# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO



### PROGRAMA DE MAESTRIA Y DOCTORADO EN INGENIERIA

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

# ANÁLISIS DE PARÁMETROS PARA EL DISEÑO Y OPTIMIZACIÓN ESTRUCTURAL DE UN MOTOR HIDRÁULICO DE ENGRANES EXTERNOS

# T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

# MAESTRO EN INGENIERIA

INGENIERIA MECANICA – MECANICA APLICADA

P R E S E N T A:

# ALBERTO FLORES MARQUEZ

TUTORES:

DR. GABRIEL ASCANIO

DR. FERNANDO VELAZQUEZ

CAMPUS JURIQUILLA

AGOSTO 2012



Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

### DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

#### JURADO ASIGNADO

Presidente:Dr. Marcelo López ParraSecretario:Dr. Adrián Bautista EspinosaVocal:Dr. Gabriel Ascanio Gasca1er Suplente :Dr. Fernando Velázquez Villegas2do Suplente:Dr. Saul Daniel Santillán Gutiérrez

Lugar donde se realizo la tesis: UNAM Campus Juriquilla, Querétaro, México

#### **TUTORES DE TESIS:**

Dr. Gabriel Ascanio Gasca Dr. Fernando Velázquez Villegas

FIRMA

FIRMA

#### AGRADECIMIENTOS

Primeramente a ti Dios, Todo lo que tengo y he logrado, es gracias a ti mi Señor.

A mi madre, Irene Márquez, mi más grande ejemplo profesional y de vida.

A mis hermanos, Diego y Luz, por su apoyo y amor siempre incondicional

A ti, Carla, porque tu amor y tu compañía me inspiran a ser siempre alguien mejor.

Al Dr. Gabriel Ascanio y al Dr. Fernando Velásquez, por su apoyo siempre profesional e incondicional durante la realización de este trabajo.

Y finalmente, a mi Padre, siempre te recordare como una gran persona.

# INDICE

Agradecimientos			
Índice	3		
Lista de Tablas	5		
Lista de Figuras	6		
Nomenclaturas	9		
CAPITULO 1. Introducción	12		
CAPITULO 2. Planteamiento del Problema			
2.1 Breve Descripción	13		
2.2 Objetivo General	15		
2.3 Objetivos Específicos	15		
2.4 Alcance del Proyecto	15		
2.5 Delimitaciones	15		
2.6 Métodos y Técnicas	15		
CAPÍTULO 3. Antecedentes			
CAPÍTULO 4. Marco Teórico			
4.1 Motores Hidráulicos, Principios de Operación	22		
4.2 Fuerzas de Arrastre	24		
4.3 Amortiguamiento Viscoso	26		
4.4 Ecuación de Bernoulli	27		
4.5 Ecuación de Continuidad	28		
4.6 Fuerzas en los dientes de los Engranes	29		
4.7 Factores de dinámica en dientes de engranes	31		
CAPÍTULO 5. Reacciones por Arrastre y Amortiguamiento Viscoso			
5.1 Cálculo de Fuerzas de arrastre	33		
5.1.1 Metodología de Cálculo de la Fuerza de Arrastre	34		
5.1.2 Resultados de Pares de Reacción por Arrastre	36		
5.2 Cálculo de fuerzas reactivas por amortiguamiento viscoso	37		
5.2.1 Resultados de pares de reacción por amortiguamiento viscoso	40		
5.3 Pares Reactivos por Confinamiento del Fluido	41		
5.3.1 Resultados de los Pares Reactivos por Confinamiento de Fluido	43		
5.4 Pares Totales en Todas las Configuraciones	44		

CAPÍTULO 6. Evaluación Estructural Comparativa					
6.1 Cálculo de Presión para Generar Movimiento y Par en los Motores					
6.2 Metodología de Mallado y Condiciones de Frontera	47				
6.2.1 Metodología de Mallado y Acoplamientos	48				
6.2.2 Restricciones de Frontera	49				
6.3 Resultados de Esfuerzos y Presiones	50				
6.3.1 Esfuerzos en Configuraciones a un Par de Salida de 1 lb-in,					
Velocidad de Salida de 200 rpm	50				
6.3.2 Esfuerzos en Configuraciones a un Par de Salida de 40 lb-in,					
Velocidad de Salida de 400 rpm	52				
6.3.3 Esfuerzos en Configuraciones a un Par de Salida de 50 lb-in,					
Velocidad de Salida de 900 rpm	54				
6.4 Análisis de Resultados Estructurales	56				
6.5 Flujo Requerido por cada Configuración y Potencia	59				
CAPÍTULO 7. Diseño Conceptual de Motores y Banco de Pruebas					
7.1 Banco de Pruebas	61				
7.1.1 Servo – Válvula Solenoide	62				
7.1.2 Sensor de flujo	63				
7.1.3 Sensor de presión	63				
7.2 Motores Hidráulicos	65				
7.2.1 Descripción de diseño conceptual de la configuración 1	65				
7.2.2 Descripción de diseño conceptual de la configuración 5	65				
7.3 Planos de las carcasas para las configuraciones 1 y 5	66				
Capítulo 8. Conclusiones y Trabajo pendiente	71				
Referencias	73				

# LISTA DE TABLAS

Tabla 2.1 Configuraciones Evaluadas Estructuralmente en este Trabajo.	14
Tabla 5.1 Número de dientes expuestos arrastre	36
Tabla 5.2 Resultados de Pares Reactivos por Arrastre en cada Configuración a	
200 rpm	36
Tabla 5.3 Resultados de Pares Reactivos por Arrastre en cada Configuración a	
400 rpm.	36
Tabla 5.4 Resultados de Pares Reactivos por Arrastre en cada Configuración a	
900 rpm	37
Tabla 5.5 Resultados de pares reactivos por amortiguamiento viscoso a 200 rpm	40
Tabla 5.6 Resultados de pares reactivos por amortiguamiento viscoso a 400 rpm	40
Tabla 5.7 Resultados de pares reactivos por amortiguamiento viscoso a 900 rpm	40
Tabla 5.8 Pares Reactivos por Confinamiento de Fluido a 200 rpm.	44
Tabla 5.9 Pares Reactivos por Confinamiento de Fluido a 400 rpm.	44
Tabla 5.10 Pares Reactivos por Confinamiento de Fluido a 900 rpm	44
Tabla 5.11 Pares Totales de reacción a 200 rpm	45
Tabla 5.12 Pares Totales de reacción a 400 rpm	45
Tabla 5.13 Pares Totales de Reacción a 900 rpm	45
Tabla 6.1 Resumen de Resultados de esfuerzos máximos, presiones y fuerzas	
cortantes máximas en cada configuración para 200 rpm de velocidad de salida.	51
Tabla 6.2 Resumen de Resultados de esfuerzos máximos, presiones y fuerzas	
cortantes máximas en cada configuración para 400 rpm de velocidad de salida.	53
Tabla 6.3 Resumen de Resultados de esfuerzos máximos, presiones y fuerzas	
cortantes máximas en cada configuración para 900 rpm de velocidad de salida.	55
Tabla 6.4 Factores de Dinámica en cada Configuración.	56

## LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 Tres distintas configuraciones analizadas por Patiño et al	17
Figura 3.2 Parámetros que Wang et al usó para optimizar la Presión dentro del	
área confinada, y la eficiencia del Motor	18
Figura 3.3 Área de Retroceso del Fluido Standard y Rediseñada por Wang et al	18
Figura 3.4 a) Engranes Parcialmente Sumergidos en Aceite Usados por Seethara-	
man para Calcular Perdidas de Potencia. b) Resultados Obtenidos por Seethara-	
man tanto Teóricos como Experimentales.	19
Figura 3.5 Cálculo de Diferenciales de Presión y Reacciones en una Bomba Hi-	
dráulica de Engranes Externos usando el Software HYGESim	19
Figura 3.6 Claro Lateral en los Motores Hidráulicos de Engranes Externos.	20
Figura 3.7 Geometría del diente de engrane rediseñada por Magnuson para la op-	
timización de diferenciales de presión en Motors Hidráulicos.	20
Figura 3.8 a) Distribución de presiones en un Motor Hidráulico con engranes sin	
filetes en los Bordes del Diente. b) Distribución de presiones en un Motor	
Hidráulico con dientes de engrane que incluyen el filete.	21
Figura 4.1 a) Motor de Pistones Axiales. b) Motor de Pistones Radiales.	22
Figura 4.2 Motor Hidráulico de Paletas	23
Figura 4.3 Motor Hidráulico de Engranes Internos.	23
Figura 4.4 Motor Hidráulico de Engranes Externos.	24
Figura 4.5 Arrastre por Pérdidas de Presión en una Esfera	25
Figura 4.6 Coeficientes de Arrastre para Cuerpos Romos y Aerodinámicos.	25
Figura 4.7 Datos de Coeficientes de Arrastre para Cuerpos con Bordes Agudos	26
Figura 4.8 Movimiento de una placa respecto a otra y entre ellas un fluido Viscoso.	26
Figura 4.9. Metodología para el cálculo de Torque Reactivo por Amortiguamiento	
Viscoso.	27
Figura 4.10. Volumen de Control Fijo para desarrollar la forma integral de la Ecua-	
ción de Continuidad	28
Figura 4.11 Definición de Fuerzas en los Dientes de los Engranes	30
Figura 4.12 a) Análisis de Esfuerzos en Dientes de Engranes con el Método de Ele-	
mento Finito, incluida en el artículo "Finite Stress Elements and Applications	
in Machine Design", publicada en [13]. b) Esfuerzos de contacto entre dos dientes	
de engranes, modelados con elementos finitos [14].	31

Figura 4.13. Factores de Dinámica Kv (AGMA-2001-B88 Factores Fundamentales	
para calificación y métodos de cálculo para dientes envolventes de engranes de talla	
recta o cilíndricos y helicoidales)	32
Figura 5.1 Fuerzas de arrastre en algunos dientes de los engranes.	33
Figura 5.2 Tipo de fuerzas reactivas según la posición de los dientes de los engranes.	33
Figura 5.3: Método para dividir el área de los dientes de los engranes para el cálculo	
de fuerzas de arrastre.	35
Figura 5.4 Función del par reactivo promedio por arrastre en cada configuración.	37
Figura 5.5 Áreas involucradas para el cálculo de fuerzas de amortiguamiento	38
Figura 5.6 Función del par promedio por Amortiguamiento Viscoso en cada	
configuración respecto a la velocidad de rotación de salida.	41
Figura 5.7 a) Volumen confinado máximo al inicio del contacto b) Volumen	
confinado arbitrario durante el contacto c) Volumen confinado mínimo durante	
el contacto	42
Figura 5.8 Pares reactivos promedio por configuración generados por confinamiento	
de fluido.	43
Figura 5.9 Función del par promedio total respecto a la velocidad de rotación de salida	
en cada configuración.	45
Figura 6.1. Distribución de Presión y Generación de Par en un Motor de dos engranes	47
Figura 6.2. Malla para la configuración de tres engranes, 13 dientes.	48
Figura 6.3 Zona 1 de malla	48
Figura 6.4 Zona 2 de malla.	48
Figura 6.5 Restricciones de desplazamiento en configuración 6	49
Figura 6.6 Aplicación de presiones y pares reactivos a la configuración 6	49
Figuras 6.7 – 6.13 Resultados de Esfuerzos a una 1 lb-in de par de salida para todas	
las configuraciones	50
Figuras 6.14 – 6.20 Resultados de Esfuerzos a una 40 lb-in de par de salida para todas	
las configuraciones	52
Figuras 6.21 – 6.27 Resultados de Esfuerzos a una 50 lb-in de par de salida para todas	
las configuraciones	54
Figura 6.28 Esfuerzos equivalentes en el chaflán en función de velocidad y	
Configuración	56
Figura 6.29 Esfuerzos equivalentes de contacto en función de velocidad y	

Configuración	57
Figura 6.30 a) Reacciones máximas en ejes de engranes. b) Presión requerida calculada	
para mover cada configuración con el par definido.	57
Figura 6.31 a) Cargas Tangencial resultantes en diente de contacto de engrane de	
salida. b) Esfuerzos de contacto calculados por el método de Hertz	58
Figura 6.32 Gráfica comparativa de flujo volumétrico para alcanzar una velocidad de	
salida de 400 y 900 rpm.	59
Figura 6.33 Potencia Calculada para cada Configuración a Velocidades de Salida de	
400 y 900 rpm	60
Figura 7.1. Diagrama del Banco de Pruebas Propuesto	61
Figura 7.2. Sevo-Válvulo Solenide de la Empresa Burkert, Número de Parte 134317	
tipo: 5281.	62
Figura 7.3 Dimensiones de la servo-válvula recomendada para velocidades y pares de	
salida bajos (no a escala, dimensiones en mm; donde B1=100 mm, L1=65, E1=40 mm	
y D =25.4mm)	62
Figura 7.4 Censor de Flujo Número de Parte: 419587 de la empresa Burkert, tipo: 8020	63
Figura 7.5 Dimensiones de Censor de Flujo, no a escala, en mm.	63
Figura 7.6 Censor de Presión, Número de Parte 444765 de la Empresa Burkert,	
tipo 8311.	64
Figura 7.7 Dimensiones del Censor de Presión. No a escala. Dimensiones en mm.	64
Figura 7.8 Engranes que serían usados para los Motores Hidráulicos.	64
Figura 7.9 a) Modelo de CAD no explotado del diseño de la Configuración 1.	
b) Modelo de CAD explotado de la Configuración 1.	65
Figura 7.10 a) Modelo de CAD no explotado del diseño de la Configuración 5.	
b) Modelo de CAD explotado de la Configuración 5.	66

# NOMENCLATURA

A	Área de contacto del cuerpo con el fluido
$A_e$	Área de salida máxima del fluido confinado
$A_{ef}$	Área de salida mínima del fluido confinado
$A^{I}_{p}$	Área inicial del perfil en contacto con la presión dentro del volumen confinado
$A^{3}_{p}$	Área final del perfil en contacto con la presión dentro del volumen confinado
$A^n_{\ p}$	Área arbitraria en contacto con la presión dentro del volumen confinado
$A_{int}$	Área en la zona de la raíz del engrane
A <sub>ext</sub>	Área externa radial de un diente del engrane
$C_D$	Coeficiente de arrastre del área de contacto del cuerpo con el fluido
$D_p$	Diámetro de Paso
F	Espesor de la cara del diente.
$F_D$	Fuerza de arrastre
h	Distancia de separación entre el área móvil y la fija
J	Factor de geometría de los dientes
Ka	Factor de aplicación para la resistencia a la flexión.
Ks	Factor de tamaño para a resistencia a la flexión
$K_m$	Factor de distribución de carga para la resistencia a la flexión
K <sub>B</sub>	Factor de espesor de la corona
$K_{\nu}$	Factor de dinámica para la resistencia a la flexión.
p	presión
$Q_{v}$	Número de calidad de manufactura del engrane
T <sub>damp</sub>	Par reactivo por amortiguamiento viscoso
TArrastre	Par reactivo por arrastre
$T_p$	Torque en piñón
v	Velocidad del fluido o cuerpo en movimiento
Q	Flujo volumétrico
N	Número de dientes en el engrane
n	número arbitrario, $0 < n < 2$
ň	Vector unitario normal a las áreas de salida S
<i>r<sub>b</sub></i>	Radio base del engrane
<i>r</i> <sub>n</sub>	Radio desde el centro del engrane a cada punto de la involuta
<b>r</b> <sub>ext</sub>	Radio externo del engrane

<b>r</b> <sub>int</sub>	Radio de la raíz del engrane
<i>rint<sub>house</sub></i>	Radio interno de la carcasa
$r_p$	Radio de paso del engrane
S	Área de salida instantánea del fluido confinado
<i>S</i> <sub>n</sub>	Diferencial de arco de la involuta
V	Volumen de fluido confinado
V <sub>in</sub>	Volumen que llena el fluido entre cada diente
$v_t$	Velocidad de línea de paso
$W_t$	Fuerza tangencial en diente de engrane
W <sub>n</sub>	Fuerza normal al perfil del diente de engrane
W <sub>r</sub>	Fuerza radial aplicada en perfil del diente
x	Posición horizontal de la cada punto en la involuta
у	Posición vertical de cada punto en la involuta
Z	Alturas o elevaciones

# Letras Griegas y Latinas

ρ	Densidad del fluido
μ	Viscosidad dinámica del fluido
α	Ángulo de rotación de un engrane
ф	Ángulo de presión
$\sigma_c$	Esfuerzo de contacto
ω	Velocidad angular del engrane
θ	Ángulo del radio r respecto al radio base

### **CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN**

Existen gran cantidad de actuadores para generación de pares de salida, tanto hidráulicos como neumático. Este tipo de actuadores ha llamado recientemente la atención de algunos investigadores para ser empleados como micro máquinas herramientas. Éste trabajo se enfoca en el estudio de actuadores o motores hidráulicos.

Los motores hidráulicos son dispositivos que trabajan gracias a la acción de un fluido que entra y sale del motor, generando un par de salida debido al diferencial de presión generado dentro del motor. La velocidad de rotación de la flecha de salida del motor hidráulico dependerá de la velocidad de entrada y salida del fluido hacia el motor. Este fluido hidráulico que genera tanto el par y velocidad de salida del motor es por lo general un fluido viscoso, con la finalidad de evitar desgaste en los componentes internos del motor por fricción. Este trabajo se enfocó en el estudio de motores hidráulicos de engranes rectos.

Aunque el funcionamiento de este tipo de motores es simple, la interacción entre el fluido y los engranes moviéndose a alta velocidad, el movimiento del fluido a través de los claros, etc, hace complicado el entendimiento de parámetros importantes para el diseño de este tipo de motores como las presiones y potencia requerida para operar los motores, los estados de esfuerzos, las pérdidas de presión, etc.

Recientemente, la investigación de motores hidráulicos ha ganado importancia, como se describirá en el capítulo 3. Sin embargo, es poco lo que se ha investigado respecto a esfuerzos y pares reactivos en motores hidráulicos.

En este trabajo se calcularon los pares reactivos en distintas configuraciones de engranes para motores hidráulicos para llevar a cabo análisis de esfuerzos posteriormente. El capítulo 2 describe las configuraciones evaluadas al igual que los objetivos de este trabajo. Los cálculos tanto de pares reactivos como de esfuerzos en estas configuraciones se llevaron a cabo los capítulos 5 y 6, finalizando este trabajo con las conclusiones y el trabajo pendiente en el capítulo 8.

Aunque no se llevo a cabo un análisis experimental para la comprobación de resultados en este trabajo, en el capítulo 7 se agregaron los planos para la configuración actual en el mercado y la que mejor resultados mostró en este trabajo. También se incluyó la propuesta para un banco de pruebas en este capítulo.

#### CAPÍTULO 2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

#### 2.1 BREVE DESCRIPCIÓN

Los procesos de manufactura de micro-partes, como algunas monedas, flechas y engranes para material electrónico y quirúrgico, etc., requieren motores de tamaño reducido. Actualmente existen motores eléctricos de tamaño reducido que son ideales cuando se requiere control preciso de movimientos. Sin embargo, se ha encontrado que, al reducir las dimensiones de estos motores también existe una reducción de su eficiencia. Por lo que son solamente útiles para materiales relativamente blandos. Además, se ha encontrado que estos motores eléctricos han registrado aumentos considerables de temperatura durante operación, lo que también resulta en variación indeseable de pares de salida y cortes no uniformes de material.

El Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico de la UNAM (CCADET) ha investigado el desempeño de motores eléctricos de tamaño reducido como micro herramental. Durante operación se reportaron los problemas antes mencionados con motores eléctricos. Como posible solución, el CCADET ha propuesto el uso de motores hidráulicos y neumáticos de tamaño reducido como otras alternativas a los motores eléctricos. Este tipo de motores no reduce su eficiencia al reducir su tamaño. Existen trabajos ya realizados por el CCADET respecto a motores neumáticos, los cuales se mencionaran en el siguiente capítulo. Los motores hidráulicos de engranes externos están siendo estudiados con el objetivo de ser usados en el futuro como otra alternativa para micro-máquinas herramientas.

Para iniciar el diseño de motores hidráulicos con engranes externos para la aplicación antes mencionada, se requiere primeramente un entendimiento completo de las fuerzas reactivas durante operación de estos motores al igual que la influencia de parámetros geométricos en estas fuerzas mencionadas y estados de esfuerzo.

Este trabajo se enfoco precisamente en el estudio del impacto del tamaño y número de engranes en las fuerzas reactivas y estados de esfuerzo. También fue posible cuantificar el impacto de los parámetros antes mencionados en la potencia requerida para este tipo de motores. Las fuerzas, pares reactivos y estados de esfuerzo en cada engrane fueron calculados para condiciones de operación, cuando los motores han alcanzado el estado estable. Las condiciones de arranque de los motores no fueron consideradas. Es importante mencionar que las fuerzas reactivas y esfuerzos pueden ser mayores en esta última condición de operación más que en condiciones de estado estable, debido a las fuerzas inerciales de los engranes. Por lo tanto, se recomienda que para futuros estudios de los estados de esfuerzo en estos motores, se consideren estas fuerzas.

La metodología empleada para el cálculo de las fuerzas y pares reactivos en los engranes se baso en los principios básicos de mecánica de fluidos respecto a continuidad, arrastre y viscosidad. Las referencias principales en las que se basó la metodología son parte de la literatura [] y algunos estudios publicados respecto a optimización y diseño de bombas y motores de engranes externos [].

Principalmente existen fuerzas reactivas en los engranes por arrastre en los dientes de los engranes al estar en contacto con un fluido altamente denso, por amortiguamiento viscoso presentes en los claros entre los engranes y las paredes internas de la carcasa, y finalmente, confinamiento de fluido hidráulico entre dientes que entran en contacto durante las condiciones de operación.

El entendimiento físico y matemático apropiado de estos pares reactivos antes mencionados fue necesario para el cálculo numérico de estos mismos. Se llevaron a cabo métodos analíticos y métodos numéricos para el cálculo de estos pares reactivos, los cuales, fueron insertados posteriormente a los modelos de elementos finitos para el cálculo de esfuerzos.

El método usado para el cálculo de esfuerzos en los engranes de los motores fue elementos finitos, con el programa ANSYS versión 12. Se asumió que el fluido hidráulico usado en estos motores fue un aceite de motor de alta viscosidad (SAE40). Esto con el objetivo de eliminar esfuerzos por fricción y de esta forma, simplificar los análisis.

Los análisis de esfuerzos mostraron que el hecho de usar engranes más grandes, o usar más engranes en un motor de engranes no significa necesariamente incrementar la capacidad estructural del motor, ya que, al existir engranes más grandes o usar engranes más grandes, se incrementarán también los pares reactivos presentes en los motores; y por lo tanto, se requerirá mayor presión hidráulica para atenuar estos pares reactivos y lograr los mismo niveles de operación que en configuraciones con menor número de engranes o engranes más pequeños.

Las configuraciones de motores hidráulicos fueron evaluadas bajos los siguientes escenarios\_

- 1. 200 rpm de velocidad de salida, 1 lb-in de par de salida
- 2. 400 rpm de velocidad de salida, 40 lb-in de par de salida
- 3. 900 rpm de velocidad de salida, 50 lb-in de par de salida.

Esto fue con el objetivo de encontrar el mejor comportamiento estructural bajo escenarios de bajo par y baja velocidad, medio par y media velocidad y alto par con alta velocidad.

Otro objetivo en este estudio fue optimizar el tamaño y número de engranes en motores hidráulicos para obtener valores de esfuerzos menores y recomendar una configuración con mejor capacidad estructural de 7 configuraciones evaluadas. (Definiremos en este trabajo capacidad estructural a la cualidad de configuraciones de motores hidráulicos de presentar esfuerzos menores que aquellos presentes en otras configuraciones)

Configuración	Número de Engranes	Número de Dientes				
Configuración		Engrane 1	Engrane 2	Engrane 3	Engrane 4	
1	2	13	13			
2	3	13	13	13		
3	4	13	13	13	13	
4	2	15	16			
5	3	13	14	15		
6	3	14	15	16		
7	4	13	14	15	16	

Las configuraciones que fueron evaluadas estructuralmente son las siguientes:

Tabla 2.1 Configuraciones evaluadas estructuralmente en este trabajo.

La identificación de cada configuración (1 para la configuración de dos engranes con 13 dientes, 2 para la configuración de tres engranes con 13 dientes...) fue utilizada como identificación para el reporte de este trabajo. En los siguientes capítulos se refiere a cada configuración como esta identificado en la tabla 1.1.

Aunque este trabajo no incluyó la construcción de prototipos y un análisis experimental, si incluyó una propuesta del diseño de un banco de pruebas, el diseño de un motor de dos engranes con 13 dientes (Configuración 1) y un motor con 3 engranes de 13, 14 y 15 dientes (configuración 5).

Desde el punto de vista estructural, la configuración 5 resultó estar dentro de las mejores 3 configuraciones bajo los tres escenarios evaluados. Por esta razón, para un estudio futuro, se

recomienda la caracterización de esta configuración y compararla con la caracterización de un motor convencional, que sería una configuración 1.

#### 2.2 Objetivo General

Evaluación del impacto del tamaño y número de engranes sobre las fuerzas reactivas y los estados de esfuerzos presentes en un motor hidráulico de engranes, con la finalidad de recomendar una configuración de engranes estructuralmente optimizada.

#### **2.3 Objetivos Específicos**

- Evaluación del impacto del tamaño y número de engranes en motores hidráulicos sobre las fuerzas reactivas a velocidades de salida de 0 a 1000 rpm, bajo condiciones de estado estable.
- Evaluación del impacto del tamaño y número de engranes en motores hidráulicos sobre los esfuerzos máximos presentes bajo condiciones de operación de estado estable.
- Evaluación del impacto del tamaño y número de engranes en motores hidráulicos sobre la potencia requerida para pares y velocidad de salida de los escenarios evaluados.
- Recomendación de una configuración óptima de engranes para motores hidráulicos respecto al número de engranes y tamaño.

#### 2.4 Alcance del Proyecto

- Investigación de las fuerzas reactivas presentes en los motores hidráulicos de engranes externos bajo condiciones de estado estable.
- Revisión de los conceptos teóricos necesarios para las metodologías de cálculo de los pares reactivos en los engranes de los motores hidráulicos.
- Análisis de esfuerzos mediante elementos finitos de las 7 configuraciones de engranes propuestos bajo los tres escenarios evaluados.
- Cálculo de pares reactivos y esfuerzos de las configuraciones evaluadas bajo los escenarios evaluados.
- Análisis comparativo de los pares reactivos totales presentes en las siete configuraciones evaluadas a velocidades de salida de 0 a 1000 rpm.
- Análisis comparativo de esfuerzos máximos en las configuraciones evaluadas bajo los tres escenarios evaluados
- Proveer una configuración de engranes recomendable desde el punto de vista estructural.

### 2.5 Delimitaciones

- Este trabajo no incluyó la construcción de prototipos de los motores hidráulicos evaluados para validación de resultados y caracterización.
- Solamente fueron evaluadas condiciones de operación en estado estable. Las condiciones de operación transitorias (arranque) no fueron evaluadas para los cálculos de fuerzas, esfuerzos y potencia.
- La geometría de los engranes se basaron solamente en el estándar aceptado por el AGMA (American Gear Manufacturers Association). No se llevó a cabo rediseños extras de la geometría de los engranes.

• El máximo número de engranes incluidos en una configuración fue 4 y el engrane más grande evaluado fue de 16 dientes. Esta restricción se definió debido a que es recomendable optimizar tamaño para micro herramental.

### 2.6 Métodos y Técnicas

- Investigación acerca de la metodología para calcular las fuerzas y pares reactivos en cada motor basándome principalmente en la literatura respecto a mecánica de fluidos y en estudios publicados acerca de la interacción de engranes con lubricantes.
- Cálculo de los pares y torques reactivos usando métodos numéricos y analíticos.
- Cálculo de las presiones y esfuerzos usando la metodología de elementos finitos, mediante el programa ANSYS Multiphysics versión 12.

#### **CAPITULO 3. ANTECEDENTES**

A pesar del hecho de que los motores hidráulicos de engranes externos son mecánicamente simples, la interacción que existen entre el fluido hidráulico con los dientes de los engranes y los claros dentro del sistema complican el diseño de estos mecanismos. Por lo tanto, se requiere un muy buen entendimiento de la forma de operación de este mecanismo durante el proceso de diseño. Esto incluye un entendimiento de la transferencia de energía, dinámica de la transmisión, la acción de desplazamiento, sellado, etc.

En los últimos años, el estudio de los parámetros que más influyen en el diseño de estos motores ha sido de gran interés para muchos investigadores. Patiño [1] desarrolló un análisis experimental de la potencia que requieren distintas configuraciones de motores para su operación. Patiño diseño y construyó tres distintas configuraciones de motores hidráulicos de engranes externos: un motor con dos engranes (el más común actualmente), un motor con tres engranes e igual número de dientes y un motor con cuatro engranes pero de distinto diámetro o número de dientes. Patiño concluyó que el incremento de engranes en este tipo de motores no mejora la potencia del motor.



Figura 3.1 Tres distintas configuraciones analizadas por Patiño [1]

Wang et al [2] se enfocó en el rediseño del volumen de confinamiento que existe entre dos dientes en contacto, así como también, el rediseño del área de retroceso del fluido dentro de este mismo volumen, en bombas y motores hidráulicos de engranes externos. Wang et al encontró que el ruido excesivo que tienen estos motores se deben principalmente a los picos de presión que se llegan a generar dentro de este volumen confinado, obtuvo la función matemática que describe el diferencial de presión respecto al ángulo de rotación de los engranes dentro del volumen confinado y llevó a cabo una optimización de esta función con el método matemático de máximos y mínimos. Aumentó el área de retroceso y rediseño el área de salida lateral del volumen confinado. Como resultado, logro disminuir la presión dentro del área confinada al mismo tiempo, aumento la eficiencia del motor con estos cambios.



Figura 3.2 Parámetros que Wang et al [2] usó para optimizar la Presión dentro del área confinada, y la eficiencia del Motor.

De la figura 3.2,  $A_{OS}$  se refiere al área lateral de salida del fluido, y  $A_{OB}$  se refiere al área de retroceso del fluido. La siguiente figura muestra el área  $A_{OB}$  Standard y rediseñada:



Figura 3.3 Área de Retroceso del Fluido Standard y Rediseñada por Wang et al.

Seetharaman [3] llevo a cabo análisis numéricos y experimentales para determinar la perdida de potencia a las que esta expuesto un par de engranes parcialmente sumergidos en aceite. Seetharaman calculó las perdidas de potencia debido al arrastre viscoso en las caras laterales de los engranes, a los esfuerzos cortantes del fluido dentro de las cavidades entre los engranes y al volumen confinado dentro de dos dientes en contacto.

Seetharaman encontró que las perdidas de potencia en estas condiciones se deben principalmente al volumen confinado entre dos dientes. Él desarrolló también experimentos para validar sus cálculos, cuyos resultados coincidieron apropiadamente con sus cálculos numéricos.



Figure 3.4 a) Engranes Parcialmente Sumergidos en Aceite usados por Seetharaman para calcular pérdidas de potencia. b) Resultados de Pérdidas de Potencia Obtenidos por Seetharaman tanto teóricos como experimentales.

Sistani [4] llevó a cabo mediciones experimentales de un engrane en funcionamiento, parcialmente sumergido en aceite, usando el método de "Particle Image Velocimetry" (PIV). Con esto, el estudió la dinámica e interacción del engrane con el fluido.

Casoli et al [5] y Vacca et al [6] han desarrollado trabajo para calcular las presiones requeridas para que un motor y una bomba de engranes externos operen a condiciones deseadas. También ha comprobado sus resultados experimentalmente. Ellos también han también desarrollado un nuevo programa de simulación, basándose en una malla de elementos finitos, para calcular las presiones requeridas para operar los motores, los diferenciales de presión a través de toda la superficie interna del motor, los esfuerzos a los que son sometidos los engranes, el cálculo de picos de presión internos, cálculo del caudal requerido y hasta el desgaste que puede llegar a percibir las superficies internas de la carcasa por posible contacto de los diámetros externos de los engranes. Este software fue desarrollado por en el Centro de Investigación de Potencia Hidráulica MAHA (MAHA FLUID POWER RESEARCH CENTER). El nombre de este nuevo software de simulación de motores y bombas de hidráulicas de engranes externos es "HYGESim" (HYdraulic GEar machines Simulator).



Figura 3.5 Cálculo de Diferenciales de Presión y Reacciones en una Bomba Hidráulica de Engranes Externos usando el Software HYGESim [6].

Aunque la implementación de este software es muy reciente (Finales de 2010, Inicios de 2011), ya existen nuevos trabajos recientemente desarrollados para la optimización del diseño de bombas y motores hidráulicos.

Magnusson [7] llevo a cabo una investigación acerca de la influencia de los claros laterales entre las paredes laterales de los engranes y las carcasas, en los diferenciales de presión, y por lo tanto, también en la presión requerida y los esfuerzos que se pueden llegar a generar en los engranes así como también en los pernos. Todo esto para motores hidráulicos de engranes externos como de bombas hidráulicas del mismo tipo. Magnusson estableció un claro lateral de 45 micrómetros para el desarrollo de sus análisis. El ocupó el programa recién desarrollado "HYGESim" para el estudio de la influencia de este claro. Magnusson encontró que las presiones requeridas para operar estos motores son altamente sensibles a este claro. También encontró que suavizando las esquinas laterales de los dientes de los engranes, es decir, colocando un filete en estas esquinas, las presiones requeridas para operar el motor, así como los diferenciales de presión a través de todo el motor disminuían considerablemente. De tal forma se optimizo el diseño de este tipo de motores mediante este parámetro.



Figura 3.6 Claro Lateral en los Motores Hidráulicos de Engranes Externos, Parámetro usado por Magnusson [7] para la optimización de Diferenciales de Presión en Motores Hidráulicos.



Figura 3.7 Geometría del Diente de Engrane Rediseñada por Magnuson [7] para la optimización de Diferenciales de Presión en Motores Hidráulicos.



Figura 3.8 a) Distribución de Presiones en un Motor Hidráulico con Engranes sin Filetes en los Bordes del Diente. b) Distribución de Presiones en un Motor Hidráulico con Dientes de Engrane que Incluyen el Filete.

De la figura 3.8 se observa como Magnusson logró disminuir los diferenciales de presión con un simple rediseño de los dientes de engranes. Magnusson se baso en el programa HYGESim para evaluar su propuesta.

En cuanto a otro tipo de alternativas para desarrollo de micro herramientas, Naranjo et al [8] diseñó un motor neumático de paletas como alternativa para sustituir motores eléctricos en procesos de maquinados con un potencial uso de éste motor en micromáquinas y micro fábricas. La novedad de ese motor diseñado por Naranjo et al es principalmente el uso de paletas hechas de material auto lubricante y que es presurizado a través de una serie de agujeros en un eje con cavidades para mantener las paletas siempre en contacto con las paredes internas del estator, y de esta forma, evitando el uso de resortes. Este motor fue caracterizado en términos de la velocidad y la potencia de salida.

El motor neumático antes mencionado es parte de los esfuerzos que está llevando a cabo el CCADET (Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico de la UNAM) para desarrollar nuevas alternativas como micro-máquinas herramientas para la fabricación de micro partes (monedas, engranes, ejes, partes en general para accesorios electrónicos, etc). Además de el motor neumático previamente mencionado, en el CCADET se ha desarrollado un micro-centro de maquinado completo para la fabricación de micro-partes.

### CAPITULO 4. MARCO TEÓRICO

En éste capítulo se describen los conceptos teóricos usados para los análisis de esfuerzos. Antes de describir los conceptos teóricos necesarios para el cálculo de pares reactivos que se generan en los motores hidráulicos de engranes y el estado de esfuerzos en éstos, se describirán los motores hidráulicos y el principio de operación de ellos.

#### 4.1 Motores Hidráulicos, Principios de Operación

Existen varios tipos de motores hidráulicos. El principio de operación de todos éstos es el mismo. Un fluido hidráulico es introducido dentro del motor, creando un diferencial de presión considerable entre la cámara de entrada y de salida del motor. Este diferencial de presión generará una fuerza que será convertida en un par por el mecanismo interno del motor. Por lo tanto, entre mayor sea este diferencial de presión, mayor será el par de salida en el motor.

Como se ha mencionado, se requiere un diferencial de presión para operar cualquier tipo de motor hidráulico. Sin embargo, una vez generado cualquier diferencial de presión, la velocidad de giro de la flecha de salida no dependerá de la magnitud del diferencial de presión generado dentro del motor, sino de la cantidad de flujo que entra al motor respecto al tiempo; es decir, el flujo volumétrico.

La velocidad de giro de la flecha de salida puede ser muy baja; sin embargo, el par en la flecha de salida puede ser muy alto. Esto sería provocado por el hecho de que el flujo volumétrico, o cantidad de fluido que entra al motor por unidad de tiempo es muy baja. Sin embargo, la magnitud del diferencial de presión creada por este flujo volumétrico tan bajo, es muy alta. En el caso contrario, donde la velocidad de la flecha de salida sea muy alta y el par de salida muy baja, se debería al hecho de que el flujo volumétrico es muy alto, sin embargo, el diferencial de presión dentro del motor es bajo. Concluyendo estos ejemplos, es posible decir que la velocidad de giro de la flecha de salida depende del flujo volumétrico hacia el motor, mientras que el par de salida generado dependerá del diferencial de presión dentro del motor.

Estos dos parámetros (velocidad y par de salida) se relacionan con la potencia de entrada requerida para operar los motores hidráulicos; en otras palabras, la potencia de la bomba u otra fuente que bombeará el fluido hidráulico hacia dentro del motor. Un bomba de gran potencia podría generar un par y velocidad de salida grandes en la flecha de salida.

Algunos ejemplos de motores hidráulicos son los siguientes:

1. Motores Hidráulicos de Pistones: En éste tipo de máquinas el fluido genera el desplazamiento de émbolos o pistones, los cuales trabajan dentro de los cilindros. Este desplazamiento, ya sea axial o radial, provoca el giro y el par en la flecha de salida. Los cilindros pueden ser colocados axial o radialmente y pueden trabajar con desplazamientos constantes o variables. Dicha variación se consigue variando la excentricidad o el ángulo de inclinación del eje.



Figura 4.1 a) Motor de pistones axiales. b) Motor de pistones radiales.

2. Motores Hidráulicos de Paletas: La máquina de paletas esta constituida por una carcasa provista de lumbreras de aspiración e impulsión, dentro de la cual gira un rotor en cuya periferia esta dispuesta una serie de elementos móviles, llamados paletas, que delimitan otras tantas cámaras comprendidas entre ellas y el centro del rotor. El fluido genera diferenciales de presión en estas paletas provocando así su movimiento circunferencial. En este tipo de máquinas las aspas pueden ser rectas, curvas, tipo rodillo, tipo cangilón y pueden estar ubicadas en el rotor o estator. Funcionan con fuerza hidráulica radial. El rotor va dispuesto en forma excéntrica respecto a la superficie interior del estator que es cilíndrica.



Figura 4.2 Motor hidráulico de paletas.

3. Motores Hidráulicos de Engranes Internos: En este tipo de motores, existe un engrane interno que se acopla a uno externo. Los engranes están diseñados de tal forma que siempre están en contacto deslizante. Cada diente del engrane interno contacta con en engrane externo en un solo punto durante cada revolución. El fluido hidráulico ejerce presión en un diente del engrane interno, lo que genera el diferencial de presión requerido para el giro de este engrane.



Figura 4.3 Motor hidráulico de engranes internos

4. Motores Hidráulicos de Engranes Externos: Estos motores contienen dos o más engranes, que pueden ser rectos o helicoidales, donde el diferencial de presión en uno o más dientes de estos engranes genera el par y la velocidad en la flecha de salida.



Figura 4.4 Motor hidráulico de engranes externos.

Este trabajo se enfoca en este último tipo de motores.

Existen una expresión para calcular la presión requerida para generar determinado para de salida en cualquiera de estos motores hidráulicos:

$$Presion = \frac{Par \times 2 \times \pi}{Desplazamiento}$$
(4.1)

Donde el Desplazamiento es la cantidad de fluido que sale del motor por revolución o ciclo.

Es importante mencionar que esta expresión no será del todo precisa, ya que no toma en cuenta las perdidas de potencia que se generan dentro de los motores. En el caso de los motores que se evaluaron en este estudio (motores hidráulicos externos), existen perdidas de potencia por arrastre en los dientes de los engranes, amortiguamiento viscoso y confinamiento del fluido entre dos dientes en contacto. Por lo tanto, esta expresión debe usarse con cierta precaución, ya que la presión resultante obtenida de la expresión 4.1, sería ciertamente menor que la que en realidad se requiere.

Los parámetros previamente mencionados que causan perdida de potencia debido a pares reactivos, serán explicados a detalle en los siguientes capítulos. A continuación se expone resumidamente la teoría que fue usada para el cálculo de los pares reactivos generados por los parámetros ya mencionados.

#### 4.2 Fuerzas de Arrastre

Un cuerpo que se mueve a través de cualquier fluido viscoso experimentará fuerzas de arrastre que se opondrá a su movimiento. Estas fuerzas de arrastre estarán en función de la velocidad de este cuerpo o de fluido y de la geometría del cuerpo.

La fuerza de arrastre que experimentan cuerpos en movimiento a través de un fluido viscoso esta dada por la siguiente ecuación:

$$F_D = \frac{1}{2} \times \rho \times v^2 \times A \times C_D \tag{4.2}$$

Donde:

 $\rho$  = densidad del fluido v = velocidad del fluido o cuerpo en movimiento A = Área de contacto del cuerpo con el fluido  $C_D$  = Coeficiente de arrastre del área de contacto del cuerpo con el fluido. El coeficiente de arrastre  $C_D$  puede ser de dos tipos: por arrastre viscoso y arrastre por pérdidas de presión. El primer tipo de arrastre sucede cuando existe movimiento del fluido paralelo a áreas del cuerpo inmerso, lo que provoca esfuerzos viscosos que se desarrollan dentro de la capa límite y se calculan con el número de Reynolds. Este tipo de arrastre no será expuesto en este trabajo debido a que no se encuentra presente en los engranes que estaremos analizando.

El arrastre de presión se genera por los remolinos que se forman en la parte posterior del cuerpo debido al choque perpendicular del área transversal del cuerpo contra el flujo. Por lo general, este tipo de arrastre es menos sensible al número de Reynolds que el arrastre viscoso.



Figura 4.5 Arrastre por pérdidas de presión en una esfera

Cuando las pérdidas de presión son pequeñas y el arrastre total se debe principalmente al arrastre viscoso, se dice que el cuerpo es aerodinámico. Cuando el arrastre viscoso es pequeño y el arrastre total es dominado por las pérdidas de presión, el cuerpo se define como Romo. En el caso de estudio de este trabajo, los dientes de los engranes, que son sumergidos totalmente en aceite durante operación, son considerados como cuerpos romos, ya que se asume que el arrastre viscoso en las caras laterales de los engranes es despreciable debido a los claros tan pequeños que existen. Sin embargo, existirán fuerzas de reacción en estas zonas, definidas como fuerzas por amortiguamiento viscoso, que se expondrá posteriormente.

Los coeficientes de arrastre en esferas, cilindros y cuerpos sin bordes puntiagudos están en función del número de Reynolds (Re), y el coeficiente de arrastre disminuye al aumentar el Re. A continuación se presenta una gráfica de la variación del coeficiente de arrastre respecto al número de Reynolds.



Figura 4.6 Coeficientes de arrastre para cuerpos romos y aerodinámicos. [9]

Se puede observar que el coeficiente de arrastre para una placa plana se mantiene constante a pesar que aumente el número de Reynolds. Esto se debe a que esta placa plana tiene bordes agudos y por lo tanto, los puntos de separación del fluido están fijos y no cambian. Para cuerpos con borde agudo, el coeficiente de arrastre se obtuvo experimentalmente. La siguiente figura muestra coeficientes de arrastre de cuerpos típicos con bordes agudos.

Objeto	Diagrama		C <sub>D</sub> (Re>10 <sup>4</sup> )	
	h h			
Barra Cuadrada		$b/h = \infty$	2.05	
		b/h = 1	1.05	
Disco	, O		1.17	
Anillo	<b>_</b> 0		1.2	
Hemisferio (cara abierta hacia el flujo)	~0		1.42	
Perfil en C (cara abierta hacia el flujo)	, P		2.30	
Perfil en C (cara abierta hacia aguas abajo)			1.20	•

Figura 4.7 Datos de coeficientes de arrastre para cuerpos con bordes agudos. [10]

Para el caso de estudio de este trabajo, la involuta de los dientes de los engranes puede considerarse como un cuerpo con borde agudo y de perfil C, como el mostrado en la figura previa. Por lo tanto, asumir un coeficiente de arrastre de 1.2 en la involuta de estos dientes fue considerado como válido. Sin embargo, es recomendable revisar este valor en estudios futuros mediante pruebas experimentales o mediante simulaciones de fluidos para comprobar este valor.

#### 4.3 Amortiguamiento Viscoso

Cuando a un sólido se aplica un esfuerzo cortante, éste de deforma por una cantidad que se puede medir por un ángulo llamado ángulo de cortante. También es posible aplicar un esfuerzo cortante a una partícula de fluido confinado entre dos placas paralelas y moviéndose una de ellas con respecto de la otra, como se puede observar en la siguiente figura.



Figura 4.8 Movimiento de una placa respecto a otra y entre ellas un fluido viscoso.

Así encontramos que el ángulo cortante en el fluido crecerá en forma indefinida si el esfuerzo cortante se mantiene. El esfuerzo cortante en fluidos  $\tau$ , no se relaciona con la magnitud del ángulo de corte, como en los sólidos, sino con la rapidez a la que el ángulo cambia. En fluidos Newtonianos, esta relación es lineal.

El esfuerzo cortante que genera amortiguamiento viscoso, para fluido Newtonianos, puede obtenerse con la siguiente ecuación:

$$\tau = \mu \cdot \frac{v}{h} \tag{4.3}$$

donde  $\mu$  es la viscosidad del fluido, v la velocidad del área en movimiento y h la distancia de separación entre el área móvil y la fija.

La fórmula previamente mencionada es útil para calcular la fuerza requerida para mover la placa en le figura 4.8 a una velocidad determinada. Para calcular esta fuerza simplemente se multiplica el área de la placa móvil en contacto con el fluido viscoso por el esfuerzo cortante obtenido con la ecuación previa.

Análogamente, es posible calcular el par que se requiere para girar un cilindro confinado en una carcasa también cilíndrica, a una velocidad determinada. La metodología se describe con la siguiente figura:



Figura 4.9. Metodología para el cálculo de par reactivo por Amortiguamiento Viscoso [11].

Para el caso de estudio de este trabajo, se asume que existirá un claro entre las paredes laterales de los engranes y el diámetro exterior de estos respecto a la carcasa, lo que generará fuerzas de reacción al giro de los engranes debido a la viscosidad del fluido. Estas reacciones por amortiguamiento viscoso deben ser consideradas durante el diseño de motores hidráulicos inmersos en fluidos altamente viscosos.

#### 4.4 Ecuación de Bernoulli

La ecuación de Bernoulli se obtiene aplicando la segunda ley de Newton a lo largo de una línea de corriente. Esta ecuación fue utilizada para el cálculo de la presión instantánea dentro del volumen confinado entre dos dientes en contacto.

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho V_1^2 + \rho g_{z_1} = p_2 + \frac{1}{2}\rho V_2^2 + \rho g_{z_2} = cons \tan te$$
(4.4)

donde  $z_1$  y  $z_2$  son la alturas o elevaciones de los puntos 1 y 2 sobre algún plano horizontal de referencia, y

- 1. Los puntos 1 y 2 se encuentran sobre la misma línea de corriente
- 2. El fluido tiene densidad constante.
- 3. El flujo es permanente.
- 4. El flujo es no viscoso.

La suposición de que el flujo tiene densidad constante significa que el cambio esperado en la densidad dentro del campo de flujo es muy pequeño. El postulado de que el flujo es permanente no solo excluye los flujos transitorios, sino también los flujo turbulentos. La afirmación de que el flujo es no viscoso significa que el número de Reynolds es grande y la fricción viscosa es despreciable. De ahí nuestro interés que el flujo este fuera de la capa límite y de otras regiones donde los esfuerzos viscosos son importantes.

Aunque estas restricciones parecen severas, la ecuación de Bernoulli es muy usada por su sencillez, pero en especial porque proporciona una gran visión de las fluctuaciones de la presión, velocidad y altura de una partícula de fluido.

Por otro lado, cuando se carecen de datos del coeficiente de arrastre debido a los esfuerzos viscosos en determinadas aplicaciones (como en este caso de estudio, ya que no existen pruebas experimentales), la ecuación de Bernoulli proporcionará una buena aproximación de las presiones en volúmenes confinados entre dos dientes de engranes. Sin embargo, para estudios futuros, es recomendable la investigación es un coeficiente empírico que pudiera aplicar para este estudio, o llevar a cabo experimentación para obtener el coeficiente de arrastre viscoso en el volumen confinado por dos dientes en contacto. Previamente a estos cálculos, es necesario calcular las velocidades del flujo usando la ecuación de continuidad explicada a continuación.

#### 4.5 Ecuación de Continuidad

Considere la conservación de masa para el volumen de control fijo VC que se ilustra en la siguiente figura:



Figura 4.10. Volumen de control fijo para desarrollar la forma integral de la ecuación de continuidad.

En cualquier instante una masa de fluido ocupa el espacio que define VC. Por definición, la masa total del fluido (el "sistema" en el lenguaje termodinámico) permanece constante. Para aplicar la conservación de masa al volumen de control fijo se debe considerar el flujo másico instantáneo a través de su superficie y a rapidez de cambio de la masa en el interior. Cuando el flujo es permanente, los flujos másicos de entrada y salida al volumen de control deben ser iguales, de forma que la masa dentro del volumen de control permanezca constante. Sin embargo, cuando el flujo es transitorio, los flujos másicos de entrada y salida son diferentes y la masa total contenida dentro del volumen de control varía con el tiempo. Esto es:

1. Un elemento de fluido con volumen dV tiene una masa  $\rho V$ . Por lo tanto, la masa del fluido dentro de volumen de control en cualquier instante es !  $\rho V$ . Entonces:

$$Rapidez_de_cambio_de_la_masa = \frac{\partial}{\partial t} \int \rho dV$$
(4.5)

La rapidez de cambio de la masa será negativa si la masa que entra al volumen de control disminuye con el tiempo (es decir, cuando el flujo de salida excede al de entrada). Para destacar lo anterior, se usa la derivada parcial con respecto al tiempo pues, dado que el volumen es fijo en forma y ubicación, la integral solo es función del tiempo.

2. Para un elemento pequeño de área superficial dA, el flujo másico que sale a través de dA por unidad de tiempo =  $\rho v \Box \mathbf{n} dA$ , siendo *v* la velocidad del flujo. Por lo tanto,

$$Flujo\_masico\_total\_que\_sale\_deVC = \int n \cdot \rho \overline{v} dA$$
(4.6)

El integrado será positivo cuando la dirección del flujo esté en la misma dirección que el vector normal unitario  $\mathbf{n}$  que apunta hacia fuera (flujo de salida) y negativo si la dirección del flujo es opuesta a la de  $\mathbf{n}$  (flujo de entrada). De las dos ecuaciones anteriores, la conservación de masa requiere que

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho dV + \int n \cdot \rho \overline{v} dA = 0 \tag{4.7}$$

Esta es la forma integral de la ecuación de continuidad para un volumen de control fijo en un flujo tridimensional transitorio.

Cuando la masa dentro del volumen de control es constante el flujo se encuentra en un régimen permanente y sus propiedades físicas no dependen del tiempo, el primer término de la ecuación previa será cero. Sin embargo, dentro del volumen que se forma entre don dientes de engranes en contacto (volumen confinado), este fenómeno no se cumple. Será necesario utilizar la forma completa de la ecuación de continuidad para calcular las velocidades de salida del flujo.

#### 4.6 Fuerzas en los dientes de los Engranes

Para comprender los métodos para calcular las tensiones o los esfuerzos que se generan en dientes de los engranes, es útil considerar la forma tradicional en que la potencia es transmitida por un sistema de engranes. La potencia se recibe del motor mediante el eje de entrada que gira a la velocidad del motor. Por tanto existe un par en el eje que puede calcularse mediante la siguiente ecuación:

#### Par =Potencia/velocidad de giro

El eje o flecha de entrada transmite la potencia al punto en el que se monta el piñón. Los dientes del piñón impulsan a los dientes del engrane y por lo tanto también transmiten la potencia. La aplicación de esta potencia tiene que ver con la aplicación de un par durante el giro o rotación a una velocidad específica.

El par es el, producto de las fuerzas que actúan en forma tangente al círculo de paso del piñón por el radio de paso del piñón. Se usará el símbolo  $W_t$  para indicar la fuerza tangencial.

Debido a que  $W_t$  es la misma en el piñón y en el engrane, pero el radio de paso del engrane es más grande que el del piñón, el par en el engrane, o par de salida, es mayor que el par de entrada. No obstante, observe que la potencia transmitida es la misma o un poco menos debido a las ineficiencias mecánicas.

 $W_t$  no es la fuerza total que actúa sobre el diente, debido a la forma envolvente del diente. La fuerza total que actúa de un diente a otro actúa en forma normal respecto al perfil envolvente. Esta fuerza normal la ilustraremos como  $W_n$ . La fuerza tangencia Wt es en realidad la componente horizontal de la fuerza total  $W_n$ . Existe también una componente vertical de esta fuerza total, la cual ilustraremos como  $W_r$ .



Figura 4.11 Definición de fuerzas en los dientes de los engranes

Usualmente, en sistemas de engranes donde la potencia es transmitida al piñón, la carga tangencial  $W_t$  en el engrane se calcula con la siguiente fórmula:

$$W_t = \frac{2T_p}{D_p} \tag{4.9}$$

Donde  $T_p$  y  $D_p$  se refieren al par aplicado en el piñón y el diámetro de este.

Conociendo la carga tangencial previamente mencionada, es posible calcular el esfuerzo de flexión en el chaflán del diente. Este esfuerzo se calcula mediante la expresión de Lewis:

$$\sigma_t = \frac{W_t P_d}{FJ} \frac{K_a K_s K_m K_B}{K_v}$$
(4.10)

donde los valores K son factores de incremento que toman en cuenta efectos dinámicos y de forma en los dientes de los engranes:

 $K_a$  es el factor de aplicación para la resistencia a la flexión.

 $K_s$  es el factor de tamaño para a resistencia a la flexión

 $K_m$  es el factor de distribución de carga para la resistencia a la flexión

 $K_B$  es el factor de espesor de la corona

 $K_v$  es el factor de dinámica para la resistencia a la flexión.

*J* es el factor de geometría del dientes

F es el espesor de la cara del diente.

Estos factores previamente mencionados, se obtienen mediante la metodología definida por el AGMA (American Gear Manufacturers Association). [12]

Para los esfuerzos de contacto en la involuta de los dientes, igualmente conociendo la carga tangencial en los dientes de los engranes, es posible calcular estos esfuerzos mediante la expresión de Hertz:

$$\sigma_{c} = \sqrt{\frac{W_{t}}{FD_{p}} \frac{1}{\pi (\frac{1-v_{p}^{2}}{E_{p}} + \frac{1-v_{G}^{2}}{E_{G}})} \frac{1}{\frac{\cos\phi \sin\phi}{2} \frac{mg}{mg+1}}}$$
(4.11)

donde Ep y Eg son los módulos de Elasticidad del piñón y engrane y mg es la relación de engranes (número de dientes del engrane sobre número de dientes del piñón). A los esfuerzos de contacto calculados con esta fórmula también se le llaman esfuerzos Hertzianos.

Cuando es complicado calcular la carga tangencial presente en los dientes de los engranes, es posible usar el método de elementos finitos para el cálculo de los esfuerzos.



Figura 4.12 a) Análisis de esfuerzos en dientes de engranes con el método de elementos finito, Figura incluida en el artículo "Finite Stress Elements and Applications in Machine Design", publicada en [13]. b) Esfuerzos de contacto entre dos dientes de engranes, modelados con elementos finitos [14].

Cuando el cálculo de esfuerzos en los engranes se lleva a cabo con elementos finitos, no es ya necesario incluir los factores de geometría a los resultados de esfuerzos, ya que el método incluye apropiadamente la contribución de la geometría en los resultados de esfuerzos. Sin embargo, sería necesario incluir el factor de dinámica  $K_v$  a los resultados de esfuerzos si el análisis de elementos finitos se llevo a cabo para una solución estática.

#### 4.7 Factores de Dinámica en Dientes de Engranes

El factor de dinámica considera el hecho de que la carga es asumida por un dientes de engranes con cierto grado de impacto y que la carga real a la que se somete el diente es mayor que la carga transmitida sola. Para cálculo de esfuerzo en engranes, se utiliza regularmente metodologías para obtener esfuerzos estáticos, sin considerar los incrementos de esfuerzo debido al impacto entre dientes y otros parámetros dinámicos presentes.

El AGMA (American Gear Manufacturers Association) definió factores de dinámica que deben aplicarse a los esfuerzos estáticos calculados. Estos valores dependen de la precisión del diente, de sus propiedades elásticas y la velocidad de los dientes que entran en contacto.

La siguiente figura muestra una gráfica de los valores AGMA que se sugieren para factores dinámicos, donde Qv son los números de calidad en cuanto a la manufactura del engrane.



Figura 4.13. Factores de dinámica  $K_{\nu}$  (AGMA-2001-B88 Factores fundamentales para calificación y métodos de cálculo para dientes envolventes de engranes de talla recta o cilíndricos y helicoidales)

Los engranes en el diseño común, caerán en las clases que representan las curvas 5, 6 y 7, las cuales correspondes a ejes que se fabrican fresando o mediante cepillo limador con herramientas que proporcionan acabados promedio. Si a los dientes de les diera un acabado lijándolos o rebajándolos para mejorar la precisión del perfil del diente y el espaciamiento, se deben usar las curvas 8, 9, 10 u 11. Bajo condiciones muy especiales donde se utilizan dientes de alta precisión en aplicaciones en las que hay escasa oportunidad de que se desarrollen cargas dinámicas externas, pueden utilizarse las áreas sombreadas. Si los dientes se cortaran mediante corte rotatorio, se deberán utilizar factores más bajos a los que se encontraron en la curva 5. Se puede observar que en calidad 5 no deben utilizarse engranes a velocidades de paso de línea por arriba de 2500 ft/min.

Para aplicaciones donde las condiciones son severas, en particular, operaciones por arriba de 4000 ft/min, se deberán utilizar métodos que tomen en cuenta las propiedades del material, la masa y la inercia de los engranes y el error real en la forma de los dientes para hacer una proyección de la carga dinámica.

Los engranes evaluados en este trabajo serán considerados dentro de las curvas  $Q_v = 5$ , asumiendo que son engranes comerciales y comunes. Para el cálculo del factor de dinámica en forma más precisa en este tipo de engranes, se utiliza la siguiente expresión:

$$K_{V} = \frac{50}{50 + \sqrt{v_{t}}}$$
(4.12)

Donde  $v_t$  es la velocidad de línea de paso, y debe expresarse en unidades inglesas (ft/min) para ser calculada usando la expresión previa.

#### CAPITULO 5. REACCIONES POR ARRASTRE Y AMORTIGUAMIENTO VISCOSO

Se llevó a cabo análisis comparativos de esfuerzos para todas las configuraciones de arreglos de engranes, bajo los mismos parámetros de salida y fluido hidráulico. Mediante estos análisis comparativos, se encontraron las configuraciones que son estructuralmente mejores, así como también, características que influyen en el estado de esfuerzo en los engranes. Para las configuraciones evaluadas, fue necesario desarrollar un modelo matemático y de elemento finito para determinar las presiones, fuerzas que se desarrollan durante la rotación de los engranes inmersos en el aceite, y los esfuerzos debido a estas cargas.

Los datos de entrada para el cálculo de los parámetros previamente mencionados son:

- 1. Velocidad de rotación de salida = 200, 400 y 900 rpm
- 2. Fluido hidráulico: Aceite para auto: SAE 40 (Viscosidad=8100 centipoises = 0.001175 lb-in/s)
- 3. Par de salida = 1, 40 y 50 lb-in
- 4. Paso diametral de los engranes = 12
- 5. Ángulo de presión de los engranes =  $20^{\circ}$
- 6. Claro entre área externa del diente, paredes laterales de los engranes y paredes de la carcasa: 0.02 inch (0.5 mm).

Conociendo estos datos de entrada, fue posible calcular las pares o momentos de reacción en los engranes durante su rotación, presión necesaria en los engranes para lograr el movimiento, alcanzar el par de salida deseado y determinar el estado de esfuerzos en los engranes.

Los momentos reactivos en los engranes son generados principalmente por las fuerzas de arrastre en los dientes de los engranes, fuerzas por confinamiento de fluido entre los dos dientes en contacto y las fuerzas por amortiguamiento viscoso por parte del fluido debido a los claros entre los engranes y sus respectivas carcasas. Para el cálculo de estas fuerzas reactivas por arrastre, amortiguamiento viscoso y confinamiento del fluido, se llevó a cabo métodos analíticos y métodos numéricos integrales. Para el cálculo de la presión en los motores, la potencia y los esfuerzos, se empleó métodos iterativos con elementos finitos.

#### 5.1 Cálculo de las Fuerzas de Arrastre

Los engranes de los motores analizados están totalmente sumergidos en aceite; por lo tanto, existen fuerzas de arrastre por pérdida de presión que actúan en las áreas definidas por la involuta y el espesor de los dientes de los engranes. Éstas fuerzas son directamente proporcionales a la velocidad de rotación de los engranes y a la densidad del aceite que se usa para ejercer la presión. La figura 5.1 ejemplifica la acción del fluido hidráulico en las áreas de los engranes sometidas a arrastre.



Figura 5.1 Fuerzas de arrastre algunos dientes de los engranes.



Figura 5.2 Tipo de fuerzas reactivas según la posición en dientes de los engranes.

Sin embargo, aunque los engranes se encuentran totalmente sumergidos en el aceite, no todos los dientes de los engrane experimentarán fuerzas de arrastre. Esto se explicará más detalladamente a continuación.

Para el cálculo de las fuerzas de arrastre, se hicieron las siguientes consideraciones:

- 1. El fluido se encuentra en estado estable
- 2. El cambio de las propiedades físicas del fluido es despreciable, considerando poco aumento de temperatura.
- 3. Los dientes de los engranes son considerados cuerpos con borde agudo, por lo que su coeficiente de arrastre no cambiará respecto al número de Reynolds o velocidad de giro de los engranes.
- 4. Solamente los dientes de los engranes lejanos a las paredes de sus respectivas carcasas experimentarán fuerzas de arrastre. Los dientes cercanos a estas paredes experimentarán otro tipo de fuerza, que se explicará posteriormente.
- 5. El coeficiente de arrastre de los dientes de los engranes se considera igual que el de un perfil en C, igual a 1.2.

Para justificar la cuarta consideración, es necesario ejemplificar los que sucede durante la rotación de los engranes cuando el fluido ha alcanzado el estado estable.

En la figura 5.2 se muestra un esquema de las fuerzas reactivas de los dientes de los engranes provocadas por el fluido viscoso en un arreglo de dos dientes. Los dientes rodeados por el área de rombos están sometidos a fuerzas de arrastre, ya que deben dispersar al fluido que les rodea, el cual tiene velocidad y movimiento diferente al de dichos dientes. Debido a esto, existen presiones negativas y fuerzas de arrastre que opone el fluido a ser dispersado.

Los dientes de los engranes rodeados por el área de cuadrados (ver figura 5.2) contienen al fluido entre las cavidades entre los dientes. Debido a esto, el fluido entre las cavidades tiene la misma velocidad de los dientes de los engranes, y por tanto este fluido no es dispersado para crear arrastre por perdidas de presión. El claro que debe existir entre las caras laterales de los engranes y la superficie paralela de la carcasa es tan pequeño que es valido asumir que la dispersión del fluido a través de estos claros es despreciable. Sin embargo, existirán esfuerzos cortantes en el fluido que se encuentran presentes en estos claros y cavidades entre dientes. Estos esfuerzos generarán fuerzas reactivas a la rotación de los engranes. Estas fuerzas reactivas debido a los esfuerzos cortantes son descritas en la sección 5.2 como fuerzas por amortiguamiento viscoso.

El coeficiente de arrastre por pérdida de presión en los dientes correspondientes se obtuvo directamente de la literatura, asumiendo el comportamiento del perfil del diente similar al de un perfil C [10, 11]. Sin embargo, es recomendable revisar este valor en estudios futuros mediante pruebas experimentales o mediante simulaciones de fluidos para comprobar este valor.

#### 5.1.1 Metodología del Cálculo de la Fuerza de Arrastre

La fuerza de arrastre en estos determinados dientes puede calcularse con la siguiente ecuación:

$$F_D = \frac{1}{2} \times \rho \times v^2 \times A \times C_D$$

(5.1)

Donde:

 $\rho$  = densidad del fluido v = velocidad del diente del engrane

A =Área de contacto del diente de engrane con el fluido
$C_D$  = es el coeficiente de arrastre del área de contacto del engrane con el fluido.

El cálculo de las fuerzas de arrastre en cada diente bajo esta carga se llevo a cabo usando métodos numéricos y analíticos de integración. El área del perfil o involuta de cada diente expuesto a arrastre fue dividida en segmentos con curvas diferenciales " $s_n$ ". En cada uno de estos segmentos se calculó la fuerza de arrastre " $F_{D(n)}$ " y el par reactivo " $T_{Arrastre(n)}$ ", teniendo cada segmento un radio asociado  $r_n$  y  $r_{n-1}$  respecto al centro del engrane. La figura 4.3 muestra la posición de estos parámetros mencionados.



Figura 5.3: Método para dividir el área de los dientes de los engranes para el cálculo de fuerzas de arrastre.

El cálculo de la fuerza de arrastre por pérdida de presión, en cada segmento diferencial de área se realizó con la siguiente ecuación:

$$F_{D(n)} = \frac{1}{2} \times \rho \times \left(\left(\frac{r_n + r_{n-l}}{2}\right) \times \omega\right)^2 \times s_n \times l \times C_D$$
(5.2)

Donde la diferencia entre  $r_n y r_{n-1}$  fue igual a 0.001 pulgadas para el cálculo numérico. l es el ancho del engrane y  $\omega$  es la velocidad angular del engrane. El diferencial de arco de la involuta ( $s_n$ ) se obtuvo mediante la fórmula que describe la curva de la involuta; proceso que se describe a continuación:

La curva que describe la trayectoria de la involuta del engrane esta definida en forma paramétrica por las siguientes ecuaciones:

$$x = r_b \cdot \cos(\theta) + r_b \cdot \theta \cdot \sin(\theta) \tag{5.3}$$

$$y = r_b \cdot \sin(\theta) - r_b \cdot \theta \cdot \cos(\theta)$$

donde  $r_b$  es el radio base del engrane y  $\theta$  el ángulo del radio r respecto al radio base. En coordenadas polares y simplificando la ecuación,

$$r = r_b \cdot \sqrt{(1+\theta^2)} \tag{5.4}$$

donde r describe el radio de posición del perfil del diente o involuta.

El segmento o diferencial de arco,  $s_n$ , se obtuvo con la ecuación general de longitud de arco;

$$s_n = \int_{\theta_{n-1}}^{\theta_n} \left[ \frac{\partial x}{\partial \theta}, \frac{\partial y}{\partial \theta} \right] \bullet \left[ \frac{\partial x}{\partial \theta}, \frac{\partial y}{\partial \theta} \right] d\theta$$
(5.5)

donde el resultado final para este caso en específico fue:

$$s_n = \frac{1}{2} \cdot r_b \cdot (\theta_n^2 - \theta_{n-1}^2)$$
(5.6)

Así, el par total reactivo por arrastre se calcula mediante la siguiente expresión:

$$T_{Arrastre(n)} = F_{D(n)} \times r_n \tag{5.7}$$

$$T_{Arrastre(Total)} = \sum_{r_n = r_b}^{r_n = r_{ext}} T_{Arrastre(n)}$$
(5.8)

Finalmente, el par o momento de reacción que se opone al giro del engrane debido a la fuerza de arrastre se obtuvo multiplicado esta fuerza por el radio de cada área diferencial y haciendo la sumatoria de par de todas las áreas.

El par reactivo por arrastre en cada diente se multiplicó por el número de dientes expuestos a este arrastre en cada configuración. Este número se obtuvo visualmente, observando el número de dientes lejanos de las paredes de la carcasa, y que no están en contacto con otro diente.

Número de dientes sometidos a arrastre por engrane						
Configuración	engraneengraneengraneengranelateral 1medio 1medio 2lateral					
1	4	n/a	n/a	4		
2	4	6	n/a	4		
3	4	6	6	4		
4	4	n/a	n/a	5		
5	4	8	n/a	4		
6	4	8	n/a	5		
7	4	8	8	5		

Tabla 5.1 Número de dientes expuestos arrastre

### 5.1.2 Resultados de Pares de Reacción por Arrastre:

Los resultados de pares reactivos por arrastre viscoso, para una velocidad de salida de 200, 400 y 900 rpm, se listan a continuación, respecto a cada configuración analizada:

CONFIGURACION	Engrane Extremo 1	Engrane Medio 1	Engrane Medio 2	Engrane Extremo 2
1	0.84 lb-in	n/a	n/a	0.84 lb-in
2	0.84 lb-in	1.26 lb-in	n/a	0.84
3	0.84 lb-in	1.26 lb-in	1.26 lb-in	0.84 lb-in
4	1.46 lb-in	n/a	n/a	1.92 lb-in
5	1.12 lb-in	2.38 lb-in	n/a	1.28 lb-in
6	1.35 lb-in	2.91 lb-in	n/a	1.92 lb-in
7	1.27 lb-in	2.71 lb-in	2.91 lb-in	1.92 lb-in

Tabla 5.2 Resultados de pares reactivos por arrastre en cada configuración a 200 rpm (Engrane extremo 1 es el engrane con menor número de dientes).

CONFIGURACION	Engrane Extremo 1	Engrane Medio 1	Engrane Medio 2	Engrane Extremo 2
1	3.80 lb-in	n/a	n/a	3.80 lb-in
2	3.80 lb-in	5.31 lb-in	n/a	3.80 lb-in
3	3.80 lb-in	5.31 lb-in	5.311b-in	3.80 lb-in
4	6.52 lb-in	n/a	n/a	8.57 lb-in
5	5 lb-in	9.93 lb-in	n/a	5.77 lb-in
6	6.06 lb-in	12.16 lb-in	n/a	8.57 lb-in
7	5.64 lb-in	11.28 lb-in	12.16 lb-in	8.57 lb-in

Tabla 5.3 Resultados de pares reactivos por arrastre en cada configuración a 400 rpm. (Engrane extremo 1 es el engrane con menor número de dientes).

CONFIGURACION	Engrane Extremo 1	Engrane Medio 1	Engrane Medio 2	Engrane Extremo 2
1	16.97 lb-in	n/a	n/a	16.97 lb-in
2	16.97 lb-in	25.45 lb-in	n/a	16.97 lb-in
3	16.97 lb-in	25.45 lb-in	25.45lb-in	16.97 lb-in
4	29.48 lb-in	n/a	n/a	38.94 lb-in
5	22.67 lb-in	48.16 lb-in	n/a	25.91 lb-in
6	27.40 lb-in	58.95 lb-in	n/a	38.94 lb-in
7	25.72 lb-in	54.79 lb-in	58.95 lb-in	38.94 lb-in

Tabla 5.4 Resultados de pares reactivos por arrastre en cada configuración a 900 rpm (Engrane extremo 1 es el engrane con menor número de dientes).



Figura 5.4 Función del par reactivo promedio por arrastre en cada configuración.

Los pares reactivos por arrastre son mayores en las configuraciones con mayor número de dientes y con engranes más grandes, que en configuraciones con menor número de engranes o engranes más pequeños. A velocidad de salida de 1000 rpm, los pares reactivos en las configuraciones de dos engranes, el par reactivo se incrementa 115% de la configuración 1 (dos engranes de 13 dientes) a la configuración 4 (dos engranes, 15 y 16 dientes). A la misma velocidad, los pares reactivos se incrementan aproximadamente 120% de la configuración 3 (cuatro engranes con 13 dientes) a la configuración 7 (cuatro engranes con 13, 14, 15 y 16 dientes).

De los resultados previamente mostrados, puede observarse pares reactivos máximos menores de 3 lbin a velocidades de 200 rpm. Por lo tanto, podrían considerarse despreciables comparados con los pares de salida requeridos para el maquinado de micro-partes. A velocidades de 200 rpm o menores, los pares reactivos en configuraciones más grandes, podrían no ser considerados una desventaja.

### 5.2 Cálculo de las Fuerzas Reactivas por Amortiguamiento Viscoso.

La metodología para el cálculo de los pares reactivos por amortiguamiento viscoso es similar a la utilizada en la sección anterior, para pares reactivos por arrastre viscoso. Para este caso, fue necesario calcular pares reactivos en tres distintas áreas de cada diente del engrane expuesto a amortiguamiento viscoso. Referirse a la figura 5.2 para ver dientes expuestos a estas cargas.

Las fuerzas por amortiguamiento viscoso se llevan a cabo cuando un cuerpo se mueve con una velocidad específica, es rodeado por un fluido viscoso y existen paredes estáticas en la periferia de este cuerpo separadas por un claro considerablemente pequeño. Las áreas paralelas del cuerpo en

movimiento deben vencer continuamente los esfuerzos cortantes del fluido almacenado en el claro previamente mencionado. Ver capítulo 4 para más detalles de este fenómeno físico.

Para obtener la fuerza reactiva debido a este fenómeno, es necesario multiplicar el esfuerzo cortante que se genera por la acción del fluido viscoso por el área del engrane que esta involucrada (Ver ecuación de esfuerzo cortante en capítulo 4).

Existirá amortiguamiento viscoso en las tres áreas externas de cada diente y en las dos áreas laterales de los engranes. Las tres primeras áreas están definidas en la figura siguiente, la cual también define las alturas h para cada área:



Figura 5.5 Áreas y distancias involucradas para el cálculo de fuerzas de amortiguamiento.

El área externa de cada diente, definida por la distancia  $h_1$ , y el área adyacente a los chaflanes del engrane, definida por la distancia  $h_3$ , tiene una velocidad constante igual al producto de la velocidad angular por su radio externo. Conociendo el área externa de cada diente y la viscosidad del fluido, es posible obtener esta fuerza y par reactivo en forma directa.

La fuerza y par reactivo debido al amortiguamiento viscoso en el área formada por el perfil del diente y su espesor (definida con la distancia  $h_2$ ) fueron calculados con la misma metodología usada para el cálculo de fuerzas y pares por arrastre (referirse a la sección 5.1.1).

El área del perfil de cada diente expuesto a amortiguamiento viscoso fue dividida en segmentos con curvas diferenciales, en los cuales se calculó los pares por amortiguamiento viscoso. El calor  $h_3$  no fue constante; por lo tanto, cada segmento estuvo asociado con un claro  $h_n$ . El par total fue la sumatoria de todos los pares calculados en el perfil del diente.

Para el cálculo del par reactivo por amortiguamiento viscoso en las zonas con claro  $h_1$  se usa la siguiente expresión:

$$T_{damph1} = \frac{\mu \cdot \omega \cdot r_{ext}^2 \cdot A_{ext}}{h_1}$$
(5.9)

Donde  $r_{ext}$  se refiere al radio externo del engrane, y  $A_{ext}$  al área externa de cada diente expuesto a este tipo de carga. Este par se multiplico posteriormente por el número de dientes expuestos a amortiguamiento viscoso en cada engrane.

Para el cálculo del par reactivo por amortiguamiento viscoso en las zonas con claro  $h_3$  se usa la siguiente expresión:

$$T_{damph3} = \frac{\mu \cdot \omega \cdot r_{int}^2 \cdot A_{int}}{h_3}$$
(5.10)

Donde  $r_{int}$  se refiere al radio externo de raíz del engrane y  $A_{int}$  al área en la zona de la raíz del engrane. Nuevamente este par se multiplico por el número de dientes expuestos a amortiguamiento viscoso.

Finalmente, el par reactivo por amortiguamiento viscoso en las áreas de la involuta se calculó con la siguiente expresión:

$$T_{damph(n)} = \frac{\mu \cdot \omega \cdot l \cdot s_n \cdot (r_n + r_{n-1})^2}{4 \cdot h_n}$$
(5.11)

Donde los radios y las longitudes de curvas diferenciales  $r_n$  y  $s_n$  ya han sido definidas previamente.  $h_n$  se define como el claro que le corresponde a cada diferencial de área en las que se dividió el área de la involuta ( $s_n x l$ ). Este claro se define con la siguiente expresión:

$$h_n = r int_{house} - \frac{r_n + r_{n-l}}{2}$$
(5.12)

Donde *rint<sub>house</sub>* es el radio interno de la carcasa, donde se alojan los engranes extremos.

Nuevamente, el par reactivo en esta última zona fue multiplicado por el número de dientes que están expuestos al amortiguamiento viscoso.

El par reactivo por amortiguamiento viscoso en las paredes laterales de los engranes se obtuvo derivando la ecuación 4.3 de la siguiente forma:

- Simplificando el área lateral de los engranes a un área circular con radio igual al radio de paso (r<sub>p</sub>)
- 2. Sabiendo que el área diferencial en la superficie lateral puede simplificarse de la siguiente forma:

$$dA = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr \tag{5.13}$$

3. Entonces, substituyendo esta área y la expresión de velocidad en la siguiente fórmula

$$T_{damp2} = \frac{\mu \cdot A \cdot v}{h} \times r \tag{5.14}$$

Entonces:

$$dT_{damp2} = \frac{\mu \cdot (2\pi \cdot rdr) \cdot \dot{\theta} \cdot r}{h} \cdot r$$

$$dT_{damp2} = \frac{2 \cdot \mu \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \dot{\theta} \cdot dr}{h}$$

$$T_{damp2} = \frac{2\mu \cdot \pi \cdot \dot{\theta}}{h} \int_0^{rp} r^3 dr$$

$$T_{damp2} = \frac{\mu \cdot \pi \cdot \dot{\theta}}{2 \cdot h} \cdot r_p^{-4}$$
(5.15)

Donde  $r_p$  es el radio de paso del engrane. Esta metodología asume que el movimiento del fluido solamente es influenciado por las velocidades circunferenciales de las paredes laterales de los engranes, sin considerar que el fluido puede tener movimiento en otras direcciones.

### 5.2.1 Resultados de Pares de Reacción por Amortiguamiento Viscoso:

En la tabla 5.1 se presentó el número de dientes por configuración, que son expuestos a arrastre. Simplemente el resto son sometidos a amortiguamiento viscoso. Por lo tanto, los pares reactivos en las áreas definidas por las distancias  $h_1$ ,  $h_2$  y  $h_3$  fueron multiplicadas por el número de dientes expuestos a estas condiciones. El par calculado para un área lateral del engrane fue simplemente multiplicado por 2 (dos caras laterales) en cada engrane.

Los resultados de pares reactivos por arrastre viscoso, para velocidades de salida de 200, 400 y 900 rpm, se listan a continuación, respecto a cada configuración analizada:

	Engrane	Engrane	Engrane	Engrane
CONFIGURACION	Extremo 1	Medio 1	Medio 2	Extremo 2
1	0.65 lb-in	n/a	n/a	0,65 lb-in
2	0.65 lb-in	0.43 lb-in	n/a	0.65 lb-in
3	0.65 lb-in	0.43 lb-in	0.43 lb-in	0.65 lb-in
4	1 lb-in	n/a	n/a	1.26 lb-in
5	0.74 lb-in	0.63 lb-in	n/a	0.95 lb-in
6	0.95 lb-in	0.78 lb-in	n/a	1.26 lb-in
7	0.80 lb-in	0.69 lb-in	0.78 lb-in	1.26 lb-in

Tabla 5.5 Resultados de pares reactivos por amortiguamiento viscoso a 200 rpm

CONFIGURACION	Engrane Extremo 1	Engrane Medio 1	Engrane Medio 2	Engrane Extremo 2
1	1.29 lb-in	n/a	n/a	1.29 lb-in
2	1.29 lb-in	0.86 lb-in	n/a	1.29 lb-in
3	1.29 lb-in	0.86 lb-in	0.86 lb-in	1.29 lb-in
4	2 lb-in	n/a	n/a	2.53 lb-in
5	1.49 lb-in	1.26 lb-in	n/a	1.89 lb-in
6	1.9 lb-in	1.56 lb-in	n/a	2.53 lb-in
7	1.6 lb-in	1.39 lb-in	1.56 lb-in	2.53 lb-in

Tabla 5.6 Resultados de pares reactivos por amortiguamiento viscoso a 400 rpm

CONFIGURACION	Engrane Extremo 1	Engrane Medio 1	Engrane Medio 2	Engrane Extremo 2
1	2.9 lb-in	n/a	n/a	2.9 lb-in
2	2.9 lb-in	1.94 lb-in	n/a	2.9 lb-in
3	2.9 lb-in	1.94 lb-in	1.94 lb-in	2.9 lb-in
4	4.54 lb-in	n/a	n/a	5.69 lb-in
5	3.35 lb-in	2.83 lb-in	n/a	4.26 lb-in
6	4.27 lb-in	3.52 lb-in	n/a	5.69 lb-in
7	3.6 lb-in	3.12 lb-in	3.52 lb-in	5.69 lb-in

Tabla 5.7 Resultados de pares reactivos por amortiguamiento viscoso a 900 rpm



Figura 5.6 Función del par promedio en cada configuración respecto a la velocidad de rotación de salida en cada configuración

Al igual que en los resultados presentados en la sección 5.2.1 para pares reactivos por arrastre, las configuraciones con engranes de mayor número de dientes generarán pares reactivos por amortiguamiento viscoso mayores en magnitud que las configuraciones con engranes más pequeños. La figura 5.6 presenta una gráfica que muestra la variación del par reactivo promedio en cada configuración, respecto a la velocidad de salida.

En este caso, la configuración 3 fue la más eficiente. Sin embargo, la magnitud de los pares debido a estas condiciones es significativamente baja comparándolos con los pares generados por arrastre viscoso. Debemos recordar que los valores graficados son valores promedios, por esta razón, resultó que una configuración con cuatro engranes tiene los pares reactivos promedios más bajos, ya que los pares reactivos en cada engrane se promediaron. El hecho que el engrane medio de la configuración genere menos par reactivo disminuirá el valor promedio final del par.

De los resultados anteriores, se observa un incremento de aproximadamente 100% de la configuración 1 (dos engranes, 13 dientes) a la configuración 4 (dos engranes, 15, 16 dientes), y de 60% de la configuración 3 (cuatro engranes de 13 dientes) a la configuración 7 (cuatro engranes de 13, 14, 15 y 16 dientes) a 1000 rpm de velocidad de salida. También se observa una tendencia lineal de los pares reactivos respecto a la velocidad de salida, por lo tanto, se concluye que los pares reactivos generados en zonas donde la velocidad es constante son los más significativos.

Estos valores fueron incluidos para los análisis estáticos de las configuraciones. Es importante que para estudios futuros se investigue más acerca de los claros entre los engranes y las carcasas para refinar éstos cálculos.

### 5.3 Pares Reactivos por Confinamiento de Fluido

El fluido lubricante es confinado dentro de la cavidad creada por dos dientes en contacto de un par de engranes acoplados. Mientras los engranes rotan, el volumen del fluido confinado es reducido continuamente hasta un volumen mínimo. La figura 5.7 muestra el volumen máximo y mínimo confinado por dos engranes acoplados.



Figura 5.7 a) Volumen confinado máximo al inicio del contacto b) Volumen confinado arbitrario durante el contacto c) Volumen confinado mínimo durante el contacto

El área de salida máxima confinada  $A_e$  decrece a un área mínima  $A_{ef}$  (ver figura 5.7). El fluido es forzado a fluir a través de estas dos áreas. Por lo tanto, el par reactivo generado por este fenómeno debe ser igualado para lograr la rotación de engranes. Es posible calcular este par reactivo calculando primeramente la velocidad de salida usando la forma integral de la ecuación de continuidad:

$$\frac{d}{dt} \int_{V} \rho dV = -\int_{c} \rho \overline{v} \cdot \overline{n} dS \tag{5.16}$$

Donde V es el volumen arbitrario, v es el vector de velocidad del flujo, n es el vector unitario normal a las áreas de salida S del fluido. El signo negativo indica que el volumen confinado disminuye. Esta ecuación puede ser expresada en términos del área de salida, el ángulo diferencial de rotación  $d\alpha$ , y la velocidad de rotación del engrane;  $\alpha$ .

$$v = -\frac{1}{2 \times S} \frac{dV}{dt} = -\frac{1}{2 \times S} \frac{dV}{d\alpha} \omega$$
(5.17)

Por lo tanto, la velocidad de salida del fluido se obtiene como una función de diferencial del volumen y ángulo de rotación del engrane. La presión final en cada diferencial de ángulo se obtuvo usando el principio de Bernoulli:

$$p_e^{(n)} = p_e^{(n-1)} + \frac{1}{2} \rho[(v_e^{(n-1)})^2 - (v_e^{(n)})^2]$$
(5.18)

De esta forma, es posible obtener la presión  $P_e^{(n)}$  para cada diferencial de ángulo de rotación y volumen evaluado. La fuerza reactiva es obtenida multiplicando las presiones resultantes por las áreas del perfil de los dientes expuestas a esta presión, mostradas en la figura 5.7 ( $A_p^1, A_p^n, A_p^3$ ).

El par reactivo se obtiene multiplicando la fuerza reactiva promedio dentro del volumen confinado por el radio de paso del engrane. Es importante mencionar que para los engranes intermedios, el par reactivo fue considerado el doble, ya estos engranes presentarán dos volúmenes confinados con los engranes adyacentes. Nuevamente es importante mencionar que la metodología que se utilizo para calcular los pares reactivos por confinamiento es no conservadora, ya que esta metodología no incluye el arrastre viscoso dentro del volumen confinado. Para este trabajo no se contó con un valor apropiado de coeficiente de arrastre viscoso existente cuando el aceite o flujo sale fuera del área confinada entre los dientes en contacto. Para futuros trabajos, es recomendable que se investigue un poco más sobres este coeficiente. Sin embargo, esta metodología provee una aproximación apropiada de pares reactivos debido a este tipo de carga.



5.3.1 Resultados de los Pares Reactivos por Confinamiento de Fluido.

Figura 5.8 Pares reactivos promedio por configuración generados por confinamiento de fluido.

Los pares reactivos por confinamiento del fluido son aproximadamente el doble que los pares reactivos por amortiguamiento viscoso, bajo las condiciones de claros evaluadas. Es posible observar que las configuraciones con tres o más engranes presentarán pares reactivos por este tipo de carga mayores que las configuraciones con dos engranes (configuraciones 1 y 4). Esto se debe principalmente a que los engranes intermedios presentarán pares reactivos en dos localizaciones, con sus dos engranes adyacentes; a diferencia de la única localización de confinamiento del fluido en engranes extremos.

A 1000 rpm, el par promedio en la configuración más sencilla (configuración 1) es aproximadamente 115% menor que este par en la configuración más grande (configuración 7) y 50% menor que la configuración 4 (dos engranes con 15 y 16 dientes). Esto se debe principalmente a que la velocidad de salida del fluido dentro del volumen confinado es mucho mayor en una configuración con engranes más grandes, ya que la velocidad tangencial en la zona confinada es más alta. Además, el diferencial de ángulo entre el volumen confinado máximo y mínimo es menor que en engranes con mayor número de dientes, lo que también provocara un aumento de la velocidad de salida del fluido.

Este incremento de velocidad de salida del fluido dentro del volumen confinado provoca un incremento de la presión dentro de este volumen. Por lo tanto, las áreas que generan el par reactivo (ver figura 5.7,  $A_p^{I}$ ,  $A_p^{n}$ ,  $A_p^{n}$ ,  $A_p^{n}$ ,  $A_p^{n}$ ) son expuestas a esta presión mayor en configuraciones con engranes más grandes, aumento entonces la fuerza reactiva.

El par reactivo también se incrementa debido a que el radio de paso será mayor en engranes más grandes. Por lo tanto, el par reactivo por confinamiento del fluido siempre será mayor en configuraciones más grandes.

Los pares reactivos por confinamiento de fluido a 200 rpm, 400 rpm y 900 rpm han sido calculados en cada engrane para ser incluidos en los análisis de esfuerzos. Se presentan en las siguientes tablas.

CONFIGURACION	Engrane Extremo 1	Engrane Medio 1	Engrane Medio 2	Engrane Extremo 2
1	0.18 lb-in	n/a	n/a	0.18 lb-in
2	0.18 lb-in	0.36 lb-in	n/a	0.18 lb-in
3	0.18 lb-in	0.36 lb-in	0.36 lb-in	0.18 lb-in
4	0.26 lb-in	n/a	n/a	0.24 lb-in
5	0.24 lb-in	0.51 lb-in	n/a	0.23 lb-in
6	0.29 lb-in	0.52 lb-in	n/a	0.24 lb-in
7	0.38 lb-in	0.83 lb-in	0.73 lb-in	0.33 lb-in

Tabla 5.8 Pares reactivos por confinamiento de fluido a 200 rpm

	Engrane	Engrane	Engrane	Engrane
CONFIGURACION	Extremo 1	Medio 1	Medio 2	Extremo 2
1	0.71 lb-in	n/a	n/a	0.71 lb-in
2	0.71 lb-in	1.43 lb-in	n/a	0.71 lb-in
3	0.71 lb-in	1.43 lb-in	1.43 lb-in	0.71 lb-in
4	1.04 lb-in	n/a	n/a	0.94 lb-in
5	0.95 lb-in	2.03 lb-in	n/a	0.91 lb-in
6	1.16 lb-in	2.08 lb-in	n/a	0.94 lb-in
7	1.54 lb-in	3.33 lb-in	2.92 lb-in	1.31 lb-in

Tabla 5.9 Pares reactivos por confinamiento de fluido a 400 rpm

CONFIGURACION	Engrane Extremo 1	Engrane Medio 1	Engrane Medio 2	Engrane Extremo 2
1	3.61 lb-in	n/a	n/a	3.61 lb-in
2	3.61 lb-in	7.23 lb-in	n/a	3.61 lb-in
3	3.61 lb-in	7.23 lb-in	7.23 lb-in	3.61 lb-in
4	5.26 lb-in	n/a	n/a	4.76 lb-in
5	4.81 lb-in	10.32lb-in	n/a	4.62 lb-in
6	5.87 lb-in	10.52lb-in	n/a	4.76 lb-in
7	7.80 lb-in	16.72lb-in	14.80lb-in	6.64 lb-in

Tabla 5.10 Pares reactivos por confinamiento de fluido a 900 rpm.

## 5.4 Pares Totales en Todas las Configuraciones

La gráfica de pares totales respecto a la velocidad de rotación, al igual que los pares reactivos totales se presentan a continuación:



Figura 5.9 Función del par promedio total respecto a la velocidad de rotación de salida en cada configuración.

CONFIGURACION	Engrane Extremo 1	Engrane Medio 1	Engrane Medio 2	Engrane Extremo 2
1	1.66 lb-in	n/a	n/a	1.66 lb-in
2	1.66 lb-in	2.05 lb-in	n/a	1.66 lb-in
3	1.66 lb-in	2.05 lb-in	2.05 lb-in	1.66 lb-in
4	2.73 lb-in	n/a	n/a	3.42 lb-in
5	2.10 lb-in	3.52 lb-in	n/a	2.45 lb-in
6	2.59 lb-in	4.21 lb-in	n/a	3.42 lb-in
7	2.46 lb-in	4.23 lb-in	4.42 lb-in	3.52lb-in

Tabla 5.11 Pares Totales de reacción a 200 rpm

CONFIGURACION	Engrane Extremo 1	Engrane Medio 1	Engrane Medio 2	Engrane Extremo 2
1	5.36 lb-in	n/a	n/a	5.36 lb-in
2	5.36 lb-in	7.32 lb-in	n/a	5.36 lb-in
3	5.36 lb-in	7.32 lb-in	7.32 lb-in	5.36 lb-in
4	8.88 lb-in	n/a	n/a	11.16 lb-in
5	6.92 lb-in	12.81 lb-in	n/a	7.92 lb-in
6	8.47 lb-in	15.29 lb-in	n/a	11.16 lb-in
7	8.22 lb-in	15.51 lb-in	16.13 lb-in	11.53 lb-in

Tabla 5.12 Pares totales de reacción a 400 rpm

CONFIGURACION	Engrane Extremo 1	Engrane Medio 1	Engrane Medio 2	Engrane Extremo 2
1	23.49 lb-in	n/a	n/a	23.49 lb-in
2	23.49 lb-in	34.63 lb-in	n/a	23.49 lb-in
3	23.49 lb-in	34.63 lb-in	34.63 lb-in	23.49 lb-in
4	39.28 lb-in	n/a	n/a	49.4 lb-in
5	30.83 lb-in	61.30 lb-in	n/a	34.79 lb-in
6	37.54 lb-in	72.99 lb-in	n/a	49.40 lb-in
7	37.12 lb-in	74.63 lb-in	77.28 lb-in	51.27 lb-in

Tabla 5.13 Pares totales de reacción a 900 rpm

De la tabla 5.13 se observa que los pares reactivos se incrementan en las configuraciones con engranes más grandes. En el caso de las configuraciones con dos engranes, pares reactivos de 39.28 y 49.4 lb-in son generados en la configuración 4 (15 y 16 dientes), comparados con los pares de 23.49 lb-in generados en la configuración 1 (dos engranes con 13 dientes cada uno). También se observa que en la configuración más grande (configuración 7), los pares reactivos llegan a ser de hasta 77.3 lb-in, significando un incremento de aproximadamente 229% respecto a los pares generados en la configuración 1. El impacto del tamaño de la configuración en los pares reactivos es directamente proporcional y tanto la presión como la potencia de entrada requeridas para el mismo par de salida pueden ser mayores en configuraciones más grandes.

Estos pares fueron aplicados a los modelos de elemento finito para el cálculo de presión y esfuerzos en los engranes. Los detalles de estos análisis se documentaron en la siguiente sección.

## CAPITULO 6. EVALUACIÓN ESTRUCTURAL COMPARATIVA

Ya calculados los pares reactivos en las configuraciones que son evaluadas, es posible llevar a cabo los análisis de elemento finito para el cálculo de esfuerzos de los engranes en cada configuración. Se llevaron a cabo análisis para tres casos en todas las configuraciones:

- 1. Par de salida igual a 1 lb-in y velocidad de salida de 200 rpm
- 2. Par de salida igual a 40 lb-in y velocidad de salida de 400 rpm
- 3. Par de salida igual a 50 lb-in y velocidad de salida de 900 rpm.

Las propiedades del material usado para los todos los análisis fue Nylamid; ya que la fabricación de prototipos con este material sería muy sencillo. (Modulo de Elasticidad a  $75^{\circ}F = 400$  ksi, Razón de Poisson = 0.35).

Se llevaron análisis de elemento finito para hacer una comparación de esfuerzos entre todas las configuraciones. A continuación se explicará detalladamente las condiciones de frontera, metodología de modelación y resultados.

### 6.1 Cálculo de Presión para generar movimiento y par en los motores

Es necesario entender como se trasmite la presión al sistema para aplicar las presiones a los modelos. El par que genera el movimiento de los engranes se debe a un diferencial de presión generado en los dientes de los engranes. Como se puede observar en la figura 6.1, en un motor de dos engranes, se genera un diferencial de presión en dos dientes de los engranes, por lo cual, se podría pensar que dos dientes son los que generan el par de salida. Sin embargo, esta figura también muestra que el par generado por el diferencial de presión en un diente, es cancelado por el diferencial de presión de otro diente localizado en la parte media del sistema. Por lo tanto, solamente un diente es el encargado de generar presión y mover el sistema de dos engranes.



Figura 6.1. Distribución de presión y generación de par en un motor de dos engranes [15]

Al igual que en esta configuración de dos engranes, en otras configuraciones también existirán pares que se cancelan. Este fenómeno debe tomarse en cuenta con mucho cuidado cuando se modelan matemáticamente estos sistemas. En los análisis de elemento finito que se llevaron a cabo para encontrar las presiones se incluyó apropiadamente este fenómeno.

## 6.2 Metodología de Mallado y Condiciones de Frontera

## 6.2.1 Metodología de Mallado y Acoplamientos

Los modelos de elemento finito para las siete configuraciones evaluadas fueron creados con elementos tipo "SOLID45". Estos elementos son estructurales y prismáticos (tres dimensiones). El elemento se define por tener 8 nodos, uno en cada arista y tres grados de libertad en cada nodo (translación en ejes X, Y y Z). También son elementos de primer grado (no existen nodos intermedios en los bordes).

Las mallas usadas para todas las configuraciones tienen las características expuestas en las siguientes figuras:



Figura 6.2. Malla para la configuración de tres engranes, 13 dientes. Todas las demás configuraciones siguieron la misma configuración de malla.



Figura 6.3 Zona 1 de malla



Figura 6.4 Zona 2 de malla.

Las figuras 6.3 y 6.4 muestran detalles de la malla en zonas críticas. En la zona de contacto, los nodos de los dientes en contacto son coincidentes. De esta forma, los resultados en el contacto serán más confiables. Cabe mencionar que el contacto se simulo sin fricción, asumiendo que los dientes están bien lubricados, ya que el aceite utilizado es de alta viscosidad y evita desgaste en motores.

El número de elementos en los chaflanes son cuatro en las zonas lejanas al contacto, y seis en los chaflanes de los dientes en contacto, como se puede observar en las figuras 6.3 y 6.4.

La densidad de malla en los dientes que se encuentran en contacto es mayor a la densidad de malla en zonas alejadas.

La zona 3 hace referencia a un "nodo maestro" en la parte central de los engranes, cuyos grados de libertad están acoplados a los nodos del área interior de los agujeros de los engranes. De esta forma, este nodo funcionó como un perno acoplado en forma rígida al área interior de los agujeros. Por lo tanto fue posible aplicar los pares reactivos en cada engrane, restringir desplazamientos de los engranes y obtener las reacciones cortantes debido a las presiones aplicadas.

### 6.2.2 Restricciones de Frontera

Las restricciones de desplazamiento en todos los modelos son ejemplificadas con las siguientes figuras:



Figura 6.5 Restricciones de desplazamiento en configuración 6

Figura 6.6 Aplicación de presiones y pares reactivos a la configuración 6

Los pares reactivos, calculados en el capítulo anterior, fueron aplicados directamente a los nodos maestros de cada engrane, excepto al nodo maestro cuya rotación esta restringida, localizado en el engrane de salida. Sin embargo, el momento de reacción en este último nodo fue monitoreado de tal forma que fuera igual al par reactivo en ese engrane más el par de salida deseado.

La metodología para encontrar la presión correcta en el modelo fue de forma iterativa, con los pasos que se describen a continuación:

- 1. Aplicar presión inicialmente asumida a los modelos
- 2. Monitorear valor de momento resultante en el nodo maestro del engrane de salida (restringido axialmente)
- 3. Si el valor del momento resultante es igual al par reactivo mas el par de salida, la presión es la correcta, si no, seguir siguiente paso
- 4. Hacer una corrección lineal de la presión para obtener el momento resultante que se requiere.
- 5. Verificar nuevamente el valor del momento resultante y regresar al paso 3.

Una vez obtenida la presión adecuada en cada configuración, se obtuvieron resultados de esfuerzos para llevar a cabo el análisis comparativo.

Es importante mencionar, que los esfuerzos que se obtienen mediante esta metodología son esfuerzos estáticos. Para obtener esfuerzos dinámicos sería necesario multiplicar los esfuerzos obtenidos mediante este análisis por factores dinámicos, ya bien establecidos por AGMA según la aplicación.

### 6.3 Resultados de Esfuerzos y Presiones.

## 6.3.1 Esfuerzos de configuraciones a un par de salida de 1 lb-in, Velocidad de Salida de 200 rpm

A continuación se presentarán los resultados de esfuerzos para cada configuración:





Figura 6.7 Resultados de esfuerzos a una 1 lb-in de par de salida para la configuración 1.



Figura 6.8 Resultados de esfuerzos a una 1 lb-in de par de salida para la configuración 2



Figura 6.9 Resultados de esfuerzos a una 1 lb-in de par de salida para la configuración 3



Figura 6.10 Resultados de esfuerzos a una 1 lb-in de par de salida para la configuración 4



Figura 6.13 Resultados de esfuerzos a una 1 lb-in de par de salida para la configuración 7

Un resumen de los resultados de presión, esfuerzos y reacciones cortantes en los nodos maestros se presenta en la siguiente tabla:

		Esfuerzo	Esfuerzo de	
	Presion	Máximo en	contacto Máximo	Máxima Reacción
Configuración	Requerida [psi]	chaflán [psi]	[psi]	Cortante [lb]
1	60	559.4	403	41.30
2	43.5	416.1	427.3	30.62
3	33.5	316.65	437.5	22.26
4	79.5	630.86	346.6	56.3
5	59	473.07	265.1	41.1
6	66.5	564.42	252.4	46.44
7	62.5	529.13	204.8	43.32

Tabla 6.1 Resumen de resultados de esfuerzos máximos, presiones y fuerzas cortantes máximas en cada configuración para 200 rpm de velocidad de salida. (Todos los esfuerzos son equivalentes o de von Mises)

## 6.3.2 Esfuerzos en Configuraciones a un Par de salida de 40 lb-in, Velocidad de Salida de 400 rpm

A continuación se presentarán los resultados de esfuerzos para cada configuración:



Figura 6.14 Resultados de esfuerzos a 40 lb-in de par de salida para la configuración 1.



Figura 6.17 Resultados de esfuerzos a 40 lb-in de par de salida para la configuración 4



Figura 6.18 Resultados de esfuerzos a 40 lb-in de par de salida para la configuración 5



Figura 6.20 Resultados de esfuerzos a 40 lb-in de par de salida para la configuración 7

Un resumen de los resultados de presión, esfuerzos y reacciones cortantes en los nodos maestros se presenta en la siguiente tabla:

	Presion	Esfuerzo	Esfuerzo de	Máxima		
	Requerida	Máximo en	contacto Máximo	Reacción		
Configuración	[psi]	chaflán [ksi]	[ksi]	Cortante [lb]		
1	910	8.49	4.79	650.55		
2	510	5.67	4.89	375.51		
3	335	5.75	5.07	234.83		
4	830	6.56	2.15	699		
5	510	4.41	2.63	330.49		
6	520	4.61	2.84	341.77		
7	420	3.88	2.85	268.78		

Tabla 6.2 Resumen de resultados de esfuerzos máximos, presiones y fuerzas cortantes máximas en cada configuración para 400 rpm de velocidad de salida. (Todos los esfuerzos son equivalentes o de von Mises)

# 6.3.3 Esfuerzos en Configuraciones a un Par de salida de 50 lb-in, Velocidad de Salida de 900 rpm

A continuación se presentarán los resultados de esfuerzos para cada configuración:



Figura 6.24 Resultados de esfuerzos a 40 lb-in de par de salida para la configuración 4.



 $\begin{bmatrix} 0.887206_{1198} & 2396_{3593} & 4791_{5988} & 7186_{8384} & 9561_{10779} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.696_{1082} & 2142_{3243} & 4323_{5404} & 6494_{7544} & 8495_{9725} \end{bmatrix}$ Figura 6.27 Resultados de esfuerzos a 50 lb-in de par de salida para la configuración 7.

10.78 ksi

Un resumen de los resultados de presión, esfuerzos y reacciones cortantes en los nodos maestros se presenta en la siguiente tabla:

Configuración	Presión Requerida [psi]	Esfuerzo Máximo en chaflán [ksi]	Esfuerzo de contacto Máximo [ksi]	Máxima Reacción Cortante [lb]
1	1650	15.39	6.35	937.5
2	1080	10.38	6.5	643.54
3	790	8.96	6.98	539.68
4	1840	14.58	4.29	1297
5	1300	10.38	3.75	890.23
6	1415	11.96	3.96	977.49
7	1280	10.78	3.52	875.17

Tabla 6.3 Resumen de resultados de esfuerzos máximos, presiones y fuerzas cortantes máximas en cada configuración para 900 rpm de velocidad de salida. (Todos los esfuerzos son equivalentes o de von Mises)

### 6.4 Análisis de Resultados Estructurales

Como se ha mencionado, los esfuerzos obtenidos en la sección anterior son esfuerzos estáticos. Sin embargo, existen cargas dinámicas en los dientes que impactan durante el funcionamiento del motor. Para calcular los esfuerzos debido a este impacto, es necesario dividir los esfuerzos estáticos obtenidos del análisis anterior entre factores de dinámica. La metodología para calcular estos factores fue definida por el AGMA y explicada anteriormente. (Ver capítulo 4).

Los factores de impacto para cada configuración son los siguientes:

	Velocidad de Línea de Paso [ft/s]			Factor de Dinámica		
	a 400 A 900		a 200	a 400	a 900	
Configuración	a 200 rpm	rpm	rpm	rpm	rpm	rpm
1	65.45	113.45	255.25	0.861	0.824	0.758
2	65.45	113.45	255.25	0.861	0.824	0.758
3	65.45	113.45	255.25	0.861	0.824	0.758
4	69.81	139.63	314.16	0.857	0.809	0.738
5	65.45	130.9	294.52	0.861	0.814	0.744
6	69.81	139.63	314.16	0.857	0.809	0.738
7	69.81	139.3	314.16	0.857	0.809	0.738

Tabla 6.4 Factores de dinámica en cada configuración. (Estos factores dependen de la velocidad de la línea de paso también mostrada en esta tabla).

Estos factores de impacto deben ser aplicados solamente a los esfuerzos en los dientes que se encuentran en contacto. Estos factores no son aplicados a los esfuerzos en los dientes lejanos a la zona de impacto.

Los esfuerzos equivalentes máximos son mostrados en las siguientes figuras. Es importante mencionar que los esfuerzos en los chaflanes y de contacto deben analizarse por separado. La línea comparativa de esfuerzos en los chaflanes podría aumentar o disminuir si se variara el radio del chaflán. Sin embargo, la proporción de esfuerzo entre las configuraciones se mantendría igual a la mostrada en las siguientes gráficas.



Figura 6.28 Esfuerzos equivalentes en el chaflán en función de velocidad y configuración



Figura 6.29 Esfuerzos equivalentes de contacto en función de velocidad y configuración

Las figuras 6.28 y 6.29 muestran que las configuraciones que presentaron menores esfuerzos en el chaflán son las siguientes bajo los distintos escenarios:

- a) 200 rpm y 1 lb-in: configuraciones 2, 3 y 5
- b) 400 rpm y 40 lb-in: configuraciones 5, 6 y 7
- c) 900 rpm y 50 lb-in: configuraciones 2, 3 y 5

Respecto a los esfuerzos de contacto, las configuraciones con esfuerzos más bajos son las siguientes:

- a) 200 rpm y 1 lb-in: configuraciones 5, 6 y 7
- b) 400 rpm y 40 lb-in: configuraciones 4, 5 y 6
- c) 900 rpm y 50 lb-in: configuraciones 5, 6 y 7

Desde el punto de vista estructural, otros parámetros a considerar en el diseño de motores hidráulicos son las reacciones cortantes en los ejes así como también las presiones requeridas para operar los motores a la velocidad y par de salida requeridos. Las siguientes figuras muestran las reacciones en los ejes y las presiones antes mencionadas.



a)

Figura 6.30 a) Reacciones máximas en ejes de engranes. b) Presión requerida calculada para mover cada configuración con el par definido.

Como muestra la figura 6.30, se observa una tendencia similar a las velocidades de salida de 400 rpm y 900 rpm para las reacciones de corte y presión, mostrando que las configuraciones 3, 5 y 7 presentaron reacciones cortantes y presión mas bajas que las demás configuraciones.

De las figuras de esfuerzos en la zona de contacto, se observan gradientes de esfuerzos resultantes muy altos, desde la zona de contacto, a través del espesor del diente, en resultados de algunas configuraciones (figuras 6.25, 6.26, 6.27). Este comportamiento de los esfuerzos hace pensar que los resultados de esfuerzos de contacto en las configuraciones en cuestión no son del todo confiables. Habiendo modelado una malla suficientemente densa en la zona de contactos (ver figura 6.3), es posible asumir que este comportamiento no se debe a una densidad inapropiada de elementos en esta zona. Estos gradientes de esfuerzo tan altos en algunas configuraciones pueden deberse a bajas fuerzas de contacto y a la interacción de mas de dos dientes de contacto en estas configuraciones, provocando esfuerzos a compresión en ambos lados del diente del engrane y así, disminuyendo abruptamente los esfuerzos de contacto. Esto es lo que podría observarse en un escenario real, pero se recomienda más análisis para validar esta hipótesis.

Para estudios futuros, es recomendable revisar los esfuerzos de contacto en estas configuraciones más a fondo, llevar a cabo análisis de sensibilidad del estado de esfuerzos de contacto como función de la posición del contacto y definiendo contactos en un solo diente por engrane. (En este estudio se definió contactos en dos dientes para el engrane de salida y uno para el engrane que impulsa).

Sin embargo, en este estudio se han utilizado las reacciones de contacto para calcular esfuerzos de Hertz y así obtener esfuerzos de contacto más confiables.

Usando las cargas de tangenciales localizadas en la zona de contacto de los engranes de salida, obtenidas de los resultados de elemento finito, se calcularon los esfuerzos de Hertz. Estos resultados de esfuerzos resultaron ser más conservadores que los esfuerzos de contacto calculados con el método de elemento finito. Sin embargo, la variación de esfuerzos es casi idéntica a aquella obtenida con elementos finitos. Por lo tanto, las comparaciones antes mencionadas siguen aplicando. Las siguientes figuras muestran las cargas tangenciales y los esfuerzos de Hertz en todas las configuraciones.



Figura 6.31 a) Cargas tangencial resultantes en diente de contacto de engrane de salida. b) Esfuerzos de contacto calculados por el método de Hertz.

De los resultados anteriores, es posible recomendar una configuración desde el punto de vista estructural. La configuración que en general presento estados de esfuerzo más bajos fue la configuración 5 (tres engranes, 13, 14 y 15 dientes). Para todos los escenarios evaluados, esta configuración se ubicó siempre dentro de las tres con menor esfuerzo, menor presión requerida y por lo tanto, menores reacciones cortantes en los pernos de sujeción. La configuración 5 presentó siempre esfuerzos menores a la configuración actual (configuración 1, dos engranes de 13 dientes) y esfuerzos menores o aproximadamente iguales a configuraciones más grandes o con engranes más grandes (4, 6 y 7). Como se ha mencionado antes, las configuraciones más grandes presentan pares reactivos más grandes, por lo que requieren mayor presión de entrada para atenuar estas reacciones.

### 6.5 Flujo Requerido por cada Configuración y Potencia

La cantidad de flujo volumétrico que requiere cada configuración no es la misma debido al tamaño y cantidad de engranes. Es necesario tomar este parámetro en cuenta durante el diseño de este tipo de motores.

Para calcular el flujo volumétrico por cada engrane, se utiliza la ecuación de continuidad, definida con la siguiente fórmula:

$$Q_{n-1} = Q_n \tag{6.1}$$

Donde  $Q_{n-1}$  es el flujo de entrada al motor, y  $Q_n$  en el flujo que sale del motor.

La ecuación previamente mostrada puede expresarse en términos de la velocidad de giro de cada engrane mediante las siguientes fórmulas:

$$Q = \theta_1 \times n_1 \times V + \theta_2 \times n_2 \times V + \theta_3 \times n_3 \times V + \dots$$
(6.2)

Donde Q es el flujo volumétrico requerido para generar la velocidad de giro de salida  $[in^3/min]$ .

 $\theta_{1,2,3,..}$  es la velocidad de giro de cada engrane. [rpm]

 $n_{1,2,3...}$  en es número de dientes de cada engrane en cuestión.

V es el volumen que llena el fluido entre cada diente.  $[in^3]$ 

Calculando el flujo necesario para lograr una velocidad de salida de 400 y 900 rpm en cada configuración, el análisis comparativo de estos flujos se muestra en la siguiente gráfica:



Figura 6.32 Gráfica comparativa de flujo volumétrico para alcanzar una velocidad de salida de 400 y 900 rpm.

La Gráfica mostrada en la figura 5.32 muestra que las configuraciones con mayor número de engranes y engranes más grandes requieren mayor flujo volumétrico para alcanzar la misma velocidad de salida. Entre la configuración que requiere menor flujo (2 engranes de 13 dientes) y la que requiere mayor flujo (4 engranes, 13, 14, 15 y 16 dientes) existe una diferencia considerablemente alta. (147%). Por lo tanto, la bomba para el flujo requeriría considerablemente mayor potencia para operar la configuración más grande.

Las configuraciones de dos y tres engranes son una opción aceptable desde el punto de vista del flujo requerido ya que requerirían flujo volumétrico mucho más bajo que las configuraciones de cuatro engranes para obtener la misma velocidad de salida.

Una vez calculado el flujo volumétrico que requiere cada configuración para alcanzar la velocidad requerida, es posible calcular también la potencia requerida para cada configuración y con el par de salida definido. La potencia se calcula como el producto del flujo volumétrico y la presión, también calculada previamente mediante el método de elementos finitos:

*Potencia* = 
$$Q \times P$$

(6.3)

Donde P es la presión requerida en cada configuración para alcanzar la velocidad y par de salida requerido. La siguiente gráfica muestra los resultados de potencia requerida en cada configuración para velocidades y pares de salidas de 400 rpm, 40 lb-in y 900 rpm, 50 lb-in.



Figura 6.33 Potencia calculada para cada configuración a velocidades de salida de 400 y 900 rpm.

La potencia requerida para la configuración 7 (4 engranes, 13 a 16 dientes) es al menos 75% mayor a la que requerirían las tres primeras configuraciones. Se puede observar una influencia muy grande en la potencia debido al tamaño de los engranes, más que en el número de engranes. Una configuración con engranes más grandes, no es la mejor estructuralmente hablando y la potencia que se requeriría para alcanzar las mismas condiciones de operación, es mucho mayor que la que requeriría una configuración con engranes más pequeños. Por lo tanto, el uso de engranes de 16 dientes o más no es una opción práctica desde el punto de vista de la potencia.

Una bomba de 2 HP sería suficiente para operar un motor con las configuraciones 1, 2 y 3, a 900 rpm y 50 lb-in de par de salida. Para las configuraciones 4 y 5, se requeriría una bomba de 2.5 a 3 HP para las mismas condiciones. Para las ultimas dos configuraciones (con engranes de mayor tamaño), la bomba requerida tendría que ser de 3.5 a 4 HP. De esta forma, el consumo de energía sería mucho más grande para las ultimas dos configuraciones.

## CAPITULO 7. Diseño Conceptual de Motores y Banco de Pruebas

Este trabajo no incluyó la construcción de prototipos para pruebas experimentales. Sin embargo, si se propone el diseño de un banco de pruebas y de dos motores hidráulicos de engranes externos: de dos engranes (configuración 1) y tres engranes de 13, 14 y 15 dientes (configuración 5).

Siendo la configuración 5 aquella que mostró mejores resultados estructurales, es recomendable compararla con la configuración más común existente.

El material que se propone para los engranes, es de Nylon o de Nylamid. El esfuerzo de cedencia a tensión de estos materiales es aproximadamente 16 ksi []. Por lo tanto, los engranes propuestos, según los resultados obtenidos en este trabajo, podrían ser usados a velocidades iguales o menores de 400 rpm y pares de salida iguales o menores de 40 lb-in.

El material recomendado para las carcasas de los motores, es latón, por su fácil manufactura. Espesaremos describiendo el banco de pruebas propuesto.

### 7.1 Banco de Pruebas

El banco de pruebas que se propone es el siguiente:



Figura 7.1. Diagrama del Banco de Pruebas Propuesto.

Como se observa en la figura 6.1, el banco de pruebas consta primeramente de un contenedor de aceite, el cual, debe ser capaz de contener al menos 3 lts de aceite. Posteriormente, se coloca una bomba hidráulica de engranes externos, la cual bombeará el aceite requerido para los experimentos. Se recomienda este tipo de bomba de engranes, ya que otro tipo de bomba sería incapaz de bombear apropiadamente un fluido altamente viscoso y altamente denso como lo es el aceite para motor.

La potencia de la bomba dependerá de la velocidad y par de salida que se deseen alcanzar. Ver los resultados obtenidos en el capítulo 5 para elegir la potencia adecuada de la bomba. (figura 5.32).

Posterior a la bomba, se colocaría una conexión tipo T, la cual, desviaría una parte del flujo del aceite hacia el contenedor y otra hacía la trayectoria del motor evaluado. En la desviación con dirección al contendor de aceite, se colocaría una válvula manual (de bola o de globo). El objetivo de esta

configuración, es por razones de seguridad, para poder controlar mejor la presión y el cantidad de flujo másico dentro del sistema y evitar picos de presión.

Posterior a la conexión T, en la trayectoria hacia el motor evaluado, se colocaría primeramente una servo-válvula solenoide, después un censor de flujo, después un censor de presión y finalmente el motor de engranes a ser evaluado. Con la servo-válvula será posible controlar el paso de flujo hacia el motor de engranes desde una computadora a una distancia considerable. Al mismo tiempo, lo censores monitorearán la presión y cantidad de flujo resultante para generar determinada velocidad y par de salida.

El flujo de aceite que saldrá del motor evaluado será dirigido nuevamente al contenedor de aceite para ser reutilizado.

### 7.1.1 Servo-Válvula Solenoide

La servo-válvula solenoide se recomienda ser la siguiente:

Servo-válvula normalmente cerrada con tamaño del orificio de ½ pulgadas. La empresa "Burkert Fluid Control Systems" [20] ofrece una opción apropiada en su número de parte: 134317. Esta opción es la siguiente:



Figura 7.2. Sevo-Válvulo Solenide de la Empresa Burkert, Número de Parte 134317, tipo: 5281.

Esta servo-válvula es capaz de operar a una presión máxima de 232 psi, por lo que sería apropiada para pares bajos y velocidades de salida no mayores a 200 rpm.



Figura 7.3 Dimensiones de la servo-válvula recomendada para velocidades y pares de salida bajos (no a escala, dimensiones en mm; donde B1=100 mm, L1=65, E1=40 mm y D =25.4mm)

### 7.1.2 Censor de Flujo

El censor recomendado, de la misma empresa antes mencionada, es el número de parte 419587:



Figura 7.4 Censor de Flujo Número de Parte: 419587 de la empresa Burkert, tipo: 8020.

Este censor tiene la capacidad de operar hasta una presión máxima de 145 psi, y un fluido de viscosidad máxima de 300 centi-Stokes. La viscosidad del aceite SAE40 es de aproximadamente 900 centi-Stokes; por lo tanto, es recomendable trabajar con una fluido de menor viscosidad. Se recomienda trabajar con aceite para motor SAE10, ya que su viscosidad es aproximadamente 115 cSt, aunque la densidad es igual que la del SAE40.

En cuanto a la presión, no es recomendable operar con este dispositivo con pares y velocidades de salida altos, ya que su capacidad de presión esta limitada. (200 rpm y 3 lb-in máximo).

La velocidad de flujo máxima con la que este censor es capaz de operar es 10 m/s.

Las dimensiones de este dispositivo se muestran a continuación:



Figura 7.5 Dimensiones de Censor de Flujo, no a escala, en mm.

Este censor debe ser ensamblado en una conexión tipo T, que provee la misma empresa. Esta conexión es la tipo S020, la cual esta referenciada en la página de la misma empresa.

### 7.1.3 Censor de Presión

El censor de presión recomendado es igualmente provisto por la Burkert Fluid Systems, número de parte 444765:



Figura 7.6 Censor de Presión, Número de Parte 444765 de la Empresa Burkert, tipo 8311.

Este dispositivo tiene una capacidad de operación y medición de hasta 725 psi. Además de existir la posibilidad de monitorear la presión en el sistema con una computadora lejana, este dispositivo también cuenta con una pantalla digital que muestra la presión a cada instante. Las dimensiones de este dispositivo se muestran a continuación:



Figura 7.7 Dimensiones del Censor de Presión. No a escala. Dimensiones en mm.

### 7.2 Motores Hidráulicos

Para el diseño conceptual de los motores, se usarían engranes comerciales fabricados por la empresa SDP/SI (Stock Drive Products/Sterling Instruments)[]. Estos engranes son de material plástico (Nylon) de 13, 14 y 15 dientes. El ángulo de presión es de 20° y de módulo 2. A continuación se muestra la geometría y configuración de los engranes mostrados:



Figura 7.8 Engranes que serían usados para los Motores Hidráulicos.

Como se ha mencionado, los motores recomendados para experimentación son la configuración 1 ( dos engranes con 13 dientes) y la configuración 5 (3 engranes con 13, 14 y 15 dientes), ya que esta última configuración mostró en general esfuerzos más bajos. A continuación se describe cada configuración.

## 7.2.1 Descripción de Diseño Conceptual de Configuración 1

Esta configuración es la más común y la que actualmente existe. Como se ha mencionado, los engranes se compraría ya fabricados de la compañía SPD. El número de parte de los engranes que se usarían sería A1P2MYH20013 (engranes de 13 dientes, ver figura 6.8). Las flechas y los valeros se comprarían también fabricados de la misma empresa. Se usaría un eje de diámetro de 10 mm y 50 mm de longitud, con un número de parte asignado por SPD de A7X1M100050. Otro eje del mismo diámetro pero con 150 mm de longitud. Éste sería el eje de salida, con número de parte: A7X1M1000150. El material de estos ejes es acero inoxidable.

Se usarían 4 rodamientos de aguja para soporte de los dos ejes. Estos tienen asignados números de parte S99NH2MBN1010.

Se han diseñado propuestas para las carcasas que contendrían los componentes previamente mencionados. Los planos de estas carcasas se encuentran al final de esta sección. A continuación de muestra una vista de explosión del diseño propuesta para la configuración 1:



Figura 7.9 a) Modelo de CAD no explotado del diseño de la Configuración 1. b) Modelo de CAD explotado de la Configuración 1.

Es sumamente mencionar que debe incluirse un sello entre la carcasa superior e inferior (no mostrados en figura previa) para evitar fugas. Este sello debe tener la misma configuración de la cara inferior de la carcasa superior y debe ser de un material elástico, aunque de un espesor pequeño (menos de medio mm).

### 7.2.2 Descripción de Diseño Conceptual de Configuración 5

Como se ha mencionado anteriormente, la configuración 5 (13, 14 y 15 dientes) fue la que mejores resultados estructurales mostró.

Se recomienda que para futuros estudios, se construya un prototipo de esta configuración y comparar las curvas de esfuerzo resultantes con aquellas del modelo comúnmente usado y descrito en la sección anterior.

Los engranes recomendados para la construcción de esta configuración, son igualmente aquellos fabricados por la compañía SPD. El número de parte definido por la compañía son: A1P2MYH20013 para el engrane de 13 dientes, A1P2MYH20014 para el de 14 dientes y A1P2MYH20015 para el de 15 dientes. Los ejes y los baleros son los mismos a aquellos recomendados para la configuración anterior.

Los planos de las carcasas internas y externas fueron también diseñadas, y los planos de estas se encuentran igualmente al final de este capítulo.

A continuación de muestra una vista de explosión del diseño propuesta para la configuración 5:





Igualmente, es sumamente importante que se incluya un sello de material elástico entre la carcasa interna y externa, con la geometría de la cara inferior de la carcasa superior. Esto es indispensable en los dos motores para evitar fugas que deterioren rápidamente los motores y afecten su comportamiento.

Los planos de las carcasas se presentan a continuación en el siguiente orden: 1. Carcasa superior de la configuración 1, 2. Carcasa inferior de la configuración 2, 3. Carcasa superior de la configuración 5, 4. Carcasa superior de la configuración 5.

### 7.3 Planos de las Carcasas para las configuraciones 1 y 5.

A continuación se presenta planos de las partes superiores e inferiores de las carcasas, propuestas para las configuraciones 1 y 5.








## **CAPÍTULO 8. CONCLUSIONES Y TRABAJO PENDIENTE**

Este capítulo resume las conclusiones que se han alcanzado a lo largo de este trabajo, así como también el trabajo futuro para refinar los análisis y los resultados.

En cuanto al trabajo futuro se propone primeramente llevar a cabo una investigación detallada acerca de los claros entre los engranes y las carcasas, con los que actualmente son diseñados los motores hidráulicos. Esta investigación se llevo a cabo también en este trabajo, sin embargo, este tipo de datos es información confidencial que los actuales diseñadores guardan para mantener su ventaja competitiva. Sin embargo, se recomienda una nueva investigación acerca de estos datos para poder compararlo con el valor usado en este trabajo (0.02 inch).

Otro trabajo propuesto para investigación futura, es el valor del coeficiente de arrastre por pérdida de presión, entre los dientes de los engranes y el fluido hidráulico. En este trabajo se asumió que este coeficiente sería igual que al de un perfil en C. Sin embargo, se recomienda la futura comprobación de esta hipótesis mediante experimentación, o simulación por elementos finitos. (Programa de elementos finitos propuestos para el estudio de este coeficiente: ANSYS FLUENT).

Para trabajo futuro, también se propone la revisión de la metodología para la modelación de los contactos, y la revisión de los esfuerzos de contacto obtenidos en este trabajo. Se propone llevar a cabo análisis de sensibilidad del esfuerzo respecto a la posición del contacto, evaluar la definición del contacto, evaluando resultados cuando se establecen menor número de dientes en contacto, variando la densidad de la malla hasta obtener convergencia de resultados y así comparar con los resultados obtenidos, etc. Ver sección 6.4 para mayores detalles de este trabajo propuesto.

Los análisis analíticos, numéricos y de elementos finitos que se llevaron a cabo en este estudio aplican a condiciones de operación de motores hidráulicos cuando se ha alcanzado el estado estable. Éstos análisis no aplican para condiciones de estado transitorio de operación de los motores (arranque, condiciones de presión últimas). Como trabajo futuro también se propone llevar a cabo estos mismos análisis de esfuerzos para las condiciones transitorias descritas y evaluar si los esfuerzos son mayores que las condiciones evaluadas en este trabajo, así como también, llevar a cabo análisis comparativos de esfuerzos para estas nuevas condiciones. Para la condición de arranque, sería necesario considerar las fuerzas inerciales que deben vencerse al inicio de la rotación de los engranes en el intervalo de tiempo correspondiente. Para una condición de presión última, habrá que llevar a cabo antes una investigación acerca de las presiones máximas que podrían generar las fuentes de proveerían el fluido hidráulico, así como también, el intervalo de tiempo de estas presiones.

Finalmente, se propone como trabajo futuro la construcción del banco de pruebas propuesto en el capítulo 7, al igual que los motores con configuración 1 y 5 primeramente para su caracterización y también para validar los resultados obtenidos en este trabajo.

Basándonos en los resultados obtenidos en este trabajo, las conclusiones alcanzadas son las siguientes:

En base a la consideración de que el coeficiente de arrastre presente en el perfil de los dientes es similar al de un perfil de C, los pares reactivos debido a arrastre por perdidas de presión son los más altos, seguidos por los pares reactivos debido a confinamiento de fluido entre dientes en contacto. Estos últimos son aproximadamente 3 veces menores que los pares por arrastre. Los pares reactivos más bajos presentes en las configuraciones evaluadas son aquellos debido al amortiguamiento viscoso, ya que son aproximadamente 2 veces más bajos que los pares reactivos por confinamiento de fluido.

Para los tres casos antes mencionados, las configuraciones con más engranes y con engranes más grandes presentaron pares reactivos mayores que configuraciones con menos engranes y con engranes más pequeños. El incremento de par promedio total de la configuración más simple (configuración 1) a aquella más grande evaluada (configuración 7) es de 229% a una velocidad de salida de 1000 rpm. Por

lo tanto, la presión y potencia de entrada requerida para las configuraciones más grandes debe ser mayor que estos parámetros en configuraciones más pequeñas.

Tomando en cuenta, nuevamente, la consideración antes mencionada acerca del coeficiente de arrastre en el perfil de los dientes, solamente los pares reactivos por arrastre pueden ser incluidos para análisis de esfuerzos en este tipo de motores, sin que la exclusión de los otros dos tipos de pares reactivos afecte considerablemente los resultados finales. Esta conclusión aplica hasta una velocidad de salida de 1000 rpm.

A pesar que los pares reactivos fueron menores en las configuraciones de dos engranes, estas presentaron los esfuerzos más altos en los chaflanes, para los tres escenarios evaluados. Sin embargo, la diferencia de esfuerzos entre las configuraciones de tres y cuatro engranes fueron poco significativas. Para el escenario de 900 rpm con 50 lb-in de par de salida, las configuraciones que presentaron menores esfuerzos fueron las 2, 3 y 5, que son configuraciones de menor tamaño o menor número de engranes que la configuración 7.

En cuanto a los esfuerzos de contacto, se observa que existe un decremento significativo al usar configuraciones con engranes de distinto tamaño, siendo las configuraciones 5, 6 y 7 las que presentaron esfuerzos de contacto más bajos. Sin embargo, no existió una diferencia significativa de esfuerzos entre estas configuraciones, a pesar de la diferencia de tamaño de los engranes y el número de engranes presentes en la configuración 7.

Desde el punto de vista estructural, la configuración 5 es la mejor en términos generales de las siete configuraciones evaluadas. Ésta configuración se mantuvo dentro de las tres configuraciones con menor esfuerzos, (tanto en el chaflán, como de contacto) de las siete evaluadas, para los tres escenarios evaluados.

Desde el punto de vista de potencia, las configuraciones con menor número de engranes y engranes más pequeños son la mejor opción, ya que requerirían menor potencia para obtener la misma velocidad y par de salida. A pesar que las presiones requeridas en configuraciones más grandes son menores que aquellas en configuraciones más pequeñas, las configuraciones más grandes requieren mayor caudal del fluido, lo que incrementa la potencia requerida. Como se ha mencionado, esto aplica para condiciones de estado estable. Se recomienda evaluar también estos resultados bajo condiciones transitorias.

Finalmente, el usar engranes más grandes o mayor número de engranes como configuración en motores hidráulicos no significa precisamente aumentar la capacidad estructural del motor (obtener menores esfuerzos). Ya que las configuraciones más grandes ejercerán pares reactivos mayores que las configuraciones de menor tamaño.

## REFERENCIAS

- 1. Bogar-Patiño. Desarrollo de Actuadores Hidráulicos para Micromáquinas Herramienta, Universidad Nacional Autónoma de México, Mexico, 2007
- 2. Shu Wang, Hisatoshi Sakurai, and Aditya Kasarekar, 2011, The Optimal Design in External Gear Pumps and Motors, IEEE/ASME TRANSACTIONS ON MECHATRONICS, VOL. 16, NO. 5, OCTOBER 2011, 945-952
- 3. Seetharaman. An Investigation of Load-independent Power Losses of Gear Systems, Phd Thesis, The Ohio State University, US. 2009.
- Sistani, Ehsan. PIV Measurements Around A Rotating Single Gear Partially Submerged In Oil Within Modelled SAAB Gearbox. MSc Thesis, Chalmers University of Technology. Göteborg, Sweden 2010
- 5. Casoli P., Vacca A., Franzoni G., Guidetti M., 2008, Effects of Some Relevant Design Parameters on External Gear Pumps Operating: Numerical Predictions and Experimental Investigations. 6IFK Int. Fluidtechniches Kolloquium, 31 March, 2nd April 2008, Dresden Germany.
- 6. Vacca A., Lettini A., Casoli P., 2010, HYGESim: A Simulation model for external gear machines, part 2: Comparison with Experimental Results. International Journal of Fluid Power.
- 7. Magnusson. Numerical Analysis of the Lubricant Gap in External Gear Pumps Considering Micro level Surface Features, Chalmers University of Technology. Göteborg, Sweden 2011
- 8. Naranjo, Kussul, Ascanio. A new Pneumatic Vanes Motor. Mechatronics, Volume 20, Pages 424-427. April 2010.
- 9. Smith, Alexander. A Physical Introduction to Fluid Mechanics, Ed. John Wiley and Sons, University of Princeton, US, 2003
- 10. Fox and McDonalds. Introduction to Fluid Mechanics, 4th. Edition. Ed. John Wiley and Sons, Purdue University, USA 1992
- Urbiola-Leonardo. Mechanical Vibration Class, Notes #2, Universidad Nacional Autónoma de México, Mexico, © 2010
- 12. http://www.agma.org/publications
- 13. Shigley, Mitchell. Mechanical Engineering Design, Ed. Mc Graw Hill, 3ra Edición.University of Michigan, US 1985
- 14. Yi-Cheng, Chung-Biau. Stress Análisis of a helical gear set with localized bearing contact. Finite Elements in Analysis and Design, 2002, p. 707 723
- 15. EATON Hydraulic Company. Intro to Hydraulics Technology Student Workbook (http://www.eaton.com/Eaton/index.htm).
- 16. Jan Fluitman, Microsystems technology: objectives, Sensors and Actuators A: Physical, Volume 56, Issues 1-2, August 1996, Pages 151-166
- 17. Mott, Robert. Machine Elements Design, 2nd Edition, Ed. Prentice Hall, University of Dayton, US. 1992
- 18. Unverferth, Preonas. Hydraulic Motors Class Notes, Dayton University, US, 2007.
- 19. http://www.burkert.com/COM/57.html
- 20. http://www.sdp-si.com/