



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

VERIFICACIÓN EXPERIMENTAL DE LA GENERACIÓN DE OSCILACIONES
PERIÓDICAS EN SISTEMAS ELÉCTRICOS UTILIZANDO CONTROL DE
ESTRUCTURA VARIABLE

TESIS PROFESIONAL

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

INGENIERO ELÉCTRICO – ELECTRÓNICO

PRESENTAN:

GONZÁLEZ MARTÍ JOSÉ ANTONIO

JUÁREZ HUERTA JULIO ELIAS



DIRECTOR DE TESIS: ING. RAFAEL IRIARTE VIVAR-VALDERRAMA

CD. UNIVERSITARIA, MÉXICO, D.F.

NOVIEMBRE 2011



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Índice general

| | |
|--|-----------|
| 1. Introducción | 3 |
| 1.1. Antecedentes | 3 |
| 1.2. Estado del Arte | 5 |
| 1.3. Contribución | 6 |
| 1.4. Motivación | 6 |
| 1.5. Objetivo | 7 |
| 1.6. Planteamiento del Problema | 7 |
| 1.7. Estructura de la Tesis | 8 |
| 2. Análisis en el Dominio de la Frecuencia de Algoritmos de Modos Deslizantes de Order Superior | 9 |
| 2.1. Introducción | 9 |
| 2.2. Función descriptiva | 10 |
| 2.2.1. Función descriptiva para un relevador | 13 |
| 2.2.2. Función Descriptiva del Algoritmo de dos Relevadores | 15 |
| 2.3. LGSRP: Lugar geométrico para sistemas relevados con perturbaciones | 16 |
| 2.3.1. LGSRP para un sistema representado por su función de transferencia | 19 |
| 2.3.2. Contenido armónico para sistemas perturbados | 22 |
| 3. Diseño del Oscilador | 23 |
| 3.1. Introducción | 23 |
| 3.2. Análisis de la Planta | 24 |
| 3.2.1. Modelo de la Planta | 24 |
| 3.2.2. Análisis en el Dominio del Tiempo | 26 |
| 3.2.3. Análisis en el Dominio de la Frecuencia | 29 |

| | |
|---|-----------|
| 3.3. Análisis del Sistema | 31 |
| 3.4. Sintonización del Algoritmo de dos Relevadores con FD | 33 |
| 3.5. Sintonización del Algoritmo de dos Relevadores con LGSRP | 34 |
| 4. Simulaciones | 38 |
| 4.1. Introducción | 38 |
| 4.2. Separación en Bloques de Simulación | 39 |
| 4.3. Señales del sistema | 41 |
| 4.4. Análisis de Resultados Simulados | 44 |
| 5. Experimento | 46 |
| 5.1. Introducción | 46 |
| 5.2. Metodología de diseño | 48 |
| 5.3. Material y Dispositivos Empleados | 49 |
| 5.4. Control de Dos Relevadores | 51 |
| 5.5. Análisis de Resultados Experimentales | 56 |
| 6. Conclusiones | 60 |
| 6.1. Trabajo a Futuro | 61 |

Capítulo 1

Introducción

1.1. Antecedentes

Un UPS es un sistema de alimentación ininterrumpida por sus siglas en ingles (Uninterruptible Power Supply), un dispositivo que gracias a un respaldo de energía con baterías, puede proporcionar energía eléctrica tras un corte en el suministro de alimentación doméstica, a todos los dispositivos que tenga conectados. Los UPS dan energía eléctrica a equipos denominados como cargas críticas, como pueden ser aparatos médicos, industriales o informáticos, que requieren tener siempre una fuente de alimentación, debido a que deben permanecer en constante operación.

Existen varios tipos de UPS, pero el más importante dado que es el más utilizado a nivel mundial, es el UPS "Standby", que resalta por su simplicidad ya que solo cuenta con dos formas de operar, la primera es cuando la alimentación de la línea esta presente y la segunda es con una batería y un inversor de corriente continua a corriente alterna, el cual es un oscilador que controla a dos transistores que conmutan la corriente proveniente de la batería, generando una onda cuadrada, el voltaje promedio de esta onda es tomada como onda senoidal por su valor de voltaje promedio.

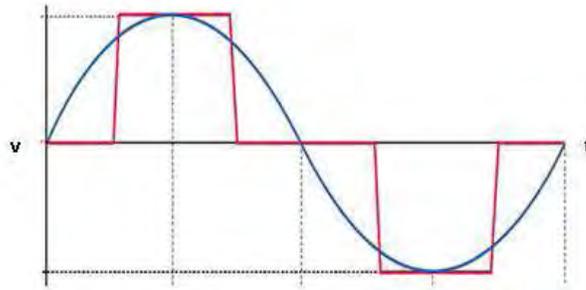


Figura 1.1: Corriente Continua a Corriente Alterna.

Esta onda cuadrada alimenta un transformador que eleva el voltaje para obtener la amplitud necesaria para el usuario, la cual está en espera o "Standby" de la falta de alimentación y solo cambia de forma de operar con un switch de transferencia que conmuta entre un estado y el otro.

En México la posibilidad de cortes totales de energía, son muy posibles, según la Comisión Federal de Electricidad (CFE) en 2010, el tiempo de interrupción por usuario final, era de 170.1 minutos anuales [7], siendo esto una de las principales razones de la construcción de un UPS.

El diseño del UPS se basa en crear oscilaciones del mismo rango en frecuencia y amplitud que la señal de alimentación que llega a nuestras casa y lugares de trabajo. Cabe mencionar, que al rededor del mundo las frecuencias mas utilizadas son 50 y 60 Hz.

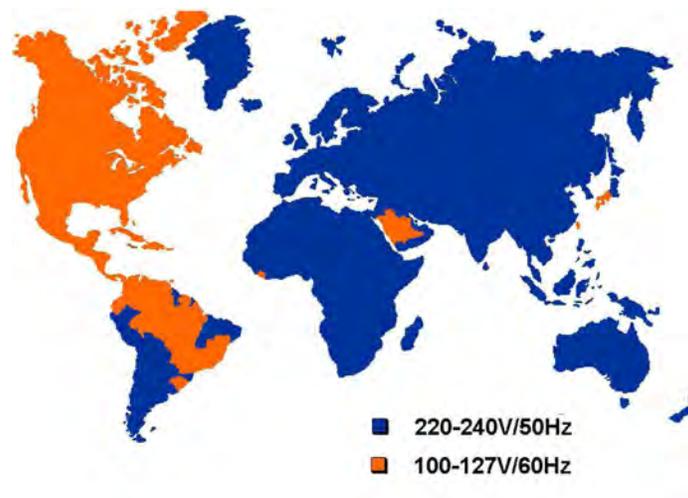


Figura 1.2: Alimentación Eléctrica Mundial.

Definimos como oscilación a la variación repetitiva de alguna medida física respecto a un valor

central ó entre dos o más estados diferentes.

Existen varios ejemplos como son el movimiento de un péndulo o la corriente alterna, pero el término oscilación puede ser aplicado a varios tipos de sistemas como biológicos, mecánicos, ópticos y hasta sociales.

Sin embargo, el interés de los investigadores en control por modos deslizantes, se centra en el estudio de una oscilación llamada Chattering que es un tema clave en las teorías de control por modos deslizantes, y que es definida como una oscilación de frecuencia infinita y amplitud que tiende a cero, que se presenta debido a la presencia de dinámicas parásitas o dinámicas no modeladas, que acompañan a la dinámica de la planta utilizada, pero que es un fenómeno inherente a la técnica de control por modos deslizantes.

1.2. Estado del Arte

Modos deslizantes (MD) es un método no lineal de control que altera la dinámica de un sistema, aplicando señales de control discontinuas que fuerzan al sistema a moverse a una superficie en la cual, el sistema puede ser llevado a un punto de operación deseado. Estas funciones de control no son continuas en el tiempo, por lo que cambian de una estructura a otra repetidamente, dependiendo del tipo de control que se utilice en un determinado momento. Por lo anterior los modos deslizantes son un método de control de estructura variable[9].

Desde el surgimiento de los modos deslizantes (MD) a finales de la década de 1950, el principal problema para su implementación ha sido el Chattering, por lo que es y sigue siendo un problema de alta relevancia en esta teoría.

Los Modos deslizantes de segundo orden (MD2O) surgen en 1986 como una técnica de control robusto aplicable a plantas de grado relativo 2, no solo de grado relativo 1 como los MD de primer orden.

Los MD2O permiten convergencia en tiempo finito de la variable deslizante y de sus derivadas, y además, teóricamente, son libres de chattering. Debido a esta última característica, los MD2O son considerados como parte de los enfoques empleados para eliminar o atenuar el chattering.

Sin embargo, en la década pasada surgen trabajos de análisis de MD2O en el dominio de la frecuencia que demuestran la existencia de chattering en MD2O, basándose en el argumento de que cualquier modelo es una aproximación del sistema real que representa y por lo tanto no considera las dinámicas parásitas intrínsecas de la planta causantes del chattering en el sistema,[19].

Los principales métodos de análisis aplicados a MD2O en frecuencia, hasta la fecha son Función

descriptiva (FD) y lugar geométrico de un sistema relevado perturbado (LGSRP).

En este trabajo se analizan tanto función descriptiva como LGSRP, utilizando un control por modos deslizantes llamado: Dos Relevadores,

$$U = -C_1 \text{sign}(y) - C_2 \text{sign}(\dot{y}) \quad (1.1)$$

Este algoritmo cuenta con dos constantes C_1 y C_2 en donde dependiendo de estos valores, la planta responderá con una oscilación de una frecuencia y amplitud dada, las cuales como objetivos de esta tesis serán de 50 y 60 Hz para emular la señal de alimentación doméstica. La función signo o signum mencionada en esta ecuación se define como:

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1, & \text{si } x > 0 \\ 0, & \text{si } x = 0 \\ -1, & \text{si } x < 0 \end{cases} \quad (1.2)$$

y su dominio son los números reales.

1.3. Contribución

La contribución principal de este trabajo radica en la aplicación de las teorías de control de modos deslizantes, que a nivel licenciatura son muy escasas y se busca la innovación en el diseño e implementación de nuevas tecnologías y en este caso en particular el manejo del algoritmo de dos relevadores en un circuito electrónico para la implementación de una unidad de suministro de energía durante fallas en el suministro del servicio de energía eléctrica, conocidas comúnmente como UPS (Uninterruptible Power Source) buscando realizar su construcción de una manera práctica y sencilla para reducir los costos de producción y desarrollo. La característica principal del desarrollo práctico será la creación de un UPS que pueda adaptarse a las condiciones necesarias del usuario, con respecto a la frecuencia de operación, la cual varía entre 50 y 60 [Hz] dependiendo de la zona geográfica y que inutilizaría a un UPS convencional, pero por medio de la teoría de modos deslizantes se obtiene un UPS variable en comportamiento y que puede ser fácilmente sintonizado para alcanzar los requerimientos necesarios.

1.4. Motivación

El problema principal radica en la diferencia de frecuencias, que como se ha mostrado, se usan alrededor del mundo como alimentación domestica, siendo esta una oportunidad para mejorar un diseño ya existente, reducir los costos de fabricación y material utilizado, asi como aplicar control por

modos deslizantes a un sistema eléctrico. Las herramientas desarrolladas para MD2O en el dominio de la frecuencia forman las bases y el inicio de un camino, aún no explorado de trabajar con algoritmos de MD en nuestro país dada la complejidad del tema de control en Modos Deslizantes, el Algoritmo de dos relevadores es importante, ya que a partir de este, se pueden desarrollar aplicaciones innovadoras, ya que las aplicaciones hechas hasta el momento no son de naturaleza electrónica.

Como parte importante de la tesis está la construcción de un dispositivo que es usado a diario en el mundo, pero que tiene ciertas limitantes, como es la inutilización en cambio de frecuencias y la ineficiencia energética, siendo éstas el principio fundamental de las mejoras substanciales que podemos brindar al UPS para mejorar su funcionamiento y aplicar en los nuevos métodos de análisis y construcción que resultan en una mejora significativa y en la aplicación de nuestros estudios en ella.

1.5. Objetivo

El objetivo principal de esta tesis es la verificación experimental de las oscilaciones periódicas en nuestro sistema electrónico (planta RLC), utilizando un control de estructura variable, como lo son los modos deslizantes y el control de dos relevadores. Un objetivo adicional en este proyecto ha sido desde un principio implementar el sistema como un UPS basado en el control por modos deslizantes en una planta eléctrica, que pudiera ser caracterizada fácilmente, de modo que la atención principal se centrara en el diseño del controlador y la implementación física del mismo, y que diera como resultado final una mejora en la construcción del UPS convencional. La implementación tiene etapas de construcción desde el diseño, el prototipo de laboratorio y el producto del algoritmo terminado, así pues la construcción del prototipo, la sintonización y el análisis del mismo muestran el método empleado para la obtención experimental deseada del control.

1.6. Planteamiento del Problema

El problema es lograr hacer oscilar de manera periódica un circuito RLC serie con una amplitud y una frecuencia dada utilizando el "Algoritmo de dos relevadores"

$$u(t) = -c_1 \text{sign}(y) - c_2 \text{sign}(\dot{y}), \text{ donde } C_1 \text{ y } C_2 \in \{\mathfrak{R}\}$$

C_1 y C_2 son parámetros diseñados de tal manera que: y es la salida escalar del sistema, en función del voltaje del capacitor:

$$y = h(V)$$

es periódica y tiene la frecuencia deseada a cualquier amplitud determinada con anterioridad. Los cambios en estos parámetros, se reflejan en respectivos cambios en la amplitud y en la frecuencia de la señal de salida del sistema. El problema se reduce a encontrar los valores de C_1 y C_2 que logren cumplir las características de señal que se desea de antemano.

1.7. Estructura de la Tesis

Este trabajo está estructurado en 3 partes principales:

La primera parte comprendida en el Capítulo 2 y 3, que muestra la teoría de función descriptiva, LGSRP, así como la dinámica de la planta RLC y su comportamiento con el control de dos relevadores.

La segunda parte ó parte simulada abarca el Capitulo 4 y se presentan simulaciones que nos corroborarán la teoría desarrollada en la primera parte, se lleva a cabo un análisis comparando las principales diferencias y similitudes que tienen los métodos.

La tercera parte que está comprendida en el Capítulo 5 se lleva a cabo la implementación física del oscilador y el análisis correspondiente, esta parte relacionará a la teoría, las simulaciones y los resultados experimentales.

Capítulo 2

Análisis en el Dominio de la Frecuencia de Algoritmos de Modos Deslizantes de Order Superior

2.1. Introducción

El método de respuesta en frecuencia es una herramienta muy poderosa para llevar a cabo el análisis y diseño de un sistema lineal, se basa en describir a un sistema de control lineal a través de una función de variable compleja, esto nos presenta una ventaja en el análisis de estabilidad o en la respuesta a una señal periódica de un sistema mediante una simple inspección de un conjunto de ecuaciones algebraicas en el dominio de la frecuencia, además de que las representaciones gráficas facilitan su análisis y diseño. Sin embargo, debe mencionarse que el análisis en el dominio de la frecuencia no puede ser aplicado directamente a sistemas no lineales, a pesar de esto se pueden realizar ciertas consideraciones para que las teorías de respuesta en frecuencia para sistemas lineales se puedan aplicar a sistemas no lineales.

En este capítulo se presentan los métodos en el dominio de la frecuencia, función descriptiva (FD) y lugar geométrico para sistemas relevados con perturbaciones (LGSRP), que se mostrará más adelante. El objetivo de aplicar FD y LGSRP a modos deslizantes de segundo orden (MD2O)[5] es obtener los parámetros de chattering[14]: amplitud y frecuencia. Al hacer un análisis de entrada-salida a las funciones signo de los algoritmos de MD2O, consideradas como relevadores, se obtiene la amplitud de la señal de entrada de la no linealidad y la frecuencia de la señal de salida de la misma, enfocándose en

la frecuencia, la frecuencia de la señal de salida de la función signo es la misma para la conmutación del relevador que genera las oscilaciones periódicas y al tratar el sistema como un sistema lineal, con ayuda de la ganancia equivalente, esta frecuencia se mantiene en cada parte del sistema ($u(t)$, $y(t)$, véase Figura 2.1). Con respecto a la amplitud en la entrada del relevador, esta sí presenta variaciones a lo largo del sistema, pero se realimenta el sistema conectando la salida con el relevador, por lo tanto, la amplitud de la salida del sistema $y(t)$ es la amplitud de la entrada del relevador, y es esta amplitud, la que se encuentra con FD y LGSRP, véase Figura 2.1.[15]

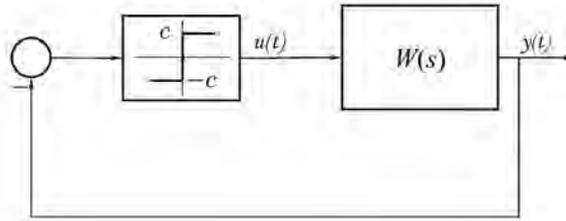


Figura 2.1: Esquema básico de control para un relevador.

2.2. Función descriptiva

A pesar de las restricciones que existen para los sistemas no lineales, para algunos existe una versión extendida del método de respuesta en frecuencia, esta versión es conocida como función descriptiva (FD), este método se puede utilizar para obtener un análisis aproximado y predecir el comportamiento de un sistema no lineal, a pesar de ser solo una aproximación dicho método es una herramienta muy práctica para los ingenieros en control. Los principales usos para el método de función descriptiva son: predecir las señales periódicas en sistemas no lineales, llevar a cabo la predicción de subarmónicas y la respuesta de un sistema no lineal a una entrada senoidal [23].

Al momento de realizar el análisis en el dominio de la frecuencia a través del método de función descriptiva, se debe considerar que solo debe existir una no linealidad como se muestra en la Figura 2.2, siendo así que la planta debe de ser lineal, se debe de considerar lo siguiente para la aplicación de Función Descriptiva:

1. Que el sistema sea invariante, incluyendo a la no linealidad, en el tiempo de tal manera que los parámetros que lo integran sean constantes.

2. La salida del bloque no lineal debe de considerarse por medio de su aproximación a través de la primera armónica de su serie de Fourier.
3. En la aproximación de la salida por la serie de Fourier se considera que el primer coeficiente a_0 (componente de directa u offset) es cero.
4. Que el sistema se comporte como un filtro paso-bajas, es decir $n=1$ para la serie de Fourier.

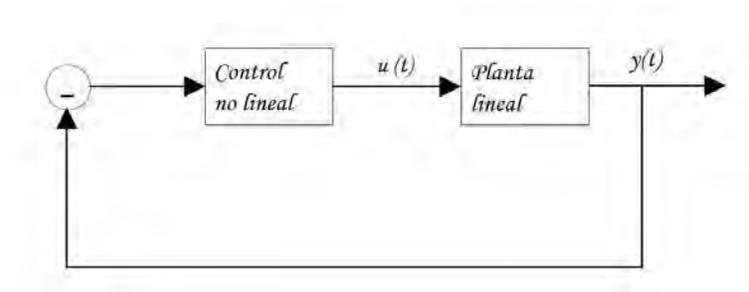


Figura 2.2: Esquema basico de control para realizar el analisis del controlador con función descriptiva

El problema de esto, consiste en obtener la relación de entrada-salida como se muestra en la FIGura 2.3 por lo cual se define a la entrada como:

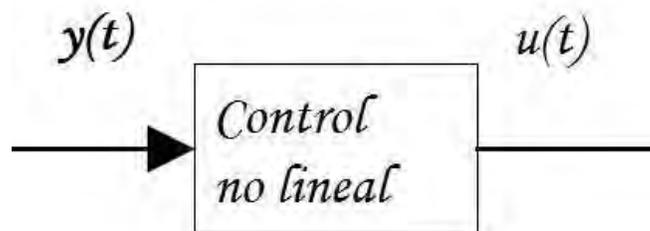


Figura 2.3: Relación entrada y salida para el control no lineal

$$y(t) = A \sin(\omega t) \tag{2.1}$$

siendo A la amplitud y ω la frecuencias de la señal de salida del sistemas.

y la salida $u(t)$, representada por su serie de Fourier:

$$u(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega t) + b_n \text{sen}(n\omega t)] \quad (2.2)$$

Tomando en cuenta las consideraciones mencionadas anteriormente ($a_0=0$ y $n = 1$), resulta que la relación entrada–salida puede escribirse como:

$$\frac{u(t)}{y(t)} \simeq \frac{a_1 \cos(\omega t) + b_1 \text{sen}(\omega t)}{A \text{sen}(\omega t)} \quad (2.3)$$

Donde el numerador puede expresarse en términos de la identidad trigonométrica:

$$a_1 \cos(\omega t) + b_1 \text{sen}(\omega t) = \sqrt{a_1^2 + b_1^2} \text{sen}(\omega t + \phi) \quad (2.4)$$

donde puede definirse

$$M(A, \omega) = \sqrt{a_1^2 + b_1^2} \quad (2.5)$$

siendo $\phi(A, \omega) = \text{angtg}(\frac{a_1}{b_1})$. Entonces, puede escribirse:

$$\frac{u(t)}{y(t)} \simeq \frac{M(A, \omega) \text{sen}(\omega t + \phi)}{A \text{sen}(\omega t)} \quad (2.6)$$

Dado que se desea estudiar el comportamiento de la amplitud A y de la frecuencia ω la relación $\frac{u(t)}{y(t)}$ se escribe como una función de estas variables:

$$N(A, \omega) = \frac{M(A, \omega) \text{sen}(\omega t + \phi)}{A \text{sen}(\omega t)} \quad (2.7)$$

Para simplificar se recomienda utilizar la forma de euler para la variable compleja y así se llega a:

$$N(A, \omega) = \frac{M e^{j(\omega t + \phi)}}{A e^{j\omega t}} = \frac{M}{A} e^{j\phi} = \frac{(b_1 + j a_1)}{A} \quad (2.8)$$

Donde los coeficientes a_1 y b_1 de la primera componente de la serie de Fourier están dados por:

$$a_1 = \frac{\omega}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{\omega}}^{\frac{\pi}{\omega}} u(t) \cos(\omega t) dt, \quad (2.9)$$

$$b_1 = \frac{\omega}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{\omega}}^{\frac{\pi}{\omega}} u(t) \text{sen}(\omega t) dt \quad (2.10)$$

sustituyendo en Ec.2.8 se llega a:

$$N(A, \omega) = \frac{\omega}{\pi A} \int_{-\frac{\pi}{\omega}}^{\frac{\pi}{\omega}} u(t) \text{sen}(\omega t) dt + j \frac{1}{\pi A} \int_{-\frac{\pi}{\omega}}^{\frac{\pi}{\omega}} u(t) \cos(\omega t) dt \quad (2.11)$$

también se puede reescribir de la siguiente manera:

$$N(A, \omega) = \frac{\omega}{\pi A} \int_0^{2\pi/\omega} u(t) \text{sen}(\omega t) dt + j \frac{\omega}{\pi A} \int_0^{2\pi/\omega} u(t) \cos(\omega t) dt \quad (2.12)$$

2.2.1. Función descriptiva para un relevador

La siguiente ley de control se utiliza en el esquema de control de la Figura 2.3:

$$u(t) = -c \text{sign}(y(t)) \quad (2.13)$$

En la Figura 2.4 se muestra la señal que describe el comportamiento de un relevador en operación, cabe destacar que esta señal es periódica, también muestra a "T" el periodo de la señal, el tiempo de un ciclo completo considerado como 2π unidades, en donde se considera que cada estado (positivo, negativo) ocupa exactamente la mitad del período como se muestra en la Figura 2.4.

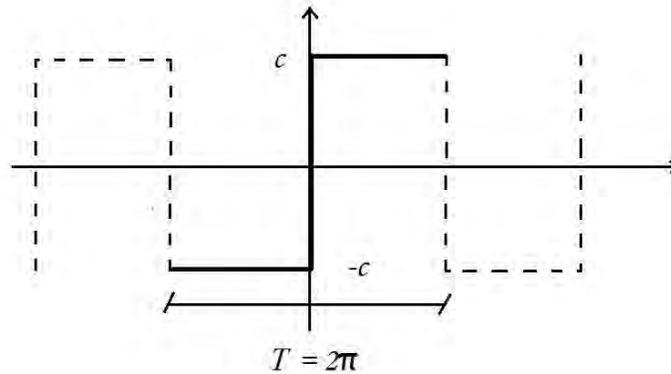


Figura 2.4: Señal generada por un relevador y su período

Si se repiten n ciclos iguales en el mismo tiempo, entonces puede escribirse la frecuencia angular como $\omega = 2\pi n$, esto es:

$$n = \frac{2\pi}{\omega} \quad (2.14)$$

Entonces, el modelo matemático de la señal se representa en la ecuación:

$$r(t) = \begin{cases} -c & \text{si } -\frac{\pi}{\omega} < t < 0 \\ 0 & \\ c & \text{si } 0 < t < \frac{\pi}{\omega} \end{cases} \quad (2.15)$$

Utilizando el análisis de Fourier, la señal del relevador puede representarse por:

$$r^*(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega t) + b_n \text{sen}(n\omega t)] \quad (2.16)$$

Donde

$$a_0 = \frac{2}{p} \int_{-p}^p r(t) dt \quad (2.17)$$

$$a_n = \frac{2}{p} \int_{-p}^p r(t) \cos\left(\frac{n\pi}{p}t\right) dt \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad (2.18)$$

$$b_n = \frac{2}{p} \int_{-p}^p r(t) \text{sen}\left(\frac{n\pi}{p}t\right) dt \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad (2.19)$$

Debido a que no hay componente de directa u offset en la señal del relevador entonces el valor de a_0 es cero. De igual manera, debido a que $r^*(t)$ es una función impar los coeficientes $a_n \quad n = 1, 2, 3 \dots$ son también iguales a cero.

Sustituyendo valores para calcular $b_n \quad n = 1, 2, 3 \dots$ se obtiene que:

$$b_n = \frac{2}{\omega} \int_0^{\frac{\pi}{\omega}} c \text{sen}\left(\frac{n\pi}{\omega}t\right) dt \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad (2.20)$$

Realizando los cálculos

$$b_n = \frac{2\omega}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{\omega}} c \text{sen}(n\omega t) dt \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad (2.21)$$

$$b_n = \frac{2c}{\pi\omega} [1 - \cos(n\pi)] \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad (2.22)$$

Sustituyendo a_0 , a_n y b_n en la ecuación (2.16) se llega a:

$$r^*(t) = \frac{2c}{n\pi} \sin(n\omega t) \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad (2.23)$$

Utilizando solo la primera armónica, esto es $n = 1$, se obtiene:

$$r^*(t) \simeq \frac{4c}{\pi} \sin(\omega t) \quad (2.24)$$

Recordando que la función descriptiva se representa como la función de transferencia del elemento no lineal presentado en la Figura 2.5, resulta que la función descriptiva del relevador es donde se consideran las restricciones mencionadas, y estas son:

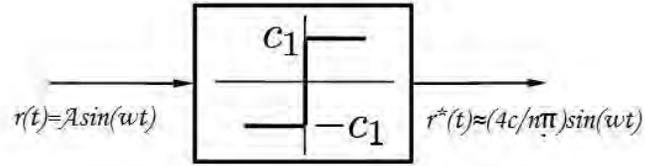


Figura 2.5: Relación de entrada y salida de un relevador.

$$N(A, \omega) = \frac{r^*(t)}{r(t)} = \frac{\frac{4c}{\pi} \text{sen}(\omega t)}{A \text{sen}(\omega t)} \quad (2.25)$$

$$N(A, \omega) = \frac{4c}{\pi A} \quad (2.26)$$

2.2.2. Función Descriptiva del Algoritmo de dos Relevadores

El algoritmo utilizado para este trabajo es el llamado "algoritmodosrelevadores".

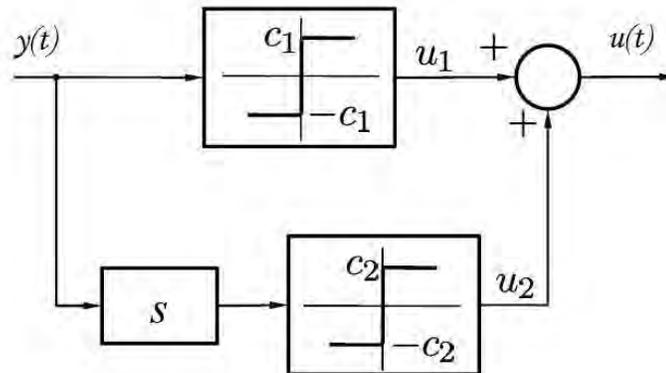


Figura 2.6: Esquema de control para el algoritmo de dos relevadores

$$u(t) = -c_1 \text{sign}(y(t)) - c_2 \text{sign}(\dot{y}(t)) \quad (2.27)$$

Este algoritmo puede representarse según la Figura 2.3 considerando que el control está formado como se muestra en la Figura (2.6) la función que define el comportamiento de un relevador se presenta en la Figura (2.4), matemáticamente puede expresarse como en la Ecuación (2.30). En base a esto se llega a que la función descriptiva del primer relevador es:

$$N_1(A_1, \omega) = \frac{4c_1}{\pi A_1} \quad (2.28)$$

y de la misma manera para el segundo relevador:

$$N_2(A_2, \omega) = \frac{4c_2}{\pi A_2} \quad (2.29)$$

En donde debe entenderse que si A_1 es la amplitud de la señal de entrada al primer relevador entonces A_2 será la amplitud de la señal de entrada al segundo relevador, la cual está afectada previamente por el término s , lo que implica la derivada de $A_1 \text{sen}(\omega t)$, es decir $A_1 \omega \cos(\omega t)$, por lo que se observa que la amplitud de la señal de entrada al segundo relevador es $A_2 = A_1 \omega$.

A pesar del control discontinuo (no lineal), la salida del esquema de la Figura 2.6 puede escribirse como una combinación lineal de la siguiente manera:

$$N(A_1, \omega) = N_1(A_1, \omega) + s N_2(A_1 \omega, \omega) \quad (2.30)$$

por lo que la función descriptiva del algoritmo de dos relevadores es:

$$N(A, \omega) = \frac{4c_1}{\pi A} + j\omega \frac{4c_2}{\pi A} = \frac{4}{\pi A} (c_1 + jc_2) \quad (2.31)$$

2.3. LGSRP: Lugar geométrico para sistemas relevados con perturbaciones

En esta sección se presenta el segundo método en el dominio de la frecuencia utilizado como herramienta para desarrollar este trabajo, el método se conoce como LPRS por sus siglas en inglés *Locus of a Perturbed Relay System* y se traduce al español como Lugar geométrico para sistemas relevados con perturbaciones.

El método se presenta a partir del concepto de balance armónico por lo que para explicarlo se parte de método de FD aplicado a un relevador con histéresis, refiriéndose a la Figura 2.7. Entonces,

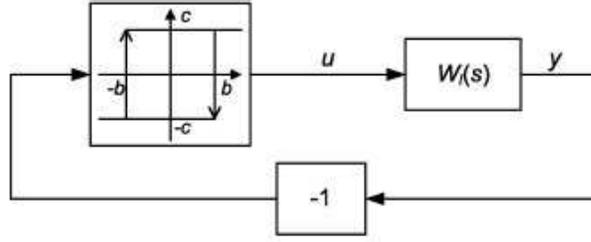


Figura 2.7: Esquema básico de control para un relevador, para la construcción de una traza LPRS

tomando como base las fórmulas del inverso negativo de la FD y de la ganancia equivalente de un relevador con histéresis, se muestran a continuación:

$$-N^{-1}(a) = -\frac{\pi a}{4c} \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2} - j \frac{\pi b}{4c}, (a \geq b) \quad (2.32)$$

$$k_{nFD} = \frac{2c}{\pi a} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}} \quad (2.33)$$

Y considerando la ecuación de balance armónico $W(j\Omega) = -1/N(a)$, puede escribirse la siguiente fórmula

$$W(j\Omega) = -\frac{1}{2}k_n(FD) - j \frac{\pi}{4c}y_{(FD)}(0) \quad (2.34)$$

Donde en la parte imaginaria de (2.34) puede verse la condición de conmutación del relevador de menos a mas (definida como tiempo cero), esta condición de conmutación se cumple cuando la salida del sistema es igual al valor negativo de la histéresis ($-b$): $y_{FD}(t=0) = -b$.

El análisis con FD de un relevador muestra y permite considerar que la frecuencia de oscilación Ω y el valor de la ganancia equivalente $k_{n(FD)}$ cambian si se modifica el valor de la histéresis del relevador b , por lo tanto se consideran los siguientes mapeos: para Ω , $M_1 : b \rightarrow \Omega$ y para $k_{n(FD)}$, $M_2 : b \rightarrow k_n$. Asumiendo que M_1 tiene un mapeo inverso $M_1^{-1} : \Omega \rightarrow b$ y relacionando, se considera el mapeo $M_2(M_1^{-1}) : \Omega \rightarrow b \rightarrow k_n$. Ahora, definiendo una función J_{FD} que represente la expresión de la parte derecha de (2.34), si se aplica el mapeo $M_2(M_1^{-1}) : \omega \rightarrow b \rightarrow k_n$, $\omega \in [0; \infty)$, en el cual la frecuencia ω es el parámetro independiente, la expresión que representa a la función J_{FD} es la siguiente :

$$J_{FD}(\omega) = -\frac{1}{2k_n} + j \frac{\pi}{4c}y(t)\Big|_{t=0} \quad (2.35)$$

Donde $k_n = M_2(M_1^{-1})$, $y(t)|_{t=0} = M_1^{-1}$ y $t=0$ es el tiempo de conmutación del relevador de $-c$ a $+c$.

La parte real de $J_{FD}(\omega)$ contiene información sobre la ganancia equivalente con lo cual se puede conocer la amplitud y la parte imaginaria de $J_{FD}(\omega)$ que involucra la condición de conmutación del relevador, por lo que tiene información sobre la frecuencia de oscilación.

Es necesario señalar que los valores de k_n y de la frecuencia de oscilación Ω de la expresión $J_{FD}(\omega)$ son aproximados en relación con la hipótesis de filtro paso-bajas considerada al usar el método de FD. Entonces al no ser tan estricto con la hipótesis de filtro paso-bajas para tener valores exactos tanto de Ω como de k_n , pues de esta manera se considerarían mas armónicas y no solo la primera, lo que tendría como resultado mayor aproximación en los valores de Ω y k_n .

Por lo tanto, para poder considerar todas las frecuencias y tener mayor aproximación, se obtiene una función $J(\omega)$ que sea válida para todas las frecuencias y que preserve la forma de $J_{FD}(\omega)$. A esta nueva función $J(\omega)$ junto con su traza en el plano complejo para $\omega \in [0; \infty)$ se le llama lugar geométrico de un sistema relevado perturbado LGSRP.

Suponiendo que contamos con el LGSRG de algún sistema que se desee analizar, igual que con FD, podemos obtener los valores de k_n y Ω con la bondad de que se obtienen valores teóricamente exactos. En la FIGura 2.8 se muestra un posible ejemplo de la interpretación geométrica del LGSRP, el punto de intersección del LGSRP, es decir de la función $J(\omega)$, y la línea recta, la cual se encuentra a una distancia de $\pi b/4c$ abajo del eje real y paralela a este eje, permite calcular la frecuencia de las oscilaciones y la ganancia equivalente k_n del relevador.

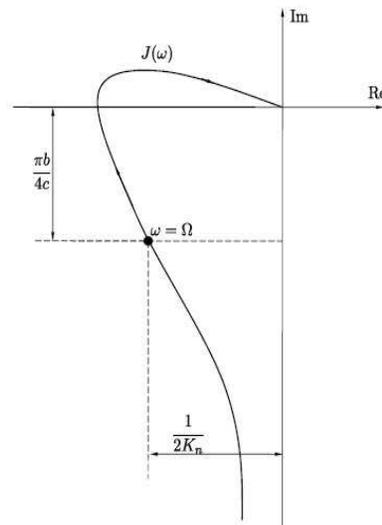


Figura 2.8: LPRS y análisis de oscilaciones

Cuando se calcula la función $J(\omega)$ se desea conservar la forma de (2.35), la frecuencia de oscilaciones puede ser calculada resolviendo la ecuación:

$$ImJ(\Omega) = -\frac{\pi b}{4c} \quad (2.36)$$

y la ganancia equivalente k_n como

$$k_n = \frac{1}{2ReJ(\Omega)} \quad (2.37)$$

En resumen el LGSRP se puede definir como una representación exacta en el dominio de la frecuencia de un relevador.

En la siguiente sección se mostrará la forma en que se calcula $J(\omega)$ para obtener los parámetros exactos de un sistema representado mediante una función de transferencia.

2.3.1. LGSRP para un sistema representado por su función de transferencia

A continuación se muestra como se obtiene la fórmula de $J(\omega)$ que entrega valores exactos de amplitud y frecuencia para el caso en que se tenga una planta lineal sin integradores.

Expandiendo en serie de Fourier la señal $u(t)$ de la FIGura 2.8, se obtiene:

$$u(t) = u_0 + \frac{4c}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \text{sen} \left(\frac{\pi k \theta_1}{(\theta_1 + \theta_2)} \right) \times \left\{ \cos \left(\frac{k\omega\theta_1}{2} \right) \cos(k\omega t) + \text{sen} \left(\frac{k\omega\theta_1}{2} \right) \text{sen}(k\omega t) \right\} \quad (2.38)$$

Donde $u_0 = c(\theta_1 - \theta_2)/(\theta_1 + \theta_2)$, $\omega = 2\pi/(\theta_1 + \theta_2)$. Por lo tanto, $y(t)$ como una respuesta de la planta con función de transferencia $W(s)$ a una entrada $u(t)$ puede escribirse como:

$$y(t) = y_0 + \frac{4c}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \text{sen} \left(\frac{\pi k \theta_1}{(\theta_1 + \theta_2)} \right) \times \left\{ \cos \left(\frac{k\omega\theta_1}{2} \right) \cos [k\omega t + \varphi(k\omega)] + \text{sen} \left(\frac{k\omega\theta_1}{2} \right) \text{sen} [k\omega t + \varphi(k\omega)] \right\} A(k\omega) \quad (2.39)$$

donde $\varphi(k\omega) = \arg W(jk\omega)$, $A(k\omega) = |W(jk\omega)|$, $y_0 = u_0 |W(j0)|$.

Las condiciones de conmutación del relevador de acuerdo a la FIGura 2.7 son las siguientes:

$$\begin{aligned} f_0 - y(0) &= b \\ f_0 - y(\theta_1) &= -b \end{aligned} \quad (2.40)$$

donde $y(0)$ y $y(\theta_1)$ se obtienen de (2.39) considerando $t = 0$ y $t = \theta_1$, respectivamente:

$$y(0) = y_0 + \frac{4c}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \left[0,5 \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi k \theta_1}{(\theta_1 + \theta_2)} \right) \operatorname{Re}W(jk\omega) + \operatorname{sen}^2 \left(\frac{\pi k \theta_1}{(\theta_1 + \theta_2)} \right) \operatorname{Im}W(jk\omega) \right] / k \quad (2.41)$$

$$y(\theta_1) = y_0 + \frac{4c}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \left[0,5 \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi k \theta_1}{(\theta_1 + \theta_2)} \right) \operatorname{Re}W(jk\omega) - \operatorname{sen}^2 \left(\frac{\pi k \theta_1}{(\theta_1 + \theta_2)} \right) \operatorname{Im}W(jk\omega) \right] / k \quad (2.42)$$

Considerando (2.41) y (2.42) como conocidas, las incógnitas del sistema de ecuaciones formado por las condiciones de conmutación (2.40) son f_0 y b . Las expresiones para obtener la solución del sistema de ecuaciones son:

$$f_0 = \frac{y(0) + y(\theta_1)}{2} \quad (2.43)$$

$$b = \frac{y(\theta_1) - y(0)}{2} \quad (2.44)$$

Derivando (2.40) con respecto a f_0 , considerando (2.41) y (2.42), se obtiene el sistema de ecuaciones siguiente:

$$\begin{aligned} & \frac{c|W(0)|}{2\theta} \left(\frac{d\theta_1}{df_0} - \frac{d\theta_2}{df_0} \right) \\ & + \frac{c}{\theta} \left(\frac{d\theta_1}{df_0} - \frac{d\theta_2}{df_0} \right) \sum_{k=1}^{\infty} \cos(\pi k) \operatorname{Re}W(\omega_k) \\ & - \frac{2c}{\theta^2} \left(\frac{d\theta_1}{df_0} + \frac{d\theta_2}{df_0} \right) \sum_{k=1}^{\infty} \operatorname{sen}^2 \frac{\pi k}{2} \frac{d\operatorname{Im}W(\omega_k)}{d\omega_k} - 1 = 0 \end{aligned} \quad (2.45)$$

$$\begin{aligned} & \frac{c|W(0)|}{2\theta} \left(\frac{d\theta_1}{df_0} - \frac{d\theta_2}{df_0} \right) \\ & + \frac{c}{\theta} \left(\frac{d\theta_1}{df_0} - \frac{d\theta_2}{df_0} \right) \sum_{k=1}^{\infty} \cos(\pi k) \operatorname{Re}W(\omega_k) \\ & + \frac{2c}{\theta^2} \left(\frac{d\theta_1}{df_0} + \frac{d\theta_2}{df_0} \right) \sum_{k=1}^{\infty} \operatorname{sen}^2 \frac{\pi k}{2} \frac{d\operatorname{Im}W(\omega_k)}{d\omega_k} - 1 = 0 \end{aligned} \quad (2.46)$$

donde $\omega_k = \pi k / \omega$.

Resolviendo el sistema de ecuaciones anterior para $d(\theta_1 - \theta_2)/df_0$ y $d(\theta_1 + \theta_2)/df_0$ se obtienen las fórmulas que contienen las derivadas para el punto $\theta_1 = \theta_2 = \theta = \pi/\omega$, es decir, $d(\theta_1 + \theta_2)/df_0|_{f_0=0} = 0$, primera parte de la solución que corresponde a la derivada de la frecuencia de oscilación, y la segunda parte de la solución da como resultado:

$$\frac{d(\theta_1 - \theta_2)}{df_0} \Big|_{f_0=0} = 2\theta / \left[c \left(|W(0)| + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \cos(\pi k) \operatorname{Re} W(\omega k) \right) \right] \quad (2.47)$$

Considerando la fórmula del sistema en lazo cerrado de f_0 a u del sistema mostrado en la Figura 2.7, se puede escribir:

$$\frac{d(\theta_1 - \theta_2)}{df_0} \Big|_{f_0=0} = k_n / (1 + k_n |A(0)|) 2\theta / c \quad (2.48)$$

Iguando (2.47) y (2.48), y despejando k_n , se obtiene la siguiente expresión:

$$k_n = 0,5 / \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \operatorname{Re} W(k\pi/\theta) \quad (2.49)$$

Tomando en cuenta la fórmula (2.49), la identidad $\omega = \pi/\theta$, y la forma de la función $J_{FD}(\omega)$ que se quiere conservar para $J(\omega)$, se obtiene la expresión final para $\operatorname{Re} J(\omega)$:

$$\operatorname{Re} J(\omega) = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \operatorname{Re} W(k\omega)$$

De manera similar, resolviendo (2.44) para b substituyendo $y(0)$ y $y(\theta_1)$ con la forma de (2.41) y (2.42), respectivamente, se obtiene la expresión:

$$b = -\frac{4c}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \operatorname{sen}^2 \left(\frac{\pi k \theta_1}{\theta_1 + \theta_2} \right) \operatorname{Im} W(k\omega) \quad (2.50)$$

Empleando la identidad $\operatorname{sen}^2(A) = 0,5 - 0,5 \cos(2A)$ y considerando $\theta_1 = \theta_2 = \theta$ la expresión (2.50) se puede expresar de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} b &= -\frac{4c}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \left\{ \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(k\pi) \right] \operatorname{Im} W(k\omega) \right\} \\ &= -\frac{4c}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \left\{ \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2} (-1)^k \right] \operatorname{Im} W(k\omega) \right\} \\ &= -\frac{4c}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2k-1} \operatorname{Im} W[(2k-1)\omega] \end{aligned} \quad (2.51)$$

Entonces conservando la forma de $J_{FD}(\omega)$ para obtener $J(\omega)$, se substituye (2.51) en (2.36) y se obtiene la parte imaginaria del LGSRP como:

$$\operatorname{Im} J(\omega) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2k-1} \operatorname{Im} W[(2k-1)\omega]$$

Finalmente juntando la parte real y la parte imaginaria, la fórmula del LGSRP $J(\omega)$ para sistemas representados en función de transferencia es:

$$J(\omega) = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} ReW(k\omega) + j \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2k-1} ImW[(2k-1)\omega] \quad (2.52)$$

2.3.2. Contenido armónico para sistemas perturbados

Cuando se trabaja con señales en el dominio de la frecuencia y se lleva a cabo una implementación, se debe de considerar el efecto de las armónicas que se puedan generar, ya que si se considera que todas las plantas se comportan como un filtro paso-bajas, existirán un conjunto de valores de ciertas armónicas que pertenecerán al rango de operación en el que estamos trabajando. Es decir, si tenemos un rango de operación de 0 a 200[Hz] al momento de trabajar en 25[Hz] tendremos el efecto de las armónicas de 50, 75 y 100 (correspondiente a su segunda, tercer y cuarta armónica respectivamente) sobre nuestra frecuencia objetivo, estos efectos pueden ser visto como ligeras deformaciones en las señales con las que se trabaja, de esta manera, el efecto sobre nuestra frecuencia objetivo se va disminuyendo así como aumenta el grado de la armónica[16].

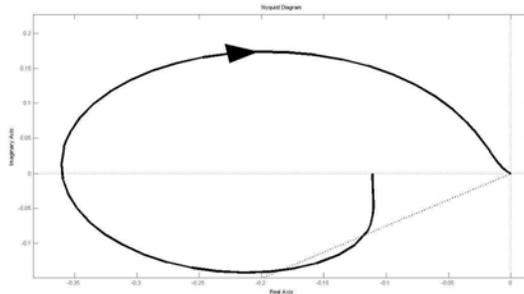


Figura 2.9: Nyquist de la suma de un sistema con una perturbación

Como se puede ver en la FIGura 2.9 la línea punteada toca en dos puntos la traza resultante de la suma de un sistema y una perturbación, a partir de esto se puede concluir que al presentarse algún tipo de perturbación se puede presentar variación en la frecuencia y en la amplitud de la señal de salida del sistema.

Capítulo 3

Diseño del Oscilador

3.1. Introducción

Este capítulo está dedicado a presentar el análisis de una planta lineal y de cómo se lleva a cabo el acople de ésta con un controlador no lineal, como se muestra en la Figura 3.1, formando así un oscilador. En lo que concierne al análisis de la planta se describirá el desarrollo del modelado en variables de estado, pasando de variables de estado a función de transferencia y su respuesta en el tiempo al igual que su análoga en la frecuencia, y así terminar el capítulo con el análisis que se lleva a cabo para la sintonización.

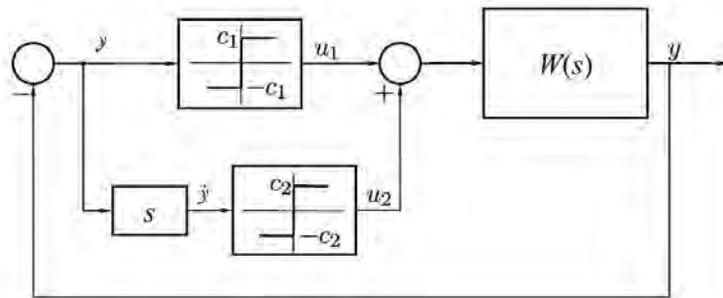


Figura 3.1: Esquema de unión entre un controlador no lineal y una planta lineal

3.2. Análisis de la Planta

En el diagrama de la Figura (3.1) el bloque que se encuentra después del controlador conformado por las funciones signo, está referido una planta lineal que cumple con forma de la ecuación.

$$\dot{x} = Ax + Bu(t); \quad y(t) = Cx, \quad (3.1)$$

Donde A es la matriz del sistema de $n \times n$, B es la matriz de entradas de $n \times m$ y C la matriz de salidas de $p \times n$. De forma particular se seleccionó un circuito RLC serie como planta, la razón de esta elección fue que se tratará de un sistema sencillo de segundo orden y para el caso que nos ocupa podemos utilizar el modelo general de una función de transferencia de segundo orden mostrado en la ecuación .

$$W(s) = \frac{(\omega_n)^2}{s^2 + (2\zeta\omega)s + (\omega_n)^2} \quad (3.2)$$

Teniendo en cuenta que ζ es el coeficiente de amortiguamiento y ω_n es la frecuencia natural no amortiguada.

En base a la función de transferencia se realiza el análisis de la planta correspondiente a la teoría clásica del control para el caso del dominio del tiempo en donde se hablará del análisis de la respuesta escalón, de manera similar para el caso del dominio de la frecuencia se lleva a cabo a través de las trazas de Bode y Nyquist.

3.2.1. Modelo de la Planta

Considérese el siguiente circuito

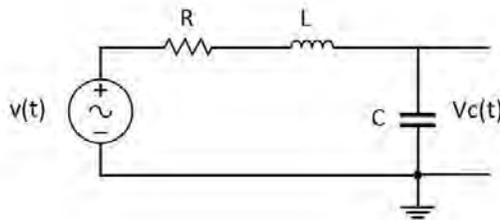


Figura 3.2: Circuito RLC serie (planta)

La representación en el espacio de estado se obtiene en base a las ecuaciones que representan a cada uno de los elementos del circuito, a continuación se muestran las formulas que correspondientes:

1. Resistencia:

$$V_R = RI \quad (3.3)$$

2. Inductancia:

$$V_L = Li_L \quad (3.4)$$

3. Capacitancia:

$$I_C = C\dot{V}_C \quad (3.5)$$

Otra ecuación importante que se debe considerar es la LVK:

$$V = V_R + V_L + V_C \quad (3.6)$$

En base a las ecuaciones (3.3), (3.4), (3.5) y (3.6) se muestra a continuación la representación en espacio de estados del circuito RLC en serie:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_c(t) \\ \dot{i}_L(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_c(t) \\ i_L(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} v(t) \quad (3.7)$$

Donde A es una matriz 2x2 y B de 2x1 y C de 1x2.

Para llevar a cabo el análisis en el dominio del tiempo así como en el dominio de la frecuencia debemos obtener la función de transferencia y nos ayudaremos con la ecuación.

$$W(s) = C(Is - A)^{-1}B \quad (3.8)$$

Utilizando la ecuación (3.1) y (3.8) obtenemos.

$$W(s) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} v(t) \quad (3.9)$$

Haciendo las simplificaciones necesarias obtenemos nuestra función de transferencia.

$$W(s) = \frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}} \quad (3.10)$$

3.2.2. Análisis en el Dominio del Tiempo

Es una situación común considerar un modelo de sistema para el cual el comportamiento transitorio está determinado predominantemente por la naturaleza de sus polos y ceros. entiéndase como su naturaleza a su ubicación dentro del plano complejo S y su clasificación con respecto a su valor numérico que está estrechamente relacionado con el factor de amortiguamiento; cabe mencionar que dependiendo de lado del eje imaginario en que se encuentren los polos del sistema, este será estable ó inestable, lado izquierdo (semiplano izquierdo) ó lado derecho (semiplano derecho) respectivamente.

Función de transferencia, polos del sistema y su estabilidad

Sin perder el objetivo de nuestro interés, la función de transferencia del circuito RLC, siendo su ecuación característica de segundo orden, se puede observar en que ecuación tiene dos raíces siendo estas los polos de la planta, y no tiene ningun cero finito.

$$s_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \quad (3.11)$$

$$s_2 = -\frac{R}{2L} - \sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \quad (3.12)$$

La función de transferencia para los valores $R=298$ [Ω] $L=2.247$ [H] y $C=4.7$ [μf],

$$W(s) = \frac{94690}{s^2 + 131,6s + 94690} \quad (3.13)$$

La **estabilidad** para esta planta se puede corroborar con la ubicación de los polos en el plano imaginario como se puede observar en la Figura 3.3, también se puede hacer esta deducción en base a las ecuaciones 3.11 y 3.12, sustituyendo los valores que se seleccionaron, de esta manera obtenemos los polos: $s_1 = -66,3 + j304$ y $s_2 = -66,3 - j304$,

Teniendo en cuenta que si ζ , que para nuestro circuito está representado como $\zeta = \frac{R}{2L}$, y ω_n , en términos del circuito $\omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, son distintos de cero y positivos, el sistema es estable con el par de polos localizados en el semiplano izquierdo. Varios comportamientos característicos se describen fácilmente en función de los valores ζ y ω_n : los polos pueden ser reales o complejos y el factor de amortiguamiento se define como una correlación reconocida fácilmente en la configuración del plano S . Esta relación se resume brevemente a continuación:

1. Si $\zeta = 1$, los polos son reales e iguales y su respuesta natural es llamada "*críticamente amortiguada*".
2. Si $\zeta > 1$, los polos son reales distintos, y su respuesta natural es llamada "*sobreamortiguada*".

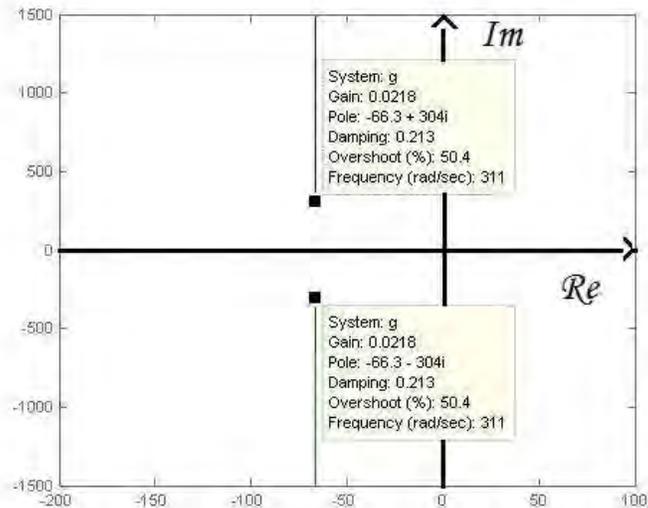


Figura 3.3: ubicación de los polos en el plano imaginario.

3. Si $\zeta < 1$, los polos son un par conjugado complejo y su respuesta natural es llamada "subamortiguada".

La selección de los valores para el circuito RLC se llevó a cabo de manera que la planta estuviese dentro del tercer caso $\zeta < 1$, de tal forma que a continuación se presenta su respuesta al escalón.

Lugar geométrico de las raíces

El lugar geométrico de las raíces se utiliza para estudiar los cambios que ocurren en el comportamiento de sistemas lineales frente a las variaciones de sus parámetros. Cuando uno de los parámetros cambia, las raíces de la ecuación característica se mueven en el plano S , y en el lugar geométrico de las raíces son los cambios que describen la variación en la localización de las raíces. Esta técnica ó herramienta es una aproximación cuantitativa que desarrollan relaciones de causa y efecto, puesto que el comportamiento transitorio de un sistema dinámico depende de la localización de los polos (que son las raíces de la ecuación característica). Esta es una valiosa herramienta ya que nos proporciona una aproximación metódica al estudio de las variaciones en la localización de los polos. Con mayor claridad podemos decir que la técnica consiste en observar como se reflejan las variaciones de los parámetros en la localización de los polos. Con la variación de un parámetro específico, una aproximación obvia a la determinación del lugar geométrico de las raíces es calcular las raíces de la ecuación característica utilizando algunos valores diferentes del parámetro.

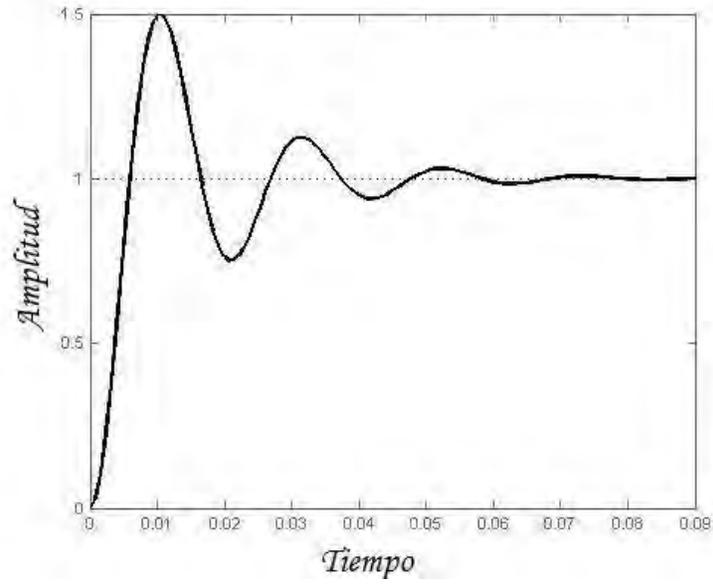


Figura 3.4: respuesta escalon del RLC serie (planta)

Para esto se muestra a continuación el lugar geométrico de la raíces para la planta que se utilizó.

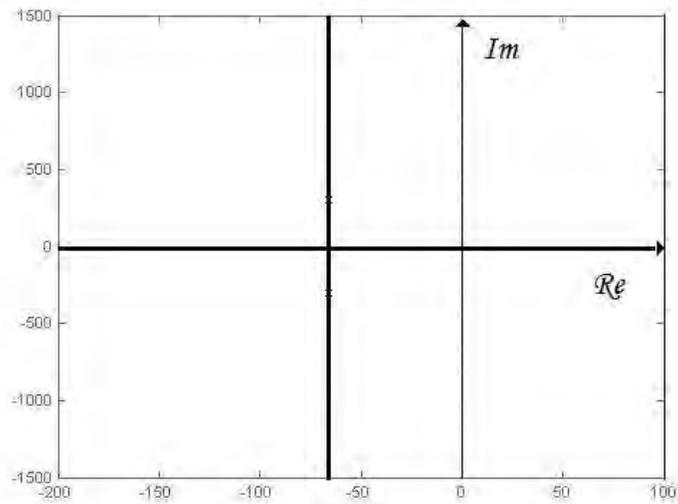


Figura 3.5: Lugar geométrico de la raíces del RLC serie (planta)

3.2.3. Análisis en el Dominio de la Frecuencia

El uso de técnicas de respuesta en frecuencia proporciona una alternativa a los criterios de comportamiento en el dominio temporal de los sistemas invariantes en el tiempo. La herramienta matemática básica es el álgebra de fasores. Si se aplica una entrada senoidal a un sistema, la respuesta forzada se observa como otra señal senoidal de la misma frecuencia. Si se utiliza la representación de fasores de la entrada y de la componente forzada a la salida, la razón de la salida respecto de la entrada es una función algebraica que se puede expresar a cualquier frecuencia como un número complejo. Una relación algebraica se puede expresar a cualquier frecuencia única y sólo se representa en estado estacionario a una entrada senoidal. Sin embargo una expresión que es válida cuando la frecuencia varía de cero a infinito constituye un modelo lineal completo.

Al momento de pasar del dominio de la variable S al dominio de la frecuencia se puede sustituir S por $j\omega$ de tal manera que la función de transferencia en álgebra de fasores como se muestra a continuación:

$$W(j\omega) = \frac{K}{\left(\frac{j\omega}{\omega^2}\right)^2 + 2\zeta\left(\frac{j\omega}{\omega^2}\right) + 1} \quad (3.14)$$

Se pueden aplicar distintas técnicas de respuesta en frecuencia para estudiar el comportamiento de sistemas lineales y la metodología proporciona una alternativa para utilizar técnicas en el plano S . Las tareas de diseño se pueden abordar desde diferentes perspectivas, y el empleo de modelos en el dominio de la frecuencia a veces introduce un procedimiento único o particularmente penetrante. Además, la interpretación de los datos experimentales está claramente relacionada con la estructura del modelo. Generalmente se aplican conceptos de respuesta en frecuencia al problema de identificación o verificación de la composición de un modelo de función de transferencia, que esto último quedó ajeno a los objetivos de este trabajo.

Si se aplica una entrada senoidal a una planta lineal, la respuesta en el estado estacionario es otra senoidal de la misma frecuencia, por lo tanto las señales de entrada y de salida se pueden representar como una razón de fasores, siendo así que la magnitud y fase de esta razón en ocasiones describe la ganancia y el desplazamiento de fase.

Trazas de Bode

La ganancia y el desplazamiento de fase contra la frecuencia es lo que las trazas de bode nos muestran, recordando que para este análisis es requerida la función de transferencia de lazo abierto, (que para el caso que nos ocupa es la misma, ya que nuestro bloque de realimentación es 1). Las trazas de la ganancia y del desplazamiento de fase con respecto a la frecuencia se realizan con la ganancia

expresada en decibeles[dB], así la traza de bode de ganancia es una gráfica semilogarítmica de $20 \log M(\omega)$ (siendo $M(\omega)$ el módulo de la función de transferencia de lazo abierto) contra ω . Y la traza de bode de desplazamiento de fase es una gráfica semilogarítmica de $\phi(\omega)$ (siendo $\phi(\omega)$ la función que está dada por el ángulo de la función de transferencia de lazo abierto) contra ω .

En base a los datos de la traza de bode de ganancia, se puede observar que en donde se presenta una disminución de 3 [db], nuestro sistema tiene su frecuencia de corte, también cabe mencionar que se comporta como un filtro paso-bajas, ya que es así como operan los sistemas en una implementación física.

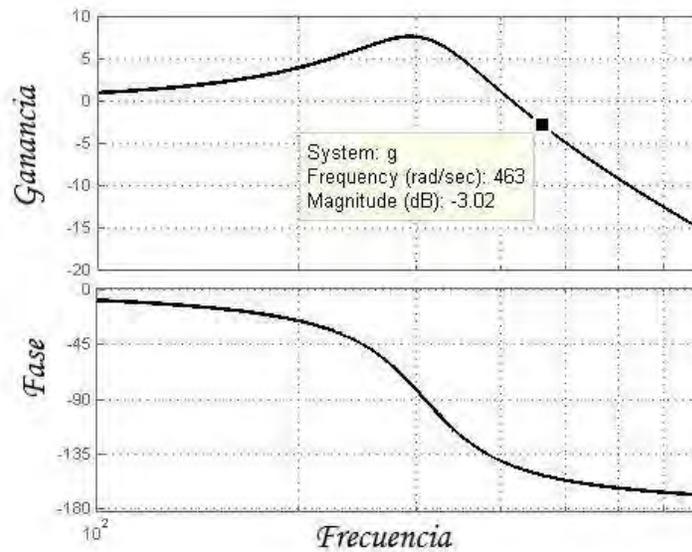


Figura 3.6: trazas de bode del Circuito RLC serie (planta)

Trazas de Nyquist

En la traza de Nyquist o diagrama polar se toma una $M(\omega)e^{j\phi(\omega)}$ cuando varía ω . Si $M(\omega)e^{j\phi(\omega)}$ se representa como un fasor que parte de un punto de referencia fijo, el lugar deseado se genera por la trayectoria del fasor cuando ω varía. Aunque normalmente se dibuja utilizando coordenadas polares (M y ϕ), también es apropiado describir este diagrama como la componente imaginaria de la función de transferencia de lazo abierto con respecto a su componente real cuando ω varía. Por lo tanto, el marco de referencia es el plano complejo. Este lugar forma parte de un contorno cerrado en el plano complejo que se utiliza para describir el criterio de estabilidad de Nyquist.

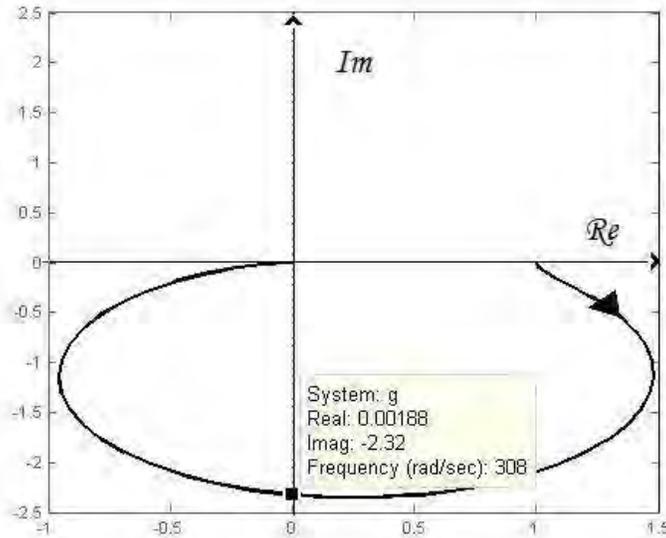


Figura 3.7: Traza de Nyquist del Circuito RLC serie (planta)

Al momento de hablar de oscilaciones, uno puede preguntarse qué sucederá con la estabilidad del sistema, para responder esto, recurrimos a la teoría de mapas de Poincaré, esta teoría nos dice que solo se puede establecer estabilidad en el tercer y segundo cuadrantes del plano complejo[9], partiendo de esta propuesta definiremos como límite inferior para nuestro rango de operación a 49 [Hz](o bien 308[rad/seg]), ya que esta frecuencia es un valor en que se puede empezar a establecer partiendo del eje imaginario hacia el tercer cuadrante. Previamente con la traza de Bode de Ganancia se definió al límite superior, la frecuencia de corte: 73 [Hz] (o bien 463[rad/seg]) , sabiendo que nuestro sistema se comportará como un filtro paso-bajas.

3.3. Análisis del Sistema

El análisis del sistema completo consiste en analizar el esquema de la Fig. 3.8 encontrando una ecuación que relacione al bloque de control (no lineal) con el bloque de la planta (lineal) dentro del esquema realimentado en la Figura mencionada. Una vez sustituido el bloque de control no lineal por su correspondiente función descriptiva obtenida en la Sección 2.2 el sistema que resulta puede considerarse como un sistema lineal en el dominio de la variable compleja s , de tal manera que la ganancia equivalente del esquema en malla cerrada es $\frac{F_1(s)F_2(s)}{1+F_1(s)F_2(s)}$ o sea que

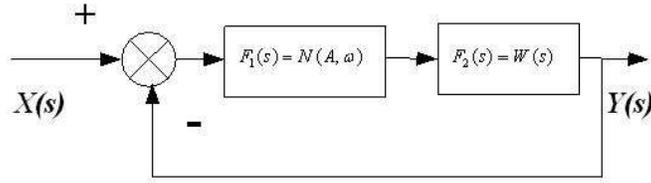


Figura 3.8: Sistema Linealizado.

$$W'(s) = \frac{N(A_1, \omega)W(s)}{1 + N(A_1, \omega)W(s)} \quad (3.15)$$

La ecuación característica de este sistema, relaciona precisamente el control representado por $N(A, \omega)$ con la planta lineal representada por su función de transferencia $W(s)$:

$$1 + N(A_1, \omega)W(s) = 0 \quad (3.16)$$

Esta ecuación se conoce como la ecuación de balance armónico, por lo que la relación entre el control relevado (no lineal) linealizado a través de la FD y la función de transferencia de la planta lineal es:

$$-\frac{1}{N(A_1, \omega)} = W(s) \quad (3.17)$$

refiriéndose a la ecuación (2.32) puede escribirse que

$$-\frac{1}{N(A_1, \omega)} = \frac{\pi A_1(-c_1 + jc_2)}{4((c_1)^2 + (c_2)^2)} \quad (3.18)$$

la gráfica, en el plano complejo, de la ecuación anterior es una recta cuyo ángulo depende de los valores de las constantes c_1 y c_2 y su magnitud depende del módulo de estas constantes multiplicadas por $\frac{\pi A_1}{4}$. Entonces, pueden obtenerse gráficas de $-\frac{1}{N(A_1, \omega)}$ con cualquier ángulo, como se explica en la Fig. 3.9 (centro)

La ecuación (3.17) se representa gráficamente en la Fig. 3.9 (derecha) como la intersección de las curvas presentadas en la misma Figura en la partes previas (izquierda) y (centro)

El punto de intersección de $-\frac{1}{N(A_1, \omega)}$ con la traza de Nyquist $W(j\omega)$ proporciona la solución del problema periódico. Este punto proporciona la frecuencia ω_0 y la amplitud A_1 de la oscilación.

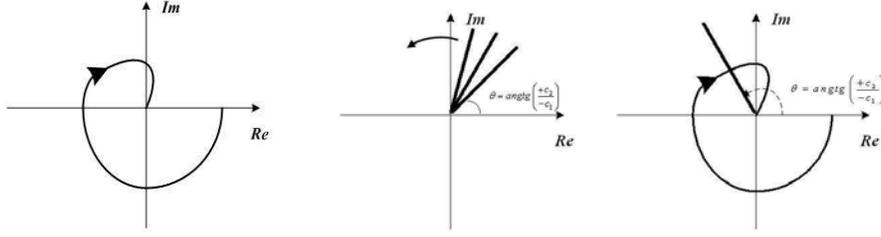


Figura 3.9: (Izq.) Traza de Nyquist de la Planta lineal FD; (Centro) Trazas de $-\frac{1}{N(A_1, \omega)}$; (Der.) Interpretación gráfica de la Ec. de balance armónico

3.4. Sintonización del Algoritmo de dos Relevadores con FD

El problema consiste en poder calcular los valores de las constantes c_1 y c_2 del algoritmo de dos relevadores tales que proporcionen una frecuencia ω_o y una amplitud A_1 deseadas, las cuales se fijan de antemano. El problema se resuelve de la siguiente manera:

1. Debe identificarse en cuál de los cuatro cuadrantes del plano complejo donde se grafica la traza de Nyquist se ubica la frecuencia seleccionada. Para ello si la función compleja $W(j\omega)$ se expresa como $W(j\omega) = F_R(\omega) + jF_I(\omega)$ entonces el cuadrante queda ubicado de la siguiente manera

$$\left\{ \begin{array}{l} C1 = \{F_R(\omega) > 0, \quad F_I(\omega) \geq 0\} \\ C2 = \{F_R(\omega) \leq 0, \quad F_I(\omega) \geq 0\} \\ C3 = \{F_R(\omega) \leq 0, \quad F_I(\omega) < 0\} \\ C4 = \{F_R(\omega) > 0, \quad F_I(\omega) < 0\} \end{array} \right. \quad (3.19)$$

2. Puesto que c_1 queda en función de c_2 y viceversa, no es posible despejarlas, sin embargo, puede observarse que la relación $\frac{c_2}{c_1}$ si puede despejarse, quedando en términos exclusivamente de $W(j\omega)$, de la siguiente manera:

$$\frac{c_2}{c_1} = -\frac{F_I(\omega_0)}{F_R(\omega_0)}$$

esta razón se le denominará con la letra griega ρ . El cálculo de la amplitud del movimiento oscilatorio puede obtenerse de la siguiente ecuación:

$$A_1 = \frac{4}{\pi} |W(j\omega)| \sqrt{c_1^2 + c_2^2},$$

entonces c_1 y c_2 puede calcularse de la siguiente manera

$$c_1 = \begin{cases} \frac{\pi}{4} A_1 ([F_R(\omega_0)^2 + F_I(\omega_0)^2][1 + \rho^2])^{-1/2} & \text{si } \omega_0 \in C_2 \cup C_3 \\ -\frac{\pi}{4} A_1 ([F_R(\omega_0)^2 + F_I(\omega_0)^2][1 + \rho^2])^{-1/2} & \text{si } \omega_0 \in C_1 \cup C_4 \end{cases} \quad (3.20)$$

$$c_2 = \rho \cdot c_1 \quad (3.21)$$

3.5. Sintonización del Algoritmo de dos Relevadores con LGSRP

La traza LGSRP propuesta para la ecuación (3.20) proporciona una solución exacta del problema periódico en un sistema realimentado por medio de relevadores teniendo una planta como la de la ecuación (3.20) y un control dado por un relevador con histéresis. El LPRS se define como una característica de la respuesta de una parte lineal a un pulso de control con diferente espaciamento de frecuencia variable en un sistema en malla cerrada. La traza LGSRP puede calcularse como se indica en la ecuación (2.53).

La traza del movimiento periódico para el algoritmo mostrado en la ecuación (2.27) puede obtenerse de la siguiente ecuación, véase Figura 2.7.

$$ImJ(\Omega) = 0 \quad (3.22)$$

De hecho, se considerará la planta no lineal con el segundo relevador ubicado en la realimentación en la planta equivalente. Introduciendo la siguiente función que será utilizada para encontrar la respuesta de la planta no lineal con respecto al pulso de control de onda cuadrada

$$L(\omega, \theta) = \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{1}{2k-1} ((\sin[(2k-1)2\pi\theta]) (ReW[(2k-1)\omega]) + (\cos[(2k-1)2\pi\theta])) ImW[(2k-1)\omega] \right] \quad (3.23)$$

la función $L(\omega, \theta)$ representa la salida de la planta lineal en el instante $t = \theta T$, si se le aplica un pulso de señal cuadrada de amplitud unitaria a la planta:

$$L(\omega, \theta) = \left(\frac{\pi y(t)}{4c} \right) \Big|_{t=2\pi\theta/\omega} \quad (3.24)$$

Con $\theta \in [-0.5, 0.5]$ y $\omega [0, \infty]$, donde $t = 0$ corresponde al switcheo del control de -1 a +1. Contando con el valor de $L(\omega, \theta)$, se obtiene la siguiente expresión para $ImJ(\Omega)$ de la planta equivalente

$$ImJ(\Omega) = L(\omega, \theta) + \frac{c_2}{c_1}(L(\omega, \theta)) \quad (3.25)$$

El valor del desplazamiento en el tiempo θ en el switcheo del primer relevador y el segundo puede encontrar por medio de la siguiente ecuación:

$$\dot{y}(\theta) = 0 \quad (3.26)$$

Como resultado, el conjunto de ecuaciones para encontrar la frecuencia Ω y el tiempo de desplazamiento son:

$$c_1 L(\omega, 0) + c_2 L(\omega, \theta) = 0 \quad (3.27)$$

$$c_1 L_1(\omega, -\theta) + c_2 L_1(\omega, 0) = 0 \quad (3.28)$$

La amplitud de las oscilaciones puede encontrarse como:

$$y(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{i=1}^{\infty} \{c_1 \sin[(2k-1)\Omega + \varphi_L((2k-1)\Omega)] + c_2 \cos[(2k-1)\Omega t + \varphi_L((2k-1)\Omega)] + (2k-1)2\pi\theta\} A_L((2k-1)\Omega) \quad (3.29)$$

Donde $\varphi_L(\omega) = \arg W(\omega)$, la cual es la respuesta de la planta a las 2 señales cuadradas desplazadas una de la otra por el ángulo $2\pi\theta$, Entonces la amplitud es:

$$A_1 = \max y(t); t \in [0, 2\pi/\omega] \quad (3.30)$$

Todavía, en lugar de la amplitud real puede utilizarse la amplitud de la frecuencia fundamental (primera armónica) como una estimación relativamente precisa. En este caso, puede representarse la entrada como la suma de dos vectores rotando con amplitudes $4c_1/\pi$ y $4c_2/\pi$, siendo el ángulo entre los vectores $2\pi\theta$. Por lo tanto, la amplitud de la señal de control (primera armónica) es:

$$A_u = \frac{4}{\pi} \sqrt{c_1^2 + c_2^2 + 2c_1c_2 \cos(2\pi\theta)} \quad (3.31)$$

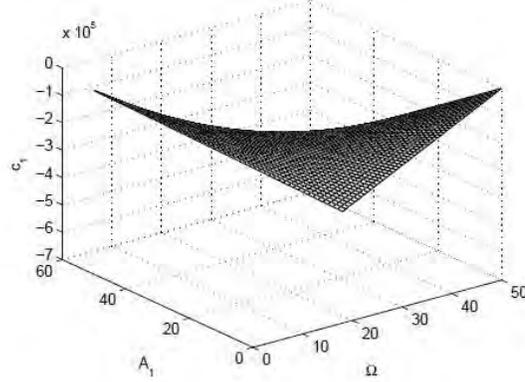


Figura 3.10: Gráfica de $c_1 v s c_2$ para frecuencias arbitrarias

y la amplitud de salida (primera armónica) es:

$$A_1 = \frac{4}{\pi} \sqrt{c_1^2 + c_2^2 + 2c_1c_2 \cos(2\pi\theta)} A_L(\Omega) \quad (3.32)$$

Donde $A_L(\Omega) = |W(j\omega)|$. Debe notarse que en lugar de utilizar el valor aproximado de la amplitud en la ecuación (3.32), el valor de la frecuencia es exacto. Si se consideran las ecuaciones (3.27) y (3.28), en la ecuación (3.32) para Ω y A_1 considerando uno como mapeo F. Este mapeo se ilustra en la Figura 3.10 como curvas de iguales valores de Ω y A_1 en las coordenadas c_1 . A partir de las ecuaciones 3.27 y 3.28 puede observarse que la frecuencia de las oscilaciones depende únicamente de la razón $c_2/c_1 = \rho$. Por lo tanto, Ω es invariante con respecto a c_2/c_1 : $\Omega(\lambda c_1, \lambda c_2, \theta) = \Omega(c_1, c_2, \theta)$. Se concluyó que también de la ecuación 3.32 existe la siguiente invariancia para la amplitud: $A_1(\lambda c_1, \lambda c_2, \theta) = A_1(c_1, c_2, \theta)$. Por lo tanto, Ω y A_1 pueden manejarse independientemente de acuerdo al mapeo G considerado anteriormente. Mapeando G (inverso de F) puede obtenerse de las ecuaciones (3.27), (3.28) y (3.32) si c_1, c_2 y θ , se consideran parámetros desconocidos en estas ecuaciones. Para cualquier Ω dada, de las ecuaciones (3.27) y (3.28), la razón $c_2/c_1 = \rho$ puede encontrarse (al igual que θ). Entonces, puede encontrarse la primera $\rho = c_2/c_1 = h(\Omega)$, donde $h(\Omega)$ es una función implícita que corresponde las ecuaciones (3.27) y (3.28). Después de esto c_1 y c_2 pueden calcularse con las siguientes fórmulas[17]:

$$c_1 = \frac{\pi}{4} \frac{A_1}{A_L(\Omega)} \frac{1}{\sqrt{1 + 2\rho \cos(2\pi\theta) + \rho^2}} \quad (3.33)$$

$$c_2 = \frac{\pi}{4} \frac{A_1}{A_L(\Omega)} \frac{\rho}{\sqrt{1 + 2\rho \cos(2\pi\theta) + \rho^2}} \quad (3.34)$$

Cuando se piense en llevar a cabo una implementación y realizar cálculos con LGSRP se debe de tomar en cuenta que si bien es una herramienta matemática que nos da una mayor exactitud en comparación de FD que siendo su similar solo es una aproximación, tiene la característica que al no presentar histéresis el relevador los valores que se calculen con LGSRP convergerán a los valores calculados con FD, ya que con la ausencia de histéresis la $\theta = 0,25$ con esto se puede observar en la ecuación (3.34) que con este valor la c_1 y c_2 de LGSRP y de FD son iguales. .

Capítulo 4

Simulaciones

4.1. Introducción

Las simulaciones son parte primordial de esta tesis, ya que sin estas no podríamos comprobar los valores experimentales y teóricos resultantes, de modo que esta sección estará dividida en dos partes principales, las simulaciones en Simulink de Matlab que nos ayudaron para comparar las señales resultantes del circuito y las simulaciones .M para el cálculo de C_1 y C_2 por FD en matlab.

Del mismo modo que en capítulos anteriores el análisis matemático y de las señales está contemplado en esta capítulo y el código de las simulaciones está incluido en el Apendice A.

El proceso para la programación de la simulaciones en Matlab y simulink siguió el mismo principio que fue utilizado en la parte experimental. Se baso en los cálculos teóricos de Función Descriptiva para programarse por partes las simulaciones y recrear poco a poco el comportamiento del control y la planta, tomando en cuenta las variables del sistema como son voltaje y frecuencia.

En la siguiente imagen se muestra la separación por bloques de programación, que fueron tomados de esta forma solo para facilitar la programación y ordenar el proceso de análisis.

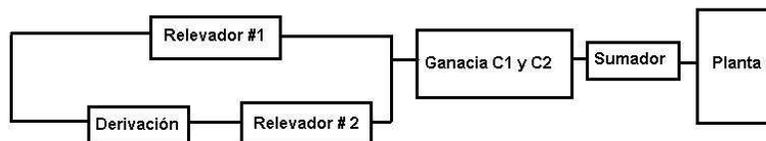


Figura 4.1: Diagrama de bloques Simulink.

4.2. Separación en Bloques de Simulación

En el diagrama de bloques principal de Simulink utilizamos constantes como condiciones iniciales, ya que sin estas el circuito simulado no puede empezar a oscilar, siendo esta, una de las primeras diferencias que encontramos con el circuito.

Simulink no toma en cuenta las dinámicas no modeladas de la planta o perturbaciones como corrientes parásitas. Por lo que para la programación del control se empezó por separar sus elementos en bloques que permitieran recrear más fácil el control y la planta teóricos. Para poder programar el circuito simulado se utilizó como especificaciones de simulación un tiempo de paso de 5μ , el método de integración de Euler y un tiempo de simulación de 0.5 segundos para todas las simulaciones, las cuales son valores que se fueron adaptando conforme se fue programando la simulación y que son especificaciones importantes para recrear las simulaciones.

A continuación se muestra el diagrama general de la simulación, del cual se analizarán bloques específicos.

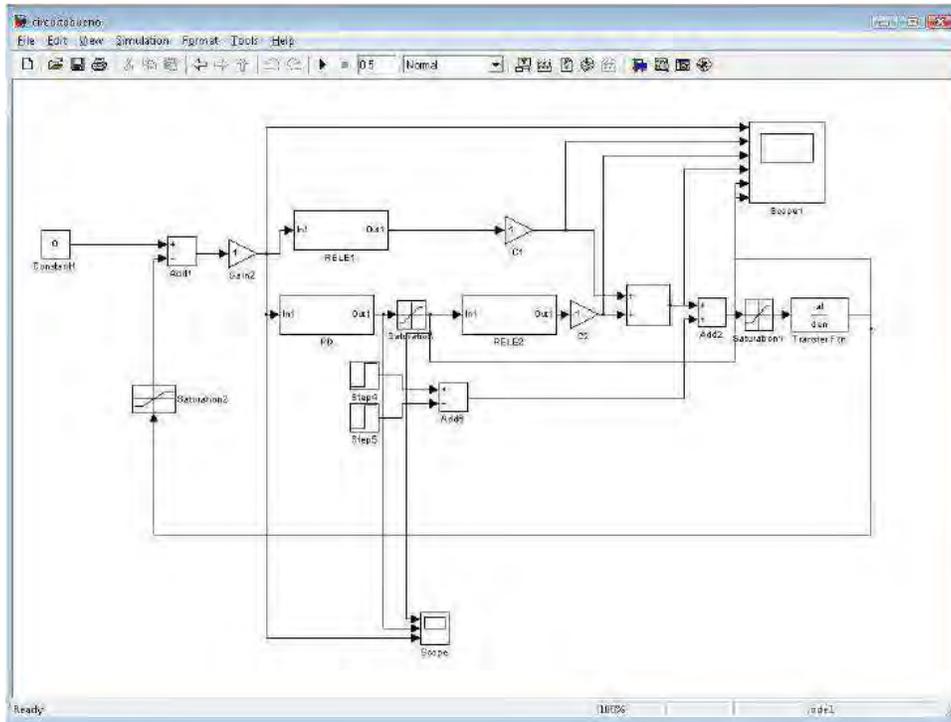


Figura 4.2: Diagrama de bloques Simulink.

El primer paso fue simular los relevadores, para los que utilizamos la función "Saturation" que nos ayuda a recrear la señal generada físicamente por los relevadores. Esta señal la multiplicamos por una ganancia para lograr la restricción que físicamente nos dan los diodos Zener en el circuito Limitador-Recortador.

El siguiente paso y uno de los más importantes fue modelar y programar la planta RLC, de manera que se ajustara lo más posible a la realidad, esto fue posible mediante el editor .M de matlab con el cual se programó la planta basandonos en la función de transferencia.

Gracias a este paso previo, el manejo de la planta en la simulación se facilitó de manera drástica, siendo mucho mas fácil añadir un bloque pre-programado que fuera nuestra función de transferencia de la planta. Como se vio en el capítulo 3 de esta tesis, la planta está formada por un circuito RLC, que se muestra a continuación como bloque de simulink.

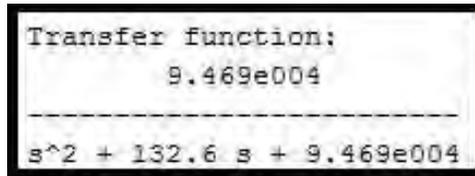


Figura 4.3: Bloque Función de transferencia.

Existen varias diferencias en la programación de la parte teórica a la experimental, ya que cuando diseñamos la implementación física de nuestro circuito, se utilizaron amplificadores operacionales para tareas específicas del control, sin embargo, en simulink los bloques que físicamente se manejan como amplificadores operacionales son reemplazados por bloques especiales, programados previamente de tal manera que fueran fáciles de reutilizar y de cambiar sus características. Por ejemplo tenemos los bloques que representan a los relevadores en el circuito recortador-limitador, que es la configuración con la cual se puede obtener una señal parecida a la de un relevador pero con características de voltaje dadas por los diodos Zener. En la simulación representamos este bloque como:

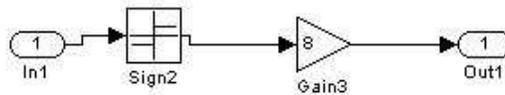


Figura 4.4: Bloque Recortador-Limitador.

Los amplificadores operacionales en configuración de sumador o Derivador son de mas fácil manejo ya que Simulink cuenta con bloques destinados para estas funciones.

Otra parte de la implementación fue la de los potenciómetros, con los cuales sintonizamos el sistema y que dan una ganancia variable a las señales, de tal forma que C_1 y C_2 son representados por ganancias simples que no podemos ajustar una vez que el programa ha sido ejecutado, sin embargo, al modificarlos una vez terminada la ejecución del programa logramos sintonizar el sistema como si la ganancia fuera variable en todo momento.

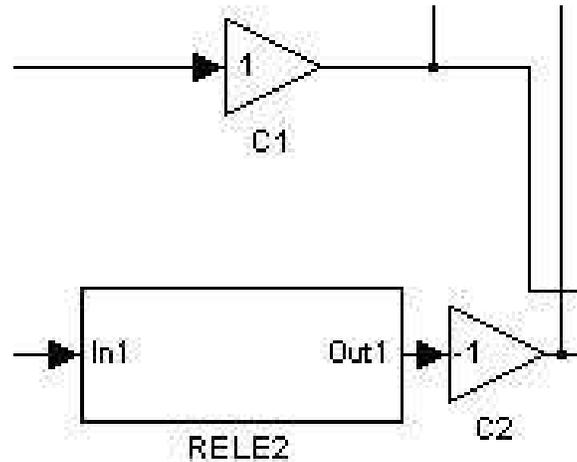


Figura 4.5: Bloque de Ganancias Variables.

4.3. Señales del sistema

Al igual que en la parte física de este proyecto, el análisis de las señales simuladas va desde las señales de los relevadores hasta la señal de salida acondicionada del sistema, dando como resultado las gráficas voltaje/tiempo que se analizan a continuación y que tienen su equivalente físico en la parte experimental.

La primera señal a considerar es la señal proveniente de los relevadores, que está formada como se muestra en la figura 4.2 por un bloque de simulink de la función signo y es después multiplicada por una ganancia que le da el valor de voltaje que en el circuito otorgan los diodos Zener, el resultado son señales cuadradas de 4.7 y 6.8 vols. como se puede ver en la siguiente figura.

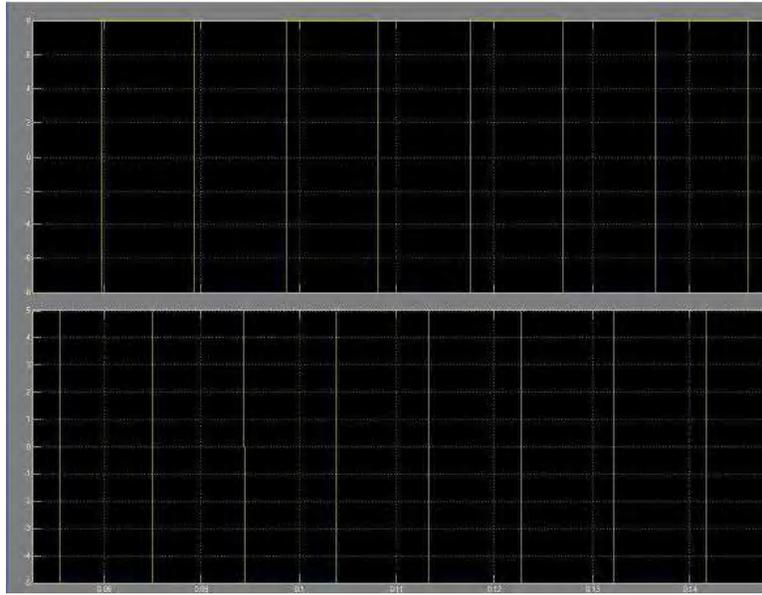


Figura 4.6: Señal de los Relevadores.

La señal de control es parte primordial de las simulaciones, porque además de orientarnos en forma de la suma de las señales de los relevadores, podemos comparar C_1 y C_2 de forma gráfica, análisis que se realiza en el siguiente capítulo de esta tesis, en la parte experimental.

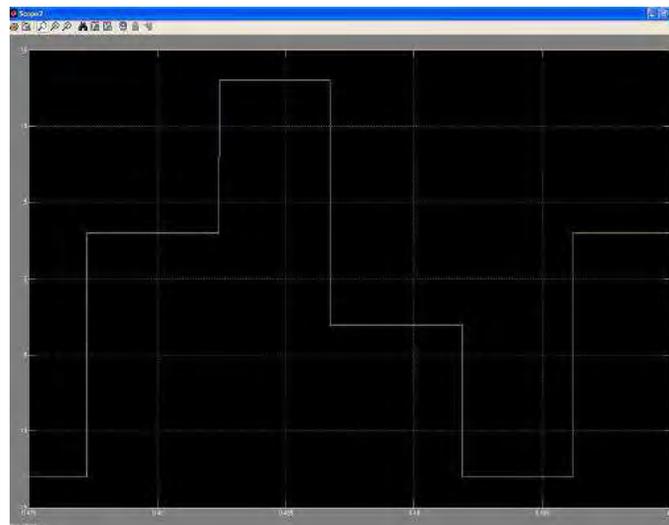


Figura 4.7: Señal Simulada de Control.

Como se puede ver en la figura 4.6 la señal de control tiene la misma frecuencia de 60 Hertz y una

amplitud de 220 mV, con la que se calculó de forma Teórica y se demostrará experimentalmente.

La siguiente señal para el análisis, es la señal de salida, la cual en simulaciones nos ayuda a corroborar el control que se le aplica a la planta y poder así comprobar los cálculos teóricos realizados sobre las oscilaciones en frecuencia y amplitud, de modo que al ser igual a la señal obtenida experimentalmente podemos así asegurar cálculos teóricos acertados.

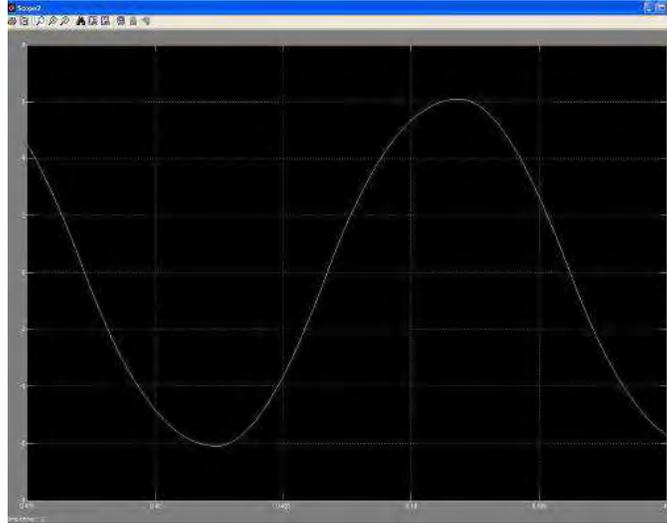


Figura 4.8: Señal Simulada de Salida.

Por último, tenemos la señal de salida acondicionada, que en la simulación debe pasar por el bloque que utilizamos como condición inicial, sin el cual el sistema no puede oscilar y que no afecta el funcionamiento de los demás bloques o del sistema en general.

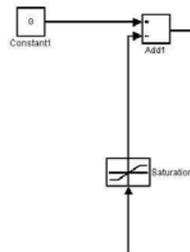


Figura 4.9: Bloque de condición inicial.

La señal de salida acondicionada se retroalimenta negativamente y vuelve a entrar a los bloques de los relevadore.

Cabe mencionar que en la simulaciones no ocurren fenómenos físicos de relevancia para esta tesis,

como lo son, los límites de frecuencia de corte en frecuencias altas y bajas que afectan las señales dado que en las simulaciones no tenemos factores que influyen en el desempeño del circuito como son las armónicas y el comportamiento de filtro del sistema.

4.4. Análisis de Resultados Simulados

Los resultados simulados fueron de suma importancia para el análisis general del proyecto, ya que sin estos se tendría un punto de partida para el análisis físico del circuito, de modo que los resultados para función descriptiva en simulación se muestran en la siguiente tabla.

| Frecuencia | Amplitud | C_1 TEO | C_2 TEO | Frecuencia Simulada |
|------------|----------|-----------|-----------|---------------------|
| 50 Hz | 50 | 0.0017 | -0.0173 | 54.54 |
| 60 Hz | 50 | 0.0197 | -0.0173 | 57.47 |

Cuadro 4.1: Resultados de Simulación FD

Como parte final de las simulaciones se calculo el error obtenido con respecto a la teoría, lo que da una noción de lo aproximado de los métodos.

| Error en Frecuencia | % de error |
|---------------------|------------|
| 50 Hz | 9.0810 |
| 60 Hz | 4.2146 |

Cuadro 4.2: Errores Experimentales en frecuencia

Como se puede apreciar en esta última tabla, el porcentaje de error en nuestro sistema simulado es menor al 10%, lo que nos indica el grado de aproximación del método de función descriptiva y la validez de las simulaciones. A continuación mostramos las señales correspondientes a nuestros resultados simulados.

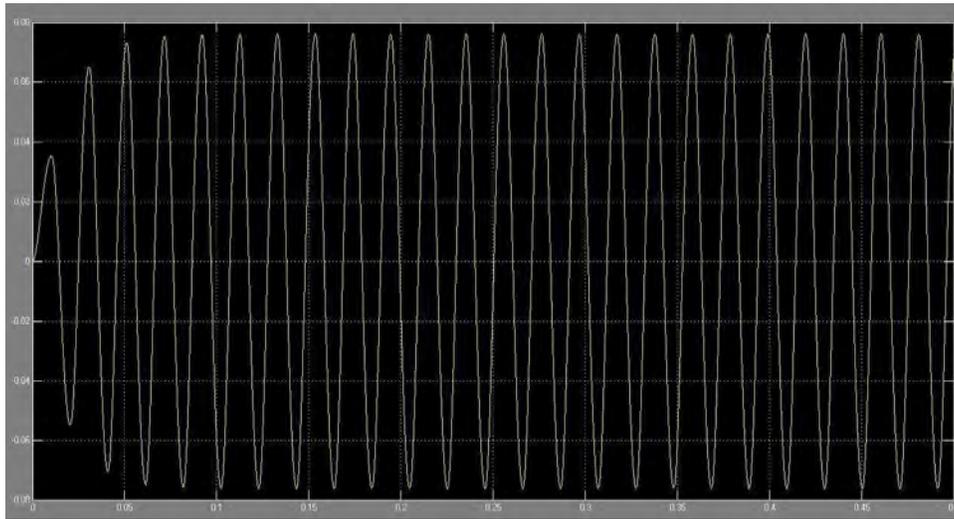


Figura 4.10: Resultados simulados a 50 HZ.

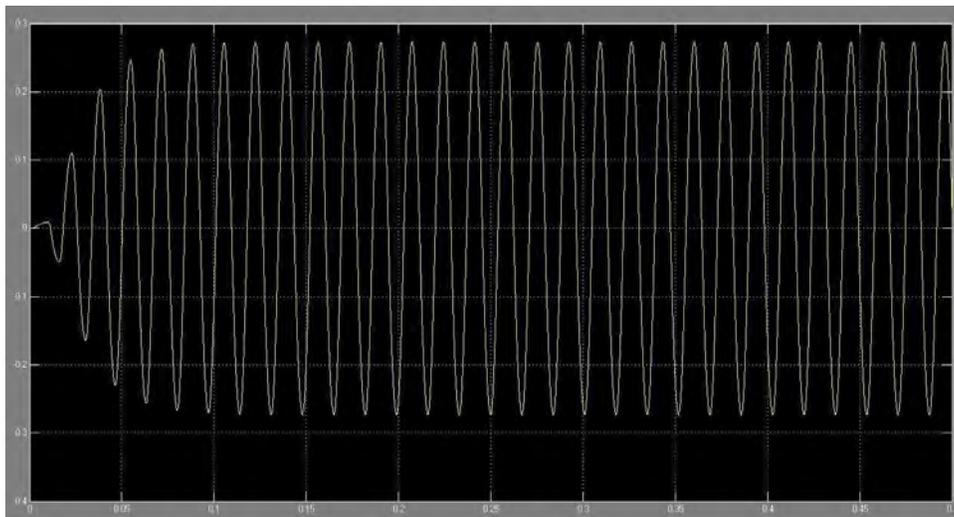


Figura 4.11: Resultados simulados a 60 HZ.

Capítulo 5

Experimento

5.1. Introducción

En este capítulo se explicará la parte física de este proyecto, la cual consistió en la elaboración de un circuito electrónico que logra ejemplificar la oscilación periódica de una planta a través del algoritmo de dos relevadores.

El circuito está dividido en dos partes primordiales, el control basado en amplificadores operacionales de precisión y la planta ejemplificada como un circuito RLC, como fue explicado en el tercer capítulo de esta tesis, sin embargo, es importante resaltar que dados los resultados en frecuencia y amplitud, este proyecto cumple las características primordiales de un UPS, que son la frecuencia y amplitud variable por medio de la sintonización, que son objetivos clave de esta tesis y que son demostrados más adelante en esta sección.

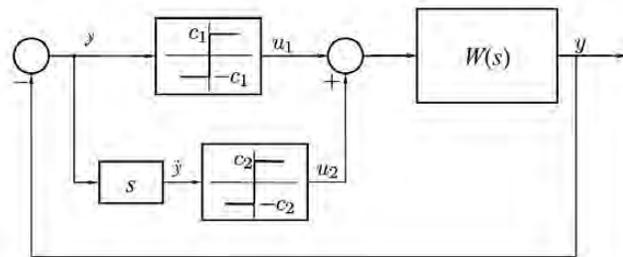


Figura 5.1: Esquema básico de control y planta.

En la siguiente figura se muestra el diagrama final, que es la parte fundamental del diseño del circuito

y es el punto de partida para el análisis del sistema. El análisis del circuito comienza describiendo las señales resultantes de los relevadores, del bloque de control, de la señal de salida y de salida acondicionada, siendo así el proceso mediante el cual se efectuaron los cálculos teóricos, para poder lograr la sintonización y obtener la señal deseada.

El diseño está basado en las características principales de un circuito auto-oscilador el cual consigue oscilar por medio de la señal de control, sin necesidad de una señal que excite al sistema externamente, dando como resultado las oscilaciones con amplitud y frecuencia que previamente fueron calculadas.

En el diagrama esquemático se puede observar que el bloque teórico de control fué basado en amplificadores operacionales, con los cuales representamos los relevadores del sistema por medio del circuito Recortador-Limitador, el cual será visto a detalle más adelante en este capítulo, pero que logra proporcionar una señal cuadrada pero con un voltaje diferente a uno, como teóricamente daría la función signo o por otra parte, si el valor de voltaje es más grande que el deseado, la configuración del circuito Recortador-Limitador logra acotarlo, ya que la configuración con los diodos Zener permite recortar a un voltaje deseado la señal.

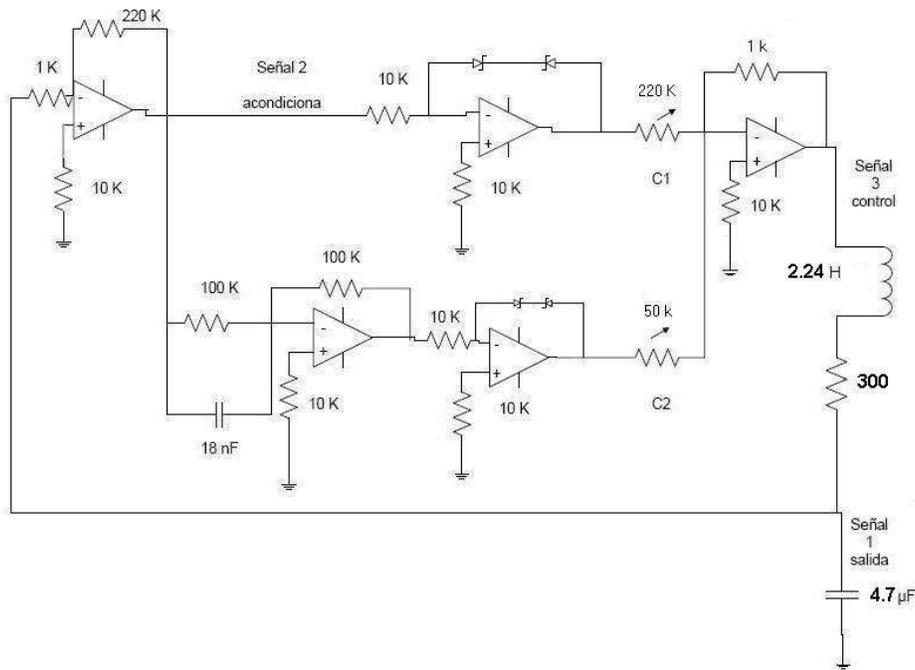


Figura 5.2: Diagrama Final del Circuito.

Como se vió en el capítulo dos de esta tesis y se presenta en la siguiente ecuación , en el algoritmo

de los dos relevadores se presenta una señal de los relevadores derivada, en el diseño del circuito se incluyó un bloque derivador-proporcional (PD), el cual desfasa la señal 90 grados con respecto a la primera señal del relevador, tomando en cuenta que después de sacar su derivada esta señal será transmitida al circuito Recortador-Limitador, para su posterior uso en la última parte del bloque de control como se puede observar en la figura 5.5.

$$U = -C_1 \text{sign}(y) - C_2 \text{sign}(\dot{y}) \quad (5.1)$$

Físicamente no se puede medir \dot{y} , por lo que parte del análisis, es la estimación teórica, de la variable derivada del voltaje, que se obtiene como [12]:

$$\frac{dv}{dt} = A\omega \cdot \cos(\omega t + \beta) \quad (5.2)$$

La parte final del bloque de control, es el llamado sumador, que permite sumar las dos señales de los relevadores, a las cuales se les da una ganancia con las cuales determinamos C_1 y C_2 a la salida de este operacional de forma gráfica como se verá mas adelante en este capítulo.

5.2. Metodología de diseño

La construcción del circuito tuvo varias complicaciones, dado que el diseño del circuito empezó desde cero y se debió de adaptar el material y las técnicas de análisis empleadas durante la construcción del mismo, dando como resultado preliminar la primera etapa en la implementación del circuito en protoboard, como se muestra en la siguiente figura.

El primer paso fue conseguir la planta RLC, ya que el material utilizado durante las asignaturas, rara vez incluye un inductor y lo más fácil fue ajustar el valor de la resistencia y del capacitor, para poder obtener concordancia ente los cálculos teóricos previos y la parte experimental, tomando en cuenta el valor fijo de la inductancia.

La siguiente parte consistió en adaptar los amplificadores operacionales para poder obtener las señales correspondientes a la salida y la salida acondicionada, ya que dada la naturaleza de las mismas, el rango de precisión que se tenía que manejar era bastante alto, siendo estas del orden de 75 [mV] y de 15[V] a una frecuencia fija de 60 [Hz].

La tercera parte fue adaptar un sistema de tierra común tal que no influyera en las señales que estábamos midiendo, ya que la cercanía a cero de las señales hacia que fueran difíciles de medir y demandaba una referencia confiable.

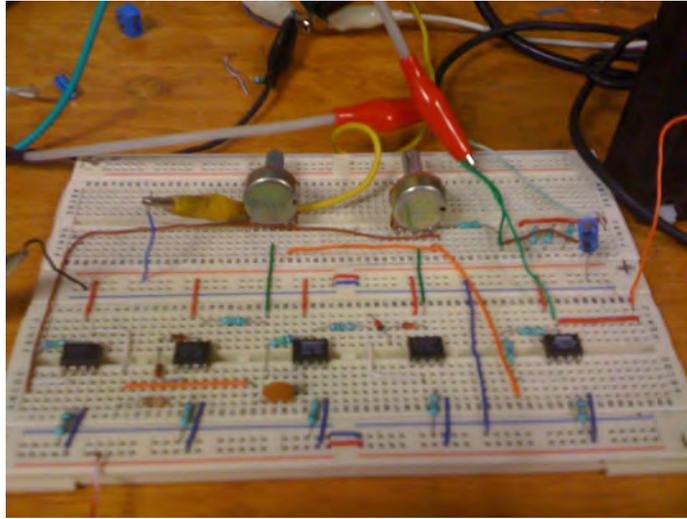


Figura 5.3: Primera Etapa en la Implementación.

La siguiente parte fue justificar la ausencia de condición inicial en el sistema, que físicamente se relaciona a dinámicas no modeladas y perturbaciones que separan ligeramente a la condición inicial de cero y que logra que con esa pequeña diferencia el sistema empiece sus oscilaciones, sin necesidad de una excitación externa.

5.3. Material y Dispositivos Empleados

Los amplificadores Operacionales seleccionados dada su confiabilidad y precisión fueron los OPA177 marca Texas Instruments que proveen una estabilidad de voltaje muy importante, a la vez que proveen un menor voltaje de offset, además mantienen una temperatura menor a los A.O. de uso común y la alimentación que necesitamos para este amplificador es de 15 volts, valor de voltaje que es muy fácil de obtener y no causa complicaciones en la implementación.



Figura 5.4: Amplificador Operacional de precisión.

El sistema de referencia fue una parte primordial del circuito ya que sin la tierra física que se

utilizó, la diferencia de voltajes entre el circuito y los aparatos de medición, causaba que las señales no aparecieran en el osciloscopio.

Los valores resultantes de Resistencia, capacitancia e inductancia utilizados en la planta son los siguientes.

| Unidad | Valor |
|--------|-------------------|
| R | 300 Ω |
| L | 2.24 H |
| C | 4.7 μF |

Cuadro 5.1: Valores RLC

Para el circuito Recortador-Limitador, la parte principal como ya se menciono son los diodos Zener número BZX55C6v8 y BZX55C4v7 los cuáles recortan la señal a su valor de voltaje de corte, el cual es de 6.8 V y 4.7 V para C_1 y C_2 respectivamente y que da el voltaje necesario para su posterior manejo.

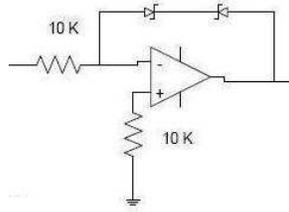


Figura 5.5: Circuito Recortador-Limitador con diodos Zener.

5.4. Control de Dos Relevadores

El control de dos relevadores se basa en la suma de dos señales cuadradas provenientes de los relevadores, una diferenciada previamente, como se muestra en la siguiente figura, de modo que al introducir la señal de control a la planta, esta oscile, y dependiendo de los valores previamente calculados de C_1 y C_2 , el sistema responderá con una frecuencia y amplitud determinada.

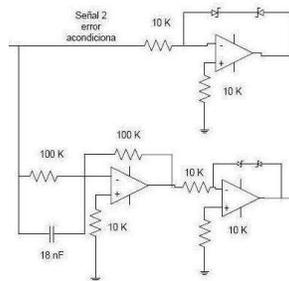


Figura 5.6: Circuito de Control.

La primera parte que se analizará desde el punto de vista de la electrónica son los relevadores que fueron construidos con amplificadores operacionales utilizandolos en configuración de recortador-limitador en donde el amplificador operacional recortador permite mantener el voltaje de salida a un valor constante máximo, independientemente del valor que adopte el voltaje de entrada. El valor de la ganancia del circuito recortador-limitador se calcula realizando un cociente ente las resistencias de

entrada y de tierra, como se muestra a continuación, [22].

$$A_v = \frac{-R_2}{R_1} \quad (5.3)$$

Siendo este caso en particular la ganancia unitaria, ya que el valor de las dos resistencias es igual, dando como resultado dos señales cuadradas como se muestra en la siguiente figura, con voltajes de 4.7 y de 6.8 Volts respectivamente, siendo recortadas por los diodos zener que son la parte principal del recortador-limitador.

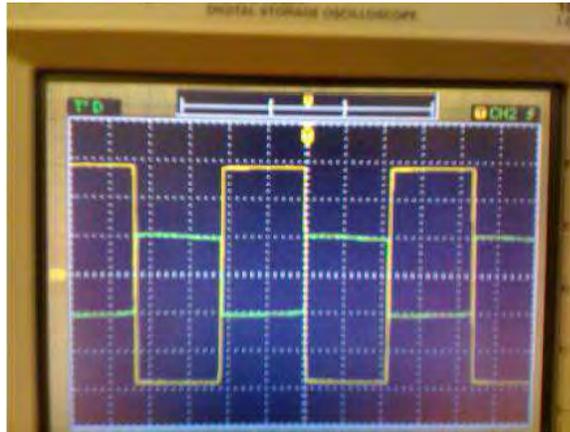


Figura 5.7: Señales cuadradas de los Relevadores.

En la parte teórica de esta tesis se representa C_1 y C_2 como la salida de los relevadores que entra a un sumador, resultando en la señal de control deseada, pero en la realidad estas dos señales aún deben entrar a un sumador con ganancia variable, de modo que con ayuda de los dos potenciómetros se pueda ajustar C_1 y C_2 sin comprometer nunca la alimentación de los amplificadores operacionales utilizados como recortador-limitador.

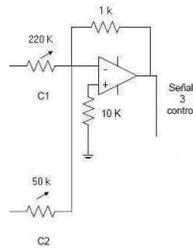


Figura 5.8: Amplificador inversor con ganancia variable.

La salida de este sumador es la llamada señal de control que además de ser la responsable de la alimentación de la planta y su posterior oscilación, también permite medir físicamente a C_1 y C_2 , para corroborar los cálculos teóricos, ya que estos parámetros no pueden ser medidos dado que son modificados por la ganancia del sumador antes mencionado, siendo así la forma gráfica, la forma más fácil de medir voltajes que servirán para su posterior calculo de C_1 y C_2 .

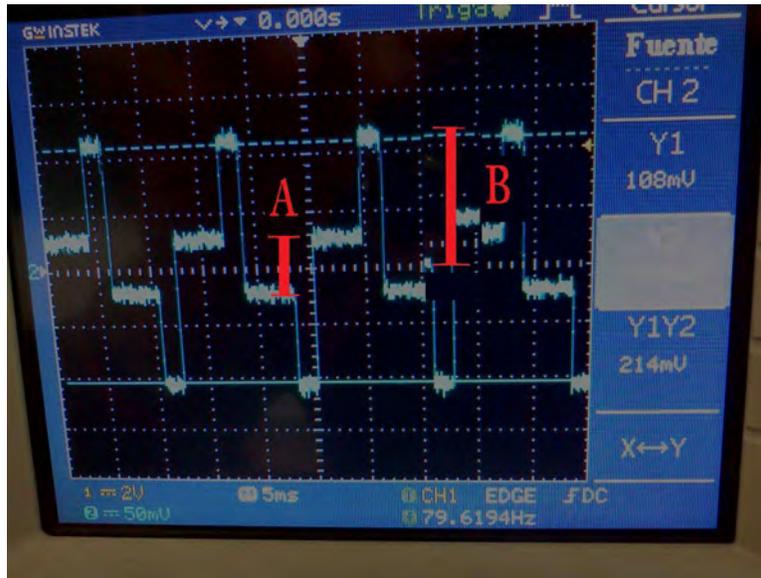


Figura 5.9: C_1 y C_2 modo gráfico.

Como se muestra en figura anterior:

$$A = ||C_1| - |C_2|| \quad (5.4)$$

$$B = |C_1| + |C_2| \quad (5.5)$$

De esta forma calculando C_1 y C_2 , corroboramos la parte teórica y logramos obtener la salida deseada en frecuencia y amplitud de la planta. La señal que obtenemos después de la planta es la salida y tiene como características la frecuencia y la amplitud deseada, como se muestra en la siguiente figura:

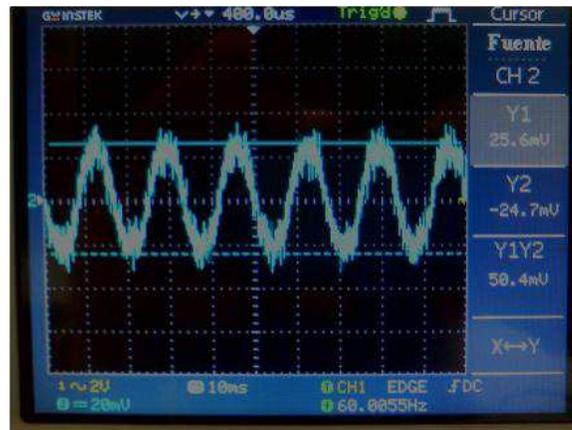


Figura 5.10: Señal de salida a 60 Hz.

La última parte del circuito es la retroalimentación del sistema, que además por diseño fue adecuada con una ganancia de 220, para facilitar el manejo y la lectura de la señal para el momento de la sintonización.

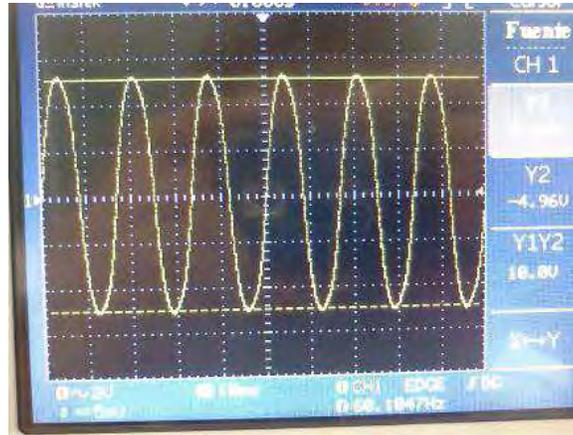


Figura 5.11: Señal de Salida Acondicionada a 60 Hz.

La etapa final de circuito, fué su construcción en una tableta fenólica que permitiera mantener el circuito por más tiempo y evitara errores de falsos contactos y conexiones erróneas. Como se puede apreciar en la figura, el diseño del circuito se mantuvo lo más simple y sin complicaciones posible, de modo que el mantenimiento correctivo ó su posterior uso didáctico se facilitará mucho.

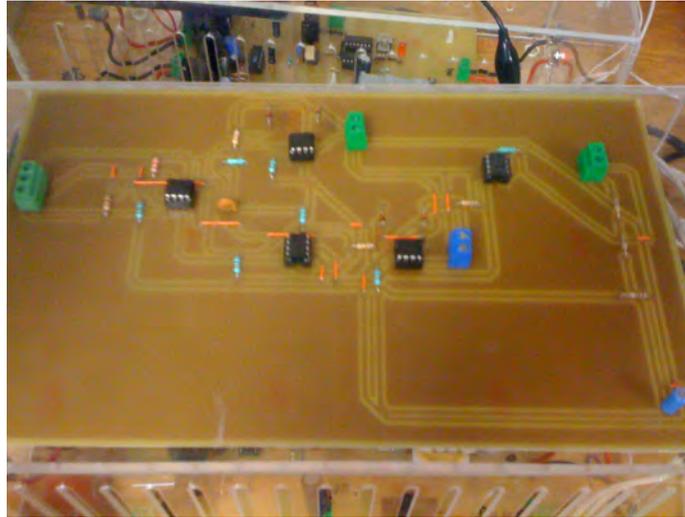


Figura 5.12: Etapa final del Circuito.

5.5. Análisis de Resultados Experimentales

En esta sección se dividen los resultados experimentales obtenidos en dos partes, la comprobación de la teoría y simulaciones y los resultados obtenidos para C_1 y C_2 en 50 y 60 Hz a modo de demostración del funcionamiento variable en frecuencia que da la base para la aplicación del UPS.

En la siguiente tabla se muestran los resultados obtenidos físicamente a 50 y 60 Hz, frecuencias importantes desde el punto de vista que son las utilizadas en México, Estados Unidos y Europa en la alimentación doméstica, de modo que el diseño del oscilador como UPS fuera funcional no solo en México y fuera adaptable simplemente con la sintonización.

En la siguiente tabla se muestran los valores obtenidos en simulación, que tienen como característica una pequeña desviación con los resultados experimentales, debido al que el metodo de control de dos relevadores solo da una aproximación a la realidad, sin embargo los valores muestran una tasa de error de menos del 10 por ciento, lo cual indica la validez del metodo. La primera parte se simuló con una amplitud fija de 50 mV para sacar los C_1 y C_2 que resultaran para esas frecuencias de 50 y 60 Hz de

modo que al introducir estos valores al circuito, el resultado se ve reflejado en la siguiente tabla de valores.

| Frecuencia | Amplitud | C_1 | C_2 | Frecuencia Sim | Amplitud Sim |
|------------|----------|--------|---------|----------------|--------------|
| 50 Hz | 70 mV | 82 | -137 | 54.54 Hz | 350mV |
| 60 Hz | 75 mV | 111.25 | -133.75 | 57.47 Hz | 348mV |

Cuadro 5.2: Resultados Experimentales

En la tabla anterior se observa en ligero cambio en la frecuencia simulada con respecto a la experimental, este cambio se debe a factores medulares del análisis, como la naturaleza aproximada del método de Función Descriptiva el cual se basa en la intersección de la traza de Nyquist con el inverso negativo de la función descriptiva de la planta, el cual de antemano sabemos que genera una muy buena aproximación a la realidad, pero sin dejar de tener un pequeño error.

Otro factor es el cambio en la traza de Nyquist debido a las aproximaciones en el valor cuantitativo de los dispositivos electrónicos, el cual cambia de manera automática, el valor de C_1 y C_2 , dando como resultado una alteración en los valores de frecuencia.

Para la amplitud obtenida experimentalmente, debemos introducir un factor de compensación por unidades de control, el cual tiene como equivalencia 5 volts. de amplitud, que representan una unidad de control, con lo cual los valores de amplitud se aproximan a la simulación con un error menor al $\pm 10\%$, como se verá en el análisis del error en este capítulo.

Sin embargo, se aprecia que el valor de frecuencias deseadas para la implementación del UPS, se cumplen a la perfección, de modo que el error en la frecuencia con respecto a la simulación no tiene mayor relevancia para el análisis de la implementación física.

En la siguiente tabla se muestran los valores obtenidos experimentalmente, introduciendo los valores previamente calculados de C_1 y C_2 teóricamente, lo que permite observar el error teórico para los valores de interés.

| Frecuencia EXP | Amplitud EXP | C_1 TEO | C_2 TEO |
|----------------|--------------|-----------|-----------|
| 57.14 Hz | 65 mV | 0.066667 | -0.06907 |
| 64.55 Hz | 60 mV | 0.0786 | -0.0829 |

Cuadro 5.3: Resultados Experimentales con C_1 y C_2 teóricos

El siguiente juego de imágenes muestra los resultados en osciloscopio de estas señales.

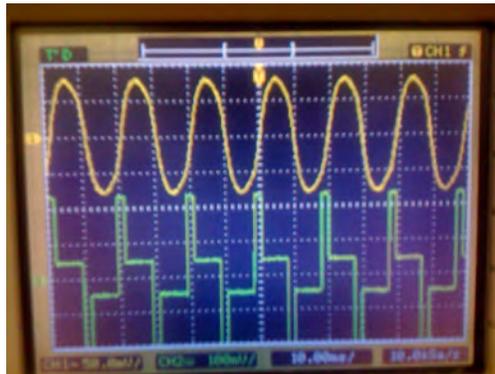


Figura 5.13: Resultados Experimentales 50 Hz.

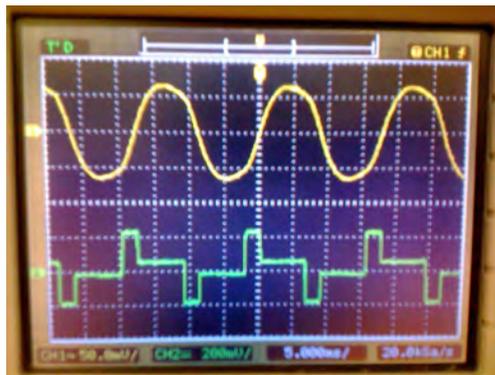


Figura 5.14: Resultados Experimentales 60 Hz.

En esta tabla se observa el error teórico, que genera el método de FD utilizado en las simulaciones y que hace al sistema aproximado en las mediciones experimentales.

La última parte de este análisis corresponde a la comparación del error experimental con respecto a las simulaciones, el cual permite saber el rango de precisión en las frecuencias de interés, y se enfocará en frecuencia y amplitud.

| Error en Frecuencia | % de error |
|---------------------|------------|
| 50 Hz | 8.3241 |
| 60 Hz | 4.4001 |

Cuadro 5.4: Errores Experimentales en frecuencia

| Error en Amplitud | % de error |
|-------------------|------------|
| 50 Hz con 355 mV | 1.4084 |
| 60 Hz con 348 mV | 7.7586 |

Cuadro 5.5: Errores Experimentales en Amplitud

La siguiente tabla muestra el error experimental obtenido con respecto a la teoría, que en primera instancia, sabemos que tendrá un error al rededor de $\pm 5\%$, dado que FD solo tomará valores de la primera armónica en la Serie de Fourier, además, de la incertidumbre paramétrica antes mencionada.

| Error en Frecuencia | % de error |
|---------------------|------------|
| 50 Hz | 14.28 |
| 60 Hz | 7.5 |

Cuadro 5.6: Errores Experimentales en frecuencia Teórica

Capítulo 6

Conclusiones

El objetivo de la tesis consistió en la verificación experimental de las oscilaciones periódicas en nuestra planta RLC, utilizando el algoritmo de Dos Relevadores, que es un control de estructura variable, perteneciente a los modos deslizantes.

La verificación experimental del algoritmo está fundamentada en la implementación física de un circuito, el cual se diseño basado en el método de función descriptiva y que su funcionamiento oscilatorio nos corrobora la teoría utilizada en el proyecto.

Existen varios métodos de análisis en frecuencia basados en modos deslizantes, los estudiados en esta tesis son LGSRP y función descriptiva. Los cuales tienen características individuales y ventajas, uno respecto del otro. LGSRP es un método exacto teóricamente, que nos da resultados confiables, pero que tiene ciertas limitantes para su implementación física y su cálculo teórico, esta limitante como se comenta en el capítulo 3, consta en la ausencia de histéresis en el relevador. Por otro lado, el método de función descriptiva nos da una aproximación cercana al 95 % a la realidad, dado que solo toma la primera armónica de la serie de Fourier. También nos simplifica los cálculos de manera que su manejo, requiere menor carga computacional.

En la implementación física, el método de función descriptiva es acertado y nos da una alternativa de análisis, para sistemas relevados.

Los errores obtenidos experimentalmente con respecto a los cálculos teóricos, difieren a 50 y 60 Hz, pero es importante mencionar que el sistema logra oscilaciones con las características necesarias para ser considerado un UPS, que es una de las posible aplicaciones futuras partiendo de trabajo realizado en esta tesis.

La aproximación de nuestro circuito con los cálculos teóricos, demuestran la validez del método de

función descriptiva, como herramienta de análisis en frecuencia.

Las aproximaciones obtenidas por función descriptiva, oscilan entre el 5 y el 10% en frecuencia y amplitud, con respecto a los cálculos teóricos, lo que nos indica que este método puede ser utilizado en implementaciones físicas sin violar restricciones de calidad en las señales.

Las simulaciones, a modo de cálculo previo a la experimentación, destacan la importancia de la utilización de Función descriptiva para el análisis en frecuencia, ya que los valores obtenidos nos arrojan el error puramente teórico correspondiente a nuestro método, para el proceso siguiente en la implementación y la obtención del error general, que incluye la incertidumbre paramétrica y los cambios mencionados en la traza de Nyquist experimental.

La sintonización como parte final del proyecto, muestra la posibilidad en la variación de frecuencias, que nos da una ventaja en costos y eficiencia con respecto a UPS actuales.

6.1. Trabajo a Futuro

Como primer paso se buscaría ajustar la sintonización de nuestro circuito automáticamente a 50 ó 60 [Hz], dependiendo de las necesidades del usuario, incluso generar el cambio de frecuencia con un solo switcheo. También la implementación de protecciones contra descargas y picos de voltaje.

Así mismo, la implementación de un sistema basado en LGSRP arrojaría resultados, que teóricamente serán mas acertados, dependiendo de las características del sistema, tomando en cuenta sus limitantes.

Como paso final, en un futuro se puede buscar la implmentación del control de dos relevadores, en sistemas con un manejo mas grande de energía, a modo de prueba para el algoritmo.

Código de MATLAB

Se definen los valores del circuito RLC

```
r=298  
l=2.247  
c=4.7e-6  
rd=1000  
cd=.22e-6  
P1=226  
P2=193.3
```

Amplitud y frecuencia deseadas

```
am=75e-3  
w=50*2*pi
```

Se toma un valor para teta del metodo LGSRP

```
tlp=pi/2  
be=(r/l)  
al=(1/(l*c))  
sys=('s')  
num=[-1]  
den=[1 be al]
```

Se obtiene la función de transferencia

```
g=tf(al,den)
```

Calculamos la parte imaginaria y real de la funcion de transferencia considerando nuestra frecuencia deseada

```
[RE, IM] = NYQUIST(g, w)
```

Se calcula el modulo de la función de transferencia en el modulo deseado

```
de=((IM*IM)+(RE*RE))  
mod=sqrt(de)
```

Se obtiene la tasa ρ $\rho = -1 \cdot (IM/RE)$
 $ep = (\pi/4)$
 $k = 1 / (\sqrt{1 + (\rho \cdot \rho)})$

Se calculan los valores de C1 y C2 con función descriptiva
 $c1FD = (ep \cdot (am/mod) \cdot k)$
 $c2FD = \rho \cdot c1FD$

Se calculan los valores de C1 y C2 con LGSRP
 $c1lprs = (ep \cdot (am/mod \cdot (1 / (\sqrt{1 + (2 \cdot \rho \cdot (\cos(2 \cdot \pi \cdot tlp))) + \rho^2)})))$
 $c2lprs = \rho \cdot c1lprs$

Se corre la simulacion en simulink
`sim('D: tesis matlab circuitobueno.mdl')`

Bibliografía

- [1] J. H. Ahrens and H. K. Khalil, “Closed-loop behavior of a class of nonlinear systems under EKF-based control,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 52, no. 3, pp. 536–540, 2007.
- [2] A. L. Alon Michael, “Adjustment of high-order sliding-mode controllers,” *International Journal of Control*, vol. 19, pp. 1657–1672.
- [3] G. Bartolini, “Chattering phenomena in discontinuous control systems,” vol. 20, no. 12, pp. 2471–2481, 1989.
- [4] I. Boiko, *Discontinuous Control Systems, Frequency-Domain Analysis and Design*. Boston, USA: Birkhauser Boston, 2009, vol. 1.
- [5] I. Boiko, I. Castellanos, and L. Fridman, “Analysis of response of second-order sliding mode controllers to external inputs in frequency domain,” *International Journal of Robust Nonlinear Control*, vol. 18, pp. 502–514, 2008.
- [6] J. Davila, L. Fridman, and A. Poznyak, “Observation and identification of mechanical systems via second order sliding modes,” in *Proceedings of the 2006 International Workshop on Variable Structure Systems*, Alghero, Italy, June 5-7 2006.
- [7] C. F. de Electricidad, “Estadísticas, www.cfe.gob.mx.”
- [8] A. P. I. Boiko, L. Fridman, “Analysis of chattering in systems with second order sliding modes,” vol. 53.
- [9] A. P. I. Boiko, L. Fridman, “Analysis of chattering in systems with second-order sliding modes.”
- [10] R. I. Boiko, L. Fridman, “Analysis of steady state behavior of second order sliding mode algorithms,” *International Journal of Robust Nonlinear Control*, pp. 632–637, 2004.

- [11] R. E. Kalman and R. S. Bucy, “New results in linear filtering and prediction theory,” *Transactions of the ASME, Journal of Basic Engineering*, vol. 83, pp. 95–108, 1961.
- [12] katsuhiki Ogata, *Ingenieria de control moderna*. Madrid, españa: Pearson education, 2003.
- [13] H. K. Khalil, “High-gain observers in nonlinear feedback control,” in *Proceedings of the International Conference on Control, Automation and Systems 2008*, Seoul, Korea, 2008.
- [14] A. Levant, “Chattering analysis,” pp. 3195–3202, 2007.
- [15] —, “Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control,” *International Journal of Control*, vol. 58, no. 6, pp. 1247–1263, 1993.
- [16] A. Levant and L. Fridman, “Accuracy of homogeneous sliding modes in the presence of fast actuators,” *International Journal of Control*, vol. 55, pp. 810–814.
- [17] I. B. Luis Aguilar, “Auto-oscilaciones en mecanismos subactuados por medio de sistemas realimentados con relevadores,” pp. 1–11, 2010.
- [18] J. A. E. Mahmood Nahvi, *Circuitos Electricos*. Mc Graw Hill, 2005.
- [19] J. A. R. Martínez, “Diseno de compensadores para modos deslizantes de segundo orden,” pp. 5,8–12,14–20.
- [20] P. S. Maybeck, *Stochastic models, estimation, and control*. New York, USA: Academic Press, Inc., 1979, vol. 1.
- [21] C. Y. Paul H. Lewis, *Sistemas de control en ingenieria*. Prentice Hall, 1999, vol. 1.
- [22] F. F. D. Robert F Coughlim, *Amplificadores operacionales y circuitos integrados lineales*. Prentices Hall, 1999, vol. 1.
- [23] J.-J. E. Slotine, *Applied Nonlinear Control*. New Jersey, USA: Prentice Hall, 1991.
- [24] H. L. V. Utkin, “Chattering analysis in advances in variable structure and sliding mode control,” vol. 334, pp. 107–123, 2006.
- [25] L. K. Vasiljevic and H. K. Khalil, “Error bounds in differentiation of noisy signals by high-gain observers,” *Systems & Control Letters*, vol. 57, pp. 856–862, 2008.