



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

ANÁLISIS TERMODINÁMICO
EXPERIMENTAL DEL MAGNETISMO:
GADOLINIO

T E S I S

PRESENTADA POR

ERIKA MUÑOZ TORRES

PARA OBTENER EL TÍTULO

FÍSICO

TUTOR

DR. MARCOS LEY KOO



CIUDAD UNIVERSITARIA, MÉXICO D.F.

SEPTIEMBRE 2011



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Jurado asignado:

Presidente: Dr. Luis Felipe del Castillo Dávila
Primer vocal: Dr. Julio Javier Martinell Benito
Secretario: Dr. Marcos Ley Koo
Segundo vocal: Fis. Raúl Espejel Paz
Tercer vocal: Dr. Enrique Camarillo García

Agradecimientos

Agradezco a mis padres por patrocinar este trabajo, así como toda mi educación.

Quiero agradecer al Dr. Luis Felipe del Castillo Dávila, Dr. Julio Martinell Benito, Dr. Marcos Ley Koo, Fis Raúl Espejel Paz, Dr. Enrique Camarillo García por tomarse el tiempo revisar mi trabajo y por sus comentarios. Al Dr. Bernardo Hernández Morales por sus comentarios y ayuda en la conclusión de este trabajo.

Agradezco a José Luis Avendaño Nandez por su apoyo, sin el cual este trabajo no hubiera sido posible.

Agradezco a mi hermano Eduardo Muñoz Torres por su apoyo siempre.

A mis amigos, Erick, Marco, Haydée, Daniela, Esteban, Joel, Omar, Maricruz, Luis Eduardo, Luis Félipe, Fabiola y toda la banda de la prepa, por su apoyo, con quienes pase muy buenos momentos.

Agradezco a la Universidad Nacional Autónoma de México por permitirme formar parte de ella.

A mi abuelita Luisa F. Pedro León

A mi tío José M. Muñoz Pedro †.

Índice general

Resumen	3
1. Introducción	6
1.1. Objetivos	13
1.2. Objetivo General	13
1.3. Objetivos particulares	13
1.4. Hipótesis	14
2. Sólido paramagnético	15
2.1. Transición ferromagnética desde un enfoque microscópico.	27
2.1.1. Modelo de Ising. Hipótesis del campo medio.	28
3. Magnetismo	33
3.1. Conceptos de electromagnetismo	33
3.1.1. Ley de Biot-Savart	34
3.1.2. Ley de Ampère	35
3.1.3. Ley de inducción de Faraday	37
3.1.4. Inductancia	37
3.2. Solenoides	38
3.2.1. Campo magnético generado por un solenoide	38
3.2.2. El campo magnético fuera del solenoide	41
3.3. Transformadores	42
3.4. Magnetismo en la Materia	45
3.4.1. El Campo magnético dentro de la materia (Vector de magnetización e intensidad de campo magnético)	45
3.4.2. Ley de Ampere en medios materiales	47

3.4.3. Susceptibilidad magnética y permeabilidad. Clasificación de Sustancias Magnéticas.	47
4. Metodología	49
4.1. Antecedentes	49
4.2. Arreglo experimental	51
4.2.1. Sistema: Selección de la sustancia paramagnética	51
4.2.2. Diseño del transformador: Dispositivo de medición de la magnetización	52
4.2.3. Caracterización del transformador	53
4.3. Diseño del control de temperatura	54
4.3.1. Calibración del transformador: respuesta de las bobinas a la temperatura	56
4.3.2. Procedimiento experimental: operación	57
5. Resultados	58
5.0.3. Caracterización del transformador	58
5.0.4. Calibración del transformador	58
5.1. Resultados experimentales: operación	58
5.2. Análisis de datos experimentales y Discusión	60
6. Conclusiones	65

Índice de figuras

1.1. Dominios de un material Ferromagnético. Cuando se aplica un campo externo \mathbf{B}_0 , los momentos magnéticos atómicos tienden a alinearse con el campo, lo cual produce una muestra magnetizada.	9
1.2. Orientación aleatoria de momentos magnéticos en una sustancia desmagnetizada. Los dominios se cancelan unos con otros, provocando que el momento magnético neto sea cero.	9
2.1. Gráfica de transición de estado magnético. Se grafica la ecuación de estado térmica para el paramagneto, la superficie termodinámica está dada por $M/C = H/T$	18
2.2. Sobre el eje de las coordenadas se han graficado dos funciones, $g(m) = L(\alpha m)$ y $f(m) = m$. Para un valor grande de α hay tres posibles valores de m	22
2.3. Al aumentar la temperatura el parámetro α disminuye y las dos raíces diferentes de cero se acercan al valor $m = 0$	23
2.4. A la temperatura de Curie las tres raíces son iguales, esto sucede para $\alpha = 3$	23
2.5. Se muestra el ciclo de histéresis a temperatura $T < T_c$ fija, el ciclo ocurre cuando el material sensible al campo magnético tiene una respuesta que depende del proceso mediante el cual llegó a ese estado.	26
3.1. Líneas de campo magnético de un solenoide	39
3.2. Vista transversal de un solenoide ideal, en donde el campo magnético interior es uniforme y el campo externo es cero. La ley de Ampère aplicada a la trayectoria abcd discontinua puede utilizarse para calcular la magnitud del campo interior.	40

4.1.	Diagrama del dispositivo experimental.	53
4.2.	Diagrama eléctrico del dispositivo experimental.	54
4.3.	Primer diseño para modificar la temperatura al núcleo. Ambos solenoides sumergidos en un baño térmico de anticongelante	55
4.4.	Únicamente el núcleo sumergido en un baño térmico de anticongelante. Se muestra el termopar tipo K en líneas discontinuas sobre la muestra. .	55
4.5.	Diagrama del sistema de enfriamiento, mediante el cual se recircula el anticongelante del enfriador Lauda K4R al interior de los solenoides. . .	56
5.1.	Calibración de los solenoides a diferente temperatura. Se observa que la respuesta de los solenoides sin núcleo a la temperatura es lineal y casi una constante.	59
5.2.	Gráfica I de Coexistencia del Gadolinio. Se muestran los datos experimentales en puntos y en líneas discontinuas la función de ajuste(5.4). Recuérdese que cada punto representa un promedio de los valores medidos. Se observa un comportamiento continuo hasta un punto en donde hay una discontinuidad y aumenta la dispersión, lo cual puede deberse a un estado metaestable. $\alpha = 0.0068$, $\beta = 290.55$ y $\gamma = 1.105$. Se observa un cambio en la curvatura de la gráfica en $T = 290.55$ correspondiente a la temperatura de Curie, en donde pasa de un estado paramagnético a ferromagnético.	61
5.3.	Gráfica IV de Coexistencia del Gadolinio. Se muestran los datos experimentales en puntos y en líneas discontinuas la función de ajuste(5.4). Se observa una dispersión de datos constante. Se observan puntos aislados debido al tiempo de reacción de los aparatos. Para temperaturas bajas se observa una segunda curva debida a transiciones secundarias, de acuerdo a Fisher[2]. $\alpha = 0.004$, $\beta = 288.75$ y $\gamma = 2.5$	62

Resumen

De acuerdo a la teoría de Ising y a la aproximación del campo medio la transición de fase ferromagnética es descrita como una función cotangente hiperbólica. De acuerdo a las las mediciones obtenidas en los experimentos realizados, se ajustó una función cotangente hiperbólica que describe el comportamiento de una sustancia, gadolinio, al pasar de fase paramagnética a ferromagnética.

Se construyó un transformador con dos solenoides devanados con alambre de cobre calibre 24 sobre tubos de sobre tubos de vidrio Pyrex y Borosilicato, de diámetros $r_1 = (1.9 \pm 0.05)\text{cm}$ y $r_2 = (1.6 \pm 0.05)\text{cm}$, el primario con $N_1 = 400$ vueltas y el secundario con $N_2 = 200$ vueltas. Se colocaron ambas bobinas concéntricas. Se colocó un núcleo de gadolinio, en forma de virutas, con pureza de 99.9% encapsuladas al vacío, en un tubo de radio $r = (0.5 \pm 0.05)\text{cm}$ y de longitud $L = (15.0 \pm 0.5)\text{cm}$, de forma concéntrica.

Se alimentó el arreglo con un generador de funciones del fabricante Stanford Research Systems modelo DS345, una señal sinusoidal de frecuencia de $\nu_B = (10 \pm 0.5)$ Hz con una amplitud de $V_1 = (2 \pm 0.05)\text{V}$ ¹.

Se midió el voltaje en el secundario, V_2 utilizando un multímetro AGILENT U1252A conectado en paralelo. La señal de alimentación $V_1 = 2.0 \sin(2\pi\nu t)$. Se colocó una resistencia de $R = 10 \text{ K}\Omega$ ya que se está utilizando una bobina, para evitar que las corrientes eléctricas provenientes de la bobina regresen por el circuito eléctrico y entren al generador de funciones.

Se modificó la temperatura del núcleo inyectando anticongelante al espacio entre el núcleo y el solenoide secundario. desde una temperatura $T_i = (313.15 \pm 0.5)\text{K}$, hasta $T_f = (253.15 \pm 0.5)\text{K}$. El anticongelante fue enfriado previamente en un circulador de agua Lauda K4R y recirculado a la muestra por medio de una bomba mecánica de fuente.

¹Se verificó la señal utilizando un osciloscopio Tektronix TDS220

Fue necesario calibrar el transformador sin núcleo, alimentado con la señal V_1 , mientras se modificó la temperatura del espacio interior del solenoide secundario, para restar la contribución debida a la respuesta de las bobinas a la temperatura.

Inicialmente se programó in PIC 16F84 para automatizar la medición de la temperatura, T , y del potencial, V_2 , pero debido a la falta de precisión en la medición del potencial, se utilizó la interfaz de los multímetros AGILENT U1252A. Tomando un tiempo de muestreo de 4s.

Se escribió un código en C++ para ajustar los datos experimentales de la calibración² de los solenoides utilizados. Se ajusto por el método de mínimos cuadrados la función $V = (6.75581x10^{-6} \pm 6.81376x10^{-9})T + (0.0425941 \pm 0.000191976x10^{-6})$, La cual representa la respuesta del transformador a la temperatura.

La medición de la temperatura y potencial eléctrico se realizó con dos multímetros AGILENT U1252A, para medir cada variable de forma independiente. Ambos fueron conectados a una computadora utilizando la interfaz del multímetro, por lo que fue necesario escribir un programa en C++ para tener un archivo de potencial eléctrico y temperatura a partir de los archivos de potencial electrico-tiempo y temperatura-tiempo. Se realizaron mediciones cada cuatro segundos. Una vez que se empataron los archivos, se realizó otro programa para hacer un promedio de los valores obtenidos de potencial eléctrico para cada temperatura.

La función de ajuste a los datos experimentales tiene la forma

$$V_1 = \alpha \left(-\frac{1}{\tanh(T - \beta)} + \frac{1}{T - \beta} + \gamma \right).$$

Los coeficientes α y γ en la ecuación (5.4) son diferentes entre sí debido a que el gadolinio es un material ferromagnético blando por lo que al realizar una vez tras otra el experimento la curva de respuesta se verá desplazada, pero siempre será la una respuesta semajantemisma respuesta.

Se obtuvo el valor para la temperatura de Curie haciendo un promedio de todas las temperaturas obtenidas para cada experimento. Se observó una temperatura de Curie $T_c = 289.45 \pm 0.6$. De acuerdo a Dan'kov, Tishin et. al.[4] la temperatura de Curie depende fuertemente de la pureza y del grado de cristalización del material que se utilizó.

Se ha mostrado la temperatura de Curie del Gadolinio, esta temperatura fue encontrada a través de la respuesta, al cambio de susceptibilidad magnética del núcleo

²con V_1 y variando la temperatura de 250 K a 320K

de gadolinio, de dos solenoides colocados concéntricamente al núcleo. No se midió directamente la susceptibilidad magnética del gadolinio, se midió el potencial secundario, el cual, por el arreglo experimental, es una medida de la magnetización, la cual es proporcional a la susceptibilidad magnética.

Se observó una temperatura de Curie $T_c = (289.45 \pm 0.6)K$, de acuerdo a diferentes autores el valor de la temperatura de Curie varia de 317 K([7] Servay 1992) hasta 293 K ([8] Ashcroft 1976) and Mermin 1976, [9] Wikes 1973) y 290K ([10] von Ardenne 1973.) hasta 289 K ([11] Kittel 1956, [5] Legwold 1953, [12] Flippen 1963) y 290.1 K ([3] Lewowski y Woźniak 1997).

Capítulo 1

Introducción

La materia que nos rodea la podemos encontrar, comunmente, en alguna de las siguientes tres fases: sólida, líquida o gaseosa. Entre dichas fases ocurren cambios, como la fusión, la evaporación, la condensación, etc. Para un observador es familiar que en una sola fase hay sustancias que tienen cambios entre dos o más formas posibles. Por ejemplo, el carbono existe como grafito, diamante, carbono amorfo, entre otras, a temperatura ambiente. El agua sólida, el hielo, presenta por lo menos ocho variedades diferentes, y así, existen otros sólidos con propiedades similares. La transición entre una forma y otra en un sólido se llama transformación alotrópica. En los líquidos como el Helio IV, existen por lo menos dos formas diferentes, el líquido normal y el superfluido caracterizados por propiedades dinámicas completamente diferentes. Estos y otros fenómenos como la superconductividad, la ferroelectricidad, el ferromagnetismo y antiferromagnetismo se denominan transiciones de fase. En estas transiciones al variar un parámetro termodinámico adecuado, se alcanza un punto en el cual se anula la diferencia entre las dos o más fases que originalmente coexistían en equilibrio. Estos puntos son los puntos críticos, de los cuales el más conocido es el que diferencia la fase líquida y gaseosa de un fluido, como el del agua que hierve, esto es, el punto que marca la región en el plano P-V, el plano de Presión-Volumen, de un fluido en el que las fases líquida y gaseosa son indistinguibles y sólo existe lo que llamaremos la fase fluida.

La termodinámica incluye el estudio de las transiciones de fase, como ejemplo clásico en la literatura, se describe la transición líquido-vapor en un fluido. Algunas veces se mencionan las transiciones de fase en otro tipo de sistemas, como la miscible-no miscible en mezclas de fluidos, o la para-ferromagnética en sistemas magnéticos.

Hasta hace apenas unas décadas se pensaba que las transiciones de fase se podían clasificar con base en los cambios en determinadas variables termodinámicas como el volumen y la entropía o en sus derivadas al ocurrir la transición. Cuando se produce un cambio de entropía en las transiciones de fase más comunes que ocurren a temperatura constante, el término TdS , en donde T es la temperatura y S la entropía, implica que durante la transición hay una emisión o absorción de calor conocido como calor latente de transformación, así como un cambio en el volumen. A partir de la condición de equilibrio requerida por la termodinámica, esto es

$$G_i(T, P) = G_f(T, P) \quad (1.1)$$

en donde $G(T, P)$ es el potencial de Gibbs, también llamado energía libre de Gibbs para dos fases arbitrarias, inicial i y final f . Mediante la relación $dG = -SdT + VdP$ se pueden obtener las relaciones termodinámicas correspondientes a cada sistema particular que se desee tratar. Existen diferentes transiciones de fase y diferentes tipos de transiciones, usualmente se clasificaba, según Ehrenfest ¹, en primer y segundo orden de acuerdo al orden de las derivadas del potencial de Gibbs, que presentan una variación finita en el punto de transición de fase.

De forma paralela tenemos las transiciones de fase de orden-desorden de Landau², que no es una clasificación, sino más bien una teoría que introduce el concepto de parámetro de orden y expresa los potenciales termodinámicos como un desarrollo en series de potencias de dicho parámetro. El tipo de desarrollo y la característica física del parámetro de orden depende de la naturaleza de la transición en el sistema. Para el caso de la transición ferromagnética el parámetro de orden es la magnetización. Es posible establecer una correspondencia entre las transiciones de fase de orden-desorden de Landau y las transiciones de fase de primer y segundo orden de Ehrenfest. La teoría de Landau es una teoría fenomenológica, sin embargo proporciona una imagen física, conceptualmente enriquecedora de estos fenómenos.

Un primer intento de clasificar las transiciones de fase fue hecho por Tisza ³ y es aplicable a aquellas transformaciones en las que las discontinuidades consisten en valores infinitos de las derivadas de segundo orden de la función de Gibbs, dando el nombre de fenómenos críticos. Esta teoría es aplicable a las transiciones de orden-desorden, en

¹Para mayor claridad véase [21]

²Para una explicación véase [16]

³Véase [22]

particular en aleaciones, también al comienzo de la ferroelectricidad en materiales como la sal de la Rochelle y el titanato de Bario, así como en la aparición del ferromagnetismo, la aparición de la superfluidez en el Helio líquido y muchas otras.

Actualmente sabemos que la materia está formada por átomos. Estos tienen su estructura propia, pero para nuestros propósitos bastará con que los consideremos como núcleos cargados positivamente, alrededor de los cuales giran electrones cargados negativamente, de tal manera que los átomos como un todo son neutros en su estado natural. Los electrones al girar en sus órbitas producen un campo magnético semejante al de un imán, como sabemos por la teoría electromagnética y la ley de Ampère. Desde el punto de vista de sus propiedades magnéticas, podemos imaginar que los materiales están formados por pequeños "imanes" que si el material no manifiesta magnetización, necesariamente están orientados al azar. Cuando se somete un material a la acción de un campo magnético, pueden darse dos mecanismos, en el primero los imanes simplemente se alinean en la dirección del campo aplicado, como las brújulas en la Tierra. Este efecto se llama paramagnetismo y este alineamiento produce una resultante en la misma dirección del campo aplicado, dando como resultado que el material se comporte como un imán que es atraído en el sentido de ese campo. En el segundo mecanismo, llamado diamagnetismo, el material también se comporta como un imán, pero que se opone al campo que lo produce, siendo repelido por éste. Aquí el campo externo obliga a los imanes atómicos a precesar en la dirección del campo, generando un campo magnético. También podemos ahora entender el efecto de la temperatura en los fenómenos magnéticos, ya que los átomos están también sujetos a movimientos térmicos que se oponen a que se alineen en una cierta dirección.

Entender el ferromagnetismo es más difícil. Muchas teorías se han formulado tratando de explicar el fenómeno, pero algunas de ellas no tienen solución analítica o presentan un método matemático aproximado para resolver los modelos. Estos materiales presentan porciones que tienen magnetización completa y permanente, estas partes se llaman dominios magnéticos. Pierre Curie en 1907 se dió cuenta de que los materiales ferromagnéticos están formados por estos dominios, los cuales pueden orientarse de tal forma que el material no exhiba propiedades magnéticas. Con un campo magnético externo los dominios se pueden reorientar o crecer hasta formar un solo imán. Si es necesario llevar al material a otro estado debe hacerse bajo ciertas condiciones controladas de temperatura y campo magnético aplicado, siguiendo unas curvas que llamaremos curvas de histéresis.

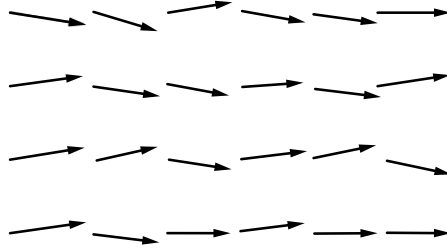


Figura 1.1: Dominios de un material Ferromagnético. Cuando se aplica un campo externo \mathbf{B}_0 , los momentos magnéticos atómicos tienden a alinearse con el campo, lo cual produce una muestra magnetizada.

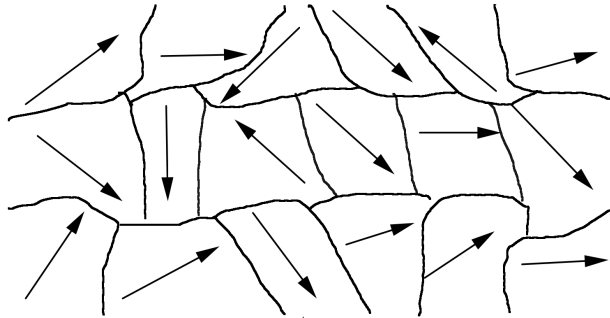


Figura 1.2: Orientación aleatoria de momentos magnéticos en una sustancia desmagnetizada. Los dominios se cancelan unos con otros, provocando que el momento magnético neto sea cero.

Para explicar la existencia de los dominios se puede pensar en pequeños imanes, pero que están formados por sus propios electrones, los cuales poseen un movimiento magnético intrínseco llamado espín. La acción conjunta de los espines dentro de un dominio obedece a la fuerza de intercambio que es de naturaleza cuántica y no tiene análogo en la física clásica.

Las propiedades térmicas de las sustancias magnéticas fueron estudiadas por Pierre Curie, quien estableció que la susceptibilidad magnética de las sustancias paramagnéticas depende del inverso de la temperatura. Encontró que en todos los ferromagnetos existía un descenso de la magnetización hasta que la temperatura llegaba a un valor crítico, llamada temperatura de Curie, T_c , en donde la magnetización se hace igual a cero. Por encima de la temperatura de Curie, los ferromagnetos se comportarán como sustancias paramagnéticas. También existen otros ordenamientos magnéticos, antiferromagnético y ferrimagnético.

P. E. Weiss supuso que las interacciones entre las moléculas magnéticas se podrían describir empíricamente, por lo que introdujo el campo molecular sin intentar describir leyes microscópicas. Este campo molecular actuaría sobre cada molécula como un campo externo y sería proporcional a la magnetización y al tipo de material. Su modelo condujo a la ley de Curie-Weiss, que obedecen los ferromagnetos. En esa época, existía un enigma experimental: ¿Por qué no es el Hierro espontáneamente ferromagnético? Weiss propuso que su campo molecular tenía diferentes direcciones en algunas partes del sólido. Esto fue probado por Barkhausen en 1919, quien por medio de amplificadores electrónicos detectó los "clicks" cuando un campo externo obliga a los dominios de Weiss a alinearse. Este es un comportamiento que explica el fenómeno de histéresis. Medidas de la razón giromagnética en ferromagnetos probaron además que éste no es un magnetismo atómico o molecular, sino que sólo el espín electrónico participa de él.

A pesar de la sencillez matemática de los argumentos de Lorentz y Langevin para aplicar la teoría electromagnética a nivel microscópico, resultó inevitable reconocer que a la escala atómica había algo nuevo y diferente, que hacía falta una nueva teoría para explicar el mundo ferromagnético a escala microscópica. De acuerdo al teorema de Bohr-Van Leeuwen, la mecánica estadística clásica de las partículas cargadas no es capaz de explicar el comportamiento de ninguna de las sustancias magnéticas.

Consideremos al ferromagnetismo como un fenómeno colectivo, por ejemplo una onda de sonido en un fluido. El estudio del magnetismo como un fenómeno cooperativo desempeñó un papel decisivo en la mecánica estadística cuántica y en la termodinámica

de las transiciones de fase. En la actualidad con la teoría del grupo de renormalización, el estudio de las transiciones de fase es uno de los campos más importantes en el estudio de la materia. El problema para explicar el ferromagnetismo consiste en que ya sea que los pequeños "imanes" que forman la materia sean electrones en sus órbitas o espines de electrones, las fuerzas magnéticas entre ellos no son lo suficientemente intensas para producir un ferromagneto. La interacción magnética se puede despreciar comparándola a la fuerza electrostática entre electrones.

En 1921 Arthur Compton, quien trabajaba con Rutherford en Cambridge, sugirió que el electrón debería poseer un momento angular intrínseco o espín. Para fines explicativos, asociemos flechas a los espines que apunten hacia arriba o hacia abajo, dependiendo de la dirección del espín. Este espín no debe confundirse con el momento magnético que se produce al orbitar un electrón alrededor de un núcleo, el cual, ya era conocido. Considere dos electrones, cada uno con su flecha de espín asociado y alineados ambos en alguna dirección, puede suceder que queden paralelos o antiparalelos. El principio de exclusión de Pauli establece que no puede haber dos electrones en un átomo con el mismo conjunto de números cuánticos principales. Los electrones, por un lado, sufren repulsión electrostática (ley de Coulomb), y por otro, tienen que cumplir el principio de exclusión. Por dicho principio los espines paralelos tienden a separarse y eso reduce la repulsión.

Posteriormente Dirac y Heisenberg descubrieron la fuerza de intercambio, la cual es igual a la diferencia de energía entre la configuración de espines paralelos y la configuración de espines antiparalelos. Esta energía de intercambio favorece al ferromagnetismo solamente si el aumento de energía cinética causado por la separación es mayor que el descenso en la energía potencial electrostática, este efecto es totalmente cuántico, no tiene análogo clásico. Los detalles de esta interacción son complicados, pero lo importante es apreciar que las fuerzas involucradas son eléctricas y que son mucho más intensas que las magnéticas, entendiéndose así el llamado magnetismo fuerte.

Con este modelo, cuando la temperatura está abajo de la temperatura crítica, se producen las llamadas ondas de espín. Se forma una onda magnética en el material, en la cual participan todos los espines. Es un fenómeno cooperativo. Arriba de la temperatura crítica las vibraciones térmicas son demasiado importantes y desaparecen las ondas de espín. Además las ondas de espín están cuantizadas y esos cuantos se llaman magnones. A pesar de que se ha investigado mucho sobre el intercambio no se ha logrado enunciar un postulado universal de primeros principios, como las leyes de Maxwell o las leyes de

Newton. Se tienen sólo descripciones semicuantitativas que aunque exitosas en algunos aspectos, pueden ser todavía mejoradas.

En 1925 Ising propuso su modelo para explicar el ferromagnetismo, el cual establece que los espines están alineados en intervalos regulares en una dimensión y cada espín puede tomar un valor $+$ o $-$. Si la interacción es de corto alcance la temperatura de Curie, a la que la magnetización se hace cero, es también cero.

Para analizar las transiciones de fase magnéticas podemos estudiar la teoría del campo medio, la teoría de Heisenberg, la teoría de Ising o la del grupo de renormalización además de muchas otras particulares.

Este trabajo describe un experimento para ilustrar la transición de fase en un sistema magnético, el cual incluye instrumental de uso común en cualquier laboratorio de física a nivel universitario e incorpora conceptos de electromagnetismo en un fenómeno termodinámico, a través del desarrollo de un sensor que consiste en fabricar un transformador con dos solenoides y un núcleo de gadolinio se alimentó una señal senoidal y se modificó la temperatura del núcleo, para estimar la temperatura de Curie del Gadolinio, haciendo una aproximación gráfica.

La división de la tesis tiene el siguiente orden, en el capítulo II se señalan las condiciones bajo las cuales se manifiesta una transición de fase ferromagnética, así como las variables que controlan el fenómeno, en particular en un sistema magnético. Conociendo las variables que controlan al fenómeno podemos seleccionar el material para el experimento.

En el capítulo III se hace un recordatorio de los conceptos, las variables asociadas y su medición, del electromagnetismo que son relevantes para este experimento, en particular, la inducción. El estado magnético de una sustancia se describe por medio de una cantidad denominada vector de magnetización, cuya magnitud representa el momento magnético por volumen de la sustancia, al cual se le asocia un campo cuya medición presenta dificultades.

El capítulo IV contiene una descripción detallada del arreglo experimental, así como de los procesos involucrados en los cambios de las variables y su medición.

Finalmente en el capítulo V se presentan los resultados obtenidos, una posible interpretación, así como las conclusiones y discusiones.

1.1. Objetivos

La termodinámica incluye el estudio de las transiciones de fase, como ejemplo clásico en la literatura, se describe con todo detalle la transición líquido-vapor en un fluido. Algunas veces se mencionan las transiciones de fase en otro tipo de sistemas, como la miscible-no miscible en mezclas de fluidos, o la para-ferromagnética en sistemas magnéticos. Sin embargo, la dificultad para estudiar transiciones diferentes a la líquido-vapor radica en que es necesario tomar en cuenta características intrínsecas de la materia, adicionales a la masa. En particular, la transición para-ferromagnética requiere la inclusión del momento magnético.

Desde el punto de vista electromagnético se presenta al paramagnetismo y al ferromagnetismo como dos sistemas diferentes, desde el punto de vista termodinámico se estudia como un solo sistema en el que ocurre una transición de fase.

Durante los cursos de laboratorios de la licenciatura en física no se han propuesto experimentos en los que se pueda ilustrar una transición paramagnética-ferromagnética.

1.2. Objetivo General

El presente trabajo tiene como objetivo general diseñar y realizar un método experimental para ejemplificar la transición de fase paramagnética-ferromagnética, así como medir la temperatura de Curie de dicha transición.

1.3. Objetivos particulares

Para ejemplificar la transición de fase paramagnética-ferromagnética se persigue el diseño experimental que unifique dos ramas de la física como son la termodinámica y el electromagnetismo en un mismo experimento, ya que ambas coinciden en la descripción del fenómeno.

Se seleccionará el sistema paramagnético adecuado, entre los cuatro elementos ferromagnéticos de la naturaleza, Hierro, Níquel, Cobalto y Gadolinio, se elegirá el núcleo de material mas conveniente, es decir, el que posea la temperatura de transición más cercana a la temperatura ambiente o de fácil acceso con instrumental de un laboratorio común de licenciatura en física.

Se busca que el diseño experimental detecte un cambio en la susceptibilidad magnética o en la magnetización del sistema.

Se construirá un par de solenoides colocados concéntricamente al núcleo de material ferromagnético para detectar un cambio en la magnetización del sistema, se buscará el instrumental adecuado para detectar los mínimos cambios en la respuesta del solenoide secundario.

Se diseñará un baño térmico, sistema de enfriamiento, que envuelva el material paramagnético, que sea estable en el control de temperatura, así como que reaccione rápidamente a los cambios de temperatura, capaz de cambiar la temperatura de la muestra en un rango cercano a la transición de fase.

1.4. Hipótesis

Tenemos como hipótesis que ocurre una transición de fase para-ferromagnética en todos los materiales ferromagnéticos a una temperatura determinada, llamada temperatura de Curie, al ocurrir esta transición hay un cambio en la magnetización del material.

De acuerdo al diseño experimental elegido, cualquier cambio en la magnetización del sistema se verá reflejado en un cambio en el potencial del solenoide secundario.

Capítulo 2

Sólido paramagnético

Considere un sistema magnético, tenemos que $G = G(T, M)$, es decir, el potencial de Gibbs depende de la temperatura T y de la magnetización M , por lo que

$$dG = -SdT + HdM, \quad (2.1)$$

Entonces, en términos del potencial de Gibbs, la condición de equilibrio es

$$dG = 0, \quad (2.2)$$

La condición de que un cambio sea espontáneo en una dirección es necesario que $dG < 0$. Si una reacción es no espontánea es necesario que $dG > 0$.

Consideremos un sólido magnético, insensible a los cambios de presión y volumen, es un sistema magnético cuya magnetización M que depende tanto del campo magnético aplicado H , como de la temperatura, T , esto es $M = M(T, H)$.

Los estados del sistema, tanto el de equilibrio estable como los de no equilibrio próximo a este, pueden describirse mediante una función de Gibbs G . El estado de equilibrio estable se obtiene a partir de la condición de mínimo, es decir

$$\left(\frac{\partial G}{\partial M} \right)_T = 0, \quad (2.3)$$

$$\left(\frac{\partial^2 G}{\partial M^2} \right)_T > 0. \quad (2.4)$$

En las proximidades del punto crítico, se tienen dos estados. El estado ferromagnético, en donde $T < T_c$ y $M \neq 0$ y el estado paramagnético en donde $T > T_c$ y además $M = 0$ si $H = 0$.

Una transformación de segundo orden ocurre cuando las derivadas de primer orden de la función de Gibbs no presentan variación en el punto de transformación, pero las segundas derivadas si. Estas segundas derivadas pueden transformarse de la siguiente forma

$$\frac{\partial^2 G}{\partial T^2} = -\frac{\partial S}{\partial T} = -\frac{1}{T} \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right) = -\frac{C_P}{T}, \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial^2 G}{\partial M^2} = -\frac{\partial H}{\partial M}, \quad (2.6)$$

Definimos, en analogía a los gases, el coeficiente de compresibilidad isotérmica y el coeficiente de expansión isobárico para un sistema magnético como

$$\kappa_T = \frac{1}{M} \left(\frac{\partial M}{\partial H} \right)_T, \quad (2.7)$$

$$\beta = -\frac{1}{M} \left(\frac{\partial M}{\partial T} \right)_H. \quad (2.8)$$

Se espera que la derivada $(\partial M/\partial H)_T$ sea una cantidad positiva, ya que al aumentar el campo isotérmicamente deberá aumentar la polarización magnética. La derivada $(\partial M/\partial T)_H$ muestra que al aumentar la temperatura, a campo magnético constante, la polarización disminuye. Y en consecuencia, κ_T , (2.7) y β (2.8) deberán ser positivas. Las unidades de κ_T son las del inverso del campo magnético aplicado, mientras que para β son el inverso de la temperatura. Esto nos permite suponer que existe una sustancia cuya susceptibilidad, κ_T , es inversamente proporcional al campo magnético H , es decir que

$$\kappa_T = \frac{1}{H}. \quad (2.9)$$

Esto significa que si el campo es intenso, el material ya se ha polarizado tanto que un ligero aumento en el campo casi no produce mayor polarización. Pero si el campo es pequeño, un aumento en el campo lo polarizará sensiblemente. Análogamente

$$\beta = \frac{1}{T}, \quad (2.10)$$

si la temperatura es muy alta, el campo H producirá una polarización magnética débil y un cambio en la temperatura no modificará sensiblemente la magnetización. En cambio, si la temperatura es baja, el campo polarizará el material de tal manera que al aumentar la temperatura será notable la disminución de la magnetización. Estas dos regiones extremas en el comportamiento termodinámico están conectadas de una forma continua,

careceremos de parámetros que nos digan cuando una temperatura, una presión o un campo magnético son grandes o pequeños. (Igual que en el caso del gas ideal.)

Con estas susceptibilidades sabemos que no hay transiciones de fase. Al producir cambios en el campo magnético y la temperatura tendremos que la magnetización, la respuesta magnética, se modifica en una cantidad

$$dM = \left(\frac{\partial M}{\partial T} \right)_T dT + \left(\frac{\partial M}{\partial H} \right)_T dH. \quad (2.11)$$

Por lo que se tiene que

$$\frac{dM}{M} = \frac{1}{M} \left(\frac{\partial M}{\partial T} \right)_T dT + \frac{1}{M} \left(\frac{\partial M}{\partial H} \right)_T dH. \quad (2.12)$$

Recordando las definiciones de la compresibilidad isotérmica y el coeficiente expansión isobárico, (2.7) y (2.8) se obtiene

$$\frac{dM}{M} = -\beta dT + \kappa_T dH. \quad (2.13)$$

utilizando (2.9) y (2.10) obtenemos

$$\frac{dM}{M} = -\frac{dT}{T} + \frac{dH}{H}, \quad (2.14)$$

cuya integral nos permitirá conocer la ecuación de estado $M(T, H)$, realizando la integral obtenemos

$$\ln \frac{MT}{H} = \ln C, \quad (2.15)$$

en donde C es una constante de integración que depende de impurezas magnéticas. Al eliminar el logaritmo a ambos lados de la ecuación, se obtiene

$$M = \frac{C}{T} H, \quad (2.16)$$

que es la ecuación de estado de Curie, donde C es la constante de Curie. Para las sustancias paramagnéticas que sólo son magnéticas en presencia de campo magnético, es decir, si hacemos $H = 0$ entonces $M = 0$ (Véase la figura 2.1). De aquí notamos que la susceptibilidad magnética χ que se define como la razón M/H o también como la derivada

$$\chi = \left(\frac{\partial M}{\partial H} \right)_T, \quad (2.17)$$

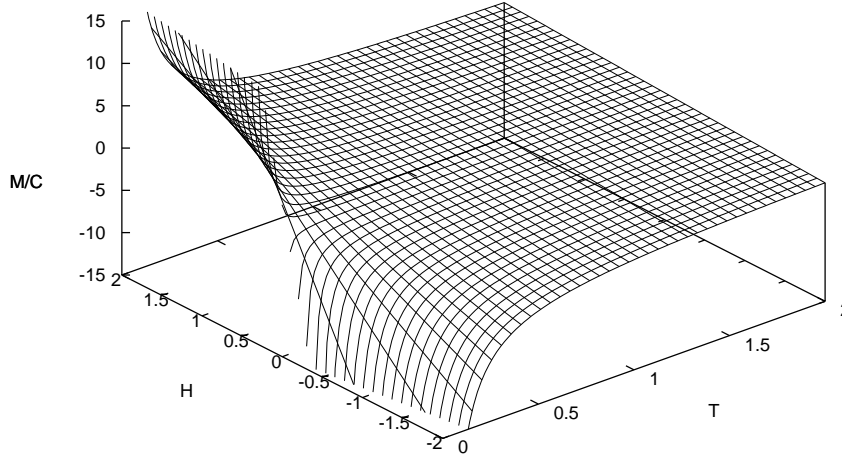


Figura 2.1: Gráfica de transición de estado magnético. Se grafica la ecuación de estado térmica para el paramagneto, la superficie termodinámica está dada por $M/C = H/T$.

que en este caso es una función que depende únicamente de la temperatura, debido a que M es lineal con el campo H , es decir que diverge para $T = 0 K$. Este comportamiento es válido sólo para campos magnéticos débiles.

$$\chi = \frac{C}{T}, \quad (2.18)$$

Ahora vamos a introducir una pequeña corrección a la ecuación de estado térmica de Curie, que es una corrección elemental. El campo, H , en la ecuación (2.16) es el campo generado por los agentes externos, ya que este contiene impurezas magnéticas sensibles al campo y diluidas a tal punto que la interacción entre ellas es despreciable. Ahora, supongamos que aumentamos el número de dipolos magnéticos, es decir el número de impurezas.

Esperamos que la magnitud de la polarización también aumente, así como la posibilidad de que los dipolos magnéticos comiencen a perturbarse por la presencia de otros. Si esto es así, el campo en el interior del material ya no es sólo externo, tendremos además otra contribución que es el campo interno generado por los dipolos magnéticos,

H_{int} . La nueva ecuación de estado es

$$M = \frac{C}{T} (H + H_{int}). \quad (2.19)$$

Pero esto no es suficiente, es necesario proponer la relación entre el campo interno y la polarización macroscópica del material, M , es decir

$$H_{int} = \lambda M, \quad (2.20)$$

en donde el parámetro λ nos dirá que tan intenso es el campo molecular medio. Se le llama campo medio porque no podemos dar detalles de cómo se establece, pero caracteriza globalmente a todo el material. Entonces la nueva ecuación de Curie es

$$M = \frac{C}{T} H + \frac{C\lambda}{T} M, \quad (2.21)$$

que puede reescribirse nuevamente casi con la misma estructura que la ecuación original pero con la divergencia corrida a una temperatura $T_c = \lambda C$, es decir

$$M = \frac{C}{T - T_c} H. \quad (2.22)$$

Esta correlación física nos dice poco en relación con el comportamiento magnético conocido. Una observación fundamental de Pierre Curie fue el establecimiento de la analogía entre el comportamiento magnético y el de los gases o fluidos.

Esta analogía está presente incluso, en la forma de obtener las ecuaciones de estado con la misma proposición acerca de las susceptibilidades.

Si se considera a la presión P como la variable análoga al campo H y a la densidad ρ como la análoga a la magnetización M , entonces hay una similitud entre las isothermas en el espacio (p, ρ) y las isothermas en el espacio (H, M) . En el caso ideal en ambos espacios, las isothermas son rectas que nacen en el origen. Curie además dice que la analogía puede utilizarse para sugerir nuevos experimentos y que existe una temperatura crítica determinada por las constantes del ferromagneto.

Langevin y Weiss en 1907 postularon un campo interno como el análogo a la presión interna de van der Waals, que consiste esencialmente en reemplazar las interacciones mutuas entre los átomos o moléculas por un campo uniforme proporcional a la magnetización. Langevin aplicó las técnicas de la mecánica estadística clásica para estudiar el siguiente problema: "sea un gas diluido de N objetos con momento magnético μ que no interactúan magnéticamente entre sí, pero sí con un campo externo H ." Sabemos

que el campo externo orienta parcialmente los momentos magnéticos, pues compite con la agitación térmica que los desorienta. La magnetización que obtuvo es

$$\frac{M}{M_s} = L\left(\frac{\mu H}{\kappa T}\right), \quad (2.23)$$

en donde la función $L(x) = \coth(x) - 1/x$ ahora se le conoce como la función de Langevin y la cantidad M_s es la magnetización de saturación, que es el valor asintótico de M cuando el campo es muy intenso. Es natural esperar que el valor de saturación $M_s = \mu N$ corresponda a la situación en la que todos los momentos magnéticos, en el sólido que los hospeda, estén alineados con el campo externo. Pero en ausencia de campo la polarización es cero, indica que el sistema está lo bastante diluido para que los dipolos magnéticos no se sientan entre sí, es decir, no sientan la interacción con los vecinos cercanos.

Para generar un comportamiento diferente, el comportamiento ferromagnético, es necesario aumentar el número de impurezas magnéticas de forma que los dipolos magnéticos comiencen a interactuar, y se dispongan paralelamente entre sí, aún en ausencia de campo externo. Esto se debe a que a través de las interacciones entre pares, empiezan a exhibir un comportamiento cooperativo, coherente. Podemos tener dos configuraciones, la configuración de dipolos magnéticos paralelos y la configuración de pares de dipolos antiparalelos. La configuración de pares de dipolos magnéticos paralelos requiere de menor energía, es por eso que ésta se favorece. P. Weiss propuso un campo interno H_{int} proveniente de la contribución macroscópica de todos los dipolos elementales del sólido. Pero era necesario hacer una proposición acerca de la dependencia del campo interno. Propuso que su intensidad depende de un parámetro de ajuste, λ , y de la magnetización misma, es decir, $H_{int} = \lambda M$. La función trascendental¹ de Langevin dada por la ecuación (2.23) depende del campo y este tiene ahora dos contribuciones, el campo externo

¹Una función trascendente es una función que no satisface una ecuación polinomial cuyos coeficientes sean a su vez polinomios; ésto contrasta con las funciones algebraicas, las cuales satisfacen dicha ecuación. En otras palabras, una función trascendental es una función no expresable como una combinación finita de operaciones algebraicas de adición, sustracción, multiplicación, división, elevación a potencia y extracción de raíz. Una función de una variable es trascendente si es independiente en un sentido algebraico de dicha variable. El logaritmo y la función exponencial son ejemplos de funciones trascendentes. El término función trascendente a menudo es utilizado para describir a las funciones trigonométricas, es decir, seno, coseno, tangente, cotangente, secante, y cosecante. También las funciones hiperbólicas son funciones trascendentales.

y el campo interno, por ello obtenemos que la nueva ecuación de estado térmica es

$$\frac{M}{M_s} = L\left(\frac{\mu(H + \lambda M)}{\kappa T}\right). \quad (2.24)$$

Esta ecuación implica la existencia de un punto crítico, \mathcal{P}_c

$$\mathcal{P}_c = (T_c, H_c = 0, M = 0). \quad (2.25)$$

La ecuación anterior (2.24) permite describir la transición del ferromagneto al paramagneto, siempre que el valor de λ cumpla con cierta condición y que ahora obtendremos. Si hacemos que el campo externo sea cero, $H = 0$, y definimos la magnetización adimensional $m = M/M_s$, la ecuación (2.24) se transforma en

$$m = L(\alpha m), \quad (2.26)$$

en donde

$$\alpha = \frac{M_s \mu \lambda}{\kappa T}. \quad (2.27)$$

Tenemos que buscar el valor de α que implique la validez de la igualdad en la ecuación. Consideremos a la recta $f(m) = m$, cuya pendiente es uno, y consideremos a otra función que es la función de Langevin $L = L(\alpha m)$, ambas son funciones de m . Como α depende del inverso de la temperatura, entonces cuando T es baja, el valor de α es alto, supongamos este caso. La gráfica de la ecuación bajo la condición para α grande es la mostrada en la figura 2.2.

En la figura 2.2 se muestran tres raíces, tres posibles valores de m : una es $m = 0$ y dos más con $m \neq 0$. Si la temperatura T aumenta, α disminuye hasta que la correspondiente gráfica muestre solamente una raíz (véase la figura 2.3). La existencia o no, de raíces por encima o por debajo de una temperatura, implica comportamientos físicos diferentes. Nos interesa ver lo que ocurre cerca del origen, cuando $m \rightarrow 0$, por lo que necesitamos el desarrollo de la función de Langevin, que es

$$L(x) = \coth(x) - \frac{1}{x} \sim \frac{1}{3}x - \frac{1}{45}x^3 \dots, \quad (2.28)$$

para que la recta $f(m) = m$, de pendiente uno, coincida con la función $L(\alpha m)$ para valores cercanos a cero es necesario que $\alpha = 3$, (véase la figura 2.4), así determinamos la temperatura crítica de la ecuación,

$$T_c = \frac{\mu M_s \lambda}{3k}, \quad (2.29)$$

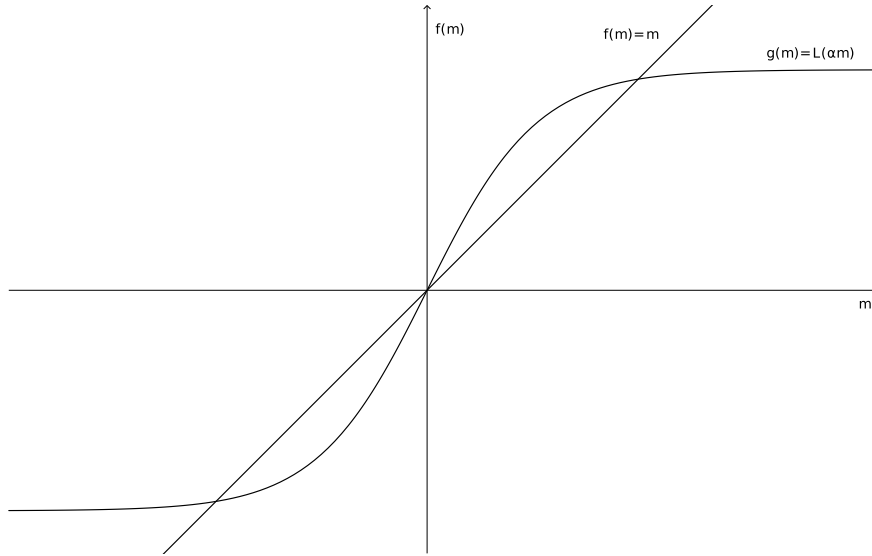


Figura 2.2: Sobre el eje de las coordenadas se han graficado dos funciones, $g(m) = L(\alpha m)$ y $f(m) = m$. Para un valor grande de α hay tres posibles valores de m .

y si recordamos que la magnetización de saturación es $M_s = \mu N$, entonces

$$T_c = \frac{N\mu^2\lambda}{3k}. \quad (2.30)$$

Debido a que λ es un parámetro termodinámico de ajuste, solamente podemos determinarla experimentalmente, aunque es posible estudiar la interacción entre momentos dipolares magnéticos de origen atómico desde el punto de vista microscópico y entonces, podemos asignarle un valor de acuerdo al modelo microscópico. Es usual en teoría electromagnética definir la susceptibilidad magnética como

$$\chi = \lim_{H \rightarrow 0} \left(\frac{\partial M}{\partial H} \right)_T, \quad (2.31)$$

de esta susceptibilidad observamos que los materiales responden de diferente forma ante un campo magnético. Escencialmente la respuesta de una material está determinada si conocemos el comportamiento de la susceptibilidad magnética χ . Supongamos que la respuesta magnética es lineal con el campo, es decir,

$$M = \chi(T)H, \quad (2.32)$$

en donde la susceptibilidad depende solamente de T . El campo de inducción magnética B , es

$$B = \mu_0(H + M) = \mu H \quad (2.33)$$

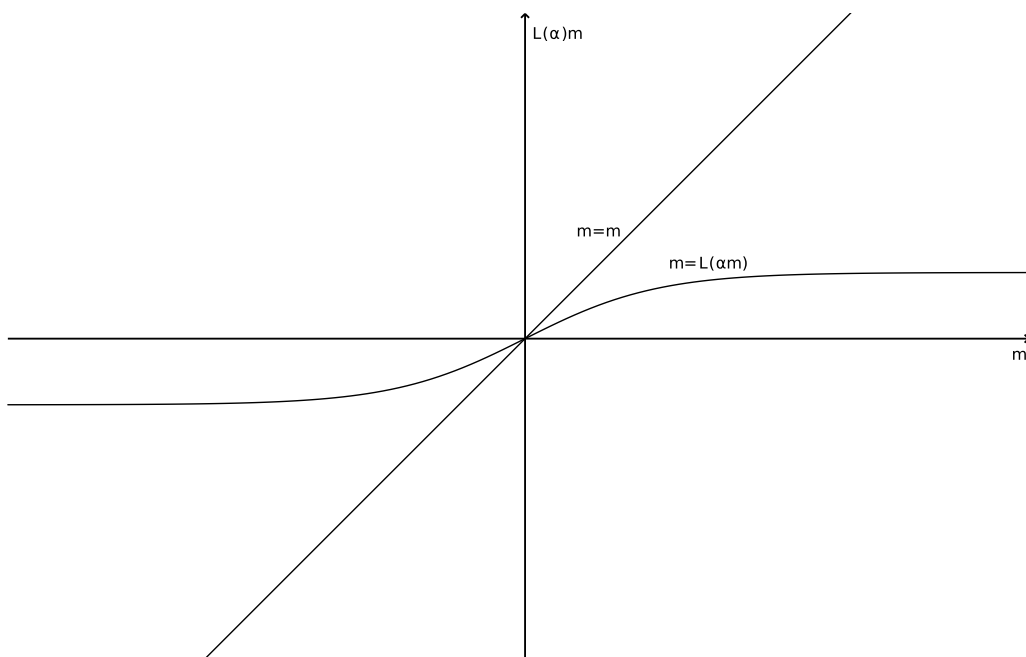


Figura 2.3: Al aumentar la temperatura el parámetro α disminuye y las dos raíces diferentes de cero se acercan al valor $m = 0$.

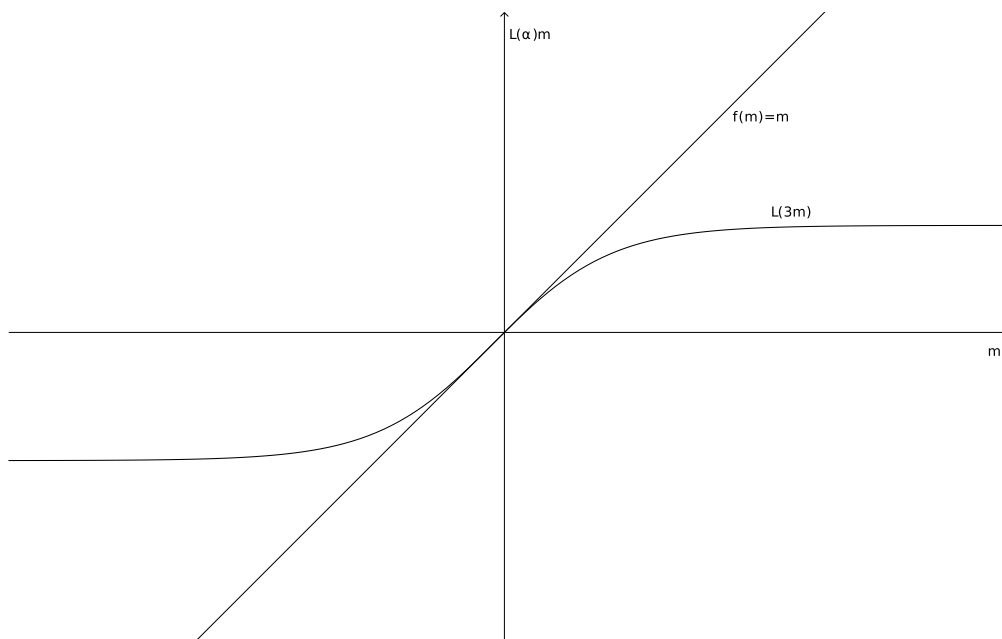


Figura 2.4: A la temperatura de Curie las tres raíces son iguales, esto sucede para $\alpha = 3$.

y la permeabilidad magnética μ resulta ser

$$\mu = \mu_0(1 + \chi). \quad (2.34)$$

Estamos interesados en aquellos materiales que responden al campo magnético aplicado, de tal forma que se polariza magnéticamente. Hemos visto el comportamiento del paramagneto de Curie y el de Langevin. Para ambos, cuando $H = 0$, $\Rightarrow M = 0$ la magnetización desaparece. Pero cuando en aleaciones se aumenta la concentración de cualquiera de los cinco elementos: hierro, cobalto, níquel, gadolinio y de los metales lantánidos de disprosio, se obtiene que el momento magnético M mucho mayor, un millón de veces mayor que para el resto de las sustancias, para la misma intensidad del campo H . Al aplicarles un campo, la magnetización empieza inicialmente con un crecimiento rápido de M desde el origen y termina prácticamente horizontal en el valor de saturación. La gráfica de estos materiales es muy similar a la que se obtiene del paramagneto de Langevin y se les llama materiales blandos magnéticamente; también se les llama ferromagnetos reversibles, porque al aumentar el campo o disminuirlo se sigue esencialmente, de regreso, la misma trayectoria. En el caso de los materiales magnéticos duros, tenemos que para pequeños campos también la respuesta es muy intensa, pero lo que los distingue es que M no es una función unívoca del campo H .

Si a un material ferromagnético duro, inicialmente desimantado, se le somete a un campo magnético H creciente, la magnetización sigue una curva cualitativamente similar a la exhibida por una sustancia magnéticamente blanda, que inicia en el origen y termina en el valor de saturación M_s . A esta curva se le llama curva vírgen. Si ahora procedemos a disminuir el campo magnético H , M disminuye, pero más lentamente por encima de la curva vírgen y cuando $H = 0$, el material muestra una magnetización remanente o residual, M_r , cuyo valor se obtiene de la intersección con el eje vertical. Si continuamos incrementando el campo desde cero pero en la dirección opuesta a la de la magnetización remanente, la magnetización disminuye, pero ambos vectores tienen direcciones opuestas y ésta respuesta no es termodinámica ya que exhibe histéresis, es decir, el material tiene memoria del proceso que lo llevó a ese estado. Esta colección de estados termodinámicos también, corresponden a estados metaestables. Al continuar con la disminución del campo en esta región, la magnetización disminuye hasta cero, para cuando el valor del campo es $-H_{co}$, llamado campo coercitivo. Finalmente, continuando con el incremento en el campo, se llegará a producir la magnetización de saturación $-M_s$, en la dirección del campo aplicado.

La magnetización remanente, M_r , y el campo coercitivo, H_{co} , son una medida de la dureza magnética del material. Cuando son diferentes de cero se dice que este fenómeno magnético muestra histéresis. En particular la magnetización remanente depende de la dirección en la cual la muestra fue previamente saturada. Aunque las curvas son semejantes, hay fuertes diferencias entre el paramagnetismo y el ferromagnetismo. Por ejemplo, para conseguir la saturación en un paramagneto se requiere de campos intensos y bajas temperaturas, en cambio para el ferromagneto las temperaturas y los campos no son tan intensos. Todos los materiales ferromagnéticos duros, caracterizados por (M_r, H_{co}) , exhiben esta histéresis siempre que se encuentren a una temperatura T , menor que la temperatura de Curie T_c . Al aumentar la temperatura desde abajo hasta el valor T_c , la magnetización residual tiende a cero. El hierro, por ejemplo, a temperatura ambiente tiene la propiedad de ser un imán aún en ausencia de campo externo, esta magnetización residual aumenta al disminuir la temperatura. Al elevar la temperatura, la magnetización residual disminuye hasta que es cero a temperaturas cercanas a $1000K$. El hierro a $T > T_c$, no muestra una polarización magnética macroscópica ya que se encuentra en el estado paramagnético, y sí en ausencia de campo magnético el hierro es enfriado, por debajo de la temperatura de Curie hasta $T < T_c$, tampoco exhibirá una polarización magnética macroscópica; pero en cambio se observarán pequeñas regiones, que son los dominios magnéticos, cada uno orientado de forma paralela o antiparalela a una dirección dada, de manera que el momento magnético total es cero. Entonces es posible considerar que el sistema está constituido por una mezcla de dominios magnéticos en donde cada dominio i está imantado en la dirección de la polarización y su valor es $M_s(i)$, el valor de saturación. Pero si en el proceso de enfriamiento del sistema estuvo en presencia de un campo magnético, que será removido después, se conseguirá una polarización neta diferente de cero, ya que la mayoría de los dominios magnéticos se han alineado. En el proceso de alineación de los dominios en presencia de campo, ocurren fenómenos disipativos y la magnitud de la disipación depende de la dureza magnética del material, es decir, del área del ciclo de histéresis. La orientación de los dominios no puede alterarse fácilmente, pues interaccionan entre sí a través de las paredes o fronteras interdominios. Una configuración de dominios, de polarizaciones, de un ferromagneto duro, será muy rígida y por ello diremos que ha quedado atrapado en un estado particular, en esa configuración de dominios, que no es un estado termodinámico. Al golpear el material, al agitarlo o perturbarlo, de alguna manera provocamos que las paredes magnéticas de los dominios modifiquen su forma o

tamaño. Esta perturbación provocará una avalancha microscópica de dipolos magnéticos generando dominios de mayor tamaño. Las avalanchas espontáneas son registradas como ruido electrónico llamado ruido de Barkhausen que se amplifica en las regiones asociadas a los estados metaestables. En este ciclo de histéresis vemos que dado un valor, H , del campo inducido, hay dos posibles respuestas para la magnetización M . Una magnetización está en el mismo sentido que el campo inducido y otra en la dirección opuesta y justamente esta corresponde al estado metaestable. De forma que si el sistema tiene que elegir en cual estado se realiza, esperamos que decida por el que corresponde al de mínima energía, que para el ferromagneto es paralelo al campo. La respuesta termodinámicamente correcta se muestra en la figura 2.5.

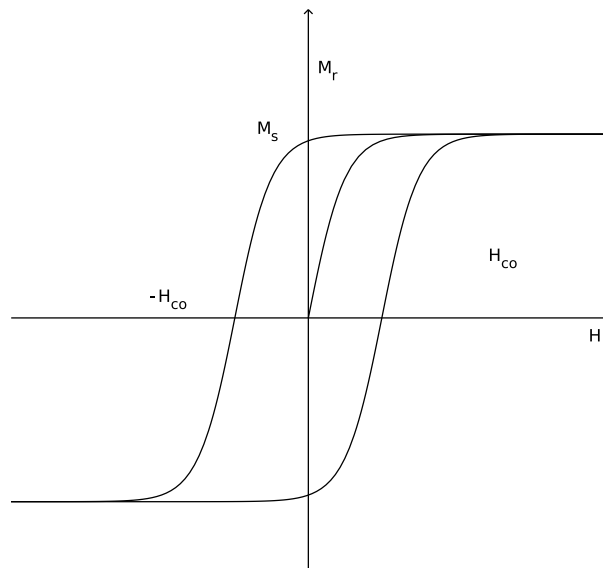


Figura 2.5: Se muestra el ciclo de histéresis a temperatura $T < T_c$ fija, el ciclo ocurre cuando el material sensible al campo magnético tiene una respuesta que depende del proceso mediante el cual llegó a ese estado.

Hemos colocado solo los estados de equilibrio. El ciclo de histéresis ha desaparecido y por eso diremos que nos describe el comportamiento termodinámico de un sólo dominio magnético, al rededor de la temperatura T_c . De la gráfica se observa también que la magnetización residual disminuye al aumentar la temperatura, hasta que $T = T_c = 0$, comportándose a partir de entonces como un paramagneto.

Si rotamos los ejes de la figura anterior 2.5, de tal forma que tengamos las variables (M, H) , la gráfica puesta así nos permite comparar su comportamiento con otro sistema

muy diferente, que es el que resulta de la coexistencia líquido-vapor, en términos de las variables presión-densidad, (p, ρ) . Este parecido fue el señalado por Pierre Curie para ser aprovechado. Estas gráficas aún se pueden parecer más si hacemos la descripción de ambas sustancias en la vecindad del punto crítico. Aunque exista esa diferencia física entre ambos sistemas, su comportamiento termodinámico en la vecindad del punto crítico es la misma; ahí también existe un comportamiento universal, como se ha señalado antes. Ahora debemos notar que sustancias puras pertenecientes a familias diferentes en la tabla periódica de los elementos tienen comportamientos e interacciones similares, hablando muy toscamente; lo cual tendrá consecuencias en cuanto a su comportamiento termodinámico.

2.1. Transición ferromagnética desde un enfoque microscópico.

Existen diferentes teorías para estudiar las transiciones de fase paramagnética a ferromagnética, como el modelo de Heisenberg, el modelo de Ising, el modelo de gas de red, el modelo de campo medio, el modelo del grupo de renormalización ², además de muchos otros particulares.

En la teoría electromagnética, el magnetismo por lo general aparece como un fenómeno secundario asociado con el cambio de los campos eléctricos. Este enfoque no hace justicia al tema. En la física cuántica los momentos magnéticos están asociados directamente al momento angular, esto significa, en muchos casos que los momentos magnéticos tienen que ser tratados como constantes determinadas de átomos y partículas subatómicas. Estos momentos tienen un comportamiento térmico interesante que ha inspirado algunas de las más profundas investigaciones de la mecánica estadística.

Hay un fenómeno de la magnetización que no implica la temperatura, el diamagnetismo. En éste, los átomos y las moléculas que no poseen un momento intrínseco, la aplicación del campo magnético produce un movimiento de precesión de los electrones por las leyes de la inducción y la susceptibilidad resultante es por tanto negativa e

²a nivel superior, se introducen las ideas básicas de las técnicas de renormalización. Estas técnicas aprovechan la invarianza de la escala que el punto crítico presenta para plantear ecuaciones de recurrencia, a escalas diferentes. Si se pueden solucionar, el punto fijo de la recurrencia proporciona el punto invariante de escala, el punto crítico. Estas ecuaciones son en general sin solución, aun en el caso de tratar con modelos como el de Ising.

independiente de la temperatura. Una forma extrema de diamagnetismo es el efecto Meissner de los superconductores. Los superconductores tienen un momento inducido por oponerse a un campo externo, que es tan fuerte como para cancelar totalmente la inducción magnética en su interior.

2.1.1. Modelo de Ising. Hipótesis del campo medio.

El ferromagnetismo es uno de los fenómenos que más vivamente han interesado a los físicos durante el siglo XX, tanto por su complejidad teórica, que le hace idóneo para estudiar el problema genérico de las transiciones de fase y el punto crítico, como por el vasto campo de aplicaciones que posee dentro de la técnica moderna (sin ir más lejos, la gran mayoría de la memoria permanente de los ordenadores actuales sigue almacenándose en soportes basados en el ferromagnetismo). Sin embargo, y a pesar de los innumerables esfuerzos que se han realizado para estudiarlo con las herramientas de la mecánica estadística, el ferromagnetismo sigue presentando problemas aun no resueltos y continúa dando pie a múltiples publicaciones y controversias, un buen ejemplo de esto es la cuestión de si el modelo de Ising tridimensional tiene o no una solución analítica exacta, cuestión que permanece en el campo de los problemas pendientes de la física moderna.

De lo que parece que no cabe ninguna duda es de que el origen último del ferromagnetismo no es otro que la interacción entre los espines electrónicos del material. Ahora bien, si tratásemos de resolver las ecuaciones exactas que gobiernan el comportamiento de estos espines, nos encontraríamos frente a unas ecuaciones que, para tamaños del sistema que podamos considerar como macroscópicos, son inabordables aún recurriendo a los ordenadores más potentes. Se imponen por lo tanto aproximaciones al problema que lo hagan algo más manejable y nos permitan entender de algún modo qué ocurre microscópicamente en un material ferromagnético. La primera de estas aproximaciones es la de Weiss o de campo medio, en ella se aproxima la interacción entre los espines por el efecto que provocaría un campo magnético constante en todo el volumen del material. Esta aproximación predice transiciones de fase como las que, en efecto, se dan en los materiales ferromagnéticos pero falla, no obstante, al tratar de explicar el comportamiento que presentan en las cercanías del punto crítico (diremos que la teoría de Weiss predice exponentes críticos clásicos o de Van der Waals, que difieren notablemente de los experimentales o exponentes críticos universales).

La aproximación o modelo de Ising consiste en tratar al sólido como una red de espines, cada uno de ellos con dos estados posibles de orientación, hacia arriba y hacia abajo. Cada espín interactúa con sus vecinos más próximos de modo que cada par de espines contiguos con espines paralelos presenta al hamiltoniano (la energía) del sistema una contribución $-J$, $+J$ si los espines son antiparalelos. Ising resolvió exactamente su modelo para el caso monodimensional y no encontró transición de fase, lo que provocó que el modelo fuera descartado como una mala aproximación hasta que, años después, Onsager logró resolver analíticamente el caso bidimensional y encontró que no sólo presentaba transición de fase, sino que, de hecho, también predecía exponentes críticos universales. Sin embargo, como ya se ha señalado, nadie ha conseguido resolver hasta ahora de forma analítica y exacta el modelo de Ising tridimensional, aunque las múltiples aproximaciones y simulaciones que hasta la fecha se han realizado nos permiten aventurar que presenta una transición de fase y exponentes críticos universales.

Cuando se habla de resolver el modelo de Ising, se refiere a hallar la solución analíticamente, es decir, de forma exacta, su función de partición. A partir de ella, se calcula el punto en que tiene lugar la transición, en caso de que exista, y los exponentes críticos que la caracterizan, si esto es posible. Al resolver el modelo de Ising en una dimensión, éste no presenta transición crítica.

Considere una red en n dimensiones, y coloque en el centro de cada una de sus celdas un espín. La representación más simple de este espín consiste en asignar un estado $s_i = \pm 1$ a la celda. Se supone que la configuración de energía menor se obtiene cuando todos los espines están alineados en la misma dirección, es decir, paralelos. Esta orientación solo sería posible en ausencia de agitación térmica, a temperatura cero. El estado observado del sistema representa una relación entre el estado de mínima energía, espines paralelos, y las fluctuaciones provocadas por la temperatura. Podemos añadir un campo magnético externo al sistema, para lograr una orientación preferente.

El tratamiento analítico del sistema comienza planteando un hamiltoniano, \mathcal{H} . Siempre que trabajemos con sistemas conservativos el hamiltoniano coincide con la energía del sistema, en el caso del modelo de Ising, esta función es

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2} \sum_{i,j} J_{ij} s_i s_j - H \sum_i s_i, \quad (2.35)$$

$$J_{ij} = \begin{cases} J & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}.$$

Con $J < 0$, como corresponde a un sólido ferromagnético, la mínima energía se obtiene con espines paralelos³. En caso $J > 0$ representa un sólido antiferromagnético. El cambio no aporta nada nuevo, ya que las propiedades termodinámicas son idénticas al anterior. El número de vecinos en el modelos de Ising es de dos en una dimensión, derecha e izquierda, a los cuatro conectados por las aristas en dos dimensiones. H representa el campo externo que tenderá a alinear los espines en su dirección. A partir de \mathcal{H} definimos la función de partición del sistema. En general, se define la función de partición Z como

$$Z = \sum_{\text{estados}} e^{-\beta\mathcal{H}} = \sum_i e^{-\beta E_i}, \quad \beta \equiv \frac{1}{\kappa_B T}, \quad (2.36)$$

en donde κ_B es la constante de Boltzmann, T es la temperatura, y la suma se extiende a todos los estados o configuraciones del sistema, caracterizados por una energía⁴ E_i . A partir de Z se pueden derivar todas las funciones termodinámicas del sistema. Para el modelo de Ising

$$Z_I = \sum_{s_i} \exp \left[\beta \left(H \sum_i s_i - \frac{1}{2} \sum J_{ij} s_i s_j \right) \right], \quad (2.37)$$

en donde s_i indica que la suma debe ser realizada sobre todas las posibles asignaciones de ± 1 a las celdas del sistema.

El conjunto canónico promedio del espín total es la magnetización, M , dada por

$$M(H) = \frac{\sum_{s_i} e^{-\beta E_s} \sum_i s_i}{\sum_s e^{-\beta E_s}}, \quad (2.38)$$

Si $H = 0 \Rightarrow E(s) = E(-s)$, es decir, hay invarianza en la dirección del espín, hacia arriba o hacia abajo. Entonces, la magnetización espontánea es imposible. Cambiando la variable de integración de s a $-s$ encontramos que $M(0) = -M(0)$ y por lo tanto $M(0) = 0$. La solución a la paradoja cae en el argumento de que en el límite $N \rightarrow \infty$, a temperaturas suficientemente bajas, el sistema no puede mostrar todas las configuraciones en un tiempo finito. Matemáticamente, esto es expresado a través del hecho de

³Los productos entre vectores $s_i s_j$ y H_{s_i} son productos escalares, en general. Cuando los estados de los espines son dos, como en nuestro caso, el caso del ferromagneto, los estados resultan siempre paralelos con lo que el producto escalar se convierte simplemente en el producto de los estados.

⁴Con frecuencia se habla de \mathcal{H} como la energía de un sistema, y en ocasiones se trata al hamiltoniano como si lo fuese. Para ser rigurosos deberíamos de diferenciar entre ambos y hablar de \mathcal{H} como un operador matemático, del cual las cantidades E_i , son los eigenvalores, los observables.

2.1. TRANSICIÓN FERROMAGNÉTICA DESDE UN ENFOQUE MICROSCÓPICO.31

que a temperaturas suficientemente bajas, los límites $H \rightarrow 0$ y $N \rightarrow \infty$. No conmutan

$$\lim_{N \rightarrow \infty} (\lim_{H \rightarrow 0} M(H)) = 0, \quad (2.39)$$

$$\lim_{H \rightarrow 0} (\lim_{N \rightarrow \infty} M(H)) \neq 0. \quad (2.40)$$

El segundo límite corresponde a la simetría espontáneamente rota. Podemos encontrar $M(H)$ utilizando un método aproximado. La energía de un espín particular está dada por

$$\omega(s_i) = -s_i H - J s_i \sum_j s_j, \quad (2.41)$$

sobre el vecino más cercano. La aproximación del campo medio consiste en reemplazar cada espín del vecino más cercano por el espín promedio por partícula, denotado por

$$m(H) = \frac{M(H)}{N}. \quad (2.42)$$

Por lo tanto, la suma sobre los vecinos más cercanos tiene un factor κm , en donde el factor κ es un factor relacionado con el tipo de material del que se trate. Sustituyendo este factor en la ecuación (2.41), por lo se obtiene

$$\omega(s_i) = -[H + J\kappa m]s_i, \quad (2.43)$$

es decir

$$\omega(s_i) = -s_i H - J s_i \sum_i s_j = -s_i H - J s_i \kappa m, \quad (2.44)$$

$$\omega(s_i) = -s_i [H + J\kappa m]. \quad (2.45)$$

El espín s_i ve un campo magnético efectivo

$$H_{efectivo} = H + \kappa J m. \quad (2.46)$$

En equilibrio térmico existen N_- espines hacia abajo y N_+ espines hacia arriba en el sistema. La probabilidad está dada por

$$\frac{N_{\pm}}{N} = \frac{e^{\pm\beta H_{efectivo}}}{e^{\beta H_{efectivo}} + e^{-\beta H_{efectivo}}}, \quad (2.47)$$

por lo tanto el espín promedio es

$$m(H) = \frac{N_+ - N_-}{N} = \frac{e^{\beta H_{efectivo}} - e^{-\beta H_{efectivo}}}{e^{\beta H_{efectivo}} + e^{-\beta H_{efectivo}}}. \quad (2.48)$$

Utilizando las definiciones de seno hiperbólico y coseno hiperbólico, tenemos que

$$m(H) = \tanh(\beta H_{eff}), \quad (2.49)$$

Sustituimos la ecuación de (2.46) en la ecuación (2.49) y obtenemos la ecuación

$$m(H) = \tanh(\beta(H + \kappa Jm)), \quad (2.50)$$

La ecuación anterior (2.50) la podemos resolver gráficamente, graficando el lado derecho e izquierdo de la ecuación en una sola gráfica y encontramos las intersecciones. Se obtienen resultados análogos a la función de Langevin, por lo que no se muestran las gráficas, (véase las figuras (2.3-2.5)).

Capítulo 3

Magnetismo

3.1. Conceptos de electromagnetismo

Las primeras nociones del magnetismo nacieron de la observación de ciertos minerales, uno de ellos la magnetita, las cuales atraen pequeños trozos de hierro. La palabra magnetismo proviene del distrito de Magnesia, en Asia Menor, que es uno de los lugares en donde se encontraron estas piedras.

En 1820 Oersted descubrió que una corriente en un alambre también produce efectos magnéticos, esto es que puede causar efectos en la orientación de una brújula. El efecto magnético de una corriente en un alambre puede intensificarse enrollando el alambre en la forma de una bobina con muchas vueltas e introduciéndole un núcleo de hierro. En el espacio que rodea a un imán o a un conductor que transporta corriente existe un campo magnético, de forma análoga en que se decía que el espacio en las vecindades de una barra cargada existe un campo eléctrico.

Se puede definir un campo magnético \mathbf{B} en algún punto del espacio en términos de su fuerza magnética \mathbf{F}_b que el campo ejerce sobre un objeto de prueba, que en este caso es una partícula cargada que se mueve a una velocidad \mathbf{v} .

La unidad del Sistema Internacional del campo magnético es el newton por coulomb metro por segundo, el cual se llama tesla [T]:

$$T = N/C \text{ m/s.}$$

Sabemos que un coulomb por segundo se define como un ampere, podemos expresar un tesla como: $T = N/A \text{ m}$. La unidad de \mathbf{B} en el sistema gaussiano es gauss [G], el cual se

relaciona con el tesla, en unidades del Sistema Internacional, por medio de la siguiente conversión $1 \text{ T} = 10^4 \text{ G}$.

El vector de campo magnético \mathbf{B} es fundamental, mientras que las líneas de inducción magnética son una representación gráfica de la fuerza magnética que siente una partícula de prueba en cierta región del espacio. El flujo del campo magnético puede definirse como el número de líneas que atraviesan una superficie

3.1.1. Ley de Biot-Savart

Poco después de que Oersted descubriera que la aguja de una brújula era desviada por un conductor que llevaba corriente, Jean-Baptiste Biot (1771-1862) y Félix Savart (1791-1841) realizaron experimentos cuantitativos sobre la fuerza ejercida por una corriente eléctrica sobre un imán cercano. A partir de sus resultados experimentales, Biot y Savart llegaron a una expresión matemática que proporciona el campo magnético en algún punto en el espacio en términos de la corriente que produce el campo. Dicha expresión está basada en las siguientes observaciones experimentales para el campo magnético $d\mathbf{B}$ en un punto P asociado con un elemento de longitud ds de un alambre que conduce una corriente estacionaria I : el vector $d\mathbf{B}$ es perpendicular tanto a ds , el cual apunta en la dirección de la corriente, como el vector unitario $\hat{\mathbf{r}}$ dirigido de ds a P . La magnitud de $d\mathbf{B}$ es inversamente proporcional a r^2 , donde r es la distancia desde ds hasta P . La magnitud de $d\mathbf{B}$ es proporcional a la corriente y a la magnitud ds del elemento de longitud ds . La magnitud de $d\mathbf{B}$ es proporcional a $\sin \theta$, en donde θ es el ángulo entre los vectores ds y $\hat{\mathbf{r}}$. Estas observaciones se resumen en la fórmula matemática conocida en la actualidad como ley de Biot-Savart

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I ds \times \hat{\mathbf{r}}}{4\pi r^2}, \quad (3.1)$$

en donde μ_0 es una constante conocida como la permeabilidad magnética del vacío:

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}. \quad (3.2)$$

Es importante observar que el campo $d\mathbf{B}$ en la ecuación anterior es el campo creado por la corriente solo para un pequeño elemento de longitud ds del conductor. Para encontrar el campo magnético total \mathbf{B} creado en algún punto por una corriente de longitud infinita, se debe sumar las contribuciones de todos los elementos de corriente $I ds$ que conforman la corriente. Es decir, se debe evaluar \mathbf{B} integrando la ecuación (3.1)

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{ds \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}, \quad (3.3)$$

en donde $\hat{\mathbf{r}}$ representa al vector unitario de \mathbf{r} , la integral se evalúa sobre toda la distribución de corriente. Esta expresión debe manejarse con especial cuidado debido a que el integrando es un producto cruz y, por lo tanto, una cantidad vectorial. Aunque se ha desarrollado la ley de Biot-Savart para un alambre de corriente, también es válida para una corriente que consta de cargas que fluyen a través del espacio, como el haz de electrones en una televisión. En este caso ds representa la longitud de un pequeño segmento del espacio en el cual fluyen las cargas. La ley de Biot-Savart sólo es el primer paso en un cálculo de un campo magnético; debe ser seguido por una integración sobre la distribución de corriente.

3.1.2. Ley de Ampère

Considere un alambre rodeado por pequeños imanes, si en el alambre no circula una corriente, todos los imanes se orientan a lo largo de la componente horizontal del campo magnético terrestre. Al aplicar una corriente intensa, los imanes apuntan de tal forma que sugieren que las líneas de campo magnético forman círculos cerrados en torno al alambre. La relación cuantitativa entre la corriente i y el campo magnético \mathbf{B} se representa de la siguiente forma

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 i, \quad (3.4)$$

en donde μ_0 es la permeabilidad magnética del vacío.

La ecuación (3.4) representa a la ley de Ampère y ésta válida en general con cualquier configuración de campos magnéticos, con cualquier conjunto de corrientes y en cualquier trayectoria de integración. Al aplicar la ley de Ampère en el caso general se construye una trayectoria lineal cerrada en el campo magnético. Esta trayectoria se divide en elementos de longitud dl , y para cada elemento se calcula la cantidad $\mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$. Recordando que $\mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$ tiene por magnitud $B dl \cos \theta$ y que puede interpretarse como el producto de dl con la componente B ($B = B \cos \theta$) paralela a dl . La integral es la suma de las cantidades $B \cdot dl$ debidas a todos los elementos de trayectoria en la espira completa; es una integral de línea en torno a una trayectoria cerrada. El término i de la derecha de la ecuación (3.4) es la corriente total que pasa a través del área limitada por esta trayectoria cerrada.

En forma general podemos expresar la ley de Ampere en su forma diferencial, como

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \quad (3.5)$$

Para obtener la ley de Ampère en forma diferencial partimos de su forma integral, véase la ecuación (3.4). Si representamos el flujo por una densidad de corriente volumétrica J , tenemos que, la corriente encerrada es

$$i_{enc} = \int \mathbf{J} \cdot d\mathbf{a} \quad (3.6)$$

Aplicamos el teorema de Stokes a la ecuación (3.4) por lo que

$$\int (\nabla \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{a} = \mu_0 \int \mathbf{J} \cdot d\mathbf{a}, \quad (3.7)$$

debido a que el área de integración es arbitraria, se observa que

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}. \quad (3.8)$$

La ley de Ampère expresa que el campo magnético tiene fuentes vectoriales. El hecho de que las densidades de corriente sean fuentes vectoriales del campo magnético, esto es proporcional a su rotacional, es coherente con la propiedad de que las líneas de campo \mathbf{B} rotan en torno a las corrientes que lo crean.

Ley de Ampère para sistemas variables en el tiempo

La ecuación (3.4) debe modificarse si la trayectoria de integración incluye materiales magnéticos o campos eléctricos que varíen con el tiempo. Para el caso general de sistemas variables en el tiempo, la ley de Ampère debe ser generalizada adecuadamente, esto se consigue introduciendo la corriente de desplazamiento¹, entonces, la ecuación (3.8) se escribe como

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad (3.9)$$

convirtiéndose en la ecuación de Ampere-Maxwell. Aunque no existe un movimiento de carga, el concepto de corriente de desplazamiento permite mantener el concepto de que la corriente es continua.

¹Conviene recordar que el campo magnético se forma por una corriente de conducción i y por una corriente de desplazamiento ($i_D = \epsilon d\Phi_E/dt$). Por lo que, en la ecuación (3.4) sustituimos $i = (i_C + i_D)$ y obtenemos (3.9)

3.1.3. Ley de inducción de Faraday

La ley de Faraday dice que la fem² inducida ε en un circuito es igual a la rapidez del cambio de flujo a través de un circuito excepto por un signo negativo. Si el ritmo de cambio del flujo se expresa en webber/segundo, la fem estará expresada en volts. En forma de ecuación

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}. \quad (3.10)$$

Esta ecuación recibe el nombre de Ley de inducción de Faraday, el signo menos indica el signo de la fem inducida.

Considere un circuito formado por un solenoide y un amperímetro. Cabría esperar que el amperímetro no mostrase corriente en el circuito porque parece que no existe una fuerza electromotriz. Sin embargo, si desplazamos un imán de barra hacia la bobina, con su polo norte encara a la bobina, ocurre un fenómeno notable. Al mover el imán, el indicador del amperímetro se mueve, demostrando con ello que pasa corriente por la bobina. Si mantenemos el imán estacionario con respecto a la bobina, el amperímetro no marca. Si movemos el imán alejándose de la bobina, el medidor muestra de nuevo una desviación, pero ahora en dirección opuesta, lo cual significa que la corriente en la bobina.

Faraday observó que el factor importante en los experimentos que se describen era el cambio de flujo en la bobina. Este flujo puede establecerse mediante un imán o mediante una espira de corriente. y se verá modificado si la bobina contiene un medio diferente al vacío.

3.1.4. Inductancia

La inductancia L de un elemento de circuito, como un solenoide, se define mediante

$$\varepsilon = -L\frac{di}{dt}, \quad (3.11)$$

Esta ecuación afirma que una corriente variable en el tiempo por el inductor genera una fem a través del inductor y que la fem ε es proporcional a la velocidad de variación de la corriente. La constante de proporcionalidad L da la inductancia. Al igual que la

²La fuerza electromotriz es toda causa de mantener una diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito abierto.

capacitancia C , se considera que la inductancia L es siempre una cantidad positiva. La ecuación anterior muestra que la unidad de la inductancia en el SI es el *volt · segundo/ampere*. A esta combinación de unidades se le ha dado el nombre de *henry*, es denotado por H , es decir $1H = 1\text{volt} \cdot \text{segundo}/\text{ampere}$.

3.2. Solenoides

Los solenoides son basados en devanados de espiras de corriente, suele utilizarse para crear un campo magnético uniforme, al igual que el capacitor de placas paralelas crea un campo eléctrico uniforme.

Un solenoide es un alambre largo, devanado en forma de hélice compacta, que transporta una corriente I . Supóngase que la hélice es muy larga comparada con su diámetro.

En los puntos muy cercanos a una espira cualquiera del solenoide, el observador no puede determinar si el alambre está doblado en un arco. Magnéticamente el alambre se comporta casi como si fuera un alambre recto y las líneas de \mathbf{B} debidas a una espira son casi círculos concéntricos. En los timbres de puertas y en los altavoces, el solenoide a menudo proporciona el campo magnético que acelera un material magnético.

3.2.1. Campo magnético generado por un solenoide

El campo magnético generado por un solenoide es la suma vectorial de los campos magnéticos establecidos por cada una de las espiras que componen al solenoide. En la figura 3.1 se muestra un solenoide con las espiras muy separadas, el diagrama sugiere que el campo tiende a anularse entre los alambres contiguos y que en los puntos del interior del solenoide y razonablemente alejados de los alambres, \mathbf{B} es paralelo al eje del solenoide.

Para puntos como P en la figura 3.1, el campo creado por la parte superior de las espiras del solenoide, marcadas con el signo \odot ya que la corriente sale de la página, apunta a la izquierda y tiende a cancelar al campo generado por la parte inferior de las espiras del solenoide, marcadas como \otimes debido a que la corriente entra a la página, que apunta hacia la derecha. Cuando el solenoide se vuelve ideal, esto es, cuando se aproxima a la configuración de una lámina de corriente cilíndrica e infinitamente larga, el campo \mathbf{B} en los puntos de afuera tiende a cero. Considerar que el campo externo sea cero es una buena hipótesis de un solenoide práctico si su longitud es mucho mayor

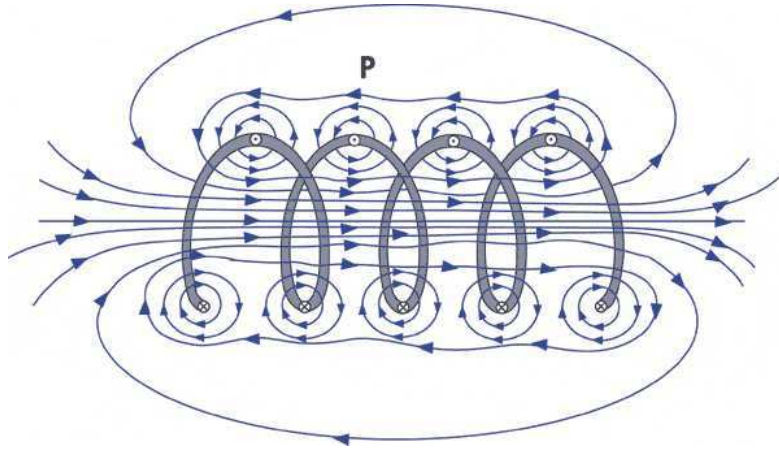


Figura 3.1: Líneas de campo magnético de un solenoide

que su diámetro y si consideramos únicamente los puntos externos cerca de la región central del solenoide, es decir, lejos de los extremos. La figura 3.1 muestra más líneas de \mathbf{B} para un solenoide real, puesto que la longitud es ligeramente mayor que el diámetro. Aún aquí, el espaciado de las líneas de \mathbf{B} en el plano central muestra que el campo externo es mucho más débil que el campo interno. Apliquemos la ley de Ampère

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 i, \quad (3.12)$$

a la trayectoria rectangular $abcd$ en el solenoide ideal de la figura 3.2. Escribiremos la integral $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$ como la suma de cuatro integrales, cada una por cada segmento de la trayectoria

$$\int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \int_a^b \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} + \int_b^c \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} + \int_c^d \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} + \int_d^a \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}. \quad (3.13)$$

La primera integral de la derecha es Bh en donde B es la magnitud de \mathbf{B} en el interior del solenoide y h es la longitud, arbitraria, de la trayectoria desde a hasta b . La trayectoria ab , aunque es paralela al eje del solenoide, no tiene que coincidir con él.

La segunda y cuarta integrales son cero debido a que en los segmentos correspondientes a esta trayectoria, \mathbf{B} perpendicular a la misma. Esto hace que $\mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$ sea cero, y por lo tanto las integrales son cero. La tercera integral, que incluye a la parte del rectángulo que se encuentra fuera del solenoide, es cero debido a que se ha considerado que \mathbf{B} es cero en todos los puntos externos del solenoide ideal.

En consecuencia, la integral $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$ en la trayectoria rectangular completa tiene el valor Bh . La corriente total I que pasa a través del área limitada por esta trayectoria

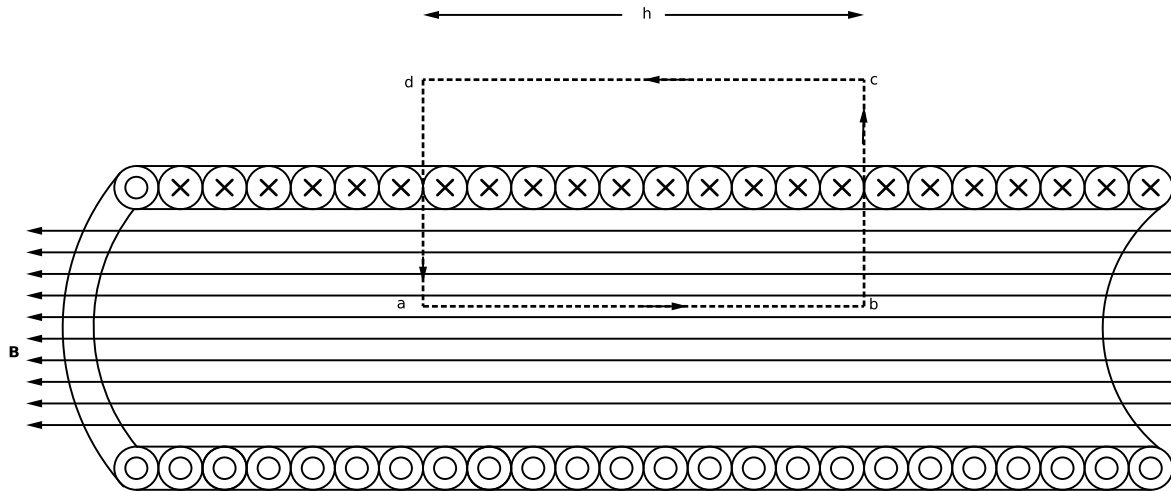


Figura 3.2: Vista transversal de un solenoide ideal, en donde el campo magnético interior es uniforme y el campo externo es cero. La ley de Ampère aplicada a la trayectoria abcd discontinua puede utilizarse para calcular la magnitud del campo interior.

de integración no es igual a la corriente I_0 del solenoide, debido a que el camino de integración encierra muchas vueltas. Sea N el número de vueltas por unidad de longitud; entonces

$$I = I_0 (Nh). \quad (3.14)$$

En consecuencia, la ley de Ampère toma la siguiente forma

$$Bh = \mu_0 I_0 Nh, \quad (3.15)$$

$$B = \mu_0 I_0 N. \quad (3.16)$$

La ecuación anterior muestra que el campo magnético dentro de un solenoide depende únicamente de la corriente I_0 y del número de espiras N , no depende del diámetro o de la longitud del solenoide.

Hemos deducido la ecuación anterior para un solenoide ideal infinitamente largo, pero se cumple bastante bien con los solenoides reales en los puntos internos cerca del centro del solenoide. Para un solenoide ideal, la ecuación (3.16) indica que \mathbf{B} no depende del diámetro o de la longitud del solenoide y que \mathbf{B} es constante en la sección trans-

versal del solenoide. El solenoide es una manera práctica de crear un campo magnético uniforme.

3.2.2. El campo magnético fuera del solenoide

Hasta ahora hemos despreciado el campo fuera del solenoide pero, aún en un solenoide ideal, el campo no es cero en los puntos fuera del devanado. Se utiliza un anillo amperiano, normal al eje del cilindro, de radio r para encontrar el campo tangencial externo del solenoide. Ya que los devanados del solenoide son helicoidales, una espira del devanado cruza la superficie encerrada por el círculo. El producto $\mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ para esta trayectoria depende de la componente tangencial del campo \mathbf{B}_t y por tanto la ley de Ampère se ve modificada como

$$B_t(2\pi r) = \mu_0 i_0, \quad (3.17)$$

es decir

$$B_t = \frac{\mu_0 i_0}{2\pi r}, \quad (3.18)$$

que es el mismo campo, en magnitud y también en dirección, que se generaría por un alambre recto. Los devanados además de conducir corriente alrededor de la superficie del solenoide, conducen también corriente de izquierda a derecha, el solenoide se comporta como un alambre recto en los puntos fuera del devanado. El campo tangencial es mucho más pequeño que el campo interior (3.16), como podemos ver al considerar la razón

$$\frac{B_t}{B} = \frac{\mu_0 i_0 / 2\pi r}{\mu_0 i_0 n} = \frac{1}{2\pi r N}. \quad (3.19)$$

Supongamos que el solenoide consta de una capa de vueltas en la que los alambres se tocan entre sí. Cada intervalo a lo largo del solenoide de longitud igual al diámetro D del alambre contiene una espira, y así el número de espiras N por unidad de longitud debe ser de $1/D$. Entonces, la razón se convierte en

$$\frac{B_t}{B} = \frac{D}{2\pi r}. \quad (3.20)$$

En un alambre típico, $D = 0.1 \text{ mm}$. La distancia r a los puntos exteriores deber ser cuando menos tan grande como el radio del solenoide, el cual podría ser de unos cuantos centímetros. Entonces $B_t/B \leq 0.0001$, y el campo tangencial exterior es realmente despreciable comparado con el campo interior a lo largo del eje. Por lo tanto podemos despreciar el campo exterior.

3.3. Transformadores

En los sistemas de distribución de energía eléctrica es deseable, tanto por razones de seguridad como de diseño eficiente del equipo, tener voltajes relativamente bajos tanto en el extremo generador, la planta de energía eléctrica, como en el extremo receptor, el hogar o la fábrica.

En la transmisión de energía eléctrica desde la planta generadora hasta el consumidor, deseamos la corriente mínima práctica, y por lo tanto la diferencia de potencial máxima práctica, de tal modo que sea mínima la disipación i^2R de la energía en la línea de transmisión. Valores tales como $E_{rms} = 350kV$ son típicos. Así, existe una desproporción fundamental entre los requisitos para una transmisión eficiente, por un lado la generación segura y eficiente y el consumo, por otro lado.

Para superar este problema, necesitamos un dispositivo que sea capaz, según lo requieran las consideraciones del diseño, de elevar o bajar la diferencia de potencial en un circuito, manteniendo el producto $i_{rms}\varepsilon_{rms}$ esencialmente constante. Tal dispositivo es el transformador de corriente alterna, operando sobre la base de la ley de inducción de Faraday, el transformador no tiene un equivalente para corriente continua, lo cual explica el por qué de los sistemas de distribución de CC , defendidos por Edison, han sido hoy día completamente reemplazados por sistemas de CA , defendidos por Tesla.

Consideremos dos bobinas devanadas alrededor de un núcleo de hierro. El devanado primario, de N_p vueltas, está conectado a un generador de corriente alterna cuya fem está dada por $\varepsilon = \varepsilon_m \sin \omega t$. El devanado secundario, de N_s vueltas, es un circuito abierto en tanto esté abierto el interruptor S , lo cual suponemos por el momento, entonces, no existe corriente en el devanado secundario, suponemos además que podemos desprestigiar todos los elementos de disipación, como las resistencias de los devanados del primario y del secundario, en realidad, los transformadores de alta capacidad bien diseñados, pueden tener pérdidas de energía tan bajas como el 10%, de modo que nuestra hipótesis de un transformador ideal no es irrazonable. Para las condiciones anteriores, el devanado del primario es una inductancia pura. La corriente en el primario, muy pequeña, llamada la corriente magnetizante $i_{mag}(t)$, se atrasa con respecto a la diferencia de potencial del primario $V_p(t)$ en $\pi/2$; el factor de potencia, $\cos \phi$ en la ecuación $P = \varepsilon_{rms}i_{rms}\cos \phi$ es cero, de modo que no hay entrega de potencia del generador al transformador. Sin embargo, la pequeña corriente alterna en el primario $i_{mag}(t)$ induce un flujo magnético alternante $\Phi_B(t)$ en el núcleo de hierro, y suponemos que este flujo

eslabona o enlaza las vueltas de los devanados del secundario. Esto es, suponemos que todas las líneas del campo magnético forman anillos cerrados dentro del núcleo de hierro y que ninguna escapa a los alrededores. De la ley de inducción de Faraday la fem por vuelta $\varepsilon_T = -d\Phi/dt$ es la misma para ambos devanados, tanto para el primario como para el secundario, porque los flujos en el primario y en el secundario son iguales. Al considerar valores *rms*, podemos escribir

$$\left(\frac{d\Phi_B}{dt}\right)_{\text{primario}} = \left(\frac{d\Phi_B}{dt}\right)_{\text{secundario}}, \quad (3.21)$$

es decir

$$(\varepsilon_T)_{\text{rms,primario}} = (\varepsilon_T)_{\text{rms,secundario}}. \quad (3.22)$$

En cada devanado, la fem por vuelta es igual a la diferencia de potencial dividida entre el número de vueltas en el devanado; la ecuación anterior puede escribirse como

$$\frac{V_p}{N_p} = \frac{V_s}{N_s}. \quad (3.23)$$

Aquí V_p y V_s se refieren a el potencial del primario y del secundario, ambas cantidades *rms*. Al despejar V_s , obtenemos

$$V_s = V_p(N_s/N_p). \quad (3.24)$$

Si $N_s > N_p$, en cuyo caso $V_s > V_p$, nos referimos a un transformador elevador; si $N_s < N_p$ nos referimos a un transformador reductor.

No hay que olvidar que en la ecuación (3.24) se ha escondido la dependencia de la permeabilidad del medio, ya que ambos solenoides se encuentran en el mismo medio y esta constante se elimina. Si se tuviera que un solenoide se encuentra en un medio μ_0 y el otro en un medio μ_m entonces tendríamos una dependencia de $V_p(\mu_0)$ y $V_s(\mu_m)$.

En todo lo anterior hemos supuesto un circuito secundario abierto de modo que no se transmite ninguna potencia por el transformador. Sin embargo, si ahora cerramos el interruptor S , tenemos una situación más práctica en la que el devando del secundario está conectado a una carga resistiva R . En el caso general, la carga contendría también elementos inductivos y capacitivos, aunque por ahora sólo nos concretaremos a este caso especial de una carga puramente resistiva. Suceden varias cosas al cerrar el interruptor S , en el circuito secundario surge una corriente i_s , que también es una cantidad *rms*, con una disipación promedio de potencia $i_{\text{rms}}^2 R = V_s^2/R$ en la carga resistiva, la corriente

alterna en el secundario induce su propio flujo magnético alterno en el núcleo de hierro, y este flujo induce, según las leyes de Faraday y Lenz, una fem en oposición a los devanados del primario, sin embargo, V_p no puede cambiar su respuesta a esta fem de oposición porque siempre debe ser igual a la fem proporcionada por el generador; el cierre del interruptor S no puede cambiar este hecho. Para asegurar esto, debe surgir en el circuito del primario una nueva corriente i_p alterna, siendo constantes su magnitud y fase precisamente en lo necesario para cancelar la fem de oposición generada en los devanados del primario por i_s . En lugar de analizar el proceso anterior más bien complejo en detalle, tomamos ventaja de la visión general proporcionada por el principio de conservación de la energía. Éste nos dice que, en un transformador con una carga resistiva

$$i_p V_p = i_s V_s. \quad (3.25)$$

Puesto que la ecuación (3.24) es válida ya sea que el interruptor S esté cerrado o no, tenemos entonces

$$i_s = i_p (N_p / N_s), \quad (3.26)$$

como la relación de transformación de corrientes. Por último, sabiendo que $i_s = V_s / R$, podemos utilizar las ecuaciones (3.24) y (3.26) para obtener

$$i_p = \frac{V_p}{(N_p / N_s)^2 R}, \quad (3.27)$$

que nos indica que, desde el punto de vista del circuito primario, la resistencia equivalente de la carga no es R sino

$$R_{eq} = (N_p / N_s)^2 R. \quad (3.28)$$

Si se considera un arreglo diferente, por ejemplo, el secundario dentro del primario y el núcleo de material ferromagnético dentro del secundario, las ecuaciones de inducción se verán modificadas y el flujo del secundario dependerá del material ferromagnético que se colocó en su interior, en particular de la constante de permeabilidad del material.

Hemos visto el transformador usual, pero considerando un caso particular en el que tenemos un transformador formado por un solenoide primario y un solenoide secundario dentro del solenoide primario y dentro del secundario tenemos un núcleo de algún material ferromagnético, tendríamos que la inducción magnética generada

por el primario al secundario sería la misma calculada para un solenoide común, pero al calcular la inducción del secundario entonces hay que considerar la permeabilidad del material que se colocó dentro del solenoide secundario. Es decir, tendremos una dependencia de μ_m .

$$\left(\frac{d\Phi_B}{dt}\right)_{\text{primario}} = \left(\frac{d\Phi_B}{dt}\right)_{\text{secundario}}, \quad (3.29)$$

3.4. Magnetismo en la Materia

El campo magnético producido por una corriente en una bobina de alambre proporciona un indicio de que podría provocar que ciertos materiales muestren fuertes propiedades magnéticas. En general cualquier espira de corriente tiene un campo magnético y, por lo tanto, un momento de dipolo magnético, incluyendo las espiras de corriente a nivel atómico descritas en algunos modelos del átomo. Por lo que los momentos magnéticos en una sustancia magnetizada se pueden escribir como si surgieran de esas espiras de corriente a nivel atómico. Para el modelo de Bohr del átomo, estas espiras de corriente están asociadas con el movimiento de electrones al rededor de núcleos en órbitas circulares. También existe un momento magnético intrínseco para electrones, protones, neutrones y otras partículas. Este momento magnético intrínseco surge de una propiedad denominada *espín*.

3.4.1. El Campo magnético dentro de la materia (Vector de magnetización e intensidad de campo magnético)

El estado magnético de una sustancia se describe por medio de una cantidad denominada vector de magnetización \mathbf{M} . La magnitud de este vector se define como el momento magnético por unidad de volumen de la sustancia. El campo magnético total \mathbf{B} en un punto de una sustancia depende tanto del campo externo aplicado \mathbf{B}_0 como de la magnetización de la sustancia.

Necesitamos una forma de distinguir entre los dos campos, el campo magnético originado por una corriente y el campo magnético originado por materiales magnéticos. Considere una región en la que existe un campo magnético \mathbf{B}_0 producido por un conductor por el que circula una corriente. Si ahora llenamos esa región con una sustancia magnética, el campo magnético total \mathbf{B} en esa región es $\mathbf{B}=\mathbf{B}_0+\mathbf{B}_m$ en donde \mathbf{B}_m es el

campo producido por la sustancia magnética. Podemos expresar dicha contribución de la sustancia magnética en términos del vector de magnetización de la sustancia como $\mathbf{B}_m = \mu_0 \mathbf{M}$. Por lo que el campo magnético total en la región es

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mu_0 \mathbf{M}. \quad (3.30)$$

Cuando analizamos los campos magnéticos que surgen de la magnetización, es conveniente introducir una cantidad de campo llamada intensidad de campo magnético \mathbf{H} de la sustancia. La intensidad del campo magnético representa el efecto de la corriente de conducción en alambres sobre la sustancia. Para enfatizar la distinción entre la intensidad de campo \mathbf{H} y el campo \mathbf{B} , a este último usualmente se le llama densidad de flujo magnético o inducción magnética. La intensidad de campo magnético es un vector definido por la relación

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}_0}{\mu_0} - \mathbf{M} \quad (3.31)$$

Por lo que, la ecuación puede ser escrita como

$$\mathbf{B}_0 = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}). \quad (3.32)$$

Las cantidades \mathbf{H} y \mathbf{M} tienen las mismas unidades. En unidades del SI, ya que \mathbf{M} es momento magnético por unidad de volumen, las unidades son $[Ampere][metro]^2/[metro]^3$, o $[Amperes][metro]$.

Para entender mejor estas expresiones, consideremos la región de un solenoide que conduce una corriente I . Si este espacio es un vacío, $\mathbf{M} = 0$, ya que ningún material magnético está presente, el campo magnético total es el que surge solo de la corriente y $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 = \mu_0 \mathbf{H}$. Puesto que $B_0 = \mu_0 n I$ en la región del solenoide, en donde n es el número de vueltas por unidad de longitud del solenoide,

$$H = \frac{B_0}{\mu_0} = \mu_0 n I / \mu_0, \quad (3.33)$$

$$H = n I, \quad (3.34)$$

En este caso el campo magnético \mathbf{B} en la región del solenoide se debe solamente a la corriente en el embobinado del solenoide. Si ahora se hace el solenoide con alguna sustancia y la corriente I se mantiene constante, entonces \mathbf{H} en la región del toro permanece invariante, ya que solo depende de la corriente, y tiene magnitud nI .

Sin embargo, el campo total \mathbf{B} surge del término $\mu_0 \mathbf{H}$ asociado con la corriente en el solenoide, y otra parte surge del término $\mu_0 \mathbf{M}$ debido a la magnetización de la sustancia de la cual está hecho el toro.

3.4.2. Ley de Ampere en medios materiales

Si bien la ley de Ampere es válida en todas las situaciones estacionarias haya materiales magnéticos presentes o no, en el caso de que si los haya suele escribirse de otra forma. En un medio material, las corrientes pueden separarse en dos tipos, corrientes libres y corrientes de magnetización. Dado que el valor de las corrientes de magnetización es desconocido a priori, se introduce el campo magnético \mathbf{H} , utilizando la ecuación (3.31), (véase la sección campos magnéticos en la materia) como

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} - \mathbf{M}, \quad (3.35)$$

en la ecuación (3.5), por lo que la ley de Ampère queda como

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_l, \quad (3.36)$$

y en la forma integral

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{r} = I_l, \quad (3.37)$$

en donde J_l e I_l son la densidad y la intensidad de corriente libre.

3.4.3. Susceptibilidad magnética y permeabilidad. Clasificación de Sustancias Magnéticas.

Las sustancias se pueden clasificar como pertenecientes a una de las tres categorías, ferromagnético, paramagnético o diamagnético, dependiendo de sus propiedades magnéticas. Los materiales paramagnéticos y los ferromagnéticos son aquellos hechos de átomos que tienen momentos magnéticos permanentes. Los materiales diamagnéticos son aquellos hechos de átomos que no tienen momentos magnéticos permanentes.

Para las sustancias paramagnéticas y diamagnéticas, el vector de magnetización \mathbf{M} es proporcional a la intensidad de campo magnético \mathbf{H} . Para dichas sustancias, colocadas en un campo magnético externo, se puede escribir

$$\mathbf{M} = \chi \mathbf{H}, \quad (3.38)$$

en donde χ es un factor adimensional llamado susceptibilidad magnética. Para sustancias paramagnéticas, χ es positiva y \mathbf{M} está en la misma dirección que \mathbf{H} . Para sustancias diamagnéticas, χ es negativa y \mathbf{M} es opuesto a \mathbf{H} . Es importante advertir

que esta relación lineal no se aplica a sustancias ferromagnéticas. La sustitución de la ecuación anterior en \mathbf{M} da como resultado

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) = \mu_0 (\mathbf{H} + \chi \mathbf{H}), \quad (3.39)$$

$$= \mu_0 (1 + \chi) \mathbf{H}, \quad (3.40)$$

$$\mathbf{B} = \mu_m \mathbf{H}, \quad (3.41)$$

en donde la constante μ_m recibe el nombre de permeabilidad magnética de la sustancia y está relacionada con la susceptibilidad magnética χ mediante $\mu_m = \mu_0(1 + \chi)$.

Las sustancias pueden clasificarse en términos de cómo se compara su permeabilidad magnética μ_m con la permeabilidad del vacío μ_0 , como sigue:

- Paramagnética $\mu_m > \mu_0$
- Diamagnética $\mu_m < \mu_0$

Debido a que χ es muy pequeña para sustancias paramagnéticas y diamagnéticas, μ_m es casi igual a μ_0 para estas sustancias. Para las sustancias ferromagnéticas μ_m es varios miles de veces más grande que μ_0 , lo cual implica que χ es muy grande para las sustancias ferromagnéticas.

Aunque la ecuación proporciona una relación simple entre \mathbf{B} y \mathbf{H} , debe interpretarse con cuidado cuando se trabaje con sustancias ferromagnéticas. Como se mencionó anteriormente \mathbf{M} no es una función lineal de \mathbf{H} para las sustancias ferromagnéticas. Esto se debe a que el valor de μ_m no es sólo una característica de la sustancia ferromagnética, si no que también depende del estado previo de la sustancia y de los procesos a los que se sometió conforme se movió desde su estado previo hasta su estado presente.

Capítulo 4

Metodología

En éste capítulo se presentará el diseño experimental utilizado. De la ley de Ampere (3.4) sabemos que si hacemos circular una corriente en un solenoide induciremos un campo magnético constante en el centro del solenoide, en este trabajo se consideró la inducción magnética que ejerce un solenoide sobre otro. Se construyó un transformador con núcleo de Gadolinio al cual se modificó la temperatura para tener una aproximación de su temperatura de Curie y observar la transición de fase.

4.1. Antecedentes

En los trabajos de Sood[1], Woźniak[3] y Fisher[?], se muestra una forma de estudiar las propiedades ferromagnéticas de un material, observando el cambio en la susceptibilidad magnética de una sustancia dentro de un transformador logrando así que cambie la respuesta del transformador.

En en el artículo de Sood[1] se realiza un transformador, con dos solenoides coaxiales sobre tubos de ensaye de "Corning" de $D_{1S} < D_{2S}$.¹ Se utilizó un núcleo de Níquel colocado dentro del solenoide interior. Se utilizó un oscilador capaz de dar una señal en el rango de 20 Hz a 150 KHz con una amplitud de algunos milivolts hasta varios Volts como fuente del potencial eléctrico primario. La temperatura fue medida colocando un termopar de Platino-Rhodio en el solenoide interior. El transformador con núcleo de Níquel fue colocado dentro de un horno de resistencia eléctrica previamente calenta-

¹de 10 cm de longitud, diámetros $D_{1S} = 1.25$ cm y $D_{2S} = 1.75$ cm, fueron montadas 50 vueltas y 120 vueltas respectivamente de alambre de cobre esmaltado calibre 25. El diámetro del alambre de cobre esmaltado calibre 25 es aproximadamente 0.455 mm.

do. Las mediciones fueron realizadas enfriando y calentando entre 300 K y 700 K. Se observó un cambio brusco en el potencial del secundario, cuando graficaron la fem del termopar y el potencial del secundario, asociado al cambio y la fem con la temperatura.

En el artículo de Lewowski and Woźniak[3], se utiliza Gadolinio en forma de una barra rectangular con una pureza de 99% policristalino colocado en el interior de un solenoide pequeño con una inductancia igual a $17.7mH$. La inductancia del solenoide fue medida con un multímetro digital de bajo costo, con la salida RS conectada a la computadora. La temperatura de la muestra de gadolinio fue medida utilizando un sensor de platino colocado directamente en el solenoide. Este sensor fue conectado a un segundo multímetro, el cual funcionó como medidor de resistencia. La barra de gadolinio, el solenoide y el sensor de Platino fueron sumergidos aceite de silicón en un contenedor pequeño de aluminio. Este contenedor fue montado a la cabeza de una bomba de calor que pudo ser calentada o enfriada por dos termoelementos Peltier. La temperatura fue cambiada desde 287 K a 298 K. Para reducir la diferencia de temperatura entre la barra de gadolinio y el sensor de Platino, el ciclo de calentamiento y enfriamiento fue realizado lentamente, con una duración de alrededor de ochenta minutos. Se obtuvo una temperatura de Curie para el Gadolinio de 290.1 K.

El trabajo de Fisher and Franz[2] se presenta un dispositivo que mide simultáneamente la temperatura y la susceptibilidad. La susceptibilidad magnética es medida detectando un cambio de flujo magnético en un par de solenoides colocados dentro de un campo magnético dependiente del tiempo. Dicho campo fue generado por un solenoide de mayor tamaño. Se utiliza un sistema lock-in amplificador para monitorear la señal del termopar y grabar los datos correspondientes. Se utilizan un par de solenoides colocados en oposición y colocados en un campo magnético dependiente del tiempo producido por un solenoide de fabricación casera. Si los solenoides tienen la misma área de sección transversal y el mismo número de vueltas, la fem neta a través del par de solenoides es cero. El ejemplo se vuelve estacionario, centrado en una de las bobinas pequeñas. Se utilizaron dos bobinas pequeñas colocadas en oposición dentro de un solenoide de fabricación casera de mayor tamaño, dichas bobinas fueron colocadas dentro de un campo magnético variable con el tiempo.

Como parte de este trabajo, se armó un transformador similar al descrito por Sood

[1], con dos solenoides devanados² con alambre de cobre calibre 24³. Se colocó un núcleo de Monel⁴ 400 de forma cilíndrica, de dimensiones $r = (0.5 \pm 0.05)\text{cm}$ y de longitud $L = (10 \pm 0.5)\text{cm}$ colocado de forma concéntrica.

Se alimentó el diseño con una señal senoidal variando la frecuencia de $\nu_{it} = 20\text{ Hz}$ a $\nu_{ft} = 150\text{ KHz}$, con un potencial de salida de $V = (0.5 \pm 0.1) - (2.5 \pm 0.1)\text{V}$, no se obtuvo respuesta en el secundario, V_2 medible por ningún multímetro FLUKE. Por lo que se aumentó el potencial de alimentación a $V_{test} = (6 \pm 0.1)\text{V}$, únicamente se provocó el calentamiento de los solenoides. Posteriormente se modificó el número de espiras a $N_{1test} = 35$ y $N_{2test} = 100$ el diámetro a $r = (2.5 \pm 0.05)\text{cm}$ y $r_2 = (2 \pm 0.05)\text{cm}$, el incremento en el número de espiras debería cambiar la proporción en la relación (3.24), incrementando el potencial de salida, V_2 , sin embargo, no se observó respuesta alguna. Por lo que se decidió diseñar el experimento objeto de este trabajo.

4.2. Arreglo experimental

4.2.1. Sistema: Selección de la sustancia paramagnética

Existen solo cuatro elementos ferromagnéticos en la naturaleza, el Hierro ($T_c = 1043\text{ K}$), Cobalto ($T_c = 1394\text{ K}$), Níquel ($T_c = 631\text{ K}$) y Gadolinio (Gd) ($T_c = 290\text{ K}$), la medición de la temperatura de Curie de estos elementos es difícil debido a que la temperatura de Curie de estos elementos es alta y las mediciones necesitan ser realizadas en una atmósfera antioxidante, lo cual limita la precisión de la medición de la temperatura. Entre los elementos ferromagnéticos sólo el Gadolinio (Gd) posee un valor de la temperatura de Curie cercano a la temperatura ambiente, facilitando la medición.

Por lo que se en este trabajo el material ferromagnético con el que se trabajó es el gadolinio⁵ al 99% de pureza, en forma de viruta de diferentes tamaños y formas. Debido a que los experimentos con materiales ferromagnéticos deben hacerse en atmósferas antioxidantes, se encapsuló al vacío, en tubos de vidrio de $r = (0.5 \pm 0.1)\text{ cm}$ y de

²sobre tubos de vidrio Pyrex de diámetros $D_{1t} = (1.25 \pm 0.05)\text{cm}$ y $D_{2t} = (1.75 \pm 0.05)\text{cm}$, el primario con 50 vueltas y el secundario con 120 vueltas.

³El diámetro del alambre de cobre esmalatado calibre 24 es aproximadamente 0.511 mm.

⁴La composición nominal del monel 400 es una aleación de Níquel(67%), Cobre(32%) y Hierro(1%), puede contener otros elementos(menos del 1%).

⁵De los laboratorios Sigma-Aldrich

$L = (15 \pm 0.5)$ cm de longitud, cada tubo con una masa de gadolinio aproximada de $m = (9.5 \pm 1)$ gr. Por lo que se decidió construir un transformador calculando nuestros propios parámetros.

4.2.2. Diseño del transformador: Dispositivo de medición de la magnetización

Se utilizará a un transformador para medir la magnetización de la muestra de Gadolinio. De la teoría de transformadores sabemos que el potencial eléctrico en el embobinado secundario depende de la proporción entre el número de espiras en cada bobina y del potencial eléctrico en el embobinado primario. Se desea obtener una respuesta máxima, de acuerdo a la ecuación (3.24)

$$V_2 = \frac{N_2}{N_1} V_1. \quad (4.1)$$

Para nuestro transformador se necesita recordar la ley de inducción de Faraday:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} \quad (4.2)$$

recuerde que

$$\varepsilon = \int_s \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad (4.3)$$

y que

$$\phi = \int_s \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} da \quad (4.4)$$

por lo que la ley de Faraday puede ser escrita como

$$\int_s \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d}{dt} \int_s \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} da \quad (4.5)$$

para nuestro caso

$$\varepsilon = -\frac{d}{dt} \int_s \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} da \quad (4.6)$$

en donde el campo magnético puede ser expresado como

$$\mathbf{B} = \int_p \frac{I d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{(r_2 - r_1)^2} \quad (4.7)$$

en donde la magnitud de la corriente I está asociada al potencial de alimentación del primario. Por lo que podemos escribir

$$\varepsilon = -\frac{d}{dt} \int_s \int_p \frac{I d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{(r_2 - r_1)} \cdot \mathbf{n} da \quad (4.8)$$

Se armó el solenoide primario con $N_1 = 400$ vueltas y el solenoide secundario con $N_2 = 200$ vueltas, es decir, un transformador elevador.

Ambos solenoides fueron devanados sobre tubos de Borosilicato y vidrio Pyrex, de radios $r_1 = (1.9 \pm 0.05)$ cm y $r_2 = (1.6 \pm 0.05)$ cm, respectivamente. Para armar el transformador, se colocó el solenoide de radio r_2 dentro de solenoide de radio r_1 alineando sus ejes. Véase la figura 4.1.

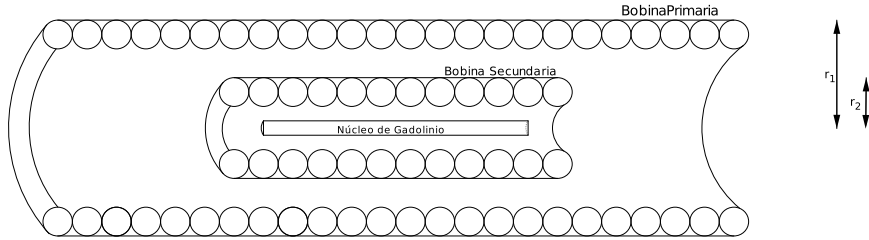


Figura 4.1: Diagrama del dispositivo experimental.

4.2.3. Caracterización del transformador

Se alimentó el arreglo con un generador de funciones del fabricante Stanford Research Systems modelo DS345, con una señal sinusoidal variando la frecuencia de $\nu_i = 50$ Hz hasta $\nu_f = 150$ KHz en intervalos de 10 Hz con una amplitud desde $V_{1i} = (0.5 \pm 0.1)V$ hasta $V_{1f} = (3.0 \pm 0.1)V$. Se colocó una resistencia de $R = 10K\Omega$ entre la fuente de alimentación y el solenoide primario, para evitar que la corriente proveniente de la bobina entre al generador de funciones⁶. Se midió el voltaje en el secundario, V_2 utilizando un multímetro AGILENT U1252A.

Se observó que la mejor respuesta, el máximo valor para V_2 estable, a temperatura ambiente ocurre a $\nu = (10 \pm 0.5)$ KHz y $V_1 = (2 \pm 0.05)$ V. En adelante $V_1 = 2.0 \sin(2\pi\nu t)$ será la señal de alimentación. En la figura 4.2 se muestra el circuito eléctrico del diseño.

⁶Se verificó la señal utilizando un osciloscopio Tektronix TDS220

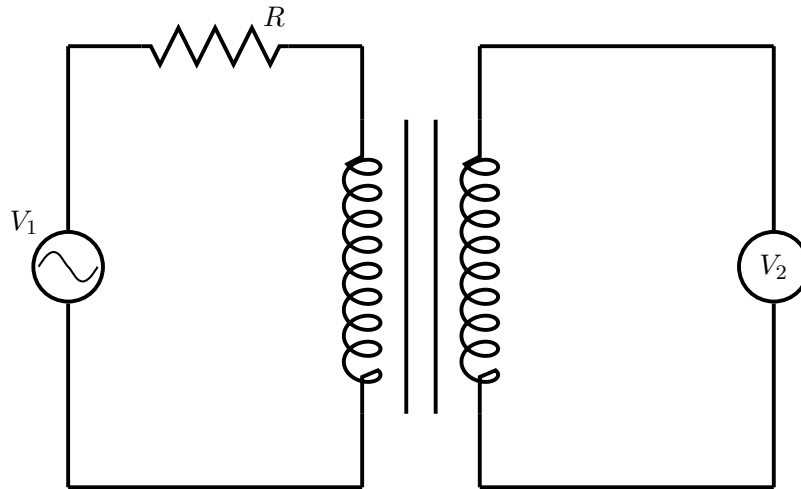


Figura 4.2: Diagrama eléctrico del dispositivo experimental.

Como se mencionó en el capítulo I, la fase de un material depende de la temperatura a la que se encuentre, también se ha mencionado que uno de nuestros objetivos principales es observar la transición para-ferromagnética, por lo que se diseñó una forma de modificar la temperatura al núcleo de Gadolinio. Se probó el transformador, a temperatura ambiente con el núcleo de gadolinio colocado de forma concéntrica, véase la figura 4.1 y se obtuvo una respuesta en el secundario.

4.3. Diseño del control de temperatura

Se propusieron dos diseños, el primero consistió en sumergir ambos solenoides en un baño térmico y el segundo, en someter únicamente el núcleo al baño térmico.

Para el primer diseño se fabricó un cilindro de PVC⁷ con dos salidas y dos entradas, con ambos solenoides inmersos, se hizo circular anticongelante el interior del cilindro de una temperatura $T_i = (253.15 \pm 0.5)K$ hasta una temperatura $T_f = (313.15 \pm 0.5)K$. El anticongelante fue enfriado previamente en un circulador de agua Lauda K4R y recirculado a la muestra por medio de dos bombas mecánicas de fuente. Véase la figura 4.5.

Este diseño no mostró ningún potencial eléctrico en el solenoide secundario, V_2 , es

⁷Polyvinil acetato

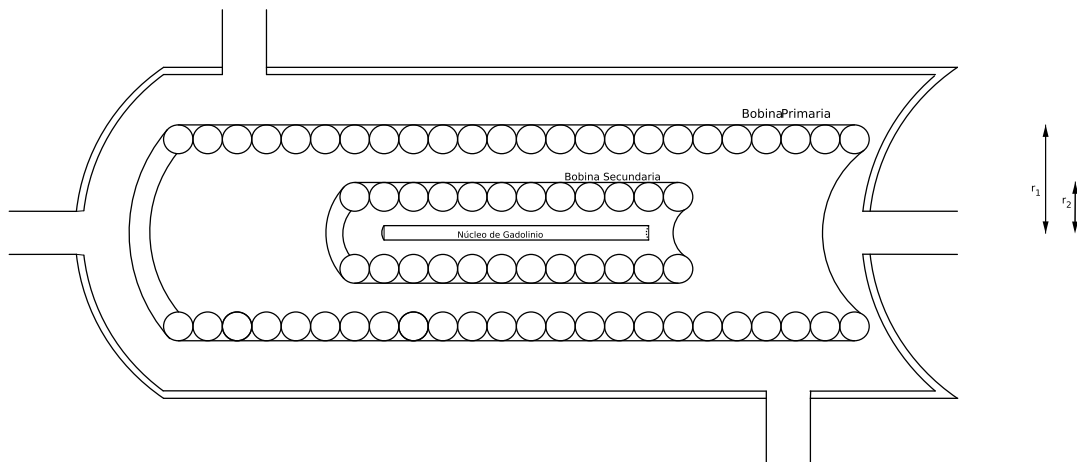


Figura 4.3: Primer diseño para modificar la temperatura al núcleo. Ambos solenoides sumergidos en un baño térmico de anticongelante

decir, aún con núcleo de Gadolinio, se observó una señal de salida nula, recuérdese que previamente a temperatura ambiente este diseño mostró respuesta al núcleo. Esto se debe a que se modificó el medio entre los solenoides de aire, a anticongelante, por lo que su susceptibilidad magnética fue modificada.

En el segundo diseño se colocó en un baño térmico de anticongelante sólo al núcleo (véase la figura 4.4).

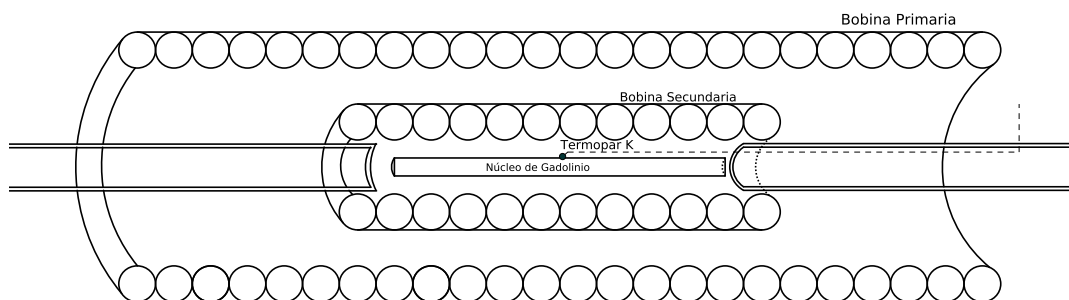


Figura 4.4: Únicamente el núcleo sumergido en un baño térmico de anticongelante. Se muestra el termopar tipo K en líneas discontinuas sobre la muestra.

Se modificó la temperatura del núcleo inyectando anticongelante al espacio entre

el núcleo y el solenoide primario de una temperatura $T_i = (313.15 \pm 0.5)K$, hasta $T_f = (253.15 \pm 0.5)K$.

El anticongelante fue enfriado previamente y recirculado a la muestra por medio de una sola bomba mecánica de fuente.

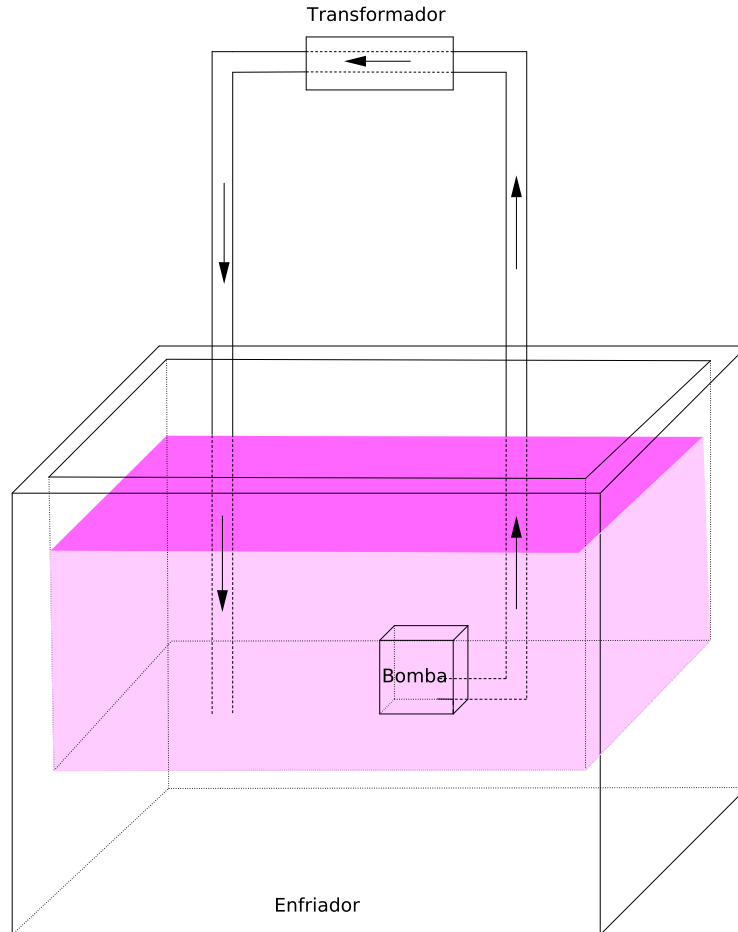


Figura 4.5: Diagrama del sistema de enfriamiento, mediante el cual se recircula el anticongelante del enfriador Lauda K4R al interior de los solenoides.

4.3.1. Calibración del transformador: respuesta de las bobinas a la temperatura

Éste último diseño si mostró un potencial en el secundario, V_2 , por lo que se calibró el transformador para conocer la respuesta intrínseca de las bobinas a la temperatura, sin

núcleo, alimentando con V_1 y variando la temperatura de 250 K a 320 K.

Se escribió un código en C++ para ajustar los datos experimentales de la calibración, los cuales fueron restados punto a punto a los datos experimentales obtenidos de la operación. Se muestra la función de ajuste y la gráfica de calibración en el capítulo de Resultados.

4.3.2. Procedimiento experimental: operación

Una vez que se verificó que el diseño funcionó y se calibró, se colocó el núcleo dentro del transformador y también se colocó un termopar tipo K sobre la muestra para monitorear la temperatura.

Finalmente se modificó la temperatura del núcleo desde $T_i = (313.15 \pm 0.5)K$, hasta $T_f = (253.15 \pm 0.5)K$.

Inicialmente se programó un PIC 16F84 para automatizar la medición de la temperatura, T , y del potencial, V_2 , pero debido a la falta de precisión al medir el potencial, se utilizaron multímetros AGILENT U1252A y su interfaz para medir cada variable de forma independiente, para automatizar la medición, tomando un tiempo de muestreo de 4s. Las mediciones de la temperatura se hicieron de forma dinámica, se tomó aproximadamente tres horas y media para llevar al sistema de la temperatura inicial a la temperatura final. Se observó condensación de agua sobre las espiras al descender la temperatura.

Capítulo 5

Resultados

5.0.3. Caracterización del transformador

Se observó que la mejor respuesta, el máximo valor para V_2 estable, a temperatura ambiente ocurre a $\nu_B = (10 \pm 0.5)$ KHz y $V_1 = (2 \pm 0.05)$ V. En adelante $V_1 = 2.0 \sin(2\pi\nu t)$ será la señal de alimentación.

5.0.4. Calibración del transformador

Como se mencionó en la metodología (véase el capítulo anterior), fue necesario calibrar el transformador sin núcleo, alimentado con la señal V_1 , mientras se modificó la temperatura del espacio interior del solenoide secundario, para restar la contribución debida a la respuesta de las bobinas a la temperatura. Se escribió un código en C++ para ajustar los datos experimentales de la calibración¹ de los solenoides utilizados. Se ajustó por el método de mínimos cuadrados la función $V = (6.75581 \times 10^{-6} \pm 6.81376 \times 10^{-9})T + (0.04259 \pm 0.00019 \times 10^{-6})$. La cual representa la respuesta del transformador a la temperatura (Véase la gráfica 5.1).

5.1. Resultados experimentales: operación

La medición de la temperatura y potencial eléctrico se realizó con dos multímetros AGILENT U1252A, para medir cada variable de forma independiente. Ambos fueron conectados a la computadora utilizando la interfaz del multímetro, por lo que fue necesario

¹con V_1 y variando la temperatura de 250 K a 320K

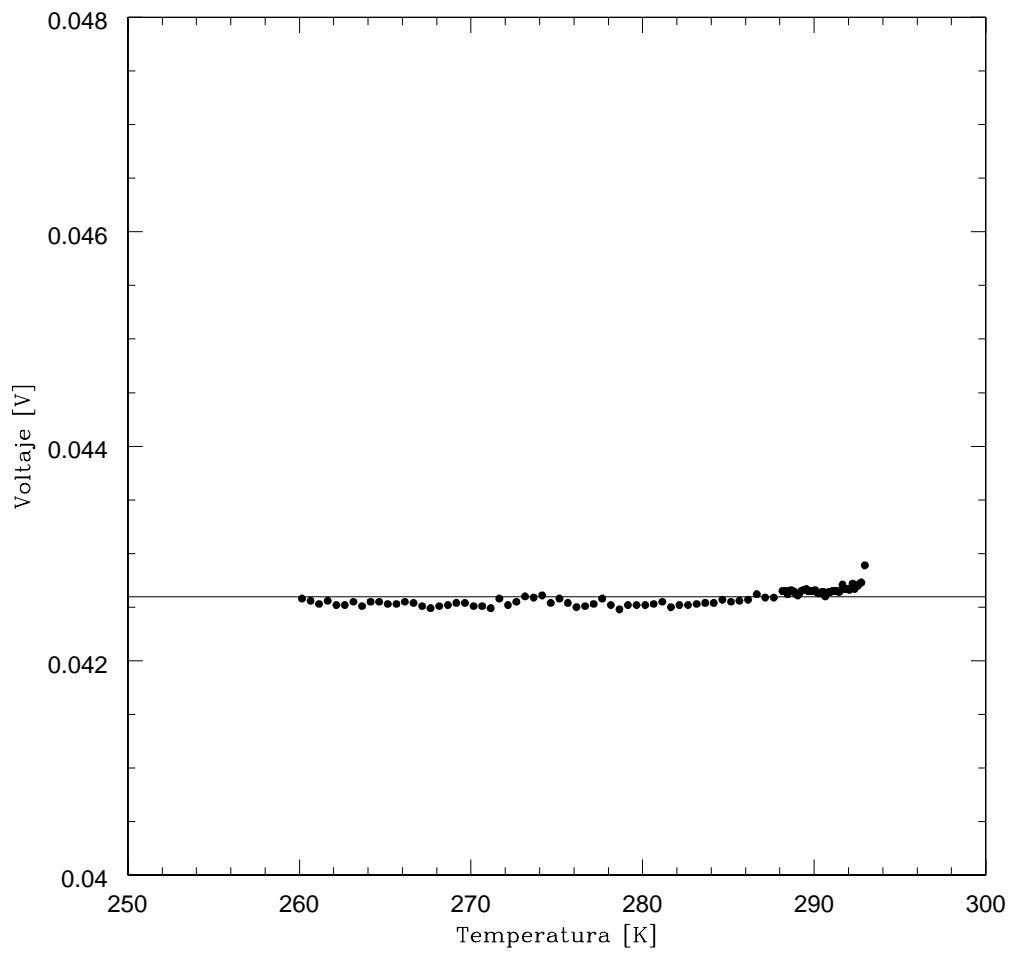


Figura 5.1: Calibración de los solenoides a diferente temperatura. Se observa que la respuesta de los solenoides sin núcleo a la temperatura es lineal y casi una constante.

escribir un programa en C++ para tener un archivo de potencial eléctrico-temperatura a partir de los archivos de potencial electrico-tiempo y temperatura-tiempo. Una vez que se empataron los archivos, se realizó otro programa para hacer un promedio de los valores obtenidos de potencial eléctrico para cada temperatura. Cada punto en la gráfica representa el promedio del potencial medido para cada décima de Kelvin medida.

No se muestra la desviación estandar para cada dato ya es muy pequeña y no se aprecia en la gráfica. Las incertidumbres de los aparatos de medición utilizados son del 0.005 %, menores que la incertidumbre del diseño. Se realizaron mediciones cada cuatro segundos. El experimento fue realizado quince veces, se encontraron dos comportamientos, mostrados en la figura 5.2 y 5.3.

5.2. Análisis de datos experimentales y Discusión

Ya que el propósito del experimento es encontrar el comportamiento térmico de la magnetización del Gadolinio, conviene recordar que

$$\varepsilon = -\frac{d}{dt} \int_s \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} da \quad (5.1)$$

en donde \mathbf{B} representa el flujo magnético a través del solenoide en el cual se tiene una fem ε , que corresponde a V_2 . También conviene recordar que \mathbf{B} en el solenoide secundario está dado por

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad (5.2)$$

por lo que obtenemos

$$V_2 = -\frac{d}{dt} \int_s \mu_m(\mathbf{H} + \mathbf{M}) \cdot \mathbf{n} da \quad (5.3)$$

en donde $\varepsilon = V_2$, el potencial medido en el secundario. Por lo que la magnetización está relacionada con el potencial secundario y en consecuencia V_2 depende de M y de la geometría de las bobinas.

Las gráficas 5.2 y 5.3 de resultados experimentales recuerdan a la forma de la función que Langevin calculó para la magnetización(2.23) y a la función de Langevin, por lo que se aproximó a las mediciones obtenidas una función cotangente hiperbólica utilizando el programa gnuplot, la cual se grafica en líneas discontinuas. Se aproximó la misma función a cada grafica obtenida de cada experimento, variando sus parámetros α , β y γ , los cuales se muestran en la tabla 5.1.

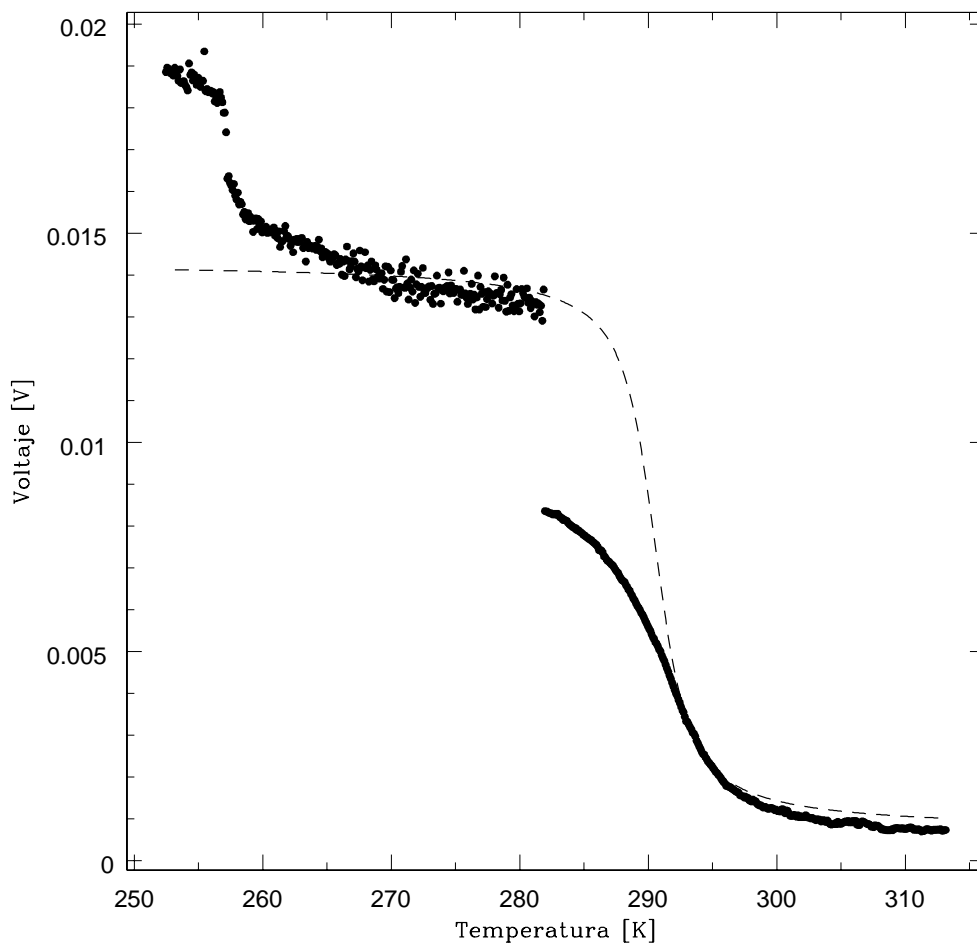


Figura 5.2: Gráfica I de Coexistencia del Gadolinio. Se muestran los datos experimentales en puntos y en líneas discontinuas la función de ajuste(5.4). Recuérdese que cada punto representa un promedio de los valores medidos. Se observa un comportamiento continuo hasta un punto en donde hay una discontinuidad y aumenta la dispersión, lo cual puede deberse a un estado metaestable. $\alpha = 0.0068$, $\beta = 290.55$ y $\gamma = 1.105$. Se observa un cambio en la curvatura de la gráfica en $T = 290.55$ correspondiente a la temperatura de Curie, en donde pasa de un estado paramagnético a ferromagnético.

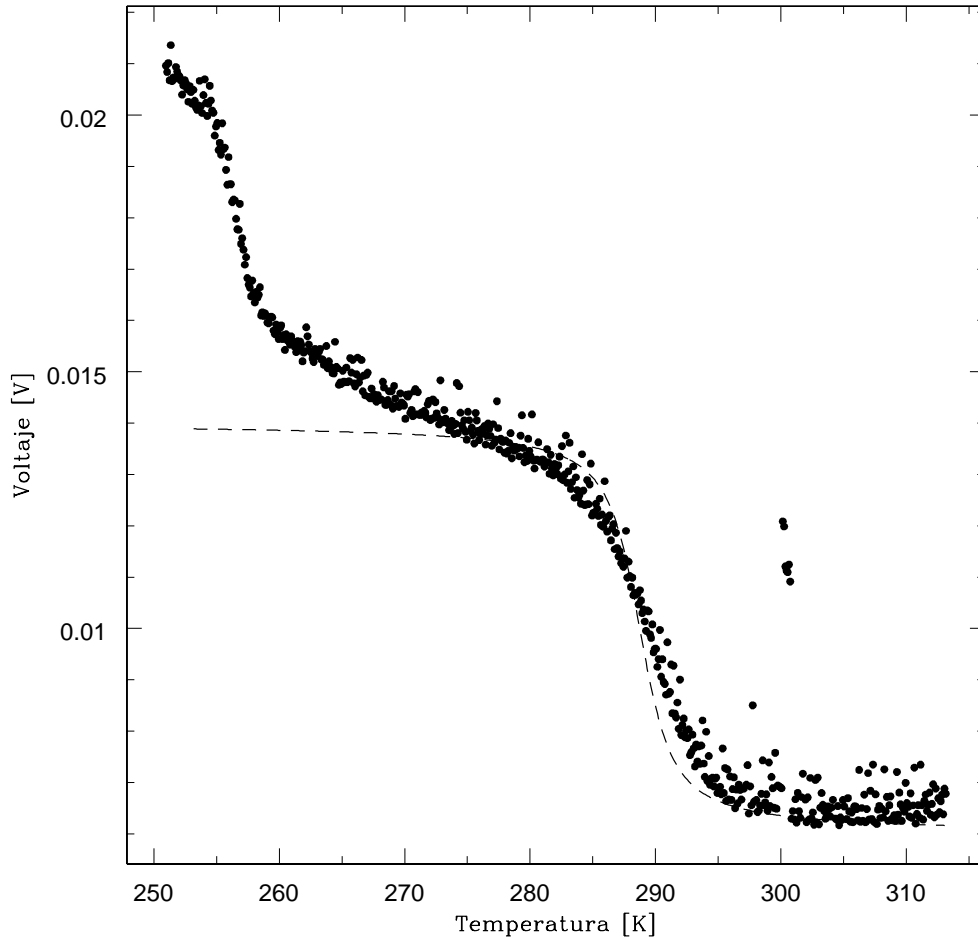


Figura 5.3: Gráfica IV de Coexistencia del Gadolinio. Se muestran los datos experimentales en puntos y en líneas discontinuas la función de ajuste(5.4). Se observa una dispersión de datos constante. Se observan puntos aislados debido al tiempo de reacción de los aparatos. Para temperaturas bajas se observa una segunda curva debida a transiciones secundarias, de acuerdo a Fisher[2]. $\alpha = 0.004$, $\beta = 288.75$ y $\gamma = 2.5$.

Tabla 5.1: Valores de los coeficientes de ajuste.

	α	β	γ
V_1	0.0068	291.65	1.170
V_2	0.0068	290.55	1.105
V_3	0.0040	289.15	3.400
V_4	0.0076	290.35	1.140
V_5	0.0079	290.05	1.120
V_6	0.0040	289.05	3.200
V_7	0.0040	288.75	3.100
V_8	0.0040	288.75	2.500
V_9	0.0040	288.75	2.800
V_{10}	0.0055	288.55	1.120
V_{11}	0.0040	289.75	2.800
V_{12}	0.0040	289.75	2.000
V_{13}	0.0060	289.95	1.200
V_{14}	0.0080	289.45	1.100
V_{15}	0.0040	288.65	3.250

La ecuación de ajuste a nuestros datos experimentales, similar a la de Langevin, esta dada por

$$V_2 = \alpha \left(-\frac{1}{\tanh(T - \beta)} + \frac{1}{T - \beta} + \gamma \right). \quad (5.4)$$

En la tabla 5.1 se muestran los valores obtenidos para cada coeficiente, cada conjunto de coeficientes representa cada vez que se realizó el experimento. Los parámetros α , β , y γ son parámetros de ajuste, α depende de la geometría del solenoide β es la temperatura de Curie T_c y γ es el cociente del potencial de alimentación y el coeficiente α .

Se muestran quince valores en la tabla, correspondientes a cada vez que se realizó el experimento.

En todas las gráficas a bajas temperaturas se observa un cambio en la curvatura de la gráfica debida a transiciones secundarias, de acuerdo a Fisher[2]. la cual no es objeto de este trabajo. En algunas gráficas se observa un comportamiento continuo hasta un punto en donde hay una discontinuidad y aumenta la dispersión, lo cual puede deberse

a un estado metaestable.

Se obtuvo el valor para la temperatura de Curie haciendo un promedio de todas las temperaturas obtenidas en cada experimento y se reporta la desviación estándar de dicho promedio.

Los coeficientes α y γ en la ecuación (5.4) son diferentes entre sí debido a que el gadolinio es un material ferromagnético blando por lo que al realizar una vez tras otra el experimento la curva de respuesta se verá desplazada, pero siempre será la misma respuesta. de acuerdo a Dan'kov, Tishin et. al.[4] la temperatura de Curie depende fuertemente de la pureza y del grado de cristalización del material que se utilizó, Se observó una temperatura de Curie $T_c = (289.45 \pm 0.6)K$, de acuerdo a diferentes autores el valor de la temperatura de Curie varia de 317 K([7] Servay 1992) hasta 293 K([8] Ashcroft 1976) and Mermin 1976, [9] Wikes 1973) y 290K ([10] von Ardenne 1973.) hasta 289 K ([11] Kittel 1956, [5] Legwold 1953, [12] Flippen 1963) y 290.1 K ([3] Lewowski y Woźniak 1997).

Capítulo 6

Conclusiones

Se realizó un experimento para mostrar la transición de fase paramagnética-ferromagnética del Gadolinio, mediante la estimación de la temperatura de Curie del Gadolinio.

Se indujo una corriente en una bobina con núcleo de Gadolinio, se midió el potencial de respuesta, el cual es proporcional a la magnetización.

Al cambiar el medio entre los solenoides se ve afectada la respuesta del secundario, al utilizar un solenoide con espiras de mayor tamaño y con mayor número de éstas el campo magnético inducido será mayor, por lo que la respuesta al cambiar la susceptibilidad magnética será más notable, no se necesitará un amplificador y habrá menor deriva en las mediciones de los aparatos.

De acuerdo a la teoría de Ising y a la aproximación del campo medio la magnetización es descrita por una función cotangente hiperbólica. De acuerdo a las mediciones obtenidas en los experimentos realizados, se ajustó una función cotangente hiperbólica que describe la magnetización del gadolinio al pasar de fase paramagnética a ferromagnética.

Se observó una dispersión en los valores del potencial del secundario, para la misma temperatura, lo cual puede ser indicativo de la influencia de la magnetización de los dominios individuales en la viruta de Gadolinio, provocando contribuciones a la magnetización. Se sugiere utilizar un núcleo sólido monocristalino, o de una sola pieza para evitarse estas contribuciones.

Esta dispersión es mayor al disminuir la temperatura, lo cual es consistente con la teoría de Ising y la teoría del campo medio.

Al disminuir la temperatura las interacciones de los dominios son relevantes y generan una contribución a la magnetización.

De acuerdo a la prueba que se realizó con Monel 400 es conveniente señalar que algunas muestras deben magnetizarse antes de utilizarse.

El experimento mostrado en este trabajo para ilustrar una transición para-ferromagnética puede realizarse en un laboratorio curricular de la licenciatura en física, también señala que puede realizarse de forma automatizada, implementando controladores electrónicos u ordenada por computadora, con alumnos preparados en tales áreas.

Bibliografía

- [1] Sood B. R., Kamal R., *Simple experiment for studying the properties of a ferromagnetic material.*, Am. J. Phys. 48(6), June 1980.
- [2] Fisher, D.G., Franz W.T., *Undergraduate laboratory demonstration of aspects of phase transitions using Curie temperature determination in amorphous ferromagnetic materials*, Am. J. Phys 63(3), March 1995.
- [3] Lewowski T., Woźniak K., *Measurement of Curie temperature for Gadolinium: a laboratory experiment for students*, Eur J. Phys 18 452, 1997.
- [4] Dan'kov S. Yu, Tishin A.M., Pecharsky V.K. and Gscheider K. A: Jr., *Magnetic phase transitions and the magnetothermal properties of gadolinium*. Phys. Rev. B 57(6), February 1998.
- [5] Legwold S., Speding F.H., Barson F. and Elliot J.F., Rev. Mod. Phys 25 129, 1953.
- [6] Stanley Eugene. *Introduction to Phase Transitions and Critical Phenomena*. Oxford University Press. USA 1971.
- [7] Servay R. A., *Physics*. 3 edición, Saunders College Publishing, Philadelphia, USA 1992.
- [8] Ashcroft N. W. and Mermin N. D., *Solid State Physics*, Rinehart Winston, New York, USA 1976.
- [9] Mermin Wiles P. *Solid State Theory in Metallurgy*, Cambridge University Press, London, England 1973.
- [10] von Ardenne M . *Tabellen zur Angewandten Physik*.VEB: Deutsche Verlag der Wissenschaften, Berlin, Alemania 1973.

- [11] Kittel C., *Introduction to Solid State Physics*, 2 edición, John Wiley & Sons, New York, USA 1956.
- [12] Flippen R. B., *J. Appl. Phys.* 34 2027, 1963.
- [13] Callen H. B. *Thermodynamics and an Introduction to Thermostatistics*, John Wiley & Sons. New York, USA 1985.
- [14] Carmona Gerardo, *Termodinámica Clásica*, Facultad de Ciencias, UNAM, México 2006.
- [15] Huang Kerson, *Introduction to Statistical Physics*. CRC Press, USA 2001.
- [16] Huang Kerson, *Statistical Mechanics*. John Wiley & Sons. New York, USA 1963.
- [17] Solé v. Ricard, Mannubia C. Susanna., *Orden y caos en Sistemas Complejos. Fundamentos.*, Ediciones de la Universidad Politécnica de Cataluña, SL. España 2001.
- [18] Gersten, J. I., Smith F.W., *The Physics and Chemistry of materials*, John Wiley & Sons. New York, USA 2001
- [19] Dixon Wilfrid J., Massey Frank J., *Introduction to Statistical Analysis*, McGraw-Hill. USA 1969.
- [20] Bevington Phillip R., *Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences* Tokio 1969.
- [21] Pippard A. B. *The elements of classical Thermodynamics* Cambridge University Press. London, England 1957.
- [22] Tizsa Laszlo. *Generalized Thermodynamics*. London, England 1966.
- [23] Kubo Ryogo. *Statistical Mechanics and Advanced Course with Problems and Solutions*. North-Holland Publishing Company-Amsterdam. Amsterdam, Netherlands 1967.
- [24] Wannier Gregory, *Statistical Physics*. John Wiley & Sons. Nueva York, USA 1966.
- [25] Mattis D., *The Theory of Magnetism.*, Harper Row , New York, USA 1965.
- [26] Mattis Daniel C., *Theory of Magnetism: An introduction to study of cooperative phenomena*. Harper & Row, New York, USA 1965.