

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
FACULTAD DE MEDICINA VETERINARIA  
Y ZOOTECNIA

**COMPARACIÓN DE MODELOS MATEMÁTICOS NO LINEALES PARA DESCRIBIR  
EL COMPORTAMIENTO PRODUCTIVO DE VIENTRES LIMOUSIN EN UN MODELO  
DE PASTOREO INTENSIVO EN EL ALTIPLANO**

TESIS  
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE  
**MÉDICA VETERINARIA ZOOTECNISTA**

PRESENTA

**MYRIAM BERENICE JIMÉNEZ MEDRANO**

Asesores:

MVZ. M en C Adolfo Kunio Yabuta Ororio  
MVZ M en C. Ms, Alejandra Sánchez Cervantes

México, D. F.

2012



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## **DEDICATORIA**

A mis padres, hermanos, mis tíos y mis abuelos, con todo mi cariño y en agradecimiento por estar siempre cerca para apoyarme en este largo camino.  
Gracias por darme ánimos y confianza.

“Mira que te mando que te esfuerces y seas valiente; no temas ni desmayes. Porque Jehová tu Dios estará contigo en dondequiera que vayas” Josué 1:7

## **AGRADECIMIENTOS**

A mi Dios que nunca me deja.

A mis asesores, sin ustedes, sus consejos, su constante apoyo y dedicación no hubiera logrado dar este gran paso, gracias.

A mis amigos, quienes están en las buenas y en las malas.

## CONTENIDO

	<b>Página</b>
<b>RESUMEN</b> .....	<b>1</b>
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>3</b>
<b>REVISIÓN SISTEMÁTICA</b> .....	<b>7</b>
<b>JUSTIFICACIÓN</b> .....	<b>56</b>
<b>HIPÓTESIS</b> .....	<b>58</b>
<b>OBJETIVO</b> .....	<b>58</b>
<b>MATERIAL Y MÉTODOS</b> .....	<b>59</b>
<b>RESULTADOS</b> .....	<b>62</b>
<b>DISCUSIÓN</b> .....	<b>64</b>
<b>CONCLUSIÓN</b> .....	<b>67</b>
<b>LITERATURA CITADA</b> .....	<b>68</b>
<b>CUADROS Y FIGURAS</b> .....	<b>79</b>

## RESUMEN

**JIMÉNEZ MEDRANO MYRIAM BERENICE.** Comparación de modelos matemáticos no lineales para describir el comportamiento productivo de vientres Limousin en un modelo de pastoreo intensivo en el altiplano( bajo la dirección de MVZ. M en C. Adolfo Kunio Yabuta Osorio y MVZ M en C. Alejandra Robles)

En la literatura existen pocas publicaciones relacionadas con la descripción del crecimiento de razas cárnicas especializadas como la Limousin, bajo el esquema de alimentación en pastoreo intensivo en praderas mixtas (gramíneas y leguminosas) en el altiplano mexicano, y ya que las curvas de crecimiento resultan ser particulares para un genotipo en un ambiente determinado, resulta poco conveniente hacer traspolaciones. El propósito del presente estudio, es determinar que modelo entre von Bertalanffy, Brody, Gompertz y Logístico, describe mejor el crecimiento de los vientres Limousin en pastoreo intensivo y contribuir al estudio del ganado de crianza de la raza. El trabajo es retrospectivo y se realizó en el módulo de producción de bovinos cárnicos del CEIEPAA de la FMVZ - UNAM, en Tequisquiapan, Querétaro. Se incluyó la información de edad y peso, obtenida a partir de los registros históricos (2004 al 2009, mediante pesajes mensuales) de 171 vientres y se seleccionaron solo los vientres de los que tuvieran un mínimo de 12 pesajes, creandoles un registro individual, el cual se sometió a un procedimiento de graficación en el software de PLOT de SAS 2001<sup>91</sup> para comparar los modelos. De acuerdo a los resultados de la prueba

de suma de rangos de Friedman del procedimiento de RANK de SAS (SAS, 2001)<sup>91</sup>, el modelo de mejor ajuste tanto gráficamente como en porcentaje de convergencia fue el de Von Vertalanffy (97.69%), seguido por Brody (96.92%), Logístico (10.77%) y el de menor ajuste fue el de Gompertz (6.92% ).

## INTRODUCCIÓN

La producción animal es un proceso complejo, que requiere de la habilidad del ganadero para sincronizar los eventos biológicos o fisiológicos de la especie, con los ciclos productivos y los aspectos económicos ligados a la producción.<sup>1,2,3</sup> En la industria del ganado de carne, el proceso productivo está integrado por diversos ciclos biológicos dependientes del crecimiento de los animales. Desde el punto de vista económico, la evaluación del crecimiento animal resulta esencial, ya que refleja el rendimiento de los sistemas de producción de ganado.<sup>3,4</sup>

Desde hace varias décadas, las preferencias del consumidor hacia la carne con menor cantidad de grasa desencadenaron un cambio en el tipo de animales domésticos destinados al abasto.<sup>5</sup> La demanda de ganado se dirigió a la búsqueda de canales con alta proporción de músculo, baja proporción de hueso y un nivel óptimo de grasa, en otras palabras, a buscar lo que conocemos como carne magra.<sup>5,6</sup> Para conseguirlo, la selección genética realizada por los ganaderos puso mayor énfasis en el crecimiento del ganado, buscando animales con tasas elevadas de crecimiento y canales magras, las cuales mejoraron su composición tisular principalmente a través de la reducción de la cantidad de grasa.<sup>5,7,8,9</sup> A raíz del reconocimiento de la importancia económica de la tasa de maduración, tasa de ganancia de peso, tamaño adulto del ganado y de las características relacionadas, se generó un nuevo interés hacia la relación del peso, edad y vida productiva del ganado.<sup>10,5</sup> Actualmente, la velocidad de crecimiento del ganado y la composición de la canal son de gran importancia económica y reflejan en cierta medida, los ajustes de la industria hacia la producción más eficiente de animales de carne, al mejorar la relación entre los kilos producidos contra el costo de alimentación del ganado.<sup>5,9</sup>

La mejoría en la eficiencia del ganado durante la finalización en el corral de engorda que fuera lograda mediante selección genética, también acarreó algunos inconvenientes consigo en la etapa de crianza. Los resultados en diversos trabajos de investigación han puesto en evidencia que el ganado destacado para generar productos al detalle (carne), también es el que típicamente tiene tendencia para producir baja cantidad de marmoleo, tiene mayor peso



al nacimiento, alcanzan la pubertad a edades más tardías, tienen requerimientos de mantenimiento más elevados debido al peso maduro más pesado y a la mayor cantidad de masa visceral.<sup>9</sup> La selección para obtener becerros destinados al abasto con mayor tasa de crecimiento y mayor peso al destete, además de inducir un cambio en la forma corporal, también ha fomentado el incremento en el tamaño o peso a la madurez de las vacas, las cuales en condiciones basadas en el pastoreo, para alimentarse dependen principalmente de la disponibilidad del forraje, lo que no necesariamente resulta ser más ventajoso.<sup>5,8,11,9</sup>

En el hato de crianza de ganado de carne donde con frecuencia se comercializa menos de un ternero por vaca al año, el costo de alimentación recuperable a través del becerro como producto, regularmente es muy pequeño en comparación con lo que implica mantener a la vaca y al becerro por un periodo de 12 meses.<sup>8</sup> Por ello, los costos de alimentación para mantenimiento resultan ser una carga que los hatos de carne deben solventar y deberán mantenerse al mínimo posible para poder ser compatibles con la eficiencia en la producción.<sup>12</sup> Por otro lado, dado que la variación en los requerimientos de mantenimiento parece estar asociada positivamente con el potencial genético para las características de producción (tasa de crecimiento o producción de leche), se ha observado que los animales que poseen mayor potencial genético para la alta productividad pueden estar en desventaja en ambientes más restrictivos, por lo que es necesario adecuar el ambiente de producción con los recursos genéticos.<sup>12,13</sup> Además, debido a que el forraje o pasturas tienen un determinado valor monetario, que es uno de los principales en el costo de producción, la sincronía entre el tipo de vaca (especialmente su tamaño) con el suministro de forraje y la conversión a una mercancía comercializable, que en este caso suele ser el becerro, adquiere mayor trascendencia.<sup>14</sup>

En la búsqueda de la combinación entre la vaca adecuada para un ambiente en particular, no hay respuestas correctas o incorrectas, solo hay soluciones que funcionan en un escenario y no en otro. La clave para administrar un hato de vacas de carne con éxito, es sincronizar el tipo correcto de animales, con el ambiente adecuado.<sup>12,13</sup> Es por esto que el tamaño óptimo que debe tener el ganado de carne sigue siendo motivo de debate entre investigadores, ganaderos y productores.<sup>8</sup> Con frecuencia resulta de interés para el ganadero

y el investigador, conocer cuál es el tipo y el tamaño de ganado que resulta más eficiente para un determinado tipo de ambiente. Si son los vientres grandes o los pequeños, los de rápido crecimiento o los de crecimiento lento. En realidad el tema como la pregunta no son nuevos, sino que por el contrario, es algo que se ha debatido desde los comienzos de la ganadería.<sup>9</sup> Como lo señala Nelsen (1984)<sup>15</sup>, el problema en la concordancia del tipo de ganado y el medio ambiente se hace más crítico aún, dada nuestra dificultad para describir ambos adecuadamente bajo condiciones variables y poco controladas. Lo cual revela la importancia de los estudios que permitan caracterizar el comportamiento del ganado de crianza en condiciones de pastoreo. En este sentido, para el criador de ganado de cualquier raza, conocer los periodos críticos del crecimiento del ganado (precocidad, edad a la pubertad, edad al primer parto, intervalo entre partos) suelen ser de gran utilidad, ya que ello le permite identificar la respuesta del tipo del ganado al ambiente, establecer estrategias de alimentación y manejo adecuadas en favor de su productividad.<sup>16,17</sup>

Entre las razas especializadas existentes en México, una de reciente introducción es la raza Limousin, considerada por sus criadores como una de las más adaptables al pastoreo dado el origen de la misma (en el macizo central francés, en la región de Limoges de donde deriva su nombre). Entre las cualidades que le son atribuidas, se encuentra la conversión de forraje a músculo eficiente (alto índice de conversión alimenticia) y su elevada rusticidad. Se le caracteriza además, por la capacidad para mantener su condición corporal, rendimiento en canal con poca grasa (carne magra) y la calidad de su carne (finura y color).<sup>18,19</sup>

A pesar de existir alguna información publicada en la literatura mundial, poco se ha documentado el comportamiento productivo de la raza Limousin en sistemas de pastoreo en México. Considerando las diferencias en las condiciones prevalecientes en cada sistema de producción y la gran variabilidad de ambientes existentes en nuestro medio, resulta importante el desarrollo de estudios para caracterizar el comportamiento productivo de la raza bajo nuestras condiciones climáticas. El desarrollo del trabajo propone además, incorporar una metodología basada en el uso de los modelos no lineales como instrumento para describir el crecimiento del ganado de pie de cría. Esta metodología está encaminada a

determinar el tipo de modelo no lineal con mayor capacidad de ajuste que permita describir y caracterizar el comportamiento productivo a través del crecimiento corporal en los vientres de la raza Limousin destinados a la crianza, en condiciones intensivas de pastoreo en el Altiplano mexicano.<sup>20</sup>

## REVISIÓN SISTEMÁTICA

### Generalidades y concepto de “Crecimiento”

El crecimiento animal, es un fenómeno biológico complejo difícil de explicar, debido a todos los factores que se encuentran involucrados (genéticos, ambientales, fisiológicos, nutricionales, tecnológicos, comerciales, etc.) Dada la complejidad y la falta de claridad en algunos aspectos, resulta una tarea laboriosa encontrar alguna definición particular aceptable para todos los campos de estudio involucrados.<sup>22,21,23,24,25</sup>

El estudio del crecimiento, resulta de particular interés para las ciencias biológicas así como para las relacionadas con la producción, la crianza animal y ciencia de la carne.<sup>2,24,25,26,27</sup> A través de la investigación interdisciplinaria (como es el campo de la bioquímica, biología celular, anatomía, nutrición, genética, fisiología, endocrinología, etc.) los estudios científicos relacionados con los animales, han descubierto muchos de los mecanismos que contribuyen a la regulación general del crecimiento, sin embargo no ha sido caracterizado en su totalidad.<sup>22,24,28</sup>

El análisis del crecimiento tiene como punto de partida los trabajos de Samuel Brody publicados en 1945 como “*Bioenergetics and Growth*”, donde el autor integra los conceptos biológicos y fundamentos matemáticos para explicar el crecimiento.<sup>24,29,30</sup> En su descripción inicial, Brody considera al crecimiento como un aumento en el número de células, en el ritmo de desarrollo y del peso corporal en función del tiempo. Sin embargo, en esta concepción no considera los cambios producidos por la alimentación o el estado fisiológico del animal.<sup>25</sup>

Por décadas, el crecimiento ha sido definido, medido y descrito de muchas formas, dependiendo del contexto en que el término sea utilizado, nivel de organización biológica, o bien a nivel celular, tisular, de órganos, sistemas, individuos o de poblaciones.<sup>25</sup> En forma sencilla el crecimiento puede entenderse como el aumento de tamaño corporal a través del tiempo.<sup>26,27,31</sup> De manera simplista Lawrence y Fowler (2002)<sup>32</sup> describen al

crecimiento como un atributo de los seres vivos determinado por la combinación de la hiperplasia e hipertrofia celular favorecida por la nutrición.

En ocasiones el intento de describir el crecimiento, resulta de poca utilidad debido a que no revela si la descripción se refiere al crecimiento de un órgano o tejido, de un individuo o de una población y mucho menos poco revela en cuanto al origen del fenómeno o a las consecuencias de ello.<sup>23,26,33</sup> En este sentido Lawrence y Fowler (2002)<sup>32</sup> señalan que el problema para encontrar una definición satisfactoria universalmente, radica en la dificultad de describir todo un proceso biológico tan complejo y sujeto a una infinidad de variables dentro del término “crecimiento”. Consideran que para definir el crecimiento puede resultar mejor el utilizar palabras o frases adjetivas adicionales, con la intención de hacer una identificación más precisa. Es decir, que el adjetivo empleado puede hacer la distinción entre el crecimiento celular, crecimiento de órganos, crecimiento fetal, crecimiento prepuberal entre otros.<sup>32</sup>

Al margen de la dificultad para definir el concepto, lo que resulta ser un principio válido en forma universal, es que el crecimiento es un proceso biológico continuo, progresivo, de gran complejidad, que inicia con una célula y resulta en la formación de billones de unidades celulares al alcanzar la madurez biológica del animal.<sup>25</sup> Se puede considerar que el crecimiento inicia en la etapa prenatal al fecundarse el óvulo (formación del cigoto) y continúa durante toda la vida hasta que el individuo alcanza el tamaño maduro y la conformación característica de la especie.<sup>4,8,25,34</sup>

En el campo de estudio relacionado con los sistemas biológicos, el aumento progresivo en el tamaño de los animales estará explicado como la formación de nuevas unidades bioquímicas o multiplicación del número de células en un determinado tejido (hiperplasia), el incremento en el tamaño de las células individuales (hipertrofia), así como por la incorporación de material extracelular y compuestos específicos provenientes del ambiente (grasas, proteínas o minerales) acumulados con el tiempo.<sup>2,25,27</sup> Aunado a esto, la adición de nuevas células se realiza mediante el fenómeno de división celular así como también mediante un proceso de diferenciación.<sup>31,35</sup>

Cuando el contexto de estudio está relacionado con la nutrición, el crecimiento puede estar conceptualizado como el efecto resultante de la diferencia entre el anabolismo (construcción protoplasmática) y el catabolismo (degradación protoplasmática).<sup>2</sup> En otras palabras, los tejidos corporales están sometidos a un proceso continuo de síntesis y degradación de tejido corporal, donde el crecimiento ocurre cuando la síntesis de tejidos supera en rapidez a la degradación de los mismos, de modo que el crecimiento neto es la consecuencia de la diferencia entre ambos fenómenos.<sup>26,27</sup>

Dentro del marco del metabolismo energético tisular, el crecimiento se puede explicar como el balance de retención energética (energía retenida), donde el aumento de peso de los tejidos se debe al almacenamiento de fracción de energía metabolizable que no se disipó como calor y se retiene en el organismo animal en forma de proteínas o grasas y se depositan en los diversos tejidos. Dicho en otros términos, cuando el animal gana peso hay retención de energía o aumento de tejidos y cuando pierde peso hay movilización de energía o degradación tisular.<sup>22</sup>

En términos generales y además de las ideas anteriores, podemos asumir que el crecimiento del organismo o de sus diversos componentes (órganos o tejidos) resulta de la combinación de un incremento en el número y/o el tamaño de sus constituyentes celulares así como la acumulación de los compuestos incorporados a las células, las células en turno estarán compuestas principalmente por agua, energía, grasa, proteína y minerales.<sup>31</sup> El proceso de crecimiento va relacionado con una acumulación de tejido graso y una retención de nitrógeno y agua.<sup>26</sup> Bajo este criterio se puede considerar que dicha acumulación es progresiva hasta cierto límite, el cual ocurre cuando el animal adquiere el tamaño o peso maduro el cual coincide con la máxima tasa de acumulación de masa proteica y a partir de este punto la deposición de grasa continúa indefinidamente.<sup>2</sup>

## **Generalidades y concepto de “Desarrollo”**

El crecimiento y el desarrollo tienen lugar desde la concepción (cigoto) y debido a la interacción e interrelación de ambos, resulta difícil establecer límites claros entre ellos, por lo que es común que los conceptos de crecimiento y desarrollo se utilicen indiferenciadamente generando confusiones.<sup>8</sup>

En términos generales el concepto de crecimiento se refiere al aumento de peso manifiesto en los animales desde el nacimiento hasta su estabilización en la edad adulta, mientras que el término de “desarrollo” comprende las progresivas modificaciones corporales (pesos, conformación, proporciones, funciones, composición anatómica y bioquímica) a medida que avanza en edad y que lo transforman en un individuo maduro funcionalmente, de acuerdo a lo establecido por su propia constitución genética.<sup>26, 28</sup> En palabras de Samuel Brody “El organismo cambia geométricamente para poder mantenerse igual fisiológicamente”<sup>30</sup>

El desarrollo depende de la diferenciación (morfológica y funcional) en la velocidad de crecimiento en las poblaciones celulares que continúa en la etapa postnatal.<sup>32</sup> A dicha diferenciación celular se le puede atribuir la variedad morfológica y funcional de los órganos y tejidos.<sup>26</sup> El crecimiento diferencial de los órganos es principalmente de tipo funcional. Los órganos de mayor importancia fisiológica para el animal estarán mejor desarrollados al nacimiento que aquellos que tienen menor importancia hasta un tiempo después del nacimiento.<sup>28</sup> Para ejemplificar esta idea, podemos mencionar los cambios ocurridos en el rumen del bovino, desde la nula funcionalidad y poco desarrollo al nacimiento hasta la evolución que adquiere a partir del destete hasta convertirse en un órgano plenamente funcional (capaz de degradar forraje) y continuar su crecimiento hasta convertirse en el órgano más grande del tracto digestivo cuando el animal llega a la madurez.<sup>32</sup> La forma y proporciones que guardan los órganos y tejidos se alteran considerablemente ya que necesita cumplir con sus necesidades fisiológicas presentes y futuras.<sup>36</sup>

Conforme el animal crece, el organismo se transforma conjuntamente en su conformación externa así como en su estructura interna. Sin embargo, los diferentes órganos, tejidos y estructuras anatómicas del animal no tienen la misma velocidad, intensidad y sincronía en su crecimiento.<sup>4,28</sup> En un momento dado, algún tipo de tejido es el que muestra mayor velocidad de desarrollo, en tanto que otros, únicamente lo manifiestan apenas en alguna medida. Cada individuo tiene su propio ritmo y periodo de crecimiento, donde cada tejido manifiesta incrementos graduales en la tasa de crecimiento hasta alcanzar un máximo y posteriormente el crecimiento se desacelera. A medida que la edad del animal progresa, la tasa de crecimiento del tejido tiende a decrecer, en tanto que algún otro iniciará la aceleración en su crecimiento y diferenciación (Figura 1).

La secuencia de ciclos de crecimiento y desarrollo de cada órgano o tejido mantiene un orden predeterminado biológicamente en cada especie y conocido como crecimiento diferenciado o alométrico.<sup>2,4</sup> La velocidad de desarrollo y evolución funcional de cada órgano o tejido según la edad también se manifiesta en un orden definido biológicamente. Es decir, la distribución de los nutrientes no es uniforme entre los diferentes tejidos, sino que se reparten siguiendo un régimen de estrictas prioridades.<sup>2,28</sup> El orden de desarrollo de los tejidos coincide con el orden en que estos tienen preferencia por los elementos nutritivos.<sup>37</sup> El orden de la secuencia en que los distintos tejidos alcanzan su máxima velocidad de crecimiento es el siguiente: (Figura 1) El primer tejido en culminar su desarrollo es el sistema nervioso, seguido del esqueleto, luego los músculos y por último se realiza la acumulación del tejido adiposo.<sup>4,28,36</sup> El tejido nervioso presenta un tipo de crecimiento diferencial muy particular, ya que en la primera etapa de crecimiento tiene un punto máximo muy elevado y posteriormente es nulo.<sup>37</sup> Inmediatamente después del nacimiento, el desarrollo del esqueleto está más adelantado con respecto al de los músculos. Por su parte, los músculos crecen en relación con el peso del cuerpo. Durante este crecimiento siempre existe alguna acumulación gradual de grasa conforme se aproxima a la madurez.<sup>28</sup> Cuando el animal pierde peso, el primero en sufrir una regresión es el tejido adiposo seguido del muscular, mientras que el tejido nervioso y órganos vitales son protegidos por mucho más tiempo.<sup>37</sup>



## **Factores que determinan el crecimiento y el desarrollo**

La evolución del aumento del peso vivo a lo largo de la vida de un animal es un fenómeno complejo, regido por un juego de fenómenos de multiplicación, agrandamiento y diferenciación de tejidos, bajo el control de leyes fisiológicas precisas, determinadas a su vez por factores de orden genético o ambiental.<sup>26</sup> Esto es, que los factores que determinan la forma y rapidez del crecimiento-desarrollo en un animal son inherentes al animal (genotipo) así como a todo aquello que lo rodea, su alimentación, efecto materno, el manejo, su estado de salud y los efectos climáticos.<sup>4,26</sup>

La genética determinará la composición potencial del animal a la madurez y la ruta óptima para llegar a esa composición, está definida por los genes del animal.<sup>31,32</sup> La constitución genética del individuo determinará lo que un individuo pudiera o no llegar a crecer, pero no todo animal alcanzará todo su potencial genético, a menos que su medio ambiente le sea favorable y pueda aprovecharlo.<sup>31,38,39,40</sup>

El género del animal también juega un papel importante, ya que los machos tienden a tener un peso maduro mayor al de las hembras, pero ellas en general muestran una precocidad de crecimiento y desarrollo en comparación a los machos.<sup>32</sup> Dado que la madurez sexual es una consecuencia de la velocidad de crecimiento, al hacer selección de animales de mayor o menor tamaño, afectaremos su precocidad y el tiempo en el que el animal entre a la pubertad, atrasando o adelantando el inicio de su vida reproductiva.<sup>2</sup>

## **Implicaciones del crecimiento y desarrollo en el ámbito de la Producción animal**

En la ganadería de carne, el conocimiento de la forma en cómo evolucionan el crecimiento y desarrollo, tiene implicaciones económicas importantes debido a la utilidad práctica para su aplicación en los sistemas de producción. El valor neto del ganado y su potencial para generar beneficios en la venta del producto final, dependerá del grado y velocidad con que se manifiesten el crecimiento y desarrollo de cada animal.<sup>27</sup> La comprensión del proceso de crecimiento-desarrollo y los factores que lo regulan, permite utilizar procesos operativos eficientes para optimizar la producción bovina y reducir el costo de producción.<sup>5,41</sup>

En el ámbito de la producción animal y en la industria de la carne, dependiendo de la finalidad del ganado, ya sea para la crianza o para el abasto, los conceptos de crecimiento-desarrollo toman diferente sentido. Cuando los animales son destinados para el abasto, el crecimiento usualmente se define como el incremento en tejido animal (músculo, hueso y grasa) así como tejidos relacionados.<sup>27</sup> En este campo la descripción del crecimiento resulta una tarea compleja, ya que es necesario considerar por un lado los conceptos de hiperplasia e hipertrofia, y por el otro lado el fenómeno denominado “desarrollo”, así como el crecimiento alométrico. En el ganado de cría, la evaluación del crecimiento generalmente estará relacionada con la evolución de las mediciones corporales lineales, el peso corporal, edad a la pubertad u otro tipo de indicadores que puedan ser indicativos de su habilidad para reproducirse y producir descendencia.<sup>27,28</sup>

## **La importancia del crecimiento y desarrollo en el ganado de abasto**

En el corral de engorda, la meta principal es simplemente producir la mayor cantidad de carne como sea posible, para obtener un margen económico por encima de los costos de alimentación. La eficiencia entonces, dependerá de la cantidad de kilos logrados en función del consumo de alimentos altos en el nivel de energía (concentrados) con la mínima inversión por unidad producida y el mayor margen obtenido de la operación.<sup>9</sup> El crecimiento del ganado tiene un impacto directo sobre la economía de la empresa finalizadora de ganado, ya que por un lado, la velocidad de crecimiento y la eficiencia en la ganancia de peso (peso ganado por alimento consumido) influyen directamente en los costos de producción por becerro finalizado.<sup>3</sup> Por el otro lado, la evaluación del crecimiento y desarrollo en el ganado generan un indicativo de la parte comestible de la res que cumpla con los estándares mínimos de calidad (composición química y rendimiento en canal) en la comercialización de las canales.<sup>27,33</sup> La relación que guardan el crecimiento y desarrollo con la cantidad de producto (kilos o rendimiento en canal), el tipo de canal (grande o chica), composición de la canal (grasa-músculo) y calidad de carne, determinarán los ingresos de la empresa, una vez comercializados en el mercado<sup>3,5,26,28</sup>

La proporción de los tejidos de importancia económica no es la misma en todas las etapas del crecimiento, ya que en general se inicia con el desarrollo óseo, luego muscular y al final grasa por lo que la conveniencia de llevar un animal al sacrificio en el momento óptimo, estará en función del momento en el que tenga la mayor proporción de músculo con la cantidad deseable de grasa.<sup>32,42</sup> De ahí la importancia de entender el fenómeno de crecimiento del animal y su relación con el crecimiento alométrico.<sup>32,43</sup>

En aquellos mercados donde se utilizan sistemas de grados de calidad (basados en escalas de deposición grasa) y establecen precios de acuerdo a las puntuaciones logradas, las canales de ganado con bajo contenido de grasa pueden ser penalizados con precios más bajos debido a una baja puntuación en la escala de marmoleo. Por otra parte, en dichos mercados así como en otros (como en Europa), la cantidad excesiva de grasa interna, intermuscular y subcutánea también se penaliza.<sup>44,45</sup> La grasa intramuscular determina el

marmoleo, ya que es un depósito tardío de tejido adiposo y su desarrollo usualmente se asocia con la acumulación de otros depósitos grasos no deseables (grasa cavitaria, subcutánea, extramuscular) lo cual implica costos de producción elevados. De acuerdo a lo anterior, la predicción del crecimiento y la composición corporal permitirá conducir el manejo del ganado para obtener un nivel óptimo de tejido adiposo en la canal al mínimo costo, con el equilibrio entre el marmoleo deseado y la acumulación de grasa deseable.<sup>45</sup>

Desde 1968, los trabajos de Berg y Butterfield,<sup>45</sup> aportaron nuevos conceptos anatómicos para el estudio del crecimiento del músculo, grasa y hueso, clarificando la relación entre el crecimiento de los músculos individuales y la conformación corporal del animal. Como puede apreciarse en el cuadro 1, en términos generales el animal maduro tiene mayor cantidad de músculo que de grasa. Sin embargo, conforme el animal envejece la proporción de hueso y músculo disminuye y la proporción de grasa aumenta.

En el tiempo, diversos estudios han demostrado que existe una relación entre la edad de sacrificio, peso corporal y composición tisular en la canal. Debido a que el grado de desarrollo es una consecuencia del crecimiento diferenciado de los tejidos, la composición de una canal puede ser variable dependiendo de la edad o momento de sacrificio del animal de abasto.<sup>28</sup>

En 1983, Berg y Walters,<sup>5</sup> encontraron que uno de los cambios principales cuando el sacrificio se realiza con un peso corporal aceptable, era la baja proporción de tejido adiposo y que este hallazgo también fue relacionado con el incremento en la tasa de crecimiento y con el incremento en el tamaño de la madurez. En la actualidad se sabe de la existencia de una relación estrecha entre la velocidad de crecimiento o precocidad, con el tamaño a la madurez, peso adulto y la madurez corporal. Para poder entender la naturaleza de dicha relación es necesario comentar algunos conceptos.<sup>8</sup>

## **Tamaño maduro, peso maduro, peso adulto o peso maduro**

Para Taylor (1965),<sup>46</sup> los animales adultos llegan al peso adulto cuando alcanzan un peso de equilibrio (plateau) con la alimentación, como ocurre en toros y vacas que después de algunos años llegan a un peso adulto que mantienen constante a través del tiempo. El tamaño adulto ocurre una vez que los animales terminan su crecimiento. Se sabe que los seres vivos no crecen indefinidamente pero no siempre es posible conocer el tamaño adulto de los animales, ya que este se alcanza en una etapa tardía de la vida del animal y en el ganado de carne generalmente los animales se destinan al abasto a una edad relativamente temprana.<sup>32</sup>

En otro sentido, el peso maduro, se puede entender como el punto de máxima masa proteica.<sup>2,47</sup> Fox y Black (1984)<sup>47</sup> lo definieron como aquel en que cesa la retención proteica y no el peso total del animal. El peso maduro se considera como el punto en el cual la masa muscular alcanza su nivel máximo, independientemente del incremento en la cantidad de grasa depositada que pueda acumularse más allá de dicho punto.<sup>28</sup> Se ha estimado que el cese de la retención proteica ocurre cuando la cantidad de grasa en el organismo es del 36% del peso vacío (peso del animal sin el contenido gástrico).<sup>2</sup>

El peso adulto tiene una estrecha correlación con la velocidad de crecimiento. Al ser mayor el peso adulto tiende a incrementarse la ganancia diaria de peso corporal.<sup>28</sup> Aunque el peso maduro máximo está determinado genéticamente, este puede estar alterado por factores nutricionales y hormonales. Las diferencias entre los tamaños de las distintas razas obedecen a diferencias en el tamaño del esqueleto y en el número pero no en el tamaño de células musculares.<sup>2</sup> El peso adulto está determinado biológicamente y es distinto para cada especie, raza y sexo del animal. A diferencia del peso adulto, el peso de sacrificio lo elige el hombre de acuerdo a las proporciones que desee tener de la canal y de los diferentes tejidos.<sup>28</sup>

## **Grado de madurez corporal**

Se refiere al grado de desarrollo del tejido óseo, muscular y adiposo en un momento determinado. Esto es que a una determinada edad, el grado de madurez en el individuo estará determinado por la fase en la que se encuentre el desarrollo de los distintos tejidos. El grado de madurez corporal también se relaciona estrechamente con el peso adulto, donde a mayor peso corporal adulto se puede observar un grado de maduración corporal menor y viceversa.<sup>24,48</sup>

## **Precocidad**

La precocidad es la facultad que posee el animal para realizar aceleradamente su desarrollo. Esto es, para lograr rápidamente la colocación definitiva de los diferentes tejidos en su lugar.<sup>28</sup> La rapidez en la precocidad radica en la prontitud con la que finalizan las curvas de crecimiento de cada uno de los tejidos estructurales del animal.<sup>48</sup>

Cuando hablamos de precocidad, podemos entenderla en dos partes, la precocidad reproductiva y la precocidad del crecimiento. La precocidad reproductiva es la habilidad biológica de alcanzar una madurez reproductiva en el menor tiempo posible o el desarrollo del aparato reproductivo, permitiéndole al animal entrar en la pubertad a una temprana edad y por ende recortar el tiempo al cual el animal pueda ser servido. La precocidad de crecimiento, es con la cual el animal alcanzará su peso adulto a una edad más temprana que la usual.<sup>49,50</sup>

Aunque para muchos, un animal de rápido crecimiento es un animal precoz, es importante no confundir la precocidad con la velocidad de crecimiento o con la tasa de ganancia diaria de peso. El animal que crece rápido, no necesariamente es precoz. Será precoz si la rapidez de crecimiento está acompañada con la pronta terminación del desarrollo de los tejidos y si puede iniciar la acumulación de grasa en forma temprana. La precocidad está relacionada con el peso adulto del animal. Generalmente cuando el peso adulto es mayor la precocidad es menor y viceversa.<sup>28</sup>

En las razas precoces las cimas de estas curvas están muy próximas, de modo que el animal puede iniciar la acumulación de grasa (aunque con menos rapidez) mientras el tejido óseo y muscular aún se encuentran en desarrollo.<sup>28</sup> Las razas precoces tienen la característica de tener un menor peso adulto y un menor crecimiento, es decir un menor aumento de peso desde el nacimiento hasta la edad adulta, un mayor desarrollo, es decir una mayor deposición de los tejidos, en especial el tejido adiposo o grasa, a edades más tempranas, lo que les permite llegar al grado óptimo de terminación antes que las razas de maduración tardía (Fig 2 y 3).<sup>51</sup>

Las razas poco precoces mejoradas genéticamente poseen mayor velocidad de crecimiento (ganancias diarias de peso) y mayor peso adulto, pero deponen sus tejidos a menor velocidad por tener menor desarrollo, lo que hace llegar al grado óptimo de terminación a edades más avanzadas. En este punto es necesario tener en cuenta que los machos son más eficientes en conversión y aumento de peso que las hembras, ya que éstas depositan más cantidad de grasa por kilo ganado y por lo tanto terminan su desarrollo y crecimiento más rápido que los machos.<sup>28</sup> Este principio adquiere mayor relevancia cuando se pretende culminar la ceba del ganado (finalización) con la mayor proporción de músculo y la cantidad adecuada de grasa (de acuerdo al mercado) en el menor tiempo posible.<sup>48</sup>

Las razas no precoces y no mejoradas genéticamente presentan las cimas de dichas curvas de desarrollo tisular muy separadas, de modo que la acumulación de grasa no ocurre en tanto no se ha realizado la mayor parte del desarrollo del tejido óseo y muscular.<sup>28</sup>

En términos generales los animales con mayor velocidad de crecimiento pueden alcanzar el peso de sacrificio a una edad más temprana, con tendencia a producir canales con menor cantidad de grasa y suelen ser animales con mayor peso adulto.<sup>28,40</sup>

## **La importancia del crecimiento durante la crianza**

En el caso específico de las vacas, su eficiencia productiva estará determinada por la cantidad de becerros destetados logrados en un año, los cuales a su vez, resultan de la capacidad de las vacas para quedar gestantes después del empadre (servicio reproductivo), de mantener la gestación hasta su término, de culminar dicha gestación con un parto exitoso y de lograr destetar a su cría con buen peso corporal después de un periodo de lactancia.<sup>38,51</sup> La productividad o el comportamiento productivo del ternero, será el complemento a la eficiencia productiva de la vaca y se mide a través de la velocidad y eficiencia del crecimiento desde el nacimiento hasta el destete.<sup>52,53</sup>

Considerando a la crianza como un segmento de la cadena industrial de la carne y desde el punto de vista biológico, el hato de vientres eficiente, es aquel que exhibe madurez sexual temprana, longevidad, tasa elevada de reproducción, baja frecuencia de distocias, el mayor porcentaje de cosecha de becerros, mayor cantidad de kilos de becerro, mínimo requerimiento nutricional de mantenimiento y habilidad para convertir la energía disponible a la mayor cantidad posible de kilos de becerro destetado, mínima cantidad de inversión y costos.<sup>54,9</sup> El costo de productos de origen animal depende principalmente de la eficacia de tres funciones básicas<sup>54</sup>:

- 1) la producción de la hembra
- 2) reproducción
- 3) el crecimiento de los jóvenes

En la actualidad, el incremento en la producción de carne ha ocurrido debido a las mejoras en los índices de reproducción (frecuencia de parición, edad a primer parto, intervalo entre partos), conceptos de nutrición (suplementación estratégica, tipo, cantidad y calidad del forraje), selección genética (selección de sementales, sistemas de cruzamiento) y la sincronía entre la época de cruzamientos y la de parición con la disponibilidad de forraje.<sup>57</sup> Sin embargo, a pesar de las mejorías observables hoy en día, la producción de carne es aún



un proceso relativamente ineficiente desde el punto de vista del gasto de energía o aprovechamiento del alimento.<sup>8,9,13,55,56</sup>

Los trabajos de Dickerson (1984)<sup>57</sup> destacan que casi el 90% del total de la energía utilizada para alimentar al ganado en la producción de carne, proviene de forrajes cosechados, pastos, residuos de cultivos o alimentación de subproductos animales y que no son aprovechables por las especies no rumiantes. En contraparte sólo un 10% de las entradas de energía en la alimentación provienen de granos, que además en gran medida se canalizan solo para el acabado final del ganado en el corral de engorda.<sup>53,57</sup> De acuerdo con esto, cabe señalar entonces, que la verdadera oportunidad para la producción de carne consiste en la capacidad que tiene el ganado bovino, como una especie rumiante, de transformar los forrajes, residuos de cosecha y residuos de la agroindustria en una fuente de proteína con alta calidad biológica para incorporarse a la alimentación humana. Más aún, considerando la abundancia de superficies de agostadero o de pastizales en gran parte del territorio, la producción de forraje se traduce en un recurso renovable que la vaca es capaz de utilizar, a diferencia de la incapacidad de otros mamíferos no herbívoros, lo cual le da alguna ventaja en términos de eficiencia económica.<sup>57</sup> Desde el punto de vista biológico, el ganado es bastante diferente en tipo y en clase. Considerando la diversidad de ambientes y prácticas de manejo dentro de la industria de la carne, es necesaria la elección cuidadosa de la raza o cruzamiento entre razas para maximizar la eficiencia en cada situación.<sup>8</sup>

Diversos autores concuerdan en que la ineficiencia de esta especie obedece principalmente a que el ganado de carne tiene una tasa de reproducción más baja, comparativamente a la de otras especies y al alto costo de manutención de la vaca por animal comercializado.<sup>7,8</sup> Si dentro del ciclo de producción vaca-becerro (desde la concepción hasta el sacrificio), se considera la eficiencia como la conversión del recurso energía del alimento a producto comercializable, el consumo de energía para crecimiento post destete, peso maduro y producción de leche representan aproximadamente el 72% de la energía metabolizable consumida durante el periodo total.<sup>13</sup> Cerca del 70 y 75% del total de requerimientos de energía para la producción de carne es utilizada para funciones de mantenimiento de vacas y de crías.<sup>12</sup> Se estima que la vaca de carne es responsable por el 65 a 75% del total de

energía utilizada en la producción de carne.<sup>55,58</sup> Esto implica que cerca del 50% del total de energía requerida para la producción de carne es utilizada para el mantenimiento de la vaca.<sup>58</sup>

Como ha sido demostrado en diversos trabajos, la tendencia de incremento en el peso maduro del ganado no siempre resulta ser ventajoso o favorable en todos los casos y sistemas de producción a menos que el tipo biológico de ganado empleado sea alimentado de acuerdo a un determinado requerimiento nutricional que le permita lograr la máxima reproducción y máximo crecimiento.<sup>8,9,14,58</sup> En este sentido, Venner (1995)<sup>59</sup> señala que la utilización de forrajes por el bovino depende en gran medida del tamaño de la vaca, del potencial de producción, de la composición corporal y de la raza. Además concluye que: “no hay ninguna vaca mágica que puede servir a todos los efectos, casi cualquier tipo de vaca puede ser eficaz en algún lugar” En la naturaleza, las razas existentes dentro de la misma especie, pueden mostrar marcadas diferencias en función del grado en que se han adaptado y ajustado a un ambiente específico y sistema de producción. De ahí que los diversos tipos biológicos no necesariamente respondan con el mismo grado de eficiencia productiva en un determinado ambiente o sistema de producción.<sup>9</sup>

Son muchos los factores que pueden afectar la eficiencia de producción en el hato de vacas, pero dentro de los más importantes se encuentran la habilidad de producir leche, el comportamiento reproductivo y el tamaño o peso corporal maduro de las vacas.<sup>8,14</sup> Para evaluar la productividad del hato de crianza, existe una gran multiplicidad de indicadores. Sin embargo, uno de los más comunes, prácticos e importantes es la evaluación del crecimiento de los animales.<sup>3</sup> El crecimiento corporal animal es un atributo de todo ser viviente, pero en las especies animales productoras de carne resulta ser un proceso fisiológico de mayor trascendencia.<sup>23,32</sup>

En el ganado de pie de cría la medición del crecimiento es importante ya que la edad de parición de un vientre determina la rapidez con que los animales inicien su vida productiva y por ende el retorno de las inversiones durante la crianza. La reducción de la edad al primer parto anticipa la edad productiva, lleva a una rápida recuperación de la inversión,

aumenta la vida útil y reduce el intervalo entre generaciones.<sup>60</sup> Por lo tanto, la eficiencia reproductiva del macho y la hembra es otro factor importante que afecta la rentabilidad en los sistemas de producción.<sup>16,61</sup>

En la mayoría de los programas de manejo de ganado de carne, una de las metas más importantes es el desarrollo óptimo de las hembras y de los machos para el remplazo. De ahí que la edad a la pubertad tiene un gran impacto económico en la industria bovina de carne.<sup>16</sup> Algunos autores definen la pubertad como el momento en el que la hembra adquiere la capacidad para reproducirse, aparecen los primeros caracteres sexuales secundarios y manifiesta los primeros estros o celos.<sup>7,8</sup> La pubertad es un fenómeno de relevancia en la vida productiva del bovino. Las hembras de razas europeas alcanzan generalmente la pubertad entre los 8 y 12 meses de edad, con un 45 al 60% de su peso adulto y una condición corporal entre 3 y 4. Las novillas más pesadas al destete, alcanzan la pubertad más rápidamente, pero presentan mayor intervalo parto a celo, lo cual ratifica el nexo existente entre la edad a la pubertad y la curva de crecimiento.<sup>62</sup>

La pubertad del macho en razas europeas se ha descrito como el tiempo en donde los órganos sexuales están funcionalmente desarrollados, cuando produce un primer eyaculado que contiene como mínimo 50 millones de espermatozoides, con no menos de 10% de motilidad y en donde la reproducción es posible.<sup>16</sup> El proceso de la pubertad tiene una duración de 3 a 4 meses, desde su comienzo hasta que los testículos están completamente en funcionamiento y la calidad del semen concuerda con los valores normales. La mayoría de los toros de carne entran a la pubertad a los 16-17 meses de edad, alcanzando un peso de 435 kilogramos y una condición corporal de 5.9.<sup>63</sup>

La evaluación del crecimiento es una práctica generadora de información que permite determinar el grado de mejoría logrado en la producción así como instrumentar medidas técnicas adecuadas que puedan incrementar la productividad, acortar tiempos, disminuir costos, favorecer la eficiencia y rentabilidad del modelo de producción de carne.<sup>6,7,10,41,50,52,64</sup>

## Descripción y medición del crecimiento del ganado

En la vida real, los cambios que ocurren en el crecimiento y desarrollo del ganado son relativamente notorios para el ganadero, sin embargo cuando se pretende describir o evaluar el crecimiento objetivamente, la tarea no resulta ser tan sencilla.<sup>27,33</sup> Existen varias formas de describir los cambios que ocurren en el tamaño, forma y proporciones corporales de un animal en crecimiento. Aunque muchas pueden ser de utilidad, no todas son fáciles de determinar en condiciones convencionales.<sup>4,28</sup> Independientemente del procedimiento elegido es importante considerar la congruencia entre el método utilizado y el uso o destino previsto del animal y deberá basarse en una unidad que refleje con precisión el cambio producido en el ganado.<sup>27,28</sup>

La descripción del crecimiento en términos de peso corporal puede expresarse en cualquiera de dos modalidades básicas. En ocasiones podrá expresarse gráficamente en forma de “curvas de crecimiento” mientras que en otras, podrá ser a través de alguna expresión algebraica o modelo matemático. El método seleccionado depende del tipo de estudio.<sup>66</sup>

Cuando el crecimiento se expresa en forma matemática, la mayor parte de los procedimientos empleados, llevan implícito el uso de algún tipo de índice, cuantificando el incremento progresivo en tamaño o masa de alguno de sus componentes (órganos y tejidos) o del cuerpo de un animal con relación al tiempo.<sup>31,35,66</sup>

Cualquiera que sea la característica medida, el crecimiento puede describirse como la evolución de una variable corporal “y” (usualmente peso vivo) con respecto al tiempo. Para describir la evolución de dicha variable será necesaria la medición repetida de la variable en diferentes momentos “t” de la vida de un animal.<sup>3</sup> En este caso el factor tiempo “t”, puede referirse a un lapso o periodo (ganancia diaria promedio para un periodo determinado) o también a una edad determinada.<sup>24</sup> En la mayor parte de los casos no resulta necesario aplicar sistemas sofisticado de ajuste para describir el crecimiento. En términos prácticos, basta con mostrar la evolución de las variables registradas a lo largo del tiempo.<sup>3</sup>

## **Características utilizadas para describir el crecimiento**

Para describir el crecimiento, se requiere de alguna característica corporal que sea medible (perímetro torácico, masa, volumen, longitud, peso), que pueda reflejar los efectos de un determinado tratamiento o ambiente (alimentación, época del año) y que a lo largo del tiempo puedan observarse cambios en las unidades de medición (aumento de peso, talla). En forma general, la descripción del crecimiento puede realizarse a través de mediciones corporales de tipo longitudinal (talla, circunferencias, largo, espesor, etc.), de masa o de peso (peso corporal) o de cantidad de células de un órgano u organismo. Además, las mediciones pueden realizarse sobre todo el cuerpo del animal (talla, peso), en alguna región corporal en particular (perímetro torácico) o en los atributos de algún tejido (espesor de grasa dorsal o profundidad de músculo), entre otros.<sup>24,35,67</sup>

Por varias décadas, el crecimiento animal se ha caracterizado mediante el registro de cambios de peso corporal por unidad de tiempo ya que es un método simple, práctico y poco invasivo, lo que nos permite manejar a los animales sin someterlos a mucho estrés.<sup>4</sup> El pesaje se ha utilizado frecuentemente para comparar los efectos de tratamientos alimenticios, para describir la tasa de crecimiento de los animales o para cuantificar la respuesta de los animales a la selección genética.<sup>24</sup>

Aunque en el caso de los rumiantes es un procedimiento relativamente sencillo, también puede estar sujeto a errores importantes originados por el llenado del tracto gastrointestinal.<sup>4,28</sup> Cuando se determina el peso corporal en los bovinos, las lecturas registradas presentan frecuentemente distorsiones, atribuibles a la ingestión de agua o de alimento previos al pesaje del animal, resultando en un incremento artificial del peso corporal que no está asociado con los tejidos corporales y no representa necesariamente un incremento verdadero en el peso corporal.<sup>35</sup>

Por otro lado, la determinación del peso no nos brinda información respecto a la composición cualitativa de las ganancias de peso. Un animal puede aumentar de peso por acumulación de grasa sin que haya aumento de sus tejidos estructurales y órganos.<sup>28</sup> No

obstante los inconvenientes en su determinación, el pesaje corporal de los animales sigue siendo uno de los procedimientos más utilizados y arraigados dentro de la actividad ganadera.<sup>3</sup> Esto se refuerza por el hecho de que el ingreso procedente de las ventas en cualquier transacción, invariablemente están referidas en términos de peso (\$/kg), ya sea del producto resultante (canal o carne) o por la venta misma del ganado en pie.<sup>33</sup>

## Curvas de crecimiento

Las curvas de crecimiento proveen un resumen matemático de datos en el curso del tiempo sobre el crecimiento de un organismo o parte de este.<sup>49</sup> Las curvas de crecimiento pueden ser utilizadas para definir el curso que tomará el crecimiento de cierto organismo a través del tiempo. Cuando se determina la curva de crecimiento para un grupo de animales en el mismo espacio, bajo las mismas condiciones de manejo, alimentación y clima, será posible inferir con el tiempo, la curva de crecimiento que tendrán animales de la misma especie, bajo el mismo esquema de vida, permitiéndonos así hacer predicciones de manejo más acertadas y efectivas.<sup>32</sup>

Las curvas de crecimiento permiten evaluar parámetros biológicamente importantes, como el tamaño del animal, evaluado como el peso al alcanzar la madurez sexual, o la tasa de crecimiento con respecto a la tasa de maduración sexual. Sin embargo, algunos de estos parámetros solo pueden evaluarse una vez que el crecimiento se haya completado. Por ello, la estimación temprana de los factores puede ser de utilidad para los programas de selección y mejoramiento pues son asociadas a otras características de importancia económica.<sup>4</sup>

La descripción gráfica de los cambios de peso durante el crecimiento, puede ser considerada desde diferentes puntos de vista.<sup>24</sup> Existen varias técnicas para expresar la curva de crecimiento, que podrán estar basadas en criterios como<sup>23,24</sup>:

- 1) crecimiento acumulado (peso corporal-edad) o peso real del animal<sup>4</sup>
- 2) crecimiento logrado por unidad de tiempo (ganancia diaria promedio)<sup>4</sup>
- 3) crecimiento logrado por día de edad.<sup>27,31</sup>
- 4) crecimiento relativo o porcentaje de incremento<sup>28,34,66</sup>

## **Crecimiento acumulado o crecimiento total (curva peso-edad)**

El término “curva de crecimiento”, usualmente evoca la imagen de una curva de tipo sigmoidea que representa una secuencia de medidas de tamaño corporal relacionadas con el tiempo. Aunque con mucha frecuencia el peso es la característica más utilizada como medida de crecimiento, es importante tener presente que alternativamente pueden utilizarse otras como los perímetros corporales o la talla, entre otras. Cuando este es el caso, puede entonces ser válido el uso de un término más general como “curva de tamaño-edad”, o si se requiere hacer la distinción a la característica utilizada como medida de tamaño pueden utilizarse términos más específicos como “curva peso-edad” (Fig 4), “curva talla-edad” (Fig. 5), etc.<sup>44</sup> Cuando los aumentos en longitud, área o masa se grafican relacionándolos con el tiempo se obtienen las curvas de crecimiento típicas.<sup>66</sup>

A este tipo de curvas también se les conoce comúnmente como “curva biológica de crecimiento”, aunque también es posible que sean referidas con otros nombres como: “curva de crecimiento total”(Fig 6), “curva de crecimiento temporal” (Fig 7). “curva de crecimiento acumulado” (Fig 8), “curva de crecimiento ponderal” (Fig 9).<sup>3,4,49</sup>

Los animales no crecen instantáneamente, ya que todos los procesos involucrados requieren tiempo.<sup>2,32</sup> Si se utilizara el registro de peso corporal en un lapso en particular (dos momentos diferentes) para describir el crecimiento, únicamente se estaría describiendo el desarrollo del animal hasta entonces y en forma parcial.<sup>6</sup> Esto nos llevaría a la suposición de que la trayectoria del crecimiento fuera linealmente creciente, pero en la vida real la evolución del crecimiento no ocurre así. De ahí que para describir la evolución real del crecimiento a lo largo de la vida del animal será necesario que las mediciones se realicen en forma repetida conforme el animal avanza en edad, desde la etapa de neonato hasta la madurez.<sup>35,67</sup>

En esta modalidad el crecimiento se expresa como el aumento acumulando durante un periodo de tiempo determinado.<sup>28</sup> Mide el aumento del peso corporal de un organismo en



función del tiempo (edad). Se analiza mediante la curva sigmoidea de crecimiento vista, cuya fórmula general sería<sup>34</sup>:

$$P = f(t)$$

$P$  = peso vivo del animal,

$f$  = función con respecto al tiempo

$t$  = que es el tiempo (edad)

La expresión del tamaño corporal puede ser representada por un conjunto de puntos edad-peso que gradualmente cambian hasta alcanzar una meseta en la madurez.<sup>8</sup> La curva de crecimiento acumulado o de crecimiento total expresa el crecimiento como un aumento acumulativo durante un periodo predeterminado o a lo largo de la vida del animal.<sup>28</sup>

Los resultados del crecimiento acumulado se han empleado comúnmente para describir los patrones de crecimiento de los animales o tejidos.<sup>24</sup> El registro acumulado de los pesajes provenientes de diferentes momentos, son de mayor utilidad para determinar el crecimiento de un animal, ya que con la información secuencial de pesos, es posible describir en forma práctica, la velocidad y magnitud de cambio en los pesos corporales, así como establecer relaciones entre el aumento o disminución del peso con procesos fisiológicos como la pubertad, gestación, parto y lactancia (figura 3).<sup>14</sup>

En forma teórica, si las mediciones de peso se registran con frecuencia y en un número suficiente de ocasiones desde el nacimiento hasta la senescencia la curva de crecimiento pudiera adquirir una forma sigmoidea clásica.<sup>35</sup> Sin embargo, el inconveniente es que al graficar los distintos pesajes acumulados en el tiempo, también es posible registrar las fluctuaciones (pérdidas o ganancias) derivadas por efecto de la gestación, parto, lactancia, cambios de alimento por estacionalidad y efectos del clima (figura 3).

Para eliminar este efecto de los cambios fisiológicos y ambientales se han desarrollado recursos matemáticos (modelos de crecimiento o funciones matemáticas) para resumir

información y describir simplificada la evolución del crecimiento.<sup>7</sup> Matemáticamente, esta curva se puede describir como una función del peso maduro, tasa de crecimiento fraccional y la edad.<sup>2,7</sup>

Cuando el peso vivo de un animal es graficado de forma simplificada en un eje de coordenadas cartesianas, como una función del tiempo o edad, se produce una curva de crecimiento muy característica “sigmoidea” o en forma de “S”.<sup>3,10,15,24,32,41</sup> En las gráficas de crecimiento acumulado, el eje de las abscisas corresponde a la edad o el incremento en el tiempo (minutos, días, horas, años dependiendo de los organismos en estudio) y el eje de las ordenadas corresponden al crecimiento descrito en términos de número de talla o peso de un animal.<sup>35,41,69</sup> (Fig 10 y 11)

En una curva simplificada de tipo sigmoidea el crecimiento inicia en un punto fijo, incrementando su tasa en forma creciente hasta alcanzar un punto en donde la tasa de crecimiento disminuye y que se le conoce como punto de inflexión. A partir de este la tasa de crecimiento se aproxima a un valor final asintóticamente.<sup>34,44</sup> De este modo se puede considerar que el crecimiento muestra dos etapas y que son consistentes con las fases de aceleración y desaceleración observables en la realidad durante el crecimiento del ganado.<sup>32</sup>

En la curva de crecimiento, típicamente se pueden distinguir dos fases:

- a) Una fase de auto aceleración al principio de la vida, en la cual el potencial de crecimiento del animal es muy elevado y se realiza con ganancias importantes de peso en valor absoluto por unidad de tiempo (figura 12).
- b) La segunda parte de la curva determina la fase de auto inhibición. A partir de cierta edad que generalmente corresponde con la pubertad, el potencial de crecimiento disminuye. Las ganancias de peso realizadas por unidad de tiempo son cada vez más pequeñas, hasta que finalmente el animal alcanza la madurez, por lo cual, en esta etapa la curva es de inclinación decreciente (figura 12).

Aunque en forma general se representa la curva en dos fases (aceleración y desaceleración), algunos autores han conceptualizado la curva de crecimiento en el cual se pueden observar al menos tres etapas, iniciando con una fase de aceleración, seguida de una fase lineal y finalmente una fase de desaceleración la cual se desvanece conforme el animal alcanza la madurez.<sup>3,4,32,49</sup>

Para su estudio es posible observar 3 fases específicas:

1. **Fase inicial o de aceleración.** Durante la cual las células se preparan para crecer. Si el aporte de nutrientes es adecuado y dichos compuestos están presentes en el ambiente, esta fase es corta. Esta fase se manifiesta desde la concepción hasta el nacimiento.<sup>2,34,44</sup>
2. **Fase exponencial.** También llamada logarítmica, es la fase donde el potencial de crecimiento del animal es muy elevado y se realiza con ganancias de peso importantes en valor absoluto por unidad de tiempo. Se puede considerar que esta fase principia con el momento del nacimiento.<sup>1,3,10,15</sup> Durante esta etapa muestra un crecimiento con ritmo acelerado hasta un punto donde la forma de la curva cambia y se le conoce como punto de inflexión. Este punto señala el momento donde la velocidad de crecimiento (crecimiento corriente) alcanza su máximo nivel y posteriormente cambia el ritmo de crecimiento decreciente. En algunas especies coincide con la pubertad.<sup>28,34,44</sup>
3. **Fase estacionaria.** Durante un periodo posterior al punto la fase exponencial el crecimiento persiste, pero con un ritmo desacelerado. Mantiene ganancias de peso por unidad de tiempo cada vez más pequeñas, hasta que el animal alcanza un peso determinado en donde se estabiliza al alcanzar la madurez. Este punto corresponde matemáticamente con la asíntota horizontal. El crecimiento activo disminuye, ya que un buen número de células empiezan a morir en lugar de multiplicarse.<sup>2,34,44</sup>

El punto en que cesa la aceleración del crecimiento para iniciar la desaceleración del mismo, se conoce como punto de inflexión, que en los animales superiores coincide con la pubertad,<sup>1,28</sup> y es el punto donde la velocidad de ganancia es mayor, inmediatamente antes

de comenzar a descender, como lo indica la curva de ganancia diaria (figura 12). Su coincidencia con una época de profundos cambios endocrinos obliga a pensar que la producción de ciertas hormonas ejerce una acción decisiva sobre el proceso del crecimiento. Este punto, como indica un aumento fisiológico definido, es importante para establecer la equivalencia de edades entre especies y entre razas de una misma especie, lo que permite hacer comparaciones de crecimiento entre ellas.<sup>1,3</sup>

Las razones de estas fases son complejas. La curva sigmoidea muestra que durante las primeras etapas del crecimiento, el aumento de masa corporal supera ampliamente a las pérdidas. Esta diferencia entre el aumento y la pérdida de masa animal se mantiene relativamente constante durante esta fase y el incremento de peso es lineal con relación a la edad. Sin embargo, cuando el animal se convierte en adulto, las tasas de ganancia y de pérdida muestran un cambio en el equilibrio y la curva que representa el crecimiento se convierte en curvilínea.<sup>28,32</sup>

De hecho, cada componente del cuerpo, así como un determinado músculo o hueso, tiene su propia curva de crecimiento y el cambio de peso vivo es la integral de todos ellos.<sup>32</sup> En los bovinos de carne la curva de crecimiento sigmoideo, indica que el crecimiento en el peso corporal es continuo del nacimiento hasta los 30 meses de edad, con un rápido crecimiento durante la etapa juvenil, seguido de un lento crecimiento conforme se acerca a su peso maduro.<sup>34</sup> El rápido incremento de peso corporal en la etapa juvenil se debe al desarrollo de estructuras óseas y masa muscular, desarrollo de órganos y tejidos del animal con poco depósito de grasa. Después de este rápido periodo de crecimiento, existe un lento aumento de peso corporal y esto se debe principalmente al desarrollo muscular. Durante la última fase, conocida como finalización, el aumento de peso se debe en gran parte al depósito de grasa en las diferentes partes del cuerpo del animal.<sup>34</sup>

El tiempo requerido para alcanzar el punto al cual el crecimiento es lento y cesa, varía entre especies, y las diferencias en las tasas de crecimiento pueden también encontrarse entre razas dentro de la misma especie. Algunas de estas diferencias son fácilmente atribuibles a

diferencias en el tamaño maduro final de las razas de animales, también como a diferencias genéticas en la tasa de crecimiento de animales dentro de la misma raza.<sup>35,49</sup>

Una de las razones por las cuales el crecimiento también puede describirse en términos de velocidad de crecimiento o tasa de crecimiento, es debido a que la forma de la curva de crecimiento acumulado está influenciada principalmente por la velocidad de crecimiento.<sup>34</sup>

La velocidad de crecimiento en términos simples es el ritmo de crecimiento o cambio en las mediciones de este durante un periodo. Esta se da en 3 fases una de aceleración, seguida de una fase linear y por último por una fase de desaceleración, la cual se va perdiendo hasta que el animal alcanza la madurez.<sup>10</sup>

## **Crecimiento por unidad de tiempo**

Es la expresión utilizada con más frecuencia por los ganaderos, con la cual suelen referirse al promedio de aumento diario de peso conseguido por un animal o grupo de ellos así como en aquellos animales destinados para el abasto.<sup>23,27,28</sup>

El crecimiento por unidad de tiempo no es tan complejo como el análisis de curvas de crecimiento, las tasas de crecimiento expresadas como crecimiento por día de edad y peso del músculo por día de edad, han sido el medio para identificar y cuantificar las respuestas de los animales a tratamientos nutricionales o a la selección genética, ya que, a diferencia del peso corporal acumulado, la tasa a la cual ocurre el crecimiento por tiempo es la mejor medición de la habilidad del animal para producir o ganar peso.<sup>24,27</sup>

Cuando el crecimiento se determina por unidad de tiempo, de alguna manera implica considerar el concepto de rapidez o de velocidad, el cual además puede ser explicado y determinado en forma matemática.<sup>4</sup> De esta manera es más fácil observar los cambios de velocidad de crecimiento que se mencionaron para la curva de crecimiento acumulado.<sup>28</sup>

Al inicio el peso se incrementa lentamente (figura 13), hasta que la velocidad de crecimiento alcanza un nivel máximo y luego disminuye hasta que el incremento en el peso vivo en los animales viejos es mínimo.<sup>2,25,41,69</sup>

El punto donde se logra la máxima velocidad de crecimiento, coincide con el punto de inflexión de una curva de peso acumulado (descrita anteriormente) y que es el punto donde la curva sigmoidea cambia de forma.<sup>4</sup> Como puede apreciarse la forma en que ocurren los incrementos de peso, tienen diferente gradiente dependiendo del tiempo en que se determine.

## Velocidad de crecimiento

La velocidad de crecimiento también se le conoce como “tasa de crecimiento”, “aumento promedio diario de peso”, “aumento de peso por unidad de tiempo” o “ganancia diaria de peso.”<sup>23,27,28,31,34</sup> (Figura 14)

La tasa o velocidad de crecimiento “ $v$ ” mide el incremento promedio de peso cada día desde un pesaje inicial hasta el último pesaje.<sup>27,34</sup> Es un procedimiento relativamente sencillo, ya que solamente requiere la realización de dos pesajes en dos fechas diferentes, para obtener la diferencia de pesos ( $dP$ ) y la diferencia lograda en determinado tiempo.<sup>27,28</sup> Usualmente se determina con la fórmula:

$$v = \frac{dP}{dt} = \frac{P_f - P_i}{t_f - t_i}$$

Donde  $dP$  es la diferencia entre pesajes,  $dt$  es la diferencia en días entre pesajes,  $P_f$  es el pesaje final o más reciente,  $P_i$  es el peso inicial del periodo de estudio.<sup>27,28</sup> Para determinar el dato solamente es preciso restar del peso final ( $P_f$ ) el peso inicial ( $P_i$ ) y dividir la diferencia por el número de días transcurridos ( $t_f - t_i$ ) entre ambas determinaciones.<sup>23</sup>

Entre sus principales ventajas, se puede mencionar que su determinación no requiere procedimientos complicados de ajuste, aunque tiene el inconveniente de asumir que la velocidad de crecimiento tiene un comportamiento lineal, especialmente si el lapso entre los pesajes es prolongado.<sup>28</sup> Para solventar este inconveniente, las determinaciones (pesajes) se pueden realizar secuencialmente y graficar con relación al tiempo (edad del animal). El resultado será una curva de forma campaniforme típica, donde se puede observar que la velocidad de crecimiento no es uniforme, registrándose cambios de velocidad a lo largo de la vida del animal. El crecimiento aumenta a un ritmo acelerado a partir de la concepción en forma lineal hasta alcanzar un máximo que generalmente coincide con la pubertad y posteriormente inicia un descenso progresivamente gradual.<sup>28,34</sup>

## **Crecimiento por día de edad**

La ganancia de peso por día de edad es un procedimiento de medición del crecimiento que resulta de gran utilidad en términos prácticos, especialmente en aquellos animales para crianza y más aún para los animales destinados al abasto.<sup>3,27</sup> A pesar de su gran aplicación práctica, es importante que en el procedimiento sean contemplados algunos principios relacionados con la operatividad y la realización de algunos ajustes matemáticos para solventar los inconvenientes del método.

Como se mencionó anteriormente, en los rumiantes el pesaje tiene algunos inconvenientes con el llenado del tracto digestivo, especialmente en los animales que consumen cantidades elevadas de forraje o se encuentran en pastoreo. De acuerdo con las recomendaciones sugeridas por el ICAR los inconvenientes se pueden solventar determinando el valor promedio de dos pesajes realizados en dos días consecutivos que bajo condiciones reales de campo resulta poco viable. Alternativamente se puede utilizar un solo pesaje realizado después de un periodo de ayuno y restricción de agua de 12 horas, lo que se restringe a un solo día de operación. Pero por otro lado, también debe considerarse que cuando se desea realizar un pesaje a una determinada edad, no es operativo realizar el pesaje de cada animal cuando el día en que cumple la edad predeterminada. Por ello es importante normalizar los resultados ajustando los pesos a una edad estándar que permita la comparación entre animales. Como ejemplo, en nuestro medio las edades a las cuales suelen ajustarse los pesajes son a los 205 días (peso al destete) y 365 días (peso al año) dependiendo del sistema productivo.<sup>3,70</sup>

Con este procedimiento también se puede determinar la velocidad de crecimiento, considerando la evolución de las variables registradas (pesajes) entre una fecha de referencia predeterminada (edad pre-establecida o estándar) y un momento inicial. El cálculo del peso a una edad determinada se realiza simplemente por interpolación, mediante la siguiente expresión matemática general:



$$y_a = \left[ \frac{y_{t_2} - y_{t_1}}{t_2 - t_1} (t_a - t_1) \right] + y_{t_1}$$

Donde  $y_a$  es el peso ajustado a un tiempo de referencia “ $a$ ”,  $y_{t_2}$  e  $y_{t_1}$  son los pesos reales obtenidos en momentos  $t_2$  (final) y  $t_1$  (inicial) y donde  $t_2 - t_1$  es la diferencia entre el tiempo del último pesaje y el primero. Donde  $t_a$  es el tiempo de referencia para el ajuste. Por la forma de su cálculo, asume que la velocidad de crecimiento medido es lineal. Esta asunción será válida en tanto que el tiempo transcurrido entre  $t$  y  $0$  sea suficientemente corto. Por el contrario el resultado será cuestionable si el periodo de estudio ocurre cuando ocurre el punto de inflexión (pubertad), o periodos muy distantes a la fecha de interés.<sup>3</sup>

En los animales criados con fines de reproducción, el ganadero utiliza el peso del becerro a los 205 días de edad para evaluar la tasa de crecimiento en los animales al destete. Los pesos de los becerros destetados a varias edades pueden ser ajustados matemáticamente a una edad común de 205 días de tal suerte que sus tasas de crecimiento puedan ser comparadas en una base igual. El ajuste de pesos de destete a 205 días es determinado a través de una fórmula matemática sencilla derivada de la fórmula general mencionada en líneas anteriores.<sup>27</sup> :

$$\text{Peso a 205 días} = \left[ \frac{\left( \frac{\text{peso al destete} - \text{peso al nacimiento}}{\text{fecha de destete} - \text{fecha de nacimiento}} \right) \times (205 \text{ días}) \right] + \text{peso al nacimiento}$$

En la crianza o finalización de ganado, el propósito de estimar los pesos a edad fija está dado por la necesidad de calcular la ganancia diaria o velocidad de crecimiento hasta esa edad, lo que se puede expresar mediante la siguiente ecuación general.<sup>3</sup> :

$$vc = \left[ \frac{y_a - y_{t_1}}{t_a - t_1} \right] + y_{t_1}$$

En la engorda, los animales son comercializados a un peso determinado después de haber transcurrido un periodo corto de crecimiento y la tasa de crecimiento es registrada como el número de días empleados para alcanzar el peso establecido previamente.<sup>27</sup> En este tipo de

ganado normalmente se lleva a cabo durante la fase de crecimiento lineal, por que los problemas de sesgo en los ajustes son mínimos y bastará con estudiar el comportamiento de los datos para aceptar o rechazar la bondad del ajuste.<sup>3</sup> Para su cálculo, se divide el peso objetivo entre el tiempo requerido para su obtención, con la fórmula que se describe a continuación.<sup>27</sup>

$$Tasa\ de\ crecimiento = \left[ \frac{\text{peso objetivo}}{\text{tiempo requerido}} \right] = \left[ \frac{(\text{peso final esperado} - \text{peso al inicio})}{(\text{fecha de salida} - \text{fecha de ingreso})} \right]$$

## Crecimiento relativo o ganancia relativa de peso

La ganancia relativa de peso, también es conocida como “porcentaje de aumento de peso por unidad de tiempo”, “ganancia relativa de peso” o “velocidad relativa de crecimiento.”<sup>3,49</sup> Es la variación en el tiempo de la relación  $y_t / y_0$ . Es decir el incremento de la variable, registrada en el momento  $t$ , con respecto al valor de la variable de inicio o del momento  $0$  (Fig 15).<sup>3</sup>

El porcentaje de aumento de peso puede expresarse de la siguiente manera:

$$\text{Porcentaje de incremento} = \frac{P_f - P_i}{P_i} \times 100$$

$$P_f = \text{Peso Final}$$

$$P_i = \text{Peso Inicial}$$

Cuando los valores obtenidos en forma repetida y se grafican, se puede observar que la curva del crecimiento descrito de esta siempre es decreciente.<sup>49</sup> La forma de esta curva es muy similar para todas las especies animales, exceptuando el hombre, que se caracteriza por tener una edad infantil y juvenil muy prolongada.<sup>28</sup>

Este parámetro permite ajustar diferencias de formato de los animales y resulta una aproximación más correcta a la comparación de razas o líneas de animales.<sup>3</sup> En la mayoría de las especies la pubertad se presenta cuando el animal ha alcanzado alrededor del 30% de su peso adulto. En cambio, el hombre en el momento de la pubertad ha alcanzado el 60 a 70% de su peso adulto.<sup>28</sup>

En la producción animal se suele expresar en escala logarítmica como  $\ln (y_t / y_0) / (t - t_0)$ . Tiende a dar mayores valores en aquellos individuos o poblaciones que presentan mayor velocidad de crecimiento con menores valores de inicio.<sup>3</sup>

En el cuadro 2, se expresa la evolución de las distintas formas de medición del crecimiento a lo largo de la vida del bovino en general. (Sánchez) y en la Fig 16 tenemos la Representación esquemática comparativa de curvas de crecimiento del bovino, como ejemplificación de los temas discutidos anteriormente.

## **Los modelos matemáticos para describir el crecimiento**

Las largas series de cambios en tamaño y pesajes observados durante la vida de los animales son difíciles de explicar. Una manera apropiada de simplificarlos y utilizarlos con pocos parámetros es el uso de modelos matemáticos. Los modelos de crecimiento pueden explicar matemáticamente el curso del crecimiento durante toda la vida, pero para lograr esto, deben cumplir con ciertos requerimientos. Los pesos estimados deben corresponder a los pesos que fueron observados y los parámetros deben alcanzar valores biológicos. Los parámetros de las curvas de crecimiento individuales son variables fenotípicas apropiadas para la evaluación del curso de crecimiento y la madurez.<sup>71</sup>

### **Concepto general de modelo**

El modelo matemático es una ecuación o conjunto de ecuaciones que representan el comportamiento de un sistema.<sup>72,41</sup> El modelado es un método de trabajo que proporciona un buen medio para entender y reducir la complejidad de un sistema.<sup>73</sup> En un modelo matemático las entidades de un sistema y sus atributos se representan mediante variables matemáticas. Las actividades se describen mediante funciones matemáticas que interrelacionan las variables.<sup>65</sup>

En el contexto de medición del crecimiento, un modelo es una representación simplificada de algún aspecto de la realidad y no debe confundirse con el significado común de la palabra: “algo digno de ser imitado”<sup>3</sup> La capacidad de representar conceptual y numéricamente las situaciones ordinarias o novedosas que se presentan en el campo de trabajo, permite hacer una evaluación objetiva y más precisa de un sistema.<sup>74</sup>

## **Aplicaciones de los modelos matemáticos en la ganadería**

Los modelos matemáticos tienen diversas aplicaciones de utilidad en la ganadería, ya que tienen capacidad para describir y predecir el comportamiento de un sistema. El uso de modelos matemáticos permite describir de forma regular los procesos biológicos, realizar análisis cuantitativos detallados, predecir el comportamiento de los objetos en diversas condiciones y desarrollar técnicas que permitan establecer estrategias de trabajo y lograr producciones óptimas.<sup>3</sup>

Con el auxilio de un modelo de crecimiento se puede realizar evaluaciones sobre el nivel de producción en las empresas ganaderas. Dichas funciones permiten clasificar de forma sencilla la productividad de una raza específica para una zona, en un ambiente y manejo determinado.<sup>4</sup> El enfoque de sistemas y los modelos de simulación tiene la capacidad de optimizar recursos, ya que por medio del estudio de la dinámica del crecimiento es posible simular la producción de carne de los bovinos y, de esta manera, conocer las mejores alternativas de producción.<sup>41</sup> La apropiada descripción matemática de la dinámica de crecimiento a nivel comercial puede ser usada para explicar los patrones observados en campo, comparar tasas y predecir el comportamiento productivo de lotes en una empresa en particular. Así, un modelo de crecimiento ajustado brinda una oportunidad para describir características importantes, tales como la precocidad, la ganancia diaria, el peso adulto y el intervalo de tiempo entre el nacimiento y la madurez.<sup>75</sup> Con los modelos matemáticos es posible calcular los valores máximos de los crecimientos medio y corriente, pudiendo determinar las edades de sacrificio que permitan obtener el máximo beneficio económico.<sup>4</sup>

El modelado del crecimiento de los rumiantes ha recibido mucha atención a lo largo de los años, en el campo de la práctica de la nutrición animal y de la investigación. Dado que el crecimiento animal puede ser descrito por medio de funciones matemáticas es posible predecir el desempeño de la evolución del peso vivo.<sup>4</sup> En los sistemas de producción animal, las curvas de crecimiento aportan información de utilidad para los programas de alimentación, ya que con ellas se pueden realizar estimaciones de requerimientos diarios y totales de alimento para el crecimiento del ganado.<sup>4,76</sup>

Estos modelos predicen la grasa corporal a partir del consumo de energía y la tasa de crecimiento o predicen la utilización de la energía y proteína a partir de la composición y consumo de alimento. Otros factores como sexo y raza han sido estudiados también.<sup>41</sup>

Los modelos desarrollados pretenden la predicción del crecimiento para proporcionar información que permite realizar programaciones de alimentación, manipular las tasas de crecimiento y la composición corporal por medio de la alimentación.<sup>4,5,77</sup>

En los sistemas de producción de pastoreo, la definición de las curvas de crecimiento, resultan ser de utilidad para estimar la carga de los animales en desarrollo y mediante la estimación del peso a la madurez se puede calcular el costo de mantenimiento del hato.<sup>68</sup>

Por otro lado los modelos permiten medir cambios genéticos de una generación a otra que estén relacionados con el nivel de producción y han sido utilizados ampliamente para estimar los cambios en el peso vivo o talla con respecto a la edad, de modo que el potencial genético para el crecimiento puede ser evaluado.<sup>4,11,77</sup> En algunos casos es utilizado como criterio de selección. Sin embargo debe tenerse en cuenta que el crecimiento no se debe exclusivamente a factores genéticos sino también, a factores ambientales.<sup>3,4,76,</sup>

Es por esto que en la investigación pecuaria, el desarrollo de modelos para simular procesos biológicos relacionados con la eficiencia de la producción, se ha convertido en una práctica que, al encontrar sustento en la información generada, obtiene crédito por su utilidad en el pronóstico de resultados bajo situaciones y condiciones específicas; lo que permite plantear nuevas hipótesis y orientar la investigación actual a los puntos más críticos que limitan la producción animal.<sup>78,79</sup>

## **Modelos matemáticos no lineales**

Cuando se obtienen pesajes subsecuentes y regulares de un mismo individuo, desde el nacimiento hasta la madurez, es posible construir una curva de peso-edad para representar el crecimiento. Debido a la gran cantidad de datos generados durante el crecimiento pueden surgir dificultades para el análisis e interpretación.<sup>7,8,71,80</sup> El desafío es cómo condensar la matriz de puntos de datos para un animal en un conjunto manejable de parámetros con significado biológico.<sup>81</sup>

Como modelos matemáticos no lineales podemos entender a las ecuaciones que se utilizan cuando las variables no se comportan de manera lineal. Estas permiten graficar una amplia gama de problemas que no pueden ser resueltos con ecuaciones lineales, como por ejemplo el crecimiento de los seres vivos o el crecimiento de poblaciones.<sup>80</sup>

Las funciones no lineales de crecimiento proporcionan un resumen matemático de datos en el curso del tiempo sobre el crecimiento de un organismo o parte de un organismo.<sup>82</sup> Se han propuesto varios enfoques para tratar los datos de crecimiento, entre ellos se encuentran las tradicionales “funciones de crecimiento”, las cuales explican la trayectoria del crecimiento, utilizando un pequeño conjunto de parámetros definidos por una ecuación determinística, siendo el método más común para evaluar el crecimiento.<sup>7</sup>

El uso de modelos matemáticos no lineales o “ecuaciones de curva de crecimiento” permite simplificar, describir en forma numérica el comportamiento de los datos y hacer un análisis cuantitativo del crecimiento con pocos parámetros que resulten ser eficientes y biológicamente interpretables.<sup>81</sup> Para ello se han desarrollado un gran número de dichas funciones, con pocos parámetros.<sup>8</sup> Este enfoque evita los riesgos interpretar de forma independiente un gran número de puntos de peso-edad que están sujetos a efectos ambientales temporales, errores de medición y las influencias ambientales aleatorias.<sup>7,44</sup>



El término función de crecimiento generalmente se utiliza para denotar una función analítica que puede ser escrita como una sola ecuación (distinta a las ecuaciones lineales). Por lo tanto, una función general de crecimiento

$$W = f(t)$$

*donde se conecta el peso  $W$  con el tiempo  $t$  y  $f$  expresa algún tipo de relación funcional.*<sup>82</sup>

Entre las muchas ecuaciones que han sido utilizadas para predecir el crecimiento para el ganado se incluyen las ecuaciones propuestas por Gompertz (1825); la función de Verlhulst (1838), conocida como Logística; Brody (1945)<sup>30</sup>; von Bertalanfy (1957); Feller; Richards (1959); Fabens (1965); Cartwright (1970)<sup>78</sup>; France y Thornley (1984)<sup>72</sup>; Weiss y Kavanau; Fitzhugh; Laird y Parks, por citar algunos ejemplos.<sup>4,6,10,44,65</sup> Las más utilizadas para describir los patrones de crecimiento de ganado de carne son: Gompertz, Logística de Robertson, Brody<sup>30</sup>, Bertalanfy y Richards. Todas son casos especiales de la función general de crecimiento de Richards. Los casos especiales difieren en el número de parámetros y a diferencia del modelo de Richards, los demás mantienen el parámetro  $m$  como una constante fija determinada.<sup>8</sup>

## Características generales de algunos de los modelos más utilizados

### Modelo de Richards (1959)

Es la función de crecimiento más general, flexible y útil para el análisis biológico del crecimiento. Es un modelo no lineal generalizado, con cuatro parámetros. Su importancia radica en la flexibilidad del punto de inflexión, dependiendo del parámetro  $m$  que debe estimarse para cada análisis, por lo que se logra una mejor interpretación biológica.<sup>3</sup> Sin embargo los cálculos necesarios para su ajuste requieren de más trabajo que los modelos de tres parámetros.<sup>8,34,44</sup> El modelo propuesto queda definido como:

$$W_t = A(1 - be^{-kt})^m$$

Donde  $W_t$  es el peso (kilogramos) a la edad  $t$  (días),  $e$  es la base los logaritmos naturales.  $A$ ,  $b$ ,  $k$  y  $m$  son los parámetros a estimar.

$A$  = es el valor asintótico para el peso vivo cuando  $t \rightarrow \infty$ , generalmente es interpretado como peso maduro

$b$  = es una constante de integración para el parámetro en escala de tiempo que se ajusta para las situaciones en donde  $W_0$  (peso inicial) y/o  $t_0$  (tiempo de origen) es diferente de cero

$k$  = es la tasa de aproximación al peso maduro o tasa de maduración

$t$  = es la edad del animal

$m$  = es un parámetro de pendiente que permite un punto de inflexión variable.

Este modelo es más apropiado para bovinos con edades superiores a 10 meses de edad.<sup>10,34</sup>

### Modelo de Brody (1945)<sup>30</sup>

El modelo de Brody ha sido aplicado para caracterizar los datos de crecimiento en ganado vacuno con más frecuencia, por ser un modelo computacional con facilidad de proyectar el

crecimiento.<sup>17</sup> El modelo de Brody fue plasmado en su libro *Bioenergetics and Growth* (1945). Se basó en el concepto de la edad fisiológica y considera la velocidad de crecimiento proporcional al crecimiento que queda por efectuar. Las tasas de crecimiento, por tanto, disminuyen a medida que aumenta el peso y la edad.<sup>3</sup> Brody demostró que aún los más complejos patrones de crecimiento se pueden hacer mucho más simples al colocar los puntos de crecimiento en papel semilogarítmico, tomando el peso contra el tiempo. El vio que utilizando ecuaciones de este tipo se puede lograr una buena descripción de la curva de crecimiento. El modelo de Brody carece de punto de inflexión.<sup>41</sup> Este modelo describe bien la fase final del crecimiento y es útil en especies como el bovino, ya que los becerros nacen a una edad fisiológicamente tardía, con lo que se supera la fase inicial que describe la función exponencial.<sup>1,10,34,44</sup> La curva de Brody define bien el crecimiento y tiene buena bondad de ajuste cuando se emplea en periodos postdestete (6 meses en bovinos, a partir del 30% del peso adulto, tras el punto de inflexión)<sup>41</sup> Es uno de los más utilizados, debido a su fácil estimación y a su bondad de ajuste especialmente en los animales mayores a 6 meses de edad.<sup>10,34,44</sup> Aunque tiene ventajas prácticas y simplicidad, algunos autores han señalado algunas desventajas. Se adapta menos a las fluctuaciones de los pesos y suele subestimar el peso al nacimiento aunque para otros autores sobrestima el peso al nacimiento y subestima el peso al destete respecto de la curva de Richards. Para Berlanga et al., (1995)<sup>83</sup>, en general tiene un buen ajuste en la descripción del crecimiento predestete en bovinos de carne, pero produce una ligera subestimación de los pesos en las primeras edades (entre 0 y 21 días), una posterior sobrestimación (entre los 21 y los 130 días) y finalmente una ligera subestimación a partir de los 130 días.<sup>34</sup>

### **Modelo de Von Bertalanffy (1957)**

El modelo de von Bertalanffy fue desarrollado por el biólogo Ludwing von Bertalanffy en función del tiempo de vida, es un modelo de tipo exponencial para el crecimiento individual. El modelo de crecimiento de von Bertalanffy, considerará la talla del cuerpo del animal como una función de la edad.<sup>4</sup> Presenta características parecidas al anterior, aunque su autor la derivó a partir de tasas de anabolismo y catabolismo del animal.<sup>1,3</sup> Von Bertalanffy llegó a la misma expresión que Brody, estableciendo que un organismo es

análogo a un sistema de reacciones que obedecen a la ley de las masas. El punto de inflexión está fijo en  $8/27$  o  $29.63\%$  del valor del peso adulto. Este modelo se ajusta bien a la mayor parte de los datos observados acerca del crecimiento en varias especies de animales y es representado por el modelo<sup>34</sup> :

$$W_t = A(1 - be^{-kt})^3$$

La curva de von Bertalanffy presenta el mejor ajuste global de las curvas biológicas, siendo superada sólo por las polinómicas. De acuerdo con algunos autores es uno de los mejores modelos para ajustar las curvas de crecimiento en bovinos.<sup>34</sup> Presenta una ligera sobrestimación de los pesos iniciales y una menor subestimación de los pesos finales.

### **Modelo de Gompertz (1825)**

Desarrollado por Benjamín Gompertz en 1825 para estudiar las leyes de natalidad y mortalidad humanas.<sup>1</sup> Se basa en que la tasa de crecimiento relativo decrece de forma exponencial y permite incorporar las fases de aceleración y desaceleración en una misma ecuación. La curva es asimétrica respecto de su punto de inflexión, siendo el ritmo de desarrollo más lento después de alcanzado este punto.<sup>3,72</sup> Básicamente predice el peso del animal de una constante elevada a una potencia, el cual esta elevado a otra potencia, basado en el tiempo del estudio. Ha demostrado ajustarse bien a información para el crecimiento prenatal, particularmente en el caso de ovinos y cérvidos.<sup>62</sup> La bondad del ajuste la sitúa en la zona intermedia dentro de las curvas biológicas, sobrestimando los pesos juveniles y subestimando los más tardíos; considera que la desaceleración final para crear una curva sigmoidea tiene su origen al utilizar proporciones logarítmicas. Este modelo se ajusta bastante bien a los datos de animales monogástricos, por lo que se ha convertido en una curva de crecimiento estándar en conejo, pollo, ratón y cerdo.<sup>1</sup> El modelo está definido por la ecuación:

$$W_t = Ae^{-be^{-kt}}$$

Winsor propuso usar este modelo para la descripción de fenómenos biológicos y económicos asociados al crecimiento. Este modelo asume que la tasa de crecimiento postnatal se incrementa monotónicamente hasta cuando alcanza un máximo y después decrece en forma monótona asintóticamente. La correspondiente curva de crecimiento es una sigmoide, con un punto de inflexión (el cual corresponde a la máxima tasa de crecimiento con la edad) y una asíntota.<sup>32</sup> En la fase inicial de la curva se observa un periodo donde la tasa de crecimiento es cercana a 0, también denominada fase lag y se describe como el tiempo en el cual se presenta la maduración del sistema inmunológico y se estructura el requerimiento de mantenimiento, su duración está limitada por el valor delta. Este valor corresponde a la edad, a la cual la línea tangente al punto de inflexión, corta el eje X.<sup>75</sup>

El punto de inflexión es fijo y se encuentra en 1/3 o 33.33% del valor del peso adulto, lo cual es cierto para algunos procesos de crecimiento, pero no para todos. Para los bovinos se ha señalado que tiene menos sesgo al estimar el parámetro A y ha sido el modelo de elección en algunos estudios. Aunque también se ha observado que sobrestima los pesos al nacimiento y los pesos a edades tempranas del bovino.<sup>34</sup>

### **Modelo Logístico (1838)**

Fue propuesta por Verhulst en 1838 para expresar la ley de crecimiento de poblaciones humanas.<sup>3,34</sup> Puede modelar una curva sigmoidea que es simétrica respecto del punto de inflexión. En este punto la función alcanza un 50% del valor asintótico, considerando la velocidad de crecimiento proporcional al crecimiento efectuado y al que queda por efectuar. Se aproxima en su segundo tramo a la función de Brody, pero en su primer tramo se aproxima a una función exponencial de tasa relativa de crecimiento constante.<sup>3,34,41</sup> Para algunos autores es la ecuación que mejor expresa el crecimiento postnatal de los animales, sin embargo otros comprueban que los cuadrados medios de residual son mayores que en el resto de modelos biológicos. Por otra parte, se considera que sobrestima el parámetro “k” y subestima el valor de “a”. Al realizar una comparación entre el modelo Logístico y la

ecuación lineal, vemos que sobrestima los pesos a edades muy tempranas y subestima los pesos cerca del destete.<sup>4</sup>

Su representación matemática es:

$$W_t = \frac{A}{(1 + be^{-kt})}$$

La curva producida por este modelo es sigmoidea y simétrica. El punto de inflexión está a la mitad de la curva ( $W = A/2$ ). A veces se usan ciertas variantes de esta curva con más parámetros, que permiten adaptar mejor la forma de la curva a los datos observados, lo que se denomina curvas logísticas generalizadas.<sup>1</sup>

## Selección del modelo adecuado

La información que resulta de la acumulación continua de datos de tamaño-edad es un problema analítico desafiante. Primeramente, los objetivos para el análisis deberán estar claramente establecidos. Los objetivos primarios para describir curvas de crecimiento pueden ser descriptivos o predictivos. Cuando el objetivo es descriptivo la información contenida en la secuencia de puntos peso-edad se consolidan dentro de relativamente pocos parámetros. Si el objetivo es predictivo, los parámetros de la curva de crecimiento pueden ser utilizados para proyectar las tasa de crecimiento, requerimientos alimenticios, respuesta a la selección u otros aspectos de interés. Las características especiales de los datos y los objetivos del análisis determinan el método de elección para describir la curva de crecimiento.<sup>44</sup>

Según Fitzhugh y Taylor (1971)<sup>44</sup>, la elección de un modelo concreto para describir el crecimiento dependerá de:

- 1) su capacidad de interpretación biológica
- 2) la bondad del ajuste a los datos
- 3) sus exigencias computacionales. Hay que mencionar que, en términos prácticos, la mayor parte de los modelos propuestos para interpretar o representar el crecimiento ajustan muy bien a los datos experimentales.<sup>1,82,</sup>

Una vez que se ha determinado el o los modelos que mejor ajustan se debe analizar los parámetros de crecimiento antes descritos, para determinar el desempeño productivo de los animales, poder realizar ajustes de producción, de alimentación y de programación general del hato, pues se puede calcular la edad a la que alcanzan el punto de inflexión o la edad a la que alcanzan la mayor velocidad de crecimiento, la edad a la que alcanzan el peso adulto y el grado de madurez en los diferentes momentos de la vida del animal.<sup>4,83,84</sup>

## Interpretación biológica de los parámetros de la curva de crecimiento

La importancia del tamaño corporal para la eficiencia ha conducido a la definición de variables asociadas con el peso maduro de los animales de crianza.<sup>8</sup> Las curvas de crecimiento permiten evaluar parámetros biológicamente importantes. (Cuadro 4) La interpretación de estos parámetros generalmente depende de la interrelación entre factores genéticos y ambientales, la cual produce patrones particulares de crecimiento.<sup>4,44,85</sup> Es frecuente encontrarse con varios parámetros cuyo significado no es el mismo entre los diferentes modelos. Por ejemplo los parámetros  $b$  y  $k$  tienen valores distintos cuando se ajustan curvas con los mismos datos.<sup>1</sup> Los parámetros que pueden ser empleados para evaluar o describir el crecimiento se describen a continuación.<sup>4</sup> :

### Peso maduro ( $A$ )

Es una estimación del peso adulto o peso maduro en las curvas de crecimiento estudiadas.<sup>34,44</sup> El peso maduro usualmente se denota como “ $A$ ” y representa al valor del peso cuando  $t$  (edad) tiende a infinito y se refiere al peso asintótico (asíntota) en los estudios de curvas de crecimiento.<sup>7,10,34</sup>. Es el único parámetro que tiene el mismo significado en todos los modelos utilizados para ajustar las curvas de crecimiento y tiene la siguiente expresión general:

$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} (t)$$

Donde “ $A$ ” es el peso adulto cuando el tiempo “ $t$ ” tiende a infinito ( $t \rightarrow \infty$ ). El peso adulto es interpretado como el tamaño promedio a la madurez, independientemente a las fluctuaciones por periodos breves debido a efectos climáticos externos y suministro de alimento.<sup>8,44</sup> Entendiendo a la madurez como el único periodo en la vida del animal donde el crecimiento está en un estado estático. Con frecuencia es utilizado para representar genéticamente el tamaño corporal.<sup>7</sup> Cada modelo proporciona un estimado del peso promedio maduro y determina una medición de la rapidez de maduración.<sup>10</sup> Es un parámetro difícil de definir debido a que en la vida práctica y desde el punto de vista comercial: 1) Se alcanza a una edad tardía y porque la aproximación asintótica al peso



adulto final es muy lenta.<sup>4,34</sup> 2) Las hembras varían de peso según el tamaño, el número de partos, por lo que no es frecuente encontrar animales en las explotaciones que lo hayan alcanzado y 3) Depende de la cantidad de tejido graso, que es muy variable a lo largo del estado adulto del animal.<sup>3,4,34,86</sup>

Dada su complicación, para fines prácticos es frecuente que se utilicen estimaciones del mismo.<sup>3</sup> Cuando se obtiene del peso ya adulto, El peso maduro se define como el promedio de cerca de tres pesajes repetidos registrados en el año desde la primavera al otoño. También puede considerarse como el resultado de promediar los diversos pesajes registrados a partir de que el crecimiento se detiene o peso adulto. En otros casos se ha considerado como el promedio de cuatro pesajes de vacas de 7 años, registrados en diferente estación. Cuando derivan de las curvas de crecimiento, el uso de  $A$  empieza a ser confiable solo cuando los datos se extienden más allá de 4.5 años. Debido a que las predicciones pueden verse afectadas por variaciones ambientales temporales, con la inclusión de datos de más de 6.5 años, el parámetro  $A$  debe ser un estimado de tamaño maduro el cual es libre de fluctuaciones estacionales.<sup>7</sup> En la práctica el “peso casi-adulto” es suficiente para la mayor parte de usos de este parámetro.<sup>4</sup> En estos casos se puede considerar que los animales son completamente maduros cuando han alcanzado el 98% de su peso asintótico.<sup>7,8</sup>

### **Tasa de madurez ( $k$ )**

Se refiere a la tasa de crecimiento relativo al peso maduro, es decir a la proporción de peso maduro logrado a una determinada edad  $t$ .<sup>3,10</sup> Algebraicamente se obtiene como el cociente entre el valor de la variable estudiada (peso vivo) en un momento dado y su valor asintótico. De forma general puede expresarse como:  $u_t = y_t / A$ , donde  $y_t$  es el peso en un momento  $t$ .<sup>3,4,34</sup> La tasa de madurez se denota con la letra  $k$ . El parámetro  $k$  está relacionado con la pendiente de la curva y por tanto con la tasa de maduración, aunque esta relación varía de acuerdo al modelo utilizado.<sup>10,34</sup> En la ecuación de Brody,  $k$  es la tasa de maduración relativa que queda por realizar hasta alcanzar el estado adulto. Aunque la tasa de madurez está determinada genéticamente, los factores nutricionales y hormonales

pueden limitarla, alterando el tamaño maduro y el contenido de grasa de la canal a un peso determinado.<sup>1,2,87</sup> Los valores elevados de  $k$  producen curvas de crecimiento muy convexas e indican a los animales de maduración temprana, mientras que los valores bajos de  $k$  producen curvas suaves en las que el crecimiento es casi constante a través de los años y la longevidad es mayor y denotan animales de maduración tardía.<sup>34</sup> Es un parámetro importante porque una parte considerable de las diferencias entre razas en crecimiento y composición de la canal, e incluso en otros caracteres relacionados, como el índice de conversión, desaparecen cuando se comparan éstas a la misma tasa de madurez.<sup>1,2</sup>

### **Constante de integración ( $b$ )**

Es un parámetro de escala, el cual está establecido por los valores iniciales de  $y_0$  y  $t$ . El parámetro  $b$  controla la tasa de crecimiento.<sup>65</sup> Se considera como una constante de integración sin significado biológico particular.<sup>34</sup> Este parámetro ajusta para situaciones donde  $y_0 \neq 0$  y/o  $t_0 \neq 0$ , por ejemplo cuando solamente se cuentan con mediciones postnatales de tamaño y  $t_0$  se considera como el nacimiento.<sup>44</sup>

### **Punto de inflexión ( $y_I, t_I$ )**

El punto de inflexión es otro parámetro usado para evaluar el crecimiento. Ocurre donde la tasa de crecimiento estimado cambia de una función creciente a una decreciente.<sup>9,10</sup> Es el punto donde se presenta la máxima velocidad de crecimiento y a partir del cual cesa la aceleración del crecimiento para continuar con la desaceleración del mismo.<sup>4</sup> En el cuadro 3 se muestran las formas algebraicas de los distintos modelos, con la excepción del modelo de Brody, el cual carece de punto de inflexión. Los modelos de von Bertalanfy y de Gompertz tienen puntos fijos de inflexión y son relativos al peso maduro.<sup>10</sup> Coincide con uno de los puntos de inflexión que se pueden hallar en las curvas de crecimiento y en los animales superiores corresponde generalmente con la pubertad.<sup>4,10</sup> La estimación de este punto de inflexión puede ser influida en menor grado por el fenotipo del animal, pero si en mayor grado por las propiedades del modelo de elección para ajustar los datos. Este punto es importante para establecer equivalencias de edades entre especies y entre razas de la

misma especie, lo que permite hacer comparaciones de crecimiento entre ellas.<sup>34</sup> El uso de estos dos modelos asume la existencia de un punto de inflexión y dado que tiene coordenadas fijas, la interpretación biológica es limitada.<sup>10,88</sup>

### **Tamaño al punto de inflexión ( $y_I$ )**

Es la edad ( $t_I$ ) a la cual la tasa de crecimiento es máxima. Los parámetros  $y_I$  y  $t_I$  en conjunto definen las coordenadas ( $y_I, t_I$ ) del punto de inflexión, que es cuando la tasa de crecimiento cambia de una función creciente a una función decreciente de la edad.<sup>44</sup> Para aquellas gráficas que carecen de punto de inflexión, el punto de la máxima tasa de crecimiento se podría localizar a través de las coordenadas ( $y_0, t_0$ ).

### **Tasa de ganancia**

La primera derivada con respecto al tiempo ( $d_y/d_t$ ) es una medición de tasa de ganancia absoluta.<sup>10</sup> La primera derivada para los diversos modelos, indica la relación de  $k$  con la ganancia y muestra la relación de  $b$  con el peso temprano y cambios en la madurez. Las expresiones:

$$\frac{Be^{-kt}}{1 - Be^{-kt}} = \frac{1 - y_t/A}{y_t/A} = \frac{A - y_t}{y_t}$$

Representan la cantidad de madurez (peso) remanente por ser alcanzado como una fracción de la madurez (peso) logrado a cualquier edad  $t$ .<sup>10</sup>

### **Velocidad de crecimiento absoluto ( $d_y/d_t$ )**

La tasa instantánea de crecimiento también se le conoce como “velocidad absoluta del crecimiento”. Tiene gran importancia económica, ya que podría ser usada para fijar el momento de sacrificio y poder realizar el aprovechamiento del animal cuando haya alcanzado la máxima velocidad de crecimiento. Después de éste momento la ganancia de peso es más lenta, sin embargo, por razones comerciales el sacrificio debe hacerse en otros

momentos buscando características especiales en la canal. La información que suministra se limita a la tasa de crecimiento de un momento dado.<sup>4</sup>

### **Tasa instantánea de crecimiento relativo** ( $y^{-1} d_y/d_t$ )

La tasa relativa de crecimiento, también llamada “tasa específica de crecimiento” o “velocidad relativa de crecimiento”, corrige los efectos de escala debidos al formato del animal. Es útil para comparar líneas o especies. Proporciona datos que no dependen de la dimensión. Indica la variación del crecimiento cuando éste se expresa en coordenadas logarítmicas. Decece con la edad.<sup>4</sup>

### **Tasa de madurez absoluta o grado de madurez** ( $A^{-1} d_y/d_t$ )

Esta ecuación hace referencia al grado de madurez absoluta. En forma general puede ser representada como:  $v = A^{-1} d_y/d_t$  donde "v" es el grado de madurez. Esta ecuación se refiere al grado de madurez absoluta.<sup>4</sup>

### **Aceleración del crecimiento** ( $d_y^2/d_t^2$ )

La aceleración del crecimiento que indica la tasa absoluta de la ganancia de peso con respecto al tiempo. Cuando el resultado de esta ecuación es cero se dice que allí se localiza el punto de inflexión.<sup>4</sup>

### **Momento óptimo de sacrificio**

El momento óptimo de sacrificio se ha intentado definir, procurando que se produzca antes de que la velocidad de crecimiento descienda demasiado, existiendo intentos de situarlo cerca del punto de inflexión (donde se logra la máxima velocidad de crecimiento). Sin embargo, el momento de sacrificio está determinado por el mercado y no es fácil modificarlo.<sup>4</sup>

## JUSTIFICACIÓN

En la literatura aparecen una gran cantidad de revisiones relacionadas con el crecimiento del bovino, aunque lo describen de una forma muy general, sin considerar las características particulares de raza o de tipo de alimentación. La mayor parte de las publicaciones relacionadas con el crecimiento del ganado, generalmente hacen referencia al desarrollo de animales en sistemas estabulados e intensivos o por el contrario, lo hacen describiendo el crecimiento de ganado en modelos con alimentación a través del pastoreo practicada en forma extensiva.<sup>68,69,70</sup> Sin embargo, existen pocas publicaciones relacionadas con la descripción del crecimiento de razas cárnicas especializadas, bajo el esquema de alimentación en pastoreo intensivo en praderas introducidas.<sup>71</sup> Por esto es importante generar más información relacionada al comportamiento productivo y crecimiento de las razas cárnicas especializadas en nuestro país y en diferentes condiciones de manejo y alimentación, con estudios como el presente.<sup>72</sup> Como ya se mencionó, no se cuenta con información relacionada con la raza Limousin y la descripción de su curva de crecimiento en pastoreo intensivo en el altiplano mexicano. Y debido a que las curvas de crecimiento resultan ser particulares para un genotipo en un ambiente determinado, resulta poco conveniente hacer traspolaciones, de ahí que el propósito de este trabajo pretende describir el crecimiento de un grupo de hembras de la raza Limousin en condiciones de pastoreo intensivo en praderas en el altiplano.<sup>85,86</sup>

El aumento en los costos de producción de carne y del valor de la misma en muchos países, ha obligado a revisar los conceptos vigentes, en busca de animales más eficientes para convertir forrajes en músculo. Un problema que frecuentemente encuentra el productor es proporcionar una adecuada alimentación al ganado a bajo costo para lograr mayores ganancias y por ello una buena parte de la crianza y desarrollo se realiza en pastoreo. Además de la reducción de los costos es importante considerar el aumento en la productividad, por ello se ha retomado en fechas recientes el interés por el manejo del pastoreo intensivo, que consiste en pastorear un área determinada en un período de 1 a 2 días, con el objetivo de controlar los recursos tanto vegetal como animal, de tal forma que

se pueda obtener y mantener una alta eficiencia en el sistema de producción por medio de la utilización óptima de las praderas y la productividad máxima de los animales.<sup>3,4</sup>

Adicionalmente, la actividad ganadera como cualquier empresa, requiere de estándares o indicadores de referencia que permitan determinar si el crecimiento del ganado (peso o talla) es el adecuado.<sup>73</sup> A pesar de la importancia de contar con diversos indicadores productivos, ya hemos visto que existe poca información al respecto y en aquellos casos donde se cuenta con información similar, su utilidad es limitada, debido a que corresponde a la información de animales con un genotipo (ganado cebuino o encastado con cebú)<sup>87</sup> o resulta de sistemas de alimentación muy diferentes, por lo general estabulados. Si el crecimiento resulta de una interacción entre el genotipo del animal (genes) y el medio ambiente (nivel de nutrición, sistema de alimentación, calidad de alimento), no sería del todo sensato utilizar información surgida en un modelo, para traspolarse en otro modelo diferente.<sup>10</sup> De ahí que el presente trabajo, pretende generar información de utilidad para generar indicadores de crecimiento adecuados para razas especializadas en la producción de carne, en sistemas de producción en pastoreo de praderas. Para definir ese patrón de crecimiento se han tratado de definir modelos de predicción basados en ecuaciones (lineales, polinomiales, exponenciales, etc.)<sup>74</sup> Dentro de los diversos modelos, los más conocidos para este tipo de estudios son Brody, Gompertz<sup>88</sup>, Von Bertalanffy, Logística, Richards, Weibull, Cúbica, Cuadrática, Potencial, Lineal, etc. Sin embargo, no todos los modelos se ajustan para describir el crecimiento animal adecuadamente, ya que fueron creados con otro propósito (definir el crecimiento de la población humana, crecimiento bacteriano, etc.), existen algunos que se adecuan parcialmente, aunque en realidad sub o sobreestiman el peso de los becerros o su peso adulto.<sup>25,30,89</sup>

## **HIPÓTESIS**

Al comparar los cuatro modelos matemáticos no lineales (von Bertalanffy, Gompertz, Logístico y Brody), se esperaría, que por lo menos uno de ellos se ajuste en las curvas de crecimiento de vientres Limousin, para describirlo, desde el nacimiento hasta el peso maduro, bajo condiciones en pastoreo intensivo en el Altiplano Mexicano.

## **OBJETIVO**

El propósito del presente estudio, es determinar el modelo que mejor describa el crecimiento de los vientres Limousin en pastoreo intensivo.<sup>37,38</sup> Sin la intención de convertirse en un referente para otras ganaderías, el objetivo del presente trabajo pretende contribuir al estudio del crecimiento del ganado de crianza de la raza Limousin (como un ejemplo de prototipo cárnico especializado), con sistema de alimentación basado en el pastoreo intensivo en praderas irrigadas de tipo mixto (gramínea y leguminosa) y bajo las condiciones climáticas del Altiplano mexicano.<sup>90</sup>

## MATERIAL Y MÉTODOS

El presente trabajo se realizó en el módulo de producción de bovinos cárnicos del Centro de Enseñanza, Investigación y Extensión en Producción Animal en Altiplano de la FMVZ de la UNAM, ubicado en el municipio de Tequisquiapan del estado de Querétaro entre las coordenadas 20° 36 latitud norte y 99°56 longitud oeste a una altura de 1,920 metros sobre nivel de mar, con una temperatura 16° a 18°C y precipitación anual promedio de 450 y 630 mm.<sup>90</sup> Los animales sujeto de estudio se encuentran en un sistema de pastoreo intensivo, rotacional en praderas compuestas por leguminosas: alfalfa (*Medicago sativa*) 60% y gramíneas: Orchard (*Dactylisglomerata*) 25% y Ryegrass (*Lolium perenne*)15%; la calidad nutricia de la pradera estuvo en el rango de 9.87 a 10.5 MJ EM/ Kg. de materia seca, 18.5% en promedio de proteína cruda y de 66 a 71% de TND. El control del pastoreo fue en base a asignación día a día con cerco eléctrico móvil.<sup>40</sup>

### Descripción y edición de la base de datos

En el presente trabajo retrospectivo, se incluyó la información de edad y peso, obtenida a partir de los registros históricos (2004 al 2009, mediante pesajes mensuales) de 171 vientres del hato Limousin. Estos datos se clasificaron y se formó una base de datos, posteriormente, se seleccionaron únicamente los registros de los vientres que tuvieran mínimo de 12 pesajes en adelante (Para obtener al menos el peso al nacimiento, peso al destete y peso al año), y así generamos un registro individual, que se sometió al análisis con los modelos matemáticos de von Bertalanffy, Brody, Gompertz y Logístico. Los registros individuales se sometieron a un procedimiento de graficación en el software de PLOT de SAS 2001<sup>91</sup> para observar puntos extremos. (Fig 17)



Para el ajuste de los datos, se utilizaron los modelos no lineales de:

Brody<sup>30</sup> ( $W_t = A(1 - be^{-kt})$ ), Gompertz ( $W_t = Ae^{-be^{-kt}}$ ), Logístico ( $W_t = A(1 + be^{-kt})^{-1}$ ) y von Bertalanffy ( $W_t = A(1 - be^{-kt})^3$ ).

Dónde:

“W” = es el peso (kg)

“t” = edad en meses

“e” es la base de los logaritmos naturales

“A”, “b”, “k” son los parámetros a estimar.

“A” es un valor asintótico para peso vivo cuando  $t \rightarrow \infty$ , generalmente interpretado como peso maduro

“b” es una constante de integración para el parámetro en escala de tiempo que se ajusta para las situaciones en donde  $W_0$  (peso inicial) y/o  $t_0$  (tiempo de origen) es diferente de cero

“k” es la tasa de maduración.

Se utilizó el procedimiento (non linear regression de SAS) NLIN de SAS (SAS, 2001)<sup>91</sup> con la información de peso y edad de cada animal seleccionado. Se compararon la magnitud de los cuadrados medios de residual (CMR) de cada una de las curvas de crecimiento, con el fin de obtener la jerarquización de los modelos utilizados, mediante el procedimiento de jerarquización RANK de SAS.<sup>41</sup> Los lugares jerárquicos de los modelos se compararon usando la prueba de suma de Rangos de Friedman,<sup>92</sup> cuya significancia ( $\alpha = 0.05$ ) de las diferencias entre valores jerárquicos de pares de ecuaciones consideró la siguiente expresión:

$$|R_j - R_i| > t_{1-\frac{\alpha}{2}} \left[ \frac{2b(A_2 - B_2)}{(b-1)(k-1)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

dónde:

$R_i$  y  $R_j$  son las sumas de los valores jerárquicos obtenidos para cada modelo.

$$A_2 = \sum_{i=1}^b \sum_{j=1}^k [R_{ij}]^2 \qquad B_2 = \frac{1}{b} \sum_{i=1}^k R_i^2$$

$b$  = número de curvas de crecimiento consideradas

$k$  = número de ecuaciones comparadas.

Cuando  $|R_j - R_i|$  fue mayor que  $t_{1-\frac{\alpha}{2}} \left[ \frac{2b(A_2 - B_2)}{(b-1)(k-1)} \right]^{\frac{1}{2}}$ , se consideró que las diferencias fueron significativas entre ese par de ecuaciones.

Para determinar el ajuste o no de cada modelo a cada curva de crecimiento, se utilizó un criterio adicional llamado prueba de convergencia. Esta al realizar la comparación de los modelos, considera el porcentaje de casos de curvas de crecimiento para los cuales no existió solución en cada modelo. Esto debido a la falta de convergencia en el procedimiento iterativo, con un número máximo de 200 iteraciones para alcanzar la convergencia en cada modelo de crecimiento.<sup>92</sup>

## RESULTADOS

Después del procedimiento de graficación y comparación de datos mediante el programa Procplot de SAS (SAS, 2001), se descartaron los registros de pesaje de un total de 41 hembras Limousin, de las 171 hembras originales, debido al número insuficiente de observaciones de peso y edad. Por lo tanto, el grupo final de estudio se constituyó de los registros de pesaje de 130 hembras, para reunir un total de 4,372 observaciones de peso y edad. El promedio de registros de peso y edad por animal fue de 34 observaciones, con un mínimo 12 y un máximo de 60. (Gráfica 1)

De acuerdo a los resultados de la prueba de suma de rangos de Friedman del procedimiento de RANK de SAS (SAS, 2001)<sup>91</sup>, el modelo de mejor ajuste fue el de Von Bertalanffy, seguido por Brody, Logístico y el de menor ajuste fue el de Gompertz. En el Cuadro 5 se muestra el lugar jerárquico de los 4 modelos y los niveles de significancia correspondientes.

Como se puede ver en el cuadro 6, al determinar los promedios de los CMR y de los parámetros  $A$ ,  $b$  y  $k$  para cada uno de los modelos comparados y de acuerdo al estudio realizado, la menor magnitud de CMR y por lo tanto el ajuste ( $p < 0.05$ ) para las curvas de crecimiento en las hembras Limousin se observó para el modelo de Von Bertalanffy. En cuanto a los parámetros  $A$ ,  $b$  y  $k$ , el modelo que nos da mayor peso adulto fue el de Brody (721.8 kg) y el de menor peso adulto fue el Logístico (591 kg) mientras que el de Gompertz mostró 603.4 kg. El modelo que tuvo la mayor desviación estándar fue Von Bertalanffy con 117, seguido por Gompertz, Logístico y Brody. Si seguimos los valores de  $k$  (tasa de madurez) se observa que el modelo de Brody mostró el menor valor con (0.048), por lo que alcanzará un mayor peso maduro a una edad más tardía, mientras que el modelo Logístico obtuvo la mayor tasa de madurez con (0.170) lo que se traduce en que a una edad más temprana se adquiere el peso adulto y a partir de dicho momento ya no muestra incremento progresivo en el peso, mientras que Gompertz se mantuvo en (0.099) y von Bertalanffy en (0.076).

Considerando las ecuaciones que han sido derivadas de los distintos modelos (cuadro 4), fue posible determinar algunos parámetros adicionales como son Peso inicial (peso al nacimiento) cuyos resultados son para von Bertalanffy 67kg, Gompertz 73kg, Logístico 43 y Brody 1, de estos el modelo que más se acerca al resultado real de peso al nacimiento de este hato (38 kg) es el modelo logístico. Peso y edad a inflexión, que visto correlacionado con el peso y la edad al destete reales que se lleva en el hato que tiene un promedio de 218 kg y 6.6 meses, observamos que en von Bertalanffy está subestimando 18 kg y 0.3 meses por lo que ajusta casi a la edad, sin embargo Gompertz sobrestima 4.1 kg, pero sobreestima la edad por 1 mes y el modelo Logístico sobreestima 77.7 kg el peso al destete y la edad en 2.4 meses, mientras que Brody no muestra punto de inflexión. De Madurez a la inflexión con von Bertalanffy en el momento de inflexión se tiene el 29.63%, con Gompertz el 36.79% del peso adulto y con Logístico ocurre la inflexión al 50% del peso adulto, sobreestimándolo. Ya que Brody no puede determinar estos valores (cuadro 4, pág. 61), se decidió que el modelo de mejor ajuste tanto en porcentaje (97.69% mostrado en la gráfica 3) como en el ajuste de todos los valores es el de von Bertalanffy.

Para el valor referente a la Velocidad relativa, en los 3 modelos de los cuales se puede obtener un resultado, los valores son por debajo del 30% (relacionado con la edad a la pubertad), von Bertalanffy (11.4%), Gompertz (9.9%), Logístico (8.5%), consistentes con los otros resultados, por lo que estos porcentajes nos dicen a qué velocidad relativa esta cada modelo al momento del destete.

De acuerdo al análisis de convergencia, (Gráfica 2), en el procedimiento iterativo para cada una de las curvas de crecimiento de las hembras en estudio, la cantidad de hembras convergentes fueron de 127,126,14 y 9; para los modelos de von Bertalanffy, Brody, Logístico y Gompertz respectivamente. Los modelos de mayor convergencia fueron von Bertalanffy (127 curvas) y Brody (126 curvas). En cuanto al porcentaje de convergencia, tal como se muestra en la Gráfica 3, la cantidad de casos convergentes traducidos en porcentajes resultó en lo siguiente von Bertalanffy 97.69%, Brody 96.92%, Logístico 10.77% y Gompertz 6.92%, siendo los modelos no lineales de Von Bertalanffy y Brody los que presentaron cerca del 100% de soluciones al modelo.

## DISCUSIÓN

Ya que los factores de selección de vientres van correlacionados con fertilidad, ganancia diaria de peso (GDP), habilidad materna y longevidad, siendo esta última de la cual hay menos información, pues los vientres suelen ser desechados al segundo o tercer parto promedio, por lo cual es raro encontrar animales tan longevos como los que se analizaron en este trabajo, ayudándonos a establecer parámetros en ella, así como la mejor edad de desecho de los animales.

Como se muestra en la Gráfica 4, con los datos obtenidos en este estudio, se pudo obtener cada curva completa del hato, en cuanto a lo que sucede con el comportamiento del porcentaje de peso maduro, la ganancia diaria de peso y el peso corporal. En esta gráfica podemos ver cómo es que la ganancia diaria de peso aumenta hasta llegar el punto de inflexión alrededor de los 6 meses de edad, y los 200kg de peso que muestra la curva de peso corporal, lo cual es consistente con la edad al punto de inflexión y la edad al destete que se muestran en el modelo de von Bertalanffy y a la edad y peso promedio al destete real del hato (218 kg y 6.6 meses de edad) y de ese punto comienza a decrecer de manera gradual. Por otra parte, el porcentaje de peso maduro (cercano al 100%) y el peso corporal que se alcanza en el momento de la madurez es consistente con los  $674.6 \pm 117.0$  kg que según el modelo de mejor ajuste (von Bertalanffy) se adquiere alrededor de los 56 meses y los 61 meses de edad (4.6 a 5.08 años)

El pesaje periódico del ganado es de gran utilidad para evaluar su productividad, sin embargo, debido a la gran cantidad de información acumulable de todos los animales y por periodos prolongados, resulta en una gran cantidad de información difícil de interpretar. Cuando se grafica dicha información resulta en una gran cantidad de puntos, en un eje de coordenadas cartesianas que dificulta darle alguna interpretación biológica. Por ello, los modelos no lineales nos permiten resumir dicho comportamiento, de una forma práctica y con posibilidades de interpretarlas.(Gráfica 5) Con estos instrumentos que nos permiten describir el comportamiento de los vientres a lo largo de la vida del animal, es posible establecer pesos meta y las edades en que estos debieran ocurrir. Con este tipo de pesos y

edades meta, se cuenta con puntos de referencia para evaluar el desempeño del ganado y poder calificar si estos cumplen con dicho cometido. Adicionalmente a esto, al saber cuánto deben pesar a x edad, se puede hacer una proyección de consumos de alimento, así como de posibles requerimientos nutricionales y con ello presupuestar y proyectar el costo de manutención de un vientre y por ende del hato completo.

Como se muestra en la Gráfica 6 no hay un modelo de ajuste perfecto, pues todos muestran pequeños inconvenientes. Por ejemplo algunos como el Modelo de Brody subestiman los pesos al nacimiento y hace una aparente sobreestimación en el peso adulto, mientras que otros como el Logístico sobreestiman los pesos al nacimiento y subestiman el peso adulto. También podemos ver cómo es que los resultados de la graficación de cada observación toman sentido al graficar las curvas de crecimiento del ajuste con von Bertalanffy, Brody, Logístico y Gompertz.

En la Gráfica 7 podemos ver cómo es que cada uno de los modelos da inicio a su curva. Los modelos de von Bertalanffy, Logístico y Gompertz se extienden a la izquierda pasando el momento 0 o nacimiento, lo cual es lógico, pues el crecimiento inicia desde el momento de la concepción, al contrario de lo que se observa con el modelo de Brody que toma el peso al nacimiento en 0kg, lo que es imposible.

En la Gráfica 8 podemos ver que de los 4 modelos, es el de von Bertalanffy el que se mantiene al centro de las observaciones, esto aunado a que fue el modelo de mayor convergencia (97.69%) y el que ha tenido mayor ajuste en los parámetros obtenidos.

En la gráfica 9 podemos ver el punto exacto en el que ocurre el punto de inflexión para el modelo de von Bertalanffy, el cual fue el de mejor ajuste en el estudio y que nos demuestra su correlación con el punto real del promedio al destete del hato (218 kg y 6.6 meses de edad)

Al mirar la gráfica 10 se denota cómo es que la mayor parte de los datos quedan dentro de las posibilidades que nos da el modelo de von Bertalanffy. Considerando lo anterior, vemos

que el modelo de von Bertalanffy puede ser usado para predecir el comportamiento de una hembra Limousin en pastoreo en el altiplano mexicano, o de un hato completo de estas, con un alto grado de asertividad.

## CONCLUSIÓN

Al conocer la curva de crecimiento de un animal sobre un periodo, se puede hacer inferencia de muchos aspectos de esta, como en su desarrollo genético y su eficiencia productiva. En el campo de la nutrición, al conocer el crecimiento de mis animales, se puede inferir sus requerimientos nutricionales para llegar a cierto peso en cierto tiempo y así ajustar el consumo de la alimento en el tiempo necesario y con la ventaja de poder hacerlo muy anticipadamente, incluso haciendo lotes de animales por edad para darle a cada etapa los nutrientes necesarios para mantenimiento como desarrollo y crecimiento o en conjunto darle a todo el hato lo necesario para que todos los individuos cubran todas sus necesidades e incluso hacer un presupuesto de alimentación del hato por día, semana, mes, año o el tiempo que se requiera.

La información resultante, se esperara sea de utilidad para describir el comportamiento de la raza, en términos de peso, y así poder facilitar futuras comparaciones con otras razas.

La mayor ventaja de este trabajo es dejar las bases para en un futuro poder realizar una evaluación adecuada de los animales en el aspecto genético, elegir a los que presenten mejor eficiencia productiva, por lo que podemos empezar a seleccionar animales en función de relación de crecimiento y tamaño, en otras palabras buscar el tamaño adecuado de los animales de acuerdo a la producción.



## LITERATURA CITADA

1. Blasco A. La descripción del crecimiento: Informe técnico ocasional nº 6.  
Departamento de Ciencia Animal. 1999 (Citado2009/septiembre/2) Disponible en  
URL: <http://www.dcam.upv.es/dcia/Download/ITO6.PDF>
2. Owens F.N., Dubesky P. and Hanson C.F. Factors that alter the Growth and  
Development of Ruminants. Journal of Animal Science. 1993; 71: 3138-3150
3. Goyache. F.M. Crecimientos, consumos y medidas corporales. 2005  
(citado2009/agosto/12) Disponible en :  
[www.igijon.com/personales/goyache/INIA2005.pdf](http://www.igijon.com/personales/goyache/INIA2005.pdf)
4. Agudelo G.D., Cerón M.M. y Restrepo B.L. Modelación de las funciones de  
crecimiento aplicadas a la producción animal. Rev. Colomb. Cienc. Pecu. 2008; 21:  
39-58
5. Berg R.T., Walters L.E. The Meat Animal: Changes and Challenges. Journal Animal  
Science 1983; 57 (suppl 2): 133-146
6. Parks J.R. A Theory of Feeding and Growth of Animals. Springer-Verlag. New York  
1982
7. Arango, J.A. (2000). Genetic study of weight, height and body condition score in beef  
cows. Ph.D. Dissertation. University of Nebraska-Lincoln. NE. USA.
8. Arango, Jesus and Van Vleck, L. Dale, "Size of beef cows: early ideas, new  
developments" (2002). Faculty Papers and Publications in Animal Science. Paper 237.  
<http://digitalcommons.unl.edu/animalscifacpub/237>

9. Johnson J., Dunn BH and Radakovich, J.D. Radakovich (2010). Understanding cow size and efficiency. Proceeding of the Beef Improvement Federation. 42th Annual Research Symposium & Annual Meeting. June 28-July 1, 2010. Columbia MO. 62-70.
10. Brown J.E. Fitzhugh, H.A. and Cartwright T.C. 1976. A comparison of nonlinear models for describing weight –age relationships in cattle. *Journal of Animal Science* 1076; 42(4): 810-818
11. Kelley AL. The relationship of genetics and nutrition and their influence on animal performance. *Proceedings Beef Improvement Federation*. Omaha, NE.
12. Ferrell C. L. y Jenkins T. G., 1985. Cow type and the nutritional environment: Nutritional aspects. *Journal of Animal Science*, 61, 725–741.
13. Jenkins, T. G. and Ferrell C. L.. 2002. Beef cow efficiency - revisited. *Proc. 34 th Ann. Meeting Beef Improvement Federation*. pp. 32-43.
14. Mathis Clay P. and Sawyer Jason E. *Beef Cow Efficiency in the Southwest* Guide B-217 NM State University, Cooperative Extension Service, College of Agricultural, Consumer and Environmental Sciences, 2010 - 4 páginas
15. Nelsen, T.C. 1984. The evolution of range cattle. In: *Proc. Breeding Beef Cattle in a Range Environment*. p 1. Ft. Keogh Research Symp., Miles City, Mont.
16. Bastidas-Mendoza P.S. Puberty in Brahman Bulls and Heifers. *Re. Fac. Agron. (LUZ)*. 1999, 16:690-707
17. Kersey R.S. Denise and J.S. Brinks. Genetic and Environmental Aspects of te Growth Curve Parameters in Beef Cows. *Journal of Animal Science* 1985 61: 1431-1440.

18. González P. N. Ajuste de Modelos No Lineales para Describir el Crecimiento del Ganado Limousin en un Sistema de pastoreo Intensivo en Praderas Mixtas en Altiplano. Diciembre 2008
19. France Limousin Sélection Las cualidades de la raza “Limousin”  
[http://www.limousine.org/UserFiles/file/mediatheque/44/fiche1\\_qualites-espagnol\\_A4.pdf](http://www.limousine.org/UserFiles/file/mediatheque/44/fiche1_qualites-espagnol_A4.pdf)
20. Manzanilla P.C., Ríos U.A., Martínez V.G., Vega M.V.E., Montañó B.M. Factores de Ajuste para peso al nacimiento y al destete de ganado limousine.. XLV Reunión Nacional de Investigación Pecuaria Saltillo, Coahuila 2009 Sec2: 96 Disponible en: [http://www.funpronl.org.mx/Biblioteca/memoria\\_rnip\\_2009.pdf](http://www.funpronl.org.mx/Biblioteca/memoria_rnip_2009.pdf)
21. Agronomía y Veterinaria , Universidad Nacional de Río Cuaro, Provincial de Córdoba , República de Argentina. 2005; (Citado2009/octubre/30) Disponible en : <http://www.produccionbovina.com>
22. Di Marco O.N. Fisiología del crecimiento de vacunos. Módulo 1. Curso de Posgrado en Invernada F.C.V. de la Universidad Nacional de la Pampa. República de Argentina. 2004; (Citado2010/enero /14) Disponible en: <http://www.produccionbovina.com>
23. Cole, H.S.D., Freeman, C., Jahoda, M., Pavitt, K.L.R. (org) (1973) Thinking about the future: a critique of the Limits toGrowth. Sussex: Sussex University Press, May 17
24. Trenkle A. and Marple D.N. 1983. Growth and development of meat animals. Journal of Animal Science, Vol. 57, Suppl. 2, 1983.
25. Mendoza M.G., Ricalde R.R. Suplementación de bovinos en crecimiento en pastoreo. México. U.A.M. 1996
26. Arbiza A.S.I., de Lucas T.J. Produccion de carne ovina. México (DF): Editores Mexicanos Unidos, S.A., 1996

27. Cunningham M., Latour M.A. and Acker D. Animal Science and Industry. 7th ed. N. Jersey. Pearson-Prentice Hall. 2005.173-182 pp.
28. Bocco O., Bavera G., Beguet H y Petryna A. Crecimiento, desarrollo y precocidad. Cursos de Producción Bovina de Carne. Facultad de Agronomía y Veterinaria, Universidad Nacional de Río Cuaro, Provincial de Córdoba, República de Argentina. 2005; (Citado2009/octubre/30) Disponible en : <http://www.produccionbovina.com>
29. Fitzhough, H.A. Analysis of growth curves and strategies for altering their shape. Journal of Animal Science 1976; 42,(4): 1036-1051.
30. Brody S. 1945, Bioenergetics and growth. Reinhold Publishing Corporation. New York. 1023 p.
31. Gill M and Oldham J.D. Growth. In: Quantitative aspects of ruminant digestion and metabolism.CAB International. Wallingford, UK. 1993.383-403 p.
32. Lawrence, T.L.J. and Fowler V.R. 2002. Growth of Farm Animals. CAB International. Wallingford, UK. 347 p. © CAB International 2002.
33. Phillips C.J. 2006. Principios de producción bovina. Zaragoza. Acrbia. 2003.263-293 pp.
34. Sánchez Rodríguez Manuel. 2011. Sistemas intensivos de producción. Crecimiento y desarrollo de órganos y tejidos. Curso de Producción Animal e Higiene Veterinaria. Licenciatura. Universidad de Córdoba. En línea:  
[www.uco.es/zootecniaygestion/img/.../01\\_12\\_12\\_tema\\_15a.pdf](http://www.uco.es/zootecniaygestion/img/.../01_12_12_tema_15a.pdf)
35. Marple D. Fundamental concepts of grow. In: Scanes C.G. Biology of growth of domestic animals. Iowa. Blackwell Publishing Co. 2003. 9-26 pp.
36. Hammond, J.1932 Growth and Development of Mutton Qualities in the Sheep. Oliver and Boyd, Edinburgh.)

37. Buxade Carbó C. *Zootecnia: Bases de Producción Animal*. Tomo 1. Estructura, Etnología, Anatomía y Fisiología., Editorial Mundi-Prensa Libros, S.A. 2008; pág. 295-301.
38. Cienfuegos-Rivas E.G., de Orúe-Ríos M, Briones-Luengo M. y Martínez-González J.C. 2006. Estimación del comportamiento productivo y parámetros genéticos de características predestete en bovinos de carne (*Bostaurus*) y sus cruzas, VIII Región, Chile. *Arch. Med. Vet.*, Vol. XXXVIII N° 1, 2006, p. 69-75.
39. Arboleda Zapata E M, Vergara Garay O D y Restrepo L F 2007: Características de crecimiento en bovinos mestizos en la costa norte Colombiana. *Livestock Research for Rural Development*. Volume 19, Article #68. Retrieved January 22, 2012, from <http://www.lrrd.org/lrrd19/5/arbo19068.htm>
40. Smith G.M., Fitzhugh H.A., Cundiff, L.V, Cartwright T.C., Gregory K.E. A Genetic Analysis of Maturing Patterns in Straightbred and Crossbred Hereford Angus and Shorthorn Cattle. *J Anim Sci* 1976. 43:389-395.
41. Pereda-Solís ME y González-Muñoz SS. Modelos matemáticos para el estudio del crecimiento de bovinos. *Educación y Asistencia Técnica Ciencias Exactas – AGROFAZ*, Volumen 4 Número 1, 2004:529-536.
42. Bonneau, M.M., Le-Denmat, M., Vandelet, J.C., VelosoNunes, J.R., Mortensen, A.B. and Mortensen, H.P. (1992) *Livestock Production Science*
43. Kempster, A.J., Cuthbertson, A. and Harrington, C. (1982) *Carcass Evaluation in Livestock Breeding, Production and Marketing*. Granada, London.
44. Fitzhugh, H. A., Jr. 1972. Selection to change the shape of growth curves of beef cattle. *Tex. Agr. Exp. Sta.* PR-3111-3131.

45. Berg, R. T. and R. M. Butterfield. 1968. Growth patterns of bovine muscle, fat and bone. *J. Anim. Sci.* 27:611.
46. St. Taylor, C. S. 1965. A relation between mature weight and time taken to mature in mammals. *Anim. Prod.* 7:203.
47. Fox, D. G. and J. R. Black. 1984. A system for predicting body composition and performance of growing cattle. *J. Anim. Sci.* 58:725-739.
48. Fernández M.A. Producción Bovina de carne. Fisiología de la Producción de carne. 1998; EEA INTA Bordenave, Mat. Didáctico N° #:6-34
49. Bavera A.G. 2005. Escala de Tamaño, estructura corporal o frame score. Cursos de Producción Bovina de Carne, FAV UNRC.
50. Ramírez E. J., Mario F., Cerón Muñoz M. F., Herrera a. C., Vergara O. D., Arboleda E. M., Restrepo L.F. 2009. Crecimiento de hembras cruzadas en el trópico colombiano. *Revista Colombiana de Ciencias Pecuarias.*
51. Magofke JC. 1991. Caracterización de algunas razas bovinas de carne. I. Sobrevivencia y pesos vivos nacimientos-destete. *Av Prod Anim* 16, 3-20.
52. Bailón Ariza, G. J. Aspectos genético-fisiológicos del crecimiento en ganado de carne en el trópico. Tesis Mag. Sc. Turrialba, Costa Rica, IICA, 1974  
<http://www.ots.ac.cr/bnbt/7417.html>
53. Dickerson G E. 1978. Animal size and efficiency: basic concepts. *Anim Prod* 24, 367.
54. Dickerson G. 1970. Efficiency of Animal Production Molding the Biological Components. *J ANIM SCI* 1970, 30:849-859.
55. Tedeschi LO., Fox DG., Baker MJ and Long KL. A model to evaluate beef cow efficiency. In: Kegreab E., Dijkstra J., Bannink WJJ and France J. Nutrient digestion

- and utilization in farm animals. Modelling approaches. CABI Publishing. Cambridge, Massachusetts, USA. 2006. 84-98 pp.
56. Klosterman, E.W., 1981. Measuring beef production in the cow herd. *S. Afr. J. Anim. Sci.* 11, 195-198.
  57. Dickerson, G. E. 1985. Measuring efficiency of beef production. Pages 115-137 in *Breeding Beef Cattle in a Range Environment*, Ft. Keogh Livestock and Range Station, ARS, USDA, Miles City, MT.
  58. Montaña-Bermudez, M.; M.K. Nielsen. 1990. Biological efficiency to weaning and to slaughter of crossbred beef cattle with different genetic potential for milk. *J. Anim. Sci.* 68: 2297-2309.
  59. Venner J.J., 1995. *Grazing: Forage and Animal Management* . Chapter 3: Utilization of Forages by Different Biological Types of Beef Cattle. *Iowa State University. Agronomy 534 Class Project*: <http://www.agron.iastate.edu/moore/434/chapter3.htm>
  60. García Bergmann J. A., Raquel Quirino C. Indicadores de Precocidad Sexual en Bovinos de Carne. Escola de Veterinária da UFMG Caixa Postal, 567 – 31.270-010 - Belo Horizonte, MG <http://es.scribd.com/doc/2544320/Indicadores-de-Precocidad-Sexual-en-Bovinos-de-Carne>
  61. Meyer, K. 1997. Estimates of genetic parameters for weaning weight of beef cattle accounting for direct-maternal environmental covariances. *Liv. Prod. Sci.* 52: 187-199.
  62. Patterson D. J., Perry R. C., Kiracofe G. H., Bellows R. A., Staigmiller R. B. and Corah L. R. 1992. Management considerations in heifer development and puberty *J Anim Sci* 1992. 70:4018-4035.
  63. Patterson D.J. ; Corah L.R., Brethour J.R., Higgins J.J., Kiracofe G.H., Stevenson J.J. Evaluation of reproductive traits in *Bos Taurus* and *Bosindicus* Crossbreed heifers:

- Relationship of age at puberty to length of the post partum Interval to Estrus. *Journal Animal Science*. 1992; 70: 1994-99
64. Bergamasco A, De Aquino L, Muniz J. Ajuste de modelos não-lineares a dados de crescimento de fêmeas da raça holandesa. *Ciênc Agrotec* 2001; 25:235-241.
  65. Pereda S.M., González M.S., Arjona S.E., Bueo A.G. y Mendoza M.D. Ajuste de modelos de crecimiento y cálculo de requerimientos nutricionales para bovinos brahmán en Tamaulipas, México. *Agro ciencia* 39, 2005; (1): 19-27  
<http://www.colpos.mx/agrocien/Bimestral/2005/ene-feb/art-3.pdf>
  66. Hafez E.S.E., 1962. Symposium growth physiogenetics of prenatal and postnatal growth. *J.Anim Sci* 1963, 22:779-791.
  67. Blaxter, K.L. (1967) *The Energy Metabolism of Ruminants*. Hutchinson, London
  68. Suárez M.A., Pérez C.T. Curvas de crecimiento en hembras Siboney de Cuba (5/8 Holstein, 3/8 Cebú). 2006; (Citado 2009/Diciembre /10) Disponible en:  
<http://www.portalveterinaria.com>
  69. Warriss P. *Meat science. An introductory text*. 2nd ed. CAB International. Wallingford, UK. 2010. 9-25p.
  70. International Committee for Animal Recording (ICAR). 2011. International agreement of recording practices, Approved by the General Assembly held in Riga, Latvia, on June 2010. [http://www.icar.org/pages/recording\\_guidelines.htm](http://www.icar.org/pages/recording_guidelines.htm)
  71. Kratochvílová M, Hyánková L, Knížetová H, Fiedler J and Urban F. Growth curve analysis in cattle from early maturity and mature body size viewpoints. *Czech J. Anim. Sci.*, 47, 2002 (4): 125–132.



72. Thornley J.H.M. and France J. 2007. *Mathematical models in agriculture: quantitative methods for the plant, animal and ecological sciences*. 2nd ed. CAB International. Wallingford, UK. 3 p.
73. Pearson, C.J. e Ison, R.L. (1997). *Agronomy of grassland systems*. 2nd Edition. Cambridge University Press. Cambridge, U.K.
74. Forbes T.D., F. M. Rouquette, Jr and J. W. Holloway. Comparisons among Tuli-, Brahman-, and Angus-sired heifers: intake, digesta kinetics, and grazing behavior. *J Anim Sci* 1998. 76:220-227.
75. Casas G.A., Rodríguez D. y Afanador T.G. 2010. Propiedades matemáticas del modelo de Gompertz y su aplicación al crecimiento de los cerdos. *Rev ColombCiencPecu* 2010; 23:349-358.
76. López S., France J., Gerrits W. J.J. Dhahoa M.S., Humphries D.J. and Dijkstra J. A generalized Michaelis-Menten equation for the analysis of growth. *Journal Animal Science* 2000; 78:1816-1828
77. Mrode, R.A. 2005. *Linear models for the prediction of animal breeding values*. 2nd Edition. CABI Publishing, Wallingford, Oxfordshire, UK. 344 pp
78. Cartwright 1970, Selection Criteria for Beef Cattle for the Future *J Anim Sci* 1970. 30:706-711.
79. Hernández-Gil M. 2002. Desarrollo de un modelo conceptual para la simulación dinámica, mecánica del consumo de bovinos pastoreando en el trópico. Tesis Maestría. Facultad de Medicina Veterinaria y Zootecnia. Universidad Autónoma de Yucatán. 2002.
80. Malhado, C.H.M., Ramos A.A., Carneiro P.L.S., Souza J.C., Wechsler F.S., Eler J.P., Azevêdo D.M.M.R. y Sereno J.R.B. Modelos no lineales para describir el crecimiento

- de bufalinos de la raza murrah. Archivos de Zootecnia, vol. 57, núm. 220, 2008, pp. 497-503 Universidad de Córdoba España
81. Val J.E., Freitas M.A.R., Oliveira H N, Cardoso V L, Machado P F e Paneto J C C  
2004 Indicadores de desempenho emrebanho da raça Holandesa: curvas de crescimento e altura, características reprodutivas, produtivas e parâmetros genéticos. Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia 56(1):86-93, 2004  
<http://www.scielo.br/pdf/abmvz/v56n1/a14v56n1.pdf> [http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0102-09352004000100014](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0102-09352004000100014)
  82. France J, Dijkstra J and Dhanoa MS. 1996. Growth functions and their application in animal science. Ann Zootech (1996) 45, Suppl, 165-174.
  83. Berlanga ME, Molina A, Luque AJ, Delgado JV y Salado F, 1995. Estimación de la curva de crecimiento de ganado Retinto desde el nacimiento hasta el destete. Arch. de Zootéc. 44: 179-192.
  84. Igarzabal A., Oregui L.M. , Mandaluniz, N., Amenabar M.E. y Ruiz R. Estudio de las curvas de crecimiento del ganado vacuno en los principales sistemas de producción del País Vasco. ITEA (Vol. Extra I) 2005; 26, 222-224 (Citado2009/Agosto/12 )  
Disponible en <http://www.aida-itea.orgs>
  85. Mark Fogerty and Keith Robbins2006/2007 Lowland Grazing Livestock Production in England
  86. Vargas B., Ulloa J. 2008: Relación entre curvas de crecimiento y parámetros reproductivos en grupos raciales lecheros de distintas zonas agroecológicas de Costa Rica. *Volume 20, Article#103*. (Citado2010/agosto/23), Disponible en:  
<http://www.lrrd.org/lrrd20/7/varg20103.htm>

87. Menchaca M.A., Chase C.C., Olson T.A. and Hammond A.C. Evaluation of growth curves of Brahman cattle of various frame sizes *J Anim Sci* 1996. 74:2140-2151.
88. Gompertz B. On the nature of the Function Expressive of the Law of Human mortality, and on a new Mode of Determining a value of Life Contingencies. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 115: 513–585. 1825.
89. Nelder, J.A. 1961. The fitting of a generalization of the logistic curve. *Biometrics*, 17: 89-110.
90. González R., Herrera T. , Landaverde C., Morales B. y Garduño M. Tequisquiapan . *Enciclopedia de los municipios de México, Querétaro*. Instituto Nacional para el Federalismo y el Desarrollo Municipal.2005. *Enciclopedia de los Municipios de México*. Gobierno del Estado de Querétaro 2005; Disponible en: <http://www.elocal.gob.mx>
91. SAS®. *SAS/STAT User's Guide*. (Release 8.20). Cary, NC, USA. SAS Inst. Inc. 2001
92. Myles H., D.A. Wolfe. 1973. *Non-parametric Statistical Methods*. Ed. John Willey and Sons. Ney York, NY. 151-152
93. Choy Y. H., Brinks J. S and. Bourdon R. M. Repeated-measure animal models to estimate genetic components of mature weight, hip height, and body condition score. *J ANIM SCI* 2002, 80:2071-2077.
94. Hossner K.L. *Hormonal regulation of farm animal growth*.. Department of Animal Sciences Colorado State University Fort Collins, Colorado USA. CABI Publishing. 2005

## CUADROS Y FIGURAS

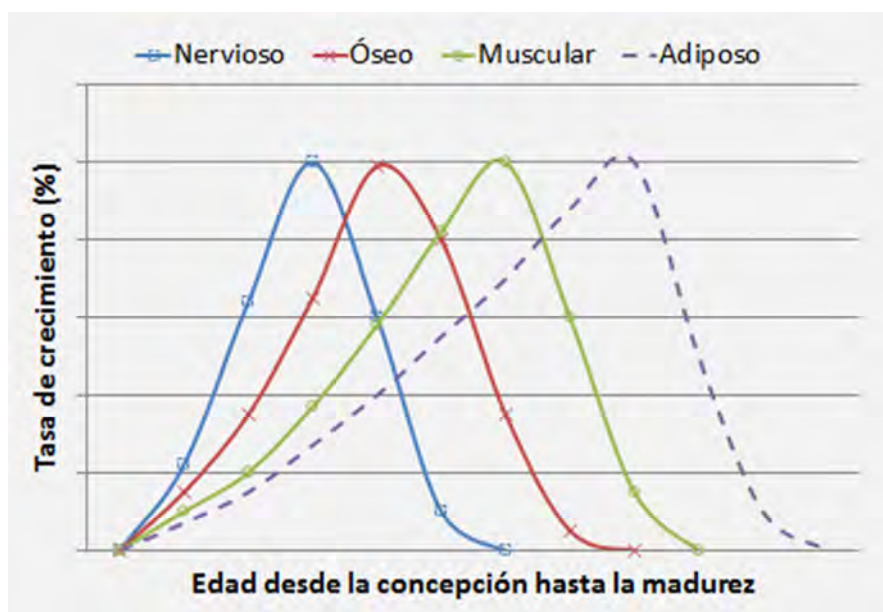


Figura 1. Ondas de crecimiento del tejido nervioso, óseo, muscular y adiposo. Representación esquemática de las curvas descritas por la tasa de crecimiento de cada uno de los tejidos del organismo. En conjunto se describe el orden secuencial que muestra el desarrollo de los tejidos a lo largo de la vida del animal. Fuente Agudelo et al., 2008

**Cuadro 1. Proporciones típicas en la composición corporal del bovino de abasto a diferentes edades**

Edad (meses)	Cantidad porcentual de tejido		
	Óseo (%)	Muscular (%)	Adiposo (%)
3	26	67	7
8	18	66	16
33	13	49	38
39	10	47	43

Fuente: Bocco *et al.*, 2005

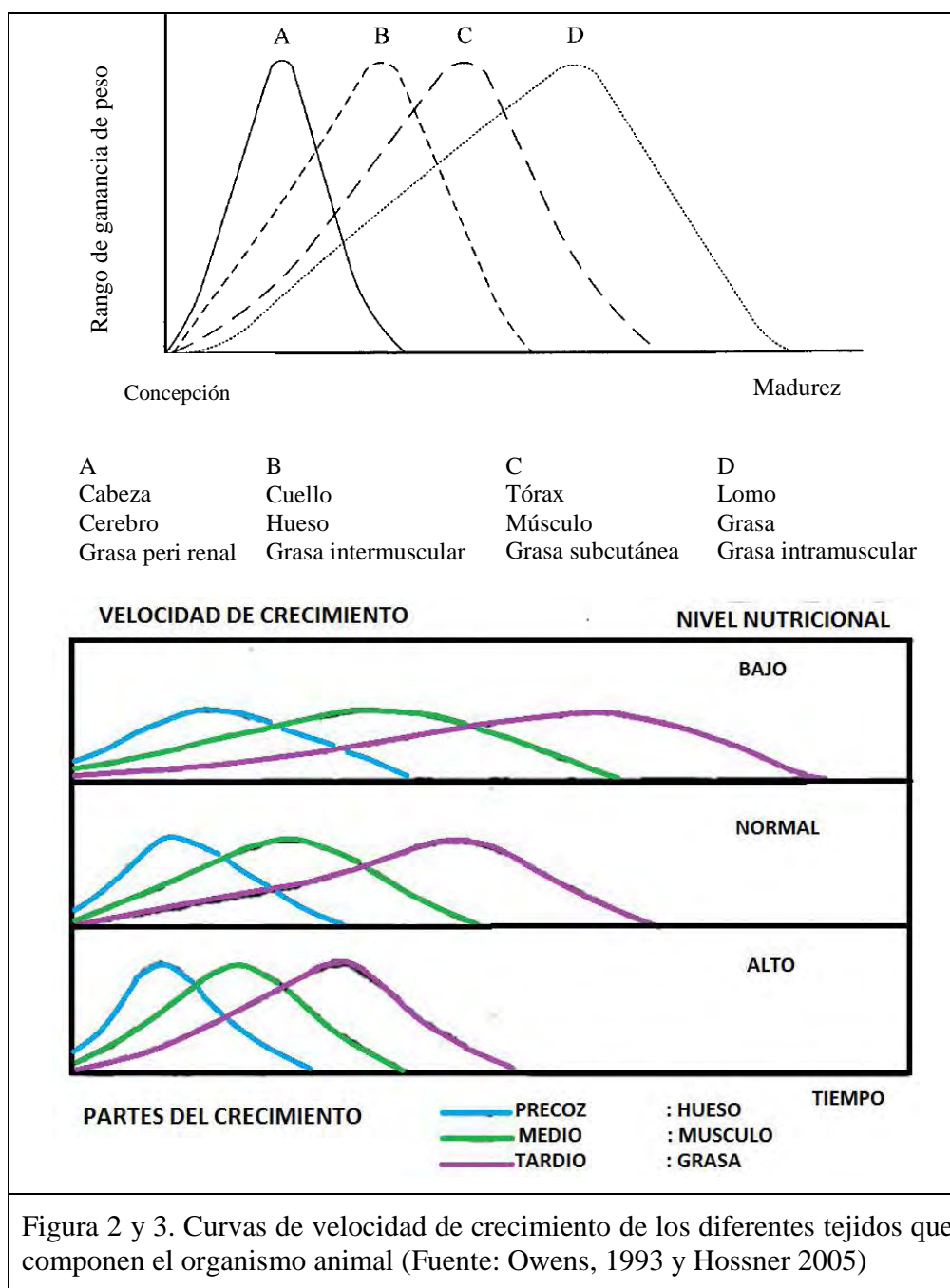


Figura 2 y 3. Curvas de velocidad de crecimiento de los diferentes tejidos que componen el organismo animal (Fuente: Owens, 1993 y Hossner 2005)

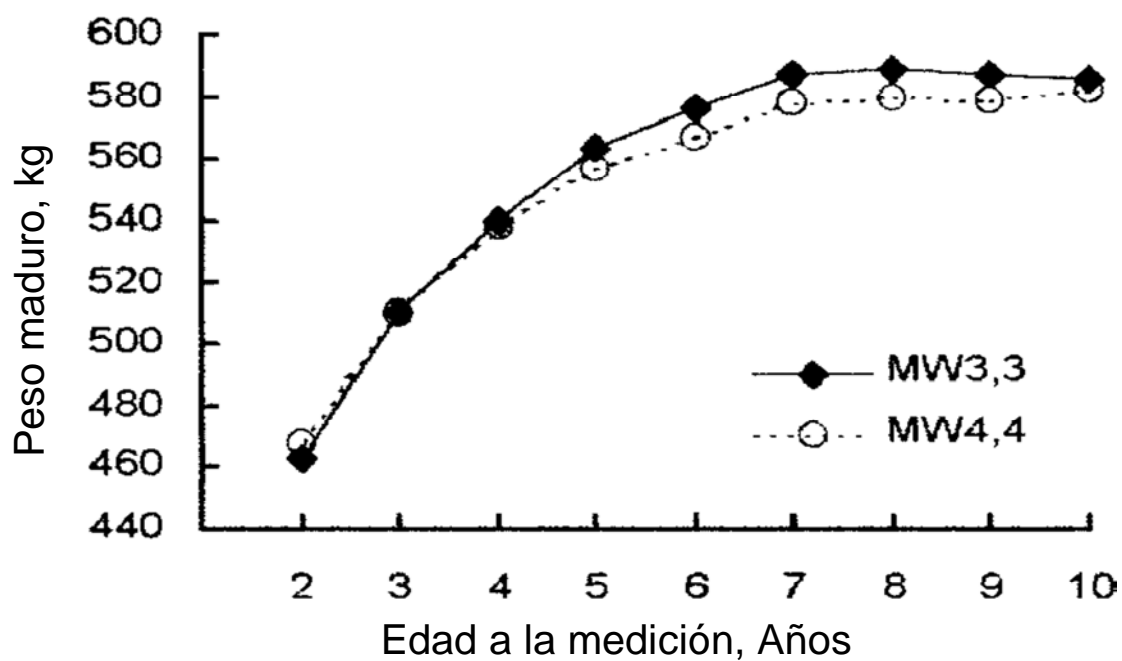


Figura 4. Ejemplo de curva de crecimiento peso-edad Fuente: Y. H. Choy1, et al 2002

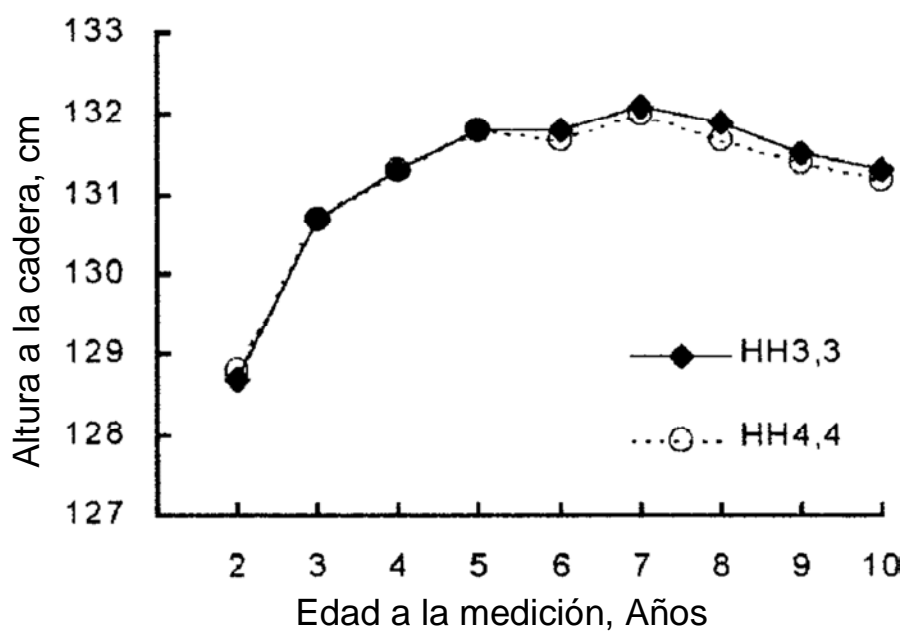


Figura 5. Ejemplo de curva de crecimiento talla-edad Fuente: Y. H. Choy1, et al 2002.

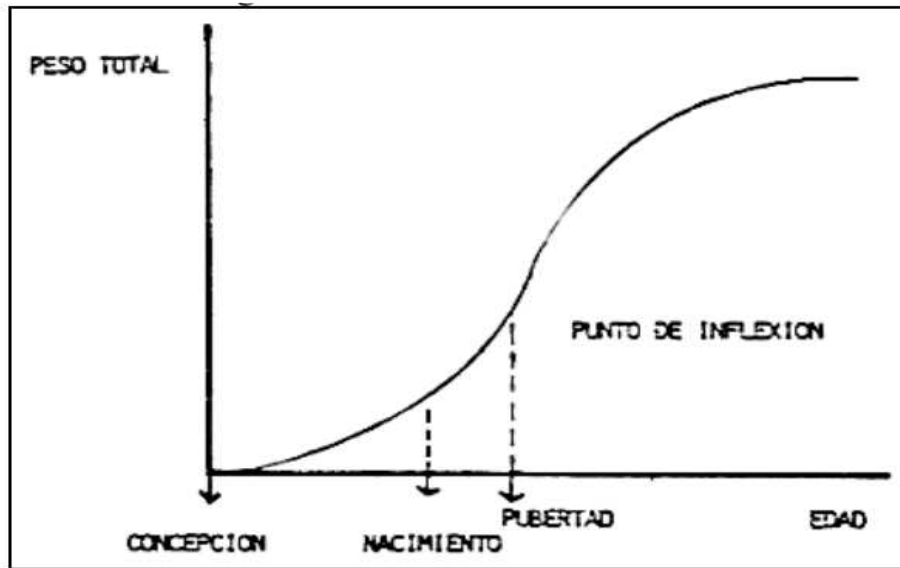


Figura 6. Curva de Crecimiento total. Fuente Bavera et al. 2005

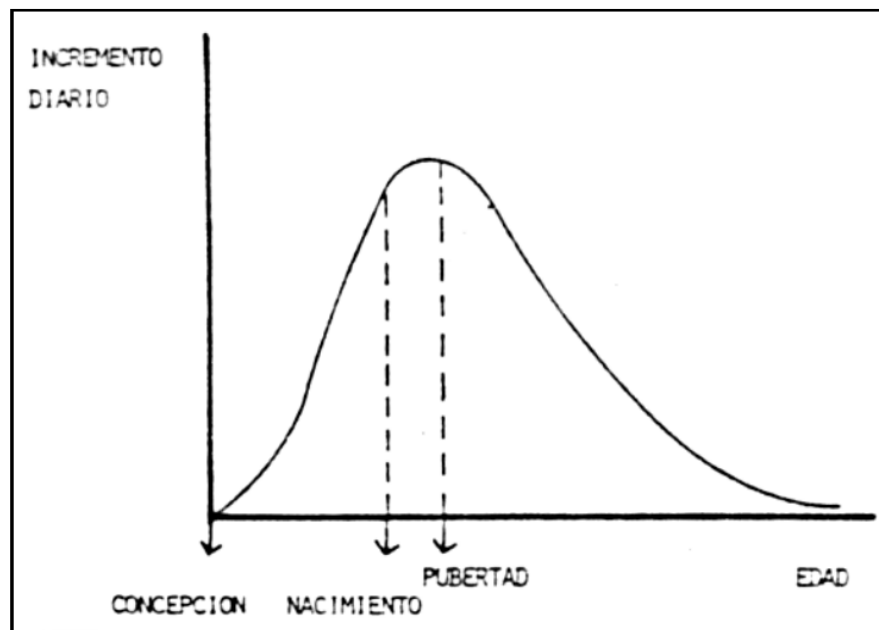


Figura 7. Curva de ganancia de peso por unidad de tiempo o de Crecimiento temporal. Fuente Bocco et al. 2005

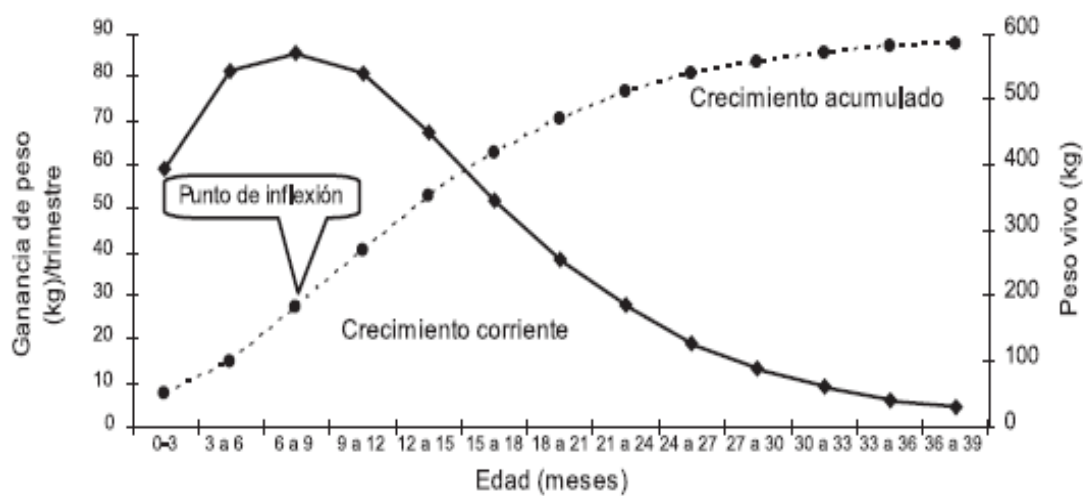


Figura 8. características fundamentales de la curva de crecimiento y ganancia de peso en ganado vacuno. Fuente Agudelo et al 2008.

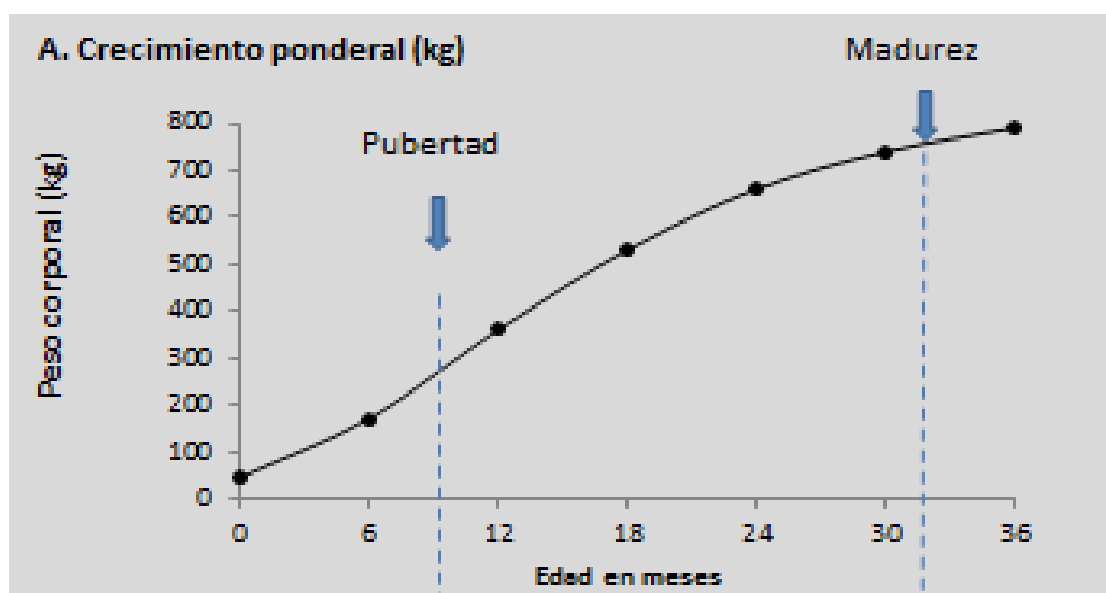


Figura 9. Gráfica de crecimiento ponderal en los bovinos. Fuente Modificado de Bocco et al 2005.



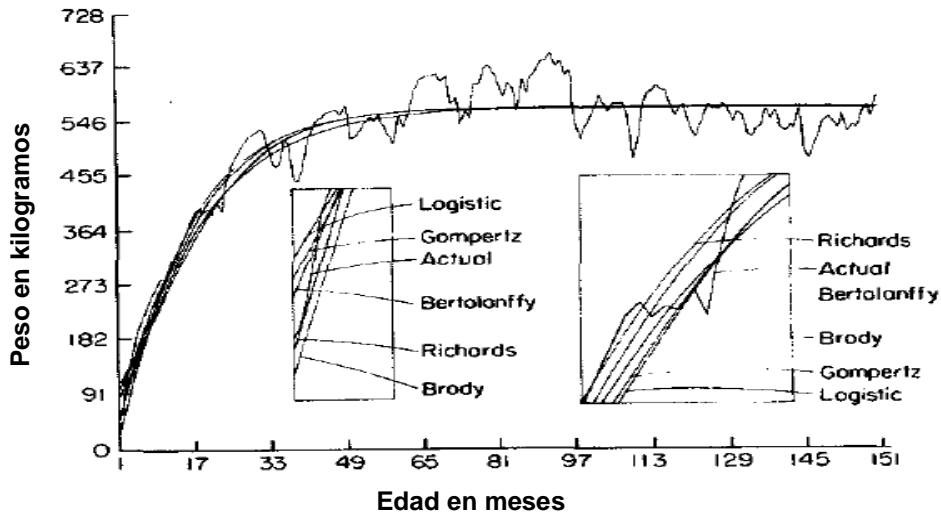


Figura 10. Curva peso-edad de las variaciones de peso de un animal de carne, mostrando la variación en las cualidades de ajuste de 5 modelos matemáticos. Fuente Brown et al 1976.

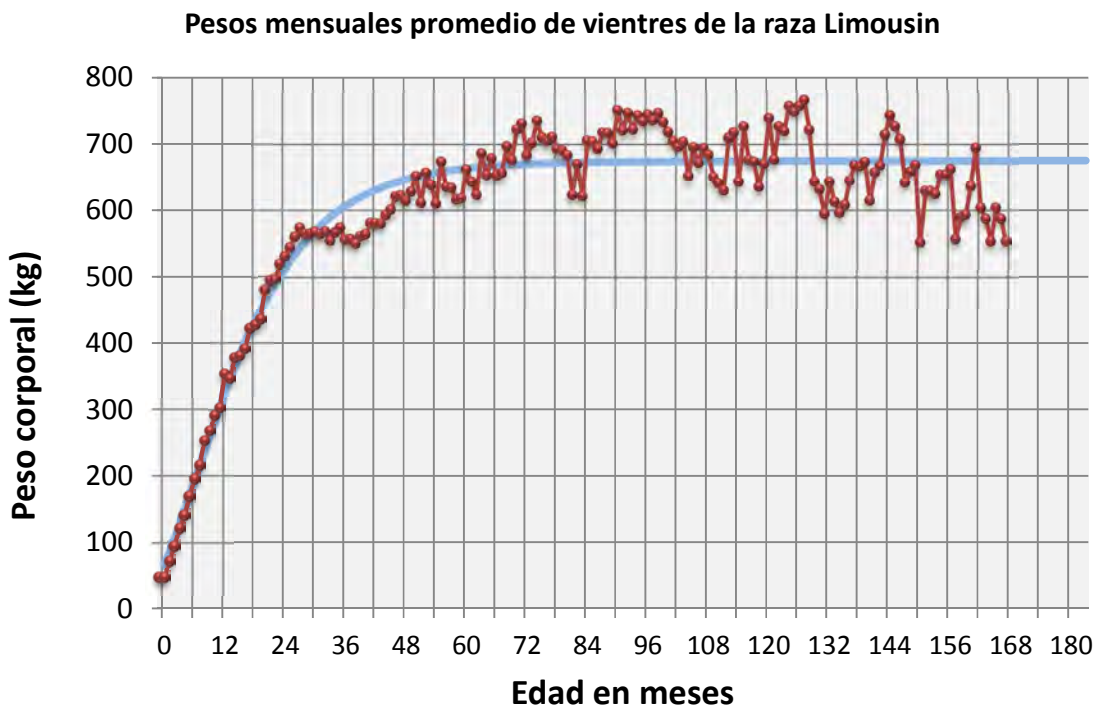


Figura 11. Curva de peso-edad promedio de un hato de vientres de ganado de carne. En el gráfico se muestra el patrón de comportamiento de los pesos corporales promedio de un grupo de vientres de la raza Limousin. Los valores corresponden a los pesos promedio obtenidos para cada edad del grupo de hembras a lo largo de su vida productiva. En la evolución del peso corporal a lo largo del tiempo, es posible apreciar los cambios de peso (ganancias y pérdidas) generados por el crecimiento, gestación, parto, lactancia, cambios de alimento por efectos estacionales.

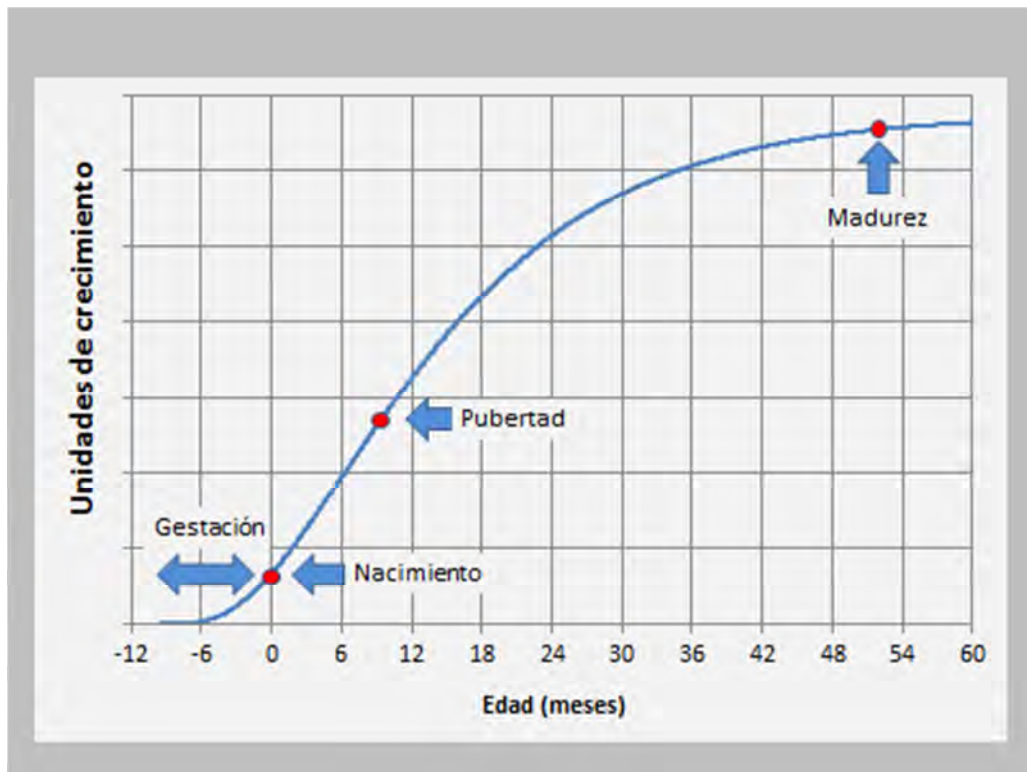
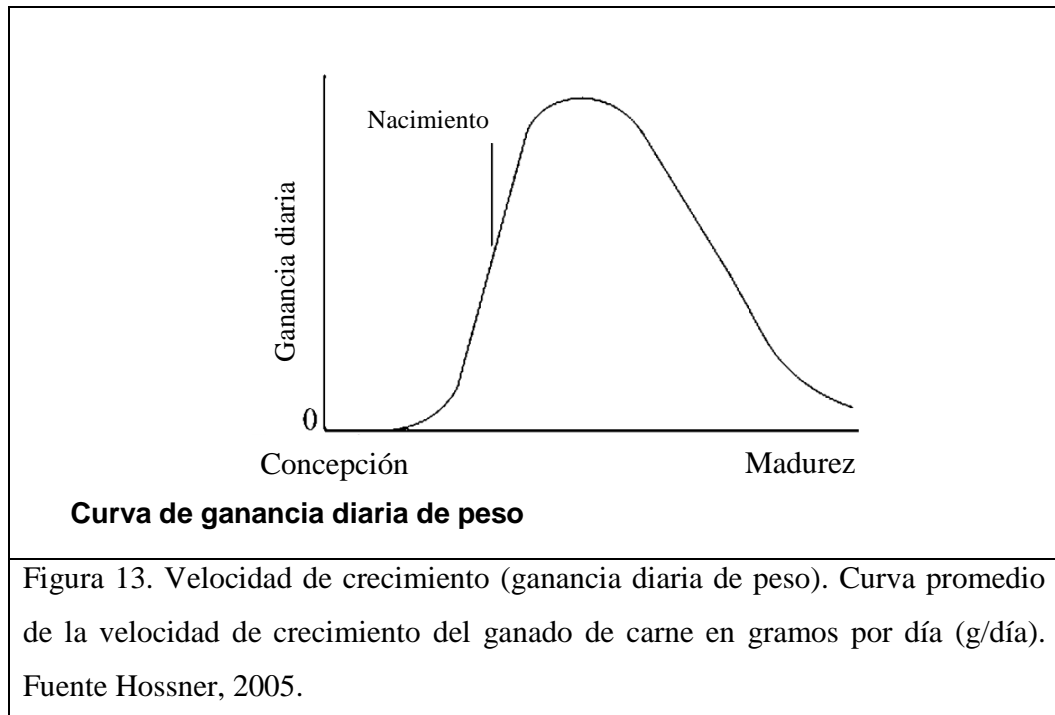


Figura 12. Curva de crecimiento de los bovinos en general. La gráfica representa la trayectoria típica sigmoidea del crecimiento. En el gráfico se muestran los momentos donde se modifica la velocidad de crecimiento y su relación con algunos eventos de la vida productiva del ganado. Fuente: Modificado de Pereda y González, 2004.



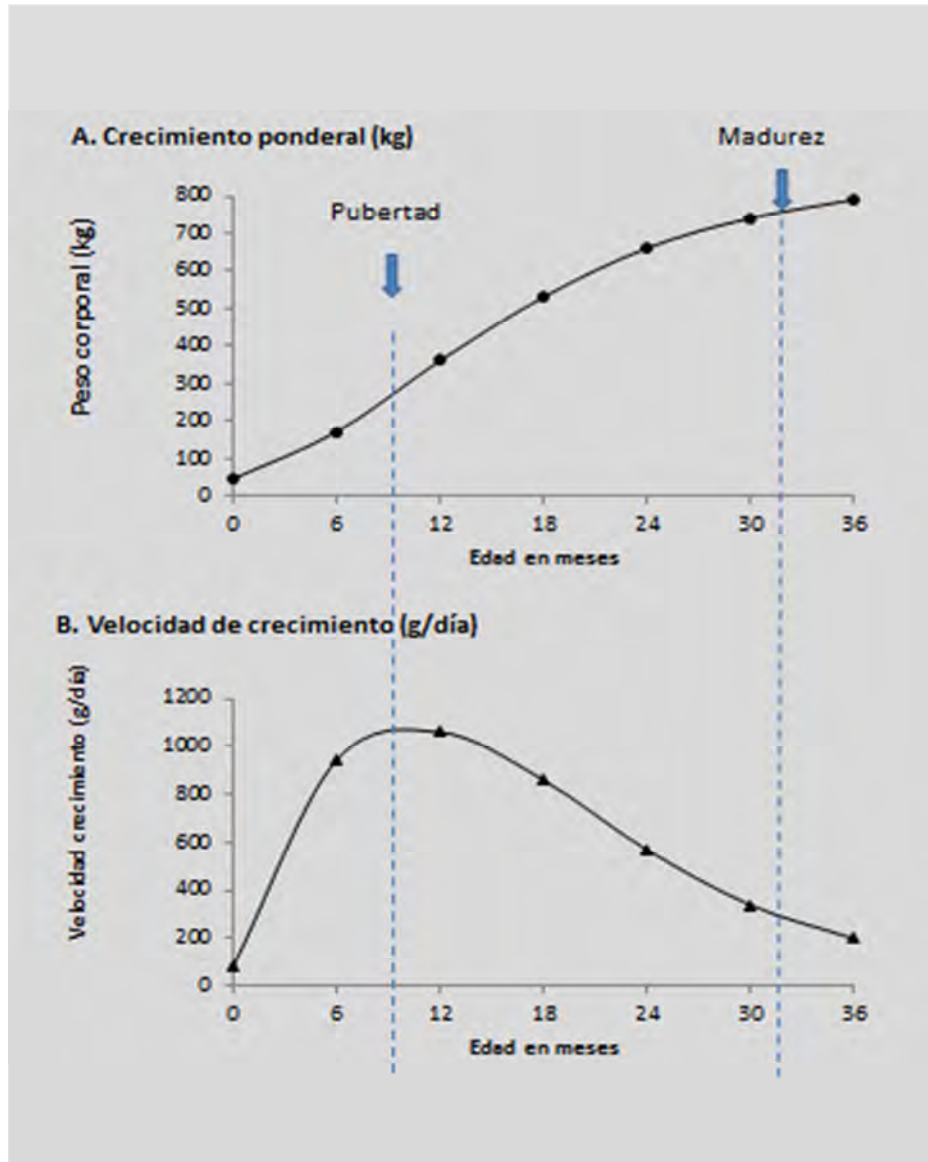


Figura 14. Si una gráfica de evolución del peso acumulado en el tiempo, se compara con la gráfica de la ganancia de peso en una determinada fracción de tiempo (“peso corriente”) se puede observar que la ganancia de peso corriente en un inicio es mayor que en la edad adulta resultando en una concavidad hacia arriba en la curva de evolución del peso acumulado. Fuente Modificado de Bocco et al 2005.

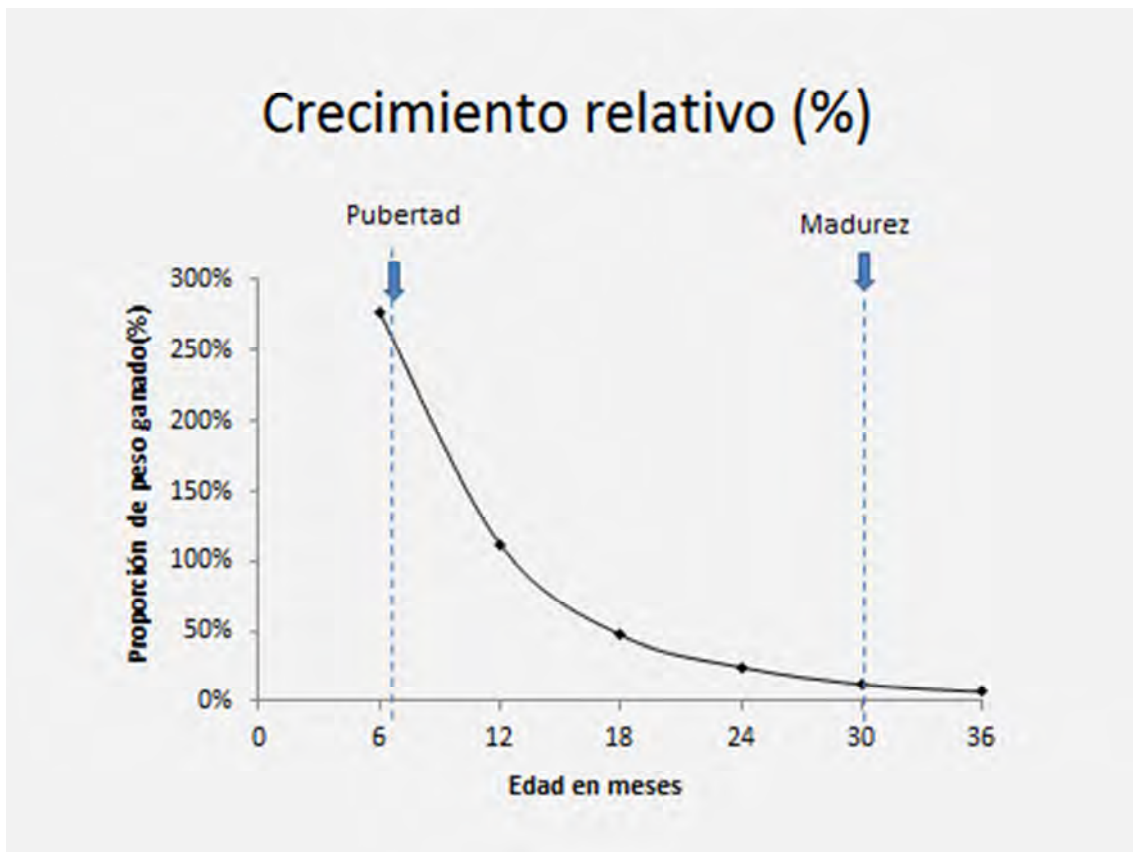


Figura 15. Representación del crecimiento relativo general para las especies animales (sin incluir al humano) La ganancia relativa se refiere a la ganancia de peso en cada momento, expresada como o una proporción del peso en el momento anterior (porcentaje). Fuente: Modificado de Bocco *et al.*, 2005

**Cuadro 2. Evolución de las distintas formas de medición del crecimiento a lo largo de la vida del bovino en general.**

<b>Edad (meses)</b>	<b>Crecimiento ponderal Peso (kg)</b>	<b>Velocidad de crecimiento (g/día)</b>	<b>Tasa de crecimiento (g/kg/día)</b>	<b>Crecimiento relativo (%)</b>
<b>0</b>	<b>45</b>	<b>80</b>	<b>10</b>	<b>-</b>
<b>6</b>	<b>170</b>	<b>940</b>	<b>5.5</b>	<b>278</b>
<b>12</b>	<b>360</b>	<b>1,060</b>	<b>2.9</b>	<b>112</b>
<b>18</b>	<b>530</b>	<b>860</b>	<b>1.6</b>	<b>47</b>
<b>24</b>	<b>660</b>	<b>570</b>	<b>0.9</b>	<b>25</b>
<b>30</b>	<b>740</b>	<b>340</b>	<b>0.5</b>	<b>12</b>
<b>36</b>	<b>790</b>	<b>200</b>	<b>0.3</b>	<b>7</b>
<b>Tomado de Sánchez Rodríguez Manuel, 2011.</b>				

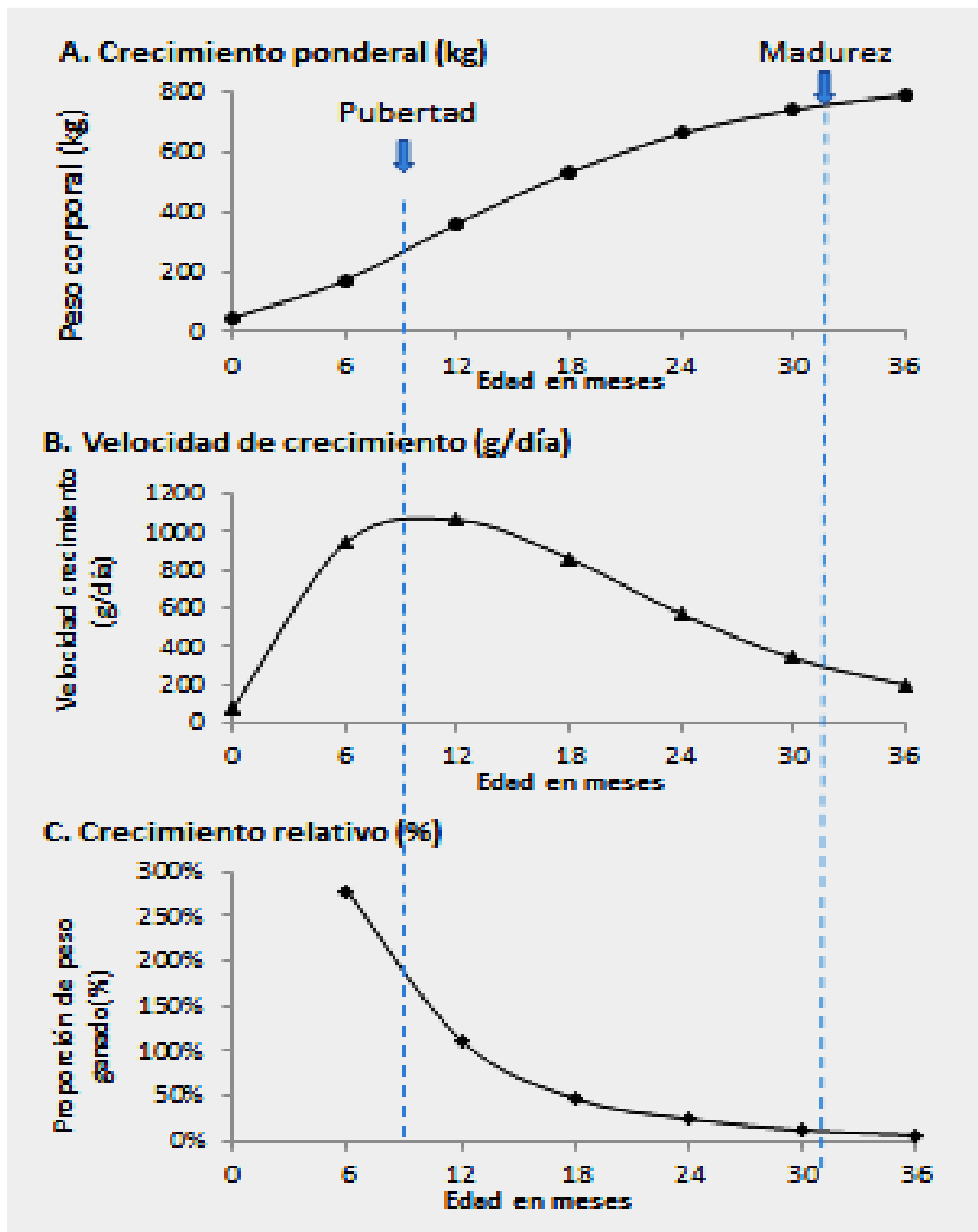


Figura 16. Representación esquemática comparativa de curvas de crecimiento. En la figura se muestran en forma simultánea las curvas de crecimiento acumulado expresado en kilogramos de peso corporal (A), la velocidad de crecimiento en gramos diarios de ganancia (B) y el crecimiento relativo como el porcentaje de incremento con respecto al pesaje anterior (C). Fuente: Modificado de Sánchez-Rodríguez, 2011; Agudelo 2008 y Bocco et al 2005.

Cuadro 4. Ecuaciones de los modelos y funciones derivadas para la descripción de la evolución del crecimiento

Modelo	Modelo				
	Brody (1945)	Bertalanffy (1957)	Gompertz (1932)	Logístico (1923)	Richards (1959)
Ecuación ( $y_t = y(t)$ )	$y_t = A(1 - be^{-kt})$	$y_t = A(1 - be^{-kt})^3$	$y_t = Ae^{-bt^{-kt}}$ $= y_0 e^{L/\alpha}$	$y_t = A(1 + e^{-kt})^{-M}$	$y_t = A(1 \pm be^{-kt})^M$
Peso Asintótico	A	A	$= y_0 e^{L/\alpha}$	A	A
Tasa instantánea de crecimiento absoluto ( $dy/dt$ ) o Ganancia absoluta	$= kA(1 - u)$	$= 3ky(u^{-1/3} - 1)$	$= ky \ln_e(u^{-1})$	$= ky(1 - u)$	$= Mky(u^{-1/M} - 1)$
Velocidad absoluta	$v_a = kA \left(1 - \frac{W}{A}\right)$	$v_a = 3kW \left\{ \left(\frac{A}{W}\right)^{\frac{1}{3}} - 1 \right\}$	$v_a = kW \ln_e \left(\frac{A}{W}\right)$	$v_a = kW \left(1 - \frac{W}{A}\right)$	$v_a = \frac{-kW}{n} \left\{ \left(\frac{W}{A}\right)^n - 1 \right\}$
Tasa instantánea de crecimiento relativo ( $y^{-1})(d_y/d_t)$	$= k(u^{-1} - 1)$	$= 3k(u^{-1/3} - 1)$	$= k \ln_e(u^{-1})$	$= ku(1 - u)$	$= Mk(u^{-1/M} - 1)$
Velocidad relativa	$v_r = k \frac{A}{W} \left(1 - \frac{W}{A}\right)$	$v_r = 3k \left\{ \left(\frac{A}{W}\right)^{\frac{1}{3}} - 1 \right\}$	$v_r = k \ln_e \left(\frac{A}{W}\right)$	$v_r = k \left(1 - \frac{W}{A}\right)$	$v_a = \frac{-k}{n} \left\{ \left(\frac{W}{A}\right)^n - 1 \right\}$
Tasa de maduración	k	k	$\alpha$	k	k
Tasa de madurez absoluta ( $A^{-1} d_y/d_t$ )	$= k(1 - u)$	$= 3ku(u^{-1/3} - 1)$	$= ku \ln_e(u^{-1})$	$= ku(1 - u)$	$= Mku(u^{-1/M} - 1)$
Tasa de crecimiento ( $dy_t/dt$ )	$= ky_t \left(\frac{be^{-kt}}{1 - be^{-kt}}\right)$	$= 3ky_t \left(\frac{be^{-kt}}{1 - be^{-kt}}\right)$	$= Ly_t e^{-\alpha t}$	$= Mky_t \left(\frac{e^{-kt}}{1 + e^{-kt}}\right)$	$= Mky_t \left(\frac{be^{-kt}}{1 - be^{-kt}}\right)$
Parámetro M	1	3	$M \rightarrow \infty$	-1	Variable
Punto de Inflexión	No tiene	$= 0.296A$	$= 0.368A$	$= A(M/M + 1)^M$	$= A(M - 1/M)^M$
Edad a inflexión ( $t_I$ )	No tiene	$t_I = \frac{(\ln_e 3b)}{k}$	$t_I = \frac{(\log_e b)}{k}$	$t_I = \frac{(\log_e b)}{k}$	$t_I = \frac{-\log(n/b)}{k}$
Peso a inflexión	No tiene	$y_I = \frac{A(8)}{27}$	$y_I = \frac{A}{e}$	$y_I = \frac{A}{2}$	$y_I = \frac{A}{(n + 1)^{1/n}}$
Madurez a la inflexión ( $u_i$ )	No tiene	$u_i = \frac{8}{27}$	$u_i = e^{-1} = \frac{1}{e}$	$u_i = \frac{1}{2}$	$u_i = \left[\frac{(M - 1)}{M}\right]^M$
Peso inicial	$y_0 = A(1 - b)$	$y_0 = A(1 - b)^3$	$y_0 = Ae^{-b}$	$y_0 = \frac{A}{(1 + be)}$	$y_0 = A(1 \pm b)^{\frac{-1}{n}}$

$y_t$  = peso a la edad  $t$ ;  $A, b, k, L, M$  y  $\alpha$  son los parámetros buscados. Fuentes: Brown *et al.*, 1976; Fitzhugh, 1976; Sánchez, 2007; Goyache, 2005; Agudelo *et al.*, 2008

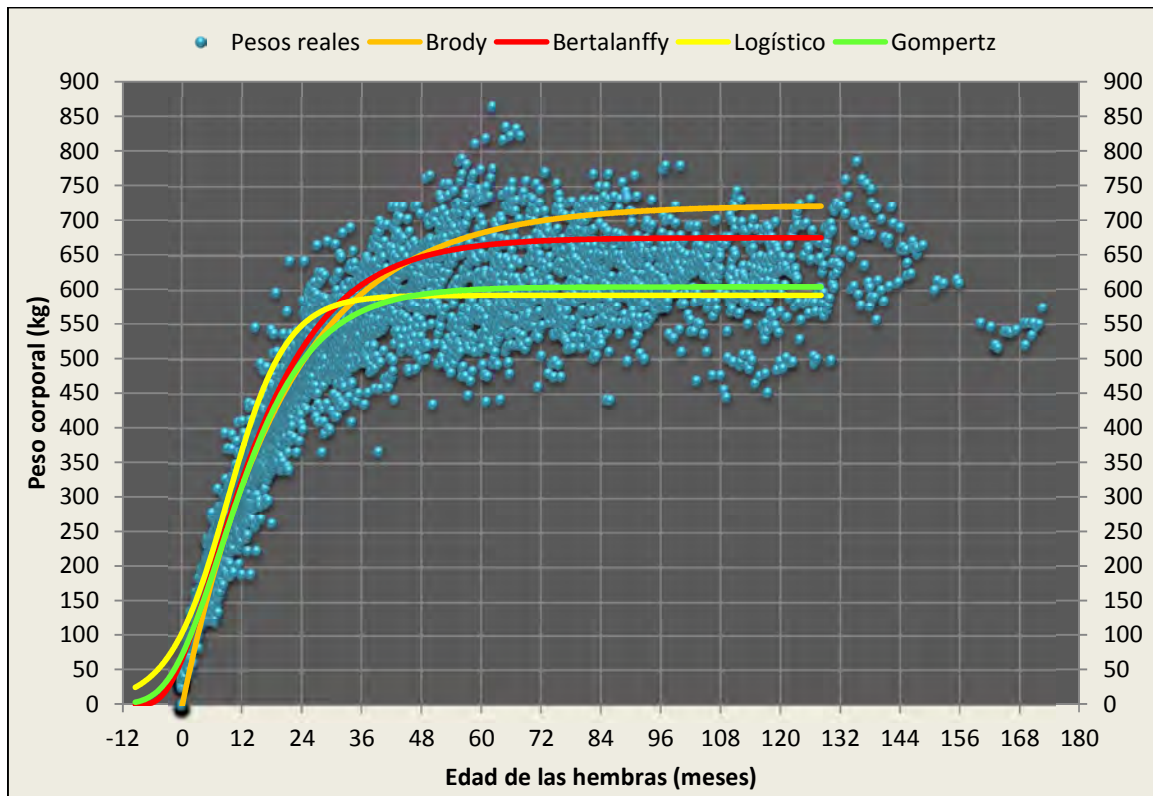


NoARETE	FNACIM	DATE	Días (t)	Peso (Wt)	meses	años	#obs
122	10 de ago de 07	10 de ago de 07	1.0	29	0.0	0.0	17
122	10 de ago de 07	7 de nov de 07	90.0	113	3.0	0.2	
122	10 de ago de 07	5 de dic de 07	118.0	140.5	3.9	0.3	
122	10 de ago de 07	21 de ene de 08	165.0	175	5.4	0.5	
122	10 de ago de 07	22 de feb de 08	197.0	207	6.5	0.5	
122	10 de ago de 07	26 de mar de 08	230.0	242	7.6	0.6	
122	10 de ago de 07	27 de may de 08	292.0	306	9.6	0.8	
122	10 de ago de 07	25 de jun de 08	321.0	311	10.6	0.9	
122	10 de ago de 07	30 de jul de 08	356.0	328	11.7	1.0	
122	10 de ago de 07	26 de ago de 08	383.0	343	12.6	1.0	
122	10 de ago de 07	3 de oct de 08	421.0	370	13.8	1.2	
122	10 de ago de 07	8 de oct de 08	426.0	366	14.0	1.2	
122	10 de ago de 07	20 de oct de 08	438.0	357	14.4	1.2	
122	10 de ago de 07	28 de oct de 08	446.0	382	14.7	1.2	
122	10 de ago de 07	12 de nov de 08	461.0	345	15.2	1.3	
122	10 de ago de 07	25 de nov de 08	474.0	377	15.6	1.3	
122	10 de ago de 07	3 de dic de 08	482.0	370	15.9	1.3	

Figura 17. Ejemplo de uno de los Registros de base de datos de pesajes por animal. La figura muestra al animal 122 con datos de fecha de nacimiento (FNACIM), fecha de pesajes (DATE), edad en días (t), peso de cada fecha (Wt), edad en meses (meses), edad en años (años) y número de observaciones (#obs).

Cuadro 5. Lugar jerárquico de los cuatro modelos para predecir curvas de crecimiento en hembras Limousin			
Lugar jerárquico	Modelo		Hembras (n=130) <sup>2</sup>
1	Von Bertalanffy	$W_t = A(1 - be^{-kt})^3$	a
2	Brody	$W_t = A(1 - be^{-kt})$	b
3	Logístico	$W_t = A(1 + be^{-kt})^{-1}$	b
4	Gompertz	$W_t = Ae^{-be^{-kt}}$	c

<sup>2</sup>Diferentes literales en columna indican diferencias significativas (p<0.05).



Gráfica 1. Descripción comparativa del comportamiento del peso corporal estimado con los distintos modelos. La gráfica muestra los pesos de los vientres a lo largo de su vida productiva. Los pesajes resultan de valores estimados a través de los modelos incluidos en el estudio.

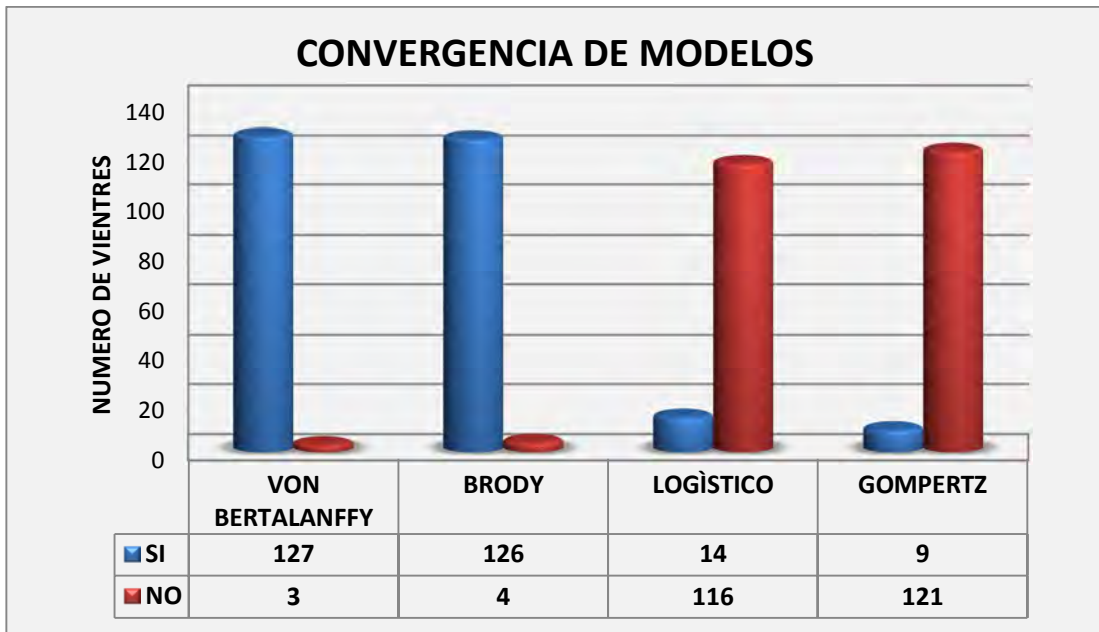
**Cuadro 6. Valores promedio de CMR y los parámetros  $A$ ,  $b$  y  $k$  obtenidos de los cuatro modelos para ajustar curvas de crecimiento en hembras Limousin en pastoreo (n=130)**

Modelo	CMR	Parámetros <sup>§</sup>		
		$A$	$b$	$k$
Von Bertalanffy	829	674.6 ± 117.0	0.537	0.076
Brody	831	721.8 ± 100.5	0.999	0.048
Gompertz	873	603.4 ± 111.1	2.113	0.099
Logístico	906	591.2 ± 110.6	4.655	0.170

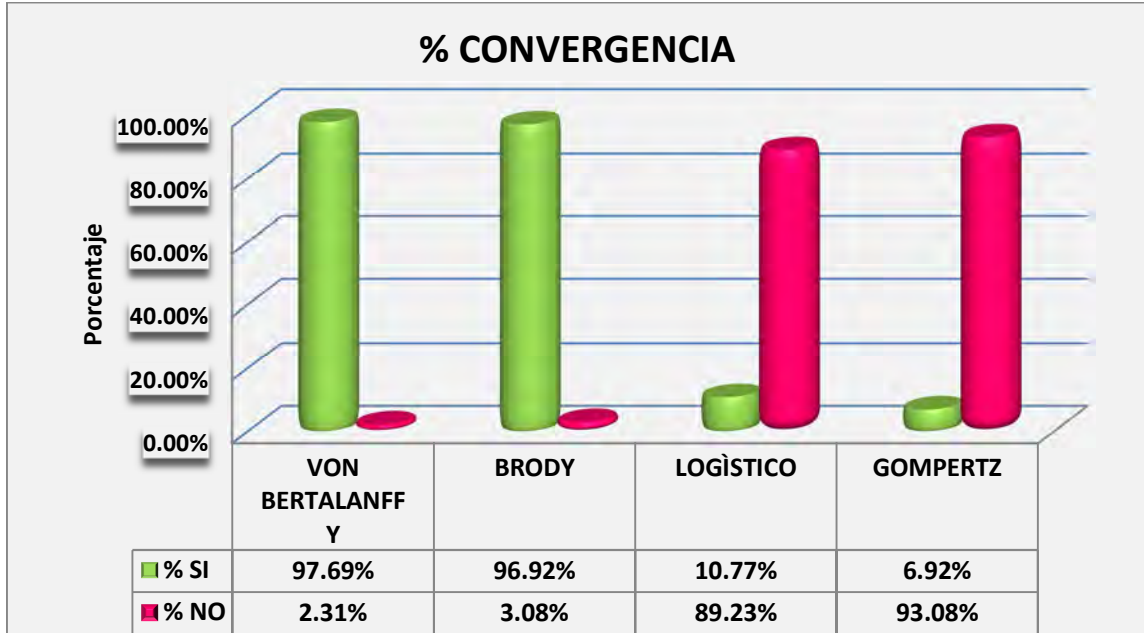
*n* = 130  
<sup>§</sup>  $A$ , peso maduro (kg);  $b$ , constante de integración y  $k$ , tasa de maduración (d-1)

**Cuadro 7. Parámetros adicionales obtenidos a través de funciones derivadas de las ecuaciones de los modelos del estudio.**

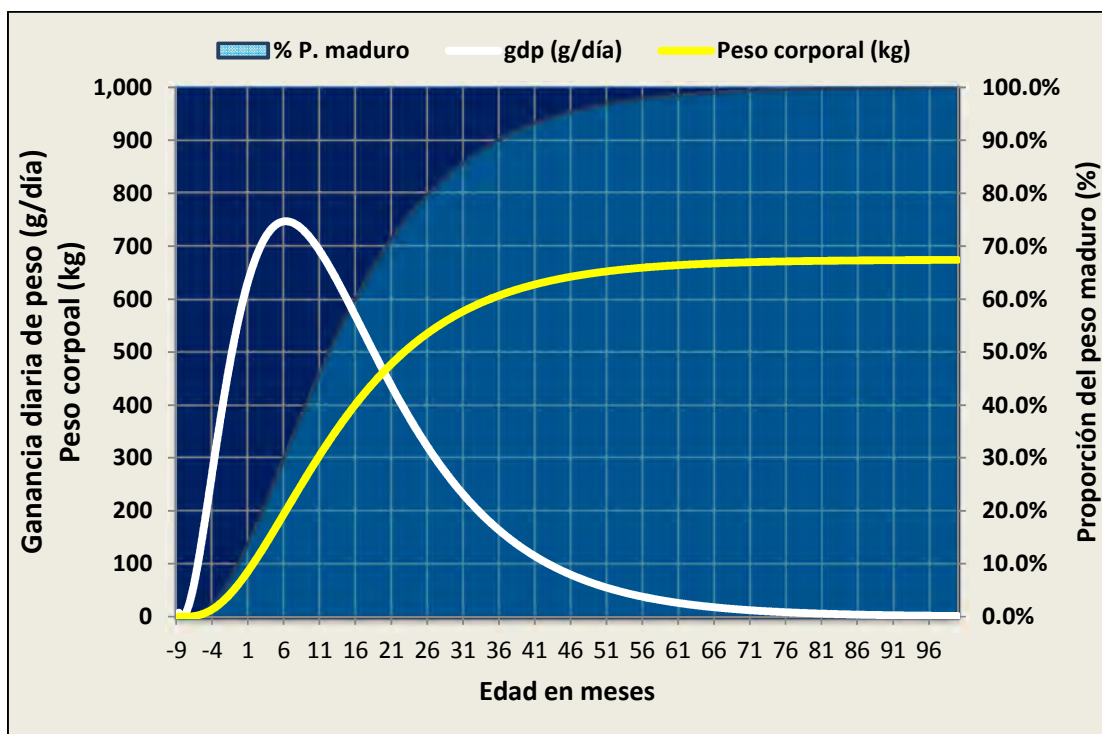
Modelo	Peso inicial	Peso a inflexión	Edad a la inflexión	Grado de madurez a la inflexión	Velocidad relativa
<b>Von Bertalanffy</b>	67	199.9	6.3	29.63%	11.4%
<b>Gompertz</b>	73	222.0	7.6	36.79%	09.9%
<b>Logístico</b>	43	295.6	9.0	50.00%	08.5%
<b>Brody</b>	1	No tiene	No tiene	No tiene	No tiene



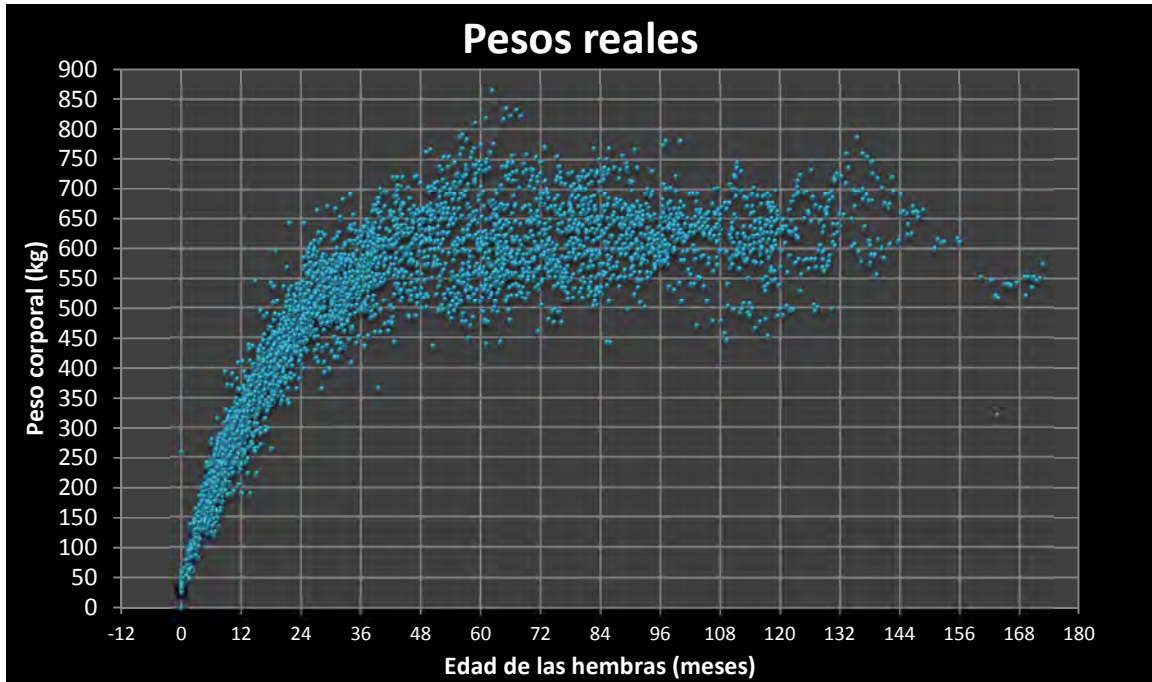
**Gráfica 2. Resultados totales de convergencia por modelo.** La gráfica muestra la cantidad de curvas de las 130 totales analizadas, que si (barras azules) o no (barras rojas) convergen en cada modelo.



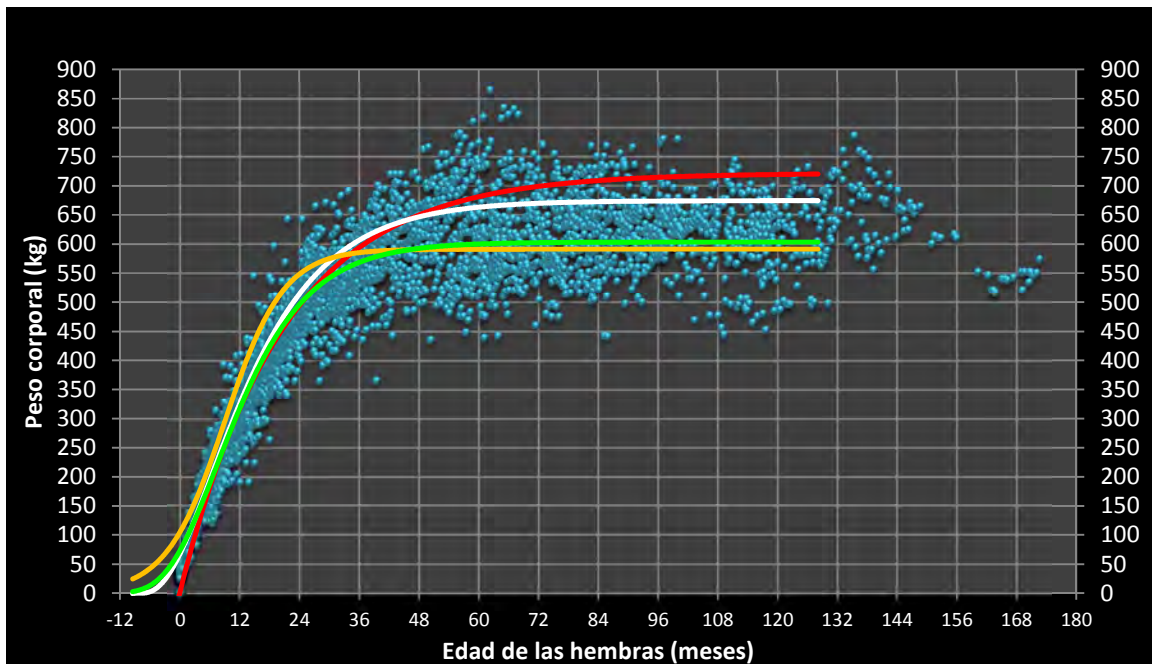
**Gráfica 3. Porcentaje de convergencia de los 4 modelos.** Se observa el porcentaje de convergencia por modelo de acuerdo a los resultados presentados en la Gráfica 2.



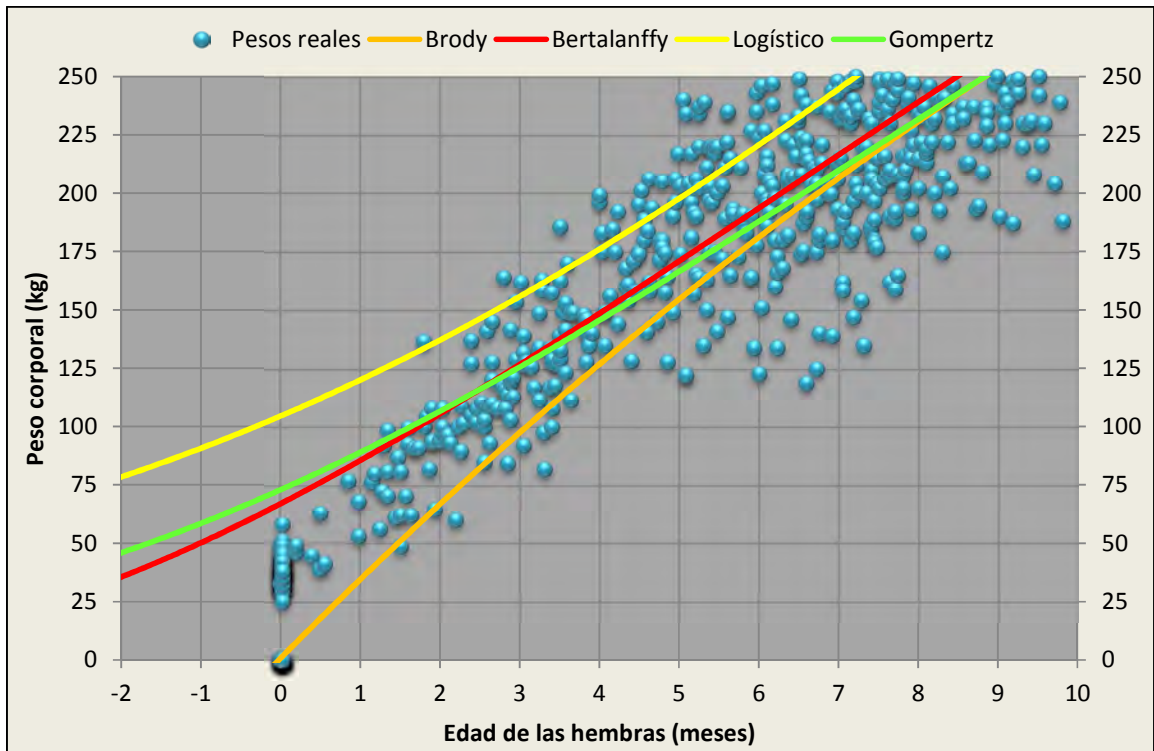
**Gráfica 4.** Demuestra las curvas correspondientes a los valores del porcentaje de peso maduro (%P. maduro), Ganancia Diaria de Peso (gdp (g/día)) y Peso corporal (kg) de los datos de las 130 hembras en el estudio.



Gráfica 5. Denota la graficación de cada una de las 4,372 observaciones de pesos corporales analizadas en este estudio.



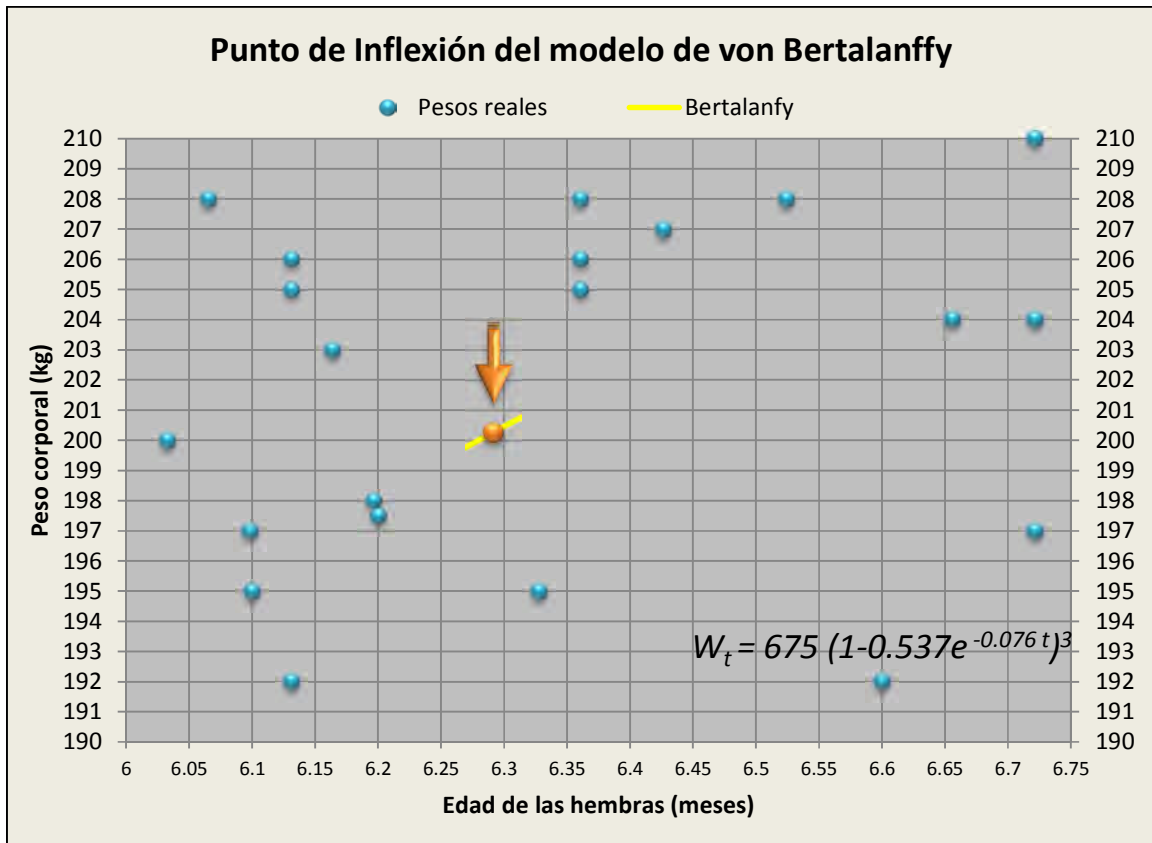
Gráfica 6. Muestra las curvas de crecimiento obtenidas de von Bertalanffy (blanco), Brody (rojo), Gompertz (verde) y Logístico (amarillo) respectivamente, superpuestas a la graficación de cada una de las 4,372 observaciones de pesos corporales analizadas en este estudio.



Gráfica 7. Acercamiento de la fase inicial (exponencial) de cada uno de los modelos.

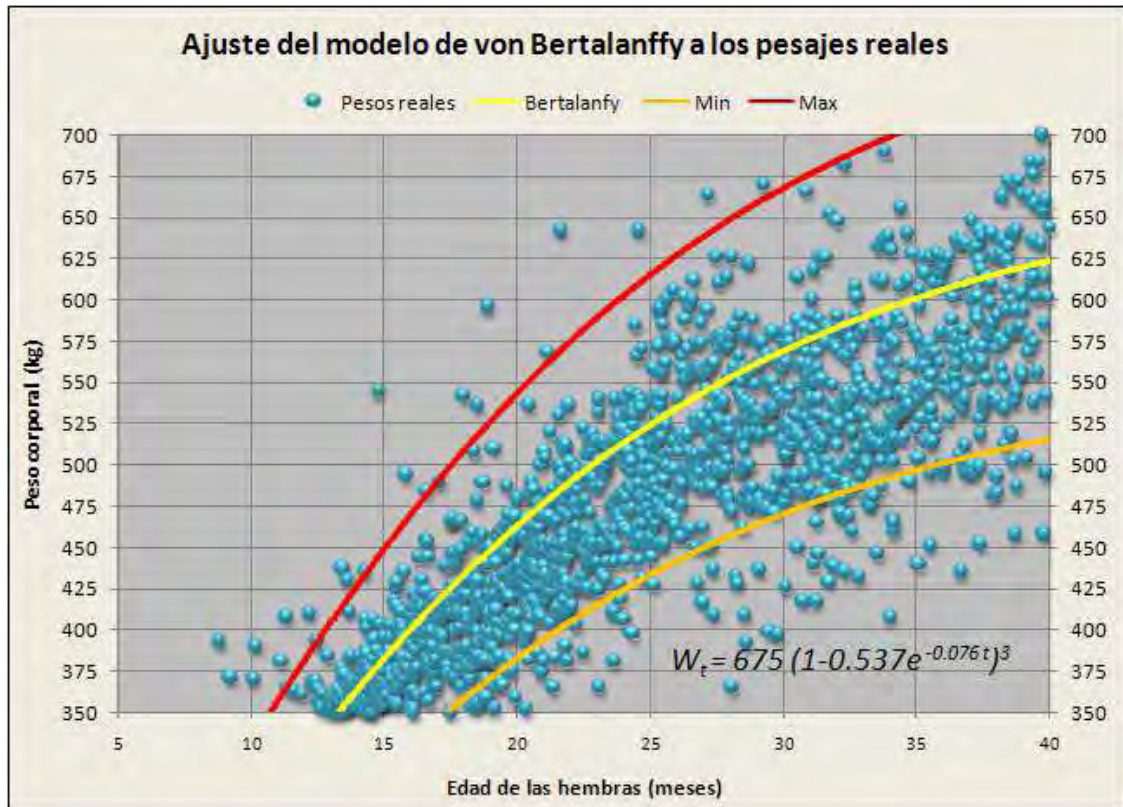


Gráfica 8. Acercamiento de los 4 modelos matemáticos de los 4 meses al año de edad.



Gráfica 9. Punto de Inflexión del modelo de von Bertalanffy. Este es el punto donde se ejemplifica el peso al destete.





Gráfica 10. Ajuste del modelo de von Bertalanffy a los pesajes reales. La gráfica muestra 3 curvas, la superior siendo el máximo de la curva que abarca von Bertalanffy y la inferior la curva que se realizó con los valores mínimos. En el centro está la curva real del estudio.