



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

**FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES
"ARAGÓN"**

**SIMULACIÓN Y CÁLCULO DE DISTANCIAS
DIELÉCTRICAS PARA ELECTRODOS SUMERGIDOS
EN ACEITE AISLANTE, UTILIZANDO EL MÉTODO
DE ELEMENTO FINITO (MEF).**

T E S I S

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
INGENIERO MECÁNICO ELECTRICISTA**

P R E S E N T A :

ADOLFO SANTIAGO MARTÍNEZ

ASESOR: M. en C. RODRIGO OCÓN VALDEZ





Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



Facultad de Estudios Superiores Aragón

DIRECCIÓN

ADOLFO SANTIAGO MARTINEZ

Presente

Con fundamento en el punto 6 y siguientes, del Reglamento para Exámenes Profesionales en esta Facultad, y toda vez que la documentación presentada por usted reúne los requisitos que establece el precitado Reglamento; me permito comunicarle que ha sido aprobado su tema de tesis y asesor.

TÍTULO:

"SIMULACIÓN Y CÁLCULO DE DISTANCIAS DIELECTRICAS PARA ELECTRODOS SUMERGIDOS EN ACEITE AISLANTE, UTILIZANDO EL MÉTODO DE ELEMENTO FINITO (MEF)".

ASESOR: M. en C. RODRIGO OCÓN VALDEZ

Aprovecho la ocasión para reiterarle mi distinguida consideración.


Atentamente
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"

Nezahualcóyotl, Estado de México a 12 de abril de 2010.

EL DIRECTOR

M. en I. GILBERTO GARCÍA SANTAMARÍA GONZÁLEZ



 C p Secretaría Académica
C p Jefatura de Carrera de Ingeniería Mecánica Eléctrica
C p Asesor de Tesis

GGSG/JGPO/vr 



CONTENIDO

I. Introducción.	1
II. Objetivos.	4
Capítulo 1. Conceptos básicos.	5
1.1 Leyes y ecuaciones fundamentales de electromagnetismo (ecuaciones de Maxwell).	5
1.2 Campos eléctricos.	7
1.3 Ley de Coulomb.	9
1.4 Ley de gauss.	13
1.5 Capacitancia.	14
1.6 Dieléctricos.	16
1.7 Propiedades dieléctricas de los materiales.	22
1.8 Rigidez y ruptura dieléctrica.	25
Capítulo 2. Aislamientos sumergidos en aceite.	28
2.1 Breve reseña de los aislamientos.	28
2.2 Características del aceite aislante.	28
2.2.1 Propiedades.	29
2.2.2 Factores causantes de la degradación.	30
2.3 Tipos de materiales aislantes utilizados en maquinas eléctricas.	31
2.4 Campos acumulativos.	35
2.5 Diseño de aislamientos.	38
2.5.1 La función de los aislamientos sólidos en transformadores.	38
2.5.2 Rigidez dieléctrica de ductos aceite	41
2.6 Pruebas y parámetros del aceite dieléctrico.	42
2.7 Aplicaciones en diseño de maquinas eléctricas y transformadores.	50
Capítulo 3. El método de elementos finitos.	54
3.1 Los métodos numéricos en la solución de problemas en ingeniería.	54
3.2 El método de elementos finitos en ingeniería eléctrica.	56
3.3 Definición del método de elementos finitos.	58
3.4 Metodología básica en la solución de problemas con elemento finito.	60
3.5 La solución de campos electromagnéticos.	63
3.6 Software de simulación Maxwell 2D SV	65
Capítulo 4. Ejemplos de cálculo analítico de configuraciones simples.	69
4.1 Campo eléctrico entre dos cargas puntuales.	69
4.2 Campo eléctrico entre dos placas paralelas.	70
Caso 1: Sumergidas en aceite aislante.	70
Caso 2: Con aislamiento sólido y sumergidas en aceite aislante.	72
4.3 Campo eléctrico de una esfera.	74
4.4 Campo eléctrico entre dos esferas.	74

4.5 Campo eléctrico entre esfera y pared plana.	77
4.6 Campo eléctrico en cilindros coaxiales.	80
Caso 1: Sumergidos en aceite aislante.	80
Caso 2: Con aislamiento sólido y sumergidos en aceite aislante.	80
Capítulo 5. Cálculo de configuraciones de electrodos típicas.	84
5.1 Cálculo de la distancia entre la bobina de un transformador y la pared del tanque.	84
5.1.1 Valores y cálculos iniciales del transformador.	85
5.1.2 Primeros resultados del transformador.	86
5.1.3 Análisis de los resultados iniciales y cálculos finales del transformador.	86
5.1.4 Resultados finales del transformador.	88
5.2 Cálculo de distancias para un reactor tipo columna.	89
Caso 1: Reactor con blindaje.	91
5.2.1 Valores y cálculos iniciales del reactor.	91
5.2.2 Primeros resultados del reactor.	91
5.2.3 Análisis de los resultados iniciales y cálculos finales del reactor.	92
5.2.4 Resultados finales del reactor.	92
Caso 2: Reactor sin blindaje.	94
5.2.5 Datos y cálculos del reactor sin blindaje.	94
5.2.6 Análisis de resultados del reactor sin blindaje.	94
III. Conclusiones.	97
IV. Referencias.	99

I. INTRODUCCIÓN.

En toda industria, donde la maquinaria funciona y se mueve mediante energía eléctrica, esta maquinaria se encuentra a veces sometida a tensiones mucho mayores que la normal de servicio.

Por eso las líneas y los aparatos del sistema tienen que estar contruidos de manera que puedan soportar esto, sin perjuicio del funcionamiento normal, estas sobretensiones o tensiones anormales tienen diferentes causas de origen, algunas pueden ser atmosféricas (causadas generalmente por la caída de un rayo) o internas (mejor conocidos como de maniobra), los cuales se generan por las maniobras realizadas dentro del sistema como el accionamiento ó desconexión de interruptores.

Estas sobretensiones ó tensiones anormales generan campos eléctricos y descargas que pueden destruir o averiar seriamente el material ó equipo, por lo cual es de suma importancia el calcular las distancias de aislamiento ó distancias dieléctricas de la manera mas exacta posible ya que una distancia menor a la requerida en el diseño de algún equipo o sistema eléctrico, generaría muchas perdidas económicas y el personal que labore dentro correría grave peligro, y de la misma manera, el construir o diseñar algún sistema o equipo con distancias de aislamiento exageradamente grandes, generaría perdidas económicas notorias y un dimensionamiento mucho mayor.

Por esto, se requiere de analizar las condiciones de todo sistema eléctrico que se pretenda construir. El análisis y estudio de campos eléctricos de manera real, es algo sumamente costoso y complicado que puede averiar a los instrumentos que se operan, por esto, han surgido una gran cantidad de herramientas las cuales generan simulaciones de situaciones reales en la industria con resultados aproximados muy cercanos a los reales, además de su simplicidad para operarlos. Este tipo de herramientas son de gran utilidad ya que se puede estudiar ó simular una situación especifica las veces que sea necesario para así tener la certeza de evitar errores a la hora de implementar algún sistema eléctrico, de modo que son herramientas muy eficientes y económicas que todo ingeniero hoy en día necesita conocer y utilizar para su estudio y aplicaciones en la vida real.

La simulación por computadora es una de las técnicas más comúnmente usadas hoy en día ya que permite analizar grandes problemas complejos para los que no están disponibles soluciones analíticas. De hecho, la mayoría de los problemas del mundo real encajan en esta categoría por lo que la simulación proporciona una alternativa práctica. Como con cualquier forma de simulación, la simulación por computadora permite que el ingeniero experimente con muchas opciones y argumentos diferentes sin cambiar o experimentar realmente con el sistema existente real.

Otras de las ventajas de la simulación por computadora es la optimización de tiempo. Por ejemplo, usted puede estudiar el impacto a largo plazo de una política para un banco durante todo un año en una simulación por computadora que dura unos cuantos minutos. La

alternativa de implantar realmente la política y observar sus resultados en un año tal vez no sea práctica.

Algunas técnicas analíticas requieren de experiencia matemática sofisticada, tanto para utilizarlas como para comprenderlas. Una simulación por computadora puede requerir poca cantidad de matemáticas complejas y por lo tanto, puede ser intuitivamente más comprensible. Por esta razón, la simulación por computadora puede usarse aún cuando el problema pueda analizarse usando técnicas matemáticas.

El método de los elementos finitos (MEF en español o FEM en inglés) es un método numérico general para la aproximación de soluciones de ecuaciones diferenciales parciales muy utilizado en diversos problemas de ingeniería y física.

El método de elementos finitos fue formulado por primera vez por el físico suizo Walter Ritz (1878-1909), el propuso que las frecuencias de las líneas espectrales de los átomos podrían ser expresadas por diferencias entre un relativamente pequeño número de elementos. Walter Ritz desarrollo la formulación matemática del método de elementos finitos con base en el calculo variacional el cual también es conocido como variacional ó formulación clásica.

La incorporación del cálculo matricial al método de elementos finitos fue propuesta por el ingeniero ruso Boris G. Gallerkin (1871-1945). El MEF fue al principio desarrollado en 1943 por R. Courant, quien utilizó el método Ritz de análisis numérico y minimización de las variables de cálculo para obtener soluciones aproximadas a un sistema de vibración. Después de esto (en 1956), se publico un documento por M.J. Turner, R.W. Clough, H.C. Martin y L.J. Topp donde se estableció una definición mas amplia del análisis numérico. El documento se centro en la rigidez y deformación de estructuras complejas.

Todo lo anterior fue detenido un tiempo ya que para resolver un sistema de un considerable número de elementos finitos requería de un extenso calculo, lo cual se resolvió durante la década de los 50's con el desarrollo de los computadores digitales, los cuales permitieron la aplicación del MEF a la solución de ecuaciones diferenciales. De inmediato el MEF fue empleado en la ingeniería de estructuras, para que luego los conceptos básicos fueran reconocidos, aceptados y empleados en muchas otras áreas. El subsecuente desarrollo ha sido vertiginoso y ahora el MEF esta bien establecido dentro de varias disciplinas científicas.

Desde el punto de vista del software, el MEF consiste en un modelo informático del material o diseño que es analizado para conseguir resultados específicos. Es usado en el diseño de nuevos productos y en la mejora de los actuales. Una empresa capaz de verificar un diseño propuesto, será capaz de ajustarse a las especificaciones del cliente antes de la fabricación ó construcción. El MEF modificando un producto o estructura existente, es utilizado para calificar nuevas condiciones de servicio. En casos de análisis estructural, el MEF puede ser usado para ayudar a determinar el diseño y las modificaciones para ajustarse a los requerimientos específicos.

El contenido de esta tesis se hace con la ayuda del software Maxwell 2D. Hay generalmente dos tipos de análisis que son usados por simuladores para la solución de problemas en la industria: los modelos en 2D y en 3D. Los modelos en 2D conservan la simplicidad y permiten que el análisis se realice simplificando el cálculo por medio de aproximaciones de simetría. El modelado en 3D, sin embargo, producen resultados más precisos mientras sacrifica la habilidad para funcionar de manera efectiva en cualquier ordenador, excepto en los más rápidos. Con cada uno de estos esquemas modelados, el programador puede insertar numerosos algoritmos ó funciones que pueden hacer al sistema comportarse de manera lineal o no lineal.

El presente trabajo se encuentra estructurado en 5 capítulos:

En el capítulo 1 se mencionan los conceptos fundamentales relacionados con electromagnetismo, como son la ley de Gauss y la ley de Coulomb las cuales posteriormente dieron lugar a las ecuaciones de Maxwell, también se exponen conceptos referentes a las propiedades dieléctricas de los materiales, como por ejemplo, constante dieléctrica, rigidez y ruptura dieléctrica, entre otros.

En el segundo capítulo se describen algunos tipos y características de diferentes materiales (principalmente aceite y barreras sólidas) que se emplean como aislantes en maquinas eléctricas, además de sus propiedades, aplicaciones y otros datos de interés.

El capítulo 3 explica de manera concreta y simplificada el método de elementos finitos y describe la forma de trabajar de los programas que emplean dicho método, también se describe el procedimiento general para simular problemas electromagnéticos en el programa Maxwell 2D.

Finalmente en los capítulos 4 y 5 se realizan una serie de ejercicios, los cuales muestran las ventajas y desventajas al emplear uno de los métodos numéricos mas utilizados actualmente en ingeniería. En el capítulo 4 se analizan simulaciones de diferentes configuraciones de electrodos que comúnmente son utilizados en el diseño de maquinas eléctricas. Y en el capítulo quinto, se realiza un análisis que incluye el cálculo distancias dieléctricas y porcentajes de seguridad que proporcionen el óptimo funcionamiento de un transformador tipo columna y de un reactor en derivación de potencia, brindando de esta manera un buen funcionamiento y garantizando la seguridad del personal que los opere.

II. OBJETIVOS.

Objetivo general:

- Simular y calcular distancias dieléctricas de diferentes configuraciones de electrodos y de algunos equipos eléctricos sumergidos en aceite aislante, empleando el Método de Elemento Finito (MEF).

Objetivos particulares:

- Proporcionar los conceptos básicos necesarios, referentes a campo eléctrico aislamientos y cálculo de distancias dieléctricas.
- Presentar de manera concreta y simplificada el Método de Elemento Finito para la solución de problemas de ingeniería eléctrica.
- Presentar las características de funcionamiento del software Maxwell 2D Student Version (SV) y así, promover el uso de estas herramientas para todo profesionalista, estudiante o persona involucrada e interesada en el área eléctrica.
- Simular y analizar campos eléctricos con diferentes configuraciones de electrodos, así como también realizar un análisis dieléctrico de un transformador tipo columna y de un reactor en derivación de potencia.

1. CONCEPTOS BÁSICOS.

1.1 Leyes y ecuaciones fundamentales de electromagnetismo (Ecuaciones de Maxwell).

Desarrollo histórico.

El concepto actual del electromagnetismo tiene su origen en diferentes experimentos desarrollados principalmente durante el siglo XIX, en los cuales se planteó la unificación de las teorías sobre la electricidad y el magnetismo. Antes de este planteamiento los fenómenos eléctricos y magnéticos habían sido tratados por separado, habiéndose desarrollado teorías desde la antigua Grecia; sin embargo, no fue hasta los últimos años del siglo XVI cuando se realizaron los primeros descubrimientos científicos en ese campo. Hacia 1600, William Gilbert, mediante experimentos de frotación de distintos materiales, adoptó el término de electricidad; en 1672 Otto von Guericke creó la primera máquina capaz de producir una descarga eléctrica.

En el siglo XVIII, Stephen Gray detalló las características necesarias para la conductividad eléctrica. Después de esto, en 1733, Charles François de Cisternay du Fay creó los conceptos de cargas positivas y cargas negativas y en 1745 Pieter van Musschenbroek y Ewald Georg von Kleist desarrollaron la Botella de Leyden, uno de los primeros condensadores eléctricos. Siete años más tarde de la creación de la botella de Leyden, Benjamín Franklin demostró que los rayos son fenómenos de origen eléctrico y en 1776, Joseph Priestley elaboró la hipótesis de que, al igual que en las fórmulas sobre la gravedad elaboradas por Newton, la fuerza eléctrica es directamente proporcional a la carga e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas. Esta hipótesis fue corroborada por Coulomb mediante el uso de un sistema que había inventado en 1785 y que permitía la medición de la fuerza eléctrica: la balanza de torsión, y en la recta final del siglo, Alessandro Volta desarrolla la primera pila de corriente continua, la pila de Volta.

A principios siglo XIX Hans Christian Ørsted planteó la hipótesis de que los fenómenos magnéticos y eléctricos estuviesen relacionados y, esta relación fue demostrada por Ampere entre 1822 y 1826. En 1823 William Sturgeon desarrolló el primer electroimán, perfeccionado años después por Joseph Henry. Y cuatro años después, Ohm formuló la ley que recibe su nombre, en la que relacionaba tensión, corriente y resistencia.

Con todos los grandes avances mencionados, Michael Faraday descubrió la inducción electromagnética y el concepto de líneas de campo, lo que le permitió, en 1821, crear el primer motor eléctrico; hechos por los cuales es considerado el fundador del electromagnetismo. También consiguió demostrar que la carga eléctrica en un conductor se acumula en la superficie exterior de éste, independientemente de lo que haya en su interior. Y más tarde, en 1833 Heinrich Lenz formula la Ley de Lenz, por la cual las corrientes inducidas serán de un sentido tal que se opongan a la variación del flujo magnético que las produjo.

Las ecuaciones de Maxwell son un conjunto de cuatro ecuaciones que aparecieron de manera separada en la publicación de 1861 “*On Physical Lines of Force*” por parte del científico James Clerk Maxwell. El trabajo en sí no era obra sólo de Maxwell, en las ecuaciones notamos la ley de Faraday (ecuación 54 en su trabajo), la ecuación 56, $\text{div } \mathbf{B} = 0$, de su autoría, la ley de Ampere con correcciones hechas por él (ecuación 112) y la ley de Gauss (ecuación 113). Estas ecuaciones expresan respectivamente como el cambio de los campos magnéticos producen campos eléctricos, la ausencia experimental de monopolos magnéticos, cómo una corriente eléctrica y el cambio en los campos eléctricos producen campos magnéticos y cómo cargas eléctricas producen campos eléctricos. En el trabajo original de Maxwell se podían encontrar muchas otras ecuaciones pero se llegó a simplificarlas a estas cuatro.

El aspecto más importante del trabajo de Maxwell en el electromagnetismo es el término que introdujo en la ley de Ampere; la derivada temporal de un campo eléctrico, conocido como corriente de desplazamiento. El trabajo que Maxwell publicó en 1865, “*A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field*”, modificaba la versión de la ley de Ampere con lo que se predecía la existencia de ondas electromagnéticas propagándose, dependiendo del medio material, a la velocidad de la luz en dicho medio. De esta forma Maxwell identificó la luz como una onda electromagnética, unificando así la óptica con el electromagnetismo.

Exceptuando la modificación a la ley de Ampere, ninguna de las otras ecuaciones era original. Lo que hizo Maxwell fue reobtener dichas ecuaciones a partir de modelos mecánicos e hidrodinámicos usando su modelo de vórtices de líneas de fuerza de Faraday.

Ecuaciones.

Las ecuaciones de Maxwell como ahora las conocemos son las cuatro citadas anteriormente y a manera de resumen se pueden encontrar en la siguiente tabla tanto en su forma diferencial como integral:

Tabla 1-1: Ecuaciones de Maxwell

Nombre	Forma diferencial	Forma integral
Ley de Gauss:	$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ [1-1]	$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0}$ [1-2]
Ley de Gauss para el campo magnético:	$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ [1-3]	$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$ [1-4]
Ley de Faraday:	$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ [1-5]	$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$ [1-6]
Ley de Ampere generalizada:	$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ [1-7]	$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{j} \cdot d\vec{s} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int_S \vec{E} \cdot d\vec{s}$ [1-8]

Donde:

\vec{E}	=	Vector de intensidad de campo eléctrico (V/m)
\vec{B}	=	Vector de campo de inducción magnética (T)
ϵ_0	=	Permitividad eléctrica en el vacío (F/m)
μ_0	=	Permeabilidad magnética (H/m)
ρ	=	Densidad de carga eléctrica (C/m ³)
q	=	Carga eléctrica (V)
j	=	Densidad de corriente (A/m ²)

Estas cuatro ecuaciones junto con la fuerza de Lorentz son las que explican cualquier tipo de fenómeno electromagnético. Una fortaleza de las ecuaciones de Maxwell es que permanecen invariantes en cualquier sistema de unidades, salvo de pequeñas excepciones, y que son compatibles con la relatividad especial y general. Además Maxwell descubrió que

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \quad [1-9]$$

era simplemente la velocidad de la luz en el vacío, por lo que la luz es una forma de radiación electromagnética.

Los valores aceptados actualmente para la velocidad de la luz, la permitividad y la permeabilidad magnética se resumen en la siguiente tabla:

Tabla 1-2: Valores de permitividad, velocidad de la luz y permeabilidad magnética.

Símbolo	Nombre	Valor numérico	Unidad de medida SI
c	Velocidad de la luz en el vacío	2.998×10^8	metros por segundo
ϵ_0	Permitividad	8.854×10^{-12}	faradios por metro
μ_0	Permeabilidad magnética	$4\pi \times 10^{-7}$	henrios por metro

1.2 Campos eléctricos.

El campo eléctrico, se describe como un campo vectorial en el cual una carga eléctrica puntual de valor q sufre los efectos de una fuerza mecánica \vec{F} dada por la siguiente ecuación:

$$\vec{F} = q\vec{E} \quad [1-10]$$

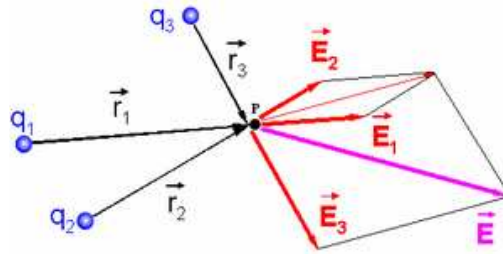


Figura 1-1: Campo eléctrico producido por un conjunto de cargas puntuales (izquierda) y se muestra a la derecha la suma vectorial de los campos de las cargas individuales:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3.$$

En los modelos actuales, el campo eléctrico se incorpora, junto con el campo magnético. Los campos eléctricos pueden tener su origen tanto en cargas eléctricas como en campos magnéticos variables. Las primeras descripciones de los fenómenos eléctricos, como la ley de Coulomb, sólo tenían en cuenta las cargas eléctricas, pero las investigaciones de Michael Faraday y los estudios posteriores de James Clerk Maxwell permitieron establecer las leyes completas en las que también se tiene en cuenta la variación del campo magnético.

Esta definición general indica que el campo no es directamente medible, sino a través de la ponderación de la fuerza actuante sobre alguna carga. La idea de campo eléctrico fue propuesta por Faraday al demostrar el principio de inducción electromagnética en el año 1832. La unidad del campo eléctrico en el SI es newton por coulomb.

Campo electrostático.

Un caso especial del campo eléctrico es el denominado electrostático. Un campo electrostático no depende del tiempo, es decir es estacionario. Para este tipo de campos la ley de Gauss todavía tiene validez debido a que esta no tiene ninguna consideración temporal, sin embargo, la ley de Faraday debe ser modificada. Si el campo es estacionario, una parte (la parte derecha) de la ecuación de Faraday no tiene sentido, por lo que se anula quedando como sigue:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \quad [1-11]$$

Esta ecuación junto con [1-1] definen un campo electrostático. Además, por el cálculo diferencial, se sabe que un campo cuyo rotacional es cero puede ser descrito mediante el gradiente de una función escalar \$V\$, conocida como potencial eléctrico:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V \quad [1-12]$$

La importancia de [1-11], radica en que debido a que el rotacional del campo eléctrico es cero, se puede aplicar el principio de superposición a este tipo de campos. Para varias cargas, se define el campo eléctrico como la suma vectorial de sus campos individuales:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots \quad [1-13]$$

Entonces nos da:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \vec{\nabla} \times (\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots) = (\vec{\nabla} \times \vec{E}_1) + (\vec{\nabla} \times \vec{E}_2) + (\vec{\nabla} \times \vec{E}_3) + \dots = 0 \quad [1-14]$$

Líneas de campo.

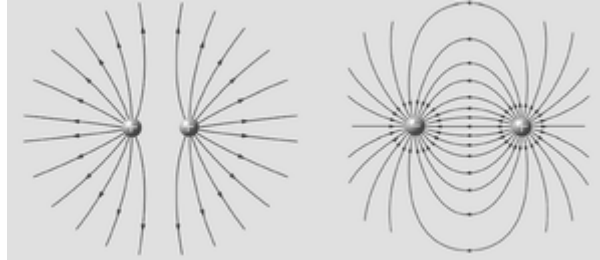


Figura 1-2: Líneas de campo eléctrico correspondientes a cargas iguales y opuestas, respectivamente.

Un campo eléctrico estático puede ser representado geoméricamente con líneas vectoriales en dirección de la variación del campo, a estas líneas se las conoce como "líneas de campo". Las líneas vectoriales se utilizan para crear una representación gráfica del campo, y pueden ser tantas como sea necesario visualizar.

Las líneas de campo son líneas perpendiculares a la superficie del cuerpo, de manera que su tangente geométrica en un punto coincide con la dirección del campo en ese punto. Esto es una consecuencia directa de la ley de Gauss, es decir encontramos que la mayor variación direccional en el campo se dirige perpendicularmente a la carga. Al unir los puntos en los que el campo eléctrico es de igual magnitud, se obtiene lo que se conoce como superficies equipotenciales, son aquellas donde el potencial tiene el mismo valor numérico.

1.3 Ley de Coulomb.

Desarrollo.

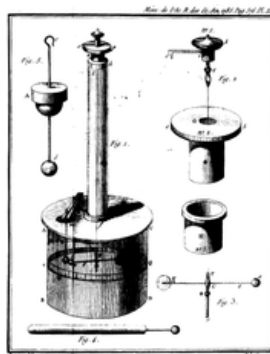


Figura 1-3: Balanza de torsión de Coulomb.

Coulomb desarrolló la balanza de torsión con la que determinó las propiedades de la fuerza electrostática. Este instrumento consiste en una barra que cuelga de una fibra capaz de

torcerse. Si la barra gira, la fibra tiende a regresarla a su posición original, con lo que conociendo la fuerza de torsión que la fibra ejerce sobre la barra, se puede determinar la fuerza ejercida en un punto de la barra. La ley de Coulomb también conocida como ley de cargas tiene que ver con las cargas eléctricas de un material, es decir, depende de sus cargas sean negativas o positivas.

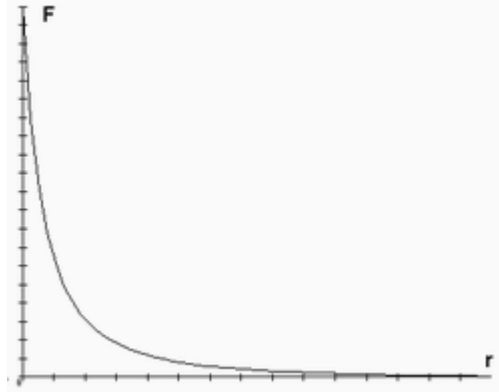


Figura 1-4: Variación de la Fuerza de Coulomb en función de la distancia.

En la barra de la balanza, Coulomb colocó una pequeña esfera cargada y a continuación, a diferentes distancias, posicionó otra esfera también cargada. Luego midió la fuerza entre ellas observando el ángulo que giraba la barra.

Dichas mediciones permitieron determinar que:

- La fuerza de interacción entre dos cargas q_1 y q_2 duplica su magnitud si alguna de las cargas dobla su valor, la triplica si alguna de las cargas aumenta su valor en un factor de tres, y así sucesivamente. Concluyó entonces que el valor de la fuerza era proporcional al producto de las cargas:

$$F \propto q_1 \quad \text{y} \quad F \propto q_2 \quad [1-15]$$

en consecuencia:

$$F \propto q_1 q_2 \quad [1-16]$$

- Si la distancia entre las cargas es r , al duplicarla, la fuerza de interacción disminuye en un factor de 4 (2^2); al triplicarla, disminuye en un factor de 9 (3^2) y al cuadruplicar r , la fuerza entre cargas disminuye en un factor de 16 (4^2). En consecuencia, la fuerza de interacción entre dos cargas puntuales, es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia:

$$F \propto \frac{1}{r^2} \quad [1-17]$$

Asociando ambas relaciones:

$$F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad [1-18]$$

Finalmente, se introduce una constante de proporcionalidad para transformar la relación anterior en una igualdad:

$$F = \kappa \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad [1-19]$$

Enunciado de la ley.

La ley de Coulomb es válida sólo en condiciones estacionarias, es decir, cuando no hay movimiento de las cargas o, como aproximación cuando el movimiento se realiza a velocidades bajas y en trayectorias rectilíneas uniformes. Es por ello que es llamada *fuerza electrostática*.

En términos matemáticos, la magnitud F de la fuerza que cada una de las dos cargas puntuales q_1 y q_2 ejerce sobre la otra separadas por una distancia d se expresa como:

$$F = \kappa \frac{|q_1| |q_2|}{d^2} \quad [1-20]$$

Dadas dos cargas puntuales q_1 y q_2 separadas una distancia d en el vacío, se atraen o repelen entre sí con una fuerza cuya magnitud está dada por:

$$F = \kappa \frac{q_1 q_2}{d^2} \quad [1-21]$$

La Ley de Coulomb se expresa mejor con magnitudes vectoriales:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1 \cdot q_2}{d^2} \vec{u}_d = \frac{1}{4\pi\epsilon} q_1 \cdot q_2 \frac{(\vec{d}_2 - \vec{d}_1)}{|\vec{d}_2 - \vec{d}_1|^2} \quad [1-22]$$

Donde: \vec{u}_d es un vector unitario que va en la dirección de la recta que une las cargas, siendo su sentido desde la carga que produce la fuerza hacia la carga que la experimenta. Al aplicar esta fórmula en un ejercicio, se debe colocar el signo de las cargas q_1 o q_2 , según sean éstas positivas o negativas.

El exponente (de la distancia: d) de la ley de Coulomb es, hasta donde se sabe hoy en día, exactamente 2.

Experimentalmente se sabe que, si el exponente fuera de la forma $(2 + \delta)$, entonces $|\delta| < 10^{-16}$.

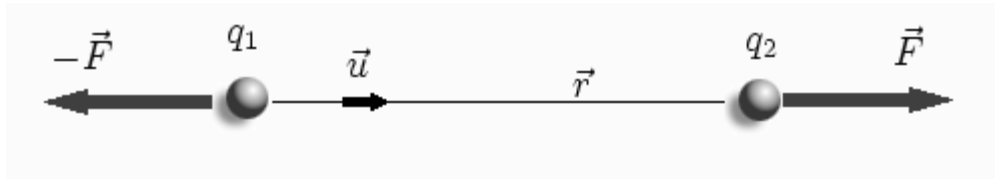


Figura 1-5: Representación gráfica de la ley de Coulomb para dos cargas del mismo signo.

Obsérvese que esto satisface la tercera ley de Newton debido a que implica que fuerzas de igual magnitud actúan sobre q_1 y q_2 . La ley de Coulomb es una ecuación vectorial e incluye el hecho de que la fuerza actúa a lo largo de la línea de unión entre las cargas.

Constante de Coulomb.

La constante k es la constante de Coulomb y su valor para unidades SI es $\frac{1}{4\pi\epsilon}$ Nm²/C². Entonces, sustituyendo la constante en [1-19] nos da:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r} \quad [1-23]$$

Donde: el factor $\frac{1}{4\pi\epsilon}$ se introduce en el sistema internacional para correcciones de unidades, q_1 y q_2 son las cargas que interactúan, \vec{r} es la distancia entre las cargas y \hat{r} es el unitario en la dirección \vec{r} .

Sin embargo en física, para eliminar la idea de que la acción que ejerce una fuerza a distancia es instantánea, se introduce el concepto de campo. Así, el campo eléctrico es la distorsión que sufre el espacio debido a la presencia de una carga. Considerando esto se puede obtener una expresión del campo eléctrico cuando este sólo depende de la distancia entre las cargas entonces:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} \quad [1-24]$$

A su vez la constante $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ donde ϵ_r es la permitividad relativa, $\epsilon_r \geq 1$, y $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$ F/m es la permitividad del medio en el vacío.

Cuando el medio que rodea a las cargas no es el vacío hay que tener en cuenta la constante dieléctrica y la permitividad del material.

Algunos de estos valores se presentan a continuación:

Tabla 1-3: Constante dieléctrica y permitividad de algunos materiales.

Material	ϵ_r	$\epsilon(\text{F/m})$	$\kappa(\text{Nm}^2/\text{C}^2)$
Vacío	1	$8,85 \cdot 10^{-12}$	$8,99 \cdot 10^9$
Parafina	2,1-2,2	$1,90 \cdot 10^{-11}$	$4,16 \cdot 10^9$
Mica	6-7	$5,76 \cdot 10^{-11}$	$1,38 \cdot 10^9$
Papel parafinado	2,2	$1,95 \cdot 10^{-11}$	$4,09 \cdot 10^9$
Poliestireno	1,05	$9,30 \cdot 10^{-12}$	$8,56 \cdot 10^9$
Baquelita	3,8-5	$3,90 \cdot 10^{-11}$	$2,04 \cdot 10^9$
Cirbolito	3-5	$3,54 \cdot 10^{-11}$	$2,25 \cdot 10^9$
Vidrio orgánico	3,2-3,6	$3,01 \cdot 10^{-11}$	$2,64 \cdot 10^9$
Vidrio	5,5-10	$6,86 \cdot 10^{-11}$	$1,16 \cdot 10^9$
Aire	1,0006	$8,86 \cdot 10^{-12}$	$8,98 \cdot 10^9$
Mármol	7,5-10	$7,75 \cdot 10^{-11}$	$1,03 \cdot 10^9$
Ebonita	2,5-3	$2,43 \cdot 10^{-11}$	$3,27 \cdot 10^9$
Porcelana	5,5-6,5	$5,31 \cdot 10^{-11}$	$1,50 \cdot 10^9$
Micalex	7-9	$7,08 \cdot 10^{-11}$	$1,12 \cdot 10^9$
Micarta A y B	7-8	$6,64 \cdot 10^{-11}$	$1,20 \cdot 10^9$
Batista barnizada	3,5-5	$3,76 \cdot 10^{-11}$	$2,11 \cdot 10^9$
Goma en hojas	2,6-3,5	$2,70 \cdot 10^{-11}$	$2,95 \cdot 10^9$
Polietileno	2,7	$2,39 \cdot 10^{-11}$	$3,33 \cdot 10^9$

Cabe destacar que la ley de Coulomb tiene ciertas limitaciones como:

- La expresión matemática solo es aplicable a cargas puntuales estacionarias.
- La fuerza no está definida para $r = 0$.

1.4 Ley de Gauss.

Para conocer una de las propiedades del campo eléctrico, se estudia que ocurre con el flujo de éste al atravesar una superficie. El flujo de un campo Φ se lo obtiene de la siguiente manera:

$$\Phi_E = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{a} \quad [1-25]$$

Donde: $d\vec{a}$ es el diferencial de área en dirección normal a la superficie. Aplicando la ecuación [1-24] en [1-25] y analizando el flujo a través de una superficie cerrada se encuentra que:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{1}{\epsilon_0} Q_{enc} \quad [1-26]$$

Donde: Q_{enc} es la carga encerrada en esa superficie. La ecuación [1-26] es conocida como la ley integral de Gauss y su forma derivada es:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad [1-27]$$

Donde: ρ es la densidad volumétrica de carga. Esto indica que el campo eléctrico diverge hacia una distribución de carga; en otras palabras, que el campo eléctrico comienza en una carga y termina en otra.

Esta idea puede ser visualizada mediante el concepto de líneas de campo. Si se tiene una carga en un punto, el campo eléctrico estaría dirigido hacia la otra carga.

1.5 Capacitancia.

La capacidad o capacitancia es una propiedad de los condensadores. Esta propiedad rige la relación existente entre la diferencia de potencial (o tensión) existente entre las placas del capacitor y la carga eléctrica almacenada en este mediante la siguiente ecuación:

$$C = \frac{Q}{V} \quad [1-28]$$

Donde:

- C es la capacidad, medida en faradios (en honor al físico experimental Michael Faraday); esta unidad es relativamente grande y suelen utilizarse submúltiplos como el microfaradio o picofaradio.
- Q es la carga eléctrica almacenada, medida en Coulomb;
- V es la diferencia de potencial (o tensión), medida en volts.

Cabe destacar que la capacidad es siempre una cantidad positiva y que depende de la geometría del capacitor considerado (de placas paralelas, cilíndrico ó esférico). Otro factor del que depende, es del dieléctrico que se introduzca entre las dos superficies del condensador. Cuanto mayor sea la constante dieléctrica del material no conductor introducido, mayor es la capacidad.

En la práctica, la dinámica eléctrica del condensador se expresa gracias a la siguiente ecuación diferencial, que se obtiene derivando respecto al tiempo la ecuación anterior.

$$i = \frac{dQ}{dt} = C \frac{dV}{dt} \quad [1-29]$$

Donde i representa la corriente eléctrica, medida en amperes.

Energía de un condensador.

La energía almacenada en un condensador, medida en jules, es igual al trabajo realizado para cargarlo. Consideremos un capacitor con una capacidad C , con una carga $+q$ en una placa y $-q$ en la otra. Para mover una pequeña cantidad de carga dq desde una placa hacia la otra en sentido contrario a la diferencia de potencial se debe realizar un trabajo dW :

$$dW = \frac{q}{C} dq \quad [1-30]$$

Donde:

- W es el trabajo realizado, medido en jules;
- q es la carga, medida en coulombs;
- C es la capacitancia, medida en faradios.

Es decir, para cargar un condensador hay que realizar un trabajo y parte de este trabajo queda almacenado en forma de energía potencial electrostática. Se puede calcular la energía almacenada en un capacitor integrando esta ecuación. Si se comienza con un capacitor descargado ($q = 0$) y se mueven cargas desde una de las placas hacia la otra hasta que adquieran cargas $+Q$ y $-Q$ respectivamente, se debe realizar un trabajo W :

$$W_{\text{carga}} = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} CV^2 = W_{\text{almacenada}} \quad [1-31]$$

Entonces:

$$W_{\text{almacenada}} = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \quad [1-32]$$

Donde:

- W es la energía, medida en jules;
- C es la capacidad, medida en faradios;
- V es la diferencia de potencial, medido en volts;
- Q es la carga almacenada, medida en coulomb.

Condensadores.



Fig. 1-6: Diferentes tipos de condensadores.

En su forma más sencilla, un condensador está formado por dos placas metálicas (armaduras) separadas por una lámina no conductora o dieléctrico. Al conectar una de las placas a un generador, ésta se carga e induce una carga de signo opuesto en la otra placa.

La magnitud que caracteriza a un condensador es su capacidad, cantidad de carga eléctrica que puede almacenar a una diferencia de potencial determinado.

Los condensadores tienen un límite para la carga eléctrica que pueden almacenar, pasado el cual se perforan. Pueden conducir corrientes continuas durante sólo un instante, aunque funcionan bien como conductores en circuitos de corriente alterna. Esta propiedad los convierte en dispositivos muy útiles cuando debe impedirse que la corriente continua entre a determinada parte de un circuito eléctrico. Los condensadores de capacidad fija y capacidad variable se utilizan junto con las bobinas, formando circuitos en resonancia, en las radios y otros equipos eléctricos. Además, en los tendidos eléctricos se utilizan grandes condensadores para producir resonancia eléctrica en el cable y permitir la transmisión de más potencia.

Los condensadores se fabrican en gran variedad de formas. El aire, la mica, la cerámica, el papel, el aceite, y el vacío se usan como dieléctricos, según la utilidad que se pretenda dar al dispositivo.

1.6 Dieléctricos.

Campo molecular en un dieléctrico (descripción microscópica).

Moléculas polares; Son aquellas en las que el centro de distribución de cargas positivas y el de las negativas no coincide. Éstas bajo la acción de un campo eléctrico experimentan un par de fuerzas que tienden a orientarlas en el sentido del campo

Moléculas no polares; Son aquellas en las que coincide el centro de distribución de las cargas positivas y negativas. Las moléculas no polares, se hacen polares en presencia de un campo eléctrico, ya que las fuerzas sobre cada tipo de carga son iguales y de sentido contrario.

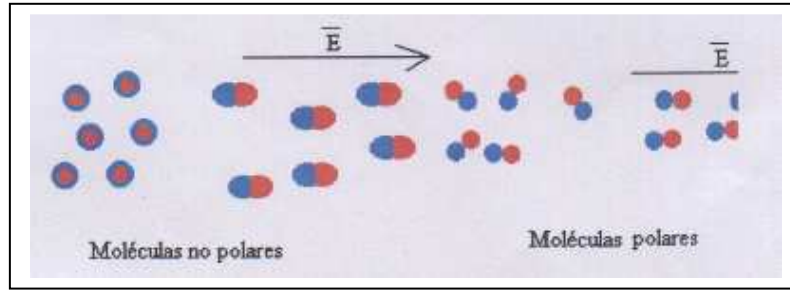


Fig. 1-7: Moléculas polares y no polares.

Descripción macroscópica del comportamiento de los dieléctricos en presencia de campos electrostáticos externos.

Dipolo eléctrico.

El dipolo eléctrico se define como las agrupaciones de dos cargas puntuales iguales y de signo opuesto, separadas por cierta distancia. Uno de los aspectos más característicos de los dipolos eléctricos es que su comportamiento eléctrico está determinado fundamentalmente por la magnitud del MOMENTO DIPOLAR definido como:

$$U = q \cdot d \quad [1-33]$$

Donde “ q ” es el valor absoluto de una de las cargas eléctricas y “ d ” representa el vector distancia dirigido desde la carga negativa hacia la carga positiva.

El interés por el estudio de los dipolos eléctricos también reside en que las agrupaciones de las cargas que constituyen la materia, cuando se encuentran en presencia de un campo eléctrico se comportan de forma aproximada a como lo harían los dipolos eléctricos, bajo la acción de dicho campo. Así el comportamiento dieléctrico de los medios materiales se reduce en un gran número de casos al estudio de la interacción de un dipolo con otros dipolos vecinos, o con campos eléctricos alternos.

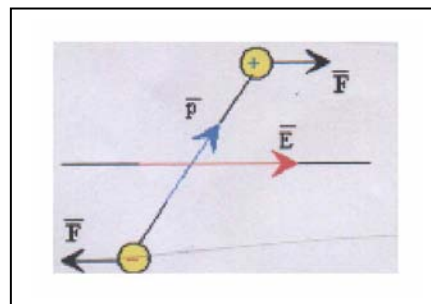


Fig. 1-8: Ejemplo de un dipolo.

Polarización de un dieléctrico.

Vamos a estudiar cuál es el efecto de un campo eléctrico sobre un dieléctrico, comenzando por precisar que existen dos tipos de sustancias dieléctricas una de ellas caracterizada porque las cargas eléctricas, en cada una de sus moléculas, se encuentran distribuidas simétricamente, de forma tal que el centro de simetría de las cargas positivas coincide con el centro de las cargas eléctricas negativas, llamándose estas moléculas no polares; mientras que el otro tipo está caracterizado porque la distribución de la electricidad en sus moléculas no es simétrica, es decir, que el centro de simetría de las cargas eléctrica positivas no coincide con el centro de simetría de las cargas eléctricas negativas y, por consiguiente cada molécula constituye un dipolo eléctrico y recibe el nombre de molécula polar.

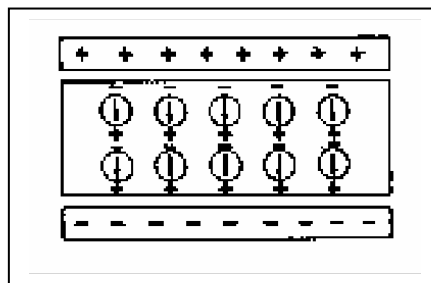


Fig. 1-9: Polarización de un dieléctrico con moléculas no polares (1).

Si suponemos que las moléculas no son polares e imaginamos que el dieléctrico se encuentra entre dos placas metálicas cargadas respectivamente de electricidad positiva y negativa, entonces la distribución de la electricidad pierde su simetría en todas sus moléculas, dirigiéndose las cargas eléctricas negativas hacia la parte superior y las cargas positivas hacia la parte inferior, de tal forma que cada molécula se convierte en un dipolo eléctrico. En estas condiciones decimos que el dieléctrico está polarizado.

En el caso de tratarse de moléculas polares, los dipolos eléctricos, que existen en cada molécula, en el caso de que no se encuentren en un campo eléctrico, están distribuidos con orientaciones distintas. Si ahora suponemos que el dieléctrico se encuentra en un campo eléctrico entonces las fuerzas del mismo dan lugar a un cambio de orientación de los dipolos que, sin embargo, no adquieren orientaciones paralelas, como ocurría anteriormente. No obstante, las cargas eléctricas negativas se encuentran siempre en la parte superior de los respectivos dipolos, mientras que las positivas se encuentran en la parte inferior.

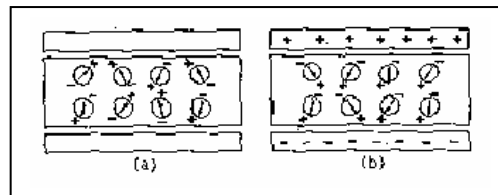


Fig. 1-10: Polarización de un dieléctrico con moléculas polares (2).

Luego, tanto en un caso como en otro, en la parte próxima a la placa positiva la superficie del dieléctrico se encuentra cargada negativamente. Por otro lado, en el interior del dieléctrico las cargas eléctricas positivas de los dipolos se neutralizan con las negativas de los inmediatos, de manera que, en definitiva, la presencia del campo eléctrico da lugar a que en la superficie del dieléctrico existan cargas eléctricas; pero no varía la carga eléctrica total en el interior del mismo.

La polarización eléctrica de un material es una magnitud vectorial definida como el momento dipolar eléctrico por unidad de volumen. Por tanto, si “ p ” es el momento dipolar inducido en cada átomo o molécula y “ n ” el número de átomos o moléculas por unidad de volumen, la polarización es:

$$\mathbf{P} = \mathbf{p} \cdot \mathbf{n} \quad [1-34]$$

En general la polarización eléctrica tiene la misma dirección que el campo eléctrico aplicado.

Campo creado por un dieléctrico polarizado.

Un dieléctrico polarizado tiene cargas sobre su superficie, a menos de que su polarización sea uniforme también en su volumen. Estas cargas están ligadas a un átomo específico o a moléculas y no tienen libertad de moverse por el dieléctrico.

Consideremos un bloque de material dieléctrico (Fig. 1-11) situado entre dos placas conductoras paralelas, que tienen las mismas cargas libres pero de signo contrario. La densidad de carga superficial en la placa de la izquierda es $+o$ libre y la de la derecha es $-o$ libre. Estas cargas producen un campo eléctrico que polariza el bloque de modo que aparecen cargas de polarización en cada una de sus superficies. Estas cargas de polarización tienen signo contrario a las de la placa que está a su lado. Por tanto, las cargas de polarización del dieléctrico equilibran parcialmente a las cargas libres de las placas. Si P es la polarización del bloque, la densidad de carga superficial en la cara izquierda es $o_{pol} = -P$, mientras en la derecha es $o_{pol} = +P$. La densidad de carga superficial neta ó efectiva es:

$$o = o_{libre} + o_{pol} \quad \text{ó} \quad o = o_{libre} - P \quad [1-35]$$

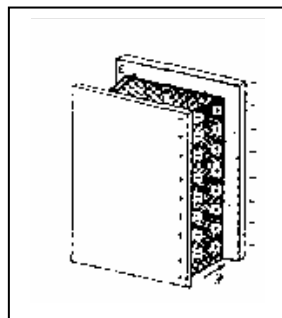


Fig. 1-11: Bloque dieléctrico entre placas conductoras.

Con el resultado opuesto en el lado derecho. Estas cargas netas superficiales dan lugar a un campo eléctrico uniforme que está dado por $E = o / \epsilon_0$. Así, usando el valor efectivo de la “o”, tenemos:

$$E = 1 / \epsilon_0 \cdot (O \text{ libre} - P) \quad \text{ó} \quad O \text{ libre} = \epsilon_0 \cdot E + P \quad [1-36]$$

Expresión que relaciona las cargas libres de la superficie de un conductor rodeado por un dieléctrico con el campo eléctrico y la polarización de este. En el caso que estamos analizando E y P son vectores que tienen la misma dirección, pero en general sus direcciones pueden ser distintas. El resultado anterior sugiere la introducción de un nuevo campo vectorial, conocido como desplazamiento eléctrico y definido como:

$$D = \epsilon_0 \cdot E + P \quad [1-37]$$

Extensión de la ley de Gauss para los dieléctricos, susceptibilidad eléctrica.

En general el vector de polarización resultante P es proporcional al campo eléctrico aplicado E . De aquí que se acostumbre escribir:

$$P = \epsilon_0 \cdot E \cdot X \quad [1-38]$$

La magnitud X se conoce como susceptibilidad eléctrica del material. No tiene dimensiones. Para la mayoría de las sustancias es una cantidad positiva. Para los casos en que la ecuación anterior es válida podemos escribir:

$$D = \epsilon_0 \cdot E + \epsilon_0 \cdot X \cdot E = (1 + X) \cdot \epsilon_0 \cdot E = \epsilon \cdot E \quad [1-39]$$

Donde el coeficiente:

$$\epsilon = (1 + X) \cdot \epsilon_0 \quad [1-40]$$

Se conoce como permitividad eléctrica del medio y se expresa en las mismas unidades que ϵ_0 , es decir: $m^{-3} \cdot Kg^{-1} \cdot s^2 \cdot C^2$.

Cuando la relación $D = \epsilon \cdot E$ es válida para un medio podemos escribir la ecuación como:

$$Q \text{ libre} = \epsilon \cdot E \cdot dS \quad [1-41]$$

Si ϵ es constante:

$$E \cdot dS = Q \text{ libre} / \epsilon \quad [1-42]$$

Al comparar esta ecuación con la ley de Gauss vemos que el efecto del dieléctrico en el campo eléctrico consiste en sustituir ϵ_0 por ϵ , si sólo se toman en cuenta las cargas libres.

Como usualmente ϵ es mayor que ϵ_0 , la presencia del dieléctrico reduce la interacción entre las cargas debido al efecto pantalla producido por la polarización de las moléculas del dieléctrico.

La susceptibilidad eléctrica, que describe la respuesta de un medio a la acción de un campo eléctrico externo, está relacionada con las propiedades de los átomos y moléculas del medio. Por esta razón la susceptibilidad eléctrica es diferente para campos eléctricos estáticos y oscilantes.

Dentro de la variedad de comportamientos de los dieléctricos reduciremos nuestra descripción a aquellos cuya polarización es aproximadamente lineal, es decir, proporcional al campo electroestático, y en la misma dirección de éste, lo cual significa que la proporcionalidad es la misma en todas las direcciones, o que el material es isotrópico. Normalmente se utilizan dieléctricos homogéneos, aunque sean varios, pero cada uno de ellos con características iguales en todos sus puntos.

Otros comportamientos dieléctricos:

Ferroeléctrico: que posee ferroelectricidad, esto se presenta en determinados cristales, de una polarización eléctrica espontánea y permanente, reversible bajo la acción de un campo eléctrico exterior. (Este fenómeno, claramente manifiesto en la sal de Seignette, presenta analogías con el ferromagnetismo, lo que justifica su nombre. La ferroelectricidad desaparece habitualmente por encima de una temperatura, llamada temperatura de transición).

Piroeléctrico: dotado de piroelectricidad, es electricidad engendrada en un cuerpo por cambios de su temperatura. (Ciertos cristales hemidrícos, tales como la turmalina, la boracita, el topacio, el ácido tartárico, etc., se electrizan cuando se los somete a una variación de temperatura: una de las extremidades del eje principal se carga positivamente, y la otra negativamente).

Piezoeléctrico: que presenta piezoelectricidad, es un fenómeno presentado por determinados cristales que adquieren una polarización en su masa y cargas eléctricas en su superficie al ser sometidos a tensiones mecánicas (efecto directo), y que se deforman bajo la acción de fuerzas internas al ser sometidos a un campo eléctrico (efecto inverso).

Los materiales piezoeléctricos son cristales naturales o sintéticos, minerales u orgánicos que no poseen centro de simetría. El efecto de una compresión o de un cizallamiento consiste en disociar los centros de gravedad de las cargas positivas y de las cargas negativas. Aparecen de este modo dipolos elementales en la masa y, por influencia, cargas de signo opuesto en las superficies enfrentadas. Pueden distinguirse dos grupos de materiales: los que poseen carácter piezoeléctrico de forma natural (cuarzo, turmalina) y los llamados ferroeléctricos, que presentan propiedades piezoeléctricas tras ser sometidos a una polarización (tantalio de litio, nitrato de litio, bernilita en forma de materiales monocristalinos y cerámicas o polímeros polares bajo forma de microcristales orientados).

1.7 Propiedades dieléctricas de los materiales.

Constante dieléctrica y polarizabilidad

La definición de constante dieléctrica relativa ϵ en un medio isótropo o cúbico viene dada por la ecuación:

$$\epsilon = \frac{\epsilon_0 E_{int} + P}{\epsilon_0 E_{int}} = 1 + \chi \quad [1-43]$$

$$\Rightarrow \chi = \frac{P}{\epsilon_0 E_{int}} = \epsilon - 1 \quad [1-44]$$

Donde: E_{int} es el campo macroscópico interno en el medio.

La polarizabilidad α de un átomo está definida en función del campo eléctrico local en ese átomo que da lugar a un momento dipolar y asumiendo una dependencia lineal entre ambos parámetros

$$P = \alpha E_{local} \quad [1-45]$$

Donde:

α : propiedad del material denominada polarizabilidad

ϵ : depende de la ordenación de los átomos en el cristal

Por tanto, la polarización de un material será igual a:

$$P = \sum_i N_i p_i = \sum_i N_i \alpha_i E_{loc}(i) \quad [1-46]$$

Donde:

N_i : densidad de los átomos i

α_i : polarizabilidad de los átomos i

$E_{loc}(i)$: campo local en las posiciones i .

Ahora, buscando la relación existente entre ϵ las α_i que a su vez dependerá de la relación entre E_{int} y E_{loc} . Si el campo local viene dado por la relación de Lorentz y dado que $\epsilon = 1 + \chi$ se obtiene finalmente:

$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} = \frac{\sum N_i \alpha_i}{3 \epsilon_0} \quad [1-47]$$

Denominada ecuación de Clausius-Mosotti, donde el sumatorio en i se extiende a los diferentes mecanismos de polarización existentes en el material.

Contribuciones a la polarizabilidad.

Tradicionalmente se distinguen tres mecanismos básicos que pueden contribuir a la polarización y que están esquematizados en la figura 1-12: polarización electrónica, iónica y polar.

- Polarizabilidad electrónica: desplazamiento de la nube de electrones con respecto al núcleo formando un dipolo.
- Polarizabilidad iónica: desplazamiento de un ion con relación a otros de distinto signo induciéndose un dipolo.
- Polarizabilidad dipolar: cambio de orientación de los dipolos permanentes de las moléculas al aplicar un campo eléctrico.

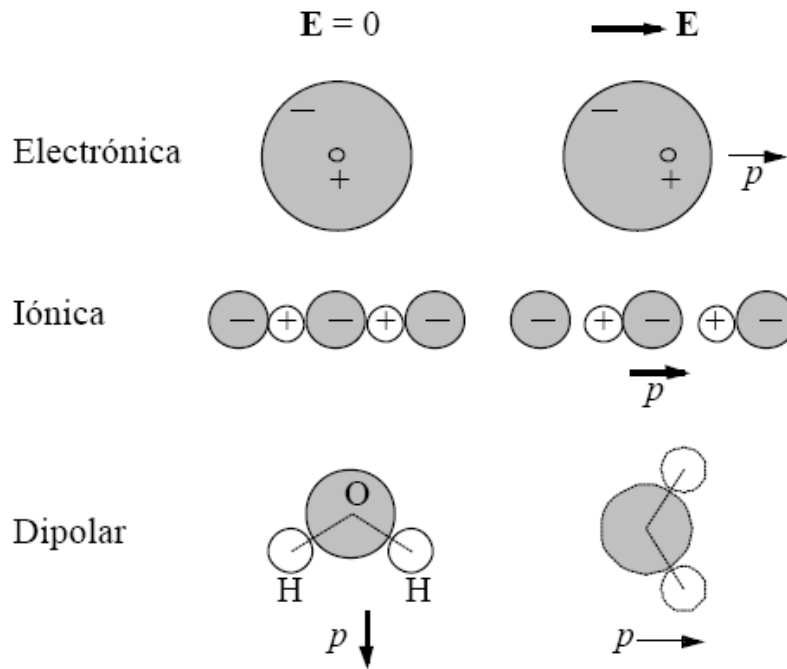


Fig. 1-12: Mecanismos de polarización.

Medida de la constante dieléctrica.

Existe una amplia variedad de métodos para la medida de la constante dieléctrica dependiendo la elección de la naturaleza del dieléctrico a caracterizar y del rango de frecuencias de interés. La medida de la parte real de la constante dieléctrica ϵ' es realizada generalmente mediante el análisis del cambio en la capacidad de un condensador al introducir entre sus placas el dieléctrico mientras que la parte imaginaria ϵ'' se mide analizando el factor de pérdidas $\tan\delta$. El circuito de medida más usualmente utilizado en el rango 10^2 - 10^7 Hz es el que se muestra en la figura 1-13. "C" representa el condensador con el dieléctrico de interés y R las pérdidas dieléctricas. C_2 y C_3 son condensadores ajustables, tal que en el equilibrio del puente la corriente detectada en D sea cero, y R_1 y R_2 son resistencias generalmente del mismo valor.

Inicialmente y sin el dieléctrico introducido $C=C_0$ y $R=0$ y haciendo $R_1=R_2$ el balance del puente hace que:

$$C_0 = C_3 \qquad C_2 = 0 \qquad [1-48]$$

Mientras que con el dieléctrico introducido

$$C = C_3 \qquad R = \frac{R_1 C_2}{C_3} \qquad [1-49]$$

y dado que $\tan\delta = \omega C_2 R_1$ obtenemos para la constante dieléctrica

$$\tan\delta = \frac{\epsilon''}{\epsilon'} \qquad \frac{C}{C_0} = \epsilon' \qquad [1-50]$$

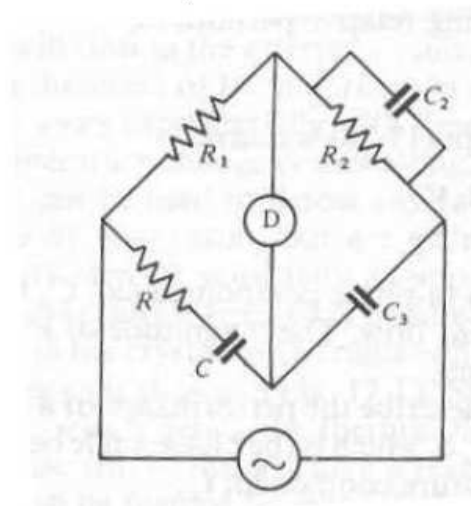


Fig 1-13: Circuito de medida Schering de la constante dieléctrica

1.8 Rigidez dieléctrica y ruptura dieléctrica.

Entendemos por rigidez dieléctrica el valor límite de la intensidad del campo eléctrico en el cual un material pierde su propiedad aisladora y pasa a ser conductor. También podemos definirla como la máxima tensión que puede soportar un aislante sin perforarse. A esta tensión se la denomina tensión de rotura.

El término rigidez se utiliza porque cuando la materia transmite energía, vibra en su extensión llevando su mensaje de una molécula a otra. Cuando no vibra, pues está *rígida* y no transmite nada. Cuanto más rígida es, más aislante resulta.

La rigidez dieléctrica se representa con la letra griega ϵ y se calcula siguiendo la siguiente expresión:

$$\epsilon = \frac{KQ}{r^2} \quad [1-51]$$

Donde: K es la constante dieléctrica del material, Q la carga y r la distancia entre las partículas.

De este modo, se consideran dieléctricos aquellos materiales que poseen una rigidez dieléctrica no nula. Los materiales dieléctricos tienen diferentes aplicaciones, pero entre ellas destaca su uso en la confección del condensador.

Tabla 1-4: Rigidez dieléctrica (MV/m) de varios materiales comunes.

Sustancia ó material	Rigidez Dieléctrica (MV/m)
Aire	3
Cuarzo	8
Tausonita	8
Goma de neopreno	12
Nailon	14
Vidrio Pyrex	14
Aceite de silicona	15
Papel	16
Baquelita	24
Poliestireno	24
Teflón	60

Ruptura dieléctrica.

Si el campo eléctrico al que se ve sometido un dieléctrico supera un valor crítico E_c , las corrientes eléctricas, normalmente muy pequeñas, se incrementan rápidamente dando lugar a la ruptura dieléctrica del material. Este campo crítico fija el límite de utilización del material como aislante.

La ruptura dieléctrica puede ser reversible, el material recupera su carácter aislante al bajar de E_c ó irreversible cuando ya no se recupera el carácter aislante. Destacar el hecho de que E_c no es un parámetro intrínseco del material sino que depende además de otros factores extrínsecos tales como geometría de muestra, proceso de fabricación ó entorno del material.

Se distinguen cuatro mecanismos principales de ruptura dieléctrica:

a) Ruptura electrónica: el origen de la inestabilidad es el propio campo eléctrico que provoca ya sea el aumento de la movilidad de los portadores ó el incremento en el número de portadores mediante procesos de ionización atómica seguidos de procesos de avalancha. El aumento de corriente es debido al aumento de la concentración de electrones en la banda de conducción como consecuencia de un proceso de ionización de los átomos de la red por electrones altamente acelerados por el campo. Ciertas teorías fijan en 40 eventos de ionización los necesarios para provocar la ruptura dieléctrica del material. El cálculo de E_c exige por tanto establecer un valor del coeficiente de ionización α definido como el número de colisiones ionizantes por unidad de longitud. Una expresión generalmente aceptada es la siguiente

$$\alpha = \alpha_0 \exp(-A/E) \quad [1-52]$$

Donde: A y α_0 son constantes del material y E es el campo eléctrico aplicado.

La ruptura dieléctrica implicaría 40 eventos de ionización en el espesor d del material, es decir el coeficiente de ionización debería tomar un valor:

$$\alpha_c = \frac{40}{d} \quad [1-53]$$

Y esta condición implica que el campo de ruptura dieléctrico E_c valdrá:

$$E_c = \frac{A}{\ln(\alpha_0 d / 40)} \quad [1-54]$$

Dependencias de este tipo han sido observadas experimentalmente y en cualquier caso, la disminución de E_c al aumentar d es observada en un gran número de materiales aislantes y es consistente con el hecho de la necesidad de un número dado de eventos de ionización para que el efecto avalancha provoque la ruptura dieléctrica del material.

b) Ruptura térmica: se caracteriza por un aumento de temperatura del material debido a que el calor disipado por la muestra es menor que el calor producido por el efecto Joule de las corrientes de fuga al aplicar el campo eléctrico. El aumento de temperatura provoca a su vez un aumento de la conductividad eléctrica del material aislante y en consecuencia de la corriente que circula a través, retroalimentando el efecto y dando lugar en poco tiempo a la ruptura dieléctrica. El aumento de temperatura y por tanto la condición de ruptura depende del equilibrio entre la velocidad con la que se genera el calor y la velocidad con la que este es disipado.

c) Ruptura iónica: el proceso se inicia por un movimiento de los iones de la red bajo la acción de los fuertes campos aplicados. Este proceso ha sido postulado para óxidos anódicos en los cuales el campo de ruptura dieléctrico coincide con el campo eléctrico necesario para la formación del óxido independientemente del espesor de la muestra.

d) Ruptura por descargas de gas: el aislante suele contener en su interior burbujas de gas con un E_c cercano a los 10^6 V/m, menor que el generalmente requerido para la ruptura dieléctrica del material. El gas se ioniza primero provocando la inyección de electrones energéticos en el material y acelerando el proceso de ruptura.

La distinción entre los diferentes mecanismos de ruptura dieléctrica tiene sentido al inicio del proceso ya que, una vez comenzado éste, se suele dar una superposición de mecanismos que concluyen en última instancia con un fuerte aumento de la temperatura y una fusión ó descomposición del material.

2. AISLAMIENTOS SUMERGIDOS EN ACEITE.

2.1 Breve reseña de los aislamientos.

Al inicio de los años 60`s salio al mercado el papel térmicamente tratado que permitió elevar el limite térmico (120 °C), uno de los beneficios que permitió este, fue que al emplearse en transformadores se lograba un incremento en la elevación de temperatura en el devanado de 55 °C a 65 °C ganando un aumento de capacidad de 12%. A mediados de los años 60`s dependiendo del fabricante se utilizo cartón precomprimido de alta densidad, cuyo secado se hacia bajo presión, fue una mejora sustancial en la fabricación que permitía aumentar la resistencia a ser comprimido logrando una alta resistencia a los esfuerzos electrodinámicos presentes durante corto circuitos, veinte años después en los años 80`s nace el aislamiento Aramid alcanzando una clase térmica de 220 °C ahora la limitante para la elevación de temperatura se dejaba para el aceite refrigerante, el aislamiento permitía aumentar 100% la capacidad de carga con excelentes características como alta resistencia a la compresión, estabilidad a altas temperaturas, bajo constante dieléctrico, menor factor de disipación a las temperaturas de operación y baja absorción de humedad.

Por otra parte, dentro de los líquidos aislantes iniciamos con aceites minerales derivados del petróleo utilizados hasta 110 °C. Aparecieron líquidos con ventajas sobre el aceite de baja flamabilidad y clasificación térmica mayor a 105°C como silicón, R-Temp, alpha, también se tienen esterres naturales y sintéticos dependiendo del tipo de transformador, potencia o distribución, se buscan características como; alta resistencia dieléctrica, viscosidad, clasificación térmica y la transferencia de calor.

2.2 Características del aceite aislante.

El aceite empleado como medio aislante en algunos equipos eléctricos como transformadores, debe cumplir con las siguientes funciones:

- Aislar eléctricamente los bobinados.
- Extinguir arcos eléctricos.
- Disipar el calor.

El mantenimiento de la calidad del fluido dieléctrico es esencial para asegurar el buen funcionamiento de los equipos eléctricos aislados en aceite. Existe una gran variedad de criterios para evaluar el estado de los aceites, y la frecuencia de ensayos.

Una solución de compromiso sana y razonable consiste en tener en cuenta la explotación del equipo eléctrico, la confiabilidad exigida, y el tipo de sistema eléctrico. Por ejemplo, las grandes empresas distribuidoras de energía eléctrica consideran el monitoreo de todos sus transformadores una tarea antieconómica, y están preparadas a aceptar un riesgo de falla más elevado. En cambio, un usuario industrial o el operador de un edificio, cuyas actividades dependen de la confiabilidad de su alimentación eléctrica, desearía reducir su

factor de riesgo aplicando una supervisión más estricta de la calidad del aceite como un medio proactivo para prevenir cortes de electricidad.

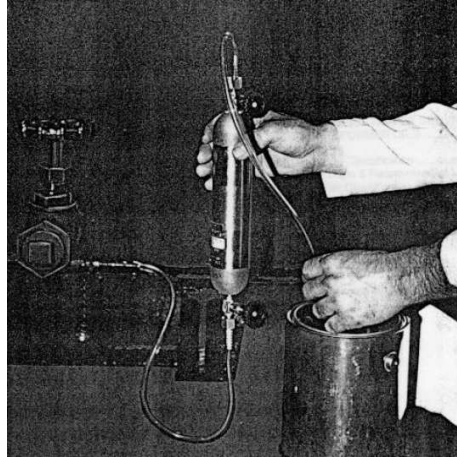


Figura 2-1: Procedimiento de muestreo del aceite para transformadores.

Cuando el aceite se degrada, se reducen los márgenes de seguridad y aumenta el riesgo de un defecto prematuro. Aunque la evaluación del riesgo es difícil, la acción proactiva consiste en identificar los efectos potenciales de un deterioro acrecentado.

2.2.1 Propiedades.

El aceite utilizado en los transformadores es un aceite mineral refinado obtenido de la destilación fraccionada de petróleo crudo. El aceite debe cumplir con ciertos requerimientos.

Este aceite, esta libre de humedad, ácidos inorgánicos, álcali, azufre, asfalto, tar, aceites animales o aceites vegetales y ofrecen las siguientes ventajas:

- ✓ Una rigidez dieléctrica suficientemente alta para resistir las solicitaciones eléctricas que se presentan en el servicio.
- ✓ Un bajo valor de viscosidad para asegurar la circulación y facilitar la transferencia de calor.
- ✓ Es libre de ácidos inorgánicos, y azufres corrosivos lo cual prevé la deterioración de los aislamientos y los materiales de construcción.
- ✓ Tiene buena resistencia a la emulsificación permitiendo que la contaminación por humedad se aloje rápidamente en el fondo del tanque.
- ✓ La liberación de lodos bajo condiciones de operación normales sobre largos periodos de tiempo es acompañada por la apropiada selección de crudo y del método de refinación.
- ✓ Debido a la baja viscosidad del aceite, se facilita el asentamiento de los productos generados durante un arco eléctrico en interruptores, cambiadores de derivaciones y otros aparatos que generan arcos.
- ✓ El bajo punto de congelación permite su utilización durante condiciones de baja temperatura.

- ✓ El alto punto de inflamación permite la operación a altas temperaturas.

2.2.2 Factores causantes de la degradación.

Con el objeto de discutir los problemas involucrados con el mantenimiento del aceite aislante en servicio y los procesos restantes de manejo, es importante familiarizarse con los factores los cuales pueden causar daños al aceite aislante, los cuales son:

Oxidación.

La oxidación es la causa más común del deterioro del aceite y aislamiento. Empaques defectuosos y malas soldaduras pueden hacer que la unidad respire aire. El oxígeno en el aire reaccionará con el aceite para formar ácidos orgánicos, agua y eventualmente sedimentos de aceite. Una vez que la formación de lodos ha iniciado, un tratamiento de arcilla es requerido para remover los productos deteriorados.

Inhibidores.

Los transformadores de potencia están equipados con un sistema de preservación de aceite el cual sella el transformador y previene la entrada de oxígeno y contaminación. Esto reduce la razón de oxidación del aceite y la adición de inhibidores de oxidación al aceite no es recomendada.

Contaminación.

La humedad es la principal causa de contaminación del aceite. La principal fuente de humedad es la respiración de aire húmedo hacia el transformador a través de sellos defectuosos u otras fugas. La contaminación puede también presentarse durante el ensamble o inspección con la cubierta hombre removida. Otros contaminantes sólidos en el aceite pueden venir del aislamiento sólido o de las partes de metal.

Temperatura excesiva.

Un calor excesivo acelerará la oxidación si existe algún contenido de oxígeno y además afectará la composición del aceite mismo. El calor también degradará los otros materiales aislantes y por lo consiguiente generará dióxido de carbono y agua, la cual deteriorará todavía más el aceite.

Descargas corona.

Las fallas menores tales como las descargas corona, chispazos y sobre calentamientos locales debajo del nivel de aceite producirá gases combustibles y carbón, el cual puede ser perjudicial para la operación del transformador. Estas fallas menores deberán ser identificadas y corregidas cuando sea posible.

En resumen, la degradación del aceite depende de las condiciones del servicio y el mantenimiento del equipo. El aceite aislante está en contacto con aire y sufre reacciones de oxidación. La oxidación se acelera por efecto de temperaturas elevadas, por el contacto con agua y por la presencia de metales (cobre, hierro) que actúan como catalizadores.

Algunos síntomas de degradación del aceite son:

- χ Cambio de color: oscurecimiento.
- χ Formación de sustancias polares.
- χ Formación de ácidos.
- χ Olor.
- χ Generación de lodos.

El deterioro del aceite también puede provocar un envejecimiento prematuro de otros aislantes (barniz, papel kraft, presspan, y tacos de madera).

La aparición incipiente de estos productos de degradación se puede determinar estudiando el comportamiento de las propiedades del aceite, y descubrirlos aún antes de que repercutan en el estado del fluido o en la condición eléctrica del equipo eléctrico.

2.3 Tipos de materiales aislantes utilizados en maquinas eléctricas.

Los materiales aislantes tienen la función de evitar el contacto entre las diferentes partes conductoras (aislamiento de la instalación) y proteger a las personas frente a las tensiones eléctricas (aislamiento protector).

La mayoría de los no metales son apropiados para esto pues tienen resistividades muy grandes. Esto se debe a la ausencia de electrones libres.

Los materiales aislantes deben tener una resistencia muy elevada, requisito del que pueden deducirse las demás características necesarias.

Para ello se han normalizado algunos conceptos y se han fijado los procedimientos de medidas.

Propiedades eléctricas.

Básicamente las propiedades generales de los aisladores son:

- *Resistividad de paso P_D .*

Es la resistencia que presenta un cubo de 1 cm de arista.

- *Resistencia superficial y resistencia a las corrientes de fugas.*

En altas tensiones pueden aparecer corrientes eléctricas como consecuencia de depósitos sobre la superficie de los aislantes. Al cabo de un cierto tiempo la corriente podría atacar a estos materiales. Precisamente los plásticos son muy sensibles a ello, pues al ser sustancias orgánicas contienen carbono.

- *Rigidez dieléctrica E_D en KV/mm.*

Se mide la tensión a la que se produce una descarga disruptiva entre dos electrodos.

La rigidez dieléctrica no es una magnitud lineal, sino que depende de una serie de factores

- *Permitividad relativa ϵ_r .*

Es importante que la permitividad relativa de los aislantes sea pequeña, pero por otro lado los aislantes empleados como dieléctricos en los condensadores deberán presentar una gran permitividad. Además para poder valorar las propiedades del material debe saberse en que forma depende ϵ_r de la frecuencia.

- *Comportamiento electrostático.*

La carga electrostática es posible debido a las altísimas resistencias de los plásticos.

Junto a las propiedades eléctricas ya citadas los aislantes deben reunir también una serie de requisitos térmicos mecánicos químicos y tecnológicos que dependen de los fines para los que se destinen.

Tabla 2-1: Características típicas de diferentes materiales aislantes.

Material	Densidad (g/cm ³)	Constante Dieléctrica	Factor Disipación (25°C) / (130°C)	Absorción Aceite (%)
Papel Kraft	1	3.8	0.3 / 1.8	16
Hi-Val	0.95	3.5	0.3 / 1.7	> 24
T-IV	1.2	4.5	0.45 / 2.2	12
Enamel	1.3	3.4	0.18 / 0.16	---
Papel Fenólico	1.4	5.6	3.7 / 8	---
Polyester Fiberglass	1.8	5.3	4.5 / ---	---
Nomex® T-994	1.12	4	1.1 / 1.6	10
Aceite Transformador	0.88	2.2	0.1 / 0.47	---

Aislamientos termofijos

Los Aislamiento agrupados bajo el nombre de termofijos están constituidos por materiales que se caracterizan porque, mediante un proceso de vulcanización, se hace desaparecer su plasticidad y se aumenta su elasticidad y la consistencia mecánica.

Estos aislamientos se aplican generalmente por extrusión y se someten a un proceso de vulcanización elevando la temperatura a los valores requeridos.

Los aislamientos termofijos más usados son el hule natural y los hules sintéticos, conocidos con el nombre genérico de elastómeros y más reciente algunos derivados del polietileno.

El hule natural fue con el papel, uno de los materiales usados para el aislamiento de cables. Se obtiene del látex de un árbol tropical originario de Brasil. Para utilizarlo como aislamiento se mezcla con otras sustancias: plastificantes,

agentes de vulcanización (1 a 2% de azufre) y modificadores; se emplean mucho en baja tensión y con menos frecuencia para tensiones más elevadas hasta de 25 KV.

Los hules sintéticos más utilizados como aislamientos de cable son: estireno-butadieno (SBR) el butilo, el neopreno, y el etileno-propileno (EPR)

El estireno-butadieno conocido comercialmente con las iniciales SBR tiene cualidades eléctricas y mecánicas que son ligeramente inferiores a las del hule natural. En cambio sus cualidades de resistencia a los agentes químicos y al envejecimiento son algo superiores, por sus características y su bajo precio se ha utilizado principalmente en el aislamiento de cables de baja tensión.

El butilo es un hule sintético cuya propiedad principal es poder trabajar a temperaturas más elevadas que el hule natural su temperatura de operación es de 85° C. También ofrece una mayor resistencia a la ionización lo que permite usarlo para tensiones más altas, una gran flexibilidad y resistencia a la humedad superior a la del hule natural. Aunque la materia prima para este tipo de aislamiento es barato, su precio en el proceso de fabricación es elevado por lo que el precio final es costoso. Tiene aplicaciones para corta longitud, para aplicaciones especiales.

Tipos de aisladores.

Los materiales que se emplean para la fabricación de aislamientos son muy variados como los tipos de aisladores que existen, los cuales se presentan a continuación;

Aisladores soporte:

Sostienen un conductor que presenta cierta diferencia de potencial respecto a los demás y a tierra.

Aisladores Pasantes:

Permiten el paso de un conductor bajo tensión a través de una pared genérica (por ejemplo aisladores o discos pasamuros). En su constitución más sencilla, el aislador pasante se presenta en forma más o menos cilíndrica y con la superficie exterior perfilada de distinto modo según que deba utilizarse en el exterior o en el interior, estando perforados de punta a punta según su eje longitudinal, por donde pasa el cable o conductor. El material más común de estos es porcelana, aunque puede emplearse en ciertos casos papel baquelizado ó hule sintético.

Los aisladores pasantes más destacados son los empleados en transformadores e interruptores en baño de aceite. Estos aisladores son asimétricos puesto que por una parte están sumergidos en aire y por otra en aceite mineral; sus dimensiones dependen de la tensión de trabajo, pudiendo resultar enormes, hasta construir trabajos de cerámica muy especiales, de precio elevado. Para su fabricación se adopta la porcelana, material de óptimas características eléctricas, robusto y muy duradero. La parte superficial externa se

pinta con un barniz que lo impermeabiliza y que, después, se cuece en un horno a alta temperatura, vitrificándolo.

Otro material empleado, cuando las condiciones no son muy exigentes, es el vidrio, de composición adecuada, en colores blanco o verde. Se usa para aisladores en sistemas eléctricos de baja y media tensión, así como para líneas telefónicas y telegráficas. Para estos usos el vidrio resulta más frágil y más propenso a agitarse que la porcelana, a la que casi iguala en cuanto a características eléctricas.

Otro material es el *Pyrex*, formado de cuarzo fundido, que presenta gran dureza y resistencia y no acusa los efectos de los cambios bruscos de temperatura; se usa en líneas eléctricas a tensiones medias y altas, así como en líneas telefónicas de alta frecuencia. El problema del aislamiento puede definirse simplemente como la necesidad de mantener dieléctricamente separados miembros entre los que existe una diferencia de potencial, y la primera solución que puede darse es la de adoptar columnas de material aislante, sobre las que se fijan materiales adecuados para el anclaje de los conductores, y en cuyas bases se disponen abrazaderas adecuadas para anclarlos a los soportes. Las primeras condiciones que deben satisfacerse son las mecánicas, debido a los esfuerzos (quizá elevados) que pueden obedecer a causas puramente eléctricas, como la proximidad de otros conductores bajo tensión. Con las distancias comúnmente adoptadas, esas acciones electrodinámicas son muy modestas, pero en caso de deterioro esto cambia, ya que tales fuerzas son proporcionales al cuadro de la intensidad de la corriente que circula por los conductores, que, en caso de cortocircuito puede hacerse incluso diez veces superior a la normal, desde el punto de vista eléctrico, las condiciones quizá sean más sencillas, ya que los materiales adoptados para la construcción de aisladores poseen siempre una rigidez dieléctrica y una resistividad elevadísimas, por lo que las corrientes que pueden circular entre conductores y soportes a través de los mismos aisladores, son extremadamente reducidas.

Por consiguiente el caso no es grave respecto al fenómeno a través del aislador, pero puede serlo respecto a la superficie del mismo. Las corrientes superficiales pueden llegar a adquirir valores intolerables, en función del dieléctrico que lo rodea y de los depósitos que se puedan formar en la superficie del aislador. Es preciso tener en cuenta, de modo especial, las condiciones ambientales, ya que se pueden producir líneas de dispersión indeseables, lo que hace necesario perfilar de modo correcto el aislador a fin de disminuir esos peligros de manera considerable.

Las proporciones de todo el complejo deben ser tales que en cualquier punto del espacio que lo rodea existan las condiciones de estabilidad dieléctrica, o sea, que el gradiente de potencial allí existente sea siempre inferior al gradiente crítico del medio que lo rodea; por tanto el aislador debe diseñarse de acuerdo con las características del medio en que deba quedar sumergido, lo que determina principalmente su tamaño. Ello se ratifica al observar los aisladores pasantes para transformadores e interruptores, ya descritos, los cuales, frente a un espesor bastante modesto, presentan una notable longitud, desigualmente repartida. En efecto, el aislador aparece asimétrico, puesto que la sumergida en el aceite, material de propiedades dieléctricas más elevadas, en cuyo seno no son tan de temer las descargas superficiales.

Los aisladores soportes tienen forma estándar, tanto para interiores como para el exterior. En el caso que debido a la tensión de trabajo uno no fuese suficiente, se reúnen entre varios elementos en serie, cosa muy fácil ya que en sus extremidades llevan cementadas bridas de sujeción adecuadas.

Aisladores de resinas.

De constitución especial y mucho más resistentes que los cerámicos. Si son sometidos a esfuerzos por efecto de dilataciones o contradicciones de las barras que soportan, puede resultar más convenientes y hasta más fácil, adoptar terminales de fijación especiales que permitan un ligero desplazamiento de los conductores.

Aisladores ovoides.

Elementos de forma ovoidal, provistos de los orificios necesarios para alojar elementos lineales de circuitos que funcionen a tensiones distintas, sin que funcionen a tensiones distintas, sin que, por ello, puedan llegar a establecer contacto o causar molestia alguna. Los aisladores ovoides se emplean particularmente para tensar partes del circuito aisladas en el espacio.

Aisladores de sección.

Elementos aislantes dispuestos entre dos partes sucesivas de un circuito.

Barnices

Preparados de variada consistencia que, extendidos en delgada capa sobre una superficie, se desecan por acción del oxígeno del aire o por evaporación del solvente, dejando adherida a dicha superficie una película delgada resistente y elástica. Todo barniz contiene una sustancia filmógena, junto con uno o varios vehículos líquidos.

Barnices aislantes:

Son usados en la industria eléctrica para ciertos tipos específicos de aislamiento, como los hilos de reducido diámetro de los arrollamientos de pequeños motores y aparatos eléctricos. Se trata siempre de barnices de secado rápido, capaces de adherirse fuertemente, formando películas continuas y compactas.

2.4 Campos acumulativos.

Como anteriormente se ha mencionado para la realización de este trabajo, las simulaciones por computadora se efectuarán en el programa Maxwell SV, creado por Ansoft, el cual implementa el Método de elementos finitos para la resolución de los problemas.

Los programas creados por Ansoft tienen dos opciones para definir los modelos geométricos, el primero y mas común consiste en dibujar el modelo en el programa lo cual es muy similar a dibujar en la mayoría de los programas para dibujos “CAD”, la otra opción, en caso de que ya se tenga un modelo creado, consiste en convertir un archivo DXF al formato “Ansoft” por medio del conversor incluido en el programa.

Una vez establecido el modelo geométrico a analizar, se deben establecer los límites de todos los conductores y tierras, además de establecer los atributos de los materiales utilizados como las constantes dieléctricas, la cual para el caso del aceite es “2.2”.

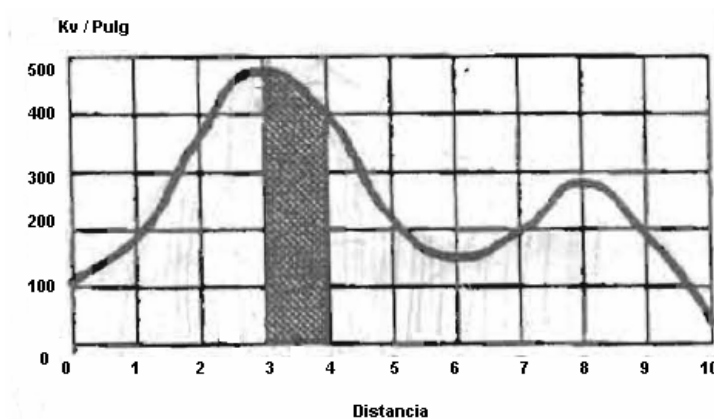
Ya establecidas las condiciones anteriores el programa crea una malla para dividir el problema en un gran número de pequeñas regiones triangulares, cada esquina de los triángulos forma un nodo, con esto, el programa calcula los campos electromagnéticos deseados en cada nodo y los valores de cada triángulo son interpolados generando así un campo continuo el cual se observa en los resultados finales.

Con estos resultados se pueden analizar los esfuerzos eléctricos en el aceite y los esfuerzos eléctricos de arrastre. Los márgenes de diseño para el aceite son calculados usando el método no-acumulativo y los márgenes para arrastre son calculados usando el método acumulativo.

Para el cálculo de los campos no-acumulativos se emplea:

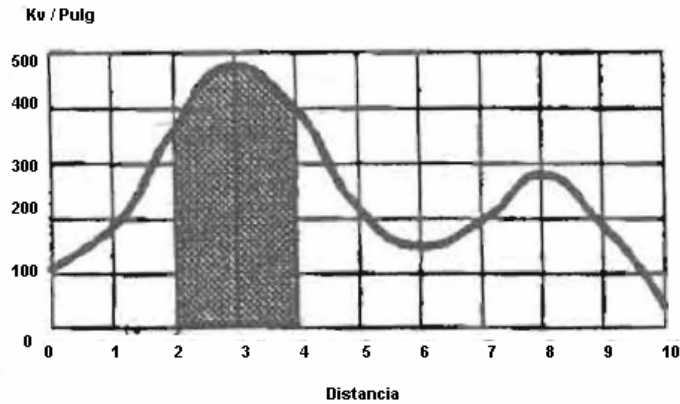
$$\left(\frac{E_{\text{critico}} - E_{\text{actual}}}{E_{\text{critico}}} \right) 100 \quad [2-1]$$

El método acumulativo es más complejo, ya que los rompimientos por esfuerzos eléctricos de arrastre inician en los puntos más altos de esfuerzo eléctrico en la superficie afectada y en ocasiones en ambas direcciones (positiva y negativa). Por lo que la curva de esfuerzo eléctrico es trazada de la misma forma que la curva del método no-acumulativo. Las siguientes graficas explican el cálculo con más detalle:



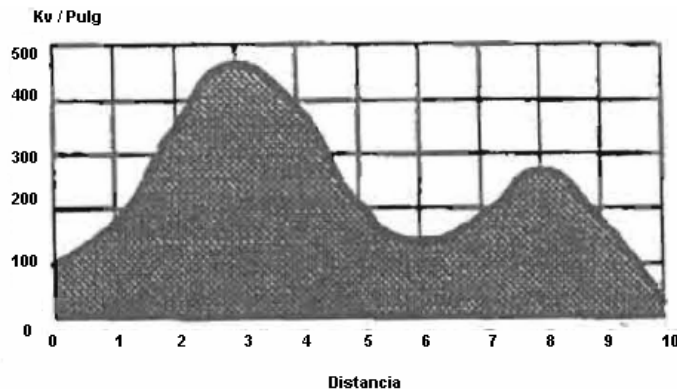
Grafica 2-1; Método acumulativo.

En el método acumulativo, el área es calculada para cada incremento de la línea del esfuerzo eléctrico. Cuando se encuentra el área máxima para un incremento (grafica 2-1), el valor calculado para el área es argumentado como el primer punto de la línea de esfuerzo eléctrico acumulativo.



Grafica 2-2; Método acumulativo (2).

Después del argumento anterior, una subsecuente área máxima es calculada para los dos incrementos sucesivos más largos (grafica 2-2). Entonces, el valor calculado para esta segunda área es anotada como el segundo punto de la línea de esfuerzo eléctrico acumulativo.



Grafica 2-3; Método acumulativo (3).

Todo este método continua hasta que toda el área de la línea de tensión haya sido calculada (grafica 2-3). Este valor es entonces anotado como el último punto de la línea de esfuerzo eléctrico acumulativo. Finalmente, la línea de esfuerzo eléctrico acumulativo es comparada en el software para obtener un porcentaje de manera similar para el método no-acumulativo. Un porcentaje mínimo de 20% a 35% es requerido dependiendo de las condiciones del análisis.

2.5 Diseño de aislamientos.

Las propiedades eléctricas y el comportamiento de los aisladores dependen principalmente de sus propiedades superficiales y de los cambios de estas propiedades debidos a la exposición a la intemperie.

Asimismo, dicho comportamiento depende también de un diseño adecuado al reducir el número de interfaces donde se pueden presentar arcos y donde puede ocurrir una degradación acelerada del material.

Pulpa de kraft.

El papel Kraft es el elemento de cuya calidad y estado depende la vida de la maquina. Ya señalamos anteriormente la importancia del aceite, que lo impregna y baña, en la vida del papel. Los principales factores que lo afectan son: temperatura del arrollamiento, humedad, gases, deposito sobre su superficie de productos de descomposición del aceite.

Los materiales de celulosa que se utilizan para la fabricación de papeles eléctricos y pressboard son usualmente manufacturados de coníferas y convertidos en pulpa por el proceso Kraft. El pressboard es un aislamiento utilizado en transformadores, el cual ademas de controlar el voltaje aplicado, también crea ductos de ventilación y soporta el devanado

Básicamente el proceso Kraft consiste en hervir los trozos de madera en una solución alcalina de sulfuro de sodio e hidróxido de sodio para posteriormente emplear el uso de una solución de sulfato de sodio para dar un acabado (“make-up”). Durante este proceso, se elimina la resina y la hemi-celulosa ya que la madera contiene de 40% - 66% de celulosa, entre 16% - 35% de resina y 25% - 40% de hemi-celulosa.

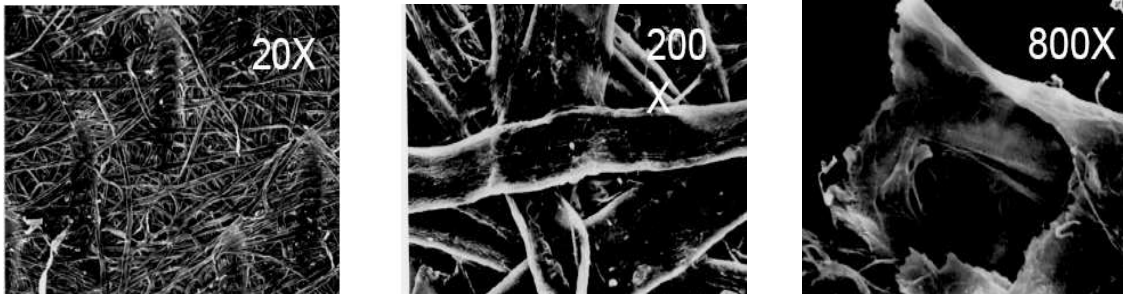


Figura 2-2: Ampliaciones de la celulosa.

2.5.1 La función de los aislamientos sólidos en transformadores.

Actualmente al diseñar transformadores todavía es posible incrementar la rigidez dieléctrica en estos, logrando obtener un transformador mas seguro, con menores dimensiones, menor peso y mas económico.

Los aislamientos sólidos son usados para construir barreras y subdividir los ductos de aceite (fig. 2-3), incrementando así la rigidez dieléctrica del sistema aceite-pressboard.

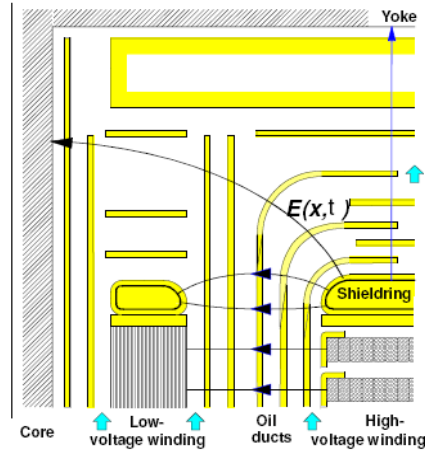


Figura 2-3: Sistema de barreras y líneas de campo eléctrico en un transformador

Función de las barreras.

En base a estudios y pruebas realizadas con el diseño de barreras se ha llegado a las siguientes conclusiones, típicamente utilizadas en la fabricación de transformadores de alta tensión:

- Los electrodos metálicos deben ser forrados con aislamiento sólido (Fig. 2-4).
- Se puede incrementar la rigidez dieléctrica del aceite dividiéndolo en pequeñas distancias. De este modo, el volumen de las estructuras de aislamiento pueden ser substancialmente reducido.
- En donde existan espacios de aceite donde el campo no se distribuye de forma uniforme, los ductos de aceite se pueden dividir en pequeños espacios de diferentes longitudes (Fig. 2-5).

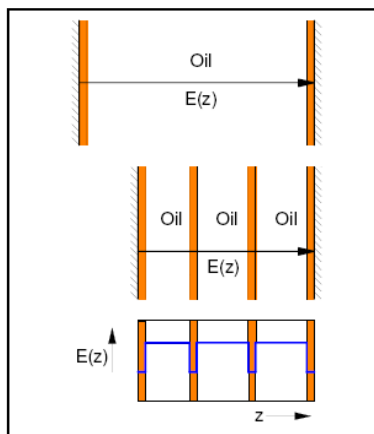


Figura 2-4

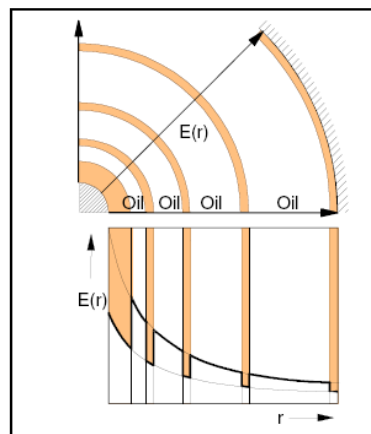


Figura 2-5

Fig. 2-4: Función de las barreras en los transformadores incrementando la rigidez dieléctrica, dividiendo ductos grandes en ductos pequeños de aceite.

Fig. 2-5: Función de las barreras en los transformadores dividiendo espacios de campo no uniformes en el aceite.

Diseño de sistemas de aislamiento para altos voltajes.

En altos voltajes, el diseño de los sistemas de aislamiento es determinado por el soporte dieléctrico del aceite del transformador. Esto requiere de un análisis de campo para las zonas de mayor esfuerzo eléctrico en donde se encuentran involucrados los aislamientos líquidos y sólidos. Las líneas de campo eléctrico son críticas, cuando el campo eléctrico actual es muy cercano al campo límite ó esfuerzo máximo en el aceite.

Para ondas de corriente alterna, impulso por rayo y por maniobra, la distribución de campo es determinado casi exclusivamente por las constantes dieléctricas del aceite y las barreras del transformador empleadas. En el caso de algunas direcciones de campo eléctrico particulares, es necesario mencionar que la distancia efectiva es mayor que la distancia más corta entre las barreras (Fig. 2-6). También debe entenderse que el campo crítico tangencial puede aparecer entre el aceite y los aislamientos sólidos, en estos casos los campos tangenciales a lo largo de las superficies de las barreras deben ser analizadas (arrastres).

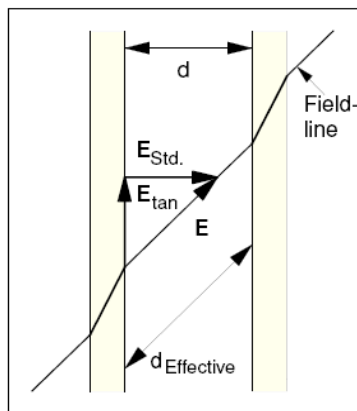


Figura 2-6: Componentes tangenciales y estándar (perpendicular) de los vectores de campo eléctrico.

Reglas de diseño.

Las reglas generales de diseño resultan directamente de las condiciones particulares de la distribución de campo en los espacios contenidos por aceite. Como ya se ha mencionado anteriormente, es muy importante el dividir ductos grandes de aceite en ductos pequeños. La función de las barreras es optimizar lo anterior y esto se logra colocándolos perpendicularmente a la dirección del campo eléctrico y paralelos a las superficies equipotenciales, cabe señalar que lo anterior no es aplicable para todos los arreglos en la vida real, y por lo tanto se debe estudiar previamente cada situación.

Diseño de sistemas de aislamiento de alto voltaje para corriente directa.

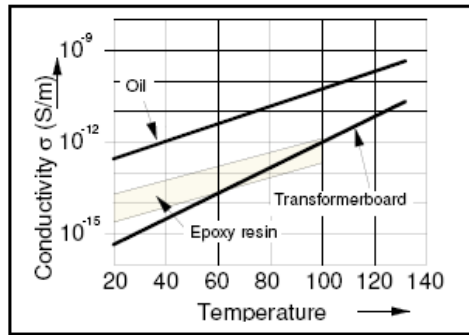


Figura 2-7

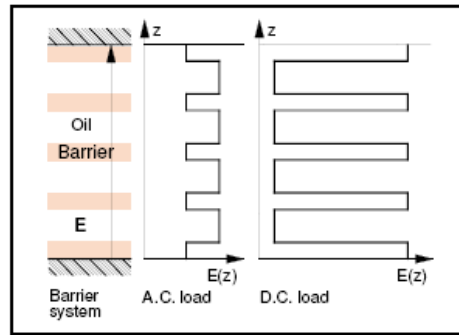


Figura 2-8

Fig. 2-7: Valores de conductividad típica en función de la temperatura.

Fig. 2-8: Tensión eléctrica en un sistema de barrera para corriente alterna y directa. La razón de la constante dieléctrica es 2:1 y la razón de la conductividad es 10:1 en relación a condiciones de estado estable.

Para voltajes en corriente directa, el aislamiento sólido tiene una función completamente diferente. Los campos de corriente directa son determinados por la conductividad σ del material aislante y no por la constante dieléctrica ϵ . La conductividad del material aislante puede diferir, dependiendo de la magnitud de campo eléctrico, el tiempo y el medio ambiente (Fig. 2-7).

La distribución de los campos eléctricos en el sistema de barreras es diferente en corriente directa. En corriente directa, el campo eléctrico es fuertemente concentrado en el aislamiento sólido; el esfuerzo que se produce en el aceite es menor. La función del aislamiento sólido consiste en soportar prácticamente todo el esfuerzo eléctrico en el sistema. Por lo anterior, el número de barreras debe ser suficiente para soportar el esfuerzo eléctrico en corriente directa.

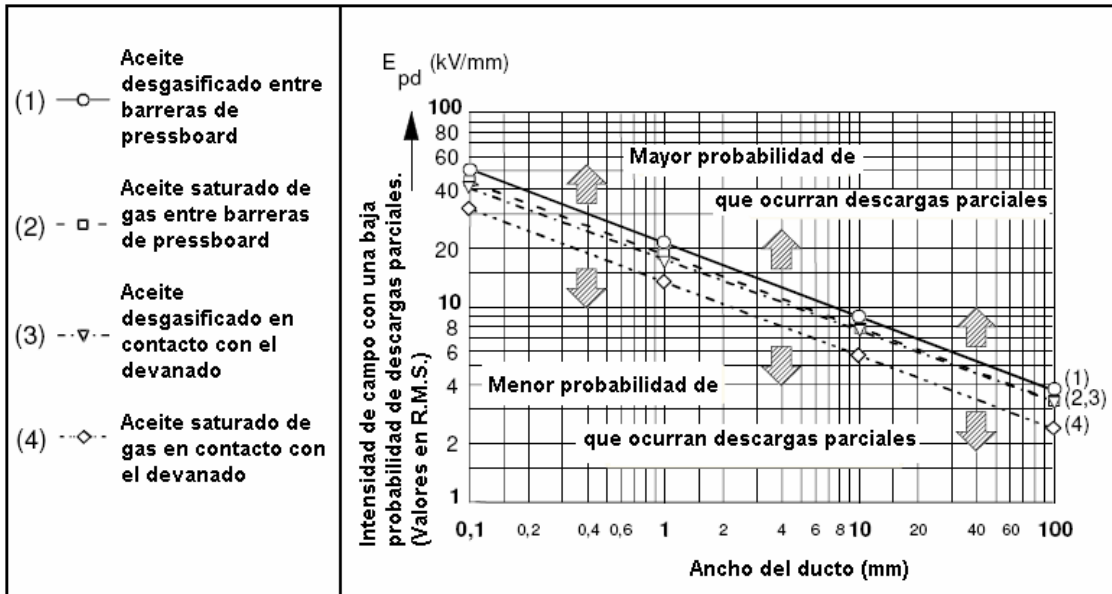
En la práctica, estos sistemas de aislamiento están expuestos a una combinación de tensiones tanto de corriente alterna como de corriente directa. Inmediatamente después de aplicar el voltaje de corriente directa, aparece una distribución de campo capacitiva (similar a un voltaje de distribución en C.A.), la cual cambia lentamente hacia una distribución de C.D., en función de la constante de tiempo ϵ/σ de los materiales. El diseño del aislamiento para transmisión de HVDC (High-Voltage D.C.) debe tomar en cuenta las diferentes tensiones que se producen al mismo tiempo.

2.5.2 Rigidez dieléctrica de ductos de aceite.

Las curvas de diseño de Weidmann (gráfica 2-4), indican los límites de esfuerzo máximo permitido para ductos de aceite y están calculadas para voltajes de corriente alterna (AC) con duración de 1 minuto.

Para ductos de aceite dentro de campos uniformes, las curvas muestran la intensidad de campo E_{pd} (pd = descargas parciales) como función del tamaño del ducto “ d ”, para una probabilidad de ocurrencia de descargas parciales de 1%.

$$E_{pd}(d) = E_{pd}(1 \text{ mm}) \cdot (d/\text{mm})^{-a} \quad [2-2]$$



Gráfica 2-4: Curvas de Weidmann.

Los coeficientes de las curvas mostradas en la grafica anterior son:

$$E_{pd}(1\text{mm}) = 21/ 17.8/ 17.8/ 13.5$$

$$a = 0.37/ 0.364/ 0.364/ 0.375$$

La grafica 2-4 muestra que la rigidez dieléctrica en los ductos de aceite se ve afectado por algunos factores importantes como:

- El aceite saturado de gas fomenta la formación de burbujas (curvas 2 y 4).
- La rigidez dieléctrica disminuye cuando el aceite esta en contacto con el devanado.
- Entre mayor sea el ancho del ducto hay mayor probabilidad de tener puntos críticos (esfuerzo máximo en el aceite).

2.6 Pruebas y parámetros del Aceite dieléctrico.

El controlar todos los parámetros característicos de los aceites aislantes nos permite tener una importante indicación del estado de la maquina, aunque no es necesariamente obligatorio medir todos.

Tomar tres parámetros es suficiente para efectuar el seguimiento de la maquina siempre y cuando se siga el historial de la misma a los fines de detectar el momento propicio para efectuar el mantenimiento correctivo adecuado.

Pruebas del aceite dieléctrico.

Procedimientos de muestreo.

La mayoría de las propiedades de los aceites aislantes son afectadas por impurezas, particularmente agua. Debe de tenerse mucho cuidado al obtener muestras para eliminar la contaminación. Todos los equipos utilizados para la obtención de muestras y los contenedores de los mismos deben estar limpios y secos.

Contenedores de muestras.

Los contenedores de muestras deben ser de vidrio. Una botella de cristal de ámbar con capacidad de al menos (16 Oz) puede ser usada. No es recomendable usar empaques de caucho o tapones de caucho en las botellas. La botella debe ser enjuagada con un apropiado solvente y completamente secada antes de ser usada.

Al mezclar aceites como por ejemplo al adicionar aceite en un transformador, se debe de probar la rigidez dieléctrica de la muestra de cada tambor de aceite. Cuando se tiene un gran número de tambores, es permisible tomar muestras de hasta cinco tambores y mezclarlos para hacer una composición que será probada como una simple mezcla. Si el valor obtenido de la prueba de Rigidez Dieléctrica es de 30 KV como mínimo, todos los tambores incluidos en la composición pueden ser adicionados al transformador. Si este valor no alcanza los 30 KV mínimos, será necesario probar cada tambor separadamente. Es recomendable que el contenido de humedad sea medido en el sitio de instalación.

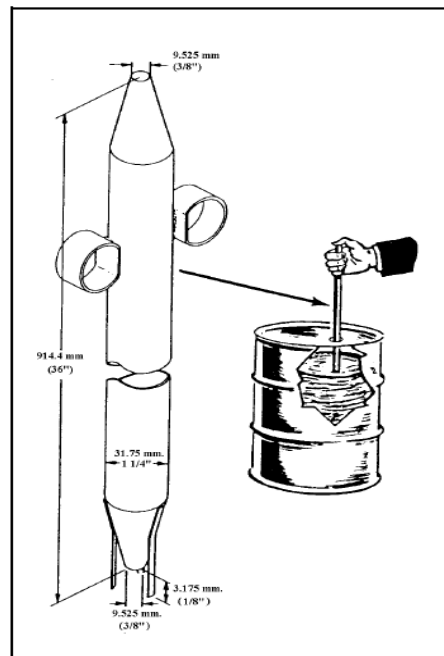


Figura 2-9: Muestreador para tambores y método de muestreo.

En transformadores, se deben realizar pruebas periódicas del aceite una vez que el transformador es energizado y puesto en servicio. El modo de operación o el tipo de carga dictarán la frecuencia de realización de estas pruebas, normalmente se recomienda realizar pruebas anualmente. La inspección de dicho aceite debe incluir al menos un examen de la rigidez dieléctrica, contenido de humedad, número de neutralización, color, condición, y en transformadores de gran tamaño un análisis de gas.

En interruptores, la principal causa de deterioración del aceite en un circuito interruptor o en cualquier aparato que produzca arcos eléctricos, es la presencia de agua y carbonización de aceite, debido a las operaciones de arqueo.

El arqueo en el aceite en los circuitos interruptores produce una pequeña cantidad de agua, ácidos y descomposición de aceite carbonizado. Estos ácidos pueden formar, en casos extremos, escamas metálicas en los equipos metálicos, pero esto no dañará el aparato. El agua puede también ser resultado de la entrada de aire húmedo al tanque. Algo de carbón es depositado en los componentes de los contactos y en el fondo del tanque mientras que el restante permanece suspendido en el aceite.

La carbonización aparece no solamente cuando el circuito interruptor abre bajo fuertes cortos circuitos, sino también siempre que el arco se forma, aun durante servicios ligeros como es la apertura del mismo cuando solamente circula la corriente de carga de línea. Estos servicios menos severos pueden eventualmente producir suficiente carbón como para ser una fuente de problemas, en vista de su repetitividad.

El carbón puede reducir la rigidez dieléctrica del aceite, bajando la resistencia de la superficie del aislamiento si hay agua presente, y también puede bajar la resistencia de emulsificación. El carbón solo puede no ser detectado por la prueba dieléctrica, particularmente si el aceite se encuentra libre de humedad.

En climas fríos, se forma mayor cantidad de carbón que en climas cálidos debido a el incremento de viscosidad del aceite a bajas temperaturas. Además el carbón no es fácilmente dispersado en el aceite.

Parámetros característicos del aceite aislante.

Control de la rigidez dieléctrica del aceite.

Según normas UNE 21 309 e IEC 156, si la rigidez dieléctrica del aceite ensayada es:

- Superior a 60 KV: el aceite se encuentra en excelente estado.
- Comprendida entre 50 y 60 KV: el aceite se encuentra en buen estado permitiendo un funcionamiento sin peligro.
- Comprendida entre 40 y 50 KV: el aceite es aceptable. Si la tensión de servicio del equipo es < 170 KV. , su funcionamiento no ofrece peligro.
- Si es inferior a 40KV: el aceite esta deteriorado. El funcionamiento del transformador es, en general, peligroso.

Control del contenido de agua.

La humedad tiene una acción nociva sobre la rigidez dieléctrica de todos los materiales aislantes, especialmente sobre el aceite; particularmente cuando esta humedad se encuentra en forma de agua libre, en suspensión, en emulsión o fijada en partículas sólidas en

suspensión como por ejemplo fibras celulósicas. Para que un transformador opere con suficiente margen de seguridad, se seguirá las siguientes pautas:

Si el contenido de agua medido es > 20 ppm para un transformador de una tensión de servicio > 170 KV, o a 30 ppm para un transformador de una tensión de servicio < 170 KV. El bajo valor de la rigidez dieléctrica se debe a una hidratación del aceite. Será necesario considerar un tratamiento de secado del aceite y de la parte activa del transformador.

Control del índice de acidez.

Los derivados ácidos contenidos en un aceite pueden favorecer el deterioro del papel y de los cartones aislantes. La presencia de esos productos en el aceite es signo precursor de la formación de depósitos (por oxidación). La causa principal de esta oxidación es, generalmente, un sobrecalentamiento excesivo del transformador por una de las siguientes razones:

- Una sobrecarga importante de duración significativa.
- El efecto de un punto caliente presente en la parte activa.
- Una falla o mal diseño de la refrigeración.

Si el índice de acidez alcanza a 0,05 mg KOH/g, se debe supervisar su evolución y verificar que el transformador no se caliente demasiado (la acidez aumenta sí la temperatura del transformador es muy elevada).

Si el índice de acidez supera los 0,06 mg KOH/g, se debe regenerar el aceite.

Medición del factor de pérdidas (tg delta).

Los parámetros que influyen al factor de disipación son todos los compuestos polares o ionizables que contribuyen al aumento de la conductividad del aceite (disminución de la resistividad). Se pueden citar especialmente:

- El contenido de agua
- Los productos ionizables (cloruros, acetatos, formiatos)
- Las impurezas diversas participan a la reducción de la resistividad.

La medición de tg Delta del aceite brinda una información global de su estado dieléctrico y de sus alteraciones eventuales; consecuencia, por ejemplo, de mal funcionamiento de la parte activa (calentamiento anormal, polución).

Puede completar eficientemente la medición de rigidez eléctrica en ciertos casos dudosos.

El límite admisible para transformadores con tensión de servicios < 170 KV es de 15×10^{-3} .

Para transformadores con tensión de servicio > 170 KV es de 10×10^{-3} .

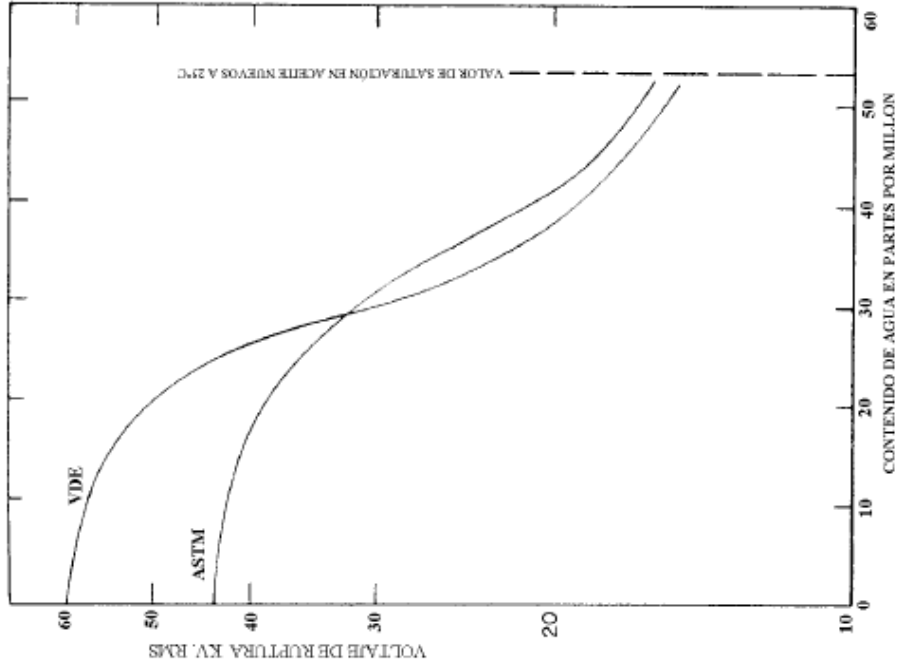
La tabla 2-2 muestra las propiedades de un aceite aislante típico y el correspondiente número de la prueba ASTM para cada procedimiento de prueba.

Tabla 2-2: Propiedades del aceite.

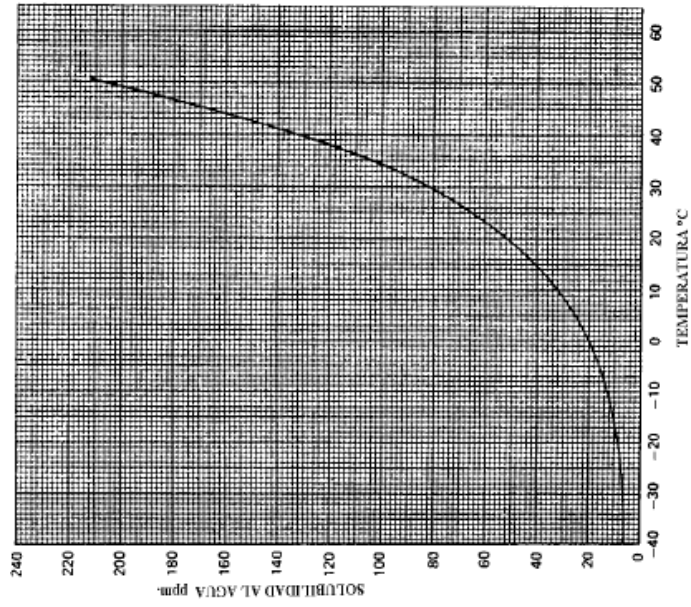
PROPIEDADES	VALOR ESPECIFICADO EN ACEITES NUEVOS	TIPICO VALOR EN EQUIPOS	ASTM No.
Color	0.5 máx	1.0	D1500
Rigidez dieléctrica, 2.54 mm (0.1 pulg)	≤ 230 KV - 30 KV min.	35 KV	D877
1.02 mm (0.040 pulg) de separación	≥ 345 KV - 35 KV min.		
2.03 mm (0.080 pulg) de separación	28 KV min	28 KV	D1816
	56 KV min	56 KV	D1816
Número de Neutralización	0,03 mg. máx	0.03 mg	D974
Azufre Libre o Corrosivo	No corrosivo	No corrosivo	D1275
Punto de inflamación	145°C (293°C) min	150 °C	D92
Punto de congelación	-40 °C (-40°F) max	-50 °C	D97
Viscosidad max. cST @ 100 °C	3 seg máx.	3 seg	D88
max cST @ 40 °C	12 seg máx	10 seg	D88
max cTS @ 0° C	76 seg máx	70 seg	D88
Contenido de Humedad	35 ppm máx	20 ppm ≤ 230 KV 10 ppm ≥ 345 KV	D1533
Peso específico @ 60 °F	0.910 max	0.890	D1298
Cloruros orgánicos o sulfatos	Ninguna	ninguna	D878
Tensión superficial 40 dinas mín.	40 dinas	37 dinas	D971
Factor de potencia, 60 Hz 25 °C (77°F)	0.05% max	0.1%	D924
100 °C (212 °F)	0.30% max	0.3%	D924
Estabilidad de oxidación			
Lodos después de 72 horas	0.15 %	0.1%	D2440
Lodos después de 164 horas	0.30 %	0.2%	D2440
Acidez total después de 72 h	0.5 mg de KOH	0.2 mg de KOH	D2440
Acidez total después de 164 h	0.6 mg de KOH	0.3 mg de KOH	D2440
Punto de anilina	63 -78 °C	75 °C	D611
Rigidez dieléctrica, impulso de aguja negativo	145 KV	150 KV	D3300

Curvas del aceite aislante.

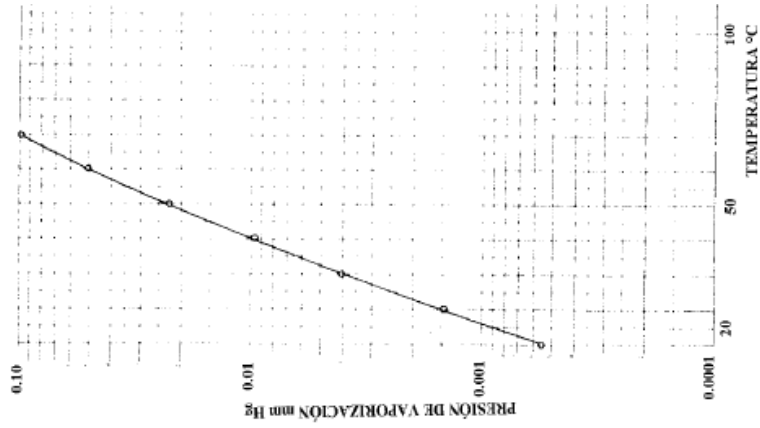
A continuación se muestran las graficas de comportamiento del aceite aislante mostrando diferentes relaciones entre sus propiedades.



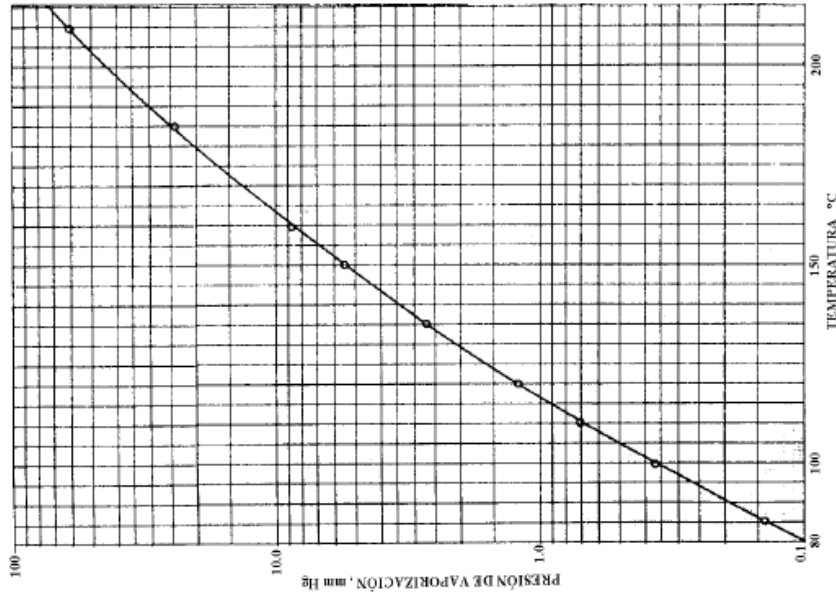
Gráfica 2-5: Humedad vs rigidez dieléctrica.



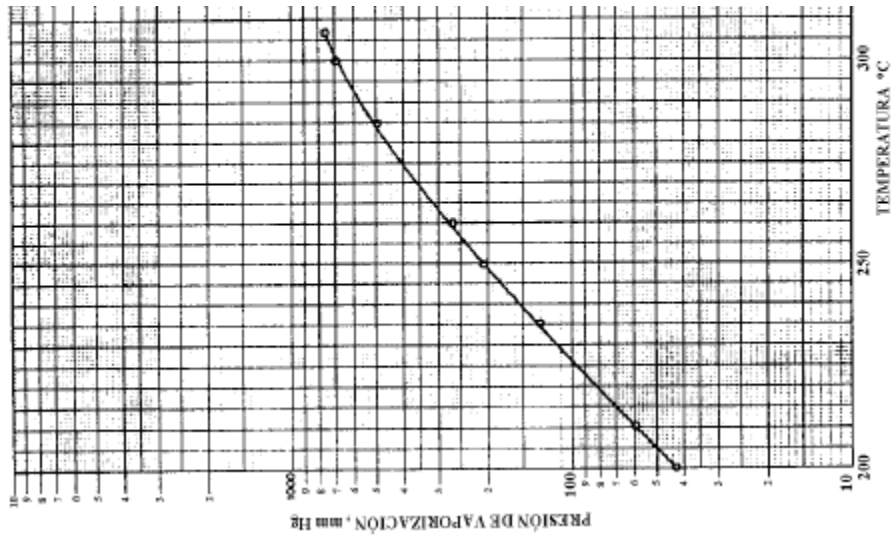
Gráfica 2-6: Humedad vs temperatura.



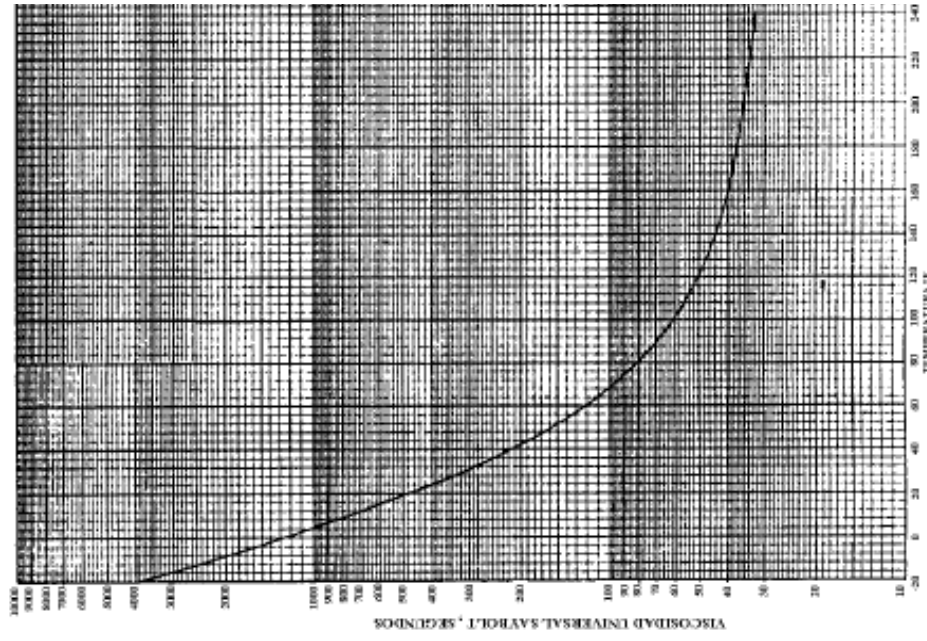
Grafica 2-7: Presión de vaporización vs temperatura, 20–100°C.



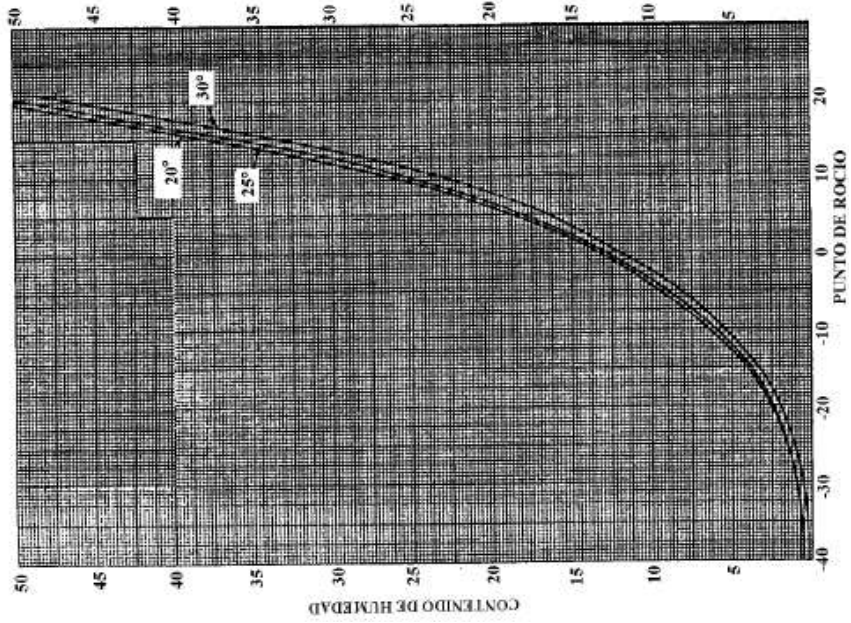
Grafica 2-8: Presión de vaporización vs temperatura, 100-200°C.



Grafica 2-9: Presión de vaporización vs temperatura 200-300°C.



Grafica 2-10: Viscosidad vs temperatura



Grafica 2-11: Humedad vs punto de rocío.

2.7 Aplicaciones en diseño de máquinas eléctricas y transformadores.

Aramid y celulosa.

Se ha demostrado que la implementación y combinación de estos dos materiales aislantes en transformadores es de gran ayuda y proporciona excelentes condiciones de aislamiento, incluso en transformadores ya retirados de servicio debido a un daño potencial o por causa de una falla del sistema aislante. Los aislamientos celulosa y Aramid son dos especies distintas de aislamiento, la celulosa deriva de la pulpa de madera mientras que el aramid de una poliamida aromática termoplástico sintética.

El Aramid en forma de hoja de cierto espesor debido a su alta resistencia a la compresión, se aprovecha para fabricar los espaciadores radiales que tienen tres actividades, una es proveer suficiente aislamiento para conservar la distancia dieléctrica disco a disco de los devanados la segunda el de resistir los esfuerzos de compresión mecánica ante esfuerzos de corto circuito para asegurar que los discos de la bobina permanezcan con una distancia dieléctrica de acuerdo al diseño y la tercera proveer un ducto por el cual circule el liquido aislante a lo largo y ancho del devanado.

La celulosa interviene en el diseño cuando hablamos de los aislamientos externos a la bobina que se conocen como aislamientos mayores ya que no se requiere material para altas temperaturas en este espacio físico donde la fuente de calor no esta en contacto con el aislamiento (Figura 2-10).

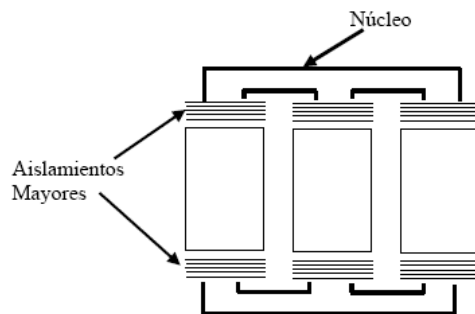


Figura 2-10: Aislamientos Mayores

Una característica del aramid es la alta rigidez dieléctrica, la cual permite reducir el espesor de los aislamientos con márgenes de diseño seguro, mejorando el factor de espacio en el devanado, la menor constante dieléctrica del Aramid se acerca a la del aceite y permite al diseñador distribuir y manejar el arreglo del aislamiento sólido-liquido obteniendo una superior distribución de campo eléctrico comparado con una constante dieléctrica de la celulosa.

En forma automática al aplicar el aislamiento para altas temperaturas y seleccionar el conductor adecuado estamos incrementando la capacidad de carga continua en el devanado y además se aumentara la capacidad de carga contingente. Esta es la mayor contribución que hace papel y cartón Aramid. Adicional con una sobresaliente estabilidad térmica hasta 220°C y por cortos periodos hasta 350°C, no hay detrimento de sus características por alta

temperatura, no genera gases tóxicos o corrosivos por debajo de los 750°C. Su bajo factor de disipación asegura reducir las pérdidas dieléctricas aun en temperaturas elevadas.

Por otro lado, la celulosa se utiliza en los lugares donde al elevarse la temperatura no este directamente en contacto con la fuente que genera calor, así como en los aislamientos mayores que se encargan de aislar el espacio físico entre los devanados y el núcleo aterrizado. La celulosa se debe utilizar en los cilindros para devanado, roldadas, bloques de soporte, ángulos y barreras.



Figura 2-11: Aislamientos para transformadores tipo columna (izq.) y tipo acorazado (der.).

Interruptores de aceite.

Un interruptor es un dispositivo que conecta o desconecta los circuitos eléctricos durante condiciones normales y anormales de operación, durante el cierre o corte de los contactos, hay una etapa de transición del arco eléctrico entre los contactos; el estudio de este fenómeno es de gran importancia para la comprensión del diseño y características de operación de los interruptores.

El fenómeno del arco eléctrico depende principalmente de:

La naturaleza y presión del medio.

El voltaje (V) a través de los electrodos y sus variaciones con el tiempo.

La naturaleza, forma y separación de los electrodos.

La naturaleza y forma del recipiente y su posición con relación a los electrodos.

En los interruptores en aceite, la energía del arco se usa para "fracturar" las moléculas de aceite y producir gas hidrógeno, éste se usa para adelgazar, enfriar y comprimir el plasma del arco, esto desioniza el arco y efectúa un proceso de auto extinción.

Aún en el caso de que los contactos del interruptor estén inmersos en aceite, la presencia del arco se da durante la separación de los contactos. El calor proveniente del arco evapora al aceite circundante y lo disocia en carbón y en volumen sustancial de hidrógeno a alta presión, la conductividad del calor del hidrógeno es alta, resultando como un enfriamiento del arco y los contactos; esto incrementa el voltaje de ignición y extingue el arco.

El enfriamiento causado por el hidrógeno (debido a su alta conductividad) es muy efectivo e incrementa el voltaje requerido para la reignición en forma significativa (5 a 10 veces más

alto que el voltaje de reignición requerido por el aire). El hidrógeno se produce en forma espontánea en arcos bajo el aceite.

Como medio de extinción del arco eléctrico, el aceite tiene las siguientes ventajas:

1. El aceite produce hidrógeno durante el arco eléctrico y el hidrógeno ayuda a extinguir el arco.
2. El aceite proporciona aislamiento para los contactos vivos expuestos con respecto a las partes conectadas a tierra del tanque contenedor.
3. El aceite proporciona aislamiento entre los contactos después que el arco se ha extinguido.

El aceite tiene las siguientes desventajas cuando se usa como un medio extinguidor del arco eléctrico.

1. El aceite es inflamable y por lo tanto se tiene riesgo de fuego. Cuando un interruptor defectuoso falla bajo presión, puede causar una explosión.
2. El hidrógeno generado durante el arco cuando se combina con el aire forma una mezcla explosiva.
3. Durante el proceso del arco el aceite, se descompone formando una contaminación por partículas de carbón, las cuales reducen su rigidez dieléctrica, de aquí que se requiera de un mantenimiento periódico y eventualmente en reemplazo.

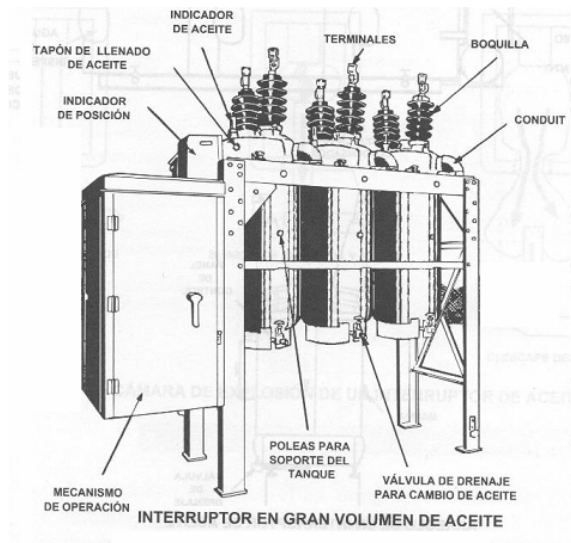


Figura 2-12: Interruptor de aceite.

Interruptores de pequeño volumen de aceite.

Estos interruptores surgieron después de los interruptores de gran volumen de aceite, en estos, los polos están separados y las cámaras de interrupción se disponen en el interior de tubos cilíndricos aislantes y de porcelana, o bien de resina sintética con los extremos cerrados por medio de piezas metálicas, de esta manera se requiere de menos aceite como aislante y se hace la sustitución por otro tipo de aislamiento. Por ejemplo, limitando de esta

manera el volumen de aceite, llegando a cantidades de hasta 20 veces menos que la requerida por los interruptores en gran volumen de aceite.

Actualmente, los interruptores de pequeño volumen de aceite se fabrican en tensiones de 230 KV y para tensiones medias de 6.6 KV y 13.8 KV, han sustituido prácticamente a los de gran volumen de aceite.

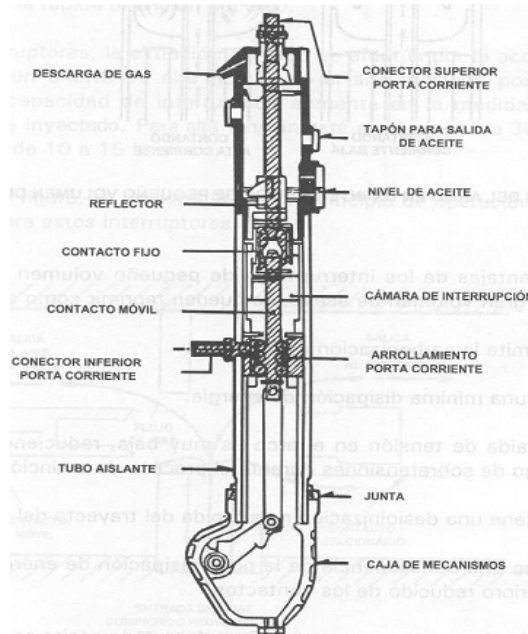


Figura 2-13: Interruptor de pequeño volumen de aceite.

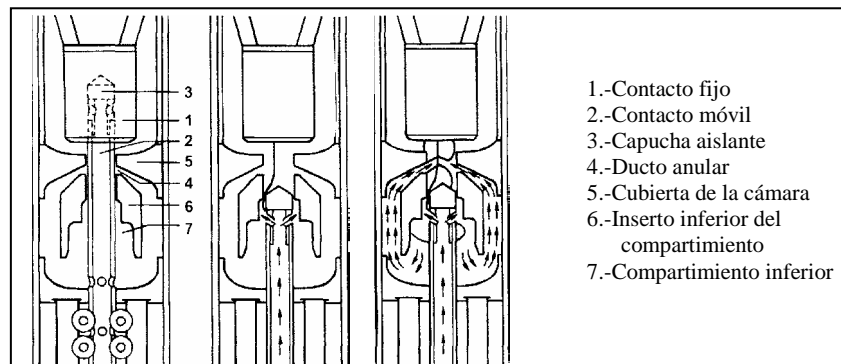


Figura 2-14: Extinción del arco en un interruptor de pequeño volumen de aceite.

Las principales ventajas de los interruptores de pequeño volumen de aceite son:

Se limita la carbonización del aceite.

Hay una mínima disipación de energía.

La caída de tensión en el arco es muy baja, reduciendo con esto el riesgo de sobretensiones durante el proceso de extinción.

Se tiene una desionización más rápida del trayecto del arco.

Como una consecuencia de la poca disipación de energía se tiene un deterioro reducido de los contactos.

3. EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

3.1 Los métodos numéricos en la solución de problemas en ingeniería

Una de las tareas fundamentales del ingeniero consiste en el análisis y cálculo, esto es la predicción cuantitativa del comportamiento de un sistema tecnológico o un proceso para proceder a su diseño eficiente o para cumplir con especificaciones de producción.

Ejemplos de los mismos los podemos encontrar en áreas del flujo de calor, mecánica de fluidos, electromagnetismo, reacciones químicas y otros.

Para ello debe hacer uso de conceptos de física, química y matemática, para formular un modelo matemático del sistema o proceso en consideración. Dicho modelo no es más que un sistema de ecuaciones cuyas incógnitas representan magnitudes de interés tecnológico que permiten describir el comportamiento del objeto bajo análisis. Consecuentemente, para llevar a cabo la predicción en sí misma, el ingeniero debe resolver cuantitativamente las mencionadas ecuaciones para dedicarse, a continuación, a la interpretación técnica y al análisis de los resultados. En muchas situaciones, los modelos pertinentes involucran problemas de contorno gobernados por ecuaciones diferenciales en derivadas parciales. Por mencionar algunos de dichos casos pueden citarse el estudio estructural de automóviles, aviones, puentes, o el análisis de campo de flujo de calor en componentes de máquinas, flujo de fluidos, filtración en presas de tierra, etc. Debido a la gran dificultad para obtener soluciones analíticas a las ecuaciones aludidas, la ingeniería ha recurrido, históricamente, al uso de modelos simplificados basados en resultados experimentales, experiencia y en el mejor de los casos en unas pocas soluciones matemáticas particulares relativas a un modelo más preciso. Esta metodología general de la ingeniería ha dado muy buenos resultados y aún lo sigue haciendo. No obstante, es importante notar que se trata de una metodología que presenta fuertes limitaciones en cuanto a las posibilidades de análisis, hecho que se hace más grave si se consideran las crecientes necesidades de la tecnología moderna. Este cuadro ha ido cambiando con el advenimiento de la computación electrónica y con el desarrollo asociado de métodos computacionales. En el contexto que se alude han aparecido importantes técnicas numéricas entre las cuales se destacan los métodos de diferencias finitas, elementos de contorno y elementos finitos. En particular este último es el más poderoso y, en consecuencia, el más utilizado.

Los problemas de ingeniería.

Los problemas de ingeniería se estudian con modelos matemáticos que representan situaciones físicas, estos modelos son ecuaciones diferenciales con condiciones de contorno e iniciales determinadas. Las ecuaciones diferenciales son derivadas, que se deducen aplicando leyes fundamentales y principios de la naturaleza a sistemas, estas representan el equilibrio de masas, fuerzas o energía.

Cuando es posible la solución exacta de estas ecuaciones nos muestran el comportamiento de un sistema en estudio bajo ciertas condiciones, las soluciones analíticas están compuestas de dos partes (1) una parte homogénea y (2) una parte particular.

En cualquier problema de ingeniería, hay dos clases de parámetros que influyen en la forma como el sistema se comportara, primero están los parámetros que dan información sobre el comportamiento natural de un dado sistema, estos incluyen propiedades tales como el modulo de elasticidad, la conductividad térmica y la viscosidad. Luego están los parámetros que producen un disturbio o alteración en el sistema, como fuerzas externas, momentos, diferencia de temperatura en el medio y diferencias de presión en flujos de fluidos.

El comportamiento natural de un sistema que se deduce es la parte homogénea de la solución de las ecuaciones diferenciales, en contraste, los parámetros que causan disturbios aparecen en la solución particular.

Es importante comprender el papel de estos parámetros en el modelado con las técnicas de elementos finitos, en términos de sus respectivas apariciones de las denominadas matrices de dureza, rigidez o conductancia y las matrices de carga o fuerza. Los sistemas característicos siempre presentan la matriz de rigidez, la matriz de conductancia o la matriz resistencia, mientras los parámetros que producen disturbios aparecen en la matriz de carga.

Análisis numérico.

Hay muchos problemas prácticos en ingeniería los cuales no podemos obtener la solución exacta, esto se puede atribuir a la complejidad natural de las ecuaciones diferenciales o a las dificultades que pueden ocurrir con las condiciones de contorno o iniciales. Para tratar este tipo de problemas usamos las aproximaciones numéricas. En contraste a la solución analítica, que muestra el comportamiento exacto de un sistema en cualquier punto del mismo, las soluciones numéricas aproximan la solución exacta solo en puntos discretos, llamados nodos.

El primer paso en cualquier procedimiento numérico es la discretización, este proceso divide el medio de interés en un número de pequeñas subregiones y nodos.

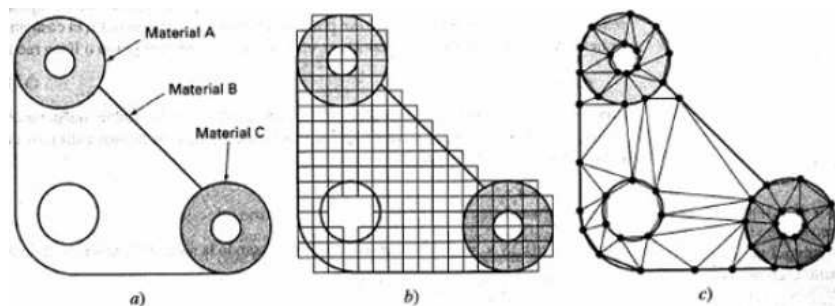


Figura 3-1: Un empaque con geometría irregular y composición no homogénea, b) Un sistema difícil de modelar con la técnica de diferencias finitas. Esto se debe al hecho de que se necesitan aproximaciones complicadas en las fronteras del sistema en las fronteras entre las regiones de diferente composición, c) Una discretización por elementos finitos.

Dos de las técnicas más usadas son: (1) método de las diferencias finitas y (2) método de los elementos finitos.

Con el método de las diferencias finitas, la ecuación diferencial es escrita para cada nodo y las derivadas son reemplazadas por ecuaciones de diferencias, con ello se logra un conjunto de ecuaciones lineales simultáneas, aunque este método es fácil de entender y utilizar en problemas simples, se presentan dificultades al aplicarlo a geometrías complejas o condiciones de contorno complejas, esta situación es real para problemas con materiales con propiedades no isotrópicos (que no tienen iguales propiedades en todas las direcciones).

En contraste, el método de los elementos finitos usa una formulación integral más que ecuaciones de diferencias para crear un sistema de ecuaciones algebraicas, por otra parte una función continua aproximada se asume para representar la solución para cada elemento, la solución completa se genera conectando o armando las soluciones individuales, permitiendo la continuidad de los límites interelementales.

Tipos de análisis ingenieriles en el área mecánica.

Análisis estructural: consiste en modelos lineales y no lineales. Los modelos lineales usan simples parámetros y asumen que el material no es deformado plásticamente. Los modelos no lineales consisten en tensionar el material más allá de sus capacidades elásticas. La tensión en el material varía con la cantidad de deformación.

Análisis vibracional: es usado para probar el material contra vibraciones aleatorias, choques e impactos. Cada uno de estos incidentes puede actuar en la frecuencia natural del material, que en cambio, puede causar resonancia y el consecuente fallo.

Análisis de fatiga: ayuda a los diseñadores a predecir la vida del material o de la estructura, enseñando el efecto de los ciclos de carga sobre el espécimen. Este análisis puede enseñar las áreas donde la propagación de la grieta es más posible que ocurra. El fallo por fatiga puede también enseñar la tolerancia al fallo del material.

3.2 El método de elemento finito en Ingeniería eléctrica.

El Método de Elementos Finitos (MEF) se ha impuesto desde hace algunos años, como una de las herramientas más poderosas utilizadas en la determinación de las distribuciones de campos electromagnéticos en dispositivos y sistemas eléctricos.

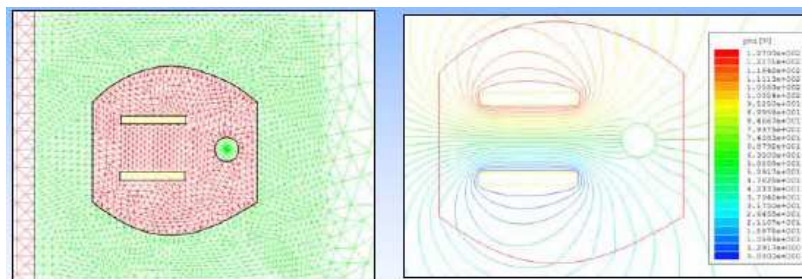


Figura 3-2: Ejemplo de un modelo en 2D.

Los elementos finitos se han considerado como un método numérico para diseños eléctricos, evaluación, performance y optimización de dispositivos en aplicaciones de bajas frecuencias para la ingeniería eléctrica. En las últimas dos décadas, se han desarrollado muchas variantes del método de elementos finitos y han sido aplicados con éxito a máquinas eléctricas rotativas, transformadores, motores con imanes permanentes, generadores de potencia y equipos de transmisión.

Las técnicas numéricas han sido largamente reconocidas como métodos prácticos y precisos en el campo de la computación para ayudar en diseños eléctricos.

Los precursores del método de elementos finitos son las técnicas de diferencias finitas y ecuaciones integrales. Aun cuando todos estos métodos han sido usados directamente o en combinación con otros métodos para diseñar, los elementos finitos han emergido como una técnica apropiada para aplicaciones en bajas frecuencias.

Aplicaciones del MEF.

Un trabajo que marco la aplicación del MEF a la ingeniería eléctrica fue desarrollado por Silverter y Cari en 1970 y dos años más tarde en 1972 se realizó la resolución de campos electrostáticos en máquinas eléctricas, efectuado por Andersen.

Después de estos dos trabajos realizados, fue entonces cuando una serie de investigadores han orientado sus esfuerzos a su aplicación a la resolución de problemas de la ingeniería eléctrica. Si bien las ecuaciones de Maxwell describen completamente los fenómenos electromagnéticos, su solución analítica es complicada en geometrías complejas.

Una alternativa es utilizar el método de cálculo numérico para obtener una solución aproximada.

Así, un amplio espectro de métodos computacionales han sido usados en el transcurso de los años para el análisis y diseño eléctrico de aparatos de potencia. El método de diferencia finita y las ecuaciones de integral de volumen fueron las primeras herramientas empleadas en los problemas de máquinas eléctricas, electrostáticas y corrientes de eddy. En los últimos 20 años, el MEF ha sido la elección para la mayoría de las aplicaciones.

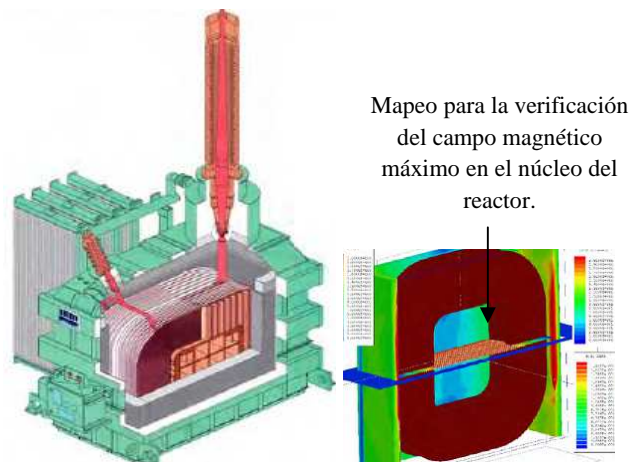


Figura 3-3: Reactor de potencia para compensación de líneas de transmisión.

3.3 Definición del método de elemento finito

El método de los elementos finitos (MEF en castellano o FEM en inglés) es un procedimiento numérico para la aproximación de soluciones de ecuaciones diferenciales parciales muy utilizado en diversos problemas de ingeniería y física.

La idea general del método de los elementos finitos es la división de un continuo en un conjunto de pequeños elementos interconectados por una serie de puntos llamados nodos. Las ecuaciones que rigen el comportamiento del continuo regirán también el del elemento. De esta forma se consigue pasar de un sistema continuo (infinitos grados de libertad), que es regido por una ecuación diferencial o un sistema de ecuaciones diferenciales, a un sistema con un número de grados de libertad finito cuyo comportamiento se modela por un sistema de ecuaciones, lineales o no.

En cualquier sistema a analizar podemos distinguir entre:

- *Dominio*; Espacio geométrico donde se va a analizar el sistema.
- *Condiciones de contorno*; Variables conocidas y que condicionan el cambio del sistema: cargas, desplazamientos, temperaturas, voltaje, focos de calor, etc.
- *Incógnitas*; Variables del sistema que deseamos conocer después de que las condiciones de contorno han actuado sobre el sistema: desplazamientos, tensiones, temperaturas, etc.

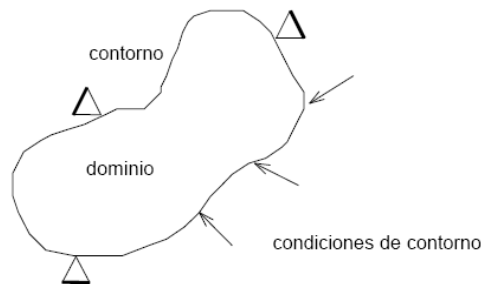


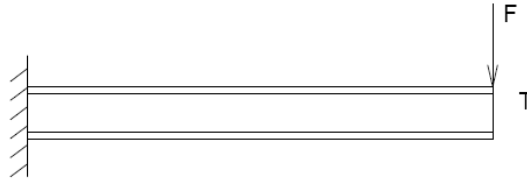
Figura 3-4: Ejemplo de un sistema.

El método de los elementos finitos supone para solucionar el problema, el dominio discretizado en subdominios denominados elementos. El dominio se divide mediante puntos (en el caso lineal), mediante líneas (en el caso bidimensional) o superficies (en el caso tridimensional) imaginarias, de forma que el dominio total en estudio se aproxime mediante el conjunto de porciones (elementos) en que se subdivide. Los elementos se definen por un número discreto de puntos, llamados nodos, que conectan entre sí los elementos. Sobre estos nodos se materializan las incógnitas fundamentales del problema.

En el caso de elementos estructurales estas incógnitas son los desplazamientos nodales, ya que a partir de éstos podemos calcular el resto de incógnitas que nos interesen: tensiones, deformaciones, etc. A estas incógnitas se les denomina grados de libertad de cada nodo del

modelo. Los grados de libertad de un nodo son las variables que nos determinan el estado y/o posición del nodo.

Por ejemplo si el sistema a estudiar es una viga en voladizo con una carga puntual en el extremo y una distribución de temperaturas tal y como muestra la figura 3-5,



el discretizado del dominio puede ser:

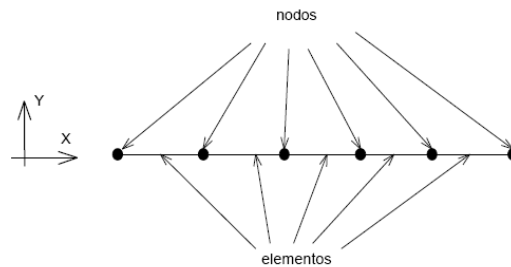


Figura 3-5: Ejemplo de discretización de una viga.

Los grados de libertad de cada nodo serán:

- Desplazamiento en dirección x
- Desplazamiento en dirección y
- Giro según z
- Temperatura

El sistema, debido a las condiciones de contorno: empotramiento, fuerza puntual y temperatura, evoluciona hasta un estado final. En este estado final, conocidos los valores de los grados de libertad de los nodos del sistema podemos determinar cualquier otra incógnita deseada: tensiones, deformaciones, etc. También sería posible obtener la evolución temporal de cualquiera de los grados de libertad.

Planteando la ecuación diferencial que rige el comportamiento del continuo para el elemento, se llega a fórmulas que relacionan el comportamiento en el interior del mismo con el valor que tomen los grados de libertad nodales. Este paso se realiza por medio de unas funciones llamadas de interpolación, ya que éstas 'interpolan' el valor de la variable nodal dentro del elemento.

El problema se formula en forma matricial debido a la facilidad de manipulación de las matrices mediante ordenador. Conocidas las matrices que definen el comportamiento del elemento se ensamblan y se forma un conjunto de ecuaciones algebraicas, lineales o no, que resolviéndolas nos proporcionan los valores de los grados de libertad en los nodos del sistema.

3.4 Metodología básica en la solución de problemas con elemento finito

Como se menciona anteriormente, el método se basa en dividir el cuerpo, estructura o dominio (medio continuo) —sobre el que están definidas ciertas ecuaciones integrales que caracterizan el comportamiento físico del problema— en una serie de subdominios no intersectantes entre sí denominados “elementos finitos”. El conjunto de elementos finitos forma una partición del dominio también denominada discretización. Dentro de cada elemento se distinguen una serie de puntos representativos llamados “nodos”. Dos nodos son adyacentes si pertenecen al mismo elemento finito; además, un nodo sobre la frontera de un elemento finito puede pertenecer a varios elementos. El conjunto de nodos considerando sus relaciones de adyacencia se llama “malla”.

Los cálculos se realizan sobre una malla o discretización creada a partir del dominio con programas especiales llamados generadores de mallas, en una etapa previa a los cálculos que se denomina pre-proceso. De acuerdo con estas relaciones de adyacencia o conectividad se relaciona el valor de un conjunto de variables incógnitas definidas en cada nodo y denominadas grados de libertad. El conjunto de relaciones entre el valor de una determinada variable entre los nodos se puede escribir en forma de sistema de ecuaciones lineales (o linealizadas). La matriz de dicho sistema de ecuaciones se llama matriz de rigidez del sistema. El número de ecuaciones de dicho sistema es proporcional al número de nodos.

Típicamente el método de los elementos finitos se programa computacionalmente para calcular el campo de desplazamientos y, posteriormente, a través de relaciones cinemáticas y constitutivas las deformaciones y tensiones respectivamente, cuando se trata de un problema de mecánica de sólidos deformables o más generalmente un problema de mecánica de medios continuos. El método de los elementos finitos es muy usado debido a su generalidad y a la facilidad de introducir dominios de cálculo complejos (en dos o tres dimensiones). Además el método es fácilmente adaptable a problemas de transmisión de calor, de mecánica de fluidos para calcular campos de velocidades y presiones (mecánica de fluidos computacional, CFD) o de campo electromagnético. Dada la imposibilidad práctica de encontrar la solución analítica de estos problemas, con frecuencia en la práctica ingenieril los métodos numéricos y, en particular, los elementos finitos, se convierten en la única alternativa práctica de cálculo.

Una importante propiedad del método es la convergencia; si se consideran particiones de elementos finitos sucesivamente más finas, la solución numérica calculada converge rápidamente hacia la solución exacta del sistema de ecuaciones.

Softwares que emplean el método de los elementos finitos.

El MEF consiste en un modelo informático del material o diseño que es tensado y analizado para conseguir resultados específicos. Es usado en el diseño de nuevos productos, y en la mejora de los actuales. Una empresa capaz de verificar un diseño propuesto será capaz de

ajustarse a las especificaciones del cliente antes de la fabricación ó construcción. Modificando un producto o estructura existente es utilizado para calificarlo para unas nuevas condiciones de servicio. En caso de fallo estructural, el MEF puede ser usada para ayudar a determinar el diseño de las modificaciones para ajustarse a las nuevas condiciones.

Hay generalmente dos tipos de análisis que son usados en la industria: modelos en 2D y en 3D. Los modelos en 2D conservan la simplicidad y permiten que el análisis se realice en un ordenador normal. El modelado en 3D, sin embargo, producen resultados más precisos mientras sacrifica la habilidad para funcionar de manera efectiva en cualquier ordenador, menos en los más rápidos. Con cada uno de estos esquemas modelados, el programador puede insertar numerosos algoritmos ó funciones que pueden hacer al sistema comportarse de manera lineal o no lineal. Los sistemas lineales son menos complejos y normalmente no tienen en cuenta deformaciones plásticas. Los sistemas no lineales toman en cuenta las deformaciones plásticas, y algunos incluso son capaces de probar el material hasta su fractura. En el caso electromagnético es posible modelar la no linealidad producida por la saturación de los materiales ferromagneticos.

El MEF es un método numérico de resolución de ecuaciones diferenciales. Para ello trabaja discretizando la estructura en elementos de forma variada (pueden ser superficies, volúmenes y barras), que se conectan entre sí mediante “nodos”. La solución ahora es sólo aproximada en función de los resultados obtenidos para los nodos. El MEF parte del cálculo matricial en el planteamiento del equilibrio en los nodos mediante un sistema de ecuaciones resultado de la contribución de los elementos.

Cómo trabajan.

El MEF usa un complejo sistema de puntos llamados nodos que hacen una red llamada malla. Esta malla esta programada para contener el material y las propiedades de la estructura que definen cómo ésta reaccionará ante ciertas condiciones de carga. A los nodos se les asigna una densidad por todo el material dependiendo del nivel de estrés anticipado en un área. Las regiones que recibirán gran cantidad de estrés tienen normalmente una mayor densidad de nodos (densidad de malla) que aquellos que experimentan poco o ninguno. Puntos de interés consisten en: puntos de fractura previamente testeados del material, entrantes, esquinas, detalles complejos, y áreas de elevado estrés. La malla actúa como la red de una araña en la que desde cada nodo se extiende un elemento de malla a cada nodo adyacente. Este tipo de red vectorial es la que lleva las propiedades del material al objeto, creando varios elementos.

Preproceso, cálculo y postproceso.

Básicamente los pasos a seguir en el análisis de estructuras mediante el método de los desplazamientos a través del MEF son:

- 1. El continuo se divide, mediante líneas o superficies imaginarias en un número de elementos finitos. Esta parte del proceso se desarrolla habitualmente mediante

algoritmos incorporados a programas informáticos de mallado durante la etapa de preproceso.

- 2. Se supone que los elementos están conectados entre sí mediante un número discreto de puntos o “nodos”, situados en sus contornos. Los desplazamientos de estos nodos serán las incógnitas fundamentales del problema, tal y como ocurre en el análisis simple de estructuras por el método matricial.
- 3. Se toma un conjunto de funciones que definan de manera única el campo de desplazamientos dentro de cada “elemento finito” en función de los desplazamientos nodales de dicho elemento.

Por ejemplo el campo de desplazamientos dentro de un elemento lineal de dos nodos podría venir definido por: $u = N1 u1 + N2 u2$, siendo $N1$ y $N2$ las funciones comentadas (funciones de forma) y $u1$ y $u2$ los desplazamientos en el nodo 1 y en el nodo 2.

- 4. Estas funciones de desplazamientos definirán entonces de manera única el estado de deformación del elemento en función de los desplazamientos nodales. Estas deformaciones, junto con las propiedades constitutivas del material, definirán a su vez el estado de tensiones en todo el elemento, y por consiguiente en sus contornos.
- 5. Se determina un sistema de fuerzas concentradas en los nodos, tal que equilibre las tensiones en el contorno y cualesquiera cargas repartidas, resultando así una relación entre fuerzas y desplazamientos.
- 6. La resolución del sistema anterior permite obtener los desplazamientos en los nodos y con ellos definir de manera aproximada el campo de desplazamientos en el elemento finito.
- 7. En la etapa de postproceso se presentan los resultados, generalmente de forma gráfica para su análisis.

Opciones.

Un amplio rango de funciones objetivo (dependiendo del software) están disponibles para la minimización ó la maximización:

- Masa, volumen, temperatura
- Energía tensional, estrés tensional
- Fuerza, desplazamiento, velocidad, aceleración
- Sintético (definidos por el usuario)

Hay múltiples condiciones de carga que se pueden aplicar al sistema. Algunos ejemplos son:

- Puntuales, presión, térmicas, gravedad, y cargas centrífugas estáticas
- Cargas térmicas de soluciones del análisis de transmisión de calor
- Desplazamientos forzados
- Flujo de calor y convección
- Puntuales, de presión, y cargas de gravedad dinámicas

Cada programa MEF puede venir con una librería de elementos, o una que es construida con el tiempo. Algunos ejemplos de elementos son:

- Elementos tipo barra
- Elementos tipo viga
- Placa/Cáscara/Elementos compuestos
- Panel de sándwich
- Elementos sólidos
- Elementos tipo muelle
- Elementos de masa
- Elementos rígidos
- Elementos amortiguadores viscosos

Muchos programas MEF también están equipados con la capacidad de usar múltiples materiales en la estructura, como:

- Isotrópicos, homogéneos
- Ortotrópicos, idénticos a 90 grados
- Anisotropía general, heterogéneos

Resultados del MEF.

El MEF se ha vuelto una solución para la tarea de predecir los fallos debidos a tensiones desconocidas enseñando los problemas de la distribución de tensiones en el material y permitiendo a los diseñadores ver todas las teóricas tensiones involucradas. Este método de diseño y testado del producto es muy superior a los costes de manufactura que podrían acarrear si actualmente cada ejemplo fuera construido y testado.

Las grandes ventajas del cálculo por ordenador se pueden resumir en:

- Hace posible el cálculo de estructuras que, bien por el gran número de operaciones que su resolución presenta (entramados de muchos pisos, por ejemplo) o por lo tedioso de las mismas (entramados espaciales, por ejemplo) eran, en la práctica, inabordables mediante el cálculo manual.
- En la mayoría de los casos reduce a límites despreciables el riesgo de errores operatorios.

3.5 La solución de campos electromagnéticos

Antes de comenzar a resolver un problema mediante cualquier programa de elementos finitos conviene reflexionar sobre una serie de puntos los cuales se mencionan a continuación.

¿Qué se pretende con el análisis?

Determinar tensiones, obtener distribuciones de temperatura para prevenir sobrecalentamientos, ver cómo evoluciona el sistema, calcular frecuencias, analizar sobretensiones, etc. Esta pregunta nos determinará el tipo de análisis a realizar.

¿Cómo va a ser la geometría que vamos a analizar?

Seguramente conocemos la geometría real del problema, pero a la hora de realizar su análisis deberemos simplificarla al máximo en función del objetivo del análisis, ya que la mayoría de los detalles son superfluos y lo único que conllevan es un consumo excesivo de tiempo de cálculo y de espacio de almacenamiento. Para ello deberemos buscar posibles simetrías, antisimetrías, axisimetrías del problema, problemas de tensión o deformación planas, eliminación de detalles superfluos: radios de acuerdo, entallas, etc.

Una vez estudiada la geometría podremos decidir el o los tipos de elementos a utilizar, las características de los mismos, así como las propiedades de el o los materiales (conductividad, permitividad, elasticidad, etc.) a emplear.

¿Qué condiciones de contorno imponemos sobre el sistema a estudiar?

También serán conocidas, pero deberemos estudiar si son o no importantes o influyentes en el tipo de análisis que vamos a realizar (puede darse el caso, por ejemplo, de que un transformador trifásico muestre un incremento elevado de temperatura en uno de sus devanados, pero que deseemos realizar un análisis en cuyo caso el resultado es independiente de esta condición). Una vez decididas las condiciones de contorno hemos de estudiar la forma de aplicarlas, si representan las condiciones reales del problema, si existe equilibrio (en el caso de que sea un análisis estático). La imposición de condiciones de contorno apropiadas es una de las decisiones más complejas a la hora de realizar un análisis por elementos finitos.

¿Qué resultados esperamos obtener?

Para poder saber si hemos realizado correctamente el análisis o si representa bien la realidad, deberemos tener una idea de cómo va a responder. Por ejemplo, si estamos analizando dos bobinas ó dos conductores con cierta distancia de separación entre ellos, los cuales se encuentran aislados en aceite y los resultados nos indican que al aislarlos en aire disminuye la intensidad de campo eléctrico debemos pensar que hemos modelado mal el sistema y debe ser revisado.

Para el caso de la solución de campos electromagnéticos, que es nuestro principal interés, el método de elemento finito se enfoca a la resolución de las ecuaciones de Maxwell. A partir de estas ecuaciones es posible definir casos especiales tales como son el campo electromagnético estacionario, el campo electroestático, el campo magnetoestático, la propagación de ondas y el campo electromagnético cuasi-estacionario.

Normalmente los programas comerciales de elemento finito cuentan con diferentes módulos de cálculo para cada uno de estos casos especiales y existe una formulación particular para cada caso. El procedimiento típico a seguir en la solución de un problema de campos electromagnéticos, utilizando un programa de MEF es resumido en el diagrama de flujo de la siguiente figura.

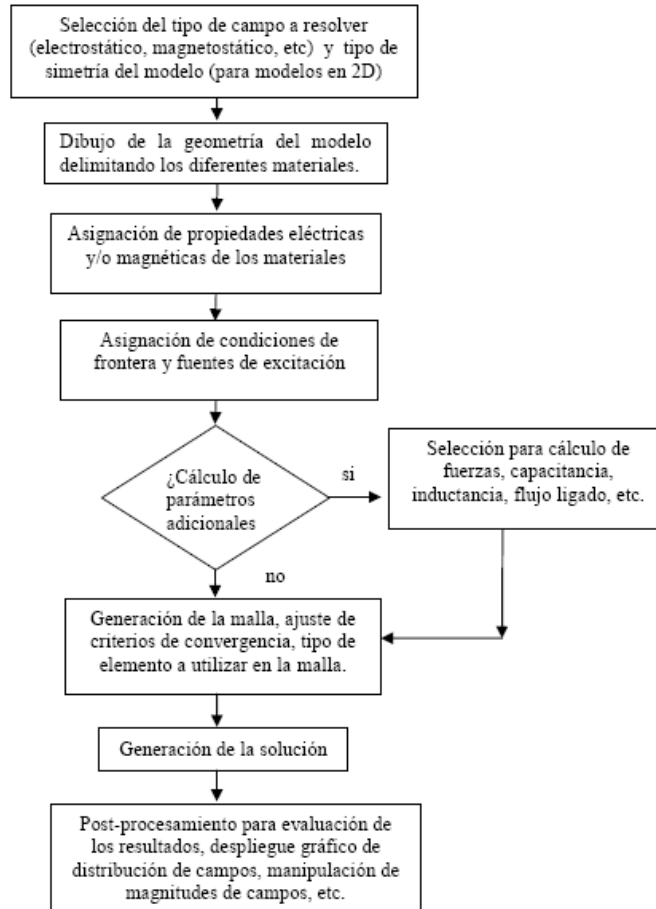


Figura 3-6: Procedimiento para la solución de problemas electromagnéticos en softwares que utilicen el MEF.

3.6 Software de simulación Maxwell 2D SV.

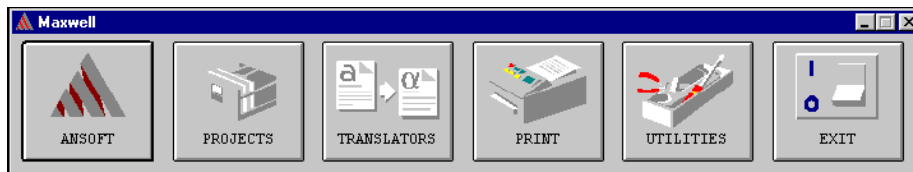


Figura 3-7: Menú principal del programa Maxwell SV.

Maxwell SV es un software capaz de ayudar a estudiantes de ingeniería en la visualización de campos electromagnéticos y ampliar su comprensión de la física electromagnética.

Este es un programa comercial distribuido y creado por Ansoft. Los estudiantes pueden realizar simulaciones electrostáticas y electromagnéticas en corriente alterna y en corriente directa sin límite alguno. Este software es distribuido gratuitamente con la intención de que los estudiantes de ingeniería eléctrica estudien temas relacionados con el diseño de componentes electromagnéticos, como sensores y acceder a la amplia gama de conductores, motores y transformadores.

Procedimiento general.

Para resolver problemas con el uso de este simulador 2D, básicamente se debe seguir los siguientes pasos:

1. Comando SOLVER; para especificar cual de los siguientes campos eléctricos ó magneticos se desea utilizar:

- Electrostatic
- Magnetostatic
- Eddy Current
- DC Conduction
- AC Conduction
- Eddy Axial

2. Comando DRAWING; para seleccionar uno de los siguientes modelos:

Plano XY: Visualiza modelos cartesianos.

Plano RZ: Visualiza modelos asimétricos.

3. El comando DEFINE MODEL se usa para acceder a una de las siguientes opciones:

Draw model Permite acceder al modelador 2D y dibujar objetos, creando así un modelo geométrico de los componentes que están involucrados en el estudio en proceso.

Group Permite agrupar objetos discretos que actualmente son un objeto eléctrico.

Objects Por ejemplo, dos terminaciones de un conductor que fueron dibujados como objetos separados, pueden ser agrupadas para que representen un conductor.

Couple model Permite definir acoplamientos térmicos para un proyecto.

4. El comando SETUP MATERIALS se emplea para asignar materiales a todos los objetos en el modelo geométrico dibujado.

5. Al usar el comando SETUP BOUNDARIES/SOURCES se definen límites y fuentes del problema.

6. El comando SETUP EXECUTIVE PARAMETERS se emplea para dar instrucciones al simulador para que calcule cantidades especiales como son:

- Fuerza
- Torque ó par
- Unión de flujos
- Flujo de corriente

7. Al emplear el comando SETUP SOLUTION OPTIONS se especifica como debe ser calculado el resultado.
8. El comando SOLVE se emplea para resolver las cantidades de campo correspondientes. El simulador calcula el potencial eléctrico, de la que deriva E y D.
9. Finalmente, al usar el comando POST PROCESS, se analiza el resultado.

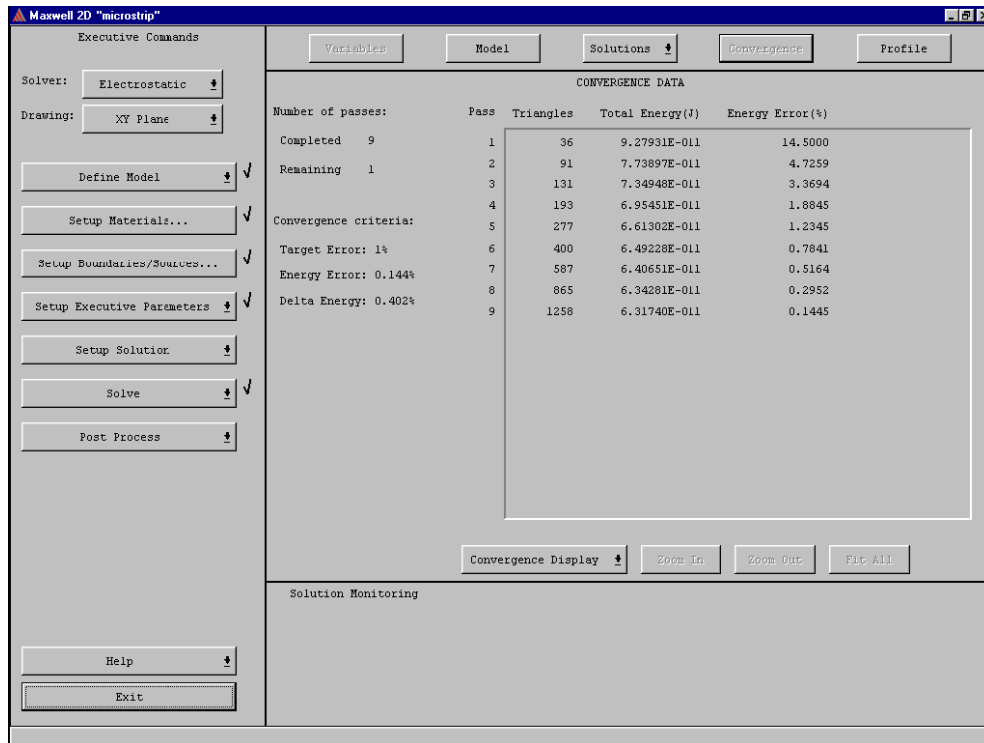


Figura 3-8: Simulación en el programa Maxwell SV de un problema electrostático.

Los pasos anteriormente mencionados se resumen en el siguiente diagrama de flujo:

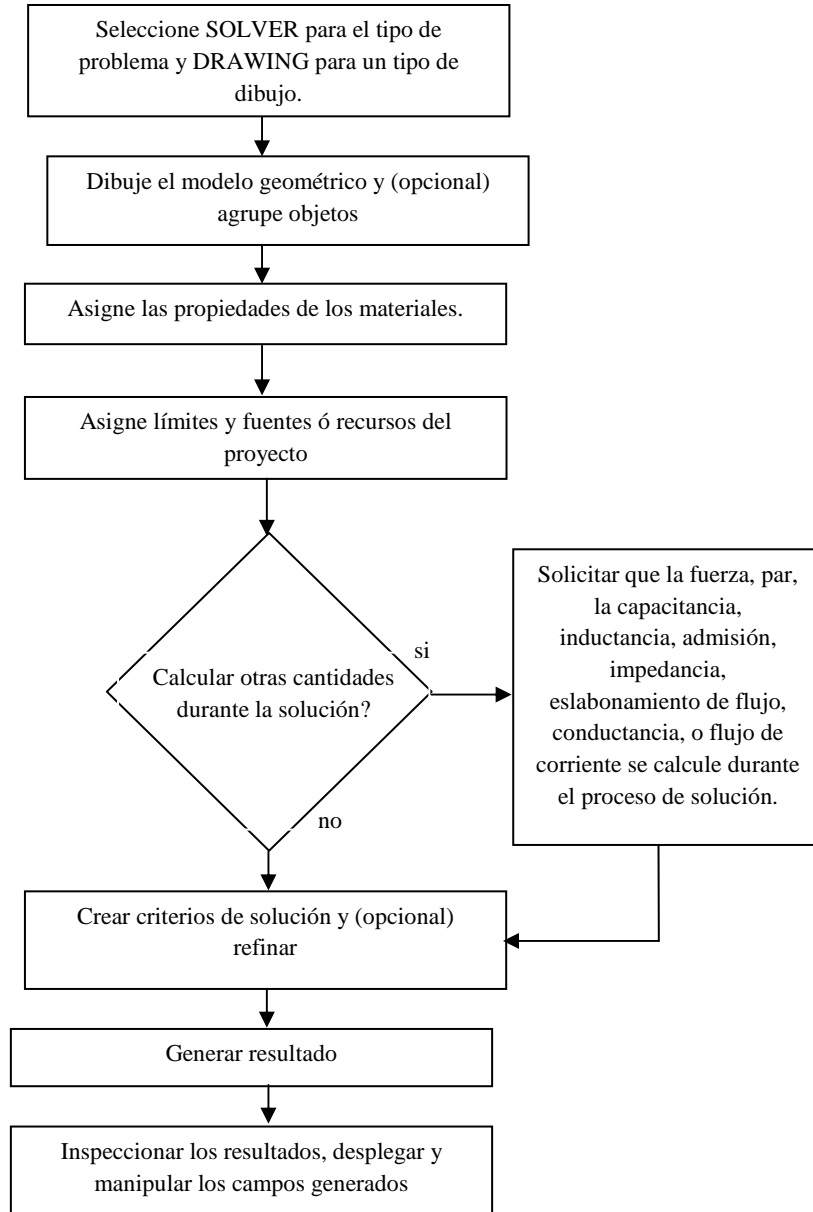


Figura 3-9: Diagrama de flujo para la resolución de problemas en el software Maxwell SV.

4. EJEMPLOS DE CÁLCULO ANALÍTICO DE CONFIGURACIONES SIMPLES.

Dentro de este capítulo se presenta el estudio y cálculo de los campos eléctricos de las configuraciones que comúnmente aparecen en la ingeniería eléctrica y en particular en el diseño de máquinas eléctricas y líneas de transmisión.

- Campo eléctrico entre dos cargas puntuales.
- Campo eléctrico entre dos placas paralelas con aislamiento de aceite (caso 1) y campo entre dos placas paralelas con aislamiento compuesto de aceite y cartón (caso 2).
- Campo eléctrico de una esfera.
- Campo eléctrico entre dos esferas.
- Campo eléctrico entre esfera y pared plana.
- Campo eléctrico en cilindros coaxiales (caso 1) y campo eléctrico en cilindros coaxiales con aislamiento sólido entre ellos (caso 2).

Dichas configuraciones se estudiarán con la ayuda de un ejemplo en el cual se calculará el campo eléctrico de manera analítica y mediante una simulación con el programa Maxwell SV, esto con el propósito de comparar los resultados y estudiar el comportamiento de un mismo ejemplo mediante los dos métodos de resolución. En algunos de los ejemplos se omite la simulación por computadora, esto es en los ejercicios en donde el cálculo analítico sea muy sencillo y la simulación resulte innecesaria.

4.1 Campo eléctrico entre dos cargas puntuales.

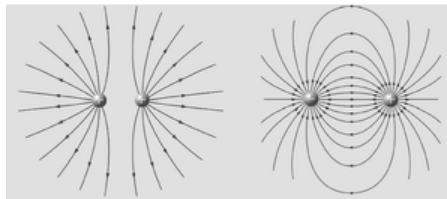


Fig. 1-2: Líneas de campo eléctrico correspondientes a cargas iguales y opuestas, respectivamente.

Para calcular la magnitud de campo eléctrico entre dos cargas puntuales se debe emplear la ley de Coulomb, y como se mencionó en el capítulo 1 esta es válida sólo en condiciones estacionarias, es decir, cuando no hay movimiento de las cargas ó como aproximación cuando el movimiento se realiza a velocidades bajas y en trayectorias rectilíneas uniformes.

En términos matemáticos, la magnitud de dos cargas puntuales q_1 y q_2 separadas una distancia d , se atraen o repelen entre sí con una fuerza F cuya magnitud está dada por:

$$F = \kappa \frac{q_1 q_2}{d^2} \quad [1-21]$$

4.2 Campo eléctrico entre dos placas paralelas.

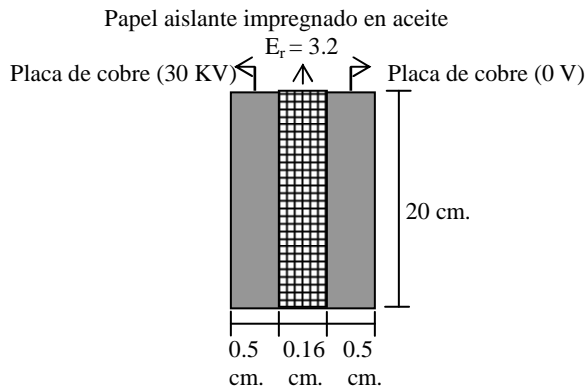
Caso 1: Placas paralelas sumergidas en aceite aislante.

Para campos eléctricos uniformes entre dos placas paralelas con un solo dieléctrico, el cual en nuestro caso tomaremos como aislamiento al aceite, la tensión eléctrica esta dada por la diferencia de los voltajes entre los electrodos y dividido por la distancia que existe entre ellos.

$$E_u = V/d \quad [4-1]$$

Cabe señalar que esta ecuación es aplicable solo para ejemplos de placas paralelas con un solo dieléctrico.

Ejemplo 1: Cálculo de campo eléctrico entre dos placas paralelas aisladas entre si con papel aislante impregnado con aceite.



Resultados:

Este problema se resuelve analíticamente utilizando la ecuación 4-1 y nos da:

$$E_u = \frac{V}{d} = \frac{30000V}{0.16 \times 10^{-2} m} = 1.8750 \times 10^7 \frac{V}{m} = 18.75 \frac{KV}{mm}$$

Para la simulación, en todos los ejercicios se deben seguir los pasos mencionados en la sección 3.6, estableciendo los parámetros correctos de operación de dicho problema como son; el tipo de material de las placas, su voltaje, el material aislante que los separa y su permitividad, así como también las longitudes y distancias de separación que existen entre cada uno de los elementos mencionados, para que el software simule el problema de manera efectiva y nos muestre el resultado correcto el cual en este ejemplo es de:

$$E = 1.8780 \times 10^7 \frac{V}{m} = 18.78 \frac{KV}{mm},$$

Como se puede observar, este es casi idéntico al resultado del cálculo analítico, dada la sencillez de este ejercicio resulta ser útil el cálculo analítico, pero la simulación nos presenta gráficamente lo que ocurre, en la grafica E vs d (figura 4-2), se observa que la intensidad de campo eléctrico que atraviesa el aceite permanece constante en todo momento y en la figura 4-1 se muestra el flujo del campo eléctrico que pasa a través del dieléctrico, el cual es generado por las placas de cobre las cuales están representadas como dos rectángulos verticales en color rojo para la de 30 KV y en color negro para la de 0V.

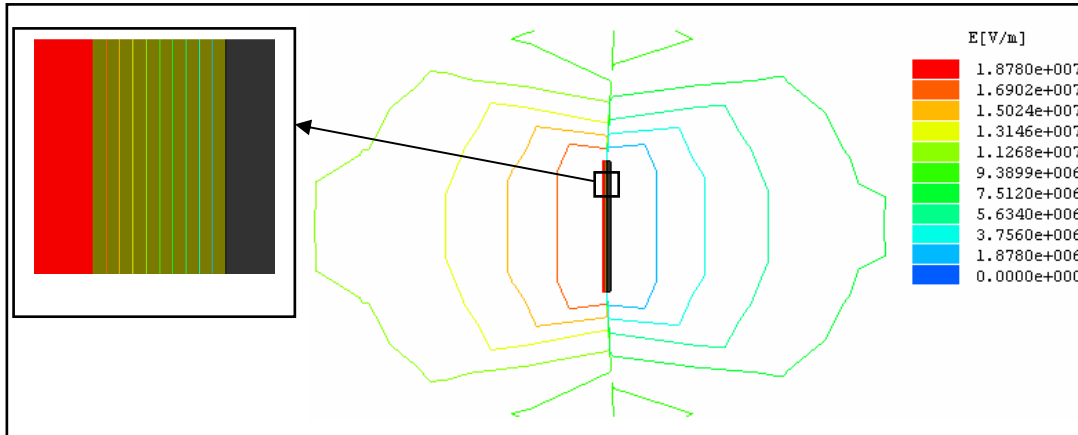


Figura 4-1: Intensidad de campo eléctrico, ejercicio 1.

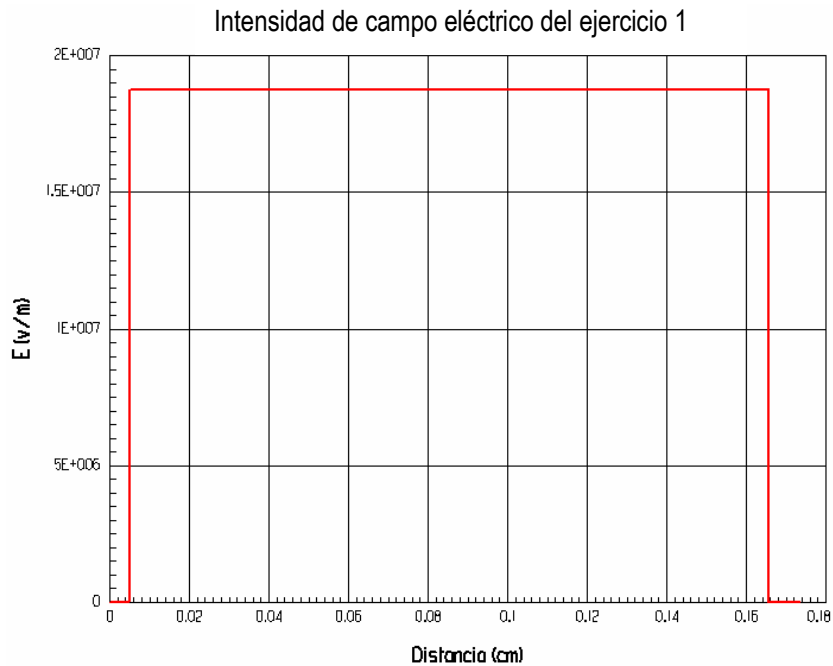


Figura 4-2: Grafica E vs d, ejercicio 1.

Caso 2: Placas paralelas con aislamiento sólido y sumergidas en aceite aislante.

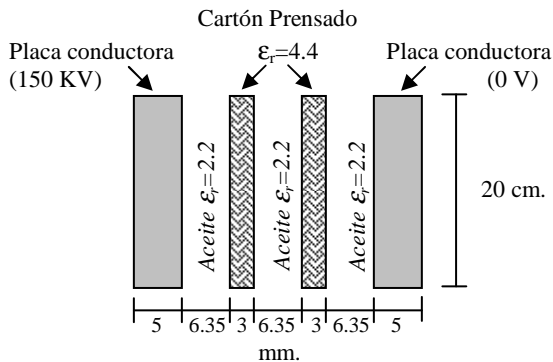
La tensión en cualquier dieléctrico para una diferencia de potencial de V entre las placas es:

$$E_i = \frac{V}{\epsilon_i \left(\frac{d_1}{\epsilon_1} + \frac{d_2}{\epsilon_2} + \frac{d_3}{\epsilon_3} \right)} \quad i = 1, 2, 3 \quad [4-2]$$

Donde ϵ_i es la permitividad relativa del último dieléctrico y el valor de la tensión es constante dentro de cualquier dieléctrico.

Ejemplo 2: Cálculo del campo eléctrico entre dos placas paralelas con 2 materiales aislante distintos entre ellas.

Para el caso 2 en el cual se tienen dos placas paralelas que además de estar aisladas con aceite dieléctrico, estas cuentan con barreras de cartón prensado, como se muestra en la siguiente figura se debe aplicar una ecuación distinta a la del ejercicio anterior.



Resultados:

Analíticamente aplicamos [4-2]:

$$E_i = \frac{150000}{2.2 \left(\frac{0.635}{2.2} + \frac{0.3}{4.4} + \frac{0.635}{2.2} + \frac{0.3}{4.4} + \frac{0.635}{2.2} \right)} = 6.8027 \times 10^6 \frac{V}{m} = 6.80 \frac{KV}{mm}$$

En la siguiente página se muestra el resultado de la simulación para el ejercicio 2, en la figura 4-3 se observan las dos placas conductoras en color rojo (150KV) y negro para la de 0V y las barreras están representadas como dos rectángulos de color verde que están entre dichas placas. En la grafica se puede observar a detalle como el campo eléctrico varía según el dieléctrico, en los espacios donde hay aceite es mayor que donde se presentan barreras de

cartón prensado, esto debido a que la permitividad del cartón prensado es mayor que la del aceite, en otras palabras, el esfuerzo eléctrico es mayor en los ductos de aceite.

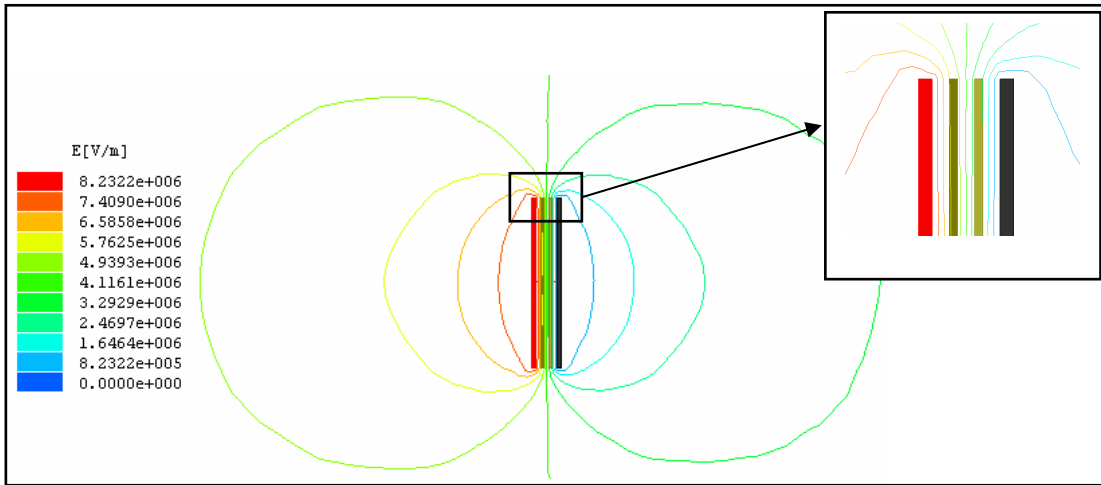


Figura 4-3: Intensidad de campo eléctrico, ejercicio 2.

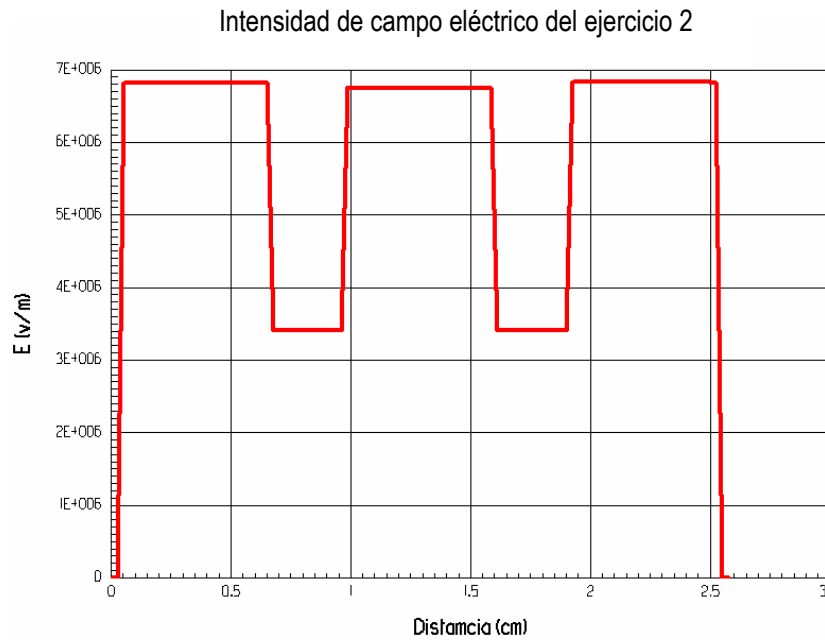


Figura 4-4: Gráfica E vs d del ejercicio 2.

4.3 Campo eléctrico de una esfera.

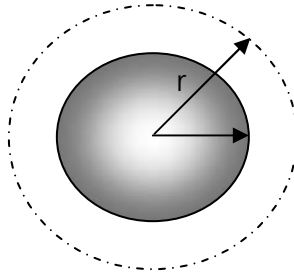


Figura 4-5: superficie gaussiana de una esfera.

Si consideramos una esfera uniformemente cargada de radio “a” y el campo eléctrico “Q” a una distancia “r” en el exterior de la esfera, de acuerdo con la ley de gauss se tiene que dicho campo es:

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad [4-3]$$

y si el campo eléctrico es radial entonces:

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a^2} \quad [4-4]$$

4.4 Campo eléctrico entre dos esferas.

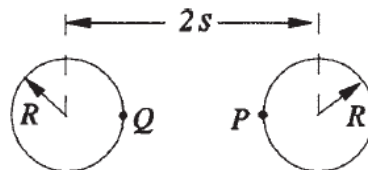


Figura 4-6: Conductores esféricos.

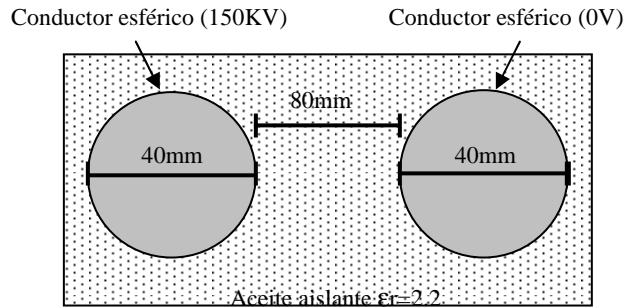
Para configuraciones de dos conductores cilíndricos con diferentes voltajes entre ellos como se muestra en la figura anterior, la tensión máxima del campo eléctrico se sitúa en los puntos Q y P, y se resuelve analíticamente con la siguiente ecuación:

$$E = \frac{V}{2(s-R)} \frac{\sqrt{(s/R)^2 - 1}}{\ln \left[\sqrt{(s/R)^2 - 1} + (s/R) \right]} \quad [4-5]$$

Cabe mencionar que la ecuación anterior es aplicable cuando los conductores no están afectados por algunos otros límites como puede ser el caso de conductores forrados o aislados independientemente.

Ejemplo 3: Cálculo de campo eléctrico entre dos esferas.

La siguiente configuración es una de las más típicas en la industria eléctrica el cual consiste en conductores esféricos desnudos los cuales deben tener cierta distancia para evitar arcos eléctricos y/o generar conflictos en el sistema, en el siguiente ejercicio se presentan dos conductores esféricos los cuales están sumergidos en aceite como medio aislante.



Resultados:

Para resolver analíticamente este ejercicio se debe aplicar la fórmula [4-5], y según esta fórmula se necesitan los valores de V, S y R donde V es el voltaje del conductor, R el radio y S es la distancia que existe entre el centro de uno de los conductores a la mitad de distancia que existe entre ellos y sus valores son:

$$\begin{aligned} V &= 150\,000 \text{ Volts} \\ S &= 6 \text{ cm.} \\ R &= 2 \text{ cm.} \end{aligned}$$

Sustituyendo estos datos en [4-5] nos da:

$$E = \frac{150000}{2(0.6 - 0.2)} * \frac{\sqrt{(0.6/0.2)^2 - 1}}{\ln[\sqrt{(0.6/0.2)^2 - 1} + (0.6/0.2)]} = 3.00854 \times 10^6 \frac{V}{m} = 3.0085 \frac{KV}{mm}$$

En la figura 4-7(b) se observa la representación vectorial que se genera con estos dos electrodos cuya carga es de 150 KV y 0V (tierra) respectivamente, las dos cargas se atraen y se observa una imagen muy similar a la figura 1-2 donde se ilustra el flujo y la dirección de dos cargas iguales y dos cargas opuestas.

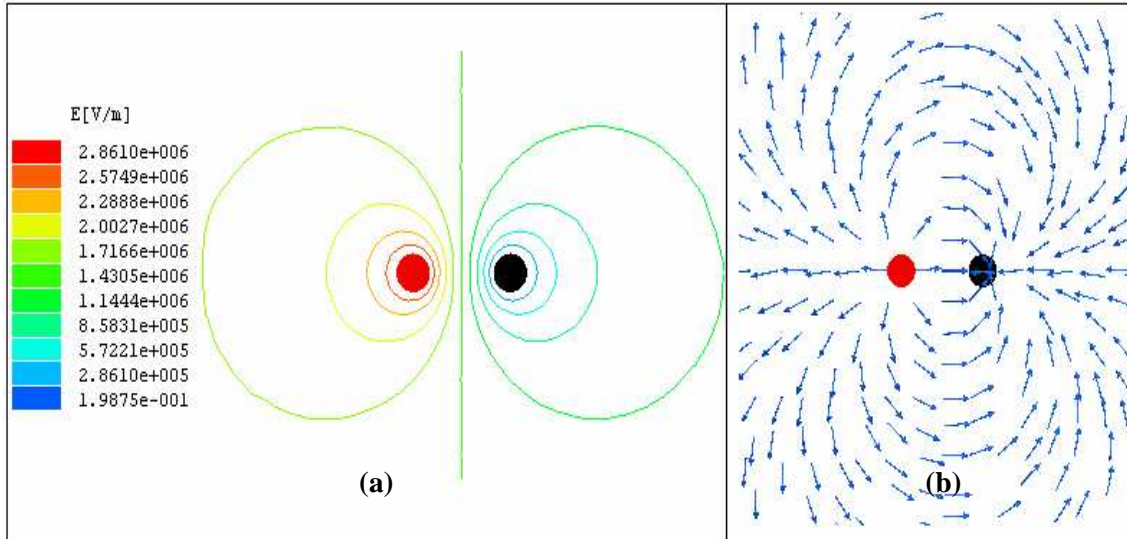


Figura 4-7: Intensidad de campo eléctrico (a) y representación vectorial (b) del campo, ejercicio 3.

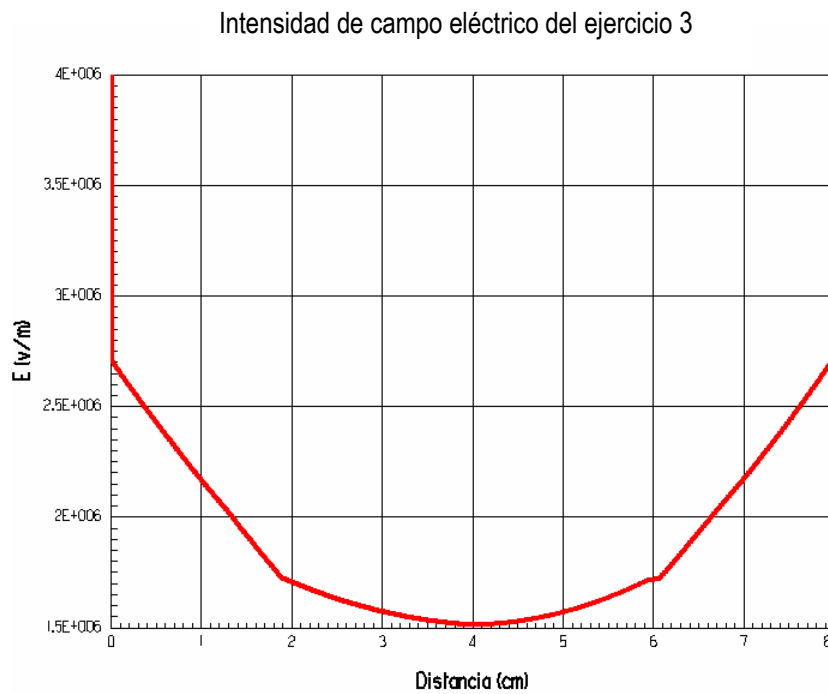


Figura 4-8: Grafica E vs d del ejercicio 3.

4.5 Campo eléctrico entre esfera y pared plana.

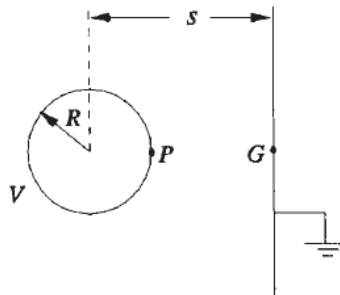


Figura 4-9: Conductor esférico y pared plana.

La tensión máxima en la configuración mostrada en la figura anterior ocurre en los puntos P ó G , que es en donde se encuentra la distancia mas corta entre los dos conductores, para conocer la magnitud en el punto P se emplea:

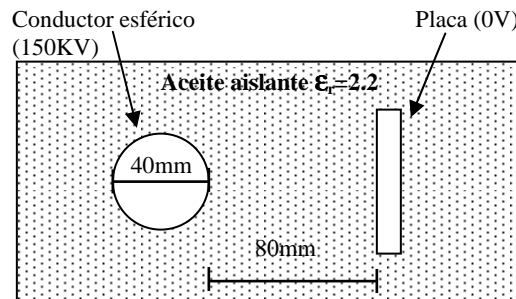
$$E_P = \frac{V}{(s-R)} \frac{\sqrt{(s/R)^2 - 1}}{\ln \left[\sqrt{(s/R)^2 - 1} + (s/R) \right]} \quad [4-6]$$

y para conocer la tensión máxima en el conductor plano (G) se emplea la siguiente ecuación:

$$E_G = \frac{V}{(s-R)} \frac{2 \times \sqrt{((s/R)-1)/((s/R)+1)}}{\ln \left[\sqrt{(s/R)^2 - 1} + (s/R) \right]} \quad [4-7]$$

Ejemplo 4: Cálculo de campo eléctrico entre esfera y pared plana.

La siguiente figura muestra las características del ejercicio en donde el conductor esférico tiene una carga de 150KV y la pared en este caso tendrá 0V, todo sumergido en aceite aislante.



Resultados:

Como se menciona anteriormente, en este tipo de configuraciones la mayor intensidad de campo eléctrico se puede presentar en el punto “P” ó en “G” que se muestran en la figura 4-9. En este caso para resolverlo analíticamente, como el voltaje esta en el conductor esférico, se emplea la formula [4-6], los datos necesarios para resolverlo son R V y S donde:

R=radio del conductor esférico=20mm=2cm

V=voltaje=150KV=150000V.

S=Distancia entre el conductor plano y
el centro del conductor esférico= 100mm=10cm

Sustituyendo los datos anteriores en [4-6]:

$$E_p = \frac{150000}{10-2} * \frac{\sqrt{(10/2)^2 - 1}}{\ln[\sqrt{(10/2)^2 - 1} + (10/2)]} = 4.0069 \times 10^6 \frac{V}{m} = 4.0069 \frac{KV}{mm}$$

La figura que muestra el resultado de la simulación se presenta a continuación junto con su grafica E vs d, en la que se observa como decrece “E” conforme se acerca al conductor plano.

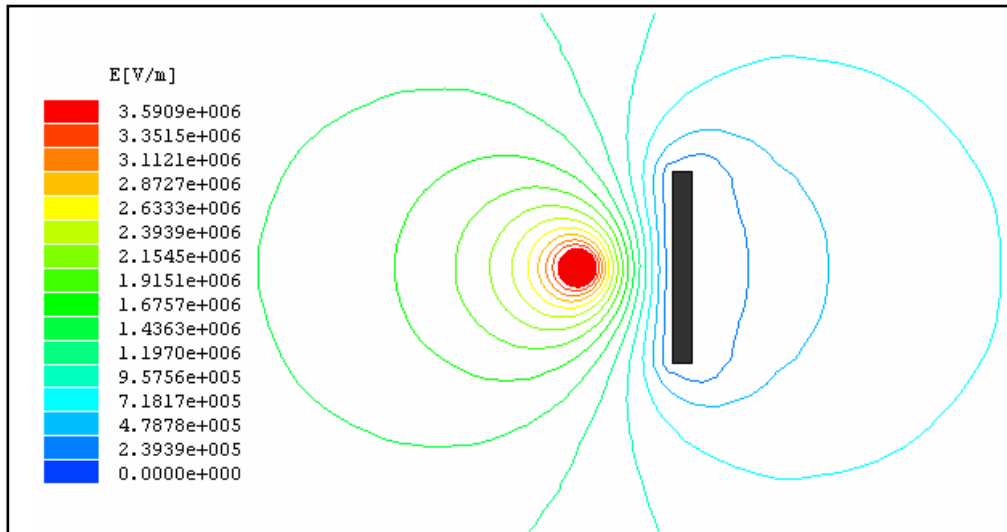


Figura 4-10: Intensidad de campo eléctrico, ejercicio 4.

Intensidad de campo eléctrico del ejercicio 4

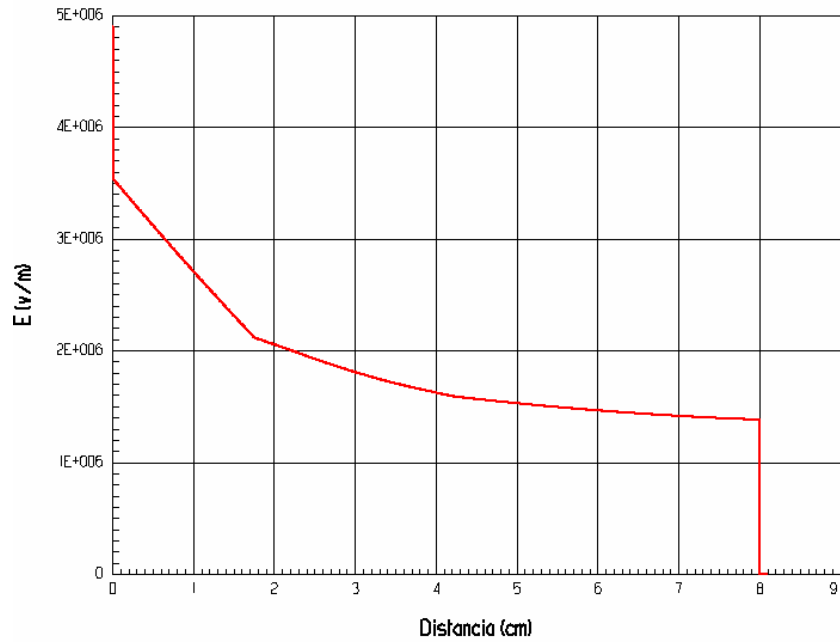


Figura 4-11: Grafica E vs d del ejercicio 4.

4.6 Campo eléctrico en cilindros coaxiales.

Caso 1: Cilindros coaxiales sumergidos en aceite aislante.

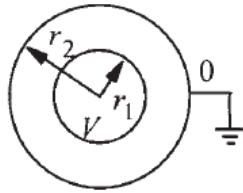


Figura 4-12: Cilindros concéntricos.

Para dos electrodos cilíndricos y concéntricos de radio r_1 y r_2 con un solo dieléctrico entre ellos, el campo eléctrico no es constante si no que este varía conforme el radio incrementa y la tensión a cualquier radio $r(r_1 < r < r_2)$ es:

$$E = \frac{V}{r \ln \frac{r_2}{r_1}} \quad [4-8]$$

Donde:

V =Voltaje de la configuración.

r =Radio de la superficie gaussiana (donde se desea conocer la intensidad del campo eléctrico).

r_1 =radio del conductor 1.

r_2 =radio del conductor 2.

Caso 2: Cilindros coaxiales con aislamiento sólido y sumergidos en aceite aislante.

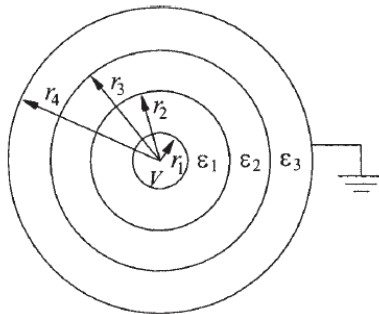


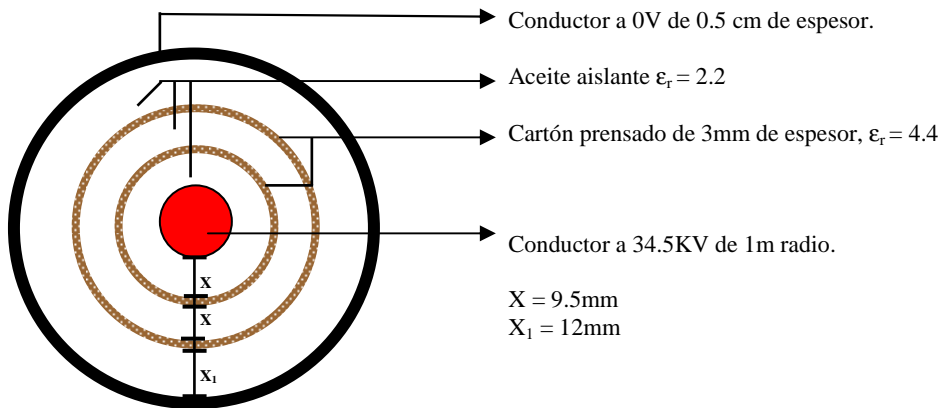
Figura 4-13: Electrodo cilíndricos coaxiales con diferentes materiales aislantes entre ellos.

Para casos en donde se requiera calcular analíticamente el campo eléctrico entre cilindros coaxiales, entre los cuales existan varios tipos de aislamiento como se muestra en la figura anterior, se debe emplear la siguiente ecuación:

$$E_i = \frac{V}{r \epsilon_i \left[\frac{1}{\epsilon_1} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\epsilon_2} \ln \frac{r_3}{r_2} + \frac{1}{\epsilon_3} \ln \frac{r_4}{r_3} \right]} \quad i = 1, 2, 3 \quad [4-9]$$

Ejercicio 5: Cálculo de campo eléctrico en cilindros coaxiales con diferentes dieléctricos entre ellos.

El siguiente ejercicio consiste calcular el campo eléctrico que se genera entre dos conductores coaxiales (simulando el caso de 2 bobinas de un transformador tipo columna), en este ejemplo los conductores están aislados con barreras de cartón prensado y aceite aislante como se muestra en la siguiente figura.



Resultados:

Para el cálculo analítico de este ejercicio se debe modificar la ecuación [4-9] agregándole los datos faltantes ya que la ecuación esta basada en la figura 4-13 la cual presenta solo 3 aislamientos entre los conductores, entonces la ecuación modificada para este ejercicio queda de la siguiente manera:

$$E_i = \frac{V}{r \epsilon_i \left[\frac{1}{\epsilon_1} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\epsilon_2} \ln \frac{r_3}{r_2} + \frac{1}{\epsilon_3} \ln \frac{r_4}{r_3} + \frac{1}{\epsilon_4} \ln \frac{r_5}{r_4} + \frac{1}{\epsilon_5} \ln \frac{r_6}{r_5} \right]} \quad [4-10]$$

Y al igual que en los ejercicios anteriores se debe tener cuidado de emplear las mismas unidades en todos los elementos involucrados en la configuración, en este caso, como en los anteriores todas las unidades de medida serán en centímetros y la tensión en volts, entonces los valores de “r” y “ε” son:

$r_1 = 50\text{cm}$	$\epsilon_1 = 2.2$
$r_2 = 50.95\text{cm}$	$\epsilon_2 = 4.4$
$r_3 = 51.25\text{cm}$	$\epsilon_3 = 2.2$
$r_4 = 52.2\text{cm}$	$\epsilon_4 = 4.4$
$r_5 = 52.5\text{cm}$	$\epsilon_5 = 2.2$
$r_6 = 53.7\text{cm}$	

Donde:

r_1 =Radio del conductor.

r_2 =Radio del conductor+el primer canal de aceite.

r_3 =Radio del conductor+canal de aceite 1+barrera 1.

r_4 =Radio del conductor+canal de aceite 1+barrera 1+canal de aceite 2.

r_5 =Radio del conductor+canal de aceite 1+barrera 1+canal de aceite 2+barrera 2.

r_6 = Radio del conductor+canal de aceite 1+barrera 1+canal de aceite 2+barrera 2+canal de aceite 3.

ϵ_1, ϵ_3 y ϵ_5 = Permitividad relativa del aceite

ϵ_2 y ϵ_4 = Permitividad relativa de cartón prensado (barreras).

Sustituyendo todos los datos anteriores en la ecuación [4-10] obtenemos:

$$E_i = \frac{34500}{50 * 2.2 * \left[\frac{1}{2.2} \ln \frac{50.95}{50} + \frac{1}{4.4} \ln \frac{51.25}{50.95} + \frac{1}{2.2} \ln \frac{52.2}{51.25} + \frac{1}{4.4} \ln \frac{52.5}{52.2} + \frac{1}{2.2} \ln \frac{53.7}{52.5} \right]} =$$

$$= 1.052 \times 10^6 \frac{V}{m} = 1.052 \frac{KV}{mm}$$

En la siguiente pagina se muestran los resultados de la simulación y al compararlo con el resultado del cálculo analítico se observa que son casi idénticos, a diferencia de los ejercicios anteriores en donde se representa la intensidad del campo eléctrico con líneas de colores, aquí en este ejercicio (en la figura [4-14]) se opto por colorear toda el área, ya que las dimensiones en donde se presenta el campo eléctrico son muy pequeñas y las líneas no se observan claramente.

El conductor 1 (bobina interior) el cual esta cargado con los 34.5 KV se muestra como un círculo en color blanco y el conductor con 0 Volts (bobina exterior) es la línea que divide los colores naranja y azul. En esta figura se puede observar que la magnitud de campo eléctrico es igual en los 3 canales donde existe aceite aislante, los cuales en la figura aparecen en color naranja y según el cuadro de colores tienen una magnitud de entre $9.6260 \times 10^5 \text{ V/m}$ y $1.0696 \times 10^6 \text{ V/m}$, dicha magnitud es mayor que la que se presenta en las dos barreras las cuales presentan una magnitud de aproximadamente de $5.3478 \times 10^5 \text{ V/m}$. Después de la bobina exterior prácticamente no existe una intensidad de campo eléctrico ó esta es muy pequeña.

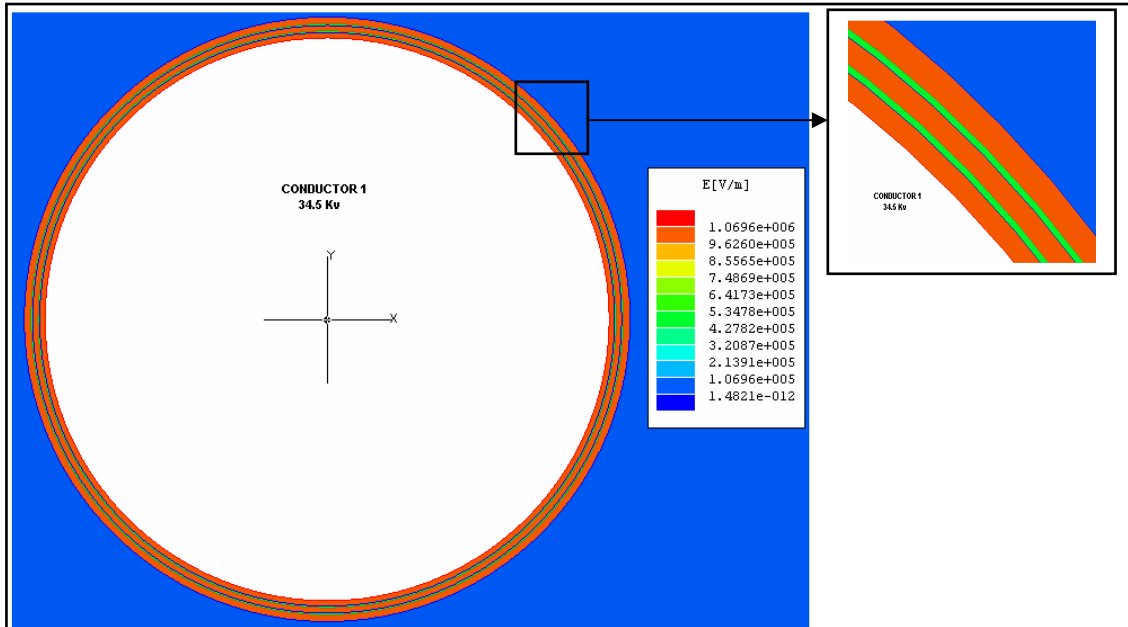


Figura 4-14: Intensidad de campo eléctrico, ejercicio 5.

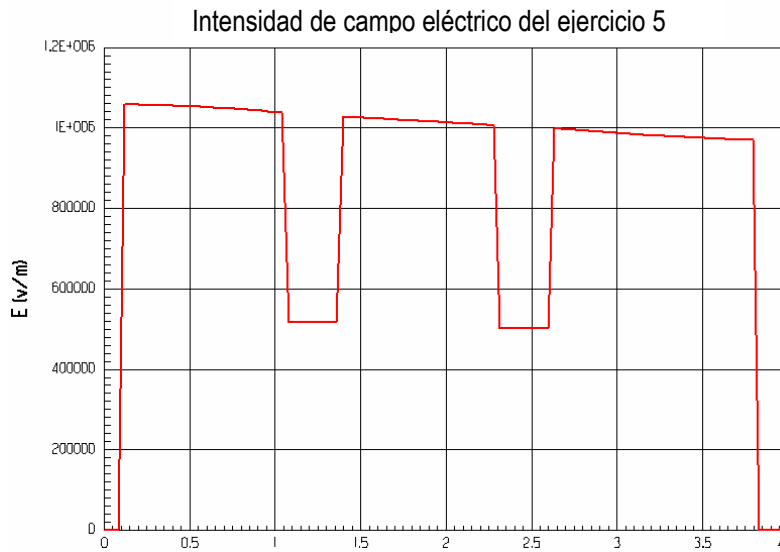


Figura 4-15: Grafica E vs d del ejercicio 5.

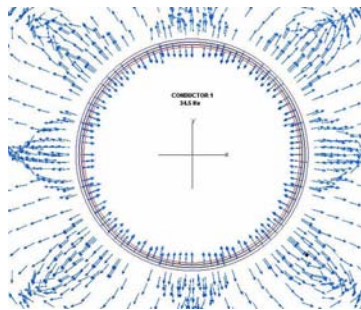


Figura 4-16: Representación vectorial del campo eléctrico del ejercicio 5.

5. CÁLCULO DE CONFIGURACIONES DE ELECTRODOS TÍPICAS.

En este ultimo capitulo se muestran ejercicios de problemas típicos que se presentan cuando se esta diseñando ó modificando algún equipo ó sistema eléctrico, este tipo de ejercicios son mas complejos por lo cual los métodos analíticos para resolver el calculo de campos eléctricos de configuraciones simples que se mostraron en el capitulo anterior no son suficientes para resolverlos, se requiere de un análisis mas detallado y además el empleo de otras herramientas como son los simuladores por computadora ya que nos brindan una imagen mas clara del problema y resultados mas exactos y fáciles de evaluar.

5.1 Cálculo de la distancia entre la bobina de un transformador y la pared del tanque.

En este ejercicio se tiene como objetivo calcular la distancia adecuada de separación que debe existir entre la bobina de un transformador tipo columna de 45 pulgadas de diámetro y la pared del tanque que cubre a dichas bobinas (figura 5-2), esta distancia varia según el nivel de voltaje del transformador y dicha distancia se debe ajustar de manera que tenga un % de margen razonable, ya que una distancia muy grande se traduce como un equipo mas caro y una distancia muy corta podría llegar a provocar problemas durante la operación del transformador. En este ejercicio se calculó la distancia de separación adecuada para nueve diferentes valores de BIL (nivel básico de aislamiento al impulso).



Figura 5-1: Bobinas de un transformador tipo columna.

Una forma de resolver este tipo de problemas consiste en proponer distancias de separación y posteriormente calcular el campo eléctrico entre la bobina y la pared, para que después con el campo obtenido y con la ayuda del simulador Maxwell 2D se tomen dichos valores para obtener el valor promedio del campo eléctrico y así, con este valor promedio se pueda calcular el % de margen de diseño que se tiene con las distancias de separación propuestas inicialmente.

Una vez calculado el % de margen con las distancias propuestas se deberá estimar la distancia “d” para cada caso de manera que este produzca un margen aproximadamente de 25% ya que con este valor es mas que suficiente para que el transformador opere de una manera segura y eficiente, un valor mayor a 25% generaría un incremento en el costo y en las dimensiones del mismo.

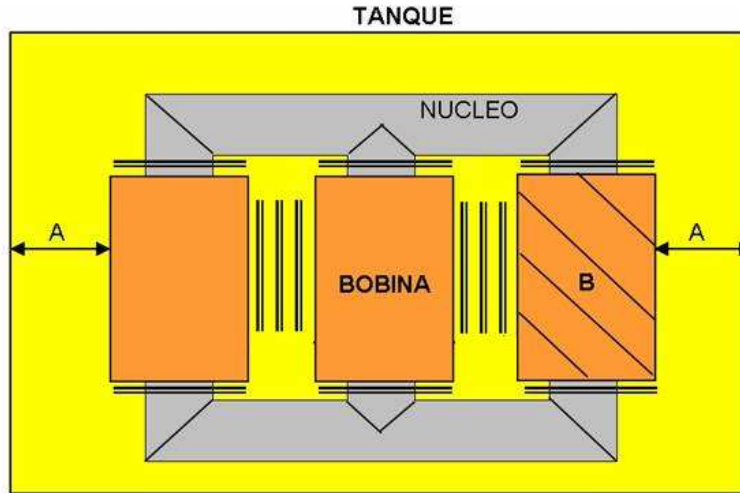


Figura 5-2: Representación del interior de un transformador tipo columna.

5.1.1 Valores y cálculos iniciales del transformador.

Se comenzó a evaluar el problema con diferentes valores de BIL que van desde los 110 KV hasta los 1050 KV y con las distancias propuestas inicialmente. Los diferentes valores de BIL del transformador y las distancias propuestas inicialmente se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 5-1: Valores de BIL y distancias propuestas.

BIL (KV)	Distancia (In)
110	0.5
150	1.0
200	1.5
250	2.0
350	3.5
550	5
650	7
900	9
1050	12

Para efectuar las simulaciones de dicho problema con las diferentes distancias propuestas primero se calcula el voltaje de baja frecuencia (V1) de los diferentes valores de BIL aplicando la formula [5-1], una vez obtenido el voltaje se simulan de igual manera que en los ejercicios del capítulo anterior.

$$V_1 = (BIL * 0.454) - 18 \quad [5-1]$$

El % de margen de separación existente entre la bobina y la pared del tanque del transformador se obtiene con las siguientes ecuaciones:

$$\%_{margin} = \frac{E_{prom} - E_{max}}{E_{max}} \times 100 \quad [5-2]$$

De donde:

$$E_{max} = \frac{21.2}{d^{0.36}} \quad [5-3]$$

$$E_{prom} = \frac{\sum E_{puntos}}{\#_{puntos}} \quad [5-4]$$

En donde para el cálculo de E_{max} solo se requiere de la distancia (d) en milímetros para que nos proporcione resultados de KV/mm.

Para calcular E_{prom} se requiere de la ayuda del simulador, ya que E_{prom} es el promedio del campo eléctrico que existe en el ducto de aceite que esta siendo analizado, por lo que se necesitan los valores de la grafica E vs d de dicho ducto, para realizar esta grafica se utilizaron 100 puntos por lo que en la ecuación [5-4] el numero de puntos es $\#_{puntos} = 100$, y $\sum E_{puntos}$ = a la suma de todos los valores de E en cada punto de dicha grafica, esto se realizó para cada una de las simulaciones ya que la distancia varia.

5.1.2 Primeros resultados del transformador.

Los resultados de los cálculos efectuados se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 5-2: Resultados de los cálculos con los valores iniciales.

Simulación	BIL (KV)	V1 (KV)	Dist. (cm)	Eprom(KV/mm)	E _{max} (KV/mm)	% Margen
1	110	31.94	1.27	2.515	8.491	-70.38%
2	150	50.10	2.54	1.974	6.616	-70.16%
3	200	72.80	3.81	1.914	5.717	-66.52%
4	250	95.50	5.08	1.865	5.155	-63.83%
5	350	140.90	8.89	1.588	4.214	-62.32%
6	550	321.70	12.7	1.831	3.707	-50.60%
7	650	277.10	17.78	1.560	3.284	-52.48%
8	900	390.60	22.86	1.710	3.000	-42.99%
9	1050	458.70	30.48	1.511	2.705	-44.14%

5.1.3 Análisis de los resultados iniciales y cálculos finales del transformador.

Como se puede observar en la tabla 5-2 los cálculos iniciales de todas las simulaciones nos dan un % de margen de separación mayor a la necesaria, por lo que la distancia propuesta en todos los casos es excesiva, se debe reducir la distancia de separación entre la bobina y la pared del tanque para reducir la distensión del mismo emplear menos material.

Para tener una idea de la distancia que nos pueda proporcionar un % de margen de 25% se utilizó la ecuación [5-2] en donde se despejo E_{prom} y se sustituyo el valor de 100 por -25 para obtener un valor aprox. de "E" a un margen de 25% de separación (Ecuación [5-5]).

La ecuación [5-5] se empleó con los diferentes valores de E_{max} y el resultado de lo anterior se sustituyo en la ecuación [5-6] para obtener un valor aproximado de la distancia “d”, los cálculos obtenidos se muestran en la tabla 5-3.

$$E_{prom} = (-25 * E_{max}) + E_{max} \quad [5-5]$$

$$d = \frac{V}{E_{prom}} \quad [5-6]$$

Cabe mencionar que estos son valores aproximados de la distancia, ya que [5-6] se obtuvo de la formula [4-1] la cual es para el calculo de campo eléctrico entre placas paralelas empleada en el capítulo anterior, de manera que los valores de la distancia “d” seguirán siendo superiores al 25% de margen deseado, esto ya que en placas paralelas el potencial eléctrico se mantiene constante en toda la distancia de separación que presentan las placas y en la configuración cilindro pared, cuando el voltaje se presenta en el cilindro el potencial va decreciendo hasta llegar a la pared, de manera que en placas paralelas el promedio de E (E_{prom}) es mayor que en una configuración cilindro pared, esto se explica gráficamente en la figura 5-3.

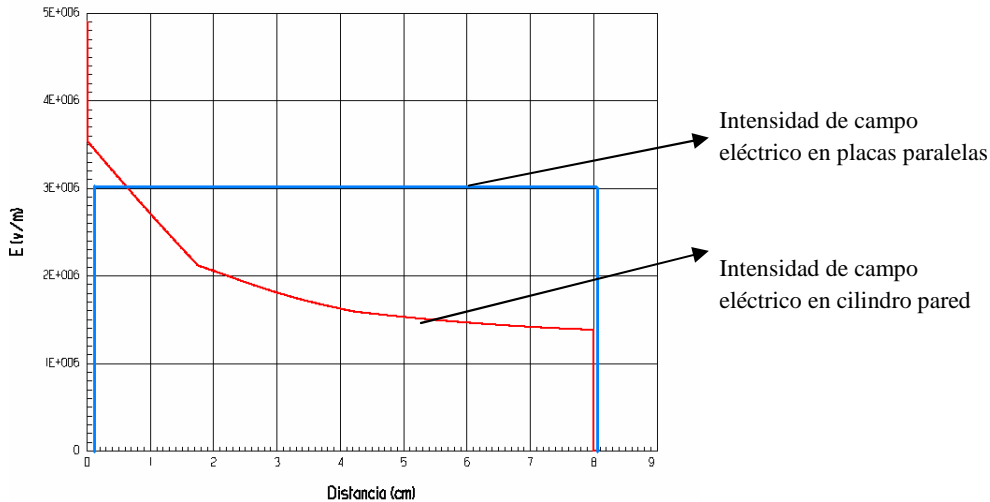


Figura 5-3: Comparación de la grafica E vs d entre placas paralelas y cilindro pared.

Tabla 5-3: Cálculos para “d” a 25% de margen.

BIL (Kv)	Eprom (Kv/mm)	Distancia (mm)
110	6.37	5.02
150	4.96	10.10
200	4.29	16.98
250	3.87	24.70
350	3.16	44.58
550	2.78	83.35
650	2.46	112.52
900	2.25	173.62
1050	2.03	226.14

5.1.4 Resultados finales del transformador.

Una vez comprendida la figura anterior y con los resultados obtenidos de la tabla 5-3 se repitieron las simulaciones y los cálculos con valores de distancia inferiores a estos, hasta obtener un % de margen de 25%, en algunos casos se tuvo que simular mas de una ocasión para llegar al 25% de margen deseado pero el procedimiento es el mismo por lo que el resultado se obtuvo sin ningún problema y rápidamente. Finalmente las distancias que nos proporcionan un 25% de margen de separación se muestran en la tabla 5-4.

Tabla 5-4: Resultados de los cálculos finales.

BIL (KV)	DISTANCIA (cm)	Eprom (KV/mm)	E_{max} (KV/mm)	% MARGEN
110	0.30	10.63	14.27	-25.40%
150	0.60	8.34	11.12	-25.00%
200	1.08	6.73	9.00	-25.17%
250	1.62	5.82	7.77	-25.04%
350	3.05	4.62	6.19	-25.35%
550	6.65	3.49	4.67	-25.39%
650	8.73	3.17	4.24	-25.09%
900	14.96	2.61	3.49	-25.07%
1050	19.48	2.38	3.17	-25.05%

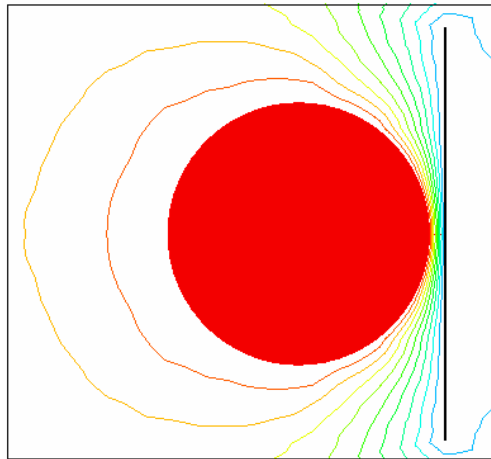


Figura 5-4: Simulación final de bobina-pared del transformador mostrando las líneas equipotenciales.

Al comparar las distancias de las tablas 5-2 y 5-4 se puede observar que se redujeron las distancias en un 50% ó más, únicamente en los dos últimos ejercicios (los de mayor voltaje) cuyo valor de BIL son de 900 y 1050 se obtuvo una reducción menor pero aun así una reducción notoria.



Figura 5-5: Diferentes tipos de transformadores.

5.2 Cálculo de distancias para un reactor tipo columna.

Generalidades.

Los reactores en derivación son construidos básicamente en dos diferentes configuraciones: Una es el tipo Acorazado o reactor con núcleo de aire y la otra configuración es de tipo columnas. Externamente los reactores tipo columna son similares a un transformador, pero internamente son construidos con un núcleo con entre-hierros de material no magnético y un solo devanado en lugar de dos o tres que tienen los transformadores.

Las líneas de transmisión de alta (AT) y extra alta tensión (EAT), particularmente las líneas largas, generan grandes cantidades de potencia reactiva, esta energía reactiva debe ser controlada, pues de lo contrario puede provocar grandes sobretensiones en las terminales de los equipos conectados al sistema de potencia. Los Reactores en Derivación de Potencia (shunt reactors) absorben la energía reactiva de las líneas y por lo tanto disminuyen el voltaje del sistema.

Los reactores en derivación, diseñados para altas y extra altas tensiones, son normalmente conectados directamente a las líneas de transmisión y los reactores de bajo voltaje son conectados en los devanados terciarios de los transformadores y auto transformadores de potencia (figura 5-6).

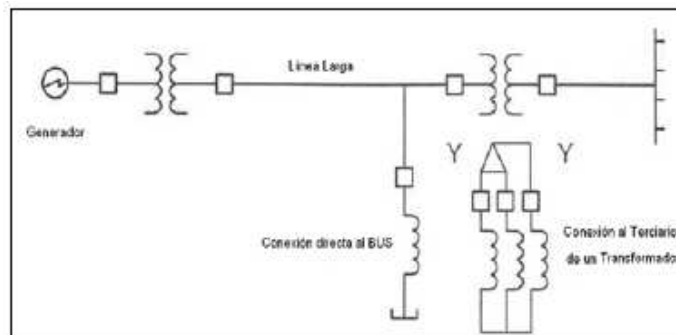


Figura 5-6: Conexión de reactores en derivación en sistemas eléctricos de potencia.

Detalles del problema (caso 1 y 2).

Para obtener una mejor comprensión y conocimientos acerca de la fabricación y diseño de este tipo de reactores se modelaron dos casos diferentes para el análisis del reactor, en la figura 5-7 y 5-8 se observa el reactor antes de ser introducido en el tanque que contiene el aceite aislante.



Figura 5-7: Reactor tipo columna



Figura 5-8: Ensamble del reactor

Para simular y calcular los esfuerzos eléctricos de este reactor se dibujó una mitad del reactor ya que este es simétrico, por lo tanto los esfuerzos que ocurren son iguales en ambos lados. El reactor cuenta con nueve barreras de cartón (denotadas en la figura 5-9 como b1, b2, b3....b9) y un blindaje que separan a la bobina de los otros dos núcleos. En la figura 5-9 se muestra un dibujo que indica los componentes del reactor (lado izquierdo) y el dibujo realizado en el software para su simulación (lado derecho).

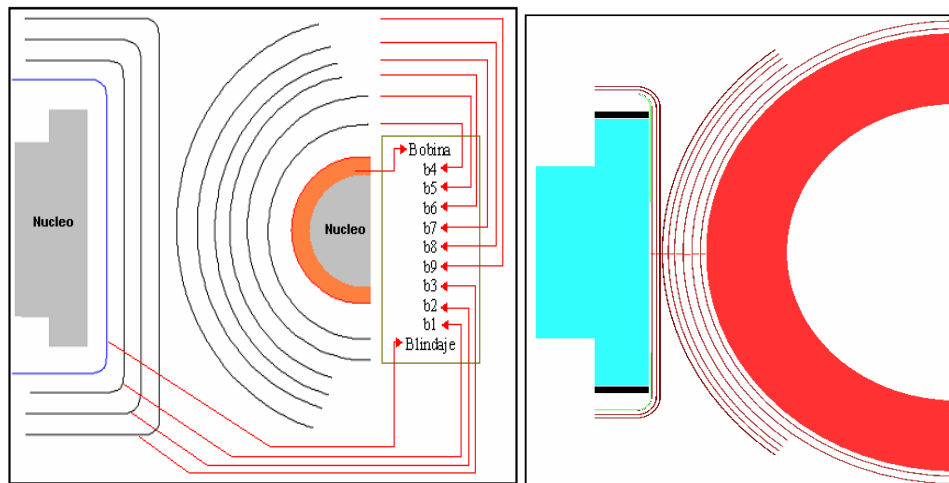


Figura 5-9: Dibujo de uno de los lados del reactor (visto desde arriba) para su simulación.

Como se menciono anteriormente se modelaron dos casos, el objetivo en el primer ejercicio (caso 1) consistió en calcular los esfuerzos y campos eléctricos máximos en los ductos que se crean con las barreras, y se determinó que porcentaje de seguridad tenían cada uno de los ductos, para después ajustarlos a un 20% aproximadamente.

En el segundo ejercicio (caso 2) se analizó el por que de la existencia del blindaje adyacente a los núcleos y se calcularon de igual manera que en el primer caso, los campos eléctricos y los márgenes de seguridad si se eliminan dichos blindajes.

Caso 1: Reactor con blindaje.

5.2.1 Valores y cálculos iniciales del reactor.

La bobina del reactor que se analizó tiene un nivel básico de aislamiento (BIL) de 1425 KV y al aplicar este valor de BIL con [5-1] se obtiene el voltaje equivalente en baja frecuencia de el cual es de 630 KV. Y las distancias de separación iniciales entre los diferentes materiales que componen el reactor se muestran en la tabla 5-5, de igual manera que en la figura anterior las barreras se expresan como b1, b2, b3,....b9.

Tabla 5-5: Condiciones iniciales del reactor con blindaje.

Ducto	Voltaje en baja frecuencia (KV)	Distancia (cm)
bobina-b4	630.00	1.27
b4-b5	630.00	1.778
b5-b6	630.00	1.778
b6-b7	630.00	1.778
b7-b8	630.00	1.27
b8-b9	630.00	1.27
b9-b3	630.00	0.254
b3-b2	630.00	0.635
b2-b1	630.00	0.889
b1-blindaje	630.00	0.2032

5.2.2 Primeros resultados del reactor.

Con los datos anteriores se hizo la simulación y los cálculos respectivos para el cálculo del porcentaje de margen existente en cada uno de los ductos de igual manera que en el ejercicio anterior, dichos resultados se muestran en la tabla 5-6.

Tabla 5-6: Resultados iniciales del reactor con blindaje.

Ducto	Voltaje en baja frecuencia (KV)	Distancia (cm)	Eprom (KV/mm)	E _{max} (KV/mm)	% Margen
bobina-b4	630.00	1.27	4.994	8.491	-41.188%
b4-b5	630.00	1.778	4.875	7.522	-35.193%
b5-b6	630.00	1.778	4.873	7.522	-35.224%
b6-b7	630.00	1.778	4.753	7.522	-36.822%
b7-b8	630.00	1.27	4.725	8.491	-44.351%
b8-b9	630.00	1.27	4.662	8.491	-45.100%
b9-b3	630.00	0.254	4.453	15.156	-70.618%
b3-b2	630.00	0.635	4.685	10.898	-57.013%
b2-b1	630.00	0.889	4.678	9.655	-51.548%
b1-blindaje	630.00	0.2032	4.629	16.424	-71.813%
Distancia blindaje-bobina		11.13			

5.2.3 Análisis de los resultados iniciales y cálculos finales del reactor.

Al observar los resultados iniciales del reactor mostrados en la tabla anterior, se puede notar que los porcentajes de margen que existen en todos los ductos varían mucho, hay porcentajes desde 35 % los cuales son aceptables y seguros como por ejemplo entre las barreras b5 y b6, pero existen también porcentajes de margen muy elevados como el que se presenta entre la barrera b1 y el blindaje, el cual llega hasta 71.813%, el cual se puede reducir. También se puede observar que la mayoría de los porcentajes de margen más altos se presentan en los ductos más delgados, por esto, se modificaron todas las distancias. Las distancias más grandes se redujeron y las distancias mas pequeñas se incrementaron de manera que no existiera tanta diferencia entre todas las distancias, esto para tratar de reducir el porcentaje de margen en todos los ductos y que dichos porcentajes fueran similares para que también soporten cantidades similares de esfuerzo eléctrico.

5.2.4 Resultados finales del reactor.

Después de realizar varias simulaciones, modificando las distancias de separación se llego a los resultados finales mostrados en la tabla 5-7.

En dicha tabla se observa que las distancias de separación que conforman el reactor son prácticamente idénticas y se logro reducir el % de margen de todos los ductos, de igual manera se redujo la dimensión del reactor ya que con las distancias iniciales el reactor presentaba una separación desde el blindaje hasta la bobina de 11.13 centímetros y con los resultados finales mostrados en la tabla 5-7 la distancia fue de 6.3 centímetros.

Tabla 5-7: Resultados finales del reactor con blindaje.

Ducto	Distancia (cm)	E _{prom} (KV/mm)	E _{max} (KV/mm)	% Margen
bobina-b4	0.600	8.395	11.122	-24.521%
b4-b5	0.700	8.359	10.522	-20.559%
b5-b6	0.700	8.296	10.522	-21.152%
b6-b7	0.700	8.232	10.522	-21.761%
b7-b8	0.600	8.181	11.122	-26.444%
b8-b9	0.600	8.142	11.122	-26.797%
b9-b3	0.600	8.110	11.122	-27.086%
b3-b2	0.600	8.083	11.122	-27.330%
b2-b1	0.600	8.064	11.122	-27.501%
b1-blindaje	0.600	7.977	11.122	-28.278%
Dist. total	6.3			



Figura 5-10: Pruebas a un reactor en industrias IEM.

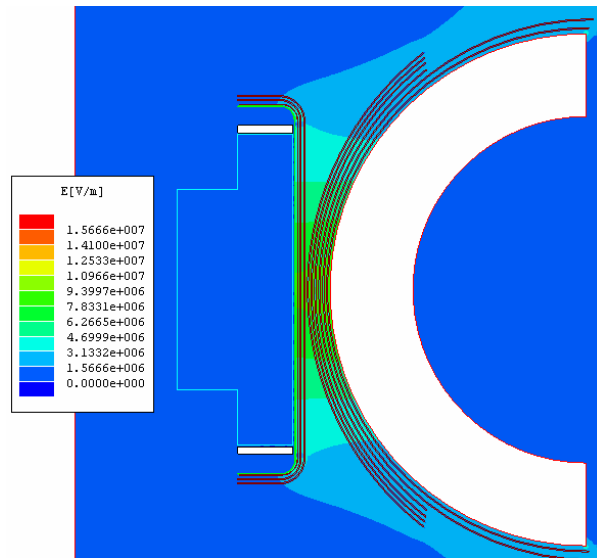


Figura 5-11: Simulación final del reactor con blindaje.

Caso 2: Reactor sin blindaje.

5.2.5 Datos y cálculos del reactor sin blindaje.

En el caso 2 se tomo el mismo reactor con los valores iniciales que se presentaba antes de ajustarse a un porcentaje de margen de 20%, de manera que los valores de las distancias y el voltaje son los mismos, pero en este caso se elimino el blindaje incrementando la distancia del núcleo a la barrera 1 (b1), todos esto se presenta en la tabla 5-8.

Tabla 5-8: Valores del reactor sin blindaje.

Ducto	Voltaje en baja frecuencia (KV)	Distancia (cm)
bobina-b4	630.00	1.27
b4-b5	630.00	1.778
b5-b6	630.00	1.778
b6-b7	630.00	1.778
b7-b8	630.00	1.27
b8-b9	630.00	1.27
b9-b3	630.00	0.254
b3-b2	630.00	0.635
b2-b1	630.00	0.889
b1-núcleo	630.00	0.736

De igual manera que en los ejercicios anteriores, se realizó la simulación y los cálculos respectivos para el cálculo del porcentaje de margen existente en cada uno de los ductos, dichos resultados se muestran en la tabla 5-9.

5.2.6 Análisis de resultados del reactor sin blindaje.

Al comparar los valores de las tablas 5-5 y 5-9 las cuales muestran los resultados de los cálculos efectuados en el reactor con blindaje y sin blindaje respectivamente, se puede observar que los valores son similares, los valores de E_{prom} disminuyeron y como las distancias permanecieron iguales los valores de E_{max} también permanecieron iguales. De manera que los niveles de seguridad se incrementaron un poco excepto en el ducto creado por el núcleo y la barrera 1, en donde se incremento el ancho de dicho ducto al eliminar el blindaje, generando un incremento en E_{max} y una reducción en el % de margen.

Tabla 5-9: Resultados del reactor sin blindaje.

Ducto	Voltaje en baja frecuencia (KV)	Distancia (cm)	Eprom (KV/mm)	E _{max} (KV/mm)	% Margen
bobina-b4	630.00	1.27	4.803	8.491	-43.441%
b4-b5	630.00	1.778	4.689	7.522	-37.668%
b5-b6	630.00	1.778	4.683	7.522	-37.752%
b6-b7	630.00	1.778	4.568	7.522	-39.275%
b7-b8	630.00	1.27	4.539	8.491	-46.544%
b8-b9	630.00	1.27	4.475	8.491	-47.296%
b9-b3	630.00	0.254	4.273	15.156	-71.809%
b3-b2	630.00	0.635	4.493	10.898	-58.773%
b2-b1	630.00	0.889	4.483	9.655	-53.564%
b1-núcleo	630.00	0.736	4.453	10.331	-56.894%

Aunque los porcentajes de margen son muy elevados y varían mucho entre ellos, teóricamente el reactor puede funcionar sin ningún problema. Sin embargo, al observar la figura 5-12 donde se muestra el esfuerzo eléctrico que soporta el reactor, se pueden ver dos puntos (ampliados en el lado derecho de la figura) en las esquinas del núcleo que presentan una esfuerzo muy elevado, esto a pesar de tener un margen de seguridad en el ducto creado por el núcleo y la barrera 1 de 56.89%. Estos esfuerzos eléctricos quizás no dañen el reactor instantáneamente, pero pueden crear sobrecalentamiento en el área, causando con esto el deterioro de la barrera mas cercana (barrera 1) y la contaminación prematura del aceite, requiriendo por esto un mantenimiento con mayor frecuencia e incluso en un futuro puede crear un arqueo el cual provoque serias averías en el reactor.

Con la intención de eliminar los esfuerzos eléctricos elevados mostrados en la figura 5-12 se incremento aun mas el margen de seguridad en los ductos, principalmente en el ducto donde se presentan (núcleo-barrera 1), pero se obtuvo el mismo resultados, los esfuerzos eléctricos en esos puntos permanecieron igual ya que la causa de estos se debe a las esquinas del núcleo, la forma puntiaguda del núcleo en estos puntos son los causantes del incremento de esfuerzo eléctrico, de manera que el blindaje aplicado en el ejercicio anterior es una forma muy eficaz de eliminar dichos esfuerzos eléctricos ya que al estar conectado a tierra junto con el núcleo crea una forma redondeada en vez de una esquina puntiaguda distribuyendo mejor el esfuerzo eléctrico.

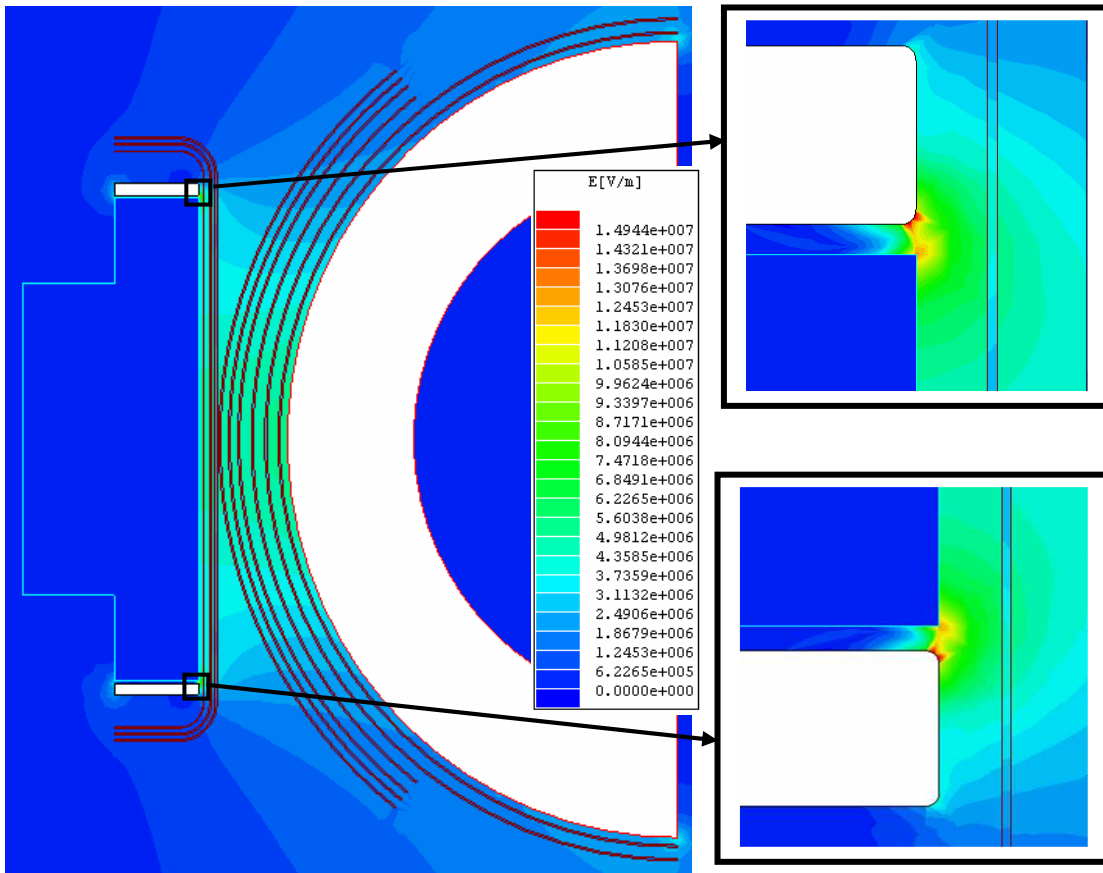


Figura 5-12: Simulación del reactor sin blindaje.

III. CONCLUSIONES.

Uno de los objetivos fundamentales del ingeniero consiste en predecir cuantitativamente el comportamiento de un sistema ó un proceso para proceder a su diseño eficiente ó para cumplir con especificaciones de producción, parte de esto se logra con la aplicación de los conocimientos teóricos y prácticos que se adquieren, ya que aunque existe una infinidad de herramientas y softwares los cuales pueden simplificar el desarrollo y solución de un problema, estos aun tienden a generar errores u omitir algunos puntos importantes, los cuales el ingeniero hoy en día sigue resolviendo y teniendo en cuenta gracias a los conocimientos irremplazables de las ciencias exactas, por lo que estas herramientas y softwares son de gran ayuda para el ingeniero, si este tiene los conocimientos para interpretar correctamente los resultados que le arrojen.

El método de elementos finitos (MEF), trata de una técnica que sustituye el problema diferencial por otro algebraico para su resolución. Para esto hace uso de la subdivisión de una región sobre la cual están definidas las ecuaciones en formas geométricas simples denominadas elementos finitos. Las propiedades materiales y relaciones gobernantes en estos elementos se expresan en función de los valores desconocidos en las "esquinas" de los elementos o nodos. Una de las ventajas de este método es su facilidad de implementación en un programa computacional, que a su vez es una condición básica para su utilización ya que para el tratamiento de un problema en particular debe efectuarse un número muy elevado de operaciones para resolver sistemas algebraicos del orden de cientos ó miles de ecuaciones.

En los resultados de los cálculos efectuados a las diferentes configuraciones, se pudo observar que los resultados varían mínimamente entre cálculo analítico y simulación en todas las configuraciones simples. En dichas configuraciones como: placas paralelas (con y sin aislante sólido entre ellas), cilindro pared y cilindros concéntricos, no resulta muy necesaria la simulación por computadora ya que los resultados se pueden obtener sin ninguna complicación mediante el cálculo analítico, pero a medida que las configuraciones se vuelven mas complejas, el cálculo analítico también se vuelve mas complejo, tardado y susceptible a errores humanos, hasta llegar al punto en que resulta insuficiente.

Es recomendable el uso de herramientas computacionales que funcionen en base a métodos numéricos como el MEF, para resolver cualquier cálculo de campo eléctrico en configuraciones de electrodos mas complejas a las que se mostraron en el capítulo 4. Sin embargo el cálculo analítico sigue siendo útil, ya que se puede analizar mas ampliamente un problema ó situación y crear propuestas ó condiciones diferentes de diseño en algún equipo o sistema que se este modelando por computadora.

En el diseño de equipos ó sistemas eléctricos, los aislamientos sólidos son de gran utilidad, se usan para construir barreras y dividir en varios ductos el aceite dieléctrico, incrementando así el soporte dieléctrico, ya que el aislamiento sólido tiene una rigidez

dieléctrica, aproximadamente 3 veces mayor a la del aceite, logrando de esta forma una optimización en el diseño.

Otro punto muy importante que se debe tener en consideración, son los bordes ó esquinas puntiagudas de los electrodos, ya que estos alteran en gran medida el flujo del campo eléctrico, en dichas esquinas se concentra un mayor esfuerzo dieléctrico, generando que este pierda sus propiedades fisicoquímicas gradualmente y/o altere las propiedades de los materiales adyacentes, por lo que es recomendable el uso de blindajes los cuales den una forma redondeada y eliminen este tipo de bordes ó esquinas.

Para trabajos y estudios futuros, es recomendable hacer una investigación para conocer la influencia de los campos magnéticos, en los diversos materiales aislantes tanto sólidos como líquidos y saber en que manera afectan a los equipos y sistemas eléctricos, también es importante conocer las características, ventajas y desventajas a detalle que nos proporcionan los simuladores mas complejos y costosos que existen, como son los simuladores en 3D los cuales requieren de una computadora de mayor capacidad.

Con la realización del presente trabajo se ha intentado difundir una de las herramientas más importantes con las que cuenta la ingeniería hoy en día para el análisis de complejos problemas que hace algunos años resultaban extremadamente difíciles de resolver. Una de estas herramientas para el ingeniero eléctrico son los simuladores de campos eléctricos como el software Maxwell 2D el cual cuenta con una versión estudiantil gratuita la cual es ya muy completa, es capaz de realizar simulaciones electrostáticas y electromagnéticas en corriente alterna y en corriente directa, además este cuenta ya con una gran cantidad de materiales pregrabados con sus características y propiedades originales para ahorrar tiempo en el diseño del problema y simplificar su uso. Respecto a los objetivos planteados inicialmente, estos fueron cumplidos al 100% mostrando un caso de análisis real en el capítulo 5.

Actualmente, las carreras de ingeniería que imparten las diferentes universidades en México, comienzan a incluir en sus planes de estudio herramientas basadas en el método de elementos finitos, pero aún no le dan a este método el lugar que le corresponde, reduciéndose así las posibilidades de análisis de los futuros ingenieros. Esta situación puede ser remediada a corto plazo y con esto formar ingenieros que sean capaces de utilizar la poderosa tecnología computacional, que tienen al alcance de la mano para realizar modernos y más eficientes diseños.

IV. REFERENCIAS.

- Navarro Márquez J. A., Montañés Espinosa A., Santillán Lázaro A. “Instalaciones eléctricas de alta tensión; sistemas de maniobra, medida y protección” 2ª Edición, Paraninfo, Madrid España 1999, p. 1-5 y 20.
- Enríquez Harper G. “Pruebas y mantenimiento a equipos eléctricos” Limusa, México 2005.
- Raúl Martín José “Diseño de subestaciones eléctricas” McGraw Hill, México 1992, p. 19 y 241.
- Burgos Monfort José “Electricidad industrial” 6ª. Edición, Dosat, Madrid España 1978. p. 161-217.
- M. Purcell Edward “Electricidad y magnetismo” 2ª Edición, McGraw Hill, Barcelona España 1988, p. 320.
- Clayton R. Paul “Electromagnetics for engineers” Wiley, p. 56-86.
- Nayana Rau Nannapanene “Elements of engineering electromagnetics” 4th. Edition, Prentice Hall, p. 53-100.
- D. Krauss John, R. Carver Keith “Electromagnetics” 2d. Edition, McGraw Hill, 1973, p. 64-86.
- Reitz John “Fundamentos de la teoría electromagnética” 2ª. Edición, Uteha, México 1969, p. 81-90.
- W. Sears Francis, W. Zemansky Mark “Física general” 4a. Edición, Aguilar, Madrid España 1957, p. 648.
- Ras Oliva Enrique “Transformadores de potencia, de medida y de protección” 7ª. Edition, Alpha Omega, México D.F. 1991, p. 258-662.
- Hammond Dagehelich Sb. “Electrical engineering” 2d. Edition, McGraw Hill, 1970, p. 365.
- Luthe Rodolfo, Olivera Antonio, Schutz Fernando “Métodos numéricos” Limusa, México 1978, p. 210.
- A. Marcos Daniel “Ecuaciones diferenciales” Compañía Editorial continental S.A., México 1999, p. 535.

- Shepley L. Ross “Introducción a las ecuaciones diferenciales” 3ª. Edición, Editorial interamericana S.A., México D.F. 1987, p. 392-409.
- E. Taylor Michael “Partial differential equations, Basic theory” Springer, New York 1996, p. 165.
- H. Hayt William. “Teoría electromagnética” McGraw Hill, México 1979, p. 30-57.
- Jm. Albella Martín, Jm. Martínez Duart “Física de dieléctricos; aplicaciones en los materiales y dispositivos electrónicos” Marcombo Poixareu Editores, Barcelona 1984, p. 17-33.
- Van Rienen Ursula “Numerical methods in computational electrodynamics” Springer, Berlin, Alemania 2001, p. 48.
- H. Staelin David, W. Morgenthaler Ann, Au Kong Jin “Electromagnetic waves” Prentice Hall, New Jersey 1994, p. 1-5.
- L. Chow Tai “Introduction to electromagnetic theory” Jones and Bartlett, U.S.A. 2006, p. 213-270.
- A. Johnk Carl T. “Engineering electromagnetic; fields and waves” John Wiley and sons, Singapore, 1988 p. 111.
- Silvester Pt., Ferrari Rl. “Finite elements for electrical engineers” Cambridge University, U.S.A. 1983, p. 33.
- Zoppetti Judez Gaudencio “Redes eléctricas de alta y baja tensión” 6ª. Edición, C. Pili, México D.F. 1984, p. 71.
- Richter H. P., Creighton Schwan W. “Manual practico de instalaciones eléctricas” Compañía editorial Continental S.A., México 1986, p. 40-41.
- Gamboa Zuñiga Mariano, Reynel Iglesias Heberto, “Introducción a la física electrónica” I.P.N., México 1995, p. 39.
- C. Chapra Steven, T. Raymond “Métodos numéricos para ingenieros; con aplicaciones en computadoras personales” McGraw Hill, México 1990, p. 21-45.
- Kahaner David, Moler Cleve, Nash Stephen “Numerical methods and software” Prentice Hall, New Jersey 1989, p. 385.
- H. Huebner Kenneth, L. Dewhirst Donald, E. Smith Douglas, G. Byron Ted “The finite element method for engineers” 4th Edition, John Wiley and sons, U.S.A. 2001, p. 3-16.

- R. Tirupathi, D Ashok. “Introducción al estudio de elemento finito en ingeniería” 2ª. Edición, Prentice Hall, México 1999, p. 1-5.
- S. Desai Chandrakant “Elementary finite element method” Prentice Hall, U.S.A. 1979, p. 1-17.
- Szabó Barner, Babushca Ivo “Finite element analysis” John Wiley and sons, U.S.A. 1991, p. 72.
- L. Arriman Arnold “Física, electricidad, magnetismo y óptica” Vol.2 Compañía editorial Continental S.A, México 1975, p. 755-758.
- J. Gálvez S., López R., Llopis A., Rubio C. “Física, curso teórico-practico de fundamentos físicos de la ingeniería” Tebar Flores, 1998, p. 549-710.

Manuales y Notas técnicas.

- Ansoft “Maxwell 2D Student Version; A 2D electrostatic problem” Ansoft Corporation 2002.
- Ansoft “Software Description and EHV-Weidmann Analysis Methods” Ansoft Corporation.
- Serelec “Aceites aislantes; Envejecimiento y deterioro” Buenos Aires Argentina.
- Research and education association “Basic electricity” U.S.A 2006, p. 1-30.
- Norma Mexicana ANCE NMX-J-150-ANCE “Coordinación de aislamiento parte 1; Definiciones principios y reglas” México 2008.
- Weidmann “The function of solid insulation in transformers” Weidmann Electrical Technology, 2003.
- IEM-48-500-11 “Instrucciones para aceites aislantes de transformadores” Industrias IEM S.A de C.V., México 1995.
- Ramírez Gonzáles Gonzalo “Impacto de la evolución de dos especies de aislamiento en el diseño de transformadores para distribución y potencia” Weidmann systems internacional de México S.A. de C.V., México 2005.
- IEM-48-2010-SR “Reactores en derivación tipo columnas con núcleo radial” Industrias IEM S.A. de C.V., México 2010.
- “Transformer engineering; design and practice” Marcel Dekker, Inc. 2004.
- Carnicero A. “Introducción al método de los elementos finitos”
- Laboratorio Fluidos dieléctricos “Análisis de aceites dieléctricos y su significado” Tekniker.
- ABB “Reactores de potencia; transmisión de potencia con una buena relación coste-eficacia” ABB transformers AB.
- Darl E., Padra C., Sallba R. “Mecánica computacional” Vol. XVIII, Argentina 1997, p.717-124.
- Enersis, Endesa, E-MT-011 “Especificación técnica: Aisladores de porcelana, vidrio y poliméricos para redes de media tensión” Enersis 2008.

Paginas Web.

Métodos numéricos y método de elementos finitos.

www.ingenierias.uanl.mx/.../3_Martha_Guerrero_et_al_Aplicacion_metodo.pdf
<http://finitosxtecnologia.blogspot.com/>
http://www.worldlingo.com/ma/enwiki/es/Finite_element_method
http://www.efn.uncor.edu/departamentos/estruct/mec2_ic/elefin1.pdf
www.ieesa-kalt.com/elemento_finito.html
http://fain.uncoma.edu.ar/catedraMetodos/MCI_II_MEF1.pdf

Aceite y otros dieléctricos

<http://www.datastream.net/latinamerica/mm/articulos/8t>
<http://www.fisicapractica.com/dielectricos.php>
<http://www.sapiensman.com/electrotecnia/dielectricos.htm>
http://www.quiminet.com.mx/ar6/ar_bcBuRsDFzgt-los-aceites-dielectricos.htm
www.unicrom.com/tut_polarizacion_dielectrico.asp
http://www.wearcheckiberica.es/documentacion/doctecnica/lab_dielectricos.pdf
http://www.lubricantesparamotor.com/boletines/lubricantes_industriales/dielectrico-aceite.pdf
<http://www.melbat.com/>

Maxwell 2D y diseño asistido por computadora.

<http://www.scribd.com/doc/7424200/Elementos-Finitos-Aplicados-a-Ingenieria>
http://books.google.com.mx/books?id=gilYI9_KKAoC&pg=PA1079&lpg=PA1079&dq=simulacion+por+computadora&source=bl&ots=mmbQvZtxNy&sig=ObK-6FQemC2UMeSRQ1r_pJtukHk&hl=es&ei=RbisTPeiGcT6lwe10_nwCA&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=9&ved=0CDQQ6AEwCDgo#v=onepage&q&f=false
<http://www.met.reading.ac.uk/clouds/maxwell/>
<http://www.nusod.com/conf07/MA3.pdf>
<http://www.soe.ucsc.edu/classes/ee135/Winter00/lab3.pdf>
<http://www.ansoft.com/products/em/maxwell/>

Electromagnetismo y otros.

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/elecmagnet/campo_magnetico/varilla/varilla.htm
http://fain.uncoma.edu.ar/materias/ensayos_no_destructivos/Catedra_END/5-Particulas%20Magnetizables/Electric_y_Magnetismo.pdf
<http://bibliotecadigital.ilce.edu.mx/sites/ciencia/volumen3/ciencia3/112/htm/electr.htm>
<http://www.iem.com.mx/ES/Productos/Paginas/Transformadores.aspx>
<http://www.abb.com/product/es/9AAC30405576.aspx>
http://www.areva-td.com/solutions/US_57_Our+Solutions+.html