



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO

---

---

FACULTAD DE CIENCIAS

DETERMINACIÓN DE LA ENERGÍA DEL HAZ DE  
PROTONES DE UN CICLOTRÓN BIOMÉDICO  
COMPACTO MEDIANTE EL USO DE DIFERENTES  
REACCIONES MONITOR

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

F Í S I C O

P R E S E N T A:

JONATHAN ELIZALDE CABRERA



DIRECTOR DE TESIS:  
DR. MIGUEL ÁNGEL ÁVILA RODRÍGUEZ  
2011



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**Datos del alumno:**

Elizalde Cabrera Jonathan  
Teléfono: (55)58320307  
Correo electrónico: *jelizaldec@ciencias.unam.mx*  
Universidad Nacional Autónoma de México  
Facultad de Ciencias  
Licenciatura en Física  
Número de cuenta 303189765

**Jurado:**

Presidente: M. en C. César Gustavo Ruiz Trejo  
Secretario (Tutor): Dr. Miguel Ángel Ávila Rodríguez  
Vocal: Dr. Francisco Javier Ramírez Jiménez  
Suplente: Dr. Héctor Alva Sánchez  
Suplente: Fís. Arcadio Huerta Hernández

**Datos del trabajo escrito:**

Título: “Determinación de la energía del haz de protones de un ciclotrón biomédico compacto mediante el uso de diferentes reacciones monitor”.  
Número de páginas: 73 p.  
Año: 2011

*Dedicatorias:*

*A mi hija:*

*Camila Elizalde Carrillo*

*A mis padres:*

*Emigdio Elizalde Caro y  
Raquel Cabrera Guerrero*

*“Podemos concluir que a partir de lo que la ciencia nos enseña, en la naturaleza hay un orden independiente de la existencia del hombre, un fin al que la naturaleza y el hombre están subordinados. Tanto la religión y la ciencia requieren la fe en Dios. Para los creyentes, Dios está en el principio, y de los físicos que se encuentra al final de todas las consideraciones.”*

**Max Planck.**

## *Agradecimientos:*

A mi hija, Dios y tu madre me dieron el regalo más grande que se puede dar en la vida, gracias por llenar mi vida, desde tu llegada haz sido y serás lo que me da fuerzas para llegar más lejos.

A mis padres gracias por el sudor que derramaron durante todos estos años, todo el apoyo que me brindaron fue la forma en que me mostraron su cariño.

A mis profesores gracias por todo lo enseñado en este arduo recorrido, en especial gracias a mi tutor el Dr. Miguel Ángel Ávila Rodríguez por la oportunidad, el apoyo y las enseñanzas que me brindó al dejarme ser su alumno, también gracias por abrirme las puertas de la Unidad PET/CT-Ciclotrón UNAM, y la motivación que me ha brindado al observar su trabajo.

A los miembros del comité sinodal gracias por la revisión cuidadosa de la tesis y por sus valiosos comentarios: M. en C. César Gustavo Ruiz Trejo, Dr. Francisco Javier Ramírez Jiménez, Dr. Héctor Alva Sánchez y Fís. Arcadio Huerta Hernández.

A los encargados del ciclotrón el M. en C. Adolfo Zárate Morales y el Físico Armando Flores Moreno, radiofarmacia y transporte de la Unidad PET/CT Ciclotrón UNAM, gracias por todos los favores y apoyo para poder concluir este trabajo.

A mis amigos gracias por la compañía, el apoyo, por siempre estar ahí y por esas charlas en las que aprendí muchísimo. En especial gracias Carlos por tu compañía por no solo ser mi amigo, por ser mi hermano.

Y a todos aquellos que de alguna u otra forma han estado presentes y me han motivado, muchas gracias.

## *Agradecimientos a Instituciones:*

A la Unidad PET/CT-Ciclotrón de la Facultad de Medicina UNAM, y al Laboratorio de Detectores de Radiación, Departamento de Sistemas del Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares (ININ), muchas gracias por abrirme las puertas y permitirme utilizar sus instalaciones y equipo, para realizar este trabajo.

Al CONACyT, proyecto 121652 “Producción de nuevos radionúclidos y radiofármacos para tomografía por emisión de positrones dirigidos a blancos moleculares específicos”.

# Índice general

Índice general	I
Índice de figuras	IV
Índice de tablas	VIII
Introducción	X
Objetivos	XII
<b>1. Acelerador de Partículas Tipo Ciclotrón</b>	<b>1</b>
1.1. Ciclotrón . . . . .	1
1.2. Ciclotrones de uso médico . . . . .	3
1.3. Ciclotrón RDS 111 . . . . .	4
1.3.1. Sistema de vacío . . . . .	5
1.3.2. Campo magnético . . . . .	6
1.3.3. Sistema de radiofrecuencia . . . . .	8
1.3.4. Fuente de iones . . . . .	8
1.3.5. Sistema de extracción . . . . .	9
<b>2. Física Nuclear Experimental</b>	<b>11</b>

2.1.	Radiactividad y vida media . . . . .	11
2.2.	Mecanismos de transformación . . . . .	12
2.2.1.	Emisión beta . . . . .	13
2.2.2.	Emisión de positrones y captura electrónica . . . . .	14
2.2.3.	Emisión gamma . . . . .	16
2.3.	Detectores de radiación ionizante . . . . .	18
2.3.1.	Detectores gaseosos . . . . .	18
2.3.2.	Detectores de germanio hiperpuro (HPGe) . . . . .	21
2.4.	Espectrometría gamma . . . . .	23
2.5.	Reacciones nucleares . . . . .	24
2.6.	Valor Q y energía umbral . . . . .	27
2.7.	Sección eficaz y funciones de excitación . . . . .	30
2.8.	Producción de radionúclidos vía ciclotrón . . . . .	31
2.9.	Reacciones monitor . . . . .	33
2.10.	Determinación de la energía de haces de partículas cargadas . . . . .	35
<b>3.</b>	<b>Desarrollo Experimental</b>	<b>36</b>
3.1.	Calibración del detector de germanio . . . . .	36
3.1.1.	Calibración de energía . . . . .	37
3.1.2.	Calibración de eficiencia . . . . .	38
3.2.	Verificación del buen funcionamiento del activímetro . . . . .	40
3.3.	Irradiación de laminillas en el ciclotrón . . . . .	41
3.4.	Métodos experimentales . . . . .	46
3.4.1.	Método 1: Usando una laminilla de itrio y un activímetro para determinar la actividad . . . . .	46

3.4.2. Método 2: Usando una laminilla de cobre y un detector de germanio para determinar la actividad . . . . .	50
3.4.3. Verificación de la energía nominal . . . . .	53
<b>4. Resultados y Discusión</b>	<b>56</b>
4.1. Calibración del detector de germanio . . . . .	56
4.2. Activímetro . . . . .	59
4.3. Método 1 . . . . .	60
4.4. Método 2 . . . . .	64
4.5. Verificación de la energía nominal . . . . .	67
<b>5. Conclusiones</b>	<b>69</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>73</b>

# Índice de figuras

1.1.	Componentes básicos de un ciclotrón [4]. . . . .	2
1.2.	Sistema RDS 111 . . . . .	4
1.3.	Sistema de vacío del RDS 111 [6] . . . . .	6
1.4.	Visualización del campo magnético producido por las regiones valle y colina [6]. . . . .	7
1.5.	Sistemas de extracción, (a) un deflector para iones positivos y (b) un separador de electrones (stripper foil) para iones negativos [4] . . . . .	10
2.1.	Espectro de energía típico para partículas $\beta^-$ y $\beta^+$ , normalizado por la energía máxima de las partículas $\beta$ [5] . . . . .	15
2.2.	Radiación de Aniquilación [7] . . . . .	16
2.3.	En el lado derecho se observa un ejemplo de un esquema para el decaimiento $\beta^+$ del $^{18}\text{F}$ a $^{18}\text{O}$ . Del lado izquierdo se presenta un esquema para la captura electrónica del $^7\text{Be}$ a $^7\text{Li}$ [5]. . . . .	17
2.4.	Esquema del funcionamiento de un detector gaseoso. . . . .	19
2.5.	Gráfico del número de cargas eléctricas colectadas después de una interacción simple y el voltaje aplicado entre los electrodos [8]. . . . .	20
2.6.	Activímetro modelo CRC-15R de CAPINTEC [9]. . . . .	21
2.7.	Detector de germanio hiperpuro (HPGe). . . . .	22
2.8.	Diagrama de un sistema de espectrometría gamma [10]. . . . .	23

2.9.	Probabilidad de que ocurran las interacciones fotoeléctrico, compton y producción de pares, para fotones de diferentes energías en materiales de diferente número atómico. . . . .	24
2.10.	Representación esquemática de la colisión de dos partículas, un proyectil con masa $m_1$ , velocidad $v_1$ y energía cinética $(E_K)_1$ colisionando con un blanco estacionario de masa $m_2$ y velocidad $v_2=0$ [5]. . . . .	25
2.11.	Función de excitación para la reacción $^{nat}\text{Cu}(\alpha,x)^{67}\text{Ga}$ producida por partículas $\alpha$ [11] . . . . .	31
2.12.	Ejemplos de reacciones monitor, en la parte superior se muestra la función de excitación para la reacción $^{nat}\text{Ti}(d,x)^{48}\text{V}$ , en la parte inferior se observa la función de excitación para la reacción $^{nat}\text{Cu}(p,x)^{65}\text{Zn}$ [13]. . .	34
3.1.	Detector de germanio (HPGe) utilizado, propiedad del laboratorio de detectores de radiación del ININ. . . . .	37
3.2.	Esquema de decaimiento del $^{89m}\text{Zr}$ generado al irradiar la laminilla de Y [11]. . . . .	41
3.3.	Esquema de decaimiento del $^{89}\text{Zr}$ generado al irradiar la laminilla de Y [11]. . . . .	42
3.4.	Esquema de decaimiento del $^{63}\text{Zn}$ generado al irradiar la laminilla de Cu [11]. . . . .	42
3.5.	Esquema de decaimiento del $^{65}\text{Zn}$ generado al irradiar la laminilla de Cu [11]. . . . .	43
3.6.	(a) Colocación de la laminilla de Y sobre el dedo de Al, sujeta con una cinta especial resistente a altas temperaturas. (b) Puerto de irradiación, en donde es colocada la copa de aluminio, en la cual se encuentra el dedo de Al con la laminilla de Y. . . . .	43
3.7.	Geometrías utilizadas en el método 1 para la irradiación de las laminillas de Y, en (a) la energía que le llega a la laminilla de Y es menor que para la geometría (b). . . . .	44
3.8.	Geometría de la irradiación de las laminillas de Cu para el método 3. . .	44
3.9.	Cambio de la ventana de Al por una ventana de Cu para el tanque de vacío. . . . .	45

3.10. Aproximadamente en 1 hora decae casi por completo la actividad de $^{89m}\text{Zr}$ , mientras que el estado base $^{89}\text{Zr}$ todavía puede verse después de varias horas. . . . .	47
3.11. Espectros de la laminilla de Y, bombardeada con protones, tomados a los 29, 37 y 52 min respectivamente, a los 52 min después del final del bombardeo, el fotopico correspondiente al $^{89m}\text{Zr}$ ya no puede verse (ha decaído por completo), al final solo se pueden ver los fotopicos correspondientes al $^{89}\text{Zr}$ . . . . .	48
3.12. Gráfico que muestra el comportamiento del cociente $\sigma(^{63}\text{Zn})(1-e^{-\lambda t})/\sigma(^{65}\text{Zn})(1-e^{-\lambda t})$ y la energía (en un intervalo de 10–16 MeV) para el bombardeo durante 10 minutos de un haz de protones sobre una laminilla de Cu. . . .	49
3.13. Gráfico en donde se muestra el comportamiento del cociente de actividades $^{89m}\text{Zr}/^{89}\text{Zr}$ y la energía de un haz de protones, para un tiempo de irradiación de 10 min [14]. . . . .	51
3.14. Resultados obtenidos en diversos experimentos reportados, realizados para medir la sección transversal de la reacción $\text{Cu}(p,x)^{63}\text{Zn}$ , (se observa un gran acuerdo entre estos experimentos [11]). . . . .	52
3.15. En la parte superior se muestra una Figura tomada de la literatura [16], en la que se observa la relación que guarda la sección transversal para 2 laminillas de Cu de 25 $\mu\text{m}$ y un degradador de Al con espesor de 875 $\mu\text{m}$ , con la energía de los protones incidentes que fue de 15 MeV, la Figura fue reproducida con los datos de sección transversal recomendados por la IAEA (IAEA, 2009) y el paquete de software SRIM (Ziegler et al. , 2009), ver la referencia [16]. En la parte inferior se muestra la geometría utilizada en los experimentos reportados en [16] . . . . .	54
4.1. Espectro obtenido en el detector de HPGe para las fuentes de $^{133}\text{Ba}$ , $^{137}\text{Cs}$ y $^{60}\text{Co}$ ; muestra las cuentas registradas por canal. . . . .	56
4.2. Relación lineal entre el # de canal y la energía de los diferentes fotopicos. . . . .	57
4.3. Espectro obtenido en el detector de HPGe, para las fuentes estándares $^{133}\text{Ba}$ , $^{137}\text{Cs}$ y $^{60}\text{Co}$ . . . . .	58

4.4.	Factor de eficiencia obtenido respecto a la energía de la radiación gamma que emitieron las fuentes de $^{133}\text{Ba}$ , $^{137}\text{Cs}$ y $^{60}\text{Co}$ , se obtuvo un ajuste polinomial de grado 3 (línea quebrada). . . . .	59
4.5.	Resultados de la prueba realizada para verificar el buen funcionamiento del activímetro. . . . .	60
4.6.	Espectro de la laminilla de Cu, irradiada con protones, tomado a las 2.8 h después del bombardeo. . . . .	65
4.7.	Comportamiento del cociente de las secciones transversales ( $^{63}\text{Zn}$ y de $^{65}\text{Zn}$ ) y la energía del haz de protones incidente, en una laminilla de Cu, para un bombardeo de 10 min. . . . .	66

# Índice de tablas

1.	Radionúclidos más producidos y la energía del haz de protones que es requerida para su producción [3]. . . . .	XI
2.1.	Colisiones entre diversos proyectiles y blancos de interés, (un “Si” indica que la reacción es posible y un “No” que la reacción no es posible) [5]. . .	26
2.2.	Algunas de las características de las reacciones nucleares para la producción de los emisores de positrones más usados en medicina, producidos en un ciclotrón [12]. . . . .	32
3.1.	Fuentes utilizadas en la calibración del detector de HPGe. . . . .	37
4.1.	Factores de eficiencia del detector de HPGe utilizado. . . . .	57
4.2.	Medidas tomadas con el activímetro, * no hay medida . . . . .	62
4.3.	Resultados de la energía efectiva en la laminilla de Y, utilizando la geometría de la Figura 3.7 (a). . . . .	63
4.4.	Determinación de $E_0$ , utilizando la geometría de la Figura 3.7 (a) y los resultados de la tabla 4.3. . . . .	63
4.5.	Resultados obtenidos utilizando la geometría de la Figura 3.7 (b). . . . .	64
4.6.	Resultados de las dos mediciones realizadas para obtener la $A_{BOC}$ y la $A_{EOB}$ del $^{63}\text{Zn}$ . . . . .	64
4.7.	Resultados del cálculo de la sección eficaz para los dos espectros del $^{63}\text{Zn}$ . . . . .	65
4.8.	Medidas de actividad tomadas a diferentes tiempos para cada una de las laminillas. . . . .	67

4.9. Corrección por decaimiento para datos de actividad de la laminilla 2 mostrando el cociente $A_{Lámina1}(t)/A_{Lámina2}(t)$ . . . . .	68
5.1. Energía del haz de protones obtenida por los métodos 1 y 2. . . . .	69

# Introducción

Uno de los propósitos de la Física, es el entender nuestro entorno para tener mejores condiciones de vida. Un ejemplo de esto es el descubrimiento de la radiactividad natural a principios de 1896, por Henri Becquerel, y el trabajo posterior realizado por Pierre y Marie Curie. Desde ese momento el desarrollo de la tecnología nuclear<sup>1</sup> ha sido uno de los logros más grandes de los siglos pasados, ya que se ha utilizado en diversos campos como la medicina, la producción de energía eléctrica, la industria etc.

Uno de los avances más impactantes en el campo de la medicina fue la utilización de radionúclidos, por ejemplo la tomografía por emisión de positrones PET, por sus siglas en inglés (positron emission tomography), es una modalidad de la medicina nuclear, en la que se utilizan elementos radiactivos emisores de positrones, incorporados a moléculas específicas de interés biológico, para obtener imágenes bidimensionales y tridimensionales de la distribución de moléculas radiactivas dentro del cuerpo humano. Hoy en día el PET representa una poderosa herramienta no invasiva para el diagnóstico *in vivo* [1] y [2].

La producción de radionúclidos se basa en convertir átomos de un elemento en otro. Esto se logra utilizando colisiones entre partículas para alterar el número de protones y/o neutrones en los núcleos del elemento blanco. El tipo exacto de reacción nuclear en el elemento blanco depende de varios parámetros entre ellos el tipo y la energía de la partícula incidente. Si se selecciona adecuadamente el núcleo blanco, el tipo de partícula incidente y su energía, es posible producir un radionúclido específico (ver Tabla 4.2 [3]).

Para la producción de estos radionúclidos se han utilizado aceleradores de

---

<sup>1</sup>Tecnologías que utilizan la radiación de algunos materiales, la cual proviene de la transformación de los núcleos de estos materiales.

Tabla 1: Radionúclidos más producidos y la energía del haz de protones que es requerida para su producción [3].

Energía del Protón (MeV)	Radionúclidos producidos
Hasta 10	$^{18}\text{F}$ , $^{15}\text{O}$
11–16	$^{11}\text{C}$ , $^{18}\text{F}$ , $^{13}\text{N}$ , $^{15}\text{O}$ , $^{22}\text{Na}$ , $^{48}\text{V}$
17–30	$^{124}\text{I}$ , $^{123}\text{I}$ , $^{67}\text{Ga}$ , $^{111}\text{In}$ , $^{11}\text{C}$ , $^{18}\text{F}$ , $^{13}\text{N}$ , $^{15}\text{O}$ , $^{22}\text{Na}$ , $^{48}\text{V}$
> 30	$^{124}\text{I}$ , $^{123}\text{I}$ , $^{67}\text{Ga}$ , $^{111}\text{In}$ , $^{11}\text{C}$ , $^{18}\text{F}$ , $^{13}\text{N}$ , $^{15}\text{O}$ , $^{82}\text{Sr}$ , $^{68}\text{Ge}$

partículas, los cuales deben producir un haz que tenga la energía suficiente para generar las reacciones nucleares que se necesitan, y debe haber suficiente corriente de haz para dar rendimientos prácticos, de aquí que sea importante verificar la energía del haz generado por el acelerador.

El Ciclotrón es el dispositivo más utilizado para la aceleración de partículas a las energías suficientes para provocar las reacciones nucleares que son necesarias para la producción de radionúclidos. Actualmente se encuentran instalados alrededor de 600 ciclotrones en el mundo dedicados a la producción de radionúclidos para uso médico; la mayoría de ellos son ciclotrones biomédicos compactos y comúnmente aceleran partículas en el intervalo de energías de 10–19 MeV.

Para todos los ciclotrones es necesario poder determinar la energía de su haz periódicamente; ya que cuando se adquiere un ciclotrón regularmente se acepta como cierta la energía nominal especificada por el fabricante, pero pueden darse casos en que no sea así. Además los fabricantes garantizan que la energía de las partículas aceleradas por estas máquinas nunca cambia, en la realidad esto no es cierto para los ciclotrones. En particular los ciclotrones que aceleran iones negativos, tienen un sistema de extracción el cual depende de una lámina de carbón (stripper foil), y ésta puede verse afectada sustancialmente por el uso rutinario, y alterar la energía del haz.

También el conocer con precisión la energía de las partículas cargadas generadas en este tipo de aceleradores es de importancia, para optimizar el rendimiento del blanco, ya que las funciones de excitación de las reacciones nucleares utilizadas para la producción de radionúclidos están dadas en función de ésta. De ahí la necesidad de contar con un método experimental que permita realizar dicha verificación.

Para realizar la determinación de la energía del haz, normalmente se utilizan detectores costosos (por ejemplo los detectores de germanio), pero se han desarrollado métodos alternativos para los cuales sólo es necesario un activímetro, el cual es mucho más fácil de conseguir y con un costo mucho menor.

## Objetivos

### Objetivo general

Determinar la energía del haz de protones del ciclotrón de la Unidad PET/CT-Ciclotrón de la Facultad de Medicina mediante técnicas de física nuclear experimental haciendo uso de reacciones monitor.

### Objetivos específicos

- Utilizar diferentes reacciones monitor para determinar la energía nominal del haz de protones de un ciclotrón biomédico compacto.
- Hacer uso de espectrometría gamma y un activímetro para determinar la actividad de los productos de activación generados en las reacciones monitor utilizadas para la determinación de energía.
- Verificar la energía nominal y efectiva del haz de protones, utilizando una geometría de irradiación que involucra el uso de un degradador de energía de espesor conocido.

## Organización de la Tesis

En el primer capítulo de este trabajo se describe a los aceleradores de partículas tipo ciclotrón y las características principales del ciclotrón utilizado.

En el capítulo 2 se menciona algunos conceptos fundamentales de física nuclear como es el de radiactividad, detectores de radiación ionizante, reac-

ciones nucleares, valor  $Q$  y energía umbral de la reacción, sección eficaz y funciones de excitación, entre otros.

En el capítulo 3 se describe el desarrollo experimental con el que se procedió a trabajar en cada uno de los métodos utilizados para determinar la energía del haz. En el capítulo 4 se muestran los resultados obtenidos y el análisis de éstos, y por último en el capítulo 5 se presentan las conclusiones del trabajo.

# Capítulo 1

## Acelerador de Partículas Tipo Ciclotrón

### 1.1. Ciclotrón

Fue notable la idea de Ernest Lawrence, al doblar la trayectoria de las partículas de un acelerador lineal en un círculo y por tanto utilizar un mismo sistema de electrodos una y otra vez para acelerar las partículas. Esta idea la puso en práctica con la construcción del primer ciclotrón en 1930, es la base de todos los ciclotrones modernos, y ha hecho del ciclotrón el tipo de acelerador de partículas más utilizado [4].

Los iones son acelerados por un campo eléctrico de alta frecuencia a través de dos o más electrodos huecos, llamados “D” (ver Figura 1.1). Los iones se aceleran a medida que pasan de una D a la siguiente a través de una brecha entre las mismas, por lo que la partícula debe cruzar la brecha entre las D en un momento dado o no se acelerará. La cámara de aceleración del ciclotrón se coloca entre los polos de un campo magnético homogéneo, como se muestra en la Figura 1.1.

Como el ion está bajo el efecto de un campo magnético ( $\vec{B}$ ), se produce una fuerza magnética perpendicular a las líneas de campo  $\vec{B}$ , dada por  $\vec{F}_m = q(\vec{v} \times \vec{B})^1$ , lo que provoca una aceleración normal que hace que se curve la

---

<sup>1</sup>Además si el ion se encuentra bajo la acción de un campo eléctrico  $\vec{E}$ , la fuerza

trayectoria y se genere un movimiento circular en el que la fuerza magnética actúa de fuerza normal o centrípeta y en el que el módulo de la velocidad permanece constante, por no existir ninguna fuerza tangencial.

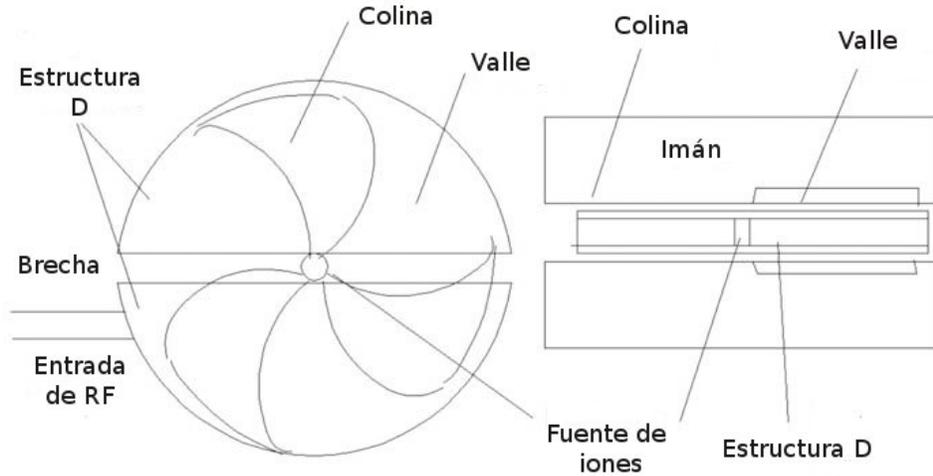


Figura 1.1: Componentes básicos de un ciclotrón [4].

El radio de la órbita de una partícula en un campo magnético está dado por la relación<sup>2</sup> [5]:

$$r = \frac{p}{qB_z(r)} \quad (1.1)$$

Donde:

- $r$  es el radio de la órbita circular, que sigue la partícula en el plano medio.
- $p$  es el momento de la partícula
- $q$  es la carga de la partícula; y
- $B_z(r)$  es la inducción magnética en el plano medio.

Ésta es la órbita de equilibrio estable, y las partículas por lo general oscilan en torno a esta órbita.

resultante que actúa sobre ella es conocida como la Fuerza de Lorentz  $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$ .

<sup>2</sup>Obtenido apartir de la Fuerza de Lorentz

De acuerdo con la teoría de la electrodinámica, la frecuencia de rotación de una partícula cargada que viaja en un campo magnético es independiente del radio de su órbita, y está dada por la siguiente relación [5]:

$$f = \frac{v}{2\pi r} = \frac{v}{2\pi \frac{p}{Bq}} = \frac{qB}{2\pi m} \quad (1.2)$$

Donde:

$v$  es la velocidad orbital de la partícula.

Aunque en la teoría la frecuencia de la órbita es constante, en la práctica la frecuencia de la órbita disminuye con el radio, a causa de los aumentos de masa relativista y la disminución de la fuerza del campo magnético con el radio.

La energía de las partículas se incrementa tanto como su velocidad, el ciclotrón utiliza este hecho para producir partículas aceleradas en un espacio relativamente reducido. La energía final que adquirirá la partícula está dada por [5]:

$$E_K = \frac{1}{2}mv_{m\acute{a}x}^2 = \frac{q^2 B^2 r_{m\acute{a}x}^2}{2m} \quad (1.3)$$

Dado que la frecuencia de rotación de las partículas permanece constante a medida que la energía de las partículas aumenta, el diámetro de la órbita aumenta hasta que la partícula se pueda extraer desde el borde exterior de la máquina. El límite de energía de las partículas se determina por el diámetro del imán. Se han construido algunos ciclotrones de alta energía, pero en su mayor parte las energías de los protones acelerados son de menos de 70 MeV [3].

## 1.2. Ciclotrones de uso médico

En la últimas décadas la producción de radioisótopos para aplicaciones médicas se ha incrementado significativamente, principalmente en diagnóstico, debido a la utilización de técnicas de imagen molecular como la Tomografía por Emisión de Positrones (PET). Esto es debido a las facilidades que

ha brindado la introducción de los ciclotrones compactos de uso médico, los cuales han permitido la producción de radioisótopos de vida media corta, los cuales se utilizan para estudios de medicina nuclear *in-vivo* como los que se han mencionado.

Actualmente hay más de 600 ciclotrones de uso médico en el mundo, los cuales se utilizan por el “bajo costo”<sup>3</sup> en su construcción, por las energías que permite alcanzar (alrededor de 11 MeV a 13 MeV) y por que los avances tecnológicos han permitido la automatización de éstos por medio de computadora.

### 1.3. Ciclotrón RDS 111

El ciclotrón utilizado en este proyecto fue el Sistema de Suministro de Radioisótopos (RDS por sus siglas en inglés) modelo 111 (Siemens RD/HP) [6] , ver Figura 1.2. Es un ciclotrón compacto de uso médico, está básicamente diseñado para la producción de radionúclidos que decaen por emisión de positrones, con capacidad para un haz o dos.



Figura 1.2: Sistema RDS 111

---

<sup>3</sup>El costo de los ciclotrones de uso médico es mucho menor a los construidos en centros de investigación, por que son equipos dedicados a un solo propósito, sin posibilidades adicionales como los de investigación.

El ciclotrón opera por la aceleración de iones negativos de hidrógeno, los cuales son acelerados en órbitas con una forma casi espiral. Los iones negativos de hidrógeno ( $H^-$ ) son producidos por una fuente de iones, los iones son inyectados a la región de aceleración donde ganan energía cada vez que cruzan la separación entre los electrodos.

La aceleración del haz ocurre en un campo magnético producido por un electromagneto de una sola bobina. Este campo magnético provee una fuerza de flexión que hace que el haz de partículas viaje en una trayectoria casi espiral hacia el radio de extracción.

Cuando el haz llega al radio de extracción (40 cm) una lámina delgada de carbón se rota en un carrusel para interceptar el haz de iones. De esta manera los dos electrones débilmente ligados son arrancados del ion de  $H^-$  produciendo iones positivos  $H^+$  o protones. El cambio de carga eléctrica del haz de partículas invierte la fuerza de flexión ejercida por el campo magnético y el haz de protones se arquea hacia el exterior por el puerto de salida.

### 1.3.1. Sistema de vacío

El sistema de vacío se compone de una cámara de vacío contenido entre las horquillas del imán, las bombas utilizadas para evacuar el sistema, la instrumentación y los controles (Ver Figura 1.3).

La cámara de vacío es evacuada constantemente para eliminar el gas de la fuente de iones y las superficies dentro de la cámara de vacío. El resto de gas emana de la superficie de la cámara de vacío en un proceso llamado desgasificación. Esto constituye una fuente continua de gas que debe ser removido del sistema. El sistema de vacío es utilizado las 24 horas para asegurar que estos gases residuales se reduzcan al mínimo, lo que aumenta la eficacia de la extracción de iones y reduce la activación interna del acelerador.

El proceso de evacuación de la cámara de vacío se lleva a cabo en dos etapas. Cuatro bombas de difusión de aceite están montadas en la parte inferior del ciclotrón en la horquilla inferior del imán. Tres de estas bombas están comunicadas directamente con el tanque principal del acelerador. La bomba cuatro se une a la horquilla directamente debajo de la fuente de iones. Su objetivo es eliminar el exceso de gas de hidrógeno que emana de la fuente de iones en la cavidad central. Las cuatro bombas tienen una capacidad de

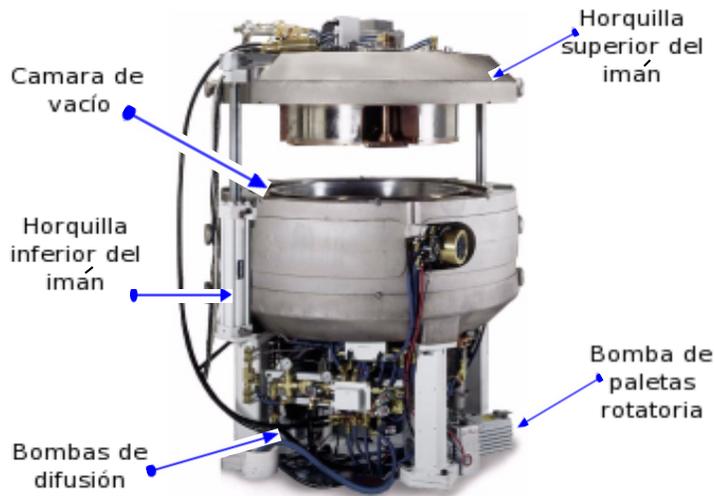


Figura 1.3: Sistema de vacío del RDS 111 [6]

bombeo de 1000 litros/segundo en condiciones normales de presión. En la segunda etapa una bomba de vacío mecánica elimina los gases generados a partir de las bombas de difusión y mantiene un vacío en los puntos de difusión de la bomba. El vacío generado por este sistema es del orden de  $1.5 \times 10^{-7}$  mm de Hg.

### 1.3.2. Campo magnético

El sistema magnético proporciona la fuerza de flexión que limita el haz a una órbita centrada entre la parte superior e inferior de los polos del imán. El sistema de imanes incluye la parte superior e inferior de las horquillas del imán, la bobina del imán y el suministro de alimentación del imán.

El imán se activa mediante la aplicación de corriente a una bobina que está montada entre las horquillas superior e inferior del imán. La bobina se construye de una hoja de cobre, con un fino material aislante entre cada hoja. Este método en la construcción de la bobina permite que el calor generado dentro de la bobina sea eliminado por la conducción de agua fría alrededor de

ésta, este sistema de enfriamiento está montado en el exterior de la bobina.

El campo generado por la bobina del imán se concentra en el pequeño espacio entre la parte superior e inferior de los polos, donde el haz es acelerado. Cada polo del imán consta de cuatro piezas en forma de cuñas que se extienden desde la horquilla hacia el polo opuesto. Estas cuñas en forma de pastel se llaman crestas y cada una de las regiones empotradas entre las crestas adyacentes se denomina una región valle. El campo magnético que se concentra entre las diferentes crestas es 27 veces mayor que el campo en las regiones valle. Esta variación radical en el campo magnético constituye el diseño de valle profundo (ver Figura 1.4).

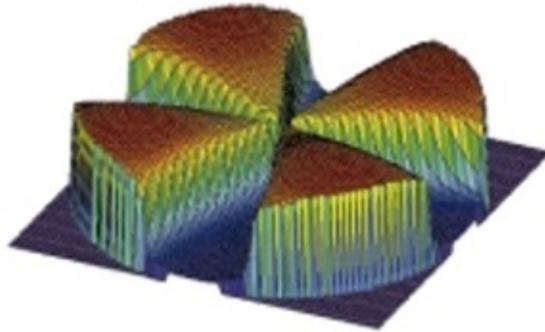


Figura 1.4: Visualización del campo magnético producido por las regiones valle y colina [6].

El haz acelerado se expone alternativamente a los campos magnéticos fuertes y débiles definidos por las crestas y los valles durante su viaje hacia el radio de extracción. Como el haz pasa a través de cada cresta, se dobla de forma pronunciada debido al efecto del fuerte campo magnético, mientras que en las regiones del valle la trayectoria del haz es casi un camino recto hacia la próxima cresta. Esta variación azimutal en el campo magnético constituye una fuerza centrada sobre el haz de partículas para desviarlas durante la aceleración, dando como resultado una alta eficiencia en la extracción del haz.

### 1.3.3. Sistema de radiofrecuencia

El sistema de radiofrecuencia (RF por sus siglas en inglés) suministra un potencial alternante de alto voltaje a las estructuras D, y éste a su vez transmite energía a los iones de  $H^-$ . La estructura D está compuesta de cuatro electrodos, éstos coinciden con los valles del imán.

El haz de iones gana energía al ser atraído y repelido por el borde de cada D que atraviesa. El haz pasa por cada una de las cuatro D, una vez por órbita produciendo ocho aceleraciones por cada órbita del haz (dos aceleraciones por cada D), con cada aceleración el haz gana energía hasta que alcanza el radio de extracción.

El sistema de RF consiste de electrónica de control y monitoreo, sintetizador de frecuencia, amplificadores intermedios, un amplificador de potencia del RF, una línea de transmisión coaxial, redes de acoplamiento y un resonador (las estructuras D). La frecuencia nominal de la RF es de 72.2 MHz la cual es ajustada continuamente por los controles electrónicos.

### 1.3.4. Fuente de iones

El sistema de la fuente de iones PIG (Penning Ion Gauge) produce iones negativos de hidrógeno. El sistema consiste de una fuente de iones modificada (PIG) refrigerada por medio de agua, una fuente de alimentación de arco, una fuente de alimentación de polarización y un control de flujo de hidrógeno.

La fuente de iones PIG contiene dos cátodos de tantalio, colocados de forma equidistante, por encima y por debajo del plano medio del ciclotrón. También contiene un ánodo cilíndrico hueco situado entre los dos cátodos.

Un gradiente de potencial de hasta 3 kV entre el cátodo y ánodo ioniza el gas de hidrógeno que es suministrado a esta región de la fuente de iones. El gas de hidrógeno ionizado forma un plasma de iones negativos que es extraído por aceleración.

El plasma es creado por la conducción de corriente eléctrica a través de un entorno de baja presión del gas de hidrógeno. Esta corriente es controlada por la fuente de alimentación de arco. En el plasma, que es eléctricamente neutro hay una gran variedad de iones en diferentes estados de carga ( $H^+$ ,  $H$ ,

$H^-$ ), incluidos electrones y los iones de hidrógeno. Los iones  $H^-$  son extraídos del plasma por un voltaje de polarización y salen por una abertura pequeña en el lado de la cámara de plasma.

Una vez fuera de la cámara de plasma los iones son acelerados por el potencial de la fuente de alimentación (la cual opera de 14 – 16 keV). La fuente de iones opera con un potencial elevado con respecto al punto de extracción, que forma parte del acelerador principal, y al potencial de tierra. En el momento en que los iones llegan al punto de extracción han alcanzado una energía entre 14 y 16 keV, éstos cruzan a través del punto de extracción en una trayectoria curva que está definida por su energía y el campo magnético que hay en la región central, llegando a la primera D y a la región de aceleración principal.

### **1.3.5. Sistema de extracción**

El sistema de extracción consiste en interceptar el haz de iones de  $H^-$  con una lámina de carbono (stripper foil), la cual elimina a los electrones débilmente ligados a los núcleos de hidrógeno. Este cambio de polaridad de negativo a positivo invierte la fuerza de flexión ejercida sobre el haz por el campo magnético. Una vez despojados de los electrones, el haz de carga positiva es arqueado hacia afuera donde se encuentra el puerto de salida y el blanco (ver Figura 1.5) .

La lámina de carbón está montada en un carrusel, que cuando se gira provoca cambios en la posición de la lámina, esto afecta la extracción del haz ya que esta lámina intercepta al haz en cuestión, de esta forma el haz es extraído ajustando automáticamente la rotación de la lámina de carbón de tal manera que el haz impacte en el blanco.

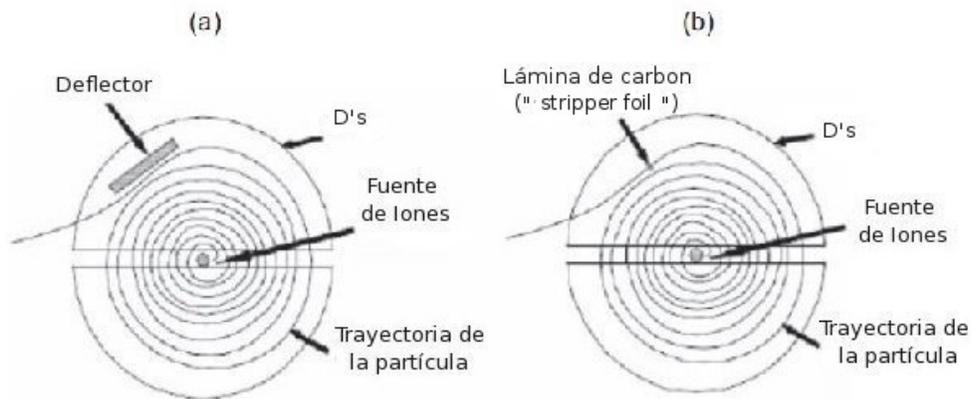


Figura 1.5: Sistemas de extracción, (a) un deflector para iones positivos y (b) un separador de electrones (stripper foil) para iones negativos [4]

# Capítulo 2

## Física Nuclear Experimental

### 2.1. Radiactividad y vida media

Antes de empezar con el concepto de radiactividad es necesario repasar el concepto de radiación, el cual es bastante simple, ya que es energía que se propaga a través del espacio, ya sea en el vacío o en la materia. Se puede clasificar a la radiación en dos tipos ionizante y no ionizante. La no ionizante no puede ionizar a la materia ya que su energía es menor al potencial de ionización<sup>1</sup> de la materia.

La radiación ionizante es aquella que puede ionizar a la materia y ésta se clasifica en dos tipos: la directamente ionizante (partículas cargadas como el electrón, protón, partículas alfa, etc.) y la indirectamente ionizante (partículas neutras como los neutrones, fotones, etc.). La primera intercambia energía con el medio mediante interacciones coulombianas. La segunda lo hace en dos pasos: primero interactúa con partículas cargadas como los electrones orbitales y después éstos liberan la energía en la materia mediante interacciones coulombianas.

La radiactividad natural fue descubierta en 1896 por Henri Becquerel, y la radiactividad artificial fue descubierta por Frédéric Joliot e Irène Joliot-Curie en 1934. Es el proceso mediante el cual un núcleo “padre” inestable

---

<sup>1</sup>La energía mínima para ionizar un átomo, por ejemplo el potencial de ionización del hidrógeno es de 13.65 eV

por exceso de energía se transforma en un núcleo “hija” más estable y en el proceso se libera energía (radiación). Cabe mencionar que el núcleo hija puede ser inestable, lo que llevaría a otra transformación.

La radiactividad involucra transiciones de un estado cuántico del núcleo original a un estado cuántico del núcleo hija. La diferencia energética entre los dos estados cuánticos involucra una transición radiactiva, la cual se refiere a un decaimiento en energía. En este decaimiento energético es emitida radiación en forma de ondas electromagnéticas (usualmente gammas) o en forma de energía cinética de las partículas emitidas.

Hay aspectos importantes que resaltar de este fenómeno, el principal es que la transformación nuclear también llamada decaimiento o desintegración nuclear, es espontánea, haciéndolo un fenómeno puramente estadístico. De esta forma se puede definir la actividad de un elemento radiactivo como sigue:

$$A(t) = \frac{dN(t)}{dt} = \lambda N(t) \quad (2.1)$$

Donde la actividad al tiempo  $t$  [ $A(t)$ ], que es el número de desintegraciones por unidad de tiempo,  $N$  es el número de átomos radiactivos al tiempo  $t$ , y  $\lambda$  es la probabilidad de que un núcleo se transforme.

Un concepto que ayuda mucho en el momento de hablar de la actividad de elementos radiactivos es la vida media ( $t_{1/2}$ ), la cual por definición es el tiempo que tiene que pasar para que se tenga la mitad de los núcleos radiactivos iniciales, y está relacionada con  $\lambda$  de la siguiente forma:

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad (2.2)$$

## 2.2. Mecanismos de transformación

Los núclidos radiactivos, tanto los naturales o los producidos artificialmente por reacciones nucleares, son inestables y éstos se esfuerzan por llegar a una configuración más estable a través de varios mecanismos de decaimiento radiactivo espontáneo. Éstos involucran la emisión de partículas energéticas; los mecanismos de transformación más importantes y las partículas que

emiten en cada uno de ellos son:

1. Decaimiento  $\alpha$ , se emiten núcleos de  ${}^4\text{He}$ , llamadas partículas alfa.
2. Decaimiento  $\beta^-$ , se emiten electrones y antineutrinos.
3. Decaimiento  $\beta^+$ , se emiten positrones y neutrinos.
4. Captura electrónica, se emiten neutrinos.
5. Decaimiento  $\gamma$ , se emiten rayos  $\gamma$ .
6. Conversión interna, se emiten electrones orbitales.
7. Fisión espontánea, se emiten neutrones.
8. Decaimiento por emisión de protón, se emiten protones.
9. Decaimiento por emisión de neutrón, se emiten neutrones.

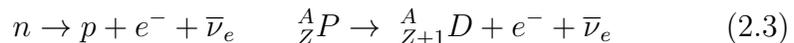
En todos estos procesos se debe de conservar la energía total, el momento, la carga, el número atómico y el número de masa atómica (número de nucleones).

### 2.2.1. Emisión beta

El término de decaimiento  $\beta$  abarca los modos de decaimiento radiactivo en donde el número  $Z$  del núcleo padre cambia en una unidad ( $\pm 1$ ), pero el número de masa atómica se mantiene constante. Al núcleo hija se le conoce como un isóbaro del padre.

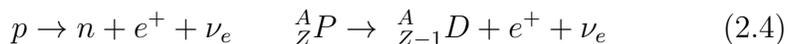
Son tres los procesos que entran dentro de la categoría de decaimiento  $\beta$ :

- I.  $\beta^-$  con las siguientes características:  $Z \rightarrow Z + 1$ ;  $A = \text{cte.}$ :



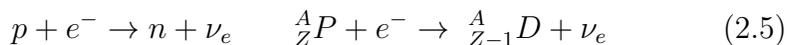
Los núcleos radiactivos ricos en neutrones transforman un neutrón en un protón liberando un electrón y un antineutrino. Cabe mencionar que los neutrones libres pueden decaer en protones a través del decaimiento  $\beta^-$ , ya que su masa en reposo es mayor a la del protón, con vida media de 10.24 min.

II.  $\beta^+$  con las siguientes características:  $Z \rightarrow Z - 1$ ;  $A = \text{cte.}$ :



Los núcleos radiactivos ricos en protones transforman un protón en un neutrón liberando un positrón y un neutrino.

III. **Captura electrónica** con las siguientes características:  $Z \rightarrow Z - 1$ ;  $A = \text{cte.}$ :



Un núcleo radiactivo rico en protones captura un electrón orbital de las capas interiores (usualmente la capa K), transforma un protón en un neutrón, y libera un neutrino.

En muchos de los casos, el decaimiento  $\beta$  de un núcleo padre no conduce a un estado base del núcleo hija, sino que conduce a un estado excitado o metaestable del núcleo hija. El estado excitado se desexcita a través de la emisión de rayos gamma ó a través de la emisión de electrones de conversión interna.

Para el decaimiento  $\beta$ , la energía de la transformación está definida por la diferencia de masa-energía entre el núcleo padre y el núcleo hija (para el  $\beta^+$  también hay que restar la energía equivalente a la masa de dos electrones, i.e. 1.022 MeV). Las partículas emitidas en el decaimiento  $\beta$  no son monoenergéticas, sino que presentan un espectro continuo de la distribución de energía cinética con un máximo de energía cinética  $(E_{e^\pm})_{max}$  correspondiente a la energía del decaimiento  $\beta$ , (ver Figura 2.1). Gracias a este hecho es que fue postulada la existencia del neutrino y el antineutrino ya que sin su existencia habría una contradicción a la ley de conservación de la energía.

## 2.2.2. Emisión de positrones y captura electrónica

El decaimiento  $\beta^+$  está caracterizado por la emisión de positrones<sup>2</sup>, que aparecen en una distribución espectral con una energía máxima específica para el decaimiento  $\beta^+$ .

---

<sup>2</sup>A los radionúclidos que actúan bajo el decaimiento  $\beta^+$  son llamados emisores de positrones y son usados para la obtención de imágenes funcionales utilizando técnicas especiales llamadas PET por sus siglas en ingles positron emission tomography.

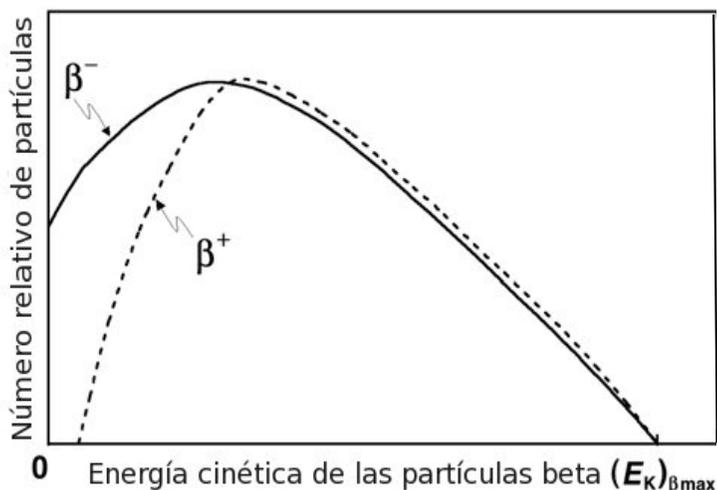


Figura 2.1: Espectro de energía típico para partículas  $\beta^-$  y  $\beta^+$ , normalizado por la energía máxima de las partículas  $\beta$  [5].

Cuando los positrones pierden su energía cinética pueden ser capturados por un átomo o más comúnmente absorbidos por electrones libres. Los positrones son sometidos a procesos similares al depósito de energía por excitación e ionización, sin embargo cuando llegan a un estado de reposo, reaccionan violentamente con sus antipartículas (electrones). Este proceso resulta en que la masa en reposo de ambas partículas es convertida instantáneamente en energía en la forma de dos fotones de aniquilación de 511 keV, emitidos en direcciones opuestas ( $180^\circ$ ) (ver Figura 2.2).

De acuerdo con la ecuación de Einstein para la equivalencia de masa-energía  $E = mc^2$ , los 511 keV es la energía equivalente a la masa en reposo de un electrón (positrón). De esta forma hay un límite inherente para el decaimiento  $\beta^+$ , igual a la suma de las energías de los fotones de aniquilación (de aquí que también se resta 1.022 MeV, para calcular la energía de la transformación). La diferencia de masa entre el núcleo padre y el núcleo hija debe de ser mayor o igual a los 1.022 MeV para que ocurra el decaimiento  $\beta^+$  (ver Figura 2.3).

La captura electrónica (EC, por sus siglas en inglés, Electron Capture) ocurre cuando un electrón del átomo ingresa en las cercanías del volumen nuclear. Éste es capturado por un protón desencadenando la transformación

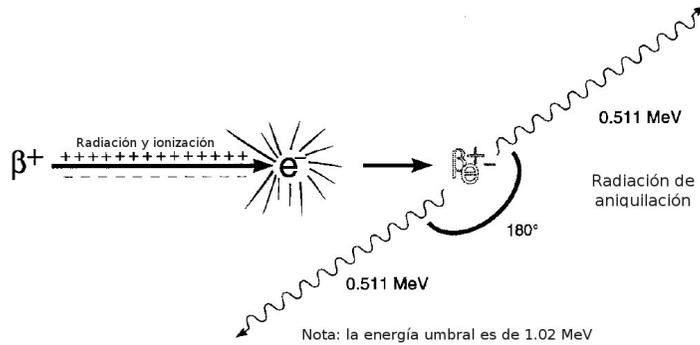


Figura 2.2: Radiación de Aniquilación [7] .

del protón en un neutrón. Todos los electrones del átomo pueden ser capturados, pero los de la capa K son los que tiene la mayor probabilidad de estar en las cercanías del núcleo<sup>3</sup>, y contribuir más a que ocurra un proceso de EC.

Para que la captura electrónica pueda ocurrir en un núcleo padre, inestable y rico en protones, es necesario que la masa  $M_P$  del núcleo padre combinada con la masa del electrón  $m_e$  exceda la masa del núcleo hija  $M_D$ .

La captura electrónica es un proceso que compite con el decaimiento  $\beta^+$ , sin embargo las condiciones para la captura electrónica, en cuestión de las masas atómicas, son menos restrictivas que las impuestas por el decaimiento  $\beta^+$  que resulta en la emisión de un positrón. La condición para la captura electrónica es que la masa atómica del padre sea mayor que la masa atómica de la hija, mientras que la condición del decaimiento  $\beta^+$  es que la masa atómica del padre exceda a la de la hija por un mínimo de la masa de dos electrones.

### 2.2.3. Emisión gamma

Tanto el decaimiento  $\alpha$  como los tres modos de decaimiento  $\beta$ , pueden producir núcleos hija en estados excitados, sin que hayan gastado la cantidad total de la energía de desintegración disponible.

Los núcleos hija buscan llegar a un estado base (i.e., un estado des-

<sup>3</sup>El cociente típico EC(capa K)/EC(capa L) es del orden de 10:1 [5]

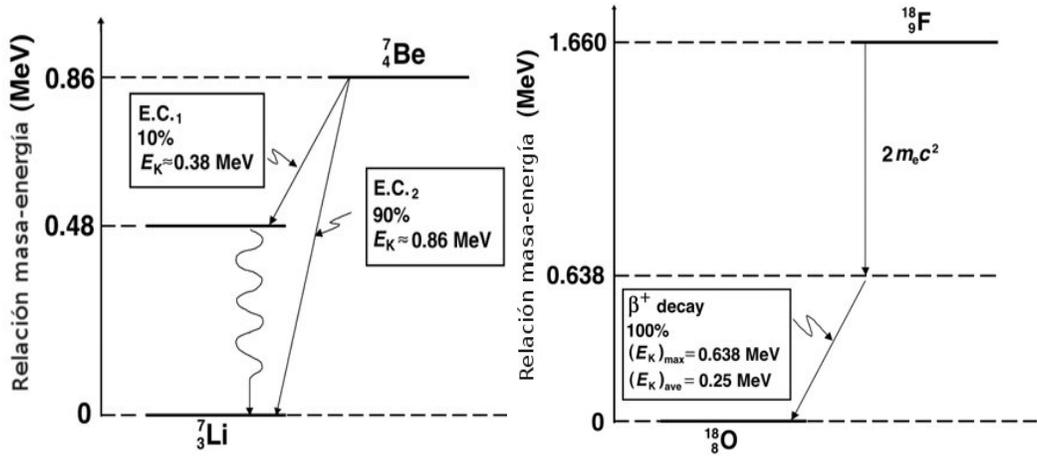


Figura 2.3: En el lado derecho se observa un ejemplo de un esquema para el decaimiento  $\beta^+$  del  ${}^{18}\text{F}$  a  ${}^{18}\text{O}$ . Del lado izquierdo se presenta un esquema para la captura electrónica del  ${}^7\text{Be}$  a  ${}^7\text{Li}$  [5].

excitado), mediante uno de los siguientes procesos (transiciones isoméricas):

1. Emitir la energía de excitación en forma de fotones  $\gamma$  (decaimiento  $\gamma$  puro)
2. Transferir la energía de excitación a uno de los electrones orbitales en un proceso llamado conversión interna.

En la mayoría de los decaimientos  $\alpha$  y  $\beta$ , la desexcitación del núcleo hija ocurre instantáneamente (i.e., dentro de  $10^{-12}$  s) por lo que se considera que los rayos  $\gamma$  emitidos son producidos por el núcleo padre.

La energía de los rayos  $\gamma$  emitidos por un radionúclido particular está determinado por la estructura del nivel energético del radionúclido y alcanza valores relativamente bajos de 100 keV hasta cerca de los 3 MeV.

El decaimiento  $\gamma$ , en donde es emitido un fotón, puede ser representado como sigue:



Donde  ${}^A_ZX^*$  es el estado excitado del núcleo  ${}^A_ZX$ , y  $Q_\gamma$  es la energía del decaimiento  $\gamma$ , dada por la suma de la energía de fotón  $\gamma$  ( $E_\gamma$ ) y la energía cinética que adquiere el núcleo hija ( $E_K$ )<sub>D</sub>:

$$Q_\gamma = E_\gamma + (E_K)_D \quad (2.7)$$

## 2.3. Detectores de radiación ionizante

La detección y medida de radiación ionizante es la base para la mayoría del diagnóstico por imagen. Todos los detectores de radiación ionizante requieren de la interacción de radiación con la materia, ya que la radiación ionizante deposita energía en la materia por ionización y excitación, y produce cambios químicos o la emisión de luz visible.

Se puede clasificar a los detectores de radiación por el método de detección :

- Detectores gaseosos.
- Centelleadores.
- Detectores semiconductores.

### 2.3.1. Detectores gaseosos

Consisten de un volumen de gas contenido entre dos electrodos, con un voltaje aplicado entre los electrodos. La radiación ionizante forma pares de iones en el gas, los iones positivos (cationes) son atraídos al electrodo negativo (cátodo), y los electrones (aniones) son atraídos al electrodo positivo (ánodo), ver Figura 2.4. Los iones colectados producen una señal eléctrica, la cual es medida por un circuito eléctrico.

Hay tres tipos de detectores gaseosos de uso común: la cámara de ionización, contadores proporcionales y contadores GM. El tipo de detector es determinado principalmente por el potencial aplicado entre los dos electrodos, ya que hay una dependencia de las cargas eléctricas colectadas después

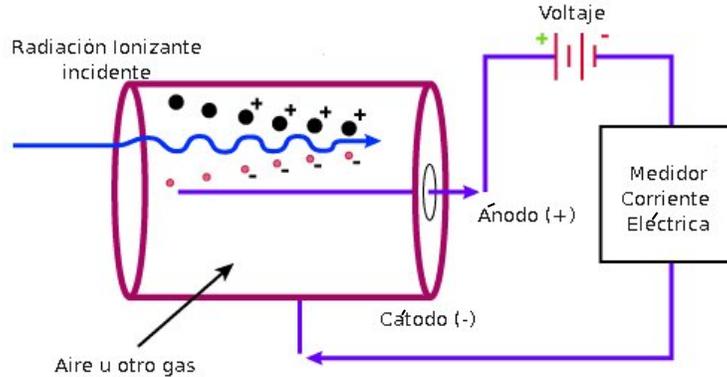


Figura 2.4: Esquema del funcionamiento de un detector gaseoso.

de una interacción simple y el voltaje aplicado entre los electrodos (ver Figura 2.5).

## Cámaras de ionización

Las cámaras de ionización son detectores gaseosos. Trabajan a un voltaje bajo, la cantidad de carga eléctrica colectadas de una interacción simple es muy pequeña y requiere de una amplificación para ser detectada. La cámara de ionización trabaja en modo de pulso<sup>4</sup>, en donde la señal eléctrica de cada interacción es procesada individualmente.

Casi cualquier gas puede ser usado en la cámara, de hecho si el gas es aire y las paredes de la cámara de ionización son de un material con un número atómico efectivo similar al aire, la cantidad de corriente producida es proporcional a la tasa de exposición.

## Activímetro

Una de las aplicaciones más importantes de las cámaras de ionización es la medida de la exposición de rayos gamma ó de la actividad de una muestra

<sup>4</sup>También pueden trabajar en modo de corriente o modo continuo. Esta modalidad es utilizada principalmente cuando se utiliza como activímetro.

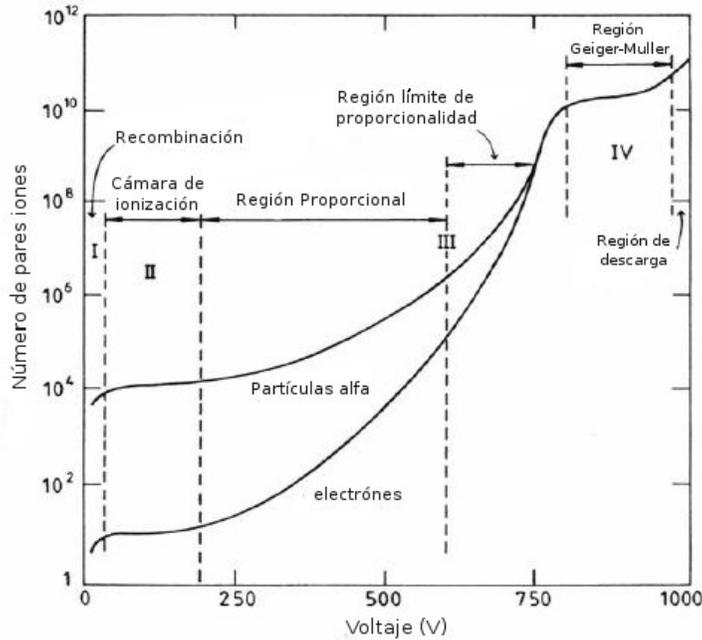


Figura 2.5: Gráfico del número de cargas eléctricas colectadas después de una interacción simple y el voltaje aplicado entre los electrodos [8].

radiactiva (ver Figura 2.6). La exposición está definida en término del número de iones cargados creados en el gas, que es una manera de saber cuantos núcleos decaen en un intervalo de tiempo, con esto se puede determinar la actividad de la muestra.

Los activímetros se basan en una cámara de ionización de tipo pozo en cuyo interior se sitúa la fuente radiactiva que se desea medir. El gas de llenado de la cámara se encuentra a una presión alta, normalmente entre 10 y 20 atmósferas, con objeto de tener una buena eficiencia; además el espesor de las paredes de la cámara debe ser relativamente grande para soportar la presión del gas de llenado.

Al establecer una diferencia de potencial entre los electrodos de la cámara, la corriente producida al paso de la radiación es (para una energía determinada y en primera aproximación) proporcional a la actividad de la fuente radiactiva, es decir, empleando un factor de calibración adecuado para cada isótopo, la lectura del activímetro indicara la actividad de la fuente radiac-



Figura 2.6: Activímetro modelo CRC-15R de CAPINTEC [9].

tiva.

### 2.3.2. Detectores de germanio hiperpuro (HPGe)

Los semiconductores son materiales cristalinos con una conductividad baja en comparación con los metales, pero mayor que en los aislantes. El silicio y el germanio son los semiconductores más comunes. Un cristal semiconductor puede ser usado como detector de radiación ionizante al aplicar un voltaje entre lados opuestos del cristal. Cuando la radiación ionizante interactúa con el detector los electrones del cristal quedan en un estado excitado, permitiendo un flujo de corriente eléctrica, similar a los detectores gaseosos.

Desafortunadamente la corriente inducida por la interacción de la radiación con el semiconductor es enmascarada por la corriente inducida por el voltaje aplicado, para reducir la magnitud de la corriente el cristal semicon-

ductor es “dopado” con impurezas.

El material semiconductor puede ser dopado de tal forma que tenga más electrones en la banda de conducción (tipo-n) o más “huecos” en la banda de valencia (tipo-p). Al unir material tipo-n y uno tipo-p, y aplicar un voltaje se crea una región pobre en portadores de carga (“depletion region”), en esta región es donde se lleva a cabo la detección de la radiación ionizante.

En los años más recientes el detector de germanio hiperpuro (HPGe) han revolucionado la espectroscopía (ver Figura 2.7). El detector está diseñado para detectar radiaciones de gran penetración como son los rayos gamma. Opera por medio de un cristal de germanio con un alto grado de pureza, el alto grado de pureza en el germanio, así como la temperatura a la que opera el detector (77 K) permiten una alta resolución energética.



Figura 2.7: Detector de germanio hiperpuro (HPGe).

Cuando un fotón gamma llega al detector, éste ocasiona la producción de pares electrón-hueco en el semiconductor, lo que produce un pulso eléctrico, cuya amplitud dependerá de la energía del fotón gamma.

El detector opera junto a una fuente de voltaje, un preamplificador, un amplificador y un analizador multicanal (ver Figura 2.8, [10]). La fuente de voltaje se encarga de suministrar la diferencia de potencial entre los electrodos del cristal para crear la región libre de portadores de carga (depletion region).

La labor del preamplificador y el amplificador, como su nombre lo indica, es amplificar la señal proveniente del detector, ya que es del orden del  $\mu\text{V}$ . La señal del amplificador pasa al multicanal, este aparato clasifica los

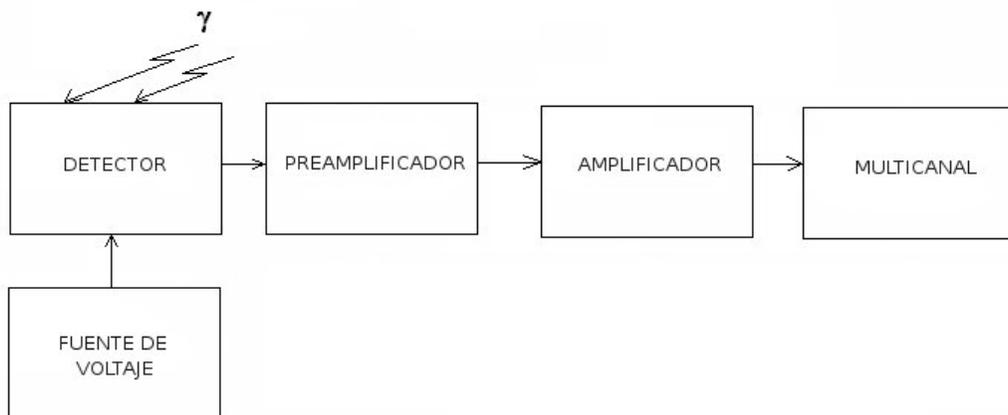


Figura 2.8: Diagrama de un sistema de espectrometría gamma [10].

pulsos de entrada según su amplitud en diferentes categorías, llamadas canales, y acumula separadamente el número de pulsos generados en cada canal. Los canales del multicanal guardan una relación lineal con la energía de los fotones, por lo que cada canal medirá fotones con la misma energía.

Hay efectos que pueden ser observados en el espectro que brinda el detector, éstos son ocasionados por la interacción de los fotones con el detector, los efectos más comunes son el efecto compton y el fotoeléctrico [5].

## 2.4. Espectrometría gamma

La espectroscopía es el estudio de la distribución de energía del campo de radiación, en nuestro caso de la radiación gamma. La detección de rayos gamma depende críticamente de las interacciones de los rayos gamma con la materia (efecto fotoeléctrico, compton y producción de pares, ver Figura 2.9), y de la transferencia de energía que éstas tengan con el medio, ya que inicialmente los fotones gamma son “invisibles” al detector, sólo los electrones creados por las interacciones del semiconductor con los rayos gamma son los que proveen alguna pista de la naturaleza de éstos. Los electrones secundarios

tienen un máximo de energía igual a la energía de los rayos gamma, y la pierden en el medio por ionizaciones y excitación de los átomos del material del detector.

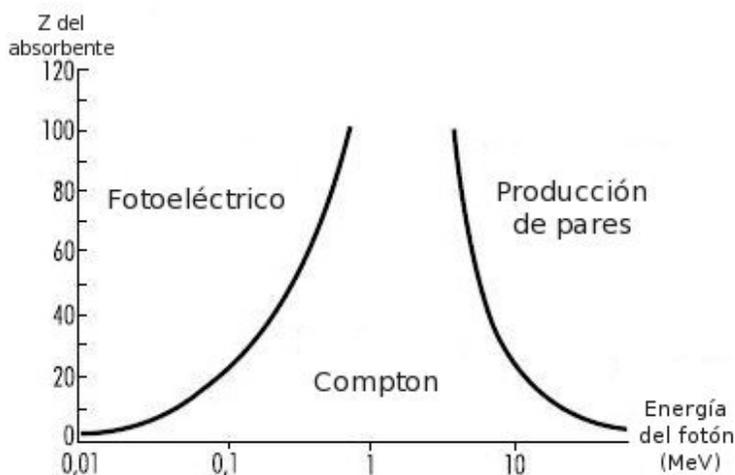


Figura 2.9: Probabilidad de que ocurran las interacciones fotoeléctrico, compton y producción de pares, para fotones de diferentes energías en materiales de diferente número atómico.

Para la espectroscopía es necesario contar con un espectrómetro, encargado de medir la distribución de energías de la radiación incidente. En los espectrómetros la amplitud de cada pulso es proporcional a la energía depositada en el detector. Cabe notar que la energía depositada por interacción no siempre es la energía total de la partícula incidente.

## 2.5. Reacciones nucleares

Un problema común en física nuclear es la colisión de dos partículas, un proyectil con masa  $m_1$ , velocidad  $v_1$  y energía cinética  $(E_K)_1$  colisionando con un blanco estacionario de masa  $m_2$  y velocidad  $v_2=0$ .

En un caso más general la colisión resulta en un compuesto intermedio que decae en dos productos, uno con masa  $m_3$  expulsado con velocidad  $v_3$  y un ángulo  $\theta$  a partir de la dirección del proyectil incidente, y otro con masa

$m_4$  expulsado con velocidad  $v_4$  y un ángulo  $\phi$ , como se muestra en la Figura 2.10.

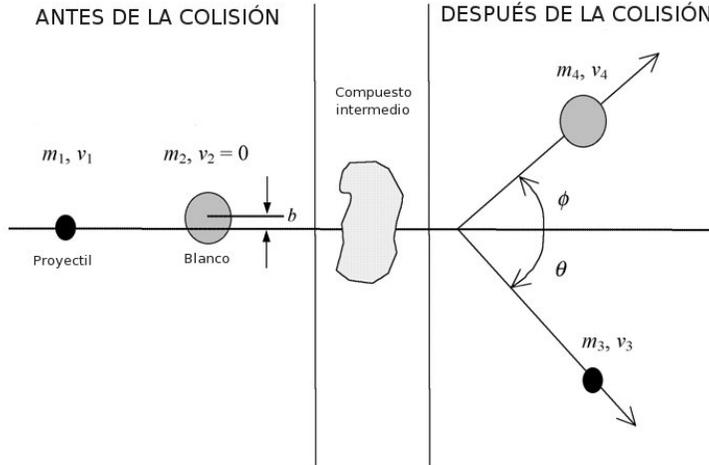


Figura 2.10: Representación esquemática de la colisión de dos partículas, un proyectil con masa  $m_1$ , velocidad  $v_1$  y energía cinética  $(E_K)_1$  colisionando con un blanco estacionario de masa  $m_2$  y velocidad  $v_2=0$  [5].

Los proyectiles de interés en física médica caen en alguna de tres categorías, cada una de ellas caracterizada por su propio mecanismo de interacción entre el proyectil y el blanco. Las tres categorías son:

- I. **Partículas cargadas pesadas**, como protones,  $\alpha$ , iones pesados. Interactúan con el blanco por medio de interacciones coulombianas, los blancos típicos para estas partículas son los núcleos atómicos y electrones orbitales.
- II. **Partículas cargadas ligeras**, como electrones o positrones. Interactúan con el blanco por medio de interacciones coulombianas, los blancos típicos para las partículas cargadas ligeras son los núcleos atómicos ó los electrones orbitales.
- III. **Neutrones**, interactúan por medio de colisiones directas con el blanco, los blancos típicos son los núcleos atómicos.

Tabla 2.1: Colisiones entre diversos proyectiles y blancos de interés, (un “Si” indica que la reacción es posible y un “No” que la reacción no es posible) [5].

Proyectil	P. C. Pesada		P. C. Ligera		Neutrón	
	Núcleo	e <sup>-</sup> orb	Núcleo	e <sup>-</sup> orb	Núcleo	e <sup>-</sup> orb
Reacción nuclear	Si	No	Si	No	Si	No
Colisión elástica	Si	No	Si	Si	Si	No
Colisión inelásticas	Si	Si	Si	Si	Si	No

Los blancos son átomos en conjunto, i.e., núcleos atómicos y electrones orbitales. La colisión de dos partículas se clasifican en tres categorías: (1) **reacciones nucleares**, (2) **colisiones elásticas** y (3) **colisiones inelásticas**.

En una reacción nuclear las cantidades físicas que se conservan son: la carga, el momento lineal y la masa-energía, la suma del número atómico Z y la suma del número de masa atómico A, antes y después de la colisión se conservan , i.e.:

$$\begin{aligned} \Sigma Z(\text{antes}) &= \Sigma Z(\text{después}) \\ &\text{y} \\ \Sigma A(\text{antes}) &= \Sigma A(\text{después}) \end{aligned}$$

Los tres tipos de proyectiles, partículas cargadas pesadas, partículas cargadas ligeras y los neutrones pueden ocasionar una reacción nuclear, al colisionar con los núcleos atómicos del elemento blanco, Ver Tabla 2.1. Algunos ejemplos de éstas son:

Con partículas cargadas pesadas interactuando con el núcleo del elemento blanco, como un deuterón bombardeando  $^{14}\text{N}$ :  $^{14}\text{N}(\text{d,p})^{15}\text{N}$ .

Con partículas cargadas ligeras interactuando con el núcleo del elemento blanco, como las reacciones nucleares (e,n) y (e,p).

Con neutrones interactuando con los núcleos del elemento blanco, como la activación por neutrón o captura neutrónica:  $^{59}\text{Co}(\text{n},\gamma)^{60}\text{Co}$ .

## 2.6. Valor Q y energía umbral

A continuación se analizará el momento y energía en una reacción nuclear.

Primero la conservación de momento en una reacción nuclear es expresada a través de la relación vectorial:

$$m_1\vec{v}_1 = m_3\vec{v}_3 + m_4\vec{v}_4 \quad (2.8)$$

Ésta puede resolverse por componentes a lo largo de la dirección de la partícula incidente y de la componente perpendicular a la dirección incidente obteniendo:

$$m_1v_1 = m_3v_3 \cos \theta + m_4v_4 \cos \phi \quad (2.9)$$

y

$$0 = m_3v_3 \sin \theta - m_4v_4 \sin \phi \quad (2.10)$$

donde  $\theta$  y  $\phi$  son los ángulos definidos en la Figura 2.10.

En la conservación de energía, la energía total del proyectil  $m_1$  y del núcleo blanco  $m_2$  antes de la colisión es igual a la energía total de los productos  $m_3$  y  $m_4$ , después de la colisión:

$$[m_{1o}c^2 + (E_K)_1] + (m_{2o}c^2 + 0) = [m_{3o}c^2 + (E_K)_3] + [m_{4o}c^2 + (E_K)_4] \quad (2.11)$$

Donde:

$m_{oi}c^2$  con  $i=1,2,3,4$ , es la masa en reposo.

$(E_K)_i$  con  $i=1,2,3,4$ , es la energía cinética. Cabe notar que  $(E_K)_2=0$ .

Insertando en la ec. (2.11) el valor Q de la colisión, que está definido por:

$$Q = (m_{1o}c^2 + m_{2o}c^2) - (m_{3o}c^2 + m_{4o}c^2) \quad (2.12)$$

Se obtiene la relación para la conservación de la energía:

$$E_{K_1} + Q = E_{K_3} + E_{K_4} \quad (2.13)$$

Cada colisión entre dos partículas posee un valor característico para  $Q$ , el cual puede ser positivo, cero o negativo:

- Para  $Q > 0$ , la colisión es exotérmica y resulta en liberación espontánea de energía.
- Para  $Q = 0$ , la colisión es elástica.
- Para  $Q < 0$ , la colisión es endotérmica y para que se lleve a cabo requiere que el proyectil le transfiera energía al blanco.

Una reacción exotérmica puede ocurrir espontáneamente, pero una reacción endotérmica solo puede ocurrir si el proyectil tiene una energía cinética superior a una energía umbral.

La energía umbral  $E_{umb}$  es la energía cinética mínima necesaria que debe tener la partícula incidente para que se pueda llevar a cabo una reacción nuclear endotérmica. Esta energía umbral para la colisión endotérmica está determinada por el uso de una cantidad invariante:

$$E^2 - p^2c^2 = \textit{invariante} \quad (2.14)$$

Donde:

$E$  es la energía total antes y después de la colisión.

$p$  es el momento total antes y después de la colisión.

El invariante es válido para el sistema de coordenadas fijo en el laboratorio y para el sistema fijo en el centro de masas. Por conveniencia las condiciones antes de la colisión se expresarán en el sistema del laboratorio y después de la colisión se tomarán las condiciones en el sistema del centro de masa.

Antes de la colisión la condición para la energía es :

$$E_{Total} = E_{umb} + m_{2o}c^2 = \sqrt{m_{1o}^2c^4 + p_1^2c^2} + m_{2o}c^2 \quad (2.15)$$

Donde  $E_{umb}$  es la energía umbral total y  $p_1$  es el momento antes de la colisión. Después de la colisión la condición (fijo en el sistema del centro de masas) para la energía es :

$$E_{Total} = m_{3o}c^2 + m_{4o}c^2 \quad (2.16)$$

La cantidad invariante dada por la ec. (2.14) antes y después de la colisión queda:

$$(\sqrt{m_{1o}^2c^4 + p_1^2c^2} + m_{2o}c^2)^2 - p_1^2c^2 = (m_{3o}c^2 + m_{4o}c^2)^2 - 0 \quad (2.17)$$

Resolviendo para  $E_{umb} = \sqrt{m_{1o}^2c^4 + p_1^2c^2}$  se tiene:

$$E_{umb} = \frac{(m_{3o}c^2 + m_{4o}c^2)^2 - (m_{1o}^2c^4 + m_{2o}^2c^4)}{2m_{2o}c^2} \quad (2.18)$$

Note que  $E_{umb} = (E_K)_{umb} + m_{1o}c^2$ , donde  $(E_K)_{umb}$  es la energía cinética umbral del proyectil, con ésta se puede obtener la expresión para  $(E_K)_{umb}$ :

$$(E_K)_{umb} = \frac{(m_{3o}c^2 + m_{4o}c^2)^2 - (m_{1o}c^2 + m_{2o}c^2)^2}{2m_{2o}c^2} \quad (2.19)$$

También se puede escribir a la energía cinética umbral en términos del valor Q de la reacción, de la ec (2.12) se obtiene:

$$(m_{3o}c^2 + m_{4o}c^2)^2 = (m_{1o}c^2 + m_{2o}c^2)^2 + Q^2 - 2Q(m_{1o}c^2 + m_{2o}c^2) \quad (2.20)$$

Sustituyendo la relación (2.20) en la (2.19) obtenemos:

$$\begin{aligned} (E_K)_{umb} &= -Q \left[ \frac{m_{1o}c^2 + m_{2o}c^2}{m_{2o}c^2} - \frac{Q}{2m_{2o}c^2} \right] \\ &\approx -Q \left( 1 + \frac{m_{1o}}{m_{2o}} \right) \end{aligned} \quad (2.21)$$

Si  $Q \ll m_{20}c^2$ , se puede ignorar el termino  $\frac{Q}{2m_{20}c^2}$ . En la ec. (2.21) la energía cinética umbral del proyectil excede el  $|Q|$  por una cantidad relativamente pequeña, toma en cuenta la conservación de energía y momento.

## 2.7. Sección eficaz y funciones de excitación

Una aproximación simple para estimar la probabilidad de que ocurra una reacción entre una partícula incidente y el núcleo, es si se trata a las partículas incidentes como puntos y a los núcleos blanco los proyectamos sobre un área  $\pi R^2$ , donde R es el radio del núcleo blanco.

Cada vez que una partícula incidente golpea el núcleo, suponemos que una reacción sucederá. En lugar de tomar la sección transversal con área  $\pi R^2$  como una medida de la probabilidad de que ocurra una reacción, se asigna al núcleo un área efectiva ( $\sigma$ ), la cual es perpendicular al haz incidente. Una reacción ocurrirá cada vez que la partícula incidente golpee cualquier parte del disco de área efectiva, i.e. la probabilidad P de que ocurra la reacción es proporcional a  $\sigma$ .

El área efectiva o sección eficaz  $\sigma$  de una reacción, depende de las propiedades del proyectil, como la masa y energía cinética, y del blanco estacionario, como la masa y la carga. La sección transversal usualmente es medida en barn, 1 barn = 1 b =  $10^{-24}$  cm<sup>2</sup>

Si se considera que el blanco tiene un espesor  $x$  y un área total  $A$ , y se denota por  $N_0$  a la tasa de las partículas incidentes (partículas/s),  $N$  la tasa con la que ocurren los eventos de reacción (reacciones/s), y  $n$  el número de núcleos blanco por unidad de volumen (partículas/m<sup>3</sup>), el número total de núcleos en el blanco sera  $nAx$ , si se supone que el blanco es lo suficientemente delgado para que no haya núcleos que se “escondan” detrás de otros, el área total expuesta al haz incidente debe de ser  $\sigma nAx$ . Entonces el cociente de la tasa de interacciones con la tasa de las partículas incidentes debe de ser igual a la razón del área expuesta al haz entre el área total, i.e. :

$$\frac{N}{N_0} = \frac{\sigma nAx}{nAx} = \sigma nx \quad (2.22)$$

Esta expresión permite ver que la sección transversal es proporcional a

una probabilidad  $P = \frac{N}{N_0}$  de que ocurra una reacción.

Las reacciones nucleares son estudiadas en una variedad de caminos, el más importante de ellos es la información experimental que usualmente brinda la sección transversal de la reacción, en particular la variación que tiene con la energía incidente.

Frecuentemente, la variación de la sección transversal de una reacción con la energía incidente, es de interés; la relación entre las dos es llamada función de excitación. La función de excitación provee información de la probabilidad de la reacción en función de la energía del proyectil (ver Figura 2.11).

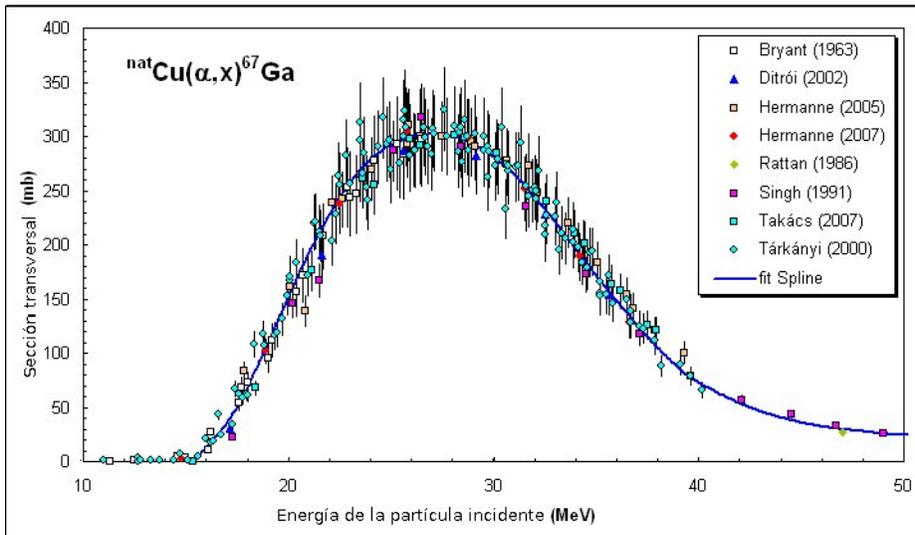


Figura 2.11: Función de excitación para la reacción  ${}^{nat}\text{Cu}(\alpha, x){}^{67}\text{Ga}$  producida por partículas  $\alpha$  [11]

## 2.8. Producción de radionúclidos vía ciclotrón

Los protones obtenidos de ciclotrones son usados en la producción de radionúclidos inestables ricos en protones, los cuales decaen por medio de  $\beta^+$  o captura electrónica a una configuración más estable. Cuando se bombardea el material blanco, los protones pueden causar reacciones nucleares produciendo radionúclidos de una manera similar a la activación neutrónica en un

Tabla 2.2: Algunas de las características de las reacciones nucleares para la producción de los emisores de positrones más usados en medicina, producidos en un ciclotrón [12].

Radionúclido	Blanco	Reacción	Q (MeV)	$t_{1/2}$ (min)
$^{11}\text{C}$	$^{14}\text{N}$	$^{14}_7\text{N} + \text{p} \rightarrow ^{11}_6\text{C} + \alpha$	-2.92	20.4
$^{13}\text{N}$	$^{16}\text{O}$	$^{16}_8\text{O} + \text{p} \rightarrow ^{13}_7\text{N} + \alpha$	-5.22	10
$^{15}\text{O}$	$^{15}\text{N}$	$^{15}_7\text{N} + \text{p} \rightarrow ^{15}_8\text{O} + \text{n}$	-3.54	2.1
$^{18}\text{F}$	$^{18}\text{O}$	$^{18}_8\text{O} + \text{p} \rightarrow ^{18}_9\text{F} + \text{n}$	-2.44	110

reactor. El protón debe de tener una alta energía cinética, típicamente de 10–20 MeV, para que pueda penetrar la barrera de repulsión coulombiana creada por la carga positiva del núcleo. Muchas de las reacciones por activación de protones son endotérmicas, lo que significa que la energía debe de ser suministrada por el proyectil de la reacción.

El protón capturado por el núcleo blanco cambia el número atómico de  $Z$  a  $Z+1$ , permitiendo la producción de radionúclidos usados en medicina; esto gracias a que es posible la separación química de los radionúclidos producidos. Los emisores de positrones producidos para uso médico por la activación de protones en ciclotrón, generalmente tienen una vida media corta, del orden de minutos (ver Tabla 2.2).

El ciclotrón produce radionúclidos emisores de positrones, utilizando blancos en un estado líquido o gaseoso. Éstos son usados (no exclusivamente) para producir radiofármacos, los que se administran a pacientes para la adquisición de imágenes en PET [2]. Los cuatro emisores de positrones más utilizados en PET son el  $^{18}\text{F}$ ,  $^{11}\text{C}$ ,  $^{13}\text{N}$  y  $^{15}\text{O}$  (ver Tabla 2.2).

Los ciclotrones proveen una corriente del haz usualmente expresada en  $\mu\text{A}$ , donde 1  $\mu\text{A}$  es una corriente igual a  $6.25 \times 10^{12}$  cargas por segundo. Un haz de protones de 1  $\mu\text{A}$  corresponde a  $6.25 \times 10^{12}$  protones por segundo y un haz de  $\text{He}^{2+}$  corresponde a  $3.125 \times 10^{12}$  iones de helio.

Los blancos utilizados para la producción de radionúclidos, pueden ser delgados o gruesos, pero dependerá de la elección adecuada del blanco si se lleva a cabo o no las reacciones nucleares, ya que las partículas cargadas al atravesar el espesor de un blanco pierden energía por medio de interacciones coulombianas con los electrones orbitales. Esto afecta el rendimiento de la

activación, por que la sección transversal para la activación depende de la energía de las partículas cargadas.

Sólo una pequeña fracción de las partículas cargadas utiliza su energía cinética en la activación, el resto la disipa en calor, por esta razón los blancos necesitan ser enfriados por medio de la circulación de gas de helio.

## 2.9. Reacciones monitor

Las reacciones monitor, como el nombre lo indica, son aquellas reacciones nucleares que sirven para vigilar o examinar las características del haz de partículas incidente en el blanco [13] y [20]. Se utilizan como reacciones monitor gracias a que se conoce la función de excitación para la reacción, por que se han realizado diversos experimentos para determinar esta función, y éstos tienen un alto grado de coincidencia. Por esta razón se toma la curva ajustada a todos estos experimentos como la función de excitación más adecuada, y de ésta se puede obtener información del haz, como la energía de las partículas (ver Figura 2.12).

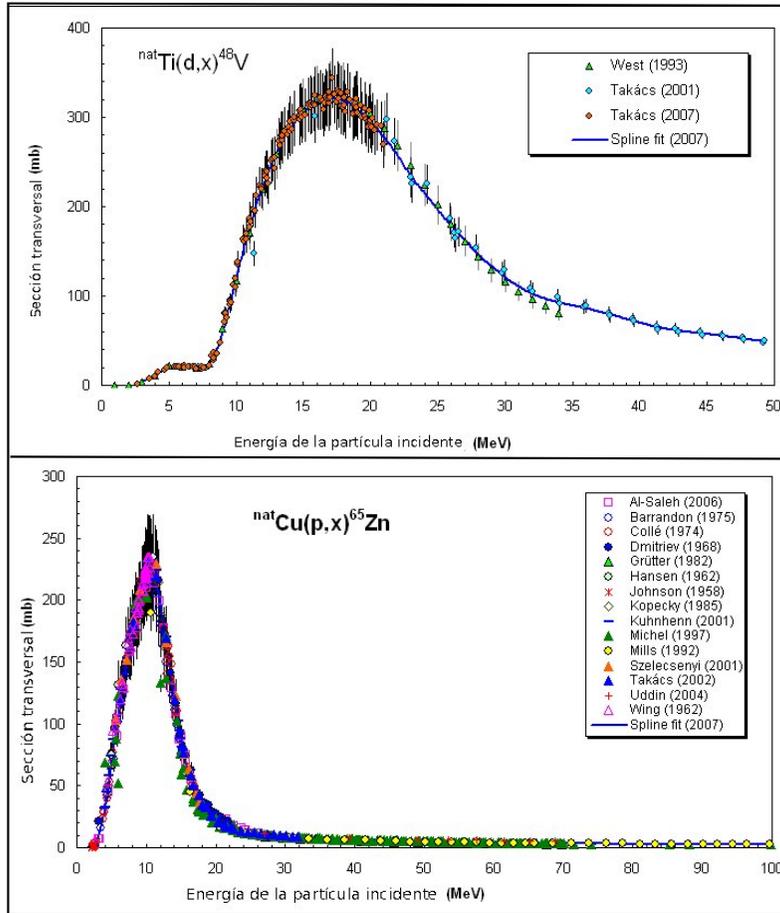


Figura 2.12: Ejemplos de reacciones monitor, en la parte superior se muestra la función de excitación para la reacción  ${}^{nat}\text{Ti}(d,x){}^{48}\text{V}$ , en la parte inferior se observa la función de excitación para la reacción  ${}^{nat}\text{Cu}(p,x){}^{65}\text{Zn}$  [13].

## 2.10. Determinación de la energía de haces de partículas cargadas

Para conocer la energía de un haz de partículas cargadas de forma indirecta, es posible utilizar las reacciones nucleares que se producen en un determinado blanco.

Ya que con la elección adecuada del blanco se producen reacciones nucleares específicas, las cuales se busca que sean conocidas como las reacciones monitor, para las cuales se tiene determinada la función de excitación. Conociendo esta función de excitación se puede determinar la energía del haz, ya que la función de excitación relaciona a la energía de las partículas con la sección transversal, y ésta a su vez está relacionada con la actividad producida en el blanco, esta actividad puede ser determinada por diversos detectores de radiación ionizante.

# Capítulo 3

## Desarrollo Experimental

Antes de comenzar con la descripción de los métodos experimentales utilizados para la determinación de la energía del haz producido por el ciclotrón, se describirá cómo se procedió para calibrar cada uno de los equipos que se utilizaron en los experimentos, ya que un aspecto importante es comprobar que los equipos tengan un buen funcionamiento.

### 3.1. Calibración del detector de germanio

El detector de germanio que se utilizó para el experimento fue un detector CANBERRA Mod. 7229P funcionando a temperatura de nitrógeno líquido, con número de serie 8851147, modelo cryostat 7500, con un voltaje de operación de 2500 volts y el software MAESTRO de ORTEC, propiedad del Laboratorio de Detectores de Radiación, Departamento de Sistemas Electrónicos del Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares (ININ) (ver figura 3.1).

Hay dos tipos de calibración para el detector de germanio hiperpuro (HP-Ge), con respecto a la energía y con respecto a la eficiencia, ambas son necesarias por lo que se realizó la calibración con respecto a estas dos.



Figura 3.1: Detector de germanio (HPGe) utilizado, propiedad del laboratorio de detectores de radiación del ININ.

Tabla 3.1: Fuentes utilizadas en la calibración del detector de HPGe.

Radionúclido	$E_{\gamma}$ (keV)	Vida Media(a)	$\lambda$ ( $s^{-1}$ )	$A_0$ (kBq) (fecha)
$^{133}\text{Ba}$	302.9, 356	10.52	$2.089 \times 10^9$	31.23(10/05/93)
$^{137}\text{Cs}$	661.7	30.08	$73.07 \times 10^9$	31.41(08/07/93)
$^{60}\text{Co}$	1173, 1332	5.27	$4.170 \times 10^9$	342.4(01/07/96)

### 3.1.1. Calibración de energía

Para la calibración de energía, se utilizan fuentes estándares con emisiones gamma conocidas que cubren un intervalo de energía de interés. Se obtiene un espectro de las fuentes y se determina la relación entre el número de canal y la energía. Este procedimiento se hace desde el software del detector y multicanal.

Las fuentes que se utilizaron fueron  $^{133}\text{Ba}$ ,  $^{137}\text{Cs}$  y  $^{60}\text{Co}$ , las características de las fuentes se muestran en la Tabla 3.1.

Se colocaron las fuentes a una distancia de 25 cm del detector, y se dejaron por un tiempo de conteo efectivo de 3000 s. Se enumeran cada uno de los

canales del multicanal utilizado, en total tiene 8191 canales. En el espectro obtenido se ubican en qué número de canal se encuentran los picos de emisión gamma de las muestras colocadas entre el detector. Con esto se obtuvo un gráfico de energía como función del número de canal, al cual se le realizó un ajuste lineal.

### 3.1.2. Calibración de eficiencia

En un detector ideal, se esperaría que cada cuanto de radiación emitido por una fuente fuera procesado por el detector. Sin embargo, en la práctica no todas las emisiones de una fuente producen una señal en el detector, por lo que es necesario calibrar la eficiencia del detector. Existen dos tipos de eficiencia:

Eficiencia absoluta:  $\epsilon_{abs}$  = número de pulsos registrados/número de pulsos emitidos.

Eficiencia intrínseca:  $\epsilon_{int}$  = número de pulsos registrados/número de pulsos incidentes.

Para fuentes isotrópicas se obtiene que:  $\epsilon_{int} = \epsilon_{abs} \left(\frac{4\pi}{\Omega}\right)$ , donde  $\Omega$  es el ángulo sólido que subtende el detector con respecto a la fuente:

Por cuestiones prácticas, se obtuvo la eficiencia intrínseca dada por [8]:

$$\epsilon_{int}\left(\frac{\Omega}{4\pi}\right) = \frac{cps}{A \cdot I_{\gamma}} \quad (3.1)$$

Donde cps son las cuentas netas por segundo registradas por el detector (cuentas/tiempo de conteo), A es la actividad de la fuente de calibración estándar (kBq) al inicio del conteo e  $I_{\gamma}$  es la intensidad de emisión del fotopico. Esta eficiencia será válida sólo para la geometría utilizada para la calibración.

Las fuentes estándares son las mismas que se utilizaron en la calibración por energía. Se obtuvo la actividad de las fuentes al inicio del conteo ( $A_{BOC}$ , (BOC, Begin Of Count) realizando la corrección por decaimiento utilizando la ecuación:

$$A_{BOC} = A_0 e^{-\lambda T} \quad (3.2)$$

Donde  $A_0$  es la actividad inicial de las fuentes y  $T$  es el tiempo transcurrido desde que se calibró la actividad inicial hasta el momento en que se realizaron las mediciones. Esta ecuación se obtiene de resolver la ecuación 2.1, que es una ecuación diferencial de primer orden.

En los casos en los que la vida media del radionúclido sea mucho mayor al tiempo de conteo, la tasa de conteo (cps) estará dada por el número de cuentas registradas divididas entre el tiempo de conteo (cuentas netas/tiempo de conteo). Si la vida media del radionúclido es similar o comparable al tiempo de conteo, la tasa de conteo (al principio del conteo) estará dada por:

$$N_{BOC} = \frac{\lambda C}{[1 - e^{-\lambda T_C}]} \quad (3.3)$$

Donde  $\lambda$  es la constante de decaimiento en unidades de  $s^{-1}$ ,  $C$  son las cuentas netas registradas por el detector, y  $T_C$  es el tiempo de conteo en segundos. Para obtener el número de cuentas (por consiguiente la tasa de conteo), se realizó un análisis del espectro obtenido de las muestras estándares, en el cual se distingue entre cuentas y cuentas netas, las primeras son las cuentas totales registradas por el detector y las segundas son el número de cuentas totales menos las registradas por la radiación de fondo.

Una vez obtenidas las tasas de conteo (cps) y la actividad al inicio del conteo se obtienen los factores de eficiencia por medio de la ecuación:

$$FC_{eff} = \frac{N_{BOC}}{A_{BOC} \cdot I_\gamma} \quad (3.4)$$

Con los datos de la eficiencia para cada energía de la radiación gamma emitida por las fuentes de  $^{133}\text{Ba}$ ,  $^{137}\text{Cs}$  y  $^{60}\text{Co}$ , se obtiene un gráfico de eficiencia y energía. Con esto se obtiene a la curva que ajuste los puntos obtenidos y también la ecuación de la curva con lo que se puede obtener la eficiencia del detector en el rango energético de interés.

## 3.2. Verificación del buen funcionamiento del activímetro

El activímetro utilizado fue el modelo CRC-15R de CAPINTEC. Para verificar el buen funcionamiento del activímetro se realiza una prueba con las fuentes de  $^{133}\text{Ba}$  y  $^{137}\text{Cs}$ .

La prueba está automatizada en diferentes pasos:

1. Prueba inicial. Se deben de alejar de la vecindad del activímetro todo tipo de fuente emisora de radiaciones gamma. El detector en este paso analiza la corriente a tierra a la que está trabajando, si ésta ha cambiado respecto a la última medición lo indica en su pantalla.
2. Medida de la radiación de fondo. En este segundo paso el detector mide la radiación de fondo que está detectando. Si el valor es demasiado grande lo indicará en la pantalla.
3. Prueba del sistema. El activímetro realiza una prueba del sistema e indica en qué voltaje está operando.
4. Verificación de datos. Verifica la base de datos de los núclidos.
5. Prueba de precisión. En esta parte analiza las muestras estándares que brinda el fabricante con el activímetro, (el activímetro está programado para calcular la actividad al momento de realizar la medición, por medio de una corrección por decaimiento). Realiza la determinación de la actividad de las muestras de  $^{133}\text{Ba}$  y  $^{137}\text{Cs}$ , y compara con la actividad que deben de tener en ese momento, calcula la desviación que hay entre la medida y el cálculo teórico.
6. Imprime los resultados de cada paso.

Se tomaron como resultados aceptables aquellos con una desviación de  $\pm 5\%$ .

### 3.3. Irradiación de laminillas en el ciclotrón

Un aspecto importante para poder realizar los experimentos es la irradiación de las laminillas, las laminillas que se utilizaron fueron de itrio (Y), en la cual se genera  $^{89}\text{Zr}$  ( $t_{1/2}=78.4$  h) y  $^{89m}\text{Zr}$  ( $t_{1/2}=4.2$  min), mediante las reacciones  $^{nat}\text{Y}(p,x)^{89}\text{Zr}$  y  $^{nat}\text{Y}(p,x)^{89m}\text{Zr}$  respectivamente; para esta reacción el valor Q es igual a  $-3615.21$  keV y  $E_{umb}$   $3656.18$  keV. Estas laminillas tienen una pureza del 99.9 %, los esquemas de decaimiento se muestran en las Figuras 3.2 y 3.3.

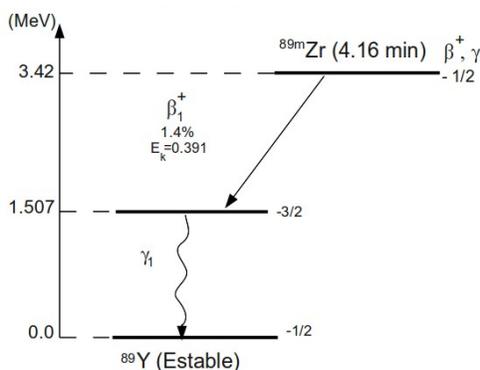


Figura 3.2: Esquema de decaimiento del  $^{89m}\text{Zr}$  generado al irradiar la laminilla de Y [11].

También se utilizó laminillas de cobre ( $^{nat}\text{Cu}$ ), en la cual se generan  $^{63}\text{Zn}$  ( $t_{1/2}=38.47$  min) y  $^{65}\text{Zn}$  ( $t_{1/2}=244.06$  días), mediante las reacciones  $^{63}\text{Cu}(p,n)^{63}\text{Zn}$  (para esta reacción el valor Q es igual a  $-2134.41$  keV y  $E_{umb}$   $2167.531$  keV), y  $^{65}\text{Cu}(p,n)^{65}\text{Zn}$  (para esta reacción el valor Q es igual a  $-4148.85$  keV y  $E_{umb}$   $4215.28$  keV) respectivamente; los esquemas de decaimiento se muestran en las Figuras 3.4 y 3.5..

Se utilizaron laminillas con una forma cuadrada con dimensiones de entre 1.20–1.25 cm por lado, el espesor de las laminillas de Cu es de  $25.2\pm 0.5$   $\mu\text{m}$  y el de las láminas de itrio es de  $29.1\pm 0.5$   $\mu\text{m}$ . El espesor se determinó utilizando la densidad, área y su peso, la densidad de las laminillas de Cu es de  $8.92$  g/cm<sup>3</sup> y para Y es de  $4.47$  g/cm<sup>3</sup>.

Para el primer método se utilizaron las laminillas de Y. Éstas se colocaron sobre un “dedo” de aluminio (ver Figura 3.6) con ayuda de una cinta especial

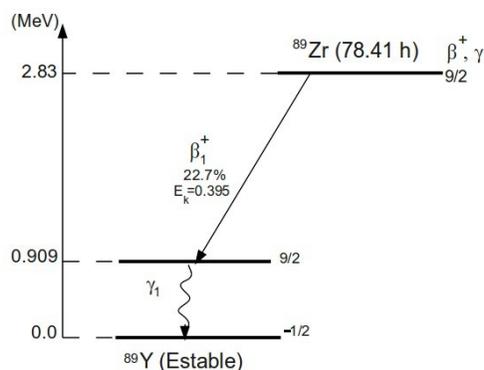


Figura 3.3: Esquema de decaimiento del  $^{89}\text{Zr}$  generado al irradiar la laminilla de Y [11].

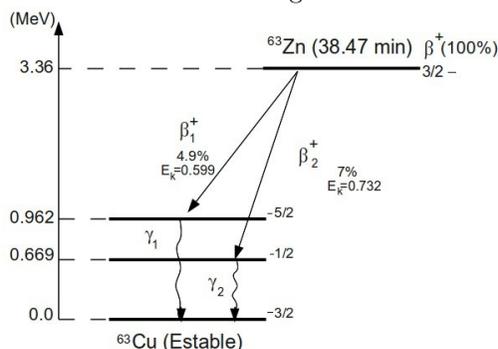


Figura 3.4: Esquema de decaimiento del  $^{63}\text{Zn}$  generado al irradiar la laminilla de Cu [11].

resistente a altas temperaturas. Este dedo se colocó dentro de una “copa” de aluminio y ésta a su vez se colocó dentro del puerto de irradiación.

Al final la geometría de la irradiación es la que se muestra en la Figura 3.7 (a). La ventana de aluminio que separa el tanque de vacío del puerto de irradiación tiene un espesor de  $25\ \mu\text{m}$  y es de forma circular con un diámetro de 17 mm. También se utilizó una segunda geometría Figura 3.7 (b), en ésta se colocó la laminilla de Y después de la ventana de aluminio para que sea irradiada con protones de mayor energía.

Para el método 2 se irradió la laminilla de Cu con la geometría utilizada en la Figura 3.7 (a), y para el método 3 se utilizó la geometría que se muestra en la Figura 3.8. Para poder tener la geometría que se utilizó en el método 3, se cortó un trozo de la laminilla de Cu con una forma circular de un diámetro

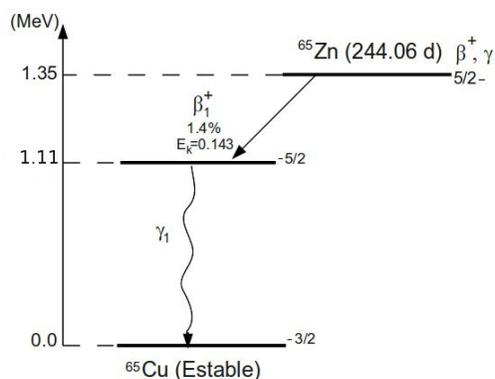


Figura 3.5: Esquema de decaimiento del  $^{65}\text{Zn}$  generado al irradiar la laminilla de Cu [11].



Figura 3.6: (a) Colocación de la laminilla de Y sobre el dedo de Al, sujeta con una cinta especial resistente a altas temperaturas. (b) Puerto de irradiación, en donde es colocada la copa de aluminio, en la cual se encuentra el dedo de Al con la laminilla de Y.

de 17 mm, y se substituyó por la ventana de aluminio que separa al tanque de vacío del puerto de irradiación, como se muestra en la Figura 3.9.

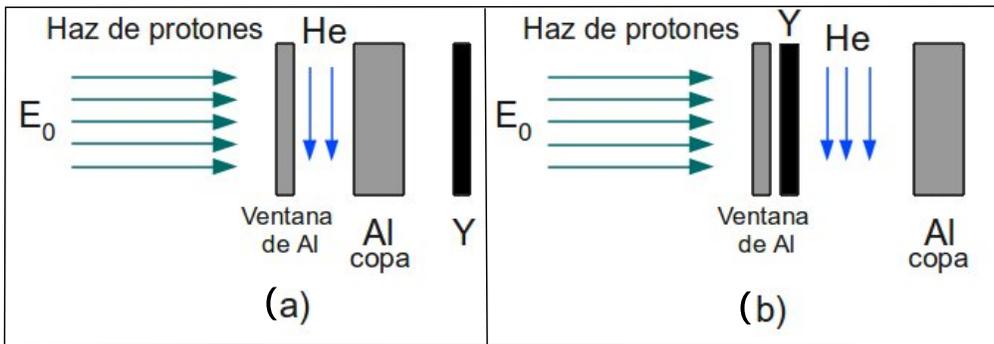


Figura 3.7: Geometrías utilizadas en el método 1 para la irradiación de las laminillas de Y, en (a) la energía que le llega a la laminilla de Y es menor que para la geometría (b).

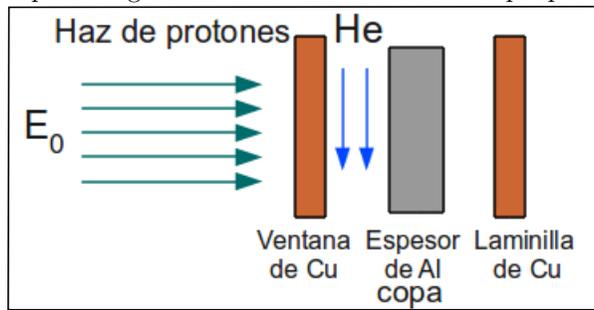


Figura 3.8: Geometría de la irradiación de las laminillas de Cu para el método 3.



Figura 3.9: Cambio de la ventana de Al por una ventana de Cu para el tanque de vacío.

## 3.4. Métodos experimentales

### 3.4.1. Método 1: Usando una laminilla de itrio y un activímetro para determinar la actividad

El uso de las reacciones nucleares  $Y(p, xn)$ , con datos precisos de la sección transversal disponible en la literatura, tienen aplicaciones como reacciones monitor para determinar la intensidad y la energía de las partículas cargadas aceleradas. Esta técnica se ha utilizado por mucho tiempo y sigue siendo el método preferido para analizar un haz de partículas cargadas. Sin embargo, el uso generalizado de esta técnica se ha visto limitada por la necesidad de un detector de germanio hiperpuro para el análisis de la actividad de las laminillas monitor<sup>1</sup>. Este detector está típicamente disponible en ciclotrones ubicados en un entorno académico o de investigación.

Con el método que se discute en esta sección se obtendrá una alternativa para determinar la energía del haz, utilizando un activímetro para determinar la actividad. En este método se utiliza el hecho de que el isómero del  $^{89}\text{Zr}$  ( $^{89m}\text{Zr}$ ) es la mayor impureza radionuclídica generada durante la producción del  $^{89}\text{Zr}$  a través de la reacción  $^{89}\text{Y}(p, n)$  a una energía de 11 MeV [14] y [15].

Debido a la vida media corta del  $^{89m}\text{Zr}$  (4.16 min) la mayor parte de su actividad habra decaído 1.5 h después de la irradiación, dejando sólo la actividad del estado fundamental (ver Figuras 3.10 y 3.11). Esta gran diferencia en la actividad es la que llevó a la idea de utilizar laminillas de itrio activado para la determinación de la energía de protones usando un activímetro para el análisis de la actividad [14]. De esta forma ya no es necesario usar el detector de germanio para el análisis de la actividad.

El cociente de actividad de los diferentes radionúclidos producidos por 10 minutos de bombardeo con protones a los núcleos de Y, está dado por [14]:

$$\frac{A_i}{A_j} = \frac{\sigma_i[1 - e^{(-\lambda_i t_b)}]}{\sigma_j[1 - e^{(-\lambda_j t_b)}]} \quad (3.5)$$

Donde  $A_k$  es la actividad al final del bombardeo (EOB End Of Bombardment),  $\lambda_k$  es la constante de decaimiento,  $\sigma_k$  es la sección transversal formada

---

<sup>1</sup>Esta técnica se analizará en la sección 3.4.2

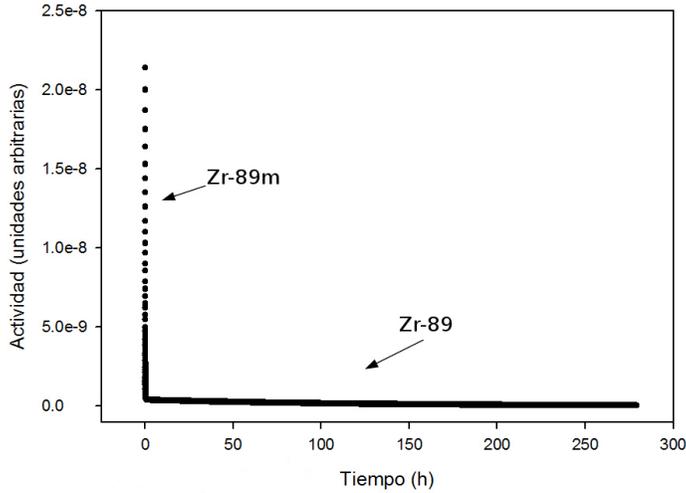


Figura 3.10: Aproximadamente en 1 hora decae casi por completo la actividad de  $^{89m}\text{Zr}$ , mientras que el estado base  $^{89}\text{Zr}$  todavía puede verse después de varias horas.

en el isótopo  $k$  y  $t_b$  es el tiempo de bombardeo.

Esta ecuación se obtuvo despejando la actividad de la fórmula para la sección transversal como se muestra a continuación [14]:

$$\sigma(\text{cm}^2) = \frac{1.6 \times 10^{-13} A_w A(\text{Bq})}{I(\mu\text{A}) n N_A \rho x f (1 - e^{-\lambda t})} \quad (3.6)$$

Donde  $A_w$  es el peso molecular del elemento blanco,  $A$  es la actividad en Bq,  $I$  es la corriente promedio de irradiación en  $\mu\text{A}$ ,  $N_A$  es el número de Avogadro,  $\rho$  es la densidad del material blanco ( $\text{g}/\text{cm}^3$ ),  $x$  es el espesor de la laminilla (cm),  $f$  es la abundancia (en fracción) del isótopo del elemento blanco,  $n$  es el número de átomos por unidad de volumen,  $\lambda$  es la constante de decaimiento del producto de activación y  $t$  es el tiempo de irradiación.

Despejando la actividad:

$$A(\text{Bq}) = \frac{\sigma(\text{cm}^2) I(\mu\text{A}) n N_A x f (1 - e^{-\lambda t})}{1.6 \times 10^{-13} A_w} \quad (3.7)$$

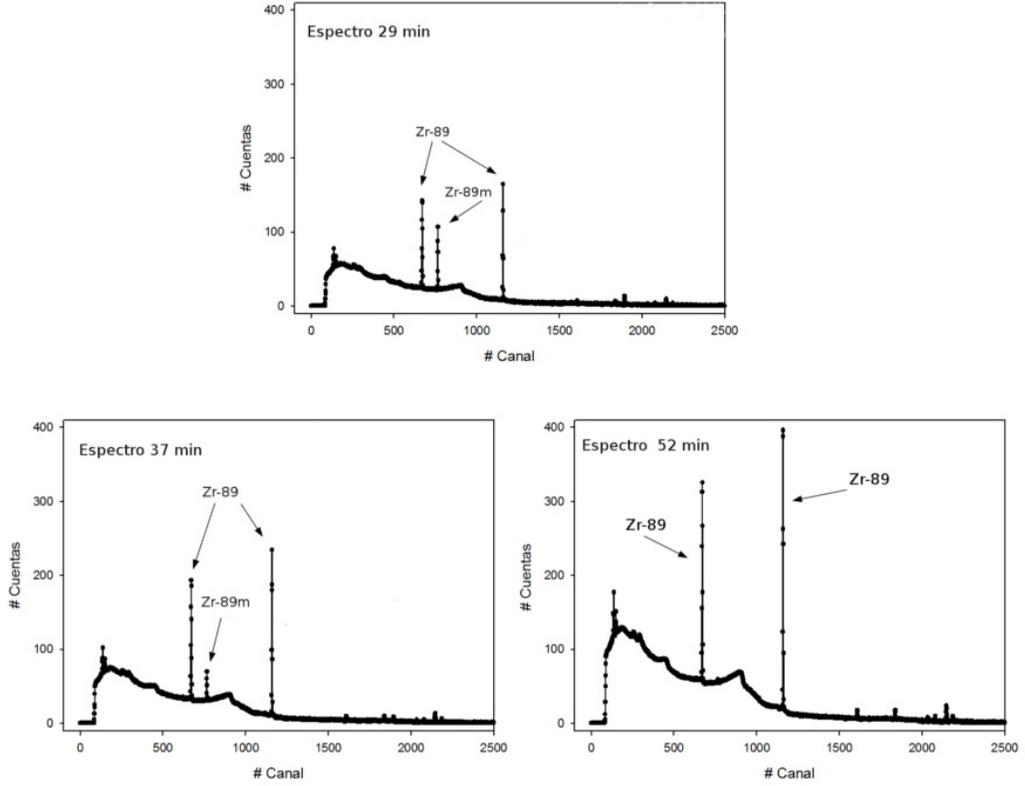


Figura 3.11: Espectros de la laminilla de Y, bombardeada con protones, tomados a los 29, 37 y 52 min respectivamente, a los 52 min después del final del bombardeo, el fotopico correspondiente al  $^{89m}\text{Zr}$  ya no puede verse (ha decaído por completo), al final solo se pueden ver los fotopicos correspondientes al  $^{89}\text{Zr}$ .

Haciendo el cociente de las actividades (ver Figura 3.12) de los radionúclidos formados en el elemento blanco y simplificando:

$$\frac{A_i}{A_j} = \frac{\frac{\sigma_i I n N_A x f (1 - e^{-\lambda_i t})}{1.6 \times 10^{-13} A_w}}{\frac{\sigma_j I n N_A x f (1 - e^{-\lambda_j t})}{1.6 \times 10^{-13} A_w}} \quad (3.8)$$

$$\frac{A_i}{A_j} = \frac{\sigma_i [1 - e^{(-\lambda_i t_b)}]}{\sigma_j [1 - e^{(-\lambda_j t_b)}]} \quad (3.9)$$

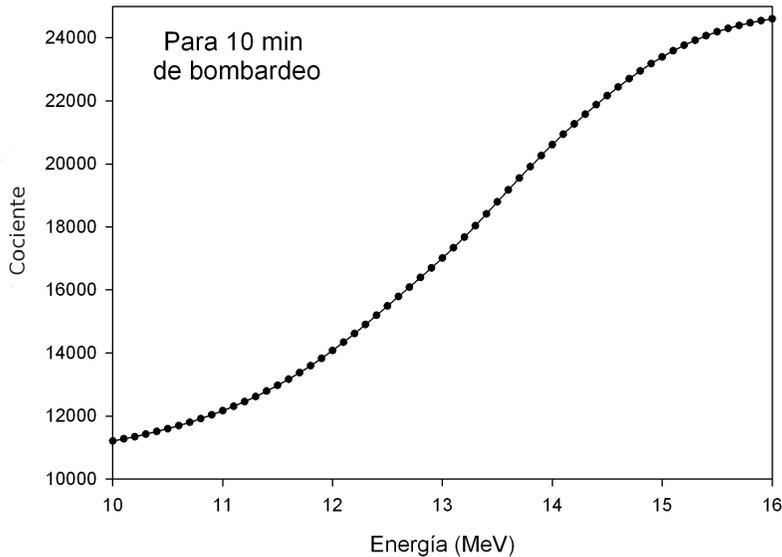


Figura 3.12: Gráfico que muestra el comportamiento del cociente  $\sigma(^{63}\text{Zn})(1 - e^{-\lambda t})/\sigma(^{65}\text{Zn})(1 - e^{-\lambda t})$  y la energía (en un intervalo de 10–16 MeV) para el bombardeo durante 10 minutos de un haz de protones sobre una laminilla de Cu.

En este método se bombardearon las láminas de Y, durante 10 min. Primero se realizaron tres experimentos, que sirvieron para evaluar la utilidad de las reacciones monitor propuestas para la determinación de la energía del haz de protones. Para estos tres experimentos se tomó en cuenta el dispositivo de la Figura 3.7 (a), después se volvió a realizar pero ahora tomando en cuenta el dispositivo de la Figura 3.7 (b).

El bombardeo se realizó con una corriente promedio de  $5.4 \mu\text{A}$ ,  $5.81 \mu\text{A}$  y  $5.45 \mu\text{A}$ , respectivamente.

Para medir los cocientes de actividad de los estados base y metaestable del  $^{89}\text{Zr}$  se utilizó el activímetro. Las lecturas de la actividad fueron tomadas con el ajuste de calibración, para el número de canal verdadero de cada radionúclido ( $^{89}\text{Zr}$  y  $^{89m}\text{Zr}$ ) y también mediante el ajuste del número de calibración para  $^{18}\text{F}$ , como una medida de referencia.

Se midió primero en el número de canal 439 de  $^{18}\text{F}$ , luego en el 464 de

$^{89}\text{Zr}$  y por ultimo en el 228 de  $^{89m}\text{Zr}$ , después de estas medidas se procedió a determinar la actividad cada 2 min (durante 30 min EOB) y posteriormente cada 10 min, hasta los 90 min después del EOB.

Con el fin de obtener la actividad del estado metaestable, tras el decaimiento del isómero, la segunda lectura se restó de la primera lectura, tomada unos minutos después del final del bombardeo (EOB). Para la segunda lectura suponemos que se encuentra sólo el estado base del  $^{89}\text{Zr}$ .

Así el cociente de actividad está dado por:

$$\frac{A(^{89m}\text{Zr})}{A(^{89}\text{Zr})} = \frac{\text{Primera lectura}-\text{Segunda lectura}(\text{calibración } ^{89m}\text{Zr} \text{ ó } ^{18}\text{F})}{\text{Segunda lectura}(\text{calibración } ^{89}\text{Zr} \text{ ó } ^{18}\text{F})} \quad (3.10)$$

Una vez obtenidos estos cocientes (para los diferentes números de calibración del activímetro), se hace uso de los datos reportados en la literatura [14] (ver Figura 3.13), donde se relacionan los cocientes de actividad con la energía del haz de protones, utilizándose las siguientes ecuaciones:

$$y = 21.704 - 0.077x - 10^{-4}x^2 + 7 \cdot 10^{-7}x^3 \quad (\text{F-18}) \quad (3.11)$$

$$y = 21.301 - 0.0376x - 7 \cdot 10^{-5}x^2 + 2 \cdot 10^{-7}x^3 \quad (^{89}\text{Zr} \text{ y } ^{89m}\text{Zr}) \quad (3.12)$$

donde  $y$  representa la energía y  $x$  representa el cociente de actividad.

Con estas ecuaciones se puede encontrar la energía efectiva (que es la energía promedio en la laminilla) correspondiente al cociente de actividad.

### 3.4.2. Método 2: Usando una laminilla de cobre y un detector de germanio para determinar la actividad

Como se ha mencionado, el uso de las reacciones nucleares conocidas de  $\text{Cu}(p,xn)$ , con datos precisos de la sección transversal disponible en la literatura, tiene aplicaciones como reacciones monitor para determinar la intensidad y la energía de las partículas cargadas aceleradas. Esta técnica se ha

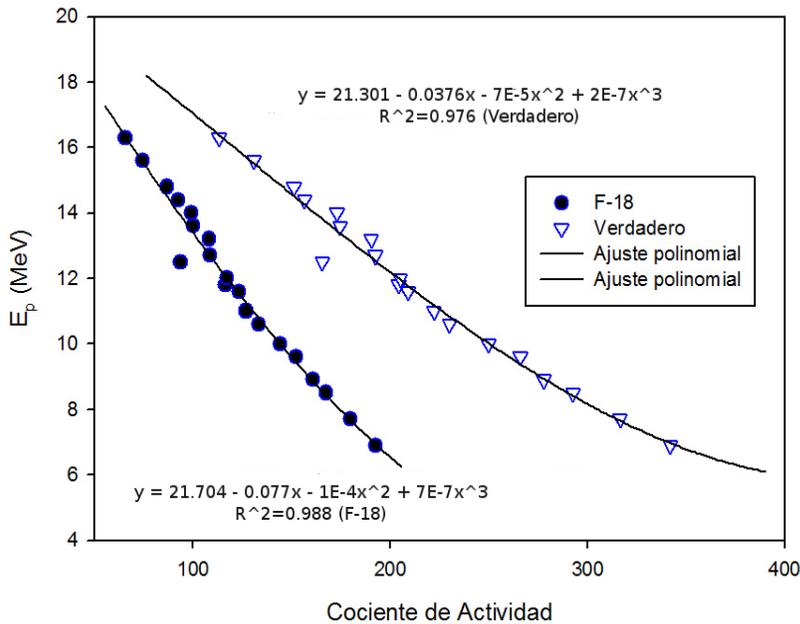


Figura 3.13: Gráfico en donde se muestra el comportamiento del cociente de actividades  $^{89m}\text{Zr}/^{89}\text{Zr}$  y la energía de un haz de protones, para un tiempo de irradiación de 10 min [14].

utilizado por mucho tiempo. En este método es necesario el uso de un detector de germanio hiperpuro para el análisis de la actividad de las laminillas monitor.

En este método se irradió la laminilla de Cu con la geometría indicada en la Figura 3.7 (a).

Una vez realizada la calibración del detector de germanio por eficiencia se puede conocer el factor de eficiencia que tiene el detector para la energía de las gammas que emite la muestra. Con esto se procedió a analizar la muestra, obteniendo el espectro de emisión gamma de la laminilla.

Con el espectro y el análisis de éste se obtiene la tasa de conteo, la que se utilizará para calcular la actividad al inicio del conteo (BOC, Begin Of Count), esto se logra despejando de la ecuación 3.4 a la actividad obteniendo:

$$A_{BOC} = \frac{N_{BOC}}{FC_{eff}L_{\gamma}} \quad (3.13)$$

donde  $FC_{eff}$  es el factor de eficiencia.

Con la  $A_{BOC}$  se calcula la actividad al final del bombardeo (EOB), y con estos datos se tiene todo para poder calcular la sección eficaz de las reacciones nucleares producidas por el haz de protones, por medio de la ecuación 3.6. Con esta sección eficaz se puede conocer la energía del haz ya que están relacionadas como se muestra en la Figura 3.14.

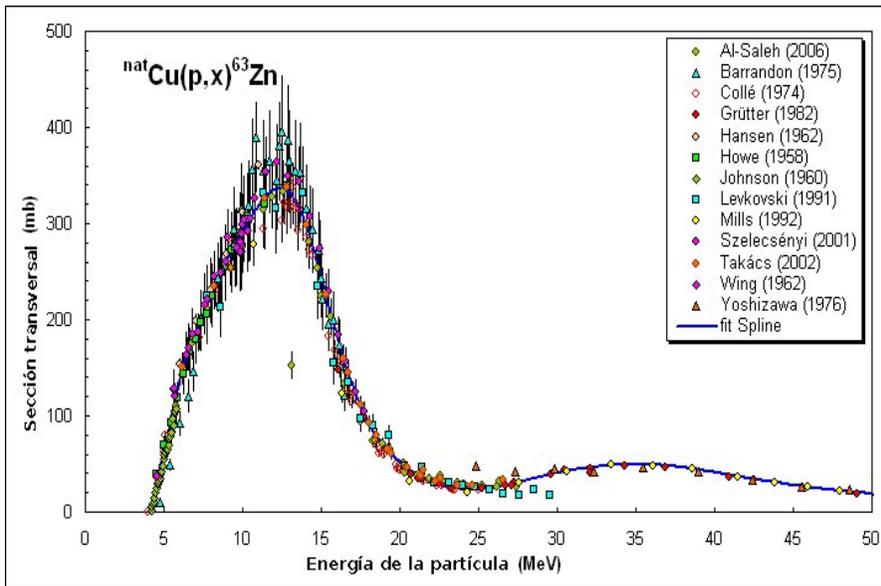


Figura 3.14: Resultados obtenidos en diversos experimentos reportados, realizados para medir la sección transversal de la reacción  $\text{Cu}(p,x){}^{63}\text{Zn}$ , (se observa un gran acuerdo entre estos experimentos [11]).

### 3.4.3. Verificación de la energía nominal

En este método se utilizó dos laminillas de cobre y un activímetro para determinar la actividad, utiliza el hecho de que la sección transversal para la reacción de interés está bien caracterizada, por lo que la energía del haz puede ser determinada al medir la actividad como en el método 1, el cual toma en cuenta las variaciones en el espesor de la laminilla y/o la corriente del haz (ver ecuación 3.6).

Haciendo una revisión del cociente de actividad de dos isótopos producidos simultáneamente mediante una reacción de competencia (i.e (p,n) y (p,2n)) dentro de una sola laminilla (ver ecuación 3.5), se puede ver que el principal inconveniente en la evaluación del haz, es que se requiere una absoluta cuantificación de la actividad de los radioisótopos producidos, esto implica que cualquier error con la calibración del detector en cuestión puede comprometer seriamente los resultados.

En este método se utilizan dos laminillas de Cu por medio de la geometría mostrada en la Figura 3.8, y un activímetro para realizar las mediciones de la actividad en ambas laminillas.

Este último método ha sido recientemente reportado[16], en este método se hace uso del cociente  $^{63}\text{Zn}/^{63}\text{Zn}$  correspondiente a dos laminillas de cobre irradiadas simultáneamente a diferentes energías, mediante el uso de un degradador de energía entre ellas (ver Figura 3.15). La ventaja al examinar el cociente de actividad de dos isótopos idénticos producidos en dos laminillas, al contrario del cociente de actividad de isótopos distintos en una sola laminilla, es que los factores requeridos de la calibración de eficiencia del detector son eliminados. Además, el factor exponencial se cancela ya que  $\lambda_i = \lambda_j$  por lo que el cociente queda de la forma:

$$\frac{A_{Lámina1}}{A_{Lámina2}} = \frac{\sigma_{Lámina1}}{\sigma_{Lámina2}} \quad (3.14)$$

Originalmente el método está diseñado para que una vez conocido el espesor del degradador de energía y el cociente de actividad se pueda determinar la energía del haz. En este caso se verificó la energía nominal del haz determinada por el método 1 (también se puede verificar la energía obtenida por el método 2) al determinar el espesor del degradador de aluminio, para el cual

el fabricante indica un espesor de  $381 \pm 51 \mu\text{m}$ . De este modo si el espesor del degradador resulta en este intervalo significará que la medida de la energía es correcta.

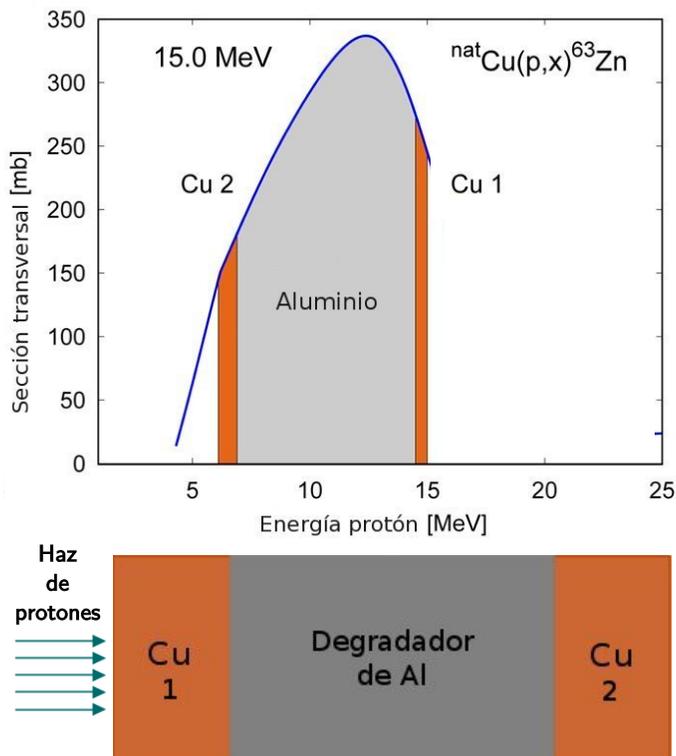


Figura 3.15: En la parte superior se muestra una Figura tomada de la literatura [16], en la que se observa la relación que guarda la sección transversal para 2 laminillas de Cu de  $25 \mu\text{m}$  y un degradador de Al con espesor de  $875 \mu\text{m}$ , con la energía de los protones incidentes que fue de 15 MeV, la Figura fue reproducida con los datos de sección transversal recomendados por la IAEA (IAEA, 2009) y el paquete de software SRIM (Ziegler et al. , 2009), ver la referencia [16]. En la parte inferior se muestra la geometría utilizada en los experimentos reportados en [16]

Se procedió de la siguiente forma, primero se irradiaron las laminillas de Cu durante 5 min. Una vez terminada la irradiación se realizaron las medidas de actividad en las laminillas con el activímetro utilizado en el método 1, con el ajuste de canal del  ${}^{18}\text{F}$ .

Las mediciones se realizaron durante 2 h, alternando cada 5 min la medición de cada muestra, con los datos obtenido se realiza la corrección por

decaimiento para obtener la actividad al final del bombardeo de cada una de las laminillas. Posteriormente se realiza el cociente de estas dos actividades y por medio de la ecuación 3.12 se puede obtener la sección transversal para la laminilla 2 despejando  $\sigma$  de dicha ecuación:

$$\sigma_{Lámina2} = \sigma_{Lámina1} \frac{A_{Lámina2}}{A_{Lámina1}} \quad (3.15)$$

Dado que la función de excitación de la reacción nuclear  ${}^{63}\text{Cu}(p,n){}^{63}\text{Zn}$  está bien caracterizada, una vez que se obtiene la sección transversal en la laminilla 2 se puede determinar la energía correspondiente, y puesto que del método 1 se conoce la energía incidente sobre la laminilla 1 (y por lo tanto el valor de la sección transversal correspondiente a esa energía), se puede ahora determinar el espesor de aluminio requerido para que la energía del haz de protones sea degradada en dicha diferencia de energía y compararlo con el espesor especificado por el fabricante.

# Capítulo 4

## Resultados y Discusión

### 4.1. Calibración del detector de germanio

El espectro obtenido de las fuentes de  $^{133}\text{Ba}$ ,  $^{137}\text{Cs}$  y  $^{60}\text{Co}$  se muestra en la Figura 4.1.

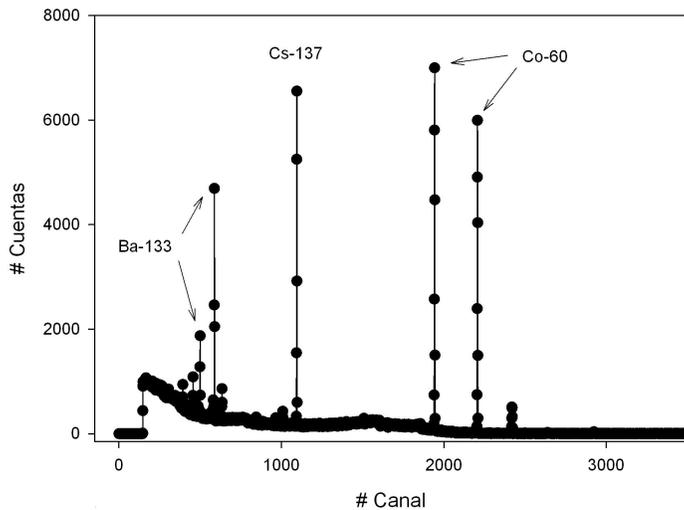


Figura 4.1: Espectro obtenido en el detector de HPGe para las fuentes de  $^{133}\text{Ba}$ ,  $^{137}\text{Cs}$  y  $^{60}\text{Co}$ ; muestra las cuentas registradas por canal.

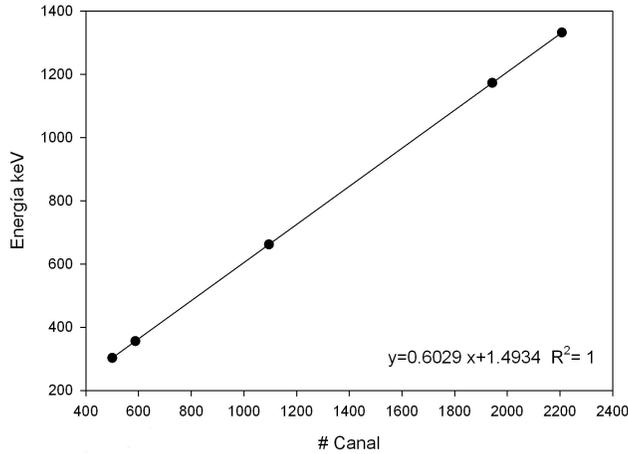


Figura 4.2: Relación lineal entre el # de canal y la energía de los diferentes fotopicos.

Tabla 4.1: Factores de eficiencia del detector de HPGe utilizado.

Radionúclido	$E_{\gamma}$ (keV)	$N_{BOC}$	$A_{BOC}$ (kBq)	$FC_{eff}$
$^{133}\text{Ba}$	302.9	1.06	9.9	$0.5867 \pm 0.0419$
$^{133}\text{Ba}$	356	3.03	9.9	$0.4935 \pm 0.0352$
$^{137}\text{Cs}$	661.7	5.46	21.1	$0.3041 \pm 0.0217$
$^{60}\text{Co}$	1173	7.34	52.1	$0.1410 \pm 0.0101$
$^{60}\text{Co}$	1332	6.67	52.1	$0.1280 \pm 0.0090$

Al obtener la relación de canal-energía para las muestras se obtiene la ecuación:  $y = 0.6029x + 1.4934$  con un  $R^2=1$  (ver Figura 4.2).

Una vez que se obtiene la relación de canal-energía se puede obtener el espectro de las muestras estándares pero ahora con respecto a la energía (ver Figura 4.3). Los valores para la eficiencia del detector calculados mediante la ecuación 3.4 se muestran en la Tabla 4.1, y en la Figura 4.4 se muestra la curva de eficiencia en función de la energía.

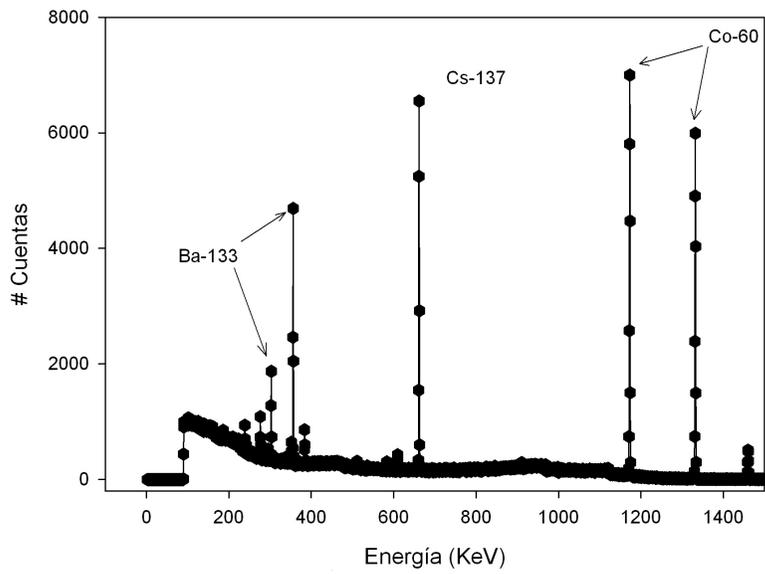


Figura 4.3: Espectro obtenido en el detector de HPGe, para las fuentes estándares  $^{133}\text{Ba}$ ,  $^{137}\text{Cs}$  y  $^{60}\text{Co}$ .

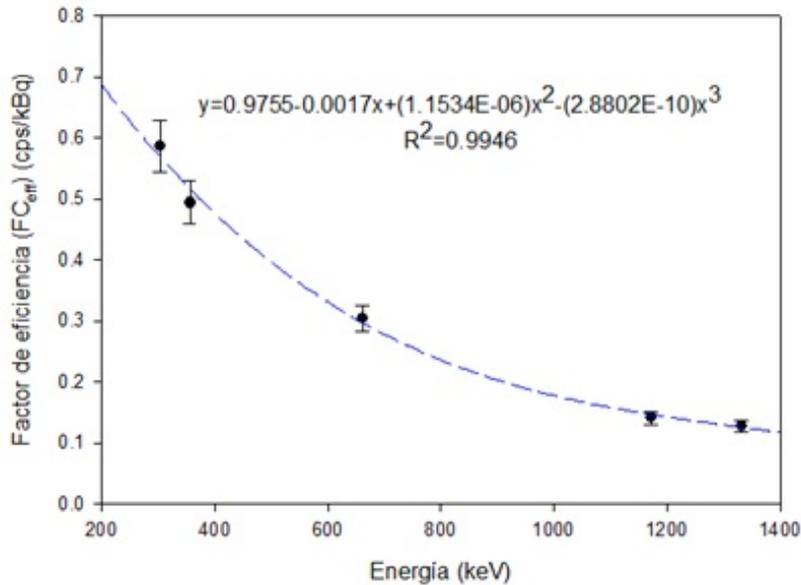


Figura 4.4: Factor de eficiencia obtenido respecto a la energía de la radiación gamma que emitieron las fuentes de  $^{133}\text{Ba}$ ,  $^{137}\text{Cs}$  y  $^{60}\text{Co}$ , se obtuvo un ajuste polinomial de grado 3 (línea quebrada).

La curva que se obtuvo para la eficiencia del detector tiene la ecuación  $y=0.9755-0.0017x+1.1534\times 10^{-6}x^2-2.8802\times 10^{-10}x^3$ , con la cual se conoce la eficiencia de detección del detector.

## 4.2. Activímetro

En la Figura 4.5 se muestran los resultados de la prueba.

Se puede observar que el voltaje a tierra fue de -0.05 mV, la radiación de fondo fue de 1.26  $\mu\text{Ci}$ , el voltaje al que estaba operando fue de 162.4 volts y que la base de datos de los núclidos que detecta está completa.

Para la verificación de la precisión con fuentes estándares, primero analizó la fuente de  $^{133}\text{Ba}$  con número de serie 7883111, la cual debería de tener en el momento de realizar la prueba una actividad de 146  $\mu\text{Ci}$ , esto es realizando la corrección por decaimiento. El detector determinó una actividad de 148  $\mu\text{Ci}$ , lo que da una desviación del valor esperado de 1.2%, este valor

```

DevCRC-15R  REV  3.10  SN:  15362
1
Aer 06.2011 09:40

DAILY TEST:

ZERO:          -0.05  mV
BACKGROUND:    1.26µCi
SYTEM TEST:    162.3  Volts
DATA CHECK:    OK

          ACCURACY TEST:

Source:        Ba133 S/N: 7883111

Stand. Source(S):      146.0 µCi
Measured As (M):      148.0 µCi
Deviation (M-S)/S:    1.2%

Source:        Cs137 S/N: 836416
Stand. Source(S):      160.5 µCi

```

Figura 4.5: Resultados de la prueba realizada para verificar el buen funcionamiento del activímetro.

es aceptable ya que está dentro de una desviación del 5% que es lo que se tomo como el límite aceptable.

La segunda muestra estándar que se analizó fue la de  $^{137}\text{Cs}$  con número de serie 836416 la cual debería de tener una actividad de  $160.5 \mu\text{Ci}$  según las correcciones por decaimiento que realizó el detector. El detector midió  $164 \mu\text{Ci}$  que representa una desviación de 2.5% del valor nominal.

### 4.3. Método 1

Las medidas que se tomaron con el activímetro se muestran en la tabla 4.2. Por cuestiones de espacio se muestran sólo las medidas que se tomaron en el primer experimento, esto con el fin de mostrar como se procedió.

Una vez tomadas las mediciones se realizaron las correcciones por decai-

miento, esto por medio de la ecuación del decaimiento exponencial:

$$A_0 = A_f e^{(\lambda t)} \quad (4.1)$$

Donde  $t$  es el tiempo transcurrido desde el final del bombardeo (EOB),  $A_0$  es la actividad al final del bombardeo,  $A_f$  es la actividad que se midió al tiempo  $t$  y  $\lambda$  es la constante de decaimiento, esta expresión para la actividad se obtiene de despejar  $A_0$  de la ecuación 3.2.

Primero se realizó la corrección para las mediciones en el canal de  $^{18}\text{F}$ . Se tomó el primer dato y el último (los demás datos sirven para confirmar que las lecturas son confiables) que son los que se resaltaron en negrita.

Para la primera lectura se tomó en cuenta que la actividad de  $^{89}\text{Zr}$  era despreciable con respecto a la actividad de  $^{89m}\text{Zr}$ , mientras que para la última lectura se tomó en cuenta que la actividad de  $^{89m}\text{Zr}$  había decaído por completo y la lectura correspondá solo a  $^{89}\text{Zr}$ .

Después de tener las correcciones por decaimiento se utilizó la ecuación 3.10, para obtener el cociente de las actividades y con esto poder tener una estimación de la energía efectiva con la cual llega el haz a la laminilla de Y.

Los valores obtenidos en los primeros tres experimentos se muestran en la tabla 4.3.

Una vez obtenida la energía efectiva, y conociendo el espesor de la ventana de Al ( $25 \mu\text{m}$ ) y del degradador de energía del mismo material ( $380 \pm 50 \mu\text{m}$ ), se calcula la degradación de energía para determinar la energía nominal ( $E_0$ ) del haz de protones [17], cuyos resultados se muestran en la Tabla 4.4.

Como se puede observar, los resultados de  $E_0$  están por arriba de lo esperado (11 MeV, especificado por el fabricante), lo cual puede atribuirse a que los valores de la energía efectiva en las laminillas de itrio se calcularon a partir de una extrapolación de las ecuaciones 3.11 y 3.12, que están definidas para cocientes de actividad en los intervalos de 110-340 (utilizando números de calibración verdaderos para  $^{89,89m}\text{Zr}$ ) y 65-190 (para canal de  $^{18}\text{F}$ ), mientras que los cocientes obtenidos en este trabajo fueron mayores (ver Tabla 4.3).

Por esta razón, y para verificar la efectividad del método, se modificó la geometría utilizada, para poder obtener una mejor medida de la energía

Tabla 4.2: Medidas tomadas con el activímetro, \* no hay medida

$t \pm 0.5 s$	$^{18}\text{F}$	$^{89}\text{Zr}$	$^{89m}\text{Zr}$
123	<b>1.99 mCi</b>	*	*
181	*	1.73 mCi	*
197	*	*	<b>2.95 mCi</b>
390	1.03 mCi	*	*
410	*	0.93 mCi	*
440	*	*	1.51 mCi
610	569 $\mu\text{Ci}$	*	*
630	*	514 $\mu\text{Ci}$	*
658	*	*	838 $\mu\text{Ci}$
840	309 $\mu\text{Ci}$	*	*
870	*	273 $\mu\text{Ci}$	*
900	*	*	443 $\mu\text{Ci}$
1200	128 $\mu\text{Ci}$	*	*
1230	*	113.5 $\mu\text{Ci}$	*
1260	*	*	187 $\mu\text{Ci}$
1560	59.2 $\mu\text{Ci}$	*	*
1590	*	51 $\mu\text{Ci}$	*
1620	*	*	83.5 $\mu\text{Ci}$
2220	*	*	36.2 $\mu\text{Ci}$
2250	*	22.7 $\mu\text{Ci}$	*
2280	23.2 $\mu\text{Ci}$	*	*
2880	17.4 $\mu\text{Ci}$	*	*
2910	*	16.42 $\mu\text{Ci}$	*
2940	*	*	23.8 $\mu\text{Ci}$
3570	*	14.21 $\mu\text{Ci}$	*
3810	14.99 $\mu\text{Ci}$	*	*
4200	14.59 $\mu\text{Ci}$	*	*
4305	*	13.82 $\mu\text{Ci}$	*
4390	*	*	23.9 $\mu\text{Ci}$
4860	*	*	23.2 $\mu\text{Ci}$
4980	*	13.28 $\mu\text{Ci}$	*
5090	13.79 $\mu\text{Ci}$	*	*
5460	<b>13.60 <math>\mu\text{Ci}</math></b>	*	*
5640	*	<b>12.93 <math>\mu\text{Ci}</math></b>	*

Tabla 4.3: Resultados de la energía efectiva en la laminilla de Y, utilizando la geometría de la Figura 3.7 (a).

Exp. 1	$A_0/A_F$	E (MeV)
Canal $^{18}\text{F}$	219.33	$7.4 \pm 0.3$
Canal Verdadero	385.28	$7.9 \pm 0.3$
Exp. 2	$A_0/A_F$	E (MeV)
Canal $^{18}\text{F}$	207.72	$7.7 \pm 0.3$
Canal Verdadero	338.38	$8.3 \pm 0.3$
Exp. 3	$A_0/A_F$	E (MeV)
Canal $^{18}\text{F}$	217.14	$7.4 \pm 0.3$
Canal Verdadero	385.56	$7.8 \pm 0.3$

Tabla 4.4: Determinación de  $E_0$ , utilizando la geometría de la Figura 3.7 (a) y los resultados de la tabla 4.3.

Exp. 1	$E_0$ (MeV)
Canal $^{18}\text{F}$	$11.5 \pm 0.2$
Canal Verdadero	$11.8 \pm 0.2$
Exp. 2	$E_0$ (MeV)
Canal $^{18}\text{F}$	$11.7 \pm 0.2$
Canal Verdadero	$12.1 \pm 0.2$
Exp. 3	$E_0$ (MeV)
Canal $^{18}\text{F}$	$11.5 \pm 0.2$
Canal Verdadero	$11.8 \pm 0.2$

Tabla 4.5: Resultados obtenidos utilizando la geometría de la Figura 3.7 (b).

Exp. 1	$A_0/A_F$	$E_{eff}$ (MeV)	$E_0$ (MeV)
Canal $^{18}\text{F}$	141.5	$10.8 \pm 0.1$	$11.1 \pm 0.2$
Canal Verdadero	245.8	$10.8 \pm 0.1$	$11.1 \pm 0.2$

Tabla 4.6: Resultados de las dos mediciones realizadas para obtener la  $A_{BOC}$  y la  $A_{EOB}$  del  $^{63}\text{Zn}$ .

$N_{BOC}$ (cps)	$FC_{eff}$ (cps/KBq)	$I_\gamma$	$A_{BOC}$ KBq	$A_{EOB}$ Bq
14.321	$2.92 \times 10^{-1}$	0.082	$5.98 \times 10^2$	$3.76 \times 10^7$
2.296	$2.92 \times 10^{-1}$	0.082	$9.58 \times 10^1$	$3.51 \times 10^7$

del haz, sin tener que extrapolar los datos. Se utilizó la geometría de la Figura 3.7 (b), en ésta se colocó a la laminilla de Y después de la ventana de Al, asegurando que la energía que incide en la laminilla será mayor y por consiguiente el cociente obtenido esté dentro del rango en donde se pueden utilizar las ecuaciones 3.11 y 3.12.

Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 4.5 y como se puede observar están en excelente acuerdo con lo especificado por el fabricante (11 MeV).

## 4.4. Método 2

Se realizó solo el cálculo de la sección eficaz para el  $^{63}\text{Zn}$ , analizando dos veces la muestra.

Uno de los espectros obtenidos se muestran en la Figura 4.6. Los resultados para el cálculo de la  $A_{BOC}$  y de la  $A_{EOB}$  de ambas mediciones se muestran en la Tabla 4.6.

En la Tabla 4.7 se muestran los resultados de la sección transversal calculada para el  $^{63}\text{Zn}$ .

Estas secciones transversales de la Tabla 4.7 tienen asociada una energía

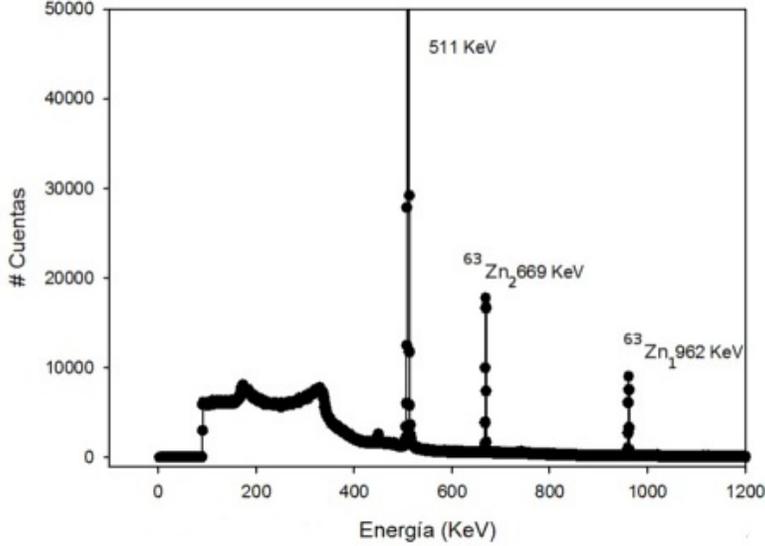


Figura 4.6: Espectro de la laminilla de Cu, irradiada con protones, tomado a las 2.8 h después del bombardeo.

Tabla 4.7: Resultados del cálculo de la sección eficaz para los dos espectros del  $^{63}\text{Zn}$ .

$A_w$ (uma)	A (Bq)	I $\mu\text{A}$	$\rho$ (g/cm $^3$ )	X	f	$\lambda(\text{s}^{-1})$	$t_{irra}$ (S)	$\sigma(\text{mb})$
62.929	3.76E+07	2.4	8.92	2.52E-03	0.6917	0.0003	300	195.726
62.929	3.51E+07	2.4	8.92	2.52E-03	0.6917	0.0003	300	182.843

de  $7.2 \pm 0.1$  y  $7.0 \pm 0.1$  MeV, respectivamente (ver Figura 3.14). Ésta es la energía efectiva en la laminilla de Cu, haciendo el cálculo de la degradación que sufre el haz al pasar por la ventana de Al ( $25 \mu\text{m}$ ) y en el degradador de Al ( $381 \pm 51 \mu\text{m}$ ) [17], se obtiene que el haz tiene una energía de  $11.5 \pm 0.4$  y  $11.3 \pm 0.4$  MeV respectivamente, que están en buen acuerdo con lo que indica el fabricante.

Hay otra forma en que se puede calcular la energía del haz, en la cual se comparan el cociente de las actividades (cociente de las secciones transversales) del  $^{63}\text{Zn}$  y del  $^{65}\text{Zn}$ . Este cociente daría la energía del haz ya que están relacionadas como se muestra en la Figura 4.7.

Sin embargo, para la energía que se quiere determinar, la curva de la Figura 4.7 tiene un punto de inflexión que impide el cálculo de una energía única.

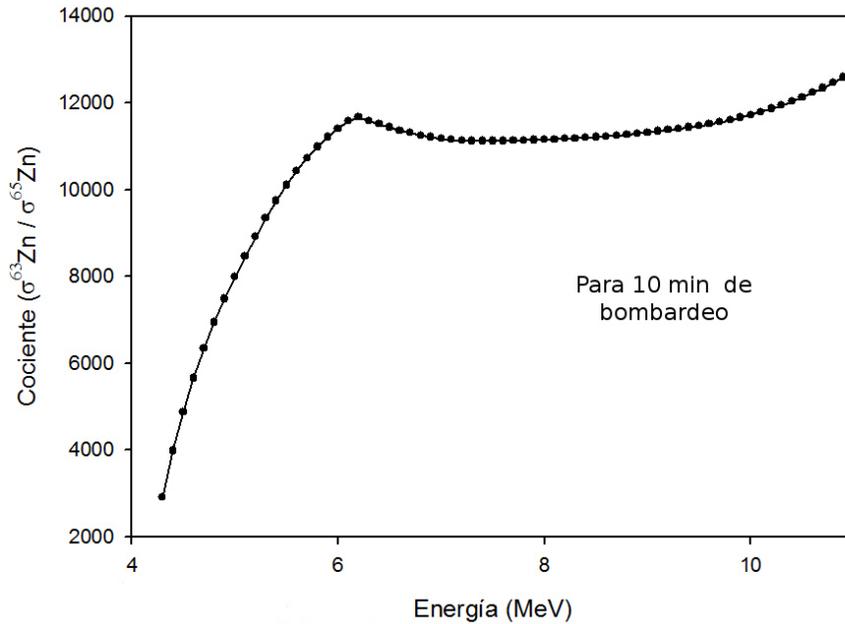


Figura 4.7: Comportamiento del cociente de las secciones transversales ( $^{63}\text{Zn}$  y de  $^{65}\text{Zn}$ ) y la energía del haz de protones incidente, en una laminilla de Cu, para un bombardeo de 10 min.

Tabla 4.8: Medidas de actividad tomadas a diferentes tiempos para cada una de las laminillas.

Laminilla 1		Laminilla 2	
Tiempo (min)	Actividad ( $\mu\text{Ci}$ )	Tiempo (min)	Actividad ( $\mu\text{Ci}$ )
12	$1696 \pm 85$	5	$600 \pm 30$
13	$1664 \pm 83$	6.5	$583 \pm 29$
19	$1493 \pm 75$	9	$558 \pm 28$
34	$1137 \pm 57$	11	$537 \pm 27$
50.5	$841 \pm 42$	49.5	$267 \pm 13$
55	$777 \pm 39$	56	$237 \pm 12$
62	$684 \pm 34$	61	$216 \pm 11$
67	$625 \pm 31$	68	$190 \pm 09$
74	$550 \pm 27$	73	$174 \pm 09$
79	$502 \pm 25$	80	$152 \pm 08$
86	$443 \pm 22$	85	$138 \pm 07$
91	$403 \pm 20$	90	$126 \pm 06$
96	$376 \pm 19$	95	$119 \pm 06$
101	$336 \pm 17$	100	$105 \pm 05$
106	$306 \pm 15$	105	$99 \pm 05$
116	$255 \pm 13$	115	$83 \pm 04$
121	$234 \pm 12$	120	$76 \pm 04$

## 4.5. Verificación de la energía nominal

En la tabla 4.8 se muestran las medidas registradas en el activímetro. A cada medida de actividad se le realizó la corrección por decaimiento, para obtener la actividad inicial (actividad al final del bombardeo), se realiza un promedio de cada una de ellas obteniendo  $A_{Lámina1} = 2088 \pm 15.3 \mu\text{Ci}$  y  $A_{Lámina2} = 650 \pm 7.98 \mu\text{Ci}$ , obteniendo que  $A_{Lámina1}/A_{Lámina2} = 3.2 \pm 0.1$ .

Cabe hacer notar que el cociente es independiente del tiempo en que se realice la medición de la actividad. La única condición es que se realice la medida de las actividades al mismo tiempo por lo que se podría realizar nada más la corrección por decaimiento sólo para los datos de alguna de las laminillas, por ejemplo para la laminilla 2, esto se puede observar en la Tabla

Tabla 4.9: Corrección por decaimiento para datos de actividad de la laminilla 2 mostrando el cociente  $A_{Lámina1}(t)/A_{Lámina2}(t)$ .

Tiempo t (min)	$A_{Lámina1}(t)$ ( $\mu\text{Ci}$ )	$A_{Lámina2}(t)$ ( $\mu\text{Ci}$ )	$A_{Lámina1}(t)/A_{Lámina2}(t) \pm 0.1$
55	$777 \pm 38.8$	$241.4 \pm 12.0$	3.2
62	$684 \pm 34.2$	$212.8 \pm 10.6$	3.2
67	$625 \pm 31.2$	$194.5 \pm 9.7$	3.2
74	$550 \pm 27.5$	$171.4 \pm 8.6$	3.2
79	$502 \pm 25.1$	$156.7 \pm 7.8$	3.2
86	$443 \pm 22.1$	$138.1 \pm 6.9$	3.2
91	$403 \pm 20.1$	$130.8 \pm 6.5$	3.1
96	$376 \pm 18.8$	$115.3 \pm 5.8$	3.3
101	$336 \pm 16.8$	$105.4 \pm 5.3$	3.2
106	$306 \pm 15.3$	$96.3 \pm 4.8$	3.2
116	$255 \pm 12.7$	$80.4 \pm 4.0$	3.2
121	$234 \pm 11.7$	$73.5 \pm 3.7$	3.2
Promedio			3.2

4.9.

Por otro lado se quiere verificar que la energía que incide sobre la laminilla 1 es de 11.1 MeV, que fue lo que se obtuvo con el método 1. A esta energía y para la reacción de nuclear  $^{63}\text{Cu}(p,n)^{63}\text{Zn}$  (ver Figura 3.14) se tiene que  $\sigma_{Lámina1} = 321.01$  mb.

Con estos datos y por medio de la ecuación 3.15 resulta que  $\sigma_{Lámina2} = 100.31$  mb a la cual le corresponde una energía de 5.5 MeV.

Haciendo el cálculo del espesor necesario de Al para degradar la energía del haz de protones de 11.1 MeV a 5.5 MeV se obtiene un espesor de 410  $\mu\text{m}$ , que está en un buen acuerdo con el indicado por el fabricante de  $381 \pm 51$   $\mu\text{m}$ , lo cual nos permite verificar o tener más certeza del resultado obtenido utilizando el método 1.

# Capítulo 5

## Conclusiones

A través de este trabajo se ha determinado la energía del haz de protones para el ciclotrón de la Unidad PET/CT-Ciclotrón, de la Facultad de Medicina UNAM, mediante dos métodos en los que se obtuvieron resultados del orden esperado (ver Tabla 5.1), y en buen acuerdo con los 11 MeV que indica el fabricante.

Respecto al método 1, en donde se utilizó una laminilla de itrio y un activímetro para determinar la actividad de los productos de la reacción, los resultados demuestran que es un método práctico y efectivo para determinar la energía del haz, utilizando el estado metaestable y el base del circonio-89. De esta forma es viable utilizar el método en las instalaciones de un ciclotrón para determinar la energía del haz de partículas cargadas producido por éste.

El método 2, donde se utiliza una laminilla de cobre y un detector de germanio hiperpuro (HPGe) para determinar la actividad, que es el método tradicional para determinar la energía de un haz de partículas cargadas utilizando  $^{63}\text{Zn}$  y  $^{65}\text{Zn}$ , da un resultado en buen acuerdo con el obtenido por el

Tabla 5.1: Energía del haz de protones obtenida por los métodos 1 y 2.

Método	Energía (MeV)
1	$11.1 \pm 0.2$
2	$11.4 \pm 0.4$

método 1 y al valor que indica el fabricante, aunque presenta inconvenientes. El primero debido a que no es común encontrar un detector de este tipo en instalaciones de un ciclotrón compacto, sólo es posible encontrarlo en centros de investigación. Otro inconveniente es que el método requiere de una calibración más laboriosa.

El método que se utilizó para verificar la energía nominal determinada por el método 1, en donde se utilizan dos laminillas de Cu y un activímetro para determinar la actividad de los productos en la laminilla de Cu, confirma que los resultados obtenidos en el método 1 resultan en un rango aceptable.

Por lo anterior se concluye que el método 1, en donde se utilizó una laminilla de itrio y un activímetro para determinar la actividad de los productos de activación, es el método más práctico y adecuado que se puede utilizar para la determinación de la energía del haz de protones de ciclotrones compactos como el de la Unidad PET/CT-Ciclotrón de la Facultad de Medicina de la UNAM.

# Bibliografía

- [1] Phelps Michael E., *Positron emission tomography provides molecular imaging of biological processes*. Proc. Natl. Acad. Sci. USA (1997) 9226-9233.
- [2] Mercedes Rodríguez Villafuerte, Miguel Ángel Ávila Rodríguez. *Cómo funciona el cuerpo humano Tomografía por emisión de positrones*. Ciencia revista de la academia mexicana de ciencias (2002) Vol. 53 Núm. 2 28-40.
- [3] M.A. Ávila-Rodríguez, A. Zárate-Morales, A. Flores-Moreno. *Cyclotron Production of Medical Radioisotopes*. AIP Conf. Proc. (2010) Volume 1265, pp. 371-378.
- [4] IAEA, Technical Report Series No. 465, *Cyclotron Produced Radionuclides: Principles and Practice*, International Atomic Energy, Vienna, 2008.
- [5] E.B. Podogorsak. *Radiation Physics for Medical Physicist*. Springer 2nd ed. 2010.
- [6] Manual de operación del Sistema de suministro de radioisótopos RDS 111 de Siemens (1997).
- [7] James A. Sorenson, Michael E. Phelps *Physics in Nuclear Medicine*. Grune Stratton Edition 2 1987.
- [8] Glenn F. Knoll. *Radiation Detection and Measurement*. Wiley, Tercera edición 2000.
- [9] Manual de operación del Activímetro CAPINTEC modelo CRC-15R (1990).
- [10] Luis Mondragón Contreras, Francisco Javier Ramírez Jiménez, Marco Antonio Torres Bribiesca. *Test Procedure for High Purity Germanium*

- Radiation Detectors and Associated Electronics*. Procedure No. MRNI-507 REV.D0 (2008).
- [11] National Nuclear Data Center, Nuclear Decay Data in the MIRD Format [www.nndc.bnl.gov/mird/](http://www.nndc.bnl.gov/mird/) (2008).
- [12] Gerhart Friedlander, Joseph W. Kennedy, Edward S. Macias, Julian Malcolm Miller. *Nuclear and Radiochemistry*. Wiley-Interscience, 3a Edición.
- [13] International Atomic Energy (IAEA), Charged Particle Cross-Section Database for Medical Radioisotope Production: Diagnostic Radioisotopes and Monitor Reactions, IAEA-TECDOC-1211, (2001), Vienna [www-nds.iaea.org/medical/monitor\\_reactions.html](http://www-nds.iaea.org/medical/monitor_reactions.html)
- [14] M.A. Ávila-Rodríguez, J. Rajander, J.-O. Lill, K. Gagnon, J. Schlesinger, J.S. Wilson, S.A. McQuarrie, O. Solin. *Proton energy determination using activated yttrium foils and ionization chambers for activity assay*. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B, 267 (2009) 1867-1872.
- [15] M.A. Ávila-Rodríguez, R.G. Selwyn, A.K. Converse, R.J. Nickles,  $^{89}\text{Y}$  and  $^{89}\text{Zr}$  as PET imaging surrogates for  $^{90}\text{Y}$ : a comparative study. AIP Conf. Proc. 854 (2006) 45.
- [16] Katherine-Gagnon, Mikael-Jensen, Helge-Thisgaard, Julia-Publicover, Suzanne Lapi, Steve-A. McQuarrie, Thomas J. Ruth. *A new and simple calibration-independent method for measuring the beam energy of cyclotron*. Applied Radiation and Isotopes 69 (2011) 247-253.
- [17] James F. Ziegler et. al. 2009, Paquete de software SRIM.
- [18] Arnulfo Martínez Dávalos. *Los algoritmos genéticos y los métodos de Monte Carlo*. Ciencia revista de la academia mexicana de ciencias (2002) Vol. 53 Núm. 2 62-69.
- [19] M.A. Ávila-Rodríguez, S.A. McQuarrie. *The Role of Non-Standard PET Radionuclides in the Development of New Radiopharmaceuticals*. Medical Physics-Tenth Symposium on Medical Physics, (2008) 25-30.

- [20] P. Kopecky. *Proton beam monitoring via the  $Cu(p,x)^{58}Co$ ,  $^{63}Cu(p,2n)^{62}Zn$  and  $^{65}Cu(p,n)^{65}Zn$  reactions in copper.* Appl. Radiat. Isot. 36 (1985) 657.
- [21] Jeriold T. Bushberg, J. Anthony Seibert. *The essential physic of medical imaging.* Lippincott Williams Wilkins Second Edition 2001.
- [22] Antonio Ferrer Soria, Eduardo Ros Martínez *Física de partículas y de astropartículas.* Universitat de Valencia 2003.
- [23] Juan Azorín Nieto. *Introducción a la Física Nuclear.* Ediciones Científicas AZVEG, 1997.