



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

**FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ARAGÓN**

**“Simulación numérica de un flujo turbulento alrededor de un arreglo escalonado de tubos cilíndricos”**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE  
INGENIERO MECÁNICO ELÉCTRICISTA  
(ÁREA: INGENIERÍA INDUSTRIAL)**

**PRESENTA:  
LAURA CAROLINA LARA GUZMÁN**

**ASESOR: DR. MARTÍN SALINAS VÁZQUEZ**



**México, 2011**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*“La ciencia humana consiste más en destruir errores que en descubrir verdades”.*  
Sócrates.

*“A través de nuestras experiencias de la vida debemos procurar adquirir un cierto saber vivir que nos permita acertar. A este saber vivir es justamente lo que se llama ética”*  
Ética para Amador. Fernando Savater.

## **AGRADECIMIENTOS**

**A Dios**, por su sabiduría infinita, por estar conmigo y alimentar mi fe,  
por el regalo de la vida, te amo.

### **A mis padres y hermana**

*Mamá*, por la vida, por el apoyo incondicional,  
por ser mi padre cuando lo he necesitado,  
por enseñarme a andar por este camino, por tus consejos,  
tu complicidad, tu ejemplo de afrontar la vida y sobre todo  
por todo el amor que nos das, todo eso me ha traído aquí,  
un pequeño reconocimiento a una gran mamá, te amo.

*Mary*, mi hermana y mejor amiga, tu entusiasmo,  
por tu alegría, por tenderme tu mano cuando me encuentras  
a punto de dejarme vencer, por mostrarme ese lado humano de ver la vida,  
por guiarme cuando me enfrento a cosas nuevas, eres lo máximo, te amo.

Papá por ser quien fuiste en mi infancia, por la confianza,  
por tu comprensión y tu cariño, desde donde estés,  
te amo y te recuerdo.

**A la UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**,  
institución tan noble de la cual me siento muy orgullosa de pertenecer,  
porque significa tantas cosas en mi vida  
A la *Facultad de Estudios Superiores Aragón*  
Por recibirme en sus aulas y darme la oportunidad de formarme como profesionalista  
Al *Instituto de Ingeniería* por todo el apoyo y la oportunidad de estar allí.

## **A mi familia**

Abuelita *Carmen*, gracias por tus consejos,  
por tu comprensión y tu cariño, donde sea que  
estés, te amo y no te olvido.

A mis tías *Bertha* y *Elda* y tío *Jorge* por su cariño  
y sinceras palabras de apoyo

*A mis primos*

*César* un ejemplo para mí, por ser un gran estudiante  
y el ingeniero en quien comenzabas a convertirte,  
por ese gran ser humano que he conocido en las anécdotas familiares  
por estar conmigo a través de tus libros.

*Ricardo* y *Verónica*  
por compartir tantos juegos,  
por esa inteligencia maravillosa que los caracteriza

*Karina* por toda esa energía que tienes,  
los momentos compartidos,  
*Alberto*, por tus palabras de apoyo,  
*Hugo*, por contagiarme de esa curiosidad  
con la que ves el mundo

A todos ustedes, los amo.

## **A mis amigos**

*Mariela*, *Jesús* y *César* por llegar a mi vida en el momento oportuno,  
por todo lo que compartimos, por su apoyo y su confianza, por su amistad, los quiero mucho.  
*Viridiana* y *Patricia* por las cosas en que nos identificamos y fortalecen nuestra amistad,  
a *Daniel* por estar conmigo en tiempos difíciles, *Carlos*, por tu apoyo  
y tu amistad; los quiero mucho.

*Cassandra* y *Mercedes*, mis amigas del Centro de Lenguas Extranjeras gracias por su apoyo,  
su entusiasmo, su confianza, su compañía, su buena vibra y sus palabras, las quiero mucho.

*Cindy, Claudia, Guadalupe, Jazmin, Lidia*, la historia que comenzó en el Colegio de Ciencias y Humanidades Plantel Oriente, se sigue escribiendo, por enseñarme que la distancia no destruye las buenas amistades, las quiero mucho amigas

A mis compañeros del Instituto de Ingeniería por su entusiasmo y la buena convivencia.

#### **A mi asesor y sinodales**

A mi asesor, el *Dr. Martín Salinas Vázquez*, por abrirme las puertas del Instituto de Ingeniería, por su confianza, su paciencia, por guiarme en la realización de este trabajo, por sus enseñanzas y ejemplo de trabajo constante y disciplina.

A mis *sinodales* por el tiempo dedicado a la lectura de este trabajo y sus enriquecedoras observaciones.

A quienes me brindaron un consejo y me transmitieron la pasión de estudiar ingeniería, a las personas que encontré y me encontraron en los años de escuela y me motivaron para continuar, gracias.

# CONTENIDO

<b>RESUMEN .....</b>	<b>7</b>
<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>8</b>
<b>OBJETIVOS .....</b>	<b>11</b>
<b>JUSTIFICACIÓN .....</b>	<b>11</b>
<b>HIPÓTESIS .....</b>	<b>11</b>
<b>CAPÍTULO 1. FLUJO EN UN INTERCAMBIADOR DE CALOR .....</b>	<b>12</b>
<b>1.1 INTERCAMBIADORES DE CALOR.....</b>	<b>12</b>
1.1.1. Configuraciones geométricas de flujo .....	12
1.1.2. Aplicaciones.....	16
<b>1.2 TRANSFERENCIA DE CALOR Y MOVIMIENTO DEL FLUIDO .....</b>	<b>18</b>
<b>1.3 FLUJO TURBULENTO .....</b>	<b>20</b>
<b>1.4 FLUJO ALREDEDOR DE TUBOS.....</b>	<b>23</b>
1.4.1. Configuración del banco de tubos.....	23
1.4.2. Concepto de capa límite.....	24
1.4.3. Regiones de flujo alrededor de un cilindro .....	24
<b>CAPÍTULO 2. EXPERIMENTO UTILIZADO COMO VALIDACIÓN .....</b>	<b>26</b>
<b>2.1 EXPERIMENTO BÁSICO.....</b>	<b>26</b>
<b>2.2 DINÁMICA DE FLUIDOS COMPUTACIONAL (COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS, CFD).....</b>	<b>28</b>
2.2.1 Programa de visualización empleado.....	29
<b>CAPÍTULO 3. ECUACIONES DE GOBIERNO .....</b>	<b>30</b>
<b>3.1 ECUACIONES DE GOBIERNO DEL FENÓMENO .....</b>	<b>30</b>
<b>3.2 ESQUEMA NUMÉRICO Y MODELO DE TURBULENCIA. ....</b>	<b>32</b>
3.2.1 Simulación de Grandes Escalas (LES).....	32
3.2.2 Esquema Numérico .....	41
<b>CAPÍTULO 4. CONDICIONES INICIALES Y DE FRONTERA.....</b>	<b>43</b>
<b>4.1 CONDICIONES INICIALES .....</b>	<b>43</b>

<b>4.2</b>	<b>CONDICIONES DE FRONTERA .....</b>	<b>43</b>
4.2.1	Condiciones periódicas.....	43
<b>4.3</b>	<b>CARACTERÍSTICAS DEL DOMINIO COMPUTACIONAL.....</b>	<b>45</b>
<b>CAPÍTULO 5. DESCRIPCIÓN DEL MOVIMIENTO DEL FLUJO.....</b>		<b>47</b>
<b>5.1</b>	<b>VALIDACIÓN .....</b>	<b>47</b>
<b>5.2</b>	<b>VALORES INSTANTÁNEOS .....</b>	<b>52</b>
5.2.1.	Capa límite térmica. ....	52
5.1.1.	Capa límite de velocidad o hidrodinámica. ....	53
<b>5.3</b>	<b>GRADIENTE DE PRESIÓN, VECTORES Y LÍNEAS DE FLUJO .....</b>	<b>55</b>
<b>5.4</b>	<b>VALORES PROMEDIO .....</b>	<b>58</b>
<b>CONCLUSIONES.....</b>		<b>67</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>		<b>68</b>
<b>MULTIMEDIA.....</b>		<b>69</b>
<b>APÉNDICE .....</b>		<b>70</b>
<b>EXPERIMENTO DE SIMONIN &amp; BARCOUDA .....</b>		<b>70</b>
<b>LEY DE SUTHERLAND.....</b>		<b>71</b>

## RESUMEN

Para estudiar la transferencia de calor es necesario conocer la geometría del dispositivo y el tipo de flujo que se desarrolla. En este trabajo se aborda el estudio del flujo turbulento, el cual se caracteriza por un movimiento complejo de remolinos que causan fluctuaciones en la velocidad, presión, temperatura y para los flujos compresibles, que para este caso es aire, en la densidad, aunque cabe mencionar que el tipo de fluido manejado no es importante al aplicar la técnica siempre y cuando éste mantenga un número de Reynolds de 18 000.

La representación del flujo turbulento se lleva a cabo a partir de la solución de las ecuaciones de Navier-Stokes (ecuaciones diferenciales que resultan de la aplicación de la segunda ley de Newton, es decir, relacionan las componentes de esfuerzo y las variaciones de velocidad que se manifiestan en los fluidos), conservación de la masa (o ecuación de continuidad) y energía.

La representación del movimiento del flujo turbulento se lleva a cabo utilizando una técnica llamada Simulación de Grandes Escalas (Large Eddy Simulation, LES, por sus siglas en inglés).

El producto de la simulación se valida con los resultados obtenidos en el experimento de Simonin & Barcouda, en el que se centra la atención en un flujo periódico ubicado lejos de las paredes del intercambiador de calor.

## INTRODUCCIÓN

La mecánica ocupa un lugar importante dentro de la industria y ambas son responsables del cuidado del ambiente. Los avances en la mecánica han contribuido al progreso de la industria, sobre todo en materia del ahorro de energía.

Un intercambiador de calor es utilizado para llevar a cabo los procesos en la industria en los cuales se requiere trabajar con sustancias que requieren elevar su temperatura o perderla, es decir, realizar una transferencia de energía.

Un arreglo de banco de tubos de flujo cruzado se encuentra en los intercambiadores de calor de carcasa y tubos. Los cuales son ampliamente utilizados como evaporadores y condensadores en sistemas de potencia y refrigeración de una gran variedad de aplicaciones en procesos industriales; estos dispositivos juegan un papel importante en la conversión de energía, de su eficiencia depende el mayor aprovechamiento de ésta.

El estudio del comportamiento de los fluidos se complica ya que no es posible ver físicamente su desarrollo dentro de la geometría que los contiene, ni hacer alguna medición, a menos que sea a la entrada o salida. Es por ello que se han desarrollado experimentos de laboratorio con aparatos de medición especiales, y desde hace algunas décadas también ha sido posible representar el movimiento del fluido en la computadora, desarrollando programas en donde se resuelven las ecuaciones de Navier-Stokes ajustándolas al tipo de movimiento.

“El estudio de la mecánica del medio continuo, tiene como finalidad estudiar los esfuerzos que se manifiestan en el interior de sólidos, líquidos y gases así como las deformaciones o los flujos de dichos materiales. El adjetivo continuo se refiere a que esta ciencia acepta que los materiales estudiados pueden idealizarse, olvidando su estructura molecular o cristalina, como si estuviesen constituidos por

una masa continua, sin huecos ni separaciones en su interior” (Levi, 1971). La dinámica de fluidos y la transferencia de calor son ramas de la mecánica aplicadas al estudio del manejo de energía en los fluidos. La dinámica de fluidos computacional es parte de la mecánica computacional, que a su vez es parte de las técnicas de simulación. Las simulaciones son utilizadas por ingenieros y físicos para pronosticar o reconstruir el comportamiento de una situación física o proceso bajo condiciones límite (estas pueden ser: geometría o estado inicial).

El empleo de esta técnica reduce el número de experimentos para analizar alguna situación, además de que permite observar resultados con más facilidad. Si bien, ofrecen muchas ventajas sobre los experimentos, son estos los que proporcionan una base y le otorgan validez.

La simulación numérica consiste en reemplazar las ecuaciones diferenciales (Navier-Stokes) por un conjunto de ecuaciones algebraicas con los puntos de retícula (nodos) y los niveles de tiempo como su dominio. Así el fluido es representado en espacio y tiempo por un número finito de elementos computacionales.

La representación del movimiento del flujo turbulento se lleva a cabo utilizando una técnica llamada Simulación de Grandes Escalas (LES) -por sus siglas en inglés, Large Eddy Simulation-, en la cual los nodos forman una malla por la que pasa el flujo turbulento, los remolinos que se forman en él se filtran en la malla quedando solo los de mayor escala y son éstos de los que se extraen valores para su estudio, ya que aunque las menores escalas son portadoras de energía, se considera que estos remolinos tienen propiedades similares y valores que no tienen gran influencia en el comportamiento del flujo.

A lo anterior, se le conoce como simulación numérica de grandes escalas, la solución de ecuaciones se lleva a cabo en una computadora, y a su vez nos permite visualizar el flujo. Con la rapidez y capacidad de almacenamiento de las

computadoras se incrementa la eficiencia de los algoritmos numéricos que se desarrollan y con estas herramientas es posible realizar una simulación numérica.

Para entender mejor en qué consiste ésta técnica se hace la siguiente mención: “cualquier Simulación de Grandes Escalas (LES) puede dividirse en una secuencia de pasos: 1) elegir el método numérico, 2) elegir el modelo de validación, 3) correr la simulación, 4) interpretar resultados” (Berselli, 2006). Estos puntos son desarrollados en los siguientes capítulos siendo el primero de ellos donde se aborda la terminología básica para el estudio del flujo.

## **OBJETIVOS**

- Estudiar y analizar el comportamiento de un flujo turbulento dentro de un intercambiador de calor, a través de la interpretación de una simulación numérica.
- Exponer de manera general como se lleva a cabo la simulación.
- Comparar los resultados numéricos con el experimento de Simonin & Barcouda.

## **JUSTIFICACIÓN**

La investigación acerca de la transferencia de energía en un arreglo escalonado de tubos en un intercambiador de calor ha sido de interés desde hace más de dos décadas, ya que la temperatura del fluido puede tener un valor diferente en cada sección del intercambiador de calor y muchas de las variables pueden asumir valores diferentes. Los experimentos de laboratorio representan físicamente este fenómeno y son la base con la cual se validan las *simulaciones numéricas*.

Partiendo de estas bases, el interés en realizar esta tesis es conocer y trabajar con una técnica relativamente nueva y hacer un adecuado análisis de ésta.

## **HIPÓTESIS**

Es posible hacer un estudio cualitativo de la transferencia de calor a través del comportamiento de un flujo compresible (aire) en el arreglo escalonado de tubos, por medio de una simulación numérica.

# CAPÍTULO 1

## FLUJO EN UN INTERCAMBIADOR DE CALOR

### 1.1 INTERCAMBIADORES DE CALOR

En los grandes procesos industriales no es raro que sea necesario transferir cantidades relativamente grandes de energía térmica entre un sistema y el medio ambiente o entre distintas partes de un sistema dado. Se llama intercambiador de calor al dispositivo, cuyo propósito principal es transferir calor entre dos fluidos.

El intento de acoplar los accesorios para la transferencia de calor a cada tipo de necesidades, dentro de las restricciones específicas, ha conducido a numerosos diseños innovadores de intercambiadores de calor.

#### 1.1.1. Configuraciones geométricas de flujo

Los intercambiadores de calor se pueden clasificar de acuerdo a la trayectoria del flujo a través de ellos. Las tres configuraciones básicas son:

- De flujo paralelo
- Contracorriente
- Flujo cruzado
  
- **Flujo paralelo.** Dos flujos. Los dos fluidos fluyen paralelamente a cada uno de ellos en la misma dirección. Este tipo de intercambiador consiste en dos tubos coaxiales. En la práctica, un gran número de tubos se encuentran en un depósito para formar lo que se conoce como un intercambiador de carcasa y tubo. El intercambiador de carcasa y tubo se utiliza con mayor frecuencia para los líquidos y para altas presiones. El de tipo plato, consiste en múltiples platos separados por juntas y es más adecuada para los

gases a bajas presiones. Esta configuración se denomina a menudo como *intercambiador en paralelo*.

- **Contracorriente.** Dos corrientes fluyen en direcciones opuestas.

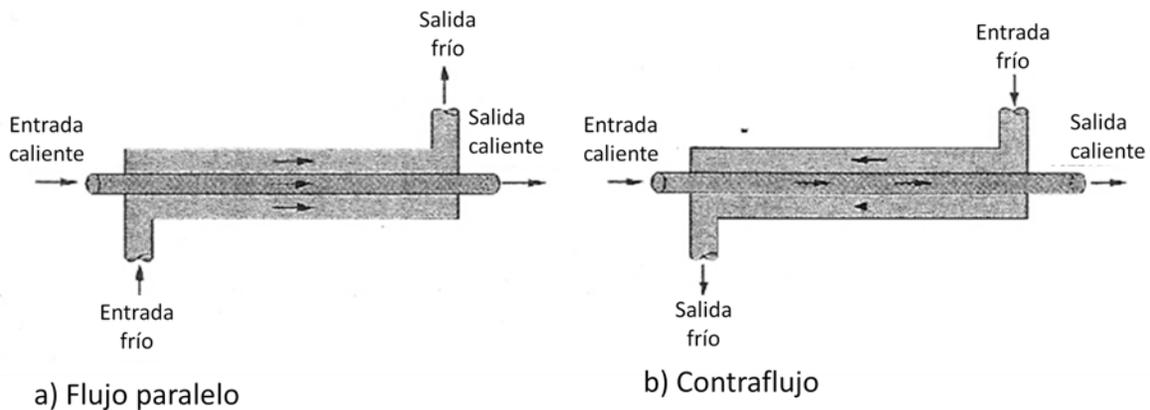
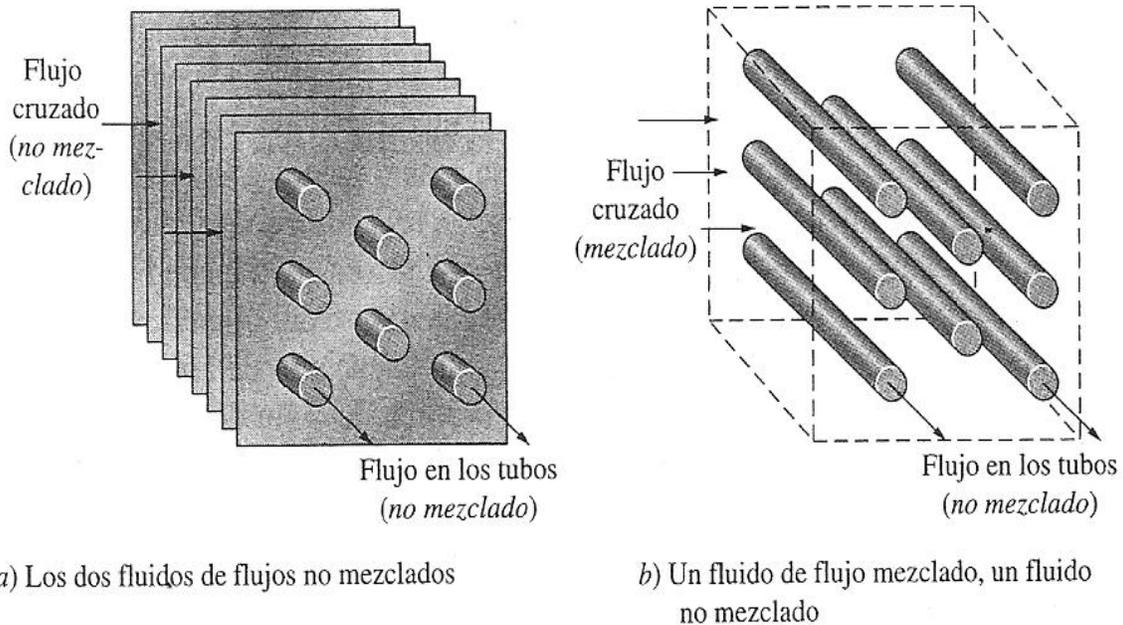


Figura 1. Configuraciones geométricas. (Ilustración tomada del libro *Transferencia de calor*, Çengel Yunus, 2004, pág. 668).

- **Flujo cruzado.** Dos flujos. Un fluido fluye a través de la superficie de transferencia de calor en ángulo recto con la trayectoria del flujo del otro fluido. El flujo de calor puede fluir dentro de tubos dispuestos en un banco o un grupo, y la corriente fría puede fluir a través del banco en una dirección generalmente en ángulo recto a los tubos. Una o ambas de las corrientes pueden ser sin mezclar como se muestra es la Figura 2. Esta configuración es intermedia en la efectividad entre un flujo paralelo e intercambiadores contracorriente, pero a menudo es más fácil de construir debido a la relativa simplicidad de los conductos de entrada y salida del flujo.

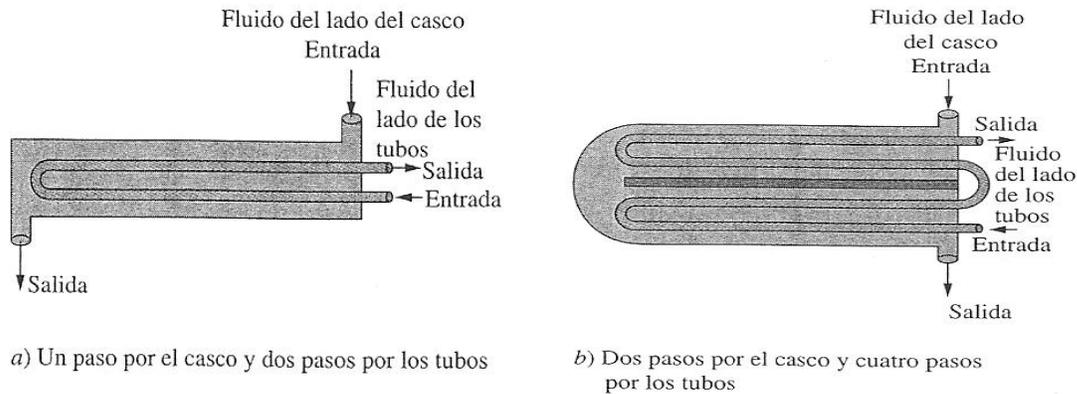
En el arreglo de flujo cruzado, el flujo puede ser llamado *mezclado* o *sin mezclar*, dependiendo del diseño. La figura 2a) muestra un arreglo en el que ambos líquidos, fríos y calientes fluyen a través de canales de flujo individual, sin líquido de mezcla entre los canales de flujo adyacentes. La corriente de cada líquido se dice que es pura.



**Figura 2. Configuraciones para arreglo de flujo cruzado. (Imagen tomada del libro *Transferencia de calor*, Çengel Yunus, 2004, pág.669).**

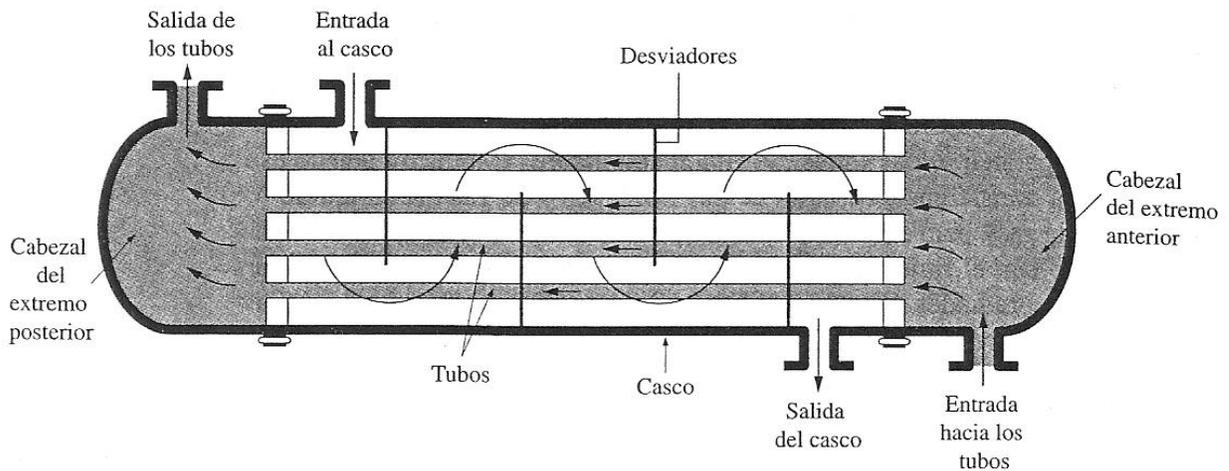
En el arreglo de flujo mostrado en la figura 2b), uno de los fluidos fluye dentro de los tubos, por lo que no es libre de moverse en la dirección transversal, y por lo tanto se considera sin mezclar; por el contrario, el otro fluido es libre de moverse en la dirección transversal y de mezcla en sí, por lo que se llama un intercambiador de flujo cruzado sin mezclar-mixto.

Las configuraciones de flujo cruzado de pasos múltiples se pueden organizar haciendo un arreglo de base en serie. Por ejemplo, en un tubo en U deflector de un solo paso en un intercambiador de calor de casco y tubos, un fluido fluye a través del tubo en U, mientras que el otro fluido que fluye primero hacia abajo y luego hacia arriba, cruzando la trayectoria del flujo de la corriente de otro fluido.



**Figura 3. Arreglo para intercambiador de pasos múltiples. (Imagen tomada del libro *Transferencia de calor*, Çengel Yunus, 2004, pág. 670).**

Los arreglos de flujo de pasos múltiples se utilizan con frecuencia en el diseño de intercambiadores de calor, especialmente en los de carcasa y tubos. Estos intercambiadores de calor, contienen un gran número de tubos (a veces varios cientos) empacados en un casco con sus ejes paralelos al de éste. La transferencia de calor tiene lugar a medida que uno de los fluidos se mueve por dentro de los tubos, en tanto que el otro se mueve por fuera de éstos, pasando por el casco. Es común la colocación de *desviadores* (deflectores) en el casco para forzar el fluido a moverse en dirección transversal a dicho casco con el fin de mejorar la transferencia de calor, y también para mantener el espaciamiento uniforme entre los tubos. A pesar de su extendido uso no son adecuados para utilizarse en automóviles y aviones debido a su peso y tamaño relativamente grandes. Nótese que un intercambiador de este tipo los tubos se abren hacia ciertas zonas grandes de flujo, llamadas, *cabezales*, que se encuentran en ambos extremos del casco, en donde el fluido del lado de los tubos se acumula antes de entrar y salir de ellos.



**Figura 4. Esquema de intercambiador de calor de casco y tubos. (Imagen tomada del libro *Transferencia de calor*, Çengel Yunus, 2004, pág. 670).**

Los intercambiadores de casco y tubos se clasifican todavía más según el número de pasos que realizan por el casco y los tubos. Por ejemplo, los intercambiadores en que los tubos forman una U en el casco se dice que son de *un solo paso por el casco y dos pasos por los tubos*. De modo semejante a un intercambiador que comprende dos pasos en el casco y cuatro pasos en los tubos se le llama *de dos pasos por el casco y cuatro pasos por los tubos*.

### 1.1.2. Aplicaciones

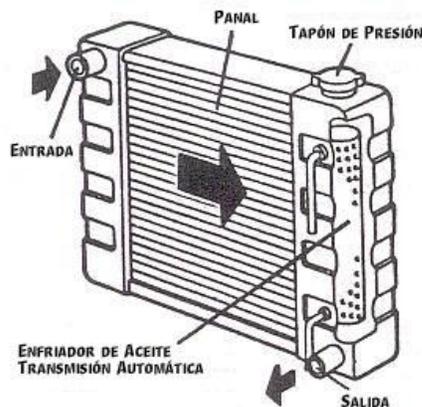
“A menudo a los intercambiadores se les da nombres específicos que reflejen la aplicación para la cual se usan. Por ejemplo, un *condensador* es un intercambiador de calor en el cual uno de los fluidos se enfría y se condensa conforme fluye a través de ese intercambiador. Una *caldera* es otro intercambiador en el cual uno de los fluidos absorbe calor y se vaporiza. Un *radiador* es un intercambiador que transfiere calor del fluido caliente hacia el espacio circundante por radiación”. (Çengel & Pérez, 2004)

Un intercambiador de calor es un dispositivo que facilita la transferencia de calor de una corriente de fluido a otro. La producción de energía, refrigeración,

calefacción y aire acondicionado, procesamiento de alimentos, procesos químicos, refinación de petróleo, así como del funcionamiento de casi todos los vehículos dependen de intercambiadores de calor de varios tipos.



Figura 5. Producción de energía en una central de ciclo combinado. Central de ciclo combinado “Tuxpan V”, ubicada en Tuxpan, Veracruz. Foto: CFE



a)



b)

Figura 6. Ejemplos de intercambiadores de calor.

a) Radiador en [www.rolcar.com.mx/images/Mecanico](http://www.rolcar.com.mx/images/Mecanico); b) Intercambiador de calor tipo coraza y tubos en [www.colombianaderadiadores.com/v1/intercambiadores-de-calor.php](http://www.colombianaderadiadores.com/v1/intercambiadores-de-calor.php)

En la industria de la energía, se utilizan de varios tipos: calderas de combustibles fósiles, generadores nucleares de vapor, condensadores de vapor y torres de refrigeración. En la industria de procesos, se utilizan intercambiadores de calor de dos fases para la vaporización y condensación. En las industrias de aire acondicionado y refrigeración necesitan condensadores y evaporadores.

## **1.2 TRANSFERENCIA DE CALOR Y MOVIMIENTO DEL FLUIDO**

“Convección es el proceso de transferir la energía térmica, de una superficie sólida a un fluido adyacente en movimiento, en presencia de diferencias de temperatura o viceversa. El proceso de convección tiene dos mecanismos: 1) la conducción de calor de una superficie sólida hacia una capa delgada de fluido adyacente y 2) el movimiento de partículas calientes de fluido, alejándose de la superficie sólida y ocupando su lugar las partículas relativamente frías del fluido. El movimiento de las partículas de fluido se puede atribuir a cambios de presión, a flotamiento o a una combinación de ambos. De este modo, el estudio de transferencia de calor por convección se encuentra íntimamente relacionado con el estudio de flujo del fluido” (Karlekar, 1985).

La mayoría de los aparatos industriales de calentamiento o enfriamiento, como intercambiadores de calor, condensadores, calderas, etc. Incluyen en su diseño la transferencia de calor forzada, que tiene lugar cuando el fluido es forzado a pasar por la superficie por medios mecánicos como ventiladores, bombas o donde la superficie se mueve en el fluido.

“El cálculo de los coeficientes de convección por medios teóricos involucra el aplicar las siguientes leyes a un elemento de un fluido en el sistema:

1. Conservación de masa (ecuación de continuidad)
2. Conservación de momento (ecuaciones dinámicas de Newton)
3. Conservación de la energía (análisis de la Primera Ley)

Además, otras tres relaciones son requeridas:

4. Una ecuación de estado para el fluido
5. Una ecuación que relacione las fuerzas de viscosidad a los gradientes de velocidad (la ecuación de viscosidad de Newton para fluidos Newtonianos)
6. Una ecuación que relacione la conducción de calor y el gradiente de temperatura (la ecuación de conducción de calor de Fourier)”

(Karlekar, 1985).

“Una manera de describir el movimiento de un fluido es dividiéndolo en elementos de volumen infinitesimales, a los cuales podemos llamar partículas del fluido, y entonces seguir el movimiento de cada una de esas partículas. Pero este procedimiento implica un esfuerzo considerable. Podríamos indicar las coordenadas  $x$ ,  $y$ ,  $z$  a cada una de las partículas del fluido y entonces especificarlas como función del tiempo  $t$ .

Sin embargo, hay una técnica, desarrollada por Leonard Euler (1707-1783), que es mucho más conveniente. En ésta abandonamos todo intento de describir la historia de cada partícula del fluido y, en su lugar, especificaremos la densidad y la velocidad del fluido en cada punto del espacio y en cada instante del tiempo. Describamos el movimiento del fluido especificando la densidad  $\rho(x, y, z, t)$  y la velocidad  $v(x, y, z, t)$  en el punto  $(x, y, z)$  y el tiempo  $t$ . De este modo nuestra atención se enfoca en lo que está sucediendo en un punto particular del espacio en un instante dado del tiempo, en lugar de hacerlo en lo que está ocurriendo a una partícula del fluido. Cualquier cantidad usada al describir el estado del fluido, por ejemplo la presión  $p$ , tendría entonces un valor definido en cada punto del espacio y en cada instante del tiempo. Aunque esta descripción del movimiento del fluido se enfoque a un punto en el espacio, más que a una partícula del fluido, no podemos evitar seguir las partículas mismas, por lo menos durante intervalos cortos de tiempo  $dt$ , ya que son a ellas, después de todo, y no a los puntos del espacio, a las que se aplican las leyes de la mecánica”. (Resinck, 1984).

En la descripción Euleriana del movimiento el vector velocidad, en general depende de tres variables espaciales y del tiempo. Un flujo como este es un flujo tridimensional. Sin embargo, con frecuencia este flujo puede ser representado como bidimensional. Esto demanda que la región de interés esté a una distancia sustancial de una entrada o que sea un cambio repentino de geometría. Este tipo de flujo en dos dimensiones puede ser denominado como *flujo desarrollado*; es decir, los perfiles de velocidad no varían respecto a la coordenada espacial en la dirección del flujo.

### 1.3 FLUJO TURBULENTO

El flujo turbulento es un flujo compuesto por un movimiento en una dirección principal mas una sucesión de remolinos de distintas escalas, de modo que cada partícula ya no realiza una trayectoria rectilínea sino que su rumbo se ve continuamente alterado por la sucesión de remolinos.

El proceso de generación de nuevos remolinos de menor escala finaliza al alcanzar tamaños en los que los gradientes<sup>1</sup> de velocidad asociados (que crecen al disminuir la escala de los remolinos) se corresponden con fuerzas viscosas dominantes sobre las de inercia; estas escalas de tamaño mínimo reciben el nombre de escalas de Kolmogorov, tras los trabajos del científico ruso Andrei Nikolaevich Kolmogorov publicados en 1941. Así pues el flujo pasa a estar compuesto por un movimiento en la dirección principal más una sucesión de remolinos de distintas escalas superpuestos entre sí, de modo que cada partícula ya no realiza una trayectoria rectilínea, sino que su rumbo se ve continuamente alterado por la sucesión de remolinos. Este es el tipo de flujo denominado **turbulento**.

---

<sup>1</sup> **Gradiente.** Tasa de variación de una función con respecto a cualquier dirección de los ejes coordenados. Si  $f$  es una función de las variables  $x, y, z$  y las derivadas parciales de sus variables existen, entonces el gradiente se define como  $\text{grad } f(x,y,z) = f_x(x,y,z)\mathbf{i} + f_y(x,y,z)\mathbf{j} + f_z(x,y,z)\mathbf{k}$  (El cálculo, Louis Leithold, 1998).

Como características más destacables de los movimientos turbulentos se tienen:

- **Irregularidad:** se manifiesta en la aparición de fluctuaciones en las distintas variables dinámicas (velocidad, presión, temperatura) de amplitud y tiempos muy dispares (diferentes escalas de los remolinos). Por tanto un flujo turbulento es peculiarmente no estacionario, aunque el valor promedio de las variables en cada posición (o el caudal por una tubería) no cambien a lo largo del tiempo. A pesar de ser un fenómeno cuya evolución está determinada por las condiciones iniciales, las fluctuaciones de la turbulencia parecen caóticas y arbitrarias, lo que justifica el uso de métodos estadísticos para su estudio.

- **Tridimensionalidad:** pueden existir flujos turbulentos que al ser promediados en el tiempo, resulten ser bidimensionales (planos), incluso pueden existir movimientos turbulentos en los que las escalas más grandes de la turbulencia sean fundamentalmente bidimensionales. Sin embargo, a medida que se descende en el tamaño de las escalas dentro del amplio espectro que caracteriza a la turbulencia, se encuentra que el movimiento asociado a estas escalas pequeñas es siempre tridimensional.

- **Difusividad:** los fenómenos de transporte de masa, cantidad de movimiento y energía, se ven notablemente amplificados por el efecto de la turbulencia. En realidad la turbulencia conlleva una mezcla continua de las partículas del flujo, con lo que los mecanismos de transporte por difusión se ven reforzados por el transporte convectivo por turbulencia.

- **Disipación:** los flujos turbulentos son siempre disipativos. Una vez que se ha desarrollado el flujo turbulento, la turbulencia tiende a mantenerse, pero para ello se necesita un aporte continuo de energía. Esta energía es extraída desde el flujo principal hacia los remolinos de mayor tamaño y a continuación se va transfiriendo sucesivamente hacia los remolinos de escalas más pequeñas. Finalmente, en las escalas de Kolmogorov, la energía asociada a las fluctuaciones turbulentas se

transforma en energía interna (es decir, en calor), debido al trabajo de las fuerzas viscosas. La distribución de energía entre las distintas escalas de la turbulencia es conocida como *cascada de energía*.

“Los remolinos o vórtices más grandes en el flujo turbulento pierden la mayor parte de la energía cinética en una revolución, y en general son inestables. Sin embargo, transfieren algo de energía cinética a pequeña escala y por lo tanto generan remolinos más pequeños. Estos remolinos pequeños se vuelven inestables y transfieren algo de su energía cinética a remolinos aun más pequeños y así sucesivamente. Tal transferencia de energía de los remolinos grandes a los pequeños es independiente de la viscosidad del fluido y se conoce como cascada de energía. El final de la cascada está a una escala de longitud máxima con la frecuencia más alta. En este caso la energía cinética se transforma en calor por la acción de la viscosidad molecular.” (Daily, 1969)

- **Altos números de Reynolds:** Según la magnitud del número de Reynolds es posible pronosticar si un flujo es laminar o turbulento. De una forma más simple se puede decir que la turbulencia se origina como una inestabilidad de flujos laminares, ante cualquier perturbación inicial. Este número adimensional relaciona las variables más importantes que describen un flujo: velocidad promedio del flujo  $v$ , longitud de la trayectoria del flujo, densidad del fluido  $\rho$ , y la viscosidad  $\mu$ .

$$Re = \frac{\rho Lv}{\mu}$$

De acuerdo al experimento de Osborne Reynolds, se considera que si  $Re < 2000$  se trata de un régimen laminar y a partir de  $Re > 4000$  se establece el régimen turbulento. Para situaciones  $2000 > Re < 4000$  se produce una zona crítica o inestable.

## 1.4 FLUJO ALREDEDOR DE TUBOS

### 1.4.1. Configuración del banco de tubos

La configuración de un banco de tubos escalonados en la dirección de la velocidad del fluido ( $V$ ) se caracteriza por el diámetro del tubo ( $D$ ) y por la separación transversal ( $S_T$ ) y la separación longitudinal ( $S_L$ ), medidas entre los centros de los tubos. Las condiciones del flujo dentro del banco están dominadas por los efectos de separación de la capa límite y por las interacciones de estelas, que a su vez influyen en la transferencia de calor por convección.

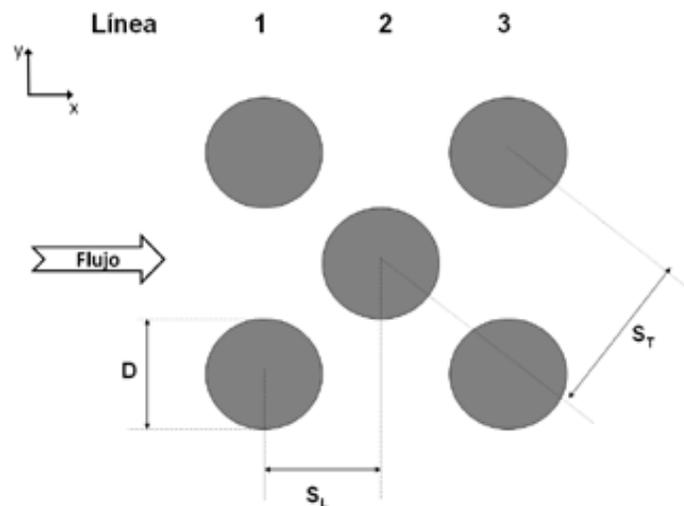


Figura 7. Arreglo escalonado de los tubos.

Los tubos de las primeras líneas actúan como una rejilla de turbulencia, que aumenta el coeficiente de transferencia de calor para los tubos de las líneas siguientes. Sin embargo, en la mayoría de las configuraciones las condiciones de transferencia de calor se estabilizan, de modo que ocurren pocos cambios en el coeficiente de convección para un tubo más allá de la cuarta o quinta línea.

### **1.4.2. Concepto de capa límite**

Ludwig Prandtl, un científico alemán, fue el primero que introdujo el concepto de capa límite en 1904. Prandtl demostró que muchos flujos viscosos pueden analizarse dividiendo el flujo en dos regiones, una cercana a las fronteras sólidas y la otra cubriendo el resto del flujo. Solo en la delgada región adyacente a una frontera sólida (la capa límite) es importante el efecto de la viscosidad. En la región exterior a la capa límite, el efecto de la viscosidad es despreciable y el fluido puede tratarse como no viscoso.

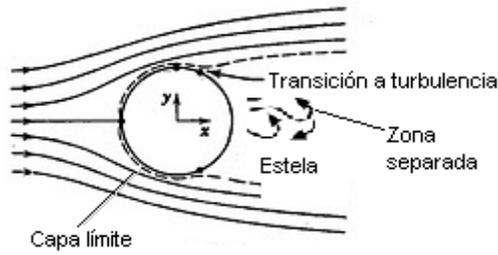
El concepto de la capa límite brindó el enlace que estaba faltando entre la teoría y la práctica. Además, el concepto de la capa límite permitió la solución de problemas de flujo viscoso, lo que habría sido imposible mediante la aplicación de las ecuaciones de Navier-Stokes al campo de flujo completo.

### **1.4.3. Regiones de flujo alrededor de un cilindro**

Los flujos externos son aquellos flujos sobre cuerpos sumergidos en un fluido sin fronteras. El flujo alrededor un cilindro es un ejemplo. Y cuando el flujo pasa sobre el cilindro se forman diferentes zonas que permiten identificarlo.

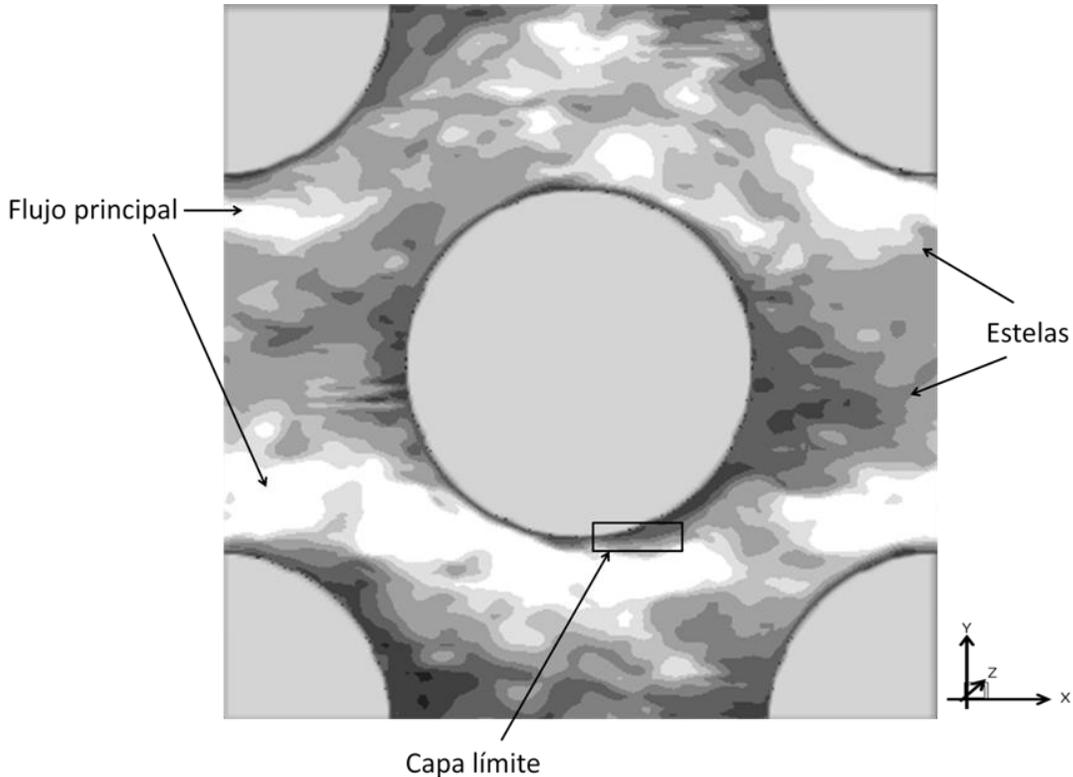
*Estela:* una región de baja velocidad que crece a causa de la difusión. La estela se difunde hacia el flujo principal y con el tiempo desaparece.

Una región de flujo recirculante es una *región separada*. La región separada a la larga se cierra; la estela continua difundiéndose hacia el flujo principal y con el tiempo desaparece a medida que su área se hace excesivamente grande (el fluido recupera la velocidad de corriente libre) la región separada siempre está sumergida en una estela.



**Figura 8. Flujo alrededor de un cilindro**

En la figura 9 las regiones en blanco representan al flujo principal (el de mayor velocidad), conforme se oscurece el color nos indica que la velocidad es menor, estas regiones son las estelas que el fluido deja al chocar con los tubos. La capa límite la podemos encontrar cuando el flujo entra en contacto con una superficie sólida. Una capa límite turbulenta está conformada por zonas de diferentes tipos de flujo.



**Figura 9. Ubicación de regiones en el programa de simulación Tecplot (Visualización de la velocidad del flujo en la dirección x, desde el plano xy)**

## CAPÍTULO 2

### EXPERIMENTO UTILIZADO COMO VALIDACIÓN

#### 2.1 EXPERIMENTO BÁSICO

“El caso #78, ideado por Simonin & Barcouda (1988), está diseñado para estudiar el flujo a través de la geometría de un banco de tubos intercalados. Los valores obtenidos por los autores, en la actualidad, son la guía de validación en los estudios numéricos de esa índole.

La descripción de este caso es la de un flujo isotérmico, nominalmente en dos dimensiones, que atraviesa un arreglo de tubos intercalados. Las mediciones de las velocidades se realizaron usando un LDA (Anemómetro de láser doppler).

La prueba experimental consistió en siete filas de barras con diámetros de  $D_o = 21.7$  mm, en posición intercalada horizontalmente, cruzadas por un flujo de agua con una velocidad promedio estable que en la entrada cuenta con un valor aproximado a  $V_o = 1.06$  m/s y el número de Reynolds, según ese diámetro y la velocidad del flujo, es de  $Re = 18,000$ .

El diagrama del experimento se observa en la Figura 10, la Figura 10a representa las zonas en las que se realizaron las mediciones. Los resultados indicaron que el flujo se vuelve periódico alrededor de la cuarta línea desde la base inferior del banco de tubos, donde entra el fluido. Los datos relevantes se obtuvieron de un subdominio que rodea un tubo en la quinta hilera, donde el flujo aparentó haber alcanzado el estado periódico buscado.

La Figura 10b representa la medición a lo largo del plano central. Una vez que la turbulencia del flujo está completamente desarrollada y es periódicamente estable, el dominio computacional puede ser restringido a la celda de la Figura 10c, siendo

la mínima reducción de la zona de medición y por tanto, es la base de la comparación estadística sobre los promedios de las velocidades que validan nuestro estudio.

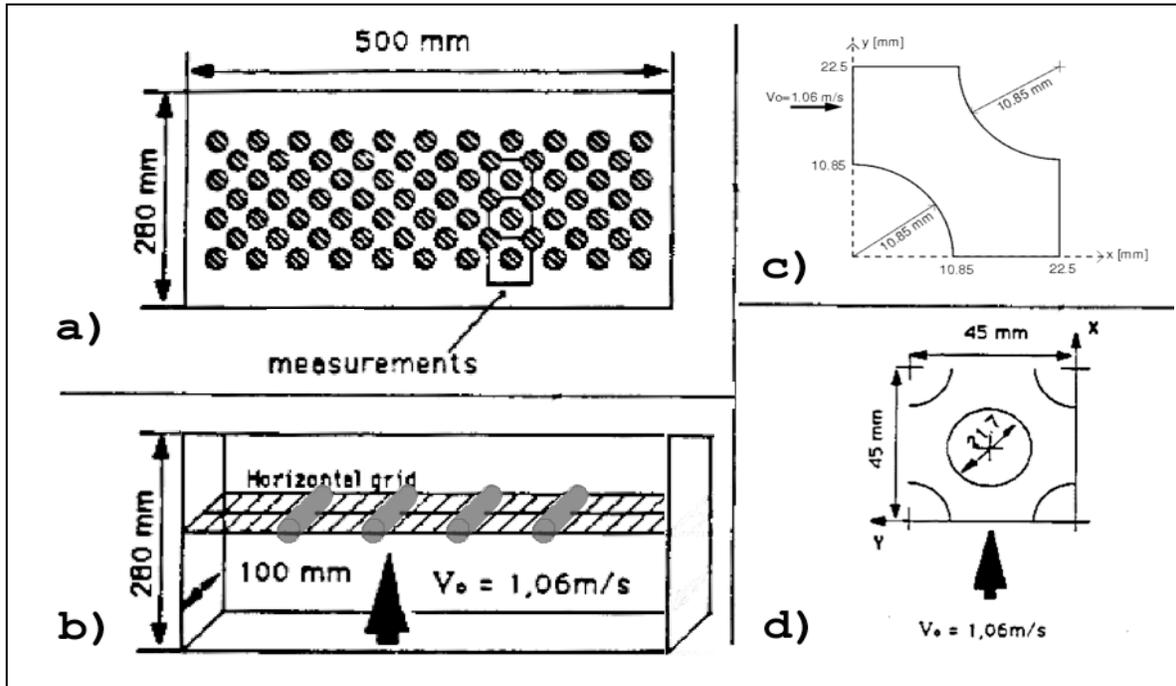


Figura 10.- Diagrama del experimento de Simonin & Barcouda (1988): a) Zona de medición; b) Dirección del flujo; c) Celda para estadísticas; d) Celda periódica computacional.

Para la simulación numérica de este trabajo se utiliza la celda de la Figura 10d, ya que las velocidades instantáneas del flujo varían alternando los vórtices de un lado y del otro de los tubos.

Los datos registrados en el experimento representan las velocidades medias  $U$  y  $V$  además de los esfuerzos de Reynolds  $u'_{2}, v'_{2}$ ." (De la Lama, 2010)

## **2.2 DINÁMICA DE FLUIDOS COMPUTACIONAL (COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS, CFD)**

“La dinámica de fluidos computacional en un principio se limitaba a las áreas aeronáutica y aeroespacial que empleaban ingeniería de “alta tecnología”, sin embargo ahora su metodología es ampliamente utilizada para resolver problemas complejos en muchos campos de la ingeniería como la de procesos, química, civil y ambiental.

Esta técnica surge de la necesidad de modelar tanto fluidos que están en movimiento como el comportamiento del flujo que tiene influencia en procesos como la transferencia de calor y/o posibles reacciones químicas en flujos combustibles.

Las características físicas de un fluido en movimiento son descritas a través de las ecuaciones fundamentales, a menudo descritas en forma de diferenciales parciales que gobiernan el proceso, (frecuentemente llamadas ecuaciones de gobierno), las cuales son resueltas por medio de esta herramienta computacional, que es capaz de simular condiciones de flujos que no son fácilmente reproducidas en pruebas experimentales. A pesar de la favorable evaluación de CFD esto no sugiere que pronto se convierta totalmente en un reemplazo de los experimentos físicos.

En la práctica, CFD permite diseños alternativos evaluados bajo un rango de parámetros adimensionales como número de Reynolds o número de Mach, con esta técnica se permite obtener información detallada e interpretación del proceso por ejemplo, si la temperatura de pared excede algún límite máximo.

La expansión del uso de la simulación se debe también al incremento en la disponibilidad y accesibilidad de programas de cómputo. Estos programas han impulsado la gran demanda en aplicaciones industriales. La investigación en CFD es también crucial en su progresiva utilización, ya que el crecimiento del potencial

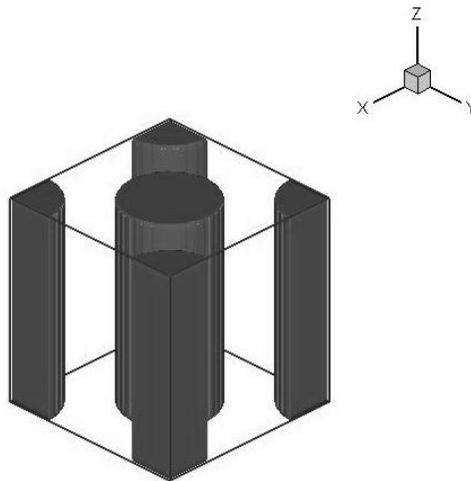
de las computadoras ha permitido incorporar modelos más sofisticados para mejorar la solución de simulación de problemas de fenómenos de transporte de flujo cada vez más complejos.” (Jiyvan, 2008)

### 2.2.1 Programa de visualización empleado

Los software de simulación usados en CFD son conocidos por generar gráficos e imágenes virtuales con gran colorido, la capacidad para presentar los resultados efectivamente es una invaluable herramienta en su diseño.

El programa utilizado en este trabajo es Tecplot 360 el cual “es un software comercial de simulación numérica y visualización de fluidos que combina el dibujo en ingeniería con visualización avanzada de datos en una sola herramienta. Es decir, permite dibujar de forma rápida y animar todos los datos exactamente de la manera deseada, así como analizar datos complejos, organizar múltiples diseños, y comunicar sus resultados con imágenes y animaciones profesionales.” (Tecplot)

Este programa tiene la ventaja de ser multiplataforma y ha sido desarrollado principalmente para post-procesamiento de resultados.



**Figura 11. Visualización del arreglo de tubos, manejando la herramienta de isosuperficies que muestra el arreglo en tres dimensiones.**

## CAPÍTULO 3

### ECUACIONES DE GOBIERNO

“Las ecuaciones para definir las propiedades macroscópicas del movimiento de un fluido se basan en pruebas empíricas y se expresan en términos de un producto de la constante de proporcionalidad (viscosidad, conductividad térmica) y un gradiente espacial de la variable de estado. La constante de proporcionalidad refleja la naturaleza del medio de transporte. El gradiente designa la intensidad espacial de la variable de estado.” (Potter, 2002)

#### 3.1 ECUACIONES DE GOBIERNO DEL FENÓMENO

En un marco de referencia cartesiano  $x, y, z$  las ecuaciones de flujo compresible de Navier – Stokes pueden ser escritas de la forma vectorial:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}_i}{\partial x_i} = \mathbf{S} \quad (3.1)$$

Donde  $\mathbf{U}$  es un vector de cinco componentes definido por

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u_1 \\ \rho u_2 \\ \rho u_3 \\ \rho e \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Se considera además que  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)$  es el vector velocidad,  $\rho$  es la densidad. También el vector velocidad se escribe como  $\mathbf{u} = (u, v, w)$ . La ecuación (3.1) representa la evolución de la densidad (ecuación de continuidad), cantidad de movimiento y energía total definida para un gas ideal como

$$\rho e = \rho C_v T + \frac{1}{2} \rho (u_1^2 + u_2^2 + u_3^2) \quad (3.3)$$

Donde:

$C_v$  es la capacidad calorífica a volumen constante;  $T$  es la temperatura del fluido y multiplicadas estas propiedades por la densidad  $\rho$  se obtiene la energía interna.

$F_i$  son flujos donde  $\forall i \in \{1, 2, 3\}$ , y para un fluido Newtoniano esta dado por,

$$F_i = \left( \begin{array}{l} \rho u_i \\ \rho u_i u_1 + p \delta_{i1} - 2\mu S_{i1} \\ \rho u_i u_2 + p \delta_{i2} - 2\mu S_{i2} \\ \rho u_i u_3 + p \delta_{i3} - 2\mu S_{i3} \\ (\rho e + p) u_i - 2\mu u_j S_{ij} - k \frac{\partial T}{\partial x_i} \end{array} \right) \begin{array}{l} \longrightarrow \text{Ec. de continuidad} \\ \left. \begin{array}{l} \longrightarrow \text{Ecs. De Navier-Stokes} \\ \longrightarrow \text{Ec. de energía} \end{array} \right\} \quad (3.4)$$

$k = \rho C_p \kappa$  es la conductividad térmica y  $\kappa$  la difusividad térmica.  $\delta_{ij}$  es el índice de Kronecker<sup>2</sup> y  $S_{ij}$  es el componente divergencia del tensor deformación. Despreciando la viscosidad,  $S_{ij}$  se escribe,

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot u) \delta_{ij} \right) \quad (3.5)$$

La viscosidad molecular se establece a través de la ley empírica Sutherland,

---

<sup>2</sup> La delta de Kronecker,  $\delta_{ij}$ , es un símbolo que representa dos posibles valores, dependiendo de sus índices. Se expresa de la siguiente manera:  $\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & si \quad i = j \\ 0 & si \quad i \neq j \end{cases}$

$$\mu(T) = \mu(T_{ref}) \left( \frac{T}{T_{ref}} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1 + \frac{S}{T_{ref}}}{1 + \frac{S}{T}} \quad (3.6)$$

Donde  $S$ ,  $T_{ref}$  y  $\mu(T_{ref})$  son funciones del gas. La conductividad  $k(T)$  se obtiene asumiendo que el número molecular de Prandtl es,

$$Pr = \frac{\nu}{k} = \frac{C_p \mu(T)}{k(T)} \quad (3.7)$$

Para este análisis se considera de 0.7. La ecuación clásica de estado para gas ideal referente a la presión estática  $p$ , la temperatura  $T$ , y la densidad  $\rho$ ,

$$p = R\rho T \quad (3.8)$$

cierra el sistema, con la constante universal de los gases,  $R = C_p - C_v$ . También se debe recordar que  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$  es constante.

## 3.2 ESQUEMA NUMÉRICO Y MODELO DE TURBULENCIA.

### 3.2.1 Simulación de Grandes Escalas (LES)

El problema de cálculo de flujos turbulentos puede ser considerado como parte de un problema que involucra el campo de la dinámica de fluidos computacional. Dicho campo incluye la representación numérica y el cálculo del sistema de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales que gobiernan el movimiento de fluidos reales.

Los trabajos acerca de esta técnica de estudio comienzan en la década de los 60's con los trabajos del meteorólogo estadounidense Joseph Smagorinsky quien la propuso en la aplicación de simulación de corrientes de aire. Esta técnica está basada en la teoría de cascada de remolinos de Kolmogorov. (Ver en capítulo 1 “características de flujo turbulento”)

“La idea básica de LES consiste en asumir que ciertas escalas de turbulencia (las de mayores números de onda) se encuentran directamente afectadas por las condiciones de contorno, mientras que las otras (las de menor número de onda) presentan características (cuasi) universales e isotrópicas. Por lo tanto únicamente las mayores escalas son calculadas numéricamente mientras que las menores escalas son modeladas. El problema puede ser concebido como el reemplazo del sistema original por otro con mayor viscosidad efectiva, que absorbe o disipa la energía no resuelta por el modelo numérico.” (García, 1996)

Desde el punto de vista matemático la técnica LES (Large-Eddy Simulation) consiste en hacer pruebas para simular únicamente las grandes escalas del flujo; las pequeñas escalas son filtradas hacia fuera, pero estadísticamente influye en el movimiento la escala grande. Las ecuaciones de LES son encontradas por la aplicación de un filtro espacial de bajo transcurso  $G_{\Delta}(x)$  de tamaño  $\Delta$  en las ecuaciones de Navier – Stokes. Esto elimina las escalas más pequeñas que el filtro de tamaño  $\Delta$  llamado escala sub – malla. Matemáticamente, la operación de filtrado corresponde a la integral de convolución de alguna cantidad  $f(x,t)$  del flujo por la función filtro  $G_{\Delta}(x)$ , en la forma,

$$\bar{f}(x,t) = \int f(y,t)G_{\Delta}(x-y)dy \quad (2.9)$$

La parte submalla es la desviación del flujo actual con respecto al campo filtrado.

$$f = \bar{f} + f' \quad (2.10)$$

La aplicación del filtro a las ecuaciones compresibles de Navier – Stokes produce,

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{F}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{F}_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \bar{F}_3}{\partial x_3} = 0 \quad , \quad (2.11)$$

con

$$\bar{\rho e} = \bar{\rho C_v T} + \frac{1}{2} \overline{\rho (u_1^2 + u_2^2 + u_3^2)} \quad , \quad (2.12)$$

Y

$$\bar{\rho} = \overline{\rho R T} \quad . \quad (2.13)$$

Para derivar un formalismo tan cercano como sea posible al formalismo incompresible, es común en modelos de turbulencia estadística y en LES introducir el promedio de Favre. Se denota por  $\tilde{f}$  el peso – densidad filtrado de  $f$ , definido como:

$$\tilde{f} = \frac{\overline{\rho f}}{\bar{\rho}} \quad (2.14)$$

Entonces se tiene que,

$$U = \begin{bmatrix} \bar{\rho} \\ \bar{\rho} \tilde{u}_1 \\ \bar{\rho} \tilde{u}_2 \\ \bar{\rho} \tilde{u}_3 \\ \bar{\rho} \tilde{e} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

y la energía total resuelta se escribe,

$$\bar{\rho e} = \bar{\rho} \tilde{e} = \bar{\rho} C_v \tilde{T} + \frac{1}{2} \overline{\rho (u_1^2 + u_2^2 + u_3^2)} \quad (2.16)$$

Los flujos resueltos  $\bar{F}_i$  son,

$$\bar{F}_i = \begin{pmatrix} \bar{\rho} u_i \\ \overline{\rho u_i u_1} + \bar{p} \delta_{i1} - \overline{2\mu S_{i1}} \\ \overline{\rho u_i u_2} + \bar{p} \delta_{i2} - \overline{2\mu S_{i2}} \\ \overline{\rho u_i u_3} + \bar{p} \delta_{i3} - \overline{2\mu S_{i3}} \\ \overline{(\rho e + p) u_i} - \overline{2\mu u_j S_{ij}} - k \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

con la ecuación filtrada de estado,

$$\bar{p} = \bar{\rho} R \bar{T} \quad (2.18)$$

Se puede introducir el tensor esfuerzo – submalla  $\bar{T}$  con componentes,

$$T_{ij} = -\overline{\rho u_i u_j} + \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j, \quad (2.19)$$

el cual se puede dividir en sus partes isotrópica<sup>3</sup> y desviador, la siguiente ecuación lo denota:

$$T_{i,j} = \underbrace{T_{ij} - \frac{1}{3} T_{ll} \delta_{ij}}_{\tau_{i,j}} + \frac{1}{3} T_{ll} \delta_{ij} \quad (2.20)$$

Entonces, las ecuaciones (2.17) y (2.18) pueden ser leídas respectivamente como,

---

<sup>3</sup> Se dice que es un tensor isótropo porque sus componentes no cambian bajo rotaciones de los ejes de coordenadas.

$$\bar{\mathbf{F}}_i = \begin{pmatrix} \bar{\rho}\tilde{u}_i \\ \bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_1 + (\bar{p} - \frac{1}{3}T_{ii})\delta_{i1} - \tau_{i1} - \overline{2\mu S_{i1}} \\ \bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_2 + (\bar{p} - \frac{1}{3}T_{ii})\delta_{i2} - \tau_{i2} - \overline{2\mu S_{i2}} \\ \bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_3 + (\bar{p} - \frac{1}{3}T_{ii})\delta_{i3} - \tau_{i3} - \overline{2\mu S_{i3}} \\ (\overline{\rho e + p})_{ui} - \overline{2\mu u_j S_{ij}} - k \frac{\partial T}{\partial x_i} \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

y

$$\bar{\rho}\tilde{e} = \bar{\rho}C_v\tilde{T} + \frac{1}{2}\bar{\rho}(\tilde{u}_1^2 + \tilde{u}_2^2 + \tilde{u}_3^2) - \frac{1}{2}T_{ii} \quad (2.22)$$

Una formulación elegante fue propuesta por Comte & Lesieur<sup>4</sup> (1997), a través de la introducción de una macro – presión y una macro – temperatura definida como,

$$\varpi = \bar{p} - \frac{1}{3}T_{ii} \quad (2.23)$$

y la macro – temperatura,

$$\vartheta = \tilde{T} - \frac{1}{2C_v\bar{\rho}}T_{ii} \quad (2.24)$$

La ecuación filtrada de estado (2.18) puede ser escrita como,

$$\varpi = \bar{\rho}R\vartheta + \frac{3\gamma - 5}{6}T_{ii} \quad (2.25)$$

---

<sup>4</sup> La principal aportación de Comte y Lesieur es la aplicación del promedio de Favre y la ecuación de macro-temperatura en la simulación de grandes escalas de la turbulencia compresible.

La ventaja principal de esta ecuación es que podemos derivar un sistema cerrado de ecuaciones en las cuales el desconocido  $T_{||}$  del tensor submalla no aparece explícitamente más extenso. De hecho, puede ser demostrado que la energía total resuelta se escribe,

$$\bar{\rho}\tilde{e} = \bar{\rho}C_v\mathcal{G} + \frac{1}{2}\bar{\rho}\left(u_1^2 + u_2^2 + u_3^2\right) \quad (2.26)$$

Además, para  $\gamma = 1.4$ , fue demostrado por Comte y Lesieur (1997) que se justifica completamente despreciar el segundo término del lado derecho de la ecuación (2.25). Podemos entonces escribir,

$$\varpi \approx \bar{\rho}R\mathcal{G} \quad (2.27)$$

Esto hace que  $\varpi$  sea calculable si  $\bar{\rho}$  y  $\mathcal{G}$  son conocidas.

Necesitamos introducir después el vector de flujo de calor, denotado por  $Q$ , con componentes,

$$Q_i = -\overline{(\rho e + p)}u_i + (\bar{\rho}\tilde{e} + \varpi)u_i \quad (2.28)$$

La expresión exacta para los flujos filtrados entonces se convierte en,

$$\bar{F}_i = \begin{pmatrix} \bar{\rho}\tilde{u}_i \\ \bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_1 + \varpi\delta_{i1} - \tau_{i1} - \overline{2\mu S_{i1}} \\ \bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_2 + \varpi\delta_{i2} - \tau_{i2} - \overline{2\mu S_{i2}} \\ \bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_3 + \varpi\delta_{i3} - \tau_{i3} - \overline{2\mu S_{i3}} \\ (\bar{\rho}\tilde{e} + \varpi)\tilde{u}_i - Q_i - \overline{2\mu u_j S_{ij}} - k\frac{\partial T}{\partial x_i} \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

El sistema descrito arriba se puede cerrar haciendo uso de los modelos submalla comunes basados en una viscosidad turbulenta,

$$\tau_{ij} \approx \bar{\rho} \nu_t \tilde{S}_{ij} \quad (2.30)$$

$$Q_i \approx \bar{\rho} C_p \frac{\nu_t}{Pr_t} \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial x_i} \quad (2.31)$$

Los términos restantes no calculables son los términos de viscosidad molecular y difusivo, que se pueden considerar de menor importancia cuando el número de Reynolds es suficientemente grande. Por lo tanto simplemente reemplazamos (2.29) por,

$$\bar{F}_i \approx \left( \begin{array}{c} \bar{\rho} \tilde{u}_i \\ \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_1 + \varpi \delta_{i1} - 2(\bar{\mu} + \bar{\rho} \nu_t) \tilde{S}_{i1} \\ \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_2 + \varpi \delta_{i2} - 2(\bar{\mu} + \bar{\rho} \nu_t) \tilde{S}_{i2} \\ \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_3 + \varpi \delta_{i3} - 2(\bar{\mu} + \bar{\rho} \nu_t) \tilde{S}_{i3} \\ (\bar{\rho} \tilde{e} + \varpi) \tilde{u}_i - 2(\bar{\mu} + \bar{\rho} \nu_t) \tilde{S}_{ij} \tilde{u}_j - \left[ \bar{k} + \bar{\rho} C_p \frac{\nu_t}{Pr_t} \right] \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial x_i} \end{array} \right) \quad (2.32)$$

En donde  $\bar{\mu}$  y  $\bar{k}$  son ligadas con  $\mathcal{G}$  a través de la relación de Sutherland (2.6), un

número de Prandtl molecular constante es asumido  $Pr = C_p \frac{\bar{\mu}(\mathcal{G})}{\bar{k}(\mathcal{G})} = 0.7$ . Obsérvese

que uno de los aspectos notables de esta formulación es que el sistema LES se puede deducir fácilmente de las ecuaciones compresibles de Navier – Stokes originales con los cambios siguientes:

$$u_i \rightarrow \tilde{u}_i, \quad \rho \rightarrow \bar{\rho}, \quad T \rightarrow \mathcal{G}, \quad p \rightarrow \varpi, \quad e \rightarrow \tilde{e}, \quad \mu \rightarrow \bar{\mu} + \bar{\rho} \nu_t, \quad k \rightarrow \bar{k} + \bar{\rho} C_p \frac{\nu_t}{Pr_t}$$

Esto proporciona al código numérico un fácil uso para el LES sin modificaciones severas.

Las expresiones para  $\nu_t$  y  $Pr_t$  utilizadas en las siguientes simulaciones compresibles corresponden a los modelos incompresibles descritos en Métails y Lesieur (1996), la única diferencia es que aquí se utiliza un promedio de Favre, antes descrito. Nuestro modelo submalla es el modelo selectivo de la función de la estructura propuesto por David (1993), la viscosidad local del remolino, esta dado por,

$$\nu_t(x, \Delta, t) = C_{ssf} \Delta \sqrt{\tilde{F}_2(x, \Delta, t)} \quad (2.33)$$

Donde  $C_{ssf}$  puede ser expresado como función de la constante de Kolmogorov  $C_K$ :  $C_{ssf} = f(C_K^{-\frac{3}{2}})$ .  $C_{ssf}$  toma el valor de 0.104 para  $C_K = 1.4$ .  $\Delta$  se toma igual a  $(\Delta x \Delta y \Delta z)^{\frac{1}{3}}$ , donde  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  y  $\Delta z$ , son los tamaños de la malla locales en las tres direcciones espaciales.

$\tilde{F}_2(x, \Delta, t)$  es la función de estructura de segundo orden de la velocidad construida con el campo  $\tilde{\mathbf{u}}$ .  $\tilde{F}_2$  es calculado en el punto  $x$  con un promedio estadístico local de las diferencias de la velocidad de cuadro de los seis puntos más cercanos que rodean al punto  $x$  en la malla computacional. La interpolación se basó sobre la ley de  $\frac{2}{3}$  de Kolmogorov que se usa para la función estructura de la velocidad.

Según lo propuesto por David (1993), la viscosidad turbulenta se apaga cuando la turbulencia no es lo suficientemente tridimensional. El criterio para tres dimensiones es definido como sigue: considérese en un momento dado que el ángulo entre el vector de vorticidad en un punto dado de la malla y su medio aritmético de los seis puntos vecinos más cercanos. La viscosidad turbulenta se

cancela en los puntos donde este ángulo es más pequeño que  $20^\circ$ . Finalmente, el número de Prandtl turbulento se toma igual a 0.6, con lo que cierra la ecuación de la energía.

El código numérico usa coordenadas generalizadas. La adaptación a las coordenadas generalizadas se realiza introduciendo una matriz Jacobiana que transforma una geometría compleja de malla no uniforme o geometría curvilínea, en un sistema de coordenadas Cartesiano  $(x, y, z)$ , dentro de una geometría ortogonal simple con malla uniforme en el sistema de coordenadas generalizadas  $(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$  donde las ecuaciones se pueden resolver más fácilmente. Para este caso, simplemente consiste en una transformación de una malla no uniforme en el espacio físico  $(x, y, z)$  dentro de una malla uniforme en el espacio computacional  $(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ . Cada término en la matriz Jacobiana inversa  $(J^{-1})$  se expresa como funciones analíticas de las medidas  $\frac{\partial x_i}{\partial \xi_j}$ . Las medidas son introducidas y calculadas por el esquema interno de primer orden, entonces la matriz  $(J)$  es calculada directamente de  $(J^{-1})$ .

La ecuación (2.1) se puede volver a escribir como,

$$\frac{\partial \hat{U}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \xi_1} + \frac{\partial \hat{G}}{\partial \xi_2} + \frac{\partial \hat{H}}{\partial \xi_3} = \hat{S} \quad (2.34)$$

Con

$$\left. \begin{aligned}
\hat{U} &= \frac{U}{J}, \\
\hat{F} &= \frac{1}{J} \left[ \left( \frac{\partial \xi_1}{\partial x_1} \mathbf{F} \right) + \left( \frac{\partial \xi_1}{\partial x_2} \mathbf{G} \right) + \left( \frac{\partial \xi_1}{\partial x_3} \mathbf{H} \right) \right], \\
\hat{G} &= \frac{1}{J} \left[ \left( \frac{\partial \xi_2}{\partial x_1} \mathbf{F} \right) + \left( \frac{\partial \xi_2}{\partial x_2} \mathbf{G} \right) + \left( \frac{\partial \xi_2}{\partial x_3} \mathbf{H} \right) \right], \\
\hat{H} &= \frac{1}{J} \left[ \left( \frac{\partial \xi_3}{\partial x_1} \mathbf{F} \right) + \left( \frac{\partial \xi_3}{\partial x_2} \mathbf{G} \right) + \left( \frac{\partial \xi_3}{\partial x_3} \mathbf{H} \right) \right], \\
\hat{S} &= \frac{1}{J} S.
\end{aligned} \right\} \quad (2.35)$$

$J$  es el determinante de la matriz  $(J)$  y  $U$  es función de las coordenadas cartesianas y del tiempo.

### 3.2.2 Esquema Numérico

El sistema en coordenadas generalizadas se resuelve por medio de una extensión del completo esquema explícito McCormack, de segundo orden en el tiempo y cuarto orden en el espacio, desarrollado por Gottlieb & Turkel (1976). Debe observarse que cuando se usa  $U$  tiende a ser reemplazada por  $\bar{U}$  definida por la ecuación (2.16) cuando la técnica LES es considerada. El esquema numérico es un esquema corrector – predictor definido en una dimensión por,

Predictor

$$U_j^{(1)} = U_j^{(n)} + \frac{1}{6} \lambda \left( -f_{j+2}^{(n)} + 8f_{j+1}^{(n)} - 7f_j^{(n)} \right) + (\delta t) S_j^{(n)}, \quad (2.36)$$

Corrector

$$U_j^{(n+1)} = \frac{1}{2} \left( U_j^{(n)} + \left( U_j^{(1)} \right) \right) + \frac{1}{12} \lambda \left( 7f_{j-2}^{(1)} - 8f_{j-1}^{(1)} + f_j^{(1)} \right) + \frac{1}{2} (\delta t) S_j^{(1)}. \quad (2.37)$$

Los índices  $(n)$ ,  $(n+1)$  y  $(1)$  simbolizan respectivamente para los valores de la función al tiempo  $t$ , tiempo  $t+\delta t$  y al paso – sub – tiempo. Obsérvese que las discretizaciones espaciales intermedias son esquemas no centrados de primer orden con un predictor adelantado (*upwind*) y un corrector atrasado (*downwind*). Como se especifica arriba el esquema resultante es de cuarto orden en el espacio.

La formulación generalizada en tres dimensiones se escribe,

Predictor

$$U_{i,j,k}^n = U_{i,j,k}^n - J_{i,j,k}^P \left[ \begin{aligned} & \frac{\Delta t}{\Delta \xi_1} \left[ \frac{7}{6} (\hat{F}_{i+1,j,k}^n - \hat{F}_{i,j,k}^n) - \frac{1}{6} (\hat{F}_{i+2,j,k}^n - \hat{F}_{i+1,j,k}^n) \right] \\ & + \frac{\Delta t}{\Delta \xi_2} \left[ \frac{7}{6} (\hat{G}_{i,j+1,k}^n - \hat{G}_{i,j,k}^n) - \frac{1}{6} (\hat{G}_{i,j+2,k}^n - \hat{G}_{i,j+1,k}^n) \right] \\ & + \frac{\Delta t}{\Delta \xi_3} \left[ \frac{7}{6} (\hat{H}_{i,j,k+1}^n - \hat{H}_{i,j,k}^n) - \frac{1}{6} (\hat{H}_{i,j,k+2}^n - \hat{H}_{i,j,k+1}^n) \right] \end{aligned} \right] \quad (2.38)$$

Corrector

$$U_{i,j,k}^{n+1} = \frac{1}{2} [U_{i,j,k}^1 + U_{i,j,k}^n] - \frac{1}{2} J_{i,j,k}^C \left[ \begin{aligned} & \frac{\Delta t}{\Delta \xi_1} \left[ \frac{7}{6} (\hat{F}_{i,j,k}^1 - \hat{F}_{i-1,j,k}^1) - \frac{1}{6} (\hat{F}_{i-1,j,k}^1 - \hat{F}_{i-2,j,k}^1) \right] \\ & + \frac{\Delta t}{\Delta \xi_2} \left[ \frac{7}{6} (\hat{G}_{i,j,k}^1 - \hat{G}_{i,j-1,k}^1) - \frac{1}{6} (\hat{G}_{i,j-1,k}^1 - \hat{G}_{i,j-2,k}^1) \right] \\ & + \frac{\Delta t}{\Delta \xi_3} \left[ \frac{7}{6} (\hat{H}_{i,j,k}^1 - \hat{H}_{i,j,k-1}^1) - \frac{1}{6} (\hat{H}_{i,j,k-1}^1 - \hat{H}_{i,j,k-2}^1) \right] \end{aligned} \right] \quad (2.39)$$

## **CAPÍTULO 4**

### **CONDICIONES INICIALES Y DE FRONTERA**

#### **4.1 CONDICIONES INICIALES**

Para iniciar la simulación numérica fue necesario definir las características del fenómeno estableciendo las condiciones iniciales y de frontera con el fin de resolver adecuadamente las ecuaciones de gobierno.

La velocidad del flujo cuyas componentes son  $u$ ,  $v$ ,  $w$ , (que en coordenadas cartesianas corresponden a  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , respectivamente), fueron dadas para las condiciones iniciales como

$$u = 1$$

$$v = 0$$

$$w = 0$$

donde  $u$  es considerada la velocidad de referencia en todo el dominio. Del mismo modo la presión  $P$  y la temperatura  $T$  también fueron consideradas con el valor adimensional.

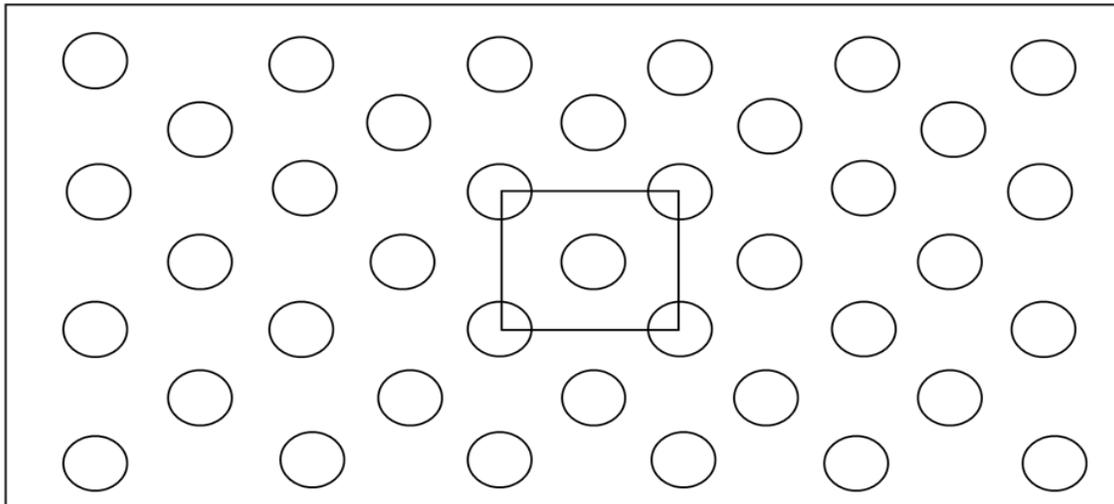
Conforme transcurre el tiempo de cómputo los valores de tales variables se ven modificadas hasta que converjan a un valor y se estabilicen.

#### **4.2 CONDICIONES DE FRONTERA**

##### **4.2.1 Condiciones periódicas**

El problema se centra en un flujo alejado de las paredes del intercambiador de calor, a una distancia suficiente donde el flujo está completamente desarrollado.

Para establecer esta condición en la simulación se considera que el flujo en la malla aunque realmente siga una trayectoria hacia la derecha, para fines de cálculo y reducción de espacio en disco, se considera un flujo que al llegar al final del arreglo retorna al principio y es así como se establece su periodicidad en el algoritmo del programa.



**Figura 12. Representación del interior del intercambiador de calor, el recuadro muestra la parte desde donde se considera que el flujo comienza a tener un comportamiento estable y con el cual se trabaja.**

Aquí tenemos un dominio discretizado, (figura 12) lejos de las paredes, con el que se puede trabajar ampliamente como si tuviéramos la mayor parte del arreglo. Este pequeño dominio expresa lo que sucede a lo largo y ancho del intercambiador de calor siempre y cuando estén suficientemente alejados de las paredes.

El flujo periódico tiene lugar cuando al pasar por una geometría repetida durante un tiempo suficiente llega el momento en que éste se vuelve repetitivo, nótese en la figura 13, los dos dominios tienen las mismas características.

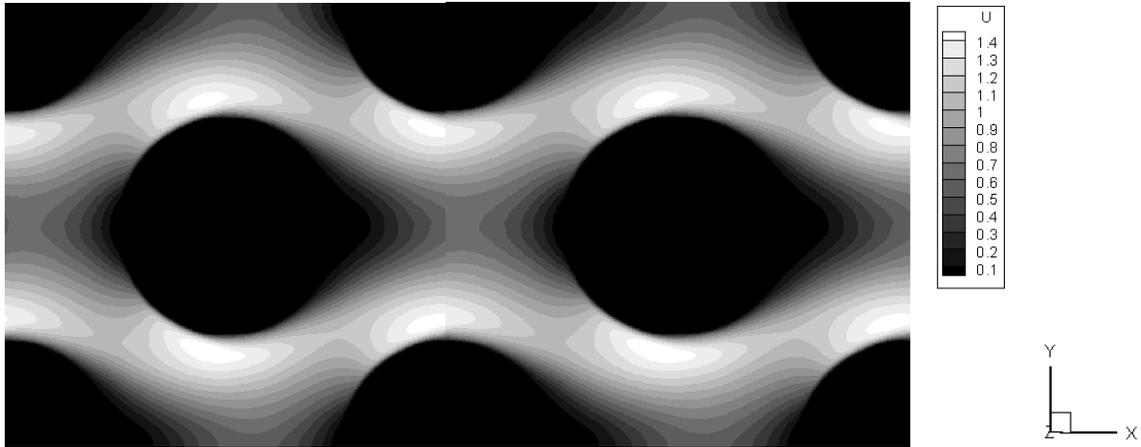


Figura 13. Visualización del flujo periódico en la dirección de la velocidad  $u$  (eje  $x$ ). Aquí observamos el flujo que se repite a sí mismo.

### 4.3 CARACTERÍSTICAS DEL DOMINIO COMPUTACIONAL

“Los cuerpos sólidos que representan a los tubos del banco usado en este trabajo serán de geometría cilíndrica y tendrán una unidad de longitud característica en base a su diámetro “ $D=21.7$  [mm]”. Atraviesan el cubo de la malla cartesiana en su totalidad por la dirección  $z$ , a lo largo de los planos normales, (figura 14).

Desde origen en un dominio rectangular, el centro del tubo principal está localizado a  $1.037 D$ , diámetros de longitud, en  $x$ , la dirección longitudinal y de la misma forma sucede para la dirección transversal, en  $y$ . Es decir, al centro de cada plano normal  $(x,y)$ , de la dirección  $z$ . Además, la sección normal del tubo posee  $2.2 D$  de longitud. Los planos de la malla cartesiana, tanto en la dirección  $x$  como en la dirección  $y$ , se refinan con un perfil de tangente hiperbólica generado por Salinas & Métais (2002) para la zona más importante de los esfuerzos cortantes, siendo esta la región adyacente a la pared de cada tubo.

El dominio de cálculo es una zona similar a la estudiada experimentalmente por Simonin & Barcouda. Las longitudes adimensionales son  $2.074 D \cdot 2.074 D \cdot 2.2 D$

en  $x$ ,  $y$  y  $z$ , respectivamente. La resolución utilizada es de  $173 \cdot 173 \cdot 60$  nodos en cada dirección, lo que hace un total de  $\approx 1.8$  millones de nodos de cálculo computacional.” (De la Lama, 2010).

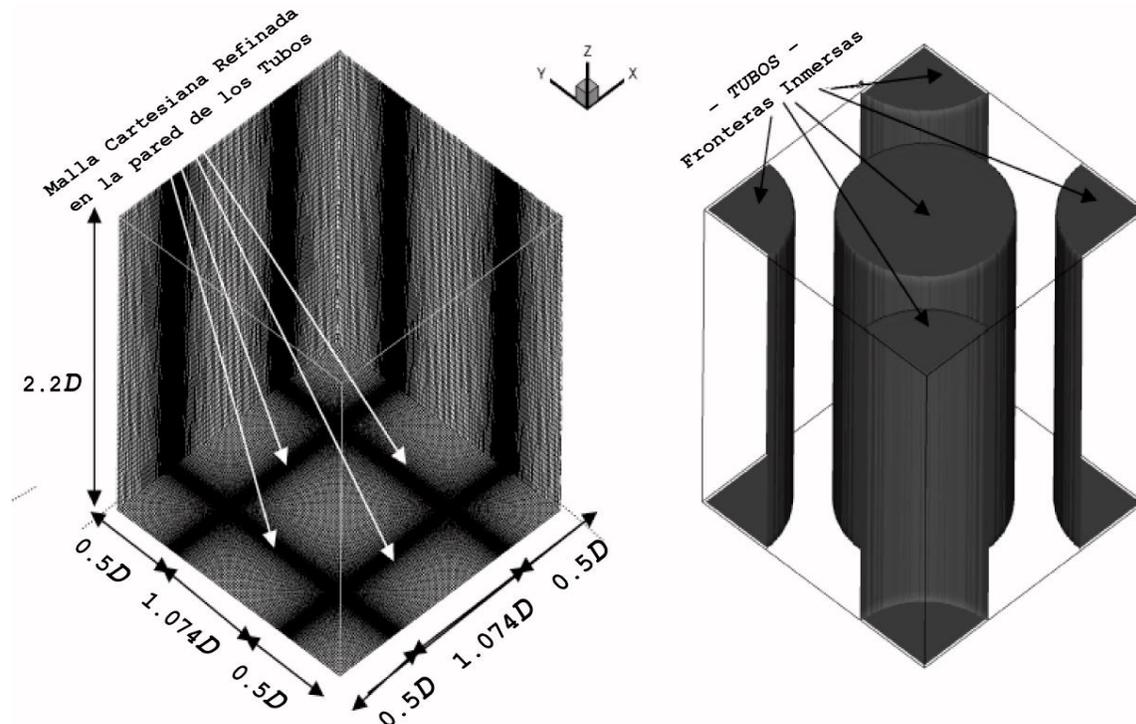


Figura 14.- Malla cartesiana del dominio computacional; a) Se muestra la célula o cubo del dominio con nodos en el fluido; b) Se verifican las distancias entre el centro de las zonas de la malla con refinamiento; también se muestra a las fronteras inmersas dentro del mismo dominio.

## **CAPÍTULO 5**

### **DESCRIPCIÓN DEL MOVIMIENTO DEL FLUJO**

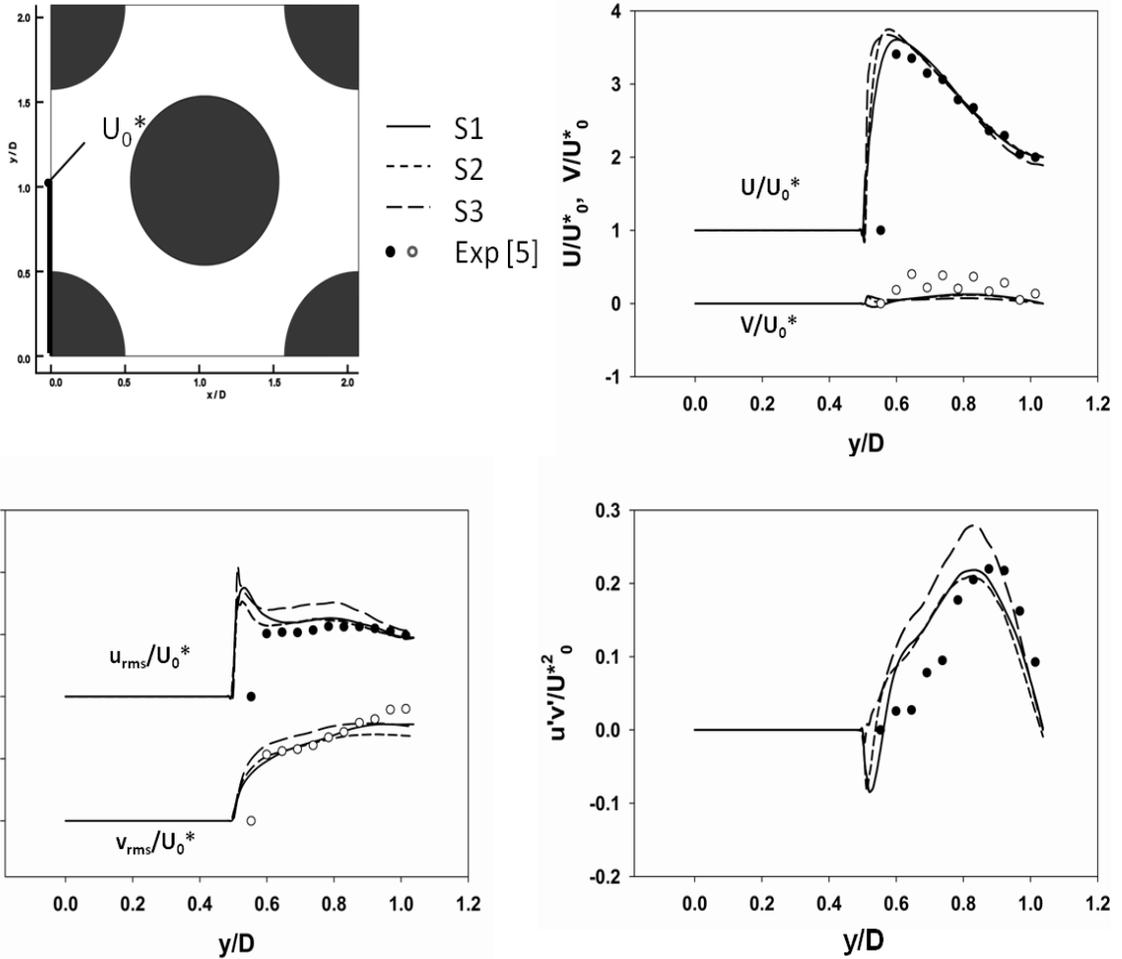
#### **5.1 VALIDACIÓN**

A continuación se hace un análisis estadístico para evaluar los resultados de la simulación. Comparando los valores promediados de la velocidad obtenidos de la simulación con los valores obtenidos a partir del experimento.

En las gráficas aparecen tres valores denotados por S1, S2 y S3, esto es porque para obtener las velocidades en lugares cercanos a los tubos se hicieron interpolaciones ya que ahí existen celdas bloqueadas que simulan los tubos dentro del intercambiador que contienen “nodos fantasma” que representan al flujo y que el cálculo directo no toma en cuenta. Este procedimiento es llamado: *Método de fronteras inmersas* (De la Lama, 2010).

En las imágenes veremos en la esquina superior izquierda el lugar donde se tomaron los valores, en la esquina superior derecha las graficas de la velocidad promedio horizontal U y la velocidad promedio tangencial V; en la esquina inferior izquierda está la variación de las velocidades anteriores y por último, en la esquina inferior derecha, los esfuerzos de Reynolds.

Estas variables son los registros de cinco líneas diferentes del dominio previamente promediado, en X (0, 11, 16.5 cm), en Y (0, 22.5cm), en acuerdo con las zonas donde midieron y registraron los datos dentro del banco experimental (ver Experimento básico, figura 10).



a) **Figura 15a).** Registra la estadística, en “X<sub>0</sub>” dirección transversal al flujo, de cada LES comparadas con datos experimentales de Simonin & Barcouda (1988); Izquierda superior, diagrama; Derecha superior, “U, V”; Izquierda inferior, “u’<sub>rms</sub>, v’<sub>rms</sub>”; Derecha inferior, “u’v’”.

Análisis de la figura 15a)

En la gráfica de las velocidades promedio se nota que en los lugares cercanos a los tubos el flujo tiende a alcanzar los mayores valores de velocidad, y conforme se aleja comienza a buscar la estabilidad. En las gráficas de rms el promedio de turbulencia es alto y estable. La curva de los esfuerzos de Reynolds tiene su punto máximo cerca del lugar donde el flujo se divide, lo que indica una importante diferencia de velocidades y la interacción entre las capas que favorece la convección forzada.

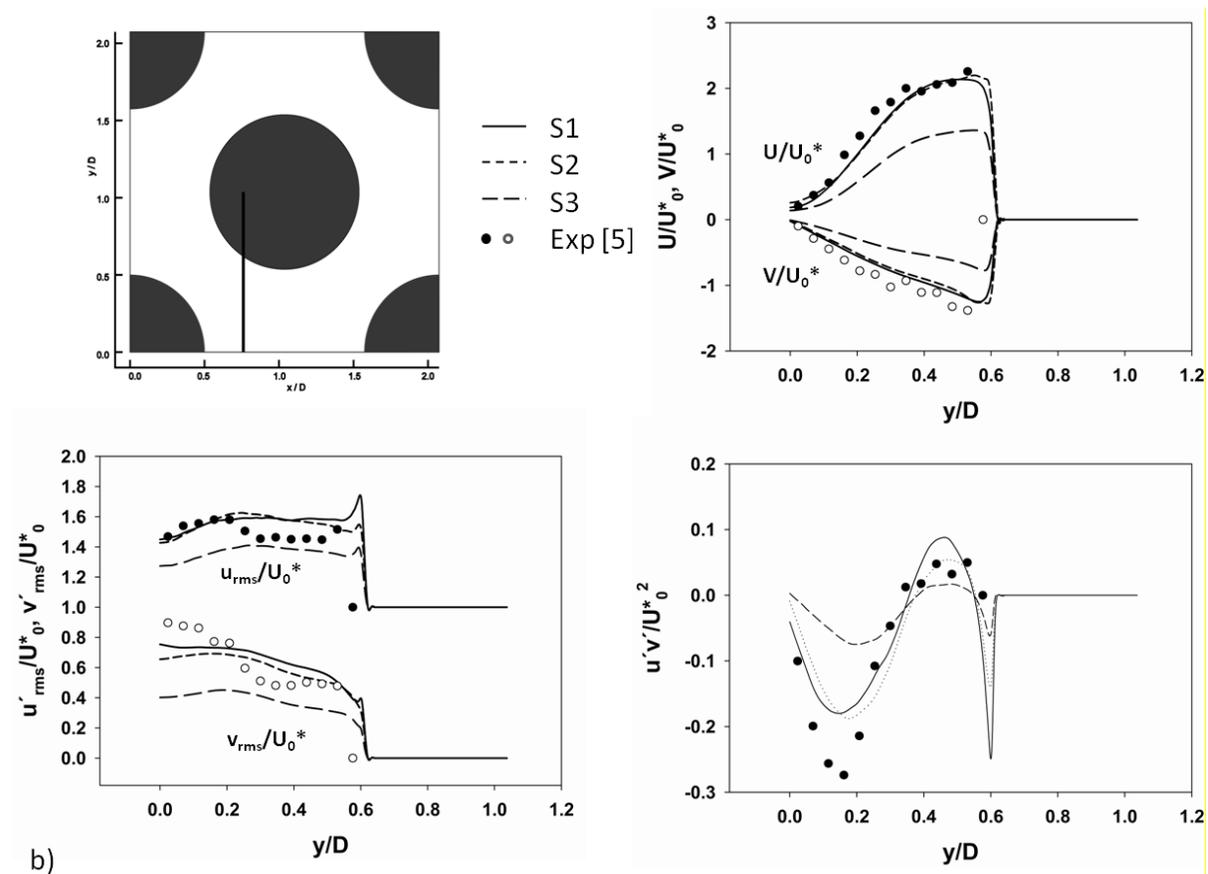


Figura 15b) Registra la estadística, en "X11" dirección transversal al flujo, de cada LES comparadas con datos experimentales de Simonin & Barcouda (1988); Izquierda superior, diagrama; Derecha superior, "U, V"; Izquierda inferior, " $u'_{rms}$ ,  $v'_{rms}$ "; Derecha inferior, " $u'v'$ ".

Análisis de figura 15b):

Las velocidades medias indican que la velocidad es alta en esta zona. Las últimas graficas muestran un comportamiento periódico del promedio de las componentes fluctuantes.

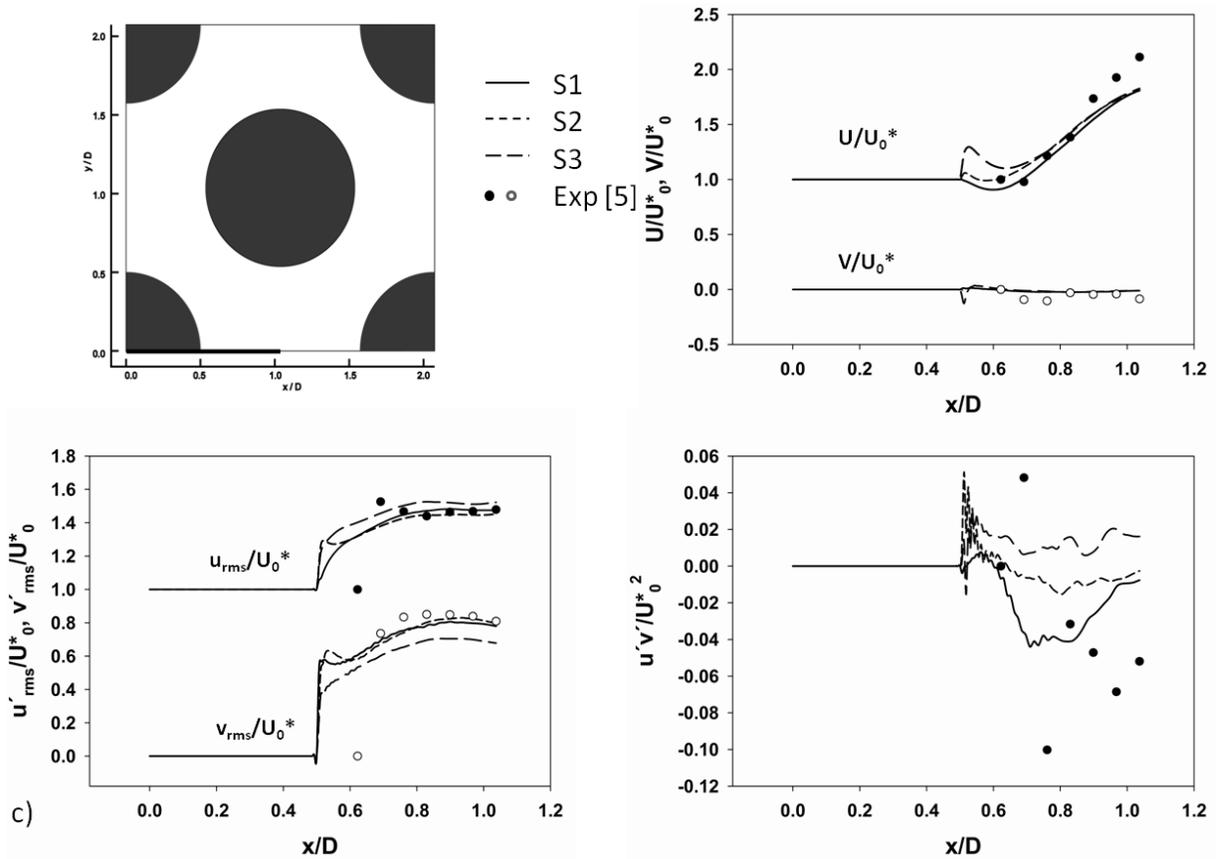


Figura 15c) Registra la estadística, en “Y0” dirección transversal al flujo, de cada LES comparadas con datos experimentales de Simonin & Barcouda (1988); Izquierda superior, diagrama; Derecha superior, “U, V”; Izquierda inferior, “ $u'_{rms}$ ,  $v'_{rms}$ ”; Derecha inferior, “ $u'v'$ ”.

Análisis de figura 15c):

La velocidad en  $v$  no tiene muchas variaciones ya que el flujo se encuentra en un eje de simetría, la velocidad en  $u$  aumenta conforme se aleja del tubo. El promedio de las fluctuaciones es parecido al de la figura 14a). No hay correlación en la grafica del esfuerzo de Reynolds.

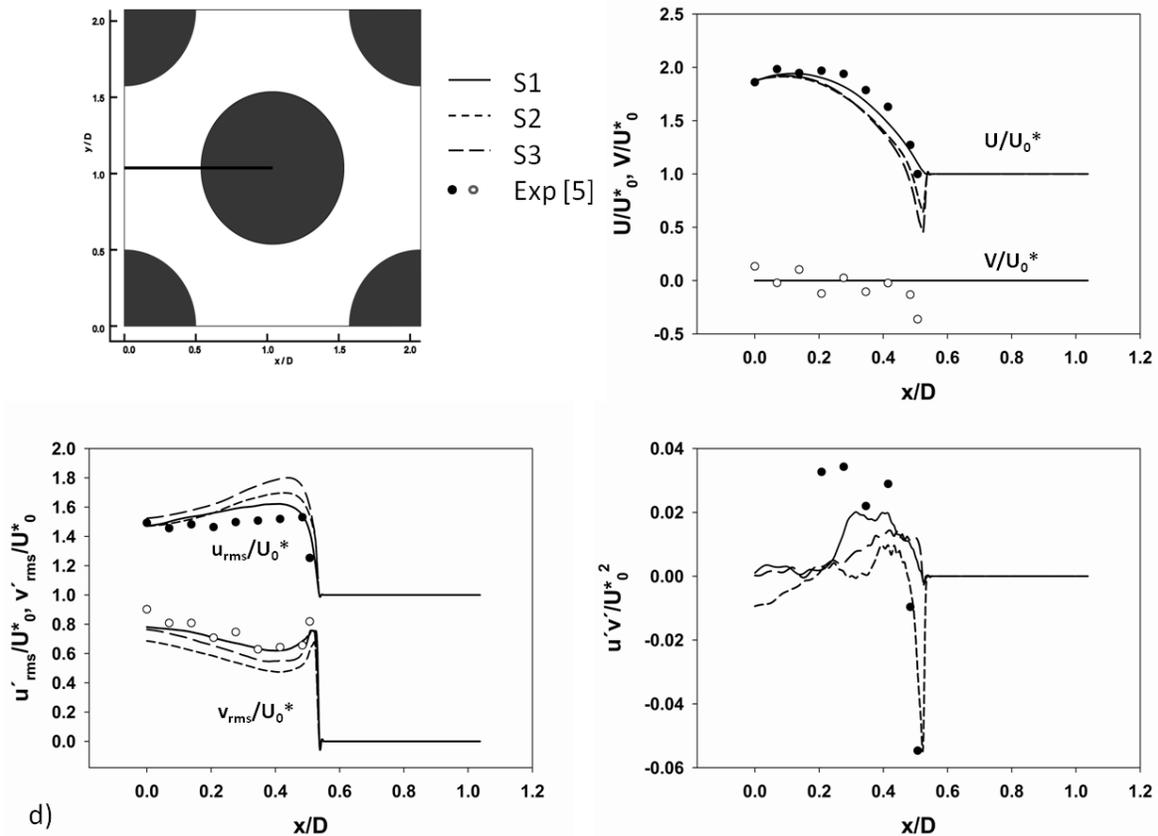


Figura 15d) Registra la estadística, en “Y22.5” dirección longitudinal del flujo, cada LES comparadas con datos experimentales de Simonin & Barcouda (1988); Izquierda superior, diagrama; Derecha superior, “U, V”; Izquierda inferior, “ $u'_{rms}$ ,  $v'_{rms}$ ”; Derecha inferior, “ $u'v'$ ”.

Análisis de figura 15d):

El flujo en la dirección horizontal a la entrada es el de mayor velocidad, esta se va perdiendo conforme el flujo avanza porque se comienza a dividir. La gráfica de la simulación no muestra cambios en la velocidad de  $v$ , la simulación en este caso no alcanzo a contabilizar las variaciones de velocidad en  $v$ , pero los valores experimentales muestran que si los hay, sin embargo la gráfica de valores rms si muestra la presencia de fluctuaciones en esta componente. La gráfica de correlación es muy dispersa.

Si solo tomamos muestras a lo largo del eje  $x$  en la simulación estas no nos proporcionan muchos datos de lo que ocurre en la componente  $v$  de la velocidad debido a que la dirección del flujo favorece a  $u$  que es la variable de referencia.

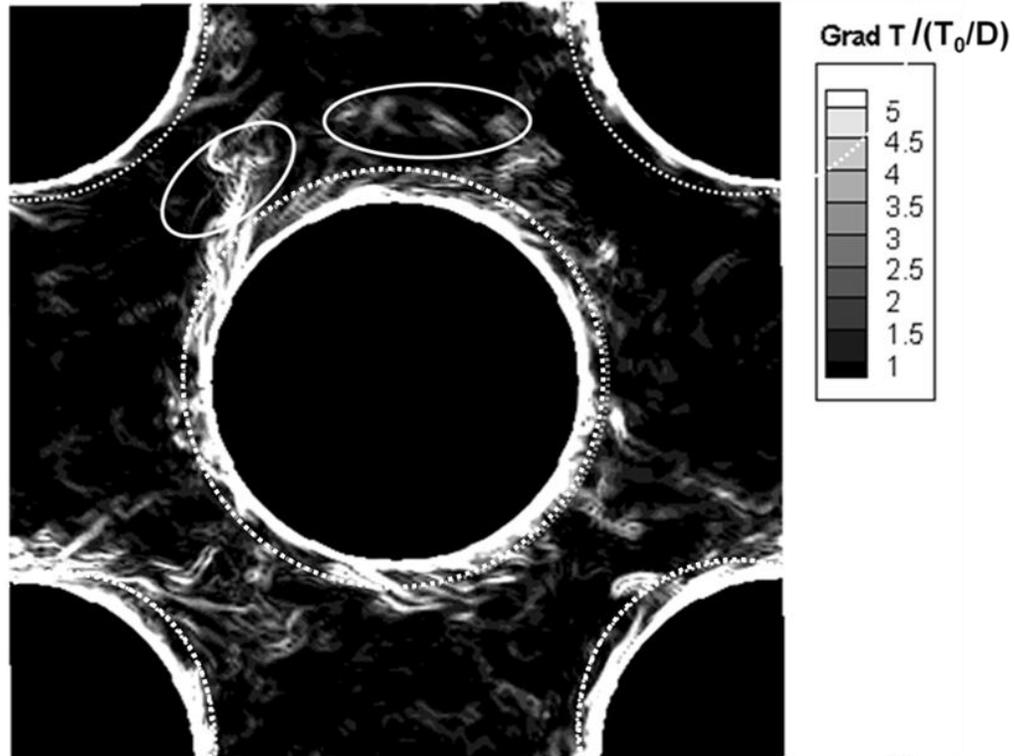
Los valores experimentales y de la simulación permanecen dentro de un mismo rango de valores adimensionales, el comportamiento de las gráficas no varía mucho entre uno y otro, solo hay ligeros desfasamientos que se explican debido a que la simulación es una aproximación de la realidad que muestra la experimentación. Los esfuerzos de Reynolds son mejor apreciados en las mediciones tomadas en ejes verticales que es donde se encuentran capas de diferentes velocidades y como se mencionó anteriormente este comportamiento favorece la convección forzada.

## **5.2 VALORES INSTANTÁNEOS**

### **5.2.1. Capa límite térmica.**

Cuando el flujo pasa por los tubos, los cuales son isotérmicos, las partículas del fluido alcanzan un equilibrio térmico a la temperatura de la superficie de los tubos. Al mismo tiempo estas partículas intercambian energía con las de la capa adyacente del fluido y se generan gradientes de temperatura. La región del fluido en la que existen estos gradientes de energía es la capa límite térmica. Al aumentar la distancia desde el inicio del contacto con el tubo, los efectos de transferencia de calor penetran más en el flujo libre y crece la capa límite térmica.

Como lo muestra la figura 16 los contornos en blanco indican que la mayor transferencia de calor se lleva a cabo de los tubos al fluido, la transferencia es por conducción. La imagen también muestra la difusión de los mayores gradientes de temperatura alrededor de los tubos (alargamiento de contornos blancos) a las zonas cercanas (aumento de la capa límite térmica). Los gradientes de temperatura menores (zonas grises) ocurren debido a una convección forzada.



-  Lugares donde se lleva a cabo la transferencia de calor por conducción  
 Circulación del líquido que gana temperatura

Figura 16. Visualización de los gradientes de temperatura, ubicado en el plano xy.

### 5.1.1. Capa límite de velocidad o hidrodinámica.

De acuerdo al concepto de capa límite de un flujo que tiene lugar al contacto con una superficie, “cuando las partículas del fluido hacen contacto con la superficie, adquieren una velocidad cero. Estas partículas actúan entonces para retardar el movimiento de partículas en la capa contigua del fluido, que a su vez actúa para retardar el movimiento de las partículas en la siguiente capa, y así sucesivamente hasta que, a una distancia  $y=\delta$  de la superficie, el efecto se hace insignificante. En consecuencia, el flujo del fluido se caracteriza por dos regiones distintas, una capa fluida delgada (capa límite) en la que los gradientes de velocidades y los esfuerzos cortantes son grandes y una región fuera de la capa límite en la que los gradientes

de velocidad y los esfuerzos cortantes son insignificantes” (Incropera, 1999). La afirmación anterior se comprueba a continuación.

En la figura 17 los contornos que se forman en todo el flujo cuando se pasa de una velocidad a otra (cambio de color) significan un desprendimiento de la capa límite y aparecen también gradientes de velocidad. Por otra parte está la capa límite que se encuentra cercana a una pared sólida como se indicó en la figura 9.

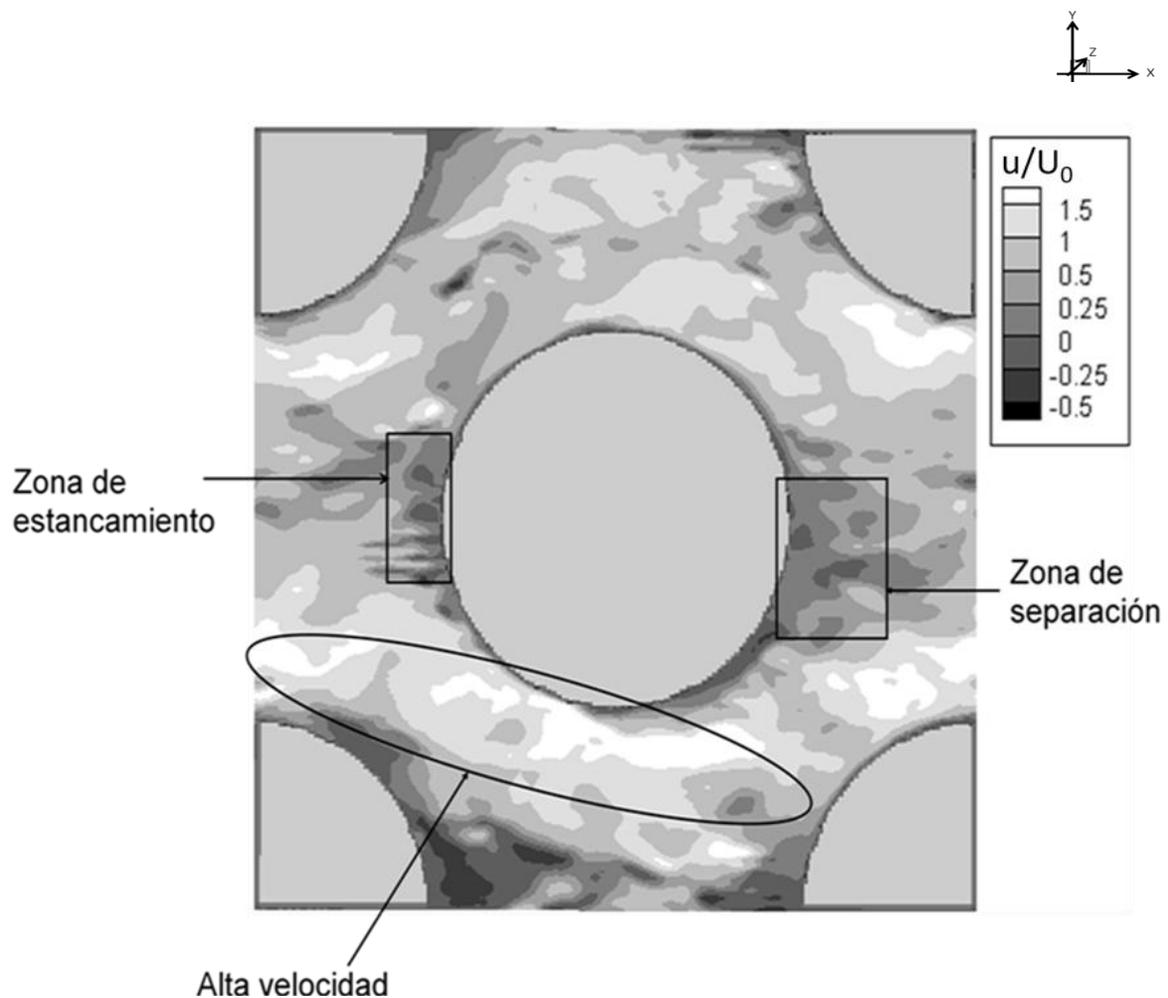


Figura 17. Visualización de flujo en la dirección u. Figura tomada en el plano xy.

En la figura 17, a la izquierda del tubo central se forma una zona de estancamiento producido por el choque del fluido, son notables los bajos valores de velocidad en ese lugar. A la derecha indica la zona de separación en donde se forman los

vórtices, igualmente con velocidad baja, sin embargo ahí se ve como el flujo se difunde.

“Los gradientes de velocidad se deben al esfuerzo cortante provocado por la velocidad. El movimiento turbulento en flujos con esfuerzos tangenciales tiende a ser autosuficiente, en el sentido de que la turbulencia se desarrolla como una consecuencia de los esfuerzos tangenciales, los que a su vez persisten como consecuencia de las fluctuaciones turbulentas.” (Dayli, 1969).

### 5.3 GRADIENTE DE PRESIÓN, VECTORES Y LÍNEAS DE FLUJO

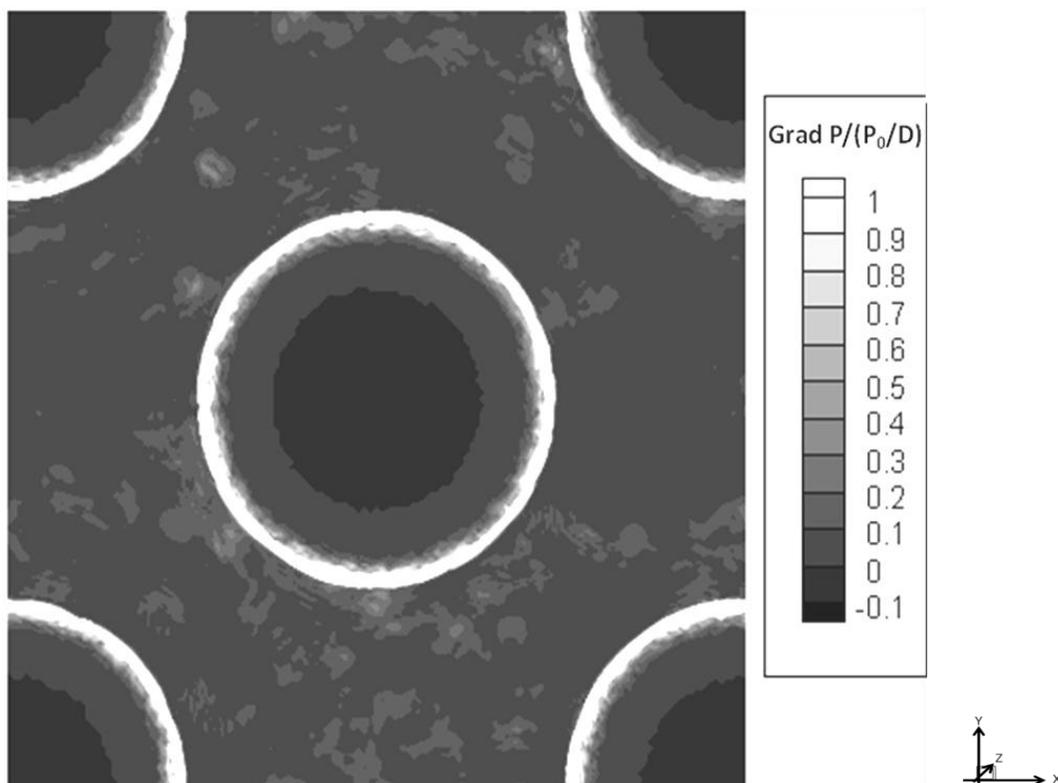


Figura 18. Visualización de los gradientes de presión vista desde el plano xy.

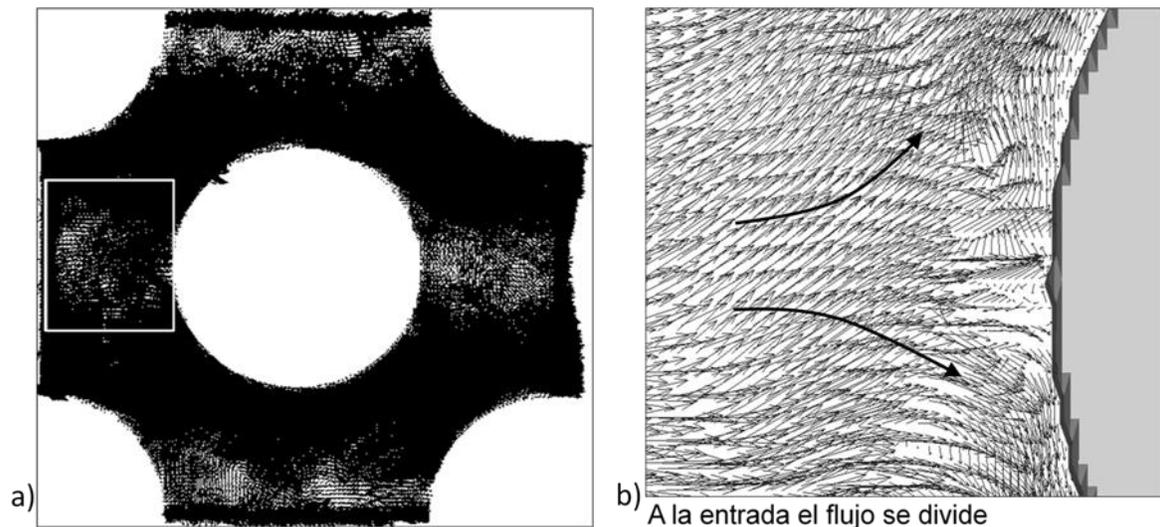
De acuerdo con el concepto general de presión en los fluidos, ésta es el resultado de la transferencia de momento lineal de las moléculas del fluido al chocar con las

paredes del recipiente, la definición anterior conduce a la de la presión dinámica que establece que cuando un fluido se detiene de manera abrupta ejerce una fuerza sobre el objeto que lo detiene.

En la figura 18 se indica que en los tubos es mayor la presión, debido a los choques del flujo con los tubos. Aunque se establece una presión constante al principio, los gradientes muestran la presión dinámica que está en función de la velocidad, sobresale un cambio de presión cuando la velocidad es mayor.

Lo anterior se comprende mejor si observamos en la figura 17 donde se localizan los valores altos de velocidad y los comparamos con los gradientes de presión.

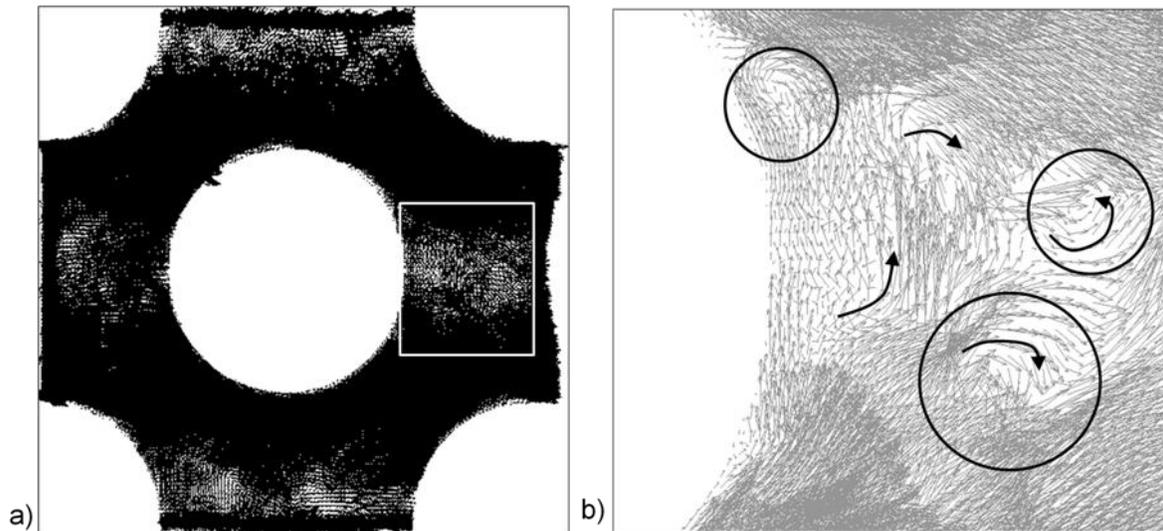
La zona de mayor turbulencia se encuentra al final del dominio. En la figura 19, al inicio, un flujo que se abre paso entre el tubo central.



**Figura 19. a) Visualización de los vectores de velocidad en el plano xy; b) acercamiento a la entrada del arreglo.**

Como se muestra en la siguiente figura (Fig. 20) existen superficies que se separan del fluido principal, esto crea una diferencia de velocidades entre las capas, lo cual provoca que se formen ondulaciones en el fluido las cuales al propagarse tienden a formar vórtices como a continuación se ve. Esta figura se

obtuvo en un plano bidimensional y aquí muestra el desorden de la dirección de flujo y la tendencia a formar remolinos, lo que comprueba su tridimensionalidad.

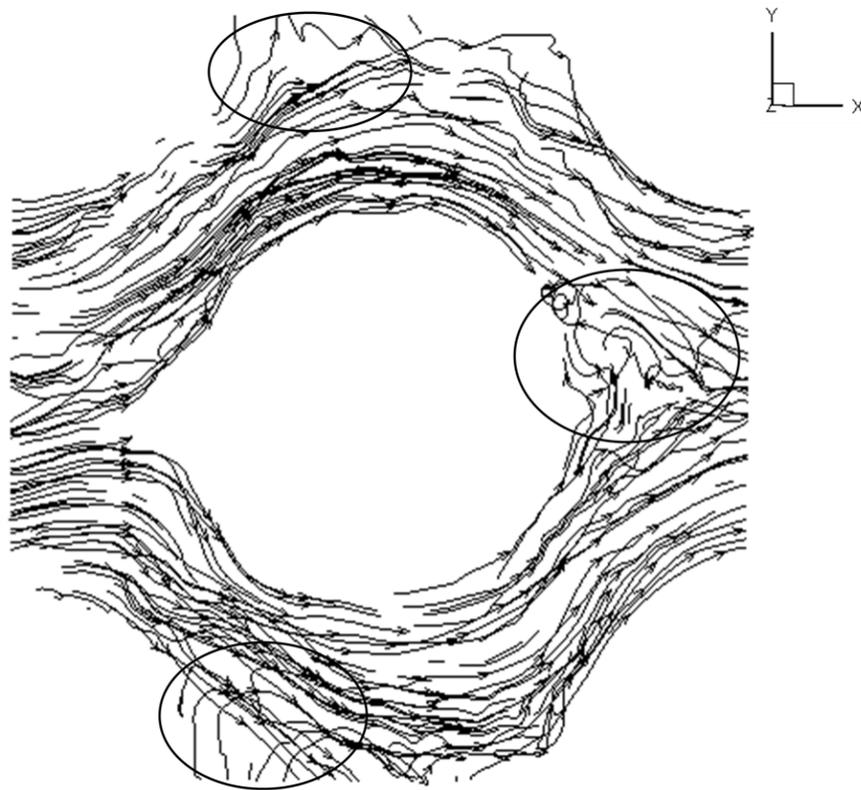


**Fig. 20. a) Visualización del dominio en un plano bidimensional con ayuda de la herramienta vector. b) Acercamiento a la zona de vórtices.**

Con los remolinos se observa una de las características del flujo turbulento: la difusividad. Los remolinos son inestables, no tienen forma definida sino que se van dilatando y se pierden sus formas, ya que se forman con una gran cantidad de flujo ceden su energía a los vórtices más pequeños.

En la figura 20b) hay una mejor vista del remolino donde la energía se difunde lentamente, el tamaño del vórtice cambia pero al tratarse de grandes escalas ya no es posible ver los remolinos más pequeños con formas mejor definidas.

Las líneas de trayectoria de la figura 21 dan cuenta de un movimiento turbulento, que tiende a formar vórtices. También indican que el flujo interactúa con sí mismo y con los tubos.



○ Zonas con mayor turbulencia

**Figura 21. Visualización de líneas de trayectoria**

## 5.4 VALORES PROMEDIO

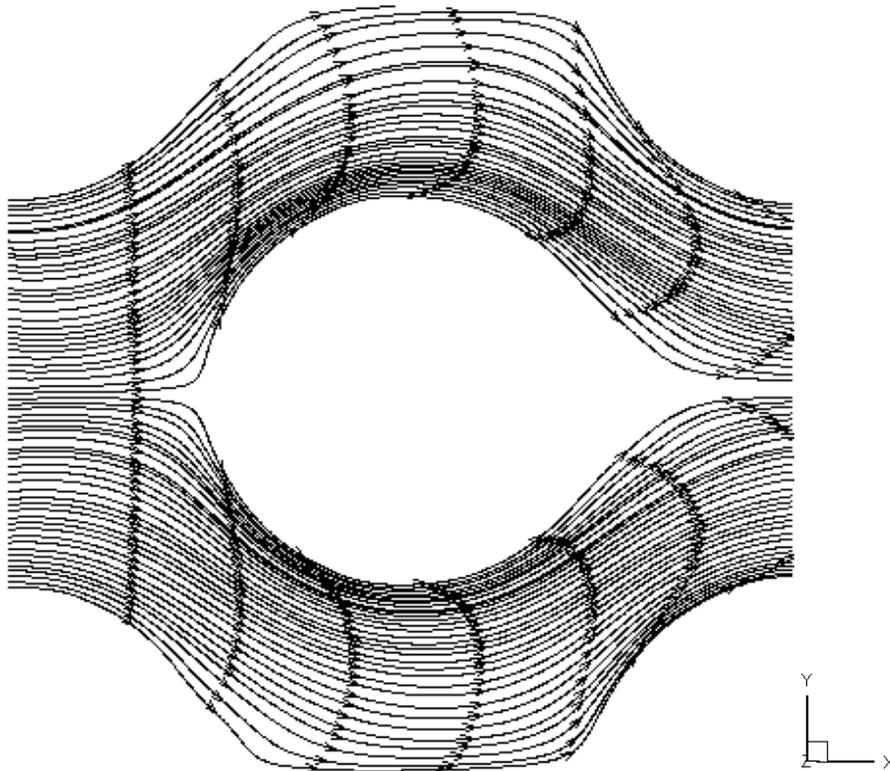
Es posible analizar las capas turbulentas a través del flujo medio, ya que están compuestas de regiones de diferentes tipos de flujo.

El flujo se compone de una velocidad promedio y una velocidad fluctuante es decir, la velocidad instantánea en el tiempo puede ser escrita como la suma de la componente media  $\bar{u}$  y su componente fluctuante  $u'$  donde el intervalo  $t$  es más grande que el periodo de cualquier fluctuación pero es mucho más corto que

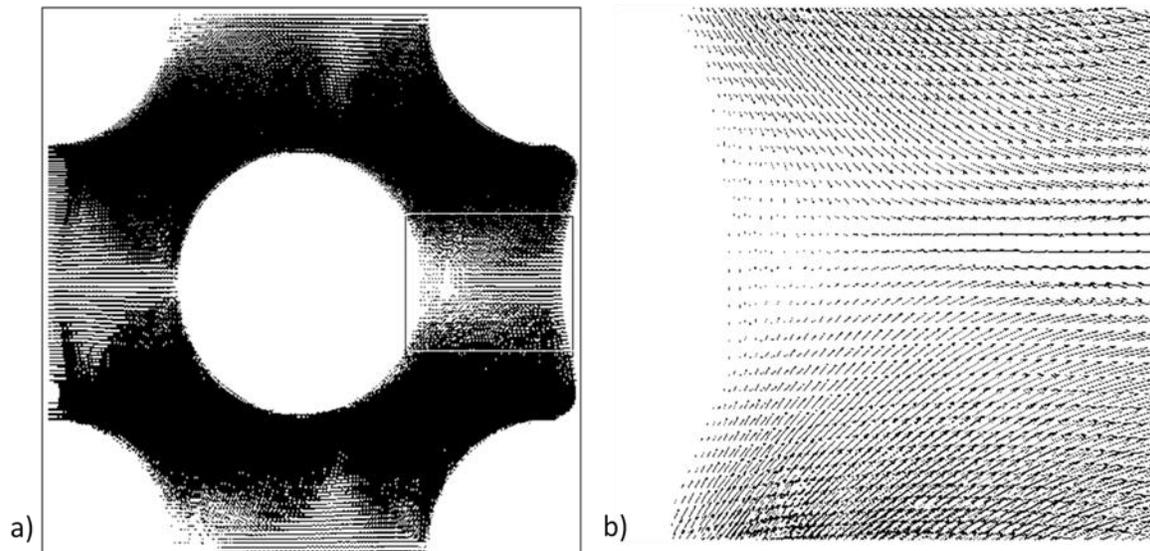
cualquier escala de tiempo de flujo promedio. La componente media añade la mayor velocidad, da continuidad al flujo.

Corresponde ahora analizar el papel que juegan los valores promedio en el desarrollo del flujo.

Las figuras 22 y 23 muestran líneas de trayectoria y vectores que solo corresponden a la componente media de la velocidad.



**Figura 22.** Visualización de las líneas de trayectoria donde se han eliminado las fluctuaciones y pareciera tratarse de un flujo laminar.

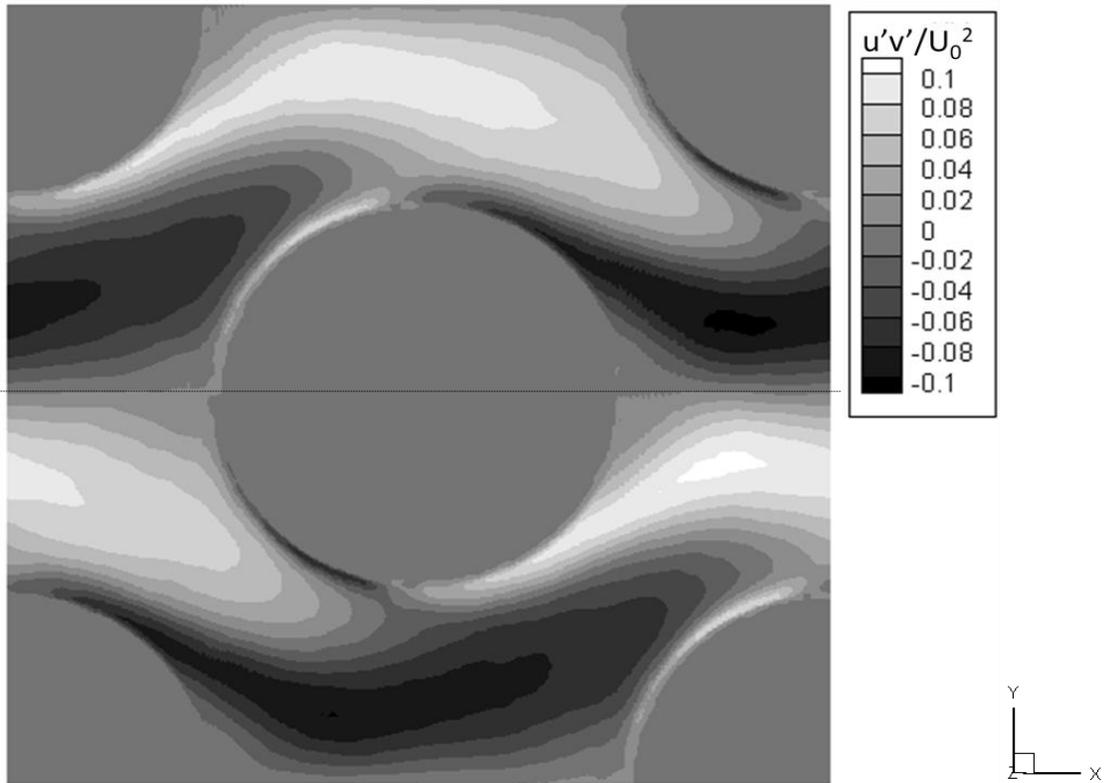


**Figura 23. a) Visualización de vectores con velocidad promedio en el plano xy; b) acercamiento a la zona de separación, no hay formación de remolinos.**

Las fluctuaciones generan la inestabilidad del movimiento del fluido haciendo que se descomponga en capas con diferentes velocidades, y la interacción entre esas capas produce lo que se conoce como esfuerzo cortante aparente (o esfuerzo de Reynolds). Una capa al interactuar con otra adyacente tiende a igualar la velocidad.

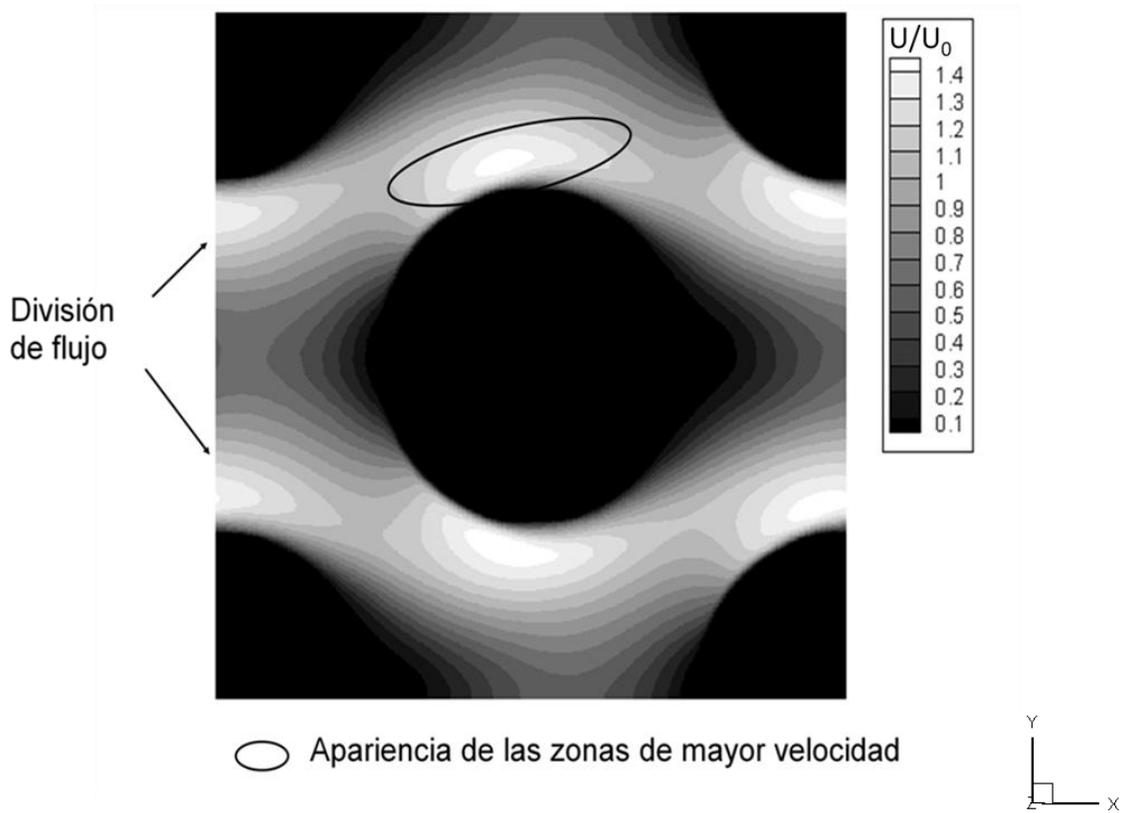
El esfuerzo de Reynolds matemáticamente se entiende como el producto del promedio de las componentes fluctuantes de la velocidad horizontal y tangencial

En la figura 24 se muestra una simetría entre secciones de capas que cambian aleatoriamente (valores positivos y negativos). Las fluctuaciones en este caso aceleran el flujo que pasa debajo de los tubos y a desacelerar el que pasa encima de los tubos. Con lo que se puede afirmar que la velocidad del flujo que recorre la parte inferior de los tubos es menor con respecto al que circula por la parte superior.



**Figura 24. Visualización del esfuerzo de Reynolds en ambas direcciones, longitudinal y transversal. En el plano  $xy$ . (La línea ubicada a la mitad indica la simetría del flujo)**

En la figura 25 la velocidad el flujo medio en la dirección  $x$  es mayor arriba y debajo de los cilindros, ya que en esta parte no se produce ningún estancamiento ni separación, además de que la transferencia de calor por conducción acelera el movimiento de las partículas del fluido.

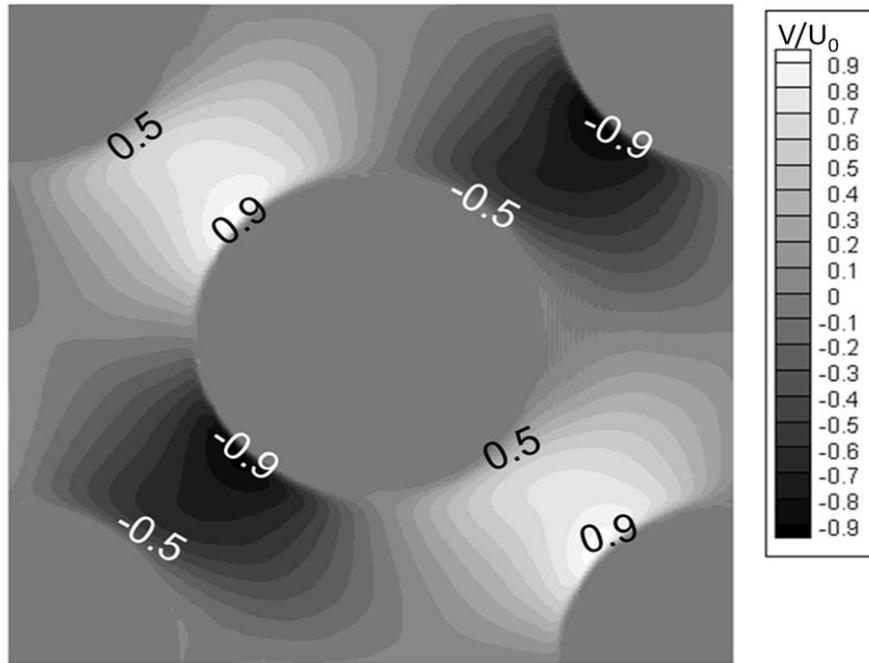


**Figura 25. Visualización de valores promedio de velocidad en la dirección longitudinal  $u$ , vista en el plano  $xy$ .**

En la figura 26 el flujo que va en la dirección  $v$  se enfrenta a mayores cambios de velocidad pues no es su dirección preferente.

El comportamiento de la velocidad instantánea en  $v$  es muy parecido al de su promedio. Es esta componente la que tiene influencia directa en los cambios de velocidad del flujo, una vez más se puede observar que el flujo avanza con mayor rapidez cuando pasa sobre los tubos.

a)



b)

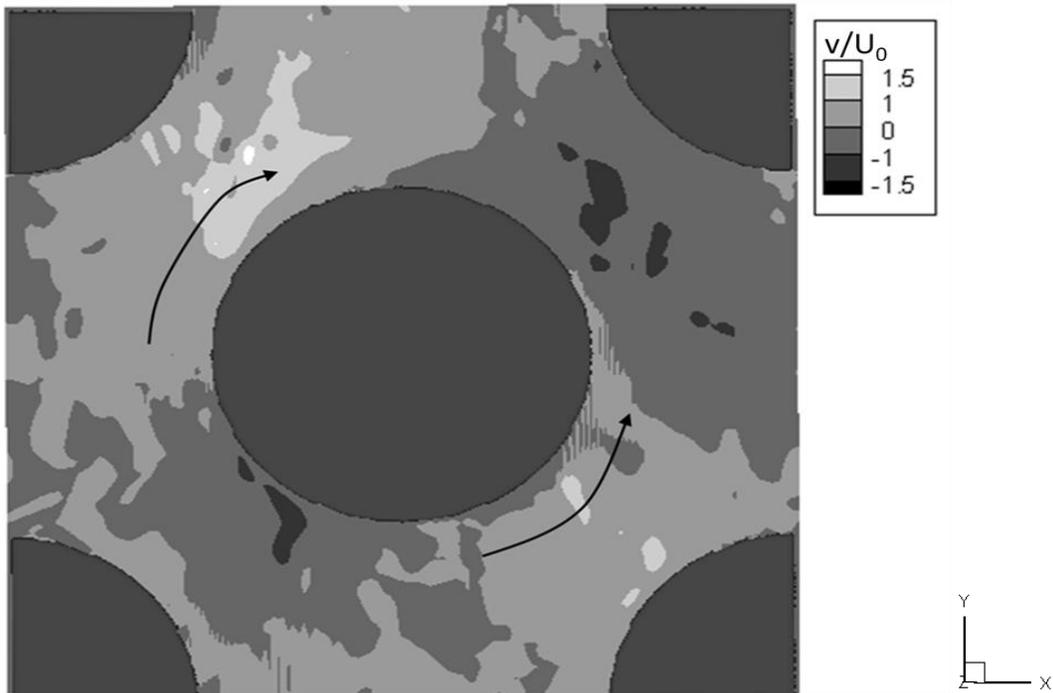
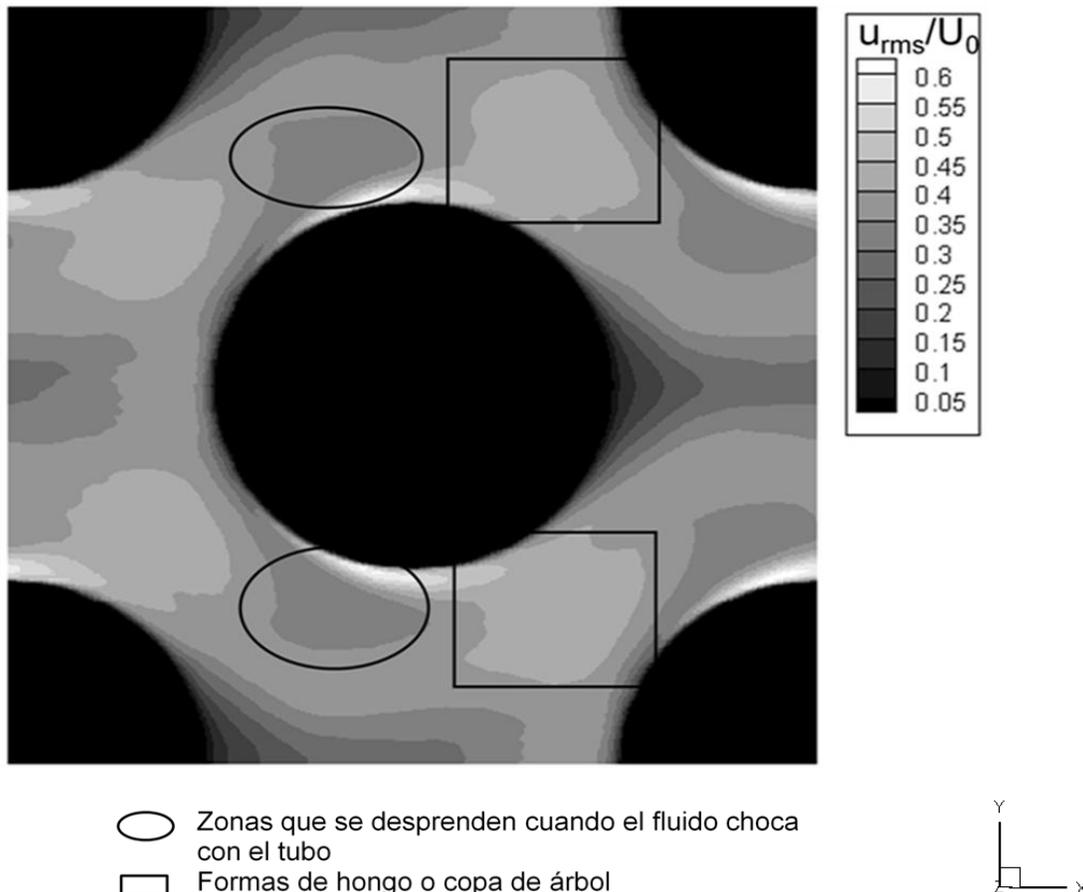


Figura 26. Comparación de visualizaciones de la velocidad del flujo. a) Valores promedio en la dirección transversal  $v$  (Los valores señalan que el flujo en las paredes hacia arriba avanza aumentando su velocidad, mientras que hacia abajo de los tubos ocurre una desaceleración; b) Valores instantáneos en la dirección transversal  $v$  (las flechas indican un flujo ascendente que tiene mayor velocidad).

Raíz media cuadrada (rms). La raíz media cuadrada de los valores medidos de las fluctuaciones es una medida de la intensidad de la turbulencia. El promedio de las fluctuaciones aparecen como valores rms, así es posible visualizar las regiones con fluctuaciones mayores y menores.

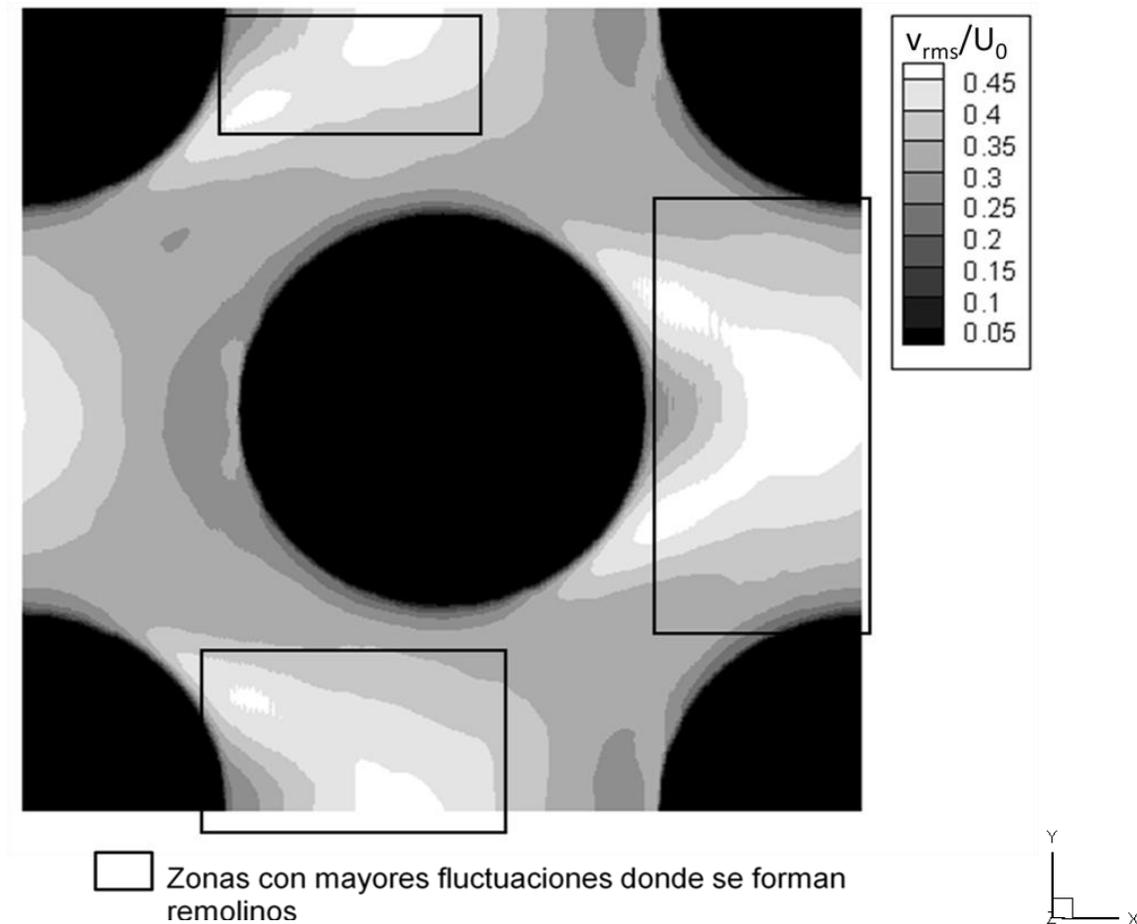
En la figura 27 se observa que Las mayores fluctuaciones toman formas definidas en todo el arreglo en un intervalo de tiempo. Las formas más destacadas se parecen a hongos o copas de árboles que se desprenden de los tubos y ganan fuerza después de chocar con ellos. Se centra la atención en el tubo central aunque esta acción ocurre en cada uno de los tubos.



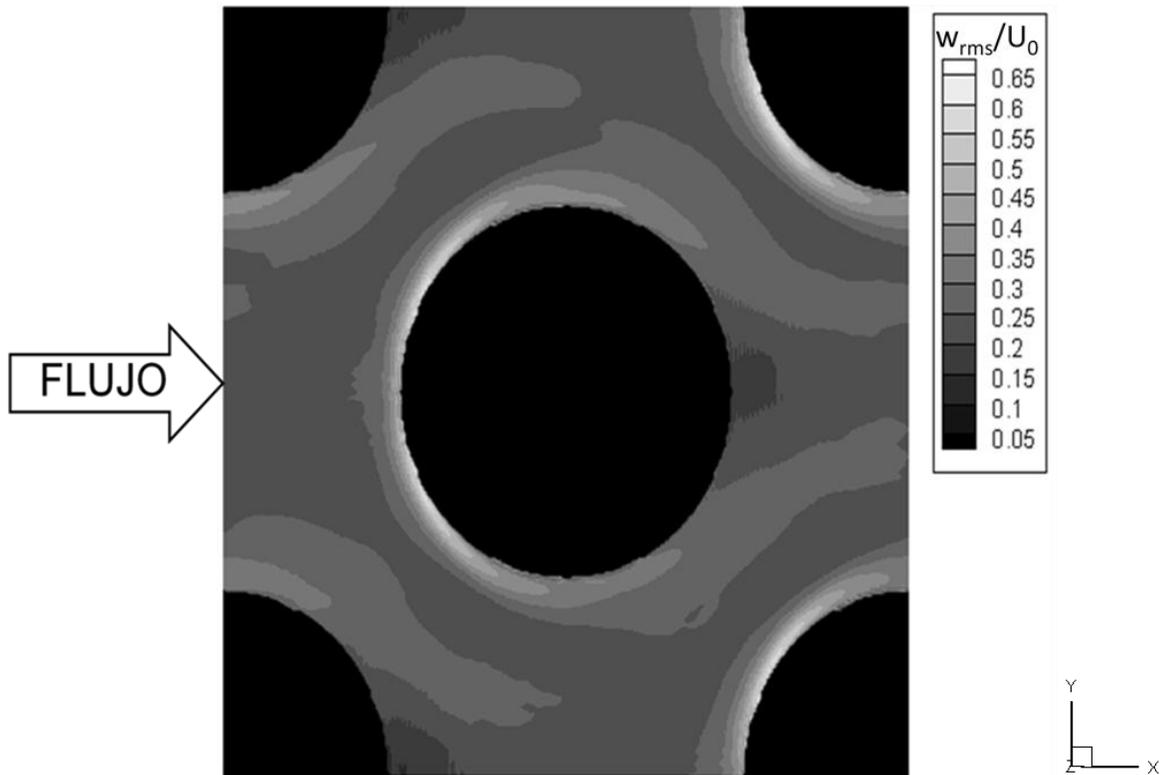
**Figura 27. Visualización de la raíz promedio cuadrada de las fluctuaciones en la dirección  $u$  en el plano  $xy$ .**

Las fluctuaciones mayores se van difundiendo es así como se lleva a cabo una convección de calor y se le añade más energía al fluido.

Para  $V_{rms}$  (figura 28) se notan las zonas con mayor desorden que coinciden con la figura 21 donde aparecen las líneas de flujo turbulento. Es la dirección con más desorden, las fluctuaciones que son las responsables de la formación de vórtices en estas zonas.



**Figura 28. Visualización de promedio de las fluctuaciones en la dirección transversal v. Vista desde el plano xy.**



**Figura 29. Visualización del promedio de las fluctuaciones en la dirección  $w$ , en el plano  $xy$ .**

En la figura 29 al considerar grandes escalas de turbulencia, en esta dirección no se aprecian zonas con fluctuaciones altas, las fluctuaciones sobresalen cuando el fluido choca con los tubos y se escurre por las paredes; esta situación indica que estamos hablando de un flujo cuasi bidimensional, ya que para considerarlo bidimensional las fluctuaciones no deberían haber aparecido.

## CONCLUSIONES

La simulación numérica es una solución al estudio de fluidos, se necesita un buen manejo de las ecuaciones de Navier-Stokes para poder adecuarlas al tipo de fluido y a su movimiento y darles solución en base a códigos numéricos. Con la validación se comprobó que las ecuaciones obtenidas rigen el movimiento del flujo turbulento dentro del arreglo del intercambiador de calor.

Las técnicas de visualización son importantes, la simulación nos ofrece la posibilidad de obtener resultados numéricos que se pueden visualizar en una pantalla. En este caso los cortes en el plano z permitieron observar el comportamiento general del flujo, también se pudo ver al flujo en planos bidimensionales. Usando isosuperficies se obtienen las imágenes de los tubos en tres dimensiones. La fuente del fluido tendrá mucha influencia en su desarrollo, será esa dirección la que inyecte la mayor cantidad de energía cinética, mientras la otra componente será en la que se genere el mayor desorden.

La generación de vórtices no produce un gran intercambio de calor, sin embargo le da energía al fluido, que se transforma en movimiento y calor. El flujo turbulento tiene un comportamiento aleatorio periódico, (esto se observa gracias a la visualización de los valores promedio, en donde se aprecia simetría en las imágenes), lo que mejora la mezcla. La velocidad de flujo principal hace posible que éste circule, y arrastre el flujo que pierde velocidad al chocar con la tubería. Es importante la turbulencia para mantener la energía y no solo confiarse en el calor transmitido por los tubos.

El estudio de fluidos es una rama de la ingeniería que sigue evolucionando y tiene gran aplicación en la industria, lo que impulsa al área de investigación a continuar aplicando modelos, como lo fue la Simulación de Grandes Escalas presentada en este trabajo, para el desarrollo de códigos que ofrezcan resultados con mayor exactitud tanto gráfica como numéricamente.

## BIBLIOGRAFÍA

BERSELLI, L. C., T Ilescu, W. J. Layton. Mathematics of Large Eddy Simulation of Turbulent Flows. New York, Springer, 2006.

ÇENGEL, Yunus A. Transferencia de calor. Tr. José Hernán Pérez. México: Mc Graw-Hill Interamericana, 2004. P 668-671

DAILY, N James. Dinámica de los fluidos, con aplicaciones en ingeniería. México: Trillas, 1969. 511p.

DAS, Sarit K. Process Heat Transfer. Harrow, United Kingdom, Alpha Science International, 2005. p. 1-3.

DE LA LAMA ZUBIRÁN, Marco Alfredo. Simulación numérica del flujo alrededor de un arreglo cruzado de tubos. México, Ciudad Universitaria, 2010, 128 p. Tesis Maestría. Universidad Nacional Autónoma de México. Facultad de Ingeniería, p 25-27,

GARCÍA, H. Marcelo. Hidrodinámica ambiental, Universidad Nacional del Litoral, 1996, pág. 130.

INCROPERA, Frank, P; David P. DeWitt. Fundamentos de transferencia de calor. Tr. Ricardo Cruz. México: Prentice- Hall Hispanoamérica, 1999.

JIYVAN Tu, et al, Computational Fluid Dynamics: a practical approach, USA, 2008 pp. 1-5, 24-27, 46-53.

KARLEKAR, Bhalchandra. Transferencia de calor; tr. Arturo Galán Martínez, México, McGraw-Hill, 1985, 794 p.

LESIEUR, M., & Compte P., (1997). Large-eddy simulation of compressible turbulent flows. Turbulence in Compressible Flows, AGARD/VKI Course,

LEVI, Enzo. Elementos de mecánica del medio continuo. México, Limusa-Wiley, 1971. 287 p.

LÖHNER Rainald, Applied CFD Techniques (An introduction based on finite element methods). Virginia, USA, Ed. Wiley, 2001 p 1-6.

POTTER, Merle C; David C. Wiggert ; [colaboración] Miki Hondzo. Mecánica de fluidos. tr. Rodolfo Navarro. México : International Thomson, 2002. 769p

RESINK, Robert; David Halliday, Física (parte 1), Tr. Raul Gómez Gonzáles, México, Ed. Continental, 1984 pp. 399-411, 513-531.

SHERMAN, Frederick S. Viscous Flow. New York, Mc Graw-Hill, 1990.

STREETER, Victor L. Mecánica de los fluidos. Santafe de Bogotá; México, Mc Graw- Hill Interamericana, 2000. 740 p.

SUTHERLAND, W, The viscosity of gases and molecular force, Philosophical Magazine, 1893, pp 507-531.

THOMAS, Lindon, C. Heat Transfer. Englewood cliffs, New Jersey, Prentice Hall, 1992

## MULTIMEDIA

Características flujos laminar y turbulento. Practicas de mecánica de fluidos.  
[www.unioviado.es/Areas/Mecanica.Fluidos/docencia/asignaturas/mecanica de fl  
uidos\\_minas/lp4.pdf](http://www.unioviado.es/Areas/Mecanica.Fluidos/docencia/asignaturas/mecanica_de_fluidos_minas/lp4.pdf)

### **International Journal of Heat and Fluid Flow.**

<http://www.sciencedirect.com/science/journal/0142727X>. Artículo: *Experimental study of turbulent cross-flow in a staggered tube bundle using particle image velocimetry*. Volume 28, Issue 3, June 2007, Pages 441-453

[www.rolcar.com.mx/images/Mecanico](http://www.rolcar.com.mx/images/Mecanico)

[www.colombianaderadiadores.com/v1/intercambiadores-de-calor.php](http://www.colombianaderadiadores.com/v1/intercambiadores-de-calor.php)

[www.tecplot.com](http://www.tecplot.com)

# APÉNDICE

## EXPERIMENTO DE SIMONIN & BARCOUDA

Un alto nivel de turbulencia y regiones de flujo cambiantes caracterizan el flujo turbulento a través de arreglos de tubos. Debido a esas razones, el anemómetro laser Doppler (LDA) y el velocímetro de imagen de partícula (PIV) son adecuados para el estudio del flujo a través de arreglos de tubos. Simonin y Barcouda (1986) efectuaron mediciones con un LDA en un arreglo de tubos. Ellos observaron una pequeña zona de recirculación detrás de los tubos y altos valores de la intensidad de la turbulencia. En un estudio posterior en el mismo paquete de tubos, Simonin y Barcouda (1988) llevaron a cabo mediciones después de la sexta fila. Se observó que la longitud de la zona de recirculación es la más alta detrás de la primer fila y decrece sucesivamente en las últimas filas.

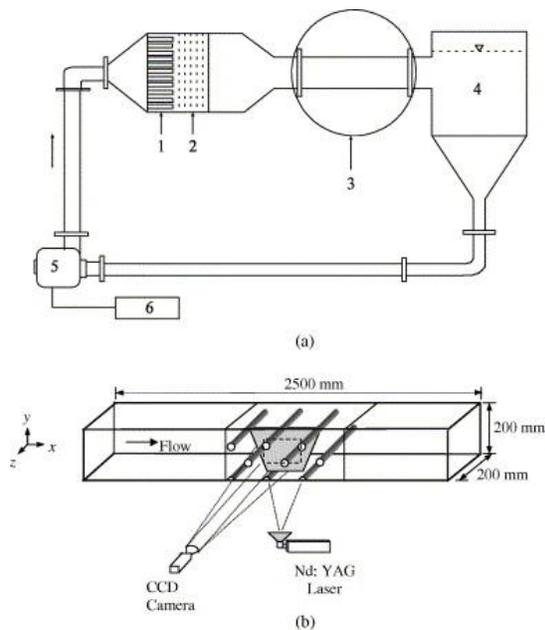


Fig. 1. Montaje del experimento. a) esquema del túnel de agua: 1 celda, 2 placa perforada, 3 sección de prueba, 4 tanque, 5 bomba y 6 controlador de velocidad y b) sección de prueba con cámara CCD y laser

## LEY DE SUTHERLAND

En 1893 el físico australiano William Sutherland publicó la relación entre la viscosidad dinámica ( $\mu$ ) y la temperatura absoluta  $T$ , de un gas ideal. Esta fórmula está basada en la teoría cinética de gases ideales y el potencial de fuerza intermolecular idealizado.

$$\mu = \mu_{ref} \left( \frac{T}{T_{ref}} \right)^{3/2} \left( \frac{T_{ref} + S}{T + S} \right) \dots\dots\dots (a)$$

$T_{ref}$  = temperatura de referencia  
 $\mu_{ref}$  = viscosidad a la temperatura de referencia  
 $S$  = temperatura de Sutherland

<b>Tabla de coeficientes</b>			
<b>Gas</b>	<b><math>\mu_{ref}</math>(kg/m•s)</b>	<b><math>T_{ref}</math>(K)</b>	<b>S(K)</b>
Aire	1.716x10-5	273.15	110.4