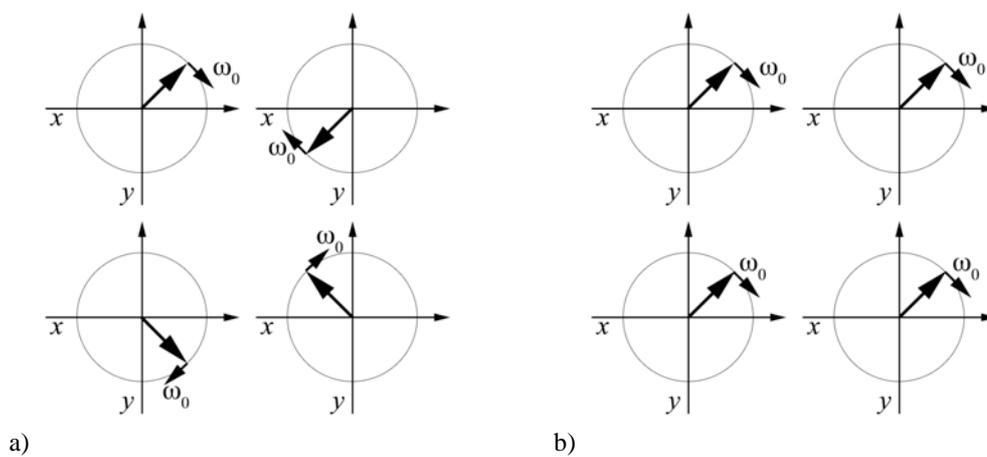


Figura 2.4. Recuperación de Fase de la Magnetización Transversal. a) Antes de la aplicación de la radiación electromagnética los momentos magnéticos están fuera de fase, por lo que la Magnetización Transversal resultante es cero. b) Después de la aplicación de la radiación electromagnética los momentos magnéticos están en fase, lo que significa que existe una Magnetización Transversal diferente a cero.

Cuando cesa la radiación electromagnética o pulso de radiofrecuencia sobre la muestra, los momentos magnéticos sufren una pérdida de fase, esto es, una dispersión de las componentes transversales de magnetización, lo que se llama Pérdida de Coherencia de Fase de los momentos magnéticos. Este proceso se produce por la interacción de los espines de las partículas, pues existen inhomogeneidades en el campo magnético local causadas por las mismas partículas, causando que los momentos magnéticos individuales precesen con frecuencias ligeramente diferentes.

La Pérdida de Coherencia de Fase sucede en un tiempo T_2 , siempre menor o igual a T_1 , llamado Tiempo de Relajación Espín-Espín o Tiempo de Relajación Transversal. Este proceso puede describirse de la siguiente manera:

$$\frac{dM_x}{dt} = -\frac{M_x}{T_2} \quad (2.46)$$

$$\frac{dM_y}{dt} = -\frac{M_y}{T_2} \quad (2.47)$$

Al sumar la ecuación del movimiento de la magnetización de la muestra (2.44) con las ecuaciones que describen la relajación longitudinal y transversal (2.45), (2.46) y (2.47) se obtienen las siguientes ecuaciones de movimiento:

$$\frac{dM_x}{dt} = \gamma(\vec{M} \times \vec{H})_x - \frac{M_x}{T_2} \quad (2.48a)$$

$$\frac{dM_y}{dt} = \gamma(\vec{M} \times \vec{H})_y - \frac{M_y}{T_2} \quad (2.48b)$$

$$\frac{dM_z}{dt} = \gamma(\vec{M} \times \vec{H})_z + \frac{(M_0 - M_z)}{T_1} \quad (2.48c)$$

Este conjunto de ecuaciones (2.48) se conocen como Ecuaciones de Bloch. Este sistema de ecuaciones describe el comportamiento de la magnetización de la muestra \vec{M} después de que cesa el pulso de radiofrecuencia sobre la muestra.

2.5 Decaimiento Libre Inducido

De acuerdo a lo expuesto en las secciones anteriores, una muestra que está sometida a un campo magnético externo estático \vec{H} , tiene su vector de magnetización orientado en dirección del campo magnético, precesando alrededor del eje z . Al aplicar un pulso de radiofrecuencia con frecuencia de resonancia a la muestra, sus momentos magnéticos entran en resonancia con el pulso de radiofrecuencia, excitando de esta forma a la muestra. Esta excitación provoca que el vector de magnetización invierta su dirección, opuesta a \vec{H} . Esta dirección del vector de magnetización es el estado de mayor energía para la muestra; en ese momento, el vector de magnetización de la muestra está precesando alrededor del eje z , opuesto al campo magnético \vec{H} y con una frecuencia igual a la frecuencia de resonancia.

Al mismo tiempo, con la presencia del pulso de radiofrecuencia, se produce un refase de los momentos magnéticos en la muestra, provocando que la componente transversal de la magnetización de la muestra sea diferente de cero.

Al cesar el pulso de radiofrecuencia sobre la muestra, el vector de magnetización regresa a su estado inicial, en dirección del campo \vec{H} , precesando con la misma frecuencia. En este proceso, el vector de magnetización describe una espiral esférica, como se representa en la figura 2.5, la cual también se conoce como *Esfera de Bloch*. Este proceso sucede cuando la muestra pasa de un estado de mayor energía a uno de menor energía, por lo que existe una emisión con una energía $E = \hbar\omega$.

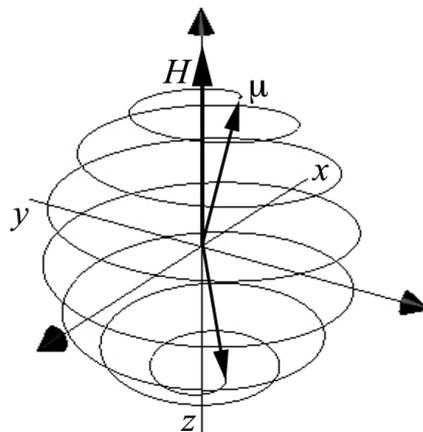


Figura 2.5. Cambio de orientación del momento magnético al cesar el pulso de radiofrecuencia.

De la misma forma, con el cese del pulso de radiofrecuencia, existe una pérdida de fase de los momentos magnéticos de la muestra, provocando el decaimiento de la componente transversal de magnetización. Esta pérdida de la magnetización transversal sucede de forma exponencial decreciente y corresponde a la relajación transversal de la muestra. Esta pérdida de fase se debe a las inhomogeneidades microscópicas en la magnetización de la muestra, las cuales son inherentes a ella.

Los momentos magnéticos de la muestra siguen precesando con la frecuencia de resonancia, por lo que la pérdida de fase en la muestra se traduce en una pérdida o decaimiento de la magnetización transversal. Este decaimiento de la magnetización se observa en la señal obtenida de la muestra llamada *Decaimiento Libre Inducido* o *Free Induced Decay* (FID por sus siglas en inglés), también conocida como *Señal de Precesión Libre*. El decaimiento en la magnetización transversal puede medirse mediante la inducción de una corriente en una antena colocada alrededor de la muestra. La señal recibida por la antena debido a la relajación tiene la forma de una senoide con la frecuencia de resonancia, la cual tiene una envolvente exponencialmente decreciente que depende de T_2 en el caso ideal, como se muestra en la ecuación (2.49):

$$Y(t) = e^{-t/T_2} \cos(\omega t) \quad (2.49)$$

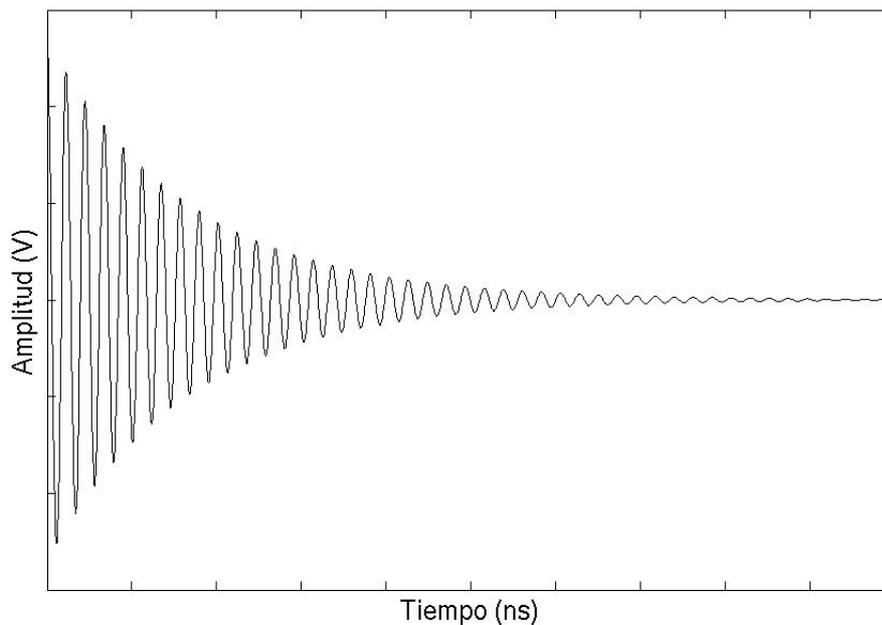


Figura 2.6. Gráfica de la señal FID (*Free Induced Decay*)

En situaciones más realistas se sustituye T_2 por T_2^* , también conocida como T_2 experimental, donde $T_2^* < T_2$, pues al tomar en cuenta las condiciones que intervienen en un experimento real, como las inhomogeneidades del campo magnético real del sistema y las provocadas por los instrumentos involucrados, se presenta una disminución en el tiempo total de la señal. Por lo tanto, la señal FID tiene la siguiente forma:

$$Y(t) = e^{-t/T_2^*} \cos(\omega t) \quad (2.50)$$

2.5.1 Señal FID en un campo magnético inhomogeneo

En el caso en que existan inhomogeneidades macroscópicas en el campo magnético \vec{H} , diferentes sectores de la muestra están sometidos a diferentes intensidades de campo, lo que provoca que tengan frecuencias de precesión diferentes. Las ecuaciones que describen a las señales FID con diferentes campos magnéticos \vec{H}_1 y \vec{H}_2 son:

$$Y_1(t) = e^{-t/T_2^*} \cos(\gamma |H_1| t) \quad (2.51)$$

por lo tanto

$$Y_1(t) = e^{-t/T_2^*} \cos(\omega_1 t) \quad (2.52)$$

y

$$Y_2(t) = e^{-t/T_2^*} \cos(\gamma |H_2| t) \quad (2.53)$$

$$Y_2(t) = e^{-t/T_2^*} \cos(\omega_2 t) \quad (2.54)$$

Cuando existe una suma de dos funciones sinusoides con frecuencias cercanas, aparece una modulación en la amplitud de la función resultante, la cual se conoce como pulsación. Así, cuando las señales provenientes de esta muestra con inhomogeneidades

magnéticas se suman, dan como resultado una señal senoide con pulsaciones. De esta forma, al sumar las ecuaciones (2.52) y (2.54), se puede usar la identidad (2.55)

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) \quad (2.55)$$

En esta identidad (2.55), la frecuencia de la función resultante está dada por la cantidad $\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)$, mientras que la frecuencia de las pulsaciones está dada por la cantidad $\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$. Esto se cumple cuando las amplitudes de las dos funciones son iguales.

Cuando la amplitud de una función es significativamente menor que la de la otra función, se puede simplificar la frecuencia de la función resultante es igual a la frecuencia de la función de mayor amplitud, así como la frecuencia de las pulsaciones es igual a la cantidad $(\alpha - \beta)$.

Por lo tanto, al aplicar esta identidad (2.55) a las señales correspondientes (las ecuaciones (2.52) y (2.54))se obtiene:

$$Y_1(t) = e^{-t/T_2^*} \cos(\omega_1 t) \quad (2.52)$$

$$Y_2(t) = e^{-t/T_2^*} \cos(\omega_2 t) \quad (2.54)$$

$$Y_1(t) + Y_2(t) = e^{-t/T_2^*} \cos(\omega_1 t) + e^{-t/T_2^*} \cos(\omega_2 t) \quad (2.56)$$

$$Y_1(t) + Y_2(t) = e^{-t/T_2^*} (\cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t)) \quad (2.57)$$

$$Y_1(t) + Y_2(t) = 2e^{-t/T_2^*} \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right) \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) \quad (2.58)$$

La gráfica de la ecuación (2.58) tiene la siguiente forma:

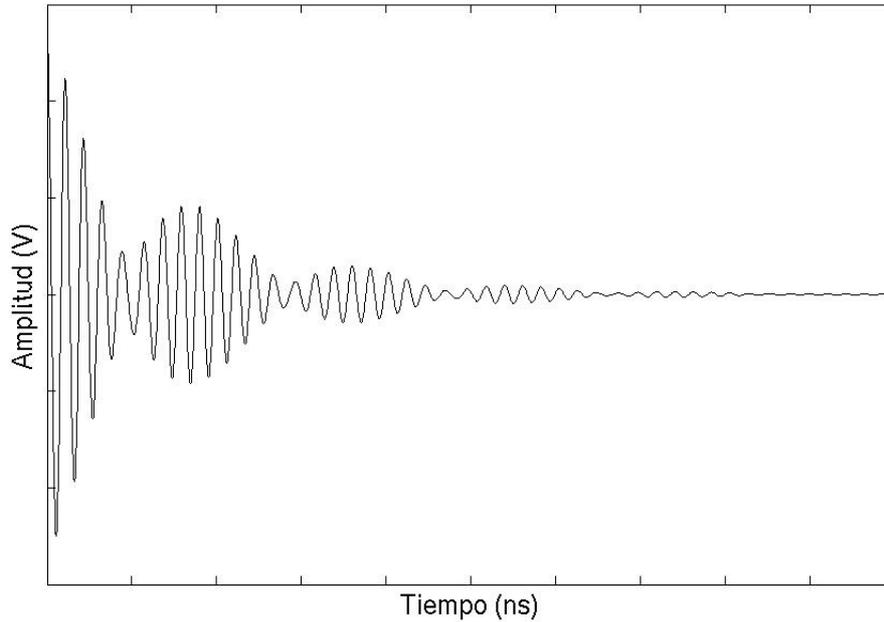


Figura 2.7. Gráfica de la señal FID en un campo magnético inhomogeneo

En la figura 2.7 que representa la ecuación (2.58) se observa una función coseno con frecuencia $(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2})$; esta función es modulada por otra función coseno, la cual tiene una frecuencia $(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2})$, que es la frecuencia de pulsación. Finalmente esta función decae exponencialmente con una envolvente (e^{-t/T_2^*}) . La ecuación (2.58) también puede escribirse de la siguiente forma:

$$Y_S(t) = e^{-t/T_2^*} \cos(\omega_c t) \cos(\omega_e t) \quad (2.59)$$

En la ecuación (2.59) $Y_S(t)$ representa la suma de $Y_1(t)$ más $Y_2(t)$, ω_c es la frecuencia central de la señal y ω_e es la frecuencia de la envolvente o de pulsación.

Capítulo 3

Desarrollo experimental

3.1 Introducción

Existen diferentes métodos empleados para observar el fenómeno de Resonancia Magnética. Estos métodos se emplean en diferentes campos como la espectroscopía y la producción de imágenes. Estos métodos tienen en común el uso de un campo magnético, un sistema de excitación por medio de una emisión de radiofrecuencia y un sistema de adquisición y registro de señales. Existen diferencias sustanciales entre los diferentes métodos, dividiéndose en métodos de absorción y métodos de relajación, por la forma como se registra la información de Resonancia Magnética de la muestra.

El sistema experimental propuesto en este trabajo está formado por un campo magnético, un sistema de emisión y un sistema de recepción de señales. A su vez, estos sistemas están compuestos por módulos que son interconectables mediante cables BNC. En este capítulo se describe el diseño y desarrollo de los módulos y su integración en los sistemas, así como el procedimiento experimental.

3.1.1 Detección de Resonancia Magnética por Absorción

De acuerdo a lo descrito en el capítulo anterior, el proceso de Resonancia Magnética sucede en una muestra expuesta a un campo magnético, a la que se excita con una radiación electromagnética con una frecuencia igual a la frecuencia de resonancia. En el método de absorción se utiliza un campo magnético de intensidad variable, generalmente compuesto por un campo magnético estático que se suma a un campo magnético variable. El campo variable se genera por electroimanes controlados por una corriente eléctrica variable, colocados de forma colineal al campo estático. De esta forma se realiza un incremento continuo del campo magnético, hasta alcanzar la intensidad del campo correspondiente a la frecuencia de resonancia. Cuando esto sucede, la muestra entra en un estado de resonancia magnética, absorbiendo una parte de la energía electromagnética proveniente de la antena de emisión, la cual se localiza alrededor de la muestra y está conectada a un sistema de monitoreo de la señal emitida. La absorción de energía en la muestra provoca una caída en la señal recibida por el sistema de monitoreo, lo que indica el punto de resonancia magnética en la muestra. Este sistema usa una emisión continua de radiación electromagnética, lo que es también conocido como *Onda Continua* o *Continuous Wave (CW)*.

Debido a las características de este método, resulta un sistema sencillo y requiere pocas exigencias técnicas. Esto lo hizo ideal para los primeros experimentos de Resonancia Magnética y por eso se usó extensamente al principio de la investigación en este campo.

3.1.2 Detección de Resonancia Magnética por Relajación

A diferencia del método anterior, este método se basa en el proceso que sigue después de la excitación de los momentos magnéticos en la muestra que está sujeta a un campo magnético, esto es, la relajación de los momentos magnéticos en la muestra. Como se señala en el capítulo anterior, la relajación de los momentos magnéticos en una muestra corresponde a dos procesos diferentes: la relajación longitudinal, que está vinculada con el tiempo T_1 , y la relajación transversal, relacionada con un decaimiento en la magnetización transversal de la muestra, y está vinculada con el tiempo de relajación T_2 .

Los métodos de detección de Resonancia Magnética en los procesos de relajación son diferentes para cada forma de relajación. La relajación longitudinal está asociada a un cambio en los niveles energéticos del sistema, por lo que el resultado de esta relajación es la emisión de una señal. Esta señal es muy débil y debe captarse con una antena y amplificarla antes de analizarla. La relajación transversal, al ser una pérdida de la magnetización transversal, puede medirse mediante la inducción de una corriente en una antena colocada alrededor de la muestra.

La instrumentación necesaria para la detección del fenómeno de Resonancia Magnética mediante la relajación de la muestra es muy similar a la que se utiliza en el Método de Absorción, sólo que en este caso es necesario usar una emisión pulsada de radiación electromagnética, lo que se conoce como *Pulsed Wave (PW)*. Esta emisión pulsada excita a la muestra cuando la radiación electromagnética está presente, mientras que el tiempo en el que la radiación electromagnética se suspende, el sistema se relaja y se obtienen las señales de esta relajación.

El sistema de detección para el método de relajación es diferente en este caso, pues se deben obtener, registrar y analizar las señales obtenidas de la muestra, por lo que se usan osciloscopios, sistemas de digitalización, almacenamiento de señales y sistemas de análisis para estas señales.

Este método puede presentar más datos sobre la muestra analizada mediante el análisis de la señal, por lo que se utiliza la Transformada de Fourier en el análisis de señales, pues con el análisis del contenido de las señales se pueden conocer varias características usando diferentes formas de codificación de su información, la forma de la señal, la amplitud y la frecuencia. Debido a lo anterior, este método se usa en espectroscopía y en imagenología por resonancia magnética. Para estos fines se refina el equipo, usando diferentes métodos para incrementar la homogeneidad del campo en ciertas regiones y variarlo en otras, como lo son las Bobinas Shims y las Antenas Gradientes.

3.2 El Sistema propuesto

El sistema que se propone para el experimento está dirigido al análisis de la señal de Resonancia Magnética del núcleo de hidrógeno por relajación transversal, por lo que se debe obtener la señal FID. Por tratarse del método de obtención de una señal de relajación, este sistema usa el método de Emisión Pulsada (*PW*) para la excitación de la muestra.

La señal de Resonancia Magnética del núcleo de hidrógeno es de gran importancia, no sólo por ser el núcleo atómico más simple, sino por ser uno de los núcleos con constante giromagnética más alta ($\gamma = 42.577\ 4806\ \text{MHz T}^{-1}$) [Har 1], solo un poco menor que el valor de la constante giromagnética del núcleo de tritio ($\gamma = 45.412\ \text{MHz T}^{-1}$) [Har 1]. Las ventajas del uso del núcleo del hidrógeno son su alta abundancia natural, y en los sistemas biológicos y su alta sensibilidad a la resonancia magnética con respecto a otros núcleos atómicos.

Para obtener el fenómeno de Resonancia Magnética, el sistema requiere la generación de un campo magnético, un sistema de emisión, un sistema de recepción y un sistema de almacenamiento de datos. Para este fin concreto se diseñó y construyó un sistema modular para la emisión de los pulsos de radiación electromagnética, así como las antenas de emisión y recepción.

A diferencia de los métodos mencionados, este sistema utiliza el ancho de banda de frecuencia del emisor en vez de un barrido de frecuencias o un barrido del campo magnético para lograr la excitación de la muestra.

Para obtener la señal FID de Resonancia Magnética del núcleo de Hidrógeno con el sistema propuesto, se usa una señal de radiofrecuencia con una frecuencia central de 21MHz en un campo magnético de 0.49T. El método propuesto se basa en la excitación de la muestra mediante la emisión de la señal de radiofrecuencia y la relajación posterior de la muestra en ausencia de la señal de radiofrecuencia. El sistema propuesto aprovecha el ancho de banda del sistema emisor y receptor para compensar la

inhomogeneidad del campo magnético, por lo cual la señal FID registrada es una suma de señales FID con frecuencias ligeramente distintas.

Los sistemas desarrollados son modulares e interconectables mediante conexiones BNC. Esto permite la incorporación de distintos módulos para generación y control de señales, así como para la medición de estas señales.

3.2.1 Campo Magnético

El campo magnético usado en este experimento se genera mediante un electroimán, lo que permite variar la intensidad del campo magnético al variar la intensidad de corriente eléctrica. En este sistema se utiliza un electroimán marca *CENCO* (número 124), que pertenece a los Laboratorios de Física Moderna de la Facultad de Ciencias en la Universidad Nacional Autónoma de México. Este electroimán tiene dos polos planos circulares, los cuales pueden aproximarse para incrementar la homogeneidad del campo sobre la muestra.

Para generar el campo magnético se conecta el electroimán a una Fuente de Corriente Directa marca *BK Precision* modelo 1795, con salida de 0 a 64V y de 0 a 15A; a la cual se le conecta a su vez un multímetro *Steren* para medir la corriente suministrada al electroimán.

La intensidad del campo magnético se mide con un Gaussmetro marca *Bell*, para lo cual se coloca la Punta Hall del Gaussmetro en el centro del espacio entre las placas del electroimán.

Al tratarse de un electroimán no enfriado, se experimenta un calentamiento gradual de las bobinas del electroimán debido al *Efecto Joule*, pues hay una corriente eléctrica circulando en las bobinas. Como resultado de este calentamiento en el electroimán, se presenta un aumento en la resistencia total del electroimán, provocando una mayor oposición al paso de corriente y, por lo tanto, una intensidad de campo magnético menor. La corriente eléctrica y la intensidad campo magnético disminuyen a medida de

que la temperatura del electroimán aumenta, hasta que ésta temperatura alcanza un equilibrio con sus alrededores³. Es muy importante la estabilidad del campo magnético dentro del experimento, pues la frecuencia de excitación de la muestra depende directamente de la intensidad del campo magnético, según la ecuación de Larmor.

La intensidad del campo magnético en el electroimán usado puede variarse desde 0 hasta 0.7 Teslas, mediante la fuente de corriente directa, la cual entrega una corriente de 0 a 8 ± 0.05 Amperes conectada al circuito.

3.2.2 Sistema de Emisión

El sistema de emisión de la radiación electromagnética con el que se excita la muestra fue diseñado de forma modular e interconectable, de esta forma los módulos necesarios pueden remplazarse por otros para diferentes aplicaciones. Estos módulos se conectan por medio de cables coaxiales y se alimentan por fuentes de alimentación de 5V o 9V. Los módulos también tienen sistemas de control para permitir su conexión a diferentes instrumentos análogos o de pulsos.

Para garantizar el funcionamiento correcto de los equipos y su autonomía se construyeron las fuentes de voltaje de 5V y $9V \pm 0.2V$ a partir de eliminadores de corriente comerciales, a los cuales se les adicionaron los reguladores de voltaje KA7805 y KA7809 respectivamente.

La frecuencia con la que trabajan estos módulos se determinó tanto para reducir el ruido ambiental, como para ajustarse al intervalo de intensidad de campo magnético con el que trabaja el electroimán. Para ello se determinó que la frecuencia central del sistema es 21 ± 0.7 MHz, por lo que la intensidad del campo magnético debe de ser aproximadamente de 0.49 ± 0.005 Teslas. De esta forma se evita el ruido de radiofrecuencia de transmisiones de radio FM comercial (88-108MHz) y sus componentes, al igual que se evita el ruido de transmisiones de Radio de Banda Civil

³ El comportamiento de la intensidad del campo magnético con respecto al tiempo en el electroimán usado se puede ver en el Apéndice B.

(Banda de once metros, equivalente a 27.273 MHz). Al ser la frecuencia central de 21 MHz, los módulos (y las antenas) se adaptan a este fin. En el caso de usar un campo magnético diferente, los módulos pueden cambiarse para ajustar la nueva frecuencia central.

3.2.2.1 Generador de señal

Para generar la señal de 21 MHz se usa un circuito basado en el circuito integrado SN74LS624. Este circuito integrado es un oscilador controlado por voltaje (VCO) basado en técnica PLL (Phase Locked Loop). Este circuito integrado es conveniente tanto por ser accesible y económico como por su facilidad de uso. El SN74LS624 utiliza un voltaje de entrada continuo de 5V y entrega una señal de salida de 3Vpp. Su frecuencia central está en el intervalo entre los 3 y los 30 MHz, variando de forma continua por intervalos. Para variar esta frecuencia se modifica el voltaje de control de 0 a 6 V.

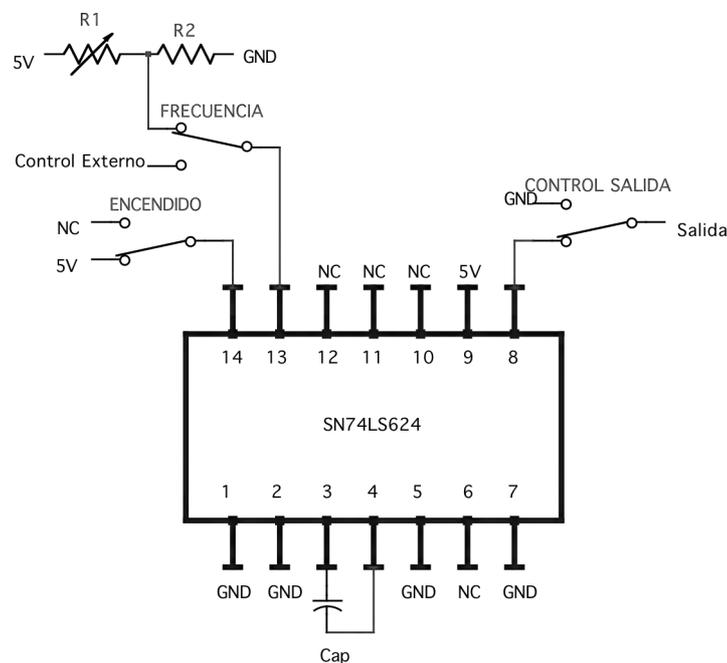


Figura 3.1. Circuito del Generador de Señal basado en el circuito integrado SN74LS624

En la figura 3.1 se muestra el circuito del Generador de Señal basado en el circuito integrado SN74LS624. El sistema tiene un interruptor de encendido *S1*, el cual está conectado a la alimentación de 5V, que va conectado a la terminal 14. El condensador *Cap* conectado entre las terminales 3 y 4 determina la frecuencia de emisión y para este caso tiene un valor de 47pF.

La frecuencia de emisión en este circuito puede usarse de forma fija o puede controlarse externamente mediante una fuente de voltaje variable. Para elegir el control de frecuencia se usa el interruptor *S2*, que dirige el control de voltaje a la terminal 13. Si se usa la frecuencia fija, este circuito tiene un ajuste fino de frecuencia basado en un divisor de voltaje, el cual se muestra en el diagrama con las resistencias ($R1= 50k\Omega$) y ($R2= 10k\Omega$).

La terminal 8 del circuito integrado es la salida de la señal, la cual está controlada por un interruptor de *Stand-by S3*, el cual entrega la señal a una salida coaxial.

3.2.2.2 Control de la señal (Switch Análogo)

Para controlar el paso de la señal antes de ser amplificada se desarrollo un circuito de paso de señales, el cual se puede conectar a una señal de control para permitir la transmisión de la señal hacia el amplificador. Este circuito de control de paso está basado en el *Switch Análogo* del circuito integrado 74HC4066. Un *Switch Análogo* es una compuerta lógica que permite el paso de señales análogas cuando detecta una señal positiva de control. La señal de control puede ser un pulso lógico proveniente de un reloj o de un control computacional.

El circuito construido funciona como un switch análogo de dos canales que operan de forma complementaria en el tiempo, esto es, cuando uno de los canales permite el paso de la señal, el otro canal no permite el paso de la señal conectada en él. Para esto se aprovecha la estructura del circuito integrado 74HC4066 que tiene 4 compuertas. Se usan dos compuertas para cada canal, donde la primera compuerta tiene su salida conectada a la salida de la segunda compuerta. Esta segunda compuerta está conectada a

tierra y las dos compuertas están conectadas a dos controles diferentes de compuerta, los cuales funcionan de forma complementaria en este circuito. Esto da como resultado que si se tiene una señal positiva en el primer control de compuerta (terminal 5), esta compuerta permite el paso de la señal, siendo que la segunda compuerta no permite la conexión de la señal con la conexión a tierra. En el caso contrario, el pulso negativo en el control de la primera compuerta no permite el paso de la señal y la segunda compuerta permite la conexión a tierra. Este sistema fue desarrollado para reducir al mínimo el ruido que pudiera transmitirse en el circuito, pues la señal con la que se trata es de alta frecuencia y esto puede provocar ruidos indeseados en los circuitos.

Para que el sistema esté sincronizado se usa una sola señal de control para el circuito, pero esta señal se invierte utilizando el circuito integrado SN74LS04. De esta forma se obtienen dos señales complementarias de control provenientes de una señal inicial.

El circuito queda compuesto entonces de un circuito integrado SN74LS04 que recibe la señal de control y genera una segunda señal de control complementaria. Estas señales controlan el paso en los dos canales del switch análogo, el cual está compuesto por el circuito integrado 74HC4066. Este arreglo se presenta en la figura 3.2.

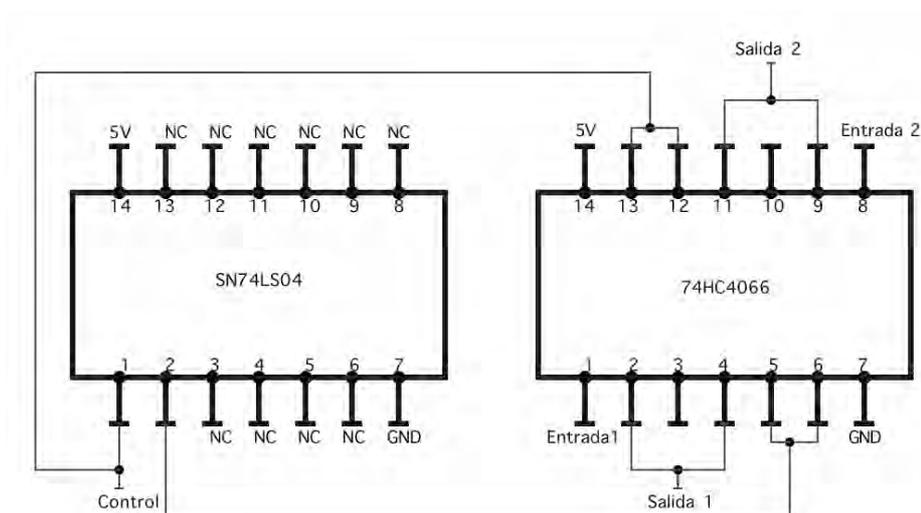


Figura 3.2. Circuito de Control de Paso de la Señal

El circuito de Control de Paso de la Señal utiliza un voltaje de entrada continuo de 5V. La señal de control debe de ser de 3 a 5 V. El módulo puede conectarse a diferentes fuentes de señal de control y así pueden usarse varios módulos de forma simultanea, no solo para la emisión de la señal, sino para la recepción de la señal.

3.2.2.3 Amplificador

Para excitar a la muestra se necesita una señal de radiofrecuencia que no solo tenga la frecuencia adecuada según el campo magnético, sino que tenga también la potencia suficientemente intensa para afectar a la mayor cantidad de núcleos de Hidrógeno posibles para obtener una señal de resonancia magnética. Por lo tanto, se utiliza un amplificador de potencia en la etapa final del sistema de emisión, para entregar la mayor potencia posible a la antena emisora. El amplificador desarrollado para este fin es un amplificador del tipo *Emisor Común*, el cual tiene un sencillo diseño basado en el transistor tipo NPN 2N2218.

El circuito del modulo del amplificador, que se muestra en la figura 3.3, utiliza un voltaje de alimentación continuo de 9V y entrega una señal de salida de 21.2 Vpp con potencia de 250 mW a 21 MHz, por lo que el amplificador tiene una ganancia de potencia de 17 dB.

Como la señal que se desea amplificar es una señal de radiofrecuencia, el amplificador debe ser capaz de amplificar este tipo de señales, por lo cual la *Resistencia del Colector Rc* se sustituye por un *Circuito Resonante* formado por un inductor L en paralelo con un condensador C . El *Circuito Resonante* debe ajustarse a la frecuencia de la señal, por lo que los valores de L y C se determinan mediante la ecuación de resonancia del circuito resonante:

$$f_R = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad (3.1)$$

Por lo tanto, para un sistema con frecuencia de resonancia de 21 MHz, los valores de los componentes son de $C= 15\text{pF}$ y $L= 3.9\mu\text{H}$.

En el circuito del amplificador los valores de las Resistencias de Polarización ($R1$ y $R2$) son $22k\Omega$ y $47k\Omega$ respectivamente. La Resistencia del Emisor $R3$ es de $1k\Omega$.

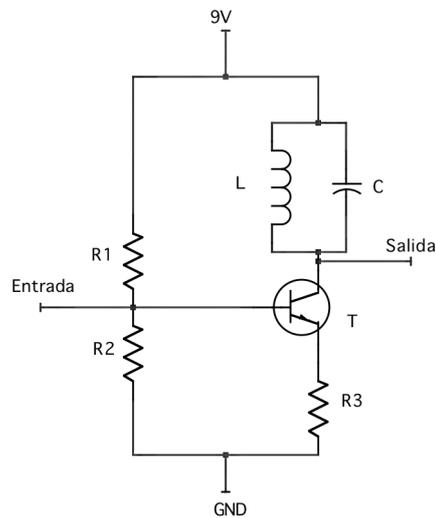


Figura 3.3. Circuito del Amplificador Emisor Común

Para el inductor L se utiliza una bobina simple, la cual se construye a partir de la ecuación (3.2) [Abr 2]:

$$L = \frac{n^2 r}{22.9 \frac{l}{r} + 25.54} \quad (3.2)$$

En la ecuación (3.2) n es el número de vueltas, l es la longitud de la bobina y r su radio medio. En esta ecuación l y r están dados en centímetros y L en microhenrios.

3.2.2.4 Antena Emisora

La parte final del sistema de emisión es la antena emisora. La antena diseñada para este fin es una *Bobina de Helmholtz*, que consiste en un par de bobinas circulares idénticas conectadas en serie, separadas a una distancia similar o igual al radio de las bobinas. Este arreglo de bobinas permite una mayor homogeneidad en el campo producido entre las bobinas. El arreglo también permite colocar a la antena emisora de forma perpendicular a la antena receptora, lo que minimiza la recepción entre las dos antenas. La antena se conecta a los módulos mediante un cable coaxial.

La antena construida debe ajustarse a la frecuencia central, por lo que se conecta en paralelo con un condensador. Los valores de inductancia y capacidad se determinan mediante la ecuación (3.1), por lo que al usar una frecuencia de 21 MHz, estos valores son $L=3.9\mu\text{H}$ y $C=15\text{pF}$. La antena esta compuesta por dos bobinas con una separación de 1cm. Para determinar las características de la bobina se utiliza la ecuación (3.2), así que cada bobina tiene una longitud de 5mm y un radio de 1cm y están formadas por 6 vueltas de alambre de cobre. La antena se muestra en la figura 3.4.

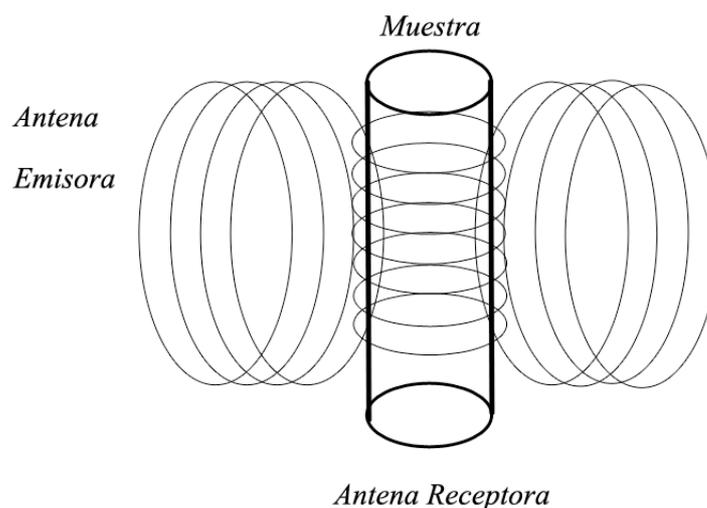


Figura 3.4. Disposición de las antenas

3.2.3 Sistema de Recepción

El sistema de recepción para el registro de la señal FID debe ser suficientemente sensible pues la señal inducida es pequeña. La función de este sistema es recibir, registrar y almacenar la señal producida por la relajación transversal. La señal recibida debe tener una frecuencia que esté en el intervalo de frecuencias de la señal emitida.

3.2.3.1 Antena Receptora

La antena receptora debe estar lo más cerca posible a la muestra para registrar el cambio en la magnetización transversal de la muestra, por lo que debe estar dispuesta directamente sobre la muestra, que está contenida en un tubo de ensayo de 1 centímetro de diámetro. La forma de la antena es un solenoide simple, enrollada alrededor del tubo de ensayo. Para ajustar la frecuencia de la antena se conecta en paralelo con un condensador. Los valores del circuito se definen mediante la ecuación (3.1), para una frecuencia de 21MHz la inductancia es de $3.9\mu\text{H}$ y la capacitancia es de 15pF. Las dimensiones de la antena se calculan con la ecuación (3.2), por lo que la bobina tiene una longitud de 3cm y 36 vueltas. Ambas antenas, la emisora y la receptora tienen un cable de conexión de 50Ω , blindado especialmente para radiotransmisión para evitar las interferencias y el ruido. Las antenas se disponen de forma perpendicular para minimizar el ruido. Las antenas emisora y receptora están representadas en la figura 3.4.

3.2.3.2 Registro y Almacenamiento de la Señal

La señal recibida por la antena receptora debe registrarse y almacenarse para su análisis, por lo que la antena debe conectarse a un sistema de registro de la señal como un osciloscopio. El osciloscopio usado debe tener la capacidad de manejar señales de la frecuencia usada y tener un sistema de *trigger* para registrar la señal. En este caso el registro se lleva a cabo en un osciloscopio *Tektronix TDS 220*, que se conecta a una computadora mediante el puerto RS232 para almacenar los datos mediante el software *Wavestar*.

3.2.4 La Muestra

La muestra que se analiza es de agua bidestilada, ya que bajos niveles de contaminación mineral pueden afectar los tiempos de relajación en el fenómeno de Resonancia Magnética. Esta muestra se almacena en un tubo de ensayo que tiene 1 cm de diámetro y una capacidad de 5mL. Alrededor del tubo de ensayo se encuentra la antena receptora, como se indica en la figura 3.4.

3.3 Arreglo experimental

3.3.1 Campo Magnético

Para realizar el experimento es necesario establecer un campo magnético estable de 0.49T, por lo que el electroimán que genera este campo debe estar en condiciones de estabilidad térmica. Para este fin se utiliza el electroimán *CENCO 124*, el cual se conecta a una fuente de corriente eléctrica directa. La corriente que pasa al electroimán se mide mediante un multímetro conectado en serie entre el electroimán y la fuente de corriente. Para medir el campo magnético se introduce una Punta Hall en el centro del espacio entre los polos del electroimán. Esta punta se conecta a un Gaussmetro para medir la intensidad del campo.

3.3.2 Sistema de Emisión

Los módulos del sistema emisor deben ajustarse para que la señal de radiofrecuencia tenga su frecuencia central en 21 MHz. Para este fin el módulo Generador de señal tiene un potenciómetro de ajuste fino de frecuencia. Este módulo tiene un interruptor de control de frecuencia, el cual selecciona el uso de control interno de frecuencia.

La salida del módulo Generador de señal se conecta al canal 1 del módulo de Control de paso de señal. En la entrada de control del módulo debe conectarse la señal de control de paso, proveniente de un dispositivo lógico de reloj o de una computadora. La

salida del canal 1 del modulo se conecta a la entrada del módulo Amplificador. La salida del módulo Amplificador se conecta a la Antena Emisora. El diagrama de conexión del Sistema Emisor se muestra en la figura 3.5.

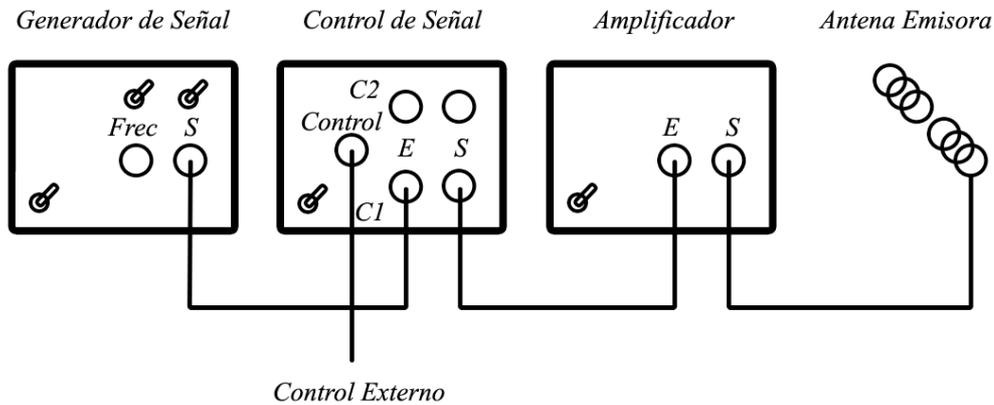


Figura 3.5. Diagrama de conexión del Sistema Emisor

En el caso en el que no se utilice un pulso de control de señal, la salida del Generador de señal debe conectarse a la entrada del módulo Amplificador. Conectado de esta forma, el control de paso de señal debe hacerse manualmente con el interruptor de *bypass* que controla la salida del módulo Generador de señal.

El sistema Emisor tiene un ancho de banda de 14 MHz por lo que al ser la frecuencia central 21 MHz sus límites de emisión son 14 MHz y 28 MHz. Estas medidas de frecuencias del Generador de Señal se determinan mediante el uso de un Analizador de Espectro *Advantest R3132*.

3.3.3 Sistema de Recepción

El Sistema de recepción para este experimento, consiste en la Antena Receptora, cuya función es registrar la señal de respuesta y enviarla al osciloscopio *Tektronix TDS220*. El osciloscopio debe tener activado el sistema de rechazo de alta frecuencia para evitar el ruido de frecuencias de radio FM. La duración de la señal es del orden de microsegundos, por lo que para registrar la señal es necesario activar la señal de disparo o *Trigger* en el canal usado del osciloscopio. La señal tiene una amplitud del orden de milivolts, por lo que la señal de disparo del osciloscopio debe colocarse en 10 mV.

Para el almacenamiento de los datos, el osciloscopio se conecta por medio del puerto RS232 también conocido como puerto serial a una computadora, en la cual debe estar instalado el programa *Wavestar*. Este programa captura los 2500 datos de la señal digitalizada en forma de puntos que se muestran en la pantalla del osciloscopio. De esta forma la señal capturada en el osciloscopio se digitaliza y almacena en forma de un archivo compuesto por 2500 datos de voltaje y tiempo de la señal.

La Antena Receptora también puede conectarse al Analizador de Espectro para hacer medidas de frecuencia y amplitud de la señal. Las conexiones del Sistema de Recepción se muestran en la figura 3.6.

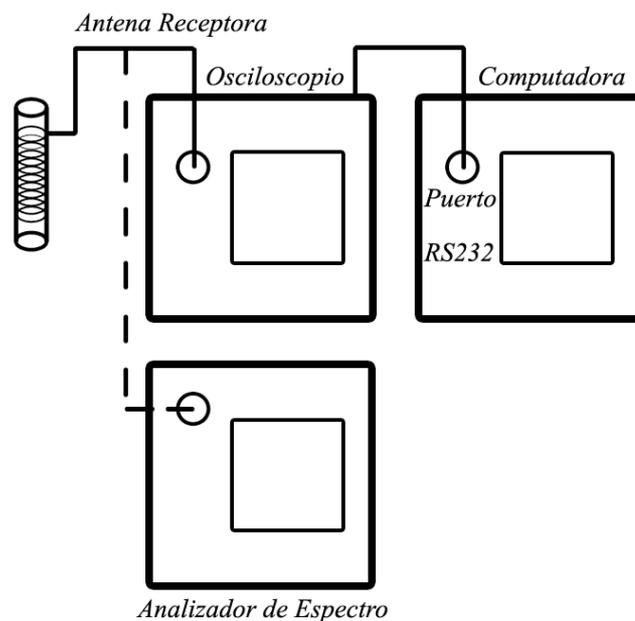


Figura 3.6. Diagrama de conexión del Sistema de Recepción

3.3.4 Antenas

Las Antenas Emisora y Receptora se deben colocar en el centro del espacio que hay entre los polos del electroimán para que la muestra este sometida a un campo intenso y homogéneo. Para colocar las antenas y la punta Hall se usa un soporte universal, colocando las antenas de forma perpendicular. Por la forma del contenedor de la muestra y el tamaño de las polos del electroimán, la muestra está sometida a un campo

que varía a lo largo del tubo de ensayo. De acuerdo a la posición descrita, el sitio donde el campo es más intenso debe estar en el centro del tubo de ensayo. En la figura 3.7 se muestra la posición de las antenas.

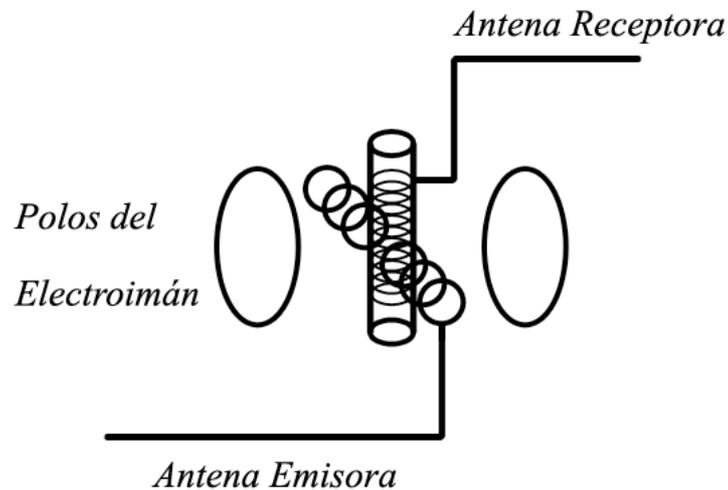


Figura 3.7. Diagrama de posición de las Antenas

3.4 Procedimiento experimental

Una vez montado el arreglo experimental como se muestra en la figura 3.8, se puede iniciar el procedimiento experimental.

Para la generación del campo magnético debe encenderse la fuente de corriente que alimenta al electroimán. El electroimán utilizado permite la variación de la intensidad del campo al variar la intensidad de la corriente de alimentación. De acuerdo a lo expuesto en las secciones anteriores sobre la estabilidad del campo magnético del electroimán en el tiempo debido a su calentamiento (véase el Apéndice B), el electroimán debe alimentarse con una corriente inicial, la cual disminuye en un tiempo de espera hasta alcanzar un comportamiento más estable. Después de este tiempo, la corriente debe de variarse para obtener el campo magnético requerido, el cual se mide mediante un Gaussmetro. En el experimento se utiliza una corriente inicial de 5 Amperes, lo cual genera un campo magnético de 0.6 Teslas. El tiempo de estabilización para el campo magnético toma alrededor de una hora, después de la cual se varía la

intensidad de corriente para obtener el campo magnético de 0.65 Teslas en los polos y 0.5 Teslas en el centro del espacio entre los polos, sin la presencia de las antenas ni la muestra. Esto garantiza un campo de 0.49 Teslas en algunas regiones del tubo de ensayo una vez que se han introducido las antenas al campo magnético.

La excitación de la muestra es un proceso de estimulación en el que el Sistema de Emisión está activo durante un minuto aproximadamente. Después de este tiempo debe detenerse la estimulación y permitirse la relajación de la muestra. El osciloscopio, con la función de *Trigger* activa, debe mostrar la señal FID en la pantalla cuando la muestra se relaja. Para evitar la aparición de interferencia es preferible apagar cualquier equipo electrónico ajeno al Arreglo Experimental.

Una vez que se obtiene la señal FID en el osciloscopio se ejecuta el programa *Wavestar* en la computadora conectada al osciloscopio para capturar la representación de la señal. El archivo obtenido tiene la extensión .NBK. Para analizar los datos de la señal FID del archivo obtenido, este archivo debe de convertirse en un archivo de texto.

Para obtener más señales FID debe repetirse el proceso de excitación y relajación, cuidando siempre que la intensidad del campo magnético corresponda a la frecuencia de la señal de excitación usada.

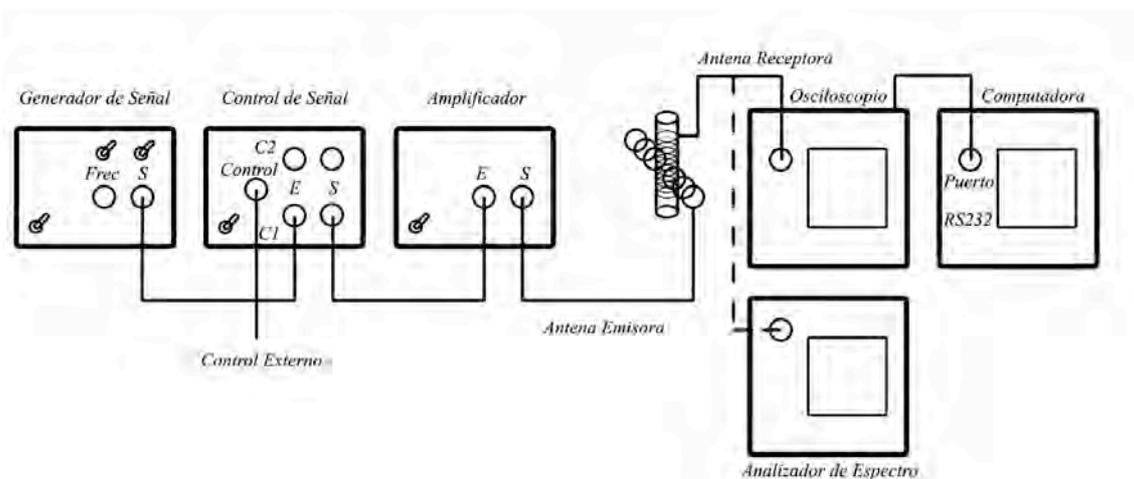


Figura 3.8. Diagrama del Sistema Emisor y Sistema Receptor.

Capítulo 4

Resultados

4.1 Introducción

Los datos obtenidos provienen del experimento realizado con el equipo y método descritos anteriormente. Se capturaron 30 señales en 30 archivos con extensión .NBK mediante el osciloscopio *Tektronix TDS220* y el software *Wavestar* en el Sistema de Recepción. En estos archivos se registran 2500 valores de voltaje y tiempo para un periodo de 2.5 microsegundos. Los datos guardados en los archivos originales pueden procesarse y posteriormente graficarse mediante el software *Matlab*.⁴

⁴ En el Apéndice D se incluyen ejemplos de gráficas de otros archivos procesados.

4.2 Formato de datos

Los datos obtenidos del experimento de Resonancia Magnética Nuclear almacenados mediante el programa *Wavestar* son capturas del fenómeno registrado en la pantalla del osciloscopio. Estos archivos con extensión *.NBK* se convierten en archivos de texto para su análisis. Los datos contenidos en los archivos con extensión *.NBK* están ordenados en dos columnas, donde la primera columna representa el tiempo y la segunda columna representa el voltaje registrado en el osciloscopio. La captura consta de 2500 puntos que corresponden a un periodo total de $2.5\mu\text{s}$ por lo que cada punto representa un periodo de 1ns . Se obtuvieron 30 archivos del fenómeno.

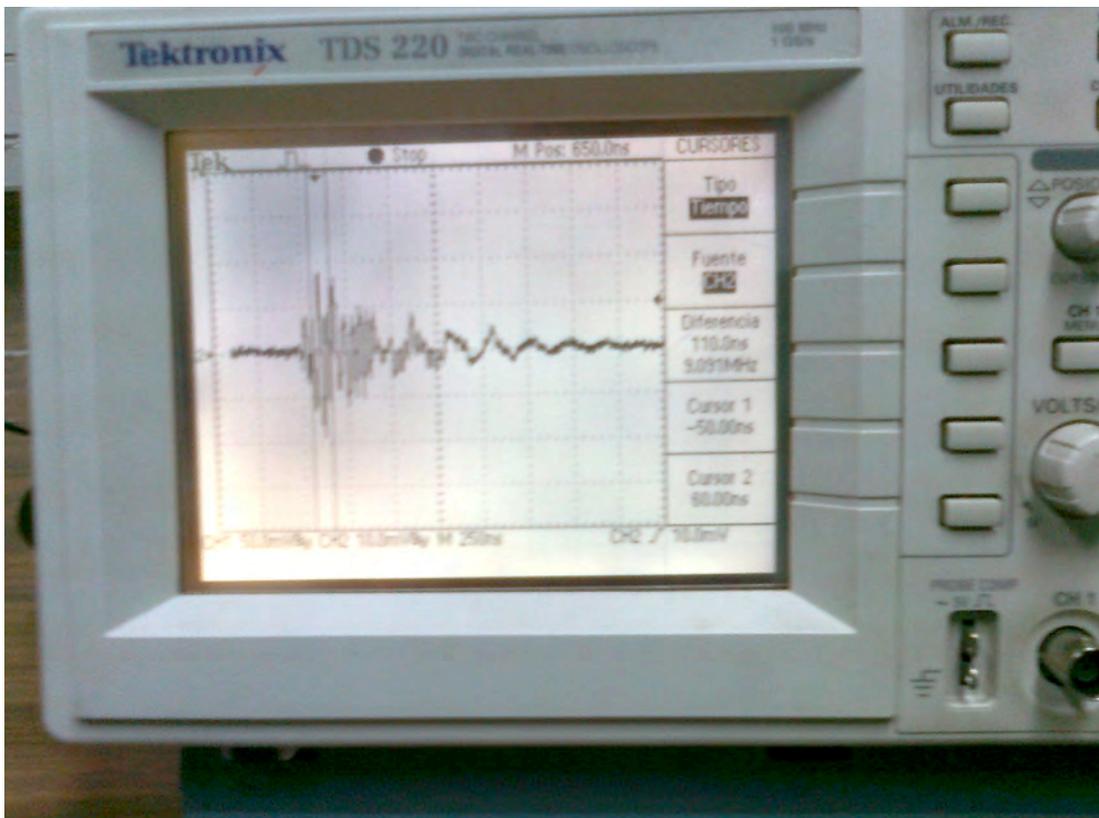


Figura 4.1. Fotografía de la señal FID obtenida en la pantalla del osciloscopio *Tektronix TDS220*.

Para analizar los datos obtenidos se utiliza el programa *Matlab* por la facilidad de programación y manipulación de datos, así como por las posibilidades de representación de los datos en forma gráfica. Para el manejo de los datos se utiliza también una hoja de cálculo contenida en el paquete de software *Open Office*.

Al graficar los datos obtenidos con el programa *Matlab* se obtienen gráficas como la figura 4.2, en la cual se puede apreciar un periodo anterior al inicio de la señal FID, debido a la posición de la señal de disparo del osciloscopio. Este periodo anterior a la señal se corta y se descarta para simplificar el análisis de datos y reducir el ruido. La figura 4.3 muestra la gráfica de los datos restantes.

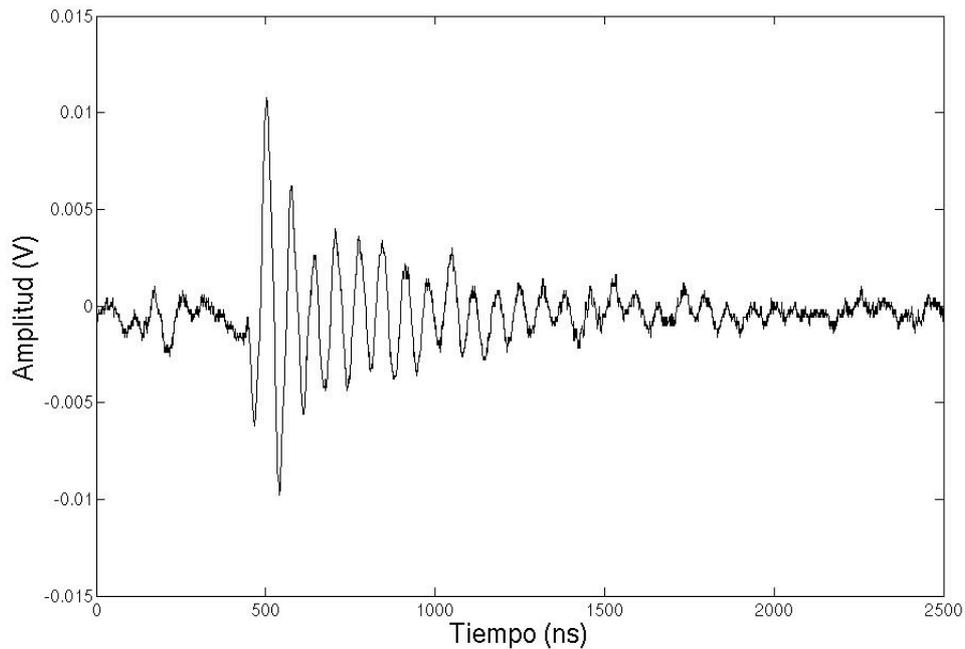


Figura 4.2. Gráfica de la señal FID obtenida. Archivo 1h.

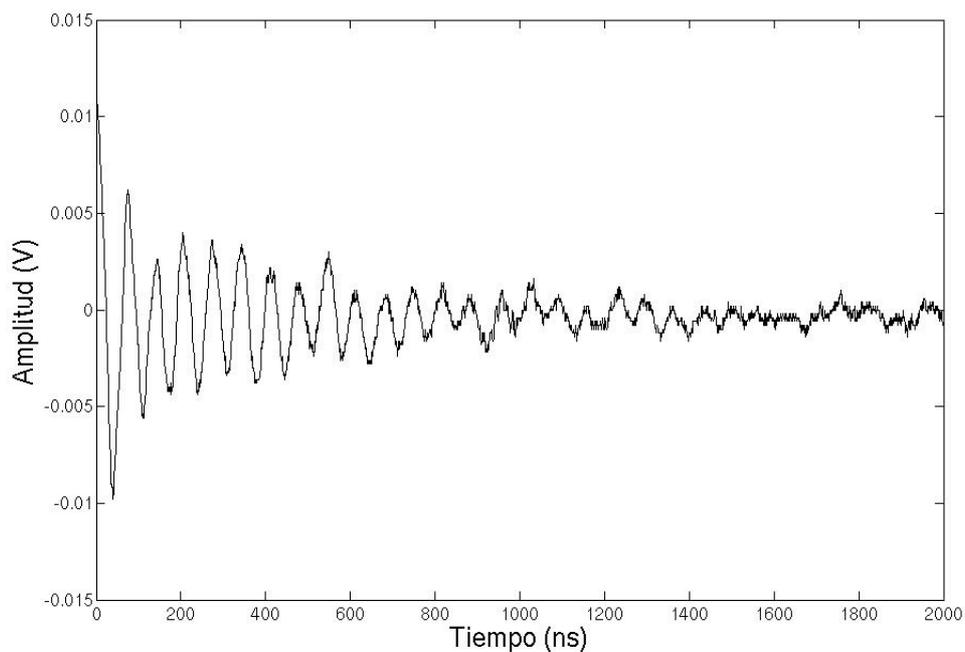


Figura 4.3. Gráfica de la señal FID sin el ruido inicial. Archivo 1h.

4.3 Frecuencia Central y Frecuencia de la Envolvente

Después de remover el ruido anterior a la aparición de la señal FID, se puede obtener la frecuencia central y la frecuencia de la envolvente de la señal. Para encontrar la frecuencia central ω_c de la señal FID se aplica la *Transformada de Fourier* a la señal usando el programa *Matlab*. La figura 4.4 muestra la gráfica de la Transformada de Fourier de la señal FID del archivo 1h, donde se observa el pico de la frecuencia central aproximadamente en 15 MHz .

El Sistema de Emisión produce señales de excitación en el intervalo de 14 a 28 MHz, por lo que se esperan señales de respuesta únicamente dentro de este intervalo de frecuencias.

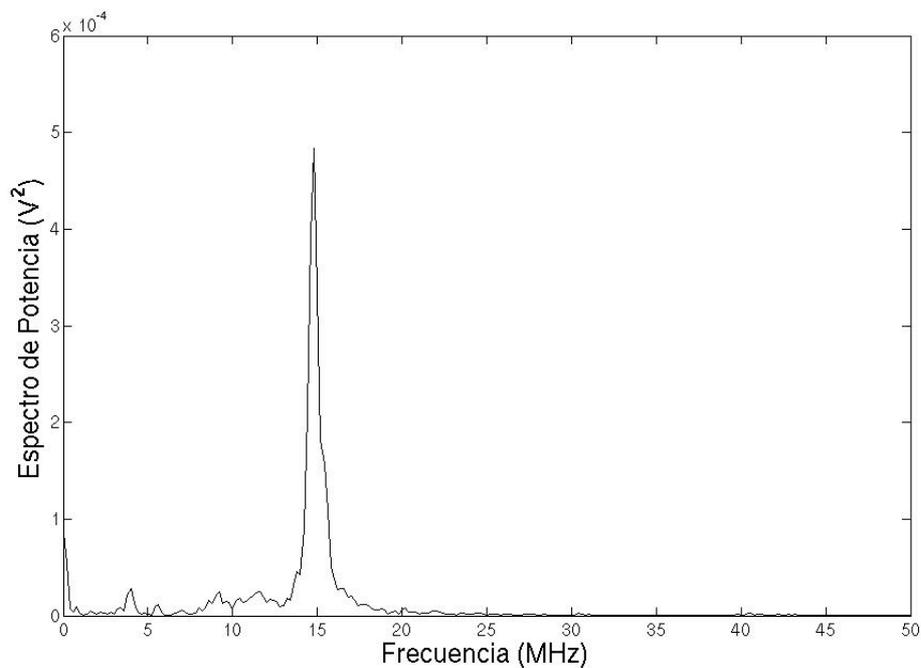


Figura 4.4. Gráfica de la Transformada de Fourier de la señal FID. Archivo 1h

La frecuencia de la envolvente (ω_e) de la señal se obtiene al analizar los mínimos locales de la señal.

Los resultados obtenidos para la frecuencia central y frecuencia de la envolvente de los 30 archivos se muestran a continuación en la tabla 4.1.

Archivo	$\omega_c \pm 0.7$ MHz	$\omega_e \pm 0.7$ MHz
1a	14.6	2.9
1b	14.7	2.6
1c	14.6	2.5
1d	14.8	1.2
1e	10.6	4.8
1f	14.7	3.1
1g	14.6	4.5
1h	14.7	2.9
1i	14.8	3.4
1j	14.7	3.9
2a	16.2	4.4
2b	15.6	3.5
2c	15.5	7.3
2d	15.5	3.7
2e	10.5	4.8
2f	21.9	1.7
2g	22.1	5.6
2h	22.3	2.6
2i	24.0	3.6
2j	22.5	1.6
3a	20.6	3.3
3b	23.5	2.4
3c	23.5	4.0
3d	23.4	1.8
3e	23.5	1.8
3f	23.4	1.8
3g	23.4	1.7
3h	19.7	2.9
3i	20.5	2.9
3j	23.4	4.2

Tabla 4.1. Archivos de las señales recibidas, frecuencia central y frecuencia envolvente en Megahertz.

Capítulo 5

Análisis de Resultados y Discusión

5.1 Introducción

El objetivo del método propuesto es la obtención de la señal FID de Resonancia Magnética del núcleo del Hidrógeno, por lo que una vez que se obtiene esta señal y se registra en un archivo, se debe analizar el archivo obtenido para determinar las características de la señal. Después de determinar las características de las señales recibidas es posible analizar estas señales para determinar el *Tiempo de Relajación Transversal* basándose en el decaimiento de la envolvente de la señal FID.

Al igual que en la determinación de las frecuencias características de las señales, se emplea el software *Matlab* para el análisis y el modelado de las señales, para lo cual se utilizan las ecuaciones mostradas en la introducción teórica.

La ecuación (2.50) describe a la señal FID, en esta ecuación se muestra que las características distintivas de la señal son su frecuencia ω y su tiempo de relajación T_2^* .

$$Y(t) = e^{-t/T_2^*} \cos(\omega t) \quad (2.50)$$

Cuando la señal obtenida es el resultado de la interferencia de dos señales con frecuencias distintas causadas por inhomogeneidades en el campo magnético, la señal resultante puede describirse por la ecuación (2.59):

$$Y_S(t) = e^{-t/T_2^*} \cos(\omega_c t) \cos(\omega_e t) \quad (2.59)$$

En la ecuación (2.59) $Y_S(t)$ es la señal resultante, ω_c es la frecuencia central de la señal y ω_e es la frecuencia de modulación de la señal, lo cual es el resultado de la suma de dos señales con frecuencias distintas. Estas señales con frecuencias diferentes (ω_1 y ω_2) provienen de regiones con diferente intensidad de campo magnético.

Con este método también se puede determinar la inhomogeneidad del campo magnético por medio de la ecuación de Larmor (2.17), por lo que se puede relacionar cada señal que contribuye a la señal resultante con un campo magnético correspondiente.

El método propuesto también se puede usar para determinar experimentalmente la constante giromagnética de la muestra.

5.2 Características de la señal FID

La señal FID tiene una frecuencia característica que depende del campo magnético aplicado a la muestra y de la constante giromagnética de la muestra. El decaimiento de la señal depende del *tiempo de relajación transversal*, el cual es característico de la muestra. Mediante la determinación de estos dos valores (la frecuencia y el tiempo de relajación transversal) se puede caracterizar a la señal FID.

En el experimento realizado se obtiene una suma de señales provenientes de regiones con diferentes intensidades de campo magnético, por lo que deben obtenerse las frecuencias componentes de la señal FID correspondientes a estas regiones. Una vez obtenidas las señales componentes de la señal FID, se determina la forma del decaimiento de la señal por medio del análisis de su envolvente.

5.2.1 Frecuencia de las señales componentes

La ecuación (2.50) representa la señal FID de Resonancia Magnética en un campo altamente homogéneo, mientras que la ecuación (2.59) describe la señal FID de Resonancia Magnética en un campo magnético inhomogéneo. De acuerdo al desarrollo planteado en la introducción teórica, es posible determinar las componentes de la señal resultante y sus frecuencias si se determina la frecuencia central y la frecuencia de la envolvente de la señal resultante.

Una vez determinadas la frecuencia central y la frecuencia de la envolvente de la señal FID, se puede determinar la frecuencia de las señales componentes que contribuyen a la señal resultante. Esta relación está dada por las ecuaciones (2.57) y (2.58) cuando las señales componentes tienen amplitud semejante.

$$Y_1(t) + Y_2(t) = e^{-t/T_2^*} (\cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t)) \quad (2.57)$$

$$Y_1(t) + Y_2(t) = 2e^{-t/T_2^*} \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right) \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) \quad (2.58)$$

Si se cumple la condición de que las amplitudes de las señales componentes son semejantes, entonces ω_c y ω_e de la ecuación (2.59) pueden determinarse de la siguiente forma:

$$\omega_c = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \quad (5.1)$$

$$\omega_e = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \quad (5.2)$$

Por lo tanto, en estas condiciones se puede determinar ω_1 y ω_2 de las señales componentes de acuerdo a las relaciones (5.1) y (5.2) de la siguiente forma:

$$\omega_1 = \omega_c + \omega_e \quad (5.3)$$

$$\omega_2 = \omega_c - \omega_e \quad (5.4)$$

Cuando las señales componentes tienen amplitudes diferentes, las cantidades ω_c y ω_e de la ecuación (2.59) corresponden a las siguientes ecuaciones:

$$\omega_c = \omega_1 \quad (5.5)$$

$$\omega_e = \omega_2 - \omega_1 \quad (5.6)$$

De acuerdo a las ecuaciones anteriores (5.5) y (5.6), los valores ω_1 y ω_2 se determinan utilizando las siguientes relaciones:

$$\omega_1 = \omega_c \quad (5.7)$$

$$\omega_2 = \omega_c + \omega_e \quad (5.8)$$

Para determinar la frecuencia central se puede utilizar la *Transformada de Fourier*, la cual se usa para convertir una señal compleja en una suma de señales simples. Por lo tanto, al aplicar la *Transformada de Fourier* a la señal, se obtiene como resultado el espectro de frecuencias de la señal analizada.

La frecuencia de la envolvente o de pulsación se determina mediante el análisis de la modulación de amplitud de la señal FID. Esta modulación de la señal FID comienza con el valor máximo de amplitud, de acuerdo con la ecuación (2.59). Los valores de la frecuencia de la envolvente están limitados por las características de la señal FID, pues la frecuencia de la envolvente es siempre menor a la frecuencia central. De la misma forma, la duración de la señal FID limita el valor del periodo observable de la modulación de amplitud.

Al aplicar las ecuaciones (5.7) y (5.8) a los datos de frecuencias de la tabla (4.1) se obtienen los siguientes valores de frecuencias componentes para las señales FID obtenidas por medio del sistema experimental:

Archivo	$\omega_1 \pm 0.7$ MHz	$\omega_2 \pm 1.4$ MHz
1a	14.6	17.6
1b	14.7	17.3
1c	14.6	17.1
1d	14.8	16.0
1e	10.6	15.4
1f	14.7	17.8
1g	14.6	19.1
1h	14.7	17.6
1i	14.7	18.2
1j	14.7	18.6
2a	16.2	20.6
2b	15.6	19.1
2c	15.5	22.8
2d	15.5	19.2
2e	10.5	15.3
2f	21.9	23.6
2g	22.1	16.5
2h	22.3	24.9
2i	22.2	25.8
2j	22.5	24.1
3a	20.6	23.8
3b	23.4	25.9
3c	23.4	27.5
3d	23.4	25.2
3e	23.5	25.3
3f	23.4	25.2
3g	23.4	25.1
3h	19.7	22.6
3i	20.5	23.4
3j	23.4	27.5

Tabla 5.1. Archivos de las señales recibidas y las frecuencias de sus señales componentes en Megahertz

5.2.1.1 Discriminación de las señales

Es posible discriminar a los archivos que proceden de una señal FID de archivos que no corresponden a estas señales mediante el análisis de sus frecuencias componentes. Las frecuencias componentes de las señales que están dentro del intervalo de emisión del sistema corresponden a señales FID, por lo que se puede descartar de un posterior análisis a las señales que no cumplen con esto. De esta forma, al comparar el intervalo de emisión del sistema (de 14 a 28 ± 0.7 MHz) con las frecuencias componentes de las señales (tabla 5.1), se descartan los archivos *1e* y *2e* de un análisis posterior

5.2.1.2 Modelado de señales

Con el fin de contar con una comparación visual entre los datos obtenidos del análisis de las señales y la señal original, se modela una señal compuesta por la suma de dos señales coseno con las frecuencias componentes de la señal. Esta señal modelada se compara con la señal original para verificar visualmente la correspondencia de frecuencia central de la señal, modulación de amplitud de la señal y correspondencia de fase.

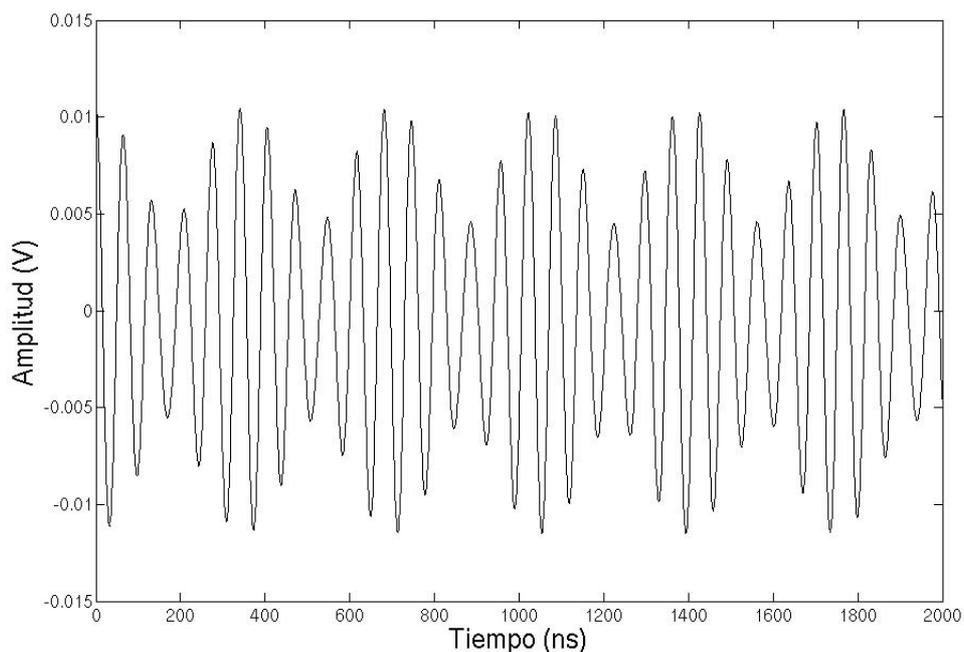


Figura 5.1. Gráfica de la señal modelada sin decaimiento. Archivo 1h.

5.2.2 Tiempo de Relajación T_2^*

El decaimiento de la señal FID tiene la forma de una exponencial decreciente, la cual está determinada por el *Tiempo de Relajación Transversal Experimental* (T_2^*). Para obtener el tiempo de relajación T_2^* de la señal FID, se debe analizar la envolvente de la señal.

En una señal FID procedente de un campo magnético homogéneo, el tiempo de relajación T_2^* se obtiene al analizar la amplitud de la señal y su decaimiento en el tiempo. La señal FID de un campo magnético homogéneo se muestra en la ecuación (2.50):

$$Y(t) = e^{-t/T_2^*} \cos(\omega t) \quad (2.50)$$

De acuerdo a la ecuación (2.50), la envolvente de la señal coseno del FID es una exponencial decreciente en el tiempo, cuyo decaimiento depende del tiempo de relajación transversal. Para despejar T_2^* de esta ecuación es necesario aplicar el logaritmo natural a la envolvente de la función, por lo que se le aplica el logaritmo natural sólo a los puntos correspondientes a las crestas de la función coseno de la señal.

$$\ln(Y(t)) = \ln(e^{-t/T_2^*}) \quad (5.9)$$

lo cual es equivalente a la siguiente ecuación:

$$\ln(Y(t)) = \frac{-1}{T_2^*} t \quad (5.10)$$

Esta ecuación representa una recta con pendiente igual al inverso del valor de T_2^* .

Este análisis se puede aplicar al caso de una señal FID producto de un campo magnético inhomogéneo, como el descrito por la ecuación (2.59):

$$Y(t) = e^{-t/T_2^*} \cos(\omega_c t) \cos(\omega_e t) \quad (2.59)$$

En la ecuación (2.59) se tiene una señal de forma de coseno con frecuencia ω_c modulada por otra señal de forma de coseno con frecuencia ω_e . Esta señal FID tiene una envolvente exponencialmente decreciente, la cual depende del tiempo de relajación T_2^* , de la misma forma que la señal FID de un campo magnético homogéneo. El valor de T_2^* se determina mediante la aplicación del logaritmo natural a los puntos correspondientes a las crestas de la señal, pero solo a las crestas que corresponden con los máximos locales de la modulación de la amplitud de la señal. Por lo tanto, es necesario determinar la frecuencia de modulación ω_e y a partir de esta información determinar los máximos locales debidos a la modulación de la señal. Esos puntos máximos son los puntos correspondientes a la envolvente exponencial decreciente, por lo cual son susceptibles de análisis mediante la aplicación del logaritmo natural.

Al aplicar la ecuación (5.10) a los valores de los puntos máximos en las crestas de la envolvente de la señal, se obtiene una distribución de puntos correspondiente a una recta, la cual tiene una pendiente correspondiente al negativo del inverso de T_2^* . La figura 5.2 muestra la gráfica de los puntos experimentales y el ajuste de recta correspondiente.

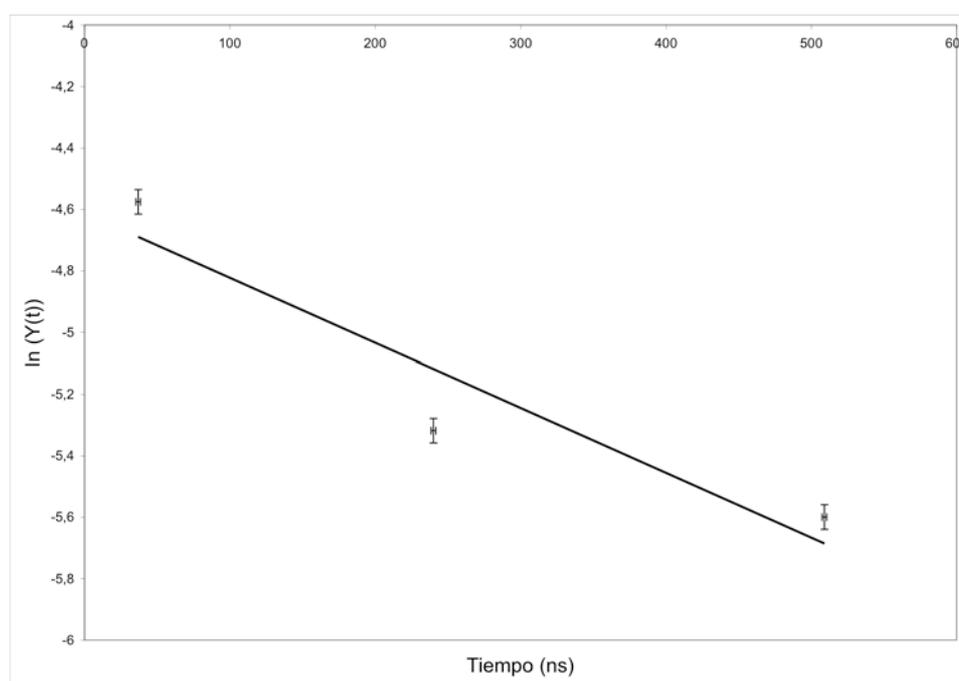


Figura 5.2. Gráfica de puntos experimentales y su ajuste de recta para obtener T_2^* . Archivo 1h.

Al aplicar el método descrito anteriormente a las señales registradas, se obtiene el valor del tiempo de relajación transversal experimental T_2^* para cada señal. Estos resultados se muestran en la siguiente tabla:

Archivo	$T_2^* \pm 12$ ns
1a	280
1b	306
1c	566
1d	764
1f	255
1g	538
1h	462
1i	328
1j	425
2a	164
2b	339
2c	817
2d	453
2f	195
2g	171
2h	571
2i	309
2j	224
3a	165
3b	244
3c	246
3d	396
3e	178
3f	331
3g	272
3h	253
3i	229
3j	203
Promedio	346

Tabla 5.2. Valores experimentales obtenidos para el Tiempo de Relajación Transversal Experimental.

5.2.2.1 Modelado final de las señales

Después de obtener los valores de las frecuencias de las señales componentes y los valores del *Tiempo de Relajación Transversal Experimental* (T_2^*), puede realizarse un modelado final de las señales para obtener una comparación visual entre las señales

experimentales FID y los datos obtenidos del análisis de las señales. La gráfica de la señal modelada con decaimiento se muestra a continuación, junto con la señal original.

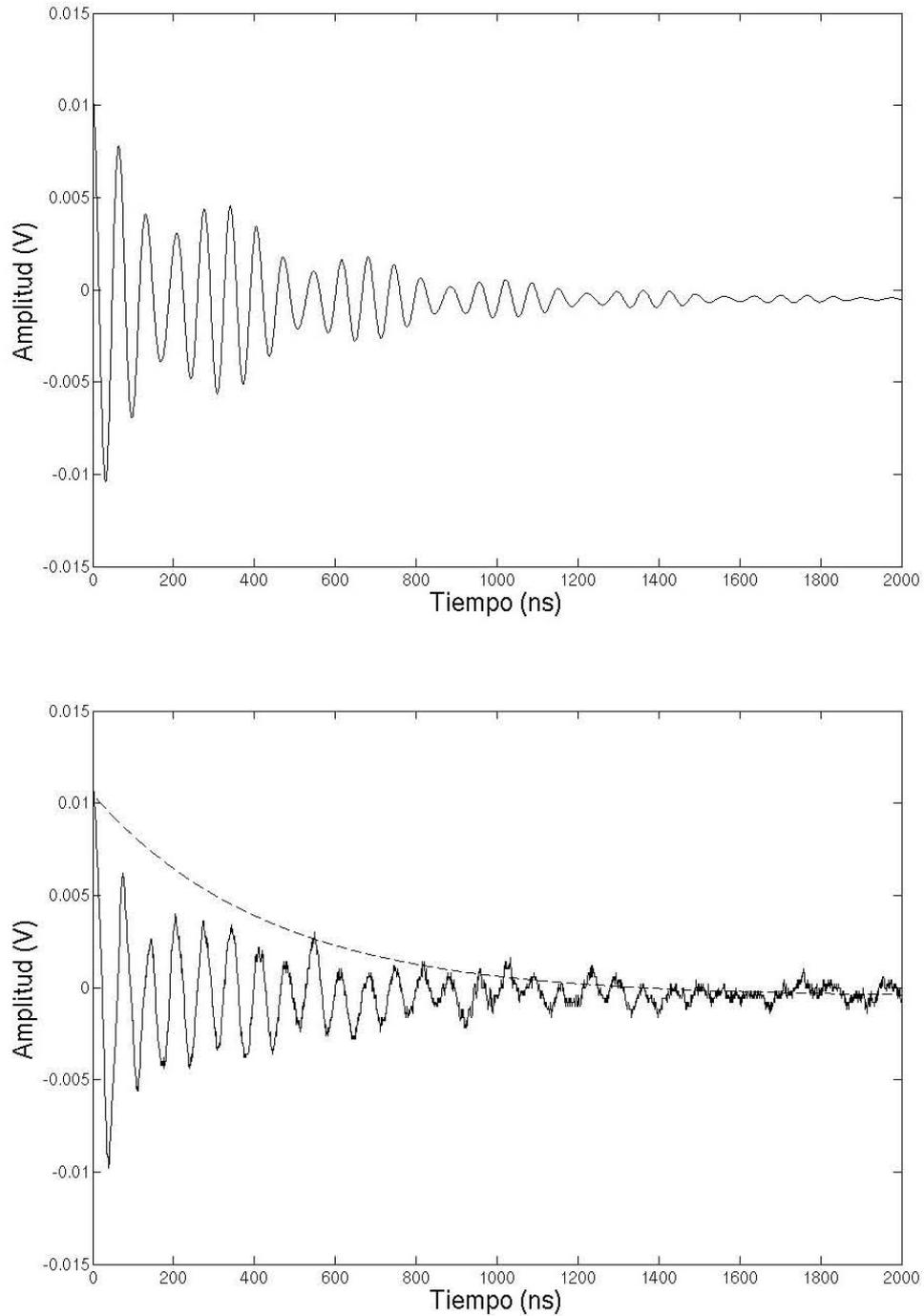


Figura 5.3. Gráfica de la señal modelada con decaimiento (arriba) y la señal real con la envolvente del decaimiento (abajo). Archivo 1h.

5.3 Inhomogeneidad del campo magnético

El método propuesto para obtener la señal FID de Resonancia Magnética Nuclear está basado en un sistema pulsado que aprovecha el ancho de banda del emisor para excitar a la muestra. Como consecuencia de usar una emisión de radiofrecuencia con un ancho de banda amplio, se puede excitar a distintos puntos de la muestra sujetos a diferentes intensidades de campo con la misma señal de emisión, por lo que se obtiene una señal FID compuesta por diferentes señales con frecuencias distintas. Esta señal FID resultante puede analizarse para determinar las frecuencias de las señales que la componen, las cuales se asocian con una intensidad de campo magnético específico gracias a la ecuación de Larmor (2.17). Por lo tanto es posible determinar la variación de la intensidad del campo magnético al analizar la señal FID compuesta por varias señales, la cual presenta modulación de amplitud o pulsaciones.

De acuerdo a lo anterior, al determinar las frecuencias componentes de la señal FID como se expone en la sección 5.2.1 se puede determinar la intensidad del campo magnético de los puntos de donde provienen estas señales de la siguiente forma:

$$|\vec{H}_1| = \frac{\omega_1}{\gamma} \quad (5.11)$$

$$|\vec{H}_2| = \frac{\omega_2}{\gamma} \quad (5.12)$$

Con este método para determinar la inhomogeneidad del campo magnético se obtiene una precisión que está limitada sólo por las incertidumbres en la medida de las frecuencias componentes, por lo tanto está sujeta a la aparición y medida de las pulsaciones en la señal y a la precisión de la medida de la frecuencia central de la señal.

Para este análisis se utilizan las ecuaciones (5.11) y (5.12) aplicadas a los valores obtenidos de las frecuencias componentes y la constante giromagnética del núcleo del Hidrógeno. Los resultados del análisis de intensidades del campo magnético de los datos experimentales se muestran en la siguiente tabla:

Archivo	$H_1 \pm 0.017$ T	$H_2 \pm 0.033$ T
1a	0.344	0.413
1b	0.345	0.407
1c	0.344	0.402
1d	0.348	0.376
1f	0.345	0.419
1g	0.348	0.448
1h	0.345	0.412
1i	0.347	0.428
1j	0.345	0.437
2a	0.381	0.485
2b	0.366	0.449
2c	0.365	0.536
2d	0.363	0.450
2f	0.514	0.554
2g	0.518	0.387
2h	0.523	0.585
2i	0.521	0.606
2j	0.528	0.566
3a	0.483	0.660
3b	0.552	0.609
3c	0.552	0.645
3d	0.549	0.591
3e	0.551	0.593
3f	0.550	0.592
3g	0.550	0.589
3h	0.464	0.531
3i	0.482	0.551
3j	0.549	0.647

Tabla 5.3. Valores experimentales para la magnitud de la intensidad del campo magnético en Teslas.

5.4 Constante giromagnética (γ)

La constante giromagnética es una cantidad que relaciona el momento magnético y el momento angular de una partícula o sistema de partículas y depende de su carga y masa total, como se expone en la introducción teórica. Con el método propuesto para obtener la señal FID, se puede determinar el valor de la constante giromagnética del núcleo atómico de la muestra mediante la medida de la intensidad del campo magnético aplicado y la frecuencia de la señal recibida. Se puede despejar la constante giromagnética usando la ecuación de Larmor (2.17) de la siguiente forma:

$$\gamma = \frac{\omega}{|\vec{H}|} \quad (5.13)$$

Mediante el experimento realizado es posible determinar el valor de la constante giromagnética γ del núcleo de la sustancia analizada utilizando la relación (5.13). Para obtener el valor de la constante giromagnética se utiliza el valor de la frecuencia más alta de las señales componentes por su contribución a la señal final, también se utiliza el valor de intensidad del campo magnético registrado mediante el gaussmetro para cada una de las señales, el cual tiene una incertidumbre asociada de 0.005 T.

Los valores de la constante giromagnética obtenidos del análisis de los datos experimentales se muestran en la tabla 5.4. Al utilizar los valores obtenidos en la tabla, se obtiene un valor promedio de la constante giromagnética de $\gamma = 42.4 \pm 1.8$ MHz/T.

Archivo	$\omega_2 \pm 1.4$ MHz	$H \pm 0.005$ T	$\gamma \pm 1.8$ MHz/T
1a	17.6	0.45	39.1
1b	17.3	0.45	38.5
1c	17.1	0.46	37.2
1d	16.0	0.46	34.8
1f	17.8	0.46	38.8
1g	19.1	0.46	41.5
1h	17.6	0.46	38.2
1i	18.2	0.46	39.6
1j	18.6	0.46	40.5
2a	20.6	0.55	37.5
2b	19.1	0.55	34.7
2c	22.8	0.54	42.2
2d	19.2	0.54	35.5
2f	23.6	0.52	45.4
2g	16.5	0.52	31.6
2h	24.9	0.52	47.9
2i	25.8	0.53	48.7
2j	24.1	0.53	45.5
3a	23.8	0.56	42.5
3b	25.9	0.56	46.3
3c	27.5	0.56	49.0
3d	25.2	0.56	45.0
3e	25.3	0.56	45.1
3f	25.2	0.52	48.5
3g	25.1	0.52	48.2
3h	22.6	0.52	43.5
3i	23.4	0.52	45.1
3j	27.5	0.52	52.9

Tabla 5.4. Resultados experimentales para el valor de la constante giromagnética del núcleo de Hidrogeno.

Si se grafican los datos experimentales de la tabla (5.4) se obtiene una gráfica de frecuencia de la señal recibida contra el campo magnético de la muestra, donde la pendiente de la gráfica corresponde a la constante giromagnética. En la figura (5.4) se muestra la gráfica de los valores experimentales y una recta que tiene una pendiente correspondiente al promedio de los valores de la constante giromagnética.

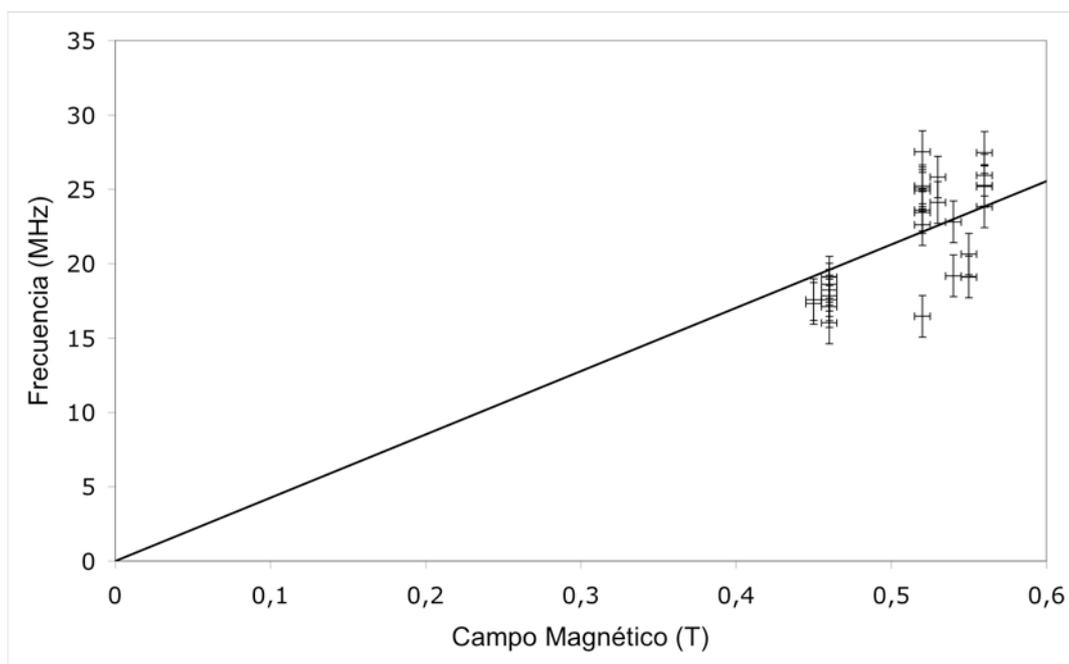


Figura 5.4. Gráfica de los valores experimentales del campo magnético contra la frecuencia de las señales recibidas. La recta tiene pendiente igual al promedio del valor experimental de la constante giromagnética.

Capítulo 6

Conclusiones

El objetivo de este trabajo es el diseño y construcción de un sistema experimental para obtener la señal FID del fenómeno de resonancia magnética del núcleo del hidrógeno. El sistema que se construyó cumple este objetivo y la señal obtenida se caracterizó e identificó como una señal FID dentro del intervalo de frecuencias emitidas por el sistema.

El sistema de emisión y recepción muestra su funcionalidad al construirlo de forma modular, lo que hace posible que se conecte a otros equipos y sea fácilmente modificable; a la vez de poder controlarlo por medios externos. Los módulos propuestos son fáciles de construir y de sintonizar por los componentes empleados en su construcción. La venta de estos componentes electrónicos no está restringida y no se necesitan permisos oficiales para obtenerlos; de la misma forma son accesibles, dado que no son componentes especializados. Así se cumple con dos objetivos: un sistema abierto, fácil de construir, manejar y modificar, lo que hace posible una introducción básica a los métodos de investigación con resonancia magnética; al mismo tiempo, establece una base accesible para sistemas experimentales más complejos. Estas características lo hacen un sistema viable para su construcción y uso en laboratorios de enseñanza a nivel licenciatura y su uso en prácticas de laboratorio.

El uso del sistema desarrollado requiere instrumentos de medición accesibles en cualquier laboratorio básico de enseñanza o investigación. Al usar una frecuencia de emisión del orden de decenas de Megahertz, el sistema de recepción utiliza un osciloscopio con un ancho de banda reducido para los estándares actuales. Basta con que el osciloscopio sea capaz de mostrar las señales de la radio FM comercial para usarse en este experimento. También se debe considerar que el osciloscopio tenga la capacidad de digitalizar las señales y transferirlas a una memoria o directamente a una computadora, para su análisis posterior. Si se analizan las señales con programas de computo, no es necesario usar un analizador de espectro, pues con estos programas se puede usar la transformada de Fourier en las señales.

El uso de la transformada de Fourier en el análisis de las señales no es la única forma de conocer la frecuencia de la señal FID aunque su uso aporta más información sobre la señal, como su ancho de banda y la amplitud de sus componentes espectrales. Esto último es básico para el desarrollo de técnicas de espectroscopia por resonancia magnética.

El sistema está diseñado para usar campos magnéticos del orden de medio Tesla. En el caso del experimento realizado, este campo se obtiene de un electroimán con la ayuda de una fuente de corriente directa. El sistema puede usarse también para imanes permanentes con suficiente intensidad de campo. De acuerdo con el campo magnético usado, se puede ajustar el sistema para un desempeño correcto del experimento. Si se utilizan campos magnéticos diferentes, el sistema puede modificarse para usarse con la frecuencia de Larmor correspondiente, al cambiar la frecuencia del módulo generador de frecuencia y las antenas del sistema.

En el experimento realizado se obtuvo un valor para la constante giromagnética promedio del núcleo del Hidrógeno de $\gamma = 42.4 \pm 1.8$ MHz/T, lo que representa una discrepancia del 0.42% con el valor reportado en las referencias. Al analizar el tiempo de relajación transversal T_2^* de las señales FID obtenidas, se obtiene un tiempo promedio de 346 ± 12 ns.

Las señales FID mostraron inhomogeneidades en la intensidad del campo magnético en la muestra. Estas inhomogeneidades son consecuencia de las características del imán, así como de los elementos que rodean la muestra. Las inhomogeneidades en el campo magnético pueden hacerse menores al reducir el volumen de la muestra, lo cual reduce a su vez la intensidad de la señal recibida. Otra forma de reducir las inhomogeneidades del campo magnético es utilizar un imán con una mayor homogeneidad de campo.

Otras modificaciones posibles del sistema son el uso de blindaje pasivo para reducir el ruido en la señal registrada y el uso de un preamplificador de la señal en el sistema de recepción. También se puede emplear un sistema de filtrado de la señal recibida, acotando el ancho de banda en el sistema de recepción.

El sistema permite varias modificaciones, dirigidas hacia la espectroscopia, como su uso para otros núcleos atómicos, para lo cual es necesario ajustar la frecuencia de emisión y sintonizar las antenas de emisión y recepción.

Sobre el tema de las antenas, existen varias opciones, como modificar las antenas del sistema para hacer un sistema *transceptor*, que usa una sola antena para emisión del pulso RF y recepción de la señal. También es posible adaptar al sistema para que actúe como sistema de resonancia magnética por absorción.

La modificación más importante dirigida hacia la imagenología es el incorporar antenas gradientes al sistema y el desarrollo de el sistema de control de señal de estas antenas gradientes. Este tipo de antenas producen un campo magnético adicional al campo magnético estático y se utilizan para obtener variaciones controladas en la intensidad de campo en diferentes puntos de la muestra.

Apéndice A

Solución de la ecuación de cambio de momento magnético

con respecto al tiempo $\frac{d\vec{\mu}}{dt} = \gamma(\vec{\mu} \times \vec{H})$

El cambio del momento magnético con respecto al tiempo tiene la forma

$$\frac{d\vec{\mu}}{dt} = \gamma(\vec{\mu} \times \vec{H})$$

De la ecuación anterior se tiene que:

$$\vec{\mu} \times \vec{H} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \mu_x & \mu_y & \mu_z \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix}$$

Por lo que al resolver la matriz se obtiene:

$$\vec{\mu} \times \vec{H} = \hat{x}(\mu_y H_z - \mu_z H_y) - \hat{y}(\mu_x H_z - \mu_z H_x) + \hat{z}(\mu_x H_y - \mu_y H_x)$$

Si el campo magnético \vec{H} tuviese sólo componentes en la dirección del eje z :

$$\vec{H} = H_z \hat{z}$$

$$\vec{\mu} \times \vec{H} = \mu_y H_z \hat{x} - \mu_x H_z \hat{y} + 0 \hat{z}$$

Al multiplicar por γ se obtiene:

$$\gamma(\vec{\mu} \times \vec{H}) = \gamma\mu_y H_z \hat{x} - \gamma\mu_x H_z \hat{y} + 0 \hat{z}$$

Por lo tanto se obtienen las ecuaciones:

$$\frac{d\mu_x}{dt} = \gamma\mu_y H_z \tag{A}$$

$$\frac{d\mu_y}{dt} = -\gamma\mu_x H_z \tag{B}$$

$$\frac{d\mu_z}{dt} = 0 \tag{C}$$

Con las ecuaciones anteriores (A), (B) y (C) se define un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden.

Al derivar la ecuación (A) se obtiene:

$$\frac{d^2\mu_x}{dt^2} = \gamma H_z \frac{d\mu_y}{dt}$$

Si se despeja $\frac{d\mu_y}{dt}$ se obtiene:

$$\frac{d\mu_y}{dt} = \frac{1}{\gamma H_z} \frac{d^2\mu_x}{dt^2}$$

Por lo tanto, si se sustituye $\frac{d\mu_y}{dt}$ en la ecuación (B) se obtiene lo siguiente:

$$\frac{1}{\gamma H_z} \frac{d^2\mu_x}{dt^2} = -\gamma\mu_x H_z$$

Si se define $\omega = \gamma H_z$ y se sustituye en la ecuación anterior, se obtiene:

$$\omega^{-1} \frac{d^2\mu_x}{dt^2} = -\omega\mu_x$$

lo anterior se puede reescribir de la siguiente forma:

$$\omega^{-1} \frac{d^2\mu_x}{dt^2} + \omega\mu_x = 0$$

Para resolver esta ecuación, obtenemos su ecuación característica, que tiene la siguiente forma:

$$\omega^{-1}x^2 + \omega x^0 = 0$$

Al despejar x se obtiene:

$$x^2 = \frac{-\omega}{\omega^{-1}}$$

lo que se resuelve de la forma

$$x = \sqrt{-\omega^2}$$

$$x = \pm i\omega$$

Por lo tanto, la solución para μ_x es:

$$\mu_x = c_1 e^{i\omega t} + c_2 e^{-i\omega t}$$

Si $c_1 = c_2$ se obtiene:

$$\mu_x = c_1 (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t})$$

como $e^{ix} = \cos x + i \sin x$ y $e^{-ix} = \cos x - i \sin x$, se obtiene:

$$\mu_x = c_1 [(\cos \omega t + i \sin \omega t) + (\cos \omega t - i \sin \omega t)]$$

$$\mu_x = c_1 (2 \cos \omega t)$$

Por la propiedad $\cos(x) = \cos(-x)$, se puede escribir:

$$\mu_x = c_1 (2 \cos(-\omega t))$$

Como c_1 es una constante que depende de las condiciones iniciales de magnetización, la ecuación anterior puede escribirse de la siguiente forma:

$$\mu_x = \mu \cos(-\omega t)$$

Al desarrollar de la misma forma μ_y y μ_z se obtienen:

$$\mu_y = \mu \sin(-\omega t)$$

$$\mu_z = \text{constante}$$

Apéndice B

Comportamiento del campo magnético del electroimán

El imán usado en el experimento de Resonancia Magnética Nuclear es un electroimán marca *CENCO* con número 124, ubicado en el Laboratorio de Física Moderna de la Facultad de Ciencias en la Universidad Nacional Autónoma de México. Este electroimán se alimenta con una Fuente de Corriente Directa marca *BK Precision* modelo 1795, con salida de 0 a 64V y de 0 a 15A para producir el campo magnético.

Para medir la corriente suministrada al electroimán se conecta en serie un multímetro *Steren*. Para medir el campo magnético en la zona de interés, se coloca una Punta Hall en el centro del espacio que hay entre las placas del electroimán; esta Punta Hall se conecta a un Gaussmetro *Bell*.

La intensidad del campo magnético en el electroimán puede variarse desde 0 hasta 0.7 Teslas, mediante la fuente de corriente directa, la cual entrega una corriente de 0 a 8 ± 0.05 Amperes conectada al circuito. Para estas mediciones el espacio entre las caras fue de cinco centímetros y sin otros elementos más que la punta Hall.

En la figura B.1 se muestra la gráfica de la intensidad de Campo Magnético para diferentes intensidades iniciales de corriente. Las curvas en orden descendiente corresponden a corrientes iniciales de 4.97A, 4.41A y $3.69A \pm 0.005A$.

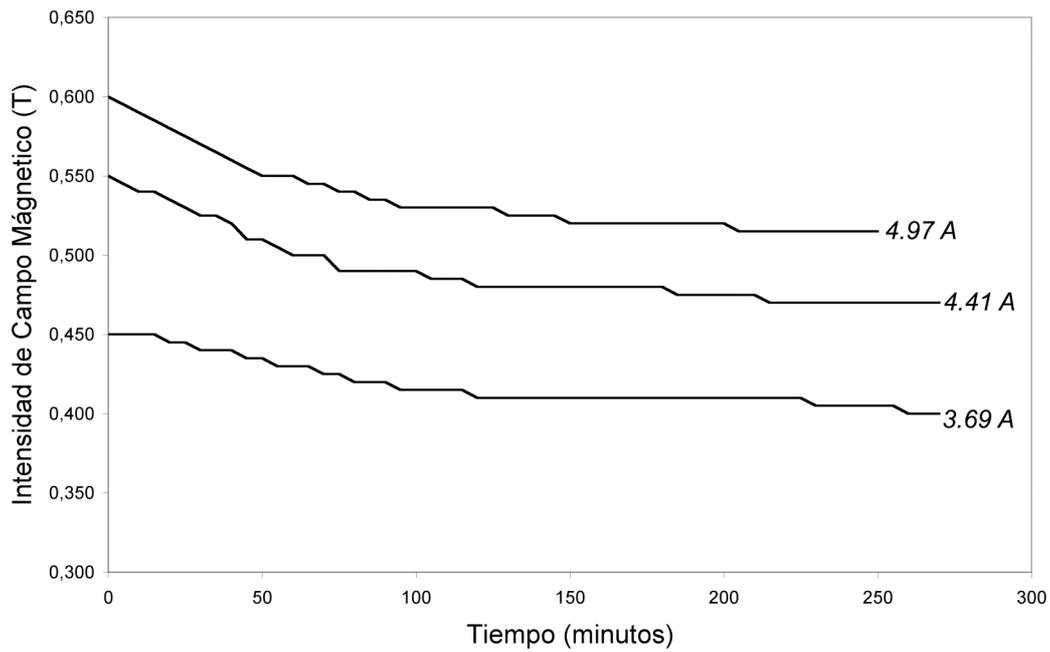


Figura B.1. Gráfica de la intensidad del Campo Magnético en el tiempo, en el electroimán CENCO.

En la gráfica se puede apreciar el decaimiento de la intensidad del campo magnético en el tiempo, que es más notorio en la primera hora de actividad, debida al *Efecto Joule*. Después de la segunda hora se encuentra una estabilidad en la intensidad del campo magnético, debida a la estabilidad térmica del electroimán con sus alrededores, como se muestra en la figura B.2:

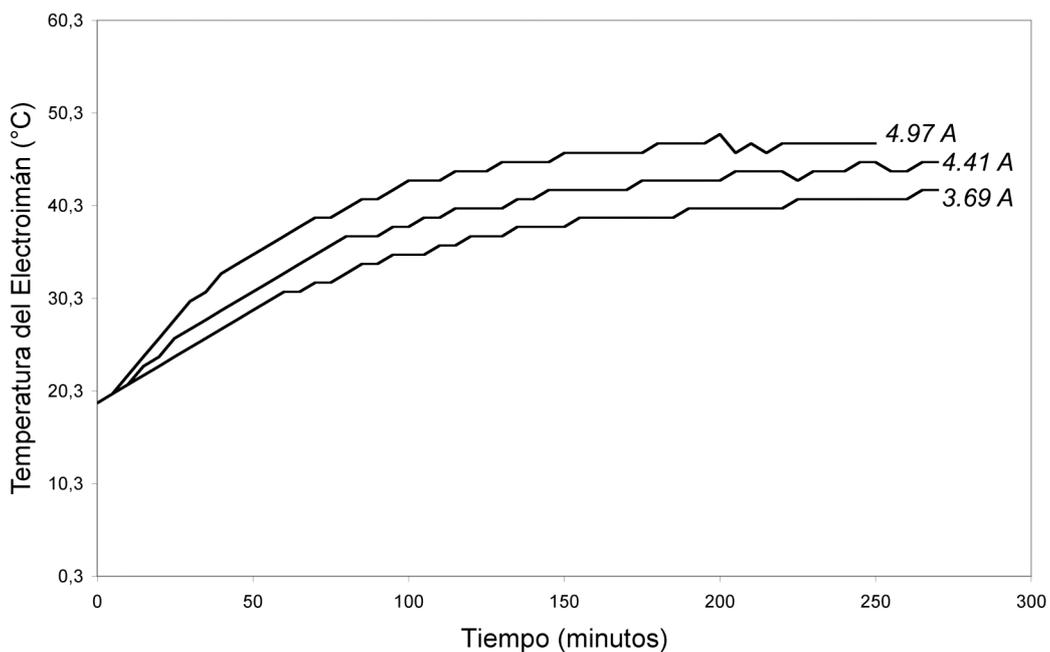


Figura B.2. Gráfica de la temperatura del electroimán en el tiempo.

Apéndice C

Cálculo de Incertidumbres

C.1 Frecuencia Central y Frecuencia Envolvente

La incertidumbre de las frecuencias central y envolvente se calculan usando la incertidumbre asociada a la adquisición en la escala de tiempo del osciloscopio *Tektronix*. En el manual de usuario del osciloscopio *Tektronix* TDS 220 se especifica la incertidumbre asociada a la escala horizontal (escala de tiempo) de la siguiente forma:

$$\delta t = 1s.i. + 100ppm + 0.6ns$$

En la ecuación anterior *s.i.* se refiere a *sample interval*, el cual fue de 1 nanosegundo, por lo que la incertidumbre asociada a esta medida es:

$$\delta t = 1.6001ns$$

La frecuencia de la señal y de su envolvente se determina como el inverso del periodo de la señal, por lo que la incertidumbre asociada a la frecuencia se determina de la siguiente forma:

$$T^n = T_0^n \pm |n|T_0^{n-1}\delta T$$

Al usar el inverso del periodo t para encontrar la frecuencia ω , la incertidumbre queda de la siguiente forma:

$$\omega = t^{-1}$$

$$t^{-1} = t_0^{-1} \pm t_0^{-2} \delta t$$

C.2 Frecuencia de las señales componentes

Para obtener las señales componentes se suman la frecuencias central y la frecuencia envolvente, por lo que la incertidumbre de éstas medidas corresponde a la siguiente ecuación:

$$X + Y = X_0 + Y_0 \pm (\delta X + \delta Y)$$

Por lo tanto, como la incertidumbre de la frecuencia central y la frecuencia de la envolvente están relacionadas con la incertidumbre de la medida del periodo, las incertidumbres de las frecuencias componentes uno y dos también están relacionadas con la incertidumbre del periodo.

C.3 Tiempo de Relajación Transversal T_2^*

La incertidumbre del Tiempo de Relajación T_2^* esta relacionada a la incertidumbre de la medida de la amplitud de la señal. De acuerdo con la ecuación (5.10), el inverso del Tiempo de Relajación T_2^* es la pendiente de la recta de la forma:

$$\ln(Y(t)) = \frac{-1}{T_2^*} t \tag{5.10}$$

Por lo tanto T_2^* se obtiene de la siguiente forma:

$$T_2^* = \frac{-1}{\ln(Y(t))} t$$

La incertidumbre de $Y(t)$ está determinada por la incertidumbre asociada a la adquisición en la escala vertical del osciloscopio *Tektronix*. En el manual de usuario del osciloscopio *Tektronix* TDS 220 se asocia una incertidumbre de 4% a la medida en la escala vertical.

Al aplicarse el logaritmo natural a $Y(t)$, la incertidumbre de esta medida se puede calcular de la siguiente forma:

$$\delta \ln Y(t) = \frac{\ln(Y(t) + \delta Y(t)) - \ln(Y(t) - \delta Y(t))}{2}$$

Por las propiedades de los logaritmos, esto se puede expresar de la forma:

$$\delta \ln Y(t) = \frac{1}{2} \left(\ln \left(\frac{Y(t) + \delta Y(t)}{Y(t) - \delta Y(t)} \right) \right)$$

Como T_2^* es igual al cociente de dos números, se puede usar la siguiente relación para describir su incertidumbre:

$$Z = \frac{X}{Y}$$

$$\delta Z = \frac{X_0 \delta Y + Y_0 \delta X}{Y_0^2}$$

Por lo tanto, la incertidumbre de T_2^* puede escribirse de la forma:

$$\delta T_2^* = \frac{t_0 \delta(\ln Y(t)) + (\ln Y(t))_0 \delta t}{(\ln Y(t))_0^2}$$

C.4 Intensidad del Campo Magnético

La intensidad del campo magnético se determinó de dos formas diferentes en el experimento realizado. Para medir la intensidad del campo magnético de forma directa se utilizó un gaussmetro *Bell 620* con la división más pequeña del instrumento igual a 0.01 Teslas, por lo que la incertidumbre de la medida directa de la intensidad del campo magnético es igual a 0.005 Teslas.

La intensidad del campo magnético también se puede calcular mediante la ecuación de Larmor, como lo muestra la ecuación (5.11):

$$|\vec{H}| = \frac{\omega}{\gamma} \quad (5.11)$$

Como la intensidad del campo magnético es el cociente de la frecuencia entre el valor de la constante giromagnética, su incertidumbre asociada se puede escribir de la forma:

$$\delta|\vec{H}| = \frac{\omega_0 \delta\gamma + \gamma_0 \delta\omega}{\gamma_0^2}$$

C.5 Constante Giromagnética

La *Constante Giromagnética* se determina mediante la ecuación de Larmor, como el cociente de la frecuencia de la señal entre la intensidad del campo medido:

$$\gamma = \frac{\omega}{|\vec{H}|} \quad (5.13)$$

La incertidumbre de la Constante Giromagnética corresponde a la incertidumbre de un cociente, por lo tanto la incertidumbre asociada a esta medida se escribe de la forma:

$$\delta\gamma = \frac{\omega \delta|\vec{H}| + |\vec{H}| \delta\omega}{|\vec{H}|^2}$$

Apéndice D

Gráficas de las señales obtenidas

En este anexo se muestran las gráficas de algunas de las señales obtenidas en el experimento de Resonancia Magnética Nuclear. Las gráficas corresponden a las señales FID obtenidas y registradas mediante el sistema de recepción y digitalización. Para elaborar las gráficas se utilizó el programa *Matlab*.

En esta serie de gráficas se muestra la señal completa registrada por el equipo y la gráfica de su Transformada de Fourier, en la que se observa un pico de mayor intensidad en la frecuencia central de la señal. Posteriormente se muestra la señal FID sin el periodo anterior al *trigger* del osciloscopio, por lo que la señal aparece sin el ruido inicial asociado a este periodo. Finalmente se muestra la gráfica de la señal FID modelada, basada en los datos las frecuencias componentes, la amplitud y el tiempo de relajación obtenidos del análisis de la señal original, por lo que se puede comparar visualmente la señal original con el modelo de la señal calculada.

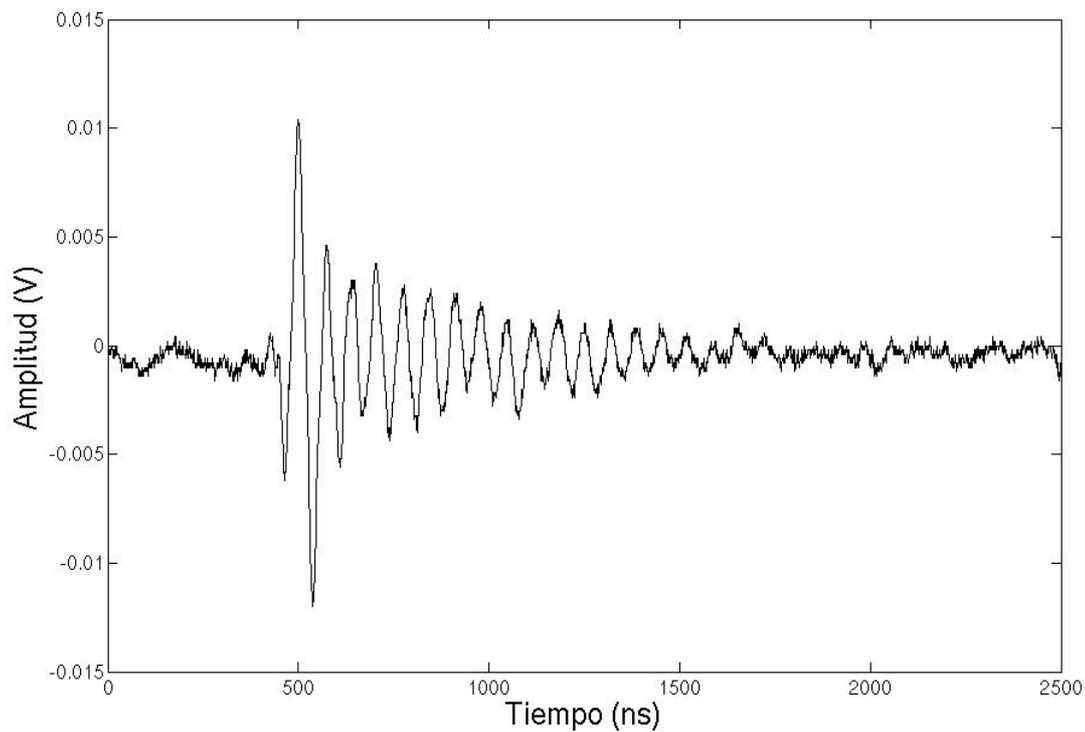


Figura D.1. Gráfica de la señal FID obtenida. Archivo 1i.

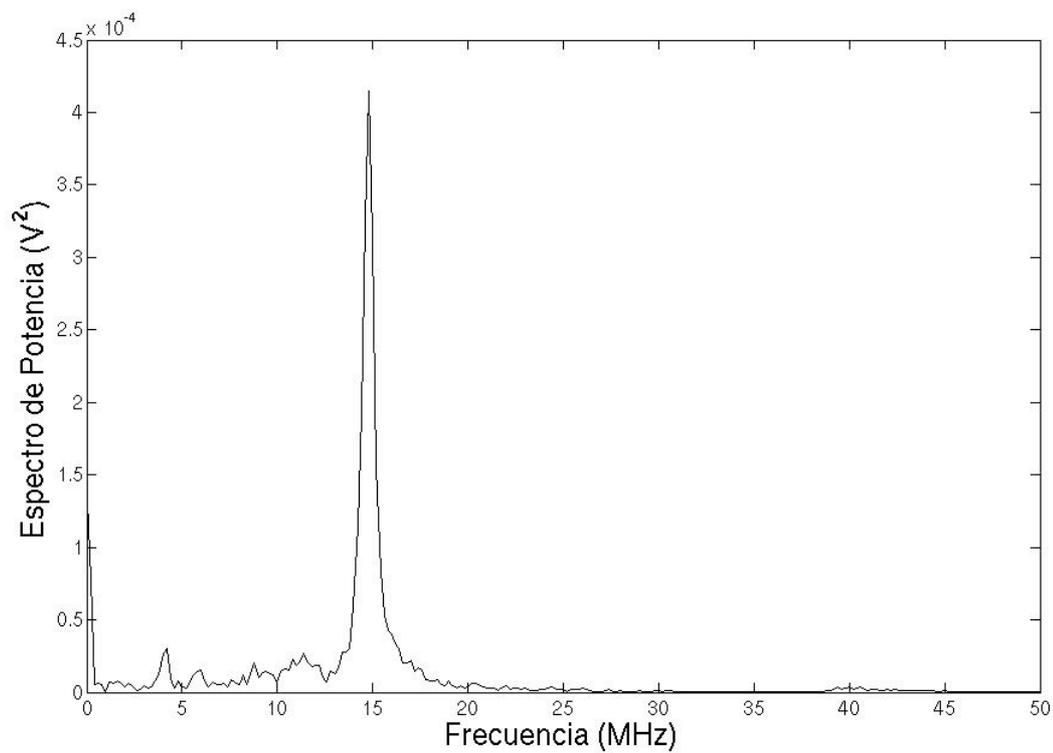


Figura D.2. Gráfica de la Transformada de Fourier de la señal FID. Archivo 1i.

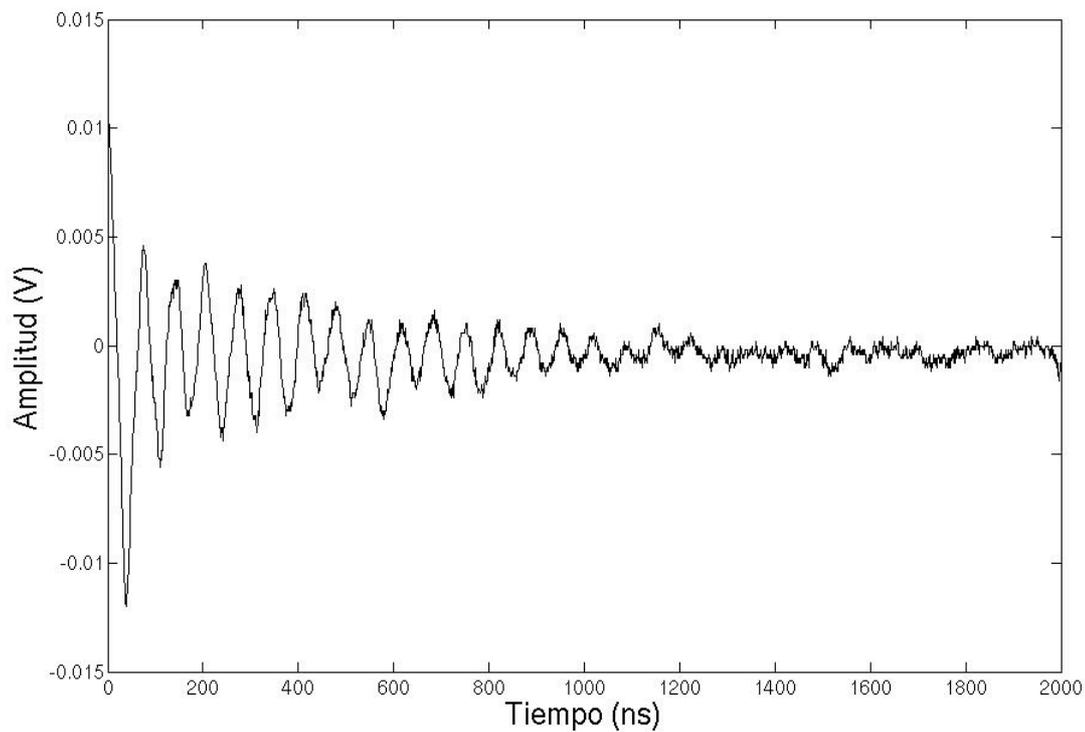


Figura D.3. Gráfica de la señal FID sin el ruido inicial. Archivo 1i.

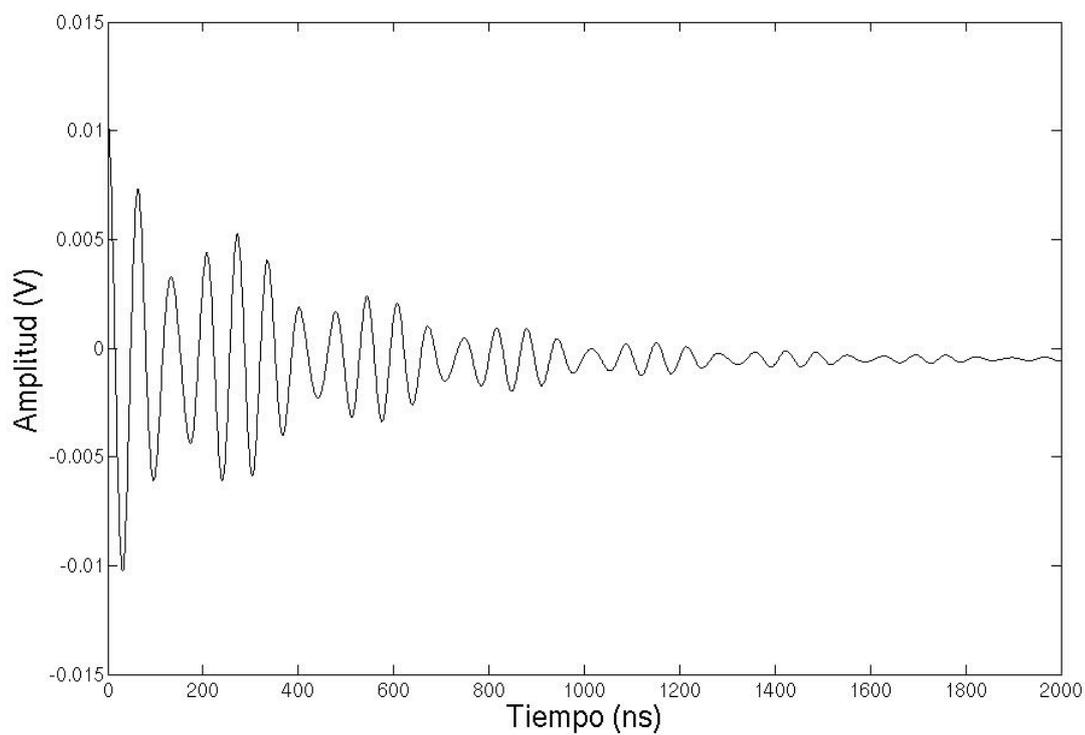


Figura D.4. Gráfica de la señal modelada con decaimiento. Archivo 1i.

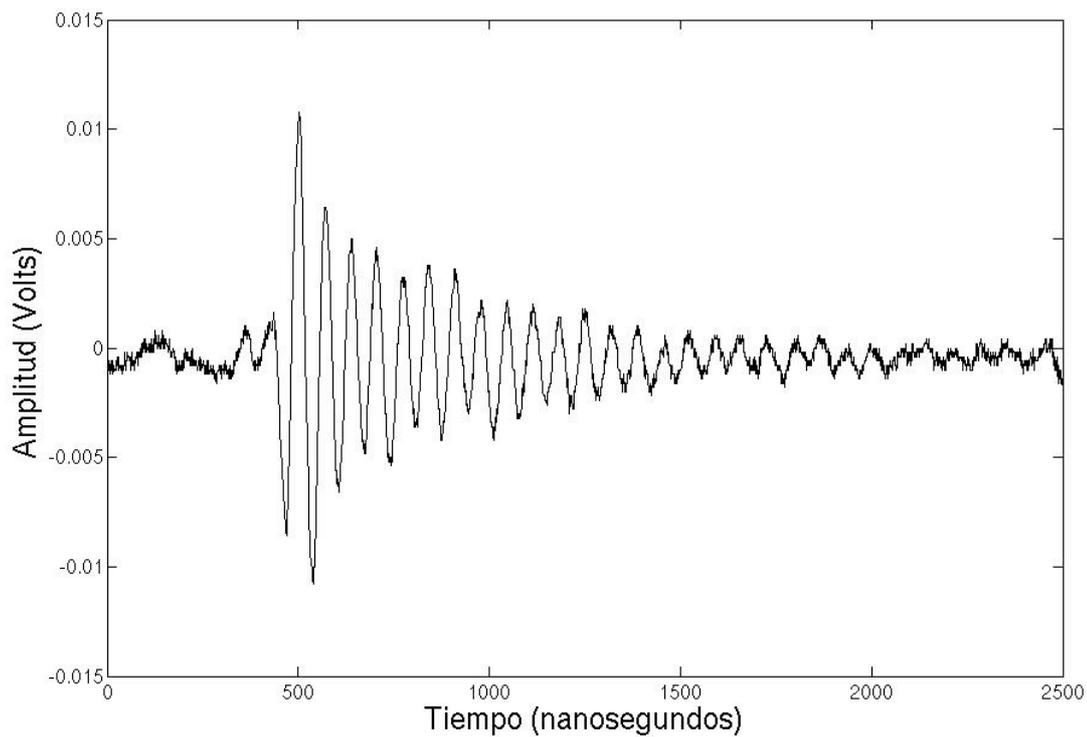


Figura D.5. Gráfica de la señal FID obtenida. Archivo 1j.

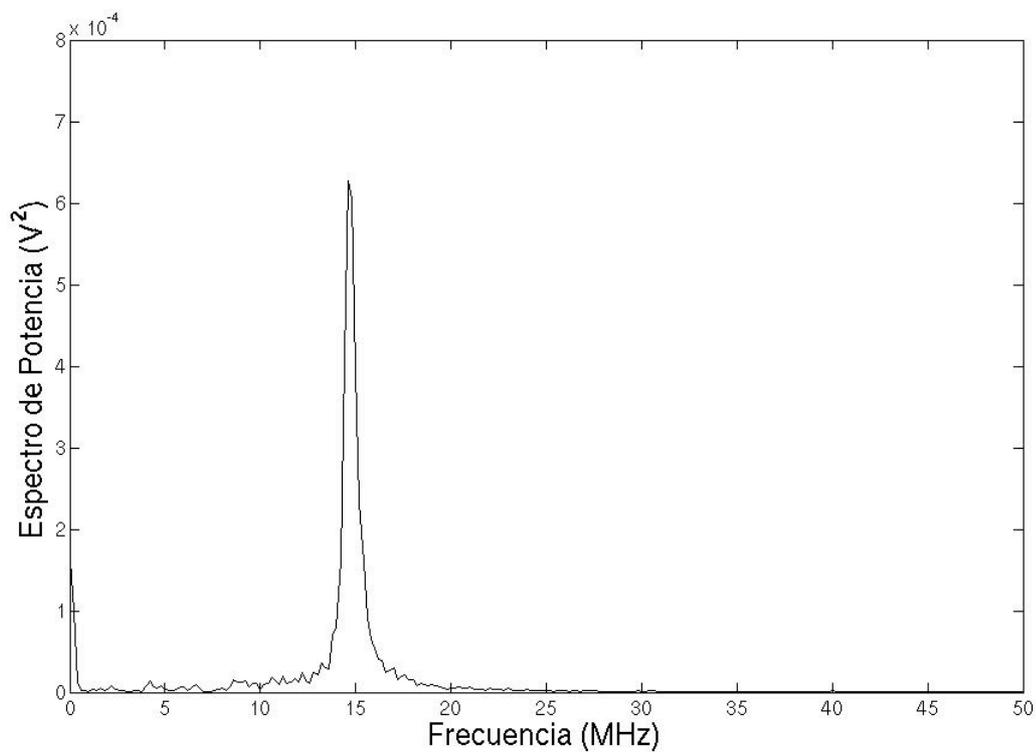


Figura D.6. Gráfica de la Transformada de Fourier de la señal FID. Archivo 1j.

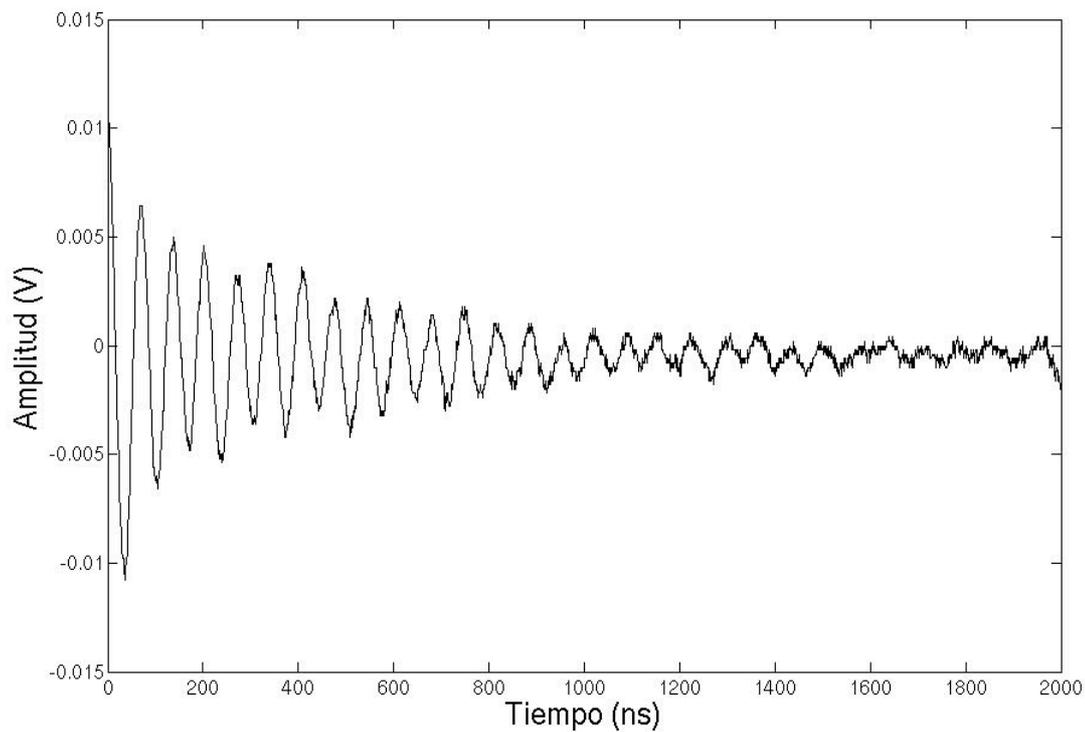


Figura D.7. Gráfica de la señal FID sin el ruido inicial. Archivo 1j.

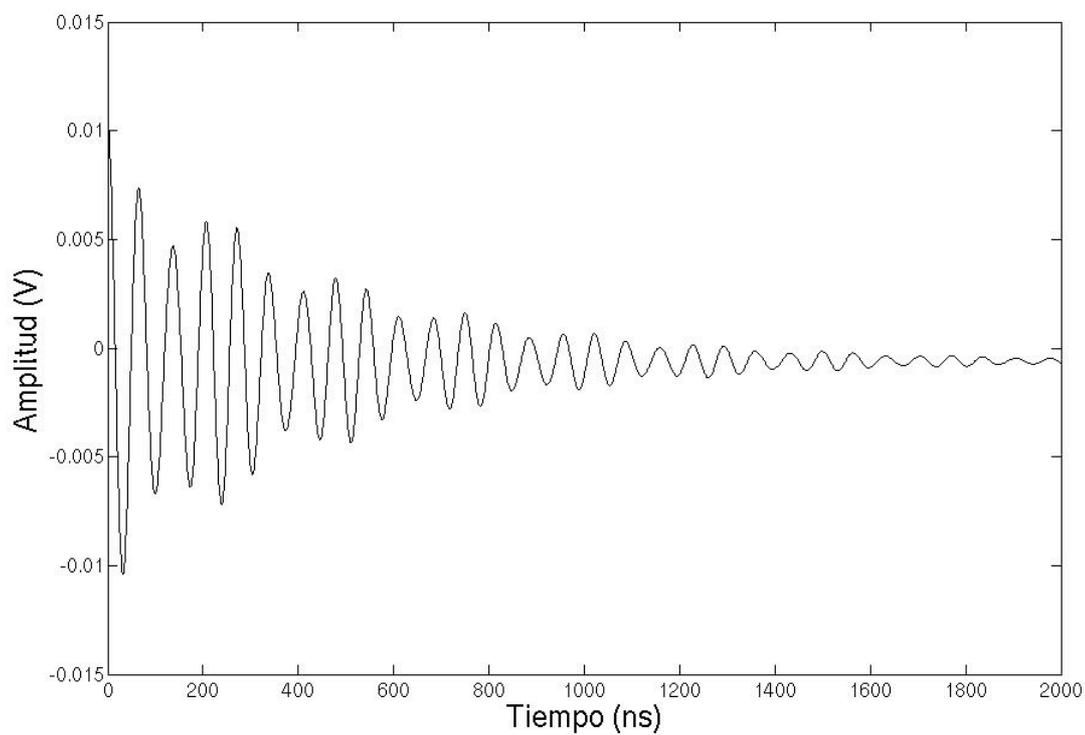


Figura D.8. Gráfica de la señal modelada con decaimiento. Archivo 1j.

Apéndice E

Fotografías del Sistema de Resonancia Magnética

En este apéndice se muestran algunas fotografías del equipo usado para el experimento de Resonancia Magnética. Estas fotografías se tomaron en el Laboratorio de Física Moderna de la Facultad de Ciencias, UNAM.



Figura E.1. Fotografía de la fuente de corriente directa *BK Precision* conectada al multímetro.



Figura E.2. Fotografía del imán *CENCO* con la Punta Hall y el gaussmetro *Bell*.



Figura E.3. Fotografía de los módulos del sistema de emisión y el osciloscopio *Tektronix*.



Figura E.4. Fotografía de la muestra y las antenas de emisión y recepción entre las placas del imán.



Figura E.5. Fotografía del osciloscopio *Tektronix* usado en el sistema de recepción y la señal obtenida.

Bibliografía

[Abr 1] Abraham, Raymond; Fisher, J.; Loftus, P.. *Introduction to NMR Spectroscopy*, J. Wiley, Reino Unido, 1992.

[Abr 2] Abrie, Pieter. *Design of RF and microwave amplifiers and oscillators*, Artech House, Estados Unidos de América, 1999.

[And 1] Andrew, Edwin. *Nuclear magnetic resonance*, Cambridge University Press, Reino Unido, 1955.

[Blo 1] Bloch, F., *Phys. Rev.* 70, 460–474, (1946).

[Car 1] Carr, H. Y., *Physics Today*, 57, 83-83, (2004).

[Cla 1] Clare, Stuart. *Functional MRI: methods and applications*, University of Nottingham, Reino Unido, 1997.

[Cow 1] Cowan, Brian. *Nuclear Magnetic Resonance and Relaxation*, Cambridge University Press, Reino Unido, 1997.

[Dye 1] Dye, Norman; Granberg, Helge. *Radiofrequency transistors*, Butterworth-Heinemann, Estados Unidos de América, 2001.

[Erb 1] Erbeia, Ange. *Resonances magnetiques*, Masson, Francia, 1969.

[Fre 1] Freeman, Ray. *A handbook of nuclear magnetic resonance*, J. Wiley, Estados Unidos de América, 1988.

[Gri 1] Grivet, Pierre. *La resonance paramagnetique nucleaire*, CNRS, Francia, 1955.

[Gin 1] Gingrich, Douglas. *Practical quantum electrodynamics*, CRC/Taylor and Francis, Estados Unidos de América, 2006.

[Hah 1] Hahn, E. L., Phys. Rev. 80, 580–594, (1950).

[Har 1] Harris, R. K.; Mann, B. E.. *NMR and the periodic table*, Academic Press, Reino Unido, 1979.

[Har 2] Harris, Robin. *Nuclear magnetic resonance: a physicochemical view*, Pitman, Reino Unido, 1983.

[Hob 1] Hobbie, Russell. *Intermediate physics for medicine and biology*, New York, Springer, 1997.

[Hor 1] Hornak, Joseph, *The basics of NMR*, Rochester Institute of Technology, Estados Unidos de América, 1998.

[Hor 2] Horowitz, Paul. *The art of electronics*, Cambridge University Press, Reino Unido, 1989.

[Jor 1] Jordan, Edward; Balmain, Keith. *Electromagnetic waves and radiating systems*, New York, Prentice Hall, 1968.

[Jos 1] Joseph-Nathan, Pedro; Díaz Torres, Eduardo. *Elementos de resonancia magnética nuclear del hidrogeno*, Iberoamérica, México, 1993.

[Kap 1] Kaplan, Irving. *Física nuclear*, Aguilar, España, 1961.

[Kas 1] Kastler, Bruno. *Principios de RM: Manual de autoaprendizaje*, Masson, España, 1997.

[Kel 1] Kellog, J. M. B., Rabi, I. I., Ramsey, N. F, Zacharias, J. R., *Phys. Rev.* 56, 728–743, (1939).

[Kra 1] Krane, Kenneth. *Introductory nuclear physics*, J. Wiley, Estados Unidos de América, 1988.

[Lau 1] Lauterbur, P.C., *Nature* 242, 190–191, (1973).

[Lla 1] Llano, Manuel de. *Mecánica cuántica*. UNAM, México, 2002.

[Man 1] Mansfield, P., Grannell, P.K., *J. Phys. C: Solid State Phys.* 6 L422, (1973).

[Mel 1] Melissinos, Adrian. *Experiments in modern physics*, Academic, Estados Unidos de América, 1966.

[Mil 1] Millman, Jacob; Taub, Herbert. *Pulse, digital and switching waveforms: Devices and circuits for its generation and processing*, McGraw-Hill, Estados Unidos de América, 1965.

[Moh 1] Mohr, Peter J., Taylor, Barry N., Newell, David B. *CODATA recommended values of the fundamental physical constants*, *Reviews of Modern Physics* 80: 633–730. 2008

[Mor 1] Morris, Peter. *Nuclear magnetic resonance imaging in medicine and biology*, Clarendon, Reino Unido, 1986.

[Mye 1] Myers, Rollie. *Molecular magnetism and magnetic resonance spectroscopy*, Prentice Hall, Estados Unidos de América, 1973.

[Oda 1] Oda, Berta. *Introducción al análisis gráfico de datos experimentales*, Servicios Editoriales de la Facultad de Ciencias de la UNAM, México, 1997.

[Peñ 1] Peña, Luís de la. *Introducción a la mecánica cuántica*, UNAM, Fondo de Cultura Económica, México, 1991.

[Poo 1] Poole, Charles; Farach, H.. *Teoría de la resonancia magnética*, Reverte, México, 1976.

[Pur 1] Purcell, E. M., Torrey, H. C., Pound, R. V., Phys. Rev. 69, 37–38, (1946).

[Rab 1] Rabi, I. I., Millman, S., Kusch, P., Zacharias J. R., Phys. Rev. 55, 526–535, (1939).

[Set 1] Seto, William. *Teoría y problemas de acústica*, McGraw-Hill, México, 1981.

[Sli 1] Slichter, Charles. *Principles of magnetic resonance*, Springer, Alemania, 1990.

[Ste 1] Stevens, Richard. *Handbook of mathematical tables and formulas*, McGraw-Hill, Estados Unidos de América 1973.

[Str 1] Strauss, Leonard. *Wave generation and shaping*, McGraw-Hill, México, 1970.

Manuales

“DM74LS04 Datasheet”, Fairchild Semiconductor Corporation, 2000.

“KA7805 Datasheet”, Fairchild Semiconductor Corporation, 2001.

“KA7809 Datasheet”, Fairchild Semiconductor Corporation, 2001.

“MC74HC4066A Datasheet”, Semiconductor Components Industries, 2002.

“SN74LS624 Datasheet”, Texas Instruments Incorporated, 1988.

“2N2218 Datasheet”, Siemens.

“Manual de Transistores”, RCA 1972.

“Didactic NMR Kit”, Leybold Didactic GmbH, Alemania, 2005.

“TDS 220-Series Digital Oscilloscope User Manual”, Tektronix, Inc., Estados Unidos de América, 1998.

Recursos electrónicos

AADE Filter Design and Analysis. Versión 4.4. Almost All Digital Electronics. Estados Unidos de América, 2004

Designworks. Versión 4.5.2. Capilano Computing Systems, Canadá, 2003.

Grapher. Versión 1.0. Apple Computer. Inc., Estados Unidos de América, 2005.

Labview. Versión 7.1. National Instruments, Estados Unidos de América, 2003.

Matlab. Versión 7, Release 14. The Mathworks, Inc., Estados Unidos de América, 2004.

Wavestar. Versión 1.3. Tektronix Inc., Estados Unidos de América, 1998.