



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLÁN

**APLICACIÓN DE LA SIMULACIÓN DE PROCESOS PARA LA
EVALUACIÓN DE LA LETALIDAD CONSEGUIDA DURANTE LA
ESTERILIZACIÓN DE ALIMENTOS SÓLIDOS**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

INGENIERA EN ALIMENTOS

P R E S E N T A:

ELISA DOMÍNGUEZ HERNÁNDEZ

ASESOR: I.B.Q. JOSÉ JAIME FLORES MINUTTI

COASESOR: I.A. FRANCISCO JAVIER LÓPEZ MARTÍNEZ



**UNAM
CUAUTITLÁN**

CUAUTITLÁN IZCALLI, ESTADO DE MÉXICO

2011



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

CONTENIDO

ÍNDICE DE FIGURAS	
ÍNDICE DE TABLAS	
RESUMEN	1
INTRODUCCIÓN	2
CAPÍTULO I. MARCO TEÓRICO	6
1.1 Esterilización	6
1.1.1 Descripción del proceso	7
1.1.2 Relaciones de muerte térmica	10
1.1.3 Letalidad del proceso y valor de esterilización	13
1.2 Transferencia de calor en estado no estacionario	14
1.2.1 Conducción	15
1.2.2 Ecuación de conducción en estado no estacionario	16
1.3 Modelación y simulación de procesos	20
1.3.1 Modelación matemática: método del elemento finito estocástico	21
1.3.1.1 Etapas generales del método	22
1.3.1.2 Formulación numérica de la ecuación de conducción	25
1.3.1.3 Descripción y tratamiento de las incertidumbres	28
1.3.2 Solución del modelo	31
1.3.3 Diseño e ingeniería de software	33
CAPÍTULO II. METODOLOGÍA EXPERIMENTAL	35
2.1 Definición de objetivos	35
2.2 Cuadro metodológico	36
2.3 Actividades preliminares	37
2.4 Desarrollo experimental	40
CAPÍTULO III. TRATAMIENTO DE DATOS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS	45
CONCLUSIONES	55
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	56
APÉNDICE 1: PUNTOS DE MUESTREO ALEATORIO	62
APÉNDICE 2: DIAGRAMAS DE FLUJO	65

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Autoclaves discontinuas, vertical y horizontal (Teixeira, 2007).	9
Figura 2. Autoclaves continuas, hidrostática y rotatoria (Teixeira, 2007).	10
Figura 3. Dependencia del tiempo y la temperatura de la cinética de inactivación bacteriana (Teixeira, 2006).	12
Figura 4. Curva típica de un proceso de esterilización.	15
Figura 5. Volumen de control diferencial.	16
Figura 6. Discretización de un sistema (Lewis y col., 2006).	23
Figura 7. Tipos de elementos y funciones de interpolación.	24
Figura 8. Ejemplos de modelos generados en software MEF, (a) discretizado y (b) resuelto (Cristianini y col., 2008).	32
Figura 9. Sistemas utilizados para las pruebas.	38
Figura 10. Autoclave Horizontal (MAQUINARIA JERSA S.A. de C.V.)	39
Figura 11. Sensor de temperatura y dispositivo receptor de señales.	39
Figura 12. Modelos geométricos discretizados; Bolsa (a) y lata (b).	45
Figura 13. Imagen térmica del calentamiento de una lata, ($T_{rc}=121^{\circ}\text{C}$).	46
Figura 14. Imagen térmica del calentamiento de una bolsa, ($T_{rc}=121^{\circ}\text{C}$).	47
Figura 15. Curvas de penetración de calor para frijoles envasados en bolsa.	48
Figura 16. Curvas de penetración de calor para frijoles envasados en lata.	48
Figura 17. Gráficas de efectos principales para letalidad.	51
Figura 18. Aplicación computacional: Selección de variables.	53
Figura 19. Presentación numérica de los resultados.	54
Figura 20. Presentación gráfica de los resultados.	54

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Características de los modelos geométricos.	37
Tabla 2. Condiciones de las pruebas experimentales.	38
Tabla 3. Identificación y definición de variables.	43
Tabla 4. Resultados para Letalidad, en cada tratamiento.	50

RESUMEN

Se utilizó el método del elemento finito para simular el flujo térmico en un alimento sólido, envasado en lata (401x411) y bolsa flexible (tipo stand up). Para eso se crearon modelos geométricos en dos dimensiones, que representaran a los sistemas de interés y que pudieran ser discretizados en un software comercial. La validación de los modelos obtenidos se hizo por medio de la comparación de los resultados obtenidos en el simulador y aquéllos originados en estudios de penetración del calor. La diferencia entre los valores simulados y reales no fue significativa.

Con los datos de temperatura obtenidos en la evaluación de la letalidad se calcularon historias térmicas promedio para cada conjunto de factores y éstas se ajustaron a una función estadística. Los modelos obtenidos representan las soluciones de la ecuación de conducción en condiciones específicas del proceso, y con estos se diseñó una aplicación externa de post-procesamiento y visualización de historias térmicas generadas.

Finalmente, se evaluó la influencia de las variables de proceso en la letalidad conseguida, para cada tipo de envase, utilizando un diseño factorial 2^4 . Los factores a evaluar fueron: temperatura inicial del alimento, temperatura del autoclave en el calentamiento y enfriamiento, mismos que se caracterizaron con la técnica Monte Carlo y para los cuales se generaron 100 valores aleatorios y normalmente distribuidos, el cuarto factor fue el tipo de envase: lata o bolsa. Los niveles bajo y alto de los factores numéricos se seleccionaron con base en su media y desviación estándar: $\bar{x} \pm \sigma$.

Se determinó que, dentro del rango de variabilidad estudiado, el factor que tiene el efecto más significativo sobre la letalidad es la temperatura de la retorta en el calentamiento, mientras que los efectos de la temperatura del autoclave en el enfriamiento fueron despreciables.

INTRODUCCIÓN

Los principios de muchas operaciones unitarias en la Ingeniería en Alimentos se encuentran en los procesos de transporte que ocurren entre dos sistemas.

En el proceso de esterilización, el calor debe ser transferido desde una fuente hasta el interior del alimento a través de las paredes del contenedor. La transferencia externa de calor puede ocurrir por cualquier mecanismo (conducción, convección, radiación o cambio de fase). La transferencia interna se lleva a cabo ya sea por convección, conducción o una combinación de ambos mecanismos (Teixeira, 2007; Wang y Sun, 2006).

La temperatura del producto responderá de acuerdo a las leyes de transferencia de calor y se levantará gradualmente en un esfuerzo por alcanzar la temperatura de la pared del envase, para después caer, en respuesta al enfriamiento de ésta. Esta temperatura es una cantidad estocástica, debido a la variabilidad biológica o a condiciones que cambian de forma impredecible (como la temperatura ambiente, a la que se encuentra el alimento) (De Baerdemaeker y col., 2009; Hendrickx y col., 2000; Oliveira y col., 2000). En un proceso de esterilización, las fuentes de incertidumbre son múltiples, así como los factores que afectan la transferencia de calor: agitación, tamaño, forma, posición y material del envase, coeficiente de transferencia de calor y temperatura del autoclave, presencia de partículas en el alimento y composición química o formulación del mismo, etcétera.

Así, la letalidad conseguida en el proceso será resultado de la historia térmica transitoria (no estacionaria) que experimente el punto de calentamiento más lento (centro térmico o punto frío), de modo que, la obtención de dicha historia, se vuelve de máxima importancia para los cálculos posteriores de diseño y ajuste de proceso (Hendrickx y col., 2000; Oliveira y col., 2000).

El diseño y la evaluación de procesos de esterilización, tradicionalmente se basan en la aplicación de aproximaciones como “el punto frío” y “el peor escenario”, esto es, en la definición del punto de calentamiento más lento y de la combinación de factores que resultará en el menor valor de letalidad. Para lograr lo anterior se realizan estudios de penetración del calor, con los cuales se determina la cinética de calentamiento y enfriamiento de un producto específico; dichos estudios deben diseñarse de forma que sean realmente representativos y consideren todos los factores críticos para dar el proceso térmico adecuado, conseguir esto requiere de cientos de experimentos, materialmente imposibles de llevar a cabo, así que generalmente se opta por omitir variables que podrían ser determinantes. Esta simplificación excesiva de los principios en que se basa el proceso, es una razón importante por la cual los productos esterilizados generalmente están sobreprocesados, lo que conlleva un uso irracional de energía, altos costos de operación y mantenimiento de la tecnología usada y la disminución de la eficiencia térmica del sistema (Ciro-Velásquez y col., 2009; Hendrickx y col., 2000).

En la medida que la industria de esterilización continúa siendo económicamente importante (aunque no existen estadísticas concluyentes, se estima que el consumo *per cápita* de productos esterilizados asciende a 75 envases por año), será necesario que adopte o desarrolle avances tecnológicos y metodologías encaminados a incrementar la productividad y optimizar el proceso, a través del mejor entendimiento del mismo (Llamas, 2007).

El uso de sistemas computacionales para el diseño y evaluación de procesos a través de simulación es uno de los adelantos que se encuentran disponibles desde hace varios años y que cada vez se vuelven más comunes en la industria alimentaria y en la investigación.

Para implementar dicha técnica, es necesario establecer modelos que describan al proceso y la forma usual de hacerlo es aplicando métodos numéricos de discretización. El documento original en que se plantea el uso de métodos numéricos para modelar y simular las historias térmicas fue publicado por Teixeira en 1969. En

ese artículo, se describía la teoría tras el modelado con diferencias finitas y el programa obtenido se utilizó para calcular la letalidad integrada y para estudiar los efectos de varios factores de proceso en la temperatura y retención de nutrientes, en alimentos envasados en geometría cilíndrica (Teixeira, 2006). El uso del método de diferencias finitas todavía es común en ingeniería (Abril y Virseda, 1997; Akterian y Fiikin, 1994; Almonacid y col., 2004; Hendrickx y col., 1993).

Desde ese documento pionero, el concepto de simulación se ha extendido hacia otras formas geométricas: bolsas, charolas y recipientes irregulares, siendo necesario recurrir a otros métodos numéricos, más complejos, que ofrezcan un mejor ajuste en geometrías irregulares y que fue posible aplicar gracias al advenimiento de computadoras con capacidades de procesamiento mayores, estos métodos incluyen al elemento finito (MEF) (Cristianini y col., 2008; De Baerdemaeker y col., 2009; Hendrickx y col., 2000; Oliveira y col., 2000), volumen finito (Ciro-Velásquez y col., 2009; Fu y col., 1993; Irudayaraj y col., 2009), redes neuronales artificiales (Chen y Ramaswamy, 2006; Luera Peña y Minim, 2001), medio poroso (Jiménez, 2005), y dinámica de fluidos computacionales (Abdul Ghani y col., 2003; Chen X. , 2006; Gourisankar Sandaka y Kannan, 2008; Irudayaraj y col., 2009).

Los estudios realizados con dichos métodos han permitido un mayor entendimiento de la transferencia de calor que ocurren en los alimentos esterilizados, así como de los factores que la afectan, disminuyendo posibles riesgos a la salud pública y pérdidas económicas (Hendrickx y col., 2000; Oliveira y col., 2000), todo esto con un ahorro de tiempo significativo, pues no hay necesidad de realizar repetidos estudios de penetración del calor en el laboratorio o planta piloto, (Teixeira, 2006). Sin embargo, en la mayor parte de los estudios realizados se consideraron constantes a los factores, dejando de lado sus desviaciones, debidas a condiciones externas o problemas de control durante el proceso, y el error que pueden producir en los datos de temperatura. Esta importante circunstancia promovió el refinamiento del método del elemento finito para que tuviera la capacidad de incorporar incertidumbres del material y/o parámetros de proceso en la solución, haciendo posible analizar sus

efectos por medios estadísticos (Hien y Kaminski, 1999; Hien y Kleiber, 1997; Karniadakis y Xiu, 2003).

Es por lo anterior que, en este proyecto, se propone la aplicación del método del elemento finito para obtener modelos matemáticos que describan un proceso sometido a condiciones aleatorias. Estos modelos serán validados, eventualmente corregidos e incorporados a una interfaz de software que permita al usuario manipular las variables y observar cómo y hasta qué punto las desviaciones de un factor afectan la letalidad conseguida.

Capítulo I

Marco teórico

Capítulo I Marco teórico

1.1 Esterilización

La aplicación de altas temperaturas o procesamiento térmico es el método más común para destruir o controlar el número de microorganismos presentes en alimentos con alta humedad y en las superficies de los materiales de empaque. Es un término general que incluye el tratamiento por calor de alimentos dentro de envases como latas metálicas, frascos de vidrio, charolas, bolsas, etcétera (Berk, 2009; Tucker, 2008).

El enlatado o *canning* fue el modo original de tratamiento térmico y muchas veces se usa como sinónimo de procesamiento térmico. Se ha usado desde hace cerca de 200 años para obtener alimentos estables que pueden almacenarse a temperatura ambiente y sus principios no han cambiado desde entonces: consiste en calentar alimentos envasados a una temperatura alta por un tiempo específico. Al procesar alimentos dentro de un envase, el alimento se protege de cualquier recontaminación en el manejo posterior, así mismo, hace que este tipo de proceso sea adecuado para alimentos en cualquier forma física: sólido, líquido o líquidos con partículas sólidas (Berk, 2009; Tucker, 2008).

La relación tiempo-temperatura necesaria es diferente para cada alimento, dependiendo de la presencia de agentes antimicrobianos (acidez alta y conservadores, por ejemplo) y de la capacidad de transferir de calor del alimento. El pH es un punto crítico para determinar la severidad del tratamiento, para alimentos con un $\text{pH} \leq 4.5$ se recomienda un tratamiento suave, conocido como *pasteurización*, con temperaturas que van de los 75 a 115°C. Para alimentos poco ácidos ($\text{pH} > 4.5$) se aplica un proceso más severo, llamado *esterilización*, que utiliza temperaturas de entre 115 y 135°C. Es importante notar que un alimento pasteurizado requerirá de la adición de agentes conservadores extras para asegurar su estabilidad, mientras que, sólo con la

esterilización, se puede conservar un alimento por tiempos que van desde los seis meses hasta varios años (Fellows, 2000; Mafart, 1994; Tucker, 2008).

El microorganismo patógeno más termorresistente en los alimentos poco ácidos es el *Clostridium botulinum*, esta bacteria puede formar esporas que pueden germinar en ausencia de oxígeno y produce una toxina letal. Para producir alimentos seguros, es necesario establecer una probabilidad de supervivencia muy baja, la práctica común es alcanzar 1 espora sobreviviente en 10^{12} , esto se conoce como *proceso mínimo* y la relación tiempo-temperatura estándar es 3 minutos a 121.1°C (Tucker, 2008).

La *esterilización comercial* designa a los procesos en que se trata térmicamente un alimento para que no contenga microorganismos patógenos. Ya que es posible que sobrevivan algunas especies termorresistentes no patógenas capaces de deteriorar el alimento, se deberá prevenir su germinación manteniendo el producto a temperaturas menores a 35°C. Los productos destinados a climas cálidos requerirán tratamientos más severos (Holdsworth y Simpson, 2007).

1.1.1 Descripción del proceso

La esterilización requiere someter al alimento a temperaturas altas, si esto se realiza a presión, el tiempo requerido para calentar se reduce significativamente y éste es el principio de operación de los equipos de esterilización actuales, llamados autoclaves (Tucker, 2008).

Además, al usar presiones mayores a la atmosférica es posible alcanzar temperaturas en el medio de calentamiento mayores a los 100°C. En el caso de latas metálicas, el medio de calentamiento es vapor saturado; para contenedores de vidrio y envases elaborados con películas plásticas, el medio es una combinación de agua caliente con aire comprimido para alcanzar la presión externa necesaria (Berk, 2009; Holdsworth y Simpson, 2007).

La secuencia de operaciones para esterilizar un alimento consiste en (Holdsworth y Simpson, 2007; Toledo, 2007):

1. Cargar los envases en la autoclave.
2. Introducir el medio de calentamiento y eliminar el aire contenido en el equipo, de modo que se consiga una atmósfera interna homogénea (*Purga*).
3. Incrementar la temperatura del alimento (*Calentamiento*). El tiempo que va desde la entrada del vapor hasta que se llega a la temperatura de proceso se llama “tiempo de subida” (*retort come-up time*).
4. Una vez que se logra la temperatura de proceso, ésta se sostiene por un tiempo determinado, que será la duración efectiva del proceso (*Mantenimiento*).
5. Se cierra el suministro del medio de calentamiento y se introduce agua fría, reduciendo gradualmente la temperatura del alimento (*Enfriamiento*).

El enfriamiento constituye una fase crítica en cuanto a la integridad de los envases: pues hay riesgo de choque térmico en los envases de vidrio o de apertura de cápsulas e hinchamiento por desequilibrio de la presión interna en las latas. Para evitar estos efectos negativos, se puede realizar esta fase a presión constante dentro del equipo. El mantenimiento de la presión se logra por el suministro de aire comprimido a presión igual o ligeramente más alta que la del medio de calentamiento, junto con agua para uniformar el enfriamiento (Mafart, 1994).

Una vez que se ha alcanzado la temperatura de enfriamiento, por lo general 38°C, se cierran los servicios y se libera cualquier presión residual. Esta temperatura será suficiente para evitar el crecimiento de bacterias y deja suficiente calor residual para el secado de los envases (Mafart, 1994; May, 1994).

Los sistemas de esterilización pueden ser discontinuos: autoclaves verticales u horizontales (Figura 1), las cuales pueden poseer sistemas para la agitación y rotación de los envases; ambas configuraciones son recomendadas para plantas pequeñas que producen simultáneamente una gran variedad de productos (Berk, 2009; Holdsworth y Simpson, 2007).

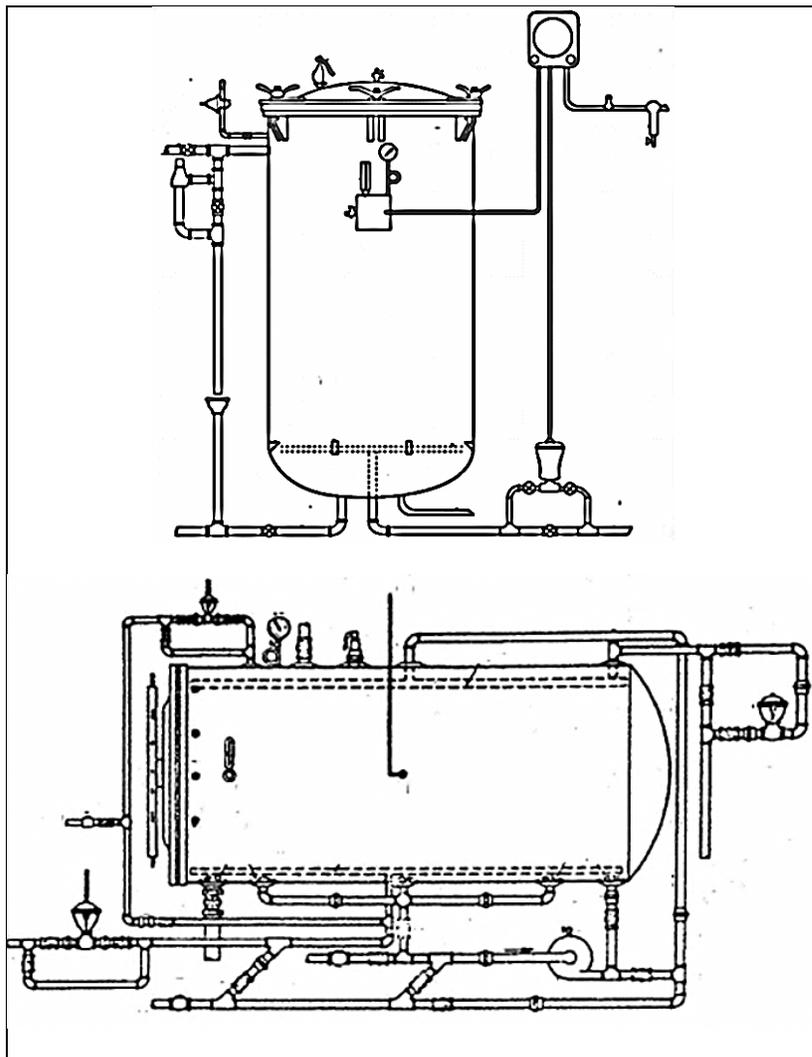


Figura 1. Autoclaves discontinuas, vertical y horizontal (Teixeira, 2007).

Otro tipo de autoclaves son las de operación continua: hidrostáticas y rotatorias (Figura 2, arriba y abajo, respectivamente) que son cada vez más usadas sobre todo cuando el volumen de producción es alto y no se requieren ajustes constantes de las condiciones de operación, por lo que es conveniente reducir el tiempo de paro del equipo (Berk, 2009; Holdsworth y Simpson, 2007).

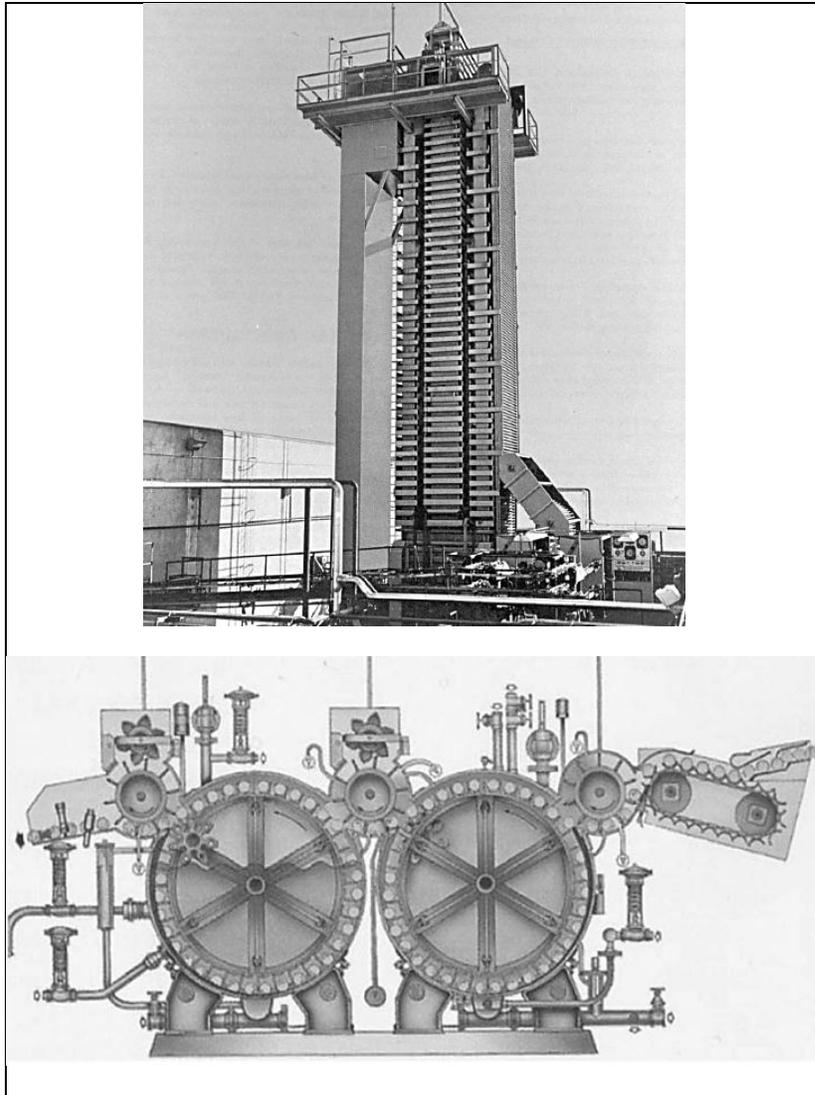


Figura 2. Autoclaves continuas, hidrostática y rotatoria (Teixeira, 2007).

1.1.2 Relaciones de muerte térmica

Para asegurar que el procesamiento térmico sea exitoso, es necesario entender la cinética de inactivación térmica de los microorganismos patógenos, así como las consideraciones de transferencia de calor que gobiernan la distribución de temperatura del producto durante el proceso

Aunque el mecanismo por el cual las esporas bacterianas se inactivan al ser expuestas a un tratamiento térmico letal no está totalmente comprendido, se asume que la muerte de las bacterias por calor es casi logarítmica y que sigue una cinética de

reacción de primer orden, en la cual la concentración disminuirá en forma exponencial con el tiempo (Castellan, 1987; Stumbo, 1973; Teixeira, 2007),

$$\log_{10} \left(\frac{C}{C_0} \right) = - \frac{kt}{2.303} \quad (1)$$

Donde C es la concentración de esporas, t el tiempo y k es la constante de velocidad de inactivación.

La convención estándar para los procesos térmicos es definir un tiempo de reducción decimal D como el tiempo requerido para destruir el 90% de los microorganismos aplicando una cierta temperatura (Fellows, 2000; Holdsworth y Simpson, 2007; Mafart, 1994; Teixeira, 2007),

$$\log C = \log C_0 - \frac{t}{D} \quad (2)$$

Pueden igualarse los parámetros cinéticos D y k de ambas ecuaciones en la siguiente relación:

$$D = \frac{2.303}{k} [=]min \quad (3)$$

En una gráfica de concentración contra tiempo (Figura 3A), D es el tiempo necesario para alcanzar un ciclo logarítmico de reducción en concentración. Es útil definir un valor D de referencia (D_r) con base en la temperatura. La temperatura de referencia (T_{ref}) en los procesos de esterilización es de 121.1°C.

La velocidad con que se reduce la concentración de microorganismos depende de la temperatura. En una gráfica D contra temperatura, la pendiente de la curva es $1/z$, donde z se conoce como constante de resistencia térmica y es el cambio de temperatura necesario para alterar en 90% el valor de D . De la Figura 3B, se puede establecer el valor de z a partir de dos valores de D y sus correspondientes temperaturas (Fellows, 2000; Holdsworth y Simpson, 2007; Teixeira, 2007):

$$\log \frac{D_1}{D_2} = \frac{(T_2 - T_1)}{z} [=]^\circ C \quad (4)$$

El valor z de referencia $10^\circ C$, se obtiene a partir de D_r y T_{ref} .

La temperatura alcanzada dentro del producto es función de su temperatura inicial (T_0), su posición dentro del equipo (x), su difusividad térmica (α), la temperatura del autoclave (T_r) y el tiempo (en el caso de los alimentos sólidos), como se muestra en la Figura 3C. De esta forma, la concentración de esporas bacterianas durante el procesamiento térmico disminuirá de acuerdo a su cinética de inactivación que, por ser función de la temperatura, también lo será de las variables que afecten la transferencia de calor dentro del producto (Fellows, 2000; Holdsworth y Simpson, 2007; Teixeira, 2007).

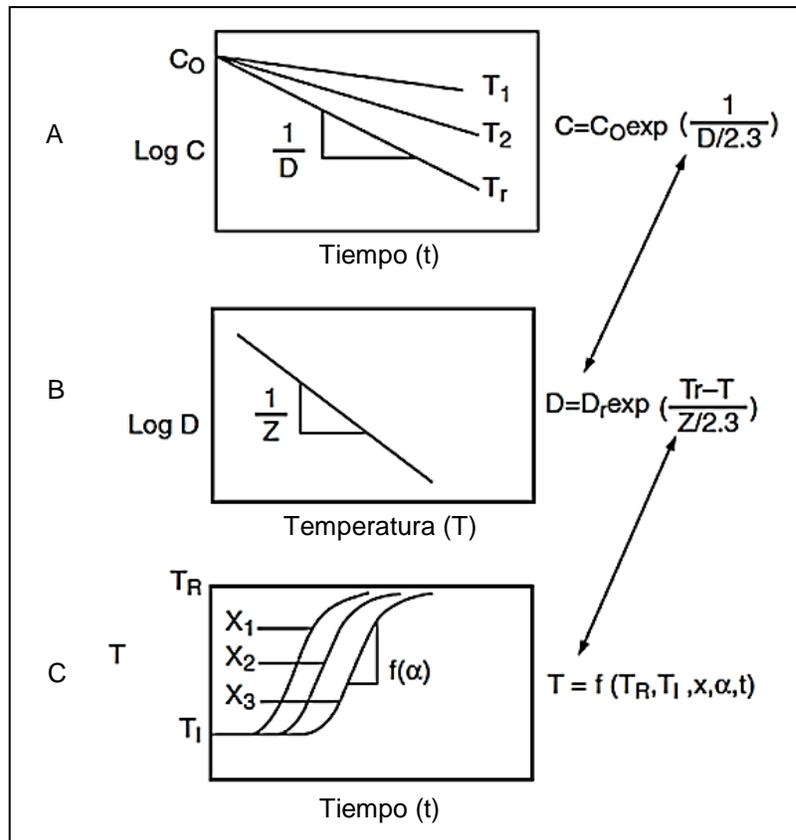


Figura 3. Dependencia del tiempo y la temperatura de la cinética de inactivación bacteriana (Teixeira, 2006).

1.1.3 Letalidad del proceso y valor de esterilización

De la sección anterior, puede concluirse que la misma reducción en microorganismos puede alcanzarse bajo diferentes combinaciones de tiempo-temperatura. Con el fin de comparar las letalidades de diferentes procesos se creó el concepto de valor F , que es la duración requerida para alcanzar una razón de reducción a una temperatura dada (Berk, 2009).

$$F = D \log\left(\frac{C_0}{C}\right) \quad (5)$$

Para establecer el valor F de referencia todo lo que se requiere es especificar cuántos minutos, a una cierta temperatura, serán necesarios para lograr el mismo nivel de inactivación que el del proceso a 121.1°C, y para este propósito se utiliza el valor D_{121} , (Teixeira, 2006). Así, el valor F , es igual al valor de esterilización deseado multiplicado por D_{121} :

$$F = D_{121} \log\left(\frac{C_0}{C}\right) \quad (6)$$

Nótese que este valor F también sirve como punto de referencia para especificar procesos equivalentes a cualquier otra temperatura constante,

$$F = 10^{((T-121.1)/Z)t} \quad (7)$$

donde z es la constante de resistencia térmica. La siguiente ecuación se vuelve importante cuando la temperatura varía y el valor F debe obtenerse matemáticamente,

$$F = \int_{t=0}^t 10^{((T-121.1)/Z) dt} \quad (8)$$

En este punto, debe notarse que, las ecuaciones (7) y (8) son dos expresiones diferentes para la letalidad de un proceso, siendo la primera un valor que debe ser *especificado* para un proceso y, la segunda, la letalidad *conseguida* en un proceso (Holdsworth y Simpson, 2007; Teixeira, 2006). Otra observación importante es que la

ecuación (7) utiliza el valor D_{121} para convertir ciclos logarítmicos a minutos, mientras que (8) hace uso del valor z_r para convertir la historia térmica en minutos a 121.1°C .

1.2 Transferencia de calor en estado no estacionario

Cuando un alimento es colocado en contacto con un medio, líquido o sólido, que se encuentra a diferente temperatura, aparece un potencial para el flujo de calor entre los dos sistemas.

Para los cálculos de proceso, es común asumir un proceso en estado estacionario, en el que se realiza un calentamiento instantáneo del producto hasta la temperatura de proceso, para luego enfriarlo, rápida y totalmente, una vez transcurrido el tiempo de mantenimiento. Existen procesos de esterilización donde se puede encontrar dicho comportamiento, tales como el sistema HTST y el UHT (alta temperatura corto tiempo y ultra alta temperatura, respectivamente, por sus siglas en inglés) utilizados en el procesamiento de alimentos líquidos que fluyen a través de intercambiadores de calor y después son envasados asépticamente (Teixeira, 2007).

Durante la esterilización, el calor debe ser transferido desde una fuente hasta el interior del alimento a través de las paredes del contenedor en un proceso en *estado no estacionario*. La transferencia externa de calor puede ocurrir por cualquier mecanismo (conducción, convección, radiación o cambio de fase). La transferencia interna se lleva a cabo ya sea por convección, conducción o una combinación de ambos mecanismos (Teixeira, 2007; Wang y Sun, 2006). La temperatura del producto responderá de acuerdo a las leyes de transferencia de calor y se levantará gradualmente en un esfuerzo por alcanzar la temperatura de la pared del envase, para después caer, en respuesta al enfriamiento de ésta (Figura 4).

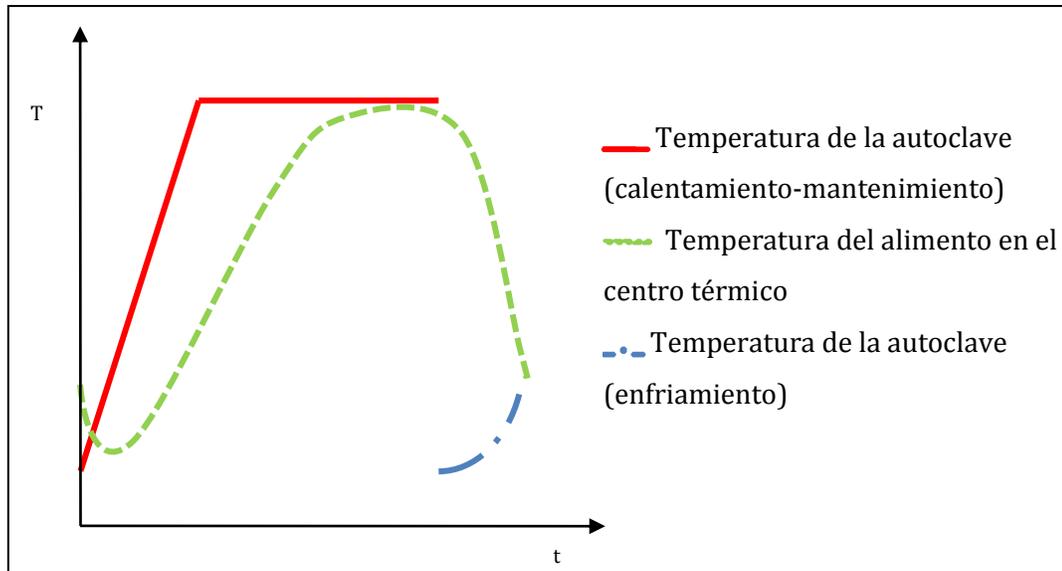


Figura 4. Curva típica de un proceso de esterilización.

En este contexto, la letalidad conseguida en el proceso será resultado de la historia térmica transitoria que experimente el punto de calentamiento más lento (centro térmico o punto frío), de modo que la determinación se vuelve de máxima importancia para los cálculos posteriores de diseño y ajuste de proceso (Hendrickx y col., 2000; Oliveira y col., 2000).

1.2.1 Conducción

La transferencia de calor por conducción se aplica necesariamente a un medio inmóvil y en la práctica a un sólido, fluido altamente viscoso ($\text{viscosidad} \geq 10,000 \text{cp}$) o una suspensión con una alta concentración de sólidos (arriba del 50%). En este caso el calor se desplaza lentamente por propagación progresiva de la agitación molecular, por lo tanto, esta forma de transporte de energía depende grandemente de las propiedades del medio (Holdsworth y Simpson, 2007; Incropera, 1999; Wang y Sun, 2006).

Los productos conductivos exhiben una distribución no uniforme de la temperatura durante el calentamiento y enfriamiento, debido al gradiente de temperatura que se crea con la pared. Para estos productos, el punto de calentamiento más lento normalmente es el centro geométrico (Fellows, 2000).

1.2.2 Ecuación de conducción en estado no estacionario

La determinación de la distribución de temperatura en un medio, es decir, conocer la temperatura en el sistema, como una función del espacio en estado estacionario y como una función del tiempo durante el estado no estacionario, es el objetivo principal de un análisis de conducción.

A continuación, se derivará la ecuación de conducción en un volumen de control (Figura 5), aplicando la ley de conservación de la energía. La solución de dicha ecuación diferencial, con condiciones de frontera prescritas, proporcionará la distribución de temperatura en el medio (Lewis y col., 2006).

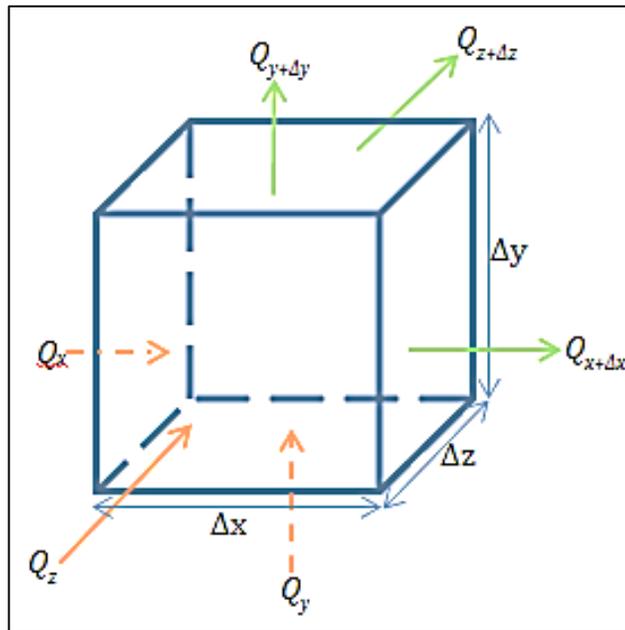


Figura 5. Volumen de control diferencial.

El cambio en la energía calorífica que se transfiere puede representarse, de acuerdo con la dirección de la transferencia (Q_{x+dx} , Q_{y+dy} , Q_{z+dz}), de la siguiente forma,

$$\begin{aligned} Q_{x+dx} &= Q_x + \frac{\partial Q_x}{\partial x} \Delta x ; Q_{y+dy} = Q_y + \frac{\partial Q_y}{\partial y} \Delta y ; \\ Q_{z+dz} &= Q_z + \frac{\partial Q_z}{\partial z} \Delta z \end{aligned} \quad (9)$$

Con referencia a la Figura 5, el balance de energía (E) puede escribirse como,

$$E_{Entra} + E_{Generada} = E_{Acumulada} + E_{Sale} \quad (10)$$

Es decir,

$$Q_x + Q_y + Q_z + G\Delta x\Delta y\Delta z = \rho c_p \Delta x\Delta y\Delta z \frac{\partial T}{\partial t} + Q_{x+dx} + Q_{y+dy} + Q_{z+dz} \quad (11)$$

donde el calor generado en el volumen de control es $G\Delta x\Delta y\Delta z$ y la tasa de cambio de la acumulación de energía está dada por $\rho c_p \Delta x\Delta y\Delta z \frac{\partial T}{\partial t}$; ρ es la densidad [kg m^{-3}] y c_p la capacidad calorífica específica [$\text{kJ kg}^{-1}\text{K}^{-1}$].

Al sustituir la ecuación 6 en la ecuación anterior y tras reagrupar los resultados,

$$-\frac{\partial Q_x}{\partial x} \Delta x - \frac{\partial Q_y}{\partial y} \Delta y - \frac{\partial Q_z}{\partial z} \Delta z + G\Delta x\Delta y\Delta z = \rho c_p \Delta x\Delta y\Delta z \frac{\partial T}{\partial t} \quad (12)$$

La transferencia total de calor (Q) en cada dirección puede expresarse como,

$$\begin{aligned} Q_x &= \Delta y\Delta z q_x = -k_x \Delta y\Delta z \frac{\partial T}{\partial x} ; \\ Q_y &= \Delta x\Delta z q_y = -k_y \Delta x\Delta z \frac{\partial T}{\partial y} ; \\ Q_z &= \Delta x\Delta y q_z = -k_z \Delta x\Delta y \frac{\partial T}{\partial z} \end{aligned} \quad (13)$$

Donde q representa el flux de calor, $\Delta y\Delta z$ es el área de transferencia y k es la conductividad térmica ($\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$), una propiedad del material.

Sustituyendo la ecuación anterior en la ecuación 9 y dividiendo por el volumen ($\Delta x\Delta y\Delta z$), se tiene

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[k_x \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[k_y \frac{\partial T}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[k_z \frac{\partial T}{\partial z} \right] + G = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (14)$$

La ecuación 11 es la ecuación general de conducción de calor en estado no estacionario. Las coordenadas cartesianas (x, y, z) son utilizadas para modelar la transferencia de calor en alimentos envasados en bolsas esterilizables y charolas.

Dicha ecuación implica que la conductividad térmica (k) es un vector, pero, en su forma más general, puede expresarse como un tensor (Lewis y col., 2006),

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{xz} \\ k_{yx} & k_{yy} & k_{yz} \\ k_{zx} & k_{zy} & k_{zz} \end{bmatrix} \quad (15)$$

Ambas ecuaciones (11 y 12), son válidas para resolver problemas de conducción de calor en materiales anisotrópicos con variación direccional en las conductividades térmicas. En muchas situaciones, sin embargo, la conductividad térmica puede ser tomada como una propiedad constante (para materiales isotrópicos), quedando la ecuación de conducción (Lewis y col., 2006)

$$\left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] + G = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (16)$$

donde $\alpha = k/\rho c_p$ es la *difusividad térmica* [$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$]. El significado físico de esta propiedad está asociado con la velocidad de propagación del calor dentro del sólido. Materiales con altos valores de α , como los metales, se calientan y enfrían rápido, mientras que los alimentos y el agua, con valores comparativamente más bajos, se calientan más lentamente (Holdsworth y Simpson, 2007; Lewis y col., 2006).

Si el análisis se restringe a un caso bidimensional, la ecuación 13 se reduce a

$$\left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] + G = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (17)$$

La ecuación de conducción (11), expresada en coordenadas cilíndricas, utilizadas para todos los contenedores en geometría cilíndrica, como son la mayoría de las latas (Holdsworth, 2007), queda como

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[k_r r \frac{\partial T}{\partial r} \right] + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left[k_\phi \frac{\partial T}{\partial \phi} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[k_z \frac{\partial T}{\partial z} \right] + G = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (18)$$

donde ϕ es el ángulo con que se realiza la transformación, r el radio. Los fluxes de calor en este sistema de coordenadas son,

$$\begin{aligned}
q_r &= -k_r \frac{\partial T}{\partial x}; \\
q_\phi &= -\frac{k_\phi}{r} \frac{\partial T}{\partial \phi}; \\
q_z &= -k_z \frac{\partial T}{\partial z}
\end{aligned}
\tag{19}$$

Simplificando 15 para condiciones isotrópicas,

$$\left[\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] + G = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}
\tag{20}$$

Si el flujo axial de calor es despreciable y la transferencia de calor se realice primordialmente a través del radio, los dos últimos términos se eliminan y la ecuación se reduce aún más (Holdsworth y Simpson, 2007),

$$\left[\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right] + G = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}
\tag{21}$$

Debe notarse que, para el sistema de coordenadas cilíndricas, las ecuaciones anteriores pueden derivarse en forma similar a la del sistema cartesiano considerando el volumen de control diferencial apropiado.

La ecuación general de conducción, en cualquiera de sus formas, estará completa para determinar las temperaturas del medio sólo si se aplican condiciones iniciales y de frontera apropiadas. Las condiciones de frontera en los problemas de conducción pueden ser de dos tipos o una combinación de ambos, a saber:

- a) *Condición de Dirichlet*, en la cual se conoce la temperatura de la frontera y ésta no varía con el tiempo (Lewis y col., 2006). Se aplica al calentamiento con vapor (Holdsworth, 2007). Es la condición más simple y se expresa como,

$$T = T_0 \text{ en } \Gamma_T$$

- b) *Condición de Neumann*, en la cual se fija el flux de calor,

$$q = -k \frac{\partial T}{\partial n} = C \text{ en } \Gamma_{qflux}$$

donde, T_0 es la temperatura prescrita; Γ es la superficie de frontera; n es la dirección exterior normal a la superficie y C es el flux constante. Una condición de aislamiento o adiabática puede obtenerse si se sustituye $C = 0$ (Lewis y col., 2006).

La condición de transferencia convectiva también cae en la categoría de Neumann. La temperatura de la superficie en estos casos depende del coeficiente de transferencia de calor, el cual, a su vez, depende de la velocidad del fluido sobre la superficie y de su temperatura (Bergheau y Fortunier, 2008). La condición se expresa como,

$$-k \frac{\partial T}{\partial n} = h[T_R - T(x, t)] \text{ en } \Gamma_{qconv}$$

Se debe notar que la ecuación de conducción tiene términos de segundo orden y por lo tanto se necesitan dos condiciones de frontera. Ya que el tiempo aparece como un término de primer orden, sólo se necesita especificar un valor inicial en el sistema,

$$T = T_0 \text{ en todo el dominio } \Omega \text{ al } t = t_0$$

Donde t_0 es un tiempo de referencia.

Para muchas situaciones reales, no existen soluciones analíticas de la ecuación de conducción sujeta a las condiciones vistas y, en esos casos, métodos numéricos pueden utilizarse para obtener una solución aproximada del problema.

1.3 Modelación y simulación de procesos

La simulación de procesos puede ser definida como una técnica para evaluar rápidamente el efecto de diferentes sistemas y parámetros de un proceso en el resultado de éste, con base en una representación del mismo mediante modelos matemáticos (Dávila y col., 2000).

Actualmente, los científicos e ingenieros tienen acceso a tecnologías modernas de modelado y a un amplio rango de herramientas de solución, aplicables gracias a las computadoras modernas, que permiten el uso de dichos modelos como parte integral de muchos estudios en la Ingeniería de Alimentos.

En el caso de la esterilización, la posibilidad de predecir la historia térmica de un alimento bajo diferentes condiciones: tamaño/forma del envase, temperatura del autoclave y cualquier punto dentro del envase, hace innecesario realizar repetidos estudios de penetración del calor en el laboratorio o planta piloto para diseñar un proceso adecuado, o, en caso de que el proceso ya esté establecido, se pueden evaluar las desviaciones que ocurran durante el curso de la esterilización, para establecer acciones correctivas, preventivas o de optimización adecuadas (Teixeira, 2006).

1.3.1 Modelación matemática: método del elemento finito estocástico

Los modelos matemáticos son herramientas que pueden utilizarse para describir y entender a los procesos físicos y, en combinación con experimentos, pueden ahorrar tiempo y dinero. Cuando son validados adecuadamente tienen posibilidad de proveer soluciones para la optimización, predicción, control y automatización de procesos.

Un modelo *determinista* de un proceso es una ecuación matemática derivada de expresiones que describen relaciones de principios científicos fundamentales que, se sabe, son responsables del comportamiento observado. Como tales, los modelos deterministas originan una solución única y producirán el mismo resultado cuando se repiten bajo las mismas condiciones; a diferencia de los modelos *estocásticos*, que lidian con la incertidumbre a través de funciones de probabilidad (Teixeira, 2006).

Para implementar un modelo que describa a la conducción del calor en estado no estacionario, es necesario aplicar métodos numéricos de discretización, siendo los más comunes el método de las diferencias finitas y el método de los elementos finitos (MEF).

Con el método de las diferencias finitas, la ecuación diferencial es escrita para cada nodo y las derivadas son reemplazadas por expresiones matemáticas de la forma $f(x+b)-f(x+a)$, con lo que se logra un conjunto de ecuaciones lineales simultáneas. Aunque este método es fácil de entender y utilizar en problemas simples, se presentan dificultades al aplicarlo a geometrías o condiciones de contorno complejas, esta situación es real para problemas con materiales con propiedades no isotrópicos (Teixeira, 2006).

En contraste, el método del elemento finito es, en esencia, una técnica que sustituye el problema diferencial por otro algebraico, aproximadamente equivalente, para el cual se conocen técnicas generales de resolución. Es un método muy flexible y exacto y puede aplicarse sin importar la forma o complejidad del dominio (Bergheau y Fortunier, 2008; De Baerdemaeker y col., 2009).

En el método del elemento finito tradicional, es necesario que todos los parámetros sean conocidos y deterministas, sin embargo, en la mayor parte de los procesos térmicos reales no es posible cumplir con esos requisitos, y cualquier incertidumbre resultante en la determinación de temperaturas por dicho método se vuelve importante en el diseño de procesos. Refinamientos actuales, como el método del elemento finito estocástico, incorporan explícitamente el conocimiento de las incertidumbres del material y parámetros de proceso en los cálculos, de forma que es necesario contar con una descripción adecuada de los parámetros aleatorios, para poder analizar sus efectos por medios estadísticos (De Baerdemaeker y col., 2009; Hien y Kaminski, 1999; Hien y Kleiber, 1997; Karniadakis y Xiu, 2003).

1.3.1.1 Etapas generales del método

1. Discretización. Implica la división de una región sobre la cual están definidas las ecuaciones en formas geométricas simples denominadas elementos. Las propiedades materiales y relaciones gobernantes en estos elementos se expresan en función de los valores desconocidos en las "esquinas" de los elementos o nodos (Figura 6); el grado

de complejidad aumenta con el número de dimensiones y la heterogeneidad del objeto en cuestión.

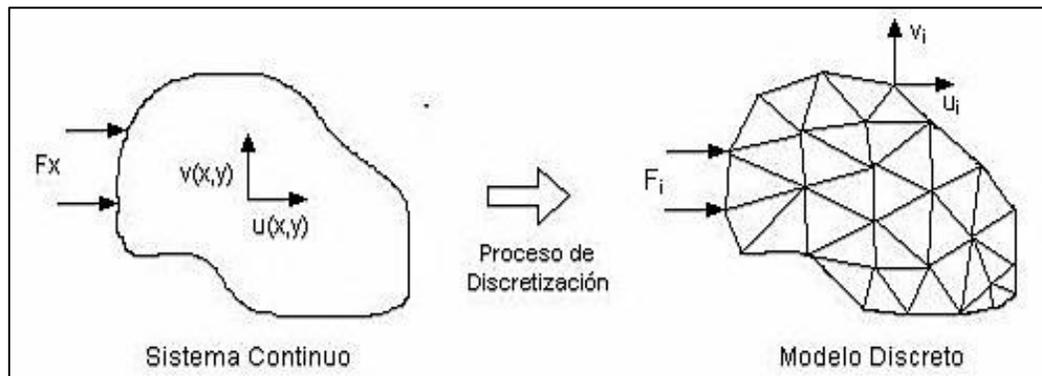


Figura 6. Discretización de un sistema (Lewis y col., 2006).

La discretización por elementos finitos permite una variedad de formas, por ejemplo triángulos y cuadriláteros. Cada elemento está formado por un cierto número de nodos conectados; el número de nodos empleados para formar el elemento dependerá del tipo de elemento o la función de interpolación, como se observa en la Figura 7 (Lewis y col., 2006; Belegundu y Chandrupatla, 1999).

La elección del tipo de elemento se deja a discreción del usuario, pues está basada en la experiencia (Bergheau y Fortunier, 2008; Irudayaraj y col., 2009).

2. Selección de las funciones de interpolación. Una vez que los elementos son definidos, el siguiente paso es asignar nodos a cada elemento para elegir la función apropiada de interpolación que represente la variación de la variable de campo sobre el elemento. Estas funciones usualmente son polinomios de grado variable que, sujetos a ciertos requerimientos de continuidad impuestos a los elementos frontera, se pueden integrar y diferenciar fácilmente (Bergheau y Fortunier, 2008; Irudayaraj y col., 2009).

3. Formulación de las ecuaciones de los elementos. En esta etapa, se deben determinar las ecuaciones matriciales que expresan las propiedades de los elementos individuales, (Lewis y col., 2006).

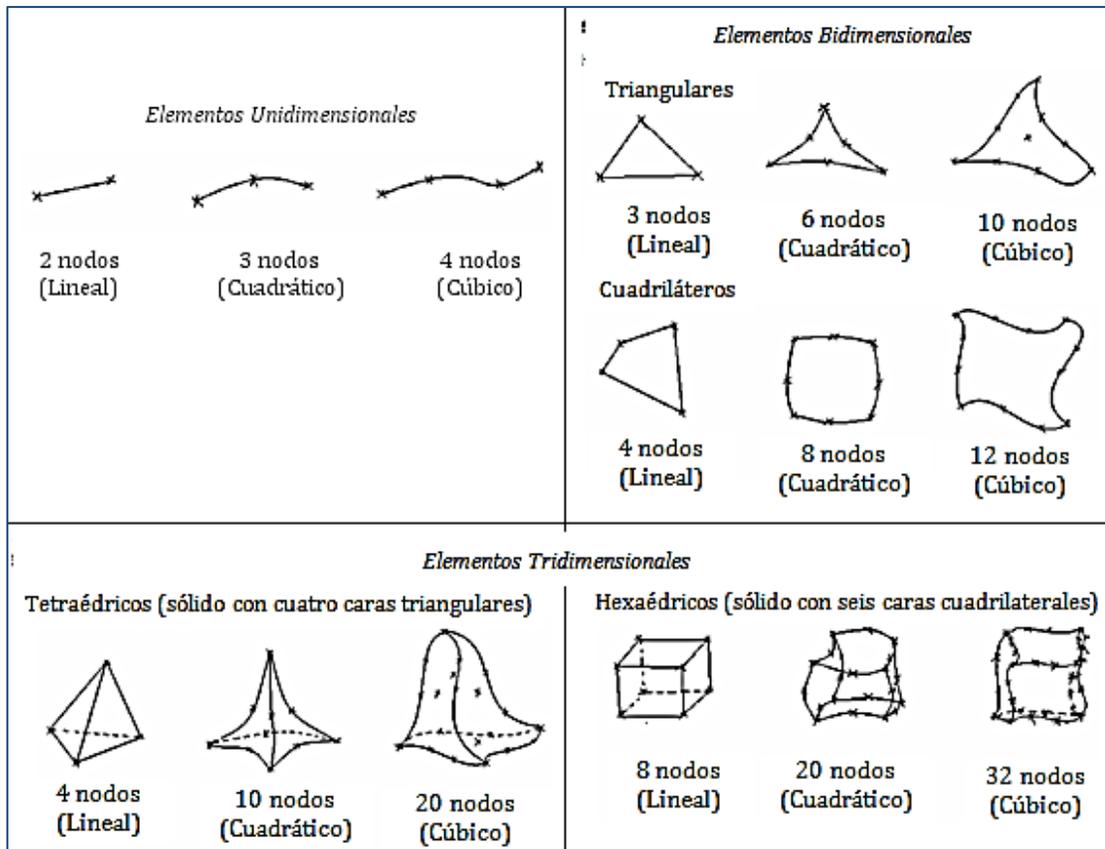


Figura 7. Tipos de elementos y funciones de interpolación.

4. *Ensamblaje.* Para encontrar las propiedades del sistema global, se deben ensamblar las ecuaciones individuales de los elementos, esto es, combinar sus ecuaciones matriciales de forma que la matriz resultante represente el comportamiento de la región de solución del problema. Las condiciones de frontera se deberán incorporar después del ensamblaje (Lewis y col., 2006).

5. *Solución del sistema de ecuaciones.* Las ecuaciones ensambladas consisten en un conjunto de ecuaciones simultáneas que pueden resolverse por métodos algebraicos. En los problemas dependientes del tiempo, los valores nodales desconocidos son una función del tiempo y pueden resolverse apropiadamente con un esquema de diferencias finitas (Bergheau y Fortunier, 2008).

6. *Cálculo de cantidades secundarias.* A partir de los valores nodales de la variable de campo, en este caso temperatura, se pueden calcular cantidades secundarias, como fluxes de calor (Lewis y col., 2006).

1.3.1.2 Formulación numérica de la ecuación de conducción

La ecuación de conducción (14) puede resolverse satisfactoriamente utilizando el MEF, para esto, el continuo se subdivide en elementos de forma y tamaño variables, los cuales están interconectados en un número finito de nodos (n), esta discretización puede expresarse como sigue (Lewis y col., 2006),

$$T(x, y, z, t) = \sum_{i=1}^n N_i(x, y, z) T_i(t) \quad (22)$$

Donde N_i son las funciones de forma y $T_i(t)$ son las temperaturas nodales dependientes del tiempo. Las condiciones de frontera para este tipo de problemas son

$$T = T_f \text{ en } \Gamma_f \quad (23)$$

y

$$\left[k_x(T) \frac{\partial T}{\partial x} l \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[k_y(T) \frac{\partial T}{\partial y} m \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[k_z(T) \frac{\partial T}{\partial z} n \right] + q + h(T - T_a) = 0 \text{ en } \Gamma_q \quad (24)$$

donde, $\Gamma_f \cup \Gamma_q = \Gamma$ y $\Gamma_f \cap \Gamma_q = 0$. Γ representa la frontera completa. En la ecuación anterior, l , m y n son los cosenos de dirección, h es el coeficiente de transferencia de calor, T_a es la temperatura ambiente y q es el flux de calor en la frontera. La condición inicial es,

$$T = T_0 \text{ en } t = 0.0 \quad (25)$$

Para aproximar la solución, se hace uso del método de residuos ponderados de Galerkin, el cual requiere que la siguiente expresión sea satisfecha,

$$\int_{\Omega} w_k \mathbf{L}(\bar{T}) d\Omega = 0 \quad (26)$$

Donde $\mathbf{L}(\bar{T})$ está formulada por la ecuación de conducción, expresada en el sistema de coordenadas apropiado, Ω es el volumen y w_i es una función de carga que se sustituye con las funciones de forma en los nodos $N_i(x, y, z, t)$, esto es,

$$\int_{\Omega} N_i \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[k_x(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[k_y(T) \frac{\partial T}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[k_z(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right] + G - \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \right\} d\Omega = 0 \quad (27)$$

Empleando la integración por partes de los tres primeros términos de la ecuación anterior se tiene,

$$\begin{aligned} - \int_{\Omega} \left\{ k_x(T) \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k_y(T) \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + k_z(T) \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} + N_i G - N_i \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \right\} d\Omega \\ + \int_{\Gamma_q} N_i k_x(T) \frac{\partial T}{\partial x} l d\Gamma_q \\ + \int_{\Gamma_q} N_i k_y(T) \frac{\partial T}{\partial y} m d\Gamma_q + \int_{\Gamma_q} N_i k_z(T) \frac{\partial T}{\partial z} n d\Gamma_q = 0 \end{aligned} \quad (28)$$

Note que, de la ecuación (24),

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma_q} N_i k_x(T) \frac{\partial T}{\partial x} l d\Gamma_q + \int_{\Gamma_q} N_i k_y(T) \frac{\partial T}{\partial y} m d\Gamma_q + \int_{\Gamma_q} N_i k_z(T) \frac{\partial T}{\partial z} n d\Gamma_q = \\ = - \int_{\Gamma_q} N_i q \frac{\partial T}{\partial y} d\Gamma_q - \int_{\Gamma_q} N_i h(T - T_a) \frac{\partial T}{\partial z} d\Gamma_q \end{aligned} \quad (29)$$

Si se sustituye la aproximación espacial de (22), la ecuación (28) se convierte en,

$$\begin{aligned} - \int_{\Omega} \left\{ k_x(T) \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} T_j(t) + k_y(T) \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} T_j(t) + k_z(T) \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} T_j(t) \right\} d\Omega \\ + \int_{\Omega} \left\{ N_i G - N_i \rho c_p \frac{\partial N_j}{\partial t} T_j(t) \right\} d\Omega + \int_{\Gamma_q} N_i q d\Gamma_q \\ - \int_{\Gamma_q} N_i h(T - T_a) d\Gamma_q = 0 \end{aligned} \quad (30)$$

Donde i y j representan los nodos. Ya que $k_x(T)$, $k_y(T)$ y $k_z(T)$ son funciones de la temperatura, la ecuación anterior es no lineal y requiere una solución iterativa; si k_x , k_y y k_z son independientes de la temperatura, entonces (30) tiene una forma lineal.

Una forma más conveniente de escribir la ecuación (30) es:

$$[\mathbf{C}] \left\{ \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial t} \right\} + [\mathbf{K}] \{\mathbf{T}\} = \{\mathbf{f}\} \quad (31)$$

Donde,

$$[\mathbf{C}] = \int_{\Omega} \rho c_p [\mathbf{N}]^T [\mathbf{N}] d\Omega \quad (32)$$

$$[\mathbf{K}] = \int_{\Omega} [\mathbf{B}]^T [\mathbf{D}] [\mathbf{B}] d\Omega + \int_{\Gamma} h [\mathbf{N}]^T [\mathbf{N}] d\Gamma \quad (33)$$

$$\{\mathbf{f}\} = \int_{\Omega} G [\mathbf{N}]^T d\Omega - \int_{\Gamma_q} q [\mathbf{N}]^T d\Gamma_q + \int_{\Gamma} h T_a [\mathbf{N}]^T d\Gamma_q \quad (34)$$

Con

$$[\mathbf{B}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial [\mathbf{N}]}{\partial x} \\ \frac{\partial [\mathbf{N}]}{\partial y} \\ \frac{\partial [\mathbf{N}]}{\partial z} \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{D}] = \begin{bmatrix} k_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & k_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & k_{zz} \end{bmatrix}$$

Finalmente, las matrices del elemento se incorporan en las matrices globales, formando sistemas de ecuaciones lineales finitas que están en función de parámetros desconocidos y pueden resolverse por métodos algebraicos.

Con un desarrollo similar se puede aplicar el MEF para resolver la ecuación de conducción en coordenadas cilíndricas, obteniéndose ecuaciones simultáneas para $T(r, \phi, z, t) = \sum_{i=1}^n N_i(r, \phi, z) T_i(t)$ en la forma matricial de (Hendrickx y col., 2000; Shtrakov y Stoilov, 2006):

$$[\mathbf{C}] \left\{ \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial t} \right\} + [\mathbf{K}] \{\mathbf{T}\} = \{\mathbf{f}\}$$

$$[\mathbf{C}] = \int_{\Omega} \rho c_p r [\mathbf{N}]^T [\mathbf{N}] d\Omega$$

$$[\mathbf{K}] = \int_{\Omega} [\mathbf{B}]^T [\mathbf{D}] [\mathbf{B}] d\Omega + \int_{\Gamma} h [\mathbf{N}]^T [\mathbf{N}] d\Gamma$$

$$\{\mathbf{f}\} = \int_{\Omega} G [\mathbf{N}]^T d\Omega - \int_{\Gamma_q} q [\mathbf{N}]^T d\Gamma_q + \int_{\Gamma} h T_a [\mathbf{N}]^T d\Gamma_q$$

Con

$$[\mathbf{B}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial [\mathbf{N}]}{\partial z} \\ \frac{\partial [\mathbf{N}]}{\partial \phi} \\ \frac{\partial [\mathbf{N}]}{\partial r} \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{D}] = \begin{bmatrix} k_{zz} & 0 & 0 \\ 0 & k_{\phi\phi} & 0 \\ 0 & 0 & k_{zz} \end{bmatrix}$$

1.3.1.3 Descripción y tratamiento de las incertidumbres

El análisis de la conducción del calor depende de la exactitud de los valores con que las propiedades físicas del medio son determinadas pues a partir de estos se resuelven las ecuaciones gobernantes. En muchas situaciones existen datos experimentales pero, si no los hay, la determinación se vuelve una tarea difícil y por lo general se hace uso de modelos “apropiados”; en ambas situaciones, los resultados obtenidos están sujetos a errores (aleatorios, sistemáticos y de modelado) y la determinación del efecto de dichos errores se vuelve esencial, especialmente en sistemas complejos, donde dichas incertidumbre pueden ser significativas.

La temperatura dentro del producto es una cantidad estocástica, debido a la variabilidad biológica o a condiciones que cambian de forma impredecible (como la temperatura ambiente, a la que se encuentra el alimento) y, en consecuencia, deberá caracterizarse por medios estadísticos (De Baerdemaeker y col., 2009; Hendrickx y col., 2000; Oliveira y col., 2000).

Ha sido en los últimos años cuando se ha prestado una mayor atención a la variabilidad de los factores en el proceso, especialmente de las propiedades físicas de los materiales y de los factores que tienden a introducir incertidumbre en las determinaciones de procesos térmicos, entre ellos, la heterogeneidad de los productos, debida a su naturaleza biológica y las desviaciones en la temperatura de proceso, ocasionada por problemas en los sistemas de control del equipo (Chotyakul y col., 2010; Hendrickx y col., 2000; Oliveira y col., 2000).

En un proceso de esterilización, las fuentes de incertidumbre son múltiples, por mencionar algunas (De Baerdemaeker y col., 2009):

- El error máximo en la determinación experimental de la conductividad térmica puede ser tan alto como 50%.
- El tiempo de calentamiento y enfriamiento puede variar entre empaques muy cercanos en composición química.
- Las temperaturas en un autoclave pueden presentar desviaciones estándar de 0.5 a 1°C.
- Los coeficientes de variación del valor f (tiempo en minutos que la curva de penetración de calor tarda en atravesar un ciclo logarítmico) están entre el 3 y el 26% y tomando en cuenta la relación $\alpha = \frac{0.398}{\left(\frac{1}{r^2} + \frac{0.427}{h^2}\right)f}$ (Abril y col., 1997), la variación de f tendrá una influencia sobre el de la difusividad térmica .

El método Monte Carlo ha sido ampliamente asignado a métodos que aplican modelos con resultados aleatorios (Oliveira y col., 2000), por ello es útil para tratar las incertidumbres en los procesos térmicos analizados con el método del elemento finito.

Es una técnica cuantitativa que hace uso de la estadística y las computadoras para imitar, mediante modelos matemáticos, el comportamiento aleatorio de sistemas reales.

La clave de la simulación Monte Carlo consiste en crear un modelo matemático del sistema, proceso o actividad que se quiere analizar, identificando aquellas variables (*inputs* del modelo) cuyo comportamiento aleatorio determina el comportamiento global del sistema. Una vez identificados dichas variables aleatorias, se lleva a cabo un experimento consistente en (a) generar muestras aleatorias (valores concretos) para cada *input*, resolviendo las ecuaciones de conducción de calor por medios analíticos o numéricos y almacenando la solución, para posteriormente (b) analizar el comportamiento del sistema ante los valores generados. Tras repetir n veces este experimento, se dispondrá de n observaciones sobre el comportamiento del sistema, lo cual será de utilidad para entender el funcionamiento del mismo; obviamente, el análisis será tanto más preciso cuanto mayor sea el número n de experimentos que se lleven a cabo.

El comportamiento del sistema se analiza por medio de parámetros estadísticos. Para la media y la desviación estándar de la solución T , en coordenadas espacio-tiempo arbitrarias, se pueden aplicar las siguientes fórmulas de estimación imparcial (De Baerdemaeker y col., 2009),

$$\hat{T} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n T^j \quad (35)$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (T^j - \bar{T})^2} \quad (36)$$

Donde T^j es la solución en la j -ésima corrida de Monte Carlo y el símbolo ‘^’ significa “estimado de”.

Si T es una función lineal de parámetros aleatorios y estos están normalmente distribuidos, entonces T también estará normalmente distribuida. En este caso, los

intervalos de confianza para \hat{T} y $\hat{\sigma}^2$ están dados por (Oliveira y col., 2000; De Baerdemaeker y col., 2009),

$$\hat{T} - t_{0.975} \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \leq \bar{T}_i \leq \hat{T} + t_{0.975} \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \quad (37)$$

$$\frac{\chi_{0.025}^2}{n-1} \leq \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} \leq \frac{\chi_{0.975}^2}{n-1} \quad (38)$$

Donde la t de student y χ^2 son evaluadas con $n-1$ grados de libertad. Las fórmulas en las ecuaciones (37) y (38) son válidas sólo cuando la solución T es linealmente dependiente de los parámetros aleatorios, si no es así, dichas fórmulas pueden utilizarse como una aproximación de primer orden de los intervalos de confianza reales, siempre y cuando la variabilidad de los parámetros aleatorios no sea muy grande.

1.3.2 Solución del modelo

En la actualidad existen paquetes comerciales de software que permiten la solución de problemas de transferencia de calor por el método del elemento finito. Estos códigos, por lo general contienen tres partes (Irudayaraj y col., 2009; Lewis y col., 2006):

Pre-procesamiento: implica la transformación del problema físico en un dominio computacional en dos o tres dimensiones y la generación de una malla en éste último (Figura 8a), abarca las etapas 1 y 2 del MEF.

Procesamiento: es responsable del esfuerzo de cómputo y, a menudo, del tiempo CPU consumido durante el cálculo. Abarca las etapas 3, 4 y 5 del método.

Post-procesamiento: proporciona directamente la solución en una forma gráfica, usualmente como bandas de temperatura en el dominio computacional (Figura 8b). Puede ser un post-procesador acoplado o uno externo, asociado al programa principal.

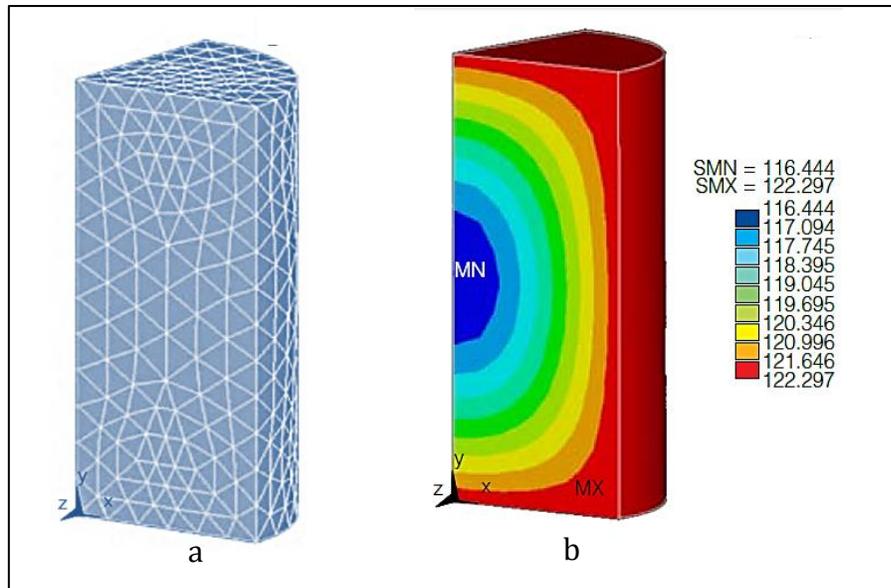


Figura 8. Ejemplos de modelos generados en software MEF, (a) discretizado y (b) resuelto (Cristianini y col., 2008).

Algunos de los recursos comerciales se enlistan a continuación:

ANSYS ®, proporciona una plataforma para el análisis estructural, de transferencia de calor, dinámica de fluidos, electromagnética o campos acoplados (ANSYS Inc., 2010).

COMSOL Multiphysics ® (antes conocido como *FEMLAB*) es un paquete de software de análisis y resolución para varias aplicaciones físicas y de ingeniería, especialmente fenómenos acoplados, o multifísicos (COMSOL, 2010).

QuickField ® es un paquete de Análisis de Elementos Finitos muy eficaz para la simulación visual de los procesos electromagnéticos, térmicos y de elasticidad. El paquete combina un conjunto de módulos de análisis basados en las últimas tecnologías de resolución con el preprocesador muy amistoso y un postprocesador muy potente (Tera Analysis LTD., 2011).

Siemens PLM NX ®, también conocido como *NX Unigraphics*, es un software avanzado que permite diseñar modelos, realizar análisis (estáticos, dinámicos, electromagnéticos o térmicos) por medio de elementos finitos y manufacturar los diseños finalizados con módulos de maquila incluidos (Siemens PLM Software, 2010).

Programas libres o de código abierto:

FreeFEM es un programa de solución de ecuaciones diferenciales parciales, desarrollado por la Universidad francesa Marie Curie y el Laboratorio Jacques-Louis Lion (FreeFEM.org, 2009).

OpenFEM es un conjunto de herramientas de elementos finitos que maneja múltiples fenómenos (multi-físicas) diseñada para ser usada dentro de un ambiente de cómputo matricial (SD Tools, 2010).

1.3.3 Diseño e ingeniería de software

El proceso de construcción está formado por las siguientes etapas (Fuentes, 2003):

1. *Análisis de los requisitos del software.* El proceso de reunión de requisitos se intensifica y se centra especialmente en el software. Dentro del proceso de análisis es fundamental que a través de una colección de requerimientos funcionales y no funcionales, el desarrollador o desarrolladores del software comprendan completamente la naturaleza de los programas que deben construirse para desarrollar la aplicación, la función requerida, comportamiento, rendimiento e interconexión.
2. *Diseño.* La actividad del diseño se refiere al establecimiento de las estructuras de datos, la arquitectura general del software, representaciones de interfaz y algoritmos. El proceso de diseño traduce requisitos en una representación de software.
3. *Generación de Código.* Esta actividad consiste en traducir el diseño en una forma legible por la máquina, es decir, utilizar un lenguaje de programación para generar ambientes virtuales y añadir comportamiento a estos ambientes.
4. *Pruebas.* Una vez que se ha generado código, comienzan las pruebas del software o sistema que se ha desarrollado, con el fin de detectar errores y verificar que se ha obtenido un producto que resuelve en forma efectiva el modelo planteado.

Después de esta etapa, se continúa con el refinamiento del diseño, la selección de componentes y el ajuste de los parámetros, así como con la validación de los modelos, para asegurar su exactitud.

Las formas más comunes de validar son:

- a. La opinión de expertos sobre los resultados de la simulación.
- b. La exactitud con que se predicen datos históricos.
- c. La exactitud en la predicción de datos futuros.
- d. La comprobación de falla del modelo de simulación al utilizar datos que hacen fallar al sistema real.
- e. La aceptación y confianza en el modelo de la persona que hará uso de los resultados que arroje el experimento de simulación.

Capítulo II

Metodología experimental

Capítulo II Metodología experimental

2.1 Definición de objetivos

Problema

Simulación del proceso de esterilización de alimentos sólidos envasados en diferentes materiales (plástico y metal).

Objetivo general

Simular los perfiles de temperatura en alimentos envasados (metal y plástico) a lo largo del proceso de esterilización, utilizando métodos numéricos para la resolución de ecuaciones de transferencia de calor en estado no estacionario, con la finalidad de evaluar la letalidad conseguida bajo diferentes condiciones de proceso.

Objetivos particulares

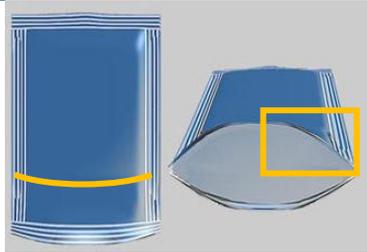
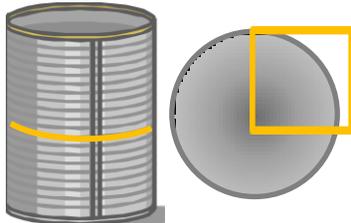
1. Obtener modelos predictivos, aplicando el Método del Elemento Finito (MEF) en un software comercial para resolver las ecuaciones de conducción en estado no estacionario y así obtener historias térmicas en el centro térmico de un alimento envasado en dos geometrías, paralelepípedo irregular y cilindro.
2. Analizar estadísticamente los factores aleatorios que afectan la cinética de penetración del calor, aplicando la técnica Monte Carlo, para generar el número de muestras necesarias en la simulación.
3. Obtener historias térmicas del proceso de esterilización sometido a factores aleatorios, utilizando los modelos desarrollados, para evaluar su efecto en los valores de letalidad conseguida.
4. Diseñar un software que represente historia térmica en el centro térmico de alimentos sólidos envasados y calcule la letalidad conseguida en cada etapa del proceso, con el fin de establecer el tiempo de mantenimiento necesario para alcanzar el valor de esterilización recomendado.

2.3 Actividades preliminares

Actividad preliminar 1: Creación de representaciones geométricas de los sistemas de interés.

Utilizando una herramienta de diseño asistido por computadora, presente en el software Quickfield 5.8 ® (Tera Analysis LTD., 2011), se diseñaron modelos geométricos de un alimento envasado en lata (401x411, material: acero) y bolsa (tipo stand up, materiales: PE/NY/PET). Debido a que los sistemas presentan simetría axial, sólo se modeló un cuarto de los envases. En la siguiente tabla se presentan las características utilizadas en la creación de los modelos.

Tabla 1. Características de los modelos geométricos.

<i>Sistema</i>	<i>Dimensiones</i>	<i>Porción modelada</i>	<i>Propiedades</i>
Bolsa	Ancho: 65.8175mm Alto: 32.7025mm Espesor de envase: 0.254mm Coordenadas cartesianas		k: 0.212 W/m·K ρ :1200 kg/m ³ Cp:2.78774 kJ/kg·K
Lata	Diámetro Interno: 49.53mm Diámetro Externo: 49.7586mm Coordenadas cilíndricas		k: 64 W/m·K ρ :7304 kg/m ³ Cp:0.2264 kJ/kg·K
Alimento (Frijoles refritos)			k: 0.686 W/m·K ρ :1052.902 kg/m ³ Cp:3.5056 kJ/kg·K

Actividad preliminar 2: Obtención de datos experimentales

Los datos experimentales necesarios para la validación fueron proporcionados por la empresa MAQUINARIA JERSA S.A. de C.V., dedicada a la fabricación de equipo para la industria de alimentos, como parte del Programa de Innovación Tecnológica de Alto Valor Agregado en su modalidad Innovapyme (proyecto 139486, con la participación

de la Cátedra de Propiedades Reológicas y Funcionales en Alimentos de la F.E.S. Cuautitlán U.N.A.M.).

Se realizaron pruebas para frijoles refritos, envasados en bolsa y en lata, (Figura 9).



Figura 9. Sistemas utilizados para las pruebas.

Las condiciones experimentales fueron:

Tabla 2. Condiciones de las pruebas experimentales.

	<i>Lata</i>	<i>Bolsa</i>
Temperatura Inicial del Alimento	21.9°C	26°C
Temperatura del Autoclave (calentamiento)	121°C	
Temperatura del Autoclave (enfriamiento)	15°C	

El equipo utilizado fue una autoclave horizontal (mostrada en la Figura 10), con capacidad para ser usada en modo estático o rotatorio. Se eligió el modo estático ya que el producto a procesar era un sólido conductivo.

La adquisición de datos se realizó con un termopar inalámbrico (Figura 11), colocado dentro del envase, en el centro geométrico y que enviaría señales al receptor a intervalos regulares de 1 segundo, las cuales se registraron en una computadora personal. En el manejo posterior de los resultados se incrementó el intervalo a 1 minuto, para facilitar la graficación y los cálculos de letalidad.



Figura 10. Autoclave Horizontal (MAQUINARIA JERSA S.A. de C.V.)



Figura 11. Sensor de temperatura y dispositivo receptor de señales.

Actividad preliminar 3: Determinación de factores aleatorios

Se investigaron algunos factores que pueden afectar la cinética de penetración del calor y presentan un comportamiento aleatorio durante el proceso. La característica aleatoria se estableció con base en parámetros estadísticos (desviación estándar y distribución normal) definidos en estudios previos (Cristianini y col., 2008; De

Bardemaeker y Nicolai, 1999; De Baerdemaeker y col., 2009; Oliveira y col., 2000). Los parámetros aleatorios elegidos fueron,

- Temperatura inicial del alimento: $\bar{x}=40^{\circ}\text{C}$, $\sigma=2.2^{\circ}\text{C}$
- Temperatura del autoclave (calentamiento): $\bar{x}=121^{\circ}\text{C}$, $\sigma=1^{\circ}\text{C}$
- Temperatura del autoclave (enfriamiento): $\bar{x}=20^{\circ}\text{C}$, $\sigma=1^{\circ}\text{C}$

2.4 Desarrollo experimental

a) Aplicación del método del elemento finito en un software comercial

El software Quickfield 5.8 ® (Tera Analysis LTD., 2011) fue la plataforma en que se aplicó el método del elemento finito. El programa puede realizar análisis térmicos lineales y no lineales para modelos en 2D y axisimétricos basándose en la ecuación de conducción sometida a condiciones de frontera convectivas y de radiación, por lo que es adecuado para el desarrollo del proyecto.

Se asumieron las siguientes consideraciones para la simulación transferencia de calor,

1. La conducción es el mecanismo predominante.
2. El flujo de calor dentro de los sistemas se da a través del área mayor del sistema, por lo que hay simetría axial.
3. La conductividad térmica es independiente de la temperatura e isoparamétrica $k=cte$.
4. No hay generación de calor $G=0$.

De esa forma, la ecuación general de conducción, expresada para representar la transferencia de calor en cada sistema, toma las siguientes formas:

- Lata (cilindro finito):

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left[\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right]$$

- Bolsa (paralelepípedo irregular):

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right]$$

Las condiciones iniciales y de frontera aplicadas fueron,

- Los contenidos del envase están inicialmente a una temperatura uniforme T_0 .
- La temperatura en la superficie está prescrita y no varía con el tiempo,

$$T(x, t) = \text{constante} ; T(r, t) = \text{constante}$$

- El flux de calor es fijo en la parte interna del alimento, satisfaciendo la condición de axisimetría,

$$q = -k \frac{\partial T}{\partial n} = 0 \text{ en } \Gamma_{qflux}$$

Validación de los modelos

Obtención de datos simulados: Se obtuvieron las curvas de penetración del calor simuladas en el software Quickfield 5.8 ®. Las condiciones de proceso para la simulación fueron las mismas que en el estudio experimental (Tabla 2), los intervalos de tiempo para el registro de temperaturas fueron de 1 minuto. Los resultados de estas primeras soluciones del problema de conducción se utilizaron para localizar el centro térmico del modelo.

Metodología de validación: La validación de los modelos obtenidos se hizo por medio de la comparación de los resultados obtenidos en el simulador y aquéllos originados en estudios de penetración del calor, es decir, evaluando la exactitud con que se predicen datos históricos (Fuentes, 2003).

La desviación estándar entre los datos experimentales y simulados fue calculada como (Almonacid y col., 2004),

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (E_i - S_i)^2}{N}} \quad (39)$$

Donde E es el dato experimental y S el simulado; n es el tamaño de la muestra y N el tamaño de la población. Adicionalmente, se realizaron pruebas t de Student para comparar ambos conjuntos de datos, las diferencias fueron consideradas significativas con $p < 0.05$.

b) Determinación del número de muestras para la simulación

Se utilizó la técnica de Monte Carlo para generar muestras de las fuentes de incertidumbre determinadas en la actividad preliminar 3, utilizando el software estadístico Minitab 15® (Minitab Inc., 2007).

Para cada parámetro aleatorio se resolvió el problema de conducción de calor en estado no estacionario con ayuda del software comercial. Posteriormente se estimaron las características estadísticas (media, desviación estándar) de la solución (temperatura), en coordenadas de tiempo y espacio arbitrarias, dentro del centro térmico. Se ajustaron los valores de temperatura a una distribución normal y, a partir de ella, se generaron muestras aleatorias.

El procedimiento iterativo de generación se realizó hasta que, con un nivel de confianza del 95%, las distribuciones generadas fueron iguales a las que les dieron origen, para la comparación de distribuciones se aplicó una prueba χ^2 .

c) Evaluación de la letalidad

Identificación de variables

Se evaluó la influencia de algunas variables aleatorias de proceso en la letalidad conseguida utilizando un diseño factorial 2^4 . Los factores a evaluar fueron: temperatura inicial del alimento (T_{ia}), temperatura del autoclave en el calentamiento (T_{rc}) y enfriamiento (T_{re}), el cuarto factor fue el tipo de envase, los cuales se pueden observar con más claridad en la Tabla 3.

Tabla 3. Identificación y definición de variables.

<i>Variables independientes</i>	<i>Niveles de variación</i>	<i>Variable dependiente</i>	<i>Variable de respuesta</i>
Tia	37.8°C 42.2°C	Cinética de penetración del calor	Letalidad (min)
Trc	120°C 122°C		
Tre	19°C 20°C		
Envase	Lata Bolsa		

Los niveles bajo y alto de los factores numéricos se seleccionaron con base en su media y desviación estándar: $\bar{x} \pm \sigma$, indicadas en la actividad preliminar 3. El número de muestras necesarias para la simulación fue determinado a partir de los resultados de la sección 2.4 c.

Simulación de los procesos y cálculo de letalidad

Los procesos fueron simulados con el modelo creado a partir de MEF y consistieron en un calentamiento hasta la temperatura más alta posible (de acuerdo con las condiciones de frontera) y un enfriamiento inmediato.

La letalidad se calculó tomando como base un valor z de 10°C aplicando el método de Bigelow que resuelve numéricamente la ecuación (8) utilizando la regla de los trapecios (Holdsworth y Simpson, 2007; Sharma, 2003)

$$F = t\left(\frac{1}{2}(y_0 + y_n) + y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1}\right) \quad (40)$$

Análisis estadístico

Análisis de Varianza (ANDEVA) empleando el software Minitab 15 ® (Minitab Inc., 2007), con el fin de evaluar el efecto de cada factor sobre la variable de respuesta, así como el efecto de las interacciones entre factores sobre la dicha variable. Las diferencias fueron consideradas significativas con $p < 0.05$.

d) Diseño de la aplicación de post-procesamiento y visualización

Obtención de funciones para calcular temperatura

A partir de los datos de temperatura obtenidos en la evaluación de la letalidad se calcularon historias térmicas promedio para cada conjunto de factores y éstas se ajustaron a funciones matemáticas para lo cual se utilizó el software Curve Expert Basic 1.3 ® (Daniel G. Hyams, 2010), el cual permite probar diferentes modelos lineales y no lineales de ajuste para el conjunto de datos proporcionados.

Construcción del software

Con las funciones matemáticas se diseñó una aplicación que permitiera calcular las temperaturas en el centro térmico del alimento en las etapas de calentamiento y enfriamiento, en condiciones específicas del proceso, sin necesidad de hacer una simulación con el MEF. La aplicación también debe ser capaz de determinar el tiempo de mantenimiento de un proceso a partir de los datos de las otras etapas del proceso.

Para el desarrollo de la aplicación, primero, se realizó el diseño de algoritmos de cálculo y diagramas de flujo, que después fueron traducidos a una forma legible por la máquina por medio del lenguaje de programación Java (Sun Microsystems), que fue elegido por su facilidad de uso, compatibilidad con múltiples sistemas operativos y orientación a objetos (Bracha y col., 2005; Davis, 1997). El desarrollo de la aplicación se hizo con la plataforma NetBeans IDE 7 (Oracle Corporation, 2010).

Capítulo III.

Tratamiento de datos y análisis de resultados

Capítulo III Tratamiento de datos y análisis de resultados

a) Aplicación del método del elemento finito en un software comercial

El primer paso para la aplicación del método fue la creación de modelos geométricos en dos dimensiones, que representarían a los sistemas de interés (Figura 12).

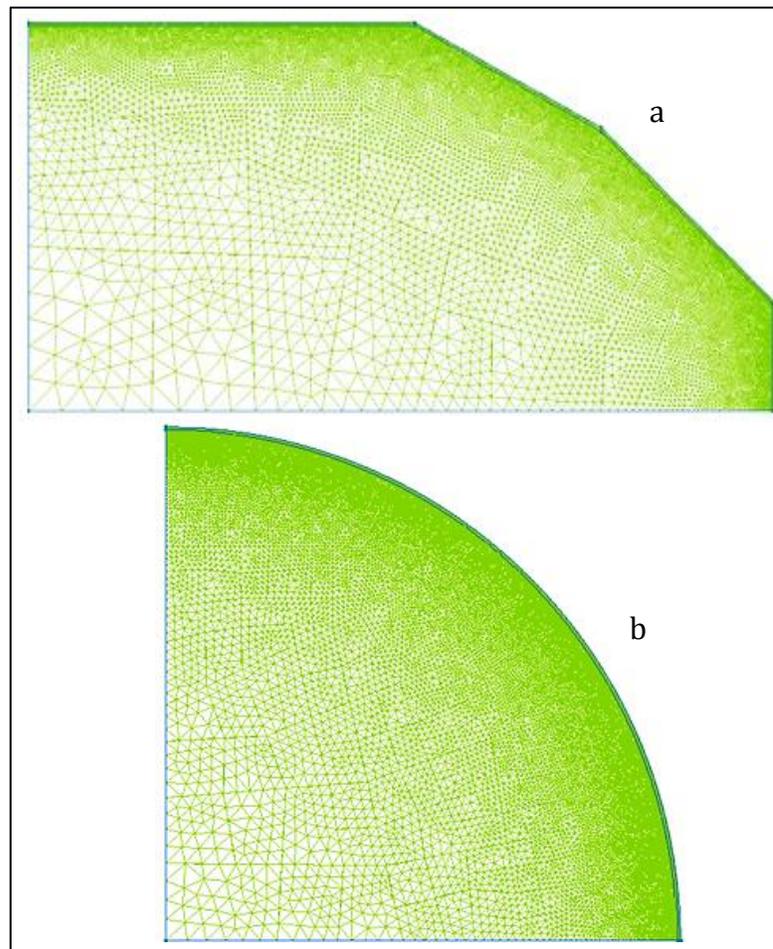


Figura 12. Modelos geométricos discretizados; Bolsa (a) y lata (b).

La malla quedó constituida por 14771 nodos para la bolsa y por 22028 nodos para la lata. Se eligieron elementos lineales triangulares con tamaño decreciente hacia la superficie, ya que este tipo de elementos permiten aproximar superficies irregulares

de una forma muy sencilla y exacta (Lewis y col., 2006; Belegundu y Chandrupatla, 1999).

Posteriormente, se simuló el proceso de esterilización en frijoles negros refritos, envasados en lata (401x411, acero) y bolsa flexible (tipo stand up, PE/NY/PET), resolviendo las ecuaciones de conducción con el software comercial. La evolución térmica del proceso es típica para un alimento cuyo mecanismo de transferencia de calor predominante es la conducción, mostrando una distribución no uniforme de la temperatura durante el calentamiento y enfriamiento, como puede verse en las figuras 13 y 14 (Fellows, 2000); sin embargo, la velocidad de transferencia de calor fue diferente para cada tipo de envase, siendo menor en la bolsa y mayor en la lata, como lo demuestran los tiempos de calentamiento.

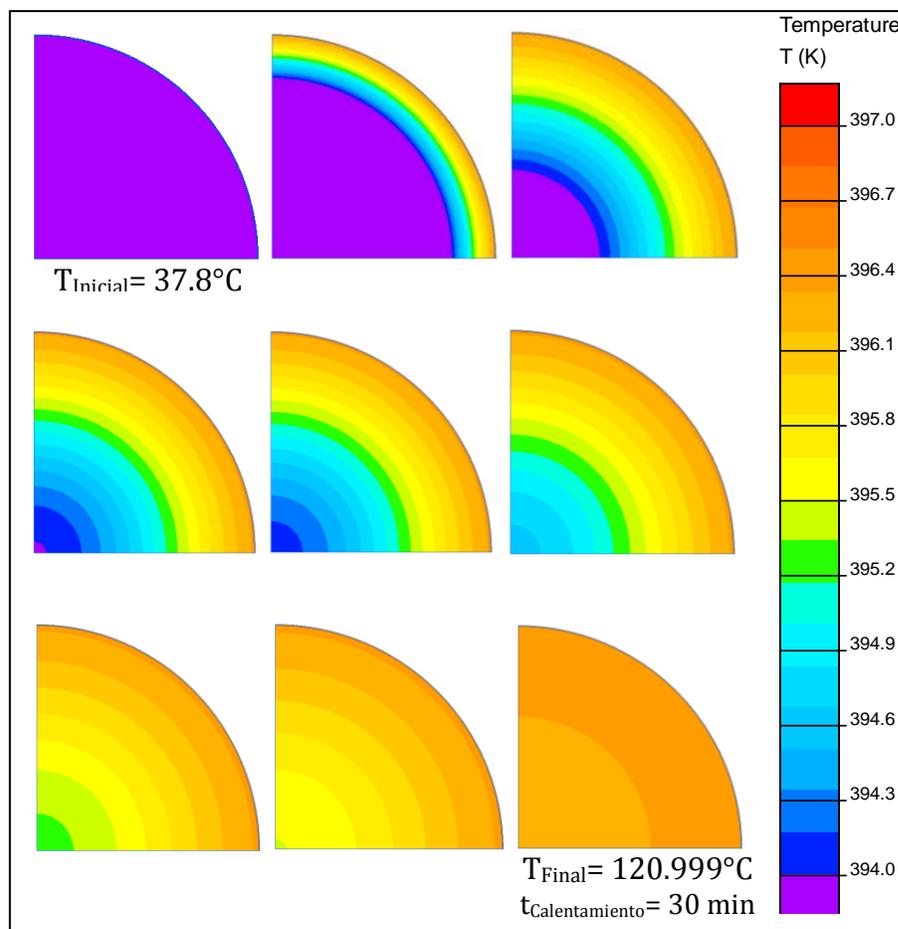


Figura 13. Imagen térmica del calentamiento de una lata, ($T_{rc}=121^{\circ}\text{C}$).

El centro térmico de los modelos se observa claramente como la zona que tarda más en alcanzar la temperatura de proceso y su localización coincide, en ambos sistemas, con el centro geométrico del modelo.

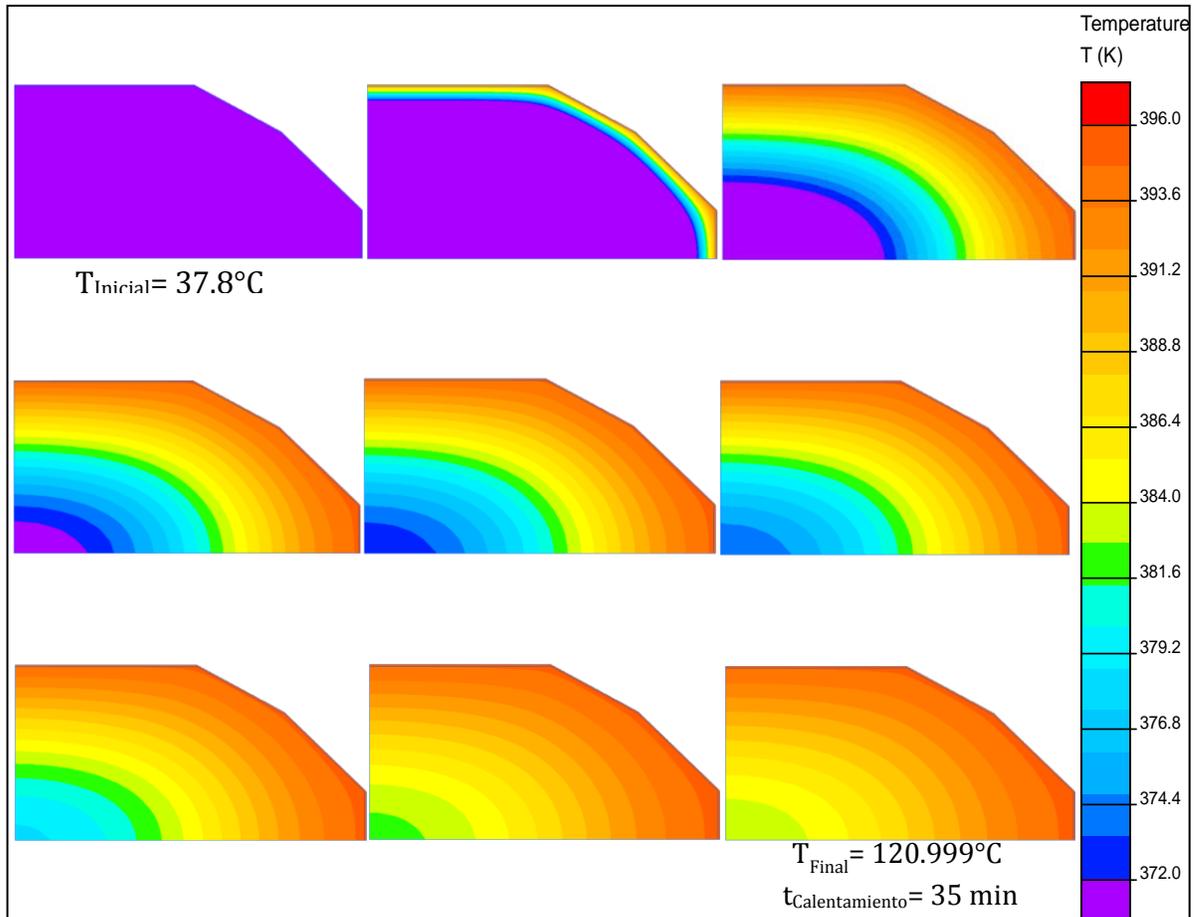


Figura 14. Imagen térmica del calentamiento de una bolsa, ($T_{rc}=121^{\circ}\text{C}$).

Validación de los modelos

Con el fin de facilitar la comparación de las curvas de penetración de calor experimentales, en las etapas de calentamiento y enfriamiento, éstas se suavizaron, por separado, ajustándolas a un modelo estadístico (Weibull) que corresponde a la siguiente ecuación,

$$T = a - be^{-ct^d} \quad (41)$$

Donde T es la Temperatura y t es el tiempo de proceso. El ajuste fue apropiado, con coeficientes de determinación superiores al 99%, esto indica, además, que la

transferencia de calor en ambos conjuntos de datos tiene un comportamiento exponencial.

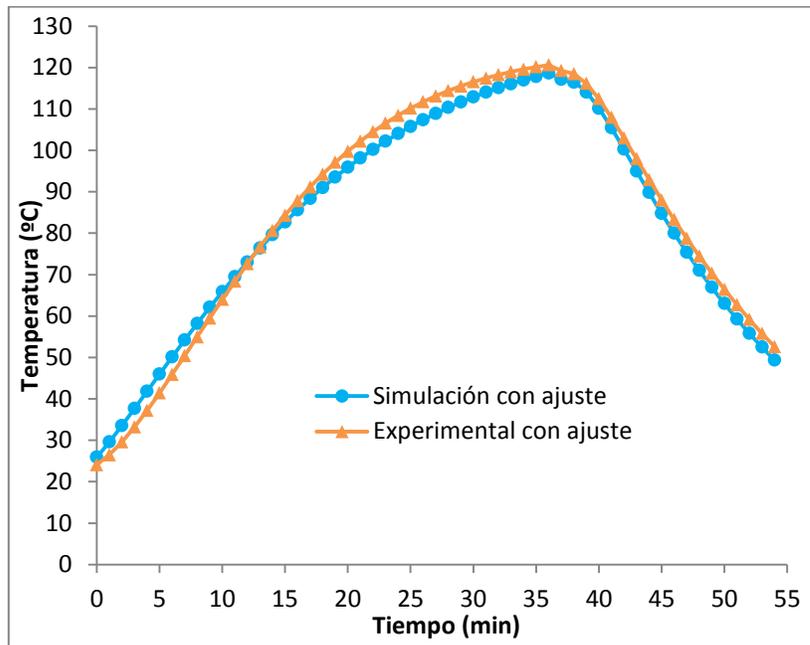


Figura 15. Curvas de penetración de calor para frijoles envasados en bolsa.

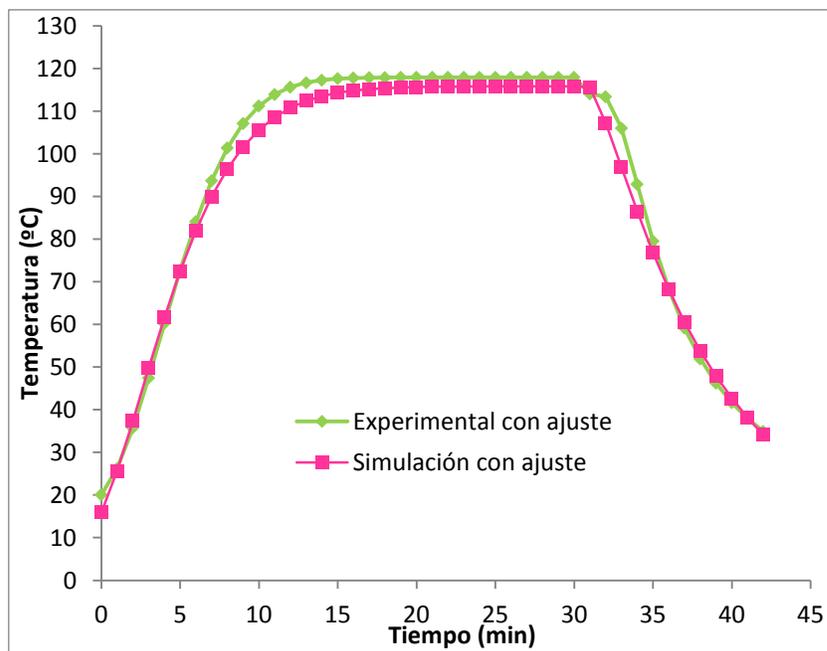


Figura 16. Curvas de penetración de calor para frijoles envasados en lata.

Al observar las curvas sobrepuestas es posible apreciar la similitud de los datos. Se presentan pequeñas diferencias sobre todo en la parte del calentamiento, tanto en la bolsa (Figura 15) como en la lata (Figura 16); pero, tras realizar la prueba t, se determinó que no son significativas ($p \ll 0.05$), siendo la variación de los datos simulados con respecto a los experimentales fue de 3.26°C para la bolsa y de 3.37°C para la lata.

Las variaciones entre los datos simulados y los experimentales pueden deberse a que el modelo, como fue desarrollado, no toma en cuenta la característica anisotrópica de la conductividad térmica, la heterogeneidad en composición química del producto procesado o del mismo empaque, siendo éste último factor, determinante en la duración del calentamiento (Chotyakul y col., 2010; De Baerdemaeker y col., 2009; Hendrickx y col., 2000; Oliveira y col., 2000).

b) Determinación del número de muestras para la simulación

La media y desviación estándar de la distribución normal a partir de la que se generaron las muestras aleatorias, en todos los casos, fueron adecuadamente simuladas con 100 iteraciones ($\chi^2=0.000001$).

El significado práctico de lo anterior es que se debieron tomar las temperaturas en 100 puntos de cada modelo, por cada combinación de factores, para que éstos se encontraran distribuidos como en un sistema real, sometido a condiciones aleatorias. Dichos puntos de muestreo se encuentran listados en el Apéndice1.

c) Evaluación de la letalidad

Se evaluó el efecto que provocan los factores aleatorios en el proceso; los valores promedio de letalidad para cada tratamiento se muestran en la Tabla 4. El análisis del diseño factorial indicó que, dentro del rango de variabilidad estudiado, el factor que tiene el efecto más significativo sobre la letalidad es la Temperatura de la retorta en el calentamiento, Trc, ($p=0$). Así mismo, se determinó que no existe interacción entre los factores estudiados.

El alto valor de F para Trc significa que, variaciones tan pequeñas como 2°C en la temperatura de la retorta, pueden significar un cambio del 46 al 56% en la letalidad de un proceso, resultados que concuerdan con los obtenidos por Cristianini (2008).

Estos valores son muy expresivos, pues cuantifican el resultado de pequeñas alteraciones en las condiciones de proceso, mostrando que errores de control pequeños pueden ser significativos en la conservación de atributos de calidad o en la seguridad del proceso. Las alteraciones en los órdenes de variabilidad estudiados, para alimentos conductivos, incluso en un área pequeña, podrían significar el subprocesamiento del envase entero. En términos de transferencia de calor, es fácil observar que si se trabajara a un temperatura lo suficientemente baja, la velocidad con que se intercambia energía podría disminuir de forma importante.

Tabla 4. Resultados para Letalidad, en cada tratamiento.

<i>Envase</i>	<i>Tia (°C)</i>	<i>Trc(°C)</i>	<i>Tre (°C)</i>	<i>Letalidad (min)</i>
Bolsa (tp=54min)	37.8	120	19	5.09594
			21	5.08171
		122	19	7.86024
			21	7.86874
	42.2	120	19	5.34596
			21	5.26944
		122	19	8.23965
			21	8.24143
Lata (tp=36min)	37.8	120	19	4.96107
			21	4.96256
		122	19	7.72625
			21	7.76219
	42.2	120	19	5.14332
			21	5.15093
		122	19	8.00419
			21	7.51172

Con el fin de ampliar el análisis de los factores restantes, se graficaron los efectos principales y se presentan en la Figura 17. Es claro, al observar la figura, que la Temperatura de la retorta en el enfriamiento (Tre), prácticamente no afecta el valor de la letalidad conseguida (0.02 al 6% de variación en el valor F).

El efecto del tipo de envase es menos relevante, aunque igualmente significativo ($p < 0.05$), que el de Trc (1 al 10% de variación en el valor F), sin embargo, puede observarse una clara tendencia hacia el incremento en el valor de la letalidad cuando se trabaja con bolsa plástica. En alimentos envasados en bolsas, la transferencia de calor es más lenta, pues el envase ofrece una mayor resistencia, haciendo que aparezca un pseudo-mantenimiento en el producto, lo que inevitablemente produce valores de letalidad mayores (Berk, 2009).

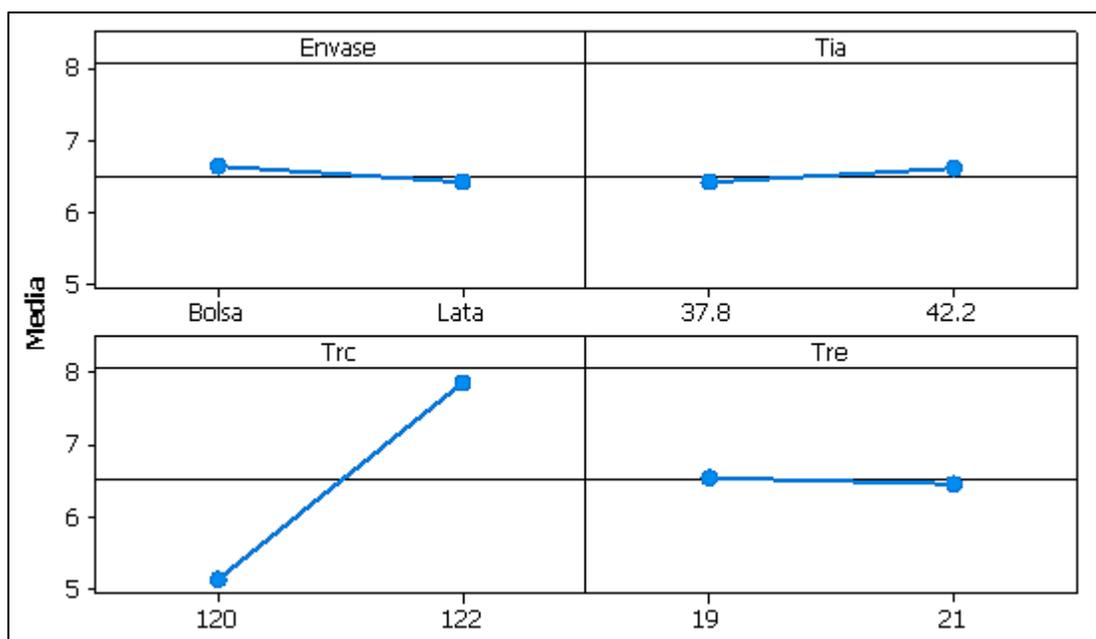


Figura 17. Gráficas de efectos principales para letalidad.

Algo similar sucede con la Temperatura inicial del alimento, Tia, (3 al 5% de variación en el valor F, $p < 0.05$), pues se reduce el tiempo de subida (*Come up time*), alcanzándose con mayor rapidez la temperatura deseada y añadiendo minutos a la permanencia del producto en ella (aún con el mismo tiempo total de proceso), un comportamiento similar fue reportado por Hendrickx (2000).

La temperatura en el centro térmico del producto, de acuerdo a las leyes de transferencia de calor, aumentará gradualmente en un esfuerzo por alcanzar la temperatura en la pared del envase, para después descender, como consecuencia del enfriamiento de ésta. Dado que la inactivación microbiana es función de la

temperatura, también lo será de las variables que afecten la transferencia de calor dentro del producto. De esta forma, cualquier efecto significativo en la velocidad de intercambio de energía se verá reflejado en el valor de esterilización del proceso. En este estudio, se pudo observar que los factores más importantes son: el potencial para el flujo de calor que exista entre los dos sistemas (diferencial de temperaturas entre el medio y el alimento), así como de la resistencia a la transferencia de calor que ofrece el envase (Hendrickx y col., 2000; Oliveira y col., 2000).

d) Diseño de la aplicación de post-procesamiento y visualización

A partir de la simulación se obtuvieron los siguientes modelos, que representan las soluciones del problema de conducción para las etapas de Calentamiento y Enfriamiento. Los modelos, como en la validación, corresponden a funciones Weibull y en todos los casos presentaron un coeficiente de determinación mayor al 99%. Las ecuaciones de dichos modelos se encuentran en el apartado *c* del Apéndice 2.

Con estos modelos se diseñaron los diagramas de flujo para la aplicación de post-procesamiento, estos diagramas pueden observarse en el Apéndice 2. El diagrama *a* representa la selección de los parámetros del modelo de acuerdo con las condiciones de operación. El diagrama *b* representa el cálculo de temperaturas de calentamiento y enfriamiento a partir del modelo. Finalmente, el diagrama *c*, aplica el método general para determinar el tiempo de mantenimiento de un proceso, a partir de los datos de las otras etapas del proceso.

Posteriormente se realizó el diseño de la interfaz de la aplicación, quedando dividida en tres secciones:

- Selección de las condiciones de operación
- Resultados numéricos
- Historia térmica y letalidad del proceso

En la primera parte, el usuario escoge y, en ciertos casos, escribe los valores de factores importantes en el proceso (Figura 18). En la segunda, se muestran las temperaturas calculadas y los efectos letales que corresponden al proceso seleccionado, así como el tiempo de mantenimiento necesario para alcanzar la letalidad requerida (Figura 19). Finalmente, se encuentra la ventana en que se muestra, en forma gráfica, la cinética y letalidades puntuales del proceso (Figura 20).

Se realizaron pruebas para comprobar el correcto flujo de datos de una ventana a otra, así como de los resultados obtenidos. La aplicación se ejecuta adecuadamente y los resultados que se obtienen son coherentes con los obtenidos mediante cálculo manual y en hoja de cálculo electrónica. Se puede descargar el programa en la siguiente dirección electrónica que aparece en el Apéndice 2.

Selección de las Condiciones de Operación

Tipo de Envase:
 Bolsa flexible Lata

Temperatura inicial del alimento (Tia):
 37.8°C 42.2°C

Temperatura del autoclave durante el calentamiento (Trc):
 120°C 122°C

Temperatura del autoclave durante el enfriamiento (Tre):
 19°C 21°C

Letalidad requerida de acuerdo al producto y envase (min):

Constante de resistencia térmica del microorganismo (z):

Figura 18. Aplicación computacional: Selección de variables.



Figura 19. Presentación numérica de los resultados.

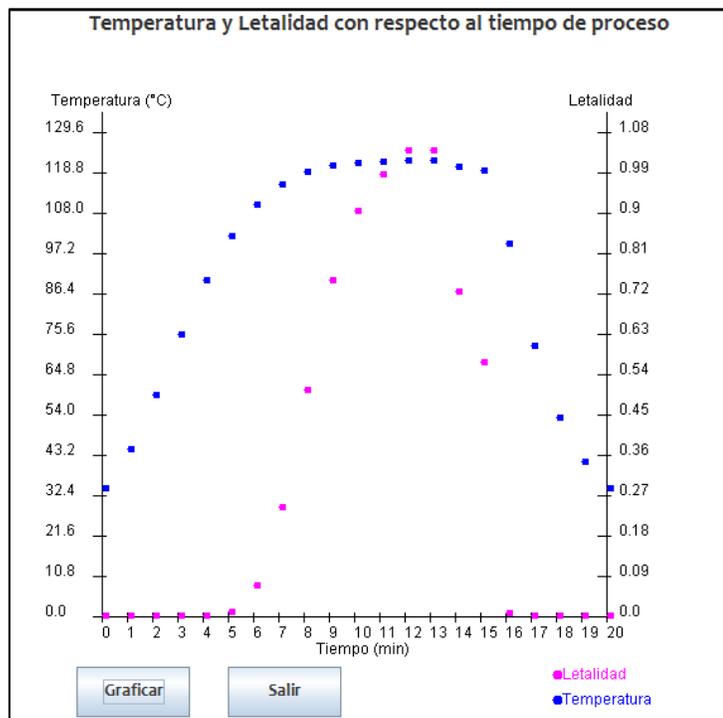


Figura 20. Presentación gráfica de los resultados.

Conclusiones

CONCLUSIONES

El modelo de conducción del calor aplicado simuló correctamente la cinética de transferencia de calor en el centro térmico de los sistemas estudiados, como puede inferirse de la poca diferencia que presentaron con respecto a los valores experimentales.

El uso de la simulación permitió asegurar la distribución normal de los factores de estudio, aplicando técnicas de muestreo aleatorio, que por el tiempo de cómputo que requieren, así como por la cantidad de datos generados, serían materialmente imposibles en estudios experimentales.

Los resultados de la evaluación de letalidad con respecto a los diferentes factores implican que, mientras mayor sea la importancia de un factor en la evolución de temperaturas en el centro térmico del producto, mayor será la importancia de su variabilidad y hacen patente la necesidad de ejercer un control adecuado durante el proceso, para evitar el sobre o subprocesamiento.

Finalmente, el desarrollo de software auxiliar para el procesamiento posterior de las cantidades obtenidas de la simulación permitió obtener fácilmente gráficas que representaran el proceso y ayuden al usuario a diseñar un proceso con las condiciones estudiadas en este proyecto. El éxito en el diseño del software depende en gran medida de la aplicación de una metodología de diseño adecuada, ya que, incluso cuando se ha escogido la mejor configuración del sistema, el trabajo continúa con el refinamiento del diseño, la selección de componentes y el ajuste de los parámetros, un proceso interactivo entre el diseñador y el usuario final. En este sentido, esta pequeña aplicación abre la puerta a la posibilidad de creación y ampliación para incluir otros alimentos y condiciones.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abdul Ghani, A., Farid, M. y Zarrouk, S. (2003). The effect of can rotation on sterilization of liquid food using computational fluid dynamics. *Journal of Food Engineering*, 57(1), 9-16.
- Abril, J. y Virseda, P. (1997). Simulación numérica en estado no estacionario de espárragos durante el procesos de esterilización. *Revista Alimentaria*, (280, Marzo), 43-46.
- Abril, J., Moure, J. y Virseda, P. (1997). Control por ordenador del proceso de esterilización de conservas vegetales 1: Transmisión de calor por conducción. *Revista Internacional de Información Tecnológica*, 8(5), 47-52.
- Akterian, S. y Fiikin, K. (1994). Numerical simulation of unsteady heat conduction in arbitrary shaped canned foods during sterilization processes. *Journal of Food Engineering*, 21(3), 343-354.
- Almonacid, S., Mitchell, M. y Simpson, R. (2004). Mathematical model development, experimental validation and process optimization: retortable pouches packed with seafood in cone frustum shape. *Journal of Food Engineering*, 63(2), 153-162.
- ANSYS Inc. (2010). *ANSYS Products Portfolio*. Consultado el 10 de Octubre de 2010, de <http://www.ansys.com/products/default.asp>
- Belegundu, A. y Chandrupatla, T. (1999). *Introducción al estudio del elemento finito en ingeniería* (2^a ed.). México: Prentice Hall.
- Bergheau, J. y Fortunier, R. (2008). *Finite element simulation of heat transfer*. London: John Wiley & Sons.
- Berk, Z. (2009). *Food process engineering and technology*. New York: Academic Press.

- Bracha, G., Gosling, J., Joy, B. y Steele, G. (2005). *The Java language specification* (3rd ed.). Addison-Wesley.
- Castellan, G. (1987). *Fisicoquímica*. México: Wesley Iberoamericana.
- Chen, C. y Ramaswamy, H. (2006). Modeling food thermal processes using artificial neural networks. En D. Sun (Ed.), *Thermal food processing: new technologies and quality issues* (págs. 107-131). Boca Raton: CRC Press.
- Chen, X. (2006). Modeling thermal processing using computational fluid dynamics. En D. Sun (Ed.), *Thermal Food Processing: new technologies and quality issues* (págs. 133-149). Boca Raton: CRC Press.
- Chotyakul, N., Velazquez, G. y Torres, J. (2010). Assessment of the uncertainty in thermal food processing decisions based on microbial safety objectives. *Journal of Food Engineering*, 102(3).
- Ciro-Velásquez, H. J., García, E. y González, C. (2009). Modelación numérica de procesos de esterilización térmica de alimentos usando volúmenes de control: aproximación cilíndrica. *Revista Dyna*, 76(159), 115-124.
- COMSOL. (2010). *COMSOL Multiphysics*. Consultado el 10 de Octubre de 2010, de <http://www.comsol.com/products/multiphysics/>
- Cristianini, M., Duarte, P. y Santana, F. (2008). Utilização de modelagem matemática para avaliação dos efeitos da temperatura de processo e das propriedades térmicas na esterilização de alimentos. *Brazilian Journal of Food Technology*, 11(2), 159-168.
- Dávila, A., López, J., Martínez, V., Rocha, J. y Salado, M. (2000). *Simulación de procesos en ingeniería química*. México: Plaza y Valdés.
- Davis, S. (1997). *Aprenda Java ¡ya!*. Madrid: McGraw-Hill.

- De Baerdemaeker, J., Nicolai, B. M., Scheerlinck, N. y Verboven, P. (2009). Stochastic finite element analysis of thermal food processes. En J. Irudayaraj y S. Jun (Edits.), *Food processing operations modeling: Design and analysis* (2^a ed., págs. 303-338). Boca Raton: CRC Press.
- De Bardemaeker, J. y Nicolai, B. (1999). A variance propagation algorithm form the computation of heat conduction under stochastic conditions. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 42(8), 1513-1520.
- Fellows, P. (2000). *Food processing technology: Principles & practice* (2nd ed.). CRC Press: Boca Raton.
- FreeFEM.org. (2009). *Welcome at freeFEM.org!* Consultado el 10 de Octubre de 2010, de <http://www.freefem.org/>
- Fu, Y., Lund, D., Sheen, S. y Tong, C. (1993). Lethality of thermal processes for food in anomalous shaped plastic containers. *Journal of Food Engineering*, 20(3), 199-213.
- Fuentes, J. (2003). *Realidad virtual aplicada al tratamiento del trastorno de lateralidad y ubicación espacial*. Puebla, México: Tesis de Licenciatura en Ingeniería en Sistemas Computacionales. Universidad de las Américas. Puebla.
- Gourisankar Sandaka, P. y Kannan, A. (2008). Heat transfer analysis of canned food sterilization in a still retort. *Journal of Food Engineering*, 88(2), 213-228.
- Hendrickx, M., Oliveira, F., Silva, C. y Tobback, P. (1993). Generalized (semi)-empirical formulae for optimal sterilization temperatures of conduction-heated foods with infinite surface heat transfer coefficients. *Journal of Food Engineering*, 19(2), 141-158.
- Hendrickx, M., Oliveira, J., Smout, C. y Varga, S. (2000). Modelling temperature variability in batch retorts and its impact on lethality distribution. *Journal of Food Engineering*, 44(3), 163-174.

- Hien, T. y Kaminski, M. (1999). Stochastic finite element modeling of transient heat transfer in layered composites. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 26(6), 801-810.
- Hien, T. y Kleiber, M. (1997). Stochastic finite element modeling in linear transient heat transfer. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 144(1), 111-124.
- Holdsworth, S. y Simpson, R. (2007). *Thermal processing of packaged foods* (2nd ed.). New York: Springer.
- Incropera, F. (1999). *Fundamentos de transferencia de calor*. México: Prentice Hall.
- Irudayaraj, J., Jun, S. y Sandeep, K. (2009). Introduction to modeling and numerical simulation. En J. Irudayaraj y S. Jun (Edits.), *Food processing operations modeling: Design and analysis* (2nd ed., págs. 1-11). Boca Raton: CRC Press.
- Jiménez, H. E. (2005). Estudio numérico de la esterilización térmica de alimentos líquidos enlatados que contienen partículas empleando el enfoque del medio poroso. *Revista Mexicana de Ingeniería Química*, 4(1), 1-23.
- Karniadakis, G. y Xiu, D. (2003). A new stochastic approach to transient heat conduction modeling with uncertainty. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 46(24), 4681-4693.
- Lewis, R., Nithiarasu, P., Seetharamu, K. (2006). *Fundamentals of the finite element method for heat and fluid flow*. London: John Wiley & Sons.
- Llamas, J. (2007). Alimentos enlatados. México: A.N.T.A.D.
- Luera Peña, W. y Minim, L. (2001). Aplicación de redes neuronales artificiales en la modelización del tratamiento térmico de alimentos. *Ciencia y Tecnología Alimentaria*, 3(2), 81-88.

- Mafart, P. (1994). *Ingeniería industrial alimentaria, vol. I: Procesos físicos de conservación*. Zaragoza: Acribia.
- May, N. S. (1994). Tecnologías de autoclave. En P. Richardson (Ed.), *Tecnologías térmicas para el procesado de alimentos* (págs. 7-29). Zaragoza: Acribia.
- Oliveira, F., Oliveira, J. y Varga, S. (2000). Influence of the variability of processing factors on the F-value distribution in batch retorts. *Journal of Food Engineering*, 44(3), 155-161.
- Oracle Corp. (2010). *NetBeans: Documentation, training & support*. Consultado el 10 de Octubre de 2010, de <http://netbeans.org/kb/index.html>
- SD Tools. (2010). *OpenFEM*. Consultado el 10 de Octubre de 2010, en <http://support.sdtools.com/gf/project/openfem>
- Sharma, S. K. (2003). *Ingeniería de alimentos: Operaciones unitarias y prácticas de laboratorio*. México: Limusa.
- Shtrakov, S. y Stoilov, A. (2006). *Finite element method for thermal analysis of concentrating solar receivers*. South-West University, Blagoevgrad, Bulgaria.
- Siemens PLM Software (2010). *NX: Product Lifecycle Management*. Consultado el 10 de Octubre de 2010, de http://www.plm.automation.siemens.com/en_us/products/nx
- Stumbo, C.R. (1973). *Thermobacteriology in food processing* (2nd ed.). New York: Academic Press.
- Teixeira, A. (2006). Simulating thermal food processes using deterministic models. En D.W. Sun (Ed.), *Thermal food processing: new technologies and quality issues* (págs. 73-102). Boca Raton: CRC Press.

Teixeira, A. (2007). Thermal processing of canned foods. En D. Heldman y D. Lund (Edits.), *Handbook of food engineering* (2nd ed., págs. 746-796). Boca Raton: CRC Press.

Tera Analysis LTD. (2011) Quickfield: Un enfoque nuevo para modelación de campo. Consultado el 17 de Mayo de 2011, de <http://www.quickfield.com/es/feat.htm>.

Toledo, R. (2007). *Fundamentals of food process engineering* (3rd ed.). New York: Springer.

Wang, L., Sun, D. (2006). Heat and mass transfer in thermal food processing. En D. W. Sun (Ed.), *Thermal food processing: New technologies and quality issues* (págs. 36-61). CRC Press: Boca Raton.

Apéndices

APÉNDICE 1: PUNTOS DE MUESTREO ALEATORIO

Las distancias y coordenadas en que se realizaron los muestreos, dentro del centro térmico, se muestran a continuación:

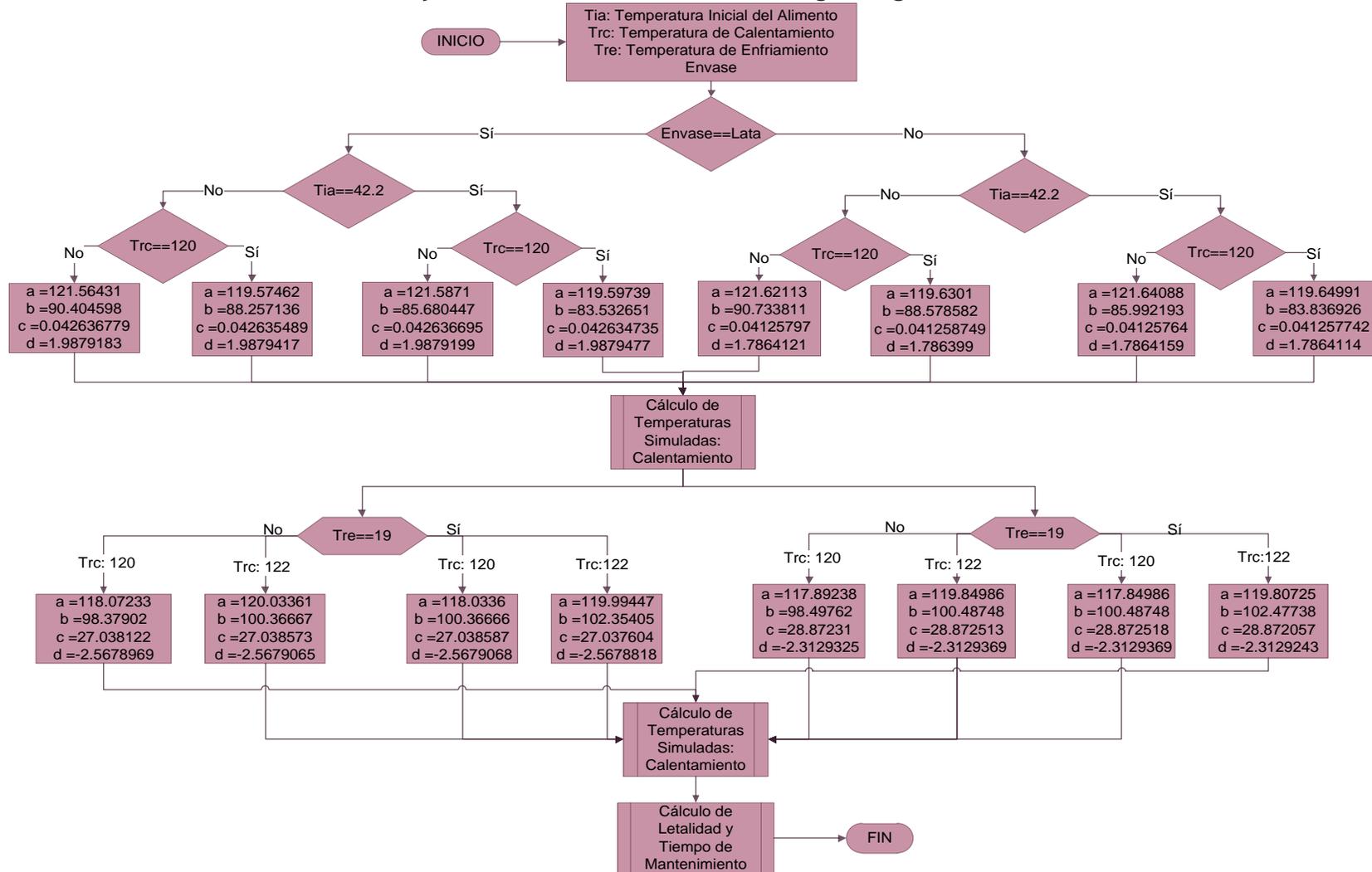
	Lata			Bolsa		
	Distancia (mm)	Coordenada z (mm)	Coordenada r (mm)	Distancia (mm)	Coordenada z (mm)	Coordenada x (mm)
1	0	21.6405	0	21.3648	21.1311	0.199069
2	0.299688	21.6255	0.2995	21.6352	21.1173	0.469071
3	0.599678	21.6105	0.599	21.9058	21.1036	0.739072
4	0.899852	21.5955	0.8985	22.1764	21.0898	1.00907
5	1.2001	21.5805	1.198	22.447	21.0761	1.27908
6	1.5003	21.5655	1.4975	22.7175	21.0623	1.54908
7	1.80034	21.5505	1.797	22.9878	21.0486	1.81908
8	2.1001	21.5355	2.0965	23.2581	21.0246	2.08834
9	2.4	21.5074	2.39507	23.5285	20.9915	2.35665
10	2.69982	21.4628	2.69163	23.7988	20.9501	2.62384
11	2.99985	21.4171	2.98805	24.0693	20.9087	2.89102
12	3.3	21.3715	3.28447	24.3399	20.8674	3.15821
13	3.60015	21.3258	3.58089	24.6105	20.826	3.42539
14	3.90018	21.2801	3.87731	24.8809	20.7846	3.69258
15	4.19318	21.2355	4.16699	25.1512	20.7424	3.95961
16	4.49992	21.1715	4.46697	25.4217	20.6879	4.22451
17	4.79978	21.0979	4.75771	25.692	20.6247	4.48735
18	5.09985	21.0243	5.04844	25.9624	20.5579	4.74934
19	5.40002	20.9507	5.33918	26.233	20.4911	5.01133
20	5.70018	20.8771	5.62991	26.5035	20.4243	5.27333
21	6.00021	20.8035	5.92065	26.774	20.3575	5.53532
22	6.30034	20.7298	6.21171	27.0444	20.2907	5.79731
23	6.59987	20.6358	6.49612	27.3148	20.2136	6.05644
24	6.89985	20.537	6.77933	27.5852	20.1332	6.31467
25	7.19997	20.4383	7.06253	27.8556	20.0467	6.57083
26	7.50011	20.3395	7.34573	28.1261	19.9564	6.8257
27	7.80016	20.2408	7.62893	28.3966	19.866	7.08056
28	8.10429	20.1406	7.91618	28.667	19.7756	7.33542
29	8.4	20.0301	8.19047	28.9374	19.6775	7.58736
30	8.69992	19.9097	8.46515	29.2079	19.5755	7.83781
31	8.99996	19.7868	8.73875	29.4783	19.4735	8.08827
32	9.30005	19.6638	9.01236	29.7487	19.3668	8.33666
33	9.60008	19.5409	9.28596	30.0192	19.2542	8.58256

34	9.89999	19.4139	9.55764	30.2897	19.1417	8.82846
35	10.2	19.2779	9.82501	30.5601	19.0285	9.07404
36	10.5	19.1419	10.0924	30.8305	18.9037	9.3139
37	10.8	18.9977	10.3554	31.101	18.7789	9.55376
38	11.1	18.8514	10.6173	31.3715	18.654	9.79363
39	11.4	18.7051	10.8792	31.6419	18.5292	10.0335
40	11.6999	18.5491	11.1353	31.9123	18.399	10.2704
41	11.9999	18.3891	11.389	32.1828	18.2644	10.505
42	12.3	18.2291	11.6427	32.4531	18.1219	10.7347
43	12.6001	18.0691	11.8964	32.7235	17.9753	10.9619
44	12.9	17.9079	12.1493	32.994	17.8287	11.1891
45	13.2	17.7375	12.3963	33.2646	17.6821	11.4163
46	13.4999	17.5603	12.6382	33.5351	17.5355	11.6434
47	13.8	17.3811	12.8787	33.8055	17.3889	11.8706
48	14.1001	17.2018	13.1192	34.0758	17.2381	12.095
49	14.4	17.0225	13.3597	34.3461	17.0746	12.3102
50	14.7	16.834	13.593	34.6165	16.907	12.5224
51	15	16.6435	13.8247	34.887	16.7394	12.7345
52	15.3	16.453	14.0564	35.1576	16.5718	12.9466
53	15.6	16.2563	14.2829	35.4282	16.4042	13.1588
54	15.8999	16.0534	14.5038	35.6988	16.2366	13.3709
55	16.1998	15.8446	14.719	35.9691	16.069	13.583
56	16.4999	15.6358	14.9343	36.2394	15.8932	13.7882
57	16.8001	15.427	15.1496	36.5098	15.7113	13.9884
58	17.1002	15.2182	15.3649	36.7803	15.5295	14.1885
59	17.4002	15.0094	15.5802	37.0507	15.3477	14.3887
60	17.7	14.7959	15.7907	37.3211	15.1572	14.5806
61	18	14.576	15.9948	37.5916	14.9656	14.7714
62	18.2999	14.3497	16.1916	37.8621	14.7741	14.9623
63	18.6	14.1223	16.3872	38.1325	14.5825	15.1532
64	18.9001	13.8949	16.5828	38.4029	14.3828	15.3354
65	19.1953	13.671	16.7754	38.6734	14.1814	15.5159
66	19.5	13.4322	16.9646	38.9439	13.9801	15.6964
67	19.8	13.1968	17.1506	39.2143	13.7787	15.8768
68	20.1	12.9553	17.3284	39.4847	13.5734	16.0528
69	20.4	12.7137	17.5063	39.7551	13.3627	16.2222
70	20.7	12.4721	17.6842	40.0255	13.1487	16.3876
71	20.9999	12.2228	17.8508	40.2961	12.9348	16.5529
72	21.3	11.9726	18.0163	40.5666	12.7208	16.7182
73	21.6001	11.7224	18.1818	40.837	12.5068	16.8835
74	21.9	11.4722	18.3473	41.1074	12.2887	17.0434
75	22.2	11.2177	18.5059	41.3778	12.0675	17.1989

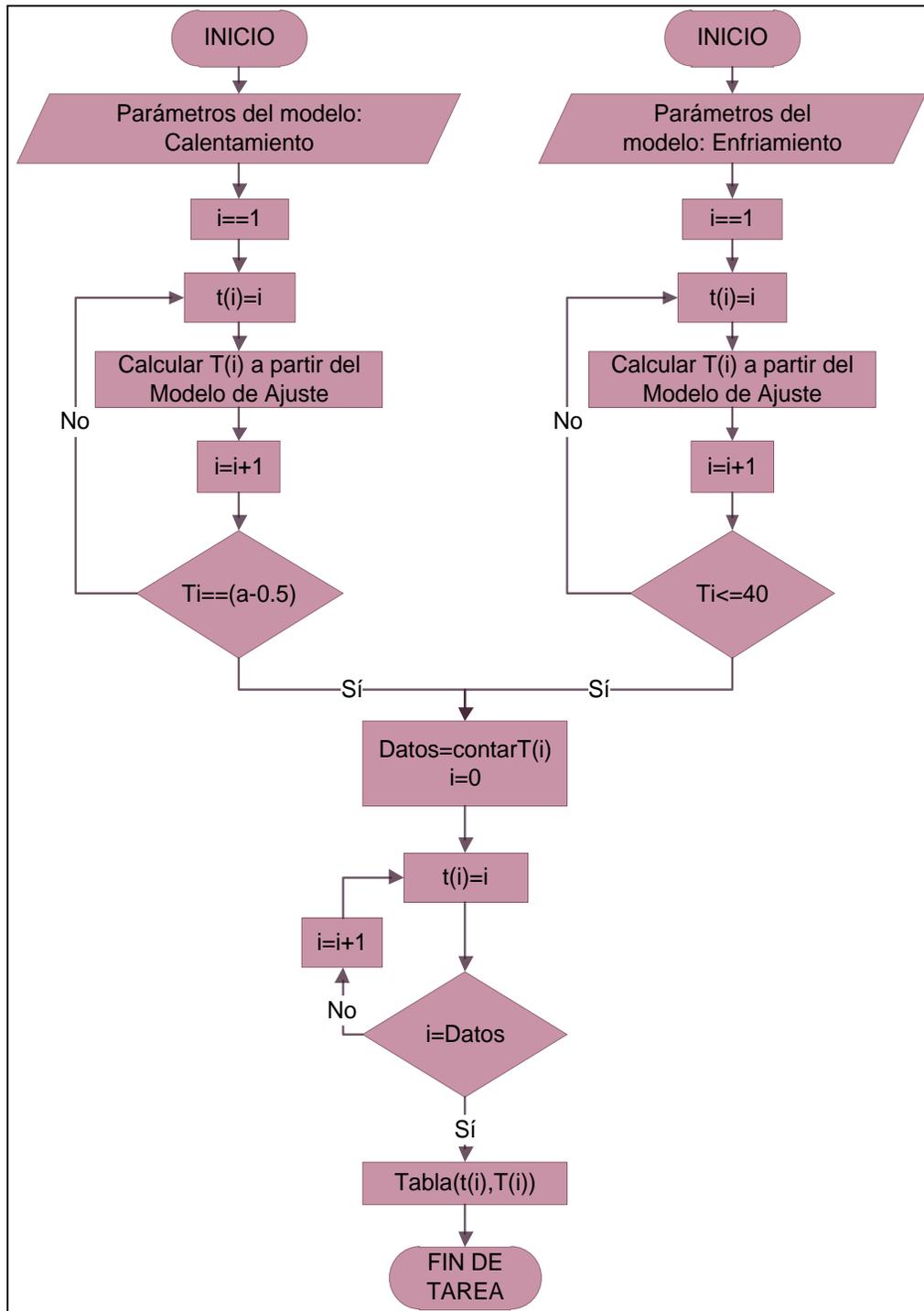
76	22.4999	10.9566	18.6535	41.6483	11.8439	17.3509
77	22.7999	10.6939	18.7983	41.9187	11.6182	17.4998
78	23.1	10.4313	18.9431	42.1891	11.3895	17.6442
79	23.4001	10.1686	19.0879	42.4596	11.1609	17.7886
80	23.7001	9.90597	19.2327	42.7374	10.926	17.9369
81	23.9998	9.63929	19.3693	43.0005	10.6978	18.0679
82	24.2996	9.36461	19.4896	43.2709	10.4633	18.2025
83	24.5996	9.08993	19.6099	43.5414	10.2288	18.3372
84	24.8998	8.81526	19.7302	43.8118	9.98912	18.4623
85	25.2001	8.54058	19.8504	44.0822	9.74862	18.5859
86	25.5004	8.2659	19.9707	44.3527	9.50812	18.7096
87	25.8004	7.99122	20.091	44.6232	9.26762	18.8332
88	26.1002	7.71655	20.2113	44.8935	9.02172	18.9454
89	26.4	7.4374	20.3205	45.1639	8.77394	19.0536
90	26.7	7.15514	20.4221	45.4345	8.52616	19.1618
91	26.9996	6.8685	20.5095	45.705	8.27838	19.2701
92	27.2993	6.57941	20.5889	45.9755	8.03061	19.3783
93	27.5993	6.29031	20.6683	46.2325	7.79497	19.4812
94	27.8996	6.00122	20.7477	46.5161	7.52764	19.576
95	28.2	5.71213	20.827	46.7866	7.27279	19.6664
96	28.5004	5.42303	20.9064	47.0572	7.01795	19.7567
97	28.8007	5.13394	20.9858	47.3277	6.76311	19.8471
98	29.1007	4.84484	21.0652	47.5981	6.50827	19.9375
99	29.4004	4.55575	21.1446	47.8683	6.24913	20.0138
100	29.7	4.26466	21.2159	48.1386	5.98789	20.0834

APÉNDICE 2: DIAGRAMAS DE FLUJO

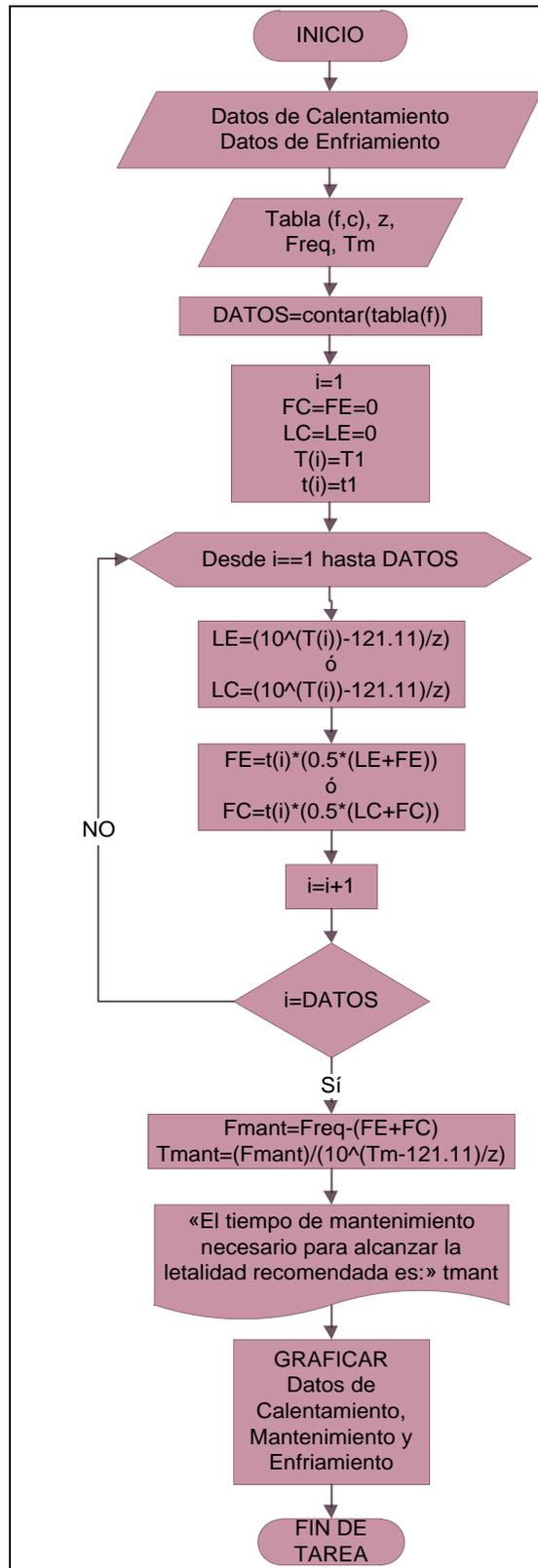
a) Selección de las condiciones. Diagrama general.



b) Rutina para el cálculo de temperaturas



c) Rutina para el cálculo de letalidad y tiempo de mantenimiento



d) Ecuaciones de los modelos utilizados en la aplicación

<i>Envase</i>	<i>Etapa</i>	<i>Condiciones (°C)</i>		<i>Modelo</i>
Lata	Calentamiento	37.8	120	$T = 119.57462 - 88.257136e^{-0.0426355t^{1.9879417}}$
			122	$T = 121.56431 - 90.404598e^{-0.0426368t^{1.9879183}}$
		42.2	120	$T = 121.56431 - 90.404598e^{-0.0426368t^{1.9879183}}$
			122	$T = 121.5871 - 85.680447e^{-0.0426367t^{1.9879199}}$
	Enfriamiento	120	19	$T = 118.0336 - 100.36666e^{-27.038587t^{-2.567907}}$
			21	$T = 118.07233 - 98.37902e^{-27.038122t^{-2.567897}}$
		122	19	$T = 119.99447 - 102.35405e^{-27.037604t^{-2.567882}}$
			21	$T = 120.03361 - 100.36667e^{-27.038573t^{-2.567907}}$
Bolsa	Calentamiento	37.8	120	$T = 119.6301 - 88.578582e^{-0.0412587t^{1.786399}}$
			122	$T = 121.62113 - 90.733811e^{-0.041258t^{1.7864121}}$
		42.2	120	$T = 119.64991 - 83.836926e^{-0.0412577t^{1.7864114}}$
			122	$T = 121.64088 - 85.992193e^{-0.0412576t^{1.7864159}}$
	Enfriamiento	120	19	$T = 117.84986 - 100.48748e^{-28.872518t^{-2.312937}}$
			21	$T = 117.89238 - 98.49762e^{-28.87231t^{-2.312933}}$
		122	19	$T = 119.80725 - 102.47738e^{-28.872057t^{-2.312924}}$
			21	$T = 119.84986 - 100.48748e^{-28.872513t^{-2.312937}}$

El programa y su manual se encuentran disponibles en la siguiente dirección electrónica:

<https://skydrive.live.com/?cid=b0a074894e2aabeb&sc=documents&uc=1&id=B0A074894E2AABEB%21201#>