



Ciencia e Ingeniería  
de Materiales

UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE MÉXICO

POSGRADO EN CIENCIA E INGENIERÍA DE  
MATERIALES

INSTITUTO DE INVESTIGACIONES EN  
MATERIALES

“Modelado del hueso compacto como un sólido  
transversalmente isotrópico”

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:  
MAESTRO EN CIENCIAS E INGENIERÍA DE  
MATERIALES

P R E S E N T A

PINZÓN AGUIRRE RICARDO ARTURO

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Armando Ortiz Prado



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*Dedicado a mi familia:  
ustedes son lo más importante para mí,  
son la razón de que yo siga adelante,  
sólo puedo decir que realmente los amo.*

## **Agradecimientos.**

A la Universidad Nacional Autónoma de México por brindarme la oportunidad de ser una parte integral del desarrollo de México.

Al Instituto de Investigaciones en Materiales por las enseñanzas y el apoyo brindado durante mi estancia en la maestría.

A la Coordinación de Estudios de Posgrado y a CONACYT por todas las facilidades otorgadas y recursos proporcionados para la generación de este proyecto.

A la Facultad de Ingeniería por su dedicación a la formación de los profesionistas que requiere nuestro país.

A la Dirección General de Asuntos del Personal Académico de la UNAM por el apoyo brindado a través del proyecto PAPIIT IN 102009 Micromecánica del hueso.

A mi comité tutorial: Dr. Armando Ortiz Prado, Dra. María Cristina Piña Barba y Dr. Rafael Shouwenaars Franssens por sus enseñanzas, consejos y comentarios, sin los cuales no hubiera sido posible el desarrollo de esta investigación.

A los doctores Arturo Barba Pingarrón, Fermín Alberto Viniegra Heberlein y Jorge Montemayor Aldrete por sus valiosos comentarios y sugerencias que contribuyeron a mejorar este trabajo.

Al M. C. David Martínez Hernández y al M.C. Osvaldo Ruíz por sus comentarios, sugerencias y apoyo recibidos durante el desarrollo de este proyecto.

A mis compañeros Humberto, Sebastian y Federico, cuya amistad me resulta invaluable.

# INDICE

---

Resumen.....	I
Introducción.....	III
Objetivos.....	III
<b>1. CARACTERÍSTICAS GENERALES DEL HUESO</b> .....	<b>1</b>
Introducción.....	1
Composición del hueso.....	2
Clasificación del hueso.....	3
Hueso esponjoso.....	3
Hueso compacto.....	4
Comportamiento mecánico del hueso y ecuación constitutiva.....	5
Materiales transversalmente isotrópicos.....	7
Anisotropía y heterogeneidad.....	9
Plasticidad en el hueso.....	10
Densidad del hueso.....	11
Porosidad.....	13
Relación rigidez/dureza del hueso.....	14
Viscoelasticidad del hueso.....	15
Fractura del hueso.....	16
Ensayos para la determinación de las propiedades mecánicas de un material transversalmente isotrópico.....	21
Ensayo uniaxial en la dirección longitudinal.....	23
Ensayo de flexión.....	25
Ensayo uniaxial en la dirección transversal.....	27
Ensayo de torsión.....	28
Consideraciones generales para la obtención de muestras de hueso y la realización de los ensayos mecánicos.....	30
Maquinado del hueso.....	30
Tamaño y geometría de las muestras.....	30
Hidratación y temperatura.....	31
Rapidez de la prueba mecánica.....	31
Superficie de contacto herramienta-hueso.....	32
Factores <i>in vivo</i> .....	33
Región no lineal al inicio de la curva esfuerzo-deformación.....	34
<b>2. METODOLOGÍA</b> .....	<b>36</b>
Recolección del hueso.....	36
Limpieza y conservación del hueso.....	37
Maquinado de las muestras.....	37
Metodología para las muestras de compresión.....	38
Metodología para las muestras de torsión.....	41
<b>3. SIMULACIÓN NUMÉRICA</b> .....	<b>44</b>
Introducción.....	44
Obtención de las constantes elásticas.....	45
Simulación de las pruebas mecánicas.....	48
Compresión de probetas cúbicas en la dirección longitudinal.....	48
Compresión de probetas cúbicas en la dirección transversal.....	52

Torsión de muestras cilíndricas.....	55
Compresión de hueso cortical completo. ....	58
Flexión en tres puntos de la diáfisis.....	63
Flexión en cuatro puntos de la diáfisis.....	66
<b>DISCUSIÓN</b> .....	69
<b>CONCLUSIONES</b> .....	74
<b>REFERENCIAS</b> .....	75

## **Resumen.**

El título del presente proyecto es "Modelado del hueso compacto como un sólido transversalmente isotrópico". En la literatura, se ha reportado que el hueso compacto es un material viscoelástico, ésta característica del material dificulta la obtención de manera experimental de sus propiedades mecánicas y es por esto que en la mayoría de las investigaciones se desprecia ese comportamiento y que se le considera como un sólido elástico transversalmente isotrópico. Para la obtención del modelo del hueso en esta investigación, se hizo uso de algunas suposiciones que facilitaron su generación: se le consideró un material sólido elástico transversalmente isotrópico y homogéneo al que se le despreció la porosidad inherente a él. La solución del modelo, no sólo del hueso, sino de cualquier medio continuo, consiste en establecer las ecuaciones de equilibrio en conjunto con la ecuación constitutiva que gobierna a dicho material, lo cual plantea un sistema de ecuaciones diferenciales de segundo orden y cuya solución es muy complicada de obtener. Para poder adquirir una solución aproximada se han elaborado métodos numéricos, como es el caso del método de los elementos finitos, el cual facilita la solución del problema generando un sistema de ecuaciones que dependen solamente de variables puramente geométricas. Existe paquetería computacional comercial cuyo fin es el de resolver este tipo de cuestiones, un ejemplo de esto sería el programa Abaqus®, el cual fue utilizado aquí para obtener la solución de un modelo en tres dimensiones de probetas cúbicas y cilíndricas, así como de la diáfisis completa del hueso de bovino, todas ellas bajo distintas condiciones de frontera y de carga. En el primer capítulo de esta investigación se presentan los aspectos teóricos que tratan sobre la generación de las propiedades mecánicas del hueso y allí mismo también se establece que existe una variación de resultados cuando se comparan distintas investigaciones, siendo las causas principales de ello, que este material es un tejido vivo cuyas propiedades cambian de muestra a muestra y que no existe una norma que establezca la metodología para la obtención de las constantes elásticas. En el segundo capítulo se propone una metodología experimental para la obtención de las constantes elásticas solicitadas por el tensor de rigidez de un sólido transversalmente isotrópico. En el tercer capítulo se establecen los valores de las constantes elásticas y se realiza la simulación numérica del modelo utilizando el método de los elementos finitos. En el capítulo dedicado a la discusión se habla sobre los resultados obtenidos en las simulaciones y se hacen sugerencias sobre otras metodologías para la obtención de las propiedades elásticas, así mismo se explican las razones de la validez del modelo obtenido.

## **Abstract.**

The title of this project is "Compact bone modeling as a transversely isotropic solid." In the literature, it is reported that compact bone is a viscoelastic material. This feature of the material makes difficult to obtain mechanical properties experimentally and this is why in most of the investigations this behavior is rejected and it is considered as a transversely isotropic elastic solid. To obtain the model of the bone in this research, some assumptions were made making easier its generation, it was considered as a transversely isotropic elastic solid and as a homogeneous material in which its inherent porosity was rejected. The solution of the model, not only bone, but any continuous medium is to establish the equilibrium equations together with the constitutive equation that governs the material, which creates a second order system of differential equations whose solution is very difficult to obtain. In order to acquire an approximate solution, numerical methods have been developed, such as the finite element method, which facilitates the solution of the problem by generating a system of equations that

depends only on purely geometrical variables. There is commercial software whose purpose is to solve such issues, one example would be the program Abaqus ®, which was used here to obtain the solution of a three-dimensional model of cubic and cylindrical samples, as well as complete bone diaphysis of bovine, all under different boundary conditions and loads. In the first chapter of this research, the theoretical aspects dealing with the generation of the mechanical properties of bone were introduced, here it was also established that there is a variation of results when comparing among different studies, being the main causes of this that this material is a living tissue whose properties change from sample to sample and that there is no regulation stipulating the methodology to obtain the elastic constants. The second chapter proposes an experimental methodology for obtaining the elastic constants requested by the rigidity tensor of a transversely isotropic solid. The third chapter establishes the values of the elastic constants and performs the numerical simulation model using the finite element method. The chapter dealing with the discussion is about the results gotten from the simulation and some suggestions about other methods to obtain the elastic properties were suggested and also explain the reasons for the validity of the model obtained.



## **Introducción.**

El diseño de prótesis e implantes que mejoren las condiciones de vida de los individuos con alguna discapacidad es uno de los objetivos de la Bioingeniería. Para la creación de un buen diseño, es necesario contar con modelos que permitan simular las condiciones de carga y desplazamiento generadas durante el movimiento diario de las personas. En la actualidad existen varios modelos y teorías que intentan reproducir las condiciones mecánicas del material, por ejemplo, la mecánica de los sólidos celulares que describe el comportamiento del hueso trabecular o esponjoso y la mecánica del medio continuo que hace lo propio para el hueso compacto. El objetivo de este proyecto fue generar un modelo en tres dimensiones de la diáfisis completa, la cual está compuesta de hueso cortical o compacto, pero ya que utilizar la teoría de la mecánica del medio continuo lleva a resolver un sistema de ecuaciones diferenciales parciales de segundo orden cuya solución es sumamente difícil de obtener, se utilizó el método numérico de los elementos finitos resolviendo de esta forma un sistema de ecuaciones que dependen de variables geométricas; para este fin, en la actualidad se cuenta con paquetería computacional con la que es posible mostrar la geometría irregular de la diáfisis y las concentraciones de esfuerzos generadas al aplicar distintas condiciones de carga. Inevitablemente, sin importar el método o teoría que se utilice para generar un modelo, es necesario determinar la ecuación constitutiva que gobierne el comportamiento del material, así, para el caso de hueso cortical (suponiendo que su parte viscoelástica es despreciable), éste se puede modelar como un sólido elástico homogéneo transversalmente isotrópico, como es reportado en la literatura. Para caracterizar este tipo de materiales es necesario especificar cinco constantes elásticas, estos valores se pueden determinar utilizando distintas metodologías de experimentación como lo son las pruebas ultrasónicas, las pruebas mecánicas o la tomografía computarizada. En este proyecto se efectuaron experimentos mecánicos, determinando así los valores de dichas constantes elásticas y comparándolos con los valores reportados en la literatura.

Al modelo en tres dimensiones, creado en el programa de elementos finitos, finalmente se le proporcionó los valores de las constantes elásticas que caracterizan al hueso compacto y se realizó la simulación de varias condiciones de carga y de frontera, con lo cual se obtuvo las zonas de concentración de esfuerzos y probables regiones de fractura, elementos importantes en la creación de diseños biomecánicos.

## **Objetivos.**

- Proponer una metodología para la obtención de las propiedades mecánicas del hueso compacto.
- Efectuar el modelado de la diáfisis y simular distintas condiciones de carga y frontera.
- Llevar a cabo la comparación de los resultados experimentales con respecto a los resultados obtenidos mediante la simulación numérica (comparación de las fracturas generadas durante la experimentación y las zonas de concentración de esfuerzos de la simulación numérica).

# Capítulo 1.

## CARACTERÍSTICAS GENERALES DEL HUESO

---

### **Introducción.**

El hueso es un tejido conectivo especializado, con una sustancia intercelular de colágeno calcificada (Narváez, 2004) es un material vivo que se renueva continuamente y que experimenta una permanente reconstrucción durante la vida del individuo.

El tejido óseo es el más resistente y rígido del cuerpo humano. Es un tejido especializado encargado en soportar cargas. Sirve de soporte para las partes blandas y protege órganos vitales, como los contenidos en las cajas craneana, torácica y en el conducto raquídeo. Aloja y protege la médula ósea, formadora de las células de la sangre. Además de estas funciones, proporciona apoyo a los músculos, transformando sus contracciones en movimientos útiles y constituye un sistema de palancas que incrementan las fuerzas generadas en la contracción muscular (Lalegname, 2002; Ritchie, 2006).

A pesar de su resistencia y dureza, el comportamiento del tejido óseo es el de un material que se puede deformar de manera permanente, siendo capaz de remodelar su estructura interna en respuesta a las fuerzas a las que está sometido normalmente. Por ejemplo, la posición de los dientes en la bóveda dentaria puede ser modificada por presiones laterales ejercidas sobre los mismos por aparatos ortodóncicos. Se produce resorción ósea en el lado en que la presión actúa y secreción en el lado opuesto, que está sujeto a una tracción. De este modo el diente se mueve en el espesor del maxilar, a medida que el hueso alveolar es remodelado. Esta capacidad de reconstrucción no es exclusiva del hueso alveolar, siendo esto sólo un ejemplo de la plasticidad del tejido óseo, lo que contrasta con la apariencia inerte de un hueso seco.

El esqueleto contiene el 99 % del calcio del organismo y funciona como un reservorio de este elemento, cuyo nivel en la sangre (calcemia) y en los tejidos varía muy poco. El ion calcio es importante para el funcionamiento de diversos sistemas enzimáticos incluyendo los responsables de la contracción muscular y de la transmisión del impulso nervioso. En el medio extracelular, el calcio es esencial para diversas funciones, como la respuesta del músculo al estímulo nervioso, la coagulación de la sangre y la adhesión celular. Hay un intercambio continuo entre el calcio del plasma sanguíneo y el de los huesos. El calcio absorbido por la alimentación que haría aumentar el nivel de este elemento en la sangre, se deposita rápidamente en el tejido óseo y a la inversa, el calcio de los huesos es movilizado cuando disminuye su porcentaje en la sangre.

El tejido óseo está formado por células y un material intercelular calcificado, la matriz ósea. Las células son: 1) los osteocitos que se localizan en cavidades o lagunas en el interior de la matriz; 2) los osteoblastos, productores de la parte inorgánica de la matriz, y 3) los osteoclastos, células gigantes multinucleadas, relacionadas con la resorción del tejido óseo, que participan en los procesos de remodelación de los huesos (Junqueira, 1974).

Como no existe difusión de sustancias a través de la matriz calcificada del hueso, la nutrición de los osteocitos depende de canalículos que existen en la matriz. Esos canalículos permiten la comunicación de los osteocitos con sus vecinos, con las superficies externa e interna del hueso y con los canales vasculares de la matriz (figura 1.1).

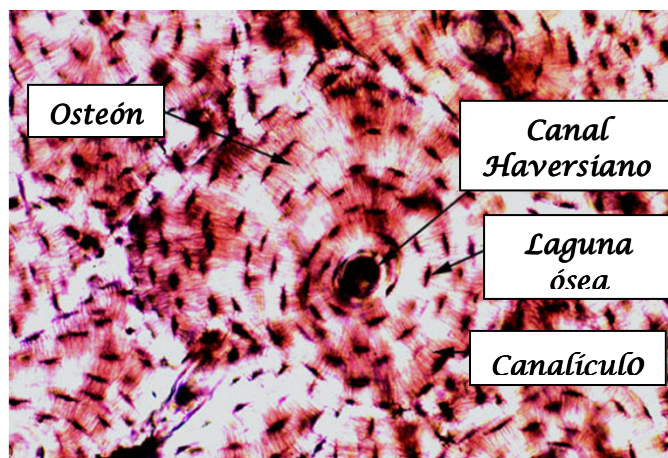


Figura 1.1. Micrografía de tejido óseo preparado por desgaste. Las lagunas y los canalículos aparecen en negro y rojo respectivamente. <http://legacy.owensboro.kctcs.edu/gcaplan/anat/Histology/osteon2.jpg>

En condiciones normales debe existir un equilibrio total entre los procesos de formación y destrucción ósea (Fawcett., 1989), para ello existen células formadoras de hueso (osteoblastos) y células destructoras (osteoclastos).

### Composición del hueso.

El hueso se compone de 65% de minerales y 35% de matriz orgánica, células y agua. El colágeno, que constituye el 90% de la porción orgánica de la matriz ósea, es predominantemente de tipo I y está compuesto por fibras que presentan un diámetro de 50 a 70 nm y difiere ligeramente del colágeno de los tejidos blandos debido a que posee un mayor número de enlaces cruzados intermoleculares.

Los iones que se encuentran con más frecuencia en la parte inorgánica son el fosfato y el calcio. Hay también bicarbonato de magnesio, potasio, sodio y citrato en pequeñas cantidades. El calcio y el fósforo forman cristales que, según muestran los estudios de difracción de rayos X, tienen la estructura de hidroxiapatita, con la siguiente fórmula química:  $(Ca)_{10}(PO_4)(OH)_2$ . En las micrografías electrónicas, los cristales de hidroxiapatita aparecen bajo la forma de agujas o tabletas alargadas. Estos cristales se disponen a lo largo de las fibrillas colágenas. Los iones de la superficie del cristal de hidroxiapatita son hidratados, existiendo por lo tanto una capa de agua e iones alrededor del cristal. Esta capa se denomina capa de hidratación, la cual facilita el intercambio de iones entre el cristal y el líquido intersticial (Ritchie, 2006; Budyn, 2007; Chen, 2009).

La parte orgánica de la matriz está formada por fibras colágenas y por una pequeña cantidad de sustancia fundamental amorfa que contiene glucoproteínas ácidas y neutras formadas por mucopolisacáridos asociados a proteínas (Currey, 2003).

La asociación de hidroxiapatita con fibras colágenas es la responsable de la dureza y resistencia

característica del tejido óseo (ver figura 1.2). El hueso desmineralizado, pierde la mayor parte de su dureza, pero es todavía bastante firme y flexible. Por otra parte si se extraen los constituyentes orgánicos de un hueso, éste pierde la mayor parte de su resistencia y es tan frágil como la porcelana. Así pues está claro que la dureza del hueso depende de sus componentes inorgánicos, mientras su resistencia y elasticidad dependen de su matriz orgánica, y particularmente del colágeno (Fawcett., 1989).

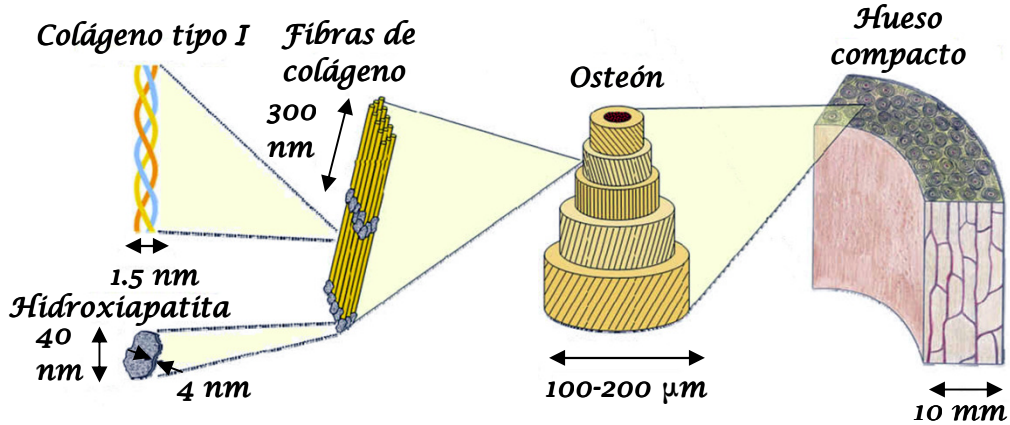


Figura 1.2. Jerarquía estructural del hueso compacto (Chen, 2009).

La matriz orgánica actúa para transmitir fuerzas a lo largo de la región mineral del hueso, y para prevenir su ruptura prematura como un material frágil. Si existiera un exceso de carga, la deformación de las fibras de colágeno involucraría: estiramiento, deslizamiento de elementos de unión, separación (a niveles molecular y/o, de fibras de colágeno) y finalmente, la ruptura de las fibras; todo esto en las regiones donde existiera una transmisión de fuerzas cortantes (Kotha, 2003; Bowman, 1996).

### Clasificación del hueso.

El hueso se puede clasificar por su densidad en esponjoso y compacto. La mayor parte de la masa del hueso está formada por capas de matriz ósea y su ordenamiento cambia según el tipo de hueso. La masa esquelética en el ser humano adulto está compuesta de 80 % hueso cortical y 20 % hueso esponjoso. El hueso, ya sea compacto o esponjoso, es laminar. Estas láminas o lamelas en conjunto forman trabéculas en el hueso esponjoso y osteones en el compacto.

### Hueso esponjoso.

Está formado por una red tridimensional de trabéculas óseas, que delimitan un laberinto de espacios intercomunicantes, ocupados por médula ósea como se muestra en la figura 1.3.

La mayoría de las trabéculas son relativamente delgadas y no contienen vasos sanguíneos en su interior, por ello no poseen sistemas Haversianos sino que son simplemente un mosaico de piezas angulares de hueso laminar que se denominan paquetes trabeculares y son funcionalmente análogos al osteón en el hueso compacto.

La epífisis y la metáfisis contienen en su mayoría hueso esponjoso o poroso con una delgada capa de hueso compacto (Lalegname, 2002). El conjunto de paquetes trabeculares o hemiosteones se mantienen unidos por medio de líneas cementales<sup>1</sup> (Weiss, 1982).

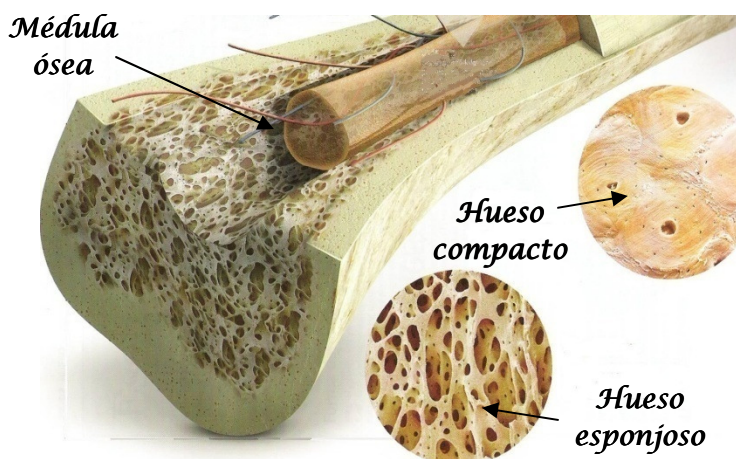


Figura 1.3. Fotografía de un corte del extremo proximal del humero, la figura se presenta aquí para mostrar el aspecto y distribución del hueso esponjoso y del compacto. <http://arteria.iespana.es/imagenes6/Imagen3.jpg>

Las lamelas en el hueso esponjoso aparecen como pilas de hojas o láminas curvadas dispuestas paralela o concéntricamente. Cada lámina tiene un espesor aproximado de 3 a 7  $\mu\text{m}$  y sus fibras colágenas están orientadas paralelamente. Las sucesivas laminaciones aparecen como capas alternadas brillantes y oscuras, como consecuencia de la diferente organización de fibras colágenas dentro de las láminas adyacentes. En microscopía electrónica de barrido, estas lamelas se visualizan como placas fibrosas separadas por bandas de cemento interlaminar.

En el hueso trabecular o esponjoso, la unidad estructural es el hemiosteon, el cual está formado por un conjunto de paquetes trabeculares. El paquete trabecular ideal tiene un radio de 600  $\mu\text{m}$ , 50  $\mu\text{m}$  de espesor y 1 mm de longitud. Al igual que en el hueso cortical, las líneas de cemento envuelven los paquetes trabeculares y los mantienen unidos.

### **Hueso compacto.**

Está formado por fibras de colágeno organizadas en laminas de 3 a 7  $\mu\text{m}$  de espesor que quedan paralelas unas a otras, o se disponen en capas concéntricas en torno de canales con vasos, formando la unidad estructural, el osteón o sistema de Havers. Espaciadas de un modo bastante regular por la sustancia intersticial del hueso existen cavidades, llamadas lagunas. En un corte transversal, los sistemas Haversianos aparecen como anillos concéntricos en torno a un orificio central. En la superficie externa del hueso cortical, inmediatamente por debajo del periostio, y sobre su superficie interna por debajo del endostio, hay varias laminillas que se extienden de modo interrumpido, son las laminillas circunferenciales internas y externas. En el hueso compacto, en razón de su orientación y de su relación con la estructura laminar del hueso vecino, se distinguen dos categorías de canales. Los canales longitudinales que ocupan el centro del osteón se llaman canales Haversianos (ver figura 1.4), dichos elementos se comunican unos con otros y con la superficie por medio de los conductos de Volkmann (Fawcett, 1989).

<sup>1</sup> Líneas cementales: sustancia que contiene hidroxipatita pero que carece de fibrillas colágenas.

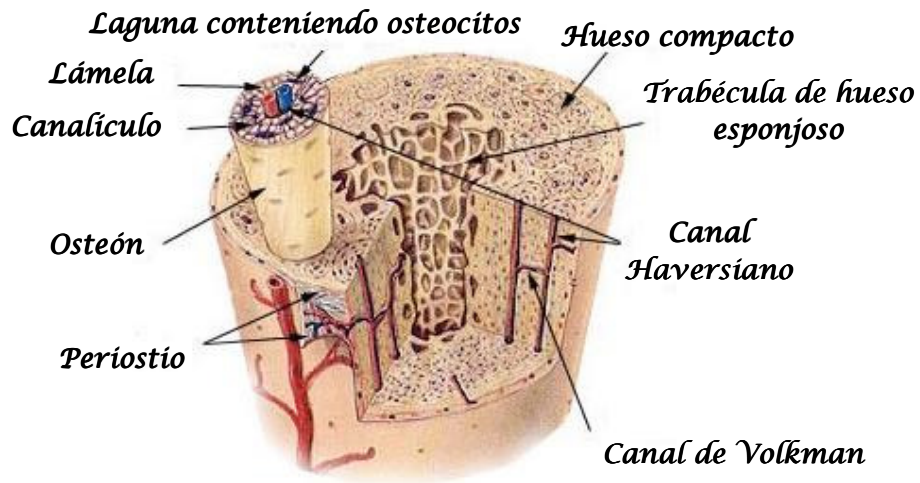


Figura 1.4. Esquema que muestra la estructura del hueso compacto (Junqueira, 1974).

Los osteones forman aproximadamente dos terceras partes del volumen del hueso cortical. Un osteón típico es un cilindro de alrededor de 200 a 250  $\mu\text{m}$  de diámetro y cada uno de estos están compuestos por los canales de Volkmann que se interconectan unos a otros formando una red ramificada. El área transversal de los osteones cambia dependiendo de la especie animal y del sitio anatómico (Cowin, 2001; Gibson, 1996). Dentro del canal central corren sangre, nervios y tejido conectivo que continua a través de la médula y del periostio. La longitud total de un canal que va desde el endostio hasta el periostio es de aproximadamente 1 cm. La pared del osteón está hecha de 20 a 30 lamelas concéntricas formando entre todas un espesor de cerca de 70 a 100  $\mu\text{m}$ . El borde exterior de cada osteón está cubierto por una capa de línea de cemento de 1 a 2  $\mu\text{m}$  de espesor, la cual consta de una matriz deficiente en fibras de colágeno.

En la tabla 1.1 se muestran algunos parámetros de las unidades estructurales del hueso cortical y del hueso esponjoso.

Tabla 1.1. Comparación de las unidades estructurales del hueso cortical y del hueso trabecular en adultos (Cowin, 2001).

Parámetro	Cortical (osteonal)	Esponjoso (paquete trabecular)
Longitud (mm)	2.5	1.0
Radio (mm)	0.6	0.6
Espesor de la pared (mm)	0.075	0.040
Número/mm <sup>3</sup>	15	40
Número total en el esqueleto	21 x 10 <sup>6</sup>	14 x 10 <sup>6</sup>

### Comportamiento mecánico del hueso y ecuación constitutiva.

El hueso es considerado un material compuesto<sup>2</sup> (Bowman, 1996) que está formado por dos fases, una matriz de colágeno (fase orgánica) en donde se encuentran dispersos cristales de hidroxiapatita (fase inorgánica o mineral).

Como material compuesto, el hueso es afectado por las propiedades mecánicas de ambas fases. Los cambios que toman lugar en la matriz orgánica, pueden ser una de las razones para la iniciación de las microfracturas en las muestras de hueso. Como es sugerido por Yeni, la falla

<sup>2</sup> Material compuesto: sistema de materiales formados por una mezcla de dos o más micro o macroconstituyentes que difieren en forma y composición y son insolubles entre sí.

por cortante entre las fibras de colágeno, debe ser uno de los principales factores iniciadores de microgrietas en el tejido del hueso debido al exceso de cargas.

Su comportamiento mecánico es anisotrópico (Lalegname, 2002; Currey, 2003; Reilly, 2010; Chen, 2009; Kotha, 2003) y difiere según el tipo que se estudie, de esta manera, en el hueso esponjoso existe una “dirección preferencial” de las trabéculas, por lo que el módulo de Young de este material varía dependiendo de la dirección que se analice, así se ha reportado que el comportamiento mecánico del hueso esponjoso en cabeza femoral es ortotrópico (An, 2000; Morgan, 2003). Por otro lado, el comportamiento del hueso compacto es el de un material transversalmente isotrópico ya que se ha reportado el mismo valor para el módulo de Young en todas sus direcciones transversales y un mayor valor de esta propiedad en la dirección longitudinal (Cowin, 2001; An, 2000; Ferreira, 2005; Dong, 2003; Shahar, 2007; Turner, 1993).

El comportamiento mecánico del hueso, considerándolo como un medio continuo deformable<sup>3</sup>, puede ser establecido con la ayuda de la teoría de la cinemática de la deformación, la descripción del estado de esfuerzos y de los cuatro principios básicos de la física del continuo: el principio de la conservación de masa, el principio de momento lineal, el principio de momento angular y el principio de conservación de la energía. En conjunto, estas relaciones elementales forman un sistema de ecuaciones diferenciales que son válidas para cualquier medio continuo. Esas igualdades no son suficientes para describir la respuesta del hueso, ya que se tiene que definir una ecuación constitutiva que tome en cuenta las características del material. En este momento se mencionará la primera de tres suposiciones que se hicieron a lo largo de esta investigación, las cuales fueron hechas para facilitar la obtención del modelo, en ésta se consideró al hueso como un material sólido elástico. Así, la ecuación constitutiva para un sólido elástico es:

$$T_{ij} = C_{ijkl}E_{kl} \quad (1.1)$$

donde  $\mathbf{T}$  es el tensor de esfuerzos de Cauchy,  $\mathbf{E}$  es el tensor de deformaciones y  $\mathbf{C}$  es el tensor de rigidez o de elasticidad. En total son 81 coeficientes en la ecuación 1.1.

La notación de índices de la ecuación 1.1 es confusa, pero ésta enfatiza el carácter tensorial de  $\mathbf{T}$  y  $\mathbf{E}$  (tensores de segundo orden) y  $\mathbf{C}$  (tensor de cuarto orden). La ecuación 1.1 es comúnmente escrita con la siguiente “notación compacta”, en la cual los índices se simplifican

$$T_i = C_{ij}E_j \quad (1.2)$$

de cualquier forma, debe aclararse que  $C_{ij}$  no son los componentes de un tensor de segundo orden y  $T_i$  y  $E_j$  no son vectores.

Si además, el material a investigar, en este caso el hueso, presenta planos de simetría, el número de coeficientes linealmente independientes se reduce a 5 para un material transversalmente isotrópico, como se verá más adelante.

<sup>3</sup> Medio continuo: porción de materia formada por un conjunto infinito de partículas (que forman parte, por ejemplo, de un sólido, de un fluido o de un gas) que al ser estudiado no se consideran las posibles discontinuidades existentes en él.

Una vez que se tienen las ecuaciones de equilibrio y las ecuaciones constitutivas, estas se integran imponiendo las condiciones iniciales o de frontera y se obtienen las soluciones, en este caso del campo de desplazamientos (Lai, 1996). Se debe hacer notar que los esfuerzos están relacionados con deformaciones unitarias que, a su vez, están relacionadas con desplazamientos. Esto conduce a resolver ecuaciones diferenciales parciales de segundo orden. A la solución de este conjunto de ecuaciones se le llama generalmente una solución exacta. Tales soluciones exactas existen para geometrías y condiciones de carga simples, que pueden encontrarse en los textos sobre teoría de la elasticidad. Para problemas de geometrías complejas y condiciones de frontera y de carga, la obtención de tales soluciones es una tarea casi imposible. Existen métodos numéricos con los cuales se obtienen soluciones aproximadas, como es el caso del método por elementos finitos<sup>4</sup>. Este método consiste básicamente en discretizar el cuerpo en regiones más pequeñas, llamadas elementos, los cuales se eligen de tal forma que tengan una sección transversal uniforme y que estén unidos unos a otros por medio de puntos llamados nodos  $q_n$ , así, es posible notar que entre mayor sea el número de elementos que formen el modelo, mejor será la aproximación de la solución.

### Materiales transversalmente isotrópicos.

Si existe un plano tal que cualquier superficie perpendicular a éste es un plano de simetría (en otras palabras, esas superficies son isotrópicas y su comportamiento es idéntico en cualquier dirección), por ejemplo el plano  $S_3$  de la figura 1.5, entonces el comportamiento de este material se define como transversalmente isotrópico.

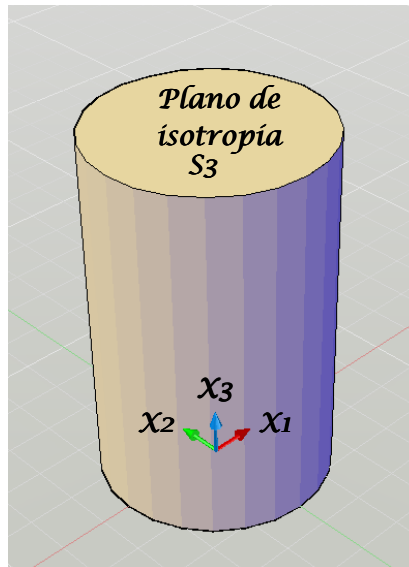


Figura 1.5. Esquema que muestra el plano de simetría  $S_3$  para un material transversalmente isotrópico.

Realizando el análisis correspondiente (Lai, 1996), se puede demostrar que el tensor de rigidez para un material transversalmente isotrópico es:

<sup>4</sup> Para una mejor descripción de éste método consultar la referencia Chandrupatla, 1999.



$$[C] = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2(C_{11} - C_{12})} \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

Relacionando el tensor de rigidez con la matriz de esfuerzos y la de deformaciones se puede escribir lo siguiente

$$\begin{pmatrix} T_{11} \\ T_{22} \\ T_{33} \\ T_{23} \\ T_{31} \\ T_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda + 2\mu_T & \lambda & & \lambda + \alpha & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu_T & & \lambda + \alpha & 0 & 0 & 0 \\ \lambda + \alpha & \lambda + \alpha & \lambda + 2\alpha + 4\mu_L - 2\mu_T + \beta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{11} \\ E_{12} \\ E_{33} \\ 2E_{23} \\ 2E_{31} \\ 2E_{12} \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

Observando la ecuación 1.4, se aprecia que el número de coeficientes independientes para un material transversalmente isotrópico es cinco:  $\lambda$ ,  $\mu_T$ ,  $\mu_L$ ,  $\alpha$  y  $\beta$ .

Para expresar el tensor de rigidez en términos de constantes utilizadas en ingeniería se debe invertir dicho tensor y obtener de ésta forma la matriz de complianza, la cual relaciona la matriz de deformaciones con la de esfuerzos.

$$\begin{pmatrix} E_{11} \\ E_{22} \\ E_{33} \\ 2E_{23} \\ 2E_{31} \\ 2E_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_1} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{21}}{E_1} & \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{13}}{E_1} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_{11} \\ T_{22} \\ T_{33} \\ T_{23} \\ T_{31} \\ T_{12} \end{pmatrix} \quad (1.5)$$

De esta última matriz se puede ver que las constantes ingenieriles necesarias para caracterizar un material transversalmente isotrópico son:  $E_1$  (módulo de Young en la dirección transversal),  $E_3$  (módulo de Young en la dirección longitudinal),  $\nu_{21}$  (coeficiente de Poisson del plano de isotropía o transversal),  $\nu_{13}$  (coeficiente de Poisson del plano 1-3, el cual se muestra en la figura 1.5) y  $G_{13}$  (módulo de corte en el plano 1-3). De la matriz de complianza se observa que sería necesaria una sexta constante para determinar el comportamiento mecánico del material, pero conviene recordar que  $G_{12}$  (módulo de corte en el plano 1-2) es una propiedad de un plano isotrópico por lo que se relaciona con las constantes anteriores mediante la ecuación para un material isotrópico:

$$G_{12} = \frac{E_1}{2(1 + \nu_{21})} \quad (1.6)$$

### Anisotropía y heterogeneidad.

Las propiedades mecánicas del hueso cortical dependen de la dirección de aplicación de la carga cuando se realiza el ensayo mecánico. El módulo elástico en la dirección longitudinal (paralelo al eje principal del hueso largo) es el mayor, el módulo en la dirección transversal (perpendicular al eje principal) es el menor y los módulos obtenidos entre los ángulos  $0^\circ < \theta < 90^\circ$  tienen valores intermedios (Cowin, 2001; Chen, 2009). La razón de esta anisotropía en el hueso compacto, es explicada por la orientación de las fibras de colágeno y de los osteones (Martin, 1993). Sasaki estudió la orientación de cristales de hidroxiapatita (HA) en mineral de fémur bovino y encontró que el eje principal de HA generalmente se orienta paralelo al eje longitudinal del fémur y que una cantidad significativa de ejes principales de HA están orientados en otras direcciones, particularmente perpendiculares a la dirección longitudinal. En esa investigación se concluyó que la anisotropía del hueso puede ser explicada si se toma en cuenta la distribución no totalmente paralela a la dirección longitudinal de los ejes de hidroxiapatita (Sasaki, 1989). Conclusiones similares fueron encontradas por Turner (Turner, 1995).

La variación de la resistencia debida a la orientación de la muestra ha sido estudiada por varios autores. Algunos valores de la resistencia a la tracción<sup>5</sup> en las direcciones longitudinal y transversal se muestran en la tabla 1.2.

Tabla 1.2. Valores de la resistencia a la tracción (Reilly, 2010).

Especie y autor	Resistencia a la tracción (x 10 <sup>6</sup> N/m <sup>2</sup> )	Dirección de la carga	Tipo de hueso
<b>Humano; Dempster</b>	95.3 ± 27.0	Longitudinal	Fémur
	9.9 ± 2.9	Transversal	Fémur
<b>Humano; Ko</b>	122 ± 1.1	Longitudinal	Fémur
	140 ± 1.2	Longitudinal	Tibia
<b>Humano; Sedlin</b>	86.5	Longitudinal	Fémur
<b>Bovino; Sweeney</b>	129	Longitudinal	Fémur
<b>Bovino; Burstein</b>	172 ± 22.0	Longitudinal	Fémur
	52.0 ± 8.0	Transversal	Fémur

La gran diferencia en los valores proporcionados por Dempster de la resistencia en esas dos direcciones fue tal vez debida a que usó hueso seco que posteriormente se rehidrató. Evans encontró que después de la deshidratación se producen grietas en el hueso cortical a lo largo de las líneas cementales entre los osteones. Si esas grietas causan concentraciones de esfuerzo, la resistencia determinada para hueso seco, mostraría una considerable disminución. Este efecto de los concentradores de esfuerzo sería más marcado cuando los esfuerzos de tracción fueran aplicados perpendiculares al plano de la grieta, esto es, en la dirección transversal (Reilly, 2010).

El comportamiento anisotrópico de la resistencia a la tracción y las diferencias de la deformación en la fractura fueron explicados por Maj. Él reportó solamente las cargas

<sup>5</sup> La resistencia a la tracción es el esfuerzo en el punto máximo del diagrama esfuerzo-deformación nominales para un material bajo un ensayo de tracción.

necesarias para producir la falla, y encontró una gran anisotropía en la resistencia de hueso de bovino con las cargas aplicadas en las direcciones longitudinal y transversal, cuyas proporciones fueron de 6:1 (Reilly, 2010).

El hueso cortical es mecánicamente heterogéneo (Ritchie, 2006; Fomells, 2005; Yang, 2006; Budyn, 2007) lo cual ha sido documentado desde hace más de 50 años por Evans y Lebow (Reilly, 2010), ellos encontraron que, la región localizada en el centro de la diáfisis, soporta el mayor esfuerzo antes de la fractura y tiene además el mayor módulo de elasticidad. Dividiendo la diáfisis en cuadrantes, ellos también encontraron que los cuadrantes laterales tienen la mayor resistencia a esfuerzos de tracción, mientras que el cuadrante anterior tiene la menor. McAlister y Moyle estudiaron la resistencia a la compresión de hueso cortical femoral, dividiendo este hueso en cuadrantes. Ellos encontraron un menor valor de estas propiedades en el cuadrante anterior que en los restantes, demostrando que las propiedades mecánicas del hueso cortical son más homogéneas a lo largo del eje longitudinal que alrededor de la circunferencia (Vashishth, 2008).

Aquí se mencionará la segunda suposición utilizada para facilitar la obtención del modelo del hueso compacto, considerándolo como un material homogéneo.

### Plasticidad en el hueso.

La deformación plástica es la deformación en la cual, un material, después de que la carga le es retirada, este no recupera su forma original. Reilly mostró que las muestras de bovino (cortadas a lo largo del eje axial del hueso completo y sujetas a ensayos de tracción) exhiben una considerable deformación plástica. Una curva típica de esfuerzo-deformación mostrando este comportamiento se aprecia en la figura 1.6 (Reilly, 2010).

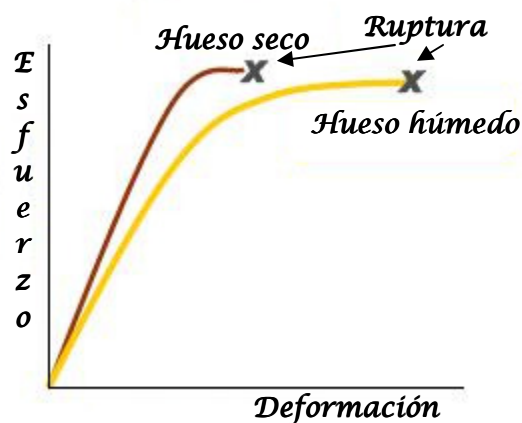


Figura 1.6. Curva esfuerzo-deformación; comportamiento plástico del hueso húmedo contra el comportamiento frágil del hueso seco (Angulo, 2010).

Este comportamiento es especialmente importante durante la época de crecimiento del aparato locomotor, y se debe tener en cuenta para evitar las deformaciones óseas permanentes que pudieran tener lugar durante el desarrollo definitivo en la forma de determinados huesos.

El hueso seco (sin el contenido del 10% de agua en el tejido) posee un mayor módulo de elasticidad, es más duro bajo deformación elástica y tiene una ruptura más tardía, pero por otra

parte, es más frágil y tiene menor comportamiento plástico, mientras que el hueso húmedo es más dúctil y posee un comportamiento plástico considerable antes de la fractura, sin embargo, es difícil observarlo en la clínica, excepto en los niños (Angulo, 2010).

El incremento de la energía de absorción del hueso húmedo fue discutido por Evans; el mostró un valor de la deformación en la fractura de 0.016 (Cowin, 2001). En la figura 1.6 se muestran las áreas bajo las curvas esfuerzo-deformación, las cuales representan el trabajo o energía necesarios para producir la fractura. La dirección en la cual la carga es aplicada en las muestras, también afecta la deformación plástica. Si la dirección de la carga es perpendicular al eje axial del hueso, el material muestra poca deformación plástica (Angulo, 2010).

Casi el 70 % de la deformación total, antes de la falla, es plástica; la deformación plástica fue demostrada por diferentes investigadores. Sedlin publicó un diagrama usando ensayos de tracción en hueso humano, y concluyó que el comportamiento de sólido lineal elástico (de Hooke) es una buena aproximación al comportamiento del hueso. Dempster mostró una curva esfuerzo-deformación para hueso húmedo compacto y concluyó que la curva se aleja del comportamiento lineal justo antes de que la muestra fallara. Reilly mostró una componente plástica de la deformación en hueso humano, similar a la de bovino, y sugirió que Dempster no estaba obteniendo la capacidad de deformación total del tejido. Esta misma sugerencia aplica al trabajo de Sweeney y de McElhaney quienes mostraron deformaciones en la fractura por tracción de 0.010 y 0.012 respectivamente. Las deformaciones en la fractura reportadas por Reilly, a una velocidad de deformación de  $0.1 \text{ s}^{-1}$  (un incremento del 10 % en longitud cada segundo) fueron de 0.029<sup>6</sup> para bovino y 0.046 para humano (Reilly, 2010).

Resulta evidente que los mecanismos responsables de la deformación plástica en hueso no son los mismos causantes de la deformación plástica en metales; Reilly expresó que un mecanismo de “formación de cavidades” puede ser el responsable del comportamiento dúctil del hueso en ensayos de tracción, basándose en observaciones que muestran que la transmisión de luz en un hueso disminuye después de que éste alcanza el punto de fluencia y entra en la fase plástica. Por mecanismo de formación de cavidades, el autor se refiere a la separación del material o a un rompimiento de uniones moleculares sobre los planos paralelos al eje longitudinal. Cuando se le aplican cargas de compresión, el hueso exhibe una deformación plástica debida a otro mecanismo, por lo tanto se puede hablar de una plasticidad estructural, o deformación plástica que depende de los desplazamientos geométricos del material, más que en la ductilidad de sus constituyentes. Chamay describió unas líneas de deslizamiento en la prefalla sobre la corteza de muestras del cúbito de hueso canino, en una configuración de cargas repetidas de pandeo plástico. Él atribuyó esas líneas a la falla por cortante del hueso pues notó que estas no estaban presentes en ensayos de tracción (Reilly, 2010).

## Densidad del hueso.

Un método clásico para determinar la densidad fue inventado por Arquímedes basándose en su ley de flotabilidad. El principio de Arquímedes establece que la densidad de un hueso puede determinarse utilizando los pesos del hueso seco y del hueso sumergido

---

<sup>6</sup> Debido a que la deformación es una cantidad adimensional, el valor 0.029 representa un cambio de 2.9% en longitud.

$$\rho_{hueso} = \rho_{fluido} \frac{W}{W - S} \quad (1.7)$$

donde  $W$  es el peso del hueso deshidratado y  $S$  es el peso del hueso sumergido,  $\rho_{fluido}$  es la densidad del fluido en el cual el hueso es sumergido (Cowin, 2001; Bayraktar, 2004; Carter, 1976). La densidad del hueso puede determinarse para hueso hidratado o para hueso seco, en el cual toda el agua interna ha sido evaporada. Para muestras de hueso esponjoso, la médula debe ser removida antes de la medición de la densidad. Un fluido que es comúnmente usado para determinar el peso del hueso sumergido es el alcohol etílico ( $\rho_{fluido} = 0.789$ ). Para hueso cortical se ha reportado una densidad de aproximadamente  $1.9 \text{ g/cm}^3$

Otra medición de densidad comúnmente usada para el hueso esponjoso es la densidad aparente que es calculada como el peso de la muestra de hueso, después de que la médula ha sido removida, dividida por su volumen total incluyendo los poros.

$$\rho_{aparente} = \frac{W_{hueso}}{V_{total}} \quad (1.8)$$

La densidad aparente para hueso cortical es básicamente la misma que la densidad material, por lo que no es común distinguir entre ambas.

La porosidad del hueso puede determinarse usando la densidad aparente  $\rho_{aparente}$  y la densidad del hueso  $\rho_{hueso}$

$$P = \left(1 - \frac{\rho_{aparente}}{\rho_{hueso}}\right) \quad (1.9)$$

Finalmente se ha reportado una relación positiva entre la densidad del hueso cortical y sus propiedades mecánicas (Yeni, 1998). Correlaciones entre la densidad aparente y el módulo de elasticidad han sido publicadas por muchos autores (Gómez, 2008; Carter, 1976). Carter y Hayes obtuvieron una relación válida para cualquier rango de densidad presentada en la ecuación siguiente, producto de pruebas con probetas de huesos humanos y bovinos:

$$E = E_c \dot{\epsilon}^{0.06} \left(\frac{\rho}{\rho_c}\right)^3 \quad (1.10)$$

donde:

$E$ : Módulo de elasticidad a la compresión (MPa).

$\rho$ : Densidad aparente ( $\text{g/cm}^3$ ).

$E_c$ : Módulo de elasticidad a la compresión del hueso compacto con una densidad  $\rho_c$  a una tasa de deformación de  $1 \text{ (s}^{-1}\text{)}$ .

$\dot{\epsilon}$ : Velocidad de deformación<sup>7</sup> o tasa de deformación del material ( $\text{s}^{-1}$ ).

---

<sup>7</sup> La velocidad de deformación es una magnitud que mide el cambio de deformación con respecto al tiempo. Para problemas uniaxiales es simplemente la derivada temporal de la deformación longitudinal, mientras que para problemas tridimensionales se representa por un tensor de segundo orden (Lai, 1996).

Hight y Brandeau calcularon el módulo de elasticidad determinado con pruebas de compresión  $E_c$  del hueso compacto a una densidad  $\rho_c$  y una tasa de deformación de  $1 \text{ (s}^{-1}\text{)}$ , la cual expresa el módulo de elasticidad longitudinal de hueso cortical humano en función de la velocidad de deformación. Posteriormente fue ajustada por Cowin con los datos reportados por Crowninshield y Pope para hueso bovino, resultando finalmente la ecuación (Gómez, 2008):

$$E_c(\text{GPa}) = 11.69 \varepsilon^{0.01798} \quad (1.11)$$

### Porosidad.

Los grandes efectos de la porosidad del hueso cortical sobre las propiedades mecánicas han sido ampliamente estudiadas (An, 2000). Es fácil entender que un hueso muy poroso tiene una menor resistencia mecánica. La porosidad  $p$  se define como la relación entre el volumen de vacío y el volumen total. La porosidad en hueso esponjoso varía de 70 a 80 % del volumen total del hueso y en cortical de 2 a 3 % (Lalegname, 2002; Budyn, 2007).

La porosidad en hueso cortical puede aumentar en estados de enfermedad hasta valores de 10 a 12 %. En hueso humano, la porosidad se incrementa yendo del periostio al endostio y es más grande cerca de la superficie del endostio a causa de la remodelación continua del material. Este gradiente es aún más evidente en gente anciana y en individuos con osteoporosis. La porosidad del hueso está relacionada inversamente con su resistencia y con el módulo de Young (Ritchie, 2006), sin embargo, aún existen debates acerca de la ley de potencia que relacione mejor la densidad aparente (la cual está relacionada con la porosidad) con el módulo. Schaffler y Burr proponen una ecuación para hueso cortical de bovino que relaciona la porosidad con el módulo de Young (An, 2000)

$$E = 33.9 (1 - p)^{10.9} \quad (1.12)$$

La ecuación de Currey se puede aplicar al hueso compacto de una gran variedad de especies animales bajo tracción (An, 2000):

$$E = 23.4 (1 - p)^{5.74} \quad (1.13)$$

Algunos estudios sugieren una relación cúbica entre la porosidad y el módulo de Young para hueso cortical y esponjoso (Cowin, 2001; Chen, 2009)

$$E = 12.4 (1 - p)^3 \quad (1.14)$$

Bonfield y Clark han expresado una ecuación que toma en cuenta la porosidad (Chen, 2009):

$$E = E_0 (1 - 1.9 p + 0.9 p^2) \quad (1.15)$$

en donde

$E$  es el módulo elástico medido.

$E_0$  es el módulo elástico de la muestra sin porosidad

La porosidad es más fácilmente medible microscópicamente en dos dimensiones, aplicando técnicas de conteo de puntos a secciones transversales del hueso, dicha medida se puede

expresar como un número adimensional o como un porcentaje del área o volumen total (Bayraktar, 2004). Aún para estructuras altamente anisotrópicas, la medición de la porosidad no está afectada por la orientación de la sección, con excepción del hueso cortical donde la medición en secciones longitudinales proporcionará valores más altos de porosidad comparados con mediciones de las secciones transversales. Esto es debido a la direccionalidad de los canales de Havers.

La tercera y última suposición utilizada para facilitar la generación del modelo de hueso compacto fue la de despreciar su porosidad inherente.

### **Relación rigidez/dureza del hueso.**

Los diagramas de esfuerzo-deformación, para la mayoría de los materiales, exhiben una relación lineal entre el esfuerzo y la deformación unitaria dentro de la región elástica, obedeciendo la ley de Hooke;  $\sigma = E\varepsilon$ , donde  $E$  es el módulo de elasticidad o módulo de Young. El módulo de elasticidad es una propiedad mecánica que indica la rigidez de un material, es decir, la resistencia de un material a la deformación elástica. Cuanto mayor es el módulo, más rígido es el material y menor es la deformación elástica que se origina cuando se aplica un determinado esfuerzo. Los materiales que son muy rígidos, como el acero, tienen valores muy grandes de  $E$  ( $E_{ac} = 200$  GPa), mientras que materiales como el hule vulcanizado, pueden tener valores bajos ( $E_{hu} = 0.70$  MPa).

Otra propiedad mecánica a considerar es la dureza, la cual es una medida de la resistencia de un material a la deformación plástica localizada (por ejemplo, una pequeña abolladura o rayadura). Un material duro tiene un límite de proporcionalidad<sup>8</sup> elevado, contrario al comportamiento de un material blando, el cual tiene una magnitud pequeña de éste parámetro. Los primeros ensayos de dureza se basaban en el comportamiento de los minerales junto con una escala construida según la capacidad de un material para rayar a otro más blando.

El hueso como material, tiene valores intermedios de contenido mineral, rigidez y dureza. Aunque la mayoría de huesos compactos tienen aproximadamente las mismas propiedades mecánicas, hay algunos valores extremos, como el cuerno de alce, el cual tiene un módulo de Young de tan sólo 5 GPa (rigidez relativamente baja) pero es extremadamente duro (Currey, 2003), o el diente de ballena que tiene un módulo cerca de 40 GPa (rigidez alta) pero es extremadamente frágil<sup>9</sup>. La mayoría de estas diferencias son causadas por la cantidad de mineralización, aunque la anisotropía estructural puede ser también responsable. Los cuernos de alce son usados para la pelea y aunque tienen una baja mineralización, son muy resistentes al impacto (condición donde la rapidez de aplicación de la carga en el material es muy alta). Los huesos del oído, por otro lado, necesitan ser muy rígidos por razones acústicas y son altamente mineralizados, muy rígidos pero débiles y quebradizos. Los huesos del oído soportan cargas bajas durante la vida del individuo y tienen un alto grado de mineralización.

Es sobre las propiedades de un amplio rango de cantidad de mineral donde es apreciable la relación de rigidez/dureza. Como con la mayoría de los materiales, parece ser imposible

---

<sup>8</sup> Límite de proporcionalidad: punto donde se considera que termina la relación lineal de la gráfica esfuerzo-deformación y comienza el comportamiento permanente o plástico.

<sup>9</sup> Los materiales frágiles son aquellos que exhiben poca o ninguna deformación plástica antes de la fractura, mientras que los materiales dúctiles exhiben altas deformaciones plásticas antes de la falla.

encontrar un tipo de hueso que sea al mismo tiempo rígido y duro. La adaptación del hueso actúa de tal manera que se optimizan las propiedades mecánicas del hueso, haciéndolo o muy quebradizo, o muy dúctil.

### **Viscoelasticidad del hueso.**

Algunos materiales sólidos están descritos, en el rango de pequeñas deformaciones, mediante la ecuación de Hooke de la elasticidad lineal, donde el esfuerzo  $\sigma$  es proporcional a la deformación  $\epsilon$ . La ley de Hooke para una condición uniaxial de carga se puede escribir  $\sigma = E\epsilon$  donde E es el módulo de Young. En realidad, la mayoría de los materiales no obedecen ésta ley y una manera de comportarse es viscoelásticamente. En los materiales viscoelásticos<sup>10</sup>, la relación entre el esfuerzo y la deformación depende del tiempo (de la tasa de deformación) o de la frecuencia de la carga de oscilación. La anelasticidad es un caso especial de viscoelasticidad en la cual una recuperación total ocurre después de retirar la carga transitoria.

El fenómeno de la viscoelasticidad incluye los siguientes fenómenos físicos.

- Si el esfuerzo se mantiene constante, la deformación aumenta con el tiempo (fluencia viscoelástica).
- Si la deformación se mantiene constante, el esfuerzo disminuye con el tiempo (relajación de esfuerzos).
- Si la prueba se hace a velocidad de deformación constante, la rigidez efectiva depende de la velocidad de deformación.
- Si es aplicada una carga cíclica, ocurre histéresis (un desfase  $\delta$  entre el esfuerzo y la deformación), lo que representa una disipación de la energía mecánica.

El estudio de la viscoelasticidad en hueso es importante dentro de varios contextos. Por una parte el hueso, en su papel estructural dentro del cuerpo, exhibe comportamiento viscoelástico, lo cual tienen una influencia en el desempeño del material. Finalmente, la relación entre viscoelasticidad y microestructura, al igual que otras propiedades físicas, puede ser aprovechada para la realización de pruebas de viscoelasticidad como una herramienta de diagnóstico (Cowin, 2001).

La viscoelasticidad en hueso ha sido estudiada desde 1876 por Rauber; él estudió el fenómeno de fluencia viscoelástica, la anisotropía y la resistencia del hueso. Los resultados obtenidos por varios autores de tracción/compresión fueron convertidos a una representación común y comparados por Lakes y Katz (Lakes, 1974).

Currey encontró que después de 10 días de carga bajo el fenómeno de fluencia viscoelástica, la deformación fue 33 % más grande que al iniciar la prueba. Después de remover la carga, la mayoría de la deformación se recuperó. Una siguiente prueba de fluencia viscoelástica por 55 días, produjo una deformación de 53 % y la mayoría de esta deformación se recuperó después de 234 días. La deformación producida durante una prueba de fluencia viscoelástica, bajo cargas bajas, es anelástica o viscoelástica recuperable. Currey también encontró que la deshidratación del hueso frena pero no elimina la respuesta anelástica, el comportamiento de

---

<sup>10</sup> Los materiales viscoelásticos comparten propiedades tanto elásticas como viscosas por lo que un modelo que describe su comportamiento consiste en la unión de un resorte con un amortiguador.



una muestra deshidratada y vuelta a humedecer, fue similar al comportamiento cuando estaba fresca e hidratada (Currey, 1965).

Lugassy y Korostoff llevaron a cabo experimentos de relajación de esfuerzos y encontraron que la relajación fue más grande en magnitud para compresión transversal que para compresión longitudinal (Cowin, 2001). Sasaki estudió la relajación en pruebas de flexión para tiempos de 10 a  $10^5$  s. El tiempo más corto estudiado en esas pruebas corresponde a cerca de 0.016 Hz en el dominio de la frecuencia (Sasaki, 1995).

Sedlin desarrolló un modelo cuantitativo reológico, el cual da explicación de los elementos elástico, plástico y viscoelástico del comportamiento mecánico del hueso, pero ninguna de las constantes para este modelo fueron presentadas (Reilly, 2010).

McElhaney investigó la respuesta de cubos de bovino a cargas de compresión a varias velocidades de deformación y encontró que el módulo de Young se incrementaba, la resistencia del hueso se incrementaba y la deformación en la fractura disminuía, todo esto con el incremento de la velocidad de deformación (ver tabla 1.3).

Tabla 1.3. Módulos de elasticidad a diferentes velocidades de deformación por McElhaney de Reilly (Reilly, 2010).

Velocidad de deformación (1/s)	Resistencia a la compresión ( $\times 10^6$ N/m <sup>2</sup> )	Módulo de Young ( $\times 10^9$ N/m <sup>2</sup> )	Deformación en la fractura (%)
0.001	176	18.6	1.88
0.01	207	20.0	1.82
0.1	231	24.1	1.75
1.0	252	27.6	1.25
300.0	283	33.1	1.00
1500.0	365	42.1	0.90

Las investigaciones de Burstein y Frankel estuvieron enfocadas con la respuesta del hueso completo bajo cargas torsionales aplicadas en diferentes velocidades de deformación. Sus resultados estuvieron en concordancia con los de McElhaney en que al aumentar la velocidad de deformación, la resistencia aumentaría, pero en contraste a lo que ellos encontraron, la deformación en la fractura se incrementaría al aumentar la velocidad a la deformación (Reilly, 2010).

## Fractura del hueso.

Como otros materiales estructurales, la fractura del hueso puede ser caracterizada por teorías mecánicas de la fractura elástica lineal. En este caso, para un material elástico lineal, donde cualquier comportamiento plástico es limitado a una pequeña región en la punta final de la grieta, los campos de esfuerzos y deformación locales existentes en esta punta o extremos, están definidos por el factor de intensidad de esfuerzos  $K$ . Este valor  $K$  puede ser definido por el modo I (cargas de tracción), modo II (cargas cortantes) o modo III (cargas de desgarre, ver figura 1.7), en términos de la configuración geométrica de la grieta, el esfuerzo aplicado  $\sigma_{app}$ , y tamaño de la grieta,  $a$ .

$$K_{(I,II,III)} = Q\sigma_{app}(\pi a)^{1/2} \quad (1.16)$$

donde  $Q$  es un parámetro adimensional dependiente de la geometría de la probeta y la forma de aplicación de la carga (los modos I, II o III). La tenacidad a la fractura está entonces definida por una forma particular de carga, conocida como el valor crítico de la intensidad de esfuerzos  $K_c$ .

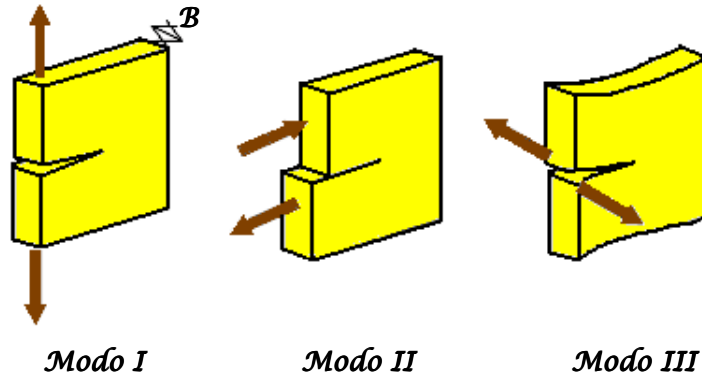


Figura 1.7. Modos de fractura (Ritchie, 2006).

Una descripción alternativa para la mecánica de la fractura, la cual ha sido usada en estudios de la fractura del hueso, expresa la tenacidad en términos de un valor crítico del coeficiente de energía liberada durante la deformación,  $G_c$ , definida como el cambio de la energía potencial por unidad de incremento en el área de la grieta en la fractura, lo cual puede ser expresado como:

$$G_c = \frac{P^2}{2B} \frac{dC}{da} \quad (1.17)$$

donde  $P$  es la carga,  $B$  es el espesor de la muestra (ver figura 1.8), y  $dC/da$ , es el cambio en la muestra debido a la extensión de la grieta ( $C$  es la pendiente de la curva desplazamiento-carga). Es importante notar que para materiales lineales-elásticos,  $G$  y  $K$  están relacionados por:

$$G = \left( \frac{K_I^2}{E'} \right) + \left( \frac{K_{II}^2}{E'} \right) + \left( \frac{K_{III}^2}{2\mu} \right) \quad (1.18)$$

Donde  $E'$  es el módulo elástico en el plano de esfuerzos  $E' = E/(1 - \nu^2)$ , y  $\mu$  es el módulo cortante. Si la condición de lineal-elástico se cumple, entonces  $G_c$  y  $K_c$  deben dar una medición de la tenacidad a la fractura geoméricamente independiente, indicando que las condiciones de deformación en el plano se consiguieron. Algunos valores de la tenacidad del hueso a la fractura en el modo I se muestran en la tabla 1.4 (Ritchie, 2006; Yang, 2006; Kohles, 2000).

Tabla 1.4. Ejemplos del modo I para la tenacidad a la fractura de hueso cortical (Ritchie, 2006).

Especie	Hueso	Orientación	$K_c$ (MPa m <sup>1/2</sup> )	$G_c$ (J/m <sup>2</sup> )
Bovino	Fémur	Longitudinal	2.4 - 5.2	920 - 2780
Bovino	Fémur	Transversal	5.7 ± 1.4	-
Bovino	Tibia	Longitudinal	2.8 - 6.3	630 - 2880
Bovino	Tibia	Transversal	6.4	-
Humano	Fémur	Transversal	4.3 - 5.4	-

Al aplicar la mecánica de la fractura, el espesor  $B$  de la muestra puede afectar su tenacidad dependiendo de si las condiciones de carga se generan en un estado de deformaciones en el plano o en un estado de esfuerzos en el plano. Si la muestra tiene un espesor significativamente

grande (lo suficiente como para despreciar cualquier plasticidad local en la punta de la grieta), el análisis será independiente del tamaño de la grieta y se tendrá una condición de deformaciones en el plano. Por el contrario, con muestras más delgadas, los valores de la tenacidad a la fractura pueden ser significativamente mayores y no independientes de los factores antes mencionados y se dice que se tiene una condición de esfuerzos en el plano. La norma ASTM E-399 para el modo I de tenacidad a la fractura en metales requiere que la ecuación 1.19 se cumpla para que la condición de deformación en el plano exista:

$$B \leq 2.5 \left( \frac{K_I}{\sigma_Y} \right)^2 \quad (1.19)$$

donde  $\sigma_Y$  es el esfuerzo en la fluencia del material. Como un resultado de las variaciones de  $K_I$  y  $\sigma_Y$  con factores como: el tipo de especie, la localización de la muestra, la orientación, etc., la condición en la ecuación anterior no siempre se cumple para pruebas de fractura de hueso compacto, particularmente para hueso humano; por ejemplo, basándose en las propiedades mostradas por Ritchie los espesores que van desde 1 hasta 10 mm pueden ser requeridos para conseguir las condiciones de deformación en el plano, dependiendo de su localización anatómica, su edad y orientación, demostrando que dicha ecuación no fácilmente se satisface para todas las pruebas prácticas (Ritchie, 2006). De cualquier forma, debe ser advertido que la ecuación es considerada conservativa para la mayoría de los materiales de ingeniería y su relevancia específica en hueso cortical no ha sido profundamente explorada. En un estudio antiguo no se encontró dependencia alguna con el espesor de la muestra femoral bovina, cuyos espesores estaban en el rango de 1.8 a 3.8 mm (Wright, 1977), una conclusión similar fue encontrada para el modo I de fractura en tibia de bovino, también en la dirección longitudinal, donde ninguna dependencia del espesor fue encontrada en el rango de 0.5 y 2 mm (Behiri, 1984). Controversialmente, en estudios más recientes realizados por Norman (Ritchie, 2006) se reportó que el modo I de fractura variaba significativamente con el espesor entre el rango de 2 a 6 mm, convirtiéndose esencialmente constante después de espesores de 6 mm.

Estudios referentes al efecto de la orientación en la tenacidad a la fractura del hueso (ver figura 1.8) han mostrado que la fractura de las grietas en las direcciones transversales L-C y L-R (donde las grietas deben de cortar los osteones) son más tenaces que en grietas con orientaciones en la dirección longitudinal (C-L y R-L), donde la grieta separa osteones a lo largo del eje axial del hueso.

En tibia de bovino, Behiri (Behiri, 1984; Gómez, 2008) demostró un incremento progresivo de la tenacidad a la fractura (de 3.2 a 6.5 MPa  $\sqrt{m}$ ) variando la dirección de las grietas de longitudinal a transversal. El valor de  $K_I$  fue encontrado mayor para muescas transversales, siendo dos veces más grandes que para muescas longitudinales en tibia bovina y femoral. Además un estudio en fémur de babuino mostró un efecto aún más grande del  $K_{IC}$  para fracturas en la dirección transversal de 3.5 veces mayor que en la dirección longitudinal (Ritchie, 2006; Yang, 2006).

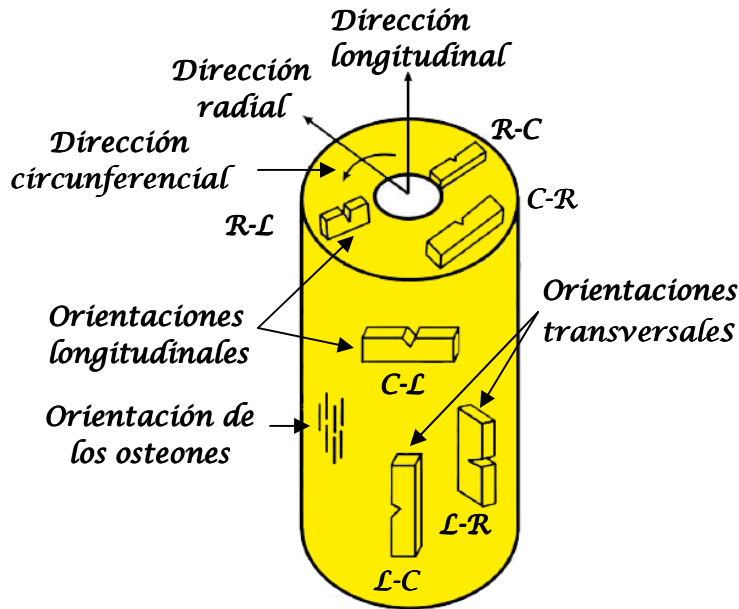


Figura 1.8. Esquema que muestra el código de orientación usado por la norma ASTM E399 para resistencia a la fractura. La primera letra en la designación se refiere a la dirección normal de el plano de la muesca, mientras que la segunda letra se refiere a la dirección esperada de la propagación de la grieta (Ritchie, 2006).

Similar a la mayoría de materiales de ingeniería, el hueso cortical muestra la menor de la tenacidad a la fractura bajo el modo I de carga. Norman ha mostrado relaciones promedio de  $G_{IIC}/G_{IC}$  de 12.7 y 4.6 para fractura longitudinal (C-L) en tibia humana y fémur respectivamente (Norman, 1996). De manera similar, se han reportado mayores valores de  $G_{IIC}$  con respecto a  $G_{IC}$  para cuello femoral humano (Yeni, 2000). Un estudio reciente enfocado en los modos de fractura en fémur bovino encontró que  $G_{IIC}/G_{IC}$  y  $G_{IIIC}/G_{IC}$  tenían valores de 3.8 y 2.6 respectivamente, para fractura longitudinal, y 3.4 y 2.9 respectivamente, para fractura transversal (Ritchie, 2006). Tales resultados sugieren que el modo III de fractura puede ser más fácil de encontrar que el modo II, aunque no es claro si esto será cierto para todas las especies, localizaciones, orientaciones y otras variables. Debido a que el modo I de fractura es el más fácil de conseguir, es éste el que ha recibido la mayor atención en la literatura (Yang, 2006). La propagación controlada de una grieta, originada por una muesca premaquinada (representando un defecto) en la muestra del hueso, reducirá variaciones en las propiedades medidas durante la fractura. La medición de las propiedades mecánicas durante la fractura, hará más comprensible el comportamiento mecánico del hueso.

El punto en el cual una fractura comienza o una grieta se propaga es de interés por varias razones. Ya que el hueso es un material compuesto complejo, la manera en la cual sus constituyentes son incorporados dentro de todos los niveles de organización, puede determinar la forma o mecanismo de falla. Así, se pueden tener hipótesis sobre la teoría de la fractura, por ejemplo: la incorporación de los cristales de hidroxapatita dentro de la fase orgánica serviría como un nido para la formación inicial de grietas, o que la matriz sea la unión más débil en el material y por lo tanto el sitio del comienzo de la falla, o tal vez, la fractura sea iniciada en las lamelas que están unidas por las líneas cementales de los osteones secundarios. Todas estas hipótesis están relacionadas a la estructura microscópica del tejido, y con los cambios en la microestructura causados por el envejecimiento, la remodelación, la mineralización y condiciones patológicas.

Estudios de la distribución de esfuerzos y deformaciones dentro de los componentes orgánico y mineral, puede proporcionar una idea del origen del daño en hueso. El hueso cortical es considerado un material compuesto donde los cristales de hidroxiapatita refuerzan la matriz orgánica. Cuando el hueso está sujeto a esfuerzos axiales, la matriz orgánica también está sujeta a esfuerzos normales y cortantes que pueden causar un daño en la matriz orgánica del hueso. Una indagación más profunda en la organización de la matriz orgánica indica que las fibras de colágeno transfieren las fuerzas axiales de una fibra a la siguiente en forma de esfuerzos cortantes que son generados a lo largo de la región de superposición de las fibras (Kotha, 2003). La deformación de las fibras de colágeno involucra el estiramiento y deslizamiento de las fibras y finalmente su ruptura. Estos mecanismos disminuyen el diámetro de las fibras y, por lo tanto, incrementarán la región no lineal al inicio de la curva esfuerzo-deformación RNLIC (este concepto se estudiará más adelante) durante el ensayo axial, mientras que un incremento en la longitud de las fibras incrementará el módulo elástico a más altas deformaciones y esfuerzos.

Las características de la orientación de una superficie de fractura pueden proporcionar valiosa información del proceso de fractura. Si las condiciones del esfuerzo son conocidas, se puede desarrollar la teoría necesaria por análisis elástico, y los ensayos pueden por lo tanto ser discutidos como una medición de la resistencia a cargas normales (tracción y compresión), o tangenciales (cortante). También, la superficie de fractura puede aportar información relacionada al trabajo necesario para conducir la grieta a través del material. Las superficies lisas usualmente resultan de un avance rápido de la grieta (un proceso de fractura frágil) con bajos valores de la energía de absorción. Superficies rugosas comúnmente tienen un proceso lento de fractura con más energía absorbida y, por lo tanto, es necesaria más de esta energía para obligar a la grieta a avanzar.

Las grietas generadas en hueso cortical muestran una compleja forma de avance: las *microgrietas* son producidas delante y alrededor de la *grieta principal* y son forzadas a regresar a ésta después de que las regiones del *material intacto* se deforman y se fracturan al aplicárseles una carga. Estas regiones de material intacto y de microgrietas pueden ser representadas como un puente que une el material con la grieta principal. El tamaño de los puentes puede ser de cientos de micrómetros. Su patrón está fuertemente correlacionado con la heterogeneidad del hueso, por ejemplo, las microgrietas parecen estar asociadas con las estructuras osteonales. La longitud total de estos puentes  $\lambda_b$  en el inicio de la grieta principal, es una característica del proceso de fractura que en hueso humano puede ser de 5 mm. El puente cuenta con ciertos ligamentos los cuales transfieren ciertos esfuerzos a lo largo de la zona del material dañado, y cubren la punta de la grieta principal. Las grietas principales crecerán en el medio heterogéneo cuando el factor crítico de intensidad de esfuerzos  $K_I$  se alcance (Yang, 2006; Budyn, 2007).

La naturaleza de la falla por tracción, cuando a muestras de tibia les fueron aplicadas una carga en dirección paralela al eje axial del hueso, fue estudiado por Dempster. El encontró que las líneas de fractura tendían a seguir las curvaturas de las líneas cementales alrededor de sistemas haversianos, y rara vez, la línea de fractura cruzó un osteon pasando a través de un canal haversiano. Basándose en su resultado, Dempster postuló que las líneas cementales lamelares son una débil estructura del hueso haversiano (Reilly, 2010). Aoji también encontró grietas a lo largo de las fronteras entre los sistemas haversianos y las lamelas intersticiales, pero la distribución de las grietas seguía aquella vista por Dempster en ensayos de tracción, es decir, las líneas de las grietas corrían paralelas a los osteones (Reilly, 2010). Este autor también notó

que el plano de fractura fue una “falla perfecta por tracción”, siendo perpendicular a la dirección de la carga, y sin ninguna componente por cortante. Cuando el modo de carga fue compresión, él encontró que el plano de fractura estaba orientado en un ángulo promedio de  $60^\circ$  respecto al eje axial, (este modo de fractura se presentó durante los ensayos de compresión en muestras cúbicas del presente trabajo, lo cual se puede apreciar en la figura 3.4.b) y que había muchas grietas en las lamelas intersticiales. Estas condiciones de esfuerzo causantes de fracturas a lo largo de planos a  $60^\circ$  con respecto a la dirección de la carga, es una combinación de compresión y cortante, así, no existe una condición simple causante de la fractura, y más bien, la compleja interacción del material transversalmente isotrópico y la distribución de esfuerzos resulta en una falla a lo largo de planos a  $60^\circ$  (Reilly, 2010).

### **Ensayos para la determinación de las propiedades mecánicas de un material transversalmente isotrópico.**

Las propiedades elásticas de un material transversalmente isotrópico, como el mostrado en la figura 1.5, pueden ser experimentalmente determinadas mediante distintos ensayos:

- El módulo de Young  $E_3$  en la dirección longitudinal (según el sistema de referencia mostrado en la figura 1.5) puede obtenerse mediante una prueba uniaxial (tracción o compresión).
- El coeficiente de Poisson longitudinal  $\nu_{31}$  se puede establecer con el mismo ensayo utilizado para determinar  $E_3$ .
- El módulo de Young en la dirección transversal o radial  $E_1$  se determina con un ensayo de compresión en esa dirección.
- El coeficiente de Poisson en la dirección transversal  $\nu_{21}$  se puede obtener con la misma prueba utilizada para determinar  $E_1$ .
- El módulo de corte en la dirección longitudinal  $G_{13}$  se establece mediante un ensayo de torsión. Para este ensayo podría pensarse que el par interno de torsión solamente desarrolla una distribución de esfuerzos lineal en el plano de la sección transversal pero conviene recordar la propiedad complementaria del esfuerzo cortante, es decir, que esfuerzos cortantes iguales deben también actuar sobre cuatro de las caras adyacentes sobre un elemento diferencial de volumen como se verá más adelante, pero desde ahora se puede anticipar que el par interno de torsión produce también una distribución lineal de esfuerzo cortante en la dirección longitudinal.

Algunos valores del módulo de Young se muestran en la tabla 1.5 (Reilly, 2010; Zysset, 1999), donde  $E$  es el módulo en la dirección perpendicular al eje axial del hueso, y  $E'$  es el módulo en la dirección paralela al eje axial.

Tabla 1.5. Módulos de Young (Reilly, 2010).

Especies de hueso y sus autores	Tipo de carga	Módulo de Young ( $\times 10^9$ N/m <sup>2</sup> )	Comentarios
<i>Humano</i> Dempster y Liddicoat	Compresión	E' = 8.69 E = 4.19 transversal E = 3.76 radial	Pequeños cubos secos posteriormente rehidratados de fémur, tibia, húmero.
	Compresión	E' = 14.1	Cilindros secos posteriormente rehidratados de fémur, tibia, húmero.
<i>Bovino</i> Sweeney	Tracción a velocidad de deformación muy baja	E' = 17.2 E = 9.2	Fémur
	Compresión	E' = 16.5 E = 9.9	
<i>Bovino</i> Lang	Ultrasónica	E' = 22.0 E = 11.3	Falange
<i>Bovino</i> Burstein	Tracción	E' = $17.2 \pm 5.10$ E = $11.1 \pm 1.77$	Fémur
<i>Humano</i> Kimura	Compresión	E' = 10.4	Fémur
<i>Humano</i> Ko	Tracción	E' = 17.3	Fémur
<i>Humano</i> Sedlin	Flexión	E' = 15.8	Fémur
<i>Humano</i> Abendschein	Ultrasónica	E' = 24.5	Fémur y tibia
<i>Bovino</i> Kimura	Tracción	E' = 24.5	Fémur
<i>Bovino</i> McElhaney	Tracción	E' = 20.5	Fémur
<i>Bovino</i> Simkin	Tracción	E' = $23.8 \pm 2.21$	Tibia

Dempster determinó el módulo elástico en tres direcciones (longitudinal, tangencial y radial) para cubos pequeños de hueso humano y no encontró, estadísticamente hablando, gran diferencia para el módulo elástico en las direcciones radial y tangencial (dentro del plano de isotropía), pero el módulo en la dirección longitudinal fue aproximadamente dos veces mayor. De cualquier forma, dicho investigador usó muestras de huesos secos que posteriormente se rehidrataron y, aparentemente, mezclaron muestras de fémur, tibia, y húmero. La dificultad de evaluar los datos anteriormente mencionados surge al notar los dos valores que ellos obtuvieron del módulo de Young en la dirección longitudinal ( $8.69 \times 10^9$  y  $14.1 \times 10^9$  N/m<sup>2</sup>), cuando el único cambio fueron las dimensiones de las muestras.

Sweeney usó muestras maquinadas de hueso cortical cortadas en dos diferentes direcciones (longitudinal y tangencial); realizando pruebas de tracción y compresión para desarrollar sus curvas de esfuerzo-deformación, pero el cálculo de la deformación se hizo midiendo la distancia recorrida por el cabezal de la máquina de pruebas en lugar de utilizar extensometría eléctrica. Reilly da valores para el módulo de Young, el cual fue calculado usando extensómetros mecánico-eléctricos a una velocidad de aplicación de carga de  $0.1 \text{ seg}^{-1}$ .

La segunda constante independiente para un material isotrópico es el coeficiente de Poisson, el cual es la relación que hay entre la deformación en una dirección perpendicular al esfuerzo uniaxial y la deformación en la dirección paralela. Los valores reportados para esas constantes

se muestran en la tabla 1.6 (Reilly, 2010; Zysset, 1999), donde  $\nu'$  es la relación de la deformación en la dirección tangencial entre la deformación longitudinal y  $\nu$  es la relación de la deformación en la dirección radial entre la deformación en la dirección tangencial.

Tabla 1.6. Coeficientes de Poisson (Reilly, 2010).

Especie y autores	Tipo de carga	Valor de la constant	Comentarios
<b>Bovino Lang</b>	Prueba ultrasonic	$\nu' = 0.482$ $\nu = 0.397$	Falange
<b>Bovino McElhaney</b>	Compresión	$\nu = 0.28$	Fémur
<b>Humano Ko</b>	Tracción	$\nu =$ entre los valores 0.08 hasta 0.45	Fémur: $\nu$ varió con el nivel de la carga

Aquí de nuevo, es imposible la comparación de los valores debido a las diferentes variables que incluyen: la especie, la humedad, y las velocidades de aplicación de la carga. Ko obtuvo valores de  $\nu$  que variaban con el cambio del nivel de la carga, y obtuvo un mínimo de  $\nu$  justo antes de la fractura de la muestra.

El módulo por cortante es la relación del esfuerzo cortante entre la deformación por cortante; Kuo determinó su valor para hueso humano (ver tabla 1.7) usando un ensayo de torsión. El módulo por cortante para el modelo de un sólido transversalmente isotrópico fue encontrado, mediante pruebas ultrasónicas, por Lang para falange de bovino.

Tabla 1.7. Módulo por cortante (Reilly, 2010).

Autor	Material	Módulo cortante ( $\times 10^9$ N/m <sup>2</sup> )	Tipo de ensayo
<b>Ko</b>	Humano	0.31	Tracción
<b>Lang</b>	Bovino	0.54	Ultrasónico

### Ensayo uniaxial en la dirección longitudinal.

Las pruebas necesarias para la determinación de las propiedades mecánicas del hueso son las mismas que las utilizadas para otros materiales, como son los metales, pero debido a que no existen normas como las de ASTM para este material orgánico, se deben tener en cuenta las recomendaciones propuestas en artículos científicos que tratan sobre este tema, como son: la preparación de la probeta (donde se considera de suma importancia el tamaño de la muestra, su conservación y la temperatura a la que se realiza la prueba), la rapidez de deformación de la prueba y de manera general, los diversos factores que puedan afectar los valores obtenidos después de realizar el experimento (An, 2000; Cowin, 2001; Narváez, 2004; Turner, 1993; Ferreira, 2005; Shahar, 2007).

Reconociendo esto, se han establecido para hueso ensayos estándar de materiales ingenieriles como metales y cerámicos. En el caso de hueso, sin embargo, no siempre pueden ser utilizados debido a restricciones impuestas por los pequeños tamaños de las muestras de hueso o por las pequeñas velocidades de carga que se pueden aplicar sobre él. De cualquier forma es importante implementar pruebas estándares cada que sea posible. Para hueso, se pueden utilizar las designaciones ASTM para pruebas de compresión C469 y la D1621; para obtener probetas de hueso en la dirección longitudinal y en la transversal se puede seguir la norma ASTM E 1820 (Yan, 2007), para pruebas de tracción C565, la D1623, D3039 y la E132, y para ensayos por cortante se puede utilizar la norma D143.



Los ensayos de compresión del hueso tienden a ser menos exactos que los de tracción, debido a la fricción producida entre los discos de la máquina de pruebas y al material bajo estudio durante el experimento (An, 2000; Cowin, 2001; Reilly, 2010). Asimismo, si las caras de la muestra están mal alineadas con respecto al disco de la máquina de pruebas, entonces se producirán altas concentraciones de esfuerzo, dando como resultando una mala estimación de las propiedades mecánicas. Sin embargo, las probetas utilizadas para esta prueba tienen la ventaja de que no necesitan ser tan largas, ni necesitan una longitud de sujeción, además, para evitar una mala alineación se puede utilizar un casquillo esférico como se muestra en la figura 1.9. Los ensayos de compresión en hueso son preferidos por los investigadores debido a que esta prueba reproduce el tipo de carga a la que es sometido el material *in vivo* por ejemplo en las vértebras (Beaupied, 2007).

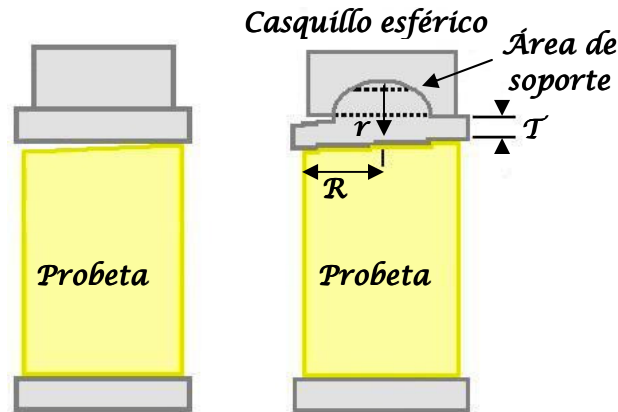


Figura 1.9. Geometría propuesta para probetas de hueso compacto bajo compresión (An, 2000).

Llevar a cabo un ensayo de tracción, compresión o de flexión en muestras de hueso completo tiene como principal inconveniente la sujeción del ejemplar en la máquina de pruebas debido a que el hueso completo carece de una geometría regular y simétrica. Para solucionar este problema se elaboran elementos de sujeción, hechos principalmente de resinas tal como el PMMA (polimetilmetacrilato) como se puede ver en la figura 1.10.

Si bien no es lo más adecuado, algunos autores proponen determinar el módulo de Young en la dirección longitudinal del hueso, empleando un extensómetro alineado en esa dirección y aplicando la carga en la dirección axial. Con los datos de carga y desplazamiento proporcionados por la máquina de pruebas se construye la curva de esfuerzo contra deformación y se realiza una regresión lineal para obtener la ecuación de la recta de la zona inicial de la curva. La pendiente de dicha curva es el valor del módulo de Young  $E_3$  en la dirección longitudinal (Hibbeler, 2006; Turner, 1993).

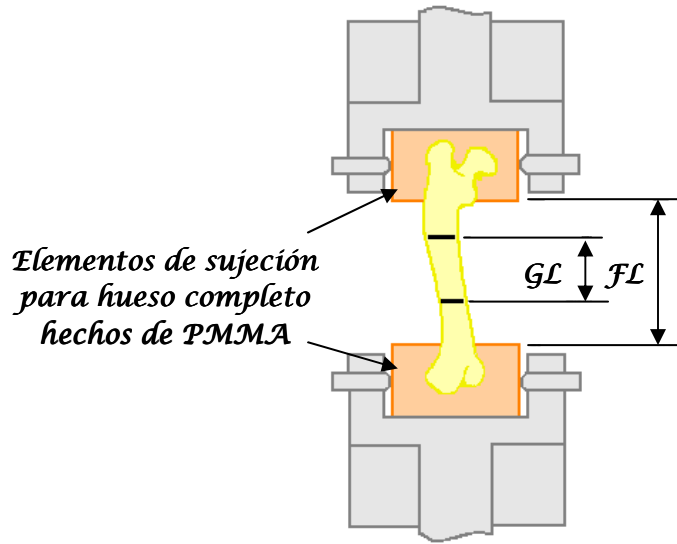


Figura 1.10. Ejemplar de hueso completo sujeto a la máquina de pruebas mediante PMMA (An, 2000).

Sweeney encontró valores iguales del módulo de Young para ensayos de tracción y de compresión. Para deformaciones pequeñas, no hay razones teóricas que indiquen una dependencia de esta constante con respecto a la configuración de la carga. De cualquier forma existen investigaciones que difieren en este sentido, por ejemplo los valores encontrados por McElhaney en tracción y en compresión difieren aproximadamente por una relación tres a uno (Reilly, 2010).

Para obtener el coeficiente de Poisson  $\nu_{13}$  es necesario medir las dimensiones inicial y final del ejemplar en las direcciones longitudinal y transversal, con el objetivo de determinar sus correspondientes deformaciones, tal como se muestra a continuación

$$\epsilon_{long} = \frac{\delta}{L} \quad y \quad \epsilon_{trans} = \frac{\delta'}{r} \quad (1.20)$$

En donde  $\delta$  y  $\delta'$  son los desplazamientos en la dirección longitudinal y transversal respectivamente y  $L$  y  $r$  son la longitud y el radio al iniciar la prueba. Finalmente el coeficiente de Poisson  $\nu_{13}$  se obtiene con

$$\nu_{13} = -\frac{\epsilon_{trans}}{\epsilon_{long}} \quad (1.21)$$

### Ensayo de flexión.

Un ensayo de flexión resulta útil para determinar el módulo elástico en la dirección longitudinal ya que al aplicar un momento de flexión a una probeta, como se muestra en la figura 1.11, se producirá una variación del esfuerzo en la dirección longitudinal que variara de cero en el eje neutro a un valor máximo de compresión en la superficie que se encuentre arriba del eje y a un valor máximo de tracción en la superficie por debajo del eje.

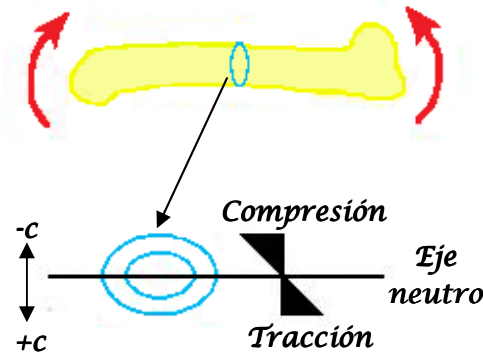


Figura 1.11. La flexión ocasiona esfuerzos de tracción y de compresión en superficies opuestas del material (Cowan, 2001).

Una prueba de flexión en hueso es útil para medir las propiedades mecánicas de muestras de especies pequeñas como lo son roedores ya que para estos animales resulta difícil llevar a cabo un ensayo uniaxial y puede efectuarse usando tres puntos o cuatro puntos (ver figura 1.12).

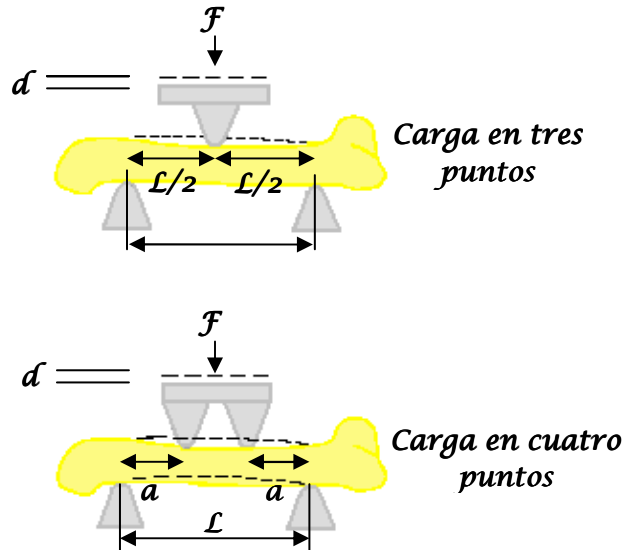


Figura 1.12 Esquema que muestra la configuración de un ensayo de flexión en tres puntos y en cuatro puntos (Cowan, 2001).

La ventaja del ensayo de flexión en tres puntos es su simplicidad pero tiene la desventaja de crear altos esfuerzos cortantes en el punto medio del hueso, en cambio la prueba de flexión en cuatro puntos produce flexión pura entre sus dos puntos de carga, lo que asegura que el esfuerzo cortante en esa región sea cero, sin embargo se requiere que la fuerza en cada punto de carga sea igual. Este requisito es simple de conseguir en muestras de forma regular pero es más difícil en experimentos de hueso completo.

Durante las actividades diarias, el sistema óseo está sujeto a sistemas complejos de cargas ejercidas por fuerzas aplicadas en los músculos unidos a los huesos. Tales modos de carga incluyen, tracción, compresión, flexión y fuerzas torsionales aplicadas sobre los huesos del sistema óseo. La flexión es una forma importante de aplicación de carga para la mayoría de los huesos largos, al igual que para la espina dorsal. El esfuerzo, la deformación y el módulo de

Young pueden ser calculados a partir de la carga y del desplazamiento aplicados por la máquina de pruebas. De la figura 1.12, para flexión en tres puntos, las ecuaciones son

$$\sigma = F \frac{LC}{4I} \quad \varepsilon = d \frac{12c}{L^2} \quad E = S \frac{L^3}{48I} \quad (1.22)$$

y para el ensayo de flexión en cuatro puntos:

$$\sigma = F \frac{ac}{2I} \quad \varepsilon = \frac{6dc}{a(3L - 4a)} \quad E = S \left( \frac{a^3}{12I} \right) (3L - 4a) \quad (1.23)$$

donde  $\sigma$  es el esfuerzo,  $\varepsilon$  es el desplazamiento,  $E$  es el módulo de Young,  $c$  es la distancia del centro de masa de la sección transversal,  $I$  es el momento de inercia de la sección transversal alrededor del eje neutral,  $F$  es la fuerza aplicada,  $d$  es el desplazamiento y  $a$  y  $L$  son las longitudes mostradas en la figura. La longitud  $L$  de la muestra que se sujeta a experimentación debe ser suficientemente extensa para garantizar un ensayo correcto. Si  $L$  es muy pequeña, la mayor parte del desplazamiento inducido por la máquina de pruebas será debido a esfuerzos por cortante y no por esfuerzos de flexión. Para probetas de hueso, la relación entre longitud y ancho debe ser al menos 20:1 para garantizar que los desplazamientos por cortante sean insignificantes. Para huesos largos, la relación longitud-ancho es por lo general menos de la mitad de lo recomendado, así que los esfuerzos por cortante causaran desplazamientos más grandes que los propios causados por esfuerzos de flexión, lo que resulta en una sobreestimación de la deformación y en una subestimación del módulo de Young (Cowan, 2001).

Los valores generados por ensayos de flexión de hueso completo son de poco uso en la discusión de las características del material, pero pueden ser usados para estudios comparativos como es mencionado por Currey. Los ensayos de flexión han sido interpretados con la suposición de que el material se comporta de manera elástica lineal y que la deformación puede ser calculada a partir del punto medio de la viga doblada. Esta suposición solamente se cumple si la distribución de esfuerzos en el material se mantiene por debajo del nivel de fluencia, o en otras palabras, en la pendiente inicial de la curva momento flexionante-deflexión (Currey, 1969). Sedlin reportó valores del módulo de Young  $E'$ , los cuales diferían por un factor de aproximadamente dos, cuando el único cambio en las condiciones experimentales fue la configuración del ensayo, esto es, tracción contra flexión. Estas diferencias indican que pudo no haber cumplido los requisitos necesarios para validar su trabajo (Reilly, 2010). Si el ensayo de flexión es llevado más allá del punto de fluencia, un análisis elástico-plástico debe ser desarrollado como es descrito por Reilly. Los errores producidos por el uso de una suposición elástica, después de pasar del punto de fluencia, pueden ser al menos tan grandes como el valor determinado.

### **Ensayo uniaxial en la dirección transversal.**

Existen pocos reportes que describan un ensayo uniaxial en la dirección transversal del hueso compacto, pero si el experimento se realiza sobre hueso completo y si se considera que dicho ejemplar tiene una geometría cilíndrica, se puede emplear la metodología utilizada en la caracterización de rocas transversalmente isotrópicas (Talesnick, 1996), la cual consiste en

someter probetas cilíndricas huecas del material bajo estudio a una compresión radial como se muestra en la figura 1.13.

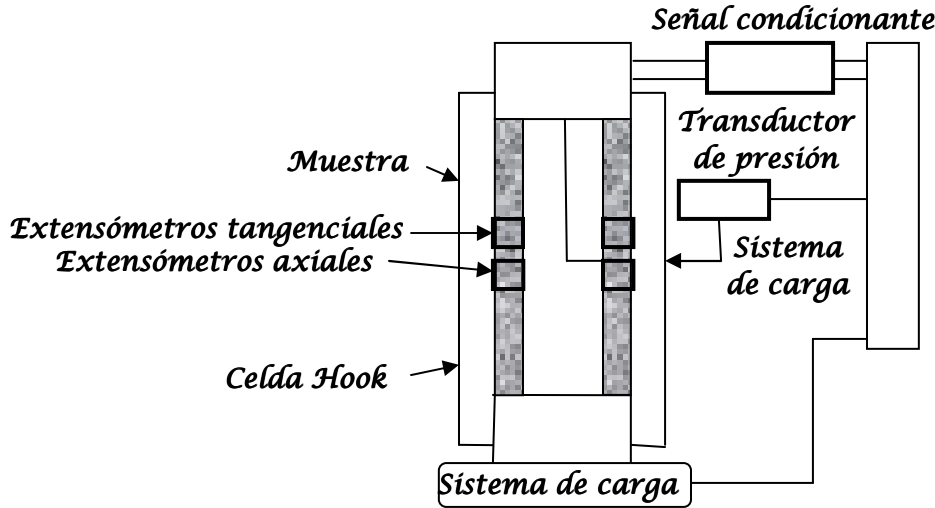


Figura 1.13 Representación de la configuración de ensayo para rocas transversalmente isotrópicas (Talesnick, 1996).

El módulo de Young  $E_1$  y el coeficiente de Poisson  $\nu_{21}$  en la dirección transversal se determinan de la misma manera que los correspondientes valores del material en la dirección longitudinal, solo hay que recordar que el extensómetro se coloca en el plano 1-2 (este plano se muestra en la figura 1.5) y que para determinar  $\nu_{21}$  se deben de medir las longitudes inicial y final de dos direcciones mutuamente perpendiculares dentro de ese mismo plano.

### Ensayo de torsión.

Este tipo de prueba se utiliza para determinar principalmente el módulo de corte de un material. Para hacerlo se sitúa una probeta de longitud y diámetro conocidos en una máquina de ensayos de torsión. Si se realiza este experimento sobre una muestra cilíndrica, como la de la figura 1.14, y se observa un elemento diferencial de volumen, de esta sección se puede observar que el par interno de torsión desarrolla una distribución de esfuerzo cortante a lo largo de toda línea radial en el plano de la sección transversal y también se genera una distribución asociada del esfuerzo cortante a lo largo de un plano axial, debida a la propiedad complementaria del cortante; esfuerzos cortantes iguales deben actuar sobre cuatro de las caras adyacentes del elemento diferencial de volumen. Por ejemplo, resulta interesante observar que a causa de esta distribución axial del esfuerzo cortante, las flechas hechas de madera tienden a rajarse a lo largo del plano axial cuando se les somete a un par de torsión excesivo.

El módulo de corte  $G_{13}$  se obtiene colocando un extensómetro en la dirección longitudinal del hueso y se realiza la prueba de torsión. El valor de dicha propiedad se determina de la misma manera que el módulo de Young para un ensayo uniaxial, es decir, determinando la pendiente de la curva esfuerzo-deformación por cortante.

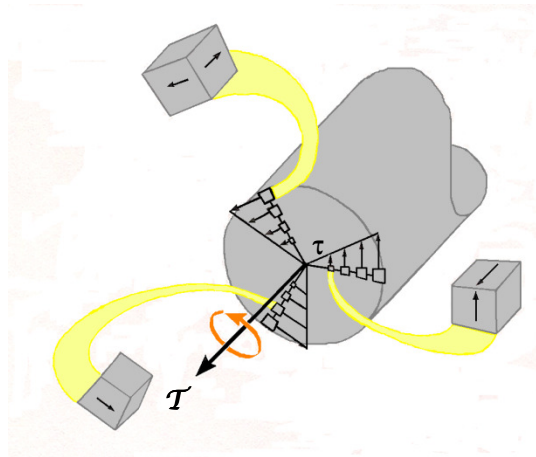


Figura 1.14 Prueba de torsión en una muestra cilíndrica que indica los esfuerzos cortantes producidos (Hibbeler, 2006).

Las ecuaciones generales para calcular el esfuerzo y el módulo para un material sometido a torsión son:

$$\tau = \frac{Tr}{J} \quad y \quad G = \frac{TL}{\theta J} \quad (1.24)$$

Donde  $\tau$  es el esfuerzo cortante,  $G$  es el módulo de corte,  $T$  es el torque aplicado,  $\theta$  es el desplazamiento rotacional,  $r$  es el radio del espécimen,  $L$  es la longitud de prueba de la probeta y  $J$  es el momento polar de inercia de la muestra (ver figura 1.15).

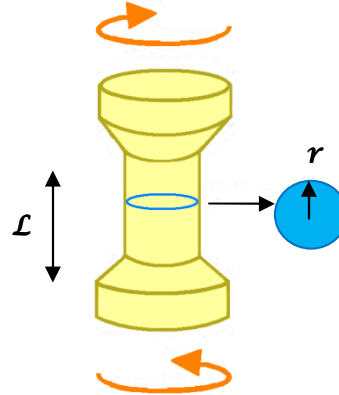


Figura 1.15. Probeta típica para un ensayo de torsión (Cowin, 2001).

Cuando un hueso (específicamente la diáfisis femoral) es sujeto a torsión, el torque es constante en cada sección, ya que se producen variaciones mínimas en la geometría del material lo que causará un efecto mínimo en la resistencia del hueso bajo este tipo de carga, además de que este es un mecanismo común en fracturas de humano, lo que convierte a las pruebas de torsión en un importante experimento para analizar (Lind, 2001).

De cualquier forma, existe muy poca información disponible en la literatura que trate sobre el comportamiento mecánico de hueso bajo torsión. Esto es cierto para ensayos de torsión en hueso completo y para probetas maquinadas de hueso compacto y trabecular y es debido principalmente a que la mayoría de las máquinas de pruebas mecánicas (ya sean

servohidráulicas o electromecánicas) disponibles en laboratorios de investigación sólo realizan ensayos de compresión, tracción y flexión.

### **Consideraciones generales para la obtención de muestras de hueso y la realización de los ensayos mecánicos.**

Una vez obtenido el hueso a experimentar, éste debe refrigerarse con tejido suave (músculo, piel, etc.) adherido al material hasta algunas horas antes de la prueba, ya que esto ayuda a protegerlo de la deshidratación. Para el caso de obtención de probetas, se debe tener cuidado de evitar cortar la superficie del hueso para reducir al máximo la generación de concentradores de esfuerzo. Además de lo anterior, es una buena práctica llevar un registro, cuando sea posible, de datos como la edad, sexo, especie y condiciones patológicas del animal.

### **Maquinado del hueso.**

Antes de la preparación de las probetas, debe ser claro que nivel estructural del hueso va a ser estudiado. Si el propósito es determinar las propiedades del tejido como órgano (hueso completo), es posible obtener la dimensión mínima requerida por muestra. Esta dimensión está determinada por el análisis de los niveles estructurales que existen en la estructura del hueso y es recomendado que no sea menor a 2 mm (An, 2000). En el caso de hacer pruebas micromecánicas, uno esperaría obtener las propiedades de los elementos estructurales de este tejido, tales como osteones, lamelas o trabéculas individuales, aunque sus comportamientos mecánicos, en realidad, no representan el comportamiento mecánico del hueso completo en general.

Durante el maquinado, los cortes burdos pueden ser hechos usando una sierra de bandas. Para prevenir sobrecalentamientos, se deben utilizar velocidades bajas de corte y con suficiente irrigación salina; por otra parte, los cortes finos pueden ser hechos usando un cortador de disco de diamante, el cual es útil para realizar cortes suaves y relativamente paralelos. Para la fabricación de muestras cilíndricas se puede utilizar una sierra rotativa.

Finalmente, si lo que va a realizarse son pruebas de microindentación, un desbaste en la superficie debe realizarse usando lijas de SiC (con granos del 400). Estas pequeñas muestras deben ser cubiertas por PMMA para facilitar el ensayo (An, 2000).

### **Tamaño y geometría de las muestras.**

El tamaño y la geometría de las muestras de hueso tienen una significativa influencia en los resultados de las pruebas (Reilly, 2010). En el caso de ensayos de hueso completo, se sugiere que los huesos sean de tamaños semejantes. Si las propiedades de los huesos completos están siendo comparadas, los huesos de diferentes tamaños deben ser clasificados en diferentes grupos.

Las geometrías más usadas en muestras pequeñas son la cúbica y la cilíndrica, ya que son fáciles de maquinar. Un importante concepto en la producción de estas probetas es la relación longitud-diámetro (L/D). Varias dimensiones han sido reportadas, se han usado longitudes de 0.25 a 2 mm y diámetros de 5 a 20 mm (Linde, 1992).

Wixon comparó la resistencia y rigidez de muestras de hueso de rodilla humana de varias longitudes, y encontró que esos parámetros eran directamente proporcionales a la longitud de las probetas. Las muestras largas ( $L/D > 5$ ) tienen una tendencia al pandeo durante la prueba, lo cual debe evitarse. Por otro lado, las muestras pequeñas ( $L/D < 1$ ) exhibirán un efecto significativo de fricción en la superficie de contacto máquina-hueso, por lo tanto, la mayoría de los investigadores han recomendado un coeficiente  $L/D$  entre 1 y 2 para pruebas típicas de compresión (An, 2000).

### **Hidratación y temperatura.**

Las propiedades mecánicas del hueso varían dependiendo del sitio anatómico y son afectadas por la edad y la salud del donador, además, la preparación y el almacenaje de estas, pueden afectar las propiedades mecánicas de este material. Los factores más importantes son la hidratación del hueso y la temperatura a la que se lleva a cabo la prueba o experimento. La descomposición del hueso empieza a las pocas horas de ser removido del cuerpo del donador, por lo cual las propiedades mecánicas serán afectadas con el paso del tiempo (Cowin, 2001; Turner, 1993).

Una vez que el hueso se seque, el módulo de Young y su resistencia generalmente aumentan, pero la cantidad que puede deformarse disminuirá (Gómez, 2008; Reilly, 2010). Evans y Lebow mostraron que si el fémur humano se dejaba secar, su módulo de Young se incrementaba un 17%, su resistencia aumentaba un 31% y su ductilidad disminuía un 55% (Grasa, 2008).

La ductilidad de un hueso deshidratado es, la mayoría de las veces, recuperable, solamente se tiene que sumergir en solución salina por tres horas aproximadamente para recuperar sus propiedades mecánicas, sin embargo, Currey demostró que un hueso rehidratado disminuye considerablemente su resistencia a la flexión (Currey, 2003).

Como en la mayoría de los materiales biológicos, las propiedades mecánicas del hueso están influenciadas por la temperatura del ambiente. Para la obtención de propiedades mecánicas exactas, el cuarto de pruebas debe estar a una temperatura de 37 °C. De cualquier manera, esto no es del todo práctico, ya que si se realizan pruebas a 23°C, el módulo de Young aumenta su valor de 2 a 4 % comparado con la prueba a 37°C (Cowin, 2001). De esta manera se demuestra que el error causado por realizar pruebas a temperaturas diferentes de 37 °C, no es muy grande, excepto para pruebas de fatiga donde el hueso ensayado bajo esta temperatura sufre más ciclos de carga antes de la falla.

### **Rapidez de la prueba mecánica.**

La velocidad a la cual la carga es aplicada durante una prueba mecánica de hueso afecta la rigidez y la resistencia de dicho material. En su estado natural, el hueso es viscoelástico (Reilly, 2010) así que cuando se deshidrata, su naturaleza viscosa desaparece y se comporta como un resorte perfecto, pero cuando se humedece, éste se comporta como un resorte con un amortiguador. La resistencia de este amortiguador y por lo tanto, las propiedades mecánicas del hueso húmedo, varían proporcionalmente a la velocidad de aplicación de la carga. Para simular las condiciones fisiológicas del hueso, la velocidad de aplicación de la carga debe estar entre 0.01 y 0.08 s<sup>-1</sup>, ya que estas son las velocidades que ocurren *in vivo*.



Uno de los primeros investigadores en estudiar los efectos de la rapidez de carga sobre las propiedades mecánicas durante pruebas de compresión fue MacElhaney, quien estudió el hueso cortical de fémur humano y bovino, determinando que la resistencia y el módulo de elasticidad para ambas especies se incrementaban al aumentar la rapidez de la carga. Por ejemplo, para muestras de bovino cargadas a una rapidez de  $0.001 \text{ s}^{-1}$  se produjo una resistencia de 175.83 MPa y un módulo elástico de 18.61 GPa. Cuando la rapidez se incrementó a  $1500 \text{ s}^{-1}$ , esos valores se incrementaron a 365.4 y 42.05 respectivamente, además, la capacidad de absorber energía ( $\text{J/m}^3$ ), la deformación en la falla (%) y el coeficiente de Poisson disminuyeron considerablemente (Cowin, 2001).

### **Superficie de contacto herramienta-hueso.**

Cuando se realizan pruebas por compresión, se produce fricción entre las muestras y las placas de la máquina de pruebas. Pueden existir dos formas diferentes de fractura dependiendo de las condiciones de la superficie de contacto máquina-hueso. Si la superficie de contacto es seca se producirán altas fricciones y la fractura de la muestra será causada por los máximos esfuerzos cortantes. Las superficies de fractura de las probetas en este caso estarán orientadas a  $45^\circ$  respecto al eje de la dirección de la carga. Si la superficie de contacto está lubricada permitiendo cierto grado de desplazamiento, entonces la fractura será causada por deformaciones transversales originadas en el momento de la aplicación de la carga sobre la muestra. Las líneas de fractura en este caso estarán orientadas de manera perpendicular con respecto a la dirección de la carga. Un efecto de este fenómeno es una sobreestimación de la rigidez de la muestra causada por la fricción en la superficie de contacto, debido a las deformaciones que son más pronunciadas en los extremos finales de la muestra que en su parte central, así que, cualquier restricción a la expansión lateral causará que la deformación del hueso se reduzca, generando un aumento en su rigidez. Uno de los métodos más comunes para reducir este efecto es el uso de aceites sobre la superficie de contacto (An, 2000).

Cuando se realizan pruebas de tracción, el efecto de la unión de la superficie de contacto máquina-hueso debe ser considerado. Cualquier juego entre dichos elementos conducirá a una subestimación de los valores verdaderos, por lo tanto, una conexión rígida es esencial. Cubriendo los extremos finales de la muestra con PMMA aumentará la unión de la superficie de contacto. El deslizamiento entre los extremos finales del hueso y la máquina de pruebas causará el efecto menos deseable en una prueba de tracción y la medición de la deformación será errónea.

Las muestras deben ser colocadas directamente en los platos en caso de pruebas de compresión y en los puntos de apoyo para el caso de flexión. Los extremos finales de las probetas deben ser cubiertas con resinas en el caso de realizar pruebas de tracción o torsión.

La mayoría de máquinas de pruebas mecánicas son operadas en términos de desplazamientos. El transductor de desplazamiento de variable lineal (LVDT) debe ser calibrado y es común usar una rapidez constante de desplazamiento de  $1 \text{ mm/min}$ , la cual es sugerida por varios autores (An, 2000; Bayraktar, 2004; Gómez, 2008; Grasa, 2008).

## Factores *in vivo*.

### Edad.

El envejecimiento afecta las propiedades mecánicas del hueso en humanos y animales. En general, con la edad hay un incremento del contenido mineral en el tejido óseo, el cual obtiene su mayor resistencia y rigidez en la madurez. Después de este periodo, hay una disminución de las propiedades mecánicas. Algunos datos se muestran en la tabla 1.8.

Tabla 1.8. Algunas propiedades mecánicas de hueso húmedo a temperatura ambiente (fémur/tibia) (Cowin, 2001).

Edad	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
Módulo elástico (GPa)							
<b>Tracción</b>	17.0/18.9	17.6/27.0	17.7/28.8	16.6/23.1	17.1/19.9	16.3/19.9	15.6/29.2
<b>Compresión</b>	18.1/—	18.6/35.3	18.7/30.6	18.2/24.5	15.9/25.1	18.0/26.7	15.4/25.9
Resistencia (MPa)							
<b>Tracción</b>	140/161	136/154	139/170	131/164	129/147	129/145	120/156
<b>Compresión</b>	209/—	209/213	200/204	192/192	179/183	190/183	180/197

Lindahl y Lindgren realizaron pruebas en especímenes provenientes de macho y hembra humanos, encontrando que la resistencia caía de 147 MPa para especies de 30 años hasta 125 MPa para especies de 70 años, mientras que la deformación en la fractura caía de 2.3 % a los 30 años hasta 1.6 % a los 70 (An, 2000). McCalden realizó pruebas de tracción en muestras húmedas y encontró que la resistencia caía de 120 MPa a los 30 años, hasta 70 MPa a los 100 años y la deformación correspondiente a dichos valores caía de 3.3 % a 1 % respectivamente (McCalden, 1993). Melick encontró que la resistencia a la tracción del fémur humano de adulto disminuía aproximadamente 4 % por década. Una disminución similar fue encontrada por Hazama para la resistencia cuando la carga fue cortante (Reilly, 2010).

El colágeno puede ser el principal mecanismo de endurecimiento del hueso; ha sido demostrado que la deficiencia del colágeno puede reducir la deformación en la fluencia del hueso por un 60% (Burr, 2002). Esto significa que el colágeno juega un papel primordial en el crecimiento de grietas, inhibiendo su crecimiento a dimensiones críticas. Un hueso viejo está más altamente mineralizado que un hueso joven. Reportes usando espectrometría sugieren que cristales más largos de hidroxapatita están presentes en los huesos viejos, lo cual afecta directamente a las propiedades mecánicas del material. Un hueso más altamente mineralizado y cristalino puede permitir la iniciación prematura de las grietas, disminuyendo la deformación plástica que tendría antes de la fractura. Así, la resistencia del hueso está positivamente correlacionada con el contenido mineral pero cuando el tejido se vuelve excesivamente mineralizado, este tiende a ser frágil.

### Género.

Lindahl y Lindgren encontraron que no había diferencias entre el género de las especies con respecto a las propiedades mecánicas del hueso compacto (An, 2000), sin embargo Burr menciona que las microgrietas se acumulan más rápido en mujeres que en hombres después de la edad de 40 años (Burr, 2002). En general, las desigualdades entre macho y hembra (tabla 1.9) son causadas por diferencias en masa, es decir entre la cantidad del hueso y no en la calidad de éste.

Tabla 1.9. Algunos valores indicativos para ambos sexos (An, 2000).

Especie	Hueso	Propiedad Mecánica	Macho	Hembra
Humano	Fémur cortical	Resistencia a la tracción (MPa)	138 ± 2	131 ± 3
		Módulo elástico (GPa)	14.9 ± 0	14.7 ± 0
Cerdo	Vertebra diáfisis	Carga de compresión en el punto de fluencia (lb)	123 ± 62	78 ± 57
		Esfuerzo en la fractura por flexión (kg/cm <sup>2</sup> )	340	428

**Región no lineal al inicio de la curva esfuerzo-deformación.**

En una gráfica típica esfuerzo-deformación existe una región no lineal al inicio de la curva (RNLIC), descrita como la curva AC en la figura 1.16, la cual no representa una propiedad del material (Keaveny, 1994; Bowman, 1996).

La RNLIC es un error asociado con una mala alineación y/o colocación de la muestra a experimentar, y en el caso del hueso trabecular, con el debilitamiento de las superficies exteriores de la muestra provocada por el corte repentino de las trabéculas al momento de maquinar. Bowman y Kotha proponen que este comportamiento inicial no lineal es debido al enderezamiento de las estructuras colágenas inicialmente enrolladas, mientras que el subsecuente comportamiento lineal es debido al estiramiento de los conjuntos de fibras de colágeno anteriormente enderezados (Bowman, 1996; Kotha, 2003).

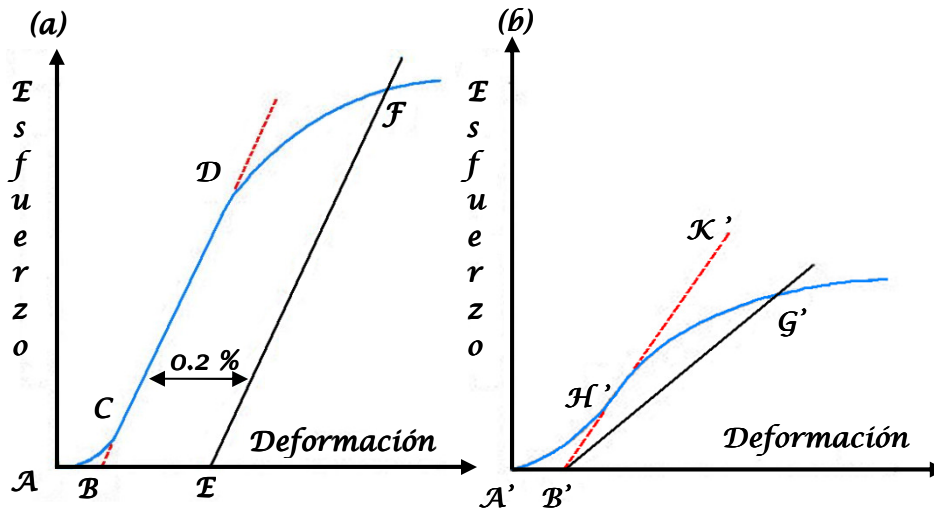


Figura 1.16. Curva típica esfuerzo-deformación obtenida de una prueba de tracción, (a) con una región lineal, (b) sin una región lineal.

Para la obtención de propiedades mecánicas correctas tales como el módulo de elasticidad, el punto de fluencia y la resistencia a la tracción, el punto cero correcto en el eje de deformación debe ser determinado. En caso de que el hueso experimente un comportamiento esfuerzo-deformación lineal, como el de la figura 1.16 (a), una continuación de la zona lineal CD es construida a través del eje de esfuerzo cero. Esta intersección B es el punto de deformación-cero corregido, del cual todos los desplazamientos y deformaciones deben ser medidos, incluyendo el método de la desviación<sup>11</sup> (Hibbeler, 2006) para determinar el punto de fluencia

<sup>11</sup> Método gráfico que consiste en escoger una deformación, normalmente de 0.2 % y desde este punto sobre el eje de las deformaciones, se traza una línea paralela a la porción inicial recta del diagrama esfuerzo-deformación. El punto donde esta línea interseca la curva define el punto de fluencia.

(la aplicación de este procedimiento corresponde a la línea EF). El módulo elástico puede ser determinado dividiendo el esfuerzo en cualquier punto a lo largo de la línea  $CD$  (o su extensión) por su deformación (medido a partir del punto  $B$ , definido como la deformación-cero).

En el caso de que el material no muestre una zona lineal, figura 1.16 (b), la misma corrección del punto de deformación-cero puede ser hecha, construyendo una tangente a la máxima pendiente en el punto de inflexión  $H'$ . Esta línea se extiende hasta intersectar el eje de deformación en el punto  $B'$ , el cual es la nueva deformación cero. El módulo tangente se toma como la pendiente de la recta  $B'H'$  y es éste valor el más comúnmente reportado. Usando el punto  $B'$ , el esfuerzo en cualquier punto de la curva (dentro de la recta  $B'G'$ ) puede ser dividido por la deformación en ese punto para obtener un módulo secante, donde  $G'$  es el punto de fluencia. Para esos materiales sin una región lineal, cualquier intento de usar simultáneamente el método de la desviación y la tangente a través del punto de inflexión como una base para la determinación del punto de fluencia puede proporcionar datos erróneos; lo anterior es debido a que el punto de fluencia es una propiedad que indica el nivel de esfuerzo para el cual un material muestra una deformación plástica importante, pero en hueso ocurren cambios estructurales significativos antes de ese punto, por lo que es factible aplicar el método de la desviación y hallar que la curva esfuerzo-deformación y la recta desplazada una deformación de 0.2 % no intersecan debido a que la fractura del hueso ocurre antes de que esto suceda. Para evitar este problema, An sugiere un desplazamiento más pequeño al utilizar el método de la desviación y propone que se estandarice el valor de 0.1 % para pruebas biomecánicas (An, 2000).

# Capítulo 2.

## METODOLOGÍA

---

### **Recolección del hueso.**

Para la elaboración del presente trabajo se eligió trabajar con fémur de bovino debido a los siguientes factores como lo son:

- La facilidad de su adquisición. Ya que la finalidad de los estudios del hueso, en general, es el perfeccionamiento de implantes, lo ideal sería trabajar sobre huesos de humano, pero para ello existen diversas dificultades, por ejemplo la obtención de permisos legales. El trabajar con hueso bovino en lugar de hacerlo en el correspondiente humano se justifica de la misma forma como se hace cuando se efectúan los experimentos previos a la generación de una nueva medicina, primero se llevan a cabo investigaciones sobre cultivos celulares para posteriormente hacerlo sobre animales cuyos organismo son de cierta manera sencillos, tales como lo son roedores, para posteriormente, con sus correspondientes permisos legales, hacerlo sobre animales con tejidos más complejos, por ejemplo en monos. Si bien, para investigar las propiedades mecánicas de este material no es necesario llevar a cabo todo el proceso anterior, es necesario tener cierta experiencia trabajando en ésta materia, por ejemplo un investigador podría empezar a trabajar directamente con hueso humano, pero por lo general se va encontrar con diversos problemas que lo llevaran a desperdiciar material, tiempo, equipo y recursos. Por esta causa es necesario obtener cierto grado de conocimiento en un elemento fácil de adquirir para posteriormente dirigir los conocimientos y recursos al objetivo principal.
- Su relativa semejanza geométrica en comparación al fémur de humano. En un principio, la idea fue trabajar con fémur de porcino. La razón por la que se descartó esta idea fue la poca semejanza entre los dos ejemplares, ya que el concerniente a humano es más largo y más recto que el de porcino. Finalmente, se prefirió trabajar con fémur bovino debido a que este es alargado y recto como lo es el humano.
- Sus mayores dimensiones en comparación a las relativas a porcino. Este punto fue muy importante pues la obtención de probetas para ensayarse en la dirección radial fue sumamente difícil; ya que la diáfisis no es totalmente sólida, sino que es más bien tubular con un radio interior y un radio exterior (región donde se encuentra alojada la médula), las dimensiones de la muestra en la dirección radial son, de manera general para cualquier animal, muy pequeñas. Debido a la necesidad de la colocación de extensómetros en el material para medir la deformación, fue necesario obtener probetas con las dimensiones necesarias para la colocación de dichos sensores, razón por el cual se eligió trabajar en muestras de bovino, las cuales garantizaban el espacio necesario.

En el presente estudio se discutirán, principalmente, los ensayos de muestras o probetas y no ensayos de hueso completo. Los ensayos de hueso completo, ciertamente, proporcionan

información importante sobre cuestiones que pueden ser contestadas solamente al realizar estos ensayos, pero si el análisis de tales pruebas considera idealizaciones de la arquitectura del hueso completo, entonces, la caracterización del material es esencial. Currey ha discutido la interrelación de estos dos tipos de aproximaciones experimentales (Currey, 2003).

Con base en las explicaciones anteriores se recolectó hueso de bovino (específicamente, diáfisis de fémur), en carnicerías comunes. Se puede considerar que los animales sacrificados eran jóvenes y que no presentaban enfermedades, por lo que los huesos estaban en buenas condiciones, lo anterior suponiendo que dichos establecimientos vendan un producto de buena calidad. Con esto es posible notar que no se llevó el procedimiento adecuado para la recolección del material como lo sería un registro tanto de edad de sacrificio o de las condiciones en las que vivieron como lo sugiere la literatura especializada.

En estas carnicerías se pedía al dependiente que cortara las epífisis o extremos del fémur y sólo fuera proporcionada la diáfisis (figura 2.1).

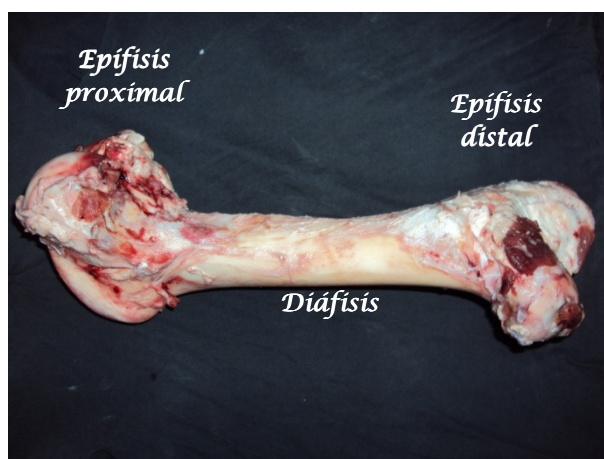


Figura 2.1. Foto de diáfisis completa de bovino.

### **Limpieza y conservación del hueso.**

Después de haber obtenido la diáfisis de bovino, el siguiente paso fue la completa eliminación de otros tejidos adheridos al hueso. Para evitar la descomposición del hueso y la disminución de sus propiedades mecánicas, dicho elemento se guardó en bolsas de plástico y se mantuvo bajo refrigeración por aproximadamente una semana. En este apartado se sugiere evitar un tiempo prolongado de congelación ya que se ha reportado una reducción de las propiedades mecánicas contra el tiempo cuando este material se mantiene en estas condiciones (Turner, 1993).

### **Maquinado de las muestras.**

Antes de realizar el maquinado del hueso, se estableció cuales serían las cinco constantes elásticas a determinar y como se obtendrían. Después de revisar artículos y libros especializados (An, 2000; Cowin, 2001; Yan, 2007; Lasaygues, 2002; Kasra, 2007; Talesnick, 1996; Neil, 2003; Shahar, 2007) se eligió obtener las siguientes propiedades:

- Dos módulos de elasticidad determinados mediante ensayos de compresión (Beaupied, 2007; Turner, 1993; Neil, 2003), uno en la dirección longitudinal (o  $X_3$  como se indica en la figura 1.5) y el otro en la dirección transversal. Dichos módulos corresponden a las constantes  $E_1$  y  $E_3$  de la ecuación 1.5
- Dos coeficientes de Poisson que conciernen a los planos longitudinal-transversal y transversal-transversal o de isotropía ( $X_1X_2$ ), utilizando para dicho fin las mismas pruebas de compresión anteriormente mencionadas. Estos valores se relacionan con la ecuación 1.5 mediante los símbolos  $\nu_{13}$  y  $\nu_{12}$  (Cowin, 2001; Neil, 2003; Shahar, 2007; Talesnick, 1996).
- Un módulo de corte  $G_{13}$  en el plano longitudinal-transversal, utilizando un ensayo de torsión (An, 2000; Beaupied, 2007; Kasra, 2007; Lind, 2001).

Debido a los dos diferentes tipos de experimentos mecánicos a realizar (compresión y torsión), se tuvo la necesidad de maquinar probetas o muestras de hueso compacto con dos geometrías distintas.

### Metodología para las muestras de compresión.

El primer inconveniente que se presentó fue que no existen normas para ensayos mecánicos aplicados a hueso, así que para llevar a cabo el maquinado de muestras a compresión, el primer paso fue leer sobre la geometría y dimensiones propuestas para estos elementos en la literatura especializada. Existen artículos donde se aplica compresión a muestras de hueso y donde se sugiere una geometría cubica con dimensiones de aproximadamente 10 mm por arista (An, 2000; Cowin, 2001; Neil, 2003; Turner, 1993).

El paso siguiente fue hacer cortes transversales burdos en la diáfisis de aproximadamente 25 mm de altura. Por cada diáfisis se obtuvo un total de dos cortes transversales los cuales se adquirieron de la región central de la diáfisis (figura 2.2). Esto se hizo así ya que resultaba complicada la generación de cubos en los extremos de la diáfisis.

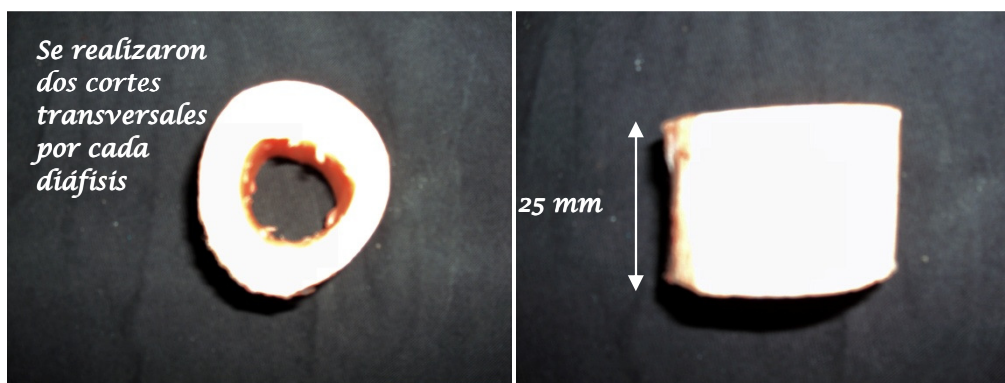


Figura 2.2. Detalle del seccionamiento y la dimensión de su altura aproximada.

Posteriormente estas secciones se cortaron en cuatro partes y sólo se conservaron aquellas que presentaban la dimensión necesaria para la generación del elemento cúbico (Gómez, 2008). A continuación se marcaron estos elementos con un cuadrado de aproximadamente 9 mm de lado lo cual sirvió como guía al momento de realizar el corte (ver figura 2.3).



Figura 2.3. Fotos que muestran tres tiras elaboradas a partir de los cortes transversales previamente obtenidos y la guía marcada en estas.

Para conseguir un mejor acabado de las muestras cúbicas, se utilizó una cortadora con disco de diamante (Buehler Isomet 1000) a una velocidad de corte de 600 rpm, lo que permitió la adquisición de cubos de aproximadamente 9 mm por arista como lo muestra la figura 2.4.

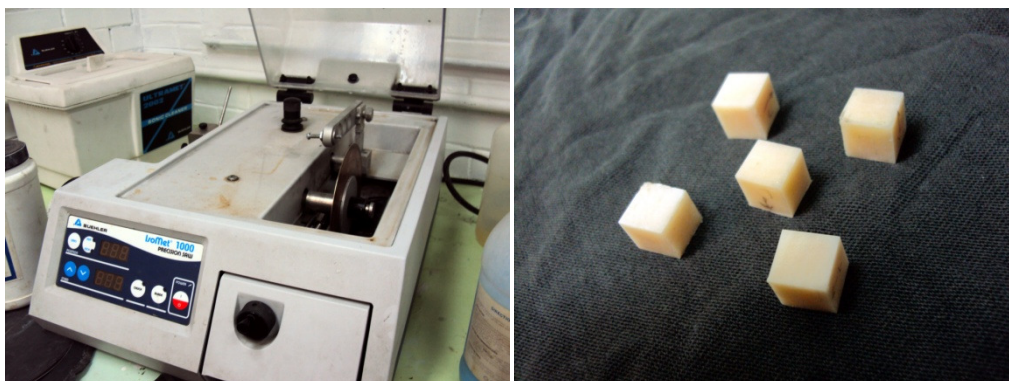


Figura 2.4. Foto que muestra la cortadora con disco de diamante utilizada para la obtención de las probetas cúbicas de hueso compacto.

Durante el maquinado de los elementos cúbicos se colocaron marcas que ayudaban a distinguir entre la dirección longitudinal y transversal, esto se hizo trazando dos flechas que apuntaban hacia las direcciones mencionadas. El procedimiento anterior se repitió para un total de diez diáfisis, de las cuales se obtuvieron dos probetas cúbicas por cada una de ellas.

Para lograr la conservación del material, las muestras fueron metidas en recipientes que contenían solución salina, y posteriormente se efectuó la refrigeración del material (An, 2000; Cowin, 2001; Turner, 1993). Este proceso terminó hasta pocas horas antes de la colocación de los extensómetros eléctricos.

Para poder obtener los módulos de elasticidad y los coeficientes de Poisson solicitados por la matriz de complianza (ecuación 1.5) fue necesario realizar ensayos de compresión donde la carga fuera aplicada en dos direcciones distintas, en la dirección longitudinal y en la transversal, en ambos casos, se colocó un par de extensómetros, uno paralelo a la dirección de la carga y el siguiente en la dirección perpendicular (figura 2.5.a). Para efectuar la fijación de los extensómetros se siguió el procedimiento indicado por libros y prácticas que tratan sobre el



tema (Camacho, 1992) y se utilizó el equipo necesario para llevar a cabo este fin, tal como se muestra en la figura 2.5.b.

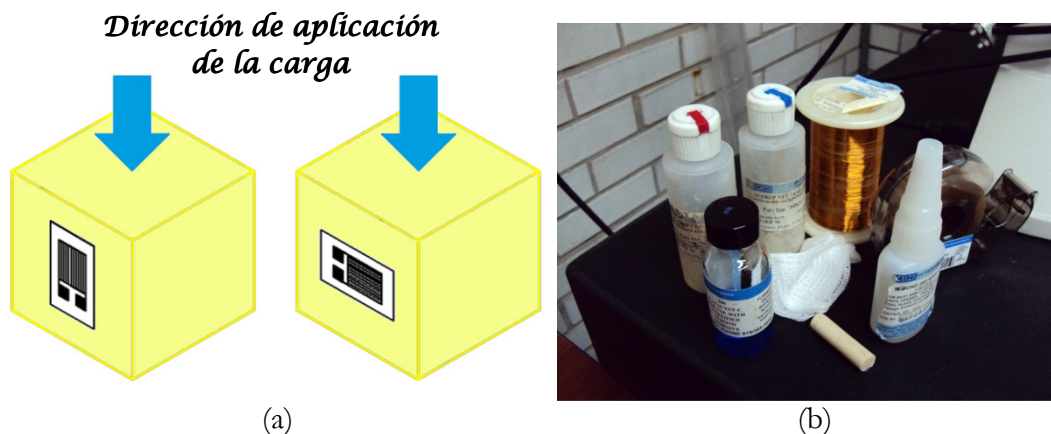


Figura 2.5. (a) Esquema que muestra la colocación de los extensómetros, uno en forma paralela a la dirección de la carga y el segundo perpendicular a ésta. (b) Utensilios de trabajo necesarios para el pegado de extensómetros.

Para llevar a cabo los ensayos de compresión de una manera eficiente, donde la carga en la probeta no creara concentradores de esfuerzo, se construyó el casquillo esférico mostrado en la figura 2.6, lo que permitió la correcta alineación de la muestra al momento de la aplicación de la carga (An, 2000; Cowin, 2001).

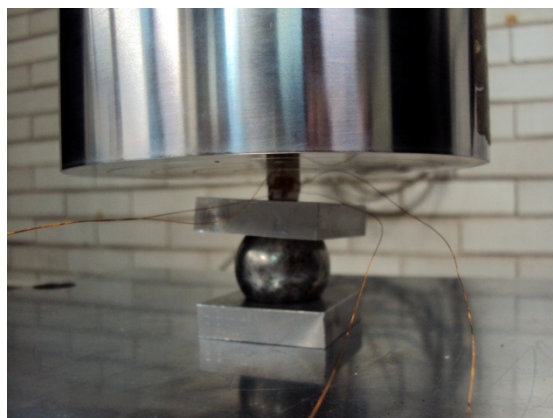


Figura 2.6. Casquillo esférico construido para evitar la concentración de esfuerzos en las muestras cúbicas de hueso cortical.

El ensayo de compresión fue efectuado en una máquina universal de pruebas mecánicas (figura 2.7) donde fueron programadas propiedades como la rapidez de aplicación de la carga (se asentó un valor de 0.3 mm/min) (An, 2000; Cowin, 2001; Turner, 1993; Bayraktar, 2004; Gómez, 2008).

Finalmente la prueba de compresión fue hecha y de ella se obtuvieron datos de desplazamiento, registrados por la máquina universal de pruebas mecánicas y al mismo tiempo se registraron datos de deformación derivados mediante los cambios de resistencia de los extensómetros (serie EA-06-031CE-350) colocados en direcciones mutuamente perpendiculares en las probetas.

Veinte ensayos de compresión fueron hechos (diez en la dirección longitudinal y diez en la dirección transversal) pero fueron descartados seis por errores en la metodología, así el número de experimentos exitosos para esta prueba fue de siete en la dirección longitudinal y siete en la transversal.



Figura 2.7. Máquina universal de pruebas mecánicas.

### Metodología para las muestras de torsión.

Para este caso también fue necesario consultar artículos que trataran sobre ensayos de torsión aplicados sobre hueso (An, 2000; Beaupied, 2007; Cowin, 2001; Kasra, 2007; Turner, 1993), en ellos se sugiere una geometría cilíndrica cuyas dimensiones varían en radio y longitud.

La siguiente fase consistió en hacer cortes transversales burdos sobre la diáfisis, con la diferencia de que estas tuvieron una altura de 45 mm (figura 2.8).

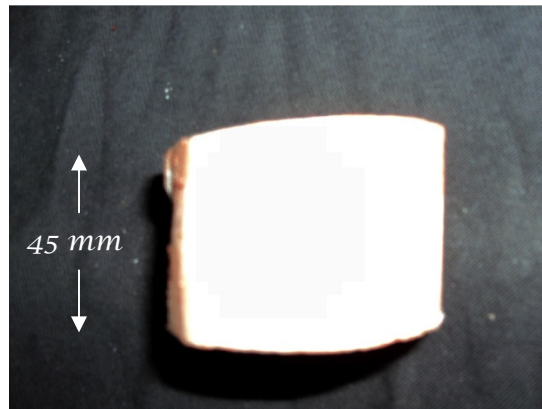


Figura 2.8. Seccionamiento en la diáfisis para obtener una probeta cilíndrica.

Utilizando un corta-círculos se efectuó el maquinado de las muestras cilíndricas. Para ello se colocó la sierra rotativa en un taladro fijo y se llevó a cabo el corte a una velocidad lenta de penetración. Para evitar la deshidratación de la muestra, esta se humedeció al mismo tiempo que se realizaba el corte (figura 2.9).

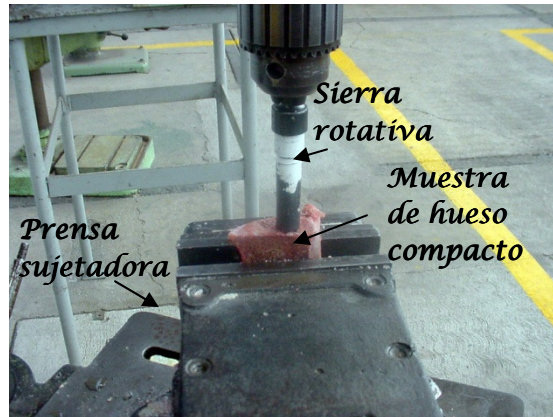


Figura 2.9. Sierra rotativa y taladro fijo utilizados para obtener las probetas cilíndricas.

Las probetas obtenidas tuvieron 10 mm de diámetro por 40 mm de largo como lo muestra la figura 2.10. El procedimiento anterior se repitió para un total de cinco diáfisis, de las cuales se obtuvieron dos probetas cilíndricas por cada una de ellas.

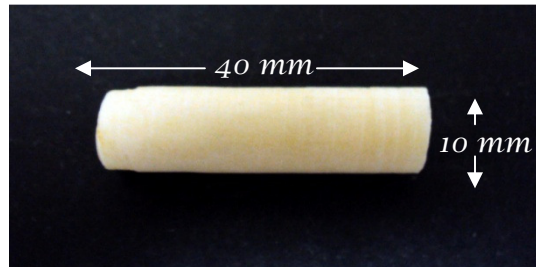


Figura 2.10. Probeta cilíndrica conseguida después del corte.

Se efectuó la conservación de las muestras cilíndricas de la misma manera como se hizo con las cúbicas, se sumergieron en solución salina y fueron refrigeradas hasta pocas horas antes de la colocación de los extensómetros.

Para la obtención del módulo cortante  $G_{13}$  fue necesario realizar un ensayo de torsión. Se colocó un extensómetro por cada probeta cilíndrica. Estos dispositivos (serie EA-06-031CE-350) son especialmente diseñados para medir deformaciones producidas por esfuerzos cortantes, pero su colocación en el material es exactamente el mismo que el de los extensómetros que miden deformaciones por esfuerzos uniaxiales (figura 2.11).



Figura 2.11. Fijación de los extensómetros en las muestra cilíndricas.

Efectuar el ensayo de torsión sobre hueso compacto resultó más complicado de realizar que el ensayo de compresión, pues para este caso no se contaba con algún dispositivo capaz de hacer

el experimento, así pues fue necesario diseñar un mecanismo para llevarlo a cabo. Este dispositivo consistió en una bancada de torno en la cual de un extremo, el contrapunto sujetaba la muestra y del otro, el chock quedaba libre y por lo tanto el material podía girar sin restricciones, de este mismo lado se sujetaba una llave que sirvió como brazo de palanca (de 250 mm de longitud) donde se colgó un porta-pesas (figura 2.12). El ensayo consistió en colocar pesas de 10 gramos cada 10 segundos mientras el extensómetro registraba los datos de deformación.

El número de ensayos de torsión exitosos, siguiendo esta metodología, fue de diez.

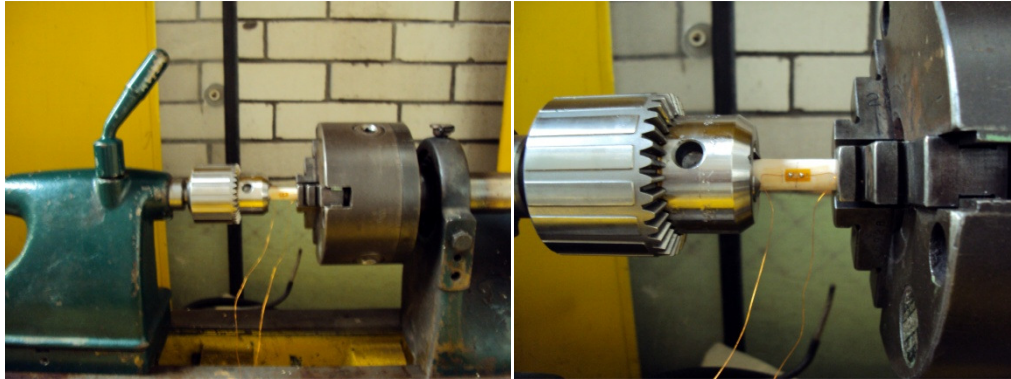


Figura 2.12. Dispositivo utilizado para efectuar los ensayos de torsión en hueso compacto.

# Capítulo 3.

## SIMULACIÓN NUMÉRICA

---

### **Introducción.**

Originalmente desarrollado en la década de 1950, el análisis por elementos finitos (FEA por sus siglas en inglés Finit-element analysis o FEM Finit-element method) es uno de los métodos más populares para modelar la estructura del hueso y sus propiedades mecánicas. Este método ha tenido un fuerte impacto en el campo de la ortopedia, ya que ayuda a los investigadores a realizar análisis cuantitativos del hueso y de otras estructuras complejas biológicas. El FEA es especialmente útil para modelar estructuras de geometría irregular tal como la vertebra y para la identificación de áreas donde hay altas concentraciones de esfuerzo (An, 2000).

En este método de análisis, una región compleja que define un continuo se discretiza en formas geométricas simples llamadas elementos finitos. Las propiedades del material y las relaciones gobernantes, son consideradas sobre esos elementos y expresadas en términos de valores desconocidos en los bordes del elemento. Un proceso de ensamble, cuando se consideran debidamente las cargas y restricciones, da lugar a un conjunto de ecuaciones. La solución de esas ecuaciones proporciona el comportamiento aproximado del continuo (Chandrupatla, 1999). En años recientes, la biomecánica ha encontrado en el modelado por elementos finitos una herramienta invaluable para la investigación de un amplio rango de problemas, tal como el diseño de prótesis e implantes. Por su parte, las imágenes médicas procedentes de los estudios de tomografía computarizada (TC) son herramientas usuales para el diagnóstico médico. El reformateo y procesamiento de las imágenes de TC permiten obtener reconstrucciones bidimensionales (2D) en los planos sagital, coronal y oblicuo o tridimensionales (3D) mediante la utilización de software específicos (Volume Rendering, Surface Rendering). Hoy día, el uso de imágenes médicas, y en particular las tomografías computarizadas, es una de las alternativas más usadas en bioingeniería. En biomecánica, y en el caso particular del modelado de estructuras óseas, las TC suministran la información detallada de la geometría y densidad de las mismas (D'Amico, 2005).

Las tres fases básicas del análisis por elementos finitos de un modelo son: (1) creación del modelo, (2) solución, (3) validación e interpretación de los resultados.

La meta del modelado es la creación de una descripción matemática finita de nodos, elementos, propiedades del material, condiciones de frontera y aplicación de cargas. Esta es la fase más laboriosa del FEA y puede tomar semanas o incluso meses, aunque, la tecnología computacional ha reducido los tiempos de la generación de los modelos. Uno de los pasos iniciales es determinar si el modelo será en dos o en tres dimensiones.

La selección de las propiedades del material, en este caso hueso, puede ser un paso difícil debido, principalmente, a su no homogeneidad y a su comportamiento anisotrópico. En la literatura, el hueso es comúnmente modelado como un material lineal elástico (An, 2000).

El último paso del modelado es la especificación de las condiciones de frontera y la aplicación de las cargas. Muchas de esas cargas (flexión, torsión y compresión) pueden ser identificadas en la vida diaria de un individuo (ver figura 3.1).

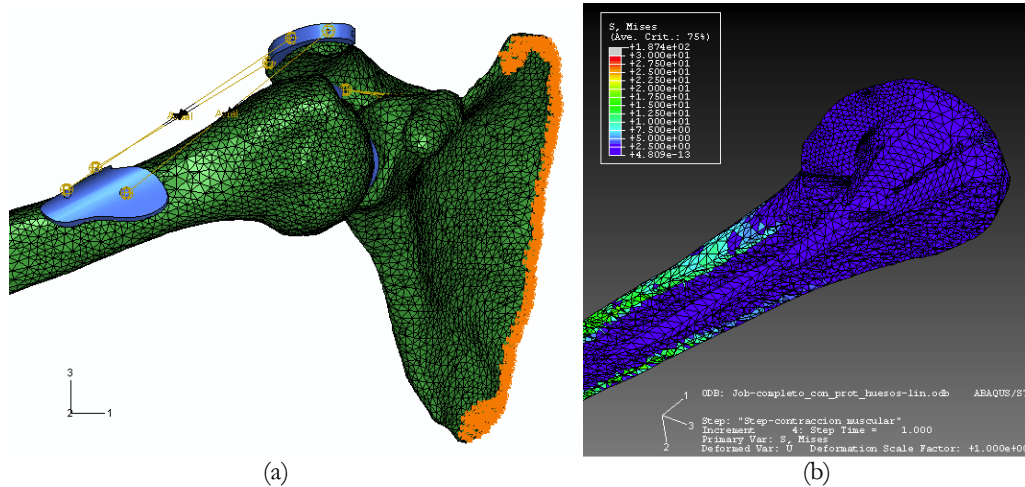


Figura 3.1. (a) Modelo donde fue aplicada la técnica FEM del húmero unido al omóplato (regiones verdes) con implantes (regiones azules). (b) El mismo húmero analizado por el método de elementos finitos sin implantes (D'Amico, 2005).

Actualmente en biomecánica se estudian técnicas menos invasivas y más eficientes, a través del uso de modelos computacionales, resultando en importantes contribuciones tecnológicas a la traumatología y ortopedia. La simulación computacional permite crear los medios virtuales para el diseño, creación y evaluación de dispositivos tales como fijadores externos, prótesis, elementos como clavos, tornillos y placas, antes de ser colocados en los pacientes, cuantificando la distribución de las fuerzas y deformaciones alrededor de los implantes óseos, permitiendo predecir su funcionamiento. La exactitud de la simulación depende principalmente de la capacidad de reproducir las complejas propiedades mecánicas del hueso y en este sentido varias han sido las expresiones matemáticas para representar este comportamiento. En ellas se correlacionan el módulo de elasticidad del hueso con la densidad aparente del tejido cortical o trabecular; sin embargo, no existe un consenso en cuál de ellas es la más apropiada. Muchas investigaciones con probetas de hueso cortical y trabecular se han realizado; sin embargo pocos investigadores han efectuado simulaciones numéricas de estructuras óseas validadas con ensayos experimentales (Gómez, 2008).

### Obtención de las constantes elásticas.

Para poder establecer las cinco constantes elásticas se realizó la transformación de carga-desplazamiento a esfuerzo-deformación, como se explica a continuación.

A partir de los datos del ensayo de compresión, fue posible calcular los valores del esfuerzo y la correspondiente deformación de la muestra para posteriormente graficar los resultados.

Usando los datos registrados se determinó el esfuerzo dividiendo la carga  $P$  aplicada entre el área  $A_0$  de la sección transversal original del espécimen. La deformación se determinó leyendo las galgas extensométricas, dividiendo el cambio en la longitud calibrada  $\delta$ , entre la longitud calibrada original del espécimen  $L_0$ .

Para la obtención de los módulos de elasticidad y de los coeficientes de Poisson, en ambas direcciones, se aplicó la metodología utilizada para la eliminación de la RNLIC de las curvas esfuerzo-deformación, igualmente se utilizó como referencia la norma ASTM C469-87a, en la cual se describe como determinar el módulo de elasticidad y el coeficiente de Poisson para muestras de concreto ensayadas bajo compresión uniaxial, cuyo método se menciona a continuación:

El módulo de elasticidad y coeficientes de Poisson se determinan dentro del intervalo 0-40% del esfuerzo en la fractura.

Calcular el módulo de elasticidad como sigue:

$$E = \frac{S_2 - S_1}{\varepsilon_2 - 0.000050} \quad (3.1)$$

donde:

$E$  es el módulo de Elasticidad, Pa.

$S_2$  es el esfuerzo correspondiente al 40% del esfuerzo en la fractura, Pa.

$S_1$  es el esfuerzo correspondiente a una deformación  $\varepsilon_1$  de 0.000050.

$\varepsilon_2$  es la deformación longitudinal producida por el esfuerzo  $S_2$ .

Ya que el intervalo propuesto por la norma es aplicado a concreto y que éste presenta el comportamiento de un material frágil, al utilizar este método para determinar el módulo de elasticidad se prefirió reducir el intervalo a un valor de 0-20 % y, de esta manera, tratar de evitar un comportamiento plástico del hueso.

Calcular el coeficiente de Poisson como sigue:

$$\nu = \frac{\varepsilon_{t2} - \varepsilon_{t1}}{\varepsilon_2 - 0.000050} \quad (3.2)$$

donde:

$\nu$  es el coeficiente de Poisson.

$\varepsilon_{t2}$  es la deformación transversal de la muestra producida por el esfuerzo  $S_2$  de la ecuación 3.1.

$\varepsilon_{t1}$  es la deformación transversal en la muestra producida por el esfuerzo  $S_1$ .

Los valores del módulo de elasticidad y coeficientes de Poisson en la dirección longitudinal y en la dirección transversal, obtenidos con los ensayos de compresión se resumen en la tabla 3.1.

Tabla 3.1. Valores del módulo de elasticidad y coeficientes de Poisson en la dirección longitudinal y en la transversal.

Prueba	$E_{\text{Longitudinal}} = E_3$ (GPa)	$E_{\text{Transv}} = E_1 = E_2$ (GPa)	$\nu_{\text{long}} = \nu_{13}$	$\nu_{\text{Trans}} = \nu_{12}$
1	16.0	8.0	0.39	0.17
2	18.9	7.3	0.36	0.14
3	14.0	7.0	0.26	0.17
4	15.4	6.3	0.30	0.14
5	17.8	8.4	0.35	0.16
6	17.1	8.4	0.36	0.17
7	16.8	9.0	0.35	0.19

Para determinar los esfuerzos producidos durante el ensayo de torsión, se utilizó la expresión:

$$\tau_{max} = \frac{Tc}{J} \quad (3.3)$$

en donde

$\tau_{max}$ .- es el esfuerzo cortante máximo en la probeta, el cual ocurre en la superficie exterior.

$T$ .- es el par de torsión interno o torque, el cual actúa en la sección transversal.

$c$ .- radio de la probeta.

$J$ .- es el momento polar de inercia del área de la sección, en este caso se aproxima como circular. Para determinar el valor de esta constante se utilizó la ecuación aplicable a una flecha de sección transversal circular sólida (Hibbeler, 2006; Dieter, 1986):

$$J = \frac{\pi c^4}{2} \quad (3.4)$$

La metodología utilizada para la determinación del módulo cortante fue la descrita por la norma ASTM E143-87, la cual es aplicable a materiales estructurales. Ya que en esta norma sólo se explica que el módulo cortante se obtiene como la pendiente de la curva esfuerzo-deformación por cortante pero no se indica hasta qué nivel de esfuerzo es aplicable, se utilizó el mismo intervalo que el empleado para la determinación de los módulos elásticos en las direcciones longitudinal y transversal.

Los valores del módulo cortante en el plano  $X_3X_1$  obtenidos con los ensayos de torsión, se muestran en la tabla 3.2.

Tabla 3.2. Valores del módulo cortante para las probetas cilíndricas.

Prueba	$G_{13}$ (GPa)
1	8.6
2	5.7
3	6.7
4	4.8
5	5.5
6	6.9
7	7.4
8	5.5
9	4.3
10	6.9



Finalmente se presentan en la tabla 3.3, los valores de las cinco constantes elásticas (mediana  $\pm$  rango intercuartílico) y se comparan con los valores obtenidos en artículos especializados. También se indican los valores de las deformaciones correspondientes en la fractura.

Tabla 3.3. Valores obtenidos en el presente trabajo y en otras investigaciones para las cinco constantes elásticas.

	Resultados	Reportados en la literatura	%Err
$E_{13}$ (GPa)	$16.8 \pm 2.0$	17.5 (Yan, 2007)	4.2
$E_{12}$ (GPa)	$8.0 \pm 1.0$	6.8 (Ferreira, 2005)	17.3
$\nu_{13}$	$0.35 \pm 0.01$	0.37 (Neil, 2003)	5.4
$\nu_{12}$	$0.17 \pm 0.01$	0.12 (Lasaygues, 2002)	41.6
$G_{13}$ (GPa)	$6.2 \pm 1.8$	4.7 (Neil, 2003)	31.9
$\epsilon_{fractura13}$ (mm/mm)	$0.007 \pm 0.003$	0.004 (Gómez, 2008)	-----
$\epsilon_{fractura12}$ (mm/mm)	$0.003 \pm 0.002$	-----	-----
$\gamma_{fractura13}$ (rad)	$0.007 \pm 0.002$	-----	-----

### Simulación de las pruebas mecánicas.

Una vez obtenidas las constantes elásticas necesarias para la simulación del hueso cortical como un material transversalmente isotrópico, se pudieron simular, con la ayuda de la paquetería de análisis por elementos finitos Abaqus®, cada uno de los ensayos mecánicos llevados a cabo en este proyecto (compresión de muestras cúbicas en las direcciones longitudinal, transversal y torsión de muestras cilíndricas), así mismo se pretendió corroborar los resultados obtenidos por Martínez de ensayos de hueso completo (sólo la diáfisis) en compresión y flexión en tres y cuatro puntos (Martínez, 2010).

Para cada una de las simulaciones se realizó un procedimiento semejante; primero se generó el modelo en tres dimensiones de cada una de las probetas (sólo la generación del modelo de la diáfisis se describirá más adelante, debido a que ésta fue la que presentó una mayor complejidad), se construyeron utilizando la herramienta de elementos deformables y también se crearon elementos rígidos analíticos para simular las superficies en contacto con el hueso durante las pruebas, tales como las placas de compresión de la máquina universal de pruebas mecánicas y el broquero que mantuvo fija la muestra cilíndrica en el ensayo de torsión. Un material ortotrópico que contenía las cinco constantes elásticas le fue asignado a cada uno de los modelos deformables, los valores de dichas propiedades mecánicas se muestran en la tabla 3.4.

Tabla 3.4. Valores de las constantes elásticas utilizadas en la simulación del hueso cortical

$E_3$ (GPa)	$E_1=E_2$ (GPa)	$\nu_{13}=\nu_{23}$	$\nu_{12}$	$G_{13}=G_{23}$ (GPa)	$G_{12}$ (GPa)
16.8	8.0	0.35	0.17	6.2	7.1

### Compresión de probetas cúbicas en la dirección longitudinal

Para la generación del modelo cúbico se usó el metro como unidad de medida, las dimensiones fueron de 0.009 x 0.009 (m). Las condiciones de frontera se aplicaron a los elementos analíticos rígidos (placas) como se muestra en la figura 3.2. La deformación se aplicó en la forma de un desplazamiento, esto es, se le indicó a una de las placas que se desplazara 0.4% de la longitud inicial del modelo (0.000036 m), valor que es reportado como la deformación en la fractura (Angulo, 2010) y que fue corroborado en los ensayos realizados y mostrado en la tabla 3.3.

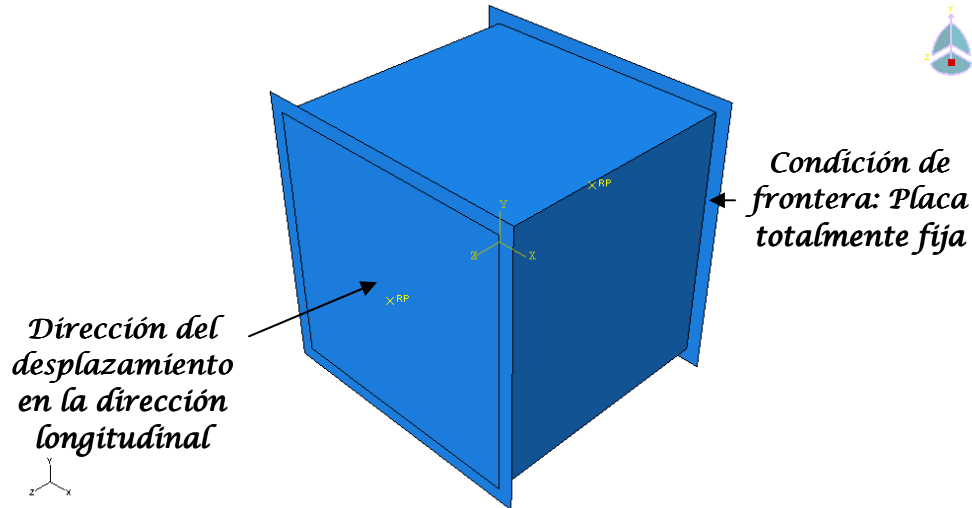


Figura 3.2. Muestra cúbica sin deformar donde se aprecian la dirección de desplazamiento y la condición inicial de frontera.

La distribución de esfuerzos se muestra en la figura 3.3, en dicha figura también se indica el nodo que se utilizó para generar la simulación numérica de la curva esfuerzo-deformación del ensayo, la cual se comparará más adelante con las curvas de los ensayos reales. En la figura 3.3 se puede apreciar que la mayor concentración de esfuerzo ocurre en las zonas de color rojo. Esto es indicativo de que la región más probable de generación de la fractura es en las esquinas de la muestra, lo que es debido a la discontinuidad existente y a la fricción entre el hueso y las placas de la máquina de pruebas. En los experimentos se identificó ésta como una forma de falla, pero esto no sucedió en todos los casos, siendo observada sólo en un número mínimo de ellos.

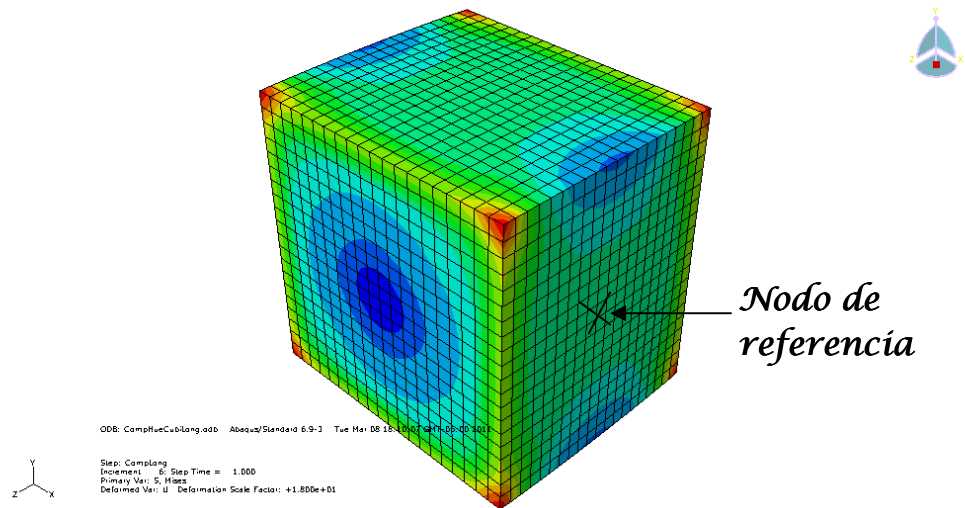


Figura 3.3 Vista isométrica que muestra la distribución de esfuerzos resultantes después de la compresión de la muestra cúbica en la dirección longitudinal. En la figura también se aprecia el nodo de referencia utilizado para crear la curva esfuerzo-deformación mediante análisis numérico.

En la figura 3.4 se muestran las regiones de fractura presentadas en la compresión de muestras cúbicas de hueso compacto; esta forma de falla se manifestó en ambos casos: cuando la

compresión se aplicaba en dirección longitudinal y transversal. La forma de fractura (a) se presentó sólo en un par de casos. En la forma de fractura (b) se aprecia, según la figura, que su dirección va en forma transversal a la aplicación de la carga pero orientada hacia alguna de las esquinas.

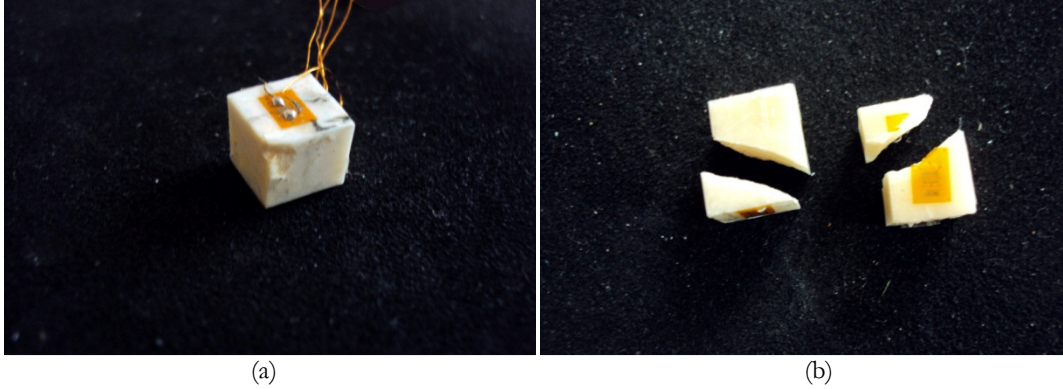


Figura 3.4. La fractura en muestras cúbicas se presentó de dos maneras, (a) En alguna de las esquinas de la probeta, (b) En dirección transversal a la aplicación de la carga orientada hacia una esquina.

A continuación se presentan las vistas generadas a partir de la vista isométrica. La simetría axisimétrica del modelo se ve claramente reflejada en la figura 3.5.

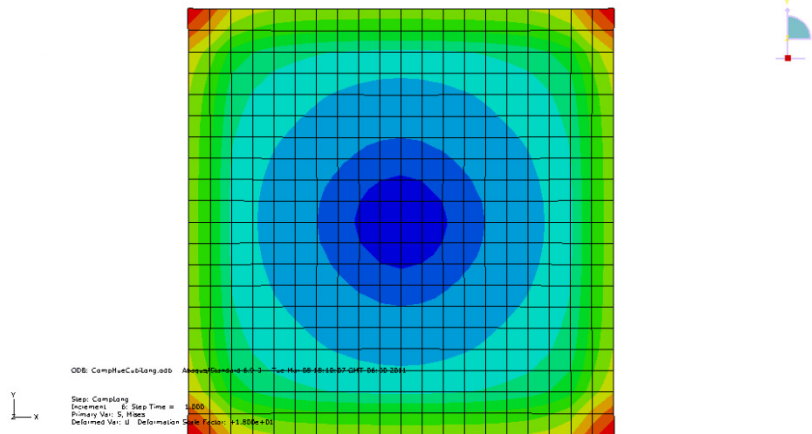


Figura 3.5. Vista frontal que muestra la distribución de esfuerzos resultantes después de la compresión de la muestra cúbica en la dirección longitudinal.

La figura 3.6 señala que la segunda zona probable para la falla es en la región central de la probeta (zona azul claro). En la figura 3.7 se puede observar el mismo comportamiento, es decir, si algún defecto presente en alguna de estas zonas existiera, y estuviera orientado favorablemente, éste tendería a crecer en dirección perpendicular a la aplicación de la carga hacia alguna de las esquinas, tal como se aprecia en la figura 3.4.b

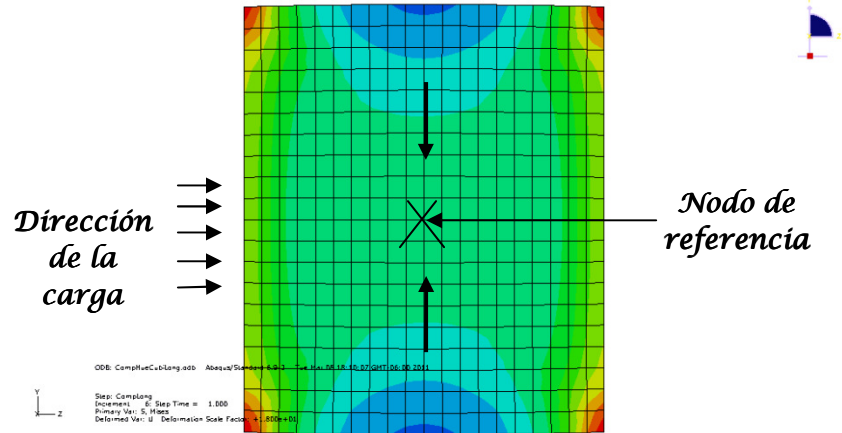


Figura 3.6. Vista lateral que muestra la distribución de esfuerzos resultantes después de la compresión de la muestra cúbica en la dirección longitudinal. El nodo de referencia es el mismo que el presentado en la figura 3.3. Las flechas indican la dirección probable del crecimiento de grietas.

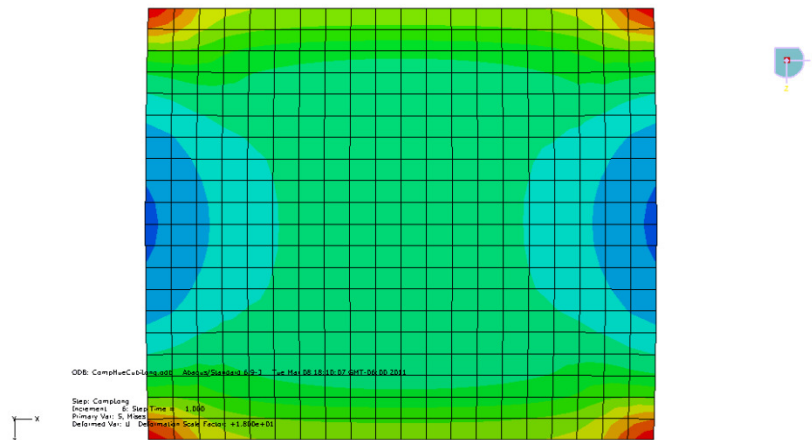


Figura 3.7. Vista superior que muestra la distribución de esfuerzos resultantes después de la compresión de la muestra cúbica en la dirección longitudinal.

Finalmente en la figura 3.8 se presentan las curvas de esfuerzo-deformación de los ensayos reales (en color azul) y la obtenida mediante la simulación computacional del nodo de referencia (en color rojo).

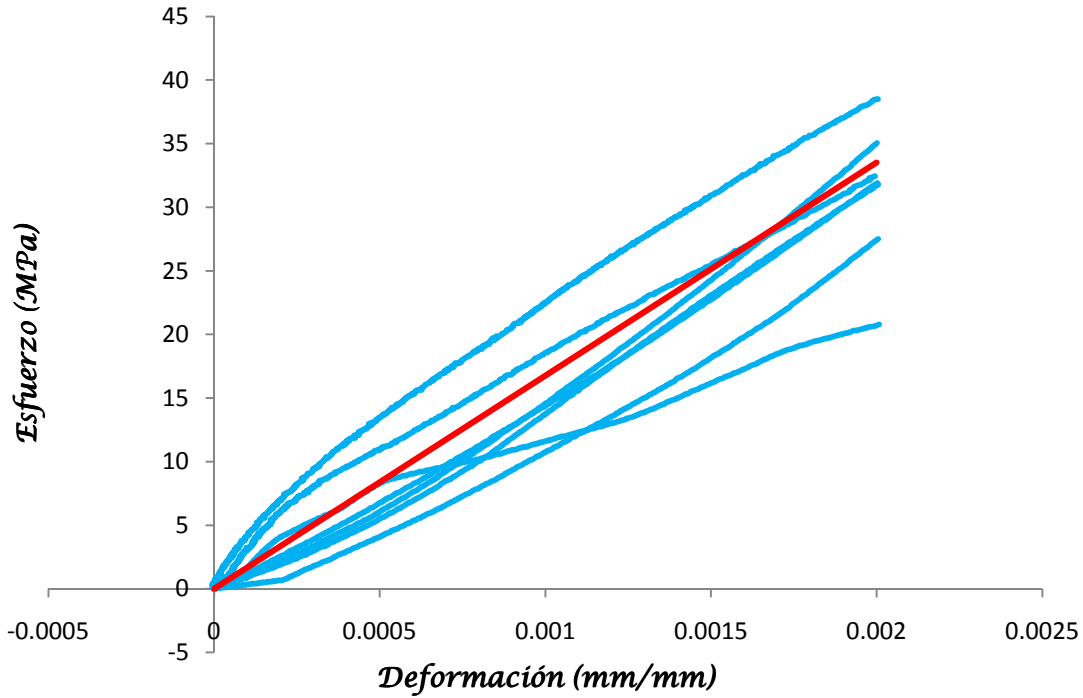


Figura 3.8. Gráficas esfuerzo-deformación de los ensayos de compresión en la dirección longitudinal del hueso cortical (en azul) y de la simulación numérica (en rojo).

**Compresión de probetas cúbicas en la dirección transversal.**

La unidad de medida para este caso fue el metro, las dimensiones fueron 0.009 x 0.009 (m), la condición de frontera inicial y la dirección de desplazamiento de la placa se indican en la figura 3.9. Para esta simulación se tomó, al igual que para la anterior, un desplazamiento de 0.00036 (m).

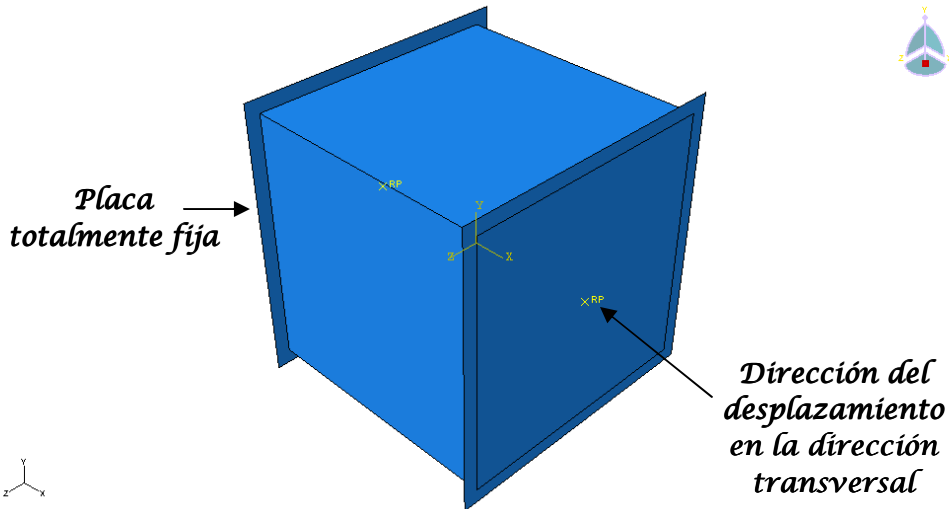


Figura 3.9. Muestra cúbica sin deformar donde se aprecian la dirección de desplazamiento y la condición inicial de frontera.

En la figura 3.10 se presenta la vista isométrica de la probeta deformada, también se enseña el nodo de referencia utilizado en esta simulación. Al igual que en la compresión en la dirección longitudinal, la región más probable de falla está localizada en las esquinas y aristas de la muestra. La diferencia más evidente es una distribución de esfuerzos no uniforme en la superficie de aplicación de la carga, pues esta no exhibe una circunferencia como en el caso anterior, indicando que el plano no es isotrópico. Se puede notar que la elipse formada tiene su eje mayor orientado en dirección transversal y el eje menor en dirección longitudinal, esto debido a que los módulos de elasticidad son distintos.

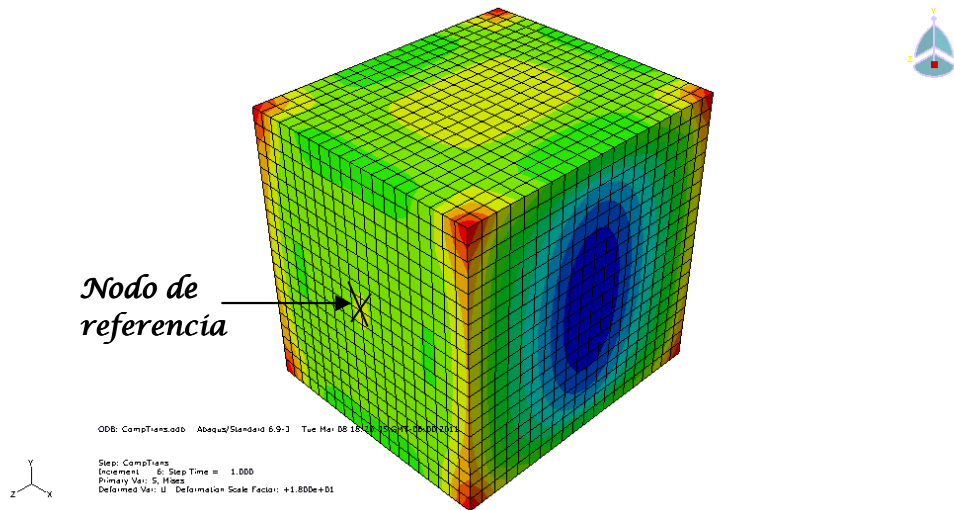


Figura 3.10. Vista isométrica de la probeta cúbica deformada en la dirección transversal. En la figura también se aprecia el nodo de referencia utilizado para crear la curva esfuerzo-deformación mediante análisis numérico.

A continuación se presentan las vistas de la simulación de compresión en la dirección transversal.

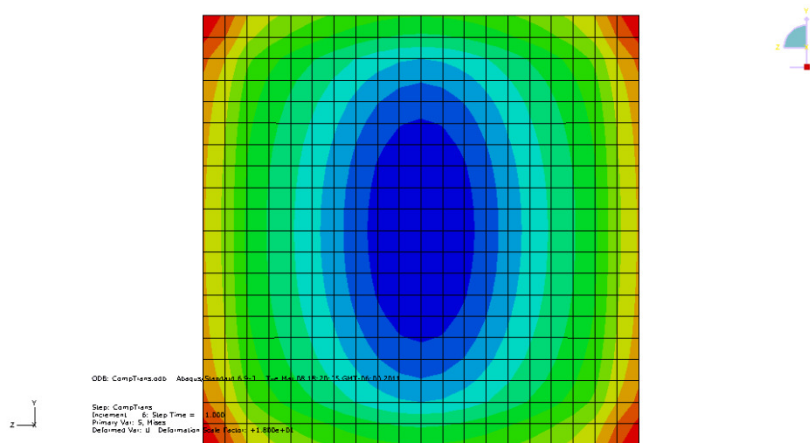


Figura 3.11. Vista lateral que muestra la distribución de esfuerzos resultantes después de la compresión de la muestra cúbica en la dirección transversal.

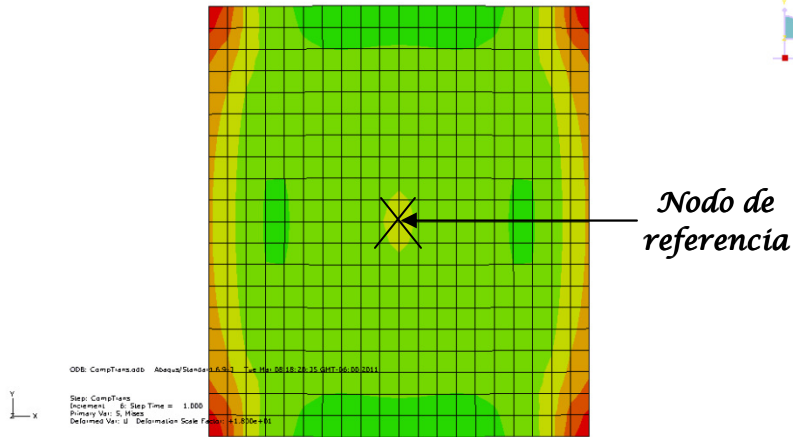


Figura 3.12. Vista frontal que muestra la distribución de esfuerzos resultantes después de la compresión de la muestra cúbica en la dirección transversal. El nodo de referencia es el mismo que el presentado en la figura 4.8.

En la figura 3.13 se observa la segunda dirección más probable de falla iluminada de color verde claro, localizada en la zona central de la probeta. Esta región también tiene la forma de una elipse cuyo eje mayor está orientado en dirección transversal a la aplicación de la carga, indicando que la falla crecería en la misma dirección. Finalmente se aprecia que la fractura es más probable que se presente en el plano longitudinal-transversal ( $X_1X_3$ ) (figura 3.13) que en el plano isotrópico donde no se observa el mismo comportamiento (figura 3.12).

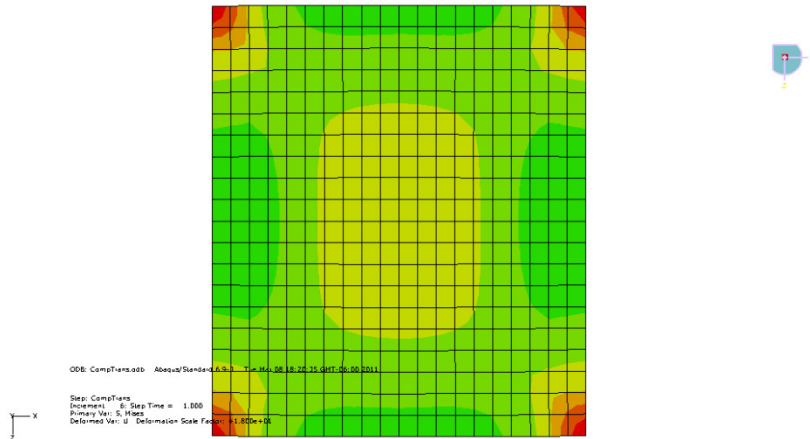


Figura 3.13. Vista superior que muestra la distribución de esfuerzos resultantes después de la compresión de la muestra cúbica en la dirección transversal.

En la figura 3.14 se presentan las curvas resultantes del ensayo de compresión en la dirección transversal (curvas verdes) y la resultante después de la simulación de compresión en el nodo de referencia (curva en color negro).

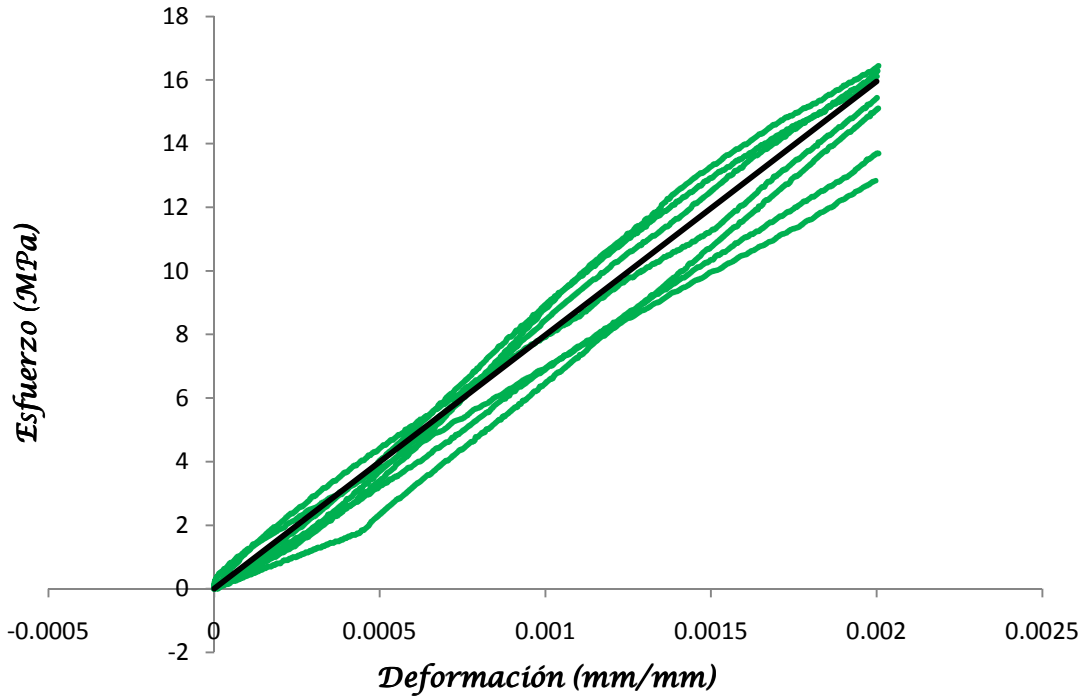


Figura 3.14. Gráficas esfuerzo-deformación de los ensayos de compresión en la dirección transversal del hueso cortical (en verde) y de la simulación numérica (en negro).

### Torsión de muestras cilíndricas.

Para la generación del modelo cilíndrico se utilizó el metro como unidad de medida, las dimensiones fueron 0.01 (m) de diámetro y 0.04 (m) de longitud. La condición inicial de frontera se aplicó a uno de los elementos sujetadores que se modelaron como elementos rígidos analíticos tal como se muestra en la figura 3.15. La deformación se aplicó como una rotación en el sentido contrario a las manecillas del reloj hasta un giro de 0.005 radianes, lo que corresponde aproximadamente con la deformación en la fractura (Gómez, 2008).

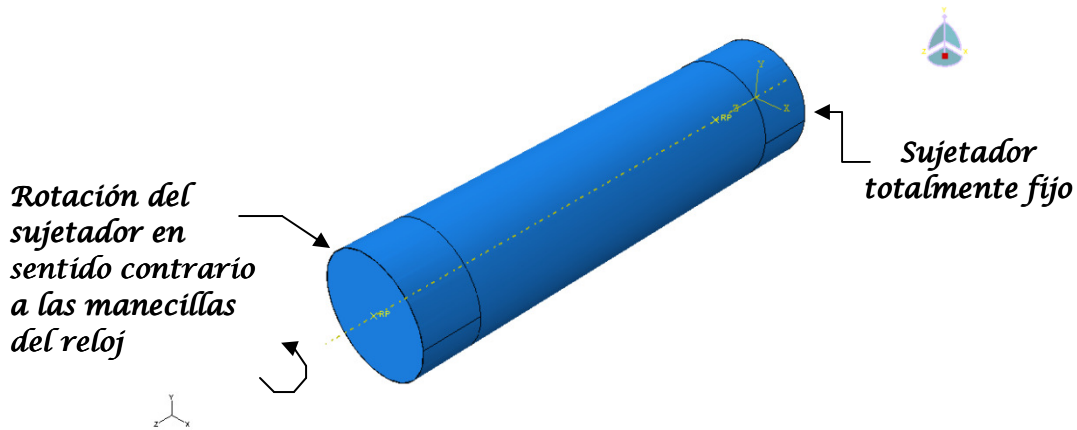


Figura 3.15. Muestra cilíndrica sin deformar donde se aprecian la dirección de giro y la condición inicial de frontera.



La distribución de esfuerzos se muestra en la figura 3.16, en dicha figura también se señala el nodo que se utilizó para generar la simulación numérica de la curva esfuerzo-deformación del ensayo.

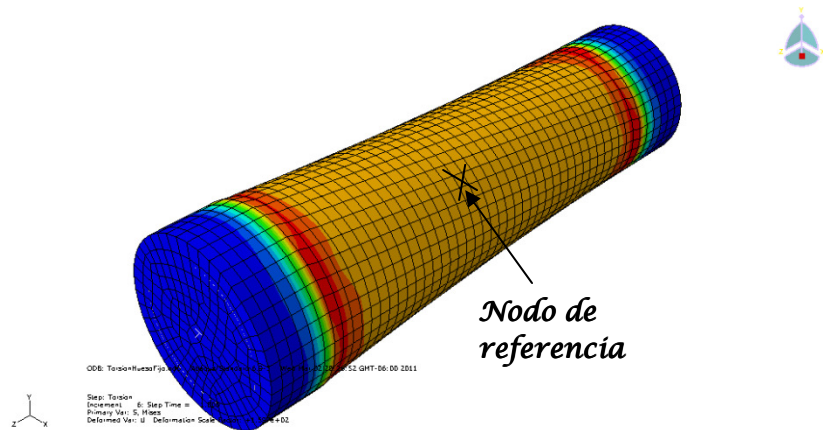


Figura 3.16. Vista isométrica de la probeta cilíndrica deformada por una rotación en el sentido contrario a las manecillas del reloj. En la figura también se aprecia el nodo de referencia utilizado para crear la curva esfuerzo-deformación mediante análisis numérico.

Ahora se presentan la vista lateral y superior de la simulación de la prueba de torsión. La vista frontal se omitió debido a que no presenta alguna zona de interés.

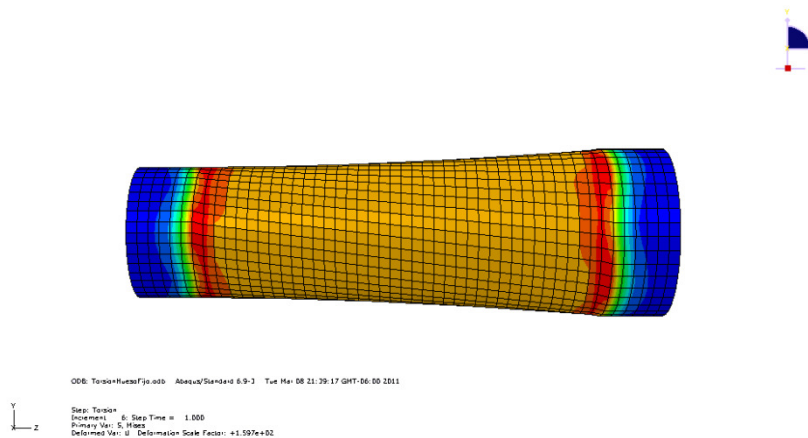


Figura 3.17. Vista lateral que muestra la distribución de esfuerzos resultantes después de la torsión de la muestra cilíndrica.

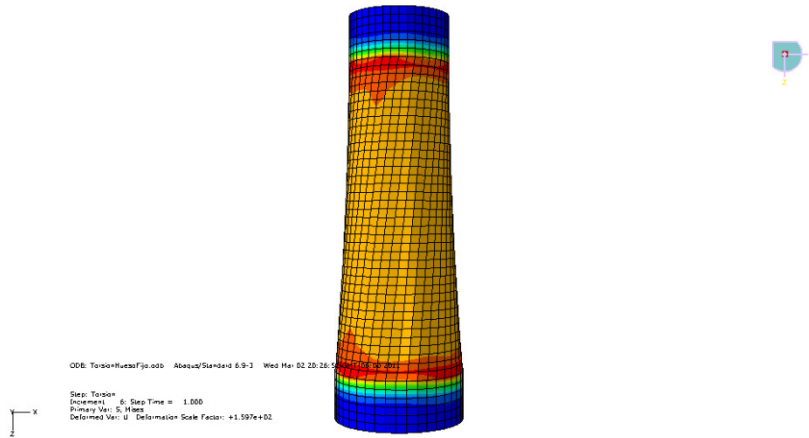


Figura 3.18. Vista superior que muestra la distribución de esfuerzos resultantes después de la torsión de la muestra cilíndrica de hueso cortical.

La zona de fractura de las probetas en el ensayo se localizó en la zona central de estas, formando un ángulo de aproximadamente  $45^\circ$  con respecto a la horizontal (figura 3.19) y que confirma la simulación computacional.



Figura 3.19. La zona de fractura se presentó en la región central de las muestras formando un ángulo aproximado de  $45^\circ$ .

En la figura 3.20 se exponen las curvas resultantes del ensayo de torsión (curvas en color naranja) y la resultante después de la simulación de la rotación del nodo de referencia (curva en color café)

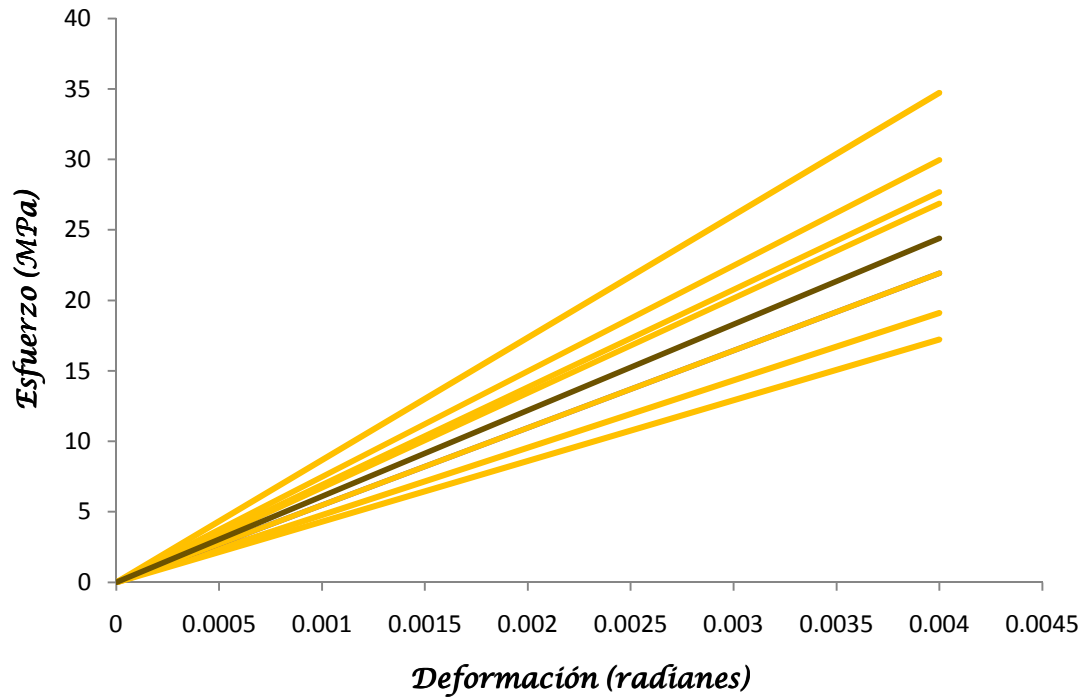


Figura 3.20. Gráficas esfuerzo-deformación de los ensayos de torsión de hueso cortical (en naranja) y de la simulación numérica (en café).

### Compresión de hueso cortical completo.

El primer paso en la generación del modelo de hueso compacto de la diáfisis de bovino consistió en dividir un ejemplar en cinco partes de la misma magnitud a lo largo del eje longitudinal (ver figura 3.21).

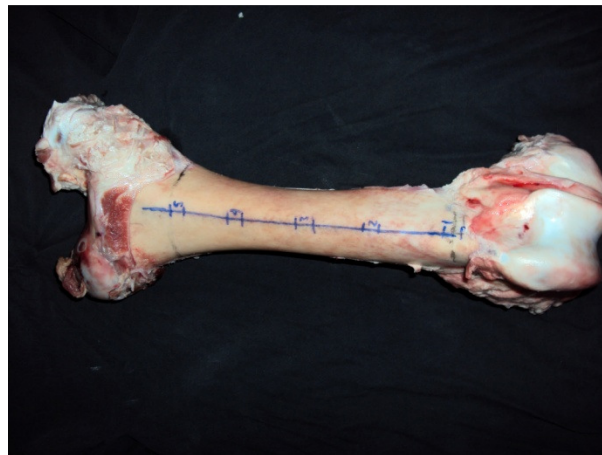


Figura 3.21. Foto que muestra la división efectuada en la diáfisis mediante cinco puntos separados por la misma magnitud.

Con los datos de las coordenadas de estos cinco puntos se diseñó lo que sería la trayectoria del modelo en tres dimensiones (ver figura 3.22).



Figura 3.22. Foto que muestra la trayectoria generada a partir de mediciones del perímetro de la diáfisis.

A continuación, se obtuvieron cortes transversales de aproximadamente 3 mm de espesor, usando como origen las divisiones anteriormente hechas en el eje longitudinal de la diáfisis (ver figura 3.23).



Figura 3.23. Foto donde se aprecia los cinco cortes transversales hechos al hueso a partir de las divisiones hechas al eje longitudinal de la diáfisis.

Se hicieron mediciones de los perímetros de cada uno de los cortes transversales. Con estas medidas se obtuvieron las coordenadas de las figuras y se pudieron trazar en la paquetería de dibujo Autocad® (ver figura 3.24).

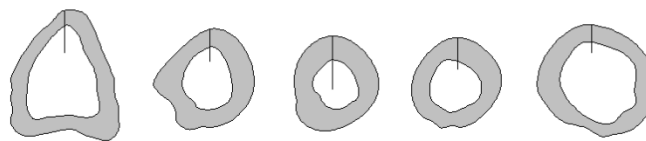


Figura 3.24. Dibujo de cada uno de los cortes transversales mostrados en la figura 3.23.

En dicho programa se colocaron las secciones transversales sobre la trayectoria de la diáfisis (figura 3.25).

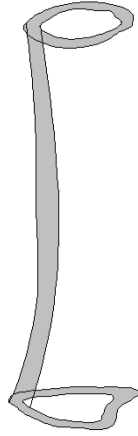


Figura 3.25. Dibujo que muestra sólo dos de las secciones transversales colocadas en la trayectoria del hueso.

Finalmente se generó el modelo en tres dimensiones de la diáfisis completa de bovino (figura 3.26).

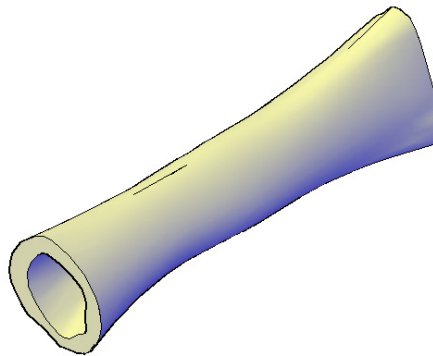


Figura 3.26. Modelo en tres dimensiones de la diáfisis de bovino.

La unidad de medida utilizada en la generación del modelo fue el centímetro, sus dimensiones variaron pero si se aproxima su geometría a la de un elemento tubular circular, el radio exterior promedio fue de aproximadamente 3.00 (cm), el radio interior 2.00 (cm) y la longitud de la trayectoria 22.00 (cm). Se hicieron ajustes al momento de proporcionar las constantes elásticas al programa, considerando el cambio de unidad de medida, y se generaron, al igual que para el caso de compresión en muestra cúbicas, dos placas, donde una de ellas sirvió para aplicar la condición inicial de frontera sin movimiento de traslación y rotación y a la restante se le indicó desplazarse 0.4 % la longitud inicial del modelo de la diáfisis (ver figura 3.27).

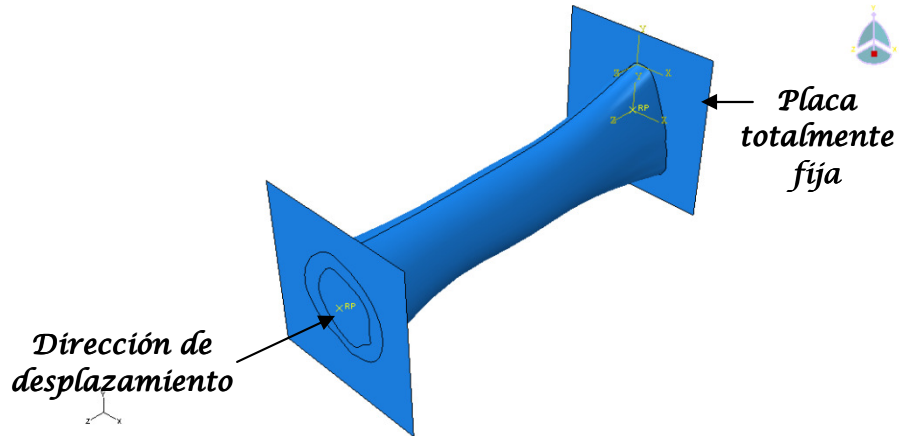


Figura 3.27. Modelo de hueso completo sin deformar donde se aprecian la dirección de desplazamiento y la condición inicial de frontera.

En la figura 3.28 se muestra la distribución de esfuerzos de la diáfisis después de la compresión.

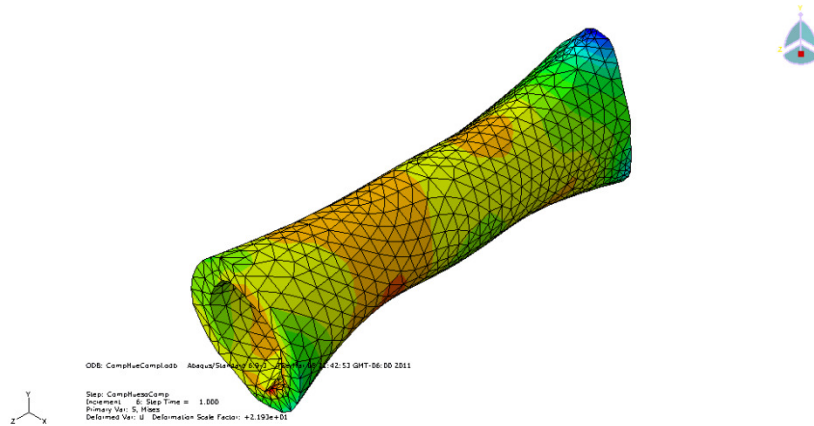


Figura 3.28. Vista isométrica que muestra la distribución de esfuerzos resultantes después de la compresión de la diáfisis en la dirección longitudinal.

Ahora se presentan las vistas del modelo después de la compresión en la dirección longitudinal. De las figuras 3.29 y 3.30 se observa que la región más probable de fractura se presenta en las zonas de color naranja y rojo, lo que podría corresponder con un cambio repentino en la geometría de la diáfisis, creando un concentrador de esfuerzos. Dicha variación geométrica podría tratarse tanto de una modificación en la dirección del material como a la reducción del radio del elemento. En las figuras también se advierte que la fractura no se presenta en la zona central de la diáfisis, sino más bien, cercano a uno de sus extremos.

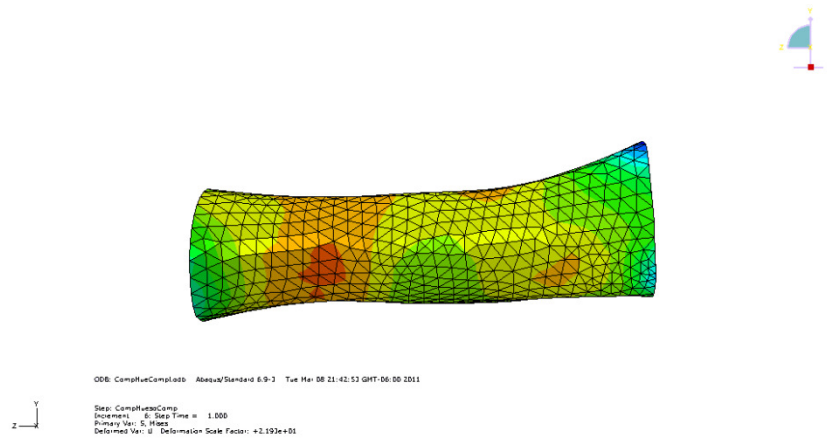


Figura 3.29. Vista lateral derecha del modelo de diáfisis bovina que muestra la distribución de esfuerzos resultantes después de la compresión en la dirección longitudinal.

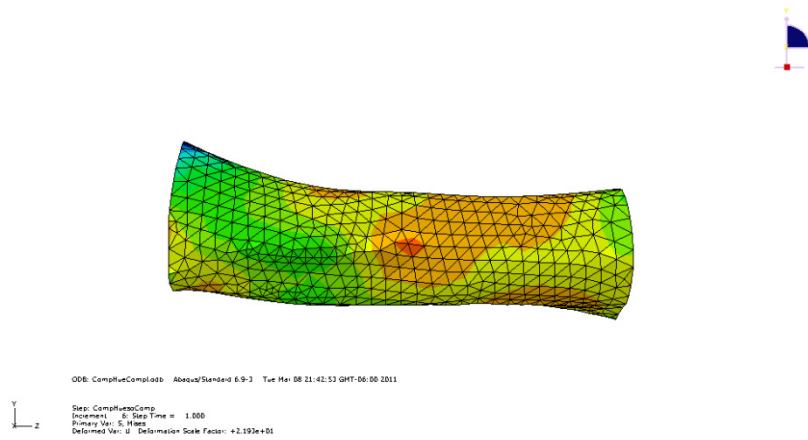


Figura 3.30. Vista lateral izquierda del modelo de diáfisis bovina que muestra la distribución de esfuerzos resultantes después de la compresión en la dirección longitudinal.

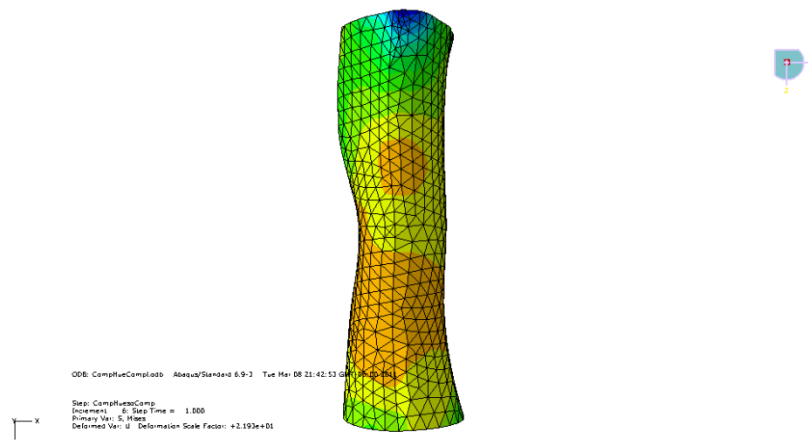


Figura 3.31. Vista superior del modelo de diáfisis bovina que muestra la distribución de esfuerzos resultantes.

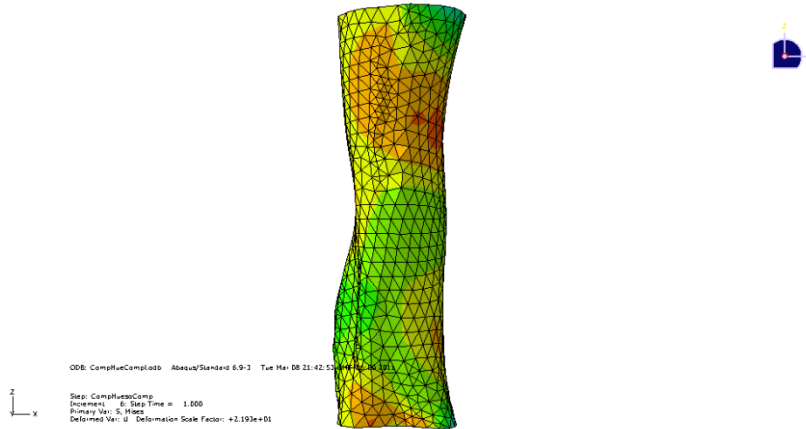


Figura 3.32. Vista inferior del modelo de diáfisis bovina que muestra la distribución de esfuerzos resultantes.

La figura 3.33 fue presentada por Martínez; él menciona que la fractura del hueso completo ocurre principalmente en la zona proximal, entre la epífisis y la zona metafisiaria y propone que esto se debe a la fricción existente entre los recubrimientos poliméricos y las placas de la máquina de pruebas, a una mala alineación del hueso respecto a las placas y al cambio de hueso esponjoso a cortical, característica de esta región. En la simulación computacional realizada, se puede apreciar que además de las conclusiones expuestas por Martínez, los cambios geométricos existentes en la diáfisis son una buena justificación de la zona de falla. Se debe mencionar que la figura 3.32 corresponde a un hueso de porcino y que se usó para evidenciar que la zona de fractura en hueso de bovino es coincidente (Martínez, 2010).

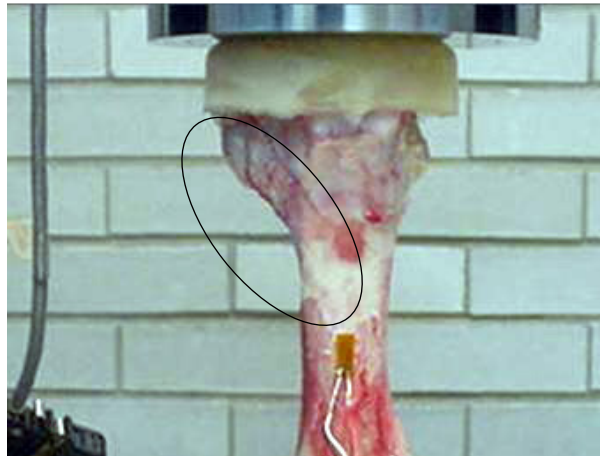


Figura 3.33. Trayectoria de una fisura oblicua localizada entre la epífisis y la zona metafisiaria proximal de un hueso femoral de porcino sometido a ensayo de compresión (Martínez, 2010).

### Flexión en tres puntos de la diáfisis.

La condición inicial de frontera y la dirección de desplazamiento para la simulación de la diáfisis por flexión se muestran en la figura 3.34.



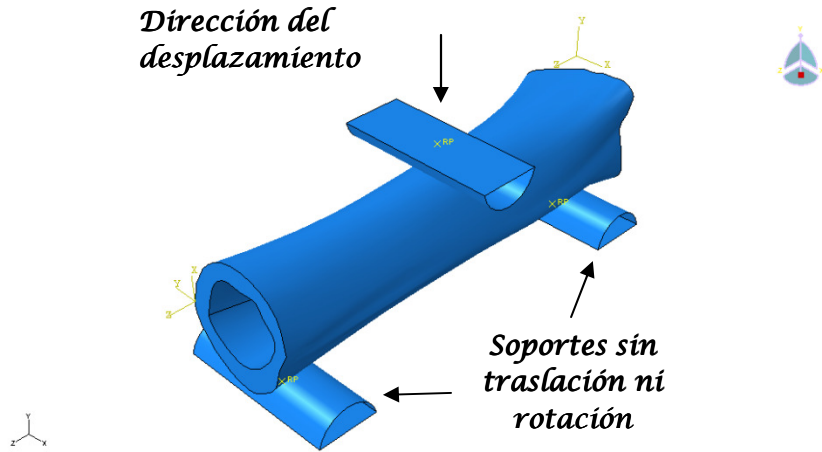


Figura 3.34. Diáfisis sin deformar donde se aprecian la dirección de desplazamiento y la condición inicial de frontera.

Ahora se presenta la distribución de esfuerzos producidos en la diáfisis después de la flexión en tres puntos y las vistas del modelo.

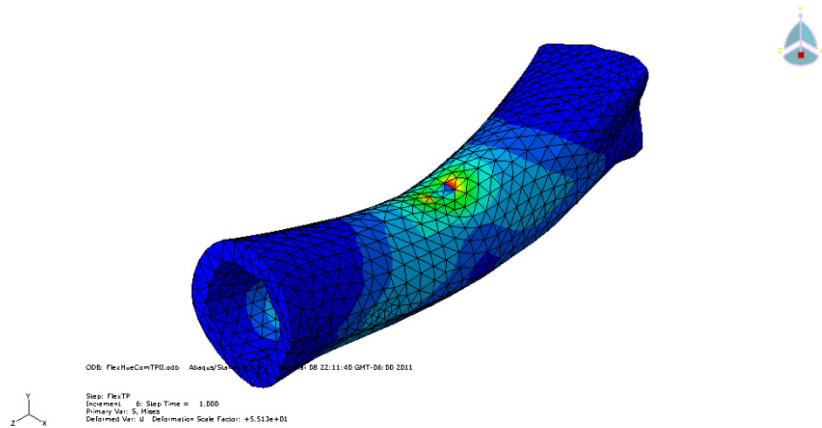


Figura 3.35. Vista isométrica que muestra la distribución de esfuerzos resultantes después de la flexión en tres puntos de la diáfisis en la dirección longitudinal.

En la figura 3.36 se observa que un modo de falla iniciaría en el punto de aplicación de la carga y se dirigiría hacia alguno de los soportes inferiores, esto se indica en la figura con las zonas en color azul claro. Martínez obtuvo tres formas de falla para flexión de hueso completo: fractura oblicua, longitudinal y transversa. Él menciona que la primera (figura 3.37) es común para flexión de hueso completo y explica que esta trayectoria se debe a una concentración de esfuerzos en los puntos de contacto donde las áreas son pequeñas. Las dos formas restantes de fractura obtenidas por Martínez son menos evidentes en la simulación por elementos finitos del presente trabajo. Una explicación para ellas podría ser la colocación del hueso sobre los soportes, ya que la fractura tal vez dependa de la rotación de la diáfisis alrededor del eje longitudinal. Una posterior simulación con la condición anterior podría aclarar este punto.

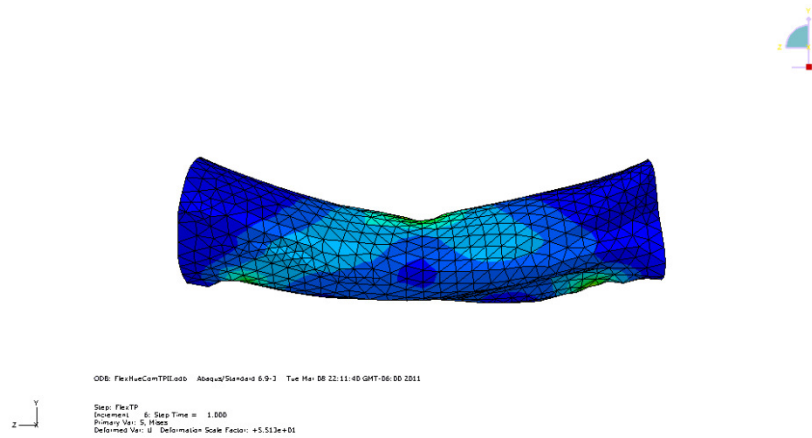


Figura 3.36. Vista lateral que muestra la distribución de esfuerzos resultantes después de la flexión en tres puntos de la diáfisis.



Figura 3.37. Fractura antero-posterior oblicua que se inició en las zonas de contacto (Martínez, 2010).

Las figura 3.38 y 3.39 muestran que la mayor distribución de esfuerzos ocurre en los puntos de contacto.

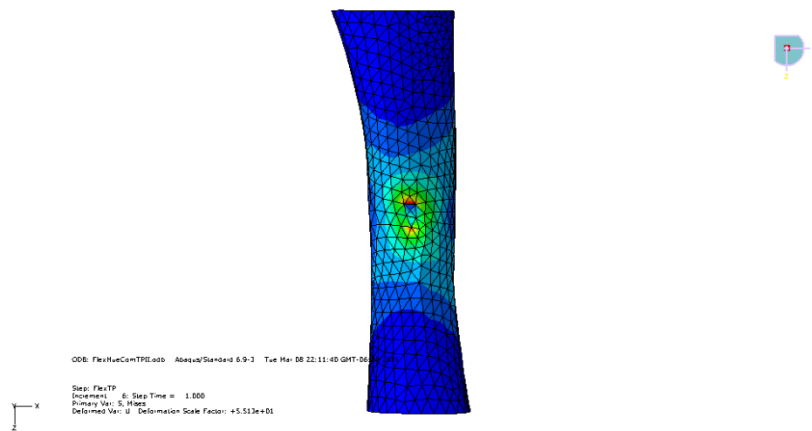


Figura 3.38. Vista superior que muestra la distribución de esfuerzos resultantes después de la flexión en tres puntos de la diáfisis.

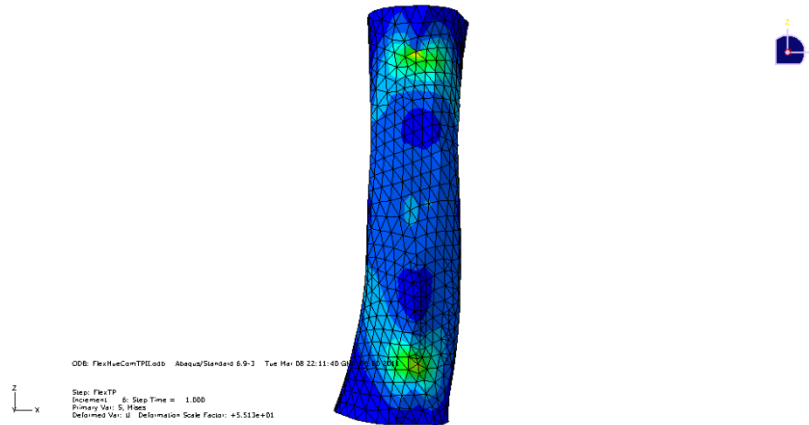


Figura 3.39. Vista lateral que muestra la distribución de esfuerzos resultantes después de la flexión en tres puntos de la diáfisis.

### Flexión en cuatro puntos de la diáfisis.

La condición inicial de frontera y la dirección del desplazamiento para la simulación de la diáfisis por flexión en cuatro puntos se muestran en la figura 3.40.

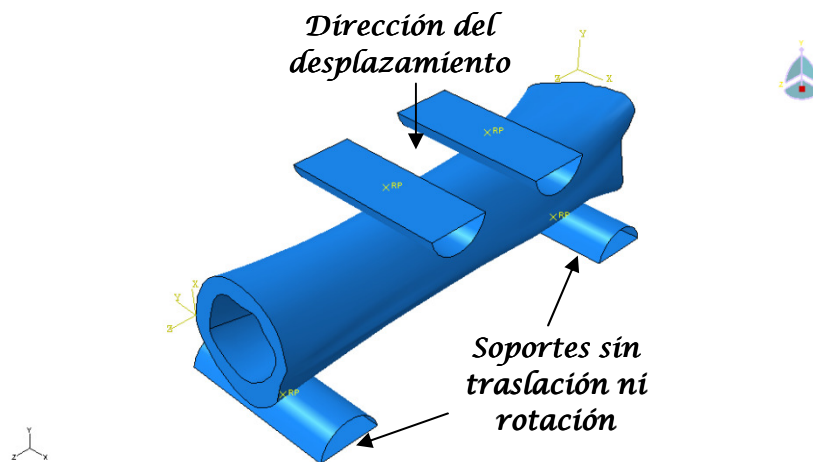


Figura 3.40. Diáfisis sin deformar donde se aprecian la dirección de desplazamiento y la condición inicial de frontera.

Ahora se presenta la distribución de esfuerzos producidos en la diáfisis después de la flexión en cuatro puntos y las vistas del modelo.

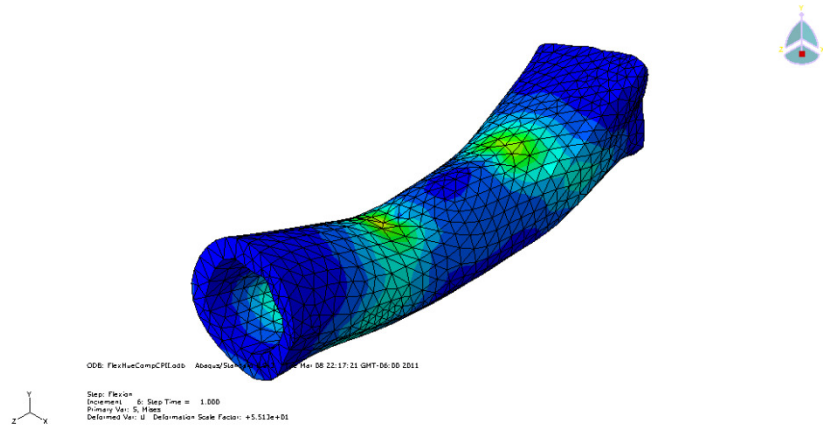


Figura 3.41. Vista isométrica que muestra la distribución de esfuerzos resultantes después de la flexión en cuatro puntos de la diáfisis.

De la figura 3.42 se advierte que la fractura, al igual que en la flexión en tres puntos, va dirigida hacia los soportes de contacto. En la figura 3.43 se muestran las regiones de fractura obtenidas por Martínez.

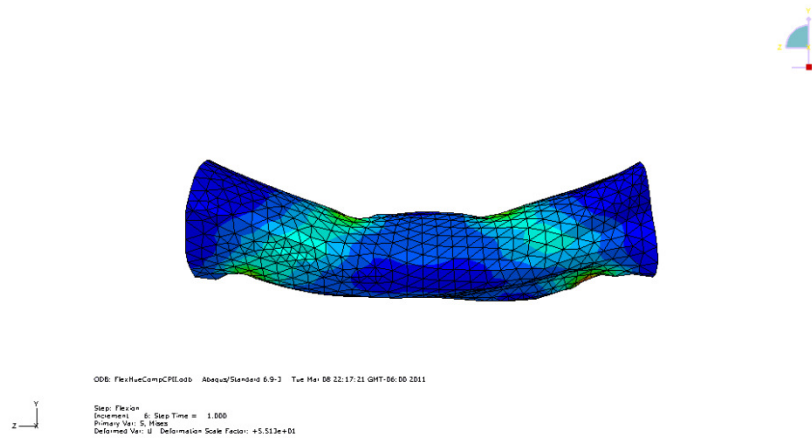


Figura 3.42. Vista lateral que muestra la distribución de esfuerzos resultantes después de la flexión en cuatro puntos de la diáfisis.

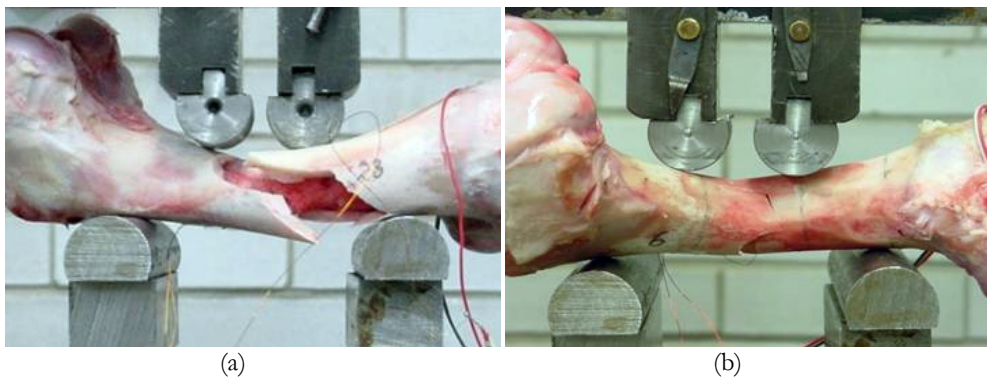


Figura 3.43. (a) Fractura en espiral localizada entre los soportes, (b) fractura transversa localizada entre los soportes (Martínez, 2010).

De nueva cuenta, en las figuras 3.44 y 3.45 se observa que la mayor distribución de esfuerzos se localiza de manera casi puntual donde existe contacto entre el hueso y los soportes, debido a la pequeña superficie de empalme existente entre ellos (Martínez, 2010).

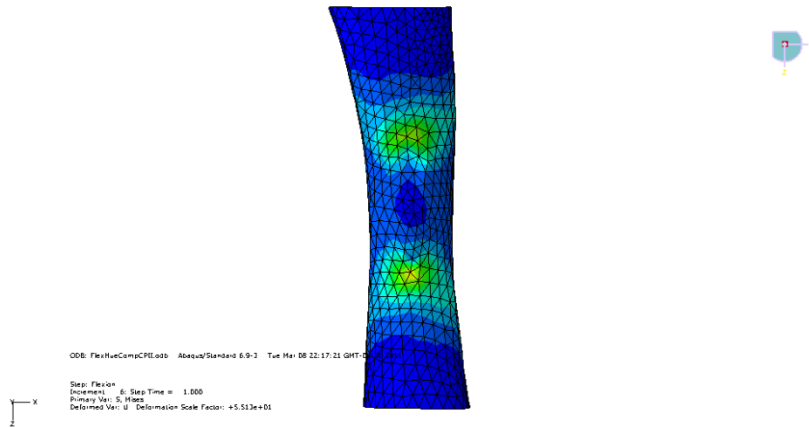


Figura 4.44. Vista superior que muestra la distribución de esfuerzos resultantes después de la flexión en cuatro puntos de la diáfisis.

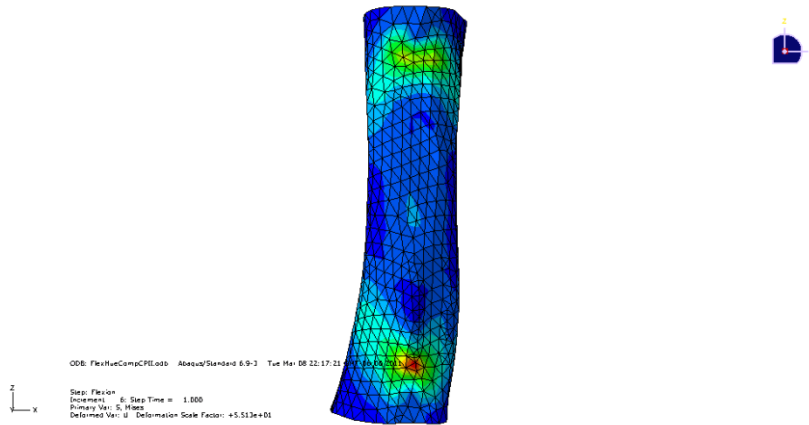


Figura 4.45. Vista lateral que muestra la distribución de esfuerzos resultantes después de la flexión en cuatro puntos de la diáfisis.

## DISCUSIÓN

---

Las propiedades mecánicas del hueso se determinan mediante ensayos de tracción, compresión, torsión o de corte. A partir de estos ensayos se puede determinar la respuesta en términos de carga-desplazamiento, definiendo así las propiedades estructurales, o bien en términos de esfuerzo-deformación determinando las propiedades materiales. La base para el entendimiento de la naturaleza anisotrópica del hueso es el conocimiento del estado mecánico de cada uno de los niveles jerárquicos de su estructura. Como es revelado en estudios de las propiedades elásticas del hueso (Kohles, 2000), este tejido es anisotrópico y heterogéneo, así dichas propiedades son dependientes tanto de la orientación como de la localización en las que son evaluadas. El hueso compacto es comúnmente modelado como un sólido transversalmente isotrópico, donde su unidad estructural es el longitudinalmente orientado osteón, el cual consiste de anillos concéntricos lamelares que rodean al canal Haversiano. Cada osteón está unido por líneas cementales y los canales Haversianos están conectados por los canales de Volkmann que existen transversalmente orientados.

El principal objetivo del presente proyecto fue el de generar un modelo que sirva como base para la simulación del hueso completo de la diáfisis. Se aplicaron distintas configuraciones de carga con el fin de observar el comportamiento mecánico de dicho modelo y predecir las regiones de máxima concentración de esfuerzos, es decir, las zonas de generación de fracturas. Para llevarlo a cabo, primero fue necesario obtener las propiedades mecánicas requeridas por la matriz de complianza, de manera específica, las cinco constantes elásticas necesarias para caracterizar un material transversalmente isotrópico. Los valores de estas propiedades son reportados continuamente pero existe una gran discrepancia entre las magnitudes de dichas constantes, diferencias que van desde decenas de MPa hasta cantidades mayores de miles de MPa. Estas desigualdades son debidas, principalmente a que el hueso es un material “vivo”, lo que implica que es afectado por diversos factores que en otro tipo de materiales no trascienden, tal como la edad del individuo y sus condiciones de salud. Otro motivo para esta discrepancia es la falta de unas normas que estandaricen factores como el tamaño y geometría de las muestras. Es común leer investigaciones en las cuales se utilizaron probetas cúbicas para realizar ensayos de compresión y en otras en las que se maquinaron probetas tetraédricas para efectuar la misma prueba; todo esto lleva a cambios en las condiciones de prueba que se reflejan en los valores de las constantes elásticas. Así mismo, el hueso tiene características que lo convierten en un material de difícil estudio. Por una parte, no se puede comparar el comportamiento mecánico del hueso de un elefante con el de un humano pues cada especie los utiliza para efectuar distintas tareas, por lo cual, las magnitudes de sus propiedades serán diferentes, consecuentemente, se deben reportar las especies utilizadas para elaborar los ensayos. También, se debe distinguir entre hueso compacto y hueso esponjoso ya que la porosidad juega un papel importante en los valores elásticos, sobre todo en los del hueso trabecular; además es necesario diferenciar entre las regiones anatómicas de cada individuo para no generalizar el comportamiento del hueso pues no se tienen las mismas propiedades mecánicas en todo el sistema óseo, invariablemente se debe reportar la región anatómica a partir de la cual se obtuvieron resultados, por ejemplo, si se usaron muestras de cúbito o de fémur. La no homogeneidad del hueso también es un factor que dificulta su estudio; para la generación de las muestras cúbicas y cilíndricas de este proyecto se utilizaron diáfisis de

bovino, específicamente de la región central de éste, ya que como se explicó en la teoría, los valores de las propiedades mecánicas de los extremos de la diáfisis difieren al compararlos con los valores de la región central. Finalmente, la viscoelasticidad propia del hueso, debe tomarse en cuenta, y si lo que se quiere es determinar el comportamiento elástico del material, se debe mantener hidratada cada muestra de hueso lo mínimo posible y llevar a cabo el ensayo a una velocidad de deformación muy baja, pues de lo contrario, se tendría que usar un modelado diferente al de sólido elástico como el aquí presentado.

Partiendo de lo anterior, se hicieron algunas suposiciones que facilitaron la elaboración del proyecto: el hueso compacto en la diáfisis es totalmente homogéneo, su porosidad es mínima, de tal forma que puede ser despreciada y las velocidades de aplicación de la carga durante los experimentos fueron lo suficientemente lentas como para despreciar la parte viscoelástica del material. Para la determinación de los valores de las constantes elásticas se eligió realizar ensayos de compresión y de torsión. Para los ensayos de compresión se maquinaron probetas cúbicas (Gómez, 2008), y con éstas se determinaron los módulos de Young en las direcciones longitudinal y transversal, así mismo, se establecieron los coeficientes de Poisson  $\nu_{12}$  y  $\nu_{13}$ . Los resultados obtenidos a partir de éste ensayo se encuentran dentro del rango de valores reportados en la literatura, tal como se muestra en la tabla 3.3, indicando que esta metodología es adecuada, aunque complicada de elaborar pues las dimensiones de la diáfisis dificultan la obtención de probetas. La colocación de dos extensómetros eléctricos en cada una de las probetas cúbicas para la obtención de los coeficientes de Poisson, también fue sumamente complicado de realizar, debido de igual forma, a las pequeñas dimensiones del hueso. Así, se sugiere seguir una metodología distinta si se está trabajando con especies más pequeñas. Una alternativa sería la utilizada para la caracterización de rocas transversalmente isotrópicas, en donde se obtienen los valores de cuatro de las cinco constantes con un solo ensayo y donde se podrían utilizar diáfisis completas (Talesnick, 1996). Otra opción sería efectuar pruebas sónicas; los espesores de las probetas que se necesitan para aplicar esta técnica son pequeños y debido a que es una prueba no destructiva, las muestras se pueden utilizar varias veces, además de que pueden obtenerse los valores de las propiedades mecánicas en cualquier dirección (Lasaygues, 2002). Al comparar los resultados obtenidos por Lasaygues mediante pruebas sónicas y los aquí determinados (30.2 GPa contra 16.7 GPa para el módulo de Young en la dirección longitudinal), se notan valores más bajos para los módulos de elasticidad de las muestras ensayadas por compresión, pero en cambio, Lasaygues encontró una alta dispersión de datos; él atribuye este hecho a una cantidad pequeña de mediciones efectuadas en su estudio y a la viscoelasticidad inherente en el hueso, pues mantuvo sus muestras hidratadas. En la presente investigación la hidratación de las muestras se llevó a cabo sólo durante su conservación, ya que al momento de realizar los experimentos se consideró que éstas estaban lo suficientemente deshidratadas, lo cual fue confirmado con la baja dispersión de resultados mostrados en la tabla 3.3. Una opción final sería usar la técnica *Electronic Speckle Pattern Correlation* (ESPI). Esta metodología ha sido usada recientemente para determinar desplazamientos de micrómetros en las superficies de muestras dentales a las que se les aplicó cargas de compresión. Los desplazamientos son determinados directamente a partir de variaciones de rayos laser reflejados en muestras sumergidas en agua. Usando esta técnica, es posible desarrollar análisis cuantitativos de deformación sobre muestras de tejidos biológicos por la aplicación de cargas. Tales mediciones pueden efectuarse sin dañar la probeta y, por lo tanto, el módulo anisotrópico de Young y los coeficientes de Poisson pueden ser determinados a partir de mediciones en cada muestra al repetir la aplicación de la carga dentro de la región elástica. Una característica interesante del método ESPI es su inherente habilidad a medir la

deformación a lo largo de dos direcciones ortogonales sobre la misma superficie de la muestra, lo que permite la derivación de los coeficientes de Poisson bajo la misma condición de carga, reduciendo de este modo errores estadísticos (Shahar, 2007). Por su parte, Shahar, utilizando la técnica ESPI, determinó los valores de 23.5 y 10.0 GPa para los módulos de elasticidad en las direcciones longitudinal y transversal respectivamente, corroborando estos resultados con pruebas mecánicas y con análisis por elementos finitos. Al efectuar sus ensayos por compresión, Shahar determinó valores bajos para los coeficientes de Poisson, exponiendo que la causa de ello pudo haber sido el efecto de la fricción existente entre las placas de la máquina de pruebas y las muestras de hueso, impidiendo la libre expansión lateral del material y por lo tanto produciendo coeficientes de Poisson erróneos. Para evitar este efecto en esta investigación, durante los ensayos de compresión fue colocada una gota de aceite de uso comercial sobre las placas de la máquina de pruebas y sobre el casquillo esférico mostrado en la figura 2.6, el cual fue usado para permitir la correcta alineación de la muestra al momento de la aplicación de la carga (ver figura 2.6).

El rango de valores para las constantes elásticas obtenido por varios investigadores sugiere que el método utilizado para la determinación de dichas propiedades no debe influir en los resultados, de esta manera, debe ser indistinto con que técnica se establecen estos valores, sin embargo, todavía existen discrepancias en lo que respecta a este tema. La comparación hecha de las constantes elásticas, establecidas en el presente trabajo, con respecto a la de otros investigadores se mostró en la tabla 3.3; se escogió esos trabajos porque sus resultados se determinaron con ensayos mecánicos como los realizados aquí, con excepción de Lasaygues que utilizó pruebas sónicas (Lasaygues, 2002). No obstante, existen reportes con magnitudes sumamente pequeñas para los módulos elásticos, por ejemplo Bowman obtuvo un valor de 0.613 GPa en la dirección longitudinal de hueso cortical deshidratado de bovino, contradiciendo los valores elevados para huesos secos como lo expone la teoría, o Lang quien obtuvo un valor de 0.54 GPa para el módulo cortante de hueso de bovino (Bowman, 1996; Reilly, 2010). Con lo anterior se hace evidente la necesidad de unas normas que estandaricen la obtención de las propiedades mecánicas del hueso.

La variación de resultados mostrada en la tabla 3.3 indica que el procedimiento seguido para la determinación de las constantes elásticas fue correcto, ya que a pesar de todos los factores que pudieran aumentar la dispersión de valores, como lo son, la genética del animal, su alimentación, su salud, heterogeneidad del hueso y la reproducibilidad del ensayo, se consiguieron resultados consistentes, sin embargo, se sugiere para una futura investigación, realizar pruebas no destructivas, como las anteriormente sugeridas, y la técnica de tomografía computarizada, estableciendo de este modo las constantes mecánicas y el modelo en tres dimensiones a partir del mismo individuo, todo esto con el fin de reducir variaciones estadísticas, ayudando a mejorar el modelo del hueso.

Las regiones de concentración de esfuerzo de las probetas cúbicas determinadas con el programa Abaqus® se localizaron principalmente en las esquinas de dichas muestra, lo cual es debido a la discontinuidad existente en el material, y a la fricción entre el hueso y las placas de la máquina de pruebas. Éste tipo de fractura se muestra en la figura 3.4.a donde se observa que la fractura se situó en una de las esquinas del cubo. El segundo tipo de fractura presente en los ensayos de compresión de muestras cúbicas fue el mostrado en la figura 3.4.b, donde la trayectoria de falla se originó en alguna esquina y atravesó la muestra en dirección transversal a la dirección de aplicación de la carga, formando un ángulo de 60° aproximadamente con el eje



axial, lo cual fue corroborado como una forma de falla común en ensayos de compresión de muestras de hueso compacto según Reilly. Ensayos de compresión, estudiados por Dempster, a lo largo del eje longitudinal del hueso, fallaron por micro-pandeo, una manera muy vista en materiales compuestos hechos por el hombre. Este tipo de falla ocurre cuando las porciones de la muestra que actúan como una estructura se vuelven inestables y asumen otras posiciones de equilibrio (resultando en un torcimiento de las fibras). Este autor sugiere que dicho fenómeno es consecuencia de una debilidad de la estructura a lo largo del plano paralelo a las fibras. El pandeo puede ser importante en la falla del hueso por cargas de compresión, pero el nivel al que esto ocurre (osteonal, lamelar o fibras de colágeno) debe ser determinado (Reilly, 2010).

Las pruebas de torsión fueron utilizadas para determinar los módulos por cargas cortantes. La metodología aquí usada debe mejorar; el dispositivo empleado para la generación de cargas torsionales fue muy elemental y proporcionó intervalos de carga contra desplazamiento muy grandes, lo que indica una precisión limitada de los resultados, sin embargo, los valores de los módulos por cortante estuvieron dentro del rango reportado, como lo indica la tabla 3.3. La zona de fractura de las probetas cilíndricas en el ensayo de torsión se localizó en la zona central de estas, formando un ángulo de aproximadamente  $45^\circ$  con respecto a la horizontal (figura 3.19). La falla de hueso bajo cargas de torsión fue estudiada por Sweeney y Dempster; ellos encontraron que la superficie de fractura, producida por una carga de torsión, tenía una naturaleza helicoidal, y ya que ésta corresponde al plano de máximos esfuerzos por tracción, ellos consideraron que la falla tenía una naturaleza de tracción (Reilly, 2010). Reilly, por su parte, estudió esta superficie oblicua que reveló la presencia de una componente por esfuerzo cortante paralela al eje del torque. Usando muestras cúbicas de bovino y de hueso completo canino, Reilly encontró que la iniciación de la fractura se localiza en la región de máximos esfuerzos cortantes, lo cual es también paralelo al eje del torque. A causa de estos resultados, él concluyó que los ensayos de torsión son una buena medida de la resistencia del hueso a cargas cortantes.

Para el caso de hueso completo, además de las explicaciones dadas por Martínez, tales como la fricción entre los recubrimientos poliméricos y las placas de la máquina de pruebas, la mala alineación del hueso respecto a las placas y al cambio de hueso cortical a esponjoso, las simulaciones de la diáfisis completa bajo compresión y flexión en tres y cuatro puntos revelan que la geometría de este hueso es importante en la generación de fallas, pues es en los cambios repentinos de dirección del hueso, de manera específica en los extremos de éste, donde se generan las mayores concentraciones de esfuerzo. Como se puede apreciar en las figuras 3.32 y 3.33, las zonas de fractura producidas en el ensayo de compresión hecho por Martínez, coinciden con las regiones generadas en la simulación computacional, al igual que para los ensayos de flexión en tres y cuatro puntos (ver figuras 3.36, 3.37, 3.42 y 3.43) donde la fractura va dirigida hacia los soportes de contacto. Existen investigaciones donde la simulación computacional del hueso compacto es el principal objetivo; Gómez llevó a cabo ensayos de compresión sobre muestras cúbicas de hueso compacto de bovino, pero no determinó las constantes elásticas con dicho experimento, él sólo utilizó la prueba mecánica para observar el comportamiento anisotrópico del material. Para determinar las constantes elásticas, Gómez uso TC, obteniendo de esta manera la densidad aparente del material y relacionándola con las propiedades mecánicas mediante ecuaciones reportadas por otros investigadores, finalmente, él hizo simulaciones solamente de muestras cúbicas (Gómez, 2008). Otro autor que efectuó análisis computacionales del hueso es D'Amico, quien modeló la escápula y el húmero

utilizando TC y relacionando de igual forma la densidad aparente y las propiedades mecánicas; lo interesante de su proyecto fue que, simultáneamente, este autor hizo simulaciones de dichas regiones anatómicas con y sin implantes, suponiendo estos últimos como sólidos elásticos. Lo importante a resaltar es el hecho de que las investigaciones que realizan análisis computacionales del hueso, por lo general no adquieren las propiedades mecánicas de manera experimental, si no que las obtienen indirectamente mediante ecuaciones como las descritas en la teoría, además, tales autores sólo reportan relaciones entre el módulo de elasticidad (en las direcciones longitudinal, radial y tangencial) y la densidad aparente, omitiendo alguna correlación entre el coeficiente de Poisson y la densidad, por lo que el valor de esta constante es derivada a partir de investigaciones que adquirieron las propiedades de manera experimental.

Las simulaciones realizadas de cada uno de los ensayos mecánicos muestran las concentraciones de esfuerzo generadas en cada una de las probetas e indican las zonas más probables de falla, coincidiendo con las regiones de fractura presentadas experimentalmente, sobre todo, es de especial interés que las simulaciones de la diáfisis completa coincidan con el comportamiento observado en los experimentos de hueso, según las figuras presentadas por Martínez, por lo que se puede concluir que el comportamiento mecánico de la diáfisis fue el esperado, es decir, el de un sólido transversalmente isotrópico, y su modelo en tres dimensiones, creado en el software Abaqus®, puede ser utilizado para investigaciones posteriores empleando distintas configuraciones de aplicación de la carga como lo serían la torsión de la diáfisis completa o pruebas de impacto, además este modelo podría usarse en conjunto con alguna otra simulación del hueso trabecular de las epífisis y de la cadera, así mismo, con la incursión de prótesis, clavos, tornillos o placas, se podrían mejorar diseños.

El trabajo realizado para determinar las cinco constantes elásticas, la poca variación estadística de resultados y la comprobación del comportamiento mecánico del hueso, ya sea en probetas maquinadas con dos geometrías distintas o como un hueso completo, dan validez a esta investigación.

## CONCLUSIONES

---

Las conclusiones de ésta investigación son las siguientes:

Si bien no es fácil elaborar las muestras para ensayos de compresión ni de torsión, es factible llevar a cabo los ensayos necesarios para la caracterización del hueso cortical como un sólido elástico transversalmente isotrópico.

Las propiedades mecánicas obtenidas en los ensayos presentados con anterioridad, se ajustan bien con lo reportado en la literatura, esto es prueba de que los procedimientos establecidos aquí, son adecuados.

Es posible, mediante métodos de medición mecánica, reconstruir la geometría del hueso completo con suficiente detalle para permitir el análisis de la distribución de las cargas generadas durante un ensayo sobre hueso completo.

Los modelos de hueso completo, si bien no corresponden a los mismos huesos ensayados en un trabajo anterior, demuestran claramente que todos los modos de falla observados en hueso completo se reproducen en el modelo.

En trabajos a futuro se pueden utilizar las propiedades mecánicas medidas en esta investigación dado que dichos datos son confiables, no obstante, es necesario determinar la geometría del hueso entero mediante técnicas no destructivas (por ejemplo resonancia magnética) y modelar los mismos huesos que estén sujetos a ensayo.

El modelo de hueso completo presentado, puede ser utilizado conjuntamente con otros modelos tanto de hueso como de prótesis, mejorando de este modo el diseño de elementos como tornillos o placas, así mismo, éste puede simular diferentes condiciones de carga para continuar con el estudio de su comportamiento anisotrópico.

## REFERENCIAS

---

1. **An Y.H.** Mechanical testing of bone and bone implant interface. CRC, 2000.
2. **Angulo M. T.** Biomecánica del hueso. Reduca, 2010; 3: 32-48.
3. **ASTM Designation: C469-87a.** Standard test method for static modulus of elasticity and Poisson's ratio of concrete in compression.
4. **ASTM Designation: E143-87.** Standard test method for shear modulus at room temperature.
5. **Bayraktar H.** Comparison of the elastic and yield properties of human femoral trabecular and cortical bone tissue. *Journal of Biomechanics*, 2004; 37: 27-35.
6. **Beaupied H.** Evaluation of macrostructural bone biomechanics. *Joint Bone Spine*, 2007; 74: 233-239.
7. **Behiri J.C.** Fracture mechanics of bone- the effects of density, specimen thickness, and crack velocity on longitudinal fracture. *Journal of Biomechanics*, 1984; 17: 25-34.
8. **Bowman S.** The tensile behavior of demineralized bovine cortical bone. *Journal of Biomechanics*, 1996; 29: 1497-1501.
9. **Budyn É.** Multiple scale modeling for cortical bone fracture in tension using X-FEM. *X-FEM*, 2007; 16: 215-238.
10. **Burr D. B.** Bone material properties and mineral matrix contributions to fracture risk or age in women and men. *Journal Musculoskel Neuron Interact*, 2002; 2: 201-204.
11. **Camacho R.** Introducción al análisis experimental de esfuerzos mediante extensometría eléctrica. Instituto Tecnológico de la Paz, 1992.
12. **Carter D. R.** Bone compressive strength: the influence of density and strain rate. *Science*, 1976; 194: 1174-1176.
13. **Chandrupatla T. R.** Introducción al estudio del elemento finito en ingeniería. Pearson Prentice Hall, 1999.
14. **Chen P. Y.** Comparison of the structure and mechanical properties of bovine femur bone and antler of the North American elk. *Acta Biomaterialia*, 2009; 5: 693-706.
15. **Cowin** Bone Mechanics Handbook. CRC, 2001.
16. **Currey J. D.** Anelasticity in bone and echinoderm skeletons. *The Journal of Experimental Biology*, 1965; 43: 279-292.
17. **Currey J. D.** The mechanical consequences of variation in the mineral content of bone. *Journal of Biomechanics*, 1969; 2: 1-11.
18. **Currey J. D.** The effects of ageing and changes in mineral content in degrading the toughness of human femora. *Journal of Biomechanics*, 1996; 29: 257-260.
19. **Currey J.D.** The many adaptations of bone. *Journal of Biomechanics*. 2003; 36: 1487-1495.
20. **D'Amico D. S.** Modelado computacional de estructuras óseas utilizando el método de los elementos finitos y tomografías computarizadas: análisis de la estabilidad de un implante gleno-humeral. *Mecánica Computacional*, 2005; 24: 1895-1912.
21. **Dieter G. W.** Mechanical Metallurgy. McGraw-Hill, 1986.
22. **Dong N.** The dependence of transversely isotropic elasticity of human femoral cortical bone on porosity. *Journal of Biomechanics*, 2004; 37: 1281-1287.
23. **Fawcett. J.** Tratado de Histología. Interamericana, 1989.

24. **Ferreira** Mechanical properties of bovine cortical bone at high strain rate. *Materials of Characterization*, 2006; 57: 71-79.
25. **Fornells P.** Estudio de la capacidad estabilizadora del peroné en fracturas de tibia de conejo. *Biomecánica*, 2005; 13: 7-15.
26. **Gibson R.B.** Osteonal structure in the equine third metacarpus. *Bone*, 1996; 19: 165-171.
27. **Gómez N. J.** Estudio del comportamiento mecánico del tejido óseo. *Asociación Argentina de Mecánica Computacional*, 2008; 27: 3351-3365.
28. **Grasa J.** Caracterización mecánica de las propiedades del tejido óseo cortical. *Anales de Mecánica de la Fractura*, 2008; 1: 23-28.
29. **Heaney R.** Is the paradigm shifting? *Bone*, 2003; 33: 457-465.
30. **Hibbeler** *Mecánica de materiales*. Pearson Prentice Hall, 2006.
31. **Junqueira** *Histología básica*. Salvat, 1974.
32. **Kasra M.** On shear properties of trabecular bone under torsional loading: Effects of bone marrow and strain rate. *Journal of Biomechanics*, 2007; 40: 120-128.
33. **Keaveny T. M.** Differences between the tensile and compressive strengths of bovine tibial trabecular bone depend on modulus. *Journal of Biomechanics*, 1994; 27: 1137-1146.
34. **Kohles S. S.** Applications of an anisotropic parameter to cortical bone. *Journal of Material Science*, 2000; 11: 261-265.
35. **Kotha S.** Tensile damage and its effects on cortical bone. *Journal of Biomechanics*, 2003; 36: 1683-1689.
36. **Lai** *Introduction to continuum mechanics*. Heinemann, 1996
37. **Lakes R.** Interrelationships among the viscoelastic functions for anisotropic solids: application to calcified tissues and related systems. *Journal of Biomechanics*, 1974; 7: 259-270.
38. **Lalegname A.** Análisis micromecánico de huesos. *Mecánica Computacional*, 2002; 21: 2530-2538.
39. **Lasaygues P.** Ultrasonic characterization of orthotropic elastic bovine bones. *Ultrasonics*, 2002; 39: 567-573.
40. **Lind P.** Torsional testing and peripheral quantitative computed tomography in rat humerus. *Bone*, 2001; 265-270.
41. **Linde F.** The effect of specimen geometry on the mechanical behavior of trabecular bone specimens. *Journal of Biomechanics*, 1992; 25: 359-368.
42. **Martin R.B.** The effects of collagen fiber orientation, porosity, density, and mineralization on bovine cortical bone bending properties. *Journal of Biomechanics*, 1993; 26: 1047-1054.
43. **Martínez D.** Determinación experimental de las propiedades mecánicas del tejido óseo. Tesis, 2010.
44. **McCalden R. W.** Age-related changes in the tensile properties of cortical bone. *Bone Joint Surg*, 1993; 1193: 76-82.
45. **Morgan** Trabecular bone modulus-density relationships depend on anatomic site. *Journal of Biomechanics*, 2003; 36: 897-904.
46. **Narváez C.M.** Métodos para el análisis de la microestructura y propiedades mecánicas del hueso esponjoso. Tesis, 2004.
47. **Neil D.** The dependence of transversely isotropic elasticity of human femoral cortical bone on porosity. *Journal of Biomechanics*, 2004; 37: 1281-1287.

48. **Norman T. L.** Resistance to crack growth in human cortical bone is greater in shear than in tension. *Journal of Biomechanics*, 1996; 29: 1023-1031.
49. **Reilly D.T.** The mechanical properties of cortical bone. *Journal of Bone & Joint Surgery*, 2010; 56: 1001-1022.
50. **Reilly G.** The development of microcracking and failure in bone depends on the loading mode to which it is adapted. *The Journal of Experimental Biology*, 1999; 202: 543-552.
51. **Rho J.** Microstructural elasticity and regional heterogeneity in human femoral bone of various ages examined by nano-indentation. *Journal of Biomechanics*, 2002; 35: 189-198.
52. **Rho J. Y.** Elastic properties of human cortical and trabecular lamellar bone measure by nanoindentation. *Biomaterials*, 1997; 18: 1325-1330.
53. **Ritchie R.O.** *Cortical bone fracture*. John Wiley & Sons, 2006.
54. **Sasaki N.** Orientation of bone mineral and its role in the anisotropic mechanical properties of bone- transverse anisotropy. *Journal of Biomechanics*; 1989; 22: 157-159.
55. **Sasaki N.** Viscoelastic properties of bone as a function of water content. *Journal of Biomechanics*, 1995; 28: 809-815.
56. **Shahar R.** Anisotropic Poisson's ratio and compression modulus of cortical bone determined by speckle interferometry. *Journal of Biomechanics*, 2007; 40: 252-264.
57. **Talesnick M.** Reliability of thin-walled cylinder test of elastic properties of anisotropic rocks. *Geotech*, 1996; 33: 1008-1014.
58. **Turner C. H.** The elastic properties of trabecular and cortical bone tissues are similar: results from two microscopic measurements techniques. *Journal of Biomechanics*, 1999; 32: 437-441.
59. **Turner C.H.** The anisotropy of osteonal bone and its ultrastructural implications. *Bone*, 1995; 17: 85-89.
60. **Turner H.C.** Basic biomechanical measurements of bone: a tutorial. *Bone*, 1993; 14: 595-608.
61. **Vashishth D.** Small bone biomechanics. *Bone*, 2008; 43: 794-797.
62. **Weiss S.** *Histología: biología celular y tisular*. Ateneo, 1982.
63. **Wright T.M.** Fracture mechanics parameters for compact bone-Effects of density and specimen thickness. *Journal of Biomechanics*, 1977; 10: 419-430.
64. **Yan J.** How tough is bone? Application of elastic-plastic fracture mechanics bone. *Bone*, 2007; 40: 479-484.
65. **Yang Q.D.** Re-evaluating the toughness of human cortical bone. *Bone*, 2006; 38: 878-887.
66. **Yeni Y. N.** Fracture toughness of human femoral neck: effect of microstructure, composition, and age. *Bone*, 2000; 26: 499-504.
67. **Yeni Y. N.** Influence of bone composition and apparent density on fracture toughness of the human femur and tibia. *Bone*, 1998; 22: 79-84.
68. **Zioupou P.** Fatigue strength of human cortical bone: Age, physical and material heterogeneity effects. *Journal of Biomechanical Materials Research*, 2008; 86A: 627-636.
69. **Zysset P. K.** Elastic modulus and hardness of cortical and trabecular bone lamellae measure by nanoindentation in the human femur. *Journal of Biomechanics*, 1999; 32: 1005-1012.