



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE INGENIERÍA

DIVISIÓN DE INGENIERÍA EN CIENCIAS DE LA TIERRA

**“ANÁLISIS DE PRUEBAS DE
PRESIÓN PARA FLUJO DE
ACEITES EXTRAPESADOS
CON COMPORTAMIENTO
NO-NEWTONIANO”**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

INGENIERO PETROLERO

P R E S E N T A:

CARLOS ALBERTO HERNÁNDEZ NIÑO

DIRECTOR DE TESIS:

DR. FERNANDO SAMANIEGO VERDUZCO

CO-DIRECTOR:

DR. HÉBER CINCO LEY



MÉXICO, D. F., CIUDAD UNIVERSITARIA, 2012



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

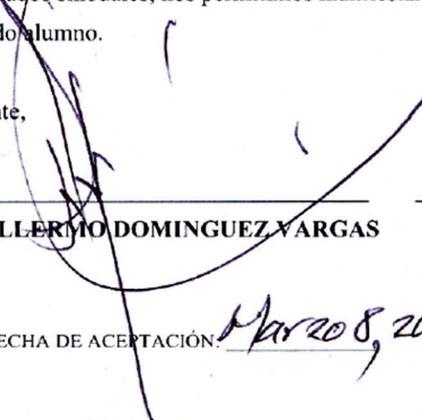
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE INGENIERÍA EN CIENCIAS DE LA
TIERRA

Aceptación de Trabajo Escrito

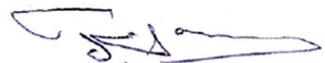
MTRO. JOSÉ GONZALO GUERRERO ZEPEDA
DIRECTOR DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA
DE LA U.N.A.M.
Presente.

En relación con el Examen Profesional de **HERNANDEZ NIÑO CARLOS ALBERTO**, registrado con número de cuenta 300125849 en la carrera de **INGENIERÍA PETROLERA**, del cual hemos sido designados sinodales, nos permitimos manifestarle la aceptación del trabajo escrito desarrollado por el citado alumno.

Atentamente,



DR. GUILLERMO DOMINGUEZ VARGAS



**DR. FERNANDO SAMANIEGO
VERDUZCO**

FECHA DE ACEPTACIÓN: Marzo 8, 2012

FECHA DE ACEPTACIÓN: Marzo 8, 2012.



DR. RAFAEL RODRIGUEZ NIETO



DR. EDGAR RENE RANGEL GERMAN

FECHA DE ACEPTACIÓN: 7/03/2012

FECHA DE ACEPTACIÓN: 9-III-2012.

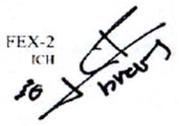


ING. ISRAEL CASTRO HERRERA

FECHA DE ACEPTACIÓN: 7/03/2012

FECHA DE EMISIÓN : 02 de Marzo de 2012

FEX-2
ICH



DEDICATORIA

A Dios por todas sus bendiciones.

A mi mamá Raquel Niño, por darme la vida, estar siempre conmigo dándome un consejo, educarme, enseñarme a perseguir mis metas, bendecir mi camino día con día, por que este sueño lo construimos juntos, no hay palabras para decirte cuanto te agradezco todo lo que haces por mí. Te amo mamá.

A mi abuelita Margarita Ibarra (+), por que siempre te llevo en mi corazón y sé que donde quiera que estés me sigues cuidando como siempre lo hiciste, quisiera que estuvieras aún conmigo compartiendo este momento.

A mi hermana Angélica Hernández y a mi cuñado Mirzha Uribe, por no dejarme sólo ni un momento.

A Ana Belén Cruz, por estar a mi lado y acompañarme en este camino, decirme las palabras necesarias en los momentos difíciles para seguir adelante con este sueño y regalarme una sonrisa y un te amo cada día.

A Ismael García y Margarita Niño, por que sin su apoyo esto sueño no hubiera sido posible, no tengo como agradecer tanto apoyo recibido de su parte.

A Diana Montelongo, por que sólo seguí tu consejo de: "si se puede", eres un ejemplo a seguir en mi vida.

A Lorena Niño, por estar siempre dispuesta a apoyarme en lo que necesito.

A mis tíos José Montelongo y Elvia Niño, por educarme en los primeros años de mi vida y tener siempre un consejo de vida que darme.

A Alfonso Niño por decirme a diario que persiguiera mi sueño y no lo dejara ir, que el camino es a veces difícil, pero al final vale la pena.

A mi tío Jaime Niño, gracias por acompañarme durante este camino.

A todas mis primas, por estar siempre al pendiente de lo que me pasa.

Agradecimientos

De manera muy especial al Dr. Fernando Samaniego Verdúzco, por compartir sus conocimientos conmigo, ser el guía en este trabajo, tener siempre una atención amable y un momento para mí.

Al Dr. Héber Cinco Ley por haberme permitido asistir a su clase, compartir su experiencia y las valiosas aportaciones para la realización de esta tesis.

A mis Sinodales, Dr. Guillermo C. Domínguez Vargas, Dr. Edgar René Rangel Germán, Dr. Rafael Rodríguez Nieto, y al Ing. Israel Castro Herrera, por sus comentarios para mejorar este trabajo y el tiempo dedicado para la revisión del mismo.

A los Ingenieros, Guadalupe del Carmen Alvarado Arias, Luis César Vázquez Segovia, Jorge González Ramírez, Federico Cruz primero que nada por haber sido mis profesores y compartir su conocimiento conmigo, después por convertirse en un ejemplo a seguir, pero sobre todo por su sincera amistad.

A la Ing. Elsa Hilarario Ramírez y al Lic. Franco Antonio Vázquez, por el apoyo que me brindaron para realizar este trabajo, el tiempo dedicado y sus consejos para mejorar esta tesis.

Al Ing. Rubén Rodríguez, gracias por todos tus comentarios y consejos.

Al Mat. Ricardo Pacheco, por todos sus comentarios para mejorar este trabajo.

A mis amigos:

Uriel Andrés, gracias por brindarme tu amistad durante todo este tiempo, por estar dispuesto a ayudarme en mis proyectos y tareas.

Abel Luna, Christian Muñoz, Miguel Ángel Peguero y Miguel de Jesús, por ser mis amigos desde los primeros semestres de la carrera, por todas las horas que compartimos haciendo tareas, proyectos, presentaciones, y todos los momentos de diversión que pasamos juntos.

Everardo Hernández, por compartir conmigo tu tiempo y esfuerzo para realizar cada uno de los proyectos que nos dejaban, y sobre todo por tu gran amistad, por que en verdad es muy difícil encontrar personas como tú, alguien que siempre este dispuesto a ayudarte en lo que sea.

Edison Lopez, por tener palabras de aliento y un consejo que darne, gracias por tu sincera amistad.

Juan Mantúfar, Carlos Avendaño, Carlos Reyes, Francisco Guzmán, Ingrid Álvarez, Carlos Moreno, Julio Trejo, Christopher Duarte, por brindarme su amistad a lo largo de la carrera.

*A la **Universidad Nacional Autónoma de México**, por ser mi alma mater y haberme permitido concluir mis estudios profesionales.*

*A la **Facultad de Ingeniería**, por que me siento muy orgulloso de haber pertenecido a ella.*

Carlos Alberto Hernández Niño.

Índice

Resumen	iv
Lista de Figuras	vi
Lista de Tablas	ix
Capítulo 1 Introducción	1
Capítulo 2 Revisión de la Literatura	3
2.1. Flujo de Fluidos no-Newtonianos a través de Medios Porosos	4
2.1.1. McKinley, Jahns y Harris (1960)	4
2.1.2. Christopher y Middleman (1965)	5
2.1.3. Gogarty (1967)	6
2.1.4. Poolen y Jargon (1969)	7
2.1.5. Savins (1969)	8
2.2. Análisis de Pruebas de Presión para Flujo de Fluidos no-Newtonianos	9
2.2.1. Odeh y Yang (1979)	9
2.2.2. Iroku (1978)	10
2.2.3. Vongvuthipornchai y Raghavan (1987,1988)	11
2.2.4. Wu y Pruess (1990)	12

2.3. Método para Eliminar los Efectos del Tiempo de Producción en la Interpretación de Pruebas de Incremento de Presión	13
2.3.1. Agarwal (1980)	13
Capítulo 3 Método para Analizar Datos de Pruebas de Presión en Presencia de Fluidos no-Newtonianos	14
3.1. Ecuación Básica para el Flujo de Fluidos Newtonianos en Medios Porosos	14
3.1.1. Solución a la Ecuación de Difusión	15
3.1.2. Efecto de Daño	17
3.1.3. Efecto de Almacenamiento del Pozo	18
3.2. Ecuación Básica de Flujo de Fluidos no-Newtonianos en Medios Porosos	22
3.3. Variables Adimensionales	23
3.3.1. Presión Adimensional no-Newtoniana	23
3.3.2. Radio Adimensional	24
3.3.3. Tiempo Adimensional no-Newtoniano	24
3.4. Solución a la Ecuación de Difusión para el Flujo de un Fluido no-Newtoniano	24
3.5. Efecto del Daño para Flujo de Fluidos no-Newtonianos	30
3.6. Efecto de Almacenamiento del Pozo para Fluidos no-Newtonianos	31
3.7. Método de Agarwal (1980) para Eliminar los Efectos del Tiempo de Producción en la Interpretación de Pruebas de Incremento de Presión	36
3.8. Desarrollo del Método para el Análisis de Pruebas de Incremento cuando se tiene un Fluido no-Newtoniano	46

3.8.1. Caso para un Yacimiento Infinito, sin Considerar los Efectos del Pozo ($C_{DNN} = 0, s = 0$)	50
3.8.2. Caso para un Yacimiento Infinito, Considerando los Efectos de Daño ($C_{DNN} = 0, s \neq 0$)	54
3.8.3. Caso para un Yacimiento Infinito, Considerando los Efectos del Pozo ($C_{DNN} \neq 0, s \neq 0$)	55
Capítulo 4 Ejemplos de Aplicación	65
4.1. Ejemplo 1. Prueba de Decaimiento de Presión (PDP)	65
4.2. Ejemplo 2. Prueba de Incremento de Presión	73
Conclusiones	79
Nomenclatura	81
Referencias	85
Apéndice A Desarrollo de la Ecuación de Difusión para el Flujo de un Fluido en Ley de Potencias	89
Apéndice B Búsqueda en Programas Especializados	100
Apéndice C Datos de Presión Registrados Durante la Prueba de Incremento del Pozo A	101

Resumen

El propósito del trabajo presente es exponer un nuevo método para analizar los datos de presión transitoria cuando se tiene presencia de un fluido no-newtoniano en la formación, esto debido a que algunos aceites extrapesados presentan tal comportamiento, de igual forma los fluidos empleados durante los procesos de recuperación mejorada tienen comportamiento no-newtoniano, estos fluidos son inyectados en los yacimientos con la finalidad de recuperar la mayor cantidad de aceite.

El Capítulo 1, presentará una breve introducción del trabajo desarrollado.

En el Capítulo 2, se presentará una revisión de los trabajos más importantes realizados hasta la fecha con referencia al análisis de pruebas de presión en presencia de fluidos no newtonianos. Este capítulo se dividirá en tres subtemas principales: el primero de ellos hará referencia a los trabajos más importantes presentados sobre el flujo de fluidos no-newtonianos a través de medios porosos.

El segundo subtema tratará los trabajos más importantes sobre el análisis de pruebas de presión en presencia de fluidos no newtonianos, haciendo énfasis en el trabajo más importante presentado sobre este tema y sobre el cual está la base del trabajo desarrollado en esta tesis.

El tercer subtema está enfocado a una breve descripción del método propuesto por **Agarwal (1980)**, para analizar los datos de incremento de presión, ya que será el método que se tratará de emplear, pero ahora para las pruebas de presión cuando se tiene un fluido no-newtoniano en la formación.

En el Capítulo 3, como primera parte se hablará un poco acerca del análisis de pruebas de presión cuando el fluido es newtoniano. En el primer subtema de este

capítulo se describirá de una manera más amplia el método propuesto por **Agarwal (1980)** para considerar el tiempo de producción y poder de esta manera utilizar las curvas tipo de decremento para analizar los datos de incremento de presión.

En el segundo subtema, se presentará la solución propuesta por **Ikoku (1978)** para el análisis de las pruebas de presión cuando se inyectan fluidos no-newtonianos al yacimiento, esto debido a que es la solución que se tomará para desarrollar el método que se presentará para el análisis de los datos obtenidos durante la realización de las pruebas de presión.

En el tercer subtema se presentará el desarrollo del método propuesto, mostrando las ecuaciones obtenidas, con las cuales se analizarán los datos obtenidos de la pruebas de presión, así mismo se presentarán las gráficas correspondientes para verificar la utilidad del método propuesto.

En el Capítulo 4, se presentarán ejemplos en los cuales se emplearán las ecuaciones propuestas, obtenidas durante el desarrollo del método sugerido, con la finalidad de poder verificar que podemos utilizar el método propuesto en el análisis de los datos obtenidos durante la realización de las pruebas de presión.

Por último se presentarán las conclusiones del trabajo realizado.

Lista de Figuras

Fig. 3.1.- Curva tipo de la solución fuente lineal	16
Fig. 3.2.- Efecto de la caída de presión debida al daño	17
Fig. 3.3.- Efecto de almacenamiento en la producción de un pozo	19
Fig. 3.4.- Comportamiento de la presión adimensional incluyendo el almacenamiento del pozo	20
Fig. 3.5.- Comportamiento de la presión adimensional para un yacimiento infinito con efectos de almacenamiento y daño	21
Fig. 3.6.- Comportamiento de la presión de fondo adimensional no-Newtoniana para fluidos pseudoplásticos, yacimiento infinito, gráfica log-log	27
Fig. 3.7.- Comportamiento de la presión de fondo adimensional no-Newtoniana para fluidos pseudoplásticos, yacimiento infinito, gráfica semi-log	28
Fig. 3.8.- Comparación de resultados, solución exacta contra aproximación analítica ...	29
Fig. 3.9.- Comportamiento de la presión de fondo adimensional no-Newtoniana incluyendo los efectos de almacenamiento, yacimiento infinito, $s = 0$ y $n = 0.2$	32
Fig. 3.10.- Comportamiento de la presión de fondo adimensional no-Newtoniana incluyendo los efectos de almacenamiento, yacimiento infinito, $s = 0$ y $n = 0.8$	33
Fig. 3.11.- Comportamiento de la presión de fondo adimensional no-Newtoniana incluyendo los efectos de almacenamiento y daño, yacimiento infinito, $s = 5$	33

Fig. 3.12.- Comportamiento de la presión de fondo adimensional no-Newtoniana incluyendo los efectos de almacenamiento y daño, yacimiento infinito, $s = 20$ 34

Fig. 3.13.- Comportamiento de la presión de fondo adimensional no-Newtoniana incluyendo los efectos de almacenamiento para diferentes valores de daño, yacimiento infinito, $n = 0.5$ 34

Fig. 3.14.- Curvas tipo de incremento de presión para varios tiempos de producción adimensional, yacimiento infinito, $C_D = 0$, $s = 0$ 40

Fig. 3.15.- Normalización de las curvas de incremento, yacimiento infinito, $C_D = 0$, $s = 0$ 41

Fig. 3.16.- Curvas tipo de incremento de presión para varios tiempos de producción adimensional, yacimiento infinito, $C_D = 10^3$, $s = 0$ 43

Fig. 3.17.- Gráfica log-log de las curvas tipo de incremento de presión para varios tiempos de producción adimensional, yacimiento infinito, $C_D = 10^3$, $s = 0$ 44

Fig. 3.18.- Normalización de la curva tipo de incremento de presión para varios tiempos de producción adimensional, gráfica semi-log, yacimiento infinito, $C_D = 10^3$, $s = 0$ 45

Fig. 3.19.- Normalización de la curva tipo de incremento de presión para varios tiempos de producción adimensional, grafica log-log, yacimiento infinito, $C_D = 10^3$, $s = 0$ 46

Fig. 3.20.- Curvas tipo de incremento de presión para varios tiempos de producción adimensional, yacimiento infinito, $C_{DNN} = 0$, $s = 0$ y $n = 0.2$ 49

Fig. 3.21.- Normalización de las curvas tipo de incremento de presión, yacimiento infinito, $C_{DNN} = 0$, $s = 0$ y $n = 0.2$ 52

Fig. 3.22.- Curvas tipo de incremento de presión, yacimiento infinito, $C_{DNN} = 10^3$, $s = 0$ y $n = 0.2$ 58

Fig. 3.23.- Normalización de las curvas tipo de incremento de presión yacimiento infinito, $C_{DNN} = 10^3$, $s = 0$ y $n = 0.2$ 59

Fig. 3.24.- Curvas tipo de incremento de presión, yacimiento infinito, $C_{DNN} = 10^3$, $s = 5$ y $n = 0.2$ 60

Fig. 3.25.- Normalización de las curvas tipo de incremento de presión, yacimiento infinito, $C_{DNN} = 10^3$, $s = 5$ y $n = 0.2$ 61

Fig. 3.26.- Curvas tipo de incremento de presión, yacimiento infinito, $C_{DNN} = 10^3$, $s = 0$ y $n = 0.8$ 62

Fig. 3.27.- Normalización de las curvas tipo de incremento de presión, yacimiento infinito $C_{DNN} = 10^3$, $s = 0$ y $n = 0.8$ 62

Fig. 3.28.- Curvas tipo de incremento de presión, yacimiento infinito, $C_{DNN} = 10^3$, $s = 20$ y $n = 0.8$ 63

Fig. 3.29.- Normalización de las curvas tipo de incremento de presión, yacimiento infinito, $C_{DNN} = 10^3$, $s = 20$ y $n = 0.8$ 63

Fig. 4.1.- Gráfica log-log de la PDP, ejemplo 1 67

Fig. 4.2.- Línea recta en los datos de la PDP, ejemplo 1 68

Fig. 4.3.- Gráfica de la diferencia de presión contra el tiempo de decremento equivalente no-newtoniano, ejemplo 1 69

Fig.4.4.- Gráfica log-log de la prueba de incremento del pozo A, ejemplo 2 75

Fig.4.5.- Línea recta en los datos de incremento del pozo A, ejemplo 2 76

Fig. 4.6.- Gráfica de la diferencia de presión contra el tiempo de decremento equivalente no-newtoniano, ejemplo 2 77

Fig.1-A.- Volumen de control para la derivación de la ecuación de continuidad considerando flujo radial. 90

Lista de Tablas

Tabla 1.- Valores de p_{DNw} , para diferentes valores del índice de comportamiento de flujo.....	26
Tabla 2.- Valores de p_{DNw} para $C_{DNN} = 10^3$, con diferentes valores de daño, yacimiento infinito	57
Tabla 3.- Propiedades para el Ejemplo 1	66
Tabla 4.- Datos de la PDP, Ejemplo 1	66
Tabla 5.- Datos del pozo A	74
Tabla 6.- Datos de presión registrados durante la prueba de incremento del pozo A	101

Capítulo 1

Introducción

El análisis de pruebas de presión tales como incremento, decremento, inyección, etc., son de vital importancia para la ingeniería de yacimientos y de producción, debido a que se debe contar con información suficiente acerca del yacimiento para diseñar un plan de explotación adecuado.

Los datos obtenidos durante la realización de las diversas pruebas de presión existentes, deben analizarse con la metodología de análisis correcta, ya que de lo contrario se pueden cometer grandes errores al momento de obtener resultados de las propiedades del yacimiento.

La constante declinación de la producción de los campos de aceite convencional, ha generado que la industria petrolera se vea en la necesidad de explotar yacimientos que contienen aceite pesado y extrapesado, que representan un gran reto para los ingenieros; debido a que estos aceites son en la actualidad la mayor reserva de hidrocarburos en el mundo, es importante implementar las técnicas adecuadas para la caracterización de este tipo de yacimientos.

Los aceites extrapesados con densidades menores a los 10° API, pueden presentar comportamiento no-newtoniano bajo ciertas condiciones, por tal motivo es necesario emplear la técnica adecuada de análisis al momento de obtener datos de presión.

Este comportamiento no-newtoniano se debe principalmente a la depositación de sólidos generados por los asfaltenos en la formación, lo cual causa que el aceite adquiera un comportamiento no-newtoniano, pudiendo comprobarse como se mostrará en el desarrollo de esta tesis al realizar una gráfica del logaritmo de la diferencia de presión contra el logaritmo del tiempo de cierre, de la cual la pendiente de la porción de línea recta que se obtenga debe ser menor a 0.33, para que los datos de presión puedan analizarse con la metodología planteada para el caso de flujo de un fluido no-newtoniano.

El objetivo de esta tesis, es presentar el desarrollo para la expresión del tiempo de decremento equivalente para el caso de flujo de un fluido no-newtoniano (Δt_{eNN}), siguiendo la metodología desarrollada por **Agarwal (1980)** para la obtención de este grupo en el caso de flujo de un fluido newtoniano. Adicionalmente se presentan dos ejemplos de aplicación para observar la utilidad del nuevo grupo de tiempo; en el primer ejemplo se analiza una prueba de decaimiento de presión (PDP o “falloff”) y en el segundo se interpretan mediante la metodología de análisis no-newtoniana los datos de presión registrados durante una prueba de incremento, realizada en un pozo productor en un yacimiento de aceite extrapesado.

Capítulo 2

Revisión de la Literatura

Para analizar el flujo de fluidos no-newtonianos a través de medios porosos, existen cuatro enfoques principales; los modelos continuos, modelos de tubos capilares (que son los más empleados para describir este fenómeno y de los cuales han surgido los trabajos más importantes respecto a este tema), los modelos numéricos y los modelos de redes a escala de poro.

Este tema es de suma importancia, debido a que es la base para determinar una relación que describa el comportamiento de la viscosidad respecto a la velocidad de corte, que se usa para presentar una ecuación de Darcy modificada, la cual toma en cuenta el efecto no-newtoniano del fluido; posteriormente esta modificación para la ecuación de Darcy se utiliza conjuntamente con la ecuación de continuidad y una ecuación de estado para derivar una ecuación similar a la ecuación de difusión para el flujo de fluidos newtonianos en medios porosos.

Las soluciones para la ecuación de difusión, son las bases para los métodos de análisis de pruebas de presión; como se discutirá más adelante, la ecuación diferencial parcial que resulta cuando se tiene el flujo de un fluido no-newtoniano en un medio poroso es no lineal, y por esta razón, todos los autores han obtenido aproximaciones analíticas como soluciones, ya que para obtener soluciones exactas se requiere de un análisis numérico.

A continuación se presenta un resumen breve de los trabajos más importantes tanto para el flujo de fluidos no-newtonianos en medios porosos, así como para el análisis de pruebas de presión cuando se tiene un fluido no-newtoniano.

2.1. Flujo de Fluidos no-Newtonianos a través de Medios Porosos

2.1.1. McKinley, Jahns y Harris (1960)

Presentaron un trabajo donde describen el flujo unidimensional lineal de un fluido no-newtoniano (polímero) en un medio poroso consolidado. Los autores utilizaron una ley de Darcy modificada, Ec. 2.1, para poder representar el flujo a través del medio poroso, el cual desarrollaron por analogía directa de los resultados obtenidos para el flujo del fluido a través de un capilar uniforme.

$$V_p = -F(\sigma) \frac{k \nabla p}{\mu_o} , \dots\dots\dots (2.1)$$

donde:

$$\sigma = \alpha_o \sqrt{\frac{k}{\phi}} |\nabla p| . \dots\dots\dots (2.2)$$

La relación adimensional de la viscosidad $F(\sigma)$ se determinó de las mediciones realizadas en el capilar y α_o es una constante para cada tipo de medio poroso, la cual toma en cuenta la distribución del tamaño de poros y la tortuosidad de los poros en el medio.

2.1.2. Christopher y Middleman (1965)

Los autores utilizaron el modelo del tubo capilar para modificar la ecuación de Blake-Kozeny, que es la relación semi-empírica más utilizada para describir el flujo laminar de un fluido newtoniano a través del medio poroso, la cual se realizó para poder representar el flujo de un fluido no-newtoniano a través de un medio poroso, el fluido considerado en sus experimento se asumió que podía ser presentado por el modelo de ley de potencias.

Para analizar los datos del experimento, los autores presentaron una ecuación modificada para la ley de Darcy, Ec. 2.3, en la cual se toma en cuenta el efecto no-newtoniano del fluido.

$$V_0 = \left(\frac{k}{\mu_{ef}} \frac{\Delta p}{L} \right)^{\frac{1}{n}}, \dots\dots\dots (2.3)$$

donde:

$$\mu_{ef} = \frac{H}{12} \left(9 + \frac{3}{n} \right)^n (150k\phi)^{\frac{1-n}{2}} \dots\dots\dots (2.4)$$

Señalan las deficiencias del modelo de ley de potencias, haciendo hincapié en que este modelo predice una viscosidad infinita cuando la velocidad de corte tiende a valores grandes.

Al final de su trabajo, compararan su método desarrollado con los resultados obtenidos por **Sadowski (1965)**, el cual reportó haber observado efectos viscoelásticos en experimentos similares realizados al propuesto por los autores.

La diferencia entre estos experimentos es que **Sadowski (1965)**, utilizó el modelo de Ellis, para el desarrollo de su trabajo; en la comparación de sus resultados, **Christopher y Middleman (1965)** observaron que no coinciden con los obtenidos por **Sadowski (1965)**.

2.1.3. Gogarty (1967)

El objetivo principal de este trabajo, fue determinar una relación entre la velocidad de corte promedio a través del núcleo utilizado y la velocidad frontal, para poder remplazar la viscosidad en la ley de Darcy por una relación que tomara en cuenta la velocidad de corte promedio, así como las propiedades reológicas del fluido no-newtoniano.

En sus resultados, el autor presenta gráficas de velocidad de corte contra la viscosidad aparente, los fluidos empleados fueron surfactantes estabilizados en hidrocarburos; para obtener las mediciones de las propiedades reológicas utilizó tanto un viscosímetro capilar como uno de cono y plato. En las gráficas incluidas se puede observar claramente el comportamiento pseudoplástico de los fluidos empleados.

La Ec. 2.5, fue presentada por el autor para determinar la velocidad de corte promedio en función de la velocidad frontal a través del núcleo.

$$\bar{v}' = \left(\frac{BV_f}{f(k)\sqrt{\frac{k}{\phi}}} \right)^y, \dots\dots\dots (2.5)$$

donde $f(k)$ es una función lineal del logaritmo de la permeabilidad, γ es una constante dependiendo del fluido, B es una constante, V_f es la velocidad frontal y \bar{v}' es la velocidad de corte promedio.

2.1.4. Poolen y Jargon (1969)

Publicaron un trabajo en el cual desarrollaron relaciones tanto para el estado estacionario como para el flujo radial de un fluido, cuyo comportamiento reológico era descrito por la ley de potencias, los resultados del comportamiento transitorio se obtuvieron empleando el método de diferencias finitas y se presentaron por medio de curvas de caída de presión adimensional contra tiempo adimensional para un gasto de inyección constante, las curvas de decremento obtenidas no mostraron la porción de línea recta como sucede con los fluidos newtonianos.

Para el flujo en estado estacionario, los autores propusieron una expresión para la caída de presión, Ec. 2.6, la cual toma en cuenta el modelo de ley de potencias. De igual manera, para el flujo radial de un fluido con comportamiento de ley de potencias en estado estacionario, desarrollaron una expresión para la caída de presión, Ec. 2.7.

El comportamiento transitorio del fluido en ley de potencias es importante, ya que la viscosidad aparente, puede calcularse de una prueba de incremento o determinarse con base en la gráfica de decremento, tomando la pendiente durante el último ciclo antes que la presión se estabilice. Aunque esta pendiente no es representativa de la viscosidad aparente promedio, cuando el fluido no-newtoniano se mueve lejos del pozo y el estado estacionario es alcanzado.

Una buena aproximación de la viscosidad aparente promedio, se obtendría conforme la dimensión del yacimiento aumentara.

$$\Delta p = \frac{F}{k} \frac{q^{n+1}}{A^{n+1}} L, \dots\dots\dots (2.6)$$

$$dp = \frac{Fq^{n+1}}{(2\pi h)^{n+1} k r^{n+1}} dr \dots\dots\dots (2.7)$$

2.1.5. Savins (1969)

En su trabajo realizó un estudio amplio del flujo de fluidos no-newtonianos a través de medios porosos, comparando los resultados obtenidos por varios autores: **Truesdell (1964)**, **Christopher y Middleman (1965)**, **Bird (1965)**, **Sadowski (1965)**, **Mckinley (1966)**, **Marshall y Metzner (1967)**, **Gogarty (1967)**, entre otros.

En este trabajo, se puede observar claramente la importancia que tiene el comportamiento reológico complejo en muchos sistemas de flujo, puesto que la revisión incluye artículos en los cuales se usaron diferentes fluidos no-newtonianos; además se consideran tanto medios porosos sin consolidar como consolidados; cabe señalar que muchos de los resultados obtenidos en los trabajos revisados por el autor, son resultados experimentales y por lo tanto no se logró una generalización por la gran variedad de variables empleadas para interpretar los resultados para cada trabajo.

Además de los trabajos señalados anteriormente, varios autores como **Abou-Kassem (1985)**, **Kasraie y Farouq Ali (1989)**, entre otros, han desarrollado trabajos relacionados a la inyección de espumas, geles, surfactantes y polímeros, para procesos de recuperación mejorada en los yacimientos de hidrocarburos.

2.2. Análisis de Pruebas de Presión para Flujo de Fluidos no-Newtonianos

2.2.1. Odeh y Yang (1979)

Los autores desarrollaron una ecuación diferencial parcial, para representar el flujo de un fluido no-newtoniano en ley de potencias a través del medio poroso, linealizando la ecuación diferencial, con lo cual obtuvieron una solución analítica aproximada para el comportamiento del flujo transitorio, Ec. 2.8, la cual se comparó con la solución obtenida empleando el método de diferencias finitas y con la inversión de la solución exacta, encontrando que los resultados obtenidos por medio de la aproximación analítica son buenos.

$$p_{wD}(t_D) = \frac{(3-n)^{\frac{2-2n}{3-n}} t_D^{\frac{1-n}{3-n}}}{(1-n)\Gamma\left(\frac{2}{3-n}\right)} - \frac{1}{1-n} \quad , \quad \dots\dots\dots (2.8)$$

donde $\Gamma(x)$ es la función gamma de x .

La solución propuesta se utilizó para analizar cuatro pruebas de inyección, en las cuales se utilizó un biopolímero, el comportamiento reológico de tal fluido se describió por medio de una relación entre la velocidad de corte y la viscosidad, Ec. 2.9, donde la velocidad de corte se representó por la Ec. 2.10. Además de analizar las cuatro pruebas de inyección, los resultados teóricos obtenidos por los autores se utilizaron para obtener soluciones para flujo estacionario.

$$\mu \dot{\gamma}^{\frac{1}{n}} = H \quad , \quad \dots\dots\dots (2.9)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{v\sqrt{2}}{\sqrt{k\phi c'}} \quad , \quad \dots\dots\dots (2.10)$$

donde μ es la viscosidad, $\dot{\gamma}$ es la velocidad de corte, A es una constante, k es la permeabilidad, ϕ es la porosidad, v es la velocidad.

Durante el análisis de los resultados, **Odeh y Yang (1979)** señalan la importancia de no considerar el efecto no-newtoniano, debido a que los datos se podrían interpretar erróneamente; como un claro ejemplo de esto, muestran los resultados en los cuales se puede inferir la existencia de fracturas en el yacimiento si el análisis se realizara con los métodos convencionales; por el contrario, al emplear el método para fluidos no-newtonianos, dichos efectos desaparecen y el análisis de los datos es más exacto. De igual forma al analizar datos de pruebas isocronales, obtuvieron mejores resultados con el análisis para fluidos no-newtonianos.

2.2.2. Ikoku (1978)

El modelo propuesto para analizar los datos de presión transitoria, cuando se tiene el flujo de un fluido con comportamiento en ley de potencias a través del medio poroso mientras se realiza una prueba de inyección o una prueba de decaimiento de presión (PDP o “falloff”), presentado por el autor, es el que más se ha utilizado en la literatura para analizar datos de presión transitoria.

De igual manera que **Odeh y Yang (1979)**, **Ikoku (1978)** plantea una ecuación diferencial parcial para describir el flujo a través del medio poroso de un fluido no-newtoniano en ley de potencias, obteniendo una aproximación analítica como solución, la cual se comparó con la solución exacta en diferencias finitas, lo cual

le permitió comprobar que la aproximación analítica no causa errores grandes, utilizada en esta tesis para desarrollar toda la teoría del análisis de pruebas de presión, cuando un fluido en ley de potencias es inyectado en el yacimiento.

En su trabajo **Ikoku (1978)**, analizó tanto el caso de un yacimiento infinito, como el de un yacimiento cerrado; además de plantear y solucionar estos dos casos propone la solución tomando en cuenta los efectos de almacenamiento y daño, los cuales representan los parámetros más importantes que afectan la respuesta de los datos de presión transitoria.

Asimismo, en los diversos trabajos presentados por **Ikoku (1978,)**, se pueden observar expresiones para calcular el factor de daño, la permeabilidad, la cual está basada en la ecuación de Blake-Kozeny, el radio de investigación y la movilidad efectiva del fluido; de igual manera se presenta la teoría para analizar datos de pruebas de decaimiento de presión (PDP o “falloff”).

La aproximación analítica obtenida por el autor, es la que se utilizará junto con el método propuesto por **Agarwal (1980)**, para desarrollar el método propuesto en este trabajo.

2.2.3. Vongvuthipornchai y Raghavan (1987,1988)

Presentaron dos trabajos los cuales son muy importantes; en uno de ellos se analizan las PDP en pozos fracturados, efectuadas posteriormente a la inyección de un fluido no-newtoniano, el cual se asume puede ser representado por el modelo de ley de potencias. Los autores obtuvieron soluciones para el comportamiento de la presión en pozos interceptando fracturas de conductividad infinita y fracturas con flujo uniforme. También presentan un análisis de los pozos sin fracturar, en los cuales los autores analizan la validez de usar el principio de superposición para analizar los datos de presión obtenidos durante una PDP.

Uno de los aportes de este primer trabajo, los autores proponen un factor de corrección que se debería de usar si las soluciones propuestas anteriormente por **Odeh y Yang (1979)**, **Ikoku (1978)**, se utilizan para analizar los datos de PDP, con tal factor de corrección, las soluciones obtenidas numéricamente por los autores, son idénticas a las soluciones analíticas, logrando de esta manera obtener valores correctos de la movilidad del fluido y del valor del coeficiente de daño.

En el otro trabajo presentado, analizan los datos de PDP dominados por almacenamiento y daño, después de haber inyectado un fluido no-newtoniano con comportamiento en ley de potencias. Se propone la extensión del concepto de radio efectivo del pozo para fluidos en ley de potencias, para poder correlacionar el efecto de daño y el almacenamiento del pozo. También se muestra una expresión para determinar la duración del efecto de almacenamiento.

De igual forma, se muestra la técnica de la derivada de la presión para obtener el valor del índice de comportamiento de flujo (n), el cual se puede observar que es independiente del valor de daño. El procedimiento presentado para el análisis de la derivada requiere de un procedimiento de ensayo y error ya que se tienen diferentes curvas para los diferentes valores de n .

Para explicar los resultados obtenidos con esta técnica, los autores analizaron una prueba simulada, en la cual se comprobó que los resultados obtenidos, concuerdan con gran exactitud con los datos utilizados para simular la prueba.

2.2.4. Wu y Pruess (1990)

Presentaron el análisis de pruebas de presión cuando se produce un fluido de tipo plástico de Bingham en una sola fase, la ecuación diferencial parcial obtenida por los autores es una ecuación no lineal, por lo que emplearon el método integral, para poder obtener una solución analítica aproximada. Este método es muy

utilizado en problemas de transferencia de calor, en el cual se emplea una representación paramétrica para el perfil de temperaturas y por medio de un polinomio se obtiene soluciones para dichos problemas.

Basados en esta aproximación analítica y en la solución numérica exacta, los autores proponen un nuevo método para el análisis de pruebas de presión, el cual puede usarse para determinar propiedades del yacimiento y del fluido.

2.3. Método para Eliminar los Efectos del Tiempo de Producción en la Interpretación de Pruebas de Incremento de Presión

2.3.1. Agarwal (1980)

En su trabajo el autor propone un nuevo método que elimina la dependencia del efecto del tiempo de producción y así poder usar las curvas tipo de decremento para analizar datos de incremento de presión; el método propuesto puede aplicarse a varios tipos de pruebas de presión, e incluye los efectos de almacenamiento del pozo y el factor de daño; de igual forma se puede aplicar a pozos sin fracturar y fracturados.

Con esta nueva técnica de análisis se puede determinar la capacidad de flujo del yacimiento, el coeficiente de daño y la presión inicial del yacimiento.

La sustitución de la solución de decremento de presión en la solución de incremento de presión proporciona una expresión, la cual contiene el nuevo grupo adimensional de tiempo llamado tiempo equivalente; el procedimiento sugerido por el autor recomienda analizar los datos de incremento como una función del tiempo equivalente y no en función del tiempo de cierre.

En el capítulo siguiente se detallará este método, debido a que se utilizará para desarrollar el método propuesto en esta tesis.

Capítulo 3

Método para Analizar Datos de Pruebas de Presión en Presencia de Fluidos no-Newtonianos

En este capítulo se discutirá el método propuesto para el análisis de los datos de presión cuando se tiene produciendo un fluido con comportamiento no-newtoniano, como es el caso de algunos aceites extrapesados que presentan este comportamiento.

Es de importancia vital analizar los datos de presión con la metodología correcta, debido a que se pueden cometer grandes errores en la interpretación de los resultados obtenidos al utilizar la teoría de análisis convencional que considera al aceite como fluido Newtoniano.

3.1. Ecuación Básica para el Flujo de Fluidos Newtonianos en Medios Porosos

La ecuación que describe el flujo de un fluido newtoniano en un medio poroso, es la ecuación de difusión, la cual resulta de la combinación de la ley de conservación

de masa, una ecuación de estado y la ley de Darcy, expresada en coordenadas radiales esta ecuación tiene la siguiente forma:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\phi \mu c_i}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad \dots \dots \dots (3.1)$$

Es importante notar que se realizan varias suposiciones para poder desarrollar la ecuación de difusión, las cuales se listan enseguida.

- Los gradientes de presión son pequeños.
- La compresibilidad del fluido es pequeña y constante.
- El medio es homogéneo.
- Los efectos gravitacionales son despreciables.
- La permeabilidad y la porosidad son constantes a través del medio poroso.
- La viscosidad del fluido es constante.
- Solamente fluye un fluido a través del medio poroso.
- El medio es isotérmico.

3.1.1. Solución a la Ecuación de Difusión

La solución en variables adimensionales para la Ec. 3.1, considerando un yacimiento infinito y un pozo produciendo a gasto constante, está dada por la solución de la fuente lineal (**Matthews y Russell, 1967**):

$$p_D(r_D, t_D) = \frac{1}{2} E_i \left(\frac{r_D^2}{4t_D} \right) \quad \dots \dots \dots (3.2)$$

donde E_i es la integral exponencial definida de la manera siguiente:

$$E_i(x) = \int_x^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du = -\ln(\gamma x) - x + \frac{x^2}{2 \cdot 2!} - \frac{x^3}{3 \cdot 3!} + \dots + \frac{(-1)^n x^n}{n \cdot n!}, \dots (3.3)$$

con $\gamma = 1.78$.

La solución de la fuente lineal es válida para todos los valores de t_D/r_D si $r_D \geq 20$. En la **Fig. 3.1**, se muestra una gráfica esta solución.

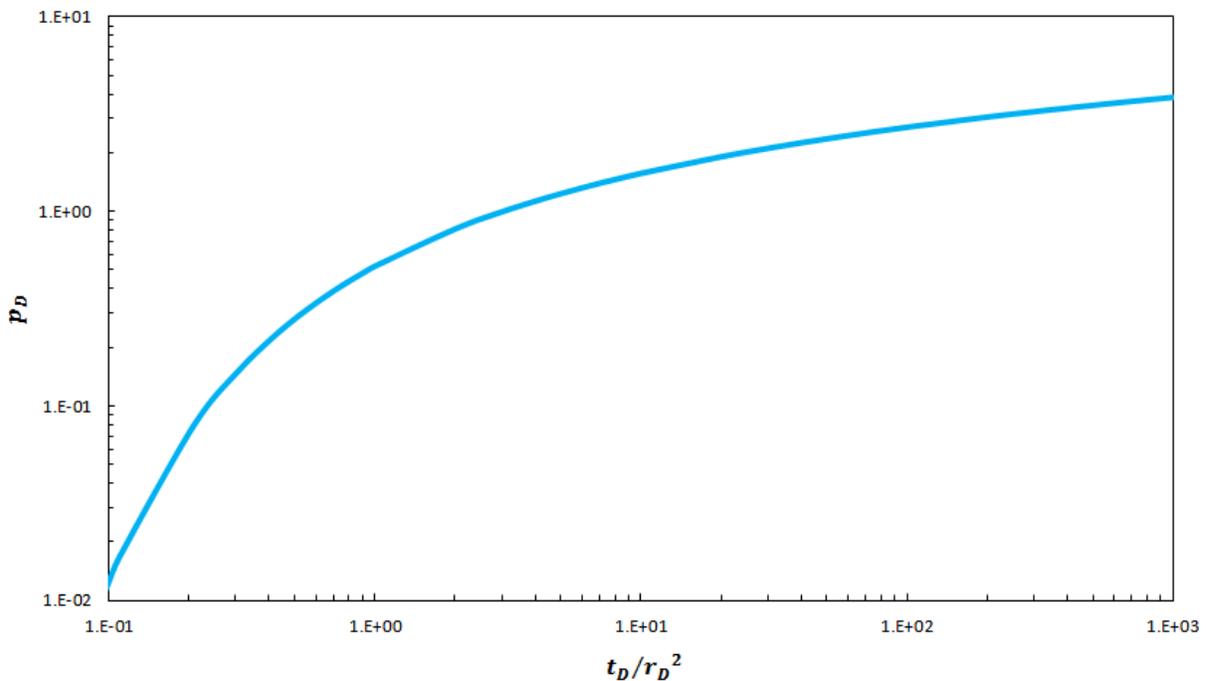


Fig. 3.1.- Curva tipo de la solución fuente lineal (**Matthews y Russell, 1967**).

La solución anterior no considera el efecto de almacenamiento del pozo ni el efecto de daño, que son los dos parámetros más importantes que afectan la respuesta de presión.

3.1.2. Efecto de Daño

El efecto de daño se puede cuantificar como una caída extra de presión, la cual ocurre en las vecindades del pozo. En la **Fig. 3.2**, podemos apreciar la influencia que tiene el daño en el perfil de presiones de un pozo.

En las ecuaciones de flujo esta caída de presión se expresa como un factor de daño, el cual puede ser positivo para cuando el pozo está dañado, y negativo para un pozo que esta estimulado, los valores del factor de daño pueden variar desde -6 en un pozo hidráulicamente fracturado, y hasta $+\infty$ para un pozo totalmente dañado, consumiendo prácticamente todo la energía del yacimiento.

Existen algunos factores que causan daño a la formación tales como, la invasión de los fluidos de perforación, la penetración parcial del pozo, disparos ineficientes, etc.

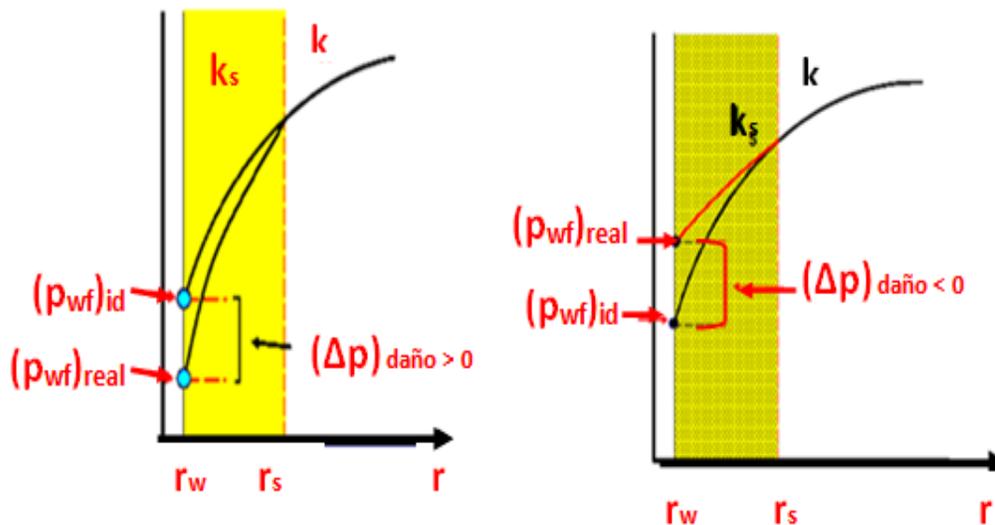


Fig. 3.2 Efecto de la caída de presión debida al daño (Cinco Ley, 2011).

3.1.3. Efecto de Almacenamiento del Pozo

El almacenamiento del pozo, afecta los datos de presión a tiempos cortos; por esta razón, cuando el almacenamiento del pozo es significativo, se debe considerar en el análisis de las pruebas de presión de igual forma que en su diseño.

En el caso de una prueba de decremento, cuando el pozo se abre a producción, se presenta una caída de presión en las tuberías, la cual genera una expansión del fluido contenido en el pozo; por lo tanto, la producción que se obtiene a tiempos cortos no es fluido de la formación sino el fluido contenido en el pozo, hasta que todo el volumen del pozo se expande y es producido, la formación comienza a aportar fluido, por lo tanto, el gasto obtenido en la superficie será la suma del gasto proveniente del pozo más el gasto de la formación, como se puede observar en la **Fig.3.3**, en que se observan tres periodos, el primero en el cual el gasto es debido totalmente a la expansión del fluido en el pozo, el segundo es un periodo de transición en el cual la formación aporta poco a poco, y el tercer periodo en el cual el efecto de almacenamiento es despreciable y la producción la aporta totalmente la formación.

Por el contrario cuando se cierra el pozo, la formación continua aportando fluido hacia el pozo, el cual se comprime gradualmente, el fluido de la formación continua entrando en el pozo por un período de tiempo que depende tanto del pozo y de las características de la formación.

El coeficiente de almacenamiento del pozo está definido por la Ec. 3.4, cuando el pozo no cuenta con un empacador podría presentarse almacenamiento causado por un cambio en el nivel del fluido en el espacio anular entre las tuberías, el coeficiente de almacenamiento para este caso se puede obtener mediante la Ec. 3.5, la cual es válida para ascenso y descenso en el nivel del fluido.

$$C = \frac{\Delta V}{\Delta p} \quad , \quad \dots\dots\dots (3.4)$$

$$C = \frac{V}{\left(\frac{\rho}{144} \frac{g}{g_c} \right)} \quad \dots\dots\dots (3.5)$$

Cuando el pozo está totalmente lleno por un solo fluido, el coeficiente de almacenamiento del pozo puede calcularse por medio del producto del volumen total del pozo (V_T) por la compresibilidad del fluido contenido en el pozo, Ec. 3.6.

$$C = V_T c \quad \dots\dots\dots (3.6)$$

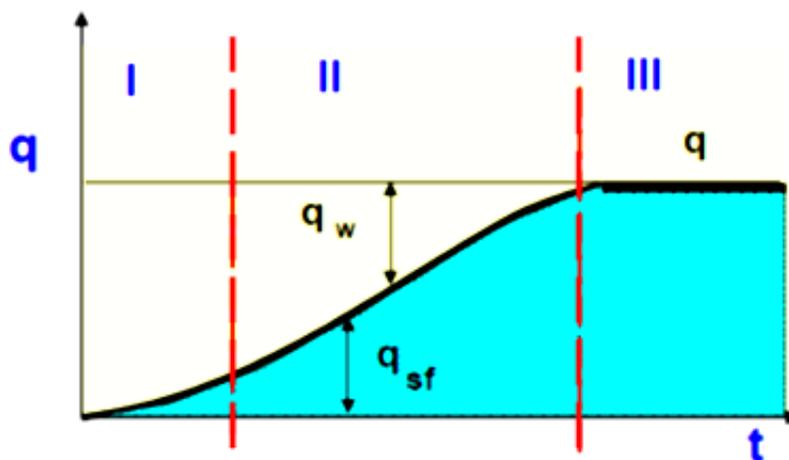


Fig. 3.3.- Efecto de almacenamiento en la producción de un pozo (Cinco Ley, 2011).

Para considerar los efectos de almacenamiento del pozo, la solución a la Ec. 3.1 debe considerar este efecto, al igual que el daño $p_D(t_D, C_D) + s$; la **Fig. 3.4**, muestra los datos de presión adimensional para un pozo en un yacimiento infinito con efectos de almacenamiento del pozo.

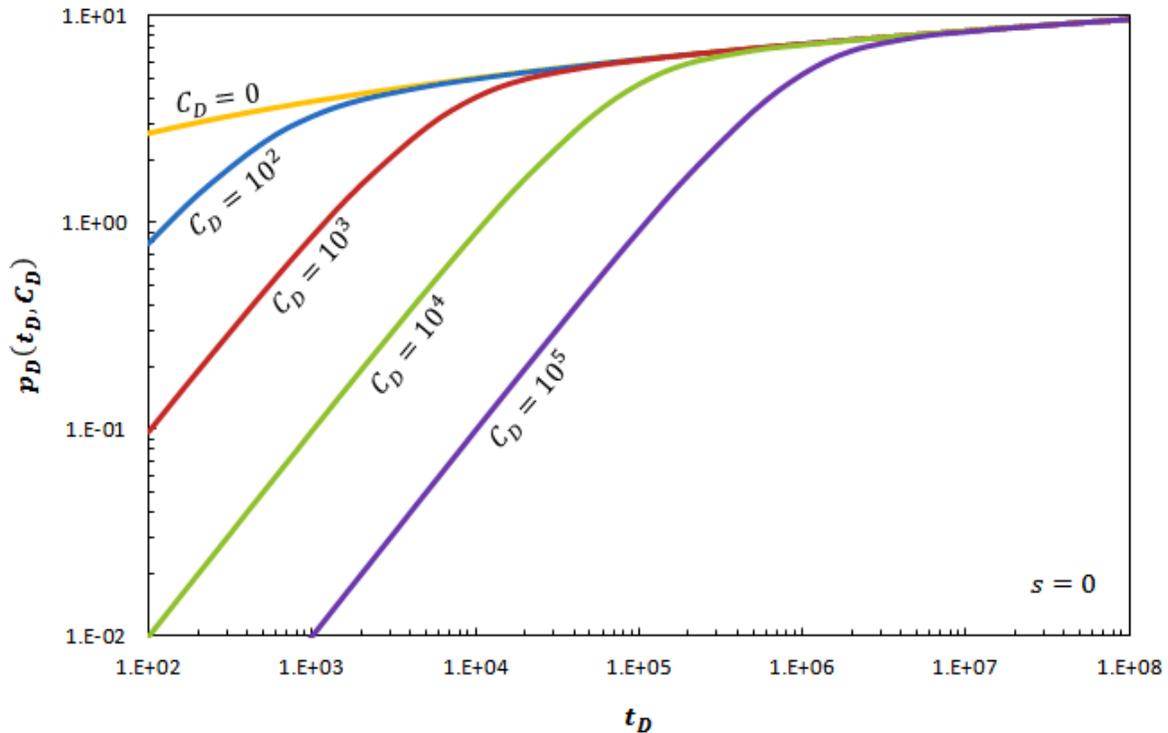


Fig. 3.4.- Comportamiento de la presión adimensional incluyendo el almacenamiento del pozo (Wattenbarger y Ramey, 1970).

Como se puede observar en la **Fig. 3.4**, para tiempos cortos durante el dominio total del efecto de almacenamiento del pozo durante la prueba, la pendiente de las gráficas de p_D vs t_D , cuando $C_D > 0$ es unitaria; a tiempos largos, las curvas de $C_D > 0$ tienden a la curva de $C_D = 0$, con lo cual se dice que el periodo de almacenamiento del pozo ha terminado y por lo tanto, toda la producción proviene de la formación.

Los datos de la prueba que caen sobre la pendiente unitaria en la **Fig. 3.4**, no proporcionan información acerca de las propiedades de la formación, ya que toda la producción obtenida en la superficie resulta de la expansión de los fluidos contenidos en el pozo.

En la **Fig. 3.5**, se puede observar el comportamiento de la presión adimensional incluyendo los efectos del daño y del coeficiente de almacenamiento del pozo, la cual puede utilizarse para analizar los datos de la prueba mediante la técnica de curva tipo.

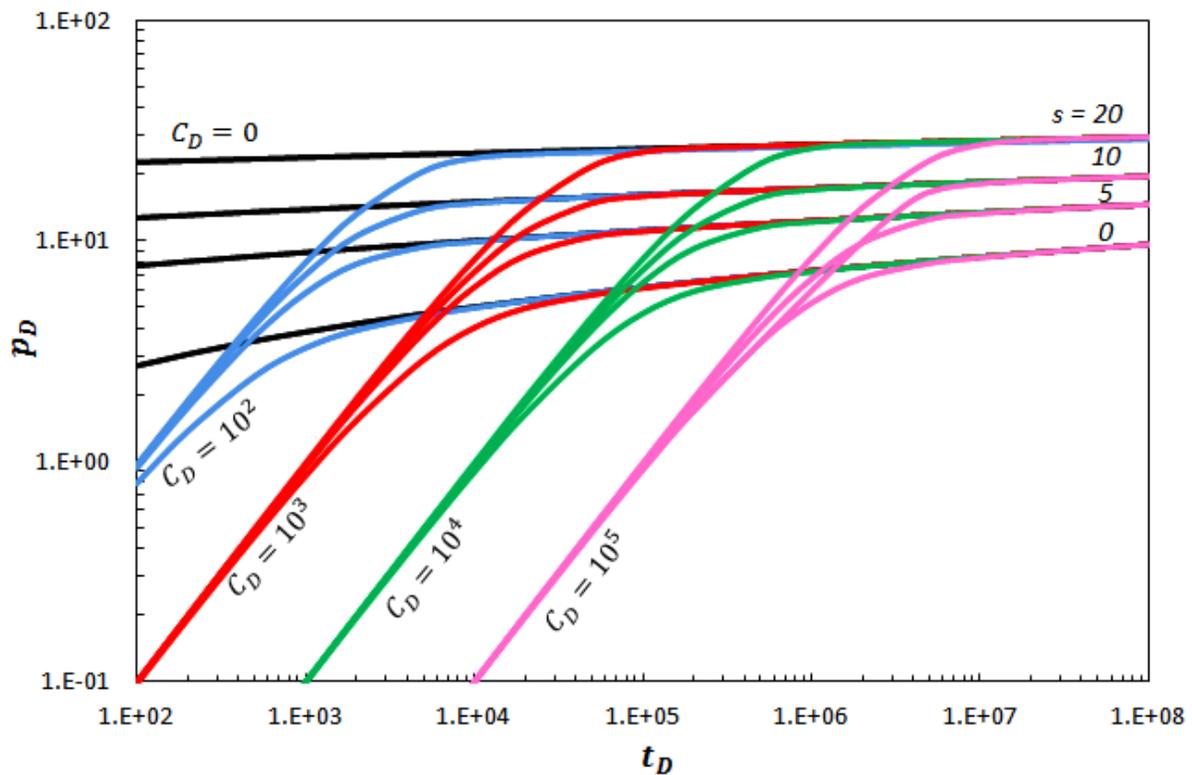


Fig. 3.5.- Comportamiento de la presión adimensional para un yacimiento infinito con efectos de almacenamiento y daño (Agarwal, Al-Hussainy y Ramey, 1970).

3.2. Ecuación Básica de Flujo de Fluidos no-Newtonianos en Medios Porosos

De manera análoga al desarrollo de la ecuación diferencial parcial para el caso de un fluido newtoniano, es necesario emplear la ley de conservación de masa, una ecuación de transporte y una ecuación de estado; las suposiciones realizadas para el caso del flujo de un fluido no-newtoniano son las mismas establecidas para la ecuación de difusión, excepto que la viscosidad ahora no se considera constante, y se supone que obedece la ley de potencias de **Ostwald de Waele**. Además de que el fluido considerado es pseudoplástico ($0 < n \leq 1$).

La deducción de la ecuación diferencial parcial para el caso de flujo de un fluido no-newtoniano a través del medio poroso fue presentada por **Ikkoku (1978)**. La ecuación que obtuvo es la siguiente:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{n}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = Gr^{1-n} \frac{\partial p}{\partial t} , \dots\dots\dots (3.7)$$

donde:

$$G = \frac{n\phi\mu_{ef}c_t}{k_r} \left(\frac{2\pi h}{q} \right)^{1-n} . \dots\dots\dots (3.8)$$

En el Apéndice A, se puede observar el desarrollo completo de la Ec. 3.7, siguiendo la metodología planteada por **Ikkoku (1978)**.

La solución de la Ec. 3.7, se puede obtener por medio de inversión numérica ya que la solución exacta se encuentra en el espacio de Laplace; esta ecuación es la base para los métodos de análisis de las pruebas de presión para el caso de flujo de fluidos no-newtonianos, cuyo comportamiento se puede aproximar por la ley de potencias.

Para obtener la solución para la Ec. 3.7, es necesario presentar los grupos adimensionales que fueron definidos por **Ikoku (1978)** en su trabajo, los cuales se utilizarán en el desarrollo de la tesis presente.

3.3. Variables Adimensionales

Las variables adimensionales están diseñadas para expresar en forma más general las soluciones para los problemas de flujo, se basan en la combinación de variables para formar grupos adimensionales.

Para obtener las variables adimensionales que se utilizan para el caso de flujo de fluidos no-newtonianos se sigue el mismo procedimiento que en el caso newtoniano, obteniendo variables adimensionales que son directamente proporcionales a las variables reales.

3.3.1. Presión Adimensional no-Newtoniana

$$p_{DNN} = \frac{p - p_i}{\left(\frac{q}{2\pi h}\right)^n \frac{\mu_{ef} r_w^{1-n}}{k_r}} \dots \dots \dots (3.9)$$

3.3.2. Radio Adimensional

$$r_D = \frac{r}{r_w} \quad \dots \dots \dots (3.10)$$

3.3.3. Tiempo Adimensional no-Newtoniano

$$t_{DNN} = \frac{t}{Gr_w^{3-n}} \quad \dots \dots \dots (3.11)$$

Cuando el índice de comportamiento del flujo es igual a uno, los grupos adimensionales definidos anteriormente se reducen a los grupos adimensionales para el caso del flujo de un fluido newtoniano a través del medio poroso.

Con estos grupos adimensionales la Ec. 3.7, puede expresarse en forma adimensional, la cual permite un procedimiento de solución más sencillo.

$$\frac{\partial^2 p_{DNN}}{\partial r_D^2} + \frac{n}{r_D} \frac{\partial p_{DNN}}{\partial r_D} = r_D^{1-n} \frac{\partial p_{DNN}}{\partial t_{DNN}} \quad \dots \dots \dots (3.12)$$

3.4. Solución a la Ecuación de Difusión para el Flujo de un Fluido no-Newtoniano

La Ec. 3.13, es la solución para el caso de un yacimiento infinito con un pozo inyectando a gasto constante.

$$\bar{p}(r_D, z) = \frac{r_D^{\frac{1-n}{2}} k_1^{\frac{1-n}{3-n}} \left[\frac{2}{3-n} \sqrt{z} r_D^{\frac{3-n}{2}} \right]}{z^{\frac{3}{2}} k_2^{\frac{2}{3-n}} \left[\frac{2}{3-n} \sqrt{z} \right]} \dots \dots \dots (3.13)$$

Ya que es muy difícil trabajar con esta ecuación se requiere obtener una aproximación analítica que permita que el procedimiento de análisis al momento de trabajar con los datos obtenidos durante las pruebas de presión sea más sencillo.

Esta aproximación analítica está representada por la Ec. 3.14, que es la solución que se utilizará en la presente tesis para desarrollar el método para analizar datos de pruebas de incremento para el caso de un fluido no-newtoniano.

$$p_{DNw} = \frac{(3-n)^{\frac{2(1-n)}{3-n}} t_{DNN}^{\frac{1-n}{3-n}}}{(1-n)\Gamma\left(\frac{2}{3-n}\right)} - \frac{1}{1-n} \dots \dots \dots (3.14)$$

La Ec. 3.14, es razonablemente exacta para valores grandes de t_{DNN} cuando n es menor que 0.6.

En la **Tabla 1**, se muestran algunos de los valores obtenidos al emplear la Ec. 3.14, es importante notar que dicha ecuación tiene la forma de la ecuación de una recta $y = mx + b$, de tal forma que al presentar los resultados para el flujo de un fluido no-newtoniano (FFNN) por medio de una gráfica de p_{DNw} vs $t_{DNN}^{\frac{1-n}{3-n}}$, se obtendrá una línea recta de pendiente m_{DNN} , expresada por la ecuación 3.15, y una ordenada al origen con valor de $-1/(1-n)$.

Tabla 1.- Valores de p_{DNN} , para diferentes valores del Índice de comportamiento de flujo.

t_{DNN}	p_{DNN}				
	$n = 0.2$	$n = 0.4$	$n = 0.6$	$n = 0.8$	$n = 0.99$
1.E+00	0.51	0.49	0.47	0.44	0.41
2.E+00	0.90	0.87	0.83	0.79	0.75
5.E+00	1.54	1.46	1.38	1.29	1.21
1.E+01	2.16	2.00	1.85	1.70	1.56
2.E+01	2.90	2.64	2.39	2.14	1.91
5.E+01	4.15	3.65	3.19	2.76	2.38
1.E+02	5.33	4.58	3.89	3.26	2.73
2.E+02	6.77	5.66	4.67	3.80	3.09
5.E+02	9.17	7.39	5.85	4.57	3.56
1.E+03	11.45	8.96	6.88	5.19	3.92
2.E+03	14.23	10.80	8.03	5.85	4.28
5.E+03	18.86	13.73	9.76	6.79	4.75
1.E+04	23.27	16.41	11.26	7.56	5.11
2.E+04	28.63	19.54	12.95	8.38	5.48
5.E+04	37.58	24.54	15.50	9.54	5.96
1.E+05	46.08	29.08	17.70	10.48	6.33
1.E+06	90.13	50.64	27.15	14.09	7.55
1.E+07	175.18	87.32	41.02	18.53	8.79

$$m_{DNN} = \frac{(3-n)^{\frac{2(1-n)}{3-n}}}{(1-n)\Gamma\left(\frac{2}{3-n}\right)} \dots\dots\dots (3.15)$$

La **Fig. 3.6**, presenta el comportamiento de la presión de fondo adimensional no-newtoniana contra el tiempo adimensional no-newtoniano, en escala doble logarítmica. En esta figura se puede apreciar el efecto que tiene el índice de comportamiento de flujo, en la variación de la presión. Como se puede observar

de la Ec. 3.14, para el caso de un fluido no-newtoniano la presión de fondo adimensional adquirirá valores relativamente bajos, este es debido a que los términos involucrados están afectados por el índice de comportamiento de flujo.

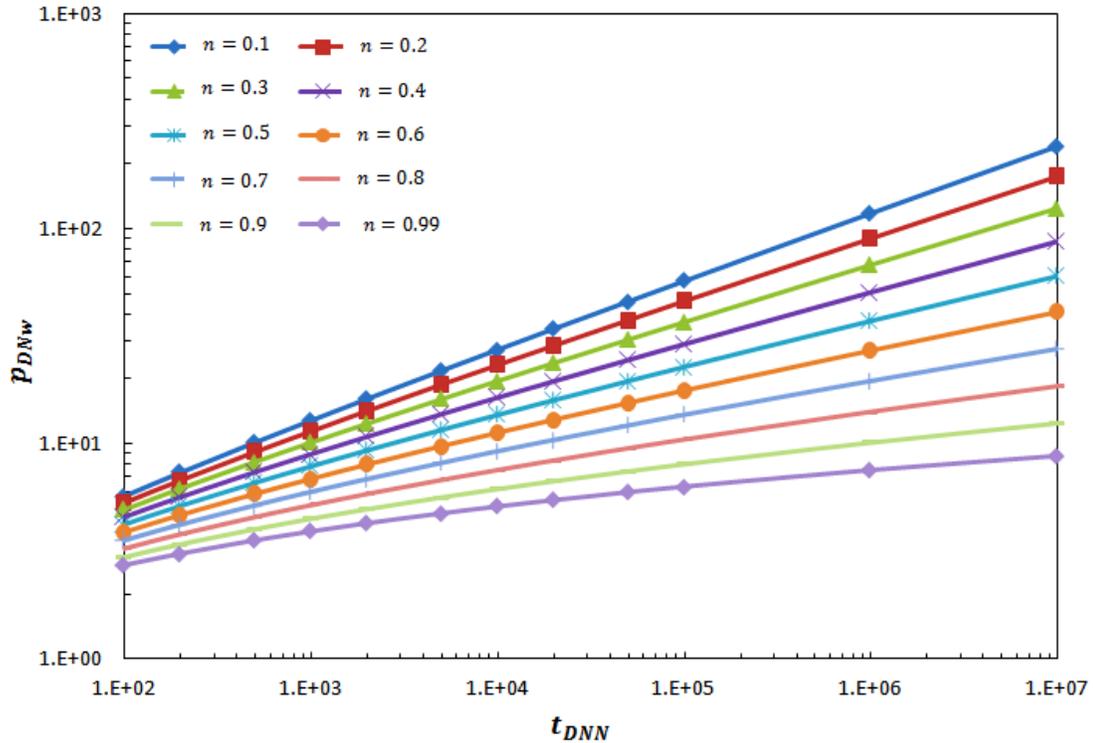


Fig. 3.6.- Comportamiento de la presión de fondo adimensional no-Newtoniana para fluidos pseudoplásticos, yacimiento infinito, gráfica log-log. (Ikoku, 1978).

El comienzo de la línea recta en las gráficas presentadas en la Fig. 3.6, aparece a tiempos largos y está determinado, por la Ec. 3.16:

$$t_{DNN} = 9.82 \times 10^4 n^{2.7} \dots \dots \dots (3.16)$$

Como suele presentarse en el análisis de la presión adimensional para el flujo de fluidos newtonianos, en la **Fig. 3.7**, se presenta una gráfica en escala semi-logarítmica de la presión de fondo adimensional no-newtoniana contra el tiempo adimensional no-newtoniano, pudiendo observarse que lo que se obtiene son curvas al contrario de lo que resulta para los fluidos newtonianos que son rectas; sin embargo en estas graficas otra vez se puede apreciar el efecto que tiene el índice de comportamiento del flujo en la presión de fondo adimensional no-newtoniana, ya que conforme el valor de n tiende a uno las curvas se vuelven cada vez más rectas hasta llegar completamente a ser una recta cuando $n = 1$, que es el caso de un fluido newtoniano.

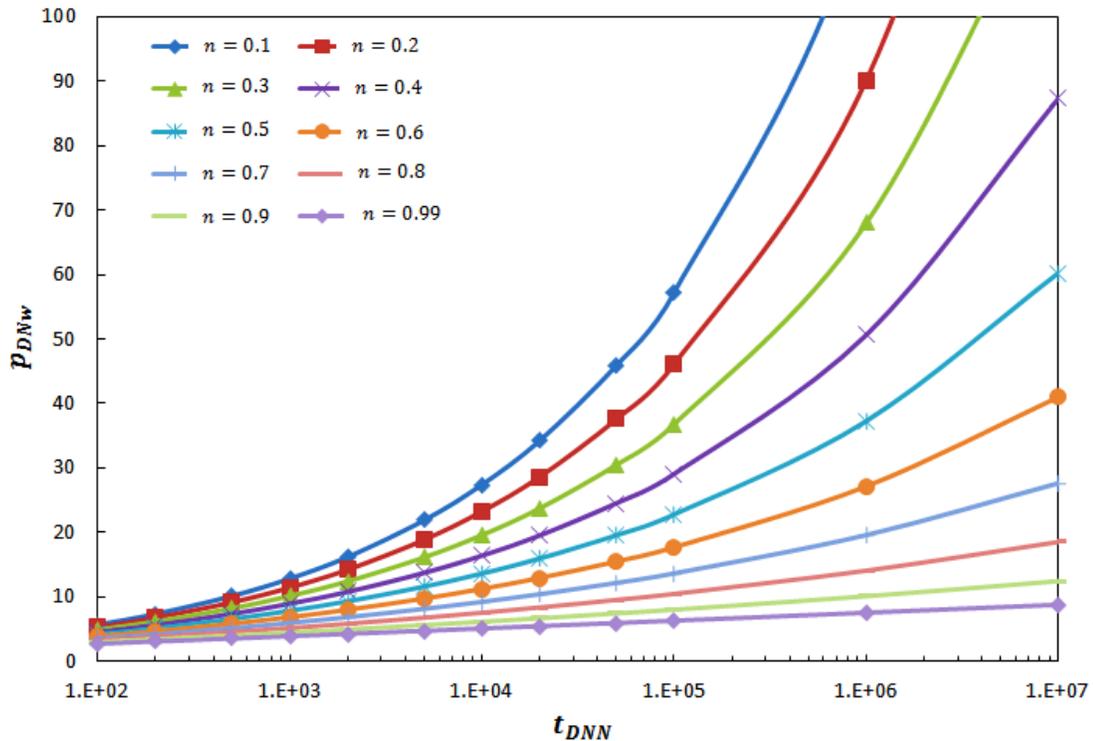


Fig. 3.7.- Comportamiento de la presión de fondo adimensional no-Newtoniana para fluidos pseudoplásticos, yacimiento infinito, gráfica semi-log. (Ikoku, 1978).

Con el propósito de poder demostrar que la Ec. 3.14, puede utilizarse con toda certeza para analizar los datos de presión transitoria en presencia de un fluido no-newtoniano, en la **Fig. 3.8** se presenta una comparación de los valores obtenidos por **Ikoku (1978)** por medio de la aproximación analítica, con respecto a los valores obtenidos con la solución exacta, Ec. 3.13.

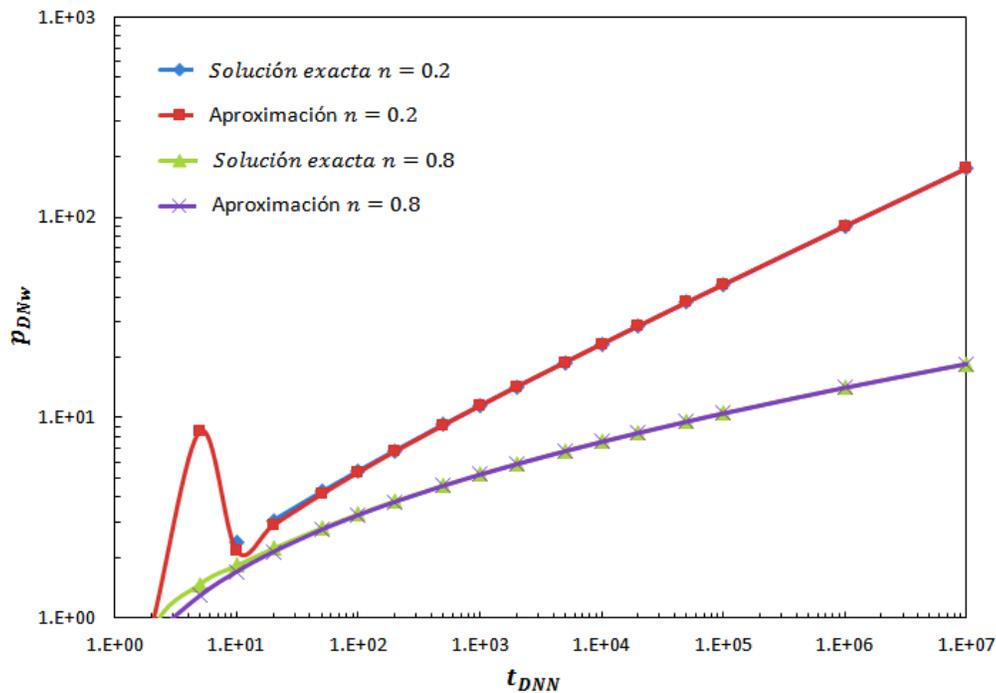


Fig. 3.8.- Comparación resultados, solución exacta contra aproximación analítica (Ikoku, 1978).

Como se puede observar los valores obtenidos por la aproximación a tiempos adimensionales menores de diez divergen de los obtenidos con la solución exacta, pero a valores mayores que cien, los valores calculados son prácticamente idénticos; debido a que estos valores pequeños de tiempo adimensional trasladados a tiempos reales representan pocos segundos, la aproximación analítica se puede utilizar para propósitos prácticos como válida.

3.5. Efecto del Daño para Flujo de Fluidos no-Newtonianos

En muchos casos el fenómeno de daño a la formación se asocia con una región de permeabilidad alterada alrededor del pozo, como se muestra en la **Fig. 3.2**, la caída de presión adicional, se llama “efecto de daño” y se representa como $(\Delta p)_s$ y toma lugar en una zona infinitesimal llamada “zona de daño”.

Para considerar una zona alterada cercana al pozo, **van Everdingen y Hurst (1953)**, introdujeron el concepto de factor de daño, s , que relaciona la caída de presión en la zona dañada y el gasto adimensionalmente, de igual forma que para el caso de un fluido newtoniano, se puede incorporar el efecto de daño para cuando se tiene un fluido no-newtoniano de la manera siguiente.

Usando la definición de la Ec. 3.9 y de manera análoga para el flujo newtoniano se obtiene:

$$p_{wf} - p_i = \left(\frac{q}{2\pi h} \right)^n \frac{\mu_{ef} r_w^{1-n}}{k_r} p_{DNN} \quad , \quad \dots \dots \dots (3.17)$$

$$p_{wf} - p_i = \left(\frac{q}{2\pi h} \right)^n \frac{\mu_{ef} r_w^{1-n}}{k_r} (p_{DNN} + s) \quad , \quad \dots \dots \dots (3.18)$$

$$(\Delta p)_s = \left(\frac{q}{2\pi h} \right)^n \frac{\mu_{ef} r_w^{1-n}}{k_r} s \quad . \quad \dots \dots \dots (3.19)$$

3.6. Efecto de Almacenamiento del Pozo para Fluidos no-Newtonianos

El fenómeno físico de almacenamiento del pozo se discutió en la sección 3.1.3, para el caso de un pozo inyector, el gasto de inyección en la cabeza del pozo debe ser igual al gasto del fluido almacenado en el pozo más el gasto del fluido entrando en la formación.

Para el caso de un fluido no-newtoniano el coeficiente de almacenamiento del pozo adimensional está definido por la Ec. 3.20:

$$C_{DNN} = \frac{C}{2\pi h\phi c_t n r_w^2} \quad \dots\dots\dots (3.20)$$

Cuando n toma el valor de uno la Ec. 3.20, se reduce al coeficiente de almacenamiento adimensional para el caso de un fluido newtoniano.

Ikoku (1978) obtuvo soluciones para la presión transitoria de un pozo cuando se tiene el flujo de un fluido no-newtoniano, considerando el almacenamiento y el daño del pozo, empleando una técnica numérica desarrollada por **Cinco Ley y Samaniego (1977)**; en las **Fig.3.9 a 3.13** se presentan gráficas de p_{DNw} vs t_{DNN} considerando estos efectos, para diferentes valores del índice de comportamiento de flujo, para el caso de un yacimiento infinito.

El efecto del factor de daño aumenta el valor de la presión de fondo adimensional, este efecto es muy notorio a valores pequeños de t_{DNN} ; la duración de los efectos de almacenamiento se incrementa a medida que el valor de n disminuye desde uno a cero.

Las **Fig.3.9 a 3.13** se pueden usar empleando la técnica de curvas tipo, para determinar la duración del efecto de almacenamiento del pozo y los efectos del

daño, durante el flujo transitorio de un fluido cuyo comportamiento obedece a la ley de potencias.

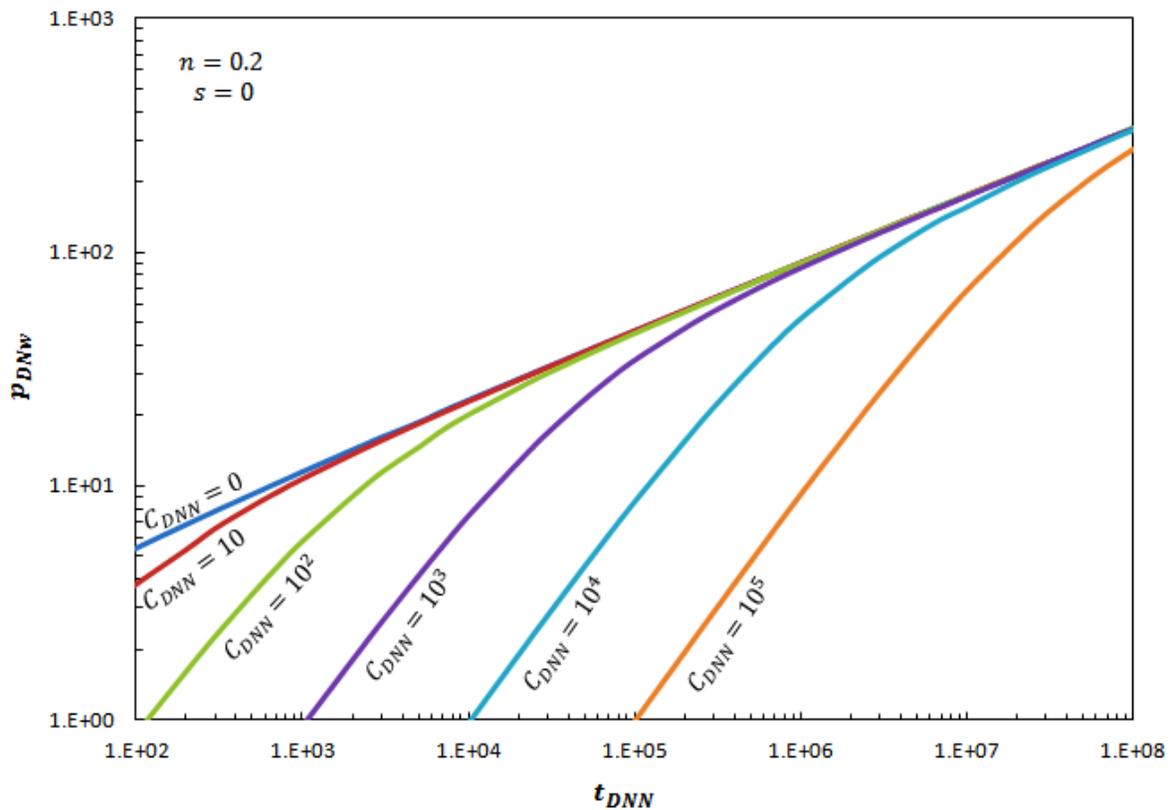


Fig. 3.9.- Comportamiento de la presión de fondo adimensional no-Newtoniana incluyendo los efectos de almacenamiento, yacimiento infinito, $s = 0$ y $n = 0.2$ (Ikoku, 1978).

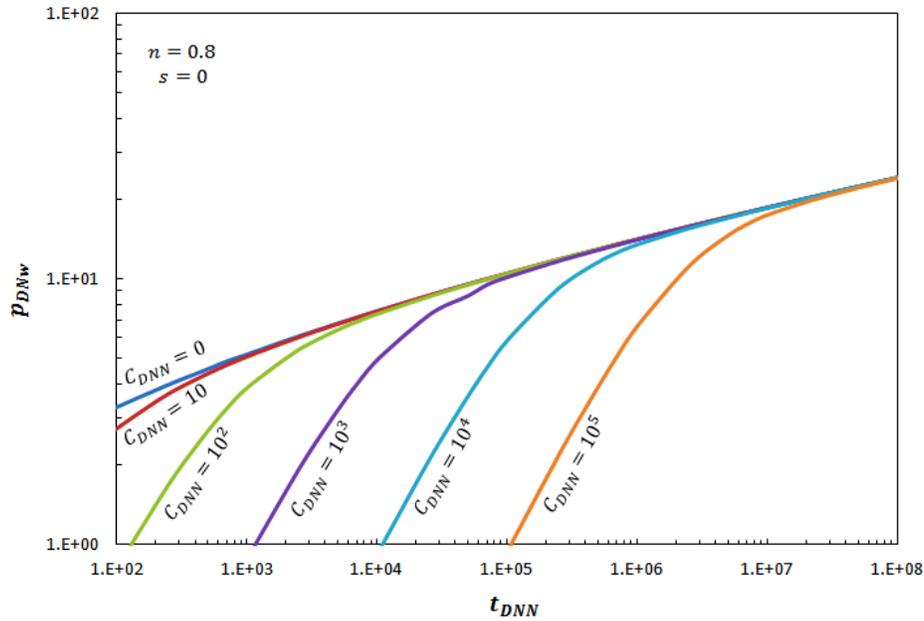


Fig. 3.10.- Comportamiento de la presión de fondo adimensional no-Newtoniana incluyendo los efectos de almacenamiento, yacimiento infinito, $s = 0$ y $n = 0.8$ (Ikoku, 1978).

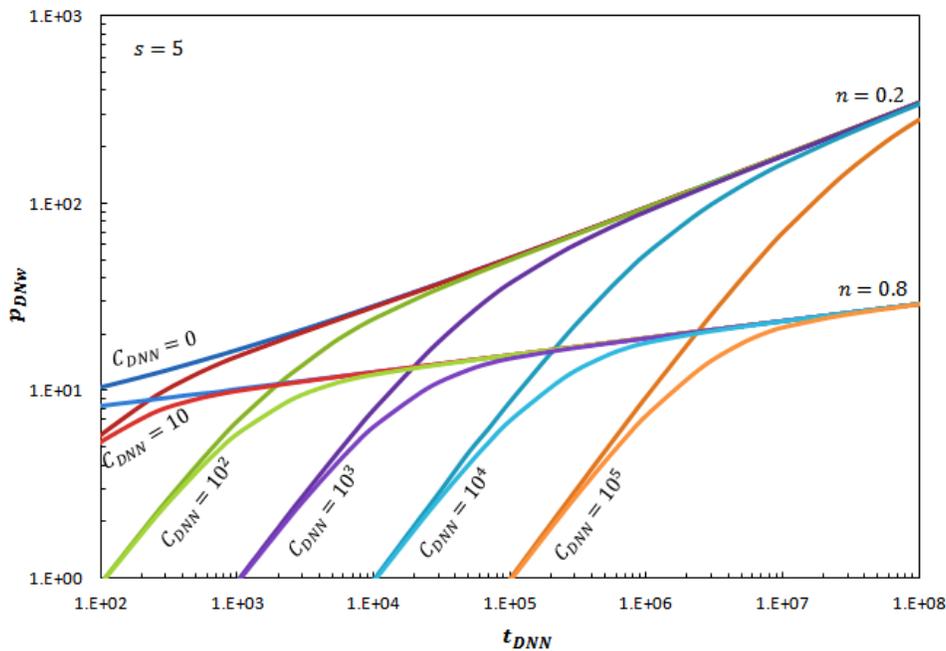


Fig. 3.11.- Comportamiento de la presión de fondo adimensional no-Newtoniana incluyendo los efectos de almacenamiento y daño, yacimiento infinito, $s = 5$ (Ikoku, 1978).

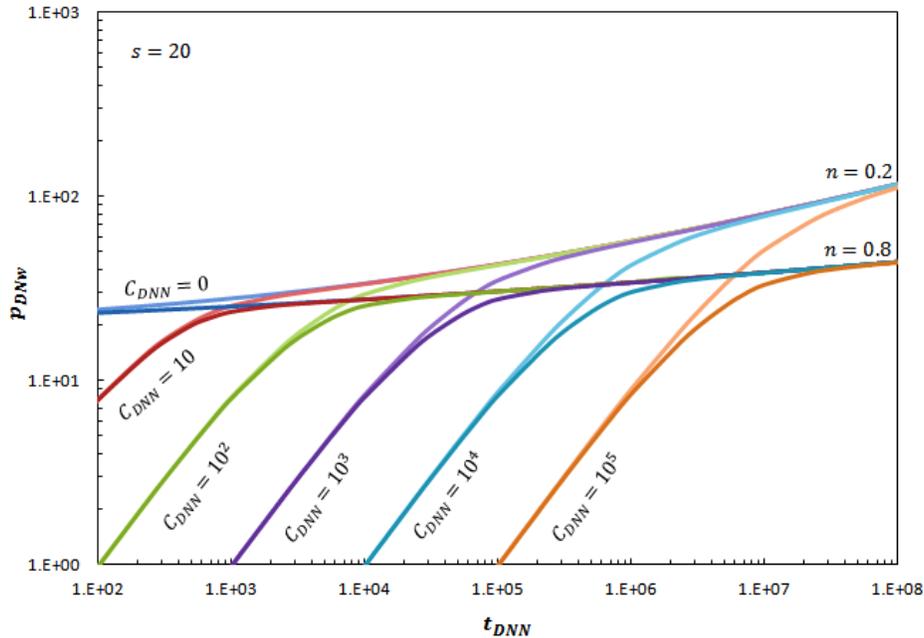


Fig. 3.12.- Comportamiento de la presión de fondo adimensional no-Newtoniana incluyendo los efectos de almacenamiento y daño, yacimiento infinito, $s = 20$ (Ikoku, 1978).

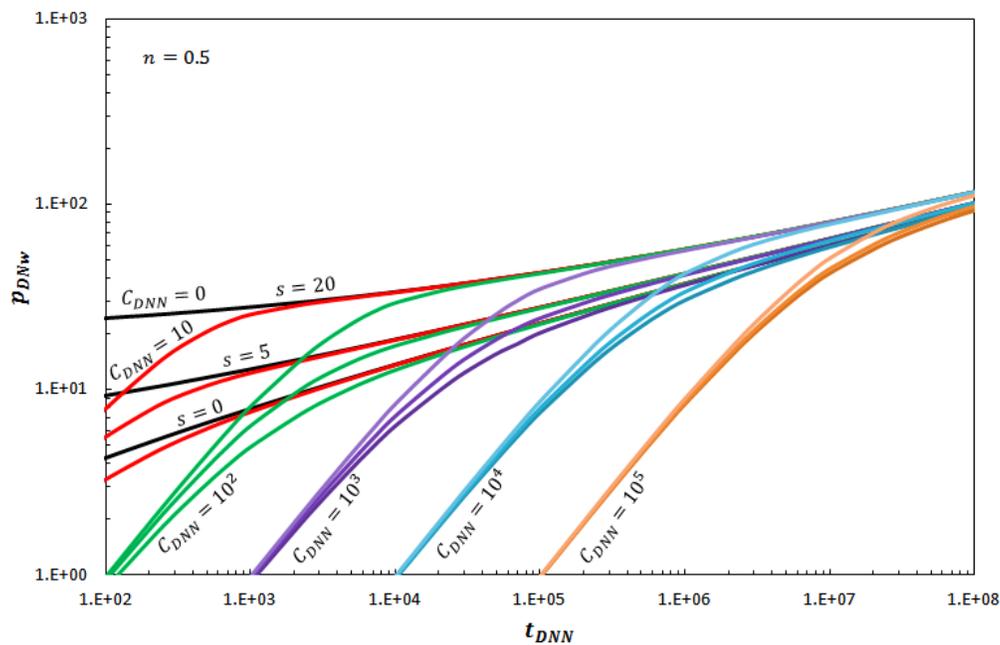


Fig. 3.13.- Comportamiento de la presión de fondo adimensional no-Newtoniana incluyendo los efectos de almacenamiento para diferentes valores de daño, yacimiento infinito, $n = 0.5$ (Ikoku, 1978).

Los puntos anteriormente descritos son la base para el análisis de las pruebas de presión cuando se tiene la presencia de un fluido no-newtoniano en el medio poroso, cuyo comportamiento reológico puede aproximarse por la ley de potencias, como es el caso de algunos aceites extrapesados que presentan este comportamiento.

Como se puede observar la teoría propuesta por **Ikoku (1978)** está desarrollada para el caso de pruebas de inyección, que se presentan en los procesos de recuperación mejorada, ya que en ellos es común inyectar fluidos a la formación, tales como polímeros, emulsiones, surfactantes, espumas, etc., los cuales tienen un comportamiento no-newtoniano y puede ser representado por la ley de potencias.

En esta tesis se pretende extender esta metodología para el caso de producción, esto bajo la base como ya se mencionó de que algunos aceites extrapesados cuya densidad relativa API es menor a diez grados muestran un comportamiento no-newtoniano, aunque es lógico esperar que estos aceites se comporten como fluidos newtonianos a las condiciones de presión y temperatura del yacimiento, se ha demostrado experimentalmente que adquieren un comportamiento no-newtoniano debido a elementos extraños presentes en el aceite, tales como finos, la cantidad de asfáltenos que precipitan en la formación, etc., que alteran el comportamiento reológico del hidrocarburo convirtiéndolo en no-newtoniano.

Como se ha establecido las ecuaciones propuestas por **Ikoku (1978)** representan el caso de inyección de un fluido no-newtoniano en ley de potencias, cuyo comportamiento de presión es análogo al que se tiene en una prueba de decremento de presión; de igual forma, las pruebas de decaimiento de presión (PDP o “falloff”) son similares a las pruebas de incremento de presión, la diferencia entre las pruebas de inyección y las pruebas de decremento, es que en las primeras tomamos el gasto como negativo, mientras que en las últimas se considera con valor positivo.

Un punto clave en este análisis es que **Ikoku (1978)** tomo el gasto de inyección como positivo, lo cual para el caso de producción es totalmente valido para analizar las pruebas de decremento e incremento de presión; por tal motivo a la aproximación analítica que obtuvo como solución solo es necesario cambiar el término de la diferencia de presión para considerar el caso de producción, expresada como la presión inicial o la presión estática del yacimiento menos la presión de fondo fluyendo.

3.7. Método de Agarwal (1980) para Eliminar los Efectos del Tiempo Producción en la Interpretación de Pruebas de Incremento de Presión

El método propuesto por **Agarwal (1980)** fue desarrollado esencialmente para analizar datos de incremento de presión, considerando el efecto del tiempo de producción, mediante la técnica de unión de curva tipo, aunque también demostró que su método puede aplicarse a los métodos convencionales de análisis de datos de presión y también a otros tipos de pruebas.

Este método está basado en el hecho, de cuando es correcto usar las curvas tipo de decremento de presión, para analizar datos de incremento de presión, por tal motivo **Agarwal (1980)** desarrollo un método simple con el cual se eliminan los efectos del tiempo de producción y los datos pueden ser normalizados de tal manera que en lugar de utilizar una familia de curvas tipo con el tiempo de producción como un parámetro, las curvas tipo de decremento pueden ser utilizadas para analizar los datos de incremento de presión.

El utilizar las curvas tipo de decremento para analizar los datos de incremento de presión es correcto siempre que el tiempo de producción, t_p , antes del cierre, sea lo suficientemente largo comparado con el tiempo máximo de cierre, Δt_{max} , para que se cumpla que $\Delta t_{max}/t_p < 0.10$, por el contrario cuando el tiempo de producción antes del cierre es sólo ligeramente mayor o igual al tiempo de cierre,

las curvas tipo de decremento no deben utilizarse para analizar los datos de incremento de presión.

La solución de decremento de presión para un pozo produciendo a gasto constante como una función del tiempo, está dada por la Ec. 3.21, donde el tiempo adimensional está definido por la Ec. 3.22.

$$p_{wD}(t_D) = \frac{kh[p_i - p_{wf}(t)]}{\alpha q B \mu} , \dots\dots\dots (3.21)$$

$$t_D = \frac{\beta kt}{\phi \mu c_i r_w^2} \dots\dots\dots (3.22)$$

La mayoría de las curvas tipo desarrolladas están basadas en soluciones de decremento de presión como es el caso de la Ec. 3.21.

Para obtener soluciones de presión de incremento, el principio de superposición debe ser aplicado, esto proporcionará soluciones de incremento después de un cierto periodo de producción, con esto se obtendrán soluciones de incremento en un tiempo de cierre. Cuando el principio de superposición es aplicado a la solución de decremento de presión, Ec. 3.21, se obtiene la Ec. 3.23, la presión fluyendo al término del tiempo de producción $p_{wf}(t_p)$, está dada por la Ec. 3.24, la cual puede ser sustituida por $p_{ws}(\Delta t = 0)$, ahora si la Ec. 3.23 es restada de la Ec. 3.24, se obtiene la ecuación que proporciona las bases para las curvas tipo de incremento, Ec. 3.25.

$$\frac{kh[p_i - p_{ws}(t_p + \Delta t)]}{\alpha q B \mu} = p_{wD}[(t_p + \Delta t)_D] - p_{wD}[(\Delta t)_D] , \dots\dots\dots (3.23)$$

$$\frac{kh[p_i - p_{wf}(t_p)]}{\alpha q B \mu} = p_{wD}[(t_p)_D] \quad , \quad \dots\dots\dots (3.24)$$

$$\frac{kh[p_{ws}(t_p + \Delta t) - p_{ws}(\Delta t = 0)]}{\alpha q B \mu} = p_{wD}[(t_p)_D] - p_{wD}[(t_p + \Delta t)_D] + p_{wD}[(\Delta t)_D] \quad \dots\dots\dots (3.25)$$

Si el tiempo de producción t_p , es significativamente más grande que el tiempo de cierre Δt , es razonable asumir que $[(t_p + \Delta t)/t_p] \approx 1$; esta aproximación también implica que $(t_p + \Delta t) \approx t_p$ ó $p_{wD}[(t_p + \Delta t)_D] \approx p_{wD}[(t_p)_D]$; por lo tanto la Ec. 3.25, se puede simplificar para tener una ecuación para el incremento de presión, la cual está representada por la Ec. 3.26:

$$\frac{kh[p_{ws}(t_p + \Delta t) - p_{ws}(\Delta t = 0)]}{\alpha q B \mu} = p_{wD}[(\Delta t)_D] \quad \dots\dots\dots (3.26)$$

Si se comparan la Ec. 3.21 y la Ec. 3.26, se puede observar que son similares para casos donde el tiempo de producción es mucho mayor al tiempo de cierre, lo que implica que si se realiza una gráfica de $[p_i - p_{wf}(t)]$ vs t_p , sería equivalente a obtener una gráfica de $[p_{ws}(t_p + \Delta t) - p_{ws}(\Delta t = 0)]$ vs Δt .

La solución para el caso de un yacimiento infinito, con un pozo produciendo a gasto constante, sin considerar efectos de daño ni almacenamiento del pozo, está representada por la Ec. 3.27:

$$p_{wD}(t_D) = \frac{1}{2} [\ln(t_D) + 0.80907] \quad \dots \dots \dots (3.27)$$

Si se sustituye la Ec. 3.27 en la Ec. 3.21, se obtendrá una solución para el decremento de presión, Ec. 3.28, que forma la base para el análisis de la línea recta semi-logarítmica.

$$\frac{kh[p_i - p_{wf}(t)]}{\alpha q B \mu} = \frac{1}{2} [\ln(t_D) + 0.80907] \quad \dots \dots \dots (3.28)$$

Si la Ec. 3.25, se utiliza de forma similar a lo propuesto por **Raghavan (1980)**, para generar curvas de incremento de presión con el tiempo de producción como un parámetro, se debe realizar una gráfica de los cambios de presión adimensionales durante el incremento de presión como una función del tiempo de cierre, con el tiempo de producción adimensional como un parámetro, los resultados se muestra en la **Fig. 3.14**.

En esta figura se puede observar que $t_{pD} = \infty$, es una línea recta, la cual corresponde a la solución de decremento de presión, Ec. 3.28, también podemos ver las limitaciones de usar la solución de decremento de presión para analizar los datos de incremento de presión, después de un tiempo corto de producción, esto debido a que cuando el tiempo de producción es pequeño las curvas se separan rápidamente, lo cual señala que se obtendría un mayor error al obtener parámetros del yacimiento si utilizáramos la solución de decremento para analizar los datos de incremento de presión, mientras el tiempo de producción va en aumento las curvas cada están más juntas por un periodo de tiempo mayor, lo

cual indica que podemos usar la solución de decremento para analizar los datos de incremento sin tener grandes errores a la hora de interpretar los resultados.

También se puede observar que conforme el tiempo de cierre adimensional va creciendo, el valor de la presión adimensional de incremento tiende a un valor constante igual al valor de $p_{wD}(t_D)$.

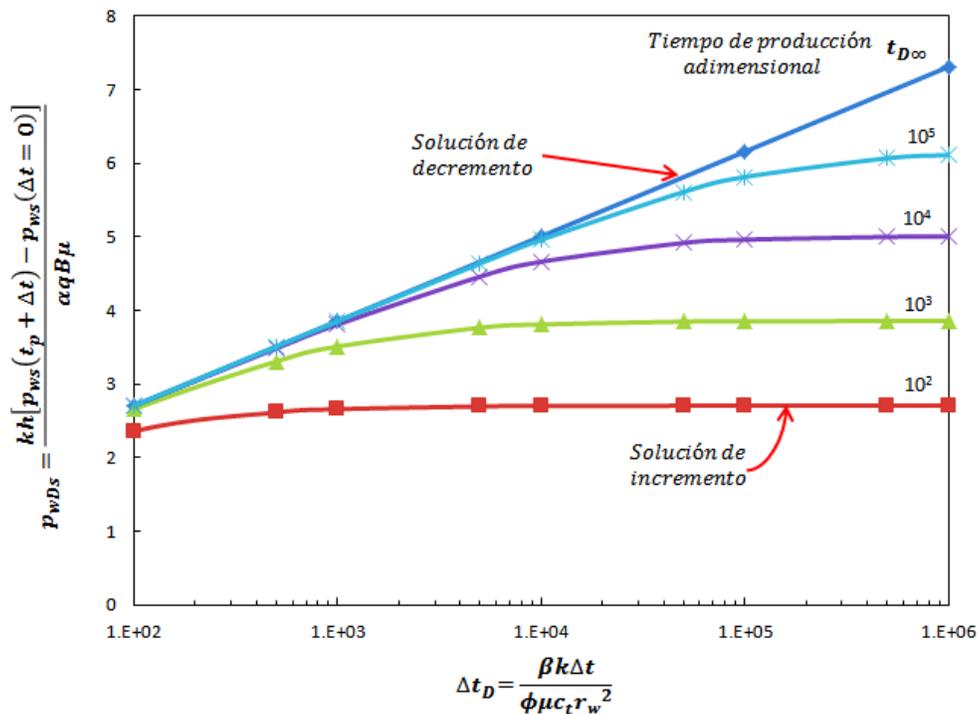


Fig. 3.14.- Curvas tipo de incremento de presión para varios tiempos de producción adimensional, yacimiento infinito, $C_D = 0$, $s = 0$ (Agarwal, 1980).

Si la Ec. 3.27 se sustituye en la Ec. 3.25, se obtiene una solución nueva que describe el incremento de presión de un pozo que produce en un yacimiento infinito, la cual está representada por la Ec. 3.29:

$$\frac{kh \left[p_{ws}(t_p + \Delta t) - p_{ws}(\Delta t = 0) \right]}{\alpha q B \mu} = \frac{1}{2} \left[\ln \frac{(t_{pD} \times \Delta t_D)}{(t_p + \Delta t)_D} + 0.80907 \right] \quad \dots (3.29)$$

Si las Ec. 3.28 y 3.29, se comparan se puede observar que las curvas generadas por la solución de decremento deben ser las mismas que las curvas obtenidas por la solución de incremento de presión; para demostrar lo anterior las curvas de incremento de la **Fig. 3.14**, se graficaron como una función del grupo de tiempo $(t_{pD} \times \Delta t_D)/(t_p + \Delta t)_D$, pudiendo observarse en la **Fig. 3.15** que es posible normalizar los datos de incremento de presión en una sola curva, la cual es la misma que la curva de la solución de decremento de presión.

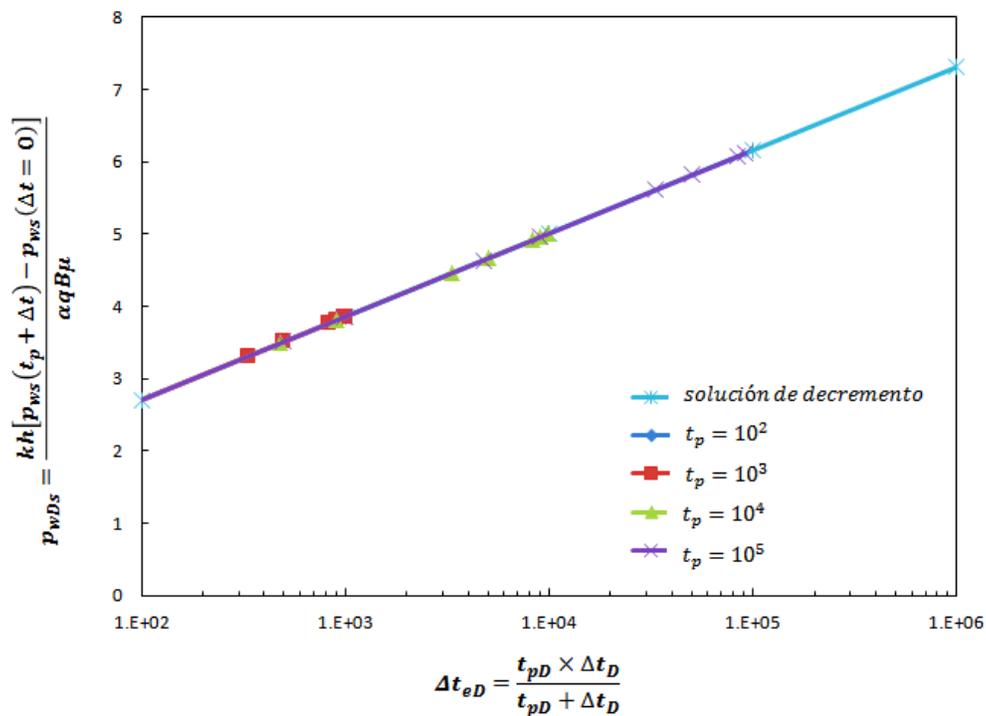


Fig. 3.15.- Normalización de las curvas de incremento, yacimiento infinito, $C_D = 0$, $s = 0$ (Agarwal, 1980).

Agarwal (1980) definió un nuevo grupo de tiempo, como un tiempo de decremento equivalente Δt_e , representado por la Ec. 3.30, que en forma adimensional puede representarse por la Ec.3.31:

$$\Delta t_e = \frac{t_p \times \Delta t}{t_p + \Delta t} \quad , \quad \dots\dots\dots (3.30)$$

$$\Delta t_{eD} = \frac{(t_{pD} \times \Delta t_D)}{(t_p + \Delta t)_D} \quad , \quad \dots\dots\dots (3.31)$$

Para considerar los efectos de daño, la solución de decremento de presión adquiere la forma de la Ec. 3.32.

$$p_{wD}(t_D) = \frac{1}{2} [\ln(t_D) + 0.80907] + s \quad . \quad \dots\dots\dots (3.32)$$

Si la Ec. 3.32 se utiliza en vez de la Ec. 3.27, la solución de incremento de presión considerará los efectos de daño, adquiriendo la forma de la Ec. 3.33:

$$\frac{kh [p_{ws}(t_p + \Delta t) - p_{ws}(\Delta t = 0)]}{\alpha q B \mu} = \frac{1}{2} \left[\ln \frac{(t_{pD} \times \Delta t_D)}{(t_p \times \Delta t)_D} + 0.80907 \right] + s \quad .. (3.33)$$

Para considerar los efectos de almacenamiento del pozo **Agarwal (1980)**, **Fig. 3.16**, presenta tanto los datos de decremento de presión como los de incremento

de presión, graficados como una función del tiempo adimensional y del tiempo de cierre adimensional, considerando el tiempo de producción adimensional como un parámetro.

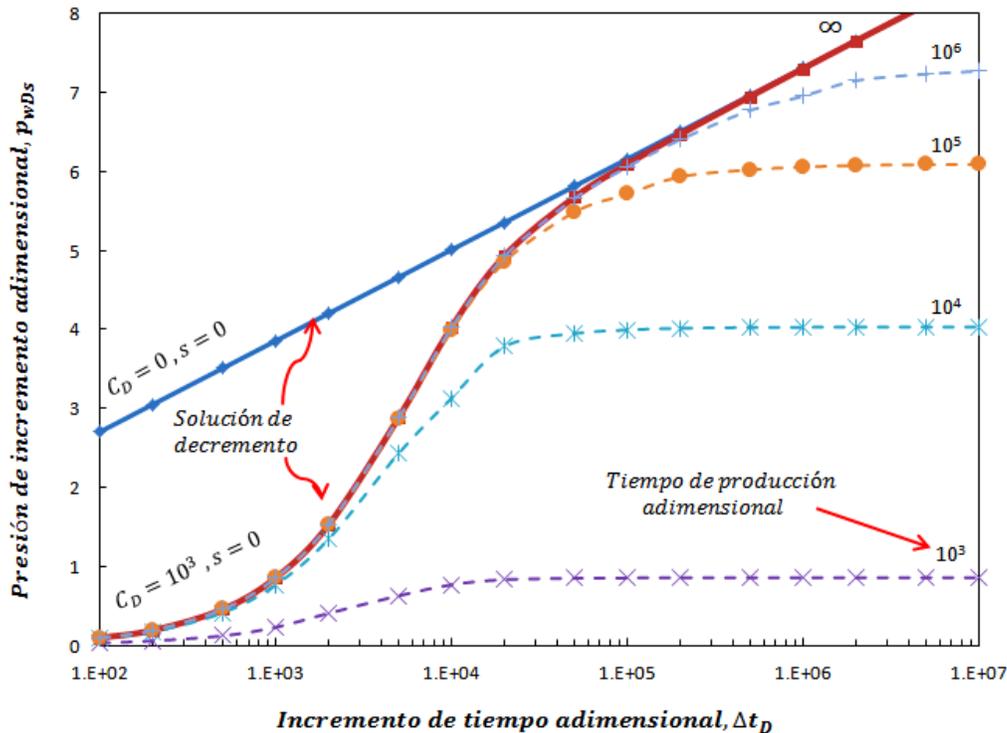


Fig. 3.16.- Curvas tipo de incremento de presión para varios tiempos de producción adimensional, yacimiento infinito, $C_D = 10^3$, $s = 0$ (Agarwal, 1980).

Como se puede observar se tienen dos soluciones para el decremento de presión una para el caso de un yacimiento infinito sin daño ni almacenamiento y la otra solo tomando en cuenta el almacenamiento del pozo, por lo tanto las soluciones de incremento de presión obtenidas solo considerarán este efecto del pozo; también se puede observar lo antes planteado en cuanto a los efectos del tiempo de producción, ya que mientras aumenta, las curvas de incremento cada vez están más juntas a la curva de decremento, por un periodo de tiempo más largo.

Si los datos mostrados en la **Fig. 3.16**, se grafican en una escala doble logarítmica, **Fig. 3.17**, se puede notar claramente el efecto que tiene el utilizar la solución de decremento de presión para analizar los datos de incremento de presión posteriores a un periodo corto de producción, como se puede observar en la **Fig. 3.17**, los datos de incremento de presión obtenidos se desplazan hacia el lado derecho de la gráfica, alejándose cada vez más de la solución de decremento de presión, con lo cual se nota el error que se cometería al usar los datos de incremento de presión para determinar parámetros del yacimiento.

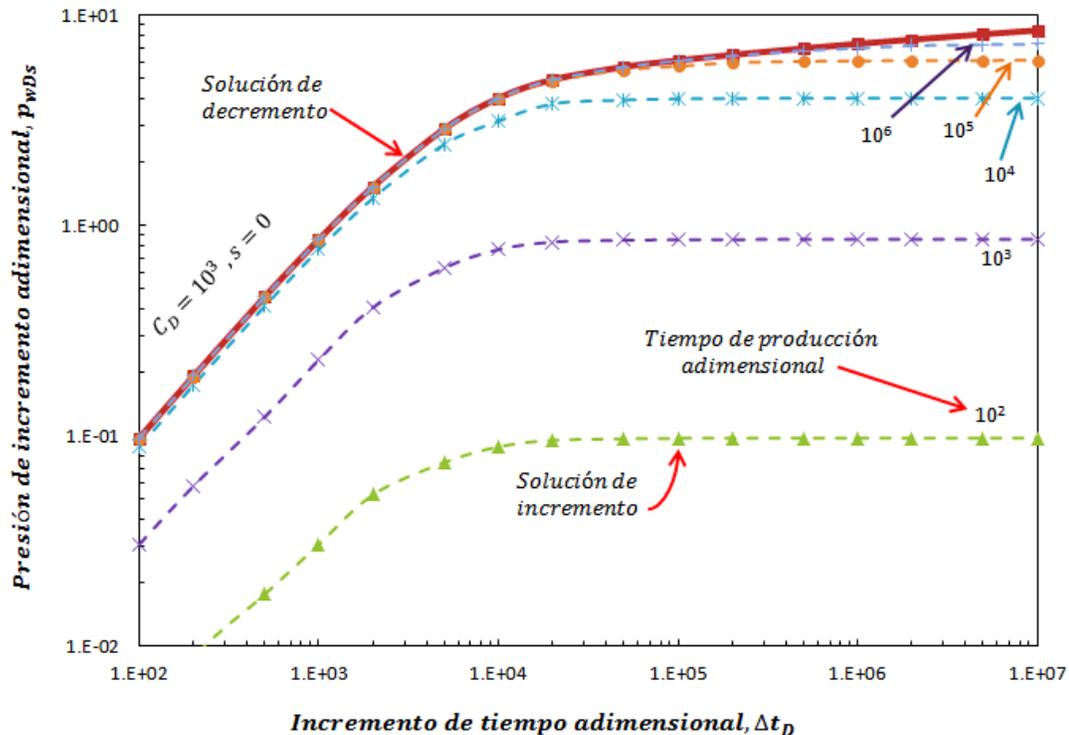


Fig. 3.17.- Gráfica log-log de las curvas tipo de incremento de presión para varios tiempos de producción adimensional, yacimiento infinito, $C_D = 10^3$, $s = 0$ (Agarwal, 1980).

Si los datos de incremento de presión de la **Fig. 3.16** se grafican en función del tiempo de decremento equivalente, en una gráfica semi-logarítmica, como se muestra en la **Fig. 3.18**, se puede observar que la mayoría de los datos de

incremento pueden normalizarse, excepto los datos para los tiempos de producción de 10^3 y 10^4 , aunque los errores al normalizar los datos no son tan importantes.

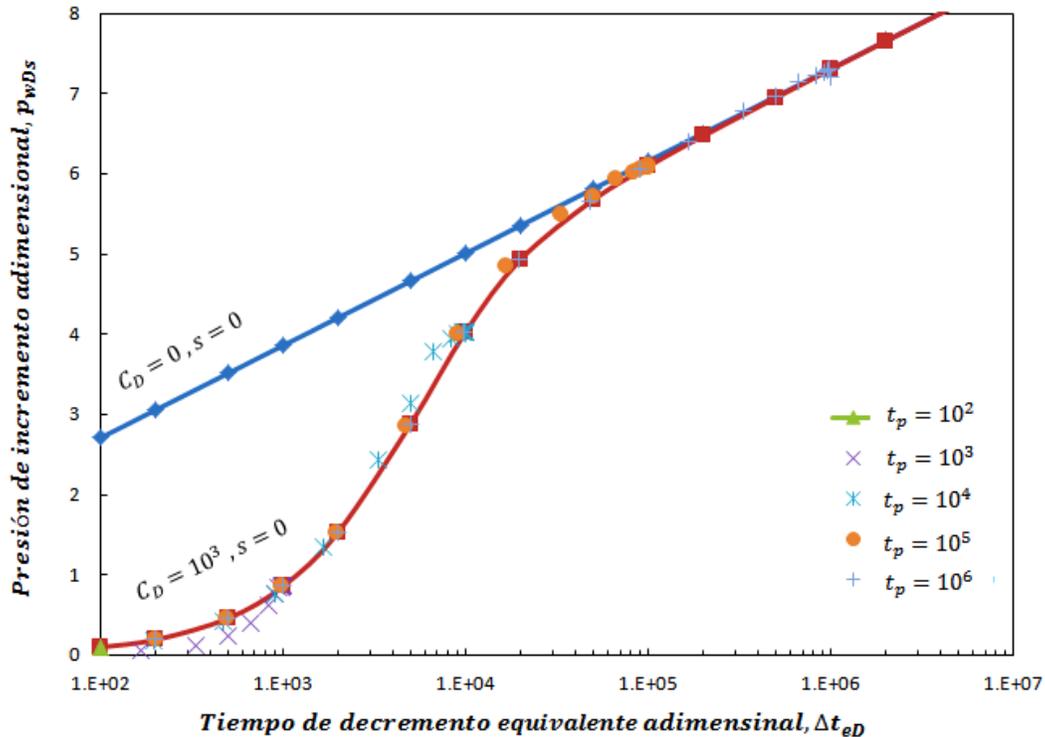


Fig. 3.18.- Normalización de la curva tipo de incremento de presión para varios tiempos de producción adimensional, gráfica semi-log, yacimiento infinito, $C_D = 10^3$, $s = 0$ (Agarwal, 1980).

Ahora si estos datos para el incremento de presión se grafican en una escala doble logarítmica, **Fig. 3.19**, se puede observar más claramente su desviación con respecto a los tiempos de producción mencionados, de la curva de decremento de presión, aunque los datos para el tiempo de producción de 10^4 se podrían usar con cierto porcentaje de error, que puede ser tolerable para ciertos cálculos; por el contrario para los datos de incremento de presión con tiempo de producción de 10^3 , se debe de tener en cuenta que se cometería un gran error al

realizar cálculos de propiedades con estos datos, ya que la solución de decremento no puede utilizarse para analizar estos datos.

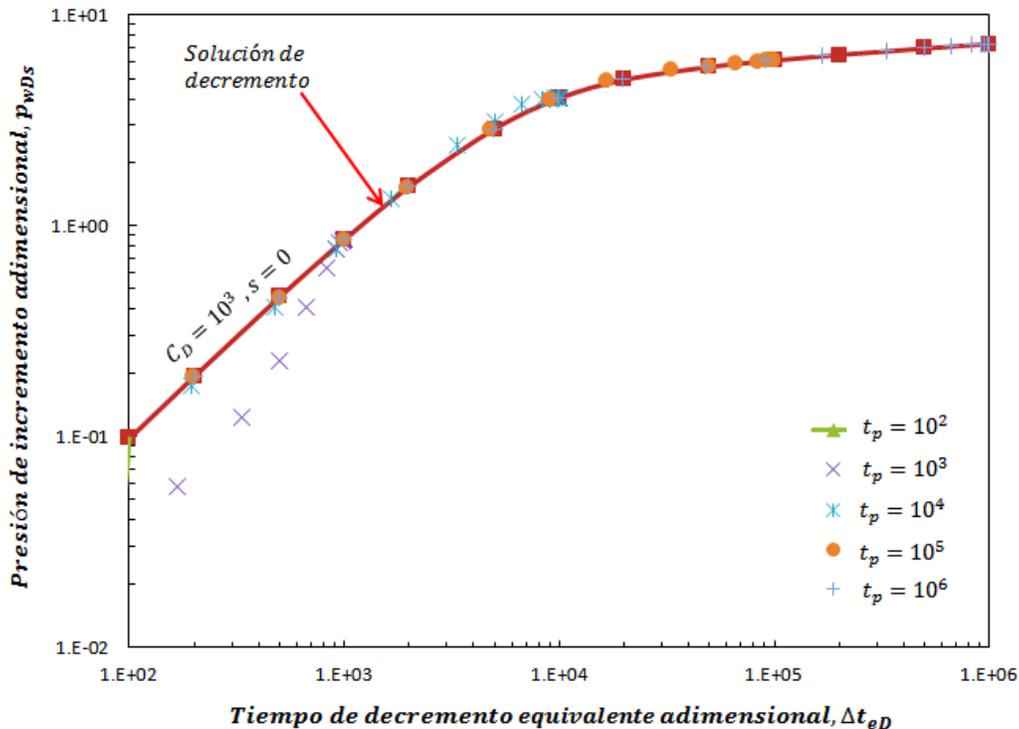


Fig. 3.19.- Normalización de la curva tipo de incremento de presión para varios tiempos de producción adimensional, grafica log-log, yacimiento infinito, $C_D = 10^3$, $s = 0$ (Agarwal, 1980).

3.8. Desarrollo del Método para el Análisis de Pruebas de Incremento cuando se tiene un Fluido no-Newtoniano

En esta sección se presentará el desarrollo del método para el análisis de pruebas de incremento cuando se tiene un fluido no-newtoniano, como es el caso de algunos aceites extrapesados que presentan este comportamiento.

Como base del método se seguirá la metodología planteada por **Agarwal (1980)** en su método para el análisis de datos de incremento; por lo tanto el primer paso que se debe realizar es definir la presión de fondo adimensional no-newtoniana

para el caso de una prueba de decremento de presión, definida por la Ec. 3.9, a la cual solo es necesario modificarle el término de la diferencia de presión para el caso de un decremento de presión; por lo tanto la presión adimensional no-newtoniana para nuestro caso está definida por la Ec. 3.34:

$$p_{DNN}(t_{DNN}) = \frac{p_i - p(r, t)}{\left(\frac{q}{2\pi h}\right)^n \frac{\mu_{ef} r_w^{1-n}}{k}} \cdot \dots \dots \dots (3.34)$$

El tiempo adimensional no-newtoniano queda definido de la misma forma que en la Ec. 3.11.

Similarmente como lo discute **Agarwal (1980)**, para obtener soluciones para el incremento de presión, se debe aplicar el principio de superposición a la solución de decremento de presión, lo cual resulta en la expresión siguiente:

$$\frac{p_i - p_{ws}(t_p + \Delta t)}{\left(\frac{q}{2\pi h}\right)^n \frac{\mu_{ef} r_w^{1-n}}{k}} = p_{DNw} \left[(t_p + \Delta t)_{DNN} \right] - p_{DNw}(\Delta t)_{DNN} \cdot \dots \dots \dots (3.35)$$

La presión del pozo para el caso de flujo de un fluido no-newtoniano al término del periodo de producción, está expresada por la Ec. 3.36:

$$\frac{p_i - p_{DNw}(t_p)}{\left(\frac{q}{2\pi h}\right)^n \frac{\mu_{ef} r_w^{1-n}}{k}} = p_{DNw} \left[(t_p)_{DNN} \right] \cdot \dots \dots \dots (3.36)$$

Si se siguen los pasos planteados por **Agarwal (1980)** para el caso de un fluido newtoniano, restando la Ec.3.36 de la Ec. 3.35 y sustituyendo $p_{ws}(\Delta t = 0)$ por $p_{DNw}(t_p)$, se obtiene la expresión siguiente:

$$\frac{p_{ws}(t_p + \Delta t) - p_{ws}(\Delta t = 0)}{\left(\frac{q}{2\pi h}\right)^n \frac{\mu_{ef} r_w^{1-n}}{k}} = p_{DNw}[(t_p)_{DNN}] - p_{DNw}[(t_p + \Delta t)_{DNN}] + p_{DNw}[(\Delta t)_{DNN}]$$

; (3.37)

si $t_p \gg \Delta t$, es posible considerar que:

$$\frac{t_p + \Delta t}{t_p} \approx 1 \quad \text{ó} \quad p_{DNw}[(t_p + \Delta t)_{DNN}] = p_{DNw}[(t_p)_{DNN}].$$

Por lo tanto, la Ec 3.37, puede simplificarse en la forma siguiente:

$$\frac{p_{ws}(t_p + \Delta t) - p_{ws}(\Delta t = 0)}{\left(\frac{q}{2\pi h}\right)^n \frac{\mu_{ef} r_w^{1-n}}{k}} = p_{DNw}[(\Delta t)_{DNN}] \quad \cdot \quad \text{.....} \quad (3.38)$$

La Ec. 3.37 es la base para generar curvas tipo de incremento de presión cuando se tiene un fluido no-newtoniano en el yacimiento, puede observarse que la Ec. 3.38 es similar a la ecuación Ec. 3.34, para este caso en que el tiempo de producción es bastante mayor que el tiempo de cierre.

Si la Ec. 3.37 se utiliza para generar curvas de incremento, similarmente al caso newtoniano, con el tiempo de producción como un parámetro, se obtienen curvas como las presentadas en la **Fig. 3.20**, en la que las respuestas de incremento de presión se grafican en función del tiempo de cierre para el caso no-newtoniano.

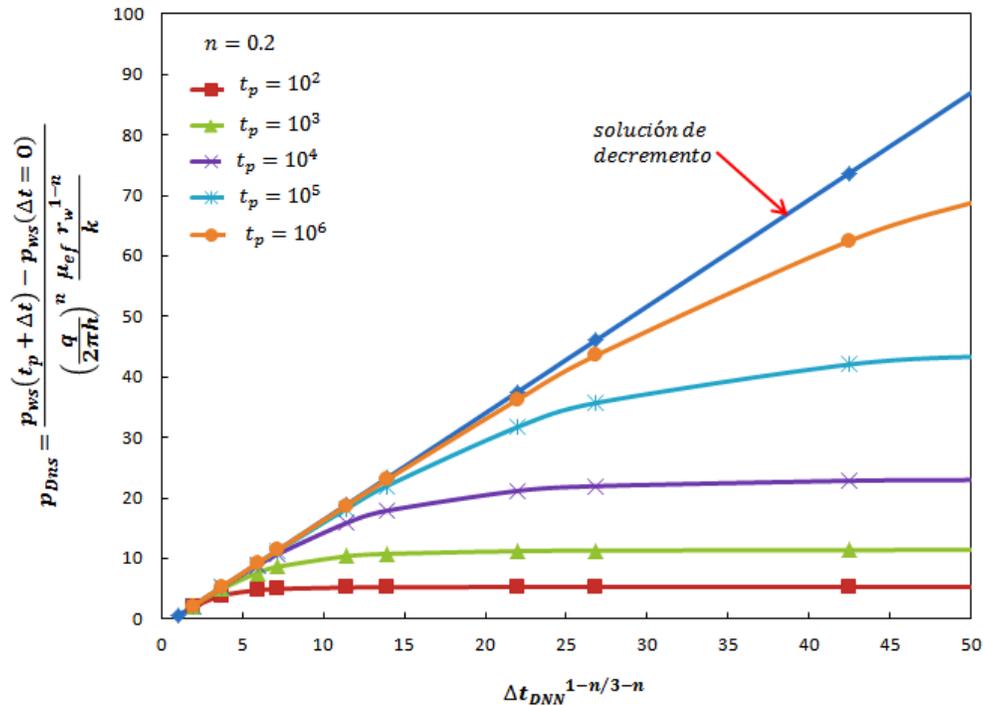


Fig. 3.20.- Curvas tipo de incremento de presión para varios tiempos de producción adimensional, yacimiento infinito, $C_{DNN} = 0$, $s = 0$ y $n = 0.2$.

En la **Fig. 3.20** se consideró un índice de comportamiento de flujo ($n = 0.2$) para generar las soluciones de incremento de presión; es claro observar que los datos están dominados por el valor que adquiere n , de ahí que las escalas se vean tan reducidas en valor, ya que por ejemplo el valor de $\Delta t^{1-n/3-n} = 25$, corresponde aproximadamente a un valor de $\Delta t = 10^4$ cuando $n = 0.2$; también se puede observar que los datos tienden a un valor constante similarmente al caso newtoniano, después de un cierto tiempo de cierre. Por otro lado los datos a tiempos cortos se alejan rápidamente de la curva de decremento de presión, lo

que sugiere no pueden analizarse con la solución de decremento de presión, como en el caso de un fluido newtoniano.

3.8.1. Caso para un Yacimiento Infinito, sin Considerar los Efectos del Pozo ($C_{DNN} = 0$, $s = 0$)

Para el caso de un yacimiento infinito, se considerará la aproximación analítica obtenida por **Ikoku (1978)** como solución para este caso, la cual está representada por la Ec. 3.39, esta aproximación no considera los efectos del pozo.

$$p_{DNw}(t_{DNN}) = \frac{(3-n)^{\frac{2(n-1)}{3-n}} t_{DNN}^{\frac{1-n}{3-n}}}{(1-n)\Gamma\left(\frac{2}{3-n}\right)} - \frac{1}{1-n} \cdot \dots \dots \dots (3.39)$$

Si la Ec. 3.39 se sustituye en la Ec. 3.38, se obtiene una ecuación simplificada para el incremento de presión de un pozo que produce en un yacimiento infinito, la cual está representada por la expresión siguiente:

$$\frac{p_{ws}(t_p + \Delta t) - p_{ws}(\Delta t = 0)}{\left(\frac{q}{2\pi h}\right)^n \frac{\mu_{ef} r_w^{1-n}}{k}} = \frac{(3-n)^{\frac{2(n-1)}{3-n}} (\Delta t)_{DNN}^{\frac{1-n}{3-n}}}{(1-n)\Gamma\left(\frac{2}{3-n}\right)} - \frac{1}{1-n} \cdot \dots \dots \dots (3.40)$$

Para obtener el nuevo grupo de tiempo de decremento equivalente, para el caso de flujo de un fluido no-newtoniano, se debe sustituir la Ec. 3.39 en la Ec. 3.37, con lo cual se obtiene la expresión siguiente para el incremento de presión.

$$\begin{aligned}
\frac{p_{ws}(t_p + \Delta t) - p_{ws}(\Delta t = 0)}{\left(\frac{q}{2\pi h}\right)^n \frac{\mu_{ef} r_w^{1-n}}{k}} &= \frac{(3-n)^{\frac{2(n-1)}{3-n}} (t_p)_{DNN}^{\frac{1-n}{3-n}}}{(1-n)\Gamma\left(\frac{2}{3-n}\right)} - \frac{1}{1-n} \\
&\quad - \frac{(3-n)^{\frac{2(n-1)}{3-n}} (t_p + \Delta t)_{DNN}^{\frac{1-n}{3-n}}}{(1-n)\Gamma\left(\frac{2}{3-n}\right)} + \frac{1}{1-n} \\
&\quad + \frac{(3-n)^{\frac{2(n-1)}{3-n}} (\Delta t)_{DNN}^{\frac{1-n}{3-n}}}{(1-n)\Gamma\left(\frac{2}{3-n}\right)} - \frac{1}{1-n} \quad \dots\dots\dots (3.41)
\end{aligned}$$

Simplificando la Ec. 3.41, se obtiene:

$$\begin{aligned}
\frac{p_{ws}(t_p + \Delta t) - p_{ws}(\Delta t = 0)}{\left(\frac{q}{2\pi h}\right)^n \frac{\mu_{ef} r_w^{1-n}}{k}} &= \frac{(3-n)^{\frac{2(n-1)}{3-n}}}{(1-n)\Gamma\left(\frac{2}{3-n}\right)} \left[(t_p)_{DNN}^{\frac{1-n}{3-n}} - (t_p + \Delta t)_{DNN}^{\frac{1-n}{3-n}} + (\Delta t)_{DNN}^{\frac{1-n}{3-n}} \right] \\
&\quad - \frac{1}{1-n} \quad \dots\dots\dots (3.42)
\end{aligned}$$

La Ec. 3.42 es la expresión para el incremento de presión de un pozo que produce un fluido no-newtoniano en un yacimiento infinito, la cual puede aplicarse por ejemplo a algunos aceites extrapesados que presentan este comportamiento.

Debido a que se utilizó la solución de decremento para obtener soluciones de incremento de presión, las curvas generadas por estas soluciones deben de ser las mismas. Para demostrar lo anterior, los datos de incremento de presión de la **Fig. 3.20** se graficaron en función del grupo de tiempo $(t_p)_{DNN}^{1-n/3-n} - (t_p + \Delta t)_{DNN}^{1-n/3-n} + (\Delta t)_{DNN}^{1-n/3-n}$, pudiendo observarse en la **Fig. 3.21** que es posible normalizar los datos de incremento de presión en una sola curva, la cual es la misma que la solución de decremento de presión para el flujo de un fluido no-newtoniano en ley de potencias.

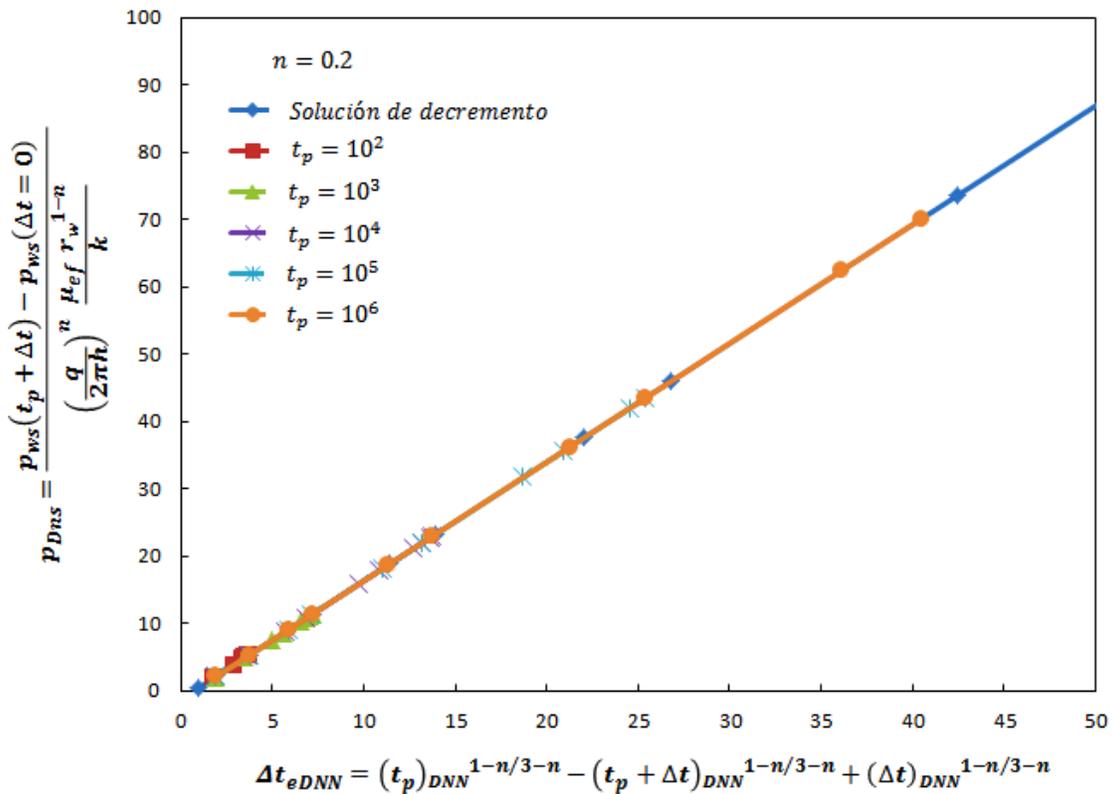


Fig. 3.21.- Normalización de las curvas de incremento de presión, yacimiento infinito, $C_{DNN} = 0$, $s = 0$ y $n = 0.2$.

Los datos de incremento de presión deben graficarse en función del grupo de tiempo: $(t_p)_{DNN}^{1-n/3-n} - (t_p + \Delta t)_{DNN}^{1-n/3-n} + (\Delta t)_{DNN}^{1-n/3-n}$, y no solo en función del tiempo de cierre no-newtoniano, con el fin de poder realizar un mejor análisis de los datos de incremento de presión.

Empleando el concepto de tiempo de decremento equivalente planteado por **Agarwal (1980)**, para el caso de flujo de un fluido no-newtoniano el tiempo de decremento equivalente no-newtoniano se expresa por medio de la Ec. 3.43:

$$\Delta t_{eDNN} = \left[(t_p)_{DNN}^{\frac{1-n}{3-n}} - (t_p + \Delta t)_{DNN}^{\frac{1-n}{3-n}} + (\Delta t)_{DNN}^{\frac{1-n}{3-n}} \right] \cdot \dots \dots \dots (3.43)$$

El cambio de presión adimensional durante el incremento de presión, para el caso de flujo de un fluido no-newtoniano, se pueden definir como:

$$p_{wDs} = \frac{p_{ws}(t_p + \Delta t) - p_{ws}(\Delta t = 0)}{\left(\frac{q}{2\pi h} \right)^n \frac{\mu_{ef} r_w^{1-n}}{k}} \cdot \dots \dots \dots (3.44)$$

Para desarrollar el método anterior de análisis de datos de incremento de presión para el caso de flujo de un fluido no-newtoniano, los efectos del almacenamiento del pozo y del daño no se tomaron en cuenta; por lo tanto el paso siguiente será tratar de incluir estos efectos en el método de análisis.

3.8.2. Caso para un Yacimiento Infinito, Considerando los Efectos de Daño

$$(C_{DNN} = 0, s \neq 0)$$

El caso anteriormente descrito no considera los efectos del pozo; para observar como afectan el comportamiento de presión, se comenzará con el factor de daño.

Si el factor de daño se introduce en la solución de decremento, Ec. 3.39, se obtiene la ecuación de decremento que considera el efecto de daño en la vecindad del pozo, la cual está representada por la Ec. 3.45:

$$p_{DNw}(t_{DNN}) = \frac{(3-n)^{\frac{2(n-1)}{3-n}} t_{DNN}^{\frac{1-n}{3-n}}}{(1-n)\Gamma\left(\frac{2}{3-n}\right)} - \frac{1}{1-n} + s \quad \dots \dots \dots (3.45)$$

Si la Ec. 3.45 se sustituye en la Ec.3.37 para obtener soluciones de incremento de presión considerando el efecto de daño, se obtiene la expresión siguiente:

$$\begin{aligned} \frac{p_{ws}(t_p + \Delta t) - p_{ws}(\Delta t = 0)}{\left(\frac{q}{2\pi h}\right)^n \frac{\mu_{ef} r_w^{1-n}}{k}} &= \frac{(3-n)^{\frac{2(n-1)}{3-n}} (t_p)_{DNN}^{\frac{1-n}{3-n}}}{(1-n)\Gamma\left(\frac{2}{3-n}\right)} - \frac{1}{1-n} + s \\ &- \frac{(3-n)^{\frac{2(n-1)}{3-n}} (t_p + \Delta t)_{DNN}^{\frac{1-n}{3-n}}}{(1-n)\Gamma\left(\frac{2}{3-n}\right)} + \frac{1}{1-n} - s \\ &+ \frac{(3-n)^{\frac{2(n-1)}{3-n}} (\Delta t)_{DNN}^{\frac{1-n}{3-n}}}{(1-n)\Gamma\left(\frac{2}{3-n}\right)} - \frac{1}{1-n} + s. \quad (3.46) \end{aligned}$$

Simplificando la Ec. 3.46 se obtiene la Ec. 3.47, pudiendo observarse que el método para analizar datos de incremento de presión para el flujo de un fluido no-newtoniano puede expresarse:

$$\frac{p_{ws}(t_p + \Delta t) - p_{ws}(\Delta t = 0)}{\left(\frac{q}{2\pi h}\right)^n \frac{\mu_{ef} r_w^{1-n}}{k}} = \frac{(3-n)^{\frac{2(n-1)}{3-n}}}{(1-n)\Gamma\left(\frac{2}{3-n}\right)} \left[(t_p)_{DNN}^{\frac{1-n}{3-n}} - (t_p + \Delta t)_{DNN}^{\frac{1-n}{3-n}} + (\Delta t)_{DNN}^{\frac{1-n}{3-n}} \right] - \frac{1}{1-n} + s \quad (3.47)$$

La Ec. 3.47, puede escribirse en términos del tiempo de decremento equivalente no-newtoniano, adquiriendo la forma siguiente:

$$\frac{p_{ws}(t_p + \Delta t) - p_{ws}(\Delta t = 0)}{\left(\frac{q}{2\pi h}\right)^n \frac{\mu_{ef} r_w^{1-n}}{k}} = \frac{(3-n)^{\frac{2(n-1)}{3-n}}}{(1-n)\Gamma\left(\frac{2}{3-n}\right)} [\Delta t_{eDNN}] - \frac{1}{1-n} + s \quad (3.48)$$

3.8.3. Caso para un Yacimiento Infinito, Considerando los Efectos del Pozo ($C_{DNN} \neq 0, s \neq 0$)

El almacenamiento del pozo y el daño siempre distorsionan el comportamiento de presión en los pozos a tiempos cortos, por lo que deben tomarse en cuenta durante el análisis de los datos, debido a que puede encubrir los resultados correctos durante el análisis.

Para observar la influencia del almacenamiento en el comportamiento de la presión, se utilizará la solución presentada por **Ikoku (1978)**, para la presión transitoria cuando se tiene el flujo de un fluido no-newtoniano cuyo

comportamiento puede describirse por medio de la ley de potencias, considerando el almacenamiento y el daño del pozo, empleando una técnica numérica desarrollada por **Cinco Ley y Samaniego (1977)**. Los datos que se presentan en la **Tabla 2** consideran un coeficiente de almacenamiento igual a 1000 y un valor para el índice de comportamiento de flujo igual a 0.2, para diferentes valores de daño. **Ioku (1978)** también presentó resultados para valores de $C_{DNN} = 0, 10^1, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5$ para valores de $n = 0.2, 0.5$ y 0.8 .

Si los datos para la solución de decremento de presión y los datos de incremento de presión, se grafican como una función del tiempo adimensional no-newtoniano y del tiempo de cierre adimensional no-newtoniano, con el tiempo de producción adimensional como un parámetro, se tendrán dos soluciones de decremento, una para el caso de un yacimiento infinito sin daño ni almacenamiento y la otra considerando el almacenamiento del pozo; por lo tanto las soluciones de incremento de presión obtenidas solo considerarán este efecto del pozo; también se puede observar lo antes planteado en cuanto a los efectos del tiempo de producción.

Los resultados se presentan en forma gráfica en la **Fig. 3.22**, pudiendo observarse que los datos a tiempos cortos de producción no pueden analizarse con la solución de decremento de presión, debido a que divergen completamente de la solución de incremento de presión para tiempos de producción pequeños.

Tabla 2.- Valores de p_{DNw} , para $C_{DNN} = 10^3$, con diferentes valores de daño, yacimiento infinito (Ikoku, 1978).

$p_{DNw}, C_{DNN} = 10^3, n = 0.2$		
t_{DNN}	$s = 0$	$s = +5$
0E+00	0.00000	0.00000
1E+00	0.00100	0.00100
2E+00	0.00200	0.00200
3E+00	0.00300	0.00300
5E+00	0.00497	0.00500
7E+00	0.00698	0.00700
1E+01	0.00997	0.00999
2E+01	0.01690	0.01996
3E+01	0.02960	0.02993
5E+01	0.04953	0.04981
7E+01	0.06919	0.06966
1E+02	0.09656	0.09934
2E+02	0.19540	0.19750
3E+02	0.29110	0.29500
5E+02	0.47930	0.48750
7E+02	0.66440	0.67770
1E+03	0.93630	0.95830
2E+03	1.79600	1.85300
3E+03	2.61300	2.71100
5E+03	4.12400	4.31300
7E+03	5.52600	5.81300
1E+04	7.44500	7.88300
2E+04	12.64000	13.52000
3E+04	16.90000	18.20000
5E+04	23.42000	25.35000
7E+04	28.55000	30.97000
1E+05	34.51000	37.43000
2E+05	47.22000	50.91000
3E+05	55.87000	59.96000
5E+05	67.54000	71.94000
7E+05	76.03000	80.59000
1E+06	85.65000	90.33000
2E+06	106.70000	111.50000
3E+06	121.00000	125.90000
5E+06	141.20000	146.10000
7E+06	156.20000	161.10000
1E+07	173.50000	178.50000
2E+07	212.50000	217.50000
3E+07	239.20000	244.20000
5E+07	277.30000	282.30000
7E+07	305.70000	310.60000
1E+08	336.80000	343.80000

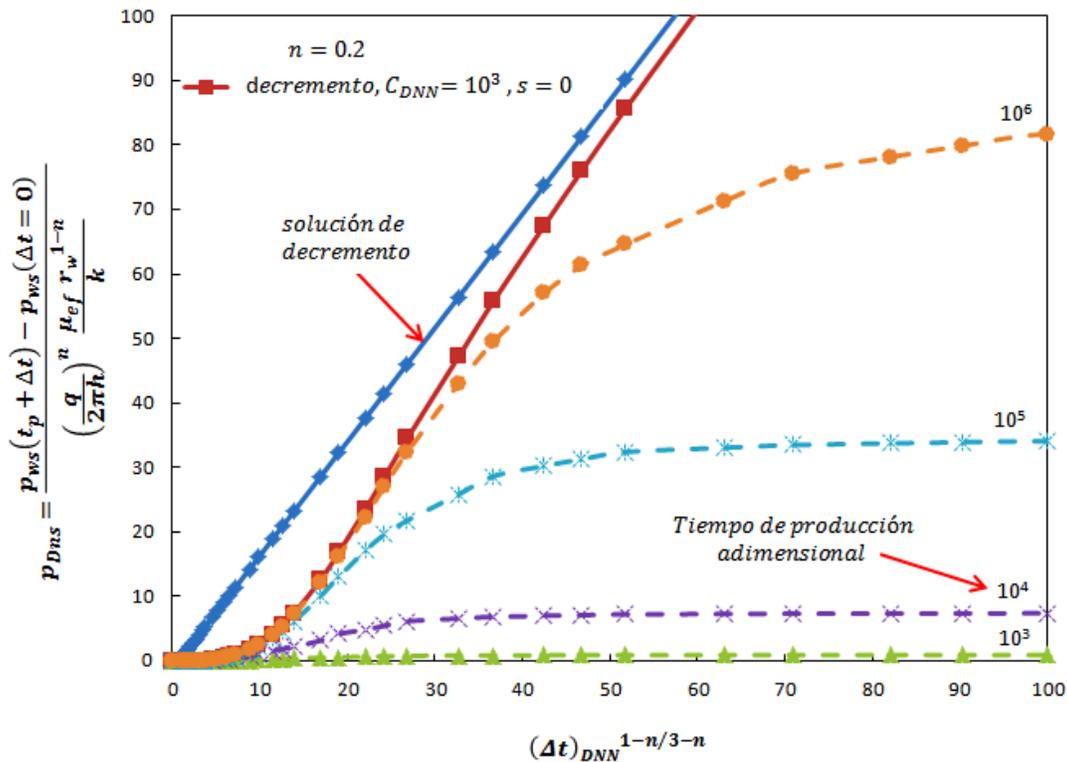


Fig. 3.22.- Curvas tipo de incremento de presión, yacimiento infinito, $C_{DNN} = 10^3$, $s = 0$ y $n = 0.2$.

Si los datos de la **Fig. 3.22**, se grafican en función del tiempo de decremento equivalente no-newtoniano en una escala doble logarítmica, se puede observar que los datos de incremento de presión pueden normalizarse con respecto al tiempo de producción; es decir, los resultados para los diversos factores de almacenamiento coinciden en una curva única, **Fig. 3.23**, los datos para el tiempo de producción de 10^4 presentan una desviación de la solución de decremento, esto posiblemente debido al final del periodo de almacenamiento del pozo.

La duración de los efectos de almacenamiento del pozo cuando se considera el factor de daño, puede calcularse empleando la Ec. 3.49 (**Ikoku, 1978**):

$$t_{DNN} \approx (60 + 3.5s) \frac{C_{DNN}}{n^2} \dots \dots \dots (3.49)$$

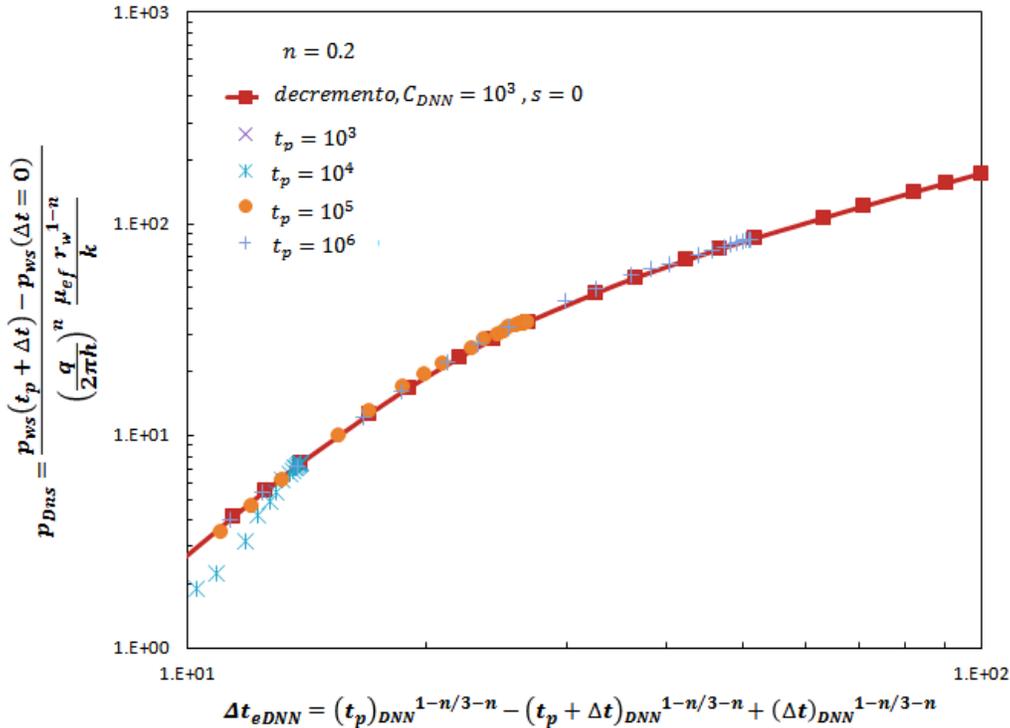


Fig. 3.23. - Normalización de las curvas tipo de incremento de presión, yacimiento infinito, $C_{DNN} = 10^3, s = 0$ y $n = 0.2$.

Se observa de esta Ec.3.49 que la duración de los efectos de almacenamiento del pozo, aumentan conforme el valor del índice de comportamiento de flujo disminuye.

De manera similar al caso para un valor de $n = 0.2$ y $s = 0$ se realizaron los cálculos para un valor de $s = 5$, obteniéndose los resultados que se presentan en las **Figs. 3.24** y **3.25**, la primera figura muestra las curvas tipo de incremento de presión cuando el coeficiente de almacenamiento tiene un valor de $C_{DNN} = 10^3$, en la que se puede observar que la tendencia de los datos es muy parecida a los datos para un factor de daño $s = 0$, la diferencia es que los valores donde las

curvas de incremento tienden a valores constantes son un poco mayores, ya que por ejemplo, cuando $s = 0$ y $t_p = 10^6$, los valores de incremento tienden a un valor constante igual a $p_{Dns} = 82$, mientras que cuando $s = 5$ y $t_p = 10^6$, los valores tienden a $p_{Dns} = 89$.

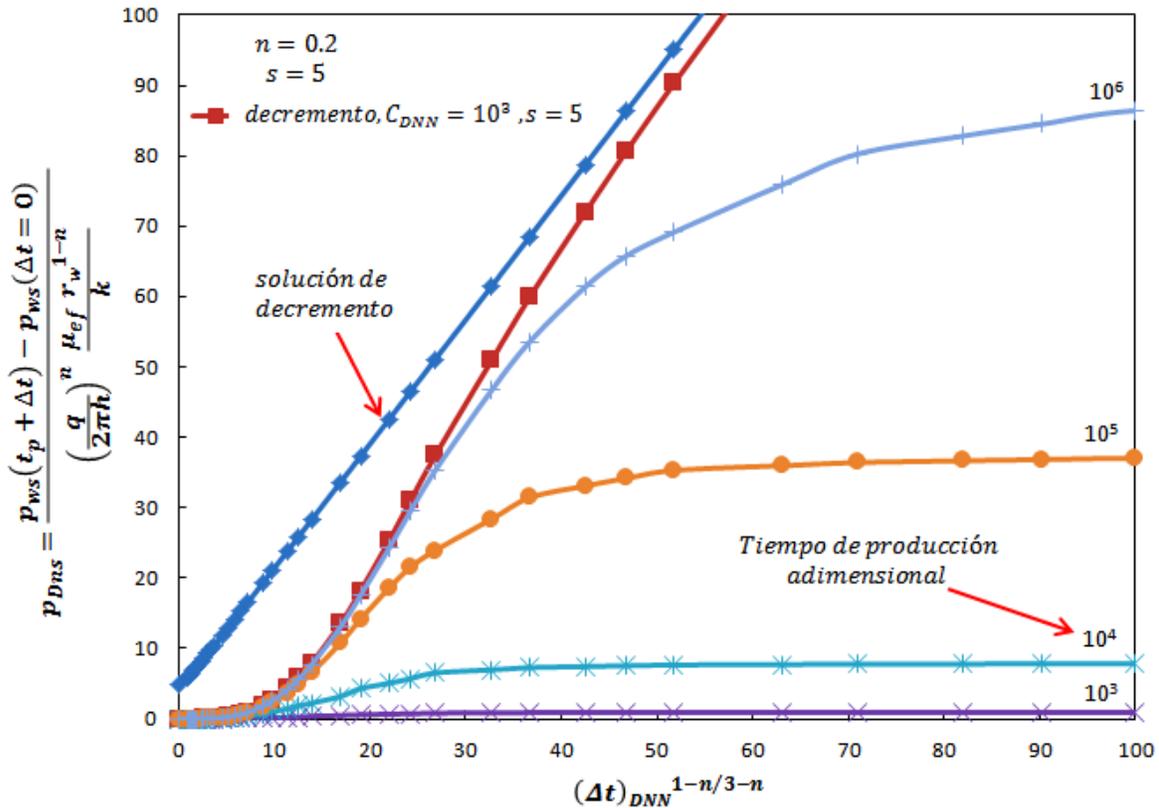


Fig. 3.24.- Curvas tipo de incremento de presión, yacimiento infinito, $C_{DNN} = 10^3$, $s = 5$ y $n = 0.2$.

Los datos de incremento de presión pueden presentarse en forma normalizada de la misma forma que para el caso ya discutido $C_{DNN} = 10^3$ y $s = 0$, si se grafican en función del tiempo de decremento equivalente no-newtoniano, como se puede observar en la **Fig. 3.25**.

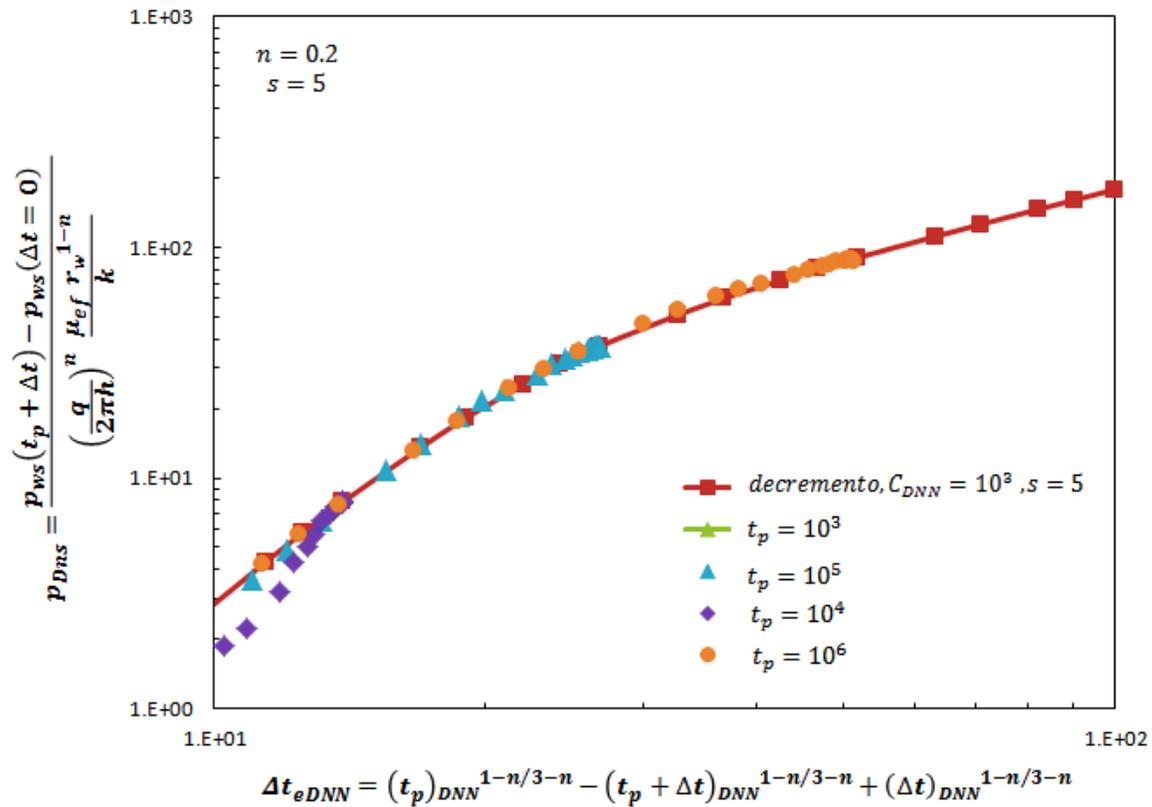


Fig. 3.25.- Normalización de las curvas tipo de incremento de presión yacimiento infinito, $C_{DNN} = 10^3$, $s = 5$ y $n = 0.2$.

De forma similar se realizaron los cálculos para los valores de $n = 0.5$ y 0.8 , para valores de $s = 0, 5$ y 20 , aunque solo se presentarán los resultados para los valores de $s = 0$ y 20 para el valor de $n = 0.8$. Las **Figs. 3.26 a 3.29**, muestran los resultados obtenidos.

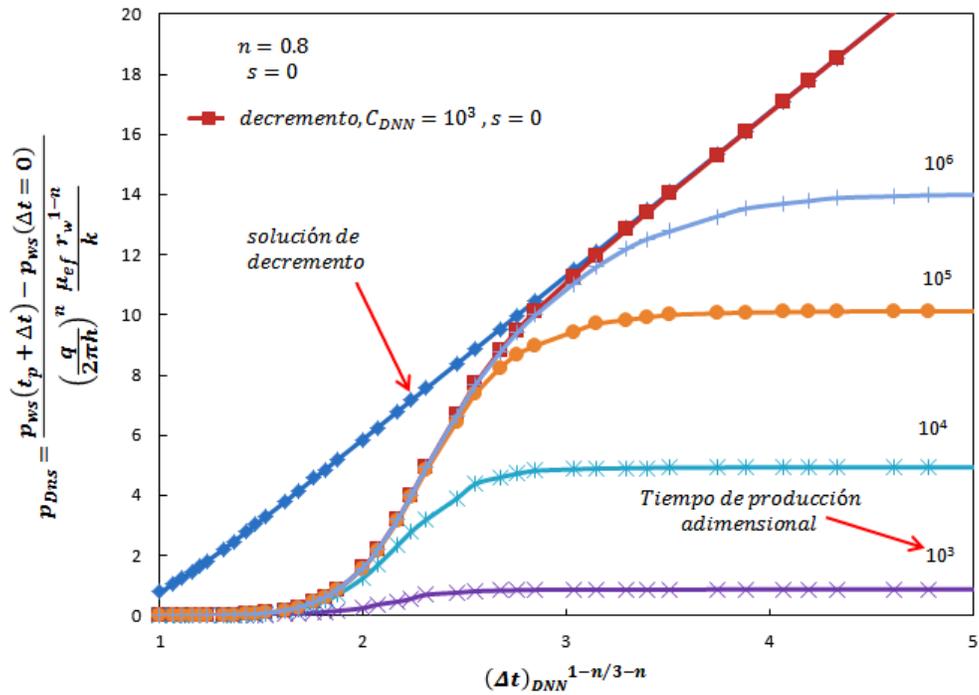


Fig. 3.26.- Curvas tipo de incremento de presión, yacimiento infinito, $C_{DNN} = 10^3$, $s = 0$ y $n = 0.8$.

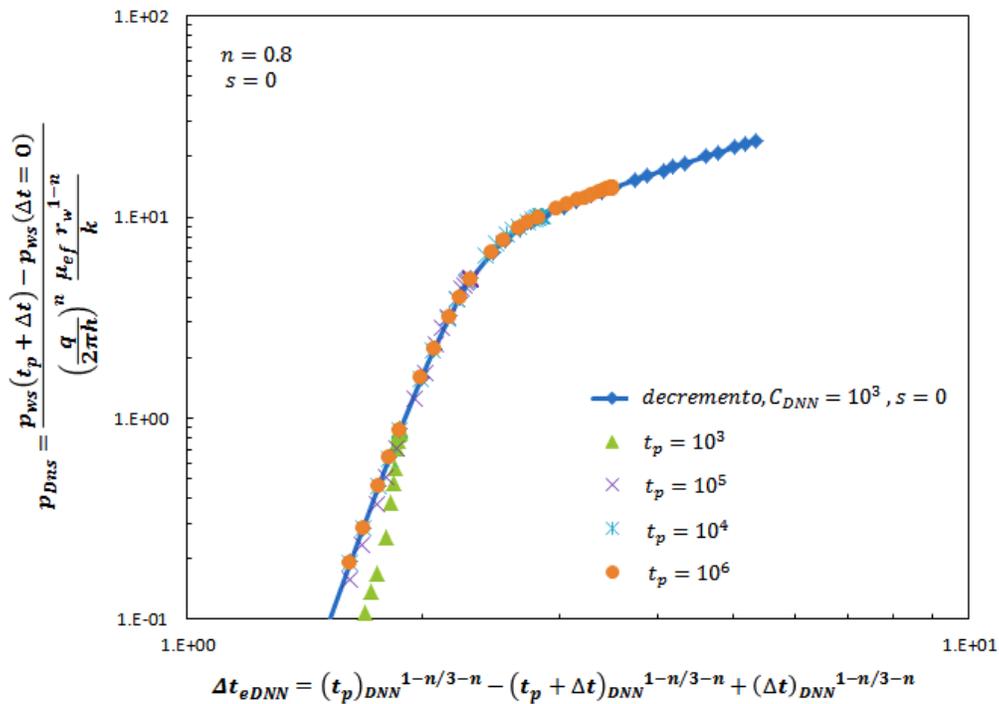


Fig. 3.27.- Normalización de las curvas tipo de incremento de presión, yacimiento infinito, $C_{DNN} = 10^3$, $s = 0$ y $n = 0.8$.

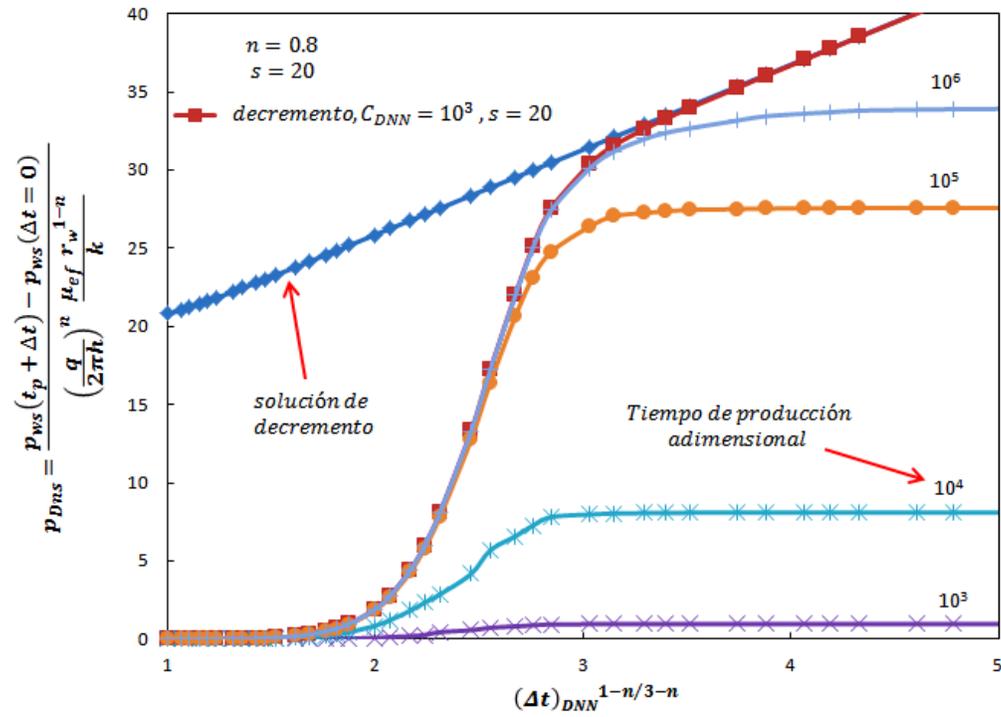


Fig. 3.28.- Curvas tipo de incremento de presión, yacimiento infinito, $C_{DNN} = 10^3$, $s = 20$ y $n = 0.8$.

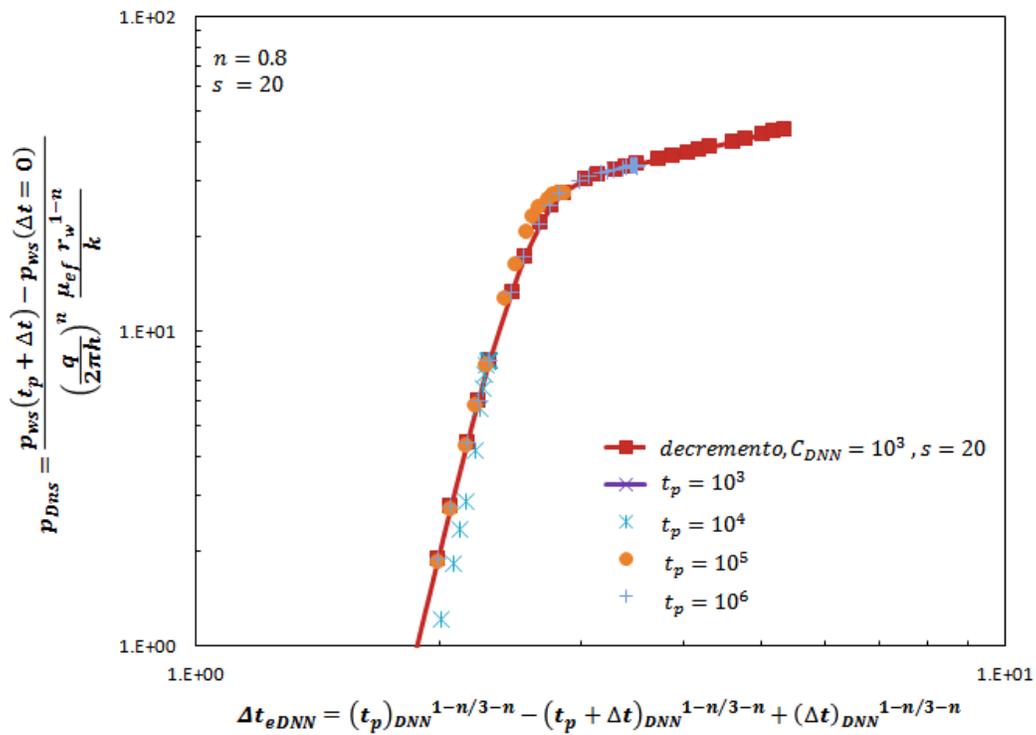


Fig. 3.29.- Normalización de las curvas tipo de incremento de presión, yacimiento infinito, $C_{DNN} = 10^3$, $s = 20$ y $n = 0.8$.

Se puede observar que las curvas para las soluciones de incremento de presión para ambos casos ($n = 0.2$ y $n = 0.8$) son muy similares; la diferencia radica en el valor en cual se alcanza un comportamiento horizontal constante, debido a que el factor de daño aumenta el valor de la presión.

En las figuras anteriores, se observa que la escala de tiempo disminuye al graficar los datos tanto en función del tiempo de cierre no-newtoniano como en función del tiempo de decremento equivalente no-newtoniano, debido a que conforme el valor de n decrece, el término $(1 - n)/(3 - n)$ adquiere un valor mayor, por lo que la escala de tiempo aumenta. Cuando el valor de $n = 0.8$, el término, $(1 - n)/(3 - n) = 0.090$, lo cual resulta en que la escala de tiempo se observe tan reducida.

Si los datos de incremento de presión se grafican en función del tiempo de decremento equivalente no-newtoniano, se observa que pueden ser normalizarse en una sola curva, que es la curva de decremento de presión que considera los efectos del pozo. En los casos anteriores, los datos de $t_p = 10^3$ no se normalizan completamente, debido a que para este tiempo antes de cerrar el pozo no ha concluido el efecto de almacenamiento en la prueba de decremento. Como se ha mencionado este efecto se debe tomar en cuenta para el análisis de los datos de presión, ya que puede causar grandes errores en la interpretación de los resultados.

Capítulo 4

Ejemplos de Aplicación

En este capítulo se analizará la ventaja de usar el tiempo de decremento equivalente para el caso de un fluido no-newtoniano durante el análisis de las pruebas de presión. Este grupo de tiempo no solo puede aplicarse para analizar pruebas de incremento de presión, sino también a otros tipos de pruebas; como ejemplo se mostrará su utilidad al momento de analizar una prueba de decaimiento de presión (PDP o “falloff”) posterior a la inyección de un fluido no-newtoniano en la formación, así como al analizar los datos de incremento de un pozo que produce aceite extrapesado.

4.1. Ejemplo 1. Prueba de Decaimiento de Presión (PDP)

Los datos para este primer ejemplo se toman de una PDP presentada por **Ikoku (1978)**.

La PDP consistió en la inyección de un fluido no-newtoniano a la formación productora, como parte de un proceso de recuperación mejorada en un campo de aceite; el espesor neto de la formación fue de 30 ft (9.144 m), el fluido se inyectó

a un gasto de 500 B/D ($9.20 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$), por un periodo de 90 horas, después el pozo se cerró por 6 horas. Datos complementarios se presentan en la **Tabla 3**.

En la **Tabla 4**, se presentan los datos de presión obtenidos durante la realización de la PDP.

Tabla 3.- Datos para el Ejemplo 1.

Propiedad	Valor
ϕ	0.25
r_w	0.0762 m (0.25 ft)
c_t	$1.035 \times 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$ ($9.00 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1}$)
B	$1.00 \text{ m}^3/\text{m}^3$

Tabla 4.- Datos de presión, Ejemplo 1.

Δt [horas]	p_{ws} [Pa]	$p_{ws}(\Delta t = 0) - p_{ws}(t_p + \Delta t)$ [Pa]
0.0000	1.50E+07	0
0.0167	1.36E+07	1.40E+06
0.0333	1.34E+07	1.60E+06
0.0500	1.30E+07	2.00E+06
0.0667	1.22E+07	2.80E+06
0.0833	1.13E+07	3.75E+06
0.1000	1.09E+07	4.15E+06
0.1670	1.04E+07	4.62E+06
0.3333	9.66E+06	5.34E+06
0.5000	9.18E+06	5.82E+06
0.6667	8.82E+06	6.18E+06
0.8333	8.52E+06	6.48E+06
1.0000	8.27E+06	6.73E+06
1.3333	7.84E+06	7.16E+06
1.6667	7.50E+06	7.50E+06
2.0000	7.21E+06	7.79E+06
3.0000	6.52E+06	8.48E+06
4.0000	6.00E+06	9.00E+06
5.0000	5.59E+06	9.41E+06
6.0000	5.23E+06	9.76E+06

Para determinar el índice de comportamiento de flujo (n), se debe realizar una gráfica de la diferencia de presión contra el tiempo de cierre en escala doble logarítmica, **Fig. 4.1**, en la que se observa que los datos a tiempos cortos presentan un comportamiento diferente, debido al fenómeno de almacenamiento del pozo.

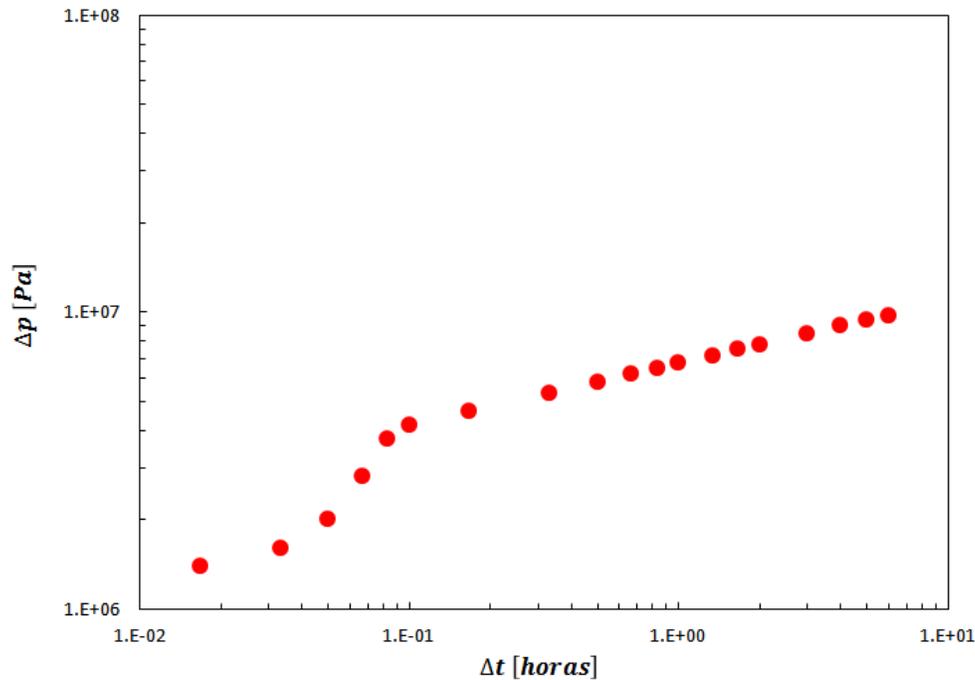


Fig. 4.1.- Gráfica log-log de la PDP, ejemplo 1.

Mediante la gráfica mostrada en la **Fig. 4.1**, se puede determinar el valor para el índice de comportamiento de flujo (n), por medio de la pendiente de la recta que se obtiene cuando el efecto del almacenamiento del pozo ha desaparecido, **Fig. 4.2**, la cual está representada por la expresión siguiente:

$$m = \frac{1-n}{3-n} \dots\dots\dots (4.1)$$

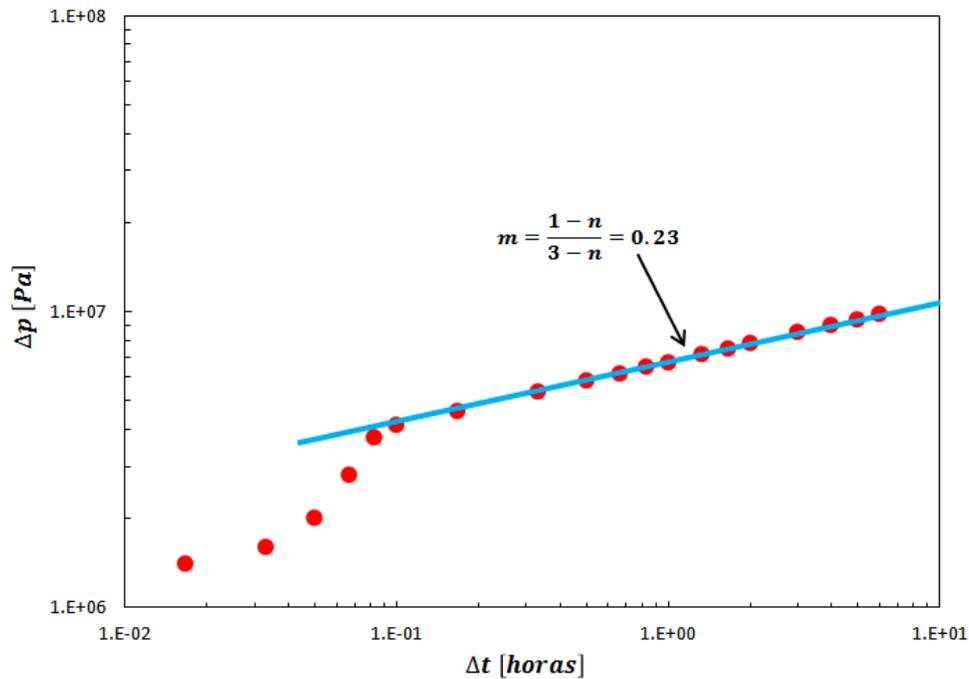


Fig. 4.2.- Línea recta en los datos de la PDP, ejemplo 1.

Resolviendo la Ec. 4.1 para obtener el valor del índice de comportamiento de flujo se obtiene un valor de $n = 0.40$.

Si se realiza una gráfica de la diferencia de presión contra el tiempo de decremento equivalente no-newtoniano (Δt_{eNN}), se obtendrá una porción de línea recta, **Fig. 4.3**, en la cual la pendiente será igual en variables reales a la Ec. 4.2:

$$m_{NN} = \frac{\left(\frac{q}{2\pi h}\right)^{\frac{1+n}{3-n}} \left(\frac{\mu_{ef}}{k}\right)^{\frac{2}{3-n}}}{(1-n)\Gamma\left(\frac{2}{3-n}\right) \left(\frac{n\phi c_t}{(3-n)^2}\right)^{\frac{1-n}{3-n}}} ; \dots\dots\dots (4.2)$$

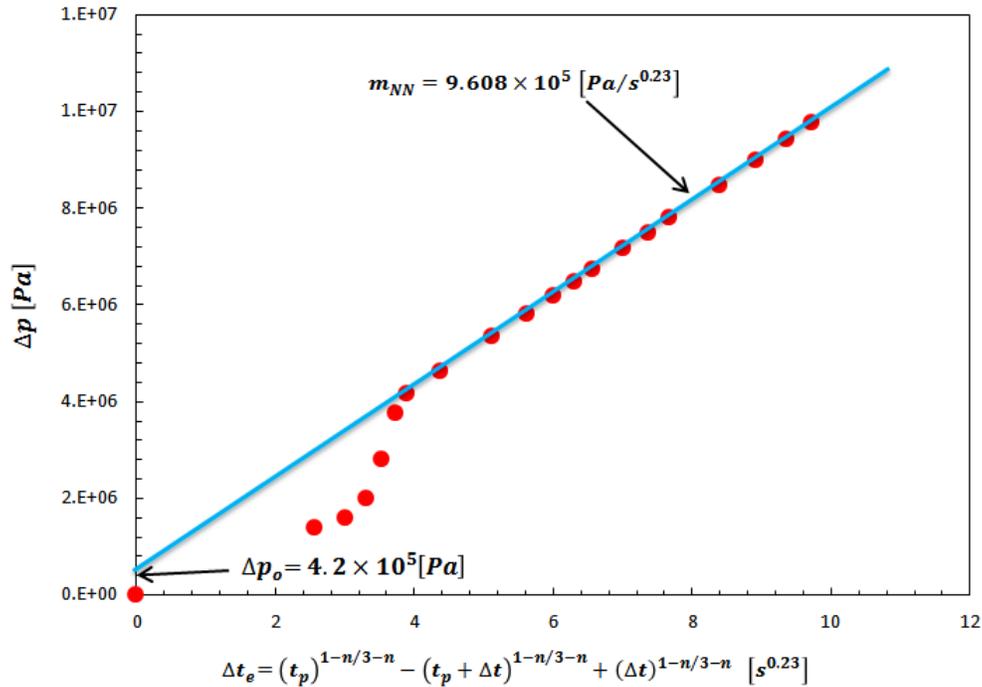


Fig. 4.3.- Gráfica de la diferencia de presión contra el tiempo de decremento equivalente no-newtoniano, ejemplo 1.

despejando de la Ec. 4.2 la movilidad efectiva del fluido se obtiene la Ec. 4.3:

$$\lambda_{ef} = \left(\frac{k}{\mu_{ef}} \right) = \left[m_{NN} (1-n) \Gamma \left(\frac{2}{3-n} \right) \right]^{\frac{n-3}{2}} \left(\frac{q}{2\pi h} \right)^{\frac{1+n}{2}} \left[\frac{(3-n)^2}{n\phi c_t} \right]^{\frac{1-n}{2}}, \quad \dots (4.3)$$

sustituyendo los valores para los parámetros que interviene en la Ec. 4.3, se obtiene:

$$\lambda_{ef} = \left[(9.608 \times 10^5) (0.6) (1.2) \right]^{-1.3} \left(\frac{9.20 \times 10^{-4}}{57.45} \right)^{0.7} \left[\frac{(2.6)^2}{9.52 \times 10^{-11}} \right]^{-0.3} = 2.02 \times 10^{-8} \left[\frac{m^{1.4}}{Pa \cdot s} \right].$$

El resultado obtenido de la movilidad efectiva empleando el tiempo de decremento equivalente no-newtoniano es aceptable si se compara con el valor obtenido por **Ikoku (1978)** el cual fue de $1.816 \times 10^{-8} [m^{1.4}/Pa \cdot s]$.

El factor de daño no aparece en las ecuaciones para las PDP; sin embargo este efecto afectará la presión fluyendo antes del cierre. El factor de daño puede calcularse de los datos de la PDP.

La presión después del cierre, considerando el factor de daño esta dada por la Ec. 4.4:

$$p_{ws}(\Delta t=0) - p_{ws}(t_p + \Delta t) = \left(\frac{q}{2\pi h}\right)^n \frac{\mu_{ef} r_w^{1-n}}{k} \frac{(3-n)^{\frac{2(1-n)}{3-n}}}{(1-n)\Gamma\left(\frac{2}{3-n}\right)} \left[(t_p)_{DNN}^{\frac{1-n}{3-n}} - (t_p + \Delta t)_{DNN}^{\frac{1-n}{3-n}} + (\Delta t)_{DNN}^{\frac{1-n}{3-n}} \right] - \frac{1}{1-n} + s ; \dots \dots \dots (4.4)$$

Sustituyendo al tiempo adimensional no-newtoniano, t_{DNN} de la Ec. 3.11 en la Ec. 4.4:

$$p_{ws}(\Delta t=0) - p_{ws}(t_p + \Delta t) = \left(\frac{q}{2\pi h}\right)^n \frac{\mu_{ef} r_w^{1-n}}{k} \left\{ \frac{(3-n)^{\frac{2(1-n)}{3-n}}}{(1-n)\Gamma\left(\frac{2}{3-n}\right)} \left(\frac{1}{G_w^{3-n}}\right) \left[(t_p)_{DNN}^{\frac{1-n}{3-n}} - (t_p + \Delta t)_{DNN}^{\frac{1-n}{3-n}} + (\Delta t)_{DNN}^{\frac{1-n}{3-n}} \right] - \frac{1}{1-n} + s \right\} ; \dots \dots \dots (4.5)$$

sustituyendo G de la Ec. 3.8, se obtiene:

$$p_{ws}(\Delta t=0) - p_{ws}(t_p + \Delta t) = \frac{\left(\frac{q}{2\pi h}\right)^{\frac{1+n}{3-n}} \left(\frac{\mu_{ef}}{k}\right)^{\frac{2}{3-n}}}{(1-n)\Gamma\left(\frac{2}{3-n}\right) \left[\frac{n\phi c_t}{(3-n)^2}\right]^{\frac{1-n}{3-n}}} \left[(t_p)^{\frac{1-n}{3-n}} - (t_p + \Delta t)^{\frac{1-n}{3-n}} + (\Delta t)^{\frac{1-n}{3-n}} \right] + \left(\frac{q}{2\pi h}\right)^n \frac{\mu_{ef} r_w^{1-n}}{k} \left[-\frac{1}{1-n} + s \right] \quad \dots \dots \dots (4.6)$$

Utilizando la definición de m_{NN} , Ec. 4.2, y el tiempo de decremento equivalente no-newtoniano, Ec. 3.43, la ecuación anterior puede escribirse en la forma siguiente:

$$p_{ws}(\Delta t=0) - p_{ws}(t_p + \Delta t) = m_{NN} [\Delta t_{eNN}] + \left(\frac{q}{2\pi h}\right)^n \frac{\mu_{ef} r_w^{1-n}}{k} \left[-\frac{1}{1-n} + s \right] \quad \dots \dots \dots (4.7)$$

Si $\Delta t_{eNN} = 0$, la Ec. 4.7 puede emplearse para obtener el factor de daño, s .

Debido que a $\Delta t_{eNN} = 0$ en una gráfica de la diferencia de presión contra el tiempo de decremento equivalente no-newtoniano, esta diferencia de presión es Δp_0 , el factor de daño puede calcularse por medio de la Ec. 4.8, o de la Ec. 4.9:

$$s = \Delta p_0 \left(\frac{2\pi h}{q}\right)^n \left(\frac{k}{\mu_{ef}}\right) \left(\frac{1}{r_w^{1-n}}\right) + \frac{1}{1-n} \quad \dots \dots \dots (4.8)$$

$$s = \Delta p_0 \left(\frac{2\pi h}{q} \right)^n \left(\frac{\lambda_{ef}}{r_w^{1-n}} \right) + \frac{1}{1-n} , \dots\dots\dots (4.9)$$

sustituyendo los valores para las propiedades de la formación y del aceite en la Ec. 4.9, se obtiene:

$$s = 4.20 \times 10^5 \left(\frac{2 \times \pi \times 9.144}{9.20 \times 10^{-4}} \right)^{0.4} \left(\frac{2.02 \times 10^{-8}}{0.02133} \right) + \frac{1}{0.6} = 4.96 .$$

El valor obtenido para el factor de daño es aceptable si se compara con el obtenido por **Ikoku (1978)**, debido a que solo se tiene una diferencia de 10% al utilizar el tiempo de decremento equivalente no-newtoniano.

Para determinar la permeabilidad se utilizará la ecuación propuesta por **Ikoku (1978)**, Ec. 4.10; para valuar dicha expresión es necesario conocer la consistencia del fluido, por lo que es necesario contar con un estudio reológico para determinar este parámetro y de esta manera obtener un valor de permeabilidad.

$$k = \left(\frac{q}{2\pi h} \right) \left\{ \left[(1-n) \Gamma \left(\frac{2}{3-n} \right) \right]^{n-3} \frac{\left[\frac{H}{12} \left(9 + \frac{3}{n} \right)^n (150)^{\frac{1-n}{2}} \right]^2 (3-n)^{2(1-n)}}{(nc_t)^{1-n} (m_{NN})^{3-n}} \right\}^{\frac{1}{1+n}}$$

; (4.10)

sustituyendo valores en la ecuación anterior, se obtiene un resultado para la permeabilidad de:

$$k = 1.60 \times 10^{-5} \left\{ \frac{(2.345) \times (4.77 \times 10^{-4}) \times (3.147)}{(2.34 \times 10^{-6})(3.58 \times 10^{15})} \right\}^{0.71} = 2.307 \times 10^{-14} [m^2] .$$

$$k = 23.37 [md] .$$

De igual forma este valor es aceptable, debido que se tiene una diferencia de 10% con respecto al cálculo obtenido por **Ikoku (1978)**, en su ejemplo de aplicación presentado en su artículo de 1979.

Como se puede observar, el utilizar el tiempo de decremento equivalente no-newtoniano para analizar los datos de la PDP es muy sencillo, ya que no es necesario realizar otra gráfica diferente para poder obtener parámetros del yacimiento, además de que la lectura de los datos es muy sencilla.

4.1. Ejemplo 2. Prueba de Incremento de Presión

Para este ejemplo se tomarán los datos de una prueba de incremento de presión realizada en el pozo A, el cual está ubicado en la Sonda de Campeche; el pozo tiene 3820 metros verticales en un tirante de agua de 154 metros; produjo aceite de 8 grados API; en la actualidad este pozo se encuentra cerrado.

La **Tabla 5**, presenta los valores de las propiedades necesarias para analizar los datos de presión del pozo A.

Tabla 5. Datos del pozo A.

Propiedad	Valor
ϕ	0.128
r_w	0.1587 m (6.25 pg)
c_t	$6.019 \times 10^{-9} Pa^{-1}$ ($4.15 \times 10^{-5} psi^{-1}$)
B_o	$1.093 m^3/m^3$
q_o	$4.34 \times 10^{-3} m^3/s$ (2358 bl/dia)
h	120 m (393.6 ft)

Para continuar con el desarrollo del ejemplo 2, los datos de presión registrados durante la realización de la prueba de incremento se muestran en el Apéndice C.

Para comenzar con el análisis de los datos, estos deben convertirse al sistema de unidades internacional, debido a que la metodología propuesta está desarrollada en este sistema de unidades. Sería útil tener una versión de esta metodología en unidades del sistema inglés.

El paso siguiente es graficar la diferencia de presión, la cual está representada por $p_{ws}(t_p + \Delta t) - p_{ws}(\Delta t = 0)$ contra el tiempo de cierre (Δt), en una escala doble logarítmica, como se puede observar en la **Fig. 4.4**:

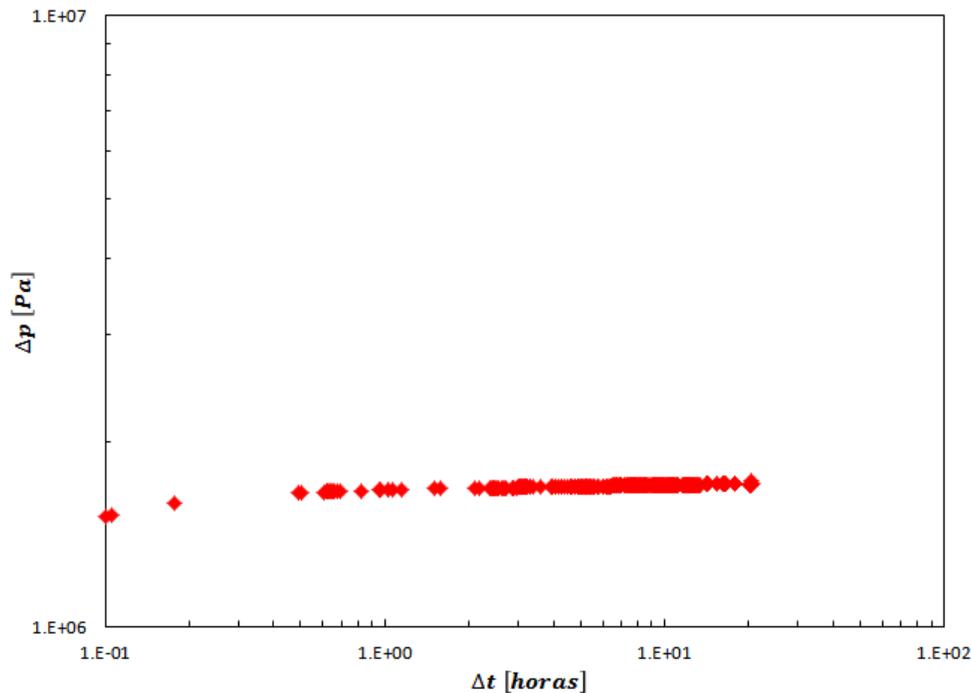


Fig. 4.4.- Gráfica log-log de la prueba de incremento del pozo A, ejemplo 2.

La pendiente de la porción de línea recta que se obtiene al realizar la gráfica anteriormente señalada debe de tener un valor menor a 0.33 para poder aplicar la metodología de análisis no-newtoniana, debido a que si la pendiente de la recta tiene un valor mayor, el valor obtenido del índice de comportamiento de flujo (n) será negativo, lo cual no tiene ningún significado físico, ya que para el caso de un fluido pseudoplástico el valor de n se encuentra entre cero como valor mínimo y uno como valor máximo.

Como se puede observar en la **Fig.4.5** los datos presentan una porción reducida de línea recta, la cual tiene una pendiente muy pequeña, a partir de la cual se puede despejar el valor del índice de comportamiento de flujo (n), obteniéndose un valor de $n = 0.96$.

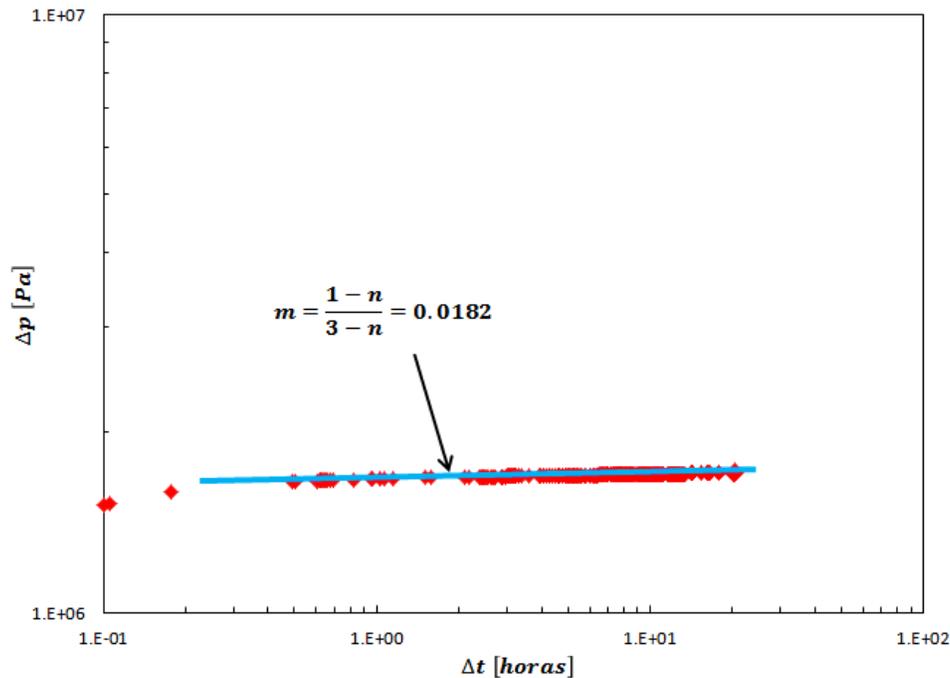


Fig. 4.5.- Línea recta en los datos de incremento del pozo A, ejemplo 2.

Al contrario de lo que se esperaba obtener con este tipo de aceites extrapesados, el valor de n es muy cercano a uno, lo cual nos indica que sólo presenta un 4% de comportamiento no-newtoniano; podría esperarse que con aceites con densidades menores a 8 grados API, este comportamiento se acentuó aun más y pueda observarse con una mayor notoriedad en los datos de presión.

Este procedimiento de análisis también se realizó con los datos de presión de un pozo cuyo aceite tiene una densidad de 12°API, el valor de la pendiente que se obtuvo fue de 0.345, con la cual se obtiene un valor de $n = -0.053$, como se mencionó anteriormente, este valor de n no tiene ningún significado físico, con que se podría concluir que aceites con valores mayores de densidad API se comportarán como fluidos newtonianos en el yacimiento y los datos de presión transitoria pueden analizarse con la metodología convencional de análisis de pruebas de presión.

Realizando una gráfica de la diferencia de presión contra el tiempo de decremento equivalente no-newtoniano, **Fig. 4.6**, se puede observar que se tiene una porción de línea recta con pendiente igual a $1.00 \times 10^6 [Pa^{0.96}]$ y una $\Delta p_o = 4.43 \times 10^5 [Pa]$; debido a que al graficar los datos de presión contra el tiempo de decremento equivalente no newtoniano la escala de tiempo se reduce los datos de presión se ven muy juntos, por tal motivo se optó por empezar la escala de la diferencia de presión en un valor de $1.35 \times 10^6 [Pa]$ con la finalidad de que se lograra observar la porción de línea recta que se tiene.

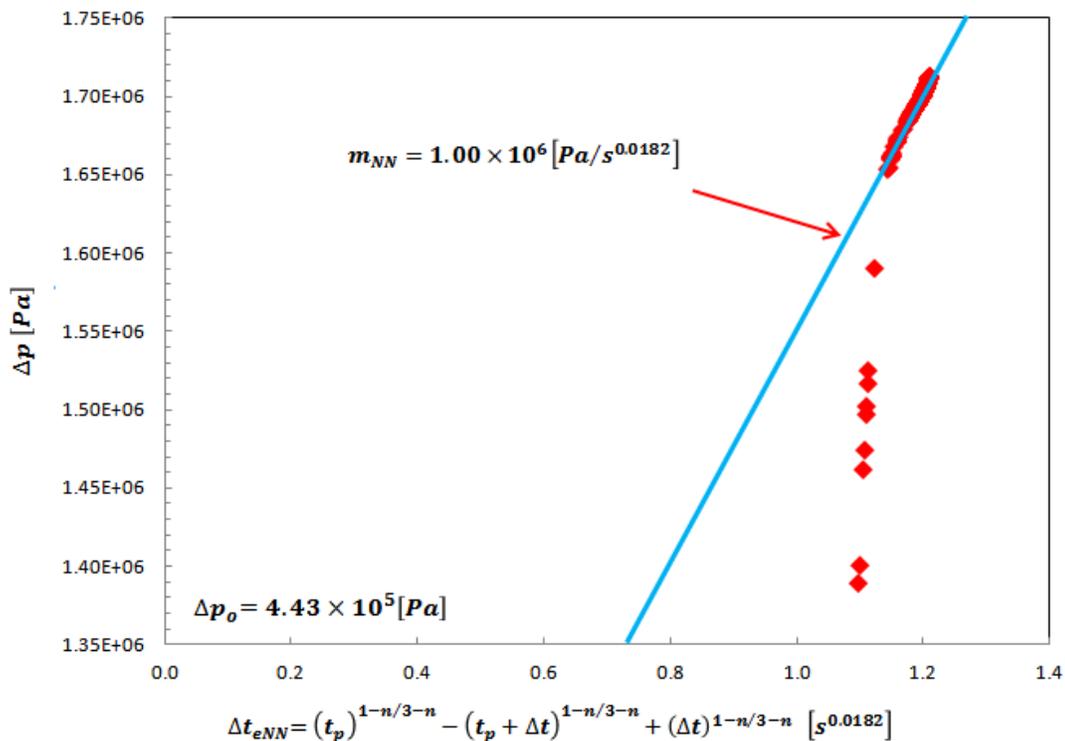


Fig. 4.6.- Gráfica de la diferencia de presión contra el tiempo de decremento equivalente no-newtoniano, ejemplo 2.

La pendiente de la línea recta está representada por la Ec. 4.2, de la cual se puede despejar el valor de la movilidad efectiva del aceite, Ec. 4.3.

Sustituyendo valores en la Ec. 4.3 se obtiene:

$$\lambda_{efo} = \left[3.76 \times 10^4\right]^{-1.019} \left(5.755 \times 10^{-6}\right)^{0.981} \left[5.59 \times 10^9\right]^{0.019} = 2.4 \times 10^{-10} \left[\frac{m^{1.96}}{Pa \cdot s}\right].$$

Para calcular el factor de daño se utilizará la definición de la Ec. 4.9, con la cual se obtiene:

$$s = 4.43 \times 10^5 \left(1.74 \times 10^5\right)^{0.96} \left(\frac{2.4 \times 10^{-10}}{0.934}\right) + \frac{1}{1 - 0.96} = 39.47.$$

Como se puede observar que el valor del daño obtenido es muy alto, y en este caso no existe ningún dato para poder compararlo, debido a que se tienen muy pocos trabajos acerca del análisis de pruebas de presión cuando se tiene la presencia de un fluido no-newtoniano; no existen explicaciones claras acerca de por qué el valor del daño adquiere valores tan altos cuando se aplica la metodología de análisis no-newtoniana al análisis de los datos de presión, aun cuando se tiene la certeza de que el fluido tiene un comportamiento no-newtoniano.

Para determinar la permeabilidad de la formación es necesario aplicar la Ec. 4.10; como se puede observar es necesario conocer el valor de la consistencia del fluido (H); durante el desarrollo de este trabajo se investigó si existe alguna forma analítica para determinar el valor de la consistencia, debido a que con los datos de presión no se puede obtener, pero no se encontró ningún resultado, en toda la literatura consultada se hace mención a la necesidad de realizar un estudio reológico del fluido para determinar el valor de la consistencia del fluido, debido a que depende de la velocidad de corte.

Conclusiones

El propósito de esta tesis ha sido presentar una derivación para el tiempo de decremento equivalente no-newtoniano (Δt_{eNN}) para analizar los datos de pruebas de incremento de presión o pruebas de decaimiento de presión (PDP o “falloff”), cuando se tiene la presencia de un fluido no-newtoniano, cuyo comportamiento puede representarse por medio de la ley de potencias. Con base en los resultados se pueden establecer las conclusiones siguientes:

1. Se presentó la respuesta de incremento de presión no-newtoniana considerando los efectos del tiempo de producción, así como el almacenamiento del pozo y el daño para un yacimiento infinito.
2. Se planteó el desarrollo para obtener el nuevo tiempo de decremento equivalente para el flujo de un fluido no-newtoniano.
3. Utilizar el tiempo de decremento equivalente no-newtoniano para analizar los datos de las pruebas, tanto de decaimiento o de incremento de presión, hace más sencillo su análisis.
4. Se obtuvieron valores aceptables para la movilidad, el factor de daño y la permeabilidad al utilizar el tiempo de decremento equivalente no-newtoniano, al analizar los datos de la prueba de decaimiento de presión, obteniendo errores de alrededor del 10%.

5. De los datos de presión analizados de una prueba de incremento para un aceite con una densidad API de 12 grados, se concluyó que no presenta comportamiento no-newtoniano a condiciones de yacimiento, debido a que el valor del índice de comportamiento de flujo obtenido de realizar la gráfica del logaritmo de la diferencia de presión contra el logaritmo del tiempo de cierre es negativo, lo cual no tiene ningún significado físico; por esta razón, los datos de presión de este pozo se deben analizar con la metodología convencional de análisis para el flujo de un fluido newtoniano.
6. Con base en el análisis de los datos de presión del pozo A, cuyo aceite tiene una gravedad API de 8 grados, se puede concluir que muestran una ligera tendencia no-newtoniana, pero no lo suficiente para poder afirmar con certeza que estos aceites presentan un comportamiento no-newtoniano a condiciones de yacimiento.
7. Se deberán realizar estudios posteriores para determinar por qué el factor de daño adquiere valores negativos que exceden el valor de -6 derivado por Standing, cuando se aplica la metodología de análisis no-newtoniano, debido a que hasta el momento una explicación clara acerca de este fenómeno no existe en la literatura especializada.
8. Es necesario contar con un experimento reológico del fluido para poder determinar la consistencia del mismo y de esta manera emplear sus resultados para estimar la permeabilidad de la formación.

Nomenclatura

A	=	área de la sección transversal, m^2
B	=	constante con dimensiones $t^{y-1/y}$ en la ecuación 2.5
B_o	=	factor de volumen del aceite, m^3/m^3 [bl _{o+gd} @ c.y./bl _o @ c.s.]
c	=	compresibilidad del fluido, Pa^{-1} [psi ⁻¹]
C	=	constante de almacenamiento del pozo, m^3/Pa [bl/psi]
C_D	=	constante de almacenamiento del pozo, adimensional
C_{DNN}	=	constante de almacenamiento del pozo no-newtoniano, adimensional
c_t	=	compresibilidad total del sistema, Pa^{-1} [psi ⁻¹]
c'	=	factor de cambio relacionado con la tortuosidad, varía entre 25/12 y 225
E_i	=	integral exponencial
$f(k)$	=	función de permeabilidad
G	=	grupo definido por la ecuación 3.8
h	=	espesor de la formación, m [ft]
H	=	consistencia del fluido (parámetro del modelo de ley de potencias), $Pa \cdot s^n$
k	=	permeabilidad, m^2 [md]
k_r	=	permeabilidad en la dirección radial (horizontal), m^2 [md]
L	=	longitud, m
m_{DNN}	=	pendiente de la gráfica p_{DNw} vs $t_{DNN}^{(1-n)/(3-n)}$, adimensional
m_{NN}	=	pendiente de la gráfica Δp vs Δt_{eNN} , $Pa / s^{(1-n)/(3-n)}$
n	=	índice de comportamiento de flujo (parámetro del modelo de ley de potencias), adimensional

p	=	presión, Pa [psi]
p_D	=	presión adimensional
p_{DNN}	=	presión adimensional no-newtoniana
p_{DNS}	=	cambio de presión durante el incremento, adimensional
p_{DNW}	=	presión de fondo no-newtoniana, adimensional
p_i	=	presión inicial, Pa [psi]
p_{wf}	=	presión de fondo fluyendo, Pa [psi]
p_{ws}	=	presión de fondo estática, Pa [psi]
$\bar{p}(r_D, z)$	=	transformada de Laplace de p_{DNN}
q	=	gasto del pozo, m ³ /s [bl/día]
r	=	distancia radial, m [ft]
r_D	=	distancia radial, adimensional
r_w	=	radio del pozo, m [ft]
s	=	factor de daño, adimensional
t	=	tiempo, horas
t_D	=	tiempo, adimensional
t_{DNN}	=	tiempo no-newtoniano, adimensional
t_p	=	tiempo de producción, horas
t_{pD}	=	tiempo de producción, adimensional
t_{pDNN}	=	tiempo de producción no-newtoniano, adimensional
V	=	volumen, m ³ [bl]
V_f	=	velocidad frontal del fluido inyectado, ft/día
V_0	=	velocidad superficial del fluido, m/s
V_p	=	velocidad de poro promedio, cm/s
V_T	=	volumen total del pozo, m ³ [bl]
v	=	velocidad Darcy, cm/s

\bar{v}'	=	velocidad de corte promedio, s^{-1}
y	=	constante dependiendo del fluido, r/n
z	=	variable de la transformada de Laplace

Símbolos Griegos

α	=	constante de conversión = 141.2
α_0	=	constante que relaciona la distribución del tamaño de poro y tortuosidad, $cm/md^{1/2}$
β	=	constante de conversión = 2.637×10^{-4}
$\Gamma(x)$	=	función gamma o función factorial
γ	=	constante de Euler = 1.78
$\dot{\gamma}$	=	velocidad de corte, s^{-1}
Δp	=	diferencia de presión, Pa [psi]
$(\Delta p)_s$	=	caída de presión debida al daño
Δt_{max}	=	tiempo máximo de cierre, horas
Δt	=	tiempo de cierre, horas
Δt_e	=	tiempo de decremento equivalente, horas
Δt_{eD}	=	tiempo de decremento equivalente, adimensional
Δt_{eNN}	=	tiempo de decremento equivalente no-newtoniano, $s^{(1-n)/(3-n)}$
Δt_{eDNN}	=	tiempo de decremento equivalente no-newtoniano, adimensional
ΔV	=	cambio de volumen del fluido en el pozo, bl
λ_{ef}	=	movilidad efectiva, $m^{1+n}/Pa \cdot s$
λ_{efo}	=	movilidad efectiva del aceite, $m^{1+n}/Pa \cdot s$
μ	=	viscosidad, cp [Pa·s]
μ_{ef}	=	viscosidad efectiva para fluidos en ley de potencias, $Pa \cdot s \cdot m^{1-n}$
π	=	constante = 3.141592

ρ	=	densidad, g/cm ³ [lb _m /ft ³]
σ	=	esfuerzo de corte, Pa
ϕ	=	porosidad, fracción [%]

Subíndices

D	=	adimensional
e	=	equivalente
ef	=	efectivo
i	=	inicial, inyección
max	=	máximo
NN	=	no-Newtoniano
o	=	aceite
p	=	poro, producción, promedio
s	=	daño
t	=	total
w	=	pozo

Referencias

1. Abou-Kassem, J.H. y Farouq Ali, S.M. 1986. Flow of Non-Newtonian Fluid in Porous Media. Artículo SPE 15954, presentado en SPE Eastern Regional Meeting, Columbus, Ohio, noviembre 12-14. <http://dx.doi.org/10.2118/15954-MS>.
2. Agarwal, R.G., 1980. A New Method to Account for Production Time Effects When Drawdown Type Curves are Used to Analyze Buildup and Other Test Data. Artículo SPE 9289, presentado en SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Dallas, Texas, septiembre 21-24. <http://dx.doi.org/10.2118/9289-MS>.
3. Agarwal, R.G., Al-Hussainy, R. y Ramey, H.J. Jr., 1970. An Investigation of Wellbore Storage and Skin Effect in Unsteady Liquid Flow: I. Analytical Treatment. *SPE J.* **10** (3): 279-290. SPE-2466-PA. <http://dx.doi.org/10.2118/2466-PA>.
4. Christopher, R.H. y Middleman, S. 1965. Power-Law Flow through a Packed Tube. *Ind. Eng. Chem. Fund.* **4** (4): 422-426. <http://dx.doi.org/10.1021/i160016a011>.
5. Earlougher, R.G. Jr., Kersch, K. M. y Ramey, H.J. Jr. 1973. Wellbore Effects in Injection Well Testing. *J. Pet Tech* **25** (11): 244-1250. SPE-4371-PA. <http://dx.doi.org/10.2118/4371-PA>.
6. Earlougher, R.G. Jr. y Kersch, K.M. 1974. Analysis of Short-Time Transient Test Data by Type-Curve Matching. *J. Pet Tech* **26** (7): 793-800. SPE-4488-PA. <http://dx.doi.org/10.2118/4488-PA>.
7. Earlougher, R.G. Jr. 1977. *Advances in Well Test Analysis*. Richardson, Texas: Monograph Series, SPE.
8. Gogarty, W.B. 1967. Rheological Properties of Pseudoplastic Fluids in Porous Media. *SPE J.* **7** (2): 149-160. SPE 1566-A. <http://dx.doi.org/10.2118/1566-A>
9. Horner, D.R. 1951. Pressure Build-Up in Wells. Proc., 3rd World Petroleum Congress, La Haya, Holanda, Secc. II, 503-521.

10. Igbokoyi A. y Tiab. D. 2007. New Type Curves for the Analysis of Pressure Transient Data Dominated by Skin and Wellbore Storage Non-Newtonian Fluid. Artículo SPE 106997, presentado en Production Operations Symposium, Oklahoma City, Oklahoma, marzo 7-abril 3. <http://dx.doi.org/10.2118/106997-MS>.
11. Ikoku, C.U. 1978. Transient Flow of Non-Newtonian Power-Law Fluid through Porous Media. PhD dissertation, Stanford University, Stanford, California.
12. Ikoku, C.U. 1979. Practical Application of Non-Newtonian Transient Flow Analysis. Artículo SPE 8351, presentado en SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Las Vegas, Nevada, septiembre 23-26. <http://dx.doi.org/10.2118/8351-MS>.
13. Ikoku, C.U. y Ramey, H.J. Jr. 1980, Wellbore Storage and Skin Effects During the Transient Flow of Non-Newtonian Power-Law Fluids in Porous Media. *SPE J.* **20** (1): 25-38. SPE 7449-PA. <http://dx.doi.org/10.2118/7449-PA>.
14. Igbokoyi, A. O. y Tiab, D. 2007. New Type Curves for the Analysis of Pressure Transient Data Dominated by Skin and Wellbore Storage-Non-Newtonian Fluid. Artículo SPE 106997, presentado en Production and Operations Symposium, Oklahoma City, Oklahoma, marzo 31 - abril 03. <http://dx.doi.org/10.2118/106997-MS>.
15. Mackinley, R. M., Jahns, H. O. y Harris, W. W. 1966. Non-Newtonian flow in porous media. *AIChE J.*, **12** (1): 17-24.
16. Matthews, C.S. y Russell, D.G. 1967. Pressure Buildup and Flow Tests in Wells, Vol. 1. Richardson, Texas: Monograph Series, SPE.
17. Miller, C.C., Dyes, A.B. y Hutchinson, C. A. Jr. 1950. The Estimations of Permeability and Reservoir Pressure from Bottom-Hole Pressure Build-Up Characteristics. En *Transactions of the Society of Petroleum Engineers*, Vol. 189, 91-104. Richardson, Texas: Society of Petroleum Engineers.
18. Odeh, A. S. y Yang, H. T. 1979. Flow of Non-Newtonian Power-Law Fluid through Porous Media. *SPE J.* **19** (3): 155-163. SPE-7150-PA. <http://dx.doi.org/10.2118/7150-PA>.
19. Pierre, C., Barré, L., Pina, A. y Moan, M. 2004. Composition and Heavy Oil Rheology. *Oil Gas Sci. Technol.* **59** (5): 489-501. <http://dx.doi.org/10.2516/ogst:2004034>

20. Poon, D.C. y Kisman, K. 1992. Non-Newtonian Effects on the Primary Production of Heavy Oil Reservoirs. *J. Cdn. Pet. Tech.* **31** (7): SPE-92-07-06. <http://dx.doi.org/10.2118/92-07-06>.
21. Sadowski, T.J. 1965. Non-Newtonian Flow through Porous Media. I. Theoretical. *T Soc. Rheol.* **9** (2): 243-250. <http://dx.doi.org/10.1122/1.549000>.
22. Sadowski, T. J. 1965. Non-Newtonian Flow through Porous Media. II. Experimental. *T Soc. Rheol* **9** (2): 251-271. <http://dx.doi.org/10.1122/1.549023>.
23. Savins, J.G. 1969. Non-Newtonian Flow through Porous Media. *Ind. Eng. Chem.* **61** (10): 18-47. <http://dx.doi.org/10.1021/ie50718a005>.
24. Sochi, T. 2010. Flow Non-Newtonian Fluids in Porous Media. *J Polym. Sci. Pol. Phys.* **48** (23): 2437-2767. <http://dx.doi.org/10.1002/polb.22144>
25. Steinborn, R. y Flock, D.L. 1983. The Rheology of Heavy Crude Oils and Their Emulsions. *J. Cdn. Pet. Tech.* **22** (5). SPE-83-05-03. <http://dx.doi.org/10.2118/83-05-03>
26. Raghavan, R. 1980. The Effect of Producing Time on Type Curve Analysis. *J. Pet Tech* **32** (6):1053-1064. SPE-6997-PA. <http://dx.doi.org/10.2118/6997-PA>.
27. Raghavan, R., Reynolds, A.C. Jr., y Meng, H. 1982. Analysis of Pressure Buildup Data Following a Short Flow Period. *J. Pet Tech* **34** (4): 904-916. SPE-9290-PA. <http://dx.doi.org/10.2118/9290-PA>.
28. van Everdingen A. F. 1953. The Skin Effect and Its Influence on the Productive Capacity of a Well. En *Transactions of the Society of Petroleum Engineers*, Vol. 198, 171-176. Dallas, Texas: American Institute of Mining and Metallurgical Engineers Inc..
29. van Poolen, H.K. y Jargon, J.R. 1969. Steady-State and Unsteady-State Flow of Non-Newtonian Fluids Through Porous Media. *SPE J.* **9** (1): 80-88. SPE-1567-PA. <http://dx.doi.org/10.2118/1567-PA>.
30. Vongvuthipornchai, S. y Raghavan, R. 1987. Pressure Falloff Behaviour in Vertically Fractured Wells: Non-Newtonian Power-Law Fluids. *SPE Form Eval* **2** (4): 573-589. SPE-13058-PA. <http://dx.doi.org/10.2118/13058-PA>.
31. Vongvuthipornchai, S. y Raghavan, R. 1987. Well Test Analysis of Data Dominated by Storage and Skin: Non-Newtonian Power-Law Fluids. *SPE Form Eval* **2** (4): 618-628. SPE-14454-PA. <http://dx.doi.org/10.2118/14454-PA>.

32. Wu, Y.-S. y Pruess, K. 1996. Flow of Non-Newtonian Fluids in Porous Media. En *Advances in Porous Media*, ed. M. Y. Corapcioglu. Cap. 2., 87-184. Amsterdam: Elsevier.

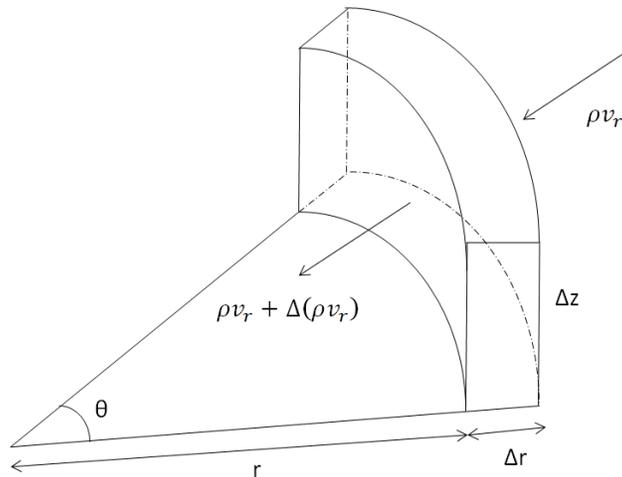


Fig. 1-A. Volumen de control para la derivación de la ecuación de continuidad considerando flujo radial.

La velocidad másica, se define por el producto ρv , donde ρ es la densidad del fluido y v es la velocidad con la que se mueve el fluido en el medio poroso.

En el volumen de control, se puede expresar la masa que entra y la masa que sale de la manera siguiente:

$$\{masa\ que\ entra\} = \rho v_r [\theta(r + \Delta r)\Delta z\Delta t] \quad , \quad \dots\dots\dots (A.2)$$

$$\{masa\ que\ entra\} = \theta r[\rho v_r + \Delta(\rho v_r)]\Delta z\Delta t \quad . \quad \dots\dots\dots (A.3)$$

Para el término de acumulación de masa, se debe obtener el volumen del elemento $\theta r\Delta r\Delta z$. La masa contenida dentro del elemento es $\theta r\Delta r\Delta z\phi\rho$; por lo tanto la variación de la masa en un Δt es:

$$\{acumulaci3n\ de\ masa\} = (\theta r\Delta r\Delta z\phi\rho)_{t+\Delta t} - (\theta r\Delta r\Delta z\phi\rho)_{\Delta t} \quad . \quad \dots\dots\dots (A.4)$$

Si se sustituyen las Ec. A.2, A.3 y A.4 en la Ec. A.1, y se reducen términos se obtiene la Ec. A.5:

$$\begin{aligned} \rho v_r [\theta(r + \Delta r) \Delta z \Delta t] - \theta r [\rho v_r + \Delta(\rho v_r)] \Delta z \Delta t &= (\theta r \Delta z \Delta r \phi \rho)_{t+\Delta t} - (\theta r \Delta z \Delta r \phi \rho)_{\Delta t} \quad , \\ \rho v_r [\theta r \Delta z \Delta t + \theta \Delta r \Delta z \Delta t] - [\rho v_r \theta r \Delta z \Delta t + \Delta(\rho v_r) \theta r \Delta z \Delta t] &= (\theta r \Delta r \Delta z \phi \rho)_{t+\Delta t} - (\theta r \Delta r \Delta z \phi \rho)_{\Delta t} \quad , \\ \cancel{\rho v_r \theta r \Delta z \Delta t} + \rho v_r \theta r \Delta r \Delta z \Delta t - \cancel{\rho v_r \theta r \Delta z \Delta t} - \Delta(\rho v_r) \theta r \Delta z \Delta t &= (\theta r \Delta r \Delta z \phi \rho)_{t+\Delta t} - (\theta r \Delta r \Delta z \phi \rho)_{\Delta t} \quad , \\ \rho v_r \theta r \Delta r \Delta z \Delta t - \Delta(\rho v_r) \theta r \Delta z \Delta t &= (\theta r \Delta r \Delta z \phi \rho)_{t+\Delta t} - (\theta r \Delta r \Delta z \phi \rho)_{\Delta t} \quad ; \quad \dots (A5) \end{aligned}$$

dividiendo la Ec. A.5 entre $\theta r \Delta r \Delta z \Delta t$:

$$\begin{aligned} \frac{\rho v_r \theta r \Delta r \Delta z \Delta t}{\theta r \Delta r \Delta z \Delta t} - \frac{\Delta(\rho v_r) \theta r \Delta z \Delta t}{\theta r \Delta r \Delta z \Delta t} &= \frac{(\theta r \Delta r \Delta z \phi \rho)_{t+\Delta t}}{\theta r \Delta r \Delta z \Delta t} - \frac{(\theta r \Delta r \Delta z \phi \rho)_{\Delta t}}{\theta r \Delta r \Delta z \Delta t} \quad , \\ \frac{\rho v_r}{r} - \frac{\Delta(\rho v_r)}{\Delta r} &= \frac{(\phi \rho)_{t+\Delta t}}{\Delta t} - \frac{(\phi \rho)_{\Delta t}}{\Delta t} \quad , \\ \frac{\rho v_r}{r} - \frac{\Delta(\rho v_r)}{\Delta r} &= \frac{\Delta(\phi \rho)}{\Delta t} \quad , \quad \dots (A.6) \end{aligned}$$

multiplicando el lado izquierdo de la Ec. A.6, por $r \Delta r / r \Delta r$:

$$\frac{r\Delta r}{r\Delta r} \left[\frac{\rho v_r}{r} - \frac{\Delta(\rho v_r)}{\Delta r} \right] = \frac{\Delta(\phi\rho)}{\Delta t} \quad ,$$

$$\frac{r\Delta r}{r\Delta r} \left(\frac{\rho v_r}{r} \right) - \frac{r\Delta r}{r\Delta r} \left(\frac{\Delta(\rho v_r)}{r} \right) = \frac{\Delta(\phi\rho)}{\Delta t} \quad ,$$

$$\frac{1}{r\Delta r} [\rho v_r \Delta r - r\Delta(\rho v_r)] = \frac{\Delta(\phi\rho)}{\Delta t} \quad , \dots\dots\dots (A.7)$$

tomando el límite cuando Δr y Δt tienden a cero:

$$\lim_{\Delta r \rightarrow 0} \frac{1}{r\Delta r} [\rho v_r \Delta r - r\Delta(\rho v_r)] = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta(\phi\rho)}{\Delta t} \quad ,$$

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\rho v_r) = \frac{\partial}{\partial t} (\phi\rho) \quad ,$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\rho v_r) = -\frac{\partial}{\partial t} (\phi\rho) \quad . \dots\dots\dots (A.8)$$

La Ec. A.8 es la ecuación de continuidad en coordenadas radiales.

Para obtener la ecuación de estado se emplea la definición de la compresibilidad, definida por la Ec. A.9:

$$c = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T \dots\dots\dots (A.9)$$

Si se considera que la compresibilidad c es constante, se puede integrar la Ec. A.9 para obtener una ecuación de estado.

Derivando la Ec. A.9 respecto a la presión:

$$\frac{\partial V}{\partial p} = \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{m}{\rho} \right) = \frac{\rho \frac{\partial m}{\partial p} - m \frac{\partial \rho}{\partial p}}{\rho^2} ; \dots\dots\dots (A.10)$$

sustituyendo tanto el volumen como la derivada anterior en la definición de la compresibilidad, Ec. A.9, y considerando que $\partial m / \partial p = 0$, puesto que la masa se considera constante, se obtiene:

$$c = -\frac{\rho}{m} \left(-\frac{m \frac{\partial \rho}{\partial p}}{\rho^2} \right) ,$$

$$c = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p} ; \dots\dots\dots (A.11)$$

integrando la Ec. A.11:

$$\int_{p_0}^p c dp = \int_{\rho_0}^{\rho} \frac{d\rho}{\rho} ,$$

$$c(p - p_0) = \ln \rho - \ln \rho_0 = \frac{\ln \rho}{\ln \rho_0} ,$$

$$\rho = \rho_0 e^{c(p-p_0)} \dots\dots\dots (A.12)$$

La Ec. A.12, es la ecuación de estado la cual se utilizará para la deducción de la ecuación de difusión para el flujo de un fluido no-newtoniano en ley de potencias a través del medio poroso, donde ρ_0 es el valor de ρ a una presión de referencia p_0 .

Derivando la Ec. A.12, respecto al radio y al tiempo:

$$\frac{\partial \rho}{\partial r} = c \rho \frac{\partial p}{\partial r} , \dots\dots\dots (A.13)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = c \rho \frac{\partial p}{\partial t} \dots\dots\dots (A.14)$$

Sustituyendo la forma análoga de la ley de Darcy para el flujo de un fluido no-newtoniano, la cual está expresada por la Ec. A.15, en la Ec. A.8, se obtiene la Ec. 16:

$$v_r = - \left(\frac{k_r}{\mu_{ef}} \frac{\partial p}{\partial r} \right)^{\frac{1}{n}} , \dots\dots\dots (A.15)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \rho \left(- \frac{k_r}{\mu_{ef}} \frac{\partial p}{\partial r} \right)^{\frac{1}{n}} \right] = - \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) ; \dots\dots\dots (A.16)$$

expandiendo la Ec A.16:

$$\frac{1}{r} \left\{ \rho \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(- \frac{k_r}{\mu_{ef}} \frac{\partial p}{\partial r} \right)^{\frac{1}{n}} \right] + r \left(- \frac{k_r}{\mu_{ef}} \frac{\partial p}{\partial r} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{\partial \rho}{\partial r} \right\} = - \phi \frac{\partial \rho}{\partial t} - \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} ,$$

$$\frac{\rho}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(- \frac{k_r}{\mu_{ef}} \frac{\partial p}{\partial r} \right)^{\frac{1}{n}} \right] + \left(- \frac{k_r}{\mu_{ef}} \frac{\partial p}{\partial r} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{\partial \rho}{\partial r} = - \phi \frac{\partial \rho}{\partial t} - \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} ; \dots\dots\dots (A.17)$$

sustituyendo las Ecs. A.13 y A.14 en la Ec. A.17:

$$\frac{\rho}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(-\frac{k_r}{\mu_{ef}} \frac{\partial p}{\partial r} \right)^{\frac{1}{n}} \right] + \left(-\frac{k_r}{\mu_{ef}} \frac{\partial p}{\partial r} \right)^{\frac{1}{n}} \left(c \rho \frac{\partial p}{\partial r} \right) = -\phi \left(c \rho \frac{\partial p}{\partial t} \right) - \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad ,$$

$$\frac{\rho}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(-\frac{k_r}{\mu_{ef}} \frac{\partial p}{\partial r} \right)^{\frac{1}{n}} \right] - \left(\frac{k_r}{\mu_{ef}} \right)^{\frac{1}{n}} \left(-\frac{\partial p}{\partial r} \right)^{\frac{1}{n}} c \rho \left(-\frac{\partial p}{\partial r} \right) = \rho \left(-\phi c \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) \quad ,$$

$$\frac{\rho}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(-\frac{k_r}{\mu_{ef}} \frac{\partial p}{\partial r} \right)^{\frac{1}{n}} \right] - c \rho \left(\frac{k_r}{\mu_{ef}} \right)^{\frac{1}{n}} \left(-\frac{\partial p}{\partial r} \right)^{\frac{1+n}{n}} = \rho \left(-\phi c \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) \quad ,$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(-\frac{k_r}{\mu_{ef}} \frac{\partial p}{\partial r} \right)^{\frac{1}{n}} \right] - c \left(\frac{k_r}{\mu_{ef}} \right)^{\frac{1}{n}} \left(-\frac{\partial p}{\partial r} \right)^{\frac{1+n}{n}} = -\phi c \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad ; \dots\dots\dots (A.18)$$

aplicando la regla de la cadena en lado derecho de la Ec. A.18:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} = \phi \left(\frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \frac{\partial p}{\partial t} = \phi c_f \frac{\partial p}{\partial t} \quad ,$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(-\frac{k_r}{\mu_{ef}} \frac{\partial p}{\partial r} \right)^{\frac{1}{n}} \right] - c \left(\frac{k_r}{\mu_{ef}} \right)^{\frac{1}{n}} \left(-\frac{\partial p}{\partial r} \right)^{\frac{1+n}{n}} = -\phi c \frac{\partial p}{\partial t} - \phi c_f \frac{\partial p}{\partial t} \quad ,$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(-\frac{k_r}{\mu_{ef}} \frac{\partial p}{\partial r} \right)^{\frac{1}{n}} \right] - c \left(\frac{k_r}{\mu_{ef}} \right)^{\frac{1}{n}} \left(-\frac{\partial p}{\partial r} \right)^{\frac{1+n}{n}} = -\phi (c + c_f) \frac{\partial p}{\partial t} \quad ,$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(-\frac{k_r}{\mu_{ef}} \frac{\partial p}{\partial r} \right)^{\frac{1}{n}} \right] - c \left(\frac{k_r}{\mu_{ef}} \right)^{\frac{1}{n}} \left(-\frac{\partial p}{\partial r} \right)^{\frac{1+n}{n}} = -\phi c_t \frac{\partial p}{\partial t} \quad \dots \dots \dots (A.19)$$

Si la permeabilidad se supone constante, la Ec. A.19 adquiere la forma siguiente:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(-\frac{\partial p}{\partial r} \right)^{\frac{1}{n}} \right] - c \left(-\frac{\partial p}{\partial r} \right)^{\frac{1+n}{n}} = -\phi c_t \left(\frac{\mu_{ef}}{k_r} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{\partial p}{\partial t} \quad ; \quad \dots \dots \dots (A.20)$$

expandiendo el lado izquierdo de la Ec. A.20:

$$\frac{1}{r} \left[\left(-\frac{\partial p}{\partial r} \right)^{\frac{1}{n}} + r \frac{\partial}{\partial r} \left(-\frac{\partial p}{\partial r} \right)^{\frac{1}{n}} \right] - c \left(-\frac{\partial p}{\partial r} \right)^{\frac{1+n}{n}} = -\phi c_t \left(\frac{\mu_{ef}}{k_r} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{\partial p}{\partial t} \quad ,$$

$$\frac{1}{r} \left(-\frac{\partial p}{\partial r} \right)^{\frac{1}{n}} + \frac{\partial}{\partial r} \left(-\frac{\partial p}{\partial r} \right)^{\frac{1}{n}} - c \left(-\frac{\partial p}{\partial r} \right)^{\frac{1+n}{n}} = -\phi c_t \left(\frac{\mu_{ef}}{k_r} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{\partial p}{\partial t} ,$$

$$\frac{1}{r} \left(-\frac{\partial p}{\partial r} \right)^{\frac{1}{n}} + \frac{1}{n} \left(-\frac{\partial p}{\partial r} \right)^{\frac{1-n}{n}} \left(-\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} \right) - c \left(-\frac{\partial p}{\partial r} \right)^{\frac{1+n}{n}} = -\phi c_t \left(\frac{\mu_{ef}}{k_r} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{\partial p}{\partial t} ; \quad . \text{ (A.21)}$$

dividiendo la Ec. A.21 entre $(-\partial p/\partial r)^{(1-n)/n}$:

$$\frac{1}{n} \left(-\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} \right) + \frac{1}{r} \left(-\frac{\partial p}{\partial r} \right) - c \left(-\frac{\partial p}{\partial r} \right)^2 = -\phi c_t \left(\frac{\mu_{ef}}{k_r} \right)^{\frac{1}{n}} \left(-\frac{\partial p}{\partial r} \right)^{\frac{n-1}{n}} \frac{\partial p}{\partial t} ; \quad \dots \text{ (A.22)}$$

multiplicando la Ec. A.22 por $-n$:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{n}{r} \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right) + cn \left(-\frac{\partial p}{\partial r} \right)^2 = \phi c_t n \left(\frac{\mu_{ef}}{k_r} \right)^{\frac{1}{n}} \left(-\frac{\partial p}{\partial r} \right)^{\frac{n-1}{n}} \frac{\partial p}{\partial t} , \quad \dots \text{ (A.23)}$$

si se considera que la compresibilidad del fluido es pequeña y constante, y si los gradientes de presión son pequeños, el término elevado al cuadrado es despreciable; por lo tanto, la Ec. A.23 puede escribirse como:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{n}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \phi c_t n \left(\frac{\mu_{ef}}{k_r} \right)^{\frac{1}{n}} \left(-\frac{\partial p}{\partial r} \right)^{\frac{n-1}{n}} \frac{\partial p}{\partial t} . \quad \dots \text{ (A.24)}$$

La Ec. A.24, es la ecuación fundamental para el flujo radial a través del medio poroso de un fluido no-newtoniano cuyo comportamiento reológico puede describirse por medio de la ley de potencias, que propuso **Ikoku (1978)**. Cuando n es igual a uno y la viscosidad efectiva es igual a la consistencia del fluido, la Ec. A.24, se reduce a la ecuación de difusión para el flujo de fluidos newtonianos.

La Ec. A.24, es no lineal, por lo que **Ikoku (1978)** propuso una forma linealizada de esta ecuación.

De la Ec. A.15:

$$\left(-\frac{\partial p}{\partial r}\right)^{\frac{1}{n}} = \left(\frac{\mu_{ef}}{k_r}\right)^{\frac{1}{n}} v_r \approx \left(\frac{\mu_{ef}}{k_r}\right)^{\frac{1}{n}} \frac{q}{2\pi hr} ; \dots\dots\dots (A.25)$$

sustituyendo la Ec. A.25 en la Ec. A.24:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{n}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\phi \mu_{ef} c_t n}{k_r} \left(\frac{2\pi h}{q}\right)^{1-n} r^{1-n} \frac{\partial p}{\partial t} . \dots\dots\dots (A.26)$$

La Ec. A.26, la utilizó **Ikoku (1978)** para proponer el método de análisis de pruebas de inyección de fluidos no-newtonianos, cuya solución para el caso de un yacimiento infinito se emplea para plantear el método propuesto en la presente tesis para el análisis de pruebas de incremento de presión, cuando se tenga un aceite extrapesado cuyo comportamiento pueda representarse por la ley de potencias de **Ostwald de Waele**.

Apéndice B

Búsqueda en Programas Especializados

Como parte del desarrollo de este trabajo, se realizó una búsqueda en los programas especializados para el análisis de pruebas de presión (**Shapir 3.20** y **PanSystem 3.4**), con la finalidad de observar si alguno de ellos contaba con un módulo para el análisis de datos de presión mediante la metodología no-newtoniana.

Se concluyó que ninguno de los dos programas tiene incorporada esta metodología de análisis.

Es importante que los programas de análisis cuenten con esta metodología, debido a que en los procesos de recuperación mejorada se manejan fluidos que presentan un comportamiento no-newtoniano; por tal motivo, cuando se realiza una prueba de inyección o una prueba de decaimiento de presión en presencia de estos fluidos, los datos no pueden analizarse con la metodología de análisis convencional.

Como se mostró en el capítulo 4, se espera que los aceites extrapesados con densidades API menores a 8 grados presenten un comportamiento no-newtoniano más acentuado; por tal razón, los datos de presión obtenidos durante la realización de cualquiera de las pruebas de presión en estos yacimientos, se tendrían que analizar con la metodología de análisis no-newtoniana.

Apéndice C

Tabla 6. Datos de Presión Registrados Durante la Prueba de Incremento del Pozo A.

Δt [horas]	p_{ws} [psi]	$p_{ws}(t_p + \Delta t) - p_{ws}(\Delta t = 0)$	
		[psi]	[Pa]
0.050	3858.269	201.399	1.3886E+06
0.053	3859.952	203.082	1.4002E+06
0.072	3868.754	211.884	1.4609E+06
0.078	3870.674	213.804	1.4741E+06
0.089	3873.943	217.073	1.4967E+06
0.092	3874.660	217.790	1.5016E+06
0.100	3876.756	219.886	1.5161E+06
0.106	3877.953	221.083	1.5243E+06
0.178	3887.426	230.556	1.5896E+06
0.489	3896.595	239.725	1.6528E+06
0.603	3897.522	240.652	1.6592E+06
0.619	3897.632	240.762	1.6600E+06
0.628	3897.704	240.834	1.6605E+06
0.642	3897.793	240.923	1.6611E+06
0.658	3897.877	241.007	1.6617E+06
0.692	3898.058	241.188	1.6629E+06
0.953	3899.125	242.255	1.6703E+06
1.028	3899.368	242.498	1.6720E+06
1.061	3899.458	242.588	1.6726E+06
1.503	3900.267	243.397	1.6782E+06
2.086	3900.957	244.088	1.6829E+06
2.383	3901.178	244.308	1.6844E+06
2.431	3901.216	244.346	1.6847E+06
2.456	3901.237	244.367	1.6849E+06
2.486	3901.260	244.390	1.6850E+06

2.542	3901.294	244.424	1.6852E+06
2.650	3901.384	244.514	1.6859E+06
2.725	3901.456	244.586	1.6864E+06
2.856	3901.554	244.684	1.6870E+06
2.947	3901.636	244.766	1.6876E+06
3.053	3901.697	244.827	1.6880E+06
3.181	3901.787	244.918	1.6886E+06
3.292	3901.868	244.998	1.6892E+06
3.975	3902.179	245.309	1.6913E+06
4.386	3902.380	245.510	1.6927E+06
4.750	3902.521	245.651	1.6937E+06
4.753	3902.522	245.652	1.6937E+06
4.797	3902.540	245.671	1.6938E+06
5.028	3902.613	245.743	1.6943E+06
5.256	3902.648	245.778	1.6946E+06
5.383	3902.692	245.822	1.6949E+06
5.622	3902.767	245.897	1.6954E+06
6.169	3902.931	246.061	1.6965E+06
6.414	3903.009	246.139	1.6971E+06
6.417	3903.010	246.140	1.6971E+06
6.664	3903.086	246.216	1.6976E+06
6.878	3903.094	246.224	1.6977E+06
6.967	3903.126	246.256	1.6979E+06
7.308	3903.223	246.353	1.6985E+06
7.497	3903.277	246.407	1.6989E+06
7.581	3903.291	246.421	1.6990E+06
7.728	3903.333	246.463	1.6993E+06
7.764	3903.342	246.473	1.6994E+06
7.836	3903.364	246.494	1.6995E+06
7.964	3903.407	246.537	1.6998E+06
8.186	3903.467	246.597	1.7002E+06
8.378	3903.526	246.656	1.7006E+06
8.550	3903.326	246.456	1.6993E+06
8.811	3903.585	246.715	1.7010E+06
9.194	3903.681	246.811	1.7017E+06
9.219	3903.686	246.816	1.7017E+06
9.369	3903.719	246.849	1.7020E+06
9.522	3903.750	246.880	1.7022E+06
9.644	3903.777	246.908	1.7024E+06
9.864	3903.825	246.955	1.7027E+06
10.158	3903.881	247.011	1.7031E+06
10.356	3903.920	247.050	1.7034E+06
10.481	3903.907	247.037	1.7033E+06

10.519	3903.924	247.054	1.7034E+06
10.619	3903.948	247.078	1.7035E+06
10.733	3903.971	247.102	1.7037E+06
11.011	3904.028	247.158	1.7041E+06
11.189	3904.063	247.193	1.7043E+06
11.819	3904.179	247.310	1.7051E+06
11.933	3904.197	247.327	1.7053E+06
12.042	3904.216	247.346	1.7054E+06
12.092	3904.227	247.358	1.7055E+06
12.250	3904.253	247.383	1.7056E+06
12.478	3904.299	247.429	1.7060E+06
12.708	3904.297	247.427	1.7059E+06
13.103	3904.354	247.485	1.7063E+06
14.158	3904.508	247.638	1.7074E+06
15.375	3904.821	247.951	1.7096E+06
16.325	3904.961	248.091	1.7105E+06
16.483	3904.994	248.124	1.7108E+06
17.725	3905.188	248.318	1.7121E+06
20.733	3905.777	248.907	1.7162E+06