

Universidad Nacional Autónoma de México

# FACULTAD DE INGENIERÍA

Sensores refractométricos de fibra óptica con elementos de detección paraboloide y elíptico

TESIS que para obtener el título de INGENIERA EN TELECOMUNICACIONES

> PRESENTA: LIBERTY ARLEEN AYVAR CAMPOS



ASESORA DE TESIS: C. D. Selene Pérez García

Ciudad Universitaria, México, 2012



Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

### DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

#### Agradecimientos

A mi madre, por su amor, apoyo, confianza, consejos y valores inculcados que me has enseñado a lo largo de mi vida personal y profesional. Araceli te admiro mucho.

A mi hermano, por su amor, apoyo y consejos. Paquito gracias por cuidarme eres el mejor hermano.

A mi familia, por su apoyo y valores inculcados. A mi abuela Opalina por su amor, apoyo y consejos, siempre has sido mi más grande inspiración.

A la familia Anzo Espino, por su apoyo durante mi formación. Gracias por darme dónde vivir y además un hogar.

A la familia Anzo Rosas, por su apoyo durante mi formación. Gracias por permitirme ser parte de su familia.

A C. D. Selene Pérez García, por su apoyo y consejo para finalizar esta tesis. Gracias por tu ayuda que ha sido muy importante en esta etapa de mi vida.

A PRONABES-UNAM, por el apoyo económico brindado que me ha permitido costear gastos durante mi formación.

A la DGAPA-UNAM, por el apoyo en esta tesis en forma de proyectos PAPIME PE104811 y PAPIIT IN 114109 e IN 117512.

Al CCADET, particularmente al M. I. Rigoberto Nava Sandoval y al M. I. Miguel Ángel Bazán Ramírez, por el apoyo brindado con la fabricación de los elementos de detección paraboloides y elípticos utilizados en esta tesis

A mis sinodales, Dr. Sergei Khotiainstev, M. I. Juventino Cuéllar González, Dr. Oleksandr Martynyuk e Ing. Jesús Reyes García por ser mi jurado y por sus consejos para mejorar esta tesis.

Introducción	1
Planteamiento del problema	1
Objetivos	1
Capítulo 1. Estado del arte de sensores de fibra óptica	2
1.1 Sensores de fibra óptica	2
1.2 Aplicaciones	5
1.3 Conclusiones	5
Capítulo 2. Análisis teórico de sensores refractométricos con elementos de detección paraboloide y elíptico.	4
2.1 Respuesta a la distancia adimensional // de sensores con elementos de detección paraboloide y elíptico	4
2.2 Respuesta al índice de refracción externo de sensores con elementos de detección paraboloide y elíptico	9
2.3 Conclusiones.	12
Capítulo 3. Análisis experimental de sensores refractométricos con elementos de detección paraboloide y elíptico	13
3.1 Fabricación de los elementos de detección paraboloide y elíptico	13
3.2 Algunas características de los elementos de detección paraboloide y elíptico	18
3.2.1 Comprobación geométrica	18
3.2.2 Simetría	21
3.3 Medición de las fibras ópticas de plástico	22
3.4 Apertura numérica de la fibra óptica de plástico	23
3.5 Respuesta a la distancia adimensional Λ de sensores con elementos de detección paraboloide y elíptico	24
$3.5.1$ Comparación teórica y experimental de la respuesta a la distancia adimensional $\Lambda$ de sensores con elementos de detección paraboloide y elíptico	30
3.6 Respuesta al índice de refracción externo de sensores con elementos de detección paraboloide y elíptico	31
3.7 Conclusiones	33
Conclusiones Generales	34
Referencias	35
Anexos	36
1. Trayectoria de rayos en los sensores con elementos de detección paraboloide y elíptico	36
2. Diseño de los elementos de detección paraboloide y elíptico	37
3. Parámetros de los elementos de detección paraboloide y elíptico utilizados	37

### Índice

#### Introducción

En la época actual las telecomunicaciones han cobrado gran importancia en diferentes áreas de la industria, no sólo como el medio de comunicación sino también como la forma de obtener datos de experimentales para su interpretación.

Existen diversos sistemas de comunicaciones utilizados, pero el desarrollo que se ha hecho dentro de las comunicaciones ópticas ha permitido que sea una gran opción para la implementación de sensores ópticos y sistemas de medición basados en fibras ópticas.

Las ventajas que presentan los sensores de fibra óptica son una gran sensibilidad, exactitud e inmunidad a las interferencias electromagnéticas, debido a que no tienen elementos electrónicos. Estos sensores tienen una alta posibilidad de participación en diversas aplicaciones dentro de la industria porque su tamaño es pequeño y se pueden hacer arreglos de estos.

En particular, el uso de fibra óptica en aplicaciones de medición y detección de líquidos es amplio [1-7], ya que en muchas áreas es importante su control. Así es posible evitar accidentes producidos por fugas tales como, derrames de sustancias inflamables que provoquen un incendio o sustancias tóxicas que contaminen el ambiente.

Los sensores refractométricos de fibras ópticas (SRFO) que usan fibras ópticas de plástico (POF), han permitido el desarrollo de aplicaciones gracias a que son dispositivos multimodo de diámetro grande, el cual es fácil de manipular e instalar. Estos sensores utilizan sistemas de transmisión baratos tales como LEDs, en el rango de la luz visible o en el infrarrojo.

En el Departamento de Ingeniería en Telecomunicaciones de la Facultad de Ingeniería de la UNAM hay antecedentes de trabajos de investigación científica e innovación tecnológica sobre diversas aplicaciones de fibra óptica. En particular, fueron realizados estudios teóricos de elementos ópticos de detección paraboloide y elíptico para su posible aplicación en sensores refractométricos [8, 9, 11].

En esta tesis se investiga experimentalmente las características de sensores refractométricos de fibra óptica con elementos de detección paraboloide y elíptico. La tesis cuenta con simulaciones de dichos elementos, una descripción del proceso de fabricación de las muestras de los elementos de detección, una metodología de estudios experimentales y los resultados obtenidos de la investigación realizada.

#### Planteamiento del problema

En la literatura científica existen datos amplios sobre los SFRO con elemento de detección esférico [9]. También, existen trabajos sobre SRFO con elementos de detección paraboloide y elíptico, pero son trabajos puramente teóricos [11]. Por esto, en esta tesis se estudian experimentalmente las características de elementos de detección paraboloide y elíptico y se compara las predicciones teóricas con mediciones experimentales de la respuesta de dichos sensores al índice de refracción externo.

#### Objetivos

- Obtención de la respuesta teórica y experimental al índice de refracción externo de algunos sensores refractométricos de fibra óptica con elementos de detección paraboloide y elíptico, en función de diversos parámetros de los sensores.
- Comparación entre las predicciones teóricas y datos experimentales sobre la respuesta teórica y experimental a la distancia adimensional Λ de sensores refractométricos de fibra óptica con elementos de detección paraboloide y elíptico.

#### Capítulo 1. Estado del arte de sensores de fibra óptica

En los últimos años, se han presentado un gran número de sensores refractométricos basados en técnicas mecánicas, eléctricas y ópticas. Los sensores de fibra óptica tienen muchas ventajas sobre los otros, como su inmunidad electromagnética, resistencia al desgaste ambiental, alta sensibilidad, integración de una red multisensor y capacidad de detección remota, por lo que es una buena opción para ambientes conductivos, erosivos o explosivos.

Existen diversos tipos de elementos de detección de fibra óptica, ya sean intrínsecos como las fibras con rejilla de Bragg o extrínsecos como los dispositivos ópticos reflejantes.

En esta tesis se utilizó un elemento de detección extrínseco a la fibra óptica de tipo paraboloide y otro elíptico, que respondieron a un cambio en el índice de refracción externo causando una variación en la intensidad de luz.

#### 1.1 Sensores de fibra óptica

Se tienen estudios de sensores de fibra óptica para el monitoreo y detección de fugas de químicos mediante el uso de fibra óptica y un Optical Time Domain Reflectometer (OTDR) [1], concentración de una sustancia como el alcohol [2] o la salinidad [3], medición de nivel de líquidos con rejillas de Bragg [4], sensores con rejillas de periodo largo [5], [6] o con un interferómetro Fabry-Perot [3], [7]; como se explica a continuación:

El monitoreo y detección de fugas de químicos es posible mediante una fibra cuyo revestimiento en un punto fue removido y al cual se suministra el químico gota a gota, ver figura 1.1. El OTDR conectado a un extremo de la fibra, funcionando como transmisor y receptor, mide las pérdidas de retorno de la línea logrando medir así la atenuación de la línea causada por el químico, [1].



Para la de detección de químicos, tal como el alcohol se utiliza un acoplador de fibra óptica. En el puerto 1 un láser amarillo de 594 nm incide e interactúa con la disolución en el puerto 3, ver figura 1.2. La luz reflejada es medida en el puerto 2 por un fotodetector cuya intensidad varió debido a que la disolución modificó la intensidad de la luz. Entonces, se tienen mediciones para diferentes concentraciones de alcohol en la disolución [2].



Fig. 1.2 Diagrama del sistema de medición de la concentración de alcohol con acoplador [2]

Otra forma de detectar líquidos por sus índice de refracción es creando una cavidad Fabry-Perot dentro de una fibra con espejo, que por un microcanal dejará pasar el líquido, ver figura 1.3. Esto unido a un acoplador, similar al caso anterior, podrá incidir un haz de luz de un láser de 157 nm a la fibra que se refleja, midiendo entonces la reflexión que representa la atenuación de la línea causada por el líquido [3].



Fig. 1.3 Diagrama de la punta de la fibra óptica, cavidad Fabry-Perot, para la detección de líquidos [3]

Utilizando rejillas de Bragg se pueden detectar niveles de líquidos con varias fibras con estas rejillas y así mismo se puede detectar el índice de refracción del entorno. Las rejillas de las fibras están ubicadas a diferentes niveles con la misma longitud de onda, que estando sumergidas dentro de un recipiente de diferente índice de refracción cambian la longitud de onda reflejada y entonces es posible medir la señal reflejada al nivel del líquido presente, ver figura 1.4. Sumergiéndolas gradualmente en líquidos de diferentes índices de refracción se mide el índice de refracción del entorno [4].



Fig. 1.4 Diagrama del sistema de medición de nivel de líquidos con rejillas de Bragg [4]

Con rejillas de periodo largo (LPG) y una fibra reducida se puede mejorar la detección de químicos. La fibra acoplada se reduce en medio de dos fibras con rejillas de periodo largo para mejorar la sensibilidad del sensor, ver figura 1.5. Dicha fibra intermedia se sumerge en el líquido, con un analizador óptico de espectros (OSA) se mide la señal a la salida de la fibra. La luz es acoplada por la primera LPG, pasando del modo fundamental del núcleo al modo de la cubierta, y reacoplada al modo fundamental del núcleo por la segunda LPG, interfiriendo con la luz que pasa directamente a través del núcleo y pudiendo medir los cambios del índice de refracción externo [5].



Fig. 1.5 Diagrama del sistema de detección con rejillas de periodo largo [5]

Se puede acoplar una fibra multimodo reducida (MFT) con rejillas de Bragg (FBG) para la detección de índices de refracción, pudiendo detectar el cambio en el índice de refracción del medio por la señal reflejada por las rejillas, ver figura 1.6 [6].



Fig. 1.6 Diagrama del sistema de detección con rejillas de Bragg [6]

Una fibra monomodo puede usarse para detectar el índice de refracción del medio agregando en un extremo dos películas delgadas pegadas que forman una cavidad de longitud L. La señal medida con un OSA por un circulador es la reflexión de Fresnel, creada por la diferencia de dos índices de refracción; el de la película 1 en contacto con el índice de refracción de la fibra v el de la película 2 en contacto con el medio externo, ver figura 1.7 [7].



Película delgada

Fig. 1.7 Diagrama de la punta de la fibra óptica para la detección de índices de refracción con dos películas delgadas [7]

A diferencia de los casos anteriores donde la detección era intrínseca a la fibra óptica, se tienen elementos de detección que unen a una fibra transmisora y a una receptora. Hay elementos de detección semicilíndrico donde la luz se propaga dentro de él hasta encontrar la frontera con el medio externo, por medio de la reflexión parcial o total la luz se propaga hasta llegar a la fibra receptora o se transmiten al medio externo. La potencia de la señal de salida es una medición indirecta del índice de refracción del medio, ver figura 1.8 [8]. Se tiene también el caso de un elemento de detección semiesférico que funciona con el mismo principio del semicilindro con la diferencia de tener diferentes rangos de detección de índices de refracción [9].



Fig. 1.8 Diagrama del sistema de detección de líquidos con un elemento de detección semicilíndrico [8]

#### **1.2 Aplicaciones**

Los diferentes estudios en materia de SRFO sirven para aplicaciones en el sistema de combustible, la industria química, plantas químicas, entrega de químicos por ductos, vertederos, conductos de agua, farmacéutica, biomedicina, medicinas, alimentos y procesos de control. Hay una gran variedad de oportunidades para el uso de SRFO, sobre todo por ser de bajo costo y tener varias opciones de fibra óptica: de plástico, con rejillas de Bragg, microestructurada, etc. [1-7].

Cualquier aplicación en la que se requiera medir índices de refracción y, por consiguiente, detectar sustancias tales como líquidos y gases o discriminar entre ellos, permite la participación de SRFO.

#### **1.3 Conclusiones**

Es amplia la gama de oportunidades en las que se pueden utilizar SRFO, es preciso seguir desarrollando tecnología en esta materia ya que es un campo aún nuevo pero con grandes avances.

Teniendo antecedentes de estudios teóricos con sensores refractométricos con elementos de detección paraboloide y elipsoide. En esta tesis se hace el estudio experimental de SRFO con elementos de detección paraboloide y elíptico, para demostrar sus propiedades y aplicaciones. Estos permiten detectar índices de refracción específicos y al tener elementos de detección externos, la fibra óptica queda intacta. Los tamaños pueden modificarse para adaptarse a las aplicaciones que los requieran.

Son sensores que se basan en la modulación de la intensidad de la luz por lo que son relativamente fáciles de fabricar, ya que no requieren una instalación especializada ni costosa. El equipo de medición que utilizan es económico a diferencia de otros sensores de tipo interferométrico o de medición del estado de polarización que requieren equipo costoso y especializado.

# Capítulo 2. Análisis teórico de sensores refractométricos con elementos de detección paraboloide y elíptico

En la actualidad se cuentan con herramientas que ayudan a la investigación a corroborar o prever teóricamente el comportamiento de fenómenos. Con ayuda de un software de simulación numérica [10] es posible obtener la respuesta al índice de refracción de los sensores refractométricos con elementos de detección paraboloide y elíptico y además ver la trayectoria de los rayos dentro de los elementos de detección.

El software considera la ecuación cuadrática que describe la forma del elemento de detección donde ubica las coordenadas del rayo elemental que sale de la fibra transmisora, luego las coordenadas de la intersección del rayo con el elemento de detección. Ubica el vector normal al elemento de detección y así las coordenadas del vector del rayo reflejado que alcanza a la fibra receptora.

Para obtener la respuesta al índice de refracción externo se hace un barrido de índices de refracción cuando se introduce entre los parámetros de diseño del software un índice de refracción inicial y uno final. Los parámetros de diseño del sensor son: la ecuación que describe la forma del elemento de detección, la apertura numérica *AN* de las fibras, distancia adimensional entre los ejes *X*, *Y* y *Z* de la fibra óptica y del elemento de detección  $\Lambda$ , ver ec. 2.1 y ver figura 2.2; el índice de refracción del elemento de detección n, índice o perfil de la fibra, número de rayos, diámetro adimensional del núcleo de la fibra óptica  $\Phi$ , ver ec. 2.2; que en conjunto permiten obtener la respuesta al índice de refracción de un sensor refractométrico.

## 2.1 Respuesta a la distancia adimensional $\Lambda$ de sensores con elementos de detección paraboloide y elíptico

Objetivo: Determinar la distancia adimensional en que las fibras transmisora y receptora están acopladas.

Software: SRFO

Parámetros de diseño:

$\Lambda = \frac{L}{R}$		ec. (2.1)
$\Phi = \frac{D}{R}$		ec. (2.2)
Ecuación paraboloide	$x^2 + y^2 - z = 1$	ec. (2.3)
Ecuación elipsoide	$x^2 + y^2 + 0.746z^2 = 1$	ec. (2.4)
Apertura numérica AN	0.5	
Índice de refracción <i>n</i>	1.4889	
Perfil de la fibra	Escalonado	
Rayos dirigidos	100000	
Diámetro adimensional Φ	0.1031	
Distancia adimensional A paraboloide	Desde 0.5282, incrementos de 0.0017	
Distancia adimensional A elipsoide	Desde 0.5565, incrementos de 0.0017	



Fig. 2.2 Esquema del sensor: a. fibra transmisora, b. fibra receptora, c. elemento de detección dieléctrico, *L*: distancia, *R*: radio del elemento y *D*: diámetro del núcleo

Desarrollo:

- 1. Se ingresaron los parámetros de diseño en el software para realizar la simulación.
- 2. Se realizó la simulación para el diámetro adimensional  $\Phi$  con cada una de las distancias adimensionales  $\Lambda$ .
- 3. Se graficó el resultado de las simulaciones.

#### Resultados:

Elemento paraboloide



Fig. 2.3 Gráfica de la respuesta a la distancia adimensional  $\Lambda$  del sensor con elemento de detección paraboloide  $x^2 + y^2 - z = 1$ , índice de refracción *n*=1.4889 con diámetro adimensional  $\Phi$ =0.1031



Fig. 2.4 Gráfica de la respuesta a la distancia adimensional  $\Lambda$  del sensor con elemento de detección paraboloide  $x^2 + y^2 - z = 1$ , índice de refracción *n*=1.4889 con diámetro adimensional  $\Phi$ =0.1031



Elemento elipsoide

Fig. 2.5 Gráfica de la respuesta a la distancia adimensional del sensor con elemento de detección elíptico  $x^2 + y^2 + 0.746z^2 = 1$ , índice de refracción *n*=1.4889 con diámetro adimensional  $\Phi$ =0.1031



Fig. 2.6 Gráfica de la respuesta a la distancia adimensional  $\Lambda$  del sensor con elemento de detección elíptico  $x^2 + y^2 + 0.746z^2 = 1$ , índice de refracción *n*=1.4889 con diámetro adimensional  $\Phi$ =0.1031

#### Análisis de resultados

• Elemento paraboloide

Los puntos de más alta transmisión relativa se tienen en las distancias adimensionales  $\Lambda$ =0.5441, 0.6077 y 0.8621.

• Elemento elipsoide

Los puntos de más alta transmisión relativa se tienen en las distancias adimensional  $\Lambda$ =0.6536, 0.8356 y 0.9116.

Se tienen tres ventanas de transmisión en ambos sensores refractométricos con elementos de detección paraboloide y elíptico.

## 2.2 Respuesta al índice de refracción externo de sensores con elementos de detección paraboloide y elíptico

Objetivo: Definir el rango de detección de los sensores con elementos de detección paraboloide y elíptico.

Software: SRFO

Parámetros de diseño:

Ecuación paraboloide	$x^2 + y^2 - z = 1$
Ecuación elipsoide	$x^2 + y^2 + 0.746z^2 = 1$
Apertura numérica AN	0.5
Índice de refracción n	1.4889
Perfil de la fibra	Escalonado
Rayos dirigidos	100000
Diámetro adimensional Φ	0.1031
Distancia adimensional $\Lambda$ paraboloide	0.5441, 0.6077 y 0.8621
Distancia adimensional Λ elipsoide	0.6536, 0.8356 y 0.9116

#### Desarrollo:

- 1. Se ingresaron los parámetros de diseño en el software para realizar la simulación.
- Se realizó la simulación para cada uno de los diámetros adimensionales Φ con cada una de las distancias adimensionales Λ de más alta transmisión.
- 3. Se graficó el resultado de las simulaciones.

#### Resultados:

Elemento paraboloide







Fig. 2.8 Gráfica de la respuesta al índice de refracción del sensor con elemento de detección paraboloide  $x^2 + y^2 - z = 1$ , índice de refracción *n*=1.4889 para las diferentes distancias adimensionales  $\Lambda$  con diámetro adimensional  $\Phi$ =0.1031

Elemento elipsoide



Fig. 2.9 Gráfica de la respuesta al índice de refracción del sensor con elemento de detección elíptico  $x^2 + y^2 + 0.746z^2 = 1$ , índice de refracción *n*=1.4889 para las diferentes distancias adimensionales  $\Lambda$  con diámetro adimensional  $\Phi$ =0.1031



**Fig. 2.10** Gráfica de la respuesta al índice de refracción del sensor con elemento de detección elíptico  $x^2 + y^2 + 0.746z^2 = 1$ , índice de refraccion *n*=1.4889 para las diferentes distanciasadimensionales  $\Lambda$  con diámetro adimensional  $\Phi$ =0.1031

Elemento de detección	Semiesfera [11]	Paraboloide	Elipsoide
Ecuación	$x^2 + y^2 + z^2 = 1$	$x^2 + y^2 - z = 1$	$x^2 + y^2 + 0.746z^2 = 1$
Distancia adimensional A	0.7070	0.6077	0.6536
Índice de refracción <i>n</i>	1.55	1.4889	1.4889
Índice de refracción mínimo <i>n<sub>mín</sub></i>	1.07	1.11	1.00
Índice de refracción máximo $n_{máx}$	1.12	1.21	1.12

Tabla 2.1 Comparación entre elementos de detección

#### Análisis de resultados

#### Elemento paraboloide

Cuando las fibras están ubicadas en la distancia adimensional  $\Lambda$ =0.5441 detecta sustancias en el rango de índices de refracción *n*=1.08 a 1.18, en 0.6077 detecta sustancias de 1.11 a 1.21 y en 0.8621 detecta de 1.16 a 1.33 donde se encuentra el metanol a *n*=1.32 y el agua a 1.33 a 633 nm.

#### • Elemento elipsoide

Cuando las fibras están ubicadas en la distancia adimensional  $\Lambda$ =0.6536 detecta gases en el rango de índices de refracción *n*=1.00 a 1.12, en 0.8356 detecta sustancias de 1.12 a 1.29 y en 0.9116 detecta de 1.23 a 1.38 donde se encuentra el metanol a *n*=1.32, el agua a 1.33, la acetona a 1.35 y el alcohol etílico a 1.36 a 633 nm.

En comparación al elemento de detección semiesférico estudiado anteriormente [11], donde se detecta un rango de detección de índices de refracción n=1.07 a 1.12 en la distancia adimensional  $\Lambda=0.7070$ , se tienen rangos similares:

- El paraboloide en la distancia adimensional  $\Lambda$ =0.6077, detecta un rango de índices de refracción *n*=1.11 a 1.21. El índice de refracción mínimo  $n_{mín}$  se desplaza de 1.07 hasta 1.11 y el máximo  $n_{máx}$  de 1.12 hasta 1.21. A diferencia de la semiesfera, el paraboloide no detecta gases pero sí otras sustancias en ese rango.
- El elipsoide en la distancia adimensional Λ=0.6536, detecta un rango de índices de refracción n=1 a 1.12. El comportamiento de ambos sensores es muy similar, por lo que son útiles ambos sensores para la detección en ese rango de índices de refracción donde se encuentran los gases.

#### 2.3 Conclusiones

Los sensores presentan ventanas de transmisión bien definidas, permitiendo observar claramente qué índices se pueden detectar.

La respuesta al índice de refracción del sensor con elemento de detección elíptico es similar a la semiesfera a una distancia adimensional  $\Lambda$  específica.

Las predicciones teóricas indican la viabilidad del diseño en posiciones estratégicas con parámetros particulares donde se detectan líquidos, gases y otras sustancias.

### Capítulo 3. Análisis experimental de sensores refractométricos con elementos de detección paraboloide y elíptico

En este capítulo se describe la implementación de una instalación de un sensor refractométrico de fibra óptica con elementos de detección paraboloide y elíptico que permite obtener sus respuestas al índice de refracción externo.

Se describen los elementos empleados, su fabricación y caracterización y por último los resultados experimentales.

#### 3.1 Fabricación de los elementos de detección paraboloide y elíptico

Objetivo: Fabricar los elementos de detección en un torno de control numérico.

Material:

- Barra de ø38 mm de acrílico comercial
- Barras de ø38 y 25 mm de polimetil metacrilato (PMMA)
- Refrigerante soluble al agua
- Lijas de 150, 180 y 600
- Estopa
- Líquido pulidor de metales
- Abrillantador de plásticos

Equipo:

- Torno de control numérico XP4-SM
- Esmeril de tela

#### Desarrollo:

- 1. Se desarrolló un programa que ejecuta el torno para controlar la cuchilla que va dando la forma a una barra cilíndrica, para así obtener las formas deseadas desde afuera hacia el centro.
- 2. Se cargó el programa en el torno que mueve la cuchilla en el eje axial de derecha a izquierda, ver figura 3.2.
- 3. Se cargó la barra de PMMA en la boquilla del torno.
- 4. Se situó el origen en el centro de la barra para empezar el programa, ver figura 3.1.
- 5. Se ejecutó el programa para hacer pruebas mientras el motor giraba la barra de PMMA.
- 6. Se modificó el programa para los elementos de detección de los ø38 y 25 mm a ø36 y 24 mm respectivamente, debido a que las barras no eran uniformes y fue necesario rectificar la barra hasta un diámetro donde ya fuera cilíndrica.
- 7. Se ejecutó el programa para hacer las piezas de PMMA y se lubricó la herramienta con un refrigerante soluble al agua mientras se ejecutaba para evitar que el material se derritiera y se atascara la cuchilla.
- 8. Se detuvo el programa antes de cortar la pieza para poder pulirlo mientras seguía girando la barra.
- 9. Se pulió la pieza con tres lijas de agua para tener una pieza transparente y lisa, ver figura 3.4.
- 10. Se pulió la pieza con una estopa impregnada de líquido pule metales, ver figura 3.5.
- 11. Se terminó el programa cortando la pieza.
- 12. Se pulió la cara de la pieza con las lijas de agua, ver figura 3.7 y con un esmerilador de tela, ver figura 3.8.
- 13. Se abrillantó la pieza con un líquido abrillantador de plásticos, ver figura 3.9.
- 14. Los anteriores pasos se repitieron para cada ecuación del paraboloide y del elipsoide.

Capítulo 3. Análisis experimental de sensores refractométricos con elementos de detección paraboloide y elíptico



Resultados:



Fig. 3.2 Torno: a. Manguera del lubricante, b. barra de PMMA, c. torno, d. cuchilla y e. boquilla



Fig. 3.3 Proceso en curso



Fig. 3.4 Pulido con lija de agua



Fig. 3.5 Pulido con líquido pulidor de metales





Fig. 3.7 Pulido con lija



Fig. 3.8 Pulido con el esmeril



Fig. 3.9 Abrillantado



Fig. 3.10 Paraboloide no pulido

Se obtuvieron 30 muestras de las cuales 15 eran paraboloides y 15 elipsoides, 5 por cada diámetro de las barras, 3 pulidos y 2 no pulidos.

#### Conclusiones

Se consiguieron las muestras esperadas. El pulido puede tener el riesgo de perder un poco la forma. Las muestras obtenidas responden a la forma de la ecuación diseñada y son simétricas a primera vista.

Se utilizó sólo una ecuación para el paraboloide y el elipsoide, ya que por cada variante era un programa a ejecutar diferente por lo que se hicieron 6 programas para las dos formas de tres tamaños cada una.

#### 3.2 Algunas características de los elementos de detección paraboloide y elíptico

Objetivo: Asegurar que las piezas fabricadas corresponden a la ecuación que describe la forma y si son simétricas.

Material:

- Paraboloides y elipsoides fabricados
- Impresiones de los elementos de detección
- Transportador
- Lápiz
- Hoja
- Hoja cuadriculada

#### 3.2.1 Comprobación geométrica

Desarrollo:

- 1. Se imprimió la forma descrita por la ecuación del elemento de detección paraboloide.
- 2. Se puso en perspectiva el elemento de detección con su impresión y se comparó, ver figuras 3.11 y 3.12.
- 3. Se dibujaron radiales en una hoja.
- 4. Se repitió la observación ubicando la pieza en tres diferentes posiciones rotándolas en tres diferentes ángulos, ver figura 3.13.
- 5. Se repitieron los pasos anteriores para el elipsoide, ver figuras 3.14, 3.15 y 3.16.

Elemento paraboloide



Fig. 3.11 Elemento de detección paraboloide con dibujo de fondo



Fig. 3.12 Elemento de detección paraboloide en perspectiva con el dibujo de fondo



Fig. 3.13 Elemento de detección paraboloide puesto a diferentes ángulos

Elemento elipsoide



Fig. 3.14 Elemento de detección elíptico con dibujo de fondo



Fig. 3.15 Elemento de detección elíptico enfocado al dibujo de fondo



Fig. 3.16 Elemento de detección elíptico puesto a diferentes ángulos

#### 3.2.2 Simetría

Desarrollo:

- 1. Se situaron las piezas en un punto sobre la hoja cuadriculada.
- 2. Se formó un patrón en la hoja por la luz que lo atravesó y se dibujó, ver figuras 3.17 y 3.18.

Elemento paraboloide



Fig. 3.17 Elemento de detección paraboloide y patrón de luz

Elemento elipsoide



Fig. 3.18 Elemento de detección elíptico con patrón de luz

#### Conclusiones

Se comprobó la geometría y simetría de las piezas fabricadas. Coinciden con el contorno de las impresiones y con los patrones de luz dibujados para los tres tamaños de paraboloide y elipsoide.

#### 3.3 Medición de las fibras ópticas de plástico

Objetivo: Describir las fibras ópticas de plástico empleadas.

Material:

- Flexómetro
- Regla

Equipo:

• Microscopio

Desarrollo:

- 1. Se midió la longitud de la fibra transmisora y receptora.
- 2. Se midió el radio máximo de curvatura que presentan las fibras transmisora y receptora en la instalación.
- Se observaron con ayuda del microscopio las facetas de las fibras ópticas, ver figuras 3.19 y 3.20.

Resultados:

Longitud de la fibra transmisora = 37 cm Longitud de la fibra receptora = 37.5 cm

Radio de curvatura de la fibra transmisora = 9 cm Radio de curvatura de la fibra receptora = 8.5 cm



Fig. 3.19 Faceta de salida de la fibra transmisora



Fig. 3.20 Faceta de salida de la fibra receptora

#### Conclusiones

Las facetas presentan zonas de niebla, no son lisas por lo que pueden agregar pérdidas a la transmisión pero aun así, las fibras pueden transmitir luz como el experimento lo demuestra más adelante. Se puede mejorar el pulido para que no haya pérdidas.

#### 3.4 Apertura numérica de la fibra óptica de plástico

Objetivo: Determinar el valor de la apertura numérica de la fibra óptica de plástico y compararla con la del fabricante.

Material:

- Fibras ópticas de plástico de PMMA de ø1 mm del revestimiento y ø980 µm del núcleo, apertura numérica AN=0.5, índice de refracción n=1.4889
- Piezas de Thor Labs: montura, ensamble, base y poste
- Papel

#### Equipo:

• Láser de helio-neón de 633 nm, 4 mW, ø0.48 mm del haz, no polarizado

#### Desarrollo:

- 1. Se fijó la fibra óptica en una base que la sostiene en tres puntos.
- 2. Se puso una hoja de papel a 15 cm, cateto adyacente b, frente a la fibra óptica sujeta por un clip en su base, ver figura 3.21.
- 3. Se hizo incidir el láser en la fibra.
- 4. Se midió el diámetro en tres puntos de intensidad de luz dibujada en la hoja de papel sietes veces, ver figura 3.21.
- 5. Se promediaron las siete mediciones para cada uno de los tres radios y finalmente se obtuvo un promedio de estos tres radios, cateto opuesto a, ver figura 3.21.
- 6. Se obtuvo la apertura numérica AN dividiendo a/c.

#### Resultados:



Fig. 3.21 Medición de la apertura numérica AN de la fibra óptica: izquierda, fibra óptica fija y derecha, patrón de luz

a = 4.8619	
$c = \sqrt{a^2 + b^2} = 15.8034$	ec. (3.1)
$AN = n_0 sen\theta = \frac{a}{c} = 0.3076$	ec. (3.2)

#### Análisis de resultados

Se obtuvo un valor de la apertura numérica de la fibra óptica de aproximadamente *AN*=0.3076, teniendo un error del 60% con respecto al teórico de 0.5. Este error se puede deber a que la luz es coherente y la fibra multimodo es corta, por lo que no se logran excitar los modos de alto orden.

Los rangos de las respuestas teóricas al índice de refracción de los sensores con elementos de detección paraboloide y elíptico no varían entre una apertura numérica AN= 0.5 y 0.3.

## 3.5 Respuesta a la distancia adimensional $\Lambda$ de sensores con elementos de detección paraboloide y elíptico

Objetivo: Medir la transmisión del elemento de detección en función de la distancia relativa  $\Lambda$ ; encontrar zonas de mejor acoplamiento.

Material:

- Fibras ópticas de plástico de PMMA de ø1 mm del revestimiento y ø980 µm del núcleo, apertura numérica AN 0.5, índice de refracción n=1.4889
- Lija de agua de 500
- Piezas de Thor Labs: monturas, estaciones manuales, ensambles, bases y postes
- Elementos de detección paraboloide y elíptico, Tabla 3.1
- Fotodetector de germanio
- Cables bnc y caimán-caimán

Equipo:

- Láser de helio-neón de 633 nm, 4 mW, ø0.48 mm del haz, no polarizado
- Modulador externo y mecánico: motor con aspa de 5 V, 40 mA a 62.5 Hz
- Fuente de alimentación
- Osciloscopio

Desarrollo:

- 1. Se cortaron y pulieron las fibras con lija de agua y gis.
- 2. Se implementó la instalación mostrada en la figura 3.23 y 3.24. El láser está fijado al nivel de la fibra transmisora permitiendo que incida directamente, ver figura 3.22. Se utilizó un modulador mecánico, que es un obturador constituido por un motor y un aspa fija por una pieza que además fija a la fibra transmisora. El otro extremo de la fibra transmisora y la fibra receptora se mueven por los ejes mecánicos X y Z sobre el elemento de detección. El otro extremo de la fibra receptora está fijado frente al fotodetector que se encuentra conectado al osciloscopio.
- 3. Se conectó el osciloscopio a la computadora.
- 4. Se posicionaron las fibras a los extremos del elemento de detección paraboloide.
- 5. Se conectó el osciloscopio al fotodetector.
- Se midió la intensidad detectada cada vez que las fibras se acercaban entre ellas hasta avanzar a la distancia adimensional Λ=0.63 con un incremento de 0.00176667.
- 7. Se graficaron las mediciones, ver figura 3.25 y 3.26.
- 8. Se repitieron los pasos anteriores para el elemento de detección elíptico.



Fig. 3.22 Diagrama de acoplamiento del láser y la fibra transmisora



Fig. 3.23 Diagrama a bloques de la instalación



Fig. 3.24 Instalación: a. Láser, b. modulador, c. fibra transmisora, d y f. unidades de traslado mecánicas, e. fibra receptora, g. elemento de detección y h. fotodetector

Resultados:



Fig. 3.25 Experimento en curso: La señal modulada del láser está pasando a través de la fibra transmisora, el elemento de detección iluminado y la fibra receptora hasta llegar al fotodetector



Fig. 3.26 Sensor: a. fibra transmisora, b. fibra receptora y c. elemento de detección

Elemento paraboloide



**Fig. 3.27** Gráfica de la respuesta a la distancia adimensional  $\Lambda$  del sensor con elemento de detección paraboloide  $x^2 + y^2 - z = 1$ , índice de refracción *n*=1.4889 con diámetro adimensional  $\Phi$ =0.1031



Fig. 3.28 Gráfica de la respuesta a la distancia adimensional  $\Lambda$  del sensor con elemento de detección paraboloide  $x^2 + y^2 - z = 1$ , índice de refracción *n*=1.4889 con diámetro adimensional  $\Phi$ =0.1031





Fig. 3.29 Gráfica de la respuesta a la distancia adimensional  $\Lambda$  del sensor con elemento de detección elíptico  $x^2 + y^2 + 0.746z^2 = 1$ , índice de refracción *n*=1.4889 con diámetro adimensional  $\Phi$ =0.1031



**Fig. 3.30** Gráfica de la respuesta a la distancia adimensional  $\Lambda$  del sensor con elemento de detección elíptico  $x^2 + y^2 + 0.746z^2 = 1$ , índice de refracción *n*=1.4889 con diámetro adimensional  $\Phi$ =0.1031

#### Análisis de resultados

- Elemento paraboloide La más alta transmisión relativa se tiene en la distancia adimensional Λ=0.6148.
- Elemento elipsoide

La más alta transmisión relativa se tiene en la distancia adimensional  $\Lambda$ =0.8497. Se repitió el experimento para el elemento de detección elíptico con dos diferentes elipsoide para confirmar los valores.

Se observa una ventana de transmisión para ambos sensores con elementos de detección paraboloide y elíptico. Las otras ventanas teóricas no se observan por el ruido ambiental.

## 3.5.1 Comparación teórica y experimental de la respuesta a la distancia adimensional $\Lambda$ de sensores con elementos de detección paraboloide y elíptico

#### Elemento paraboloide



**Fig. 3.31** Gráfica de la simulación y experimento de la respuesta a la distancia adimensional  $\Lambda$  del sensor con elemento de detección paraboloide  $x^2 + y^2 - z = 1$ , índice de refracción *n*=1.4889 con diámetro adimensional  $\Phi$ =0.1031

#### Elemento elipsoide



**Fig. 3.32** Gráfica de la simulación y experimento de la respuesta a la distancia adimensional  $\Lambda$  del sensor con elemento de detección elíptico  $x^2 + y^2 + 0.746z^2 = 1$ , índice de refracción *n*=1.4889 con diámetro adimensional  $\Phi$ =0.1031

#### Análisis de resultados

• Elemento paraboloide

Se observa un punto de similitud aunque con un desplazamiento de la distancia adimensional  $\Lambda$ =0.6077 en la simulación a 0.6148 en el experimento.

• Elemento elipsoide

Se observa un punto de similitud aunque con un desplazamiento de la distancia adimensional  $\Lambda$ =0.8356 en la simulación a 0.8497 en el experimento.

Las respuestas a la distancia adimensional  $\Lambda$  coinciden parcialmente con la teórica pero no se ven las otras ventanas de transmisión debido al ruido ambiental. Sin embargo en un punto para ambos sensores refractométricos con elementos de detección paraboloide y elíptico se observa similitud, por lo que se confirma tanto teórica como experimentalmente que son viables para la detección a una distancia adimensional  $\Lambda$  específica con parámetros particulares.

## 3.6 Respuesta al índice de refracción externo de sensores con elementos de detección paraboloide y elíptico

Objetivo: Confirmar la detección de líquidos en el rango de índices de refracción del elemento de detección paraboloide y elíptico.

Parámetros de diseño:

Diámetro adimensional Φ	0.1031
Distancia adimensional $\Lambda$ paraboloide	0.8621
Distancia adimensional A elipsoide	0.9116

Material:

- Recipiente
- Agua
- Acetona
- Alcohol etílico

#### Equipo:

- Láser de helio-neón de 633 nm, 4 mW, no polarizado
- Motor con aspa de 5 V y 40 mA
- Fuente de alimentación de c.c.
- Osciloscopio

#### Desarrollo:

- 1. Se conectó el osciloscopio a la computadora y al fotodetector.
- 2. Se ubicó el elemento de detección paraboloide.
- 3. Se situaron las fibras en la distancia adimensional Λ indicada.
- 4. Se midió la intensidad detectada con el programa en Matlab 7 veces con el elemento al aire y agua.
- 5. Se promediaron las mediciones y normalizaron con respecto al aire.
- 6. Se repitieron los pasos anteriores para el elemento de detección elíptico.
- 7. Se midió la intensidad detectada con el programa en Matlab 7 veces con el elemento elíptico sumergido en acetona y alcohol.
- 8. Se graficaron las mediciones de los líquidos detectados.

#### Resultados:

Elemento paraboloide



**Fig. 3.33** Gráfica de la respuesta al índice de refracción del sensor con elemento de detección paraboloide  $x^2 + y^2 - z = 1$ , índice de refracción *n*=1.4889, distancia adimensional  $\Lambda$ =0.8621, diámetro adimensional  $\Phi$ =0.1031 y transmisión relativa en el índice de refracción del agua *n*=1.33





**Fig. 3.34** Gráfica de la respuesta al índice de refracción del sensor con elemento de detección elíptico  $x^2 + y^2 + 0.746z^2 = 1$ , índice de refracción *n*=1.4889, distancia adimensional  $\Lambda$ =0.9116, diámetro adimensional  $\Phi$ =0.1031 y transmisión relativa en el índice de refracción del agua *n*=1.33, acetona *n*=1.35 y alcohol *n*=1.36



Fig. 3.35 Elemento de detección elíptico deteriorado al hacer mediciones con acetona

#### Conclusiones

El elemento de detección paraboloide es capaz de detectar agua y el elipsoide, agua, acetona y alcohol. Las mediciones hechas para cada líquido eran menores que la magnitud del aire. El elemento de detección elíptico sufrió deterioro al exponerse a la acetona, aunque las mediciones fueron hechas, se repitió después de la exposición con aire y disminuyó en comparación a las primeras mediciones concluyendo que el elemento ya no era adecuado para detectar, ver figura 3.35.

#### 3.7 Conclusiones

Las mediciones experimentales presentan un offset a diferencia de las teóricas, debido a la presencia de ruido ambiental. Dicho ruido se confirmó al estar presente tanto con la incidencia del haz de luz del láser en la fibra óptica y sin ésta.

Los sensores refractométricos con elementos de detección paraboloide y elíptico sí detectan agua, el elipsoide también detecta alcohol.

Es preciso considerar el material del elemento de detección, ya que al exponerse a algunos líquidos se puede deteriorar. Por lo que la detección no sólo está restringida a los rangos de detección de índices de refracción sino también al daño que pueden sufrir los elementos de detección de PMMA por los líquidos a detectar.

### **Conclusiones Generales**

- Se demostró que los sensores con elementos de detección paraboloide y elíptico tienen ventanas de transmisión relativa con respecto a la distancia adimensional Λ, es decir, presentan tanto en la teoría como en la práctica rangos de la distancia adimensional Λ donde hay acoplamiento entre la fibra transmisora y la receptora.
  - 1.1 La existencia de estas ventanas de transmisión permite medir índices de refracción de algunos líquidos. Así como discriminar entre líquidos y gases.
  - 1.2 Experimentalmente se aprecia una ventana de transmisión donde hay acoplamiento entre las fibras transmisora y receptora, se podría posicionar a la distancia adimensional  $\Lambda$  de acoplamiento para detectar líquidos. Se podría optimizar el experimento para evitar errores en las mediciones así como pérdidas en el sistema de transmisión del sensor.
- 2. La respuesta al índice de refracción del sensor con elemento de detección elíptico es similar a la semiesfera a una distancia adimensional Λ específica.
- 3. El uso de elementos de detección paraboloide y elíptico en la práctica tendrá la ventaja de apoyar las aplicaciones más exigentes que requieran de las características especiales de los sensores refractométricos.
  - 3.1 La utilización de sensores con elementos de detección paraboloide y elíptico es barata con respecto a otros sensores refractométricos de tipo intensidad, donde se podría ocupar un multímetro como equipo de medición y un LED como fuente de luz para la fibra multimodo. En cambio los sensores de tipo interferométrico o de medición del estado de polarización ocupan equipos de medición costosos.

#### Referencias

- [1] C.-Y. Yun, D. Dhital, J.-R. Lee, G. Park and I.-B. Kwon. "Design of multiplexed fiber optic chemical sensing system using clad-removable optical fibers", *Optics & Laser Technology*, vol. 44, pp.269-280, 2012.
- [2] M. Yasin, S. W. Harun, C. F. Tan, S. W. Phang and H. Ahmad. "Fiber optic chemical sensor using fiber coupler probe based on intensity modulation for alcohol detection", *Microwave and Optical Technology Letter*, vol. 53, pp. 1935-1938, 2010.
- [3] Z. Ran, Y. Rao, J. Zhang, Z. Liu and B. Xu. "A miniature fiber-optic refractive-index sensor based on laser-machined Fabry-Perot interferometer tip", *Journal of Lightwave Technology*", vol. 27, pp. 5426-5429, 2009.
- [4] Q. Jiang, D. Hu and M. Yang. "Simultaneous measurement of liquid level and surrounding refractive index using tilted fiber Bragg grating", *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 170, pp. 62-65, 2011.
- [5] J.-F. Ding, A. P. Zhang, L.-Y. Shao, J.-H. Yan and S. He. "Fiber-taper seeded long-period grating pair as a highly sensitive refractive-index sensor", *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 17, pp. 1247-1249, 2005.
- [6] L.-Y. Shao, A. P. Zhang, W.-S. Liu, H.-Y. Fu and S. He. "Optical refractive-index sensor based on dual fiber-Bragg gratings interposed with a multimode-fiber taper", *IEEE Photonics Technology Letter*, vol. 19, pp. 30-32, 2007.
- [7] J.-R. Zhao, X.-G. Huang, W.-X. He and J.-H. Chen. "High-resolution and temperature-insensitive fiber optic refractive index sensor based on Fresnel reflection modulated by Fabry-Perot interference", *Journal of Lightwave Technology*, vol. 28, pp. 2799-2803, 2010.
- [8] S. Khotiainstev, E. Llanito Caudillo, S. Pérez García and J. Morales Farah. "Optical fiber refractometric sensor with semi-cylindrical optical detection element for measuring the level of gasoline", in *Electronics Robotics and Automotive Mechanics Conference*, pp. 468-473, 2009.
- [9] V. A. Svyryd and S. Khotiainstev. "Design of an optical-fiber refractometric transducer with hemispherical detection element", *Revista Mexicana de Física*, vol. 52, pp. 72-74, 2006.
- [10] K. S. Khotiainstev Umanets. "Desarrollo de una aplicación de simulación numérica de sensores refractométricos en fibras ópticas", Tesis de licenciatura, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla, Puebla, México, 2005.
- [11] K. E. R. Medrano Mora. "Comparación y estudio de algunas estructuras sensoras con base en fibras ópticas", Tesis de doctorado, Universidad Nacional Autónoma de México, Distrito Federal, México, 2007.

#### Anexos

1. Trayectoria de rayos en los sensores con elementos de detección paraboloide y elíptico



**Fig. A.1** Trayectoria de rayos en el sensor con elemento de detección elíptico  $x^2 + y^2 + 0.746z^2 = 1$ , índice de refracción *n*=1.4889, diámetro adimensional  $\Phi$ =0.1031 con distancia adimensional  $\Lambda$ =0.6519



**Fig. A.2** Trayectoria de rayos en el sensor con elemento de detección elíptico  $x^2 + y^2 + 0.746z^2 = 1$ , índice de refracción *n*=1.4889, diámetro adimensional  $\Phi$ =0.1031 con distancia adimensional  $\Lambda$ =0.8356



**Fig. A.3** Trayectoria de rayos en el sensor con elemento de detección elíptico  $x^2 + y^2 + 0.746z^2 = 1$ , índice de refracción *n*=1.4889, diámetro adimensional  $\Phi$ =0.1031 con distancia adimensional  $\Lambda$ =0.9116

#### 2. Diseño de los elementos de detección paraboloide y elíptico

Objetivo: Definir las ecuaciones que definen a los elementos de detección

Ecuaciones:

Paraboloide	$x^2 + y^2 - z = 1$	
Elipsoide	$x^2 + y^2 + 0.746z^2 = 1$	
Canónica del paraboloide	$\frac{1}{a^2}x^2 + \frac{1}{b^2}y^2 - \frac{1}{c}z = 1$	ec. (4.1)
Canónica del elipsoide	$\frac{1}{a^2}x^2 + \frac{1}{b^2}y^2 + \frac{1}{c^2}z^2 = 1$	ec. (4.2)

Desarrollo:

- 1. Se compararon las ecuaciones normalizadas con las canónicas y se definió una ecuación para ambas formas.
- 2. Se desnormalizaron igualando los semiejes, *a=b=c*.
- 3. Se sustituyeron los valores de los radios de las barras 8, 12.5 y 19 mm.

#### Resultados:

La ecuación del paraboloide queda  $\frac{1}{a^2}x^2 + \frac{1}{a^2}y^2 - \frac{1}{a}z - 1 = 0$  y del elipsoide  $\frac{1}{a^2}x^2 + \frac{1}{a^2}y^2 + 0.746\frac{1}{a^2}z^2 - 1 = 0$ .

#### Paraboloide

$15625x^2 + 15625y^2 - 125z = 1$	ec. (4.3)
$6400x^2 + 6400y^2 - 80z = 1$	ec. (4.4)
$2770.08x^2 + 2770.08y^2 - 52.63z = 1$	ec. (4.5)

#### Elipsoide

$15625x^2 + 15625y^2 + 11656.25z^2 = 1$	ec. (4.6)
$6400x^2 + 6400y^2 + 4774.4z^2 = 1$	ec. (4.7)
$2770.08x^2 + 2770.08y^2 + 2066.48z^2 = 1$	ec. (4.8)

#### 3. Parámetros de los elementos de detección paraboloide y elíptico utilizados

Tabla A.1 Parámetros de los elementos de detección paraboloide y elíptico utilizados

Elemento	Paraboloide	Elipsoide
Ecuación	$2770.08x^2 + 2770.08y^2 - 52.63z = 1$	$2770.08x^2 + 2770.08y^2 + 2066.48z^2 = 1$
Diámetro máximo real	36 mm	36 mm
Diámetro máximo ideal	36 mm	36 mm
Coincide con la ecuación	Sí	Sí
Altura máxima real	17 mm	14 mm
Altura máxima ideal	19 mm	22 mm
Coincide con la ecuación	No	No
Porcentaje de error	89.47	63.63