



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE POSGRADO EN CIENCIAS DE LA TIERRA

**ESTIMACIÓN GEOESTADÍSTICA DE LA
DISTRIBUCIÓN ESPACIAL DE LA
PRECIPITACIÓN MEDIA MENSUAL Y
MEDIA ANUAL EN NUEVO LEÓN,
MEXICO.**

T E S I S

QUE COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE:
MAESTRO EN CIENCIAS DE LA TIERRA

P R E S E N T A

SILVIO GUSTAVO VILLARREAL MACES

JURADO EXAMINADOR

DR. MARTÍN ALBERTO DÍAZ VIERA

DR. RAÚL AGUIRRE GÓMEZ

DRA. ELSA LETICIA FLORES MÁRQUEZ

DRA. GRACIELA HERRERA ZAMARRÓN

DR. RICARDO CASAR GONZÁLEZ



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Resumen

En este trabajo se presenta la aplicación de una metodología sistemática de estimación espacial geoestadística, constituida esencialmente por el análisis exploratorio, análisis variográfico y la estimación espacial. Ésta metodología permitió establecer el modelo de dependencia espacial de los datos de precipitación, por medio del modelado de variogramas isotrópicos, a partir de estos modelos se obtuvieron mapas de estimación y de sus errores, para la precipitación media mensual y media anual, correspondientes a 132 estaciones climatológicas distribuidas en el estado de Nuevo León, con un periodo de registro de 24 años (1985-2008). Los métodos de estimación geoestadísticos empleados fueron el kriging ordinario, cokriging y distancias inversas ponderadas. Se utilizó la altitud como variable secundaria para el método de estimación conjunta, el grado de correlación de la precipitación con ésta variable resultó muy pobre. Al realizar la comparación de estos tres métodos el que presentó los mejores resultados en términos de las desviaciones estándares de los errores de la estimación y el que reprodujo las mejores estimaciones de los valores extremos de precipitación fue el kriging ordinario, de acuerdo con las estadísticas generadas mediante la técnica de la validación cruzada.

Dedicatoria

A mis padres **Maximino** y **Honorio** (qpd) por el esfuerzo realizado en mi formación.

Y en especial a **Elena** porque su llegada fue motivo de un profundo cambio en mi vida.

Agradecimientos

Al Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI) por la oportunidad y el apoyo recibido para la realización de estos estudios.

A la Directora Regional Noreste por el apoyo decidido para poder concluir con este proyecto.

A mis compañeros de la Dirección de Geografía de la Regional Noreste del INEGI por su apoyo.

Al Dr. Martín Díaz por la dirección de este trabajo y por sus valiosos comentarios para su conclusión.

A la Universidad Nacional Autónoma de México, en particular al Posgrado en Ciencias de la Tierra por las facilidades prestadas y la impartición de cursos a distancia.

A los profesores del posgrado por los conocimientos transmitidos.

A los miembros del jurado por sus valiosos comentarios y críticas.

A Elvira por el gran apoyo brindado.

Índice

Resumen.....	ii
Dedicatoria	iii
Agradecimientos	iv
Índice	v
Lista de tablas	vii
Lista de figuras	viii
I. Introducción.....	1
II. Metodología de estimación espacial geostatística	4
II.1 Análisis exploratorio de los datos.....	4
II.1.a Análisis univariado	4
II.1.b Análisis bivariado	6
II.2 Análisis variográfico	7
II.2.a Análisis univariado	7
II.2.b Análisis de tendencia	10
II.2.c Análisis bivariado	11
II.3 Estimaciones espaciales	13
II.3.a Distancias inversas ponderadas (IDW)	13
II.3.b Kriging ordinario (OK)	13
II.3.c Cokriging ordinario (CoK)	17
III. Aplicación de la metodología al caso de estudio	18
III.1 Área de estudio.....	18
III.2 Descripción de los datos.....	20
III.3 Análisis exploratorio de los datos.....	23
III.3.a Análisis univariado.....	23
III.3.a.1 Análisis de outliers	27
III.3.b Análisis bivariado	27
III.3.b.1 Análisis de outliers	33
III.3.c Análisis de tendencia	34
III.4 Análisis variográfico univariado	39
III.4.a Variograma experimental	39
III.4.b Análisis de anisotropía	42
III.4.c Modelado de variogramas	47
III.5 Análisis variográfico bivariado.....	63
III.5.a Modelado de variogramas	63
III.6 Validación cruzada de los modelos	69
III.6.a Kriging ordinario (OK)	70
III.6.b Cokriging (CoK).....	73
III.6.c Distancias inversas ponderadas (IDW)	75
III.7 Estimaciones espaciales	78

IV.	Análisis y discusión de resultados.....	79
V.	Conclusiones.....	90
VI.	Referencias.....	92
VII.	Anexos.....	94
	<i>Anexo III.1</i>	
	<i>Listado de estaciones</i>	<i>94</i>
	<i>Anexo III.2</i>	
	<i>Análisis univariado sin outliers</i>	<i>98</i>
	<i>Anexo III.3</i>	
	<i>Análisis bivariado sin outliers</i>	<i>102</i>
	<i>Anexo III.4</i>	
	<i>Diagramas de rosas.....</i>	<i>107</i>
	<i>Anexo III.5</i>	
	<i>Superficies estimadas con el método kriging ordinario (OK).....</i>	<i>111</i>
	<i>Anexo III.6</i>	
	<i>Superficies estimadas con el método cokriging ordinario (CoK)</i>	<i>125</i>
	<i>Anexo III.7</i>	
	<i>Superficies estimadas con el método de distancias inversas ponderadas (IDW)</i>	<i>130</i>

Lista de tablas

II. Metodología de estimación espacial geostatística	4
Tabla II.1 Modelos de variogramas teóricos utilizados en el modelado de los datos de precipitación, tomado de Olea, 1999. C representa el sill, h la distancia o lag y a es el alcance o rango.	8
III. Aplicación de la metodología al caso de estudio	18
Tabla III.1 Estadística básica univariada para las series de datos analizados.	24
Tabla III.2 Resultados de la aplicación del modelo de regresión lineal entre las variables analizadas y la variable secundaria. R^2 es el coeficiente de determinación.	28
Tabla III.3 Estadística básica de residuales, obtenidos de la aplicación de un modelo de correlación lineal, entre las variables analizadas y la variable <i>ALT</i>	30
Tabla III.4 Estadística básica de la variable <i>ALT_TEND</i>	34
Tabla III.5 Resultados de la correlación considerando entre las variables analizadas y <i>ALT_TEND</i>	36
Tabla III.6 Estadística bivariada considerando a la variable secundaria como <i>ALT_TEND</i> y las series sin outliers.	38
Tabla III.7 Resultados del cálculo de los variogramas experimentales, los pares significan la cantidad de parejas formadas y los valores desplegados corresponden a la varianza obtenida en cada uno de los lags.	40
Tabla III.8 Resultado del cálculo del variograma experimental para <i>NOV_SO</i> , los pares significan la cantidad de parejas formadas y los valores desplegados corresponden a la varianza obtenida en cada uno de los lags.	40
Tabla III.9 Resultado del cálculo del variograma experimental para <i>ALT_TEND</i> , los pares significan la cantidad de parejas formadas y los valores desplegados corresponden a la varianza obtenida en cada uno de los lags.	42
Tabla III.10 Parámetros de los modelos autorizados, obtenidos en el ajuste de los variogramas, para las variables analizadas.	50
Tabla III.11 Parámetros de los modelos autorizados, obtenidos en el ajuste de los variogramas, para las variables analizadas.	51
Tabla III.12 Parámetros de los modelos autorizados, obtenidos en el ajuste manual de los variogramas, para las variables analizadas.	59
Tabla III.13 Parámetros obtenidos del modelo utilizado para el variograma cruzado, para <i>AGO</i> y <i>ALT_TEND</i> . .	66
Tabla III.14 Parámetros obtenidos del modelo utilizado para el variograma cruzado, para <i>SEP</i> y <i>ALT_TEND</i>	66
Tabla III.15 Parámetros obtenidos del modelo utilizado para el variograma cruzado, para <i>OCT</i> y <i>ALT_TEND</i> . ..	67
Tabla III.16 Parámetros obtenidos del modelo utilizado para el variograma cruzado, para <i>PMA</i> y <i>ALT_TEND</i> . .	68
Tabla III.17 Estadística básica de errores, resultado de la validación cruzada con el método <i>leave one out</i> , de los variogramas seleccionados para la técnica de kriging ordinario (<i>OK</i>), para las variables analizadas.	70
Tabla III.18 Estadística básica de errores, resultado de la validación cruzada con el método <i>leave one out</i> , de los variogramas seleccionados para la técnica de cokriging (<i>CoK</i>), para las variables <i>AGO</i> , <i>SEP</i> , <i>OCT</i> y <i>PMA</i>	73
Tabla III.19 Estadística básica de errores, resultado de la validación cruzada con el método <i>leave one out</i> , de los variogramas seleccionados para la técnica de distancias inversas ponderadas (<i>IDW</i>), para las variables analizadas. .	75
IV. Análisis y discusión de resultados.....	79
Tabla IV.1 Error medio estandarizado (<i>MSE</i>) producido por las técnicas de kriging ordinario (<i>OK</i>) y cokriging (<i>CoK</i>), utilizadas en la estimación espacial de la precipitación.	82
VII. Anexos.....	94
Anexo III.1 Listado de estaciones	94
Tabla III.1.1 Listado de estaciones climatológicas, coordenadas y periodo de registro.	97
Anexo III.2 Análisis univariado sin outliers	98
Tabla III.2.1 Resumen de estadística básica univariada sin outliers, para las variables <i>ENE</i> , <i>FEB</i> , <i>JUN</i> , <i>JUL</i> , <i>AGO</i> , <i>SEP</i> , <i>OCT</i> , <i>NOV</i> y <i>PMA</i>	101
Anexo III.3 Análisis bivariado sin outliers	102

Tabla III.3.1 Resumen de la correlación entre la variable <i>ALT</i> y las variables <i>ENE, FEB, JUN, JUL, AGO, SEP, OCT, NOV, DIC</i> y <i>PMA</i> sin outlier.....	103
Tabla III.3.2 Resumen de estadística básica sin outliers de residuales, para las variables <i>ENE, FEB, JUN, JUL, AGO, SEP, OCT, NOV, DIC</i> y <i>PMA</i>	104

Lista de figuras

II. Metodología de estimación espacial geostatística	4
Figura II.1 Diagrama de procesamiento de la estadística básica univariada, así como la identificación de datos anómalos u outliers.	5
Figura II.2 Diagrama de procesamiento de la estadística básica bivariada.	6
Figura II.3 Modelos de variogramas con un sill $C=1.0$ y un rango $a=3.0$	9
Figura II.4 Diagrama de bloques simplificado utilizado en la etapa del análisis variográfico univariado.	10
Figura II.5 Diagrama de bloques simplificado utilizado en la etapa del análisis variográfico bivariado.	12
III. Aplicación de la metodología al caso de estudio	18
Figura III.1.a Mapa de las provincias fisiográficas correspondientes al estado de Nuevo León, delimitación tomada de la cartografía de provincias fisiográficas escala 1: 250 000 del INEGI.	19
Figura III.1.b Mapa de las regiones hidrológicas correspondientes al estado de Nuevo León, delimitación tomada de la cartografía de hidrología superficial escala 1:250 000 del INEGI.	20
Figura III.1.c Mapa de la distribución espacial de las estaciones climatológicas en Nuevo León.....	22
Figura III.2 Gráficas box plot de las variables <i>ENE, FEB, MAR, ABR, MAY, JUN, JUL, AGO, SEP, OCT, NOV</i> y <i>DIC</i> y outliers encontrados mostrados como puntos fuera del rango establecido.	23
Figura III.3 Gráficas box plot de las variables <i>PMA</i> y <i>ALT</i> , así como los outliers encontrados.....	24
Figura III.4 Histogramas de las variables <i>ENE, FEB, MAR, ABR, MAY</i> y <i>JUN</i>	25
Figura III.5 Histogramas de las variables <i>JUL, AGO, SEP, OCT, NOV</i> y <i>DIC</i>	25
Figura III.6 Histogramas de las variables <i>PMA</i> y <i>ALT</i>	25
Figura III.7 Gráficas qq plot de la variable <i>ENE, FEB, MAR, ABR, MAY</i> y <i>JUN</i>	26
Figura III.8 Gráficas qq plot de la variable <i>JUL, AGO, SEP, OCT, NOV</i> y <i>DIC</i>	26
Figura III.9 Gráficas qq plot de las variables <i>PMA</i> y <i>ALT</i>	27
Figura III.10 Gráficas de correlación lineal de las variables <i>ENE, FEB, MAR, ABR, MAY</i> y <i>JUN</i> con la variable <i>ALT</i>	28
Figura III.11 Gráficas de correlación lineal de las variables <i>JUL, AGO, SEP, OCT, NOV</i> y <i>DIC</i> con la variable <i>ALT</i>	29
Figura III.12 Gráfica de correlación lineal de <i>PMA</i> y <i>ALT</i>	29
Figura III.13 Histogramas de residuales, obtenidos de la aplicación de un modelo de correlación lineal, entre las variables <i>ENE, FEB, MAR, ABR, MAY</i> y <i>JUN</i> con la variable <i>ALT</i>	30
Figura III.14 Histogramas de residuales, obtenidos de la aplicación de un modelo de correlación lineal, entre las variables <i>JUL, AGO, SEP, OCT, NOV</i> y <i>DIC</i> y la variable <i>ALT</i>	31
Figura III.15 Histogramas de residuales, obtenidos de la aplicación de un modelo de correlación lineal, entre la variable <i>PMA</i> y la variable <i>ALT</i>	31
Figura III.16 qq plot de residuales, obtenidos de la aplicación de un modelo de regresión lineal, entre las variables <i>ENE, FEB, MAR, ABR, MAY</i> y <i>JUN</i> con la variable <i>ALT</i>	32
Figura III.17 qq plot de residuales, obtenidos de la aplicación de un modelo de regresión lineal, entre las variables <i>JUL, AGO, SEP, OCT, NOV</i> y <i>DIC</i> y la variable <i>ALT</i>	32
Figura III.18 qq plot de residuales, obtenidos de la aplicación de un modelo de regresión lineal, entre la variable <i>PMA</i> y la variable <i>ALT</i>	33
Figura III.19 Histograma de la variable <i>ALT_TEND</i> , considerando un modelo de tendencia lineal.	34
Figura III.20 qq plot de la variable <i>ALT_TEND</i> , considerando un modelo de tendencia lineal.	35

Figura III.21	box plot de la variable <i>ALT_TEND</i> , considerando un modelo de tendencia lineal.	35
Figura III.22	Gráficas de correlación lineal de la variable <i>ALT_TEND</i> y las variables <i>ENE, FEB, MAR, ABR, MAY</i> y <i>JUN</i> , considerando un modelo de tendencia lineal.	36
Figura III.23	Gráficas de correlación lineal de la variable <i>ALT_TEND</i> y las variables <i>JUL, AGO, SEP, OCT, DIC</i> y <i>PMA</i> considerando un modelo de tendencia lineal.	37
Figura III.24	Gráfica de correlación lineal de la variable <i>ALT_TEND</i> y la variable <i>NOV_SO</i> , considerando un modelo de tendencia lineal.	37
Figura III.25	Histogramas de residuales, considerando la variable <i>ALT_TEND</i> y las variables <i>ENE, FEB, MAR, ABR, MAY</i> y <i>JUN</i>	37
Figura III.26	Histogramas de residuales, considerando la variable <i>ALT_TEND</i> y las variables <i>JUL, AGO, SEP, OCT, DIC</i> y <i>PMA</i>	38
Figura III.27	Histogramas de residuales, considerando la variable <i>ALT_TEND</i> y la variable <i>NOV_SO</i>	38
Figura III.28	Variogramas experimentales de las variables <i>ENE, FEB, MAR</i> y <i>ABR</i> , en línea continua se muestra la varianza de cada variable.	40
Figura III.29	Variogramas experimentales de las variables <i>MAY, JUN, JUL</i> y <i>AGO</i> , en línea continua se muestra la varianza de cada variable.	41
Figura III.30	Variogramas experimentales de las variables <i>SEP, OCT, NOV_SO</i> y <i>DIC</i> , en línea continua se muestra la varianza de cada variable.	41
Figura III.31	Variogramas experimentales de las variables <i>PMA</i> y <i>ALT</i> , en línea continua se muestra la varianza de cada variable.	41
Figura III.32	Variograma experimental de la variable <i>ALT_TEND</i> , como resultado de la aplicación de un modelo de tendencia lineal.	42
Figura III.33	Variogramas direccionales para los datos de las variables <i>ENE, FEB, MAR</i> y <i>ABR</i> . Se considera la dirección positiva del eje de las abscisas como dirección 0°; las demás direcciones se obtienen según los ángulos en sentido contrario a las manecillas del reloj, a partir de la dirección 0°. La tolerancia angular es de ± 22.5°.	44
Figura III.34	Variogramas direccionales para los datos de las variables <i>MAY, JUN, JUL</i> y <i>AGO</i> . Se considera la dirección positiva del eje de las abscisas como dirección 0°; las demás direcciones se obtienen según los ángulos en sentido contrario a las manecillas del reloj, a partir de la dirección 0°. La tolerancia angular es de ± 22.5°.	45
Figura III.35	Variogramas direccionales para los datos de las variables <i>SEP, OCT, NOV_SO</i> y <i>DIC</i> . Se considera la dirección positiva del eje de las abscisas como dirección 0°; las demás direcciones se obtienen según los ángulos en sentido contrario a las manecillas del reloj, a partir de la dirección 0°. La tolerancia angular es de ± 22.5°.	46
Figura III.36	Variogramas direccionales para los datos de las variables <i>PMA</i> y <i>ALT_TEND</i> . Se considera la dirección positiva del eje de las abscisas como dirección 0°; las demás direcciones se obtienen según los ángulos en sentido contrario a las manecillas del reloj, a partir de la dirección 0°. La tolerancia angular es de ± 22.5°.	47
Figura III.37	Descripción de parámetros que conforman el variograma.	49
Figura III.38	Ajuste de variogramas para la variable <i>ENE</i> , utilizando 3 modelos autorizados, a la derecha el modelo que presenta el mejor ajuste según el criterio de Aikaike, los parámetros del modelo esférico son: nugget (C_0)=29.98, sill (C_0+C)=38.66, alcance=102.9 km.	52
Figura III.39	Ajuste de variogramas para la variable <i>FEB</i> , utilizando 3 modelos autorizados, a la derecha el modelo que presenta el mejor ajuste según el criterio de Aikaike, los parámetros del modelo esférico son: nugget (C_0)=7.7, sill (C_0+C)=36.2, alcance=65 km.	52
Figura III.40	Ajuste de variogramas para la variable <i>MAR</i> , utilizando 3 modelos autorizados, a la derecha el modelo que presenta el mejor ajuste según el criterio de Aikaike, los parámetros del modelo esférico son: nugget (C_0)=13.9, sill (C_0+C)=80.8, alcance=85 km.	53
Figura III.41	Ajuste de variogramas para la variable <i>ABR</i> , utilizando 3 modelos autorizados, a la derecha el modelo que presenta el mejor ajuste según el criterio de Aikaike, los parámetros del modelo esférico son: nugget (C_0)=26.9, sill (C_0+C)=158.4, alcance=86 km.	53
Figura III.42	Ajuste de variogramas para la variable <i>MAY</i> , utilizando 3 modelos autorizados, a la derecha el modelo que presenta el mejor ajuste según el criterio de Aikaike, los parámetros del modelo esférico son: nugget (C_0)=97.2, sill (C_0+C)=371.2, alcance=144 km.	54
Figura III.43	Ajuste de variogramas para la variable <i>JUN</i> , utilizando 3 modelos autorizados, a la derecha el modelo que presenta el mejor ajuste según el criterio de Aikaike, los parámetros del modelo esférico son: nugget (C_0)=131, sill (C_0+C)=507, alcance=69 km.	54
Figura III.44	Ajuste de variogramas para la variable <i>JUL</i> , utilizando 3 modelos autorizados, a la derecha el modelo que presenta el mejor ajuste según el criterio de Aikaike, los parámetros del modelo esférico son: nugget (C_0)=193.8, sill (C_0+C)=430, alcance=106.1 km.	55

Figura III.45 Ajuste de variogramas para la variable AGO , utilizando 3 modelos autorizados, a la derecha el modelo que presenta el mejor ajuste según el criterio de Aikaike, los parámetros del modelo esférico son: nugget (C_0)=124.6, sill (C_0+C)=922.8, alcance=83.7 km.	55
Figura III.46 Ajuste de variogramas para la variable SEP , utilizando 3 modelos autorizados, a la derecha el modelo que presenta el mejor ajuste según el criterio de Aikaike, los parámetros del modelo esférico son: nugget (C_0)=10, sill (C_0+C)=3110, alcance=75 km.	56
Figura III.47 Ajuste de variogramas para la variable OCT , utilizando 3 modelos autorizados, a la derecha el modelo que presenta el mejor ajuste según el criterio de Aikaike, los parámetros del modelo esférico son: nugget (C_0)=39.5, sill (C_0+C)=890.6, alcance=74.5 km.	56
Figura III.48 Ajuste de variogramas para la variable NOV_SO , utilizando 3 modelos autorizados, a la derecha el modelo que presenta el mejor ajuste según el criterio de Aikaike, los parámetros del modelo esférico son: nugget (C_0)=18.7, sill (C_0+C)=47.41, alcance=60 km.	57
Figura III.49 Ajuste de variogramas para la variable DIC , utilizando 3 modelos autorizados, a la derecha el modelo que presenta el mejor ajuste según el criterio de Aikaike, los parámetros del modelo esférico son: nugget (C_0)=35, sill (C_0+C)=48.2, alcance=209 km.	57
Figura III.50 Ajuste de variogramas para la variable PMA , utilizando 3 modelos autorizados, a la derecha el modelo que presenta el mejor ajuste según el criterio de Aikaike, los parámetros del modelo esférico son: nugget (C_0)=3100, sill (C_0+C)=40600, alcance=86 km.	58
Figura III.51 Ajuste de variogramas para la variable ALT_TEND , utilizando 3 modelos autorizados, a la derecha el modelo que presenta el mejor ajuste según el criterio de Aikaike, los parámetros del modelo esférico son: nugget (C_0)=200, sill (C_0+C)=145200, alcance=75 km.	58
Figura III.52 Variograma resultante del ajuste manual para las variables ENE, FEB, MAR, ABR, MAY y JUN . .	60
Figura III.53 Variograma resultante del ajuste manual para las variables JUL, AGO, SEP, OCT, NOV_SO y DIC	61
Figura III.54 Variograma resultante del ajuste manual para las variables PMA y ALT_TEND	62
Figura III.55 Variogramas cruzados para AGO y SEP , así como variogramas experimentales de las variables involucradas.	63
Figura III.56 Variogramas cruzados para OCT y PMA , así como variogramas experimentales de las variables involucradas.	64
Figura III.57 Variogramas cruzados resultantes del modelo de correionalización, para las variables AGO, SEP y ALT_TEND	65
Figura III.58 Variogramas cruzados resultantes del modelo de correionalización, para las variables OCT, PMA y ALT_TEND	65
Figura III.59 Gráficas de histogramas y qq plot para los errores encontrados en la validación cruzada para ENE, FEB y MAR	71
Figura III.60 Gráficas de histogramas y qq plot para los errores encontrados en la validación cruzada para ABR, MAY y JUN	71
Figura III.61 Gráficas de histogramas y qq plot para los errores encontrados en la validación cruzada para JUL, AGO y SEP	72
Figura III.62 Gráficas de histogramas y qq plot para los errores encontrados en la validación cruzada para OCT, NOV_SO y DIC	72
Figura III.63 Gráficas de histogramas y qq plot para los errores encontrados en la validación cruzada para PMA y ALT_TEND	73
Figura III.64 Gráficas de histogramas y qq plot para los errores encontrados en la validación cruzada con la técnica CoK de las variables: AGO y SEP	74
Figura III.65 Gráficas de histogramas y qq plot para los errores encontrados en la validación cruzada con la técnica CoK de las variables: OCT y PMA	74
Figura III.66 Gráficas de histogramas y qq plot para los errores encontrados en la validación cruzada con la técnica IDW de las variables ENE, FEB y MAR	76
Figura III.67 Gráficas de histogramas y qq plot para los errores encontrados en la validación cruzada con la técnica IDW de las variables ABR, MAY y JUN	76
Figura III.68 Gráficas de histogramas y qq plot para los errores encontrados en la validación cruzada con la técnica IDW de las variables JUL, AGO y SEP	77
Figura III.69 Gráficas de histogramas y qq plot para los errores encontrados en la validación cruzada con la técnica IDW de las variables OCT, NOV_SO y DIC	77

Figura III.70 Gráficas de histogramas y qq plot para los errores encontrados en la validación cruzada con la técnica <i>IDW</i> de la variable <i>PMA</i> .	78
IV. Análisis y discusión de resultados	79
Figura IV.1 Error medio (<i>ME</i>) producido por las técnicas de kriging ordinario (<i>OK</i>), distancias inversas ponderadas (<i>IDW</i>) y cokriging (<i>CoK</i>), utilizadas en la estimación espacial de la precipitación.	81
Figura IV.2 Raíz del error cuadrático medio (<i>RMSE</i>) producido por las técnicas de kriging ordinario (<i>OK</i>) y distancias inversas ponderadas (<i>IDW</i>), utilizadas en la estimación espacial de la precipitación.	82
Figura IV.3A Valores mínimos en mm, obtenidos en la estimación espacial por las técnicas de kriging ordinario (<i>OK</i>) y distancias inversas ponderadas (<i>IDW</i>), así como los valores mínimos de los datos de precipitación (serie descrita como mínimo).	84
Figura IV.3B Valores mínimos en mm, obtenidos en la estimación espacial por las técnicas de kriging ordinario (<i>OK</i>), distancias inversas ponderadas (<i>IDW</i>) y cokriging (<i>CoK</i>), así como los valores mínimos de los datos de precipitación (serie descrita como mínimo).	85
Figura IV.4A Valores máximos en mm, obtenidos en la estimación espacial por las técnicas de kriging ordinario (<i>OK</i>) y distancias inversas ponderadas (<i>IDW</i>), así como los valores mínimos de los datos de precipitación (serie descrita como mínimo).	86
Figura IV.4B Valores máximos en mm, obtenidos en la estimación espacial por las técnicas de kriging ordinario (<i>OK</i>), distancias inversas ponderadas (<i>IDW</i>) y cokriging (<i>CoK</i>), comparados con los valores máximos de los datos de precipitación (serie descrita como máximo en la figura).	87
VII. Anexos	94
<i>Anexo III.2 Análisis univariado sin outliers</i>	98
Figura III.2.1 Histogramas de las variables <i>ENE</i> , <i>FEB</i> , <i>JUN</i> , <i>JUL</i> , <i>AGO</i> y <i>SEP</i> , sin outliers.	99
Figura III.2.2 Histogramas de las variables <i>OCT</i> , <i>NOV</i> , <i>DIC</i> y <i>PMA</i> , sin outliers.	99
Figura III.2.3 Gráficas qq plot de las variables <i>ENE</i> , <i>JUN</i> , <i>JUL</i> , <i>AGO</i> , <i>SEP</i> y <i>OCT</i> , sin outliers.	100
Figura III.2.4 Gráficas qq plot de las variables <i>NOV</i> , <i>DIC</i> y <i>PMA</i> , sin outliers.	100
Figura III.2.5 Gráficas box plot de las variables <i>ENE</i> , <i>FEB</i> , <i>JUN</i> , <i>JUL</i> , <i>AGO</i> , <i>SEP</i> , <i>OCT</i> , <i>NOV</i> y <i>PMA</i> , sin outliers.	101
<i>Anexo III.3 Análisis bivariado sin outliers</i>	102
Figura III.3.1 Gráficas de correlación lineal de las variables <i>ENE</i> , <i>FEB</i> , <i>JUN</i> , <i>JUL</i> , <i>AGO</i> y <i>SEP</i> .	103
Figura III.3.2 Gráficas de correlación lineal de las variables <i>OCT</i> , <i>NOV</i> , <i>DIC</i> y <i>PMA</i> .	104
Figura III.3.3 Histogramas de residuales de las variables <i>ENE</i> , <i>FEB</i> , <i>JUN</i> , <i>JUL</i> , <i>AGO</i> y <i>SEP</i> , sin outliers.	105
Figura III.3.4 Histogramas de residuales de las variables <i>OCT</i> , <i>NOV</i> , <i>DIC</i> y <i>PMA</i> , sin outliers.	105
Figura III.3.5 qq plot de residuales de las variables <i>ENE</i> , <i>FEB</i> , <i>JUN</i> , <i>JUL</i> , <i>AGO</i> y <i>SEP</i> , sin outliers.	106
Figura III.3.6 qq plot de residuales de las variables <i>OCT</i> , <i>NOV</i> , <i>DIC</i> y <i>PMA</i> , sin outliers.	106
<i>Anexo III.4 Diagramas de rosas</i>	107
Figura III.4.1 Diagrama de rosa construido a partir de las distancias h, correspondientes al tercer lag de los cuatro variogramas direccionales de las variables <i>ENE</i> y <i>FEB</i> .	108
Figura III.4.2 Diagrama de rosa construido a partir de las distancias h, correspondientes al tercer lag de los cuatro variogramas direccionales de las variables <i>MAR</i> y <i>ABR</i> .	108
Figura III.4.3 Diagrama de rosa construido a partir de las distancias h, correspondientes al tercer lag de los cuatro variogramas direccionales de las variables <i>MAY</i> y <i>JUN</i> .	109
Figura III.4.4 Diagrama de rosa construido a partir de las distancias h, correspondientes al tercer lag de los cuatro variogramas direccionales de las variables <i>JUL</i> y <i>AGO</i> .	109
Figura III.4.5 Diagrama de rosa construido a partir de las distancias h, correspondientes al tercer lag de los cuatro variogramas direccionales de las variables <i>SEP</i> y <i>OCT</i> .	110
Figura III.4.6 Diagrama de rosa construido a partir de las distancias h, correspondientes al tercer lag de los cuatro variogramas direccionales de las variables <i>NOV_SO</i> y <i>DIC</i> .	110
Figura III.4.7 Diagrama de rosa construido a partir de las distancias h, correspondientes al tercer lag de los cuatro variogramas direccionales de las variables <i>PMA</i> y <i>ALT_TEND</i> .	110
<i>Anexo III.5 Superficies estimadas con el método kriging ordinario (OK)</i>	111
Figura III.5.1 Superficies estimada y del error de la estimación de los datos de precipitación media mensual de <i>ENERO</i> utilizando kriging ordinario.	112

Figura III.5.2 Superficies estimada y del error de la estimación de los datos de precipitación media mensual de FEBRERO utilizando kriging ordinario.	113
Figura III.5.3 Superficies estimada y del error de la estimación de los datos de precipitación media mensual de MARZO utilizando kriging ordinario.	114
Figura III.5.4 Superficies estimada y del error de la estimación de los datos de precipitación media mensual de ABRIL utilizando kriging ordinario.	115
Figura III.5.5 Superficies estimada y del error de la estimación de los datos de precipitación media mensual de MAYO utilizando kriging ordinario.	116
Figura III.5.6 Superficies estimada y del error de la estimación de los datos de precipitación media mensual de JUNIO utilizando kriging ordinario.	117
Figura III.5.7 Superficies estimada y del error de la estimación de los datos de precipitación media mensual de JULIO utilizando kriging ordinario.	118
Figura III.5.8 Superficies estimada y del error de la estimación de los datos de precipitación media mensual de AGOSTO utilizando kriging ordinario.	119
Figura III.5.9 Superficies estimada y del error de la estimación de los datos de precipitación media mensual de SEPTIEMBRE utilizando kriging ordinario.	120
Figura III.5.10 Superficies estimada y del error de la estimación de los datos de precipitación media mensual de OCTUBRE utilizando kriging ordinario.	121
Figura III.5.11 Superficies estimada y del error de la estimación de los datos de precipitación media mensual de NOVIEMBRE utilizando kriging ordinario.	122
Figura III.5.12 Superficies estimada y del error de la estimación de los datos de precipitación media mensual de DICIEMBRE utilizando kriging ordinario.	123
Figura III.5.13 Superficies estimada y del error de la estimación de los datos de precipitación media anual (PMA) utilizando kriging ordinario.	124
<i>Anexo III.6 Superficies estimadas con el método cokriging ordinario (CoK)</i>	<i>125</i>
Figura III.6.1 Superficies estimada y del error de la estimación de los datos de precipitación media mensual de AGOSTO utilizando cokriging ordinario.	126
Figura III.6.2 Superficies estimada y del error de la estimación de los datos de precipitación media mensual de SEPTIEMBRE utilizando cokriging ordinario.	127
Figura III.6.3 Superficies estimada y del error de la estimación de los datos de precipitación media mensual de OCTUBRE utilizando cokriging ordinario.	128
Figura III.6.4 Superficies estimada y del error de la estimación de los datos de precipitación media anual (PMA) utilizando cokriging ordinario.	129
<i>Anexo III.7 Superficies estimadas con el método de distancias inversas ponderadas (IDW)</i>	<i>130</i>
Figura III.7.1 Superficies estimadas de los datos de precipitación media mensual de ENERO y FEBRERO utilizando distancias inversas ponderadas.	131
Figura III.7.2 Superficies estimadas de los datos de precipitación media mensual de MARZO y ABRIL utilizando distancias inversas ponderadas.	132
Figura III.7.3 Superficies estimadas de los datos de precipitación media mensual de MAYO y JUNIO utilizando distancias inversas ponderadas.	133
Figura III.7.4 Superficies estimadas de los datos de precipitación media mensual de JULIO y AGOSTO utilizando distancias inversas ponderadas.	134
Figura III.7.5 Superficies estimadas de los datos de precipitación media mensual de SEPTIEMBRE y OCTUBRE utilizando distancias inversas ponderadas.	135
Figura III.7.6 Superficies estimadas de los datos de precipitación media mensual de NOVIEMBRE y DICIEMBRE utilizando distancias inversas ponderadas.	136
Figura III.7.7 Superficies estimadas de los datos de precipitación media anual (PMA) utilizando distancias inversas ponderadas.	137

I. Introducción

En la actualidad se aplican técnicas de estimación para generar mapas de precipitación con ayuda de distintas herramientas informáticas, sin usar un procedimiento metodológico establecido, es por ello que en éste trabajo se emplea una metodología de estimación geoestadística, con la idea de apuntalar la generalización de su utilización para la generación sistemática y homogénea de información de precipitación a diferentes niveles, es decir por entidad federativa, por regiones, cuencas o subcuencas hidrográficas, así como de regiones climáticas.

El INEGI es una Institución Normativa del Sistema Nacional de Información Estadística y Geográfica y le corresponde establecer los criterios que debe cumplir la información clasificada como de interés nacional, la cual debe ser elaborada con base en una metodología científicamente sustentada (INEGI 2011), por lo que éste trabajo apoya en ésta actividad en lo concerniente al tema del agua.

Hoy en día, el tema del agua ha tomado una mayor relevancia, por los impactos que tiene en la sociedad y su entorno, proyecciones de la CONAGUA al 2030 señalan que en algunas de las Regiones Hidrológicas del país, entre ellas la del Río Bravo - Región en la que se encuentra la mayor parte del territorio de Nuevo León - la disponibilidad natural media de agua alcanzará niveles cercanos o incluso inferiores a los 1000 m³/hab/año, es decir una condición calificada como grave de escasez (CONAGUA, 2009).

Debido a lo anterior, el conocer la distribución espacial de la precipitación es fundamental para diversas aplicaciones como lo son estudios hidrológicos, de desertificación y climáticos, entre otros.

La precipitación es un fenómeno estacional con gran variabilidad tanto espacial como temporal, para su registro se emplean imágenes de radar o bien datos de estaciones climatológicas, las cuales recolectan datos puntuales, de ahí la importancia de emplear los métodos o técnicas para resolver el problema de estimación espacial de estos datos (J. M. Mirás-Avalos, et al., 2007).

La geoestadística es un conjunto de técnicas que se usa para analizar y predecir valores de una propiedad distribuida en espacio o tiempo. En contraposición con la estadística clásica o convencional, tales valores no se consideran independientes, por el contrario se suponen de manera implícita que están correlacionados unos con otros, es decir que existe una dependencia espacial y/o temporal. Intuitivamente esto indica que mientras más cercanos estén situados dos puntos están más correlacionados y mientras más separados hay menos relación entre éstos (Díaz, 2002).

Una de las técnicas deterministas comúnmente empleadas en la estimación de datos de precipitación, es la de distancias inversas (Chia-Ling, et al., 2006) esta técnica utiliza los puntos vecinos para predecir el valor de un punto con valor desconocido, aquellos puntos más cercanos al punto a estimar tendrán una influencia mayor para el valor de la estimación que aquellos puntos más alejados. Este método es más apropiado para una estimación rápida y que pueda integrarse a un Sistema de Información Geográfica (SIG), pues no requiere de un análisis de la dependencia espacial de los datos (J. M. Mirás-Avalos, et al., 2007).

Por otra parte, los métodos geoestadísticos requieren de un análisis previo completo de la estructura espacial del fenómeno estudiado y no necesariamente debe ser aplicado en todos los casos. Sin embargo, estos métodos son robustos en la estimación cuando las variables muestran una dependencia espacial significativa (J. M. Mirás-Avalos, et al., 2007).

Diversos estudios han demostrado la conveniencia de aplicar análisis geoestadístico para la estimación espacial de la precipitación, en zonas con diferentes condiciones topográficas, considerando, por ejemplo, la altitud de las estaciones en la estimación (Goovaerts, 2000). Waseen et al. (2010) realizaron una comparación de varias técnicas para la simulación de datos de precipitación media mensual en donde consideraron a la elevación como variable secundaria. Coulibaly et al. (2007) realizaron una comparación de métodos para la estimación de la precipitación anual. Otro estudio sobre un comparativo de técnicas de estimación espacial lo realizó Tao et al. (2009).

Sin embargo, el uso de una técnica más compleja, así como el empleo de variables auxiliares o secundarias, no garantiza mejores resultados, por ello es imprescindible la aplicación de una metodología que nos ayude a encontrar la mejor estimación posible.

En este estudio se incluyó como variable secundaria la altitud, bajo la hipótesis de que la distribución espacial de la precipitación es diferente en las zonas de montaña que en zonas planas por su topografía, (Manohar, et al., 2006).

El objetivo de éste trabajo es, la aplicación de una metodología geoestadística para obtener las superficies estimadas de precipitación media mensual y media anual en el área de estudio, así como las superficies de los errores de las estimaciones, a partir de datos de estaciones climatológicas distribuidas en el estado de Nuevo León. Se utilizaron tres técnicas: distancias inversas ponderadas (*IDW*), kriging ordinario (*OK*) y cokriging (*CoK*).

Este trabajo se ha estructurado de la siguiente manera:

Resumen. Se describen las principales ideas y resultados del trabajo efectuado.

Introducción. Se presenta el panorama general del tema desarrollado.

Metodología. Se describe la metodología geoestadística utilizada, la cual está constituida por tres etapas, el análisis exploratorio, el análisis variográfico y la estimación espacial.

Aplicación de la metodología al caso de estudio. En este capítulo se describen el área de estudio y los datos utilizados. Se aplica la metodología y se obtienen resultados que se comentan brevemente en las etapas señaladas de acuerdo con las siguientes etapas:

En el análisis exploratorio se realiza la estadística básica univariada y bivariada, el análisis de outliers y de tendencia.

En el análisis variográfico se determina la dependencia espacial de las variables por medio de la modelación de los variogramas y se lleva a cabo el análisis de anisotropía.

En la etapa de estimación se generan superficies estimadas para las tres técnicas mencionadas y superficies de los errores de la estimación para **OK** y **CoK**.

Análisis y discusión de resultados. Se discuten los resultados obtenidos de la aplicación de la metodología a los datos de precipitación, en términos de los errores de la estimación.

Conclusiones. Se emiten opiniones producto del análisis de los resultados.

Referencias. Se cita la bibliografía consultada.

Anexos. Se incluye información complementaria al desarrollo de este proyecto y que se considera de importancia.

II. Metodología de estimación espacial geoestadística

El empleo de una metodología es fundamental para el éxito de cualquier análisis geoestadístico, y es de suma importancia realizar cada una de las etapas que la integran a fin de obtener una caracterización y la mejor estimación de los datos.

Un análisis geoestadístico, está compuesto por tres etapas (Díaz, 2002):

- (a) Análisis exploratorio de los datos
- (b) Análisis variográfico
- (c) Estimaciones espaciales

II.1 Análisis exploratorio de los datos

Está fundamentado en técnicas estadísticas convencionales, cuyo propósito es proporcionar información desconocida a priori de la muestra bajo estudio, esta etapa resulta imprescindible para realizar “correctamente” cualquier análisis estadístico y en particular un análisis geoestadístico (Díaz, 2002). En esta etapa se estudian los datos sin tener en cuenta su distribución geográfica, se comprueba la consistencia de los mismos, eliminándose aquellos que sean erróneos (Moral, 2003). Ésta etapa es esencial para que el análisis geoestadístico sea válido, puesto que el mismo está basado en la estimación y modelación de una función (variograma) que refleja la correlación espacial de la precipitación, y por lo tanto, es necesario que los datos cumplan una serie de requisitos, que sea lo más simétrica posible, que no exista tendencia, que no se vea afectada por datos anómalos u outliers, entre otros, para ello se generan las estadísticas univariadas y bivariadas, se obtienen una serie de gráficos como box plot, scatter plot, histogramas y qq plot.

II.1.a Análisis univariado

El diagrama en la figura II.1 muestra el esquema general seguido para la obtención de las estadísticas básicas univariadas, así como la identificación de outliers.

El procesamiento en MatLab lo integran una serie de funciones aplicadas a los datos para el cálculo de los estadísticos: media, desviación estándar, varianza, los primeros tres cuantiles, sesgo y curtosis, de igual manera se obtienen los outliers y las gráficas descritas en el diagrama de la figura II.1.

Los outliers se definen como datos que exceden los límites establecidos por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \text{Límite superior} &= q(0.75) + 1.5 \cdot iq \\ \text{Límite inferior} &= q(0.25) - 1.5 \cdot iq \end{aligned}$$

Donde $q(p)$ son los cuantiles, definidos por valores cuya frecuencia acumulada es: $q(p) = p\%$, de manera que $Q1 = q(0.25)$ es el primer cuantil y representa el 25% de frecuencias acumuladas, y $Q3 = q(0.75)$ es el tercer cuantil y representa al 75% de las frecuencias acumuladas, mientras iq es el rango intercuantil, y se obtiene por la diferencia entre el tercer cuantil y el primero.

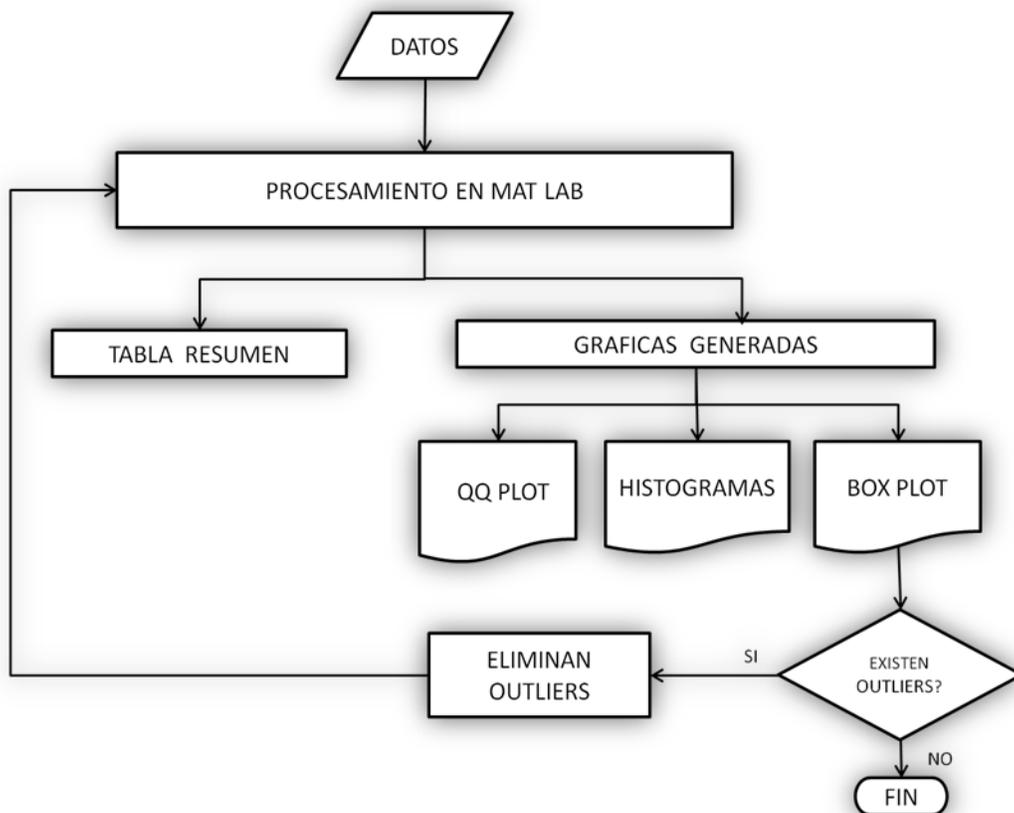


Figura II.1 Diagrama de procesamiento de la estadística básica univariada, así como la identificación de datos anómalos u outliers.

En caso de que alguna variable analizada presente outliers, se deberán excluir los datos que los produzcan y se repite el proceso de generación de las estadísticas univariadas para las series sin outliers, esquematizadas en el diagrama de la figura II.1. En caso de optar por eliminar los outliers, se debe analizar su impacto en la estimación de variogramas y considerarlos en la estimación.

II.1.b Análisis bivariado

Como en este estudio se considera a la altitud como una variable secundaria, es necesario conocer el grado de correlación de ésta con la serie de datos de precipitación.

Para determinar la correlación entre dos variables se emplea una regresión lineal, de tal forma que, una de ellas puede ser expresada en función de la otra. La dependencia entre las variables se formula por medio de una línea recta del tipo (Moral, 2003):

$$y^* = a x + b$$

Donde

$$a = \rho \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \quad ; \quad b = m_y - a m_x$$

y^* es la variable calculada o estimada, m_y, σ_y son la media y la desviación estándar de los datos observados y m_x, σ_x son la media y desviación estándar de la variable secundaria.

Una vez obtenidos los valores estimados de los datos de precipitación con respecto a la variable secundaria, se calculan los residuales, por diferencia de los valores estimados y los datos y por último se realiza el análisis de normalidad de los residuales.

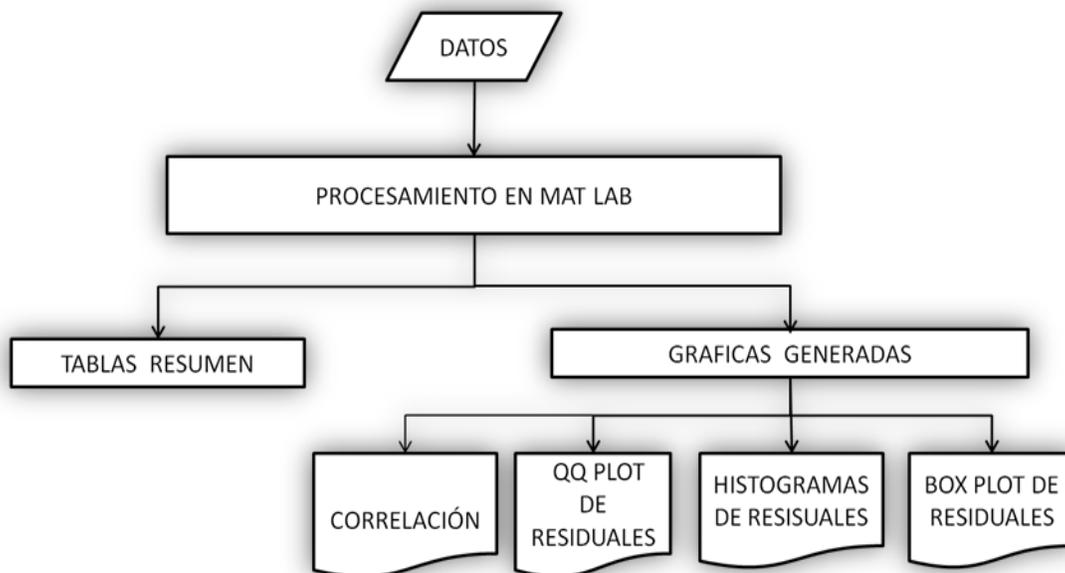


Figura II.2 Diagrama de procesamiento de la estadística básica bivariada.

Al igual que para el caso univariado, en caso de que alguna variable analizada presente outliers, se deberán excluir los datos que los produzcan y se repite el proceso de generación de las estadísticas bivariadas para las series sin outliers, esquematizadas en el diagrama de la figura II.2. En caso de optar por eliminar los outliers, se debe analizar su impacto en la estimación de variogramas y considerarlos en la estimación.

II.2 Análisis variográfico

El análisis variográfico consiste en estimar y modelar una función –variograma para el caso univariado y covariograma o variograma cruzado en el caso bivariado- que refleje la correlación espacial de los datos analizados.

II.2.a Análisis univariado

El modelado de la función de correlación, consiste en calcular el variograma experimental que explique la variabilidad espacial de los datos de precipitación, a este variograma también se le conoce como adireccional, ya que la dirección para su cálculo es de 0° con una tolerancia angular de $\pm 90^\circ$.

La expresión más común utilizada para la estimación del variograma es la siguiente:

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(x_i + h) - Z(x_i)]^2$$

Donde $N(h)$ es el número de pares $Z(x_i)$ y $Z(x_i + h)$ separados a una distancia $h = |h|$.

La expresión anterior debe aplicarse considerando algunas recomendaciones para incrementar la eficiencia y calidad de la estimación, independientemente del estimador utilizado (Díaz, 2002), estas reglas son las siguientes:

- ❖ En la estimación del variograma los pares de las observaciones se agrupan según la distancia dentro de un intervalo $h = |h|$ con una tolerancia $\pm \frac{\Delta h}{2}$ y dentro de una dirección θ con una tolerancia $\pm \frac{\Delta \theta}{2}$. El variograma así estimado es considerado suavizado o regularizado.
- ❖ El variograma muestral debe ser considerado solamente para pequeñas distancias por lo que generalmente, se estima para valores de $|h|$ menores que la mitad de la distancia máxima ($|h| < \frac{d_{max}}{2}$).

- ❖ La elección del número de intervalos es arbitraria. No obstante se considera que un número máximo de 25 intervalos es suficiente para cualquier propósito y un mínimo de 10 debe ser usado para determinar con precisión el rango y la meseta del variograma.
- ❖ El tamaño de los intervalos debe ser elegido de forma tal que el número de pares en cada intervalo sea lo suficientemente grande para que el estimado del variograma sea relativamente estable. Se considera que entre 30 y 50 pares satisfacen este requerimiento.
- ❖ Los valores estimados para cada intervalo se deben graficar contra la distancia promedio de todos los pares que se encuentran dentro de dicho intervalo.

Para realizar el análisis de anisotropía, se construyen los variogramas correspondientes a 4 direcciones: 0°, 45°, 90° y 135° con los criterios establecidos en la elaboración del variograma experimental, con una tolerancia angular de ± 22.5°.

Una vez obtenido el variograma experimental, se ajusta a éste un variograma teórico (ver tabla II.1) por mínimos cuadrados y se selecciona el mejor de acuerdo con el criterio estadístico de la bondad del ajuste de Aikaike.

Modelo	Definición
esférico	$\gamma(h) = \begin{cases} \frac{C}{2} \left[3 \left(\frac{h}{a} \right) - \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right], & 0 \leq h < a \\ C, & a \leq h \end{cases}$
gaussiano	$\gamma(h) = C \left[1 - e^{-3 \left(\frac{h}{a} \right)^2} \right] \text{ para } h \geq 0$
exponencial	$\gamma(h) = C \left(1 - e^{-\frac{3h}{a}} \right) \text{ para } h \geq 0$

Tabla II.1 Modelos de variogramas teóricos utilizados en el modelado de los datos de precipitación, tomado de Olea, 1999. C representa el sill, h la distancia o lag y a es el alcance o rango.

Los modelos teóricos relacionados en la tabla II.1 se muestran en la gráfica de la figura II.3

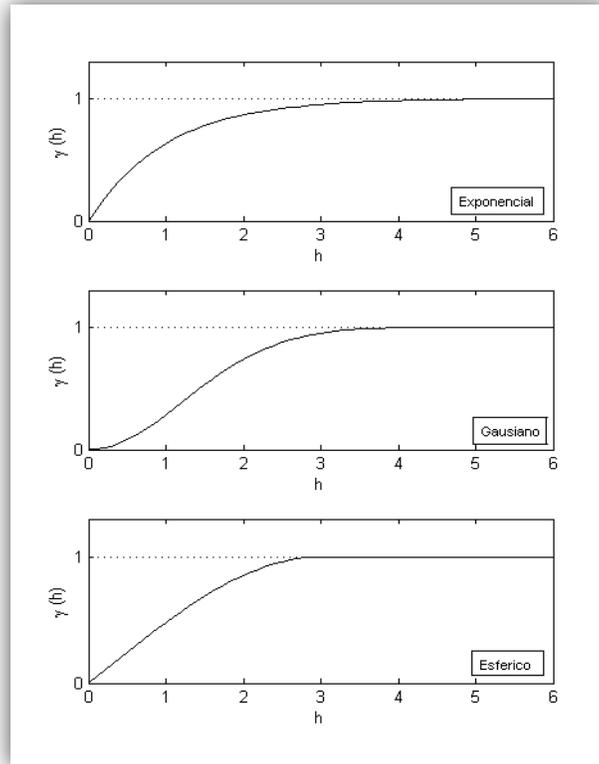


Figura II.3 Modelos de variogramas con un sill $C= 1.0$ y un rango $a=3.0$.

Posterior al ajuste por mínimos cuadrados, se realiza el ajuste final por inspección visual hasta que se considera el ajuste adecuado.

Una vez obtenidos los parámetros del modelo seleccionado, se realiza la validación de éste, por medio del método *leave one out*, que consiste en sacar un elemento de la muestra y estimar el valor en ese punto usando kriging con el modelo de variograma obtenido. De forma análoga se actúa para el resto de los elementos de la muestra. Como resultado se obtiene un conjunto de diferencias entre el valor real y el estimado, de tal suerte que si el modelo seleccionado refleja la estructura espacial implícita en los datos, adecuadamente, implicará que los valores estimados deben ser cercanos a los valores de los datos observados (Díaz, 2002).

II.2.b Análisis de tendencia

Cuando el variograma muestra un crecimiento más rápido que una función cuadrática es un indicador de la posible presencia de tendencia, en caso de presentarse se procede a estimarla y eliminarla. La estimación se hará considerando la tendencia como un polinomio de un grado dado, de manera que primero se supondrá que la misma es de 1er grado, luego de 2do grado, etc. El proceso concluye cuando los residuos obtenidos se puedan considerar estacionarios (Díaz, 2002).

Para modelar la tendencia, se considera a la función aleatoria $Z(x)$ como la variable **ALT** compuesta por una parte determinista $m(x)$, denominada deriva o tendencia y de un residuo $R(x)$ estacionario con media nula, es decir:

$$Z(x) = m(x) + R(x)$$

Donde $m(x)$ para el caso lineal está dada por :

$$m(x) = b_0 + b_1x + b_2y$$

Los coeficientes b_i se obtienen utilizando la técnica de mínimos cuadrados.

Después de estimada la tendencia se realiza nuevamente el análisis exploratorio y variográfico de los residuos considerados ahora como una variable más.

La figura II.4 muestra un diagrama de bloques en el cuál se resumen las actividades a realizar en el análisis variográfico.

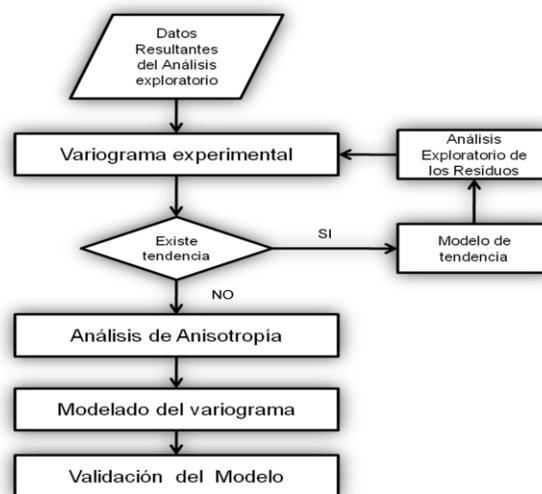


Figura II.4 Diagrama de bloques simplificado utilizado en la etapa del análisis variográfico univariado.

II.2.c Análisis bivariado

El estimador del covariograma o variograma cruzado, está definido por la expresión:

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{k=1}^{N(h)} [Z_i(x_k + h) - Z_i(x_k)] [Z_j(x_k + h) - Z_j(x_k)]$$

Donde $N(h)$ es el número de pares separados una distancia $h = |h|$

La manera más aceptada para el análisis variográfico multivariado es mediante un modelo de correionalización lineal (Díaz, 2002).

Para el caso de dos funciones aleatorias, el modelo de correionalización lineal esta dado por la siguiente ecuación:

$$\begin{pmatrix} \gamma_{11}(h) & \gamma_{12}(h) \\ \gamma_{21}(h) & \gamma_{22}(h) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{11}^0 & \sigma_{12}^0 \\ \sigma_{21}^0 & \sigma_{22}^0 \end{pmatrix} \gamma_0(h) + \begin{pmatrix} \sigma_{11}^1 & \sigma_{12}^1 \\ \sigma_{21}^1 & \sigma_{22}^1 \end{pmatrix} \gamma_1(h)$$

Donde para asegurar que el modelo es válido, se requiere probar que:

$$\sigma_{11}^k > 0 \quad y \quad \sigma_{22}^k > 0, \quad \forall k = 0,1$$

$$|\sigma_{12}^k| \leq \sqrt{\sigma_{11}^k \sigma_{22}^k}, \quad \forall k = 0,1$$

El esquema general para el modelado del variograma bivariado, se ilustra en el diagrama de la figura II.5.

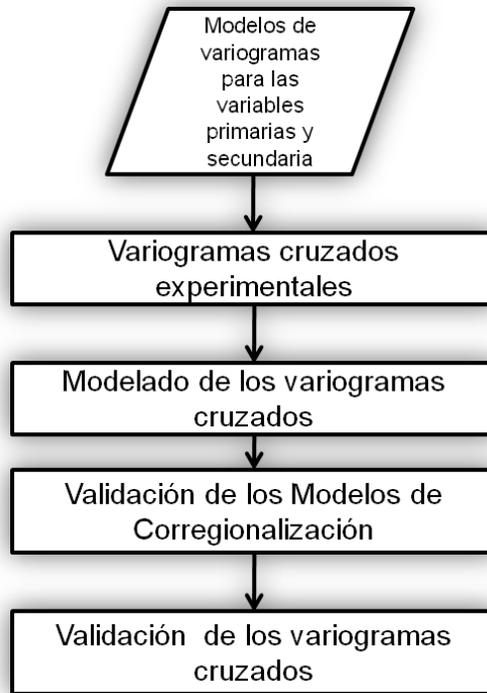


Figura II.5 Diagrama de bloques simplificado utilizado en la etapa del análisis variográfico bivariado.

II.3 Estimaciones espaciales

Para realizar las estimaciones se emplean 3 técnicas, una de ellas determinista – distancias inversas ponderadas (**IDW**), por sus siglas en inglés- y las otras dos geoestadísticas – kriging ordinario (**OK**) y cokriging (**CoK**) -. La primera, por ser utilizada con mayor frecuencia, y las otras dos por ser demandantes de mayor análisis de los datos, con ello se pretende contar con elementos suficientes que permitan la selección de la mejor superficie resultante de la predicción.

II.3.a Distancias inversas ponderadas (IDW)

Esta técnica plantea la lógica de que los puntos muestrales más cercanos al punto a estimar deben recibir un peso mayor que los más alejados (Moral, 2003).

La ecuación empleada para la estimación por este método es:

$$Z_{est} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{Z_i}{w_i^2}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{w_i^2}}$$

Donde: Z_{est} es el valor estimado, w_i los pesos y Z_i los valores de precipitación.

II.3.b Kriging ordinario (OK)

Son las estimaciones de la variable estudiada en los puntos no muestreados, considerando la estructura de correlación espacial e integrando la información obtenida de forma directa, en los puntos muestrales, así como la conseguida indirectamente en forma de tendencias conocidas u observadas (Moral, 2003).

El término kriging, se ha empleado para referirse al mejor estimador lineal insesgado de un punto y al mejor promedio lineal móvil ponderado de un bloque (Díaz, 2002), además de que minimiza la varianza de la estimación. Para mayores detalles del kriging como del cokriging, consultar por ejemplo, el texto de Chilès, 1999, así como Díaz, 2002.

En términos generales, el estimador utilizado en esta técnica es una combinación lineal de n valores de datos de tal manera que:

$$\hat{Z}(x_k) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i)$$

Los n coeficientes λ_i son calculados de tal forma que el estimador sea insesgado y que la varianza de la estimación sea mínima, por lo que se considera un estimador óptimo, a partir de estos dos criterios se derivan las ecuaciones del kriging.

El estimador es insesgado si el valor esperado del error es cero, para cumplir con ello es suficiente imponer la condición:

$$E [Z_k^*] = E \left[\sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i) \right] = m;$$

Donde m es el valor esperado de la función aleatoria $Z(x)$.

Esto implica que,

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i E [Z(x_i)] = E [Z_k^*]$$

entonces,

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i m = m$$

y finalmente,

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$$

Para satisfacer la condición de mínima varianza en la estimación, se requiere minimizar la siguiente función:

$$F = \sigma_e^2 - 2\mu \left(\sum_{i=1}^n \lambda_i - 1 \right)$$

Donde:

σ_e^2 - es la varianza de la estimación.

μ - un multiplicador de Lagrange.

Nótese que la función F a minimizar consta de la varianza de la estimación σ_e^2 e incluye la condición que garantiza el no sesgo de la estimación.

La varianza de la estimación se expresa de la siguiente manera:

$$\sigma_e^2 = \text{Var} [Z_k - Z_k^*] = E [(Z_k - Z_k^*)^2]$$

$$\sigma_e^2 = \text{Var} [Z_k] - 2\text{Cov} [Z_k, Z_k^*] + \text{Var} [Z_k^*]$$

Sustituyendo en esta última fórmula la expresión del estimador Z_k^* tenemos:

$$\sigma_e^2 = \text{Var} [Z_k] - 2\text{Cov} \left[Z_k, \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i) \right] + \text{Var} \left[\sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i) \right]$$

Desarrollando obtenemos,

$$\sigma_e^2 = \sigma_{Z_k}^2 - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \sigma_{Z_k Z_i} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \sigma_{Z_i Z_j}$$

Si hallamos las derivadas parciales de F respecto a los coeficientes desconocidos λ_i y con respecto a μ obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial \lambda_i} = -2\sigma_{Z_k Z_i} + 2 \sum_{j=1}^n \lambda_j \sigma_{Z_i Z_j} - 2\mu = 0, & i = 1, \dots, n \\ \frac{\partial F}{\partial \mu} = \sum_{i=1}^n \lambda_i - 1 = 0 \end{cases}$$

De una manera más usual se escribe como sigue:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n \lambda_j \sigma_{Z_i Z_j} - \mu = \sigma_{Z_k Z_i}, & i = 1, \dots, n \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \end{cases}$$

El sistema de ecuaciones así obtenido sirve para el cálculo del Kriging Puntual. Y la varianza del error de la estimación se puede calcular de una manera más simple si se sustituye el valor de μ :

$$\sigma_e^2 = \sigma_{Z_k}^2 - \sum_{i=1}^n \lambda_i \sigma_{Z_k Z_i} + \mu$$

El cumplimiento de estas dos condiciones nos lleva al sistema de ecuaciones del kriging ordinario:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n \lambda_j \gamma_{ij} + \mu = \gamma_{ki}, \quad i = 1, \dots, n \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \end{array} \right.$$

Y en forma matricial queda expresada de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \cdots & \gamma_{1n} & 1 \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \cdots & \gamma_{2n} & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \gamma_{n1} & \gamma_{n2} & \cdots & \gamma_{nn} & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \cdots \\ \cdots \\ \lambda_n \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{k1} \\ \gamma_{k2} \\ \cdots \\ \cdots \\ \gamma_{kn} \\ 1 \end{bmatrix}$$

Donde:

γ_{ij} son los variogramas entre los puntos muestreados, γ_{ki} son los variogramas entre el punto a estimar y los puntos muestreados y μ es el multiplicador de Lagrange.

Y la varianza de la estimación se obtiene:

$$\sigma_e^2 = \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma_{ki} + \mu$$

Las ecuaciones anteriores para el kriging ordinario son ciertas bajo el supuesto de que la variable aleatoria cumple con la hipótesis intrínseca, es decir, cuando la función aleatoria no es estacionaria pero las diferencias $Z(x+h) - Z(h)$ son estacionarias de segundo orden.

II.3.c Cokriging ordinario (CoK)

La estimación conjunta de variables aleatorias regionalizadas, más comúnmente conocida como cokriging (kriging conjunto) es el análogo natural del kriging de una función aleatoria. Mientras que el kriging utiliza la correlación espacial para determinar los coeficientes en el estimador lineal, el cokriging utiliza la correlación espacial y la correlación entre funciones aleatorias al mismo tiempo (Díaz,2002).

Dados los puntos muestreados x_1, x_2, \dots, x_m y un punto no muestreado x , el objetivo es estimar conjuntamente cada variable aleatoria $Z_i(x)$ mediante combinaciones lineales de observaciones de todas las variables aleatorias

$$Z_j(x_k), k = 1, \dots, m \quad j = 1, \dots, n$$

$$\hat{Z}_i(x) = \sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^n \lambda_{ij}^k Z_j(x_k)$$

En forma matricial, si $Z(x) = [Z_1(x), Z_2(x), \dots, Z_n(x)]^T$ entonces la expresión se expresa:

$$\hat{Z}(x) = \sum_{k=1}^m \Gamma_k Z(x_k); \quad \text{donde } \Gamma_k = [\lambda_{ij}^k]$$

Y bajo el cumplimiento de la hipótesis intrínseca, las ecuaciones en forma matricial del cokriging ordinario son:

$$\begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \cdots & \gamma_{1m} & \text{I} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \cdots & \gamma_{2m} & \text{I} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \gamma_{m1} & \gamma_{m2} & \cdots & \gamma_{mm} & \text{I} \\ \text{I} & \text{I} & \cdots & \text{I} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \\ \cdots \\ \Gamma_n \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{k1} \\ \gamma_{k2} \\ \cdots \\ \gamma_{km} \\ \text{I} \end{bmatrix}$$

Donde $\mu = [\mu_{ij}]$ es una matriz de $n \times n$ multiplicadores de Lagrange y la varianza de la estimación se expresa como:

$$\sigma_{CK}^2 = Tr[\Gamma_1 \dots \Gamma_m \mu] \begin{bmatrix} \gamma_{k1} \\ \gamma_{k2} \\ \cdots \\ \gamma_{km} \\ \text{I} \end{bmatrix}$$

III. Aplicación de la metodología al caso de estudio

III.1 Área de estudio

El estado de Nuevo León (figura III.1.a) se localiza en la parte noreste del país, entre los meridianos 98° 26´ y 101° 14´ de longitud oeste, y los paralelos 23° 11´ y 27° 49´ de latitud norte, colinda al norte con los estados de Coahuila y Tamaulipas, así como con Estados Unidos de América en la estrecha línea fronteriza del municipio de Anáhuac; la colindancia al sur la comparte con San Luis Potosí y Tamaulipas, con éste último estado define su límite al oriente; la línea divisoria hacia el poniente la comparte con Coahuila, San Luis Potosí y con Zacatecas. De forma irregular, Nuevo León se extiende más sobre su eje norte-sur, su superficie es de poco más de 64 000 km², y predominan los climas semiáridos y extremosos (INEGI, 1986).

El estado se ubica en porciones importantes de tres provincias fisiográficas del país: La Sierra Madre Oriental, La Gran Llanura de Norteamérica y La Llanura Costera del Golfo Norte, ver figura III.1.a. La Sierra Madre Oriental, que domina todo el panorama occidental y meridional del estado y cuyas sierras alargadas de calizas, separan en dirección noroeste-sureste las porciones de mayor altitud del suroeste neoleonés de las extensas llanuras del noreste del estado. La Gran Llanura de Norteamérica que comienza en Nuevo León y se extiende por toda la parte central de los Estados Unidos de América hasta Canadá. Esta provincia se caracteriza, en el estado, por los abundantes lomeríos suaves que dominan el paisaje de su porción nororiental, a lo largo de una amplia franja paralela al río Bravo. La Llanura Costera del Golfo Norte, abarca las extensas llanuras aluviales correspondientes a las tierras más bajas del estado (INEGI, 1986).

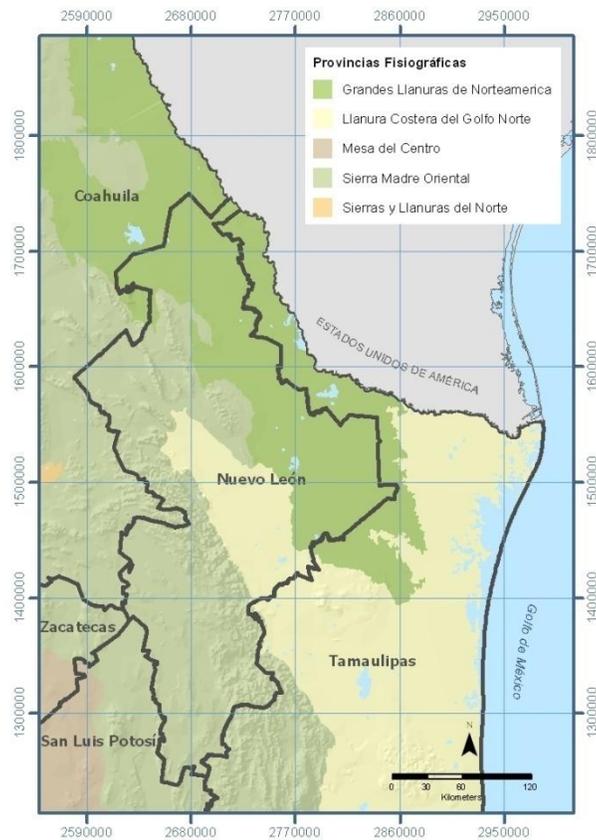


Figura III.1.a Mapa de las provincias fisiográficas correspondientes al estado de Nuevo León, delimitación tomada de la cartografía de provincias fisiográficas escala 1: 250 000 del INEGI.

De acuerdo con el mapa de las regiones hidrológicas mostrado en la figura III.1.b, Nuevo León se encuentra comprendido en cuatro de éstas: Río Bravo-Conchos, que corresponde a la porción centro norte del estado; San Fernando-Soto la Marina en la porción este-sureste; El Salado abarca la porción sur-suroeste y la Región Pánuco en la parte sur que cubre parcialmente el municipio de General Zaragoza Nuevo León.

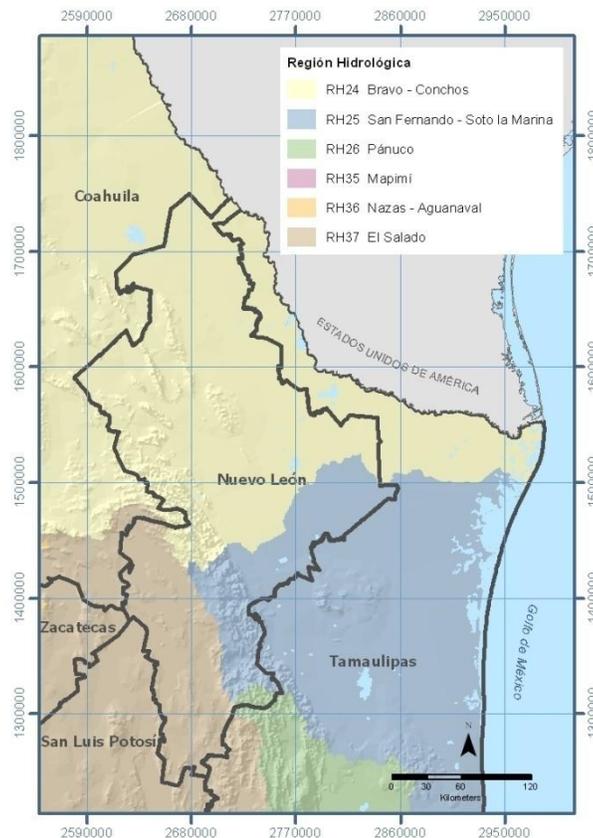


Figura III.1.b Mapa de las regiones hidrológicas correspondientes al estado de Nuevo León, delimitación tomada de la cartografía de hidrología superficial escala 1:250 000 del INEGI.

III.2 Descripción de los datos

Los datos de precipitación total mensual de cada una de las estaciones climatológicas, se obtuvieron mediante solicitud a la Comisión Nacional del Agua (CNA), de éstos datos se derivaron la precipitación media mensual y media anual.

También se utilizó el modelo digital de elevación escala 1:250 000 con una malla regular de 100.7 x 100.7 m generado por el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI).

Se realizó una revisión de los datos de la CNA para verificar la correcta ubicación geográfica de las estaciones, para ello se utilizaron las coordenadas de localidades rurales, publicadas por del INEGI 2009, encontrándose algunas diferencias.

Para minimizar estas diferencias en coordenadas, se aplicaron los siguientes criterios:

- ❖ Se asignaron las coordenadas de la localidad rural más cercana cuyo nombre coincidiera con el nombre de la estación.
- ❖ Para las estaciones que se ubican en una localidad urbana, se calculó el centroide del polígono de la localidad y estas coordenadas se le asignaron a la estación.
- ❖ Las estaciones que no cumplieron con los criterios anteriores, se dejaron con las coordenadas proporcionadas por la CNA.

Una vez definida la ubicación de cada una de las estaciones, se realizó una valoración sobre la cantidad de registros existentes para cada una de ellas, se seleccionó el periodo de 1985 al 2008 por ser éste el de mayor registro para la mayoría de las estaciones.

Son varios los tipos de precipitación empleados en los estudios de estimación espacial, tratándose de datos provenientes de estaciones climatológicas, según la cantidad y/o calidad de los datos que se dispongan o de la escala de tiempo objeto de estudio, así se emplean: la precipitación mensual total, la precipitación media mensual, la precipitación anual total o la precipitación media anual, cuyas definiciones se describen a continuación (INEGI, 2006):

Precipitación media anual.- Suma de las precipitaciones medias mensuales de un período. Es común denominarle precipitación total anual de ese período.

Precipitación media mensual.- Media aritmética de la cantidad de lluvia acumulada mensual durante el número de años con datos (número de meses considerados), también se le conoce como precipitación promedio mensual (**PPM**).

Precipitación total.- Es la lámina de precipitación en forma líquida (agua de lluvia) acumulada en un intervalo cronológico dado.

Precipitación total anual.- Es la precipitación acumulada en un año.

Precipitación total mensual.- Es la precipitación acumulada en un mes.

Se integró una tabla con un total de 132 estaciones con sus valores de precipitación media mensual (**PMM**) para cada uno de los 12 meses del año. De igual manera se obtuvo la precipitación media anual (**PMA**), considerando en ambos casos el periodo seleccionado, el listado de éstas estaciones así como su periodo de registro, se encuentra descrito en el anexo III.1.

La figura III.1.c muestra la distribución espacial irregular de las estaciones seleccionadas, su densidad en el estado es de 0.0020625 estaciones/km², lo que significa contar con una estación climatológica cada 500 km² aproximadamente.

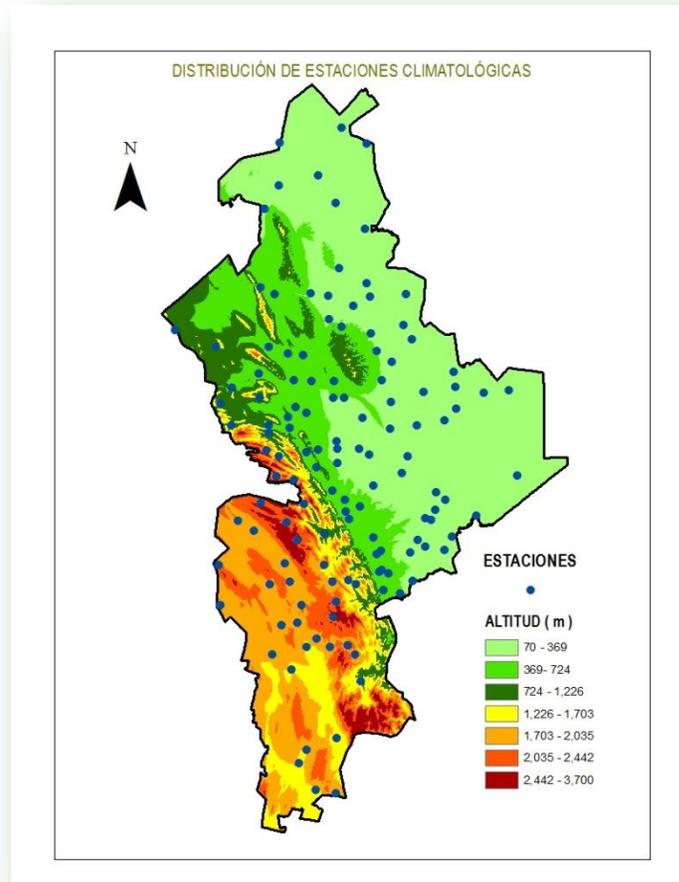


Figura III.1.c Mapa de la distribución espacial de las estaciones climatológicas en Nuevo León.

Los datos de altitud para cada estación se obtuvieron a partir del modelo digital de elevación del INEGI.

Por simplicidad, las variables correspondientes a la precipitación media mensual (**PMM**), se le denominan (**ENE, FEB, MAR, ABR, MAY, JUN, JUL, AGO, SEP, OCT, NOV** y **DIC**) y para las variables de precipitación media anual (**PMA**) y la altitud (**ALT**).

III.3 Análisis exploratorio de los datos

III.3.a Análisis univariado

Los outliers obtenidos en las series de datos analizados, se muestran en las gráficas de caja o box plots en las figuras III.2 y III.3.

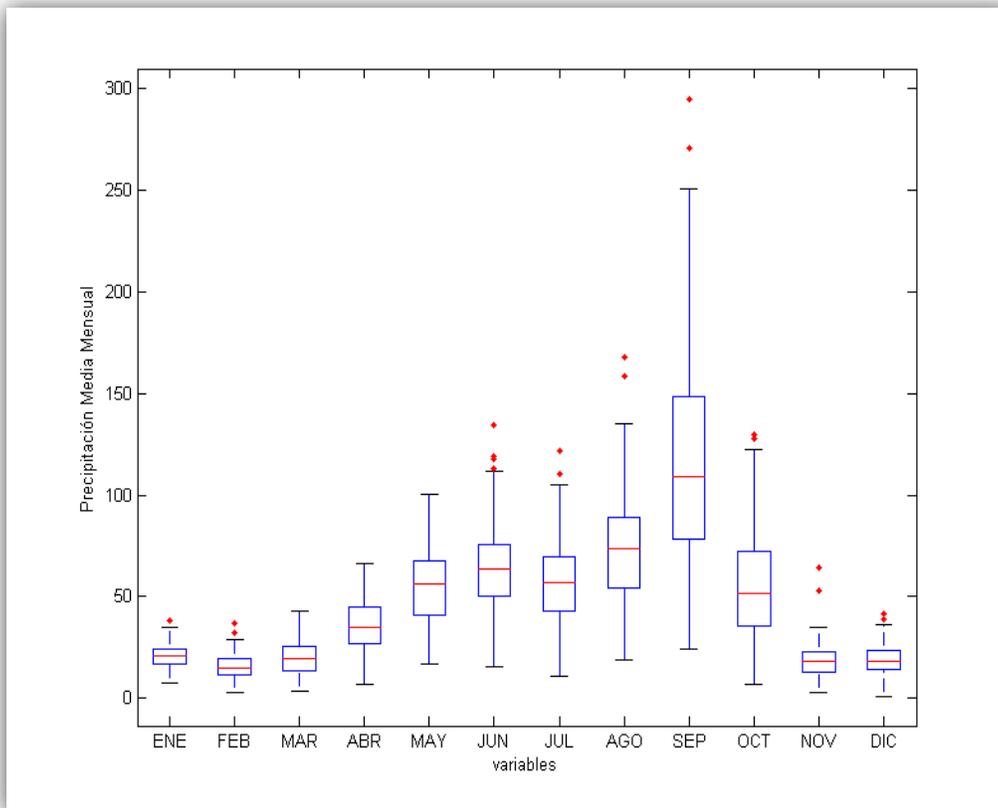


Figura III.2 Gráficas box plot de las variables **ENE**, **FEB**, **MAR**, **ABR**, **MAY**, **JUN**, **JUL**, **AGO**, **SEP**, **OCT**, **NOV** y **DIC** y outliers encontrados mostrados como puntos fuera del rango establecido.

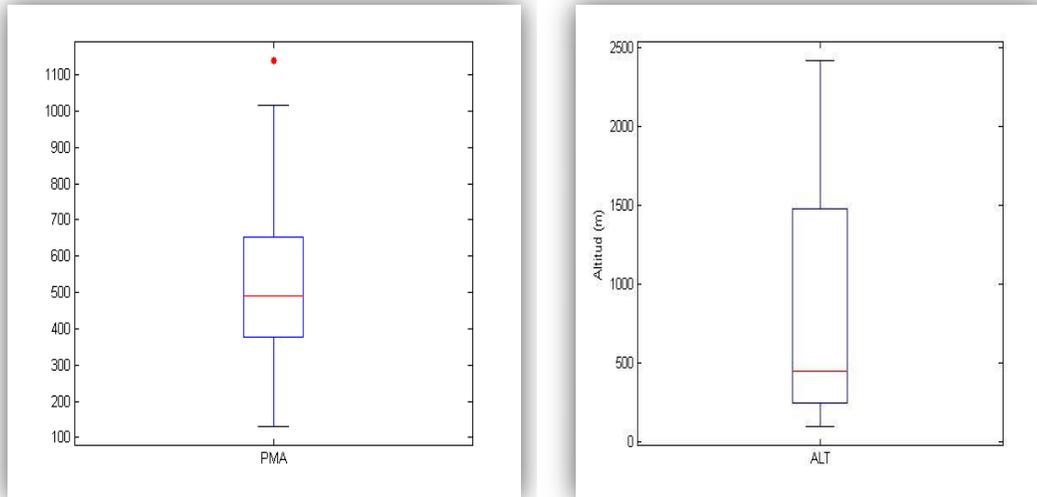


Figura III.3 Gráficas box plot de las variables **PMA** y **ALT**, así como los outliers encontrados.

Las variables **MAR**, **ABR**, **MAY** y **ALT** no presentan valores considerados anómalos, por el contrario, el resto de las variables presentan outliers, en particular es destacable el número de éstos (5) encontrados en la variable **JUN**, de acuerdo con las figuras III.2, III.3 y la Tabla III.1.

VARIABLE	MEDIA	DES. ESTÁNDAR	VARIANZA	COEF. DE VARIACIÓN	MÍNIMO	PRIMER CUANTIL	MEDIANA	TERCER CUANTIL	MÁXIMO	SESGO	CURTOSIS	NÚM. OUTLIER
ENE	20.78	6.08	37.00	0.29	7.25	17.05	20.67	24.56	38.54	0.07	2.94	1
FEB	15.63	5.93	35.16	0.38	2.63	11.52	14.98	19.29	37.17	0.54	3.70	2
MAR	19.81	8.67	75.17	0.44	3.81	13.40	19.52	25.31	42.95	0.42	2.73	0
ABR	35.39	12.08	145.93	0.34	6.62	26.93	34.73	44.94	66.25	0.00	2.40	0
MAY	55.19	17.54	307.64	0.32	16.64	41.25	56.59	67.41	100.57	-0.04	2.62	0
JUN	64.65	22.34	498.86	0.35	15.30	50.43	63.43	75.39	134.34	0.44	3.39	5
JUL	56.20	19.91	396.43	0.35	10.83	42.73	57.00	69.40	121.93	0.21	3.42	2
AGO	73.78	29.11	847.65	0.39	19.01	54.50	73.48	89.16	167.80	0.39	3.18	2
SEP	115.74	54.69	2990.84	0.47	23.91	78.38	109.07	148.68	295.26	0.61	3.26	2
OCT	56.20	28.37	804.90	0.50	6.80	35.75	51.91	72.03	129.59	0.63	2.69	2
NOV	18.41	8.50	72.25	0.46	2.93	13.16	17.90	22.73	64.28	1.74	9.72	2
DIC	18.84	6.63	44.02	0.35	1.17	14.27	18.05	23.71	41.70	0.51	3.81	2
PMA	508.90	192.18	36931.44	0.38	130.40	375.29	491.98	654.17	1139.25	0.38	3.04	1
ALT	774.84	689.67	475649.34	0.89	100.00	251.00	449.50	1476.50	2418.00	0.91	2.21	0

Tabla III.1 Estadística básica univariada para las series de datos analizados.

Los histogramas de frecuencias desplegados en las figuras III.4 a la III.6, muestran una distribución unimodal, excepto para la variable **ALT**, que presenta una bimodal.

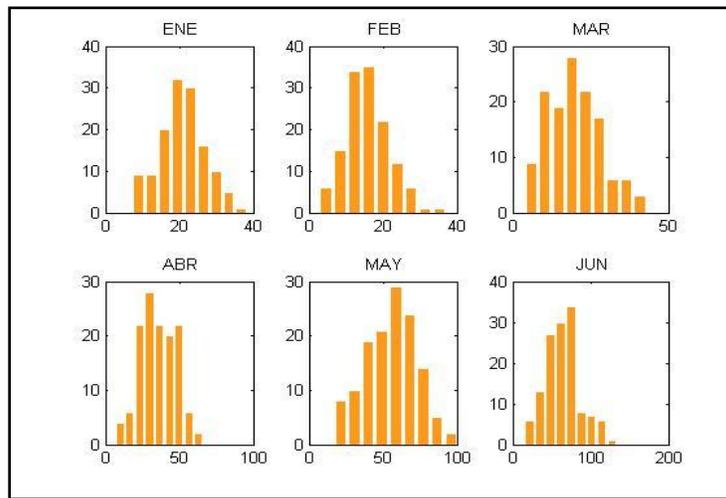


Figura III.4 Histogramas de las variables **ENE**, **FEB**, **MAR**, **ABR**, **MAY** y **JUN**.

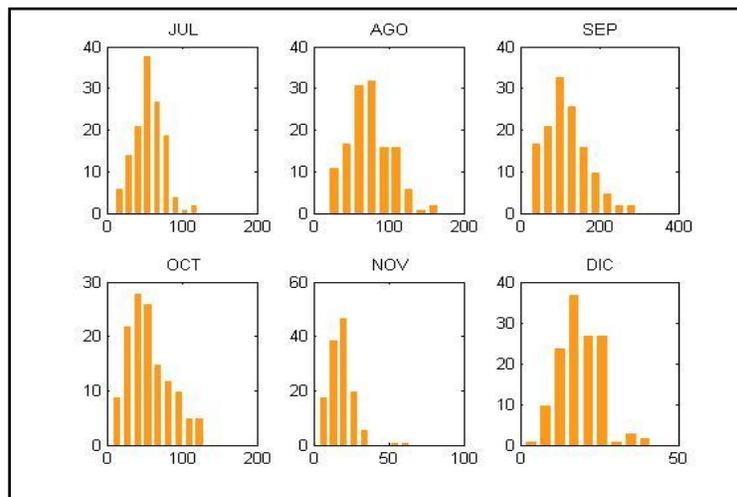


Figura III.5 Histogramas de las variables **JUL**, **AGO**, **SEP**, **OCT**, **NOV** y **DIC**.

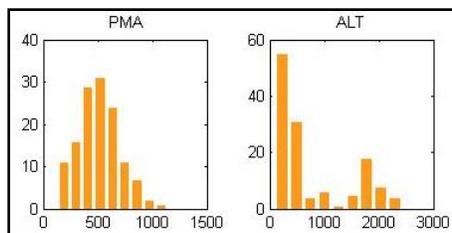


Figura III.6 Histogramas de las variables **PMA** y **ALT**.

Para la prueba de normalidad se generaron gráficas qq plot, con la finalidad de visualizar el grado de ajuste a una recta a partir de los cuantiles teóricos (distribución normal) y los cuantiles de los datos.

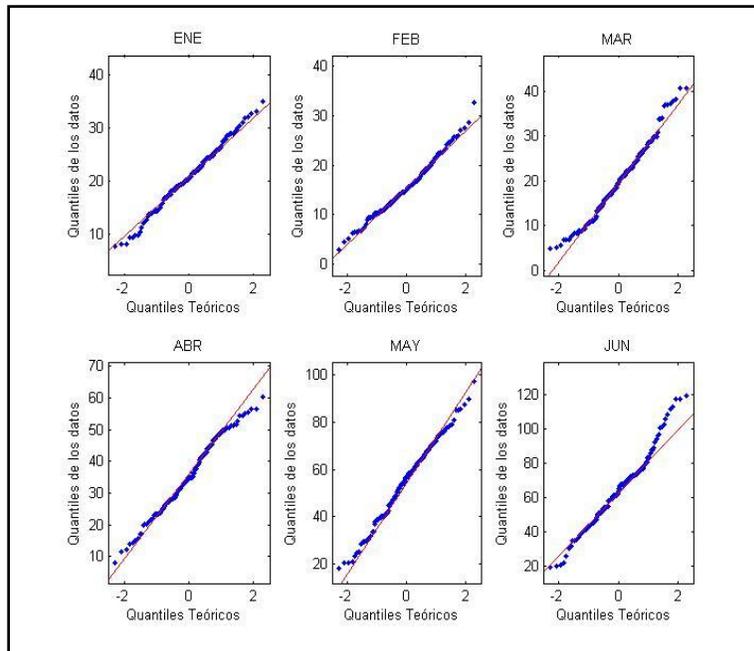


Figura III.7 Gráficas qq plot de la variable **ENE, FEB, MAR, ABR, MAY** y **JUN**.

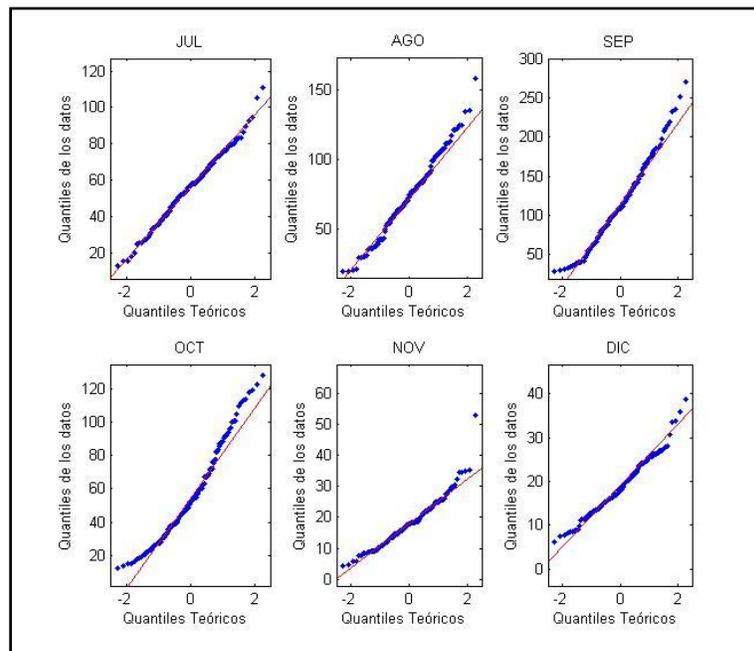


Figura III.8 Gráficas qq plot de la variable **JUL, AGO, SEP, OCT, NOV** y **DIC**.

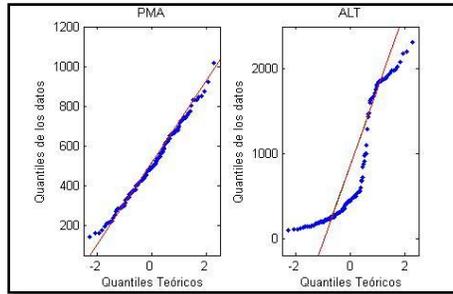


Figura III.9 Gráficas qq plot de las variables **PMA** y **ALT**.

Las figuras III.7, III.8 y III.9 muestran que las variables con menor grado de normalidad son **OCT**, **JUN** y **ALT**, para el resto de las variables se ajustan o siguen un comportamiento más similar a una distribución normal.

La estadística básica en la tabla III.1 muestra que los datos de precipitación presentan un grado de variabilidad del 29 al 50 por ciento, de acuerdo a los coeficientes de correlación, los meses con mayor precipitación media son **AGO** y **SEP**, por el contrario los meses de **FEB** y **NOV** los de menor precipitación.

El valor mínimo se presentó en el mes de **DIC** y el máximo en **SEP**. Por otra parte, los valores arrojados por el sesgo, indican un grado diferente de asimetría, para las variables **NOV** y **ALT** presentan el mayor grado de asimetría de las variables analizadas. Es importante tener presente el grado de asimetría de los datos, ya que éste puede implicar que los variogramas resulten no acotados.

III.3.a.1 Análisis de outliers

Las gráficas y el resumen de la estadística básica para las variables que presentaron outliers, se describen en el **anexo III.2**. Lo destacable de los resultados de este análisis es, la disminución del grado de asimetría de la variable **NOV**, por lo que solo resta revisar si para el caso bivariado su comportamiento es considerado dentro de la normalidad requerida para ser considerada como una variable sin outliers.

III.3.b Análisis bivariado

Al igual que el caso univariado, se analizan las series de datos con y sin outliers a manera de verificar si la influencia ejercida por estos datos anómalos es determinante en el grado de correlación entre las variables.

La tabla III.2 muestra los resultados de la aplicación del modelo de regresión lineal, entre las variables analizadas y la variable secundaria **ALT**.

VARIABLE	COEF. DE CORRELACIÓN	COEF. REGRESIÓN (SLOPE)	INTERSECCIÓN (Y)	R ²
ENE	-0.1622	-0.0014	21.8834	0.0263
FEB	-0.4695	-0.004	18.7598	0.2204
MAR	-0.4657	-0.0059	24.3435	0.2169
ABR	-0.3584	-0.0063	40.2494	0.1285
MAY	-0.2663	-0.0068	60.442	0.0709
JUN	-0.084	-0.0027	66.7635	0.0071
JUL	0.0006	0	56.1825	0
AGO	-0.1182	-0.005	77.6441	0.014
SEP	-0.4238	-0.0336	141.7777	0.1796
OCT	-0.3776	-0.0155	68.2365	0.1426
NOV	-0.4237	-0.0052	22.4529	0.1795
DIC	-0.1389	-0.0013	19.8787	0.0193
PMA	-0.2894	-0.0806	571.3808	0.0838

Tabla III.2 Resultados de la aplicación del modelo de regresión lineal entre las variables analizadas y la variable secundaria. **R²** es el coeficiente de determinación.

La correlación encontrada es negativa en todos los casos, excepto para la variable **JUL**, que además resultó ser la variable con el menor grado de correlación con poco menos del 1%, para todos los casos se obtuvo un grado de correlación por abajo del 50%, los porcentajes mayores encontrados son en las variables **FEB**, **MAR**, **SEP** y **NOV**, con un porcentaje mayor al 40%. Los gráficos para la correlación se muestran en las figuras III.10, III.11 y III.12.

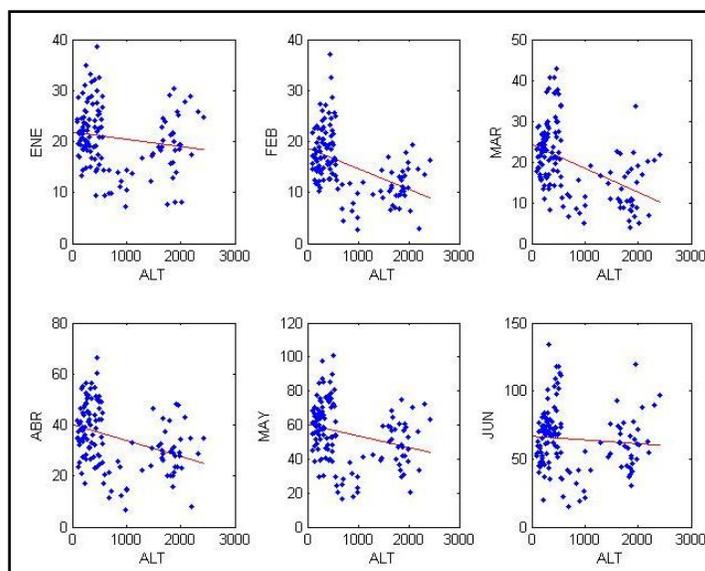


Figura III.10 Gráficas de correlación lineal de las variables **ENE**, **FEB**, **MAR**, **ABR**, **MAY** y **JUN** con la variable **ALT**.

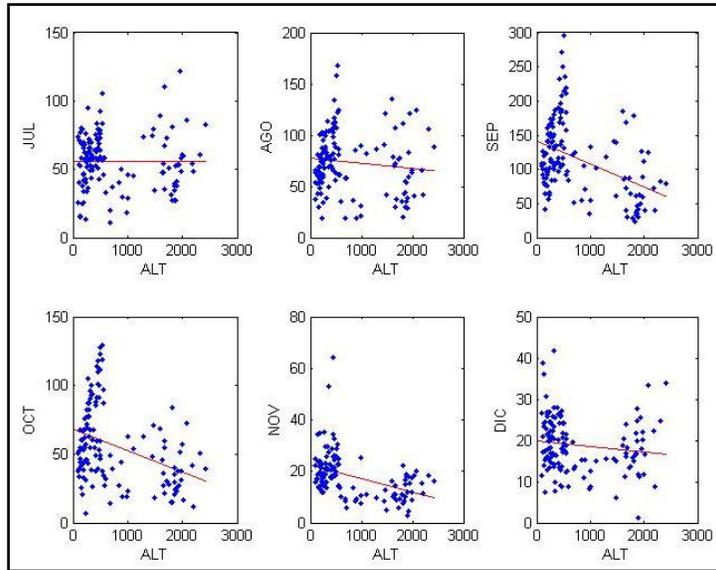


Figura III.11 Gráficas de correlación lineal de las variables *JUL*, *AGO*, *SEP*, *OCT*, *NOV* y *DIC* con la variable *ALT*.

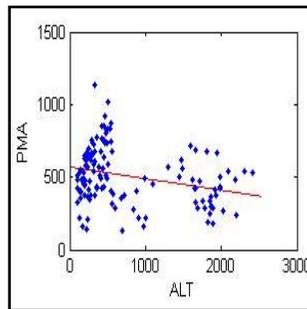


Figura III.12 Gráfica de correlación lineal de *PMA* y *ALT*.

Una vez analizada la correlación lineal, se analizaron los residuales obtenidos por la diferencia del modelo lineal obtenido y las observaciones para cada serie de datos. En la tabla III.3 se resume la estadística básica obtenida para los residuales.

VARIABLE	MEDIA	DESV. ESTÁNDAR	VARIANZA	MÍNIMO	PRIMER CUARTIL	MEDIANA	TERCER CUARTIL	MÁXIMO	SESGO	CURTOSIS
ENE	0	6.0026	36.0317	-13.234	-3.5427	-0.1771	4.1199	17.318	0.1216	2.8019
FEB	0	5.2354	27.4091	-12.1726	-3.6037	-0.8685	3.0637	20.2342	0.6543	4.1302
MAR	0	7.6724	58.866	-14.0887	-5.5999	-0.8213	4.6243	21.3124	0.6449	3.0601
ABR	0	11.2774	127.1806	-27.4734	-7.9289	-0.102	8.7789	28.9048	-0.0731	2.4703
MAY	0	16.9062	285.8203	-39.1368	-11.8753	0.5975	11.2011	43.5138	-0.0921	2.6411
JUN	0	22.2561	495.3353	-49.5885	-14.4787	0.7629	10.6988	68.4747	0.4401	3.4071
JUL	0	19.9106	396.4324	-45.3606	-13.4566	0.8109	13.2132	65.7103	0.2101	3.4205
AGO	0	28.9105	835.8142	-57.5022	-19.4219	-0.7185	16.5748	92.8202	0.4612	3.2272
SEP	0	49.5352	2453.7376	-94.6904	-37.2877	-11.1714	28.0814	170.2865	0.8627	3.5903
OCT	0	26.2699	690.1075	-57.9256	-19.833	-6.0738	17.5959	69.6449	0.6026	2.8048
NOV	0	7.6995	59.2821	-12.9587	-5.1063	-1.7387	4.3342	44.1848	2.0606	11.555
DIC	0	6.5705	43.172	-16.1833	-4.6175	-0.621	4.6172	22.2608	0.5457	3.7755
PMA	0	183.9516	33838.201	-408.798	-127.051	-14.6408	114.5045	594.4005	0.3142	3.1255

Tabla III.3 Estadística básica de residuales, obtenidos de la aplicación de un modelo de correlación lineal, entre las variables analizadas y la variable **ALT**.

De la tabla III.3 se observa que los residuales cumplen con un valor para la media cercano a cero, sin embargo, de igual manera se manifiesta una fuerte asimetría para la distribución de la variable **NOV**.

Los histogramas en las figuras III.13, III.14 y III.15, muestran en general una distribución normal de sus frecuencias con media alrededor de cero.

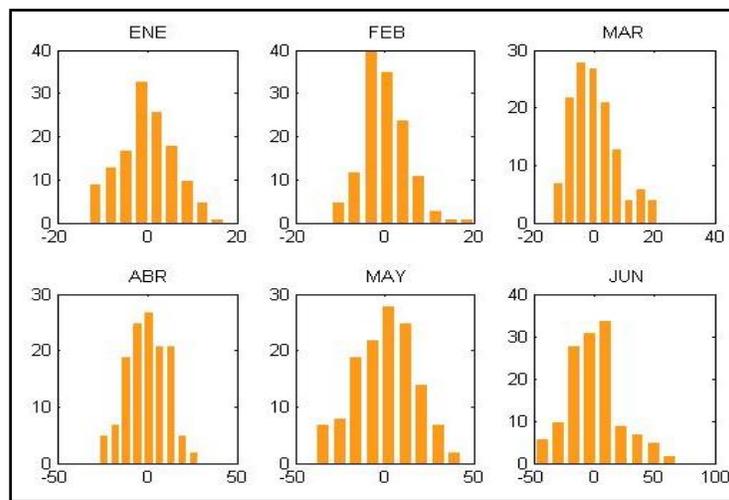


Figura III.13 Histogramas de residuales, obtenidos de la aplicación de un modelo de correlación lineal, entre las variables **ENE**, **FEB**, **MAR**, **ABR**, **MAY** y **JUN** con la variable **ALT**.

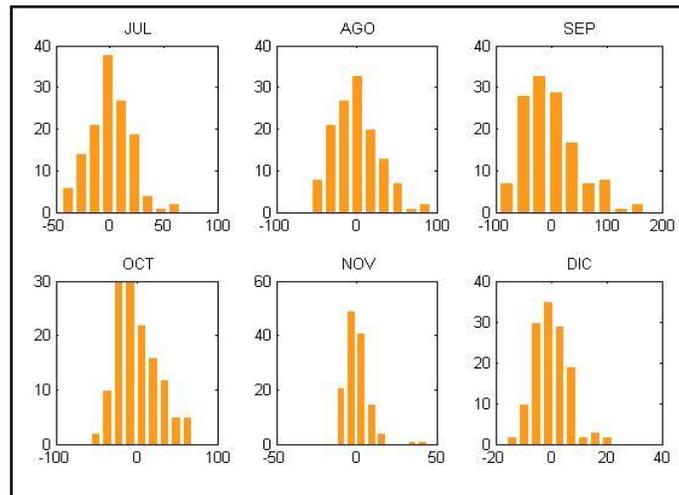


Figura III.14 Histogramas de residuales, obtenidos de la aplicación de un modelo de correlación lineal, entre las variables **JUL**, **AGO**, **SEP**, **OCT**, **NOV** y **DIC** y la variable **ALT**.

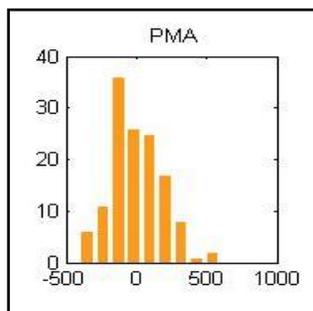


Figura III.15 Histogramas de residuales, obtenidos de la aplicación de un modelo de correlación lineal, entre la variable **PMA** y la variable **ALT**.

Las gráficas qq plot de residuales mostradas en las figuras III.16, III.17 y III.18, siguen un comportamiento más similar a una distribución normal para los meses de **ENE**, **FEB**, **MAY**, **JUL** **AGO** y la precipitación media anual (**PMA**), considerando el grado de aproximación de los datos a una línea recta y el menor grado de normalidad para el resto de las variables.

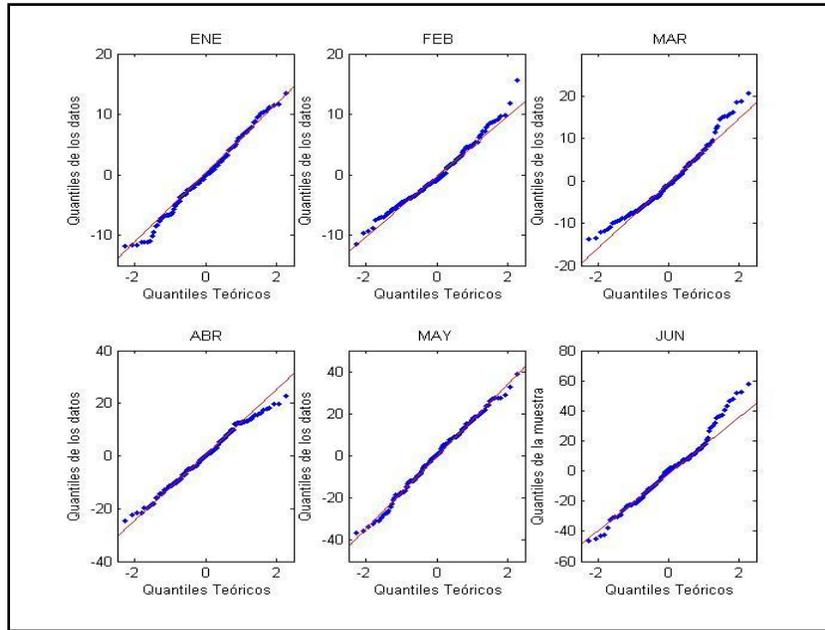


Figura III.16 qq plot de residuales, obtenidos de la aplicación de un modelo de regresión lineal, entre las variables **ENE**, **FEB**, **MAR**, **ABR**, **MAY** y **JUN** con la variable **ALT**.

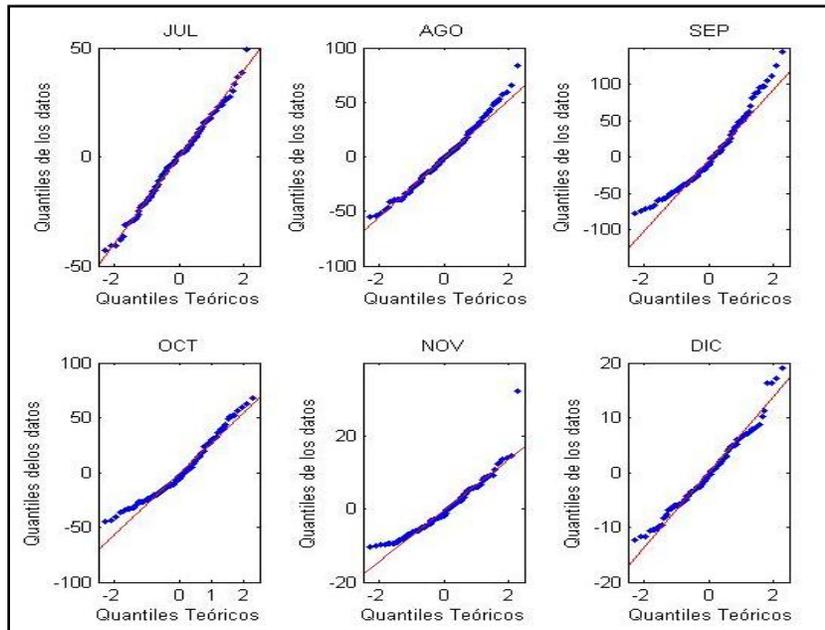


Figura III.17 qq plot de residuales, obtenidos de la aplicación de un modelo de regresión lineal, entre las variables **JUL**, **AGO**, **SEP**, **OCT**, **NOV** y **DIC** y la variable **ALT**.

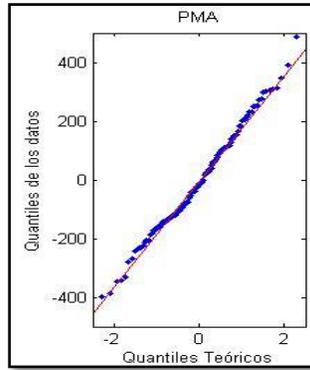


Figura III.18 qq plot de residuos, obtenidos de la aplicación de un modelo de regresión lineal, entre la variable **PMA** y la variable **ALT**.

III.3.b.1 Análisis de outliers

Al igual que la sección anterior, se obtuvieron las regresiones lineales para todas las series que presentaron outliers. Los resultados obtenidos, así como los gráficos correspondientes, se encuentran en el **anexo III.3**.

De igual manera que para el caso univariado sin outliers, los residuos para la variable **NOV** disminuyeron considerablemente su grado de asimetría.

Del análisis exploratorio se concluye que no existen elementos suficientes para eliminar los outliers de las series de datos analizadas, excepto para el caso de la variable **NOV** que con la omisión de los outliers disminuyó considerablemente el grado de asimetría, por ello es la única variable considerada para trabajarse sin outliers, para el análisis variográfico se optó por diferenciarla de la serie original, denominándola como **NOV_SO**.

La presencia de un grado importante de asimetría en la variable secundaria **ALT**, sugirió realizar algunas transformaciones para obtener una distribución más simétrica, entre ellas se aplicaron la logarítmica e inversa. A pesar de que la transformación logarítmica pudo disminuir el grado de asimetría, la regresión lineal muestra que los datos no se ajustan adecuadamente a una recta, sus correspondientes coeficientes de correlación de la variable transformada y la original en general andan del mismo orden, si se considera además que los variogramas obtenidos en la sección de análisis variográfico univariado (III.4), para la variable original y las transformadas, resultaron no acotados, lo que es un indicativo de un fenómeno no estacionario, esta situación, se solucionó utilizando un modelo de tendencia, lo que significa considerar a los residuos obtenidos como la variable secundaria.

III.3.c Análisis de tendencia

Con la finalidad de disminuir el grado de asimetría presente en la variable secundaria **ALT**, se le aplicaron dos modelos de tendencia uno lineal y el otro cuadrático, obteniendo mejores resultados en caso lineal.

Para modelar la tendencia, se considera a la variable **ALT** compuesta por una parte determinista $m(x)$, denominada deriva o tendencia y de un residuo $R(x)$ estacionario con media nula, es decir:

$$ALT(x) = m(x) + R(x)$$

Donde $m(x)$ para el caso lineal está dada por :

$$m(x) = b_0 + b_1x + b_2y$$

Los coeficientes b_i obtenidos utilizando la técnica de mínimos cuadrados fueron:

$$\begin{array}{ccc} b_0 & b_1 & b_2 \\ 17575.45 & -0.0085 & -0.0047 \end{array}$$

A los residuales se le denominará como **ALT_TEND**, para diferenciar la variable original **ALT**. La estadística básica para la variable **ALT_TEND**, se muestra en la tabla III.4 y las gráficas del histograma, qq plot y box plot, se ilustran en las figuras III.19, III.20 y III.21, respectivamente.

VARIABLE	MEDIA	DESV. ESTÁNDAR	VARIANZA	MÍNIMO	PRIMER CUARTIL	MEDIANA	TERCER CUARTIL	MÁXIMO	SESGO	CURTOSIS	NÚM. OUTLIER
ALT_TEND	-0.00	371.6587	138130.2226	-474.9144	-338.6441	-82.092	237.901	1102.363	0.7733	2.8478	0

Tabla III.4 Estadística básica de la variable **ALT_TEND**.

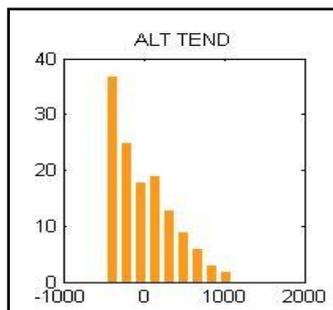


Figura III.19 Histograma de la variable **ALT_TEND**, considerando un modelo de tendencia lineal.

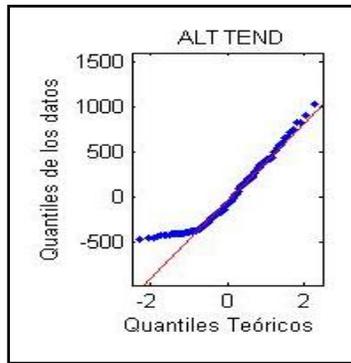


Figura III.20 qq plot de la variable **ALT_TEND**, considerando un modelo de tendencia lineal.

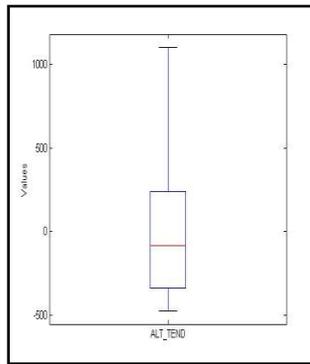


Figura III.21 box plot de la variable **ALT_TEND**, considerando un modelo de tendencia lineal.

De los resultados obtenidos, se observa que la distribución de los residuales tiene una mejor aproximación a una distribución normal y un menor grado de asimetría respecto a los datos originales, por otro lado la gráfica de qq plot muestra una mejor aproximación con una distribución normal.

Para generar la estadística bivariada, se siguió el mismo procedimiento utilizado para la variable **ALT** sólo que ahora utilizando los residuos de ésta variable denominada **ALT_TEND**, los resultados obtenidos se muestran en la tabla III.5

VARIABLE	COEF. DE CORRELACIÓN	COEF. REGRESIÓN (SLOPE)	INTERSECCIÓN (Y)	R2
ENE	0.014	0.0002	20.7751	0.0002
FEB	-0.1771	-0.0028	15.6323	0.0314
MAR	-0.2477	-0.0058	19.8075	0.0614
ABR	-0.266	-0.0086	35.3851	0.0708
MAY	-0.1527	-0.0072	55.1944	0.0233
JUN	-0.1157	-0.007	64.6549	0.0134
JUL	0.0056	0.0003	56.1953	0
AGO	-0.194	-0.0152	73.7782	0.0376
SEP	-0.4633	-0.0682	115.7404	0.2147
OCT	-0.4092	-0.0312	56.1993	0.1675
NOV_SO	-0.03	-0.0006	17.7878	0.0009
DIC	0.1132	0.002	18.8436	0.0128
PMA	-0.3158	-0.1633	508.8958	0.0997

Tabla III.5 Resultados de la correlación considerando entre las variables analizadas y **ALT_TEND**.

El grado de correlación existente entre las **PMM** y **PMA** con respecto a **ALT_TEND** sigue siendo bajo, no obstante las variables **AGO**, **SEP**, **OCT** y **PMA** presentan un ligero incremento en sus porcentajes respecto a la correlación con la variable original **ALT**, de acuerdo con los resultados de la tabla III.5.

Las gráficas de correlación de las variables analizadas y **ALT_TEND**, resultado de la aplicación del modelo de tendencia lineal, se muestran en las figuras: III.22, III.23 y III.24.

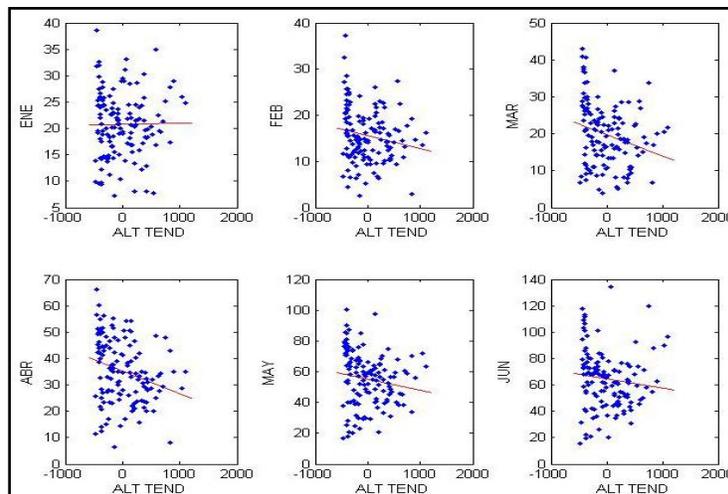


Figura III.22 Gráficas de correlación lineal de la variable **ALT_TEND** y las variables **ENE**, **FEB**, **MAR**, **ABR**, **MAY** y **JUN**, considerando un modelo de tendencia lineal.

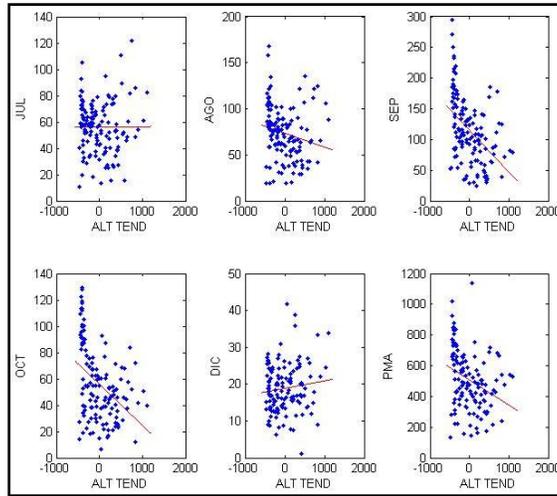


Figura III.23 Gráficas de correlación lineal de la variable **ALT_TEND** y las variables **JUL, AGO, SEP, OCT, DIC** y **PMA** considerando un modelo de tendencia lineal.

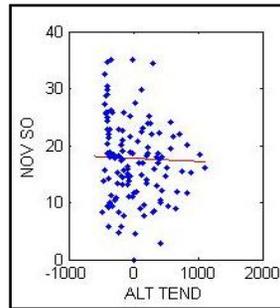


Figura III.24 Gráfica de correlación lineal de la variable **ALT_TEND** y la variable **NOV_SO**, considerando un modelo de tendencia lineal.

Las gráficas residuales se muestran en las figuras: III.25, III.26 y III.27.

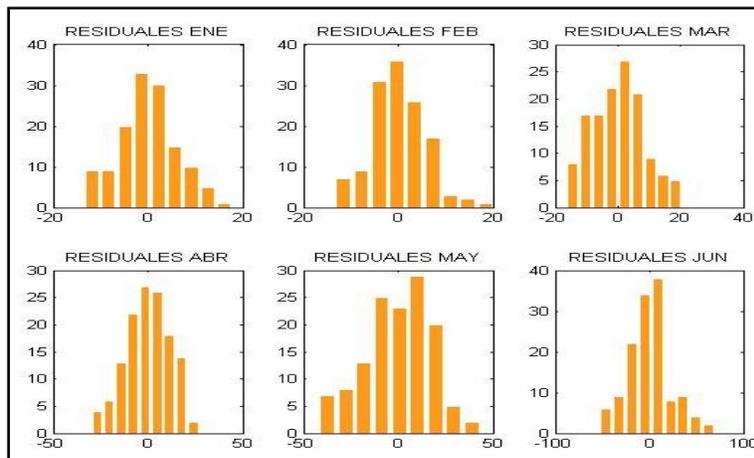


Figura III.25 Histogramas de residuales, considerando la variable **ALT_TEND** y las variables **ENE, FEB, MAR, ABR, MAY** y **JUN**.

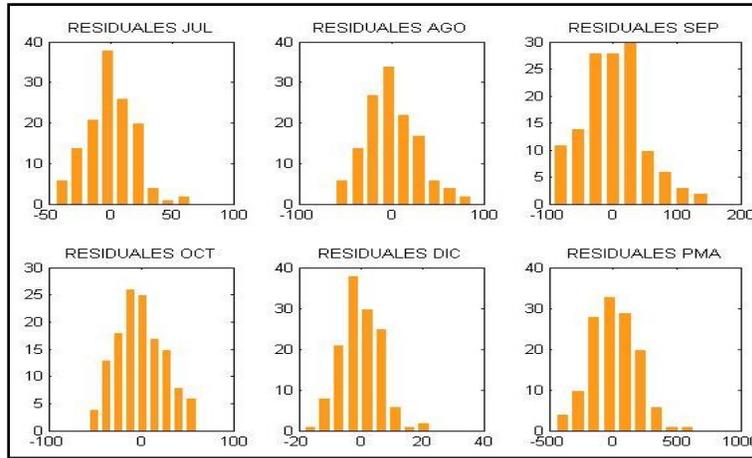


Figura III.26 Histogramas de residuales, considerando la variable **ALT_TEND** y las variables **JUL, AGO, SEP, OCT, DIC y PMA**.

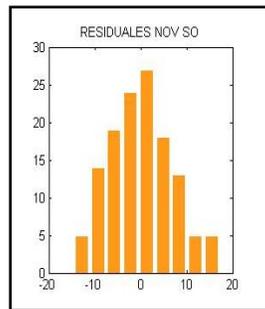


Figura III.27 Histogramas de residuales, considerando la variable **ALT_TEND** y la variable **NOV_SO**.

Para la serie de datos sin outliers, solo se muestra la tabla III.6, donde se observa que los porcentajes de correlación fueron menores con respecto a las series originales.

VARIABLE	COEF. DE CORRELACIÓN	COEF. REGRESIÓN (SLOPE)	INTERSECCIÓN (Y)	R2
ENE	-0.0204	-0.0003	20.6395	0.0004
FEB	0.089	0.0013	15.3364	0.0079
JUN	-0.0982	-0.0052	62.4574	0.0096
JUL	0.16	0.008	55.2704	0.0256
AGO	0.0831	0.0061	72.4027	0.0069
SEP	0.1978	0.0271	113.1661	0.0391
OCT	0.0783	0.0057	55.0828	0.0061
NOV	-0.03	-0.0006	17.7878	0.0009
DIC	0.0595	0.001	18.5148	0.0035
PMA	-0.0728	-0.0362	504.0839	0.0053

Tabla III.6 Estadística bivariada considerando a la variable secundaria como **ALT_TEND** y las series sin outliers.

De los resultados de la tabla III.6 y de las gráficas mostradas en las figuras III.22 a la III.27, se observa que las variables que presentan una mayor correlación son los meses más lluviosos, así como la **PMA**, por ello, las variables propuestas para la aplicación de la técnica del cokriging son **SEP**, **OCT** y **PMA**, y se agregará a este análisis la variable **AGO**, por ser uno de los meses con mayor precipitación, adicionalmente a las tres variables antes mencionadas.

III.4 Análisis variográfico univariado

Una vez realizado el análisis exploratorio, el siguiente proceso es la estimación de la función que describa el grado de correlación espacial de la precipitación, es decir, el variograma.

III.4.a Variograma experimental

El variograma experimental, también conocido como adireccional se obtiene tomando la dirección 0° y una ventana de $\pm 90^\circ$, el número de intervalos usado es de 10, la distancia máxima de la zona de estudio es **457,394.1797** m, la distancia mínima es **2023.1003** m, el alcance máximo sugerido es **228,697.0898** m y el lag utilizado es **22,869.7090** m.

Las tablas III.7 y III.8 muestran el número de pares formados para cada lag, así como su correspondiente valor de la semivarianza en cada uno de ellos. La mayor cantidad de pares formados fue de 1175 y la menor fue de 232. Como es de esperarse la cantidad de pares disminuye en la medida que se incrementa el valor del lag. El número de pares formados para **NOV_SO** es ligeramente inferior al resto de las variables por omitir la información causante de los outliers.

PARES	240	687	997	1153	1175	1080	884	690	532	384
ENE	29.7116	31.9537	40.3141	40.1289	40.9233	36.2354	36.4511	37.0708	36.8946	37.8558
FEB	17.2209	28.3723	40.4808	37.5927	37.0831	34.162	32.8709	33.1057	36.4518	37.6933
MAR	34.0412	47.9266	73.5766	82.6954	87.4902	85.6156	79.1808	77.134	77.9798	78.8509
ABR	69.6464	97.3331	140.5653	154.2917	171.9039	176.9311	155.5718	153.7757	148.4862	142.0287
MAY	137.0515	192.5779	253.837	291.153	336.6291	382.3418	404.3728	408.353	325.7917	272.0021
JUN	309.6146	358.6355	516.7632	501.63	518.2933	549.9805	572.0101	608.1682	529.5946	443.2898
JUL	228.4519	326.389	389.0834	372.21	401.7191	482.3807	441.2461	428.6393	426.7663	416.2628
AGO	372.7456	606.0902	794.7647	864.5034	956.3389	1037.6168	952.1198	868.7991	828.3896	868.0295
SEP	1038.1151	1947.6754	3058.3908	3336.8624	3780.8965	3572.1936	3082.517	2804.21	2734.4655	3129.2863
OCT	284.4067	547.9414	864.5236	925.0914	1029.1367	948.7716	822.2388	760.7788	759.7626	752.1977
DIC	35.1538	39.7236	41.0304	40.0482	42.5408	44.9502	48.6151	48.678	49.1543	49.5847
PMA	14752.1958	23754.9046	35967.5443	38091.5164	43105.6725	43653.4804	41970.6386	40910.2371	38325.0258	36834.6296
ALT	49522.8021	146530.5844	271379.66	332713.9783	458813.1562	494955.9657	547160.2585	632821.137	687362.4492	737179.7383
LAG	11434.8545	34304.5635	57174.2725	80043.9814	102913.6904	125783.3994	148653.1084	171522.8174	194392.5264	217262.2354

Tabla III.7 Resultados del cálculo de los variogramas experimentales, los pares significan la cantidad de parejas formadas y los valores desplegados corresponden a la varianza obtenida en cada uno de los lags.

PARES	232	658	951	1109	1139	1050	856	678	520	376
NOV_SO	28.2954	37.2311	49.3966	45.6649	45.1979	48.7179	47.6128	48.6914	50.3714	56.2819
LAG	11434.8545	34304.5635	57174.2725	80043.9814	102913.69	125783.399	148653.108	171522.817	194392.526	217262.235

Tabla III.8 Resultado del cálculo del variograma experimental para **NOV_SO**, los pares significan la cantidad de parejas formadas y los valores desplegados corresponden a la varianza obtenida en cada uno de los lags.

Las gráficas de los variogramas experimentales para cada variable, se muestran en las figuras III.28, III.29, III.30 y III.31.

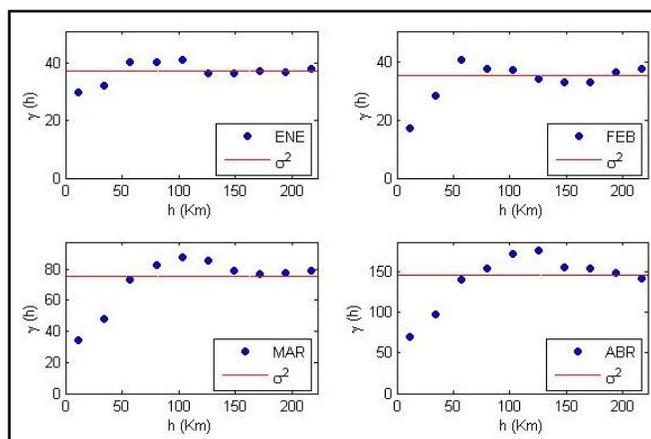


Figura III.28 Variogramas experimentales de las variables **ENE**, **FEB**, **MAR** y **ABR**, en línea continua se muestra la varianza de cada variable.

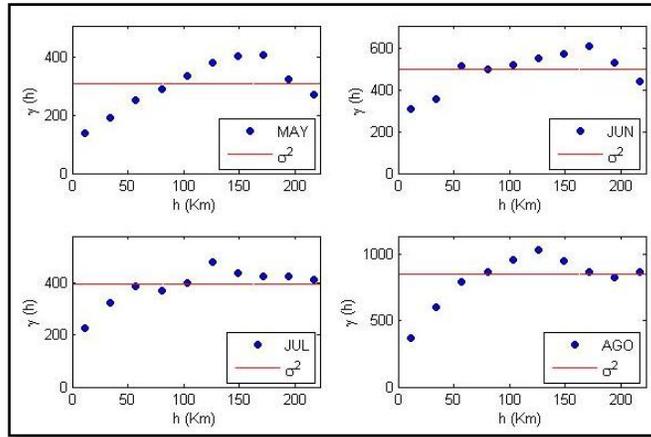


Figura III.29 Variogramas experimentales de las variables **MAY**, **JUN**, **JUL** y **AGO**, en línea continua se muestra la varianza de cada variable.

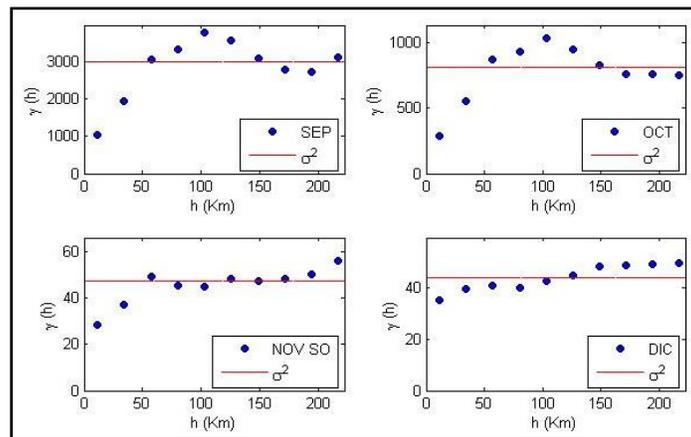


Figura III.30 Variogramas experimentales de las variables **SEP**, **OCT**, **NOV_SO** y **DIC**, en línea continua se muestra la varianza de cada variable.

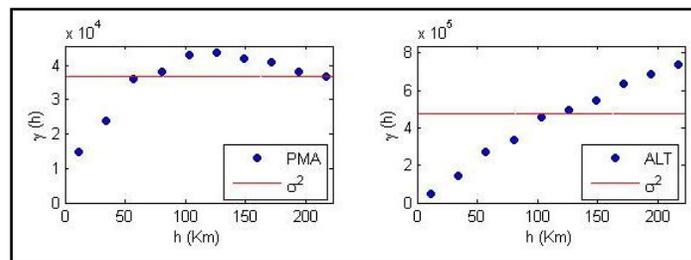


Figura III.31 Variogramas experimentales de las variables **PMA** y **ALT**, en línea continua se muestra la varianza de cada variable.

El variograma experimental para la variable **ALT** muestra una tendencia, si bien no del tipo cuadrática, no se aprecia que el variograma alcance una meseta o sill, en otras palabras puede no estar acotado.

Como se discutió en la sección de análisis exploratorio, esta variable presentó una asimetría considerable por lo se le aplicó un modelo de tendencia lineal, se aplicaron las pruebas de normalidad a los residuos, y a éstos se les consideró como una nueva variable denominada **ALT_TEND**, cuyo variograma está acotado el cual se muestra en la figura III.32.

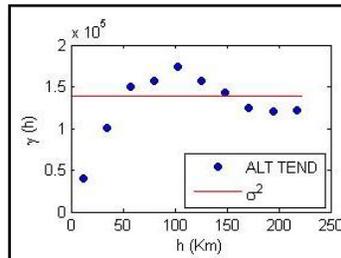


Figura III.32 Variograma experimental de la variable **ALT_TEND**, como resultado de la aplicación de un modelo de tendencia lineal.

La cantidad de parejas encontrados en cada lag, así como su correspondiente valor de la varianza en cada uno de ellos, se muestran en la tabla III.9

PARES	240	687	997	1153	1175	1080	884	690	532	384
ALT_TEND	40219.0047	100480.6564	149430.0811	156660.1689	174183.4265	157694.9377	142817.3757	124929.5080	120820.9285	121402.2080
LAG	11434.8545	34304.5635	57174.2725	80043.9814	102913.6904	125783.3994	148653.1084	171522.8174	194392.5264	217262.2353

Tabla III.9 Resultado del cálculo del variograma experimental para **ALT_TEND**, los pares significan la cantidad de parejas formadas y los valores desplegados corresponden a la varianza obtenida en cada uno de los lags.

Los variogramas experimentales se generaron siguiendo los criterios metodológicos para su construcción, en todos los casos se obtuvieron variogramas acotados, incluyendo el caso de la variable **ALT_TEND**, el lag seleccionado fue adecuado, dado que el número de pares utilizados resultó suficiente para calcular los valores del variograma.

III.4.b Análisis de anisotropía

Debido a que los modelos de variogramas están definidos para casos isotrópicos, para el análisis de la anisotropía geométrica, se estiman variogramas direccionales en cuatro direcciones: 0°, 45°, 90° y 135° con tolerancias de ±22.5°, los intervalos o lags se seleccionan siguiendo los criterios para la construcción del variograma experimental.

El contar con variogramas en las cuatro direcciones, permite determinar la posible existencia de anisotropía geométrica cuando los alcances o rangos de los variogramas son significativamente diferentes. Si la anisotropía es significativa se determinan los alcances (radio de correlación) en las direcciones de menor y de mayor valor, con lo cual se pueden construir modelos anisotrópicos (Díaz,2002).

Los variogramas direccionales para cada variable analizada, se muestran en las figuras III.33, III.34, III.35 y III.36, en éstos no se encontraron elementos suficientes que permitan establecer una variación considerable en sus alcances, por lo que no puede presumirse la presencia de anisotropía geométrica, no obstante, se construyeron diagramas de rosas con la finalidad de visualizar la información desde otra perspectiva y contar más elementos para definir la presencia de anisotropía, estas gráficas se ilustran en el **anexo III.4**.

Si bien los diagramas de rosas apoyan a la interpretación de la anisotropía geométrica, esta gráficas dependen de los valores del lag seleccionado (h), para los casos mostrados en el **anexo III.4**, se seleccionó un valor de h igual al tercer lag y con este valor, las variables **MAR, ABR, AGO, SEP, OCT, NOV_SO, PMA** y **ALT_TEND**, presentan patrones anisotrópicos, sin embargo, por la cantidad de estaciones climáticas utilizadas (132) para éste proyecto, no se recomienda el modelar la anisotropía. Vanderlinden (2003) sugiere para realizar este estudio una cantidad de datos mayor a 250.

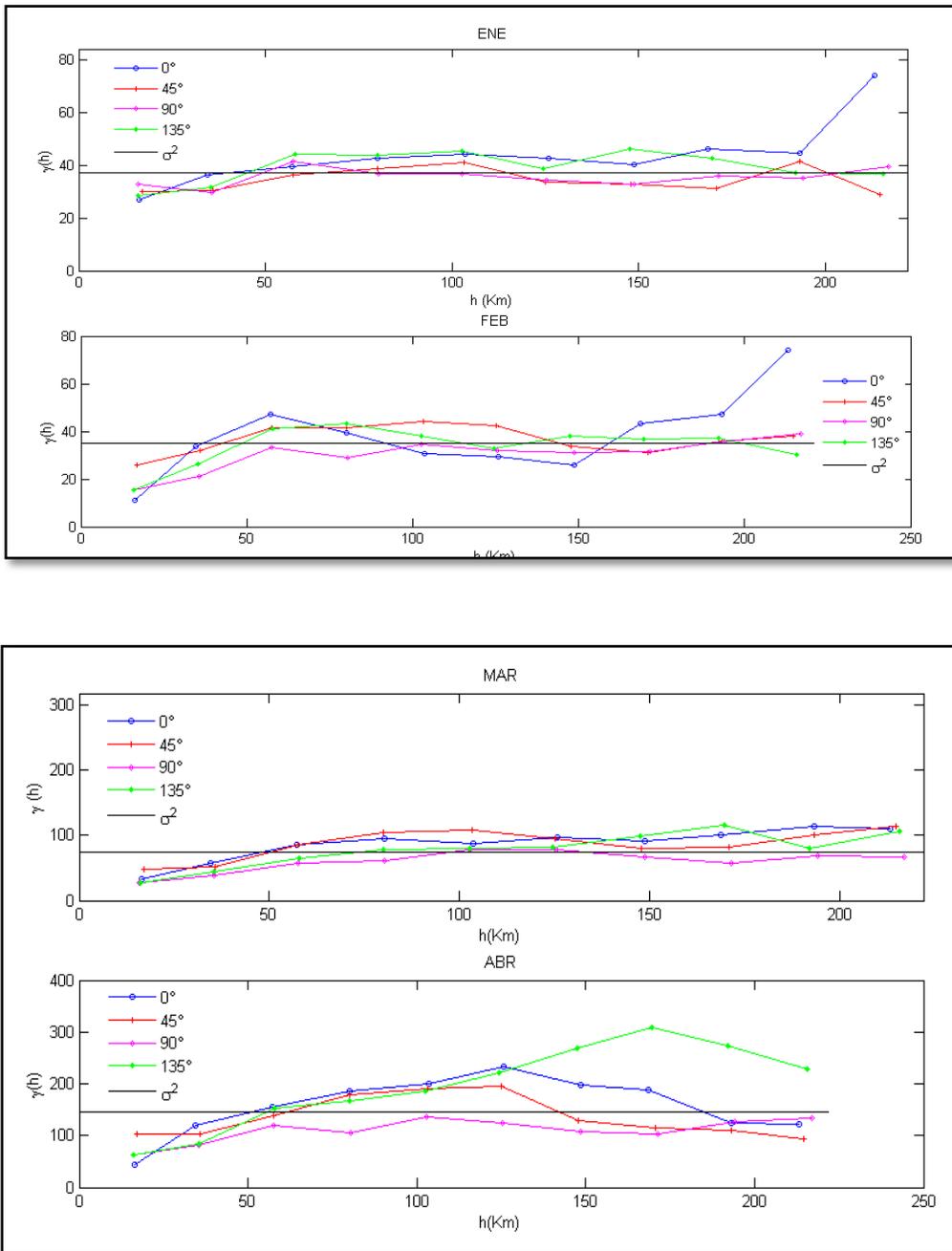


Figura III.33 Variogramas direccionales para los datos de las variables **ENE**, **FEB**, **MAR** y **ABR**. Se considera la dirección positiva del eje de las abscisas como dirección 0°; las demás direcciones se obtienen según los ángulos en sentido contrario a las manecillas del reloj, a partir de la dirección 0°. La tolerancia angular es de $\pm 22.5^\circ$.

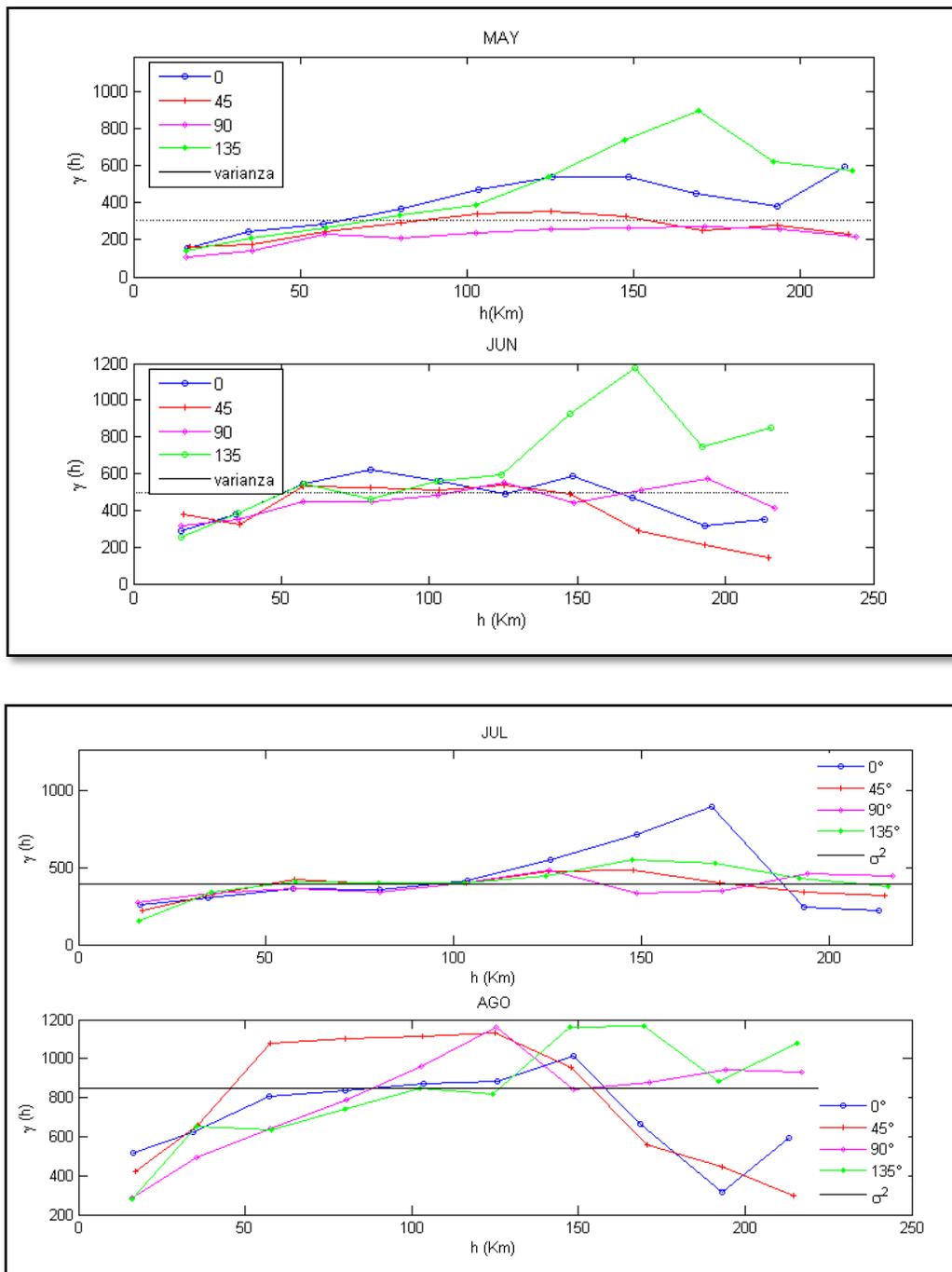


Figura III.34 Variogramas direccionales para los datos de las variables **MAY**, **JUN**, **JUL** y **AGO**. Se considera la dirección positiva del eje de las abscisas como dirección 0°; las demás direcciones se obtienen según los ángulos en sentido contrario a las manecillas del reloj, a partir de la dirección 0°. La tolerancia angular es de $\pm 22.5^\circ$.

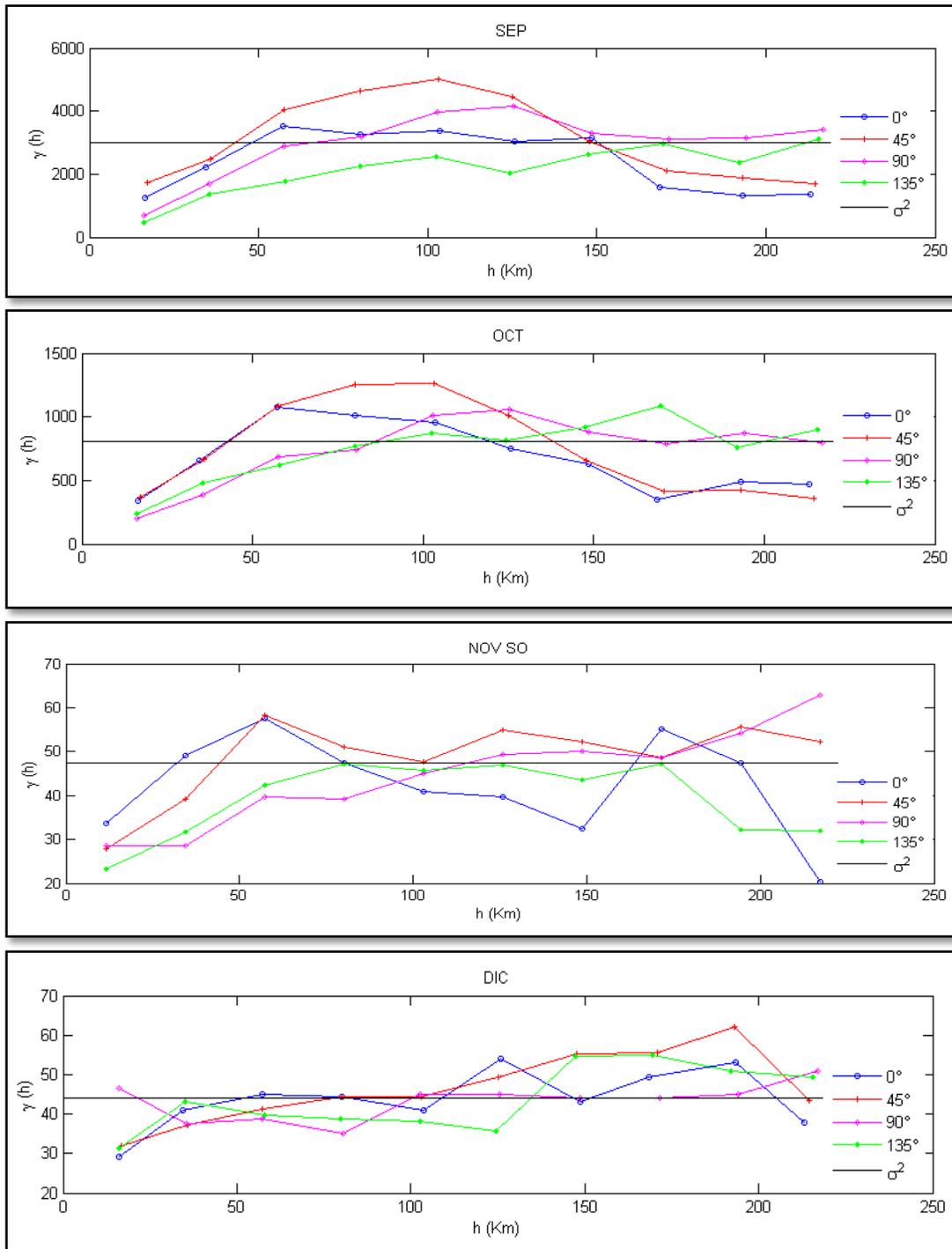


Figura III.35 Variogramas direccionales para los datos de las variables **SEP**, **OCT**, **NOV_SO** y **DIC**. Se considera la dirección positiva del eje de las abscisas como dirección 0°; las demás direcciones se obtienen según los ángulos en sentido contrario a las manecillas del reloj, a partir de la dirección 0°. La tolerancia angular es de $\pm 22.5^\circ$.

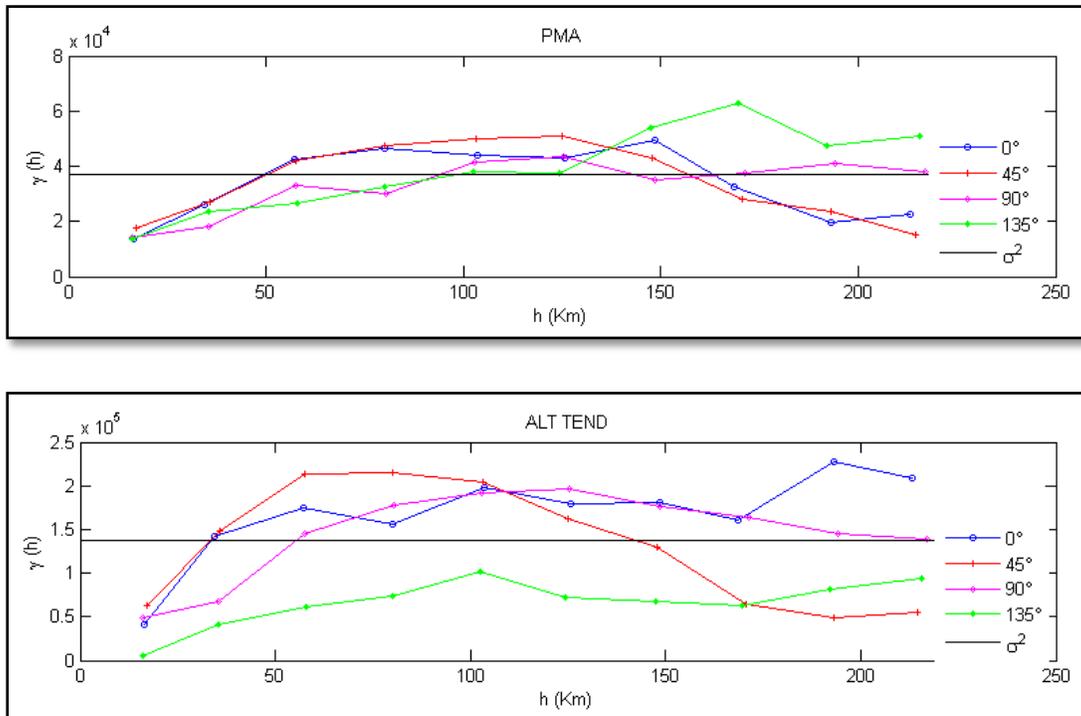


Figura III.36 Variogramas direccionales para los datos de las variables **PMA** y **ALT_TEND**. Se considera la dirección positiva del eje de las abscisas como dirección 0°; las demás direcciones se obtienen según los ángulos en sentido contrario a las manecillas del reloj, a partir de la dirección 0°. La tolerancia angular es de $\pm 22.5^\circ$.

III.4.c Modelado de variogramas

Esta etapa consiste en ajustar al variograma experimental un modelo denominado autorizado, este proceso se realiza en dos partes, en la primera de ellas, se utilizan tres modelos teóricos que se ajustan al variograma experimental con el criterio de mínimos cuadrados, se selecciona uno de estos modelos de acuerdo con el criterio de bondad de ajuste de Aikaike y la segunda parte se realizan ajustes finos al modelo seleccionado de manera manual, para el modelado se utilizó el software RGEOESTAD.

Para el ajuste del modelo por mínimos cuadrados ponderados, se minimiza la siguiente expresión:

$$W(\tau, \gamma_k) = \sum_{j=1}^k \frac{[\gamma(h_j) - \gamma(h_j, \tau)]^2}{Var[\gamma(h_j)]}$$

Donde

τ es el vector de los parámetros del modelo,
 $Var[\gamma(h_j)]$ es la varianza del valor estimado del semivariograma en h_j .

Desafortunadamente esta varianza es desconocida casi siempre. Con frecuencia se escoge en su lugar el número de pares de observaciones $m(h_j)$ con que se estima la misma, suponiendo que es inversamente proporcional a la varianza de los estimados (Díaz,2002).

Existen varios métodos para reemplazar el valor de la varianza, siendo uno de ellos el de Laslett quien sugirió utilizar:

$$\frac{m(h_j)\gamma(h_j)}{[\gamma(h_j, \tau)]^3}$$

Y estos son actualizados en cada iteración del proceso cuando $\gamma(h_j, \tau)$ es reestimada.

Para contar con un criterio en la selección de los modelos ajustados, se utiliza el un estimador simplificado del criterio de información de Akaike (*AIC*), el cual establece un compromiso entre la bondad de ajuste y la complejidad del modelo, el criterio utilizado para fines prácticos se define como:

$$\tilde{A} = n \ln(R) + 2p$$

Donde n es el número de valores estimados $\{\gamma^*(h_j), i = 1, \dots, n\}$ del variograma muestral, R es la suma residual de los cuadrados de las diferencias entre los valores experimentales $\gamma^*(h_j)$ y los del modelo ajustado $\gamma(h_j)$, es decir,

$R = \sum_{i=1}^n (\gamma(h_i) - \gamma^*(h_i))^2$, mientras que p es el número de parámetros del modelo de variograma ajustado $\gamma(h)$ (Díaz,2002).

El ajustar el variograma a un modelo, permite obtener los parámetros que definen el grado y escala de la variación espacial de las variables analizadas. Estos parámetros son el rango (R), el nugget (C_0), el sill (C_0+C), ver figura III.37. El rango es la distancia a la que la semivarianza deja de aumentar y es precisamente la distancia a partir de la cual los datos son espacialmente independientes o dejan de estar correlacionados. El nugget (C_0) es la varianza no explicada por el modelo, y es la intersección de la función que describe el modelo con el eje de las abscisas.

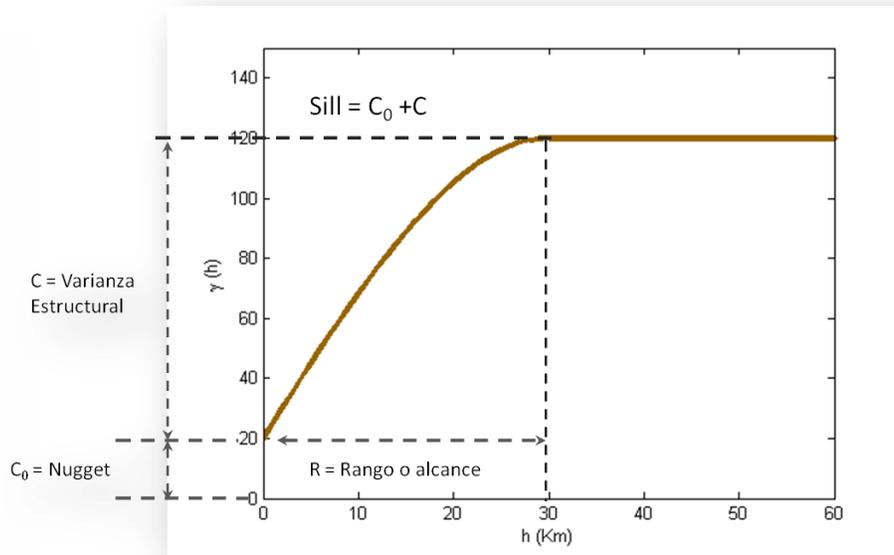


Figura III.37 Descripción de parámetros que conforman el variograma.

El efecto nugget aparece cuando para $h=0$, se obtiene un valor para $\gamma(h) \neq 0$, esta discontinuidad en el origen puede deberse a errores de medición y a la variación a distancias inferiores al intervalo de muestreo.

El máximo valor de las semivarianzas en el variograma se denomina sill o meseta y en teoría debe coincidir con la varianza de los datos. Por otro lado una medida particularmente de interés resulta la proporción de varianza no explicada, dada por la razón del nugget y el sill: $C_0/(C_0+C)$, el cuál proporciona el grado de dependencia espacial presente en las variables analizadas.

Las tablas III.10 y III.11 muestran los valores de los parámetros para los 3 modelos teóricos utilizados: exponencial, gaussiano y esférico.

VARIABLE	MODELO	NUGGET	SILL	RANGO
ENE	Exponencial	35.21	39.24	102912.99
	Gaussiano	36.76	38.27	102912.96
	Esférico	29.98	38.66	102912.96
FEB	Exponencial	0	36.14	16430.31
	Gaussiano	12.8	36.18	29319.72
	Esférico	8.01	36.17	59334.8
MAR	Exponencial	0	83.58	28981.23
	Gaussiano	25.45	82.74	43792.67
	Esférico	15.22	82.49	87799.25
ABR	Exponencial	3.97	163.54	29936.74
	Gaussiano	58.24	162.1	46841.48
	Esférico	43.37	162.17	97747.88
MAY	Exponencial	32.8	383.45	52063.04
	Gaussiano	138.85	372.18	71611.79
	Esférico	98.17	372.08	146180.71
JUN	Exponencial	170.36	554.29	35914.34
	Gaussiano	270.52	542.03	46197.74
	Esférico	230.56	540.99	94281.1
JUL	Exponencial	169.41	443.19	41995.35
	Gaussiano	274.84	438.73	66402.97
	Esférico	246.01	440.08	138430.09

Tabla III.10 Parámetros de los modelos autorizados, obtenidos en el ajuste de los variogramas, para las variables analizadas.

VARIABLE	MODELO	NUGGET	SILL	RANGO
AGO	Exponencial	44.29	945.08	30934.64
	Gaussiano	367.75	935.5	48775.74
	Esférico	293.99	937.63	103864.53
SEP	Exponencial	0	3332.73	27011.97
	Gaussiano	690.69	3312.27	39590.31
	Esférico	218.38	3304.11	79485.44
OCT	Exponencial	0	896.27	24642.94
	Gaussiano	177.17	893.28	36864.37
	Esférico	39.96	891.32	73455.39
NOV_SO	Exponencial	36.74	62.37	217261.99
	Gaussiano	24.47	48.24	35106.18
	Esférico	36.93	51.67	217261.99
DIC	Exponencial	34.33	59.28	217262
	Gaussiano	37.73	52.11	147479.38
	Esférico	35.53	54.45	357277.54
PMA	Exponencial	0	42164.79	32571.34
	Gaussiano	12510.04	41447.36	46977.34
	Esférico	8845.33	41523.94	99706.36
ALT_TEND	Exponencial	0.0	150245.59	22795.30
	Gaussiano	22188.91	149764.33	33346.83
	Esférico	0.0	149434.1	66921.59

Tabla III.11 Parámetros de los modelos autorizados, obtenidos en el ajuste de los variogramas, para las variables analizadas.

Las gráficas de los diferentes modelos, así como el modelo que satisface el valor más pequeño de acuerdo con criterio de Aikake se muestran en las figuras de la III.38 a la III.51.

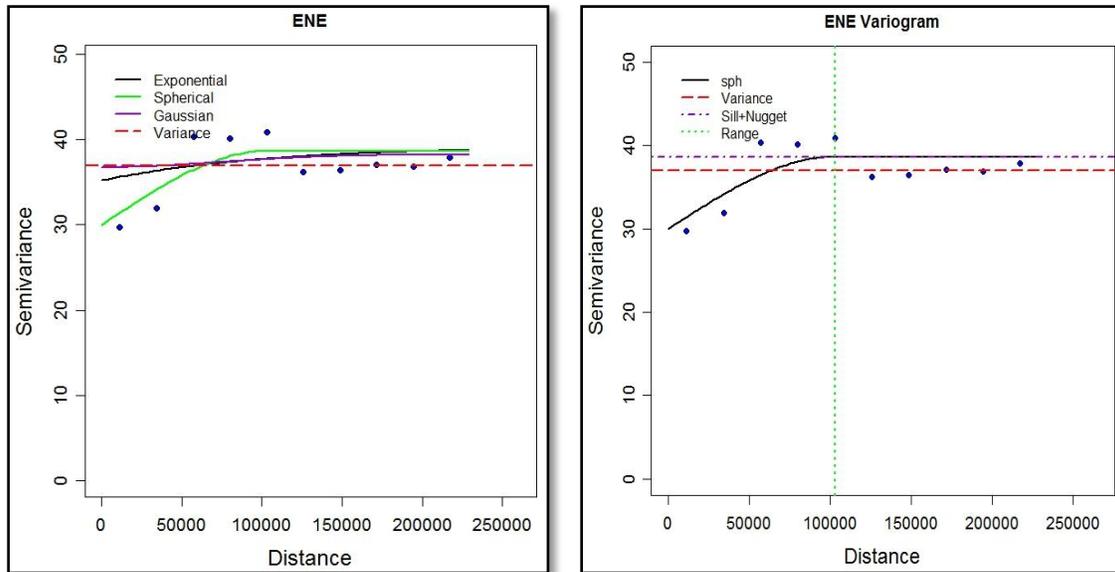


Figura III.38 Ajuste de variogramas para la variable **ENE**, utilizando 3 modelos autorizados, a la derecha el modelo que presenta el mejor ajuste según el criterio de Aikaie, los parámetros del modelo esférico son: nugget (C_0)=29.98, sill (C_0+C)=38.66, alcance=102.9 km.

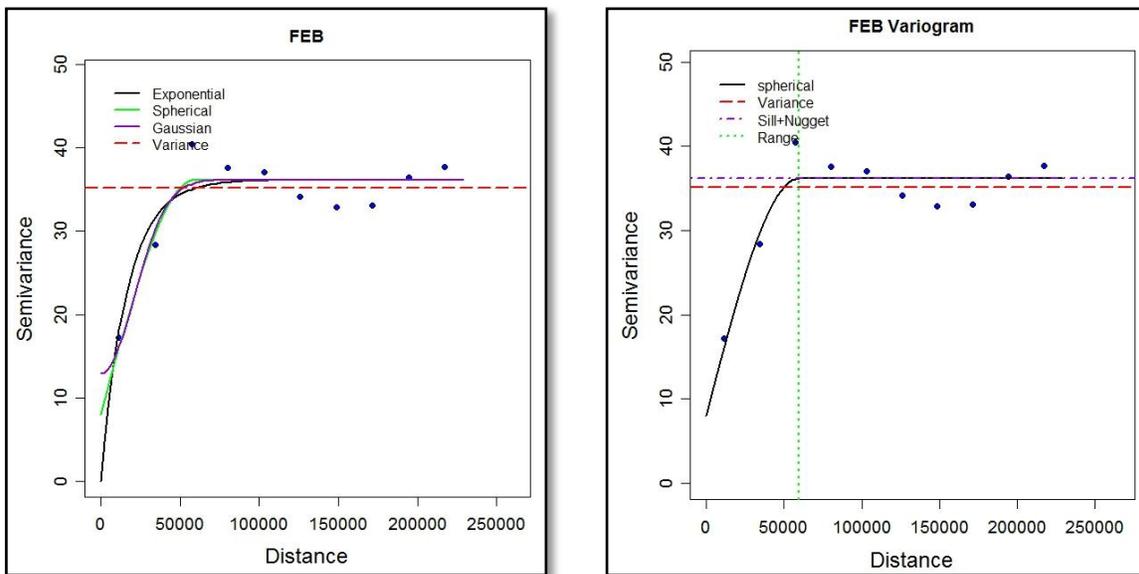


Figura III.39 Ajuste de variogramas para la variable **FEB**, utilizando 3 modelos autorizados, a la derecha el modelo que presenta el mejor ajuste según el criterio de Aikaie, los parámetros del modelo esférico son: nugget (C_0)=7.7, sill (C_0+C)=36.2, alcance=65 km.

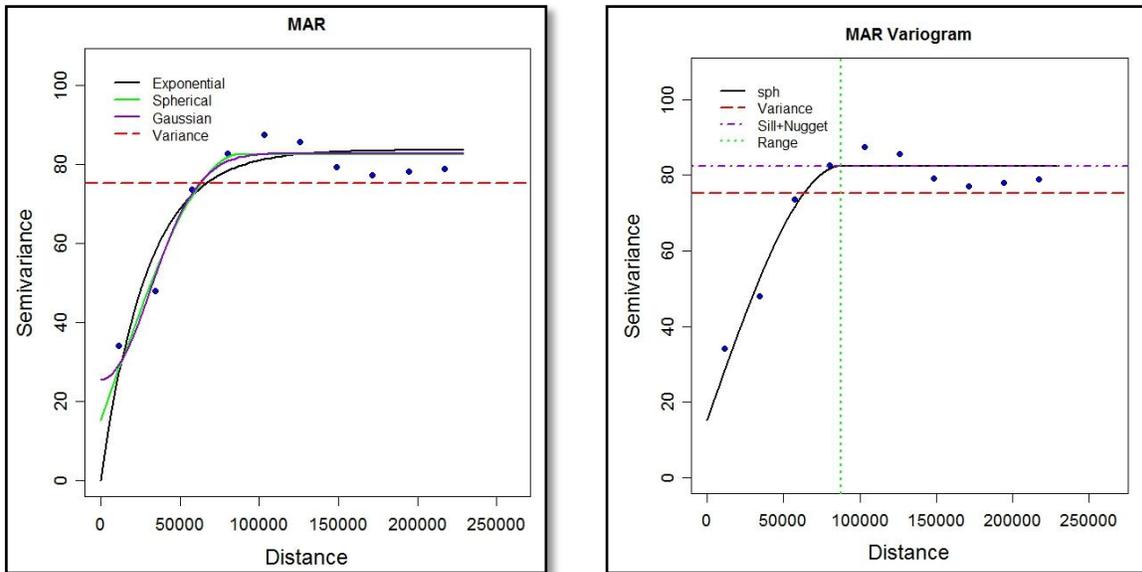


Figura III.40 Ajuste de variogramas para la variable **MAR**, utilizando 3 modelos autorizados, a la derecha el modelo que presenta el mejor ajuste según el criterio de Aikaike, los parámetros del modelo esférico son: nugget (C_0)=13.9, sill (C_0+C)=80.8, alcance=85 km.

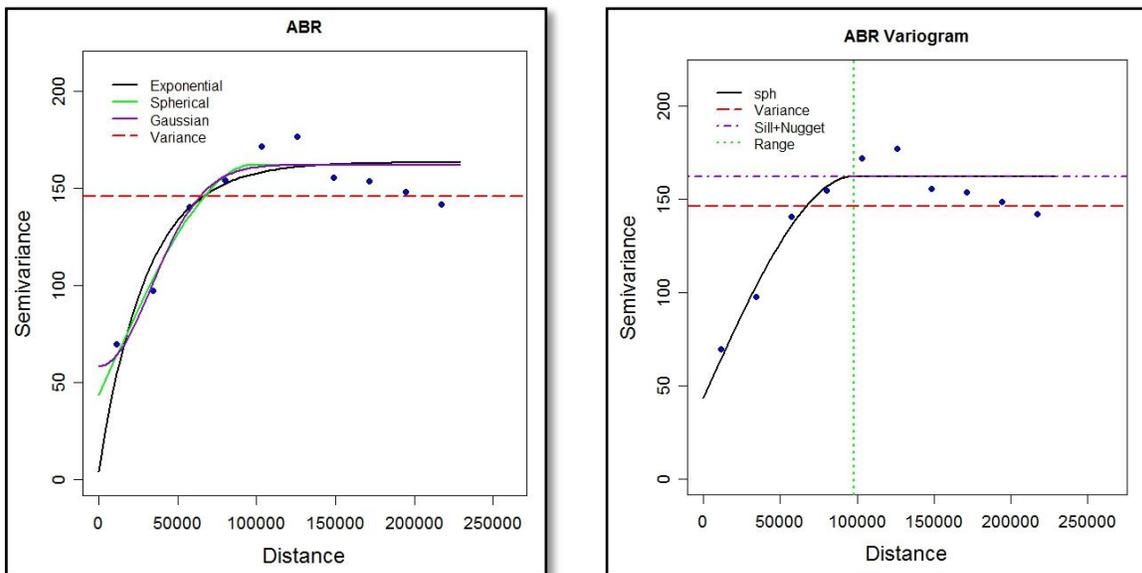


Figura III.41 Ajuste de variogramas para la variable **ABR**, utilizando 3 modelos autorizados, a la derecha el modelo que presenta el mejor ajuste según el criterio de Aikaike, los parámetros del modelo esférico son: nugget (C_0)=26.9, sill (C_0+C)=158.4, alcance=86 km.

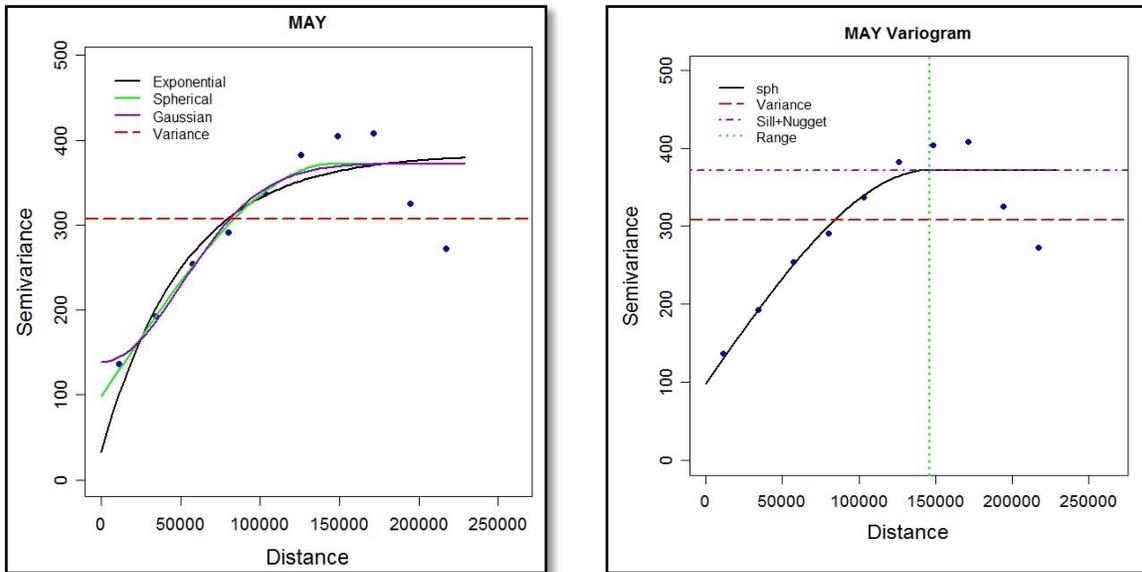


Figura III.42 Ajuste de variogramas para la variable **MAY**, utilizando 3 modelos autorizados, a la derecha el modelo que presenta el mejor ajuste según el criterio de Aikaike, los parámetros del modelo esférico son: nugget (C_0)=97.2, sill (C_0+C)=371.2, alcance=144 km.

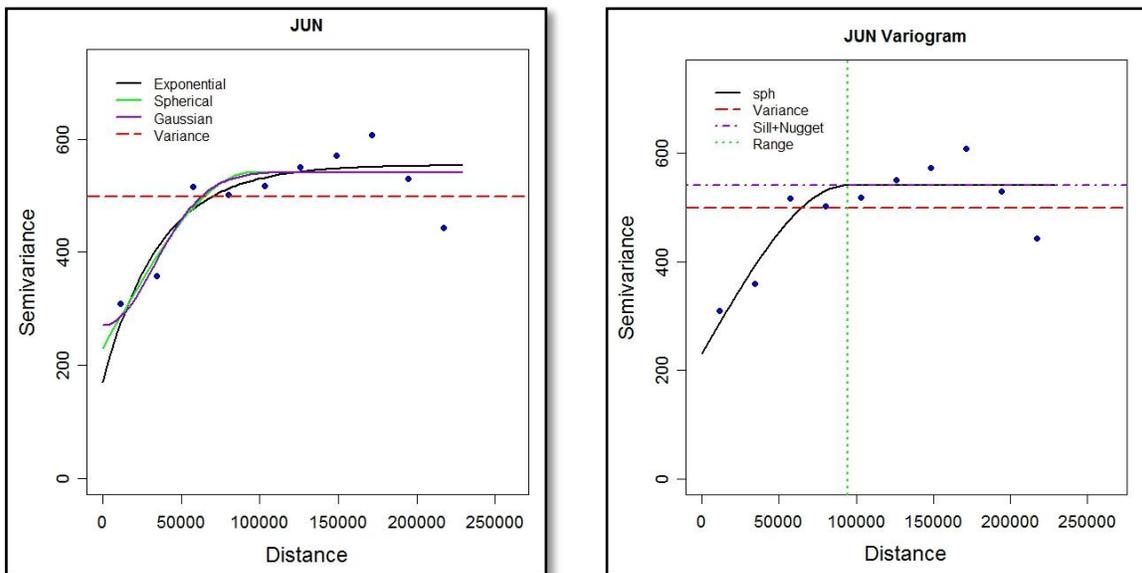


Figura III.43 Ajuste de variogramas para la variable **JUN**, utilizando 3 modelos autorizados, a la derecha el modelo que presenta el mejor ajuste según el criterio de Aikaike, los parámetros del modelo esférico son: nugget (C_0)=131, sill (C_0+C)=507, alcance=69 km.

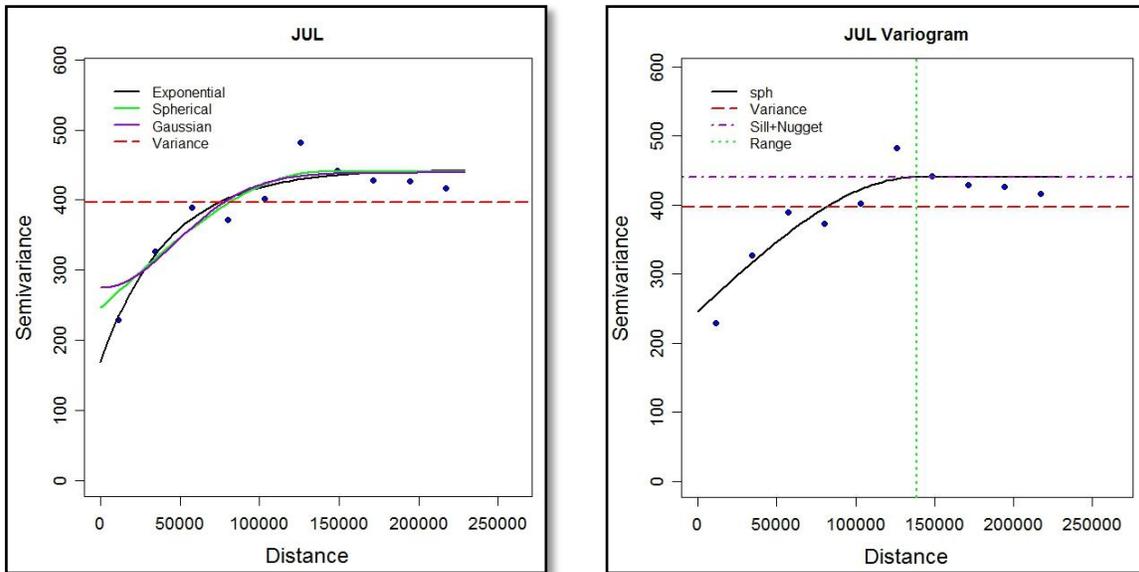


Figura III.44 Ajuste de variogramas para la variable **JUL**, utilizando 3 modelos autorizados, a la derecha el modelo que presenta el mejor ajuste según el criterio de Aikaie, los parámetros del modelo esférico son: nugget (C_0)=193.8, sill (C_0+C)=430, alcance=106.1 km.

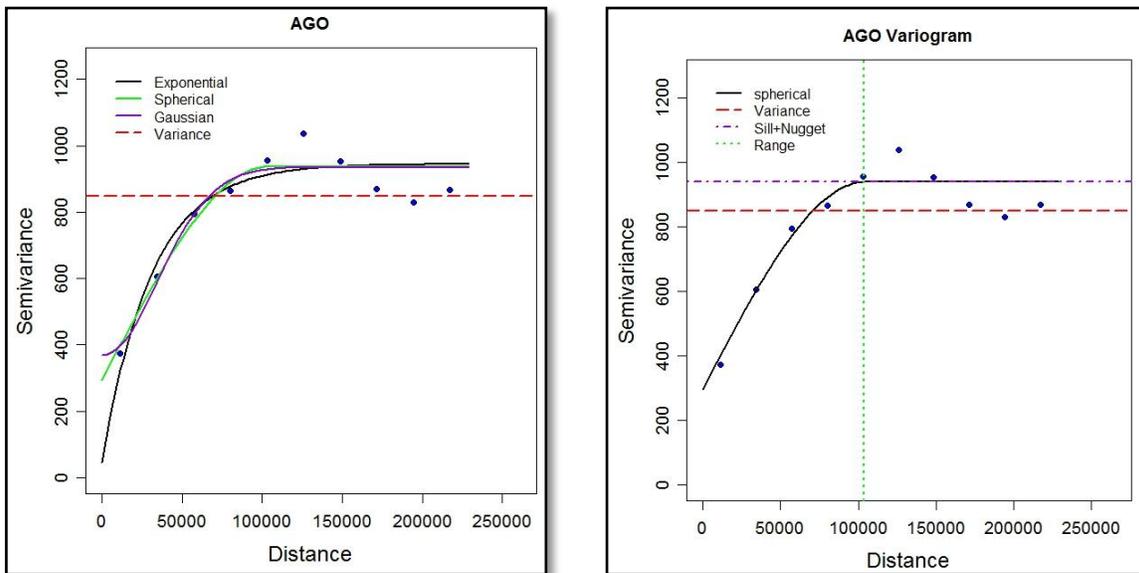


Figura III.45 Ajuste de variogramas para la variable **AGO**, utilizando 3 modelos autorizados, a la derecha el modelo que presenta el mejor ajuste según el criterio de Aikaie, los parámetros del modelo esférico son: nugget (C_0)=124.6, sill (C_0+C)=922.8, alcance=83.7 km.

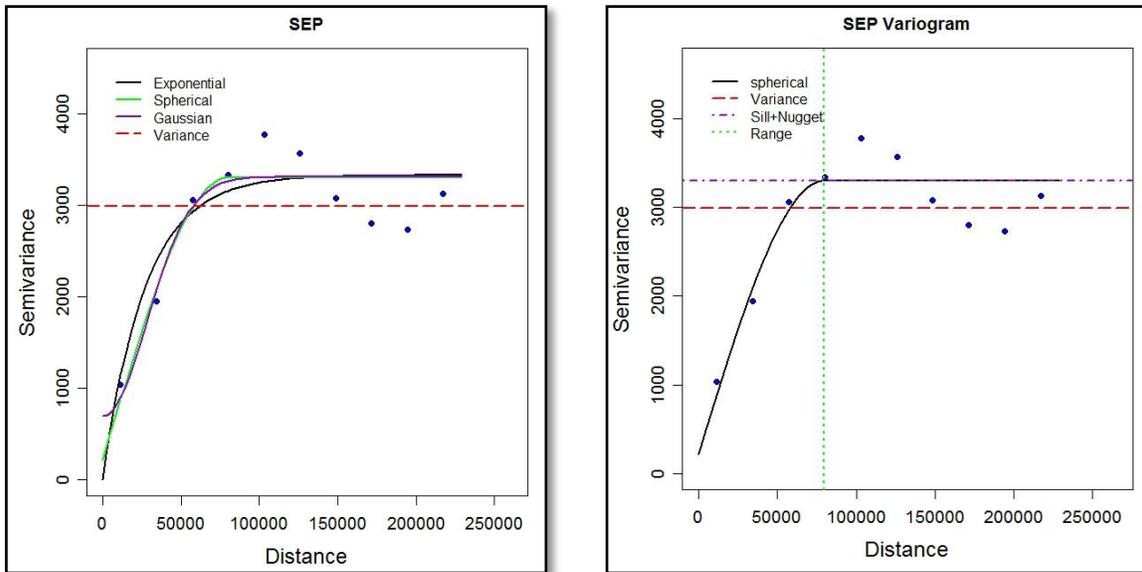


Figura III.46 Ajuste de variogramas para la variable **SEP**, utilizando 3 modelos autorizados, a la derecha el modelo que presenta el mejor ajuste según el criterio de Aikaike, los parámetros del modelo esférico son: nugget (C_0)=10, sill (C_0+C)=3110, alcance=75 km.

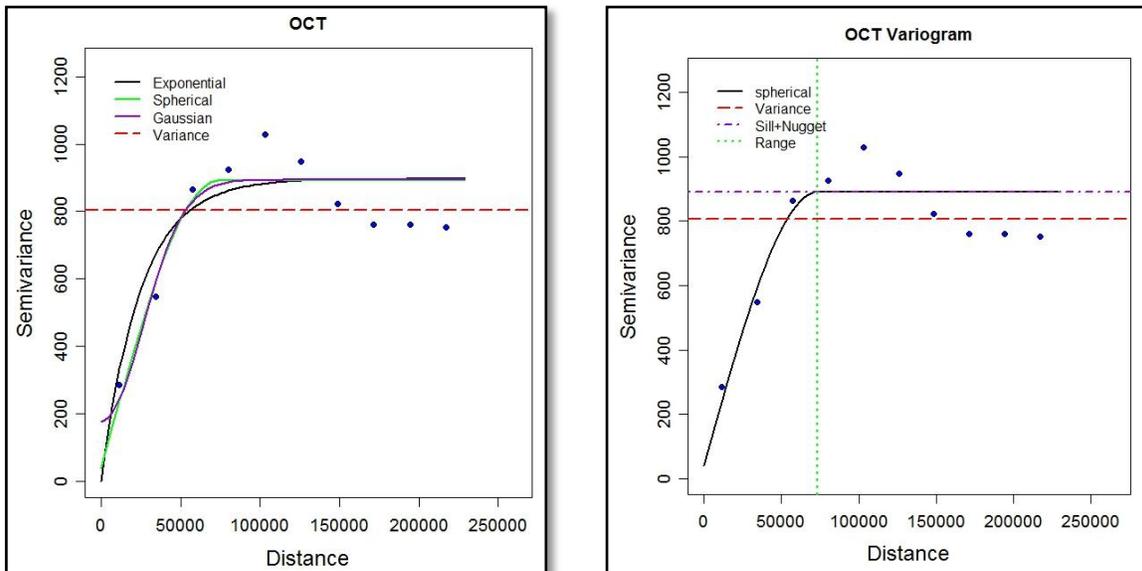


Figura III.47 Ajuste de variogramas para la variable **OCT**, utilizando 3 modelos autorizados, a la derecha el modelo que presenta el mejor ajuste según el criterio de Aikaike, los parámetros del modelo esférico son: nugget (C_0)=39.5, sill (C_0+C)=890.6, alcance=74.5 km.

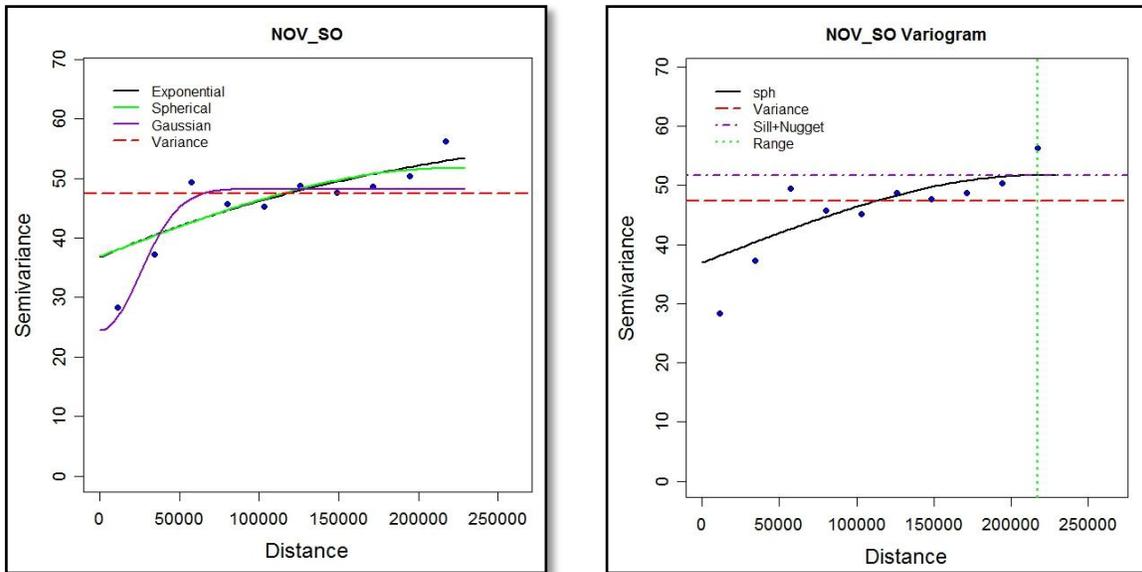


Figura III.48 Ajuste de variogramas para la variable **NOV_SO**, utilizando 3 modelos autorizados, a la derecha el modelo que presenta el mejor ajuste según el criterio de Aikaie, los parámetros del modelo esférico son: nugget (C_0)=18.7, sill (C_0+C)=47.41, alcance=60 km.

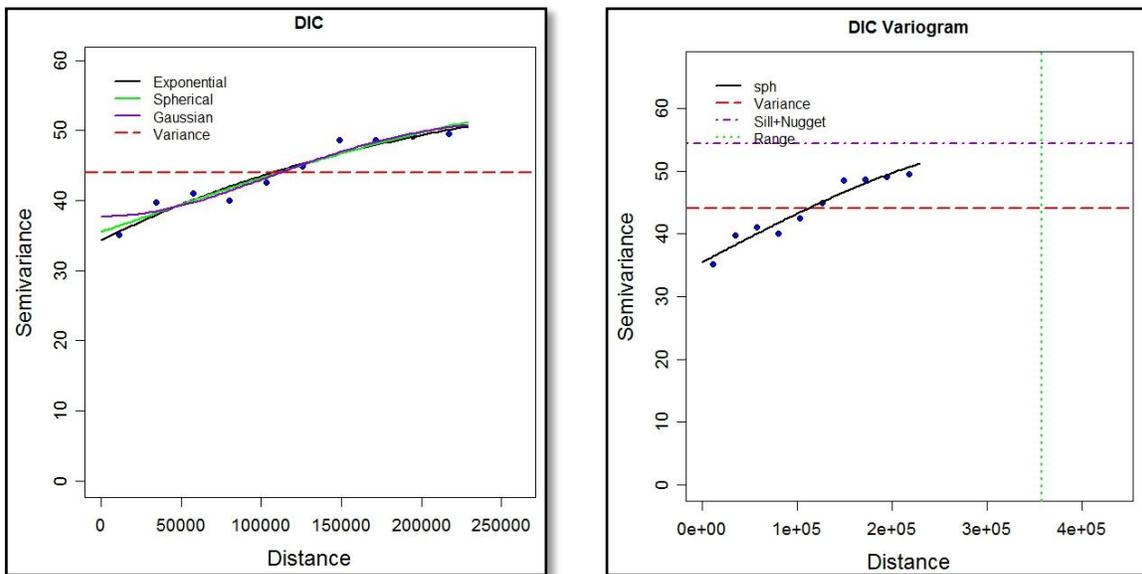


Figura III.49 Ajuste de variogramas para la variable **DIC**, utilizando 3 modelos autorizados, a la derecha el modelo que presenta el mejor ajuste según el criterio de Aikaie, los parámetros del modelo esférico son: nugget (C_0)=35, sill (C_0+C)=48.2, alcance=209 km.

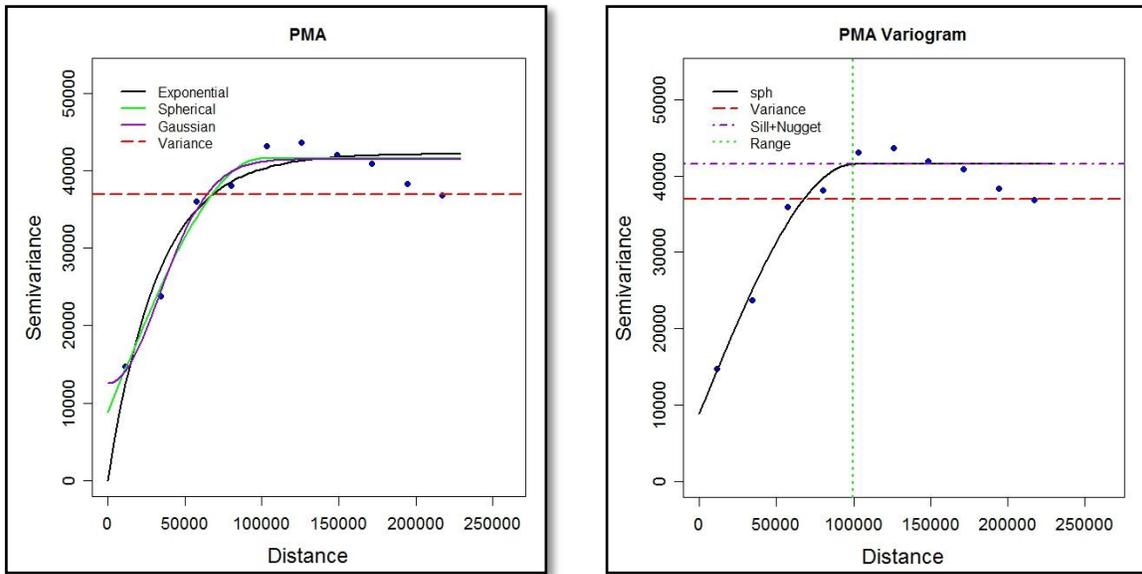


Figura III.50 Ajuste de variogramas para la variable **PMA**, utilizando 3 modelos autorizados, a la derecha el modelo que presenta el mejor ajuste según el criterio de Aikaie, los parámetros del modelo esférico son: nugget (C_0)=3100, sill (C_0+C)=40600, alcance=86 km.

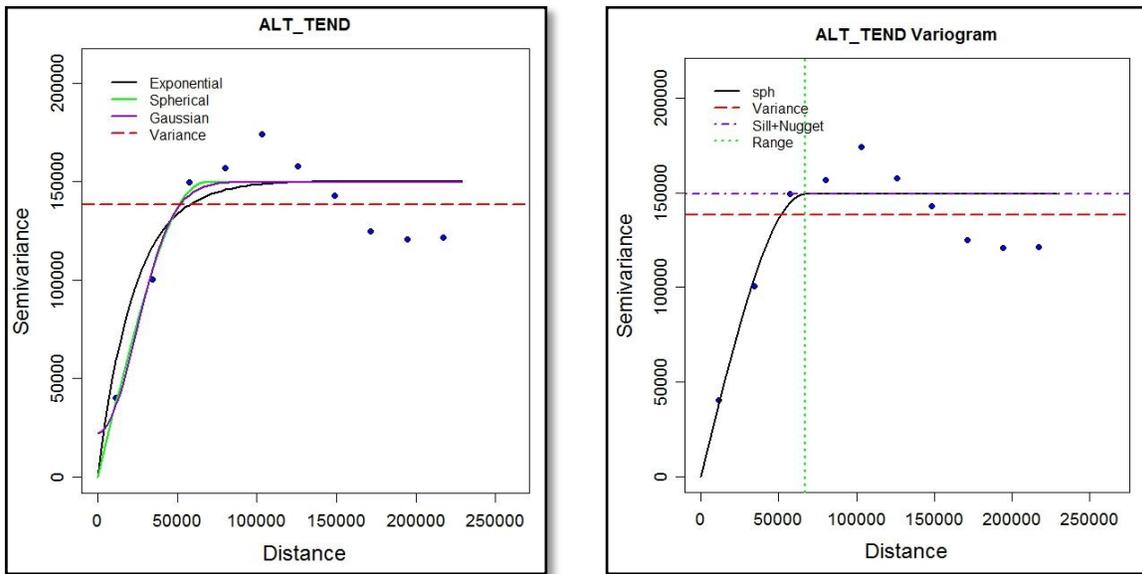


Figura III.51 Ajuste de variogramas para la variable **ALT_TEND**, utilizando 3 modelos autorizados, a la derecha el modelo que presenta el mejor ajuste según el criterio de Aikaie, los parámetros del modelo esférico son: nugget (C_0)=200, sill (C_0+C)=145200, alcance=75 km.

Todos los modelos ajustados resultaron esféricos, esto significa que presentan un comportamiento lineal cerca del origen, y para todos los casos se presentaron valores de nugget diferente de cero excepto en la variable **ALT_TEND**, ésta discontinuidad en el origen atribuible a errores de medición y a la variación a distancias inferiores del intervalo de muestreo (lag de 22,869.7090 m).

Realizado el ajuste automático de los semivariogramas, es necesario efectuar un refinamiento a éste ajuste, esto con la finalidad de mejorar el propuesto por el software, esta tarea siempre hay que considerarla como una etapa más del Análisis Variográfico, también es importante señalar que al ajustar manualmente se debe cuidar no incrementar los valores del criterio de la bondad del ajuste de Aikaike.

Para el ajuste manual se utilizaron los software de GEOESTAD y RGEOESTAD, el resumen de los resultados obtenidos se muestran en la tabla III.12 y los ajustes gráficos se muestran en las figuras III.52, III.53 y III.54.

VARIABLE	MODELO	NUGGET	SILL	ALCANCE	NUGGET/SILL
ENE	ESFÉRICO	29.98	38.66	102913	0.775
FEB	ESFÉRICO	7.7	36.2	65000	0.213
MAR	ESFÉRICO	13.9	80.8	85000	0.172
ABR	ESFÉRICO	26.9	158.4	86000	0.170
MAY	ESFÉRICO	97.2	371.2	144000	0.262
JUN	ESFÉRICO	131	507	69000	0.258
JUL	ESFÉRICO	193.8	430	106100	0.451
AGO	ESFÉRICO	124.6	922.8	83700	0.135
SEP	ESFÉRICO	10	3110	75000	0.003
OCT	ESFÉRICO	39.5	890.6	74500	0.044
NOV_SO	ESFÉRICO	18.7	47.41	60000	0.394
DIC	ESFÉRICO	35	48.2	209000	0.726
PMA	ESFÉRICO	3100	40600	86000	0.076
ALT_TEND	ESFERICO	200	145200	75000	0.001

Tabla III.12 Parámetros de los modelos autorizados, obtenidos en el ajuste manual de los variogramas, para las variables analizadas.

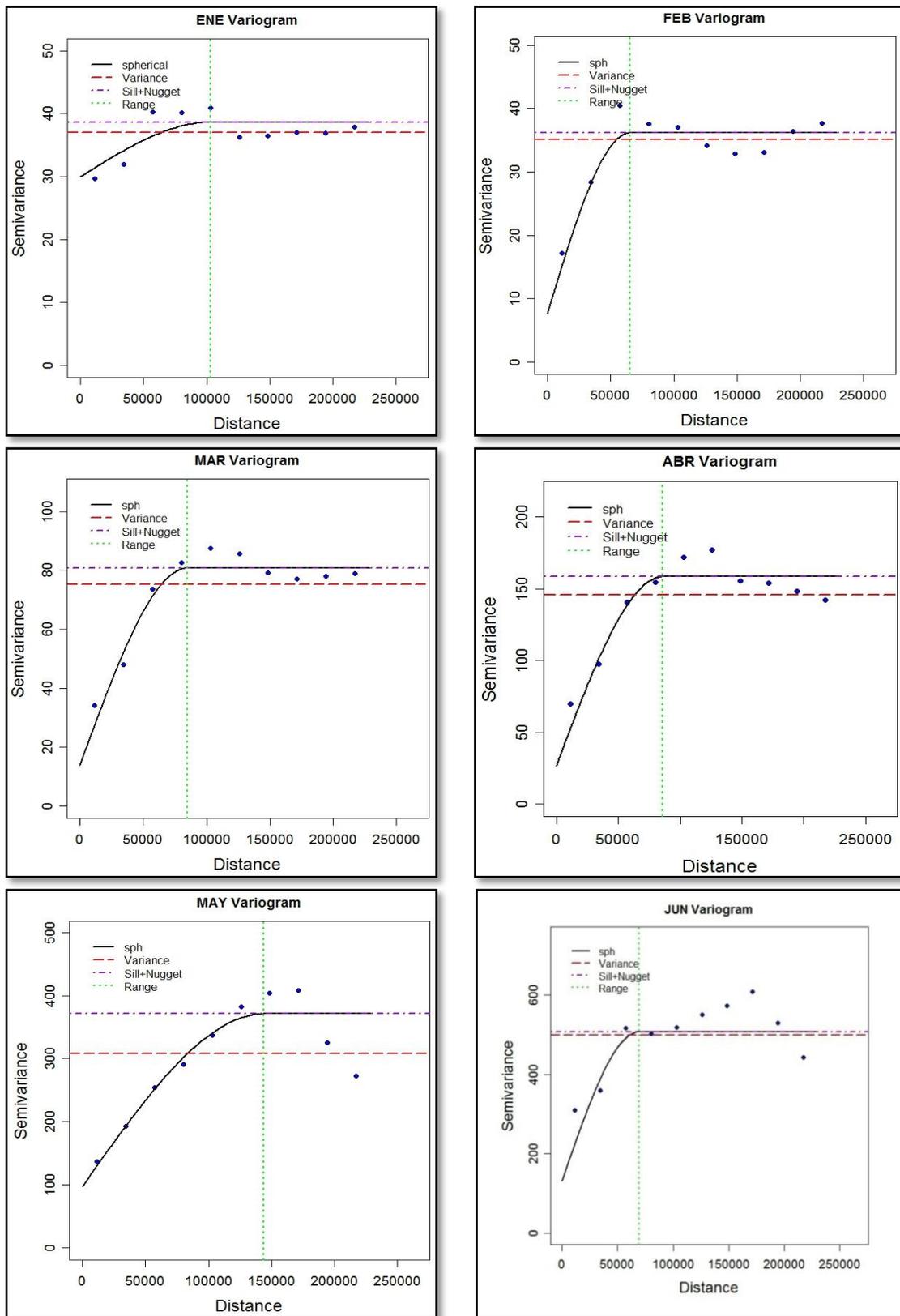


Figura III.52 Variograma resultante del ajuste manual para las variables **ENE**, **FEB**, **MAR**, **ABR**, **MAY** y **JUN**.

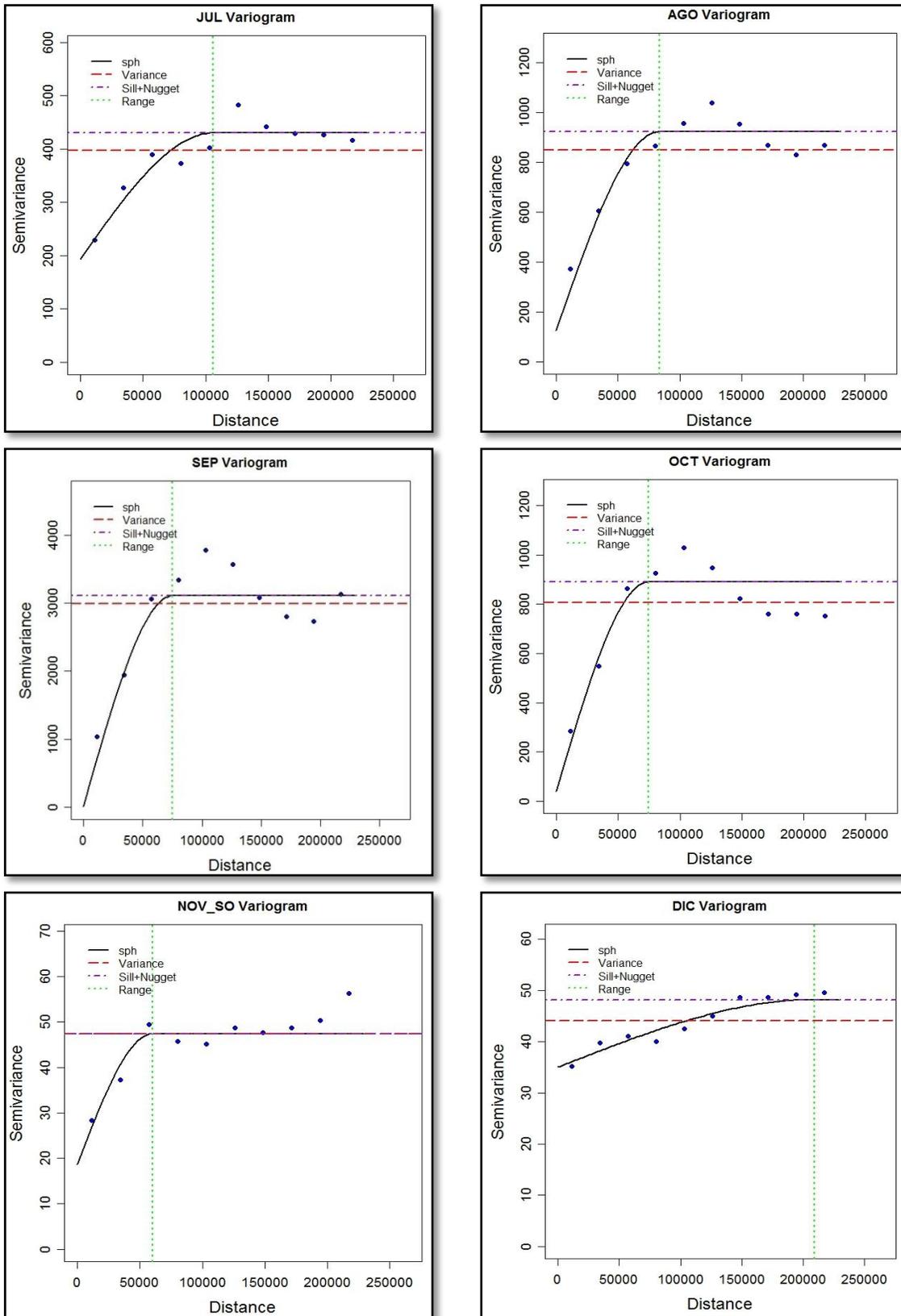


Figura III.53 Variograma resultante del ajuste manual para las variables *JUL*, *AGO*, *SEP*, *OCT*, *NOV_SO* y *DIC*.

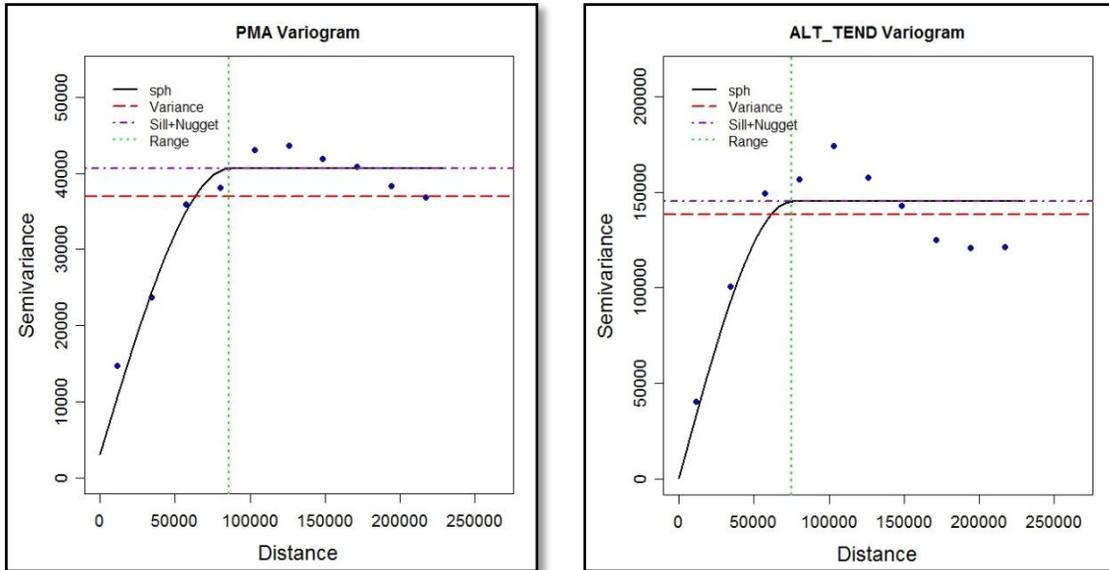


Figura III.54 Variograma resultante del ajuste manual para las variables **PMA** y **ALT_TEND**.

El modelo esférico fue el determinado para establecer la correlación espacial de los datos en todas las variables, con efectos nugget cuyos valores oscilan de 7.7 mm para **FEB** a 3100 mm para **PMA**, los rangos o alcances presentan una variación entre 60 km para **NOV_SO** y 209 km para **DIC**, ver tabla III.12.

De acuerdo con Ahmadi, et al. (2008) una variable se considera con una fuerte dependencia espacial si la razón nugget/sill es menor de 0.25 y tiene una moderada dependencia espacial si la proporción se ubica entre los valores 0.25 y 0.75, en cualquier otro caso la dependencia espacial se considera muy débil o pobre.

Por lo anterior, los datos mostrados de la tabla III.12 indican que, las variables **FEB**, **MAR**, **ABR**, **AGO**, **SEP**, **OCT** y **PMA** son altamente correlacionadas espacialmente, mientras que **MAY**, **JUN**, **JUL**, **NOV_SO** y **DIC** son moderadamente correlacionadas y la variable **ENE** presenta una correlación espacial pobre.

III.5 Análisis variográfico bivariado

III.5.a Modelado de variogramas

En éste apartado se analizan solamente las variables **SEP**, **OCT** y **PMA**, por haber presentado el mayor grado de correlación con **ALT_TEND**, y se incluye **AGO**, por ser de los meses que presentaron mayor precipitación, de acuerdo a lo expuesto en el análisis exploratorio.

Definidos los modelos de variogramas para cada variable, se procede al ajuste del covariograma o variograma cruzado, para ello se requiere analizar de manera conjunta las variables **AGO**, **SEP**, **OCT** y **PMA**, con **ALT_TEND** de tal manera que se obtenga el modelo de correogionalización para cada caso, para ello se realizaron los ajustes necesarios a los modelos de los variogramas de las variables mencionadas, con la finalidad de cumplir con la condición impuesta por el modelo de correogionalización.

Los variogramas cruzados para las variables descritas se muestran en las figuras III.55 y III.56.

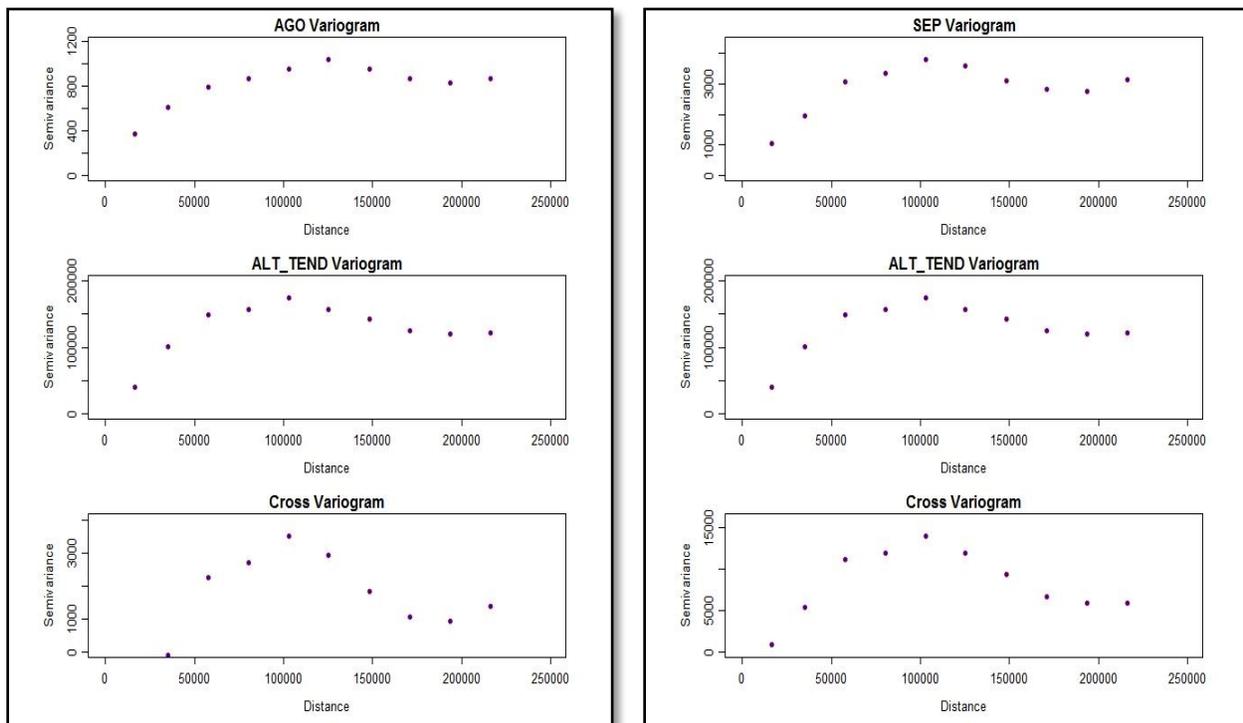


Figura III.55 Variogramas cruzados para **AGO** y **SEP**, así como variogramas experimentales de las variables involucradas.

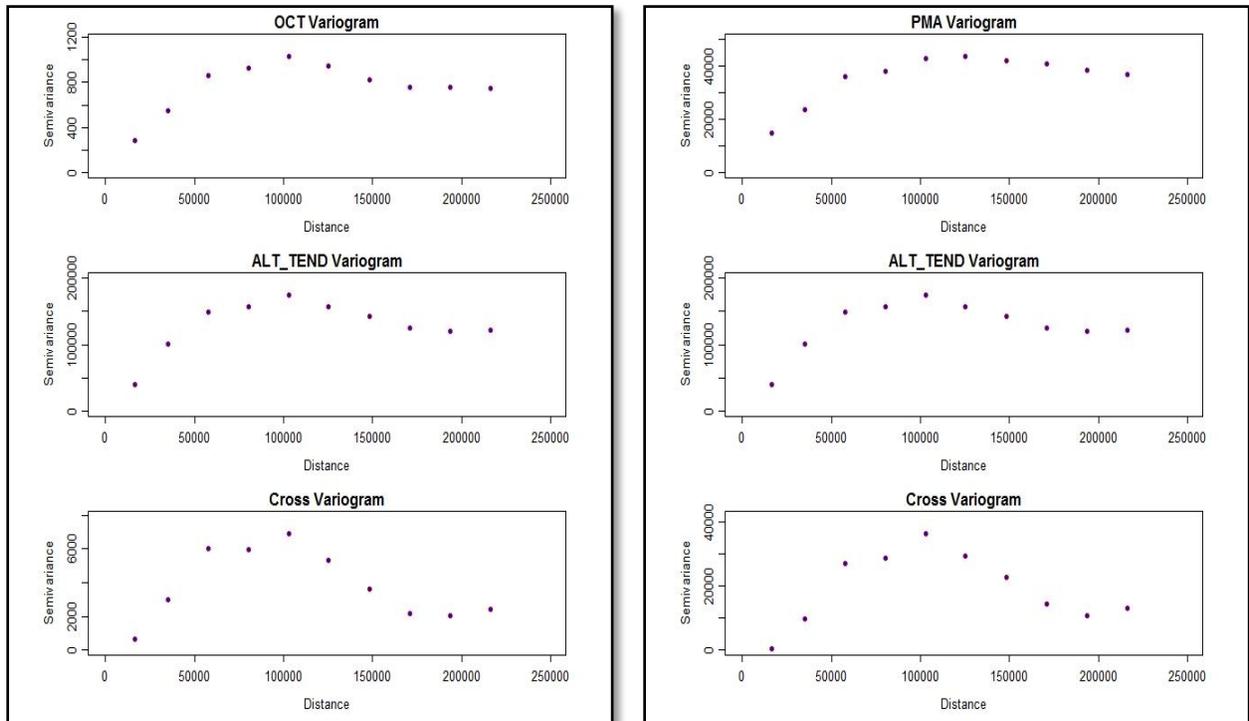


Figura III.56 Variogramas cruzados para **OCT** y **PMA**, así como variogramas experimentales de las variables involucradas.

Después de elaborar los variogramas cruzados, es necesario realizar el ajuste manual del modelo de correogionalización, los resultados se muestran en las figuras III.57 y III.58, y el resumen de los modelos, así como los valores obtenidos de los determinantes para verificar la validez de los modelos, se muestra en las tablas de la III.13 a la III.16.

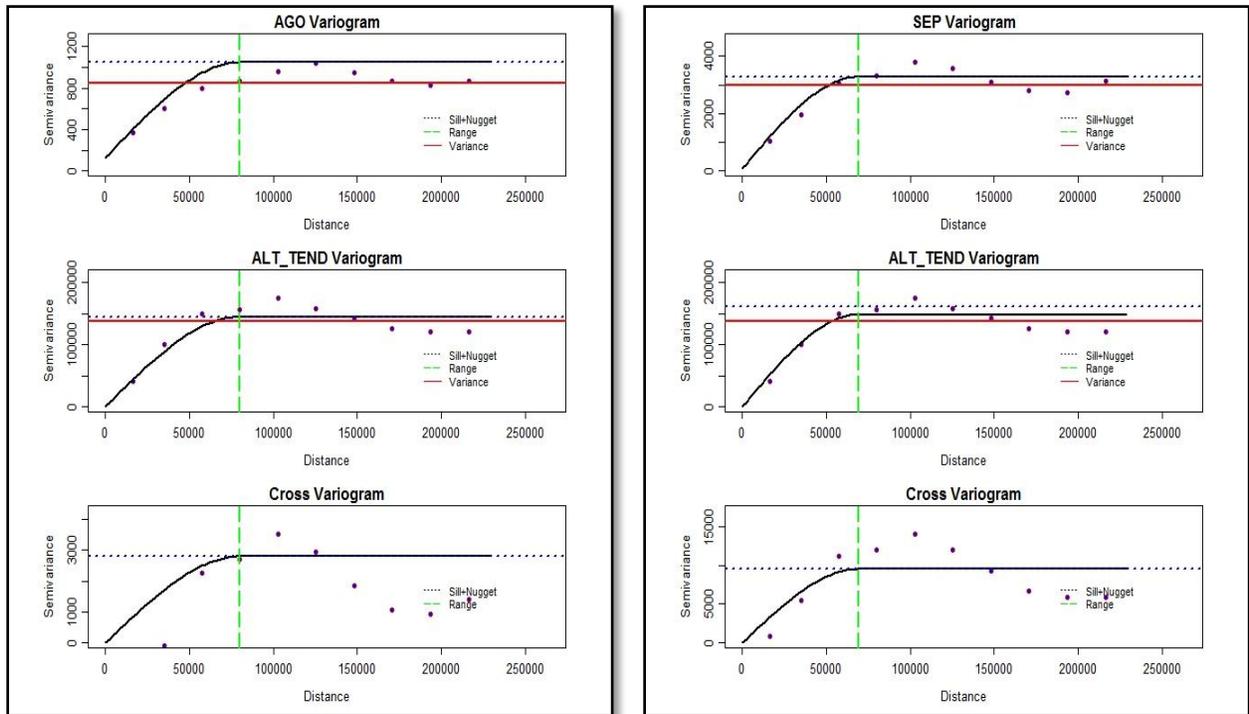


Figura III.57 Variogramas cruzados resultantes del modelo de corregeionalización, para las variables **AGO**, **SEP** y **ALT_TEND**.

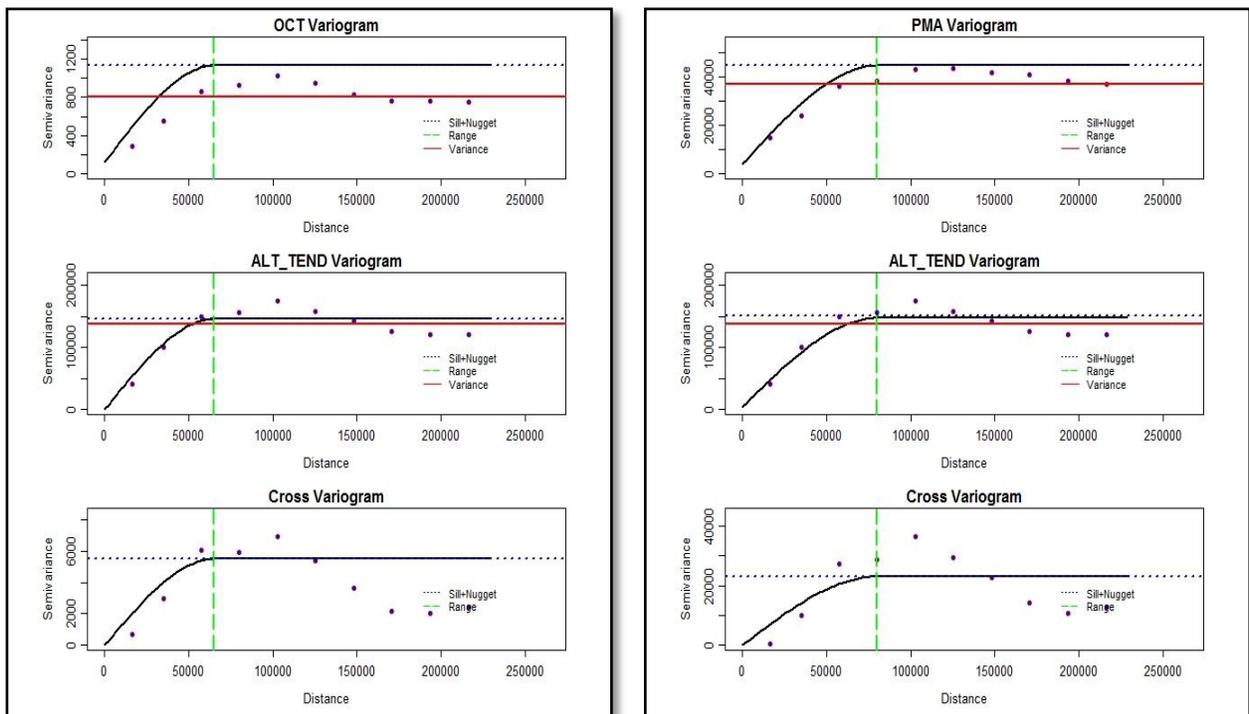


Figura III.58 Variogramas cruzados resultantes del modelo de corregeionalización, para las variables **OCT**, **PMA** y **ALT_TEND**.

VARIABLE	MODELO VARIOGRAMA CRUZADO	NUGGET(C0)	SILL -NUGGET	ALCANCE
AGO ($\gamma_{AGO\ AGO}$)	ESFERICO	124.6	798.2	80000
ALT_TEND ($\gamma_{ALT_TEND\ ALT_TEND}$)	ESFERICO	9	144,700	80000
AGO-ALT_TEND ($\gamma_{AGO\ ALT_TEND}$)	ESFERICO	0	2800	80000

Tabla III.13 Parámetros obtenidos del modelo utilizado para el variograma cruzado, para **AGO** y **ALT_TEND**.

El modelo de correogionalización lineal para la variable **AGO** está dado por:

$$\begin{pmatrix} \gamma_{AGO\ AGO}(h) & \gamma_{AGO\ ALT_TEND}(h) \\ \gamma_{ALT_TEND\ AGO}(h) & \gamma_{ALT_TEND\ ALT_TEND}(h) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 124.6 & 0 \\ 0 & 9 \end{pmatrix} \gamma_0(h) + \begin{pmatrix} 798.2 & 2800 \\ 2800 & 144700 \end{pmatrix} \gamma_1(h)$$

Donde $\gamma_0(h)$ es el modelo Nugget y $\gamma_1(h)$ es el modelo esférico con alcance de 80 km.

El modelo es válido por que los determinantes son positivos:

$$\det \begin{pmatrix} 124.6 & 0 \\ 0 & 9 \end{pmatrix} = 1121.4 \geq 0 \quad \det \begin{pmatrix} 798.2 & 2800 \\ 2800 & 144700 \end{pmatrix} = 107659540 \geq 0$$

VARIABLE	MODELO VARIOGRAMA CRUZADO	NUGGET(C0)	SILL -NUGGET	ALCANCE
SEP ($\gamma_{SEP\ SEP}$)	ESFERICO	76	3132	69000
ALT_TEND ($\gamma_{ALT_TEND\ ALT_TEND}$)	ESFERICO	13360	135000	69000
SEP-ALT_TEND ($\gamma_{SEP\ ALT_TEND}$)	ESFERICO	0	9500	69000

Tabla III.14 Parámetros obtenidos del modelo utilizado para el variograma cruzado, para **SEP** y **ALT_TEND**.

El modelo de correogionalización lineal para la variable **SEP** está dado por:

$$\begin{pmatrix} \gamma_{SEP SEP}(h) & \gamma_{SEP ALT_TEND}(h) \\ \gamma_{ALT_TEND SEP}(h) & \gamma_{SEP SEP}(h) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 76 & 0 \\ 0 & 13360 \end{pmatrix} \gamma_0(h) + \begin{pmatrix} 3132 & 9500 \\ 9500 & 135000 \end{pmatrix} + \gamma_1(h)$$

Donde $\gamma_0(h)$ es el modelo Nugget y $\gamma_1(h)$ es el modelo esférico con alcance 69 km.

El modelo es válido por que los determinantes son positivos:

$$\det \begin{pmatrix} 76 & 0 \\ 0 & 13360 \end{pmatrix} = 1015360 \geq 0 \quad \det \begin{pmatrix} 3132 & 9500 \\ 9500 & 135000 \end{pmatrix} = 332570000 \geq 0$$

VARIABLE	MODELO VARIOGRAMA CRUZADO	NUGGET(C0)	SILL -NUGGET	ALCANCE
OCT ($\gamma_{OCT OCT}$)	ESFERICO	120	890	65000
ALT_TEND ($\gamma_{ALT_TEND ALT_TEND}$)	ESFERICO	400	145000	65000
OCT-ALT_TEND ($\gamma_{OCT ALT_TEND}$)	ESFERICO	0	5490	65000

Tabla III.15 Parámetros obtenidos del modelo utilizado para el variograma cruzado, para **OCT** y **ALT_TEND**.

El modelo de correogionalización lineal para la variable **OCT** está dado por:

$$\begin{pmatrix} \gamma_{OCT OCT}(h) & \gamma_{OCT ALT_TEND}(h) \\ \gamma_{ALT_TEND OCT}(h) & \gamma_{OCT OCT}(h) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 120 & 0 \\ 0 & 400 \end{pmatrix} \gamma_0(h) + \begin{pmatrix} 890 & 5490 \\ 5490 & 145000 \end{pmatrix} + \gamma_1(h)$$

Donde $\gamma_0(h)$ es el modelo Nugget y $\gamma_1(h)$ es el modelo esférico con alcance 65 km.

El modelo es válido por que los determinantes son positivos:

$$\det \begin{pmatrix} 120 & 0 \\ 0 & 400 \end{pmatrix} = 48000 \geq 0 \quad \det \begin{pmatrix} 890 & 5490 \\ 5490 & 145000 \end{pmatrix} = 98909900 \geq 0$$

VARIABLE	MODELO VARIOGRAMA CRUZADO	NUGGET(C0)	SILL -NUGGET	ALCANCE
PMA ($\gamma_{PMA PMA}$)	ESFERICO	4164	36305	80000
ALT_TEND ($\gamma_{ALT_TEND ALT_TEND}$)	ESFERICO	8373	143330	80000
PMA-ALT_TEND ($\gamma_{PMA ALT_TEND}$)	ESFERICO	0	23000	80000

Tabla III.16 Parámetros obtenidos del modelo utilizado para el variograma cruzado, para **PMA** y **ALT_TEND**.

El modelo de correogionalización lineal para la variable **PMA** está dado por:

$$\begin{pmatrix} \gamma_{PMA PMA}(h) & \gamma_{PMA ALT_TEND}(h) \\ \gamma_{ALT_TEND PMA}(h) & \gamma_{PMA PMA}(h) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4164 & 0 \\ 0 & 8373 \end{pmatrix} \gamma_0(h) + \begin{pmatrix} 36305 & 23000 \\ 23000 & 143330 \end{pmatrix} \gamma_1(h)$$

Donde $\gamma_0(h)$ es el modelo Nugget y $\gamma_1(h)$ es el modelo esférico con alcance 70 km.

El modelo es válido por que los determinantes son positivos:

$$\det \begin{pmatrix} 4164 & 0 \\ 0 & 8373 \end{pmatrix} = 34865172 \geq 0 \quad \det \begin{pmatrix} 36305 & 23000 \\ 23000 & 143330 \end{pmatrix} = 4674595650 \geq 0$$

III.6 Validación cruzada de los modelos

El método utilizado para la validación de las técnicas de estimación, es el *leave one out*, el cual consiste en sacar un elemento de la muestra y estimar el valor en ese punto usando un modelo según la técnica elegida. De igual manera se procede con el resto de elementos que conforman la muestra, con ello se obtienen los errores o residuos, al realizar la diferencia entre el valor real y el estimado, de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\epsilon_i = Z(x_i) - Z_i^* \quad i = 1, \dots, n$$

Y son estos errores los que sirven de base para la valoración del método aplicado, existen varios indicadores para evaluar de manera global la calidad de la estimación, utilizando los errores generados en la validación cruzada.

El modelo puede ser considerado teóricamente válido si la distribución del error es aproximadamente normal, con media cero i.e. satisface lo siguiente:

$$ME = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \epsilon_i \approx 0$$

Donde **ME** es el error promedio.

Otro indicador de los errores globales es el error medio estandarizado (**MSE** por sus siglas en inglés):

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\epsilon_i^2}{\hat{\sigma}_i^2} \approx 1$$

Y finalmente se puede obtener el comportamiento del error de la estimación en cada punto, por medio de la raíz del error cuadrático medio (**RMSE** por sus siglas en inglés).

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \epsilon_i^2}$$

Para la validación cruzada se utilizó el software Arc Gis 10.0 y Matlab para procesar los datos y se utilizaron los tres indicadores del error descritos anteriormente para las técnicas **OK**, **CoK** e **IDW**.

III.6.a Kriging ordinario (OK)

Si el variograma refleja la estructura espacial de los datos, significa que las diferencias deben ser pequeñas, para corroborar esta situación se realiza el análisis de la estadística básica de los errores, los resultados se muestran en la tabla III.17 y en las figuras III.59 a la III.63.

VARIABLE	MEDIA	DESV. ESTÁNDAR	VARIANZA	MÍNIMO	PRIMER CUARTIL	MEDIANA	TERCER CUARTIL	MÁXIMO	SESGO	CURTOSIS
ENE	0.0682	5.4175	29.3494	-15.6344	-3.0963	0.4694	2.7534	13.9804	-0.0749	3.3668
FEB	-0.0449	4.0607	16.4893	-9.8547	-2.5917	0.0118	2.0672	11.8860	0.2477	3.3607
MAR	0.03816	5.9113	34.9435	-22.5290	-3.1206	0.5927	3.2118	17.6860	-0.3947	4.9186
ABR	-0.0276	8.3343	69.4606	-24.6310	-4.8458	0.1801	5.5698	26.0840	0.0110	3.5683
MAY	0.1610	11.2810	127.2610	-43.4040	-6.7620	0.1379	7.2790	27.5170	-0.2911	3.9488
JUN	0.2165	16.9760	288.1846	-67.2740	-9.5211	2.6114	11.0720	39.9330	-0.8490	5.2708
JUL	0.1793	15.1790	230.4020	-50.5730	-9.2917	0.8685	10.2060	35.9670	-0.3680	3.9577
AGO	0.2535	18.5870	345.4766	-60.2110	-10.5210	1.8286	12.4350	43.6400	-0.4249	3.4252
SEP	0.5417	24.8850	619.2632	-76.9980	-14.8220	0.5476	14.5020	59.2520	-0.1229	3.2983
OCT	-0.0050	16.3560	267.5187	-42.2740	-9.3687	-0.3309	9.0937	57.6830	0.1961	4.0557
NOV_SO	-0.0754	5.2372	27.4283	-18.6190	-3.1800	-0.0025	3.3020	10.6750	-0.4655	3.8049
DIC	-0.0098	6.4144	41.1446	-22.7047	-3.4165	0.6516	3.9095	18.1638	-0.5098	4.4368
PMA	0.5180	123.4000	15227.5600	-591.0900	-57.2980	-3.5177	60.4760	331.1600	-0.5240	6.6154
ALT_TEND	0.4419	151.9700	23094.8809	-601.5400	-40.3510	-2.2485	28.8850	566.6000	0.2570	7.0904

Tabla III.17 Estadística básica de errores, resultado de la validación cruzada con el método *leave one out*, de los variogramas seleccionados para la técnica de kriging ordinario (**OK**), para las variables analizadas.

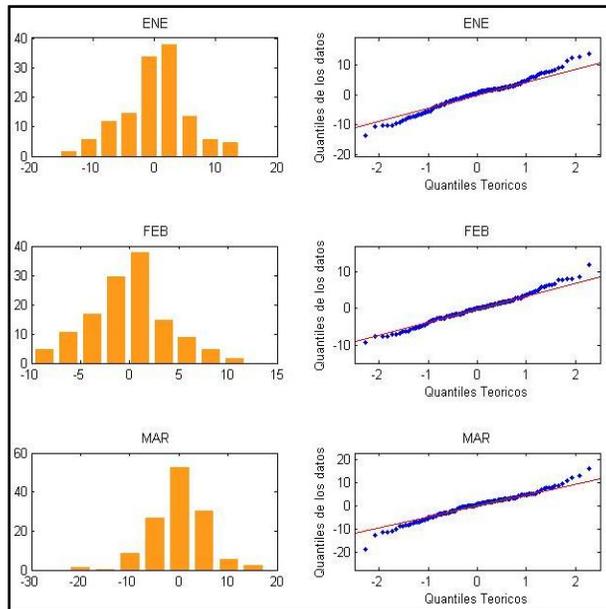


Figura III.59 Gráficas de histogramas y qq plot para los errores encontrados en la validación cruzada para **ENE**, **FEB** y **MAR**.

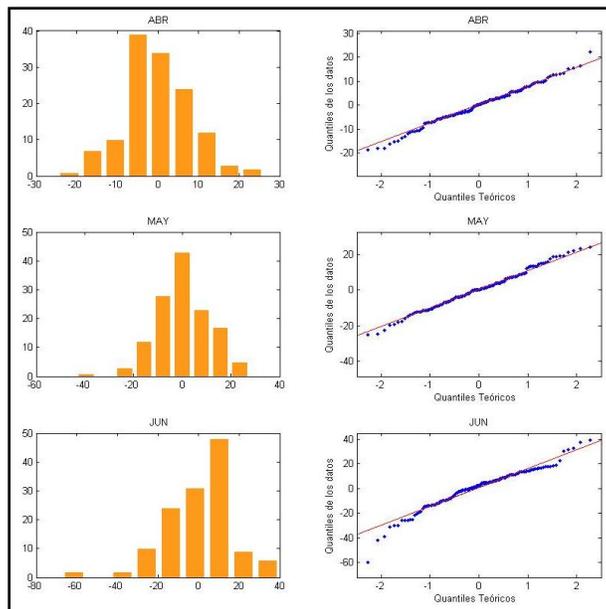


Figura III.60 Gráficas de histogramas y qq plot para los errores encontrados en la validación cruzada para **ABR**, **MAY** y **JUN**.

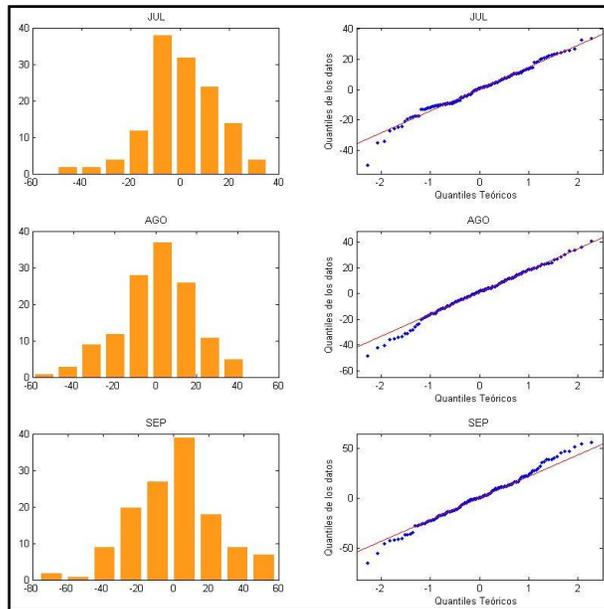


Figura III.61 Gráficas de histogramas y qq plot para los errores encontrados en la validación cruzada para **JUL**, **AGO** y **SEP**.

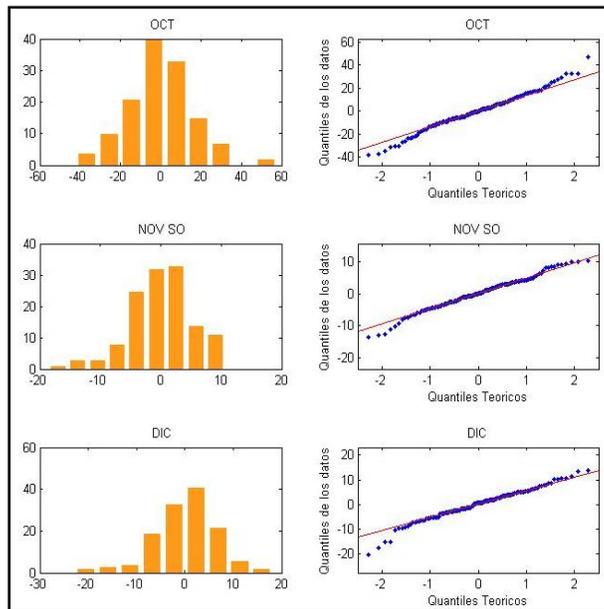


Figura III.62 Gráficas de histogramas y qq plot para los errores encontrados en la validación cruzada para **OCT**, **NOV_SO** y **DIC**.

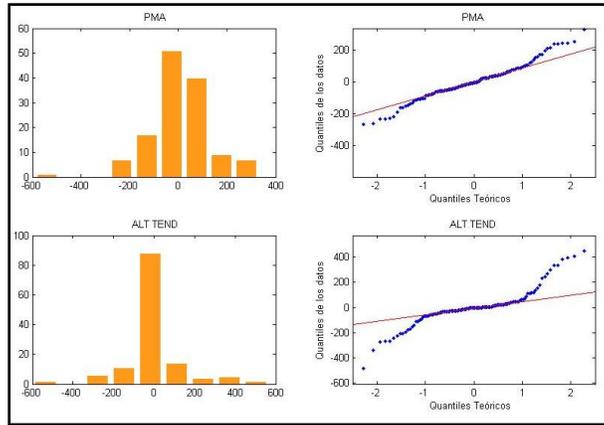


Figura III.63 Gráficas de histogramas y qq plot para los errores encontrados en la validación cruzada para **PMA** y **ALT_TEND**.

En la tabla III.17, se observa que los errores de las variables analizadas presentan medias con valores cercanos a cero, las gráficas qq plot de las figuras III.59 a la III.63 muestran el grado de normalidad presente, por lo que en general se puede considerar que los errores presentan un comportamiento aleatorio y se ajustan o siguen un comportamiento más similar a una distribución normal.

III.6.b Cokriging (CoK)

La tabla III.18 muestra la estadística básica de los errores obtenidos en la validación cruzada con la técnica de **CoK** para las variables **AGO**, **SEP**, **OCT** y **PMA**.

VARIABLE	MEDIA	DESV. ESTÁNDAR	VARIANZA	MÍNIMO	PRIMER CUARTIL	MEDIANA	TERCER CUARTIL	MÁXIMO	SESGO	CURTOSIS
AGO	0.2620	19.2440	370.3315	-56.1760	-9.3431	1.4990	12.544	43.9760	-0.4960	3.4856
SEP	0.5165	26.6340	709.3700	-72.9250	-16.4820	-0.5962	18.120	62.2150	-0.0900	3.1749
OCT	-0.0074	17.3320	300.3982	-49.1260	-8.1133	-0.2969	9.0968	52.9350	0.0544	3.9786
PMA	0.8497	126.9900	16126.4601	-600.2400	-63.2960	-3.0331	69.319	333.8400	-0.5671	6.3323

Tabla III.18 Estadística básica de errores, resultado de la validación cruzada con el método *leave one out*, de los variogramas seleccionados para la técnica de cokriging (**CoK**), para las variables **AGO**, **SEP**, **OCT** y **PMA**.

Los histogramas y las gráficas qq plot correspondientes a los errores obtenidos en la validación cruzada se muestran en las figuras III.64 y III.65.

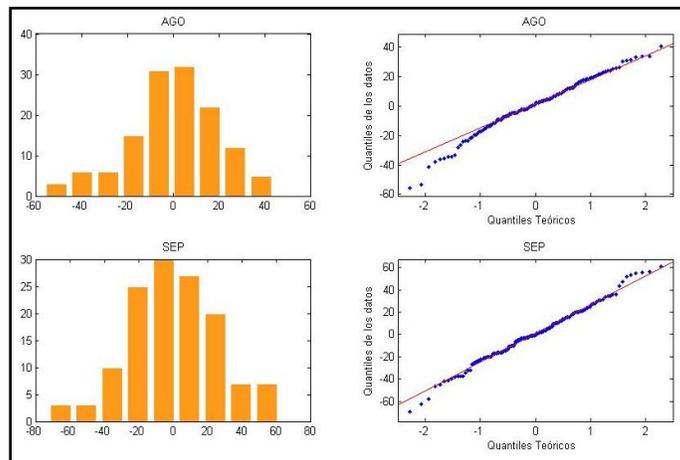


Figura III.64 Gráficas de histogramas y qq plot para los errores encontrados en la validación cruzada con la técnica **CoK** de las variables: **AGO** y **SEP**.

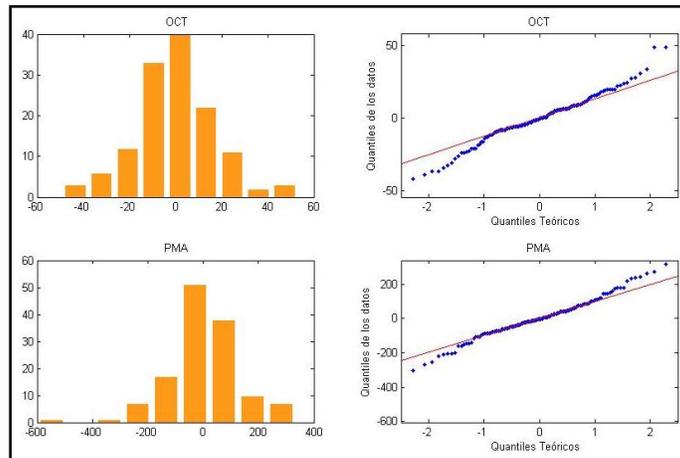


Figura III.65 Gráficas de histogramas y qq plot para los errores encontrados en la validación cruzada con la técnica **CoK** de las variables: **OCT** y **PMA**.

De acuerdo a los datos de la tabla III.18 y las gráficas de las figuras III.64 y III.65, los errores encontrados indican que las distribuciones presentan un comportamiento aleatorio y similar a una distribución normal con medias cercanas a cero.

III.6.c Distancias inversas ponderadas (IDW)

Para el caso de la técnica de distancias inversas ponderadas, la validación se realiza de manera semejante a las técnicas anteriores, utilizando el método de *leave one out*, el resumen de los errores obtenidos se muestra en la tabla III.19.

VARIABLE	MEDIA	DESV. ESTÁNDAR	VARIANZA	MÍNIMO	PRIMER CUARTIL	MEDIANA	TERCER CUARTIL	MÁXIMO	SESGO	CURTOSIS
ENE	0.3111	5.6238	31.6271	-16.8630	-2.4573	0.5387	3.0358	19.1450	-0.0328	4.0687
FEB	0.2747	4.2144	17.7612	-13.4840	-1.8375	0.4114	2.3109	11.8710	-0.0914	3.7979
MAR	0.5494	6.0700	36.8449	-19.8320	-2.7396	1.4036	4.4165	16.6840	-0.5025	3.8853
ABR	0.3890	8.2830	68.6081	-19.6150	-4.6750	0.3029	5.5204	24.4360	0.0047	3.1887
MAY	1.4293	11.3190	128.1198	-44.5870	-5.4475	1.2532	9.4399	29.8700	-0.3455	4.1232
JUN	1.2127	16.8110	282.6097	-69.2020	-7.8914	3.0045	12.0320	39.4980	-0.9541	5.3206
JUL	1.1040	15.8780	252.1109	-52.8870	-9.0551	0.7729	10.9820	41.0690	-0.4067	4.1446
AGO	2.1717	19.1960	368.4864	-70.7800	-8.5110	3.1140	14.6290	44.6280	-0.5721	4.1187
SEP	5.0851	30.0540	903.2429	-125.5300	-11.1970	6.2222	24.4130	72.6780	-0.7598	5.3818
OCT	2.3617	16.7640	281.0317	-41.8980	-5.9098	3.3603	13.5570	45.2760	-0.2546	3.1779
NOV_SO	0.1990	5.3265	28.3716	-15.6270	-3.0625	0.4951	4.0451	10.7600	-0.4445	3.2059
DIC	0.1305	6.7571	45.6584	-23.2100	-3.6406	0.5868	3.9101	18.2060	-0.3903	4.425
PMA	14.0520	125.5400	15760.2916	-603.1200	-44.7030	11.2880	71.6710	325.5400	-0.7243	6.822

Tabla III.19 Estadística básica de errores, resultado de la validación cruzada con el método *leave one out*, de los variogramas seleccionados para la técnica de distancias inversas ponderadas (IDW), para las variables analizadas.

Los histogramas y gráficas qq plot de los errores se muestran en las figuras III.66 a la III.70.

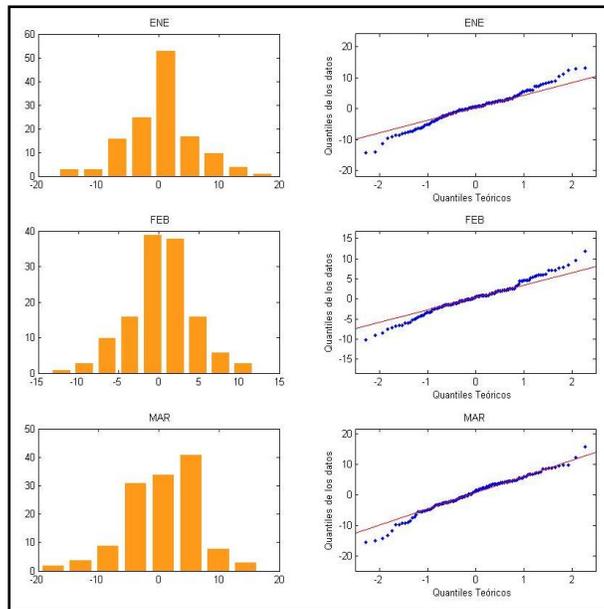


Figura III.66 Gráficas de histogramas y qq plot para los errores encontrados en la validación cruzada con la técnica **IDW** de las variables **ENE**, **FEB** y **MAR**.

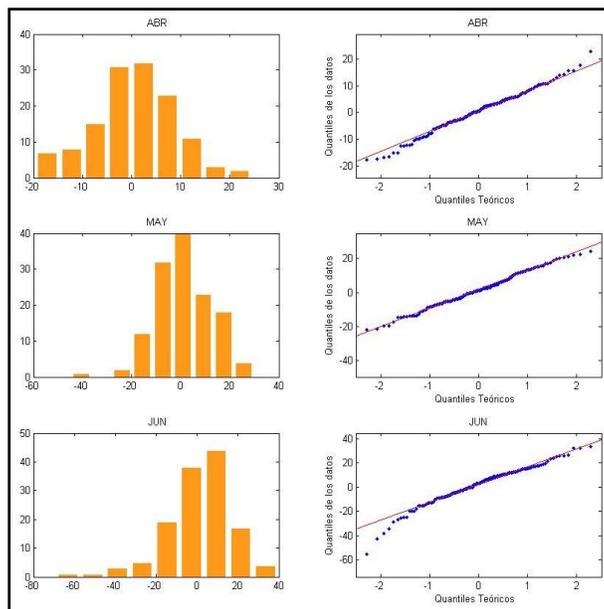


Figura III.67 Gráficas de histogramas y qq plot para los errores encontrados en la validación cruzada con la técnica **IDW** de las variables **ABR**, **MAY** y **JUN**.

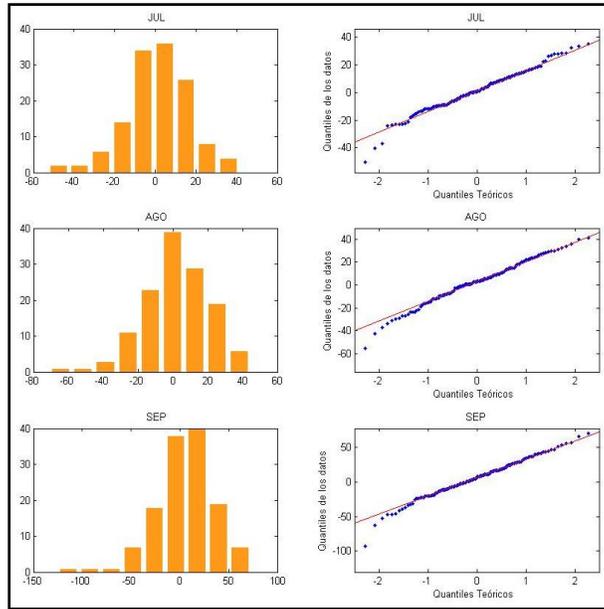


Figura III.68 Gráficas de histogramas y qq plot para los errores encontrados en la validación cruzada con la técnica *IDW* de las variables **JUL**, **AGO** y **SEP**.

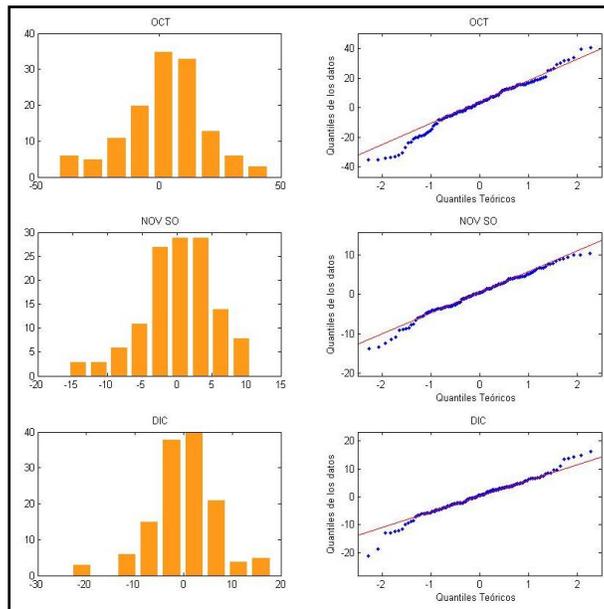


Figura III.69 Gráficas de histogramas y qq plot para los errores encontrados en la validación cruzada con la técnica *IDW* de las variables **OCT**, **NOV_SO** y **DIC**.

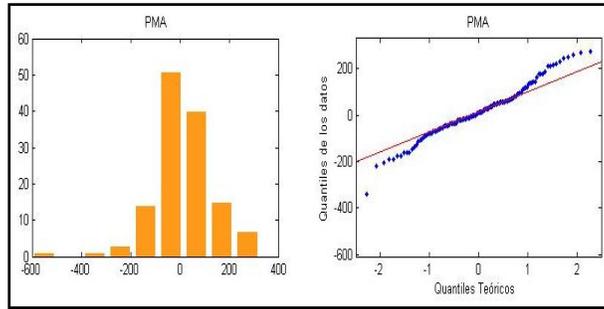


Figura III.70 Gráficas de histogramas y qq plot para los errores encontrados en la validación cruzada con la técnica **IDW** de la variable **PMA**.

De acuerdo a los datos de la tabla III.19 y las gráficas de las figuras III.66 a la III.70, indican que las distribuciones de los errores presentan un comportamiento con menor grado de normalidad con respecto a las técnicas anteriores y los valores de sus medias no son cercanos a cero.

III.7 Estimaciones espaciales

La estimación es la fase final del análisis geoestadístico, en esta etapa se obtiene la caracterización de las variables estudiadas en los puntos no muestreados, con base en la información aportada por los datos de precipitación recabados en los puntos muestreados, generándose de esta manera una superficie continua de precipitación.

Para generar las superficies estimadas se utilizó el software ARC GIS 10.0 con el módulo de geostatistical analyst, en el cual se aplicaron los variogramas ajustados en el análisis variográfico para las técnicas **OK** y **CoK**. Con éste mismo módulo se generaron las superficies estimadas utilizando la técnica **IDW**.

En esta etapa, la variable **NOV_SO** se cambió por **NOV** por simplicidad en la presentación de resultados de la estimación.

Los mapas con las superficies estimadas y sus errores, se encuentran en los anexos III.5, III.6 y III.7.

IV. Análisis y discusión de resultados

Lo que caracterizó a la zona de estudio en el período de referencia (1985-2008), fue una precipitación media anual de 508.9 mm, los meses que presentaron valores de precipitación media bajos, considerados como secos, corresponden al periodo noviembre-marzo, siendo febrero el más seco, con una precipitación media mensual de 15.63 mm, septiembre fue el mes más lluvioso con una precipitación media de 115.74 mm. Los coeficientes de variación obtenidos para la precipitación oscilan entre el 29 y el 50%, demostrando la heterogeneidad espacial de las precipitaciones en el área, esta variabilidad es mayor para los meses de septiembre y octubre.

El rango de valores de la variable altitud (**ALT**) obtenido del modelo digital de elevación para las estaciones climatológicas en la zona de estudio, oscila entre 100 y 2,418 m, el promedio es de 774.84 m, el coeficiente de variación para esta variable es del 89%. Los coeficientes de correlación obtenidos entre la altitud y las variables de precipitación en general resultaron negativos y presentan un bajo grado de correlación, debido a la dependencia lineal pobre exhibida en las gráficas de dispersión, en las cuales no se establece una alineación clara de los datos a una línea recta. Las variables con el mayor grado de correlación fueron **SEP**, **OCT** y **PMA** con el 46%, 41% y 32%, respectivamente; considerando que la correlación mayor fue en los meses lluviosos se incorporó la variable **AGO** para la estimación conjunta.

La variable **ALT**, presentó un fuerte grado de asimetría y un variograma adireccional no acotado y si bien no es del tipo h^2 o superior, es un indicador de la presencia de no estacionariedad. El grado de asimetría mejoró aplicando una transformación logarítmica a esta variable, sin embargo el variograma obtenido también resultó no acotado, por lo anterior, se modeló a la variable **ALT** con un polinomio de primer grado para el modelo de tendencia, los residuos de esta variable siguieron presentando un grado importante de asimetría, aunque menor que en el caso de la variable original, y considerando que el variograma adireccional de estos residuos resultó acotado, se decidió utilizar éstos como variable secundaria y con ellos realizar la estimación en la técnica **CoK**.

El modelo teórico de semivariograma utilizado para establecer la correlación espacial de los datos fue el esférico, con efectos nuggets variables dependiendo del mes a analizar, los valores de estos efectos oscilan de 7.7 mm para **FEB** a 3,100 mm para **PMA**, los rangos o alcances inferiores a 100 km se encontraron en 8 de las variables analizadas (**FEB**, **MAR**, **ABR**, **JUN**, **AGO**, **SEP**, **OCT** y **NOV_SO**), siendo **NOV_SO** la que presenta el rango mínimo de 60 km, los alcances entre 100 y 200 km se presentaron en **ENE**, **MAY** y **JUL**, el rango máximo encontrado de 209 km fue para **DIC**.

Con referencia a la razón nugget/sill las variables **FEB, MAR, ABR, AGO, SEP, OCT** y **PMA** presentaron menos del 25%, mientras que **MAY, JUN, JUL, NOV_SO** y **DIC** se encontraron en el rango de 25 y 75%, y la variable con el menor grado de correlación espacial fue **ENE** con el 77%.

En la estimación de los datos, se consideraron los siguientes criterios para la generación de los mapas de precipitación interpolados:

- ❖ Se definió una malla 500 x 500 m.
- ❖ La vecindad de búsqueda, se estableció como una circunferencia con centro en el punto a estimar y radio igual al alcance del variograma para **OK** y **CoK** y para el caso de **IDW** un radio de 128 km.
- ❖ Se definieron 4 sectores de 45° cada uno, con un mínimo de 2 puntos y un máximo de 5 por sector para la estimación en el caso del **OK** y **CoK** y un mínimo de 10 puntos y un máximo de 15 por sector para el caso de **IDW**.

Con la finalidad de contar con elementos suficientes para seleccionar la mejor técnica en términos de los errores observados, es necesario efectuar el análisis de los errores obtenidos en la validación cruzada.

En las figuras IV.1, IV.2 y la tabla IV.1, se muestran los indicadores globales de los errores encontrados en las estimaciones realizadas por los tres métodos, kriging ordinario (**OK**), cokriging (**CoK**) y distancias inversas ponderadas (**IDW**).

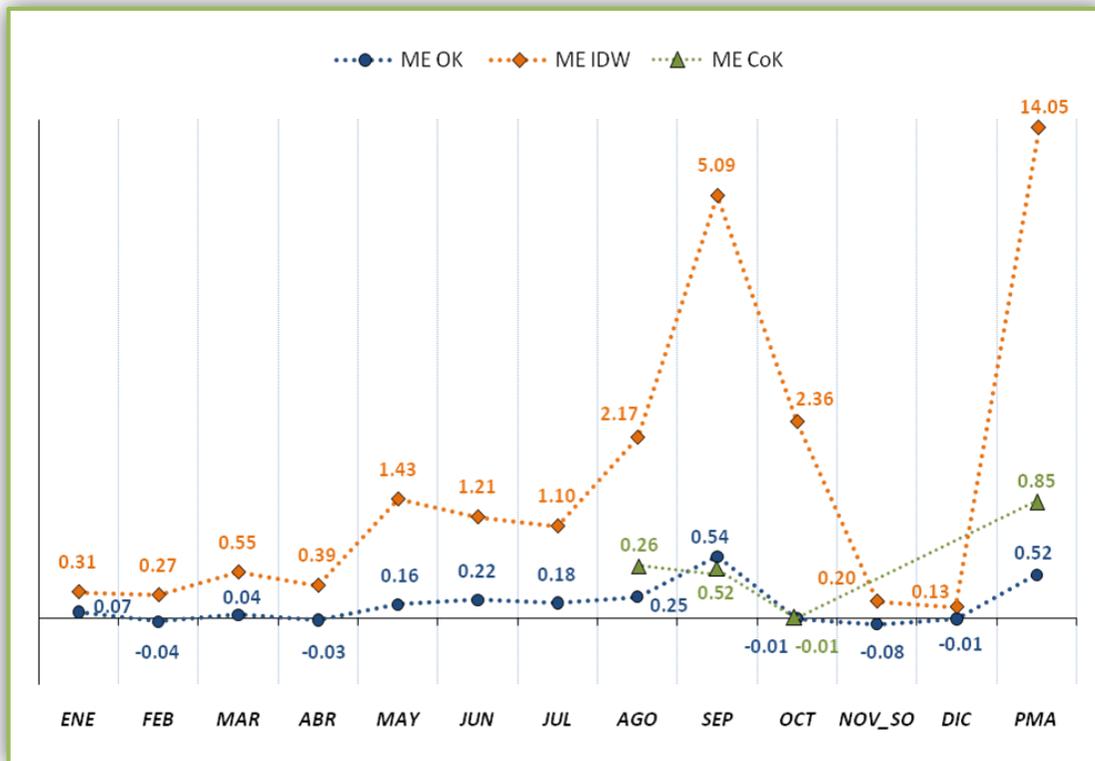


Figura IV.1 Error medio (*ME*) producido por las técnicas de kriging ordinario (*OK*), distancias inversas ponderadas (*IDW*) y cokriging (*CoK*), utilizadas en la estimación espacial de la precipitación.

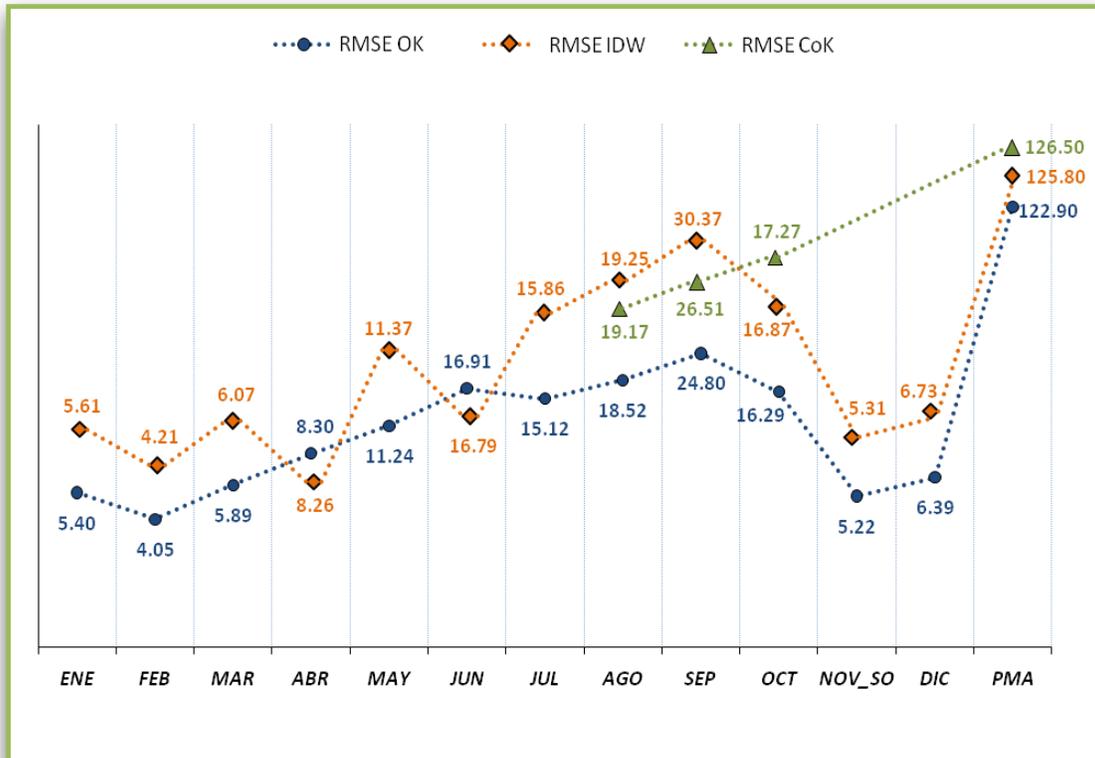


Figura IV.2 Raíz del error cuadrático medio (*RMSE*) producido por las técnicas de kriging ordinario (*OK*) y distancias inversas ponderadas (*IDW*), utilizadas en la estimación espacial de la precipitación.

VARIABLE	MSE OK	MSE CoK
ENE	0.911	
FEB	0.916	
MAR	1.002	
ABR	1.010	
MAY	0.894	
JUN	1.011	
JUL	0.904	
AGO	0.984	1.026
SEP	0.919	0.919
OCT	1.009	0.903
NOV_SO	0.904	
DIC	1.014	
PMA	1.062	1.055

Tabla IV.1 Error medio estandarizado (*MSE*) producido por las técnicas de kriging ordinario (*OK*) y cokriging (*CoK*), utilizadas en la estimación espacial de la precipitación.

De acuerdo con la figura IV.1, los errores promedio (**ME**) más pequeños se encontraron en el caso de **OK**, cuyos valores oscilan entre -0.08 y 0.54, mientras que los valores mayores para este error se presentaron en la técnica del **IDW**, con rango de 0.13 a 14.05, el caso del **CoK** se obtuvieron errores promedio en el intervalo de -0.0074 a 0.85.

En todos los casos de **RMSE**, el **OK** presenta valores más pequeños, excepto en las variables **ABR** y **JUN**, en estos casos se obtuvo los valores más pequeños en **IDW**, para el caso del **CoK** presentó los valores más pequeños en las variables de **AGO** y **SEP** con respecto a la técnica **IDW**, lo anterior se puede verificar en las gráficas de la figura IV.2.

Respecto a los errores promedio estandarizados (**MSE**), la tabla IV.1 muestra que para el **OK** y para el **CoK** los valores encontrados son muy cercanos a la unidad, el valor más distante de éste valor fue para la variable **MAY** en el **OK**.

De acuerdo con los **RMSE** obtenidos en el proceso de validación cruzada, se considera que el método que presentó los errores más pequeños fue el **OK**, esto es explicable debido a que los resultados con **OK** dependen de la calidad del modelo de correlación espacial y el resultado no es óptimo si no se tiene suficiente información para evaluar este modelo, considerando que la precisión de la técnica del **OK**, depende además del número de estaciones, su localización, la distancia entre las estaciones y el punto a estimar, los resultados obtenidos para **ABR** y **JUN** en términos del **RMSE** resultaron mejores en el **IDW** que en el **OK**.

Los valores extremos estimados se muestran en las figuras IV.3A y IV.3B para los mínimos y en las figuras IV.4A y IV.4B los máximos.

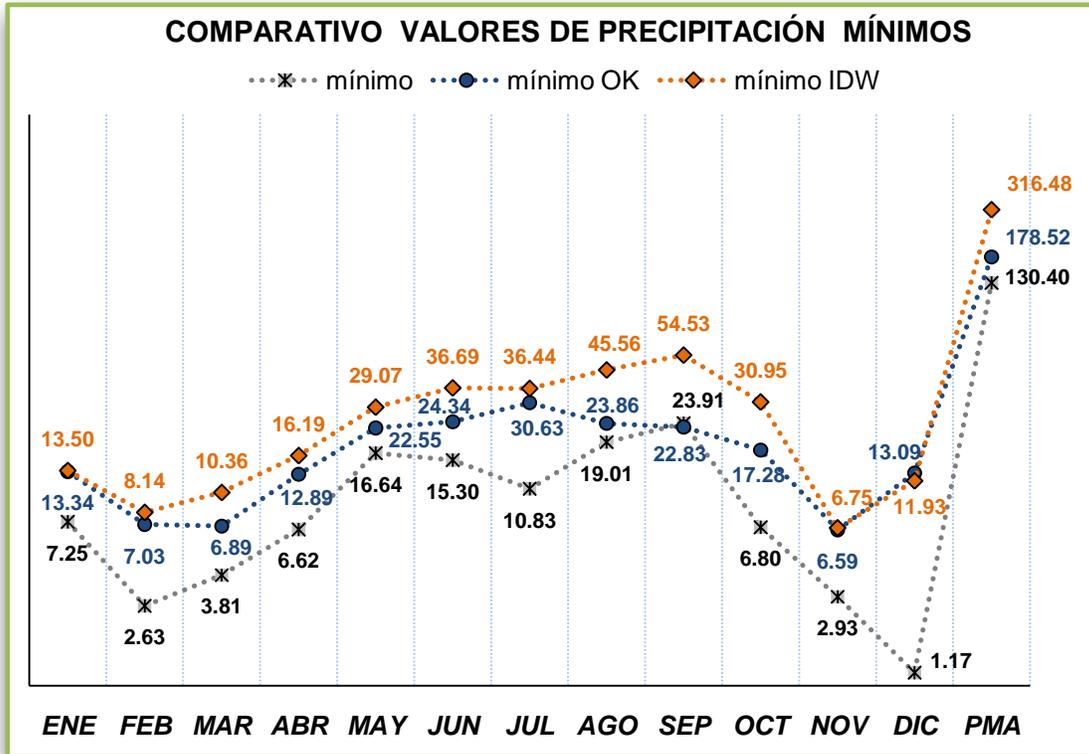


Figura IV.3A Valores mínimos en mm, obtenidos en la estimación espacial por las técnicas de kriging ordinario (**OK**) y distancias inversas ponderadas (**IDW**), así como los valores mínimos de los datos de precipitación (serie descrita como mínimo).

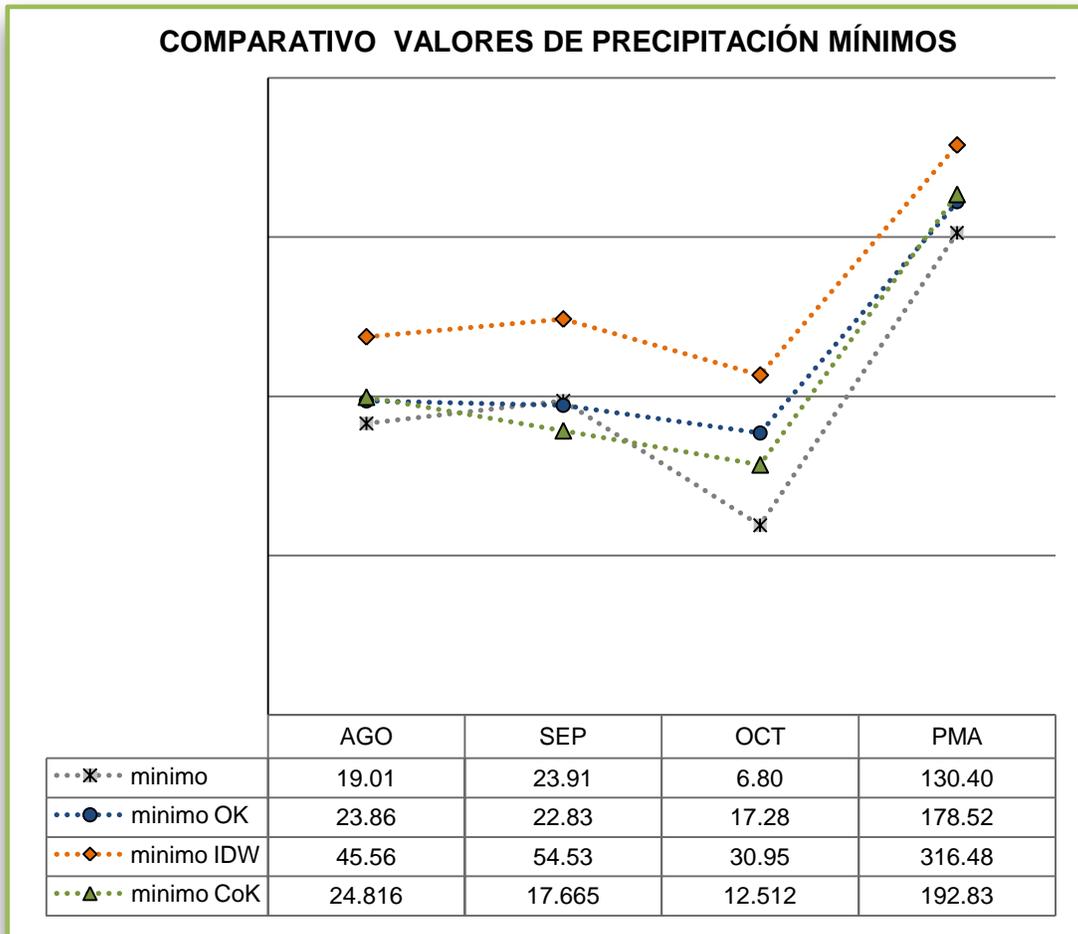


Figura IV.3B Valores mínimos en mm, obtenidos en la estimación espacial por las técnicas de kriging ordinario (**OK**), distancias inversas ponderadas (**IDW**) y cokriging (**CoK**), así como los valores mínimos de los datos de precipitación (serie descrita como mínimo).

De la gráfica en la figura IV.3A se observa que los valores mínimos mejor estimados en todos los casos - excepto en el mes de diciembre (**DIC**) - es usando **OK**, comparado con **IDW**, no obstante se observa un suavizamiento en este valor extremo para ambos métodos, lo cual es un indicativo de una subestimación de los modelos utilizados para la interpolación.

Por otro lado, la gráfica de la figura IV.3B compara las variables considerando el **CoK** y se observa que los valores mínimos mejor estimados para **AGO**, **SEP** y **PMA** se obtuvieron con **OK**, mientras que **OCT** con **CoK**. Las peores estimaciones de los valores mínimos se obtuvieron con **IDW** y de igual manera que en el caso anterior, se presenta la subestimación o suavizamiento de los valores mínimos, excepto para la variable **SEP** que presenta una sobreestimación con el **OK** y **CoK**.

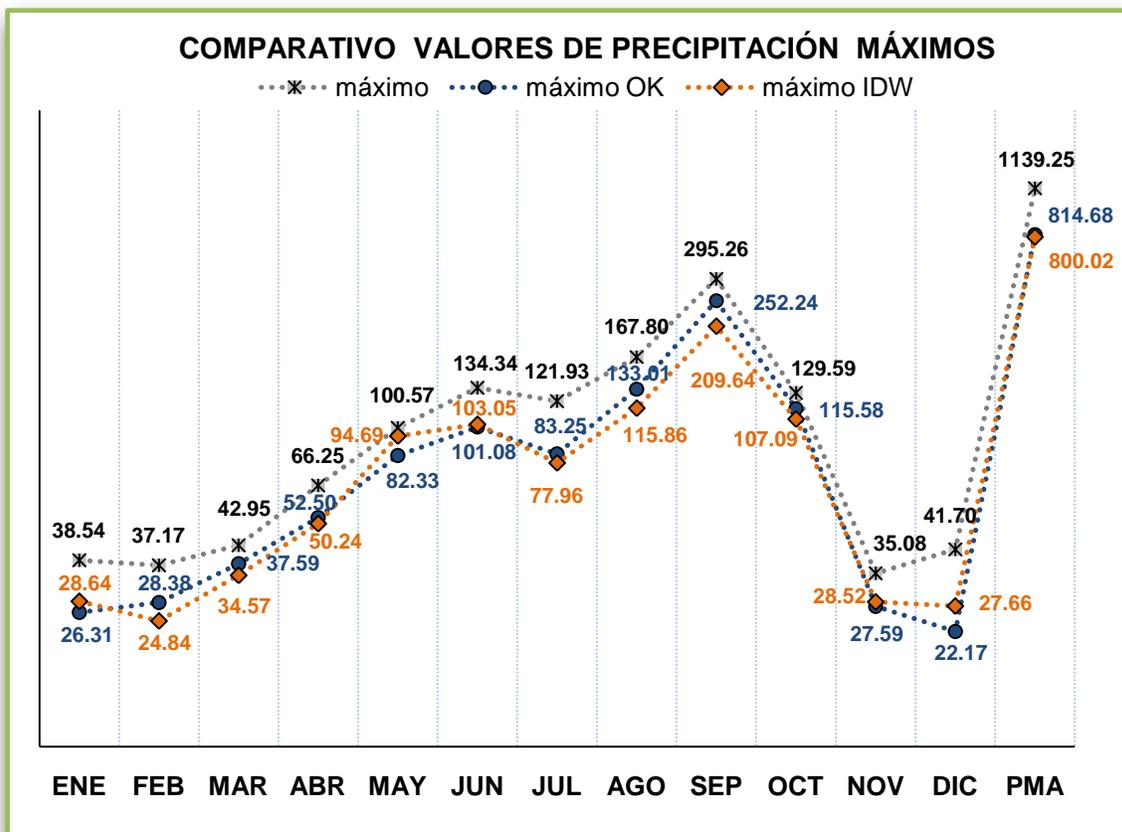


Figura IV.4A Valores máximos en mm, obtenidos en la estimación espacial por las técnicas de kriging ordinario (**OK**) y distancias inversas ponderadas (**IDW**), así como los valores mínimos de los datos de precipitación (serie descrita como mínimo).

Los valores máximos tienen un comportamiento diferente al valor mínimo, en este caso de acuerdo con la gráfica de la figura IV.4A en cinco (**ENE, MAY, JUN, NOV** y **DIC**) de las variables analizadas el **IDW** resultó mejor estimador que el **OK** y al igual que el caso de los valores mínimos, ambos métodos subestiman los valores máximos extremos.

Por otro lado, en la gráfica de la figura IV.4B se observa que los valores máximos mejor estimados son en **AGO** y **SEP** con **OK**, mientras que **OCT** y **PMA** con **CoK** y las peores estimaciones de los valores máximos se obtuvieron nuevamente con **IDW**.

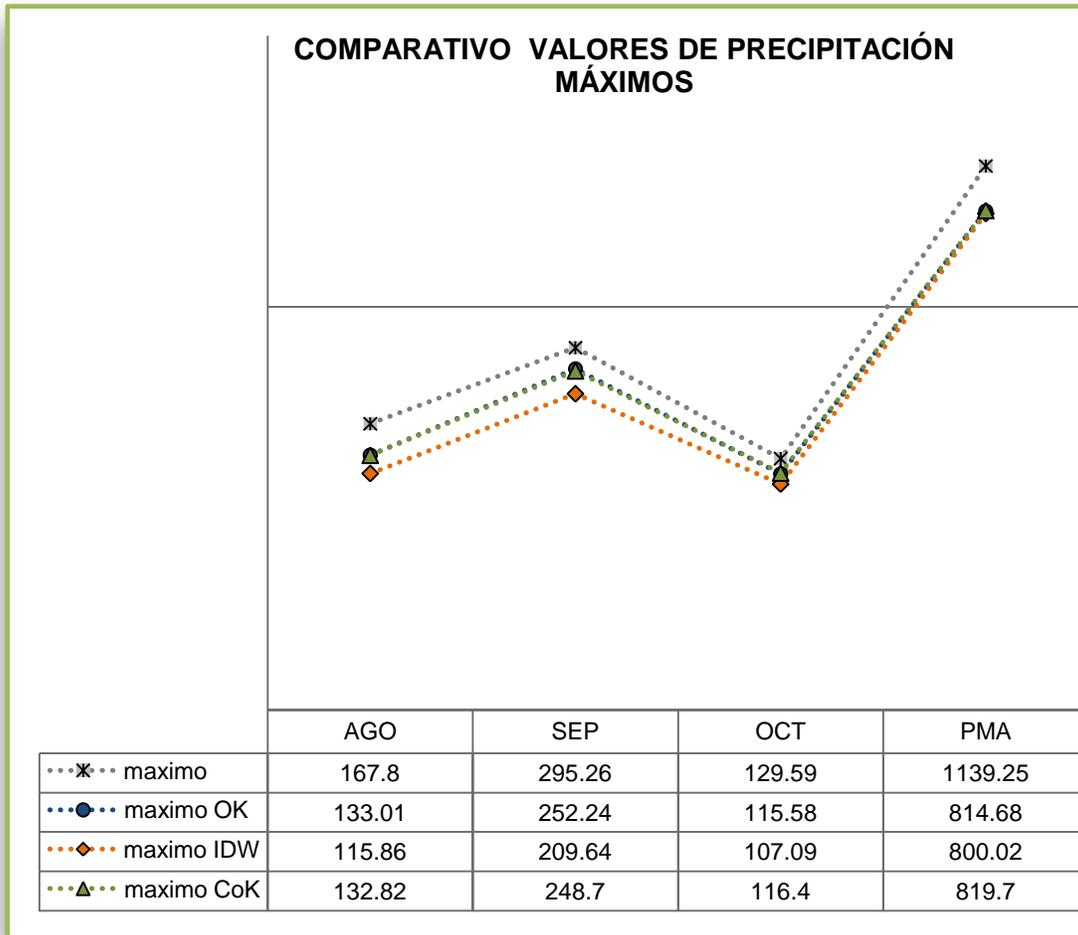


Figura IV.4B Valores máximos en mm, obtenidos en la estimación espacial por las técnicas de kriging ordinario (**OK**), distancias inversas ponderadas (**IDW**) y cokriging (**CoK**), comparados con los valores máximos de los datos de precipitación (serie descrita como máximo en la figura).

Los resultados obtenidos aplicando las técnicas del **OK**, **CoK** e **IDW**, reflejan una subestimación de los valores extremos de los datos de precipitación analizados.

Los mapas con las superficies estimadas se muestran en los **anexos III.5, III.6 y III.7**, con las técnicas de kriging ordinario, cokriging y distancias inversas ponderadas, respectivamente. Para las dos primeras técnicas se generó adicionalmente la superficie de los errores de las estimaciones.

Los mapas del **anexo III.5** generados por la técnica de kriging ordinario, muestran patrones de la variabilidad espacial de la precipitación, acordes con los sistemas de precipitación presentes en las regiones climáticas norte y noreste de México, en donde existe una predominancia en la orientación norte sur de la lluvia presente en los meses considerados secos (noviembre-marzo), ocasionados por los frentes fríos del norte y de dirección noroeste-sureste en los meses lluviosos, esto debido a la presencia de los fenómenos meteorológicos provenientes del Golfo de México (Vidal, 2005).

Los resultados obtenidos con la técnica del **CoK** no fueron los esperados en términos del **RMSE**, debido al bajo grado de correlación entre los datos de precipitación y la variable secundaria de altitud, ya que ésta última poco pudo aportar para mejorar la estimación espacial de los datos, a pesar de que ésta técnica demanda de un análisis estructural mucho más complejo y sofisticado que el **OK**, ya que requiere de un mayor tiempo para la modelación de los semivariogramas cruzados, y al igual que en el **OK**, la estimación depende de la calidad del modelo de correlación espacial y si no se tiene suficiente información para evaluar este modelo, el resultado no es óptimo.

Los mapas del **anexo III.6** generados por la técnica de **CoK**, muestran patrones de la variabilidad espacial de la precipitación que reflejan los regímenes de lluvia estacional, es decir, presentan un comportamiento diferenciado para los meses lluviosos de los secos, semejantes al **OK**.

Por otra parte los mapas de los errores muestran un comportamiento particular caracterizado por la ubicación de las estaciones climáticas de donde provienen los datos para ambas técnicas.

La técnica del **IDW**, se aplicó a todas las variables analizadas en este estudio, considerando que no requiere de un análisis de correlación espacial previo a la obtención de superficies interpoladas, debido a que parte del supuesto de que los valores de precipitación que están cercanos unos de otros son más semejantes que los que están más alejados. Para estimar un valor en un punto no muestreado, el **IDW** utiliza los valores de precipitación observados en una vecindad del valor a interpolar. Los valores de precipitación más cercanos a la ubicación a estimar tienen más influencia en el valor predicho que los más alejados.

Una de las características de los mapas obtenidos por esta técnica muestra una división en zonas más o menos diferenciadas y, dentro de ellas, por lo general se aprecian círculos concéntricos que generalmente corresponden a puntos en los cuales se tienen valores de precipitación altos o bajos y que dan una apariencia de superficies discontinuas en los mapas mostrados en el **anexo III.7**.

V. Conclusiones

- ❖ La aplicación de una metodología de estimación espacial geoestadística permitió establecer de una manera sistemática un modelo de dependencia espacial de los datos, a partir del cual se aplicaron las técnicas del kriging ordinario y del cokriging para la obtención de estimaciones óptimas de superficies continuas a partir de los datos de precipitación de estaciones climáticas puntuales, considerando el grado de variabilidad espacial del fenómeno de la precipitación presente en la zona de estudio, estas superficies resultantes permitieron realizar comparaciones y observaciones de los patrones espaciales presentes en el área.
- ❖ Por la cantidad de datos analizados, no fue posible establecer un modelo anisotrópico, no obstante que las técnicas utilizadas permitieron identificar un cierto grado de anisotropía, la cual pudiera ser importante en estudios más sofisticados.
- ❖ La técnica que mejor reprodujo la correlación espacial de los datos de precipitación, en términos de los errores de la estimación fue el kriging ordinario, seguido del cokriging, mientras que el de distancias inversas ponderadas arrojó mayores errores que las dos técnicas anteriores.
- ❖ Debido a que los valores extremos de precipitación son de relevancia en términos climatológicos, los resultados obtenidos en el comparativo de las tres técnicas analizadas indican al kriging ordinario como el método que mejor reprodujo las estimaciones de los valores extremos, a pesar de que por su naturaleza todas estas técnicas de interpolación espacial tienden a suavizar las estimaciones de éstos valores.
- ❖ Considerando que la técnica del cokriging es más compleja para su aplicación, no se recomienda su utilización cuando exista un grado de correlación bajo entre las variables analizadas, debido a que no refleja una mejora en las estimaciones obtenidas por el kriging ordinario en términos de la raíz del error cuadrático medio (***RMSE***).
- ❖ Es importante promover la aplicación de una metodología geoestadística técnicamente establecida, que conduzca a la generalización de mejores prácticas en el uso de técnicas de estimación espacial, adaptada y aplicada sistemáticamente a los datos de precipitación u otras variables climáticas, con la finalidad de generar de manera homogénea y sistémica la información a diferentes escalas, es decir, por entidad federativa, por regiones, cuencas o subcuencas hidrográficas, así como por regiones climáticas, lo anterior permite que los estudios realizados sean comparables.

- ❖ Los resultados de la estimación están acordes con el comportamiento estacional observado en los patrones de precipitación presentes en las regiones climáticas norte y noreste de México, es decir, existe una orientación norte-sur predominante de la lluvia presente en los meses considerados secos (noviembre-marzo), ocasionados fundamentalmente por los frentes fríos del norte, y de dirección noroeste-sureste en los meses lluviosos, debido a la presencia de fenómenos meteorológicos provenientes del Golfo de México.
- ❖ Las observaciones de precipitación provenientes de estaciones climáticas son medidas puntuales, considerando que los procesos de la precipitación describen una variación espacial aun en distancias relativamente cortas, el contar con superficies interpoladas a escalas temporales (mensual y anual) permite, además de la caracterización estacional de la precipitación, su aplicación en diversos proyectos: recursos hídricos, climáticos, agricultura, entre otros.
- ❖ Los valores mínimos de precipitación media mensual encontrados, oscilan entre (1.2-7.2 mm) para los meses considerados como secos, y para los meses lluviosos se encuentran en el intervalo de (6.6-23.9 mm). De igual manera los valores máximos se encuentran en los intervalos (35 – 43 mm) para los meses secos y (66.2-295.3 mm) para los meses lluviosos. Estos valores se espera tengan un comportamiento similar en unos 10 años más, siempre que no existan cambios climáticos importantes.

VI. Referencias

Ahmadi, S.H., and Sedghamiz, A. Application and evaluation of kriging and cokriging methods on groundwater depth mapping, *Environmental Monitoring and Assessment* 138, 357-368, 2008, DOI: 10.1007/s10661-007-9803-2.

Chilès Jean Paul, *Geostatistics. Modeling Spatial Uncertainty*, John Wiley Interscience & Sons Inc., 1999.

Coulibaly M., Becker S., Spatial Interpolation of Annual Precipitation in South Africa - Comparison and Evaluation of Methods, *Water International*, Volume 32, Number 3, 494-502, 2007.

Díaz Viera, M., "Notas del Curso: GEOESTADÍSTICA APLICADA", Instituto de Geofísica, UNAM, Instituto de Geofísica y Astronomía, Ministerio de Ciencia, Tecnología y Medio Ambiente de Cuba, 135 págs., 2002.

Díaz Viera, M., Barandela, A., Utset, R., Fernández, C., 1994. GEOESTAD: un sistema de computación para aplicaciones geoestadísticas. In: Barandela, R. (Ed.), *Proceedings of GEOINFO*, 2nd. Iberoamerican Workshop on Geomathematics, Havana.

Díaz-Viera. M, Hernández-Maldonado, V., Mendez-Venegas, J. 2010. RGEOSTAD: Un programa de código abierto para aplicaciones geoestadísticas basado en R-Project, México, (<http://mmc2.geofisica.unam.mx/gmee/paquetes.html>).

Environmental Systems Research Institute (ESRI). *Arc Gis version 10.0*, modulo Geostatistical Analyst. Inc. Red Lands, California, 2010.

Goovaerts Pierre, Geostatistical approaches for incorporating elevation into the spatial interpolation of rainfall, *Journal of Hydrology*, Volume 228, Issues 1-2, 113-129, 2000.

Using elevation to aid the geostatistical mapping of rainfall erosivity, *Catena*, 34, 227-242, 1999.

INEGI, apartado SNIEG <http://www.snieg.mx/Default.aspx>, página oficial <http://www.inegi.org.mx/>, 2011.

INEGI, Norma Técnica 012-2006. Datos Medios de Temperatura y Precipitación para Clasificación Climática.

INEGI, apartado Geografía - Marco Geoestadístico - Catálogo de Localidades Rurales, Diciembre 2009, <http://mapserver.inegi.org.mx/mgn2k/?c=646&s=est> página oficial <http://www.inegi.org.mx/>

INEGI, Síntesis Geográfica de Nuevo León 1986.

J. M. Mirás-Avalos, A. Paz-González, E. Vidal-Vázquez, and P. Sande-Fouz. Mapping monthly rainfall data in Galicia (NW Spain) using inverse distances and geostatistical methods, *Advances in . Geosciences.*, 10, 51–57, 2007.

Manohar Arora, Pratap Singh, N.K. Goel and R.D. Singh. Spatial Distribution and Seasonal Variability of Rainfall in a Mountainous Basin in the Himalayan Region, *Water Resources Management*, 20, 489-508, 2006.

Moral García Francisco Jesús, *La Representación gráfica de las variables regionalizadas. Geoadística Lineal*, Universidad de Extremadura, Servicio de publicaciones, 2003.

Olea A. Ricardo, *Geostatistics for Engineers and Earth Scientists*, Kluwer Academic Publishers, 1999.

Tao Tao, Chocat Bernard, Liu Suiqing, Xin Kunlun, Uncertainty Analysis of Interpolation Methods in Rainfall Spatial Distribution – A case of Small Catchment in Lyon, *J. Water Resource and Protection*, 2,136-144, 2009.

The MathWorks, Inc. *MatLab, The Language Of Technical Computing version 7.0*, 2004.

Vidal Zepeda Rosalía, *Las Regiones Climáticas de México, Temas Selectos de Geografía de México*, Instituto de Geografía de la UNAM, 2005.

Waseem Ashiq Muhammad, Zhao Chuanyan, Ni Jian, Akhtar Muhammad, GIS-based high-resolution spatial interpolation of precipitation in mountain–plain areas of Upper Pakistan for regional climate change impact studies, *Theor Appl Climatol*, 99:239–253, 2010.

Anexo III.1

Listado de estaciones

Listado de estaciones

NÚMERO	LATITUD NORTE	LONGITUD OESTE	ALTITUD (MDE)	NÚMERO DE AÑOS REGISTRADOS		
				MÍNIMO	MÁXIMO	PROMEDIO ANUAL
2	25°31'35"	100°28'30"	1668	23	24	23.92
3	25°16'59"	100°01'09"	463	19	23	21.58
4	25°45'46"	100°12'11"	440	17	19	18.42
5	24°05'59"	99°48'59"	1097	19	24	23.08
7	24°59'29"	99°44'31"	475	14	24	22.83
8	25°35'21"	99°59'43"	332	6	10	8.92
9	25°11'47"	100°12'53"	1295	21	22	21.75
10	26°05'05"	99°37'04"	283	23	24	23.50
11	24°56'18"	99°23'06"	252	23	24	23.92
12	25°57'33"	100°10'04"	401	22	24	23.25
13	25°05'03"	100°19'59"	2185	14	16	15.58
15	25°31'07"	100°11'56"	534	19	22	20.50
16	25°43'14"	99°15'30"	121	21	24	22.50
18	25°29'22"	100°23'22"	1440	21	23	22.67
19	25°16'28"	99°18'49"	220	21	24	22.75
20	24°49'35"	100°20'31"	1876	14	16	15.33
21	26°29'26"	100°03'31"	257	21	23	21.42
22	25°47'42"	99°10'45"	141	22	24	23.33
24	27°14'13"	100°8'16"	193	20	24	22.58
25	25°57'41"	100°01'02"	498	23	24	23.83
26	25°54'53"	100°42'50"	689	16	18	17.00
27	24°43'40"	99°54'21"	1473	23	24	23.75
28	27°01'27"	100°30'27"	325	21	24	22.83
32	24°48'53"	100°47'13"	2026	12	15	13.75
33	25°20'48"	100°16'53"	1813	22	24	23.50
35	24°47'35"	99°40'50"	483	20	24	23.42
36	26°09'51"	100°49'38"	980	18	21	19.92
37	24°18'51"	100°01'56"	1859	20	23	21.83
39	25°29'53"	99°30'36"	189	22	24	23.75
41	25°53'53"	99°24'04"	145	13	16	14.25
42	25°39'56"	99°37'45"	213	21	24	22.58
43	26°01'16"	99°11'40"	100	19	24	22.92
44	26°07'06"	100°13'39"	493	18	24	21.50
45	26°00'09"	100°31'57"	596	19	24	22.92
46	23°25'23"	100°07'07"	1668	13	16	15.00
47	24°58'28"	100°15'30"	2311	8	13	11.75
48	25°11'09"	99°49'55"	418	21	24	23.58
49	25°40'04"	100°18'54"	558	21	24	23.67
50	24°34'11"	100°13'33"	1893	6	9	7.75
53	25°01'01"	100°04'30"	879	22	23	22.58
54	25°40'56"	100°42'50"	998	19	24	22.25
55	27°26'08"	100°24'11"	235	14	21	19.17
56	25°32'29"	99°50'31"	269	20	24	22.08
57	25°01'49"	100°33'13"	1878	11	14	12.50
58	25°40'52"	100°27'32"	675	19	24	22.00
59	24°10'21"	100°17'16"	1660	14	23	19.58
60	26°17'45"	99°57'55"	353	15	20	18.17

Continuación del listado de estaciones ...

NÚMERO	LATITUD NORTE	LONGITUD OESTE	ALTITUD (MDE)	NÚMERO DE AÑOS REGISTRADOS		
				MÍNIMO	MÁXIMO	PROMEDIO ANUAL
61	25°44'03"	100°19'49"	558	13	15	14.25
63	26°39'35"	99°59'14"	279	19	22	20.42
64	25°07'42"	99°02'25"	147	14	24	23.00
67	24°41'46"	100°26'31"	1981	15	16	15.92
68	23°40'23"	100°10'52"	1719	12	16	14.67
69	25°25'42"	100°07'51"	500	21	24	23.42
71	26°30'08"	99°31'28"	141	15	21	18.00
73	24°49'12"	100°04'32"	1622	14	16	15.58
79	24°26'31"	100°21'27"	1824	12	16	14.25
91	24°35'42"	99°59'39"	2086	13	16	15.00
93	24°15'58"	99°51'34"	1988	19	21	19.67
96	25°38'10"	100°27'21"	715	20	24	23.08
98	26°13'20"	99°29'05"	157	22	24	23.25
100	24°40'05"	99°40'18"	543	13	24	22.25
101	25°13'50"	99°15'08"	184	20	24	22.58
104	26°15'34"	99°45'51"	304	21	22	21.92
105	25°51'28"	99°56'35"	381	21	24	22.75
106	24°59'51"	99°12'24"	197	21	24	23.75
107	27°32'01"	99°58'36"	247	8	10	8.92
108	24°55'08"	99°15'22"	217	22	24	23.67
109	25°58'13"	99°41'20"	329	6	8	7.17
110	26°29'14"	99°46'20"	195	13	16	14.50
111	24°19'25"	99°54'48"	1984	21	24	22.83
112	24°43'31"	99°28'16"	302	20	23	21.25
113	25°53'39"	98°59'25"	104	16	19	17.92
114	25°54'31"	98°48'56"	131	10	12	11.25
115	25°05'20"	100°39'50"	1933	14	15	14.83
117	25°51'25"	100°01'21"	411	21	24	22.67
119	26°16'02"	101°06'30"	842	16	21	19.25
120	26°25'48"	99°53'13"	226	3	7	5.17
121	25°06'19"	99°20'48"	250	21	24	23.42
123	25°51'01"	100°31'27"	994	14	24	22.42
125	27°25'56"	99°48'10"	198	19	24	23.08
126	24°54'44"	99°41'12"	410	0	24	21.00
127	26°54'11"	99°48'40"	139	12	17	15.17
129	24°33'59"	100°46'20"	1855	13	16	15.08
130	25°22'42"	98°45'28"	101	16	18	17.33
131	26°20'43"	100°03'01"	312	18	19	18.33
133	26°30'11"	100°11'01"	312	21	24	23.08
134	25°57'56"	100°17'31"	447	21	24	22.67
135	24°21'46"	100°07'05"	1864	12	16	15.00
136	25°06'51"	99°23'15"	294	21	24	22.58
140	25°30'16"	99°46'11"	252	19	24	23.33
141	26°29'53"	100°25'50"	421	21	22	21.58
142	26°18'38"	99°32'24"	179	16	21	19.08
143	23°24'13"	99°58'52"	1915	11	15	13.17
144	24°30'00"	100°00'24"	2418	11	15	14.00
146	25°13'31"	99°56'05"	452	12	24	22.17
147	24°46'56"	99°41'48"	500	20	24	22.17
149	24°38'41"	99°33'24"	428	21	24	22.67
151	24°15'43"	100°25'07"	1786	10	16	13.92
152	27°03'51"	100°00'47"	163	9	10	9.67
154	24°54'07"	99°29'20"	300	15	24	23.25
155	24°42'54"	100°01'04"	1757	12	16	14.33
158	26°10'13"	100°28'02"	568	23	24	23.83
159	23°44'45"	99°58'57"	1480	14	17	15.83

Continuación del listado de estaciones ...

NÚMERO	LATITUD NORTE	LONGITUD OESTE	ALTITUD (MDE)	NÚMERO DE AÑOS REGISTRADOS		
				MÍNIMO	MÁXIMO	PROMEDIO ANUAL
160	24°18'46"	100°11'23"	1682	10	16	13.75
162	24°46'10"	99°38'09"	447	21	23	22.08
163	25°23'33"	99°32'56"	229	19	22	21.50
165	25°48'52"	100°47'31"	910	18	24	22.08
166	27°10'18"	100°24'34"	241	8	14	11.58
169	25°49'53"	99°37'27"	200	16	19	17.42
170	26°07'49"	100°20'05"	547	20	24	23.08
171	25°06'28"	99°54'15"	549	21	24	22.17
172	26°08'54"	99°43'21"	351	3	7	5.83
173	25°27'12"	99°59'25"	350	18	24	22.33
174	25°32'23"	99°59'16"	323	19	24	22.00
178	26°32'19"	100°31'48"	488	23	24	23.67
179	23°35'30"	100°13'58"	1651	12	16	14.92
180	24°27'46"	100°14'58"	1847	11	15	13.17
181	25°12'06"	100°30'31"	2199	10	13	11.50
182	24°42'46"	100°18'15"	1893	11	15	13.25
185	25°48'02"	100°16'29"	474	18	24	22.50
187	25°18'53"	99°44'31"	322	22	24	23.75
188	24°58'36"	99°26'18"	281	22	24	23.17
189	25°09'05"	99°55'37"	492	17	22	19.50
190	25°10'03"	99°19'02"	228	18	24	22.17
193	24°42'01"	99°51'19"	1600	21	24	22.67
261	25°32'11"	100°07'16"	462	21	24	23.25
262	26°34'12"	99°47'48"	175	16	18	16.83
263	25°41'29"	99°26'41"	195	18	20	19.17
264	25°55'38"	99°11'03"	104	11	15	13.17
265	24°53'29"	99°42'54"	445	3	15	4.83
266	25°21'52"	100°24'19"	1946	16	21	19.08
267	25°43'58"	99°49'16"	256	10	15	12.25

Tabla III.1.1 Listado de estaciones climatológicas, coordenadas y periodo de registro.

Anexo III.2

Análisis univariado sin outliers

Análisis univariado sin outliers

Para evaluar la contribución de los outliers al comportamiento de los datos, se siguió el mismo procedimiento que en el análisis de datos univariado (sección II.2.a), excluyendo de las series de datos aquellas observaciones que generaron los outliers.

Los histogramas de frecuencias se ilustran en las figuras III.2.1 y III.2.2, no mostrando gran diferencia respecto a los histogramas para los datos completos.

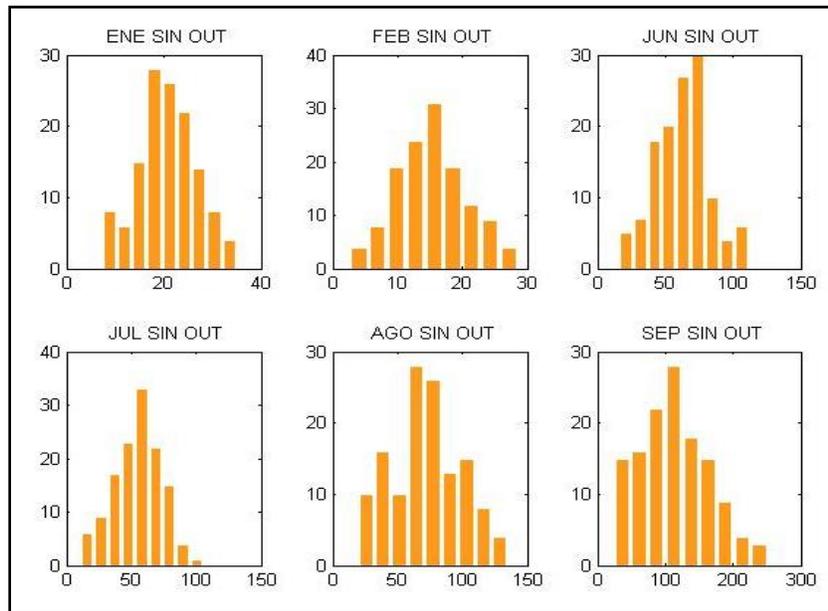


Figura III.2.1 Histogramas de las variables *ENE*, *FEB*, *JUN*, *JUL*, *AGO* y *SEP*, sin outliers.

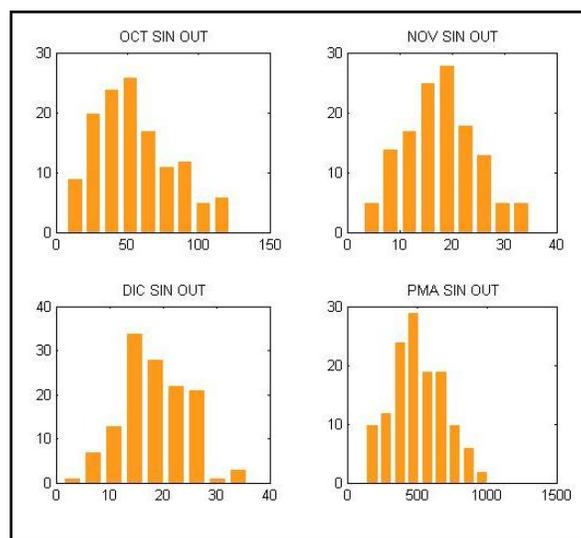


Figura III.2.2 Histogramas de las variables *OCT*, *NOV*, *DIC* y *PMA*, sin outliers.

De igual manera, para la prueba de normalidad se generaron las gráficas qq plot, mostradas en las figuras III.2.3 y III.2.4.

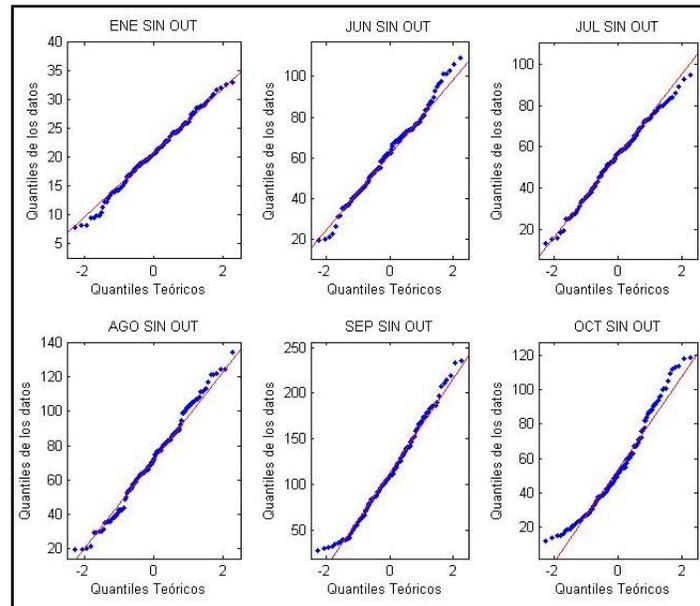


Figura III.2.3 Gráficas qq plot de las variables **ENE**, **JUN**, **JUL**, **AGO**, **SEP** y **OCT**, sin outliers.

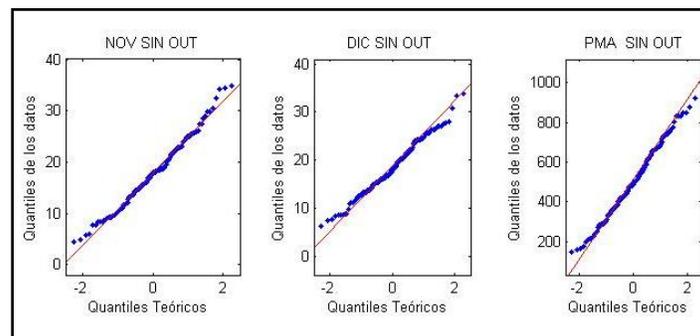


Figura III.2.4 Gráficas qq plot de las variables **NOV**, **DIC** y **PMA**, sin outliers.

En las gráficas qq plot no se aprecian cambios significativos en el comportamiento normal, excepto para la **PMM** de noviembre.

La estadística básica para las series sin outliers, se muestra en la tabla III.2.1.

VARIABLE	MEDIA	DESV. ESTÁNDAR	VARIANZA	COEF. DE VARIACIÓN	MÍNIMO	PRIMER CUARTIL	MEDIANA	TERCER CUARTIL	MÁXIMO	SESGO	CURTOSIS	NÚM. EST
ENE	20.64	5.90	34.84	0.29	7.25	16.97	20.65	24.53	35.00	-0.07	2.70	131
FEB	15.34	5.46	29.80	0.36	2.63	11.49	14.79	19.26	28.62	0.16	2.66	130
JUN	62.46	19.70	388.06	0.32	15.30	48.94	62.22	73.82	111.73	0.05	2.92	127
JUL	55.27	18.58	345.19	0.34	10.83	42.49	56.86	68.85	105.41	0.00	2.75	130
AGO	72.40	27.10	734.63	0.37	19.01	54.25	72.21	88.96	135.49	0.08	2.44	130
SEP	113.17	50.93	2594.15	0.45	23.91	77.71	108.80	146.92	251.01	0.00	2.59	130
OCT	55.08	27.10	734.46	0.49	6.80	35.56	51.34	71.67	122.62	0.56	2.57	130
NOV	17.79	6.89	47.41	0.39	2.93	13.09	17.77	22.46	35.08	0.33	2.79	130
DIC	18.51	6.12	37.48	0.33	1.17	14.19	18.00	23.37	35.96	0.15	2.98	130
PMA	504.08	184.76	34135.69	0.37	130.40	375.26	489.64	648.19	1016.98	0.20	2.56	131

Tabla III.2.1 Resumen de estadística básica univariada sin outliers, para las variables **ENE, FEB, JUN, JUL, AGO, SEP, OCT, NOV** y **PMA**.

Se aprecia que la asimetría para la distribución de cada variable es leve, y que la asimetría para la variable **NOV** dejó de ser considerable.

Se generaron las box plots para esta serie de variables, notando que a pesar de la eliminación de los outliers en **SEP** y **JUN** se volvieron a obtener para el primero de ellos 2 outliers más y para junio uno más, ver figura III.2.5. En este caso dada las condiciones de asimetría de su distribución no se realizó el análisis de outliers nuevamente.

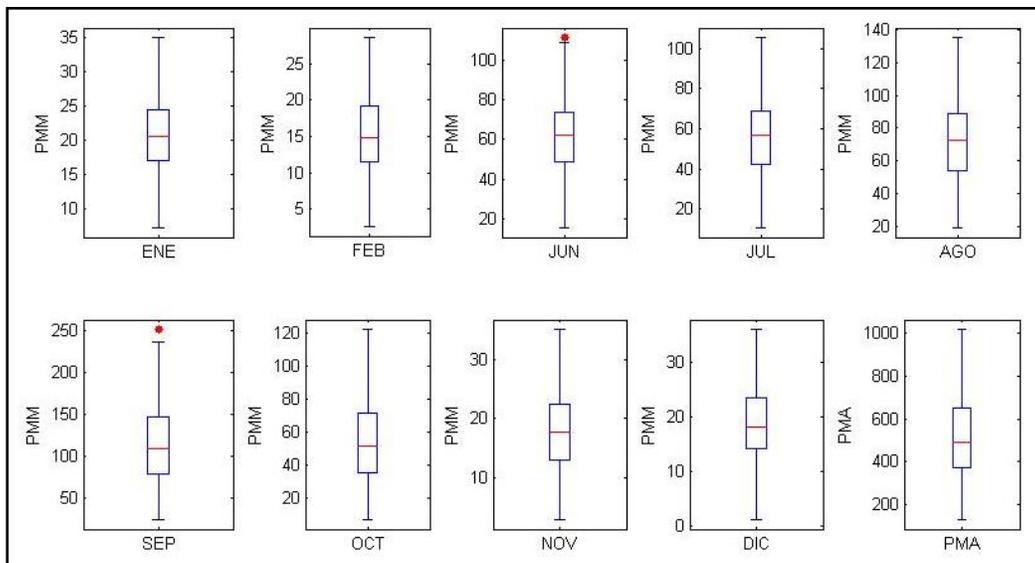


Figura III.2.5 Gráficas box plot de las variables **ENE, FEB, JUN, JUL, AGO, SEP, OCT, NOV** y **PMA**, sin outliers.

Anexo III.3

Análisis bivariado sin outliers

Análisis bivariado sin outliers

Al igual que en el Análisis Exploratorio Bivariado (sección III.2.b), se obtuvieron las regresiones lineales para todas las series que presentaron outliers. Los resultados obtenidos, se encuentran en la tabla III.3.1 y los gráficos correspondientes se muestran en las figuras III.3.1 y III.3.2.

VARIABLE	COEF. DE CORRELACIÓN	COEF. REGRESIÓN (SLOPE)	INTERSECCIÓN (Y)	R2
<i>ENE</i>	-0.0155	-0.0001	20.742	0.00024025
<i>FEB</i>	0.0599	0.0005	14.9692	0.00358801
<i>JUN</i>	0.0039	0.0001	62.3715	0.00001521
<i>JUL</i>	0.123	0.0033	52.7032	0.015129
<i>AGO</i>	0.1187	0.0047	68.7883	0.01408969
<i>SEP</i>	0.2339	0.0173	99.7832	0.05470921
<i>OCT</i>	-0.0313	-0.0012	56.0364	0.00097969
<i>NOV</i>	-0.3057	-0.0031	20.1527	0.09345249
<i>DIC</i>	-0.0564	-0.0005	18.9028	0.00318096
<i>PMA</i>	-0.1875	-0.0502	543.0142	0.03515625

Tabla III.3.1 Resumen de la correlación entre la variable *ALT* y las variables *ENE*, *FEB*, *JUN*, *JUL*, *AGO*, *SEP*, *OCT*, *NOV*, *DIC* y *PMA* sin outlier.

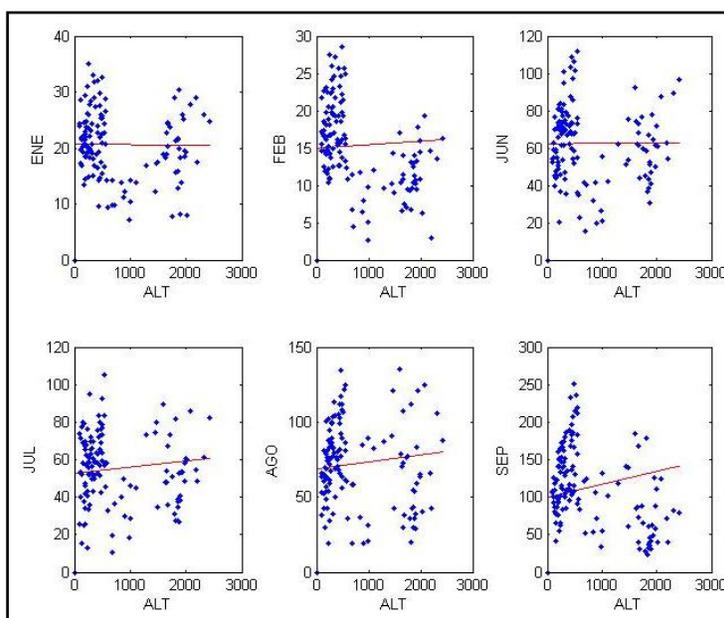


Figura III.3.1 Gráficas de correlación lineal de las variables *ENE*, *FEB*, *JUN*, *JUL*, *AGO* y *SEP*.

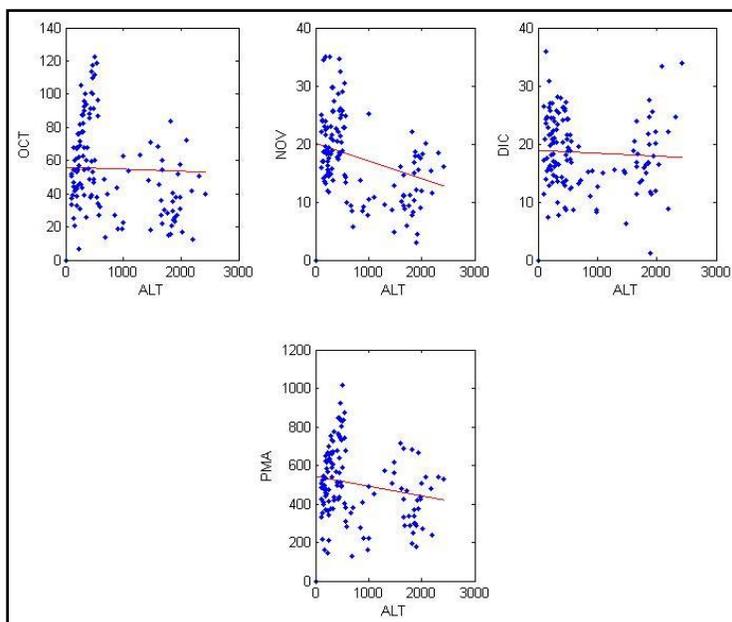


Figura III.3.2 Gráficas de correlación lineal de las variables **OCT**, **NOV**, **DIC** y **PMA**.

La estadística básica de los residuales obtenidos por la diferencia del modelo lineal obtenido y las observaciones para cada serie de datos sin outliers, se muestran en la tabla III.3.2.

VARIABLE	MEDIA	DES. ESTÁNDAR	VARIANZA	MÍNIMO	PRIMER CUARTIL	MEDIANA	TERCER CUARTIL	MÁXIMO	SESGO	CURTOSIS
ENE	0	5.8293	33.9805	-13.1196	-3.4932	-0.0978	4.0232	13.6485	-0.005	2.5789
FEB	0	4.7605	22.6624	-11.9338	-3.3377	-0.6682	3.1496	12.175	0.1898	2.7302
JUN	0	19.6142	384.7158	-47.386	-13.0811	1.6276	11.0978	48.6637	0.0474	2.9509
JUL	0	18.5236	343.1237	-44.5843	-13.3828	1.05	13.213	49.6617	-0.131	2.8497
AGO	0	26.9431	725.9281	-55.7377	-17.8705	0.2736	16.7136	66.5784	0.1678	2.5384
SEP	0	45.8017	2097.7929	-91.342	-34.2168	-8.5327	25.8535	128.6212	0.6276	2.8434
OCT	0	25.035	626.7497	-56.5482	-18.7809	-5.8687	15.7286	63.3647	0.5268	2.664
NOV	0	6.0415	36.4992	-12.3399	-4.5838	-0.9886	4.2164	15.214	0.4109	2.5474
DIC	0	6.0857	37.036	-16.2802	-4.3694	-0.7499	4.755	16.9039	0.2111	3.0617
PMA	0	177.0625	31351.1327	-401.8862	450.6434	528.9904	544.3736	491.6586	0.1476	2.6987

Tabla III.3.2 Resumen de estadística básica sin outliers de residuales, para las variables **ENE**, **FEB**, **JUN**, **JUL**, **AGO**, **SEP**, **OCT**, **NOV**, **DIC** y **PMA**.

Los histogramas de frecuencias de los residuales en las figuras III.3.3 y III.3.4, muestran un comportamiento normal en su distribución con media cercana a cero.

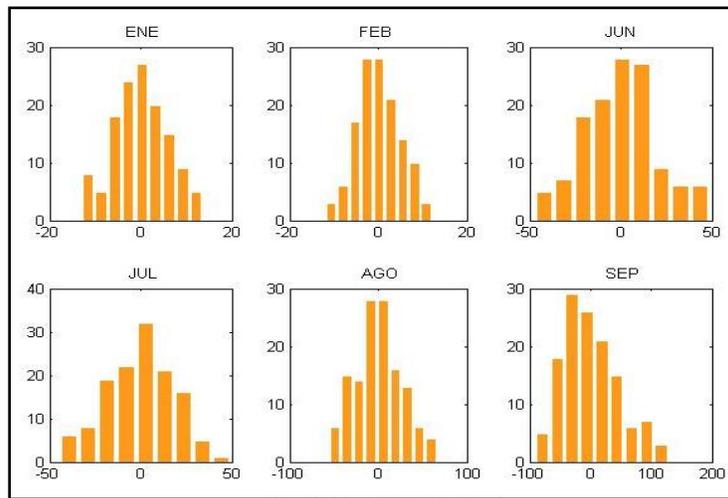


Figura III.3.3 Histogramas de residuales de las variables **ENE**, **FEB**, **JUN**, **JUL**, **AGO** y **SEP**, sin outliers.

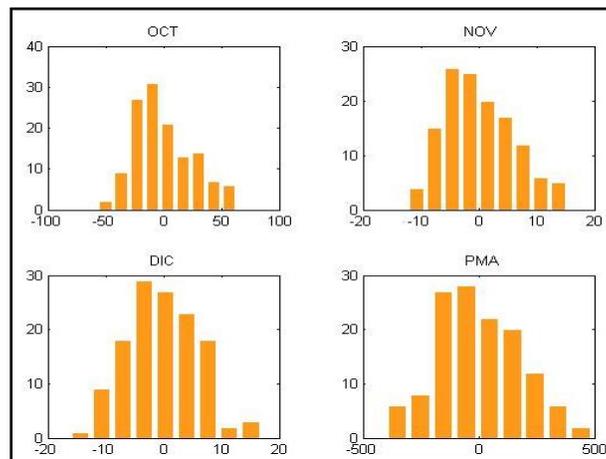


Figura III.3.4 Histogramas de residuales de las variables **OCT**, **NOV**, **DIC** y **PMA**, sin outliers.

La prueba de normalidad es satisfactoria, de acuerdo a las figuras III.3.5 y III.3.6 quantil-quantil.

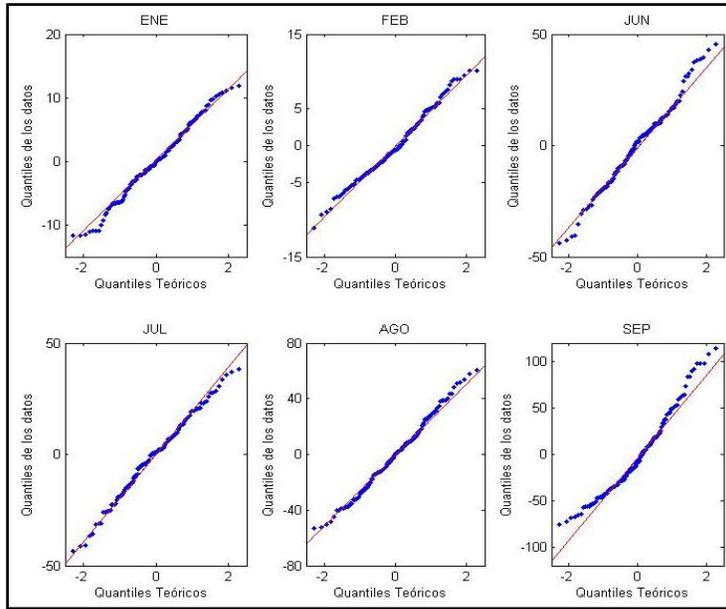


Figura III.3.5 qq plot de residuales de las variables **ENE**, **FEB**, **JUN**, **JUL**, **AGO** y **SEP**, sin outliers.

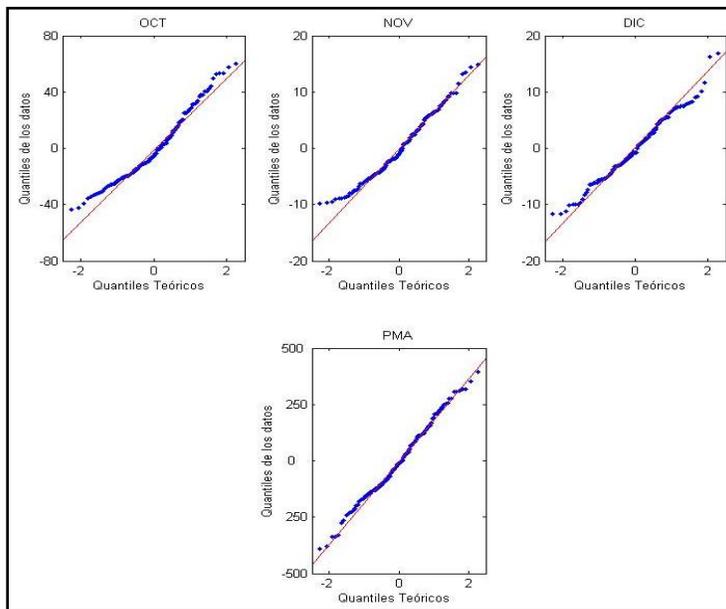


Figura III.3.6 qq plot de residuales de las variables **OCT**, **NOV**, **DIC** y **PMA**, sin outliers.

Anexo III.4

Diagramas de rosas

Diagramas de rosas

Debido a que los variogramas direccionales no definen una variación considerable en sus alcances, y por lo tanto no puede presumirse la presencia de anisotropía geométrica de manera clara, se construyeron diagramas de rosas, ilustrados en las figuras de la III.4.1 a la III.4.7, con la finalidad de proporcionar elementos para una apreciación de la anisotropía.

Para la elaboración de los diagramas de rosas, se construyen variogramas considerando las direcciones: 0° , 45° , 90° , 135° , 180° , 225° , 270° , 315° y 360° y se seleccionó un valor h igual al tercer lag de cada variograma direccional construido, el valor obtenido del semivariograma utilizando este lag, se considera la magnitud del vector graficado en el diagrama para la dirección correspondiente. Finalmente, los ejes mayor y menor de la elipse que mejor se ajuste a los extremos de los segmentos, representarán las direcciones principales de anisotropía.

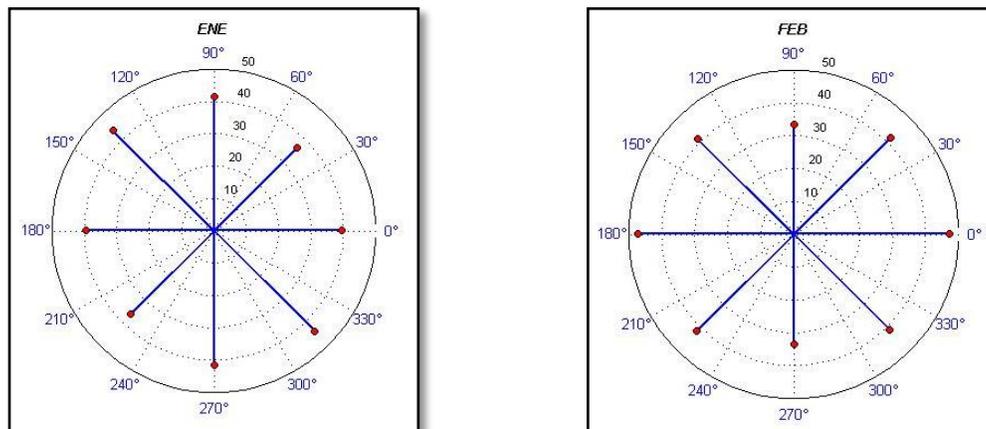


Figura III.4.1 Diagrama de rosa construido a partir de las distancias h , correspondientes al tercer lag de los cuatro variogramas direccionales de las variables **ENE** y **FEB**.

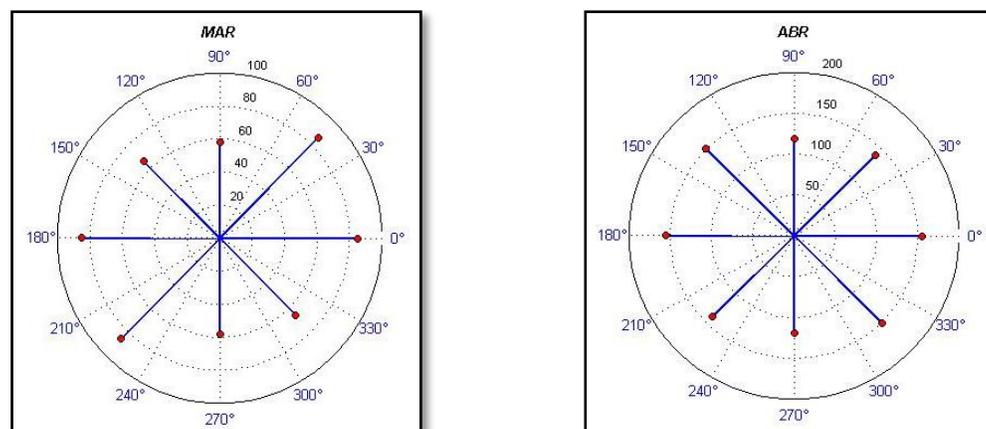


Figura III.4.2 Diagrama de rosa construido a partir de las distancias h , correspondientes al tercer lag de los cuatro variogramas direccionales de las variables **MAR** y **ABR**.

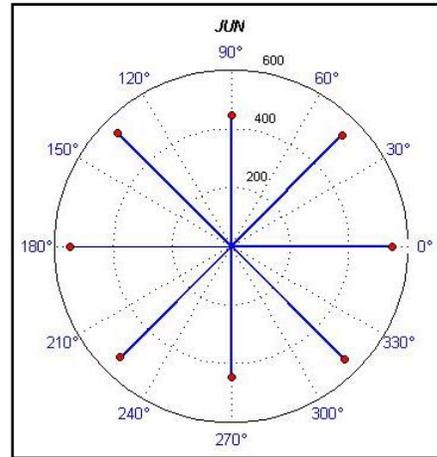
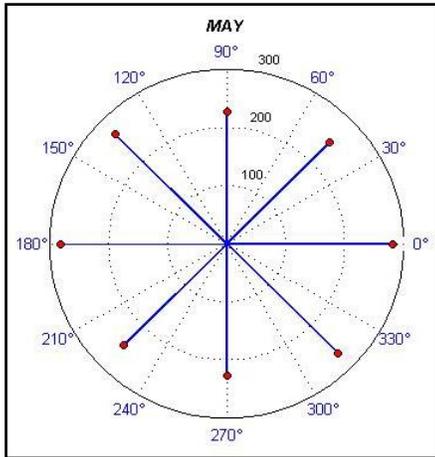


Figura III.4.3 Diagrama de rosa construido a partir de las distancias h , correspondientes al tercer lag de los cuatro variogramas direccionales de las variables **MAY** y **JUN**.

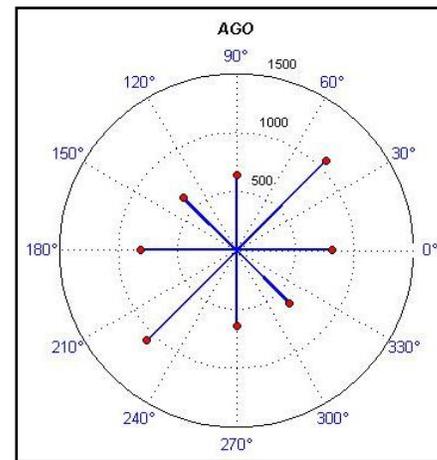
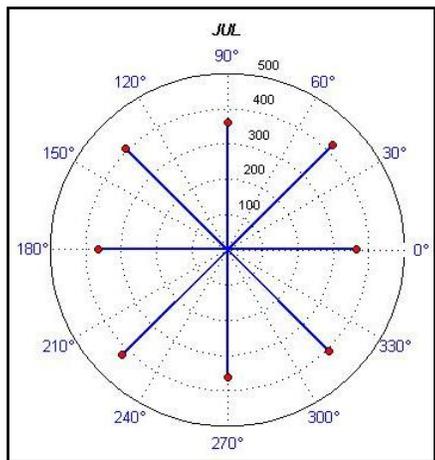


Figura III.4.4 Diagrama de rosa construido a partir de las distancias h , correspondientes al tercer lag de los cuatro variogramas direccionales de las variables **JUL** y **AGO**.

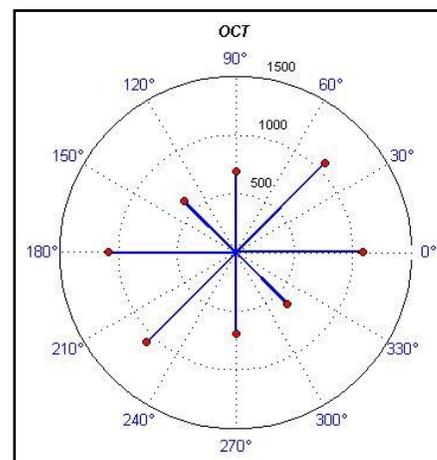
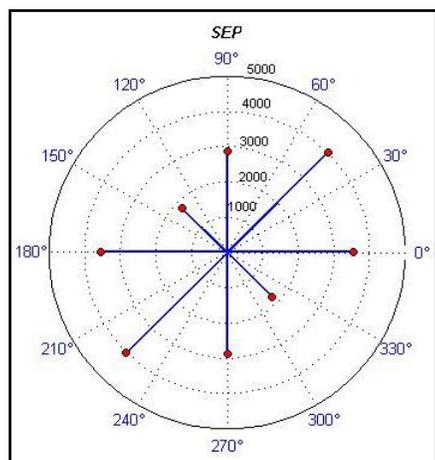


Figura III.4.5 Diagrama de rosa construido a partir de las distancias h, correspondientes al tercer lag de los cuatro variogramas direccionales de las variables **SEP** y **OCT**.

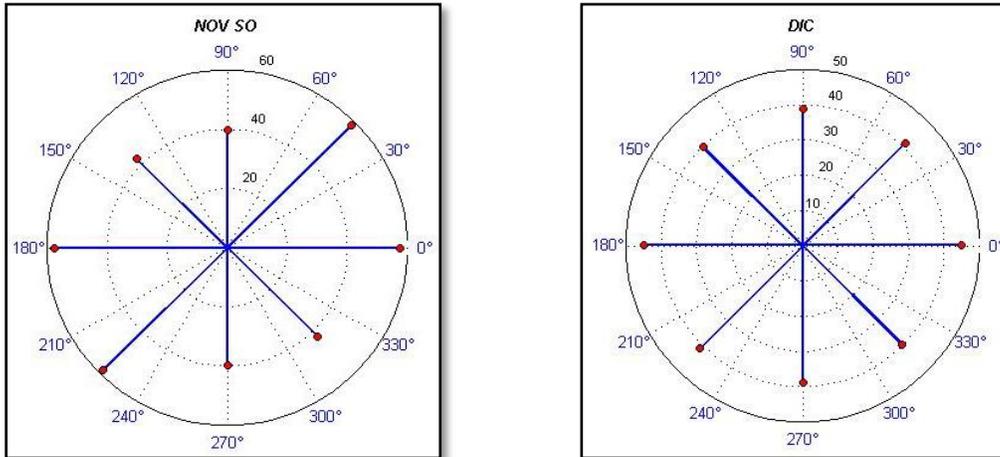


Figura III.4.6 Diagrama de rosa construido a partir de las distancias h, correspondientes al tercer lag de los cuatro variogramas direccionales de las variables **NOV_SO** y **DIC**.

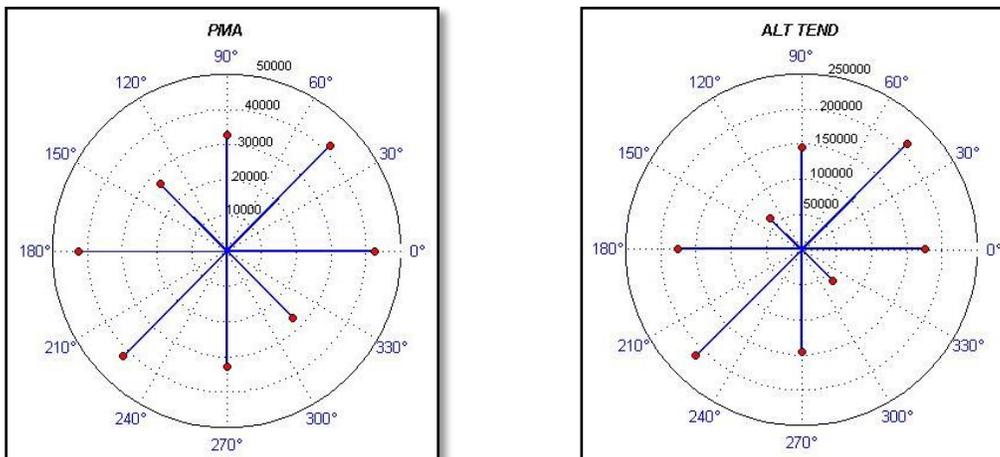


Figura III.4.7 Diagrama de rosa construido a partir de las distancias h, correspondientes al tercer lag de los cuatro variogramas direccionales de las variables **PMA** y **ALT_TEND**.

Para la realización de éstas gráficas se utilizaron los valores obtenidos en los variogramas direccionales, correspondientes al tercer lag, y con este valor, las variables **MAR**, **ABR**, **AGO**, **SEP**, **OCT**, **NOV_SO**, **PMA** y **ALT_TEND**, presentan patrones anisotrópicos. Si bien estos diagramas apoyan a la interpretación de la anisotropía, dependen de los valores del lag seleccionado.

Anexo III.5

Superficies estimadas con el método
kriging ordinario (OK)

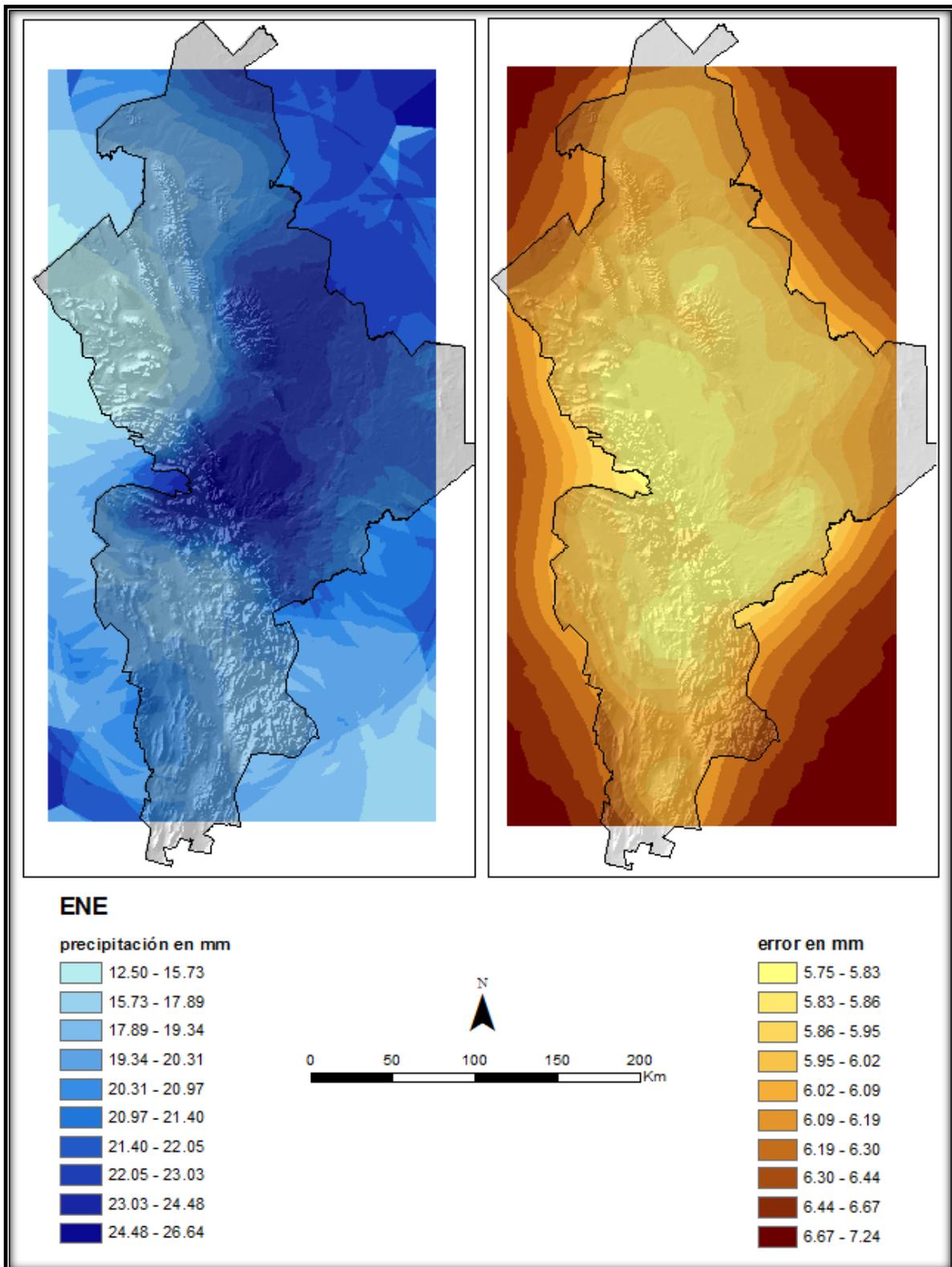


Figura III.5.1 Superficies estimada y del error de la estimación de los datos de precipitación media mensual de **ENERO** utilizando kriging ordinario.

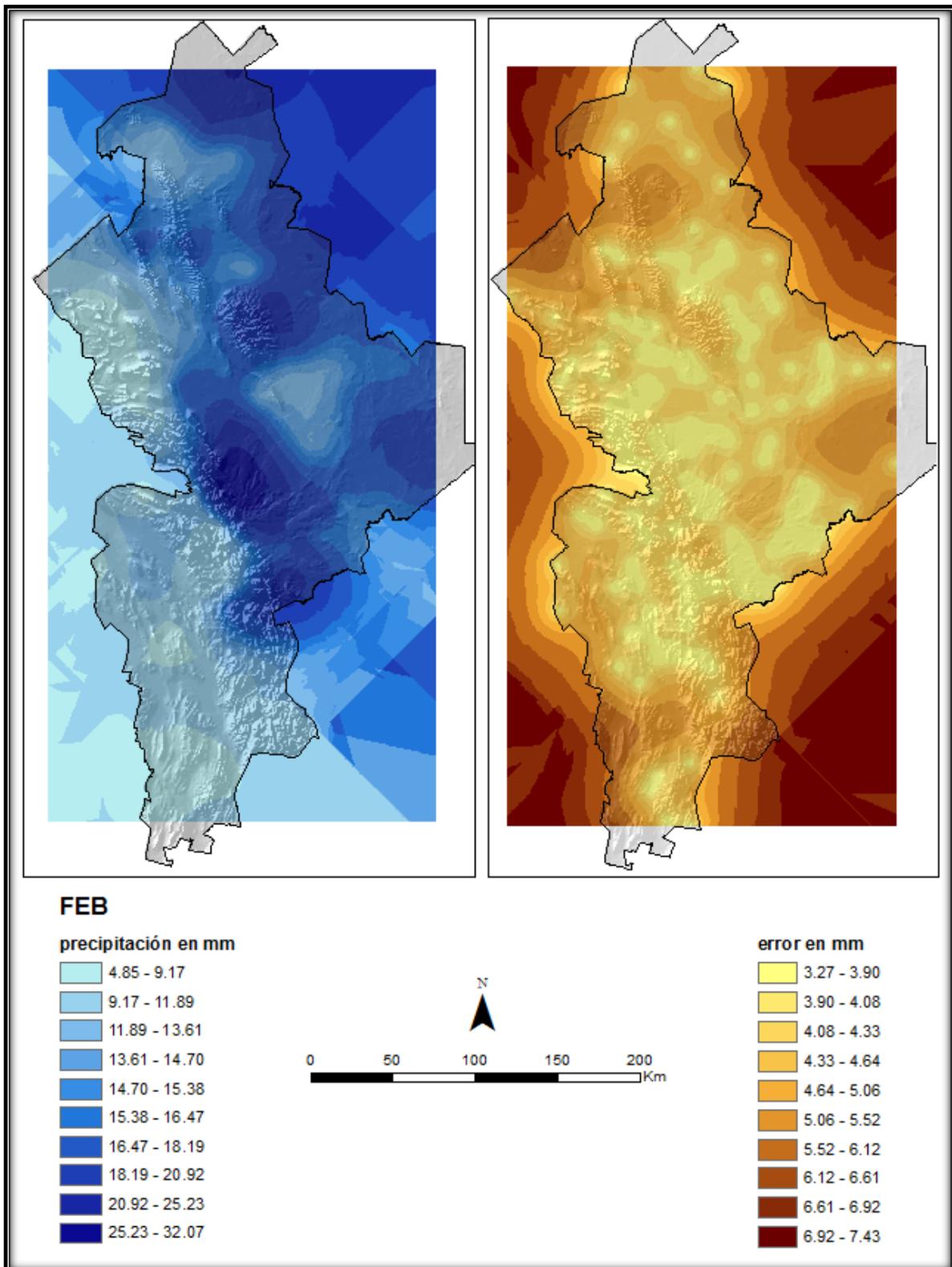


Figura III.5.2 Superficies estimada y del error de la estimación de los datos de precipitación media mensual de **FEBRERO** utilizando kriging ordinario.

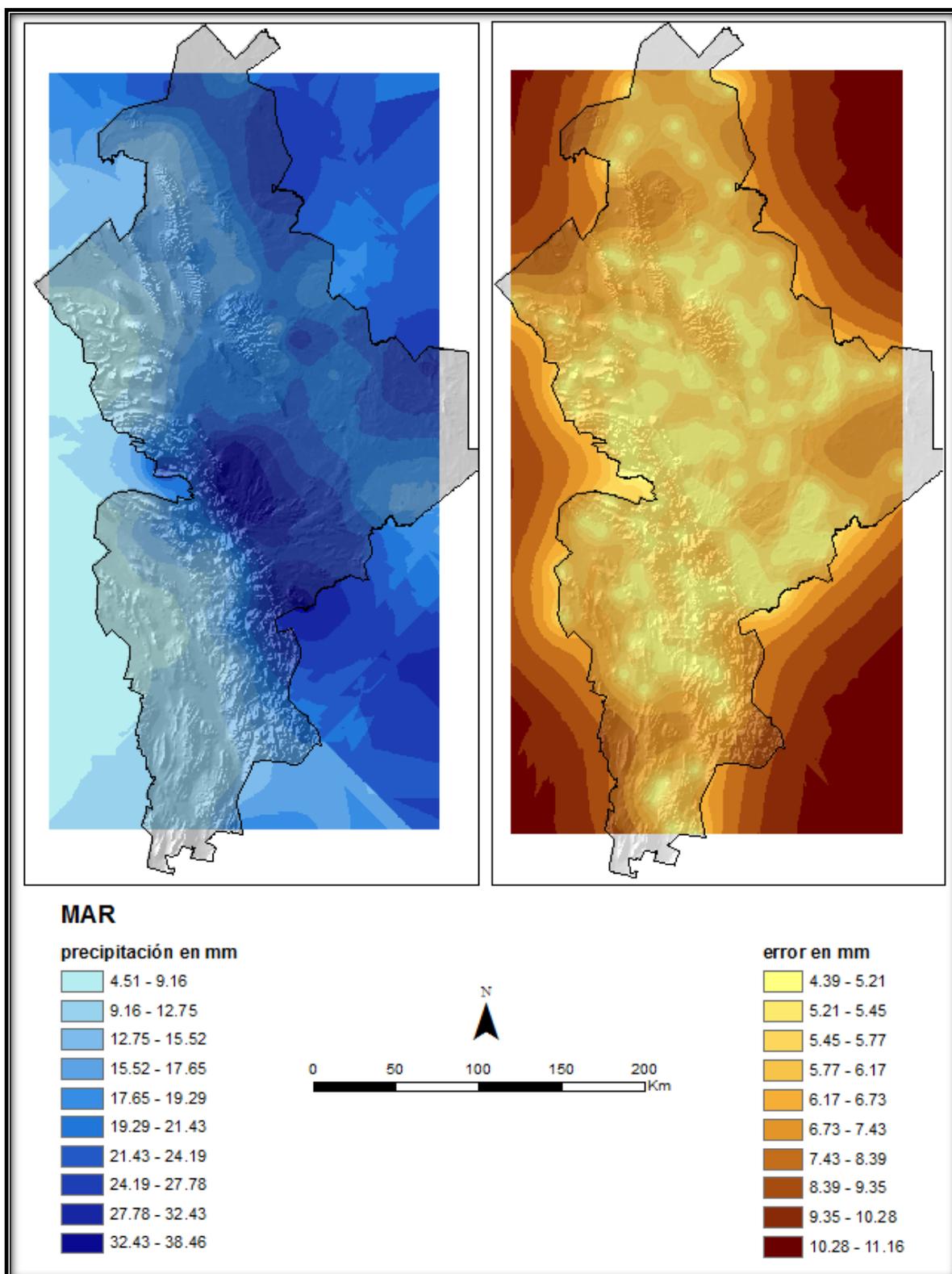


Figura III.5.3 Superficies estimada y del error de la estimación de los datos de precipitación media mensual de **MARZO** utilizando kriging ordinario.

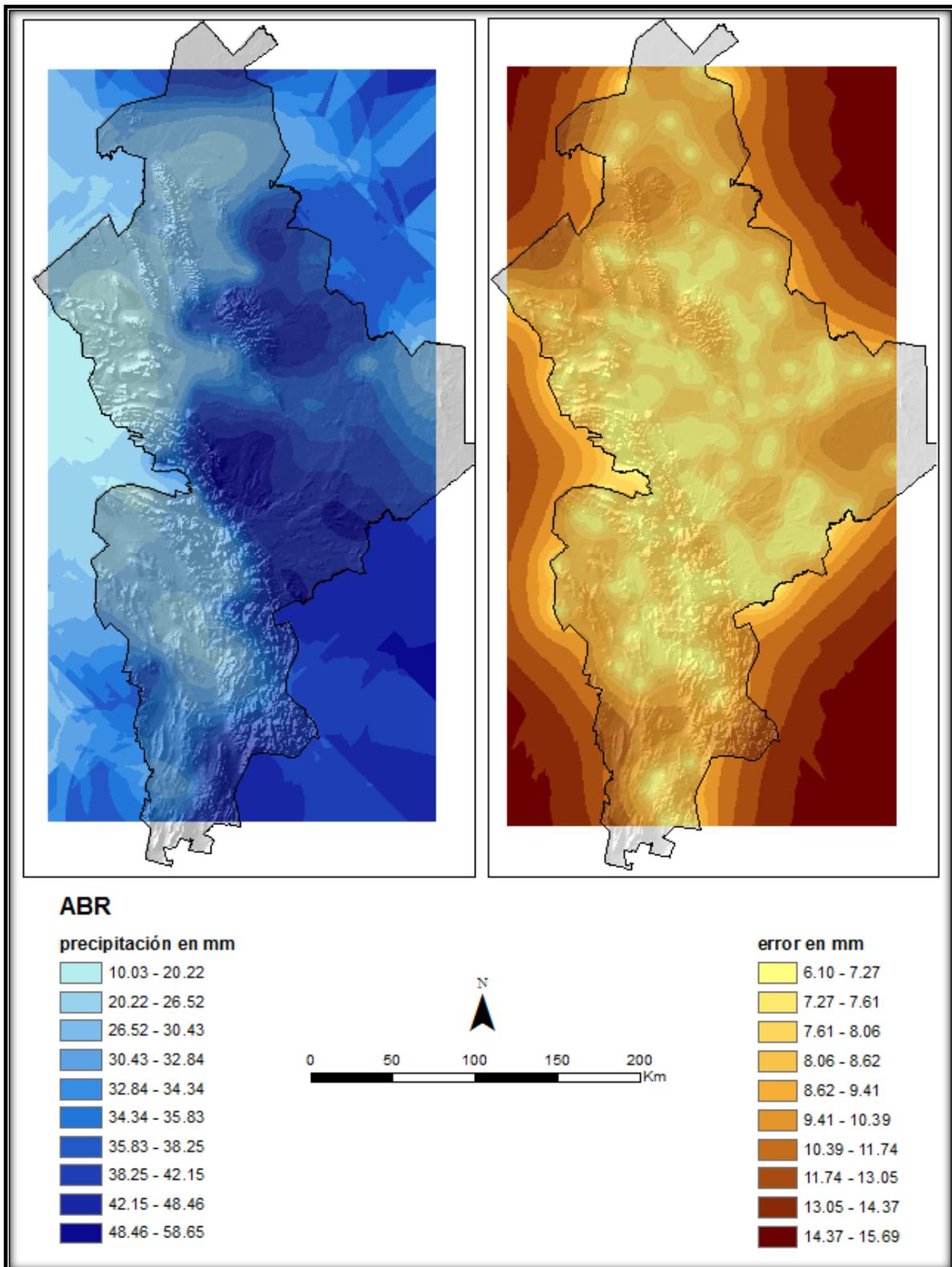


Figura III.5.4 Superficies estimada y del error de la estimación de los datos de precipitación media mensual de **ABRIL** utilizando kriging ordinario.

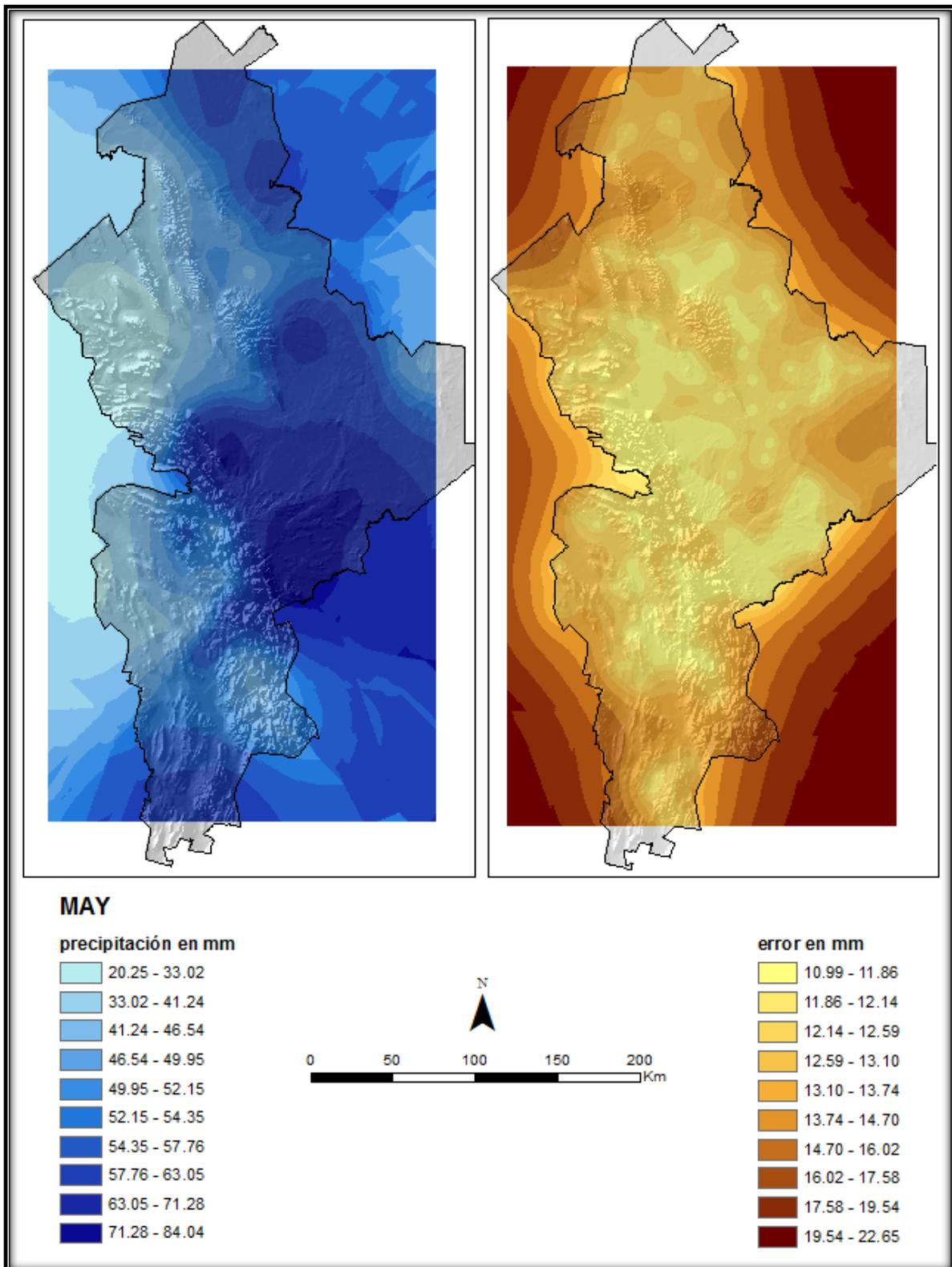


Figura III.5.5 Superficies estimada y del error de la estimación de los datos de precipitación media mensual de **MAYO** utilizando kriging ordinario.

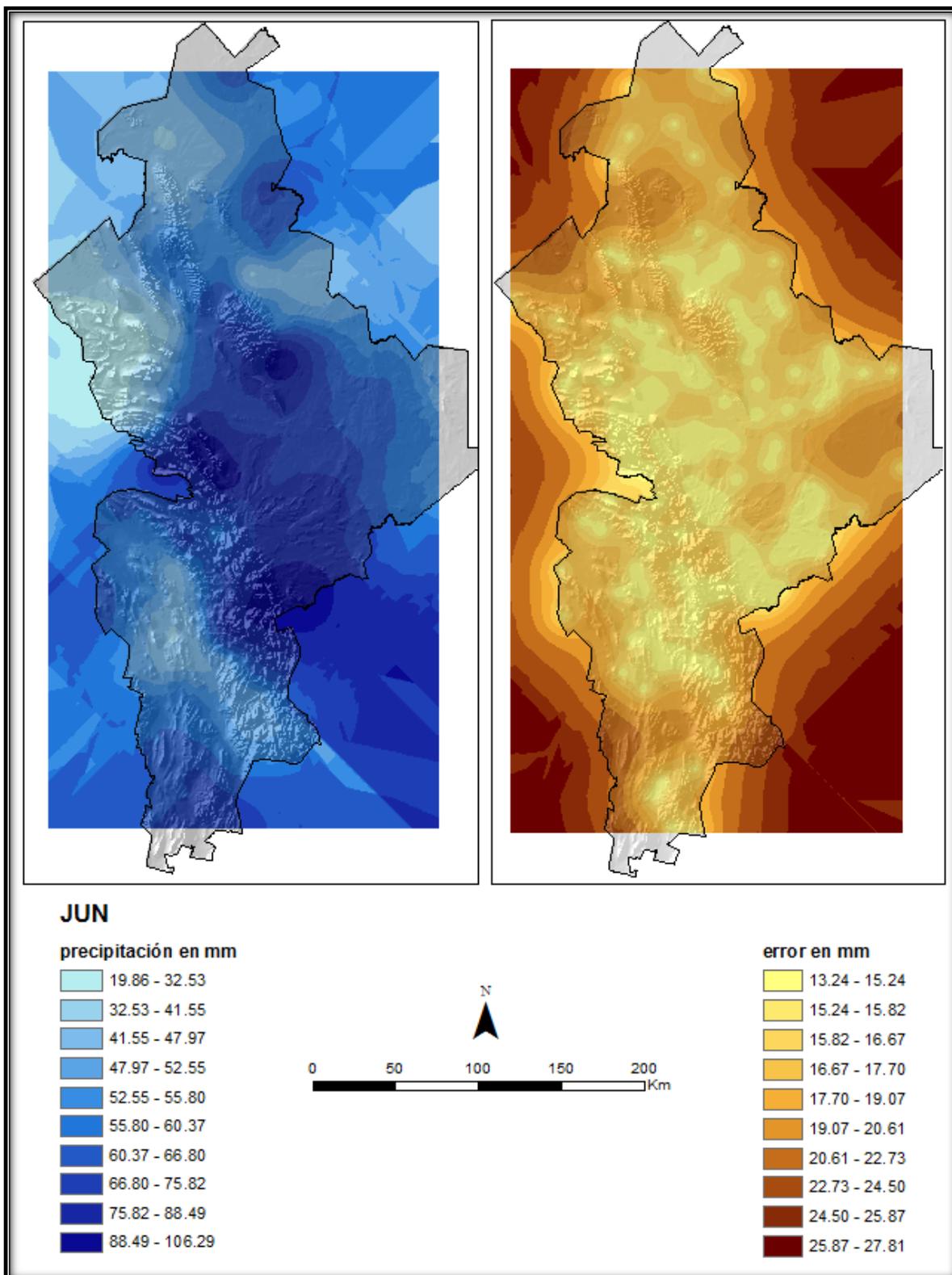


Figura III.5.6 Superficies estimada y del error de la estimación de los datos de precipitación media mensual de **JUNIO** utilizando kriging ordinario.

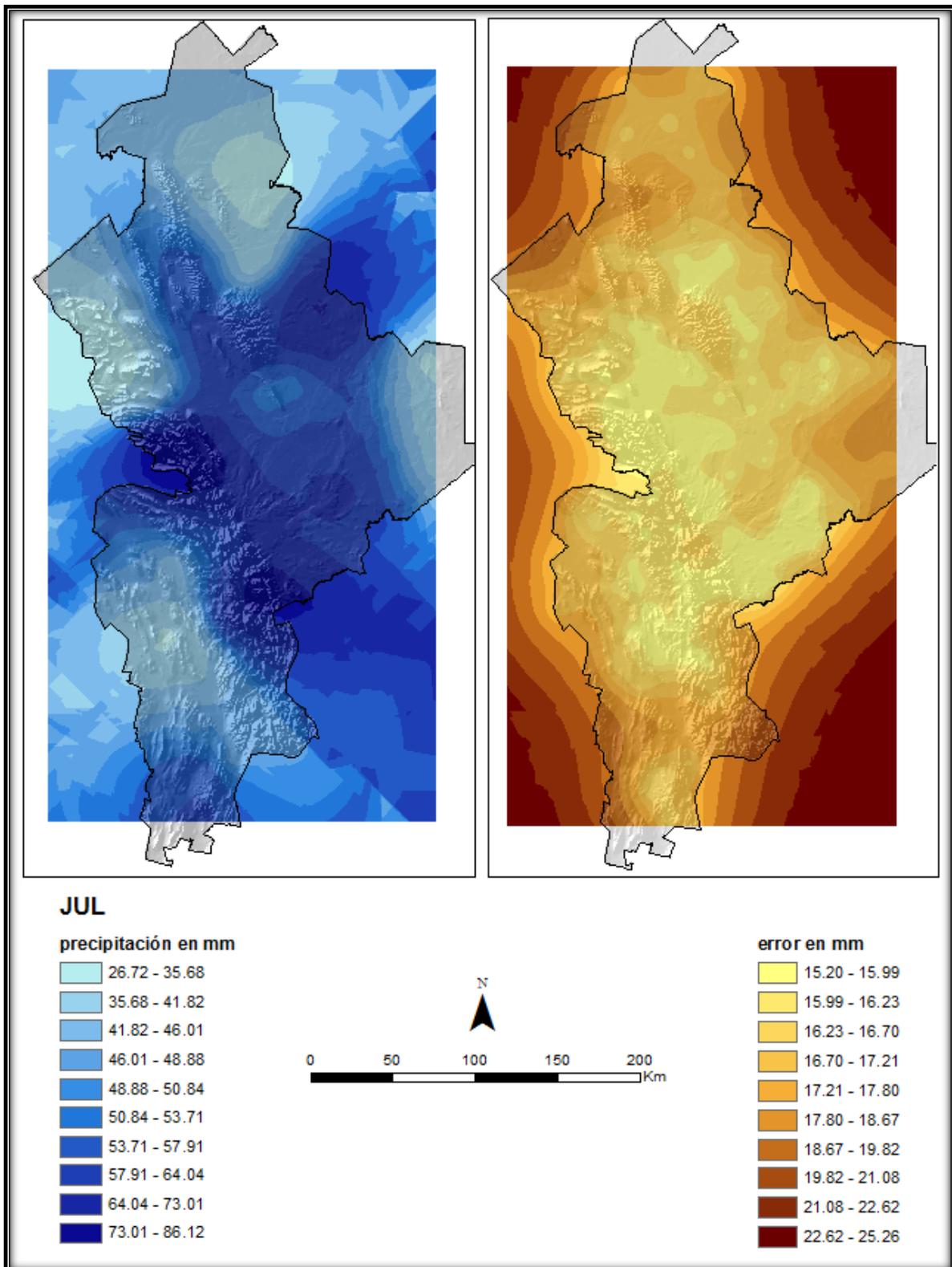


Figura III.5.7 Superficies estimada y del error de la estimación de los datos de precipitación media mensual de **JULIO** utilizando kriging ordinario.

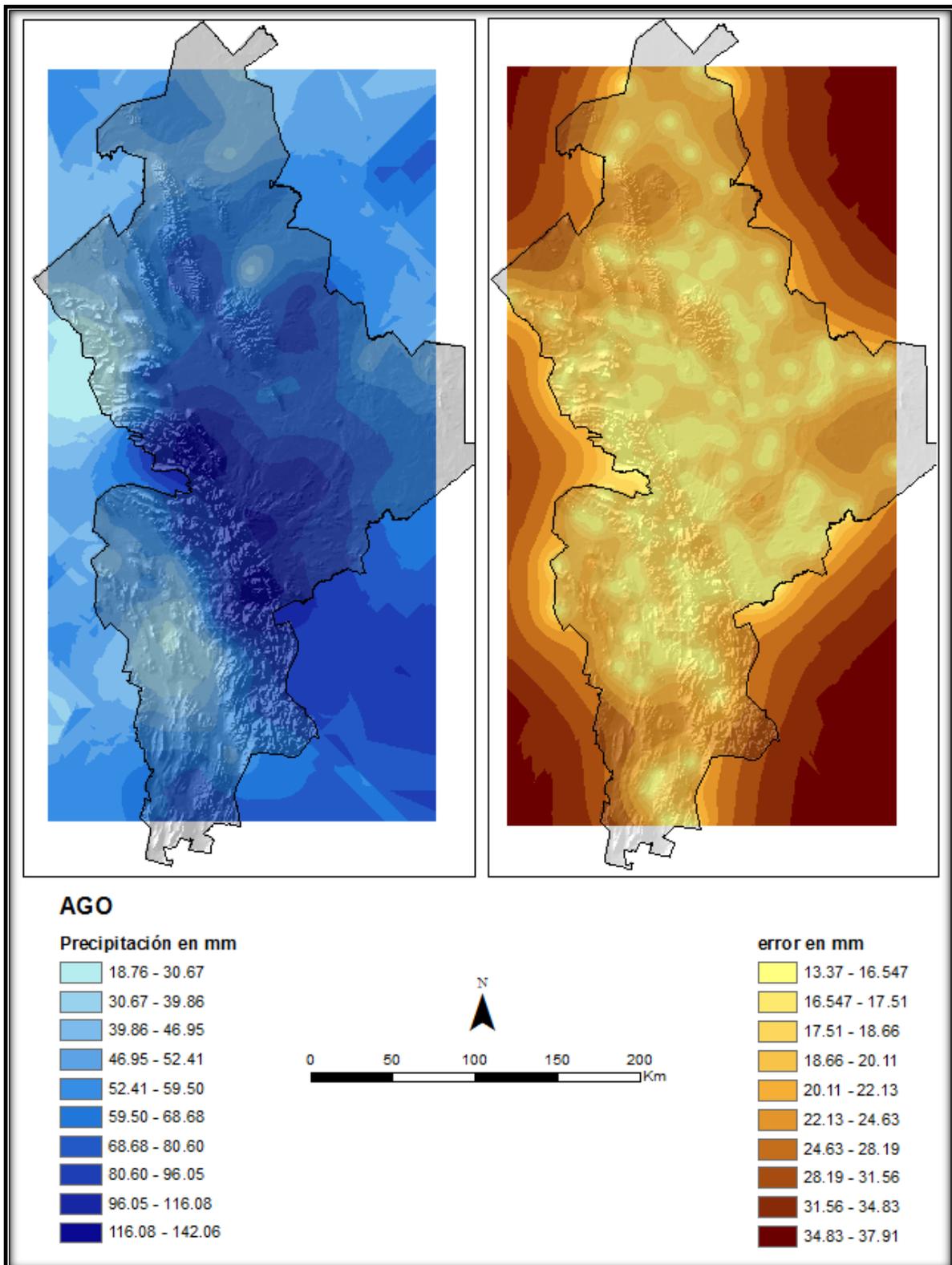


Figura III.5.8 Superficies estimada y del error de la estimación de los datos de precipitación media mensual de **AGOSTO** utilizando kriging ordinario.

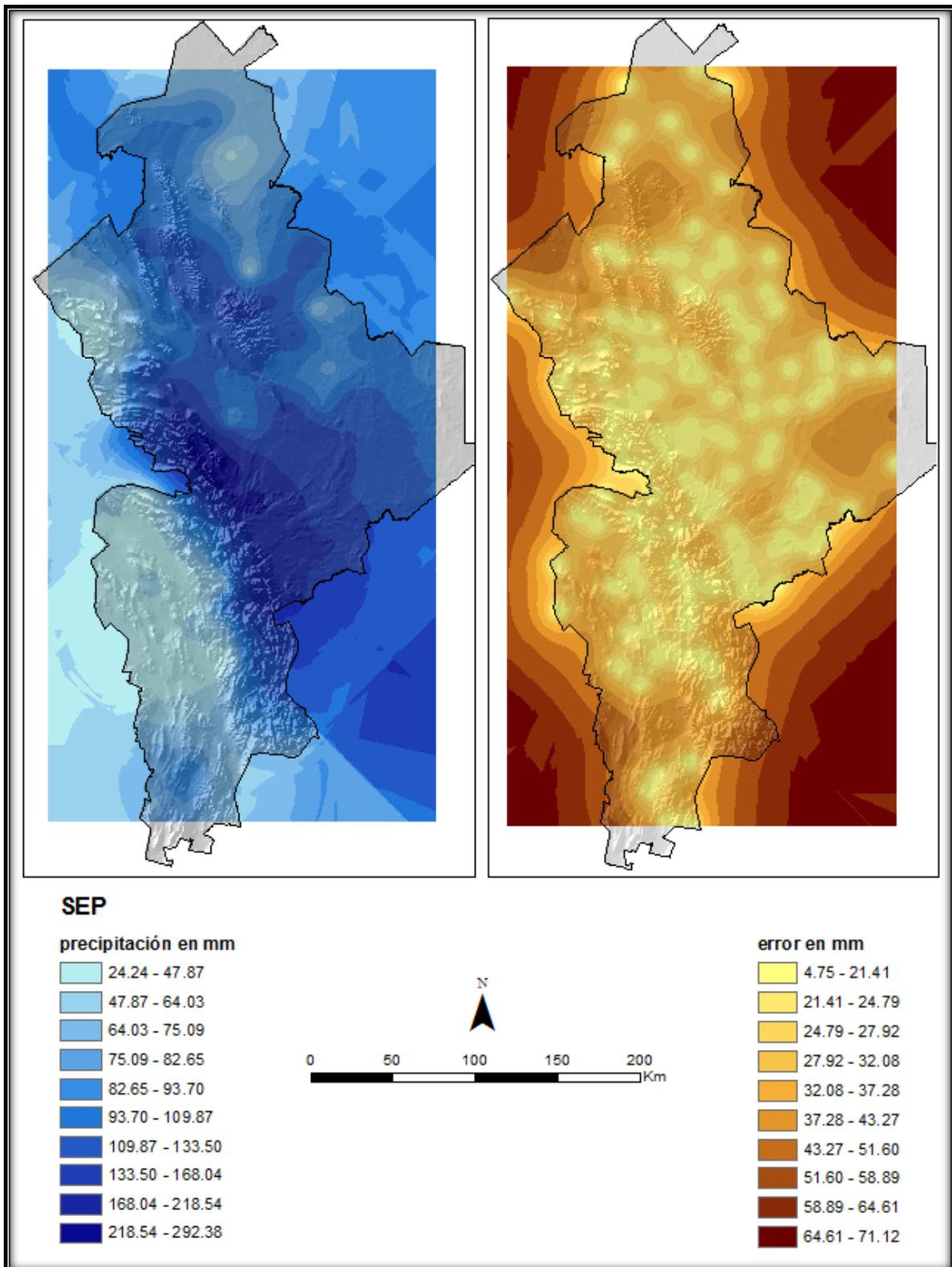


Figura III.5.9 Superficies estimada y del error de la estimación de los datos de precipitación media mensual de **SEPTIEMBRE** utilizando kriging ordinario.

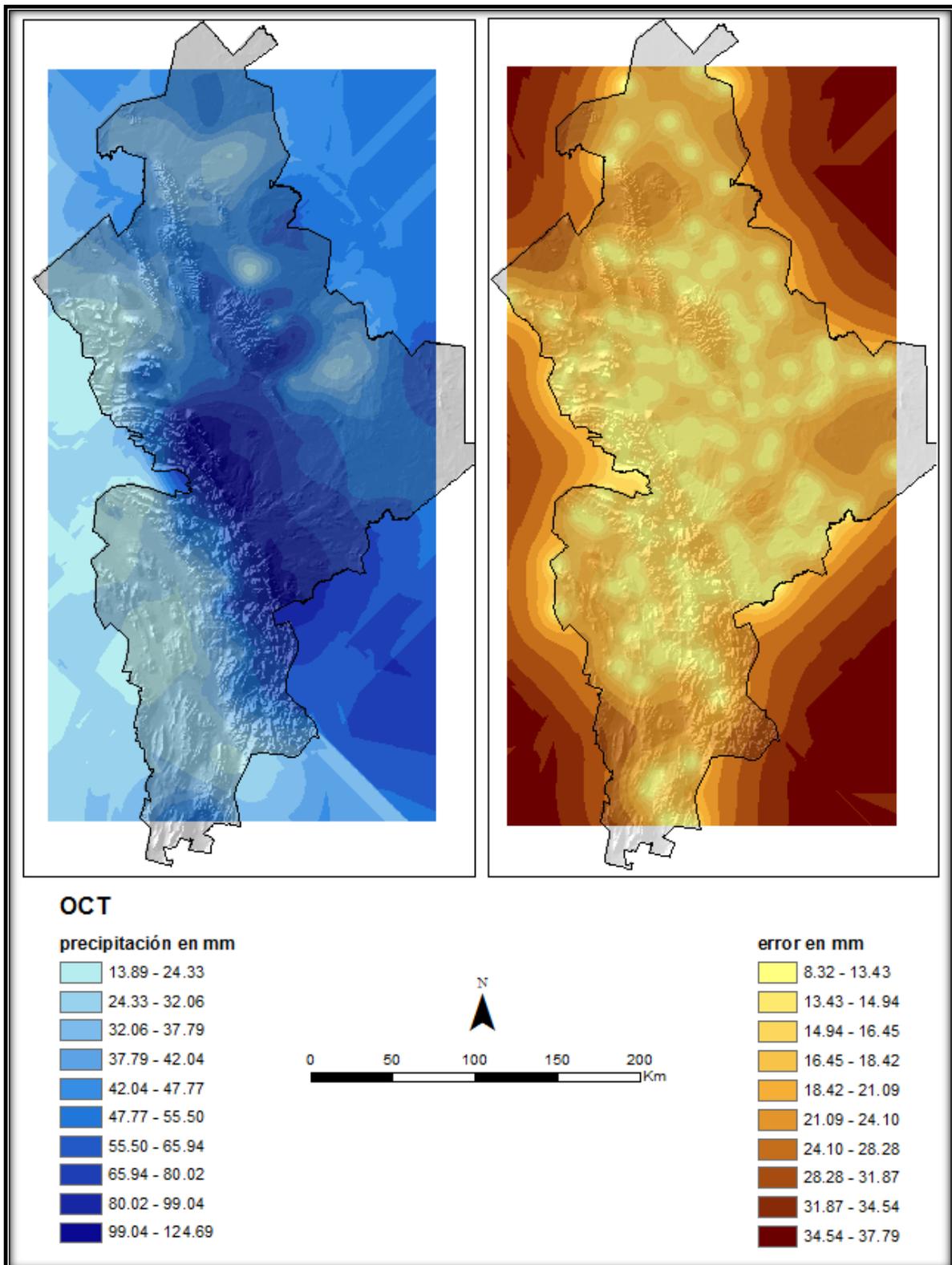


Figura III.5.10 Superficies estimada y del error de la estimación de los datos de precipitación media mensual de **OCTUBRE** utilizando kriging ordinario.

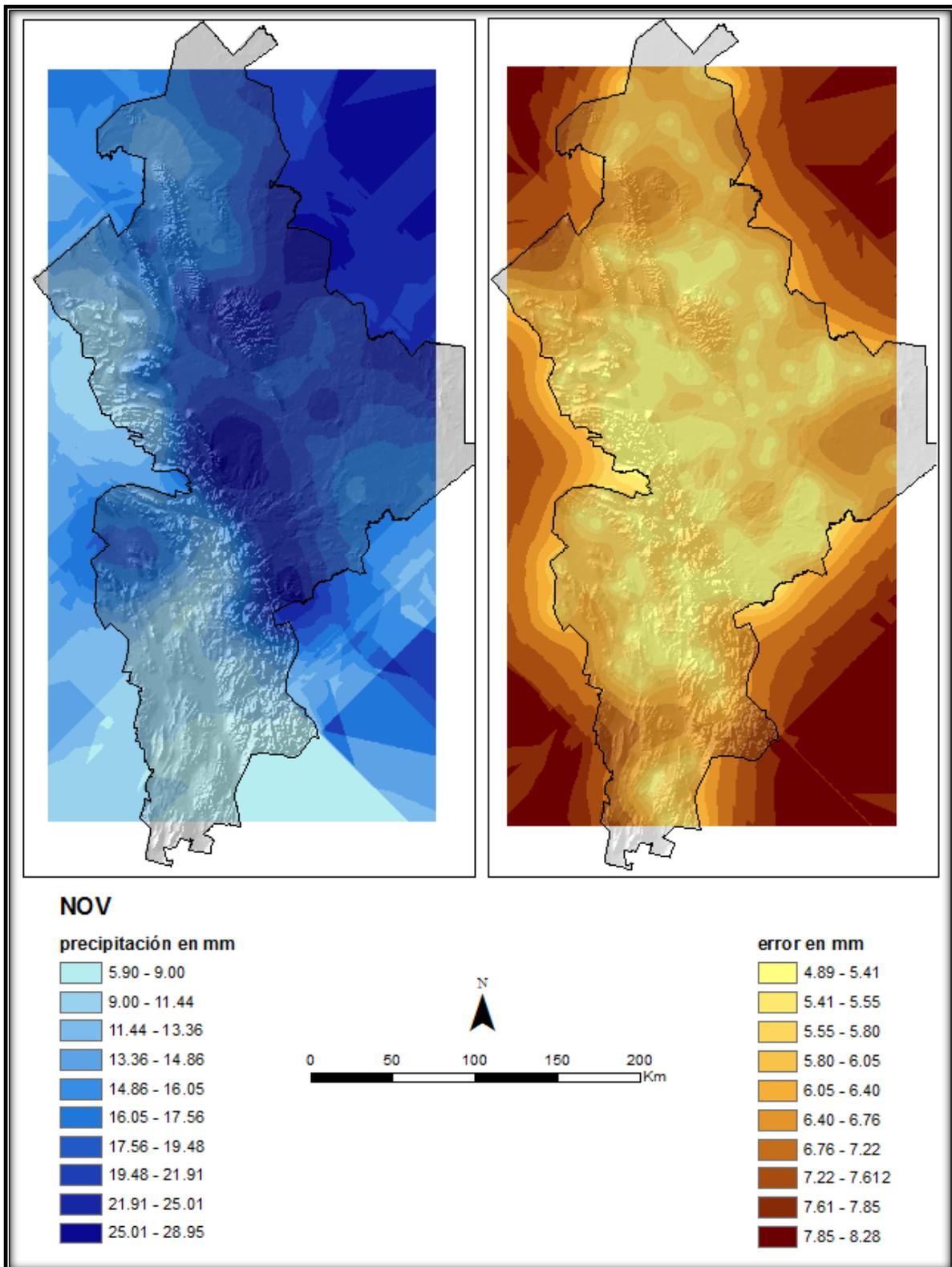


Figura III.5.11 Superficies estimada y del error de la estimación de los datos de precipitación media mensual de **NOVIEMBRE** utilizando kriging ordinario.

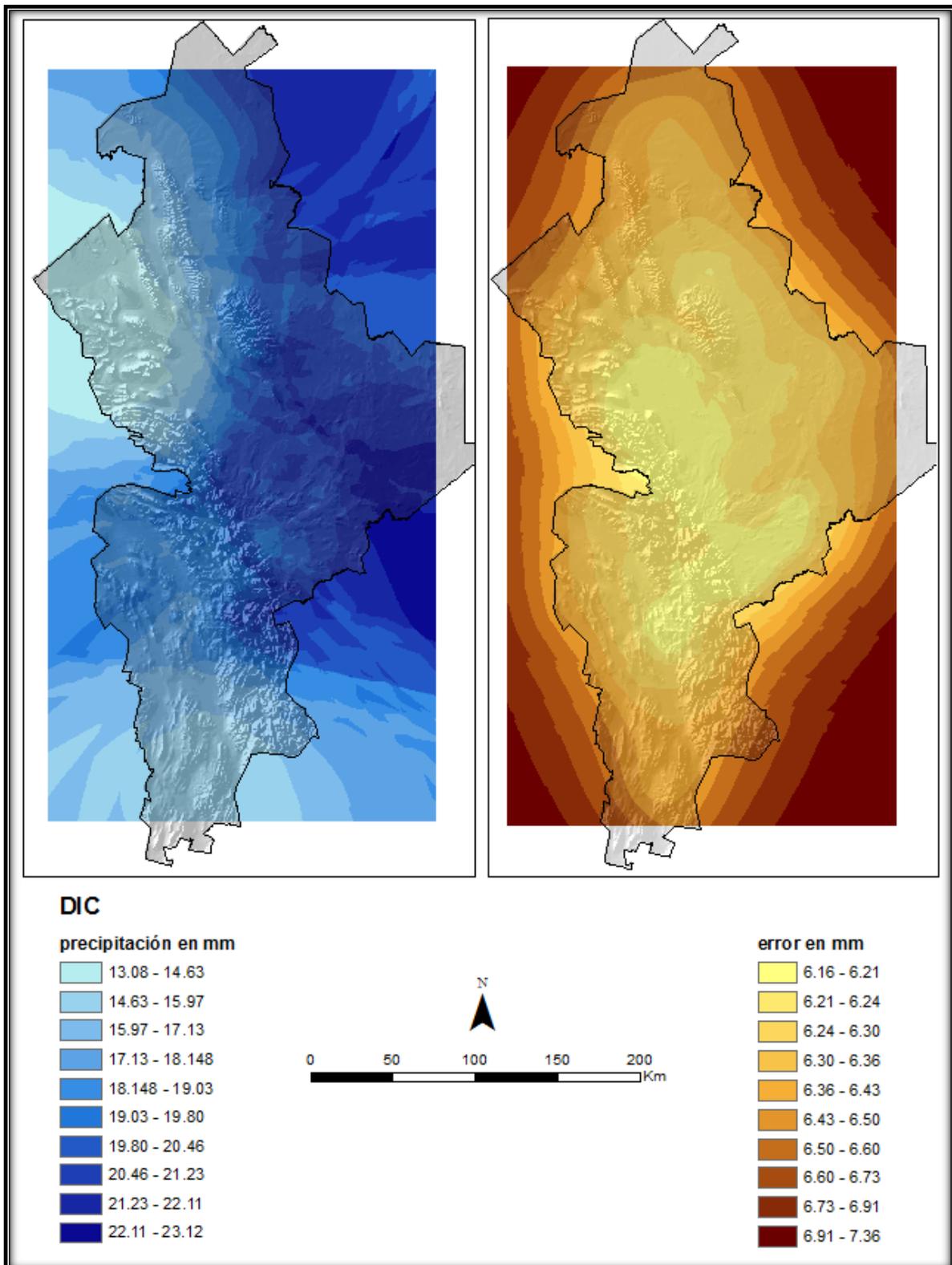


Figura III.5.12 Superficies estimada y del error de la estimación de los datos de precipitación media mensual de **DICIEMBRE** utilizando kriging ordinario.

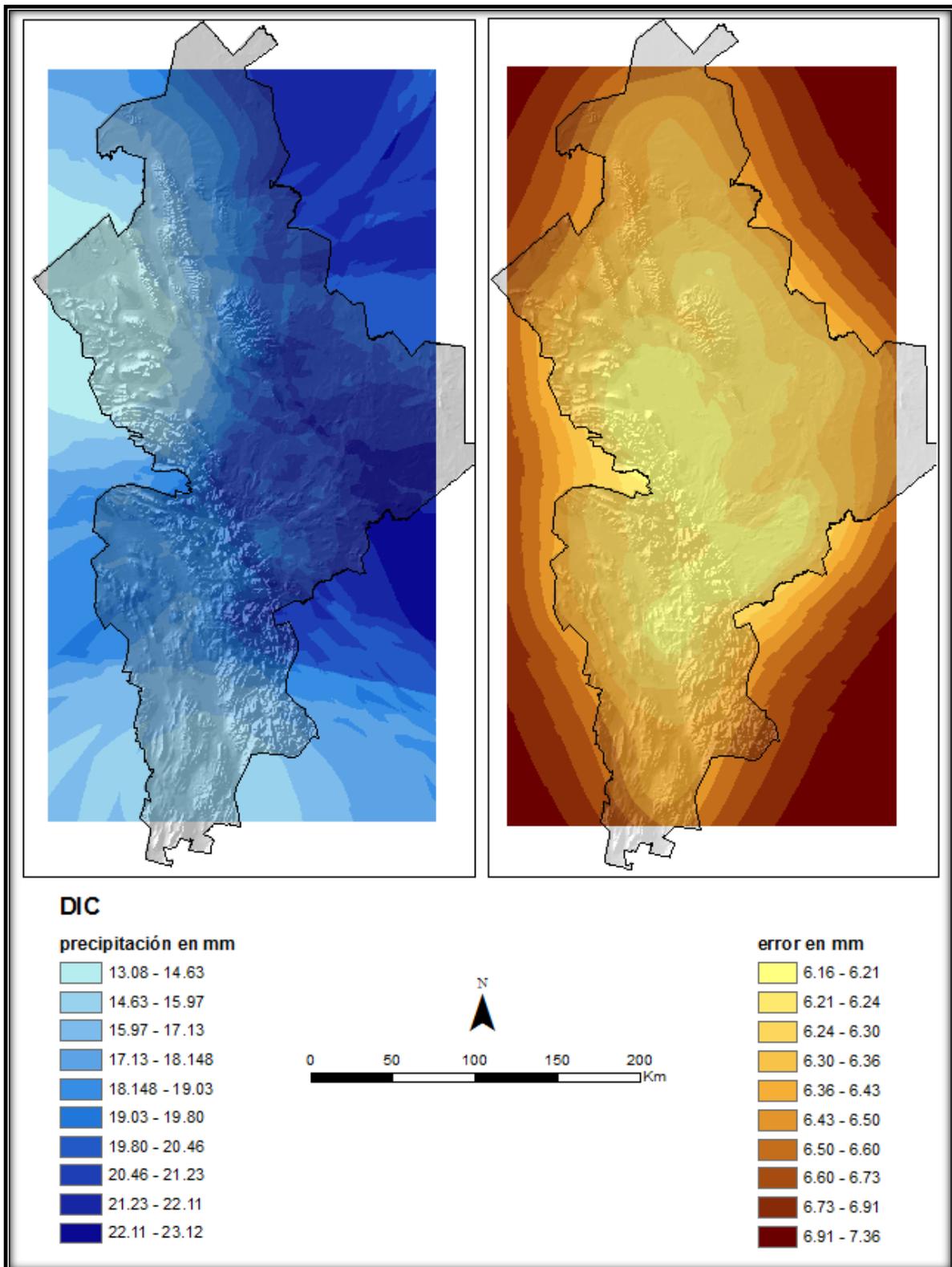


Figura III.5.13 Superficies estimada y del error de la estimación de los datos de precipitación media anual (*PMA*) utilizando kriging ordinario.

Anexo III.6

Superficies estimadas con el método
cokriging ordinario (CoK)

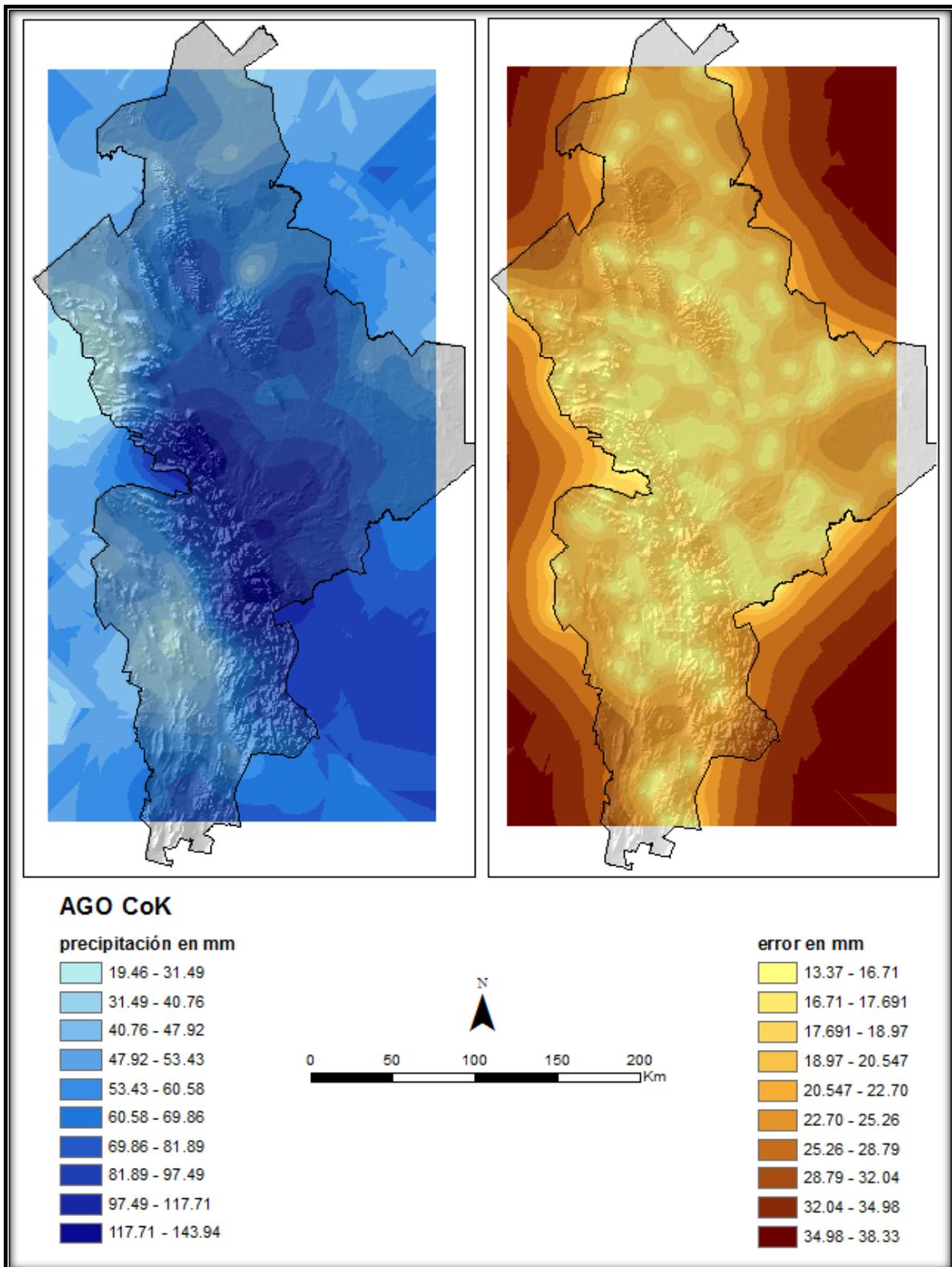


Figura III.6.1 Superficies estimada y del error de la estimación de los datos de precipitación media mensual de **AGOSTO** utilizando cokriging ordinario.

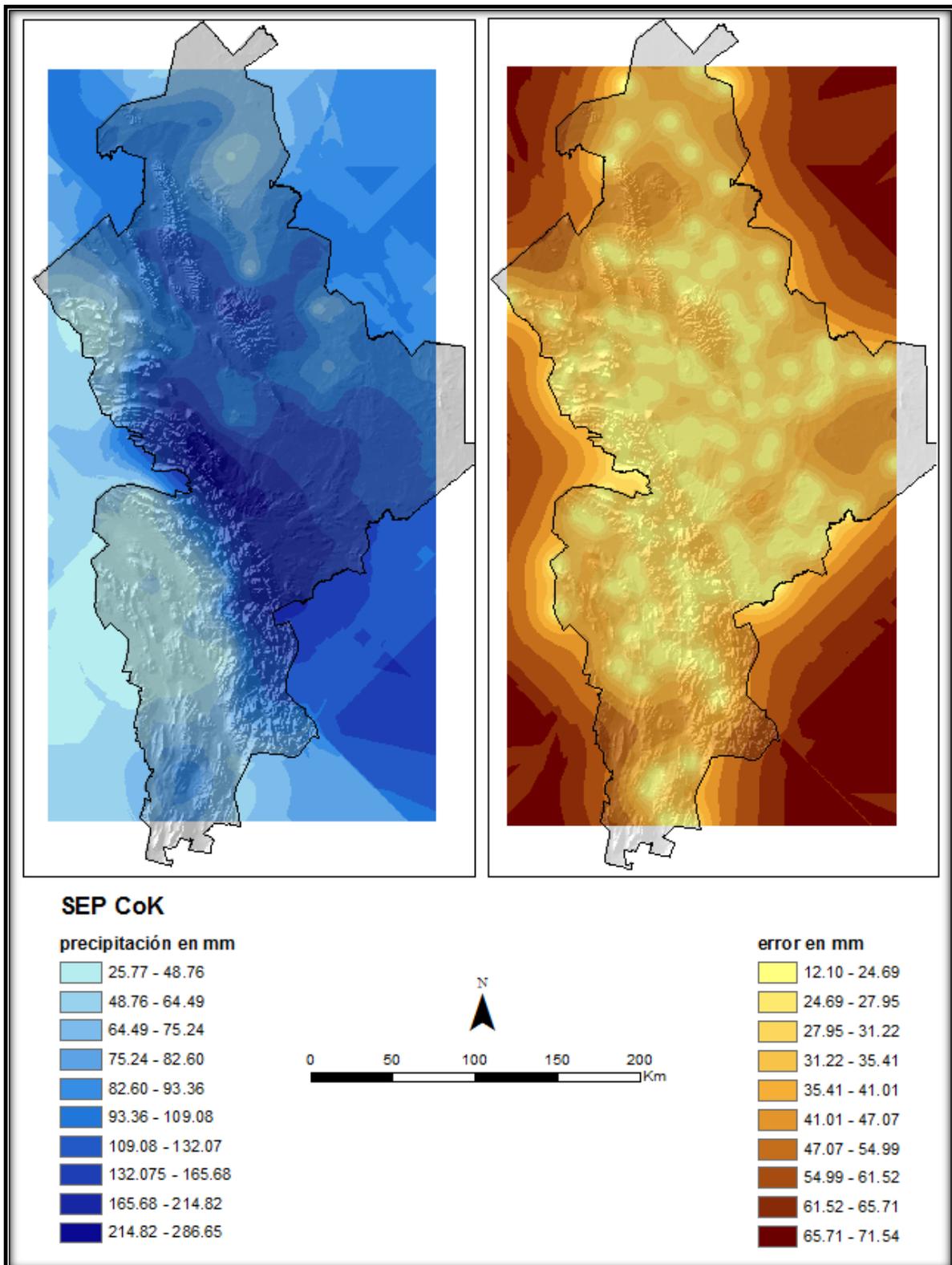


Figura III.6.2 Superficies estimada y del error de la estimación de los datos de precipitación media mensual de **SEPTIEMBRE** utilizando cokriging ordinario.

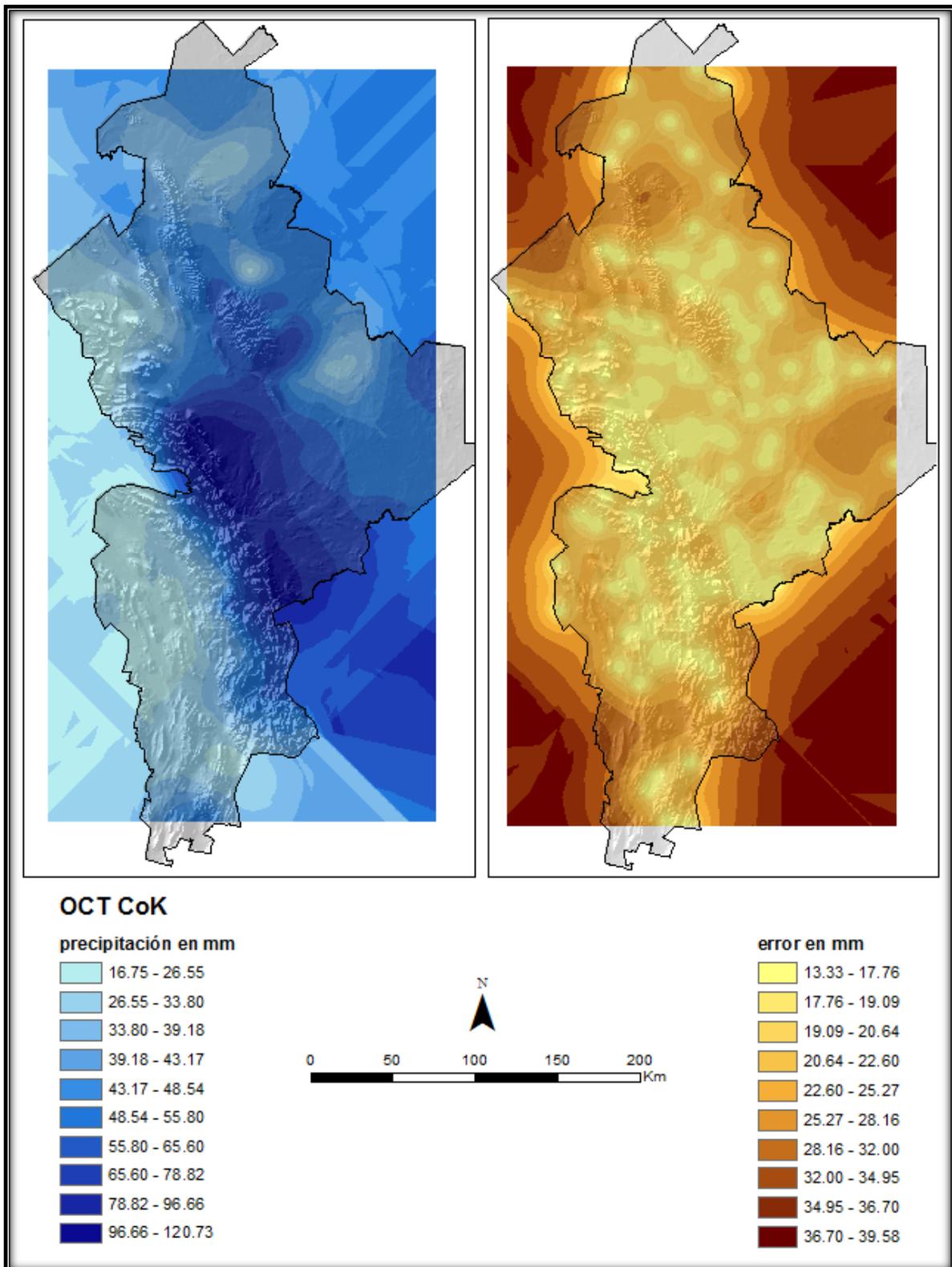


Figura III.6.3 Superficies estimada y del error de la estimación de los datos de precipitación media mensual de **OCTUBRE** utilizando cokriging ordinario.

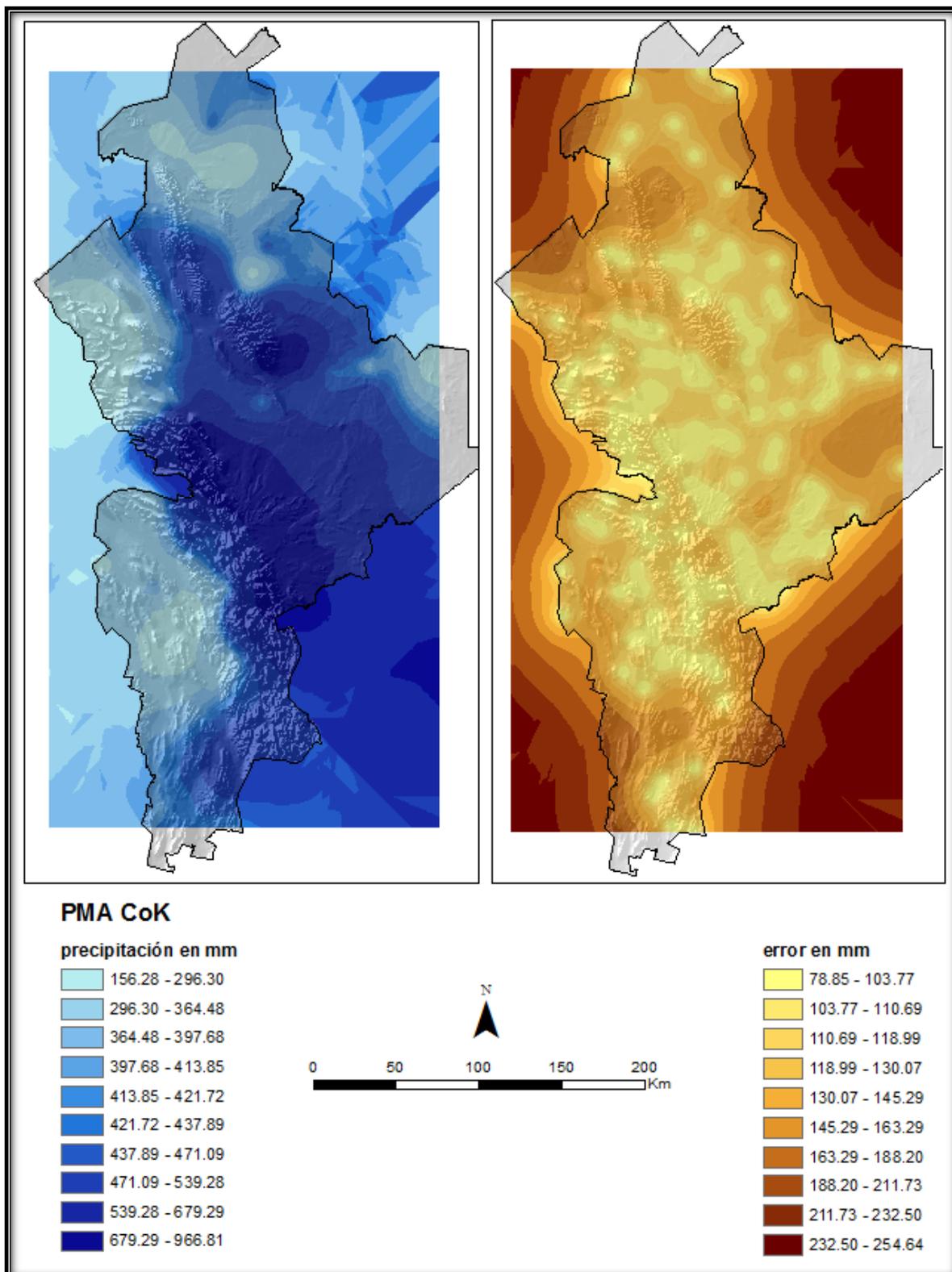


Figura III.6.4 Superficies estimada y del error de la estimación de los datos de precipitación media anual (*PMA*) utilizando cokriging ordinario.

Anexo III.7

Superficies estimadas con el método de distancias inversas ponderadas (IDW)

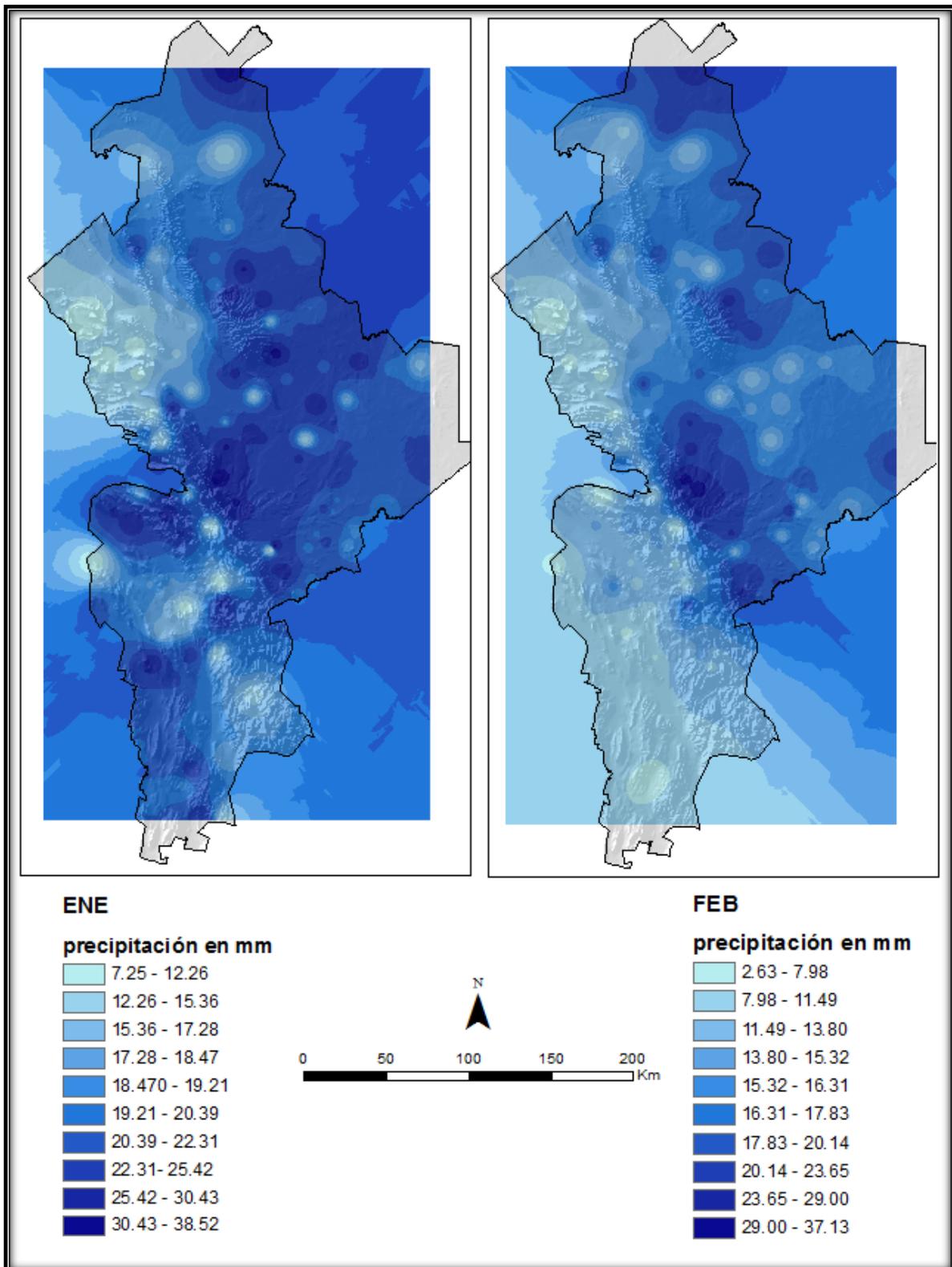


Figura III.7.1 Superficies estimadas de los datos de precipitación media mensual de **ENERO** y **FEBRERO** utilizando distancias inversas ponderadas.

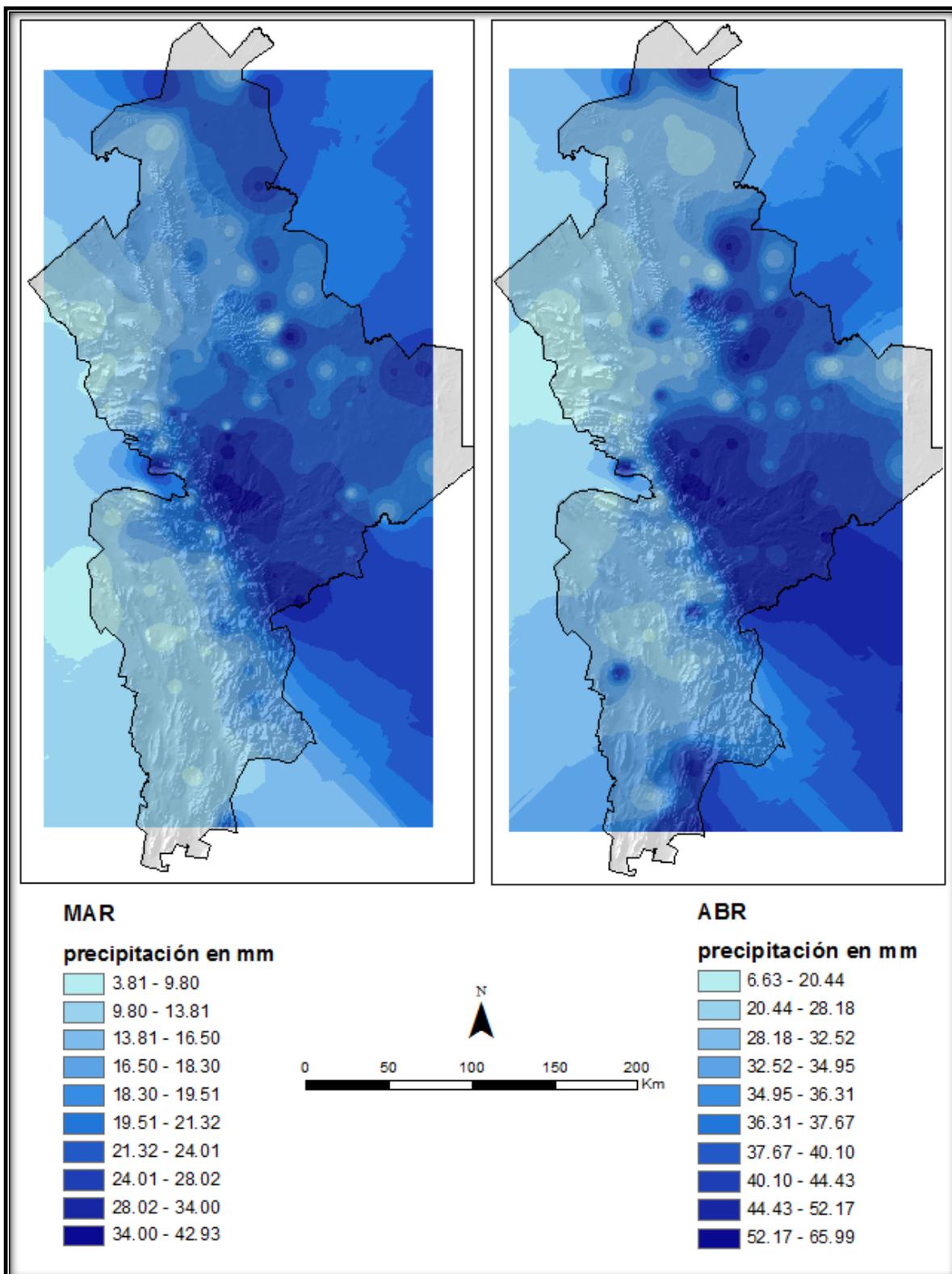


Figura III.7.2 Superficies estimadas de los datos de precipitación media mensual de **MARZO** y **ABRIL** utilizando distancias inversas ponderadas.

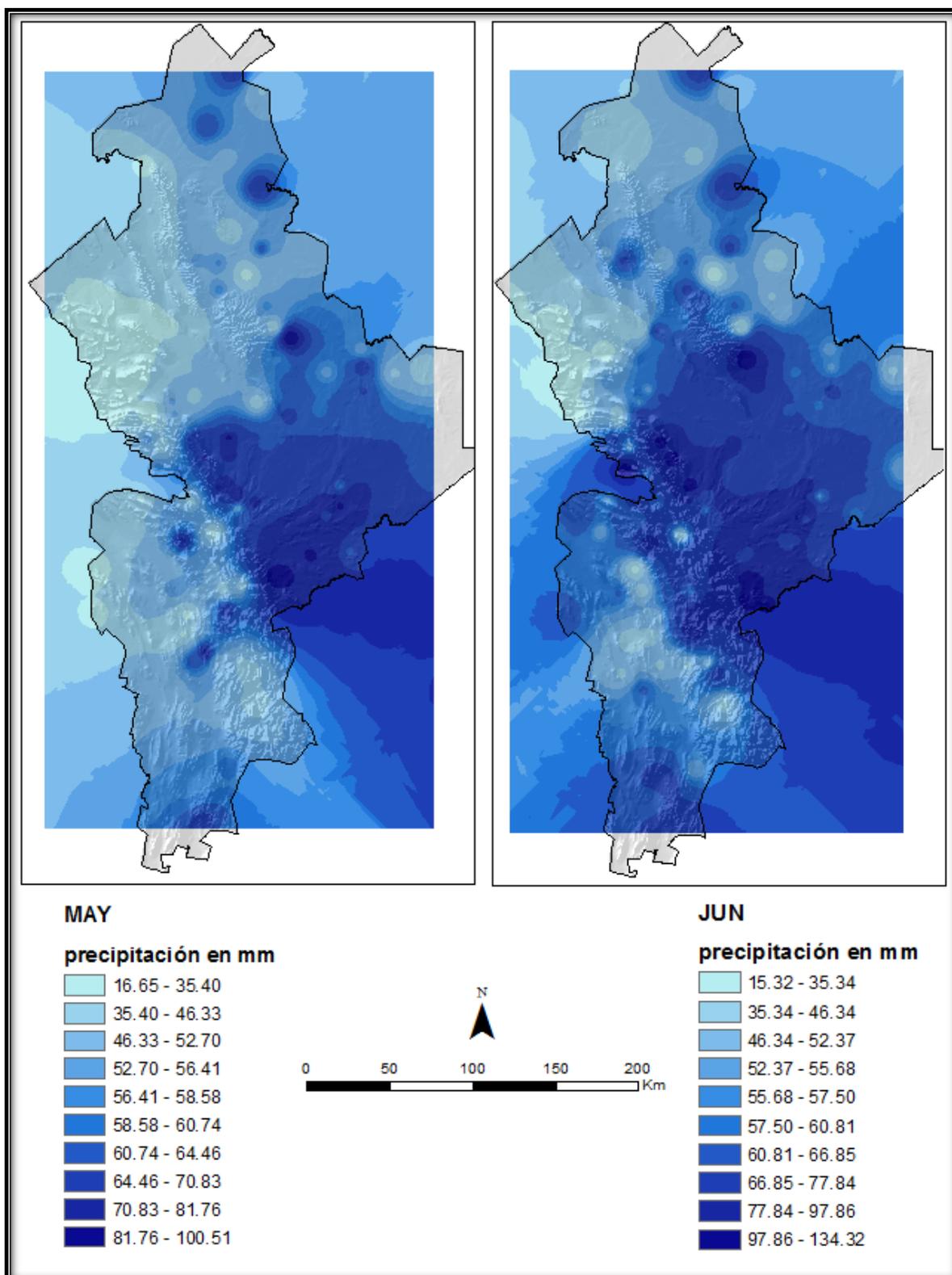


Figura III.7.3 Superficies estimadas de los datos de precipitación media mensual de **MAYO** y **JUNIO** utilizando distancias inversas ponderadas.

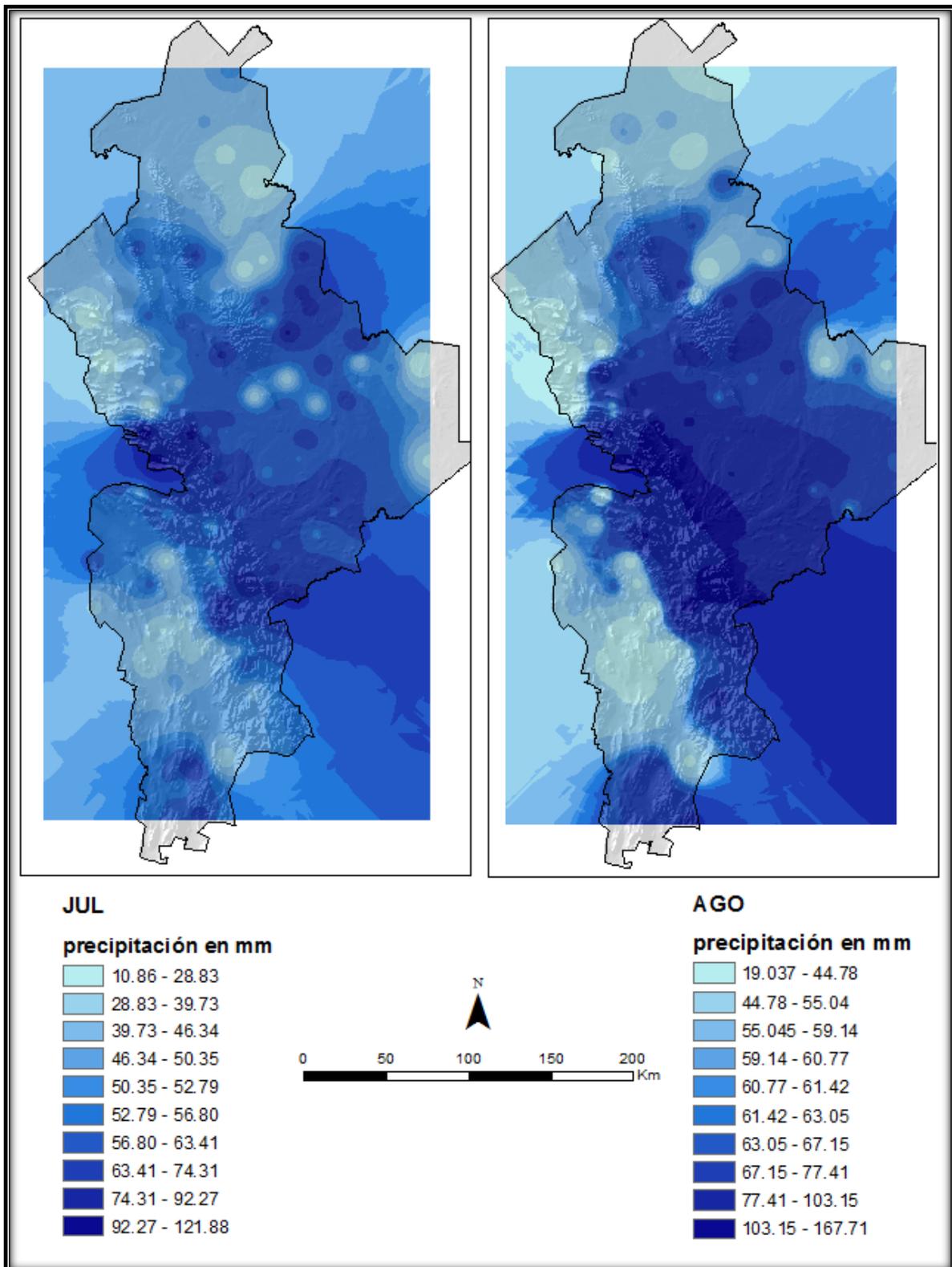


Figura III.7.4 Superficies estimadas de los datos de precipitación media mensual de **JULIO** y **AGOSTO** utilizando distancias inversas ponderadas.

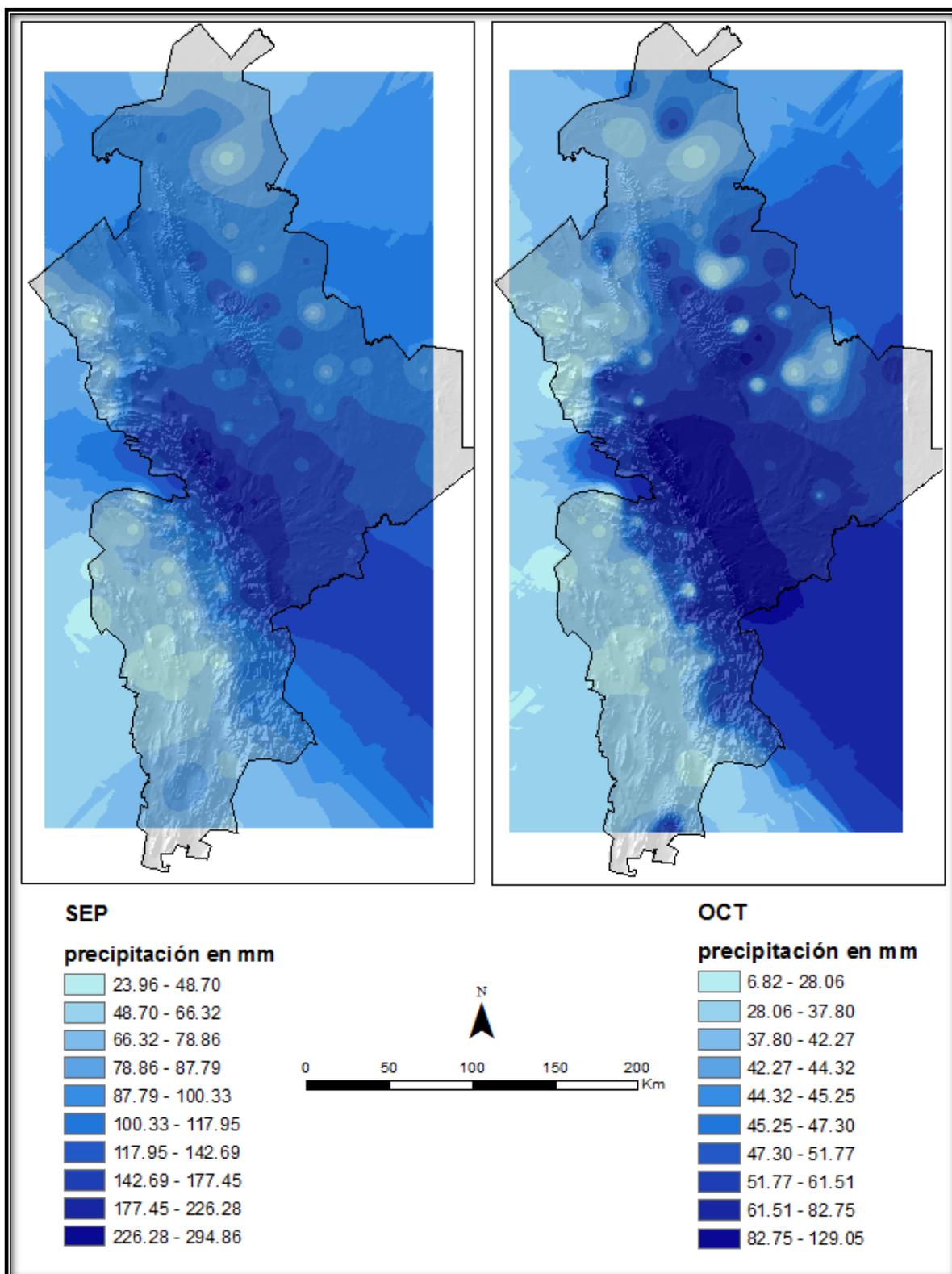


Figura III.7.5 Superficies estimadas de los datos de precipitación media mensual de **SEPTIEMBRE** y **OCTUBRE** utilizando distancias inversas ponderadas.

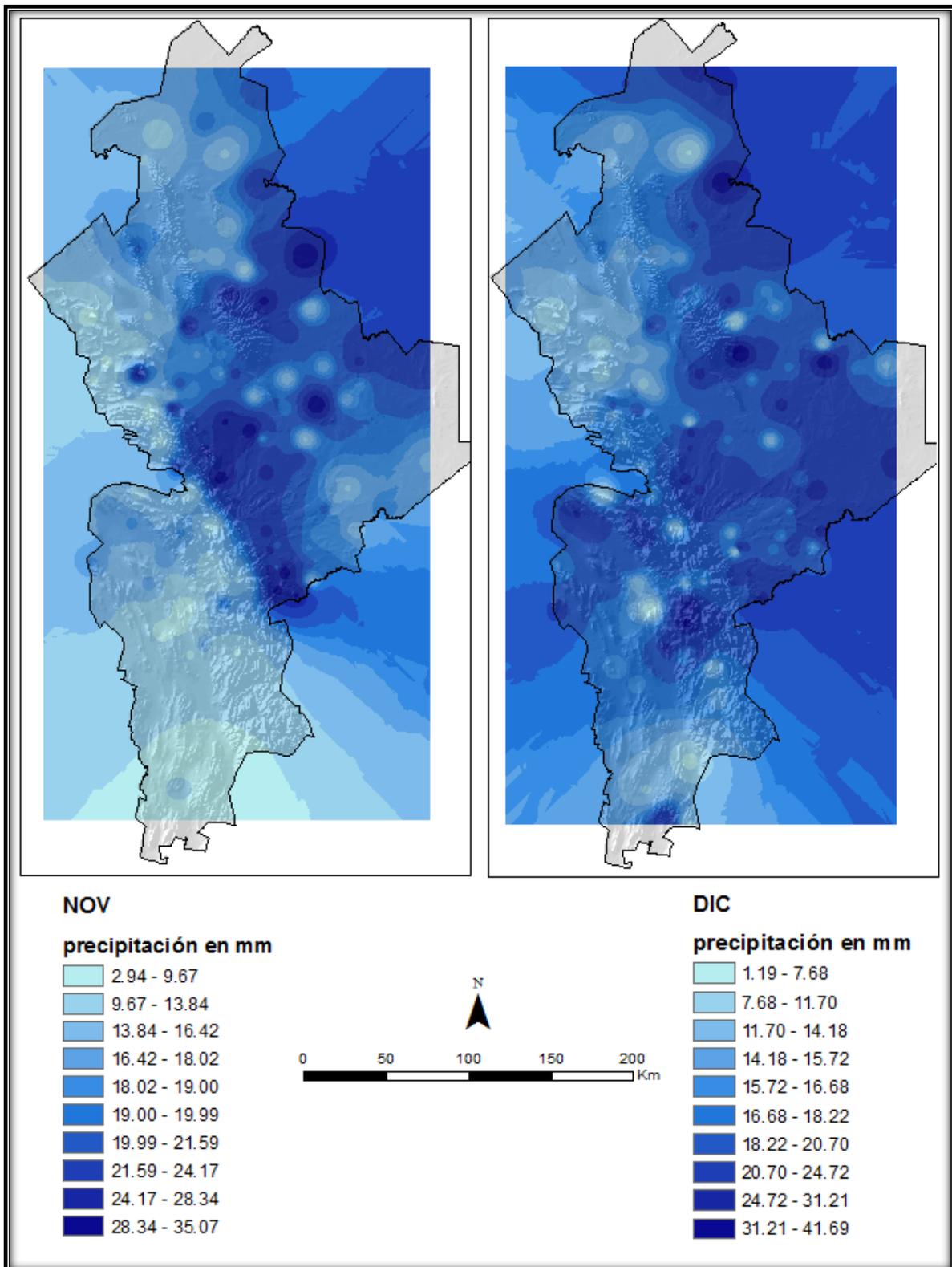


Figura III.7.6 Superficies estimadas de los datos de precipitación media mensual de **NOVIEMBRE** y **DICIEMBRE** utilizando distancias inversas ponderadas.

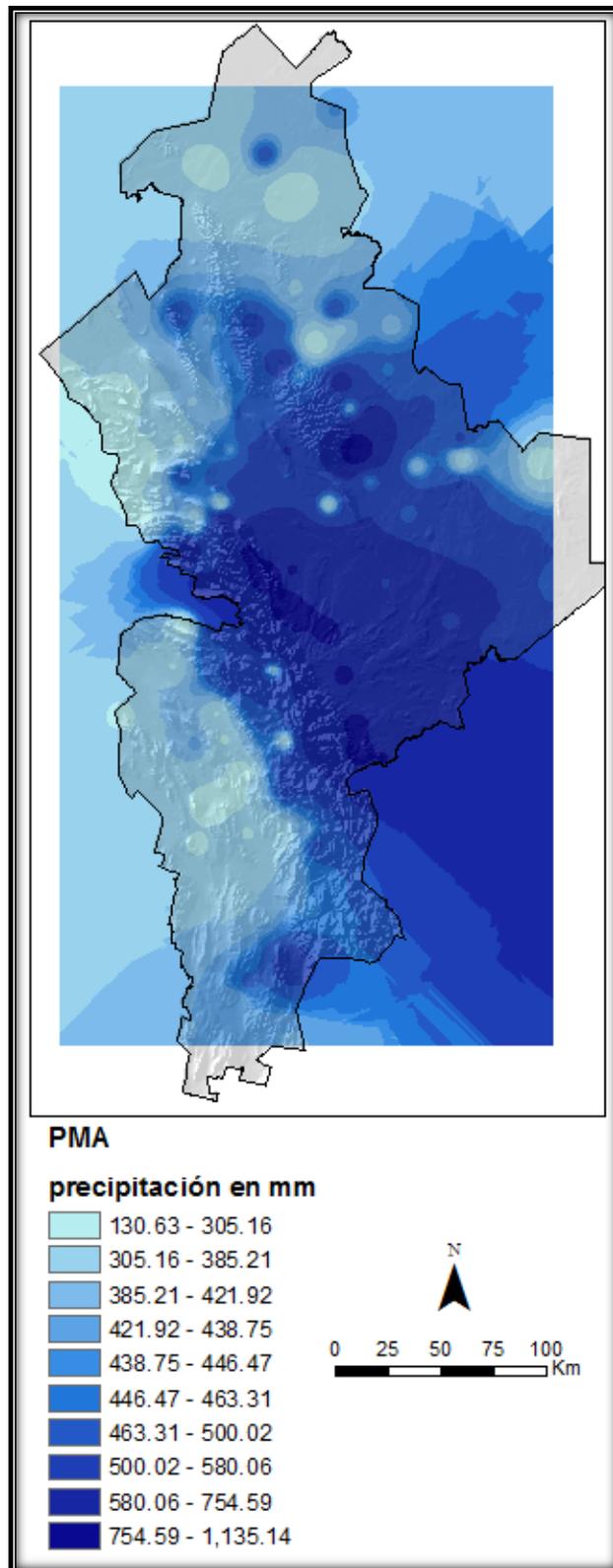


Figura III.7.7 Superficies estimadas de los datos de precipitación media anual (*PMA*) utilizando distancias inversas ponderadas.