

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería

INSTITUTO DE INGENIERÍA

IDENTIFICACIÓN DE DAÑO EN EDIFICIOS MEDIANTE INSTRUMENTACIÓN ESTRUCTURAL

TESIS

que para obtener el grado de:

MAESTRO EN INGENIERÍA INGENIERÍA CIVIL - ESTRUCTURAS

presenta:

PABLO IVÁN ÁNGELES GUZMÁN

Director de tesis: Dr. JOSÉ ALBERTO ESCOBAR SÁNCHEZ

México DF, abril de 2012





Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente:	Dr. ROBERTO GÓMEZ MARTÍNEZ
Secretario:	M.I. JORGE ARTURO ÁVILA RODRÍGUEZ
Vocal:	Dr. JOSÉ ALBERTO ESCOBAR SÁNCHEZ
1 ^{er.} Suplente:	Dr. OSCAR LÓPEZ BÁTIZ
2 ^{do.} Suplente:	Dr. GERARDO AGUILAR RAMOS

Lugar donde se realizó la tesis:

INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM.

TUTOR DE TESIS:

Dr. JOSÉ ALBERTO ESCOBAR SÁNCHEZ

RESUMEN

Mediante la instalación de sensores, se puede seguir la forma en que los edificios vibran y determinar si existe variación de su comportamiento estructural a través del tiempo. De esta manera se puede no solo evaluar el riesgo de operación, sino también determinar la mejor estrategia para su rehabilitación estructural de ser esta necesaria. Se presenta un *Algoritmo para Identificar Daño Estructural*, AIDE, que permite detectar, localizar y cuantificar daño en edificios.

El algoritmo incluye la comparación de la matriz de rigidez original con la matriz perturbada empleando el *Método de la Matriz de Transformación*, MMT (Escobar, 2005). Adicionalmente, se presenta y evalúa el *Algoritmo de Reconstrucción Modal y Estructural*, ARME. Este permite obtener las frecuencias y formas modales, que por alguna razón, no pueden ser determinadas instrumentalmente de forma completa o que incluyen ruido instrumental. Para la reconstrucción de la matriz de rigidez, el ARME utiliza una técnica que es insensible al nivel del ruido.

Así mismo, se calcula el error en la reconstrucción de la matriz de rigidez lateral a partir de frecuencias y formas modales identificadas de forma incompleta y con distintos niveles de ruido instrumental. También, se establece el intervalo de aplicación del AIDE en marcos cuyo comportamiento está determinado por flexión o por cortante, y frente a diversos escenarios de daño. Se evaluaron escenarios en donde se daña uno, algunos, o todos los elementos estructurales, asimismo se consideraron diversas magnitudes de daño, y si éste se presenta únicamente en vigas o en columnas.

Se determinó que; bajo ciertas condiciones, el ARME reconstruye de manera exacta la matriz de rigidez. Este algoritmo, en conjunto con el MMT, resulta en una técnica que es eficiente numérica y prácticamente para la detección, localización y cuantificación del daño en edificios.

ABSTRACT

Instrumentation of buildings by means of displacement sensors, allows for their monitoring and determination of whether structural changes have occurred in their behavior over time. In this way, the risks may be assessed and a strategy for structural rehabilitation established. In this thesis an algorithm to identify structural damage, AIDE, which is able to detect, locate and quantify damage in buildings is presented.

The algorithm compares the original stiffness matrix and the disturbed matrix through the *Transformation Matrix Method*, MMT (Escobar, 2005). As ambient or forced vibration test usually result on incomplete frequencies and modal shapes which include instruments noise, an *Algorithm for Structural and Modal Reconstruction*, ARME, is used to obtain frequencies and mode shapes that were not obtained through instrumentation. For the reconstruction of the stiffness matrix, ARME uses a technique that is insensitive to noise level.

Furthermore, the error in the reconstruction of the lateral stiffness matrix is calculated from the incomplete frequencies and mode shapes identified, considering different levels of instruments noise. Moreover, the range of application of AIDE is presented in relation to the behavior of frames with shear-and-flexure response, as well as under various damage scenarios. Scenarios evaluated included damage to a few, several or all structural elements, also various degrees of damage, were considered and whether the damage occurs only in beams or columns.

It was determined that ARME accurately reconstructs the stiffness matrix under certain conditions. This algorithm, in conjunction with the MMT, results in a numerical technique that is both efficient and practical for detecting, locating and quantifying damage in buildings.

IDENTIFICACIÓN DE DAÑO EN EDIFICIOS MEDIANTE INSTRUMENTACIÓN ESTRUCTURAL

RESUMEN		5
ABSTRACT		7
INTRODUCCIÓN		
CAPÍTULO 1 IDENTIFI	CACIÓN DE DAÑO MEDIANTE SEGUIMIENTO ESTRUCTURAL	
1.1 DAÑO ESTRUCTU	IRAL EN EDIFICIOS	
1.1.1 Origen del dai	ĭо	
1.1.2 Tipología y cu	antificación del daño	14
1.1.3 Identificación	de daño estructural	
1.2 SEGUIMIENTO ES	STRUCTURAL	15
1.2.1 Medición de la	as vibraciones	15
1.2.2 Instrumentaci	ón estructural	
1.2.3 Identificación	de sistemas	
1.2.4 Inconveniente	s de la identificación de sistemas	
1.2.4.1 Ruido		19
1.2.4.2 Resolució	n	21
1.3 ACTUALIZACIÓN	DEL MODELO DE ELEMENTOS FINITOS	
1.3.1 Modelos mate	máticos analíticos y experimentales	
1.3.2 Errores asocia	dos con el modelo analítico	
CAPÍTULO 2 MÉTODOS	S DE IDENTIFICACIÓN DE DAÑO EN EDIFICIOS	23
2.1 CARACTERÍSTICA	S DE LOS MÉTODOS DE IDENTIFICACIÓN DE DAÑO	25
2.2 CAMBIOS EN LOS	S PARÁMETROS MODALES	
2.2.1 Cambios en la	s frecuencias resonantes	
2.2.2 Cambios en la	s formas modales	
2.2.3 Cambios en el	amortiguamiento modal	
2.3 CAMBIOS EN LA	MATRIZ DE RIGIDEZ Y/O MATRIZ DE FLEXIBILIDAD	
2.4 MÉTODOS BASA	DOS EN LA ACTUALIZACIÓN DE LA ESTRUCTURA	
2.4.1 Métodos de o	ptimización de la matriz actualizada	
2.4.2 Métodos de a	ctualización con base en la sensibilidad	
CAPÍTULO 3 MÉTODO	INTEGRAL PARA IDENTIFICACIÓN DE DAÑO EN EDIFICIOS	
3.1 PARÁMETROS M	ODALES MEDIDOS Y DAÑO ESTRUCTURAL	
3.1.1 Frecuencias y	formas modales naturales de vibrar	
3.1.2 Condiciones d	e ortogonalidad y normalización modal	
3.1.3 Evaluación de	la matriz de rigidez	
3.2 ALGORITMO DE	RECONSTRUCCIÓN MODAL Y ESTRUCTURAL	
3.2.1 Reconstrucció	n de parámetros modales no identificados	
3.2.2 Reconstrucció	n de la matriz de rigidez lateral	
3.2.3 Método de la		
3.3 ALGORITMO DE	DENTIFICACIÓN DE DAÑO ESTRUCTURAL	
3.3.1 Algoritmo pro	puesto	



3.3.2	Ventajas de aplicación	
CAPÍTUI	.0 4 EVALUACIÓN NUMÉRICA DE LOS ALGORITMOS PROPUESTOS	45
4.1	PARÁMETROS MODALES INCOMPLETOS Y RUIDO INSTRUMENTAL	
4.1.1	Metodología	
4.1.2	Parámetros modales incompletos	
4.1.3	Ruido instrumental	
4.1.4	Exploración del algoritmo de reconstrucción modal y estructural	
4.2	ALGORITMO DE IDENTIFICACIÓN DE DAÑO ESTRUCTURAL	54
4.2.1	Identificación de daño de manera integral	54
4.2.2	Tipo de estructura	55
4.2.3	Magnitud del daño	
4.2.4	Daño concentrado	57
4.2.5	Observaciones finales sobre el algoritmo de identificación de daño estructural	61
CAPÍTUI	O 5 APLICACIÓN PRÁCTICA	63
5.1	EDIFICIO SCT	63
5.2	RECONSTRUCCIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ	
5.3	IDENTIFICACIÓN DE DAÑO ESTRUCTURAL	
5.4	SENSIBILIDAD DEL MÉTODO DE LA MATRIZ DE TRANSFORMACIÓN	69
CONCLU	SIONES Y RECOMENDACIONES	71
REFERE	NCIAS	

INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas, el *seguimiento de la integridad estructural*, o de la salud estructural como algunos la llaman, se ha convertido en punto de atención entre la comunidad científica (Chang, 1998; Chang, 2002; Farhad, 2005 y Huston, 2010). Este interés del alto costo social, político y económico generado por el daño en la infraestructura cuando ocurren eventos destructivos. Adicionalmente, las vidas perdidas, y la amplia cobertura mediática inquietan a la opinión pública. Ante esto, aumenta la demanda social de prevención y mitigación del daño en las estructuras durante su vida útil.

Se define como *identificación de daño estructural*, a la capacidad de detectar, localizar y cuantificar los cambios introducidos en un sistema estructural, de manera intencional o sin ella, que afectan su integridad actual o futura (Sohn *et al.*, 2004). En esta definición de daño, está implícita la idea de que el daño no tiene significado, si no es mediante una comparación entre dos estados diferentes del sistema. En general se supone que uno de dichos estados representa las condiciones iniciales con respecto a las que se identifica el daño. Estas técnicas consideran cambios en el material y/o las propiedades geométricas, incluyendo los cambios en las condiciones de frontera y la conectividad del sistema.

Por otro lado, los avances tecnológicos en sensores inteligentes, tales como sensores inalámbricos (Qiang *et al.*, 2004), el perfeccionamiento del método del elemento finito (Long *et al.*, 2009), los progresos en las técnicas de muestreo modal (Ewins, 1984; Bendat y Piersol, 1989), y la mejora de métodos de identificación de sistemas lineales y no lineales (Goodwin y Payne, 1977; Alvin *et al.*, 2003) han permitido un importante adelanto en las técnicas de identificación de daño basadas en el análisis de la respuesta estructural.

La instrumentación estructural en un edificio y el estudio de los datos registrados permite evaluar la integridad de la misma. Con los registros de desplazamiento o de aceleración, es posible identificar variaciones o anomalías en el comportamiento estructural. Si se presentan diferencias en las mediciones entre dos estados temporales, se advierte que se presenta un cambio en el sistema, este cambio se atribuye al daño estructural. Si ambas mediciones se realizaron dentro del intervalo de comportamiento lineal, se supondría que en algún momento entre las dos mediciones; la estructura incursionó en el intervalo de comportamiento no-lineal.

Actualmente, la identificación de daño se realiza con base en inspecciones visuales y en consideraciones según el criterio y juicio profesional (Spencer, 1996). Dentro de estas inspecciones se encuentran los métodos acústicos o ultrasónicos, los métodos de campos magnéticos, las radiografías, los métodos de corriente de Foucault o el método de campo térmico; por nombrar algunas (Bungey y Millard, 1996; IAEA–TCS–17, 2002; Hellier, 2003). Todas estas técnicas requieren conocer la localización del daño *a priori* y que exista accesibilidad para la inspección visual o instrumental.



Una de las mejores técnicas analíticas para identificar daño, basada en el seguimiento estructural es mediante la comparación entre las frecuencias y formas modales resonantes de dos estados medidos experimentalmente (Doebling *et al*, 1998). La idea básica de esta tecnología, es que los parámetros modales (frecuencias, formas modales y amortiguamiento modal) están en función de las propiedades físicas de la estructura (masa, rigidez y amortiguamiento). Debido a esto, los cambios en las propiedades físicas, tales como la reducción de la rigidez, asociada con la aparición de grietas o la pérdida de conexión, se traducirán en una alteración detectable de la respuesta dinámica de la estructura.

Aun más, si se puede caracterizar la respuesta dinámica de un edificio mediante pruebas experimentales, la información se puede usar para calibrar un modelo de elemento finito de la estructura. Con el modelo que describe el comportamiento medido y mediante simulación numérica se puede proponer la mejor estrategia de rehabilitación de ser necesaria.

Por lo anterior, existe la necesidad de desarrollar métodos analíticos para identificar daño cuantitativamente (Curadelli *et al.*, 2008; Petryna y Krätzig, 2005). Estos métodos deben soslayar las incertidumbres inherentes del problema y tener aplicación práctica (Saito *et al.*, 2005; Yu *et al.*, 2007; Perera y Ruiz, 2008). De esta forma se ha impulsado el perfeccionamiento de algoritmos de identificación de daño mediante el uso de técnicas numéricas de vanguardia (Zapico y González, 2003; Huang *et al.*, 2003; Ma y Pines, 2003; Taha y Lucero, 2005). En este trabajo, se presenta un enfoque que permite examinar los cambios en las características de vibración de edificios para detectar, localizar y cuantificar el daño.

En la medida que se logren avances en la comprensión de los sistemas estructurales y se formulen técnicas numéricas eficientes, se tendrá la capacidad de generar diseños de infraestructura más racionales. Se hace hincapié en la necesidad de instrumentar estructuras, cuya falla causaría pérdidas con altas implicaciones sociales o económicas. La aceptación y uso común de estas técnicas, serán fundamentales para el desarrollo de infraestructura de alta tecnología (SHMII-4, 2009).

CAPÍTULO 1 IDENTIFICACIÓN DE DAÑO MEDIANTE SEGUIMIENTO ESTRUCTURAL

La idea de que la variación de la respuesta estructural entre dos estados temporales de un edificio puede proveer información concerniente con el daño existente es intuitiva. Sin embargo, existen diversas incertidumbres asociadas a las técnicas de detección de daño que enmascaran el problema. Por ello, la identificación de daño estructural con base en mediciones del comportamiento dinámico es una técnica difícil de aplicar prácticamente.

1.1 DAÑO ESTRUCTURAL EN EDIFICIOS

1.1.1 Origen del daño

De acuerdo con las propiedades elasto-plásticas de los materiales constituyentes de los elementos estructurales de un edificio, cuando el nivel de esfuerzo excede el *límite de proporcionalidad* o límite elástico se presentan deformaciones permanentes también llamadas deformaciones plásticas. Esto es debido a la ruptura de la unión interatómica de la estructura del material; es decir, al desarrollo de *microagrietamientos*. La "micro-falla" en el material se traduce en la plastificación de una parte o la totalidad de la sección transversal, lo cual modifica la rigidez del elemento y, en general, del sistema estructural en su conjunto (Martin, 2006). El edificio permanecerá estable mientras no se alcance el número de articulaciones plásticas necesarias para formar un mecanismo de colapso.

Así, surge una descripción de *daño estructural* en términos de *magnitud* y de *tiempo*.

- Magnitud. El daño comienza a nivel del material y ante un escenario de carga particular puede progresar a nivel del elemento y, luego, a nivel del sistema estructural.
- Tiempo. El daño se puede acumular de manera continua, tal como el asociado con fatiga o la corrosión. El daño también puede ser producto de un evento discreto programado, tal como una sobrecarga debida al cambio de uso; de un evento discreto imprevisto, tal como un sismo o una explosión.

Por otro lado, el proceso que describe la acumulación de daño de un elemento o sistema estructural hasta llegar a la falla se explica como una combinación entre degradación de resistencia y de rigidez. Debido a que la *rigidez* tiene un impacto directo en las características dinámicas del elemento o sistema estructural, se le considera un buen índice de daño. Lo anterior implícitamente acepta que, en la mayoría de los casos de daño estructural, el cambio en la masa y amortiguamiento es menor comparado con los cambios en la rigidez de una estructura. En este trabajo se define como *daño estructural en edificios* a la reducción de la rigidez de los elementos estructurales y, por lo tanto, del sistema estructural.

1.1.2 Tipología y cuantificación del daño

Los efectos del daño en un sistema estructural se pueden clasificar como lineales y no lineales. El *daño lineal* se presenta cuando el estado de una estructura permanece en el intervalo elásticolineal antes y después del evento que provocó el daño. Los cambios en las características dinámicas son resultado únicamente de las variaciones en la geometría y/o las propiedades de los materiales de la estructura y la respuesta dinámica puede describirse mediante el uso de ecuaciones lineales del movimiento. En este trabajo se estudia el daño estructural lineal.

El *daño no lineal* se presenta cuando la estructura inicialmente elástica-lineal, se comporta de manera no lineal después de que el daño se ha introducido en el sistema. Un ejemplo de daño no lineal es la formación de grietas que subsecuentemente se abren y cierran bajo las vibraciones del medio ambiente en estado de servicio.

Con base en la tipología de daño descrita, el problema fundamental consiste en detectar si existe una reducción en los coeficientes de rigidez del sistema estructural entre dos estados temporales. La perturbación asociada con el daño desencadena diversas reacciones, tales como: cambios en la estructura interna del material, cambios en las propiedades geométricas del elemento estructural, alteración de las condiciones de frontera y cambios en la conectividad del sistema. Debido a esto, los parámetros modales; particularmente frecuencias, formas modales y amortiguamiento modal sufren cambios.

1.1.3 Identificación de daño estructural

Se define como *identificación de daño estructural* a la capacidad de detectar, localizar y cuantificar el cambio de rigidez de un sistema estructural. Existen diversas técnicas empleadas para identificar daño, y éstas se pueden categorizar de acuerdo con los datos experimentales requeridos y el tipo análisis aplicado. Cada técnica proporciona resultados con distintos niveles de refinamiento y permite la detección de tipos particulares de daño.

Dentro de los métodos que identifican daño lineal, se pueden identificar los métodos que se basan en modelos matemáticos y los que no se basan en estos. Los métodos con base en modelos suponen que la respuesta del sistema instrumentado se puede simular, precisamente mediante un modelo matemático usualmente de elementos finitos. Los métodos que no se basan en un modelo numérico, detectan daño mediante una comparación directa de las características modales.

Un sistema de clasificación ampliamente aceptado, propuesto por Rytter (1993), define cuatro niveles de identificación de daño como sigue:

• *Nivel 1 (Detección)*: Verificación de la existencia del daño en la estructura.

- Nivel 2 (Localización): Nivel 1 más la localización espacial del daño.
- *Nivel 3 (Cuantificación)*: Nivel 2 más la cuantificación de la severidad del daño.
- Nivel 4 (Prognosis): Nivel 3 más la predicción del tiempo de servicio remanente de la estructura.

A la fecha, los métodos de identificación de daño con base en vibraciones que no hacen uso de algún modelo matemático, proveen el Nivel 1 y Nivel 2 de identificación de daño. Cuando se consideran métodos que se auxilian de un modelo matemático de la estructura, se puede alcanzar el Nivel 3 de identificación de daño. El Nivel 4 de prognosis, está generalmente asociado con el campo de la mecánica de la fractura, y los análisis de fatiga o de ciclo de vida, mismos que no se aborda en este trabajo.

Por último, se puede hacer una clasificación de las técnicas de identificación de daño, mediante una distinción entre los métodos que utilizan un seguimiento del desempeño estructural y los métodos que se aplican para detectar daño debido a eventos extremos. Por ejemplo, un sistema que considera mediciones continuas o intermitentes de acelerómetros montados en un puente, es radicalmente diferente en términos de instrumentación y adquisición de datos, a un sistema que solo recopila datos antes, durante o inmediatamente después de la ocurrencia de evento como puede ser un sismo, explosión o huracán.

1.2 SEGUIMIENTO ESTRUCTURAL

1.2.1 Medición de las vibraciones

Determinar las propiedades dinámicas de un edificio implica registrar en términos de desplazamiento, velocidad y aceleración la historia de su vibración ante alguna excitación. Posteriormente, mediante análisis modal se determinan sus parámetros modales (frecuencias modales, amortiguamiento modal y formas modales). Usualmente existen dos tipos de pruebas experimentales para obtener las características dinámicas (Salawu y Williams, 1995):

- Pruebas de vibración ambiental. Se miden excitaciones no controladas, considerándolas como procesos aleatorios estacionarios. Se reconoce que la estructura vibra ante perturbaciones como el viento, el tráfico o la actividad humana. Se determina la historia de aceleraciones durante un periodo largo para asegurar que la mayoría de los modos de interés son excitados en forma suficiente.
- Pruebas de vibración forzada. Son excitaciones controladas, producto de una fuente artificial. Tal es el caso de un vibrador de masas excéntricas o de un desplazamiento inicial impuesto. Se produce una excitación armónica de distintas frecuencias conocidas y se registra la respuesta una vez alcanzado el llamado estado estacionario.

El conocer o no las fuerzas de excitación hace la diferencia en los diferentes procedimientos de identificación de sistemas. Generalmente los amortiguamientos, frecuencias y formas modales, se pueden identificar sin necesidad de conocer la señal de excitación. No obstante, existen otros parámetros estructurales, tales como los factores de participación modal, que solo se pueden determinar si se conoce la excitación. La decisión de qué tipo de prueba usar para la medición depende de las características, los rasgos y la sensibilidad del daño que se desea identificar así como de la complejidad de la prueba dinámica.

Una de las ventajas de las pruebas de vibración forzada, consiste en que la señal de excitación es típicamente más fuerte y domina otras excitaciones capaces de producir ruido, resultando en una alta relación señal/ruido. Además, con excitaciones locales, se puede hacer vibrar una región de todo el sistema estructural. Por ello se facilita la extracción de los rasgos de sensibilidad de la respuesta estructural local. Una de las desventajas de las pruebas de vibración forzada, es que son más costosas que la vibración ambiental ya que requiere de equipo voluminoso para excitar la estructura.

En un registro producido por excitación ambiental, la señal de la excitación no se registra durante la prueba dinámica, y se supone con las características del ruido blanco. Estas pruebas son particularmente útiles en el desarrollo de técnicas de procesamiento en línea, o seguimiento de la integridad estructural en tiempo real de edificios y de puentes. Sus principales ventajas son que requiere de mediciones cortas y simples en campo, no interfieren con el funcionamiento normal del edificio y que los instrumentos de medición y el equipo se pueden instalar y operar con un número reducido de personal.

Una de las fuentes de error proviene del hecho de que ambos tipos de pruebas elegidas excitan el sistema estructural con pequeñas amplitudes sobre todo comparadas con las de un sismo o explosión. Por ello, este tipo de pruebas determinan las características dinámicas del edificio en el intervalo de comportamiento lineal, haciendo que el único daño cuantificable, sea el daño lineal.

Los transductores utilizados con mayor frecuencia para determinar las características dinámicas en un edificio son los acelerómetros. Se busca que un acelerómetro tenga un amplio intervalo de frecuencias con buena linealidad a través de los intervalos de medición. Esto produce robustez y confiabilidad en la determinación de las características dinámicas, además de estabilidad en las lecturas durante largos periodos de tiempo.

Para determinar la historia del movimiento de un edificio, existen varias técnicas. La más simple y precisa es mediante la instalación de acelerómetros en un punto de referencia y la colocación de acelerómetros *ambulantes* en otros puntos de la estructura y, si es necesario, en otras direcciones. Los puntos de medición deben elegirse con suficiente espacio entre ellos para obtener una buena resolución espacial. En todos los puntos, la diferencia de magnitud y de fase entre ambos acelerómetros, se obtiene cuando se alcanza el estado de respuesta transitoria. Las

mediciones son registradas y muestran cómo se mueven puntos particulares de la estructura. Sin embargo, los parámetros modales se determinan de la relación existente entre la vibración de un punto con respecto a otro.

1.2.2 Instrumentación estructural

El proceso de adquisición de datos involucra la selección de las variables físicas a ser medidas, el tipo de sensores que se utilizarán, el sitio donde se colocarán, su número, su resolución y ancho de banda, así como el *hardware* necesario para adquisición, almacenamiento y transmisión de datos. Este proceso se determina específicamente para cada estructura. Las implicaciones económicas de estas decisiones juegan un papel determinante.

Se debe considerar si la instrumentación será permanente o intermitente. En algunos casos, es adecuado adquirir los datos antes y después de un evento severo como un sismo o una explosión. Sin embargo, si el modo de falla se debe al crecimiento paulatino de grietas por fenómenos temporales, es necesario recolectar los datos de forma prácticamente continua o en intervalos periódicos relativamente cortos.

Una vez obtenidos los datos, se normalizan para obtener tendencias estadísticas. Con estas, se pueden determinar las variaciones operacionales y ambientales del sistema. Uno de los métodos consiste en combinar datos de orígenes múltiples e integrarlos. El objetivo es integrar un conjunto amplio de mediciones obtenidas mediante arreglos de sensores, para definir con mayor precisión la respuesta estructural. Existen técnicas elaboradas para realizar esta tarea, tales como el uso de redes neuronales artificiales, la lógica difusa o los patrones de reconocimiento. Así, se formulan decisiones más robustas y confiables que las que se obtendrían con la información de una sola fuente.

La limpieza de los datos es el proceso selectivo de utilización o rechazo de datos y la eliminación de un porcentaje de la señal instrumental. Usualmente este proceso, se basa en el conocimiento adquirido por los individuos directamente involucrados en la adquisición de datos. Técnicas de procesamiento de señales como la *filtración* o el *diezmado*, son procedimientos tradicionalmente aplicados a los datos adquiridos durante pruebas dinámicas.

1.2.3 Identificación de sistemas

La técnica para determinar los parámetros modales de un sistema estructural a través del procesamiento de la respuesta dinámica medida experimentalmente es conocida como *identificación de sistemas* (Lin, 1985; Aktan *et al.*, 1997). Las coordenadas de todos los modos dentro del intervalo de frecuencia de interés constituyen una descripción dinámica completa del sistema estructural. El análisis modal es el proceso de determinar *todos* los parámetros modales, con los cuales, se puede formular un modelo dinámico matemático *completo*. Un análisis modal puede ser realizado mediante técnicas analíticas o experimentales.

En la dinámica estructural, los análisis modales experimentales se pueden considerar como un área de la identificación de sistemas para la determinación de los parámetros modales a partir de pruebas de vibración. Desde la década de los sesentas, los análisis modales experimentales han sido un tópico de investigación muy activo. El detalle de esta actividad se reporta en Ewins (1984). En la actualidad, el valor agregado de las técnicas basadas en modelos está probado, y los modelos de elementos finitos se han convertido en uno de los métodos de análisis universalmente aceptados.

Dentro de las aplicaciones de la información a través de un análisis modal experimental, se tienen las siguientes:

- Los datos de las formas modales y la subsecuente animación de las formas modales, ayudan a la creación y verificación de modelos modales dinámicos matemáticos concisos.
- Se establecen descripciones cualitativas de las formas modales, mismas que ayudan a la comprensión del comportamiento dinámico estructural y la localización y solución de problemas.
- Permiten hacer simulaciones con programas de computadora para el desarrollo de técnicas avanzadas de análisis estructural, que resultan en la predicción la respuesta ante excitaciones supuestas y revisión del desempeño dinámico. Predicen el cambio en las propiedades dinámicas debido a modificaciones físicas, tales como la adición o sustracción de cargas o al incremento o reducción de la rigidez de ciertos elementos. Predicen las modificaciones físicas requeridas para obtener la respuesta dinámica deseada. Predicen el comportamiento estructural combinado cuando dos o más estructuras están acopladas en una unidad.

1.2.4 Inconvenientes de la identificación de sistemas

En general, los parámetros modales obtenidos a partir de pruebas experimentales en edificios, son de calidad cuestionable por razones de alto ruido instrumental y de resolución espacial insuficiente debido número de reducidos sensores. Lo anterior se debe a que los parámetros modales representan una forma de compresión de datos. Estos se estiman a partir de mediciones de la historia de respuestas mediante el uso de diferentes procedimientos de identificación de sistemas, entre ellos el análisis modal experimental que obligan a que el volumen de datos se reduzca a un pequeño número de frecuencias y a sus correspondientes formas modales y valores de amortiguamiento modal.

Esta compresión de los datos se realiza con objeto de visualizarlos, interpretarlos físicamente y correlacionarlos matemáticamente con modelos numéricos de vibración estructural. Es decir, el uso de parámetros modales es más fácil que usar la historia de las mediciones reales. Debido a esta reducción de datos y al uso de procesos de identificación de sistemas, una parte de la información acerca del estado real de la estructura se pierde.

La pérdida de información ocurre debido a varios factores. Primero, para un sistema lineal, las propiedades modales son independientes de las características de la señal de excitación (amplitud y contenido de frecuencias) y de la localización de esta. En contraste, esto no ocurre con la historia de respuestas. Segundo, si la señal de excitación desencadena la respuesta en frecuencias mayores que aquellas que se puedan obtener con los parámetros de muestreo de datos, los modos que se identifiquen no podrán proveer información sobre las características de la respuesta de modos superiores.

Además, es común que dentro del intervalo de frecuencias medido, sea difícil identificar todos los modos que contribuyen a la respuesta medida. Esto se debe al acoplamiento entre modos que están muy cercanamente espaciados en frecuencia. Esta dificultad se observa principalmente en frecuencias altas del espectro, donde la densidad espectral es típicamente mayor.

Igualmente, la introducción de errores, tales como los que se derivan del muestreo en ventanas de los datos, la resolución con frecuencias finitas y los asociados con el cambio de las condiciones del medio ambiente durante la prueba, causarán que los parámetros modales identificados no correspondan totalmente a las características dinámicas de la estructura real.

Otro factor de error es el hecho de que el daño es, típicamente, un fenómeno local. La respuesta local es capturada mediante los modos de mayor frecuencia. En contraste, los modos de menor frecuencia muestran la respuesta global de la estructura y son menos sensibles a cambios locales en la misma. Desde el punto de vista de las pruebas, es más difícil excitar la respuesta de frecuencias altas de una estructura, ya que se requiere de mayor energía para producir amplitudes susceptibles de medición.

A pesar de las dificultades asociadas con la detección de daño con base en los cambios en los parámetros modales es aun más difícil, identificar daño examinando directamente la historia de respuestas. Cuantificar y localizar daño en una estructura, con base en los cambios en los patrones de las historias de respuestas y relacionarlas con cambios físicos en la estructura, es un problema muy complejo. Basta con un análisis del espectro de potencia en el dominio de la frecuencia para determinar la existencia de daño (detección de daño). El enfoque actual de identificación de daño con base en la variación de los parámetros modales es, sin duda, el más atinado.

1.2.4.1 Ruido

El nivel de ruido puede medirse en cualquier momento. Sin embargo éste varía ampliamente con el tiempo. Su origen proviene de dos fuentes: ambiental e instrumental. Se debe contar con una distribución estadística de ambas amplitudes registradas y, así, obtener un nivel de ruido equivalente continuo. No obstante, esta medición no se puede hacer de manera práctica por la cantidad de datos que implica. Dadas las pequeñas amplitudes de excitación dinámica de las pruebas experimentales, el ruido puede introducir desviaciones importantes. Para su análisis, el ruido ambiental e instrumental, se consideran como procesos estocásticos. Además, las mediciones son vulnerables a los efectos del medio ambiente. Dentro de estos, se pueden mencionar la humedad, la temperatura, la radiación nuclear, el ruido acústico, las sustancias corrosivas, la interferencia electromagnética y las vibraciones transversales. Si bien con la tecnología propia de los acelerómetros modernos algunas de estas fuentes de error se pueden minimizar o eliminar existen otras que no se han logrado soslayar tan cómodamente. Ya que la mayoría de los acelerómetros tiene una alta impedancia de salida, el ruido en la señal puede provenir de las conexiones del cable. Estas alteraciones pueden ser resultado de ciclos de masa, ruido triboeléctrico o ruido electromagnético.

A continuación se explica cada una de las fuentes de ruido.

Ruido ambiental

- *Esfuerzos en la base*: cuando un acelerómetro se monta sobre una superficie que experimenta variaciones de esfuerzos se genera una señal adicional como resultado del cambio de esfuerzo transmitido al elemento sensible. Los acelerómetros se diseñan con una capa gruesa y rígida en la base para minimizar este efecto.
- Radiación nuclear: los acelerómetros que se usan cerca de fuentes de radiación gamma, pueden acumular altas dosis de radiación y tener cambios en su funcionamiento. Esto es crítico en la instrumentación de edificios de centrales nucleares.
- Campos magnéticos: la sensibilidad ante los campos magnéticos es mínima en acelerómetros piezoeléctricos, pero crece en acelerómetros que dependen de una fuente eléctrica tradicional para su funcionamiento.
- *Humedad*: la mayoría de los acelerómetros están sellados con un pegamento epóxico o soldados para asegurar la confiabilidad de la operación en ambientes húmedos.
- Sustancias corrosivas: si los materiales usados para la construcción de los acelerómetros tienen poca resistencia a agentes corrosivos, se puede tener un problema, por ejemplo, en la instrumentación de edificios industriales.
- *Ruido acústico*: Normalmente el nivel de ruido presente en la maquinaria, no es suficientemente alto para causar algún error significativo en las mediciones de la vibración de la estructura. Se deberá tener atención a fuentes extraordinarias de sonido.
- Vibraciones transversales: los acelerómetros son sensibles a las vibraciones que actúan en direcciones ortogonales a la dirección de su eje principal de medición. Usualmente, en el plano transversal, perpendicular al eje principal, la sensibilidad es menor que el 3 ó 4% de la sensibilidad del eje principal. Si bien la frecuencia de resonancia transversal, cae

normalmente en el tercio de la frecuencia de resonancia del eje principal, se debe de tener cuidado cuando los niveles de vibración transversal sean altos.

Ruido instrumental

- Ciclo de masa: es una corriente no deseada que fluye a través del escudo del cable del acelerómetro que en condiciones normales, está al mismo potencial que el equipo de medición. Lo anterior se debe a que el equipo de medición y el acelerómetro están separados mediante "tierra". Este ciclo de masa se evita mediante el aislamiento eléctrico de la base de la superficie montada mediante una mica o tapete de caucho.
- *Ruido triboeléctrico*: es inducido, a menudo, en el cable del acelerómetro mediante movimiento mecánico del mismo cable. Este se origina de la capacidad local y cambio de carga debido a la flexión, compresión y tensión dinámica de las capas que componen el cable. Este problema se reduce mediante el uso de un cable con grafito y la sujeción del mismo al terreno tan cerca del acelerómetro como sea posible.
- Ruido electromagnético: es inducido, a menudo cuando el cable del acelerómetro se encuentra en la vecindad de maquinaria en operación. Los cables con doble escudo ayudan a reducir este efecto. Sin embargo, en casos severos se debería usar un acelerómetro balanceado o un preamplificador diferencial.

El ruido electrónico de los instrumentos se puede eliminar mediante el uso de transductores, amplificadores y convertidores análogos-digitales de alta calidad. Los errores en el procesamiento de la señal, tales como el diezmado o el suavizado, se pueden reducir o eliminar eligiendo los filtros y las señales de frecuencia de muestreo correctas.

1.2.4.2 Resolución

Las incertidumbres generadas por la falta de resolución instrumental surgen a partir de que el número de los grados de libertad que se pueden medir con sensores es mucho menor que el número de grados de libertad de la estructura real. Por ejemplo, con un acelerómetro triaxial únicamente se pueden medir tres de los seis grados de libertad de un nodo estructural en un espacio tridimensional. Esto es debido a que un acelerómetro triaxial no mide los grados de libertad rotacionales. Adicionalmente, algunos de los grados de libertad son inaccesibles al instrumental.

La posición de los sensores en el edificio, también puede ser causa de la obtención de datos incompletos. Esto es debido a que un sensor que detecta el modo fundamental no puede detectar modos superiores por encontrarse en un nodo modal. El problema del estado incompleto de los datos se vuelve significativo en estructuras grandes, donde es costoso no solo capturar datos en un gran número de sitios sino también procesar un gran volumen de datos. Es bien sabido que el estado incompleto del sistema medido resulta en la formulación de problemas mal condicionados y singulares.

Al usar un método de detección de daño basado en un modelo de elementos finitos, este contendrá usualmente decenas o cientos de miles de grados de libertad. Por lo que, para comparar matrices con el mismo rango, se deberá reducir el número de grados de libertad en el modelo o incrementar el número de las frecuencias y formas modales medidas.

1.3 ACTUALIZACIÓN DEL MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

1.3.1 Modelos matemáticos analíticos y experimentales

Generalmente, un *modelo matemático analítico*, no es un modelo exacto de la estructura misma. Más bien, es un modelo del comportamiento dinámico de la estructura que está regido por un conjunto de suposiciones y condiciones de frontera. Usualmente, para resolver los sistemas de ecuaciones diferenciales matriciales acopladas, se utiliza el método del elemento finito. Los *modelos matemáticos experimentales* se construyen a partir de datos modales medidos, que reproducen el comportamiento dinámico estructural bajo las condiciones de servicio. El modelo normalmente consiste de un conjunto de ecuaciones diferenciales independientes, una por cada modo medido.

Un método de identificación de daño estructural basado en un modelo matemático analítico basa todo su potencial en el prerrequisito de que las predicciones analíticas se pueden corroborar comparándolas con los datos registrados experimentalmente. Sin embargo, las predicciones numéricas del comportamiento de los sistemas físicos están limitadas por las suposiciones usadas en el desarrollo del modelo matemático. La *actualización del modelo* trata de refinar las hipótesis inválidas mediante el procesamiento de los resultados de las pruebas de vibración.

La actualización del modelo es un proceso lleno de dificultades numéricas. Estas surgen tanto de las inexactitudes en el modelo matemático como de las imprecisiones y la falta de información en las mediciones. Afortunadamente con las computadoras actuales, se pueden procesar modelos numéricos sofisticados a alta velocidad. Así mismo, los datos de mediciones análogas se pueden digitalizar rápidamente. Sin embargo, lograr que los resultados del modelo matemático coincidan con las mediciones experimentales, no es fácil.

Uno de los objetivos de la actualización del modelo estructural es que las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento tengan un significado físico y no solo una concordancia matemática exacta. No es útil obtener resultados matemáticamente correctos a partir de hipótesis sin significado físico. Por ejemplo la reconstrucción de la matriz de rigidez con valores negativos en la diagonal, es inaceptable.

Así, en la actualización del modelo se utilizan los resultados de las pruebas experimentales para mejorar el modelo numérico. El grado en que se puede mejorar un modelo numérico mediante la actualización depende de la riqueza de la información contenida en las mediciones de la prueba estructural. Una actualización estructural es completa si se mide el mismo número de grados de libertad experimentalmente que el que se tiene en el modelo de elementos finitos.

Un aspecto de importancia primordial para la detección de daño, es la dependencia de modelos analíticos detallados de elementos finitos y/o de datos experimentales de la estructura no dañada. A menudo, la falta de disponibilidad de este tipo de información puede hacer que un de detección de daño método sea impráctico para ciertas aplicaciones. El uso de cada método es específico para cada tipo de problema de ingeniería estructural.

1.3.2 Errores asociados con el modelo analítico

Cuando se desarrolla un modelo de elementos finitos, existen tres fuentes de errores comunes en el modelado, mismas que generan imprecisiones en las predicciones del modelo (Mottershead y Friwell, 1993).

- 1. *Errores en la estructura del modelo.* Ocurren cuando existe incertidumbre en las ecuaciones que describen el comportamiento físico.
- 2. *Errores en los parámetros del modelo.* Ocurren cuando se aplican de manera inapropiada las condiciones de frontera y se realizan supuestos inadecuados para simplificar el modelo.
- *3. Errores en el detalle del modelo.* Se presentan en la discretización de sistemas complejos y pueden resultar en modelos con detalle insuficiente para capturar el comportamiento deseado.

La validación de los modelos de elementos finitos se realiza mediante la comparación de las frecuencias naturales y formas modales del modelo con las adquiridas en la prueba modal experimental. Sin embargo, es común que existan discrepancias cuando se comparan las predicciones numéricas con los resultados experimentales. El modelo de elementos finitos es un arreglo discreto de términos de masa, rigidez y amortiguamiento, mientras que la estructura real es un sólido deformable continuo y heterogéneo. Adicionalmente, la respuesta dinámica de una estructura no solo está regida por la respuesta de los elementos estructurales, sino también por aquella de elementos no estructurales o la posible interacción suelo estructura. Se han observado incrementos de hasta 80% en la rigidez lateral debido a estas consideraciones, (Su *et al.*, 2005).

CAPÍTULO 2 MÉTODOS DE IDENTIFICACIÓN DE DAÑO EN EDIFICIOS

Este capítulo presenta en perspectiva, diversas soluciones analíticas para abordar las incertidumbres asociadas con la identificación de daño en edificios mediante instrumentación estructural. Se observa que todas las soluciones se basan en hipótesis que simplifican el problema y por tanto, tienen restricciones en su aplicación práctica. Se señala, que se han realizado pocas pruebas para identificación de daño en modelos de edificios en laboratorio y aun menos en edificios reales.

2.1 CARACTERÍSTICAS DE LOS MÉTODOS DE IDENTIFICACIÓN DE DAÑO

Algunos métodos de identificación de daño, resuelven un problema inverso, lo que a menudo requiere la construcción de modelos analíticos. En particular, las técnicas basadas en un modelo de elementos finitos, construyen una función objetivo basada en las propiedades medidas y en la respuesta predicha del modelo. Esta dependencia de modelos analíticos, que a menudo tienen significantes incertidumbres y que no están completamente respaldados mediante datos experimentales, hacen estos enfoques menos atractivos para ciertas aplicaciones.

Adicionalmente, algunos enfoques de identificación de daño tienen dificultades manejando la variabilidad operacional y del medio ambiente, así como cuando el sistema exhibe una respuesta significativamente no-lineal. Algunos autores tratan de evitar o al menos reducir esta dependencia de los modelos numéricos mediante diversas técnicas. Entre ellas se cuentan análisis novedosos o atípicos, como algoritmos genéticos o pruebas de hipótesis. Aunque estos procedimientos pueden identificar la existencia y localización del daño, no cuantifican, lo que hace que su aplicación práctica sea limitada.

Otra forma de resolver el problema inverso es mediante el uso de redes neuronales artificiales. Una red neuronal se puede usar para mapear la relación inversa entre la respuesta medida y los parámetros estructurales de interés, y parte de un conjunto de datos de entrenamiento. Sin embargo, estas técnicas sufren de un inconveniente común: el entrenamiento tiene que ser supervisado y requiere de una gran cantidad de conjuntos de datos. Como, en general, los datos de la estructura dañada no se pueden obtener experimentalmente, se trata de hacer simulaciones numéricas de diversos escenarios de daño. El éxito de los enfoques con redes neuronales artificiales, de nuevo, depende de la fidelidad de modelos analíticos (Sohn *et al.*, 2004).

Algunas de las técnicas de detección de daño funcionan adecuadamente cuando se aplican a modelos escalados o especímenes de pruebas en ambientes controlados de laboratorio. Sin embargo, el desempeño de estas técnicas en ambientes operacionales reales es, a veces, cuestionable. Dado que estos métodos tratan de identificar las pequeñas variaciones en la



respuesta dinámica estructural, las variaciones debidas al ruido instrumental afectan la sensibilidad de cualquier método.

La mayoría de las técnicas de detección de daño continúan basándose en la linealidad de la estructura. Sin embargo, cuando se habla de daño, inherentemente se piensa en la naturaleza no lineal de la estructura dañada. Pocos autores han abordado esta línea de investigación. Para tener técnicas de detección más precisas, se debe incluir el comportamiento no-lineal de los sistemas estructurales.

Otras técnicas tratan el problema de seguimiento mediante los llamados sistemas autónomos. Los recientes avances en sensores y *hardware* permiten establecer sistemas autónomos que detectan la evolución del daño en tiempo real. Aun así, estas técnicas requieren del juicio profesional para hacer una decisión final con respecto al daño identificado. Adicionalmente, es bien conocido que las variaciones en los parámetros modales, obtenidos mediante diferentes técnicas y/o algoritmos, a menudo son mayores que los cambios en dichos parámetros asociados al daño estructural (Sohn *et al.*, 2004). Así, la automatización es necesaria con objeto de remover las incertidumbres inherentes a cada técnica.

2.2 CAMBIOS EN LOS PARÁMETROS MODALES

2.2.1 Cambios en las frecuencias resonantes

La literatura relacionada con la detección de daño usando cambios en las frecuencias resonantes es abundante. Salawu (1997) presenta una excelente reseña del uso de los cambios en las frecuencias modales para diagnosticar daño. Salawu (1997) resalta que los cambios en las frecuencias tienen una limitación en su significado práctico de acuerdo con el tipo de estructura. La baja sensibilidad de los cambios de frecuencia al daño, requiere mediciones muy precisas o altos niveles de daño.

Además, ya que las frecuencias modales son una propiedad global de la estructura, no está claro que los cambios en este parámetro puedan relacionarse con daño superior al Nivel 1. Es decir, las frecuencias modales generalmente no pueden proveer información espacial acerca de cambios estructurales. Una excepción a esta regla se presenta para los modos de alta frecuencia o los modos asociados con la respuesta local. Sin embargo, las limitaciones prácticas concernientes con la excitación y extracción de estos modos locales, causados principalmente por la alta densidad espectral, hacen difícil su identificación.

Sin embargo los cambios de varias frecuencias modales pueden proveer información espacial acerca del daño estructural. Esto es debido a que los cambios en la estructura, en diferentes puntos, causarán diferentes combinaciones de cambios en las frecuencias modales. Sin embargo, la identificación del daño con base en los cambios en las frecuencias naturales del edificio, no es eficiente.

No obstante, William y Messina (1999) formularon un coeficiente de correlación que compara los cambios en las frecuencias resonantes de una estructura. Para ello, utilizan predicciones basadas en la sensibilidad de la frecuencia de un modelo de elementos finitos. Este enfoque se llama, *criterio de confianza de localización de daño múltiple* o multiple damage localization assurance criterion (MDLAC por sus siglas en inglés). Sin embargo, este método provee información únicamente de cuál es la cantidad de daño relativa entre los elementos estructurales, no el nivel de daño absoluto en cada miembro estructural.

2.2.2 Cambios en las formas modales

El primer método relacionado con el cambio en las formas modales fue presentado por West (1984). Este no utiliza un modelo matemático. Por el contrario, se usa el *criterio de correlación modal*, modal assurance criterion (MAC, por sus siglas en inglés). Este criterio determina el nivel de correlación entre los modos sin daño y las formas modales después del daño. Ambos estados se miden experimentalmente. Las formas modales se dividen usando varios esquemas y el cambio en el MAC a través de las diversas técnicas de división se usa para localizar el daño estructural.

Fox (1992) demostró que una comparación gráfica de los cambios relativos en las formas modales es la mejor manera de localizar el daño, sobre todo cuando se examinan únicamente las frecuencias y formas modales. Fox presenta un método simple para correlacionar los puntos nodales con los correspondientes picos de amplitudes que sirve para localizar el daño. También, presenta un método para escalar los cambios relativos en la forma modal para localizar el daño en la estructura.

Posteriormente, se ha seguido un enfoque que hace uso de la relación entre la rigidez a flexión y el momento dividido entre la curvatura, que es la segunda derivada de la deflexión (Maeck y De Roeck, 1999). Los cambios en la rigidez generan cambios en la curvatura modal, por lo que la curvatura modal tiende a ser más sensible al daño local que los desplazamientos modales. Sin embargo, este método solo es aplicable en vigas, no para sistemas estructurales complejos.

Por otro lado, se han planteado perspectivas de identificación de daño en estructuras sin contar información de base o del estado estructural sin daño. Kim *et al* (1997), por ejemplo presentan un método que se puede usar para estimar los parámetros modales de la estructura sin daño, usando los parámetros de la estructura dañada y los correspondientes del modelo de elementos finitos. A partir de esto, se obtienen funciones objetivo a partir de la norma de los cambios fraccionales entre los valores característicos del modelo inicial y la estructura real. Los autores afirman que los parámetros de rigidez del estado sin daño se pueden determinar mediante la minimización de esta función objetivo.

Un ejemplo de pruebas de laboratorio se encuentra en Carrasco *et al* (1997). En dicho trabajo, se utilizan los cambios en la energía de deformación modal para localizar y cuantificar daño. Para



ello, se construyó una armadura de 12 crujías que se instrumentó mediante acelerómetros y deformímetros eléctricos. Se realizaron cinco pruebas en la estructura sin daño para determinar sus parámetros modales. Adicionalmente, se simularon 18 escenarios de daño. Se identificó el daño correctamente mediante los cambios en la energía de deformación modal entre las condiciones con o sin daño. Sin embargo, los autores reconocen que este método es aplicable únicamente en armaduras.

2.2.3 Cambios en el amortiguamiento modal

Usualmente, se considera que el amortiguamiento estructural es del tipo clásico cuando la matriz de amortiguamiento se puede expresar con *n* términos independientes. Las frecuencias y formas modales del sistema considerando amortiguamiento son por tanto idénticas a las del sistema que no considera el amortiguamiento. Por ello, ignorar el amortiguamiento en el análisis, no tiene aplicaciones negativas en la medida que las vibraciones traslacionales y rotacionales no estén acopladas. Por lo anterior, el amortiguamiento es la característica modal que menos se utiliza como índice del daño estructural. Sin embargo, hacerlo tiene ciertas ventajas sobre la identificación de daño basada en frecuencias o formas modales.

Los cambios en el amortiguamiento tienen la habilidad de detectar comportamiento no lineal y los efectos disipadores de energía usualmente asociados con el agrietamiento. Se ha demostrado que algunas grietas no detectables visualmente causan cambios insignificantes en las frecuencias resonantes y requieren de información de modos superiores para ser identificada. Sin embargo, dichas grietas causan grandes cambios en el amortiguamiento. Modena *et al* (1999) observaron cambios de hasta el 50% en el amortiguamiento modal. Estas técnicas se utilizan en la actualidad para identificar defectos en la manufactura de elementos de concreto presforzado.

Modena *et al.* (1999), proponen dos posibilidades para identificar daño con base en el amortiguamiento en elementos de concreto. El primero es aplicable a sistemas con amortiguamiento clásico. Este estima la reducción en la rigidez con base en las medidas de la variación del amortiguamiento modal y la curvatura. El segundo método, hace una distinción entre las componentes de viscosidad y de fricción del amortiguamiento. El daño se identifica mediante la detección y caracterización del componente de fricción.

En otro trabajo, Zonta *et al.* (2000) observaron que el agrietamiento en elementos de concreto reforzado resulta en una división en el dominio de la frecuencia, y en un fenómeno de pulsación de la caída libre de la señal en el dominio del tiempo. Los autores atribuyen el fenómeno a que la formación de grietas en el concreto desencadena un mecanismo disipador no viscoso, haciendo al amortiguamiento más sensible al daño.

El amortiguamiento viscoso o clásico se puede estimar durante la prueba de vibración mediante el método del punto de potencia medio. Este método se basa en la hipótesis de que las excitaciones ambientales son cercanas al estado estacionario durante las mediciones experimentales. Sin embargo, requiere más investigación en la detección de daño mediante variaciones del amortiguamiento modal. En ella, será importante considerar tanto los efectos de histéresis como del amortiguamiento no clásico.

2.3 CAMBIOS EN LA MATRIZ DE RIGIDEZ Y/O MATRIZ DE FLEXIBILIDAD

Estos métodos utilizan las mediciones dinámicas para determinar la matriz de rigidez y/o la matriz de flexibilidad para estimar los cambios en el comportamiento dinámico de la estructura. El daño se caracteriza como la pérdida de rigidez, lo que corresponde con un incremento de la flexibilidad. Dado que la matriz de flexibilidad se define como la inversa de la matriz de rigidez, ésta puede expresar las fuerzas estáticas aplicadas en términos de desplazamientos estructurales. Así, cada columna de la matriz de flexibilidad, representa el patrón de desplazamientos de la estructura asociado con una fuerza unitaria aplicada al correspondiente grado de libertad.

El principal desafío es determinar la matriz de rigidez o la matriz de flexibilidad a partir de mediciones dinámicas del edificio. Esto implica que se deberán considerar las incertidumbres asociadas a la falta de resolución modal, además del ruido instrumental. Otro problema consiste en determinar los parámetros modales o las matrices correspondientes al estado sin daño estructural. Para tomar en cuenta estas incertidumbres, se puede hacer uso de modelos matemáticos del edificio, tomando de ellos la información faltante.

Las matrices reconstruidas a partir de datos modales incompletos deben considerar que esto solo se puede hacer de forma aproximada. La síntesis precisa de estas matrices requiere de la medición de todas las frecuencias y las formas modales. La realidad es que se pueden identificar únicamente los modos de menor frecuencia. Además, ciertos escenarios de daño concentran la modificación de los parámetros modales en los modos superiores asociados con un período menor. Estos métodos son muy sensibles a las pequeñas variaciones en los términos de las matrices. Por lo anterior, si no se puede determinar cada término de la matriz de rigidez o flexibilidad, será aun más difícil determinar la contribución de cada elemento estructural en la variación de estas matrices.

En este sentido, Bernal (2000) menciona que seguir los cambios en la matriz de flexibilidad, algunas veces es más deseable que hacerlo en la matriz de rigidez. Esto es debido a que la matriz de flexibilidad está dominada por los primeros modos, por lo que se obtienen buenas aproximaciones aun con información limitada.

Otro trabajo que se enfoca en las propiedades de flexibilidad de ciertos elementos estructurales para identificar daño estructural es el de Reich y Park (2000). Se menciona que elegir la matriz de flexibilidad en lugar de la de rigideces es más conveniente ya que la matriz de flexibilidad está relacionada cercanamente con las frecuencias y formas que se pueden determinar experimentalmente. Si se usan algoritmos iterativos se suele converger con rapidez. Los autores utilizan una técnica de partición de matrices, ya que al utilizar la matriz de flexibilidad global, no se pueden identificar cambios en la flexibilidad de cada elemento.

El método de la revisión unitaria desarrollado por Lin (1998), se basa en la relación pseudoinversa que existe entre la medición dinámica de la matriz de flexibilidad y la matriz de rigidez. Se define una matriz de error que mide el grado al cual se satisface la relación pseudoinversa. Esta relación usa la pseudoinversa en lugar de la inversa ya que las mediciones dinámicas de la matriz de flexibilidad son típicamente de rango deficiente.

2.4 MÉTODOS BASADOS EN LA ACTUALIZACIÓN DE LA ESTRUCTURA

Otra clase de métodos de identificación de daño, se enfoca en el ajuste experimental de las matrices de un modelo matemático estructural. Aquí se reconcilian las matrices de masas, rigidez y amortiguamiento para reproducir, tan cercanamente como sea posible, la respuesta estática o dinámica medida. Estos métodos calculan las matrices actualizadas (o las perturbaciones del modelo nominal que producen las matrices actualizadas) mediante un problema de optimización restringido con base en las ecuaciones de movimiento estructural del modelo original y los datos medidos. La comparación de las matrices actualizadas contra las matrices originales correlacionadas, provee una indicación del daño y se puede usar para cuantificar y localizar la propagación del mismo. Los métodos usan la base común de un conjunto de ecuaciones. Las diferencias entre los distintos algoritmos son:

- ✤ La función objetivo a ser minimizada
- ✤ Las restricciones impuestas sobre el problema
- El esquema numérico usado para implementar la optimización

2.4.1 Métodos de optimización de la matriz actualizada

Los métodos basados en la actualización estructural, usan una solución directa de forma cerrada para calcular las matrices del modelo dañado (*matrices de perturbación* como también se les refiere) como método para actualizar el modelo optimizado.

2.4.2 Métodos de actualización con base en la sensibilidad

Otra clase de métodos de actualización estructural es con base en la solución de una serie de Taylor de primer orden. Estos métodos minimizan la función de error de las perturbaciones de la matriz y son conocidos como métodos de actualización con base en la sensibilidad. Una lista exhaustiva y la clasificación de varias de estas técnicas de actualización están en Hemez (1993). La teoría en que se basan estos métodos es la determinación de un vector paramétrico del modelo modificado. Es importante mencionar que el modelo modificado deber ser consistente con los parámetros geométricos y de los materiales. El parámetro de perturbación se calcula mediante una de iteración de Newton-Raphson que minimiza una función de error. La principal diferencia entre los diferentes métodos basados en la sensibilidad, es la estimación de la matriz de sensibilidad. Se pueden utilizar cantidades analíticas o experimentales para determinar dicha matriz. Para la sensibilidad experimental, las condiciones de ortogonalidad se pueden usar para calcular los parámetros modales con daño. Algunas propuestas se pueden encontrar en Norris y Meirovitch (1989), Haug y Choi (1984) y Chen y Garba (1980). Usualmente los métodos basados en sensibilidad analítica, requieren de la evaluación de las matrices del estado dañado de rigidez y de masa. Sin embargo, la obtención experimental de estas matrices es más sensible al ruido en los datos y a las perturbaciones de los términos independientes.

Una metodología para la actualización de la matriz con base en la sensibilidad y que considera cambios en la rigidez y masa del sistema, en la posición del centro de masas, en los parámetros modales y que incluye factores estadísticos de confianza se puede encontrar en Ricles (1991). Este método utiliza un enfoque de sensibilidad híbrido analítico-experimental, en donde los parámetros modales sensitivos se determinan experimentalmente mientras que la matriz de sensibilidad se obtiene de manera analítica. Esta metodología se mejoró y aplicó a diversos ejemplos numéricos en el trabajo de Ricles y Kosmatka (1992).

Otra técnica para actualizar los términos de la rigidez de un modelo de elementos finitos que utiliza los resultados de pruebas estáticas se presenta en Saneyei y Onipede (1991). Se utiliza un enfoque de sensibilidad a nivel de cada elemento estructural para minimizar el error entre la excitación necesaria para producir los desplazamientos determinados y la matriz de rigidez del modelo. Para ello, se *particionan* los grados de libertad de tal manera que el sitio de aplicación de las cargas y el punto donde se determinan las mediciones de los desplazamientos son completamente independientes. En el trabajo de Saneyei y Onipede (1991), la técnica se aplica analíticamente a dos modelos de elementos finitos.

En un artículo relacionado, Sanayei *et al.*, (1992) examinan la sensibilidad de estos algoritmos al ruido instrumental. Los autores utilizan un método heurístico para eliminar recursivamente las mediciones de los grados de libertad a los que los términos de la matriz de rigidez son más sensibles. Así, se determina un conjunto de grados de libertad de un tamaño manejable que, sin embargo, conserva la habilidad para identificar los parámetros de rigidez estructural. Posteriormente, Sanayei y Saletnik (1995a y 1995b) ampliaron el algoritmo descrito a uno basado en mediciones experimentales de esfuerzos y deformaciones unitarias, en lugar de fuerzas y desplazamientos. Lo anterior tiene la ventaja de ser más sensible al tipo de daño específico en cada elemento.

CAPÍTULO 3 MÉTODO INTEGRAL PARA IDENTIFICACIÓN DE DAÑO EN EDIFICIOS

En este capítulo se presenta un algoritmo para cuantificar la degradación de rigidez en un sistema estructural a través de la variación de su respuesta dinámica entre dos estados. El algoritmo se basa en la reconstrucción de la matriz de rigidez lateral a partir de información modal incompleta y contaminada con ruido instrumental. A partir de la determinación de la matriz de rigidez antes y después de ocurrido el daño, se puede utilizar un algoritmo de expansión de grados de libertad para identificar la pérdida de rigidez en los elementos estructurales.

3.1 PARÁMETROS MODALES MEDIDOS Y DAÑO ESTRUCTURAL

3.1.1 Frecuencias y formas modales naturales de vibrar

La ecuación del movimiento de un sistema estructural de múltiples grados de libertad, no amortiguado y en vibración libre es:

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{K}\boldsymbol{x} = 0 \tag{3.1}$$

Donde *M* es la matriz de masas, *K* la matriz de rigidez lateral global, \ddot{x} y *x* son la respuesta en aceleración y desplazamiento, respectivamente. La ecuación (3.1) representa en *N* ecuaciones diferenciales homogéneas, donde *N* es el número de grados de libertad (gdl) considerados. La solución formal de (3.1) se consigue mediante el planteamiento del problema de valores y vectores característicos mostrado en la ecuación (3.2):

$$[\boldsymbol{K} - \omega_n^2 \boldsymbol{M}] \boldsymbol{\phi}_n = \boldsymbol{0} \tag{3.2}$$

Donde ω_n^2 es el *n*-ésimo valor característico que representa el cuadrado de la frecuencia de la vibración libre, mientras que ϕ_n es el *n*-ésimo vector característico que expresa la forma de los desplazamientos en la frecuencia correspondiente; siendo n = 1, 2, 3, ..., N. Estos pares característicos se denominan frecuencia modal y forma modal, respectivamente.

La solución no trivial de (3.2), está dada por la ecuación característica:

$$\|\boldsymbol{K} - \boldsymbol{\omega}_n^2 \boldsymbol{M}\| = 0 \tag{3.3}$$

De donde se obtienen *N* frecuencias naturales. Además, sustituyendo cada ω_n^2 en (3.2), se determinan las *N* formas modales o formas naturales de vibrar, ϕ_n . Cada forma modal tiene *N* elementos ϕ_{jn} que usualmente se escalan con respecto a una constante multiplicativa; donde *j* indica la amplitud modal de cada grado de libertad, (*j* = 1, 2, 3, ..., *N*).



Estos pares de formas modales y frecuencias características se pueden compactar concatenándolos en forma matricial. A dichas matrices se les denomina *matriz modal* (3.4) y *matriz espectral* (3.5), respectivamente:

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} \phi_{jn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \cdots & \phi_{1N} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \cdots & \phi_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{N1} & \phi_{N2} & \cdots & \phi_{NN} \end{bmatrix}$$
(3.4)

$$\boldsymbol{\Omega}^{2} = \begin{bmatrix} \omega_{1}^{2} & 0 & 0 & 0\\ 0 & \omega_{2}^{2} & 0 & 0\\ 0 & 0 & \ddots & 0\\ 0 & 0 & 0 & \omega_{N}^{2} \end{bmatrix}$$
(3.5)

Por otro lado, cada frecuencia y forma modal que satisfacen (3.2), se puede rescribir como:

$$\boldsymbol{K}\boldsymbol{\phi}_n = \boldsymbol{M}\boldsymbol{\phi}_n \boldsymbol{\omega}_n^2 \tag{3.6}$$

Del mismo modo, utilizando la notación matricial de 3.4 y 3.5, se provee una relación compacta entre las frecuencias, formas modales, la rigidez lateral y la masa del sistema estructural analizado:

$$K\Phi = M\Phi\Omega^2 \tag{3.7}$$

3.1.2 Condiciones de ortogonalidad y normalización modal

Una de las propiedades especiales de las formas modales, ϕ_i , son las llamadas *relaciones de ortogonalidad*. Estas condiciones se satisfacen siempre que dos frecuencias modales no sean iguales, ($\omega_m \neq \omega_n$), y pueden expresarse como:

$$\boldsymbol{\phi}_m^T \boldsymbol{K} \boldsymbol{\phi}_n = \boldsymbol{0} \tag{3.8}$$

$$\boldsymbol{\phi}_m^T \boldsymbol{M} \boldsymbol{\phi}_n = \boldsymbol{0} \tag{3.9}$$

Lo anterior indica que dos formas cualesquiera de vibrar, son ortogonales con respecto a la matriz de rigidez y a la de masas.

En la solución de la ecuación característica (3.3), se nota que las amplitudes de la vibración de las formas modales obtenidas, son arbitrarias. Es decir, cualquier combinación lineal de cierta forma modal ϕ_i , esencialmente es la misma forma modal si satisface la ecuación (3.2). Las formas modales se pueden *estandarizar*, mediante la normalización de los grados de libertad, con respecto al primer modo o con proporción a la mayor amplitud modal.

En los procedimientos computacionales de normalización modal, es común ajustar a la unidad la condición de *ortogonolalidad* mostrada en la ecuación (3.9).

$$\boldsymbol{\phi}_n^T \boldsymbol{M} \boldsymbol{\phi}_n = \mathbf{1} \tag{3.10}$$

Una consecuencia de este tipo de normalización, obtenida a partir de (3.9), es que:

$$\boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{M} \boldsymbol{\Phi} = \mathbf{I} \tag{3.11}$$

Utilizando estas formas modales, ortonormales con respecto a la masa, se puede expresar la siguiente condición de ortogonalidad de las rigideces como sigue:

$$\boldsymbol{\phi}_n^T \boldsymbol{K} \boldsymbol{\phi}_n = \omega_n^2 \tag{3.12}$$

Que haciendo uso de (3.4) Y (3.5), se pueden expresar de forma matricial más compacta como:

$$\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}\boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{\Omega}^2 \tag{3.13}$$

Se observa que (3.13) no contiene el término de la masa y que relaciona las formas modales, la rigidez y las frecuencias resonantes del sistema estructural. La forma de la ecuación (3.13) la hace muy conveniente en la programación de algoritmos.

3.1.3 Evaluación de la matriz de rigidez

El daño estructural se puede identificar de manera simple mediante una comparación de la matriz de rigidez del modelo estructural, K. Sin embargo, se debe conocer K en dos estados distintos: antes y después de ocurrido el daño, es decir, $K_{inicial}$ y K_{final} , respectivamente.

Por lo tanto, si se cumple:

$$|\mathbf{K}_{inicial}| > |\mathbf{K}_{final}| \tag{3.14}$$

Se puede concluir que existe daño en el sistema estructural.

Para que la desigualdad (3.14) se pueda evaluar, $K_{inicial}$ y K_{final} deberán ser del mismo rango. Por un lado, la matriz de rigidez inicial (sin daño), se puede determinar analítica o experimentalmente. Por otro, la matriz final (con daño), únicamente se puede determinar experimentalmente. Si se utiliza un modelo estructural de marcos planos para representar el edificio, la matriz de rigidez analítica, se formula considerando tres gdl por cada nodo. Sin embargo, la matriz de rigidez, determinada de forma experimental está en función de los grados de libertad instrumentados. Por lo anterior, las matrices de rigidez analíticas, en general, son de mayor rango que las que se determinan experimentalmente.



Para poder comparar matrices con y sin daño del mismo rango, se puede expandir el número de gdl del modelo experimental, o condensar los gdl del modelo analítico. Con objeto de minimizar las incertidumbres, es más conveniente condensar, estáticamente, los gdl verticales y rotacionales con los gdl horizontales (Guyan, 1965). Empleando las dos hipótesis siguientes, se puede simplificar el número de gdl del modelo analítico:

- 1. Ante cargas laterales, la rigidez axial de columnas y vigas es alta en comparación con su rigidez rotacional y cortante. Por lo que, para fines prácticos, la rigidez axial de columnas se puede considerar infinita.
- 2. El sistema de piso es lo suficientemente rígido en su plano, para restringir giros en los nodos viga-columna y se puede considerar que solo existe traslación horizontal del mismo en la respuesta estructural.

Con base en estas hipótesis, la matriz de rigidez lateral de un marco plano en un modelo matemático analítico o experimental, será de $n \times n$, donde n es el número de pisos. La figura 3.1 muestra esquemáticamente la condensación de un modelo de 27 gdl en otro de 3 gdl mediante el uso de las hipótesis anteriores.



Figura 3.1. Condensación estática de grados de libertad de un marco de 3 pisos.

Por otro lado, para determinar experimentalmente una matriz de rigidez $K_{n \times n}$, se deben instrumentar todos los pisos del edificio o identificar todos los parámetros modales. Puesto que esto no es factible desde un punto de vista práctico o económico, se debe utilizar un algoritmo que permita determinar la matriz de rigidez con base en parámetros modales incompletos y que usualmente contienen ruido instrumental. Actualmente, existen dos enfoques para realizar esta tarea: los métodos basados en el uso de parámetros modales y los métodos basados en las funciones de respuesta de frecuencia.

Una técnica basada en los parámetros modales, es la de Baruch y Bar Itzhak (1978). Anteriormente, Acevedo (2005), determinó que este método es el que produce menores errores en la determinación de la matriz de rigidez usando parámetros modales inciertos. El método se basa en la minimización de una función objetivo mediante multiplicadores de Lagrange. Es decir, se establece un problema de optimización restringido, basado en la ecuación de equilibrio dinámico, las matrices de masa y rigidez analítica y frecuencias y formas modales experimentales incompletas. La matriz de rigidez reconstruida queda descrita por:

$$K_{e} = K_{a} - K_{a} \Phi_{e}^{*} \Phi_{e}^{*T} M - M \Phi_{e}^{*} \Phi_{e}^{*T} K_{a} + M \Phi_{e}^{*} \Phi_{e}^{*T} K_{a} \Phi_{e}^{*} \Phi_{e}^{*T} M + M \Phi_{e}^{*} \Omega_{e}^{*} \Phi_{e}^{*T} M$$
(3.15)

Donde, K_e , es la matriz de rigidez lateral reconstruida con parámetros modales incompletos a partir de instrumentación estructural; K_a , es la matriz de rigidez lateral obtenida de forma analítica; M, es la matriz de masas, se considera constante antes y después del daño; Φ_e^* , es la matriz modal experimental incompleta y Ω_e^2 , es la matriz espectral experimental incompleta.

Sin embargo, la identificación de daño basada en la comparación de la matriz de rigidez en dos estados de daño, fundamenta la precisión de la sensibilidad en los términos de las matrices, en los pequeños cambios de las propiedades estructurales. Por lo anterior, el algoritmo de Baruch y Bar Itzhak (1970), no es del todo útil en la detección de daño estructural a partir de parámetros modales inciertos. En otras palabras, al utilizar una matriz K_e que incluye errores, la localización y cuantificación del daño no es confiable.

En este trabajo, se propone un nuevo enfoque para determinar la matriz de rigidez a partir de parámetros modales incompletos y con ruido instrumental. La metodología se basa en la expansión modal en función de los parámetros medidos y las frecuencias y formas modales de un modelo analítico. Una vez obtenidos todos los parámetros modales, se reconstruye la matriz de flexibilidad basándose en las condiciones de ortogonalidad. Dado que el producto de la matriz de flexibilidad y la matriz de rigidez es una matriz unitaria para cualquier estado de daño estructural, se puede determinar la matriz de rigidez, a partir de la flexibilidad.

3.2 ALGORITMO DE RECONSTRUCCIÓN MODAL Y ESTRUCTURAL

La respuesta de un modelo estructural matemático raramente coincide con la respuesta medida experimentalmente es la estructura. Por un lado, se tiene un modelo estructural analítico con características geométricas y mecánicas teóricas; a partir del cual se tienen parámetros modales aproximados pero completos. Por otro lado, a partir de pruebas dinámicas, se determina un modelo estructural experimental con parámetros modales medidos pero incompletos.

En este trabajo se desarrolló un procedimiento que permite la actualización estructural del modelo analítico con los datos experimentales. Así, se puede establecer un modelo que reproduzca los parámetros modales medidos, y asumiendo ciertas hipótesis como verdaderas, los parámetros no identificados.

El *Algoritmo de Reconstrucción Modal y Estructural, ARME*, consta de dos partes. Primero, reconstruye las frecuencias y formas modales que no se identificaron experimentalmente. Segundo, determina la matriz de rigidez lateral del edificio con base en los parámetros modales reconstruidos. Este algoritmo se basa en la hipótesis de que se pueden obtener los parámetros modales no identificados, a partir de la correlación existente entre el modelo matemático analítico y el experimental.

3.2.1 Reconstrucción de parámetros modales no identificados

El *Algoritmo de Reconstrucción Modal y Estructural, ARME*, se basa en la premisa de que existe una relación cercana a la lineal, entre las frecuencias y formas modales del estado sin daño y del estado con daño de la estructura. Lo anterior es cierto en la medida que el origen de la disminución de rigidez provenga de una condición de daño uniformemente distribuido en términos de espacio y magnitud en la estructura. Dicha distribución de daño obedece a un diseño sísmico adecuado del edificio, en cual todos los elementos estructurales contribuyen a la disipación de energía sísmica.

El modelo matemático analítico de un edificio analizado como un sistema de marcos planos, se expresa como:

$$K_a \Phi_a = M \Phi_a \Omega_a^2 \tag{3.16}$$

En donde el subíndice *a* indica que se trata de un modelo analítico.

Para definir el *modelo matemático experimental* del edificio se cuenta, por un lado, con las frecuencias al cuadrado, Ω_e^{2*} , y, por el otro, con las formas modales, Φ_e^* . Ambas matrices se determinan experimentalmente (*e*) y son incompletas (*). Además, se considera que la matriz de masas, *M*, es la misma que en el modelo analítico. Queda por definir la matriz de rigidez *K*_e, para obtener una ecuación idéntica a la ecuación (3.16) pero para el caso experimental.

Si se supone que la correlación que existe entre los parámetros modales del modelo experimental con respecto a los del modelo analítico es *cuasi*-lineal, se cumple que:

$$\frac{\omega_{e_{n+1}}^2}{\omega_{e_n}^{2^*}} = \frac{\omega_{a_{n+1}}^2}{\omega_{a_n}^2}$$
(3.17)

Por tanto la *i*-ésima frecuencia desconocida se puede determinar con base en la relación existente entre la frecuencia *i* e *i*-1 del modelo analítico por la frecuencia *i*-1 experimental, es decir:

$$\omega_{e_{n+1}}^2 = \omega_{e_n}^{2^*} \frac{\omega_{a_{n+1}}^2}{\omega_{a_n}^2}$$
(3.18)

De manera similar, las formas modales no identificadas se pueden obtener a través de:

$$\phi_{e_{j,n+1}} = \phi_{e_{j,n}}^* \frac{\phi_{a_{j,n+1}}}{\phi_{a_{j,n}}}$$
(3.19)

Se observa que, incluso a partir de la frecuencia y forma fundamental de vibrar, se pueden reconstruir todas las frecuencias y formas de los modos superiores. Es decir, basta medir el modo fundamental para reconstruir los modos superiores no identificados. Posteriormente, se ensamblan estos valores y vectores en la matriz espectral y modal experimental, obteniendo los parámetros modales completos, descritos en las ecuaciones (3.20) y (3.21).

$$\Phi_{e} = \begin{bmatrix}
\phi_{e_{11}} & \phi_{e_{12}} & \cdots & \phi_{e_{1N}} \\
\phi_{e_{21}} & \phi_{e_{22}} & \cdots & \phi_{e_{2N}} \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
\phi_{e_{N1}} & \phi_{e_{N2}} & \cdots & \phi_{e_{NN}}
\end{bmatrix}$$
(3.20)

.

у

$$\boldsymbol{\Omega}_{e}^{2} = \begin{bmatrix} \omega_{e_{1}}^{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_{e_{2}}^{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_{e_{N}}^{2} \end{bmatrix}$$
(3.21)

3.2.2 Reconstrucción de la matriz de rigidez lateral

A partir de los parámetros modales reconstruidos, se determina la matriz de rigidez. Para ello, se basa en la condición de ortogonalidad de las formas modales normalizadas. Entonces los parámetros modales experimentales completos se sustituyen en la ecuación matricial de ortogonalidad de la rigidez (3.12), esto es:

$$\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}_{\boldsymbol{e}}\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{e}} = \boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{e}}^{2} \tag{3.22}$$

Esta ecuación se puede operar matemáticamente para determinar la matriz de flexibilidad en función de las frecuencias y formas modales. Para ello, se obtiene la inversa a (3.22) para obtener:

$$[\boldsymbol{\Phi}_{e}^{\mathsf{T}}\boldsymbol{K}_{e}\boldsymbol{\Phi}_{e}]^{-1} = [\boldsymbol{\Omega}_{e}^{2}]^{-1}$$
(3.23)

39

Nuevamente ambos lados de la expresión se premultiplican por Φ_e y postmultiplican por Φ_e^T , para obtener:

$$\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{e}}[\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}_{\boldsymbol{e}}\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{e}}]^{-1}\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{e}}[\boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{e}}^{2}]^{-1}\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}$$
(3.24)

De esta manera, se eliminan los términos Φ_e y Φ_e^{T} del lado izquierdo de la ecuación, y se puede determinar la matriz de flexibilidad a partir de los parámetros modales como:

$$K_e^{-1} = F_e = \Phi_e \Omega_e^{2^{-1}} \Phi_e^{\mathrm{T}}$$
(3.25)

Siempre que se tengan todas las frecuencias y formas modales, la matriz Ω_e^2 tendrá inversa y, por lo tanto, la matriz de rigidez K_e no será singular. Con la ecuación (3.25) se puede determinar la matriz de flexibilidad de una estructura a partir de las frecuencias y formas modales obtenidas de forma experimental. Algunas veces, estudiar los cambios en la matriz de flexibilidad, es más conveniente que hacerlo en la matriz de rigidez ya que la matriz de flexibilidad está dominada por los primeros modos, y por ello, se pueden obtener buenas aproximaciones en su reconstrucción con un número limitado de información modal (Bernal, 2000).

De esta manera, el ARME se puede expresar como se muestra en el diagrama de la figura 3.2.



Figura 3.2. Algoritmo ARME.

Donde *gdlID* es el número de grados de libertad identificados en la prueba experimental y *N* el número de gdl considerados en el modelo analítico.

3.2.3 Método de la matriz de transformación

El Método de la Matriz de Transformación, (MMT), desarrollados por Escobar *et al.*, (2005), permite detectar, localizar y cuantificar daño en edificios. El método se basa en la comparación de la magnitud de la matriz de rigidez lateral entre dos estados: uno inicial (*sin daño*) y otro final (*con daño*). De acuerdo con la sección anterior, la matriz sin daño del edificio, K_u , se puede obtener a partir de un modelo analítico o de un modelo experimental. A su vez, la matriz de rigidez que refleja el daño estructural, K_d , se puede obtener de un modelo experimental. Ambas matrices de rigidez se pueden obtener analítica (*a*) o experimentalmente (*e*).

El algoritmo del MMT, contempla los siguientes pasos:

- 1. Para el estado inicial (*sin daño*); calcular analíticamente la matriz de rigidez del *i*-ésimo elemento del sistema en coordenadas globales, k_i , y la matriz de rigidez lateral del sistema, K_{au} , siendo $K_{au} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}$ de acuerdo con los gdl principales y secundarios. Determinar experimentalmente la matriz de rigidez lateral del estado final (*con daño*), K_{ed} .
- 2. A partir de la matriz K_{au} , determinar la matriz de transformación T, como: $T = \begin{bmatrix} I \\ -K_{22}^{-1}K_{21} \end{bmatrix}.$
- 3. Utilizando *T*, condensar las matrices de cada elemento $\overline{k}_i = T^T k_i T$, y la matriz global del estado inicial (*sin daño*) $\overline{K}_{au} = T^T K_{au} T$.
- 4. A partir de las matrices, \overline{k}_i , \overline{K}_{au} y K_{ed} , obtener los vectores de términos independientes $\{\overline{k}_i\}, \{\overline{K}_{au}\}$ y $\{K_{ed}\}$. Formar la matriz S_k concatenando los vectores $\{\overline{k}_i\}$ de todos los elementos.
- 5. Mediante la pseudo-inversa de Moore-Penrose, resolver el sistema de ecuaciones: $\{\overline{K}_{au}\} \{K_{ed}\} = S_k x$, donde x es el porcentaje de daño de cada elemento.
- 6. Definir el factor de daño como: $f = [f_i] = 1 x$. Determinar la matriz de rigidez dañada de cada elemento como: $k_i = f_i k_i$. Ensamblar y obtener una nueva matriz de rigidez del sistema para el estado final (*con daño*), K_{ad} . Determinar una nueva matriz de transformación *T* a partir de K_{ad} .
- 7. Continuar con la siguiente iteración en el paso 3, hasta que la diferencia entre los vectores $\{\overline{K}_{au}\} \{K_{ed}\}$ sea menor que un valor preestablecido de tolerancia. Al conseguirlo se detiene el proceso y *f* es el factor de daño del elemento.

En la descripción del algoritmo del MMT, *a* es el subíndice que indica una matriz analítica; *e*, experimental; *u*, matriz del estado inicial (sin daño) y *d*, el estado final (con daño) estructural. En


un análisis de marcos planos, k_i , es de orden 6 x 6, K_{au} es de orden $N \times N$ siendo N el número de gdl de la estructura; K_{ed} es de orden $nglp \times nglp$, donde nglp es el número de grados de libertad primarios del edificio (número de pisos), T es de orden $N \times nglp$, \overline{k}_i y \overline{K}_{au} son de orden $nglp \times nglp$. $\{\overline{k}_i\}, \{\overline{K}_{au}\}$ y $\{K_{ed}\}$ son de orden $nti \times 1$, siendo nti el número de términos independientes de una matriz cuadrada; determinados mediante $nti = 0.5N^2 + 0.5N$, la matriz S_k es de orden $nti \times nel$, donde nel es el número de elementos del edificio. El vector de porcentaje de daño x y el factor de daño f son de orden $nel \times 1$.

3.3 ALGORITMO DE IDENTIFICACIÓN DE DAÑO ESTRUCTURAL

3.3.1 Algoritmo propuesto

Con el ARME desarrollado en esta investigación y con el MMT (Escobar *et al.*, 2005), se puede lograr una sinergia con objeto de desarrollar una técnica numérica para detectar daño de manera eficiente desde el punto de vista práctico. Así, se obtiene un proceso bien definido que permite identificar daño en un edificio, que puede ser representado por marcos planos, empleando frecuencias y formas modales determinadas de forma incompleta y con ruido instrumental.

En primera instancia se plantean tres escenarios en los cuales se puede aplicar el programa de instrumentación en edificaciones. A este conjunto de técnicas numéricas se le denominó *Algoritmo de Identificación de Daño Estructural*, AIDE. A continuación se numeran los escenarios de aplicación del AIDE.

El *primer escenario de instrumentación* es cuando, dada la importancia social, artística o económica, el edificio se instrumenta de manera permanente. Así, se deberá seguir la siguiente metodología:

- 1) Construir un modelo matemático analítico que represente lo más cercanamente posible a la realidad la respuesta dinámica del edificio. Se deben definir las características geométricas y mecánicas, K_{au} ; el peso real del edificio antes y después del daño asumido como el mismo para los modelos analíticos y experimentales, M; y los parámetros modales del modelo analítico sin daño Ω_{au}^2 , Φ_{au} .
- 2) Instrumentar el edificio y, mediante una prueba de vibración ambiental, realizar la identificación del sistema para determinar los parámetros modales experimentales (incompletos y con ruido instrumental) Ω^{2*}_{eu} , Φ^*_{eu} .
- 3) Utilizando las ecuaciones (3.20) y (3.21) determinar las frecuencias y formas modales no identificadas experimentalmente, Ω_{eu}^2 , Φ_{eu} . Con estos parámetros y empleando la ecuación (3.25), reconstruir la matriz de rigidez lateral del estado inicial (*sin daño*) del sistema estructural K_{eu} .

- 4) Emplear el MMT para realizar una actualización del modelo de elementos finitos a partir de K_{au} y K_{eu} . Es decir, obtener parámetros de ajuste de las matrices de rigidez de cada elemento para reproducir analíticamente el comportamiento real del edificio para el estado inicial (*sin daño*).
- 5) Regresar al paso 2 iterativamente con objeto de tener un modelo matemático experimental preciso del edificio en el momento de ocurrencia del daño. De ser posible mediante el procesamiento en línea, realizar la iteración del paso 2 al 4 para tener la historia del comportamiento dinámico del edificio. Terminar la iteración cuando ocurra un evento que propicie la incursión del edificio en el intervalo de comportamiento no lineal asociado con la presencia de daño en la estructura.
- 6) Ejecutar una prueba dinámica e identificar los parámetros modales experimentales (incompletos y con ruido instrumental) del sistema estructural dañado $\Omega^2_{ed}^*$, Φ^*_{ed} .
- 7) Utilizando las ecuaciones (3.20) y (3.21) para determinar los parámetros modales no identificados experimentalmente, Φ_{ed} , Ω_{ed}^2 . Con ellos y utilizando la ecuación (3.25) reconstruir la matriz de rigidez lateral del estado dañado del sistema estructural K_{ed} .
- 8) Comparando las matrices de rigidez K_{eu} y K_{ed} mediante el MMT detectar, localizar y cuantificar el daño estructural en el edificio. Determinar el factor de daño f de cada elemento estructural.
- 9) Una vez identificado el daño de manera analítica, se recomienda verificar la localización del daño determinado mediante una inspección visual y/o pruebas no destructivas, y correlacionar el porcentaje de daño con el patrón de agrietamiento o deterioro estructural del elemento dañado.
- 10) Utilizando el modelo matemático experimental del comportamiento dinámico del edificio, a partir de la ecuación (3.7) ($K_{ed}\Phi_{ed} = M\Phi_{ed}\Omega_{ed}^2$), establecer la mejor estrategia de rehabilitación estructural.

Este primer escenario de instrumentación, representa una oportunidad atractiva para aplicar el método con procesamiento "en línea". Esto es, tener una computadora instalada permanentemente en el sitio y que el AIDE se resuelva de manera constante: *antes, durante y después* de la ocurrencia del evento que ocasionó el daño en el sistema estructural. De esta manera, se puede tener una idea clara de cómo es la evolución del daño estructural durante dicho evento.

El *segundo escenario de instrumentación*, se presenta cuando se instrumenta de manera temporal o intermitente. Es decir, si los instrumentos se colocaron antes y después del evento que produjo el daño al sistema estructural pero no durante el mismo. Este escenario provee información suficiente para identificar el daño de manera precisa, y considera de manera implícita las



incertidumbres del modelo y de la estructura. Para llevar a cabo el AIDE bajo este escenario de instrumentación, se omite el paso 5; es decir, se excluye el ciclo iterativo del algoritmo.

Por último, el *tercer escenario de instrumentación*, se presenta cuando solo se puede instrumentar después de ocurrido el daño. Este caso presenta el reto más grande ya que no se tienen parámetros iniciales para comparar. La ausencia de un estado inicial imposibilita y contribuye al incremento del error en la detección de daño. Sin embargo, este escenario es el más recurrente dada la conciencia actual de los dueños, administradores y usuarios de las edificaciones. Es indispensable un cambio de actitud frente a la administración de los riesgos, con énfasis en la prevención más que en la remediación. En este escenario, los pasos 2, 3, 4 y 5 del algoritmo se suprimen, y solo se realizan los pasos 1, 6, 7, 8, 9 y 10.

3.3.2 Ventajas de aplicación

Se presenta el AIDE como un algoritmo que permite identificar daño en diversos escenarios de instrumentación. El algoritmo provee los mejores resultados cuando se tienen parámetros modales antes y después de que ocurra el daño, ya que compara la matriz de rigidez final (*con daño*) contra la inicial (*sin daño*) cuando ambas han sido obtenidas a partir de datos experimentales. La diferencia entre estas dos matrices refleja el daño que se atribuye únicamente al deterioro de los elementos estructurales. Así, se consideran de manera implícita incertidumbres asociadas con la contribución a la rigidez lateral de elementos no estructurales, las propiedades mecánicas o la interacción suelo-estructura.

El tercer escenario de instrumentación, existe un gran número de incertidumbres, debido a que solo se puede instrumentar la estructura después del evento que ocasionó el daño. Por lo que, se compara un modelo matemático experimental, con un modelo matemático analítico no actualizado. Es decir, un modelo de la estructura que puede incluir toda fuente de incertidumbres, con un modelo numérico completamente teórico. Por esta razón, se debe hacer hincapié en que la instrumentación previa a la ocurrencia de un evento, es fundamental para la posterior determinación del estado de daño en el edificio.

CAPÍTULO 4 EVALUACIÓN NUMÉRICA DE LOS ALGORITMOS PROPUESTOS

Los algoritmos propuestos se aplicaron a un marco plano y se analizaron los resultados. En primer lugar se realizó una comparación de la matriz de rigidez lateral obtenida con el ARME con respecto a la que se obtiene con el algoritmo de Baruch y Bar Itzhak (1978). Además, se hizo un estudio paramétrico del AIDE ante diversos escenarios de daño. Se determinó que la identificación de daño, hecha mediante los algoritmos propuestos, es una metodología que se puede emplear de forma práctica.

4.1 PARÁMETROS MODALES INCOMPLETOS Y RUIDO INSTRUMENTAL

4.1.1 Metodología

Se evaluó la precisión numérica de la reconstrucción de la matriz de rigidez a partir de parámetros modales incompletos y con ruido instrumental. Para ello, se obtuvo la matriz de rigidez a través de tres algoritmos diferentes y se compararon los términos independientes con respecto a la matriz de rigidez *real*.

El primer algoritmo evaluado fue el ARME. En este caso, la matriz reconstruida se denominó K_A . En segundo lugar, se determinó la matriz de rigidez mediante la ecuación (3.15) desarrollada por Baruch y Bar Itzhak (1978), y se denominó K_{B1} . Por último, los parámetros modales se reconstruyeron con las ecuaciones (3.18) y (3.19) y se determinó la matriz de rigidez a partir de la ecuación (3.16), que en este caso se denominó K_{B2} .

Para realizar este análisis, se calculó el porcentaje de error relativo en la reconstrucción de los términos independientes de la matriz *K*. En la figura 4.1 se muestra la geometría simplificada del marco plano de tres pisos utilizado en este análisis. El ancho de crujía considerado fue de 6 *m* y la altura de los tres entrepisos fue de 3 *m*. Estas dimensiones son típicas en estructuras de concreto de hasta 8 niveles construidas en la ciudad de México.



Figura 4.1. Sistema estructural estudiado.



Las propiedades geométricas y mecánicas de cada elemento estructural se condensan en la Tabla 4.1:

Elemento	<i>A</i> (m ²)	E (GPa)	<i>I</i> (m ⁴)
1	0.1600	24.25	2.13 × 10 ⁻³
2	0.1600	24.25	2.13 × 10 ⁻³
3	0.1600	24.25	2.13 × 10 ⁻³
4	0.1600	24.25	2.13 × 10 ⁻³
5	0.1600	24.25	2.13 × 10 ⁻³
6	0.1600	24.25	2.13 × 10 ⁻³
7	0.1518	24.25	3.84×10^{-3}
8	0.1518	24.25	3.84×10^{-3}
9	0.1518	24.25	3.84×10^{-3}

Tabla 4.1. Propiedades mecánicas y geométricas de los elementos estructurales.

A partir de los valores de la Tabla 4.1, las matrices de rigidez lateral y de masas del sistema estructural son:

$$\boldsymbol{K}_{a} = 1 \times 10^{4} \begin{bmatrix} 7.7803 & -4.2753 & 0.7801 \\ -4.2753 & 6.4013 & -3.0446 \\ 0.7801 & -3.0446 & 2.3614 \end{bmatrix} \frac{\text{MN}}{\text{m}}; \qquad \boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} 8.1549 & 0 & 0 \\ 0 & 8.1549 & 0 \\ 0 & 0 & 8.1549 \end{bmatrix} \text{kg}$$

Resolviendo el problema de valores y vectores característicos, se determinaron los siguientes parámetros modales:

$$\boldsymbol{\Omega_a^2} = \begin{bmatrix} 469.42 & 0 & 0 \\ 0 & 4,951.7 & 0 \\ 0 & 0 & 14,865 \end{bmatrix} \frac{\text{rad}}{\text{s}}; \qquad \boldsymbol{\Phi_a} = \begin{bmatrix} 0.0868 & 0.2343 & 0.2453 \\ 0.2002 & 0.1690 & -0.2323 \\ 0.2739 & -0.1979 & 0.0921 \end{bmatrix}$$

De esta manera, quedo definido el modelo matemático analítico. Para evaluar la precisión de los algoritmos analizados, se simuló un escenario de daño y se supuso que se identificaron parámetros modales inciertos. Después, se graficaron los errores relativos entre el vector de términos independientes de la matriz de rigidez perturbada exacta, y los del mismo vector en la matriz de rigidez perturbada reconstruida.

Para simular la identificación de frecuencias y formas modales incompletas se introdujeron ceros en las matrices. Para considerar el ruido instrumental, se utilizó la propuesta de Sohn y Law (1997). Ellos indican que el ruido instrumental modifica las señales medidas en una cantidad aleatoria. Para simular el ruido en una señal eléctrica, se puede consideró que la *j*-ésima forma modal perturbada se obtiene como:

$$\boldsymbol{\phi}_{j_{p}} = \boldsymbol{\phi}_{j} \left(1 + \frac{R}{100} X \right) \tag{4.1}$$

Donde ϕ_{j_p} es la *j*-ésima forma modal perturbada por ruido instrumental; *R* el nivel de ruido en porcentaje y *X* un número aleatorio con función de distribución de probabilidad Normal, con media cero y varianza uno.

Para considerar el origen aleatorio del ruido instrumental, se simuló la medición de los parámetros modales y la reconstrucción de la matriz de rigidez 10 000 veces obteniéndose las tendencias estadísticas de la población. Se evaluó la capacidad para reconstruir la matriz de rigidez a partir de parámetros modales incompletos y, posteriormente, se midió la precisión introduciendo ruido instrumental.

4.1.2 Parámetros modales incompletos

Se consideró la presencia de daño uniforme en todos los elementos estructurales, mediante una disminución del 20% de la rigidez de cada elemento, y que el ruido instrumental, es nulo. En este primer caso se determinaron todos los parámetros modales a partir de datos experimentales. Para este caso, los tres algoritmos proporcionaron resultados exactos.

Un segundo caso, más desfavorable, es cuando únicamente se cuenta con información modal de los dos primeros modos de vibrar. En este caso, los errores en la reconstrucción de los términos independientes de las matrices de rigidez se presentan en la figura 4.2.



Figura 4.2. Error relativo de la matriz reconstruida conociendo dos parámetros modales.

En este caso, el ARME y el algoritmo de Baruch y Bar Itzhak (1978) con reconstrucción modal no tuvieron errores de consideración. Sin embargo, el algoritmo de Baruch y Bar Itzhak sin reconstrucción modal arrojó errores de hasta 70% en el tercer término independiente. Este error se asocia al hecho de que se reconstruye la matriz de rigidez a partir de una matriz espectral y modal con alto gado de porosidad.



Un tercer caso aun más desfavorable, es si solo se pueden identificar los modos y frecuencias fundamentales de vibración. El porcentaje de error calculado tuvo el comportamiento que se muestra en la figura 4.3.



Figura 4.3. Error relativo de la matriz *K*, conociendo el modo y frecuencia fundamental.

Se apreció que, utilizando a Baruch y Bar Itzhak (1978), el error es más o menos uniforme en todos los términos, y menor que 30%. Sin embargo, cuando se reconstruyeron los parámetros no identificados y se utiliza Baruch y Bar Itzhak o el ARME, se tienen resultados con errores prácticamente nulos.

Por lo tanto, se puede concluir que los parámetros modales incompletos introdujeron incertidumbres considerables en la reconstrucción de la matriz de rigidez. Dado que cualquier método de detección de daño basado en la comparación de la matriz de rigidez es muy sensible a las variaciones de los coeficientes de rigidez, la comparación de una matriz con términos inciertos con otra que también incluye imprecisiones, es una práctica que debe evitarse.

En el tercer caso estudiado, el ARME permitió afrontar el problema de la resolución modal limitada. Éste algoritmo proporcionó buenos resultados a pesar de solo conocer la frecuencia y forma modal fundamental. Por lo tanto, el ARME se presenta como una buena alternativa para determinar la matriz de rigidez de un edificio con o sin daño a partir de pruebas dinámicas experimentales.

4.1.3 Ruido instrumental

Se calculó la precisión en la reconstrucción de la matriz de rigidez a partir de parámetros modales determinados en una prueba de vibración con diversos niveles de ruido. Se consideró

que todos los elementos presentaron una reducción en su matriz de rigidez de 20%, y se varió el nivel de ruido en la instrumentación.

Para un nivel de ruido instrumental en frecuencias y formas modales completas igual a 1%. Los errores se presentan en la figura 4.4.



Figura 4.4. Error relativo de la matriz reconstruida, con parámetros completos, 1% de ruido instrumental.

Como una medida de la dispersión de los resultados de la figura 4.4, en la Tabla 4.2 se presentan las desviaciones estándar correspondientes.

			1
Término	Desviación Estándar		
Independiente	<i>K</i> _A (MN/m)	<i>KB</i> ¹ (MN/m)	<i>K</i> _{<i>B2</i>} (MN/m)
1	3.23E-14	0.97	0.97
2	5.61E-14	1.59	1.59
3	1.50E-13	4.45	4.45
4	4.16E-14	1.00	1.00
5	4.54E-14	1.01	1.01
6	3.11E-14	0.88	0.88

Tabla 4.2. Desviación estándar del error en los términos independientes.

Se observa que cuando se utilizaron las dos variantes del algoritmo de Baruch y Bar Itzhak (1978), se obtuvieron los mismos resultados. Los errores para dichas variantes van desde 1 a 8%. La desviación estándar correspondiente varía de 1 a 5.En contraste, los términos obtenidos mediante el ARME presentaron errores prácticamente nulos.



Para el marco analizado, una variación del 1% en el valor de la frecuencia identificada a partir de una prueba de vibración, asociado con ruido instrumental, resulto en errores de casi 8% en los términos de la matriz de rigidez reconstruida. Si el daño se define como el cambio de los términos de la matriz de rigidez; el uso de un método que sea altamente sensible al ruido, puede resultar en la malinterpretación de ruido instrumental con el daño estructural.

Para un porcentaje de ruido instrumental en los parámetros modales de 5%, se obtuvieron los resultados de la figura 4.5 y la Tabla 4.3.



Figura 4.5. Error relativo de la matriz reconstruida, parámetros completos, 5% de nivel de ruido.

Término	Desviación Estándar			
Independiente	<i>K</i> _A (MN/m)	<i>KB</i> 1 (MN/m)	<i>K_{B2}</i> (MN/m)	
1	3.35E-14	4.97	4.97	
2	5.71E-14	8.24	8.24	
3	1.53E-13	22.08	22.08	
4	4.35E-14	5.20	5.20	
5	4.85E-14	5.02	5.02	
6	3.27E-14	4.33	4.33	

Tabla 4.3. Desviación estándar del error en los términos independientes.

Se observa que para el algoritmo de Baruch y Bar Itzhak (1978), el porcentaje de error relativo se incrementó hasta alrededor de 35% en el tercer término independiente, con desviaciones estándar de hasta 22 unidades. Estos niveles de error del ruido indican una imprecisión considerable en la predicción de los valores de la matriz de rigidez lateral con lo que cualquier detección de daño con base en estas matrices será muy seguramente incorrecta. Para ambos casos de nivel de ruido instrumental, se observó que la matriz reconstruida mediante el ARME, fue en términos prácticos, exacta.

Debido a que el MMT se basa en las pequeñas variaciones de la matriz de rigidez para cuantificar el daño en los miembros estructurales, los errores mayores del 10% en los términos de la matriz de rigidez invalidarían el resultado. Por ello, se decidió no determinar los errores relativos con porcentajes de ruido instrumental mayores que 5%.

Ya que los parámetros modales, además de tener un porcentaje aleatorio de ruido instrumental en su magnitud, están incompletos; los respectivos errores se acumulan haciendo el método poco confiable. Se observó que, si bien las variantes de Baruch y Bar Itzhak (1978), con parámetros reconstruidos son útiles en escenarios con datos incompletos, conducen a resultados con errores relativos iguales a los que se tendrían si no se reconstruyen las frecuencias y formas modales. En contraste el ARME proporcionó una alternativa para reconstruir la matriz de rigidez a partir de los parámetros modales experimentales, aun cuando estos sean incompletos y tengan ruido instrumental.

4.1.4 Exploración del algoritmo de reconstrucción modal y estructural

Con objeto de comprobar detalladamente la aplicación del ARME en la reconstrucción de la matriz de rigidez. Se evaluó el caso extremo en el que el ruido instrumental es de 50%. Además, se evaluó la condición de instrumentación más desfavorable, es decir, cuando solo se han identificado la frecuencia y forma del modo fundamental. Para este análisis se consideró daño uniforme de 20% en todos los elementos. Fue posible, sin embargo, determinar las matrices de frecuencias y formas modales perturbadas reales. También, se logró determinar las frecuencias y formas modales inciertas que se identificarían experimentalmente. Ambas se muestran a continuación:

	Parámetros moo perturbados re	dales ales	Parámetros modales perturbados medidos
$\Omega^2_{pert} =$	$\begin{bmatrix} 375.54 & 0 \\ 0 & 3,961.37 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0\\0\\11,891.84 \end{bmatrix} \frac{\operatorname{rad}}{\mathrm{s}}$	$\mathbf{\Omega^2}_e^* = \begin{bmatrix} 805.37 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{\operatorname{rad}}{\operatorname{s}}$
$\mathbf{\Phi}_{pert} =$	0.08680.23430.20020.16900.2739-0.1979	0.2453 -0.2323 0.0921	$\mathbf{\Phi}_{e}^{*} = \begin{bmatrix} 0.1272 & 0 & 0 \\ 0.2932 & 0 & 0 \\ 0.4011 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

La primera parte del ARME, es decir la aplicación de las ecuaciones (3.18) y (3.19), reconstruyó los parámetros modales faltantes. Sin embargo, dichos parámetros contienen el mismo porcentaje de ruido. Lo anterior se hizo en función de los parámetros modales del modelo de elementos finitos.



Así, se solucionó el problema de una resolución modal pobre. Las frecuencias y formas modales reconstruidas fueron:

$$\boldsymbol{\Omega}^{2}{}_{e} = \begin{bmatrix} 805.37 & 0 & 0\\ 0 & 8,495.50 & 0\\ 0 & 0 & 25,503.00 \end{bmatrix} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$
$$\boldsymbol{\Phi}_{e} = \begin{bmatrix} 0.1272 & 0.3432 & 0.3592\\ 0.2932 & 0.2475 & -0.3402\\ 0.4011 & -0.2898 & 0.1348 \end{bmatrix}$$

De manera similar, los parámetros modales reconstruidos, incluyeron el error procedente del ruido. Es decir, se determinaron parámetros modales completos con ruido instrumental. Es importante señalar que el 50% de porcentaje de ruido instrumental, implicó un error relativo entre el valor de la frecuencia medida y la real de hasta 114%.

Por otro lado, la segunda parte del ARME, que incluye la aplicación de la ecuación (3.25), utiliza la ortogonalidad de las formas modales normalizadas y emplea las frecuencias y las formas modales para determinar la matriz de rigidez lateral. En este caso, dicha matriz fue:

$$\boldsymbol{K}_{e} = 1 \times 10^{4} \begin{bmatrix} 6.2242 & -3.4202 & 0.6241 \\ -3.2402 & 5.1211 & -2.4357 \\ 0.6241 & -2.4357 & 1.8891 \end{bmatrix} \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

Esta matriz reconstruida, a pesar de las incertidumbres iniciales, es idéntica a la matriz de rigidez que se determinó a partir de los parámetros modales perturbados reales. Si, ahora se introduce la matriz de masas, se puede formular un modelo matemático experimental del edificio analizado, tal que cumpla con la ecuación (3.7). Al resolver el problema de valores y vectores característicos con la matriz de rigidez reconstruida y la matriz de masas, se determinan los parámetros modales perturbados *reales*.

Al introducir la masa del edificio se da un significado físico al modelo matemático, la solución consiste en una matriz de frecuencias y otra de formas modales del edificio, ambas determinadas experimentalmente, y que son válidas para el estado de daño considerado. Así, se puede determinar con precisión la matriz de rigidez lateral de un edificio representado mediante marcos planos, a partir de las frecuencias y formas modales determinadas de forma incompleta y con ruido instrumental. De esta forma se confirman los parámetros modales experimentales, que coinciden con los perturbados, es decir:

$$\boldsymbol{\Omega^2}_e = \begin{bmatrix} 375.54 & 0 & 0 \\ 0 & 3,961.4 & 0 \\ 0 & 0 & 11,892 \end{bmatrix} \frac{\operatorname{rad}}{\operatorname{s}} \qquad \boldsymbol{\Phi}_e = \begin{bmatrix} 0.0868 & 0.2343 & 0.2453 \\ 0.2002 & 0.1690 & -0.2323 \\ 0.2739 & -0.1979 & 0.0921 \end{bmatrix}$$

La aplicación del ARME se vuelve muy efectiva, gracias a la hipótesis práctica de que el modelo experimental tiene parámetros modales distintos a los del modelo matemático. Sin embargo, la

relación que existe entre el parámetro *i*+1 con respecto al *i* se asume como la misma para ambos modelos. Es decir, se supone la existencia de una relación cuasi lineal entre los parámetros modales analíticos y experimentales. Esto se logra solo si se realiza un modelo de elementos finitos detallado y altamente representativo de la estructura. Lo que se consigue utilizando dimensiones, características mecánicas, pesos y condiciones de frontera cercanos a los presentes en el edificio; algo que en la actualidad es posible.

Además, el ARME demostró ser insensible al porcentaje de ruido instrumental que se introdujo en las mediciones. Esto se debe a que el ruido afectó a todas las frecuencias y vectores medidos con la misma intensidad. Así, se mantiene la relación entre los parámetros modales del modelo matemático y del experimental. Si bien, la ecuación (3.25), no tiene significado físico por no incluir el término de la masa permite determinar una matriz de rigidez única que satisface cualquier combinación lineal de frecuencias y modos que sea proporcional a los parámetros modales del modelo matemático.

Con objeto de presentar los resultados obtenidos al utilizar las dos vertientes del algoritmo de Baruch y Bar Itzhak (1978) original y modificado; en la figura 4.6 se presentan los errores relativos calculados para un ruido instrumental de 50%.



Figura 4.6. Error en la matriz reconstruida, 50% de ruido, modo fundamental identificado.

En la tabla 4.4 se presentan las dispersiones asociadas con la figura 4.6.

Término Independiente	Desviación Estándar		
	$K_A\left(\frac{MN}{m}\right)$	$K_{B1}\left(\frac{MN}{m}\right)$	$K_{B2}\left(\frac{MN}{m}\right)$
1	4.50E-14	0.52	148.79
2	9.02E-14	2.16	148.79
3	2.70E-13	16.23	148.79

Tabla 4.4. Desviación estándar del error en los términos independientes.

4	6.24E-14	3.33	148.79
5	7.19E-14	8.68	148.79
6	4.63E-14	16.91	148.79

Se observa que con las vertientes del algoritmo de Baruch y Bar Itzhak (1978), el ruido y los datos incompletos afectaron reconstrucción de la matriz de rigidez. En el caso extremo de incertidumbres modales, se observa que si se utiliza el algoritmo identificado como K_{B1} , se tienen errores relativos cercanos al 20% y si se utiliza el algoritmo para K_{B2} , los errores relativos son mayores a 120% con desviaciones estándar en estos dos casos varían de 0 a 150 MN/m. El uso de estos algoritmos, en la determinación de la matriz de rigidez y la subsecuente identificación de daño con base en su variación, fue por tanto incierta. En contraste, si se utiliza el ARME, en este caso, se logró reconstruir la matriz de rigidez lateral del edificio de manera prácticamente exacta.

4.2 ALGORITMO DE IDENTIFICACIÓN DE DAÑO ESTRUCTURAL

4.2.1 Identificación de daño de manera integral

Gracias al ARME y al MMT, se puede ensamblar una metodología, para identificar daño en edificios de manera práctica. Estos pasos se agrupan en el, *Algoritmo de Identificación de Daño Estructural*, AIDE que ha demostrado ser una forma eficiente y confiable de identificación de daño. Sin embargo, en escenarios reales se presentan incertidumbres que hacen que la aplicación práctica del AIDE pueda ser compleja. Dentro de dichas incertidumbres, se pueden numerar las siguientes:

- La magnitud del daño en los elementos no es uniforme y en general depende de las características de la carga aplicada.
- De acuerdo con la relación de rigidez viga-columna del edificio, se puede tener un comportamiento dinámico dominado por cortante o por flexión que no se considera en el ARME.
- Según la filosofía de diseño sísmico actual de un edificio, de columnas fuertes y viga débil, es más plausible la presencia de daño en vigas que en las columnas.
- Según la distribución de rigidez y resistencia en planta y en elevación, puede existir una mayor predisposición a que se concentre el daño en ciertos elementos estructurales.

Para considerar las incertidumbres, entonces, se evaluó la confiabilidad del AIDE de acuerdo con la magnitud del daño, el tipo de estructura (edificio a flexión o a cortante), el tipo de daño columna fuerte-viga débil (y la concentración del mismo, y daño no uniformemente distribuido). Asimismo, se analizó la conveniencia de conocer los parámetros modales de la estructura sin daño.

4.2.2 Tipo de estructura

Para medir el intervalo de aplicación del AIDE en diversas estructuras de tres grados de libertad, se hizo variar el tipo de respuesta del edificio desde uno dominado por flexión pura hasta otro denominado por cortante puro. La transición de poca rigidez a alta rigidez lateral, se puede considerar mediante la relación de rigidez viga-columna, ρ . El parámetro se basa en las propiedades geométricas y mecánicas de las vigas y las columnas del piso más cercano a la altura media del edificio.

El parámetro que refleja la relación entre la rigidez viga-columna se define como (Chopra, 2007):

$$\rho = \frac{\sum_{vigas} \frac{EI_v}{L_v}}{\sum_{columnas} \frac{EI_c}{L_c}}$$
(4.2)

Donde, I_v , I_c son los momentos de inercia de la sección transversal de las vigas y de las columnas respectivamente y L_v , L_c son las longitudes de vigas y columnas respectivamente.

Las sumatorias de la ecuación (4.2) incluyen únicamente las vigas y las columnas más cercanas a la altura media del edificio. Este parámetro es un indicador de la respuesta estructural del marco. En los casos extremos, cuando $\rho = 0$, las vigas no imponen resistencia a la rotación de los nodos y el marco se comporta como un conjunto de columnas en voladizo. Cuando ρ es muy grande las vigas restringen completamente la rotación de los nodos y en el edificio se comporta como una viga de cortante, en el que las columnas de cada piso se flexionan en doble curvatura. La condición $I_v = I_c/2$, refleja, hasta cierto punto, la consideración de diseño sísmico de columna fuerte – viga débil.

Además, el parámetro se refleja en otras propiedades del marco, como el periodo fundamental de vibración, la separación relativa entre periodos naturales y la curvatura de las formas modales. La contribución de los modos superiores se incrementa cuando ρ decrece. Es decir, la respuesta estructural de los modos superiores es menos significativa para marcos cuyo comportamiento está determinado por cortante y en los que ρ es muy grande (Chopra, 2007).

Incorporando el parámetro, se determinó el error en la identificación de daño estructural en el marco de tres pisos de la figura 3.1. Para ello, se hizo variar la relación de rigidez viga–columna en el intervalo $0.001 \le \rho \le 100$. Para cada valor de ρ , se calculó el error relativo en la identificación de daño de cada elemento estructural. En primer lugar, se consideró que todos los elementos presentan un daño uniforme de 20%.

En la figura 4.7 se presenta el porcentaje de error relativo en la identificación del daño estructural para cada uno de los nueve elementos estructurales del marco de la figura 4.1.



Note que la escala horizontal de la figura 4.7 es logarítmica y refleja el cambio en el comportamiento global de la estructura desde uno denominado por flexión ($\rho = 0.001$) hasta otro dominado por corte ($\rho = 100$).



Figura 4.7. Error de identificación de daño de 20% en todos los elementos según su relación ρ .

Se observa que, en el intervalo $0.03 \le \rho \le 0.9$ se presentó un error relativo menor que 30% para todos los elementos estructurales. Sin embargo, si el intervalo se amplía a $0.02 \le \rho \le 10$, el error relativo fue menor del 30% en ocho de los nueve elementos. Lo anterior, muestra que aun en un intervalo de ρ amplio, el error relativo en la identificación de daño permanecerá por debajo del 30% para la mayoría de los elementos estructurales para estructuras con comportamiento dominado por la flexión pura o el cortante puro, la identificación de daño mediante el AIDE no es adecuada para todos los elementos estructurales.

4.2.3 Magnitud del daño

Si el daño estructural se define como la degradación de rigidez del sistema y de los elementos estructurales, y se considera que existen intervalos de daño para los cuales, físicamente, el elemento deja de aportar rigidez al sistema estructural; se puede evaluar el AIDE en términos del intervalo de degradación en el que es aplicable. En este análisis se considero que el daño está distribuido uniformemente en los elementos estructurales y se hizo variar la pérdida de rigidez de los mismos.

Se aplicó el AIDE a la estructura de tres pisos analizada en la sección anterior. Se consideró la misma magnitud de daño en todos los elementos estructurales, variando de 0% a 100%. No se considero ruido instrumental o parámetros modales incompletos en este análisis. En la figura 4.8

se muestra el porcentaje de error relativo para cada elemento de acuerdo con la magnitud de daño estructural.



Figura 4.8. Error relativo en la identificación de daño entre 0 y 100% en todos los elementos según su magnitud.

Se observa que, con la metodología propuesta, se buscó identificar daño con niveles de error relativo aceptables para magnitudes de daño de hasta 30%. Cuando el nivel de daño, reflejado como una reducción más de 40% del valor inicial de la rigidez de cada elemento aumenta, el error relativo se incrementó hasta alcanzar valores inaceptables. Adicionalmente, se puede observar una diferencia entre el error relativo de los elementos resistentes de planta baja (elementos 1, 2, 4, 5 y 7) con los de pisos superiores. En el caso de los elementos de primer piso, fue posible detectar daño de hasta 50% con márgenes de error relativo más o menos aceptables. Lo anterior no fue posible en elementos estructurales de pisos superiores debido a que estos están dominados por la respuesta de los modos superiores que son los que se determinan con mayor incertidumbre.

4.2.4 Daño concentrado

Se evaluó el escenario de daño concentrado en algunos elementos estructurales. Un caso particular en que se puede presentar esta situación, es cuando el edificio tiene planta baja débil. Para evaluar el nivel de error que se presentaría en la identificación de daño en este caso, se calculó el error al considerar un porcentaje de daño variable de 0 a 100% en las columnas de la planta baja (elementos 1 y 4 de la figura 4.1) y dentro del intervalo de relación de rigidez $0.001 \le \rho \le 100$ analizado previamente. En las figuras 4.9 y 4.10 se presentan los porcentajes de



error relativo en la identificación de daño de los elementos con respecto a la magnitud de daño considerado en las columnas del primer nivel.



Figura 4.9. Error relativo en la identificación de daño entre 0 y 100% en los elementos de la planta baja según su magnitud.



Figura 4.10. Error relativo de identificación de daño de 20% en elementos de planta baja según su relación *ρ.*

Con base en este análisis, se pudo observar que para cualquier magnitud de daño menor que 90%, el error en la identificación de daño es menor del 0.7%. Dado que los únicos elementos estructurales con daño son los de la planta baja (elementos 1 y 4 de figura 4.1) se reconoce que el AIDE detectó daño inexistente (falso positivo). En el análisis del parámetro ρ , se observó que para todo el rango de comportamiento dominado por flexión o por cortante, el error relativo en la identificación fue menor que 20%.

Un escenario adicional de daño, es aquel que presenta un mecanismo de colapso controlado en el cual las columnas de la planta baja presentan daño y, además, todas las vigas se dañan uniformemente. Este mecanismo de colapso disipa energía en todos los elementos estructurales. En este escenario se consideró un porcentaje de degradación de rigidez que varía de 0 a 100% y se calculó el error relativo entre el daño calculado y el daño identificado. En las figuras 4.11 y 4.12 se presentan los resultados.



Figura 4.11. Error relativo de identificación de daño en columnas de la planta baja y en las trabes según su magnitud.



Figura 4.12. Error relativo de identificación de daño de 20% en las columnas de planta baja y todas las trabes, según su relación ρ .

En estas dos figuras se observa que, si el porcentaje de degradación de rigidez reflejando daño es menor que el 70%, se presentan errores relativos menores que 20%. Lo anterior, indica que el uso del ARME es adecuado para los niveles de daño comunes en estructurales reales.

Finalmente, se estudió un escenario en el que la magnitud del daño es aleatoria para cada elemento estructural. Los porcentajes de daño considerados van 5% a 30%. En la figura 4.13 se muestran los errores relativos calculados en función de la relación de rigidez viga-columna.



Figura 4.13. Error relativo de identificación de daño de 20% en todos los elementos según su relación *ρ.*

En este escenario se identificó que el error relativo en la identificación de daño es menor que 20% para un amplio intervalo de estructuras de tres grados de libertad ($0.06 \le \rho \le 0.6$). Asimismo, se observó que, para estructuras con respuesta dominada por la flexión pura o corte puro (muy flexibles o muy rígidas, respectivamente), el error en la identificación del daño fue superior que en estructuras con respuesta intermedia a estos extremos.

Como ya se dijo, al acercarse el comportamiento del edificio a uno dominado por cortante, la contribución de los modos superiores a la respuesta dinámica global es menor. En un caso así, si se identifican únicamente los primeros modos, se tiene mayor precisión en la modelación matemática del edificio real. Recordando que el ARME obtiene la matriz de rigidez a través de la matriz de flexibilidad, y que esta última es sensible solo a los primeros modos; se concluye que la aplicación de los algoritmos presentados en este trabajo, será más precisa si el edificio tiene comportamiento dominado por cortante (es decir, cuando la respuesta del primer modo es la que participa más).

4.2.5 Observaciones finales sobre el algoritmo de identificación de daño estructural

El problema de ingeniería inversa consistente en determinar la matriz de rigidez lateral a partir de la forma en que vibra un edificio, es complejo. El problema es aun más complicado si las frecuencias y modos no se conocen con de forma completa y/o su valor contiene errores debidos al ruido instrumental. Ya que los modos que se pueden identificar mediante pruebas



experimentales, son a menudo los menores, existe una relación inversa con respecto a la precisión con la que se puede determinar la matriz de rigidez. No obstante, determinar la matriz de rigidez a partir de la de flexibilidades tiene ventajas ya que la segunda está dominada por los primeros modos, que son precisamente los que mejor se identifican experimentalmente.

Para determinar los parámetros modales no identificados en un estado de daño, estos se correlacionan con los parámetros del estado inicial (sin daño). Al aplicar el ARME, se supone que las frecuencias y formas modales experimentales reconstruidas guardan una relación lineal con los parámetros modales del estado inicial (sin daño). Este supuesto práctico es cierto, solo en la medida que el daño modifique en la misma proporción todas las frecuencias y formas modales. Lo anterior se cumple, únicamente si el daño se distribuye uniformemente en todos los elementos estructurales. Siempre que el daño se concentre en cierta zona del edificio, la hipótesis del ARME es menos válida.

CAPÍTULO 5 APLICACIÓN PRÁCTICA

El ARME y el AIDE se aplicaron a un marco típico de un edificio de concreto reforzado de 10 pisos dañado durante el sismo del 19 de septiembre de 1985. Durante este análisis se confirmó que la precisión en la reconstrucción de la matriz de rigidez de un marco plano a partir de parámetros modales incompletos, depende del número de modos identificados. Así mismo, se confirmó que el error relativo asociado con los algoritmos propuestos no depende del ruido instrumental introducido en las mediciones.

5.1 EDIFICIO SCT

Se aplicaron los algoritmos propuestos para reconstruir la matriz de rigidez y para identificar el daño en el edificio que perteneció al STC (Sistema de Transporte Colectivo) en la ciudad de México. Este edificio de oficinas 10 pisos de concreto reforzado presentó daño severo por el sismo del 19 de septiembre de 1985 y fue demolido posteriormente. La estructura era regular en planta y estaba formada por marcos en la dirección longitudinal y muros de cortante acoplados en la dirección transversal (Figura 5.1).



Figura 5.1. Marco del Edificio STC en dirección longitudinal.

Debido a este esquema de estructuración, las fuerzas laterales en la dirección transversal son resistidas por los muros de cortante, y el efecto biaxial que se presenta en los marcos



longitudinales es mínimo. Por ello, el comportamiento de este edificio en dirección longitudinal, s puede estudiarse adecuadamente, mediante el modelo analítico de un marco plano interior.

Los elementos estructurales tenían las siguientes características: todas las vigas de $0.4 \ge 0.9 m$; todas las columnas exteriores, $0.5 \ge 0.9 m$; las columnas interiores de los entrepisos 1 y 2, de $0.5 \ge 0.9 m$; columnas de entrepisos 3 y 4, $0.5 \ge 0.8 m$; entrepisos 5 y 6, $0.5 \ge 0.7 y$ las de los entrepisos 7 al 10, $0.5 \ge 0.6 m$. Por otro lado, los pesos de los pisos 1 al 9 son de 1,451 kN y el del piso 10 de 10,161 kN. El módulo de elasticidad del concreto era de 14.7 GPa.

El análisis considera el escenario de daño identificado después del sismo del 19 de septiembre de 1985. En la *figura 5.2* se indica con un círculo el porcentaje de daño que se presenta en cierto elemento.



Figura 5.2. Escenario de daño estudiado.

Para considerar las incertidumbres provenientes de la instrumentación estructural, se consideró un 5% de ruido instrumental.

5.2 RECONSTRUCCIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ

Se evaluó el porcentaje de error en los términos de la matriz de rigidez exacta contra la determinada con el ARME. Para ello, se hizo variar el número de parámetros modales identificados para un nivel de ruido constante. Se graficó una matriz en la que cada término representa el error relativo entre el valor real y el valor reconstruido con el ARME.

En la *figura 5.3* se presenta la matriz de error relativo cuando se han identificado los 10 modos de vibrar. Se observa que el error es mínimo y para efectos prácticos, nulo.



Figura 5.3. Matriz de error relativo en la reconstrucción si se identifican 10 modos.

Sin embargo, cuando se logró identificar un número menor de modos de vibrar, el error en los términos de la matriz de rigidez reconstruida, se incrementó. En las figuras 5.4 y 5.5, se presentan los errores relativos cuando se identificó de 2 a 9 modos de vibrar. Nótese el aumento en la escala vertical.



Figura 5.4. Matriz de error relativo en la reconstrucción si se identifican de 6 a 9 modos.





Figura 5.5. Matriz de error relativo en la reconstrucción si se identifican de 2 a 5 modos.

Si únicamente se logra identificar el modo y la frecuencia fundamental de vibrar, la matriz de rigidez presenta los errores relativos mostrados en la figura 5.6. Note la reducción en la escala vertical.



Figura 5.6. Matriz de error relativo en la reconstrucción si se identifica 1 modo.

De acuerdo con las figuras 5.3 a 5.6, se observa que cuando se identificaron los 10 modos de vibrar, se pudo reconstruir la matriz de rigidez de manera exacta. Si se identifican de 2 a 9 modos, los términos de la matriz reconstruida cercanos a la diagonal principal, tuvieron errores mínimos, independientemente del número de modos identificados. En contraste, los términos más alejados de la diagonal principal, son los que se reconstruyeron con mayor dificultad. Se observaron errores relativos que en algunos casos excedieron el 10,000 %.

Cuando solo se puede identificar el modo y frecuencia fundamental (figura 5.6), es decir, el caso de instrumentación menos favorable, los errores en los términos de la matriz reconstruida, son de alrededor de 20%. Para el marco estudiado y mediante el uso del ARME se logró reconstruir la matriz de rigidez con valores de error relativo aceptables. Esto se logró cuando solo el modo fundamental fue identificado y cuando se identificaron los 10 modos de vibrar.

Para este marco y para la configuración de daño establecida en la figura 5.2, la matriz de rigidez se pudo reconstruir de manera prácticamente exacta si se identifican experimentalmente parámetros dinámicos de forma completa.

Si se utiliza el ARME con parámetros modales incompletos, se logró reconstruir la matriz de rigidez con errores cercanos al 20% cuando se considera únicamente el periodo fundamental. Para este análisis, se observó que no fue útil identificar más de 2 modos de vibrar, ya que el error en la reconstrucción de la matriz fue muy grande, principalmente en los elementos más lejanos a la diagonal principal.

5.3 IDENTIFICACIÓN DE DAÑO ESTRUCTURAL

Se evaluó la precisión en la identificación de daño en los elementos estructurales, a partir de las matrices reconstruidas con el ARME. Para tal fin, se utilizó el AIDE y se estudió el marco y la configuración de daño mostrados en las figuras 5.1 y 5.2, respectivamente. Considerando los resultados presentados en la sección 5.2, y dado que los altos niveles de error en la matriz de rigidez reconstruida se pueden interpretar como indicadores de daño por cambios importantes en la rigidez; solo se identificó daño para los escenarios de a) un modo de vibrar y b) diez modos de vibrar.

Los resultados que se presentan en la figura 5.7 indican que, si se pudieran identificar los parámetros modales completos, la localización del daño identificado es muy parecida a la presentada en la figura 5.2. Los círculos en los elementos, indican el porcentaje de pérdida de rigidez en el mismo.



Figura 5.7. Daño identificado conociendo 10 modos.

De acuerdo con la figura 5.7, se observa que cuando se conocen los 10 modos, se puede identificar daño de manera aceptable. La mayor precisión se presentó en las columnas y vigas de planta baja, primero y segundo piso.

Por otro lado, si la identificación de daño mediante ARME se hace considerando que solo se puede determinar experimentalmente el periodo fundamental de vibración, la distribución es la mostrada en la figura 5.8.

0.00	2.2E9 C	50.9E6 () 19.3E6(> 0.00
ŀ				
Ŀ	10.4E6 C	0.00	> 0.0 ()
L	0.0	3.8E9	8,805	56.9
	0 1,1170	190	0.0) Č
5E9O				0.00

Figura 5.8. Daño identificado conociendo solo el modo fundamental.

En la figura 5.8 se observa que, cuando se determina experimentalmente solo el periodo fundamental de vibración, la identificación de daño se hace con menor precisión.

Lo anterior obedece a que cuando el daño es muy localizado, impacta con mayor intensidad los modos superiores (de mayor frecuencia) que el modo fundamental. En este caso, la relación entre el modelo original y el que presenta daño no es lineal. Recordando que el ARME se basa en la hipótesis de la linealidad entre el modelo original y perturbado, es evidente que la matriz de rigidez reconstruida tendrá errores considerables.

Asimismo, se observa que el MMT basa su precisión en la capacidad para asignar cambios de rigidez a las pequeñas variaciones en la matriz de rigidez correspondiente a dos estados estructurales. Cualquier cambio en la matriz que se deba al error en su reconstrucción a partir de parámetros modales incompletos se interpreta equivocadamente como daño. Si la matriz de rigidez no se reconstruye de manera precisa, los cambios de rigidez no tendrán correspondencia con los niveles de daño calculados.

5.4 SENSIBILIDAD DEL MÉTODO DE LA MATRIZ DE TRANSFORMACIÓN

A partir de los resultados de los casos estudiados, se observa que el ARME, es parcialmente exacto. Si se comparan las frecuencias reconstruidas con las frecuencias *correctas*, para los dos escenarios de daño estudiados, se encontraron errores relativos menores a 8%. Sin embargo, aun si se utiliza una matriz asociada al estado con daño con un nivel bajo de error relativo para la identificación del daño, se determinó que el daño localizado y cuantificado es incorrecto.

Esto se debe a que, el MMT y cualquier otro método que localice y cuantifique daño con base en la variación de los términos de la matriz de rigidez entre dos estados estructurales, basa su eficacia en la capacidad para asignar daño a ciertos elementos a partir de la pequeña variación de ciertos términos de la matriz. Si se tiene una matriz de rigidez con errores en los términos, aun si estos son mínimos, el MMT interpreta dicha variación como daño y no como error. En tal caso, el MMT determina la configuración de daño en los elementos estructurales a partir de una matriz de rigidez reconstruida erróneamente.

El ARME parte de la hipótesis práctica de que la relación entre los parámetros modales experimentales y analíticos, es lineal. Lo anterior es válido únicamente si la perturbación en la rigidez es uniforme en todos los elementos. Esto se debe a que en un sistema estructural con daño uniformemente distribuido se reducen las frecuencias resonantes y las formas normalizadas de todos los modos y estas se pueden expresar como una combinación lineal de los parámetros antes de la perturbación. Sin embargo, cuando el daño se concentra en algunos elementos y este es de distinta magnitud, las frecuencias y formas de los modos superiores sufren cambios importantes. Dado que estos modos son los que se identifican experimentalmente con mayor dificultad, se presentan errores en la reconstrucción de la matriz de rigidez.



Por otro lado, si el escenario de daño es uniforme, las frecuencias reconstruidas son exactamente iguales a las perturbadas. Para el escenario de daño no uniforme de la figura 5.2, las frecuencias reconstruidas tienen errores con respecto a las reales, principalmente en los modos superiores.

En cada escenario de daño estudiado, las formas modales cambiaron dependiendo de la magnitud y número de elementos con rigidez disminuida. Cuando el daño estuvo disperso, no siempre fue posible determinar las frecuencias y formas modales del estado final (*con daño*) a partir de una relación lineal entre estas y las del sistema inicial (*sin daño*). El signo y la dirección de la desviación de la amplitud de la forma modal perturbada con respecto a la original, dependió de la localización y magnitud del daño. Cuando el daño fue uniforme, se logró que los parámetros modales del sistema con daño se pudieran representar como una relación lineal de aquellos del sistema sin daño.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Una característica inherente al comportamiento de los edificios durante su vida útil, es la presencia de daño. Un índice de daño comúnmente usado es la disminución de rigidez en los elementos estructurales. La rigidez está directamente relacionada con las características dinámicas del sistema. Una variación en la forma de vibrar de un edificio, indica que existen cambios en la rigidez del mismo. Así, mediante el análisis de la variación de la matriz de rigidez de un edificio se puede detectar, cuantificar e incluso localizar el daño.

Por otro lado, determinar la matriz de rigidez lateral de un edificio mediante pruebas experimentales, es una tarea compleja. Por ejemplo, con una prueba de vibración ambiental, se pueden identificar las frecuencias y formas modales resonantes. Sin embargo, a pesar de los avances tecnológicos de la actualidad, estos parámetros modales se determinan de forma incompleta y contienen ruido instrumental. Dado que muchos métodos de identificación de daño se basan en pequeñas variaciones de los elementos de la matriz de rigidez, si los términos de esta matriz son inciertos, incorrectos o están contaminados con ruido, la confianza en el daño identificado es mínima.

Se desarrolló el *Algoritmo de Reconstrucción Modal y Estructural*, ARME que permite disminuir los errores en la reconstrucción de la matriz de rigidez a partir de parámetros modales inciertos. Se demostró que este algoritmo actualiza de forma correcta un modelo matemático analítico con datos experimentales. Con esto se puede formular un modelo matemático experimental representativo. El ARME se basa en la relación que existe entre los parámetros modales analíticos y experimentales. Su principal ventaja es que permite determinar la matriz de rigidez lateral, a partir de un pequeño número de datos.

Para comparar la matriz de rigidez del estado inicial (*sin daño*) con la del estado final (*con daño*), se utilizó el *Método de la Matriz de Transformación*, MMT. De acuerdo con esto, se estableció y evalúo la metodología que se debe seguir para emplear el ARME en conjunto con el MMT para identificar daño en edificios de manera práctica. Este proceso se denominó, *Algoritmo de Identificación de Daño Estructural*, AIDE.

Se presentó una calibración de este algoritmo ante diversos escenarios de daño que se pueden presentar en la realidad. A partir de los resultados obtenidos en la evaluación de los algoritmos propuestos para los casos analizados se puede concluir que, mediante el ARME, se puede reconstruir la matriz de rigidez de manera exacta y prácticamente para cualquier combinación de número de modos identificados y ruido instrumental, cuando el escenario de daño es uniforme en todos los elementos estructurales. Cuando el daño se concentra en ciertos elementos y/o tiene magnitud diferente, los términos de la matriz reconstruida mediante el ARME tienen un error relativo que varía dependiendo del tamaño del marco y que llega a ser nulo si se identifican todos los modos. También, se demostró que el ARME es insensible al porcentaje de ruido instrumental.



Se demostró que el AIDE, aplicado al marco estudiado, identificó daño de manera prácticamente exacta, si se cuenta con matrices de rigidez lateral reconstruidas de manera precisa. Esto se puede hacer si se identifican experimentalmente todos los modos, o si el daño en la estructura es uniforme. Mediante el uso del AIDE se deja de lado la incertidumbre asociada con el ruido, la cual es inherente de la instrumentación estructural. Por lo tanto, el AIDE se presenta como una alternativa para determinar la matriz de rigidez de un edificio a partir de pruebas dinámicas experimentales. Así, se puede reconstruir la matriz de rigidez del estado estructural con o sin daño.

Los programas convencionales de seguimiento global de la respuesta estructural, se llevan a cabo instalando un número limitado de sensores dispersos en un área de la estructura relativamente grande. Por ello, la resolución espacial, es limitada y los datos identificados tienen errores debidos a condiciones operacionales y medioambientales. Aun así, se desea detectar, localizar y cuantificar el daño a nivel de elemento o de sección estructural. Sin embargo, se concluye que el uso de algunos sensores dispersos, no es suficiente para describir completamente la condición de daño local en una estructura.

Para generar técnicas más robustas de identificación de daño, se deben articular los métodos de detección basados en la variación de la vibración, con técnicas de muestreo no destructivas. Las técnicas no destructivas, requieren un conocimiento *a priori* de los elementos o regiones susceptibles de daño. El seguimiento a escalas múltiples que integra tanto pruebas de vibración global como inspección local no destructiva es altamente deseable en aplicaciones prácticas. La integración activa de sensores locales y el seguimiento global demanda mejores tecnologías. Por ejemplo, en la actualidad se cuenta con sensores inalámbricos que proveen una solución parcial al problema de ruido instrumental.

El objetivo final del seguimiento de la integridad estructural, es la *prognosis del daño*; es decir, la estimación de la vida remanente de la estructura en servicio. Esto se logra mediante la valoración del estado de daño presente, y la predicción del desempeño anticipado ante cargas futuras. El diagnóstico del daño y la prognosis del mismo, se pueden usar para estimar la probabilidad de falla, y establecer programas racionales de mantenimiento preventivo y desarrollar diseños que eviten la propagación del daño observado.

La factibilidad económica y la seguridad de la vida, son las principales fuerzas motoras detrás el desarrollo de tecnologías del seguimiento de la integridad estructural. De acuerdo con este trabajo, existe evidencia suficiente para promover el uso de técnicas de identificación de daño en la práctica. Sin embargo, se requiere de investigación adicional que se enfoque en pruebas de estructuras reales, en condiciones de servicio, y no solo en pruebas de laboratorio controladas. Dada la magnitud de dichos proyectos, se requiere mayor cooperación entre organizaciones académicas, industriales y gubernamentales.

REFERENCIAS

Acevedo H.M. (2005) "*Reconstrucción de la matriz de rigidez de marcos a partir de sus parámetros modales experimentales*" Tesis de maestría, Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, UNAM, 73 pp. México D.F.

Aktan A.E., Farhey D.N., Helmicki A.J., Brown D.L., Hunt V.J., Lee K.L. y Levi A. (1997) *"Structural identification for condition assessment: experimental arts"* Journal of Structural Engineering, **123**, pp 1674-1684.

Alvin K.F., Robertson A.N., Reich G.W. y Park K.C. (2003) "*Structural system identification: from reality to models*" Advanced Computational Models and Techniques in Dynamics, **81** (12), pp 1149-1176.

Baruch M. y Bar Itzhak I.Y., (1978), "*Optimal weighted orthogonalization of measured modes*", AIAA Journal, **16**(4), pp 346-351.

Bendat J.S. y Piersol A.G. (1989) "Random data: analysis and measurement procedure" Wiley – Interscience, 594 pp. New York.

Bernal, D. (2000) *"Extracting flexibility matrices from state-space realizations"* Conferencia Europea sobre Identificación de Sistemas y Seguimiento de la Salud Estructural, COST F3, pp 127-135. Madrid, España.

Bungey J.H. y Millard S.G. (1996) "*Testing of concrete in structures*" Champman & Hall. 352 pp, EUA.

Carrasco C., Osegueda R., Ferregut C., y Grygier M. (1997) "*Localization and quantification of damage in a space truss model using modal strain energy*" Smart Systems for Bridges, Structures, and Highways, Proceedings of SPIE, **3**(043), pp 181–192.

Chang F.K. (1998) "*Structural health monitoring: current status and perspectives*" Boca Raton: CRC Press. 801 pp, E.U.A.

Chang F.K. (2002) "*Structural health monitoring: the demands and challenges*" Boca Raton: CRC Press. 945 pp, E.U.A.

Chen J.-C. y Garba J.A. (1980) "Analytical model improvement using modal test results" AIAA Journal, **18**(6), pp 684–690.

Chopra A.K. (2007) *"Dynamics of structures, theory and applications to earthquake engineering"*, Universidad de California en Berkeley, Prentice Hall, 844 pp, EUA.

Curadelli R.O., Riera J.D., Ambrosini D. y Amani M.G. (2008) "Damage detection by means of structural damping identification" Engineering Structures, **30**, pp 3497-3504.

Doebling S.W., Farrar C.R. y Prime M.B. (1998) "*A summary review of vibration-based damage identification methods*" Shock and Vibration Digest **30** (2), pp 91-105.

Escobar J.A., Sosa J.J. y Gómez R. (2005) "*Structural damage detection using the transformation matrix*" Computer and Structures, **83**, pp 357-368.

Ewins D.J. (1984) "*Modal testing: theory, practice and application*" Research Studies Press Ltd., 400 pp, Inglaterra.

Farhad, A. (2005) "Sensing issues in civil structural health monitoring" Springer. 528 pp, EUA.

Fox C.H. (1992) "*The location of defects in structures: a comparison of the use of natural frequency and mode shape data,*" **en** Proc. of the 10th International Modal Analysis Conference, pp 522–528. California, EUA.

Goodwin, G.C. y Payne, R.L. (1977). "*Dynamic system identification: experiment design and data analysis*". Academic Press, 299 pp. EUA.

Guyan R.J. (1965) "Reduction of stiffness and mass matrices", AIAA Journal, 3(2), pp 380-380.

Haug E.F. y Choi K.K. (1984) "*Structural design sensitivity analysis with generalized global stiffness and mass matrices*" *AIAA Journal*, **22** (9), pp 1299–1303.

Hellier C, (2003) "Handbook of non-destructive evaluation" McGraw-Hill, 603 pp, EUA.

Hemez F.M., (1993) "*Theoretical and experimental correlation between finite element models and modal tests in the context of large flexible space structures*," Tesis de doctorado, Departamento de ciencias de ingeniería aeroespacial, Universidad de Colorado, 638 pp, Boulder, CO.

Huang C.S., Hung S.L., Wen C.M. y Tu T.T. (2003) "*A neural network approach for structural identification and diagnosis of a building from seismic response data*" Earthquake Engineering and Structural Dynamics. **32**, pp 187-206.

Huston D. (2010) "*Structural sensing, health monitoring, and performance evaluation*" Taylor & Francis, 662 pp, Inglaterra.

IAEA–TCS–17 (2002) "*Guidebook on non-destructive testing of concrete structures*" Training Course Series, **17**, International Atomic Energy Agency, 242 pp, Viena.

Kim J., Ryu Y., Lee B., y Stubbs N. (1997) "*Smart baseline model for nondestructive evaluation of highway bridges*" Smart Systems for Bridges, Structures, and Highways, Proceedings of SPIE, **3**(043), pp 217–226.

Lin A.N. (1985) *"System identification for determination of dynamic properties from forced-vibration testing"* Experimental Techniques, 1985, **7**, pp 34-37.

Lin C. (1998) *"Unity check method for structural damage detection"* Journal of Spacecraft and Rockets, **35** (4), pp 577–579.

Long Y.Q., Cen S. y Long Z.F. (2009) *"Advanced finite element method in structural engineering"* Springer-Tsinghua University Press. 720 pp, China.

Ma J. y Pines D. (2003) "Damage detection in a building structure model under seismic excitation using dereverberated wave mechanics" Engineering Structures, **25**, pp 385-396.

Martin J. W. (2006) "Materials for engineering" 3ra Ed. CRC Press. 254 pp, EUA.

Maeck J. y De Roeck G. (1999) "Damage detection on a prestressed concrete bridge and RC beams using dynamic system identification" Damage assessment of structures, Memorias de la conferencia internacional de cuantificación de daño en estructuras (DAMAS 99), Dublín, Irlanda, pp 320–327.

Modena C., Sonda D., y Zonta D. (1999) "*Damage localization in reinforced concrete structures by using damping measurements*" Memorias de la conferencia internacional de cuantificación de daño en estructuras (DAMAS 99), Dublín, Irlanda, pp 132–141.

Mottershead J.E. y Frisweell M.I. (1993) *"Model updating in structural dynamics: a survey"* Journal of Sound and Vibration, 167(2), pp 347-375.

Norris M.A. y Meirovitch L. (1989) "On the problem of modeling for parameter identification in distributed structures" International Journal for Numerical Methods in Engineering, **28**, pp 2451–2463.

Perera R. y Ruiz A. (2008) "*A multistage FE updating procedure for damage identification in largescale structures base don multiobjetive evolutionary optimization*" Mechanical Systems and Signal Processing. **22**, pp 970-991.

Petryna Y.S. y Krätzig W.B. (2005) "*Compliance-based structural damage measure and its sensitivity to uncertainties*" Computer and Structures, **83**, pp 1113-1133.

Qiang P., Xun G., y Chang-you Z. (2004) "*A wireless structural health monitoring system in civil engineering*". Tercera Conferencia Internacional en Ingeniería Sísmica (3ICEE), Octubre 18-20. Nanjing, China.

Reich G.W., y Park K.C. (2000) "Experimental applications of a structural health monitoring methodology" Smart Structures and Materials 2000: Smart Systems for Bridges, Structures, and Highways, Proceedings of SPIE, Vol. 3,988, Newport Beach, California, pp 143–153.

Ricles J.M., (1991) "Nondestructive structural damage detection in flexible space structures using vibration characterization" NASA, Reporte CR-185670, 354 pp.

Ricles J.M. y Kosmatka J.B. (1992) "*Damage detection in elastic structures using vibratory residual forces and weighted sensitivity*" AIAA Journal, **30**, pp 2310–2316.

Rytter, A. (1993) *"Vibration based inspection of civil engineering structures"* Tesis de Doctorado, Departamento de Tecnología de la Construcción e Ingeniería Estructural, Universidad de Aalborg, Dinamarca.

Saito T., Mase S. y Morita K., (2005) "*A probabilistic approach to structural damage estimation*" Structural Control and Health Monitoring, **12**, pp 283-299.

Salawu O.S. y Williams C. (1995) *"Review of full-scale dynamic testing of bridge structures"* Engineering Structures **17**(2), pp 113-121.

Salawu O.S., (1997) "Detection of structural damage thorough changes in frequency: a review" Engineering Structures, **19** (9), pp 718-723.

Sanayei M. y Onipede O. (1991) "*Damage assessment of structures using static test data*" AIAA Journal, **29**(7), pp 1174–1179.

Sanayei M., Onipede O., y Babu S.R. (1992) "Selection of noisy measurement locations for error reduction in static parameter identification," AIAA Journal, **30** (9), pp 2299–2309.

Sanayei M. y Saletnik M.J. (1996a) "*Parameter estimation of structures from static strain measurements, part i: formulation*" Journal of Structural Engineering-ASCE, **122** (5), pp 555-562.

Sanayei M. y Saletnik M.J. (1996b) "*Parameter estimation of structures from static strain measurements, part ii: error sensitivity analysis*" Journal of Structural Engineering-ASCE, **122** (5), pp 563-572.

SHMII-4, (2009) "Proceedings of the 4th international conference on structural health monitoring and intelligent infrastructure", 22-24 de Julio, Zurich, Suiza.

Sohn H. y Law K.H. (1997) "*A bayesian probabilistic approach for structure damage detection*", Departamento de Ingeniería Civil Universidad de Standford, Standford, CA, 22 pp, E.U.A.

Sohn H., Farrar C.R., Hemez F.M., Shunk D.D., Stinemates D.W., Nadler B.R. y Czarnecki J.J. (2004) *"A review of Structural Health Monitoring Literature 1996-2001".* Los Alamos, National Laboratory. Reporte LA-13976-MS. 345 pp, California, EUA.

Su R.K., Chandler A.M., Sheikh M.N. y Lam T.K. (2005) *"influence of non-structural components on lateral stiffness of tall buildings"* The Structural Design of Tall and Special Buildings, **14**, pp 143-164.

Spencer F.W. (1996) "Visual inspection research project report on benchmark inspections" Technical Report DOT/FAA/AR-96/65, 49 pp, U.S. Department of Transportation. Federal Aviation Administration.

Taha M.M. y Lucero J. (2005) "*Damage identification for structural health monitoring using fuzzy pattern recognition*" Engineering Structures, **27**, pp 1774-1782.

West W.M. (1984), "Illustration of the use of modal assurance criterion to detect structural changes in an orbiter test specimen" en Proc. Air Force Conference on Aircraft Structural Integrity, pp 1–6.

Williams E.J. y Messina A. (1999) *"Applications of the multiple damage location assurance criteria".* En Proc. DAMAS 99: Int. Conf. Damage Assessment of Structures, Dublin, Irlanda, pp. 256–264.

Yu L., Cheng L., Yam L.H. y Yan Y.J. (2007) "Application of eigenvalue perturbation theory for detection small structural damage using dynamic responses" Composite Structures **78**, pp 402-409.

Zapico J.L. y González M.P. (2003) "*Damage assessment using neural networks*" Mechanical Systems and Signal Processing, **17**(1), pp 119-125.

Zonta D., Modena C., y Bursi, O.S. (2000) "*Analysis of dispersive phenomena in damaged structures*" Conferencia Europea sobre Identificación de Sistemas y Seguimiento de la Salud Estructural, COST F3, Madrid, España, pp 801–810.