



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

---

UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**INFLUENCIA DE LA RESISTENCIA A  
TENSIÓN DE LA MAMPOSTERÍA EN LA  
ESTABILIDAD DE BÓVEDAS Y ARCOS**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE  
I N G E N I E R O C I V I L**

**P R E S E N T A :**

**JOSÉ ANTONIO IBARRA FALCÓN**

**T U T O R**

**DR. FERNANDO PEÑA MONDRAGÓN**



FEBRERO DE 2012



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## **DEDICATORIA**

### **A mis padres Isaías y Catalina**

Para lo más preciado que tengo, los pilares que dan soporte a mi vida, siempre mi cariño inagotable. En recompensa a los esfuerzos y sacrificios mutuos que a favor de esta causa hemos hecho. Que la satisfacción después de tanto tiempo sea para ustedes tanto como lo es para mí y que sea suficiente.

### **A mi hermano Gregorio**

En agradecimiento por el apoyo brindado durante estos años de estudio ofrezco este reconocimiento con la promesa de seguir siempre adelante. Es motivo para externar una vez más una exhortación a que sigamos así unidos moral, racional, espiritualmente y de buena fe para hacer mejor las cosas. De corazón por y para ti hermano.

### **A mi tía Natalia**

En testimonio de mi ilimitada gratitud por su confianza y cariño que me han dado mucha de la motivación que necesité para salir adelante, para usted como una muestra de un gran afecto.

## AGRADECIMIENTOS

Agradezco a Dios por hacerme parte de una gran familia de la que he recibido incondicional apoyo durante todos estos años.

A mis orígenes. Mi **familia, padres y hermanos** quienes me han apoyado y alentado, por la alegría de saber que en realidad nunca estuve solo.

A la **familia Morán Ibarra** con quienes he vivido la mitad de mi vida, porque me han dado cobijo, apoyo, consejos, enseñanzas y tantas cosas que han enriquecido mi persona.

A la **Universidad Nacional Autónoma de México** y a la **Facultad de Ingeniería** donde recibí la formación que hoy me tiene en esta instancia.

Al **Instituto de Ingeniería UNAM** por el apoyo otorgado a través del programa de becas *PAPIIT* durante el desarrollo de mi tesis como partícipe del proyecto de investigación *Estrategias para el Modelado y Análisis de Estructuras Históricas (IN105409-2)*.

Al **Doctor Fernando Peña Mondragón**, a quien debo el placer de haber estudiado este interesante tema, por el apoyo, la paciencia, y la enseñanza que en cada plática, cada reunión que durante 2 años recibí. Por la confianza depositada en mi persona al aceptarme como parte de sus tutorados, haciendo de esta etapa de mi formación académica la más satisfactoria. Mil gracias.

Al **M.I. Miguel Meza Méndez** por todo el apoyo brindado a mi persona, el cual definitivamente fue más provechoso de lo que se imagina.

A mis compañeros y amigos **Carlos Martínez, Ángel Soriano, Raúl García, Enrique Rendón** y a quienes no terminaría de enlistar pero que juntos hemos tenido tantas vivencias inolvidables. Porque ha sido un reto difícil y superarlo ha valido la pena.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

DIVISIÓN DE INGENIERÍAS CIVIL Y GEOMÁTICA  
COMITÉ DE TITULACIÓN  
FING/DICyG/SEAC/UTIT/043/10

Señor  
JOSÉ ANTONIO IBARRA FALCÓN  
Presente

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor DR. FERNANDO PEÑA MONDRAGÓN, que aprobó este Comité, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de INGENIERO CIVIL.

**"INFLUENCIA DE LA RESISTENCIA A TENSIÓN DE LA MAMPOSTERÍA EN LA ESTABILIDAD DE BÓVEDAS Y ARCOS"**

- INTRODUCCIÓN
- I. ASPECTOS HISTÓRICOS
  - II. CARACTERÍSTICAS MECÁNICAS DE LA MAMPOSTERÍA HISTÓRICA
  - III. DESCRIPCIÓN DE LOS MÉTODOS Y MODELOS DE ANÁLISIS UTILIZADOS
  - IV. ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL DE BÓVEDAS Y ARCOS ANTE DIFERENTES CONDICIONES DE CARGA
  - V. CONCLUSIONES
- REFERENCIAS

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el Título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente  
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"  
Cd. Universitaria a 12 de Abril del 2010.  
EL PRESIDENTE

ING. RODOLFO SOLÍS UBALDO

RSU/MTH\*gar.

## RESUMEN

En este trabajo se hace el estudio de la incidencia que tiene la resistencia a la tensión de la mampostería en la estabilidad de bóvedas y arcos, elementos que conforman la cubierta en edificios históricos religiosos. Para ello se estudia el comportamiento de la sección de nave de un templo conventual característico, construido en la zona del valle de México durante el primer siglo de la colonización española. El contenido está conformado por cinco capítulos, su correspondiente introducción así como las conclusiones y referencias consultadas. El primer capítulo contiene una síntesis sobre cuestiones históricas relevantes respecto a bóvedas, arcos y edificaciones históricas en un ámbito muy general. Posteriormente, en el segundo capítulo, se presenta información respecto al comportamiento estructural de un edificio histórico, revisando aspectos particulares del comportamiento de los elementos estructurales que conforman a este tipo de estructuras. Considerando que estas estructuras están constituidas por mampostería de piedra (mampostería histórica) distinta de la mampostería moderna y de otros materiales actualmente utilizados en la construcción, se presenta una descripción de sus principales características mecánicas. Luego en el tercer capítulo se presentan los métodos de análisis utilizados los cuales fueron elegidos por convenir más al realizar el estudio un edificio histórico. En este capítulo también se establecen las características de los modelos que son objeto de estudio y cuyo comportamiento se analiza en capítulos subsecuentes. En los capítulos 4 y 5 se presentan los resultados del análisis estructural ante cargas estáticas y dinámicas de los modelos planteados. En cada uno de ellos se hace una interpretación de los patrones de comportamiento obtenidos y se emiten juicios sobre la incidencia que en dicho comportamiento y en su estabilidad tiene el parámetro en estudio. Los comentarios finales acerca de los resultados obtenidos se resumen y presentan en la sección de conclusiones y recomendaciones.

## CONTENIDO

<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	8
<b>CAPÍTULO 1 Contexto histórico</b> .....	10
1.1    Antecedentes .....	10
1.2    Arcos de mampostería .....	12
1.3    Bóvedas de mampostería .....	13
1.4    Condiciones estructurales de las naves en los templos mexicanos del siglo XVI. ....	15
1.4.1    Bóvedas.....	16
1.4.2    Contrafuertes y muros.....	17
1.4.3    Rellenos.....	18
1.5    Reglas históricas para el dimensionamiento de bóvedas y arcos .....	19
<b>CAPÍTULO 2 Comportamiento estructural de edificios históricos</b> .....	21
2.1    La mampostería como material de construcción en estructuras históricas .....	21
2.1.1    Concepto de mampostería histórica .....	22
2.1.2    Elementos que constituyen a la mampostería.....	23
2.1.3    Propiedades y comportamiento mecánico de la mampostería.....	25
2.2    Comportamiento estructural de arcos, bóvedas de cañón y muros de mampostería..	27
2.2.1    Línea de presiones .....	28
2.2.2    Comportamiento estructural de arcos y bóvedas de cañón.....	30
2.2.3    Mecanismos de colapso en arcos .....	32
2.2.4    Comportamiento estructural de muros .....	34
2.2.5    Agrietamiento de muros.....	35
2.2.6    Mecanismos de colapso del sistema bóveda-muro .....	38
2.2.7    Contrafuertes .....	40
2.2.8    Relleno .....	41
2.2.9    Pretil y pináculos .....	42
<b>CAPÍTULO 3 Descripción de los métodos y modelos de análisis utilizados</b> .....	44
3.1    Análisis límite .....	44
3.1.1    Hipótesis de análisis.....	45
3.1.2    Teoremas fundamentales.....	47
3.2    Análisis no lineal .....	48

3.3	Herramienta de análisis utilizada para evaluar el comportamiento estructural .....	50
3.4	Descripción del método de elementos rígidos.....	51
3.5	Modelos de análisis .....	52
3.5.1	Propiedades mecánicas del material para el modelo.....	54
3.5.2	Modelo 1 .....	55
3.5.3	Modelo 2 .....	55
3.5.4	Modelo 3 .....	56
<b>CAPÍTULO 4 Análisis del comportamiento estructural ante cargas gravitacionales.....</b>		<b>58</b>
4.1	Procedimiento para determinar la carga de colapso .....	58
4.1.1	Colapso por aplastamiento - criterio de esfuerzo límite.....	59
4.1.2	Colapso por mecanismo de articulaciones - criterio de desplazamiento límite .....	61
4.2	Análisis ante cargas gravitacionales .....	63
4.2.1	Bóveda .....	64
4.2.2	Bóveda/relleno.....	67
4.2.3	Bóveda/relleno/pretil.....	70
4.2.4	Sección de nave .....	74
4.2.5	Sección de nave/relleno/pretil .....	76
4.2.6	Sección/contrafuertes .....	78
4.2.7	Sección/contrafuertes/relleno/pretil .....	82
<b>CAPÍTULO 5 Análisis del comportamiento estructural ante cargas laterales.....</b>		<b>85</b>
5.1	Análisis ante cargas estáticas laterales.....	85
5.1.1	Bóveda .....	86
5.1.2	Bóveda/relleno/pretil.....	88
5.1.3	Sección de nave/contrafuertes .....	91
5.1.4	Sección/contrafuerte/relleno/pretil.....	94
5.2	Análisis ante cargas dinámicas.....	96
<b>CONCLUSIONES.....</b>		<b>111</b>
<b>REFERENCIAS.....</b>		<b>113</b>



## **INTRODUCCIÓN**

La conservación de los edificios históricos existentes ha despertado un interés creciente en la época reciente. Interés que ha sido manifestado por diferentes administraciones y organismos públicos y privados, y por la sociedad en general. Estas estructuras forman parte del Patrimonio Histórico de las sociedades y de la humanidad y su conservación tiene un intrínseco valor arquitectónico, artístico y cultural.

Las estructuras antiguas que fueron construidas con mampostería, un material con comportamiento distinto al de los materiales de construcción modernos (acero y concreto), no pueden ser estudiadas de la misma forma que las estructuras actuales. No es posible aplicar de manera directa los métodos de análisis y normas de diseño utilizados para estructuras modernas (García, 2007). En México muchas de las grandes edificaciones de mampostería que se erigieron desde el inicio de la colonización española tienen ya un periodo de vida considerable por lo que han sido objeto de deterioro en el material que las constituye. En algunos casos el deterioro ha progresado hasta provocar el colapso bajo condiciones normales de carga, es decir bajo acciones de su peso propio. En otros casos en los que si bien no se ha presentado el colapso el deterioro exige elevados costos de mantenimiento, acondicionamiento, rehabilitación y restauración. Un aspecto importante es el hecho de que estas estructuras fueron proyectadas considerando los efectos del peso propio. México se encuentra localizado en una zona geográfica con actividad sísmica permanente por lo que las estructuras que se ubican en su territorio son sometidas constantemente a acciones externas adicionales.

La preservación de los edificios históricos implica un proceso de evaluación del estado actual de la estructura, para ello es necesario conocer información que permita establecer una metodología adecuada. Al respecto es indispensable conocer las condiciones actuales de la estructura así como el contexto histórico a partir del cual se pueden determinar las características estructurales originales y las modificaciones que ha sufrido durante su vida útil. La importancia de la evaluación estructural de los edificios históricos se fundamenta en la necesidad de conocer su comportamiento en condiciones de servicio así como en condiciones de falla. A partir de ello es posible establecer veredicto alguno respecto a la estabilidad, o bien de seguridad de la estructura.

A la fecha se cuenta con una gran diversidad de metodologías y herramientas, algunas de las cuales han sido desarrolladas para el análisis de estructuras históricas, con distintos niveles de complejidad y de aproximación al comportamiento real de la mampostería. Por lo anterior es necesario analizar los objetivos a los que se pretende dar cumplimiento para elegir la metodología más conveniente en función de los recursos que éstas demandan.

Dentro del conjunto de estructuras históricas se encuentran los edificios religiosos, constituidos, entre otros, por templos parroquiales y conventuales, que por su gran número constituyen gran parte del inventario de monumentos históricos de México. Las condiciones estructurales de estos edificios así como las problemáticas que de ellas se derivan son muy diversas y representan un extenso campo de aplicación para la ingeniería estructural. El estudio del comportamiento estructural de un templo de mampostería y de toda estructura histórica, es tan sólo una de las fases que componen el proceso general de evaluación de la seguridad y las condiciones estructurales que prevalecen (estas condiciones contemplan las problemáticas que se tienen en cada estructura). Establecido el tema de estudio, es el análisis del comportamiento estructural, la principal actividad a desarrollar.

En la literatura existente se encuentra que el estudio de un edificio histórico puede abordarse mediante su división en macro elementos (fachada, torre, nave, etc.). Esta forma de evaluar el comportamiento de un edificio histórico implica un proceso sencillo en comparación con el procedimiento de evaluación de la estructura completa. Considerando lo anterior, se precisa evaluar el comportamiento del macroelemento de interés.

El objetivo de este trabajo será estudiar, mediante una serie de análisis paramétricos, la influencia que tiene la resistencia a tensión de la mampostería, en la estabilidad de bóvedas. En forma particular, se estudiará un macroelemento correspondiente a la sección de una nave de una iglesia típica cuya cubierta consiste en una bóveda de cañón corrido.

Es importante señalar que no se pretenden evaluar condiciones de algún templo en específico. Así mismo queda fuera del alcance recabar información histórica respecto a las características del conjunto de templos en estudio tales como levantamientos geométricos, investigación en planos y/o documentos y se limitará a consultar y referir información en trabajos y estudios previos.

# CAPÍTULO 1

## CONTEXTO HISTÓRICO

El contenido de este capítulo está encabezado por una breve descripción en torno al origen de las grandes construcciones de mampostería en nuestro país, su desarrollo, características arquitectónicas y la importancia de su preservación. Luego se puntualizan algunas características de los arcos y de las bóvedas de mampostería, que de acuerdo con los periodos históricos en que se ubican, fueron utilizadas para techar las naves de los templos. En el penúltimo subcapítulo se comenta sobre el conjunto estructural típico de los templos en estudio. Un aspecto histórico fundamental es lo correspondiente a las reglas empleadas en el dimensionamiento previo al desarrollo de la teoría de análisis estructural. Pese a que su estudio queda fuera del alcance de este trabajo, las reglas históricas son la referencia que se tiene acerca de la forma en que los antiguos constructores dimensionaron los elementos de sus conjuntos estructurales. Por esta razón se dedica el último subcapítulo para abordar la información importante al respecto.

### 1.1 Antecedentes

Con el descubrimiento de América a finales del siglo XV, inició la tarea de los conquistadores que ante sus ojos contemplaron nuevas e inmensas tierras y riquezas. Para los religiosos representó un paraíso espiritual, veían en él una nueva oportunidad para la construcción de la primitiva iglesia cristiana, lejos de las encorsetadas jerarquías eclesiásticas y lejos también de la vieja iglesia europea cuyos cimientos se removían en esos momentos (Espinoza, 2005). A principios del siglo XVI, tras la culminación del proceso de la conquista, se construyeron, sobre ruinas de grandes imperios precolombinos, los cimientos de la nueva civilización hispanoamericana.

La evangelización americana, de forma sistemática, tiene su punto de partida en el Virreinato de la Nueva España a partir de 1524 con la llegada de los primeros franciscanos, a los que seguirán dominicos y agustinos en 1526 y 1533 respectivamente (Rivera, 1997).

De acuerdo con González (1966) unos cuantos años después de la conquista, los trazos urbanos de México tenían ya un definido carácter propio. Caracterizado por la organización arquitectónica en torno a espacios muy amplios, delimitados ya sea por conjuntos religiosos, en el caso de los conventos y sus atrios, o bien por disposiciones urbanísticas en las ciudades con sus catedrales, parroquias y palacios en torno a las plazas. En la composición del espacio hubo una fusión clara del sentido organizador hispánico con la sensibilidad indígena para lograr la grandiosidad. En el siglo XVI se logró la conjunción urbanística, con sorpresas mutuas; para el indígena la novedad de la arquitectura europea, con sus muros y bóvedas capaces de cubrir y delimitar inmensos espacios interiores, para el europeo, la novedad del espacio abierto con una configuración arquitectónica y la funcionalidad de lo no cubierto. Así surgen los conjuntos conventuales en los que prevalece la disposición prehispánica, con la gran iglesia y el convento frente al atrio bardeado; semejante a las estructuras piramidales construidas frente al vacío de las plazas en el antiguo México.

En términos generales se puede establecer que durante la primera mitad del siglo XVI, en la arquitectura colonial predominó el estilo medieval con influencia del estilo gótico. Las bóvedas de nervaduras de las iglesias demuestran que los proyectistas aun conociendo las novedades renacentistas, se resistían a sustraerse de la tradición constructiva medieval. Las primeras estructuras a base de cúpulas se enmascaraban con la retícula de nervios góticos que a veces también se prolongaban innecesariamente a lo largo de las bóvedas de cañón. A partir de mediados del siglo XVI y hasta buena parte del siglo siguiente predominó la arquitectura renacentista.

Los templos de los franciscanos están generalmente cubiertos por bóvedas de cañón con nervaduras, mientras que las de los agustinos suelen cubrirse con bóvedas de cañón corrido, reservando las nervaduras para el presbiterio. Aún cuando la bóveda de cañón parece haber sido empleada preferentemente por los agustinos, en la posterioridad, fue empleada también por los dominicos y los franciscanos (Gómez, 1989). Las naves de las iglesias cubiertas con este tipo de bóvedas suelen ser de mayor longitud que las de las cubiertas por bóvedas de nervaduras. En el extradós tiene una superficie muy homogénea en la que resalta el volumen de la bóveda del presbiterio. En este contexto, la bóveda de cañón corrido ofrecía la ventaja de poder cubrir tramos más largos sin enfrentarse todavía al problema de la colocación de nervaduras. Por ello el cañón corrido es el abovedamiento característico de los templos de contrafuertes. Al respecto, Kubler (1983) afirma que estructuralmente están más próximas a las bóvedas de cañón de diseño Románico que a las bóvedas del renacimiento.

De acuerdo con Rivera (1997) diversos autores comentan que no hay una regla estricta respecto al estilo específico perteneciente a las construcciones del siglo XVI, pero se puede señalar como punto de referencia, que los Franciscanos prefirieron manejar elementos del mudéjar, románico y gótico. Los agustinos se inclinaron más por el plateresco y los dominicos por la arquitectura renacentista. Sin embargo, es necesario remarcar que no existe construcción religiosa alguna del siglo XVI que pueda ubicarse dentro de un único estilo arquitectónico. De igual forma sucedió en los siglos XVII Y XVIII aunque en estos siglos se acentuó en gran medida el uso del barroco, en donde, los templos que más se construyeron durante esa época fueron: parroquias, santuarios y catedrales.

En la actualidad existe un gran número de construcciones pertenecientes al periodo de consumación de la conquista y la colonia española. A estas construcciones se ha otorgado la categoría de monumentos históricos por lo que su preservación ha adquirido gran interés histórico y cultural. El comportamiento de las estructuras históricas está condicionado por el deterioro de la mampostería que los constituye y su resistencia disminuye con el paso del tiempo. Son muchos factores los que intervienen en el deterioro de la mampostería, mismos que a su vez representan una amenaza a la permanencia de estas construcciones. Por lo anterior es necesario establecer metodologías que permitan realizar la correcta evaluación de la seguridad estructural como actividad fundamental en el proyecto de conservación de las construcciones históricas. Sólo entonces se podrá dar cumplimiento al objetivo de proteger y conservar parte del patrimonio arquitectónico y cultural de nuestra sociedad.

## 1.2 Arcos de mampostería

Las estructuras de mampostería constituyen el tipo de construcción preponderante hasta la aparición del hierro y el concreto como alternativa viable en la segunda mitad del siglo XIX. Los antiguos constructores conocían el comportamiento de la mampostería y con base en su experiencia perfeccionaron gradualmente sus técnicas que luego aplicaron en la construcción de edificios con estructuraciones de gran complejidad.

La construcción de mampostería tiene sus orígenes en los primeros asentamientos humanos, las primeras edificaciones tenían muros de mampostería sobre los que apoyaban troncos de árbol para formar techumbres. Más tarde, frente a la necesidad de cubrir espacios cada vez mayores, las construcciones evolucionaron hasta su estructuración mediante columnas, arcos y techos abovedados.

La implementación del arco permitió el desarrollo de la construcción en mampostería; el arco es la forma más eficiente para salvar un claro con un material que resiste bien las

compresiones y poco o nada las tensiones. Se presume que los primeros arcos se construyeron en Mesopotamia o Egipto hace aproximadamente 6,000 años y fueron hechos con bloques de piedra. Probablemente su razonamiento les permitió intuir que los bloques o dovelas que constituyen a un arco se empujan entre sí hacia abajo y son precisamente estos empujes los que los mantiene en equilibrio. Más tarde, como parte de un sistema estructural, el empuje de arcos y bóvedas debía ser resistido por muros y contrafuertes. Calcular la dimensión adecuada para los arcos, muros y contrafuertes representó el tema central en el proyecto de las construcciones de mampostería (Huerta, 2004).

En un arco formado por bloques o dovelas, como el de la Figura 1.1, los bloques se sostienen contrarrestando el empuje debido a su peso propio, la fuerza resultante tendrá su punto de aplicación dentro del plano de la junta generando esfuerzos de compresión que tendrán una cierta distribución. Esta condición de equilibrio, que para el bloque de la clave se esquematiza en la Figura 1.1b, se presenta en el resto de los bloques y en los arranques del arco, donde los apoyos reciben el empuje de la última dovela (el coceo del arco), los apoyos deben tener la rigidez necesaria para resistirlo.

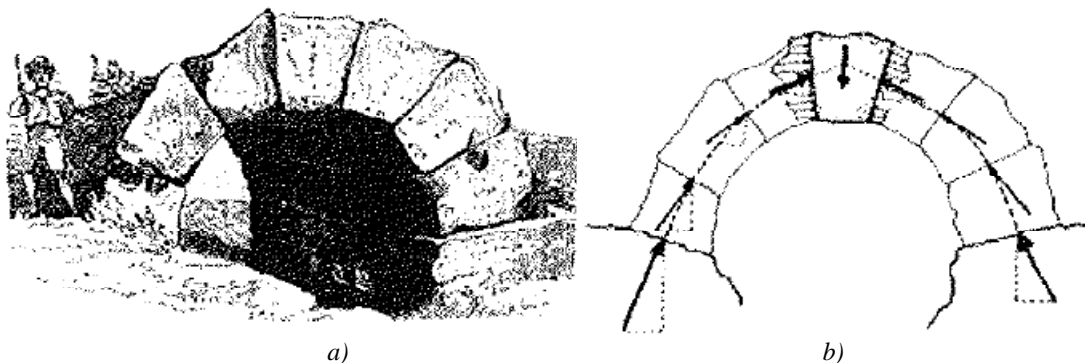


Figura 1.1 a) Arco de dovelas, b) Equilibrio de las dovelas (Huerta 1990)

El lugar geométrico de los puntos por donde pasa resultantes de las fuerzas en el interior del arco forman una línea, a la que se le denomina línea de presiones. En un capítulo posterior se retomará el tema centrándose en el estudio de la mecánica de los arcos de mampostería.

### 1.3 Bóvedas de mampostería

Los romanos fueron los primeros en establecer el uso sistemático de la bóveda en proyectos de gran envergadura, utilizaron bóvedas de cañón corrido. Las construcciones romanas tienen apoyos estables, que soportan grandes pesos. La sección de nave se sostiene por disponer de apoyos completamente estables; pues la bóveda, sea de cañón, de arista o de medio punto, cuando está terminada, forma una cáscara homogénea sin elasticidad que se

rompe en trozos si sufre asentamientos (Viollet-Le-Duc, 1996). Dicha homogeneidad está dada por un concreto conformado por piezas pequeñas unidas con mortero de buena calidad, que tiene gran cohesión. Los interiores de los edificios son bastante oscuros debido a los gruesos y pesados muros necesarios para sostener la bóveda (Figura 1.2a).

Contrario a los romanos, en el románico se utilizó un concreto con grandes bloques incrustados en el mortero, colocado a manera de dovelas. Las bóvedas románicas presentaban una elasticidad como consecuencia de su composición en dovelas y si se presentaba algún movimiento en los apoyos no se rompían como una cáscara homogénea. Como se observa en la Figura 1.2b, se colocaron arcos fajones o perpiaños en el intradós de las bóvedas los cuales, similar a una cimbra elástica permanente, permiten que la forma cóncava de la mampostería se mantenga adaptándose a los asentamientos y movimiento de los apoyos (Viollet-Le-Duc, 1996). De esta forma se construyeron edificios más espaciosos, con claros mayores y mucho más iluminados.

Durante el periodo gótico la bóveda de cañón fue cayendo en desuso, se utilizó apenas en algunas catedrales góticas. Las bóvedas de crucería, reforzadas por nervios de piedra, fueron las más utilizadas al principio y más tarde se desarrolló una gran variedad de soluciones abovedadas de gran espectacularidad. Se implementó el uso de un sistema de contrarresto mediante arbotantes y arcos botarel de gran longitud para contener los empujes y limitar los desplazamientos horizontales de las bóvedas (Escrig et al. 2004).

El peso propio de la bóveda de crucería es notablemente menor que las soluciones mediante abovedamiento de cañón corrido o arista, la mayor ligereza de la bóveda, favorece la implementación de elementos con una mayor altura y el consecuente aumento de la esbeltez del conjunto (Figura 1.2c). Las bóvedas de crucería que se construyeron en el gótico fueron evolucionando durante los siglos XV y XVI. “Las bóvedas se romanizan haciéndose más pesadas y redondas, hasta que es difícil saber si la nervadura es sustentable o sustentada. Sus arcos tenderían a ser semicirculares y en consecuencia su superficie se acerca a la esfera” (Rabasa, 2000). La bóveda vaída renacentista surge del proceso de redondeo de la bóveda gótica.

En la arquitectura renacentista se vuelve a utilizar la bóveda de cañón corrido y la de arista con características constructivas del románico y gótico. Uno de los elementos característicos de la arquitectura renacentista es la cúpula, se construyen cúpulas que se habían utilizado por los romanos en sus soluciones constructivas. Dichas cúpulas tienden a ser apuntadas, incorporándoles una sustentación por medio de pilares, conectadas por nervios.

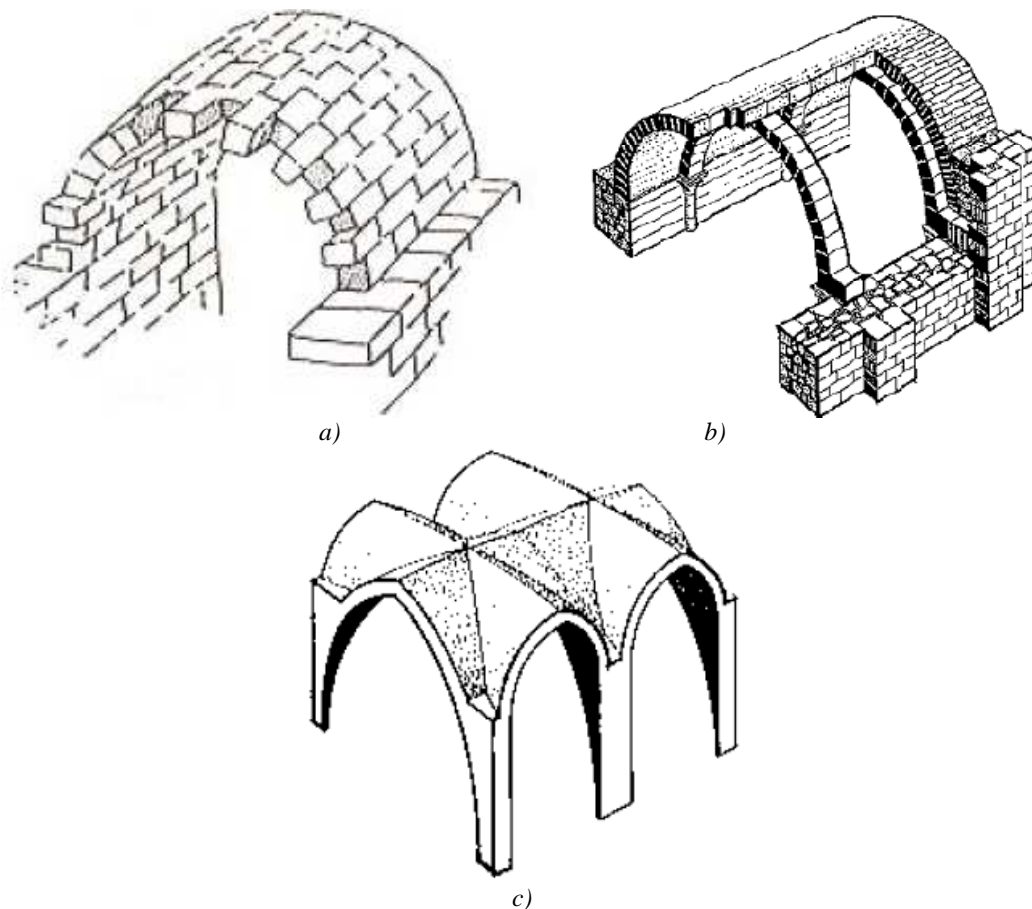


Figura 1.2 Bóvedas de los distintos estilos arquitectónicos: a) Romano, b) Románico, c) Gótico (García, 2007)

Las bóvedas de cañón están formadas por una sucesión de dovelas que, actuando por mutuo contrarresto, transmiten a los arranques el empuje de su peso propio y del que se sitúa por encima acatándose al funcionamiento de un arco descrito en la sección 1.2. Estas bóvedas se caracterizan por el empuje que ejercen sobre sus apoyos, “dadas las condiciones estructurales, los arcos y las bóvedas de cañón corrido pueden estudiarse bajo los mismos principios” (García, 2007). Una bóveda de cañón trabaja de forma similar a un arco, que se encuentra sometido a compresiones y a flexiones que se generan transversalmente.

#### 1.4 Condiciones estructurales de las naves en los templos mexicanos del siglo XVI.

Kubler (1983) afirma que los templos de una nave constituyen la configuración arquitectónica dominante en el primer siglo de la colonia, pues los frailes arquitectos buscaban la simplicidad de los espacios y de los volúmenes. Las naves de los templos están



cubiertas con bóveda de cañón corrido en zonas con recursos limitados y en zonas con mayores recursos se techaron con bóvedas de nervaduras, ya sea en parte o en su totalidad. El soporte de las bóvedas está a cargo de un sistema de muros y contrafuertes. Los muros son sólidos que se extienden verticalmente y se transforman en un gran plano continuo que conduce las cargas hacia el subsuelo, para contrarrestar los empujes que les confieren las bóvedas, están auxiliados por medio de contrafuertes exteriores, generalmente adosados a los muros. Dichos contrafuertes son grandes sólidos dispuestos de forma regular a lo largo de la nave y en las esquinas de la construcción. Los muros laterales carecen totalmente de decoración por lo que rige la sencillez de los planos. Las ventanas son escasas y el volumen del templo se distingue por los contrafuertes, se trata de estructuras relativamente simples.

### 1.4.1 Bóvedas

Las naves características de los templos conventuales en México están techadas con bóvedas de cañón corrido (Figura 1.3a), como una bóveda románica de gran peso que descansa directamente sobre los muros, formando un espacio que tiene poca iluminación, ya que cuando hay ventanas, éstas se ubican por debajo de los arranques. Existen templos cubiertos con bóveda de cañón con arcos y pilastras que, en algunos casos, fueron colocados posteriormente a la terminación del templo (Figura 1.3b), por lo que los arcos pueden ser de diferente material al de la bóveda (García, 2007).

La influencia de la arquitectura del renacimiento, quedó de manifiesto en templos cubiertos con la bóveda de cañón con lunetos (Figura 1.3c), aunque no es tan representativa como la bóveda de cañón corrido. “Las primeras que se hicieron generalmente no tienen directriz y lunetos bien definidos. En este tipo de bóvedas las ventanas laterales se encuentran arriba de la imposta y suelen tener arcos y pilastras entre cada luneto; en algunos casos estos elementos son de gran volumen” (García, 2007).

Otro tipo de bóveda es la de nervaduras (Figura 1.3d) que a veces fue empleada para cubrir todo el templo y otras, sólo el presbiterio y el sotocoro. Si bien las nervaduras son características de la arquitectura gótica, las bóvedas de nervaduras que se construyeron en la colonia tienen características similares a las bóvedas renacentistas construidas en España en la misma época, “con características diferentes a las de las bóvedas góticas europeas construidas entre los siglos XII al XIV, ya que no tienen pendientes muy pronunciadas sino forma de cúpula. Tampoco cubren espacios rectangulares sino espacios prácticamente cuadrados. Están compuestas por nervaduras de arcos poco apuntados, casi de medio punto” (García, 2007).

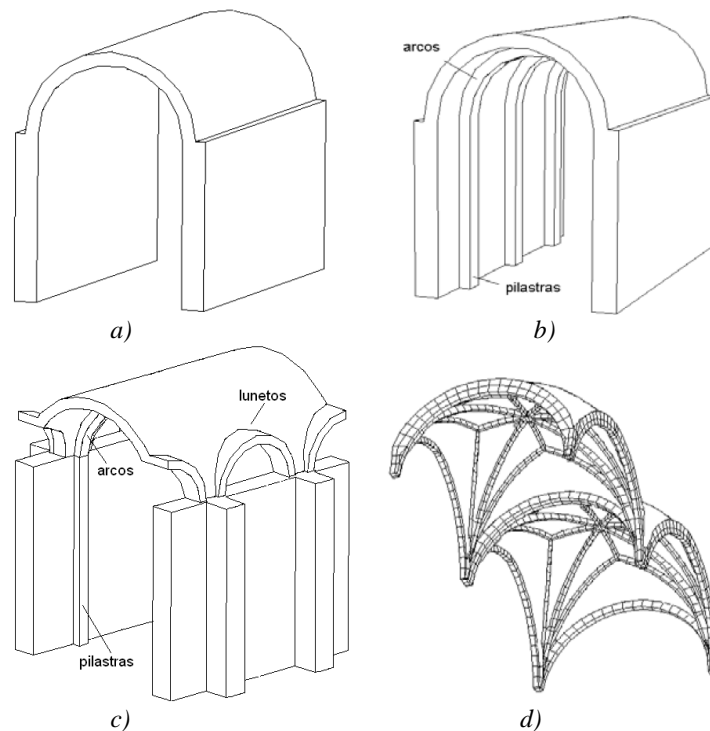


Figura 1.3 Tipos de bóvedas en las naves de los templos mexicanos: a) Cañón, b) Cañón con arcos y pilastras, c) Con lunetos, d) De nervaduras (García, 2007)

## 1.4.2 Contrafuertes y muros

Los contrafuertes están dispuestos a lo largo de la nave para contrarrestar el empuje de las bóvedas; su altura puede llegar al nivel del arranque o continuar incluso más arriba del extradós de la bóveda. Los contrafuertes más comunes están adosados al muro (Figura 1.4a), aunque hay algunos ejemplos de contrafuertes tipo botarel (Figura 1.4b). Su disposición es, en algunos casos, irregular debido a que suele haber diferentes etapas de construcción; existen casos en los que algún problema de tipo estructural pudo propiciar la construcción de nuevos contrafuertes o el aumento de la sección de un contrafuerte ya existente. De acuerdo con Kubler (1983), el gran espesor de los muros no es muestra de un diseño conservador o de protección contra sismos, sino de preparación para cambios futuros de la estructura; algunos templos estuvieron cubiertos inicialmente por una techumbre de madera, que posteriormente fue cambiada por bóvedas de mampostería, las cuales requieren de elementos que contrarresten adecuadamente el empuje que producen.

Cuando la nave tiene pilastras y arcos en el interior de la nave, en ocasiones éstas no están ligadas con el eje de los contrafuertes, lo que puede indicar diferentes etapas constructivas. También pueden encontrarse contrafuertes diagonales tanto en la fachada como en el

presbiterio, que parecen seguir la dirección del empuje de las bóvedas que cubren estos espacios (García, 2007).

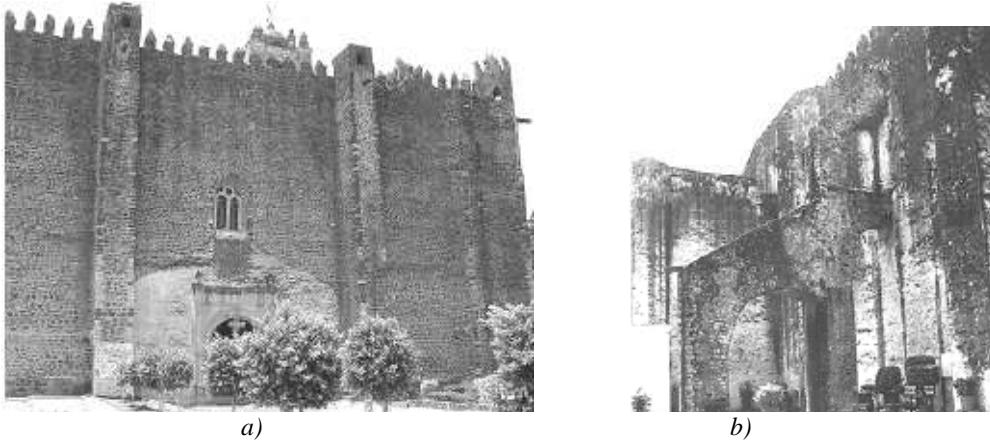


Figura 1.4 a) Contrafuertes adosados a los muros, b) Contrafuertes tipo botarel (García, 2007)

### 1.4.3 Rellenos

La disposición del relleno y la forma que toma el extradós de las bóvedas sirve como referencia para establecer una clasificación alternativa de las cubiertas construidas durante la colonia. Extradós liso: Las bóvedas están cargadas en todo el extradós formando una superficie prácticamente plana, el peso del relleno sumado al de la bóveda conforman un techo de gran peso (Figura 1.5a). Extradós ondulado: Bóvedas cargadas en la zona cercana a los arranques y hasta los riñones de forma que el extradós en la clave tiene poca pendiente. Al parecer este tipo de cubiertas son las primeras que se construyeron en México. Otro tipo de cubierta cuyo extradós consiste en una serie de domos sucesivos (extradós de bóvedas reticuladas) en la que no están cargados los riñones. Está cubierta es más ligera que las dos anteriores (Figura 1.5b).

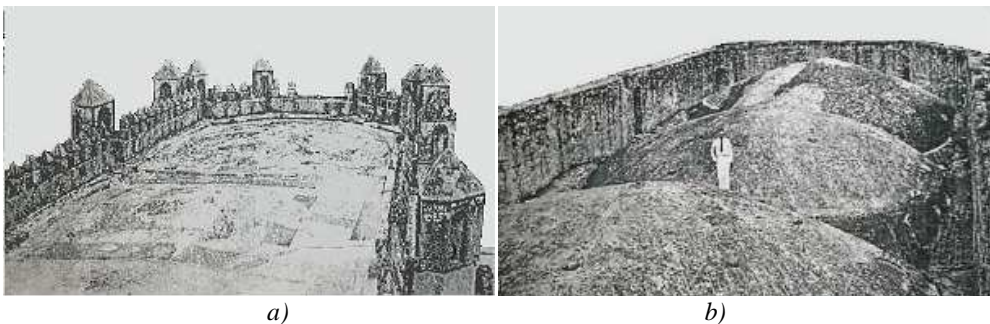


Figura 1.5 Extradós de una bóveda de nervaduras. a) Con relleno, b) Sin relleno (Kubler, 1983)

## 1.5 Reglas históricas para el dimensionamiento de bóvedas y arcos

Las estructuras abovedadas de mampostería tiene dos problemas principales: proyectar arcos y bóvedas que se mantengan en pie y muros que resistan su empuje. Es de hecho este último el problema más crítico ya que la falla de los muros conlleva al colapso de la estructura, de ahí la razón de que en la mayoría de las reglas históricas de proyecto se contempla el diseño de bóvedas, muros y contrafuertes.

Los tratados de construcción y los manuscritos que han llegado hasta nuestros días muestran que los antiguos constructores emplearon reglas empíricas para dimensionar sus edificaciones. Esto hace evidente los conocimientos que tenían sobre cuestiones estructurales y explica el éxito que tuvieron al dimensionar sus construcciones; todo ello hace pensar que en estas reglas y preceptos recogieron la experiencia acumulada. Las primeras reglas de proyecto que se emplearon parecen haberse basado en cuestiones geométricas. La comparación de las medidas de determinadas construcciones de la época romana parece confirmarlo, sin embargo, no existe prueba alguna dentro de los antiguos tratados que haga mención explícita a reglas de este tipo (Huerta, 1990).

Durante el esplendor del periodo gótico se llega a un mayor dominio de la geometría, los procedimientos geométricos, refieren algunos autores, están presentes en muchos de los métodos de dimensionamiento góticos; no obstante que estos se deducen a partir de tratados del gótico tardío e incluso renacentistas y barrocos. Las normas de proyecto fueron, desde la época medieval, orientadas hacia la búsqueda de la forma y espesor de las bóvedas, las dimensiones de los muros y sus contrafuertes adecuados.

Algunos autores como García (2007) y Huerta (1990) atribuyen la escasa información que hoy se tiene sobre cómo los constructores medievales proyectaron sus estructuras, al hecho de que, por la forma en que este conocimiento se generó y transmitió, no era prioritario hacer dibujos y/o trazos que lo evidenciaran de forma pública. En todas las épocas existieron reglas de diseño, algunas de ellas alcanzaron una extraordinaria difusión. La mayoría de ellas se traducen en simples relaciones geométricas o fracciones simples que relacionan las dimensiones entre elementos de la nave. En general se trata de reglas proporcionales que encaminan al dimensionamiento de estructuras semejantes (Huerta, 1990).

Las reglas históricas se pueden clasificar en reglas geométricas y fórmulas racionales. Las primeras consisten en construcciones gráficas, relacionadas con los métodos de trazos góticos. Las segundas, corresponden a fórmulas que proporcionan la dimensión de algún

elemento estructural como una fracción de las dimensiones de otros elementos que conforman la estructura. Estas fórmulas tienen su origen en la tradición romana, que fue retomada por la construcción románica y posteriormente por los métodos renacentistas (García, 2007).

Las reglas de construcción utilizadas en las iglesias novohispanas del siglo XVI fueron muy semejantes a los empleados por Rodrigo Gil de Hontañón cuyas experiencias fueron recogidas en el “*Compendio de Arquitectura y Simetría de los templos*” de Simón García entre 1681 y 1683 (Kubler, 1983). Por ejemplo, para dimensionar los muros que sostienen las bóvedas de las iglesias, Rodrigo Gil dio reglas como las siguientes:

- El espesor del muro debe ser un cuarto del claro de la bóveda
- El espesor del muro debe ser igual a la raíz cuadrada de la suma de la altura del mismo (medido al nivel del arranque de la bóveda más el radio de la bóveda)
- Otra realmente compleja es la que se ilustra en la Figura 1.6

Tomando como referencia las reglas mostradas, utilizadas por Rodrigo Gil de Hontañón, se reafirma la implementación de las formulas racionales y reglas geométricas en las construcciones coloniales del siglo XVI.

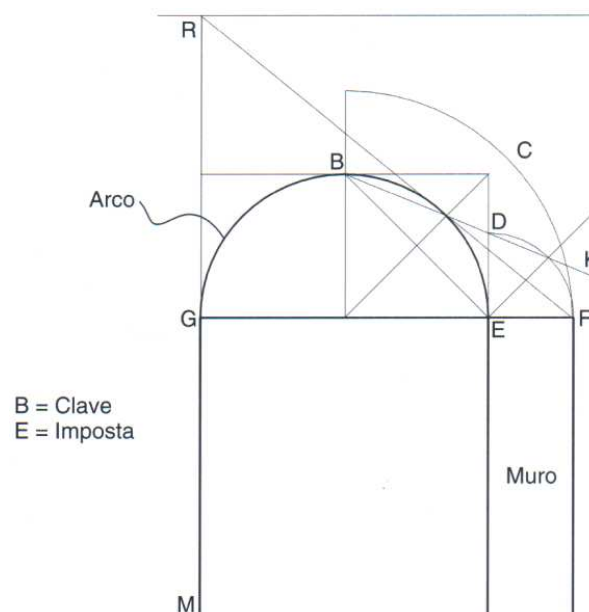


Figura 1.6 Regla de Rodrigo Gil de Hontañón para calcular el espesor de los muros de una bóveda (Meli, 1998)

## CAPÍTULO 2

### COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL DE EDIFICIOS HISTÓRICOS

---

Las grandes edificaciones de mampostería se construyeron en una época anterior al desarrollo de la teoría del análisis de estructuras, que para los arcos de mampostería se encontraba resueltas hasta mediados del siglo XIX (Huerta, 1990).

La evaluación de la seguridad de las estructuras históricas existentes es parte fundamental de todo proyecto de conservación y restauración. El estudio de las edificaciones históricas tiene como objetivos principales: entender cómo se comporta la estructura y comprender el origen y significado de las condiciones actuales (agrietamientos, desplomos, etc.). Parte de los propósitos de este trabajo son el estudio del comportamiento y la estabilidad, por lo que se centra la atención en ello.

#### **2.1 La mampostería como material de construcción en estructuras históricas**

La mampostería fue, desde el inicio de la construcción, el material utilizado en las grandes estructuras construidas hasta mediados del siglo XIX. La eficacia de su utilización quedó manifestada en la gran diversidad de edificios, los cuales se han mantenido en pie hasta nuestros días. Siendo el marco de estudio de este trabajo las estructuras históricas, resulta indispensable una descripción del material que determina su comportamiento.

### 2.1.1 Concepto de mampostería histórica

Desde el punto de vista constructivo la mampostería es un material obtenido por la disposición de bloques, unos junto a otros y sobre otros, ordenadamente y superpuestos de acuerdo con unas determinadas condiciones de adherencia (Martin-Caro, 2001). La mampostería es un material compuesto por piezas (bloques de piedra, ladrillos, adobe, etc. de diferentes formas y tamaños) que se encuentran unidas entre sí mediante un adherente, habitualmente mortero, o en ocasiones colocadas a hueso (sin mortero), con un comportamiento anisótropo, heterogéneo y en determinadas condiciones discontinuo. Por su composición la mampostería engloba distintos materiales los cuales se encuentran en estado y condición variable. Estas condiciones afectan directa o indirectamente su comportamiento.

En el caso de las piezas o bloques, la geometría es diversa, mientras que el mortero está sujeto a variaciones en su espesor y también la forma en que se disponen los bloques (aparejo). Esta variación es la razón de que su comportamiento sea completamente distinto al de los materiales como el acero o el concreto utilizados en la construcción hoy en día. En el estudio de estructuras históricas, otro aspecto a considerar en el comportamiento de la mampostería es el estado actual en el que se encuentra. El hecho de que puedan llevar en pie mucho tiempo implica que ha estado sometida a la acción de agentes de diferente naturaleza, sean: químicos, físicos y biológicos. Por lo tanto no es suficiente conocer el tipo de materiales y propiedades que conforman a la mampostería sino también el estado en el que se encuentran.

La mampostería puede clasificarse, en función del arreglo existente entre sus elementos constituyentes, en dos tipos: mampostería regular y mampostería irregular. El primer tipo está compuesto por elementos ordenados, bien labrados y escuadrados, recibidos con o sin mortero y dispuestos en hiladas regulares (Figura 2.1a). Por su parte, la mampostería irregular es un conglomerado que cuenta con elementos de diferentes tamaños colocados sin labrar. Los elementos están distribuidos en forma irregular dentro de una matriz de mortero (Figura 2.1b). Es común que algunos elementos, como en el caso de muros, tengan una composición regular en el exterior y el interior irregular (Figuras 2.1c y 2.1d). Debido a que el arreglo entre las piezas y el mortero tiene gran influencia en el comportamiento mecánico de las estructuras de mampostería, esta clasificación es de gran importancia pues a partir de ella se elegirá el método de modelación más adecuado (Meli, 1998)

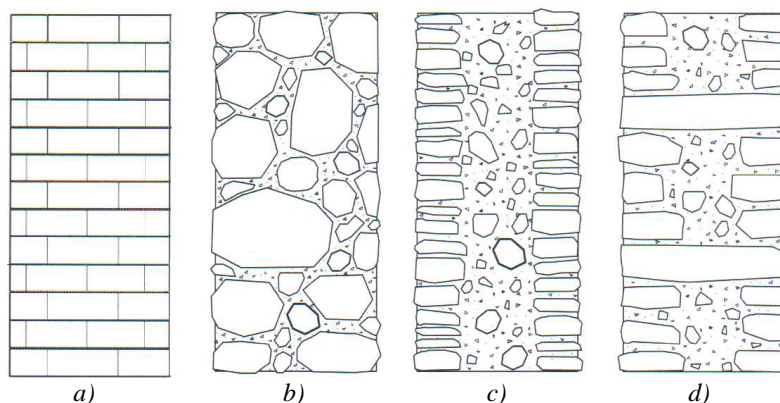


Figura 2.1 Tipos de mampostería de piedra. a) Regular, b) Irregular, c) Con paramento regular, desconectado del interior, d) Con piedras de amarre (Meli, 1998.)

### 2.1.2 Elementos que constituyen a la mampostería

Los materiales que constituyen a la mampostería son esencialmente los bloques de piedra y el mortero que las mantiene unidas. Para algunos autores como Martin-Caro (2001) la mampostería es un material heterogéneo de tres componentes: las piezas, el mortero y la interfaz entre ambos. Esta última, refieren, tiene propiedades particulares y condiciona el comportamiento del conjunto.

En los antiguos proyectos de construcción se emplearon en general todo tipo de piedras que no fueran de fácil disgregación. La elección del tipo de piedra adecuada dependía de varios factores tales como resistencia, durabilidad, facilidad para labrarlas así como la cercanía de las canteras de donde se extraían. La característica más significativa de las piedras es su alta resistencia a compresión y baja resistencia a tensión (se encuentra entre 1/10 y 1/20 de la resistencia a compresión, véase la Tabla 2.1). Es también fundamental el elevado ángulo de fricción entre los bloques de piedra (Tabla 2.2), esta característica proporciona al conjunto cohesión y resistencia ante esfuerzos cortantes. Otra característica esencial de la piedra es su carácter frágil.

Tabla 2.1 Propiedades mecánicas de algunas piedras usadas en la mampostería histórica (García, 2007)

Piedra	Densidad [kg/m <sup>3</sup> ]	Módulo de elasticidad [GPa]	Resistencia a tensión [MPa]	Resistencia a compresión [MPa]
Mármol	2600-2900	50-100	10-20	50-180
Caliza	2000-2600	20-70	25-30	20-200
Chiluca	2000-2600	9.60	2.16	46
Cantera gris	1750-2400	2.64	0.69	6.6



**Tabla 2.2 Ángulo de fricción entre bloques de algunos tipos de piedra (Huerta, 1990)**

<b>Autor</b>	<b>Piedra</b>	<b>Ángulo de fricción</b>
<b>Rondelet</b>	Caliza grano fino	30°
<b>Boistard</b>	Caliza sup. picada	38°
<b>Perronet</b>	Sin especificar	39°
<b>Rennie</b>	granito	33°

El mortero es el elemento que se coloca entre los bloques, sirve para dar continuidad proporcionando un mejor acomodo entre las caras de los bloques y contribuye en la cohesión de la mampostería. “Es un material con gran plasticidad en el momento de su colocación, comienza a endurecer pasadas unas horas y adquiere rigidez y resistencia con el paso del tiempo” (Martín-Caro, 2001). El componente principal de los morteros utilizados en construcciones históricas es en la mayoría de los casos la cal, aunque también se empleó el yeso. Los morteros tradicionales, están hechos con una mezcla de cal apagada, arena y agua. Desde el punto de vista estructural el mortero cumple las siguientes funciones:

- Rellenar las juntas impidiendo el paso del agua.
- Proporcionar una superficie regular entre los bloques y repartir uniformemente las cargas.
- Dar continuidad y transmitir cargas.

La resistencia de los morteros es muy variable, por ello es difícil generalizar en valores típicos. En la Tabla 2.3 se muestran algunos valores particulares para algunos edificios. En general, para precisar los valores, es necesario realizar ensayos a probetas extraídas de la estructura. Los valores de resistencia a tensión se encuentran entre 1/8 y 1/10 de la resistencia a compresión. Martín-Caro (2001) establece que la resistencia del mortero se obtiene de muestras no confinadas, de un tamaño determinado, pero tal resistencia no representa la resistencia del mortero trabajando en el conjunto mampostería. Por lo tanto es un parámetro representativo de la calidad del mortero; en algunos casos llega a ser utilizado en fórmulas empíricas para determinar algunas características de la mampostería.

El mortero es el elemento más débil de la mampostería, el menos rígido y por su carácter deformable responsable de la mayor parte de la deformación instantánea y prácticamente toda la deformación diferida. Martín-Caro (2001) refiere algunos estudios en los que se establece que entre el 60 y el 80% del asentamiento total que sufre un muro de mampostería sucede en el mortero de las juntas horizontales. Las características mecánicas del mortero dependen de factores como la naturaleza de la piedra caliza, a partir de la cual se obtiene la cal, el proceso de apagado, la naturaleza y granulometría de la arena, así como de la

exposición a la intemperie. Este último factor es, en gran medida, el responsable del grado de deterioro que puede presentar el mortero con el paso del tiempo.

**Tabla 2.3 Propiedades de algunos morteros extraídos de monumentos de la región de los Balcanes (Meli, 1998)**

Monumento	Resistencia a compresión [MPa]	Proporción cal:arena
Rotonda de Tesalónica	2.25	1:3
Rotonda de Tesalónica	3.62	2:5
Hagia Sophia	4.41	-
Bey Hamani	1.17	1:2.5
Minarete de la Rotonda	1.17	1:2.5

### 2.1.3 Propiedades y comportamiento mecánico de la mampostería

Los estudios encaminados a determinar la resistencia de la mampostería fueron, desde los primeros ensayos, realizados a probetas constituidas por bloques de piedra de distintos tipos que se llevaron a la falla. Las primeras observaciones permitieron identificar que las juntas representaban planos de debilidad y disminuían la resistencia de la mampostería. Estudios posteriores como los citados por Huerta (1990), se enfocaron a determinar la influencia del espesor y composición de las juntas de mortero. A continuación se presentan algunas afirmaciones sobre la influencia de estos factores en la resistencia de la mampostería.

- El aplastamiento del mortero en las juntas se produce bajo esfuerzos muy superiores a la resistencia del mortero, pero menores a la resistencia de la piedra.
- El esfuerzo que produce el aplastamiento del mortero es inversamente proporcional al espesor de la junta, manteniendo constantes los otros factores.
- Las mamposterías formadas por piedras colocadas sin juntas de mortero (a hueso) tienen resistencias menores a las de la piedra, pero mayores a las de la mampostería con juntas de mortero.

El estudio de la resistencia a tensión de la mampostería, ha quedado en un segundo término y en muchos casos no se ha considerado. Debido a que los valores de esta son relativamente bajos, en la práctica se consideran despreciables. Respecto a la resistencia a cortante de la mampostería, en general para su determinación, se le atribuye un comportamiento cohesivo friccionante de tipo Mohr-Coulomb.

Por la heterogeneidad de la mampostería parece no tener sentido alguno hablar de módulo de elasticidad, pues en cada punto y dirección tendría un valor distinto, si es que fuera factible medirlo. “Es muy difícil medir el módulo de elasticidad de la mampostería a partir de los módulos de sus componente, incluso en el caso de piedras muy regulares con juntas muy delgadas” (Huerta, 1990). No obstante, cuando se realizan ensayos, es posible medir las deformaciones y relacionarlas con las cargas. De esta manera puede obtenerse un módulo de elasticidad para la estructura cargada de una cierta manera. Aunque se trata de una propiedad relacionada con un comportamiento elástico, el valor de este parámetro es imprescindible para su aplicación en cualquier método de análisis.

El peso específico de la mampostería está determinado por la de los elementos y su proporción en volumen. Para una mampostería regular, considerando que el volumen de mortero es pequeño comparado con el de los bloques (2 ó 3 % del total), en este caso el peso específico de la mampostería es próximo al de las piedras. “En una mampostería irregular el mortero llega a constituir el 60% del volumen total” (Meli, 1998).

Las características mecánicas de algunas mamposterías se presentan en la Tabla 2.4. Las estructuras de mampostería en general, están sometidas a esfuerzos predominantemente de compresión. Por ello se debe prestar atención al mecanismo de rotura bajo este tipo de carga y a la resistencia a compresión uniaxial. El comportamiento uniaxial de la mampostería ha sido el más estudiado por lo que se dispone de gran cantidad de información obtenida de pruebas experimentales. La falla de la mampostería bajo compresión uniaxial sucede bajo dos mecanismos principales; el primero está relacionado con las deformaciones transversales y longitudinales las cuales producen el agrietamiento vertical de las piezas, el segundo está en función de los esfuerzos de compresión axial y provocan el aplastamiento. En mampostería irregular la falla ocurre por la separación de las piezas; se generan abultamientos por la separación en franjas verticales que posteriormente colapsan por pandeo (Figura 2.2). El comportamiento de este tipo de mampostería está delimitado, en forma significativa, por arreglo de los componentes en conjunción con la calidad del mortero (Meli, 1998).

El comportamiento bajo esfuerzos de tensión uniaxial se determina en experimentos con muretes de mampostería sometidos a esfuerzos de tensión. Se ha observado que la falla ocurre por la pérdida de cohesión entre las interfaces de los bloques sólidos y el mortero o por el agrietamiento de las piezas. Los dos tipo de falla se esquematizan en la Figura 2.3, en el primer caso (Figura 2.3a) se desarrolla una fractura de las juntas verticales y horizontales. En la Figura 2.3b se observa un segundo caso, la falla sucede por la pérdida súbita de rigidez de las piezas (García, 2007).

**Tabla 2.4 Propiedades mecánicas de algunos tipos de mampostería de edificios históricos (Meli, 1998)**

Material	Peso Volumétrico [kg/m <sup>3</sup> ]	Resistencia a compresión [Mpa]	Resistencia a cortante [MPa]	Módulo de elasticidad [GPa]
Boques de tepetate con mortero de cal	1800	0.49 – 0.98	0.049	0.490
Mampostería de piedra irregular con mortero de cal	2000	0.98 -1.47	0.049	0.490
Mampostería de piedra de buena calidad	2000	2.94	0.196	1.961

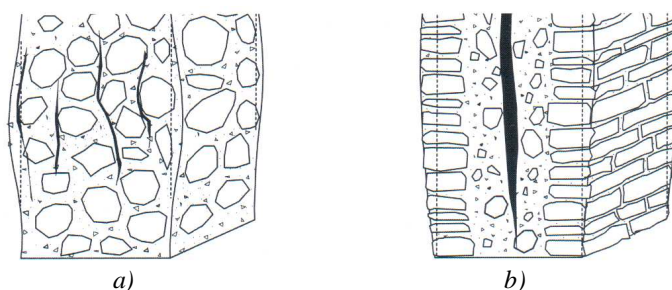


Figura 2.2 Modos de falla típicos de la mampostería de piedra irregular según el arreglo de los materiales que la componen. a) Falla por abultamiento, b) Falla por separación de las piezas en un plano débil (Meli, 1998)

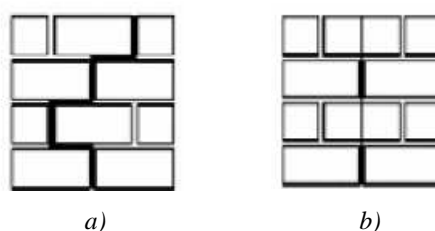


Figura 2.3 Ensayos sobre muretes de mampostería regular sometidos a esfuerzos tensión uniaxial. a) Falla por debilidad de las juntas, b) Falla por debilidad de las piezas (García, 2007)

## 2.2 Comportamiento estructural de arcos, bóvedas de cañón y muros de mampostería

La teoría de las estructuras de mampostería de forma sistemática tiene sus orígenes en la segunda mitad del siglo XIX con la teoría de la línea de presiones, que complementó la teoría de Hooke. Cuando trataba de conocer la forma en que trabajan los arcos, Hooke planteó la analogía de la catenaria invertida. La catenaria de la Figura 2.4 trabaja a tensión,

si se invierte, las tensiones se convierten en compresiones y es la forma más eficiente para un arco. Al invertir la catenaria, las condiciones de equilibrio no varían, únicamente lo que era tensión, pasa a ser compresión y la fuerza que en el cable trata de unir los apoyos, en el arco catenario los empuja tratando de separarlos. En los arcos de la Figura 2.5 se puede dibujar una catenaria invertida y demuestra la posible transmisión de esfuerzos de compresión (Huerta, 1990).

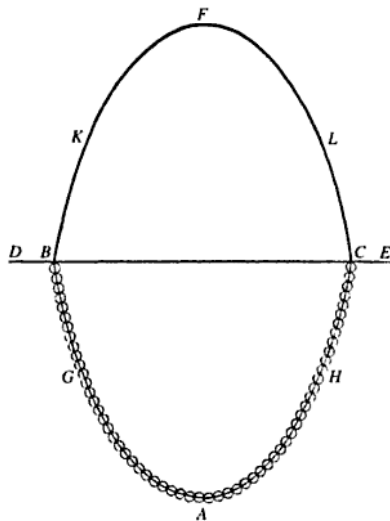


Figura 2.4 Analogía de la catenaria de Hooke (Heyman, 1995)

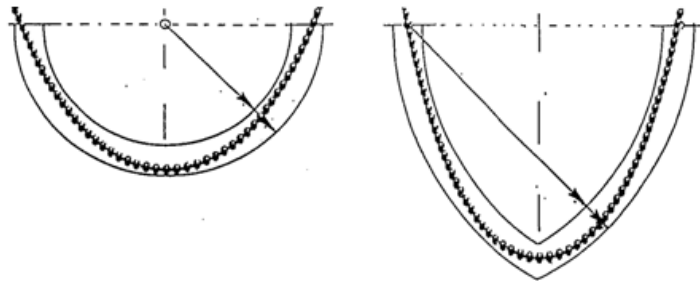


Figura 2.5 Arcos de mampostería en equilibrio con una catenaria en su interior (Huerta, 1990)

La teoría de Hooke permitía intuir la trayectoria de las resultantes de las cargas pero carecía de precisión, no era posible conocer con exactitud las condiciones de equilibrio dentro de la estructura. Surgió entonces la teoría de la línea de presiones y permitió el desarrollo de una teoría para las estructuras de mampostería.

### 2.2.1 Línea de presiones

Para un arco de mampostería, considérese un sistema de planos que divide hipotéticamente la mampostería en bloques. La línea de presiones es el lugar geométrico de los puntos de paso de la fuerza resultante por cada uno de los planos (Figura 2.6). Su forma depende básicamente, del sistema de cargas, de la geometría del arco y del sistema de planos hipotéticos de corte considerado. La demostración de estas afirmaciones y el desarrollo matemático se puede consultar en Huerta (1990).

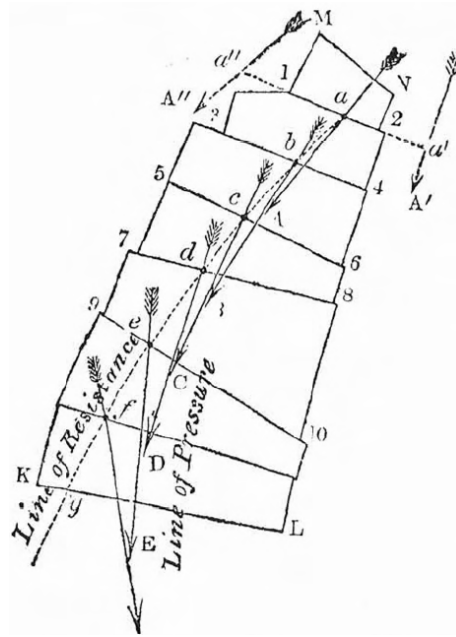


Figura 2.6 Línea de presiones (Huerta, 1990)

Mientras que para arcos y bóvedas, la forma de la línea de presiones varía poco en función del sistema de planos de corte, en el caso de los muros las variaciones pueden ser muy notables. A partir del muro de la Figura 2.7, suponiendo el muro monolítico, la estabilidad se consigue cuando la línea de presiones está contenida dentro de la mampostería. Al componer el empuje  $H$  con peso total del muro  $P$ , se obtiene la resultante  $R$  que es la reacción en la base. El punto de aplicación está a una distancia  $c$  del extremo y, por tanto, el muro monolítico no volcará.

No obstante, se debe estudiar la trayectoria de la línea de presiones dentro del muro para conocer las condiciones de equilibrio. En Figura 2.7a se muestra la trayectoria de la línea de presiones para un sistema de planos de corte horizontal. En este caso es una recta vertical, excepto en el plano de la junta superior en el que la inclinación puede superar el ángulo de fricción entre los bloques cuyo valor se encuentra entre  $30$  y  $35^\circ$  (Véase Tabla 2.2). En estas condiciones el muro fallaría por deslizamiento del primer bloque. En la Figura 2.7b se considera un sistema de planos de corte verticales, la trayectoria de la línea de presiones toma una forma similar a una catenaria. En la primera junta, la inclinación de la línea está dentro de valores admisibles del ángulo de fricción y no habría deslizamiento de los bloques. Para planos de corte inclinados (Figura 2.7c), la línea de presiones forma ya ángulos seguros en relación con la condición de deslizamiento. Esta solución se empleó con frecuencia en los estribos de los puentes de arcos muy rebajados, como el puente de la Figura 2.8.

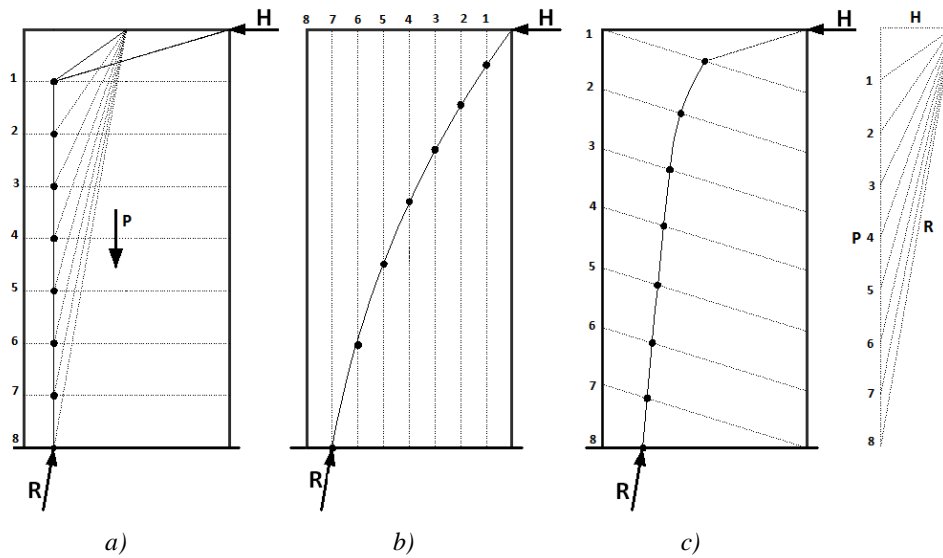


Figura 2.7 Estudio de las líneas de presión en un muro rectangular para diferentes familias de planos de corte, en los tres casos los bloques tienen el mismo peso (Huerta, 1990)

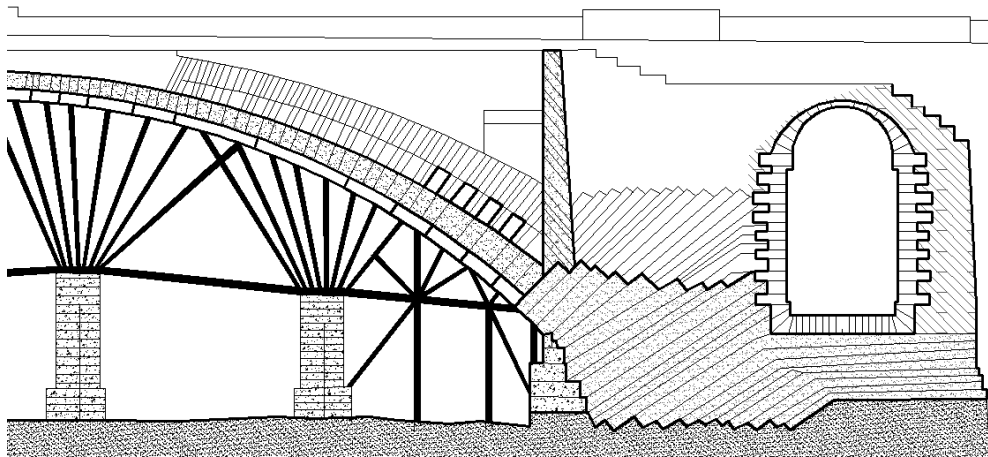


Figura 2.8 Puente construido con juntas inclinadas para evitar la falla de los estribos por deslizamiento de los bloques (Huerta, 1990)

## 2.2.2 Comportamiento estructural de arcos y bóvedas de cañón

Considérese un arco de mampostería, o bien la sección de una bóveda de cañón, sobre una cimbra, Figura 2.9a. Tras el descimbrado el arco comienza a ejercer su empuje sobre sus apoyos. Si estos no tienen suficiente rigidez permitirán un desplazamiento, el claro aumentará y el arco debe acomodarse a este incremento del claro, entonces se producen agrietamientos en la clave y en los apoyos, Figura 2.9b. El arco se convierte en triarticulado y puede trazarse sólo una línea de presiones.

A cada movimiento de los apoyos le corresponde un determinado agrietamiento, las grietas se abren y cierran como respuesta del arco a las condiciones del entorno. En este sentido, las grietas no son peligrosas y la estructura es estable. La capacidad de la estructura de adaptarse a las condiciones del entorno se debe a la posibilidad de agrietamiento del material, en otros términos, a la plasticidad de la mampostería. Cuando la configuración de las grietas varía, la trayectoria de la línea de presiones se mueve de una posición a otra y la distribución de esfuerzos internos también varía. Este tipo de perturbaciones se deben al cambio en las condiciones generales de la estructura, que no siempre son evitables o predecibles.

No se presenta un único estado de esfuerzos en la estructura (una línea de presiones única). Sin embargo para que el arco se mantenga estable, cualquiera que sea la línea de presiones deberá estar contenida en el interior del arco (Huerta, 2005).

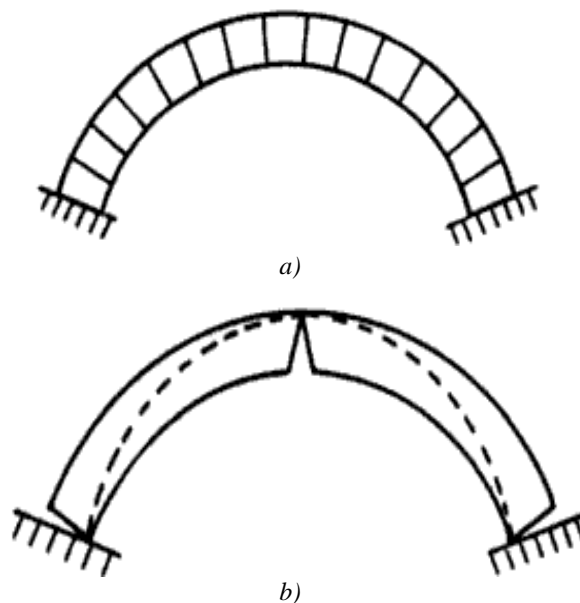


Figura 2.9 Estado estable de un arco de dovelas agrietado. a) Antes del descimbrado, b) Tras el descimbrado (Heyman, 1995)

Con un incremento en el sistema de cargas, la línea de presiones toca el borde del arco y se produce una articulación, con tres articulaciones un arco se encuentra estáticamente determinado y todavía es una estructura estable. Una articulación más, convertiría al arco en un mecanismo. Por lo tanto un aumento de la carga que llevara a la formación de cuatro articulaciones provocaría el colapso. Esto puede ocurrir en un arco estable si se suma una carga que deforme lo suficiente la línea de presiones, la Figura 2.10 explica esta condición.



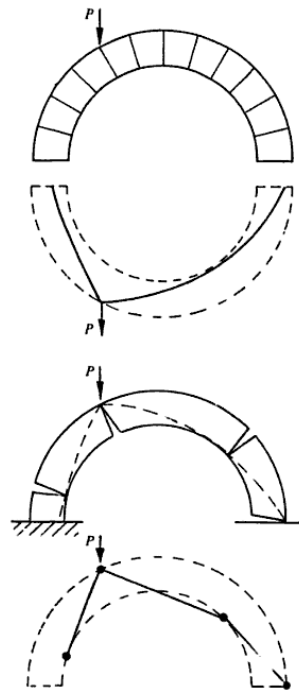


Figura 2.10 Colapso de un arco semicircular bajo una carga puntual (Heyman, 1995)

### 2.2.3 Mecanismos de colapso en arcos

Un arco sometido a las acciones de su peso propio ejerce un empuje sobre sus apoyos que no son totalmente rígidos y sufren desplazamientos, esto genera agrietamientos en la mampostería (Figura 2.11). Los desplazamientos de los apoyos pueden aumentar el claro provocando una configuración de grietas como los de la Figura 2.11a. Cuando el desplazamiento provoca una disminución del claro aparecen agrietamientos como los de la Figura 2.11b. Excepcionalmente cuando los apoyos no soportan el empuje del peso propio las grietas se convierten súbitamente en articulaciones provocando el colapso.

Ante el aumento de carga vertical uniforme sobre un arco, o bien una bóveda de cañón estable ante su peso propio, se desarrolla primero una articulación en la clave y dos en los apoyos (Figura 2.12b). Al continuar el incremento de la carga se forman dos articulaciones más en los riñones (Figura 2.12c). Las articulaciones se sitúan en el extradós para la clave y los arranques, mientras que en la zona de los riñones se localizan en el intradós. El mecanismo representado en la Figura 2.13c puede interpretarse como un arco triarticulado en la parte superior que empuja contra las secciones cercanas a los arranques que no presentan oposición suficiente a dichos empujes. Cuando el arco se somete a una carga asimétrica, se desarrollan cuatro articulaciones y el colapso ocurre mediante el mecanismo que se muestra en la Figura 2.12d.

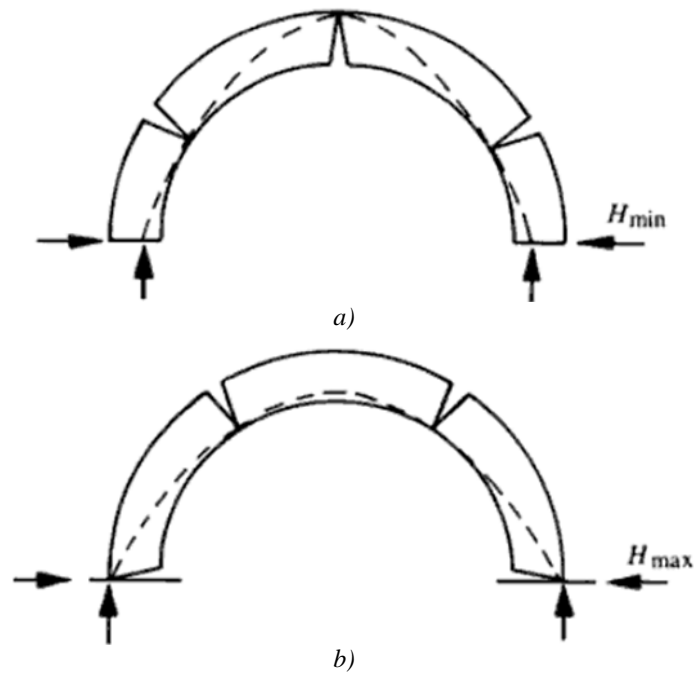


Figura 2.11 Agrietamiento de arcos simétricos de mampostería (el tamaño de las grietas se ha exagerado).  
a) Apertura de los apoyos, b) Cierre de apoyos (Heyman, 1995)

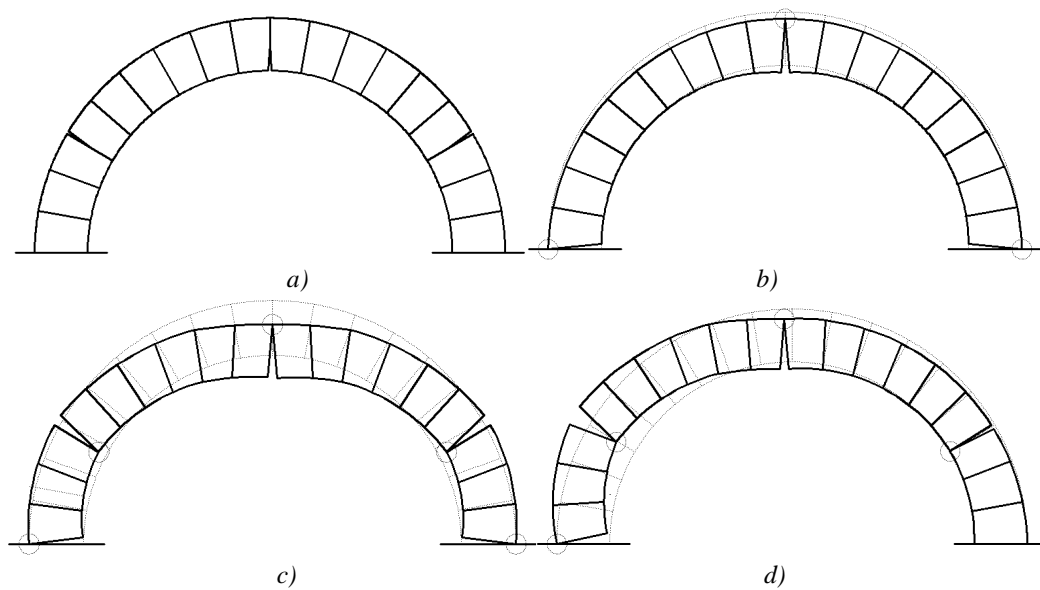


Figura 2.12 Desarrollo del mecanismo de colapso en un arco o bóveda de cañón. a) Arco estable bajo su peso propio, b) Arco triarticulado, c) Mecanismo de colapso simétrico, d) Mecanismo de colapso asimétrico (Meli, 1998)

Para algunos tipos de arcos, como en el caso de arcos dintelados y los arbotantes como los de la Figura 2.13, no es posible que desarrollen una configuración de articulaciones que

conduzcan a un mecanismo de colapso. Este tipo de arcos sólo pueden fallar por un desplazamiento excesivo de los apoyos (Heyman, 1995).

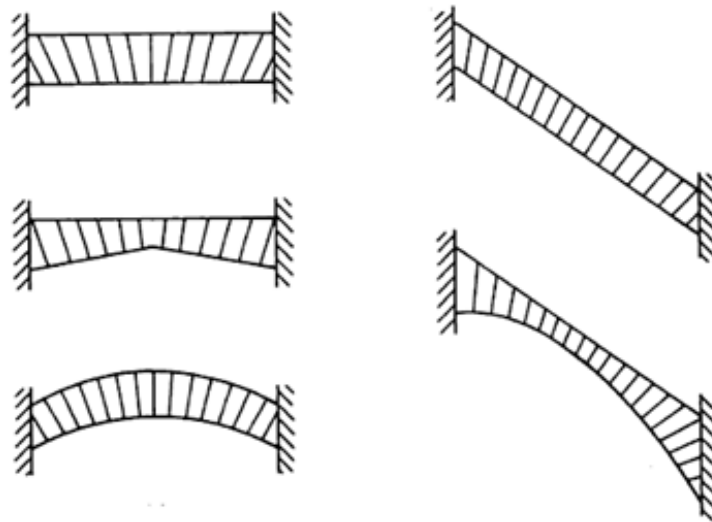


Figura 2.13 Arcos adintelados y arbotantes que solo pueden fallar por desplazamiento de los apoyos (Heyman, 1995)

#### 2.2.4 Comportamiento estructural de muros

El comportamiento estructural de los muros está determinado por el tipo de acción a la que están sometidos, dichas acciones a su vez dependen de la ubicación y función estructural del muro. Por su ubicación, se puede distinguir entre muros interiores y exteriores. De acuerdo con Meli (1998), estructuralmente los muros cumplen las siguientes funciones:

- Soportar carga axial debida al peso de la bóveda y al peso propio del muro (Figura 2.14a)
- Recibir los empujes normales a su plano los cuales provocan flexión en la dirección más débil (Figura 2.14b)
- Cuando el muro esta lineado para funcionar como contrafuerte, resistir empujes laterales en el plano debido a las fuerzas transmitidas por la bóveda (Figura 2.14c).

La primera función la cumplen muros interiores mientras que las otras dos son cumplidas por muros exteriores. Algunas acciones adicionales como las fuerzas sísmicas y hundimientos diferenciales producen adicionalmente flexión en los muros.

La condición más desfavorable es la que se tiene al recibir los empujes que provocan flexión en la dirección más débil del muro, representa la principal forma de falla de las naves de los templos. Dicha falla se traduce en un desplomo del muro y eventualmente en su colapso. En general el colapso se debe a que se supera la resistencia de la mampostería del muro, en algunos casos el colapso está favorecido por consolidaciones del terreno que afectan las cimentaciones. Dado que las características del terreno no serán consideradas en la modelación, en este trabajo interesa conocer el colapso por sobrepasar la resistencia de la mampostería. La falla de los muros puede suceder por inestabilidad o por aplastamiento de la mampostería (volteo ante esfuerzos de tensión excesivos y/o por disgregación respectivamente). Puesto que el centro de atención de este trabajo es la resistencia a tensión, interesa analizar la falla por inestabilidad.

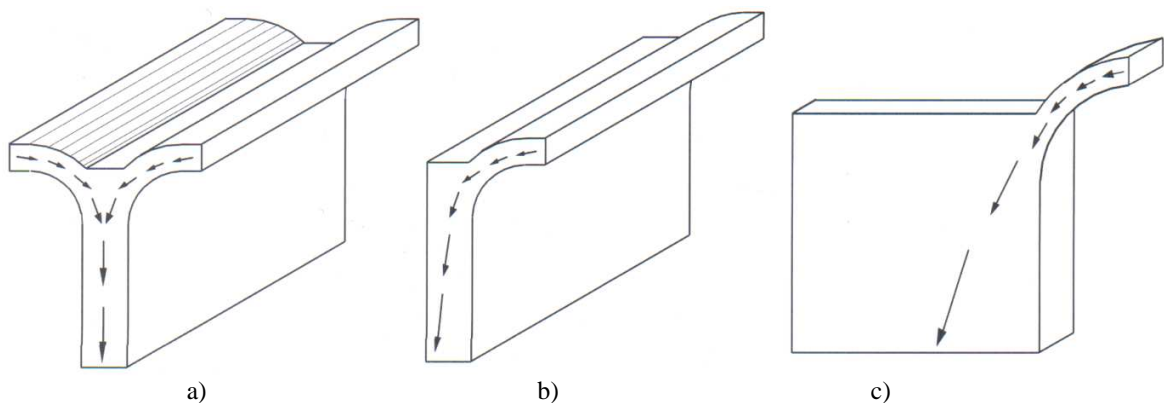


Figura 2.14 Fuerzas actuantes en los muros. a) Carga axial, b) Empuje de la bóveda c) Empuje de la bóveda que se transmiten en el plano del contrafuerte (Meli, 1998)

### 2.2.5 Agrietamiento de muros

Por sencillez, conviene estudiar el comportamiento de un muro aislado que recibe un empuje en su parte superior como en la Figura 2.15. Este es el caso de un arco sobre apoyos aislados o de su equivalente, una bóveda de cañón que apoya sobre muros continuos.

Ante el colapso por volteo, el muro puede comportarse como un elemento monolítico, cuando es muy esbelto, y en un contexto general su comportamiento está determinado por el agrietamiento de la mampostería. En un muro sometido a la acción de un empuje, aparece una grieta que se prolonga en función del incremento de carga. En el momento anterior al volteo, la estructura se encuentra bajo condiciones de equilibrio inestable y una parte del muro permanecerá apoyada en la base, esto permite la aparición y progresión de una superficie de fractura inclinada. En la Figura 2.15 se presentan las condiciones de equilibrio para el colapso de un muro monolítico y colapso por fractura de la mampostería.

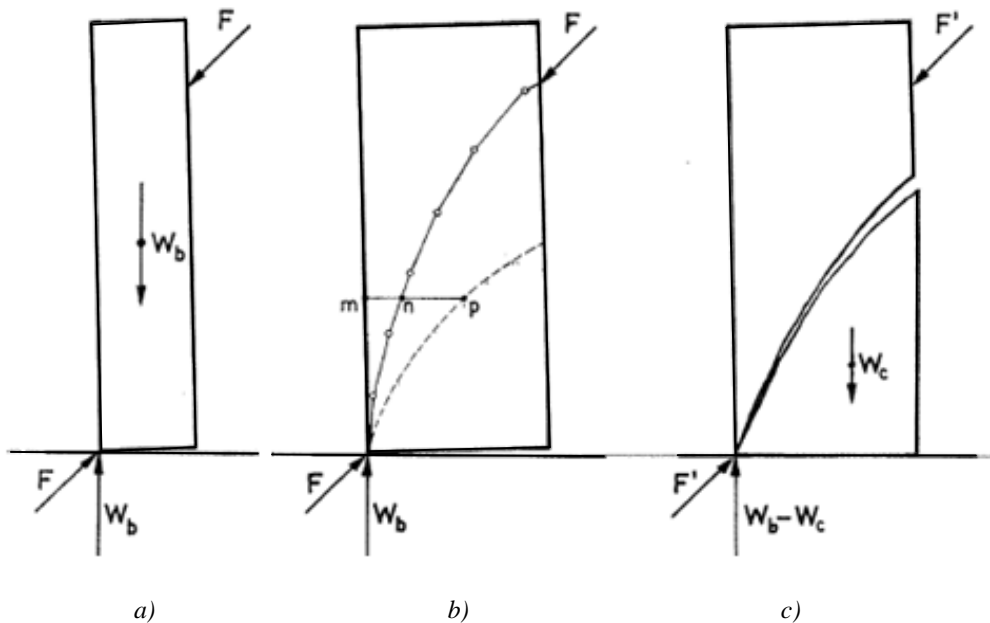


Figura 2.15 Colapso de un muro de mampostería. a) Volteo de un elemento monolítico, b) Línea de presiones, c) Superficie de fractura en la mampostería (Ochsendorf et al.2003)

El estudio de la superficie de agrietamiento puede hacerse considerando una fractura en una zona regular del muro y eventualmente su aparición en zonas irregulares (en el caso de muros escalonados). En la Figura 2.16a, se muestra una parte de un muro rectangular, uniforme tanto en planta como en perfil, sometido a una carga inclinada de componentes horizontal  $H$  y vertical  $V$ . Ante el incremento de carga, la línea de presiones se va aproximando al borde exterior y a una altura determinada pasa por el límite del tercio medio. A esa altura se inicia la superficie de fractura. Por debajo de este punto parte de la mampostería se separa del muro y las condiciones de equilibrio cambian. La forma de la línea de presiones también cambia y en el punto A de la Figura 2.16a aparece una discontinuidad en su curvatura, esto explica la relación entre la línea de presiones y la fractura en la zona agrietada.

La fractura es una superficie plana cuando el muro es rectangular. El ángulo de inclinación  $\theta$  de la fractura, varía a medida que va incrementando la carga, es casi vertical en el estado inicial de agrietamiento y llega al ángulo mínimo en el colapso. En estas condiciones la cuña que forma la parte de la mampostería que se separa del muro ya no contribuye en la estabilidad (Figura 2.16b). En un muro real la superficie de fractura no será completamente plana y se verá influenciada por el aparejo de la mampostería (Figura 2.17). En estas condiciones la distribución de esfuerzos, que se puede determinar, puede no ser lineal. La fractura plana es la hipótesis más sencilla y permite comprender el comportamiento de muros.

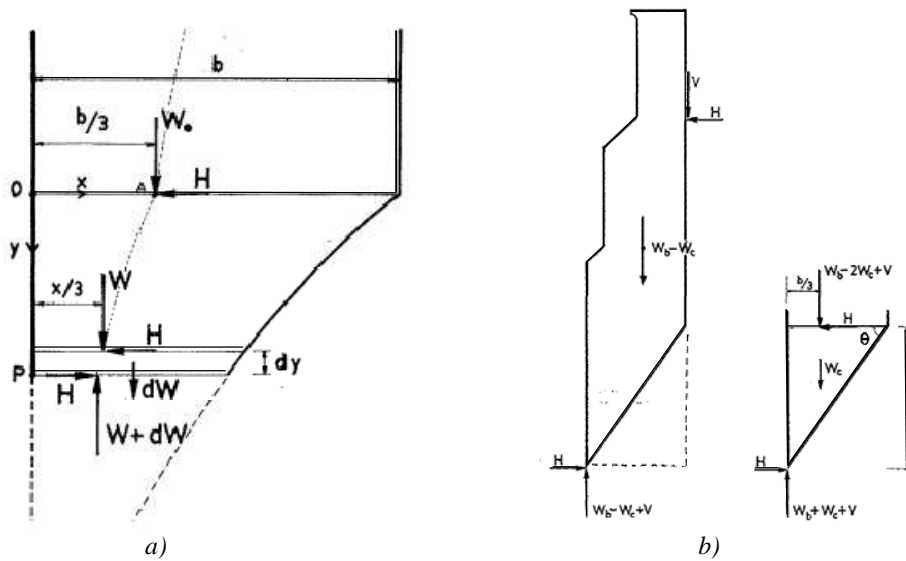


Figura 2.16 Condiciones de equilibrio de un muro. a) Agrietado en una sección rectangular, b) En el colapso (Ochsendorf et al.2003)

En los muros góticos como el de la Figura 2.18, que tiene sección variable, puede suceder que la fractura se desarrolle en la zona escalonada del muro. Esto provoca un cambio de dirección en la superficie de fractura por lo que ahora no se trata de una superficie plana. La demostración de las ecuaciones que definen ambas superficies de fractura se pueden consultar en Ochsendorf et al. (2004).

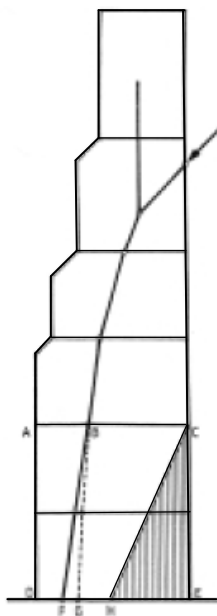


Figura 2.17 Esquema de una fractura real en un muro de mampostería (Huerta, 1990)

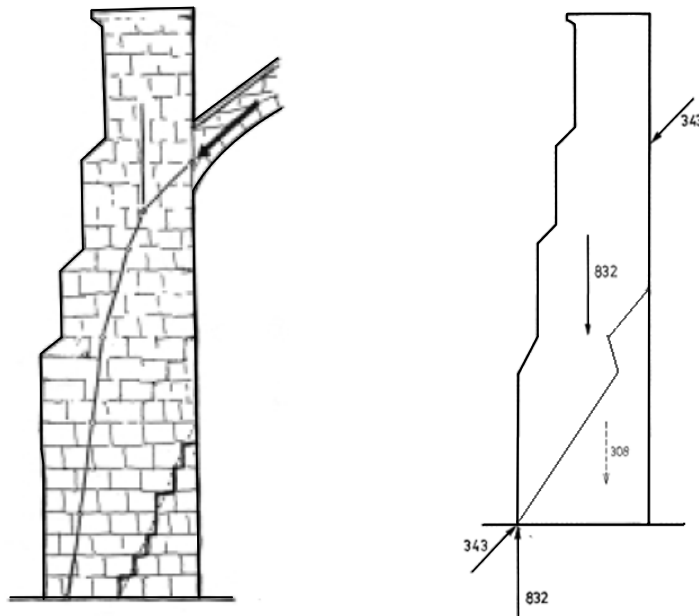


Figura 2.18 Superficie de fractura en la zona escalonada del muro (Ochsendorf et al.2003)

## 2.2.6 Mecanismos de colapso del sistema bóveda-muro

La estabilidad de las estructuras de mampostería depende, en gran medida, de la estabilidad de los muros que soportan el empuje de los arcos y bóvedas. La condición general del mecanismo de colapso del conjunto bóveda-muro es la que se tiene cuando, bajo el empuje de la bóveda, los muros sufren desplomos por su insuficiente rigidez. Este desplomo que para los muros representa inclinaciones de apenas un par de grados, para la bóveda puede representar, en función de las dimensiones de la estructura, un aumento considerable del claro (Figura 2.19). Lo anterior puede provocar la falla por dislocación de los bloques y un consecuente hundimiento de la bóveda. En estas condiciones el colapso se produce por la formación de tres articulaciones en la bóveda (en la clave y los riñones) y 2 articulaciones más en la base de los muros como se observa en la Figura 2.20.

En la Figura 2.21, la bóveda de cañón sufrió una gran deformación al producirse un incremento del claro inicial. Como se ha mencionado el agrietamiento de la bóveda no es peligroso, en otras condiciones no lo llevarían al colapso. Sin embargo las deformaciones en los apoyos por el desplomo de los muros, en este caso pueden ocasionar el colapso completo de la estructura. Los movimientos se detienen mediante la adición de contrafuertes, para evitar el hundimiento de la bóveda. La estabilidad del sistema estará determinada por la posición de la línea de presiones en el muro (Figura 2.22).

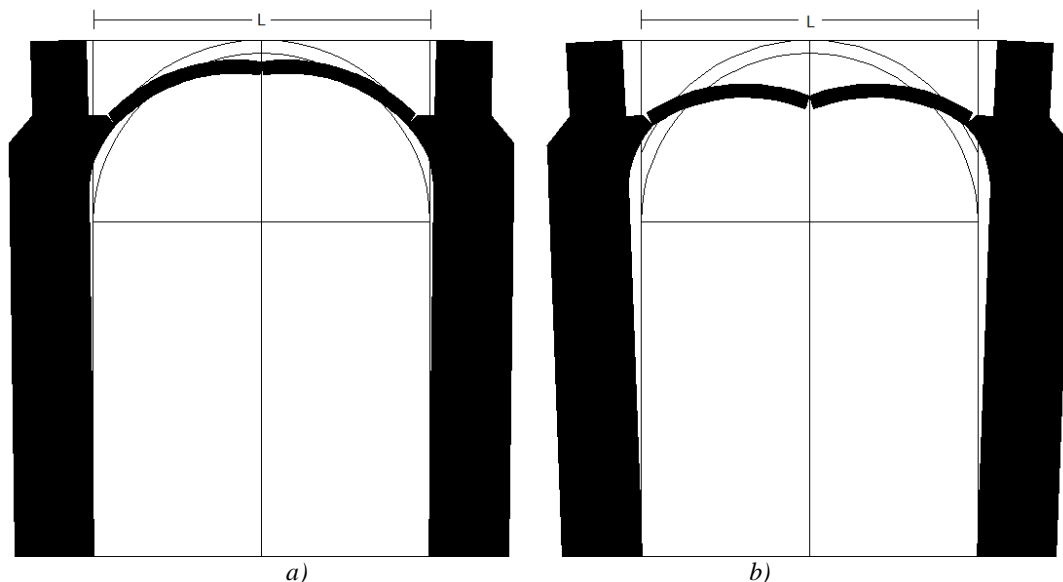


Figura 2.19 Efecto del desplome de los muros de una sección de nave techada con bóveda de cañón. a) Una inclinación de  $1^\circ$  conduce a un aumento en el claro de  $L/30$  a la altura de los arranques de la bóveda, b) Con una inclinación de  $3.5^\circ$  el claro aumenta en proporción  $L/10$ . Si los muros se siguen desplazando la bóveda colapsa por dislocación (Huerta, 1997)

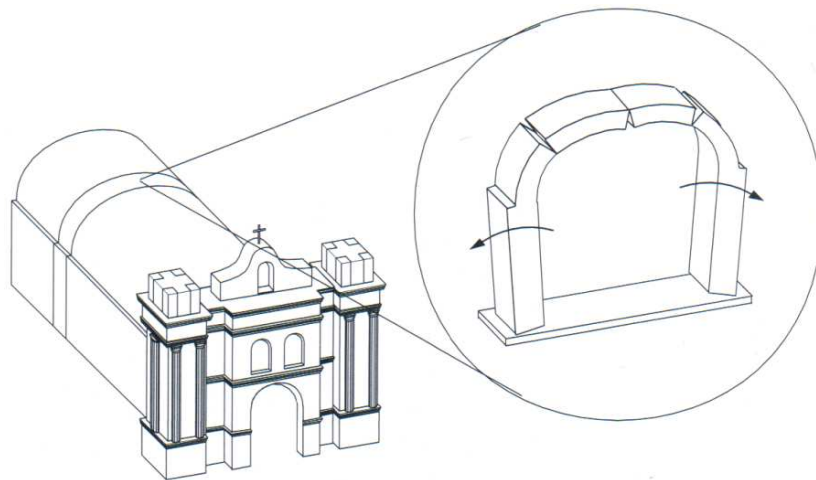


Figura 2.20 Mecanismo de falla de una bóveda por abertura de sus apoyos (Meli, 1998)

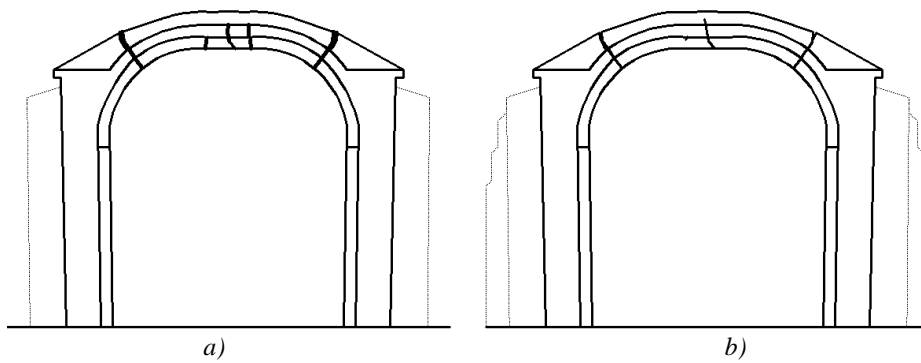


Figura 2.21 Nave con bóveda de cañón. a) El desplomo de los muros ha producido un agrietamiento de la bóveda que se ha adaptado al movimiento (contrafuertes insuficientes), b) Se aumentó la dimensión de los contrafuertes (Huerta, 2005)

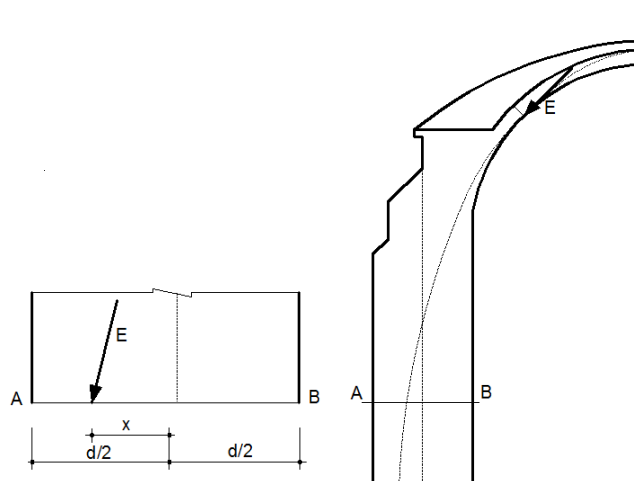


Figura 2.22 La seguridad en cualquier sección del sistema muro-contrafuerte depende de la excentricidad del empuje respecto al centro de la sección (Huerta, 2005).



### 2.2.7 Contrafuertes

En general, el soporte de bóvedas está a cargo de un sistema muro-contrafuerte que consiste en un muro continuo reforzado a intervalos mediante contrafuertes. Dicho sistema puede recibir un empuje uniforme por unidad de longitud (bóveda de cañón corrido) o el empuje puede estar concentrado en determinadas zonas (bóvedas de arista, bóvedas de cañón con lunetos). En ambos casos la mayor parte del empuje total es resistido en la zona cercana a los contrafuertes, más rígida. Las cargas se transmiten a través de él mediante la formación de arcos de descarga en su interior como en la Figura 2.14c.

Son diversos los factores que determinan este comportamiento. Por un lado, de acuerdo al proceso constructivo en el cuál, según las distintas épocas en que se construyeron y/o fueron adicionando elementos de contrarresto, se utilizaron materiales con distintas características. Por otro lado, aún cuando se hayan construidos en una misma época son distintas las características de los materiales que constituyen al sistema muro-contrafuerte, éste último es el caso más adecuado de análisis.

El enfoque más usual al estudiar el comportamiento de los contrafuertes ha sido considerar un tramo representativo donde el contrafuerte trabaja en conjunto con el muro. Un contrafuerte que, con su correspondiente tramo de muro, trabaja como un sólido monolítico soporta el empuje total actuante en la zona de influencia. En estas condiciones, el sistema muro-contrafuerte tiende a girar alrededor de la arista exterior de los contrafuertes, Figura 2.23a. Se considera que los contrafuertes y el muro están firmemente unidos y que toda la construcción es homogénea. Sin embargo, en general, mientras que en la zona de los contrafuertes la mampostería es de buena calidad (muchas veces de grandes bloques de sillería que se prolonga en el espesor del muro), los muros son de material con menor calidad. Si la unión entre muro y contrafuerte es débil, la situación se ha representado en la Figura 2.23b.

Si en la zona del contrafuerte hay un buen enlace con el muro, se considera que el contrafuerte y una parte del muro forman un mismo elemento, Figura 2.23c. Finalmente, si los contrafuertes se han añadido a un muro construido previamente estaríamos en la situación descrita en la Figura 2.23d. En las situaciones planteadas en la Figura 2.23, cada una de las partes que componen el sistema muro-contrafuerte tiende a girar respecto a su correspondiente arista exterior. El momento de estabilidad del sistema compuesto, será la suma de los momentos de estabilidad de las secciones en que se supone dividido. En la práctica, el considerar alguna de las condiciones planteadas en la Figura 2.23, está en función de las características de los materiales que se tienen en una estructura en particular.

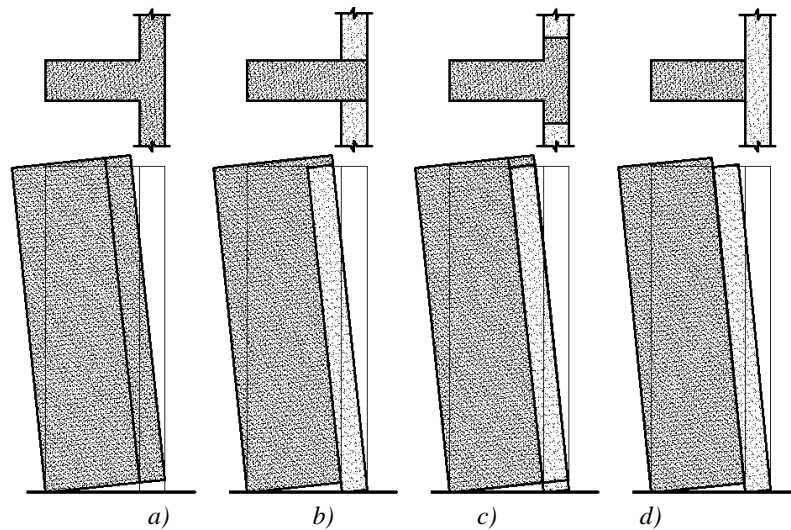


Figura 2.23 Tramo representativo para el análisis del sistema muro-contrafuerte. a) Monolítico, b) Muro y contrafuerte independientes, c) Contrafuerte con un tramo de muro trabajando como un solo elemento, d) Contrafuerte añadido a un muro continuo (Huerta 1990)

A diferencia de los muros, el agrietamiento de los contrafuertes es un tema complejo. La formación de superficies de fractura en el conjunto depende mucho de la constitución interna, que es extraordinariamente irregular en la construcción tradicional de mampostería. Si se conocieran las superficies de fractura, se podrían aplicar a las distintas partes el mismo enfoque que para los muros, calculando las correspondientes superficies de fractura. Sin embargo en este caso son muy difíciles de determinar. Las variaciones son muy grandes y el analista cuenta como mejor referencia con las reglas del cálculo tradicional y el estudio de edificios existentes (Huerta, 1990).

### 2.2.8 Relleno

El material de relleno colocado en los techos de los templos ejerce sus acciones sobre la estructura proporcionándole estabilidad. De acuerdo con Huerta (1990) las principales hipótesis adoptadas sobre la forma de acción del relleno son:

-Acción vertical, se supone que la acción del relleno se ejerce verticalmente sobre el extradós situado por debajo. Esto parece evidente en las zonas de poca inclinación, pero superado el ángulo de fricción entre el relleno y la mampostería no parece una hipótesis adecuada.

- Acción hidrostática: Se asimila el relleno a un líquido que tiene la forma de la mampostería que está sobre el extradós. La acción del relleno se traduce en una presión que es, en cada punto, normal a la superficie del intradós y cuya magnitud es igual a la que se

produciría en la base de una columna de material de altura igual a la distancia vertical entre dicho punto y el plano superior que delimita el relleno.

– Acción geostática: En este caso se tiene en cuenta el empuje del terreno y la variación de éste con la profundidad y la inclinación de la curva del trasdós.

La hipótesis más conservadora es la que considera la acción vertical, pues en general, el despreciar las componentes horizontales de la presión del relleno o hidrostática, suele ir a favor de seguridad. Es evidente que un relleno de tierra puede producir ciertos empujes activos lo cual representa un argumento suficiente para considerar su acción geostática. En el caso de arcos y bóvedas, las acciones del relleno son fundamentales pues proporcionan estabilidad ante la formación de articulaciones y el consecuente mecanismo de colapso. En la figura 2.24 se muestra la forma en que se dispone el relleno para estabilizar un arco, consiste básicamente en colocar relleno en los riñones.

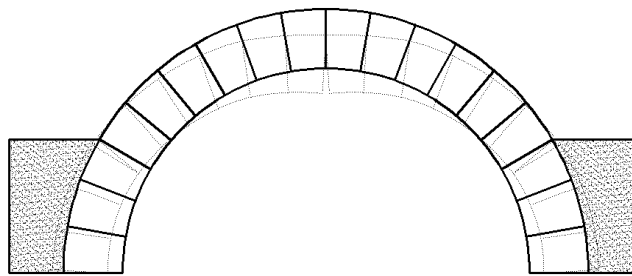


Figura 2.24 Disposición del relleno para estabilizar un arco de medio punto.

### 2.2.9 Pretil y pináculos

El pretil es un elemento vertical que se apoya sobre los muros, su constitución es de mampostería generalmente regular y su función principal es la de contener y confinar lateralmente el relleno. Trabajan de forma similar a un muro de contención y su rigidez posibilita al relleno para que desarrolle su tarea de estabilizar de la bóveda. La altura del pretil está determinada rigurosamente por la altura del relleno, sin embargo es común que se haya construido con alturas mayores incluso que el nivel de la clave de tal forma que funcionan como parapetos, véase Figura 1.5. El comportamiento del pretil y su eventual falla se esquematiza en la Figura 2.25 (Martin-Caro, 2001).

El desplome y posterior volteo de muros es la principal forma de colapso por inestabilidad de un sistema bóveda-muros de mampostería. Sin embargo, teóricamente es posible que eventualmente se presente una falla por deslizamiento, principalmente en arbotantes

góticos, en los que el deslizamiento se puede dar a la altura de la aplicación de la carga. Para evitarlo, las cargas verticales por encima del punto de aplicación (peso de la mampostería mas componente vertical del empuje) deben proporcionar una fuerza de fricción mayor que la componente horizontal del empuje. Otra condición que provocaría la falla por deslizamiento es una carga horizontal aplicada cerca de la base de un muro, aunque en la práctica esto resulta improbable.

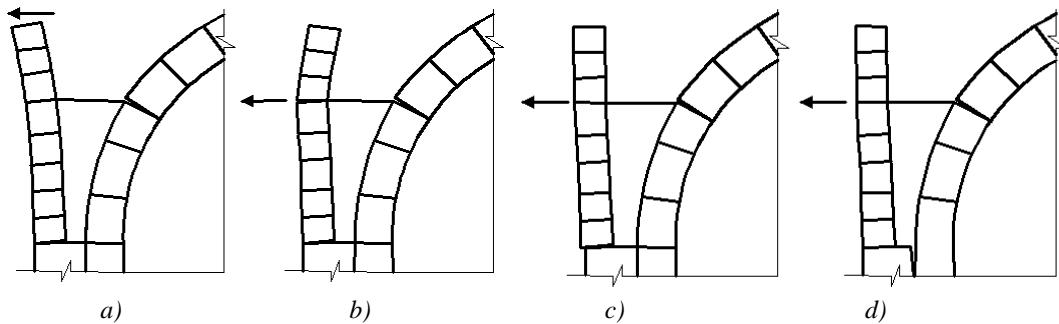


Figura 2.25 Comportamiento del pretil. a) Inclinación, b) Abultamiento, c) Deslizamiento, d) Separación (Martín-Caro, 2001)

Como ya se ha comentado la inclinación de la línea de presiones representa la condición de riesgo ante una posible falla por deslizamiento en la parte alta de los muros. Ante la baja probabilidad de falla por deslizamiento, los pináculos mejoran la estabilidad de los muros, esencialmente un pináculo provoca que la línea de presiones tienda a tomar una pendiente mayor. Su empleo tiene como objetivo principal cargar el muro, para conseguir que la línea de presiones en el interior del muro se aproxime más a la vertical. Este ha sido el procedimiento habitual seguido en la construcción histórica y constituye el fundamento para el empleo de pináculos y algunos elementos ornamentales. El pináculo de la Figura 2.26 mejora la estabilidad del contrafuerte, esencialmente provoca que la línea de presiones tenga una mayor pendiente.

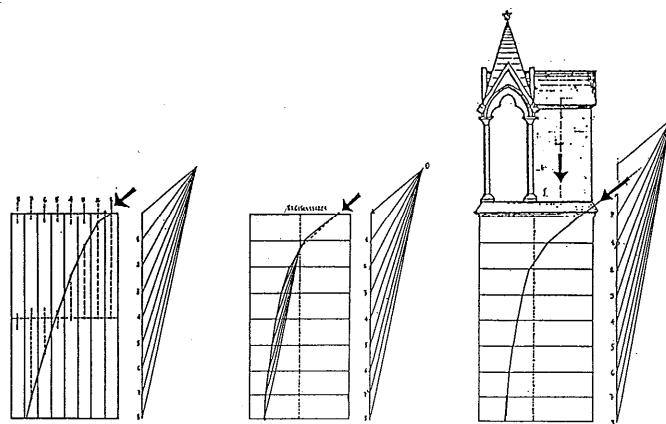


Figura 2.26 Empleo de pináculos para la inclinación de la línea de presiones (Huerta, 1990)

## CAPÍTULO 3

### DESCRIPCIÓN DE LOS MÉTODOS Y MODELOS DE ANÁLISIS UTILIZADOS

---

El estudio de las estructuras de mampostería fue un problema abordado desde finales del siglo XVII, desde entonces se buscó una teoría que permitiera su análisis de forma sistemática. Las primeras aportaciones se encaminaron en establecer una metodología para el análisis de arcos y eventualmente se buscó que fuera aplicable a toda la estructura. El desarrollo de la teoría de la elasticidad representó un avance respecto a las limitaciones de otras teorías hasta entonces formuladas. Sin embargo se cuestionaba su aplicación a estructuras compuestas por un material tan heterogéneo y anisotrópico como la mampostería. La teoría de los arcos de mampostería no recibió más aportaciones después de la segunda mitad del siglo XIX puesto que se dejaron de construir estructuras de mampostería. El tema fue retomado en una época reciente. Una vez conocido el comportamiento de las estructuras de mampostería (que se trató en la sección 2.2) y apoyándose en la teoría de plasticidad, se planteó una metodología encaminada a determinar la capacidad de carga de estas estructuras, surgió así el análisis límite. Este tipo de análisis se utilizará en este trabajo así como análisis no lineales específicos.

En este capítulo se describen los métodos de análisis y la herramienta utilizada para evaluar el comportamiento estructural lo que permitirá estimar la capacidad de carga de una estructura. Así mismo al final del capítulo se presentan las características de los modelos que serán analizados.

### 3.1 Análisis límite

El análisis límite se basa en un modelo de material rígido y perfectamente plástico, que calcula la capacidad de carga (carga de colapso) y los mecanismos de colapso de estructuras que continúan deformándose, mientras las cargas permanecen constantes (García ,2007).

El análisis límite se aplicó inicialmente a estructuras de acero (marcos de acero), posteriormente se adaptó para aplicarse a estructuras de mampostería. Para ello se establecieron los principios para incluir la teoría de las estructuras de mampostería dentro del análisis límite. El planteamiento general y riguroso de las hipótesis sobre el material mampostería, para que sean aplicables los teoremas fundamentales del análisis límite, se debe a Heyman. Quien enunció por primera vez las tres hipótesis que debe cumplir la mampostería para que el análisis de cualquier estructura de mampostería (y no sólo de arcos) pueda ser incluido en el marco teórico del análisis límite.

### 3.1.1 Hipótesis de análisis

Las hipótesis que estableció Heyman (1995) respecto al comportamiento de la mampostería son las siguientes:

- La mampostería no resiste esfuerzos de tensión.
- La mampostería tiene resistencia a compresión infinita.
- No puede presentarse falla por deslizamiento.

La primera hipótesis establece que las conexiones entre las piezas no pueden transmitir esfuerzos de tensión, ello está del lado de la seguridad puesto que, aunque con valores relativamente bajos, existe una cierta adherencia entre el mortero y los elementos. La segunda hipótesis considera que los esfuerzos de trabajo que se presentan en las estructuras de mampostería son relativamente bajos y no exceden la resistencia a compresión. En algún caso puede ser necesario verificar que los esfuerzos no superan los valores de la resistencia a compresión. Finalmente en la tercera hipótesis establece que la fricción entre los elementos no permite que deslicen unos sobre otros, la fricción es suficientemente alta por lo que las fallas por deslizamiento son extremadamente raras.

La consideración de un material infinitamente resistente a compresión, sin resistencia a tensión, y sin posibilidad de fallar por deslizamiento, lleva a la necesidad de entender cómo ocurre la falla de un elemento de mampostería. La respuesta está en la incapacidad para resistir tensiones.

En un elemento de mampostería compuesto por una serie de bloques o dovelas como el de la Figura 3.1a. Las resultantes de las fuerzas en la junta  $Mm$  (Figura 3.1b) están representadas por la posición, magnitud y dirección de la fuerza  $F$  (resultante de las fuerzas a la izquierda, o a la derecha, del plano definido por la junta  $Mm$ ). Dado que el deslizamiento es imposible, sólo interesa la componente  $N$  normal a la junta. Si llamamos  $e$

a la distancia del punto de aplicación de  $N$  al centro de la sección, existe un momento flexionante  $M = eN$ . Los valores de  $N$  y  $M$  definen el estado de esfuerzos en la junta (Figura 3.2).

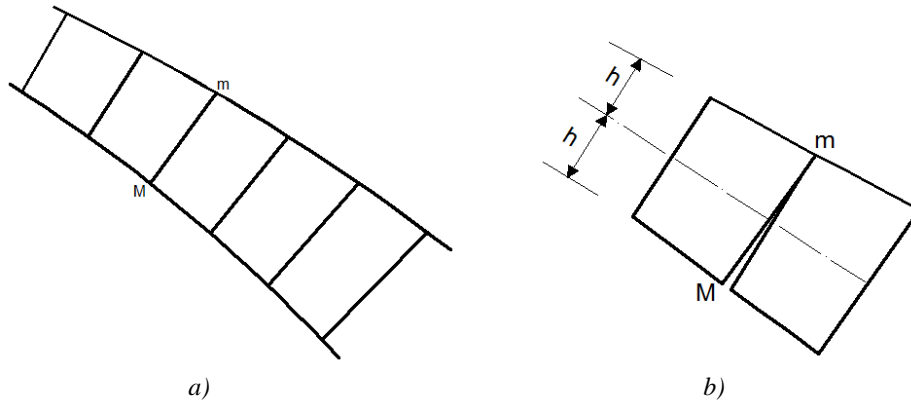


Figura 3.1 Sección de un elemento de mampostería. a) Elemento formado por bloques o dovelas, b) Formación de una articulación (Heyman, 1995)

Dado que la resistencia a compresión es infinita la resultante puede llegar al borde de la mampostería, formándose así una articulación (Figura 3.1b). En estas condiciones, los valores límite para  $M$  y  $N$  está definida por las rectas  $M = \pm hN$  (cualquier par de valores  $N$ ,  $M$  dentro del dominio OAB en la Figura 3.3 no excede la condición límite del material). Los puntos situados sobre las rectas OA y OB corresponden a resultantes en los bordes del elemento, esto es, a la formación de la articulación. El colapso se produce por formación de un número suficiente de articulaciones.

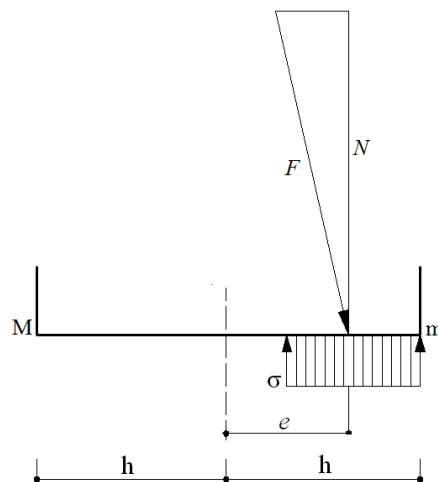


Figura 3.2 Distribución de esfuerzos en la junta de la Figura 3.1b (se supone una distribución uniforme de esfuerzos de compresión)

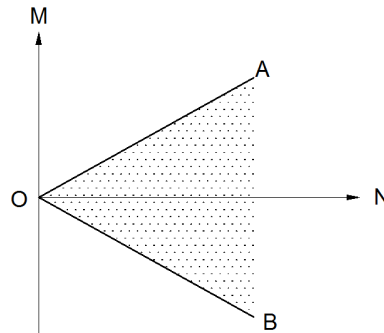


Figura 3.3 Condición límite de falla de un material sin resistencia a tensión y resistencia a compresión infinita, (Heyman, 1995)

### 3.1.2 Teoremas fundamentales

- Primer teorema, *teorema del límite inferior*: Se asigna a los estados de equilibrio, y establece que si para un cierto valor de la carga es posible encontrar un estado de esfuerzos internos en equilibrio con las cargas que no viola la condición límite del material, esta carga es inferior a la carga de colapso y, en consecuencia, la estructura no colapsará.
- Segundo teorema, *teorema del límite superior*: Se ocupa de los mecanismos de colapso, establece que para un cierto mecanismo de colapso, arbitrariamente elegido, la carga de colapso calculada es superior (o igual, si se ha acertado con el mecanismo correcto) a la carga de colapso real.
- Tercer teorema, *teorema de la unicidad*: Establece que la carga de colapso es única.

A continuación se presentan los argumentos que se exponen en Heyman (1995,1999) sobre el cumplimiento de los teoremas fundamentales del análisis límite en los arcos de mampostería.

El teorema del límite inferior refiere que el colapso no se producirá si en cada estado sucesivo de carga que se presenta en la estructura es posible encontrar un estado seguro de equilibrio estáticamente admisible. Un estado de esfuerzos internos es estáticamente admisible si está en equilibrio con las cargas que actúan sobre la estructura, es además, seguro si en ninguna sección excede la condición límite del material. Este teorema permite, pues, obtener estados de carga seguros y por este motivo recibe también el nombre de teorema de la seguridad. En el caso de un arco de mampostería, cualquier línea de presiones dibujada o calculada representará un estado de equilibrio para las cargas dadas y será, por



tanto, estáticamente admisible. La condición de seguridad se verificará si, en cada sección, la resultante de las fuerzas está contenida dentro del arco. El teorema de la seguridad para los arcos de mampostería se puede enunciar de la siguiente forma: un arco de mampostería es seguro si es posible dibujar una línea de presiones en su interior.

El segundo teorema, del límite superior, establece que el colapso se producirá si puede encontrarse una configuración de colapso cinemáticamente admisible. Una estructura alcanza una configuración de colapso cuando desarrolla el número suficiente de articulaciones para convertirse en un mecanismo. Una configuración de colapso cinemáticamente admisible se caracteriza porque en un desplazamiento virtual del mecanismo, el trabajo realizado por las fuerzas exteriores es mayor o igual al realizado por las fuerzas interiores. En el caso de los arcos de mampostería, dada la nula resistencia a tensiones, el trabajo de las fuerzas interiores es cero. El teorema adopta una forma más simplificada: el colapso se producirá, en una configuración de colapso determinada, si el mecanismo resultante de la aparición de las articulaciones está en equilibrio inestable.

El teorema de la unicidad afirma que la carga de colapso es única, sin embargo puede haber varios mecanismos que conduzcan a la misma carga de colapso.

En el arco de la Figura 2.11, se han formado cuatro articulaciones, se ha convertido en un mecanismo cinemáticamente admisible que está en equilibrio inestable. En el arco se verifica el teorema de la seguridad, pues la línea de presiones está contenida dentro del arco, y se verifica también el teorema de la inseguridad pues se ha formado un mecanismo de colapso. El cumplimiento simultáneo de los tres teoremas implica que la carga es igual a la carga de colapso.

### **3.2 Análisis no lineal**

El análisis no lineal implica el estudio del comportamiento de las estructuras y sus elementos más allá del intervalo de comportamiento elástico-lineal, hasta niveles de deformación relativamente elevados.

El comportamiento no lineal tiene su origen fundamentalmente en dos fuentes, la no linealidad mecánica y la no linealidad geométrica. La no linealidad mecánica, también llamada no linealidad del material, se presenta cuando la relación entre esfuerzos y deformaciones va cambiando para distintos niveles de carga, es decir, no es constante a lo largo del proceso de deformación. La no linealidad geométrica, aparece cuando el cuerpo

experimenta grandes desplazamientos o deformaciones, que producen cambios significativos en su configuración geométrica al avanzar el proceso de carga. En este trabajo se pondrá atención en la no linealidad de material, ya que interesa conocer la forma en que se comportan las estructuras cuando se presenta daño en los materiales.

En el análisis del comportamiento estructural se puede, en general, establecer que se presentan dos tipos básicos de comportamiento no lineal del material: con endurecimiento y con ablandamiento. El endurecimiento ocurre cuando, al superar un cierto estado de esfuerzos, el material empieza a perder rigidez, sin embargo puede seguir soportando incrementos de carga. En este caso, la curva de comportamiento (Figura 3.4a) muestra que a medida que aumenta el esfuerzo las deformaciones tienden a crecer rápidamente. El comportamiento es con ablandamiento cuando, al superar cierto estado de esfuerzos, el material pierde rigidez y no soporta incrementos de carga. En este caso el material se va descargando mientras su deformación sigue aumentando (Figura 3.4b). Este comportamiento es característico de los materiales como la mampostería que se puede asociar a modelos de agrietamiento (Gil, 1996).

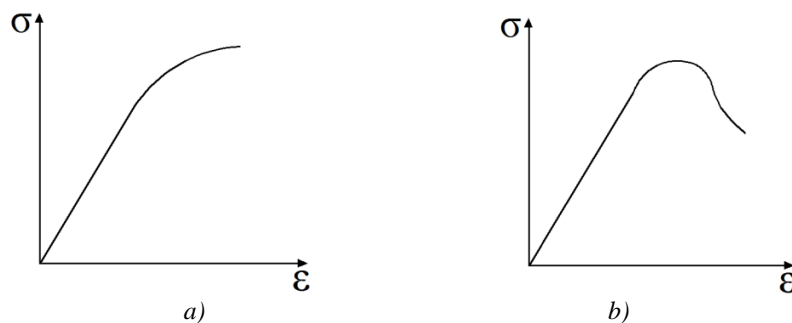


Figura 3.4 Curva esfuerzo-deformación de materiales con comportamiento no lineal, a) Con endurecimiento, b) Con ablandamiento (Gil, 1996)

El procedimiento de análisis de comportamiento no lineal consiste en encontrar el estado de equilibrio correspondiente a las cargas aplicadas. Se busca obtener en cada instante el equilibrio entre las cargas externas y las fuerzas correspondientes a los esfuerzos internos del material. Existen distintos criterios de análisis de comportamiento lineal, comúnmente se clasifica, de acuerdo con el procedimiento seguido para resolver el estado de equilibrio de un elemento, en camino independientes y camino dependientes.

En algunos análisis elásticos no lineales los esfuerzos y configuraciones de equilibrio, correspondientes con niveles de carga específicos, pueden ser calculados sin resolver el problema para los niveles de carga precedentes. Estos casos donde la solución requerida puede ser alcanzada en un solo paso de tiempo (o de carga), son los conocidos como

camino independientes. Existen otros casos, los camino dependientes, en los que se requiere resolver la ecuación en todo el rango de tiempo precedente, para lo cual se utiliza una solución paso a paso. Sin embargo, cuando se alcanza el comportamiento plástico todos los problemas se convierten en camino dependientes, por lo tanto es práctica común utilizar, también en el campo elástico, procedimientos de solución camino dependientes.

La solución de los sistemas de ecuaciones representa el principal obstáculo en el proceso de análisis de comportamiento no lineal, pues la solución de estos sistemas es, en general, imposible de encontrar directamente. Además, puede no existir solución a un determinado problema, o pueden existir varias soluciones a un mismo sistema. La forma en que se ha estudiado el tema es la búsqueda de soluciones aproximadas. En el desarrollo de las investigaciones al respecto los métodos de solución ampliamente utilizados están basados en métodos iterativos e incrementales (Orduña, 1999). Algunos de los métodos más utilizados son el método incremental de Euler y los métodos iterativos como el de Newton-Raphson y Newton-Raphson modificado.

Cualquiera que sea el método iterativo que se emplee, se encuentra una solución una vez que ha alcanzado un cierto nivel de aproximación, puesto que por cuestiones numéricas no es posible encontrar la solución exacta para un determinado valor de carga. Existen tres tipos de criterios de convergencia, los basados en desplazamientos, los basados en fuerzas y los basados en energía. Se considera importante conocer esta información puesto que plantea la posibilidad de establecer, a criterio, dichos valores y es independiente del método de solución.

### **3.3 Herramienta de análisis utilizada para evaluar el comportamiento estructural**

Para estimar el comportamiento y la capacidad de carga de las estructuras que se estudian en este trabajo, se empleó una herramienta de análisis no lineal basado en el método de elementos rígidos (Casolo y Peña, 2004). Dicho método fue desarrollado para el análisis de estructuras de mampostería e integrado en el programa de cómputo *RIGID* desarrollado en el Instituto de Ingeniería de la UNAM.

El método de análisis límite clásico, basado en las condiciones de equilibrio y en la formación de mecanismos de falla, permite obtener valores de la carga de colapso de una estructura. La principal característica de este método de análisis es que sólo requiere conocer la geometría y el sistema de cargas para encontrar una solución. Sin embargo dicha solución no revela datos sobre el comportamiento de la estructura antes del colapso,

pues resulta imposible conocer el estado de esfuerzos y deformaciones. El empleo del programa *RIGID* se consideró para este estudio por las ventajas que ante el análisis límite clásico proporciona. Evalúa la evolución de los daños del material y permite determinar el estado de esfuerzos y deformaciones, así como los desplazamientos de la estructura ante cualquier condición. Introduce en el análisis características mecánicas propias de la mampostería, además de simplificaciones que facilitan la solución de los modelos. Dichas consideraciones optimizan el trabajo en comparación con otras herramientas de análisis.

### 3.4 Descripción del método de elementos rígidos

De acuerdo con Casolo y Peña (2004), este método considera que la estructura está conformada por elementos rígidos que representan porciones de mampostería (bloques de mampostería) conectados entre sí mediante resortes con comportamiento inelástico. Se trata de dos resortes separados entre sí para evaluar un par de fuerzas y un tercer resorte que evalúa los efectos del esfuerzo cortante (Figura 3.5). El comportamiento de dichos resortes considera las características frágiles de la mampostería y en ellos se concentran los esfuerzos y deformaciones. Los modelos estructurales se conciben como un ensamble de elementos rígidos cuadriláteros. La cinemática de cuerpo rígido de los elementos incluye dos desplazamientos lineales y una rotación (Figura 3.6), con ello se consiguen modelos con menos grados de libertad, lo que representa un ahorro de tiempo en la introducción de datos y en el análisis e interpretación de resultados.

La mampostería como material se considera, en su conjunto, deformable; la deformación se concentra en los puntos de conexión mientras que los elementos son rígidos. Los puntos de conexión representan las características mecánicas del material, representan además la capacidad del modelo para tomar en cuenta la separación o deslizamiento de los elementos entre sí. Puede presentarse separación, deslizamiento o superposición entre dos elementos adyacentes, que numéricamente significan tensión, cortante y compresión en los puntos de conexión.

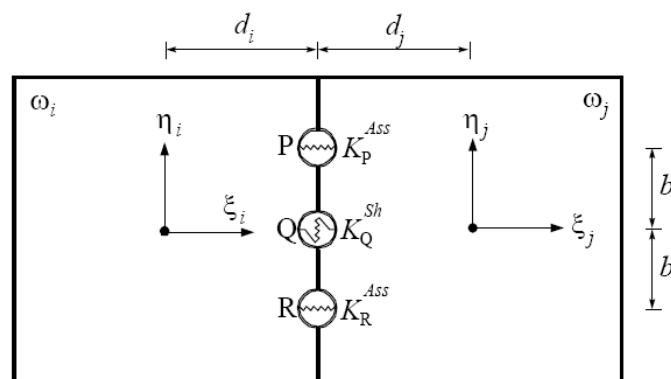


Figura 3.5. Conexión de dos elementos rígidos (Casolo y Peña, 2004)

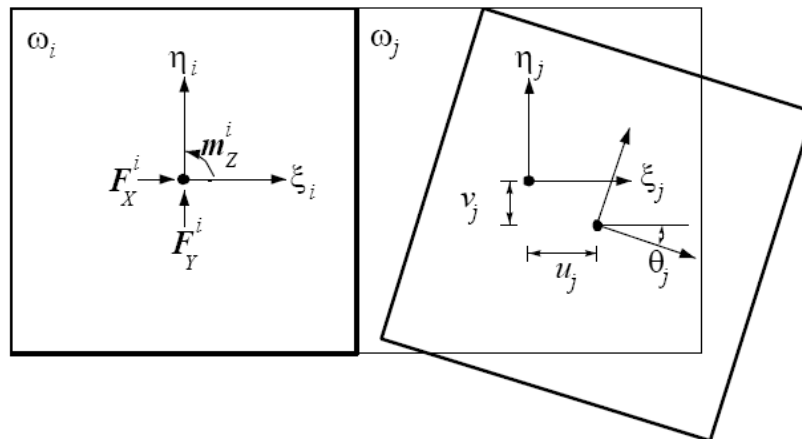


Figura 3.6. Fuerzas y desplazamientos de los elementos rígidos (Casolo y Peña, 2004)

“Los puntos de conexión se encuentran cinemáticamente desacoplados entre sí; sin embargo, desde el punto de vista mecánico, se encuentran acoplados mediante las leyes constitutivas del material. Este modelo de elementos rígidos puede ser considerado como semi-continuo, puesto que puede existir un movimiento relativo entre dos elementos (separación o deslizamiento); sin embargo, las conectividades iniciales del modelo no cambian durante el análisis, y existe una continuidad relativa. Se supone que cada elemento es independiente en su movimiento, ya que las estructuras de mampostería no pueden ser consideradas continuas, debido a que parte de su deformación se deriva de un movimiento relativo entre elementos; sin embargo, sigue existiendo una relación entre los esfuerzos y las deformaciones” (Casolo y Peña, 2004).

### 3.5 Modelos de análisis

Los modelos de análisis utilizados para el estudio son similares a los estudiados por García (2007), cuyas características estructurales están basadas en la tipología estructural de los templos conventuales del siglo XVI, específicamente en templos localizados en el estado de Morelos. El modelo base corresponde a la sección transversal de una nave en la zona de influencia de los contrafuertes. Está constituido por un tramo de muros que soportan una bóveda de cañón corrido como se observa en la Figura 3.7a. Existen algunas variaciones que del modelo original se hicieron. Se planteó una bóveda de medio punto de sección uniforme (véase Figura 3.7b y 3.7c) distinta de la sección óptima original (que tiene mayor espesor en los arranques).

Adicionalmente se consideró indispensable modelar el pretil y el relleno en la cubierta de la nave puesto que según lo expuesto en la sección 1.5 son parte de la estructuración característica de los templos en estudio (véase Figura 3.8), aún cuando en el modelo de

referencia no se consideraron. Para el pretil se propuso un espesor de aproximadamente la cuarta parte del ancho del muro, esta dimensión está limitada puesto que, a la altura de los arranques de la bóveda, esta tiene un espesor aproximado de hasta 75% del ancho del muro. La geometría del relleno se propuso con base en la información que se tiene de las reglas históricas de proyecto para bóvedas de medio punto.

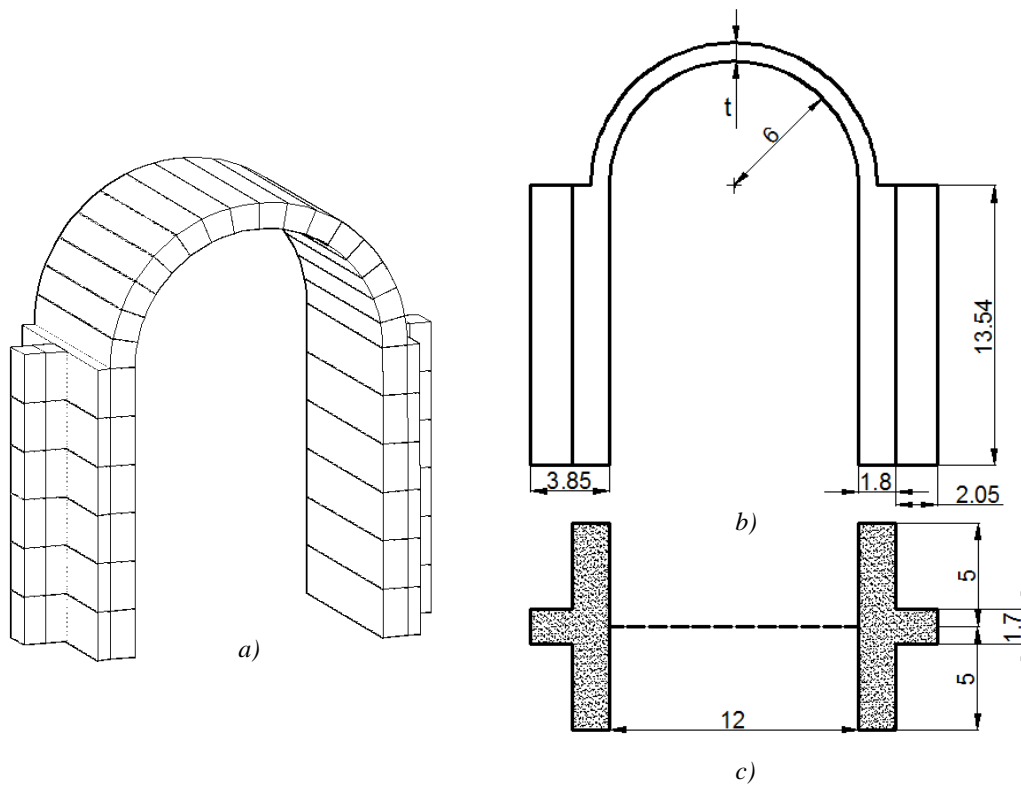


Figura 3.7 Geometría del modelo de análisis (dimensiones en metros). a) Esquema de la nave, b) Corte, c) Planta

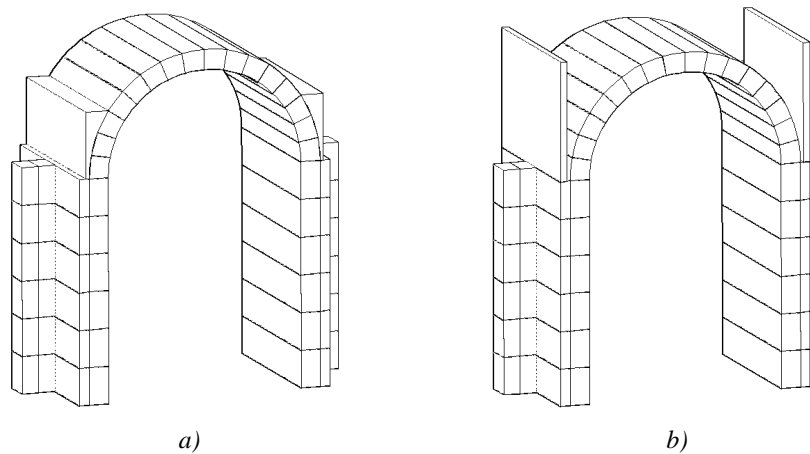


Figura 3.8 Esquema de los elementos estructurales adicionales para el análisis. a) Nave con relleno, b) Nave con pretil

### 3.5.1 Propiedades mecánicas del material para el modelo

Considerando que las características de la mampostería con la que se construyeron los templos conventuales del siglo XVI, se asemeja a una mampostería de tipo irregular. La mampostería que constituye a las estructuras que se estudian en este trabajo se idealiza como un conglomerado de constitución irregular cuyas características son similares a las del concreto simple. Se planteó que la mampostería de la bóveda, muros, contrafuertes y pretil tiene las mismas características, homogeneizando las propiedades del sistema de soporte integrado por muros y contrafuertes. Mientras tanto al relleno se idealizó como un material suelto compuesto por una matriz de suelo fino y roca en menor porcentaje.

Las propiedades de la mampostería que se muestran en la Tabla 3.1 (García, 2007) corresponden a la de una mampostería constituida por mortero de cal, tezontle y en menor proporción piedra de mayor densidad.

**Tabla 3.1 Propiedades de los materiales del modelo**

Parámetro	Mampostería	Relleno
Resistencia a compresión[MPa]	2.94	comportamiento elástico
Densidad[kg/m <sup>3</sup> ]	1600	1300
Módulo de elasticidad[Mpa]	1961	8.5
Coefficiente de Poisson	0.1	0.33

La geometría es un factor determinante en el comportamiento de las estructuras de mampostería, que históricamente se ha estudiado como un material con resistencia a tensión nula. Se considera imprescindible estudiar todas aquellas condiciones estructurales que prevalecen en los templos en estudio expuestas en la sección 1.5. Bajo este contexto se proponen modelos que permitan evaluar la aportación de los elementos estructurales que integran la estructura en cuestión.

Para establecer los modelos de análisis se recurre al empleo de un parámetro que relaciona el espesor de la bóveda con el claro de la nave  $l/t$  (Figura 3.9). Los valores de  $l/t$  de los modelos propuestos fueron establecidos tomando como referencia la geometría de las bóvedas en los templos de la zona. De acuerdo con los datos recabados en la investigación de García (2007), los espesores en la clave de las bóvedas de cañón son de aproximadamente 1/15 del claro de la nave; en un par de excepciones se cumplen las relaciones 1/13 y 1/17 respectivamente.

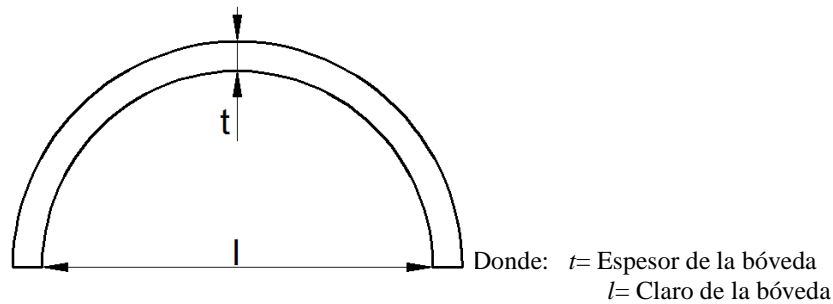


Figura 3.9 Sección de la bóveda

Se plantearon una serie de análisis paramétricos consistentes en variar tanto los espesores de la bóveda como la resistencia a tensión de la mampostería. En el caso del espesor de la bóveda la variación se estableció en un rango  $l/t=9$  hasta  $l/t=17$ . Para determinar la influencia de la resistencia a tensión ( $f_t$ ) de la mampostería se asignaron a los modelos diferentes valores de su resistencia. Dichos valores son un porcentaje de la resistencia a compresión y se encuentran en un rango entre 2% y 10% de la resistencia a compresión.

### 3.5.2 Modelo 1

La estructura principal es la bóveda de cañón corrido que se sostiene sobre sus arranques los que a su vez trabajan como apoyos fijos (Figura 3.10a). Adicionalmente se incorporan elementos estructurales que contribuyen en su estabilidad.

En el segundo caso (Figura 3.10b), se integra únicamente el relleno, principal elemento estabilizador de la bóveda. El suelo de relleno requiere de un elemento confinante para que trabaje adecuadamente, con este propósito en el tercer caso se incorpora el pretil al modelo.

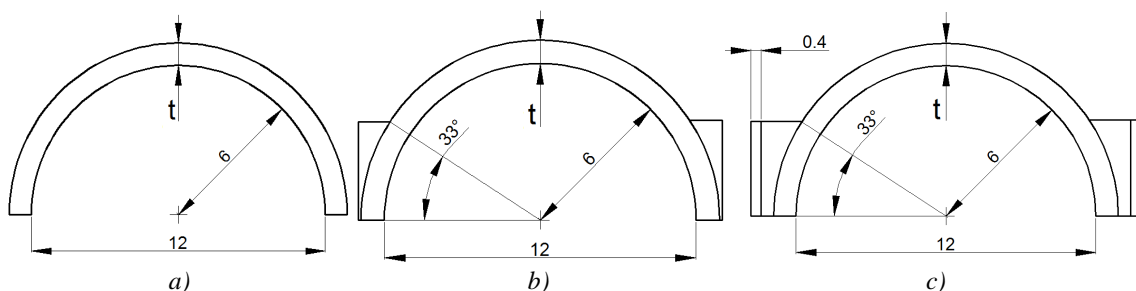


Figura 3.10 Esquema en perfil del modelo 1. a) Bóveda, b) Bóveda/relleno, c) Bóveda/relleno/pretil

### 3.5.3 Modelo 2



Estructura compuesta por bóveda de cañón corrido soportada por muros continuos en toda su longitud. Se trata de una bóveda que tiene sus arranques apoyados en muros que no son rígidos y permiten el agrietamiento, y eventual colapso por un mecanismo de articulaciones plásticas (Figura 3.11). Es necesario evaluar la contribución de las acciones verticales del relleno y del pretil en la estabilidad de la estructura. Por ello se analiza el caso más favorable en donde relleno y el pretil actúan conjuntamente como se observa en la Figura 3.11b.

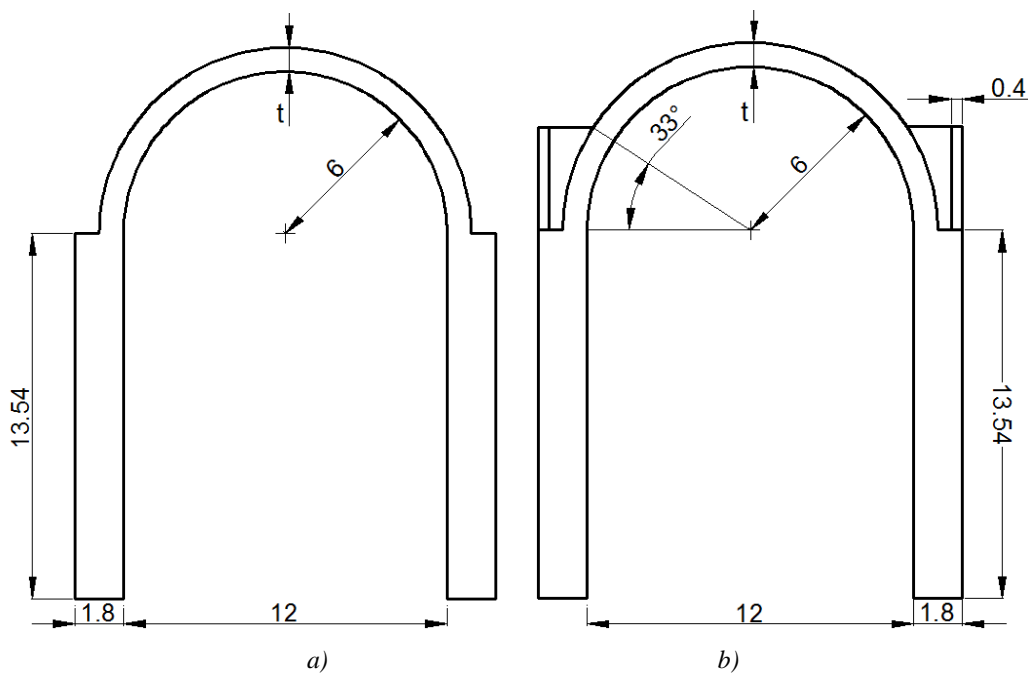


Figura 3.11 Esquema en perfil del modelo 2. a) Sección de nave, b) Sección de nave/relleno/pretil

### 3.5.4 Modelo 3

Cuando se integran los contrafuertes al sistema de soporte, la estructura adquiere mayor rigidez. El análisis de un primer caso, que se muestra en Figura 3.12a, sirve para determinar el aporte de los contrafuertes en la estabilidad de la estructura. Posteriormente se integran relleno y pretil con el objeto de determinar su contribución en la estabilidad de la bóveda y por consiguiente de la estructura.

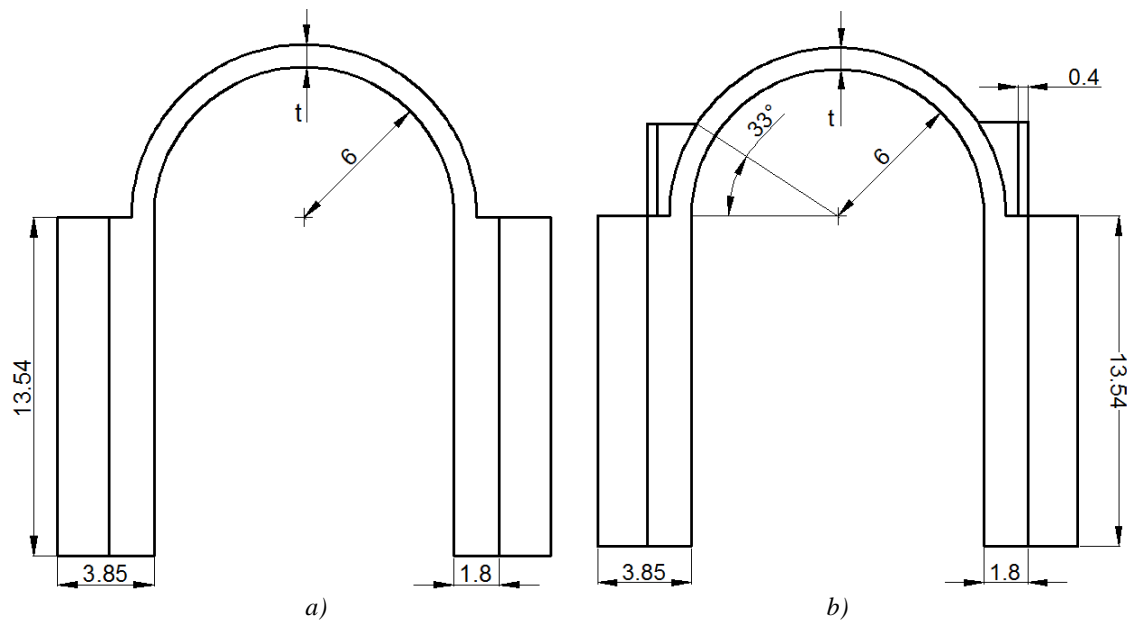


Figura 3.12 Esquema en perfil del modelo 3. a) Sección de nave con contrafuertes, b) Sección de nave con contrafuertes/relleno/pretil.

## CAPÍTULO 4

### ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL ANTE CARGAS GRAVITACIONALES

---

El análisis estructural representa una parte esencial en el estudio de la estabilidad de las estructuras que aquí se tratan. Las cargas por peso propio son las principales acciones a las que los antiguos constructores consideraron serían sometidas las estructuras históricas, por lo tanto es importante conocer el comportamiento ante dichas acciones. En este capítulo se presentan los resultados del análisis estructural de los modelos en estudio, así mismo se da interpretación a los resultados del comportamiento obtenidos. A partir de ello podrá estimarse la influencia de la resistencia a la tensión de la mampostería.

#### 4.1 Procedimiento para determinar la carga de colapso

Para establecer un procedimiento adecuado se analizó el comportamiento del conjunto de modelos más sencillos que consisten en modelos de bóveda de cañón. La discretización de los modelos se muestra en la Figura 4.1. Una vez establecidas las características de los modelos se procedió a estudiar su comportamiento. Al analizar los modelos bajo una carga gravitacional se determinó que son dos las formas de colapso que se presentan en este tipo de estructuras; por aplastamiento de la mampostería y por mecanismo de articulaciones. Cada forma de colapso ocurre bajo patrones de comportamiento distintos entre sí, hay dos aspectos a destacar al respecto. Por un lado, mientras que en el colapso por aplastamiento, la disgregación de la mampostería ocurre siempre en la zona cercana a los apoyos, en el colapso por mecanismo, tres articulaciones se desarrollan siempre en la bóveda. Por otro lado, el aplastamiento está ligado a la resistencia a compresión, entretanto la formación de articulaciones está relacionada con la resistencia a tensión.

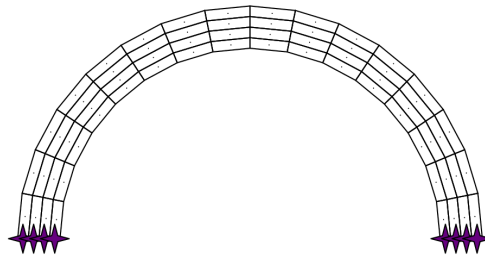
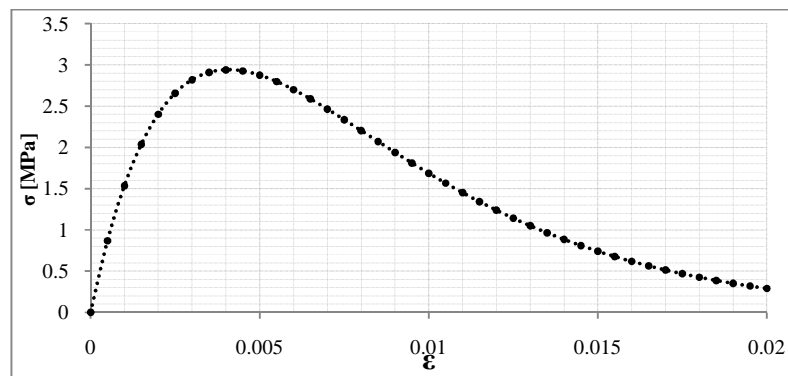


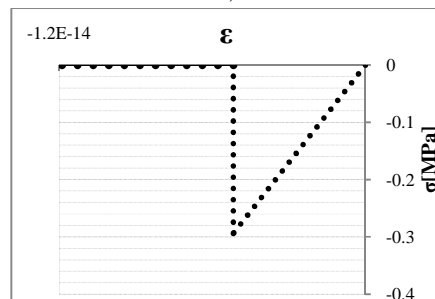
Figura 4.1 Discretización de un modelo de análisis

#### 4.1.1 Colapso por aplastamiento - criterio de esfuerzo límite

Cuando el colapso ocurre por aplastamiento de la mampostería, la capacidad de carga puede estimarse con relativa sencillez. Dado que la falla ocurre siempre cerca de los apoyos, en donde los esfuerzos son máximos, basta con verificar que se ha alcanzado (o bien excedido) la resistencia del material tras un incremento de la carga. El comportamiento de la mampostería está regido por la ley constitutiva de la mampostería que en este trabajo fue idealizada como un material con comportamiento no lineal con ablandamiento. La curva de la ley constitutiva en su comportamiento a compresión se aproxima a una curva exponencial como se muestra en la Figura 4.2a (Casolo y Peña, 2004).



a)



b)

Figura 4.2 Ley constitutiva de la mampostería. a) Comportamiento a compresión, b) Comportamiento a tensión (cuando  $f_t = 10\%f_c$ )

Con el propósito de conocer la evolución de los esfuerzos de compresión durante el colapso de un modelo, se aplicaron incrementos de carga equivalentes al 0.0001% del peso propio y se determinó que una vez que un elemento alcanza la resistencia a compresión, la mampostería continúa deformándose mientras se descarga. Por el ablandamiento del material se tiene una redistribución de esfuerzos hacia los elementos que lo rodean. La deformación continúa hasta que se alcanza el límite de deformación definido para el colapso. En la Figura 4.3 se pueden observar las condiciones del modelo y de la mampostería en el estado límite.

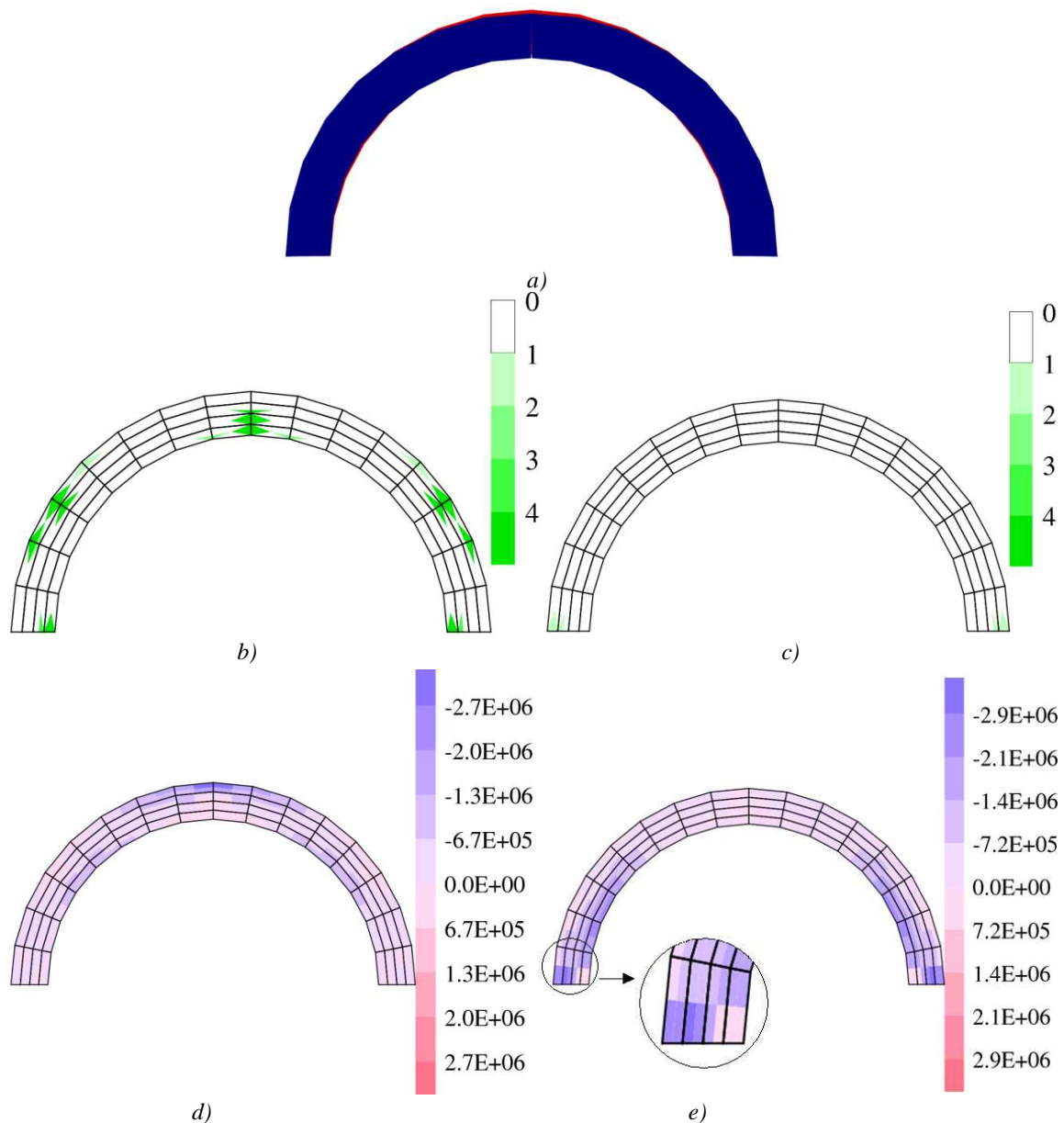


Figura 4.3 Falla por aplastamiento súbito de la mampostería. a) Deformada, b) Daño por tensión, c) Daño por compresión, d) Esfuerzos horizontales, e) Esfuerzos verticales.

Dado que la falla por deformación límite a compresión se alcanza con incrementos de carga considerablemente pequeños (0.0001% del peso propio), el proceso (y el tiempo) de análisis considerando este criterio es inconveniente. Al comparar la carga que provoca el colapso por deformación límite con la carga que genera esfuerzos iguales a la resistencia a compresión de la mampostería, se determinó que la primera es apenas un 0.5% mayor, claramente despreciable. Por lo tanto es razonablemente aceptable considerar como carga de colapso aquella que genera esfuerzos de compresión igual a la resistencia de la mampostería, siendo este el esfuerzo límite para el colapso por compresión.

#### 4.1.2 Colapso por mecanismo de articulaciones - criterio de desplazamiento límite

La determinación de la carga última para modelos que colapsan por mecanismo de articulaciones requiere un planteamiento distinto al anterior. La formación de articulaciones tiene su origen en el agrietamiento de la mampostería, éste a su vez se origina por los esfuerzos de tensión que se generan. Cuando la línea de presiones se sale del tercio medio del espesor de la bóveda, se generan esfuerzos de tensión, en el caso de resistencia a tensión nula aparecen grietas. Las grietas se propagan conforme se incrementa la carga, la longitud de las grietas aumentan mientras la longitud de la junta que mantiene conectados a los bloques disminuye. Justo en el colapso, las grietas se encuentran muy próximas al borde y los bloques están separados en prácticamente toda la longitud del espesor  $t$  permitiendo la formación de una articulación en el borde de la junta.

Contrario al comportamiento a compresión de la mampostería, en el caso del comportamiento a tensión la herramienta de análisis no permite establecer un límite de deformación del material. Una vez que se ha superado la resistencia a tensión ocurre una descarga súbita hasta la resistencia residual, que en este caso es un valor muy próximo a cero, a partir de entonces la mampostería continúa deformándose indefinidamente (Figura 4.2b).

El criterio para estimar la carga última que resiste la estructura se debe establecer en relación con el agrietamiento de la mampostería. Iniciado el proceso de aplicación de la carga, fue necesario dar seguimiento a la aparición y propagación de las grietas hasta que éstas alcanzaron una longitud de aproximadamente 90% del espesor  $t$  de la bóveda (Figura 4.4). Ello se logró mediante incrementos de carga de aproximadamente 0.0001% del peso propio. Aunque estrictamente en el colapso la longitud de las grietas es igual al espesor  $t$ , no es factible darle seguimiento más allá del 90%, son dos los aspectos que lo condicionan: a) en principio se necesitaría asignar un elevado número de elementos rígidos (una malla muy fina) lo cual repercute en el tiempo total de análisis, b) la carga necesaria sufriría un

incremento relativamente pequeño. Para ratificar esta última idea basta comparar la carga que origina la aparición de grietas con la carga que las extiende hasta el 90% del valor de  $t$ , el resultado confirma que la segunda es mayor apenas un 0.06%.

En resumen, se considera adecuado establecer como límite una longitud de agrietamiento aproximada de 90% del valor del espesor  $t$  de la bóveda. Dado que el agrietamiento implica un desplazamiento de los elementos, se sugiere inferir el estado límite de la estructura a partir del desplazamiento correspondiente.

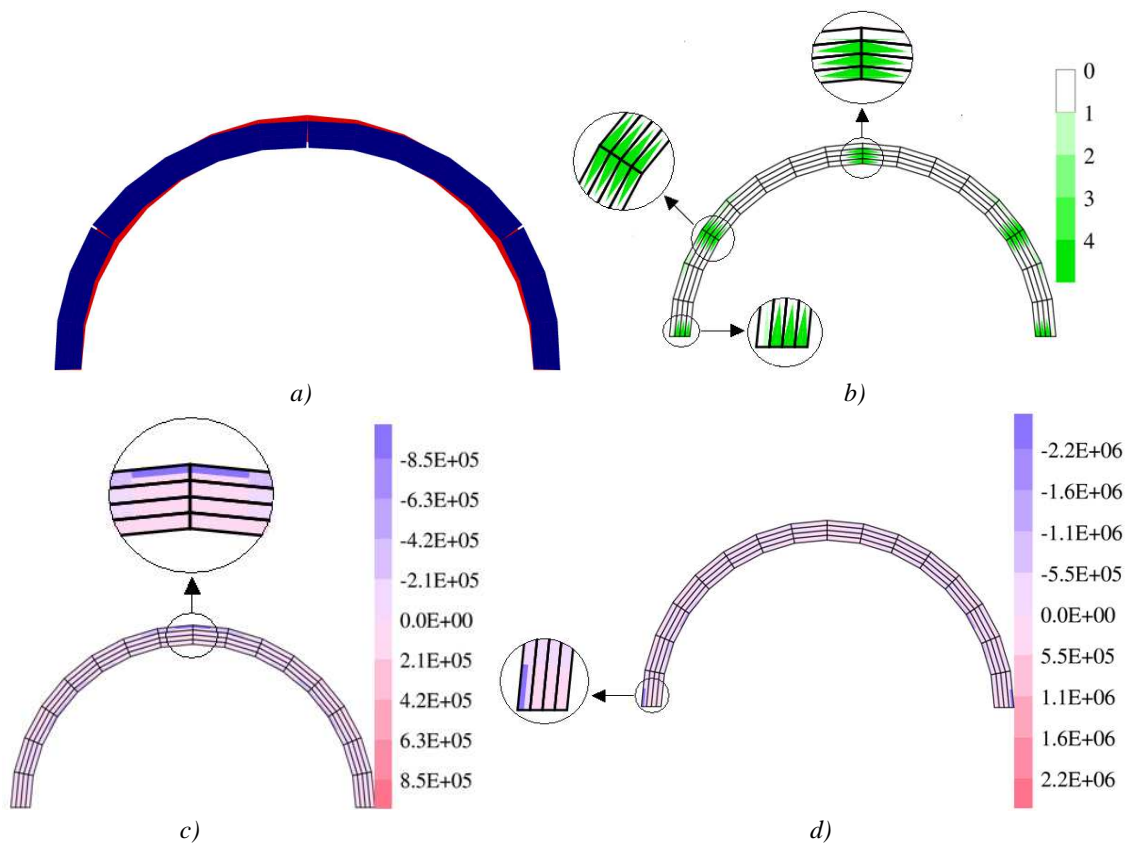


Figura 4.4 Colapso por mecanismo de articulaciones. a) Deformada, b) Daño por tensión, c) Esfuerzos horizontales, d) Esfuerzos verticales

Al estimar el trabajo y sobre todo el tiempo de cómputo requerido, y al considerar que es importante el número de modelos empleados en el estudio, se planteó la inviabilidad de definir modelos con discretizaciones complejas (mallas finas). Resulta conveniente definir el menor número de elementos posibles y que permitan obtener resultados apropiados. El planteamiento de modelos constituidos por un menor número de elementos no representa mayor problema en la determinación de la carga de colapso para falla por aplastamiento. Sin embargo no permite la aplicación del criterio de falla en aquellos modelos que colapsan

por mecanismo de articulaciones pues no permite dar seguimiento al desarrollo de las grietas. Es indispensable conocer la evolución del agrietamiento lo cual se logra con un número suficiente de elementos a lo largo de la interface susceptible de agrietarse.

Una solución a este inconveniente se encontró con la propuesta de realizar el análisis en dos etapas. Primero se determinan cuáles de los modelos colapsan por mecanismo de articulaciones y para estos se definen mallas que permitan evaluar de forma adecuada el desarrollo de las grietas. A partir de su análisis se pueden obtener, para las diferentes condiciones geométricas de los modelos, los valores de desplazamiento límite. Posteriormente se redefinen estos modelos con un número de elementos considerablemente menor y se realiza el análisis para las diferentes condiciones geométricas y además para los distintos valores de resistencia a tensión.

Los resultados de los análisis que se presentan en el capítulo 4 pertenecen a los modelos con las discretizaciones más sencillas. Cabe señalar que en la falla por mecanismo, la configuración de las articulaciones depende del sistema de cargas, principalmente de la dirección en que se aplica. Para establecer el desplazamiento límite de cada conjunto de modelos, en los que ocurre colapso por mecanismo de articulaciones, se aplicó el procedimiento antes descrito determinándose así los valores de la carga de colapso.

## 4.2 Análisis ante cargas gravitacionales

Para determinar la seguridad de los modelos de análisis ante los efectos de su peso propio, se procedió a someterlos a las acciones de una carga gravitacional. Dicha carga se asignó de manera incremental, con ello se llevó a la estructura hasta el colapso. Dado que se trata de un sistema de cargas simétrico aplicado a modelos con geometría simétrica, se tendrá un colapso simétrico.

Los resultados obtenidos del análisis se presentan como un factor denominado *factor de seguridad* el cual normaliza el valor de las cargas de colapso obtenidas con base en la carga por peso propio. De esta forma la carga equivalente al peso propio de la estructura tiene un factor de seguridad igual a la unidad, cuando se obtienen factores de seguridad menores a la unidad los modelos no resisten su peso propio.



### 4.2.1 Bóveda

El primer conjunto de modelos analizado corresponde a la bóveda de cañón corrido. En la Figura 4.7 se observa que los modelos con  $l/t \leq 10$  colapsan por aplastamiento del material, excepto el modelo con  $l/t=10$  y resistencia  $f_t=2\%f_c$ . Mientras tanto los modelos con  $l/t \geq 11$  colapsan por mecanismo de articulaciones. Confirmándose que la forma de colapso y el valor de la carga están en función tanto de la geometría como de la resistencia del material. Los factores de seguridad obtenidos se presentan en la Figura 4.8, la tendencia descrita por los factores de seguridad es descendente para todos los modelos, independiente de la forma de colapso.

Cuando se menciona la tendencia de los factores de seguridad, se refiere a la trayectoria que describen con respecto a valores obtenidos para modelos con  $l/t$  mayores. Dicha trayectoria esta implícitamente relacionada con la influencia de la geometría de los modelos.

Los modelos con  $l/t \leq 10$  colapsan por aplastamiento de la mampostería en el borde exterior de la bóveda, este comportamiento es favorecido por su espesor. Considerando que la carga de colapso es mayor que la equivalente al peso propio, el colapso se produce por la sobrecarga que se aplica sobre el arco. La tendencia que describen los factores de seguridad para estos modelos es ascendente (Figura 4.8) puesto que el modelo con  $l/t=9$  mayor espesor (mayor masa) ejerce mayor empuje sobre sus apoyos. Para generar los esfuerzos que provoquen el colapso de la mampostería en el borde exterior del apoyo es necesaria la aplicación de una carga mayor para el modelo de menor espesor.

Para modelos con  $l/t \geq 11$ , que colapsan por mecanismo de articulaciones, los factores de seguridad obtenidos describen una trayectoria descendente (Figura 4.8). Partiendo de que la estabilidad estará determinada por la distancia que la línea de presiones tiene para desplazarse antes de tocar el borde de la mampostería, la sobrecarga necesaria para que la línea alcance el borde es proporcional al espesor de la bóveda, es decir menor sobrecarga para modelos de menor espesor.

La resistencia a tensión de la mampostería no incide en la estabilidad de modelos con  $l/t=9$ , en la Figura 4.5 se puede observar que en los riñones no se presenta agrietamiento alguno. Por el contrario en modelos con  $l/t \geq 11$  la resistencia a tensión es una propiedad fundamental en su estabilidad. Para dichos modelos se obtuvieron, en general, factores de seguridad mayores para valores de resistencia a tensión mayores. En el caso más favorable,  $l/t=10$ , la resistencia a tensión es la responsable de que se obtengan factores de seguridad de hasta 9.4 veces el peso propio cuando  $f_t \geq 2\%f_c$  y cercanos a cero para resistencia a la

tensión nula. En el caso menos favorable,  $l/t=17$ , el factor de seguridad es de 2.5 para  $f_t=10\%f_c$ , para  $f_t=0$  el factor de seguridad es prácticamente cero.

Con el propósito de mostrar los patrones de comportamiento de los modelos, en las Figuras 4.5 y 4.6 se presentan, respectivamente, los estados límite de dos modelos que colapsan por los mecanismos descritos. En la primera (Figura 4.5) se ha alcanzado la resistencia a compresión de la mampostería en los apoyos. En la falla por formación del mecanismo, se desarrolla una configuración de cinco articulaciones (aún cuando cuatro articulaciones convierten a la bóveda en un mecanismo), una en la clave, dos en los riñones y dos en los correspondientes apoyos (Figura 4.6).

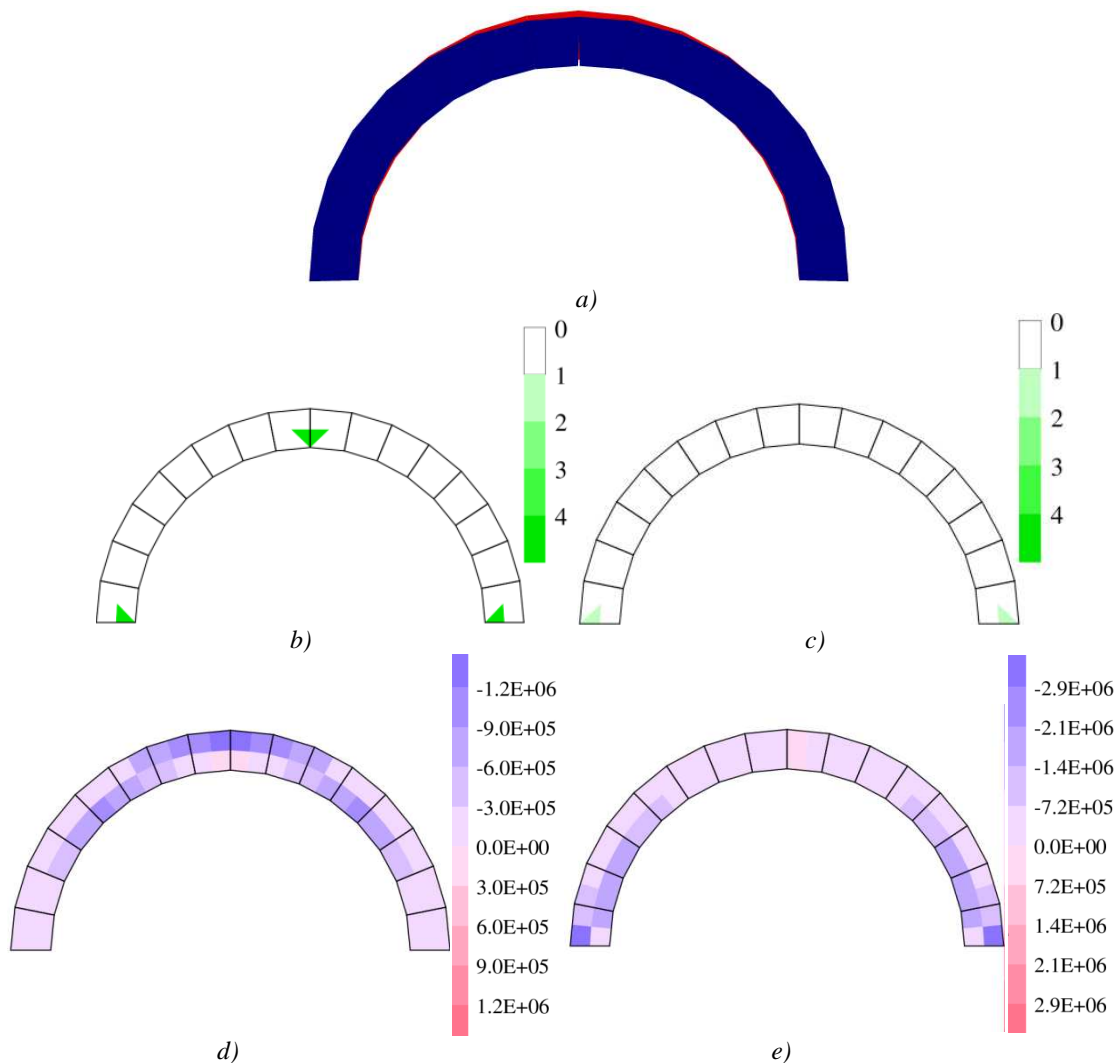


Figura 4.5 Modelo con  $l/t=9$  y  $f_t=2\%f_c$  que colapsa por aplastamiento de la mampostería en los apoyos a) Deformada, b) Daño por tensión, c) Daño por compresión, d) Esfuerzos horizontales, e) Esfuerzos verticales

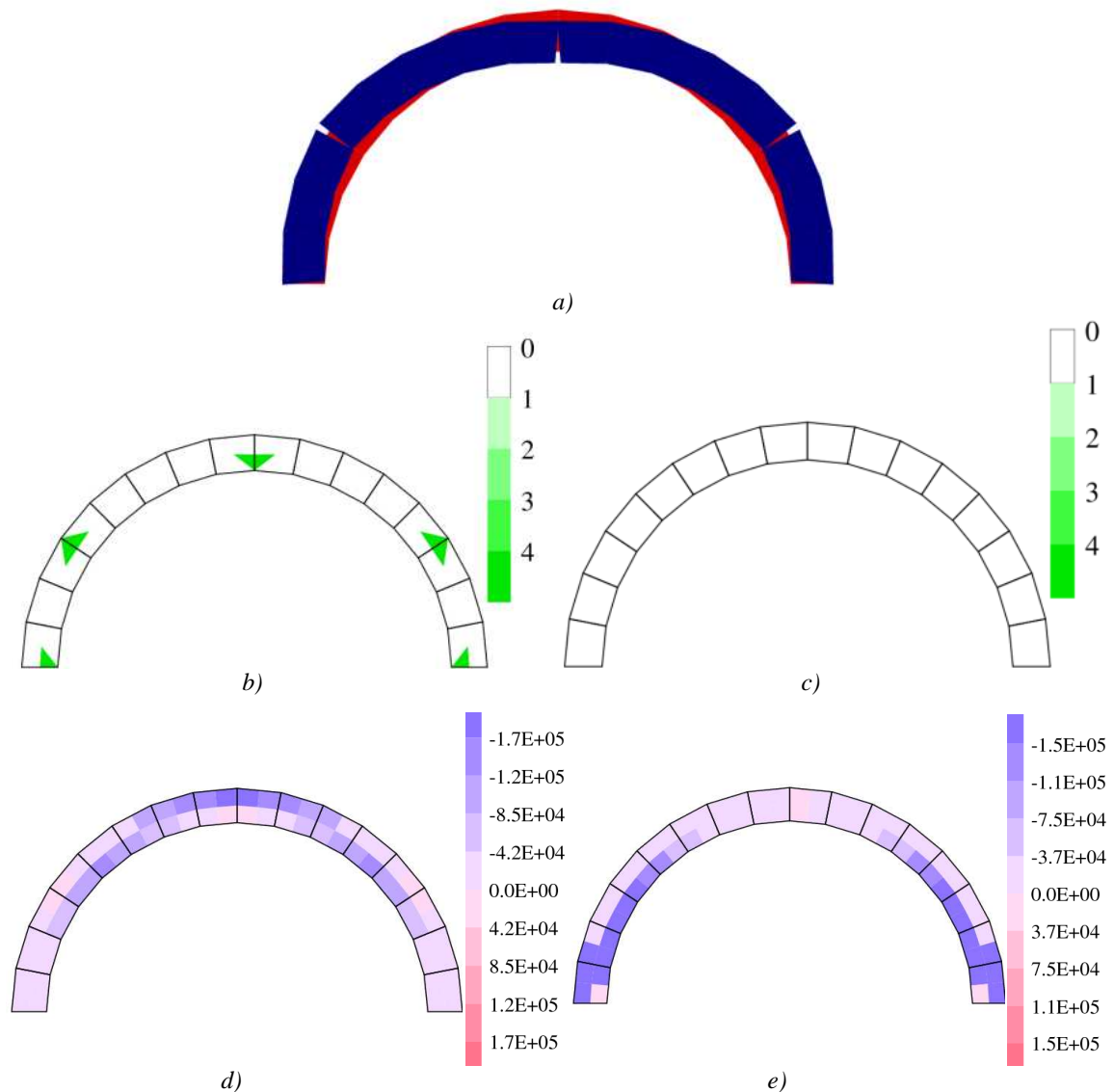


Figura 4.6 Modelo de bóveda con  $l/t=11$  y  $f_t=2\%f_c$  que colapsa por mecanismo de articulaciones plásticas. a) Deformada, b) Daño por tensión, c) Daño por compresión, d) Esfuerzos horizontales, e) Esfuerzos verticales

Se ha llamado patrones de comportamiento a aquellas características que permiten interpretar el comportamiento del modelo ante el colapso. De acuerdo al método de análisis empleado en este trabajo, un mecanismo de colapso es un indicador de que se ha alcanzado el estado límite y es imprescindible presentar los resultados del análisis que lo justifican. Además se ha mencionado antes que es posible determinar los desplazamientos, así como el estado de esfuerzos de la estructura y ahora toma relevancia este hecho. Adicionalmente se puede conocer el deterioro de la mampostería ante el estado de esfuerzos actuante.

%f <sub>t</sub> = f <sub>t</sub>	Relación l/t							
	9	10	11	12	13	14	15	17
0	×	⊠	⊠	⊠	⊠	⊠	⊠	⊠
2	×	×	⊠	⊠	⊠	⊠	⊠	⊠
5	×	×	⊠	⊠	⊠	⊠	⊠	⊠
7	×	×	⊠	⊠	⊠	⊠	⊠	⊠
10	×	×	⊠	⊠	⊠	⊠	⊠	⊠

× Colapso por aplastamiento de la mampostería    ⊠ Colapso por mecanismo de articulaciones

Figura 4.7 Distribución de las formas de colapso, modelo de bóveda

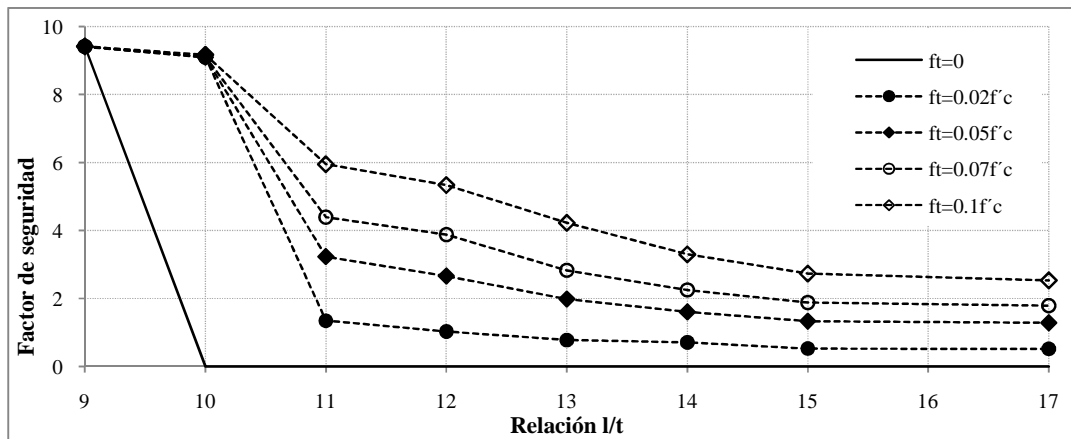


Figura 4.8 Factores de seguridad, modelo de bóveda

### 4.2.2 Bóveda/relleno

Conjunto de modelos en los cuales se integró el relleno al modelo de bóveda. Constructivamente esto no tiene sentido puesto que el relleno requiere un elemento que lo confine, sin embargo, se consideró analizarlo así para modelar su aportación en la estabilidad de la bóveda. Con base en la forma en que colapsan los modelos, que se resumen en la Figura 4.11, en general la distribución es idéntica a la obtenida en el modelo de bóveda simple. El modelo con  $l/t=11$  y  $f_t=10\%f_c$  es un caso particular en el cual la presencia del relleno modifica la forma de colapso. En general, la presencia del relleno estabilizó la bóveda de tal forma que, en aquellos modelos en los que persiste el mecanismo de articulaciones, el factor de seguridad se incrementó considerablemente. Lo anterior se hace más evidente en algunos modelos con resistencias a tensión entre 5 y 10% de la resistencia a compresión.

Las líneas que relacionan los factores de seguridad obtenidos para un mismo valor de resistencia a tensión describen la misma tendencia que los modelos sin relleno, por lo tanto la influencia de la geometría es idéntica a la que ejerce en dichos modelos. Los patrones de comportamiento obtenidos para cada forma de colapso se muestran en las Figuras 4.9 y 4.10.

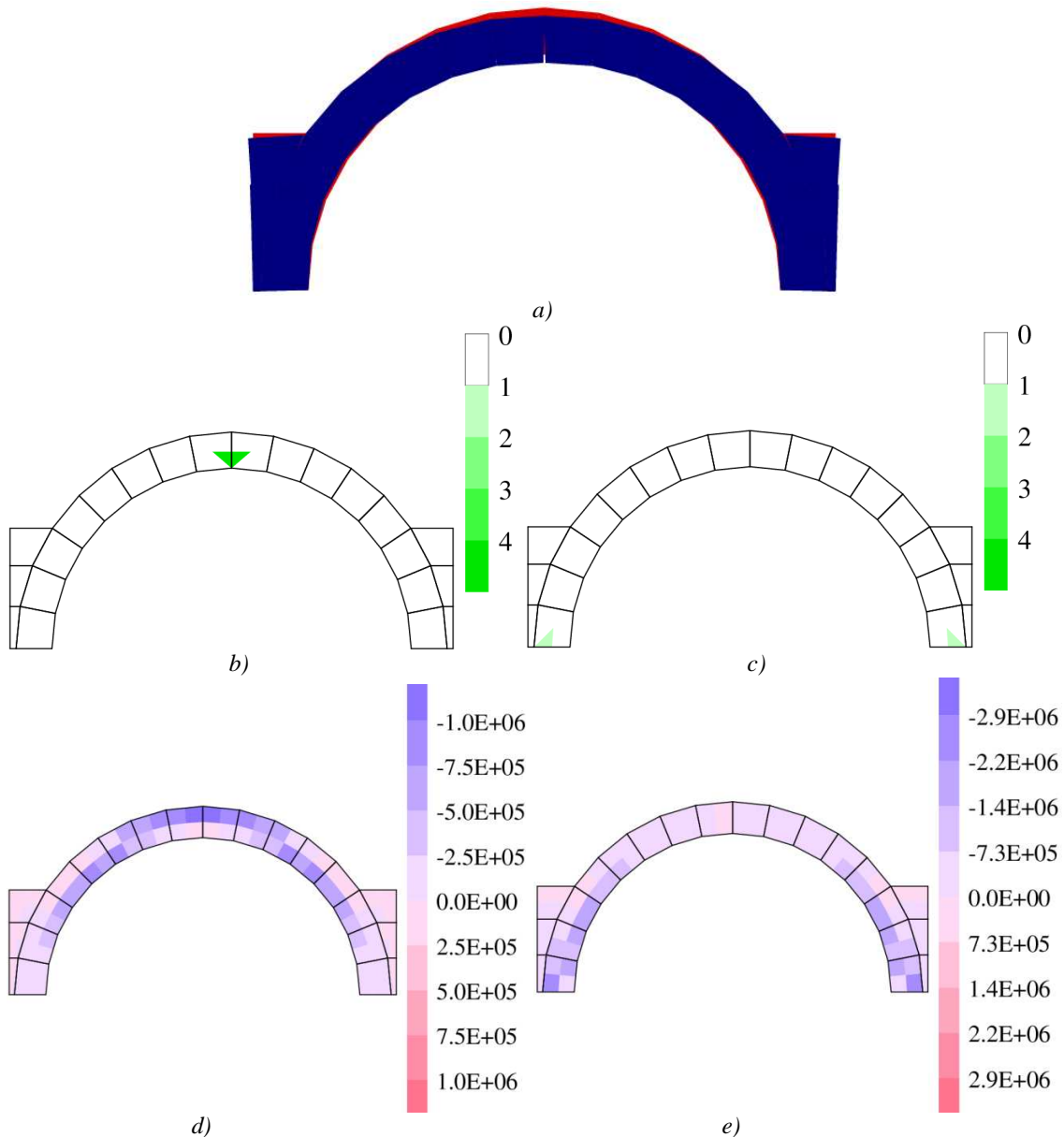


Figura 4.9 Modelo con  $l/t=10$  y  $f_t=5\%f_c$  que colapsa por aplastamiento de la mampostería en los apoyos. a) Deformada, b) Daño por tensión, c) Daño por compresión, d) Esfuerzos horizontales, e) Esfuerzos verticales

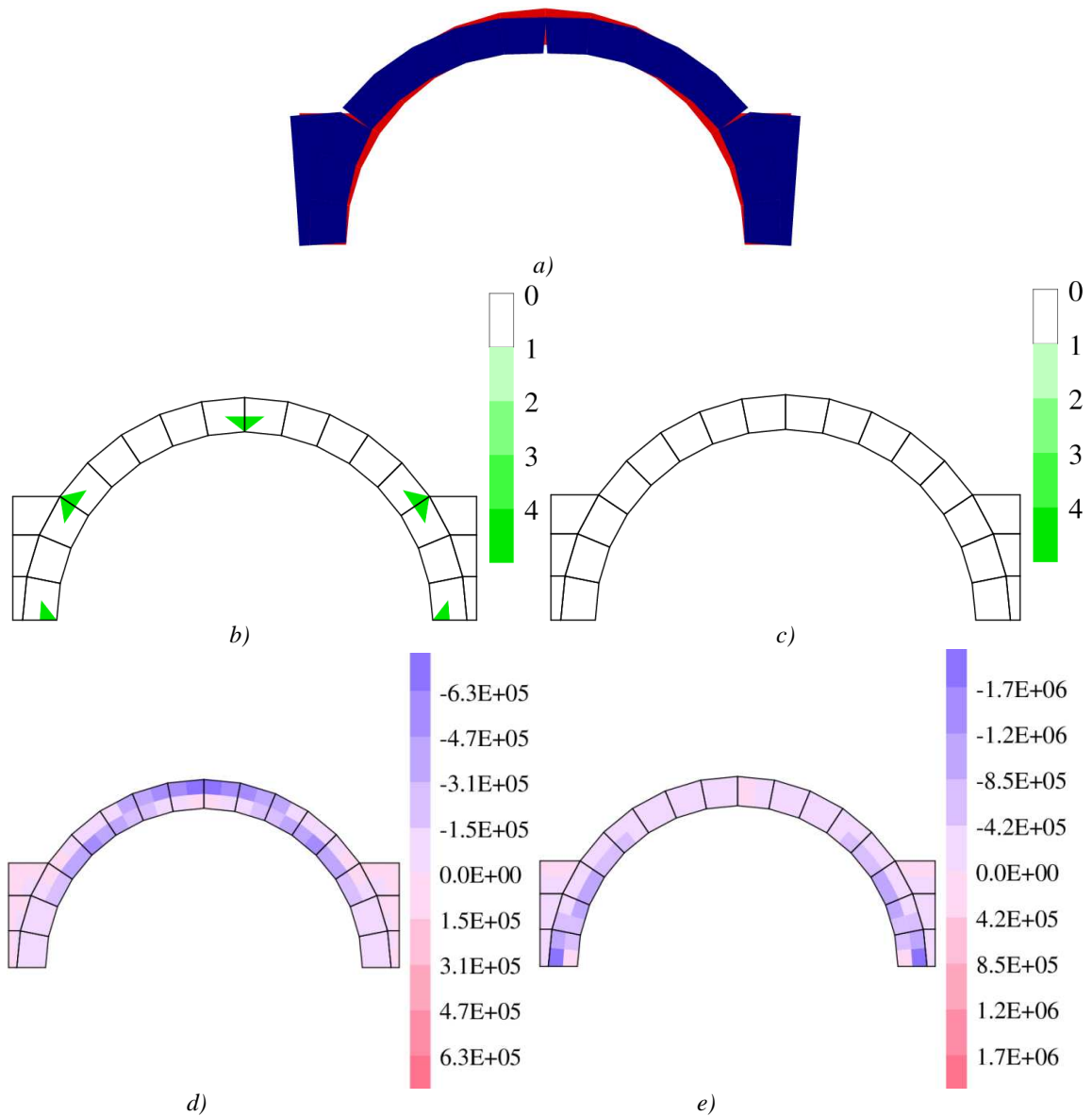


Figura 4.10 Modelo con,  $l/t=11$  y  $f_t=5\%f_c$  que colapsa por mecanismo de articulaciones plásticas a) Deformada, b) Daño por tensión, c) Daño por compresión, d) Esfuerzos horizontales, e) Esfuerzos verticales

	Relación $l/t$								
	9	10	11	12	13	14	15	17	
$\%f_c = f_t$	0	×	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒
	2	×	×	☒	☒	☒	☒	☒	☒
	5	×	×	☒	☒	☒	☒	☒	☒
	7	×	×	☒	☒	☒	☒	☒	☒
	10	×	×	×	☒	☒	☒	☒	☒

× Colapso por aplastamiento de la mampostería ☒ Colapso por mecanismo de articulaciones

Figura 4.11 Distribución de las formas de colapso, modelo de bóveda con relleno

Respecto a los resultados que se resumen en la Figura 4.12, se manifiesta respecto a la resistencia a tensión lo siguiente:

En modelos con  $l/t=9$  la resistencia a tensión no es determinante en la estabilidad. En modelos con  $l/t=10$  la resistencia a tensión tiene la misma incidencia que en el modelo sin relleno, es decir, es la responsable de que el colapso suceda por mecanismo de articulaciones para  $f_t=0$  y por compresión para  $f_t \geq 2\%f_c$ . Los factores de seguridad obtenidos para modelos con  $l/t \geq 10$  demuestran que la carga de colapso es proporcional a la resistencia a tensión definida en cada caso. En el modelo con  $l/t=11$  y  $f_t=10\%f_c$  proporciona suficiente estabilidad y favorece que el colapso ocurra por compresión. Se establece, una vez más, que la resistencia a tensión es determinante en la estabilidad de estos modelos. Obsérvese que cuando se tiene  $l/t=11$  los factores de seguridad son, para  $f_t=0$ , de 2.5 y para  $f_t=7\%f_c$  de aproximadamente 7.6, 200% mayor.

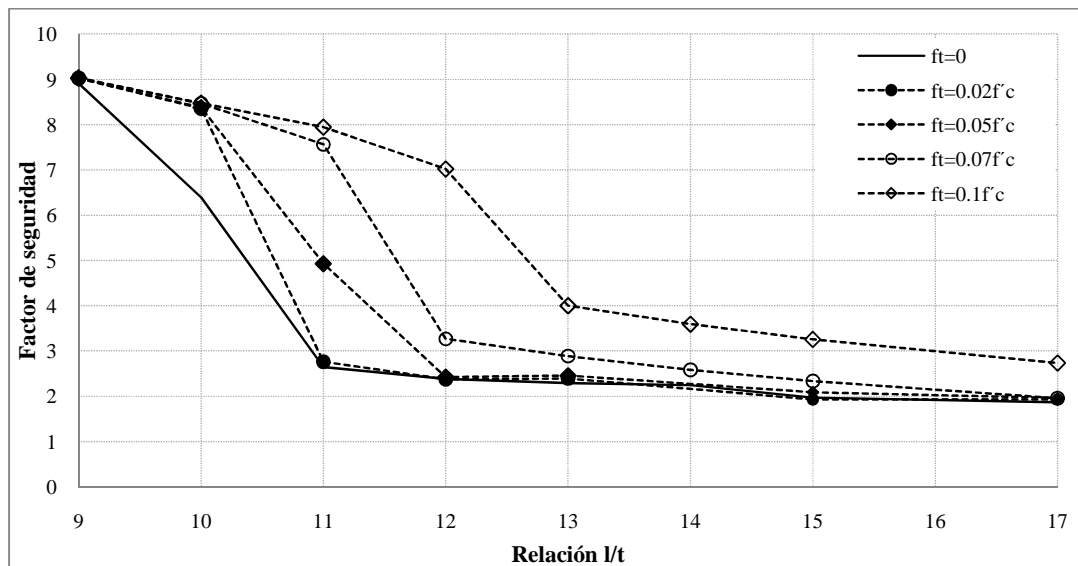


Figura 4.12 Factores de seguridad, modelo de bóveda con relleno

### 4.2.3 Bóveda/relleno/pretil

El pretil se integró en el modelo de bóveda con relleno y se analizó para determinar la carga de colapso y sus respectivos mecanismos de colapso. Esta estructuración modifica la forma de colapso de aquellos modelos que sin pretil fallaron por mecanismo de articulaciones. Por consiguiente la falla de todos los modelos es por aplastamiento de la mampostería. En la Figura 4.15 se resumen los resultados obtenidos para el conjunto de análisis efectuados.

Se observa que la línea que relaciona los factores de seguridad obtenidos para los modelos con relación  $l/t \leq 13$  tiene una tendencia decreciente, en relación con el aumento de la relación  $l/t$ . Para los modelos con  $l/t \geq 14$  la tendencia se invierte, es decir, los factores de seguridad son proporcionales a la relación  $l/t$ . Con el objetivo de interpretar los resultados, en las Figuras 4.13 y 4.14 se presentan los patrones de comportamiento de bóvedas con  $l/t=9$  y  $l/t=17$  respectivamente. Pertenecen a modelos que colapsan por el mismo mecanismo y proporcionan información sobre el comportamiento ante proporciones geométricas muy distintas.

Como se sabe la tendencia de la línea que relaciona los factores de seguridad está vinculada con la influencia de la geometría, por lo que es necesario poner especial atención en ella, específicamente en el espesor de la bóveda y la altura del relleno. Estos dos parámetros geométricos son inversamente proporcionales a la relación  $l/t$ . Un espesor menor implica que conforme se incrementa la carga, la línea de presiones se acerca cada vez más al borde de la mampostería.

Para los modelos con  $l/t \leq 10$  la tendencia decreciente coincide con la de los modelos de bóveda simple y bóveda con relleno. Es evidente que la estabilidad de la estructura es proporcionada principalmente por el espesor de la bóveda. El relleno, que se encuentra confinado por el pretil, contribuye evitando la aparición de agrietamientos y modificando la forma de la línea de presiones. Por la presencia del relleno la línea de presiones tiende a tomar una forma más vertical y ello implica que la sobrecarga necesaria para llevar a la mampostería al colapso debe ser mayor. Esto queda de manifiesto en el incremento de aproximadamente 10% en los factores de seguridad obtenidos para estos modelos. En la Figura 4.13 se observa que el agrietamiento solo aparece en la clave, lo que justifica los argumentos.

En modelos con  $l/t \geq 11$  relleno tiene un papel protagónico, y en los modelos de menor espesor es determinante. En principio estabiliza a la bóveda modificando su forma de colapso además de que incrementa, en función de la altura del relleno, su influencia sobre la forma de la línea de presiones. Cuando se tiene una bóveda de menor espesor,  $l/t \geq 14$  y más aún con cuando  $l/t=17$ , la estabilidad está determinada principalmente por el relleno que proporciona seguridad a la bóveda ante el riesgo de colapso por el mecanismo de articulaciones. En la Figura 4.14 se observa que el agrietamiento es considerable y la acción que ejerce el relleno es crucial para que la carga lleve agotamiento la resistencia de la mampostería antes de que se formen las articulaciones. Es posible intuir que existe un valor de  $l/t$  intermedio entre 13 y 14 en el cual la geometría del relleno y el espesor de la bóveda tienen el mismo grado de influencia.



Se encuentra lógica a la trayectoria descendente descrita por los factores de seguridad de las bóvedas con mayor espesor. Puesto que si la estabilidad está en función principalmente del espesor, la carga de colapso disminuye conforme aumenta  $l/t$ . La trayectoria ascendente pertenece a las bóvedas más esbeltas que son aquellas en las que la estabilidad es proporcionada principalmente por la altura del relleno. Para llevarlas al colapso es necesaria una carga proporcional al espesor (mayor carga para el modelo con  $l/t$  mayor).

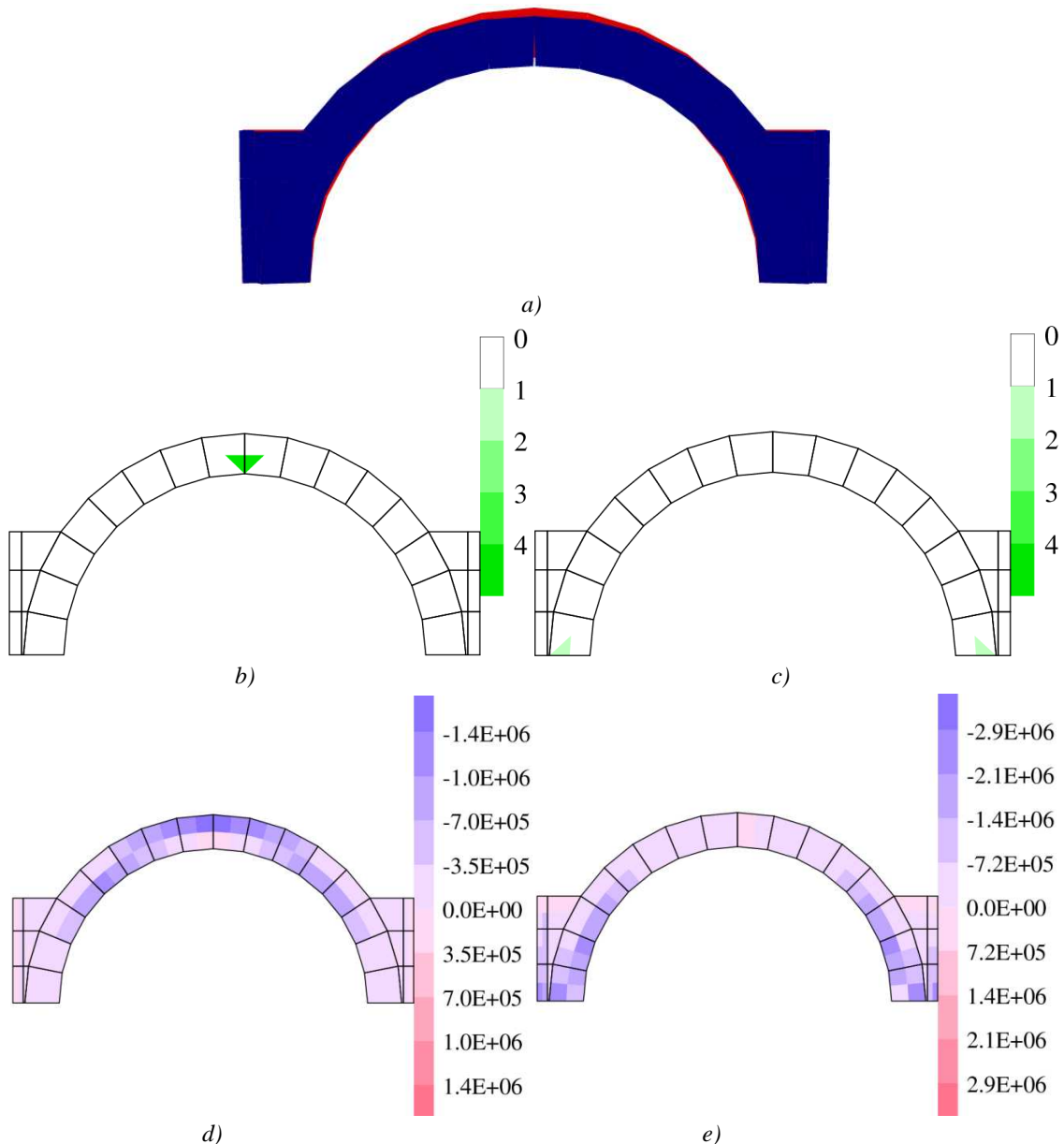


Figura 4.13 Modelo con  $l/t=9$  y  $f_t=5\%f_c$  que colapsa por aplastamiento del material en los apoyos. a) Deformada, b) Daño por tensión, c) Daño por compresión, d) Esfuerzos horizontales, e) Esfuerzos verticales

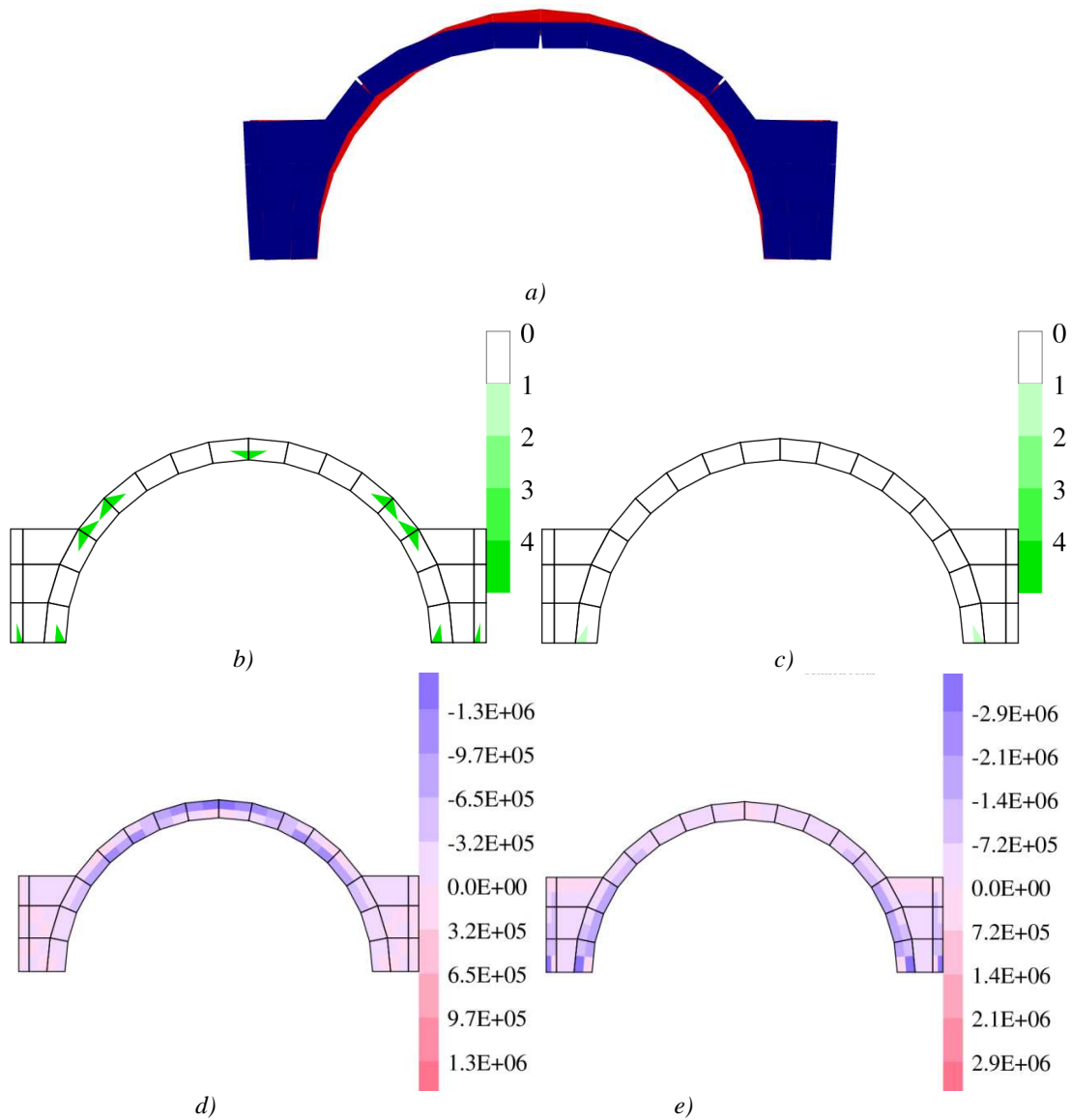


Figura 4.14 Modelo con  $l/t=17$  y  $f_t=5\% f_c$  que colapsa por mecanismo de articulaciones plásticas. a) Deformada, b) Daño por tensión, c) Daño por compresión, d) Esfuerzos horizontales, e) Esfuerzos verticales

Con respecto a la resistencia a tensión se concluye que en este conjunto de modelos esta propiedad no influye (puesto que la falla de todos los modelos es por compresión) y en estas condiciones la geometría es el factor que proporciona la estabilidad.

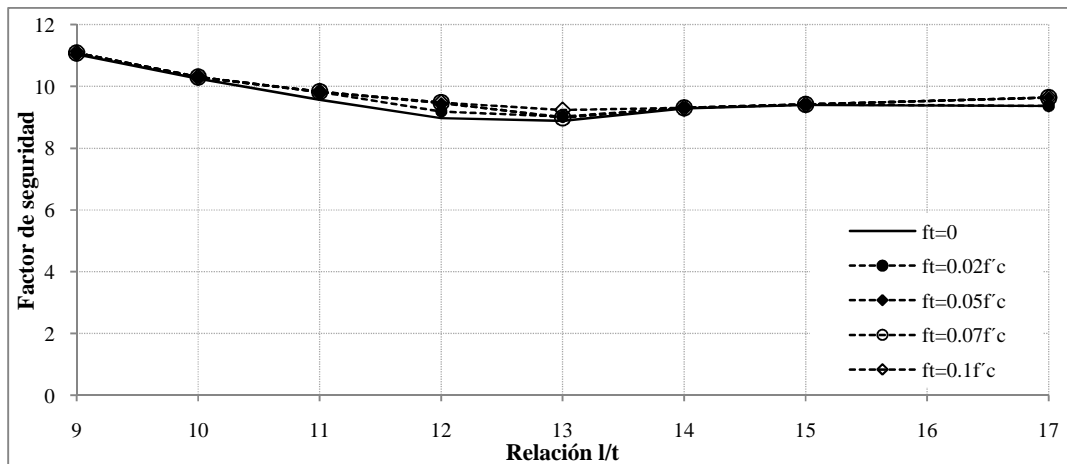


Figura 4.15 Factores de seguridad, modelo de bóveda con relleno y pretil

#### 4.2.4 Sección de nave

En el modelo de bóveda simple se integran los muros de soporte, por lo que ahora se trata de una sección de nave compuesta por bóveda y muros. En los resultados que se muestran en la Figura 4.18, se observa que el mecanismo de colapso es el mismo para todos los modelos. Ante la acción por peso propio la estructura es inestable y el colapso sucede por la formación de suficientes articulaciones plásticas. Las articulaciones aparecen en la clave y en ambos riñones de la bóveda, coincidiendo con el modelo de bóveda simple, sin embargo a diferencia del modelo de bóveda simple, dos articulaciones aparecen en la base de los muros, que son ahora los apoyos de la estructura. Lo anterior se debe a que en la bóveda simple sus arranques son rígidos, mientras que en la sección de nave los arranques no lo son. Ello explica que las grietas aparezcan y se conviertan en articulaciones plásticas en la bóveda bajo cargas menores al peso propio. En la Figura 4.16 se esquematiza el estado límite de la estructura que estrictamente corresponde a un modelo con  $f_t=0$ . En los modelos con  $f_t \neq 0$  la línea de presiones tendría una trayectoria similar, sin embargo ésta puede salirse del borde de la mampostería antes de que una articulación se forme. Para complementar lo comentado véase la Figura 4.17 en la cual se muestran los patrones de comportamiento obtenidos.

La tendencia que describen las líneas que relacionan los factores de seguridad es descendente para todos los valores de resistencia a tensión asignados. Ello indica que los factores de seguridad son inversamente proporcionales a la relación  $l/t$ , no se considera necesario profundizar en su interpretación.

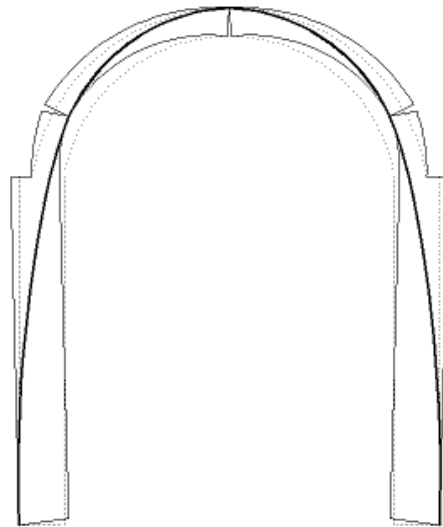


Figura 4.16 Línea de presiones en la sección de nave para un modelo con  $f_t=0$ , las articulaciones se localizan donde la línea toca los bordes de la mampostería.

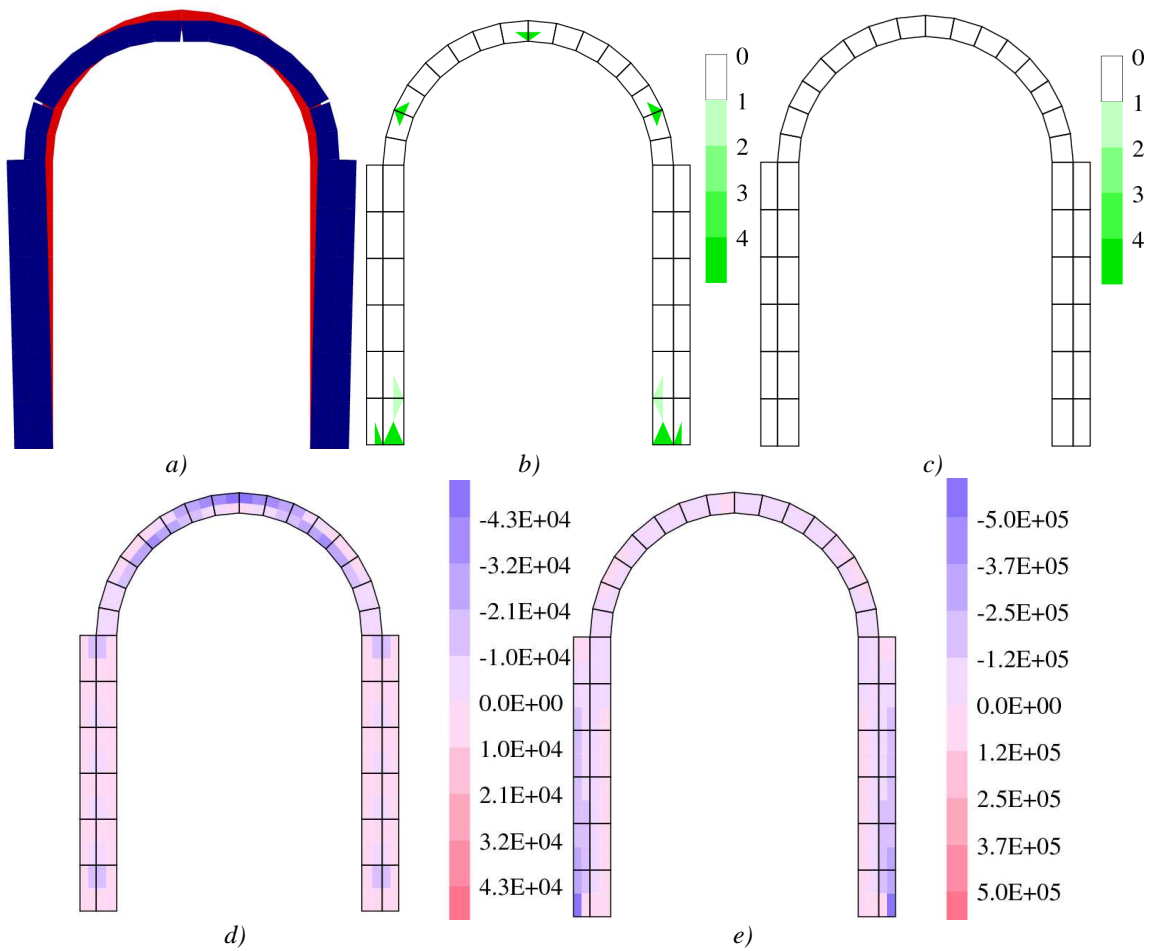


Figura 4.17 Modelo con  $l/t=12$  y  $f_t=5\% f_c$  que colapsa por mecanismo de articulaciones plásticas. a) Deformada, b) Daño por tensión, c) Daño por compresión, d) Esfuerzos horizontales, e) Esfuerzos verticales

La influencia de la resistencia a tensión es indiscutible para este conjunto de modelos, aún cuando los factores de seguridad obtenidos son inferiores al equivalente al peso propio. En modelos con  $l/t=9$  se obtienen para  $f_t=0$  un factor de seguridad de 0.2 mientras que para el modelo con  $f_t=10\%f_c$  el factor es de aproximadamente 8.5, considerablemente mayor.

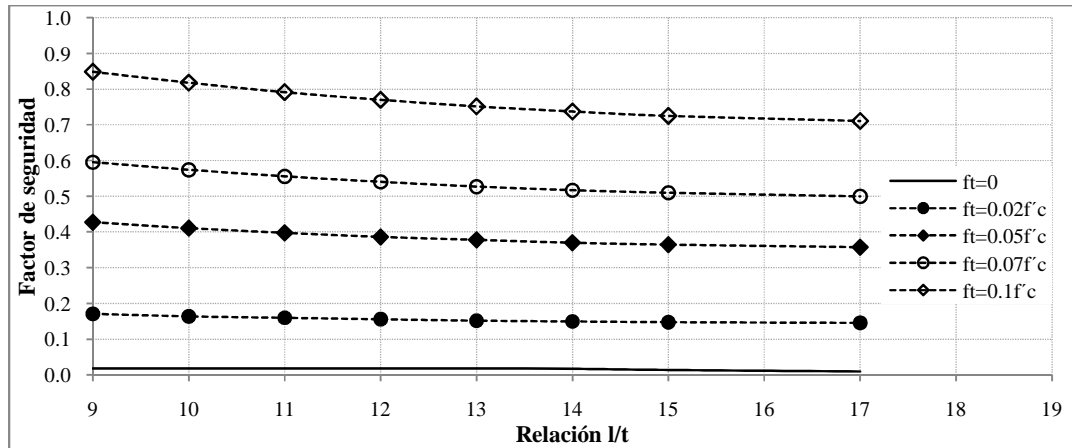


Figura 4.18 Factores de seguridad, modelo de sección de nave

#### 4.2.5 Sección de nave/relleno/pretil

Con el objetivo de determinar las condiciones de estabilidad de la estructuración con relleno y pretil, se procedió a integrarlos al análisis. El comportamiento es idéntico al conjunto de análisis en donde no se modelaron y la falla por inestabilidad de los muros persiste. Los patrones de comportamiento obtenidos que prevalecen en todos los modelos del conjunto analizado se presentan en la Figura 4.19. A partir de los resultados que se muestran en la Figura 4.21, los factores de seguridad obtenidos son muy cercanos al modelo de sección sin relleno ni pretil, siendo la diferencia de aproximadamente 3%, en términos de seguridad es un valor para nada considerable.

El estado de equilibrio de una estructura que colapsa por un mecanismo de articulaciones plásticas está determinado por la línea de presiones, la cual se esquematizó para un modelo de sección en la Figura 4.16. Como se sabe la forma de la línea de presiones está en función de la geometría y el sistema de cargas por lo que la adición de elementos estructurales incide directamente en las condiciones de equilibrio de la estructura. En consecuencia, la seguridad es proporcionada principalmente por la estabilidad de los muros sobre los que se apoya la bóveda. En este sentido lo importante es la incidencia de las acciones del relleno y pretil en la forma de la línea de presiones en el muro.

En la Figura 4.20a se esquematiza la línea de presiones para el modelo en cuestión, se denota que el peso del pretil y relleno tienden a deformar a la línea de presiones, provocan que tienda a tomar una forma vertical. Durante el análisis se observó que en el colapso, los muros se comportan como un monolito que giran alrededor de su borde exterior. Se plantea ahora el análisis de muros que reciben de la bóveda un empuje que tiene componentes vertical y horizontal (Figura 4.20b). Por supuesto que la componente horizontal es la responsable del volteo del muro. Para determinar la estabilidad del muro se tomó como punto de análisis el valor del momento estabilizador y se procedió a determinarlo para la sección con relleno y pretil. El resultado se comparó con el mismo parámetro obtenido para una sección sin pretil ni relleno. Con ello se precisó que el momento estabilizador de la sección con relleno y pretil es mayor apenas un 2% aproximadamente. Puesto que el momento de volteo es directamente proporcional a la componente horizontal del coceo de la bóveda, este resultado es un argumento que justifica el despreciable incremento en los factores de seguridad obtenidos para este conjunto de modelos, respecto a los obtenidos para los modelos de la sección inmediata anterior.

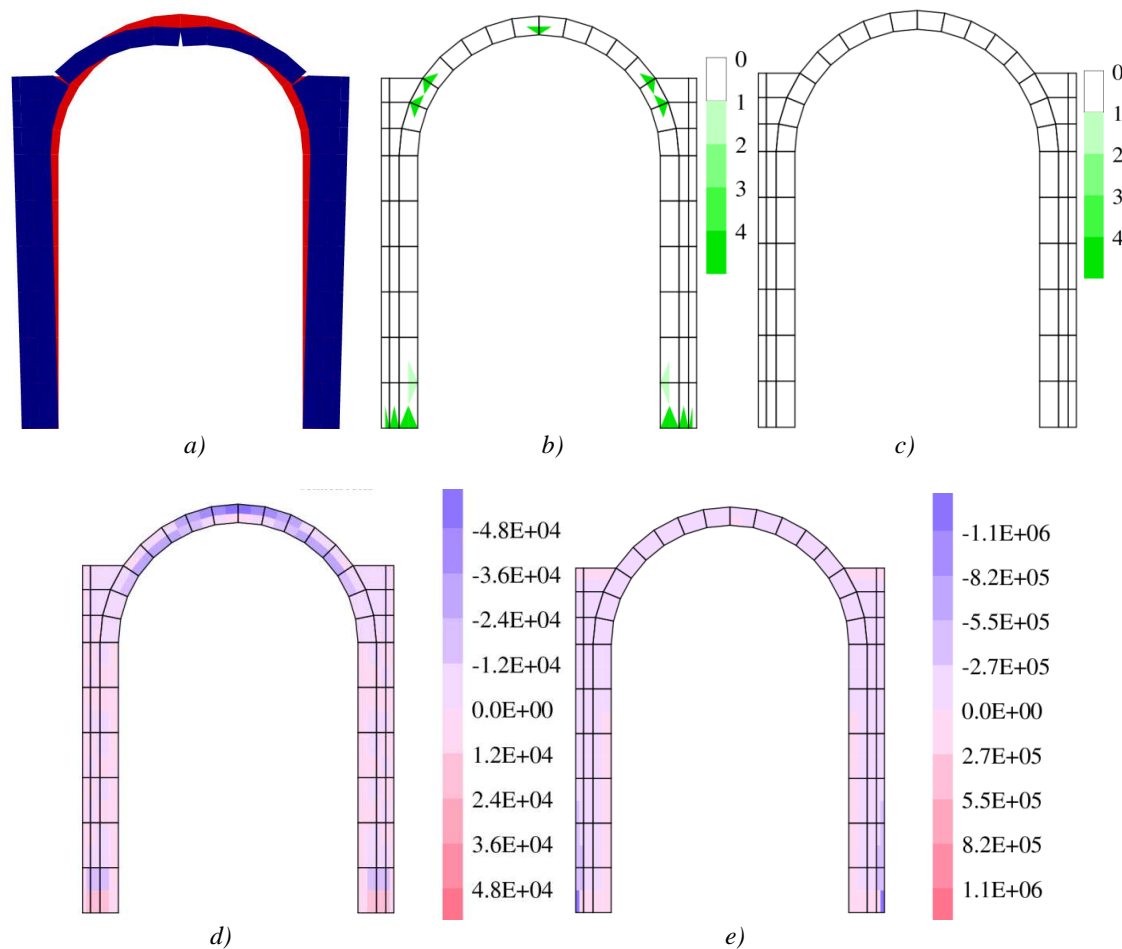


Figura 4.19 Modelo con  $l/t=12$  y  $f_t=5\%f_c$  que colapsa por mecanismo de articulaciones plásticas. a) Deformada, b) Daño por tensión, c) Daño por compresión, d) Esfuerzos horizontales, e) Esfuerzos verticales

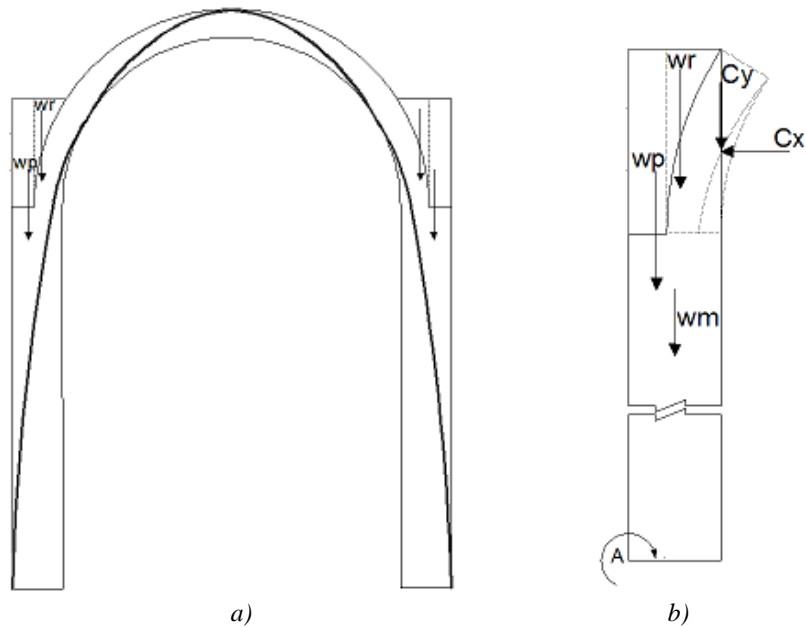


Figura 4.20 Contribución del relleno y pretil en la estabilidad de la sección de nave. a) Influencia en la forma de la línea de presiones, b) Momento de estabilidad del muro

El papel que juega la resistencia a tensión de la mampostería para este conjunto de modelos es idéntico al que se expuso para modelos sin relleno ni pretil.

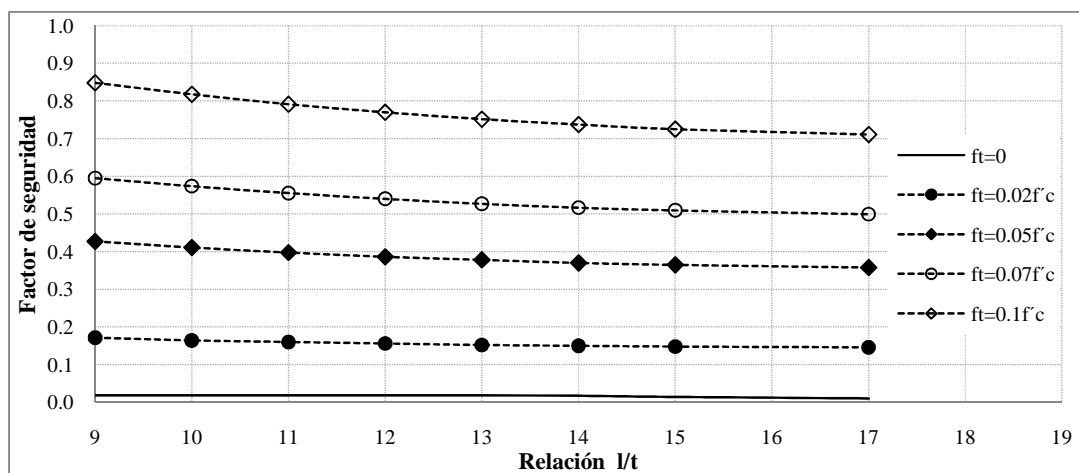


Figura 4.21 Factores de seguridad, modelo de sección de nave con relleno y pretil

#### 4.2.6 Sección/contrafuertes

La inestabilidad de una nave techada con bóveda de cañón corrido conlleva la necesidad de contrarrestar el empuje de los arcos para mantenerla en pie bajo peso propio. Se sabe que los

contrafuertes cumplen esta función con las ventajas que representa, en el ahorro de material de construcción, ante la opción de robustecer el muro en toda su longitud. Se procedió entonces a realizar el análisis de la nave con contrafuertes cuyas dimensiones han sido definidas de acuerdo con la geometría del modelo de referencia. Los resultados obtenidos se presentan en la Figura 4.25. Basándonos en ellos es posible establecer que se presentan dos formas de colapso. La primera consiste en el aplastamiento de la mampostería en el borde exterior de los contrafuertes, siendo la parte baja de estos el apoyo fijo de la estructura. Sucede gracias a que este sistema de soporte, proporciona suficiente estabilidad ante el volteo del muro. La segunda forma de colapso es por mecanismo de articulaciones plásticas en la bóveda, este mecanismo es distinto al desarrollado por los modelos de sección sin contrafuerte y similar al de modelos de bóveda simple puesto que en este caso las 5 articulaciones aparecen en la bóveda. La razón de este comportamiento es que si bien el soporte de muros y contrafuertes resiste el volteo, sufren un cierto desplome a la altura de los arranques de la bóveda.

En la Figura 4.25 se observa una tendencia ascendente para los modelos con  $l/t \leq 14$  que fallan por colapso de la mampostería en los contrafuertes. Sin embargo hay modelos dentro de este rango de valores  $l/t$  en los que también se presenta colapso por mecanismo de articulaciones los cuales describen una trayectoria descendente. Para modelos con  $l/t \geq 15$  la tendencia es descendente. Un factor fundamental a considerar es el desplome que sufre el sistema muro-contrafuerte. En aquellos modelos que describen una trayectoria ascendente, mientras la carga aproxima la línea de presiones al borde (al mismo tiempo provoca desplomes en los apoyos), se alcanzan esfuerzos de compresión que provocan el colapso de la mampostería en los contrafuertes. Esto sucede para el modelo con  $l/t=14$  y conforme el espesor se incrementa son necesarias cargas menores. En el modelo con  $l/t=15$  debido a la carga aplicada, en conjunción con los desplomes de los apoyos, la línea de presiones alcanza el borde y la estructura se convierte en un mecanismo de cinco articulaciones. Para un espesor de bóveda menor esto sucede con una carga menor. Los patrones de comportamiento ante el colapso bajo ambos mecanismos se esquematizan en las Figuras 4.22 y 4.23 respectivamente, a partir de ellas se pueden sacar conjeturas sobre las condiciones que se tienen ante cada una de las formas de colapso. La distribución de las formas de colapso de los modelos se resume en la Figura 4.24. Finalmente, la resistencia a tensión es determinante en la seguridad de los modelos. Cuando se asigna resistencia a la tensión  $f_t=0$ , ningún modelo resiste su peso propio y los factores de seguridad son cercanos a cero. Por el contrario cuando se asigna  $f_t=10\%f_c$  los factores se incrementan considerablemente al grado de provocar, en modelos con  $l/t \leq 14$ , falla por compresión con cargas de 2.7 veces el peso propio. Cuando  $l/t \geq 15$  la mayoría de los modelos la fallan por mecanismo de articulaciones. La resistencia a tensión favorece la seguridad y se obtienen, para  $f_t=10\%f_c$ , cargas de colapso de hasta 1.1 veces el peso propio.



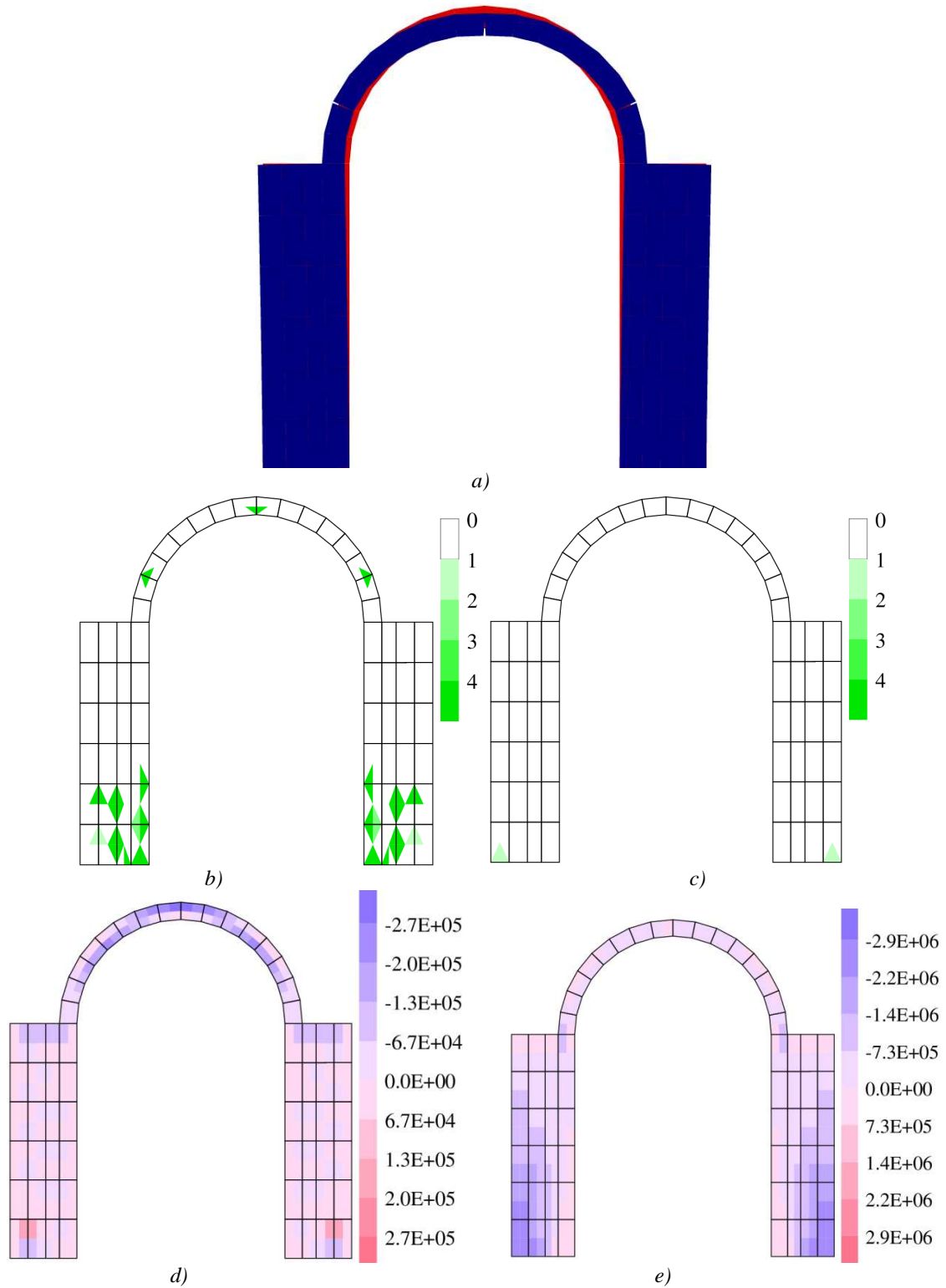


Figura 4.22 Modelo con  $l/t=12$  y  $f_t=5\% f_c$  que colapsa por el aplastamiento de la mampostería en del borde exterior en la base de los contrafuertes. a) Deformada, b) Daño por tensión, c) Daño por compresión, d) Esfuerzos horizontales, e) Esfuerzos verticales

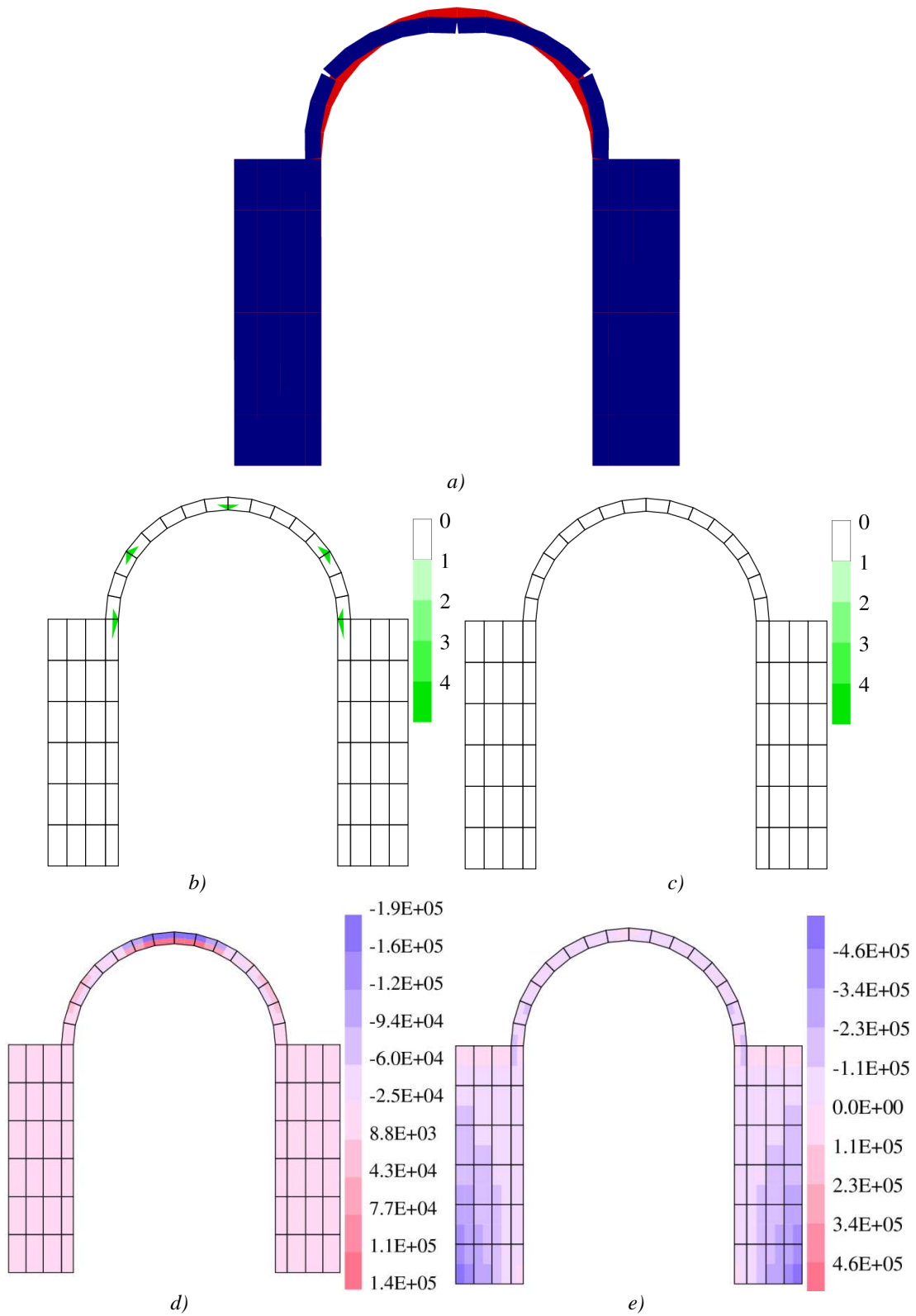


Figura 4.23 Modelo con  $l/t=17$  y  $f_t=5\%$  que colapsa por mecanismo de articulaciones en la bóveda  
 a) Deformada, b) Daño por tensión, c) Daño por compresión, d) Esfuerzos horizontales, e) Esfuerzos verticales

%f <sub>c</sub> = f <sub>t</sub>	Relación l/t					
	9	10	12	14	15	17
0	×	⊠	⊠	⊠	⊠	⊠
2	×	×	⊠	⊠	⊠	⊠
5	×	×	×	⊠	⊠	⊠
7	×	×	×	⊠	⊠	⊠
10	×	×	×	×	⊠	⊠

× Colapso por aplastamiento de la mampostería    ⊠ Colapso por mecanismo de articulaciones

Figura 4.24 Distribución de las formas de colapso, modelo de sección de nave con contrafuertes

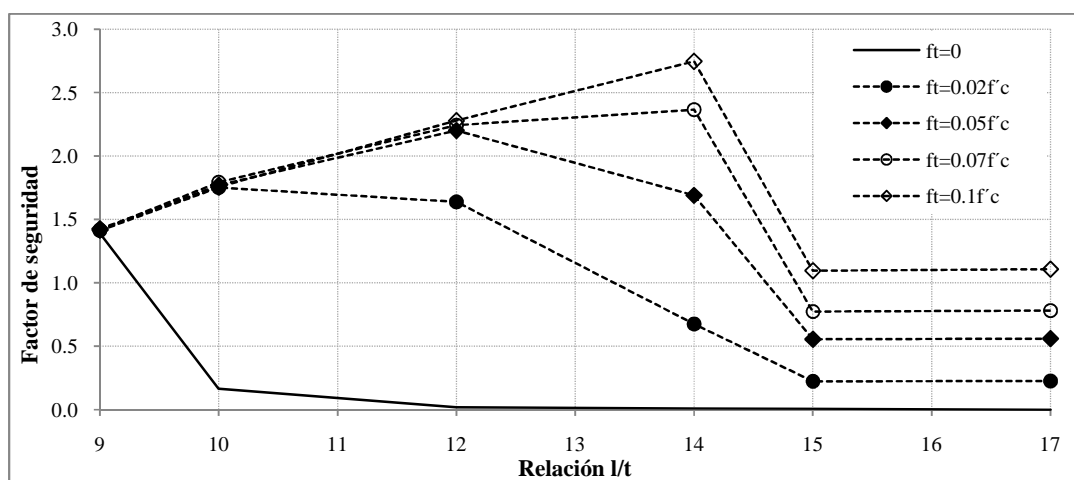


Figura 4.25 Factores de seguridad, modelo de sección de nave con contrafuertes

### 4.2.7 Sección/contrafuertes/relleno/pretil

Con el objeto de conocer el comportamiento del modelo con las aportaciones del relleno y del pretil se procedió a integrarlos al modelo de sección con contrafuertes. Al realizar los análisis correspondientes se observó que el relleno y el pretil estabilizan a la bóveda de tal forma que en aquellos modelos que, sin relleno ni pretil, colapsaron por el mecanismo de articulaciones se modifica la forma de colapso. Por consiguiente, el colapso por aplastamiento de la mampostería en los contrafuertes prevalece en todos los modelos analizados, dicha forma de falla y los patrones de comportamiento se presentan en la Figura 4.26.

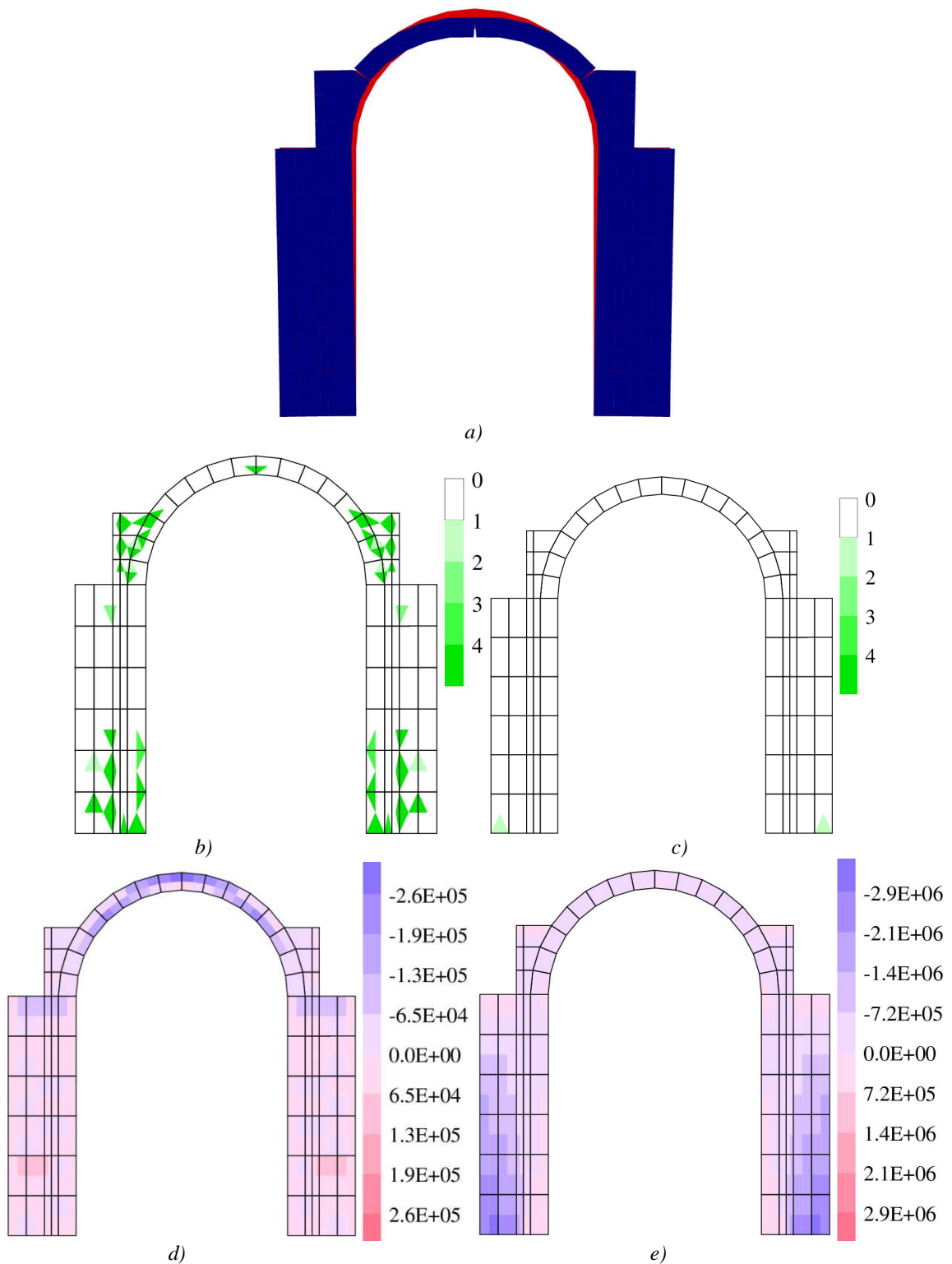


Figura 4.26 Modelo con  $l/t=12$  y  $f_t=5\%f_c$  que colapsa por aplastamiento de la mampostería en el contrafuerte. a) Deformada, b) Daño por tensión, c) Daño por compresión, d) Esfuerzos horizontales, e) Esfuerzos verticales

Al comparar los resultados obtenidos, que se muestran en la Figura 4.27, con los de la Figura 4.25 podemos observar que en aquellos modelos que con la ausencia de relleno y pretil colapsaron por aplastamiento de la mampostería los factores de seguridad se mantienen muy próximos a los obtenidos en el presente conjunto de modelos, lo que significa que en dichos modelos la aportación del relleno y pretil no son considerables. En aquellos modelos que vieron modificada su forma de colapso, la acción de relleno y pretil es para nada despreciable, puesto que en algunos casos el factor de seguridad se incrementó en aproximadamente treinta veces el valor obtenido en el modelo sin relleno ni pretil. Es sin duda este el aspecto que justifica el planteamiento de modelar el relleno y el pretil, que en el modelo de referencia no se consideró. En la Figura 4.27 la tendencia que describen los factores de seguridad coincide con la obtenida para modelos sin pretil ni relleno con falla por aplastamiento. La explicación recae en las condiciones que ya han sido descritas para el conjunto de modelos anterior (sección 4.2.6). Los patrones de comportamiento prevalecen en todos los modelos de este conjunto y son semejantes a los de la Figura 4.26.

Finalmente se concluye que en este conjunto de modelos la estabilidad es proporcionada principalmente por la geometría por lo que la resistencia a tensión no representa contribución alguna.

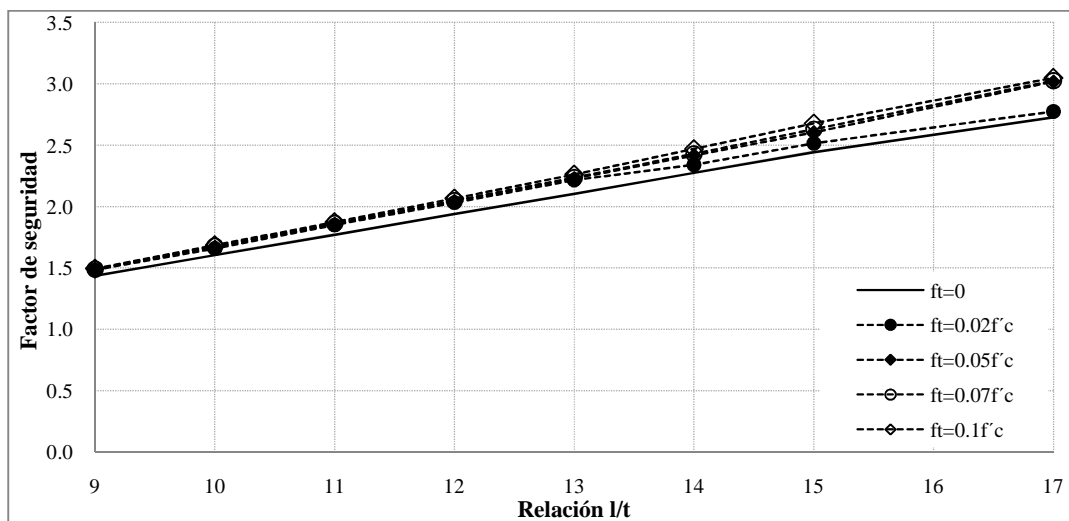


Figura 4.27 Factores de seguridad, modelo de sección de nave con contrafuertes, relleno y pretil

## CAPÍTULO 5

### ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL ANTE CARGAS LATERALES

---

En el estudio de la estabilidad de las estructuras históricas, el comportamiento bajo la acción del peso propio resulta insuficiente puesto que durante la vida de una estructura ha estado y estará afectada por acciones accidentales, de la misma forma que ocurre con las estructuras modernas. Al respecto se puede resaltar la afectación del viento y sismos, la primera favorecida por las grandes áreas de los planos continuos de los muros y la altura que estos tienen, la segunda por las condiciones geológicas que convierten al territorio mexicano en una zona con actividad sísmica constante. Partiendo de lo anterior, se realiza el estudio de la estabilidad bajo los efectos de acciones laterales estáticas y dinámicas cuyas afectaciones pueden asimilarse a los efectos y condiciones de acciones externas reales. En este capítulo se presentan los análisis correspondientes a este tipo de cargas, la interpretación de los resultados obtenidos será en favor de la estabilidad y la importancia que tiene la resistencia a tensión de la mampostería.

#### 5.1 Análisis ante cargas estáticas laterales

El análisis ante cargas laterales se realizó para los modelos que fueron estables ante los efectos de su peso propio, es decir que soportaron su peso propio. El procedimiento de aplicación de la carga consistió en aplicar la carga gravitacional. En este caso la carga gravitacional aplicada no llevó a los modelos hasta el colapso, únicamente se incremento hasta alcanzar el valor equivalente al peso propio y siguió actuando sin sufrir incremento alguno. Una vez alcanzada la carga por peso propio, se inició la aplicación de la carga lateral lo cual se realizó también de forma incremental hasta el colapso del modelo.

La seguridad ante el efecto de este nuevo tipo de cargas se evaluó determinando la carga de colapso. Cuando se analiza el comportamiento ante acciones laterales estáticas o dinámicas, es común representar el valor de la carga que resiste la estructura en relación con la aceleración de la gravedad  $g$ . Por esta razón en este capítulo se procede a presentar los resultados de esa forma. Los valores de la carga de colapso obtenidos para cada conjunto de modelos resultan del cociente entre la equivalente carga aplicada y la aceleración de la gravedad.

### 5.1.1 Bóveda

Al someter a la bóveda al efecto de la carga estática lateral, la falla de todos los modelos ocurre por un mecanismo de cuatro articulaciones. Debido a que la carga no es simétrica, las articulaciones se forman una en la clave, dos en las zonas de los riñones y la cuarta en uno de los apoyos. Las interfaces en las que se desarrollan las articulaciones de los riñones no coinciden con las que se agrietan en los modelos que colapsan de forma simétrica. En la Figura 5.1 se presentan patrones de comportamiento que tiene un modelo de este conjunto frente al colapso.

Las articulaciones se desarrollan por que la línea de presiones que se tiene por peso propio es deformada por la carga lateral (que actúa en dirección horizontal) y la lleva a tocar el borde. La tendencia que describen los valores de la carga de colapso obtenida para los modelos es descendente. Sucede porque, conforme el incremento de  $l/t$ , la línea de presiones alcanza el borde con cargas cada vez menores. En la Figura 5.2 se muestran los resultados de este conjunto de análisis. Se observa que los modelos si bien se mantienen en pie bajo su peso propio, la carga de colapso ante acciones laterales es considerablemente menor en comparación con la obtenida para cargas gravitacionales.

La resistencia a tensión sí es un factor determinante en la estabilidad de los modelos, esto es evidente en modelos con mayores espesores. Para una relación  $l/t=9$  es responsable de que se obtenga una carga de colapso equivalente al 45% de la aceleración de la gravedad ( $g$ ) cuando  $f_t=10\%f_c$ , mientras que con  $f_t=0$  se obtuvo apenas un 10% de  $g$ .

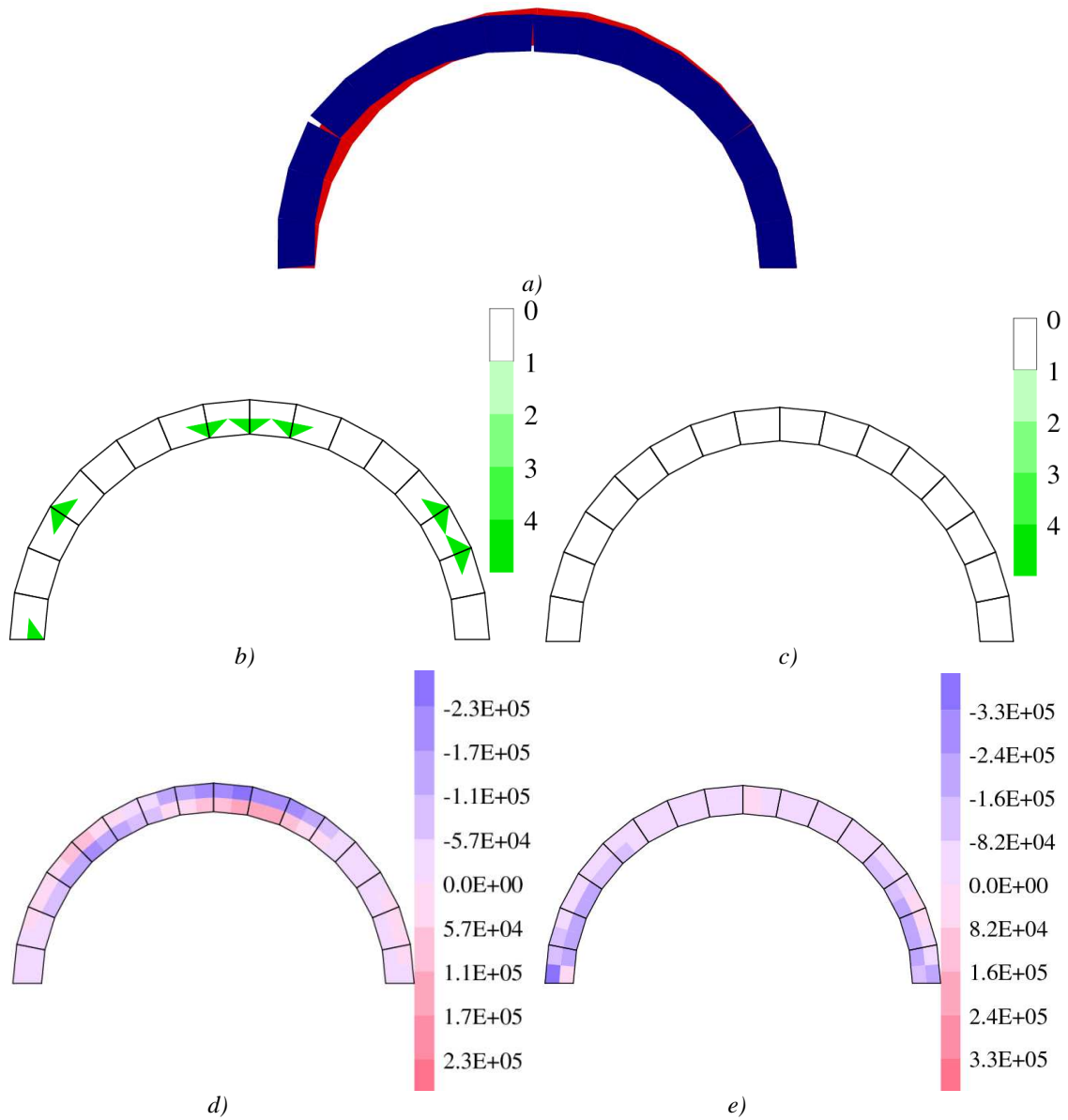


Figura 5.1 Modelo con  $l/t=12$  y  $f_t=5\%f_c$  que colapsa por mecanismo de articulaciones plásticas.  
 a) Deformada, b) Daño por tensión, c) Daño por compresión, d) Esfuerzos horizontales,  
 e) Esfuerzos verticales



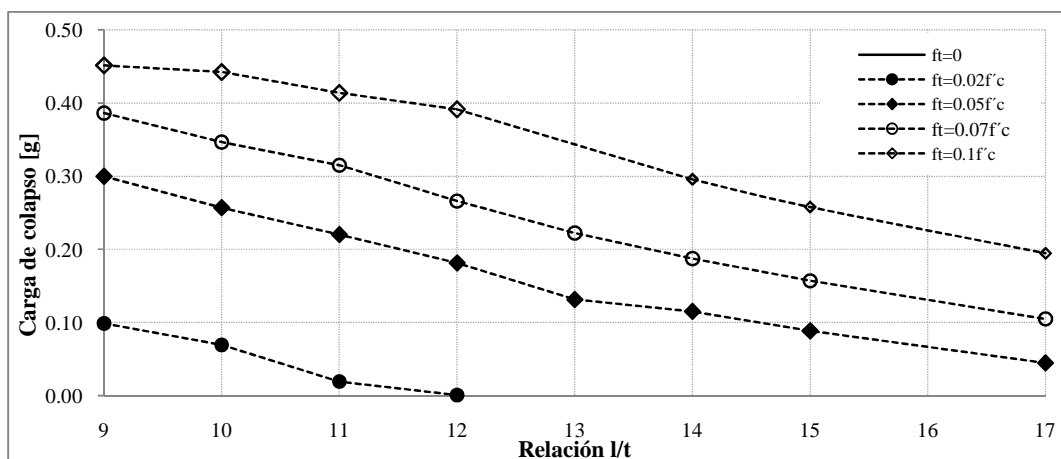


Figura 5.2 Cargas de colapso, modelo de bóveda

### 5.1.2 Bóveda/relleno/pretil

Cuando a la bóveda se integran el relleno y el pretil el colapso por mecanismo de articulaciones persiste. Sin embargo el comportamiento presenta algunas particularidades respecto a los modelos de bóveda simple bajo carga lateral. Para modelos con relación  $l/t < 12$  se desarrollan dos articulaciones en la zona intermedia entre los riñones y la clave, las dos restantes en cada uno de los apoyos. Para modelos con  $l/t \geq 12$  se articula un solo apoyo por lo que la cuarta articulación aparece en uno de los riñones. Además no se presentan agrietamientos en la clave como ocurrió en los modelos bajo peso propio.

La tendencia que describen los factores de seguridad es, en general para cada valor de resistencia a tensión  $f_t$  asignado, descendente para  $l/t < 12$  y ascendente para  $l/t \geq 12$ . Como se sabe las trayectorias descritas están en función de la geometría, específicamente del espesor de la bóveda y del relleno. La tendencia descendente se debe a que la estabilidad está en función principalmente del espesor. En la deformada de la Figura 5.3a se puede deducir que gracias al gran espesor, la carga deforma la línea de presiones, que por peso propio se tiene, aproximándola al borde. La línea toca el borde en ambos apoyos y el colapso sucede porque la estructura vuelca en la dirección en que se aplica la carga.

Cuando el espesor de la bóveda es menor ( $l/t \geq 12$ ), el empuje vertical que ejerce el relleno sobre los apoyos adquiere importancia. Proporciona a uno de los apoyos la suficiente estabilidad ante el volteo y antes de que se articule, la línea de presiones toca al borde en el riñón próximo a este formándose ahí la cuarta articulación. A este comportamiento se adjudica la tendencia ascendente de las cargas de colapso obtenidas. En resumen, existen

dos tipos de comportamiento del modelo ante la falla, en las Figuras 5.3 y 5.4 se muestran los patrones de comportamiento de cada uno.

La resistencia a tensión asignada en cada caso incide directamente en la estabilidad. Se puede observar en la Figura 5.5 que la carga de colapso es, para la mayor resistencia a tensión asignada ( $f_t=10\%f_c$ ), 90% superior en el caso menos favorable ( $l/t=11$ ) y 150% mayor en el caso más favorable ( $l/t=15$ ) respecto a la que se obtiene para  $f_t=0$ .

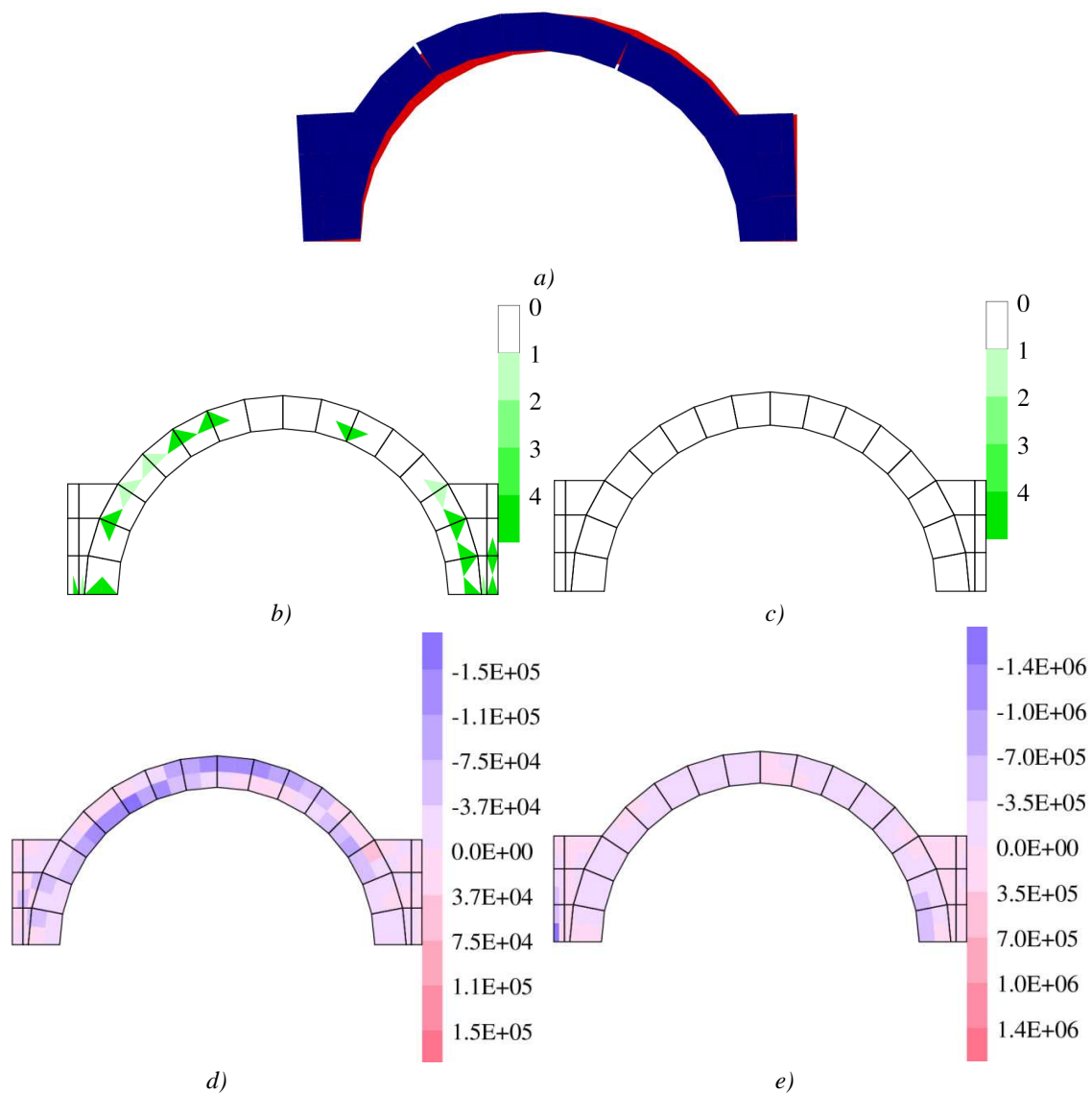


Figura 5.3 Modelo con  $l/t=10$  y  $f_t=5\%f_c$  que colapsa por mecanismo de articulaciones plásticas.  
 a) Deformada, b) Daño por tensión, c) Daño por compresión, d) Esfuerzos horizontales, e) Esfuerzos verticales

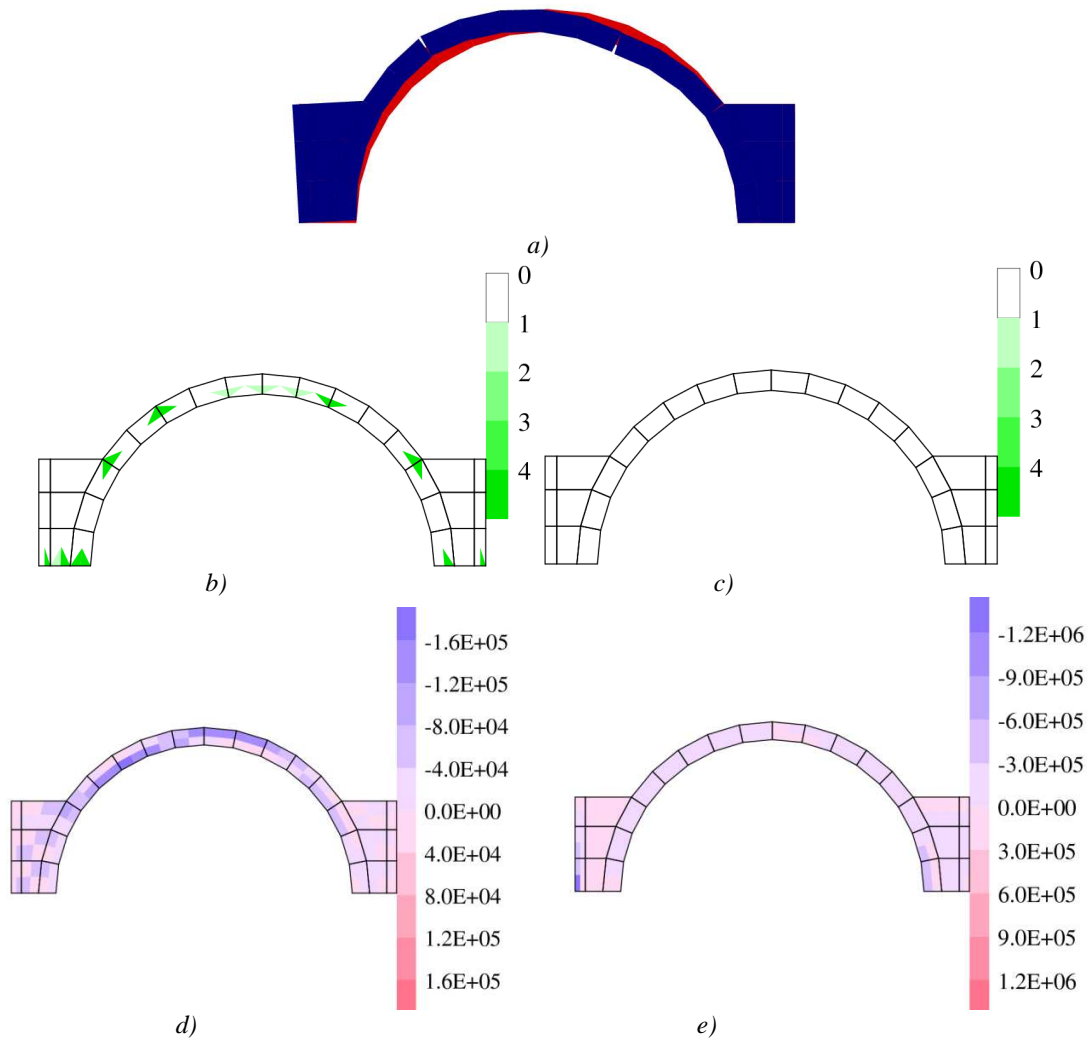


Figura 5.4 Modelo con  $l/t=17$  y  $f_t=5\%f_c$  que colapsa por mecanismo de articulaciones plásticas  
 a) Deformada, b) Daño por tensión, c) Daño por compresión, d) Esfuerzos horizontales, e) Esfuerzos verticales

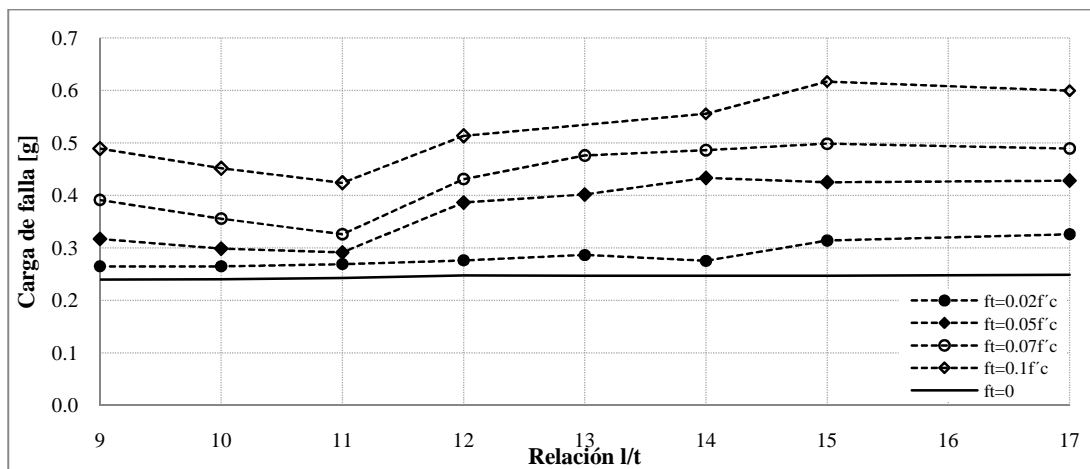


Figura 5.5 Cargas de colapso, modelo de bóveda con relleno y pretil

### 5.1.3 Sección de nave/contrafuertes

Los modelos de sección de nave, en los cuales el soporte de la bóveda está a cargo de los muros, no son estables ante los efectos del peso por lo que sólo es posible hacer un análisis de modelos con soporte a cargo de muros y contrafuertes.

Para este conjunto de modelos se determinó que se presentan las dos formas de colapso; por mecanismo de articulaciones plásticas en la bóveda y por compresión del material en la parte baja de uno de los contrafuertes. La distribución de las formas de colapso y los valores de las cargas de colapso obtenidos se presentan en las Figuras 5.8 y 5.9 respectivamente. Debido a la inestabilidad de algunos modelos ante su peso propio, las líneas que describen las cargas obtenidas para algunos valores de resistencia a tensión aparecen incompletas.

El comportamiento de los modelos que fallan por mecanismo de articulaciones, es similar al de los modelos de bóveda simple bajo carga lateral y las interfaces en las que se desarrollan las articulaciones coinciden en ambos casos. Sin embargo los valores de las cargas de colapso son muy distintos entre sí, la razón de esto es el hecho de que en modelos con muros y contrafuertes la estabilidad de la bóveda está influenciada por los desplomos de los muros (Figura 5.6). El segundo mecanismo es el aplastamiento de la mampostería en el contrafuerte que trabaja en dirección opuesta a la aplicación de la carga. Es razonable que la estructura se desplace y tras a la falla vuelque en dirección de la carga. Sin embargo en la Figura 5.7e se observa que mientras en el contrafuerte que trabaja en dirección opuesta a la carga se ha alcanzado la resistencia a compresión, en el otro contrafuerte los esfuerzos de compresión son relativamente bajos. Recuérdese que previamente la estructura se encuentra bajo las acciones del peso propio y por consiguiente se encuentra actuando el mismo empuje en ambos muros y sus respectivos contrafuertes. Cuando se aplica la carga lateral, se producen empujes en una dirección y se suman a los que se tienen por peso propio. En el muro-contrafuerte que trabaja en dirección opuesta, el empuje se suma incrementándose el valor de la resultante. En el otro muro-contrafuerte los empujes se contrarrestan de tal forma que la componente horizontal resultante es muy reducida y sobre él se encuentra actuando principalmente la componente vertical debida solo al peso de la bóveda.

La tendencia de los valores de carga última está relacionada con el tipo de falla y es ascendente cuando colapsa por aplastamiento y se invierte cuando colapsa por mecanismo de articulaciones. La tendencia ascendente sucede porque la carga lateral es el resultado de la acción que ejerce la aceleración sobre la masa de la estructura. La masa del modelo es

inversamente proporcional al valor de  $l/t$ , por lo tanto para que un modelo con menor masa colapse es necesaria mayor aceleración, es decir mayor carga.

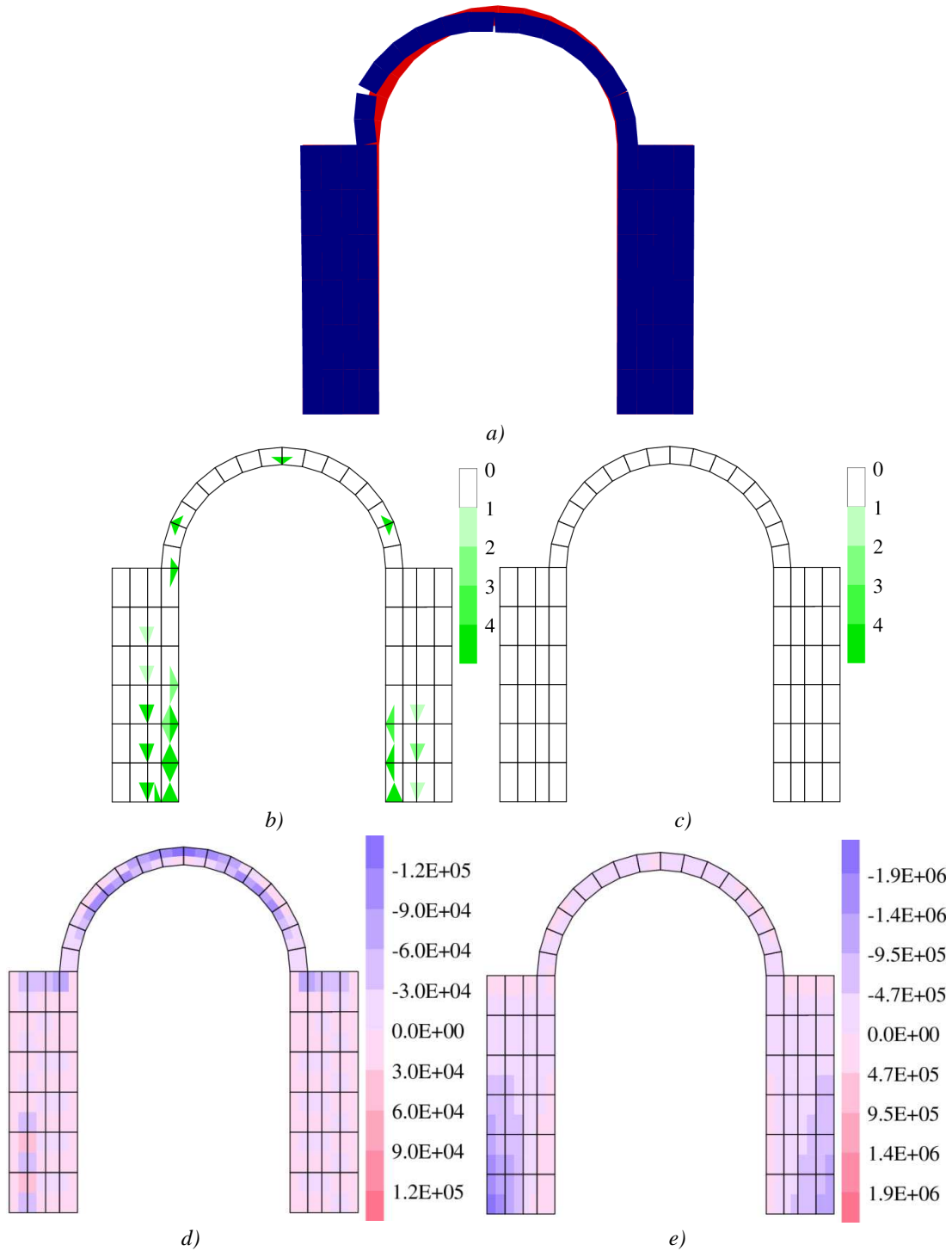


Figura 5.6 Modelo con  $l/t=12$  y  $f_t=2\%f_c$  que colapsa por mecanismo de articulaciones plásticas  
a) Deformada, b) Daño por tensión, c) Daño por compresión, d) Esfuerzos horizontales, e) Esfuerzos verticales

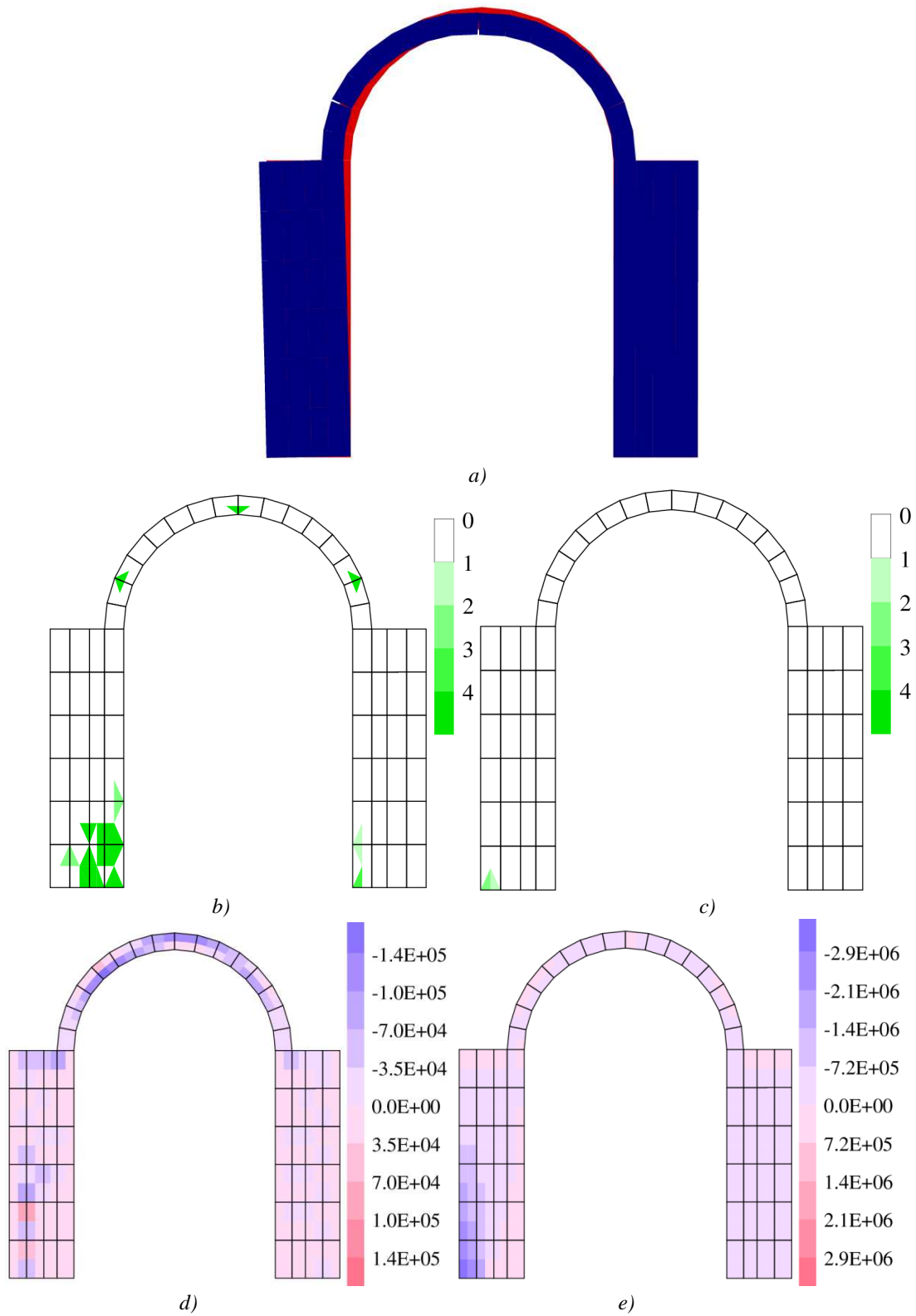


Figura 5.7 Modelo con  $l/t=12$  y  $f_t=5\% f_c$  que colapsa por aplastamiento de la mampostería en el contrafuerte. a) Deformada, b) Daño por tensión, c) Daño por compresión, d) Esfuerzos horizontales, e) Esfuerzos verticales

%f <sub>t</sub> = f <sub>t</sub>	Relación l/t					
	9	10	12	14	15	17
0	×	○	○	○	○	○
2	×	×	⊠	○	○	○
5	×	×	×	⊠	○	○
7	×	×	×	×	○	○
10	×	×	×	×	×	×

× Colapso por aplastamiento de la mampostería  
 ⊠ Colapso por mecanismo de articulaciones  
 ○ Inestable ante peso propio

Figura 5.8 Distribución de las formas de colapso, modelo de sección de nave con contrafuertes

La resistencia a tensión es fundamental en la estabilidad de modelos con l/t=12 y l/t=14, en donde esta propiedad es determinante para que se presente una u otra forma de colapso. Para modelos con los valores de resistencia a tensión mayores se presenta colapso por aplastamiento de la mampostería en el contrafuerte, mientras que para modelos con menor resistencia a tensión se tiene colapso por mecanismo de articulaciones.

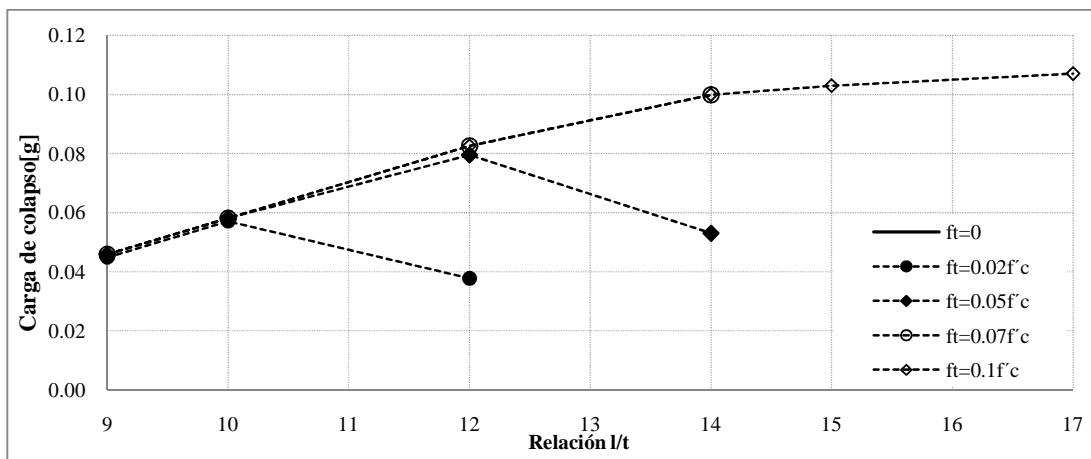


Figura 5.9 Cargas de colapso, modelo de sección de nave con contrafuertes

### 5.1.4 Sección/contrafuerte/relleno/pretil

Al integrar el relleno y pretil al modelo de sección de nave con contrafuertes se determinó que la falla de todos los modelos de este conjunto ocurre por aplastamiento de la mampostería en uno de los contrafuertes. El comportamiento es idéntico al de modelos sin relleno ni pretil que fallan de la misma forma, descrito en la sección anterior. La comparación de los resultados obtenidos en ambos conjuntos de modelos, Figuras 5.9 y 5.11, así lo muestran. La comparación sirve para establecer la influencia del relleno y el pretil en el comportamiento del modelo. Proporcionan a la bóveda estabilidad suficiente para que en principio soporte el peso propio y posteriormente evita el colapso por mecanismo de articulaciones. Además incrementan el empuje que genera el peso propio y

en consecuencia los valores de la carga de colapso son 15% menores a los obtenidos para modelos sin relleno ni pretil. Los patrones de comportamiento se presentan en la Figura 5.10.

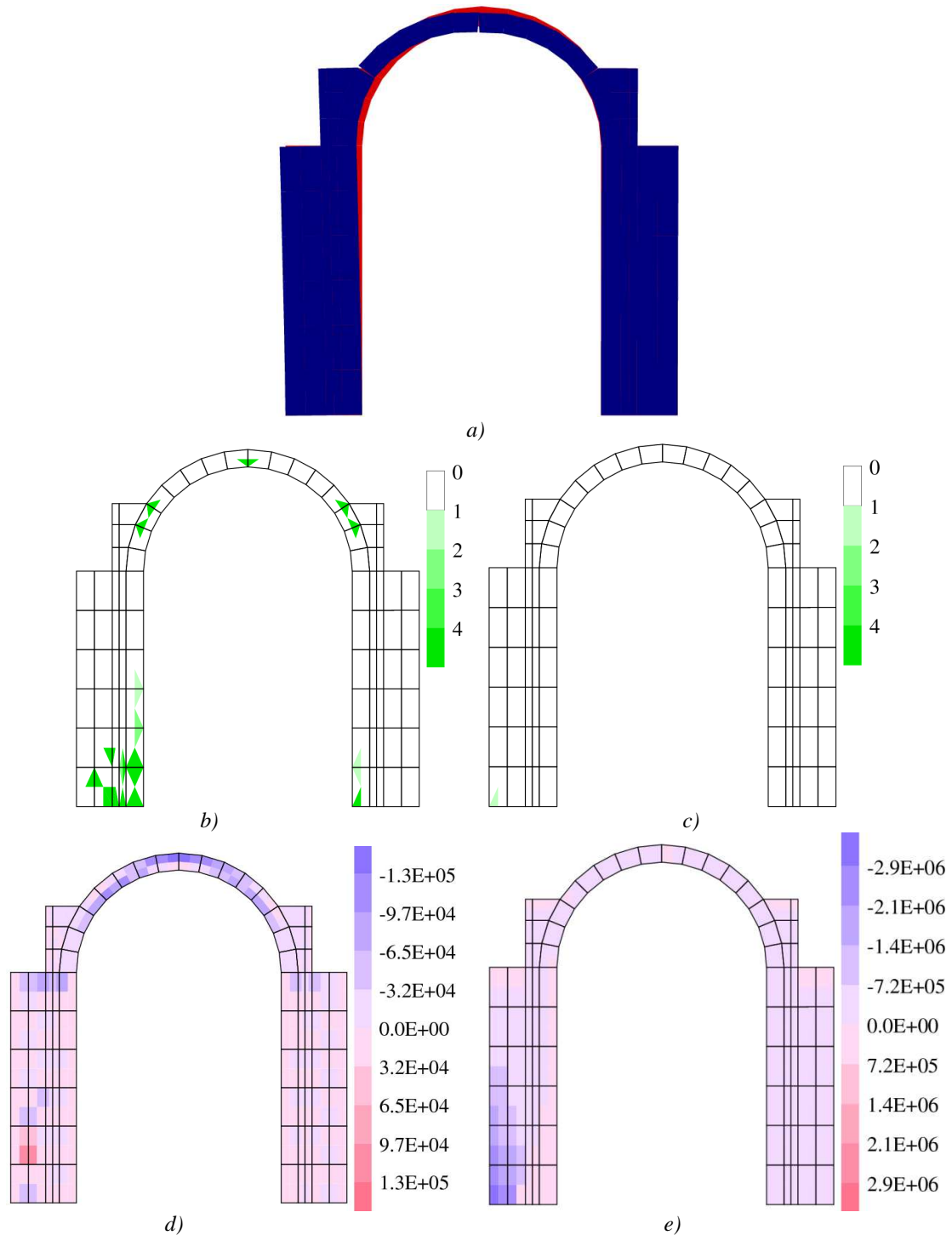


Figura 5.10 Modelo con  $l/t=12$  y  $f_t=5\%f_c$  que colapsa por aplastamiento de la mampostería en el contrafuerte. a) Deformada, b) Daño por tensión, c) Daño por compresión, d) Esfuerzos horizontales, e) Esfuerzos verticales



La tendencia de los valores de carga de colapso obtenidos es idéntica a los modelos de conjunto anterior que falla por el mismo de articulaciones. Los argumentos que se presentaron para dichos modelos son aplicables en la interpretación de los resultados de la Figura 5.11.

En este conjunto de modelos la estabilidad está proporcionada por la geometría del modelo por lo tanto la resistencia a tensión no es una propiedad determinante en la capacidad de carga.

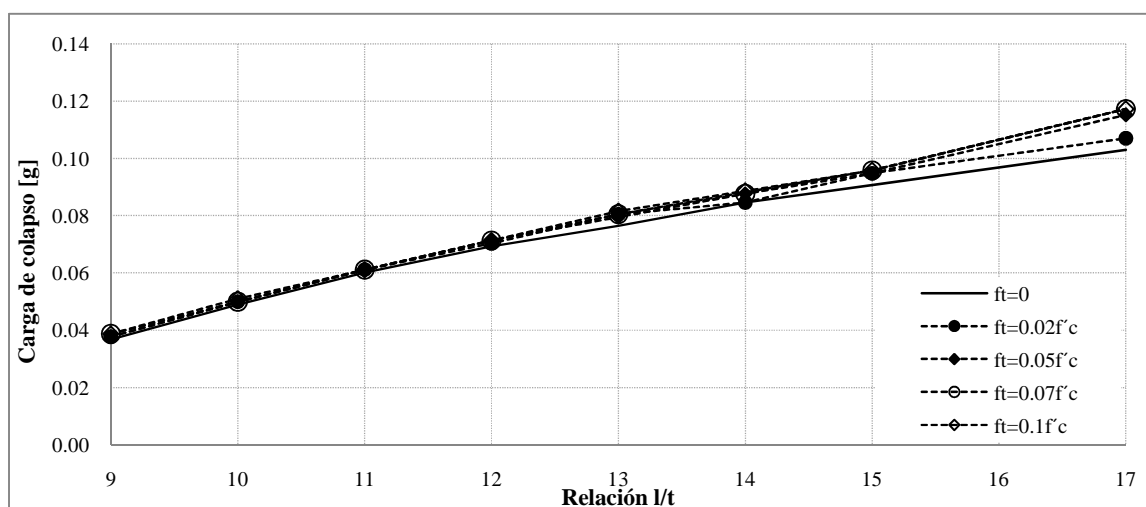


Figura 5.11 Cargas de colapso, modelo de sección de nave con contrafuertes, relleno y pretil

## 5.2 Análisis ante cargas dinámicas

El procedimiento de aplicación de la carga consistió en asignar las acciones dinámicas adicional a las cargas por peso propio. Las cargas dinámicas se asignaron mediante un acelerograma registrado en 1999 en el Estado de Puebla durante un sismo con intensidad de 6.7 grados en la escala de Richter, el cual tiene una duración de 47.5 (Figura 5.12). El análisis bajo este sistema de cargas tiene como objeto determinar la estabilidad de los modelos y conocer el comportamiento ante las condiciones más desfavorables.

Dado que se trata de un sistema de cargas real, el análisis estructural se efectuó únicamente en el modelo integrado por la sección de nave con contrafuertes, pretil y relleno. Lo anterior se debe a que se consideró suficiente realizar el análisis del modelo con las características estructurales que prevalecen en las naves de los templos en estudio.

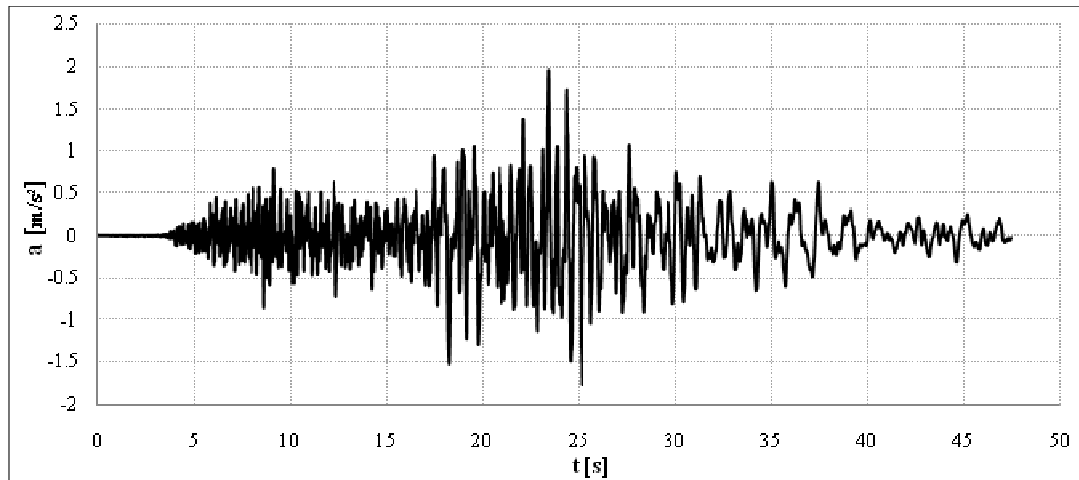


Figura 5.12 Acelerograma Ciudad Serdán Puebla (15/06/1999)

Ante los efectos del acelerograma se determinó que la mayoría de los modelos resisten dichas acciones excepto en los modelos con  $l/t=9$  y un par de modelos con  $l/t=10$  los cuales fallan por aplastamiento del material en los contrafuertes como se observa en la figura 5.13.

%f <sub>c</sub> = ft	Relación l/t							
	9	10	11	12	13	14	15	17
0	×	●	●	●	●	●	●	●
2	×	×	●	●	●	●	●	●
5	×	●	●	●	●	●	●	●
7	×	●	●	●	●	●	●	●
10	×	×	●	●	●	●	●	●

× Modelos que colapsan    ● Modelos estables

Figura 5.13 Comportamiento de los modelos ante las acciones dinámicas

A partir de los resultados del análisis de los modelos que se comportan de forma estable se procede a determinar las condiciones más desfavorables que se presentan, para ello es necesaria la estimación de parámetros como desplazamientos, esfuerzos, daños, deformada dinámica y fuerza cortante en la base. Para estimar las condiciones más desfavorables se requiere evaluar el comportamiento a lo largo del tiempo del acelerograma. En este sentido se toma al desplazamiento y a la fuerza cortante en la base como parámetros indicativos del comportamiento del modelo. Por lo tanto el procedimiento consiste en determinar los valores máximos de desplazamientos y cortante basal. Posteriormente se determinan los patrones de comportamiento bajo dichas condiciones.

De acuerdo con lo anterior se considera importante conocer la historia de desplazamientos en algunos puntos estratégicos del modelo (en la bóveda y en los muros), Figura 5.14.

Dichos puntos se establecieron a partir del comportamiento observado durante el análisis bajo cargas gravitacionales y laterales estáticas, las zonas donde se presentan los mayores desplazamientos se encuentran en la clave y los riñones de la bóveda así como en los muros. Para la interpretación del comportamiento bajo este tipo de acciones, se trabaja con los resultados del modelo con  $l/t=17$  y resistencia  $f_t=5\%f_c$ . La historia de los desplazamientos en la clave se presenta en las Figuras 5.15 y 5.16 correspondiente a desplazamientos verticales y horizontales. Los desplazamientos horizontales son, en promedio, mayores que los verticales siendo los valores máximos de aproximadamente 5 y 3.5 cm respectivamente.

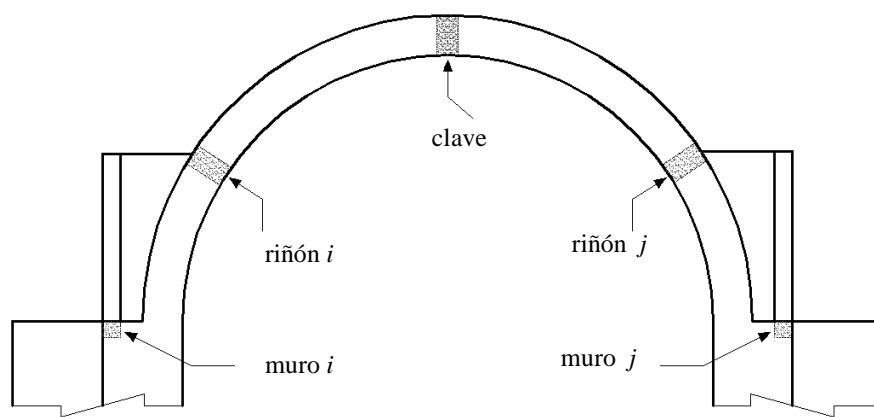
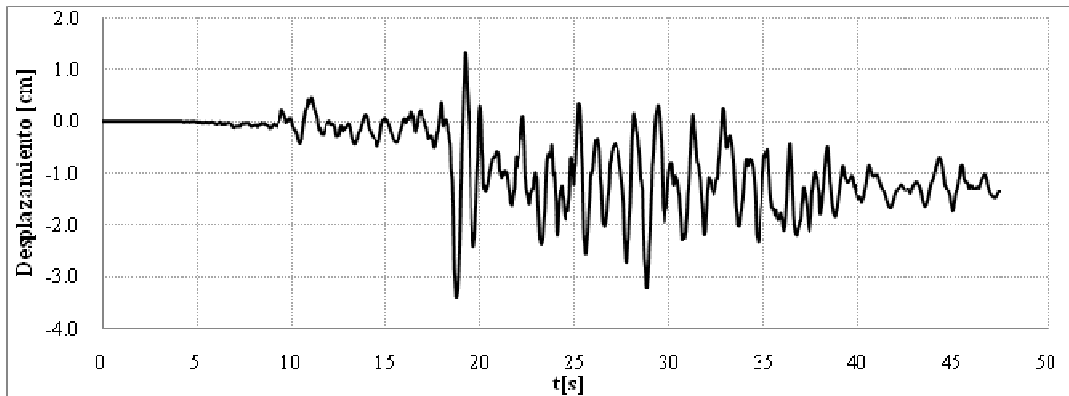


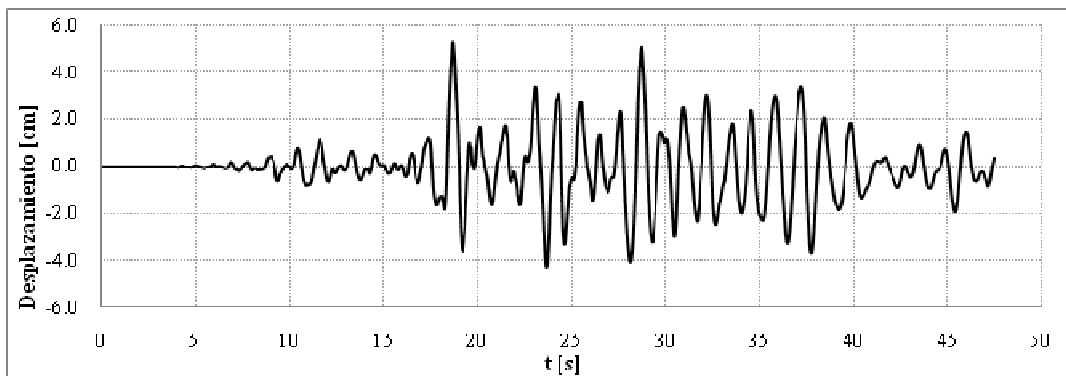
Figura 5.14 Puntos en los que interesa conocer la historia de desplazamientos

Dado que la geometría de la estructura es simétrica se consideró interesante conocer como es el comportamiento de puntos simétricos como los son los riñones. La historia de desplazamientos en los riñones se presenta en las figuras 5.17 y 5.18 en las que aparece la comparación de los resultados obtenidos para los riñones  $i$  y  $j$  de la Figura 5.14. La figura 5.17 corresponde a desplazamientos verticales, en ella se puede observar que los riñones describen comportamientos simétricos entre sí pues los mayores desplazamientos en el riñón  $i$  en un sentido (positivo) coinciden con los mayores desplazamientos del riñón  $j$  en el sentido opuesto (negativo). Otro aspecto interesante es el valor del desplazamiento en el último punto del acelerograma, se puede observar que mientras el riñón  $i$  regresa al punto en el que se ubicaba en el reposo, el riñón  $j$  tiene desplazamiento residual o permanente de algunos milímetros. Esto último representa los efectos de la aplicación del acelerograma y es evidencia de que la estructura ha sufrido algún grado de daño (agrietamientos) lo cual sin embargo no pone en riesgo la estabilidad de la estructura. Los desplazamientos horizontales de los riñones se presentan en la Figura 5.18, se puede observar que (en cuanto a la forma) las trayectorias que describen ambos puntos son idénticas y muy próximas entre sí en los primeros instantes del análisis. Conforme el incremento del tiempo del acelerograma la tendencia que toman es hacia ambos sentidos respectivamente (el riñón  $i$  hacia el sentido positivo y el riñón  $j$  hacia el sentido negativo). En el último punto de

análisis se observa que mientras el riñón  $i$  se encuentra muy próximo a su posición inicial, en el riñón  $j$  se tiene un desplazamiento mayor (aproximadamente tres veces mayor respecto al desplazamiento del riñón  $i$ ). Esto representa desplazamientos permanentes en ambos puntos de la estructura siendo este mayor en la zona del riñón  $j$ .



5.15 Desplazamiento vertical de la clave



5.16 Desplazamiento horizontal de la clave

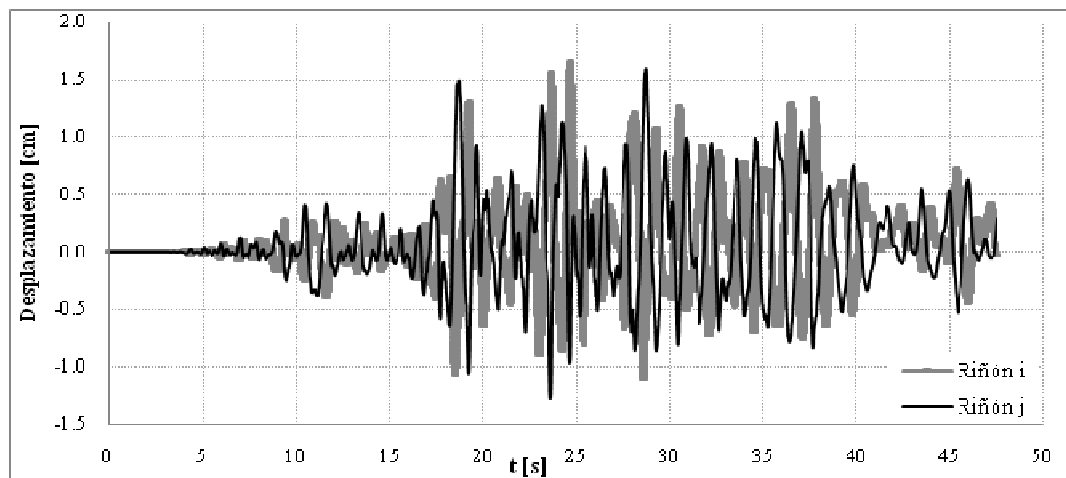


Figura 5.17 Desplazamiento vertical de los riñones

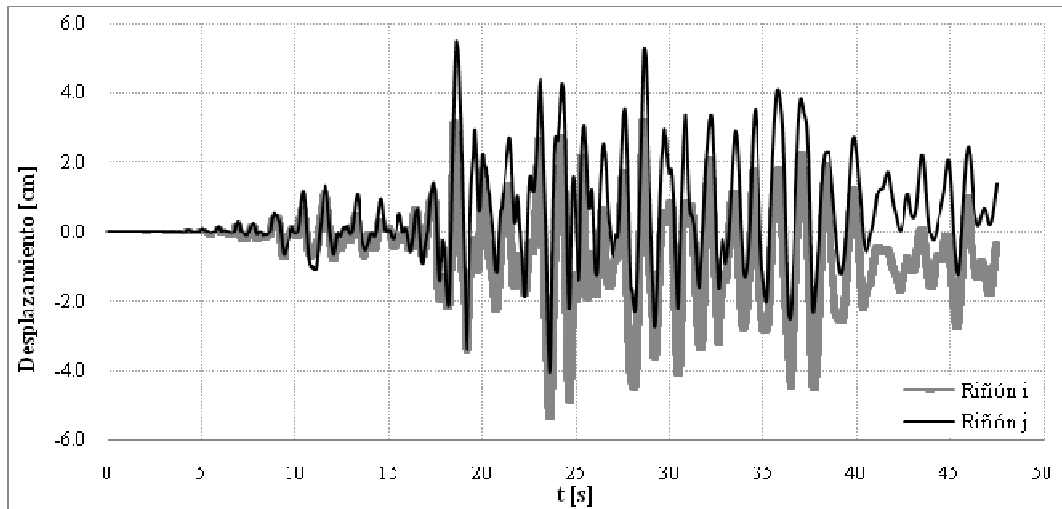


Figura 5.18 Desplazamiento horizontal de los riñones

El desplazamiento de los muros se presenta en las Figuras 5.19 y 5.20 correspondientes a desplazamientos verticales y horizontales respectivamente. En la figura que corresponde a desplazamientos verticales, la trayectoria descrita por la historia de desplazamientos en los puntos  $i$  y  $j$  localizados en los muros es simétrica, es decir los mayores desplazamientos del muro  $i$  en un sentido coinciden aproximadamente con los mayores desplazamientos del muro  $j$  en el sentido opuesto, de forma similar al desplazamiento vertical de los riñones (Figura 5.17). Se tienen desplazamientos permanentes los cuales son despreciables puesto que son de apenas unos milímetros. En la historia de desplazamientos horizontales de ambos muros, que se presenta en la Figura 5.20, se puede observar que el comportamiento es similar al que se tiene en el desplazamiento horizontal de los riñones. Los desplazamientos horizontales finales en los riñones y en los muros revelan que por efecto de la aplicación del acelerograma la estructura sufre desplomos permanentes los cuales afectan a toda la estructura que tiende a abrirse hacia ambos lados a partir de la clave. Es importante señalar que estos desplomos si bien son evidentes a cierta escala, en la realidad no representan riesgos para la estabilidad de la estructura. Dichos resultados revelan, además de aspectos importantes sobre las condiciones más desfavorables, los riesgos ante acelerogramas de mayores intensidades.

Al comparar los desplazamientos máximos obtenidos en los puntos de la bóveda ya mencionados, en las direcciones horizontal y vertical, se determinó que los mayores desplazamientos se presentan en la zona de los riñones (esto sucede con todos los modelos que resisten el sismo). En este modelo en particular el mayor desplazamiento (condición más desfavorable) ocurre en la dirección horizontal del riñón  $j$ , en la Figura 5.21 se presentan los patrones de comportamiento correspondientes al estado de la estructura en dichas condiciones de análisis.

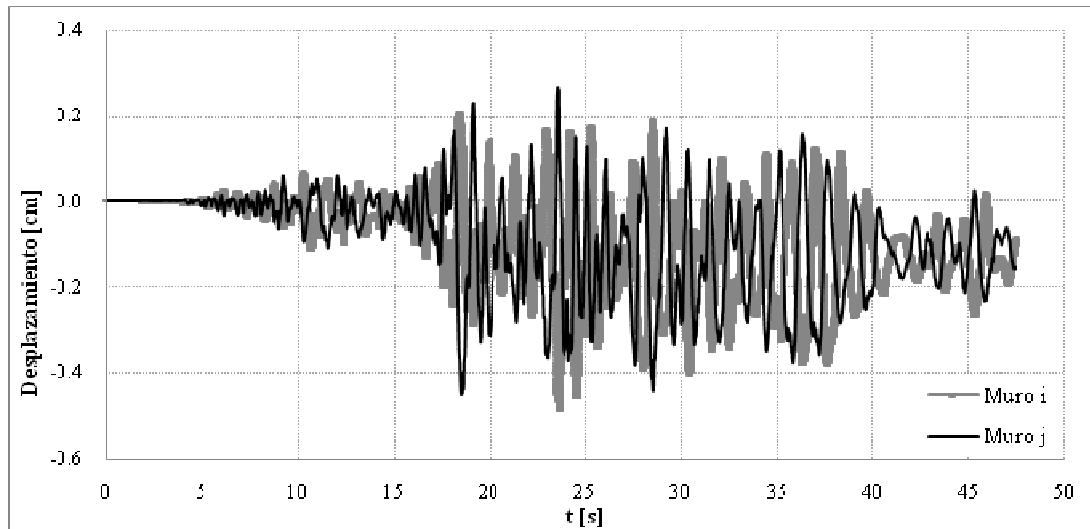


Figura 5.19 Desplazamiento vertical de los muros

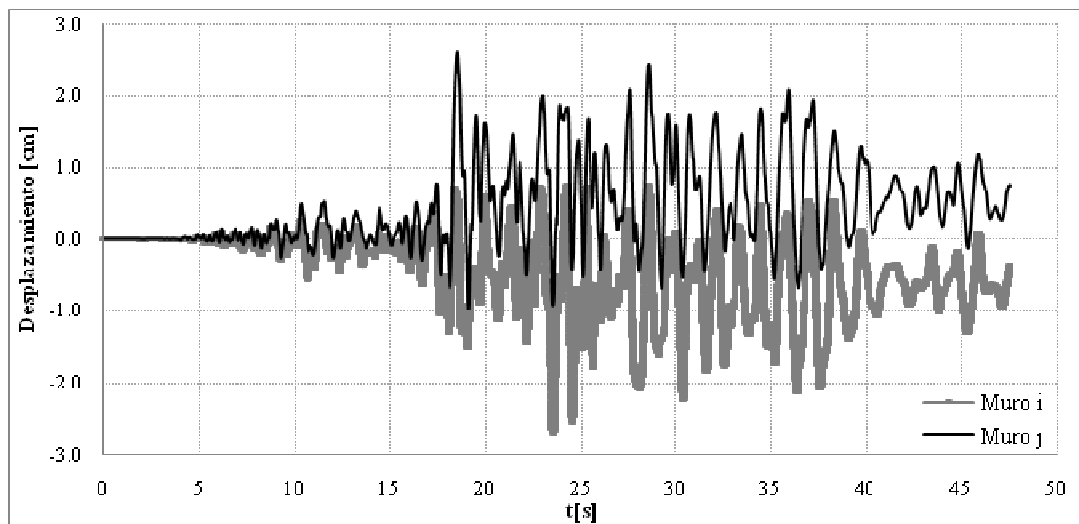


Figura 5.20 Desplazamiento horizontal de los muros

Respecto a la fuerza cortante en la base como indicador del comportamiento, el resultado obtenido para el modelo en cuestión se muestra en la Figura 5.21, en ella se observa la variación de este parámetro a lo largo del tiempo así como las magnitudes. De la misma forma que en la historia de desplazamientos, en el final del tiempo de análisis se tiene una cortante basal residual la cual se debe a las afectaciones en la estructura. Los patrones de comportamiento para los valores máximos de desplazamiento y cortante basal se presentan en la Figura 5.22 y 5.23 respectivamente. Al comparar ambas figuras se observa que el comportamiento es similar al que se tiene bajo el efecto de cargas estáticas, se desplaza de forma lateral por lo que los mayores esfuerzos se tienen en la base de los contrafuertes pero en este caso no se alcanza la resistencia a compresión de la mampostería. Las condiciones

estructurales más desfavorables son las correspondientes a los desplazamientos máximos puesto que se tienen, en la base de los contrafuertes, esfuerzos mayores que en la condición de máxima fuerza cortante en la base.

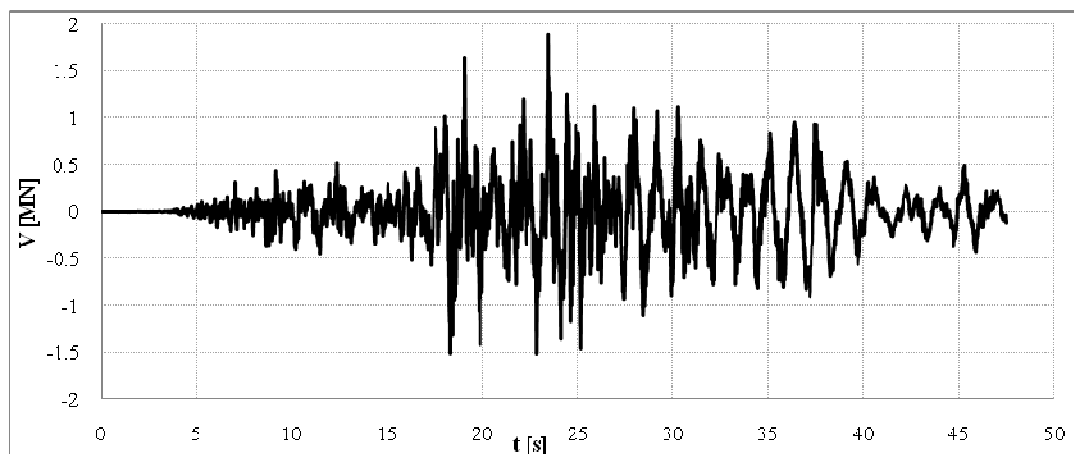


Figura 5.21 Fuerza cortante en la base

Los modelos con bóvedas espesas ( $l/t=9$  y algunos con  $l/t=10$ ) son inestables ante los efectos del acelerograma (fallan por el aplastamiento de la mampostería de los contrafuertes), la falla es propiciada por el empuje de la bóveda que ante los efectos del acelerograma ejerce acciones considerables sobre los elementos de soporte de la estructura. El comportamiento de éste modelo antes de la falla es similar al que tienen los modelos estables sin embargo, gracias a la masa de la bóveda, se supera la resistencia a compresión de la mampostería. Un aspecto interesante es el hecho de que los desplazamientos que sufre la estructura en el estado límite no representan el principal riesgo, puesto que son menores incluso a los desplazamientos que sufren algunos modelos con bóvedas más esbeltas que no colapsan. Lo anterior se puede observar en la Figura 5.24 en la cual se presentan los patrones de comportamiento del modelo con  $l/t=9$  y  $ft=5\%fc$ . La deformada dinámica (Figura 5.24a) es similar a la que se tiene en el análisis por peso propio, así mismo aún cuando la aplicación de la carga es de forma lateral (horizontal) el aplastamiento de la mampostería ocurre en ambos contrafuertes. En lo que respecta a los esfuerzos que provocan el aplastamiento de la mampostería, estos no se encuentran en el borde exterior de ambos contrafuertes, en la Figura 5.24e se observa que en uno de los contrafuertes la resistencia de la mampostería se alcanza en el borde en que este se une con el muro. Estas condiciones evidencian la influencia que en el comportamiento de estos modelos tienen los modos verticales de la estructura.

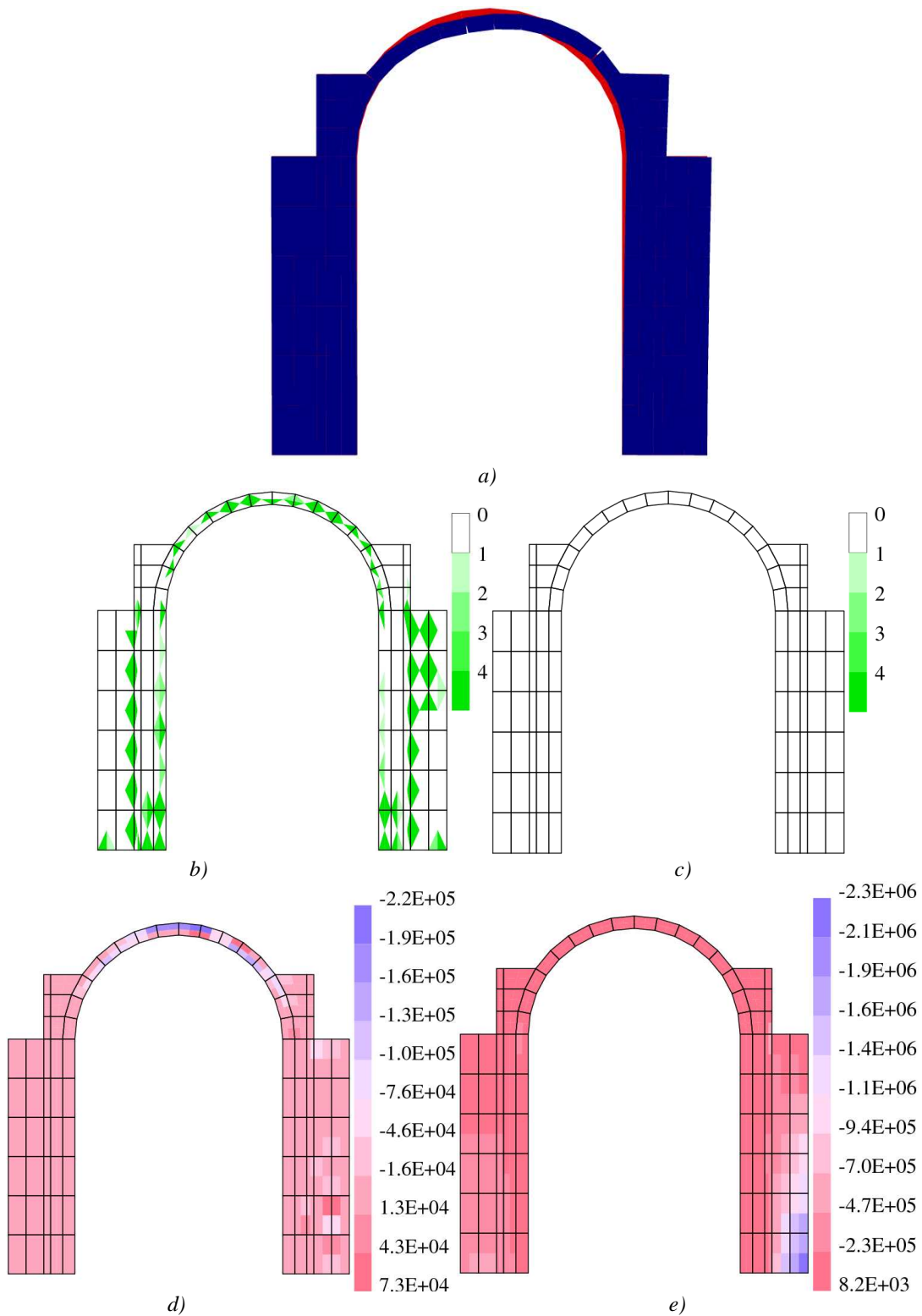


Figura 5.22 Patrones de comportamiento del modelo cuando se presenta el desplazamiento máximo en los riñones a) Deformada, b) Daño por tensión, c) Daño por compresión, d) Esfuerzos horizontales, e) Esfuerzos verticales



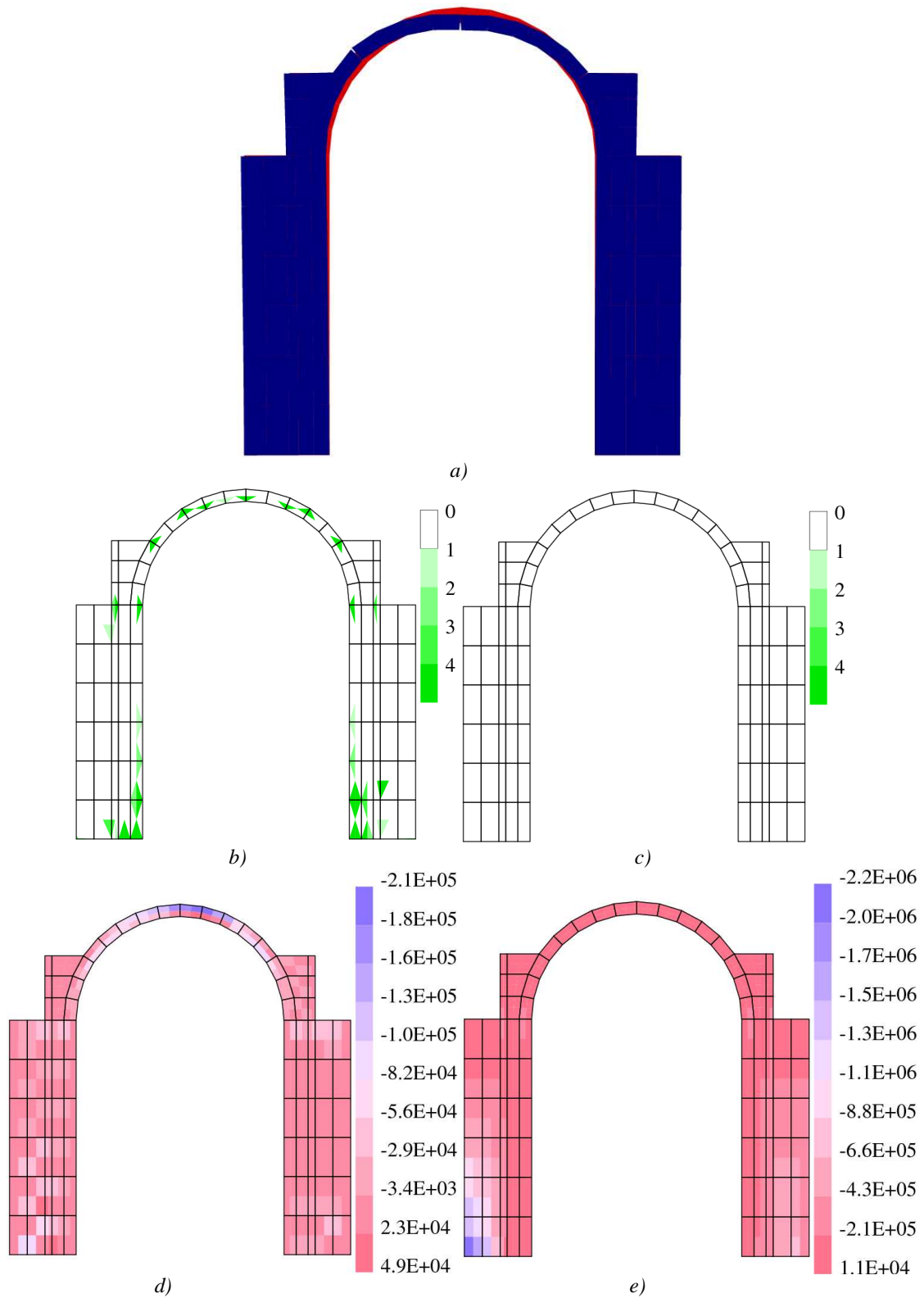


Figura 5.23 Patrones de comportamiento del modelo cuando se presenta el valor máximo de la fuerza cortante en la base a) Deformada, b) Daño por tensión, c) Daño por compresión, d) Esfuerzos horizontales, e) Esfuerzos verticales

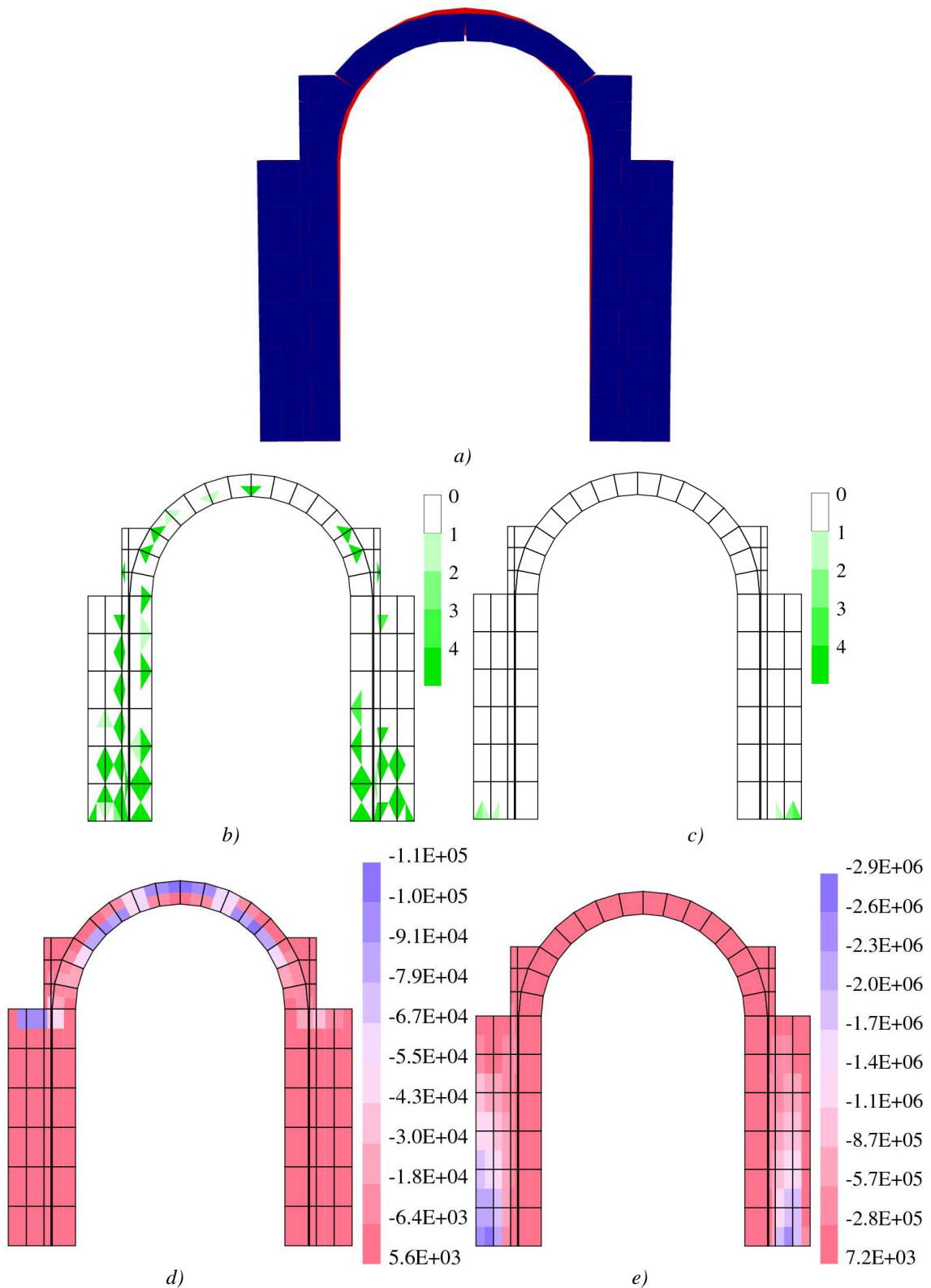


Figura 5.24 Modelo con  $l/t=9$  y  $f_t=5\%f_c$  inestable ante las acciones del acelerograma, falla por compresión de la mampostería. a) Deformada, b) Daño por tensión, c) Daño por compresión, d) Esfuerzos horizontales, e) Esfuerzos verticales

Considerando los parámetros que se han mencionado son indicadores del comportamiento de cada modelo, los resultados para este conjunto de modelos se presentan en las Figuras 5.25 a 5.30. En las primeras cinco (Figuras 5.25 a 5.29) se presentan los desplazamientos máximos obtenidos en aquellos puntos de la bóveda y los muros donde tienden a presentarse los mayores desplazamientos, obtenidos estos en las dos principales direcciones de referencia (horizontal y vertical).

En lo correspondiente a los desplazamientos máximos en la clave se observa que los desplazamientos verticales tienen una clara tendencia descendente conforme la disminución del espesor de la bóveda. Algunos valores correspondientes a modelos con resistencia a tensión  $f_t=10\%f_c$  tienen una cierta dispersión sin embargo no afectan de forma significativa la tendencia del conjunto de datos obtenidos (Figura 5.25a). De igual forma los desplazamientos horizontales (Figura 5.25b) tienen una tendencia ligeramente descendente, excepto en los modelos con resistencia a tensión  $f_t=0$  en la que los desplazamientos describen un tendencia uniforme. Los desplazamientos verticales varían entre 11 y 3.5 cm., mientras que los horizontales varían entre 3.8 y 9 cm.

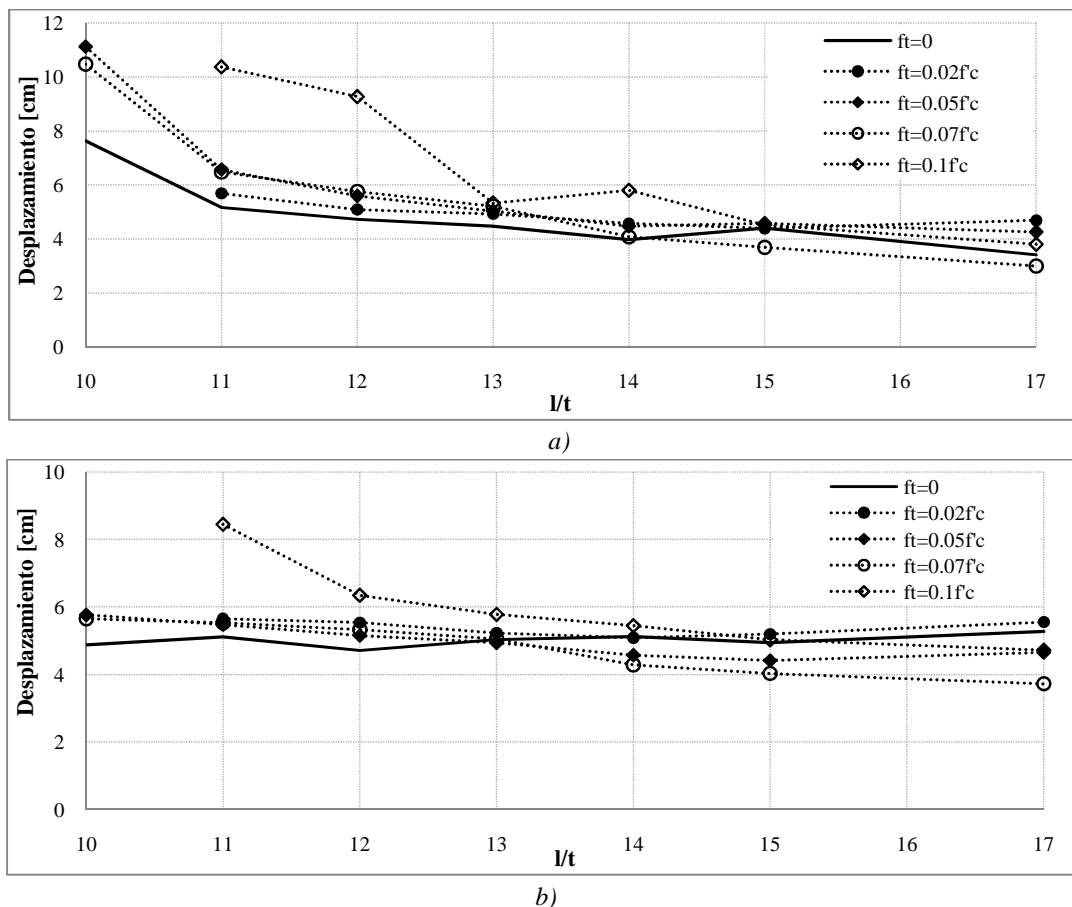


Figura 5.25 Desplazamiento máximo en la clave. a) Vertical, b) Horizontal

Los desplazamientos verticales máximos en los riñones izquierdo  $i$  y derecho  $j$  describen una tendencia descendente siendo esta más evidente en el riñón izquierdo  $i$ , mientras que en el riñón derecho  $j$  la tendencia es más uniforme. Los desplazamientos tienen prácticamente la misma magnitud en ambos riñones y varían entre 1.4 y 2.6 cm. aproximadamente, Figura 5.26.

En la dirección horizontal se tienen, para ambos riñones  $i$  y  $j$ , desplazamientos máximos en los que prevalece la tendencia descendente, los desplazamientos mayores son de aproximadamente 12 cm, con excepción del obtenido para uno de los modelos el cual sufre un desplazamiento de aproximadamente 15 cm. Los menores desplazamientos se encuentran alrededor de 1.5 cm., Figura 5.27.

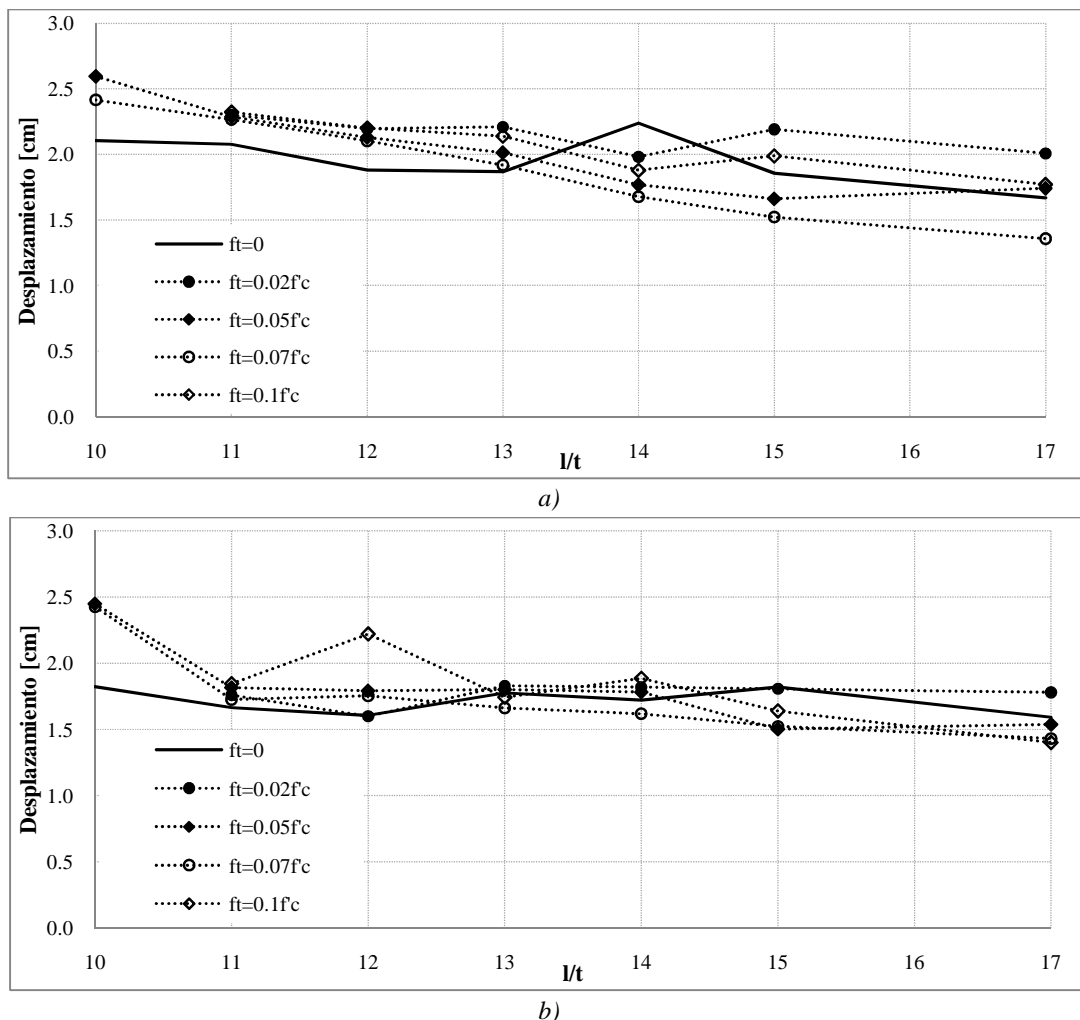


Figura 5.26 Desplazamiento vertical máximo en el riñón. a) Izquierdo  $i$ , b) Derecho  $j$

En la dirección vertical se obtuvieron para los muros desplazamientos cuyas magnitudes describen trayectorias descendentes y muy similares entre sí. Son idénticas excepto en los modelos con resistencia  $f_t=10\%f_c$  los cuales describen trayectorias distintas de las que se tienen para menor resistencia tensión. Los desplazamientos se encuentran entre 0.4 y 1.2 cm. El valor mayor pertenece al riñón izquierdo  $i$  de un modelo con resistencia  $f_t=10\%f_c$  para el cual se obtuvo un desplazamiento máximo cercano a 1.8 cm. Figura 5.28.

Los desplazamientos horizontales máximos de los muros describen tendencias descendentes en ambos muros y las trayectorias son similares entre sí, coinciden con el comportamiento que describen los desplazamientos máximos en la dirección vertical. Los valores de los desplazamientos en el muro izquierdo  $i$  varían entre 2.2 y 9 cm. Excepcionalmente para un modelo con  $f_t=10\%f_c$  y  $l/t=11$  se tiene un desplazamiento máximo de 12 cm. aproximadamente. En el muro derecho  $j$  los desplazamientos máximos varían entre 2.5 y 9 cm. aproximadamente, Figura 5.29.

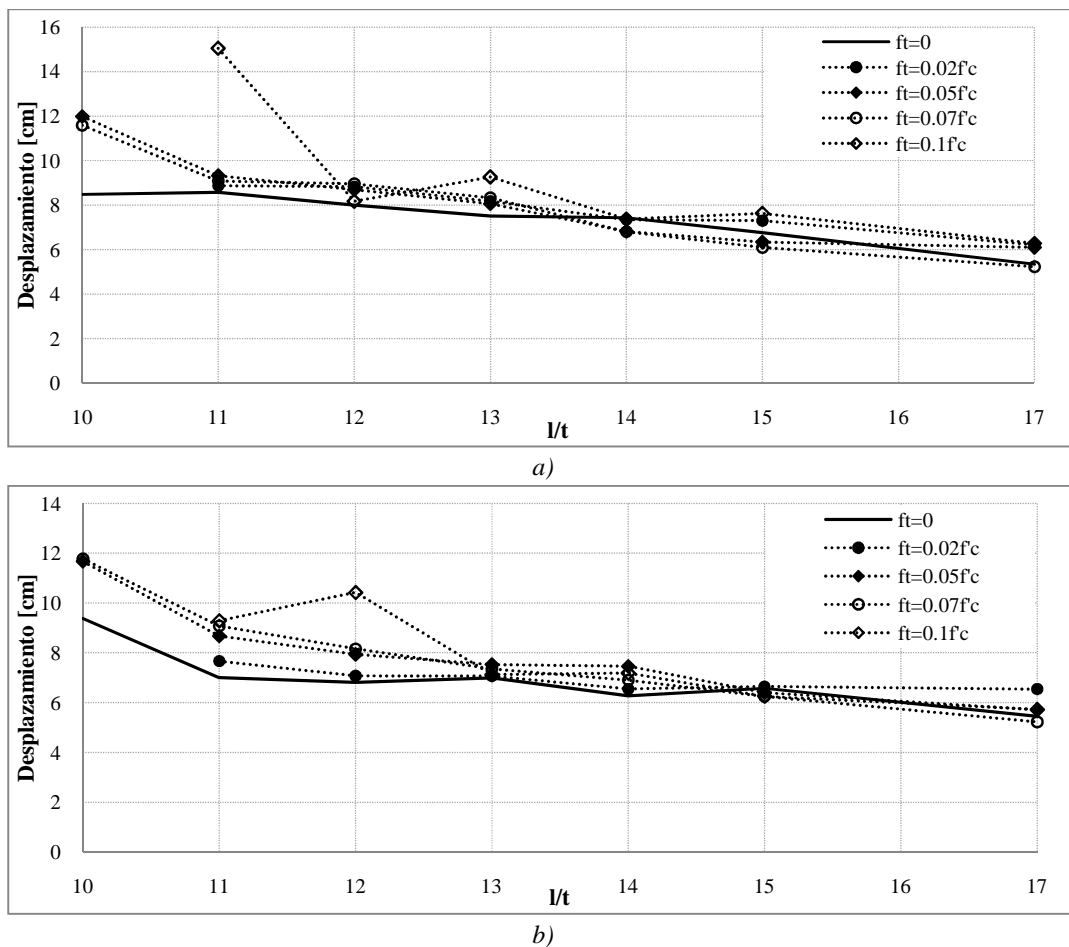


Figura 5.27 Desplazamiento horizontal máximo en el riñón. a) Izquierdo  $i$ , b) Derecho  $j$

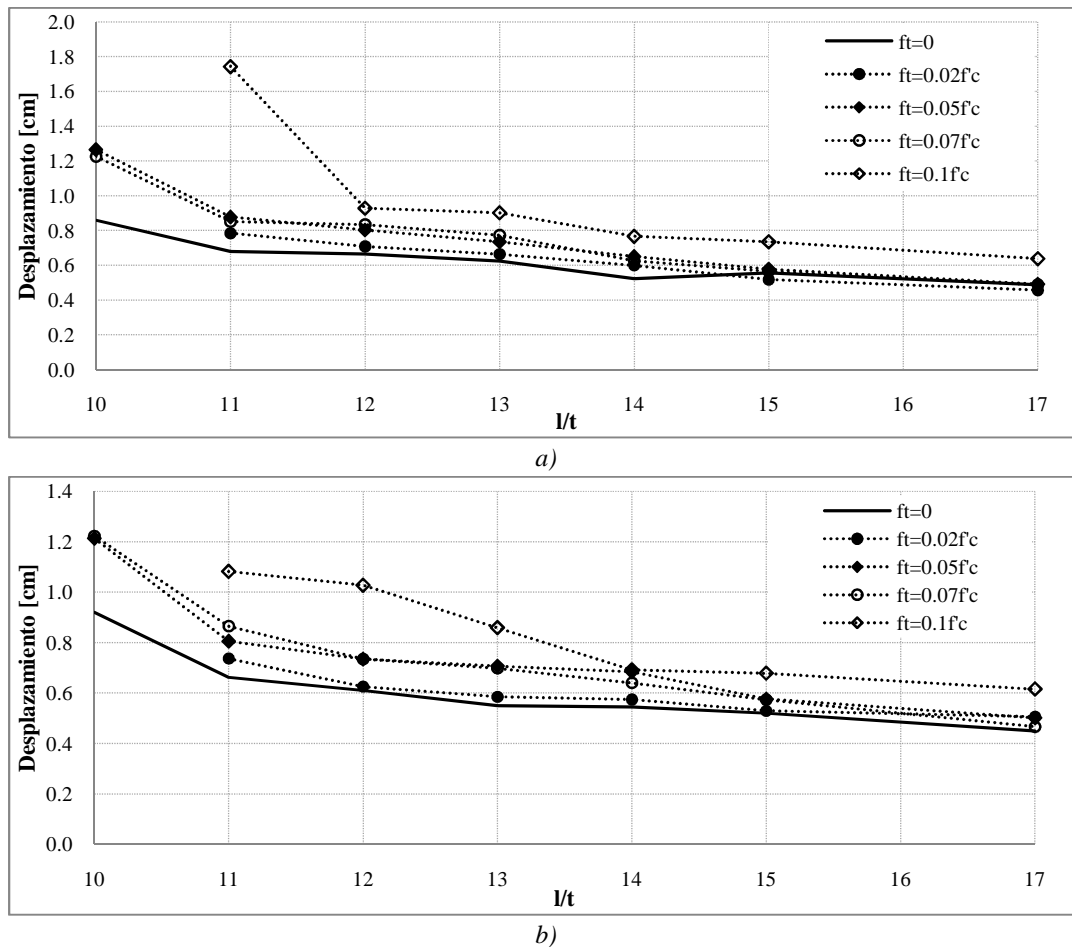


Figura 5.28 Desplazamiento vertical máximo en el muro. a) Izquierdo i, b) Derecho j

Lo que corresponde a la máxima contante basal obtenida para este conjunto de modelos se presenta en la Figura 5.30, se observa que la magnitud de este parámetro se encuentra entre 1.4 y 2.3 MN. La tendencia que describen el conjunto de valores obtenidos es aproximadamente uniforme.

Al comparar los desplazamientos obtenidos en los distintos puntos de la estructura se puede establecer que los mayores desplazamientos son los que se tienen en los riñones de la bóveda. Es importante señalar que los valores de los desplazamientos, sin importar el punto de la estructura donde se hayan determinado ni la dirección en que estos se desplazan, son mayores en modelos con bóvedas de mayor espesor. Esto justifica la tendencia descendente que los desplazamientos máximos describen en las figuras correspondientes. Es preciso señalar que para esta geometría y sistema de cargas la seguridad de la estructura está en función de la esbeltez de la bóveda, es decir, los modelos con menos riesgos de colapso son aquellos con las bóvedas más esbeltas.

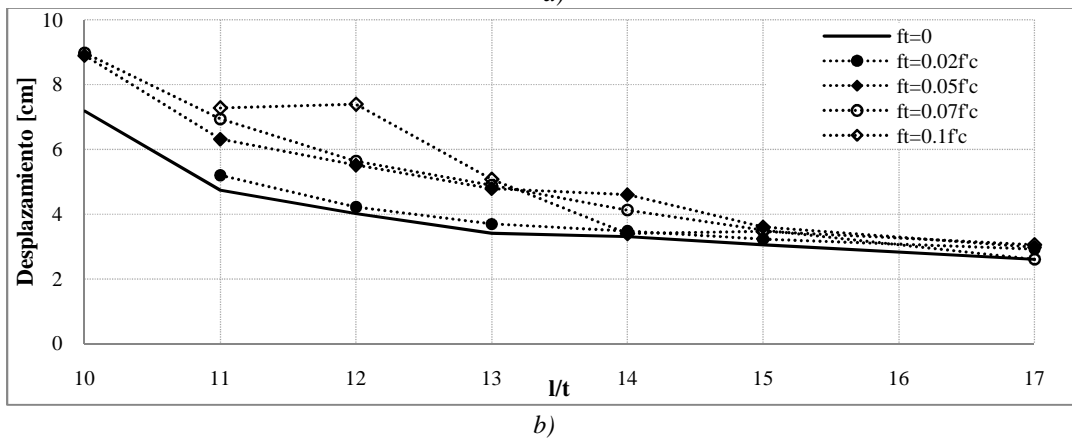
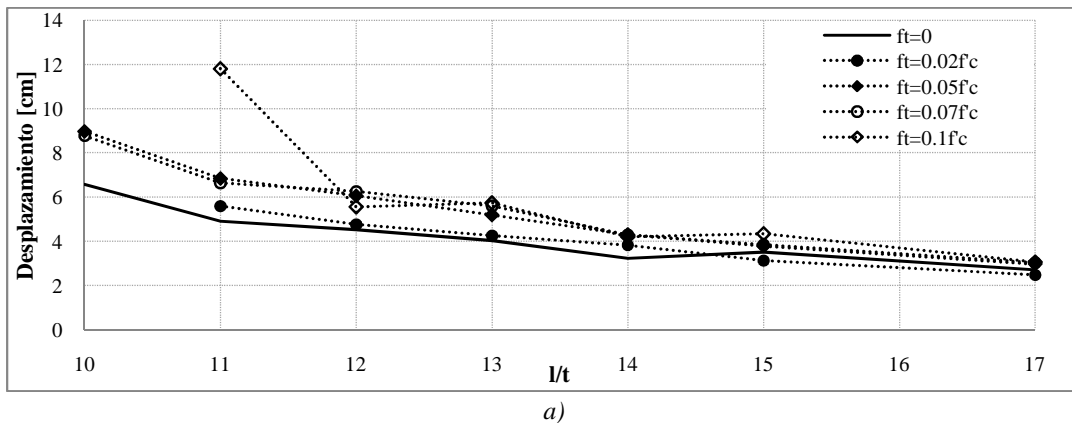


Figura 5.29 Desplazamiento horizontal máximo en el muro. a) Izquierdo, b) Derecho

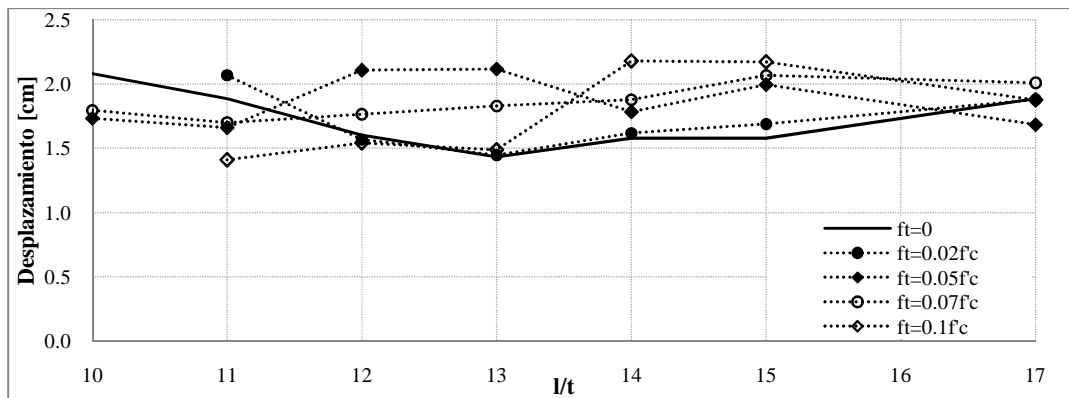


Figura 5.30 Máxima fuerza cortante en la base.

La aportación de la resistencia a tensión de la mampostería en el comportamiento de los modelos sometidos a cargas dinámicas es nula, se puede comentar que no es una propiedad determinante en la estabilidad o bien la seguridad de la estructura. La justificación de esto radica principalmente en el hecho de que en aquellos modelos que colapsan, la falla se atribuye a la insuficiente resistencia a compresión de la mampostería, mientras que en los modelos que no colapsan la seguridad es proporcionada principalmente por la geometría.

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

A partir de la interpretación de los resultados obtenidos del análisis estructural de los modelos estudiados y considerando el comportamiento de la estructura en función del parámetro en estudio, la resistencia a tensión, de forma particular se establece lo siguiente:

De los resultados obtenidos del análisis por peso propio se concluye que cuando se trata de la estructura de un arco, o bien bóveda de cañón la estabilidad está en función de la resistencia a tensión. Para la geometría de la bóveda más favorable (de mayor espesor) su influencia es considerable puesto que la resistencia se incrementan en un orden de nueve veces el peso propio para resistencia  $f_t=10\% f_c$ , partiendo de una resistencia nula para  $f_t=0$ . En otras condiciones de geometría y resistencia de la mampostería, es la propiedad de la mampostería que determina el modo de colapso de la estructura (por mecanismo de colapso por articulaciones o bien por aplastamiento de la mampostería en los contrafuertes). Cabe señalar que la carga de colapso es proporcional al valor de la resistencia a la tensión de la mampostería, es decir a mayor resistencia a tensión mayor carga de colapso.

En el caso de un modelo de sección de nave conformada por muros sobre los que se apoya la bóveda, la influencia a tensión es despreciable y la seguridad está determinada principalmente por la geometría de los muros, específicamente por el espesor cuyo peso proporciona un momento estabilizante que contrarresta al momento de volteo que ejerce el empuje de la bóveda.

Cuando la estructuración del templo está conformada, según la tipología estructural de los templos de la época en que se ha referenciado el estudio, con contrafuertes adosados a los muros, los factores que determinan la estabilidad son la geometría de los apoyos (muros y contrafuertes) así como de la resistencia a compresión de la mampostería. Si adicionalmente sobre la bóveda se tiene relleno confinado por el pretil, los factores que determinan la estabilidad para una estructura con contrafuertes prevalece y a dichos factores se suma la geometría de la cubierta (bóveda, relleno y pretil).

En el comportamiento bajo cargas laterales estáticas la influencia de la resistencia a tensión es similar a la que ejerce en el comportamiento bajo peso propio. Por la dirección en que se aplica la carga los valores de carga de colapso obtenidos son considerablemente menores. Otra característica del comportamiento bajo este sistema de cargas y que lo diferencian del comportamiento bajo cargas gravitacionales son los mecanismos que desarrolla la estructura durante el colapso, específicamente la configuración de las articulaciones que desarrollan.



Dado que el análisis bajo un sistema de cargas dinámico solo se aplicó a modelos con la estructura más compleja (sección de nave con contrafuertes, pretil y relleno), la resistencia a tensión es apenas apreciable, véase Figuras 5.25 a 5.30. Es significativo puesto que en aquellos modelos que soportan las acciones del sismo la resistencia a tensión contribuye al incremento de la seguridad de la estructura.

En forma general, a partir de lo estudiado en este trabajo se concluye lo siguiente:

El colapso por mecanismo de articulaciones está relacionado con la resistencia a tensión de la mampostería y cuando este mecanismo de colapso se presenta en un modelo en el cual no existe relleno que estabilice a la bóveda la resistencia a tensión de la mampostería es la propiedad que determina la estabilidad de la estructura.

Cuando en el modelo se asignan relleno sobre los arranques y los riñones de la bóveda, son las acciones de éste las que proporcionan estabilidad a la cubierta y por consiguiente a la estructura.

Cuando se estudia el comportamiento de un modelo de arco o bóveda, la resistencia a tensión es una propiedad determinante en la estabilidad de la estructura, embargo no tiene sentido en la realidad por que no existen estructuras consistentes únicamente en bóvedas y/o arco pues éstos forman parte de conjuntos estructurales como en el caso de un templo. En un modelo de una estructura real con muros, contrafuertes, relleno, etc. esta propiedad no incide en la estabilidad.

Finalmente, a título personal me parece importante señalar que en el tema aun existen aspectos que representan campo de aplicación para la ingeniería estructural de estructuras históricas. Destaca un estudio profundo sobre el comportamiento y la influencia del relleno en la estabilidad de las bóvedas. Ello que implica un trabajo extenso pues las propiedades mecánicas de este material, sus características físicas, los distintos enfoques para evaluar sus acciones así como la diversidad de geometrías en las bóvedas existentes lo ameritan.

Arquero, E (1973). *Enciclopedia de la construcción Tomo 12 "Practica constructiva"*, Ed. CEAC, Granada, España.

Casolo S, Peña F (2004). Modelo de elementos rígidos para el análisis de estructuras de mampostería, *Revista Internacional de Métodos Numéricos para el Cálculo y Diseño en Ingeniería* Vol. 21, No.2, CIMNE Universidad Politécnica de Cataluña, España.

Escrig F, Pérez J (2004). *La modernidad del gótico. Seis puntos de vista sobre la arquitectura medieval*, Universidad de Sevilla, Sevilla, España.

Espinosa G (2005). *España medieval y el legado de occidente, "Las órdenes religiosas en la evangelización del nuevo mundo"*, Editorial Lunverg, Barcelona España.

Galindo A, Paredes J, Mora D (2007). *Análisis de un edificio histórico usando el MEF: El puente la libertad en Buga-valle del cauca (1874)*, *Revista Ciencia e Ingeniería Neogranadina*, Universidad Militar Nueva Granada, Bogotá, Colombia, 2007.

García, N (2007). *Funcionamiento y seguridad estructural de los templos conventuales del siglo XVI en México*, Tesis doctoral, Instituto de Ingeniería UNAM, México DF.

Gil, L (1996). *Análisis de sensibilidad con comportamiento no lineal del material y su aplicación en el diseño asistido de estructuras*, Tesis doctoral, E.S.I.C.C.P, Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona, España.

Gómez, R (1989). *Arquitectura y feudalismo en México "Los comienzos del arte Novohispano en el siglo XVI"*, UNAM, México D.F.

González, M (1966). *El espacio en la arquitectura religiosa virreinal de México*, *Anales del Instituto de Investigaciones Estéticas*, UNAM, México.

Heyman, J. (1995). *The stone skeleton: Structural Engineering of masonry architecture*, Cambridge University Press.

Heyman, J (1998). *Análisis de estructuras Un estudio histórico*, Edición y traducción del Instituto Juan Herrera, E.T.S. Arquitectura (UPM). Madrid, España.

Heyman, J, (1999). *The science of structural engineering*, Imperial College Press, London.

Huerta, S (1990). *Diseño Estructural de arcos, bóvedas y cúpulas en España*, Tesis Doctoral, Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid, UPM, Madrid España.

Huerta, S (1996). *La teoría del arco de fábrica: desarrollo histórico*, *Revista de O.P. Ingeniería e historia* No. 38, Ed. Colegio de ingenieros de caminos canales y puertos, Barcelona, España.

Huerta, S (2005). *Mecánica de las bóvedas de fábrica: el enfoque del equilibrio*, E.T.S. Arquitectura (UPM). Madrid, España

Huerta et al. (1997). *Estudios estructurales previos a la restauración de la capilla del pazo de Antequiera en Rois*, Departamento de Estructuras de Edificación, E.T.S Arquitectura (UPM). Madrid, España.

Kubler, G (1983). *Arquitectura Mexicana del siglo XVI*, Fondo de Cultura Económica, México.

López, F (1996). *Técnicas constructivas “La construcción de bóvedas ojivales”*, Editorial expansión, México D.F.

Manzollillo, J (2003). *Mecánica no lineal aplicada a problemas geotécnicos regionales*, Tesis de maestría, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional del Nordeste, Chaco, Argentina.

Martín-Caro, J (2001). *Análisis estructural de puentes de arco de fábrica. Criterios de Comprobación*, Tesis Doctoral, *Escuela Técnica superior de Ingenieros de caminos, canales y puertos*, UPM, Madrid, España.

Meli, R (1998). *Ingeniería estructural de edificios históricos*, Fundación ICA, México, D.F.

Meneses, J (2007). *Principios de cálculo, diseño y construcción de arcos, cúpulas y bóvedas en México*, Tesis de licenciatura, Universidad Popular Autónoma del estado de Puebla, Puebla, México.

Ochsendorf A, Hernando J, Huerta S (2003). *Análisis a rotura de estribos de fábrica (Lymit analysis of masonry buttresses)*, Revista de O. P. No. 3439, Ed. Colegio de ingenieros de caminos canales y puertos, Barcelona, España.

Orduña A (1999). *Modelo de muros de mampostería para el análisis no lineal de marcos de concreto reforzado con muros diafragma*, Tesis de maestría, División de estudios de posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM, México, D.F.

Orduña A, Roeder G, Peña F (2007). *Evaluación sísmica de construcciones históricas de mampostería: Comparación de tres modelos de análisis*, Revista de Ingeniería Sísmica No. 077, Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica, A.C., México, D.F.

Rabasa, E (2000). *Forma y construcción en piedra. De la cantería medieval a la estereotomía del siglo XIX*, Ediciones Akal S. A., Madrid, España.

Rivera, D (1997). *Comportamiento de elementos estructurales de construcciones coloniales y algunas aplicaciones*, Tesis de licenciatura, E.N.E.P. Acatlán, UNAM, México DF.

Violet-Le-Duc, E (1996). *La construcción medieval*. Instituto Juan de Herrera. Madrid, España.