UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS

INSTITUTO DE INVESTIGACIONES FILOSÓFICAS

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN FILOSOFÍA

LÓGICA RELEVANTE Y SEMÁNTICA DE SITUACIONES. UNA VISIÓN SEMÁNTICA DE LA NOCIÓN DE RELEVANCIA

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRA EN FILOSOFÍA

PRESENTA:

PAULINA MAYELA RAIGOSA GÓMEZ

DIRECTOR DE TESIS:

DR. AXEL BARCELÓ ASPEITIA.

MÉXICO, CD UNIVERSITARIA, 2012

Dedicatoria

A mis padres:

Pedro Raygosa Reyna

Mayela Gómez Burgos

Agradecimientos

A mi director de tesis el Dr. Axel Barceló, por su paciencia y ayuda durante el desarrollo de esta investigación. A mis sinodales Lenny Clapp, Max Fernández de Castro, Mario Gómez Torrente e Ivonne Pallares, gracias por sus consejos y disponibilidad para ayudarme en la revisión de mi tesis.

A mis amigos Cristian Gutiérrez y Luis Estrada por toda su ayuda durante la elaboración de esta investigación y por su apoyo al desarrollo de mi carrera.

A María Olvera, Claudia Olmedo y Dayanira García gracias por su amistad.

A mis vecinas Ana Moreno, Consuelo González y Gisela Aguilar quienes me brindaron su compañía y apoyo en todo momento.

A Omar Amador por acompañarme en la conclusión de este trabajo, gracias por tú apoyo y amor.

Índice

0.- Introducción

El concepto de racionalidad es altamente complejo e intentar definirlo no es tarea sencilla. De hecho podemos encontrarnos con diversas definiciones o descripciones de lo que es ser 'racional', las cuales varían dependiendo de la situación o la teoría dentro de la que se encuentran, por ejemplo, variara la descripción que dé de ella un psicólogo a la que dé un sociólogo. Sin embargo, a pesar de no tener una definición estricta que abarque todas las posibles teorías o situaciones parece que existe 'algo' que unifica a todas estas descripciones de ser 'racional'. Este agente unificador es el hecho de considerar que ser racional es comportarse de acuerdo a la razón, es decir, seguir ciertos métodos de pensamiento. Pero ¿Qué clase de métodos de pensamiento sigue un ser racional? Al parecer de muchos autores se podría decir que los métodos dictados por la lógica.

Desde la antigüedad se ha relacionado a la lógica con la racionalidad y prueba de ello **es** la silogística aristotélica que trataba de esquemas de razonamiento. Aún en nuestros días esta relación sigue vigente y para demostrarlo solo debemos abrir un manual de lógica y leer sus primeras páginas o bien, escuchar como la gente marca como lógico un argumento que le parece convincente. En alguna ocasión encendí el televisor y me encontré con un programa que hablaba del desarrollo infantil, se hacia diferentes pruebas a niños de diversas edades intentando descubrir cómo es que el ser humano aprende conceptos cómo los de forma, espacio, tiempo, etc. Algo que atrajo mi atención fue el hecho de que la narradora mencionara que el niño había comenzado a utilizar "lo que los filósofos llaman las leyes de la lógica" al comenzar a realizar razonamientos más sofisticados. La anécdota anterior sólo es para ilustrar como se han identificado los métodos de pensamiento que un agente racional seguiría con las leyes de la lógica.

Podríamos llamar a este proceso de seguir las leyes de la lógica Racionalidad Inferencial, pues así no descartamos que exista algún tipo de proceso que no se apegue a la lógica. Dentro de la Racionalidad Inferencial podemos encontrar varios sub-grupos de racionalidad, como la Racionalidad Deductiva en el caso de la capacidad para realizar deducciones, la Racionalidad Inductiva para las inducciones, etc.

En esta investigación me centrare únicamente en la Racionalidad Deductiva y en su relación con la Lógica Relevante, pues los relevantistas (al menos Anderson y Belnap) afirman que su sistema de lógica deductiva modela el razonamiento ordinario de mejor manera que la Lógica Clásica, pues no permitirían argumentos del tipo:

Santa Claus existe y Santa Claus no existe
La luna esta hecha de queso

dentro de su conjunto de argumentos válidos al ser contra-intuitivos

Mi objetivo en esta investigación será presentar el sistema E de lógica relevante, los motivos para su creación, así como algunos de sus problemas principales con el fin de examinar si en realidad este sistema captura los usos cotidianos de la implicación. También examinaré la relación que esta lógica tiene con la semántica de situaciones y sobre todo intentaré resolver algunos de los problemas del sistema E mediante su uso. Las preguntas a responder en esta investigación serán ¿Qué es la lógica relevante? ¿Que problemas enfrenta como representación del razonamiento cotidiano? ¿La semántica de situaciones resuelve dichos problemas?

Durante el desarrollo de este trabajo mencionaré a manera de ejemplos tanto fórmulas de lógica como argumentos o esquemas de argumentos, los cuales identificaré como 'razonamientos', esto debido a que si en efecto el razonar es seguir reglas lógicas, entonces las fórmulas o argumentos válidos de dichas lógicas pueden ser tomados como tales.

1.- La implicación clásica.

Según Tarski (1941) ‘si combinamos dos oraciones mediante las palabras “si…, entonces…”, obtenemos una oración compuesta que es llamada IMPLICACIÓN u ORACIÓN CONDICIONAL’[1]. Tarski también menciona los tres casos en los cuales el condicional es verdadero:

i) si tanto antecedente como consecuente son verdaderos.

ii) el antecedente es falso y el consecuente verdadero.

iii) tanto el antecedente como el consecuente son falsos.

Solamente en el cuarto caso el condicional es falso:

iv) el antecedente es verdadero y el consecuente es falso.

Sin embargo, Tarski distingue dos tipos de condicional. El primer tipo es aquel para el cual se cumplen las condiciones de verdad antes mencionadas, es decir, la implicación material, el cual es utilizado en la lógica matemática; el segundo, el condicional formal, es mucho más similar al usado en el lenguaje ordinario. Según Tarski en el lenguaje ordinario tendemos a unir oraciones mediante las palabras “si…, entonces…” solo cuando existe cierta conexión entre la forma y el significado de ambas. En ese sentido, el condicional formal es más similar al del lenguaje ordinario que el material, pues el condicional formal requiere de la presencia de cierta conexión formal entre el antecedente y el consecuente como condición de verdad.

A pesar de esto, Tarski afirma que existen ocasiones en las cuales se utiliza un condicional material y no uno formal en el lenguaje cotidiano, por ejemplo:

Si él va a la fiesta, entonces yo no voy a la fiesta.

Ahora analicemos este condicional tomando en cuenta las condiciones de verdad de la implicación material.

i) Antecedente y consecuente verdaderos: aquí no existe ningún problema pues en el día a día se esperaría que este fuera el caso cuando una persona enuncia este condicional.

[1] En adelante utilizare “condicional” para hablar de las oraciones e “implicación” para hablar sobre los operadores.

ii) Antecedente falso y consecuente verdadero: aquí el condicional sería verdadero también y se daría cuando fuera el caso en el cual ni *x* ni yo asistiéramos a la fiesta. Aquí el problema sería que a pesar de que es un condicional "materialmente" verdadero, en la vida cotidiana se podría calificar como una "mentira" o como si no hubiera dicho la verdad, ya que normalmente se esperaría que al no asistir *x* mi asistencia estuviera garantizada. Si bien, si quien afirma el enunciado en cuestión no se compromete únicamente a que el hecho de que él no vaya sea la única condición para su asistencia, algunos podrían entenderlo de esta manera.

iii) Antecedente y consecuente falsos: al igual que en el caso i) aquí no existe problema, si le dijéramos a alguien que "Si x va a la fiesta, entonces yo no voy a la fiesta" y se diera el caso de que x no fuera y yo asistiera se vería como una confirmación del condicional.

iv) Antecedente verdadero y consecuente falso: este es el único caso en el cual el condicional sería "materialmente" falso, y también lo sería en el uso cotidiano, pues si *x* va a la fiesta y también voy yo, entonces es normal que se califique el condicional como una "mentira", es decir, no dije la verdad al enunciarlo.

Aquí el único caso que "choca" contra la intuición seria ii) pues a pesar de ser verdadero según las condiciones de la implicación material, no sería tan fácilmente aceptado como tal en lenguaje natural. Normalmente se esperaría que ii) fuera falso, tal vez porque cuando se usan los condicionales se tiene cierta idea de causalidad, es decir, se espera realmente que si el antecedente se da también se dé el consecuente y que si el antecedente no se da tampoco se dé el consecuente. Creo que esta es la mayor dificultad que enfrenta la implicación material para ser tomada como equivalente del condicional, pues este factor (podríamos catalogarlo como psicológico) no es tomado en cuenta.

Generalmente cuando se utiliza un condicional, este puede cumplir con las condiciones de verdad de la implicación material, pero creo que eso es más un afortunado accidente que un acto intencional por parte del hablante. Cuando en el día a día se utilizan los condicionales, estos suelen hablar de un tema, es decir, suele haber una conexión temática entre antecedente y consecuente, lo cual los vuelve aceptables para quienes los escuchan o utilizan.

Tarski también afirma que los lógicos han decidido considerar los usos del "si…, entonces…" como significativos aun cuando no exista una conexión entre antecedente y consecuente, dejando que sus condiciones de verdad dependan solamente de la verdad o falsedad de antecedente y consecuente. Esta decisión se debe a que así se simplifica y clarifica el significado del "si…, entonces…".

Tarski les recuerda a aquellos que intentan modificar la teoría de la implicación para darle cabida a una implicación que tome en cuenta la conexión de significados entre antecedente y consecuente y los usos cotidianos, que la lógica desarrollada sobre la base de la implicación material supera a otras que pueden ser creadas en base a otra implicación por su simplicidad, además de haber sido una base satisfactoria para el razonamiento matemático.

Si bien Tarski tiene razón al afirmar que el condicional material ha sido una base satisfactoria para el razonamiento matemático, debemos recordar que filosóficamente hablando, la lógica es vista como el estudio del *razonamiento correcto.* Es decir, se ven a sus reglas como guías para la razón humana o como herramientas para la descripción de su correcto funcionamiento, razón por la cual es filosóficamente interesante la búsqueda de una implicación que tome en cuenta la conexión entre antecedente y consecuente. Es con esta finalidad que surge la lógica relevante.

1.1.- ¿Qué son las paradojas de la implicación?

Uno de los malestares para aquellos que buscan que la implicación sea una conectiva que represente el razonamiento y el lenguaje natural son las paradojas de la implicación.

Las paradojas de la implicación material son teoremas o formulas válidas de la lógica clásica que chocan contra la intuición de aquellos que no han aprendido lógica clásica, por lo cual se considera que fallan al interpretar la implicación como el condicional que usamos cotidianamente. Algunas de las paradojas de la implicación material son las siguientes:

a) $p \supset (q \supset p)$

b) $\neg p \supset (p \supset q)$

c) $(p \supset q) \vee (q \supset r)$

Los relevantistas no están de acuerdo en que dichas fórmulas sean consideradas teoremas porque consideran que el antecedente no tiene ninguna relación con el consecuente, es decir, no cumplen con una de las características de la implicación cotidiana. Por ejemplo, tomemos la formula a) $p \supset (q \supset p)$, aquí en el consecuente de la fórmula $(q \supset p)$ no garantiza que exista una conexión entre q y p, igualmente en el consecuente de la fórmula b) y en los dos disyuntos de la formula c). Lo que los relevantistas buscan es una noción de implicación más fuerte que la material, a la cual no consideran como una implicación.

El problema central que los relevantistas tienen con la lógica clásica es que está les da el estatus de teoremas a fórmulas que no describen de manera fiel el razonamiento y el lenguaje cotidiano, por ésta razón es que se busca otra noción de implicación y por la cual se atacan no solamente ciertas fórmulas, sino también la teoría de la prueba de la lógica clásica[2].

La implicación estricta de C.I. Lewis surge de las mismas inquietudes de A&B con respecto a la implicación material. Para Lewis las fórmulas como $p \supset (q \supset p)$ y $\neg p \supset (p \supset q)$ resultaban un tanto problemáticas, el hecho de que una proposición verdadera sea implicada por cualquier otra proposición y el que

[2] Precisamente para evitar que muchas fórmulas lleguen a ser teoremas los relevantistas introducen restricciones a su sistema, como la utilidad en la deducción de la cual hablaremos más adelante.

una proposición falsa implique cualquier otra proposición, ya sea verdadera o falsa; hace que Lewis considere que la implicación material no es equivalente al condicional que se usa comúnmente.

Para evitar estas paradojas de la implicación material, Lewis crea el operador de la implicación estricta según el cual $(p \rightarrow q)$, para el operador de implicación estricta utilizaré $\rightarrow$, es equivalente a $\neg\Diamond(p\&\neg q)$, es decir, $(p \rightarrow q)$ es verdadero solo si no es posible que p sea verdadero y q sea falso.

Lamentablemente la implicación estricta de Lewis (que es más fuerte que la material y toma en cuenta la necesidad) tampoco es suficiente, pues cuenta con su propia colección de paradojas[3] de la implicación que al igual que las de la implicación material no cumplen con el requisito de relevancia pues su antecedente **no garantiza conexión significativa** con su consecuente.

A continuación mencionaré las paradojas de la implicación estricta:

d) $(p\&\neg p) \rightarrow q$

e) $p \rightarrow (q \rightarrow q)$

f) $p \rightarrow (q \vee \neg q)$

[3] También estas formulas son paradojas de la implicación material.

2.- Lógica Relevante

Las lógicas relevantes surgen con el fin de crear sistemas de lógica más intuitivos y capaces de capturar la implicación presente en el razonamiento ordinario y en el lenguaje natural, ya que la lógica clásica permite (según los relevantistas) la validez de razonamientos que son en realidad *non-sequiturs.* Por ejemplo, consideremos la siguiente inferencia clásicamente válida:

> La luna esta hecha de queso. Por lo tanto, esta lloviendo en Ecuador o no esta lloviendo en Ecuador.

La validez de dichos razonamientos (o argumentos) se debe a que la lógica clásica no exige una conexión de significados entre premisa y conclusión.

Un sistema de lógica relevante es aquel que cumple con ciertas características:

a) excluyen las paradojas de la implicación de su conjunto de teoremas o formulas validas.

b) cumplen con el principio débil de relevancia: *el requerimiento de compartir variables.*

Si bien la palabra 'relevancia' no fue usada sino hasta 1959 para hacer referencia a esta conexión entre significados, la noción de dicha conexión ya estaba presente desde los escritos griegos, **sin embargo** los orígenes de la lógica relevante[4] se encuentran en el artículo de Ackermman titulado *Creación de una implicación estricta*[5] que fue publicado en 1956. En este artículo Ackermman recupera la idea de la conexión de significados y critica ciertos usos de la implicación, en los cuales la verdad del antecedente *no tiene nada que ver* con la verdad del consecuente.

En base al artículo de Ackermman, Alan R. Anderson y Nuel Belnap Jr. (A&B en adelante) comienzan a trabajar en un sistema de lógica que cumpla con la exigencia de Ackerman[6], la cual es la exigencia de la existencia de una conexión entre antecedente y consecuente**.** Así en 1975 se publica *Implicación: la lógica de la*

---

[4] Me refiero a la lógica relevante actual, no a los sistemas anteriores (como el de Moh) ni a la idea de relevancia presente ya en los griegos.

[5] Ackermman, W (1956) "Begrundung einer strengen Implikation" en *Journal of Symbolic Logic* 21: 113-128.

[6] Llamada por Morado *dictum de Ackerman* (Morado, 1983)

relevancia y la necesidad[7], primer libro dedicado al desarrollo de la lógica relevante, en el cual se expone el sistema E[8] que cumple con los requisitos de necesidad y relevancia. Esta obra es también una crítica constante a la lógica clásica y a su noción de validez, a la cual llaman *el punto de vista oficial.*

2.1.- La implicación relevante, el corazón de la lógica

El trabajo de A&B gira alrededor de la noción de "si…, entonces…" a la que ellos llaman el *corazón de la lógica*. Sin embargo, a diferencia de Tarski, A&B consideran que es importante reestructurar la lógica a través de una noción de implicación que tome en cuenta la conexión **de significados** entre antecedente y consecuente y los usos cotidianos. Para esto A&B intentarán dar condiciones de verdad para oraciones de la forma "si…, entonces…", sin tomar en cuenta las condiciones de verdad de la implicación material debido a que según ellos "la 'implicación' material *no* es una conectiva de la implicación" (A&B 1975, 4).

Como se menciono con anterioridad uno de los malestares para quienes buscan una implicación que represente los condicionales cotidianos es el rechazo a las paradojas de la implicación, las cuales son calificadas como principios contra-intuitivos por A&B, razón por la cual rechazaran también la implicación estricta de C.I. Lewis por contener algunas de ellas, principalmente el *ex falso quodlibet* (*d*) {EFQ en adelante} a quien podríamos considerar como el peor enemigo de los lógicos relevantes.

Ya que uno de los objetivos de la creación de la lógica relevante es crear una lógica que modele mejor el razonamiento ordinario, A&B no podían permitirse admitir principios tan contra intuitivos como las paradojas de la implicación, por lo que tuvieron que crear una nueva conectiva cuyas condiciones dejaran fuera del sistema dichas paradojas. Así el corazón de la lógica de A&B es la

[7] *Entailment: the logic of relevance and necessity*. Si bien ya se habían publicado numerosos artículos al respecto, no solo por parte de A&B quienes ya habían desarrollado el sistema R, es este libro el principal trabajo en lógica relevante, solo equiparable con el posterior libro publicado por Routley, *Relevant logics and their rivals.*

[8] El sistema E ya había sido desarrollado en artículos anteriores, pero es en el libro Implicación donde se trata con más profundidad.

implicación-E[9] (⇒) una implicación que no solo es necesaria, sino también *relevante*, es decir no permite que un condicional en el cual el antecedente y el consecuente no hablen del mismo tema sea considerado como verdadero.

2.2.- El argumento del rechazo intuitivo.

A&B parten de la idea de encontrar una lógica que represente el razonamiento cotidiano y la cual contenga una implicación que corresponda a los condicionales usados cotidianamente, razón por la cual se apoyan en el "argumento del rechazo intuitivo" para atacar a las paradojas de la implicación. Si la implicación material y estricta representara al condicional, entonces sería bien aceptada y parecería natural al ser presentada a quienes no saben lógica. Sin embargo, al presentar las paradojas de la implicación a dichas personas no siempre se obtiene ese resultado. A&B se basan en las reacciones que provocan oraciones de la forma del EFQ y otras paradojas de la implicación cuando son presentadas a estudiantes que comienzan sus estudios de lógica. Por ejemplo:

(1) <u>Santa Claus existe y Santa Claus no existe</u>
Los Reyes Magos existen

(1.1) Si Santa Claus existe y Santa Claus no existe, entonces los Reyes Magos existen.

A pesar de que los ejemplos son válidos, pues (1) es un argumento que no va de verdad a falsedad, es decir, preserva verdad y (1.1) es la forma condicionada de (1) y es verdadero según la tabla de valor de verdad, no son muy bien aceptados por los alumnos que comienzan a estudiar lógica o por las personas que jamás han tomado un curso de la materia.

En el libro *Implicación* (y en general en la literatura relevantista) se escriben numerosos párrafos haciendo referencia al carácter contra intuitivo de la Lógica Clásica y de su conectiva ⊃ que no es considerada una implicación, de hecho el mayor malestar de A&B es que esta conectiva sea llamada *implicación*.

[9] Aquí traduzco entailment como implicación, agregando E para aclarar que es a la implicación relevante a la que me refiero y evitar así confusiones.

Uno de los críticos a este argumento del rechazo intuitivo es Raúl Orayen. Orayen (1989) critica el hecho de que A&B se basen de manera tan fuerte en las intuiciones.

Las críticas de Orayen son bastante fuertes y no solo atacan el argumento del rechazo intuitivo, sino que toma el *argumento de Lewis*[10] para demostrar que puede existir deducibilidad sin relevancia. Sin embargo, a pesar de la critica de Orayen y de otros lógicos que consideran insensato este tipo de argumento *ad populum* cabe mencionar que la idea de A&B es encontrar una lógica que cuadre mejor con las intuiciones ordinarias y con el lenguaje natural, por lo cual ellos consideran importante tomar en cuenta a las personas en general.

Orayen (1989, 224) admite que las intuiciones son importantes en la formación de un sistema de Lógica, pues para él "No hay construcción de un sistema lógico que no consista en la elaboración formal de intuiciones.", sin embargo considera que el *argumento del rechazo intuitivo* carece de fuerza. Si bien acepta que en una inferencia de la forma $(p\&\neg p)\supset q$ existe carencia de conexión entre la premisa y la conclusión, cree que debe ser aceptada como válida a pesar de ser 'contra-intuitiva'.

Orayen (1989, 225) afirma que "Toda investigación científica, en cualquier campo, suele conducir a conclusiones que no eran obvias anteriormente." Con dicha afirmación se busca ilustrar el por qué muchas personas cambian de opinión con respecto a las inferencias como $(p\wedge\neg p)\supset q$ una vez que les son explicadas apropiadamente, pues las intuiciones pueden ser cambiadas mediante una argumentación apropiada. Aunque las intuiciones en las que se basan A&B pueden ser consideradas como correctas, Orayen (1989, 226) afirma que 'No todo "hecho lógico" es obvio' y que podemos aceptar dichos hechos debido a que son *consecuencia* de hechos que si lo son. Muestra de lo anterior es el *argumento de Lewis* que demuestra como mediante el uso de reglas intuitivas, como la eliminación de la conjunción y la introducción de la disyunción, se puede llegar a deducir $(p\wedge\neg p)\supset q$.

---

[10] Más adelante hablare de este argumento.

El argumento de Lewis es el siguiente:

1.- $p\wedge\neg p$ Premisa

2.- p $E\wedge 1$

3.- $\neg p$ $E\wedge 1$

4.- $p\vee q$ $I\vee 2$

5.- q SD 3, 4

6.- $p\wedge\neg p\supset q$ 1-5 $\rightarrow$ I

Lewis logra llegar a una conclusión contra-intuitiva mediante el uso de reglas intuitivas, lo cual es un hecho bastante interesante y mediante el cual Orayen (1989, 230) demuestra que 'podría haber *deducibilidad* sin *relevancia*'. El argumento parte también de la intuición, pues todas las reglas que son utilizadas parecen bastante obvias y pueden ser aceptadas incluso por los estudiantes que comienzan a aprender lógica. Sin embargo, los lógicos relevantinstas rechazan este argumento mediante la eliminación del Silogismo Disyuntivo, dicha eliminación se basa en una acusación de falacia de relevancia.[11]

Orayen concluye afirmado que si bien existen argumentos en los cuales premisa y conclusión están desconectados significativamente, pueden ser calificados como válidos debido a que la relevancia no es una condición necesaria y que aunque parezcan ir contra la intuición por su falta de obviedad pueden ser obtenidas mediante el uso de reglas intuitivas. Pero podríamos replicar a Orayen que el hecho de que las reglas sean intuitivas no quiere decir que el resultado lo sea. Es decir, tal vez las herramientas con las que un escultor trabaja sean fáciles de usar, sin embargo, la obra resultante de su uso puede ser en extremo complicada e imposible de recrear para alguien común.

Sin embargo, Morado (1989) analiza también el caso del EFQ y demuestra que contrario a lo que Orayen creía, sí existe una conexión entre la premisa y la

[11] Los relevantistas proponen el uso de un *silogismo disyuntivo intensional* en lugar del extensional, pues según ellos es este el que realmente se utiliza en la argumentación. Sin embargo, el tema de los relevantistas vs. El argumento de Lewis se abordara más adelante cuando hablemos de la eliminación del *silogismo disyuntivo*.

conclusión, lo cual demuestra que es una implicación relevante, aunque cabe aclarar que no posee relevancia A&B[12].

A pesar de las fuertes críticas de Orayen y del argumento de Lewis (que a pesar de los múltiples intentos relevantistas no ha sido derrotado) los relevantistas siguen usando el argumento del rechazo intuitivo como critica a la Lógica Clásica.

2.3. ¿Qué es ser 'relevante'?

Si bien ya he dicho que ser 'relevante' se relaciona con una conexión entre significados, no he dado una definición en si de la noción. De hecho ni siquiera A&B se toman la molestia de detenerse a dar una explicación detallada y clara de lo que es la relevancia, aunque sí dan un poco más de explicaciones en comparación con Grice[13]. La noción de relevancia de A&B (relevancia A&B en adelante) puede reducirse a dos condiciones: *compartir variables y utilidad en la deducción.* Según A&B estas condiciones garantizan la conexión entre significados además de la necesidad, con lo cual consiguen una lógica que cumpla con relevancia y necesidad.

Cabe aclarar que la relevancia es una relación entre proposiciones y no una propiedad de estas, Routley explica que es producto de una buena relación de implicación. A&B intentan conseguir esta "buena relación de implicación" mediante la imposición de los dos constreñimientos antes mencionados a su sistema. Así pues la relevancia A&B será definida como la relación entre proposiciones obtenida mediante los constreñimientos de utilidad en la deducción y compartir variables.

Pero ¿Por qué estos dos constreñimientos garantizan la relación de relevancia A&B?

[12] Desarrollaré el argumento de Morado más adelante.

[13] Si bien Grice menciona que la relevancia es necesaria para una buena comunicación no se toma la molestia de explicar ni siquiera grosso modo lo que esta es.

2.3.1.- Relevancia según A&B

En su libro *Implicación,* A&B construyen un nuevo sistema de lógica y un nuevo sentido de validez. Para ellos, la validez no será solamente la preservación de la verdad, sino que buscaran además que los argumentos que su sistema llame válidos y las formulas que sean consideradas teoremas cumplan con el requisito de *relevancia.* Para que esto suceda se deben cumplir las dos condiciones antes mencionadas: *compartir variables y utilidad en la deducción.*

2.3.1.1.-Compartir variables.

Según Nelson (A&B 1975, 32) "la implicación es una conexión necesaria entre significados" y para A&B (1975, 33) "la concordancia de significado en lógica proposicional es llevada por la concordancia de variables proposicionales"[14], de lo cual surge la primera condición, la cual es necesaria más no suficiente, el *principio de compartir variables (variable-sharing principle).* La conexión de significados así establecida es una relación reflexiva, simétrica y no transitiva.

Esta condición establece que para que una formula cumpla con el requisito de relevancia sus partes deben contener al menos una variable en común.

Por ejemplo tomemos la formula de *contracción* que es una implicación valida en el sistema E:

$$(p\Rightarrow(p\Rightarrow q))\Rightarrow(p\Rightarrow q)$$

Revisemos las dos partes de la implicación: $p\Rightarrow(p\Rightarrow q)$ comparte variables con $(p\Rightarrow q)$ por lo cual la unión de estas dos partes cumple con la condición. Si vamos aún más allá y revisamos a su vez $p\Rightarrow(p\Rightarrow q)$ podemos ver que también existen variables proposicionales en común, pero ¿qué pasa con $p\Rightarrow q$? ¿Qué hace esta fórmula aquí? Formulas como $p\Rightarrow q$ deben aceptarse como relevantes aunque no compartan variables a simple vista, es decir, cuando p y q representen oraciones que hablan de un tema común puede verse a este tipo de

[14] "commonality of meaning in propositional logic is carried by commonality of propositional variables"

proposiciones como relevantes pues comparten variables a un nivel más profundo.

Con esta condición A&B pueden eliminar del conjunto de formulas universalmente válidas paradojas como el EFQ. Pero ¿qué hay de fórmulas como $(\neg p \wedge p) \Rightarrow p$? ¿No es acaso una instancia del EFQ que cumple relevancia?

Como se explicara más adelante, existen tipos de EFQ o *silogismo disyuntivo* que son aceptados en lógica relevante, lo importante es que la disyunción sea intensional, es decir, que ambos disyuntos estén relacionados significativamente.

Gracias a esta idea de que al compartir variables se comparte significado, A&B pueden desarrollar su noción de relevancia en el plano sintáctico, lamentablemente se enfocan demasiado en este ámbito lo cual les causa grandes dificultades al momento de intentar crear una semántica que se ajuste a la sintaxis.

2.3.1.2.- Utilidad en la deducción

La segunda condición es la utilidad en la deducción, según esta condición para que un argumento sea válido, es necesario que todas las premisas sean utilizadas para llegar a la conclusión.

Ejemplo 1

1.- $p_{(1)}$ P

2.- $(p \Rightarrow q)_{(2)}$ P

3.- $q_{(1-2)}$ 1-2, $\Rightarrow$E

El ejemplo anterior, *modus ponens,* es válido en el sistema E ya que ambas premisas son utilizadas para llegar a la conclusión garantizando relevancia y necesidad.

A partir de esta condición se desarrolla el sistema de deducción de A&B el cual etiqueta cada una de las premisas para asegurar que cada una de ellas sea realmente utilizada para llegar a la conclusión. Esta segunda condición podría ser vista como la teoría de la prueba del sistema E, pues ya sea el sistema axiomático o el de deducción natural, ambos deben cumplir esta condición.

2.4.- El sistema E.

Al igual que cualquier otro sistema de lógica, el sistema E consta de una teoría de la prueba y una semántica. Su teoría de la prueba es ampliamente desarrollada en la obra *Implicación*, y se da tanto una versión axiomática como una de deducción natural. La importancia de la teoría de la prueba de E es que mediante ella se define la relevancia A&B, pues los constreñimientos necesarios para que una formula cumpla con relevancia A&B son de carácter sintáctico.

2.4.1.-Teoría de la Prueba

Si nos enfocamos en el sistema de deducción natural[15] desarrollado en el libro de A&B, *Implicación*, notaremos la importancia de la utilidad en la deducción, pues las fórmulas de las pruebas deben ser etiquetadas para garantizar que sean efectivamente utilizadas. (Como en el ejemplo 1)

Sin embargo, ¿Cómo garantizar que premisas que son irrelevantes no sean utilizadas? Tomemos el siguiente ejemplo:

Ejemplo 2:

1.- $p_{(1)}$ P

2.- $q_{(2)}$ P

3.- $(p \wedge q)_{(1,2)}$ 1,2, &I

4.- $q_{(1,2)}$ 3, $\wedge$E

5.- $(q \Rightarrow q)_{(1)}$ 2,4, $\rightarrow$I

6.- $p \Rightarrow (q \Rightarrow q)$ 1,5, $\rightarrow$I

Para un relevantista esta deducción presentaría un problema, la primera premisa no tiene nada que hacer aquí. Pero es utilizada gracias a la regla de introducción de la conjunción ($\wedge$I) por lo cual esta en su derecho de permanecer en la deducción y provocar la validez de una paradoja de la implicación. Pero, A&B pueden negarle el derecho de permanencia y eliminar esta odiosa

[15] La versión axiomática aparece en el Apéndice

conclusión. A&B (1972, pp 271-272) introducen una nueva regla de $\wedge$I que evita este tipo de situaciones:

$$\text{De } p_i \text{ y } q_i \quad \text{se infiere } (p\wedge q)_i$$

Según esta regla, solo dos formulas que tengan el mismo subíndice pueden ser unidas por medio de una conjunción, lo cuál garantiza que una sea relevante para la otra y que las irrelevancias permanezcan al margen.

Con lo visto hasta ahora parecería que la noción de relevancia A&B es puramente sintáctica, pues descansa en constreñimientos sintácticos y no semánticos, y de hecho así es. A&B desarrollan su sistema de manera sintáctica cuidando que las formulas que consideran falacias de relevancia pierdan su estatus de teoremas, por lo cual su definición de relevancia descansa en los dos constreñimientos que dan a su sintaxis. Sin embargo, nunca se detienen a dar una definición clara de lo que sería la relación de relevancia y si bien dan una semántica basada en matrices esta es forzada para que pueda lograr lo que el sistema sintáctico logra. Esto causa que el dar una semántica que cumpla lo que E logra en el plano de la sintaxis y que además sea una interpretación intuitiva y clara de lo que es la relación de relevancia sea todo un reto.

2.4.2.- ¿Y la semántica?

Si bien existen varias semánticas creadas para las lógicas relevantes[16] es la semántica de Routley-Meyer (semántica relacional en adelante) la que podríamos considerar como la semántica *estándar*. Mientras A&B se centraron en la parte sintáctica de los sistemas de lógica relevante, Routley et. Al. (1982) se dedicaron a desarrollar a fondo la parte semántica.

La semántica relacional para el sistema E consta de un modelo $M=\langle O, K, R, P, *\rangle$ en donde O es el mundo o la situación actual tal que $O \in K$, K es un conjunto de situaciones que esta compuesto por la situación actual, mundos posibles y

[16] Por ejemplo la semántica basada en cuatro valores de verdad

situaciones incompletas e inconsistentes; R es la relación ternaria, P es una relación unaria sobre situaciones tal que "una situación *a* en K tiene la propiedad P sii cada proposición que es necesariamente verdadera se sostiene en *a*, por ejemplo, *a* es un 'mundo' posible"[17] (Routley et al. 1982, 407); por ultimo,* es un operador unario sobre K tal que $a \in$ K y $a^* \in$K y $a^{**}=a$. Se podría ver a K* como el conjunto maximal en el que se encuentra todo aquello que K no niega.

Interpretación: es una función asociada a la valuación en el modelo M, que cumple con las siguientes condiciones:

i. I(p, a) = v(p, a);
ii. I(A∧B, a) = V sii I(A, a) = V y I(B, a) = V;
iii. I(A∨B, a) = V sii I(A, a) = V o I(B, a) = V;
iv. I(A→B, a) = V sii para toda b, c ∈ K , si Rabc y I(A, b) = V entonces I(B, c) = V;
v. I(t, a) = V sii, para algún b ∈ K, Pb y b ≤ a.
vi. I(¬A, a) = V sii I(A, a*) ≠ V

Esta es a grandes rasgos la semántica relacional para lógica relevante (de hecho para el sistema E), en torno a ella existen varias discusiones, por ejemplo como interpretar el operador * o como debe interpretarse la relación R.

La semántica relacional se basa en la semántica de mundos posibles de Kripke. Al igual que ésta contiene una relación de acceso entre mundos, sin embargo, debe ser modificada para evitar la validez de las paradojas de la implicación estricta.

En la semántica de mundos posibles se tiene la siguiente interpretación:

I ($A \rightarrow B$, a)=V sii para todo b∈ K tal que aRb (A, a)=F ó (B, b)=V

[17] La traducción es mía, las comillas de Routley.

En la cual la relación R es una relación binaria y tanto a, como b son mundos posibles completos y consistentes. Ahora bien, ¿Por qué no quedarnos con ésta interpretación?

Si continuamos con la semántica de mundos posible tal cual es, nos quedaríamos con la implicación estricta, es decir, se conservarían las siguientes paradojas

d) $(p\&\neg p) \rightarrow q$

e) $p \rightarrow (q\rightarrow q)$

f) $p\rightarrow(q\vee\neg q)$

Tomemos el caso de d), el antecedente siempre será falso ya que los mundos son consistentes, por lo tanto es una fórmula válida y en el caso de *f)* el consecuente siempre será verdadero ya que los mundos son completos, así que aquí entra la primera modificación.

Los relevantistas cambian los mundos posibles por situaciones o bien por mundos inconsistentes e incompletos con lo cual el antecedente de d) no siempre será falso y el consecuente de f) no siempre será verdadero, con lo cual ambas formulas dejan de ser válidas. Ahora bien, ¿Qué pasa con e)? Aun con la inclusión de situaciones inconsistentes e incompletas e) sigue perteneciendo al conjunto de fórmulas validas. Aquí entra la segunda modificación a la semántica kripkeana, el cambio de la relación de acceso.

En la semántica kripkeana la relación es binaria mientras en la relacional es ternaria. Según Routley y Meyer (1972) esto está motivado por la noción de conciliación o concordancia. Mientras la relación aRb puede verse como la afirmación de que *b* es posible en relación a *a*, Rabc puede entenderse como la afirmación de que *a* y *b* pueden concordar con un conjunto o situación *c*. Es decir, para que una implicación sea verificada no basta hacerlo en la situación en la cual es utilizada y en otra con la cual se relaciona, debe tomarse como punto de partida la situación de emisión y debe verificarse por separado su antecedente y su consecuente en dos situaciones separadas fuera de la de emisión, para así garantizar que tanto antecedente y consecuente no son solamente verdaderos, sino que también son compatibles.

Ahora que se menciona la modificación a la relación R deberíamos tratar el caso de e). Según Mares la introducción de una relación ternaria permite que existan situaciones en las cuales $(q \rightarrow q)$ falle, con lo cual e) también fallaría. Esto no es claro ya que A&B incluyen $(A \rightarrow A)$ entre su conjunto de fórmulas validas. Hagamos a de momento a un lado esto y revisemos como e) fallaría debido a la modificación de R.

Primer paso: (q → q) falla.

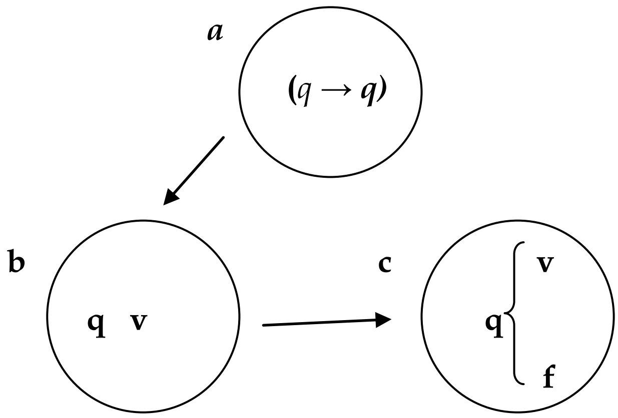


Diagrama 1 A

Desde el punto de vista de quienes defienden que identidad falla se explica que para que A→B sea válido debe cumplir con la interpretación que se dio anteriormente y que para toda A en b si A es verdadera, B tiene que ser verdadera, es decir, todas las valuaciones de B en c deben ser verdadero. Como podemos ver B en c puede ser tanto verdadera como falsa, por lo cual identidad no es válida. (Si bien es verificable, es decir, es verdadera en algunos mundos o situaciones posibles)

Segundo paso: p→ (q → q) falla

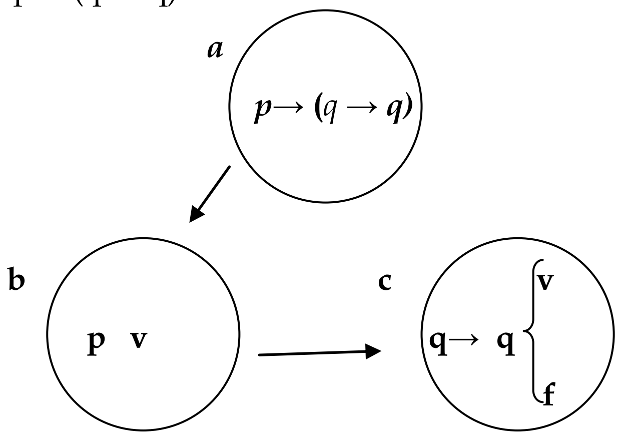


Diagrama 1 B

Al igual que en el ejemplo anterior se tiene que en c el consecuente no siempre es verdadero, por lo cual e) falla y sale del conjunto de fórmulas válidas.

Aquí existe un problema pues como se menciono antes identidad es considerada válida por A&B y no sólo eso, tanto al excluir identidad como al introducir situaciones inconsistentes e incompletas para que los relevantistas están cometiendo un acto contra la intuición que tanto defienden, a lo cual responden simplemente pidiendo al lector que tome en cuenta que las situaciones no deben ser o pertenecer al mundo actual, sino que pueden ser simples construcciones matemáticas sin realidad ontológica.

Otra opción sería aceptar que identidad no falla y modificar la interpretación de la implicación de la siguiente manera:

I(A→B, a) = V sii para toda b, c $\in$ K , Rabc I(A, b) = V entonces I(B, c) = V;

Así tanto antecedente como consecuente deben ser verdaderos en toda situación en las cuales se evalúen, con lo cual no sería necesario que identidad fallara para lograr sacar a e) del conjunto de formulas válidas. Tal vez esta modificación abriría nuevos problemas a la Lógica Relevante pero habría que evaluar si realmente dichos problemas serían peores o más contraintuitivos que eliminar identidad.

3.- Algunos de los problemas de la noción de relevancia A&B

Habiendo presentado el sistema E de A&B, el cual captura su noción de relevancia y de lo que la implicación debería ser para representar al condicional del lenguaje cotidiano, veamos ahora uno de los problemas que E tiene.

Anderson (1963) menciona algunos problemas abiertos para el sistema E, de los cuales tres son considerados por él como mayores:

1) la admisibilidad de la regla γ de Ackermann.

2) los problemas de decisión, y

3) proveer una semántica.

A continuación trataré algunos aspectos de 1) y 3), dejando de lado los problemas relacionados con 2).

La regla γ de Ackermann es una de las reglas del sistema de Ackermann (1956) en el cual A&B se basaron para crear E.

$$\gamma)\ \begin{array}{c} p \\ \underline{\neg p \vee q} \\ q \end{array}$$

A&B eliminan γ de las reglas primitivas debido a que la formula a la cual corresponde $\{p \wedge (\neg p \vee q) \Rightarrow q\}$ no es un teorema de E.

De hecho γ es equivalente a la regla conocida como *Silogismo Disyuntivo* (SD en adelante),

$$\text{SD})\ \begin{array}{c} \neg p \\ \underline{p \vee q} \\ q \end{array}$$

Por lo cual, E también rechaza el SD $\{\neg p \wedge (p \vee q) \Rightarrow q\}$.

Esto representa un problema en la parte sintáctica tan bien desarrollada de E, pues elimina el SD que parece ser una regla natural e intuitiva con lo cual A&B parecen estar cayendo en el error que tanto critican a la Lógica Clásica, ser contra-intuitiva. ¿Que puede ser más contra-intuitivo que eliminar una regla que es considerada como la representación del simple razonamiento por eliminación? ¿Están A&B cayendo en los errores que con tanta fuerza critican?

A continuación trataré la eliminación del SD tomando en cuenta criticas posteriores a A&B, dejando la discusión sobre la semántica para el próximo capitulo.

3.1.- La Eliminación del Silogismo Disyuntivo.

Si bien podríamos conceder a A&B algún crédito por intentar crear un sistema de lógica que se apegara al razonamiento cotidiano, las dudas acerca de su sistema comienzan a surgir cuando nos enteramos que A&B eliminan el SD de su sistema E. Por un momento parecería que A&B dan un paso aún más contra-intuitivo que tener las paradojas de la implicación entre el conjunto de formulas válidas. El SD es, o al menos parece, una regla de inferencia sencilla e intuitiva, a la cual se relaciona como he mencionado antes con el razonamiento por eliminación que cualquier persona realizaría. Sin embargo, los relevantistas tienen aún varias explicaciones que darnos antes de acusarlos de cometer un acto en contra de la intuición (y aun peor en contra de su propia intuición), pues distinguirán entre varios tipos de SD y hablaran de admisibilidad de estos tipos según las circunstancias.

3.1.1. El argumento de Lewis

El gran enemigo a vencer para los relevantistas ha sido el argumento de Lewis (si bien el argumento es anterior a la Lógica Relevante de A&B representa un gran problema para ésta), el cual deduce el EFQ en base a reglas bastante intuitivas.

El argumento de Lewis es el siguiente:

1.- $p\wedge\neg p$ Premisa

2.- p $E\wedge1$

3.- $\neg p$ $E\wedge1$

4.- $p\vee q$ $I\vee2$

5.- q SD 3, 4

6.- $p\wedge\neg p\rightarrow q$ 1-5 $\rightarrow$ I

A&B (1975 p.165) responden a dicho argumento diciendo que existe un paso falaz, que es la inferencia de $(p \vee q)$ y $\neg p$ a q, lo cual según A&B es una falacia de relevancia, por lo cual afirman que el argumento de Lewis descansa en un error inferencial.

A&B consideran que cuando se utiliza un SD en el lenguaje cotidiano este es intensional, es decir, que $p \vee q$ es en realidad una implicación de la forma $\neg p \Rightarrow q$, lo cual garantizan una conexión en la inferencia. Según A&B, la razón por la cual el SD parece intuitivo es porque pensamos sólo en caso intensionales, es decir, aquellos en las que las proposiciones unidas en la disyunción son mutuamente relevantes (relevancia A&B) y se excluyen mutuamente. Estas inferencias son intuitivamente validas y también son válidas en E.

El tipo de silogismo disyuntivo que aparece en el argumento de Lewis es extensional, por lo cual no existe garantía de que se este hablando del mismo tema, es decir, cada disyunto podría tratar de cosas totalmente diferentes pero al importar solo sus valores de verdad este hecho podría ser pasado por alto por la Lógica Clásica. Sin embargo, para la lógica relevante esto no puede ser ignorado por lo cual no se puede considerar al SD como una regla universalmente válida de inferencia. Un ejemplo de un SD clásicamente válido es:

1) Olimpia ganó la Copa Libertadores del 91 o los pitufos existen.
2) Olimpia no ganó la Copa Libertadores
3) Por lo tanto, los pitufos existen.

A&B no aceptarían este tipo de argumentos como válidos. El tipo de silogismo disyuntivo que A&B estarían dispuestos a aceptar seria el siguiente:

1'.- Olimpia ganó la Copa Libertadores del 91 o Colo Colo ganó la Copa Libertatores del 91. (Fisión ó condicional de la forma $\neg p \Rightarrow q$)

2'.- Olimpia no ganó la Copa Libertadores del 91. ($\neg p$)

Por lo tanto:

3'.- Colo Colo ganó la Copa Libertadores del 91. (q)

3.1.2.- El perro y el SD.

La primera critica que A&B dirigen al SD extensional (SDE en adelante) en el *Implicación* aparece en el parágrafo dedicado a las falacias, en el cual se trata el argumento de Lewis. Aquí A&B afirman que en dicho argumento se lleva a cabo un paso falaz ya que la inferencia de $\neg p$ y $p \vee q$ a q es "un simple error inferencial, como solo un perro cometería".

La discusión continúa en el parágrafo 25 dedicado únicamente al SD, aquí A&B toman en cuenta textos antiguos en los cuales se utiliza al perro como ejemplo de la simplicidad del SD, pues ya que si un perro es capaz de usarlo ¿Por qué no el hombre?

El perro

Sexto Empirico escribe, haciendo referencia a Crisipo, que el perro es un animal que supera al hombre en cuanto al plano de las sensaciones y que además de esto es capaz de utilizar el quinto silogismo indemostrable, pues cuando en la persecución de una liebre este se encuentra en un punto donde el camino se divide en tres actúa de la siguiente manera: olfatea los dos primeros caminos y al no encontrar señal del olor de la liebre corre por el tercer camino sin siquiera detenerse a olfatear. Según Crisipo el perro implícitamente razona: "la liebre se fue por este camino o por este otro, o por este otro; no se fue por este camino, ni por este, por lo tanto se fue por el otro". Es decir, incluso un perro es capaz de utilizar exitosamente un razonamiento de la forma del SD lo cual debería demostrar lo intuitivo que es dicha regla. Sin embargo, como A&B lo mencionan Sexto Empirico olvido mencionar que las tres opciones con las que el perro se encuentra son relevantes entre ellas, razón por la cual la disyunción presente en el 'razonamiento' del perro no es veritativo-funcional sino intensional, es decir, el perro no utilizo SDE sino SD intensional (SDI en adelante).

Según A&B el perro no esta usando un SDE sino un SDI, y es debido a un error humano que se le considera el ejemplo paradigmático de la simplicidad del SDE.

3.1.3.- La admisibilidad de γ

A&B admiten que SDE puede admitirse, o mejor dicho γ puede ser admitido. El hecho de que una regla sea admisible quiere decir que si existe una prueba de las premisas, entonces existe una prueba de la conclusión. Así que si existe $\vdash p$ y $\vdash \neg p \vee q$, entonces $\vdash q$, por lo cual el SD así construido es una regla admisible, aunque según A&B esto no es mas que "un accidente afortunado" y sigue siendo considerado como una inferencia inválida al no ser *universalmente* válida. Ahora esbozare la prueba de la admisibilidad de γ que Robert K. Meyer y Michael Dunn realizan en el *Implicación*.

Una teoría-E es una tripleta <L,O,T> tal que L es el conjunto de formulas de E, O es el conjunto de conectivas de E ($\Rightarrow$, $\wedge$, $\vee$, $\neg$) y T es un subconjunto de formulas de L tal que para toda A, B $\in$ L,

a) si A$\in$ T y B $\in$ T, entonces (A$\wedge$B) $\in$ T;

b) si $\vdash_E$ A$\Rightarrow$B y A$\in$ T, entonces B$\in$T.

Sean *T y T′* teorías-E tales que *T*$\subseteq$ *T′;* decimos que *T′* es una *extensión* de *T* si S$\cup$*T* es un conjunto de axiomas de *T′*, siendo S un conjunto de formulas.

Si tenemos una teoría-E, a la que llamaremos *T,* que cumple con a) y b); y además cumple:

c) si $\vdash_E$ A entonces A$\in$ T

entonces decimos que *T* es una teoría *regular.*

Sea *T* una teoría-E, *T* es una teoría *prima* si para toda A y toda B en L, si $\vdash_T$ A$\vee$B entonces $\vdash_T$ A o $\vdash_T$ B. Decimos que *T* es una teoría consistente si no existe A en *T* tal que $\vdash_T$A y $\vdash_T$ $\neg$A. Finalmente, si *T* es prima y consistente, entonces *T* es una teoría *normal.*

Si tenemos una teoría-E *T*, por cada conjunto S de formulas de L, existe una teoría-E *V* más pequeña que *T* tal que S$\subseteq$*V* y tal que si $\vdash_V$A, entonces existe $\vdash_T$A.

Se supone que lo siguiente es el caso:

1) Para cada B no teorema de E, existe una teoría-E *T* tal que $\vdash_T \neg$B

Dada la hipótesis 1, γ es admisible para E.

Supongamos que $\vdash_E A$ y $\vdash_E \neg A \vee B$. Por reducción, asumimos también que B no es teorema de E. Por 1, existe una teoría-E normal *T* tal que $\vdash_T \neg B$. Ya que todas las teorías-E son extensiones de E, entonces $\vdash_T A$ y $\vdash_T \neg A \vee B$. Como T es normal, es prima; por lo tanto $\vdash_T \neg A$ o $\vdash_T B$. Pero en cualquier caso T se vuelve inconsistente, contradiciendo su supuesta normalidad, por lo cual B debe ser teorema de E.

3.1.4. Tres situaciones posibles.

Si bien la necesidad de reformular el SD proviene de el argumento de Lewis y si bien todos los relevantistas están de acuerdo en que existe un SD intensional que es universalmente válido, cuando se habla de SD hay mucho más que decir. De hecho en el debate sobre la eliminación de SD no se puede hablar únicamente del punto de vista 'relevantista' versus el punto de vista 'clásico', pues como Mortensen (1986) señala en su artículo "Replica a Burges y a Read" [Reply to Burgess and to Read] existen al menos tres posturas en este debate[18]:

a) El SDE es válido universalmente.

b) El SDI es universalmente válido y cuando aparece un SD extensional que aparenta ser válido, esto se debe a que realmente se trata de un SDI.

c) Los ejemplos de SD que son intuitivos son algunas veces instancias del SDE, pero esto no los hace válidos, lo que garantiza la verdad de la conclusión es que se encuentran en una teoría "normal".

Si bien ya he mencionado las razones de A&B para eliminar el SDE del conjunto de reglas válidas, ahora trataré otros puntos de vista sobre la eliminación del SDE intentando en lo posible dar su lugar a cada una de las posturas involucradas en está controversia.

[18] Dos de ellas refieren a distintos puntos de vista dentro de los simpatizantes de la Lógica Relevante.

Burgess, Read y Mortensen, las tres situaciones posibles.

En una serie de artículos publicados en el *Notre Dame Journal of Formal Logic* podemos encontrar las tres opiniones a las que Mortensen hace referencia en su articulo del 86.

La discusión comienza con el articulo de Burgess titulado "Relevancia: ¿una falacia?"[Relevance: A Fallacy?]. En este artículo, Burgess ataca la idea relevantista de considerarse una filosofía del sentido común, para lo cual comienza por exponer las dos formulaciones de la teoría relevantista respecto a oraciones de la forma:

I) p o q	II) p y q pero no ambos
$\underline{\text{no p}}$	$\underline{\text{p}}$
q	no q
IA) $p \vee q$	IIA)$\neg(p \wedge q)$
$\underline{\neg p}$	$\underline{p}$
q	$\neg q$
IB) $p+q$	IIB) $\neg(p^\circ q)$
$\underline{\neg p}$	$\underline{p}$
q	$\neg q$

En la tabla anterior I y II representan los usos cotidianos de "o" e "y", mientras que IA y IIA son su formulación en lógica clásica y IB y IIB la formulación en lógica relevante.

La formulación fuerte de la teoría relevantista es aquella que afirma que "o" e "y" en el lenguaje natural literalmente quieren decir "+" (disyunción intensional) y "°" (conjunción intensional), mientras la débil afirma que las instancias cotidianas y matemáticas de I y II pueden al menos ser sustituidas a favor de IB y IIB.

El objetivo de Burgess es atacar la afirmación débil, mediante el uso de ejemplos los cuales no puedan ser leídos ni intercambiados por IB y IIB ni en el razonamiento matemático ni en el cotidiano.

Si bien Burgess trata tanto el caso de la disyunción como de la conjunción en este articulo, nuestra discusión es sobre la disyunción, así que me centrare en lo que Burgess tiene que decir al respecto.

El ejemplo sobre la disyunción es el siguiente:

Antecedentes: La Dr. Zeemann acaba de obtener su grado mediante una disertación sobre teoría de números. Su resultado principal es la prueba de que todo número natural *n* tiene una cierta propiedad A(n) o bien tiene otra propiedad B(n). Su prueba es por inducción sobre *n,* y es la siguiente:

Caso n= 0: se demuestra que A (0). [Aquí sigue una prueba]

Caso n = 1: se demuestra que B (1). [Aquí sigue una prueba]

Caso n $\geq$ 2: se asume como hipótesis inductiva que A(n-1) y A (n-2), o A(n-1) y B (n-2), o B(n-1) y A (n-2), o bien B(n-1) y B (n-2). [Aquí sigue una prueba que trata cada uno de los cuatro casos por separado]

Ella observa que la famosa conjetura de d'Aubel-Hughes implicaría que B(0), mientras que la igualmente famosa conjetura de MacVee implicaría que A(1), pero ella reporta que no tiene nada nuevo que mencionar acerca de estas viejas conjeturas.

Ejemplo 1a: Zeemann aplica su trabajo para obtener el número de soluciones de la ecuación de Tiegh.

Tiegh ya había demostrado que el numero *t* de soluciones a su ecuación es $\leq$13. Ahora, con un poco de algebra elemental se puede demostrar que no podemos tener A (*t*). Por lo tanto, por el resultado de Zeemann debemos tener B(*t*). Pero ningún *n* tal que $5 \leq n \leq 16$ puede satisfacer B(*n*), lo cual es demostrado con otro poco de algebra. Por lo tanto $t \leq 4$.

Análisis: Según Burgess el ejemplo es un típico argumento matemático de la forma (I). La premisa A (*t*) o B (*t*) debe ser representada como veritativo-funcional, sin una disyunción intensional. La incógnita *t* podría ser igual a 1, resultado que es obtenido sin establecer una conexión relevante entre A (1) y B (1), de hecho, Zeemann había mencionado que no era capaz de establecer nada acerca de B (1).

Ejemplo 1b: El Profesor Wyber ha estado trabajando por años en la conjetura de von Eckes, pero lo único que ha demostrado es que la conjetura se sigue de B(1), un resultado que considera no vale la pena publicar. Wyber decide abandonar el estudio de la conjetura de von Eckes y se dedica a trabajar en otros temas. En particular, él ha refutado una vieja conjetura de MacVee probando que $\neg$A(1). Ahora el lee un anuncio del resultado de Zeemann, los detalles de su prueba no están disponibles pero el reconoce el significado de sus resultados, en particular, le permitiría demostrar la conjetura de von Eckes. El escribe una serie de notas tituladas "Una prueba de la conjetura de von Eckes", con la siguiente estructura: primero aparece su prueba de $\neg$A (1). Después viene el siguiente pasaje:

> Y así vemos que la conjetura de MacVee falla. Ahora Zeemann ha anunciado recientemente su resultado de que para toda *n*, o bien A(*n*) o B(*n*). Por lo tanto debemos tener B(1). Ahora procederemos a poner este hecho en uso.

Finalmente aparece la derivación de la conjetura de von Eckes a partir de B(1).

Análisis 1b: A partir del resultado de Zeemann solo podemos establecer que A (1) $\vee$ B (1), no A (1) + B (1), por lo cual tenemos nuevamente una instancia de (I) que no puede ser leída ni reemplazada por una instancia de (IB). Este es un ejemplo un tanto atípico. De haber conocido los detalles del trabajo de Zeemann, habría sabido que demuestra que B (1), Wyberg seguramente habría citado el hecho de B (1) de la tesis de Zeemann en lugar de dar el argumento circular que dio. Pero esto no quiere decir que la prueba de la conjetura de von Eckes que Wyberg dio es errónea. Uno debe distinguir inelegancia de incorrectud. Según Burgess un seguidor de A&B no utilizaría el resultado obtenido por Zeemann hasta no tener el articulo con la prueba publicada.

El objetivo del articulo es señalar que A&B subjetivizan tanto la noción de relevancia que llegan a trivializarla y que su criterio de utilidad es "una confusión entre lógica y epistemología" (Burgess, 1983, 103). Burgess se centra en la afirmación de A&B de que su sistema de lógica modela mejor el sentido común que la lógica clásica. Sin embargo, los ejemplos de Burgess se centran más en el razonamiento matemático que en los usos cotidianos del SD, razón por la cual no representan un buen contraejemplo a la afirmación de A&B de que el SDI es la representación adecuada a los SD utilizados comúnmente.

Mortensen responde al articulo de Burgess con su articulo "La Validez del Silogismo Disyuntivo no es tan fácil de probar" [The validity of Disjunctive Sillogism Is Not So Easily Proved] en el cual concede que la discusión acerca del silogismo que A&B realizan en el *Entailment* no es adecuada, y afirma que si bien el SDE no es universalmente válido, sí es una forma aceptable de inferencia en situaciones deductivas normales.

Mortensen también afirma abiertamente que ningún relevantista reconsiderara su rechazo al SDE a causa de la prueba de Lewis, y propone una prueba de porque no se puede incluir al SD en situaciones deductivas que no son normales.

Ahora bien, ¿Qué es una situación deductiva normal? A continuación algunas definiciones. Tomemos un lenguaje $\underline{L}$ cerrado bajo conjunción, disyunción, implicación y negación. Una lógica en $\underline{L}$ es un subconjunto L de $\underline{L}$ cerrado bajo la regla de sustitución uniforme. Ahora, $X \subseteq \underline{L}$ es una teoría-L sii:

1) Si $p \in X$ y $\vdash_L p \rightarrow q$ entonces $q \in X$
1) Si $p \in X$ y $q \in X$, entonces $p \wedge q \in X$.

Ahora, X es una teoría-L *consistente* sii $\forall p$, no es el caso que $p \in X$ y $\neg p \in X$. X es *trivial* si $X = \underline{L}$. X es no prima con respecto a $p \vee q$ sii $p \vee q \in X$ pero $p \notin X$ o $q \notin X$. X es *prima* sii es no no-prima. Si una teoría es prima y consistente, entonces la llamamos una teoría *normal.*

Mortensen afirma que cuando se tienen las condiciones de normalidad, entonces SD se sostiene en X, pues sea $p \in X$ y $\neg p \vee q \in X$, como X es prima, entonces $\neg p \in X$ o $q \in X$. Como X es consistente y $p \in X$, entonces $\neg p \notin X$. Por lo tanto $q \in X$.

La prueba para rechazar el SD es la siguiente: Sea X una teoría-L inconsistente, entonces para alguna p, $p \in X$ y $\neg p \in X$. Como $\neg p \in X$, si $\vdash \neg p \Rightarrow (\neg p \vee q)$, entonces $\neg p \vee q \in X$ para cualquier q. Si aceptamos SD en X, entonces podemos deducir que $q \in X$ para cualquier q, con lo cual tendríamos que X es trivial, lo cual es un resultado indeseable para cualquier teoría, si bien normalmente el problema se resolvería excluyendo la inconsistencia y tomando solo las situaciones deductivas que son teorías normales, según los relevantistas, también las situaciones no normales donde SDE falla deben ser tomadas en cuenta para poder llamarlo un principio universalmente valido.

Pero la discusión no queda aquí, pues aún falta una postura en el debate la cual señala que tanto Burgess como Mortensen están en un error. Stephen Read (Read, 1983) defiende la Lógica Relevante desde un frente distinto al de Mortensen.

Read comienza por aclarar que Burgess se encuentra en un error al considerar que los razonamientos de la forma de (I) son instancias del SDE, pues sus ejemplos son en realidad entimemas, en los cuales la premisa faltante es una donde la disyunción es intensional, es decir, en realidad no se trata de un SDE, por lo cual, según Read, los contraejemplos de Burgess no son lo suficientemente fuertes.

Read sostiene que (IB) es el principio universalmente válido que representa a (I) y que los intentos de Burgess y Mortensen por reivindicar el principio extensional se deben a un malentendido. Para Read la noción de validez relevantista debe sustituir a la clásica y no ser vista como resultado de ciertos constreñimientos a esta.

3.1.5.- Orayen y Morado, una nueva noción de relevancia.

Orayen (1989) ataca la salida de los relevantistas al argumento de Lewis, pues según él, si en realidad el SDI es el principio universalmente válido como afirman, entonces el condicional propuesto debe ser un contrafáctico. Para probar su crítica Orayen se basa en el ejemplo de Adams.

1) Oswald asesinó a Kennedy u otro lo hizo.
2) Oswald no asesinó a Kennedy.
3) Otro asesinó a Kennedy
4) Si Oswald no hubiese asesinado a Kennedy, otro lo hubiera hecho.

Un silogismo disyuntivo normal tendría la forma de 1-3 y según Orayen es fácil de aceptar por una persona que sabe que Kennedy fue asesinado, sin embargo, según Orayen esta persona puede no estar de acuerdo con 4, pues para aceptar 4 se tendría que estar comprometido con algún tipo de determinismo histórico.
Pero ¿Qué querríamos decir en realidad con la frase "Oswald mato a Kennedy u otro lo hizo"? Podríamos tomar dos opciones: la primera es que en realidad lo que queremos decir con la frase "Oswald mato a Kennedy u otro lo hizo" es que de hecho sabemos que Kennedy fue asesinado por un solo hombre, y que de no haber sido Oswald el asesino, entonces algún otro hombre fue el culpable del asesinato. Por lo cual el condicional que se encuentra escondido es un indicativo de la forma 4':

4') Si Oswald no mató a Kennedy, entonces otro lo mató.
5) Oswald no mató a Kennedy.
6) Otro mató a Kennedy.

De esta manera el condicional que se encuentra tras "Oswald mato a Kennedy u otro lo hizo" realmente refleja una conexión entre nuestras creencias.
De hecho podríamos discutir un poco más esta opción y alegar que la intensionalidad de la que A&B hablan es simplemente no veritativo-funcionalidad y que no se esta comprometido a aceptar un subjuntivo como Orayen afirma, sino un indicativo como 4' ya que este refleja mejor lo que en realidad queremos decir. Si bien, A&B sí admiten que la disyunción intensional

da mejores condiciones de verdad a un condicional subjuntivo, no es claro el hecho de que se comprometan a que todos los condicionales que se encuentran tras una disyunción intensional sean subjuntivos.

Una segunda opción sería reinterpretar el subjuntivo, para así eliminar el compromiso determinista del que habla Orayen. Esta reinterpretación se llevará a cabo tomando en cuenta nuestra creencia de que Kennedy de hecho fue asesinado por un solo hombre[19]:

7) Si Oswald no hubiera sido el asesino de Kennedy, otro hubiera sido el asesino de Kennedy.

Con este nuevo condicional y tomando en cuenta la creencia de la persona de que Kennedy fue asesinado por un solo hombre, se elimina el compromiso determinista y nos encontramos con un condicional más fácilmente aceptado.

Ahora bien, tomando en cuenta el sistema E pero con una semántica de situaciones y con las dos propuestas anteriores podríamos ver las ventajas de ambas respuestas:

Condicional indicativo:

- No nos compromete con el determinismo.
- Es verdadero en todas las situaciones posibles o mundos posibles en los cuales el hecho sucedió.

Subjuntivo reinterpretado:

- También es verdadero en todos los mundos en donde Kennedy fue asesinado por un solo hombre.
- Es compatible tanto con el determinismo como con el indeterminismo.

Por el momento dejaré de lado las consideraciones sobre la interpretación de E mediante una semántica de situaciones, pues el tema será tratado en extenso más adelante.Morado en su artículo *¿La deducibilidad implica relevancia? Una*

[19] De hecho mi postura es que la semántica más apropiada para esta lógica es una semántica de situaciones, en la cual podamos tomar en cuenta las creencias e información que tiene el sujeto, lo cual nos permitiría hacer cosas como la reinterpretación del subjuntivo.

respuesta cauta[20] publicado en *Crítica,* 15(45): 09-110 y desarrollado más extensamente en el Cuarto Simposio Internacional de Filosofía, presenta una nueva visión de relevancia, demostrando que no tenemos que comprometernos con la relevancia A&B y que contrario a lo que Orayen afirmaba, no existe deducibilidad sin relevancia, pues si existe una conexión entre el antecedente y el consecuente de $p \wedge \neg p \rightarrow q$.

Según Morado el asombro que nos provocan las inferencias como el EFQ se debe a la ilusión de la que parten A&B (1975, 33) de que "la concordancia de significado en lógica proposicional es llevada por la concordancia de variables proposicionales" por lo cual se propone presentar un nuevo sentido de relevancia basado en el contenido semántico.

En la implicación fuerte el contenido de la conclusión debe estar dentro del contenido de la premisa, de aquí nace el *dictum de Ackermann* del cual parten A&B para proponer un nuevo tipo de lógica. En lugar de hacer a un lado los casos problemáticos y desechar la idea de relevancia, Morado se dedica a demostrar que existe una conexión entre premisa y conclusión inclusive en ellos y que con esto se cumple el *dictum.*

El contenido de las proposiciones:

Tomando las ideas de Popper, Morado define el contenido de las proposiciones de la siguiente manera:

El contenido empírico es el conjunto de falsadores posibles.

El contenido lógico es el conjunto de enunciados no tautológicos deducibles, es decir, la clase consecuencia.

De estas definiciones se sigue que el contenido de un enunciado o la información que nos proporciona no es aquello que menciona directamente, sino aquellos enunciados que lo falsarían. Así pues, las tautologías al no tener falsadores tendrían un contenido semántico vacío y las contradicciones tendrían todo el contenido semántico posible.

[20] *"Deducibility Implies Relevante? A Cautious Answer (On Profesor Orayen's Criticisms of Relevant Logic)"*

Los falsadores son vistos como mundos posibles o Descripciones de Estado en los cuales las proposiciones no valen. Pero ¿Por qué definir el contenido semántico como el conjunto de mundos posibles en los cuales la proposición no vale? A simple vista parecería más sensato ver su contenido como aquellos mundos en los cuales se realiza, pero Morado toma la idea de Carnap (1947, 10) de "ya que conocer el significado de una oración es conocer en que casos posibles esta será verdadera y en cuales no"[21] y la combina con las definiciones de contenido de Popper.

De esta manera la inferencia $p \wedge \neg p \rightarrow q$ es válida y cumple con el requisito de relevancia pues el contenido semántico de la premisa es el conjunto de todos los mundos posibles, por lo cual el contenido semántico de su conclusión está contenido en la premisa, es decir, la premisa es relevante para la conclusión.

En el caso en el cual la conclusión es una tautología el problema se resuelve de la misma manera, ya que el contenido semántico de la tautología son los mundos posibles en que no se realiza, su contenido es el conjunto vacío, el cual es subconjunto de cualquier conjunto, por lo tanto también en este caso existe relevancia (aunque no es la relevancia A&B).

La respuesta de Morado es sumamente interesante, pues a pesar de demostrar que las fórmulas contra las que pelean A&B en realidad son relevantes en algún sentido, abre las puertas para aquellos que buscan una noción de relevancia basada en la semántica y no en la sintaxis.

Existen otras respuestas a los problemas planteados por Orayen, como la de Hart (1993) que demuestra que mediante *interpolación* se puede demostrar que toda formula válida en Lógica Clásica contiene una formula I que establece una clase de conexión, sin embargo, no profundizaré en la respuesta de Hart.

3.1.6.- Restall y Read. El perro regresa.

En Restall (2004), el perro surge nuevamente para tratar el tema del rechazo del SD por parte de los relevantistas. Aquí Restall admite que si bien existe algo

[21] *'since to know the meaning of a sentence is to know in which of the posible cases it would be true and in which not'*

correcto en cuanto al rechazo de los relevantistas del SDE en el contexto de la prueba de Lewis, si bien el razonamiento del perro no es valido desde el punto de vista relevantista, él como pluralista sostiene que es valido en algún otro sentido y deja la tarea a los relevantistas (de hecho a Read) de explicar en que sentido el perro no razona bien al utilizar SD.

Read (2004) responde a Restall explicando que el razonamiento del perro es de hecho correcto, sin embargo, la creencia de la que el perro parte no es de $A \vee B$, sino $A+B$, es decir, $\neg A \Rightarrow B$, por lo cual el perro realiza una inferencia válida.

4. La semántica.

En su artículo del 63, Anderson menciona cuatro problemas abiertos para su sistema E, de los cuales tres son planteados como problemas mayores. Estos tres problemas son:

1) La admisibilidad de la regla γ de Ackermann, tema del cual se ha hablado ya en el apartado anterior.
2) Los problemas de decisión
3) El proveer una semántica.

En esta sección trataremos el problema 3), sobre todo en cuanto a la interpretación filosófica de la semántica de E. Si bien existen varias semánticas para E, nos enfocaremos en la semántica relacional, por ser esta la que habitualmente se relaciona con el sistema E y por tener un mayor interés filosófico.

Como se había mencionado antes, A&B se dedicaron a crear su sistema de una manera sintáctica lo cual trajo problemas al tratar proporcionarle una semántica, pues no se puede dar una semántica veritativo-funcional ya que la condición de verdad para la implicación sería la de el condicional material, y en cuanto una semántica de mundos posibles, esta permite la validez de paradojas de la implicación. El problema de la semántica de mundos posibles es que al aceptarla la implicación relevante se convertiría en el condicional estricto, el cual como ya se había mencionado con anterioridad, posee también paradojas de la implicación, entre ellas el EFQ. Sin embargo, la semántica de mundos posibles es la que más se acerca a una semántica apropiada para el sistema E, razón por la cual Routley y Meyer crearon una semántica para lógica relevante basándose en esta.

Las principales modificaciones son el cambio en la relación que pasa de ser binaria a ternaria y el cambio de mundos posibles (completos y consistentes) a situaciones (que pueden ser incompletas e inconsistentes). Sin embargo, esta semántica tiene un gran problema, la interpretación de la relación ternaria. En palabras de Mares (2004, 28) para que esta semántica tenga el estatus de una teoría del significado como la semántica de mundos posibles "necesita una interpretación razonable".

Se ha tratado de dar dicha interpretación en base a la teoría de la información, Restall (1996) muestra que la teoría de marcos (frame theory) de la lógica relevante es una semántica de la teoría de la información de Barwise, y por su parte Mares (1997) demuestra que la relación ternaria de la semántica relacional (para uno de los sistemas más débiles de lógica relevante) puede ser interpretada a partir de una teoría de flujo de información.

Antes de seguir con el análisis de esta interpretación, dedicaremos el siguiente apartado a explicar las nociones básicas de la semántica de situaciones.

4.1- Semántica de Situaciones.

La semántica de situaciones es un análisis matemático del lenguaje natural, y la teoría de situaciones es en sí la matemática que surge de esta semántica. La teoría de situaciones puede verse como un marco para comprender el flujo de información y la semántica de situaciones puede verse como la aplicación de la teoría de situaciones (y de la teoría del flujo de la información) al lenguaje natural.

Básicamente la ontología de la teoría de situaciones consta de individuos, relaciones, tipos, situaciones e infons.

¿Qué es un infon?

Un infon es una estructura de la forma:

$$\sigma=«R, a_1,\ldots, a_n, i»$$

Donde R es una relación n-aria, $a_1,\ldots, a_n$ son objetos que se encuentran en la relación e i es la polaridad (0 ó 1). Los infons pueden combinarse mediante conectivas como '$\vee$' y '$\wedge$'.

Los infons pueden ser soportados por una determinada situación o tipo de situación, lo cual se escribe de la manera siguiente:

$$S \models \sigma$$

Esto se lee como S soporta el infon σ, donde S es el contexto de σ.
Según Devlin (1991) los infons deben ser vistos como objetos matemáticos, es decir, como objetos abstractos que no tienen una existencia física, pero que juegan un papel crucial dentro de determinada teoría.

Situaciones y Tipos

Una situación es una parte del mundo, es decir una especie de contexto de evaluación que no toma en cuenta todas las posibilidades, sino solamente un conjunto de ellas. Las situaciones son relativas a los agentes que las identifican, en si una situación es una parte del mundo acerca de la cual se habla o se recuerda. Las situaciones son partes estructuradas de la realidad que pueden ser expresadas mediante un conjunto de infons.
Pero no todas las situaciones son partes del mundo que los individuos adquieren mediante la percepción o el recuerdo, existen las llamadas *situaciones abstractas*, estas son situaciones que consisten en un conjunto de infons. Si bien a toda situación real corresponde una abstracta, la inversa no siempre es cierta. Las situaciones abstractas son construcciones matemáticas construidas a partir de relaciones, individuos y lugares de la ontología de la teoría.
Haciendo a un lado las diferencias entre situaciones reales y abstractas veamos lo que es un *tipo*.
Por ejemplo, tomemos en consideración el siguiente escenario:

1) *Cristian se encuentra en su cubículo preparando su examen de Geometría Analítica el día 12 de noviembre del 2008.*

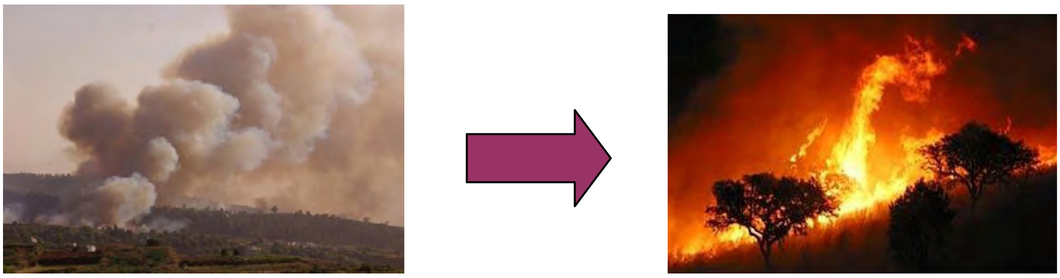
Llamemos a este escenario la situación s_1, esta situación es un suceso particular, en el cual un individuo, en este caso Cristian, se encuentra en un determinado lugar realizando una acción determinada en un tiempo determinado. Ahora tomemos en cuenta otro escenario:

2) *Claudia se encuentra en su casa preparando su examen de Geometría Analítica el día 20 de noviembre del 2008.*

Llamemos a este escenario la situación s_2, si bien s_1 y s_2 son situaciones distintas ya que se realizan en tiempos y lugares diferentes y además involucran a personas distintas, tienen algo en común. En ambas situaciones se hace referencia a la misma acción, pues tanto Cristian como Claudia están preparando un examen de Geometría Analítica, lo cual nos permite clasificarlas dentro del mismo conjunto, el conjunto de situaciones en las cuales una persona prepara su examen de Geometría Analítica. Dicho conjunto (Ψ) forma lo que se llama un "tipo". Ahora podemos decir que tanto s_1 como s_2 son del tipoΨ, o en símbolos $s_1 : \Psi$ y $s_2 : \Psi$

Flujo de información entre situaciones

Tomemos un ejemplo paradigmático, una persona ve humo elevándose tras una montaña cercana, la persona infiere que hay un incendio forestal y decide llamar a los bomberos. Pero, ¿Qué es lo que permite hacer esta inferencia?



Situación h Situación f

Diagrama 2

Existe algo que conecta ambas situaciones, algo que logra darme información de la situación f estando en la situación h, este algo es una *restricción.* Una restricción es una especie de regularidad que nos permite obtener información de una situación a partir de otra. Las restricciones pueden ser de múltiples tipos, pueden ser leyes de la naturaleza, convenciones del lenguaje, leyes, etc. La restricción es una relación binaria entre tipos de situaciones.

Así pues, si yo observo la situación particular h infiero que existe la situación particular f, esto se lleva a cabo de la siguiente manera: $h : \Phi$ y $f : \Psi$ y existe una restricción (es decir una regularidad) que conecta a Φ y Ψ, por lo cual puedo inferir que hay un incendio a partir de la observación de humo.

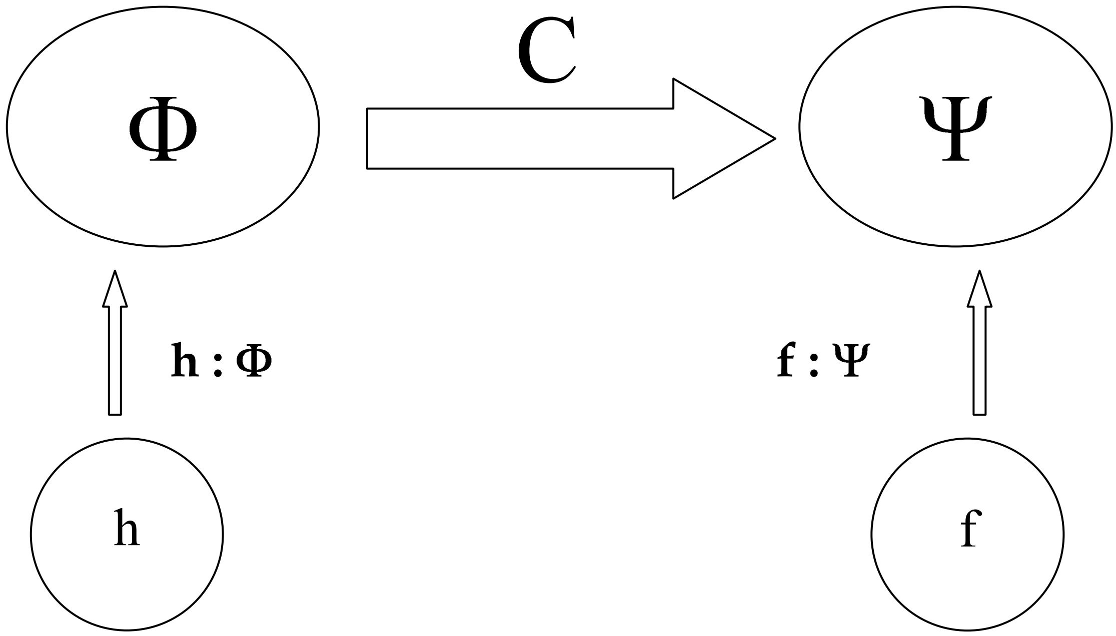


Diagrama 3.

La parte superior del diagrama 2, que involucra los tipos y la restricción se encuentran en el plano mental, mientras que la parte inferior involucra al mundo en si.

Es decir, la parte inferior del diagrama está constituido por situaciones particulares como la situación h y la situación f antes mencionadas; la parte superior del diagrama está constituida por la idea general o el tipo de situación, es decir, H es un tipo de situación en la cual hay humo sin que H sea una situación particular que podamos señalar o recordar. De la misma manera, F es el tipo de situación en el cual hay fuego. C es la regularidad que hemos aprendido de una u otra forma (ya sea por medio de la experiencia o teóricamente) que nos lleva a vincular el humo con el fuego.

Sin embargo, la restricción no es la única relación importante aquí. Según Barwise (1993) existen dos tipos de relaciones, una entre situaciones, la cual se expresa como h |→ t a la cual podríamos llamar un canal de información, y por otra parte una relación entre tipos de situaciones expresada como $\Phi \rightarrow \Psi$ y que es a lo que llamamos restricción. Cuando tenemos una restricción como $\Phi \rightarrow \Psi$ lo que lo soporta es una relación del tipo $|\rightarrow$, es decir, que bajo situaciones normales, si $s_1 \models \Phi$, $s_1 |\rightarrow s_2$ y $\Phi \rightarrow \Psi$, entonces $s_2 \models \Psi$.

Si tomamos en cuenta el diagrama 1, la conexión que nos llevo de la situación particular h a la situación particular f fue un canal de información, es decir, una instancia del caso general que es la restricción.

Para expresar que una situación de determinado tipo carga información de otra situación (como en el caso del ejemplo del fuego) se simboliza de la siguiente manera:

$$h : \Phi \Rightarrow f : \Psi$$

Algunos principios básicos del flujo de información

Barwise (1993) enumera cinco principios del flujo de información que considera intuitivamente verdaderos y que deben derivarse de una teoría razonable de la información. A continuación los mencionaré, deteniéndome solo en el primero de ellos.

Principio Xerox

Si $s_1{:}\varphi \Rightarrow s_2{:}\psi$ y $s_2{:}\psi \Rightarrow s_3{:}\theta$, entonces $s_1{:}\varphi \Rightarrow s_3{:}\theta$.

Este principio puede verse como el equivalente al principio de transitividad. El principio dice que si una situación determinada s_1 carga información sobre una situación s_2 y esta a su vez carga información sobre una tercera s_3, entonces la primera carga información sobre la tercera.

Por ejemplo, Mary esta enseñando a su hija Laura a leer la hora en el reloj, Mary le dice a Laura que la manecilla pequeña esta en el 6 y que la manecilla grande esta en el 12. Según lo que Mary ha enseñado a Laura anteriormente esto quiere decir que son las seis en punto, por lo cual el hecho de que Mary diga que la manecilla pequeña esta en el 6 y la manecilla grande en el 12 carga la información de que son las seis en punto.

$s_1{:}\varphi \Rightarrow s_2{:}\psi$ Mary diciendo a Laura que la manecilla pequeña esta en el 6 y la manecilla grande esta en el 12.

$s_2{:}\psi \Rightarrow s_3{:}\theta$ El hecho de que la manecilla pequeña esta en el 6 y la manecilla grande esta en el 12 quiere decir que son las seis en punto.

Por lo tanto, $s_1{:}\varphi \Rightarrow s_3{:}\theta$ La expresión que Mary dijo a Laura quiere decir que son las cuatro en punto.

Lógica como flujo de información.

Si el tipo φ implica ψ (en cierto sentido pre-teorico) entonces $s{:}\varphi$ carga la infomación de $s{:}\psi$.

Si φ implica ψ entonces $s{:}\varphi \Rightarrow s{:}\psi$

Adición de Información.

Si $s_1{:}\varphi$ carga la información de $s_2{:}\psi$, y $s_1{:}\varphi'$ carga la información de $s_2{:}\psi'$, entonces $s_1{:}(\varphi \wedge \varphi')$ carga la información de $s_2{:}(\psi \wedge \psi')$.

Si $s_1{:}\varphi \Rightarrow s_2{:}\psi$, y $s_1{:}\varphi' \Rightarrow s_2{:}\psi'$, entonces $s_1{:}(\varphi \wedge \varphi') \Rightarrow s_2{:}(\psi \wedge \psi')$.

Casos exhaustivos.

Supongamos que

$s_1{:}\varphi \Rightarrow s_2{:}(\psi \vee \psi')$,

$s_2{:}\psi \Rightarrow s_3{:}\theta$, y

$s_2{:}\psi' \Rightarrow s_3{:}\theta$

Entonces $s_1{:}\varphi \Rightarrow s_3{:}\theta$

Contraposición.

Si $s_1{:}\varphi \rightarrow s_2{:}\psi$ entonces $s_2{:}\neg\psi \rightarrow s_1{:}\neg\varphi$

Estas son algunas nociones básicas sobre situaciones y flujo de información, ahora entremos en la relación que existe entre el flujo de información y lógica relevante.

5.- Lógica Relevante y Semántica de Situaciones.

La relación entre la Lógica Relevante y la Semántica de Situaciones ha sido notada desde ambos bandos, por un lado Barwise (1993) afirma que el trabajo realizado en su artículo ofrece una nueva manera de ver la semántica relacional para lógica relevante y por el otro Mares (1997) y Restall (1996) realizan artículos para explorar esta relación[22].

Un ejemplo sobre la relación entre ambas teorías es el artículo de Restall, donde según él si bien la Lógica Relevante es buena bloqueando paradojas de la implicación, aún debe vencer otras dificultades como algunas fallas de transitividad. Por ejemplo:

1) Si una elección es realizada el 25 de Diciembre, será realizada en Diciembre
2) Si una elección es realizada en Diciembre, esta no será realizada el 25 de Diciembre (esta premisa se basa en el hecho de que el 25 de Diciembre es un feriado importante)

La segunda premisa debería ser aceptada tomando en cuenta que el 25 de Diciembre es una festividad en la cual suelen suspenderse toda actividad laboral y política. Si usáramos transitividad con 1 y 2 obtendríamos una conclusión un tanto extraña:

3) Si una elección es realizada el 25 de Diciembre, esta no será realizada el 25 de Diciembre

Restall explica que para no llegar a condicionales como 3 no es necesario eliminar transitividad, sino que la interpretación de flujo de información nos permite bloquearlos de manera eficiente. La declaración 1 y 2 tienen cada una un canal y una situación correspondiente, pero no necesariamente son los

[22] Estos artículos no han sido los únicos ni los primeros en hablar de esta relación, también están Barwise-Perry (1985) y Anderson et al. (1992), etc.

mismos o se encuentra conectados. Así que el principio Xerox es funcional pero se debe recordar que los condicionales son relativos a los canales.

Por otro lado, Mares (1997) demuestra que la relación ternaria de la semántica relacional puede ser interpretada a partir de una teoría de flujo de información (esto para un sistema de lógica relevante diferente a E).

Mares propone 7 condiciones que su semántica debe cumplir, las cuales son:

Condición 1: $s \leq t$ si y solo si $s \subseteq t$, siendo s y t situaciones.

Observación: ≤ es transitiva, reflexiva y antisimétrica.

Condición 2: $s \models \sigma \rightarrow \psi$ si y solo si para toda situación t y u tal que Rstu, si $t \models \sigma$, entonces $u \models \psi$.

Observación 1: Esta es la condición de verdad para la implicación en la semántica relacional.

Observación 2: Aquí Rstu significa que de acuerdo con las restricciones en s, los infons en t cargan solo la información en u.

Condición 3: Si $s' \leq s$ y Rstu, entonces R$s'tu$.

Condición 4: Para todas las situaciones s, se cumple la siguiente regla:

$$\frac{\begin{array}{c} s \models \sigma \rightarrow \psi \\ s \models \psi \rightarrow \pi \end{array}}{s \models \sigma \rightarrow \pi}$$

(Principio Xerox)

Condición 5: Para todas las situaciones s, se cumple la siguiente regla:

$$\frac{\begin{array}{c} s \models \sigma \rightarrow \psi \\ s \models \sigma \end{array}}{s \models \psi}$$

(Modus Ponens)

Condición 6: $s \models \sigma \wedge \psi$ si y solo si $s \models \sigma$ y $s \models \psi$.

Condición 7: $s \models \sigma \vee \psi$ si y solo si $s \models \sigma$ ó $s \models \psi$.

Una vez establecidas las siete condiciones que deberá cumplir la semántica, Mares define lo que es un *infoframe* y un *infomodel.*

Un *infoframe* es una cuadrupla F= ⟨Sit, L, R, ≤⟩ tal que Sit es un conjunto no vacío, L es un subconjunto no vacío de Sit, R es una relación ternaria en Sit y ≤ es una relación binaria en Sit. El infoframe debe satisfacer los siguientes postulados:

PO: ≤ es transitiva, reflexiva y antisimétrica. (Condición 1)

LT: Si $s \leq s'$ y R$s'tu$, entonces Rstu. (Condición 3)

Xer: Si Rstu, entonces existe una situación x tal que Rstx y Rstu. (Condición 4)

Fac: Rsss. (Condición 5)

LO: $s \leq t$ si y solo si existe $u \in$L tal que Rust.

Un *infomodel* es una estructura M= ⟨F, ⊨⟩ tal que F es un infoframe y ⊨ es una relación binaria entre situaciones e infons tal que las siguientes condiciones se cumplen:

H: ($s \leq t$ y $s \models p$) $\Rightarrow t \models p$.

T∧: $s \models \sigma\wedge\psi$ sii $s \models \sigma$ y $s \models \psi$.

T∨: $s \models \sigma\wedge\psi$ sii $s \models \sigma$ ó $s \models \psi$.

T→: $s \models \sigma\rightarrow\psi$ sii $\forall x\forall y$(R$sxy \Rightarrow (x \models \sigma \Rightarrow y \models \psi)$). (Condición 2)

Un infon será valido sii, para todos los infomodels para toda $s \in$L, $s \models \sigma$.

Después de esto, Mares da una presentación al estilo Hilbert de la lógica a la cual se aplicara la semántica, para continuar con las pruebas de correción y completud (las cuales no esbozare aquí).

¿Qué gana la Lógica Relevante con esta interpretación?

La interpretación en términos del flujo de la información puede ayudar a la lógica relevante a dar una noción más intuitiva de sus contextos de evaluación y de la relación que existe entre dichos contextos.

Además, y aún más importante, se podría dar una idea más clara de lo que significa la relación ternaria de relacional y nos ayudaría a explicar de una manera más sencilla lo que es relevancia.

6.- Semántica informacional para E

Sintaxis:

Primero presentemos la lógica E al estilo Hilbert:

A0: $(\Box A \wedge \Box B) \rightarrow \Box(A \wedge B)$

A1: $A \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow B$

A2: $(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C))$

A3: $(A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow (A \rightarrow B)$

A4: $(A \wedge B) \rightarrow A$

A5: $(A \wedge B) \rightarrow B$

A6: $(A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow (B \wedge C))$

A7: $A \rightarrow A \vee B$

A8: $B \rightarrow A \vee B$

A9: $(A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C) \rightarrow ((A \vee B) \rightarrow C)$

A10: $A \wedge (B \vee C) \rightarrow (A \wedge B) \vee C$

A11: $A \rightarrow \neg A \rightarrow \neg A$

A12: $(A \rightarrow \neg B) \rightarrow (B \rightarrow \neg A)$

A13: $\neg\neg A \rightarrow A$

R1:

$$\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ \underline{A \quad\quad} \\ B \end{array}$$

R2:

$$\begin{array}{l} A \\ \underline{B} \\ A \wedge B \end{array}$$

Semántica:

Sustituiremos el *infoframe* y el *infomodel* de Mares por un *marco* y un *modelo* que abarquen también la negación. Un marco es una estructura F=⟨Sit, L, R, ≤, *⟩ tal que Sit es un conjunto no vacío de situaciones, L es un subconjunto de Sit, R es una relación ternaria en Sit, ≤ es una relación binaria en Sit y * es una relación unaria en Sit tal que Sit* es el conjunto maximal donde se encuentra todo lo que Sit no niega.

Cada marco satisface los siguientes postulados:

Al igual que en la semántica de Mares se debe cumplir con PO, LT, Xer., Fac. y LO. Además deberá satisfacer:

DN: $s^{**}=s$

D*: $s\in$ Sit y $s^{*}\in$ Sit.

Contr*: Si Rstu, entonces R$su^{*}t^{*}$.

Ahora, el lenguaje que se utilizará, será el lenguaje de infons, que consta de un conjunto de infons primitivos y de las conectivas usuales para combinarlos: $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\neg$. Las reglas de formación serán las usuales.

Un modelo es una estructura M=⟨F, $\models$ ⟩ tal que F es un marco y $\models$ es una relación binaria entre situaciones e infons tal que las siguientes condiciones se cumplen:

H: $(s \leq t$ y $s \models p) \Rightarrow t \models p.$

T∧: $s \models \sigma\wedge\psi$ sii $s \models \sigma$ y $s \models \psi$.

T∨: $s \models \sigma\wedge\psi$ sii $s \models \sigma$ ó $s \models \psi$.

T→: $s \models \sigma\rightarrow\psi$ sii $\forall x\forall y(\mathrm{R}sxy \Rightarrow (x \models \sigma \Rightarrow y \models \psi))$.

T¬: $s \models \neg\sigma$ sii $s^{*} \not\models \sigma$.[23]

Un infon σ será válido sii para todo modelo y para toda $s\in$L, $s \models \sigma$.

Ahora si comparamos la interpretación de la semántica relacional que se había presentado anteriormente, puede verse que la re-interpretación en términos de

[23] $\models$ / es la negación de $\models$

semántica de situaciones es prácticamente una paráfrasis. Ahora pondremos la interpretación anterior en la columna izquierda y la nueva en la derecha.

I(p, a) = v(p, a);	$s \models \sigma = \sigma \in s$
I(A$\wedge$B, a) = V sii I(A, a) = V y I(B, a) = V;	T$\wedge$: $s \models \sigma\wedge\psi$ sii $s \models \sigma$ y $s \models \psi$.
I(A$\vee$B, a) = V sii I(A, a) = V o I(B, a) = V;	T$\vee$: $s \models \sigma\wedge\psi$ sii $s \models \sigma$ ó $s \models \psi$.
I(A$\rightarrow$B, a) = V sii para toda b, c $\in$ K , si Rabc y I(A, b) = V entonces I(B, c) = V;	T$\rightarrow$: $s \models \sigma\rightarrow\psi$ sii $\forall x \forall y(\mathrm{R}sxy \Rightarrow (x \models \sigma \Rightarrow y \models \psi))$.
I(t, a) = V sii, $\exists$ b $\in$ K, Pb y b $\leq$ a.	$s \models t$ sii $\exists u \in$L tal que $t \in u$ y $u \leq s$
I($\neg$A, a) = V sii I(A, a*) $\neq$ V	T$\neg$: $s \models \neg\sigma$ sii $s^* \not\models \sigma$.

Ahora bien, no basta con ver que las condiciones de verdad son muy parecidas, al igual que Mares debemos demostrar que nuestra semántica es completa y correcta, llamaremos a esta nueva semántica SI.

Corrección

Teorema 1. Si A es un teorema de E, entonces A es SI-valido.

Lemma 1: Si A es un axioma de E, I(A, L)=T

Lemma 2: El conjunto de proposiciones T(v,a) verdaderas en v son cerradas bajo adjunción.

La demostración es análoga a la hecha en Routley y Meyer (1973).

Completud

Para demostrar completud para la semántica relacional, Routley y Meyer prueban un lemma para a partir de él demostrar el lema de completud. A continuación daré algunas definiciones antes de pasar a la prueba de dicho lemma, es decir, del lemma 3.

Un subconjunto S del conjunto de formulas bien formadas F′ es una teoría-E (intensional) sii S es cerrado bajo adjunción, es decir, para toda $A \in S$ y para toda $B \in S$ entonces $A \wedge B \in S$, y E-entailment, es decir, cuando $A \in S$ y $A \Rightarrow B$ es un teorema de E, entonces $B \in S$.

Sea S una teoría-E intensional, S es prima sii para cualquier $A \vee B \in S$ cualquiera de los siguientes se da, $A \in S$ o bien $B \in S$. S es regular al contener todos los teoremas de E, y S es consistente al no contener la negación de algunos teoremas de E. S es normal sii S es regular, consistente y prima.

Lemma 3. Cuando A no es teorema de E, existe una teoría-E prima y regular S tal que $A \notin S$.

Prueba: Enumeremos las formulas de E, siendo $B_1, \ldots, B_j, \ldots$

Fórmese una sucesión de teorías-E $S_0, \ldots, S_1, \ldots, S_j \ldots$, dejando que S_0 sea E formando S_i a partir de S_{i-1} de acuerdo a la siguiente receta:

Si $B_i \vdash_{S_{i-1}} B$, dejando S_i ser $S_{i-1.}$ De otra manera dejar que S_i sea la extensión axiomática de S_{i-1} por $\{ B_i \}$.

Sea S la unión de todas las S_i así formadas. Ahora S es una teoría-E tal que B no es un teorema de S; ahora probemos que S es prima.

Supongamos que S no es prima. Entonces para alguna A y C, $\vdash_S A \vee C$, pero ni $\vdash_S A$ ni $\vdash_S C$. Por la manera en que se construye S, $A \vdash_S B$ y $C \vdash_S B$; por 3[24], $A \vee C \vdash_S B$. Por 4[25], $\vdash_S B$, lo cual es imposible. Por lo tanto, S es prima con lo cual concluye la prueba.

[24] Si $A \vdash_S C$ y $B \vdash_S C$, entonces $A \vee B \vdash_S C$.

[25] Si $\vdash_S A$ y $A \vdash_S B$, entonces $\vdash_S B$.

SI es una teoría cerrada bajo adjunción (condición 6) y bajo E-entailment, por lo tanto, es una teoría-E intensional. Por lo tanto, el lemma 3 aplica también para SI.

Sea S cualquier teoría-E regular, una teoría-S intensional es cualquier subconjunto de F′ que es cerrado bajo adjunción y T-entailment, es decir, cuando $A\Rightarrow B\in S$ y $A\in a$ entonces $B\in a$. Una teoría-S intensional es una teoría-E, ya que S es regular.
SI es una teoría-E regular cerrada bajo adjunción y T-entailment, por lo cual, es una teoría-S intensional.

Teorema 2: Si A es E-valido entonces A es un teorema de E.
Prueba: Supongamos, con la intención de establecer una contrapositiva, que A no es teorema de E. Por el Lemma 1, existe una teoría-E S prima y regular tal que $A\notin S$. Definamos un modelo E canónico $M_S=<O_S, K_S, R_S, P_S, *>$ con base $O_S=S$ como sigue:
1.- K_S es la clase de teorías-S primas e intencionales.
Para toda a, b, c $\in K_S$.
2.- $R_S abc$ sii, siempre que $A\Rightarrow B \in a$ y $A\in b$, $B\in c$; es decir, $(A,B)[(A\Rightarrow B\in a \wedge A\in b \supset(B\in c)]$
3.- $P_S a$ sii $(A)[(t\Rightarrow A)\in S \supset A\in a]$
4.- $a^* = \{A \text{ tal que } \neg A\notin a\}$

Una valuación canónica V_S de SL en M_S se define así: para todo parámetro oracional $p\in S'$,
5.- $V_S(p, a)= T$ sii $p \in a$, para toda $a \in K_S$.

Ahora debemos probar lo siguiente:
I) M_S es un E. m. s.

II) I(D, a)=T sii $D\in a$, para toda $a\in K_S$ y para toda fbf $D\in F'$, donde I es la interpretación asociada con V_S con M_S.

Si probamos I y II completud se seguirá, pues $A\notin S$, $I(A, O_S) \neq S$ por II; por lo tanto, aplicando I, A es falsado en E m. s.; es decir A no es E-valido.
No esbozare aquí la prueba de I y II, si el lector tiene interés en dichas pruebas puede consultarlas en Routley (1982).

Ahora ya que hemos visto que SI es una teoría-S intensional y por lo tanto el lemma 3 es valido para SI, veamos si el teorema 2 también lo es.
Definamos un infomodel SI canónico SI_S=< {Sit, L, R, ≤, *}, $\models$ > con base Sit_S=S como sigue:

1.- L_S es la clase de teorías-S primas e intencionales.

Para toda a, b, c $\in L_S$.

2.- $R_S$abc sii siempre que $A\Rightarrow B \in a$ y $A\in b$, $B\in c$; es decir, $(A,B)[(A\Rightarrow B\in a \wedge A\in b \supset (B\in c)]$

3.- P_Sa sii $(A)[(t\Rightarrow A)\in S \supset A\in a]$

4.- a* = {A tal que $\neg A\notin a$}

Una valuación canónica V_S de SL en SI_S se define así: para todo $p\in S'$,

5.- $V_S(p, a)$= T sii $p \in a$, para toda $a \in L_S$.

Ahora debemos probar lo siguiente:

III) SI_S es un E. m. s.

IV) I (D, a)=T sii $D\in a$, para toda $a\in L_S$ y para toda fbf $D\in F'$, donde I es la interpretación asociada con V_S con SI_S.

Si probamos III y IV completud se seguirá al igual que en I y II.

Prueba de III: Un E. m. s. es una estructura M=<O, K, R, P, *> donde $O\in K$, R es una relación ternaria y P una relación unaria en K, y * es un operador unario en

K, tal que las siguientes definiciones y postulados se sostienen para toda a, b, c, d $\in$K:

D1: $a \leq b =_{Df} R0ab$

D2: $R^2 abcd =_{Df} (\exists x)(Rabx \wedge Rxcd)$

D3: $R^2 a(bc)d =_{Df} (\exists x)(Rbcx \wedge Raxd)$

P1: $a \leq a$

P2: $R^2 a(0b)c \supset Rabc$

P3: $R^2 abcd \supset R^2 b(ac)d$

P4: $Rabc \supset R^2 abbc$

P5: $(\exists x)(Px \wedge Raxa)$

P6: $(\exists x)(Px \wedge Rxab) \supset a \leq b$

P7: $a^{**}=a$

P8: $Rabc \supset Rac^*b^*$

P9: Raa^*a

Según la condición 1 de SI, $s \leq t$ si y solo si $s \subseteq t$, y como a esta contenida en a $\subseteq$ a, entonces a$\leq$a con lo cual se cumple P1.

Por definición, el P2 quiere decir que $(\exists x)(R0bx \wedge Raxc)$ implica Rabc, es decir que existe una situación x, tal que de acuerdo con las restricciones en 0 la situación b carga solo la información contenida en x y que de acuerdo con las restricciones en a, la situación x carga la información contenida en c. Como b carga solo la información contenida en x, entonces b$\subseteq$x, es decir b$\leq$x y como la situación bajo la cual están es 0, es decir no están bajo la restricción de ninguna situación, b$\leq$x. Por otra parte, de acuerdo a las restricciones de a, x solo carga la información contenida en c, entonces x$\subseteq$c, por lo cual x$\leq$c. Con esto tenemos que x$\leq$c$\leq$a y b$\leq$x. Sabemos que x$\leq$a, que b$\leq$x y que x$\leq$c. De aquí podemos obtener b$\leq$c y x$\leq$a. Como lo que queremos demostrar es que existe al menos una x que implica Rabc, tomamos una x que sea igual a c, con lo cual obtenemos c$\leq$a y b$\leq$c, por lo tanto b$\leq$c$\leq$a, es decir Rabc.

P3 quiere decir por definición que si $(\exists x)(Rabx \wedge Rxcd)$ entonces $(\exists y)(Racy \wedge Rbyd)$. Supongamos que $(\exists x)(Rabx \wedge Rxcd)$ es verdadero, al igual que el caso anterior estamos tratando un existencial, así que si a partir de la premisa encontramos un solo caso que confirme $(\exists y)(Racy \wedge Rbyd)$ habremos finalizado la prueba. A partir de $(\exists x)(Rabx \wedge Rxcd)$ tenemos que $b\leq x\leq a$ y $c\leq d\leq x$. Ahora solo debemos encontrar una y tal que $c\leq y\leq a$ y $y\leq d\leq b$. Por ahora solo sabemos que:

$$b\leq x\leq a \text{ y}$$
$$c\leq d\leq x$$

En el caso de $c\leq y\leq a$ no hay problema, pues cualquier y que coloquemos entre c y hará cumplir $c\leq y\leq a$. Sabemos que tanto b como d son menores o iguales a x, pero no sabemos si $b\leq d$ o $d\leq b$, como solo necesitamos encontrar un caso, consideremos el caso en que $d\leq b$. Entonces tenemos que $c\leq d\leq b\leq x\leq a$, como estamos buscando una y que haga que se cumpla $y\leq d\leq b$, tomaremos una y tal que $c\leq y\leq d$ y $x\neq y$. Con esto conseguimos $c\leq y\leq d\leq b\leq x\leq a$ con lo cual se cumple que $(\exists y)(Racy \wedge Rbyd)$ lo cual prueba que se cumple P3 en el modelo.

Ahora la condición P4 dice que si Rabc entonces $(\exists x)(Rabx \wedge Rxbc)$. Ahora bien, gracias a la premisa tenemos que $b\leq c\leq a$ y necesitamos un x que cumpla con $b\leq x\leq a$ y $b\leq c\leq x$. Este caso en particular es bastante sencillo, pues solo basta considerar una x tal que $x=c$, con lo cual tendríamos que tanto $b\leq x\leq a$ como $b\leq c\leq x$ se cumplen.

P5: $(\exists x)(Px \wedge Raxa)$

La propiedad P es una propiedad unaria que tiene una situación x sii las verdades necesarias están contenidas en ella. Es decir P(x) sii $t\in x$, con $x \in L$. Si tenemos un x tal que Px, y tenemos al menos una a tal que $x=a$ tendremos Raxa pues lo que necesitamos para que esto se cumpla es $a\leq x\leq a$.

P6: $(\exists x)(Px \wedge Rxab)\supset a\leq b$

Si existe una situación x tal que Px y Rxab, esto quiere decir que $a\leq b\leq x$, por lo cual se implica que $a\leq b$

La P7: a**=a se cumple al ser una de las condiciones que un marco de SI debe cumplir, al igual que P8 y P9.

Por lo tanto, SI_S es un E. m. s.

Ahora, probemos IV, $I(a \models D)=T$ sii $D \in a$, para toda $a \in L_S$ y para toda fbf $D \in F'$, donde I es la interpretación asociada con V_S con SI_S.

Prueba de IV. Es una prueba por inducción con base en:

$V_S(s \models \sigma)$ sii $\sigma \in s$, para $s \in L$.

$$
\begin{aligned}
s \models \neg\sigma = T &\text{ sii } s^* \not\models \sigma \\
&\text{ sii } \sigma \in s^* \text{ por hipótesis inductiva} \\
&\text{ sii } \neg\sigma \in s
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
s \models \sigma \wedge \psi = T &\text{ sii } s \models \sigma \text{ y } s \models \psi \\
&\text{ sii } \sigma \in s \text{ y } \psi \in s \text{ por hipótesis inductiva}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
s \models \sigma \vee \psi = T &\text{ sii } s \models \sigma \text{ ó } s \models \psi \\
&\text{ sii } \sigma \in s \text{ ó } \psi \in s \text{ por hipótesis inductiva}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
s \models \sigma \rightarrow \psi = T &\text{ sii } \forall x \forall y (Rsxy \Rightarrow (x \models \sigma \Rightarrow y \models \psi)) \\
&\text{ sii } \forall x \forall y (s \models \sigma \rightarrow \psi \Rightarrow (x \models \sigma \Rightarrow y \models \psi)) \\
&\text{ sii } \forall x \forall y (s \models \sigma \rightarrow \psi \Rightarrow (\sigma \in x \Rightarrow \psi \in y)) \\
&\text{ sii } \forall x \forall y (\sigma \rightarrow \psi \in s \Rightarrow (\sigma \in x \Rightarrow \psi \in y))
\end{aligned}
$$

Por lo tanto, $I(a \models D)=T$ sii $D \in a$, para toda $a \in L_S$ y para toda fbf $D \in F'$, donde I es la interpretación asociada a V_S con SI_S.

Por lo tanto se demuestra III y IV con lo cual se demuestra completud.

7.- Conclusión

Como ya hemos visto los relevantistas han luchado por encontrar un sistema de lógica que capture el razonamiento cotidiano, aunque en su camino se han encontrado con varios problemas, entre ellos el tener que eliminar el SDE para evitar que se validen algunas paradojas de la implicación. Si bien parecería que los relevantistas están realizando un paso en contra de la intuición al eliminar una regla de inferencia que ha sido relacionada con el razonamiento por eliminación que cualquiera usa, y que con esto están cometiendo el mismo pecado que recriminan a la Lógica Clásica: ser contra intuitivos. Para salvarse de esta acusación los relevantistas nos explican que si bien están en contra del SDE, aprueban el SDI. Este silogismo disyuntivo esta más apegado al razonamiento, pues exige una conexión entre disjuntos. Como pudimos ver en los argumentos relevantistas expuestos anteriormente, este SD es en efecto el razonamiento por eliminación. Cuando en el día a día realizamos un razonamiento por eliminación el hecho de que al eliminar una de las opciones podamos aceptar la restante se debe a que son mutuamente excluyentes, es decir, están unidas por una disyunción intensional.

Otro de sus problemas es que al crear el sistema más fuerte de lógica relevante, E, este fue construido de manera sintáctica, lo cual les permitió dejar fuera del conjunto de formulas validas las paradojas de la implicación, sin embargo, al momento de crear una semántica para este sistema tuvieron que enfrentar varios problemas. En primer lugar tuvieron que utilizar una relación (R) que fuera similar a la de las semánticas de Kripke, pero que dejara de lado algunos resultados indeseados por parte de los relevantistas, por lo cual la relación 'R' se convirtió de una relación binaria a una ternaria. Si bien con esto se logro que la semántica hiciera lo mismo que el sistema sintáctico, la semántica necesitaba aun una interpretación filosófica clara. Para esto los **relevantistas** se auxiliaron de la teoría del flujo de información. A partir de esta teoría se busco dar una interpretación clara a su semántica. Como ya vimos es posible crear una semántica de situaciones para E, la cual es completa y correcta, pero ¿esto resuelve en realidad los problemas de la lógica relevante?

Pongamos un ejemplo, un buen amigo mío se quejaba de algo que su madre le dijo cuando niño:

"Si no comes verduras, no crecerás"

Mi amigo comió verduras, sin embargo, no creció mucho en realidad. Otro de mis amigos le explico que en realidad su madre no le mintió, solo uso un condicional material. Es decir, si bien mi amigo comió verduras e hizo el antecedente falso, al ser un condicional material el consecuente podía ser también falso sin convertir a su madre en una mentirosa.

En este caso, o bien la madre de mi amigo era una partidaria de la lógica clásica, o bien en realidad creía que existía una relación entre el comer verduras y la estatura.

De hecho, creo que en realidad quería decir (y lo que cualquier madre quiere decir con esto) es lo siguiente:

"come verduras o no crecerás"

Es decir, la madre de mi amigo en realidad no es una partidaria de la lógica clásica, sino que en realidad cree que existe una relación entre el antecedente y el consecuente y en cuanto a la disyunción esta es intensional, pues en la situación en la cual fue usada ambos disjuntos estaban relacionados y la eliminación de uno daría como resultado la aceptación del otro. Si bien, al final el resultado no fue el esperado, esto se debió a que no se tomaron en cuenta otros aspectos que conformaban la situación (como el factor genético o el hecho de que la estatura este más relacionada al consumo de proteínas).

En si el argumento usado por esta sabia madre fue el siguiente:

	I	II
Come verduras o no crecerás <u>No comes verduras</u> No crecerás	$p \oplus \neg q$ $\underline{\neg p}$ $\neg q$	$p \vee \neg q$ $\underline{\neg p}$ $\neg q$

El hecho de que las madres responsables estén preocupadas por el hecho de que sus hijos consuman verduras es porque ellas creen que su argumento es de la forma I, es decir, que existe una relación entre ambos disjuntos y que solo si uno es eliminado el otro será validado, si creyeran que su argumento es de la forma II su preocupación no sería tan grande, pues al no tener relación ambos disjuntos bien ambos podrían ser verdaderos y el hecho de que sus hijos no consumieran verduras podría no afectar su crecimiento.
Ahora volvamos con la forma condicionada del ejemplo y con la semántica SI:

"Si no comes verduras, no crecerás"

Examinemos este condicional de la forma ¬p⇒¬q y recordemos las condiciones de verdad en SI

$$s \models \sigma \rightarrow \psi \text{ sii } \forall x \forall y (Rsxy \Rightarrow (x \models \sigma \Rightarrow y \models \psi)).$$

$$s \models \neg p \rightarrow \neg q \text{ sii } \forall x \forall y (Rsxy \Rightarrow (x \models \neg p \Rightarrow y \models \neg q)).$$

Es decir, la situación s sostiene ¬p⇒¬q sii para toda situación x y *y* que estén relacionadas con s, x sostiene ¬p y *y* ¬q. La situación s es la situación en la cual la oración fue emitida, la situación x podría ser cualquiera que contengan el hecho de un niño que no come verduras y se relaciona con otra situación en la cual ese niño no creció.

Si bien, podemos ver que la teoría del flujo de información y la semántica de situaciones pueden ayudar a la lógica relevante a ser interpretada de manera más clara, no responde en sí a la pregunta ¿Qué es la relevancia? Si bien A&B y Routley ya mencionaron que es una relación entre proposiciones cuando estas están en una buena relación de implicación, sigue sin ser claro que es esta relación. Quienes incluyeron la teoría del flujo de información para dar una interpretación filosófica de la semántica de E tampoco se preocuparon en dar más explicaciones al respecto, es decir, ya sabemos que la teoría del flujo de la información puede ser usada para interpretar la semántica, pero esto ¿que quiere decir? ¿es la relevancia flujo de información o viceversa? Por el momento me limitare a proponer estas preguntas, esperando responderlas en una investigación posterior.

Bibliografía

- Anderson (1963). A. R. Anderson, "Some open problems concerning the system E of entailment" en *Acta Philosophica Fennica, Proceedings of a Colloquium on Modal and Many-Valued Logic,* 16: 7-18.

- Anderson y Belnap (1962. A. R. Anderson y N. D. Belnap, "The pure calculus of Entailment" en *The Journal of Symbolic Logic,* 27 (1): 19-52.

- A&B (1975). A. R. Anderson y N. D. Belnap, *Entailment: the logic of relevant and necesity,* Princeton: Princeton University Press.

- Ackermman (1956). W. Ackermman "Begrundung einer strengen Implikation" en *Journal of Symbolic Logic* 21: 113-128.

-Barwise (1988). Jon Barwise, *The Situation in Logic,* CSLI Publiations.

- Barwise (1993). Jon Barwise, Situation Theory and Its Applications, Volume 3, CSLI Publiations.

- Barwise (1997) J. Barwise y J. Seligman , *Information Flow*. *The Logic of Distributed Systems*, Cambridge: Cambridge University Press

- Burgess (1981). J. P. Burgess, "Relevance: A fallacy?" en *Notre Dame Journal of Formal Logic,* 22 (2): 97-104.

- Devlin (1991). Keith Devlin, *Logic and Information,* Cambridge: Cambridge University Press.

-Dunn y Restall (2002). J. Michael Dunn y Greg Restall, "Relevance Logic" en *Handbook of Philosophical Logic,* Eds. D.M Gabbay y F. Guenthner, Kluwer Academic Publishers: Netherlands.

- Hart (1993). Hart, William D. "Interpolación y Relevancia", en *Análisis Filosófico* 13 (1).

- Orayen (1989). Raul Orayen, *Lógica, significado y ontología,* México: UNAM.

- Orayen (1989a) Raúl Orayen, "Deducibility Implies Relevance? A Negative Answer" en *Critica* 15(43): 3-29; 15(44): 3-25.

- Mares (1997). Edwin Mares, "Relevant Logic and the Theory of Information" en *Synthese* 109(3): 345-360.

- Mares (1998). Edwin Mares, “Relevance Logic” en *Stanford Encyclopedia of Philosophy*

- Mares (2004). Edwin Mares, *Relevant Logic: A Philosophical Interpretation,* Cambridge : Cambridge University Press.

- Meyer y Routley (1973). Robert K. Meyer y Richard Routley, “Classical Relevant Logics I” en *Studia Logica* 32: 51-66.

- Morado (1989). Raymundo Morado, “Deducibility Implies Relevance? A Cautios Answer” en *Crítica* 15(45): 105-108.

- Mortensen (1983). Chris Mortensen, “The Validity of Disjunctive Syllogism Is Not So Easily Proved.” en *Notre Dame Journal of Formal Logic,* 24 (1): 35-40.

- Mortensen (1986). Chris Mortensen, “Reply to Burgess and to Read” en *Notre Dame Journal of Formal Logic 27(2): 195-200.*

- Read (1983). Stephen Read, “Burgess on Relevance: A Fallacy Indeed.” en *Notre Dame Journal of Formal Logic,* 24 (4): 473-481.

-Read (1988). Stephen Read, *Relevant Logic: A Philosophical Examination of Inference,* Basil Blacwell: Oxford.

- Read (2004). Stephen Read, “In Defence of the Dog: Response to Restall” en *Logic, Epistemology and the Unity of Science 175-180,* Eds. Shahid Rahman, John symons, Dov Gabbay y Jean Paul van Bendegem, Kluwer Academic Publishers.

- Restall (1996). Greg Restall, “Information Flow and Relevant Logics” en *Logic, Language and Computation, 463-477,* CSLI Publications

- Restall (2004). Greg Restall, “Logical Pluralism and the Preservation of Warrant” en *Logic, Epistemology and the Unity of Science 163-173,* Eds. Shahid Rahman, John symons, Dov Gabbay y Jean Paul van Bendegem, Kluwer Academic Publishers.

- Routley (1982). Richard Routley et. al., *Relevant Logics and their rivals,* Ohio: Ridgeview.

-Routley y Meyer (1972). Richard Routley y Robert K. Meyer, “The semantics of Entailment II” en *Journal of Philosophical Logic* 1 (1): 53-73.

-Routley y Meyer (1972). Richard Routley y Robert K. Meyer, “The semantics of Entailment III” en *Journal of Philosophical Logic* 1 (2):192-208.

- Tarski (1942). Alfred Tarski, *Introduction to Logic and the methodology of deductive sciences,* New York: Oxford University.

Anexo I

Formulación Axiomática de E.

Entailment

E1 $A\Rightarrow[(A\Rightarrow B)\Rightarrow B]$

E2 $(A\Rightarrow B)\Rightarrow[(B\Rightarrow C)\Rightarrow(A\Rightarrow C)]$

E3 $[A\Rightarrow(A\Rightarrow B)]\Rightarrow(A\Rightarrow B)$

Conjunción

E4 $(A\wedge B)\rightarrow A$

E5 $(A\wedge B)\rightarrow B$

E6 $(A\rightarrow B)\wedge(A\rightarrow C)\rightarrow(A\rightarrow(B\wedge C))$

Distribución de la necesidad sobre la conjunción

E7 $(\Box A \wedge \Box B) \rightarrow \Box(A\wedge B)$ $\{\Box A =_{Df} A\Rightarrow A\Rightarrow A\}$

Disyunción

E8 $A\rightarrow(A\vee B)$

E9 $B\rightarrow(A\vee B)$

E10 $[(A\rightarrow C)\wedge(B\rightarrow C)]\rightarrow((A\vee B)\rightarrow C)$

Distribución de la conjunción sobre la disyunción

E11 $[A\wedge(B\vee C)]\rightarrow[(A\wedge B)\vee C]$

Negación

E12 $A\rightarrow\neg A\rightarrow\neg A$

E13 $(A\rightarrow\neg B)\rightarrow(B\rightarrow\neg A)$

E14 $\neg\neg A\rightarrow A$

Reglas:

$\Rightarrow$E: dado $A\Rightarrow B$, de A inferir B.

$\wedge$I: de A y B inferir $A\wedge B$

Anexo II

Formulación de Deducción Natural de E

1) Hip. Un paso puede ser introducido como hipótesis de una nueva sub-prueba, y cada nueva hipótesis recibe una clase unitaria {k} de subíndices, donde k es el rango de A.
2) Rep. A_α puede ser repetido, reteniendo el índice de relevancia α.
3) Reit. $(A\Rightarrow B)_\alpha$ puede ser reiterado reteniendo el subíndice α.
4) $\Rightarrow$E. De A_α y $(A\Rightarrow B)_\beta$ inferir $B_{\alpha\cup\beta.}$
5) $\Rightarrow$I. De una prueba de B_α de la hipótesis $A_{\{k\}}$ inferir $(A\Rightarrow B)_{\alpha-\{k\}}$, dado que k esta en α.

Anexo III

Sumario de algunos entailments validos.

Identidad: $A\Rightarrow A$.

Transitividad: $(A\Rightarrow B)\Rightarrow[(B\Rightarrow C)\Rightarrow(A\Rightarrow C)]$

$(A\Rightarrow B)\Rightarrow[(C\Rightarrow A)\Rightarrow(C\Rightarrow B)]$

Contracción: $(A\Rightarrow(A\Rightarrow B))\Rightarrow(A\Rightarrow B)$

Distribución: $[A\Rightarrow(A\Rightarrow B)]\Rightarrow(A\Rightarrow B)\Rightarrow(A\Rightarrow C)$

Permutación restringida: $[A\Rightarrow(A\Rightarrow C\Rightarrow D)]\Rightarrow(B\Rightarrow C)\Rightarrow(A\Rightarrow D)$

Modus ponens restringido: $(B\Rightarrow C)\Rightarrow\{[A\Rightarrow(B\Rightarrow C\Rightarrow D)]\Rightarrow(A\Rightarrow D)\}$