

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MEXICO

INSTITUTO DE CIENCIAS NUCLEARES

Análisis de la evolución de trampa para protoplanetas en discos sujetos a fotoevaporación

ΤΕSIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO ACADÉMICO DE:

MAESTRO EN CIENCIAS (ASTRONOMÍA)

Presenta: Ramiro Álvarez Meraz

Co-director: Dr. Frédéric Masset Co-director: Dra. Antígona Segura



MEXICO D.F.



Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

AGRADECIMIENTOS

Quiero expresar mi agradecimiento a mis asesores, la Dra. Antígona Segura y el Dr. Frédéric Masset. Esta investigación se realizó con el apoyo del proyecto PAPIIT-IN119709-3 Modelos atmosféricos de planetas habitables.

Agradezco al servidor iemanja del grupo del Dr. Alex Raga del ICN, UNAM, México, y al servidor corot del Service d'Astrophysique, CEA-Saclay, Francia.

Agradezco a mis sinodales: Dra. Paola D'alessio, Dr. Luis Carrasco, Dr. Jorge Cantó, Dr. Frédéric Masset y al Dr. Alex Raga.

Agradezco a los investigadores que aparecen en la bibliografía, sin ellos no se habría sustentado este trabajo de investigación.

Agradezco a mis amigos y colegas astrónomos.

Agradezco a mi familia, sé que permanezco en un rinconcito de sus mentes.

Agradezco a mis papás por toda su confianza y apoyo.

Agradezco a Erika Haidé por estar siempre conmigo y apoyarme, y por ser tan importante en mi vida.

RESUMEN

Los objetos de baja masa del Sistema Solar tales como el gas, polvo, asteroides, cometas, planetas, etc., son el remanente de materia del proceso de formación del Sol.

Se ha encontrado evidencia de gas y polvo en discos que rodean estrellas (discos protoplanetarios) en la nebulosa de Orión (y en otras regiones de formación estelar) a través de observaciones, por ejemplo, con el Telescopio Espacial Hubble (HST, por sus siglas en inglés) y por el Telescopio Espacial Spitzer (SST, por sus siglas en inglés), por citar algunos. Bally et al. (2000) encuentran frentes de ionización en el cúmulo del Trapecio, estos frentes son asociados a la fotoevaporacion de gas en los discos protoplanetarios.

Estudios teóricos realizados por Alexander (2008) de un disco irradiado con fotones EUV a una tasa típica de estrellas T Tauri Clásicas (CTTs, por sus siglas en inglés), demuestra que la emisión de la linea prohibida [NeII] de 12.8 micras (a partir de 9 UA) puede ser un trazador de la existencia de viento fotoevaporativo. Consecuentemente, estudios observacionales (Pascucci Sterzik 2009 y Najita et al. 2009) de la linea de [NeII] de 12.81 micras muestran un ancho del orden de 10 km/s y un corrimiento hacia el azul para discos en transición (entre CTTs y WTTs), demostrando que la linea de [NeII] es un trazador de la existencia de viento que resulta de la fotoevaporación por parte de la estrella central.

Los modelos de evolución de discos viscosos sujetos a fotoevaporación predicen la existencia de una cavidad a un cierto radio crítico (el radio gravitacional), provocando un salto en el perfil de densidad superficial (Ruden 2004 y referencia ahí).

Por otra parte, en estudios de migración planetaria, Masset et al. (2006) demuestran que un salto en el perfil de densidad provoca una torca nula estable sobre un protoplaneta de masa pequeña (¡15 masas terrestres), es decir, una trampa para protoplanetas. Si la torca nula se mueve, entonces llevará consigo al protoplaneta.

En esta tesis, se realiza un estudio hidrodinámico y analítico de la formación de la cavidad, y se examina la posibilidad de formación de una trampa para protoplanetas. Los objetivos del estudio hidrodinámico son:

- 1. Implementar la fotoevaporación descrita por Hollenbach et al. (1994) en el codigo hidrodinámico FARGO para migración planetaria (Masset et al. 2000).
- 2. Analizar el comportamiento y evolución de planetas que sienten migracion tipo I en discos con fotoevaporación de estrellas tipo T Tauri de una masa solar.
- 3. Analizar si la cavidad por fotoevaporación es capaz de frenar la migración, es decir, si proporciona una trampa para protoplanetas.

Se realiza estudio analítico al tiempo de formación de la cavidad (en el radio gravitacional), aplicándolo a la migración de planetas de baja masa que orbitan tanto estrellas tipo M como de 1 Masa Solar. Los objetivos del estudio analítico son:

- 1. Estimar la densidad superficial al momento de la formación de la cavidad.
- 2. Evaluar la torca en la orilla de la cavidad, para comprobar si se vuelve positiva, lo cual puede, al menos temporalmente, revertir la migracion.

Para nuestro estudio se utiliza el codigo hidrodinamico FARGO para migración planetaria (Masset et al. 2000), implementando la fotoevaporacion de HII en un modelo de disco protoplanetario viscoso y verticalmente isotermico. Consideramos la emision de fotones ionizantes EUV (Extremo Ultravioleta) de una estrella tipoT Tauri Clasica, tal que su viento estelar es debil. En el análisis teórico, para el caso de la estrellas M, se toma referencia la emisión EUV de la estrella AD Leonis. Es importante señalar que se restringe al estudio de planetas con migracion tipo I (15 masas terrestres), puesto que solo estamos interesados en la modicacion de la estructura del disco por parte de la fotoevaporación (Ward 1997). Planetas arriba de 15 masas terrestres pasaran al regimen de acrecion rápida de gas, abriendo una cavidad en el radio orbital, modicando la estructura del disco, pasando a migracion tipo II (Papaloizou et al. 2007). Caso de estudio hidrodinámico:

- Se observa un decremento de 2 órdenes de magnitud de densidad superficial en el radio gravitacional al tiempo de la formación de la cavidad, comparado con la densidad superficial inicial, la cual es típica de discos protoplanetarios análogos a la Masa Mínima de la Nebulosa Solar.
- Una vez formada la cavidad, se observa un desplazamiento de su borde de 10^{-4} UA/año (en todos los casos) hacia afuera.
- Se observa que la tasa de migración por interacción disco-planeta se vuelve relevante a tiempos mucho menores que el tiempo de formación de la cavidad.
- No se observa un aumento significativo en el semieje mayor del planeta (soltado inicialmente a 16 UA) durante la formación y desplazamiento de la cavidad. Por lo tanto, no se produce una trampa para protoplanetas.
- La tasa de migración del planeta al tiempo de formación de la cavidad es de 10⁻⁷ - 10⁻⁸ UA/año. Por lo tanto, el borde de la cavidad viaja a una velocidad 3-4 órdenes de magnitud mayor que el protoplaneta.
- En los casos de planetas reiniciados a 12, 13, 13.5, 15 y 17.5 UA, se produce un frenado en la velocidad del planeta, y posteriormente un aumento de su semieje mayor. Los planetas no son atrapados alrededor de un punto estable, sino levemente arrastrados hacia el exterior, a una velocidad del orden de 10⁻⁷ UA/año. Se observa que el máximo de la tasa de migración del planeta aumenta radialmente, este comportamiento es de acuerdo con la cantidad de gas observado en el perfil de densidad superficial radial del borde externo (aumentando radialmente).

• Nótese que Ruden (2004) estima que la edad del disco externo es del orden del tiempo de formación de la cavidad. Ahora, ya que en estas simulaciones el tiempo de formación de la cavidad es de 10^6 años, en este sentido, podemos estimar que la migración de los planetas arrastrados al exterior se restringe a ~ 10^{-1} UA.

Caso de estudio analítico:

- Se obtienen tasas de migración planetaria del orden de 10^{-8} UA/año y 10^{-7} - 10^{-6} UA/año, para planetas embebidos en discos de estrellas M y T Tauri, respectivamente.
- Ahora, usando el hecho de que la velocidad del borde de la cavidad es 10^{-4} UA/año, se estima una velocidad relativa de interacción entre el borde y el planeta de 4 y 3-2 ordenes de magnitud, para planetas embebidos en discos de estrellas M y T Tauri, respectivamente, es decir, su velocidad relativa no permite atrapar el planeta en el borde de la cavidad, alrededor de un punto estable fijo. Por lo tanto, la migración al exterior (torca positiva) es de 2 a 4 órdenes de magnitud menor que el ancho del borde, el cual podemos en primera aproximación igualar a su radio $r_g \approx 10$ UA. Esto implica que a lo máximo el planeta es arrastrado hacia afuera de 0.1 UA.

Índice general

1.	Introducción	11
2.	Modelo de evolución del disco 2.1. Estructura del disco 2.2. Momento angular del disco 2.3. Modelo de disco viscoso 2.4. Fotoevaporación 2.4.1. Atmósfera de hidrógeno ionizado 2.4.2. Atmósfera de hidrógeno neutro 2.4.3. Fotoevaporación por estrellas externas 2.4.5. Modelo de disco viscoso con fotoevaporación 2.6. Fuentes de emisión de fotones ionizantes	 19 21 24 25 30 32 32 34 37
3.	Interacción Disco-Planeta 3.1. Consideraciones generales 3.1.1. Notación y unidades 3.2. Torcas 3.2.1. Torca de las resonancias de Lindblad 3.2.2. Torca de la resonancia de co-rotación 3.3. Migración 3.3.1. Tipo I 3.4. Clasificación de torcas 3.5. Trampa para protoplanetas 3.5.1. Tipo de trampas 3.5.2. Ubicación de trampas	41 42 43 43 45 46 47 47 49 50 50 52
4.	 Metodología 4.1. Descripción hidrodinámica del disco protoplanetario 4.2. Modelo de formación de cavidad y trampa para TTCs y M activas 4.3. Modelo de emisión fotosférica estelar	57 58 61 63
5.	Resultados 5.1. Resultados preliminares 5.2. Resultados de estudio hidrodinámico	65 66 69

5.3	5.3. Resultados de estudio analítico			
	5.3.1.	Caso estrellas M activas	90	
	5.3.2.	Caso estrellas T Tauri)1	
6. Co	onclusio	nes	3	
А.				
А.		Q	5	
А. А.	1. Códige	9 os de malla) 5)5	
A. A. A.	1. Códig 2. Códig	s de malla	1 5 15 15	

Capítulo 1

Introducción

Los objetos de baja masa del Sistema Solar tales como el gas, polvo, asteroides, cometas, planetas, etc., son el remanente de materia del proceso de formación del Sol.

Las estrellas se forman en nubes moleculares compuestas de polvo y gas. La combinación de variables de densidad, temperatura y campo magnético de la nube determinan si el sistema se encuentra en contracción gravitacional, comenzando el proceso de formación estelar. La teoría de formación estelar se sustenta en la observación de estrellas recién nacidas en forma de "enjambres" dentro de nubes moleculares, por ejemplo, en la nube ρ Ophiuchus, en la nube de Tauro y en el cúmulo estelar de Orión, a una distancia aproximada de 130 pc, 140 pc y 450 pc, respectivamente.

Se ha encontrado evidencia de gas y polvo en discos que rodean estrellas (discos protoplanetarios) en la nebulosa de Orión (y en otras regiones de formación estelar) a través de observaciones, por ejemplo, con el Telescopio Espacial Hubble (HST, por sus siglas en inglés) y por el Telescopio Espacial Spitzer (SST, por sus siglas en inglés), por citar algunos. La formación de los discos protoplanetarios es una consecuencia de la conservación del momento angular de la nube molecular durante el colapso.

A través del tiempo, el gas y polvo modifican sus características físico-químicas. Los granos de polvo aumentan en tamaño como resultado de sus interacciones, siendo su superficie un sitio idóneo para la formación de nuevas especies químicas.

La etapa pre-secuencia principal presenta dos fases evolutivas principales: como protoestrella (aún presenta su envolvente de acreción) y como tipo T Tauri (solo presenta disco de acreción), a estos objetos pre-estelares se les conoce como objetos estelares jóvenes (YSOs, por sus siglas en inglés). Los YSOs (ver figura 1.1) son clasificados de acuerdo a la forma de su distribución espectral de energía (SED, por sus siglas en inglés). La forma de la SED depende de la combinación de variables como la temperatura, densidad, masa y dispersión de velocidad del material que emite o absorbe radiación. La clasificación de los YSOs se hace a partir de la pendiente de la SED, desde el cercano hasta el lejano infrarojo



Figura 1.1: Diagrama esquemático que muestra la evolución de la distribución espectral de energía y la estructura del disco para las clases de YSOs. Objetos de clase 0 y I son clasificados como objetos protoestelares. Objetos de clase II y III son clasificados como tipos T Tauri (tomado de André 1993).

- Clase 0: el pico de la SED se encuentra en el IR-lejano o en la parte milimétrica (~ 100 μm).
- Clase I: la *SED* plano y creciendo en el IR-medio $(\alpha_{IR} > 0)^1$.
- Clase II: la *SED* cayendo en el IR-medio $(-1.5 < \alpha_{IR} < 0)$. Este tipo se define como estrellas T Tauri Clásicas.
- Clase III: las estrellas tienen poco o nada de exceso en el IR. Las estrellas tipo T Tauri Débiles pertenecen a esta clase.

La etapa protoestelar se encuentra en las clases 0 y I, mientras que la etapa pre-estelar tipo T Tauri se encuentra en las clases II y III.

Las estrellas tipo T Tauri son aquellas que han perdido su envolvente de gas y polvo, conservando el disco de acreción. Se clasifican de acuerdo a características espectroscópicas como: T Tauri Clásicas (CTTs, por sus siglas en inglés), T Tauri en transición, T Tauri con líneas débiles (WTTs, por sus siglas en inglés) y T Tauri con disco de escombros (debris disks TTs, por su nombre y siglas en inglés). Las CTTs se caracterizan por tener un disco ópticamente grueso en el IR, presentan acreción de material, lo cual hace que el disco vaya vaciándose.

Las T Tauri en transición (entre CTTs y WTTs) son caracterizadas por tener emisión ópticamente delgada a longitudes de onda de $10 \leq \mu m$ a distancias $10 \leq UA$, pueden presentar agujeros centrales y/o brechas que se notan como "ausencia" de emisión en ciertos intervalos de longitud de onda λ . Pascucci & Sterzik (2009) y Najita et al. (2009) observan un corrimiento hacia el azul y un ancho de linea de ~ 10 km/s de la línea prohibida [NeII] a 12.81 micras, sugiriéndola como un trazador de un viento que resulta de la fotoevaporación de estos tipos pre-estelares. En este sentido, modelos de interacción de radiación EUV directa y EUV difusa (la radiación directa es emitida por la estrella, mientras que la radiación difusa proviene de recombinaciones que ocurren en el disco) con gas del disco predicen la existencia de un viento de gas ionizado HII. El viento de HII depende tanto de parámetros estelares como del disco. Para estrellas de baja masa (con viento estelar débil), la posición donde comienza el viento por parte del disco es determinada por el potencial gravitacional estelar y por la energía cinética del material fotoionizado (Hollenbach et al. 1994).

Las WTTs no presentan exceso UV en la SED, solo tienen el disco externo y no presentan evidencia de acreción. Las estrellas con disco de escombros solo presentan un disco de polvo ópticamente delgado (no contienen cantidades importantes de gas), se cree que este polvo es el remanente de colisiones de cuerpos como planetas, cometas y asteroides. El gas presente en estos discos podría deberse a la cola de cometas y a la pérdida de gas por parte de los planetas, cayendo en el plano medio del disco.

Por otra parte, el paradigma actual de formación planetardice que los cuerpos requieren un crecimiento de 12 ordenes de magnitud en escala espacial, es decir,

 $^{{}^{1}\}alpha_{IR} = \Delta log(\lambda F_{\lambda}) / \Delta log\lambda$

de micras a miles de kilómetros (de polvo a planetas). Según la clasificación de Armitage (2007), el rpoceso de formación planetaria se divide en las siguientes etapas:

- 1. Los granos de polvo se condensan y crecen en el disco nebular caliente, asentándose gradualmente en el plano medio. La composición de los granos es determinada por la temperatura local del disco gaseoso. Los volátiles solo están presentes en las zonas de baja temperatura del disco externo. El disco interno es dominado por material refractario². Las inestabilidades gravitacionales del disco son contrarrestadas por los movimientos turbulentos y convectivos. Las partículas están acopladas al gas mediante interacción aerodinámica y pueden moverse vertical y horizontalmente hacia el plano medio del disco y hacia la estrella, respectivamente. A este tipo de partículas se le clasifica como polvo.
- 2. Se cree que el crecimiento de granos hasta planetésimos ocurren por acreción de pares en el disco turbulento o debido a la inestabilidad gravitacional del disco bajo ciertas condiciones de la nebulosa (Goldreich & Ward 1973; Youdin & Shu 2002). La dinámica de estos cuerpos se debe a su movimiento kepleriano (interacción gravitacional cuerpo-estrella) y al arrastre de gas (interacción aerodinámica). Inicialmente, tienen bajas excentricidades e inclinaciones debido al arrastre de gas. A este tipo de cuerpos se les clasifica como rocas.
- 3. Los planetésimos son cuerpos suficientemente grandes como para despreciar la componente aerodinámica de su movimiento orbital, y suficientemente pequeños como para no sentir apreciablemente la interacción gravitacional con el gas. Por lo tanto, las interacciones gravitacionales entre planetésimos son las responsables de su dinámica y estas interacciones hacen que se produzca un crecimiento acelerado de estos objetos.
- 4. Una vez que el objeto ha crecido lo suficiente (mediante crecimiento acelerado), volverá a acoplarse con el gas mediante fuerzas de marea, este tipo de acoplamiento implica su migración. Estos cuerpos resultan en planetas tipo terrestres $(1 - 15M_{\oplus})$, donde su núcleo y envolvente de gas se encuentran en el régimen de equilibrio cuasi-hidrostático.
- 5. A partir de $15M_{\oplus}$ los núcleos planetarios entran al régimen de acreción rápida de gas, convirtiendose en los núcleos planetarios de los gigantes gaseosos

Los exoplanetas son planetas que giran alrededor de otras estrellas. De un total de 687 exoplanetas detectados (ver figura 1.2) con un intervalo de masas entre $1.9M_{\oplus}$ y $25M_J$, el $\approx 30\%$ del total está dentro de 0.1 UA de su estrella y de estos el $\approx 10\%$ son planetas mayores a $1M_J$ (exoplanets.eu). En el Sistema Solar se tienen los cuerpos masivos (planetas gigantes) a más de 5 UA.

 $^{^2\}mathrm{Material}$ capaz de resistir alteraciones físico-químicas por el medio que le rodea.

La detección de los primeros planetas gigantes a distancias menores de 0.1 UA de su estrella fue bastante sorpresiva, ya que los modelos teóricos de formación planetaria predicen que es improbable la formación *in situ* a tales distancias, y que los planetas gigantes preferentemente se forman en la zona fría del disco protoplanetario (Lodders 2003)³.



Figura 1.2: Semieje mayor vs masa de exoplanetas detectados (exoplanets.eu).

Se han propuesto tres mecanismos para explicar la posición de planetas tipo Júpiter a distancias muy cercanas a su estrella, en cada uno de estos mecanismos de interacción existe intercambio de momento angular:

- 1. Interacción gravitacional entre dos o más planetas tipo Júpiter, tal que cruzan sus órbitas, saliendo uno eyectado, colocando uno a distancia mayor y al otro a una distancia menor (Ford et al. 2001).
- 2. Inestabilidad en la migración que se desarrolla mediante interacciones resonantes entre el planeta y planetésimos localizados dentro de la órbita del planeta, la interacción provoca la eyección de una fracción de planetésimos, causando que el planeta tipo Júpiter migre hacia un radio menor (Malhotra 1995).
- 3. Interacción disco-planeta (Goldreich & Tremaine 1979), provocado por las fuerzas de marea que ejerce el planeta en el disco, causando la migración del planeta. Esta se clasifica en tres tipos:

 $^{^{3}}$ La zona fria del disco comienza a partir de la línea de nieve (donde $T \approx 150 \text{ K y } P \approx 10^{-4}$ bares), en esta zona, los materiales condensables crecen dramáticamente. En este sentido, Morbidelli et al. (2000) encontraron asteroides muy ricos en agua en el exterior del cinturón de asteroides, sugiriendo que la línea de nieve de la Nebulosa Solar está alrededor de 3 UA.

- Migración Tipo I, causada en un protoplaneta de masa pequeña que esta embebido en un disco gaseoso, cuya interacción de marea con el disco puede ser estudiada mediante un análisis lineal (Ward 1997). Esta tesis está enfocada en la migración de este tipo de planetas.
- Migración tipo II, causada en un protoplaneta suficientemente masivo como para abrir un hueco en la vecindad de su órbita (Lin & Papaloizou 1986).
- Migración tipo III o migración acelerada, aplicable en planetas tipo Saturno (M₂) embebidos en discos masivos (Masset & Papaloizou 2003).
- Migración estocástica, causada en un planeta embebido en un disco con fluctuaciones de densidad derivadas de la turbulencia magnetohidrodinámica MHD, que es alimentada por la inestabilidad magnetorotacional (Balbus & Hawley, 1991).

La torca que siente un planeta con migración tipo I (tipo terrestre con masa $m_p < 15M_{\oplus}$) es separada en dos partes: la torca diferencial de Lindblad y la torca de co-rotación. La torca diferencial de Lindblad corresponde a la torca que ejerce la onda espiral que el planeta excita en el disco, mientras que la torca de corotación corresponde a la torca ejercida por el material localizado en la región co-orbital del planeta. Se estima que el tiempo típico de migración tipo I con densidad superficial típica de discos protoplanetarios es del orden de 10^5 años (Tanaka et al. 2002). Ahora, debido a que la escala de tiempo del disco gaseoso es del orden de 10^7 años (Strom et al. 1989; Skrutskie et al. 1990), se hace necesario detener la migración para explicar la existencia de planetas no calientes (a distancias mayores a 0.1 UA).

Por otra parte, Masset et al. (2006) demostraron que un salto en el perfil de densidad superficial de un disco protoplanetario puede causar una torca nula estable sobre planetas tipo terrestres que se encuentren en proceso de migración, creando una trampa para protoplanetas en la posición de esta torca nula (véase sección 3.5). Si la posición de la torca nula se mueve, entonces se moverá la trampa, llevando consigo al planeta atrapado. Masset et al. (2006) identifican tres posibles casos en los que se producen trampas en el disco protoplanetario:

- 1. En la transición entre el disco viscoso y el disco interno donde los chorros (perpendiculares al disco, colimados por el campo magnético del sistema estrella-disco) son lanzados. En el disco interno se observa una mayor velocidad radial que en el disco viscoso, y por conservación de masa entre los discos, entonces se produce un salto en el perfil de densidad.
- 2. Se ubica un salto en el borde interno de la zona muerta. La zona muerta es el lugar del disco protoplanetario donde el campo magnético es incapaz de acoplarse al material. Para que exista acoplamiento se necesita que la fracción de ionización sea suficientemente grande, proporcionando inestabilidad magnetorotacional (MRI, por sus siglas en inglés) capaz de

suministrar turbulencia en el medio. La turbulencia proporciona la viscosidad cinemática. Sitios turbulentos tendrán una viscosidad mayor que los sitios no turbulentos, desarrollando así una densidad superficial menor (sitios turbulentos) y una densidad superficial mayor (sitios no turbulentos), respectivamente. Por lo tanto, se produce un salto en el perfil de densidad superficial.

3. En el borde externo del hueco abierto que se genera por la presencia de un planeta gigante.

Otro tipo de trampa se debe a la interacción cuerpo-cuerpo. Este tipo de trampa se estudia mediante códigos de N-cuerpos. Los planetas pueden acumular cuerpos en algunas de sus resonancias, este hecho es demostrado en trabajos de Fogg & Nelson (2007) y Raymond et al. (2006). Se muestra este tipo de acumulación en asteroides del Sistema Solar, formando las zonas del cinturón de asteroides, así como familias y grupos (ver figura 1.3).



Figura 1.3: Distribución de asteroides en el espacio de excentricidad y semieje mayor de la parte interna del Sistema Solar. Se muestran los grupos de asteroides y las zonas del cinturón de asteroides (Alan Chamberlin, 2007, Caltech).

En este trabajo de tesis se propone la formación de un salto en el perfil de densidad superficial por fotoevaporación de un disco gaseoso, y examinar las consecuencias de este sobre la evolución de la posición de planetas con migración tipo I (planetas tipo terrestres), es decir, si la formación de la cavidad por fotoevaporación es capaz producir una trampa para protoplanetas. Nótese que se restringe al estudio de planetas con migración tipo I (< $15M_{\oplus}$), puesto que solo estamos interesados en la modificación de la estructura del disco por parte de la fotoevaporación. Los planetas más masivos que $15M_{\oplus}$ pasarán al régimen de acreción rápida de gas, abriendo una cavidad en el radio orbital, modificando la estructura del disco, es decir, pasarán al régimen de migración II (Papaloizou et al. 2007). Otra motivación es que planetas tipo terrestres son importantes astrobiológicamente, mientras que los planetas gaseosos no proporcionan condiciones necesarias de presión atmosférica y temperatura sobre la superficie del planeta para soportar la vida (p.e. Cockell 1999).

Para nuestro estudio, se utiliza el código hidrodinámico FARGO para migración planetaria (Masset et al. 2000), implementando la fotoevaporación de HII en el modelo de disco protoplanetario verticalmente isotérmico de Ruden et al. (2004). Consideramos la emisión de fotones ionizantes EUV de una estrella tipo T Tauri Clásica, tal que su viento estelar es débil.

Se analiza teoricamente la migración tipo I (planeta de $< 15M_{\oplus}$) durante la formación de la cavidad tanto para discos de estrellas de 1 M_{\odot} como para estrellas tipo M con gran actividad cromosférica (p.e. AD Leonis, con tasa de fotones ionizantes de $\Phi_i = 10^{39}$). Se utiliza la prescripción de migración hecha por Tanaka et al. (2002) para un planeta de $15M_{\oplus}$ en salto de perfil de densidad prescrito por Masset et al. (2006).

En el capítulo 2 se aborda el modelo de evolución de disco que incluye fotoevaporación, en el capítulo 3 se presenta la teoría de interacción disco-planeta, haciendo énfasis tanto en la migración tipo I como en la trampa para protoplanetas, en el capítulo 4 estudiaremos la metodología utilizada en la investigación, tanto en el análisis hidrodinámico como en el análisis teórico, en el capítulo 5 los resultados y en el último capítulo las conclusiones.

Capítulo 2

Modelo de evolución del disco

2.1. Estructura del disco

A partir del conocimiento de la masa y composición de los planetas del Sistema Solar, Weidenschilling (1977) estima la cantidad mínima de gas presente en la nebulosa solar. A esta cantidad se le conoce como Masa Mínima de la Nebulosa Solar (conocida en la literatura como MMSN, de sus siglas en inglés), y corresponde a una densidad superficial

$$\Sigma = 10^3 \left(\frac{r}{1 \text{UA}}\right)^{-3/2} \text{g} \cdot \text{cm}^{-2},$$
(2.1)

para la región entre Venus y Neptuno (ignorando el cinturón de asteroides). Integrando la densidad superficial entre 0.7 UA y 30 UA, se encuentra una masa del disco ~ $10^{-2} M_{\odot}$. Esta masa está en el intervalo observado de masas de discos protoplanetarios (Mann & William 2010, Sicilia-Aguilar et al. 2011).

Por otra parte, el disco de las estrellas tipo T Tauri ha perdido su envolvente (ver Fig. 1.1), el disco es delgado porque la rotación es supersónica, con una escala de altura H mucho menor que el radio orbital $r, H \ll r$. El estudio de la estructura de estos objetos se realiza mediante coordenadas cilíndricas, donde la componente de gravedad en una posición dada del disco es g = g(r, z). Considerando los componentes de gravedad radial y en dirección vertical al disco en forma desacoplada, se separa la componente radial g_r de la componente vertical g_z .

Suponiendo la estructura vertical del disco en equilibrio hidrostático,

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g_z, \qquad (2.2)$$

donde ρ y P son la densidad y presión del gas, respectivamente. Suponiendo que la única componente vertical de gravedad la ejerce el objeto central (ver Figura 2.1), entonces,

$$g_z = \frac{GM_\star}{d^2} \mathrm{sen}\theta = \frac{GM_\star}{d^3} z, \qquad (2.3)$$

donde G, M_{\star} , d, θ , son la constante de gravitación, la masa del objeto central,



Figura 2.1: La componente vertical de gravedad g_z en una parcela de gas a distancia d, altura z arriba del plano medio del disco. Solamente se ejerce atracción de gravedad por parte del objeto central, es decir, no se ejerce fuerza gravitacional entre ningún elemento del disco. Tomado de Armitage (2007).

la distancia de la estrella al elemento de gas en la posición (r,z) y el ángulo formado entre el eje radial y la posición del elemento de gas, respectivamente.

Si suponemos un disco delgado $z \ll r$, esto implica que $r \approx d$, entonces la componente vertical de gravedad toma la forma:

$$g_z \simeq \Omega^2 z,$$
 (2.4)

donde $\Omega \equiv \sqrt{GM_{\star}/r^3}$ es la velocidad angular en un disco kepleriano.

Considerando al disco verticalmente isotérmico, su ecuación de estado es $P = \rho c_s^2$, donde c_s es la velocidad isotérmica del sonido. Así, la ecuación de equilibrio hidrostático (Ec. 2.2) queda como

$$c_s^2 \frac{d\rho}{dz} = -\Omega^2 \rho z, \qquad (2.5)$$

cuya solución es

$$\rho = \rho(Z=0)e^{-z^2/2H^2},\tag{2.6}$$

teniendo un perfil vertical que decae exponencialmente con z^2 , donde H es la escala de altura del disco:

$$H = \frac{c_s}{\Omega}.$$
 (2.7)

Definiendo $h \equiv H/r$, podemos expresar la ecuación anterior como:

$$h = \frac{c_s}{r\Omega} = \frac{c_s}{v_\phi},\tag{2.8}$$

donde la velocidad kepleriana $r\Omega$ del disco es igual a su velocidad azimutal v_{ϕ} .

Por otra parte, para que un disco protoplanetario sea gravitacionalmente estable el parámetro Q de Toomre (1969) debe ser:

$$Q \equiv \frac{c_s \kappa}{\pi G \Sigma} = \frac{c_s \Omega}{\pi G \Sigma} > 1, \qquad (2.9)$$

20

donde la velocidad angular Ω es igual a la frecuencia epicíclica κ del gas. Reescribiendo la condición para la estabilidad como

$$\pi G\Sigma < c_s \Omega, \tag{2.10}$$

y usando la relación $h = c_s/r\Omega$ para un disco delgado e isotérmico, se obtiene

$$\pi G\Sigma < hr\Omega^2. \tag{2.11}$$

Ahora, del equilibrio entre la fuerza centrífuga del disco y la fuerza de gravedad por parte de la estrella, es decir, $r\Omega^2 = GM_\star/r^2$, la ecuación 2.11 se puede expresar como

$$\frac{\pi r^2 \Sigma}{M_\star} < h. \tag{2.12}$$

Usando la definición de masa reducida $M_d \equiv \pi r^2 \Sigma$ del disco, el criterio de estabilidad de un disco protoplanetario se escribe como:

$$\mu_d < h, \tag{2.13}$$

donde $\mu_d = M_d/M_{\star}$ es el cociente entre la masa reducida del disco y el objeto central.

2.2. Momento angular del disco

El proceso de formación estelar lleva consigo evolución de cantidades físicas en el disco, tales como el momento angular J. En este sentido, se ha calculado el momento angular tanto de nubes moleculares como de estrellas en la etapa de pre-secuencia principal. Para el caso del momento angular estelar, se define el momento angular específico como

$$j_{\star} = \frac{J_{\star}}{M_{\star}},\tag{2.14}$$

donde J_{\star} y M_{\star} son el momento angular y la masa de la estrella, respectivamente. Si el momento angular es expresado en términos del momento de inercia I_{\star} y la velocidad angular ω_{\star} de la estrella, la ecuación 2.14 se puede escribir como

$$j_{\star} = \frac{I_{\star}\omega_{\star}}{M_{\star}},\tag{2.15}$$

siendo el momento de inercia $I_{\star} = k^2 R_{\star}^2 M_{\star}$ y la velocidad angular de la estrella $\omega_{\star} = 2\pi/P_{\star}$, donde k es una cantidad adimensional relacionada con la distribución de masa en la estrella, R_{\star} el radio estelar y P_{\star} el periodo de rotación estelar¹, el momento angular específico estelar resulta

$$j_{\star} = 2\pi k^2 \frac{R_{\star}^2}{P_{\star}} \tag{2.16}$$

 $^{^1 \}rm Obtenido de la variabilidad periódica que muestran las estrellas entre sus puntos calientes y frios.$

En este sentido, Herbst et al. (2002) relaciona la pérdida de momento angular específico j con el disco protoplanetario. Lamm et al. (2004) hicieron mediciones de variabilidad periódica (manchas calientes) en estrellas pre-secuencia principal de NGC 2264, encuentran que la amplitud de la variabilidad periódica se relaciona con el tipo de estrella pre-secuencia principal, siendo mayor en T-Tauri Clásicas que en T-Tauri débiles y encuentra que la acreción del disco interno de las estrellas T-Tauri Clásicas es evidencia de transporte de momento angular específico. Rodríguez-Ledesma et al. (2009) obtienen una relación edad-periodo para el cúmulo nebular de Orión. Ambos grupos (Lamm et al. 2004; Rodríguez-Ledesma et al. 2009) descubren una ganancia mas rápida del momento angular específico i si las estrellas tienen masa pequeña. Herbst et al. (2007) encuentran una pérdida de momento angular específico i con la edad para los objetos del cúmulo nebular de Orión y para los del cúmulo NGC 2264, la pérdida se realiza en los primeros 10^6 años. En resumen, el tiempo de transporte de momento angular específico hacia la estrella está determinado por la masa del disco interno o la edad de la estrella T-Tauri Clásica, ocurriendo mas rápidamente para estrellas mas masivas.

Los agentes causantes de la transferencia de momento angular por parte del disco delgado son los campos magnéticos a pequeña escala y la turbulencia. Los campos magnéticos a pequeña escala sacan material del disco en forma de chorros y flujos, llevando consigo momento angular. La turbulencia es producida por la inestabilidad magnetorotacional (MRI, por sus siglas en inglés) del disco (Balbus y Hawley 1991), donde un disco de acreción es acoplado dinámicamente a un campo magnético débil, resultando en un transporte de momento angular al exterior. Un disco gaseoso con densidad volumétrica ρ y velocidad del sonido c_s atravesado verticalmente por un campo magnético débil B_z , desarrolla turbulencia de MRI si se cumple que

$$\frac{B_z^2}{8\pi} \lesssim \frac{3}{\pi^2} \rho c_s^2, \tag{2.17}$$

tal que está sujeto a la inestabilidad lineal cuando

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}(\Omega^2) < 0, \tag{2.18}$$

es decir, los discos keplerianos presentan inestabilidad magnetorotacional, a menos que la densidad de energía magnética exceda la energía térmica.

Existe una fracción de ionización mínima requerida para que comience a operar la MRI (a pesar de la difusividad/resistividad que existe en el medio). En este sentido, el disco tiene lugares con baja fracción de ionización donde se suprime la MRI, que consecuentemente produce la cancelación de la turbulencia y el transporte de momento angular en el disco. Gammie (1996) nota que en la presencia de difusividad/resistividad, el campo magnético obedece a la siguiente forma de la ecuación de inducción,

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \nabla \times (\eta \nabla \times \mathbf{B}), \qquad (2.19)$$

donde η es la difusividad magnética, siendo ésta expresada como

$$\eta = 6.5 \times 10^3 x^{-1} \text{cm}^2 \text{s}^{-1}.$$
(2.20)

donde $x = n_e/n_H$ es la fracción de ionización, siendo n_e y n_H densidad numérica de electrones y átomos de hidrógeno, respectivamente.

La fracción de ionización mínima necesaria para que la MRI comience a operar es calculada por Armitage (2007) a partir de igualar el tiempo de amortigüamiento τ_{amort} (Balbus y Hawley 1998)

$$\tau_{amort} \sim \frac{H^2}{\eta},$$
(2.21)

con la escala de tiempo de la MRI τ_{MRI} ,

$$\tau_{MRI} \sim \frac{H}{v_A} \tag{2.22}$$

donde $v_A = \sqrt{B^2/(4\pi\rho)}$ es la velocidad de Alfvén y H la escala de altura del disco. Por tanto el criterio para que opere en el disco la MRI es

$$\eta \sim H v_A, \tag{2.23}$$

es decir, usando 2.20 se necesita

$$x > 10^3 (Hv_A)^{-1}.$$
 (2.24)

Haciendo un estimado muy burdo para un disco protoplanetario, donde la escala de altura del discoHa 1UA es $\sim 10^{-2} {\rm UA}$ y $v_A \sim c_s \sim 10^5~{\rm cm/s}$ se obtiene que a partir de

$$x > 10^{-13},\tag{2.25}$$

la MRI comienza a operar. Las partes externas son principalmente ionizadas por los rayos cósmicos (Umebayashi y Nakano, 1981), las partes internas del disco son principalmente ionizadas colisionalmente por metales alkalinos a $T \gtrsim 1000$ K (Umebayashi 1983) y las partes intermedias son caracterizadas por ser zonas demasiado frías como para que los metales alkalinos sean ionizados y demasiado densas como para que los rayos cósmicos puedan ionizar material. En este sentido, Gammie (1996) encuentra que en lugares donde la densidad superficial es $\lesssim 100$ gr/cm², el transporte de momento angular por turbulencia no es efectivo. Estos lugares del disco protoplanetario se denominan "zonas muertas". Glassgold et al. (1997) muestran que tampoco los rayos X logran penetrar al disco e ionizarlo.

Shakura y Sunyaev (1973) parametrizan la viscosidad cinemática ν del disco, que da lugar al transporte de momento angular, como:

$$\nu = \alpha c_s H, \tag{2.26}$$

donde el parámetro α es una cantidad adimensional ≤ 1 , c_s es la velocidad del sonido y H la escala de altura del disco. Stone et al. (1996) encuentran que para un disco de acreción con MRI, inicialmente isotérmico y estratificado, el parámetro α de Shakura y Sunyaev es 10^{-2} . Por otra parte, Hartmann et al. (1998) encuentra que $\alpha = 10^{-2}$ es el parámetro que más se ajusta para la evolución de discos de estrellas T Tauri.

Tomando en cuenta un disco delgado y verticalmente isotérmico $(H = c_s/\Omega)$, la viscosidad (Ec. 2.26) se expresa como

$$\nu = \alpha c_s^2 \Omega^{-1}. \tag{2.27}$$

Ahora, considerando al fluido isotérmico como un gas ideal, es decir, $c_s^2 \propto T_c$, donde T_c es la temperatura del plano medio, entonces la viscosidad es expresada como

$$\nu \alpha \frac{\alpha T_c}{\Omega} \tag{2.28}$$

Por otra parte, D'Alessio et al. (1998) encuentran que el perfil de temperatura de los discos protoplanetarios es $T_c \propto r^{-1/2}$, entonces se obtiene que

$$u \propto r,$$
 (2.29)

es decir, la viscosidad tiene un comportamiento aproximadamente lineal radialmente.

2.3. Modelo de disco viscoso

De acuerdo con el modelo de disco viscoso (Pringle 1981), las fuerzas viscosas causan que el disco gaseoso se desparrame hacia radios menores y mayores, es decir, una parte del gas es acretado por la estrella y otra parte se mueve hacia radios mayores, haciendo que disminuya la densidad de gas en el disco. Este hecho ocurre para un disco viscoso en el que se conservan la masa y el momento angular, que en coordenadas cilíndricas (z = 0) se expresan respectivamente como:

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = -\frac{1}{2\pi r} \frac{\partial M}{\partial r}$$
(2.30)

$$\dot{M} = -\frac{2r}{l}\frac{\partial g}{\partial r} \tag{2.31}$$

donde $M = 2\pi r v_r \Sigma$, $l = \Omega r^2$ y $g = 3\pi \Sigma \nu l$ son respectivamente la tasa de acreción de masa, el momento angular específico y el término de acoplamiento viscoso, siendo ν la viscosidad cinemática y v_r la velocidad radial del flujo de masa. Por convención, un valor positivo de M expresa un flujo hacia el exterior.

Combinando las ecuaciones de conservación de masa y momento angular (2.30 y 2.31) y suponiendo que la velocidad angular $\alpha r^{-3/2}$ (como en un disco kepleriano), se obtiene la ecuación de evolución de la densidad superficial de un disco

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = \frac{3}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^{1/2} \frac{\partial}{\partial r} (\nu \Sigma r^{1/2}) \right].$$
(2.32)

Es importante notar que esta ecuación diferencial es comúnmente conocida como ecuación de difusión para un disco viscoso, ya que haciendo el cambio de las variables $X = 2r^{1/2}$ y $f = \frac{3}{2}\Sigma X$ se obtiene la forma de la ecuación de difusión

$$\frac{\partial f}{\partial t} = D \frac{\partial^2 f}{\partial X^2},\tag{2.33}$$

donde D es el coeficiente de difusión, siendo

$$D = \frac{12\nu}{X^2}.$$
 (2.34)

De la ecuación 2.33 se infiere que la escala de tiempo difusivo τ es X^2/D , expresado físicamente, $t_{\nu} = (16r^2)/(12\nu)$, es decir

$$t_{\nu} \sim \frac{r^2}{\nu}.\tag{2.35}$$

Por lo tanto, el tiempo difusivo a una cierta distancia es proporcional al cuadrado de su posición, e inversamente proporcional a su viscosidad cinemática.

Existen antecedentes de soluciones de la ecuación de difusión que han sido usadas en modelos de evolución de discos sujetos a fotoevaporación. En este tipo de modelos se define el tiempo viscoso como

$$t_{vis} \equiv \frac{r_g^2}{\nu_g},\tag{2.36}$$

donde $r_g = GM/c_s^2$ y ν_g , es el radio gravitacional y la viscosidad cinemática en el radio gravitacional, repectivamente. El radio gravitacional r_g se define tal que la velocidad del sonido c_s del gas ionizado es igual a la velocidad orbital local del disco (ver sección 2.4 para detalles).

2.4. Fotoevaporación

Una vez formada la estrella pre-secuencia principal, el gas y polvo del disco protoplanetario son expuestos a la interacción con material estelar como ráfagas de partículas cargadas, radiación estelar directa y difusa², incrementando la energía cinética del material del disco, y exponiéndola a salir eyectada del sistema en forma de viento. Los mecanismos capaces de quitar material en el disco son la acreción, las ráfagas de partículas cargadas, los chorros bipolares, los flujos, y la fotoevaporación.

Los fotones EUV (>13.6 eV) estelares directos que impactan el disco son capaces de ionizar el gas de hidrógeno. Ahora, suponiendo una atmósfera de hidrógeno ionizado HII donde los procesos de calentamiento y enfriamiento la

 $^{^2 {\}rm La}$ radiación de estrellas vecinas también interactúa con el disco, afectando principalmente sus partes externas.

mantienen a una temperatura de 10⁴ K, la cual corresponde a una velocidad térmica promedio del orden de la velocidad del sonido $c_s \approx 10 \text{ km/s}$.

A partir de la atmósfera de HII, se define al radio gravitacional r_g tal que la velocidad del sonido del gas ionizado es igual a la velocidad orbital local del disco, eso es

$$r_g = \frac{GM_{\star}}{c_s^2} \simeq 9\left(\frac{M_{\star}}{1M_{\odot}}\right)$$
UA, (2.37)

donde $M \star$ es la masa del objeto central. El último término es una aproximación del radio gravitacional en la que se considera $c_s \approx 10$ km/s. A radios mayores que el radio gravitacional, la atmósfera de HII es incapaz de permanecer ligada gravitacionalmente, saliendo eyectada del disco, es decir, será fotoevaporada.

El radio gravitacional no solo determina la forma del disco sino también su dinámica. Haciendo un análisis aproximado de la energía total de las partículas de HII en el radio gravitacional (energía cinética + energía térmica), se obtiene $2GM/r_g$, es decir, el doble de la energía potencial que necesita una partícula para escapar hacia el infinito. Por lo tanto, las regiones HII isotérmicas en el disco protoplanetario tienen la energía suficiente para escapar del disco.

Ahora, si definiéramos el radio gravitacional a una distancia tal que la energía cinética del gas iguala el potencial gravitacional, es decir,

$$\frac{1}{2}\Omega^2 r_g^2 + \frac{3}{2}c_s^2 - \frac{GM\star}{r_g} \sim 0, \qquad (2.38)$$

se obtiene que el radio gravitacional es

$$r_g \sim \frac{GM}{3c_s^2} \tag{2.39}$$

En este sentido, Liffman (2003) estudia un disco en estado estacionario, adiabático y con flujo axisimétrico, encontrando que el radio gravitacional adiabático es

$$r_{g,ad} \sim \frac{GM}{5c_s^2}.\tag{2.40}$$

Por lo tanto, para regiones HII en el disco podemos definir el radio gravitacional como

$$r_g \sim \beta \frac{GM}{c_s^2},\tag{2.41}$$

donde $1/5 < \beta < 1$ absorbe la incertidumbre en la distribución de temperatura, es decir, los discos adiabáticos (ópticamente gruesos) tienen un radio gravitacional menor que los discos ópticamente delgados. Hay que notar que el parámetro β es menor a causa de la presencia de gradientes de presión en el disco.

Ahora, suponiendo equilibrio de ionización, Hollenbach et al. (1994) estudian la fotevaporación de gas en un disco con viento estelar débil y fuerte (Fig. 2.2). Para un viento estelar débil, a radio menor que r_g , la presión "ram" del viento estelar es menor que la presión de la atmósfera de HII, por lo tanto, se tiene una atmósfera estática. La fuente dominante de fotones del continuo difuso de

26



Figura 2.2: Arriba. Viento estelar débil: erosión del disco gaseoso por fotoevaporación de la estrella central, antes de la formación del hueco en el radio gravitacional. El flujo directo de EUV es absorbido y dispersado por la atmósfera de hidrógeno ionizado, de modo que la radiación dífusa es la principal responsable de ionizar material neutro de la superficie del disco a distancias $r > r_g$. La fotoevaporación remueve material predominantemente en el radio gravitacional (linea vertical). Abajo. Viento estelar fuerte: erosión de material mas allá del radio gravitacional predominantemente en r_w , donde la presión ram del viento estelar se iguala la presión térmica del flujo ionizado en la superficie del disco, es decir, $r_w > r_g$. Caso contrario a viento estelar débil, la fuente dominante del continuo difuso de Lyman lo proporciona el viento fotoevaporado (Hollenbach et al. 1994).

Lyman lo proporciona su atmósfera estática. Aunque es importante notar que también el viento genera fotones EUV difusos.

Para un viento estelar fuerte la presión "ram" estelar es más alta que la presión térmica del gas en el radio gravitacional. La fuente dominante del continuo difuso de Lyman lo proporciona el viento fotoevaporado. En este sentido, se define r_w como la distancia en la cual existe un equilibrio entre la presión ram del viento estelar y la presión térmica del flujo ionizado en la superficie del disco. En este caso, es importante notar que el flujo de fotones EUV difusos comienza a ser importante para la fotoevaporación a partir de r_w , donde $r_w > r_g$.

Para el propósito de esta tesis solo nos enfocaremos en estrellas de baja masa con viento estelar débil, es decir, el flujo directo de EUV es absorbido y dispersado por la atmósfera (estática) de hidrógeno ionizado, de modo que la radiación difusa es la principal responsable de ionizar material de la superficie del disco.

Por otra parte, Alexander (2008) hace estudios teóricos de irradiación de un disco con fotones EUV a una tasa $\Phi = 10^{41} \text{ s}^{-1}$, demostrando que la emisión de la línea prohibida [NeII] de $12.8 \mu m$ (a partir de 9 UA) puede ser un trazador de la existencia de viento fotoevaporativo. Estudios observacionales (Pascucci y



Figura 2.3: Imagen del VISIR high-resolution spectra mostrando flujo fotoevaporativo de [Ne II] en discos protoplanetarios de TWHya, TCha y CSCha (Pascucci & Sterzik 2009). El eje x da la velocidad del viento desde el sistema de referencia estelo-céntrico. Las líneas rojas son las predicciones de Alexander (2008).

Sterzik 2009, y Najita et al. 2009) de la línea de [NeII] de 12.81 μ m muestran un ancho de ~ 10 km/s y un corrimiento hacia el azul para discos en transición (entre CTTs y WTTs), demostrando que la línea de [NeII] es un trazador de la existencia de viento resultado de la fotoevaporación por la estrella central (Fig. 2.3). Irradiando un disco con rayos X, Ercolano et al. (2010) encuentran perfiles de luminosidad con dependencia en la velocidad L = L(v) para la línea prohibida [NeII] a 12.8 μ m, la línea prohibida de OI a 6300 Å y la línea de recombinación del átomo de hidrógeno, sus resultados están de acuerdo a las observaciones de la línea prohibida de NeII a 12.8 μ m de Pascucci & Sterzik (2009) y Najita et al. (2009).

La figura 2.4 muestra los perfiles normalizados obtenidos teóricamente por Ercolano et al. (2010) para la línea de estructura fina de NeII a 12.8 μm , la línea prohibida de OI a 6300 Å y la línea de recombinación del átomo de hidrógeno. El ancho de linea media altura (FWHM, por sus siglas en inglés) del flujo normalizado es ~ 10 - 30 km/s con un corrimiento del pico del flujo hacia velocidades negativas (corrimiento hacia el azul) de ~ 5 km/s, de acuerdo con las observaciones de discos en transición por Pascucci & Sterzik (2009) y Najita et al. (2009).



Figura 2.4: Perfiles normalizados de la línea de estructura fina de NeII a $12.8\mu m$, la línea prohibida de OI a 6300 Å y la línea de recombinación del átomo de hidrógeno. Los discos son irradiados desde el hueco interno con $Log(L_x) = 30.3$, con radio del hueco interno de 8.3, 14.2 y 30.5 UA, para los paneles de la izquierda, medio y derecha, respectivamente. Los colores representan la inclinación del disco, 0 grados corresponde a verlo de cara y 90 grados a verlo de canto (Ercolano et al. 2010).

2.4.1. Atmósfera de hidrógeno ionizado

Tanto las recombinaciones existentes en la atmósfera de HII como la dispersión debida al polvo que se encuentra en esta atmósfera proporcionan los fotones difusos y atenuados³, formando la radiación ionizante del continuo de Lyman, que puede ser re-absorbida por la atmósfera o escapar a radios mayores que el radio gravitacional, $r > r_g$, conviertiéndose en la fuente principal de fotones ionizantes de la atmósfera del disco (Fig. 2.5).

La atmósfera de HII del disco es la responsable de producir fotones ionizantes difusos hasta una profundidad tal que se llega al valor de equilibrio de ionización (la tasa ionizaciones es igual a la tasa de recombinaciones), a mayor profundidad se encuentra el hidrógeno atómico.



Figura 2.5: Diagrama esquemático que ilustra la erosión del disco gaseoso por fotoevaporación de la estrella central, antes de formar el hueco en el radio gravitacional. El flujo directo de EUV es absorbido y dispersado por la atmósfera de hidrógeno ionizado. La fotoevaporación remueve material predominantemente en el radio gravitacional (línea vertical).

Suponiendo equilibrio de ionización en la atmósfera de HII, Hollenbach et al. (1994) encuentran soluciones analíticas de la estructura y densidad de la atmósfera de HII dentro y fuera del radio gravitacional, para discos de estrellas que proporcionan un viento estelar débil y fuerte. Suponiendo que todos los fotones pertenecen al continuo de Lyman, en ese trabajo encuentra que, para un viento estelar débil, la densidad numérica de HII en la base de la atmósfera del radio gravitacional es

$$n_0(r_g) = C \left(\frac{3\Phi_i}{4\pi\alpha_B r_g^3}\right)^{1/2},$$
(2.42)

donde $\alpha_B = 2.6 \times 10^{-13} \text{ cm}^3 s^{-1}$ es el coeficiente B de recombinación del átomo de hidrógeno a una temperatura $T = 10^4 \text{ K}$ (Cox 2000), Φ_i es la tasa de fotones

 $^{^3}$ La baja densidad de la atmósfera de HII es capaz de desacoplarse del polvo, es decir, el polvo es capaz de permanecer en estado sólido a pesar de tener temperatura de sublimación $\sim 1400-2000$ K.

2.4. FOTOEVAPORACIÓN

ionizantes, r_g es el radio gravitacional y C una constante. Nótese que n_0 denota la densidad a z = 0 La constante C fue determinada por calculos numéricos, resultando la densidad numérica n(r) para $r < r_q$

$$n_0(r < r_g) \simeq 1.1 \times 10^4 \left(\frac{\Phi}{10^{40} \mathrm{s}^{-1}}\right)^{1/2} \left(\frac{r}{r_g}\right)^{-3/2},$$
 (2.43)

mientras que la densidad en la base de la atmósfera a distancias mayores al radio gravitacional es,

$$n_0(r \ge r_g) \simeq n_0(r_g) \left(\frac{r}{r_g}\right)^{-5/2}.$$
(2.44)

Por otra parte, la velocidad de dispersión del gas ionizado con la temperatura de equilibrio $T \sim 10^4$ K es del orden de la velocidad del sonido c_s , esto implica que el flujo fotoevaporativo $\mathcal{F}_m(r)$ a $r > r_g$ es $\mathcal{F}_m(r) = 2m_H n(r)c_s$ (donde el factor de 2 toma en cuenta ambos lados del disco), mientras que para $r < r_g$ es $\mathcal{F}_m(r) = 0$ (debido a que la atmósfera está ligada al campo gravitacional de la estrella). De lo anterior obtenemos que,

$$\mathcal{F}_m(r) \simeq \begin{cases} 0 & r < r_g, \\ \mathcal{F}_0(\frac{r}{r_g})^{-5/2} & r \ge r_g \end{cases}$$
(2.45)

donde \mathcal{F}_0 es el flujo fotoevaporativo en el radio gravitacional, siendo

$$\mathcal{F}_0 \simeq 1.9 \times 10^{-12} \left(\frac{\Phi_i}{10^{40} s^{-1}}\right)^{1/2} \left(\frac{r_g}{10^{13} \text{cm}}\right)^{-3/2} \text{g} \cdot \text{cm}^{-2} s^{-1}.$$
 (2.46)

Se encuentra que la tasa total de pérdida de masa por viento fotoevaporativo en el disco es:

$$\dot{M}_v = \int_0^\infty 2\pi r \mathcal{F}_m dr = 4\pi \mathcal{F}_0 r_g^2, \qquad (2.47)$$

aquí se integra en dos partes, de 0 hasta r_g (donde la tasa de perdida de masa es nula) y desde r_g hasta un radio infinito.

La estructura de la atmósfera de gas ionizado puede ser deducida a partir de considerar que la atmósfera se encuentra en equilibrio hidrostático para un disco delgado, entonces, es necesario referirnos a la ecuación 2.6 para extrapolar el perfil radial y normal al disco, esto es

$$n(r,z) = n_0(r,z=0)e^{-z^2/2H^2},$$
(2.48)

donde $n(r, z = 0) = n_0(r)$ es la densidad numérica radial de la base de la atmósfera (por simplicidad, se supone que la base de la atmósfera corresponde al plano medio), z es la altura y está en dirección normal a la base del disco y

 $H = c_s/\Omega$ es la escala de altura del disco, donde c_s corresponde a la velocidad del sonido isotérmica de la atmósfera de HII, expresada como

$$c_s = \left(\frac{kT}{m_H}\right)^{1/2} \tag{2.49}$$

donde $T \sim 10^4$ K es la temperatura de equilibrio de la region HII y la masa media por partícula en esta región es $m_H = 1.13 \times 10^{-24}$ gr. Hay que notar que a causa de tener T = Cte para un disco delgado e isotérmico ($H = c_s/\Omega$), la escala de altura H crece como $\alpha r^{3/2}$, hasta el radio gravitacional. Despues del radio gravitacional la atmósfera es opticamente delgada y fotoevaporada, consecuentemente la estructura del disco es determinada por el gas en forma de hidrógeno atómico HI.

2.4.2. Atmósfera de hidrógeno neutro

Los fotones FUV (6 < $h\nu$ < 13.6eV) son capaces de disociar moléculas como CO y H₂ a profundidades ópticas mayores, es decir, logran penetrar la región ionizada, creando una capa de hidrógeno neutro en equilibrio de temperatura a $T_I \sim 10^3$ K, la cual llamaremos atmósfera de hidrógeno neutro. Procediendo de la misma manera que para la atmósfera ionizada, el radio gravitacional para el hidrógeno atómico es tal que su velocidad del sonido es igual a la velocidad orbital local, obteniéndose

$$r_{g,I} = \beta_I \frac{GM_{\star}}{c_s^2} = \beta_I \frac{GM_{\star}m_I}{k_B T_I}$$
(2.50)

donde m_I es el peso medio por partícula en la capa de gas neutro. En este caso, Adams et al. (2004) demuestran que el parámetro β_I es $\geq 0.1 - 0.2$.

2.4.3. Fotoevaporación por estrellas externas

Aunque no es objetivo de esta tesis abordar las consecuencias de la migración debido a la fotoevaporación por extrellas externas, mencionaremos su importancia porque modifican la estructura externa de los discos protoplanetarios de las estrellas. En este sentido, Johnstone, Hollenbach y Bally (2008) modelan la fotoevaporación de discos circunestelares (inmersos en cúmulos abiertos) por la radiación ultravioleta de estrellas externas.

Los cúmulos abiertos de la galaxia son lugares importantes de formación estelar. Por otra parte, la función de masa inicial estelar nos indica que estrellas de alta masa contribuyen muy poco en número, sin embargo, la función de luminosidad inicial estelar nos dice que éstas estrellas proporcionan la mayoría de los fotones ionizantes. En este sentido, asociaciones OB presentes en lugares de formación estelar proporcionan una tasa alta de fotones ionizantes, afectando las partes externas de los discos de las T Tauri.

Bally et al. (2000) encuentran que los frentes de ionización del cúmulo del trapecio son asociados a la fotoevaporación del disco, el cual es provocado por

2.4. FOTOEVAPORACIÓN

fotones ionizantes de estrellas externas, afectando principalmente las partes externas de los discos.

Johnstone et al. (1998) determinan la tasa de pérdida de masa del disco por fotoevaporación debido a fotones EUV proveniente de estrellas externas. Ellos consideran la emisión de la region HII de θ^1 Ori C (la estrella más luminosa del cúmulo abierto del Trapecio) a una temperartura de 10⁴ K, típicamente con tasa de fotones ionizantes del orden de $\Phi_i \sim 10^{49} \text{s}^{-1}$, encontrando que la tasa de pérdida de masa es

$$\dot{M}_{ext}^{EUV} = \begin{cases} 0 & \text{si } r \leqslant r_g, \\ 7 \times 10^{-12} \left(\frac{\Phi_i}{10^{49} s^{-1}}\right)^{1/2} \left(\frac{d}{1\text{pc}}\right)^{-1} \left(\frac{r_d}{1\text{UA}}\right)^{3/2} M_{\odot} y r^{-1} & \text{si } r > r_g, \end{cases}$$
(2.51)

donde Φ_i , $d \neq r_d$ son respectivamente la tasa de fotones ionizantes por la estrella externa, la distancia a la estrella externa y el borde externo del disco (Fig. 2.6). Johnstone et al. (1998) proponen que el borde externo del disco es $r_d \gtrsim 0.5 r_{gI}$, siendo r_{gI} el radio gravitacional del hidrógeno atómico HI a una temperatura de 10^3 K, el factor 0.5 viene del hecho de considerar la existencia de un gradiente de presión en el disco (Parker 1963; Shu 1991), es decir, la energía térmica del gas de hidrógeno atómico alcanza el potencial gravitacional a la mitad de su radio gravitacional. Siguiendo a Johnstone et al. (1998), el flujo fotoevaporativo



Figura 2.6: Diagrama esquemático que muestra la fotoevaporación en el disco protoplanetario provocada por fotones UV que provienen de las estrellas externas. La eyección de gas por el disco está limitada internamente por el radio gravitacional r_g y externamente por el radio del disco r_d (Johnstone et al. 1998).

de gas en el disco es la tasa de pérdida de masa dividida por la superficie efectiva del disco, esto es

$$\dot{\Sigma}_{ext}^{EUV} = \begin{cases} 0 & \text{si } r \leqslant r_g, \\ \frac{\dot{M}^{EUV}}{\pi (r_d^2 - r_g^2)} & \text{si } r_d > r > r_g. \end{cases}$$
(2.52)

El flujo fotoevaporativo externo afecta la estructura del disco en las partes externas. En resumen, el material es removido del borde del disco r_d por fotoevaporación debido a su estrella y a estrellas externas, llevándose acabo la fotoevaporación en un intervalo radial $r_g < r < r_d$.

2.5. Modelo de disco viscoso con fotoevaporación

La pérdida de masa de un disco se explica por la acreción de material hacia la estrella (mediante columnas de acreción formadas por el campo magnético) y por viento fotoevaporativo que surge del disco (a $r > r_g$, ver sección anterior). Los modelos de discos que no incluyen fotoevaporación (discos viscosos) se describen mediante la ecuación de conservación de masa (Ec. 2.30), mientras que al incluir la fotoevaporación en el disco se debe agregar el término de flujo fotoevaporativo \mathcal{F}_m (Ec. 2.45) a la ecuación de conservación de masa, es decir,

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = -\frac{1}{2\pi r} \frac{\partial M}{\partial r} - \mathcal{F}_m, \qquad (2.53)$$

que al combinarla con la ecuación de conservación del momento angular, se obtiene la ecuación de difusión para un disco fotoevaporativo

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = \frac{3}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^{1/2} \frac{\partial}{\partial r} (\nu \Sigma r^{1/2}) \right] - \mathcal{F}_m.$$
(2.54)

Ruden (2004) soluciona la Ec. (2.54) mediante una funcion de Green, su solución (de dos términos) separa los efectos de evolución viscosa y de pérdida de masa por viento fotoevaporativo, donde la parte correspondiente a la evolución viscosa es

$$\Sigma(r,t) = \frac{M_d(0)}{2\pi r_g} \cdot \frac{e^{-(r/r_g)/(1+3\cdot(t/t_{vis}))}}{r\cdot(1+3\cdot(t/t_{vis}))^{3/2}},$$
(2.55)

donde $M_d(0)$ es la masa inicial del disco.

A continuación se muestran algunas de las soluciones utilizadas (a tiempos iniciales) en modelos de discos sujetos a fotoevaporación. Clarke et al. (2001) encuentran:

$$\Sigma(r) = \frac{M_d(0)}{2\pi r_g \cdot r} \cdot e^{-r/r_g}.$$
 (2.56)

Matsuyama et al. (2003) encuentran:

$$\Sigma(r,t) = \frac{M_d(0)}{2\pi r_q} \cdot \frac{e^{(-r/r_g) \cdot (t/t_{vis})}}{r \cdot (t/t_{vis})}.$$
(2.57)

En la seccion anterior se ha destacado la importancia de la fotoevaporación de HII como medio para quitar masa del disco protoplanetario a partir del radio gravitacional r_g . Considerando una tasa constante de fotones ionizantes, Ruben

(2004) estima lo que denomina el tiempo de evolución t_e del disco, que mide el tiempo en el que se modifica la estructura del disco a partir de la formación de la cavidad

$$t_e \approx \frac{1}{3} \left(\frac{3M_d(0)}{2\dot{M}_v t_{vis}} \right)^{2/3} t_{vis} \tag{2.58}$$

35

donde M_v (Ec. 2.47) es la tasa de pérdida de masa por viento fotoevaporativo. El tiempo de formación de la cavidad ocurre cuando la tasa de acreción se vuelve comparable a la tasa de pérdida de masa, es decir, la Ec. (2.53) se vuelve

$$0 \sim -\frac{1}{2\pi r} \frac{\partial M}{\partial r} - \mathcal{F}_m \tag{2.59}$$

o de otra manera,

$$\dot{M} \sim \dot{M}_v.$$
 (2.60)

Por lo tanto, en el proceso de formación de la cavidad, el gas no es capaz de migrar hacia radios menores al radio gravitacional, es decir, el radio gravitacional separa al disco en dos partes, el disco interno y el disco externo.

El orden de magnitud de la densidad superficial (en r_g) al tiempo de formación de la cavidad, se encuentra al sustituir la tasa de masa fotoevaporada (Ec. 2.60) en la ecuación de conservación de momento angular (Ec. 2.31), es decir,

$$\dot{M}_v = -\frac{2r}{l} \frac{\partial (3\pi \Sigma \nu l)}{\partial r}, \qquad (2.61)$$

donde $l = \Omega r^2$ es el momento angular específico. Ahora, podemos inferir que la densidad superficial al tiempo de formación de la cavidad será

$$\Sigma_{cav} \sim \frac{4\pi \mathcal{F}_0 r_g^2}{3\pi\nu},\tag{2.62}$$

donde se ha usado la ecuación (2.47) para introducir la dependencia del flujo fotoevaporativo \mathcal{F}_0 . Ahora, en términos del tiempo viscoso, debido a que la viscosidad es $\nu_g = r_g^2/t_{vis}$,

$$\Sigma_{cav} \sim \frac{4\pi \mathcal{F}_0 t_{vis}}{3\pi}.$$
(2.63)

De acuerdo al análisis hecho hasta ahora, la tasa de acreción es determinante en la estructura del disco. La combinación de viento fotoevaporativo y la viscosidad en el disco gaseoso produce una evolución en el disco que puede ser dividida en tres etapas (Fig. 2.7):


Figura 2.7: Diagrama esquemático que muestra las tres etapas en la evolución del disco gaseoso. a). En la primera etapa el disco forma una atmósfera compuesta principalmente por HII (previamente ionizados por fotones EUV difusos). Para $r < r_g$ se forma una atmósfera de HII muy gruesa que no es capaz de escapar del sistema en forma de viento, mientras que la atmósfera de HII en $r > r_g$ se escapa en forma de viento. b). En la segunda etapa, después de varios millones de años se comienza abrir el hueco que separa en dos el disco, el disco interno y el externo, rápidamente es drenado el disco interno. c). En la tercera etapa, el disco externo es fotoevaporado por fotones EUV no difusos (ha desaparecido el disco interno) en escala de tiempo de varios millones de años.

- 1. Inicialmente $M \gg M_v$. La pérdida de masa es un efecto despreciable en el disco, es decir, la evolución del disco se desarrolla como si solamente estuvieran actuando fenómenos viscosos. La acreción de masa del disco y su densidad superficial disminuyen gradualmente. Ruden (2004) deduce una escala de tiempo t_e dada por la ecuación 2.58 (Fig. 2.7a).
- 2. Después de que la tasa de acreción de masa ha caido hasta niveles comparables a la tasa fotoevaporativa de viento $\dot{M} \sim \dot{M}_v$, entonces los efectos del viento se vuelven importantes en la estructura del disco. Si la tasa de masa

fotoevaporativa es mayor que la tasa de acreción, entonces no habrá flujo neto de material capaz de ser transportado del exterior del radio gravitacional al interior del radio gravitacional, es decir, se escapará más material del que es transportado hacia esa región por difusión viscosa, separando al disco inicial en dos partes, el disco interno y el disco externo, iniciándose el proceso de formación de la cavidad. La difusión viscosa no es suficiente para llenar de material la cavidad. Esta etapa finaliza con la desaparición del disco interno, es decir, cuando todo el material de este disco es acretado por la estrella. Ruden (2004) deduce que la escala de tiempo de duración de esta fase es la del tiempo viscoso t_{vis} (Fig. 2.7b).

3. Una vez drenado el disco interno, en el disco externo $\dot{M} \ll \dot{M}_v$. La fotoevaporación se vuelve el único medio para eliminar material del disco externo. Ruden (2004) estima que la escala de tiempo de duración de esta última fase es de t_e (Fig. 2.7c), Ec. 2.58.

Es importante señalar que durante el final de la segunda etapa, la energía liberada por acreción del disco interno no es capaz de generar radiación ionizante, produciendo un "apagado ultravioleta" por acreción (Clarke et al. 2001), entonces se hace necesario incluir otras fuentes de fotones EUV que finalmente separen al disco interno del externo, y consecuentemente eliminen el disco externo. Por lo tanto, otras formas de emisión de EUV por la estrella se vuelven importantes, tales como la emisión por actividad cromosférica y por la fotósfera estelar (ver siguiente sección). Incluso fotones EUV externos podrían ayudar a eliminar el disco externo. Si se incluyen fotones EUV externos, la ecuación de difusión se vuelve

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = \frac{3}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^{1/2} \frac{\partial}{\partial r} (\nu \Sigma r^{1/2}) \right] - \mathcal{F}_m - \mathcal{F}_{m,ext}, \qquad (2.64)$$

donde $\mathcal{F}_{m,ext} = \dot{\Sigma}_{ext}^{EUV}$ (Ec. 2.52) es el flujo fotoevaporativo debido a fotones externos. Matsuyama et al. (2003) solucionan numéricamente la Ec. (2.64), proponiendo que si la tasa de fotones ionizantes EUV solo es generada por acreción de material, y encuentran necesario incluir fotoevaporación por asociación de estrellas OB para la eliminación del disco externo.

2.6. Fuentes de emisión de fotones ionizantes

Nos hemos concentrado en los fotones ionizantes emitidos por la atmósfera HII del disco. Hemos mencionado en la sección 2.4 que la fotoevaporación se lleva a cabo por fotones EUV recombinados/re-emitidos por la atmósfera (estática) de HII a $r < r_g$. Sin embargo, la tasa de emisión de estos fotones recombinados/reemitidos es proporcional a la tasa de fotones ionizantes directos estelares. Por lo tanto, un buen diagnóstico de la tasa de emisión de estos fotones difusos que genera la atmósfera del disco se hace calculando la tasa de fotones ionizantes estelares directos. Las fuentes de fotones ionizantes son:

- La actividad cromosférica en forma de ráfagas (relevante en estrellas de baja masa), eyecciones de masa coronal, rayos X, fotones EUV y UV (Hawley et al. 2003).
- 2. La acreción de material en el borde estelar, la cual desaparece cuando se acaba la acreción de material, siendo relevante en estrellas tipo T Tauri Clásicas de ~ $1M_{\odot}$ (Lynden-Bell & Pringle 1974; Bertout et al. 1988).
- 3. La emisión de radiación del continuo de la propia estrella que se puede aproximar como emisión de cuerpo negro, muy importante en estrellas muy masivas (tipo O y B).

Emisión por actividad cromosférica

La actividad cromosférica en estrellas de baja masa tipo M es dominante en la producción de fotones ionizantes. Se piensa se debe al resultado de fuertes campos magnéticos generados por su interior parcial o totalmente convectivo. Como resultado de esta actividad, las enanas M emiten fuertes ráfagas, eyeccciones de masa coronal, rayos cósmicos y radiación UV, persistiendo por largos periodos (Scalo et al. 2007). Las estrellas enanas M activas se caracterizan por tener una luminosidad y temperatura superficial en el intervalo de $4.4 \times 10^{-3} - 2.3 \times 10^{-2} L_{\odot}$ y 3100 – 3650K, respectivamente.

A pesar de la actividad cromosférica, este tipo de estrellas, por ser las mas numerosas en nuestra galaxia, tienen gran relevancia para la búsqueda de planetas habitables (Segura et al. 2005; Scalo et al. 2007).

Emisión por acreción de material en el borde estelar

Estrellas tipo T Tauri Clásicas presentan un exceso de continuo caliente o velamiento azul, explicado a partir de la emisión por choques de acreción sobre la superficie de la estrella (Lynden-Bell & Pringle 1974; Bertout et al. 1988). A partir de Köenigl (1991) y Hartmann et al. (1994) se conoce que esta emisión se lleva acabo cuando el flujo magnetosférico choca con la estrella, siendo la columna magnetosférica el camino por el cual es transportado material del disco a la estrella (Fig. 2.8). Calvet et al. (2003) modelan la luminosidad del choque de acreción como

$$L_{choque} = \frac{GM_{\star}M}{R_{\star}} \left(1 - \frac{R_{\star}}{R_{in}}\right), \qquad (2.65)$$

donde R_{\star} y R_{in} son el radio de la estrella y el radio interno del disco de acreción, respectivamente. Tipicamente $R_{in} = 4 - 5R_{\star}$.

Es importante mencionar que los lugares del choques de acreción canalizados por el campo magnético son relacionados con los puntos calientes de estrellas pre-secuencia principal tipo T Tauri, los cuales presentan variabilidad periódica en sus líneas de emisión (Lamm et al. 2004).



Figura 2.8: Tomado de Errico et al. (2001). Diagrama cualitativo de la estrella pre-secuencia principal tipo T Tauri Clasica BP Tau en la que se ilustra las líneas de campo magnético del sistema estrella-disco. Las líneas de campo conducen material hacia la estrella (líneas rojas), generando el choque de acreción, mientras que las líneas de campo que salen (líneas verdes) eyectan material fuera del sistema. Las líneas discontinuas muestran la línea de visión.

Emisión fotosférica estelar

La emisión de radiación del continuo estelar (que se aproxima a la emisión de cuerpo negro) de estrellas masivas produce más fotones ionizantes que en estrellas de baja masa. La tasa de fotones ionizantes Φ_i de la fotósfera estelar se estima mediante la integración del flujo radiativo (de la emisión de cuerpo negro) en la superficie estelar, por cada intervalo de energía $E_{\lambda} = hc/\lambda$. Se integra desde cero hasta $\lambda_{Lym} = 912$ Å (longitud de onda máxima capaz de ionizar hidrógeno), es decir,

$$\Phi_i = \pi \int_0^{\lambda_{Ly}} \frac{A_\star B_\lambda(T) \mathrm{d}\lambda}{E_\lambda},\tag{2.66}$$

donde B_{λ} es el perfil de flujo radiativo por unidad de longitud (función de Planck) es

$$B_{\lambda}(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1},$$
 (2.67)

siendo $h, c, k, T \neq \lambda$, la constante de Planck, la velocidad de la luz, la constante de Boltzmann, la temperatura del cuerpo y la longitud de la onda emitida, respectivamente. $A_{\star} = 4\pi R_{\star}^2$ es el área de la superficie estelar. Se estima que para estrellas tipo O-B la tasa de fotones ionizantes es de $10^{47} - 10^{49}$ s⁻¹ (Maeder y Meynet 1987, Simóm-Díaz y Stasińska 2008).

40

Capítulo 3

Interacción Disco-Planeta

La interacción entre material sólido y gaseoso del disco protoplanetario se encuentra implícitamente relacionada con la formación planetaria. Sabemos que los cuerpos sólidos de masas variadas interactúan con el gas, ya sea mediante interacciones aerodinámicas (en el caso de cuerpos no muy masivos) o mediante interacciones de marea (en el caso de cuerpos muy masivos).

Una vez que un cuerpo ha crecido lo suficiente para despreciar los efectos aerodinámicos con el gas, podrá interactuar con el disco mediante fuerzas de marea, intercambiando momento angular. La perturbación del campo gravitacional del disco causada por el protoplaneta resulta en fuerzas de marea en el disco. Como resultado de la interacción del planeta con el disco, se formarán dos brazos espirales de gas que se originan desde el planeta perturbador del campo gravitacional.

El intercambio de momento angular entre el planeta (tipo terrestre o gigante gaseoso) y el disco tiene como consecuencia la migración del planeta. Según el tipo de perturbación del disco a causa de la presencia del protoplaneta, se clasifica a la interacción disco-planeta como migración tipo I, II, III y la migración estocástica, respectivamente para interacción con planetas tipo terrestre, tipo Júpiter, tipo Saturno inmerso en disco grueso de gas y los debidos a la interacción con perturbaciones de densidad derivadas de inestabilidades magneto-rotacionales.

3.1. Consideraciones generales

Los discos protoplanetarios son una etapa en la formación de los sistemas planetarios que corresponde a discos que rodean a estrellas pre-secuencia principal tipo T Tauri. Son discos que tienen entre 0.1 y 0.001 M_{\odot} con tiempo de vida típico de $10^6 - 10^7$ años, su contenido de sólidos solo representa el 1 % de la masa del disco (considerando la misma composición que en el medio interestelar). La formación de los planetas gigantes (mediante acreción de gas del disco) y la interacción planeta-disco (que resulta en la migración planetaria) tienen como límite superior a la edad del disco.

Observaciones en discos protoplanetarios para estrellas tipo T Tauri presentan una relación $H \ll r$, donde $r \ge H$ son la distancia a la estrella y la escala de altura del disco, respectivamente. Si guardan la relación anterior, se les considera como discos delgados. Se describe el disco delgado mediante coordenadas cilíndricas. Se define la cantidad adimencional $h \equiv H/r$. Para un disco delgado e isotérmico verticalmente, h se relaciona con la velocidad del sonido c_s y con la velocidad angular Ω del disco de la forma $h = c_s/r\Omega$ (véase sección 2.1).

En un disco existen cantidades tales que nos permiten conocer su dinámica, estas son: las constantes A y B de Oort, y la frecuencia epicíclica κ , siendo respectivamente

$$A = \frac{r}{2} \frac{d\Omega}{dr},\tag{3.1}$$

$$B = \frac{1}{2r} \frac{d(r^2 \Omega)}{dr},\tag{3.2}$$

$$\kappa = (4\Omega B)^{1/2}.\tag{3.3}$$

Estas cantidades son frecuencias locales asociadas al cuerpo o flujo rotante en el disco con velocidad angular Ω , que físicamente expresan:

- 1. La constante A de Oort, escala con el flujo radial de material.
- 2. La constante B de Oort, es la mitad de la componente vertical de la vorticidad¹ del flujo.
- 3. La frecuencia epicíclica κ describe la frecuencia con la que una partícula se mueve alrededor de su centro guiador.

Siendo respectivamente para un disco kepleriano, $A = -(3/4)\Omega$, $B = \Omega/4$ y $\kappa = \Omega$, esto último asegura que una partícula excéntrica en un disco kepleriano tendrá una órbita cerrada.

Se considera un disco delgado, verticalmente isotérmico y estable gravitacionalmente con parámetro Q > 1, lo cual implica $h > \mu_D$ (demostración en la sección 2.1).

¹La vorticidad $\vec{\omega}$ es un campo vectorial definido por el producto cruz del vector gradiente $\vec{\nabla}$ con el vector velocidad del flujo \vec{v} , es decir $\vec{\omega} = \vec{\nabla} \times \vec{v}$

3.1.1. Notación y unidades

En el disco simulado utilizamos una aproximación 2D, ya que tenemos un disco delgado que nos permite trabajar en el plano $r - \phi$ del sistema de coordenadas cilíndricas (r, ϕ, z) . Los parámetros del gas y del planeta son respectivamente:

- 1. La densidad superficial inicial guarda una relación radialmente isotrópica, es decir, $\Sigma = \Sigma(r)$ (en unidades de M_{\odot}/UA^2). La masa local del disco se denota como $m_D = \pi \Sigma(r) r^2$. El cociente entre la masa local del disco y la masa del objeto central se denota como $\mu_D = m_D/M_{\star}$.
- 2. El planeta tiene un semieje mayor *a* (en unidades astronómicas UA) y una excentricidad *e*. Además usamos la masa del planeta M_p , expresada en masas solares M_{\odot} , la frecuencia orbital del planeta Ω_p , en años⁻¹, el periodo orbital del planeta $T_0 = 2\pi/\Omega_p$, en años, la masa de la estrella M_{\star} , en masas solares M_{\odot} , se define el parámetro $q \mod q \equiv M_p/M_{\star}$.

3.2. Torcas

Las fuerzas de marea que el planeta ejerce sobre el disco, resultan en un intercambio mutuo de torcas entre el disco y el planeta.

Se define el vector de torca gravitacional como

$$\overline{\Gamma} = \frac{d\overline{L}}{dt} = \dot{\overline{L}},\tag{3.4}$$

donde el punto designa a la derivada temporal del vector de momento angular \overline{L} . Expresado en coordenadas cilíndricas,

$$\overline{\Gamma} = \overline{L} = (\dot{L}_r, \dot{L}_\phi, \dot{L}_z). \tag{3.5}$$

Se ha argumentado que el disco protoplanetario es delgado, es decir, las componentes físicas del planeta y del disco se describen mediante coordenadas cilíndricas con dependencia radial y azimutal. En este sentido, tanto el momento angular como la torca que ejerce el disco sobre el planeta, tienen una componente normal a la superficie del disco. Entonces, el momento angular y la torca son respectivamente

$$L_z = \overline{a}(r,\phi) \times M_p \overline{v}(r,\phi) \tag{3.6}$$

$$\Gamma_z = \frac{d}{dt} \left(\overline{a}(r,\phi) \times M_p \overline{v}(r,\phi) \right), \tag{3.7}$$

donde $\overline{a} = \overline{a}(r, \phi, z = 0)$ y $\overline{v} = \overline{v}(r, \phi, z = 0)$ son respectivamente la distancia y la velocidad relativa, entre el flujo de gas y el planeta de masa M_p .

La torca total que ejerce un protoplaneta sobre un disco delgado esta dada por

$$\Gamma = -\int_{Disco} \Sigma \overrightarrow{r} \times \nabla \psi d^2 r \tag{3.8}$$

donde Σ y ψ , son la densidad superficial del disco y el potencial gravitacional del protoplaneta, respectivamente.

En problemas astrofísicos, el potencial gravitacional del protoplaneta se presenta como series de Fourier expresadas en coordenadas esféricas, de la forma

$$\psi_m(r,\phi,\theta,t) = \psi_m(r,\theta) \cos[m(\phi - \Omega t) + \varphi_m(r,\theta)], \qquad (3.9)$$

donde $\psi_m(r,\theta)$ y $\varphi_m(r,\theta)$ son funciones que representan la amplitud y la fase del potencial gravitacional. Ambas funciones tienen componentes azimutales periódicos parametrizados por m. El parámetro m se refiere a los modos azimutales o número de ciclos en el dominio $0 < \phi \leq 2\pi$. Cada modo azimutal tiene dependencia sinusoidal, girando a la velocidad patrón Ω . Ahora, al considerar el disco infinitamente delgado (2D) se elimina la dependencia de la colatitud, entonces el potencial gravitacional del disco puede escribirse en forma de series

$$\psi_m(r,\phi,t) = \psi_m(r)\cos[m(\phi - \Omega t) + \varphi_m(r)].$$
(3.10)

Por lo tanto, el potencial gravitacional total ψ del protoplaneta es

$$\psi(r,\phi,t) = \sum_{m=0}^{\infty} \psi_m(r) \cos[m(\phi - \Omega t) + \varphi_m(r)].$$
(3.11)

En un estudio hidrodinámico de formación planetaria, el potencial perturbador ψ generado por el protoplaneta debe ser incluido en la ecuación de Navier-Stokes. Si el potencial perturbador es pequeño, entonces la ecuación de Navier-Stokes estará dentro del régimen lineal, resultando en migración planetaria tipo I. De otra forma, pasará al régimen no lineal, que resulta en migración tipo II. Papaloizou et al. (2007) estiman que la perturbación del disco a causa de un planeta de $\leq 15M_{\oplus}$, pertenece al régimen lineal (migración tipo I).

Los estudios analíticos y numéricos demuestran que el intercambio de momento angular entre el disco y el protoplaneta se realiza en lugares del disco que se encuentran en resonancia con el protoplaneta. La torca que el disco ejerce sobre el protoplaneta es transmitida mediante ondas de presión (Papaloizou et al. 2007). Las resonancias se clasifican de acuerdo a su posición en el disco:

- 1. La resonancia de corotación, está ubicada a la misma posición radial que el protoplaneta, donde la velocidad angular $\Omega = \Omega_p$.
- 2. Las resonancias internas de Lindblad, se ubican dentro del radio co-orbital del planeta, donde la velocidad angular $\Omega = \Omega_p + \kappa/m$.
- 3. Las resonancias externas de Lindblad, se ubican fuera del radio co-orbital del planeta, donde la velocidad angular $\Omega = \Omega_p \kappa/m$.

A continuación se describen las torcas generadas en los sitios de intercambio de momento angular.

3.2. TORCAS

3.2.1. Torca de las resonancias de Lindblad

Las torcas que ejerce el perturbador (protoplaneta) en los sitios de las resonancias de Lindblad Γ_m son derivadas por Goldreich & Tremaine (1979), Meyer-Vernet & Sicardy (1987) y Artymowicz (1993), siendo

$$\Gamma_m^{\rm L} = -m\pi^2 \left[\frac{\Sigma}{rdD/dr} \left(r \frac{d\psi_m}{dr} + \frac{2\Omega}{\Omega - \Omega_p} \psi_m \right)^2 \right]_{r_{\rm L}},\tag{3.12}$$

donde el término entre corchetes es evaluado en cada uno de los sitios de las resonancias de Lindblad, $D = \kappa(r)^2 - m^2 [\Omega(r) - \Omega_p]^2$ representa la distancia a la resonancia. Definiendo $\xi \equiv mc_s/(r\Omega)$, el cálculo de la ecuación 3.12 se basó en suponer que el disco es frio, es decir, $\xi = mc_s/r\Omega \ll 1$.

Por ejemplo, en un disco kepleriano, el potencial perturbador ejerce una torca negativa (positiva) en la resonancia interna (externa) de Lindblad. En consecuencia, debido a la tercera de Ley de Newton, el disco ejerce una torca positiva (negativa) desde la resonancia interna (externa) de Lindblad sobre el perturbador (Fig. 3.1).



Figura 3.1: Torca interna y externa de Lindblad normalizada como función de m para discos con h = 0.07 y h = 0.03. Las curvas superiores (inferiores) corresponden a las torcas externas (internas) de Lindblad. Torca externa es mayor que la interna, provocando una torca negativa sobre el protoplaneta. Las torcas son normalizadas a $\Gamma = \pi q^2 \Sigma a^4 \omega_p^2 h^{-3}$ (Papaloizou et al. 2007).

Por otra parte, suponiendo que la frecuencia epicíclica corresponde al movimiento kepleriano se puede derivar la localización de las resonancias, resultando

$$\Omega(r_{\rm L}) = \frac{m}{m \pm 1} \Omega_p, \qquad (3.13)$$

donde el signo positivo (negativo) corresponde a lugares donde actuan las resonancias externas (internas) de Lindblad. De aquí se puede deducir que en el límite $m \to \infty$, la posición de las resonancias convergerán hacia el radio coorbital con el planeta r_p . La posición de las resonancias de Lindblad (Ec. 3.13) fue calculada suponiendo que $\xi \ll 1$. Nótese que para la torca de las resonancias internas de Lindblad se integra desde m = 2, puesto que la expresión diverge para m = 1.

Ahora, tomando el caso no frio, se tiene una cantidad finita ξ , donde la posición de las resonancias de Lindblad son modificadas de tal manera que

$$m^{2}(\Omega - \Omega_{p})^{2} = \Omega^{2}(1 + \xi^{2}), \qquad (3.14)$$

es decir, habrá un corrimiento en la posición de las resonancias. Considerando que el disco es delgado y verticalmente isotérmico, es decir, que se cumple $c_s = H\Omega$, entonces en el límite $m \to \infty$, las resonancias internas de Lindblad convergerán hacia

$$r = r_p \pm \frac{2H}{3},\tag{3.15}$$

donde el signo positivo (negativo) refiere al límite en la resonancia externa (interna) de Lindblad. Con esta corrección en la posición de las resonancias, Artymowicz (1993), Ward (1997), Papaloizou y Larwood (2000) encuentra que las torcas en las resonancias de Lindblad son

$$\Gamma_m^{\rm L} = -m\pi^2 \left[\frac{\Sigma}{rdD/dr\sqrt{1+\xi^2}(1+4\xi^2)} \left(r\frac{d\psi_m}{dr} + \frac{2\Omega}{\Omega-\Omega_p}\psi_m \right)^2 \right]_{r_{\rm L}}.$$
 (3.16)

La torca total de Lindblad ejercida por el protoplaneta es la suma de las torcas en todas sus resonancias, esto es,

$$\Gamma^{\rm L} = \sum_{m=1}^{+\infty} \Gamma_m^{\rm O} + \sum_{m=2}^{+\infty} \Gamma_m^{\rm I}, \qquad (3.17)$$

donde Γ_m^{O} y Γ_m^{I} son las resonancias externa e interna de Lindblad, respectivamente. La torca total ejercida hacia el planeta es negativa (Fig. 3.1), es decir, el planeta migrará hacia el interior (Ward 1997). Una razón física de este comportamiento es que las resonancias internas están mas alejadas que las externas.

Hasta ahora hemos visto como los planetas intercambian momento angular con las resonancias de Lindblad. Sin embargo, el planeta ejerce fuerza de marea con el flujo de material en movimiento co-orbital, intercambiando momento angular, es decir, se ejerce una torca de co-rotación.

3.2.2. Torca de la resonancia de co-rotación

Se presenta la expresión de la torca de co-rotación $\Gamma_m^{\rm C}$ (Goldreich & Tremaine 1979) que ejerce el potencial gravitacional ψ_m (por cada modo *m* de oscilación) en el flujo de material en movimiento co-orbital,

$$\Gamma_m^{\rm C} = \frac{\pi^2 m}{2} \left[\frac{\psi_m^2}{d\Omega/dr} \frac{d}{dr} \left(\frac{\Sigma}{B} \right) \right]_{r_{\rm C}},\tag{3.18}$$

donde *B* es la constante de Oort. El término entre corchetes se evalúa en el radio co-orbital. En caso de tener un disco kepleriano con perfíl de densidad superficial de acuerdo a la MMSN, entonces tanto la constante *B* de Oort como la densidad superficial Σ del disco tendrán el mismo comportamiento, es decir, $B = \Sigma \propto r^{-3/2}$. Por lo tanto, el término Σ/B de la ecuación 3.18 se vuelve constante y la torca de co-rotación se cancela.

En caso de tener discos con densidad superficial $\Sigma \propto r^{-1}$ (de acuerdo a observaciones en el milimétrico), y utilizando la prescripción de Tanaka et al. (2002) para torcas ejercidas sobre el protoplaneta por las resonancias de Lindblad y de corotación, el planeta seguirá sintiendo una torca negativa.

3.3. Migración

3.3.1. Tipo I

Se define a la migración tipo I como a la perturbación en el disco protoplanetario por protoplanetas de baja masa que resulta en un tratamiento lineal de la ecuación de Navier-Stokes. Ward (1997), Papaloizou y Larwood (2000) han estimado este tipo de migración con base a la suma de las contribuciones resonantes de las torcas de Lindblad y corotación, es decir,

$$\Gamma^{Total} = \sum_{m=1}^{+\infty} \Gamma_m^{\rm C} + \sum_{m=1}^{+\infty} \Gamma_m^{\rm O} + \sum_{m=2}^{+\infty} \Gamma_m^{\rm I}, \qquad (3.19)$$

donde la primera sumatoria se refiere a la torca de corotación, mientras la penúltima y última sumatoria son referidas a la torca externa e interna de Lindblad, respectivamente.

Por otra parte, tomando en cuenta efectos 3D y basado en la torca total de marea, Tanaka et al. (2002) encuentran que la torca total en 3D y 2D es del orden de

$$\Gamma^{Total} \sim \left(\frac{M_p}{M_\star} \frac{r_p \Omega_p}{c_s}\right)^2 \Sigma_p r_p^4 \Omega_p^2.$$
(3.20)

Ahora, recordando que $q = M_p/M_{\star}$ y sabiendo que en un disco protoplanetario delgado se cumple $h = c_s/r\Omega$ y que tanto el disco como el planeta tienen velocidad angular kepleriana, entonces podemos afirmar que $h = c_s/r_p\Omega_p$. Por lo tanto, la Ec. (3.20) se expresará como

$$\Gamma^{Total} \sim \Sigma_p q^2 h^{-2} \Omega_p^2 r_p^4, \tag{3.21}$$

donde el subíndice p denota la cantidad física en la posición del planeta.

Una vez que sabemos el comportamiento de la torca sobre el protoplaneta, la tasa de migración radial r_p puede ser encontrada mediante el uso de la regla de la cadena, derivando el momento angular respecto al tiempo. Despejando se obtiene

$$\dot{r}_p = \dot{L}_p \left(\frac{\mathrm{d}L_p}{\mathrm{d}r_p}\right)^{-1},\tag{3.22}$$

donde L_p es el momento angular del planeta, expresado como $L_p = M_p (GM_*r_p)^{1/2}$. Ahora, sabemos que la tasa de cambio del momento angular define a la torca, es decir, $\Gamma = dL/dt$. Por lo tanto, la Ec. (3.22) se vuelve

$$\dot{r}_p = -2r_p \frac{\Gamma_p}{L_p}.\tag{3.23}$$

Ahora, como la torca que siente el planeta Γ_p se debe a la interacción con el disco, es decir, $\Gamma^{Total} = \Gamma_p$. Por lo tanto, la tasa de migración del planeta por la interacción con el disco es

$$\dot{r}_p = -\frac{2\Gamma^{Total}}{M_p\Omega_p r_p}.$$
(3.24)

Una vez que sabemos la tasa de migración es muy sencillo conocer la escala de tiempo de migración desde cierta posición r_p , sabiendo que $t_{Mig} = r_p/\dot{r}_p$ y usando la Ec (3.24) se obtiene

$$t_{Mig} = \frac{m_p \Omega_p r_p^2}{2\Gamma^{total}}.$$
(3.25)

El cociente entre el tiempo migración t_{Mig} y el periodo orbital $T_p=2\pi/\Omega_p$ del planeta es

$$\frac{t_{Mig}}{T_p} = \frac{r_p}{\dot{r}_p} \frac{\Omega_p}{2\pi} \tag{3.26}$$

Ahora, sustituyendo 3.21 y 3.24 en 3.26, encontramos la siguiente expresión

$$\frac{t_{Mig}}{T_p} \sim \frac{m_p h^2}{4\pi \Sigma q^2 r_p^2}.\tag{3.27}$$

De lo anterior podemos ver que el grosor del disco aumenta el cociente entre el tiempo de migración y el tiempo orbital, mientras que la densidad superficial del disco y el cociente de masas M_p/M_{\star} lo disminuyen.

3.4. Clasificación de torcas

Durante la interacción disco-planeta, la torca que siente el protoplaneta puede ser negativa, positiva o cero, provocando que el radio orbital del planeta disminuya, aumente o que permanezca fijo, respectivamente. En este sentido, se clasifican las torcas como no nulas y como torcas nulas (Fig. 3.2):



Figura 3.2: Izquierda. Salto en el perfil de densidad superficial previamente impuesto. Derecha. Comportamiento radial de la torca especifica de un protoplaneta de $15M_{\oplus}$ en órbita circular fija embebido en el salto. Se muestra la posición de las torcas nulas estable e inestable que ejerce el gas sobre el protoplaneta (Masset et al. 2006).

Torcas no nulas

Se definen como $\overrightarrow{\Gamma} \neq 0$, es decir, el disco puede ejercer ya sea una torca negativa o positiva sobre el protoplaneta, provocando la migración del protoplaneta al interior o al exterior del disco, respectivamente.

Torcas nulas

Se define como $\overrightarrow{\Gamma} = 0$, se ubican en la vecindad de un salto del perfil de densidad superficial, son de tipo inestable y estable:

- La torca nula inestable ocurre:
 - 1. Si el planeta se mueve del exterior al interior, entonces una torca negativa tenderá a alejarlo más.
 - 2. Si el planeta se mueve del interior al exterior, entonces una torca positiva tenderá a alejarlo más, es decir, divergiendo de la posición de la torca nula.
- La torca nula estable ocurre, si:

- 1. El planeta se mueve desde el interior al salto, entonces la torca negativa tenderá a regresarlo.
- 2. El planeta se mueve desde el exterior al salto, entonces la torca positiva tenderá a regresarlo, es decir, convergiendo hacia una posición de equilibrio.

Por lo tanto, en la vecindad de un salto del perfil de densidad superficial se ejercen torcas nulas sobre el protoplaneta.

3.5. Trampa para protoplanetas

La posición de convergecia del protoplaneta causado por la torca nula estable en la vecindad del salto en el perfil de densidad superficial define a la "*trampa para protoplanetas*" (Fig. 3.3). Masset et al. (2006) demostraron que si la trampa para protoplanetas (torca nula estable) se mueve, llevará consigo al protoplaneta atrapado.

Ahora que sabemos la condición para formar la trampa para protoplanetas por interacción planeta-disco, podemos extender el concepto de trampa a la interación cuerpo-cuerpo(s).

3.5.1. Tipo de trampas

Por interacción planeta-disco

- Se simula mediante un código hidrodinámico.
- Si el protoplaneta que experimenta migración tipo I (sintiendo una torca negativa) se encuentra en la vecindad del salto de perfil de densidad superficial, entonces, la torca de corotación que depende del gradiente de densidad superficial contrarrestará a la torca diferencial de Lindblad dominante y negativa, hasta que la torca total en el salto de perfil se vuelva nula. La trampa se produce si el protoplaneta siente una torca nula estable, es decir, el protoplaneta que migra hacia el salto de perfil comenzará a oscilar radialmente, convergiendo a la posición de torca nula (Panel superior de la Fig. 3.3). Si el salto en el perfil de densidad se mueve, entonces se mueve la trampa, llevando consigo al planeta (Panel inferior de la Fig. 3.3).



Figura 3.3: Arriba: los protoplanetas < $15M_{\oplus}$ son soltados desde 1.35 y atrapados en el salto del perfil a 1.12 (en unidades de distancia arbitrarias). Abajo: planeta de $15M_{\oplus}$ soltado a partir de 1.35 y atrapado a 1.12, despues de 550 órbitas el borde de la cavidad migra al exterior del disco, llevando consigo al protoplaneta (Masset et al. 2006).

Por interacción planeta gigante-protoplanetas(s)

- Se simula mediante un código de N-cuerpos.
- Se ha sugerido que las zonas del cinturón de asteroides, así como sus familias y grupos son formadas por la interacción con Júpiter. Trabajos de Raymond et al. (2006) y Fogg & Nelson (2007) demuestran que durante la migración de un planeta gigante, los planetésimos sufren excitación de su excentricidad y son atrapados por algunas resonancias del planeta



gigante. Si el planeta gigante sufre migración, entonces los planetésimos son conducidos con la resonancia (Fig. 3.4).

Figura 3.4: Arriba. Gráfica de excentricidad contra semieje mayor. Un planeta de una masa de Júpiter ha migrado desde 5.2 UA, mezclando a los planetésimos secos y húmedos. Cuerpos planetésimos son excitados, atrapados y conducidos por las resonancias generadas por el planeta gigante. La escala de colores representa la fracción de masa de agua para los planetésimos (5 ordenes de magnitud entre secos y acuosos, respectivamente rojos y azules, Raymond et al. 2006). Abajo. Planeta con una masa de Júpiter en migración acumula planetésimos conduciéndolos en la posición con resonancia 2:1 y 3:2, y aumentando la excentricidad de sus órbitas (Fogg & Nelson 2007).

3.5.2. Ubicación de trampas

Hemos visto que los protoplanetas con migración tipo I pueden ser atrapados por saltos de densidad superficial, es decir, por trampas para protoplanetas. Por otra lado, las restricciones observacionales no permiten conocer en detalle la dinámica de los protoplanetas, particularmente la obtención de tasas de migracion radial de protoplanetas, de ahí que solo podemos limitarnos al conocimiento del perfil de densidad radial de los discos. En este sentido, Masset et al. (2006) proponen tres lugares en el disco protoplanetario donde podrían existir trampas para protoplanetas, es decir, lugares con saltos en el perfil de densidad superficial, los cuales son:

Transición chorro - disco viscoso

Se encuentra un salto en la transición del disco interno (donde los chorros son lanzados por las líneas de campo magnético , Fig. 3.5) y el disco externo viscoso (Ferreira & Pelletier 1995). La densidad superficial se obtiene por conservación del flujo radial de masa de cada anillo, es decir, $2\pi r \Sigma v_r = \dot{M}_{anillo} = Cte$. El disco interno tiene una velocidad mayor de acreción que el disco externo, entonces la densidad superficial es menor para el anillo interno que para el anillo externo.² Por lo tanto, se vuelve probable la existencia de un salto del perfil de densidad superficial y de una trampa para protoplanetas. Las observaciones de



Figura 3.5: Estrella pre-secuencia principal T Tauri Clásica HH 30. La fuente central está rodeada por disco de acreción ópticamente grueso en el óptico. Se observan lo chorros bipolares muy colimados, ©Burrows, STSci/ESA, WFPC2, NASA.

estrellas tipo T Tauri muestran que la transición se encuentra entre 0.3 y 1-2

 $^{^{2}}$ El flujo radial de acreción del disco interno resulta de la torca que ejerce el chorro (JED, por sus siglas en inglés), mientras que el flujo radial de acreción del disco externo resulta de la torca por viscosidad del disco de acreción estándar (SAD, por sus siglas en inglés).

UA (Coffey et al. 2004, Pesenti et al. 2004). La trampa se podría restringir al tiempo de vida del chorro.

Borde interno de la zona muerta

En el borde interno de la zona muerta existe un salto en el perfil de densidad superficial (Gammie 1996; Varnière & Tagger 2006; Dzyurkevich et al. 2010 y referencias ahí). La zona muerta es el lugar en el disco donde no existe la fracción de ionización necesaria para activar la Inestabilidad Magneto Rotacional (MRI, por sus siglas en inglés), es decir, no presentan efectos viscosos por turbulencia provocados por la MRI (véase sección 2.2), en tanto que la zona ionizada si los presentan (Fig. 3.6). Si el borde interno cambiara con el tiempo, entonces los protoplanetas atrapados seguirían el radio de la transición.



Figura 3.6: Diagrama esquemático que ilustra la ubicación de la zona muerta (en negro) y la zona afectada por la MRI (en rojo). La MRI es determinada por la fracción de ionización del disco. A radios internos, la fracción de ionización es grobablemente dominada por los rayos cósmicos (Armitage 2007). A radios intermedios (donde se ubica la zona muerta) el disco es muy frío y no hay ionización por colisiones de los metales alcalinos, además su alta densidad no permite que penetren los rayos X y rayos cósmicos, sin embargo la MRI puede actuar en las capas superficiales de esta zona del disco (Gammie 1996). Un planeta prodría ser atrapado en el borde interno de la zona muerta.

3.5. TRAMPA PARA PROTOPLANETAS

Borde externo de la cavidad hecha por un gigante gaseoso

Existe un salto en el pefil de densidad superficial en el borde externo de la cavidad hecha por un protoplaneta gigante (Fig. 3.7). El protoplaneta gigante experimentando migración tipo II conducirá el borde de la cavidad, llevando consigo a los protoplanetas atrapados.

Por otra parte, el protoplaneta gigante lleva consigo a cuerpos protoplanetarios por algunas de sus resonancias (véase sección 3.5.1), es decir, en la vecindad del planeta gigante habrá competencia entre trampas de tipo interacción planeta-planetésimos, y las de tipo interacción disco planeta.



56

Capítulo 4

Metodología

El propósito de esta tesis es conocer si la cavidad hecha por fotoevaporación será capaz de ejercer una torca que frene la migración de un protoplaneta de masa pequeña, para ello, necesitamos estudiar la migración de un protoplaneta, tal que su potencial gravitacional no sea capaz de modificar la estructura del disco. A este tipo de planetas ($\leq 15M_{\oplus}$) se les clasifica como planetas con migración tipo I. Los planetas de masa mayor comenzarán a atrapar gas aceleradamente, formando una cavidad, y entrando al régimen de migración tipo II.

Se analiza la cavidad hecha por foto evaporación, suponiendo que la única fuente de fotones ionizantes es la est rella¹.

Se busca que el salto en el perfil de densidad (formado por la cavidad) ejerza una torca positiva sobre el protoplaneta que sea capaz de detener su migración y por lo tanto, necesitamos tanto que la densidad superficial al exterior del borde sea suficientemente grande y que el gradiente de densidad (sensible en el cálculo de la torca de corotación) sea positivo (véanse secciones 3.2-3.4).

Se hace un estudio hidrodinámico y analítico de la formación de la cavidad, y se examina la posibilidad de formación de una trampa para protoplanetas. Los objetivos del estudio hidrodinámico son:

- 1. Implementar la fotoevaporación descrita por Hollenbach et al. (1994) en el codigo hidrodinámico FARGO para migración planetaria (Masset et al. 2000).
- 2. Analizar el comportamiento y evolución de planetas que sienten migracion tipo I en discos con fotoevaporación de estrellas tipo T Tauri de una masa solar.
- 3. Analizar si la cavidad por fotoevaporación es capaz de frenar la migración, es decir, si proporciona una trampa para protoplanetas.

 $^{^{1}}$ Al considerar fotoevaporación por estrellas externas, la estructura del disco se modifica principalmente en sus partes externas, implicando un gradiente negativo de densidad superficial en el borde del disco, ejerciendo una torca negativa sobre el protoplaneta, aumentando su tasa de migración. Entonces, el efecto de la fotoevaporación por estrellas externas no podrá detener la migración, es decir, no sirve como trampa para protoplanetas.

Se realiza estudio analítico al tiempo de formación de la cavidad (en el radio gravitacional), aplicándolo a la migración de planetas de baja masa que orbitan tanto estrellas tipo M como de 1 Masa Solar. Los objetivos del estudio analítico son:

- 1. Estimar la densidad superficial al momento de la formación de la cavidad.
- 2. Evaluar la torca en la orilla de la cavidad, para comprobar si se vuelve positiva, lo cual puede, al menos temporalmente, revertir la migracion.

4.1. Descripción hidrodinámica del disco protoplanetario

En muchos problemas astrofísicos, la dinámica del gas permite que las colisiones entre partículas sean muy frecuentes, permitiendo una descripción macroscópica del flujo con el uso de ecuaciones hidrodinámicas. Estas ecuaciones son declaraciones de leyes de conservación macroscópicas.

Las ecuaciones de continuidad y de Navier-Stokes describen la dinámica del disco de acreción. La ecuación de continuidad en un sistema de coordenadas fijo en el centro del sistema, es

$$\partial_t \Sigma + \frac{1}{r} \partial_r (\Sigma r v_r) + \frac{1}{r} \partial_\phi (\Sigma v_\phi) = 0.$$
(4.1)

Las ecuaciones de Navier-Stokes en la dirección radial y azimutal, son respectivamente

$$\partial_t v_r + v_r \partial_r v_r + \frac{v_\phi}{r} \partial_\phi v_r - \frac{v_\phi^2}{r} = -\frac{\partial_r P}{\Sigma} - \partial_r \psi + \frac{f_r}{\Sigma}, \qquad (4.2)$$

у

$$D_t j = -\frac{\partial_\phi P}{\Sigma} - \partial_\phi \psi + \frac{r f_\phi}{\Sigma}, \qquad (4.3)$$

donde $P = c_s^2 \Sigma$ es la presión verticalmente integrada con temperatura local constante, v_r velocidad radial del gas, v_{ϕ} es la velocidad azimutal del gas, Σ es la densidad superficial del disco, ψ es el potencial gravitacional del protoplaneta, $D_t \equiv \partial_t + v_r \partial_r + \frac{v_{\phi}}{r} \partial_{\phi}$ es la derivada convectiva o lagrangiana, y

$$j = r^2 \Omega \tag{4.4}$$

es el momento angular específico. En las ecuaciones 4.2 y 4.3, f_r y f_{ϕ} son respectivamente la componente radial y azimutal de la fuerza viscosa por unidad de superficie. Las fuerzas viscosas son derivadas de tensores de tensión viscosos, de la manera siguiente:

$$\tau_{rr} = 2\eta D_{rr} - \frac{2}{3}\eta \nabla \cdot \mathbf{v} \tag{4.5}$$

$$\tau_{\phi\phi} = 2\eta D_{\phi\phi} - \frac{2}{3}\eta \nabla \cdot \mathbf{v} \tag{4.6}$$

$$\tau_{r\phi} = \tau_{\phi r} = 2\eta D_{r\phi},\tag{4.7}$$

donde

$$D_{rr} = \frac{\partial v_r}{\partial r} \tag{4.8}$$

$$D_{\phi\phi} = \frac{1}{r} \frac{\partial v_{\phi}}{\partial \phi} + \frac{v_r}{r}$$
(4.9)

$$D_{r\phi} = \frac{1}{2} \left[r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_{\phi}}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \phi} \right], \tag{4.10}$$

y $\eta = \Sigma \nu$ es el coeficiente de viscosidad dinámica integrada verticalmente.

Para resolver hidrodinámicamente el disco protoplanetario, se usa el código FARGO (ver apéndice). El código resuelve las ecuaciones de continuidad y de Navier-Stokes mediante un método numérico "contra el viento" (upwind, en inglés), con un número de Courant de 0.5 (por lo cual se asegura la estabilidad del código), utiliza una viscosidad artificial² de segundo orden, con $C_2 = 2$ (ecuaciones 33 y 34 de Stone & Norman 1992).

El sistema de referencia de las celdas se encuentra fijo, razón por la cual las ecuaciones de Navier-Stokes han sido escritas de forma Euleriana. Inicialmente, la estrella se encuentra en el sistema de referencia de las celdas. La posición del planeta es descrita por radio y ángulo azimutal.

Inicialmente, la velocidad angular del disco sigue un perfil kepleriano. Se propone un disco delgado y verticalmente isotérmico, que en equilibrio hidrostático cumple la relación $H/r = c_s/v_K$ (ver sección 2.1). El disco mantiene constante h = H/r = 0.05.

El disco permanece geométricamente delgado, lo cual presupone que el calor generado por disipación viscosa y por fuerzas de marea es irradiado. No se incluyen campos magnéticos locales capaces de producir tanto la pérdida de masa como de momento angular en el disco en forma de chorros y flujos.

La unidad de distancia es la unidad astronómica UA y la escala de tiempo es el año. El disco se integra de 1 – 120UA, es formado por una malla concéntrica $n_r \times n_{\phi}$, con un número de celdas radiales n_r separadas logarítmicamente y un número de celdas azimutales n_{ϕ} igualmente separadas, se estudian casos 1D (128,2) y 2D (256,384), véase tabla 4.1.

La densidad superficial inicial del disco es determinada por la solución de la ecuación de difusión para un disco viscoso con fotoevaporación (Ruden et al. $2004)^3$, esta es

$$\Sigma(r,t) = \frac{M_d(0)}{2\pi r_g} \cdot \frac{e^{-(r/r_g)/(1+3\cdot(t/t_{vis}))}}{r\cdot(1+3\cdot(t/t_{vis}))^{3/2}},$$
(4.11)

donde $M_d = 10^{-2} M_{\odot}$ es la masa del disco, $r_g \approx 9$ UA el radio gravitacional de la atmósfera de HII del disco, t es el tiempo y $t_{vis} \approx 3.5 \times 10^5$ años es la escala de tiempo viscoso del HI en el radio gravitacional.

 $^{^{2}}$ La viscosidad artificial previene la aparición de rebotes post-choque.

 $^{^3\}mathrm{Su}$ solución permite separar los efectos viscos
os de los efectos del viento.

no

no

no

no

no

 9.27×10^{5}

 9.27×10^{5}

 9.27×10^{5}

 9.27×10^{5}

 9.27×10^{5}

tipo II. Se especifica la inclusión del Término Indirecto de Potencial TIP.												
# simulación	$n_r \times n_\phi$	$\Phi_i[s^{-1}]$	$M_p[M_{\oplus}]$	$r_p[UA]$	TIP	$t_{ini}[a \tilde{n} os]$						
1	(128,2)	10^{40}	-	-	no	0						
2	(256, 384)	10^{41}	15	16	si	0						
3	(256, 384)	10^{41}	15	16	no	0						
4	(256, 384)	10^{41}	15	12	no	9.27×10^{5}						

15

15

15

15

15

 $10^{\overline{41}}$

 10^{41}

 10^{41}

 10^{41}

 10^{41}

(256, 384)

(256, 384)

(256, 384)

(256, 384)

(256, 384)

Tabla 4.1: Condiciones iniciales de las simulaciones. En todos los casos: la masa del disco $M_{d0} = 10^{-2} M_{\odot}$, el parámetro $\alpha = 10^{-2}$ y la proporción del disco H/r = 0.05. Se colocó un planeta de 15 masas terrestres, planeta mas masivo formará una cavidad en su órbita y experimentará migración tipo II. Se especifica la inclusión del Término Indirecto de Potencial TIP.

Se implementa el flujo fotoevaporativo	\mathcal{F}_m ((ver	apéndice	B),	$\operatorname{descrito}$	por	Ho-
llenbach et al. (1994) como							

$$\mathcal{F}_m(r) \simeq \begin{cases} 0 & r < r_g, \\ \mathcal{F}_0(\frac{r}{r_g})^{-5/2} & r \ge r_g, \end{cases}$$
(4.12)

13

13.5

15

17.5

20

donde la constante \mathcal{F}_0 es el flujo fotoevaporativo en el radio gravitacional, expresado como $\mathcal{F}_0 \simeq 1.9 \times 10^{-12} (\Phi_i/(10^{40}s^{-1}))^{1/2} (r_g/(10^{13}\text{cm}))^{-3/2}\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}, \Phi_i$ es la tasa de fotones Lyman ionizantes. Se analizan los casos de la tabla 4.1:

- 1. $\Phi_i = 10^{40} \text{s}^{-1}$, derivado de la emisión de velamiento azul formado por el choque de acreción sobre la superficie de la estrella (Bertout et al. 1988) para evolución del disco en 1D.
- 2. $\Phi_i = 10^{41} \text{s}^{-1}$, similar al usado por Alexander (2008), quien demuestra que la emisión de la línea prohibida [NeII] de 12.8 μm (a partir de 9 UA) puede ser un trazador de la existencia de viento fotoevaporativo.

El potencial gravitacional del planeta en el análisis 2D (ver figura 4.1) es

$$\psi_p = \frac{-GM_p}{\sqrt{\mathbf{r}_e^2 + \varepsilon^2}},\tag{4.13}$$

ejerciendo una torca al gas, en la dirección perpendicular al disco (véase sección 3.2)

$$T_z = GM_p \int \Sigma \mathbf{r}_p \times \frac{\mathbf{r}_e}{(r_e^2 + \varepsilon^2)^{3/2}} r \mathrm{d}r \mathrm{d}\phi, \qquad (4.14)$$

donde M_p es la masa del planeta, ε es la distancia de suavizado del potencial gravitacional del planeta, siendo $\varepsilon = 0.6H_p^4$, donde H_p es la escala de altura del

5

6

7

8

9

 $^{^{4}}$ La distancia de suavizado es introducida para imitar el corte de la torca por efecto de la distribución vertical del disco (de Val-Borro et al. 2006).



Figura 4.1: Vectores de posición r, r_p , \mathbf{r}_e y r_e usados en el cálculo de la torca del protoplaneta de masa M_p . Se integra la torca que ejerce cada celda sobre el protoplaneta (ver Ec. 4.14).

disco en la posición del planeta, $\Sigma = \Sigma(r, \phi)$ es la densidad superficial del disco, \mathbf{r}_p es el vector de posición del planeta, \mathbf{r}_e y r_e son respectivamente el vector de posición y distancia del planeta al elemento de flujo.

4.2. Modelo de formación de cavidad y trampa para TTCs y M activas

Los discos de ambos tipos estelares son delgados ($h \ll 1$), gravitacionalmente estables ($h > \mu_D$), localmente isotérmicos, con turbulencia magnetohidrodinámica parametrizada por la viscosidad cinemática $\nu = \alpha c_s H$ (Shakura & Sunyaev 1973), donde $\alpha = 10^{-2}$ y con una atmósfera de HII estática a radios menores que el radio gravitacional r_g .

El diagnóstico de formación de cavidad y trampa se hace de la siguiente manera:

1. En caso de TTCs, se toma una tasa de fotones ionizantes $\Phi_i = 10^{40} - 10^{41}$ s⁻¹, el cual es deducido del exceso del continuo caliente o velamiento azul (Lynden-Bell & Pringle 1974; Bertout et al. 1988), y de modelos de emisión de la línea prohibida [Ne] de 12.8µm en un disco (Alexander 2008).

En caso de estrellas M activas (Ej. AD Leo, Fig. 4.2), la tasa de fotones ionizantes Φ_i se extrapola a partir de resultados observacionales.

2. Se estima un orden de magnitud de la densidad superficial en el radio



Figura 4.2: Flujo fotométrico detectado de AD Leo. Se muestra gran actividad cromosférica en el rango 1000Å $\lesssim \lambda \lesssim$ 3000Å. Emisión EUV por actividad cromosférica es mucho mayor que por emisión EUV fotosférica estelar (Martin Cohen 10-21-03)

gravitacional al tiempo de formación de la cavidad (Ec. 2.63),

$$\Sigma_{cav} \sim \frac{4\pi \mathcal{F}_0 t_{vis}}{3\pi}$$

donde $t_{vis} = r_g^2 / \nu_g$ es la escala de tiempo viscoso en el radio gravitacional, \mathcal{F}_0 es el flujo fotoevaporativo en el radio gravitacional (Ec. 2.46)

$$\mathcal{F}_0 \simeq 1.9 \times 10^{-12} \left(\frac{\Phi_i}{10^{40} s^{-1}}\right)^{1/2} \left(\frac{r_g}{10^{13} \mathrm{cm}}\right)^{-3/2} \mathrm{g} \cdot \mathrm{cm}^{-2} s^{-1}$$

3. Mediante la prescripción de migración (Ec. 3.21) tipo I hecha por Tanaka et al. (2002), se calcula la torca (negativa) del protoplaneta,

$$\Gamma^{Total} \sim -\Sigma_{cav} q^2 h^{-2} \Omega_p^2 r_p^4,$$

donde $q,\,\Omega_p$ y r_p son el cociente $M_p/M_\star,$ la velocidad angular y la distancia del planeta, respectivamente.

4. Finalmente se evalúa la distancia migrada por el planeta sobre el tiempo en el cual el borde de la cavidad proporciona la torca al planeta, es decir, se calculan las velocidades radiales absolutas tanto del borde de la cavidad como del planeta, si son del mismo órden de magnitud entonces se asegura la existencia de trampa. Por lo tanto, el efecto de trampa planetaria tiene un impacto si y solamente si la torca puede forzar a migrar a la misma tasa que el borde de la cavidad.

4.3. Modelo de emisión fotosférica estelar

El flujo fotos
férico a temperatura ${\cal T}$ puede aproximarse al flujo radiativo de cu
erpo negro

$$F = \int B_{\lambda}(T) \cos\theta d\lambda d\Omega, \qquad (4.15)$$

donde $B_{\lambda}(T)$ es la función de Planck, θ es el angulo entre el eje z (normal al plano del disco) y el elemento de flujo radiativo, y d $\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$ es el ángulo sólido del elemento de flujo radiativo. La función de Planck (Ec. 2.67) es

$$B_{\lambda}(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1},$$

donde $h, c, k, T y \lambda$, son la constante de Planck, la velocidad de la luz, la constante de Boltzmann, la temperatura del cuerpo y la longitud de la onda emitida, respectivamente.

Con el propósito de conocer el peso de la emisión del contínuo caliente sobre la emisión fotosférica estelar, se modela la emisión fotosférica EUV estelar mediante la discretización de la longitud de onda $\lambda_i = i$ Å. Se obtiene que la tasa de fotones ionizantes es

$$\Phi_i = \sum_{i=1}^{N} \frac{2\pi \cdot B_{\lambda_i}(T_\star) \bigtriangleup \lambda_i \cdot R_\star^2}{hc/\lambda_i}, \qquad (4.16)$$

donde $\lambda_N = \lambda_{Lym} = 912\text{\AA}, \ \Delta \lambda_i = \lambda_{i+1} - \lambda_i$ es la diferencia entre longitudes de onda vecinas, R_{\star} es el radio de la estrella y T_{\star} es la temperatura efectiva de la estrella.

Las 2 condiciones necesarias para integrar adecuadamente son:

$$\Delta \lambda_i \ll \lambda_m \tag{4.17}$$

у

$$\Delta \lambda_i \ll \lambda_{Lym},\tag{4.18}$$

donde $\lambda_m = 2898/T \ \mu m \cdot K$ es la longitud de onda con una mayor emisión (ley de desplazamiento de Wien) y $\lambda_{Lym} = 912$ Å es la longitud de onda máxima que produce los fotones ionizantes. La primera condicion elimina errores de integración alrededor del pico máximo en λ_m de la función de Planck (Ec. 2.67). La segunda condición asegura la adecuada integración para longitudes de onda capaces de ionizar el atomo de hidrógeno.

Ahora, teniendo la tasa de fotones ionizantes por emisión fotosférica y aplicándolo a una estrella de Masa Solar, podemos evaluar una tasa de migración planetaria en el borde de la cavidad y compararlo con la migración planetaria en el borde de la cavidad de los discos de estrellas T Tauri (con emision EUV típica). El análisis anterior nos permite evaluar la importancia de la migración planetaria en el borde de la cavidad que recibe emisión por velamiento azul de las T Tauri y por emisión fotosférica.

Capítulo 5

Resultados

La veracidad de los resultados hidrodinámicos de este trabajo se complementa con los resultados preliminares. Los estudios preliminares nos permiten contrastar los modelos con los resultados observacionales de los discos protoplanetarios. Mediante los estudios preliminares debemos asegurarnos que el disco que estamos modelando es de acreción, debemos asegurar la correcta implementación de la fotoevaporación en nuestro modelo de disco y finalmente debemos realizar un estudio de convergencia de interacción planeta-disco.

Una vez teniendo los estudios hidrodinámicos, se realiza un análisis teórico de migración planetaria al tiempo de formación de la cavidad en planetas embebidos tanto en discos de estrellas tipo T Tauri de masa solar como en discos de estrellas tipo M con gran actividad cromosférica.

5.1. Resultados preliminares

La figura 5.1 muestra la evolución del perfil de densidad superficial (en 1D) de un disco kepleriano sujeto a viscosidad cinemática ν , la cual es descrita mediante el parámetro $\alpha = 10^{-2}$ de Shakura & Sunyaev (1973). Inicialmente, el disco tiene $0.01M_{\odot}$ y una densidad superficial de acuerdo a la solución de la ecuación de difusión de Ruden (2004), Ec. (4.11). Conforme evoluciona el disco, el gas se desparrama hacia el interior y exterior del disco, consecuentemente, el gas es acretado y llevado a lugares mas alejados de la estrella, el cual está de acuerdo con Clarke et al. (2001), Matsuyama et al. (2003) y Ruden (2004). En este trabajo, se considera por hipótesis que la viscosidad cinemática actúa en todo el disco. Sin embargo, nótese que la densidad superficial inicial a $r_g = 9$ UA es aproximadamente $3 \times 10^{-6} M_{\odot} \text{UA}^{-2} \approx 69 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-2}$, lo cual es suficiente para que la MRI comience a operar en los discos protoplanetarios segun Gammie et al. (2006)



Figura 5.1: Evolución del perfil de densidad superficial para un disco viscoso. Se presenta el perfil a tiempo $t = 0, 1.7 \times 10^5, 3.5 \times 10^5, 5.2 \times 10^5, 7.0 \times 10^5, 8.7 \times 10^5 \text{ y} 1.0 \times 10^6$ años.

5.1. RESULTADOS PRELIMINARES

La figura 5.2 muestra la evolución del perfil de densidad superficial en un disco sujeto a fotoevaporación, con un flujo de masa fotoevaporada \mathcal{F}_0 prescrita por Hollenbach et al. (1994), tal que la tasa de fotones ionizantes es ~ 10^{40} s⁻¹. El tiempo de formación de cavidad es de ~ 5 × 10⁶ años, el cual está en acuerdo con el análisis semianalítico de Ruden (2004) de 5.3 × 10⁶ años. Se define el comienzo de la formación de la cavidad por la existencia de un mínimo local (en el radio gravitacional) del perfil de densidad superficial del disco. La densidad superficial ha bajado 2 – 3 órdenes de magnitud en el inicio de la formación de la cavidad se desarrolla en un tiempo del orden de ~ 10^5 años, el cual está de acuerdo con resultados previos de Clarke et al. (2001), Ruden (2004) y referencias ahí. El borde de la cavidad se desplaza con velocidad ~ 10^{-4} UA/año (véase Fig. 5.20 para mas detalles).



Figura 5.2: Evolución de la densidad superficial en un disco sujeto a fotoevaporación. Se presenta el perfil a tiempo $t = 0, 3.5 \times 10^5, 3.8 \times 10^6, 4.9 \times 10^6, 5.0 \times 10^6, 5.1 \times 10^6$ y 5.2 × 10⁶ años.

La figura 5.3 muestra un estudio de convergencia de la evolución del semieje mayor de un planeta de $15M_{\oplus}$ embebido en un disco protoplanetario, variando la resolución espacial en cada corrida. Se integra la interacción disco-planeta durante 3500 años en un disco que evoluciona con un perfil de densidad superficial inicial como el de la figura 5.2. Se observa que la diferencia en el semieje mayor entre simulaciones subsecuentes (fijando la resolución radial) tiende a disminuir a medida que la resolución aumenta en las simulaciones, es decir, converge a resoluciones mayores. Lo anterior nos permite fijar una resolución azimutal $(N_{\phi} = 384)$ en simulaciones con mayor resolución, $(N_r, N_{\phi}) = (256, 384)$.



Figura 5.3: Se muestra estudio de convergencia del modelo 2D para una resolución radial N_r de 128 y resolución azimutal N_{ϕ} de 128, 256, 384 y 512, y con $(N_r, N_{\phi}) = (256, 384)$.

5.2. Resultados de estudio hidrodinámico

La masa inicial del disco protoplanetario es de $0.01M_{\odot}$. El disco protoplanetario evoluciona con parámetro viscoso $\alpha = 10^{-2}$ y es sometido a una tasa de fotones ionizantes de $\Phi_i = 10^{41} \text{s}^{-1}$, tasa de fotones similar a la usada por Alexander et al. (2008) en sus estudios de emisión de la línea prohibida de [Ne] 12.81 μ m, la cual es trazadora del viento fotoevaporativo. Las simulaciones no incluyen término indirecto de potencial. Se impone que la acreción de material por parte del planeta sea nula.

La figura 5.4 muestra la evolución de la masa del disco, la masa interior y exterior a 9 UA, y la masa interior y exterior a la órbita del planeta (inicialmente a 16 UA). Se observa que la masa exterior a 9 UA y al planeta presentan un máximo, en ambos casos. El máximo en el exterior del planeta ocurre tiempo después que el máximo en el exterior de 9 UA, este comportamiento se debe al desparrame de la masa del disco por efectos viscosos. Durante el desarrollo de la cavidad ($t > 8.0 \times 10^5$ años, véase Fig. 5.9) se observa que la pendiente (en todos los casos) decrece rápidamente, este efecto se debe al dominio que tiene la fotoevaporacion sobre la acreción para la eliminación de material del disco.



Figura 5.4: Se presenta el comportamiento temporal de la masa del disco.

La figura 5.5 muestra la evolución de la densidad superficial local en la posición del planeta a 1 UA, 9 UA, 20 UA y 30 UA. En 1 UA (límite interior del disco), inicialmente se evoluciona con una pendiente negativa pronunciada, este comportamiento se debe a que el disco se encuentra desparramándose (por efectos viscosos), de 2×10^5 a 8×10^5 años se mantiene la pendiente de densidad constante, después de 8×10^5 años (desarrollo de la cavidad) la pendiente decrece. Tanto en la posición del planeta como en 9, 20 y 30 UA la densidad superficial presenta un máximo durante su evolución, a mayor distancia el máximo ocurre a un tiempo mayor. Después de 8×10^5 años la densidad en la posición del planeta (inicialmente a 16 UA) y en 9 UA, decrece rapidamente hasta alcanzar valores del orden de $10^{-7} M_{\odot} UA^{-2} \approx 1 \text{g} \cdot \text{cm}^{-2} \text{ y} 10^{-8} M_{\odot} UA^{-2} \approx 10^{-1} \text{g} \cdot \text{cm}^{-2}$, respectivamente, mientras que en 20 y 30 UA se alcanzan valores del orden de $10^{-8} M_{\odot} UA^{-2} \approx 10^{-1} \text{g} \cdot \text{cm}^{-2}$ (un poco mayor en 30 UA que en 20 UA).



Figura 5.5: Evolución de la densidad superficial local en la posición del planeta, 1 UA, 9 UA, 20 UA y 30 UA.

La figura 5.6 muestra una fotografia instantánea de la velocidad radial v_r del gas en el disco a tiempo $t = 7 \times 10^4$ años. La circunferencia punteada y rayada muestran respectivamente la posición inicial y actual del semieje mayor del planeta de $15M_{\oplus}$. La barra de color muestra el rango de velocidades en UA/año, valores negativos muestran velocidad al interior del disco. Se observa importante perturbación de la velocidad del gas en los brazos espirales que salen de la posición del planeta. La velocidad perturbada (con velocidad con valores positivos y negativos) se extiende por el brazo espiral hacia el interior del disco. Nótese que esta fotografía es tomada antes de que los brazos espirales se desfasen de la posición del planeta (véanse figuras 5.7-5.9)



Figura 5.6: Se muestra la fotografia instantánea de la velocidad radial del gas en el disco.
La figura 5.7 presenta seis fotografias instantáneas de la simulación 2D con resolución $(N_{\phi}, N_r) = (384, 256)$ (en orden de izquierda a derecha y hacia abajo), en tiempos t=3.5 × 10³, 3.5 × 10⁴, 7.0 × 10⁴, 1.0 × 10⁵, 1.4 × 10⁵ y 1.7 × 10⁵ años, respectivamente. La circunferencia rayada muestra la posición inicial del planeta a 16 UA, mientras que la circunferencia punteada muestra su posición actual. Por la sensibilidad que tiene la densidad superficial sobre su distancia radial ($\Sigma \alpha r^{-1} e^{-r}$), se presentan las figuras 2D como $\Sigma \cdot r$. A $t = 3.5 \times 10^3$ años ya se distingue la estela de gas que se forma por la interacción con el disco, o los brazos espirales del protoplaneta. Hasta 1.4×10^5 años se observa como los brazos espirales de gas formados por el potencial gravitacional del planeta tienen su origen en la posición del planeta. Despues de 1.7×10^5 años se observa que el brazo espiral externo se desfasa con el brazo espiral interno, este comportamiento se debe a que el disco exterior a la posición del planeta se vuelve muy excéntrico (vease Fig. 5.12) y perturba la posición de los brazos espirales gaseosos.

La figura 5.8 presenta las seis fotografias instantaneas que le siguen a la figura 5.7. En orden de izquierda a derecha y hacia abajo, se presentan fotografias a tiempos t= 2.1×10^5 , 3.5×10^5 , 5.2×10^5 , 7.0×10^5 , 7.3×10^5 y 7.7×10^5 años. Continua el desfase de los brazos espirales del planeta. A partir de 5.2×10^5 años ya se observa un mínimo de densidad superficial en 15-25 UA, sin embargo al integrar azimutalmente la densidad no aparece en este rango radial un mínimo, sino a partir de 8.0×10^5 años (véase Fig. 5.9)

La figura 5.9 presenta seis fotografias instantáneas que muestran el desarrollo de la cavidad por fotoevaporación. En orden de izquierda a derecha y hacia abajo, se presentan fotografias a tiempos t= 8.0×10^5 , 8.4×10^5 , 8.8×10^5 , 9.2×10^5 , 9.6×10^5 y 1.0×10^6 años. El planeta se encuentra en el borde interno de la cavidad y su migración se vuelve despreciable. Las últimas 2 fotografias muestran lo prominente de la cavidad y de la excentricidad del disco externo (véase Figs. 5.12 y 5.13 para observar la evolucion de la excentricidad del disco). La elipticidad del disco provoca regiones menos densas ubicadas en el apocentro de la cavidad. En t= 1.0×10^6 años, los brazos espirales están excitados en regiones de baja densidad, con lo cual casi desaparecen a causa del flujo fotoevaporativo de material.



Figura 5.7: Evolución temprana de la migración del planeta de 15_{\oplus} . Los brazos espirales emergen de la posición del planeta.



Figura 5.8: Evolución intermedia de la migración del planeta de 15_{\oplus} . Los brazos espirales se distorsionan a causa de la excentricidad del disco.



Figura 5.9: Evolución tardía de la migración del planeta de 15_{\oplus} . Se observa el desarrollo de formación de la cavidad en el disco.

La figura 5.10 muestra la evolución de la torca externa (en valor absoluto y en verde) e interna (en azul) en el radio co-orbital del planeta. La torca externa es mayor que la torca interna lo que implica una migración al interior del disco. No se observa una torca interna mayor que la torca externa despues de iniciarse la cavidad (8.0×10^5 años), lo que implicaría un incremento en el semieje mayor del planeta (véase Fig. 5.14).



Figura 5.10: Evolución de la torca interna y externa a la órbita del planeta de $15M_{\oplus}$.

La figura 5.11 muestra la torca total que experimenta el planeta, es decir, la suma de la torca interna y externa que ejerce el disco sobre el planeta. La torca ejercida al tiempo de formación de la cavidad es del orden de $10^{-7} M_{\odot} \cdot \text{UA}^2 \cdot \text{año}^{-2}$.



Figura 5.11: Evolución de la torca total que experimenta el planeta de $15M_{\oplus}$.

Con el propósito de comparar la influencia del término indirecto de potencial sobre la excentricidad y el semieje mayor del planeta embebido en el disco gaseoso, se corre una simulación (con termino indirecto) que contiene parámetros del disco y del planeta identicos a los usados en el caso que no incluye termino indirecto. El término indirecto de potencial del disco provoca una aceleración del sistema de referencia del sistema $\partial^2 \bar{r}_{ref}/\partial t^2$, el cual se expresa como

$$\frac{\partial^2 \overline{r}_{ref}}{\partial t^2} = -G \sum m_{ij} \frac{(\overline{r}_{ij})}{[(\overline{r}_{ij})^2 + \varepsilon^2]^{3/2}},$$

donde G es la constante de gravitación, (los índices i y j se refieren a la distancia radial y al ángulo azimutal, respectivamente) m_{ij} es la masa de la celda en la posición $r_{ij} y \varepsilon$ es la distancia de suavizado del potencial del planeta. El sistema de referencia se vuelve no inercial (al tener la malla clavada en la estrella) al incluir el término indirecto de potencial. Nótese que al tener sistema de referencia no inercial, existe una acceleracion de arrastre en toda la malla.

Las figuras 5.12 y 5.13 muestra la evolución de la excentricidad del planeta y del disco a 5, 20, 25 y 30 UA, respectivamente sin la influencia de término indirecto de potencial y con la influencia. En ambos casos se observa un máximo



Figura 5.12: Evolución de la excentricidad del planeta y del disco a 5, 20, 25 y 30 UA. No incluye término indirecto de potencial.

en la evolución de la excentricidad del planeta, este comportamiento coincide con

el máximo en la evolución de la masa externa al planeta (véase figura 5.4), el cual es consistente con Artymowicz (1993) en el que afirma que el efecto neto sobre la tasa de excitación de la excentricidad proviene de las torcas de Lindblad fuera de la órbita (en este caso mayoritariamente la externa), que excita la excentricidad, y las torcas de Lindblad coorbitales que la amortiguan. Nótese que la variación de la excentricidad del disco es periódica (no abordarémos este problema por estar fuera del propósito de este trabajo de tesis). A partir de la formación de la cavidad existe un desacoplamiento entre la excentricidad del disco interno (5 UA) y del disco externo (20,25 y 30 UA).



Figura 5.13: Evolución de la excentricidad del planeta y del disco a 5, 20, 25 y 30 UA. Si incluye término indirecto de potencial.

La figura 5.14 compara la migración del planeta de $15M_{\oplus}$ bajo la influencia y sin la influencia del término indirecto de potencial, se observa una migración menor con la influencia del potencial indirecto.



Figura 5.14: Se muestra la migración del planeta de $15M_{\oplus}$ bajo la influencia y sin la influencia del término indirecto de potencial.

Inicialmente, la migración tiene un comportamiento lineal y una velocidad radial del orden de 10^{-5} UA/año, en acuerdo con Tanaka et al. (2002). Al tiempo de inicio de la cavidad, la tasa de migración decae gradualmente hasta tener valores del órden de 10^{-6} UA/año. Al tiempo de ~ 10^{6} años (final de la simulación), la tasa de migración tiene valores del orden de 10^{-7} UA/año (no importando si se incluye o nó el término de potencial indirecto).

Por otra parte, observamos en la figura 5.2 que el borde externo de la cavidad se mueve radialmente al exterior en un rango de 12 a 20 UA, en ese rango de distancia la figura 5.5 muestra que la densidad superficial local es del orden de $10^{-8}M_{\odot}/\text{UA}^2 \approx 10^{-1}\text{g}\cdot\text{cm}^{-2}$. Este hecho motiva que a continuación se realicen una serie de simulaciones (sin término indirecto) que comienzan inicialmente a 9.27×10^5 años (inicio de la cavidad), donde se toman las condiciones del campo de velocidades y de densidad superficial del disco que fueron obtenidad de la simulacion mostrada en la figura 5.7-5.9. Cada simulación se coloca un planeta de $15M_{\oplus}$ a una distancia de 12, 13, 13.5, 15, 17.5 y 20 UA (Figs. 5.15-5.19), respectivamente. Estas simulaciones nos permitirán saber si existe una trampa para protoplanetas.

La figura 5.15 presenta cinco fotografias instantáneas de la evolución del disco donde un planeta de $15M_{\oplus}$ se encuentra migrando (inicialmente a 12 UA). Las gráficas inferiores muestran la evolución del semieje mayor y de la velocidad radial del planeta, respectivamente. En la figura que muestra el semieje mayor del planeta se observa un mínimo a $t = 9.75 \times 10^5$ años, es decir, el planeta sufre un frenado y despues acelera su migración al exterior. En la figura que muestran la evolución de la velocidad radial, se observa el cambio de signo de la velocidad radial, inicialmente siendo del órden de -10^{-7} UA/año (hacia el interior), y a $t = 9.85 - 9.90 \times 10^5$ años adquiere una velocidad radial del orden de 10^{-8} UA/año (hacia el exterior). Al final de la simulación se observa un decrecimiento tanto del semieje mayor del planeta como de su velocidad radial, este efecto se debe a que rapidamente es eliminado gas de la vecindad del planeta. El incremento de la excentricidad del disco exterior permite que la cavidad se vuelva más excéntrica (todos los casos).

La figura 5.16 presenta cinco fotografias instantáneas de la evolución del disco donde un planeta de $15M_{\oplus}$ se encuentra migrando (inicialmente a 13 UA). Las gráficas inferiores muestran la evolución del semieje mayor y de la velocidad radial del planeta, respectivamente. En la figura que muestra el semieje mayor del planeta se observa un mínimo a $t = 9.5 \times 10^5$ años, es decir, el planeta sufre un frenado y despues revierte su migración al exterior. En la figura que muestra la evolución de la velocidad radial, se observa el cambio de signo de la velocidad radial, inicialmente siendo del órden de -10^{-8} UA/año (hacia el interior), y a $t = 9.85 \times 10^5$ años adquiere una velocidad radial del orden de 10^{-8} UA/año (hacia el exterior).

La figura 5.17 presenta cinco fotografias instantáneas de la evolución del disco donde un planeta de $15M_{\oplus}$ se encuentra migrando (inicialmente a 13.5 UA). Se observa un comportamiento similar al de la Fig. 5.16 en el semieje mayor del planeta, presentando un mínimo, es decir, también revierte su migración al exterior. También se observa un cambio de signo en el perfil de velocidad radial, inicialmente es del órden de -10^{-8} UA/año (hacia el interior), y una vez cambiando de signo, a $t = 9.8 \times 10^5$ años adquiere una velocidad radial del orden de 10^{-8} UA/año (hacia el exterior).

La figura 5.18 presenta cinco fotografias instantáneas de la evolución del disco donde un planeta de $15M_{\oplus}$ se encuentra migrando (inicialmente a 15 UA). Las gráficas inferiores muestra la evolución del semieje mayor y de la velocidad radial del planeta, respectivamente. En la figura que muestran el semieje mayor del planeta, se observa un crecimiento hacia el exterior del disco.

La figura 5.19 presenta cinco fotografias instantáneas de la evolución del disco donde un planeta de $15M_{\oplus}$ se encuentra migrando (inicialmente a 17.5 UA). Las gráficas inferiores muestran la evolución del semieje mayor y de la velocidad radial del planeta, respectivamente. En la figura que muestra el semieje mayor del planeta, se observa un crecimiento lineal hacia el exterior del disco. En la figura que muestra la evolución de la velocidad radial, se observa un máximo.



Figura 5.15: Migración del planeta de $\mathbf{15}_\oplus$ (inicialmente a 12 UA) al tiempo de formación de la cavidad.



Figura 5.16: Migración del planeta de ${\rm 15}_\oplus$ (inicialmente a 13 UA) al tiempo de formación de la cavidad.



Figura 5.17: Migración del planeta de 15_\oplus (inicialmente a 13.5 UA) al tiempo de formación de la cavidad.



Figura 5.18: Migración del planeta de 15_\oplus (inicialmente a 15 UA) al tiempo de formación de la cavidad.



Figura 5.19: Migración del planeta de 15_\oplus (inicialmente a 17.5 UA) al tiempo de formación de la cavidad.

En las figuras anteriores se observa que el máximo de la tasa de migración del planeta aumenta radialmente (en todos los casos, 12, 13, 13.5, 15 y 17.5 UA), este comportamiento es de acuerdo con la cantidad de gas observado en el perfil de densidad superficial radial del borde externo (aumenta radialmente). El máximo de velocidad radial (todos los casos) ocurre a $t = 9.9 \times 10^5 - 10^6$ años. Es importante notar que aunque se produce un frenado (en todos los casos) de la velocidad del planeta, y posteriormente un aumento en el semieje mayor del planeta, el planeta no es atrapado por el borde de la cavidad, sino que solamente es arrastrado hacia el exterior a una velocidad del orden de 10^{-7} UA/año, mucho menor que la tasa de expansión de la orilla de la cavidad. Por otro lado, Ruden (2004) estima que la edad del disco externo es del orden del tiempo de formación de la cavidad (10^6 años, en estas simulaciones), en este sentido, podemos estimar que la migración del planeta al exterior se restringe a ~ 10^{-1} UA.

Por otra parte, un diagnóstico de interacción entre el planeta y el gas del borde externo de la cavidad se realiza comparando los órdenes de magnitud de velocidad tanto del planeta como del borde de la cavidad. En este sentido, se presenta la figura 5.20 que muestra la evolución radial del borde externo de la cavidad, el cuál ha sido aproximado al sitio donde se encuentra la media aritmética del máximo y mínimo local radial de densidad superficial. Se observa un crecimiento lineal del borde de la cavidad a partir de 9.75×10^5 años. Se observa una tasa de crecimiento radial de 10^{-4} UA/año, 3 órdenes de magnitud mayor que el protoplaneta, es decir, su velocidad relativa no permite atrapar el planeta en el borde de la cavidad, alrededor de un punto estable fijo.



Figura 5.20: Evolución radial del borde externo de la cavidad.

5.3. Resultados de estudio analítico

Siguiendo la prescripción hecha en la sección 4.1 (la cual aplicaremos para estrellas tipo T Tauri y M activas), (1) tomamos una tasa de fotones ionizantes de acuerdo a resultados observacionales, (2) se estima un órden de magnitud de la densidad superficial en el radio gravitacional al tiempo de formación de la cavidad, (3) se calcula la torca del planeta justo antes de la formación de la cavidad, y (4) se estima un orden de magnitud de la velocidad radial del planeta (migrando al exterior en el borde externo de la cavidad) y se compara con la velocidad del borde externo de la cavidad (tomado de resultados hidrodinámicos).

La densidad superficial al inicio de formación de la cavidad Σ_{cav} (Ec. 2.63) nos da una estimación de la torca total Γ^{Tanaka} (Ec. 3.21 de Tanaka et al. (2002), resultando en

$$\Gamma^{Tanaka} \sim \Sigma_{cav} q^2 h^{-2} \Omega_p^2 r_p^4, \tag{5.1}$$

que puede escribirse como

$$\Gamma^{Tanaka} \sim \frac{4\pi \mathcal{F}_0 t_{vis}}{3\pi} q^2 h^{-2} \Omega_p^2 r_p^4, \qquad (5.2)$$

donde \mathcal{F}_0 es el flujo fotoevaporativo de masa por parte del disco, t_{vis} es la escala de tiempo viscoso, q es el cociente entre la masa del planeta y la estrella, h es la proporción del disco, Ω_p es la velocidad angular del planeta y r_p la posición radial del planeta. Por tener un disco delgado, viscoso y verticalmente isotérmico, la escala de tiempo viscoso se expresa como $t_{vis} = \alpha^{-1}h^{-2}\Omega^{-1}$, ahora, al tener al planeta en la vecindad del radio gravitacional, entonces, $r_g = r_p$. Por lo tanto, la torca total se expresa como

$$\Gamma^{Tanaka} \sim \mathcal{F}_0 \alpha^{-1} h^{-4} q^2 \Omega r_q^{5/2}.$$
(5.3)

Por otra parte, para un disco con densidad uniforme, Ward (1997) encuentra que la torca diferencial de Lindblad $\Delta\Gamma$ es

$$\Delta\Gamma \approx -8h\Gamma_{LR},\tag{5.4}$$

donde Γ_{LR} es la media aritmética de los valores absolutos de la torca interna y externa de Lindblad. Ahora, siguiendo a Masset et al. (2006), la torca de Lindblad en el borde externo de la cavidad $\Delta\Gamma'$ se puede aproximar a la contribucion de la torca externa de Lindblad, $\Delta\Gamma' = \Delta\Gamma_{LR} \approx \Gamma_o$. Ahora, haciendo $\Gamma^{Tanaka} = \Delta\Gamma$, se encuentra que

$$\Gamma^{Tanaka} \approx -8h\Delta\Gamma',\tag{5.5}$$

Nótese que el símbolo ' indica la presencia de cavidad. Por lo tanto, la torca total de Lindblad en el borde externo de la cavidad de un disco con h = 0.05, se escribe como

$$\Delta\Gamma' \approx -2.5\Gamma^{Tanaka} \tag{5.6}$$

Por otra parte, la torca de corotación (Ec. 3.18) se comporta como

$$\Gamma_C' \propto \Sigma \frac{\mathrm{d}ln(\Sigma/B)}{\mathrm{d}ln(r)},\tag{5.7}$$

donde B es la segunda constante de Oort. Por lo tanto, si

$$\Gamma_C' > \Delta \Gamma', \tag{5.8}$$

entonces el borde externo de la cavidad ejerce una torca (positiva) mayor que la torca externa de Lindblad, haciendo que el planeta migre al exterior. Ahora, recordando (de la Ec. 3.24) que la tasa de migración es

$$\dot{r}_p = -2\Gamma_p/(M_p\Omega_p r_p),$$

y que la torca que siente el planeta por parte del disco es $\Gamma_C' + \Delta \Gamma' = \Gamma_p$, entonces la velocidad del planeta en el borde de la cavidad es

$$\dot{r}_p = -\frac{2(\Gamma_C' + \Delta\Gamma')}{(M_p \Omega_p r_p)}.$$
(5.9)

El cambio de signo de la velocidad radial del planeta ocurre cuando $\Gamma_C' + \Delta \Gamma' = 0$, lo cual implica que en el borde de la cavidad $\Gamma_C' \sim \Delta \Gamma'$. Por lo tanto, (por la Ec. 5.6) podemos deducir un orden de magnitud de la tasa de migración del planeta en la vecindad del punto donde se revierte la migración (al exterior), siendo

$$\dot{r}_p \sim \frac{\Gamma^{Tanaka}}{(M_p \Omega_p r_p)}.$$
(5.10)

Sustituyendo la Ec. 5.2 y haciendo $r_g=r_p$ en la ecuación de arriba, se obtiene

$$\dot{r}_p \sim 10^{-5} \left(\frac{\Phi_i}{10^{40} \mathrm{s}^{-1}}\right)^{1/2} \left(\frac{\alpha}{10^{-2}}\right)^{-1} \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right) q h^{-2} \mathrm{UA} \cdot \tilde{\mathrm{ano}}^{-1},$$
 (5.11)

donde la dependencia de la tasa de fotones ionizantes Φ_i viene de la expresión del flujo fotoevaporativo \mathcal{F}_0 (Ec. 4.12). Se ha eliminado la dependencia radial por ser $r_g \approx 9M/M_{\odot}$, siendo M la masa del objeto central.

Por otra parte, podemos parametrizar el borde externo mediante la densidad promedio entre el mínimo y el máximo local del perfil de densidad. Entonces, el borde de la cavidad lo podemos aproximar mediante la media aritmética entre el máximo y el mínimo local de densidad superficial, es decir,

$$\overline{\Sigma}' \approx \frac{\Sigma_{max} + \Sigma_{min}}{2}.$$
(5.12)

Con lo anterior, el borde externo de la cavidad (que avanza radialmente con el tiempo) se expresa como

$$r' = r'(\overline{\Sigma}'). \tag{5.13}$$

Finalmente la velocidad del borde queda definida como

$$\dot{r}' = \frac{\mathrm{d}(r'(\overline{\Sigma'}))}{\mathrm{d}t}.$$
(5.14)

Ahora, con el propósito de obtener una trampa para protoplanetas en el borde de la cavidad, la velocidad de expansión del borde debe ser del orden de magnitud que la velocidad del planeta (al exterior), es decir,

$$r' \sim r_p. \tag{5.15}$$

De otra forma el protoplaneta no alcanza a "ver" el borde externo de la cavidad y no puede ser atrapado, y está solo temporalmente arrastrado.

5.3.1. Caso estrellas M activas

Además de su importancia astronómica (por ser las más numerosas), las estrellas tipo M son de gran importancia astrobiológica (Segura et al. 2005; Scalo et al. 2007), y presentan gran actividad cromosférica en forma de ráfagas (Hawley et al. 2003). La emisión del continuo de este tipo estelar no proporciona gran cantidad de fotones EUV ionizantes, mientras que su actividad cromosférica sí. Este tipo estelar presenta un disco circunestelar con un tiempo de vida del orden de 10^7 años (Plavchan et al. 2005), es decir, es comparable al tiempo de vida del disco de estrellas tipo T Tauri.

Aplicando la prescripción de trampa (ver sección 4.1), la tasa de fotones ionizantes de estrellas M activas se obtiene a partir del flujo de fotones ionizantes detectados F_D . Por referencia a este tipo de estrellas cromosféricamente activas se extrapola el flujo EUV de AD Leonis (M3.5V de $0.4M_{\odot}$) como $F_D \sim 10^{-17} \text{Wcm}^{-2} \mu \text{m}^{-1}$ a una distancia $R_D \sim 4.7 \text{pc}$, entonces la luminosidad $L_{EUV} \sim 2.4 \times 10^{28} \text{erg} \text{ s}^{-1}$. Por lo tanto, la tasa de fotones ionizantes $\Phi_i = L_{EUV}/13.6 eV \Rightarrow \Phi_i \sim 10^{39} \text{s}^{-1}$.

Para el caso de un planeta de $15M_{\oplus}$ embebido un disco circunestelar de una estrella como AD Leonis, con una proporción del disco de H/r = 0.05 y parámetro de viscosidad $\alpha = 10^{-2}$, se obtiene (de la Ec. 5.11) una tasa de migración $\approx 5 \times 10^{-8}$ UA/año. Este comportamiento es de esperarse, ya que la densidad superficial al momento de la formación de la cavidad ($\Sigma_{cav} \sim \mathcal{F}_0 t_{vis}$) corresponde a $\sim 10^{-4} M_{\oplus}/\text{UA}^{-2}$. Por otra parte, usando el hecho de que el borde de la cavidad se desplaza a 10^{-4} UA/año (obtenido de simulaciones hidrodinámicas), lo cual es cuatro órdenes de magnitud mayor que la tasa de migración por parte del planeta. Sin embargo, como el disco externo tiene un tiempo de vida de 10^6 años (Ruden 2004), entonces el planeta es arrastrado 10^{-2} UA al exterior del disco. Por lo tanto, se concluye que el planeta "ve" pasar el borde de la cavidad hacia fuera, ya que las velocidades relativas no permiten un atrapamiento. En este sentido, Masset et al. (2006) afirman que tanto la velocidad del borde externo de la cavidad debe ser del orden de la velocidad del planeta para que se de dicho atrapamiento.

90

5.3.2. Caso estrellas T Tauri

Para el caso de un planeta de $15M_{\oplus}$ embebido un disco circunestelar de una estrella tipo T Tauri con una tasa de fotones ionizantes de $\Phi_i = 10^{40} - 10^{42} \text{s}^{-1}$, con una proporción del disco de H/r = 0.05 y parámetro de viscosidad $\alpha = 10^{-2}$, se obtiene (de la Ec. 5.11) una tasa de migración de $\approx 10^{-7}$ UA/año y de $\approx 10^{-6}$ UA/año para la tasa de fotones ionizantes menor y mayor, respectivamente. Este comportamiento es de esperarse, ya que la densidad superficial al momento de la formación de la cavidad ($\Sigma_{cav} \sim \mathcal{F}_0 t_{vis}$) corresponde a $10^{-4}M_{\oplus}/\text{UA}^{-2}$ y $10^{-3}M_{\oplus}/\text{UA}^{-2}$, respectivamente.

De igual manera (como en estrellas tipo M), usamos el hecho de que el borde de la cavidad se desplaza a 10^{-4} UA/año (obtenido de simulaciones hidrodinámicas), lo cual es 3-4 órdenes de magnitud mayor que la tasa de migración por parte del planeta. Por lo tanto, el estudio analítico y las simulaciones están de acuerdo.

Por otra parte, si colocáramos al mismo planeta en un disco expuesto solamente a radiación fotosférica estelar ionizante (emitida por estrella de Masa Solar) el cual es del órden de 10^{36} s⁻¹, entonces se obtiene una tasa de migración planetaria (al tiempo de formación de la cavidad) del orden de 10^{-10} UA/año, es decir, 6 órdenes de magnitud menor que la velocidad del borde de la cavidad. Por lo tanto el arrastre del planeta se hace mas lento que en el caso con emisión típica de las T Tauri, es decir, es arrastrado al exterior del disco a una distancia 3 órdenes de magnitud menor, recorriendo una distancia de 10^{-4} UA. 92

Capítulo 6

Conclusiones

Al implementar la fotoevaporación prescrita por Hollenbach et al. (1994) en el código hidrodinámico FARGO para migración planetaria:

- Se observa un decremento de 2 órdenes de magnitud de densidad superficial en el radio gravitacional al tiempo de la formación de la cavidad, comparado con la densidad superficial inicial, la cual es típica de discos protoplanetarios análogos a la Masa Mínima de la Nebulosa Solar.
- Una vez formada la cavidad, se observa un desplazamiento de su borde de 10^{-4} UA/año (en todos los casos) hacia afuera.
- Se observa que la tasa de migración por interacción disco-planeta se vuelve relevante a tiempos mucho menores que el tiempo de formación de la cavidad.
- No se observa un aumento significativo en el semieje mayor del planeta (soltado inicialmente a 16 UA) durante la formación y desplazamiento de la cavidad. Por lo tanto, no se produce una trampa para protoplanetas.
- La tasa de migración del planeta al tiempo de formación de la cavidad es de 10⁻⁷ - 10⁻⁸ UA/año. Por lo tanto, el borde de la cavidad viaja a una velocidad 3-4 órdenes de magnitud mayor que el protoplaneta.
- En los casos de planetas reiniciados a 12, 13, 13.5, 15 y 17.5 UA, se produce un frenado en la velocidad del planeta, y posteriormente un aumento de su semieje mayor. Los planetas no son atrapados alrededor de un punto estable, sino levemente arrastrados hacia el exterior, a una velocidad del orden de 10⁻⁷ UA/año. Se observa que el máximo de la tasa de migración del planeta aumenta radialmente, este comportamiento es de acuerdo con la cantidad de gas observado en el perfil de densidad superficial radial del borde externo (aumentando radialmente).
- Nótese que Ruden (2004) estima que la edad del disco externo es del orden del tiempo de formación de la cavidad. Ahora, ya que en estas

simulaciones el tiempo de formación de la cavidad es de 10⁶ años, en este sentido, podemos estimar que la migración de los planetas arrastrados al exterior se restringe a ~ 10^{-1} UA.

Al tratar analíticamente la migración planetaria durante la formación de la cavidad:

- Se obtienen tasas de migración planetaria del orden de 10⁻⁸ UA/año y 10⁻⁷-10⁻⁶ UA/año, para planetas embebidos en discos de estrellas M y T Tauri, respectivamente.
- Ahora, usando el hecho de que la velocidad del borde de la cavidad es 10^{-4} UA/año, se estima una velocidad relativa de interacción entre el borde y el planeta de 4 y 3-2 ordenes de magnitud, para planetas embebidos en discos de estrellas M y T Tauri, respectivamente, es decir, su velocidad relativa no permite atrapar el planeta en el borde de la cavidad, alrededor de un punto estable fijo. Por lo tanto, la migración al exterior (torca positiva) es de 2 a 4 órdenes de magnitud menor que el ancho del borde, el cual podemos en primera aproximación igualar a su radio $r_g \approx 10$ UA. Esto implica que a lo máximo el planeta es arrastrado hacia afuera de 0.1 UA.

Apéndice A

A.1. Códigos de malla

Los códigos de malla pueden adoptar una geometría de acuerdo al problema astrofísico en cuestión, por ejemplo, FARGO adopta un disco expresado en coordenadas cilíndricas $(r, \phi, z = 0)$, en donde se describen las cantidades físicas del gas. De acuerdo a las condiciones del problema, la malla puede ser reflectante o rígida, no reflectante y abierta. Generalmente los códigos de malla tienen su centro de masa centrado en la masa central (todos los códigos de malla para interacción disco-planeta) que proporciona el potencial gravitacional principal. Para códigos 2D en coordenadas cilíndricas, la malla se forma a partir del número de componentes radiales N_r y azimutales N_{ϕ} (caso de FARGO), que forman $N_r \times N_{\phi}$ celdas, donde el área de cada celda se aproxima a d $r \times r d\phi$. Se pueden usar muchos procesadores (implementación MPI) para compartir el área total de la malla entre el número de procesadores que comunican información entre si. Una condición muy importante en este tipo de códigos es la condición numérica de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL), que consiste en que la información no debe viajar mas de una celda de la malla por paso temporal. El número de Courant es la razón entre el camino recorrido por el flujo y el tamaño de la celda, debe ser menor a 1 para que se cumpla la condición CFL. La violación de la condición CFL lleva a una inestabilidad del código.

A.2. Código FARGO

FARGO¹ esta basado en el código hidrodinámico ZEUS (Stone & Norman 1992), el termino FARGO debe su nombre a las palabras inglesas "Fast Advection in Rotating Gaseous Objects" (Masset, 2000). La descripción general es la siguiente:

1. Resuelve las ecuaciones de Navier-Stokes y de continuidad para un disco kepleriano sujeto a la gravedad del objeto central y embebido de protoplanetas.

¹http://fargo.in2p3.fr

- 2. El disco sigue el comportamiento de la ecuación de estado en su forma isotérmica, con un perfil radial de temperatura (o velocidad del sonido).
- 3. El hidrocódigo utiliza una malla 2D en coordenadas polares.
- 4. Usa el algoritmo van Leer en malla escalonada.
- 5. Puede usar un número arbitrario de planetas.
- 6. El código puede ser corrido usando ya sea el algoritmo FARGO o con la técnica de advección estándar, para comparar el propósito. La advección rápida aumenta un orden de magnitud el paso temporal, haciendo mas rápido los cálculos.
- 7. Permite aumentar el paso temporal impuesto para discos que rotan rápidamente en sus regiones interiores, permitiendo rotar a las celdas a la velocidad kepleriana que les corresponde y comunicando los resultados al final de cada paso temporal. Usa un número de Courant de 0.5.
- 8. El marco es no inercial y centrado en la primaria, es decir, el centro de la malla se encuentra en la masa primaria (estrella), lo cual implica una aceleración de arrastre adicional que se incluye mediante un término adicional del potencial llamado término indirecto.
- El tensor de estres viscoso es implementado en la ecuación de Navier-Stokes. Se usa una viscosidad artificial de segundo orden (según ecuaciones 33 y 34 de Stone & Norman 1992).
- 10. El código está paralelizado con OpenMP y MPI. El sistema de referencia puede ser no-rotante, rotando a una velocidad angular fija, o co-rotando con el planeta o con su centro guiador.
- 11. La corrida puede ser detenida (o matada) y reiniciada a partir de la última salida.
- 12. El disco no es autogravitante.

Apéndice B

Fotoevaporación en FARGO

Se implementa la prescripción de fotoevaporación de Hollenbach et al. (1994) en el código hidrodinámico FARGO para migración planetaria (Masset 2000). Se asume que la estrella pre-secuencia principal tiene un viento estelar débil.

// Photoevaporation.c

```
#include fargo.h
real FluxByWind(r)
     real r;
{
  real fluxbywind;
  if (r < RG) fluxbywind=0;</pre>
  if (r >= RG ){
     fluxbywind=RGFLUX*pow(r/RG,-2.5);
  }
  return fluxbywind;
}
void Photoeva(Rho,dt)
PolarGrid *Rho;
real dt;
{
  int i,j,l,ns;
  real *density, den=RGFLUX;
  density = Rho->Field;
  ns = Rho->Nsec;
  for (i = 0; i <= NRAD-1; i++){</pre>
```

```
for (j = 0; j <= NSEC-1; j++){
    l = j+ns*i;
    if (density[1] <= den) density[1]=den;
    else if (density[1]<= dt*FluxByWind(Rmed[i])) density[1]=den;
    else density[1]=density[1]-dt*FluxByWind(Rmed[i]);
    }
}</pre>
```

98

Bibliografía

- Adams, F. C., Hollenbach, D., Laughlin, G., & Gorti, U. 2004, ApJ, 611, 360
- [2] Alexander, R. D. 2008, MNRAS, 391, L64
- [3] André, P. 1993, The Cold Universe, XXVIIIth Rencontre de Moriond, Ed.Montmerle et al., 179
- [4] Armitage, P. J. 2007, eprint arXiv:astro-ph/0701485
- [5] Artymowicz, P. 1993, ApJ 419, 155
- [6] Balbus, S. A., & Hawley, J. F. 1991, ApJ, 376, 214
- [7] Balbus, S. A., & Hawley, J. F. 1998, Reviews of Modern Physics 70, 1
- [8] Bally, J., O'Dell, C. R., & McCaughrean, M. J. 2000, ApJ 119, 2919
- [9] Baraffe, I., Chabrier, G., Barman, T. S., Allard, F., & Hauschildt, P. H. 2003, A&A, 402, 701
- [10] Bertout, C., Basri, G., & Bouvier, J. 1988, ApJ, 330, 350
- [11] Clarke, C. J., Gendrin, A., & Sotomayor, M. 2001, MNRAS 328, 485
- [12] Cockell, C. S. 1999, Planetary and Space Science, 47, 1487
- [13] Coffey, D., Bacciotti, F., Woitas, J., Ray, T. P., & Eisloffel, J. 2004, ApJ, 604, 758
- [14] Cox, A. N. (ed.), 2000, Alen's Astrophysical Quantities. AIP Press, New York
- [15] Dzyurkevich, N., Flock, M., Turner, N. J., & Henning, T. 2010, A&A, 515, A70
- [16] Ercolano, B., & Owen, J. E. 2010, MNRAS, 406, 1553
- [17] Errico, L., Lamzin, S. A., Vittone, A. A. 2001, A&A, 377, 557
- [18] Ferreira, J., & Pelletier, G. 1995, A&A, 295, 807

- [19] Fogg, M. J., & Nelson, R. P. 2007, A&A, 461, 1195
- [20] Ford, E. B., Havlickova, M., & Rasio, F. A. 2001, Icarus 150, 603
- [21] Gammie, C. F. 1996, ApJ, 457, 355
- [22] Glassgold, A. E., Najita, J., & Igea, J., 1997, ApJ, 480, 344
- [23] Goldreich & Tremaine 1979, ApJ, 233, 857
- [24] Goldreich, P., & Ward, W. R. 1973, ApJ, 183, 1051
- [25] Hartmann, L., Calvet, N., Gullbring, E., & D'Alessio, P. 1998, ApJ, 495, 385
- [26] Hartmann, L, Hewett, R, & Calvet, N 1994, ApJ, 426, 669
- [27] Hawley, S. L., Allred, J. C., Johns-Krull, C. M., Fisher, G. H., Abbett, W. P., Alekseev, I., Avgoloupis, S. I., Deustua, S. E., Gunn, A., Seiradakis, J. H., Sirk, M. M., & Valenti, J. A. 2003, ApJ, 597, 535
- [28] Herbst, W., Bailer-Jones, C. A. L., Mundt, R., Meisenheimer, K., & Wackermann, R. 2002, A, 396, 513
- [29] Herbst, W., Eislöffel, J., Mundt, R., & Scholz, A. 2007, Protostars and Planets V, 297
- [30] Hollenbach, D., Johnstone, D., Lizano, S., & Shu, Frank 1994, ApJ, 428, 654
- [31] Johnstone, D., Hollenbach, D., & Bally, J. 1998, ApJ, 499, 758
- [32] Köenigl, A. 1991, ApJL, 370, L39
- [33] Lagrange, A.-M., Bonnefoy, M., Chauvin, G., Apai, D., Ehrenreich, D., Boccaletti, A., Gratadour, D., Rouan, D., Mouillet, D., Lacour, S., & Kasper, M. 2010, Science, 329, 57
- [34] Lamm, M. H., Bailer-Jones, C. A. L., Mundt, R, Herbst, W., & Scholz, A. 2004, A&A, 417, 557
- [35] Liffman, K. 2003, PASA, 20, 337
- [36] Lin, D. N. C., & Papaloizou, J. 1986, ApJ, 309, 846
- [37] Lynden-Bell, D., & Pringle, J. 1974, MNRAS, 168, 603
- [38] Lodders, K. 2003, ApJ, 591, 1220
- [39] Maeder, A., & Meynet, G. 1987, A&A, 182, 243
- [40] Malhotra, R. 1995, AJ, 110, 420

- [41] Mann, R. T., & Williams, J. P. 2010, ApJ, 725, 430
- [42] Masset, F. 2000, A&A, 141, 165
- [43] Masset, F. 2008, EAS Publications Series, 29, 165
- [44] Masset, F. S., Morbidelli, A., Crida, A., & Ferreira, J. 2006, ApJ, 642, 478
- [45] Masset, F. S., & Papaloizou, J. C. B. 2003, ApJ, 588, 494
- [46] Matsuyama, I., Johnstone, D., & Hartmann, Lee 2003, ApJ, 582, 893
- [47] Meyer-Vernet, N. and Sicardy, B. 1987, Icarus 69, 157
- [48] Morbidelli, A., Chambers, J., Lunine, J. I., Petit, J. M., Robert, F., Valsecchi, G. B., & Cyr, K. E. 2000, Meteoritics & Planetary Science, 35, 1309
- [49] Najita, J. R., Doppmann, G. W., Bitner, M. A., Richter, M. J., Lacy, J. H., Jaffe, D. T., Carr, J. S., Meijerink, R., Blake, G. A., Herczeg, G. J., & Glassgold, A. E. 2009, ApJ, 697, 957
- [50] Papaloizou J. C. B. & Larwood J. D. 2000, MNRAS, 315, 823
- [51] Papaloizou, J. C. B., Nelson, R. P., Kley, W., Masset, F. S., & Artymowicz, P. 2007, Protostars and Planets V, 951, 655
- [52] Parker, E. N. 1963, Interplanetary Dynamical Processes (New York : John Wiley Sons)
- [53] Pascucci, I., & Sterzik, M. 2009, ApJ, 702, 724
- [54] Pesenti, N., Dougados, C., Cabrit, S., Ferreira, J., Casse, F., Garcia, P., & O'Brien, D. 2004, A&A, 416, L9
- [55] Planck, M. 1901, Annalen der Physik, 4, 553
- [56] Plavchan, P., Jura, M., & Lipscy, S. J. 2005, ApJ, 631, 1161
- [57] Pringle, J. E. 1981, Annual Review of Astronomy and Astrophysics, 19, 137
- [58] Raymond, S. N., Mandell, A. M., & Sigurdsson, S. 2006, Science, 313, 1413
- [59] Rice, W. K. M., & Armitage, Philip J. 2009, MNRAS, 396, 2228
- [60] Rodríquez-Ledesma, M. V., Mundt, R., & Eislöffel, J. 2009, AA 502, 883
- [61] Ruden, Steven P. 2004, ApJ, 605, 880
- [62] Scalo, J., Kaltenegger, L., Segura, A., Fridlund, M., Ribas, I., Kulikov, Y. N., Grenfell, J. L., Rauer, H., Odert, P., Leitzinger, M., Selsis, F., Khodachenko, M. L., Eiroa, C., Kasting, J., & Lammer, H. 2007, Astrobiology, 7, 85

- [63] Segura, A., Kasting, J. F., Meadows, V., Cohen, M., Scalo, J., Crisp, D., Butler, R. A. H., & Tinetti, G. 2005, Astrobiology, 5, 706
- [64] Shakura, N. I., & Sunyaev, R. A. 1973, A&A, 24, 337
- [65] Shu, F. H. 1991, Physics of Astrophysics : Gas Dynamics (Mill Valley, CA : Univ. Science Books)
- [66] Shu, F. H., Johnstone, D., & Hollenbach, D. 1993, Icarus, 106, 92
- [67] Sicilia-Aguilar, A., Henning, T, Dullemond, C. P., Patel, N., Juhász, A, Bouwman, J., & Sturm, B. 2011, ApJ in press, 2011arXiv1108.5258S
- [68] Simón-Diaz, S., & Stasińska, G. 2008, MNRAS, 389, 1009
- [69] Skrutskie, M. F., Dutkevitch, D., Strom, S. E., Edwards, S., Strom, K, M., & Shure, M. A. 1990, AJ, 99, 1187
- [70] Stone, J. M., Hawley, J. F., Gammie, C. F., & Balbus, S. A. 1996, ApJ, 463, 656
- [71] Stone, J. M., & Norman, M. L. 1992, The Astrophysical Journal Supplement Series, 80, 753
- [72] Strom, K, M., Strom, S. E., Edwards, S., Cabrit, S., & Skrutskie, M. F. 1989, AJ, 97, 1451
- [73] Tanaka, Hi., Takeuchi, T., & Ward, W. 2002, ApJ, 565, 1257
- [74] Toomre, A. 1969, ApJ, 158, 899
- [75] Umebayashi 1983, Progress of Theoretical Physics, 69, 480
- [76] Umebayashi & Nakano 1981, PASJ, 33, 617
- [77] Varnière, P., & Tagger, M. 2006, A&A, 446, L13
- [78] Ward, W. R. 1997, Icarus, 126, 261
- [79] Weidenschilling, S. J. 1977, Astrophysics and Space Science, 51, 153
- [80] Youdin, A. N., & Shu, F. H. 2002, ApJ, 580, 494