



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO**

---

---

**FACULTAD DE CIENCIAS**

**FORMACIÓN DE PATRONES POR UN FLUJO OSCILANTE A  
TRAVEZ DE UN DIFUSOR**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:**

**FISICA**

**P R E S E N T A:**

**CENTENO SIERRA MARIANA SOLEDAD**



**DIRECTORA DE TESIS:  
DRA. CATALINA ELIZABETH STERN FORGACH  
(2011)**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**Datos del Jurado****Datos del Alumno**

Centeno Sierra Mariana Soledad  
Facultad de Ciencias, UNAM.  
Física 300182262

**Datos del Tutor**

Dra. Catalina Elizabeth Stern Forgach.  
Facultad de Ciencias, UNAM.  
Departamento de Física.

**Datos del Sinodal 1**

Dr. Carlos Málaga Iguiñiz  
Facultad de Ciencias, UNAM.  
Fluidos Complejos y Mecánica Estadística

**Datos del Sinodal 2**

Dr. José Roberto Zenit Camacho  
Instituto de Investigación en Materiales.  
Departamento de Reología.

**Datos del Sinodal 3**

Dr. Sergio Cuevas García  
Centro de Investigación en Energía.  
Coordinación de Física Teórica

**Datos del Sinodal 4**

Dr. Francisco Javier Mandujano Sánchez  
Facultad de Ciencias, UNAM.  
Departamento de física



# ÍNDICE

1. Introducción	1
1.1 Motivación y Objetivo	1
2. Marco Teórico	3
2.1 Vorticidad, Circulación y Energía	3
2.1.1 Ecuación de Vorticidad	4
2.1.2 Teoría de Circulación	6
2.1.3 Conservación de Energía	6
2.2 Hidrodinámica del SIBEO (Mecánica del Sistema)	6
2.3 Teoría sobre Diseño de Difusores	9
2.4 Modelo del Movimiento de una Columna de Agua Oscilante	11
2.4.1 Ecuaciones de Movimiento de la Columna de Agua Oscilante	12
2.5 Métodos de Visualización Cualitativos y Cuantitativos	14
2.5.1 Métodos de Visualización	14
2.5.2 Métodos Cuantitativos	15
2.5.2.1 Técnica de Velocimetría por Imágenes de Partículas	16
3. Antecedentes	18
3.1 Trabajos Preliminares	18
3.1.1 Evolución de Vórtices	18
3.1.2 Interacción entre vórtices	21
3.1.3 Simulación Numérica	24
3.1.3.1 Estrategia de Simulación	24
4. Vórtices Producidos por Flujos Oscilantes	28
4.1 Descripción del Sistema de Bombeo por Energía de Oleaje(SIBEO)	28
4.2 Diseño Experimental	30
4.2.1 Secciones Principales del Experimento	32
4.2.2 Diseño de Difusores	37
4.2.3 Construcción de Difusores	38
4.2.3.1 Modelado de Difusores	39
4.2.3.2 Termo-formado	39

5. Resultados	42
5.1 Inyección de Tinta aplicada a un Difusor	42
5.2 Muestreo con PIV	47
5.2.1 Resultados Tubo Recto	50
5.2.2 Resultados Difusores	52
6. Conclusiones y Trabajo a Futuro	56
6.1 Conclusiones	56
6.2 Trabajo a futuro	57
7. Bibliografía	59



# *CAPÍTULO 1*

## *INTRODUCCIÓN*

---

### **1.1 MOTIVACIÓN Y OBJETIVO**

El objetivo principal de este trabajo es el estudio de la formación de vórtices producidos por un flujo oscilante al salir y entrar a un difusor en forma de trompeta. Un vórtice es una estructura formada por el movimiento espiral de un fluido dentro de un área limitada.

La trayectoria que siguen los vórtices y las interacciones entre ellos al salir del difusor, está ligado a la forma del flujo en la región que rodea la trompeta, y depende fuertemente de la amplitud y de la frecuencia de la oscilación.

Este trabajo surgió con el propósito de optimizar un sistema de bombeo por energía de oleaje. Este sistema aprovecha la energía mecánica de las olas del mar para bombear agua de mar a una laguna costera. Originalmente, el agua entra al sistema por un tubo recto que está conectado al mar, posteriormente pasa a una cámara de compresión y el flujo es descargado en una laguna. Sin embargo, con este dispositivo se ha observado que la eficiencia del bombeo aumenta entre el 15 y el 17% al añadir a la boca de la bomba un difusor en forma de trompeta. Se cree que esto se debe al disminuir la formación de vórtices cerca de la toma de agua.

Para estudiar el efecto de la geometría del difusor en la formación de vórtices, se diseñó un sistema en el laboratorio que consiste en un tubo parcialmente sumergido en un tanque de agua, al que se le añade un difusor en un extremo. Un pistón, que se mueve dentro del tubo, produce un flujo oscilante que simula al oleaje.

Se ha logrado diseñar difusores con la curvatura adecuada[1] para que no se formen vórtices dentro del mismo. También se ha podido construir un difusor particular, en el que siempre se forma en la orilla del difusor un vórtice al salir el flujo y otro al entrar. La trayectoria que siguen estos dos vórtices depende de la frecuencia y la amplitud de oscilación, formando patrones de flujo muy diversos.

Dado que los vórtices aparecen en casi todos los fenómenos fluidos, el estudio de su formación, interacción y propagación es un tema de mucho interés actual en la comunidad de dinámica de fluidos. En este trabajo nos interesamos en dos temas aparentemente opuestos. Por un lado, es necesario diseñar difusores que eviten la formación de vórtices y así disminuir las pérdidas en el sistema de bombeo. Por otro lado, para lograr este objetivos, es importante entender cómo se forman y se propagan estas estructuras, así es que también es necesario diseñar difusores que producen una gran

cantidad de vórtices. Se espera entonces primero catalogar visualmente los diferentes patrones dependiendo de la amplitud y la frecuencia de oscilación. Posteriormente, a través de mediciones de los campos de velocidad, se espera obtener información suficiente para determinar la energía cinética contenida en los vórtices y caracterizar los difusores.

Como trabajo preliminar se hizo un estudio sobre la evolución e interacción de vórtices de humo toroidales y elípticos. En este trabajo se muestra que, independientemente de la geometría inicial, todos tienden a la forma más estable que es la toroide, debido a la alta simetría que posee. Los vórtices toroidales son parecidos a los que genera un fumador o un delfín.

Se realizaron también experimentos, que provocan la interacción de dos y tres vórtices toroidales paralelos, se visualizaron su evolución e interacciones.

# CAPÍTULO 2

## MARCO TEÓRICO

---

### 2.1 VORTICIDAD, CIRCULACIÓN Y ENERGÍA

La descripción del movimiento de un fluido real es muy complejo; por ello se puede simplificar su estudio considerando el comportamiento de un fluido ideal y desarrollando la herramienta matemática para describir su movimiento.

La herramienta principal para describir los fluidos newtonianos es la *Ecuación de Navier-Stokes*. A partir de la conservación de masa, se puede mostrar que si el flujo es incompresible  $\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0$  y  $\rho = \text{cte}$ . la ecuación de movimiento es entonces la ecuación de Navier Stokes (2.1)

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = \rho \vec{f} - \vec{\nabla} p + \eta \nabla^2 \vec{u} \quad 2.1$$

Esta ecuación en notación indicial se puede escribir como:

$$\frac{Du_i}{Dt} = \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i^2} + f_i \quad 2.2$$

Donde  $\nu = \frac{\eta}{\rho}$  es la viscosidad cinemática.

La ecuación 2.1 y 2.2 muestran que las fuerzas de inercia y viscosas equilibran la suma de fuerzas debida al gradiente de la presión más la fuerza de volumen.  $\rho \vec{f}$

Si la viscosidad del fluido es despreciable, la ecuación anterior se reduce a la *Ecuación de Euler*,

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + f_i \quad 2.3$$

Si además el fluido está en reposo ( $\vec{u} = 0$ ), y si  $\vec{f} = -g e_z$ , la ecuación de Euler se reduce a la *Ecuación de la hidrostática*.

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \quad 2.4$$

### 2.1.1 Ecuación de vorticidad.

Si ahora se puede suponer que las fuerzas externas son conservativas y que derivan de un potencial escalar a través de su gradiente ( $\vec{f} = \vec{\nabla}\psi$ , (p.ej.  $\vec{f} = \vec{g}$ ,  $-\psi = gz$ )), entonces podemos considerar el rotacional de la ecuación 2.2

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} - \vec{u} \times \vec{\omega} = -\vec{\nabla} \left( \frac{P}{\rho} + \frac{q^2}{2} + \psi \right) + \nu \nabla^2 \vec{u} \quad 2.5$$

Donde se ha usado la identidad  $\vec{u} \times (\vec{\nabla} \times \vec{u}) = \frac{1}{2} \vec{\nabla}(\vec{u} \cdot \vec{u}) - (\vec{u} \cdot \vec{\nabla})\vec{u}$ ,  $q = (\vec{u} \cdot \vec{u})^{1/2}$  el modulo de la velocidad y se definió como:

$$\vec{\omega} = \vec{\nabla} \times \vec{u} \quad 2.6$$

La ecuación 2.6 se define como la vorticidad; matemáticamente la vorticidad es el campo vectorial definido por el rotacional del campo de movimiento. La presencia de vorticidad implica la rotación de las partículas fluidas, acompañada o no de alguna deformación transversal.

A partir de esta ecuación pueden obtenerse importantes resultados,

1.- si  $\nu = 0$ , el flujo es estacionario ( $\partial \vec{u} / \partial t = 0$ ) e ir rotacional ( $\vec{\omega} = 0$ ), entonces,

$$\vec{\nabla} \left( \frac{P}{\rho} + \frac{q^2}{2} + \psi \right) = 0 \quad 2.7$$

$$\frac{P}{\rho} + \frac{q^2}{2} + \psi = cte \quad (\forall t, x, y, z)$$

2.- Si el flujo es estacionario y no viscoso  $\nu = 0$ , multiplicando escalarmente por  $\vec{u}$  la ecuación 2.7 se obtiene,

$$\vec{\nabla} \left( \frac{P}{\rho} + \frac{q^2}{2} + \psi \right) \cdot \vec{u} = 0 \quad 2.8$$

Donde  $(\vec{u} \times \vec{\omega}) \cdot \vec{u} = 0$ . Así, se puede definir  $H = \frac{P}{\rho} + \frac{q^2}{2} + \psi$  es constante a lo largo de cada una de las líneas de corriente ya que  $\vec{\nabla}H$  es perpendicular a  $\vec{u}$ .

3.- Si el flujo, es estacionario, multiplicando escalarmente por  $\vec{u}$  la parte derecha de la ecuación 2.5 se obtiene:

$$-\vec{\nabla} \left( \frac{P}{\rho} + \frac{q^2}{2} + \psi \right) \cdot \vec{u} + \nu (\nabla^2 \vec{u}) \cdot \vec{u} = 0 \quad 2.9$$

Lo que supone que la cantidad  $H = \frac{P}{\rho} + \frac{q^2}{2} + \psi$  disminuye a lo largo de una línea de corriente si  $(\nabla^2 \vec{u}) \cdot \vec{u} < 0$ , es decir, las fuerzas viscosas desaceleran el fluido.

Si se calcula el rotacional de la ecuación 2.2 y se obtiene la *Ecuación de Vorticidad*

$$\frac{D\vec{w}}{Dt} = (\vec{w} \cdot \vec{\nabla})\vec{u} + \nu \nabla^2 \vec{w} \quad 2.10$$

Donde se ha tenido en cuenta que,  $\vec{\nabla} \times (\vec{w} \cdot \vec{u}) = (\vec{u} \cdot \vec{\nabla})\vec{w} - (\vec{w} \cdot \vec{\nabla})\vec{u}$  La ecuación 2.10 representa el cambio de vorticidad de un fluido debido a la viscosidad del medio y a las interacciones entre los gradientes de velocidad y la vorticidad. Esta ecuación no contiene la presión, y para el caso de un fluido bidimensional donde  $\vec{w} \perp \vec{u}$  o un flujo unidimensional.  $(\vec{w} \cdot \vec{\nabla})\vec{u} = 0$  En estos casos, la ecuación de vorticidad es homogénea e implica que la vorticidad se difunde como un escalar.

En un fluido no viscoso  $\nu = 0$  si el gradiente de velocidad aumenta en la misma dirección que la vorticidad, el término,  $(\vec{w} \cdot \vec{\nabla})\vec{u}$  es positivo y por lo tanto la vorticidad aumenta también  $\frac{D\vec{w}}{Dt} > 0$  concentrándose en una rea más pequeña.

### 2.1.2 Teoría de circulación

El *teorema de Circulación* demuestra que la circulación  $\Gamma$  a lo largo de una curva cerrada que se desplaza con un fluido no viscoso y barotropico  $\rho = f(P)$  permanece constante

$$\frac{D\Gamma}{Dt} = 0$$

$$\Gamma = \int_{C(t)} \vec{u} d\vec{l} = \int_{S(t)} \vec{w} d\vec{S} \quad 2.11$$

Donde  $S(t)$  es el área encerrada por la curva  $C(t)$  y se ha utilizado el Teorema de Stokes. Así para el caso sencillo de una curva circular de radio  $R$  y  $\vec{w} \parallel \vec{S}$ ,  $\Gamma = \pi w R^2$  y al aumentar  $w$  tendrá que disminuir proporcionalmente  $R$  para mantener  $\Gamma$  constante. Si no existe viscosidad, los vórtices tienden a ser cada vez más pequeños. Sin embargo, si el fluido es viscoso  $\nu \neq 0$ , entonces las fuerzas viscosas compensan el crecimiento de  $\vec{w}$  disipando en forma de energía los vórtices cada vez más pequeños.

### 2.1.3 Conservación de la energía

Si consideramos que nuestro fluido es newtoniano se puede llegar a la siguiente ecuación de conservación,

$$\rho \frac{\partial e}{\partial t} + \rho u_k \frac{\partial e}{\partial x_k} = -p \frac{\partial u_k}{\partial x_k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( k \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) + \xi \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right)^2 + \eta \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad 2.12$$

Donde  $k$  es la conductividad térmica del fluido,  $T$  es la temperatura y  $e$  la energía interna por unidad de masa del elemento del fluido.

Esta ecuación junto con la de Navier- Stokes y la ecuación de continuidad son suficientes para describir a un fluido newtoniano.

## 2.2- HIDRODINÁMICA DEL SIBEO (MECÁNICA DEL SISTEMA)

Se propuso un modelo matemático con el fin de describir y predecir el comportamiento del flujo de agua que pasa a través del Sistema de Bombeo por Energía de Oleaje (SIBEO). Para los tubos resonantes y de desagüe se partió de la ecuación de Bernoulli dependiente del tiempo para fluidos no viscosos.

$$\int_a^b \frac{\partial V}{\partial t} \cdot ds + \frac{V^2}{2} + \frac{P}{\rho} + gX = cte \quad 2.13$$

Donde  $P$  es la presión,  $\rho$  la densidad,  $g$  la gravedad.

Se agregaron 3 términos diferentes para tomar en cuenta pérdidas: el primero considera la pérdida de energía por formación de vórtices en la boca de los ductos, el segundo considera las pérdidas de energía por fricción del fluido sobre las paredes y el tercero supone las pérdidas debido a la radiación de ondas en la superficie del agua. Además, se consideraron dos situaciones diferentes, con y sin bombeo.

Posteriormente se realizó un análisis dimensional de las ecuaciones hidrodinámicas de la bomba.[1][2] Se concluyó que cuando no hay bombeo, el sistema puede representarse mecánicamente por dos masas, dos resortes y dos amortiguadores ó pistones acoplados *Figura 2.1*. Las masas corresponden al fluido dentro de los ductos, los resortes a la cámara de compresión y los amortiguadores a las pérdidas de energía no lineales.

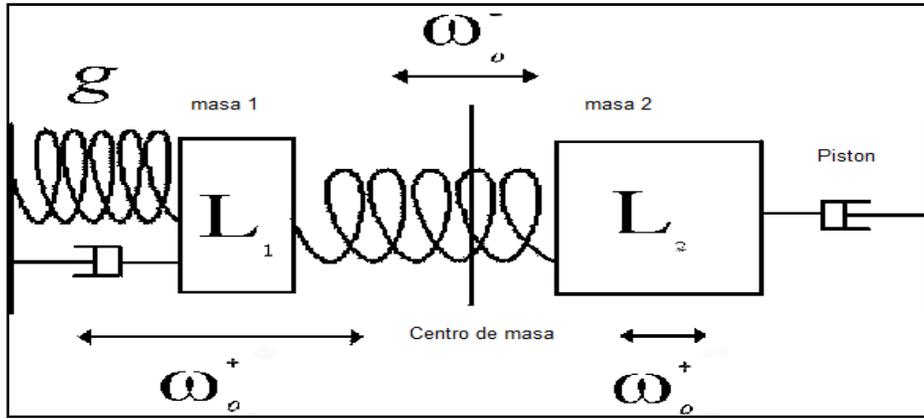


Figura 2.1 Símil mecánico del SIBEO

El sistema básico sin bombeo puede ser representado matemáticamente por la siguiente ecuación diferencial.

$$\frac{d^4 X_i}{dt^4} + a_1 \frac{d^2 X_i}{dt^2} + a_2 X_i = a_{3i} \quad 2.14$$

Donde  $\Omega_f$  es la frecuencia de forzamiento,  $t$  es el tiempo,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  son constantes.

Al resolver la ecuación 2.13 se obtuvo el algoritmo de que permite sintonizar la frecuencia de resonancia del sistema con la del forzamiento. Para el caso lineal.

$$V_0 = \frac{(P_A - \rho g H) \gamma}{\rho} \left[ \frac{A_1}{L'_1 \Omega_f^2 - g'} + \frac{A_c}{L'_2 \Omega_f^2} \right] \quad 2.15$$

Donde  $V_0$  se refiere al volumen de aire en la cámara de compresión. Es decir, se puede lograr que el SIBEO entre en resonancia al variar la cantidad de aire dentro del sistema.

Se obtuvo también la siguiente ecuación que estima el flujo del SIBEO en resonancia para diversas condiciones de oleaje

$$Q_{max} = \frac{g a A_1 A_c (L_2 \Omega_f^2 - \alpha (A_1 A_c))}{2 L'_1 L'_2 \Omega_f^2 (2 \Omega_f^2 - a_1) (A_1 A_c)} \quad 2.16$$

Donde  $P_A$  es la presión atmosférica,  $\rho$  la densidad,  $\gamma$  es la compresibilidad del aire,  $H$  es la altura de equilibrio de la cámara de compresión con respecto al cuerpo del agua receptor.

Los otros parámetros son:

$$\alpha = \frac{(P_A - \rho g H) \gamma}{\rho V_0} \quad 2.17$$

$$L'_1 = L_1 (1 + \varepsilon_1) + T_d / \cos \theta \quad 2.18$$

$$L'_2 = L_2 (1 + \varepsilon_1) \frac{A_c}{A_2} \quad 2.19$$

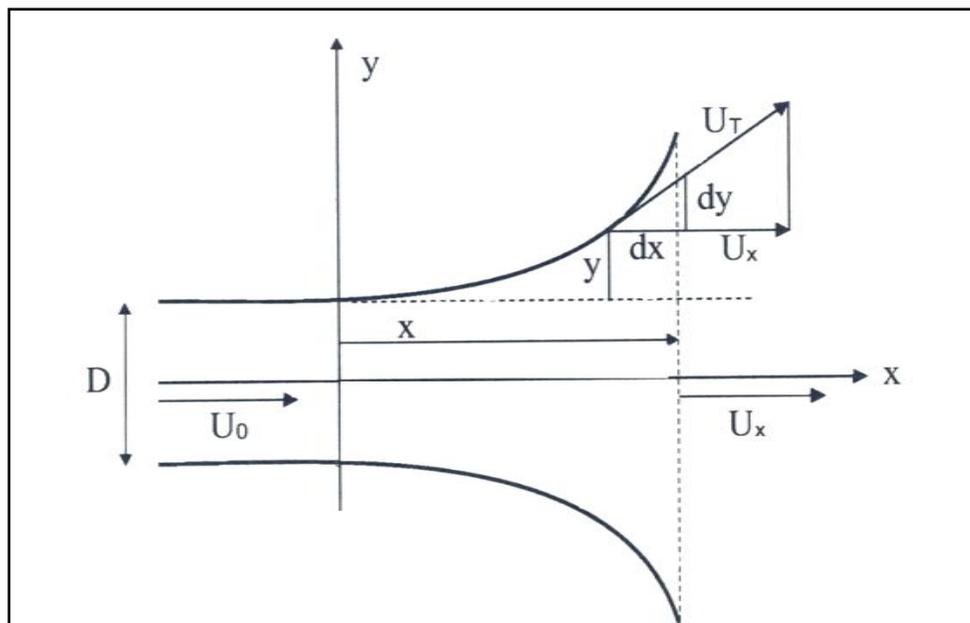
$$a_1 = \frac{g' + \alpha A_1}{L_1} + \frac{g + \alpha A_c}{L_2} \quad 2.20$$

donde  $T_d$  se refiere a la variación del nivel del mar debido a la marea,  $\varepsilon$  es la masa añadida, los subíndices 1,2 y c, del área (A) y la longitud (L), denotan la relación de los parámetros mencionados con el ducto resonante, el ducto de desagüe y la cámara de compresión marcados en la *Figura 2.1*.

### 2.3 TEORÍA SOBRE DISEÑO DE DIFUSORES

Se encontró mediante un análisis de perturbaciones de las ecuaciones hidrodinámicas, que es posible disminuir las pérdidas de energía por formación de vórtices en la boca del tubo resonante del SIBEO. Experimentalmente se ha comprobado que si se sustituye un tubo recto por un difusor, la formación de vórtices disminuye y se aumenta el flujo o bombeo entre 15 y 17%. [2]

El diseño del difusor óptimo debe considerar el balance entre las fuerzas inerciales y las fuerzas centrípetas. Si se mantiene constante la razón entre estas fuerzas (Z) a lo largo del difusor existe una menor probabilidad en que se formen vórtices. Z depende del radio de curvatura. *Figura 2.2*



*Figura 2.2 Parámetros para diseñar el perfil del difusor.*

La fuerza centrípeta es proporcional a:

$$\frac{\rho V^2}{R}$$

Y la fuerza inercial está dada por:

$$\frac{\rho V^2}{L}$$

Donde:  $\rho$  es la densidad del agua,  $V$  es la velocidad del fluido,  $R$  es el radio de curvatura del difusor en un punto particular y  $L$  es el desplazamiento del fluido a lo largo del difusor)

La razón ( $Z$ ) entre estas fuerzas es constante;

$$Z = \frac{L}{R} \quad 2.21$$

Por conservación de flujo, a la entrada y en cualquier punto de  $x$  a lo largo de la trompeta se tiene:

$$U_x = \frac{U_0 D^2}{(D + 2y)^2} \quad 2.22$$

Donde  $U_x$  es la velocidad en el tubo lejos de la trompeta,  $D$  es el diámetro del tubo y  $U_0$  la velocidad promedio del fluido en la zona más estrecha del difusor.

La velocidad a lo largo del difusor está dada por la ecuación:

$$V = U_x \left[ 1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{1/2} \quad 2.23$$

El radio de curvatura del perfil esta dado por:

$$\frac{\left[ 1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{3/2}}{\frac{d^2y}{dx^2}} \quad 2.24$$

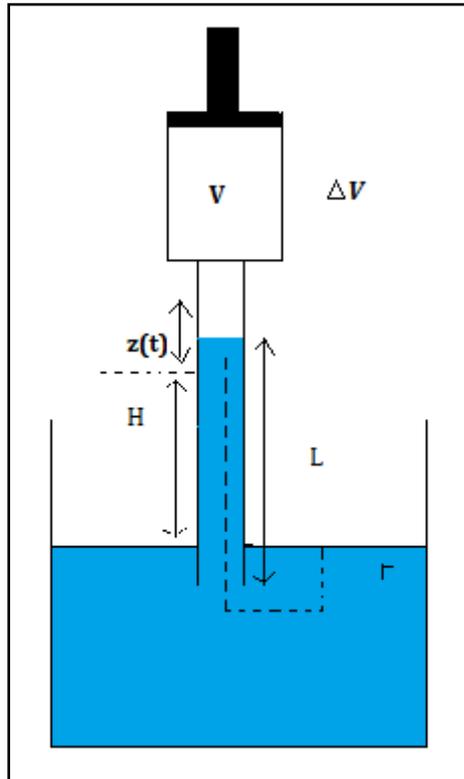
Usando las ecuaciones anteriores se llega a la siguiente ecuación, que dibuja el perfil del difusor que puede mantener o no constante, la razón  $Z$ :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{Z}{2\pi a D^2} (D + 2y)^2 \left( 1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 \right) = 0 \quad 2.25$$

Donde "a" es la amplitud de oscilación.

## 2.4 MODELO DEL MOVIMIENTO DE UNA COLUMNA DE AGUA OSCILANTE

Para simular la entrada del flujo de agua a la cámara de compresión en el dispositivo del SIBEO, se hizo el montaje experimental donde se produce una columna de agua oscilante. Esta oscilación en la columna de agua, es producida debido a los gradientes de presión generados por un pistón que varía su volumen en la dirección vertical ver *Figura 2.3*:



*Figura 2.3 Esquema del movimiento de la columna de agua*

Para explicar físicamente el comportamiento de la columna de agua [9], se considero que el fluido dentro del tubo se mueve todo a la misma velocidad y esta se puede considerar prácticamente que es la de la superficie del fluido; esto quiere decir que se despreciaron los efectos que presenta la pared sobre el fluido y la formación de vórtices en el exterior. Cuando el nivel de la columna es constante no existe fuerza alguna que actúe sobre la columna de agua; por consiguiente para hacer que la columna oscile, se necesita que el pistón tenga variaciones en su volumen, provocando un cambio en la presión del aire contenido que se transmite a un movimiento en la columna de agua.

Se puede modelar físicamente el comportamiento oscilante a partir de las ecuaciones de Mecánica de Fluidos, donde se considera únicamente la coordenada vertical dado que, el movimiento de la columna tiene solo este grado de libertad; también se considera el flujo como no estacionario, rotacional y viscoso.

La ecuación que se obtendrá más adelante nos servirá para describir el fluido dentro del tubo y nos ayudara a obtener una aproximación útil para conocer la interacción de éste fluido con el que se encuentra fuera del tubo.

#### 2.4.1 Ecuaciones de movimiento de la columna de agua oscilante

La columna de agua dentro del tubo se puede describir considerando el flujo de momento para un fluido descrito por:

$$\vec{P} = \int_V \rho \vec{v} dV \quad 2.26$$

Donde, la densidad  $\rho = \rho(\vec{r}, t)$  y la velocidad  $\vec{v} = \vec{v}(\vec{r}, t)$  son tomadas en un punto en el espacio  $t$  en un volumen  $V$  fijo. Si derivamos esta ecuación con respecto a  $t$  obtenemos:

$$\int_V \frac{\partial \rho \vec{v}}{\partial t} dV = \int_V \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} \vec{v} + \rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \right) dV \quad 2.27$$

Se puede sustituir en la ecuación anterior, la ecuación de continuidad y la derivada material del vector velocidad.

$$\int_V \frac{\partial \rho \vec{v}}{\partial t} dV = \int_V \left( -\nabla \cdot (\rho \vec{v}) \vec{v} + \rho \left( \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} - \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} \right) \right) dV \quad 2.28$$

O bien:

$$\dot{P}_i = \int_V \sum_{j=1}^3 \left( \frac{\partial \rho v_j}{\partial x_j} v_j \right) + \rho \left( \frac{dv_i}{dt} - v_i \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) dV$$

$$\dot{P}_i = \int_V \rho \frac{dv_i}{dt} dV + \int_V \sum_{j=1}^3 \left( \frac{\partial \rho v_i v_j}{\partial x_j} \right) dV \quad 2.29$$

Donde la primera integral es la componente  $i$ -ésima de la fuerza neta que actúa sobre el volumen  $V$ ; a la segunda integral se le puede aplicar el teorema de la divergencia de Gauss y obtener el flujo de la  $i$ -ésima componente del momento a través de de la superficie que es frontera en ese volumen.

Posteriormente para aproximar la relación de la presión atmosférica con la presión producida por el área en el pistón se desarrolla la ecuación de Navier Stokes para un flujo incompresible.

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} = -\nabla p - \nabla \phi + \nu \nabla^2 \vec{v} \quad 2.30$$

Donde se puede utilizar la siguiente identidad de la divergencia

$$\vec{v} \cdot \nabla \vec{v} = \frac{1}{2} \nabla v^2 - \vec{v} \times \nabla \times \vec{v}$$

Se llega a una ecuación de Navier Stokes para un flujo incompresible de la forma

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{\rho}{2} \nabla v^2 - \rho \vec{v} \times \nabla \times \vec{v} = -\nabla p - \nabla \phi + \nu \nabla^2 \vec{v} \quad 2.31$$

Si observamos la *Figura 2.3* la línea punteada, corresponde a la línea de corriente  $\Gamma$  arbitraria que une dos puntos; uno que se encuentra dentro de la columna de agua oscilante y otro punto que se encuentra en la superficie externa a presión atmosférica.

Se puede realiza una integral de línea de la ecuación anterior sobre la línea de corriente  $\Gamma$  para obtener:

$$\int_{\Gamma} \left( \frac{\rho}{2} \nabla v^2 + \nabla p + \nabla \phi \right) \cdot d\vec{l} = \int_{\Gamma} \left( \rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho \vec{v} \times \nabla \times \vec{v} + \nu \nabla^2 \vec{v} \right) \cdot d\vec{l} \quad 2.32$$

Ocupando el teorema de integrales de línea de un campo vectorial podemos pasar a una ecuación parecida a la ecuación de Bernoulli.

$$\left( \frac{\rho}{2} v^2 + p + \phi \right) = \int_{\Gamma} \left( \rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho \vec{v} \times \nabla \times \vec{v} + \nu \nabla^2 \vec{v} \right) \cdot d\vec{l} \quad 2.33$$

## 2.5- MÉTODOS DE VISUALIZACIÓN CUALITATIVOS Y CUANTITATIVOS

Existen diferentes métodos ópticos para estudiar flujos. Algunos permiten observarlos de manera cualitativa, pero otros, ofrecen la opción de realizar algún tipo de medición tratando la imagen posteriormente.

Para elegir el método más adecuado de visualización o análisis; es importante considerar la viscosidad y la velocidad del fluido.

### 2.5.1 Métodos de visualización.

Dentro de los métodos de visualizaciones cualitativos se encuentra la técnica de fluorescencia inducida por laser que utiliza trazadores fluorescentes que brillan solo en el momento de recibir la luz. Esta técnica sirve sobre todo para medir concentraciones de sustancias y sus temperaturas. Otro método es llamado Schlieren que es un proceso óptico que se basa en las variaciones del índice de refracción causadas por un gradiente en la densidad del fluido, y que distorsiona el haz de luz colimada incidente. Esta distorsión crea una variación espacial en la intensidad de la luz que puede ser visualizada como un gráfico de sombras. Esta técnica se utiliza principalmente para visualizar fenómenos que se encuentran fuera del alcance del ojo humano, como cambios en la fase de la luz.

La técnica de visualización que se usa en el presente trabajo es **por Inyección de tinta**. Éste es el método más común utilizado para visualizar patrones de vórtices. En el caso de un flujo laminar estacionario, la línea de traza obtenida por la inyección de tinta en un punto, es igual a la línea de corriente y el comportamiento del fluido se puede observar.

Se inyecta una o varias líneas de tinta dentro del fluido, es decir, “*se pintan las línea de corriente*”, con una manguera o jeringa momento antes de la producción del patrón de vórtices. Así el fluido al continuar su movimiento, dibuja con la tinta la trayectoria definida que sigue el flujo. Se puede conocer entonces, si es que existe, el patrón de vórtices, o simplemente confirmar que no existe formación de estructuras o vórtices.

Esta técnica en comparación con algunas otras, tiene como ventaja que se puede elegir la línea de corriente que se quiere visualizar sin tener la necesidad de pintar todo el fluido, o de hacer arreglos ópticos o electrónicos complicados. Además, dependiendo de la velocidad con que la tinta se difunda en el fluido, se puede seguir la trayectoria de la línea de corriente por un tiempo y distancia mayores, rastreando así la evolución del flujo.

La visualización en agua es mucho más sencilla que la visualización en aire. Debido a la baja densidad del aire, se suele usar humo como trazador de la trayectoria. Se supone que el humo y el aire tienen un comportamiento similar. Sin embargo, como el humo

generalmente está caliente, es menos denso y tiende a subir. Además, muchas veces, al agregar objetos de medición, se perturba a los fenómenos que se quiere estudiar.

### **2.5.2 Métodos Cuantitativos**

Muchas veces se requiere adquirir información precisa del fenómeno que se está observando. Para ello, se usan métodos más sofisticados que los anteriores. Muchos de estos *Métodos* requieren de programas de cómputo muy específicos para analizar las señales o las imágenes.

Los datos pueden ser procesados en tiempo real, o almacenados para su análisis posterior en una computadora. Las cantidades que se obtienen generalmente de estos cálculos son velocidad del flujo, la dirección de movimiento, gradientes de presión, vorticidad, pérdidas de energía, gradientes de temperatura, etc. La ventaja de estos métodos es que brindan la oportunidad de hacer comparaciones experimentales con simulaciones numéricas alimentando las simulaciones con parámetros reales.

Las técnicas más comunes se mencionan a continuación. La Anemometría Láser Doppler (LDA, por sus siglas en inglés), permite medir la velocidad en un punto en función del tiempo. Requiere que el fluido sea sembrado con partículas que sigan al flujo. Otro método es llamado Anemometría por hilo caliente. Esta técnica utiliza un sensor que entra en contacto directo con el fluido y es capaz de enviar una señal en tiempo real de la temperatura y de la velocidad en un punto. La medición de velocidad por ultrasonido, utiliza también el efecto Doppler en una serie de pulsos. Los últimos dos métodos se pueden usar también cuando el fluido es opaco.

#### **2.5.2.1 Técnica de Velocimetría por Imágenes de Partículas (PIV).**

Los datos experimentales de este trabajo se obtuvieron utilizando una técnica llamada **Velocimetría por imágenes de partículas (PIV, por sus siglas en inglés[7])**. Es de las técnicas más usadas actualmente en experimentos de fluidos. Permite la obtención de un campo vectorial de velocidad de un flujo en un instante. Al realizar muchas mediciones consecutivas, se obtiene el campo de velocidades en función del tiempo.

En esta técnica se pueden utilizar dos láseres pulsados y unas partículas reflejantes del orden de micras que se encuentran suspendidas en el fluido y una cámara con alta velocidad de captura como se muestra en la *Figura 2.4*. Es importante elegir las partículas adecuadamente respecto a su densidad y reflectividad.

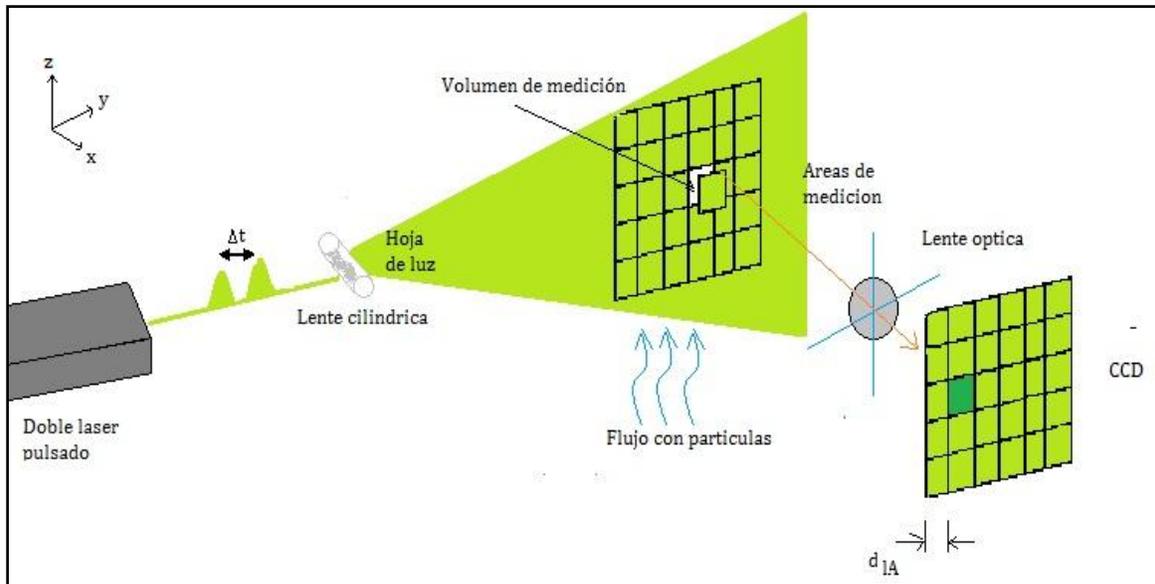


Figura 2.4 Principio del PIV

Los láseres envían su pulso con una diferencia de tiempo  $\Delta t$  muy pequeño. Cada haz pasa por la misma lente cilíndrica para abrir una hoja de luz que iluminará un plano en la sección de interés del fluido. Las partículas reflejarán la luz láser en todas direcciones mientras el fluido se encuentra en movimiento, y la cámara CCD obtendrá imágenes con la misma diferencia de tiempo  $\Delta t$  del laser.

Posteriormente se realiza el procesamiento de imágenes. *Figura 2.5*. Cada imagen tiene una representación matemática en forma de matriz, es decir se convierte en funciones discretas, resultado de la digitalización, donde cada elemento representa la intensidad de brillo de cada pixel de la CCD. Se hace uso del método que se llama de *correlación cruzada* basado en la hipótesis de que una región dada de fluido puede tener movimiento sin que se deforme.

El método operacional para la correlación cruzada consiste en obtener la transformada de Fourier de cada una de las imágenes, posteriormente obtener la conjugada de la segunda y multiplicar punto a punto ambas matrices.

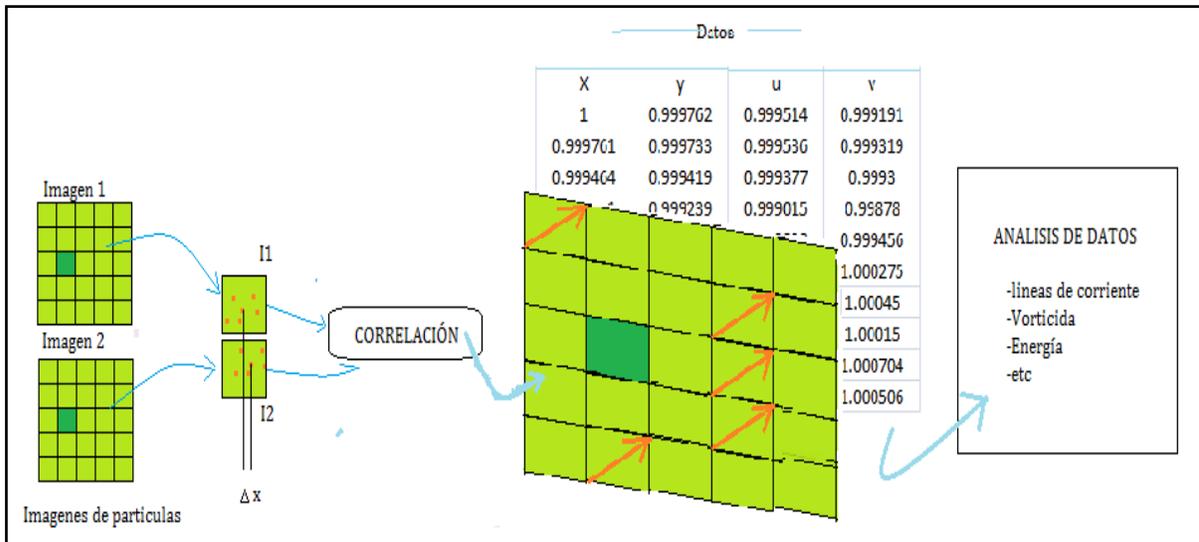


Figura 2.5 Funcionamiento del PIV

Se usan dos imágenes con una diferencia de tiempo  $\Delta t$  y se realiza una correlación entre ambas. El espacio total se divide en celdas o ventanas de observación, y la correlación se hace entre celdas en las mismas posiciones de dos imágenes consecutivas; para obtener el valor del desplazamiento de cada partícula. Este proceso lo hace directamente el programa del PIV

El programa nos entrega tablas con los valores de la velocidad en X y la velocidad en Y para cada celda; así para nosotros es fácil obtener información de estos datos desarrollando programas de cómputo en Matlab, Fortran, etc.

# CAPÍTULO 3

## ANTECEDENTES

---

### 3.1 TRABAJOS PRELIMINARES

Antes de desarrollar el tema central de esta tesis, se explicara sobre el experimento de vórtices toroidales de humo, este tema fue desarrollado con el interés de estudiar la formación, evolución e interacción de vórtices.

Los vórtices son estructuras que se forman comúnmente en la naturaleza y son la forma más eficiente que tienen los fluidos para transportar y transferir energía; su estudio es de gran importancia en diferentes áreas de investigación, por esto mismo se creyó importante dar a conocer este experimento ya que los resultados obtenidos, aun que son principalmente de forma descriptiva ayudan a comprender de forma intuitiva el comportamiento de los vórtices. El experimento estudia la formación, propagación e interacción de vórtices toroidales.

#### 3.1.1 Evolución de vórtices

Se montó un primer experimento; (*Figura 3.1*) consiste en una máquina para generar humo y un recipiente para contenerlo al que llamaremos “cañón de vórtices”. Uno de los costados es una tapa de madera a la que se le pueden hacer orificios de diferentes formas que permiten la salida del humo. Al otro costado se le pone un material elástico o una bocina para impulsar el humo hacia afuera ya sea manualmente o con un generador de señales.

Se usaron también tres placas de acrílico para controlar las corrientes laterales e inferiores que pudieran afectar el comportamiento de los vórtices.

Para la visualizar se usó una lámpara y se filmó con una cámara de video HD.

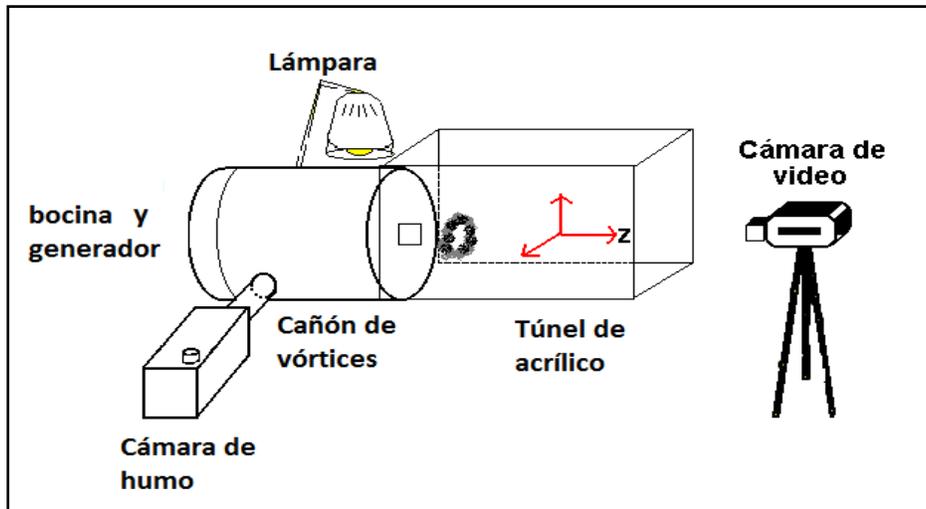


Figura 3.1 Dispositivo experimental para generar vórtices de humo.

El objetivo de este experimento fue entender la evolución de vórtices con diferentes geometrías. Para esto se hicieron tapas de madera con orificios diferentes: triángulo, cuadrado y elipse.

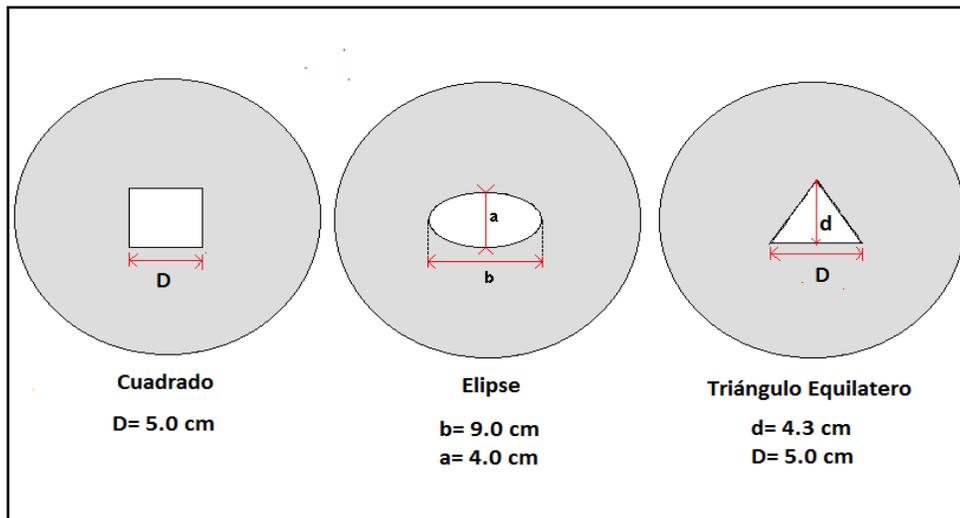


Figura 3.2 Tapas con diversas geometrías y sus dimensiones.

Para generar los vórtices se llena primero el recipiente usando la máquina de humo, y se tapa el orificio de salida. Una vez lleno, se genera una señal de onda cuadrada de periodo largo. Se destapa entonces el orificio frontal, y en cada impulso de la bocina se crea un vórtice.

Se observó que en el caso de los triángulos y los cuadrados, los vórtices no conservaban su forma de salida y rápidamente se volvían circulares. En cambio, en el caso de la elipse se

formaba un vórtice elíptico que iba cambiando su excentricidad mientras avanzaba (Figura 3.3).

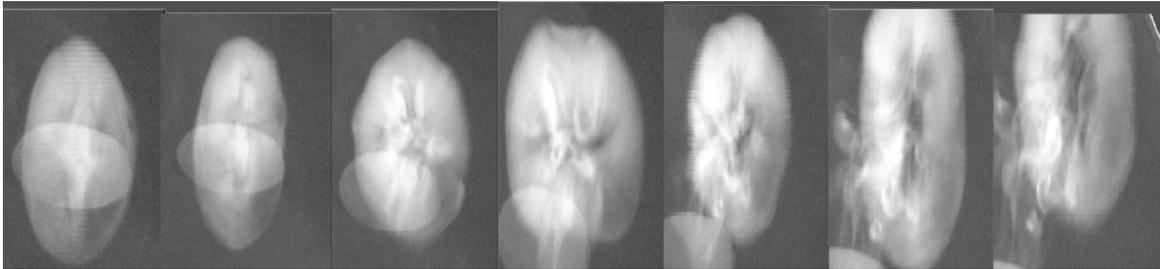


Figura 3.3 Evolución del vórtice elíptico

La explicación de este fenómeno es la siguiente. Se puede probar que una línea de vorticidad induce dos velocidades: una circular alrededor del eje y otra de desplazamiento en la dirección de la bi-normal (Figura 3.4). Esta última es proporcional a la curvatura. En el caso de un vórtice circular (toroidal), la curvatura es la misma en cualquier punto de la circunferencia. Entonces todas las partes del vórtice avanzan a la misma velocidad, es decir, se mantienen en un mismo plano. En el caso de la elipse, donde la curvatura cambia de un punto a otro, las regiones de mayor curvatura se adelantan. Esto genera una curvatura fuera del plano que induce una velocidad en la dirección perpendicular. La parte de menor curvatura se extiende hacia arriba y hacia abajo, modificando la excentricidad original. El proceso continúa hasta que el humo se difunde totalmente.

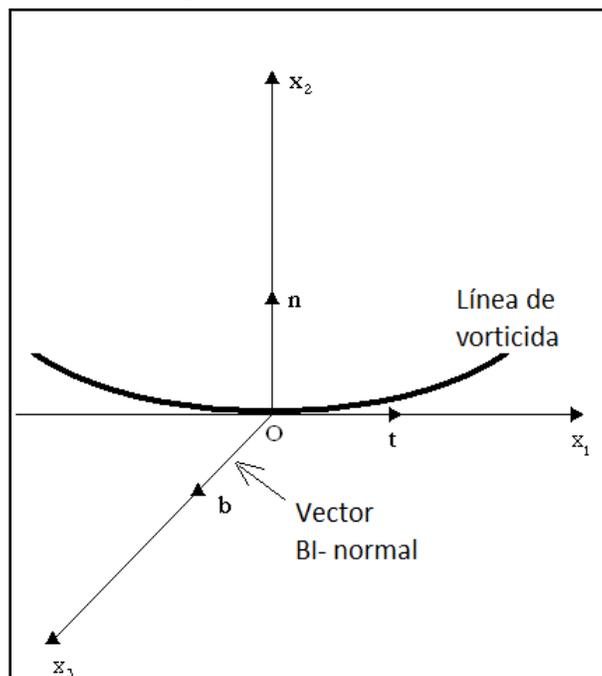


Figura 3.4 línea de vorticidad

### 3.1.2 Interacción entre vórtices

Al comprobar; a partir de estos experimentos, que la forma geométrica más estable es la circular debido a la uniformidad en su curvatura, se decidió experimentar con arreglos de orificios circulares tales que los vórtices que salieran de estos orificios interaccionaran. Se realizaron diferentes pruebas hasta lograr vórtices que perduraran el tiempo suficiente para interactuar y evolucionar.

Así, se cambió el diámetro de los orificios y se obtuvieron vórtices con mayor densidad y tamaño, dando como resultado la primera interacción entre ellos. Este tipo de interacción nos permitió una buena visualización, por lo que se empezaron a utilizar señales cuadradas a una frecuencia menor. Esto mejoró notablemente la interacción.

Se cambió posteriormente la distancia entre los orificios frontales, dando como resultado una mejor visualización de la interacción entre los vórtices. Los diseños finales para que se obtuviera la mejor interacción son los siguientes:

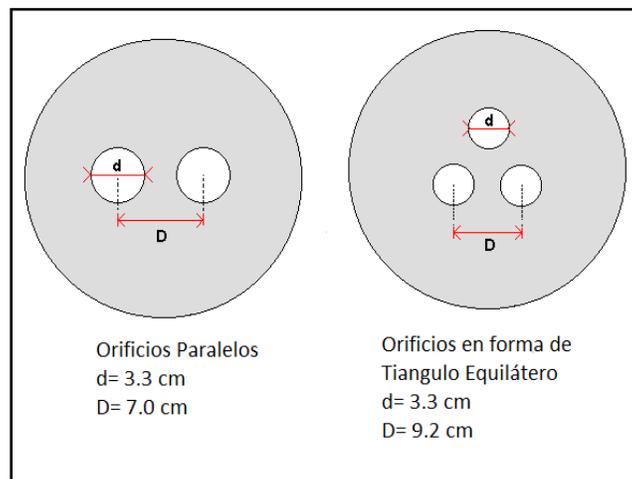


Figura 3.5 Arreglos de varios orificios y sus dimensiones.

En el caso donde se generaban tres vórtices paralelos, se encontró que interactuaban formando un solo vórtice triangular (Figura 3.6);

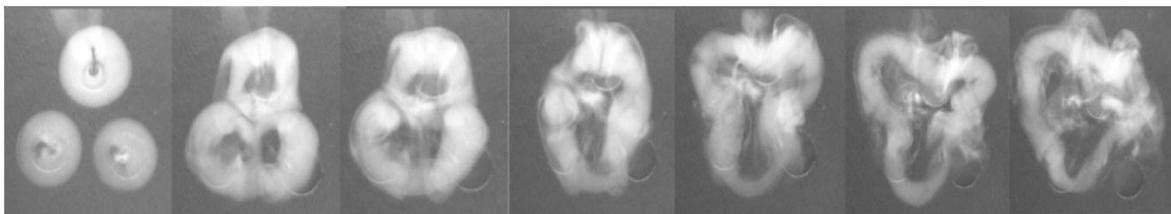


Figura 3.6: Interacción entre tres vórtices circulares, formación de un vórtice triangular

Llama la atención de este experimento, que una vez formado el triángulo, al desplazarse, los vértices se convierten en aristas y viceversa, varias veces hasta difundirse por efectos viscosos. La explicación es la misma que en el caso del vórtice elíptico.

En el caso de un par de orificios paralelos, se generan dos vórtices toroidales que pueden presentar tres fenómenos de interacción dependiendo de las condiciones iniciales: la distancia entre los dos vórtices, la densidad del humo material y el tamaño inicial, dejando como único parámetro independiente la amplitud de la señal cuadrada que se traduce directamente a un mayor o menor impulso.

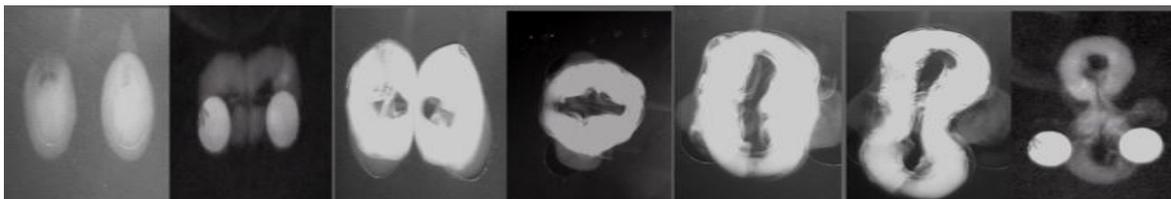
En el primer tipo de interacción, los vórtices salen paralelos y debido a la diferencia de presiones, se acercan, chocan y simplemente rebotan en la dirección transversal y opuesta, como en una colisión elástica de bolas de billar

En el segundo, los vórtices se rompen en el punto de interacción, formando uno solo de geometría elíptica, que va cambiando su excentricidad alternadamente hasta que encuentra una geometría estable (*circulo*) a medida que también avanza.



*Figura 3.7 Segundo tipo de interacción entre dos vórtices circulares, formación de un vórtice elíptico.*

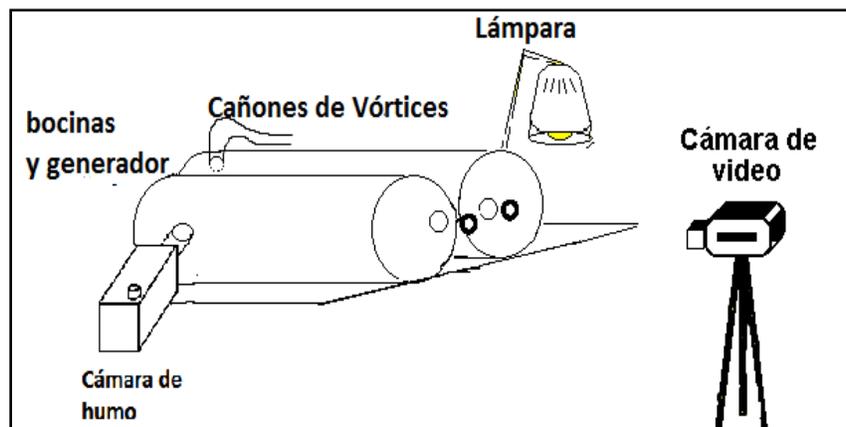
En el tercer tipo hay realmente una doble interacción. Primero se unen los dos vórtices formando una elipse, pero en el primer cambio de excentricidad se alarga tanto que se rompe justo a la mitad dando origen a dos nuevos vórtices toroidales, formados cada uno de ellos, por una combinación del 50 % de cada uno de los vórtices originales; y que se desplazan en dirección perpendicular a la cual fueron inicialmente creados. Es decir, después de formar un solo vórtice elíptico, se forma un “8” que se rompe en el punto más delgado formando dos nuevos toros con elementos de ambos vórtices originales.



*Figura 3.8 Tercer tipo de interacción entre dos vórtices circulares, formación de un vórtice elíptico y posteriormente de dos nuevos vórtices circulares.*

Para entender de mejor manera la distribución de la masa de humo antes y después de la interacción, fue necesario hacer cambios en el sistema de generación de vórtices como se muestra en la *Figura 3.9*.

Entonces, para distinguir entre un vórtice y otro al momento de la salida, se dividió en dos el recipiente de almacenamiento del humo y se hizo un nuevo orificio con las mismas dimensiones en la otra mitad del recipiente. Las bocinas fueron reubicadas, de manera que cada una apuntara a una mitad del recipiente en dirección al orificio de salida. El generador de señales era compartido por ambas bocinas para asegurar que el impulso transmitido al humo fuera el mismo en cada uno de los recipientes.



*Figura 3.9 Dispositivo experimental modificado*

Para poder distinguir entre un vórtice y otro se usó humo de dos colores diferentes. De esta manera se pudo visualizar mejor los tres tipos de interacción observadas anteriormente.

Nuevamente se llevaron las imágenes a la computadora permitiendo un mejor análisis de las interacciones. Se observó con más detalle la segunda y la tercera interacción, demostrando que hasta el momento de la separación de los nuevos vórtices su geometría se mantiene igual en ambos casos. En el tercer caso si se presenta una intersección entre puntos del vórtice permitiendo una separación. Donde la mitad de cada uno de los toros originales, conforma cada nuevo vórtice.

Resalta, la simetría que permanece durante el experimento tanto en los puntos de interacción, como en la distribución del humo que existe en los productos finales



*Caso 1*

*Caso 2*

*Caso 3*

*Figura 3.10 Visualización de vórtices toroidales de diferentes colores*

### **3.1.3 Simulación Numérica**

Para entender más este fenómeno, se simuló una de las interacciones entre vórtices. Primero, a partir de una imagen, se construyó una malla toroidal virtual en tres dimensiones, que se rellenó con 5,000 partículas de gas con un emisor de partículas del tipo *Full Object*. Posteriormente se quitó la malla para que las partículas pudieran interactuar libremente.

La interacción entre partículas se modeló utilizando una técnica de mecánica de fluidos computacional (MFC) llamada hidrodinámica de partículas suavizadas (SPH, por sus siglas en inglés). Las condiciones iniciales están determinadas por la geometría de los vórtices y el punto en el cual se va a iniciar la interacción. Este punto se escogió a partir del experimento.

#### **3.1.3.1 Estrategia de Simulación**

En MFC las computadoras son usadas para realizar millones de cálculos para simular la interacción de fluidos y gases. Las simulaciones tienen la ventaja de que se pueden cambiar los parámetros del experimento fácilmente sin tener que construir cada vez otro dispositivo. Sin embargo, en la mayoría de los casos, sólo se obtienen soluciones aproximadas, y en general, no se puede modelar tiempos muy largos o zonas muy extensas.

El equipo usado para la simulación fue el siguiente:

- HP Pavillion DV 6000
- Procesador Intel Centrino Dual Core @1.73 GHZ
- RAM 1014 MB
- Sistema Operativo de 32 bits

El software usado fue el siguiente:

- Open GL: Es una especificación estándar que define una API multilenguaje y multiplataforma para escribir aplicaciones que produzcan gráficos 2D y 3D.
- Real Flow: Herramienta usada para la simulación de dinámica de fluidos.
- Python: Lenguaje de Programación interpretado.

Las bases fundamentales de cualquier problema en MFD [4] son por un lado la ecuación de Navier-Stokes (ecuación 2.1):

Para poder calcular, se debe discretizar el espacio del dominio en pequeñas celdas para formar una malla y después se aplica un algoritmo que resuelva las ecuaciones de movimiento.

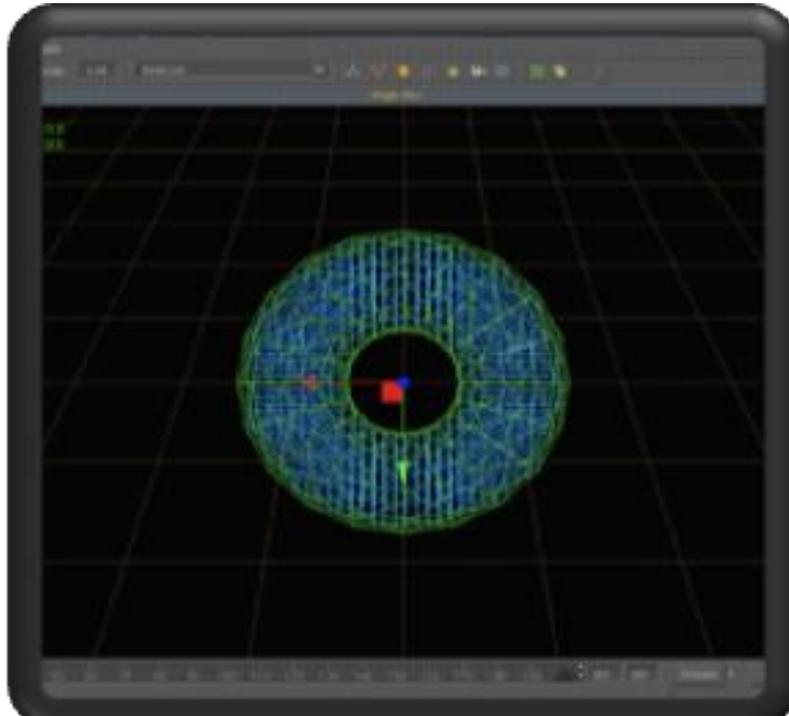
La Hidrodinámica de Partículas Suavizadas es un método Lagrangiano alternativo, para resolver problemas de fluidos. Este método está basado en la interpolación de integrales usando núcleos o kernels, donde se pueden aproximar valores y derivadas continuas usando puntos discretizados (partículas suavizadas) con valores concretos o propiedades físicas. En nuestro caso se usó el Kernel Gaussiano.

Los valores de los parámetros físicos que se usaron aparecen en la siguiente tabla. Algunos fueron tomados a partir de los valores conocidos del aire, ya que las mediciones directas hubieran perturbado la interacción.

<b>Tipo de Dato</b>	<b>Valor para el Gas</b>
Aproximación de Densidad	1.23 kg/m <sup>3</sup>
Aproximación Presión Interna	1 kg/cm <sup>2</sup>
Aproximación Presión Externa	1 kg/cm <sup>2</sup>
Aproximación Viscosidad	1.764 $\mu$
Temperatura Externa	100 ° F

*Tabla 4.1 Datos necesarios para la simulación*

Una vez introducidos los parámetros se hizo uso del programa Real Flow 4.0, software para modelar fluidos.



*Figura 3.11 Construcción de un vórtice toroidal*

Se generaron dos vórtices iguales a las figura 11 y agregó un Daemon (Herramienta de Real Flow) que permite introducir las fuerzas que afectan al fluido. En este caso, se agregó un Daemon de gravedad en dirección Y para darle el empuje inicial a las partículas. Es decir, un impulso análogo al que se transmitía con el generador de señales. También se introdujo un Daemon de atracción para generar la interacción de las moléculas. La simulación completa utilizó del orden de 180 cuadros; el tiempo total fue de 8 horas 17 minutos y 45 segundos.

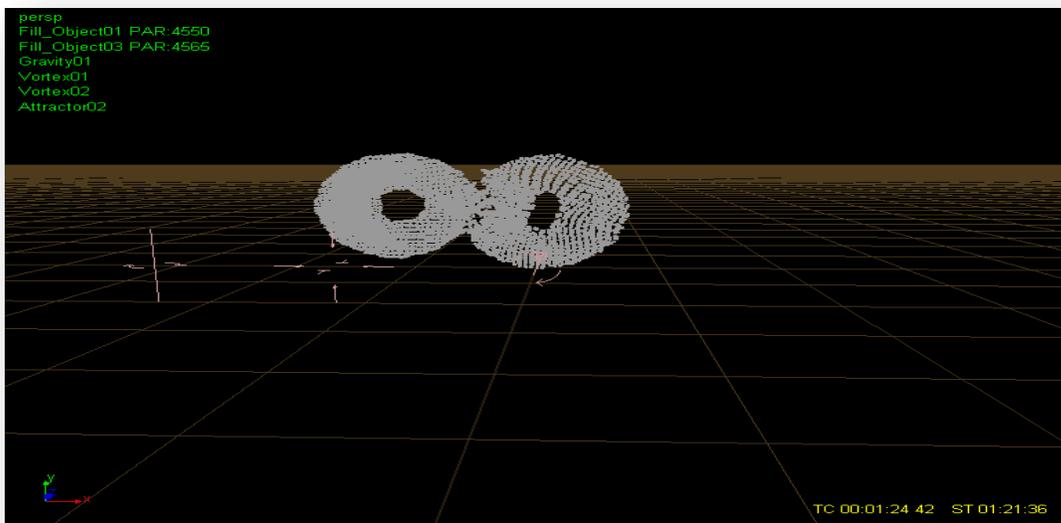
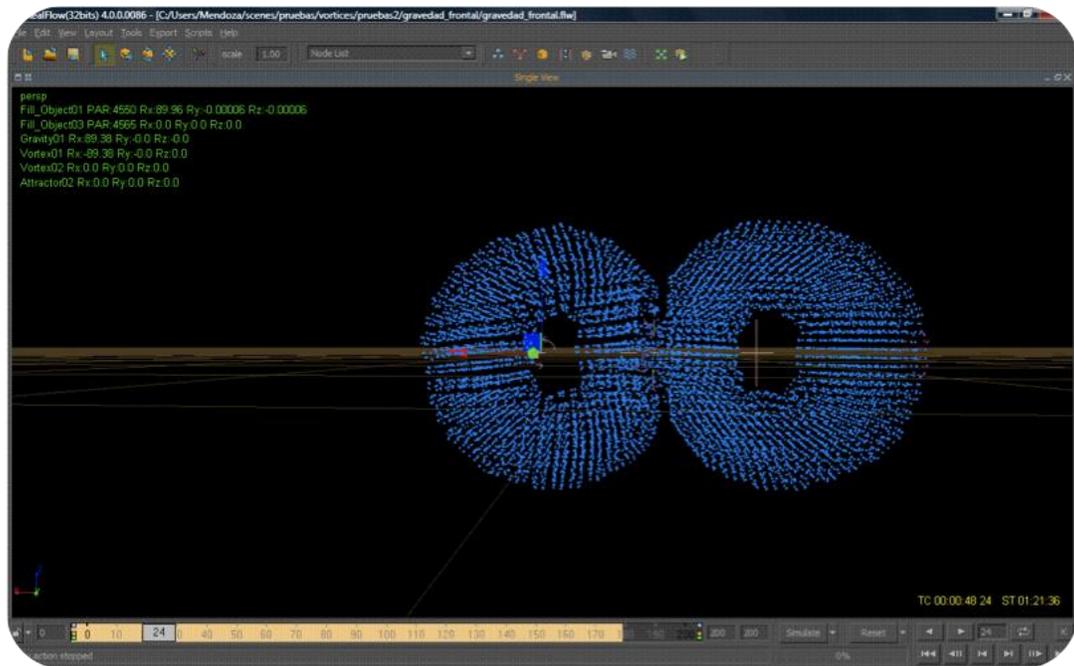


Figura 3.12 Modelación de la interacción de vórtices

De esta manera se pudo modelar la interacción entre vórtices sin necesidad de utilizar directamente la ecuación de Navier Stokes. En la *Figura 3.12* se capturaron instantes de la simulación al momento en que nuestros vórtices chocan, se puede observar la deformación que existe en cada vórtice. Dependiendo del valor que asignemos al *Daemon* podemos hacer que los vórtices choquen sin deformarse o bien se destruyan completamente.

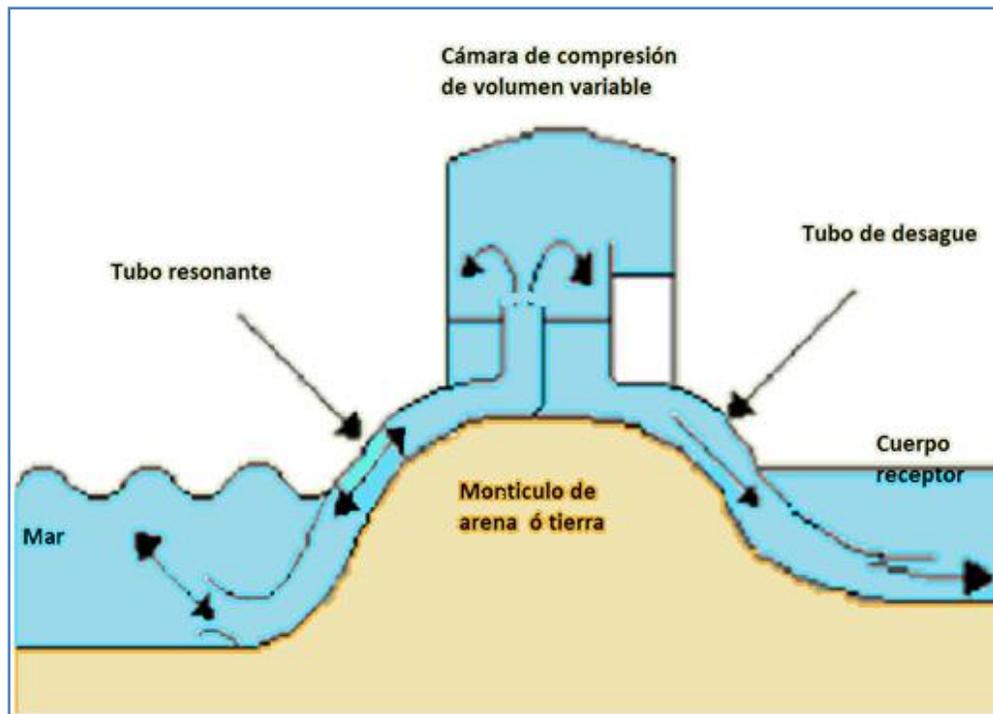
# CAPÍTULO 4

## VÓRTICES PRODUCIDOS POR FLUJOS OSCILANTES

### 4.1 DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA DE BOMBEO POR ENERGÍA DE OLAJE (SIBEO).

El SIBEO es un dispositivo que bombea agua aprovechando la oscilación del campo de presión ocasionado por el oleaje como se muestra en la *Figura 4.1*. Este sistema se puede aprovechar para bombear agua limpia de mar a zonas estancadas con poco o sin oleaje.

El sistema está compuesto por un tubo resonante, una cámara de compresión y un tubo de desagüe. El tubo resonante está expuesto al campo de presión del oleaje. Cuando el sistema total entra en resonancia, las oscilaciones dentro del tubo resonante se hacen muy grandes de manera que se vierte agua a la cámara de compresión montada en tierra. A partir de aquí el agua desciende por gravedad a través del tubo de desagüe para desembocar en el cuerpo receptor es decir a la zona con poco oleaje como lagunas, puertos, estuarios, etc.



*Figura 4.1 sistemas de bombeo por energía de oleaje*

El aprovechamiento de energías alternativas es un tema de interés actual. En el ámbito de la energía de oleaje, se han desarrollado una gran diversidad de convertidores de energía de oleaje mecánica a energía eléctrica. Estos sistemas no son muy eficientes.

El SIBEO es muy eficiente porque no convierte energía de una forma a otra, simplemente la aprovecha. Opera por medio de una columna de agua oscilante, que puede inyectar agua limpia y oxigenada de manera autónoma y constante, sin la necesidad de gastar combustible para el bombeo y sin la emisión de contaminantes a la atmosfera. Además, no tiene partes móviles, por lo que permite también la transferencia de pequeños seres vivos sin dañarlos. Esto lo convierte en una herramienta ideal para el manejo de zonas costeras.

En experimentos realizados con un modelo a escala de SIBEO en un tanque de olas, se mostró el aumento del flujo volumétrico (entrada de agua) hasta en un 17% al colocar un difusor al inicio del tubo resonante. En las ecuaciones que modelan al SIBEO [1] aparecen varios términos que representan pérdidas de energía por diferentes mecanismos: fricción del fluido contra las paredes; radiación transmitida por las ondas en la superficie del agua y por formación de vórtices en la entrada del ducto resonante. Una manera de optimizar el SIBEO es reducir las pérdidas. Ni la fricción con las paredes ni la radiación se pueden eliminar. El único mecanismo en el que se puede influir es en la formación de vórtices.

La forma de la entrada del ducto resonante es crítico en la formación de vórtices por tanto se diseñaron difusores con curvaturas tales que no se formaran vórtices dentro del difusor. Mientras se realizaba dicho estudio, se observaron accidentalmente patrones de vorticidad al variar sus condiciones de oscilación.

En este trabajo se pretende entender la formación, interacción y propagación de vórtices formados cerca de tubo resonante para eventualmente, poder controlar su formación.

El sistema consiste en un tubo parcialmente sumergido en un tanque de agua, dentro del cual hay un pistón que produce un flujo que oscila sinusoidalmente. En la parte final del tubo se pegan difusores con las curvaturas calculadas.

A pesar de la observación de dichos patrones, nunca se realizó un análisis detallado sobre este fenómeno, como el hacer mediciones acerca de la dirección de escape de los vórtices, o bien determinar si existía una relación entre la amplitud y frecuencia de oscilación con respecto al patrón de vorticidad que se genera al momento de la oscilación, etc.

Esta relación se deducirá a partir del análisis que se realicen sobre la morfología de los patrones de vorticidad que se presenten en cada caso y se realizara una comparación con los vórtices producidos en un tubo recto.

## 4.2 DISEÑO EXPERIMENTAL

Se diseñaron y construyeron nuevos difusores; también se realizó la modificación del dispositivo experimental que se encuentra en el laboratorio de Acústica, éste dispositivo produce una columna de agua oscilante; que intenta simular el movimiento inducido por el oleaje sobre un determinado difusor a escala; en éste dispositivo se puede controlar la amplitud y frecuencia de oscilación.

El movimiento oscilatorio del agua dentro del tubo provoca que al final de éste, que corresponde a la salida del difusor, se produzca un desequilibrio entre las fuerzas centrípetas e inerciales donde una estructura vortical se forma al salir y entrar el fluido del difusor. Tomando en consideración la amplitud y frecuencia de oscilación, los patrones de vórtices se deshacen total o parcialmente al cambiar la dirección del flujo; o bien se pueden formar diferentes combinaciones con la estructura vortical en el siguiente periodo de oscilación. Este movimiento continuo crea una gran variedad de patrones que dependen de nuestros parámetros independientes, a cada combinación de estos parámetros se le puede asociar un coeficiente de pérdida. Se tiene por objetivo caracterizar los difusores a partir de los vórtices que éstos producen, haciendo variaciones periódicas con el dispositivo, modificando la amplitud y frecuencia de oscilación. También se realizó una comparación de las estructuras que forman estos difusores con las formadas por un tubo recto.

Para la realización de este trabajo se modificó el dispositivo experimental existente[8]. Las modificaciones fueron hechas con la finalidad de optimizar dicho dispositivo; estas modificaciones se mencionan a continuación.

Se realizó la construcción de un tanque de agua con volumen de  $1 \text{ m}^3$ ; de mayores dimensiones que la anterior.

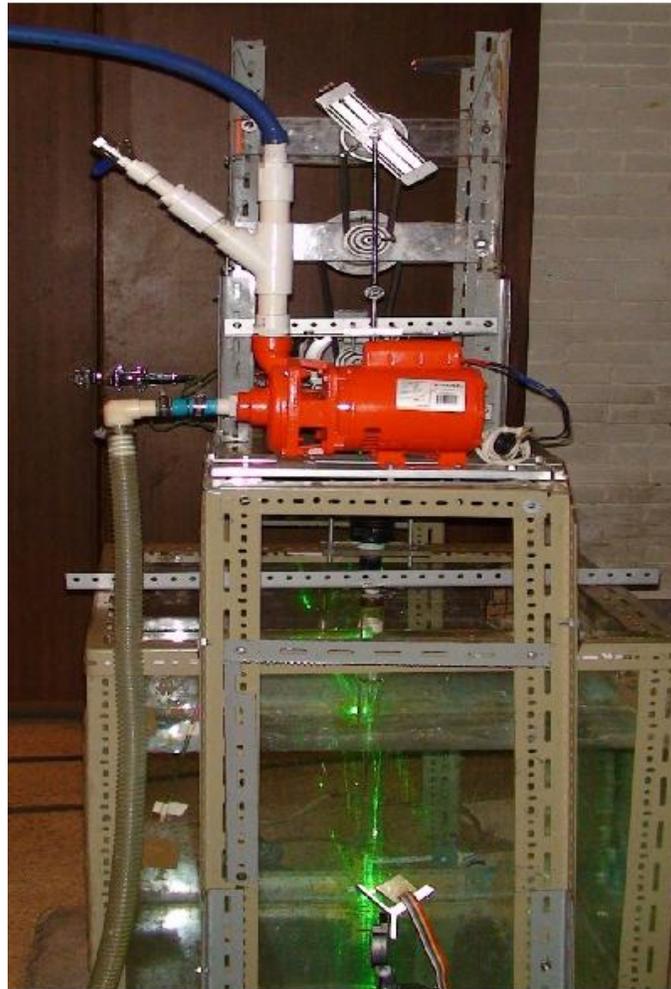
En la sección del dispositivo que genera el movimiento oscilatorio, se realizó una alineación en el juego de poleas para disminuir vibraciones por esfuerzos; también se desarrolló la construcción de una barra con un eje central roscado, para manejar con mayor precisión la amplitud de nuestra columna de agua.

Para controlar la frecuencia de oscilación se montó el frecuencímetro en un disco graduado con escala mínima de un grado, esto se realizó con la finalidad de garantizar que las trompetas se colocaran siempre a la misma frecuencia durante los experimentos.

Se cambió el pistón por un fuelle, ya que el embolo que es la parte interna del pistón se desalineaba constantemente; provocando una fuga de aire contenido y por tanto variaciones en el modo de oscilación. Así al cambiar al fuelle en forma de cilindro compuesto de material elástico permitía un rango de alineación mayor, provocando pocas fugas y anulando la variación en la distancia de subida y bajada de la oscilación.

El tubo-difusor al estar sostenido directamente del dispositivo principal tenía como desventaja la transmisión de vibraciones provocando un movimiento notorio al final del difusor añadiendo en la formación de vórtices un error. Por tanto se construyó un soporte con una referencia fija; en este caso la pecera que diera estabilidad al difusor y eliminara por completo la perturbación al formar los vórtices.

El dispositivo que finalmente nos sirvió para la caracterización de los difusores se muestra en la a continuación.



*Figura 4.2 Dispositivo experimental*

#### 4.2.1 Secciones principales del experimento.

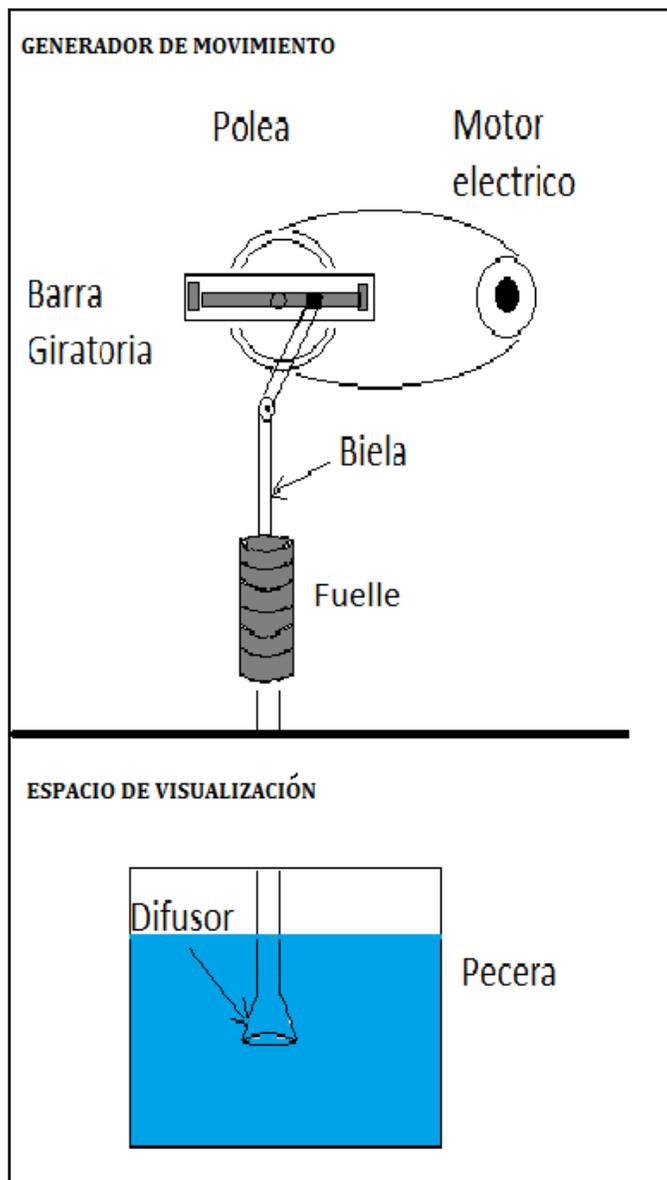


Figura 4.3 Esquema general del dispositivo.

Para un mayor entendimiento de nuestro dispositivo experimental podemos dividirlo en dos partes principales mostradas en la *Figura 4.3*. La primera está formada de un **Generador de Movimiento**, constituido por un motor de corriente directa, y conectado por medio de poleas, a una barra encargada de modificar la amplitud de oscilación en un rango de 0.2 a 5.0 cm, del centro del eje de rotación al punto superior que sujeta una biela. En el punto de sujeción de la biela se encuentra un primer balero que permite que este rote sin forzamientos. La biela transmite únicamente la componente vertical del movimiento de la polea a un fuelle, a través de un segundo balero, con el propósito de

minimizar esfuerzos y rozamientos en el fuelle, así como garantizar que la única dirección de esfuerzo transmitido al fuelle sea la vertical. El fuelle es el encargado de transmitir las variaciones de presión provocando el movimiento oscilatorio en una columna de agua. La segunda parte será el **espacio de Visualización**; está formado por un tubo recto que finaliza en el difusor que se quiere caracterizar. El difusor se encuentra sumergido parcialmente en un tanque de agua como se muestra a continuación. Por medio de las paredes del tanque de agua se puede realizar la iluminación de un plano principal al mismo tiempo que se filma el fenómeno para posteriormente llevarse a la computadora y realizar el análisis.

La parte más importante del dispositivo es el Generador de movimiento; está constituido por un motor de Corriente Directa de un caballo de fuerza (1 HP), opera con un voltaje de 220 V y alcanza una frecuencia de rotación entre los 0.2 hasta los 60 Hz. Este motor es controlado por un regulador de voltaje de forma manual, se controla directamente del motor la intensidad de la potencia de operación, que viene relacionado con la frecuencia de rotación del motor. El motor está conectado con una banda de hule a un sistema de reducción de poleas 3:1, donde la última polea tiene conectada la barra giratoria, ésta última modifica la distancia que hay entre el eje de rotación y el punto donde se sujeta la biela.

A partir de este punto ya se tiene definido el tipo de oscilación que será transmitida a la columna de agua. Se desearía tener una oscilación de forma sinusoidal. Sin embargo analizando el efecto que transmite la biela entre la barra giratoria y el pistón, por la distancia variable que existe entre la parte superior del pistón y el punto de sujeción de la biela, ésta distancia es debida a que la biela no se encuentra a lo largo de la oscilación en la dirección vertical, haciendo que solo contribuya al movimiento su proyección vertical (*Figura 4.4*).

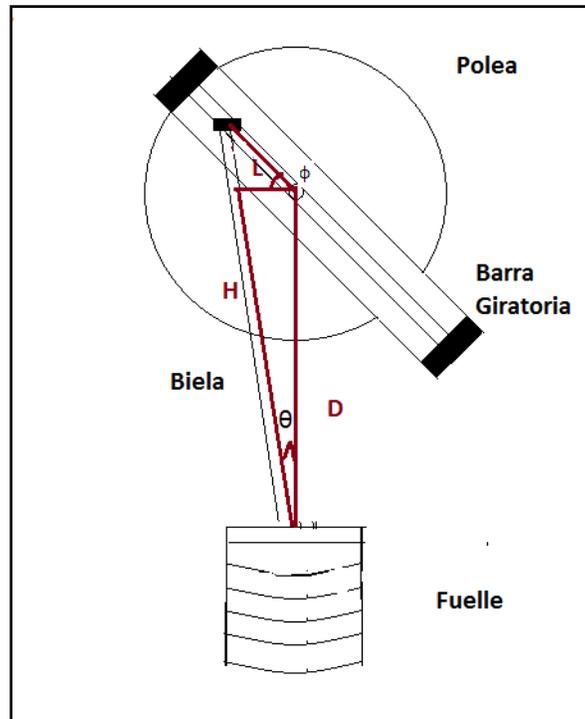


Figura 4.4 Detalle de unión fuelle- biela- barra giratoria

La longitud vertical de la biela cambia durante el ciclo de oscilación, provocando también un cambio en la proyección sinusoidal que puede ser medido desde la variación del ángulo “ $\theta$ ”.

Si tomamos la longitud de la biela como  $H = 32 \text{ cm}$ ; la amplitud puesta en la barra giratoria como  $L \leq 5.0 \text{ cm}$ , se puede calcular el estiramiento total que se presentaría en el fuelle que sería dado por  $x = H \cos(\theta)$ . Definiendo como  $\phi$  el ángulo de giro de la polea que sostiene la biela se puede definir:

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{L \cos \phi}{H \cos \theta} \quad 4.1$$

Despejando  $\theta$  se obtiene:

$$L \cos \phi = H \cos \theta \tan \theta = H \sin \theta$$

$$\theta = \sin^{-1} \left( \frac{L}{H} \cos \phi \right) \quad 4.2$$

Se puede definir el parámetro  $\Delta x$  que agrega una oscilación adicional, a la rotación producida únicamente por el giro de la polea; dado por las siguientes relaciones:

$$\Delta x = H - H \cos \theta$$

$$\Delta x = H(1 - \cos(\sin^{-1}(\frac{L}{H} \cos \phi))) \quad 4.3$$

El movimiento final transmitido al fuelle seria correspondiente a la oscilación total  $Y = A + \Delta x$  donde  $A$  es la oscilación dada únicamente por la polea

$$A = L \sin \phi \quad 4.4$$

$$Y = L \sin \phi + H(1 - \cos(\sin^{-1}(\frac{L}{H} \cos \phi))) \quad 4.5$$

Si graficamos la función  $A$  (rojo) y la comparamos con la función  $Y$  (blanco) mostradas en la *Figura 4.5*; se observa que ambas graficas coinciden en los máximos y mínimos de la función, además se distingue que los valores intermedios no coinciden, siendo ligeramente mayor la función  $Y$ ; tal y como lo predice el desarrollo de ecuaciones anterior.



*Figura 4.5 Grafica de la función "Y" y la función "A"*

De esta forma se puede mostrar que la función  $Y$  es igual a la función  $A$  cuando se cumple:

$$\lim_{\frac{L}{H} \rightarrow 0} Y = A \quad 4.6$$

Por tanto esta diferencia en las graficas puede aumentar o disminuir dependiendo de qué tan alejados estemos del eje de rotación, es decir de la amplitud. En nuestro caso nuestra amplitud máxima es de 5 cm; por tanto la máxima diferencia entre las graficas de la función  $A$  y la función  $Y$  es de 0.6937%. El sistema sobre la columna de agua puede ser caracterizado por una aproximación de una función sinusoidal; esto indica que el movimiento es simétrico y no existen movimientos externos que perturben el sistema,

además se puede considerar que la medida de la distancia para la variación en amplitud puede ser medida directamente de la columna en el tubo-difusor o desde la parte superior y su error no es considerable en el fenómeno.

Por otro lado tenemos el análisis de la frecuencia. Se menciona anteriormente que la frecuencia está fuertemente relacionada con la potencia del motor, por tanto el motor era regulado a través de un potenciómetro, que a su vez está controlado por un disco graduado en grados; así es posible repetir la misma frecuencia para diferentes experimentos.

Se realizó una grabación con una cámara HD Sony que tiene una grabación de la columna de agua para diferentes grados del disco. Los videos fueron convertidos a cuadros de imágenes y contabilizando un número fijo de oscilaciones podemos obtener la frecuencia para cada caso. De esta manera se logró asociar una frecuencia a cada grado del disco, que para fines de nuestro experimento es similar a asociar a cada variación de voltaje de nuestro motor una frecuencia diferente.

A continuación se muestra la grafica asociada a cada valor de la escala del disco medida en grados y su frecuencia asociada.

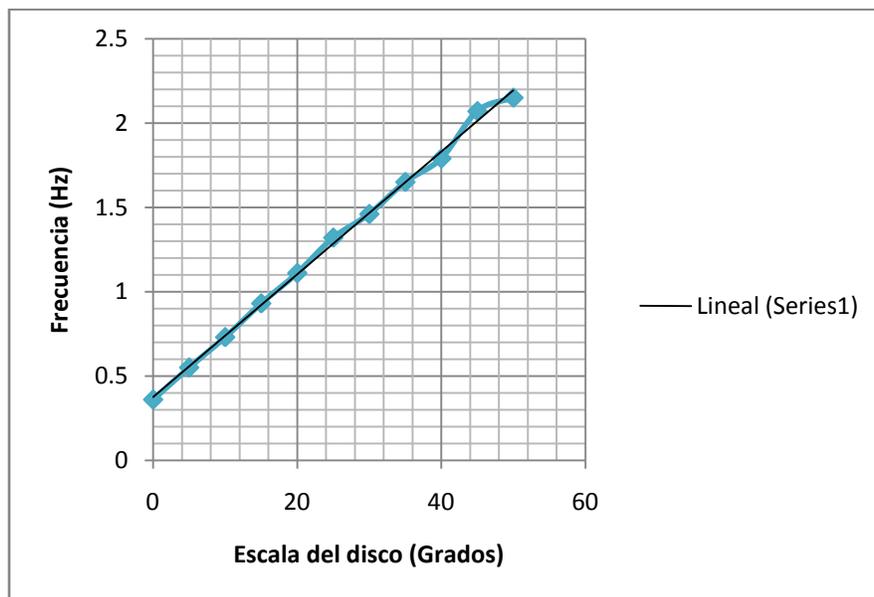


Figura 4.6 Calibración de Frecuencias

#### 4.2.2 Diseño de difusores

Para este trabajo se diseñaron y construyeron 2 difusores a partir de la *Ecuación (2.24)* mencionadas en el marco teórico. Los parámetros elegidos para el diseño fueron tales que se producen vórtices en la orilla del difusor. Estos difusores fueron comparados con la formación de vórtices en un tubo recto como se menciono anteriormente.

La trayectoria que siguen estos vórtices formados por los difusores depende de la frecuencia y la amplitud de oscilación, formando patrones de flujo muy diversos.



Figura 4.7 Difusores

#### 4.2.3 Construcción de difusores

La construcción de difusores fue llevada a cabo por diferentes etapas que son las siguientes: se debe hacer un escantillón, realizarse un moldeado y finalmente un termoformado, el desarrollo de cada etapa se explica a continuación. Se muestran las etapas esquemáticamente en la siguiente figura.

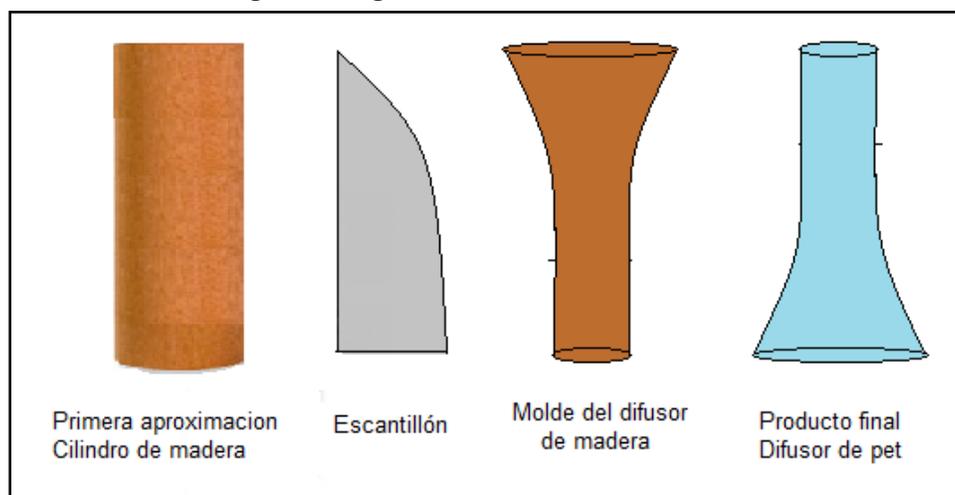


Figura 4.8 Etapas de construcción del difusor.

#### **4.2.3.1 Moldeado de Difusores**

Una vez calculada la curvatura se realizo la construcción de un escantillón o guía, de material rígido, puede ser metal madera o hasta papel cartoncillo grueso; con esta curvatura calculada, debe de cuidarse la exactitud del corte para no agregar errores en la fabricación.

Para elaborar el molde que tendrá la forma del difusor, se necesito un trozo de material para tornear; puede ser madera Pino, Caoba o se puede utilizar algún aglomerado como el MDF, en caso de que la pieza sea delgada se pueden pegar varios trozos para que el volumen del material final satisfaga el volumen ideal del difusor.

En este caso se hizo uso de madera y sus dimensiones fueron de 16 cm<sup>3</sup> aprox., para moldear la pieza se tuvo que llevar a un torno de los Talleres de Diseño Industrial, donde se llevo a cabo el torneado; esto quiere decir que el cubo original tuvo que rebajarse hasta obtener la forma geométrica de un cilindro; éste debe ser ligeramente mayor por 6 mm de diámetro.

Posteriormente aun en el torno se comienza a rebajar el cilindro, aproximándonos a la curvatura deseada, para esto hacemos uso del escantillón.

Una vez que se logro la curvatura deseada se lija el molde para evitar que queden astillas; en caso de haber quedado alguna imperfección en el molde se puede hacer uso de resanado para madera para rellenar los huecos, o bien, se aplica directamente una capa delgada de resanado para autos, esto con el propósito de llenar aquellas imperfecciones propias de la madera. Una vez más se lija el molde con diferentes tipos de lija para mayor facilidad se puede lijar en un torno a baja velocidad, debe hacerse hasta dejarlo sin protuberancias ni huecos; se pueden ocupar diferentes tipos de lijas desde una de grano grueso hasta llegar a una de grano fino, se debe tener cuidado en no modificar la curvatura del molde. Es necesario aplicar la capa de resanado para que en el termo-formado nuestro difusor no tenga una superficie rugosa en el interior.

#### **4.2.3.2 Termo-formado**

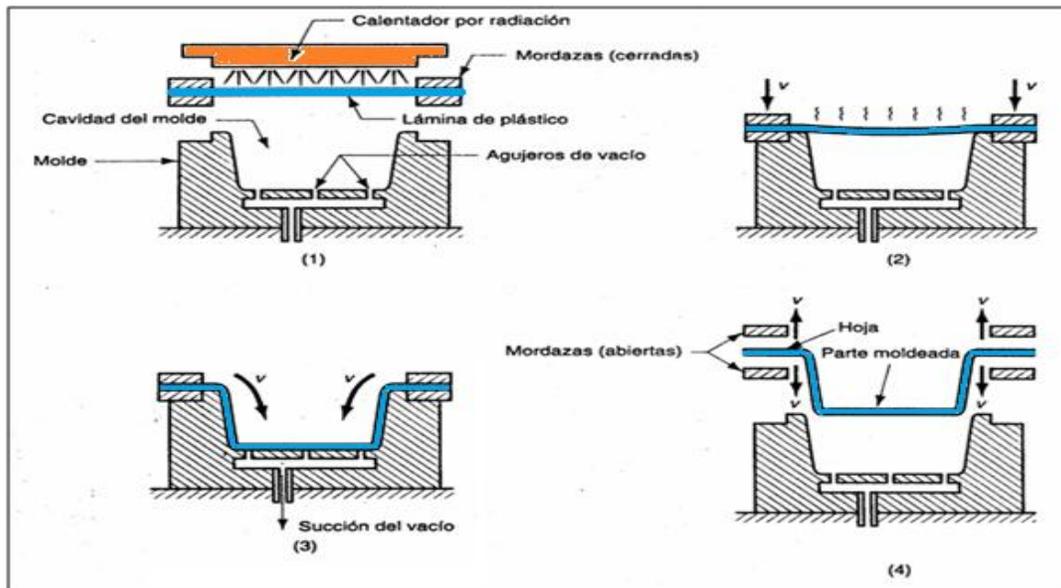
Listo el molde, es posible realizar el termo-formado. Se ocupo una placa de PET (Polietilén Tereftalato) de 3 mm de grosor y una maquina termo-formadora.

El termo-formado [6] consta de dos pasos principales: calentamiento y formado. El calentamiento se realiza generalmente mediante radiadores eléctricos en uno o ambos lados de la lámina de plástico inicial, a una distancia aproximada de 125 mm y a una temperatura de 145-175 °C.

La duración del ciclo de calentamiento necesita ser suficiente para ablandar la lámina, dependiendo del polímero, su espesor y color. Los métodos de termo-formado pueden clasificarse en tres categorías básicas: 1) termo-formado al vacío, 2) termo-formado a

presión y 3) termo-formado mecánico. Se describirá a continuación el termo-formado al vacío, método utilizado en la fabricación de nuestro difusor.

El *termo-formado al vacío* (llamado simplemente formado al vacío en sus inicios, en los años cincuenta) en el cual se usa presión negativa para adherir la lámina precalentada dentro la cavidad del molde. El proceso se explica en la *Figura 4.9* en su forma más básica. Los agujeros para hacer el vacío se encuentran en la superficie inferior; si el molde es muy grande deben realizarse agujeros en el molde del orden de 0.8 mm de diámetro, para que el PET quede adherido homogéneamente.



*Figura 4.9 Proceso de termo-formado al vacío*

En la *Figura 4.9* se muestra el proceso de termo-formado al vacío. Se debe determinar el material que se va a termo-formar y la temperatura con que se debe trabajar. La secuencia mostrada indica que el primer paso es fijar el material con las mordazas, posteriormente, se coloca el radiador eléctrico sobre la placa hasta llegar al punto donde el material se comporte como un elastómero en ese momento se retira el radiador eléctrico; se comienza la succión del aire, esto hace que el PET se adhiera a la superficie inferior y por tanto al molde. Posteriormente se debe enfriar con aire a presión hasta que se encuentra nuevamente en estado sólido, esto para evitar alguna deformación no deseada.

Por último se desmolda el PET, se rectifica el difusor recortando el sobrante de material, comparado con el molde de madera, esto para no modificar las dimensiones y dejar finalmente el difusor en forma de trompeta con la curvatura deseada. Por último se le pega al difusor un tubo recto para realizar la analogía a los tubos del SIBEO.

# *CAPÍTULO 5*

## *RESULTADOS*

---

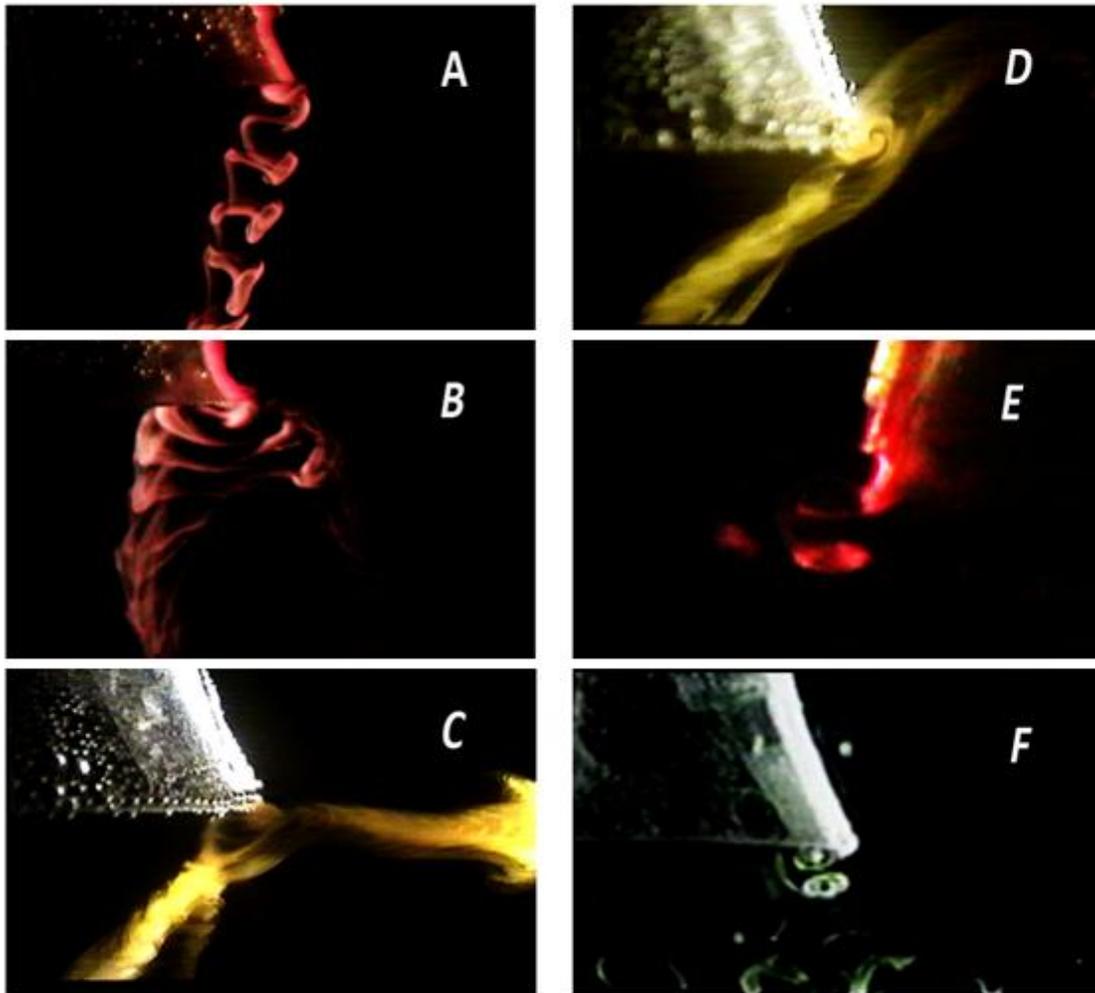
En este capítulo se muestran los resultados obtenidos. El objetivo es, determinar el efecto de la geometría del difusor en la configuración de la estructura en los vórtices y su evolución, para diferentes valores de la amplitud y de la frecuencia de oscilación.

En la primera parte se visualiza el comportamiento de los vórtices en uno de los difusores con la técnica de inyección de tinta; y en la segunda parte se muestran los campos de velocidad y vorticidad obtenidos para el tubo recto y dos difusores utilizando PIV.

### **5.1 INYECCIÓN DE TINTA APLICADA A UN DIFUSOR**

Para escoger el rango de amplitudes y frecuencias en las que se va a trabajar, es necesario realizar primero varias series de pruebas; variando primero la amplitud y después la frecuencia de oscilación. Después de visualizar las estructuras que se forman durante la oscilación, se eligió un rango de parámetros específico, para el cual se aplicaría posteriormente la técnica de PIV.

La visualización de los vórtices se realizó con la técnica de inyección de tinta como primera prueba. Esta fue realizada con el difusor 1, manteniendo una amplitud fija de 3 cm en la oscilación y con frecuencias de 0.36 Hz, 0.55 Hz, 0.73 Hz, 0.93 Hz y 1.11 Hz. (*Figura. 5.1*) Se encontraron las siguientes imágenes.



*Figura 5.1 Visualización de Vórtices con el método de Inyección de Tinta para las siguientes frecuencias A) 0.36 Hz, B) 0.55 Hz, C) 0.73 Hz, D) 0.93 Hz y E) 1.11 Hz*

De las imágenes se pueden observar diferentes configuraciones que presentan los vórtices formados en la salida del difusor. Se forma un vórtice al salir y otro al entrar el flujo. Las trayectorias que siguen estos vórtices dependen fuertemente de la amplitud y frecuencia de la oscilación. Cada vórtice formado se une con el del siguiente periodo como en las figuras A, B, C y D ó semi-periodo como en E y F, formando estructuras tridimensionales complejas. Por ejemplo, en la *Figura 5.1 C*, las dos trayectorias forman un ángulo de alrededor de 130 grados mientras que en la figura D el ángulo es de 180 grados.

El mismo método se siguió para la Trompeta No.2; donde se lograron visualizar configuraciones vorticales similares. La diferencia radica en que las frecuencias de oscilación son mayores para formar estructuras semejantes.

Este resultado es lógico, dado que la curvatura del difusor No 2 es “más suave” que la del difusor No. 1 como se mencionó en el Capítulo 3. Esta suavidad en la curvatura hace que el balance entre las fuerzas centrípeta e inercial se conserve por un tiempo mayor, dando como resultado que la formación de vórtices se produzca cuando la frecuencia aumenta

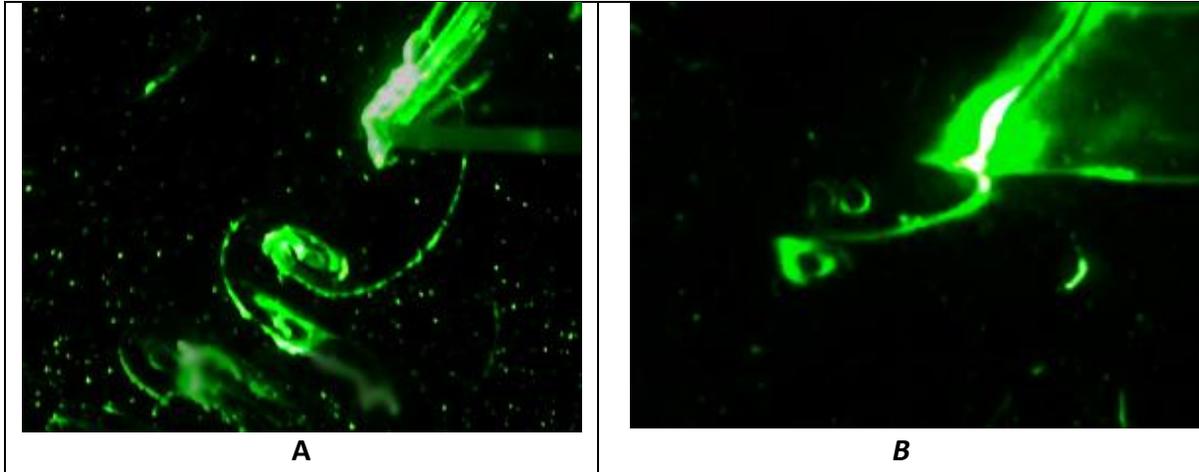


Figura 5.2 Similitud Dinámica de Estructuras

En la trompeta 1 (*imagen A*) el diámetro de salida es de 8 cm con una frecuencia de 0.30 Hz. Y un número de Reynolds de 44. La trompeta 2 (*imagen B*), con diámetro de salida de 14 cm. La frecuencia corresponde a los 0.96 Hz y el número de Reynolds es de 46 Hz. Para poder comparar ambas trompetas se hizo un análisis de similitud dinámica utilizando la *Figura 5.2*. Se escogieron dos patrones similares producidos por cada trompeta. Se calculó el Número de Reynolds para los parámetros correspondientes de la siguiente manera:

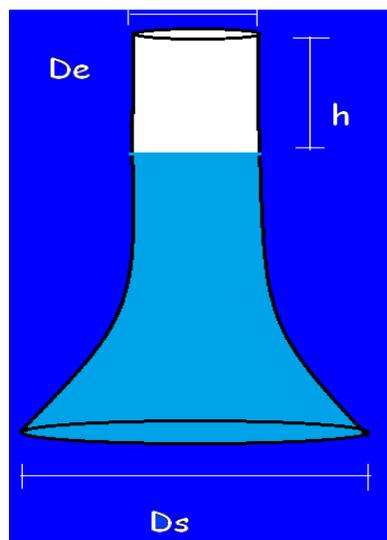


Figura 5.3 Parámetros del Difusor

Sabemos que para formar un número de Reynolds se requieren una velocidad y una longitud características. Para un tubo, este número es:

$$Re = \frac{D_E V_S}{\nu} \quad 5.1$$

Donde  $D_E$  es el diámetro de entrada,  $V_S$  la velocidad de salida y  $\nu$  la viscosidad cinemática del fluido

Por conservación de masa, se debe cumplir que el flujo que atraviesa el área de entrada  $A_E$  con una velocidad  $V_E$  debe ser el mismo que, el flujo que sale por el área  $A_S$  con velocidad  $V_S$ , donde el área de entrada es diferente al área en la salida como se muestra en la *figura 5.3*.

$$V_E A_E = V_S A_S \quad 5.2$$

Podemos conocer la velocidad de salida  $V_S$  despejando de la *Ecuación 5.2*:

$$V_S = \frac{V_E A_E}{A_S}$$

Donde la velocidad de entrada la podemos conocer por medio de la altura  $h$ , la frecuencia  $\omega$  y el diámetro de la tubería de entrada.

$$V_E = 2hD_E\omega \quad 5.3$$

Sustituyendo las *Ecuaciones 5.2 y 5.3 en la Ecuación 5.1* obtenemos el número de Reynolds que describe la similitud dinámica observada experimentalmente:

$$Re = \frac{D_E 2h\omega A_E}{\nu A_S} \quad 5.4$$

Calculando el número de Reynolds para las imágenes de la *Figura 5.2* con la *Ecuación 5.4* se obtuvo el valor de  $Re = 44$  para el primer difusor y  $Re = 46$  para el segundo difusor. Al calcular la incertidumbre en la medición del número de Reynolds se encontró  $Re = \pm 3.5$ , por lo que se puede considerar que los dos flujos son dinámicamente similares.

Posteriormente con la *Ecuación 5.4* se desarrollo un programa en Matlab donde se obtuvo la *Figura 5.4* que muestra combinaciones de diámetros de salidas y frecuencias con un número de Reynolds constante manteniendo como parámetro fijo la altura de la columna de agua.

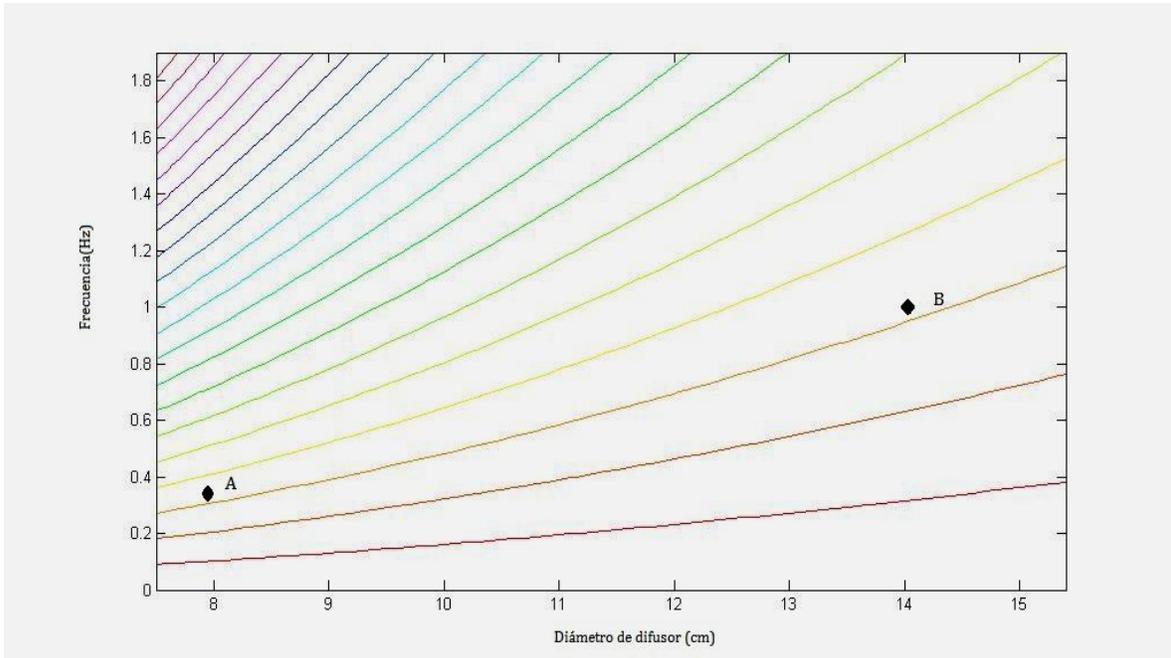


Figura5.4 Grafico correspondiente a números de Reynolds constantes.

En el grafico anterior se marcaron los puntos correspondientes a nuestro experimento, El punto A corresponde al difusor 1 y el B al difusor 2. Esto comprueba lo mencionado anteriormente; ambos puntos caen aproximadamente a la misma distancia de la curva para un mismo número de Reynolds donde su valor es de  $44 \pm 3.5$ .

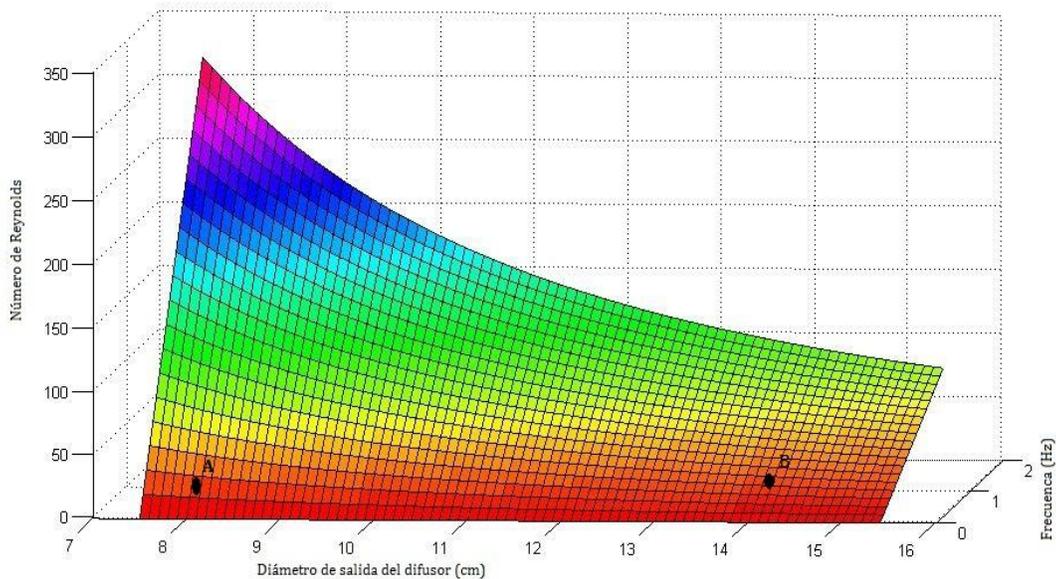


Figura5.5 Grafica de resultados con correspondencia entre diámetro de salida del difusor, frecuencia y número de Reynolds.

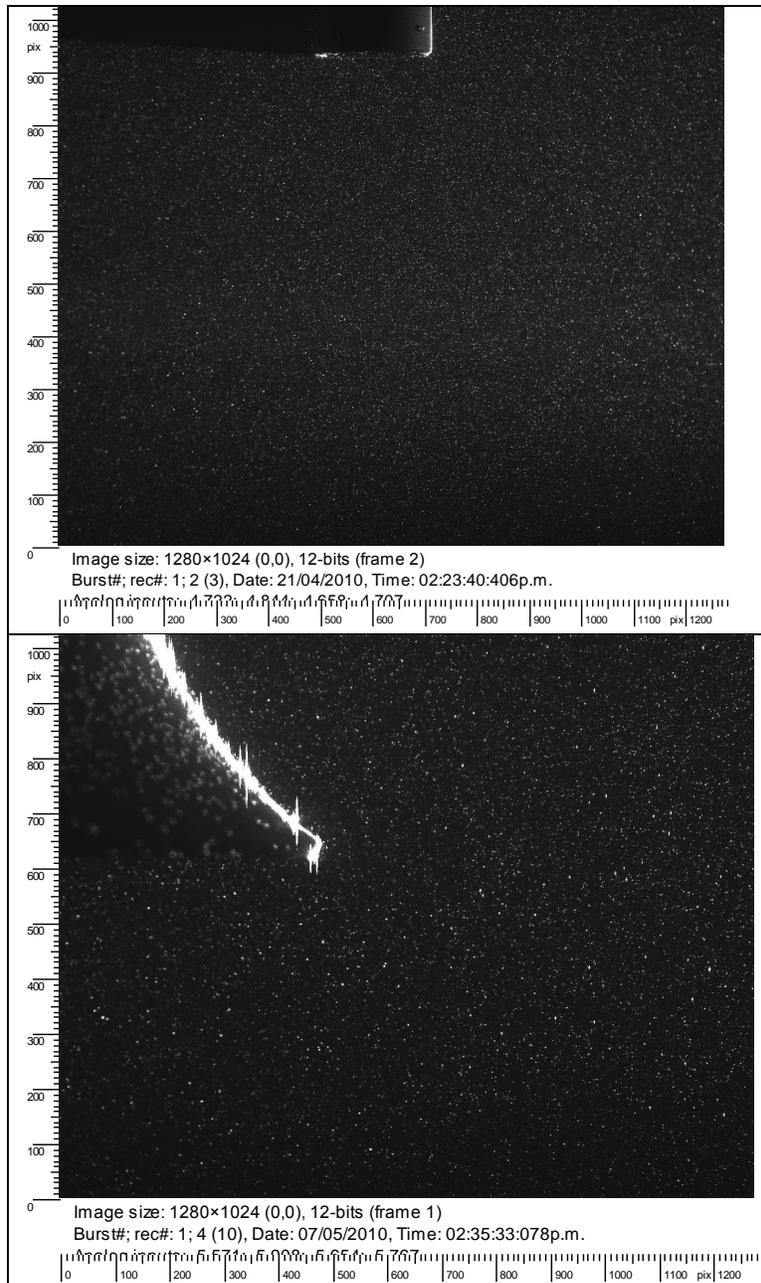
La *figura 5.5* muestra una grafica en 3D donde se representa la relación para diferentes diámetros de salida del difusor, varias frecuencias y su correspondiente número de Reynolds. Si se pudiera posteriormente catalogar la dinámica de cada zona podríamos predecir el comportamiento del sistema dado un diámetro de salida.

## 5.2 MUESTREO CON PIV

En esta sección se presentan los resultados y los análisis obtenidos con la técnica del PIV descrita en el Capítulo 2. En primer lugar se mostrará una secuencia de los campos de velocidad y de vorticidad del Tubo Recto, ya que sus imágenes son muy claras e intuitivas. Posteriormente, se presentarán los resultados de los difusores 1 y 2 respectivamente. Para aplicar esta técnica se llenó el tanque con 162.5L de agua que se sembró con partículas de vidrio de 50  $\mu$  de diámetro, cubiertas de aluminio. El flujo fue iluminado por los dos haces de luz formados a partir de los láseres pulsados como se explicó en el capítulo 3. La diferencia de tiempos entre dos imágenes consecutivas a partir de las cuales se va a generar el campo de velocidades es de  $\Delta t = 250\mu s$ . La diferencia de tiempo entre cada par es de  $\Delta t = 5000\mu s$ .

Para obtener imágenes satisfactorias se deben lograr densidades de partículas adecuadas. Si la densidad es muy pequeña, quedan pocas partículas dentro de cada celda, y la correlación no es correcta. Cuando la densidad es mayor, se puede disminuir el tamaño de cada celda y localizar mejor cada vector del campo de velocidades.

Al analizar los datos es importante tomar en cuenta otros efectos como la reflexión de la luz en algunas superficies.



*Figura 5.4 Densidad de Partículas en Tubo y Trompeta*

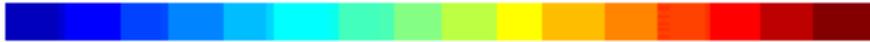
En la segunda imagen se puede observar que hay un reflejo en el difusor. Esta luz excedente causa ruido al momento del análisis de datos; por tanto, lo que se hizo fue colocar una “mascara”, que funciona como filtro.

Dentro del procesamiento de las imágenes para obtener los campos de velocidades se puede tener acceso a paquetes del mismo programa de PIV llamados “Filtros”. En este programa se selecciona la imagen que se desea eliminar, de manera que los datos no sean procesados para obtener el campo de velocidades. El filtro realiza promedios de una celda

en la imagen, con los 8 o 24 vecinos más cercanos. Así, si una celda tiene un vector de magnitud muy diferente al promedio de sus vecinos, se considera como error y se cambia por éste.

Para manipular los datos obtenidos se desarrollaron tres programas en Matlab<sup>1</sup>. El primero realiza una lectura de datos, colocando posiciones y velocidades en forma de matriz. Posteriormente se usa el comando de Matlab llamado “quiver”, que dibuja flechas, que apuntan en la dirección de crecimiento o decrecimiento del campo numérico descrito por la matriz. De este programa obtenemos el campo de velocidades.

El segundo programa calcula la vorticidad, es decir el rotacional de la velocidad a través del comando “curl” en Matlab. Al realizar este cálculo podemos identificar donde se encuentra un vórtice.



Se le asigna un color a cada valor de la vorticidad, el rojo corresponde al valor máximo positivo de la vorticidad, esto significa que el campo de velocidades esta rotando en el mismo sentido que las manecillas del reloj; el color azul es asignado a la rotación del campo de velocidades en el sentido inverso.

El tercer programa es más sofisticado y permite identificar estructuras vorticales y su sentido de rotación. [10] Este programa se basa principalmente en encontrar los eigenvalores de la matriz asociada al campo de velocidades, si estos son imaginarios indica que el fluido tiene un movimiento rotacional, indica que hay un vórtice. Este mismo programa nos indica el sentido del giro del fluido si es imaginario y además positivo nos indica que gira en sentido contrario de las manecillas del reloj y por tanto es asociado el color rojo. Si el eigenvalor es imaginario y negativo se le asocia el color azul.

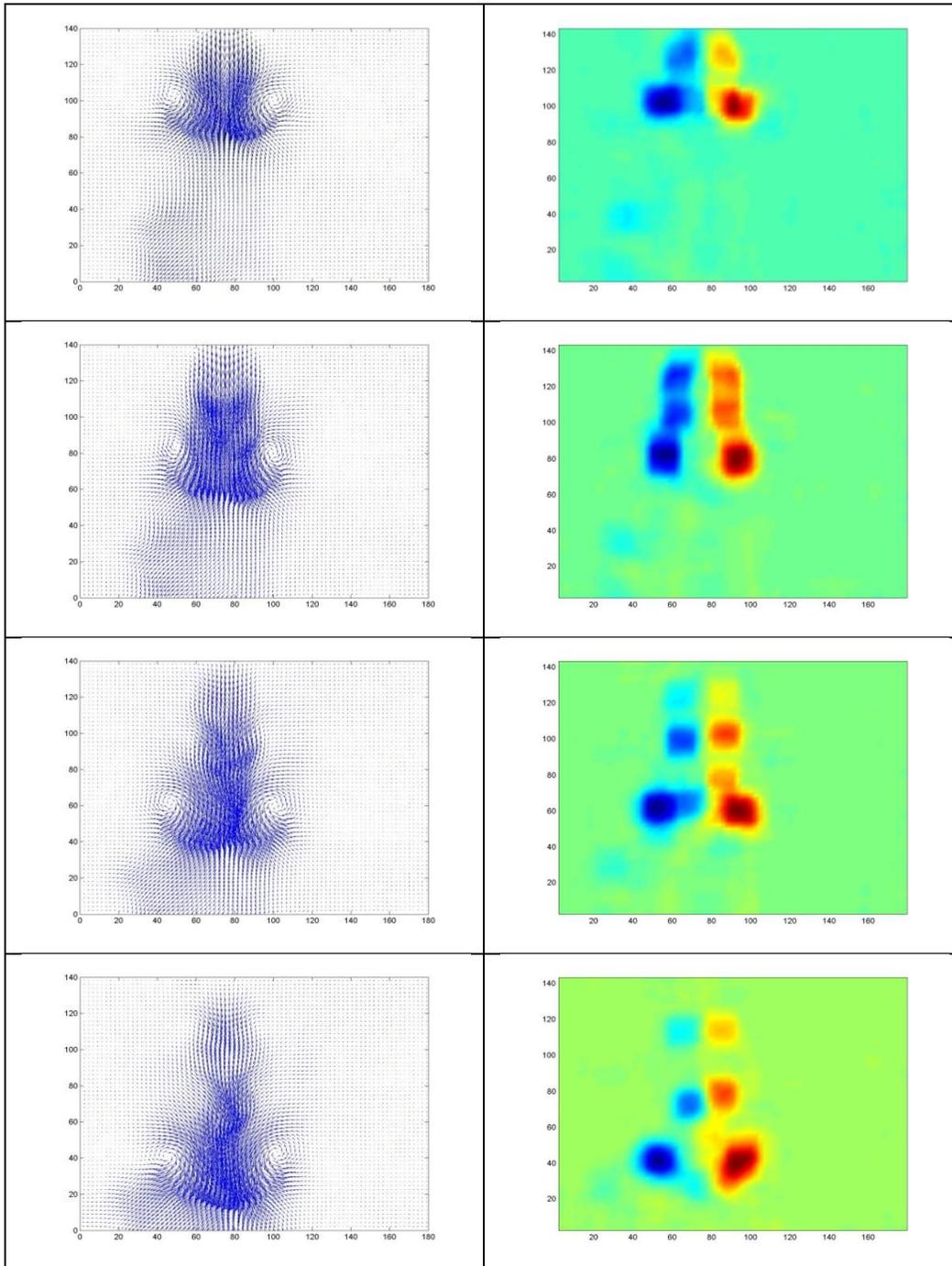
### **5.2.1 RESULTADOS TUBO RECTO**

Se calcularon los campos de velocidad y vorticidad asociados a cada par de imágenes para el tubo recto. A continuación se muestra un ciclo de la oscilación con una amplitud de 1cm y una frecuencia de 0.73Hz.

En la Figura 5.5 se puede observar la evolución de los campos de velocidad (izquierda) y vorticidad (derecha). Se muestra claramente la formación de dos vórtices (un vórtice toroidal) que arrastran fluido cercano al desplazarse.

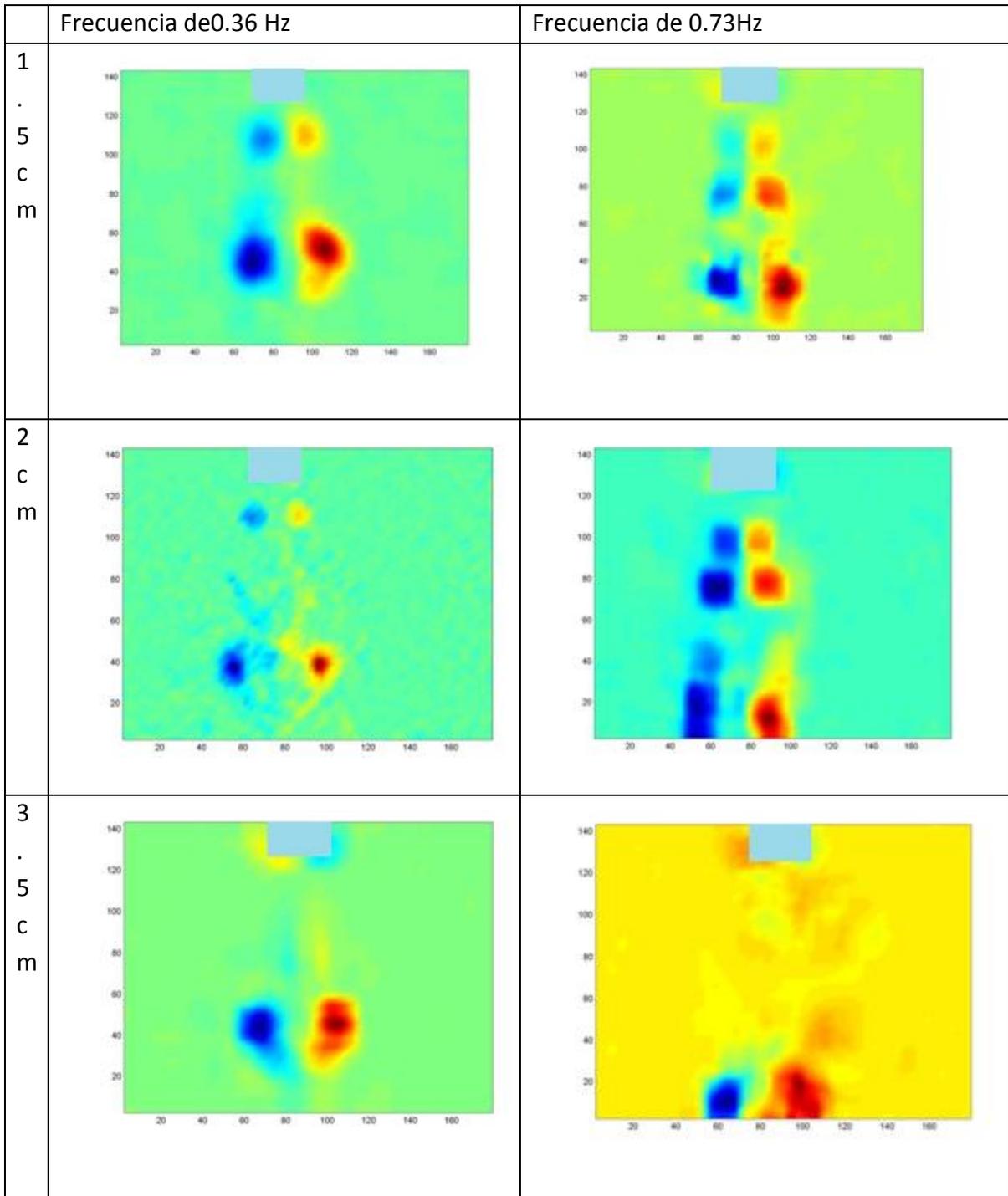
---

<sup>1</sup> Apéndice A (campos de velocidad), Apéndice B (vorticidad “curl”) Apéndice C (Buscador de estructuras)



*Figura5.5 Campo de velocidad y vorticidad para un ciclo del tubo recto*

**Tubo Recto:** Diferentes amplitudes y frecuencias e oscilación.



*Figura 5.6 campo de vorticidad a diferentes frecuencias y amplitudes.*

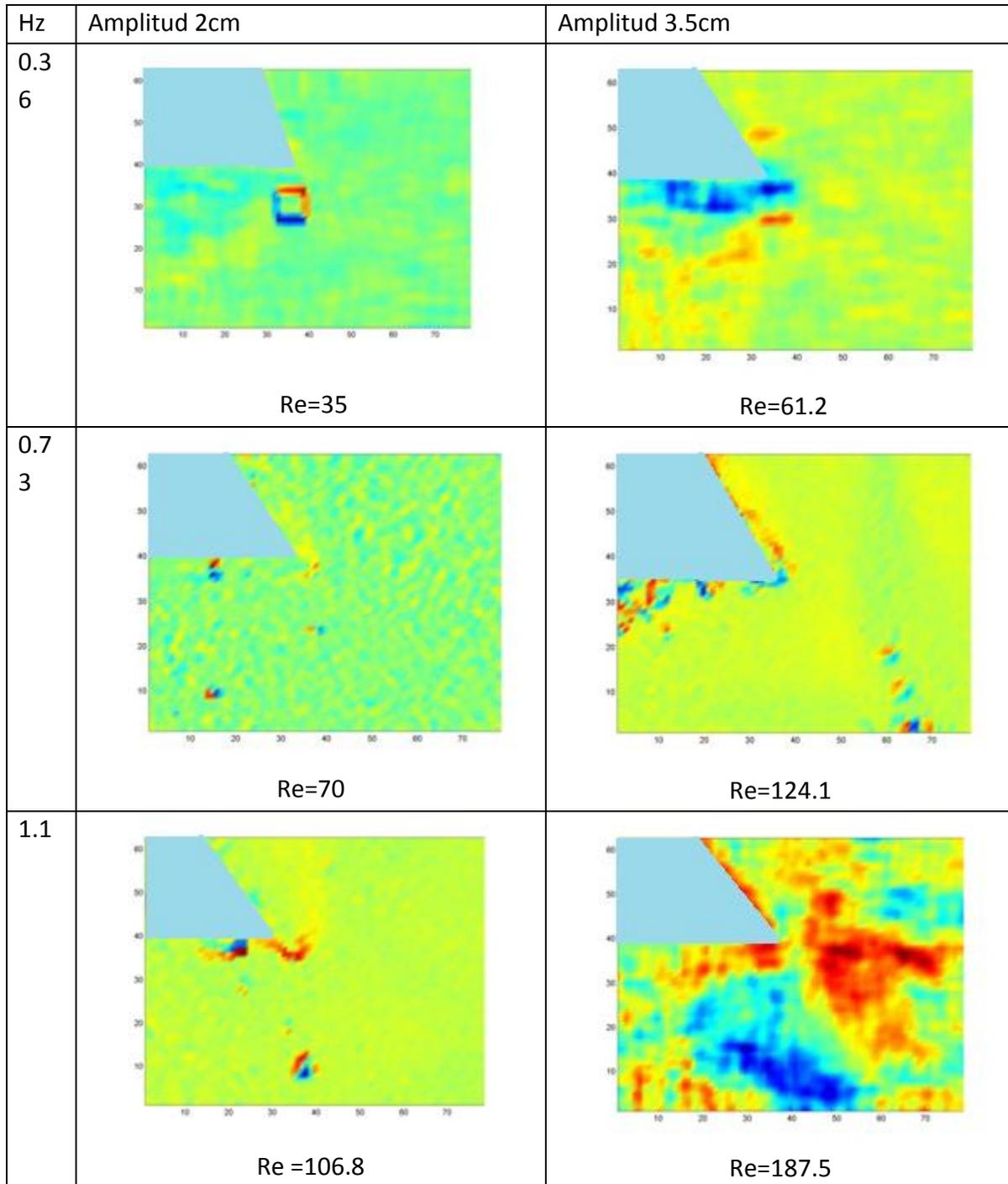
La *Figura 5.6* muestra los campos de vorticidad para diferentes amplitudes y frecuencias de oscilación. En todos estos casos, inicialmente se forman dos vórtices rotando en sentido contrario, y poco después aparecen otros dos vórtices de menor tamaño que parecen haberse desprendido de los primeros. En ciertos casos, cuando la frecuencia es mayor se forman dos pares de vórtices menores.

Las *Figuras 5.7 y 5.8* muestran los campos de vorticidad alrededor de los difusores para diferentes amplitudes y frecuencias. Los resultados son menos claros que en el caso del tubo recto, probablemente porque la intensidad de la vorticidad en las estructuras es mucho menor. Este resultado es importante puesto que la motivación original del trabajo era investigar el efecto de la geometría en la formación de vórtices, y por lo mismo en las pérdidas de energía por este mecanismo. Es claro que el difusor crea estructuras con vorticidades menores que las creadas en el tubo recto y de ahí que el flujo volumétrico del SIBEO haya aumentado considerablemente al poner un difusor en la entrada. Sin embargo, la vorticidad de fondo es mayor que en la mayoría de los casos estudiados en el tubo recto. Esta vorticidad de pequeñas escalas se difunde por efectos viscosos.

Por otro lado, este resultado hace más difícil estudiar cuantitativamente la evolución de los vórtices. Es claro de las *Figuras 5.7 y 5.8* que para algunos valores de la amplitud y la frecuencia, los vórtices no se desprenden, como en el caso de  $Re = 35$  y  $Re = 61$  para el difusor uno y en la imagen para  $Re = 34$  para el difusor 2. En los casos en que se desprenden, su evolución y dirección de propagación dependen fuertemente de la amplitud y la frecuencia. Para el difusor 1, a una amplitud de 2cm; se muestra claramente que, al aumentar la frecuencia de oscilación de la columna, los vórtices de salida y de entrada se desprenden juntos de la trompeta pero en diferentes direcciones.

Para ciertos valores de  $Re$ , los vórtices quedan bien definidos en el espacio, para otros, una masa vortical parece quedarse adherida a los vórtices iniciales. Debe notarse que si comparamos los difusores, el difusor 2 es capaz de tener una mayor vorticidad, sin embargo los vórtices no son tan definidos como en el difusor 1. Esto comprueba que mientras mayor es la curvatura del difusor, la pérdida por vórtices es menor y aumentará la eficiencia en el SIBEO.

**Difusor 1.** Diámetro de salida de 8 cm de diámetro final.



*Figura 5.7 Campos de vorticidad del Difusor 1 con diferentes amplitudes y frecuencias*

**Difusor 2.** Diámetro de salida de 14 cm de diámetro final

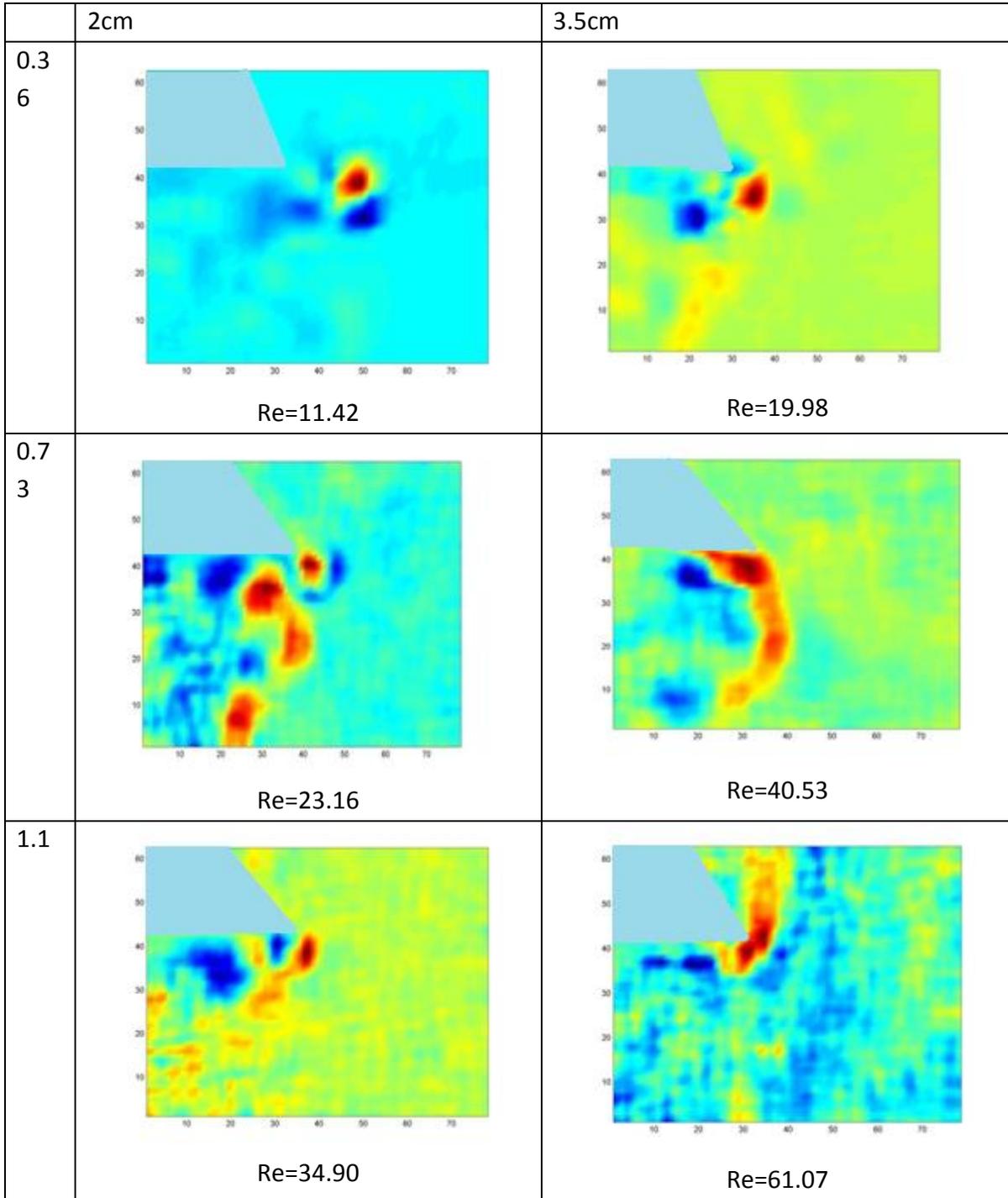


Figura 5.8 Campos de vorticidad del Difusor 2 con diferentes amplitudes y frecuencias

Los resultados obtenidos anteriormente se realizaron sin un análisis previo; es decir, no se realizaron cálculos para determinar la dinámica de la oscilación. Por ello no existe una similitud dinámica entre las trompetas, solo se coincidió en las visualizaciones con pintura.

# CAPÍTULO 6

## CONCLUSIONES Y TRABAJO A FUTURO

---

### 6.1 CONCLUSIONES

Se construyeron tres dispositivos diferentes para estudiar la dinámica de vórtices. En el primer dispositivo se pueden formar vórtices de humo con diferentes geometrías. Se observó la evolución y propagación de vórtices axisimétricos que se desplazan paralelamente. También se estudió la evolución de vórtices elípticos, triangulares y cuadrados. Se observó que todas las formas evolucionan hacia una forma axisimétrica.

El segundo dispositivo se enfocó a la interacción entre dos y tres vórtices axisimétricos. Se usó humo de diferentes colores para identificar el origen de la masa en los vórtices resultantes. Estos experimentos fueron más complicados que los del caso anterior, puesto que cada vórtice se genera en un contenedor diferente y es necesario producir impulsos simultáneos y de la misma magnitud. Este trabajo se complementó con una simulación numérica utilizando la técnica de partículas suavizadas (SPH, por sus siglas en inglés). La simulación reproduce los efectos de la interacción observados experimentalmente.

La observación de los vórtices de humo en general es complicada pues por ser más calientes que el aire del medio ambiente, los vórtices generados con humos se desplazan hacia arriba y no es fácil seguir su trayectoria con la cámara de video estática (*no se puede fijar un marco de referencia*). Por lo mismo, no es fácil obtener datos cuantitativos.

Finalmente, se construyó un dispositivo para estudiar la formación de vórtices producidos por un flujo oscilante a la salida de un difusor. Este trabajo estuvo inspirado por el Sistema de Bombeo por Energía de Oleaje desarrollado en los años 90's. El objetivo de estos experimentos era múltiple. Primero se quería diseñar un difusor que no produjera vórtices. Segundo, se quería comparar la formación de vórtices y la vorticidad generada a la salida de un tubo recto, con el flujo producido a la salida de difusores de diversas geometrías. Tercero, con las observaciones anteriores se deseaba la caracterización de los patrones de vórtices producidos por los difusores.

Este trabajo incluye también la elaboración de las trompetas, desde el cálculo de la curvatura hasta la fabricación de los moldes y el termo-formado. El diseño de los difusores fueron con diámetros iniciales de 2.5 cm y diámetros finales de 8 y 14 cm cada uno.

Posteriormente se realizó la modificación del dispositivo experimental. Principalmente incluye el cambio de un pistón a un fuelle, la ventaja de este cambio repercutió en dos aspectos. Primero se eliminaron las fugas que el pistón provoca en la sección del embolo y segundo se corrigió la alineación del sistema, esto es, admitir mas componentes de empuje que no fuera únicamente el vertical sin afectar la oscilación. Se concluye en la Figura 4.5 que la transmisión del movimiento puede ser caracterizado por un movimiento sinusoidal.

Se realizó la construcción de un contenedor de agua con tamaño mayor para poder asegurar que los efectos de borde no afectan el fenómeno a visualizar, además de tener un área de visualización más amplia para su estudio; su volumen final fue de  $1\text{m}^3$ .

En el caso de las visualizaciones del tubo recto y los difusores se puede concluir que siempre se forma un vórtice al salir y otro al entrar. En el caso de un tubo recto los vórtices siempre se desprenden. No sucede lo mismo en un difusor. La evolución y e interacción entre estos dos vórtices depende fuertemente de la amplitud y la frecuencia de oscilación. A veces la trayectoria de ambos vórtices es paralela, en otras ocasiones forman un ángulo que puede ser mayor o menor a  $180^\circ$ .

Además se observó que en algunos casos, los vórtices se separan totalmente del difusor y evolucionan con una trayectoria paralela, pero en otros queda una masa adherida a los mismos, que son empujados distancias pequeñas debido a la oscilación, pero existe la unión de estos vórtices con los vórtices producidos en el periodo siguiente.

Aun que para la realización de este trabajo no se pudo prever el número de Reynolds para su visualización, se partió del hecho que se hizo un barrido de frecuencias y amplitudes, donde se observaron similitudes dinámicas en cuanto a la magnitud de vorticidad y la morfología de evolución de los vórtices. Se pudo proponer un número de Reynolds para los difusores donde se presentaba una similitud dinámica.

## **6.2 TRABAJO A FUTURO**

Existe una serie de propuestas para mejorar trabajos realizados posteriormente, se pueden catalogar en dos secciones, la primera es mejorar el sistema de oscilación y la segunda es la realización de cálculos antes de la medición, para tener cuantitativamente mejores resultados.

El experimento puede ser mejorado en varios aspectos, se puede mejorar el sistema de oscilación eliminando acoplamientos que generan fugas en la unión biela-fuelle-difusor. Por otro lado se puede modificar la barra giratoria añadiendo un motor manejado por computadora para poder variar amplitudes sin necesidad de parar la oscilación completamente y así obtener una mayor cantidad de mediciones mayor en un tiempo menor.

El sistema experimental podría ayudarnos a obtener mediciones cuantitativas de la velocidad del movimiento de la columna añadiendo un sensor de altura dentro de los difusores para poder hacer mediciones de frecuencias con mayor exactitud.

También se propone automatizar el procesamiento de imágenes en tiempo real, esto es, obtener campos de velocidades y vorticidad al mismo tiempo que se estén realizando las visualizaciones y así poder descartar en ese instante los parámetros que no ayudan a la caracterización de los difusores.

En este trabajo se presentaron únicamente 2 amplitudes y 3 frecuencias diferentes de oscilación; por tanto, se propone ampliar estos rangos de medición, así caracterizar la dinámica de flujo en la Figura 5.5 para números de Reynolds similares.

En cuanto al procesamiento de las imágenes se debe elaborar el programa que calcule las líneas de corriente marcando la existencia de vórtices en los casos donde se presente dicho fenómeno.

Se debe realizar un análisis con diferentes amplitudes, variando el diámetro de la salida del difusor, para hacer comparaciones con trabajos ya realizados en tubos rectos con un solo impulso del pistón

# BIBLIOGRAFÍA

---

- [1] S.P.R. Czitrom, R. Godoy, E. Prado, et al. “*Hydrodynamics of an oscillating water column seawater pump. Part I theoretical aspects*”, Ocean Engineering 27, 1181-1198, (2000).
- [2] S.P.R. Czitrom, R. Godoy, E. Prado, et al. “*Hydrodynamics of an oscillating water column seawater pump. Part II: tuning to monochromatic waves*”, Ocean Engineering 27, 1199-1219, (2000).
- [3] P. K. Kundu, I. M. Cohen, “*Fluid mechanics*”, Academic Press, 766, 50-75,(1990).
- [4] Gui-Rong Lui, M. B. Liu “*Smoothed Particle Hydrodynamics*”, World Scientific, 449, 177-184, (2003).
- [5] M. G. Gesteira, R. A. Dalrymple, A.J.C. Crespo , et. al. “*Uso de la Técnica de SPH para el Estudio de la Interacción entre Olas y Estructuras*”, Ingeniería del Agua Vol. II , 24, (2004).
- [6] Universidad Mayor de San Simón, Tecnología Mecánica II , <<[materias.fcyt.umss.edu.bo/tecno-II/PDF/cap-238.pdf](http://materias.fcyt.umss.edu.bo/tecno-II/PDF/cap-238.pdf)>>
- [7] Dantec Dynamics “*Particle Image Velocimetría Measurement Principles*” <<<http://dantecdynamics.com/Default.aspx?ID=820>>>
- [8] F.J. Martínez, C. E. Stern, “*Medición de Campos de Velocidades Utilizando Algoritmos de Velocimetría por Imágenes de Partículas*”, 80, (2006).
- [9] F. Montoya, A. Olvera, “*Estudio de una Columna de Agua Oscilante* ”,41,(2007).
- [10] K.B. Wolf, “*Por qué y cómo exponen ciamos matrices hamiltonianas*”, Revista Mexicana de Física 49 (3), 465-476, (2003)
- [11] C. Stern, S.P.R. Czitrom and R. Godoy, “*Oscillating Flow through a Funnel*”, Physics of Fluids, **11** S3, Special Section,(1999)

## *APENDICE A*

### *ELEMENTOS DE HIDRODINAMICA*

---

Un fluido ideal tiene las características siguientes:

- 1.-Fluido no viscoso. Se desprecia la fricción interna entre las distintas partes del fluido
- 2.-Flujo estacionario. La velocidad del fluido en un punto es constante con el tiempo
- 3.-Fluido incompresible. La densidad del fluido permanece constante con el tiempo
- 4.-Flujo ir rotacional. No presenta torbellinos, es decir, no hay momento angular del fluido respecto de cualquier punto.

Para comprender el comportamiento de nuestro sistema; es necesario entender y estudiar el comportamiento físico, la dinámica del fluido, y la mecánica del sistema, por tanto se definen algunos conceptos básicos a continuación.

Desde el punto de vista de la mecánica de fluidos; un fluido es una sustancia que se deforma continuamente bajo la aplicación de un esfuerzo de corte (tangencial), cuando sea pequeño pueda ser el esfuerzo. De este modo los fluidos abarcan las fases líquidas y gaseosas de las formas físicas que existen en la materia.

EL análisis de cualquier problema de mecánica de fluidos empieza necesariamente, ya sea directa o indirectamente, con el enunciado de las leyes básicas que gobiernan el movimiento de los fluidos. Las leyes básicas que son aplicables a cualquier fluido son las siguientes: La conservación de la masa, la segunda ley del movimiento de Newton, el principio del momento angular, primera y segunda ley de la termodinámica.

Aunque no todas las leyes básicas se requieren para resolver problemas. A veces es necesario incluir dentro del análisis relaciones adicionales en la forma de la ecuación de estado ecuación constitutiva, que describan el comportamiento de propiedades físicas de los fluidos en condiciones determinadas.

Una de las hipótesis más importantes es tomar en cuenta que todos los fluidos están compuestos de moléculas en constante movimiento. En la mayoría de los casos solo nos interesan los efectos promedios o macroscópicos de muchas moléculas. De modo que trataremos al fluido como una sustancia infinitamente divisible, es decir, un medio continuo, sin tomar en cuenta el comportamiento de las moléculas independientes y las discontinuidades asociadas a esta.

Con esta hipótesis se considera que las propiedades de un fluido como la densidad, temperatura, velocidad, etc., tienen un valor definido en cada punto en el espacio y se consideran como funciones continuas de la posición y el tiempo.

La suposición de medio continuo se valida al tratar el comportamiento de un fluido bajo condiciones normales. Se debe comparar el camino libre medio de las moléculas con la longitud característica de nuestro sistema físico, la trayectoria del camino libre medio

aprox.  $10^{-7}$ m no puede ser del mismo orden de magnitud que la dimensión característica significativa más pequeña del sistema.

Se pueden describir propiedades de los fluidos como la densidad, velocidad y los esfuerzos como campos. Si tratamos con fluidos en movimiento necesariamente se debe definir el concepto de campo de velocidad.

Se define una partícula de fluido como una masa pequeña que en un instante particular se encuentra en un punto determinado, está tiene una identidad fija y un volumen definido, por tanto se puede determinar la velocidad de la partícula en cualquier punto del flujo, que puede variar de un punto a otro, como:

$$\vec{V} = \vec{V}(x, y, z, t)$$

Si las propiedades del flujo no cambian con el tiempo en cualquier punto se dice que el flujo es estacionario y satisface:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = 0$$

Donde  $\eta$  es cualquier propiedad del fluido.

#### DESCRIPCION DE UN FLUIDO EN MOVIMIENTO

Al describir el movimiento de un fluido existen dos formas de realizarlo. La primera forma es la de tipo Lagrangiana y la otra es la llamada descripción Euleriana. Ambas interpretaciones ofrecen la misma información física del fluido, la diferencia radica en la simplificación de las ecuaciones para resolver algún problema particular. Es posible establecer una transformación que realice una equivalencia entre una descripción y otra.

##### Descripción Lagrangiana:

Describe el movimiento de cada partícula fluida, de manera que se buscaran unas funciones que nos den la posición así como las propiedades de la partícula fluida en cada instante.

##### Descripción Euleriana:

Se asigna a cada punto del espacio y en cada instante un valor para las propiedades o magnitudes fluidas sin importar la partícula fluida que en dicho instante ocupa ese punto. En esta descripción el valor de una propiedad en un punto y en un instante determinado es el de la partícula fluida que ocupa dicho punto en ese instante.

La descripción Euleriana es la usada comúnmente, puesto que en la mayoría de casos y aplicaciones es más útil.

#### DESCRIPCION CINEMATICA DE UN FLUIDO

La velocidad de un flujo podrá cambiar en magnitud (rapidez) y en dirección (orientación). En cualquiera de los dos casos habrá ocurrido una aceleración del flujo. Esa aceleración se puede entender como el cambio de la velocidad de la partícula fluida con el paso del tiempo, sin ésta cambiar de posición en el espacio (aceleración local), más el cambio de la

velocidad por efecto del viaje de la partícula en la región de flujo (aceleración de transporte o convectiva). Aceleración de una partícula fluida:

$$\frac{D\vec{V}}{Dt} = \frac{\partial\vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla)\vec{V}$$

O bien para una cantidad escalar  $\alpha$  también se puede escribir,

$$\frac{D\alpha}{Dt} = \frac{\partial\alpha}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla)\alpha = \frac{\partial\alpha}{\partial t} + u_k \frac{\partial\alpha}{\partial x_k}$$

Donde  $D\alpha/Dt$  se conoce como derivada material y representa el cambio total de la cantidad de  $\alpha$  tal y como se ve desde un observador que sigue un elemento de fluido en particular. La ecuación anterior expresa la variación Lagrangiana de  $\alpha$  para un elemento de fluido en términos de las derivadas Eulerianas.

#### TEOREMA DEL TRANSPORTE DE REYNOLDS

$$\frac{D}{Dt} \int_{V(t)} \alpha dV = \int_{V(t)} \left[ \frac{\partial\alpha}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\alpha u_k) \right] dV$$

La ecuación anterior demuestra que la variación de flujo de una propiedad es igual a la variación de la propiedad dentro del flujo y relaciona la derivada Lagrangiana de una integral de volumen de una cantidad  $\alpha$  con una integral de volumen en la cual el integrando consta sólo de derivadas Eulerianas. Este teorema tiene en cuenta que el integrando es en general una función del tiempo.

#### CONSERVACION DE MASA

La ecuación de conservación de la masa representa el cálculo de la adición y sustracción de masa en una región concreta de un fluido. Si pensamos en un volumen fijo e indeformable de un fluido,  $V$ , llamado volumen de control, que tiene un límite de superficie definido, llamado superficie de control. Para que se cumpla la conservación de la masa, la tasa de intercambio de masa por unidad de tiempo dentro del volumen de control tiene que ser igual a la velocidad a la que la masa penetra en el volumen de control más la velocidad a la que éste gana o pierde masa debido a fuentes y sumideros.

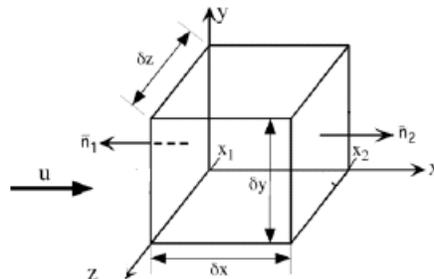


Figura1 Volumen de control diferencial en coordenadas rectangulares.

Si un elemento de fluido es seguido mientras fluye, su forma y tamaño pueden cambiar con el tiempo, pero su masa permanece constante, o lo que es lo mismo,

$$\frac{D}{Dt} \int_{V(t)} \rho dV = 0$$

Donde  $\rho$  es la densidad del fluido. Usando el *Teorema del Transporte de Reynolds*, se tiene,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho u_k) = 0$$

Que expresa la conservación de la masa en términos de derivadas Eulerianas y se conoce también como **Ecuación de Continuidad**.

Para un elemento de un fluido cuyo volumen permanezca constante en su desplazamiento, se dice que el fluido es incompresible, por lo que,

$$\frac{D}{Dt} \int_V \rho dV = \int_V \left( \frac{D\rho}{Dt} \right) dV = 0 \Rightarrow \frac{D\rho}{Dt} = 0$$

Y de las ecuaciones anteriores se tiene que un fluido incompresible cumple también,  $\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0$

## APENDICE B

---

Programa para graficar los Campos de velocidades

```
dir4=dir(strcat(pwd,'\','tromp(n).name,'\','dir2(m).name,'\','dir3(k).name))
    nn=3;
%    for nn=3:length(dir4)

direc=strcat(pwd,'\','tromp(n).name,'\','dir2(m).name,'\','dir3(k).name,'\','dir4(nn).name);
    arch=dir(strcat(direc,'\','*.txt'));

    for mm=1:length(arch);
        tabla=load(strcat(direc,'\','arch(mm).name));

        a=tabla(end,1)+1;
        b=tabla(end,2)+1;
        if mm==1;
            x=reshape(tabla(:,5),a,b);
            y=reshape(tabla(:,6),a,b);
        end
        u(:,:,mm)=reshape(tabla(:,9),a,b);
        v(:,:,mm)=reshape(tabla(:,10),a,b);
        z(:,:,mm)=reshape(tabla(:,11),a,b);
    end
    u=u(1:b,1:a,1:mm);
    v=v(1:b,1:a,1:mm);
    z=z(1:b,1:a,1:mm);
    spdmax=max(max(max(z)));
    for mm=1:length(arch);
        fig=quiver(x,y,u(:,:,mm)/spdmax,v(:,:,mm)/spdmax,7);
        axis([0 80 0 60]);
saveas(fig,strcat(direc,'\','num2str(mm)','.jpg'),'jpg');

        xlabel('x'); ylabel('y');
        pause(0.5);
    end
```

## APENDICE C

---

Programa que grafica la vorticidad por medio del comando "curl"

```
direc=strcat(pwd,'\t',tromp(n).name,'\t',dir2(m).name,'\t',dir3(k).name,'\t',dir4(nn).name);  
arch=dir(strcat(direc,'\*.txt'));
```

```
for mm=1:length(arch)  
    tabla=load(strcat(direc,'\t',arch(mm).name));  
  
    a=tabla(end,1)+1;  
    b=tabla(end,2)+1;  
    if mm==1  
        x=reshape(tabla(:,5),a,b)';  
        y=reshape(tabla(:,6),a,b)';  
    end  
    u(:, :, mm)=reshape(tabla(:,9),a,b)';  
    v(:, :, mm)=reshape(tabla(:,10),a,b)';  
    z(:, :, mm)=reshape(tabla(:,11),a,b)';  
end  
u=u(1:b,1:a,1:mm);  
v=v(1:b,1:a,1:mm);  
z=z(1:b,1:a,1:mm);  
spdmax=max(max(max(z)));  
for mm=1:length(arch)  
  
    cav = curl(u(:, :, mm),v(:, :, mm));  
    axis([0 80 0 60])  
    pcolor(x,y,cav); shading interp  
  
    hold on  
    fig=quiver(x,y,u(:, :, mm)/spdmax,v(:, :, mm)/spdmax,7);  
    axis([0 80 0 60]);  
hold off  
    saveas(fig,strcat(direc,'\F',num2str(mm),'.jpg'),'.jpg');  
  
    xlabel('x'); ylabel('y');  
    pause(0.5);
```

## APENDICE D

---

Programa para graficar la vorticidad por el método de estructuras.

```
tromp=dir(pwd);
for t=6
    %3:5
    dir2=dir(strcat(pwd,'\',tromp(t).name));
    %empieza en n=3 hasta 25 max
    for m=3
        %3:length(dir2)
        direc=strcat(pwd,'\',tromp(t).name,'\',dir2(m).name);
        arch=dir(strcat(direc,'\*.txt'));

        for mm=1:length(arch);
            tabla=load(strcat(direc,'\',arch(mm).name));

            a=tabla(end,1)+1;
            b=tabla(end,2)+1;
            if mm==1;
                x=reshape(tabla(:,5),a,b)';
                y=reshape(tabla(:,6),a,b)';
            end
            u(:,:,mm)=reshape(tabla(:,9),a,b)';
            v(:,:,mm)=reshape(tabla(:,10),a,b)';
            z(:,:,mm)=reshape(tabla(:,11),a,b)';
            spdmax=max(max(max(z)));

        end
        u=u(1:b,1:a,1:mm);

        v=v(1:b,1:a,1:mm);

        z=z(1:b,1:a,1:mm);

        [N1,N2]= size(u(:,:,1));

        for mm=1:length(arch)
            uu=u(:,:,mm);
```

```

vv=v(:,:,mm);
[ux,uy]= gradient(uu);
[vx,vy]= gradient(vv);
c=vx.*uy+ux.*vy;
for i=1: N1
    for j=1:N2

        if 4*c(i,j)>(ux(i,j)+vy(i,j))^2;

            lamb(i,j)= ((ux(i,j)+vy(i,j))^2)-4*c(i,j);
        else
            lamb(i,j)=0;

        end

    end
end

%AQUI GRAFICAMOS LAS ESTRUCTIRAS VORTICALES
lamb=exp(exp(lamb*1000));

fig=pcolor(x,y,lamb);shading interp
axis([0 180 0 140])
colormap Winter

xlabel('x'); ylabel('y');
pause(1);

saveas(fig,strcat(direc,'\T',num2str(mm),'.jpg'),'jpg');
end
end
end

```