



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE CIENCIAS

**SIMULACIÓN ESTOCÁSTICA DE CUENTAS
INDIVIDUALES DE AHORRO PARA EL RETIRO EN
MÉXICO
(COMPARACIÓN DE TASAS DE REEMPLAZO)**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

ACTUARÍA

PRESENTA :

JONATHAN GONZÁLEZ SALGADO



**DIRECTOR DE TESIS:
ACT. CARLOS CONTRERAS CRUZ
(2012)**



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

1. Datos del alumno

González
Salgado
Jonathan
044 55 29 11 73 09
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ciencias
305129550

2. Datos del tutor

Act.
Contreras
Cruz
Carlos

3. Datos del sinodal 1

Act.
Peña
Velázquez
José Enrique

4. Datos del sinodal 2

Act.
Malpica
Flores
Silvia Leticia

5. Datos del sinodal 3

Act.
Hernández
Viveros
Cesar Adrián

6. Datos del sinodal 4

Act.
Soto
Pérez
Carlos

7. Datos del trabajo escrito

Simulación Estocástica de Cuentas Individuales de Ahorro para el Retiro en México
(Comparación de Tasas de Reemplazo)
91 p
2012

Índice General

Nomenclatura	7
Introducción	8
Capítulo 1 Antecedentes	9
1.1 LA SEGURIDAD SOCIAL Y SUS OBJETIVOS	9
1.1.1 <i>Inicios de la Seguridad Social</i>	9
1.1.2 <i>Sistemas Integrales de Seguridad Social</i>	10
1.1.3 <i>Implantación de los Sistemas de Seguridad Social en México</i>	13
1.2 LAS PENSIONES COMO PARTE DE LA SEGURIDAD SOCIAL	15
1.2.1 <i>Regímenes de Prestaciones Universales</i>	15
1.2.2 <i>Regímenes de Seguro Social</i>	16
1.2.3 <i>Regímenes de Asistencia Social</i>	16
1.2.4 <i>Fondos de Previsión</i>	17
1.2.5 <i>Regímenes Privados de Pensiones</i>	17
1.3 SISTEMAS DE FINANCIACIÓN	17
1.3.1 <i>Curva General de Costos</i>	18
1.3.2 <i>Sistemas de Reparto y de Capitalización</i>	19
Capítulo 2 Ley del Seguro Social	25
2.1 RÉGIMEN DE 1973	25
2.2 RÉGIMEN DE 1997	32
Capítulo 3 Simulación de Cuentas Individuales	39
3.1. VARIABLES QUE AFECTAN A UNA CUENTA INDIVIDUAL	40
3.1.1 <i>Carrera Salarial</i>	40
3.1.2 <i>Densidad de Cotización y Perfil salarial</i>	41
3.1.3 <i>Rendimiento real de las AFORE y del fondo de Vivienda</i>	44
3.1.4 <i>Comisiones de las AFORE</i>	49
3.1.5 <i>Cuota Social</i>	50
3.2 MODELO PROPUESTO	51
3.2.1 <i>Planteamiento General</i>	51
3.2.2 <i>Modelos probabilísticos para los rendimientos y densidad de cotización</i>	53
3.2.3 <i>Metodología</i>	58
3.2.4 <i>Perfiles salariales a considerar</i>	60
3.3 RESULTADOS DE LAS SIMULACIONES	61
3.3.1 <i>Probabilidades de obtener la PMG</i>	61
3.3.2 <i>Tasas de Reemplazo</i>	63

Conclusiones	70
Anexos.....	71
A) PROBABILIDADES DE OBTENER LA PMG POR AFORE.....	71
B) TASAS DE REEMPLAZO POR AFORE.....	75
C) CÁLCULO DE LOS FACTORES ACTUARIALES	82
D) MODELO PARA LOS RENDIMIENTOS REALES DE LAS AFORE.....	87
1. <i>Vector Normal.....</i>	<i>87</i>
2. <i>Modelo para los rendimientos reales</i>	<i>87</i>
E) CADENAS DE MARKOV	88
Bibliografía.....	90

Índice de Tablas

<i>Tabla 2.1: Cuantías básicas e Incrementos anuales</i>	<i>27</i>
<i>Tabla 2.2: Límite a las Contribuciones</i>	<i>29</i>
<i>Tabla 2.3: Proporción de la cuantía con respecto al Salario Pensionable</i>	<i>31</i>
<i>Tabla 2.4: Administradoras de Fondos para el Retiro</i>	<i>33</i>
<i>Tabla 2.5 : Aportaciones a la Cuenta Individual (Porcentaje del Salario del Trabajador)</i>	<i>34</i>
<i>Tabla 2.6: Cuota Social.....</i>	<i>34</i>
<i>Tabla 2.7: Rendimientos reales de las SIEFORES Básicas (Últimos 36 meses, al cierre de Diciembre del 2011)</i>	<i>37</i>
<i>Tabla 2.8: Comisiones</i>	<i>38</i>
<i>Tabla 3.1: Distribución de Cuentas por Densidad de Cotización</i>	<i>44</i>
<i>Tabla 3.2: Rendimientos reales del Fondo del INFONAVIT</i>	<i>48</i>
<i>Tabla 3.3 Probabilidades de obtener la PMG (Sistema)</i>	<i>62</i>
<i>Tabla 3.4 Tasas de reemplazo del Sistema</i>	<i>64</i>
<i>Tabla 3.5 Matriz de Correlación entre las tasas de Reemplazo</i>	<i>68</i>
<i>Tabla 3.6 Probabilidades de que la tasa de reemplazo de la AFORE i sea menor al de la Afore j.....</i>	<i>69</i>

Índice de Ilustraciones

<i>Ilustración 1.1: Curva General de Costos de un Sistema de Pensiones.....</i>	<i>18</i>
<i>Ilustración 1.2: Reparto Puro vs Capitales</i>	<i>21</i>
<i>Ilustración 1.3: Prima Media General.....</i>	<i>22</i>
<i>Ilustración 1.4: Prima Media Escalonada</i>	<i>22</i>
<i>Ilustración 3.1: Años de cotización mínimos necesarios para tener derecho a la pensión de retiro (De acuerdo a la densidad de cotización)</i>	<i>42</i>
<i>Ilustración 3.2: Años de cotización mínimos necesarios para tener derecho a servicios de salud (De acuerdo a la densidad de cotización)</i>	<i>43</i>
<i>Ilustración 3.3: Rendimientos reales de la SIEFORE Básica 1.....</i>	<i>45</i>
<i>Ilustración 3.4: Rendimientos reales de la SIEFORE Básica 2.....</i>	<i>46</i>
<i>Ilustración 3.5: Rendimientos reales de la SIEFORE Básica 3.....</i>	<i>46</i>
<i>Ilustración 3.6: Rendimientos reales de la SIEFORE Básica 4.....</i>	<i>47</i>
<i>Ilustración 3.7: Rendimientos reales de la SIEFORE Básica 5.....</i>	<i>47</i>
<i>Ilustración 3.8 Evolución de las Comisiones en los últimos años</i>	<i>49</i>
<i>Ilustración 3.9 Autocorrelación y autocorrelación parcial de la Siefore básica 5</i>	<i>54</i>
<i>Ilustración 3.10 Correlación cruzada entre los rendimientos de la SB5 de SURA y XXI.</i>	<i>55</i>
<i>Ilustración 3.11: Probabilidades de Obtener la PMG por AFORE.....</i>	<i>62</i>
<i>Ilustración 3.12 Tasas de reemplazo promedio.....</i>	<i>65</i>
<i>Ilustración 3.13: Tasas de reemplazo promedio vs desviación estándar.....</i>	<i>66</i>
<i>Ilustración 3.14 Distribución de las tasas de Reemplazo.....</i>	<i>67</i>

Nomenclatura

- AFORE: Administradora de Fondos para el Retiro.
- BANXICO: Banco de México.
- CNSF: Comisión Nacional de Seguros y Fianzas.
- CONSAR: Comisión Nacional del Sistema de Ahorro para el Retiro.
- IMSS: Instituto Mexicano del Seguro Social.
- INFONAVIT: Instituto del Fondo Nacional de la Vivienda para los Trabajadores.
- ISSSTE: Instituto de Seguridad y Servicios Sociales de los Trabajadores del Estado.
- OIT: Organización Internacional del Trabajo.
- PMG: Pensión Mínima Garantizada.
- SAR: Sistema de Ahorro para el Retiro.
- SIEFORE: Sociedades de Inversión Especializadas en Fondos de Retiro.
- SM: Salario Mínimo.

Introducción

Con las reformas de 1997 al régimen pensionario del Seguro Social en México, se pasó de un sistema diseñado para ser financiado a través de la capitalización colectiva, pero que de facto se convirtió en un sistema de reparto, donde los trabajadores activos aportaban para el pago de las pensiones, a un sistema de cuentas individuales; en el cual, cada trabajador vela por su retiro. Estas cuentas son manejadas por Administradoras de Fondos para el Retiro (AFORE) y cada trabajador debe elegir alguna de ellas.

Debido a la variabilidad tanto de rendimientos de las AFORE como de otras variables, no se cuenta con estimaciones confiables de la posible pensión del trabajador al retiro. Por ello, el objetivo de la tesis es brindar elementos a los trabajadores para que puedan elegir con la información actual- la AFORE que mayor pensión les pueda ofrecer. La comparación entre las AFORE se realiza a través de tasas de reemplazo (pensión/último salario) y de la probabilidad de no tener recursos suficientes para financiar la pensión mínima garantizada que otorga el Gobierno Federal. Las tasas y probabilidades de las AFORE se obtienen al simular cuentas individuales bajo distintos escenarios de mercado y perfiles salariales con base en la información publicada por la Comisión Nacional del Sistema de Ahorro para el Retiro (CONSAR) y Banco de México (BANXICO). Los resultados de las simulaciones ayudarán además, a verificar la viabilidad del nuevo régimen pensionario, y así, poder prevenir eventos contingentes, y tener mayores beneficios al retiro.

En el capítulo 1 se presentarán aspectos generales de la seguridad social y se describirán los diversos tipos de regímenes pensionarios que existen; en la capítulo 2 se describen las Leyes del Seguro Social 73 y 97 en lo referente a las pensiones y las cuentas individuales; en el tercero, se describe el modelo probabilístico y la metodología para la simulación de las cuentas individuales; finalizando con los resultados en de las simulaciones en general y conclusiones. En los anexos se encuentran los resultados numéricos por AFORE, distribuciones de probabilidad, fórmulas y tablas, así como los resultados individuales por AFORE

Capítulo 1

Antecedentes

1.1 La Seguridad Social y sus Objetivos

Dentro de la Declaración Universal de los Derechos Humanos en su artículo 22 señala que *“toda persona, como parte de la sociedad, tiene derecho a la seguridad social, y a obtener, mediante el esfuerzo nacional e internacional, habida cuenta de la organización y los recursos de cada Estado, la satisfacción de los derechos económicos, sociales y culturales, indispensables a su dignidad y al libre desarrollo de su personalidad”*. Sin embargo, para comprender mejor de lo que tenemos derecho todos por el simple hecho de ser personas, es indispensable entender lo que significa la seguridad social; por tanto, se entenderá como seguridad social lo siguiente:

Seguridad Social: Protección a la sociedad proveniente de la misma sociedad, administrada por el Estado y busca que cada persona reciba bienes y/o servicios para:

- Prevenir la ocurrencia de eventos contingentes, propios de la vida. En caso de que ocurra uno de estos eventos, los afectados puedan mantener un nivel de vida mínimo y adecuado para el pleno desarrollo de la persona.
- Elevar el nivel de vida para obtener un mínimo establecido; por ejemplo en el caso de prestaciones sociales.

Ahora, teniendo claro de que la seguridad social es un derecho de todos y para tener un mejor panorama de lo que se ha logrado y de lo que se podría mejorar, se dará en seguida un breve resumen de cómo el hombre ha implementado distintas medidas en pro de la sociedad.

1.1.1 Inicios de la Seguridad Social

Los registros más antiguos de medidas de protección social se encuentran en la antigua civilizaciones de Egipto, Fenicia y Judea; una de estas medidas se relata dentro del Génesis

Bíblico: un joven llamado José interpreta el sueño del Faraón donde siete vacas gordas eran devoradas por siete vacas flacas, como que Egipto iba a transitar por siete años de abundancia seguidos de siete de escasez; bajo esta interpretación, el Faraón ordena crear provisiones de alimento durante los años de abundancia para estar preparados en los de escasez, dando así, las primeras medidas de prevención ante eventos contingentes, con la participación de toda la sociedad.

Varios siglos más adelante, en la antigua Grecia y consecuentemente en Roma, el Estado se encargaba de dar una subvención a las familias de los militares caídos en batalla; o de dar facilidades y comodidades a ciertas personas dedicadas al desarrollo del arte.

La seguridad social como se conoce en nuestros días comenzó en Alemania en la época del Canciller Otto von Bismarck con la creación del primer Seguro Obligatorio de Enfermedad en 1883, destinado a proporcionar atención médica a los trabajadores que tuvieran un nivel de ingresos bajos, posteriormente se sumaron el Seguro de Accidentes del Trabajo en 1884 que era pagado íntegramente por los patrones; y el seguro tripartita de Invalidez y Vejez en 1889. Todo lo anterior se propuso bajo un contexto histórico de inestabilidad nacional y descontento popular del recién unificado Imperio Alemán. Uno de los argumentos que Bismarck presentó frente al Parlamento en 1883 para implementar el seguro social fue: "*Por costoso que parezca el seguro Social, definitivamente es menor que el costo de una revolución*".¹ Aunque la implantación no fue por convicción, si no por interés, Bismarck dio paso a la promulgación del primer Código de Seguros Sociales en 1901.

A partir del Código de Seguros Sociales de Alemania fueron surgiendo varias medidas de protección a ciertos sectores de la sociedad en otros países, siendo las más importantes los seguros de enfermedad, invalidez y desempleo en Gran Bretaña en 1911 y la elaboración del Plan Wisconsin en los Estados Unidos de América, el cual otorgaba protección para la vejez y desempleo, y asignaba subvenciones familiares para personas de bajos recursos.

1.1.2 Sistemas Integrales de Seguridad Social

Con el pasar de la historia, las medidas para la protección social fueron evolucionando, dando más prestaciones y abarcando cada vez más población. Un gran paso para cubrir a la totalidad de la población con mayores prestaciones se consiguió en Inglaterra con el Plan Beveridge, cuyos principios también fueron adoptados posteriormente por

¹ Ludwig, Emil. "*Bismarck, historia de un luchador*". Colección Grandes Biografías, 2ª edición, Editorial Juventud, Barcelona, 1951.

organismos internacionales como cimiento de los estándares que debían adoptarse en materia de Seguridad Social.

Plan Beveridge

Después de la Primera Guerra Mundial el gobierno inglés ordenó hacer un estudio para las medidas de protección social a cargo de Sr. William Henry Beveridge. El resultado de dicho estudio fue el **Informe sobre Seguros Sociales y Servicios Afines** cuyo objetivo era eliminar los cinco grandes males de la sociedad inglesa: indigencia o necesidad, enfermedad, ignorancia, suciedad y ociosidad. El plan poseía el ideal de asegurar que cada miembro de la sociedad contara con los ingresos suficientes para subsistir y enfrentar gastos no comunes derivados de nacimientos, muerte o matrimonio. Además, el Informe incluía el seguro de enfermedad, el seguro de desempleo, pensiones para la vejez, pensiones para las viudas y huérfanos, compensación para los trabajadores en casos de accidentes y enfermedades del trabajo y pensiones especiales para los ancianos de bajos recursos.

Es interesante notar que, aunque el plan de William Beveridge era muy completo, su puesta en marcha dependía de la victoria inglesa en la Segunda Guerra Mundial, por lo que William Beveridge alguna vez declaró al hablar sobre los supuestos del plan: *"...la guerra termina con la victoria de Gran Bretaña y sus aliados. De lo contrario, no merece la pena hacer planes para la Seguridad Social"*.² Al finalizar la guerra, en 1946, la Corona adoptó íntegramente el plan propuesto, creando así el primer sistema integral de Seguridad Social en la historia.

Convenio 102 de la OIT³

La Organización Internacional del Trabajo (OIT) es un organismo cuyo objetivo primordial es promover oportunidades para que mujeres y hombres puedan obtener un trabajo decente y productivo, en condiciones de libertad, igualdad, seguridad y dignidad humana. Dicha organización expidió normas internacionales para eliminar la injusticia, miseria y las privaciones laborales. Actualmente la OIT cuenta con 183 estados miembros (México es uno de ellos) y ha formulado más de 201 recomendaciones y 189 convenios. El que nos

² Beveridge, William H. *Las bases de la Seguridad Social*, México, F. C. E., 1987; p 127.

³ OIT: es la institución mundial responsable de la elaboración y supervisión de las Normas Internacionales del Trabajo. Fue creada en 1919, como parte del Tratado de Versalles que terminó con la Primera Guerra Mundial, y reflejó la convicción de que la justicia social es esencial para alcanzar una paz universal y permanente. La OIT se convirtió en la primera agencia de las Naciones Unidas en 1946.

interesa en este tema es el **Convenio 102 sobre la seguridad social (norma mínima)**, el cual fue adoptado en 1952 y puesto en vigor en 1955. En él se presentan una serie de **prestaciones mínimas** que cada Estado miembro debe de ofrecer a sus habitantes, así como el número mínimo de personas que cada Estado debe cubrir, esto con respecto al total de la población asalariada, la población económicamente activa o el número de residentes en el país.

Las prestaciones contempladas dentro del convenio son las siguientes:

- **Asistencia Médica:** La asistencia médica prevé el mantenimiento, restablecimiento y mejora de la salud de las personas. Dentro del convenio las prestaciones mínimas son la asistencia médica general y especializada, medicamentos y hospitalización.
- **Prestaciones Monetarias de Enfermedad:** Como su nombre lo indica, estas prestaciones se otorgan mediante pagos en efectivo y por un periodo de corta duración. El objetivo de estas prestaciones es proteger a los trabajadores ante la imposibilidad de trabajar durante una enfermedad para que no disminuyan sus ingresos. El monto mínimo de la prestación depende de la cobertura del país, pero de acuerdo al convenio, debe de ser entre 40 y 45 % del salario del trabajador.
- **Prestaciones de Desempleo:** Las prestaciones de desempleo de la seguridad social suelen existir en los países industrializados de economía de mercado, y su fin es proteger a los trabajadores que pierden su empleo involuntariamente, lo cual genera una interrupción en la obtención de sus ingresos. La prestación se suele pagar durante un periodo relativamente corto en que se produce el desempleo, con un monto mínimo que debe ser equivalente al 45 % del salario del trabajador.
- **Prestaciones de Vejez⁴:** Con el pasar de los años la capacidad de trabajo disminuye, por lo que existe una opinión general de que al llegar a determinada edad o tiempo de laborar, se tenga derecho de descansar y, por supuesto de que se tenga los recursos suficientes para mantener un nivel de vida decoroso por el tiempo que le resta de vida. Para mantener este nivel de vida el convenio fija un monto mínimo que debe ser el 40% del último salario del trabajador.
- **Prestaciones de Accidentes del trabajo y Enfermedades Profesionales:** El objetivo las prestaciones de accidentes del trabajo y de enfermedades profesionales es

⁴ Estas prestaciones de vejez son el objeto de estudio de este trabajo, por lo que se detallarán más adelante.

proteger al trabajador cuando se origine una incapacidad permanente, o bien la muerte, a causa de una enfermedad o un accidente originado por la actividad laboral. Dentro de las prestaciones mínimas se encuentran la atención médica integral, una pensión para los trabajadores con incapacidades totales permanentes de al menos 50% de su salario habitual. En caso de incapacidades temporales, la pensión deberá otorgarse de acuerdo la pérdida de sus capacidades y en caso de muerte se debe entregar una pensión a sus familiares.

- **Prestaciones Familiares:** En este tipo de prestaciones la idea general es otorgar a los trabajadores una ayuda para el bienestar general de sus dependientes económicos, principalmente hijos. Esta ayuda puede ser de maneras muy variadas, desde ayuda en efectivo hasta servicios de guardería, educación, atención médica, leche gratuita, etcétera. No obstante, se establece para las prestaciones un monto mínimo del salario del trabajador entre 1.5% y 3% por cada hijo.
- **Prestaciones de Maternidad:** Ofrecen beneficios a todas las mujeres asalariadas, así como a las esposas de los trabajadores que se encuentren embarazadas, dando asistencia médica integral antes, durante y después del parto. Además a las mujeres asalariadas se les otorga un subsidio que sustituya su salario en al menos 12 semanas, cuando no pueden trabajar debido a su estado de gravidez.
- **Prestaciones de Invalidez:** Protegen a los trabajadores que no pueden continuar trabajando debido a un accidente o enfermedad ajeno a sus actividades laborales. En caso de invalidez el pago periódico debe ser al menos 40% de su salario habitual además de ofrecer servicios de rehabilitación.
- **Prestaciones de Sobrevivientes:** Protegen a la esposa e hijos del trabajador en caso de que éste fallezca ofreciendo generalmente pagos periódicos de al menos 40% del salario del trabajador.

1.1.3 Implantación de los Sistemas de Seguridad Social en México

Los primeros indicios de la implantación de los Sistemas de Seguridad Social en México fueron las primeras leyes estatales promulgadas de accidentes del trabajo, una en el Estado de México (30 de abril de 1904) y otra en Nuevo León (9 de abril de 1906). Donde se reconocía en ambos casos, y por primera vez, la obligación de los patrones de hacerse

responsables de la atención de los trabajadores en caso de enfermedad, incapacidad o muerte, derivados de la actividad laboral.

Al elaborarse la nueva Carta Magna con el triunfo del constitucionalismo, se establecieron *Cajas de Seguros Populares* que ofrecían coberturas de invalidez, vida, cesación involuntaria del trabajo, de accidentes y enfermedades y otras similares que se consideraban necesarias. Adicionalmente, se estableció la responsabilidad plena de los patrones frente a los accidentes del trabajo y de las enfermedades profesionales, así como la obligación de implementar medidas de prevención para evitar dichos accidentes.

Los principios y coberturas de la Seguridad Social en la entonces nueva Constitución, dieron resultados hasta 1921, cuando fue promulgada la Ley del Seguro Obrero y posteriormente en 1926, año en que se publicó la Ley de Pensiones Civiles y de Retiro, creada para ofrecer cobertura de retiro a los empleados al servicio del Estado. De manera similar, los militares tenían protección a la vejez a través de la Dirección General de Pensiones Militares.

Un avance considerable se logró en 1941, cuando el presidente en turno, el Manuel Ávila Camacho, ordenó la creación de un proyecto de Ley del Seguro Social que se aprobó en 1942, y se publicó el 19 de enero de 1943. Con la aprobación de la Ley del Seguro Social se creó el Instituto Mexicano del Seguro Social (IMSS), el cual comenzó a operar en instalaciones ajenas para seguros como el de enfermedades y maternidad y tuvo que acudir a especialistas extranjeros como el Profesor Emilio Schoenbaum para su consolidación financiera.

Otros ordenamientos que implantaron Sistemas de Seguridad Social en México fueron hechos en el período del Presidente Adolfo López Mateos, cuando se expidieron leyes diferentes para los trabajadores al servicio del Estado. Los resultados fueron la creación de la Ley del Instituto de Seguridad y Servicios Sociales de los Trabajadores del Estado (ISSSTE), promulgada en 1959 y vigente en su primera versión hasta el 31 de diciembre de 1983; y durante el gobierno de Luis Echeverría se expidió la Ley de Instituto de Seguridad Social para las Fuerzas Armadas Mexicanas (promulgada en 1976 y vigente hasta el 7 de agosto de 2003, año en que fue expedida una nueva ley).

Hoy en día encontramos sistemas diferentes cuya cobertura no es federal, en empresas como Petróleos Mexicanos o en el Banco de México y en los 31 estados de la República; esto debido en gran parte a que la Ley del ISSSTE únicamente cubre a los trabajadores del Gobierno Federal, del Distrito Federal y de los Poderes de la Unión.

1.2 Las pensiones como parte de la Seguridad Social

Como se ha mencionado, las prestaciones de vejez están contempladas en el Convenio 102 como parte de la Seguridad Social; estas prestaciones se otorgan en forma de pagos periódicos, denominados pensión, cuando una persona sobrevive más allá de una cierta edad y/o tiempo de laborar.

El otorgamiento de la pensión puede condicionarse al cumplimiento de diversas condiciones, lo que, junto con el método de financiamiento, hace diferentes los sistemas de protección para la vejez que existen en los diferentes países. Existen numerosas prestaciones en las múltiples estructuras de los programas de seguridad social. Hay pensiones uniformes y relacionadas con el empleo, pensiones no contributivas que dependen de los recursos económicos y cantidades que pueden cobrarse a determinadas edades, con cargo a fondos de previsión. Además existe la tendencia creciente a vincular los seguros privados y los regímenes de pensión de las empresas con los sistemas estatales, es decir, contratar un plan de seguro privado para complementar la pensión otorgadas por alguna institución de Seguridad Social. A continuación se describen los principales esquemas existentes.

1.2.1 Regímenes de Prestaciones Universales

Protegen a todos los residentes y conceden pensiones a todos los que sobrepasan cierta edad, otorgando en general una cantidad uniforme para todo residente legal sin importar su ocupación o nivel de ingresos. En este tipo de régimen la población protegida no contribuye de manera directa al financiamiento, sino que el Estado redistribuye sus ingresos para ocupar una parte de éstos en conceder a toda la población el beneficio.

Normalmente el régimen universal logra cubrir al total de la población mayor de un país, sin embargo, debe decirse que al otorgar beneficios iguales para todos, las personas con ingresos más elevados durante su vida laboral, ven una mayor caída en su nivel de ingresos.

1.2.2 Regímenes de Seguro Social

En estos regímenes los beneficiarios reciben pensiones de retiro junto con otras prestaciones, con arreglo a su historia laboral o a las cotizaciones que han pagado a lo largo de su vida de trabajo. Estas prestaciones pueden depender de los ingresos, consistir en una cantidad uniforme, o incluso ser una combinación de ambas.

Este régimen se caracteriza por proteger únicamente a trabajadores asalariados, quienes junto con sus patrones, y en ocasiones el Estado, aportan durante toda la vida laboral del primero, una determinada cantidad de dinero fijada como una proporción de su salario de cotización.

Una vez que el trabajador cumple la edad fijada por la normatividad respectiva, la cual en ocasiones es mayor para los hombres que para las mujeres, y cubrió un periodo de calificación mínimo, éste tiene derecho a recibir su pensión, cuyo monto en ocasiones se obtiene a través de una fórmula de cálculo establecida en la normativa, pero en otras es indefinido y no se conoce sino hasta el momento del retiro.

Una variante de este tipo de régimen no toma en cuenta la edad del trabajador sino solamente su tiempo de cotización. Un ejemplo es el régimen del ISSSTE en la ley de 1984, en la cual se establecía que para tener derecho a la pensión de retiro los trabajadores debían tener mínimo 30 años de servicio y las trabajadoras mínimo 28 años de servicio, cualquiera que fuera su edad.

1.2.3 Regímenes de Asistencia Social

Al igual que en el régimen universal, en el de asistencia social el financiamiento de los beneficios no proviene directamente de las personas cubiertas, sino de los ingresos del Estado, y si bien el monto de la prestación que se otorga también es uniforme, la diferencia entre ambos, radica en que este tipo de régimen protege a las personas cuyos recursos son inferiores a un nivel establecido; lo que lo hace un sistema focalizado cuya cobertura dependerá de los niveles preestablecidos.

Las prestaciones que se conceden, incluidas las de vejez, están sujetas a previa investigación de los recursos de la persona; y las prestaciones pueden ser directas o complementarias a las recibidas de otros programas.

El régimen de asistencia social puede ser complementario al régimen general de seguridad social. En este régimen se ofrece protección a los sectores de la población más vulnerables y necesitados, a través de prestaciones en especie y en dinero, ya sean continuas o eventuales.

1.2.4 Fondos de Previsión

Estos proporcionan una cantidad global, a una edad determinada, producto de la acumulación de cotizaciones pagadas tanto de parte del patrón como del trabajador más los intereses que se lleguen a generar durante todo el tiempo de acumulación.

En un fondo de previsión cada persona es propietaria de su capital acumulado y sólo el propietario puede disponer del dinero en caso de tener alguna contingencia, a diferencia de las cajas de previsión en las que con el dinero de todos se hace frente a la contingencia de una persona.

En algunos regímenes la cantidad global se puede convertir en una pensión periódica continua, ya sea en forma de una renta vitalicia o en forma de retiros programados.

1.2.5 Regímenes Privados de Pensiones

Los planes de pensiones privadas suelen ser beneficios que los empleadores conceden a sus trabajadores de manera adicional a las prestaciones que por ley deben otorgar. No siempre son contributivos ni forman parte de la red de seguridad social, sin embargo, funcionan como un complemento de la pensión que la Seguridad Social entregará a la persona al llegar ésta a la vejez.

Ocasionalmente estos planes adicionan beneficios como la pensión para sobrevivientes, sumas aseguradas en caso de fallecimiento o beneficios de invalidez, entre otros; y se encuentran bajo vigilancia de entidades gubernamentales.

1.3 Sistemas de Financiación

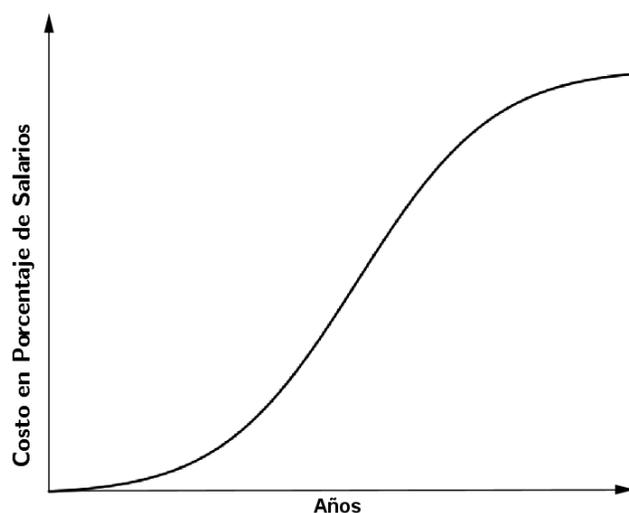
Al momento de implementar un beneficio adicional a la seguridad social, debe tenerse bien claro los costos de los mismos en un corto, mediano y largo plazo. Especialmente en

un sistemas de pensiones, donde los pagos a los jubilados se extienden por años. Un buen diseño tanto de beneficios como de asignación de costos y gastos a través del tiempo es indispensable para la viabilidad del sistema.

1.3.1 Curva General de Costos

En cualquier método de financiamiento se busca que haya suficientes recursos para cumplir con las obligaciones derivadas del pago de pensiones en todo momento. Si se decide pagar las pensiones conforme se vayan generando, (reparto puro) entonces los costos anuales mostrarán un comportamiento semejante al siguiente:

Ilustración 1.1: Curva General de Costos de un Sistema de Pensiones



Al iniciar un sistema de pensiones se determinan los requisitos de edad y de tiempo de cotización para ser tener derecho a los beneficios, por ejemplo 65 años de edad y 15 años de cotización. Dado que el sistema es de reciente aplicación, prácticamente nadie podría exigir los beneficios, sin embargo, existe un breve costo por cuestiones administrativas. Aquí se encuentra el sistema en su primera etapa.

Concluyendo los primeros 15 años empezarán a incrementarse los costos, no sólo por el incremento de las personas que ingresan al sistema de pensiones, sino también al comienzo del pago de beneficios para aquellos que cumplieron con las condiciones de adquisición. A partir de este punto los gastos seguirán incrementándose considerablemente por el hecho de que más empleados siguen retirándose, y aquellos que ya están retirados no mueren a una tasa suficientemente rápida como para nivelar las

adiciones a la lista de pensionistas. Esta etapa de crecimiento es la más delicada para el plan de pensiones para este método, y es en efecto el estado de crecimiento de muchos de los planes gubernamentales en diferentes países.

Al final, el crecimiento de la curva será menor en una tercera etapa, cuando la población protegida en el sistema de pensiones comienza a estabilizarse, es decir, cuando los nuevos pensionados, cuyo número será creciente, son compensados con los nuevos ingresantes. El peligro es que el costo se estabilice en un nivel muy alto para que la institución lo maneje llegando a un punto de colapso financiero. Este reemplazo de nuevos activos con los pensionados que mueren, está siendo perjudicado debido al envejecimiento de la población y a las actuales tasas de fecundidad, cuya tendencia es a la baja y situándose en el límite del reemplazo intergeneracional. Provocando de esta manera, un alto costo con respecto a la nómina a largo plazo.

1.3.2 Sistemas de Reparto y de Capitalización

Al llevarse a cabo las reformas a los sistemas de pensiones en América Latina, se creó un paradigma de que los sistemas de reparto eran inviables y la alternativa excluyente e incompatible era la capitalización. No obstante, ambas estrategias no son únicas ni excluyentes entre sí. Existen dos formas básicas de financiación y de las cuales se derivan las demás opciones existentes: Reparto y Acumulación de capital.

Comenzaremos describiendo el Sistema de Reparto que, dentro del mismo, se encuentran dos vertientes: Reparto puro y el reparto de capitales. De la misma manera, se proseguirá con la Capitalización que a su vez se secciona en: Capitalización Colectiva y Capitalización Individual.

Reparto puro

Como su nombre lo indica, este sistema recurre a la "repartición" de los costos derivadas del pago de las pensiones entre los activos y cotizantes pertenecientes en el mismo año, es decir, para cada año t la prima porcentual que debe pagarse se expresa matemáticamente como:

$$prima_t = \sum_{j=1}^m P_j / \sum_{j=i}^n S_i$$

Donde m representa el total de pensionados en el año t y n representa al número total de trabajadores activos y cotizantes en el año t , mientras que P_j y S_i representan la Pensión del trabajador retirado j y el Salario del trabajador i respectivamente. El comportamiento de los costos con el sistema de reparto puro queda representado con la curva antes expuesta. Cabe notar que se cumple la siguiente desigualdad:

$$prima_t < prima_{t+1}$$

Por tanto, se deduce que un sistema de pensiones basado en el reparto puro es financieramente inviable a largo plazo.

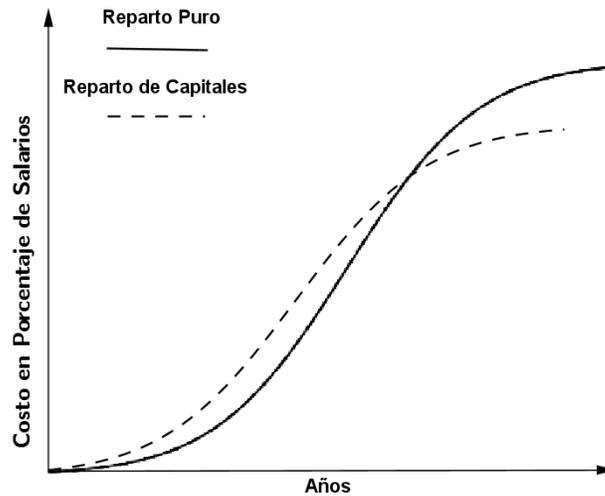
Reparto de Capitales

Similar al reparto puro, el reparto de capitales también implica que en cada año t se reparte un costo entre los activos y cotizantes, sin embargo, el costo que se reparte es el resultado de sumar los capitales constitutivos de las pensiones que se vuelven exigibles en el año en curso, es decir:

$$prima_t = \sum_{j=1}^m P_j \ddot{a}_{x_j}^{(12)} / \sum_{i=1}^n S_i$$

Donde m representa el total de pensionados en el año t ; x_j la edad de cada trabajador j que se convierte en pensionado en el mismo año; y n representa al número total de trabajadores activos y cotizantes en el año mencionado. Gráficamente se puede apreciar la diferencia de entre el reparto de capitales y el puro:

Ilustración 1.2: Reparto Puro vs Capitales



Como puede apreciarse, al inicio del sistema, cuando no existen personas que puedan hacer exigible su derecho a pensión, los costos son similares entre el reparto puro y el de capitales, sin embargo al empezar a existir pensionados, el costo del sistema de reparto de capitales es mayor al ser más grande el monto del capital constitutivo de toda la pensión que el monto de la misma en un año, como ocurriría con el reparto puro. En el largo plazo se cruzan los papeles, la curva de costos del sistema de reparto de capitales que la de reparto puro, sin embargo, también presenta una etapa de crecimiento acelerado que puede dar paso a un desequilibrio financiero.

Capitalización Colectiva.

Esta forma de financiamiento entre varias personas cumple con el principio actuarial de solidaridad, es decir, de la mancomunidad de riesgos. Dentro de la capitalización colectiva existen dos formas básicas: la prima media general y la prima media escalonada, cuya forma se muestra en las siguientes gráficas.

Ilustración 1.3: Prima Media General

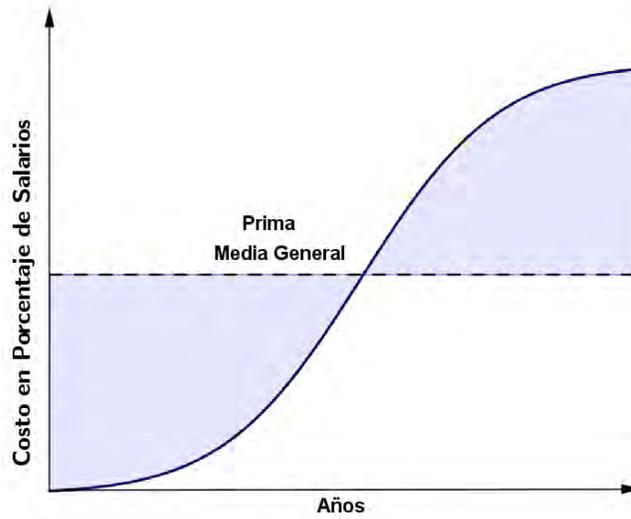
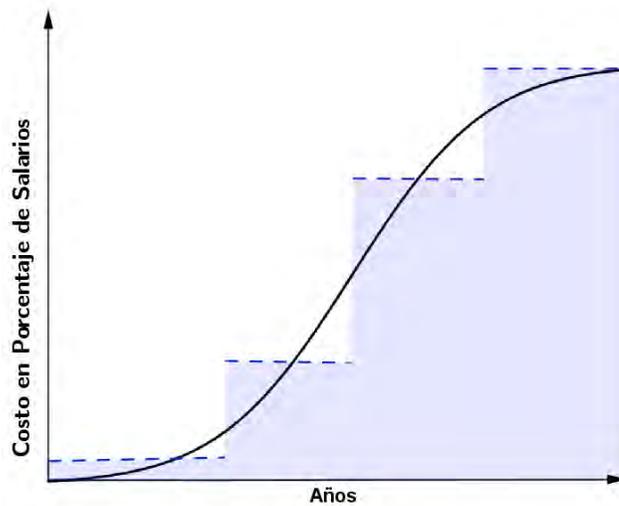


Ilustración 1.4: Prima Media Escalonada



Ambas primas buscan que los ingresos al sistema por concepto de aportaciones y contribuciones, se inviertan adecuadamente a una tasa mínima real de interés, con el fin de garantizar el cumplimiento de las obligaciones pactadas cuando la curva de costos rebasa las líneas de las primas medias. La prima media se representa matemáticamente con la siguiente ecuación.

$$\overline{\text{prima}} = \frac{\sum_{t=1}^{\infty} B_t v_r^t}{\sum_{i=1}^{\infty} S_t v_r^t}$$

Donde B_t representa la cuantía de las pensiones en el año t ; S_t indica los salarios en el mismo año y v_r^t simboliza el factor de valor presente, con una tasa real de interés r . Un ejemplo en donde se utilizaba la prima media escalonada se encuentra en la antigua Ley del ISSSTE de 1984, que en su artículo 181 consideraba un sistema de acumulación de capital de primas escalonadas para las pensiones del seguro de riesgos del trabajo y el seguro de retiro, de retiro por edad y tiempo de servicios, invalidez, muerte e indemnización global y cesantía en edad avanzada.

Capitalización individual.

Este sistema de pensiones está basado en la contribución definida, es decir, se conoce cuánto va a costar, puesto que se tiene definido el monto de las aportaciones, pero se desconoce el monto del beneficio hasta que es exigible. Matemáticamente, la acumulación del fondo puede verse de la siguiente forma⁵:

$$Fondo = \sum_{t=1}^n c S_t \prod_{j=t}^{n-1} (1 + r_j)$$

Donde c representa el porcentaje de contribución; S_t el salario del trabajador en el periodo t y r_j es la tasa real después de comisiones sobre saldo, vigente durante el periodo j y $j + 1$.

Al final de la vida laboral, el fondo debe ser suficiente para adquirir una pensión y un seguro de sobrevivencia y, por el principio de equivalencia es posible conocer el monto de la pensión como se expresa en la siguiente fórmula:

$$Fondo = \Delta\% S_n \left(\frac{z}{12} \right) \left(\ddot{a}_x^{(12)} + \ddot{a}_{(z_1, \dots, z_j)|x}^{(12)} \right)$$

Donde $\Delta\% S_n$ representa el porcentaje del último salario que se entregará como pensión (tasa de reemplazo); z representa el número de pagos que se harán al año, si es que se tiene una gratificación anual, que para el caso mexicano z se fija en 13; $\ddot{a}_x^{(12)}$ indica el capital constitutivo de una renta que se pagará al pensionado a partir de edad x ; y

⁵ Actualmente no existe una metodología estándar para la estimación del monto de un fondo de pensiones de capitalización individual. Más adelante se abarcará más a fondo este tema en la sección de la simulación de tasas de reemplazo.

$\ddot{a}_{(z_1, \dots, z_j)|x}^{(12)}$ representa el monto del seguro de sobrevivencia que permitirá la transmisión de la pensión a j sobrevivientes de diversas edades. En la sección de la simulación de cuentas individuales se hará referencia a las fórmulas enunciadas anteriormente.

Capítulo 2

Ley del Seguro Social

Como se ha mencionado con anterioridad, los sistemas de pensiones tienen como propósito fundamental proteger el ingreso de los trabajadores y sus familias ante invalidez, cesantía en edad avanzada, vejez y fallecimiento. En México se han ofrecido por medio de distintas instituciones públicas que coexisten a nivel federal y nivel local. El IMSS, es sin lugar a dudas, la de mayor envergadura de las instituciones existentes, y su sistema de pensiones es de suma importancia para la población mexicana.

Dentro de la historia de la Ley del Seguro Social existe un momento crucial, donde se modificó radicalmente el esquema de financiamiento de las pensiones. Esta fecha fue el 1 de julio de 1997, cuando se reformó la Ley del Seguro Social vigente desde 1973 (LSS 73) pasando de un sistema de reparto de facto, a uno de capitalización individual, dando como resultado la actual Ley (LSS 97). Dicha ley es válida para quienes comiencen a cotizar a partir de esa fecha, sin embargo, para aquellos que cotizaron antes, se es un trabajador en transición y se puede elegir el beneficio de cualquiera de las leyes, según la que más le convenga.

A continuación se darán las características de los dos regímenes por los cuales el IMSS pensiona a sus trabajadores actualmente.

2.1 Régimen de 1973

El seguro de Invalidez, Vejez, Cesantía en edad avanzada y Muerte (ICVM) del IMSS, así como su nombre lo indica, tiene como objetivo el asegurar el ingreso en dichos casos, así como el aseguramiento de los gastos médicos en el retiro. La cesantía en edad avanzada existe cuando el trabajador queda privado de trabajos remunerados a partir de los 60 años de edad. Esta opción se creó debido a que una persona con estas características se encuentra en condiciones difíciles de ocuparse de nuevo.

Para caracterizar el sistema de beneficios definidos del Seguro de Invalidez, Vejez, Cesantía en edad avanzada y Muerte se analizarán los siguientes aspectos: los requisitos de elegibilidad, beneficios, contribuciones y financiamiento, las características de las

modificaciones para de la generación de transición, así como también las principales causas por las cuales se modificó dicha ley, sus ventajas y desventajas.

Requisitos. Para tener derecho a la pensión de cesantía en edad avanzada era necesario tener un mínimo de 500 semanas de cotización reconocidas y de 60 a 64 años de edad, así como presentar una baja del régimen obligatorio. Para el caso de la pensión de vejez se requieren las mismas 500 semanas de cotización pero 65 años de edad.

Los asegurados que dejaran de cotizar conservaban sus derechos por un periodo igual a la cuarta parte del tiempo cubierto por sus cotizaciones semanales, contando a partir de la fecha de su baja. Éste tiempo de conservación de derechos no podía ser menor a 12 meses.

Beneficios. Las pensiones de vejez y cesantía en edad avanzada estaban en función del salario, los años cotizados, el estado civil y familiar del trabajador, así como de su salud y la edad. El importe de la pensión se componía de dos elementos: el beneficio mensual y un incremento por concepto de asignaciones familiares y ayudas asistenciales que se otorgan en caso de que el trabajador tenga esposa, ascendientes, hijos menores de 16 ó con base en un dictamen médico. El incremento en el beneficio mensual varía entre 10 y 20 % según sea el caso.

El beneficio mensual es un porcentaje del promedio de las últimas 250 semanas de cotización. Dicho porcentaje es conformado por dos elementos; la cuantía básica, que es decreciente con respecto al salario; y un incremento anual, el cual es creciente con respecto a las semanas cotizadas. El monto de la pensión se calcula conforme la siguiente fórmula:

$$\overline{SBC} \left(CB + \frac{IA(SC - 500)}{52} \right)$$

Donde:

\overline{SBC} : El Salario Base de Cotización promedio de las últimas 250 semanas (Salario pensionable).

CB : Cuantía Básica.

IA : Incremento anual.

SC : Semanas de cotización realizadas.

Como antes se había mencionado, la Cuantía Básica y el Incremento Anual dependen del salario al momento de retirarse y se determinan mediante el siguiente cuadro:

Tabla 2.1: Cuantías básicas e Incrementos anuales

Grupos de salario en # de veces el SMGVDF	Cuantía Básica %	Incremento Anual %
Hasta 1	80	0.563
de 1.01 a 1.25	77.11	0.814
de 1.26 a 1.50	58.11	1.778
de 1.51 a 1.75	49.23	1.430
de 1.76 a 2.00	42.67	1.615
de 2.01 a 2.25	37.65	1.756
de 2.26 a 2.50	33.68	1.868
de 2.51 a 2.75	30.48	1.958
de 2.76 a 3.00	27.83	2.033
de 3.01 a 3.25	25.60	2.096
de 3.26 a 3.50	23.70	2.149
de 3.51 a 3.75	22.07	2.195
de 3.76 a 4.00	20.65	2.235
de 4.01 a 4.25	19.39	2.271
de 4.26 a 4.50	18.29	2.302
de 4.51 a 4.75	17.30	2.230
de 4.76 a 5.00	16.41	2.355
de 5.01 a 5.25	15.61	2.377
de 5.26 a 5.50	14.88	2.398
de 5.51 a 5.75	14.22	2.416
de 5.76 a 6.00	13.62	2.433
de 6.01 en adelante	13.00	2.450

Para el caso de las pensiones por cesantía en edad avanzada, el monto del beneficio corresponde a un porcentaje de la pensión por vejez de acuerdo a la edad:

- 60 años- 75 % de la pensión de vejez.
- 61 años- 80 % de la pensión de vejez.
- 62 años- 85 % de la pensión de vejez.
- 63 años- 90 % de la pensión de vejez.
- 64 años- 95 % de la pensión de vejez.

Contribuciones. Las primas al Seguro de Invalidez, Vejez, Cesantía en edad avanzada fueron inicialmente del 6 % sobre el salario base de cotización de cada trabajador y subieron a 8.5 % a finales de la década de los ochenta. Del pago total corresponde al Gobierno Federal el 5 %, al trabajador el 25 % y al patrón el 70 %. Además hasta 1997 el salario base al que aplica la contribución tenía un tope máximo de 10 veces el salario mínimo general vigente en el Distrito Federal (SM). La aportación total del 8.5 % se distribuía en los siguientes rubros: 3 % a invalidez y vida, 3 % a vejez y cesantía en edad avanzada, 1.5 % a servicios médicos a jubilados, 0.6 % a gastos de administración y 0.4 % para asistencia social.

Generación de transición. Si bien a los que se encuentren en transición se les iban a respetar los derechos adquiridos según la Ley 73, durante 2000-2003 se dio un cambio en los parámetros del cálculo de la pensión que además de aumentar significativamente el costo fiscal de la reforma pensionaria, incrementó también las diferencias entre los trabajadores que cotizaron antes de 1997 y los que no. Con esto, se incorporaron más beneficios a la ley anterior a 1997, haciendo que los trabajadores al momento de retirarse comparen una LSS73 “mejorada” con la LSS97.

Los principales elementos modificados son los siguientes:

- Recursos por concepto de retiro. Los trabajadores que opten por pensionarse de acuerdo a la LSS73 recibirán la pensión indicada más la totalidad de los recursos acumulados por concepto del 2 % de seguro de retiro (desde 1992 o la fecha en que empezó a cotizar hasta la fecha de su retiro). Dicho monto podrá retirarse en una sola exhibición.⁶

⁶ Artículo décimo tercero transitorio de la Ley del Seguro Social.

- Incremento de 11 % en el monto de las pensiones. Para los pensionados de 60 años o más y los que se pensionen conforme la LSS73 a partir del 31 diciembre de 2003, el monto de la pensión de multiplicará por el factor de 1.11⁷.
- Ampliación del tope máximo de una pensión a 25 salarios mínimos. Bajo la LSS73 el salario máximo sobre el cual aplicaba la contribución del trabajador era de 10 veces el SM. de esta manera, dicho monto era también el tope implícito de las pensiones, ya que el salario pensionable estaba en función del salario de cotización. Con la LSS97 se abrió gradualmente el tope máximo de contribución a 25 SM, aumentando a su vez el tope de las pensiones bajo la LSS73 (para los trabajadores en transición) a 25 SM⁸.

Tabla 2.2: Límite a las Contribuciones

Periodo	Limite en SM
Jul 97-Jun 98	15
Jul 98-Jun 99	16
Jul 99-Jun 00	17
Jul 00-Jun 01	18
Jul 01-Jun 02	19
Jul 02-Jun 03	20
Jul 03-Jun 04	21
Jul 04-Jun 05	22
Jul 05-Jun 06	23
Jul 06-Jun 07	24
Jul 07 en adelante	25

- Actualización anual de las pensiones conforme al Índice Nacional de Precios al Consumidor (INPC). Las pensiones otorgadas por la LSS73 no estaban indexadas a la inflación. En 2001 se indexaron la pensiones otorgadas bajo la LSS73 a la inflación, con lo cual las pensiones otorgadas dejaron de verse adversamente afectadas por la inflación que se observaba en el periodo de 25 semanas, durante el cual se calculaba el salario pensionable para el trabajador.

⁷ Artículo décimo cuarto transitorio de las reformas aplicadas el 31 de diciembre de 2001.

⁸ Artículo vigésimo quinto transitorio de la Ley del Seguro Social (del decreto del 21 de diciembre de 1995).

Causas de la reforma. El sistema descrito anteriormente operó más de 53 años y fue un gran avance en materia de seguridad social, sin embargo, a medida que el sistema maduraba, las contribuciones eran insuficientes para cubrir los beneficios prometidos, por lo que el sistema era financieramente inviable a mediano y a largo plazo. Las razones de la reforma responden tanto a motivos de diseño y operación como a motivos demográficos y económicos. Asimismo, los beneficios, tanto en magnitud como en cobertura fueron en aumento sin un correspondiente aumento en las pensiones.

a) Problemas de diseño. El sistema de pensiones de beneficios definidos del Seguro de Invalidez, Vejez, Cesantía en edad y Muerte era un esquema en el cual, desde 1943 hasta 1973, se usó la prima media general. A partir de 1973, se comenzó a utilizar la prima media escalonada; los grandes aumentos en las aportaciones se notaron a partir de 1990, cuando el porcentaje de aportación sobre el salario base, pasó gradualmente de 4% a 8.5%.

Un trabajador que solo cotizó diez años al retirarse a los sesenta años de edad podría recibir una pensión para Él y su cónyuge, durante 25 años. Esto aunado a la baja contribución existente, implicaba un desequilibrio entre los beneficios del sistema y sus contribuciones. Este desequilibrio no se hizo tan tangible dado el bono demográfico que existió durante la segunda mitad del siglo XX. Sin embargo la relación de activos y pensionados se deterioró y la mala situación financiera del sistema se hizo evidente.

b) Cambios demográficos. Este aspecto ha provocado importantes presiones y debates sobre los sistemas de pensiones en el mundo. La esperanza de vida ha ido en aumento mientras la tasa de fecundidad ha ido en descenso.

- Según datos del INEGI, la esperanza de vida al nacer se ha incrementado en 26 años, al pasar de 49.6 a 75.6 años de 1950 al 2011.⁹
- Por su parte, la tasa global de fecundidad de la población se ha reducido considerablemente. La tasa se ubicaba en 1950 en 6.45 llegando al 2011 en 2.0, llegando al límite de el remplazo generacional.

⁹ INEGI

De haber seguido con el sistema anterior, en pocos años las aportaciones hubieran sido insuficientes para cubrir las pensiones en curso de pago, y al no contar con las reservas suficientes, el diferencial se habría tenido que cubrir con recursos fiscales.

Ventajas y Desventajas. El Seguro de Invalidez, Vejez, Cesantía en edad avanzada y Muerte del IMSS fue un gran avance en materia de seguridad social. En términos de las cuantías de las pensiones, en promedio son superiores a los recomendados por la OIT del 40% e inclusive mayores a 75 %, la cual es considerada como adecuada por Mukul Ascher, Profesor de la Universidad Nacional de Singapur. En promedio al 2011 se tiene siguiente:

Tabla 2.3: Proporción de la cuantía con respecto al Salario Pensionable

Años de Servicio	Pensión en% del Salario Pensionable
10	50.0%
15	57.5%
20	67.5%
25	82.5%
28 Hombres, 27 Mujeres	100.0%

Fuente: IMSS, Informe al Ejecutivo Federal y al Congreso de la Unión 2010-2011, Anexo G Elementos Principales y Estadísticas Relevantes del Régimen de Jubilaciones y Pensiones.

Por otra parte, el sistema de beneficio definido generaba conflictos en el mercado laboral debido a que las contribuciones se otorgaban como impuesto. Esto desincentiva a emplearse al sector formal, reduciendo la oferta laboral. De la misma manera, al percibir las contribuciones a la seguridad social como un impuesto se incrementan los costos laborales del empleador y se reduce la demanda del sector formal. Ambos efectos causan un aumento en la informalidad. A manera de ejemplo, algunos empleadores dan de alta a sus trabajadores con el salario mínimo independientemente de su sueldo, con el fin de reducir costos.

También se presentaba una desigualdad derivada de las reglas para acceder a los beneficios. El permanecer en actividad hasta la edad de retiro generaba una desventaja para las mujeres debido a que generalmente por cuestiones de maternidad se ven en la necesidad de cesar sus actividades laborales. En muchos casos se perdían las aportaciones por el hecho de no seguir laborando y por ende sus derechos. Estas aportaciones de los

grupos vulnerables se utilizaban para pagar las pensiones de los trabajadores que si alcanzaban ese derecho, rompiéndose así, el principio de solidaridad.

2.2 Régimen de 1997

La Ley del Seguro Social que entró en vigor en julio de 1997 y la Ley del Sistema de Ahorro para el Retiro (Ley del SAR), aprobada en 1996, sentaron las bases jurídicas del actual sistema de pensiones de los trabajadores afiliados al IMSS.

Este nuevo régimen es obligatorio para todos los trabajadores afiliados al IMSS y consiste en un plan de capitalización de cuentas individuales con contribuciones tripartitas, es decir, aportaciones por parte del trabajador, el patrón y el Estado; y una garantía de una pensión mínima¹⁰ otorgada por el Gobierno. Las aportaciones son establecidas en la Ley y la pensión del trabajador dependerá de los fondos acumulados en la cuenta individual, más los intereses acumulados menos las comisiones pagadas. En caso de que el trabajador no cubra los requisitos para obtener una pensión, recibe el ahorro acumulado en su cuenta individual, de manera que siempre se tenga un beneficio al retiro. Dichas aportaciones se depositan en la cuenta individual de cada trabajador. Ésta se abre para cada asegurado en una Administradora de fondos para el Retiro (AFORE). El saldo de la cuenta va generando rendimientos, pero a su vez se está sujeto al cobro de comisiones sobre saldo.

Las AFORE operan bajo la autorización de la Comisión Nacional del Sistema de Ahorro para el Retiro (CONSAR), y éstas a su vez son responsables de la inversión de los recursos a través de las Sociedades de Inversión Especializadas en Fondos para el Retiro (SIEFORES). Cada SIEFORE cuenta con un Comité de Inversión que determina la política, estrategia de inversión y la composición de los Activos de la SIEFORE. Las inversiones deberán sujetarse en todo momento a la regulación vigente.

¹⁰ La Pensión Mínima Garantizada (PMG) es equivalente a un Salario Mínimo Vigente del Distrito Federal de 1997 y actualizado anualmente en febrero con base en el INPC.

Tabla 2.4: Administradoras de Fondos para el Retiro

Afirme Bajío	Invercap
Azteca	Metlife
Banamex	PENSIONISSSTE
Bancomer	Principal
Banorte Generali	Profuturo GNP
Coppel	SURA
Inbursa	XXI

Administradoras autorizadas para operar en el 2012, Fuente: CONSAR

En nuestros días hay cinco SIEFORE básicas donde el ahorro para el retiro se encuentra depositado conforme a la edad. Las inversiones de la SIEFORE para los más jóvenes pueden tener instrumentos financieros con mayor riesgo, mientras para las personas mayores las inversiones son más conservadoras, esto con el argumento de que las personas cercanas a la edad de retiro son más adversas al riesgo.

Requisitos. A diferencia del régimen anterior, para tener derecho a la pensión de vejez es necesario tener un mínimo de 1250 semanas reconocidas y de 60 a 64 años de edad. Sí se tiene más de 750 semanas de cotización, se tiene derecho a las prestaciones de en especie del seguro de enfermedades y maternidad, es decir, se tiene derecho a la atención médica integral.

Contribuciones. La cuenta individual, se subdivide en tres subcuentas: la Subcuenta de Retiro, Cesantía en Edad avanzada y Vejez, la Subcuenta de Aportaciones Voluntarias y la Subcuenta de Vivienda (lo administra el Instituto del Fondo Nacional de la Vivienda para los Trabajadores INFONAVIT). Las aportaciones a estas subcuentas corresponden con el siguiente cuadro:

**Tabla 2.5 : Aportaciones a la Cuenta Individual
(Porcentaje del Salario del Trabajador)**

Subcuentas	Patrón	Trabajador	Gobierno	Total
RCV	5.15	1.125	0.225	6.5
Cuota social	-	-	x	x
Aportaciones Voluntarias	-	-	-	-
INFONAVIT	5		-	5

Porcentajes de Aportaciones a la cuenta Individual, Fuente: CONSAR.

La cuota social depende del salario del trabajador, se aporta por cada día de salario cotizado y se actualiza trimestralmente conforme al INPC. La tabla siguiente muestra el monto de la cuota social según el nivel del salario de cotización al 30 de Junio del 2010.

Tabla 2.6: Cuota Social

Salario Base	Cuota Social por día trabajado
1 Salario Mínimo	\$4.10
1.01 a 4 Salarios Mínimos	\$3.93
4.01 a 7 Salarios Mínimos	\$3.76
7.01 a 10 Salarios Mínimos	\$3.59
10 a 15 Salarios Mínimos	\$3.42

Fuente: CONSAR.

Beneficios. Los recursos acumulados en la cuenta individual se utilizan para financiar distintos beneficios. El problema radica en que se tiene la incertidumbre del monto del beneficio, ya que éste depende de cómo haya aportado el trabajador durante su vida laboral. En secciones posteriores abarcaremos más a fondo este punto, mientras tanto mencionaremos los tipos de beneficios que se puede obtener bajo este régimen:

- Pensión por vejez. Pago de una pensión por vejez al llegar a los 65 años de edad, o bien, si logra acumular los recursos suficientes para financiar 1.3 veces la PMG puede retirar los recursos de su cuenta individual antes de los 65 años de edad.

Los recursos del SAR 92 (Aportados entre 1992 y 1997) se le entregan al trabajador en una sola exhibición. La pensión del trabajador puede darse en forma de una renta vitalicia vía una aseguradora o retiros programados a través de su AFORE. En el primer caso la aseguradora absorbe el riesgo de permanencia del trabajador (sí vive más de lo esperado), en el segundo caso lo absorbe el trabajador.

Sí se opta por el retiro programado, la AFORE pagará la pensión, utilizando los recursos de la cuenta individual de manera mensual, la pensión dependerá del monto acumulado en la cuenta y las expectativas de vida. El monto de esta pensión es variable ya que se recalcula cada año y se recibirá por un tiempo determinado hasta que se termine el saldo de la cuenta individual. En caso de fallecimiento, se pagará una pensión a los beneficiarios y se podrá dejar como herencia el saldo de su cuenta individual.

- Pensión por invalidez. En el caso de invalidez, la pensión se paga a través de una aseguradora de pensiones, con la cual se contrata una renta vitalicia y un seguro de sobrevivencia en favor de los beneficiarios que recibirán la pensión a la muerte del titular. El saldo de su cuenta individual, con excepción de los recursos del SAR 92, que se le entregan al trabajador en un solo pago, se destina a complementar el monto constitutivo para pagar la renta vitalicia y el seguro.
- Pensión por muerte. En caso de muerte prematura, los beneficiarios reciben la pensión a través de una aseguradora. Los recursos de la cuenta individual se utilizan para contratar la pensión vitalicia.
- Retiro parcial por desempleo. Sí el trabajador no ha efectuado retiros durante los últimos cinco años inmediatos a la fecha en que quede desempleado, puede retirar a partir del cuadragésimo sexto día natural contando desde el día que se quedó desempleado, las siguiente cantidades:
 1. Si la cuenta individual tiene al menos tres años de haber sido abierta y tiene un mínimo de doce bimestres de cotización, se podrá retirar en una sola exhibición la cantidad que resulte equivalente a 30 días de su último salario base de cotización, con un tope de diez salarios mínimos del DF

2. Si la cuenta tiene cinco años o más de haber sido abierta, se podrá retirar la cantidad que resulte menor a noventa días de su propio salario base de las últimas doscientas cincuenta semanas o las que tuviere o el once punto cinco por ciento del saldo de su cuenta Individual.
- Retiro parcial por matrimonio. El asegurado tiene derecho a retirar una cantidad equivalente a treinta días de salario mínimo que rija en el Distrito Federal; se pide un mínimo de 150 semanas de cotización en la fecha de celebración del matrimonio y documentación fehaciente de la muerte de la persona que registró como cónyuge, o que, en su caso, exhiba el acta de divorcio. Este derecho solo se podrá ejercer una sola vez.

Situación actual del SAR. Al cierre de septiembre del 2011, el servicio prestado por las AFORE estaba conformado por 13 administradoras de cuentas individuales atribuyendo al Sistema da Ahorro para el Retiro un total de 1,507.0 miles de millones de pesos, cifra equivalente al 11.0 por ciento del PIB¹¹.

Las AFORE administran 42,343,332 cuentas. De ellas 41,196,016 (97.3 por ciento del total) pertenecientes a trabajadores afiliados al IMSS; 208,549 cuentas a trabajadores independientes, los cuales sin cotizar a ninguno de los institutos de seguridad social eligieron una AFORE para invertir su ahorro voluntario; y 938,767 cuentas a trabajadores afiliados al ISSSTE que mantienen su ahorro previsional administrado por las AFORE.

La cifra de las cuentas pertenecientes al IMSS, es el total de cuentas que al menos han tenido una aportación desde que se implantó el sistema de cuentas individuales; dentro de dichas cuentas, existen las de quienes ya se han jubilado, fallecido o de quienes no se encuentran en actividad económica, es por ello, que dicha cifra difiere enormemente de los trabajadores asegurados del IMSS a esa misma fecha, que fueron 15,315,651¹². Del ISSSTE fueron aproximadamente 2,738,000¹³ los asegurados trabajadores, pero hay que tomar en cuenta que el uso de las cuentas individuales para los trabajadores al servicio del estado, inició desde las reformas del 2007, y que muchos de los trabajadores eligieron no entrar al sistema de capitalización individual, lo cual explica el dato menor publicado por la CONSAR.

¹¹ PIB promedio de los últimos cuatro trimestres (base 2003) hasta el segundo de 2011, con un valor de 13,653.3 miles de millones de pesos

¹² Fuente: Cubo de información del IMSS

¹³ La cifra de los asegurados del 2011 ISSSTE fue estimada a partir del anuario estadístico 2010.

Otros puntos importantes a abarcar y que más interesan e influyen en la elección de la AFORE son el rendimiento de las inversiones y la comisión que cobran sobre saldo, debido a que de éstos dependen fuertemente los beneficios al retiro de los trabajadores. A continuación una breve descripción de cuánto rendimiento han obtenido las AFORE y cuanto es lo que cobrarán a partir del 2012.

Rendimientos. Como se ha mencionado con anterioridad, las AFORE canalizan los recursos de los trabajadores a las SIEFORES. Éstas se subdividen en cinco SIEFORES básicas según la edad del trabajador y las políticas de inversión. Los rendimientos reales en el siguiente cuadro corresponden al cierre del año 2011 y no contemplan las comisiones cobradas, es decir, son rendimientos reales antes de comisión.

**Tabla 2.7: Rendimientos reales de las SIEFORES Básicas
(Últimos 36 meses, al cierre de Diciembre del 2011)**

AFORE	SB1	SB2	SB3	SB4	SB5
Afirme Bajío	4.11	5.22	6.04	6.47	7.10
Azteca	3.98	6.44	7.25	7.11	7.14
Banamex	5.93	7.29	8.24	9.79	11.26
Bancomer	5.44	6.72	8.07	8.75	9.07
Coppel	4.53	5.69	5.96	6.22	6.53
Inbursa	2.69	2.94	3.24	3.52	3.86
ING	5.38	7.28	8.51	9.78	10.93
Invercap	6.38	7.97	9.55	9.86	12.59
Metlife	5.55	7.10	7.67	8.58	9.76
PensionISSTE	5.24	6.44	7.09	7.37	7.33
Principal	5.87	7.18	7.74	8.30	8.85
Profuturo GNP	6.20	7.14	7.61	8.86	9.59
XXI	5.61	7.12	7.74	8.12	8.73
Promedio del Sistema	5.31	6.54	7.45	8.33	8.84

Rendimientos de los últimos tres años, Fuente: Elaboración propia con datos de la CONSAR y el Banco de México.

Como puede observarse, al cambiar de SIEFORE según la edad, disminuyen los rendimientos, sin embargo, las inversiones con mayor rendimiento a su vez, son de mayor volatilidad. Es importante tomar en cuenta el rendimiento real, es decir, considerar el rendimiento afectado por la inflación.

Según los datos publicados por la CONSAR al cierre de diciembre del 2011, el rendimiento histórico nominal ha sido de 13.06% mientras el real se ha ubicado en 6.28 %. Una tasa real positiva garantizaría el poder adquisitivo de los trabajadores al momento del retiro. En la simulación de las cuentas individuales se tomará en cuenta la tasa real después de comisión.

Comisiones. Con respecto a las comisiones, las reformas a la Ley de los Sistemas de Ahorro para el Retiro de junio de 2007 establecieron que las AFORE cobren comisiones únicamente sobre saldo de los recursos administrados, ya que lo hacían adicionalmente sobre flujo. A continuación se presentan las comisiones aprobadas para el 2012.

Tabla 2.8: Comisiones

AFORE	2012
PensionISSSTE	0.99
Inbursa	1.17
Banamex	1.28
Bancomer	1.28
SURA	1.31
XXI	1.33
Profuturo GNP	1.39
Principal	1.48
Afirme Bajío	1.50
Azteca	1.52
Metlife	1.54
Invercap	1.59
Coppel	1.59
Promedio simple	1.38
Promedio Ponderado	1.32

Comisiones aprobadas para el 2012, Fuente: CONSAR.

Capítulo 3

Simulación de Cuentas Individuales

Desde que se crearon las AFORE con las reformas a la Ley del Seguro Social en 1997, una de las dudas más importantes que surgen a todo trabajador es la elección de la administradora de sus fondos para el retiro. Para que el trabajador tenga la mayor información posible para esta decisión, la CONSAR publica mensualmente los rendimientos de los últimos 36 meses obtenidos por las AFORE, así como las comisiones vigentes que se encuentran cobrando. Con el fin de comparar las AFORE, se construye un "Índice de Rendimiento Neto" (IRN) que consiste en restar al rendimiento promedio anual de los últimos 36 meses la comisión vigente.

La desventaja del IRN es que no contempla las comisiones de los últimos 36 meses como el rendimiento, provocando una sobrestimación de lo que realmente está generando de intereses a favor del trabajador, y dando a su vez, falsas expectativas al retiro. A partir del 2012 el periodo de cálculo del IRN se cambiará gradualmente a 60 meses (5 años) y empleando comisiones efectivamente cobradas en cada fecha, se usarán promedios móviles a 6 meses a fin de tener un índice más estable. Sin embargo la volatilidad sigue estando presente en las inversiones de las AFORE. Una mejor comparación, sería verificar cuál de ellas genera una mejor tasa de reemplazo al momento del retiro. Lamentablemente, como el sistema de cuentas individuales es de reciente aparición en nuestro país, no se cuenta actualmente evidencia empírica de tasas de reemplazo que ayude en la toma de decisiones, sino hasta cuando los primeros trabajadores se retiren bajo este régimen.

La mayoría de los estudios que analizan y estiman las tasas de reemplazo de las cuentas individuales asumen una carrera salarial continua y plantean hipótesis sobre los intereses generados. La principal desventaja de este tipo de estudios es que asume trayectorias lineales y deterministas, es decir, no toman en cuenta que las variables involucradas son aleatorias y que en la vida real difícilmente observamos estabilidad en las mismas. Es tal el caso de las estimaciones de tasas realizadas en las valuaciones actuariales del Régimen de Jubilaciones y Pensiones del IMSS en el 2009 y en Durán Valverde Fabio y Pena Hernán (2011), donde asumen un rendimiento real fijo para la acumulación del fondo de la cuenta

individual. Por ello, es que el objetivo fundamental del presente estudio es analizar los riesgos del nuevo sistema desde una perspectiva probabilística.

A continuación se describirá en primera instancia y de manera global, las variables que influyen directamente en la vida de una cuenta individual, y consecuentemente en las tasas de reemplazo; posteriormente el modelo propuesto para la simulación.

3.1. Variables que afectan a una Cuenta Individual

Los factores que interactúan en la determinación de las tasas de reemplazo de las pensiones son diversos y tienen complejidades nada despreciables, puesto que existe una interconexión de las variables económicas, socio-demográficas y mismas del sistema de pensiones, que afectan la creación y dinámica de las cuentas individuales. Sin embargo, para mantener un equilibrio entre simplicidad y realismo, en las simulaciones se considerarán las siguientes variables:

- Carrera Salarial.
- Densidad de cotización y Perfil salarial.
- Rendimiento real de las AFORE y del Fondo de Vivienda.
- Comisiones de las AFORE.
- Cuota Social.

3.1.1. Carrera Salarial

La carrera salarial corresponde a la historia laboral de cada trabajador tomando en consideración el salario. A través del tiempo el salario del trabajador varía en respuesta a sus distintas habilidades, productividad, entre otras características propias a su generación, y que van desarrollando con la experiencia.

Dentro de la carrera salarial de cada trabajador pueden existir periodos de tiempo en el que se encuentren laborando dentro del mercado informal y posteriormente incorporarse o reincorporarse al empleo formal, así como encontrándose en situación de desempleo. Mucha de ésta movilidad laboral depende en gran medida de la situación económica del país y provoca trayectorias salariales complejas.

Asimismo, la velocidad con que crecen los salarios, por sexo y por edad, su distribución por rama de actividad económica, y el patrón salarial que siguen durante el ciclo de ingresos individuales, influyen directamente sobre el nivel de las tasas de reemplazo. Si durante la vida laboral se incrementa considerablemente el salario, el cociente del monto de la pensión entre el último sueldo puede resultar incluso engañoso. Es por ello que se supondrá un incremento real anual fijo del salario, con base en que el fin de la presente tesis es comparar las AFORE independientemente de la manera en que el trabajador haya realizado su historial de salarios.

3.1.2. Densidad de Cotización y Perfil salarial

La densidad de cotización es el cociente de la cantidad de cotizaciones efectivas que registra el trabajador en la cuenta individual, con respecto a la cantidad de cotizaciones que registraría sí se diera el caso ideal de que el trabajador cotizara durante todos y cada uno de los meses durante su vida activa. Este último caso es complicado que ocurra, debido a que la densidad de cotización está estrechamente relacionada con las condiciones del mercado laboral. Cuando un trabajador deja de aportar para su retiro debido a que se encuentra desempleado, repercute de manera desfavorable sobre el monto futuro disponible para su retiro.

Otros elementos demográficos asociados, menos visibles y asociados a la mujer, tienen que ver con la fecundidad, con las costumbres y posibilidades de crianza de los hijos. Usualmente las mujeres se deben ausentar del mercado laboral durante los periodos de embarazo y crianza de los hijos pequeños, y en algunas sociedades lo hacen por largos periodos. En consecuencia, solo por este factor específico, se esperaría que en promedio las mujeres acrediten menor número de cotizaciones (y menos ahorro individual) que los hombres, derivado principalmente de dos hechos: primero, el desempleo afecta en mayor medida a las mujeres que a los hombres, y segundo, las mujeres ganan menos que los hombres, aunado a la menor densidad de cotización que tienen las mujeres. Por otra parte, si las pensiones se calculan sobre la base de los salarios, las mujeres corren con una importante desventaja, pues, en igualdad de otras condiciones, sus pensiones terminarán siendo más bajas que las de los hombres; esto es válido tanto para la valoración de las tasas de reemplazo de los sistemas de cuentas individuales como los de prestaciones definidas.

Indudablemente, además de realizar menos aportaciones las personas con menor densidad de cotización, es muy probable que no alcancen las 1250 semanas que son

CAPITULO 3 SIMULACIÓN DE CUENTAS INDIVIDUALES

requeridas para tener derecho a la pensión y sólo cuenten con el monto ahorrado en su cuenta, lo cual será insuficiente para mantener su nivel de vida, debido a las escasas aportaciones realizadas. Adicionalmente, no serían beneficiarios ni siquiera de la PMG, ya que ésta sólo es para quien cumple los requisitos de edad y tiempo de cotización que no alcanzan recursos suficientes al momento del retiro; además se dificulta el adquirir el derecho a los servicios de salud.

Como se puede observar en las gráficas posteriores se necesita una densidad mínima aproximada del 60% para poder cumplir con los requisitos de cotización en un tiempo cercano a 40 años de vida activa, y así, tener derecho a la pensión de retiro y a la seguridad de contar con al menos la PMG al momento del retiro. Con respecto a los servicios de salud, un 40% para tener derecho a los servicios de salud al término de una vida laboral aproximada de 36 años.

Ilustración 3.1: Años de cotización mínimos necesarios para tener derecho a la pensión de retiro
(De acuerdo a la densidad de cotización)



Fuente: Elaboración propia con base en los requerimientos de la Ley del Seguro Social

CAPITULO 3 SIMULACIÓN DE CUENTAS INDIVIDUALES

*Ilustración 3.2: Años de cotización mínimos necesarios para tener derecho a servicios de salud
(De acuerdo a la densidad de cotización)*



Fuente: Elaboración propia con base en los requerimientos de la Ley del Seguro Social

Cabe mencionar que el perfil salarial de los trabajadores interactúa fuertemente con la densidad de cotización. La comprensión de dicha interacción es crucial para entender la distribución de las tasas de reemplazo según las características de los trabajadores. Como se puede apreciar en el siguiente cuadro, los trabajadores con menores salarios -y probablemente con menores niveles de capacitación- poseen una densidad de cotización menor, y es importante destacar que cerca del 40% del total de las cuentas se encuentran por debajo de una densidad del 60%. Si la situación continúa de esa manera, el 40% de las cuentas no tendrá derecho siquiera a la PMG.

CAPITULO 3 SIMULACIÓN DE CUENTAS INDIVIDUALES

Tabla 3.1: Distribución de Cuentas por Densidad de Cotización

(Porcentajes)

Densidad de cotización	Distribución de Salarios					Sistema
	1-5	6-10	11-15	16-20	Más de 20	
1-24.9	20.8	7.2	5.7	5.6	4.7	19.0
25-49.9	18.6	10.7	8.7	7.7	7.5	17.4
50-74.9	13.6	10.2	9.0	7.6	8.1	13.0
75-100	47.0	71.9	76.6	79.1	79.8	50.5
Total	100	100	100	100	100	100

Fuente: Informe Trimestral al Congreso de la Unión sobre la situación del SAR, 3er Trimestre 2011, CONSAR /

Más aún, las aportaciones por concepto de cuota social dependen del perfil del trabajador y de los días laborados. Esta aportación hecha por el Estado, se actualiza de acuerdo al INPC; esto quiere decir que la contribución del gobierno a las cuentas individuales depende de tres factores: del perfil salarial, la densidad de cotización y de la inflación. Por fortuna, dada la actualización de la Cuota Social con la inflación, el aumento en términos reales es cero, facilitando de esta manera la determinación de su monto para efecto de las simulaciones. Con éstas, se dará una idea cuantitativa de cómo el perfil salarial y la densidad de cotización afectan las tasas de reemplazo.

3.1.3. Rendimiento real de las AFORE y del fondo de Vivienda

La rentabilidad **real** del fondo de pensiones es el elemento determinante del mercado de capitales que afecta el proceso de acumulación de las cuentas individuales, variable que a su vez está afectada tanto por el nivel de la inflación, como por factores institucionales y regulatorios vigentes.

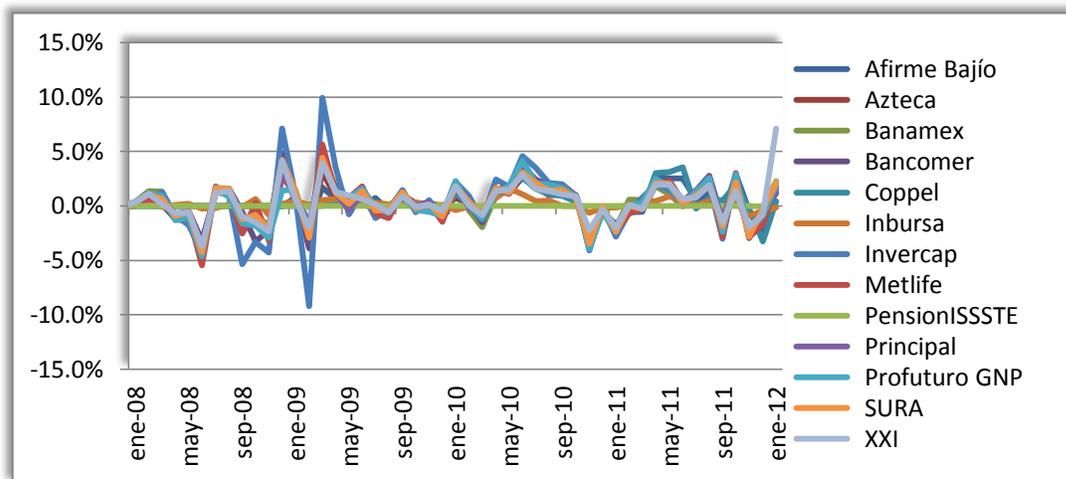
En el desarrollo de una cuenta individual, las aportaciones se invierten en distintas sociedades de inversión dependiendo de la edad del trabajador. Dichas sociedades tienen regulaciones sobre la manera de invertir el capital para evitar posibles pérdidas derivadas de la volatilidad del mercado. Con el razonamiento de que las personas jóvenes son menos adversas al riesgo, existen cinco SIEFORE donde el riesgo de las inversiones varía de acuerdo a las siguientes edades:

CAPITULO 3 SIMULACIÓN DE CUENTAS INDIVIDUALES

- SIEFORE Básica 1 60 años y mayores.
- SIEFORE Básica 2 entre 46 y 59 años.
- SIEFORE Básica 3 entre 37 y 45 años.
- SIEFORE Básica 4 entre 27 y 36 años.
- SIEFORE Básica 5 de 26 años y menores.

A medida que la edad aumenta, los límites de inversión en instrumentos financieros derivados y de renta variable, entre otros, aumentan, viéndose reflejado en la volatilidad y rendimientos reales de las SIEFORE en las siguientes gráficas:

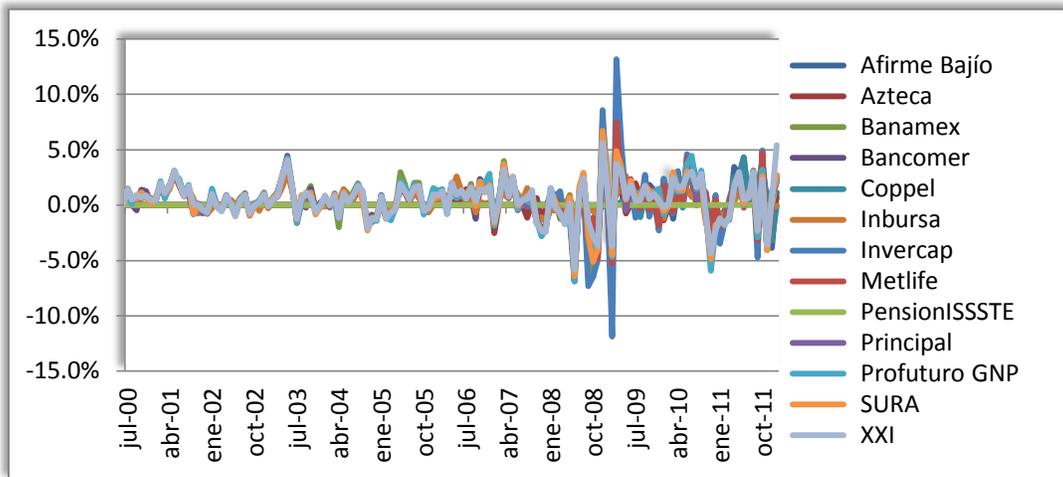
Ilustración 3.3: Rendimientos reales de la SIEFORE Básica 1



*Fuente: Elaboración propia con datos publicados por la CONSAR y el Banco de México.
Datos de enero del 2005 a enero del 2012.*

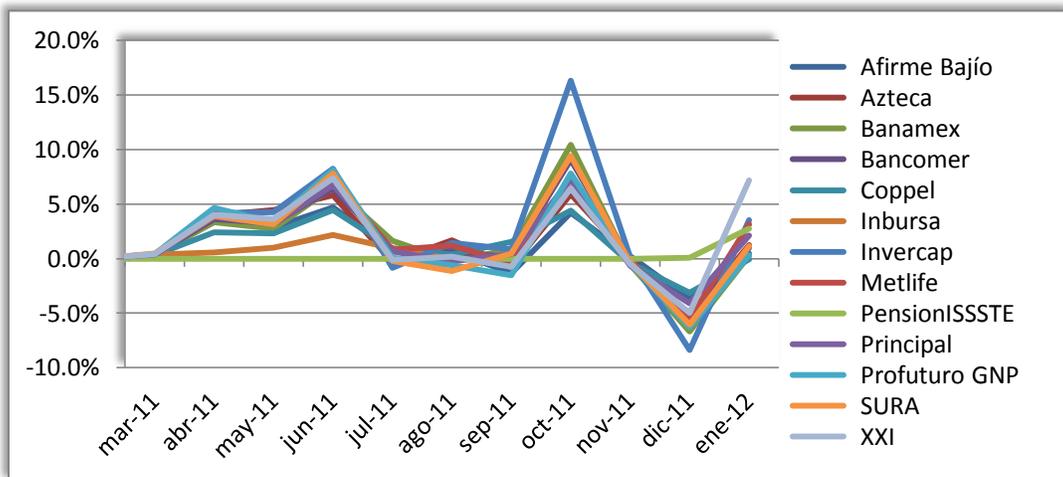
CAPITULO 3 SIMULACIÓN DE CUENTAS INDIVIDUALES

Ilustración 3.4: Rendimientos reales de la SIEFORE Básica 2



**Fuente: Elaboración propia con datos publicados por la CONSAR y el Banco de México.
Datos de julio del 2000 a enero del 2012**

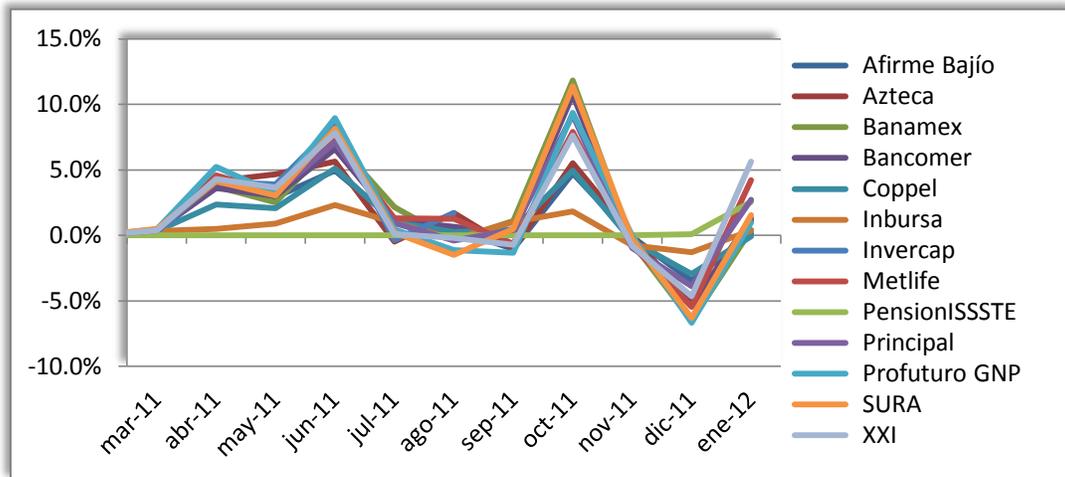
Ilustración 3.5: Rendimientos reales de la SIEFORE Básica 3



**Fuente: Elaboración propia con datos publicados por la CONSAR y el Banco de México.
Datos de marzo del 2011 a enero del 2012.**

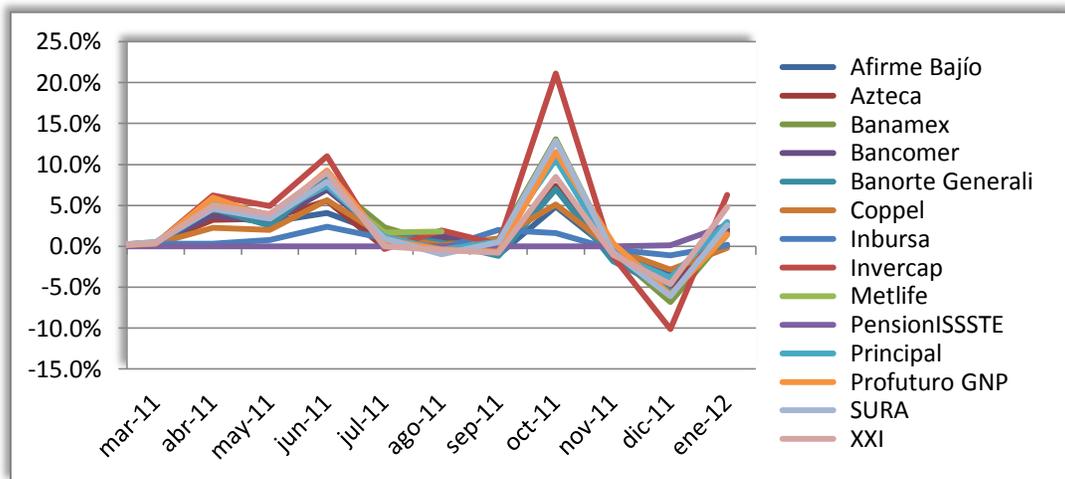
CAPITULO 3 SIMULACIÓN DE CUENTAS INDIVIDUALES

Ilustración 3.6: Rendimientos reales de la SIEFORE Básica 4



*Fuente: Elaboración propia con datos publicados por la CONSAR y el Banco de México.
Datos de marzo del 2011 a enero del 2012.*

Ilustración 3.7: Rendimientos reales de la SIEFORE Básica 5



*Fuente: Elaboración propia con datos publicados por la CONSAR y el Banco de México.
Datos de marzo del 2011 a enero del 2012.*

Gráficamente se puede notar con facilidad que los rendimientos reales entre las AFORE en las distintas SIEFORE están altamente correlacionadas entre sí, en gran parte por los límites de inversión y por la inflación que influye en todas las inversiones. De igual manera, esta relación afecta a todas las AFORE en momentos de crisis financiera, como las ocurridas con la crisis hipotecaria del 2008 y la reciente crisis de la Eurozona, haciéndose notar en las gráficas con rendimientos que destacan sobre los demás. Estos rendimientos

CAPITULO 3 SIMULACIÓN DE CUENTAS INDIVIDUALES

que muchas veces llegan a ser negativos, no se toman en cuenta para una estimación de tasas de reemplazo, tampoco la transición entre las distintas SIEFORE en la vida laboral, lo cual genera falsas y sobrestimadas tasas, que a su vez dan una expectativa errónea del sistema.

Por otra parte, las aportaciones en la subcuenta de vivienda no son administradas por las AFORE, sino por el INFONAVIT. Los rendimientos que genera éste son independientes de la elección de la AFORE, sin embargo, el monto acumulado en esta subcuenta contribuye en gran parte a la pensión en el momento del retiro, ya que el monto de cuotas y aportaciones habrá equivalido a 11.5% en lugar del 6.5% sobre el salario del trabajador - más cuota social en ambos casos- sí es que no se obtuvo un crédito para la vivienda del INFONAVIT. En las estimaciones del monto de la pensión se toma también en cuenta los rendimientos del fondo de vivienda de forma determinista, lo cual no sucede en la realidad. Los rendimientos reales anuales que han obtenido a través de los últimos 10 años son los siguientes:

Tabla 3.2: Rendimientos reales del Fondo del INFONAVIT

Rendimiento Real del Fondo del INFONAVIT.	
Año	Rendimiento real
2001	2.50%
2002	2.50%
2003	2.75%
2004	3.00%
2005	3.50%
2006	4.00%
2007	4.00%
2008	0.55%
2009	2.11%
2010	2.94%

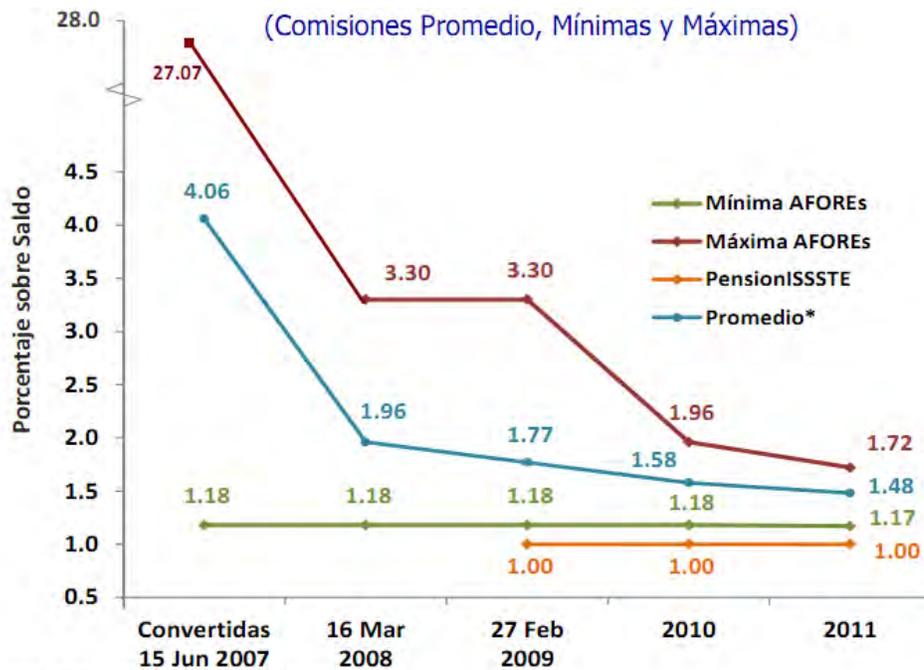
Fuente: INFONAVIT, (2011).

3.1.4. Comisiones de las AFORE

La manera de cobrar comisiones por parte de las AFORE ha ido modificándose con el objetivo de beneficiar a los trabajadores. En un principio se cobraba comisiones altas tanto sobre flujo como sobre saldo y rendimiento real, lo cual mermaba el ahorro para el retiro. Además se complicaba la manera de comparar las AFORE. Actualmente, desde las reformas del 2007 sólo se cobra una comisión sobre los recursos administrados.

Al paso del tiempo las comisiones han ido disminuyendo debido, tanto a las regulaciones hechas por la CONSAR, como por la misma competencia del mercado de las cuentas individuales, convergiendo aun punto de equilibrio económico¹⁴.

Ilustración 3.8 Evolución de las Comisiones en los últimos años



* Promedio simple de las comisiones de las AFOREs y PensionISSSTE

Imagen extraída de la "Presentación a los medios de comunicación: Cambios y mejoras en el Sistema de Ahorro para el Retiro en beneficio de los trabajadores", CONSAR, diciembre del 2011.

Ceteris paribus, a menor comisión, mayor ahorro que se verá reflejado al momento del retiro. Aunque la diferencia porcentual de las comisiones entre las AFORE no sea considerable, ese diferencial en la comisión, aunado a los rendimientos a lo largo de toda una vida laboral, marca diferencias en la tasa de reemplazo.

¹⁴ Gould, John P. "Microeconomic Theory, 6th" ed. (1989), capítulo XIII.

3.1.5. Cuota Social

Como se mencionó en la sección 2.1, la cuota social depende del salario del trabajador; se aporta por cada día de salario cotizado y se actualiza trimestralmente conforme al INPC. Esto último quiere decir que el aumento en términos reales de la cuota social es cero, lo cual, es de gran ventaja al trabajar con tasas reales.

En proporción del salario del trabajador, la cuota social apoya más a los trabajadores de bajos recursos, sin embargo, son éstos quienes presentan densidades de cotización menores, y como la cuota social se brinda por día laborado, el apoyo resulta relativo. De igual manera, es un factor en apoyo al ahorro de los trabajadores, el cual, debe tomarse en cuenta para las estimaciones de las tasas de reemplazo.

3.2 Modelo Propuesto

3.2.1. Planteamiento General

Básicamente el modelo propuesto elabora trayectorias sintéticas de una cuenta individual, para a partir de ellas, encontrar al final de la vida laboral la distribución de la tasas de reemplazos para las distintas AFORE, con el fin de compararlas entre sí. De modo similar, se calcula la probabilidad de no tener los recursos suficientes para la PMG bajo algunos escenarios.

De acuerdo con las regulaciones vigentes, el monto total en la cuenta individual para cada AFORE al tiempo t se puede expresar mediante la suma de las subcuentas de Retiro, Cesantía y Vejez; la subcuenta de Ahorro Voluntario y la subcuenta de Vivienda:

$$F_t = RCV_t + AV_t + VIV_t$$

Donde:

RCV_t : El monto acumulado en la subcuenta de Retiro, Cesantía y Vejez al tiempo t .

AV_t :¹⁵ El monto acumulado en la subcuenta de ahorro voluntario al tiempo t .

VIV_t :¹⁶ El monto acumulado en la subcuenta de Vivienda al tiempo t .

Con respecto a las subcuentas de RCV_t y VIV_t su acumulación bimestral se expresa de la siguiente manera:

$$RCV_t = RCV_{t-1}(1 + r_t)(1 - c_t) + 2(6.5\%S_t + CS_t)$$

$$VIV_t = VIV_{t-1}(1 + r_t^v) + 2(5\%S_t)$$

Donde:

r_t : El rendimiento real de la AFORE al tiempo t .

r_t^v : El rendimiento real del fondo de vivienda al tiempo t .

c_t : La comisión vigente de la AFORE al tiempo t .

¹⁵ Para fines prácticos, la subcuenta de AV_t y VIV_t no serán tomadas en cuenta como variables ya que las comparaciones entre las AFORE serían equivalentes.

¹⁶ Sí es que no se ha adquirido un Crédito del INFONAVIT.

S_t :¹⁷ Salario mensual del trabajador al tiempo t .

CS_t : Cuota Social correspondiente al tiempo t .

Al final de la vida laboral, si el fondo no es suficiente para adquirir una pensión P equivalente a la PMG junto con el seguro de sobrevivencia, se otorga dicho monto, equivalente a 1 SMGVDF de 1997, actualizado anualmente con base en el INPS. De lo contrario, y basándonos en el principio de equivalencia actuarial, es posible conocer el monto de la pensión como se expresa en la siguiente fórmula:

$$P = \Delta\% S_n = \frac{F_n}{\left(\frac{13}{12}\right) \left(\ddot{a}_x^{(12)} + \ddot{a}_y^{(12)} - \ddot{a}_{xy}^{(12)}\right)}$$

Donde $\Delta\%$ representa el porcentaje del último salario que se entregará como pensión (tasa de reemplazo); $\ddot{a}_x^{(12)}$ indica el capital constitutivo de una renta que se pagará al pensionado a partir de edad de retiro x ; y $\ddot{a}_y^{(12)} - \ddot{a}_{xy}^{(12)}$ representa el monto del seguro de sobrevivencia que permitirá la transmisión de la pensión al esposo o esposa sobreviviente del beneficiario¹⁸. Por tanto la tasa de reemplazo $\Delta\%$, queda determinada con el siguiente despeje:

$$\Delta\% = \frac{F_n}{S_n \left(\frac{13}{12}\right) \left(\ddot{a}_x^{(12)} + \ddot{a}_y^{(12)} - \ddot{a}_{xy}^{(12)}\right)}$$

Los factores actuariales $\ddot{a}_x^{(12)}$, $\ddot{a}_y^{(12)}$ y $\ddot{a}_{xy}^{(12)}$ se calculan con la tablas de mortalidad EMSSAH-09 y EMSSAM-09 para hombres y mujeres respectivamente, proyectada¹⁹ con mejoras a la mortalidad para cada edad y año de cálculo; y una tasa técnica real del 3.5% según lo establece la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas en la Circular Única de Seguros, capítulo 18.7.

¹⁷ En el caso de que el trabajador no se encuentre laborando, tanto el Salario como la Cuota Social son cero.

¹⁸ La edad de la esposa se toma en cuenta como 3 años menor que la del trabajador. De manera similar, la edad del esposo se considera 3 años mayor que las trabajadoras tal como en las Valuaciones Actuariales del Régimen de Jubilaciones, Pensiones y Prima de Antigüedad de los Trabajadores del IMSS al 31 de Diciembre de 2010.

¹⁹ Para mayor detalle en los cálculos de los factores actuariales y de la proyección de la mortalidad, vea Anexo C).

A pesar de que las fórmulas antes mencionadas no mantienen un nivel alto de complejidad, las variables involucradas no se determinan de manera tan evidente, lo cual ha generado numerosos estudios en torno al futuro monto del beneficio al retiro. De ahí que, para hacer frente a las complejidades de la dinámica de las cuentas individuales, se simulan con base en datos empíricos, obtenidos desde que se implementaron las cuentas individuales en México. La forma en que se simula cada variable y se acumula la cuenta individual se da de la siguiente manera:

3.2.2. Modelos probabilísticos para los rendimientos y densidad de cotización.

- **Rendimientos.**

Al notar en las gráficas 3.3-3.8, que los rendimientos se comportan de manera estacionaria en el tiempo, se pensó en un principio en tres posibilidades para simular los rendimientos reales de las AFORE:

1. Modelos de series de tiempo (ARIMA, VARIMA)
2. Bootstrapping.
3. Distribuciones probabilidad para cada mes.

Series de tiempo. Los modelos de series de tiempo ARIMA²⁰ (*Autoregressive Integrated Moving Average*) y VARIMA (*Vector Autoregressive Integrated Moving Average*) son usados frecuentemente para entender y posteriormente, simular o predecir futuros valores en las series de tiempo que presentan correlación con ellas mismas y con otras series. Dichos modelos fueron descartados al contemplar que las series no presentaban autocorrelación ni correlación cruzada significativa. De manera de ejemplo, se presentan las autocorrelaciones de los rendimientos de la AFORE XXI y las correlaciones cruzadas entre SURA.

²⁰ Brockwell, P. J. and Davis, R. A. (1996) *Introduction to Time Series and Forecasting*. Springer, New York. Secciones 3.3 y 8.3.

Ilustración 3.9 Autocorrelación y autocorrelación parcial de la Siefore básica 5

XXI

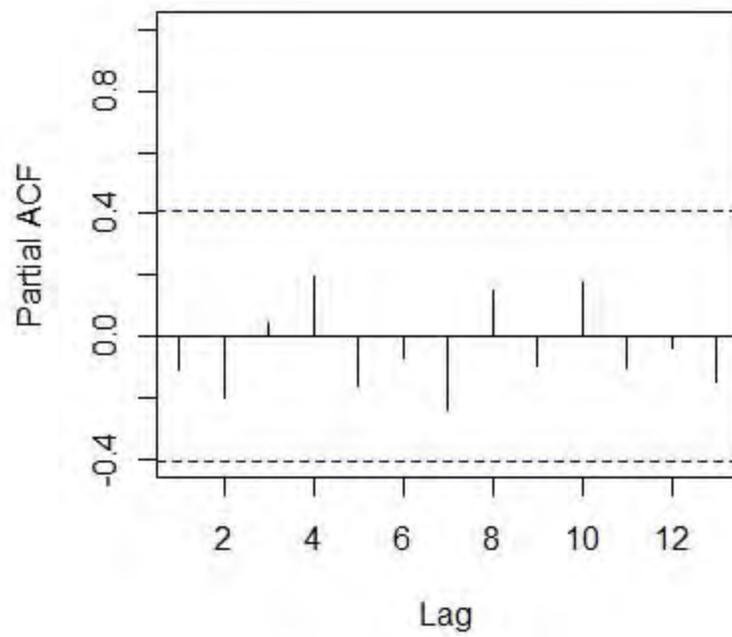
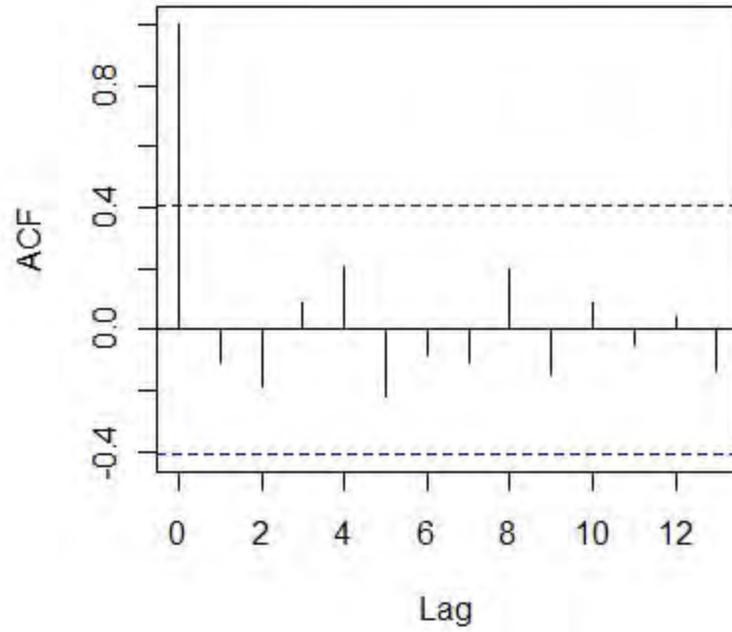
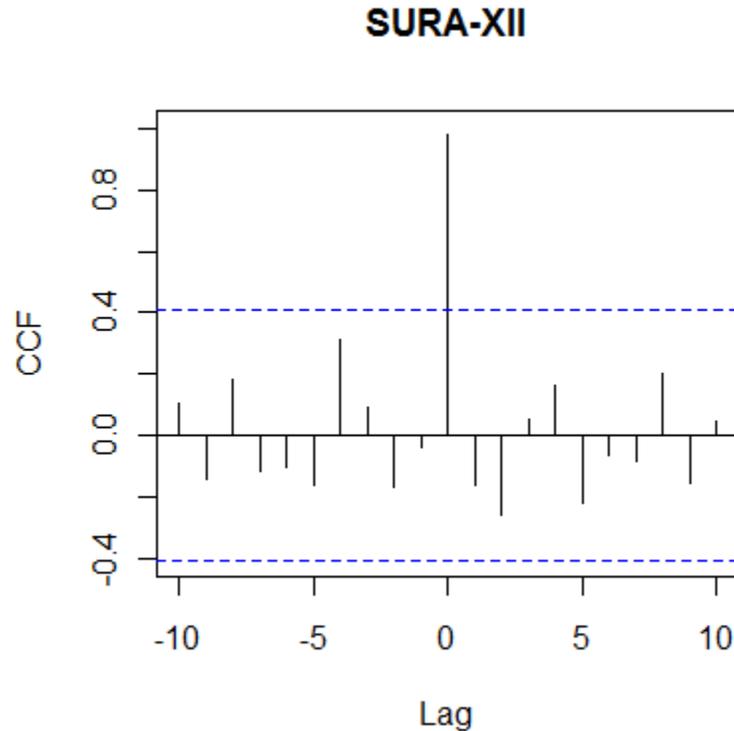


Ilustración 3.10 Correlación cruzada entre los rendimientos de la SB5 de SURA y XXI.



Fuente: Elaboración propia.

Las gráficas anteriores, presentan la autocorrelación y la autocorrelación parcial que existe entre el tiempo t y el tiempo $t - lag$ de los rendimientos de la AFORE XXI para la Siefore Básica 5, la cual es la Siefore que presenta mayor volatilidad. Lo que nos indica las bandas paralelas al eje de las abscisas, es que las correlaciones nos son estadísticamente significativas a un 95% de confianza. Es de notar que dicho fenómeno se presenta para las demás AFORE por su fuerte relación entre ellas mismas sobre el mismo mes. Por lo que un modelo paramétrico de series de tiempo no sería lo más adecuado, sin embargo su estructura de correlación permite el uso de una distribución multivariada para cada mes.

Bootstrapping.²¹ La técnica consiste en una remuestra por bloques de tamaño m , en otras palabras, para simular los próximos m valores de la serie, se eligen aleatoriamente m valores o vectores consecutivos de la serie original, y así sucesivamente. Esta metodología es útil al no ajustarse adecuadamente un modelo

²¹ Davison, A.C. and Hinkley, D.V. (1997) *Bootstrap Methods and Their Application*. Cambridge University Press.

paramétrico de series de tiempo, además conserva fielmente la autocorrelación y correlación cruzada entre las series, que en este caso no son estadísticamente significativas. Como desventaja, no se simulan posibles escenarios que no ocurrieron en el pasado pero pudieran presentarse en el futuro. En consecuencia, se determinó usar una distribución de probabilidad paramétrica para simular cada mes el rendimiento real de las AFORE. Además los parámetros y características de la función de distribución nos dan mayor información acerca de los posibles valores que podrían tomar los rendimientos.

Distribución de probabilidad para cada mes. Al realizar las pruebas de bondad de ajuste para el uso de la distribución normal, las cuales se encuentran en el anexo D, se decidió utilizar la distribución multivariada $N(r, \Sigma)$ para simular el vector de rendimientos de las AFORE cada mes. Los parámetros de la función r y Σ , reflejan la media del proceso, su variabilidad y la alta correlación existente entre las AFORE, adicionalmente, su uso permite generar escenarios tanto positivos como adversos en los rendimientos, lo cual es útil para simular los periodos de crisis financieras.

- **Densidad de cotización**

Como se había comentado anteriormente, la densidad de cotización está altamente influenciada por una infinidad de variables, desde aquellas relacionadas con el mercado laboral, edad, experiencia, hasta decisiones personales. Es por ello que para simular la densidad de cotización hubo dos alternativas.

1. Cadenas de Markov.
2. Modelo bayesiano.

En las dos opciones se tiene un proceso estocástico $\{C_n\}_{n=0}^{\infty}$ en un espacio de estados $E = \{0,1\}$ donde el cero representa que no se realizaron cotizaciones en el periodo n ; y uno lo contrario.

Cadenas de Markov²². Para la Cadena de Markov se consideró en primera instancia la siguiente matriz de transición no Homogénea, es decir, una cadena que dependa de la edad x trabajador

$$P_x = \begin{pmatrix} 1 - q_x & q_x \\ p_x & 1 - p_x \end{pmatrix}$$

²² Vea Anexo E)

Donde $P_x(i, j) = \mathbb{P}[C_{x+1} = i | C_x = j] \quad i, j \in \{0,1\}$

Este modelo teóricamente, podría reflejar mejor una trayectoria laboral con el supuesto de que el trabajador no se invalide ni muera. Para incluir estas variables en la matriz se haría uso de decrementos múltiples dentro de la cadena de Markov, sin embargo, como el propósito de la tesis es comparar las AFORE, no se incluyen dichas variables. La desventaja de la cadena no Homogénea, es que requiere de al menos 90 parámetros, que son los que corresponden a cada edad de 20 a 65 años por cada matriz, además la información acerca de los nuevos empleos y despidos por edad y nivel salarial son de calidad subjetiva. Por otra parte, con una cadena Homogénea se reducen los parámetros a tan sólo dos, quedando de la siguiente manera:

$$P = \begin{pmatrix} 1 - q & q \\ p & 1 - p \end{pmatrix}$$

Donde $P(i, j) = \mathbb{P}[C_{n+1} = i | C_n = j] \quad i, j \in \{0,1\}$

Como la cadena es regular, es decir, con probabilidad positiva se puede conseguir trabajo o ser despedido en su caso; la matriz P^n -que representa la probabilidad de transición en n pasos- tiende a una matriz W , la cual tiene los renglones iguales, en notación:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P^n \rightarrow W, \quad W = \begin{pmatrix} 1 - \delta & \delta \\ 1 - \delta & \delta \end{pmatrix}$$

En este contexto, el resultado sirve para aproximar el proceso de la trayectoria laboral en un largo plazo con una distribución *Bernoulli*(δ), donde el parámetro δ corresponde a la densidad de cotización.

Modelo Bayesiano. Este modelo es similar a la simulación con variables *Bernoulli*(δ), salvo que ahora δ es la media de una variable aleatoria *cotiza* con distribución a priori al tiempo 0 *Beta*(α, β) cuyos parámetros se renuevan con cada periodo. La distribución a posteriori de la variable *cotiza* al tiempo n sería:

$$Beta\left(\alpha + \sum_{t=1}^n X_t, \beta + n - \sum_{t=1}^n X_t\right)$$

$$\delta_n = \left(\alpha + \sum_{t=1}^n X_t\right) / (\alpha + \beta + n)$$

Este proceso da la oportunidad de simular que cuando se cotice, se eleven las probabilidades de seguir cotizando o de seguir desempleado según sea el caso, dando mayor realismo al proceso.

La renovación de la media, da mayor variabilidad al porcentaje de las cotizaciones por realizar, como consecuencia, habrá casos donde casi no se llegara a cotizar o donde siempre se llegara hacerlo, por lo que no se tiene un control directo sobre la densidad de cotización, provocando así una inequidad en las simulaciones para un perfil salarial dado. Adicionalmente las pocas estadísticas relativas a la densidad de cotización proporcionarían una distribución a priori inadecuada.

En conclusión, para simular la densidad de cotización se eligió el modelo de la distribución Bernoulli, ya que sólo requiere de un parámetro y guarda el porcentaje de cotizaciones fielmente, además de ser convergente con otras cadenas de Markov que buscan la misma proporción de cotizaciones.

3.2.3. Metodología

Dado un trabajador, con edad, salario, densidad de cotización y fondo al tiempo cero x_0 , S_0 , δ y $RCV_0 = 0$ respectivamente, la cuenta individual se simula de acuerdo con los siguientes pasos:

- Mes a Mes, se determina en qué SIEFORE se encuentra el trabajador, con base en su edad.
- Según la SIEFORE j del trabajador, se genera mensualmente un vector de rendimientos reales de las AFORE, que siguen una ley de distribución normal multivariada²³ $N(r_j, \Sigma_j)$. Cuyos parámetros representan tanto la media de los rendimientos obtenidos por las AFORE como la volatilidad y correlación existente entre sí.
- El trabajador cotiza o no cada bimestre de acuerdo a una variable aleatoria $cotiza \sim Bernoulli(\delta)$, donde δ representa la densidad de cotización; si la variable $cotiza$ es igual a 1, cada bimestre se realizan para todas las AFORE

²³ Para mayor detalle vea el Anexo D)

las aportaciones de dos meses para la cuenta de RCV_t ; de otra manera, el salario y la cuota social se toman como cero. El argumento de lo anterior es que es incierto el periodo de tiempo en el que el trabajador realiza aportaciones o no; y el uso de la variable aleatoria Bernoulli permite simular distintos periodos de cotización.

- Los rendimientos generados junto con la nueva aportación²⁴, se acumulan en el monto total del ahorro para el retiro para la AFORE i :

$$RCV_t = RCV_{t-1}(1 + r_{i,t})(1 - c_t) + 2(6.5\%S_t + CS_t)$$

- Al completarse un año, el salario del trabajador se incrementa un 1% real²⁵; el salario mínimo se modifica de acuerdo a una elección aleatoria entre los incrementos reales que se han generado desde la creación de las AFORE para comparar el salario mínimo con el salario del trabajador, y así, determinar la Cuota Social, cuyo incremento real es cero, dado que se actualiza de acuerdo con el Índice Nacional de Precios al Consumidor.
- Se repite el proceso hasta que el trabajador cumpla los requisitos de edad y tiempo de cotización.
- Se calcula la pensión y seguro de sobrevivencia equivalente al fondo de RCV a la edad de retiro, y se determina sí el trabajador es merecedor o no, de la PMG, que análogo a la cuota social, se mantiene constante en términos reales.
- Se calcula la tasa de reemplazo.
Esto constituye una simulación de una cuenta individual.
- Se realizan 1000 trayectorias de cuentas individuales, de modo tal que se obtengan 1000 muestras de tasas de reemplazo para la totalidad de las AFORE.
- Se estima la probabilidad de obtener la PMG²⁶:

²⁴ La aportación se realiza de manera bimestral, con base en el Art. Vigésimo Séptimo Transitorio de la Ley del Seguro Social y en el Art 21 de la Ley del ISSSTE.

²⁵ Esto con base en el supuesto de que la comparación entre las AFORE es independiente de la carrera salarial.

²⁶ Este estimador corresponde al máximo verosímil de una variable aleatoria *Bernoulli*(p), que toma el valor de uno si se obtuvo la PMG y cero en otro caso.

$$\hat{p} = \frac{\# \text{ de casos donde se obtuvo la PMG}}{1000}$$

Con los resultados obtenidos para los distintos perfiles salariales, se encuentran las distribuciones de las tasas de reemplazo de las AFORE y la probabilidad de no tener recursos suficientes para no pagarse a sí mismo una PMG. Lo anterior, proporciona más y mejores elementos para tomar una decisión más acertada en la elección de la AFORE.

La metodología descrita obtiene una distribución normal multivariante para los rendimientos de las AFORE con el objetivo de compararlas entre sí, a diferencia a lo elaborado por Rodríguez A. Zúñiga y Rodríguez P. (2008), donde la simulación fue para los rendimientos de los activos permitidos por la CONSAR, con el fin de obtener portafolios óptimos de inversión, tal como lo propuesto en Markowitz (1959). La acumulación de la cuenta individual, se realiza sobre el portafolio óptimo y al final se calcula la probabilidad de obtener la PMG sobre dicho portafolio, para distintos niveles de salario. La diferencia radica en que no se hace una distinción entre las AFORE, ni la edad del trabajador sobre el paso de las SIEFORES, así como la densidad de cotización, ni mencionan las posibles tasas de reemplazo. En este caso no se buscará un portafolio óptimo de inversión sobre las AFORE, ya que los trabajadores solo puede optar por una a la vez. Se mostrarán las tasas de reemplazo y las probabilidades de obtener la PMG para distintos perfiles salariales, que serán descritos en la siguiente sección.

3.2.4. Perfiles salariales a considerar

Salario: Para representar de manera general a la población se consideró el salario promedio base de cotización del IMSS a Febrero de 2012 que se encuentra en 4.2 Salarios mínimos. Aunado a la media de los trabajadores, un salario de 8.8 salarios mínimos que es la media de la población más una desviación estándar de 4.4 salarios mínimos. Ambos datos fueron obtenidos del cubo de información del IMSS y abarcan mayormente a los trabajadores activos.

Densidad de Cotización: El promedio durante el régimen de las cuentas individuales ha sido del 70% para el caso de los hombres y del 66% para el sexo femenino. Datos que fueron brindados por la CONSAR al IMSS para el Informe Actuarial de Primas de los Riesgos del Trabajo 2010. De igual manera, se consideran densidades del 100% tanto para varones como mujeres para analizar las diferencias entre los trabajadores que nunca interrumpen labores con los trabajadores promedio.

Edad: Se consideraron tres distintas edades para mostrar las diferencias en la capitalización de las cuentas individuales durante la vida laboral del trabajador. Estas edades son: 20, 30 y 40 años.

Edad de Retiro: La edad establecida por la Ley del Seguro Social es de 65 años para el retiro por vejez, siempre y cuando se cumplan los requisitos de las 1250 semanas de cotización. Para efectos de cálculo de las tasas de reemplazo y probabilidades de obtener la PMG se fija la edad de retiro a dicha edad, con excepción de los perfiles salariales de 40 años y densidad de cotización promedio, ya que no alcanzan a cumplir con las semanas requeridas a los 65 años, y sólo lograrían tener derecho a los servicios de salud. Estos trabajadores podrían optar por retirar el monto acumulado en su cuenta individual, o bien seguir cotizando hasta cumplir los requisitos. Si se decidieran a seguir cotizando, alcanzarían la totalidad de las semanas requeridas a una edad de 76 años; ésta es considerada en los cálculos para dichos perfiles.

3.3 Resultados de las Simulaciones

Con el desarrollo de la metodología antes descrita, se elaboraron para cada perfil salarial y cada una de las AFORE, simulaciones de una cuenta individual para proyectar la cuantía de la pensión que obtendrá el trabajador a edad de retiro. Estas, fueron realizadas a través del paquete estadístico R, el cual, es un software de uso libre. Con dicho paquete, se trabajaron los datos de los rendimientos reales y comisiones de las AFORE, se estimaron los parámetros del modelo y posteriormente se prosiguió la simulación para cada perfil salarial. Los datos utilizados fueron los publicados por la CONSAR y BANXICO hasta enero de 2012. De primera instancia, se presentará los resultados de las probabilidades de obtener la PMG y posteriormente las tasas de reemplazo esperadas y su desviación estándar.

3.3.1. Probabilidades de obtener la PMG

Como se puede apreciar en la siguiente tabla, los trabajadores promedio –4.2 salarios mínimos y densidad de cotización menor al 100%- tienen probabilidades mayores de obtener la PMG en comparación con el resto de los perfiles salariales. Las diferencias existentes entre las diversas densidades de cotización varían entre 0.1 y 0.3 para las mismas edades y salarios.

Edad de Retiro: 76²⁷

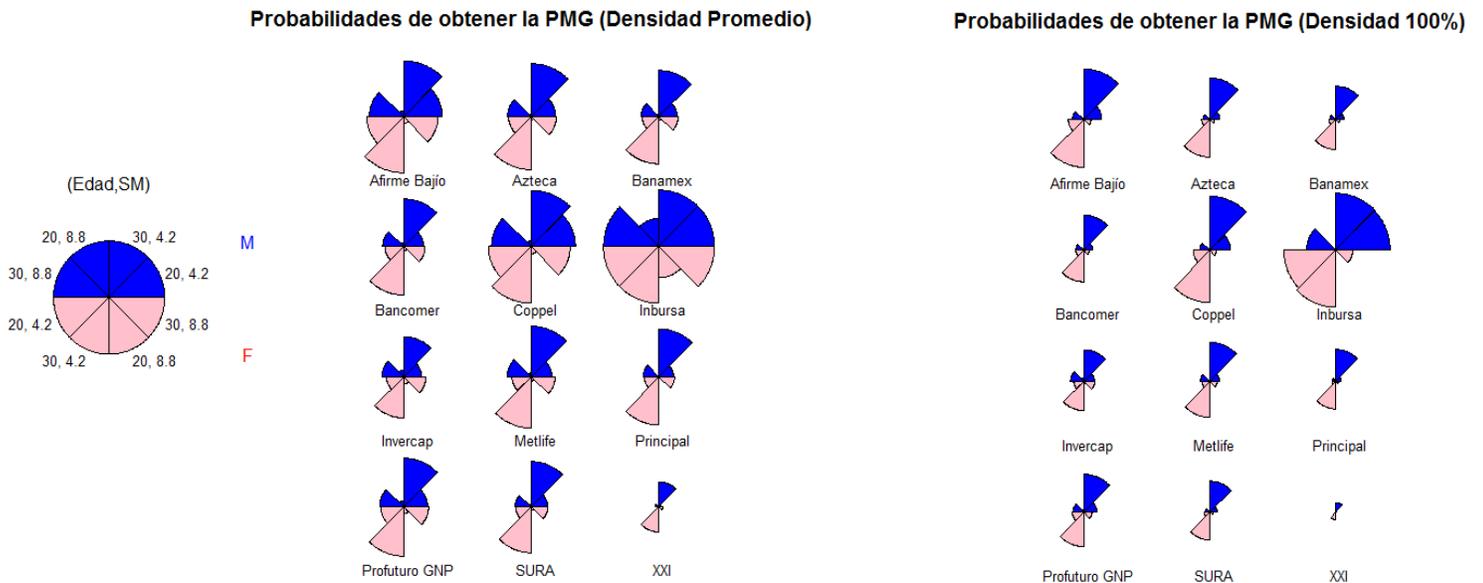
Tabla 3.3 Probabilidades de obtener la PMG (Sistema)

Probabilidad de obtener la PMG		Sistema					
		Salario					
		4.2			8.8 SM		
Sexo	Densidad	EIDADES					
		20	30	40	20	30	40
M	70%	0.446	0.844	0.993	0.103	0.446	0.827
	100%	0.253	0.661	0.992	0.014	0.172	0.779
F	66%	0.427	0.853	0.851	0.117	0.454	0.270
	100%	0.222	0.613	0.988	0.010	0.119	0.716
Promedio		0.337	0.743	0.956	0.061	0.298	0.648

Fuente: Elaboración propia

La tabla anterior fue del promedio de las AFORE sin embargo, entre ellas existen grandes diferencias. A través de las siguientes gráficas se pueden notar fácilmente las diferencias entre las AFORE por edad, densidad de cotización, salario y sexo. El semicírculo superior representa al sexo masculino y el inferior al femenino, mientras que cada sección del círculo es representada por una edad y un salario distinto. Esto es hecho para la densidad de cotización promedio de la población y del 100%.

Ilustración 3.11: Probabilidades de Obtener la PMG por AFORE²⁸



²⁷ Recordando que la edad de retiro establecida fue de 65 años, con excepción para edad 40 y densidades de cotización promedio tanto para hombres como mujeres, donde se estableció una edad de 76 años, que es cuando cumplirían los requisitos de cotización bajo dichas densidades de cotización.

²⁸ Los resultados numéricos se encuentran en el Anexo A)

Las AFORE que sobresalen por su forma son Inbursa y Afore XXI, las cuales tienen probabilidades mayores y menores con respecto con los demás, respectivamente. Con las actuales estrategias de inversión de bajo riesgo de Inbursa es casi seguro que se sea acreedor de la pensión mínima garantizada, mientras que con Afore XXI los recursos serán con facilidad suficientes.

Es interesante notar que las personas de 20 años con 4.2 salarios mínimos y de 30 años con 8.8 salarios mínimos de ingreso tienen probabilidades similares, el aumento en el salario compensa 10 años menos de cotización en términos de recibir la PMG.

Las probabilidades de las mujeres son ligeramente menores que la de los hombres, esto es debido al seguro de sobrevivencia, para el sexo femenino se toma la edad del conyugue tres años mayor en lugar de tres años menor como en el caso de los hombres, resultando en una menor cantidad de pagos esperados para las mujeres por la alta mortalidad del marido a edad avanzada.

Estos resultados dan una idea de posibles escenarios en los cuales los recursos de los trabajadores en su cuenta individual no llegan a ser suficientes, por lo que es una herramienta útil para prever dichos escenarios mejorando estrategias de inversión y reduciendo comisiones.

Además de tener conocimiento de cuáles AFORE podrían no invertir adecuadamente los recursos, es importante dar un panorama de los posibles montos de las pensiones al retiro, y una manera de hacerlo es a través de la tasa de reemplazo, que es la proporción que representa la pensión en términos del último salario, cuyos resultados vienen en la siguiente sección.

3.3.2. Tasas de Reemplazo

Como ya se mencionó, la tasa de reemplazo mide la relación entre la pensión del trabajador y su último ingreso, y sirve para comparar distintos sistemas de pensiones en diferentes países. Puesto que México forma parte de los países afiliados a la Organización Internacional del Trabajo, está obligado a brindar una pensión que cumpla por lo menos con una tasa de reemplazo del cuarenta por ciento del último salario del trabajador.

Con los resultados obtenidos, se estima que el sistema logra dicho objetivo en promedio para las personas de edad veinte, densidad de cotización del 70% y 66% para hombres y mujeres respectivamente; con posibilidad de llegar a pensiones cercanas al 80 % de su último salario, mientras que para edades mayores las pensiones no logran en promedio

cumplir con lo establecido por la OIT- en el caso de que no se contara con ningún ahorro a dicha edad.

Tabla 3.4 Tasas de reemplazo del Sistema

Tasas de reemplazo		Sistema											
		Salario											
		4.2 SM					8.8 SM						
Media y Desviación estándar (μ , σ)		Edades											
		20		30		40		20		30		40	
Sexo	Densidad	μ	σ	μ	σ	M	σ	μ	Σ	μ	σ	μ	σ
M	70%	42%	38%	23%	8%	19%	1%	39%	39%	16%	7%	10%	2%
	100%	59%	60%	27%	13%	22%	1%	54%	51%	22%	11%	12%	3%
F	66%	43%	39%	22%	6%	21%	4%	36%	31%	16%	9%	16%	6%
	100%	63%	64%	28%	14%	22%	1%	57%	54%	23%	12%	12%	3%
Promedio		52%	50%	25%	10%	21%	2%	46%	44%	19%	10%	13%	4%

Fuente: Elaboración propia

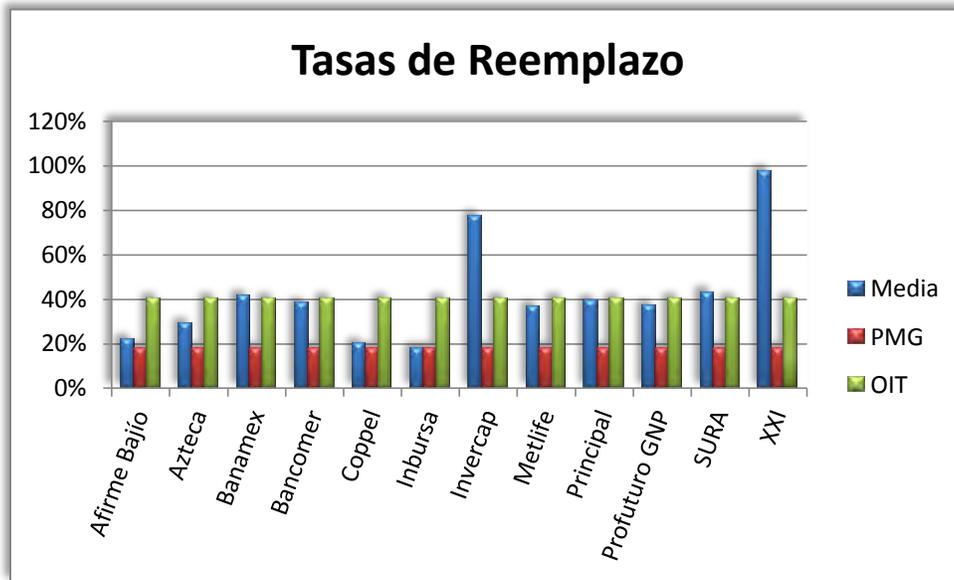
Otro resultado relevante es el efecto que tiene la cuota social sobre las tasas de reemplazo, se muestra una diferencia de hasta un 10% de los trabajadores promedio sobre los que ganan 8.8 salarios mínimos. Esto es evidente dado que la cuota social es mayor para los que tienen menores ingresos, además la ayuda en proporción a su salario es mayor.

Como era de esperarse, los perfiles salariales con densidad de cotización promedio presentan tasas de reemplazo menores que aquellos que tienen una carrera salarial constante, impactando mayormente a los jóvenes, hasta en un 20% la media. Por parte de las personas de 30 años la diferencia no es tan marcada, sin embargo, cerca de un 10% de diferencia hay entre los trabajadores con densidad promedio con los que cubren la totalidad de periodos laborando.

La comparación entre las AFORE en términos de tasas de reemplazo, es equivalente a la comparación realizada con las probabilidades de obtener la PMG, solo que la variación entre la tasas de reemplazo da un mejor panorama de cuáles serían los posibles montos de las pensiones bajo la administración de cierta AFORE.²⁹

²⁹ De igual manera, los resultados numéricos de cada Afore se encuentran en el Anexo B)

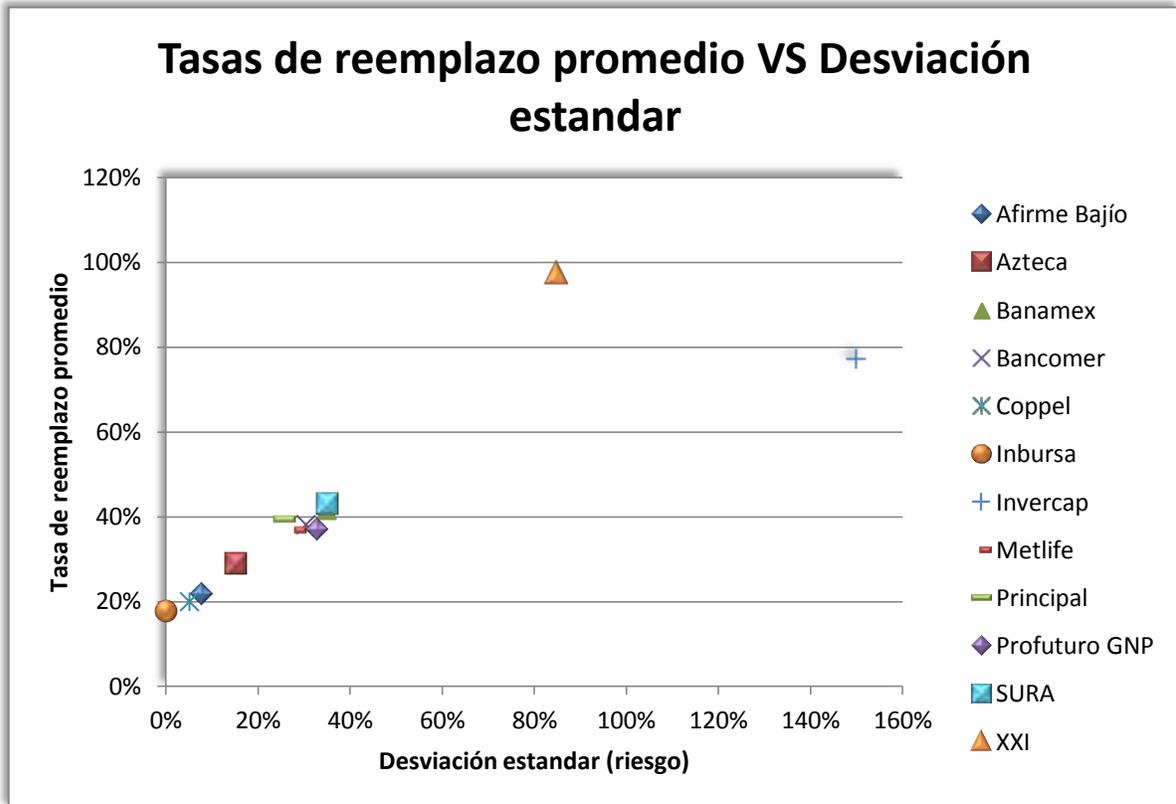
Ilustración 3.12 Tasas de reemplazo promedio



Tasas correspondientes a los trabajadores de 20 años de edad, 4.4 SM y densidad de cotización del 70% con base en las simulaciones.

En la gráfica anterior, se puede notar que, las AFORE que presentaron mayores probabilidades de obtener la PMG (Inbursa, Coppel y Afirme Bajío), prácticamente sus tasas de reemplazo promedio representan la PMG. . El siguiente grupo de AFORE (Azteca, Banamex, Bancomer, Metlife, Principal, Profuturo GNP y SURA) son más parecidas entre sí y más cercanas a la recomendación del 40% de la OIT. Por otra parte, las AFORE con mayor expectativa son Invercap y AFORE XXI, las tasas de reemplazo esperadas para los jóvenes promedio se sitúan cercanas al 80 y 100 por ciento respectivamente, sin embargo, a mayor expectativa, mayor riesgo o incertidumbre sobre la posible tasa de reemplazo; en la gráfica posterior se muestra para el mismo perfil salarial promedio, la relación de la tasa de reemplazo esperada y su desviación estándar, esto sirve para observar que cantidad de reemplazo se puede obtener en escenarios diversos.

Ilustración 3.13: Tasas de reemplazo promedio vs desviación estándar



Perfil salarial de trabajadores de edad 20, 4.4 SM y densidad promedio del 70%

Similar a un análisis gráfico de riesgo-rendimiento de selección de cartera³⁰, son observables los tres grupos mencionados en el párrafo anterior, destacando aquellos con mayor riesgo Invercap y AFORE XXI. La alta volatilidad en los rendimientos de Invercap provoca alta incertidumbre acerca de la posible pensión bajo su administración, siendo posible incluso desde ser merecedor de la pensión mínima garantizada hasta tener tasa de reemplazo por encima del cien por ciento. En contraste, Afore XXI tiene probabilidades bajas de obtener la PMG aunado con mayores tasas de reemplazo esperadas sobre todas las demás. Los resultados sobre AFORE XXI concuerdan con que haya sido reconocida Afore XXI por la empresa Fund Pro como la Afore del año 2011 en noviembre. Dicha empresa utilizó distintas metodologías para analizar portafolios considerando la relación rendimiento-riesgo.³¹ Es de notarse que ING (ahora SURA), no sobresalga en los resultados, durante muchos años estuvo catalogada como la mejor AFORE; esto puede ser

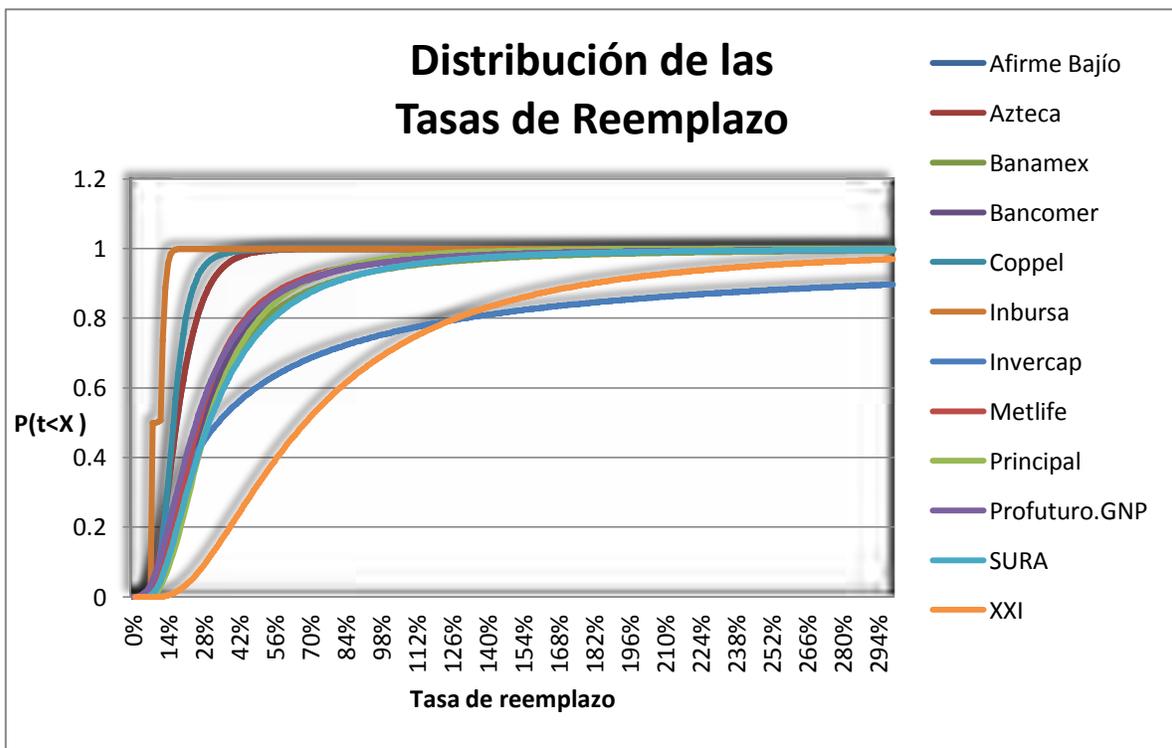
³⁰ Markowitz (1959).

³¹ La metodología utilizada por fundpro se puede descargar de la liga http://professional.fundpro.com/show_content.asp?conid=21909

debido a que el rendimiento neto no es un buen indicador para catalogar a las AFORE y que además los resultados temporales no son determinantes en las tasas de reemplazo, la cual es un proceso de largos periodos de tiempo.

Otra manera de comparar las tasas de reemplazo de las AFORE de manera gráfica, es a través de su función de distribución, la cual, representa la probabilidad de que su tasa de reemplazo t sea menor o igual a un cierto valor x ; en la siguiente gráfica se muestran las funciones de distribución de las AFORE, las cuales, para fines gráficos, fueron suavizadas mediante un ajuste de una función de distribución teórica conocida a través de los datos obtenidos de las simulaciones. Al apreciar la ilustración siguiente, es visible que nivel de reemplazo pueden alcanzar las AFORE con cierta probabilidad, por ejemplo, todas las AFORE con excepción de Invercap y XXI, con 0.8 de probabilidad tendrán una tasa de reemplazo menor al 60%.

Ilustración 3.14 Distribución de las tasas de Reemplazo



Correspondiente al perfil salarial de un trabajador de 20 años de edad, 8.8 SM y una densidad de cotización del 70% con base en las simulaciones realizadas.

Se puede decir que las distribuciones con mayor sesgo a la derecha ofrecen tasas mayores con una probabilidad más alta. Es de notar la diferencia entre las curvas de Invercap y XXI, el riesgo tomado por Invercap en sus inversiones puede ser recompensada con altas tasas

CAPITULO 3 SIMULACIÓN DE CUENTAS INDIVIDUALES

de reemplazo, superando en diversos escenarios a todas las demás, por otro lado, existe una alta probabilidad de que XXI sea mayor a Invercap.

Otra manera de analizar el comportamiento y dinamismo entre las tasas de reemplazo de las AFORE es observando las siguientes dos tablas, en ellas se muestran las correlaciones existentes entre sí y las probabilidades estimadas de que la Afore i sea menor que la Afore j. La alta correlación positiva entre los rendimientos de las AFORE se refleja en sus tasas de reemplazo; esto es de gran ventaja, ya que bajo alguna elección de AFORE, es muy probable que las tasas de reemplazo se muevan en la misma dirección, en otras palabras, que aumenten o disminuyan en conjunto bajo un escenario, así la elección de la AFORE se mantiene correcta con elevada confiabilidad. Con base a la probabilidad de ser menor a las demás, Inbursa y XXI son los dos polos opuestos, en prácticamente todos los casos fueron quienes obtienen tasas de reemplazo más bajas y más altas respectivamente. La tabla, brinda una idea más amplia acerca de la certidumbre en la elección del trabajador sobre su administradora de fondos para el retiro. Bajo dos AFORE, los resultados posteriores pueden interpretarse como la probabilidad de que la elección del trabajador sea la correcta, si es que elige la AFORE j que piensa que mayor pensión le daría al retiro.

Tabla 3.5 Matriz de Correlación entre las tasas de Reemplazo

Matriz de Correlaciones de las Tasas de Reemplazo entre las AFORE												
P_{xy}	Afirme Bajío	Azteca	Banamex	Bancomer	Coppel	Inbursa	Invercap	Metlife	Principal	Profuturo GNP	SURA	XXI
Afirme Bajío	1	0.92	0.84	0.88	0.95	0.51	0.63	0.89	0.91	0.88	0.85	0.81
Azteca	0.92	1	0.89	0.93	0.90	0.47	0.74	0.91	0.94	0.91	0.91	0.84
Banamex	0.84	0.89	1	0.98	0.82	0.46	0.88	0.92	0.94	0.97	0.98	0.91
Bancomer	0.88	0.93	0.98	1	0.86	0.48	0.87	0.94	0.96	0.98	0.98	0.91
Coppel	0.95	0.90	0.82	0.86	1	0.53	0.63	0.87	0.90	0.84	0.84	0.78
Inbursa	0.51	0.47	0.46	0.48	0.53	1	0.28	0.47	0.55	0.47	0.47	0.46
Invercap	0.63	0.74	0.88	0.87	0.63	0.28	1	0.80	0.77	0.83	0.87	0.79
Metlife	0.89	0.91	0.92	0.94	0.87	0.47	0.80	1	0.96	0.95	0.94	0.90
Principal	0.91	0.94	0.94	0.96	0.90	0.55	0.77	0.96	1	0.96	0.97	0.90
GNP	0.88	0.91	0.97	0.98	0.84	0.47	0.83	0.95	0.96	1	0.97	0.91
SURA	0.85	0.91	0.98	0.98	0.84	0.47	0.87	0.94	0.97	0.97	1	0.93
XXI	0.81	0.84	0.91	0.91	0.78	0.46	0.79	0.90	0.90	0.91	0.93	1

CAPITULO 3 SIMULACIÓN DE CUENTAS INDIVIDUALES

Tabla 3.6 Probabilidades de que la tasa de reemplazo de la AFORE i sea menor al de la Afore j

		Probabilidad de que la tasa de la AFORE i sea menor que la tasa de la Afore j										
P(Ti<Tj)	Afirme Bajío	Azteca	Banamex	Bancomer	Coppel	Inbursa	Invercap	Metlife	Principal	Profuturo GNP	SURA	XXI
Afirme Bajío	0	0.90	0.91	0.90	0.22	0.02	0.83	0.89	0.97	0.81	0.94	1
Azteca		0	0.80	0.75	0.03	0	0.75	0.69	0.93	0.59	0.87	1
Banamex			0	0.26	0.02	0	0.64	0.31	0.54	0.17	0.63	1
Bancomer				0	0.02	0	0.71	0.41	0.74	0.26	0.83	1
Coppel					0	0.02	0.84	0.91	0.97	0.83	0.96	1
Inbursa						0	0.88	0.93	0.97	0.89	0.96	1
Invercap							0	0.23	0.36	0.18	0.35	0.84
Metlife								0	0.73	0.40	0.75	1
Principal									0	0.19	0.53	1
GNP										0	0.86	1
SURA											0	1
XXI												0

Con base al perfil salarial de un trabajador de 20 años de edad, 8.8 SM y una densidad de cotización del 70%.

Conclusiones

En general, se observa que son altas las probabilidades de obtener la pensión mínima garantizada para los trabajadores promedio a través del ahorro individual en una AFORE, lo cual se traduce en un posible alto costo fiscal debido al volumen de trabajadores que se encuentran con dicho perfil salarial. Además de afectar las finanzas del país, los beneficios al retiro bajo el actual sistema capitalización individual, se encuentran por debajo a lo establecido por la OIT, que en su Convenio 102 marca una tasa del 40% del último salario del trabajador. No obstante, aun se está a tiempo para prevenir dichos escenarios, desde mejorar estrategias de inversión, disminuir comisiones, aumentar las aportaciones, hasta elaborar reformas al sistema de pensiones para el beneficio de los trabajadores.

Una forma de beneficiar a los derechohabientes es creando mayor competencia entre las AFORE. Publicar mejores estimaciones tanto puntuales como por intervalo de las tasas de reemplazo que se obtendrían, si las condiciones de mercado y regímenes de inversión se mantienen, generaría una adecuada comparación entre las AFORE y en consecuencia es probable que aumenten los rendimientos y disminuyan las comisiones, con el propósito de incrementar las tasas de reemplazo y así, el número de clientes. Bajo supuestos económicos, no actuariales, la AFORE con mayores tasas de reemplazo provocaría presión sobre las demás para equilibrar el nivel de demanda, en este caso sería Afore XXI, que con base al análisis de los resultados y comparar cada una de las AFORE entre sí, se observó que en promedio otorga una tasa de reemplazo más elevada sobre las demás y brinda una mayor certidumbre al no contar con probabilidades altas de recibir la PMG.

En este caso podría proponerse la creación de una aplicación donde se elaboraran estimaciones de las posibles tasas de reemplazo para cada AFORE para que la población lo revisara y decidiera con mayor información la AFORE que más le convenga.

Es importante aclarar que, los resultados obtenidos se basan en un modelo probabilístico, donde las simulaciones se generan según el comportamiento histórico que han tenido las AFORE y no reflejan que sucedería con certeza, sin embargo, es una aproximación a la realidad y sirve para poder elegir con mayor seguridad la AFORE que mayor pensión nos generaría. Adicionalmente, las simulaciones otorgan una gama de escenarios donde es posible apreciar la viabilidad del sistema, dando mejores herramientas para la toma de decisiones en beneficio de la población.

Anexos

A) Probabilidades de Obtener la PMG por AFORE

En esta sección se presentan por AFORE las probabilidades de que el fondo de la cuenta individual al momento de retiro no sea suficiente para financiar la pensión mínima garantizada ya habiendo cumplido los requisitos de edad y de cotización. Se recuerda que para todos los perfiles salariales la edad de retiro se fijó a los 65 años con excepción de las personas con densidad de cotización promedio, donde se fijó a los 76 años que es la edad donde cumplirían los requisitos de cotización. En la tabla se marca con sombreado dichos perfiles.

Probabilidad de obtener la PMG		Afirme Bajío					
		Salario					
		4.2 SM			8.8 SM		
		EADADES					
Sexo	Densidad	20	30	40	20	30	40
M	70%	0.698	0.986	1.000	0.106	0.615	0.959
	100%	0.330	0.887	1.000	0.021	0.203	0.910
F	66%	0.663	0.992	0.979	0.121	0.623	0.335
	100%	0.279	0.839	1.000	0.010	0.137	0.865
Promedio		0.493	0.926	0.995	0.065	0.395	0.767

Probabilidad de obtener la PMG		Azteca					
		Salario					
		4.2			8.8 SM		
		EADADES					
Sexo	Densidad	20	30	40	20	30	40
M	70%	0.440	0.936	1.000	0.050	0.427	0.908
	100%	0.183	0.728	1.000	0.005	0.124	0.861
F	66%	0.408	0.936	0.971	0.057	0.451	0.368
	100%	0.150	0.661	1.000	0.003	0.085	0.789
Promedio		0.295	0.815	0.993	0.029	0.272	0.732

Fuente: Elaboración propia

Probabilidad de obtener la PMG		Banamex					
		Salario					
		4.2 SM			8.8 SM		
		EIDADES					
Sexo	Densidad	20	30	40	20	30	40
M	70%	0.327	0.816	0.996	0.047	0.321	0.778
	100%	0.146	0.582	0.994	0.011	0.109	0.734
F	66%	0.303	0.835	0.781	0.064	0.344	0.111
	100%	0.128	0.528	0.992	0.005	0.076	0.649
Promedio		0.226	0.690	0.941	0.032	0.213	0.568

Fuente: Elaboración propia

Probabilidad de obtener la PMG		Bancomer					
		Salario					
		4.2 SM			8.8 SM		
		EIDADES					
Sexo	Densidad	20	30	40	20	30	40
M	70%	0.362	0.845	0.997	0.067	0.376	0.811
	100%	0.166	0.619	0.995	0.013	0.143	0.762
F	66%	0.335	0.854	0.854	0.080	0.387	0.212
	100%	0.143	0.553	0.994	0.009	0.103	0.687
Promedio		0.252	0.718	0.960	0.042	0.252	0.618

Fuente: Elaboración propia

Probabilidad de obtener la PMG		Coppel					
		Salario					
		4.2 SM			8.8 SM		
		EIDADES					
Sexo	Densidad	20	30	40	20	30	40
M	70%	0.796	0.996	1.000	0.101	0.716	0.981
	100%	0.377	0.949	1.000	0.006	0.186	0.959
F	66%	0.769	0.998	0.992	0.125	0.700	0.344
	100%	0.302	0.919	1.000	0.002	0.121	0.914
Promedio		0.561	0.966	0.998	0.059	0.431	0.800

Fuente: Elaboración propia

Probabilidad de obtener la PMG		Inbursa					
		Salario					
		4.2 SM			8.8 SM		
		EADADES					
Sexo	Densidad	20	30	40	20	30	40
M	70%	1.000	1.000	1.000	0.500	0.999	1.000
	100%	0.986	1.000	1.000	0.003	0.536	1.000
F	66%	1.000	1.000	1.000	0.548	0.998	0.635
	100%	0.949	1.000	1.000	0.001	0.305	1.000
Promedio		0.984	1.000	1.000	0.263	0.710	0.909

Fuente: Elaboración propia

Probabilidad de obtener la PMG		Invercap					
		Salario					
		4.2 SM			8.8 SM		
		EADADES					
Sexo	Densidad	20	30	40	20	30	40
M	70%	0.325	0.708	0.976	0.120	0.389	0.774
	100%	0.196	0.554	0.969	0.052	0.239	0.739
F	66%	0.306	0.728	0.809	0.126	0.404	0.351
	100%	0.181	0.515	0.961	0.043	0.203	0.690
Promedio		0.252	0.626	0.929	0.085	0.309	0.639

Fuente: Elaboración propia

Probabilidad de obtener la PMG		Metlife					
		Salario					
		4.2 SM			8.8 SM		
		EADADES					
Sexo	Densidad	20	30	40	20	30	40
M	70%	0.371	0.893	0.999	0.069	0.431	0.880
	100%	0.176	0.684	0.998	0.018	0.172	0.811
F	66%	0.347	0.909	0.929	0.078	0.430	0.350
	100%	0.145	0.633	0.998	0.012	0.133	0.760
Promedio		0.260	0.780	0.981	0.044	0.292	0.700

Fuente: Elaboración propia

Probabilidad de obtener la PMG		Principal					
		Salario					
		4.2 SM			8.8 SM		
Sexo	Densidad	EIDADES					
		20	30	40	20	30	40
M	70%	0.263	0.845	0.998	0.027	0.286	0.796
	100%	0.098	0.557	0.998	0.002	0.067	0.730
F	66%	0.267	0.853	0.824	0.028	0.281	0.115
	100%	0.074	0.487	0.995	0.001	0.048	0.632
Promedio		0.176	0.686	0.954	0.015	0.171	0.568

Fuente: Elaboración propia

Probabilidad de obtener la PMG		Profuturo GNP					
		Salario					
		4.2 SM			8.8 SM		
Sexo	Densidad	EIDADES					
		20	30	40	20	30	40
M	70%	0.432	0.861	0.996	0.106	0.432	0.818
	100%	0.241	0.665	0.996	0.035	0.193	0.776
F	66%	0.407	0.872	0.908	0.122	0.451	0.310
	100%	0.204	0.605	0.994	0.024	0.155	0.709
Promedio		0.321	0.751	0.974	0.072	0.308	0.653

Fuente: Elaboración propia

Probabilidad de obtener la PMG		SURA					
		Salario					
		4.2 SM			8.8 SM		
	Densidad	20	30	40	20	30	40
M	70%	0.296	0.799	0.996	0.038	0.291	0.753
	100%	0.132	0.544	0.995	0.007	0.084	0.691
F	66%	0.282	0.812	0.780	0.056	0.299	0.106
	100%	0.105	0.488	0.994	0.005	0.062	0.604
Promedio		0.204	0.661	0.941	0.027	0.184	0.539

Fuente: Elaboración propia

Probabilidad de obtener la PMG		XXI					
		Salario					
		4.2 SM			8.8 SM		
Sexo	Densidad	EIDADES					
		20	30	40	20	30	40
M	70%	0.042	0.439	0.962	0.000	0.068	0.467
	100%	0.006	0.167	0.954	0.000	0.008	0.375
F	66%	0.037	0.447	0.380	0.003	0.074	0.009
	100%	0.004	0.132	0.934	0.000	0.005	0.299
Promedio		0.022	0.296	0.808	0.001	0.039	0.288

Fuente: Elaboración propia

B) Tasas de Reemplazo por AFORE

Análogo a las probabilidades de obtener la PMG, se presentan los resultados por AFORE de las medias de las tasas de reemplazo μ y su desviación estándar σ .

Tasas de reemplazo		Afirmes Bajío											
		Salario											
		4.2 SM					8.8 SM						
Sexo	Densidad	Edades											
		20		30		40		20		30		40	
		μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ
M	70%	22%	8%	20%	1%	19%	0%	19%	9%	12%	3%	9%	1%
	100%	30%	13%	21%	4%	22%	0%	27%	12%	16%	5%	11%	1%
F	66%	22%	8%	20%	1%	19%	1%	19%	8%	12%	4%	13%	4%
	100%	32%	14%	21%	5%	22%	0%	29%	13%	17%	6%	11%	2%
Promedio		26%	11%	20%	3%	20%	0%	23%	11%	14%	4%	11%	2%

Fuente: Elaboración propia

Tasas de reemplazo		Azteca											
		Salario											
		4.2 SM					8.8 SM						
Sexo		Densidad		Edades									
				20		30		40		20		30	
		μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ
M	70%	29%	15%	20%	4%	19%	0%	27%	15%	14%	5%	10%	1%
	100%	41%	23%	23%	7%	22%	0%	37%	21%	19%	7%	11%	2%
F	66%	30%	16%	20%	3%	20%	1%	26%	14%	14%	6%	13%	4%
	100%	44%	25%	24%	8%	22%	0%	40%	22%	21%	8%	11%	3%
Promedio		36%	20%	22%	6%	20%	0%	32%	18%	17%	6%	11%	3%

Fuente: Elaboración propia

Tasas de reemplazo		Banamex											
		Salario											
		4.2 SM					8.8 SM						
Sexo		Densidad		Edades									
				20		30		40		20		30	
		μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ
M	70%	42%	35%	22%	9%	19%	1%	40%	38%	17%	8%	10%	3%
	100%	60%	54%	28%	14%	22%	1%	55%	48%	23%	12%	12%	4%
F	66%	44%	39%	22%	7%	22%	6%	37%	31%	17%	10%	18%	6%
	100%	64%	58%	29%	16%	22%	1%	58%	51%	25%	13%	13%	4%
Promedio		52%	47%	25%	11%	21%	2%	47%	42%	20%	11%	13%	4%

Fuente: Elaboración propia

Tasas de reemplazo		Bancomer											
		Salario											
		4.2 SM			8.8 SM								
		Edades											
		20		30		40		20		30		40	
Sexo	Densidad	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ
M	70%	38%	30%	22%	8%	19%	1%	36%	32%	16%	8%	10%	2%
	100%	55%	46%	27%	13%	22%	1%	49%	41%	22%	11%	12%	4%
F	66%	40%	33%	22%	6%	21%	5%	33%	26%	16%	9%	17%	6%
	100%	58%	49%	28%	14%	22%	1%	53%	43%	24%	12%	12%	4%
Promedio		48%	40%	25%	11%	21%	2%	43%	35%	19%	10%	13%	4%

Fuente: Elaboración propia

Tasas de reemplazo		Banamex											
		Salario											
		4.2 SM			8.8 SM								
		Edades											
		20		30		40		20		30		40	
Sexo	Densidad	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ
M	70%	42%	35%	22%	9%	19%	1%	40%	38%	17%	8%	10%	3%
	100%	60%	54%	28%	14%	22%	1%	55%	48%	23%	12%	12%	4%
F	66%	44%	39%	22%	7%	22%	6%	37%	31%	17%	10%	18%	6%
	100%	64%	58%	29%	16%	22%	1%	58%	51%	25%	13%	13%	4%
Promedio		52%	47%	25%	11%	21%	2%	47%	42%	20%	11%	13%	4%

Fuente: Elaboración propia

Tasas de reemplazo		Bancomer											
		Salario											
		4.2 SM			8.8 SM								
Sexo		Densidad		Edades									
				20		30		40		20		30	
		μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ
M	70%	38%	30%	22%	8%	19%	1%	36%	32%	16%	8%	10%	2%
	100%	55%	46%	27%	13%	22%	1%	49%	41%	22%	11%	12%	4%
F	66%	40%	33%	22%	6%	21%	5%	33%	26%	16%	9%	17%	6%
	100%	58%	49%	28%	14%	22%	1%	53%	43%	24%	12%	12%	4%
Promedio		48%	40%	25%	11%	21%	2%	43%	35%	19%	10%	13%	4%

Fuente: Elaboración propia

Tasas de reemplazo		Coppel											
		Salario											
		4.2 SM		8.8 SM									
Sexo		Densidad		Edades									
				20			20			30			
		μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ		
M	70%	20%	5%	20%	0%	19%	0%	17%	6%	11%	2%	9%	1%
	100%	27%	10%	20%	2%	22%	0%	24%	9%	15%	4%	10%	1%
F	66%	20%	6%	20%	0%	19%	1%	17%	6%	11%	3%	13%	3%
	100%	28%	10%	20%	3%	22%	0%	26%	9%	16%	4%	11%	1%
Promedio		24%	8%	20%	2%	20%	0%	21%	7%	13%	3%	11%	2%

Fuente: Elaboración propia

Tasas de reemplazo		Inbursa											
		Salario											
		4.2 SM					8.8 SM						
		Edades											
		20		30		40		20		30		40	
Sexo	Densidad	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ
M	70%	18%	0%	19%	0%	19%	0%	10%	2%	9%	0%	9%	0%
	100%	18%	1%	19%	0%	22%	0%	16%	2%	11%	2%	10%	0%
F	66%	18%	0%	19%	0%	19%	0%	10%	2%	9%	0%	11%	2%
	100%	18%	1%	19%	0%	22%	0%	17%	2%	12%	2%	10%	0%
Promedio		18%	1%	19%	0%	20%	0%	13%	2%	10%	1%	10%	0%

Fuente: Elaboración propia

Tasas de reemplazo		Invercap											
		Salario											
		4.2 SM											
		Edades											
		20		30		40		20		30		40	
Sexo	Densidad	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ
M	70%	77%	150%	28%	27%	20%	2%	80%	163%	21%	17%	11%	4%
	100%	122%	261%	36%	36%	22%	2%	105%	198%	27%	24%	13%	6%
F	66%	83%	145%	27%	18%	22%	7%	68%	109%	22%	23%	17%	9%
	100%	130%	278%	38%	38%	22%	3%	112%	211%	29%	26%	13%	7%
Promedio		103%	208%	32%	30%	21%	4%	91%	170%	25%	23%	13%	7%

Fuente: Elaboración propia

Tasas de reemplazo		Metlife													
		Salario													
		4.2 SM						8.8 SM							
Sexo		Densidad		Edades											
				20		30		40		20		30		40	
		μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ		
M	70%	37%	28%	21%	7%	19%	0%	34%	27%	15%	7%	10%	2%		
	100%	52%	43%	25%	11%	22%	0%	47%	38%	20%	10%	11%	3%		
F	66%	38%	30%	21%	4%	20%	3%	32%	24%	15%	8%	14%	5%		
	100%	56%	45%	26%	12%	22%	1%	50%	41%	22%	11%	12%	3%		
Promedio		46%	37%	23%	9%	21%	1%	41%	33%	18%	9%	12%	3%		

Fuente: Elaboración propia

Tasas de reemplazo		Principal													
		Salario													
		4.2 SM						8.8 SM							
Sexo		Densidad		Edades											
				20		30		40		20		30		40	
		μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ		
M	70%	39%	26%	22%	7%	19%	0%	37%	25%	16%	7%	10%	2%		
	100%	56%	39%	27%	11%	22%	0%	51%	34%	23%	10%	12%	3%		
F	66%	40%	28%	21%	6%	21%	5%	35%	22%	17%	8%	18%	6%		
	100%	60%	41%	29%	12%	22%	1%	54%	36%	25%	11%	13%	4%		
Promedio		49%	33%	25%	9%	21%	2%	44%	29%	20%	9%	13%	4%		

Fuente: Elaboración propia

Tasas de reemplazo		Profuturo GNP													
		Salario													
		4.2 SM						8.8 SM							
Sexo		Densidad		Edades											
				20		30		40		20		30		40	
		μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ		
M	70%	37%	33%	22%	9%	19%	1%	34%	32%	15%	8%	10%	2%		
	100%	52%	49%	26%	13%	22%	1%	47%	44%	21%	12%	12%	3%		
F	66%	38%	35%	21%	6%	20%	4%	32%	28%	16%	9%	15%	6%		
	100%	55%	52%	27%	14%	22%	1%	50%	47%	22%	13%	12%	4%		
Promedio		46%	42%	24%	11%	21%	1%	41%	38%	19%	10%	12%	4%		

Fuente: Elaboración propia

Tasas de reemplazo		SURA													
		Salario													
		4.2 SM						8.8 SM							
Sexo		Densidad		Edades											
				20		30		40		20		30		40	
		μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ		
M	70%	43%	35%	23%	9%	19%	1%	41%	37%	17%	8%	11%	3%		
	100%	62%	55%	29%	14%	22%	1%	56%	47%	24%	12%	12%	4%		
F	66%	45%	39%	22%	7%	22%	6%	38%	30%	18%	10%	19%	7%		
	100%	66%	58%	30%	16%	22%	1%	60%	50%	26%	13%	13%	4%		
Promedio		54%	47%	26%	12%	21%	2%	49%	41%	21%	11%	14%	4%		

Fuente: Elaboración propia

Tasas de reemplazo		XXI													
		Salario													
		4.2 SM			8.8 SM										
Sexo		Densidad		Edades											
				20		30		40		20		30		40	
		μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ		
M	70%	97%	85%	32%	18%	20%	2%	93%	86%	28%	15%	13%	5%		
	100%	140%	121%	45%	25%	22%	3%	129%	116%	39%	21%	16%	6%		
F	66%	101%	94%	31%	15%	30%	12%	86%	71%	29%	16%	27%	10%		
	100%	149%	129%	48%	27%	22%	3%	137%	124%	42%	22%	17%	6%		
Promedio		122%	107%	39%	21%	23%	5%	111%	99%	34%	19%	18%	7%		

Fuente: Elaboración propia

C) Cálculo de los Factores Actuariales

En la Circular Única de Seguros de la CNSF, se dan a conocer las hipótesis técnicas (bases biométricas y bases financieras para los seguros de pensiones derivados de la seguridad social. Todos los cálculos de las rentas vitalicias y seguros de sobrevivencia empleados en la presente tesis se basaron en circular.

- **Bases Biométricas**

La base biométrica empleada se fundamenta en la tabla de mortalidad para activos (EMSSA-09), proyectada con mejoras a la mortalidad para cada edad y año conforme a lo siguiente:

La proyección de las tablas demográficas se obtiene de la siguiente expresión:

$$q_x^{2009+t} = q_x^{2009} * (1 - TM_x)^t$$

Donde:

q_x^{2009+t} : Es el valor de la probabilidad de muerte entre edades x y $x+1$, (q_x) proyectado con la mejora de mortalidad al año $2009 + t$, $t = 0,1,2,3 \dots$

q_x^{2009} : Es el valor q_x que corresponde a las bases de mortalidad de activos 2009 (tabla 5.1 al final del presente Anexo) de la probabilidad de muerte entre edades x y $x+1$, (q_x) proyectado con la mejora de mortalidad al año $2009 + t$, $t = 0,1,2,3 \dots$

TM_x : Factores de mejora por sexo (tabla 5.2).

t : Es el número de años desde el año base hasta el año de proyección.

Para efecto de calcular el valor presente de las pensiones y del seguro de sobrevivencia se debe considerar, con base a la proyección de las mejoras a la mortalidad, las sucesiones de probabilidades del tipo:

$$\{q_{x+k}^{2009+t}\} \text{ para } t = 0,1,2,3 \dots$$

Donde $2009 + t$ es el año de cálculo de las obligaciones.

De manera de ejemplo, el valor presente de una anualidad contingente anticipada calculada en el año 2011, se determinaría con base en la sucesión.

$$q_x^{2011}, q_{x+1}^{2012}, q_{x+2}^{2013}, q_{x+3}^{2014}, \dots$$

El año de evaluación para el cálculo de las rentas vitalicias y el seguro de sobrevivencia fue:

- Para quienes en el 2012 tienen edad 20, a los 65 años de edad, el año de evaluación sería 2057.
- Para quienes en el 2012 tienen edad 30, a los 65 años de edad, el año de evaluación sería 2047.
- Para quienes en el 2012 tienen edad 40, a los 65 y 76 años de edad, los años de evaluación serían 2037 y 2048 respectivamente.

- **Bases financieras**

La tasa técnica de descuento para la determinación del monto constitutivos de pensiones y seguros de sobrevivencia será del 3.5% real anual.

- **Fórmulas de las rentas vitalicias y seguro de sobrevivientes**

Ya habiendo hecho las proyecciones a la mortalidad, el monto constitutivo de una pensión vitalicia y del seguro de sobrevivencia se calculan de acuerdo a las siguientes fórmulas:

$$\ddot{a}_x^{(12)} \cong \ddot{a}_x - \frac{11}{24}$$

$$\ddot{a}_{xy}^{(12)} \cong \ddot{a}_{xy} - \frac{11}{24}$$

$$\ddot{a}_x = \sum_{k=0}^{\infty} v^k {}_k p_x$$

$$\ddot{a}_{xy} = \sum_{k=0}^{\infty} v^k {}_k p_{xy}$$

Donde:

$\ddot{a}_x^{(12)}$: Valor presente de una anualidad vitalicia mensual para una persona de edad x .

$\ddot{a}_{xy}^{(12)}$: Valor presente de una serie de pagos mensuales que se realizan mientras que dos personas de edades x y y permanezcan con vida.

\ddot{a}_x : Valor presente de una anualidad vitalicia anual para una persona de edad x .

\ddot{a}_{xy} : Valor presente de una serie de pagos anuales que se realizan mientras que dos personas de edades x y y permanezcan con vida.

${}_k p_x$: Probabilidad de que una persona de edad x permanezca con vida en k años.

${}_k p_{xy}$: Probabilidad de que dos personas de edades x y y permanezcan con vida en k años.

$v=1/1.035$: Factor de valor presente según lo establecido por la CNSF en la circular.

Tabla 5.1 de mortalidad EMSSA-09

TABLA DE TASAS DE MORTALIDAD DE ACTIVOS PARA LA SEGURIDAD SOCIAL, 2009					
Edad	Hombres q_x	Mujeres q_x	Edad	Hombres q_x	Mujeres q_x
0	0.00138	0.00092	56	0.00906	0.00211
1	0.00138	0.00092	57	0.00957	0.00223
2	0.00139	0.00092	58	0.01011	0.00237
3	0.0014	0.00092	59	0.01069	0.00253
4	0.00142	0.00092	60	0.01131	0.0027
5	0.00143	0.00092	61	0.01198	0.0029
6	0.00145	0.00092	62	0.01268	0.00312
7	0.00147	0.00092	63	0.01344	0.00336
8	0.00149	0.00092	64	0.01425	0.00364
9	0.00152	0.00092	65	0.01512	0.00396
10	0.00155	0.00092	66	0.01604	0.00432
11	0.00158	0.00092	67	0.01703	0.00473
12	0.00161	0.00092	68	0.0181	0.0052
13	0.00165	0.00092	69	0.01924	0.00574
14	0.00168	0.00092	70	0.02045	0.00636
15	0.00172	0.00092	71	0.02176	0.00707
16	0.00177	0.00092	72	0.02316	0.0079
17	0.00181	0.00092	73	0.02467	0.00886
18	0.00186	0.00093	74	0.02628	0.00998
19	0.00191	0.00093	75	0.02801	0.0113
20	0.00197	0.00093	76	0.02986	0.01285
21	0.00202	0.00093	77	0.03185	0.01467
22	0.00209	0.00094	78	0.03399	0.01683
23	0.00215	0.00094	79	0.03629	0.0194
24	0.00222	0.00095	80	0.03875	0.02247
25	0.0023	0.00095	81	0.04139	0.02614
26	0.00237	0.00096	82	0.04423	0.03056
27	0.00246	0.00096	83	0.04728	0.03588
28	0.00254	0.00097	84	0.05055	0.04233
29	0.00264	0.00098	85	0.05406	0.05014
30	0.00274	0.00099	86	0.05783	0.05964
31	0.00284	0.001	87	0.06187	0.07121
32	0.00295	0.00101	88	0.06621	0.0853
33	0.00307	0.00102	89	0.07087	0.10245
34	0.00319	0.00104	90	0.08147	0.12327
35	0.00332	0.00105	91	0.09207	0.14846
36	0.00346	0.00107	92	0.10439	0.17874
37	0.00361	0.00109	93	0.11835	0.21478
38	0.00377	0.00111	94	0.13418	0.25716
39	0.00393	0.00113	95	0.15212	0.30616
40	0.00411	0.00116	96	0.17247	0.36163
41	0.0043	0.00118	97	0.19554	0.42286
42	0.0045	0.00121	98	0.2217	0.48842
43	0.00471	0.00124	99	0.25135	0.55626
44	0.00493	0.00128	100	0.28497	0.6239
45	0.00517	0.00132	101	0.32309	0.68873
46	0.00542	0.00136	102	0.3663	0.74844
47	0.00569	0.00141	103	0.4153	0.80133
48	0.00598	0.00146	104	0.47085	0.84648
49	0.00629	0.00151	105	0.53383	0.88375
50	0.00661	0.00158	106	0.60523	0.91358
51	0.00696	0.00164	107	0.68618	0.93683
52	0.00733	0.00172	108	0.77796	0.95453
53	0.00772	0.0018	109	0.88202	0.96773
54	0.00814	0.00189	110	1	1
55	0.00859	0.00199			

Tabla 5.2 Tasa de Mejora Poblacional

Tasa de mejora poblacional TM					
Edad	Hombres TMx	Mujeres TMx	Edad	Hombres TMx	Mujeres TMx
0	0.03594	0.03595	56	0.01313	0.01806
1	0.01826	0.01592	57	0.01279	0.01759
2	0.01769	0.02111	58	0.01245	0.01713
3	0.021	0.02707	59	0.01211	0.01666
4	0.0255	0.03293	60	0.01177	0.01619
5	0.03578	0.03639	61	0.01143	0.01572
6	0.04267	0.04215	62	0.01109	0.01525
7	0.04684	0.04643	63	0.01075	0.01478
8	0.04851	0.04901	64	0.01041	0.01431
9	0.0479	0.04977	65	0.01007	0.01384
10	0.0443	0.04873	66	0.00973	0.01337
11	0.0411	0.04668	67	0.00939	0.0129
12	0.03825	0.04374	68	0.00904	0.01243
13	0.03563	0.04092	69	0.0087	0.01195
14	0.03321	0.03872	70	0.00836	0.01148
15	0.03099	0.03736	71	0.00802	0.01101
16	0.02902	0.0369	72	0.00768	0.01053
17	0.02736	0.03724	73	0.00733	0.01006
18	0.02604	0.03823	74	0.00699	0.00959
19	0.02508	0.03966	75	0.00665	0.00911
20	0.02445	0.04133	76	0.00651	0.0089
21	0.02413	0.04307	77	0.00637	0.00868
22	0.02407	0.04474	78	0.00624	0.00847
23	0.0242	0.04622	79	0.00613	0.00823
24	0.0245	0.04744	80	0.00604	0.00798
25	0.0249	0.04834	81	0.00597	0.00772
26	0.02535	0.04889	82	0.00591	0.00744
27	0.02582	0.04908	83	0.00587	0.00717
28	0.02625	0.04894	84	0.00584	0.00689
29	0.02663	0.0485	85	0.0058	0.00661
30	0.02692	0.04779	86	0.00575	0.00632
31	0.0271	0.04684	87	0.00568	0.00603
32	0.02716	0.04571	88	0.00559	0.00574
33	0.02709	0.04443	89	0.00548	0.00545
34	0.02689	0.04304	90	0.00536	0.00515
35	0.02657	0.04156	91	0.00522	0.00486
36	0.02612	0.04004	92	0.00505	0.00456
37	0.02558	0.03849	93	0.00479	0.00435
38	0.02495	0.03694	94	0.00452	0.00414
39	0.02426	0.0354	95	0.00424	0.00391
40	0.02351	0.03389	96	0.00396	0.00367
41	0.02273	0.03242	97	0.00367	0.00342
42	0.02193	0.031	98	0.00338	0.00317
43	0.02112	0.02964	99	0.00308	0.00291
44	0.02032	0.02834	100	0	0
45	0.01953	0.02712	101	0	0
46	0.01877	0.02596	102	0	0
47	0.01804	0.02488	103	0	0
48	0.01734	0.02386	104	0	0
49	0.01667	0.02292	105	0	0
50	0.01605	0.02204	106	0	0
51	0.01546	0.02123	107	0	0
52	0.01491	0.02047	108	0	0
53	0.01439	0.01977	109	0	0
54	0.01391	0.01913	110	0	0
55	0.01346	0.01853			

D) Modelo para los rendimientos reales de las AFORE

En esta sección se muestra la validez del modelo para los rendimientos reales, que fue usado para simular las cuentas individuales.

1. Vector Normal

- **Definición:**

Se dice que un vector aleatorio $X = (x_1, \dots, x_n)$ se distribuye normal con media $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_n)$ y matriz de covarianzas Σ , si su función de densidad se expresa de la siguiente manera.

$$f_X(x_1, \dots, x_n) = |2\pi\Sigma|^{-1/2} \exp\left(-\frac{1}{2}(X - \mu)' \Sigma^{-1}(X - \mu)\right)$$

- **Estimación de parámetros:**

Para una muestra de tamaño m los estimadores de máxima verosimilitud para μ y Σ son:

$$\hat{\mu} = \sum_{i=1}^m X_i / m$$

$$\hat{\Sigma} = \sum_{i=1}^m (X_i - \hat{\mu})(X_i - \hat{\mu})' / m$$

2. Modelo para los rendimientos reales

Con los rendimientos nominales extraídos de la página de la CONSAR y la inflación mensual del Banco de México se calcula el rendimiento real mediante la fórmula de Fisher.

$$r_t = \frac{(1 + i_t)}{(1 + \pi_t)} - 1$$

Donde:

r_t : Rendimiento real del periodo t .

i_t : Rendimiento nominal del periodo t .

π_t : Inflación del periodo t .

Ya obtenidos los rendimientos reales, se procede a la estimación de los parámetros μ y Σ para las cinco SIEFORE's básicas.

El modelo usa distribuciones normales para los rendimientos reales de las AFORE. A continuación se presentan las pruebas estadísticas de normalidad normal para cada AFORE y SIEFORE para verificar los supuestos.

Pruebas de Normalidad para las AFORE

Pruebas de Normalidad de Pearson (P-values)					
AFORE	SB 5	SB 4	SB 3	SB 2	SB 1
Afirme Bajío	0.58112	0.79277	0.79277	0.13013	0.02512
Azteca	0.68658	0.68658	0.58112	0.02845	0.65825
Banamex	0.48280	0.25503	0.48280	0.01336	0.93332
Bancomer	0.58112	0.48280	0.58112	0.00117	0.06076
Coppel	0.96257	0.88945	0.48280	0.12244	0.03229
Inbursa	0.68658	0.79277	0.58112	0.61364	0.42709
Invercap	0.48280	0.79277	0.31912	0.10088	0.04383
Metlife	0.03304	0.12377	0.48280	0.03416	0.93010
Principal	0.25503	0.25503	0.31912	0.00467	0.30125
Profuturo GNP	0.07401	0.58112	0.48280	0.00094	0.04238
SURA	0.15865	0.15865	0.58112	0.00205	0.77666
XXI	0.68658	0.68658	0.58112	0.02499	0.22602

Fuente: Elaboración propia con datos de la CONSAR y el Banco de México con datos a febrero del 2012.

E) Cadenas de Markov

- Definición** Dados un espacio de probabilidad $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ y E un conjunto no vacío, finito o numerable. Una sucesión de variables aleatorias $\{X_n: \Omega \rightarrow E, n = 0, 1, 2, \dots\}$ se llama *cadena de Markov* si cumple que para $n \geq 0$ y para toda sucesión $\{x_0, x_1, \dots, x_{n-1}, y\} \in E$

$$\mathbb{P}[X_n = y | X_{n-1} = x_{n-1}, \dots, X_0 = x_0] = \mathbb{P}[X_n = y | X_{n-1} = x_{n-1}]$$
- Si $P_{xy} = \mathbb{P}[X_n = y | X_{n-1} = x]$ no depende de n , se dice que la cadena es *homogénea*.

- En el caso de que E sea finito, se considera la matriz $P = (P_{x,y})_{x,y \in E}$ como la *matriz de transición*.
- La matriz de transición a n pasos se calcula como P^n .
- Si la Matriz P es regular, es decir, si existe una potencia de la matriz de transición que tenga todas las entradas estrictamente positivas entonces las potencias P^n se aproximan a una matriz W tal que todos sus renglones son iguales a un mismo vector w de probabilidad estrictamente positivas.

Bibliografía

- Agenda de Seguridad Social 2012, 13ª ed., México, Ediciones Fiscales ISEF, 2011.
- Beveridge, William H., *“Las Bases de la Seguridad Social”*, 2ª ed., México, Fondo de Cultura Económica, 1987.
- Contreras Cruz, Carlos, *“Análisis de los principios básicos de la Seguridad Social”*(Licenciatura en Actuaría), México, Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ciencias, 2006.
- Bowers, Newton L. *“Actuarial Mathematics”*. The Society of Actuaries, Estados Unidos, 1997.
- Mardia, K. V., *“Multivariate Analysis”*. Académic Press, London, 1995.
- Gould, John P. , *“Microeconomic Theory”*.6th ed. R. D. Irwing,1989
- Mas-Colell, Andreu, *“Microeconomic Theory”*. Oxford University Press, Oxrord, 1995.
- Durán Valverde Fabio y Pena Hernán *“Determinantes de las tasas de reemplazo de pensiones de capitalización individual: escenarios latinoamericanos comparados”*, CEPAL, Serie Seminarios y conferencias No. 64, Santiago de Chile, mayo 2011.
- Markowitz, Harry M., *“Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments”* (JohnWiley and Sons, New York), 1959.
- Caballero, M.E., V.M. Rivero, G Uribe Bravo, C. Velarde *“CADENAS DE MARKOV: Un enfoque elemental” 2da edición*, Sociedad Matemática Mexicana, 2008.

- CONSAR, “ *Rendimientos históricos de los últimos 36 meses*” en <http://www.consar.gob.mx/SeriesTiempo/Series.aspx?cd=253&cdAlt=False>
- Banco de México, *Inflación*, México en <http://www.banxico.org.mx/portal-inflacion/index.html>
- Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, Circular Única de Seguros México, en <http://www.cnsf.gob.mx/Normativa/Paginas/Acus2011.aspx>.