



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

---

POSGRADO EN CIENCIAS FÍSICAS  
FACULTAD DE CIENCIAS

*“CARACTERIZACIÓN DE LA CORRELACIÓN  
DE FOTONES USANDO LA DENSIDAD ESPECTRAL  
DE ENERGÍAS”*

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE  
**MAESTRA EN CIENCIAS (FÍSICA)**

P R E S E N T A :

**Edna Magdalena Hernández González**

*Directora de tesis:*

Dra. Marcela Dolores Grether González

*Comité tutorial:*

Dr. Víctor Manuel Velázquez Aguilar

Dr. Jorge Alejandro Reyes Esqueda



posgrado en ciencias físicas  
u n a m

MÉXICO, D. F.

2011



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# Agradecimientos

En estas líneas me gustaría agradecer a toda la gente e instituciones que contribuyeron al desarrollo y culminación de este trabajo.

Antes que nada a mi familia por todo su apoyo y comprensión, en especial a mi madre Renata Magdalena González Zarazúa por su apoyo constante e incondicional, a mi abuelo Carlos González Zarazúa por sus múltiples consejos, a mi abuela Magdalena González Zarazúa por su gran ejemplo y fortaleza y a mis tios Otto Han y Carlos Luis Arturo González Zarazúa, gracias a todos por darme la fortaleza para continuar.

A la Dra. Marcela Dolores Grether González por su infinita paciencia, por sus consejos y por su gran esfuerzo para construir y mejorar este trabajo, muchas gracias. Al Dr. Víctor Velázquez por su increíble apoyo, contribuciones y provechosas discusiones, sin su apoyo este trabajo no se hubiera realizado. Al Dr. Enrique López Moreno que sin su asertiva intervención este trabajo no se hubiera concebido. Con ustedes tres estoy en deuda.

Al Dr. Ruben Fossion por sus múltiples comentarios, asesoramiento y entusiasmo impreso en la realización de este trabajo.

A los sinodales José Ignacio Jimenez, Alejandro Reyes y Alicia Oliver por sus valiosos comentarios y aclaraciones, que le ha dado una mayor calidad y claridad a esta tesis.

Agradezco también a mis compañeros del laboratorio Gerardo Fernández, Mathieu Hautefeuille, Gustavo Armendariz, Nidia Bojorges, por su ayuda y por compartir su entusiasmo y alegría.

A mis amigos Victoria Morales, Rosa Velasco, Sabina Iglesias, Othón González, por todas esas palabras de aliento.

Al Consejo Nacional de Ciencias y Tecnología por la beca de maestría 24414 que apoyó mis estudios

# Resumen

El objetivo de este trabajo es mostrar los alcances y limitaciones de la densidad espectral de energías (DEE) para discernir entre diferentes tipos de fuentes luminosas según su estadística temporal de emisión de fotones y compararla con la función de correlación de segundo orden.

Las fuentes luminosas presentan una estadística temporal que puede ser superpoissoniana, poissoniana o subpoissoniana. El experimento de Hanbury Brown y Twiss nos permite hacer un análisis de estos tres tipos de fuentes encontrando la función de correlación de segundo orden. En la literatura se pueden encontrar distintas formas de normalizar la función de correlación de segundo orden que dependen del experimento que se está realizando y del tipo fuente. El valor de la pendiente de la DEE indica que tipo de fuente se está analizando, por lo cual no es necesario realizar ninguna normalización. La densidad espectral de energías nos ofrece una alternativa experimental más sencilla, ya que no es necesario realizar retrasos en el tiempo, permitiendo caracterizar a las fuentes con menos equipo.

En la literatura el análisis de las fuentes luminosas con la DEE no se ha realizado antes, como un primer paso en este análisis se realizaron las simulaciones en Fortran y Mathematica de las series de tiempo que se obtendrían en un detector al incidirle luz de cada uno de los tipos de fuentes. A partir de estas simulaciones se encontraron los tiempos a los cuales se debe medir para poder observar algún rasgo en la DEE que señale el tipo de fuente que se está utilizando y se indicó cual es este rango de tiempos.

Se encontró por medio de estas simulaciones que la DEE es un método adecuado para distinguir entre los tipos de fuentes luminosas. Además nos ofrece información adicional sobre el tipo de distribución temporal de los fotones e indica cuando hay periodicidad en la emisión de estos.

Se realizaron los experimentos adecuados obteniendo la DEE de un láser de HeNe (luz coherente), una fuente pseudotérmica y los fotones producidos por conversión paramétrica descendente en el cristal BBO (luz cuántica) y se corroboraron los resultados obtenidos en las simulaciones. Concluyendo que para una fuente superpoissoniana  $\beta \leq 0$ , para una fuente coherente  $\beta = 0$  y para una fuente subpoissoniana  $\beta \geq 0$ .



# Abstract

In this work we show the energy spectral density's (ESD) strengths and limitations to distinguish between different light sources and compare it with the second order correlation function.

The temporal statistics of any light source can be superpoissonian, poissonian or subpoissonian. The Hanbury Brown & Twiss experiment allow us to find the second order correlation function and distinguish between this three kind of light sources. There are different ways of calculating and normalizing the second order correlation function than can be found in literature; these depend on the light source and the experiment. The ESD's slope indicates the type of light source that is being analyzed; therefore it is not necessary to normalize it. The ESD offers an simpler experimental alternative.

The three kind of light sources haven't been studied using the ESD before, as a first step in this direction various time series simulations in Fortran and in Mathematica were created. The general idea is to simulate the time series that would be obtained in an avalanche photodiode or a photomultiplier tube by different light sources. The size of the time window needed to differentiate between one source from other and the essential characteristics that allow this distinction were found with these simulations.

The simulations enabled us to demonstrate that the method proposed (ESD) is appropriate to distinguish between different type of light sources. It gives us additional information about the temporal distribution of the photons and shows when the emission of photons is periodic.

The results obtained in the simulations were confirmed with the proper experiments. The ESD of an HeNe laser (coherent light), a pseudothermic source and the photons produced by parametric down conversion in a BBO crystal (quantum light) were obtained confirming the results derived in the simulations.

# Índice general

Agradecimientos	I
Resumen	II
Abstract	III
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2. Función de correlación de segundo orden</b>	<b>4</b>
2.1. Clasificación de las fuentes . . . . .	4
2.1.1. Fuente térmica . . . . .	5
2.1.2. Fuentes cuánticas . . . . .	6
2.1.3. Luz coherente . . . . .	7
2.2. Interferómetro de intensidades, experimento de Hanbury Brown y Twiss . . . . .	8
2.2.1. Función de correlación de segundo orden clásica . . . . .	8
2.2.2. Función de correlación de segundo orden cuántica . . . . .	9
2.3. Función de correlación de segundo orden con dos y tres detectores	11
2.4. Conclusiones . . . . .	14
<b>3. Densidad Espectral de Energía</b>	<b>15</b>
3.1. Función de Correlación Estadística . . . . .	16
3.2. Densidad espectral de energías . . . . .	18
3.3. Densidad espectral de energías para señales correlacionadas y an- ticorrelacionadas . . . . .	20
<b>4. Simulaciones</b>	<b>23</b>
4.1. Fuente coherente . . . . .	24
4.2. Fuentes superpoissonianas . . . . .	30
4.3. Fuentes cuánticas . . . . .	38
4.4. Conclusiones . . . . .	44
<b>5. Cristal de Beta Bario Borato (BBO)</b>	<b>47</b>
5.1. Características del cristal BBO . . . . .	48
5.2. El cristal BBO como fuente de fotones individuales . . . . .	48

<i>ÍNDICE GENERAL</i>	1
5.3. El cristal BBO como material birrefringente . . . . .	50
5.3.1. Conclusiones . . . . .	52
<b>6. Experimentos</b>	<b>54</b>
6.1. Láser de HeNe . . . . .	54
6.1.1. Histograma y DEE del láser de HeNe . . . . .	54
6.1.2. $g^{(2)}(t_0)$ para un láser de HeNe . . . . .	57
6.2. Fuente Pseudotérmica . . . . .	59
6.3. Fuente de fotones individuales. El cristal BBO . . . . .	63
6.3.1. Alineación del experimento de Hanbury Brown y Twiss . . . . .	63
6.3.2. Resultados . . . . .	64
<b>7. Conclusiones</b>	<b>71</b>
<b>A. Cuantización del Campo Electromagnético</b>	<b>73</b>
A.1. Estados de Fock . . . . .	76
<b>B. Programas</b>	<b>79</b>
B.1. Programas en Fortran . . . . .	79
B.1.1. Generación de una serie de tiempos simulando un láser . . . . .	79
B.1.2. Generación de varias series de conteos para cualquier lista de tiempos variando T . . . . .	80
B.1.3. Serie de tiempos para una fuente superpoissoniana. Distribución Gaussina . . . . .	82
B.1.4. Serie de tiempos para una fuente subpoissoniana. . . . .	83
B.1.5. Serie de tiempos simulando un cristal BBO . . . . .	84
B.2. Programas en Mathematica . . . . .	85
B.2.1. Función de Correlación de Segundo Orden . . . . .	85
B.2.2. Densidad espectral de energías . . . . .	87
B.2.3. Generación de serie de tiempos para una simulación de la emisión de un láser . . . . .	88
<b>C. Picos de la DEE de la simulación de una fuente cuántica</b>	<b>92</b>

# Capítulo 1

## Introducción

Cuando se estudian las correlaciones temporales de la luz, las fuentes luminosas se pueden clasificar en tres tipos; superpoissonianas (fuentes térmicas, parcialmente coherentes o incoherentes), poissonianas (fuentes coherentes) y subpoissonianas (fuentes cuánticas en las cuales predominan los estados de Fock).

Las correlaciones temporales de la luz comenzaron a estudiarse en la década de los 50's cuando Robert Hanbury Brown y Richard Q. Twiss desarrollaron el dispositivo: Hanbury-Brown y Twiss (HBT), con el fin de mejorar el interferómetro estelar de Michelson [1] y medir el diámetro de las estrellas con mayor exactitud. Con este dispositivo se puede obtener la función de correlación de segundo orden  $g^{(2)}$  la cual correlaciona las fluctuaciones en las intensidades de la luz en el tiempo. A partir de esta información se obtiene la estadística de los fotones de la fuente de luz que se analiza. Cabe mencionar que la correlación de fotones puede realizarse en el tiempo y en el espacio. En el experimento original de HBT, se realizaron ambas correlaciones, las correlaciones que trataremos en este trabajo se refieren a la correlación temporal.

En 1956 Hanbury Brown y Twiss usaron su correlacionador temporal para analizar la línea espectral de 435.8 nm de una lámpara de mercurio [2] y observaron que la línea espectral presenta correlación cuando los retrasos entre la luz transmitida y la reflejada son cortos. A este fenómeno se le conoció como amontonamiento de fotones.

En 1960 Theodore Maiman construyó el primer láser de rubí [3], cinco años después Arecchi estudió su estadística temporal con el dispositivo HBT, descubriendo que el láser posee una estadística poissoniana [4]. La función de correlación de segundo orden de una fuente coherente es uno para cualquier intervalo de tiempo.

La idea de realizar experimentos con fotones individuales se gestó en 1909 con el experimento de difracción de Geoffrey Taylor. En este experimento fotones individuales separados por tiempos controlados serían enviados a un experimento de difracción [5]. La idea del experimento surgió de un artículo de Thompson publicado un par de años antes en el cual se sugería que si la intensidad de la luz fuera tan débil como para que solo unos cuantos fotones pasen por una rendija

a la vez, el patrón de difracción se modificaría. Para realizar el experimento Taylor utilizó una serie de vidrios ahumados para atenuar la intensidad de la luz de una vela. La luz fue dirigida hacia una rendija simple y con una película fotográfica expuesta tiempos prolongados (hasta de tres meses) a la luz de la vela. En este experimento se consideró que debido a los tiempos prolongados de exposición solo un fotón pasaría por la rendija, sin embargo más adelante, el experimento de Hanbury Brown y Twiss mostró que cuando la fuente es térmica, la probabilidad de que un solo fotón atraviese la rendija a la vez es menor a uno. Este hecho invalidaría el experimento de Taylor, no así, su idea original.

En 1985 Grangier demuestra experimentalmente [6] que la función de correlación de segundo orden ( $g^{(2)}(\tau)$ ) de una fuente cuántica comienza vale cero para  $\tau = 0$  y uno cuando  $\tau$  tiende a infinito.

La función de correlación de segundo orden nos ofrece un método de análisis para estudiar la naturaleza de la estadística de la luz. Aunque la teoría de la correlación de eventos es un área de la estadística matemática, la correlación física en la detección de señales con  $n$  detectores sigue siendo un tema de investigación. Esto se debe a que la normalización de esta función no es trivial. Para el análisis experimental de este trabajo se utiliza una forma standard de normalización de la función de correlación de segundo orden ( $g^{(2)}$ ) [7]. El objetivo principal de este trabajo consiste en la investigación de una nueva técnica para el estudio de la estadística de fotones. Ese método es el análisis de la densidad espectral de energías.

La densidad espectral de energías nos permite con menos equipo determinar el tipo de fuente que se está estudiando según su estadística temporal, además muestra más detalle el tipo de estadística de la fuente no teniendo que normalizar y permitiendo una mayor congruencia en los resultados.

En este trabajo estudiaremos la densidad espectral de energías para analizar las correlaciones temporales de la luz y compararla con la función de correlación de segundo orden, mostrando así los límites y alcances de ésta.

A continuación se describe la estructura de este trabajo:

En el segundo capítulo se menciona una clasificación de las fuentes según el análisis de su estadística temporal y se describe el experimento de Hanbury-Brown y Twiss y la función de correlación de segundo orden. También se define la función de correlación de segundo orden experimental con dos y tres detectores, utilizando los resultados de Beck [7].

En el tercer capítulo se presentan las bases para realizar el análisis estadístico usando la densidad espectral de energías (DEE).

En el cuarto capítulo se muestran las simulaciones de las series de tiempos y de conteos de diferentes fuentes. Se calcula la función de correlación de segundo orden y la densidad espectral de energías para determinar la dimensión de la ventana de conteo necesaria para observar el efecto experimentalmente. Finalmente se indica qué elementos determinan el tipo de fuente que se está analizando.

En el quinto capítulo se realiza una breve descripción de la fuente cuántica que se utiliza. Esta fuente está basada en la conversión paramétrica espontánea descendente (SPDC por sus siglas en inglés).

En el sexto capítulo se muestran los experimentos que se realizaron con los tres tipos de fuentes que poseen los límites estadísticos representativos de las fuentes de luz. Al aplicar el método DEE a las series de tiempo de fotones obtenidos en cada experimento verificamos la aplicabilidad del método.

Finalmente en el séptimo capítulo se muestran las conclusiones obtenidas en este trabajo.

## Capítulo 2

# Función de correlación de segundo orden

En este capítulo vamos a estudiar las propiedades estadísticas de la luz considerándola como un haz de fotones. Vamos a estudiar los tres diferentes tipos de fuentes poissoniana, superpoissoniana y subpoissoniana que dependen de la estadística de arribo de fotones. También se estudia el experimento de Hanbury Brown y Twiss el cual nos lleva al concepto de la función de correlación de segundo orden ( $g^{(2)}$ ), finalmente vamos a discutir como obtener experimentalmente la  $g^{(2)}$  con dos y tres detectores.

### 2.1. Clasificación de las fuentes

En esta sección introducimos la estadística de la luz al considerar un haz de fotones que es detectado con un contador de fotones. Los fotones provenientes de este arreglo experimental inciden sobre un detector de luz muy sensible, como puede ser un tubo fotomultiplicador (PMT) o un fotodiodo de avalancha (APD), este arreglo experimental se muestra en la figura 2.1:

Para hablar de la detección de fotones en un intervalo de tiempo, debemos definir lo que es una serie de tiempo de fotones. Una serie de tiempo de fotones, queda determinada si a cada fotón le asignamos un tiempo de arribo al detector.

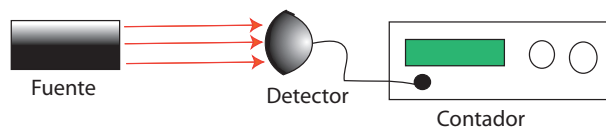


Figura 2.1: Esquema del dispositivo del arreglo experimental pensado para ver la estadística de detección de los fotones emitidos por una fuente luminosa.

Una lista de estos tiempos conforman la serie de tiempo. También es posible definirla a través de los intervalos de tiempo entre un fotón y el subsiguiente. De esta manera, la estadística de fotones de una fuente de luz queda plasmada en su serie de tiempo. Es muy importante señalar que la estadística puede obtenerse si conocemos el número de fotones por intervalo de tiempo  $t_0$ , para una amplia variedad de magnitudes de  $t_0$ .

### 2.1.1. Fuente térmica

La luz térmica, también conocida como radiación de cuerpo negro, es aquella cuya radiación electromagnética es producida por un cuerpo en función de su temperatura. La probabilidad  $P_n$  de un modo térmicamente excitado en el  $n$ -ésimo nivel está dada por la ley de Boltzman [8, 9].

$$P_\omega(n) = \frac{\exp(-E_n/k_B T)}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp(-E_n/k_B T)} \quad (2.1)$$

donde  $E_n = \hbar\omega(n + \frac{1}{2})$  (ver apéndice A) y  $k_B$  es la constante de Boltzman ( $k_B = 1.38 \times 10^{-23}$  J/K). Sustituyendo el valor de  $E_n$  se obtiene:

$$P_\omega(n) = \frac{\exp(-\hbar\omega(n + \frac{1}{2})/k_B T)}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp(-\hbar\omega(n + \frac{1}{2})/k_B T)} \quad (2.2)$$

Multiplicando el numerador y el denominador por  $\exp(\frac{\hbar\omega}{2k_B T})$  se obtiene:

$$P_\omega(n) = \frac{\exp(-\hbar\omega n/k_B T)}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp(-\hbar\omega n/k_B T)} \quad (2.3)$$

Sea  $x = \exp(-\hbar\omega/k_B T)$  la ecuación anterior toma la siguiente forma:

$$\begin{aligned} P_\omega(n) &= \frac{x^n}{\sum_{n=0}^{\infty} x^n} \\ &= x^n(1-x) \end{aligned} \quad (2.4)$$



Por otro lado, el número promedio de fotones para un modo del campo está dado por:

$$\begin{aligned}
 \bar{n} &= \sum_{n=0}^{\infty} n P_{\omega}(n) \\
 &= (1-x) \sum_{n=0}^{\infty} n x^n \\
 &= (1-x) \frac{x}{(1-x)^2} \\
 &= \frac{x}{1-x}
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

Ahora con un poco de algebra de 2.5 se obtiene que  $x = \bar{n}/(1+\bar{n})$  y sustituyendo en 2.4, se obtiene que la probabilidad de encontrar  $n$  fotones en un modo del campo está dado en términos de  $\bar{n}$  como:

$$P_n = \frac{\bar{n}^n}{(1+\bar{n})^{n+1}} \tag{2.6}$$

Esta distribución es llamada la distribución de Bose-Einstein y las fuentes térmicas la presentan. La desviación cuadrática para una fuente térmica cuya estadística es Bose-Einstein en el caso unimodal (i.e. cuando solo contribuye una sola frecuencia) o Superpoissoniana en general es:  $(\Delta n)^2 > \bar{n}$ . Los fotones pueden llegar al detector en grupos, presentando así amontonamiento de fotones que se puede observar en tiempo comparables con la longitud de coherencia de la fuente. La longitud de coherencia se define como la diferencia de camino óptico a partir de la cual deja de observarse interferencia debido al mismo paquete de ondas, al dividir un haz de luz en dos con un divisor de haz y posteriormente superponer los campos. Depende del ancho de banda.  $\lambda_c = c/(2\eta_r \delta\nu)$ , donde  $\eta_r$  es el índice de refracción y  $\delta\nu$  es el ancho de banda [10].

### 2.1.2. Fuentes cuánticas

Una fuente cuántica es aquélla en la cual se observan los estados de Fock (ver apéndice snslA), es decir aquélla que emite un número constante de fotones en un intervalo de tiempo determinado. En una fuente idealmente cuántica la probabilidad de encontrar  $n$  fotones en un tiempo  $\Delta t$  forma una delta de Kronecker, ya que los estados de Fock forman una base ortonormal completa.

$$P_n = | \langle n | m \rangle |^2 = | \delta_{n,m} |^2 = \delta_{n,m} \tag{2.7}$$

La desviación cuadrática media para una fuente idealmente cuántica es  $(\Delta n)^2 = 0$ .

Para una fuente cuántica real el número de fotones que se observan en un intervalo de tiempo determinado no es constante, sin embargo se cumple que la desviación cuadrática media es menor al número promedio de fotones  $(\Delta n)^2 < \bar{n}$

### 2.1.3. Luz coherente

Una fuente es perfectamente coherente cuando las ondas electromagnéticas que emite tienen una fase, amplitud y frecuencia angular constante.

Sea  $|\alpha\rangle$  un eigenvector del operador de aniquilación con el cual denotemos los estados coherentes y  $\alpha$  su eigenvalor. La forma que toman los estados coherentes normalizados es [9]:

$$|\alpha\rangle = \exp\left(-\frac{1}{2}|\alpha|^2\right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \quad (2.8)$$

La probabilidad de detectar  $n$  fotones en el campo está dado por:

$$\begin{aligned} P_n &= |\langle n|\alpha\rangle|^2 \\ &= (\langle n|\alpha\rangle \langle \alpha|n\rangle) \\ &= \left( \exp\left(-\frac{1}{2}|\alpha|^2\right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} \right) \left( \exp\left(-\frac{1}{2}|\alpha|^2\right) \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\alpha^{*m}}{\sqrt{m!}} \langle m|n\rangle \right) \\ &= \exp^{-|\alpha|^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\alpha^n|^2}{n!} \end{aligned} \quad (2.9)$$

Se puede estimar el promedio de fotones que deberían llegar al detector en un lapso de tiempo determinado:

$$\begin{aligned} \bar{n} &= \langle \alpha|\hat{n}|\alpha\rangle \\ &= \langle \alpha|\hat{a}^\dagger \hat{a}|\alpha\rangle \\ &= |\alpha|^2 \end{aligned} \quad (2.10)$$

Sustituyendo en la ecuación 2.9 se obtiene la probabilidad de observar  $n$  fotones en un tiempo  $t_0$ :

$$P_n = \frac{\bar{n}^n e^{-\bar{n}}}{n!} \quad (2.11)$$

que es la distribución de Poisson. La desviación cuadrática media de la distribución de Poisson es:  $(\Delta n)^2 = \bar{n}$ . Las fuentes coherentes como puede ser un láser presentan una estadística de arribo de fotones poissoniana. Los fotones llegan al detector de forma azarosa.

Las fuentes de luz se clasifican en tres tipos según su estadística de arribo de fotones: superpoissoniana, subpoissoniana y poissoniana. Éstas distribuciones se muestran en la figura 2.2, además se muestra una representación gráfica de como se distribuyen los fotones de las diferentes fuentes en el tiempo. En el caso superpoissoniano observamos montones o agrupamiento de fotones, en el caso poissoniano los fotones llegan al detector aleatoriamente y en el caso subpoissoniano, los fotones se encuentran distribuidos uniformemente.

Experimentalmente es sencillo obtener la estadística de una fuente clásica y una fuente coherente [11, 12]. Sin embargo la estadística propia de una fuente cuántica se pierde en el ruido de los detectores, ya que la intensidad es muy baja,

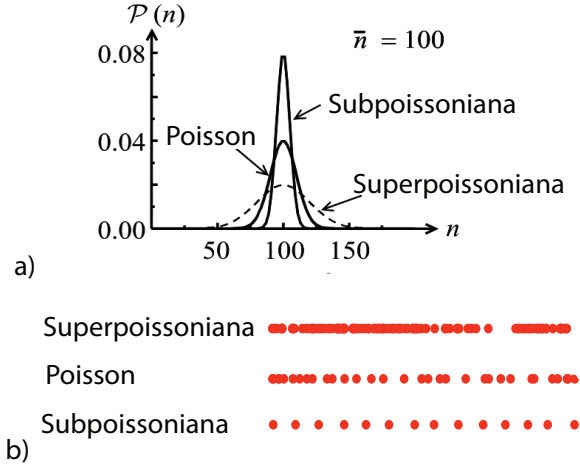


Figura 2.2: En el panel a) se muestran una comparación de las diferentes distribuciones estadísticas que puede presentar una fuente luminosa. Las tres distribuciones tienen en promedio cien fotones  $\bar{n} = 100$  [8]. En el panel b) se muestra una representación gráfica de como se distribuyen los fotones en el tiempo.

por lo cual se debe analizar la luz por otro método. En las siguientes secciones muestro cómo analizar la luz calculando la función de correlación de segundo orden.

## 2.2. Interferómetro de intensidades, experimento de Hanbury Brown y Twiss

En 1950 Hanbury Brown y Twiss desarrollaron un nuevo tipo de correlación experimental en el cual se involucra la correlación de intensidades en lugar de campos [2].

El experimento consta de dos detectores D1 y D2 ubicados a la misma distancia de un divisor de haz, por el cual incide la luz. Se mide la tasa de coincidencias a diferentes retrasos entre señales  $\tau$ , de forma que si un detector mide un evento al tiempo  $t$  y el otro detector mide otro evento al tiempo  $t + \tau$ , se contará como una coincidencia ver figura 2.3. Si  $\tau$  es menor que el tiempo de coherencia ( $t_c = c\lambda_c$ ) de la fuente luminosa, la información sobre la estadística de la luz que llega al divisor de haz puede ser determinada.

### 2.2.1. Función de correlación de segundo orden clásica

Si se consideran campos electromagnéticos estacionarios, el promedio de la función de intensidad solo depende de  $t$ . Si el promedio de intensidades de cada

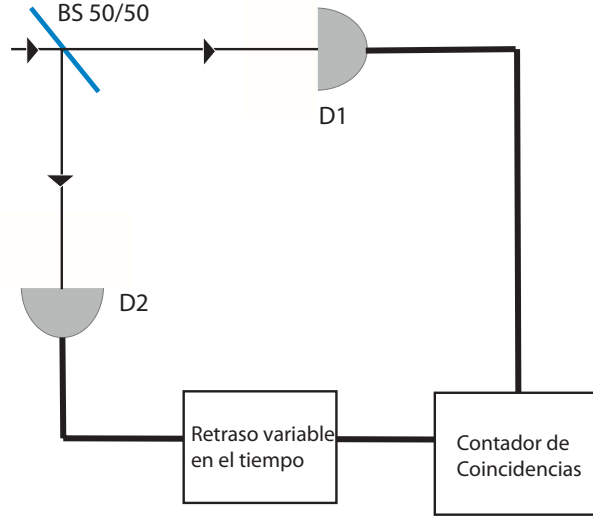


Figura 2.3: Esquema del dispositivo utilizado por Hanbury Brown y Twiss para medir la función de autocorrelación de segundo orden

detector es  $\langle I(t) \rangle$ , entonces la probabilidad de obtener una coincidencia con un retraso  $\tau$  es:

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle I(t)I(t+\tau) \rangle}{\langle I(t) \rangle^2} = \frac{\langle E^*(t)E^*(t+\tau)E(t+\tau)E(t) \rangle}{\langle E^*(t)E(t) \rangle^2} \quad (2.12)$$

A la ecuación anterior se le conoce como la función de correlación de segundo orden.

La función de correlación de segundo orden para una fuente que contiene un gran número de átomos que radían independientemente cuyo espectro es lorentziano es [13]:

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + e^{-2\tau/t_0} \quad (2.13)$$

donde  $t_0$  es una constante que está relacionada con el ancho de línea del espectro de la fuente térmica. Esta relación sirve para todo tipo de fuentes caóticas. La función de distribución de fotones en este caso es Lorentziana, pero en general puede ser Gaussiana, Maxwelliana, etc.

### 2.2.2. Función de correlación de segundo orden cuántica

La función de correlación de segundo orden cuántica se puede desarrollar separando el campo eléctrico en la suma de sus frecuencias positivas y negativas. La parte positiva del campo describe el proceso de absorción del átomo, ya que contiene el operador de aniquilación y la parte negativa describe el proceso de

emisión del átomo [9], ya que contiene el operador de emisión. La función de correlación se escribe en término de estos operadores de la siguiente forma:

$$\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = \hat{\mathbf{E}}^{(+)}(\mathbf{r}, t) + \hat{\mathbf{E}}^{(-)}(\mathbf{r}, t) \quad (2.14)$$

Los campos  $\hat{\mathbf{E}}^{(+)}$  y  $\hat{\mathbf{E}}^{(-)}$ , se definen como:

$$\hat{\mathbf{E}}^{(-)}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{k}} \hat{\epsilon}_{\mathbf{k}} \mathcal{E}_{\mathbf{k}} \hat{a}_{\mathbf{k}}^{\dagger} e^{i\nu_{\mathbf{k}}t - i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \quad (2.15)$$

$$\hat{\mathbf{E}}^{(+)}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{k}} \hat{\epsilon}_{\mathbf{k}} \mathcal{E}_{\mathbf{k}} \hat{a}_{\mathbf{k}} e^{-i\nu_{\mathbf{k}}t + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \quad (2.16)$$

Donde  $\mathcal{E}_{\mathbf{k}} = \left(\frac{h\nu_{\mathbf{k}}}{\epsilon_0 V}\right)^{1/2}$  es la amplitud del campo.  $V$  es el volumen en el cual esta confinado el campo electromagnético y  $\epsilon_0$  es la permitividad del vacío [14].

Si el campo es estadísticamente estacionario, definimos la función de correlación de segundo orden en un punto en el espacio  $\mathbf{r}_0$  como:

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle \hat{\mathbf{E}}^{(-)}(t) \hat{\mathbf{E}}^{(-)}(t + \tau) \hat{\mathbf{E}}^{(+)}(t + \tau) \hat{\mathbf{E}}^{(+)}(t) \rangle}{\langle \hat{\mathbf{E}}^{(-)}(t) \hat{\mathbf{E}}^{(+)}(t) \rangle \langle \hat{\mathbf{E}}^{(-)}(t + \tau) \hat{\mathbf{E}}^{(+)}(t + \tau) \rangle} \quad (2.17)$$

Si el campo esta linealmente polarizado, entonces  $E^{(+)} = \hat{\epsilon} \cdot \hat{\mathbf{E}}^{(+)}$  y  $E^{(-)} = \hat{\epsilon} \cdot \hat{\mathbf{E}}^{(-)}$ , y si además es monomodal, la función de correlación de segundo orden se puede reducir a:

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle \hat{a}^{\dagger}(t) \hat{a}^{\dagger}(t + \tau) \hat{a}(t + \tau) \hat{a}(t) \rangle}{\langle \hat{a}^{\dagger} \hat{a} \rangle^2} \quad (2.18)$$

Si  $\tau = 0$ , entonces:

$$g^{(2)}(0) = \frac{\langle \hat{n}(\hat{n} - 1) \rangle}{\langle \hat{n} \rangle^2} \quad (2.19)$$

$$= 1 + \frac{\langle \langle \Delta \hat{n} \rangle^2 \rangle - \langle \hat{n} \rangle}{\langle \hat{n} \rangle^2} \quad (2.20)$$

Ya habíamos visto que para una fuente térmica  $(\Delta n)^2 > \bar{n}$  por lo cual  $g^{(2)}(0) > 1$ , para una fuente coherente  $(\Delta n)^2 = \bar{n}$  con lo cual se obtiene que  $g^{(2)}(0) = 1$  y para una fuente cuántica  $(\Delta n)^2 < \bar{n}$  lo que nos indica que  $g^{(2)} < 1$  [8].

Para un campo multimodal con un estado coherente  $|\alpha\rangle$  se puede demostrar que  $g^{(2)}(\tau) = 1$  para cualquier  $\tau$ . De aquí vemos que la distribución de los fotones para una fuente coherente es poissoniana.

Cuando  $g^{(2)}(0) < g^{(2)}(\tau)$  tenemos el caso opuesto al amontonamiento de fotones, tenemos una disociación de fotones. La probabilidad de tener dos fotones simultáneos a la vez es nula. Este es el caso de una fuente de fotones individuales. La función de correlación para un emisor de fotones únicos es [13]:

$$g^{(2)}(\tau) = 1 - \exp(-(r + \gamma)\tau) < 1 \quad (2.21)$$

donde  $r$  es la tasa de bombeo y  $\gamma^{-1}$  es el tiempo de vida del estado excitado. Esto nos permite determinar si hemos construido una fuente cuántica.

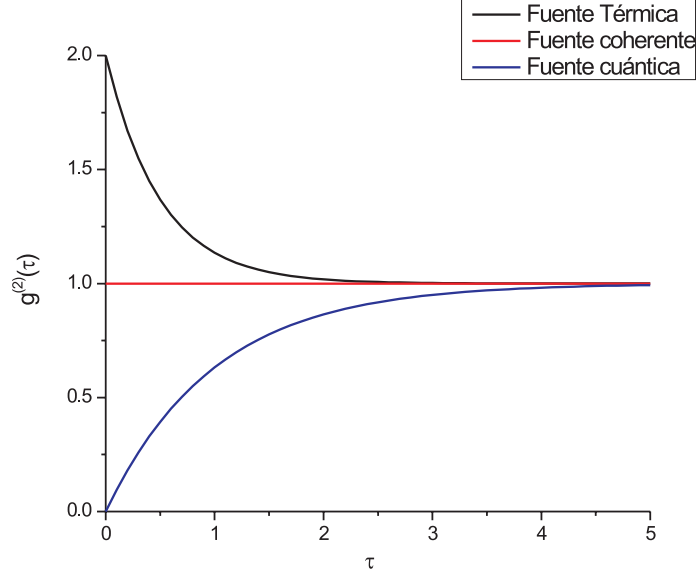


Figura 2.4: Función de correlación de segundo orden para diferentes fuentes.

### 2.3. Función de correlación de segundo orden con dos y tres detectores

Se puede observar la estadística de la fuente de luz que se desea analizar si el tiempo de coherencia es mayor que el retraso entre las señales.

$$g^{(2)}(\mathbf{r}, t) = \frac{\langle E_1^*(\mathbf{r}, t)E_2^*(\mathbf{r}, t + \tau)E_1(\mathbf{r}, t)E_2(\mathbf{r}, t + \tau) \rangle}{\langle E_1^*(\mathbf{r}, t)E_1(\mathbf{r}, t) \rangle \langle E_2^*(\mathbf{r}, t + \tau)E_2(\mathbf{r}, t + \tau) \rangle} \quad (2.22)$$

Sea  $E_1 = E_T$  y  $E_2 = E_R$  donde  $T$  y  $R$  denotan transmitido y reflejado. La función de auto correlación para  $r$  fijo queda como:

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle I_T(t)I_R(t + \tau) \rangle}{\langle I_T(t) \rangle \langle I_R(t + \tau) \rangle} \quad (2.23)$$

Para  $\tau = 0$  la ecuación 2.23 se convierte en:

$$g^{(2)}(0) = \frac{\langle I(t)_T I(t)_R \rangle}{\langle I(t)_T \rangle \langle I(t)_R \rangle} \quad (2.24)$$

En un experimento de detección de fotones, lo que se mide es la intensidad de la fuente en términos del número de fotones;  $I \propto \bar{n}$ . La función de correlación de

segundo orden se puede escribir en términos de las probabilidades de detectar fotones individuales, como:

$$g_{2D}^{(2)}(0) = \frac{P_{TR}}{P_T P_R} \quad (2.25)$$

donde  $P_T$  y  $P_R$  representan las probabilidades de detectar un fotón en cada canal respectivamente y  $P_{TR}$  es la probabilidad conjunta de detectar un fotón en ambos canales  $T$  y  $R$ . Esta ecuación se puede calcular usando una teoría semiclásica o cuántica, la diferencia radica en la forma en la cual se calculan las probabilidades [15].

En la deducción de la ecuación 2.25 la probabilidad de detectar un fotón en el detector  $S$  a lo largo de un tiempo  $t_0$  está dado por la razón promedio de detecciones en  $S$  ( $N_S/\Delta T$ ) multiplicado por  $t_0$ , donde  $t_0$  es el tiempo total de conteo y  $N_S$  es el número de cuentas en el detector  $S$ , de forma que:

$$\begin{aligned} P_T &= \frac{N_T}{\Delta T} \Delta t \\ P_R &= \frac{N_R}{\Delta R} \Delta t \\ P_{TR} &= \frac{N_{TR}}{\Delta T} \Delta t \end{aligned}$$

Estas ecuaciones son válidas únicamente cuando las probabilidades de detección son mucho menores a 1 [7], ya que de esta forma se asegura que cada pulso emitido por el detector no corresponda a la detección de varios fotones. Sustituyendo estas probabilidades en la ecuación 2.25 se obtiene la función de correlación de segundo orden para dos detectores [7]:

$$g_{2D}^{(2)}(0) = \frac{N_{TR}}{N_T N_R} \left( \frac{\Delta T}{\Delta t} \right) \quad (2.26)$$

En este caso  $g^{(2)}(0)$  es independiente de la razón del divisor y de las eficiencias de detección de los detectores. Esto se debe a que el número de coincidencias en el numerador de la ecuación 2.26 está relacionada con las intensidades por el producto de las eficiencias en  $T$  y  $R$ , pero el denominador tiene la misma dependencia de eficiencias de detección, por lo cual se cancelan.

Cuando analizamos la luz producida por conversión paramétrica descendente, se obtienen pares de fotones correlacionados, de los cuales uno de los fotones es usado como testigo y el otro es enviado al divisor de haz. En este caso es necesario utilizar tres detectores  $G$  (testigo),  $T$  (transmitido) y  $R$  (reflejado), ver la figura 2.5. Como las detecciones en  $T$  y  $R$  están condicionadas a tener una detección en  $G$ , la ecuación 2.25 se convierte en [7]:

$$g_{3D}^{(2)}(0) = \frac{P_{GTR}}{P_{GT} P_{GR}} \quad (2.27)$$

donde  $P_{GTR}$ , es la probabilidad de que se detecte una coincidencia entre los tres canales en el tiempo  $t_0$  y el subíndice (3) enfatiza que esta expresión es válida cuando se usan tres detectores.

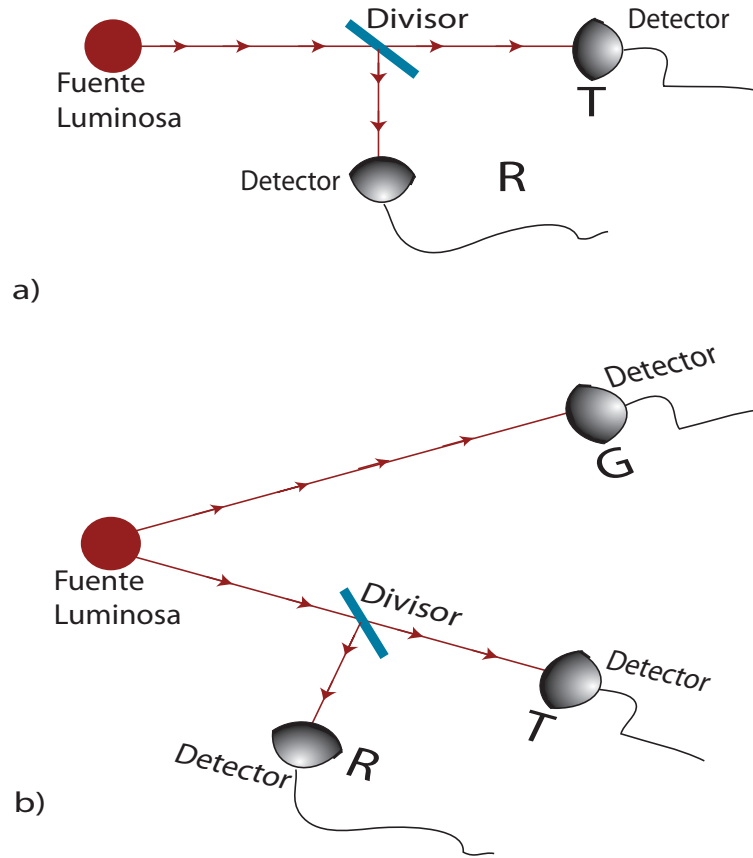


Figura 2.5: Esquema de un dispositivo con a) dos detectores transmitido (T) y reflejado (R). b) tres detectores transmitido (T), reflejado (R) y testigo (G)



Como  $N_G$  lo podemos considerar como el número de veces en las cuales se verifica si hay una coincidencia, entonces  $P_{GRT}$ ,  $P_{GR}$  y  $P_{GT}$  se pueden normalizar como:

$$\begin{aligned} P_{GTR} &= \frac{N_{GTR}}{N_G} \\ P_{GT} &= \frac{N_{GT}}{N_G} \\ P_{GR} &= \frac{N_{GR}}{N_G} \end{aligned}$$

Sustituyendo estas expresiones en la ecuación 2.27 la función de correlación de segundo orden para tres detectores queda como [7]:

$$g_{3D}^{(2)}(0) = \frac{N_{GTR}N_G}{N_{GT}N_{GR}} \quad (2.28)$$

Esta cantidad es nuevamente independiente de las eficiencias de detección, ya que cuando se relaciona el número de fotones a las intensidades, las eficiencias del el numerador y del denominador dependen linealmente en T y R y cuadráticamente en G.

Si la luz que incide sobre un divisor de haz es un estado de Fock, se puede demostrar que [14]  $g^{(2)}(0) = (n - 1)/n$ , por lo cual para cualquier estado de Fock  $g^{(2)}(0) < 1$ . En particular cuando la fuente que incide sobre el divisor de haz es de fotones individuales  $n = 1 \Rightarrow g^{(2)}(0) = 0$ .

## 2.4. Conclusiones

En este capítulo vimos que la estadística de arribo de fotones nos permite caracterizar las fuentes luminosas en tres clases:

Fuentes superpoissonianas en las cuales se observa que  $(\Delta n)^2 > \bar{n}$ . En particular una fuente térmica en equilibrio presenta una distribución Bose-Einstein,

Fuentes coherentes en las cuales se encuentra que  $(\Delta n)^2 = \bar{n}$  y su distribución es Poissoniana.

Fuentes cuánticas en las cuales se encuentra que  $(\Delta n)^2 < \bar{n}$  y su distribución es subpoissoniana.

La función de correlación de segundo orden en conjunto con el experimento de Hanbury Brown y Twiss, nos permiten distinguir experimentalmente entre estos tres tipos de fuentes. En una fuente superpoissoniana  $g^{(2)}(\tau) > 1$ , en una fuente coherente  $g^{(2)}(\tau) = 1$  y en una fuente cuántica  $g^{(2)}(\tau) < 1$ .

Además encontramos analíticamente algunas ecuaciones que nos permiten fácilmente calcular la función de correlación de segundo orden para  $\tau = 0$  en el caso de tener un detector, dos detectores o tres detectores.

## Capítulo 3

# Densidad Espectral de Energía

En este capítulo se describe el método de la densidad espectral de energías que es el método analítico que describe cómo cambia la varianza de la señal con la frecuencia. Se explicarán las bases necesarias para interpretar los resultados obtenidos en los capítulos subsecuentes.

Cuando se estudian las señales de diversos sistemas como podrían ser: el voltaje, la carga, la fuerza, la concentración química, el flujo de neutrones, el tiempo entre latidos del corazón, el área de una figura dinámica, etc. , éstas se consideran abstracciones matemáticas.

Para poder analizar cualquier señal independientemente del sistema que la produce, se define energía [16] de la señal como:

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt \quad (3.1)$$

donde  $x(t)$  es la señal que se va a analizar. En las ocasiones en las cuales la integral diverge debido a que la señal no está limitada en el tiempo, es más conveniente tratar con la potencia promedio de ésta. La potencia promedio en este caso se define como:

$$P_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt \quad (3.2)$$

donde  $T$  es el tiempo de la medición de la señal, cuando ésta es periódica basta con tomar solo un periodo.

Las señales cuya energía es finita se llaman señales de energía. Cuando su energía es infinita, pero su potencia es finita, se llaman señales de potencia. Las señales físicas reales tienen energía y potencia finita, ya que están confinadas en un espacio y en un tiempo finito. Sin embargo la modelación de éstas puede tener energía infinita.

Cuando analizamos dos señales con el mismo promedio y varianza, éstas pueden ser muy diferentes, como se muestra en la figura 3.1, la gráfica que se presenta en el inciso a), tiene mayor periodicidad que la que se muestra en el inciso b), sin embargo el promedio de ambas señales es cero y su varianza es uno; para poder distinguirlas es necesario utilizar otros métodos como la función de autocorrelación, la densidad espectral de energías o la densidad espectral de potencias.

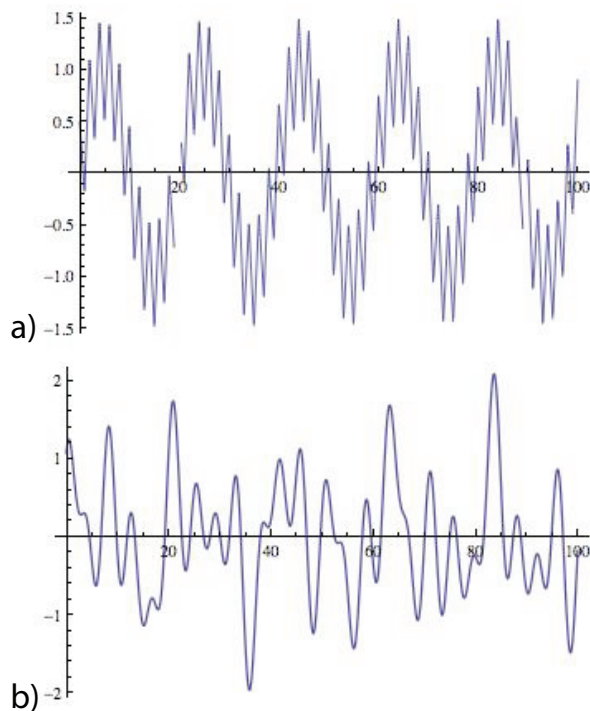


Figura 3.1: Gráfica de dos señales con el mismo promedio( $m=0$ ) y varianza ( $\Delta x=1$ ) que son muy diferentes entre si.

### 3.1. Función de Correlación Estadística

La función de correlación estadística mide cuantitativamente la relación entre dos señales, es decir, indica si éstas tienden a moverse en la misma dirección al mismo tiempo o no y por cuanto tiempo lo hacen [17].

Se dice que dos señales están correlacionadas (correlación positiva) cuando el promedio del producto de éstas es mayor que el producto de los promedios. Esto sucede cuando las señales se mueven en la misma dirección durante un periodo de tiempo relativamente largo.

En el caso contrario, cuando el promedio del producto es menor que el producto de los valores promedio, se dice que las señales están anticorrelacionadas (correlación negativa). En este caso las señales se mueven en direcciones distintas durante un periodo de tiempo relativamente largo.

Las señales no tienen correlación cuando el valor promedio del producto es igual al producto de los valores promedio de las dos señales, esto se puede visualizar como si las dos señales se movieran en direcciones distintas durante la mitad del tiempo y en la misma dirección la otra mitad.

En la figura 3.2 se muestra un ejemplo de cuando dos señales están correlacionadas, anticorrelacionadas y cuando no tienen correlación alguna.

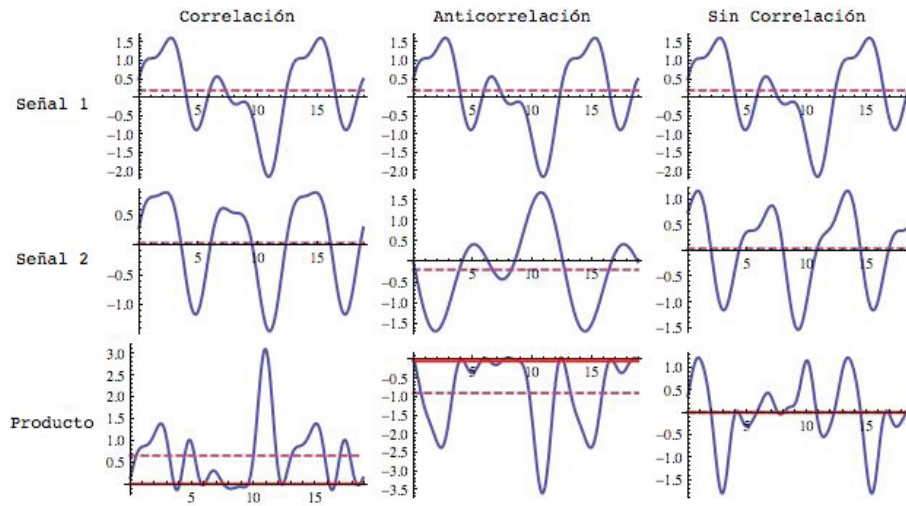


Figura 3.2: Gráfica donde se muestran señales con correlación, anticorrelación y sin correlación alguna. La línea punteada es el valor promedio de la señal, la línea roja es el producto de los valores promedio de la señal 1 y de la señal 2.

La función de correlación es una expresión matemática que indica la correlación de las señales al desplazar una con respecto a la otra un tiempo  $\tau$ .

Para señales de energía la función de correlación estadística se define como [17]:

$$R_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)y^*(t + \tau) dt \quad (3.3)$$

Para señales de potencia la función de correlación estadística se define como:

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_T x(t)y^*(t + \tau) dt \quad (3.4)$$

La razón por la cual existen dos definiciones de la función de correlación es que si se aplica la definición de la función de correlación de señales de energía a un par de señales de potencia, la integral diverge, y si por el lado contrario

se calcula la función de correlación a un par de señales de energía usando la definición de señales de potencia el resultado es cero.

Es importante recalcar que experimentalmente tendremos señales de energía debido a que éstas están confinadas en el tiempo y en el espacio.

Cuando se calcula la correlación de una señal con ella misma, se le llama función de autocorrelación  $R_{xx}(\tau)$ , ésta es una herramienta utilizada comúnmente para observar patrones dentro de una señal como la presencia de una señal periódica enmascarada en el ruido o para encontrar una frecuencia fundamental cuyos armónicos se encuentran en la señal, a pesar de que ésta no esté presente.[18]

La función de autocorrelación también nos da información sobre que tan rápido varía la señal o el proceso a estudiar con el tiempo. Es decir nos indica la memoria de la señal. La memoria de una señal se define como el retraso en el tiempo  $\tau$ , necesario para que la función de autocorrelación sea igual a cero. La memoria de los sistemas altamente correlacionados es mayor que en los sistemas anticorrelacionados.

Al igual que la función de correlación, la función de autocorrelación tiene definiciones<sup>1</sup> diferentes según el tipo de señal que se está estudiando.

Para una señal de energía la función de autocorrelación es [17]:

$$R_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x(t + \tau) dt \quad (3.5)$$

Para una señal de potencia ergódica, es decir que el promedio y la varianza de toda la serie se pueden deducir de una muestra lo suficientemente larga de la misma, la función de correlación estadística se define como [20]:

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_T x(t)x(t + \tau) dt \quad (3.6)$$

Para ambas funciones de autocorrelación se cumple que el valor de la función de autocorrelación para  $\tau = 0$  siempre es mayor o igual que para la función de autocorrelación en  $\tau \neq 0$ , es decir,  $R_{xx}(0) \geq R_{xx}(\tau)$ . Además se debe cumplir que  $R_{xx}(\tau) = R_{xx}(-\tau)$ .

## 3.2. Densidad espectral de energías

Una señal se puede caracterizar de varias formas, una de éstas es observarla de forma discreta en el dominio del tiempo, esto nos dará información sobre ella en cualquier tiempo  $t_0$ . Sin embargo saber el comportamiento de la señal para periodos de tiempo largos conociendo sólo una pequeña parte de ésta puede ser muy complicado. La densidad espectral de energías (DEE) nos ofrece una forma sencilla de analizar la señal en su totalidad utilizando la transformada

<sup>1</sup>La definición operacional de la función de autocorrelación varía según el campo de estudio y no todas las definiciones son equivalentes. En este trabajo voy a utilizar la definición comúnmente utilizada para procesamiento de señales [17, 19].

de Fourier de la señal, ésta nos permite conocer la distribución de energía de la señal en función de la frecuencia.

Partamos de la definición de energía dada en la ecuación 3.1, aplicando el Teorema de Parseval [21], se obtiene que:

$$E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |\mathcal{F}(x(t))|^2 d\nu \quad (3.7)$$

donde  $\mathcal{F}(x(t)) = X(\nu)$  es la transformada de fourier de la señal  $x(t)$ . El término  $|\mathcal{F}(x(t))|^2$  que describe la variación de la energía de la señal con la frecuencia, se denomina la densidad espectral de energías.

$$DEE(\nu) = |\mathcal{F}(x(t))|^2 \quad (3.8)$$

Ésta es una herramienta adecuada para analizar la variación estadística del tiempo de llegada de fotones a un detector provenientes de diversas fuentes, por lo cual se utilizará en el resto de este trabajo.

Si la serie de energía es estacionaria, es decir si el promedio y la varianza de la serie no cambia para distintas escalas de tiempo, entonces se cumple que la densidad espectral de energía está relacionada con la función de autocorrelación a través de la transformada de Fourier [17, 19].

$$|\mathcal{F}(x(t))|^2 = \mathcal{F}(R_{xx}(\tau)) \quad (3.9)$$

Esta expresión se puede derivar de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} |\mathcal{F}(x(t))|^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x(s)e^{-i2\pi t\nu} e^{i2\pi s\nu} dt ds \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x(s)e^{-i2\pi(t-s)\nu} dt ds \end{aligned} \quad (3.10)$$

Si la serie es estacionaria se puede sustituir  $s = t + \tau$  y  $ds = d\tau$ .

$$\begin{aligned} |\mathcal{F}(x(t))|^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x(t+\tau)e^{-i2\pi\tau\nu} dt d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau)e^{-i2\pi\tau\nu} d\tau \\ &= \mathcal{F}(R_{xx}(\tau)) \end{aligned} \quad (3.11)$$

Cuando la señal diverge, se utiliza la densidad espectral de potencias (DEP) la cual nos da información sobre las fluctuaciones de la señal alrededor de un promedio, en otras palabras nos da información del tipo de ruido que se encuentra dentro de la señal. Cuando la señal es estacionaria, se puede usar la teorema de Wiener-Khinchine, que define la función de densidad espectral de potencias como [17, 19]:

$$DEP_x(j\omega) = \mathcal{F}[R_{xx}(\tau)] = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau)e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (3.12)$$

donde  $\mathcal{F}$  es la transformada de Fourier,  $R_x(\tau)$  es la función de autocorrelación,  $\omega$  es la frecuencia de la señal.

Si el proceso  $X(t)$  es estacionario en el tiempo, el proceso no es absolutamente integrable y la transformada de Fourier no converge [22]. En este caso consideramos una versión truncada del mismo, se puede usar  $X_T(t)$  donde el proceso se considera únicamente desde un tiempo cero hasta en tiempo T. Sea  $\mathcal{F}\{X(t)\}$  la transformada de Fourier de  $X_T(t)$ . A la relación  $1/T|\mathcal{F}\{X(t)\}|^2$  se le llama periodograma, éste se relaciona con la función de densidad espectral de potencias a través de la siguiente relación [20].

$$\lim_{T \rightarrow \infty} E \left[ \frac{1}{T} |\mathcal{F}\{X(t)\}|^2 \right] = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (3.13)$$

donde  $E(X)$  es el valor esperado de X.

La forma de su densidad espectral de potencias nos da información sobre el tipo de señal que se está analizando.

### 3.3. Densidad espectral de energías para señales correlacionadas y anticorrelacionadas

La forma de la densidad espectral de energías puede tener diferentes comportamientos, sin embargo en este trabajo, nos interesa hacer énfasis en aquéllas que se comportan como una ley de potencias i. e.  $DEE = f^\beta$ , ya que es un comportamiento que se muestra en una gran variedad de sistemas físicos, químicos y biológicos [23, 24]. En particular se ha observado este comportamiento en las densidades espectrales de energía de este trabajo.

El valor de la  $\beta$  indica el nivel de correlación o anticorrelación de la señal. Si todas las frecuencias de la densidad espectral de energías o de potencias intervienen con la misma energía o potencia respectivamente ( $\beta = 0$ ) la señal no tiene correlación. El ruido blanco tiene esta característica, todos las frecuencias influyen más o menos con la misma potencia, cabe aclarar que se puede producir ruido blanco para cualquier distribución de la señal original, sólo basta con que los números que componen la serie se encuentren aleatoriamente. Si las frecuencias bajas predominan ( $\beta < 0$ ) la señal está correlacionada positivamente o correlacionada. El ruido browniano ( $\beta = -2$ ) es un ejemplo de una señal que tiene esta característica. Si por el contrario son las frecuencias altas las que predominan ( $\beta > 0$ ) la señal tiene correlación negativa o anticorrelación [25, 26]. Cabe recalcar que cuando una frecuencia  $\nu_0$  sobresale sobre todas las demás, es decir cuando en la DEE se observa un pico, lo que está indicando es que hay periodicidad en la señal, con periodo  $1/\nu_0$ . En la figura 3.3 se muestran los diferentes espectros de energía para diferentes señales o ruidos, conforme la  $\beta$  es mayor, la señal tiende a oscilar más rápidamente alrededor del promedio.

En las DEE que se calculen de aquí en adelante se observará un comportamiento característico de la ley de potencias, en el cual éste es de la forma,  $f^\beta$  para varios órdenes de magnitud con zonas planas ( $f^0$ ) presentes en ambas, bajas y altas frecuencias.

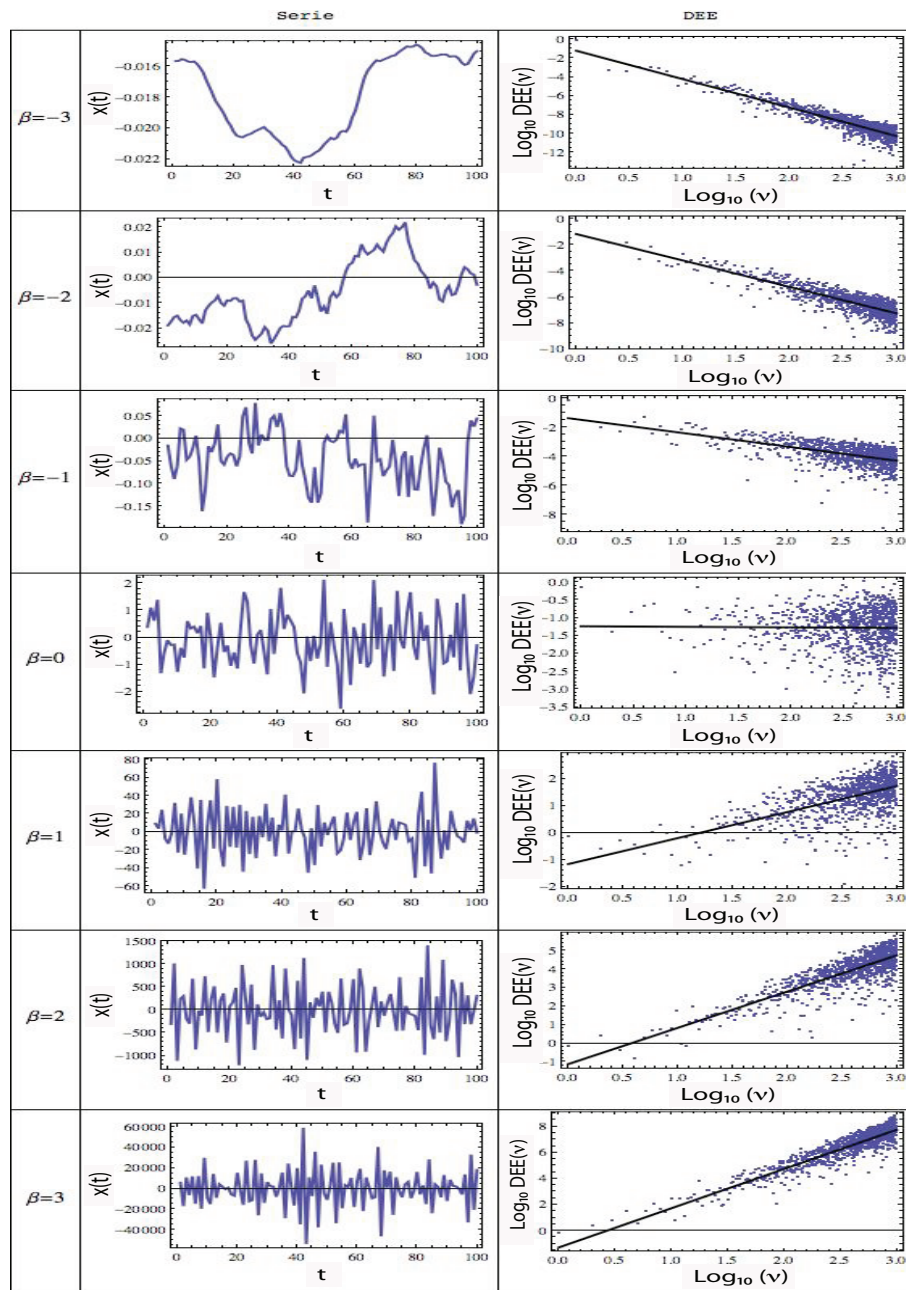


Figura 3.3: Se muestran diferentes señales correlacionadas ( $\beta < 0$ ), anticorrelacionadas ( $\beta > 0$ ) y sin correlación ( $\beta = 0$ ), la densidad espectral de energías para cada una de ellas. Las series las realicé con un generador de ruidos [1, 22, 27].



En los siguientes capítulos se demostrarán los alcances y límites del uso de la densidad espectral de energías para determinar si una fuente es poissoniana, subpoissoniana o superpoissoniana y se comparará con la información obtenida de la función de correlación de segundo orden.

## Capítulo 4

# Simulaciones

Con el propósito de analizar la densidad espectral de energías de cada fuente, se realizaron diferentes simulaciones en este capítulo para cada tipo de fuente luminosa, se investigaron los alcances y limitaciones de la DEE. El objetivo es averiguar si la DEE permite la distinción entre los diferentes tipos de fuentes y si nos da información adicional sobre la misma. A partir de las simulaciones realizadas en este capítulo se obtiene la resolución que se necesita experimentalmente para poder conseguir información relevante del sistema.

La relación entre el promedio y la desviación cuadrática media varía para los diferentes tipos de fuentes (esto se explica con más detalle en el capítulo 2). Inicialmente se tomaron series de conteo cuya distribución fuera poissoniana para simular una fuente coherente, Bose Einstein para simular una fuente térmica y una delta de Dirac, para el caso de la fuente subpoissoniana. Experimentalmente las estadísticas antes mencionadas se obtienen al fijar un tiempo de conteo  $t_0$  y medir cuantos fotones llegan a un detector en ese tiempo, a la serie construida de esta forma le llamaremos de aquí en adelante serie de conteo. Sin embargo no es posible construir la función de correlación de segundo orden a partir de una serie ya establecida de conteos, ya que para construirla es necesario poder realizar retrasos en el tiempo ( $\tau$ ) o variaciones en el tiempo de conteo ( $t_0$ ). En vez de generar series de conteos que cumplan con una distribución determinada, se decidió crear series de tiempo cuyas series de conteos reconstruyeran las estadísticas antes estudiadas para cada tipo de fuente.

La función de correlación de segundo orden se calculó con la ecuación 2.20 al variar el tiempo fijo de conteo  $t_0$ . La ecuación se reproduce a continuación:

$$g^{(2)}(0) = 1 + \frac{\langle\langle\Delta\hat{n}\rangle^2\rangle - \langle\hat{n}\rangle^2}{\langle\hat{n}\rangle^2}$$

El programa se realizó en Mathemática y se muestra en el apéndice B.2.1. La densidad espectral de energías se calculó con la ecuación 3.8 y se reproduce a continuación:

$$DDE(\nu) = |\mathcal{F}(x(t))|^2$$

Se utilizó el programa realizado en Matemática que se muestra en el apéndice B.2.2

## 4.1. Fuente coherente

En una fuente coherente, la estadística del número de fotones detectados por un fotodiodo de avalancha (APD) o un tubo fotomultiplicador (PTM) es poissoniana. Cuando el promedio de fotones detectados  $\bar{n}$  es grande se puede aproximar la fuente poissoniana a una gaussiana cuyo número promedio de fotones es igual a la desviación cuadrática media.

Lo primero que se realizó para crear este tipo de distribución fue construir varias series de tiempo en las cuales el intervalo de tiempo entre dos fotones consecutivos  $\Delta t$  fuera aleatorio, con el programa que se muestra en el apéndice B.1.1. De una serie de tiempo se generaron varias series de conteos para diferentes tiempos fijos de conteo  $t_0$ , el programa utilizado se muestra en el apéndice B.1.2. Una muestra de la serie de tiempo y de la serie de conteo se muestran en la figura 4.1 a) y c) respectivamente. Se observa cómo la distribución para la serie de tiempo es una distribución uniforme discreta como se muestra en la figura 4.1 b) y la distribución para la serie de conteo es una distribución subpoissoniana la cual se muestra en la figura 4.1 d). Con lo cual se demuestra que este método no es bueno para simular la estadística temporal de la emisión de fotones de un láser. Realicé varios intentos parecidos con diferentes distribuciones de la serie de tiempo, sin éxito, en todos los casos la distribución de la serie de conteos es subpoissoniana.

En una segunda prueba se probó forzar la serie de conteo a tener una distribución específica y a partir de ésta generar la serie de tiempos de llegada de fotones. Construí una serie de conteos poissoniana cuyo promedio sea menor que uno, con el fin de obtener en la serie de conteos que contuviera mayormente ceros y unos. Esta serie de conteos permite asignarle un tiempo a cada elemento de la serie. De forma que si el elemento es un cero indicaría que para ese intervalo de tiempo  $\Delta t$  no se observó ningún fotón, por el contrario si el elemento es un uno, indicaría que para ese  $\Delta t$  se observa un fotón. A partir de esto, se puede construir una serie de tiempo en la cual se muestre en que tiempo  $t$  se observa un fotón a la cual llamaremos serie de llegada de fotones. Sin embargo esto no es suficiente, en un láser las series de conteos tienen una distribución poissoniana sin importar el valor de  $t_0$ , en el caso antes mencionado ésta última condición no se cumple, ya que cuando el promedio de la serie de conteo es mayor al valor inicialmente indicado, la distribución estadística no es necesariamente poissoniana.

Para que la serie de tiempo construida simulara la serie de tiempo que se observa al detectar los fotones provenientes de un láser con un PTM o un APD, se generó una serie de conteo con un promedio  $\bar{n}=15$  que tuviera una distribución poissoniana. Para cada elemento de la serie se generó una nueva serie que tuviera una dimensión fija  $N_0$  y que poseyera una distribución poissoniana. Se continuó creciendo la serie de conteos de esta forma hasta que la serie total consistiera

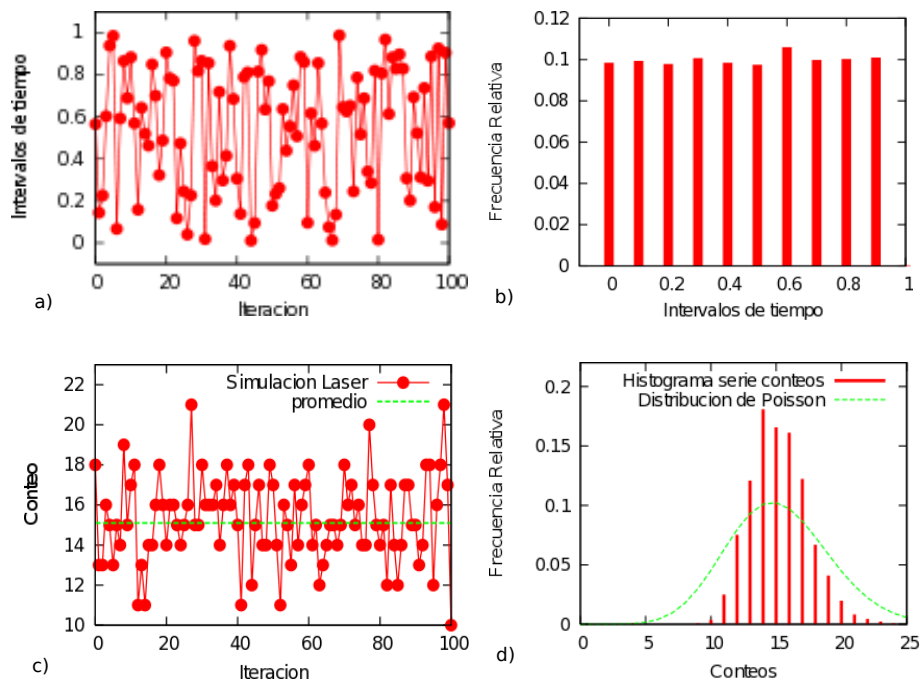


Figura 4.1: En el panel a) se muestra la serie de tiempo de la simulación láser, donde los intervalos de tiempo están distribuidos azarosamente, En el histograma que se observa en el inicio b) se presenta la distribución de la serie de tiempo, la cual es uniforme, . En el panel c) se muestra la serie de conteo de la misma simulación. En el panel d) se muestra como el histograma de la serie de conteo es subpoissoniana.

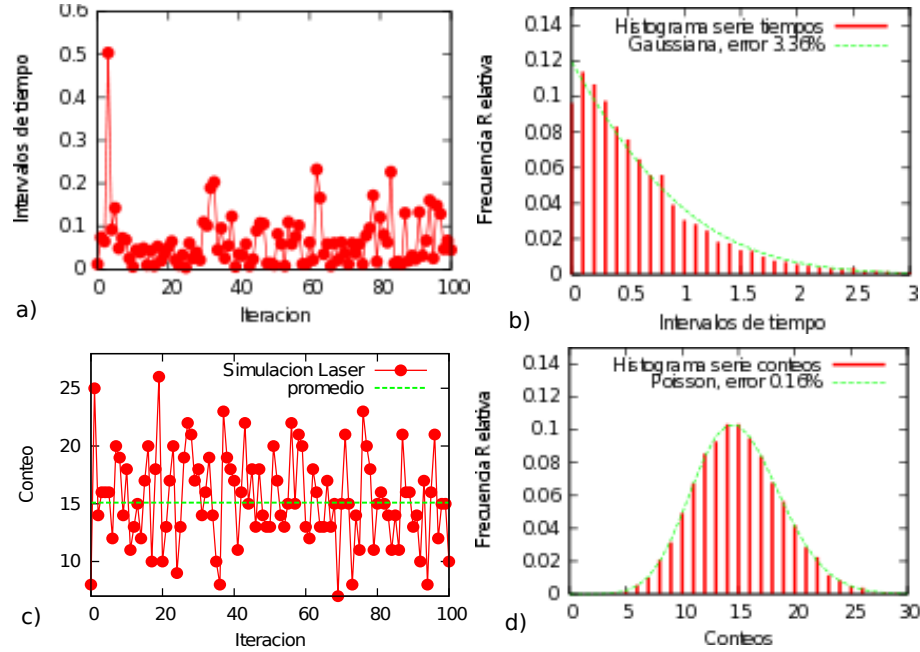


Figura 4.2: Simulación de la estadística temporal de un láser a) serie de tiempo, b) histograma de la serie de tiempo, se aproxima a una gaussiana con  $\bar{n} = -1.8$  y  $\sigma = 1,41$ , c) serie de conteo y d) histograma de la serie de conteo que se aproxima a una poissoniana.

de ceros y unos únicamente. Posteriormente se convirtió esta serie de conteo en una serie de tiempos de llegada de fotones, indicando las posiciones en las que se encontraban los unos. El código se hizo en Mathematica y se muestra en el apéndice B.2.3. Con esta serie de tiempos de llegada de fotones, se generaron varias series de conteo cuyo promedio  $\bar{n} \neq 0$ .

En la figura 4.2 se muestra la serie de tiempo, la estadística de la serie de tiempo es una gaussiana con promedio  $\bar{n} = -1.85$  y desviación estándar de  $\sigma = 1.41$ . Se ve claramente que el histograma de la serie de conteo para  $t_0 = 1$  es una poissoniana con promedio  $\bar{n} = 15$ .

En la figura 4.3 se muestran varias series de conteos, generadas con la misma serie de tiempo, para diferentes  $t_0$ . Se observa cómo se preserva la estadística poissoniana, para varios tiempos de conteo. El error va aumentando conforme se disminuye  $\bar{n}$ , con la única excepción de  $\bar{n} = 15$  que se asemeja más a una poissoniana que todas las gráficas presentadas en esta figura. Esto se debe a que este fue el promedio con el cual se inició la simulación. El error máximo es del 4% y se observa para un  $t_0 = 0.04$  y  $\bar{n} = 0.6$ .

En la figura 4.4 se muestra la función de correlación de segundo orden obtenida de la simulación usando la ecuación 2.20 al variar el tiempo fijo de conteo  $t_0$ . Se observa que a partir de  $t_0 = 0.16$  es una recta en uno, como se espera

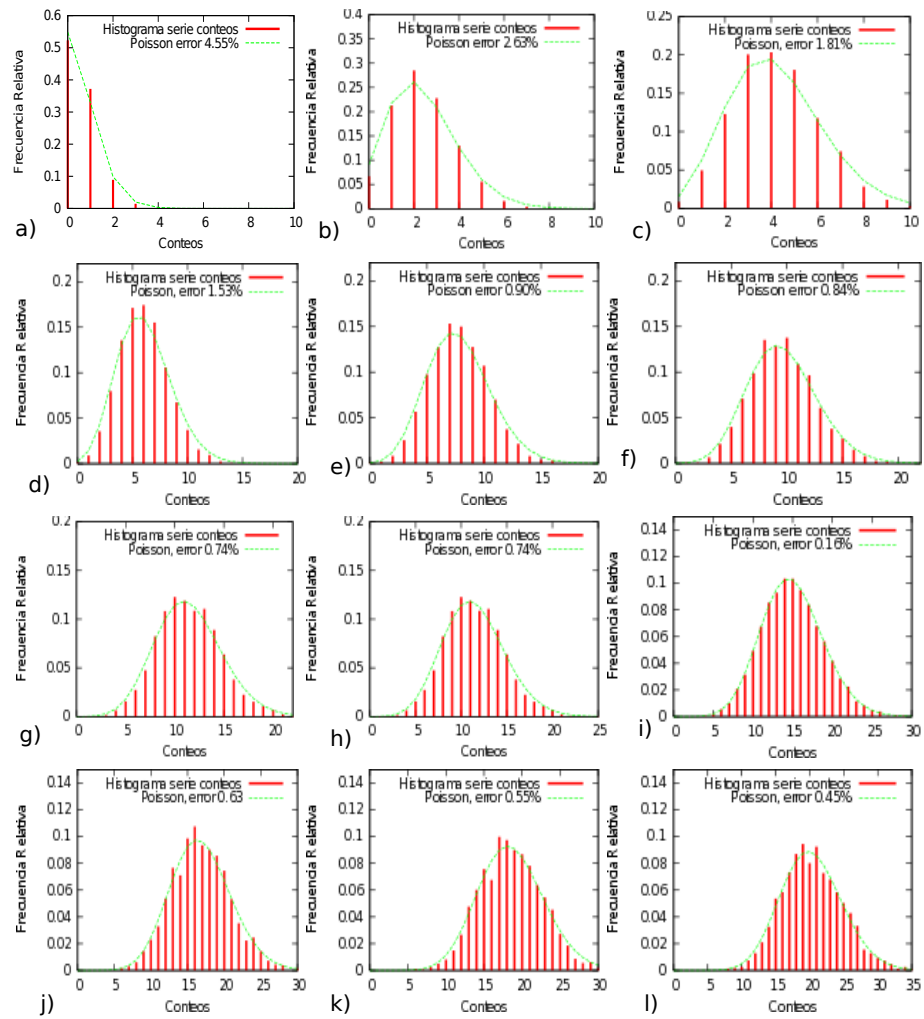


Figura 4.3: Histogramas de diferentes series de conteos obtenidas de la misma serie de tiempo. El tiempo de conteo  $t_0$  varía de un histograma a otro por 0.12 y se muestran tiempos de conteos que van desde 0.04 a 1.24 unidades arbitrarias.

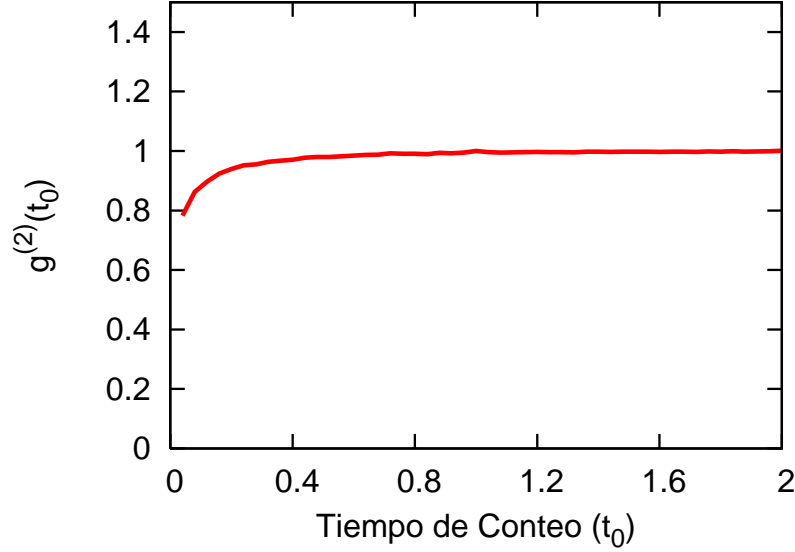


Figura 4.4: Función de correlación de segundo orden de la simulación de los fotones emitidos por un láser. Donde se observa una línea recta para  $g^{(2)}(t_0) = 1$  para  $t_0 > 0.16$

teóricamente. Para  $t_0 < 0.16$  se observa una pequeña bajada que se adjudica a que el error en la distribución ha aumentado, esto también se puede observar en la figura 4.3. No se continuó con la simulación para tiempos menores a 0.04 porque el número promedio de fotones  $\bar{n}$  es menor que uno. La serie simula una fuente coherente para tiempos  $t_0 > 0.16$ .

Para calcular la densidad espectral de energías de la simulación de la estadística temporal de emisión de fotones de un láser promedié diez series de conteo <sup>1</sup> con tiempos fijos de 0.04 y 0.2. Se encontró que la pendiente de la recta que se ajusta a la densidad espectral de energías es  $\beta = 0.036 \pm 0.002$  y  $\beta = -0.051 \pm 0.006$  respectivamente, como se observa en la figura 4.5.

Se puede considerar que la densidad espectral de energías de la simulación es ruido blanco ya que la pendiente es muy cercana a cero. La fuente no presenta ningún tipo de periodicidad debido a que no se observa ningún pico predominante en la densidad espectral de energías, por lo cual se puede considerar aleatoria.

Es importante resaltar que aunque para  $t_0 = 0.04$  se había observado en la función de correlación de segundo orden que la fuente comenzaba a mostrar un comportamiento subpoissoniano, no se distingue esto en la densidad espectral de energías. Esto se debe a que si los elementos de la serie se encuentran alea-

<sup>1</sup>Es necesario promediar varias series de conteo para disminuir el error en el ajuste de la densidad espectral de energías

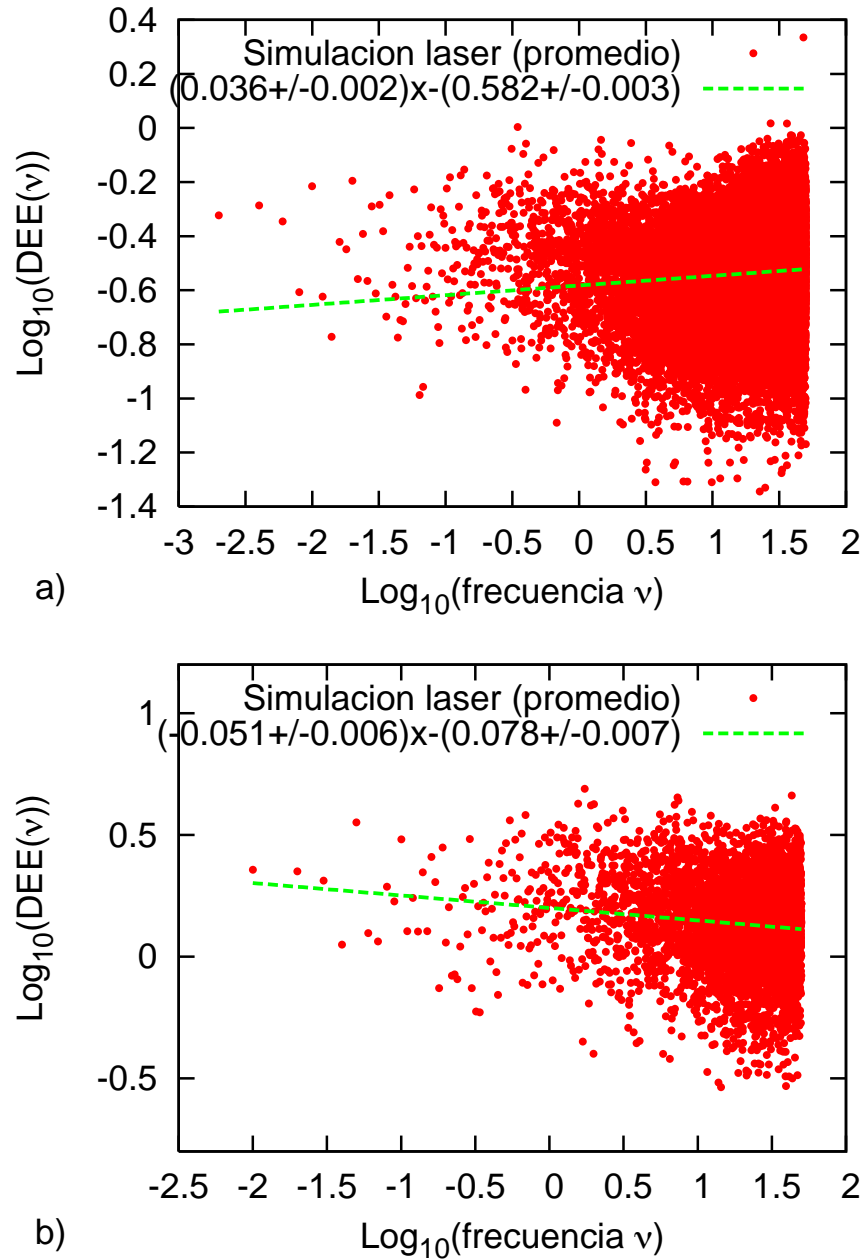


Figura 4.5: Densidad espectral de energías de la lista de conteos, de la simulación de la estadística temporal de la emisión fotones de un láser donde se promediaron 10 series de conteo. En a)  $t_0 = 0.04$  y en b)  $t_0 = 0.2$ .



toriamente distribuidos, la pendiente de la DEE va a ser cero o muy cercana a cero sin importar la distribución de la misma.

Podemos concluir que para simular un láser no basta con tener una serie de tiempo aleatorios, es necesario forzar a que las series de conteos de la serie de tiempo sigan una estadística poissoniana. Sin embargo conforme  $t_0$  es menor, la estadística temporal de la emisión de fotones de la fuente deja de ser poissoniana. Sin embargo la simulación es adecuada para indicar lo que se observa experimentalmente. La simulación sugiere que un láser presenta una densidad espectral de energías con  $\beta \approx 0$ , que es característico del ruido blanco, donde no hay correlación alguna.

Como una nota interesante, menciono que una distribución de fotones de una fuente láser genera números aleatorios con muy buena precisión, a diferencia de los algoritmos matemáticos. Recientemente se han producido series de tiempo de números aleatorios con fuentes láser.

## 4.2. Fuentes superpoissonianas

Como se explicó en el capítulo 2 el número de fotones, que se detectan con un APD o un PMT en una fuente superpoissoniana, presenta una estadística en la cual la desviación cuadrática media es mayor que el promedio, es decir una distribución superpoissoniana. En el caso de una fuente térmica se espera obtener una distribución de Bose-Einstein, pero en esta sección nos bastará con simular una fuente superpoissoniana.

En el experimento de Hanbury-Brown y Twiss que se explica en detalle en la sección 2.2, cuando se trabaja con una fuente superpoissoniana, se obtiene un número de coincidencias alto, esto indica que los fotones no inciden en el divisor de uno en uno, sino que inciden en grupos. Siguiendo esta idea, se construyó una serie en la cual los fotones se encuentran amontonados y se comprobó que su distribución fuera superpoissoniana<sup>2</sup>.

Cada grupo de la serie tiene una distribución gaussiana. Para hacer esto tomé una serie de tiempo aleatoria de forma que  $\Delta t$  se encuentre entre 0 y 1. Para cada punto de esta serie de tiempo, construí un grupo cuya distribución fuera gaussiana. El número de fotones que constituyen cada grupo, que se traduce en las alturas de las gaussianas se eligieron aleatoriamente. La anchura de la gaussiana se mantuvo para todas las distribuciones, con el fin de que los fotones tuvieran probabilidades iguales de distribuirse dentro del grupo, pero la probabilidad de que dos fotones tuvieran una separación  $d_0$  variara del centro de un grupo a otro.

En este caso se está simulando una fuente en la cual el número de estados excitados los cuales emiten fotones al desexcitarse es variable<sup>3</sup> para diferentes

---

<sup>2</sup>En este caso no se partió de la distribución Bose-Einstein, siguiendo una metodología similar a la que se usó para el caso del láser, ya que este método es muy lento dada la naturaleza de la distribución. La simulación que se utiliza en esta sección es bastante rápida, tarda no más de dos minutos en generar cien series de tiempos con dos mil montones.

<sup>3</sup>En una fuente con excitación múltiple sin selección de frecuencias.

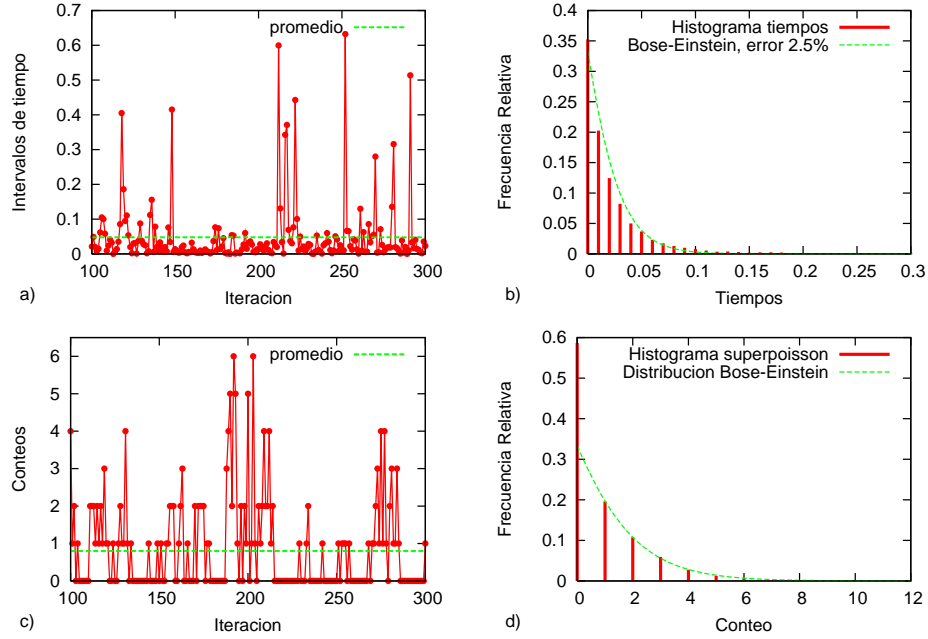


Figura 4.6: Simulación de una fuente superpoissoniana. a) serie de tiempo, b) histograma de la serie de tiempo que se ajusta a una distribución Bose-Einstein, c) serie de conteo, d) histograma de la serie de conteo que se ajusta a una distribución Bose-Einstein

tiempos  $t$ , por eso las alturas de las gaussianas son diferentes. Además las diferentes partes de la fuente emiten grupos de fotones que tienen una probabilidad distinta de cero de traslaparse, esto se logra variando la distancia entre los centros de los grupos. El programa de esta simulación se realizó en fortran y se muestra en el apéndice B.1.3.

La serie de tiempo sigue una estadística Bose-Einstein, mientras que la serie de conteo, sigue básicamente una estadística Bose-Einstein, que se diferencia ya que ésta tiene un pico de mayor magnitud en cero. como se muestra en la figura 4.6.

En la figura 4.7 se muestran histogramas para una serie de tiempo, en la cual la anchura de la gaussiana que genera la serie de tiempos de llegada es de 0.1. Entre un histograma y otro se varía el tiempo fijo de conteo  $t_0$  de 0.04 a 1.04 en pasos de 0.2. Se observa claramente como la fuente simulada en esta sección es superpoissoniana

En la figura 4.8 se muestra cómo varía la distribución estadística de los fotones para diferentes anchuras de la gaussiana, para un tiempo fijo de 0.04, en el panel a) el ancho de la gaussiana es de 0.05, en el panel b) es de 0.075 en el panel c) es de 0.1, en el panel d) es de 0.3 y en el panel d) es de 0.5. Para anchuras muy delgadas, la serie de conteo consta de muchos ceros y el histograma presenta

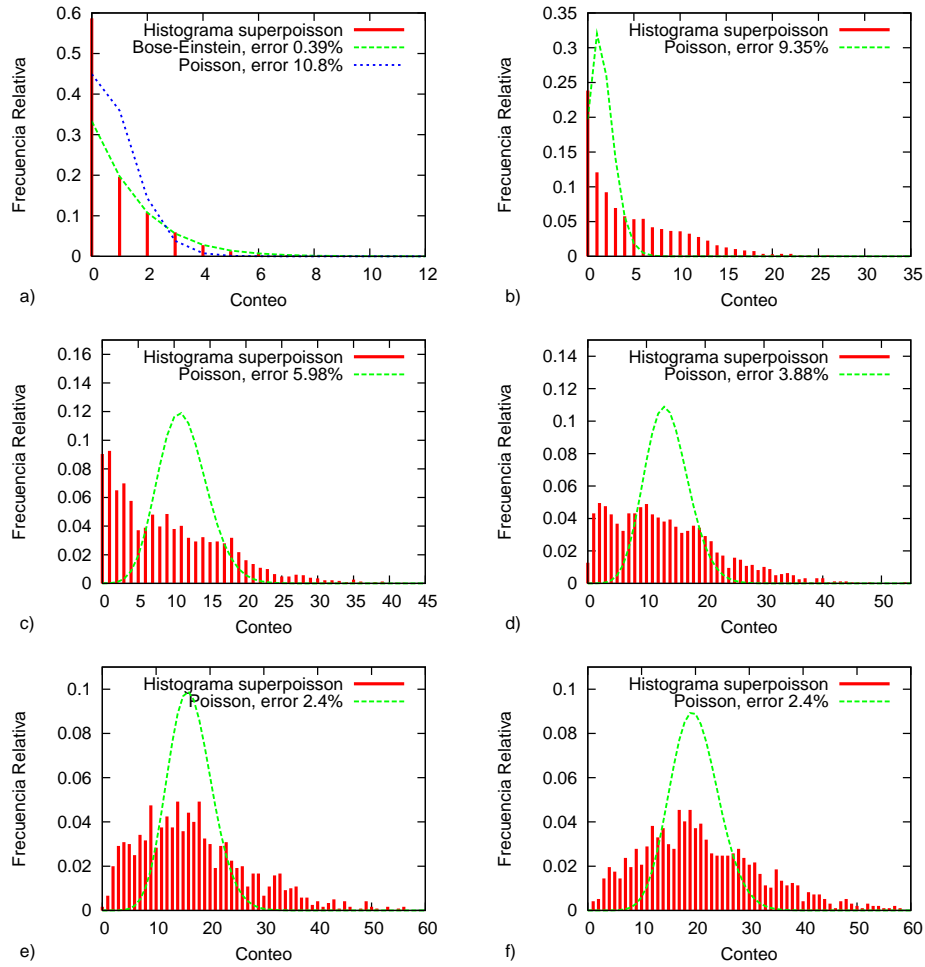


Figura 4.7: Diferentes histogramas de una simulación de una fuente superpoissoniana, para diferentes series de conteos de una misma serie de tiempo. Se muestra como las series de conteos son superpoissonianos, y para un tiempo fijo muy pequeño ( $t_0 = 0.04$ ) la serie de conteo se asemeja mucho a una distribución Bose-Einstein. El tiempo fijo de conteo varía de panel a)  $t_0 = 0.04$ , b)  $t_0 = 0.24$ , c)  $t_0 = 0.44$ , d)  $t_0 = 0.64$ , e)  $t_0 = 1.84$  y f)  $t_0 = 1.04$ .

una cola muy larga, conforme aumenta la anchura de la gaussiana, el número de ceros en la serie disminuye provocando que el histograma se presente a una distribución Bose-Einstein, conforme se aumenta más la anchura de la gaussiana, la fuente se aleja de la distribución Bose-Einstein y tiende a ser poissoniana.

La función de correlación de segundo orden para diferentes anchuras de las gaussianas se muestra en la figura 4.9, se observa que en todos los casos, inicia de un valor mayor que uno y disminuye con asíntota en uno. Conforme aumenta el ancho de la gaussiana, el valor de la función de correlación de segundo orden en  $t_0 = 0.04$  es menor. Con esto se corrobora que se ha simulado la emisión de una fuente superpoissoniana y que al aumentar la anchura de la gaussiana la fuente se va convirtiendo en poissoniana o coherente. Para una gaussiana cuya anchura es 0.1, se obtiene una fuente térmica.

La densidad espectral de energías de una fuente superpoissoniana se muestra en las figuras 4.10 y 4.11. Consta básicamente de tres regiones. En la primer región, para frecuencias  $\nu < 1/(2t_c)$ , donde  $t_c$  es el tiempo de coherencia, se observa una pendiente cercana a cero  $\beta \approx 0$ . No hay correlación. En la tercer región, cuando la frecuencia  $\nu > 2/t_c$  la pendiente es aproximadamente igual a cero  $\beta \approx 0$ . No hay correlación. En la segunda región, la región intermedia entre las dos que acabamos de mencionar  $1/(2t_c) < \nu < 2/t_c$ , se observa una pendiente negativa  $\beta < 0$ . Hay correlación. De esta información se infiere que para poder observar un cambio en la pendiente el tiempo fijo de conteo ( $t_0$ ) debe ser menor a la mitad del tiempo de coherencia,  $t_0 < t_c/2$  para observar las tres regiones y así determinar que la fuente es superpoissoniana.

Cuando se calcula la densidad espectral de energías en este caso, la dispersión es muy grande y es complicado discernir entre las diferentes regiones como se muestra en la figura 4.10 a). Para poder distinguir las pendientes con mayor claridad es conveniente promediar varias densidades espectrales de energía de diferentes series de conteo obtenidas en las mismas condiciones. Mientras mayor sea el número de DEE que se promedien, menor será la dispersión, como se muestra en el panel c) donde se promediaron cien DEE. Sin embargo para darnos una idea de como es la DEE basta con promediar 10 series como se muestra en el panel b). Las pendientes se obtuvieron por mínimos cuadrados.

En la figura 4.11 se muestra el promedio de cien DEE para un tiempo de conteo fijo  $t_0 = 0.04$ . La diferencia entre un panel y otro es la anchura de las gaussianas, en el panel a) la anchura es de 0.005, en el panel b) es de 0.075 en el panel c) es de 0.01, en el panel d) es de 0.03 y en el panel e) es de 0.05. Conforme la anchura de la gaussiana va aumentando disminuye el valor de las frecuencias que conforman la pendiente negativa y el número de frecuencias que conforman esta pendiente es menor. Ahora si la distribución de los centros de las gaussianas es uniforme y la anchura del grupo es menor o igual al diez por ciento del valor máximo de la distancia entre dos grupos consecutivos, la pendiente es  $\beta \approx -2$ . Si la anchura de la gaussiana es mayor al diez por ciento de la distancia entre dos grupos consecutivos, la pendiente es menor a dos,  $\beta \approx -1.49$ . Sin embargo en todos los casos se observa una pendiente negativa.

La forma en que se distribuyen los fotones dentro del montón o grupo de fotones es importante y genera diferentes resultados en la densidad espectral de

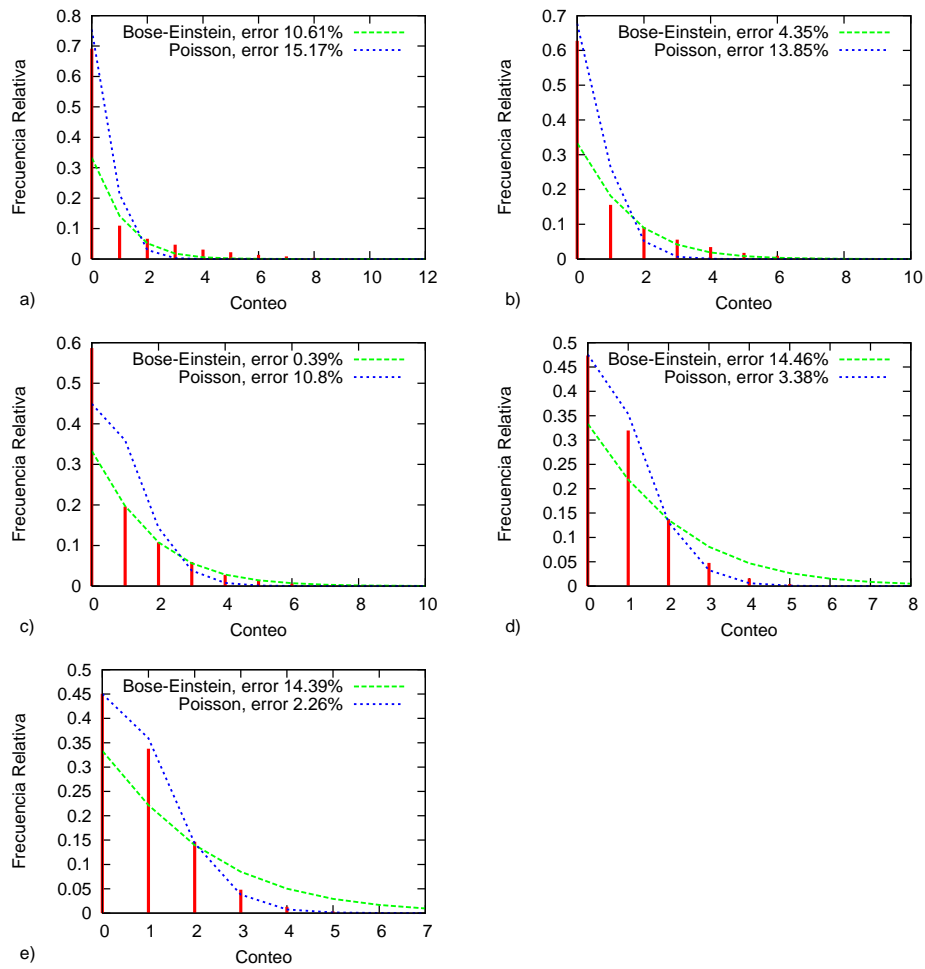


Figura 4.8: Histogramas para la simulación de una fuente térmica usando distribuciones gaussianas: a) ancho de la gaussiana es de 0.05, b) el ancho de la gaussiana es de 0.075, c) el ancho de la gaussiana es de 0.1, d) el ancho de la gaussiana es de 0.3, e) el ancho de la gaussiana es de 0.5

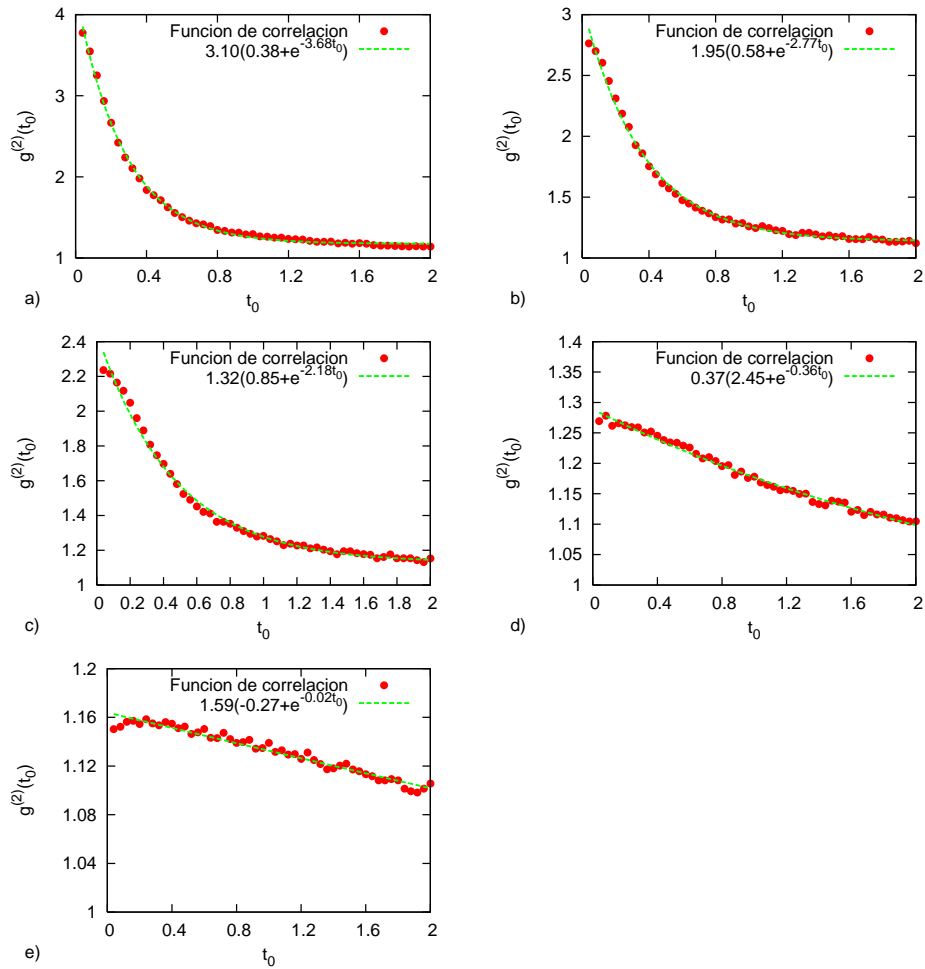


Figura 4.9: Función de correlación de segundo orden para la simulación de una fuente térmica usando distribuciones gaussianas. a) ancho de la gaussiana es de 0.05 y el tiempo de coherencia es 0.27, b) el ancho de la gaussiana es de 0.075 y el tiempo de coherencia es 0.36, c) el ancho de la gaussiana es de 0.1 y el tiempo de coherencia es de 0.45, d) el ancho de la gaussiana es de 0.3 y el tiempo de coherencia es de 2.78, e) el ancho de la gaussiana es de 0.5 y el tiempo de coherencia es de 50

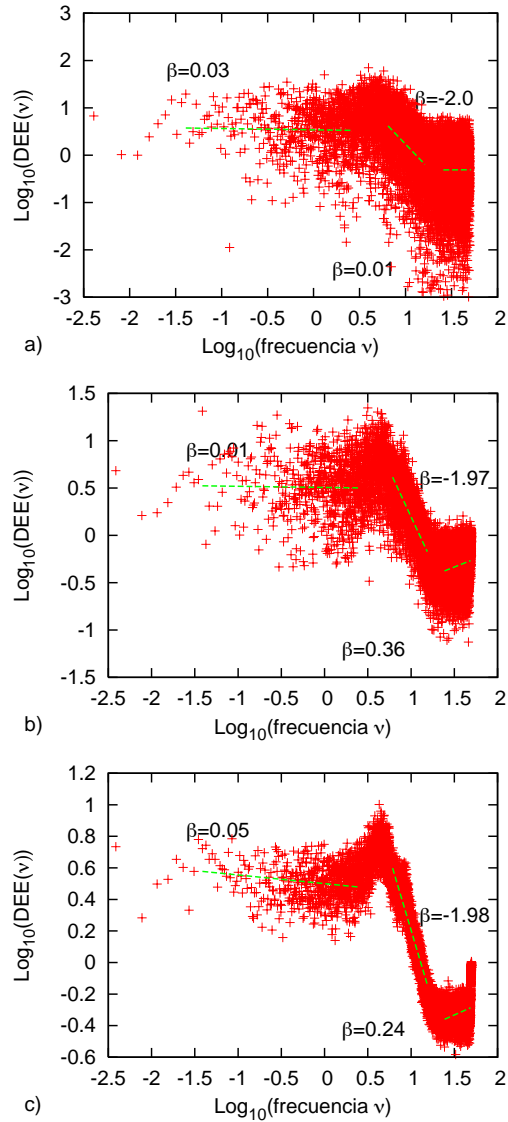


Figura 4.10: Densidad espectral de energías para la simulación de una fuente superpoissoniana construida con gaussianas de anchura 0.075. a) una serie, el error en las pendientes es de 0.3 b) promedio de 10 series, el error en las pendientes es de 0.03 c) promedio de 100 series, el error en las pendientes es de 0.01

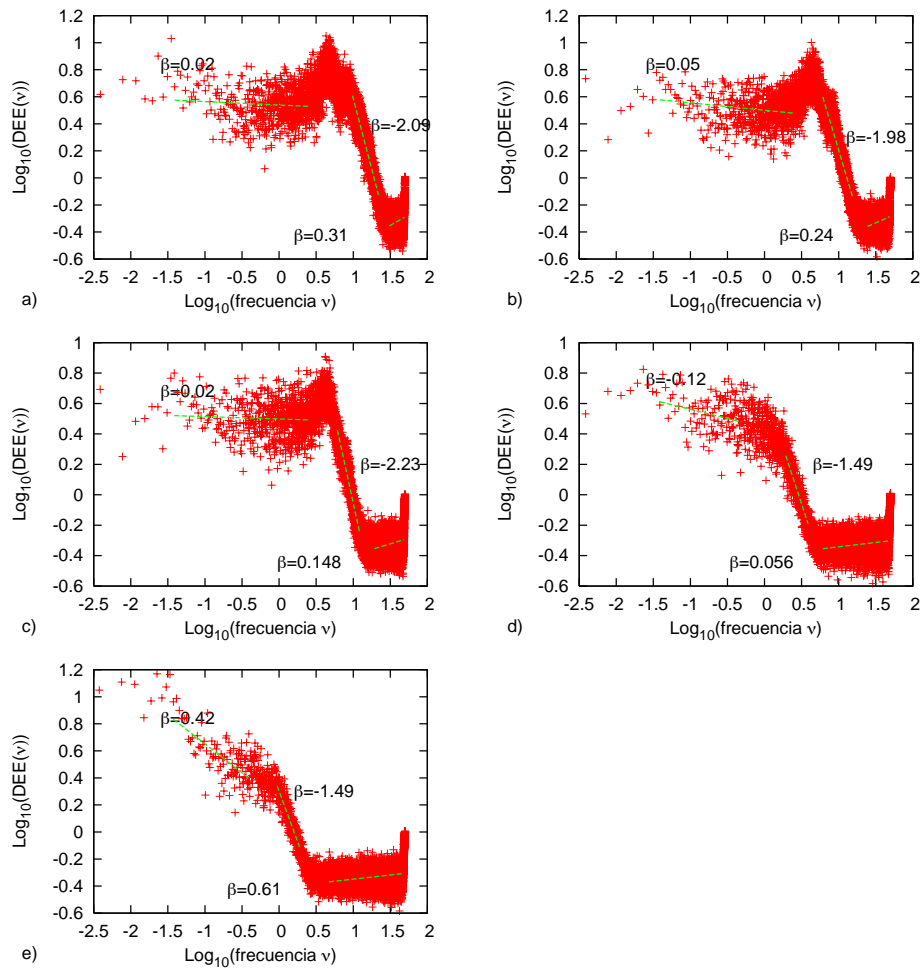


Figura 4.11: Densidad espectral de energías para la simulación de una fuente térmica usando distribuciones gaussianas: a) ancho de la gaussiana es de 0.05, b) el ancho de la gaussiana es de 0.075, c) el ancho de la gaussiana es de 0.1, d) el ancho de la gaussiana es de 0.3, e) el ancho de la gaussiana es de 0.5



energías [28]. Sin embargo la pendiente siempre es negativa, debido a que dentro del tiempo de coherencia, los fotones tienen correlación.

Se puede simular la serie de tiempo de la detección de fotones provenientes de una fuente superpoissoniana al agrupar los fotones donde varíe el número de fotones que pertenecen a cada grupo. Al aumentar la anchura de la gaussiana, el tiempo de coherencia aumenta linealmente y el valor de la función de correlación en cero disminuye. La DEE de esta simulación consta de varias regiones, para frecuencias  $\nu$ , tales que  $1/(2t_c) < \nu < 2/t_c$  la pendiente de la DEE es negativa.

### 4.3. Fuentes cuánticas

La distribución estadística del número de fotones que llegan a un detector provenientes de una fuente cuántica es subpoissoniana, es decir la desviación cuadrática media es menor al promedio. En un caso ideal la fuente emite un número constante de fotones, espaciados un lapso de tiempo fijo. De forma que los detectores siempre detecten el mismo número de fotones por unidad de tiempo. La densidad espectral de energías en este caso en particular es una delta de Dirac. Sin embargo el tiempo de vida de la fluorescencia para una fuente no es fijo, si no que suele tener una distribución determinada, lo que produce que no se detecte siempre el mismo número de fotones por unidad de tiempo.

Para simular una fuente cuántica, consideremos el caso en el cual cada fotón se emite con una probabilidad determinada por una gaussiana, con la condición de que los fotones nunca se encuentren. Esto se consigue si en cada gaussiana solo hay un fotón, si las gaussianas se cruzan cuando el valor de la frecuencia relativa es aproximadamente cero y sus centros se encuentren equidistantes. De esta forma se consigue que exista un  $t_0$  para el cual no se contabilicen dos fotones ( i.e. que los fotones se encuentren separados). La separación entre los fotones dependerá del ancho de la gaussiana. Este caso es un ejemplo de un sistema de dos niveles en el cual el tiempo de vida del estado excitado tiene una distribución gaussiana, como los puntos cuánticos de CdSe [29]. La serie de tiempo de la simulación se realizó en Fortran 99 con el programa que se muestra en el apéndice B.1.4. El tiempo entre los centros de las gaussianas es de 2.5 y el ancho máximo de éstas que se utilizó en este trabajo es de 2.25, en cada gaussiana solo se colocó un fotón de forma que siempre hubiera una separación entre un fotón y otro.

En la figura 4.12 se muestra a) la serie de tiempo, b) la distribución de la serie de tiempo que es gaussiana. La serie de conteo se muestra en el panel c) y su distribución que es claramente subpoissoniana se muestra en el panel d). Lo cual indica que la simulación representa la forma en que los fotones emitidos por una fuente subpoissoniana son detectado por un APD o un PTM.

En la figura 4.13 se muestran diferentes histogramas para una sola serie de tiempo en los cuales solo se varía  $t_0$ . Se observa que para tiempos cortos, no se puede discernir si la fuente es subpoissoniana o poissoniana. Conforme se va aumentando el tiempo fijo de conteo se observa más claramente la naturaleza subpoissoniana de la fuente.

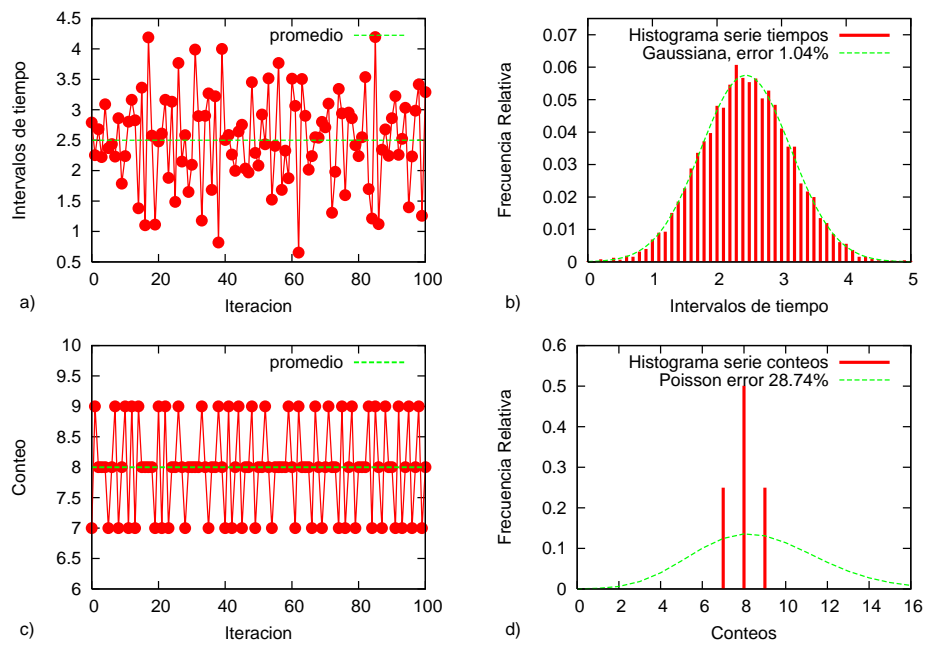


Figura 4.12: Simulación de una fuente subpoissoniana: a) serie de tiempo, b) histograma de la serie de tiempo que se ajusta a una gaussiana, c) serie de conteo y d) histograma de la serie de conteo que es claramente subpoissoniana

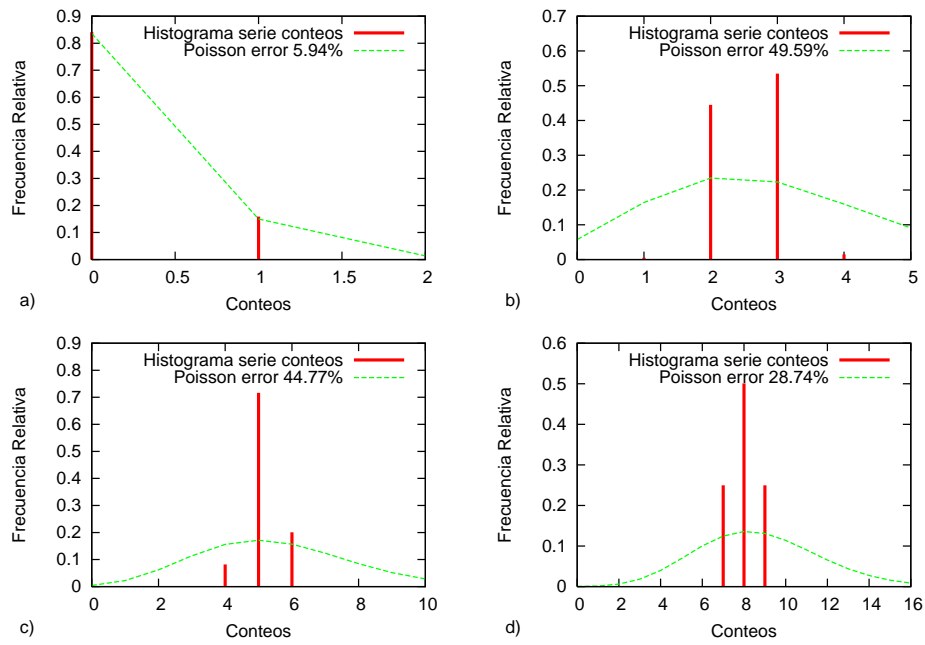


Figura 4.13: Histograma de una fuente subpoissoniana, para diferentes tiempos de conteo. a)  $t_0 = 0.4$ , b)  $t_0 = 6.4$ , c)  $t_0 = 12.8$  y d)  $t_0 = 20$

Al igual que en el caso superpoissoniano, se procedió a disminuir el ancho de la gaussiana para observar cómo afecta esto a la densidad espectral de energías y a la función de correlación de segundo orden. La función de correlación de segundo orden en este caso se puede dividir en dos regiones: la primera que consta en una línea horizontal en cero y una segunda región que se puede ajustar a una exponencial. La línea horizontal se debe a que para estos tiempos deja de haber señal, por lo cual se pierde la estadística. La parte exponencial se desplaza hacia la derecha conforme se disminuye la anchura de la gaussiana. El tiempo de coherencia se mantiene constante ( $t_c = 4.7 \pm 0.1$ ), debido a que la separación entre fotones es en promedio la misma aunque varíen las fluctuaciones alrededor del promedio. Todo esto se muestra en la figura 4.14.

La densidad espectral de energías para una fuente subpoissoniana consta de varias regiones cuando las diferencias de tiempos entre los fotones no es constante, de manera similar al caso de la fuente superpoissoniana. En la primer región que consta de frecuencias pequeñas no hay correlación  $\beta \approx 0$ , esto se debe a que para tiempos de conteo grandes el número de fotones que se observan es aleatorio, una segunda región donde se observa anticorrelación  $\beta > 0$ , una tercera región donde no hay correlación  $\beta \approx 0$  para tiempos pequeños, menores a 0.556 veces la anchura de la gaussiana, como se muestra en las figuras 4.15 y 4.16 a), b) y c). La DEE también puede constar una sola pendiente  $\beta \approx 0$  pero tener varios picos, los picos indican que hay periodicidad en la señal como se muestra en la figura 4.16 f). Cabe recalcar que estos picos no se observan en la DEE de la fuente coherente.

En la figura 4.15 se muestra la DEE para a) una serie de tiempo, b) el promedio de 10 DEE y c) el promedio de 100 DEE. El error en la pendientes no varía al incrementar el número de DEE que se promedia, sin embargo al aumentar el número de series que se promedian la forma de la gráfica es más clara, se vuelve evidente que la DEE en escala logarítmica consta de varias pendientes.

Ahora, conforme se disminuye la anchura de la gaussiana, en la simulación de la fuente subpoissoniana, la pendiente de la segunda región se va recorriendo hacia la derecha, es decir hacia frecuencias menores de la DEE. La pendiente positiva se conforma por frecuencias que corresponde a 0.5 veces el ancho de la gaussiana y 23 veces el ancho de la gaussiana. A su vez el número de picos que se observan en la gráfica aumenta es decir, aumenta la periodicidad de la serie de conteo al disminuir el ancho de la gaussiana, que es lo que se espera ya que la serie de tiempo y la de conteos se va acercando a un "picket fence", es decir el tiempo entre un fotón y otro es casi constante.

Cuando la gaussiana es muy delgada la densidad espectral de energías tiene solo una región con pendiente aproximadamente cero, que se distingue del caso de la fuente coherente continua, debido a los picos que se presentan, la serie de conteo de una fuente coherente no presenta periodicidad.

El pico que se muestra en todas las densidades espectrales de energías de la figura 4.16 se encuentra en  $t = 2.5$  que es la distancia entre los centros de las gaussianas. Esto se demuestra al cambiar la distancia entre las gaussianas, el pico siempre está a la mitad de esa distancia. En el panel f) se presenta la DEE

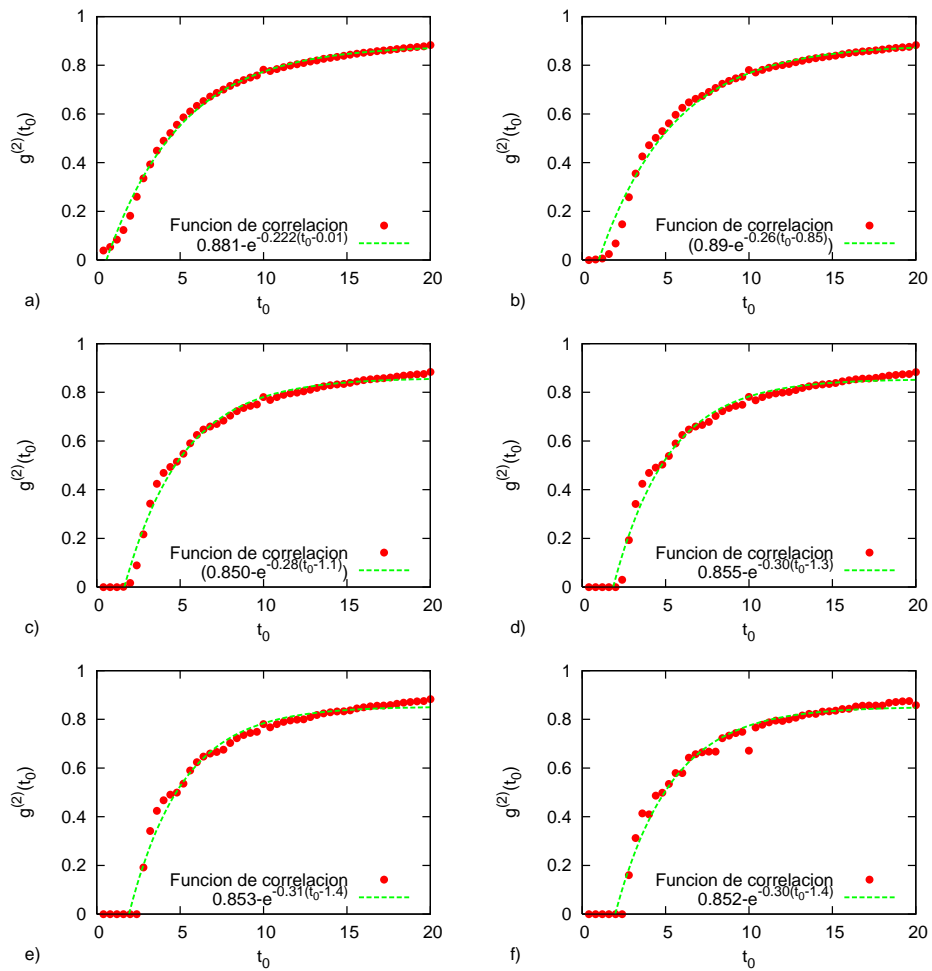


Figura 4.14: Función de correlación de segundo orden de la simulación de una fuente subpoissoniana a) anchura gaussiana 2.25, b) anchura gaussiana 1.75, c) anchura gaussiana 1.25, d) anchura gaussian 0.5, e) anchura gaussiana 0.1 y f) anchura gaussiana 0.0001

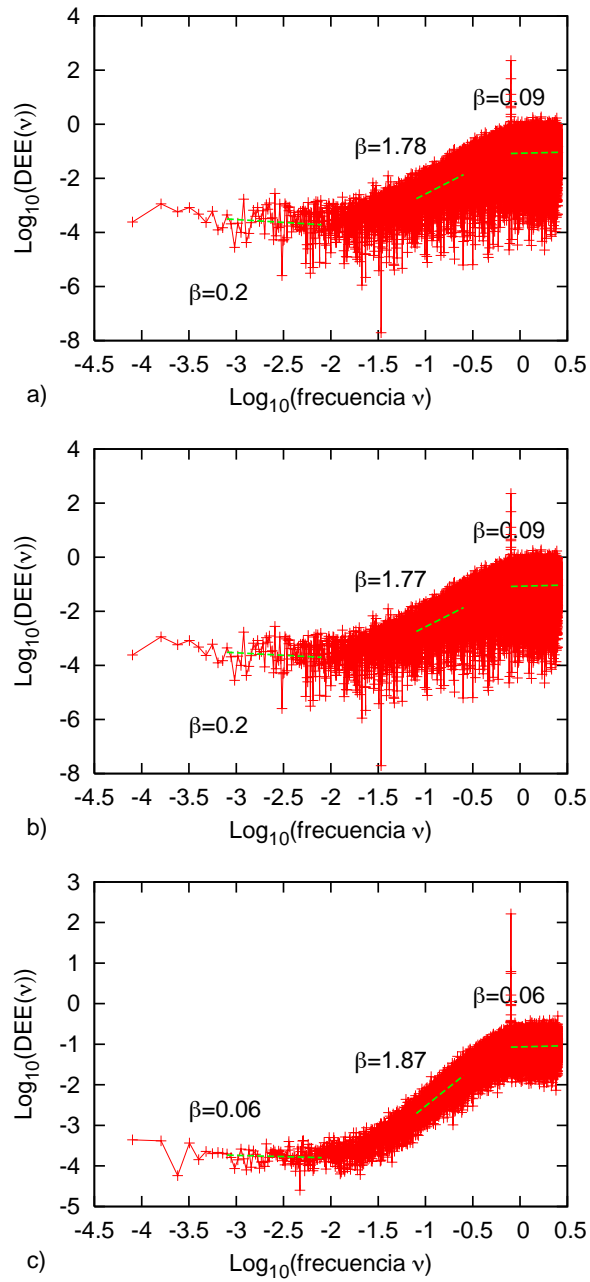


Figura 4.15: Densidad espectral de energías para la simulación de una fuente subpoissoniana construida con gaussianas de anchura 2.25. a) una serie, el error en las pendientes es de 0.1 b) promedio de 10 series, el error en las pendientes es de 0.1 c) promedio de 100 series, el error en las pendientes es de 0.05

que contiene el mayor número de picos. El intervalo entre un pico y otro en el dominio de las frecuencias es de:  $\Delta p = 0,1$ . En la figura se observa cómo los picos cada vez están más cerca debido a que se graficó el logaritmo de la frecuencia, en realidad se encuentran equidistantes, esto se debe a que la periodicidad de la fuente en este caso es alta. En el apéndice C se encuentra una lista de todos los picos para cada figura y su ubicación en frecuencia y tiempo.

La DEE que se muestra en la figura 4.16 f) se puede generar con un láser pulsado, si el tiempo de conteo es proporcional al tiempo de duración del pulso. En este caso la densidad espectral de energías no es suficiente para determinar si una fuente es cuántica o coherente.

Una simulación de una fuente cuántica se crea al impedir que los fotones se junten en un lapso de tiempo determinado. En este caso la densidad espectral de energías se compone de al menos dos regiones una con pendiente igual a cero y otra con pendiente positiva, cuando la fuente no es muy periódica. Si el intervalo de tiempo entre un fotón y otro es cercano a una constante, la densidad espectral de potencias tiene una pendiente plana con picos equidistantes. Los cuales se presentan debido a la periodicidad de los conteos.

## 4.4. Conclusiones

En este capítulo se simularon series de tiempo que corresponden a las series que se obtienen al detectar los fotones provenientes de una fuente superpoissoniana, poissoniana o subpoissoniana. Esto se demostró con un histograma de las series de conteo y con la función de correlación de segundo orden. Con estas simulaciones se obtuvo la densidad espectral de energías de cada tipo de fuente mostrando comportamientos diferentes según la fuente que se analiza.

En una fuente coherente no se observa correlación en la densidad espectral de energías, lo cual se traduce en un espectro plano  $\beta = 0$ . En las fuentes superpoissonianas la densidad espectral de energías puede constar de diferentes regiones con pendientes diferentes, tales que  $\beta \leq 0$  para las diferentes regiones y al menos una de ellas está compuesta por frecuencias  $\nu$  tales que  $1/(2t_c) \leq \nu \leq 2/t_c$  es mayor que cero. El valor de la pendiente negativa depende del tipo de distribución de los grupos de fotones considerados. En las fuentes cuánticas se observan dos comportamientos diferentes de la densidad espectral de energías. Cuando la fuente no es periódica, se observan varias regiones para tiempos de conteo  $t_0 < 5t_c$  cuya pendiente es  $\beta \geq 0$  y al menos una de las regiones tiene pendiente positiva. El valor de esta pendiente positiva está ligada a la periodicidad de la función que se está analizando. Cuando la fuente es periódica, la pendiente de la densidad espectral de energías es cero  $\beta = 0$  y consta de varios picos aproximadamente equidistantes.

Si el tiempo de conteo no es lo suficientemente chico ( $t_0 < t_c/2$  para la fuente superpoissoniana y  $t_0 < 5t_c$  para la fuente cuántica) entonces no se observará ninguna pendiente distinta de cero en la DEE. Al realizar el experimento es necesario constatar que la resolución es la adecuada para obtener la información deseada.

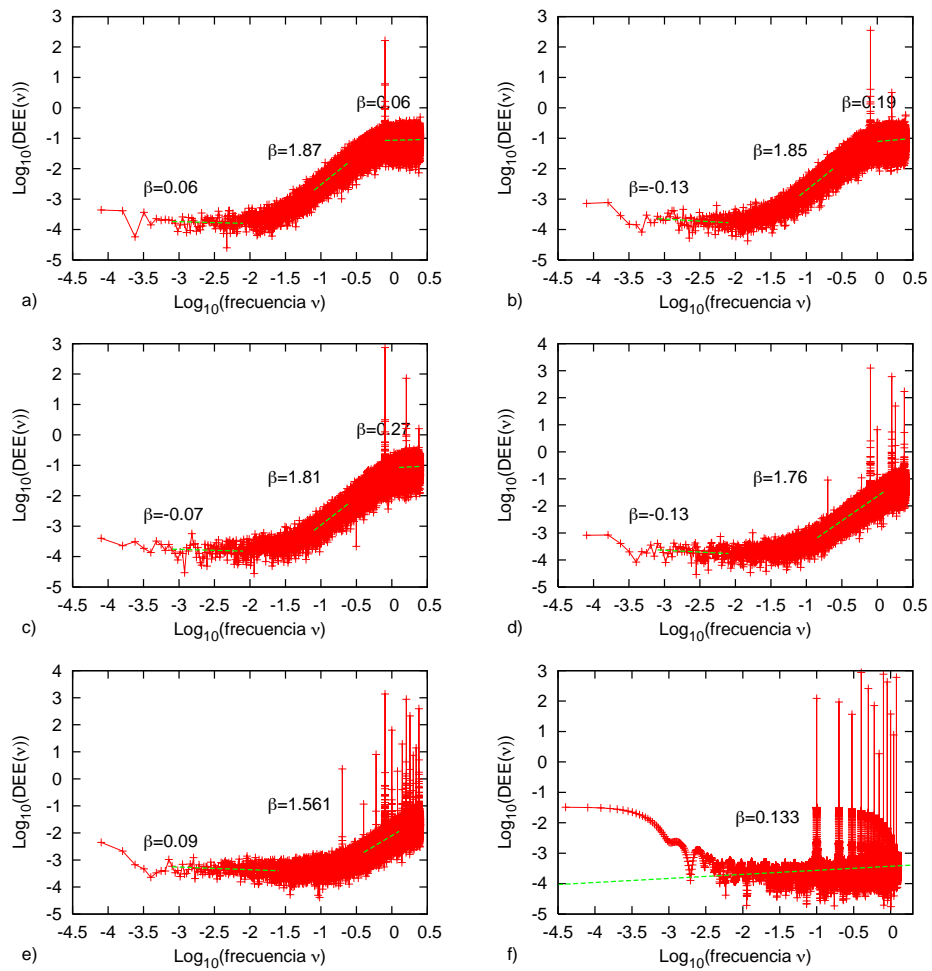


Figura 4.16: Densidad espectral de energías de la simulación de una fuente subpoissoniana a) anchura gaussiana 2.25, b) anchura gaussiana 1.75, c) anchura gaussiana 1.25, d) anchura gaussian 0.5, e) anchura gaussiana 0.1 y f) anchura gaussiana 0.0001



Es importante que el experimento sea congruente con lo que se desea obtener, porque se puede generar una densidad espectral de energías similar a la que se obtiene con una fuente cuántica periódica, con un láser pulsado si el tiempo de conteo es comparable con el tiempo de duración del pulso del láser.

Tipo de fuente luminosa	$g_{\zeta}^{(2)}(t_0 = 0)$	$\beta$
superpoissoniana	2	$\leq 0$
poissoniana	1	0
subpoissoniana	0	$\geq 0$

Tabla 4.1: En esta tabla se resumen los datos obtenidos en las simulaciones.

## Capítulo 5

# Cristal de Beta Bario Borato (BBO)

Para poder analizar una fuente de luz cuántica, primero es necesario construir una. Hoy en día, existen varias maneras de obtener fuentes cuánticas. Todas tienen un grado de dificultad en su elaboración, sin embargo, la fuente más popular debido a su implementación y bajo costo es aquella que utiliza cristales no lineales para la generación de subarmónicos. La teoría del mecanismo que nos permite tener pares de fotones correlacionados en el espacio y en el tiempo puede verse con detalle en el libro de Boyd [30]. Dicho mecanismo denominado *empatamiento de fases* es el generador de pares de fotones de la conversión paramétrica espontánea descendente.

En este capítulo analizaremos las características de la luz proveniente del cristal Beta Bario Borato ( $\beta$ -BaB<sub>2</sub>O<sub>4</sub>, comúnmente abreviado como BBO), se mostrará teóricamente como el cristal BBO al producir fotones por conversión paramétrica descendente es una fuente cuántica. Se describirá como se producen los fotones dentro del cristal y finalmente se indicará a que ángulo se deberán colocar los detectores para detectar los fotones infrarrojos provenientes del cristal al excitarlo con un láser de 405 nm.

La ventaja de la fuente basada en el cristal BBO, de fotones individuales, es que cada fotón producido por este medio tiene un testigo. El testigo nos permite discriminar fácilmente el ruido de los fotones generados por la misma conversión. Además nos permite seleccionar espacialmente y temporalmente los fotones que son producidos por conversión paramétrica descendente. De todos los fotones que se producen en el cristal sólo estos nos interesan en este trabajo. Sin esta selección la alta producción de fotones en la región del cristal excitada por el láser impide distinguir las propiedades cuánticas característica de la producción de pares por conversión paramétrica descendente. .

La naturaleza cuántica de los pares de fotones producidos por conversión paramétrica descendente en el cristal BBO se ha observado varias veces en diferentes laboratorios [31, 32, 33], por lo cual esta fuente es ideal para los propósitos

de este trabajo.

## 5.1. Características del cristal BBO

Los cristales BBO son elementos ópticos no lineales, birrefringentes, transparentes para un gran ancho de banda, desde el infrarrojo (3500 nm) hasta el ultravioleta (309 nm), tienen una amplia capacidad de empatamiento de fase, un alto umbral de daño y una baja susceptibilidad higroscópica [34].

Estos cristales tienen la capacidad de generar el segundo armónico ( $\omega_{GSA} = \omega_p + \omega_p$ ), i.e. al pasar dos fotones por el cristal de la misma frecuencia existe la posibilidad de que se cree un fotón con el doble de frecuencia, o se puedan crear dos fotones simultáneos de la mitad de la frecuencia de un fotón que atraviese el material (en este caso la generación es de subarmónicos).

También puede generarse, de dos fotones con distintas frecuencias que inciden en el cristal, un solo fotón cuya frecuencia sea la suma o la diferencia de las dos primeras respectivamente, esto se conoce como generación por suma de frecuencias ( $\omega_{GSF} = \omega_{p1} + \omega_{p2}$ ). De la misma manera podemos hablar de la generación por diferencia de frecuencias ( $\omega_{GDF} = |\omega_{p1} - \omega_{p2}|$ ). El proceso también se puede realizar a la inversa, de un fotón se producen dos fotones cuya suma o diferencia es igual a la frecuencia del fotón original.

Los cristales BBO se clasifican en dos tipos. En los cristales tipo I los dos fotones producidos por conversión paramétrica descendente tienen la misma polarización que es ortogonal a la polarización del fotón de bombeo, en el caso degenerado i.e. cuando los dos fotones generados tienen la misma frecuencia, éstos son casi idénticos e indistinguibles. Los cristales tipo II, son aquellos donde los fotones producidos por conversión paramétrica descendente tiene polarización ortogonal. Ya que el cristal BBO es birrefringente, los dos fotones obedecen a diferentes índices de refracción y poseen diferentes velocidades de grupo [35]. El cristal que se empleó en este trabajo es de tipo I.

## 5.2. El cristal BBO como fuente de fotones individuales

Uno de los efectos más importantes en el cristal BBO es la producción por conversión paramétrica descendente (SPDC) de pares de fotones individuales, cuando un fotón con frecuencia  $\omega_0$  incide sobre un medio dieléctrico con una susceptibilidad no lineal  $\chi^{(2)}$  se generan dos fotones con frecuencias menores  $\omega_1$  y  $\omega_2$ . La diferencia de tiempo entre la creación de estos fotones es menor que el tiempo de resolución de los detectores, por lo cual se puede suponer que los fotones se generan simultáneamente. Experimentalmente se ha demostrado que los fotones se generan simultáneamente para una resolución de 100 femtosegundos [36, 37, 38, 39].

Mandel [15] demostró que en la conversión paramétrica descendente se emiten fotones cuyo espaciamiento temporal entre fotón y fotón presenta una esta-

dística cuántica. Esta demostración se esboza en las siguientes líneas.

El hamiltoniano que describe la luz producida por conversión paramétrica descendente donde el vector de onda  $\bar{k}$  de los fotones generados difiere en dirección o en magnitud o en ambos, ie  $\mathbf{k}_0 = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2$ , se puede escribir como:

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^2 \bar{\hbar}\omega_i \left( \hat{n}_i + \frac{1}{2} \right) + \bar{\hbar}g[\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_0 + \text{c.c.}] \quad (5.1)$$

donde  $\hat{a}^\dagger$  y  $\hat{a}$  son los operadores de creación y aniquilación, *c.c.* significa complejo conjugado y la información sobre la susceptibilidad no lineal del cristal se encuentra contenida en la constante real de acoplamiento  $g$ . Un análisis más detallado de estos conceptos se encuentra en el apéndice A Ahora  $\hat{n}_1 + \hat{n}_2 + 2\hat{n}_0$  es una contante de movimiento ya que se cumple que:

$$[\hat{n}_1 + \hat{n}_2 + 2\hat{n}_0, \hat{H}] = 0 \quad (5.2)$$

Si suponemos que el haz incidente es muy intenso, entonces el modo  $\hat{a}_0$  se puede tratar clásicamente como un campo de amplitud compleja tal que:  $a_0 = \nu_0 e^{-i\omega_0 t}$ , así, el hamiltoniano dado en la ecuación 5.1 se convierte en [15]:

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^2 \bar{\hbar}\omega_i \left( \hat{n}_i + \frac{1}{2} \right) + \bar{\hbar}g[\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2^\dagger \nu_0 e^{-i\omega_0 t} + \text{c.c.}] \quad (5.3)$$

en este caso tenemos que  $\hat{n}_1(t) - \hat{n}_2(t)$  es una constante de movimiento, ya que los fotones se crean "simultáneamente", se cumple que:

$$\hat{n}_1(t) - \hat{n}_2(t) = \hat{n}_1(0) - \hat{n}_2(0) \quad (5.4)$$

De la ecuación de Heisenberg se obtiene la ecuación de movimiento para  $\hat{a}_1(t)$  que tiene la forma [40]:

$$\dot{\hat{a}}_1(t) = \frac{1}{i\hbar}[\hat{a}_1, \hat{H}] \quad (5.5)$$

$$= -i\omega_1 \hat{a}_1(t) - ig\hat{a}_2^\dagger(t)\nu_0 e^{-i\omega_0 t} \quad (5.6)$$

La ecuación de movimiento para  $\hat{a}_2(t)$  es:

$$\dot{\hat{a}}_2(t) = -i\omega_2 \hat{a}_2(t) - ig\hat{a}_1^\dagger(t)\nu_0 e^{-i\omega_0 t} \quad (5.7)$$

Tenemos un sistema de ecuaciones diferenciales acopladas, y para resolver este sistema definimos:

$$\hat{Y}_1(t) \equiv \hat{a}_1(t)e^{i\omega_1 t} \quad (5.8)$$

$$\hat{Y}_2(t) \equiv \hat{a}_2(t)e^{i\omega_2 t} \quad (5.9)$$

Considerando que  $\omega_1 + \omega_2 = \omega_0$  y diferenciando dos veces obtenemos las ecuaciones desacopladas:

$$\frac{d^2 \hat{Y}_1^{(t)}}{dt^2} = g^2 |\nu_0|^2 \hat{Y}_1(t) \quad (5.10)$$

$$\frac{d^2 \hat{Y}_2^{(t)}}{dt^2} = g^2 |\nu_0|^2 \hat{Y}_2(t) \quad (5.11)$$

Reescribiendo  $\nu_0 = |\nu_0|e^{i\theta}$ , las soluciones de  $\hat{Y}_1(t)$  y  $\hat{Y}_2(t)$  quedan como:

$$\hat{Y}_1(t) = \hat{Y}_1(0) \cosh(g|\nu_0|t) - ie^{i\theta}\hat{Y}_2^\dagger(0) \sinh(g|\nu_0|t) \quad (5.12)$$

$$\hat{Y}_2(t) = \hat{Y}_2(0) \cosh(g|\nu_0|t) - ie^{i\theta}\hat{Y}_1^\dagger(0) \sinh(g|\nu_0|t) \quad (5.13)$$

Usando las ecuaciones 5.12 y 5.13 se puede calcular  $\langle : \hat{n}_1(t)\hat{n}_2(t) : \rangle$  donde  $\langle : : \rangle$  significa ordenamiento temporal. Obteniendo que [15]:

$$\langle : \hat{n}_1(t)\hat{n}_2(t) : \rangle = \langle : \hat{n}_j^2(t) : \rangle + \langle \hat{n}_j(t) \rangle, \quad (j = 1, 2) \quad (5.14)$$

Ahora, el teorema de la equivalencia óptica para operadores normalmente ordenados dice que para cualquier función normalmente ordenada  $g^{(n)}(\hat{a}, \hat{a}^\dagger)$  de los operadores de creación ( $\hat{a}^\dagger$ ) y aniquilación ( $\hat{a}$ ), cuya expansión en series de potencias sea de la forma  $g^{(n)}(\hat{a}, \hat{a}^\dagger) = \sum_{n,m} c_{nm} \hat{a}^{\dagger n} \hat{a}^m$ , se cumple que:

$$\langle g^{(n)}(\hat{a}, \hat{a}^\dagger) \rangle = \langle g^{(n)}(\nu, \nu^*) \rangle_\phi \quad (5.15)$$

donde  $\nu$  y  $\nu^*$  son los eigenestados de los eigenvectores de  $\hat{a}^m$  y  $\hat{a}^{\dagger n}$  ( $|\nu \rangle$  y  $|\nu^* \rangle$ ) y  $\langle \rangle_\phi$  denota el promedio del ensemble con respecto a la función de peso  $\phi(\nu)$ . La demostración de este teorema se puede encontrar en [15]. De este teorema se obtiene que:

$$\langle \hat{n} \rangle = \langle |\nu|^2 \rangle_\phi \quad (5.16)$$

Aplicando el teorema a la ecuación 5.14 se puede escribir la siguiente desigualdad:

$$\langle |\nu_1|^2 |\nu_2|^2 \rangle_\phi > \langle |\nu_j|^4 \rangle_\phi = [\langle |\nu_1|^4 \rangle_\phi \langle |\nu_2|^4 \rangle_\phi]^{1/2} \quad (5.17)$$

lo cual viola claramente la desigualdad de Schwartz

$$\langle |\nu_1|^2 |\nu_2|^2 \rangle \leq [\langle |\nu_1|^4 \rangle \langle |\nu_2|^4 \rangle]^{1/2} \quad (5.18)$$

De este resultado se deduce que la luz proveniente del proceso de conversión paramétrica descendente tiene una descripción no clásica.

Así la luz obtenida por conversión paramétrica representan estados de fock de un solo fotón. En el capítulo siguiente se demuestra experimentalmente que los fotones generados por conversión paramétrica descendente en un cristal BBO presentan características cuánticas.

### 5.3. El cristal BBO como material birrefringente

Los materiales birrefringentes se caracterizan por tener dos índices de refracción, el índice de refracción ordinario,  $n_o$  y el índice de refracción extraordinario,  $n_e$ . Los índices de refracción se definen con respecto al eje óptico del material, que es la dirección a lo largo de la cual los rayos con una polarización cualquiera viajarán a la misma velocidad a lo largo del eje. De  $n_o$  se obtiene el rayo ordinario que tiene una polarización ortogonal al eje óptico y de  $n_e$  el rayo extraordinario cuya polarización tiene una componente paralela al eje óptico.

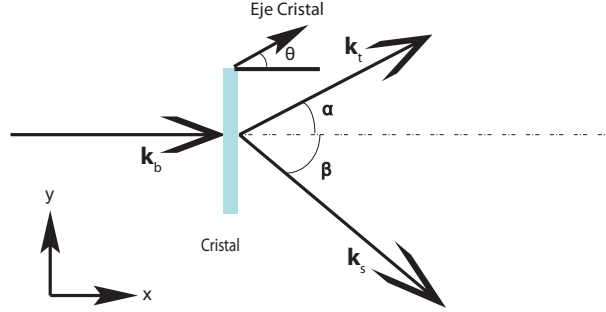


Figura 5.1: Esquema de la conservación del momento en la conversión paramétrica descendente, donde los subíndices b, t y s corresponden a bombeo, testigo y señal respectivamente.

El eje óptico se puede colocar en cualquier eje del cristal, por conveniencia lo colocamos en el eje x; así los rayos cuya polarización sea perpendicular al eje óptico del cristal se transmitirán con un índice de refracción  $n(\theta)$ , donde  $\theta$  es el ángulo entre el vector de propagación de onda,  $\mathbf{k}$  y el eje óptico del cristal [41].

Si colocamos el eje óptico en la dirección x, se cumple que:

$$\frac{\sin^2(\theta)}{n_e^2} + \frac{\cos^2(\theta)}{n_o^2} = \frac{1}{n^2(\theta)} \quad (5.19)$$

donde  $n(\theta) = |\mathbf{n}(\theta)|$ .

Los fotones producidos por conversión paramétrica espontánea descendente se presentan cuando un fotón de bombeo interactúa con un medio no lineal, excitándolo a un nivel de energía superior y se desexcita generando dos fotones, uno señal y otro testigo conservando momento y energía.

$$\mathbf{k}_b = \mathbf{k}_s + \mathbf{k}_t \quad (5.20)$$

$$\omega_b = \omega_s + \omega_t \quad (5.21)$$

Donde los subíndices b, t y s corresponden a bombeo, testigo y señal respectivamente. Separando en componentes la ecuación de conservación del momento tenemos que:

$$k_{by} = k_{sy} + k_{ty} \quad (5.22)$$

$$k_{bx} = k_{sx} + k_{tx} \quad (5.23)$$

De la figura 5.1 se obtiene:

$$0 = k_{by} = k_t \sin \alpha + k_s \sin \beta \quad (5.24)$$

$$k_{bx} = k_t \cos \alpha - k_s \cos \beta \quad (5.25)$$

Los fotones que nos interesan son aquellos que son afectados por la polarización extraordinaria, por lo cual el índice de refracción del cristal que nos

interesa es el extraordinario. El índice de refracción se define como la velocidad de la luz entre la velocidad de fase. Sustituyendo  $n(\omega_i) = c/v_p(\omega_i) = ck/\omega_i$  en las ecuaciones 5.24 y 5.25 y suponiendo que los fotones convertidos tienen aproximadamente la misma frecuencia,  $\omega_s \approx \omega_b/2 \approx \omega_t$ :

$$0 = n_o(\omega_b/2)\omega_b \frac{\text{sen } \alpha}{2c} + n_o(\omega_b/2)\omega_b \frac{\text{sen } \beta}{2c} \quad (5.26)$$

$$\frac{n_e(\omega_b, \theta)\omega_b}{c} = n_o(\omega_b/2)\omega_b \frac{\text{cos } \alpha}{2c} + n_o(\omega_b/2)\omega_b \frac{\text{cos } \beta}{2c} \quad (5.27)$$

De la ecuación 5.26 obtenemos que:  $\alpha = -\beta$ , sustituyendo en 5.27 y despejando  $n_e(\omega_b, \theta)$

$$n_e(\omega_b, \theta) = n_o(\omega_b/2) \text{cos } \alpha \quad (5.28)$$

Sustituyendo en la ecuación 5.19 obtenemos que:

$$\frac{\text{sen}^2(\theta)}{n_e^2(\omega_b)} + \frac{\text{cos}^2(\theta)}{n_o^2(\omega_b)} = \frac{\text{sec}^2 \alpha}{n_o^2(\omega_b/2)} \quad (5.29)$$

Los índices de refracción  $n_o$  y  $n_e$  dependen de la frecuencia de la onda incidente, estos se pueden calcular con las ecuaciones de Sellmeier, cuyos coeficientes se obtienen experimentalmente [42]. Para un cristal BBO dichas ecuaciones son [42]:

$$n_o^2(\lambda) = 2.7359 + \frac{0.01878}{\lambda^2 - 0.01822} - 0.01354\lambda^2 \quad (5.30)$$

$$n_e^2(\lambda) = 2.3753 + \frac{0.01224}{\lambda^2 - 0.01667} - 0.01516\lambda^2 \quad (5.31)$$

Entonces tenemos que para el láser de 405 nm  $n_e(405) = 1.5671$  y  $n_o(405) = 1.6919$ , para los fotones convertidos de 810 nm,  $n_e(810) = 1.6603$  y  $n_o(810) = 1.5442$

Ya que la SPDC es un fenómeno lineal de segundo orden, la intensidad del haz convertido con respecto al haz de bombeo es realmente pequeño. Así, que es necesario separar espacialmente a ambos haces para la distinción de los fotones cuánticos de los del láser de bombeo. Esto se logra si los fotones salen en un ángulo con respecto al láser. Los cristales BBO que usualmente se utilizan en experimentos de fotones correlacionados suelen tener un corte de  $\theta = 30^\circ$ . Si el haz de un láser de bombeo de 405 nm incide perpendicular a la cara del cristal,  $\alpha = 3.04^\circ$  dentro del cristal, cuando los fotones pasan al aire, el ángulo con el que salen se puede calcular con la ley de Snell  $n_o \text{sen } \alpha = n_{\text{aire}} \text{sen } \alpha'$  (ver figura 5.2). De aquí se obtiene el ángulo en el cual los fotones que salen del cristal en este caso. Considerando el índice de refracción del aire,  $n_{\text{aire}} = 1.000293$ ,  $\alpha = 5.05^\circ$ .

### 5.3.1. Conclusiones

Los cristales BBO son fuentes de fotones individuales, que emiten dos fotones "simultáneos"(señal y testigo) que nos permiten discriminar la mayor parte del

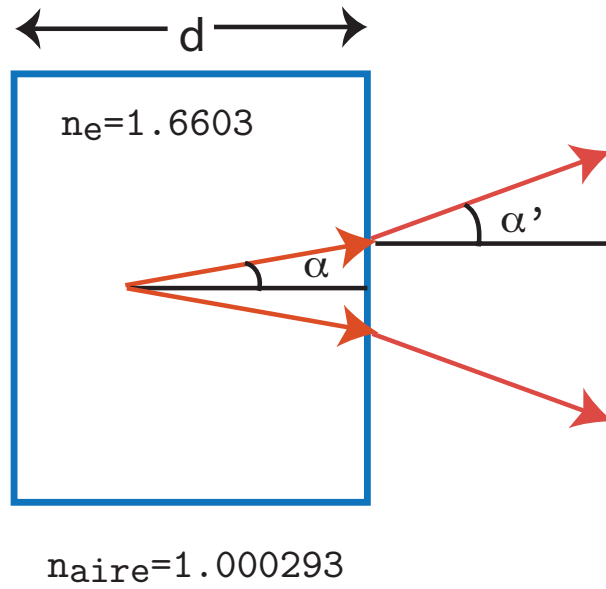


Figura 5.2: Refracción de los fotones convertidos con polarización ortogonal al eje óptico del cristal al pasar del cristal BBO al aire.

ruido ambiental. Uno de los resultados más importantes de este capítulo es que los fotones salen del cristal a  $5.05^\circ$ , ya que nos da una primera aproximación de la ubicación en la que se encuentran los fotones infrarrojos provenientes del cristal BBO al hacer incidir, perpendicularmente a la superficie del cristal, un láser de 405 nm.



## Capítulo 6

# Experimentos

En este capítulo, se presentan los resultados experimentales en los cuales se analizan tres fuentes luminosas: el láser de HeNe que es una fuente coherente, una fuente pseudotérmica y los fotones producidos por conversión paramétrica descendente en el cristal BBO que representan una fuente de fotones individuales. Se cotejan los resultados con las simulaciones que se realizaron en el capítulo 4. Hacemos además una comparación de la función de correlación de segundo orden con la densidad espectral de energías.

### 6.1. Láser de HeNe

La luz que proviene de un láser es una luz coherente en donde los valores de la función de correlación de segundo orden y de la densidad espectral de energías son los mismos sin importar el valor de  $t_0$ . Esta característica nos permite probar la metodología de los diversos experimentos que se abordan en este capítulo.

#### 6.1.1. Histograma y DEE del láser de HeNe

En esta sección se va a demostrar que los fotones provenientes de láser los cuales son detectados por un tubo fotomultiplicador tienen una distribución poissoniana, como ya se había comentado en los capítulos 2 y 4.

El experimento consiste en hacer incidir un haz láser continuo de HeNe ( $\lambda = 543.5$  nm) en un tubo fotomultiplicador (Hamamatsu R928) y contar el número de pulsos que emite éste por efecto fotoeléctrico.

Es importante atenuar la luz que llega al tubo fotomultiplicador ya que, mientras mayor sea la intensidad por segundo, mayor será la cantidad de corriente que genere el tubo fotomultiplicador en los dínodos, provocando que éste se queme.

El láser que utilizamos ya está polarizado, por lo tanto, con el fin de atenuar su intensidad se utilizó un polarizador, además se hizo incidir el haz sobre un objetivo de microscopio de 40X con el fin de abrir el haz y así disminuir la cantidad

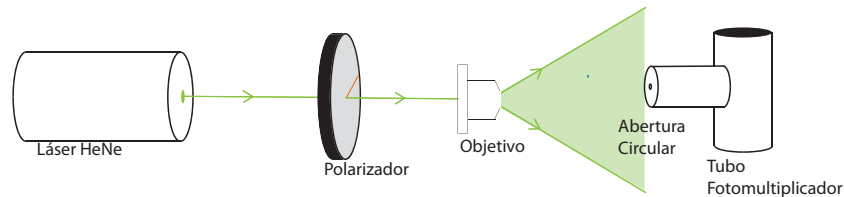


Figura 6.1: Dispositivo experimental para obtener el histograma temporal de un láser de HeNe

de luz que llegue al tubo fotomultiplicador. En la entrada del tubo fotomultiplicador se colocó una abertura circular de  $1.2 \pm 0.05$  mm de esta forma se registran alrededor de cuarenta mil fotones por segundo.

El tubo fue alimentado por 1000 V suministrados por una fuente de alto voltaje (Stanford Research Systems Inc PS350). Es necesario alimentar el tubo con un voltaje alto para que la eficiencia de éste sea alta [43]. Los pulsos que emite el tubo fotomultiplicador fueron contabilizados por un contador de fotones (Stanford Research Systems RS400). Los datos del contador fueron almacenados en una computadora con un programa realizado en BASIC en la Facultad de Ciencias [44]. Se tomaron tres series de conteo de dimensión 500, en serie cada serie se varió la intensidad. Las intensidades se variaron rotando el polarizador

Para alinear el dispositivo tenemos que comprobar que el tubo esté colocado, de forma que la luz que penetre por él llegue al fotocátodo. Posteriormente hay que colocar el agujero enfrente del tubo fotomultiplicador, para coleccionar sólo una pequeña porción de la luz la cual llegará al fotocátodo. Para alinear el haz tenemos que alinear el láser de forma que éste sea paralelo a la mesa de trabajo. Posteriormente colocamos un objetivo de microscopio de 40X de forma que la luz penetre por el centro del objetivo se dirija hacia la abertura. Cuando la luz láser incide sobre una lente parte de la luz se transmite y parte se refleja. Para alinear mejor el objetivo de microscopio hay que revisar que el reflejo de éste se proyecte en el centro de la salida del láser (i.e. revisar que exista retroreflexión). Se coloca finalmente un polarizador y se gira hasta que la intensidad del haz sea mínima. En la figura 6.1 se muestra el dispositivo experimental.

Se contabilizó inicialmente el número de cuentas oscuras, es decir el número de cuentas que se obtienen con el láser apagado. Se observa un pulso en cada doscientas mediciones con una ventana de conteo de  $800 \mu s$ . Este pulso se debe a fluctuaciones térmicas de la fuente de alimentación del tubo fotomultiplicador. El número de cuentas oscuras es tan bajo que se desprecia en el resto de este trabajo.

En la figura 6.2 se muestra la distribución del número de fotones detectados por un tubo fotomultiplicador provenientes de un láser polarizado, para una ventana de conteos de  $800 \mu s$ . Se obtuvo una distribución poissoniana, para diferentes intensidades del láser.

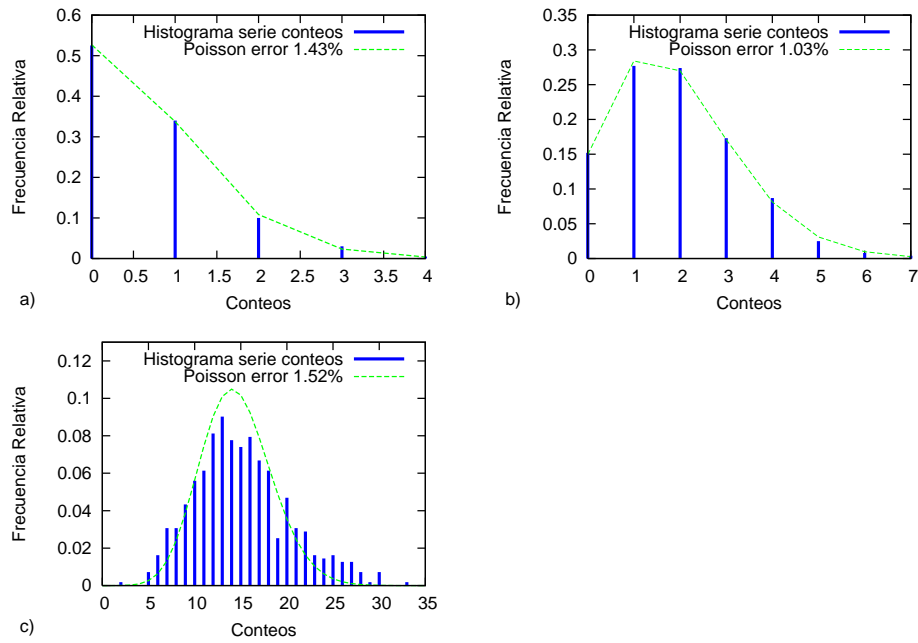


Figura 6.2: Distribución del número de fotones que llegan a un tubo fotomultiplicador provenientes de un láser de HeNe de 543.5 nm, para una ventana de conteo de  $800 \mu\text{s}$ . Cada histograma corresponde a una intensidad distinta del láser que se traduce en un promedio del número de fotones distinto: a) el promedio de fotones por  $800 \mu\text{s}$  es de 0.065 b) el promedio de fotones es de 1.03, c) el promedio de fotones es de 15.10. La línea punteada representa la curva de poisson para el número promedio de fotones que se obtuvo en cada caso.

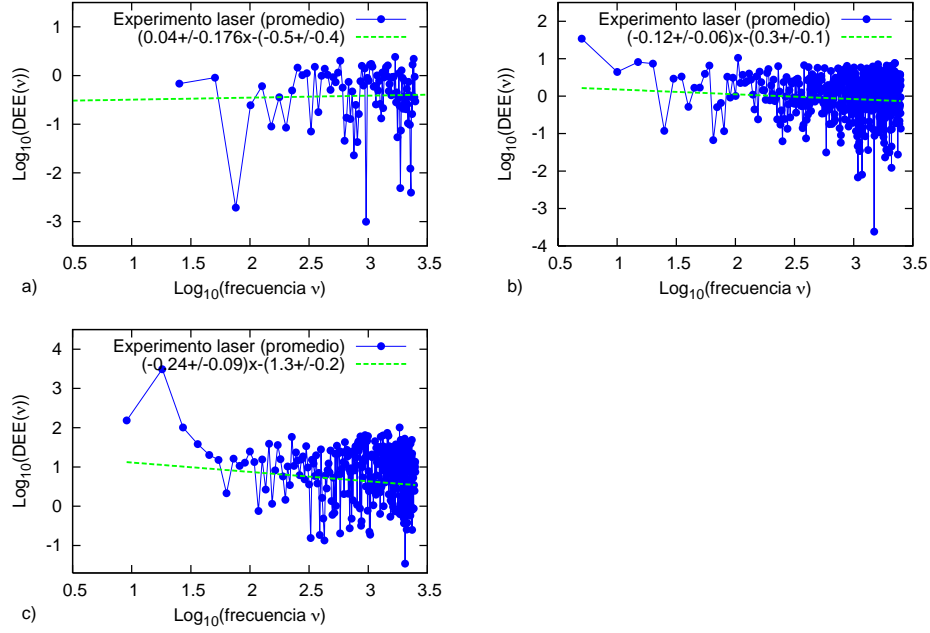


Figura 6.3: Densidad espectral de energías de una serie de conteos de fotones que llegan a un tubo fotomultiplicador provenientes de un láser de HeNe de 543.5 nm, para una ventana de conteo de  $t_0 = 800 \mu\text{s}$ . a) el promedio de fotones es de 0.065 b) el promedio de fotones es de 1.03, c) el promedio de fotones es de 15.10.

La densidad espectral de energías se obtuvo utilizando los mismos datos de los histogramas. La DEE se presenta en la figura 6.3 en la cual se muestra que la serie no tiene correlación alguna  $\beta \approx 0$ , además ninguna frecuencia predomina. Comparando este resultado experimental con la simulación que se realizó del láser en el capítulo 4.1 encontramos una correspondencia.

Con este experimento se encontró que la luz láser es poissoniana como indica la teoría y además que la densidad espectral de energías tiene una pendiente  $\beta \approx 0$ , es decir no hay correlación en la serie de conteos.

### 6.1.2. $g^{(2)}(t_0)$ para un láser de HeNe

Para calcular la función de correlación de segundo orden de un láser se necesita montar el experimento de Hanbury Brown y Twiss, ya que nos indica cuando los fotones vienen amontonados o no al separarlos con un divisor de haz y observar el número de coincidencias entre el transmitido y el reflejado. En lugar de utilizar tubos fotomultiplicadores se utilizaron fotodiodos de avalancha (APD) los cuales son más sensibles, tienen una mayor eficiencia cuántica. Posteriormente se trabajará con fuentes cuánticas cuya intensidad es muy baja y

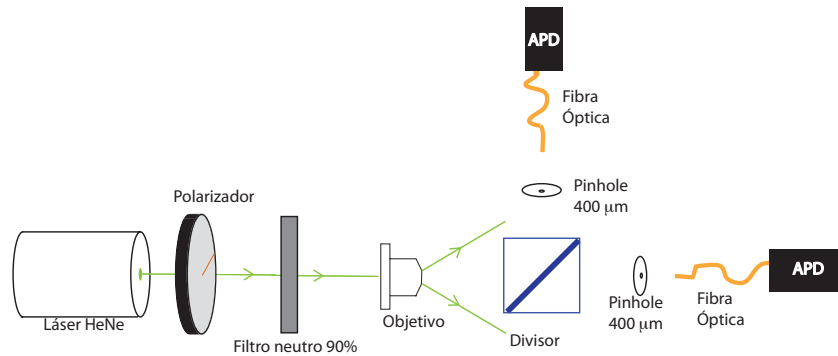


Figura 6.4: Dispositivo experimental para obtener la función de correlación de segundo orden de un láser HeNe

por lo cual se necesita una gran eficiencia. Para detectar el número de pulsos generados por los APDs y el número de coincidencias generadas, se usó una tarjeta contadora que se construyó en la Facultad de Ciencias de la Electrónica en la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP).

En este experimento se montó un cubo divisor de haz; tenemos que asegurar que los haces, transmitido y reflejado, salgan de éste paralelos a la mesa. Los APDs son muy sensibles a la luz y es necesario disminuir la intensidad del láser lo más posible, para lo cual se montaron un par de pinholes de  $400\ \mu\text{m}$  y posteriormente un par de fibras por las cuales se hacía incidir el haz, de forma que solo una parte de éste llegue al APD. Para asegurarnos que la luz pasa por las fibras hay que montar primero las fibras y los pinholes al final. Posteriormente con el mismo fin se colocó un filtro neutro que permite el paso del 90% de la luz incidente. En la figura 6.4 se muestra el esquema experimental.

Con el fin de disminuir el ruido ambiental se construyó una caja de cartón negra que cubría todo el experimento disminuyendo así la luz ambiental, lo cual se veía reflejado en el número de cuentas que se detectaron. El valor de la  $g^{(2)}(t_0)$  obtenido de este modo es  $1.0 \pm 0.1$ , y no varía al colocar la caja, por lo cual se concluye que el valor de la función de correlación de segundo orden no varía al disminuir el ruido ambiental<sup>1</sup>.

Se calculó la función de correlación para diferentes valores del tiempo de conteo  $t_0$ . Los puntos experimentales<sup>2</sup> se ajustan a una línea horizontal cercana a 1, que es lo que se esperaba teóricamente.

Las simulaciones se ajustan a los datos experimentales obtenidos para un láser de HeNe, la estadística es poissoniana y la función de correlación de segundo orden es una recta en uno. Además se corroboró experimentalmente que

<sup>1</sup>El valor del tiempo de coincidencia que marca la tarjeta es realmente el doble del valor real.

<sup>2</sup>Los datos fueron tomados con la ayuda de Rolando González González, alumno de la Facultad de Ciencias

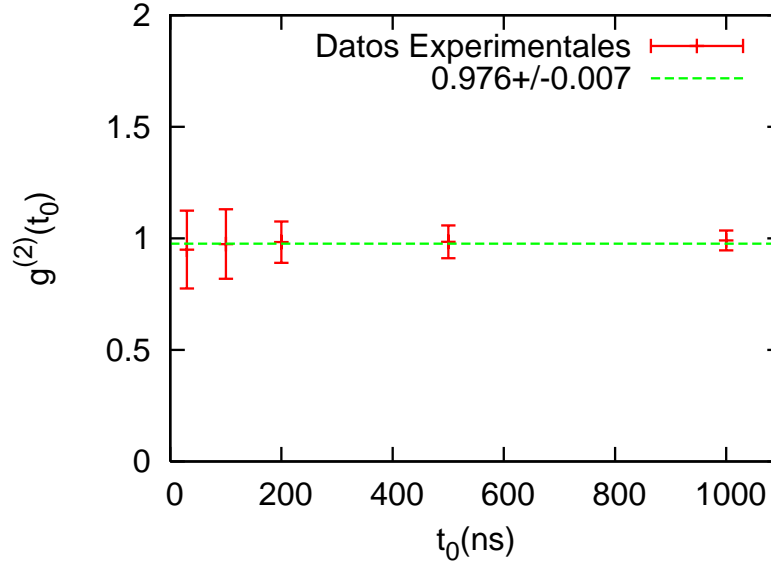


Figura 6.5: Función de correlación de segundo orden experimental de un láser de HeNe  $\lambda = 543,5nm$ .

la pendiente de la densidad espectral de energías es aproximadamente cero como se puede ver de la figura 6.3.

## 6.2. Fuente Pseudotérmica

Las fuentes térmicas tienen un tiempo de coherencia muy pequeño, del orden de  $10^{-8}$  s [11], esto hace muy difícil realizar un experimento directamente con ellos, ya que se necesita una ventana de detección menor a este orden para poder observar la estadística superpoissoniana de la fuente. Por esta razón se construyó una fuente pseudotérmica, cuyo tiempo de coherencia fuera adecuado para observar y analizar su estadística<sup>3</sup>.

Para generar una fuente pseudotérmica se incluyó un disco esmerilado acoplado a un motor que le hacía girar entre el objetivo de microscopio y la abertura circular, del esquema experimental mostrado en la figura 6.1. Esta fuente se ha sido estudiado anteriormente por Koczyk y Wiewior [12]. Al incidir la luz láser sobre el disco se forman una serie de motas de luz debido al patrón de interferencia generado por las irregularidades en el vidrio debido al esmeril. Éste se colocó enfrente del objetivo de microscopio como se muestra en la figura 6.6.

<sup>3</sup>Este experimento lo realicé con Ruben Fossion entonces investigador de estancia posdoctoral del ICN, en el edificio Tlahuizcalpan de la Facultad de Ciencias, UNAM.

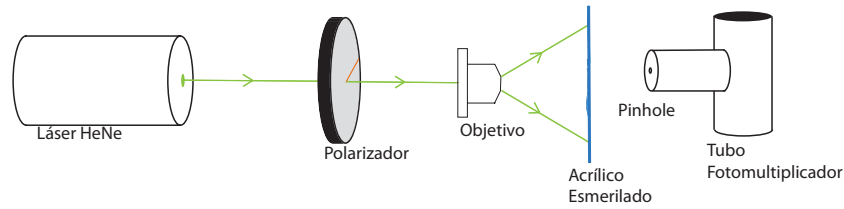


Figura 6.6: Dispositivo experimental para obtener la estadística del número de fotones que llegan al detector por unidad de tiempo, al hacer incidir un haz láser (He-Ne 543.5 nm) sobre un disco esmerilado rotando, lo cual es una fuente pseudotérmica.

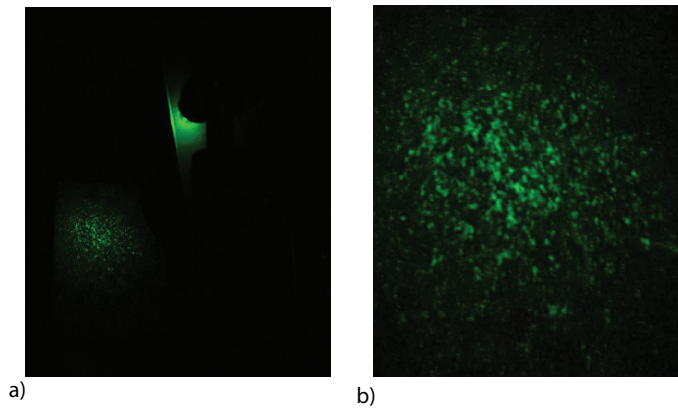


Figura 6.7: Imagen producida por el acrílico esmerilado al enfocarse luz láser (HeNe) sobre éste. La figura b) es un acercamiento de la misma imagen [45].

El vidrio se acomodó de forma que las motas de luz proyectadas en el agujero fueran más grandes que éste, con el fin de que la estructura del patrón de interferencia se pueda detectar como una variación del número de fotones que llegan al osciloscopio. Un ejemplo de como se debe observar la luz que sale del vidrio esmerilado se muestra en la imagen 6.7. El voltaje en función del tiempo emitido por efecto fotoeléctrico por el tubo fotomultiplicador fué capturado por un osciloscopio (Tektronix TDS 7054) y posteriormente analizado en Mathematica. La velocidad de rotación del disco fue de 1.25 rev/min. El tiempo de conteo fue de  $50 \mu s$ . El tiempo de conteo se eligió midiendo en el osciloscopio el tamaño del grupo de fotones más pequeño.

Se calculó la densidad espectral de energías de esta fuente, la cual presenta cuatro pendientes diferentes, todas ellas menores o iguales a cero, si comparamos estos resultados con los valores de  $\beta$  obtenidos de la simulación en la sección 5.2, éstos corresponden a una fuente superpoissoniana, ya que  $\beta \leq 0$  que es lo

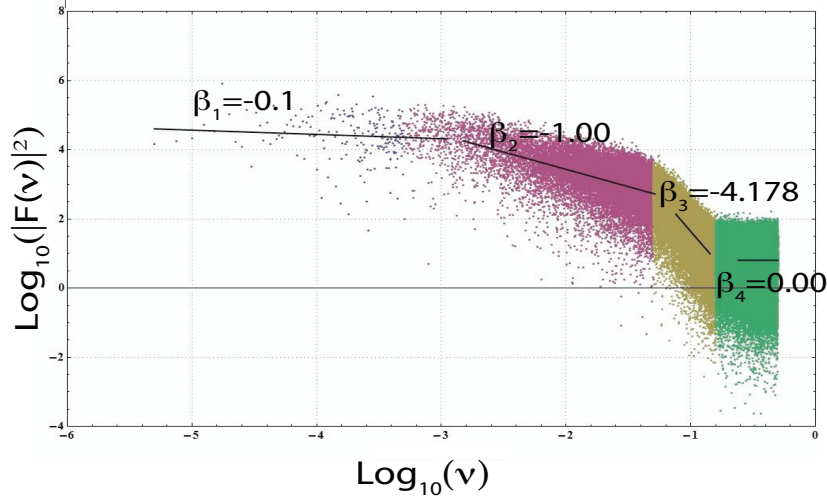


Figura 6.8: Densidad espectral de energías de una fuente pseudotérmica donde se presentan cuatro regiones diferentes.  $\beta \leq 0$  [45].

que se obtuvo en la sección 4.2. Estas cuatro pendientes en la DEE se pueden explicar debido a que la serie de tiempos obtenida del experimento tiene una estructura fractal [46], se tienen grupos de fotones dentro de grupos de fotones. El valor de la pendiente depende de la distribución de la serie de conteos. En este caso la pendiente de la tercera región es menos cuatro, la cual corresponde a una distribución Lorentziana [47]. Un análisis exhaustivo de una fuente superpoissoniana con una distribución Lorentziana se aleja de los objetivos de este trabajo.

La función de correlación de segundo orden de la fuente pseudotérmica se calculó con la transformada inversa de Fourier de la DEE, haciendo uso del teorema de Wiener-Khinchin, esto se puede hacer en este caso, debido a que la serie es estacionaria y a que la función de correlación de segundo orden es clásica. Por lo cual la  $g^{(2)}(\tau)$  es semejante a la función de autocorrelación  $R_{xx}(\tau)$  en este caso únicamente. Esto se demostró computacionalmente. La  $R_{xx}(\tau)$  de la luz pseudotérmica se muestra en la figura 6.9 y corresponde a la función de correlación de segundo orden de una fuente superpoissoniana. El tiempo de coherencia es de  $0.68 \pm 0.07$  ms. Se encuentra que el valor del tiempo de coherencia depende inversamente de la velocidad de rotación del disco. Mientras mayor sea la velocidad del disco, menor será el tiempo de coherencia de la fuente, ya que las irregularidades en el patrón de interferencia cruzarán más rápidamente por el agujero. En los límites de frecuencias altas y frecuencia cero se recupera la función de correlación de segundo orden del láser.

En esta sección se mostró que se puede generar una fuente pseudotérmica con un láser y un vidrio esmerilado. Además se mostró experimentalmente que



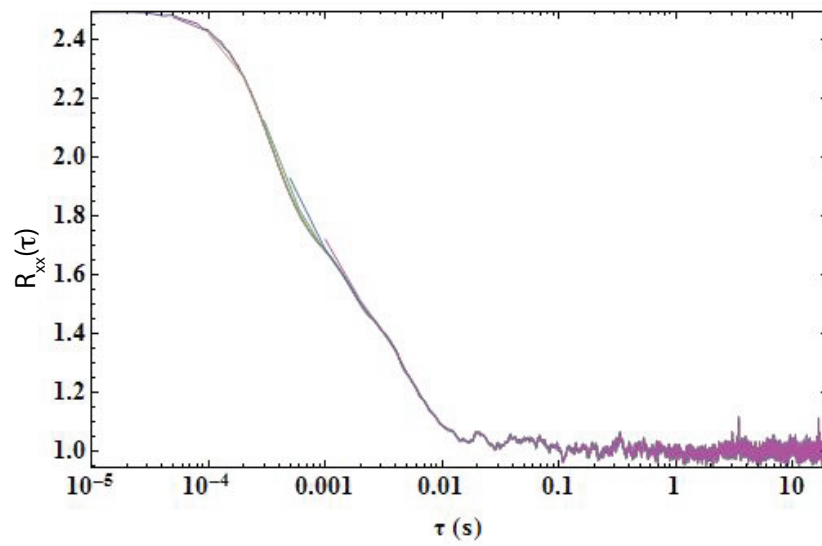


Figura 6.9: Función de correlación de segundo orden de una fuente pseudotérmica que depende del tamaño de la intervalo de conteo  $t_0$ . El tiempo de coherencia es de  $1.6 \pm 0.1$  s. [45].

las pendientes de la densidad espectral de energías de una fuente superpoissoniana son menores o iguales a cero, lo cual corresponde con lo obtenido en las simulaciones.

### 6.3. Fuente de fotones individuales. El cristal BBO

Los fotones producidos por conversión paramétrica descendente en un cristal de Beta Bario Borato (BBO) presentan una estadística subpoissoniana como se mostró en la sección 5.2 y representan una fuente de fotones individuales cuando detectamos los fotones en coincidencia, este experimento nos permite calibrar y evaluar la metodología experimental para medir la estadística de los fotones individuales y así poder analizar la luz que proviene de otras fuentes como lo son los puntos cuánticos o nuevos materiales. El ruido en este caso se vuelve muy importante ya que puede alterar la estadística que se está observando, por lo que necesitamos de filtros, lentes y detectores más sensibles.

#### 6.3.1. Alineación del experimento de Hanbury Brown y Twiss

Para calcular la función de correlación de segundo orden de la luz proveniente del cristal BBO necesitamos realizar el experimento de Hanbury Brown y Twiss. Como un primer paso alineamos un láser continuo (Crystal Laser DL-405-100) de 405 nm de forma que el haz sea paralelo al plano que forma la superficie de la mesa. Se colocan dos rieles, capaces de rotar con respecto a un punto común, sobre este punto se coloca el cristal BBO, de forma que el haz incida sobre el centro del cristal. Posteriormente se colocaron las lentes acopladoras necesarias para enfocar la luz hacia una fibra óptica, la cual se conecta a los detectores.

Se alinean las lentes con ayuda del láser violeta de forma que la luz del láser penetre por el centro de éstas. Cuando un haz puntual penetra por la lente, la luz se refleja y transmite varias veces en ésta formando un patrón de interferencia, el cual se puede apreciar en el reflejo que se observa en cualquier plano entre el láser y la lente. Girando la lente, se puede dirigir el centro de este patrón de interferencia a distintos puntos, cuando el centro del patrón de interferencia coincide con el haz del láser y además penetra por el centro de ésta, la lente se encuentra alineada, esto se puede corroborar colocando la fibra y observando que la luz salga por el extremo opuesto.

Una vez alineadas las lentes se coloca un filtro pasa banda de 810 nm en frente de ellas y los rieles se colocan aproximadamente a  $5.05^\circ$  con respecto al eje óptico, ver capítulo 5. Se conectan las fibras ópticas a los detectores APD (Avalanch Photodiode), y se analizan las señales con un contador de fotones. Se alinean los rieles sobre los cuales están montadas las lentes acopladoras, buscando la zona en la cual se observen el mayor número de cuentas y de coincidencias. Es conveniente reajustar la inclinación de las lentes en este paso para tener un mayor número de cuentas y de coincidencias y fijar los rieles a la mesa, para no perder la alineación.

Posteriormente se montó un cubo divisor de haz sobre uno de los rieles, de forma que éste sea paralelo al riel y que todos los reflejos se encuentren en un plano paralelo a la mesa óptica. Esto se puede verificar alineando con un láser auxiliar cuya longitud de onda se encuentre en el visible, de forma que el haz sea paralelo a la mesa, que atraviese el cristal BBO y el divisor de haz incida en una de las fibras. Colocamos un tercer detector para poder analizar la luz reflejada en el divisor de haz. Con el láser auxiliar se puede alinear la tercer lente acopladora, de la misma forma en que se alinearon las otras dos lentes con el haz violeta.

Se retiró el láser auxiliar y se colocó otro filtro pasabanda de 810 nm antes de la lente. Ésta se alineó buscando que el número de fotones detectados y el número de coincidencias entre el reflejado y el testigo fueran máximos, ver figura 6.10

### 6.3.2. Resultados

En la figura 6.10 se muestra el diagrama experimental. Se tomaron 30 datos de coincidencias dobles, triples y el número de fotones detectados por cada APD, por ventana de coincidencia con una tarjeta contadora construida en la Facultad de Ciencias de la Electrónica en la BUAP. El tamaño de las ventanas de coincidencia variaba entre 30 ns y  $2\mu s$ . Esto se realizó con el fin de calcular la función de correlación de segundo orden.

#### Función de correlación de segundo orden

Se calculó la función de correlación de segundo orden usando la ecuación 2.28 que se reproduce a continuación:

$$g_{3D}^{(2)}(0) = \frac{N_{GTR}N_G}{N_{GT}N_{GR}}$$

En la figura 6.11 se muestra que la luz proveniente por conversión paramétrica descendente producida en el cristal presenta un desamontonamiento de fotones. El ajuste realizado es de la forma:

$$g(t_0) = a(1 - \exp(-\tau_0 t_0)) \quad (6.1)$$

donde  $\tau_0 = r + \gamma$  en concordancia con la ecuación 2.21 donde  $r$  es la tasa de bombeo y  $\gamma^{-1}$  es el tiempo de vida del estado excitado; y  $a$  es el valor al que tiende la curva cuando  $t_0$  (el intervalo de conteo) tiende a infinito.

Los datos obtenidos de la función de correlación tienden a 0.79 cuando  $t_0 \rightarrow \infty$ . Por el análisis realizado en la sección 2.1.1 se esperaba que la asíntota se encontrara en uno en lugar de 0.79.

Para observar como se comporta la función de correlación de segundo orden al variar la potencia del láser se obtuvo la función de correlación de segundo orden para 25 mW, 50mW y 98.4 mW. Como se observa en la figura 6.12, la curva se va más rápidamente a 0.79 conforme se incrementa la potencia del

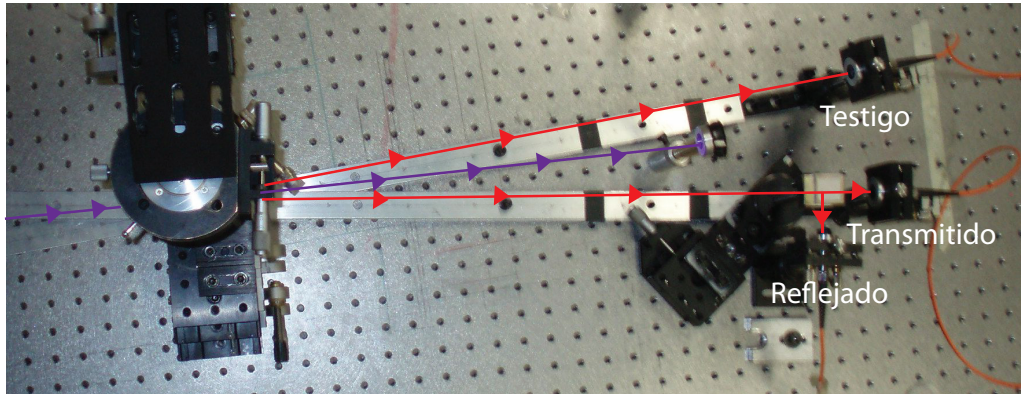
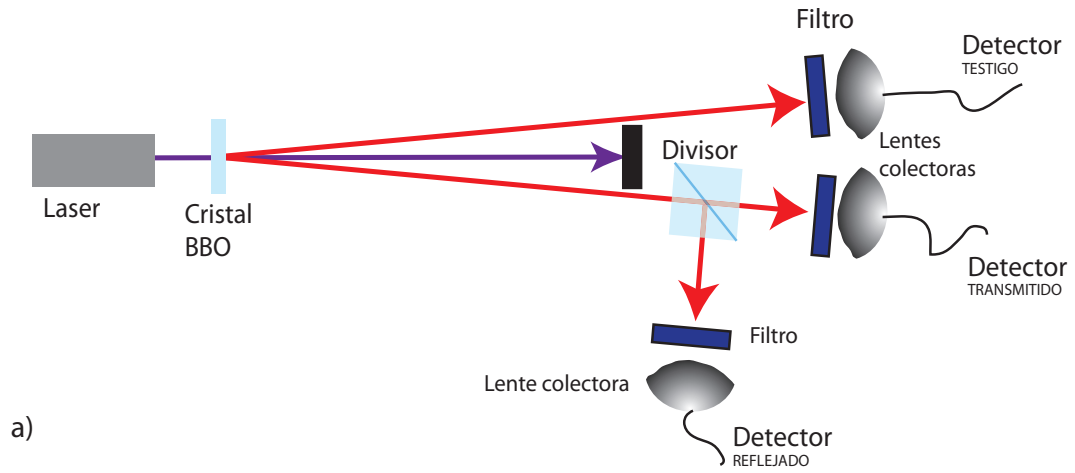


Figura 6.10: a) Esquema del dispositivo experimental el cristal BBO fue excitado por un láser de 405 nm. Delante de las lentes colectoras se encuentran filtros pasa banda de 810 nm. El cubo divisor de haz es un cubo para infrarrojo, las lentes colectoras envían la luz a fibras ópticas conectadas a diversos APD. b) Foto del dispositivo experimental realizado en el Tlahuizcalpan, UNAM

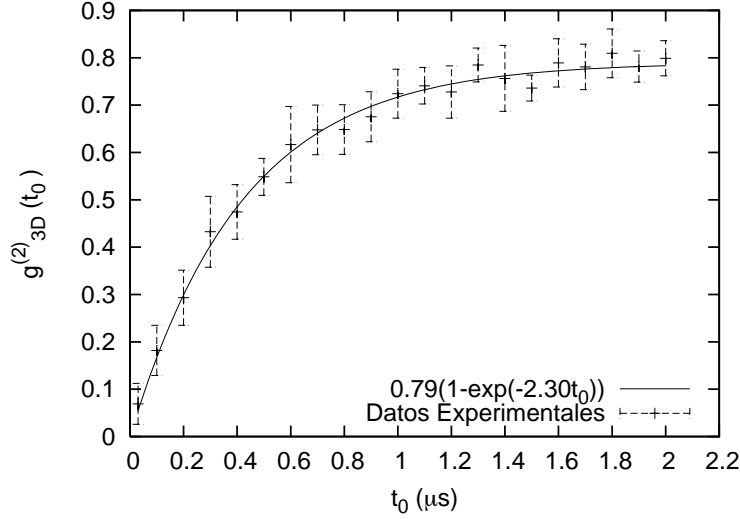


Figura 6.11: Función de correlación de segundo orden de los pares producidos por conversión paramétrica descendente en un cristal BBO al hacer incidir un láser de 405 nm de 25 mW.

haz de bombeo. De la figura 6.13 la potencia del láser va ligada al número de fotones producidos, se puede inferir que  $\tau_0$  depende del número de fotones que se producen y el lapso de tiempo entre un par de fotones generados y el siguiente.

La alineación del experimento no debe afectar el valor de  $\tau_0$ , éste depende de la cantidad de fotones que son emitidos por el cristal que es independiente del número de fotones que se logran observar debido a la alineación.

El ajuste en la figura 6.11 nos indica que para 25 mW  $\tau_0 = 2,3$ , mientras que en la figura 6.12  $\tau_0 = 1,64$ . En estas mediciones se observaron distintos números de fotones en el testigo, dieron como resultado diferentes valores para  $\tau_0$ , sin embargo esas mediciones se realizaron con dos meses de diferencia, en este tiempo el cristal se opacó, es decir su eficiencia en ese tiempo disminuyó.

Podemos calcular cuánto disminuye la eficiencia del cristal en dos meses donde éste se ha opacado debido a la humedad ambiental. Un fotón de 405 nm tiene una energía de  $E = hc/\lambda = 4.9 \times 10^{-19}$  J. En un segundo, un láser de 25 mW emite  $25\text{mW}/4.9 \times 10^{-19}\text{J} = 5.1 \times 10^{19}$  fotones/segundo. La primera vez que se realizaron las mediciones se detectaron alrededor de 45000 fotones en un segundo, considerando que la eficiencia de los detectores es del 60 %, la eficiencia de producción de fotones en el cristal es de  $7.5 \times 10^4/5.1 \times 10^{19} = 1.47 \times 10^{-15}$ . La segunda vez que se realizaron mediciones, solo 38000 fotones por segundo fueron detectados, por lo tanto la eficiencia es ahora de  $1.24 \times 10^{-15}$  fotones. La eficiencia del cristal disminuyó en dos meses en un 6 %.

La función de correlación de segundo orden  $g_{3D}^{(2)}(0)$  no depende de la eficiencia

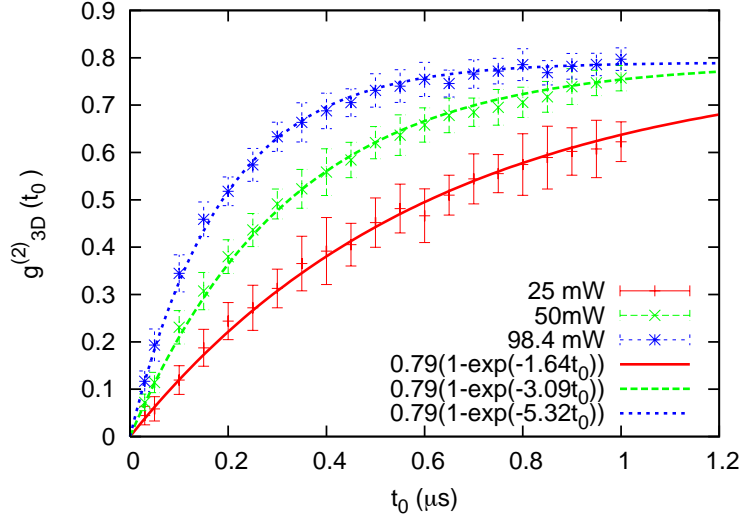


Figura 6.12: Función de correlación de segundo orden para diferentes potencias del láser, donde se observa como la curva se dirige más rápidamente a 0.79 conforme se aumenta la potencia del láser

de detección y por ende no depende de la alineación, ver sección 2.3.

La función de correlación de segundo orden  $g_{2D}^{(2)}(t_0)$  se obtuvo con la ecuación 2.26 que se reproduce a continuación:

$$g_{2D}^{(2)}(0) = \frac{N_{TR}\Delta T}{N_T N_R \Delta t}$$

donde no se ha tomado el testigo se muestra en la figura 6.14. Se obtiene una línea horizontal en uno. Esto se debe a que varios fotones por conversión paramétrica descendente se generan aleatoriamente en diferentes partes del cristal BBO, dando la impresión de que la fuente es coherente para  $t_0 > 30\text{ns}$ . Mark Beck afirmó que la estadística que se debe observar debido a este fenómeno para tiempos menores a 30 ns debería ser térmica [7], para poder demostrar esto, sería necesario adelgazar los pulsos que provienen del APD, los cuales miden cerca de 20 nm para poder medir coincidencias a tiempos menores.

### Densidad Espectral de Energías

Analizamos los fotones que emite el cristal BBO por conversión paramétrica descendente, los cuales se pueden distinguir de los demás fotones que llegan al detector porque generan una coincidencia al ser detectados por el APD. Para calcular la densidad espectral de energías, se utilizó un dispositivo similar al utilizado en el cálculo de la función de correlación de segundo orden, retirando el divisor de haz y un detector con su acoplador como se muestra en la figura

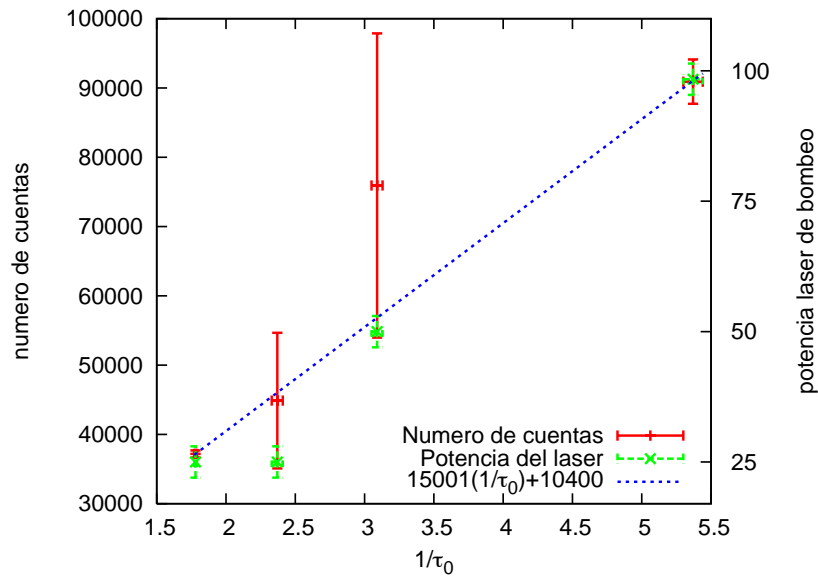


Figura 6.13: Gráfica en la cual se muestra como varía el inverso del tiempo entre pares de fotones consecutivos con respecto a la potencia con la cual el cristal BBO es excitado y el número de cuentas en el testigo.

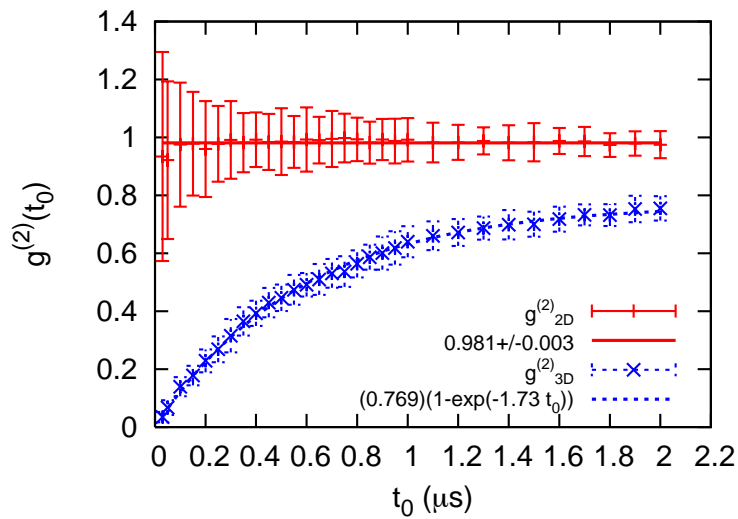


Figura 6.14: Gráfica de la función de correlación de segundo orden con dos detectores  $g^{(2)}_{2D}$  (i.e. sin testigo) y con tres detectores  $g^{(2)}_{3D}$  (i.e. con testigo) de los fotones emitidos por el cristal BBO.

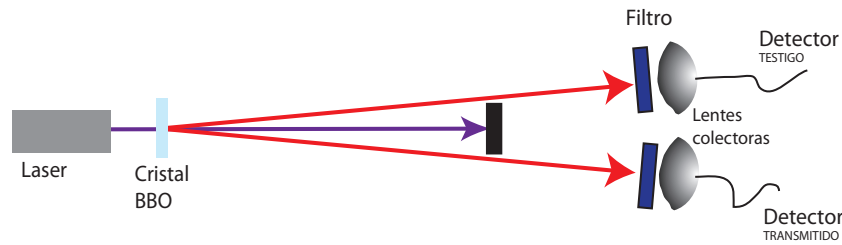


Figura 6.15: Dispositivo experimental para obtener la densidad espectral de energías del cristal BBO

6.15. La señal del APD se capturó con un osciloscopio (Tektronix TDS 7054), con una resolución de 40 ns, se guardó en total medio segundo de coincidencias, al ir capturando 10 pantallas de 40 ms del osciloscopio en las cuales se encontraban aproximadamente 80 coincidencias por pantalla. Es necesario contar con un número alto de coincidencias para poder generar una buena estadística y es necesario por problemas de capacidad de memoria y tiempo de cálculo tener la menor cantidad de datos, por esta razón se utilizó un láser de 100 mW.

La densidad espectral de energías que se obtuvo se muestra en la figura 6.16, consta de un pico ancho que corresponde en el espacio de los tiempos a 80 ns. Sería necesario disminuir el ancho de los pulsos del APD, los cuales miden 20 ns para poder aumentar la resolución del osciloscopio y así poder ver a detalle la forma de la DEE. En cualquier caso se cumple que  $\beta \geq 0$  como se observó en las simulaciones.

En resumen, las parejas de fotones que se producen en el cristal BBO por conversión paramétrica descendente tienen una estadística subpoissoniana, sin embargo cuando no se toma en cuenta el testigo, no se presenta la misma estadística. La función de correlación de segundo orden es igual a uno cuando se realiza la estadística sin realizar coincidencias con el testigo. Esto se debe a que se oculta la estadística subpoissoniana inherente al proceso de conversión paramétrica descendente, debido a que se producen pares de fotones aleatoriamente dentro de la estructura del cristal que está siendo excitada.

El tiempo de coherencia de los pares de fotones depende directamente de la intensidad de bombeo. La pendiente de la DEE de las coincidencias producidas por los pares de fotones es mayor o igual que cero.

Los experimentos mostrados en este capítulo confirman que la pendiente de DEE para una fuente superpoissoniana (láser incidiendo en un disco esmerilado que se encuentra rotando) es menor o igual que cero, para una fuente cuántica (los fotones producidos por conversión paramétrica descendente en el cristal BBO) es mayor o igual que cero y para un láser de HeNe es cero. Por lo tanto la DEE es una herramienta que permite distinguir las fuentes luminosas según su estadística temporal.



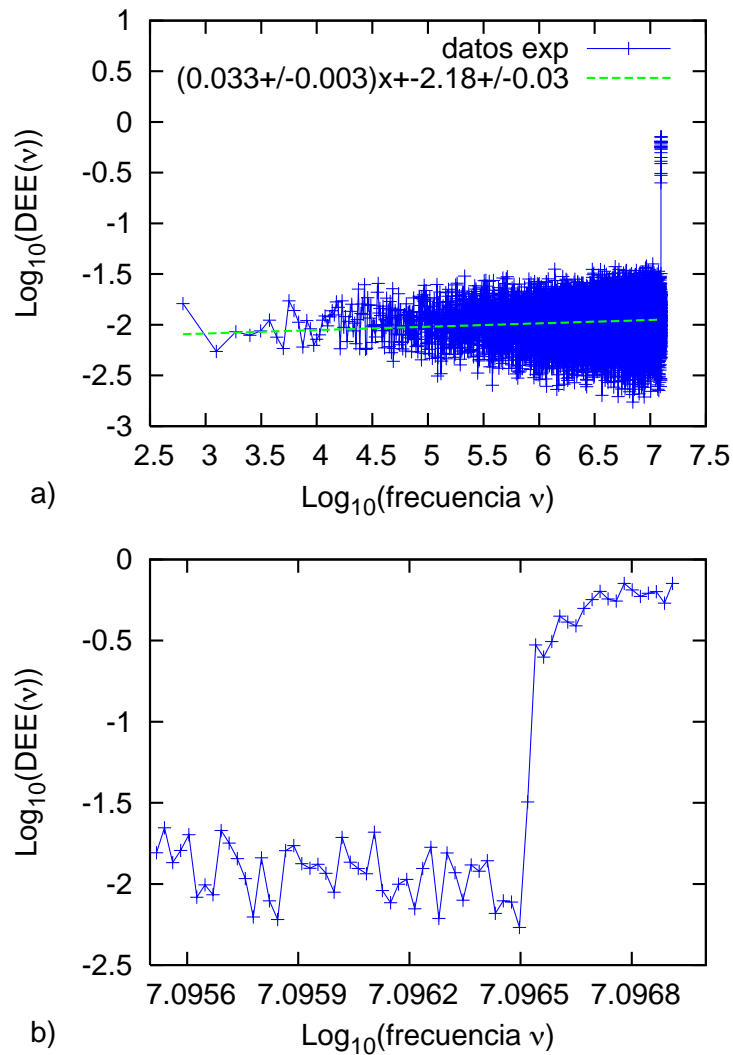


Figura 6.16: Gráfica de la densidad espectral de energías de la estadística de la luz proveniente de los fotones generados por conversión paramétrica descendente al ser excitado por un láser de 405 nm con 100 mW. Nos aseguramos de detectar únicamente estos fotones tomando la serie de tiempo de las coincidencias entre el testigo y la señal. a) Se observa un pico en las frecuencias más altas, b) es un acercamiento del pico que se observa en el panel a).

## Capítulo 7

# Conclusiones

En este trabajo se mostró que la función de correlación de segundo orden y la densidad espectral de energías son dos métodos experimentales para analizar si la fuente de luz que se está analizando; subpoissoniana, superpoissoniana o poissoniana.

En las simulaciones se observó que la pendiente de la DEE en escala logarítmica de una fuente superpoissoniana es menor o igual que cero, en una fuente cuántica es mayor o igual que cero y la de un láser es cero. La DEE nos da información sobre la distribución en la cual se están detectando los fotones y sobre la periodicidad de la emisión de fotones de la fuente que no se puede obtener de la  $g^{(2)}(\tau)$ . Sin embargo no nos indica claramente el tiempo de coherencia como lo hace la función de correlación de segundo orden. El tiempo de coherencia se podría obtener del diagrama de la DEE, cuando se observa una pendiente distinta de cero.

El valor de las pendientes de la DEE se corroboró experimentalmente con un láser de HeNe continuo ( $\lambda = 543.5$  nm) que corresponde a una fuente coherente, con una fuente pseudotérmica que se construyó al hacer incidir el haz de un láser en un vidrio esmerilado que se encontraba rotando y con los fotones producidos por conversión paramétrica descendente en un cristal BBO, que constituye una fuente cuántica.

Se mostró que la pendiente de la DEE sólo se puede observar cuando el intervalo de conteo  $t_0$  es menor que el tiempo de coherencia  $t_c$ .

Si la pendiente de la DEE es cero, pero hay frecuencias que predominan, es decir si se observan picos en la densidad espectral de energías, hay que analizar a fondo el experimento ya que puede deberse a fluctuaciones periódicas características de la fuente, como sería el caso de un láser pulsado. En cualquier caso si se aumenta la resolución con la cual se está midiendo, se observa la verdadera naturaleza de la luz y se podrá observar si la fuente es una fuente cuántica periódica.

Se calculó la función de correlación de segundo orden de los fotones producidos por conversión paramétrica descendente en un cristal BBO al ser excitado con un láser de 405 nm, se encontró que presentan una estadística subpoisso-

niana cuando se toma en cuenta el testigo, sin embargo la fuente presenta una estadística poissoniana para  $t_0 \geq 30\text{ns}$  cuando se calcula la función de correlación de segundo orden sin el testigo ya que la información de la estadística subpoissoniana se oculta debido a que los pares de fotones se producen aleatoriamente dentro del cristal. Además se observó que el tiempo de coherencia depende de la eficiencia del cristal BBO.

En conclusión tanto la  $g^{(2)}(\tau)$  como la  $DEE$  pueden indicar cuál es el tipo de fuente que se está analizando dando información complementaria sobre la ésta.

## Apéndice A

# Cuantización del Campo Electromagnético

La información que se presenta a continuación se puede encontrar en los libros de Knight, Fox y Scully de óptica cuántica [8, 9, 14].

Una fuente de luz clásica puede representarse por un campo electromagnético clásico. En principio la luz es un fenómeno electromagnético, por tanto, su descripción, clásica o cuántica dependerá del formalismo utilizado, es decir, clásico o cuántico. Para obtener la representación cuántica de la luz y obtener el concepto de fotón cuantizaremos el campo electromagnético en una cavidad. El campo electromagnético libre se puede representar por el vector transversal de potencia  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ , que satisface la ecuación de onda:

$$\nabla^2 \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{A.1})$$

y la norma de Coulomb

$$\nabla \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (\text{A.2})$$

El campo eléctrico y magnético se pueden escribir en función del vector transversal de potencia como:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (\text{A.3})$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) \quad (\text{A.4})$$

Consideremos que la onda electromagnética se encuentra dentro de una cavidad resonante de longitud  $L$ . Donde la longitud de la cavidad es mucho mayor que la longitud de onda del campo i.e.  $L \gg \lambda$ . Esto nos permite poner condiciones a la frontera. En la dirección  $X$  por ejemplo se cumple que:

$$e^{ik_x x} = e^{ik_x (x+L)} \quad (\text{A.5})$$

haciendo lo mismo para todos los ejes se obtiene que:

$$\begin{aligned} k_x &= \left( \frac{2\pi}{L} m_x \right), & m_x &= 0, \pm 1, \pm 2, \dots \\ k_y &= \left( \frac{2\pi}{L} m_y \right), & m_y &= 0, \pm 1, \pm 2, \dots \\ k_z &= \left( \frac{2\pi}{L} m_z \right), & m_z &= 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

el vector de onda es entonces:

$$\mathbf{k} = \frac{2\pi}{L} (m_x, m_y, m_z) \quad (\text{A.7})$$

y su magnitud esta relacionada con la frecuencia  $\omega_k$  de la siguiente manera:

$$k = \omega_k / c \quad (\text{A.8})$$

Ahora al expandir el vector transversal de potencia en una base de ondas planas se obtiene que:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 L^3}} \sum_{\mathbf{k}} (\mathcal{A}_{\mathbf{k}}(t) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} + \mathcal{A}_{\mathbf{k}}^*(t) e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}) \quad (\text{A.9})$$

Sustituyendo la ecuación A.9 en la ecuación de onda A.1 y haciendo uso de la norma de Coulomb (ecuación A.2) se obtiene que:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \omega^2 \right) \mathcal{A}_{\mathbf{k}}(t) = 0 \quad (\text{A.10})$$

la solución general a la ecuación diferencial A.10 es:

$$\mathcal{A}_{\mathbf{k}}(t) = \mathbf{c}_{\mathbf{k}} e^{-i\omega_{\mathbf{k}} t} \quad (\text{A.11})$$

Por simplicidad el campo se escribe en término de dos vectores ortogonales que representan dos estados ortogonales de polarización  $\mathbf{e}_{k1}$  y  $\mathbf{e}_{k2}$ . Estos vectores cumplen las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{k1} \cdot \mathbf{e}_{k2} &= 0 \\ \mathbf{k} \cdot \mathbf{e}_{ks} &= 0, \quad s = 1, 2 \\ \mathbf{e}_{k1} \times \mathbf{e}_{k2} &= \frac{\mathbf{k}}{k} = \boldsymbol{\kappa} \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

En este caso  $\mathcal{A}_{\mathbf{k}}(t)$  se puede escribir como:

$$\mathcal{A}_{\mathbf{k}}(t) = \sum_s \mathbf{e}_{ks} \mathbf{c}_{ks} e^{-i\omega_{\mathbf{k}} t} \quad (\text{A.13})$$

y el vector transversal de potencia queda como:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 L^3}} \sum_{\mathbf{k}, s} \mathbf{e}_{ks} \mathbf{c}_{ks} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - i\omega_{\mathbf{k}} t} + \mathbf{e}_{\mathbf{k}s}^* \mathbf{c}_{\mathbf{k}s}^* e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + i\omega_{\mathbf{k}} t} \quad (\text{A.14})$$

Sustituyendo esta definición en las ecuaciones A.3 y A.4 se obtiene:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{i}{\sqrt{\epsilon_0 L^3}} \sum_{\mathbf{k}s} \omega_k \mathbf{e}_{\mathbf{k}s} \mathbf{c}_{\mathbf{k}s} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - i\omega_k t} + c.c \quad (\text{A.15})$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \frac{i}{c\sqrt{\epsilon_0 L^3}} \sum_{\mathbf{k}s} \omega_k \mathbf{c}_{\mathbf{k}s} (\boldsymbol{\kappa} \times \mathbf{e}_{\mathbf{k}s}) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - i\omega_k t} + c.c. \quad (\text{A.16})$$

donde c.c. significa complejo conjugado.

Para un campo confinado en un volumen  $L^3$ , el Hamiltoniano esta dado por:

$$H = \frac{1}{2} \int_{L^3} \left( \epsilon_0 \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} + \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} \mathbf{B} \right) \quad (\text{A.17})$$

Usando condiciones frontera se obtiene que:

$$\int_0^L e^{\pm i(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\cdot\mathbf{r}} dV = \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} V \quad (\text{A.18})$$

$$(\mathbf{k} \times \mathbf{e}_{\mathbf{k}s}^*) \cdot (\mathbf{k} \times \mathbf{e}_{\mathbf{k}s}) = k^2 \mathbf{e}_{\mathbf{k}s}^* \cdot \mathbf{e}_{\mathbf{k}s} = k^2 \delta_{s,s'} \quad (\text{A.19})$$

Sustituyendo A.15 y A.16 en A.17 y usando A.18 y A.19 se puede reescribir el Hamiltoniano como:

$$H = 2 \sum_{\mathbf{k}s} \omega^2 \mathbf{c}_{\mathbf{k}s} \mathbf{c}_{\mathbf{k}s}^* \quad (\text{A.20})$$

Para cuantizar el campo es conveniente escribir el Hamiltoniano a partir de las variables canónicas reales  $q_{\mathbf{k}s}(t)$  y  $p_{\mathbf{k}s}(t)$  que se pueden definir como:

$$\begin{aligned} q_{\mathbf{k}s}(t) &= \mathbf{c}_{\mathbf{k}s} e^{-i\omega_k t} + \mathbf{c}_{\mathbf{k}s}^* e^{i\omega_k t} \\ p_{\mathbf{k}s}(t) &= -i\omega_k (\mathbf{c}_{\mathbf{k}s} e^{-i\omega_k t} - \mathbf{c}_{\mathbf{k}s}^* e^{i\omega_k t}) \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

Estas variables cumplen las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \frac{\partial q_{\mathbf{k}s}(t)}{\partial t} &= p_{\mathbf{k}s}(t) \\ \frac{\partial p_{\mathbf{k}s}(t)}{\partial t} &= -\omega^2 q_{\mathbf{k}s}(t) \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

La energía en función de las variables canónicas queda como:

$$H = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}s} [p_{\mathbf{k}s}^2(t) + \omega^2 q_{\mathbf{k}s}^2(t)] \quad (\text{A.23})$$

Para escribir el campo usando la mecánica cuántica, hay que sustituir las variables canónicas  $q_{\mathbf{k}s}(t)$  y  $p_{\mathbf{k}s}(t)$  por sus operadores correspondientes  $\hat{q}_{\mathbf{k}s}(t)$  y  $\hat{p}_{\mathbf{k}s}(t)$  los cuales cumplen con las siguientes relaciones de conmutación:

$$\begin{aligned} [\hat{q}_{\mathbf{k}s}(t), \hat{p}_{\mathbf{k}'s'}(t)] &= i\hbar \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^3 \delta_{ss'} \\ [\hat{q}_{\mathbf{k}s}(t), \hat{q}_{\mathbf{k}'s'}(t)] &= 0 \\ [\hat{p}_{\mathbf{k}s}(t), \hat{p}_{\mathbf{k}'s'}(t)] &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

La energía en término de estos operadores se escribe como:

$$\hat{H} = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}s} [\hat{p}_{\mathbf{k}s}^2(t) + \omega^2 \hat{q}_{\mathbf{k}s}^2(t)] \quad (\text{A.25})$$

Es conveniente escribir la energía en función de los operadores no hermitianos de creación y aniquilación,  $\hat{a}_{\mathbf{k}s}^\dagger(t)$  y  $\hat{a}_{\mathbf{k}s}(t)$ , ya que crean o aniquilan un estado del campo respectivamente. En la siguiente sección se demuestra este hecho. Los operadores de creación y aniquilación se pueden definir en función de los operadores canónicos de la siguiente manera:

$$\hat{a}_{\mathbf{k}s}(t) = \frac{1}{(2\hbar\omega_k)^{1/2}} [\omega_k \hat{q}_{\mathbf{k}s}(t) + i\hat{p}_{\mathbf{k}s}(t)] \quad (\text{A.26})$$

$$\hat{a}_{\mathbf{k}s}^\dagger(t) = \frac{1}{(2\hbar\omega_k)^{1/2}} [\omega_k \hat{q}_{\mathbf{k}s}(t) - i\hat{p}_{\mathbf{k}s}(t)] \quad (\text{A.27})$$

Las normas de conmutación para los operadores de creación y aniquilación se pueden obtener de las relaciones de conmutación para las variables canónicas  $\hat{p}_{ks}(t)$  y  $\hat{q}_{ks}(t)$  (sistema de ecuaciones A.24).

$$\begin{aligned} [\hat{a}_{\mathbf{k}s}(t), \hat{a}_{\mathbf{k}'s'}(t)] &= 0 \\ [\hat{a}_{\mathbf{k}s}^\dagger(t), \hat{a}_{\mathbf{k}'s'}^\dagger(t)] &= 0 \\ [\hat{a}_{\mathbf{k}s}(t), \hat{a}_{\mathbf{k}'s'}^\dagger(t)] &= \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \delta_{ss'} \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

El campo en términos de los operadores de creación y aniquilación queda como:

$$\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = i \sum_{\mathbf{k}s} \left( \frac{\hbar\omega_k}{2\epsilon_0 L^3} \right)^{1/2} \mathbf{e}_{ks} \left[ \hat{a}_{\mathbf{k}s}(t) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - i\omega_k t} + \hat{a}_{\mathbf{k}s}^\dagger(t) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} + i\omega_k t} \right] \quad (\text{A.29})$$

$$\hat{\mathbf{B}}(\mathbf{r}, t) = \frac{i}{c} \sum_{\mathbf{k}s} \left( \frac{\hbar\omega_k}{2\epsilon_0 L^3} \right)^{1/2} \mathbf{e}_{ks} \left[ \hat{a}_{\mathbf{k}s}(t) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - i\omega_k t} + \hat{a}_{\mathbf{k}s}^\dagger(t) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} + i\omega_k t} \right] \quad (\text{A.30})$$

y el Hamiltoniano queda como:

$$\hat{H} = \sum_{\mathbf{k}s} \hbar\omega_k \left( \hat{a}_{\mathbf{k}s}^\dagger(t) \hat{a}_{\mathbf{k}s}(t) + \frac{1}{2} \right) \quad (\text{A.31})$$

El operado  $\hat{a}_{\mathbf{k}s}^\dagger(t) \hat{a}_{\mathbf{k}s}(t)$  es conocido como operador de número y se denota con el símbolo  $\hat{n}_{\mathbf{k}s}(t)$ . La contribución  $\frac{1}{2} \hbar\omega_k$  es conocida como la contribución de orden cero. Hay una energía asociada al estado base, lo cual provoca que para un conjunto dado de estados no ligados se tenga una contribución infinita a la energía. Se puede argumentar que ondas infinitamente largas no tienen sentido físico y que para todo problema real la ecuación A.31 converge.

## A.1. Estados de Fock

En el problema unidimensional el campo tiene la frecuencia  $\omega$ . Sea  $|n\rangle$  un eigenestado de la energía cuyo eigenvalor es  $E_n$ .

$$\hat{H}|n\rangle = \hbar\omega \left( \hat{a}^\dagger(t) \hat{a}(t) + \frac{1}{2} \right) |n\rangle = E_n |n\rangle \quad (\text{A.32})$$

Aplicando el operador  $\hat{a}(t)$  por la izquierda y usando el conmutador  $[\hat{a}(t), \hat{a}^\dagger(t)] = 1$ , se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned}\hat{H}\hat{a}(t)|n\rangle &= \hbar\omega \left( \hat{a}^\dagger(t)\hat{a}(t)\hat{a}(t) + \frac{\hat{a}(t)}{2} \right) |n\rangle \\ &= \hbar\omega\hat{a}(t) \left( \hat{a}^\dagger(t)\hat{a}(t) - \frac{1}{2} \right) |n\rangle \\ &= (E_n - \hbar\omega) \hat{a}(t)|n\rangle\end{aligned}\tag{A.33}$$

El eigenvalor para el eigenestado  $(\hat{a}|n\rangle)$  es

$$E_{n-1} = E_n - \hbar\omega\tag{A.34}$$

que también es el eigenvalor del eigenestado  $|n-1\rangle$ . De aquí es claro que el operador de aniquilación, adquiere su nombre porque destruye un estado del campo.

$$\hat{a}(t)|n\rangle = \alpha_n|n-1\rangle\tag{A.35}$$

donde  $\alpha_n$  es una constante que se puede determinar con la condición de normalización  $\langle n-1|n-1\rangle = 1$ . Ahora si se repite este proceso  $n$  veces, i.e. si se aplica  $n$  veces el operador  $\hat{a}(t)$  a  $|n\rangle$ , entonces se obtiene  $E_0 = E_n - n\hbar\omega = 1/2\hbar\omega$ , que es el eigenvalor del estado base  $|0\rangle$ . Como no se puede tener una energía menor a la del estado base, se debe cumplir que:

$$\hat{a}(t)|0\rangle = 0\tag{A.36}$$

De la ecuación A.34, conociendo el valor de  $E_0 = 1/2\hbar\omega$  se obtiene que:

$$E_n = (n + 1/2) \hbar\omega\tag{A.37}$$

Sustituyendo este valor en la ecuación A.32 se encuentra que:

$$\hat{n}(t)|n\rangle = \hat{a}^\dagger(t)\hat{a}(t)|n\rangle = n|n\rangle\tag{A.38}$$

Ahora ya podemos calcular el valor  $\alpha_n$  correspondiente a la condición de normalización

$$\begin{aligned}\langle n-1|n-1\rangle &= \frac{1}{|\alpha_n|^2} \langle n|\hat{a}^\dagger(t)\hat{a}(t)|n\rangle \\ &= \frac{n}{|\alpha_n|^2} \langle n|n\rangle \\ &= \frac{n}{|\alpha_n|^2}\end{aligned}\tag{A.39}$$

Despejando  $\alpha_n$  y sustituyendo en A.35 se obtiene que:

$$\hat{a}(t)|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle\tag{A.40}$$

De forma similar al multiplicar la ecuación A.32 por  $\hat{a}^\dagger$  por la izquierda y repetir los mismos pasos, se obtiene que:

$$\hat{a}^\dagger(t)|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle\tag{A.41}$$



## APÉNDICE A. CUANTIZACIÓN DEL CAMPO ELECTROMAGNÉTICO 78

Los eigenestados  $|n\rangle$ , son conocidos como estados de Fock o estados de número y forman una base completa, i.e.  $\sum_{n=0}^{\infty} |n\rangle\langle n| = 1$ . En su forma más general se escriben como  $|n_{\mathbf{k}s}\rangle$  para cada modo del campo se tiene un subconjunto de estados que forman una base completa en distintos subespacios de Hilbert.

## Apéndice B

# Programas

Cuando se inició este proyecto, realice todos los programas en Mathematica, cuando descubrí que el tiempo máquina era muy grande, pase los programas más tardados a Fortran. Reduciendo en más del 75 % el tiempo de ejecución. Sin embargo algunos de los programas se mantuvieron en Mathematica debido a problemas con la ejecución de ciertos comandos en fortran o debido a un deseo de mantener el ambiente gráfico.

### B.1. Programas en Fortran

Todos los programas mostrados en esta sección están realizados en fortran 90

#### B.1.1. Generación de una serie de tiempos simulando un láser

El siguiente programa simula la emisión de un haz láser de potencia muy baja

```
program Laser
! Defino las variables que voy a utilizar
integer :: i,ii,seed
integer :: dim=2000
integer*4 timeArray(3)
real :: a
character :: num*3
! Genero varias series de tiempo de la simulación de una fuente láser
do i=1,100
! Escribo el número de líneas del archivo (dim) y posteriormente escribo la suma
de una serie pseudo aleatoria de intervalos de tiempos.
write(num,'(I2)')i
open(unit=50, file=trim(/Users/edna/programasfortran/serietiempolasersim/lasertiempos"//trim(num),
```

```

STATUS='replace')
write(50,*)dim
a=0
do ii=1,dim
a=a+rand()
write (50,*) a
end do
close(50)
! Cambio la semilla de mi distribución
call itime(timeArray) ! Me da la hora actual
seed=rand(timeArray(1)+timeArray(2)+timeArray(3)+i*4)

end do
stop
end program Laser

```

### B.1.2. Generación de varias series de conteos para cualquier lista de tiempos variando T

En el siguiente programa generan cincuenta series de conteos a partir de cualquier lista de tiempos, donde se varía entre lista y lista solamente el tiempo fijo de conteo (T) de 0.002 a 0.1

```

program listas
! Genera varias listas de número de fotones para una lista de tiempos de llegada de fotones
integer :: n,i,count,last, xnmin,iii,ii,h
integer, parameter :: nmax=100000
real, dimension (nmax) :: x
real :: tau, xmin,a,b
character :: num*3, name*15, path*80
! Abro el archivo que en el primera fila viene el número de líneas del archivo
open(1, file=/Users/edna/programasfortran/serietiempolasersim/lasertiempos1",
STATUS='OLD')
! Leo el número de líneas
read(1,*)n
if (n >nmax) then
write(*,*) 'Error n=',n,'es mas grande que nmax=', nmax
else
! Ciclo para recuperar los datos
do i=1,n
read(1,*) x(i)
end do
close(1)
print*, 'El numero de datos que contiene el archivo es', n
! Si hay tiempos negativos los vuelvo positivos

```

```

xmin=minval(x)
if(xmin<0)then
x=x-xmin
xnmin=aint(minval(x))
end if
print*, 'El minimo valor xmin=',xmin,'el nuevo valor menor es', xnmin

! Voy a abrir varios archivos con diferentes nombres
path='/Users/edna/programasfortran/laserg2/'
do i=11,60
name='lasercontg2'
write(num, '(I2)') i
name=trim(name) // trim(num)//trim('.dat')
open(i,file=trim(path)//trim(name),status='replace')
end do
! Calculo las series de tiempo para diferentes tiempos fijos de conteo
do h=1,50
tau=h*0.02
last=ceiling(maxval(x)/tau)
write(h+10,*)'El intervalo de tiempo en que se mide es tau='
write(h+10,*)tau, last
do iii=1,last
a=iii*tau-tau
b=iii*tau
count=0
do ii=1,n
if(a<x(ii))then
if(b>x(ii))then
count=count+1
end if
end if
end do
! Escribo en varios archivos los resultados
write(h+10,*)count
end do
close(h+1)
end do

end if
stop
end program listas

```

### B.1.3. Serie de tiempos para una fuente superpoissoniana. Distribución Gaussina

```

program superpoiss
! Genera varias series de tiempo que simulan la detección de fotones de una
fuente superpoissoniana
integer :: dim =2000
integer*4 timeArray(3)
integer :: i, j,k,l,c,m, seed,ii
integer b(2000)
real :: rand, bunch
real :: pi=3.14159
real a(2000), term(40000)
character :: num*3
do ii=1,10
! Construyo una lista pseudoaleatoria en el vector a, cuya dimension es 2000 e
indico el tamaño
! de cada bonche en el vector b, sumo cuantos datos van a existir al final en m
a(1)=0
b(1)=20
m=20
do i=2,dim
a(i)=a(i-1)+rand()
b(i)=1+20*rand()
m=m+b(i)
end do
! Genero bonches de la dimension dada por b() y las coloco en un vector llamado
term()
write(num, '(I2)') ii
open(unit=50,file=trim("bunch05")//trim(num), STATUS='new')
write(50,*)m
! Cambio la semilla de mi distribución
call itime(timeArray) ! Me da la hora actual
seed= rand ( timeArray(1)+timeArray(2)+timeArray(3) )
c=0
do k=1,dim
do l=1,b(k)
! Aquí se genera el bonche cuya distribución es gaussiana con m=1 y  $\sigma = 1$ 
bunch=sqrt(-2*log(rand()))*cos(2*pi*rand())1
c=c+1
! Este es un ejemplo en el cual se cambia la desviación estandard a 0.5
term(c)=a(k)+bunch*0.5
write(50,*)term(c)

```

---

<sup>1</sup>Esta es la transformación Box-Muller que se creo en 1958 computacionalmente. Realmente los números aleatorios generados de esta forma tienen una distribución de un polinomio de rango doce que se aproxima a una gaussiana.

```

end do
end do
close(50)
end do
stop
end program superpoiss

```

#### B.1.4. Serie de tiempos para una fuente subpoissoniana.

Este programa genera una serie de tiempos que simulan la llegada de fotones a un detector provenientes de una fuente subpoissoniana. Se construyen primero eventos igualmente espaciados y luego se mueven de su lugar dentro de una distribución gaussiana.

```

program cuantica
! Genera una lista de tiempos de una fuente cuántica y la escribe en cuant
integer :: i, seed, ii
integer, parameter :: n=10000
integer*4 timeArray(3)
real :: minlista, maxlista
real, parameter :: pi=3.14159, tau=2.5
real listag(n),listag2(n), lista(n), listag3(n)
character :: num*3, path*60

do ii=1,100
!Cambio la semilla de mi distribución
call itime(timeArray) ! Me da la hora actual
seed= rand ( timeArray(1)+timeArray(2)+timeArray(3) )
! Creo una lista cuya distribución sea gaussiana
do i=1,n
listag(i)=sqrt(-2*log(ran()))*cos(2*pi*ran())
end do
! Tomo el valor máximo y el valor absoluto del valor mínimo de la lista gaussiana
y divido toda
! la distribución entre el mayor, de forma que la distribución quede entre -1 y 1
minlista=minval(listag)
maxlista=maxval(listag)
listag2=listag/max(abs(minlista),maxlista)
! aqui modifico la lista para ver como varía la multiplico toda por 0.5
listag3=listag2*0.0001
! Una lista de tiempos uniforme, i.e. i*tau, le sumo una contribución gaussiana.
do i=1,n
lista(i)=listag3(i)+i*tau
end do
! Escribo la dimensión de la lista y luego la lista de tiempos en un archivo lla-

```

```

mado cuant
write(num, '(I3)' ii
path=/Users/edna/programasfortran/subpoisson/cuantic0_0001/"
open(1,file=trim(path)//trim(quant00001)//trim(num),status='replace')
write(1,*)n
do i=1,n
write(1,*)lista(i)
end do
close(1)
end do
stop
end program cuantica

```

### B.1.5. Serie de tiempos simulando un cristal BBO

Este programa genera una lista de tiempos que simula el arribo de fotones a un detector que provienen de un cristal BBO.

```

program cuantica2
! Genera una lista de tiempos de una fuente cuántica continua como un cristal
BBO y la escribe en cuant
integer :: i, seed, ii
integer, parameter :: n=10000
integer*4 timeArray(3)
real :: minlista, maxlista
real, parameter :: pi=3.14159, tau=0.01
real listag(n),listag2(n), lista(n), listag3(n)
character :: num*3, path*60

do ii=1,100
!Cambio la semilla de mi distribución
call itime(timeArray) ! Me da la hora actual
seed= rand ( timeArray(1)+timeArray(2)+timeArray(3) )
! Creo una lista cuya distribución sea uniforme o normal
do i=1,n
listag(i+1)=rand()
end do
! A la lista de diferencias de tiempos (listag) la convierto en una lista de tiempos
y le sumo tau entre un fotón y
! otro, para asegurar que no se toquen.
lista(1)=0
do i=1,n-1
lista(i+1)=listag(i+1)+tau+lista(i)
end do
! Escribo la dimensión de la lista y luego la lista de tiempos en un archivo lla-

```

```

mado cuant
write(num, '(I3)' ii
path=/Users/edna/programasfortran/subpoisson/simBBO/"
open(1,file=trim(path)//trim(çuantsimBBO)//trim(num),status='replace')
write(1,*)n
do i=1,n
write(1,*)lista(i)
end do
close(1)
end do
stop
end program cuantica2

```

## B.2. Programas en Mathematica

Los programas que se muestran en esta sección se realizaron con la versión número 7.0 de Mathematica

### B.2.1. Función de Correlación de Segundo Orden

Leo todos los archivos y genero un arreglo llamado conteo que contiene todos los datos.

```

conteo = {};
(*Llamo al directorio en el que se encuentran los archivos, un ejemplo es:*)
SetDirectory[/Users/edna/programasfortran/laser/conteossimlaser4"];
(*Pido que me de los nombres de los archivos que se encuentran en ese folder y
los coloque en un vector llamado Archivos*)
Archivos = FileNames["*.dat"];
(*Calculo la dimensión de ese vector*)
dimArchivos = Dimensions[Archivos];
(*Cada archivo que importo en count lo coloco completo en conteo, con el fin
de que posteriormente sepa donde termina un archivo y comienza otro*)
For[i = 1, i <= dimArchivos[[1]], i++,
count = Import[Archivos[[i]], "Table"];
AppendTo[conteo, count];
]

```

La primer línea de los archivos que importe es texto y la segunda línea es el valor del intervalo, el cual guardo en un vector que lleva ese nombre. En lista guardo el resto de los datos, que simbolizan el número de fotones que hay en el intervalo indicado anteriormente.

```
Clear[intervalo, list]
```



```

intervalo = {};
list = {};
For[i = 1, i <= dimArchivos[[1]], i++,
(*Coloco lo que se encuentra en la entrada i de conteo en conteo1*)
conteo1 = conteo[[i]];
(*Anexo a intervalo el valor del intervalo de tiempo de esa lista*)
AppendTo[intervalo, conteo1[[2, 1]]];
(*Elimino de conteo1, las primeras dos entradas*)
conteo1 = Delete[conteo1, {{1}, {2}}];
(*Convierto conteo1 en un vector*)
conteo1 = Flatten[conteo1];
(*Anexo el vector a list*)
AppendTo[list, conteo1];
]
(*Convierto intervalo en un vector*)
intervalo = Flatten[intervalo];

```

Calculo la función de correlación de segundo orden y lo guardo en g2t.

```

g2 = {};
g2t2 = {};
For[i = 1, i <= dimArchivos[[1]], i++,
(*Calculo el valor de la función de correlación de segundo orden*)
g20 = N[1 + (Variance[list[[i]]] - Mean[list[[i]])/Mean[list[[i]]^2);
AppendTo[g2, g20]
]
(*Uno el calculo de la función de segundo orden con el intervalo t0 que corres-
ponde*)
AppendTo[g2t2, intervalo];
AppendTo[g2t2, g2];
g2t = Transpose[g2t2]

```

De aquí se puede exportar g2t como una tabla para graficar en el graficador de su conveniencia usando un Export o graficar directamente en Mathematica con los siguientes comandos:

```

model=c (1+Exp[-h τ]);
fitg2t=FindFit[g2t,model,h,c,τ];
modelf=Function[{τ},Evaluate[model/.fitg2t]];
g2fig=ListPlot[g2t, PlotStyle->PointSize[0.02], PlotRange->All, AxesOrigin->{0,0},PlotLabel-
>Text[Style["Función de Correlación de segundo Orden",12,Bold]], LabelStyle-
>Directive[12,Bold],Frame->True, FrameLabel->{"τ","gtt^2(τ)", Epilog->Inset[Grid[{{[FilledCircle],
"Datos"}, {_,model/.fitg2t}}],{15,0.2}]]; g2figfit=Plot[modelf[p],{p,0,5}, AxesOrigin-
>{0,0},PlotRange->All,PlotStyle->Red,Thickness[0.005]];
FigTotg2=Show[g2fig,g2figfit]

```

### B.2.2. Densidad espectral de energías

Leo todos los archivos y genero un arreglo llamado conteo que contiene todos los datos.

```

conteo = {};
(*Llamo al directorio en el que se encuentran los archivos, un ejemplo es:*)
SetDirectory[/Users/edna/programasfortran/laser/tiemposlaser/laserconteo0_04"];
(*Pido que me de los nombres de los archivos que se encuentran en ese folder y
los coloque en un vector llamado Archivos*)
Archivos = FileNames["*.dat"];
(*Calculo la dimensión de ese vector*)
dimArchivos = Dimensions[Archivos];
(*Cada archivo que importo en count lo coloco completo en conteo, con el fin
de que posteriormente sepa donde termina un archivo y comienza otro*)
For[i = 1, i <= dimArchivos[[1]], i++,
count = Import[Archivos[[i]], "Table"];
AppendTo[conteo, count];
]

```

La primer línea de los archivos que importe es texto y la segunda línea es el valor del intervalo, el cual guardo en un vector que lleva ese nombre. En lista guardo el resto de los datos, que simbolizan el número de fotones que hay en el intervalo indicado anteriormente.

```

Clear[intervalo, list]
intervalo = {};
list = {};
For[i = 1, i <= dimArchivos[[1]], i++,
(*Coloco lo que se encuentra en la entrada i de conteo en conteo1*)
conteo1 = conteo[[i]];
(*Anexo a intervalo el valor del intervalo de tiempo de esa lista*)
AppendTo[intervalo, conteo1[[2, 1]]];
(*Elimino de conteo1, las primeras dos entradas*)
conteo1a = Delete[conteo1, {{1}, {2}}];
(*Convierto conteo1 en un vector*)
conteo1a = Flatten[conteo1a];
(*Anexo el vector a list*)
AppendTo[list, conteo1a];
]
(*Convierto intervalo en un vector*)
intervalo = Flatten[intervalo];

```

Calculo la densidad espectral de energías.

```
PSloglogdt = {};
```

```

PSfitdt = {};
For[i = 1, i <= dimArchivos[[1]], i++,
(*Calculo el espectro de potencias para la lista i*)
PS = Abs[Fourier[list[[i]]]^2];
dimPS = Dimensions[PS];
(*Asigno una constante corte que es la mitad de la dimensión del espectro de
potencias*)
corte = Round[dimPS[[1]]/2];
(*Genero una tabla que contiene el logaritmo de la frecuencia y el logaritmo del
espectro de potencias*)
PSloglog1 = Table[Log[10, p], Log[10, PS[[p]]], p, 1, corte];
PSloglog = Delete[PSloglog1, 1];
(*Genero un ajuste lineal al espectro de potencias*)
PSfit = FindFit[PSloglog, {h + g*x}, {g, h}, x];
AppendTo[PSfitdt, PSfit]; AppendTo[PSloglogdt, PSloglog]
]

```

Grafico el espectro de potencias y el ajuste

```

FigPSdt = {};
FigPSfitdt = {};
FigTotdt = {};
For[i = 1, i <= dimArchivos[[1]], i++,
FigPS = ListPlot[PSloglogdt[[i]], Joined ->True, Mesh ->All, MeshStyle ->Red,
AxesOrigin ->0, 0, PlotRange ->All, Frame ->True, PlotLabel ->Text[Style[.EP
(Serie reflejado, ajuste: «>ToString[PSfitdt[[i]] <>")", 10, Bold]], LabelStyle -
>Directive[10, Bold], FrameLabel ->{"Log10 f (1/T)", "Log10, |F(f)|2"}];
AppendTo[FigPSdt, FigPS];
FigPSfit = Plot[h + g*x /. PSfitdt[[i]], {x, 0, 5}, PlotStyle ->{Black, Dashed,
Thick}, AxesOrigin ->{0, 0}];
AppendTo[FigPSfitdt, FigPSfit];
FigTot = Show[FigPSdt[[i]], FigPSfitdt[[i]], ImageSize ->300];
AppendTo[FigTotdt, FigTot];
Row[FigTotdt]

```

### B.2.3. Generación de serie de tiempos para una simulación de la emisión de un láser

Este programa en particular se mantuvo en Mathematica, ya que tuve problemas para calcular números factoriales mayores a 12 en Fortran.

Creo una subrutina que entrega una tabla (poiss) del número de veces que se debe repetir cada natural para que tenga una distribución poissoniana con promedio prom, para n números naturales. En la cual se omiten todos los ceros.

```
PoissonDist[prom_, n_Integer] :=
```

```

Module[{p, k, poiss},
p = 0;
k = -1;
poiss = {};
(*Ciclo para omitir los primeros ceros de la distribución*)

While[p == 0,
k = k + 1;
p = Round[PDF[PoissonDistribution[prom], k]*n];
];
(*Ciclo que genera la lista de veces que se debe repetir cada número*)
While[p != 0,
AppendTo[poiss, {k, p}];
k = k + 1;
p = Round[PDF[PoissonDistribution[prom], k]*n];
];
Return[poiss]
]

```

Creo una subrutina que me indica el promedio necesario (pr) para obtener una distribución de poisson con n elementos cuya suma sea num

```

MeanPoisson[n_Integer, num_Integer] :=
Module[{pr, su, i},
pr = (num/n)/100;
su = 0;
While[su < (num/n),
pr = pr + 1/100;
su = 0;
For[i = 1, i <= 10, i++,
su = su + PDF[PoissonDistribution[pr], i]*i;
];
];
Return[N[pr]]
]

```

Esta subrutina genera una lista de números al azar cuya distribución es poissoniana con un promedio prom y aproximadamente n número de elementos. Hay que tener cuidado de correr esta subrutina después de la subrutina de Poisson-Dist, ya que es utilizada en el código.

```

RandomListPoiss[prom_, n_] :=
Module[{pr, i, temp, lista1, listaf},
lista1 = {};
pr = PoissonDist[prom, n];
For[i = 1, i <= Dimensions[pr][[1]], i++,

```

```

temp = ConstantArray[pr[[i, 1]], pr[[i, 2]]];
AppendTo[lista1, temp];
];
listaf = RandomSample[Flatten[lista1]];
Return[listaf]
]

```

Calculo para que promedio se cumple que el número de iteraciones es cinco y la suma de los números es 1,2,3,...,29. El resultado lo guardo en una lista que se llama meanPoiss.

```

n = 8;
prom = 15;
n1 = 2000;
meanPoiss = {};
pois = PoissonDist[prom, n1];
max = Max[Transpose[pois][[1]]];
For[i = 1, i <= max, i++,
m = MeanPoisson[n, i];
AppendTo[meanPoiss, m]
];

```

Construyo todas las listas poissonianas que voy a utilizar y las forzo a tener n elementos con j fotones

```

listasz = ;
For[j = 1, j <= 29, j++,
pr = PoissonDist[meanPoiss[[j]], n];
suma = Total[Transpose[pr][[1]]*Transpose[pr][[2]]];
casillas = Total [Transpose[pr][[2]]];
dimPr = Dimensions[pr];
ini = pr[[1, 1]];
If[casillas == n,
If[suma != j,
pr[[1, 2]] = pr[[1, 2]] - 1;
pr[[1 + (j - suma), 2]] = pr[[1 + (j - suma), 2]] + 1;
],
If[casillas < n,
If[j >= suma,
pr[[j - suma + 1 - ini, 2]] = pr[[j - suma + 1 - ini, 2]] + 1,
pr[[1, 2]] = pr[[1, 2]] + 1;
pr[[Round[dimPr[[1]]/2], 2]] = pr[[Round[dimPr[[1]]/2], 2]] - 1;
pr[[Round[dimPr[[1]]/2] - (j - suma)]] = pr[[Round[dimPr/2] - (j - suma)]] + 1;
],
If[j <= suma,
pr[[suma - j + 1, 2]] = pr[[suma - j + 1, 2]] - 1;

```

```
];
];
];
AppendTo[listasz, pr];
];
```

Genero una serie con distribución poissoniana, la cual voy a dividir en sub-series poissonianas hasta que tenga puros ceros y unos.

```
count = 0;
  lista1 = RandomList[pois];
While[Max[lista1] >1,
lista2 = ;
For[i = 1, i <= Dimensions[lista1][[1]], i++,
If[lista1[[i]] != 0,
listaTemp = RandomList[listasz[[lista1[[i]]]],
listaTemp = ConstantArray[0, n];
];
AppendTo[lista2, listaTemp];
];
lista1 = Flatten[lista2];
count = count + 1;
];
```

Construyo una lista de tiempos a partir de la lista generada anteriormente lista1, que contiene puros ceros y unos, la cual lleva el nombre, tiempos.

```
time = 0;
tiempos = {}; For[i = 1, i <= Dimensions[lista1][[1]], i++,
If[lista1[[i]] == 1, AppendTo[tiempos, time] ];
time = time + N[(1/n)^ count]; ];
PrependTo[tiempos, Dimensions[tiempos][[1]]];
(*Finalmente escribo la lista en forma de tabla en un archivo llamado "tiemposlaser2.txt"*)
Export["tiemposlaser2.txt", tiempos, "Table"]
```

## Apéndice C

# Picos de la DEE de la simulación de una fuente cuántica

En la simulación de una fuente subpoissoniana usando gaussianas, se observan una serie de picos que se presentan debido a la periodicidad de la función. La frecuencia y el tiempo para cada pico que se muestra en la figura 4.16 se presentan en la siguiente tabla por orden de aparición.

Ancho de la gaussiana	frecuencia del pico	tiempo asociado
2.25	0.4	2.50
1.75	0.4	2.50
	0.8	1.25
1.25	0.4	2.50
	0.8	1.25
	1.2	0.83
0.5	0.4	2.50
	0.8	1.25
	0.9	1.11
	1.2	0.83
0.1	0.1	10.00
	0.3	3.33
	0.4	2.50
	0.5	2.00
	0.6	1.67
	0.7	1.43
	0.8	1.25
	0.9	1.11
	1.0	1.00
	1.1	0.91
0.0001	1.2	0.83
	0.1	10.00
	0.2	5.00
	0.3	3.33
	0.4	2.50
	0.5	2.00
	0.6	1.67
	0.7	1.43
	0.8	1.25
	0.9	1.11
	1.0	1.00
	1.1	0.91
1.2	0.83	

Tabla C.1: Tabla de la ubicación de los picos en la densidad espectral de energías y su tiempo asociado para diferentes anchuras de las gaussianas en la simulación de una fuente cuántica de dos niveles.



# Bibliografía

- [1] A. A. Michelson. On the application of interference-methods to astronomical measurements. *Phil. Mag.*, 30:1–21, 1890.
- [2] R. Hanbury Brown and R. Q. Twiss. Correlation between photons in two coherent beams of light. *Nature*, 177:27–29, 1956.
- [3] T.H. Maiman. Stimulated optical radiation in ruby. *nature*, 187:493–494, 1960.
- [4] Ariecchi F.T. Measurement of stadistical distribution of gaussian and laser sources. *Phys. Rev. Letters*, 15:912–916, 1965.
- [5] Geoffrey Ingram. Taylor. Interference fringes with feeble light. *Proc. Cam. phil. Soc*, 15:114–115, 1909.
- [6] P. Grangier, G. Roger, and A. Aspec. Experimental evidence for photon anticorrelation effect on a beam splitter: A new light on single-photon-interferences. *Europhysics Letters*, 1:173–179, 1985.
- [7] M. Beck. Comparing measurements of  $g^2(0)$  performed with different coincidence detection techniques. *J. Opt. Soc. Am. B*, 24:2972–2978, 2007.
- [8] Mark Fox. *Quantum Optics, An Introduction*. Oxford University Press, 2006.
- [9] Christopher Gerry and Peter Knight. *Introductory Quantum Optics*. Cambridge University press, 2005.
- [10] Max Born and Emil Wolf. *Principles of Optics*. Cambridge University, septima edition, 1999.
- [11] M.L. Martinez Ricci, J. Mazzaferri, A. V. Bragas, and O. E. Matinez. Photon counting statistics using a digital oscilloscope. *American Journal of Physics*, 75:707–712, 2007.
- [12] P. Koczyk, P. Wiewior, and P. Radzewicz. Photon counting statistics-undergraduate experiment. *American Journal of Physics*, 64:240–245, 1996.

- [13] Alexios Beveratos. *Realisation experimentale d'une source de photons uniques par fluorescence de centres colores dans le diamant: application a la cryptographie queantique*. PhD thesis, Institute d'optique et appliquee laboratoire Charles Fabry, diciembre 2002.
- [14] Marlan O. Scully and Suhail M. Zubairy. *Quantum Optics*. Cambridge University, 1997.
- [15] Leonard Mandel. *Optical Coherence and Quantum Optics*. Cambridge University Press, 1995.
- [16] Alan V. Oppenheim, Alan S. Willsky, and S. Hamid Nawab. *Señales y Sistemas*. Prentice Hall Hispanoamérica S.A., segunda edition, 1998.
- [17] M. J. Roberts. *Señales y Sistemas*. McGraw-Hill Interamericana, 2006.
- [18] Julius Bendat. *Random Data Analysis and measurement procedures*. John Wiley and Sons, 1986.
- [19] Wilbur Davenport Jr. and William L. Root. *An Introduction to Theory of Random Signals and Noise*. IEEE Communications Society, 1987.
- [20] Robert Grober Brown and Patrick Hwang. *Introduction to random signals and applied Kalman Filtering*. John Wiley and sons, 1997.
- [21] George Arfken. *Mathematical Methods for Physicists*. Academic Press Inc., tercera edition, 1985.
- [22] W. H. Press. Flicker noises in astronomy and elsewhere. *Comments in Modern Physics-Part C*, 7:103–119, 1978.
- [23] C.Surya, editor. *Proceedings of the 15th International Conference on Noise in Physical Systems and 1/f Fluctuations*. Bentham Press, 1999.
- [24] T. Antal, M. Droz, G. Györgyi, and Z. Rácz. Roughness distributions for 1/f signals. *Physical Review E*, 65:046140, 2001.
- [25] S Halvin, R. Blumberg Selinger, M. Schwartz, H. E. Stanley, and A Bunde. Random multiplicative processes and transport in structures with correlated spatial disorder. *Phys. Rev. Letters*, 61:1438–1441, 1988.
- [26] J. Timmer and M. Koenig. On generating power law noise. *Astronomy and Astrophysics*, 300:707–710, 1995.
- [27] *Scale invariance as a symmetry in physical and biological systems: listening to photons, bubbles and heart beats*, volume 1323. AIP Conf. Proc., 2010.
- [28] B. Kaulakys, V. Gontis, and M. Alaburda. Point process model of 1 / f noise vs a sum of lorentzians. *Phys. Rev. E*, 71:051105, 2005.

- [29] Kai Zhang, Haiyee Chang, Aihua Fu, A. Paul Alivisatos, and Haw Yang. Continuous distribution of emission states from single cdse/zns quantum dots. *NanoLetters*, 6:843–847, 2006.
- [30] Robert W. Boyd. *No Linear Optics*. Academic Press, segunda edition, 2003.
- [31] Damián Pablo San Román Alerigi. La naturaleza cuántica de la luz, anti-correlación experimental. Tesis, UNAM, Marzo 2009.
- [32] Y. H. Shih and A. V. Sergienko. Two-photon anti-correlation in a hanbury brown-twiss type experiment. *Physics Letters A*, 186:29–34, 1993.
- [33] J. J. Thorn et. al. Observing the quantum behavior of light in an undergraduate laboratory. *Am. J. Phys*, 72:1210–1219, 2004.
- [34] D. N. Nikogosyan. Beta barium borate (bbo). *Appl. Phys. A*, 52:359–368, 1991.
- [35] Zhe-Yu Jeff Ou. *Multi-Photon Quantum Interference*. Springer, 2007.
- [36] David C. Burnham and Donald L. Weinberg. Observation of simultaneity in parametric production of optical photon pairs. *Phys. Rev. Lett.*, 25(2): 84–87, Julio 1970.
- [37] I. Abram, R.K. Raj, J. L. Oudar, and G. Dolique. Direct observation of the second-order coherence of parametrically generated light. *Phys. Rev. Lett.*, pages 2516–2519, 1986.
- [38] C.K. Hong, Z. Y. Ou, and L. Mandel. Measurement of subpicosecond time intervals between two photons by interference. *Phys. Rev. Lett.*, 59:2044–2046, 1987.
- [39] Jorge Cravioto Lagos. Construcción de un interferómetro Hong-Ou-Mandel. Tesis, UNAM, Marzo 2010.
- [40] J.J Sakurai. *Modern Quantum Mechanics*. Adison Wesley, 1994.
- [41] Burton A. Betchart. A test of bell’s inequality for the undergraduate laboratory. Master’s thesis, Orbelin College, Abril 2004.
- [42] United Crystals. Beta-barium borate (b-bab2o4). URL <http://www.unitedcrystals.com/BB0Prop.html>.
- [43] *Photon Counting using Photomultipliers Tubes*.
- [44] Erick Barrios. Prueba experimental de la desigualdad de bell. Tesis, UNAM, Febrero 2008.
- [45] Comunicación interna, Ruben Fossion, experimento realizado en la Facultad de Ciencias, UNAM.

- [46] E. Landa, R. Fossion, I. Morales, V. Velazquez, J.C. Lopez-Vieyra, and A.. Frank. Fractal scale invariance in chaotic time series: classical and quantum examples. *Revista Mexicana de Física*, 55:50–59, 2009.
- [47] B. Kaulakys, V. Gontis, and M. Alaburda. Point process model of 1/f noise vs a sum of lorentzians. *Physical Review E*, 71:051105, 2005.