



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

---

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN  
INGENIERÍA**

**CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN ENERGÍA**

**METODOLOGÍA PARA LA DETERMINACIÓN DE  
COEFICIENTES DE TRANSFERENCIA DE CALOR EN  
TUBERÍAS HORIZONTALES Y SU ANÁLISIS DE  
INCERTIDUMBRE UTILIZANDO PROPAGACIÓN DE  
ERRORES  
T E S I S**

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

**DOCTORA EN INGENIERÍA  
ENERGÍA – SISTEMAS ENERGÉTICOS**

P R E S E N T A:

**Jatzibe Adriana Correa Espinosa**

TUTOR:

Dr. Octavio García Valladares

2011





Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## **Jurado Asignado**

Presidente: Dr. Roberto Best y Brown

Secretario: Dr. Octavio García Valladares

Vocal: Dr. Edgar Rolando Santoyo Gutiérrez

1<sup>er</sup> Suplente: Dr. Jorge Alberto Andaverde Arredondo

2<sup>do</sup> Suplente: Dr. Rosenberg J. Romero Domínguez

Lugar donde se realizó la tesis

Centro de Investigación en Energía

## **TUTOR DE TESIS**

Dr. Octavio García Valladares

---

FIRMA

## Agradecimientos

Agradezco el haber tenido la fortuna de contar como asesor al Dr. García Valladares por su gran perspicacia y agudeza crítica que lo caracterizan, aprecio su maravillosa sagacidad para vincular la ciencia con la tangible práctica.

Al Dr. Edgar Rolando Santoyo Gutiérrez mi agradecimiento infinito por su alto nivel de dedicación, el compartimiento de sus reflexiones, asesorías y el apoyo incondicional.

A los Doctores: Jorge Alberto Andaverde Arredondo, Roberto Best y Brown, Rubén José Dorantes Rodríguez, Rosenberg J. Romero Domínguez e Ignacio Torres Alvarado mi reconocimiento más profundo a sus comentarios, críticas y sugerencias las cuales contribuyeron a mejorar y ampliar mis puntos de vista. Gracias a cada uno de ellos por su ilimitada paciencia y generosidad de su tiempo.

Manifiesto mi agradecimiento también a la Mtra. Alejandra Lyriad por sus valiosas aportaciones y su amena participación en la realización de este trabajo.

El especial apoyo de la Quím. Bertha Guadalupe Rodríguez Sámano, Secretaria General del AAPAUNAM, fue decisivo para poder concluir este trabajo, infinitas gracias por su calidad humana.

De la misma manera, doy mis agradecimientos a todos y cada una de las personas que conforman el taller mecánico y la biblioteca del CIE en especial al Lic. Fernando García.

La realización de este trabajo no hubiera sido posible sin la ayuda financiera por parte del PAPIIT al proyecto No. IN111806-3 y la beca otorgada por CONACYT a ellos les expreso mi total gratitud.

Finalmente, pero no por ello menos importante, estoy muy agradecida por el invaluable apoyo brindado por personas de la FES- Cuautitlan: Dra Suemi, Dra, Frida, Ing. Juan Contreras, el Ing. Garibay, al Ing. Oscar Sánchez, al jefe de biblioteca Bernardo y a todas aquellos que oportunamente me brindaron su ayuda.

A:

*Oliva Espinosa Ramos (†)*

*Alicia Espinosa Ramos (†)*

*Antonio Arreguín Cardoso(†)*

*Quienes con su partida suscitada en el desarrollo  
de este trabajo reafirmaron lo aleatorio  
que envuelve a esta vida.*

## Resumen

Con el fin de diversificar fuentes energéticas y desplazar tecnologías ofensivas a la capa de ozono y el calentamiento global, en las últimas décadas han surgido protocolos emergentes para la producción de energía, causantes de una continua transición tecnológica. De igual forma, se han demandado diseños industriales y domésticos que favorezcan el ahorro energético. Por lo general este tipo de diseños contiene intercambiadores de calor en donde, desde un enfoque termodinámico, regularmente se producen los mayores desprendimientos de calor al ambiente de ahí que exista una baja eficiencia térmica en los sistemas térmicos que a su vez inciden en los problemas ambientales y de consumo de combustibles.

El cálculo de la transferencia de calor por unidad de área y grado de temperatura en un sistema de enfriamiento de agua, a través de un tubo coaxial, ha sido el tema de estudio para este trabajo por ser dichos sistemas de enfriamiento los que regularmente presentan desprendimientos mayores de energía de desecho al ambiente con respecto a las demás partes de su sistema.

En particular el enfoque de este estudio concierne a la propuesta de metodologías estadísticas para estimar la incertidumbre total de un Coeficiente Convectivo de Transferencia de Calor (CCTC) para cuyo cálculo se empleó un equipo que registra las mediciones apropiadas comprendidas dentro de las ecuaciones que involucran al CCTC. La optimización en el cálculo de este valor en conjunción con el coeficiente de fricción en materia de diseño, inciden en acrecentar la eficiencia en el funcionamiento del sistema en su totalidad.

La construcción del equipo experimental para calcular el CCTC requirió de una simulación numérica en la que se introdujeron datos referentes a pruebas de enfriamiento con agua a condiciones de 71°C, 4.1 kg/min y 1 bar de presión. Mediante el trayecto del agua de enfriamiento a través de la tubería anular en contracorriente se capturaron mediciones de temperatura y gasto másico del fluido anular e interno. Con estos datos se calcularon los CCTC para seis localidades centrales a lo largo del tubo coaxial de 2m de longitud.

La comparación de los resultados experimentales se verificó mediante ocho correlaciones empíricas de la literatura abierta. Un análisis de inferencias estadísticas fue fundamental para corroborar si realmente la selección de la correlación más *ad hoc* era igual a la que coincidía con los resultados experimentales que, para este caso experimental, fue la de Petukhov y Kirillov con incertidumbres que iban desde 2.0 al 3.0% dependiendo de la sección del tubo.

Dentro de las técnicas estadísticas realizadas simultáneamente al proceso experimental para optimizar el cálculo del CCTC se aplicó el análisis de propagación del error con el cual

también fue posible detectar fallas en la infraestructura experimental. Para ello, se realizó un programa de cómputo donde se evaluaron pruebas de discordancia, propagación del error experimental y teórica. Ésta última prueba se efectuó a través de la técnica Monte Carlo, la cual consistió en generar valores aleatorios circundantes al entorno de las mediciones capturadas físicamente, para después aplicarlos a las correlaciones teóricas cuyos resultados tomaron un comportamiento Gaussiano de donde fueron obtenidos los valores promedio teóricos del CCTC y, mediante la desviación estándar, las incertidumbres totales teóricas. La estimación de igualdad entre promedios aritméticos e incertidumbre totales de los CCTC experimentales y teóricos se valoraron a través de las pruebas estadísticas F y t.

Con la finalidad de deducir la correlación teórica que mejor explicara la relación entre las variables y, ver si las posibles variaciones entre los cálculos experimentales y teóricos eran atribuidos exclusivamente a errores aleatorios; se analizaron también intervalos de confianza en regresiones lineales. En nuestro caso particular del experimento realizado con agua en una sola fase los resultados mostraron presencia de errores sistemáticos por lo que aspectos de índole técnicos fueron mejorados.

## Índice

### Capítulo 1

---

#### GENERALIDADES

INTRODUCCIÓN	1
<b>1.1. INTERCAMBIADORES DE CALOR</b>	<b>1</b>
1.1.1. Clasificación de acuerdo al mecanismo de transferencia de calor	4
1.1.2. Teorías de diseño en intercambiadores de calor	5
1.1.3. Convección forzada	5
1.1.4. Hipótesis en Los análisis térmicos	
1.1.5. Formulación del problema	6
1.1.6. Cálculo del Coeficiente Convectivo de Transferencia de Calor(CCTC)	8
1.1.6.1. Observaciones respecto al CCTC	10
1.1.6.2. Optimización del CCTC	11
1.1.7. Comparación de métodos en el diseño térmico	13
1.1.7.1. Número de unidades transferidas	
1.1.8. La simulación como alternativa	16
1.1.9. Correlaciones empíricas	16
1.1.10. Fluidos de trabajo convencionales en intercambiadores de calor	
1.1.10.1. Aguas y salmueras	20
1.1.10.2. Amoniaco	21
1.1.10.3. CO <sub>2</sub>	21
1.1.10.4. Salmueras	22
1.1.10.5. Hidrocarburos	22
1.1.10.6. Sales fundidas	22
1.1.10.7. Selección de un refrigerante	23
1.1.11. Estadística en el cálculo de CCTC	23
1.1.12. Análisis estadístico previo al diseño experimental	24
<b>1.2. OBJETIVO</b>	<b>25</b>
<b>1.3. JUSTIFICACIÓN DEL PROYECTO</b>	<b>26</b>

### Capítulo 2

---

#### SIMULACIÓN NUMÉRICA

INTRODUCCIÓN	28
<b>2.1. FORMULACIÓN MATEMÁTICA</b>	<b>28</b>
2.1.1. Ecuaciones gobernantes	28
2.1.2. Conducción de calor en tuberías	29
2.1.3. Evaluación de correlaciones empíricas	31
<b>2.2. ALGORITMO DE RESOLUCIÓN</b>	<b>32</b>



2.2.1. Método de volúmenes de control	33
2.2.1.1. Algoritmo numérico para volúmenes de control	34
2.2.2. Discretización de las ecuaciones gobernantes	35
2.2.3. Criterio de convergencia	36
2.2.3.4. Validación de modelos	37
2.2.4.1 Caso 1 para validación	41
2.2.4.2 Caso 2 para aplicación del simulador	42

## Capítulo 3

---

### DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN EXPERIMENTAL

INTRODUCCIÓN	47
<b>3.1. DESCRIPCIÓN DEL EQUIPO</b>	47
3.1.1. Tanques de almacenamiento	49
3.1.1. Bomba centrífuga	49
3.1.3. Tubo coaxial, válvulas y conexiones	50
3.1.4. Instrumentación	53
3.1.4.1. Transductores de presión	54
3.1.4.2. Termopares	54
3.1.4.3. Medidor de flujo	56
3.1.4.4. Termistores	57
<b>3.2. ENSAMBLE DE LA SECCIÓN DE PRUEBA</b>	57
3.2.1. Equipo de adquisición de datos	58
3.2.2. Programa de adquisición de datos	59

## Capítulo 4

---

### ANÁLISIS ESTADÍSTICO

INTRODUCCIÓN	61
<b>4.1. CALIBRACIÓN EN INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN</b>	62
4.1.1. Gráficas de calibración	63
4.1.2. Errores en la calibración	64
4.1.2.1. Error de cero	64
4.1.2.2. Error de multiplicación	64
4.1.2.3. Error de angularidad	64
4.1.2.4. Error de paralaje	66
4.1.2.5. Error de interpolación	66
4.1.2.6. Error en el cálculo de la regresión	66
4.1.3. Calibración en los sensores de temperatura	68
4.1.4. Calibración en los sensores de presión	69
<b>4.2. MEDICIÓN</b>	70
<b>4.3. ESPECIFICACIONES DE LOS INSTRUMENTOS</b>	71
4.3.1. Campo de medida ( <i>range</i> )	71

4.3.2. Alcance ( <i>span</i> )	71
4.3.3. Precisión	71
4.3.4. Exactitud	71
4.3.5. Sensibilidad	72
4.3.6. Incertidumbre en la medida	72
4.3.7. Trazabilidad	73
4.3.8. Zona muerta ( <i>dead band</i> )	74
4.3.9. Repetibilidad	74
4.3.10. Histéresis	74
4.3.11. Linealidad	74
4.3.12. Fiabilidad ( <i>reliability</i> )	74
4.3.13. Resolución	75
4.3.14. Ruido	75
<b>4.4. ERROR</b>	75
4.4.1. Errores estáticos y dinámicos	75
4.4.2. Error absoluto convencional	76
4.4.3. Errores sistemáticos	76
4.4.4. Errores aleatorios	76
<b>4.5. MEDICIONES REALIZADAS PARA EL CASO DE ESTUDIO</b>	76
4.5.1. Medición de temperatura	76
4.5.2. Medición de presión	76
4.5.3. Medición de flujo	77
4.5.4. Cálculo de propiedades térmicas y de transporte	77
<b>4.6. PRUEBAS ESTADÍSTICAS PARA DATOS DESVIADOS</b>	78
4.6.1. Tratamiento de datos univariados	78
4.6.2. Pruebas de discordancia en muestras univariadas	79
<b>4.7. PARÁMETROS DE POSICIÓN Y DISPERSIÓN</b>	79
4.7.1. Variables aleatorias	79
4.7.2. Parámetros de posición	79
4.7.2.1. Media muestral	80
4.7.3. Parámetros de dispersión	80
4.7.3.1. Varianza y desviación estándar	80
4.7.3.2. Varianza y desviación estándar caso experimental	81
4.7.3.3. Diagramas de dispersión	81
<b>4.8. ANÁLISIS DE INCERTIDUMBRE EN EL DISEÑO EXPERIMENTAL</b>	81
4.8.1. Utilidad del análisis de la incertidumbre	81
4.8.2. Determinación matemática de la incertidumbre	82
4.8.3. Metodologías aplicadas para calcular la incertidumbre	83
4.8.4. Determinación de la incertidumbre para el caso experimental	84
<b>4.9. PROBABILIDAD Y DISTRIBUCIONES</b>	87
4.9.1. Enfoque objetivo de la probabilidad	87
4.9.1.1. Principio de la razón insuficiente	87
4.9.1.2. Primera teoría de la frecuencia	88
4.9.1.3. Segunda teoría de la probabilidad de la frecuencia	90

4.9.1.4. Probabilidad subjetiva	91
4.9.2. Distribuciones de frecuencia	92
4.9.2.1. Distribución de frecuencia acumulativa	92
4.9.3. Distribuciones de probabilidad	94
4.9.3.1 Función de probabilidad	95
4.9.3.2. Función de densidad de probabilidad (f.d.p.)	95
4.9.4. Valor esperado	95
4.9.5. Funciones de distribución	96
4.9.5.1. Distribución Uniforme	96
4.9.5.2. Distribución Exponencial	97
4.9.5.3. La Distribución de Gauss	98
4.9.6. Teorema del límite Central	100
<b>4.10. SIMULACIÓN EN EL ANÁLISIS ESTADÍSTICO</b>	<b>101</b>
4.10.1. Técnica de Monte Carlo	102
4.10.2. Selección del método	103
4.10.2.1. Generación de variables aleatorias no uniformes mediante el empleo de transformaciones	104
4.10.2.2. Generación de variables aleatorias no uniformes mediante el empleo del método rechazo	104
4.10.2.3. Método de Box-Müller	106
4.10.2.4. Aplicaciones de Monte Carlo	106
4.10.2.5. Aplicación de Monte Carlo caso experimental	107
<b>4.11. PRUEBAS DE SIGNIFICANCIA</b>	<b>108</b>
4.11.1. Pruebas F y t	108
4.11.1.1. Prueba F	110
4.11.1.2. Prueba t	110
4.11.2. Límites de confianza	113
4.11.3. Regresión lineal ordinaria (RLO)	114

## Capítulo 5

---

### RESULTADOS TEÓRICOS Y EXPERIMENTALES

<b>5.1. CARACTERÍSTICAS DE LA MUESTRA</b>	<b>115</b>
<b>5.2 ERRORES SISTEMÁTICOS Y ALEATORIOS</b>	<b>116</b>
<b>5.3 COMPARACIÓN ENTRE RESULTADOS SIMULADOS, EXPERIMENTALES Y CORRELACIONES EMPÍRICAS</b>	<b>121</b>

## Capítulo 6

---

### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

<b>6.1 CONCLUSIONES</b>	<b>129</b>
<b>6.2 RECOMENDACIONES</b>	<b>130</b>

**REFERENCIAS**  
**ANEXO A**

132  
136

## Simbología

$A$	Área superficial ( $m^2$ )
$A$	Matriz de derivadas
$A$	Suceso o conjunto de la función de probabilidad
$a$	Intercepto de la línea de regresión
$a$	Variable de una función
$Bi$	Número de Biot $Bi = \frac{\alpha l}{\lambda}$
$b$	Gradiente de la línea de regresión
$a$	Constante en la expresión algebraica para el cálculo de la incertidumbre
$b$	Constante en la expresión algebraica para el cálculo de la incertidumbre
$C$	Constante
$C$	Capacidad de calor del flujo de corriente $\left(\frac{W}{K}\right)$
$C_{max}$	Máximo de $C_c$ y $C_h$ $\left(\frac{W}{K}\right)$
$C_{min}$	Mínimo de $C_c$ y $C_h$ $\left(\frac{W}{K}\right)$
$C^*$	La razón de capacidad de calor $\left(\frac{C_{min}}{C_{max}}\right)$
$c_p$	Calor específico a presión constante $\left(\frac{J}{kg K}\right)$
cov	Covarianza
CCTC	Coficiente Convectivo de Transferencia de Calor
$D$	diámetro (m)
$D_h$	Diámetro hidráulico de la sección de ventana (m)
$d$	Operador diferencial
$d$	Dimensión de la integral
$dif$	Diferencia aritmética
$E$	Potencia gastada por fricción (W)
$E[x]$	Valor esperado de $x$ (casi siempre denotado por $\mu$ para una población)
$e$	Base logarítmica
$e$	Energía específica $\left(h + \frac{v^2}{2} + g \sin \theta\right) \left(\frac{J}{kg}\right)$
$F$	Factor de corrección de la media logarítmica de la diferencia de temperaturas adimensional
$F$	Relación de dos varianzas
$F$	fuerza (N)
$f$	factor de fricción Fanning (adimensional)
$F(x)$	Distribución acumulativa de la función de densidad de probabilidad
$f(x)$	Densidad de probabilidad para $x$
$f(x; \varepsilon)$	Densidad de probabilidad exponencial
$g(x)$	Densidad de probabilidad para $x$
$g$	Aceleración de la gravedad $\left(\frac{m}{s^2}\right)$
$g_c$	Constante proporcional de la segunda ley de Newton de movimiento, $g_c=1$ en SI (adimensional)
$G(x)$	Distribución acumulativa de la función de densidad de probabilidad $g(x)$

$h$	Entalpía específica $\left(\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}\right)$
$h_s$	Factor de ensuciamiento
$in$	Interno
$i$	Ienésimo
$i_{fg}$	Calor latente de evaporación $\left(\frac{\text{J}}{\text{kg}}\right)$
$J$	Tipo de aleación en los termopares
$K$	Kelvin
$K$	Tipo de aleación en los termopares
$l$	longitud (m)
$\ell$	Espesor de pared(m)
$liq$	Fase líquida
$\log$	Logaritmo base 10
$\ln$	Logaritmo natural
$m$	Número de funciones
$\text{mA}$	miliampers
$m$	masa (m)
$\dot{m}$	flujo másico $\left(\frac{\text{kg}}{\text{s}}\right)$
$m$	Número de sucesos
$n$	Variable aleatoria discreta (número de datos), tamaño del número de observaciones
$N$	Generalización dimensional para las variables contenidas en los vectores columnas
$\text{NTU}$	Número de unidades de transferencia de calor en un intercambiador $\left(\frac{UA}{C_{\min}}\right)$ , representa el número de total de unidades en una unidad multipasos, adimensional
$Nu$	Número de Nusselt $\left(\frac{\alpha D}{\lambda}\right)$ (adimensional)
$n$	Número de nodos
$out$	Externo
$p$	Perímetro (m)
$p$	Presión(Pa)
$p$	p-ésimo percentil.
$P$	Punto del nodo central
$P(A)$	Probabilidad de A
$\mathbb{P}$	Efectividad de la temperatura para una corriente de fluido ( adimensional)
$\text{Pr}$	Número de Prantl $\left(\frac{\mu c_p}{\lambda}\right)$
$\dot{Q}$	Flujo de calor (W)
$\dot{q}$	Flujo de calor por unidad de área $\left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2}\right)$
$\mathbb{R}$	Relación de capacidad de calor
$Ra$	Número de Rayleigh $\left(Ra = \frac{c_p \rho^2 g D^3 \beta \Delta T}{\mu \lambda}\right)$ (adimensional)
$R_T$	Resistencia térmica total $\left(\frac{\text{m}^2}{\text{KW}}\right)$

$R_s$	Resistencia de ensuciamiento $\left(\frac{\text{m}^2}{\text{KW}}\right)$
$R_w$	Resistencia de la pared $\left(\frac{\text{m}^2}{\text{KW}}\right)$
$R_f$	Resistencia del aletado $\left(\frac{\text{m}^2}{\text{KW}}\right)$
$R_u$	Resistencia del no aletado $\left(\frac{\text{m}^2}{\text{KW}}\right)$
$R$	Coficiente de determinación en la línea de tendencia
$Re$	Número de Reynolds $\left(\frac{GD_h}{\mu}\right)$ (adimensional)
$r$	Valores aleatorios
$r$	Radio (m)
$S$	Área transversal ( $\text{m}^2$ )
$s$	Desviación estándar de la muestra
$\sin$	Función trigonométrica
$t$	Valor crítico de la t de Student
$t$	Tiempo(s)
$T$	Temperatura ( $^{\circ}\text{C}$ )
$T_m$	Temperatura media ( $^{\circ}\text{C}$ )
$U$	Coficiente convectivo total de transferencia de calor $\left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2}\right)$
$\bar{U}$	Valor medio cuando la $U$ local es variable $\left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2}\right)$
$U_o$	Coficiente convectivo para superficie externa total de transferencia de calor $\left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2}\right)$
$U_i$	Coficiente convectivo para superficie interna total de transferencia de calor $\left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2}\right)$
$u$	Energía interna específica $\left(\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}\right)$
$u$	variable con incertidumbre
$U$	Matriz de covarianza
$v$	Segunda variable con incertidumbre
$V$	Volumen ( $\text{m}^3$ )
$V[x]$	Varianza de $x$ casi siempre denotada por $\sigma^2$
$v$	Volumen específico $\left(\frac{\text{m}^3}{\text{kg}}\right)$
$\bar{v}$	Velocidad lineal $\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$
$\dot{W}$	Trabajo total del fluido (kJ)
$w$	Watts
$X$	Número de nodos
$x$	Variable aleatoria
$\mathbf{x}$	Notación vectorial de las variables aleatorias $x$
$x$	Distancia (m)
$y$	Altura (m)
$y$	Variable aleatoria
$\hat{y}$	Variable aleatoria estimada
$y$	Función de probabilidad
$z$	Coordenada axial(m)

*Símbolos*

*griegos*

$\alpha$	Coefficiente de transferencia de calor $\left(\frac{W}{m^2K}\right)$
$\bar{\alpha}$	Coefficiente de transferencia de calor promedio $\left(\frac{W}{m^2K}\right)$
$\Delta$	Diferencia finita
$\varepsilon$	Efectividad del intercambiador de calor, (adimensional)
$\varepsilon$	Parámetro escalar de la función de distribución exponencial
$\phi(\cdot)$	Relación funcional
$\phi$	Variables dependientes(razón de flujo de masa, presión y entalpía )
$\Phi(x)$	Distribución acumulativa de una función de probabilidad Gaussiana estándar
$\varphi(x)$	Función de densidad de probabilidad Gaussiana estándar
$\eta$	Eficiencia adimensional
$\eta_f$	Eficiencia en aletas (adimensional)
$\lambda$	Conductividad térmica $\left(\frac{W}{mK}\right)$
$\mu$	Viscosidad dinámica(Pa·s)
$\mu$	Media de la población
$\boldsymbol{\mu}$	Notación vectorial de la media de la población
$\nu$	Número de grados de libertad
$v$	Velocidad (m/s) $\left(\frac{m}{s}\right)$
$\pi$	Constante 3.1416
$\theta$	Ángulo (rad)
$\rho$	Densidad $\left(\frac{kg}{m^3}\right)$
$\rho$	Coefficiente de correlación
$\sigma$	Desviación estándar
$\sigma^2$	Varianza
$\omega$	Velocidad angular (rad /s) $\left(\frac{rad}{s}\right)$
$\psi$	Parámetro escalar
$\zeta$	Parámetro escalar
$Dt$	Paso de discretización temporal (s)
$Dr$	Paso de discretización radial (m)
$Dz$	Paso de discretización axial (m)

*Superíndice*

*y subíndice*

<i>cold</i>	Temperatura de agua fría
<i>E</i>	Este
<i>EXT</i>	Tubo externo
<i>eje</i>	Trabajo de flecha
<i>fi</i>	Factor de ensuciamiento interno
<i>fin</i>	Aleta
<i>fo</i>	Factor de ensuciamiento externo
<i>h</i>	Hidráulico
<i>i</i>	interna
<i>int</i>	Entrada
<i>INT</i>	Tubo interno



<i>hot</i>	Temperatura de agua caliente
<i>liq</i>	Líquido
<i>max</i>	Máxima
<i>med</i>	Media de la temperatura
<i>min</i>	Mínima
<i>n</i>	Norte
<i>o</i>	Oeste
<i>O</i>	Externa
<i>out</i>	Salida
<i>S</i>	Sur
<i>s</i>	Ensuciamiento
<i>sat</i>	Saturado
<i>sc</i>	Superficie de control
<i>sup</i>	Superficie
<i>T</i>	Térmica total
Total	Total Resistencia
<i>T</i>	Transpuesta
<i>u</i>	No aletada
<i>vc</i>	Volumen de control
<i>w</i>	Oeste
<i>w</i>	Temperatura de pared del nodo central
<i>WALL</i>	Pared
<i>WAT_EXT</i>	Agua de enfriamiento en el ánulo
<i>o</i>	Previo instante
<i>*</i>	Previa iteración
<i>-</i>	Promedio aritmético
<i>~</i>	Promedio integral sobre un volumen de control $\bar{\varphi} = \left( \frac{1}{\Delta z} \right) \int_z^{z+\Delta z} \varphi dz$
1,2	Número de la variable aleatoria incluida en una ecuación para calcularle el análisis de propagación del error.

## Capítulo 1

# GENERALIDADES

### INTRODUCCIÓN

Los enfriadores, evaporadores, condensadores y calentadores son tipos de intercambiadores de calor usados extensivamente en química, metalurgia, petróleo, termoeléctricas y refrigeración. Las actuales advertencias concernientes a la conservación, conversión y recuperación de la energía y el asegurar la exitosa implementación de nuevas fuentes de energía, conservación de recursos, energías renovables así como eficiencia y seguridad de operación en las plantas productivas; ha sido imperativo para que los intercambiadores de calor sean diseñados y operados óptimamente. El diseño más eficaz ha llegado a ser tan importante que toma ventaja en la economía de escalas al reducir el tamaño del intercambiador.

En el diseño térmico del intercambiador de calor para cualquier aplicación, es necesario un considerable esfuerzo en la determinación del coeficiente convectivo de transferencia de calor (CCTC:  $\alpha$ ) y factores de fricción. Las técnicas analíticas para el estudio de la transferencia de calor generalmente manejan un  $\alpha$  promedio aunque no es confiable si se demanda optimización. Por lo anterior, en este capítulo se describen las generalidades que fundamentan el cálculo del CCTC local a través de correlaciones empíricas, simulaciones numéricas, experimentación física y el desarrollo concomitante del análisis estadístico con el objeto de elegir el estimado más preciso en el CCTC.

### 1.1. INTERCAMBIADORES DE CALOR

Un intercambiador de calor es un dispositivo usado para transferir energía térmica (entalpía)<sup>1</sup> entre dos o más fluidos ya sea mediante una superficie sólida y un fluido a diferentes temperaturas o en contacto directo de fluidos. Su función puede ser recuperar o retirar calor, esterilizar, pasteurizar, fraccionar, destilar, concentrar, cristalizar o controlar un proceso de fluido. En muchos intercambiadores los fluidos se encuentran separados por una superficie y no se mezclan, tales intercambiadores son denominados recuperadores a diferencia de los intercambiadores regenerativos en donde hay un intermitente intercambio de calor entre el fluido frío y caliente vía almacenamiento de energía térmica como el caso de las torres de enfriamiento. La ventaja principal del regenerador es una alta eficiencia de transferencia de calor, con el principal problema de evitar filtraciones entre los fluidos.

Ejemplos de intercambiadores de calor son radiadores de automóvil, condensadores, evaporadores, precalentadores y torres de enfriamiento. Si el cambio de fase no ocurre en ningún fluido del intercambiador es llamado también intercambiador de calor sensible.

Shah y Sekulic [2003] plantea un cuidadoso estudio en los tipos de intercambiadores de calor y los clasifican de acuerdo a su proceso de transferencia de calor que pueden ser de contacto indirecto y directo, en el contacto indirecto las corrientes del fluido quedan separadas y el calor se transfiere continuamente a través de una pared impermeable. Los intercambiadores de calor de contacto directo son dos corrientes (en contacto directo),

---

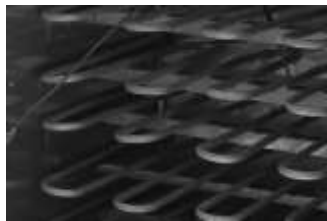
<sup>1</sup> Término griego: *enthalpein* “entibiar”

generalmente se usa en condensación de vapores orgánicos y vapores de aceite con agua o aire.

Otra clasificación conocida es por el número de fluidos dentro del intercambiador, la transferencia de calor entre dos fluidos es el uso más común en la gran cantidad de procesos de recuperación o desecho de calor. El uso de tres fluidos en intercambiadores de calor son ampliamente empleados en criogenia, sistemas de purificación y licuación de hidrógeno y amoníaco en estado gaseoso; intercambiadores triples de tubos concéntricos son usados en diferentes productos alimenticios y farmacéuticos, la mayoría de productos líquidos que son pasteurizados utilizan este tipo de intercambiador por que su proceso de transferencia de calor mejora con un pasaje de flujo adicional y una amplia área de transferencia de calor por unidad de intercambiador en comparación con un tubo doble concéntrico[García, 2004]. Hay intercambiadores de hasta 12 fluidos de corriente usados en algunos procesos químicos [Shah y Sekulic, 2003] en los que el diseño es algebraicamente muy complejo.

Una clasificación más, comúnmente conocida, se da por el grado de compactación. Los intercambiadores de calor compactos se han caracterizado por una larga superficie de calor por unidad de volumen del intercambiador que se refleja en ocupar reducido espacio, peso, soporte de la estructura, requerimientos de energía y costos.

Otra categoría muy frecuente es por sus características en su construcción. Cuatro tipos de construcción son las más comunes: Tubular (Figura 1.1(a)), tipo placas (Figura 1.1(b)), superficies extendidas e intercambiadores regenerativos. Además de los intercambiadores con superficies realizadas en tanques calentadores o cartuchos enfriadores.



a)



b)

Figura 1.1: Intercambiadores de calor a) Tubular y b) Placas

Un criterio más de clasificar también los intercambiadores de calor es por los arreglos del flujo, los hay de un solo paso y de multipasos. En las Figuras 1.2a, b y c se muestran tres tipos de arreglos en intercambiadores de calor con baffles.

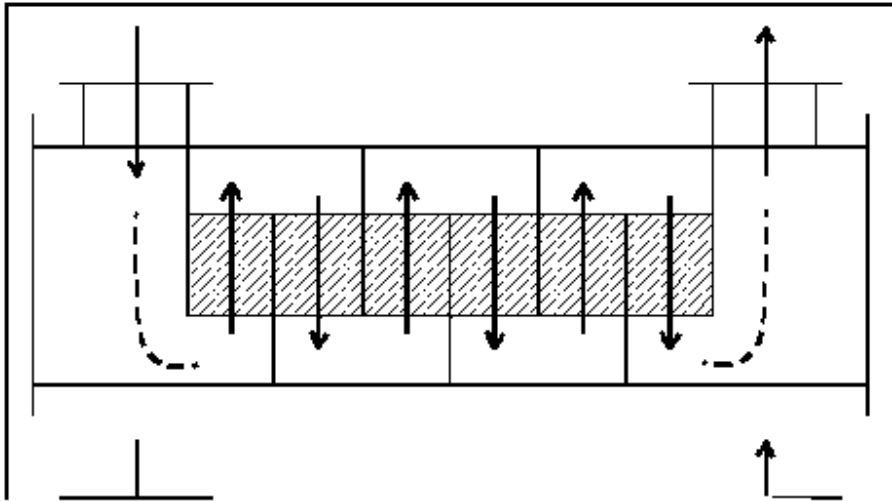


Figura 1.2a: Arreglo de corriente cruzado.

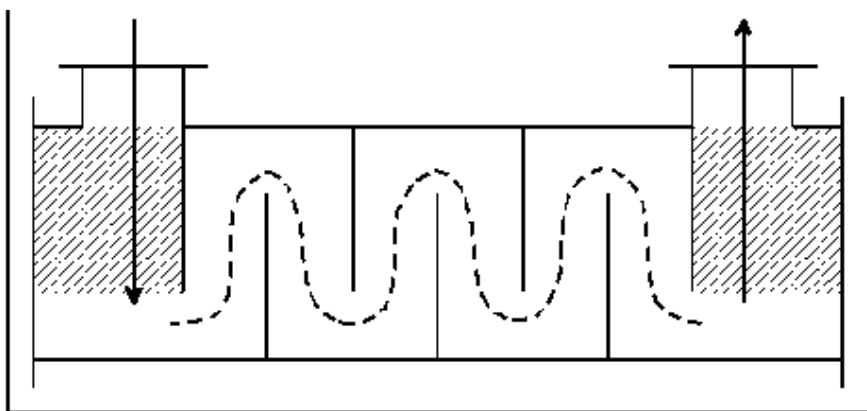


Figura 1.2b: Arreglo de corriente de zonas de entrada y salida.

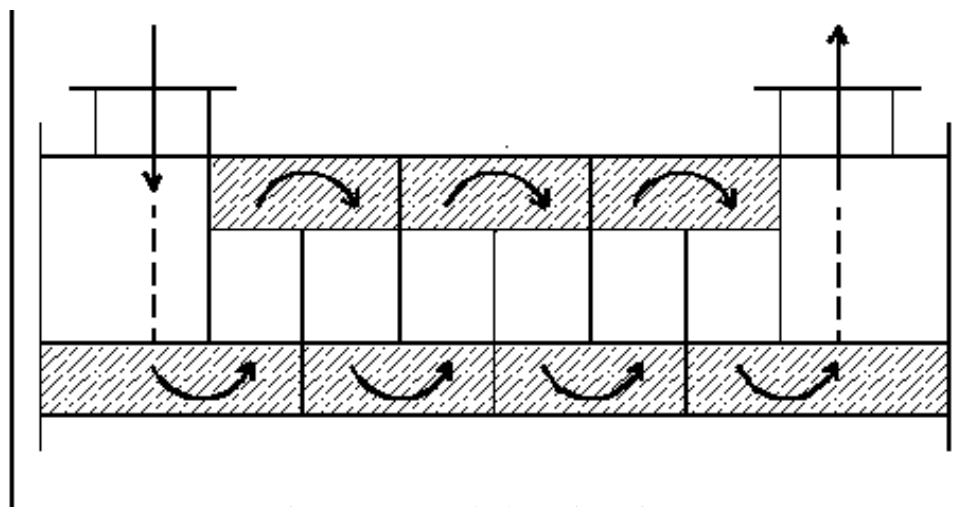


Figura 1.2c: Arreglo de corriente tipo ventana.

El escoger un determinado arreglo depende de la disponibilidad, efectividad, caída de presión, mínima y máxima velocidad permitida, huella del flujo, niveles de temperatura y otros criterios.

### 1.1.1. Clasificación de acuerdo al mecanismo de transferencia de calor

El básico mecanismo para la transferencia térmica de un fluido sobre un lado del intercambiador a la pared en estado monofásico es mediante convección libre o forzada por ambos lados. Condiciones diferentes de mecanismos de transferencia de calor se mencionan en la Figura 1.3.

La convección monofásica sucede en ambos lados en el caso de dos fluidos como en radiadores de automóvil, regeneradores, interenfriadores y economizadores. Otra situación, de acuerdo a la transferencia de calor, corresponde al proceso de condensación en plantas de potencia, calentamiento de gas o líquido en evaporadores, humidificadores y deshumidificadores.

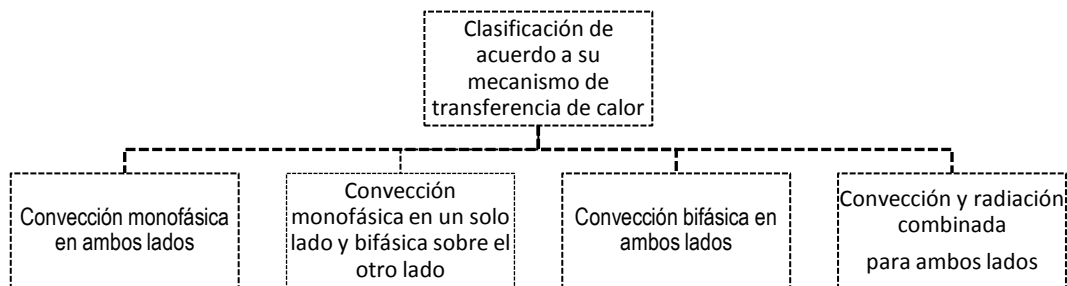


Figura 1.3: Clasificación por mecanismos de transferencia de calor. Fuente: [Shah y Sekulic 2003].

Respecto al flujo bifásico puede ocurrir por ambos lados del intercambiador, o darse el cambio de fase por un lado y flujo monofásico por el otro. En los intercambiadores de calor también es posible la interacción de dos formas diferentes de transferencia de calor como la energía de radiación combinada con convección que se presenta en intercambiadores de metales líquidos y de alta temperatura en intercambiadores de recuperación de calor de desecho [Hewitt *et al*, 1994] o la forma de radiación por sí sola que es la transferencia de calor principal en una planta de generación de vapor, incineradores o gasificación de carbón.

#### a) Intercambiadores de calor monofásicos

De acuerdo con Gupta [1990] una considerable fracción de intercambiadores y tubos aletados usados en varias industrias no realizan ningún cambio de fase, el autor destaca que con el importante aumento de conservación de la energía y el desarrollo de fuentes de energía no convencionales (océanos, geotérmica, solar, etc.) tales intercambiadores han llegado a tener cada vez más importancia.

Por ejemplo los economizadores funcionan como dispositivos cambiadores de calor con gases quemados o vapor de escape aprovechados para calentar el agua de alimentación de las calderas. También se han realizado estudios para generar potencia en estaciones miniOTEC (Conversión de energía térmica del océano) [Levenspiel, 1997].

### **1.1.2. Teorías de diseño en intercambiadores de calor**

La secuencia en el análisis de problemas de diseño en intercambiadores de calor se describe, desde el enfoque de Shah y Sekulic [2003], en el diagrama de flujo de la Figura 1.4; sin embargo, en lo referente al cálculo del CCTC, la literatura abierta muestra un uso constante de herramientas estadísticas por lo que en el diagrama se ha agregado esta actividad concomitante a la etapa del diseño térmico.

### **1.1.3. Convección forzada**

Al calor transferido desde una superficie mojada asistido por el movimiento del fluido se le denomina un calor por convección. El flujo de líquidos y gases por tubos o ductos es de uso común en aplicaciones de calefacción o enfriamiento, en estas aplicaciones el fluido es forzado a fluir por medio de un ventilador o una bomba a través de un tubo suficientemente largo como para realizar la transferencia de calor deseada.

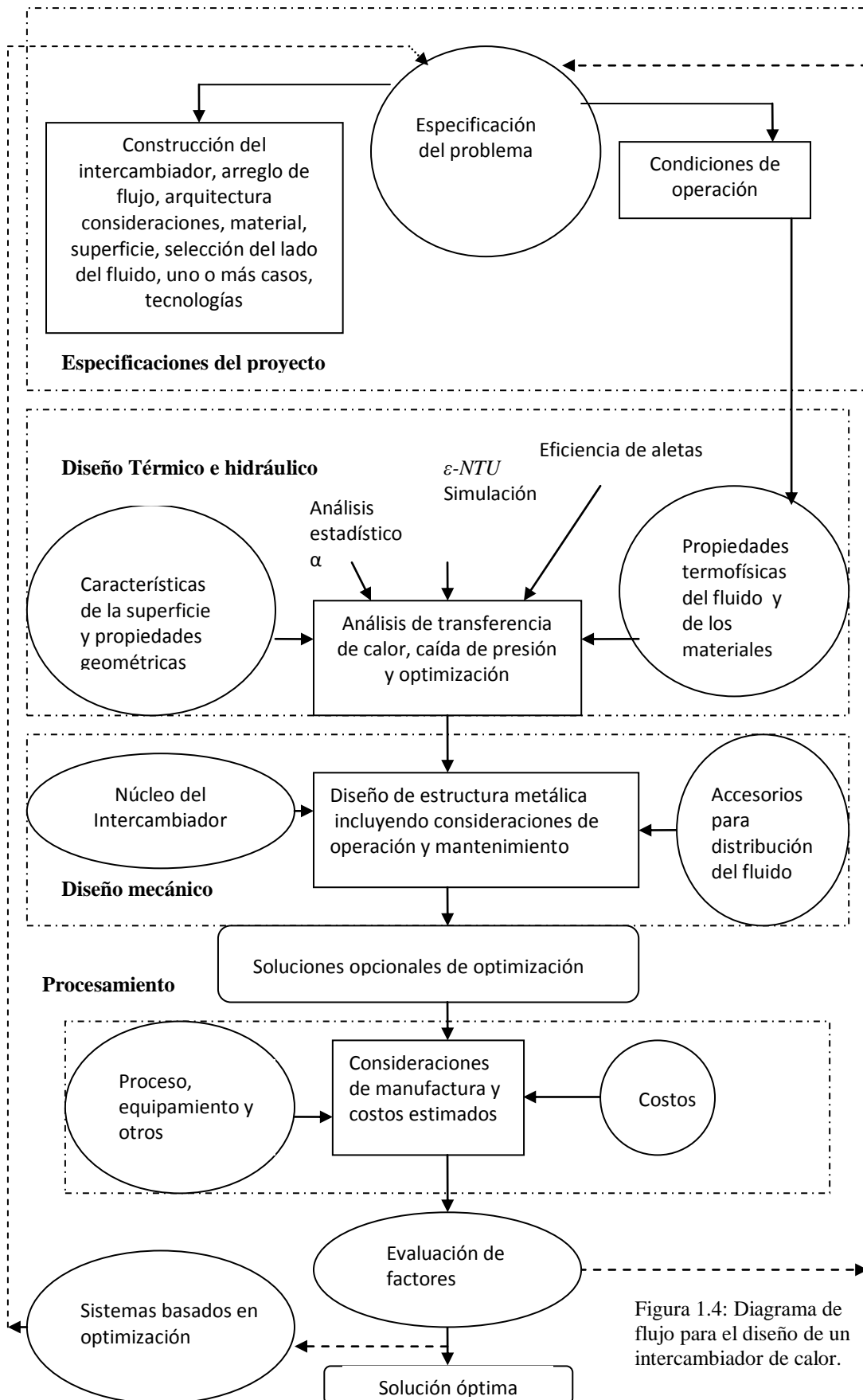
El factor de fricción y el CCTC están relacionados con la caída de presión y la velocidad de transferencia de calor respectivamente, esas cantidades se usan para determinar la necesidad de potencia de bombeo y la longitud de tubo requerida.

La convección puede darse en flujo externo e interno. El flujo externo es considerado como el fluido que tiene una superficie libre, y como consecuencia, la capa límite sobre la superficie tiene la libertad para crecer de manera indefinida. Sin embargo, en el flujo interno el fluido está confinado por completo por las superficies interiores del tubo y por consiguiente tiene un límite sobre cuánto puede crecer la capa límite [Cervantes, 1999].

### **1.1.4. Hipótesis en los análisis térmicos**

Con el objeto de definir los modelos teóricos en metodologías de análisis térmicos se mencionan a continuación las hipótesis analíticas generalmente manejadas:

- El intercambio de calor opera bajo condiciones estables.
- Los sistemas de los intercambiadores de calor con respecto a los alrededores son adiabáticos.
- No existe fuente de energía térmica en las paredes del intercambiador como calentamiento eléctrico, proceso nuclear o reacción química.
- La temperatura de cada fluido es uniforme sobre la sección transversal en intercambiadores de contraflujo y paralelos.
- El CCTC local o total es constante (independientemente de la temperatura, tiempo y posición) a través del intercambiador incluyendo el caso de cambio de fase.
- Las propiedades físicas de cada fluido son constantes a través del intercambiador.
- No hay conducción de calor en los sólidos.



### 1.1.5. Formulación del problema

En el análisis de transferencia de calor en un intercambiador de calor hay que especificar la tasa de calor transferida, el área de transferencia de calor, la capacidad calorífica  $c_p$  de cada fluido, el coeficiente total de transferencia de calor  $U$  y las temperaturas inicial y finales del fluido. Con estos propósitos, la ecuación del balance de energía (Figura 1.5) de la primera ley de la termodinámica, para un sistema abierto (desde el punto de vista termodinámico) y estable, el cambio de entalpía del fluido es:

$$\delta\dot{Q} = \dot{m}dh \quad (1.1)$$

Donde  $\delta\dot{Q}$  es la tasa de transferencia de calor asociada con un cambio de estado infinitesimal e integrando resulta:

$$\dot{Q} = \dot{m}(h_{int} - h_{out}) \quad (1.2)$$

suponiendo para corrientes de fluido caliente (*hot*) y frío (*cold*) al sustituir la ecuación (1.2):

$$\dot{Q} = \dot{m}(h_{hot\,int} - h_{hot\,out}) \quad (1.3)$$

$$\dot{Q} = \dot{m}(h_{cold\,int} - h_{cold\,out}) \quad (1.4)$$

De manera que si en el fluido no existe cambio de fase y los calores específicos son constantes  $dh = c_p dT$  entonces las ecuaciones (1.2) y (1.3) pueden ser escritas como:

$$\dot{Q} = (\dot{m}c_p)_{hot}(T_{hot\,int} - T_{hot\,out}) \quad (1.5)$$

y

$$\dot{Q} = (\dot{m}c_p)_{cold}(T_{cold\,int} - T_{cold\,out}) \quad (1.6)$$

Sin embargo, como la diferencia de temperaturas entre los fluidos caliente y frío ( $\Delta T = T_{hot} - T_{cold}$ ) varía con la posición en el intercambiador de calor es usual establecer un valor medio de la diferencia de temperaturas entre los fluidos frío y caliente tal que la tasa de transferencia de calor entre ellos pueda ser determinada por la siguiente ecuación:

$$\dot{Q} = UA\Delta T_{med} \quad (1.7)$$

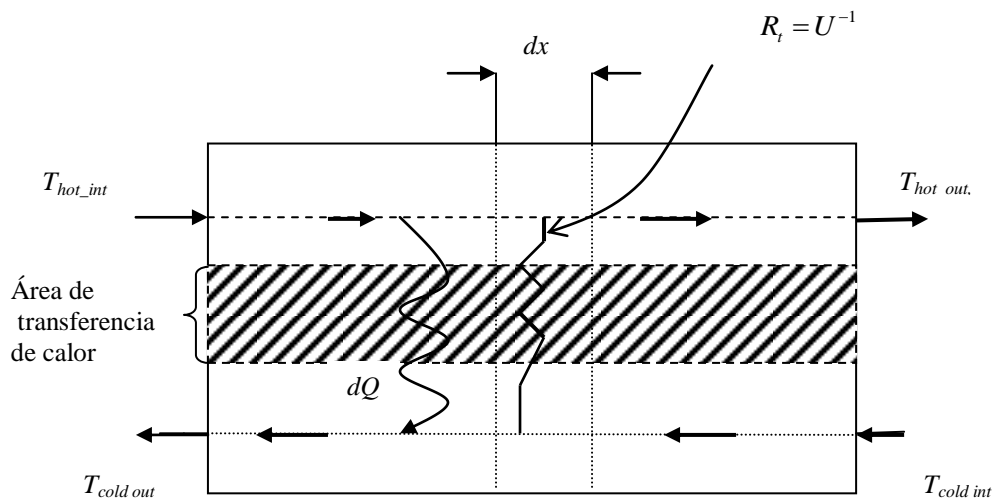


Figura 1.5: Balance de energía para el fluido caliente y el fluido frío en un intercambiador de calor.



Donde  $A$  es el área del lado caliente o frío,  $U$  es el coeficiente total de transferencia de calor y  $\Delta T_m$  es una función de  $T_{hot\ int}$ ,  $T_{hot\ out}$ ,  $T_{cold\ int}$  y  $T_{cold\ out}$ .

Las ecuaciones (1.5), (1.6) y (1.7) son las ecuaciones básicas para el análisis térmico de transferencia de calor bajo condiciones estables.

### 1.1.6. Cálculo del CCTC: $\alpha$

Una parte esencial y con frecuencia la más incierta, de cualquier análisis de intercambiadores de calor es la determinación del coeficiente global de transferencia de calor [Incropera y De Witt, 1996]. Este coeficiente se define en términos de la resistencia térmica total para la transferencia de calor entre dos fluidos. Su valor, generalmente se determina por el conocimiento de los coeficientes internos y externos, el factor de ensuciamiento y parámetros apropiados de geometría.

El coeficiente total de transferencia de calor para una sola superficie limpia y plana puede ser calculada por

$$UA = \frac{1}{R_T} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i A} + \frac{l}{\lambda A} + \frac{1}{\alpha_o A}} \quad (1.8)$$

Donde  $R_T$  es la resistencia térmica total del flujo de calor alrededor de la superficie entre la parte interna y externa del flujo,  $l$  es el espesor de la pared; y  $\alpha_i$  y  $\alpha_o$  son los CCTC dentro y fuera de los flujos respectivamente.

Para superficies no aletadas en un intercambiador tubular limpio, el coeficiente total de transferencia de calor es:

$$U_o A_o = U_i A_i = \frac{1}{R_T} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i A_i} + \frac{\ln(r_o/r_i)}{2\pi\lambda} + \frac{1}{\alpha_o A_o}} \quad (1.9)$$

Durante la operación normal de un intercambiador de calor continuamente las superficies están sujetas a la obstrucción por impurezas, formación de moho, u otras reacciones entre el fluido y el material de la pared. De manera que la deposición de una película o incrustaciones sobre la superficie puede aumentar la resistencia de transferencia de calor entre los fluidos. Si la superficie esta sucia con la acumulación de depósitos entonces se introduce una resistencia térmica en la trayectoria del calor para ello, Kakaç y Liu [1998] definen en su texto una escala del coeficiente de transferencia  $\alpha_s$  en términos de la resistencia  $R_s$  de esa escala:

$$\frac{\Delta T_s}{Q} = R_s = \frac{1}{A\alpha_s} \quad (1.10)$$

Donde  $A$  es el área original de la transferencia de calor antes de que tome la escala y  $\Delta T_s$  es la caída de temperatura alrededor de la escala.  $R_f = 1/h_s$  es denominado como factor de ensuciamiento que tiene la unidad  $m^2/W$ .

Para el calor transferido alrededor de la pared sucia del intercambiador por formación de depósitos sobre ambas superficies, la externa y la interna, la resistencia total  $R_T$  se expresa como

$$R_T = \frac{1}{UA} = \frac{1}{U_o A_o} = \frac{1}{U_i A_i} = \frac{1}{\alpha_i A_i} + R_w + \frac{R_{fi}}{A_i} + \frac{R_{fo}}{A_o} + \frac{1}{A_o \alpha_o} \quad (1.11)$$

El cálculo del coeficiente total de transferencia de calor depende de si esta basado en el lado de la superficie caliente o la fría ya que  $U_o \neq U_i$  si  $A_o \neq A_i$ .

La resistencia de la pared  $R_w$  es obtenida de las siguientes ecuaciones:

$$R_w = l / \lambda A \quad (\text{para pared plana desnuda}) \quad (1.12)$$

$$R_w = \frac{\ln(r_o/r_i)}{2\pi l \lambda} \quad (\text{para tubo desnudo de pared}) \quad (1.13)$$

Una pared separada puede estar aletada de diferente manera en cada lado. Sobre uno y otro lado la transferencia de calor toma lugar desde las aletas así como de la porción no aletada de la pared. Si se introduce la eficiencia de la aleta  $\eta_{fin}$ , el calor total transferido es expresado como:

$$Q = (\eta_{fin} A_{fin} \alpha_{fin} + A_u \alpha_u) \Delta T \quad (1.14)$$

Donde  $\Delta T$  es:

$$(T_{hot} - T_{wint}) \text{ ó } (T_{wout} - T_{cold}) \quad (1.15)$$

Tomando  $\alpha_u = \alpha_{fin} = \alpha$  y reorganizando el lado derecho de la ecuación se obtiene

$$Q = \alpha A \left[ 1 - \frac{A_{fin}}{A} (1 - \eta_{fin}) \right] \Delta T \quad (1.16)$$

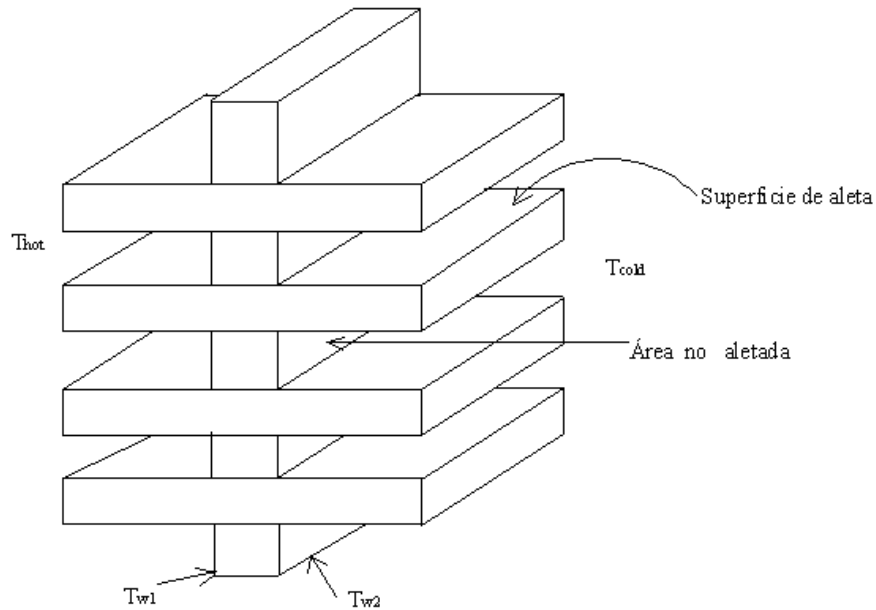


Figura 1.6: Pared aletada.

$$Q = \eta \alpha A \Delta T$$

(1.17)

donde  $\eta = \left[ 1 - (1 - \eta_{\text{fin}}) \frac{A_{\text{fin}}}{A} \right]$  es llamada la eficiencia total de la superficie,  $\Delta T$  es la diferencia de temperaturas entre la corriente del fluido y la temperatura base y el área total de la superficie sobre un lado es  $A = A_{\text{fin}} + A_u$

Así como se ve en la ecuación (1.17) habrá resistencias térmicas adicionales para superficies aletadas así como  $1/\eta\alpha A$  sobre ambos lados de la pared aletada; esto es la combinación efectiva de la resistencia de la superficie que cuenta los flujos paralelos de calor por conducción y convección en las aletas y por convección desde la primera superficie. Por consiguiente una resistencia térmica total para la pared es entonces dada por:

$$R_T = \frac{1}{UA} = \frac{1}{U_o A_o} = \frac{1}{U_i A_i} = \frac{1}{\eta \alpha_i A_i} + \frac{R_{fi}}{\eta_o A_i} + R_w + \frac{R_{fo}}{\eta_o A_o} + \frac{1}{\eta_o \alpha_o A_o} \quad (1.18)$$

Para las superficies aletadas  $A_o$  y  $A_i$  representan la superficie total externa e interna respectivamente. En aplicaciones de intercambiadores de calor, el coeficiente de transferencia de calor total está usualmente basado en el área externa (del lado frío o el lado caliente). Por tanto, la ecuación (1.18) puede ser representada en términos del CCTC total basado sobre el área de la superficie externa como:

$$U_o = \frac{1}{\frac{A_o}{A_i} \frac{1}{\eta_i \alpha_i} + \frac{A_o R_{fi}}{\eta_i A_i} + A_o R_w + \frac{R_{fo}}{\eta_o} + \frac{1}{\eta_o \alpha_o}} \quad (1.19)$$

La expresión o magnitudes de  $\eta_f$  se encuentran disponibles en la literatura abierta para una variedad de configuraciones en aletas [Shah y Sekulic, 2003].

Para intercambiadores de calor sin aleta, tubulares la ecuación se reduce a

$$U_o = \frac{1}{\frac{r_o}{r_i} \frac{1}{\alpha_i} + \frac{r_o}{r_i} R_{fi} + \frac{r_o \ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)}{\lambda} + R_{fo} \frac{1}{\alpha_o}} \quad (1.20)$$

### 1.1.6.1. Observaciones respecto al CCTC

Aunque estas ecuaciones son la manera más usual de calcular la transferencia de calor en los intercambiadores de calor, el modelo matemático restringe el análisis a situaciones reales que intervienen para alcanzar un valor óptimo en el CCTC empleado en el diseño.

- ☑ Tanto el coeficiente de transferencia de calor externo  $\alpha_o$  como interno  $\alpha_i$  no son uniformes a lo largo del intercambiador de calor. Sin embargo,  $\alpha_i$  depende de las propiedades del fluido como la capacidad térmica específica ( $c_p$ ) conductividad térmica ( $\lambda$ ) y densidad ( $\rho$ ), las cuales son a su vez son dependientes de la temperatura y, como el fluido cambia de temperatura a lo largo del intercambiador, las propiedades también cambian, lo cual afecta a  $\alpha_i, \alpha_o$  y por consiguiente a  $U_o$  [Kreith y Bohn, 2001].
- ☑ De ahí que Gupta [1986] haya comentado que ... “uno de los desarrollos futuros debe ser probablemente hacer el diseño de intercambiadores de calor fundamentados sobre valores locales del coeficiente de transferencia de calor  $U$ ” ... en lugar de un solo valor  $U$  y así el calor total de la unidad será la suma de los calores transferidos sobre pequeños segmentos.
- ☑ Aunque la ecuación (1.18) asume que  $U_o$  es invariante con el tiempo en la práctica no lo es ya que, inicialmente el tubo se encuentra limpio cuando la unidad es nueva y la resistencia al ensuciamiento  $R_{fi}$  y  $R_{fo}$  son cero por lo que la ecuación (1.19) se cumple. Sin embargo, con el uso de la unidad  $R_{fi}$  y  $R_{fo}$  gradualmente aumentan hasta que finalmente estos valores llegan a ser asintóticos.
- ☑ El CCTC permite congregar en un solo parámetro diversas características tanto del fluido como de la superficie a diferencia de la conductividad térmica que es una propiedad.
- ☑ El buen funcionamiento de un intercambiador de calor depende de tener presentes dos aspectos en el diseño: la razón de transferencia de calor en la pared del ducto con respecto al fluido interior y la potencia mecánica gastada como resultado de la fricción del fluido a través de la tubería. Esta razón de transferencia de calor por unidad de área, es exactamente a lo que se le denomina coeficiente de transferencia de calor por convección (CCTC).
- ☑ El incremento de la velocidad del flujo produce coeficientes de transferencia de calor más elevados [Kreith y Bohn, 2001] y por consiguiente, una reducción del tamaño y en costo inicial del equipo. Sin embargo, el aumento del gasto másico trae consigo un incremento, en la potencia gastada por la fricción del fluido [Kays, 1984].
- ☑ Un diseño óptimo significa: alto coeficiente de transferencia de calor, baja potencia en la fricción y alta velocidad en el fluido junto con una alta conductividad térmica de los líquidos que transmiten el calor. Además de metodologías precisas para establecer el comportamiento térmico y fluido-dinámico del sistema.

### 1.1.6.2. Optimización del Coeficiente Convectivo de Transferencia de Calor (CCTC)

La optimización de la transferencia de calor es la práctica de modificar una superficie por la que se transfiere calor para incrementar el CCTC entre la superficie y un fluido. Aspectos prácticos que mejoran la transferencia de calor son las aletas y la rugosidad superficial o través de la vibración de las superficies del fluido utilizando campos electrostáticos o agitadores mecánicos. Estos últimos métodos se conocen como técnicas activas pues requieren la aplicación de energía externa.

Las técnicas activas han recibido atención teóricamente aunque sus aplicaciones prácticas han sido limitadas. Las técnicas pasivas están basadas en la modificación de las superficies por la que se transfiere el calor. Los incrementos de transferencia de calor obtenidos con un tratamiento superficial son el resultado del incremento en la turbulencia o el área, de una mezcla mejorada o de un flujo en remolino. Estos efectos generalmente incrementa la caída de presión junto con un incremento de la transferencia de calor.

- ☑ El incremento asociado del trabajo de bombeo casi siempre es mayor que el incremento en la transferencia de calor con respecto a una superficie lisa (no tratada) por la que se transfiere el calor nominal. De hecho el calor transferido por unidad de área puede incrementarse aumentando la velocidad del fluido, pero el gasto de la potencia por fricción aumenta al cubo de la velocidad y nunca es menor que el cuadrado. La potencia gastada por fricción por unidad de área puede evaluarse como función del número de Reynolds, el factor de fricción y propiedades específicas del fluido a través de la ecuación 1.21 y generalmente se compara con respecto al calor transferido [Kays, 1984].

$$E = \frac{1}{2g_c} \frac{\mu^3}{\rho^2} \left( \frac{1}{4r} \right)^3 f Re \quad (1.21)$$

Por ello la optimización de la transferencia de calor adquiere cada vez más importancia en la industria para brindar la oportunidad de:

- ☑ Reducir el área de la superficie por la que se transfiere el calor.
- ☑ Incrementar la carga calorífica del intercambiador
- ☑ Permitir temperaturas de aproximación casi iguales

En la Figura 1.7 [Kreith y Bohn, 2001] compara el desempeño de cuatro técnicas para optimizar la convección forzada monofásica en un tubo con la de un tubo liso. La base de comparación son la transferencia de calor (número de Nusselt) y la caída de presión (factor de fricción) graficada como función del número de Reynolds. Es posible observar que con un número de Reynolds dado, las cuatro técnicas de optimización proporcionan un número de Nusselt incrementado en relación con el tubo liso pero a expensas de un incremento aún mayor en el factor de fricción.

### 1.1.7. Comparación de métodos en el diseño térmico

Hewitt *et al* [1994], Kakaç y Liu [1988] y Shah y Sekulic [2003] exponen una descripción detallada de las metodologías  $\varepsilon$ - $NTU$ ,  $P$ - $NTU$  y  $MTD$  en el análisis de transferencia de calor para un intercambiador de calor.

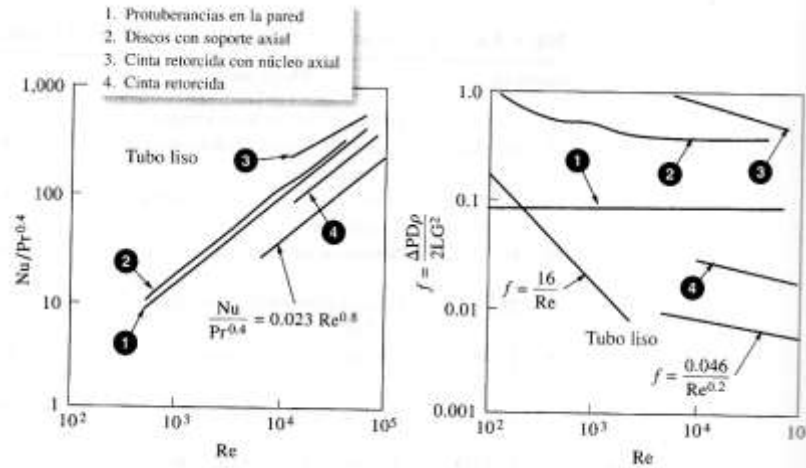


Figura 1.7: Datos típicos de promotores de turbulencia insertados en el interior de tubos  
a) Datos de transferencia de calor b) Datos de fricción. Fuente:[Kreith y Bohn, 2001]

La máxima cantidad de calor transferido puede ocurrir entre dos corrientes en un flujo a contracorriente de un intercambiador de calor donde la temperatura de salida con el más bajo  $\dot{m}c_p$  alcanza la temperatura de entrada de la otra corriente. Si la corriente fría tiene el valor de  $\dot{m}c_p$  más grande que el de la corriente caliente entonces la máxima transferencia de calor ocurre cuando  $T_{hot,out} = T_{cold,int}$ . Si la corriente fría tiene un valor de  $\dot{m}c_p$  más bajo que la corriente caliente entonces el máximo calor transferido ocurre cuando  $T_{cold,out} = T_{hot,int}$  Como se ilustra en la Figura 1.8. Por tanto:

$$\dot{Q}_{max} = (\dot{m}c_p)_{min} \Delta T_{max} \quad (1.22)$$

Donde  $(\dot{m}c_p)_{min}$  es el  $(\dot{m}c_p)$  más bajo de ambas corrientes y  $\Delta T_{max}$  es la diferencia entre las corrientes de entrada de las temperaturas.

$$\Delta T_{max} = (T_{hot\_int} - T_{cold\_int}) \quad (1.23)$$

Para alcanzar el máximo calor transferido, una infinita superficie para el intercambiador de calor es requerida por que la diferencia de temperatura alcanza el cero al final del intercambiador de calor en donde las temperaturas llegan a ser iguales. En los intercambiadores de calor reales, la transferencia de calor es menor al máximo por ello, la

efectividad se define como la relación de la transferencia real a la máxima transferencia de calor:

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{max}} \quad (1.24)$$

y de la ecuación ( 1.7)  $\dot{Q} = UA\Delta T_{med}$  por tanto  $\varepsilon$  está dada por:

$$\varepsilon = \frac{UA}{(\dot{m}c_p)_{min}} \frac{\Delta T_{med}}{\Delta T_{max}} \quad (1.25)$$

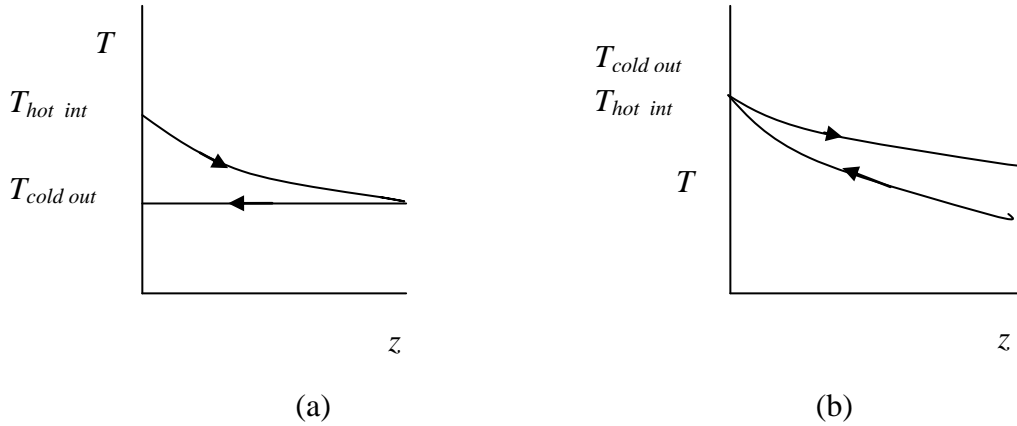


Figura 1.8 Situación del máximo calor transferido (a)  $\dot{m}_{cold}c_{p,cold} > \dot{m}_{hot}c_{p,hot}$  (b)  $\dot{m}_{cold}c_{p,cold} < \dot{m}_{hot}c_{p,hot}$

Así como también de las ecuaciones (1.5) y (1.6) y (1.25):

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= \dot{m}_{hot}c_{p,hot}(T_{hot\ int} - T_{hot\ out}) = \dot{m}_{cold}c_{p,cold}(T_{cold\ out} - T_{cold\ int}) \\ \varepsilon &= \frac{\dot{m}_{hot}c_{p,hot}(T_{hot\ int}-T_{hot\ out})}{(\dot{m}c_p)_{min}(T_{hot\ int}-T_{cold\ int})} = \frac{\dot{m}_{cold}c_{p,cold}(T_{cold\ out}-T_{cold\ int})}{(\dot{m}c_p)_{min}(T_{hot\ int}-T_{cold\ int})} \end{aligned}$$

Para  $\mathbb{P} := \dot{m}_{cold}c_{p,cold}$

$$\varepsilon = \frac{T_{cold\ out}-T_{cold\ int}}{T_{hot\ int}-T_{cold\ int}} \equiv \mathbb{P} \quad (1.26)$$

La igualdad entre  $\mathbb{P}$  y  $\varepsilon$  es sólo verdadera para el caso donde el fluido frío tiene el mínimo valor de  $\dot{m}c_p$ , pero  $\mathbb{P}$  está casi siempre referida a la efectividad térmica. Para el caso donde  $\dot{m}c_{p\ min} = \dot{m}c_{p\ hot}$  siguiendo de la definición de  $\mathbb{P}$  ahora se representa la relación de calor con  $\mathbb{R}$  como:

$$\mathbb{R} = \frac{\dot{m}_{cold}c_{p,cold}}{\dot{m}_{hot}c_{p,hot}} = \frac{(T_{hot\ int}-T_{hot\ out})}{(T_{cold\ out}-T_{cold\ int})} \quad (1.27)$$

Así que:

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{max}} = \frac{\dot{m}_{hot}c_{p,hot}}{\dot{m}_{hot}c_{p,hot}} \cdot \frac{(T_{hot\ int}-T_{hot\ out})}{(T_{hot\ int}-T_{cold\ int})} = \mathbb{R} \quad (1.28)$$

### 1.1.7.1. Número de unidades transferidas

Es conveniente usar el número de unidades transferidas ( $NTU$ ) para las bases de diseño. Los valores de  $NTU$  para las respectivas corrientes son:

$$NTU_{hot} = \frac{AU}{(\dot{m}_{hot}c_{p_{hot}})} \quad (1.29)$$

$$NTU_{cold} = \frac{AU}{(\dot{m}c_{p_{cold}})} \quad (1.30)$$

Donde  $A$  es el área total del intercambiador de calor y  $U$  es el coeficiente total de transferencia de calor. Al definir  $NTU_{min}$  como el valor,  $NTU$  corresponde a la corriente con el mínimo  $\dot{m}c_p$ .

$$NTU_{min} = \frac{AU}{(\dot{m}c_p)_{min}} \text{ y si } \Delta T_{med} \text{ está definida como:} \quad (1.31)$$

$$\Delta T_{med} = \frac{(T_{hot\ int} - T_{cold\ out}) - (T_{hot\ out} - T_{cold\ int})}{\ln(T_{hot\ int} - T_{cold\ out}) / (T_{hot\ out} - T_{cold\ int})} \quad (1.32)$$

De las ecuaciones (1.24), (1.25) y (1.33), se sigue que:

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{max}} = \frac{AU\Delta T_{med}}{(\dot{m}c_p)_{min}\Delta T_{max}} = NTU_{min} \frac{\Delta T_{med}}{\Delta T_{max}} \quad (1.33)$$

Por tanto

$$\mathbb{P} = NTU_{cold} \frac{\Delta T_{med}}{\Delta T_{max}} \quad (1.34)$$

Un parámetro que casi siempre es usado en presentación de datos de transferencia de calor es la relación  $\theta = \frac{\Delta T_{med}}{\Delta T_{max}}$

De donde se puede obtener que:

$$\varepsilon = NTU_{min}\theta \quad (1.35)$$

$$\mathbb{P} = NTU_{cold}\theta \quad (1.36)$$

La configuración mas común es el intercambiador de calor de tubos y carcaza, los métodos de análisis son el de la diferencia logarítmica media de temperatura ( $MTD$ ) y el  $\varepsilon - NTU$  ó  $\mathbb{P} - NTU$  método de eficiencia. El primero es usado cuando se especifican todas las temperaturas terminales y se tiene que determinar el área del intercambiador de calor o la predicción térmica, mientras que el segundo es preferible para determinar el desempeño térmico.

### 1.1.8. La simulación como alternativa

Dadas las rigurosas hipótesis en las que están basados los análisis de los métodos anteriores:

- Coeficiente de transferencia de calor total  $U$  uniforme en toda la superficie del calor del intercambiador de calor.
- Estado permanente.



- ☑ Sistemas adiabáticos.
- ☑ Nula transferencia de calor por conducción en el fluido y en los sólidos.
- ☑ Propiedades físicas de los fluidos invariables con las temperaturas.
- ☑ Correlaciones disponibles supuestas como satisfactorias para predecir los coeficientes de transferencia de calor individuales necesarios para determinar  $\bar{U}$ .
- ☑ Posibilidad de pronosticar la variación espacial de  $U$ , con un área promedio,  $\bar{U}$  dada por:

$$\bar{U} = \frac{1}{A} \int_A U dA \quad (1.37)$$

pero, aún con la anterior integración realizada numéricamente de acuerdo con Kreith y Bohn [2001] hay un margen de error difícil de cuantificar.

Teóricamente, los problemas gobernados por ecuaciones diferenciales parciales, como los de transferencia de calor y flujo de fluidos, han sido resueltos, en los últimos diez años por volúmenes finitos y diferencias finitas. Estas técnicas, sustentadas en los métodos numéricos, se apoyan en la alta velocidad y larga capacidad de las computadoras, además consideran la gran variedad de tópicos que restringen las características del problema. De ahí que, la metodología se vuelva atractiva para calcular los coeficientes de transferencia de calor, en particular para cualquier geometría y fluido de interés.

Los métodos numéricos permiten a las ecuaciones gobernantes ser resueltas con pocas restricciones para casos unidimensionales. Una importante variedad de situaciones técnicas pueden ser tratadas asumiendo estado estable o transitorio con flujo unidimensional. Por ejemplo aquellos que envuelven dos fases a través de ductos y tubos (doble tubo, de coraza y tubo o condensadores de aleta y tubo, condensadores y evaporadores, tubo capilar, etc.). Con los modelos numéricos unidimensionales es más factible el estudio de coeficientes locales en lugar de coeficientes globales.

Una variedad de métodos han sido usados para derivar las fórmulas para diferentes flujos y arreglos de intercambiadores de calor. Diferencias finitas, volumen finito y métodos de elemento finito han sido usados para obtener relaciones en  $\varepsilon-NTU$  o  $\mathbb{P}-NTU$  para diferentes tipos de intercambiadores de calor.

Desde el enfoque de García [2000], la optimización de la eficiencia de los intercambiadores de calor, y por tanto, el consumo energético de los equipos térmicos donde están integrados, requiere de métodos precisos de predicción de su comportamiento térmico y fluido-dinámico. Prevé el autor que la dificultad del diseño de los intercambiadores de calor en aspectos tales como geometrías complejas y estructuras de flujo, sin asumir grandes hipótesis restrictivas, hace que las posibilidades sean muy limitadas en los resultados analíticos. La utilización de métodos numéricos permite la solución de las ecuaciones gobernantes y por tanto la simulación de equipos con un grado considerablemente menor de restricciones.

### 1.1.9. Correlaciones empíricas

En el estudio de la transferencia de calor la solución analítica de las ecuaciones fundamentales completas se dificulta y en situaciones multidimensionales incluso con el uso de métodos numéricos, la solución es compleja por el aumento de restricciones. Para este caso, el recurso es a través de información experimental.

En casos experimentales la comprobación de resultados se hace con la comparación de las correlaciones teóricas que, están constituidas por una configuración de parámetros adimensionales. Así pues, cuando la curva de datos experimentales de CCTC se ajusta lo mejor posible a una correlación teórica, mediante herramientas estadísticas, se dice que es una correlación empírica.

Las correlaciones para un fluido newtoniano se basan en ciertos postulados por Navier-Stokes las cuales resumen el comportamiento observado del fluido en la Naturaleza con respecto a los esfuerzos y rapidez de deformación. [Cervantes, 1999].

La consideración de los parámetros adimensionales reduce el grado de dificultad ya que la finalidad que tienen es asociar propiedades representativas de la fenomenología del fluido. Por ejemplo: El número de Reynolds ( $Re$ : Parámetro representativo del cociente de las fuerzas de inercia entre las fuerzas asociadas a la viscosidad), el número de Nusselt ( $Nu$ : Representa el gradiente de temperaturas adimensional en la pared e incluye al CCTC); el número de Prandtl ( $Pr$ : Representa la relativa difusión en el fluido de los efectos viscosos y los efectos térmicos); o el número de Biot ( $Bi$ : Constituye una medida de la caída de temperatura dentro de un sólido por efecto de la conducción) entre otros.

$$Nu = \frac{\alpha D}{\lambda} = Re Pr \quad (1.38)$$

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} \quad (1.39)$$

$$Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda} \quad (1.40)$$

$$Bi = \frac{\alpha l}{\lambda} \quad (1.41)$$

La clasificación de estas correlaciones se da por el tipo de flujo. El número de Reynolds es el que determina si se trata de un flujo laminar o turbulento. Sistemas de criogenia, calentamiento o enfriamiento de alta viscosidad en fluidos tales como aceites son de naturaleza laminar.

Los CCTC en flujo laminar son relativamente pequeños respecto a los de flujo turbulento donde los remolinos transportan el fluido de regiones frías a regiones calientes, lo cual presenta un pronunciamiento en el CCTC.

En un flujo turbulento las partículas se mueven de manera desordenada e irregular mezclándose unas con otras e intercambiando cantidades grandes de momento y de energía [Kakaç y Liu, 1998]. El concepto de continuidad y las ecuaciones de Navier-Stokes son válidas para este tipo de flujo sin embargo, los componentes de velocidad, presión y temperatura en estas ecuaciones toma valores instantáneos, varían con el tiempo y son

completamente aleatorios. Estas fluctuaciones aleatorias son complejas con cualquier tratamiento matemático e incluso las ecuaciones llegan a ser inaccesibles para resolver [Kreith y Bohn, 2001].

El flujo turbulento es el más natural, el más común y posiblemente el más importante desde el punto de vista del diseño Shah y Sekulic [2003] indica que dada la complejidad de los fenómenos de convección forzada turbulenta, muy frecuentes en casos reales, se utilizan correlaciones empíricas en diseños de ingeniería, para cubrir aspectos de geometría y patrones de flujo de fluido a diferencia de los métodos analíticos (el factor-F y  $\varepsilon$ -NTU) con posibilidades muy limitadas, por asumir estrictamente una simplificación. [Kern, 1950], [Kakac y Liu, 1998].

Hay una exhaustiva investigación de realizaciones de estudios con numerosos fluidos y variedad de geometrías bajo diferentes materiales y condiciones iniciales. Como resultado, diversos autores han formulado relaciones del número de Nusselt con respecto al número de Reynolds y Prandtl para un amplio rango de correlaciones.

Para flujo monofásico Kakac, *et al* [1987] muestra una amplia compilación de correlaciones de acuerdo a las diversas características que se presentan en el diseño de los intercambiadores de calor. Estudios básicos que trabajan con agua emplean generalmente las correlaciones de Dittus y Boelter, Sieder y Tate, Gnieliski o la de Petukhov y Kirillov [Suryanarayana, 1995].

A continuación se mencionan algunas correlaciones para flujo turbulento completamente desarrollado en ductos lisos circulares con líquidos de un Pr mayor a 0.5 donde el coeficiente convectivo de transferencia de calor (CCTC:  $\alpha$ ) se calcula por el número adimensional de Nusselt ( $Nu$ ),  $Nu = \frac{\alpha D_h}{\lambda}$  unas de ellas se estiman a través del factor de fricción ( $f$ ) para fluido monofásico.

#### a) Dittus y Boelter [1983]

Esta clásica correlación fue desarrollada para un  $0.7 < Pr < 120$  y  $2500 < Re < 1.24 \cdot 10^5$

$$Nu = 0.023Re^{0.8}Pr^{0.4} \quad (1.42)$$

#### b) Petukhov y Popov [1963]

Sus cálculos teóricos son para el caso de un flujo turbulento completamente desarrollado con propiedades constantes en un tubo circular con flujo de calor constante esta correlación ajustó con sus datos experimentales. El rango es de  $10^4 \leq Re \leq 5 \times 10^5$  y  $0.5 < Pr < 2000$  con 1% de error la ecuación es aplicable también para tubos rugosos.

$$Nu = \frac{(f/2)RePr}{(1+13.6f) + (11.7+1.8Pr^{-1/3})(f/2)^{1/2}(Pr^{2/3}-1)} \quad (1.43)$$

$$\text{donde: } f = (3.64 \log Re - 3.28)^{-2}$$

**c) Petukhov y Kirillov [1963]**

Es una versión simplificada de la correlación anterior. Para el rango de  $10^4 < Re < 5 \times 10^6$  y  $0.5 < Pr < 200$  con una exactitud de  $\pm 5\%$ . Las dos ecuaciones anteriores no son aplicables en la región de transición. Gnielinski modificó la correlación de Petukhov and Kirillov comparándola con sus datos experimentales.

$$Nu = \frac{(f/2)RePr}{1.07 + 12.7(f/2)^{1/2}(Pr^{2/3} - 1)} \quad (1.44)$$

donde  $f = (1.82 \log Re - 1.64)^{-2}$

**d) Gnielinski [1976]**

Su correlación es para tubería lisa sin cambio de fase. La exactitud de la ecuación de Gnielinski es de  $\pm 6\%$  para  $2000 < Re < 10^6$  y para un  $0.6 < Pr < 2000$ .

$$Nu = \frac{(f/2)(Re - 1000)Pr}{1 + 12.7(f/2)^{1/2}(Pr^{2/3} - 1)} \quad (1.45)$$

donde  $f = (1.82 \log Re - 1.64)^{-2}$

**e) Kays y Crawford [1981]**

Esta correlación es una modificación de la de Dittus Boelter empleada para gases con  $0.5 < Pr < 100$  y  $10000 < Re < 5 \times 10^6$ . La exactitud de la ecuación es de  $+11.1\%$  y  $-2.5\%$

$$Nu = 0.022 Re^{0.8} Pr^{0.5} \quad (1.46)$$

**f) Martinelli [1947]**

Esta correlación es para tubo completamente rugoso de ducto circular difiere de la del tubo liso por la omisión de la relación de temperaturas, para  $Re > 10^4$ .

$$Nu = \frac{Re Pr \sqrt{f/2}}{5 \left[ Pr + \ln(1 + 5 Pr) + 0.5 \ln \left( Re \sqrt{f/2} / 60 \right) \right]} \quad (1.47)$$

$f = (1.82 \log Re - 1.64)^{-2}$

**g) Webb [1971]**

Webb ha examinado un rango de datos para flujo completamente desarrollado en tubo liso y concluyó la mejor relación desarrollada por Petukhov y Popov para un  $0.5 < Pr < 100$  y  $1 \times 10^4 < Re < 5 \times 10^6$ . Las predicciones tiene una exactitud de  $\pm 7\%$

$$\text{Nu} = \frac{(f/2)\text{Re Pr}}{1.7 + 9(f/2)^{1/2}(\text{Pr}-1)\text{Pr}^{-1/4}} \quad (1.48) \quad \underline{20}$$

donde  $f = (1.82 \log \text{Re} - 1.64)^{-2}$

#### h) Sandall *et al* [1980]

Para  $0.5 < \text{Pr} < 2000$  y  $1 \times 10^4 < \text{Re} < 5 \times 10^6$  tiene +6.6% y de -4.4% de exactitud

$$\text{Nu} = \frac{\sqrt{f/2}\text{Re Pr}}{12.48\text{Pr}^{2/3} - 7.853\text{Pr}^{1/3} + 3.613\ln \text{Pr} + 5.8 + C} \quad (1.49)$$

$$C = 2.78 \ln(\sqrt{f/8}\text{Re}/45)$$

$$f = (1.82 \log \text{Re} - 1.64)^{-2}$$

#### 1.1.10. Fluidos de trabajo convencionales en intercambiadores de calor

La primera consideración en la selección de un fluido es el rango de temperatura en el que va a trabajar. El agua (de 0 a 177°C) es el más económico y eficiente fluido de transferencia de calor. Incluso en ocasionales temperaturas de congelación. Si la aplicación es enfriamiento o congelación el fluido más común para transferir calor es el vapor comprimido de refrigerantes, salmueras y soluciones de glicol-agua.

El vapor de refrigerantes comprimido es muy útil en aplicaciones de refrigeración y congelación. Las salmueras son soluciones baratas para aplicaciones da baja temperatura. Desafortunadamente también son corrosivas pero se usan inhibidores tóxicos tales como cromatos.

##### 1.1.10.1. Agua

El agua es el fluido más ampliamente usado en sistemas de transferencia de calor. Sus aplicaciones incluyen sistemas domésticos de calor, enfriamiento industrial, generación de vapor a baja presión para uso industrial, generación a alta presión incluso a presión supercrítica de generación de vapor para la generación de energía. El vapor es empleado en la industria petroquímica como reactante, enfriador, fluido de calentamiento y como fluido de trabajo para generar trabajo.

El agua posee propiedades físicas que permiten acarrear una gran cantidad de calor por unidad de masa de fluido. Estas características reducen el tamaño del equipo, la combinación de alto calor latente, alta conductividad térmica y relativamente alta densidad y calor específico con moderada viscosidad, estas propiedades hacen del agua un atractivo fluido para uso en sistemas de transferencia de calor. Guyer [1989] correlaciona las diferentes propiedades del agua y menciona los factores químicos y físicos que más afectan a la corrosión en los intercambiadores de calor.

Las limitaciones de este fluido disponible y barato son que en la generación de vapor a elevadas temperaturas y con el tiempo ocasiona impurezas en los recipientes a presión.

En el diseño de intercambiadores de calor un sustancial factor de ensuciamiento es usado para cuantificar los depósitos en las superficies sobre la vida de operación de la unidad. El factor de ensuciamiento, mencionado ya en la sección 1.1.6. puede contarse como una significativa proporción del total de resistencia térmica del sistema por lo que el tratamiento de agua debe ser aplicado.

Se sugiere que el equipo diseñado sea accesible para limpiar mecánica y químicamente las superficies para asegurar que los depósitos no crezcan y destruyan al equipo. Así que la velocidad del agua debe ser relativamente alta por lo menos 0.9 m/s es considerado satisfactorio para flujo en el interior de los tubos [Guyer, 1989].

Los sistemas de agua son susceptibles a ensuciarse debido a organismos microbiológicos, el uso de fungicidas puede inhibir el crecimiento de organismos.

Un problema más importante causado por las impurezas del agua es, como se ha mencionado en un principio la corrosión, aún el acero inoxidable es susceptible de corrosión que son fenómenos asociados con la clorinación (y otros componentes halogenados) o impurezas cáusticas en el agua o vapor condensado. Este problema es complejo ya que el grado en el cual la unidad será susceptible, está en función del contenido de impurezas.

El fluido frigorífico agua no es tóxico, ni inflamable se usa como refrigerante y deshumificador en serpentines evaporadores para enfriar en sistemas de compresión y como mezcla en los sistemas de absorción y adsorción. También como refrigerante primario y secundario. La desventaja en su uso es que, una inapropiada calidad de agua produce sedimentación y engendra bacterias en sistemas evaporativos.

#### **1.1.10.2. Amoniaco**

El refrigerante amoniaco se destaca por sus excelentes propiedades termodinámicas, bajo peso molecular y alta temperatura crítica, ha sido usado desde hace más de un siglo en la industria de la refrigeración y tiene cero repercusión como contaminante ambiental. No obstante, "...se ignora muy frecuentemente las ventajas económicas que resultan de la elección del amoniaco en las grandes instalaciones en lo que se refiere a los costos de instalación así como a los costos de explotación" [Lamúa 2000] o mantenimiento.

#### **1.1.10.3. CO<sub>2</sub>**

El CO<sub>2</sub> es un refrigerante no inflamable, inocuo, barato, ampliamente disponible y no afecta el ambiente. Su uso es para refrigeración doméstica, comercial e industrial y equipos de aire acondicionado móvil y doméstico. El ciclo óptimo, desde el punto de vista termodinámico, se encuentra en la fase trans-crítica, con presiones de condensación de 60 a 70 bar. " Más de 1000 autobuses estuvieron acondicionados con fluido de trabajo CO<sub>2</sub> en los juegos olímpicos de Beijing 2008"[Wang y Li 2006].

#### **1.1.10.4. Salmueras**

Las salmueras son cualquier fluido que puede ser usado para transferir calor en un sistema refrigerante que no cambia de fase en el proceso y tiene un punto de *flasheo* arriba de 65°C.

Originalmente el término salmuera se refería a una solución inorgánica acuosa como el cloruro de calcio o cloruro de sodio que tiene un punto de congelación suficientemente bajo para ser usados en sistemas de refrigeración. Las soluciones acuosas de etileno y glicolpropileno son ejemplos de soluciones no salinas. La buena selección de una salmuera depende de que su punto de congelación sea más abajo que la temperatura de operación más baja del sistema [Guyer, 1989].

Las salmueras operan en sistemas de enfriamiento abajo del punto de congelación del agua mientras transfieren altas tasas de transferencia de calor. Cuando las mezclas de agua-glicol son usadas, el sistema de enfriamiento opera a temperaturas más altas que el punto de ebullición del agua sin el requerimiento de altas presiones.

Las soluciones agua-glicol son de bajo costo, el glicol solo, es corrosivo en contacto con el aire, ambas salmueras y glicoles ofrecen bajas temperaturas; sin embargo, son inestables o corrosivos en temperaturas arriba del punto de evaporación del agua, incluso el uso de vapor como medio de transferencia de calor tiene limitaciones arriba de los 177°C porque tanto la presión de vapor como el asociado equipo del proceso incrementan los costos significativamente. La selección de fluidos orgánicos para procesos con temperaturas altas es restringida, debajo de 260°C. Una amplia descripción del comportamiento fisico-químico de estos fluidos la da Guyer [1989].

#### **1.1.10.5. Hidrocarburos**

Los hidrocarburos propileno, propano e isobutano superan al refrigerante R-22 en coeficientes transferencia de calor, característica favorable para un funcionamiento eficiente en los intercambiadores de calor pertenecientes a un sistema frigorífico. La carga de este refrigerante es la mitad para un mismo refrigerador doméstico que trabaja con los refrigerantes empleados actualmente, tienen alta disposición en el mercado con nula participación en el daño de la capa de ozono y el efecto invernadero. Aunque países como Estados Unidos se interponen a usarlos por ser fluidos inflamables mientras que otros, ven resuelta esta problemática al adicionar "...algunos simples dispositivos de seguridad como sistemas de ventilación y detectores de fugas..." [Ho-Saeng Lee *et al*, 2006]

#### **1.1.10.6. Sales Fundidas**

El fluido de transferencia de calor conocidas como *Molten SALT* (sales fundidas). Son sólidos químicos que cuando son calentados debajo de su punto de fundición tienen un amplio rango de temperatura líquida y otras propiedades para transportar y almacenar calor. La mezcla más común que ha sido usada desde 1930 es una mezcla de nitrato de potasio, nitrato de sodio esta se derrite a 142 °C y puede ser usada arriba de 482 °C. Esta mezcla es eutéctica, la más baja formulación de fundición de estas sales diferentes han sido usadas en otras aplicaciones pero las sales de nitrato son las dominantes para transferir y almacenar calor.

#### **1.1.10.7. Selección de un refrigerante**

La selección de un refrigerante para una aplicación particular generalmente depende de propiedades que son mutuamente excluyentes como: su disponibilidad de remover calor, toxicidad, inflamabilidad, densidad y viscosidad.

Cerepnalkovsky [1991] menciona las características que debe cubrir un refrigerante en un sistema de refrigeración:

- ☑ Tener una alta temperatura crítica suficiente para habilitar la condensación usando como medio de enfriamiento agua o aire de los alrededores y evitar una gran irreversibilidad del proceso de estrangulamiento.
- ☑ Tener una temperatura de congelación tan baja como la más baja temperatura operacional de evaporación.
- ☑ Tener una presión de evaporación arriba de la presión atmosférica para prevenir el aire y la humedad filtren en el sistema.
- ☑ Tener una baja presión de condensación suficiente para evitar que la estructura del condensador sea pesado, complejo y expansivo.
- ☑ Tener una relación de presión tan baja como sea posible para evitar un compresor multietapas en sistemas con un turbocompresor.
- ☑ Tener propiedades que influyan en un alto COP para el sistema de refrigeración.
- ☑ Ser químicamente estable con los materiales de los componentes del sistema.
- ☑ Sin características de penetración en el material, pero accesible para la detección de fugas.
- ☑ Ser completamente mezclable en el caso de los halocarburos y no mezclable con el aceite en el caso del amoníaco, sin provocar reacciones químicas entre el refrigerante y el aceite para sistemas de compresión.
- ☑ Tener una baja viscosidad y alta conductividad térmica lo cual refuerza los efectos de una eficiente transferencia de calor.
- ☑ Ser barato.

#### **1.1.11. Estadística en el cálculo de CCTC**

El Dr. Deming afirma:[ Romero y Zúnica, 2004] que ningún recurso es tan escaso en las empresas como el conocimiento estadístico. De hecho señala que el conocimiento con mayor contribución a mejorar la calidad productividad y competitividad de las empresas son los métodos estadísticos.

En el diseño térmico de intercambiadores de calor y los procesos experimentales para el cálculo del CCTC las fuentes bibliográficas muestran el simultáneo uso del análisis estadístico para la determinación de los estimados óptimos. Por tal motivo, este trabajo trata de destacar, describir y aplicar los procesos estadísticos que conlleva generalmente el cálculo experimental y teórico del CCTC.

En el estudio estadístico experimental generalmente se inicia con un previo análisis de propagación del error para detectar instrumentos inapropiados dentro del diseño de la infraestructura experimental, posteriormente requiere de pruebas para datos univariados y análisis de curvas de regresión para la calibración de instrumentos y propagación del error tanto para resultados experimentales como en las correlaciones, que son los resultados teóricos. Asimismo, debe corroborarse la comparación de resultados experimentales con respecto a los teóricos a través de intervalos de confianza.



### 1.1.12 Análisis estadístico previo al diseño experimental

El conocimiento de la incertidumbre de cada instrumento que constituirá la infraestructura experimental complementa información para el cálculo de propagación del error, el cual orienta a saber cuál es el equipo con mayor repercusión en el error además, detecta el resultado de mayor credibilidad y ayuda a obtener la incertidumbre final en el resultado del experimento antes de hacer la instalación.

#### a) Tratamiento de datos experimentales

El primer paso en el análisis de un conjunto de datos debe ser siempre un tratamiento descriptivo de los mismos. Dicho tratamiento pone de manifiesto las características y regularidades existentes en los datos además de sintetizarlos en un número reducido de parámetros mediante representaciones gráficas adecuadas. Posterior a este primer análisis descriptivo se extrapolan conclusiones de los datos extraídos lo que conforma la inferencia estadística.

#### b) Modelo de regresión en la calibración de instrumentos

La calibración de todo instrumento permite verificar el instrumento contra un *patrón* conocido y reducir, por lo tanto los errores de exactitud. Los procedimientos de calibración implican una comparación del instrumento particular con un *patrón* de mayor exactitud que el instrumento que se calibra. En las calibraciones instrumentales, se ajustan las curvas con respecto a la producida por el instrumento patrón mediante técnicas de regresión.

#### c) Incertidumbre en resultados totales del experimento

La presentación de un registro de resultados proveniente de cálculos algebraicos y obtenidos mediante un proceso experimental, exige describir el intervalo en el que posiblemente incidirá el error por haber sido expuesto a una previa secuencia de mediciones. El qué tan pequeño sea ese intervalo dependerá tanto del diseño y la técnica experimental como de la instrumentación empleada. Los límites que lo definen se le conocen como incertidumbre.

El análisis de la incertidumbre para la presentación de resultados experimentales, también denominada como propagación o transmisión de errores conduce a conocer los parámetros del error a los que el fenómeno observado estará impuesto a tomar. En la medida que esa distancia se reduce, se juzga una mejor calidad en el proceso de medición.

#### d) Incertidumbre en correlaciones

Generalmente en la información referente al cálculo de los coeficientes convectivos de transferencia de calor se presenta con una incertidumbre. Un porcentaje de la incertidumbre total en el resultado final de una ecuación orienta hacia el procedimiento más confiable previo a la instalación de la infraestructura, la identificación del instrumento portador del mayor error o la detección del resultado de mayor credibilidad. Sin embargo, ya que las condiciones experimentales difieren según sea el caso, para comparar correlaciones empíricas, mediante las cuales se conoce el CCTC, respecto a resultados experimentales propios; es necesario realizar el análisis de propagación del error tanto a la correlación empírica como al resultado experimental.

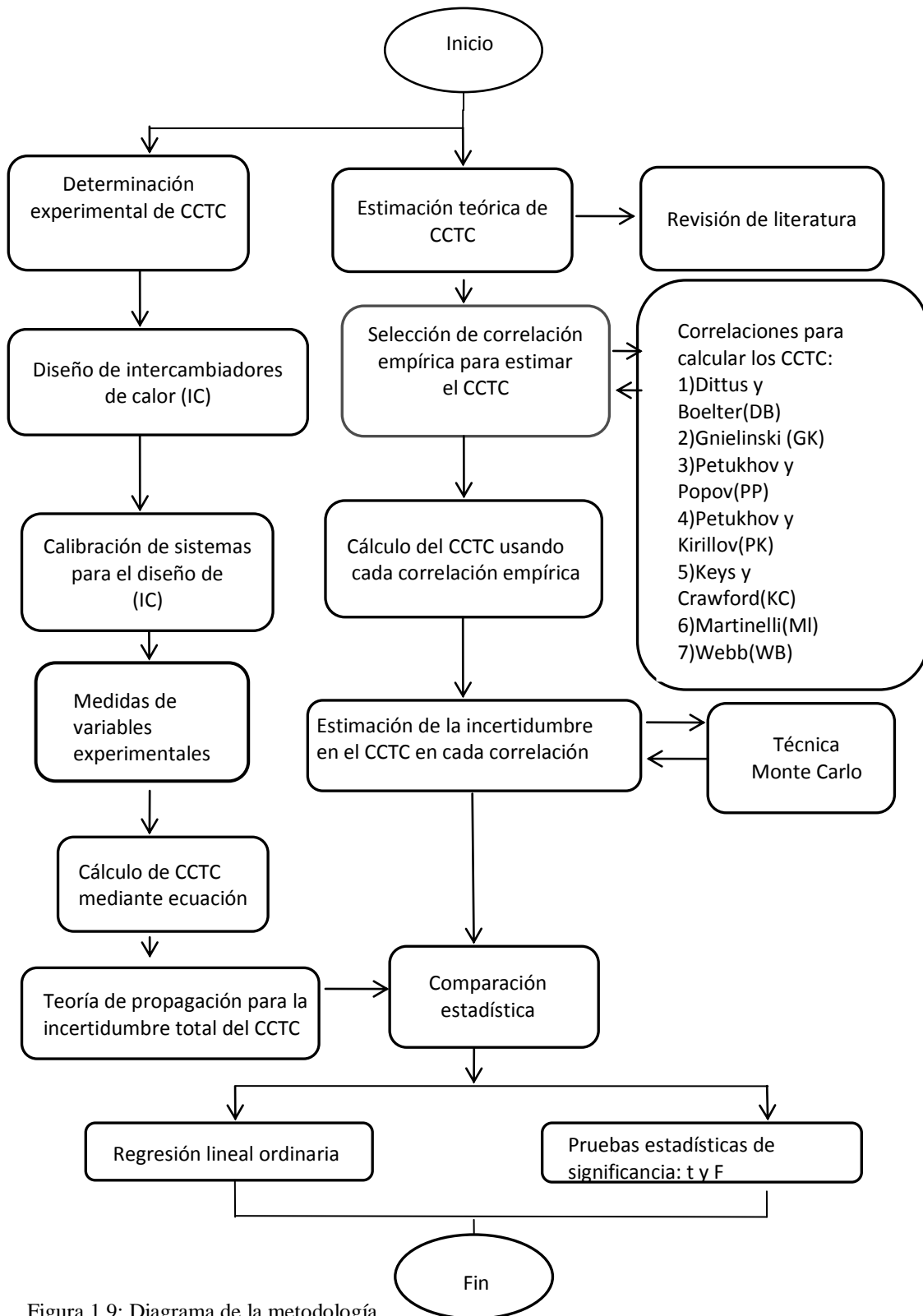


Figura 1.9: Diagrama de la metodología para estimar la incertidumbre total del CCTC

En la Figura 1.9 se describe mediante el diagrama la secuencia para calcular el CCTC ya sea a partir de correlaciones empíricas o experimentales para conseguir el valor apropiado de acuerdo a las características de trabajo, pues García, [2003] menciona que no es fidedigno usar correlaciones disponibles fuera de rango reportado de aplicación.

El proceso experimental requiere de una secuencia de análisis estadístico igualmente descrito en el diagrama para un mejor estimado y, si el estimado experimental del CCTC ya se considera con la mínima incertidumbre entonces, se aprueba, altera o refuta una de las correlaciones para seguir aportando factores escasos ó necesarios respecto al acervo de CCTC.

### **e) Inferencia estadística**

Una población se refiere a un “total” y una muestra es una parte representativa de una población, por lo general no se tiene acceso a la población [Verma, 2005]. La obtención de conclusiones y aplicaciones para la población se da a través del análisis de los datos experimentales de la muestra. Dentro de los métodos inferenciales se emplean los intervalos de confianza dado que los datos son recopilados de una muestra y no de la población. Para poder tener una media del grado de fiabilidad de la estimación es necesario calcular el intervalo de confianza con el cual se concluirá respecto a la igualdad entre medias y desviaciones estándar de los CCTC experimentales y teóricos.

## **1.2. OBJETIVO**

Analizar y determinar estadísticamente la propagación de errores en coeficientes convectivos de transferencia de calor locales y monofásicos en el interior de una tubería horizontal lisa calculados con una metodología experimental en la que se construya un equipo para realizar pruebas experimentales y se contrasten y comparen estadísticamente con correlaciones teóricas propuestas a fin de obtener un estimado óptimo en el diseño de intercambiadores de calor.

## **1.3. JUSTIFICACIÓN DEL PROYECTO**

El desarrollo de nuevas tecnologías para el cumplimiento de protocolos ambientales y el resolver problemas emergentes de abastecimiento de fuentes de energía ha dado lugar a optimizar el valor de los CCTC locales, para los intercambiadores de calor. Las características peculiares del diseño, la generalización en la propuesta de correlaciones y el requerimiento de propiedades de difícil disponibilidad, que impiden el uso de la correlación apropiada para el diseño, son factores prominentes que conducen a realizar una fase experimental para conseguir un estimado óptimo del CCTC.

Por lo anterior en este trabajo se expone la metodología para calcular con simulación numérica y experimentalmente un CCTC confrontando resultados con correlaciones empíricas, en estado de enfriamiento monofásico para el fluido agua en conjunción con las técnicas estadísticas que conlleva el estudio experimental con el fin de obtener un conocimiento preciso referente a la rapidez de transmisión de calor lo cual permitirá determinar el tamaño, los materiales y el costo de los dispositivos que integran un

intercambiador de calor comúnmente utilizados en la generación, transmisión, uso y recuperación de la energía.

## Capítulo 2

# SIMULACIÓN NUMÉRICA

### INTRODUCCIÓN

La no linealidad de las ecuaciones de Navier-Stokes y el acoplamiento de éstas con la ecuación de la energía han hecho hasta ahora, no contar con un procedimiento general analítico del movimiento de un fluido [Cervantes, 1999]. Las alternativas han sido soluciones numéricas a través de programas computacionales que resuelven este tipo de ecuaciones bajo ciertas condiciones o mediante trabajos experimentales. Varios tipos de métodos están disponibles para la solución numérica de ecuaciones de transferencia de calor: formulaciones integrales, métodos directos como las diferencias finitas y métodos basados en principios de conservación como los métodos de volúmenes finitos [Natarer, 2003].

García [2000] hizo un desarrollo numérico en volúmenes finitos que permite la simulación tanto para estado estable como para flujo transitorio para evaporadores y condensadores de doble tubo así como para refrigerantes puros y mezcla de refrigerantes. La ventaja del programa es que aplica para cualquier tipo de intercambiador de calor y fluido.

La solución numérica de flujo de fluido consiste en la discretización en una dimensión de las ecuaciones gobernantes. La utilización de esta metodología se comprueba a través de dos casos. El primer caso es referente al comportamiento de la temperatura de pared en un tubo coaxial y el caso 2 es para ese mismo tipo de tubería, pero con la infraestructura experimental trabajada en este estudio en la cual, a través de la simulación, se observó el comportamiento de las temperaturas del fluido externo, interno y de pared a lo largo de una sección de prueba de dos metros de longitud. Dentro del simulador se emplearon las correlaciones de Dittus Boelter [1985] y Gnielinski [1976] por ser de las más mencionadas en la literatura abierta para condiciones propias del experimento: agua, en flujo monofásico, tubería circular lisa con  $Re = 14672$  y  $Pr = 2.48$ . El simulador presentó para el caso 1 un error de 0.02% para 100 nodos, respecto al método analítico. Para el caso experimental, el mayor error fue de 2.5%.

### 2.1. FORMULACIÓN MATEMÁTICA

#### 2.1.1. Ecuaciones Gobernantes

El desarrollo de la simulación, para los intercambiadores de calor evalúa, mediante las ecuaciones gobernantes, el comportamiento del fluido.

- Ecuación de continuidad

Expresa el principio de conservación de la masa. Su forma integral es:

$$\int_{sc} \rho v \cdot d\bar{S} + \frac{\partial}{\partial t} \int_{ve} \rho dV = \phi \quad (2.1)$$

- Ecuación de cantidad de movimiento

La ecuación de cantidad de movimiento o segunda ley de Newton involucra las fuerzas que actúan sobre el fluido, su forma integral es:

$$\int_{sc} \bar{v}(\rho \bar{v} \cdot d\bar{S}) + \frac{\partial}{\partial t} \int_{vc} \bar{v}(\rho dV) = F_{sup} + F_{mas} \quad (2.2)$$

- La ecuación de la energía o primera ley de la termodinámica expresa el principio de la conservación de la energía, su forma integral es:

$$\int_{sc} e(\rho \bar{v} \cdot d\bar{S}) + \frac{\partial}{\partial t} \int_{vc} e(\rho dV) = \dot{Q} - \dot{W} \quad (2.3)$$

Donde  $e$  está compuesta esencialmente por la energía interna, la energía cinética y la energía potencial o de posición

$$e = u + \frac{v^2}{2} + gy = h - \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + gy \quad (2.3.1)$$

y  $\dot{W}$  representa el trabajo total del fluido que a su vez se divide en trabajo de flecha o ( $\dot{W}_{aje}$ ) y el trabajo de flujo ( $\dot{W}_s$ ),

$$\dot{W} = (\dot{W}_{aje} + \dot{W}_s)$$

- El trabajo de flecha o trabajo de eje se define como la energía transmitida mediante un eje rotatorio, el trabajo de flujo es la energía necesaria para empujar un fluido hacia adentro o hacia fuera de un volumen de control. De manera que el trabajo de eje es:

$$\dot{W}_{aje} = - \int_{sc} \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} = - \int_{sc} p \mathbf{v} d\bar{S} = - \int_{sc} \frac{p}{\rho} \rho \mathbf{v} d\bar{S} \quad (2.3.2)$$

En la ecuación de la energía es usual separar el trabajo de flujo del trabajo total realizado, por tanto sustituyendo la ecuación 2.3.1 y 2.3.2 en la ecuación 2.3

La ecuación de la energía queda de la siguiente manera:

$$\int_{sc} \left( e + \frac{p}{\rho} \right) \rho \bar{v} \cdot d\bar{S} + \frac{\partial}{\partial t} \int_{vc} e(\rho dV) = \dot{Q} - \dot{W}_s$$

$$\int_{sc} \left( h + \frac{v^2}{g} + gy \right) \rho \bar{v} \cdot d\bar{S} + \frac{\partial}{\partial t} \int_{vc} \left( h + \frac{v^2}{g} + gy - \frac{p}{\rho} \right) (\rho dV) = \dot{Q} - \dot{W}_s \quad (2.4)$$

Se considera el calor que entra al sistema como positivo ( $+\dot{Q}$ ) y el calor que sale de él como negativo ( $-\dot{Q}$ ), de la misma manera el trabajo que es agregado a nuestro sistema se considera ( $-\dot{W}$ ) mientras que el trabajo que sale es positivo ( $+\dot{W}$ ).

Para la formulación matemática del fluido se considera la Figura 2.1 donde se muestra un volumen de control de sección transversal y de tamaño y formas fijo.

Donde  $i$  representa el nodo de entrada de volumen de control e  $i+1$  representa el nodo de salida  $\theta$  es el ángulo de inclinación del tubo,  $\Delta z$  es la longitud del volumen de control y  $g$  la fuerza gravitacional.

Se asumen las siguientes hipótesis

- ☑ Flujo unidimensional (las propiedades varían sólo en dirección al flujo)
- ☑ Flujo transitorio

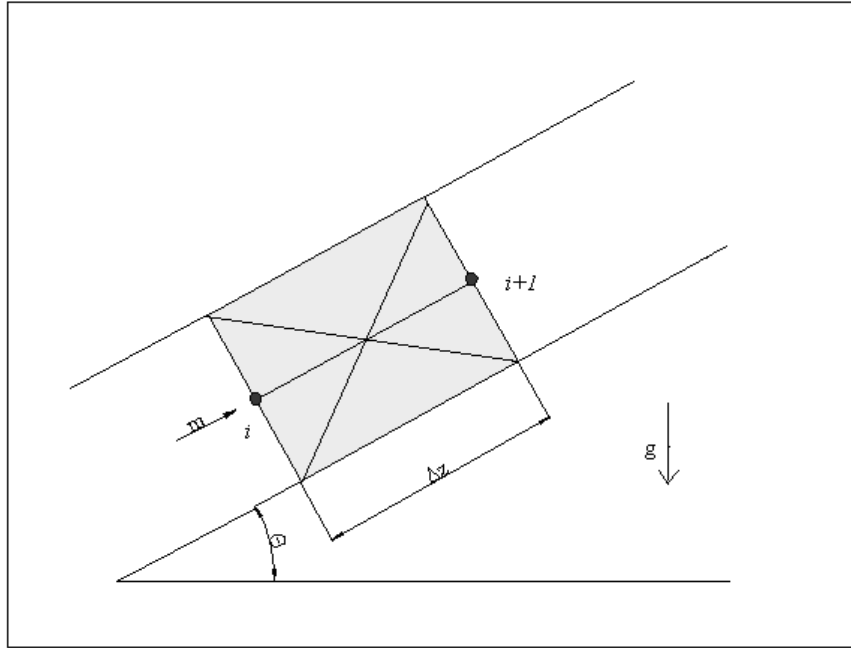


Figura 2.1: Flujo a través de un volumen de control de una tubería.

- ☑ Diámetro y rugosidad constante
- ☑ Volumen de control fijo
- ☑ Fluido newtoniano
- ☑ Se desprecian flujos de calor en la dirección axial del flujo
- ☑ Se desprecia la transferencia de calor por radiación

Las ecuaciones integradas para flujo monofásico sobre el volumen de control de la Figura 2.1 adquieren la siguiente forma

**a) Continuidad**

$$\int_{sc\_liq} \rho_{liq} \bar{v}_{liq} \cdot d\bar{S} + \frac{\partial}{\partial t} \int_{vc\_liq} \rho_{liq} dV_{liq} \equiv m_{liq(i+1)} - m_{liq i} + \frac{\partial m_{liq}}{\partial t} = 0 \quad (2.5)$$

**b) Cantidad de movimiento**

$$\int_{sc\_liq} \bar{v}_{liq} (\rho_{liq} \bar{v} \cdot d\bar{S}) + \frac{\partial}{\partial t} \int_{vc\_liq} (\rho_{liq} dV_{liq}) = F_{sup} + F_{mas} \equiv \quad (2.6)$$

$$\dot{m}_{liq(i+1)}v_{liq(i+1)} - \dot{m}_{liq_i}v_{liq_i} + \Delta z \frac{\partial \tilde{m}}{\partial t} = [p_i + p_{i+1}]S - \tau_w A - [\rho_{liq} g \sin \theta]S \Delta z$$

Donde  $\tau_w$  representa la tensión cortante dentro de la tubería  $\tau_w = (f/4)(\dot{m}^2/2\rho S^2)$

y es función del factor de fricción  $f$  que se calcula usando correlaciones empíricas. El símbolo “~” en el gasto másico de la ecuación anterior representa el promedio integral entre la entrada y la salida del volumen de control.

### c) Energía

$$\int_{sc_{liq}} \left( h_{liq} + \frac{v_{liq}^2}{2} + gz \right) \rho_{liq} v_{liq} \cdot d\bar{S} + \frac{\partial}{\partial t} \int_{vc_{liq}} \left( h_{liq} + \frac{v_{liq}^2}{2} + gz - \frac{p}{\rho_{liq}} \right) (\rho_{liq} dV) = \dot{Q} - \dot{W} \quad (2.7)$$

$$\dot{m}_{liq(i+1)} \left( h_{liq} + \frac{v_{liq}^2}{2} + gz \right)_{(i+1)} - \dot{m}_{liq_i} \left( h_{liq} + \frac{v_{liq}^2}{2} + gz \right)_i \left[ \frac{\partial \left( \rho_{liq} \left[ h_{liq} \frac{v_{liq}^2}{2} + gz \right] \right)}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} \right] dV_{liq} = \dot{Q} - \dot{W}$$

Las ecuaciones gobernantes descritas anteriormente requieren información para calcular el factor de fricción  $f$  y los CCTC:  $\alpha$

#### 2.1.2. Conducción de calor en tubería

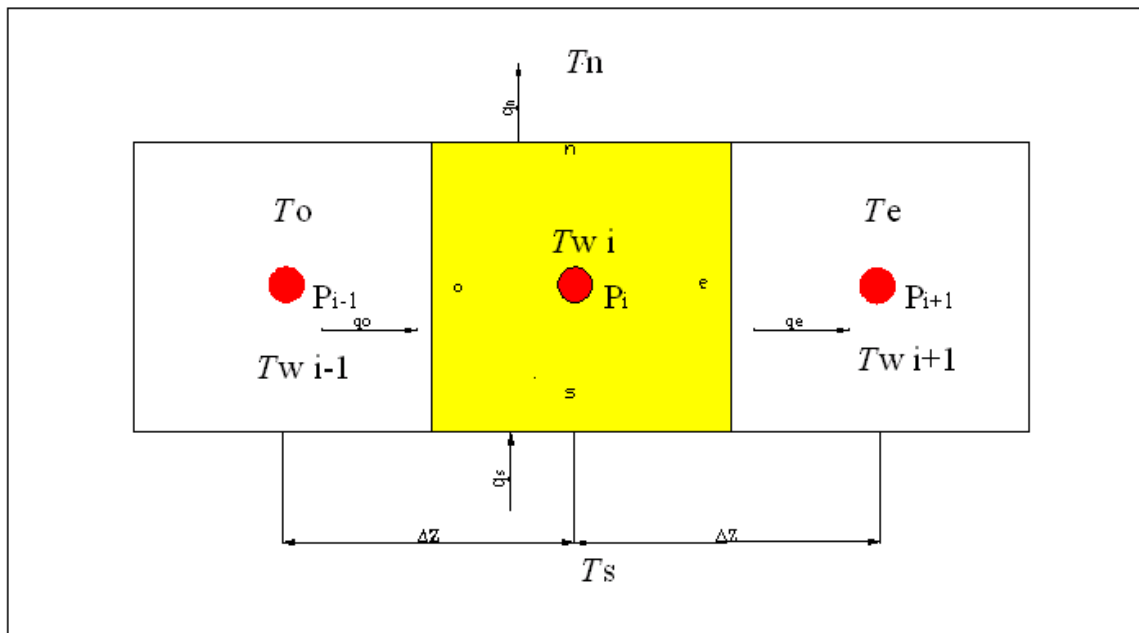


Figura 2.2: Transferencia de calor en un volumen de control sólido.

De la misma forma como se efectuó la formulación para el fluido se hará también para la tubería.  $P_i$  es el nodo central del VC y  $P_{i-1}$  y  $P_{i+1}$  los nodos adyacentes a cada uno siendo “n”, “s”, “e” y “o” las caras del volumen de control.



Se asumen las siguientes hipótesis

- Formulación unidimensional y transitoria
- No hay fuentes internas de calor
- Se desprecia el calor por radiación

Aplicando e integrando la ecuación de la energía

$$\frac{\partial}{\partial t} \int h \rho dV = \sum \dot{Q} \equiv$$

$$m \frac{\partial h}{\partial t} = (\dot{q}_s A_s - q_n A_n) + (\dot{q}_o S_o - q_e S_e) \quad (2.8)$$

Donde  $\dot{q}_s$  y  $\dot{q}_n$  son los flujos de calor que se transfieren por convección a través de las áreas

$A_s$  y  $A_n$  esto es:

$$q_s = \alpha_s (T_{wi} - T_s), \quad q_n = \alpha_n (T_{wi} - T_n) \quad (2.8.1)$$

asimismo  $\alpha_s$  y  $\alpha_n$  son los coeficientes de transferencia de calor por convección, los flujos de calor por conducción  $\dot{q}_o$  y  $\dot{q}_e$ , dados por la ley de Fourier se transfieren a través de las áreas transversales de la pared del tubo  $S_e$  y  $S_o$

$$\dot{q}_e = -\lambda_e \frac{\partial T}{\partial z}, \quad \dot{q}_o = -\lambda_o \frac{\partial T}{\partial z} \quad (2.8.2)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.8.1) y (2.8.2) en (2.8) y agrupando obtenemos una ecuación de la forma

$$aT_{wi} = bT_{w(i-1)} + cT_{w(i+1)} + d \quad (2.9)$$

donde  $T_{wi}$  es la temperatura del nodo central del volumen de control,  $T_{w(i+1)}$  y  $T_{w(i-1)}$  representa las temperaturas de los nodos vecinos y los coeficientes  $a, b, c$  y  $d$  están dados por:

$$b = \frac{\lambda_e S_e}{\Delta z_e}, \quad c = \frac{\lambda_o S_o}{\Delta z_o}$$

En el caso de una tubería de sección transversal constante  $S_o = S_e$

$$a = b + c + \alpha_s A_s + \alpha_n A_n + \frac{S_o \Delta z}{\Delta t} \rho c_p$$

$$d = \alpha_s A_s T_s + \alpha_n A_n T_n + \frac{S_o \Delta z}{\Delta t} \rho c_p T_{wi}^o$$

Los símbolos “-” y “o” representan la media aritmética entre la entrada y la salida del volumen de control y el valor de una propiedad en el tiempo anterior respectivamente. La ecuación (2.9) se resuelve por medio de l Método TDMA ( Tri Diagonal-Matrix Algorithm). Donde la ecuación para el cálculo de las temperaturas de los nodos centrales esta dada por

$$T_{wi} = \mathbf{P}_i T_{w(i+1)} + \mathbf{Q}_i$$

donde,

$$\mathbf{P}_i = \frac{b_i}{a_i - c_i \mathbf{P}_{i-1}} \quad (2.9.1)$$

$$\mathbf{Q}_i = \frac{d_i + c_i \mathbf{P}_{(i-1)}}{a_i - c_i \mathbf{P}_{i-1}} \quad (2.9.2)$$

Las ecuaciones (2.9) y las que de ella se derivan son válidas desde la temperatura  $T_{w2}$  hasta  $T_{w(n-1)}$ . Las temperaturas  $T_{wl}$  y  $T_{wn}$  son obtenidas mediante condiciones de frontera, las cuales se abordarán con detalle posteriormente.

El método TDMA se elige como técnica para llevar a cabo la simulación en problemas de fluidos y transferencia de calor y se recomienda usarse cuando las ecuaciones han quedado de la forma (2.9) [Patankar, 1980]. Es decir para resolver una matriz tridiagonal.

### 2.1.3. Evaluación de correlaciones

Raithby y Hollands [1975]

Correlación empleada para el cálculo del coeficiente de transferencia de calor para una situación de convección natural alrededor de cilindros horizontales.

$$Nu = \frac{2}{\ln\left(1 + \frac{2}{ccRa^{0.25}}\right)} \quad (2.10)$$

donde,

$$cc = 0.49 \left( \frac{Pr}{0.861 + Pr} \right)^{0.25} \quad (2.12)$$

Para evaluar los CCTC en el interior de tuberías para flujo monofásico se emplean las correlaciones mencionadas en el capítulo 1, de las ecuaciones (1.25) a la (1.34).

Para la simulación de flujo monofásico se reconoce a la región como un fluido puro. Región de líquido subenfriado:

$$T_{liq} < T_{sat}, \quad X_g = 0 \quad \text{y} \quad p_{liq} > p_{sat}$$

## 2.2. ALGORITMO DE RESOLUCIÓN

En esta sección se plantea el algoritmo matemático con el que se soluciona la simulación en fluidos.

### 2.2.1. Método por volúmenes de control

Dentro de los diferentes métodos numéricos para la solución y simulación de fenómenos correspondiente a la transferencia de calor, fluidos y transferencia de masa y energía están las formulaciones de series de Taylor, formulación diferencial, Método del Elemento Finito, etc.

En el desarrollo de este trabajo se utiliza el método de *volúmenes de control* por la accesibilidad con la que permite interpretar el comportamiento del fluido, los fenómenos térmicos que se están llevando a cabo en el sistema.

El método de volúmenes de control fue elegido también porque permite tener un control de las propiedades tales como masa, densidad, temperatura, presión y energía por cada volumen de control, y por consiguiente un control sobre la solución final.

### 2.2.1.1. Algoritmo numérico para volúmenes de control

El algoritmo de resolución utilizado es el llamado tramo a tramo (*step by step*) donde el fluido es dividido en volúmenes de control ver Figura 2.3, a cada volumen de control se le asignan 2 nodos como se explicó en la Figura 2.1. De esta forma se tiene “ $n$ ” nodos y “ $n - 1$ ” volúmenes de control, que formaran una malla de tal manera que un mismo nodo representa la salida de un volumen de control o la entrada del volumen subsiguiente.

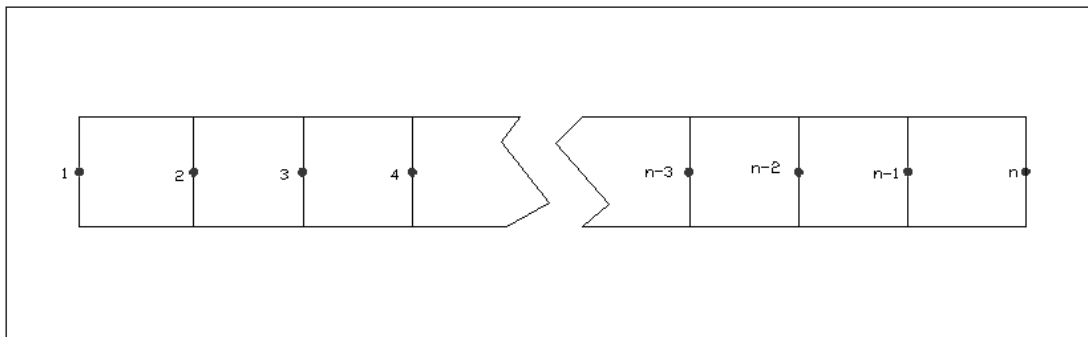


Figura. 2.3: Mallado para un fluido para el método tramo a tramo (*step by step*).

Los valores de la entrada para el primer volumen de control ( $n = 1$ ) son conocidos, los valores a la salida son calculados a través de las ecuaciones gobernantes (continuidad, cantidad de movimiento y energía). Una vez obtenida la solución en el nodo de salida del volumen de control, esta se convierte en los valores de entrada del siguiente volumen de control. El procedimiento continúa en la misma dirección del flujo hasta que se calculan los valores para el nodo  $n=n$ , es decir para el final de la tubería.

De manera similar se plantea el mallado para el sólido, la diferencia radica en la ubicación del nodo, como se ha descrito en la sección 2.1.2, (Figura 2.2). Para este caso se obtiene el mismo número de nodos que de volúmenes de control del sólido, es decir  $n=n$ . (Figura 2.3).

Los nodos **A** y **B** (Figura 2.4) representan condiciones de frontera en las cuales se pueden tomar dos criterios:

- ☑ Se asignan valores de temperaturas  $T_A$  y  $T_B$ , a los nodos A y B respectivamente, dichas temperaturas pueden estimarse o calcularse de forma experimental. El flujo de calor de los extremos se introduce en el término “ $d$ ” de la ecuación (2.9).

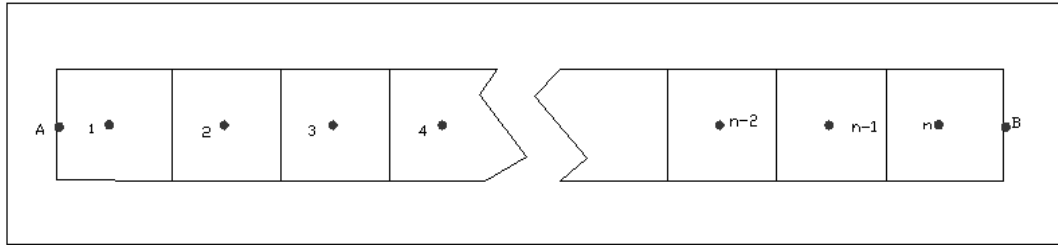


Figura 2.4: Mallado de un sólido.

Los nodos A y B se pueden considerarse adiabáticos, es decir  $T_A = T_l$  y  $T_B = T_n$ , a su vez  $T_l$  y  $T_n$  son obtenidas haciendo  $c=0$  y  $b=0$  donde  $b$  y  $c$  son coeficientes de la ecuación (2.9).

La resolución de la malla del sólido es obtenida a través del método TDMA descrito en la sección 2.1.2.

Para poder concluir una solución es necesario que ambas mallas sean sometidas a un ciclo iterativo que finaliza al cumplirse una condición de convergencia., explicada en la sección 2.2.3.

### 2.2.2. Discretización de las ecuaciones gobernantes

Para la aplicación de las ecuaciones gobernantes al algoritmo numérico se le da la forma conveniente, las ecuaciones que gobiernan el comportamiento del flujo son discretizadas a partir de su forma integral para flujo monofásico (ecuaciones 2.5, 2.6, 2.7), pero ahora se requiere definir la integración temporal, es decir los términos transitorios de cada una de las ecuaciones.

Para este propósito se ha implementado un esquema diferencial de aproximación que está dado por:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\phi - \phi^\circ}{\Delta t} \quad (2.13)$$

donde  $\phi$  representa cualquier variable en el instante de tiempo actual y  $\phi^\circ$  indica el valor de la misma variable un instante de tiempo ( $\Delta t$ ) anterior.

Los promedios de las variables son calculados mediante la media aritmética entre la entrada y la salida del volumen de control.

$$\bar{\phi} = \frac{\phi_i + \phi_{i+1}}{2} \quad (2.14)$$

Una vez establecidas estas aproximaciones matemáticas se continúa con la discretización de las ecuaciones gobernantes que en su forma final se representan de la siguiente forma:

La discretización de la ecuación de continuidad, permite conocer el flujo másico a la salida de cada volumen de control

$$\dot{m}_{i+1} = \dot{m}_i - \frac{S\Delta z}{\Delta t}(\bar{\rho} - \bar{\rho}^o) \quad (2.15)$$

Así, una vez calculado el flujo a la salida del volumen de control se puede calcular la velocidad del líquido.

$$v_{liq(i+1)} = \left[ \frac{\dot{m}}{\rho S} \right]_{i+1} \quad (2.16)$$

Al discretizar la ecuación de cantidad de movimiento se puede obtener la presión a la salida (caída de presión) para cada volumen de control.

$$p_{i+1} = p_i - \left( \frac{f}{4} \frac{\bar{m}^2}{2\rho S^3} A + \rho S g \sin \theta + \frac{[m(v_{liq})]_{i+1}}{S} - \frac{[m(v_{liq})]_i}{S} + \frac{\bar{m} - \bar{m}^o}{\Delta t} \frac{\Delta z}{S} \right) \quad (2.17)$$

Al discretizar la ecuación de la energía se obtiene la entalpía a la salida de cada volumen de control, para facilitar el despeje y la discretización se resta de la ecuación de la energía la ecuación de continuidad multiplicada por la energía específica en el centro del volumen de control ( $e_p$ ). De esta manera se tiene:

$$h_{i+1} = \frac{2\dot{q} - \dot{m}_{i+1}a + \dot{m}_ib + \frac{S\Delta z}{\Delta t}c}{\dot{m}_{i+1} + \dot{m}_i} \quad (2.18)$$

Donde

$$a = (v_{liq})_{i+1}^2 + g \sin \theta \Delta z - h_i$$

$$b = (v_l)_i^2 - g \sin \theta \Delta z + h_i$$

$$c = (\rho_i + \rho_{i+1}) - (\rho_i^o + \rho_{i+1}^o) + (h_i^o + h_{i+1}^o) - h_i$$

La temperatura y las propiedades termofísicas son función de la presión y de la entalpía es decir:

$$T = f(p, h); \quad \rho = f(p, h); \quad \text{etc.}$$

Por lo que es posible calcularlas una vez que se conocen los valores de la presión y la entalpía a la salida de cada volumen de control.

### 2.2.3. Criterio de convergencia

Para obtener la solución final del sistema, el ciclo de solución iterativo debe cumplir el siguiente criterio de convergencia

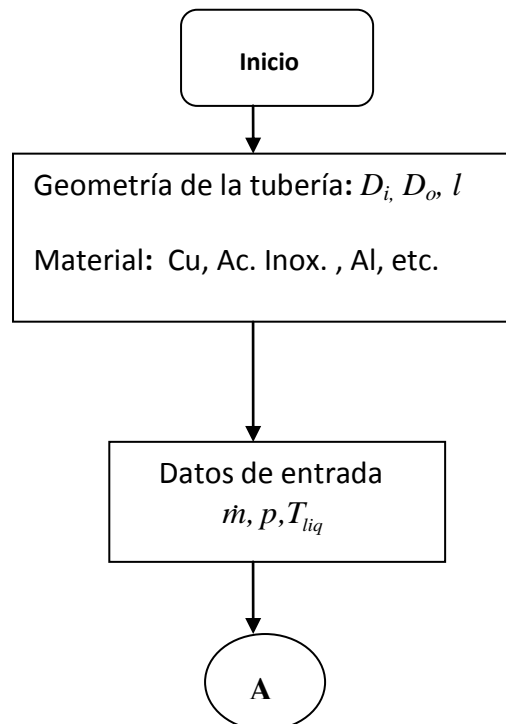
$$\left| \frac{\phi_{i+1}^* - \phi_{i+1}}{\Delta\phi} \right| < \delta \quad (2.19)$$

Este criterio se utiliza para alcanzar una solución en ciclo que comprende el fluido o el sólido, donde  $\phi$  representa cualquiera de las variables dependientes: flujo másico, presión y entalpía (temperatura en el caso del sólido);  $\phi^*$  representa las mismas variables en la iteración anterior y  $\delta$  es el valor de convergencia que se debe alcanzar para finalizar el ciclo. El valor  $\Delta\phi$  se evalúa como  $\phi_{i+1} - \phi_i$ . En flujo másico en estado permanente  $\Delta\phi$  es sustituido por  $\phi_i$ .

Para facilitar la comprensión del desarrollo de la simulación se presenta un diagrama de flujo que representa la secuencia iterativa del algoritmo de resolución (Figura 2.5). En el se representa a los nodos de los volúmenes de control tanto del fluido como del sólido, y “n” el número de volúmenes de control. El valor  $\delta$  requerido para hacer converger el modelo puede variar para cada caso, por eso es necesario asignar distintos valores de  $\delta$  para asegurar que el sistema converge totalmente. Toda la programación del algoritmo numérico de resolución fue realizada en lenguaje *Fortran* y las propiedades termofísicas de los fluidos fueron calculadas a través del “NIST” V.: 5.1 [2003].

#### 2.2.4. Validación de modelos

La validación del modelo se realiza con su comparación de resultados analíticos y/o experimentales.



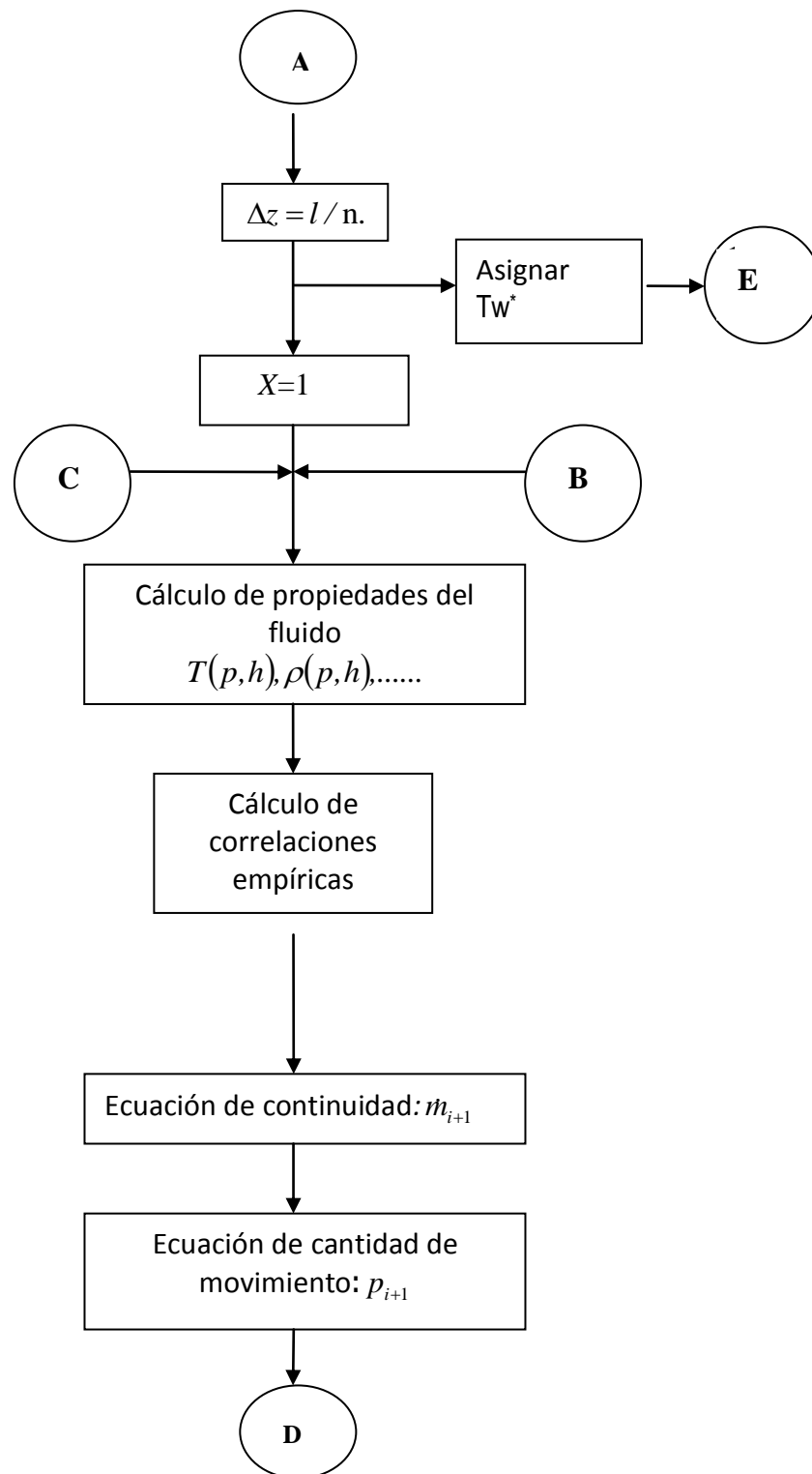
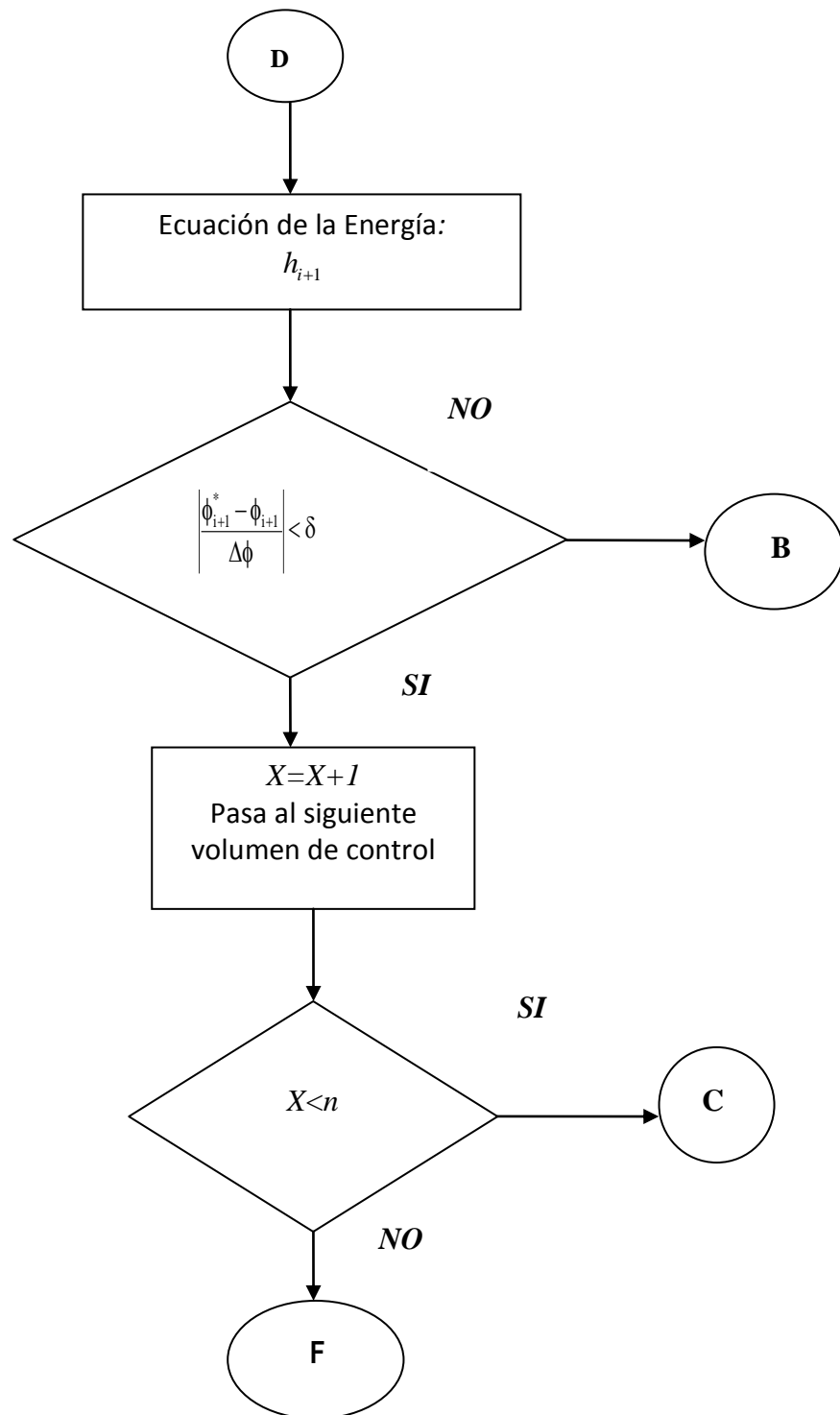
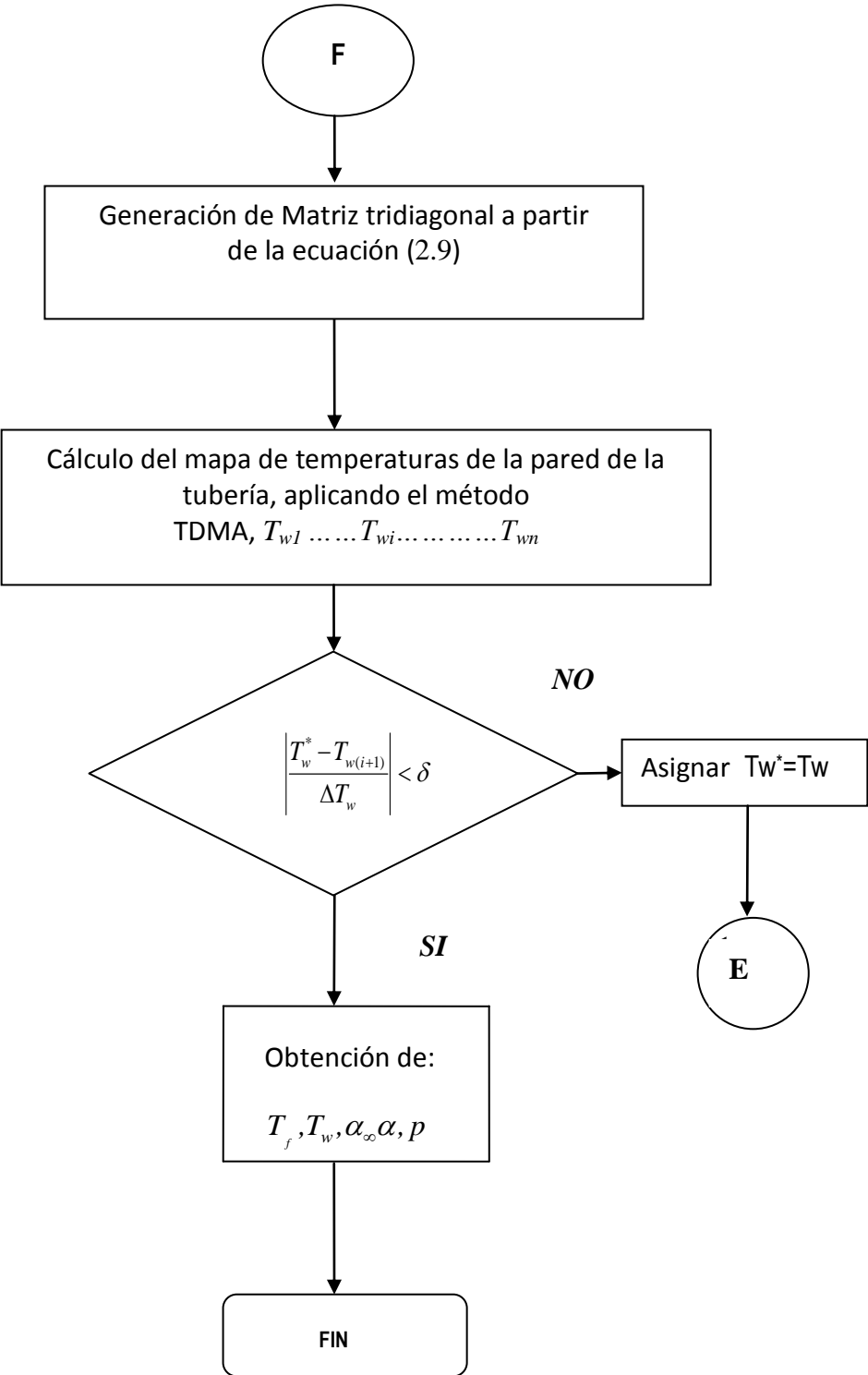


Figura 2.5: Diagrama de flujo del algoritmo de resolución.







### 2.2.4.1 Caso 1 para validación

Considérese la Figura 2.6, donde se muestra el espesor de la pared de la tubería interna de 1m de longitud y se conocen los siguientes parámetros:

- ⇒  $T_o=30^\circ\text{C}$ , temperatura en extremo oeste de la tubería
- ⇒  $T_e=51^\circ\text{C}$ , temperatura en el extremo este de la tubería
- ⇒  $T_i=45^\circ\text{C}$ , temperatura del fluido en el interior de la tubería
- ⇒  $T_n=28.5^\circ\text{C}$ , temperatura en el exterior de la tubería
- ⇒  $\alpha_{\text{int}}=40\text{W/m}^2\text{K}$ , coeficiente de convección en el interior de la tubería
- ⇒  $\alpha_{\text{out}}=40\text{W/m}^2\text{K}$ , coeficiente de convección en el exterior de la tubería
- ⇒  $D_{\text{int}}=7.9\text{ mm}$ , diámetro interior de la tubería
- ⇒  $D_{\text{out}}=9.5\text{ mm}$ , diámetro exterior de la tubería
- ⇒  $\lambda=400\text{ W/mK}$ , conductividad térmica del material de la tubería de (Cu)

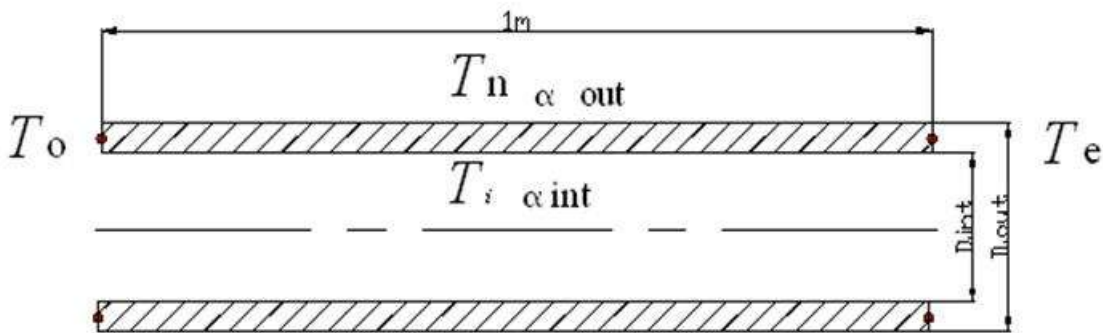


Figura 2.6: Representación caso 1

La distribución de temperaturas a lo largo del tubo puede ser calculada a través de la solución analítica que está dada por

$$T_z = C_1 e^{mz} + C_2 e^{-mz} + T \quad (2.25)$$

donde,

$$C_1 = \phi_1 - C_2$$

$$C_2 = \frac{\phi_2 - \phi_1 e^{ml}}{e^{-ml} - e^{ml}}$$

$$\phi_1 = T_o - \bar{T}$$

$$\phi_2 = T_e - \bar{T}$$

$$\bar{T} = \frac{\alpha_o p_o T_o + \alpha_i p_i T_i}{\alpha_o T_o + \alpha_i T_i}$$

$$m^2 = \frac{\alpha_o p_o T_o + \alpha_i p_i T_i}{\lambda A}$$

“A”, “p” y “l” representan el área superficial de transferencia de calor, el perímetro y la longitud de la tubería respectivamente.

Aplicando la ecuación (2.25) se obtiene la solución analítica por la distribución de temperaturas a lo largo de la tubería. De la misma manera aplicando el método TDMA es posible lograr aproximaciones que tienden a ser más exactas a medida que el número de volúmenes de control “n” se incrementa. La Figura 2.7 muestra la comparación de la solución analítica con el método TDMA para n=100 con un error de  $\pm 0.02\%$  respecto al método analítico. Para valores de  $n \geq 20$  los resultados obtenidos numéricamente también convergen con la solución analítica pero con un error del 0.1%.

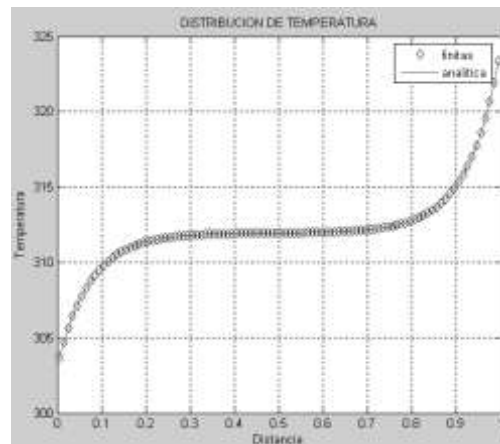


Figura 2.7: Distribución de temperatura realizada por diferencias finitas y forma analítica en la pared del tubo interno de una tubería coaxial.

#### 2.2.4.2 Aplicación del simulador (en el caso experimental)

En el simulador se introdujeron los datos correspondientes a la infraestructura experimental propuesta para el cálculo del CCTC: tubería coaxial con tubo externo e interno de aluminio, agua como fluido interno y externo, forrado con aislante “Armaflex” de 3/4” como se muestra en la Figura 2.8. Las especificaciones del diseño del equipo a detalle son expuestas en el capítulo 3.

Los datos introducidos en el simulador de [García, 2000] fueron para:  
Tubo coaxial de 2m de longitud con flujo a contracorriente.

Tubo interno:

$$D_{\text{int}}=0.0154 \text{ m}$$

$$D_{\text{ext}}=0.0213 \text{ m}$$

Tubo externo:

$$D_{\text{int}}=0.0616 \text{ m}$$

$$D_{\text{ext}}=0.0726 \text{ m}$$

$$m_{\text{int}} = 0.07 \text{ kg/s} \text{ (gasto del fluido interno)}$$

$$m_{\text{out}} = 0.089 \text{ kg/s} \text{ (gasto del fluido interno)}$$

$$T = 60^\circ\text{C} \text{ (Temperatura de entrada de fluido interno)}$$

$$T_{\text{enfriamiento}} = 24.2^\circ\text{C} \text{ (temperatura de entrada del fluido de enfriamiento).}$$

$$T_{\text{amb}} = 25^\circ\text{C}$$

$P = 1 \text{ bar}$  en el fluido interno

Datos obtenidos del NIST V. 5.1: [2003] para agua

$$\mu = 3.9443 \times 10^{-4} [\text{Pa} \cdot \text{s}]$$

$$\rho = 976.74 [\text{kg/m}^3]$$

$$\lambda = 6.6445 \times 10^{-2} \text{ W/mK}$$

$$c_p = 4191.24 \text{ J/kgK}$$

$$\text{Re} = 14672.81$$

$$\text{Pr} = 2.48$$

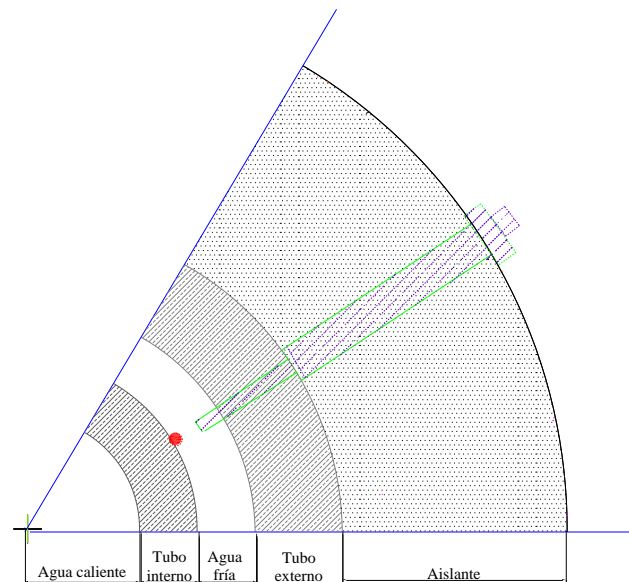


Figura. 2.8: Representación del tubo coaxial para el caso

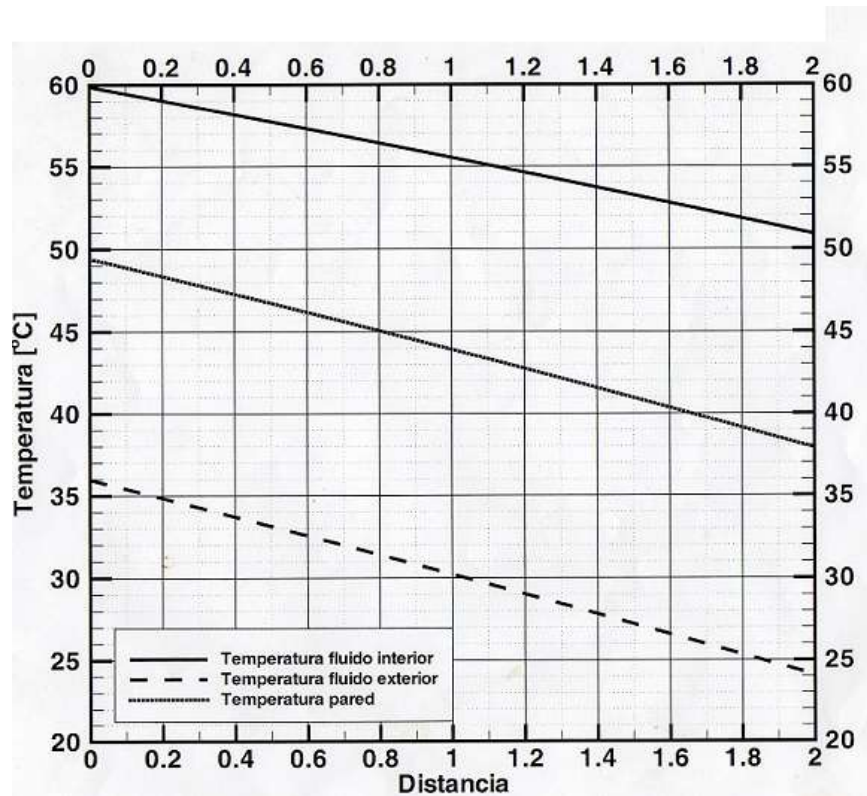


Figura.2.9: (Arriba) Distribución de la temperatura del fluido externo, interno y de la pared de la tubería del fluido interno calculados mediante el simulador en que se emplean la correlación de Dittus y Boelter.

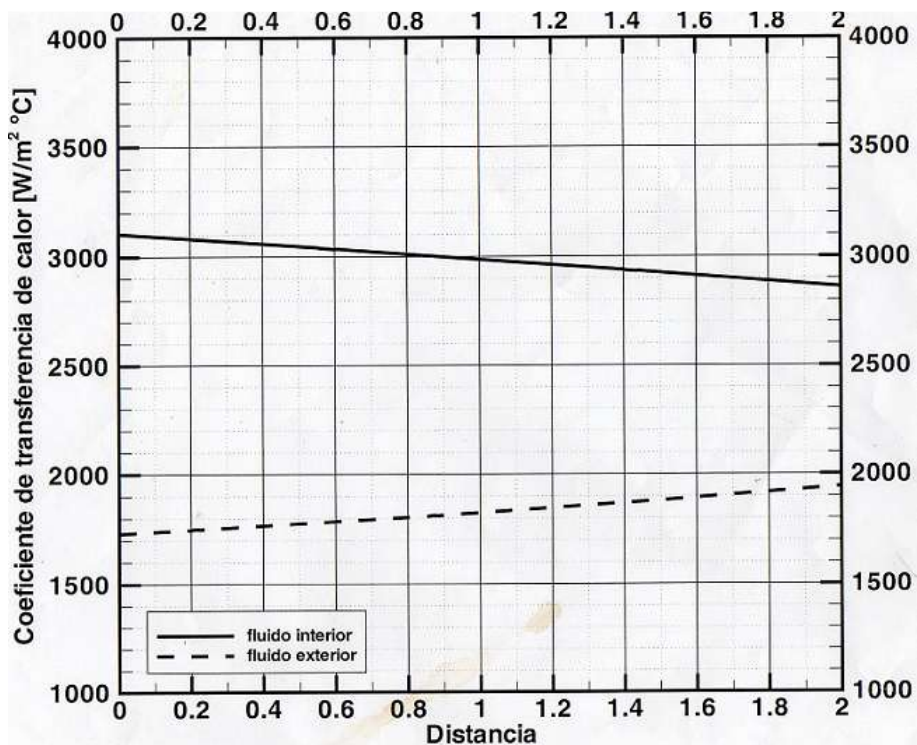


Figura 2.10: Distribución del CCTC del fluido interno calculados mediante el simulador en que se emplean la correlación de Dittus y Boelter.

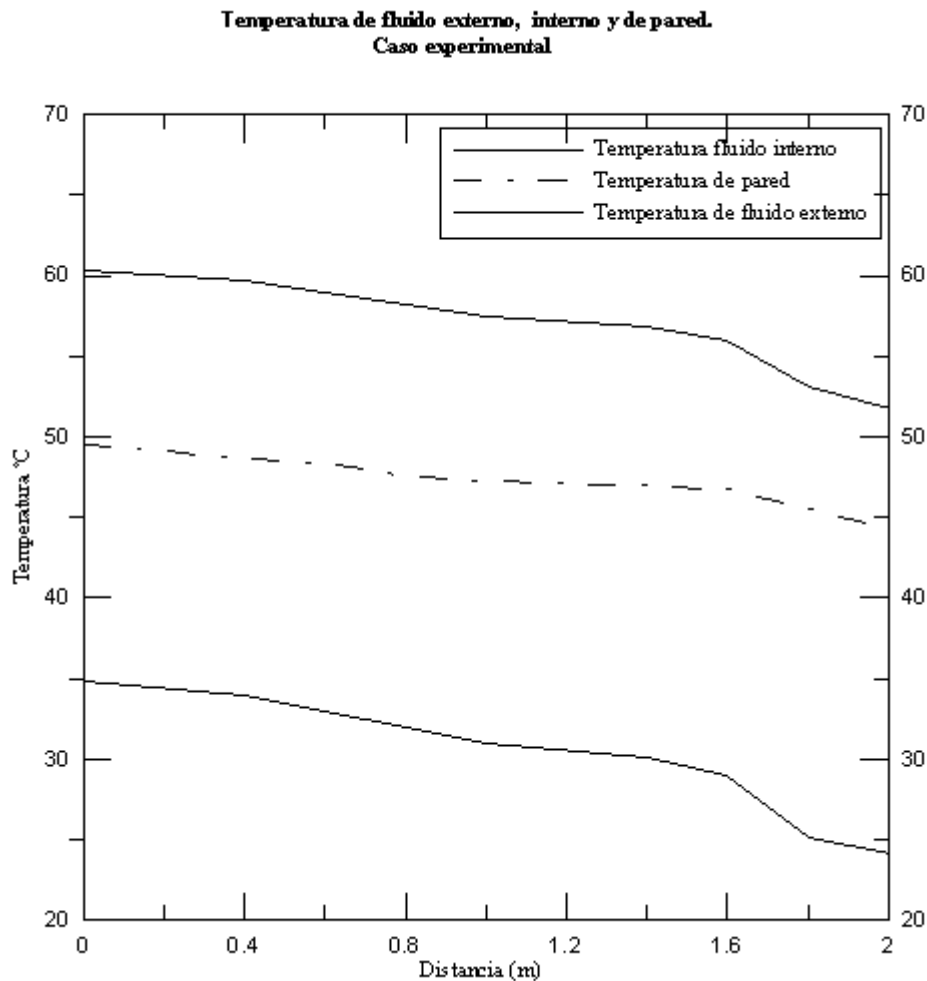


Figura 2.11: Distribución de la temperatura del fluido externo, interno y de la pared de la tubería del fluido interno calculados mediante el proceso experimental.

Para simular los comportamientos de las temperaturas y los CCTC se propusieron datos que se trabajarían en el caso experimental como se puede observar, en los gráficos de las Figuras 2.9 y 2.10, donde se empleó la correlación de Dittus y Boelter, la tendencia de las rectas fue lineal y descendente. La recta que destaca una diferencia significativa es la correspondiente a la temperatura de pared. Posteriormente, una vez que el simulador mostró los comportamientos esperados se llevó a cabo la construcción del equipo. En la puesta en marcha se da nuevamente utilidad a este simulador para destacar posibles errores de instalación o de instrumentación del equipo a través de los comportamientos de las temperaturas, mostrados en la gráfica de la Figura 2.11. En este caso experimental se puede observar que aunque se sobrepasó la temperatura de entrada a más de 60°C, el comportamiento de la curva se asemejó a la que presentó el simulador. Sin embargo, en las

últimas secciones del tubo, donde se midieron las tres correspondientes temperaturas del fluido externo en sus subsecciones se presentaron valores iguales entre las distancias e incluso significativos aumentos por lo que al aplicar estos valores en cálculos experimentales de ecuaciones, con diferencias de temperaturas entre subsecciones de una distancia a otra, resultaban valores negativos. Al contrastar el comportamiento de las curvas experimentales con respecto a las simuladas se plantearon las hipótesis de: requerir sensores con mayor sensibilidad, la verificación de calibraciones y ver el tipo de perturbaciones físicas que provocaron el aumento de temperatura en el fluido.

**DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN EXPERIMENTAL****INTRODUCCIÓN**

En problemas de convección no siempre es posible la resolución analítica, en particular cuando el flujo es turbulento, o cuando la diferencia de temperatura entre el seno del fluido y la pared del fluido es significativa. Los problemas en el diseño térmico de intercambiadores de calor generalmente subyacen en el efecto que tienen las variaciones de propiedades sobre la transferencia de calor convectiva. Las relaciones, que representan importantes cantidades físicas, incluyen propiedades del fluido en grupos adimensionales. En tales casos la experimentación es la alternativa para obtener la precisión funcional de estas relaciones. La clase más simple de intercambiador de calor es la de dos tubos concéntricos donde un fluido fluye por dentro y otro en el tubo externo ya sea en paralelo o contracorriente a través del pasaje anular. En este capítulo se describe el diseño y la construcción de este tipo de intercambiador de calor experimental para medir variables que facilitan el cálculo de CCTC monofásicos usando como fluido de prueba el agua.

**3.1. DESCRIPCIÓN DEL EQUIPO**

La Figura 3.1 muestra el diseño isométrico de los circuitos que integran el equipo para calcular experimentalmente el CCTC, en uno circula el agua caliente cuyo acoplamiento va a la sección de prueba y en el otro circuito el agua de enfriamiento. Para la circulación del agua fría, en el ánulo de la sección experimental, se toma agua de la red cuya distribución es por medio de un hidroneumático, la temperatura del fluido es la del ambiente o para menor temperatura se utiliza una máquina enfriadora de líquidos. En la sección de prueba de tubo coaxial la temperatura de pared externa del tubo interior es medida y la temperatura del fluido en el interior del ánulo en ocho localidades distribuidas a partir de la entrada de agua fría a una distancia de: 0mm, 21mm, 41.2mm, 61.3mm, 81.2mm, 101.1mm, 120.1mm, 141.0mm El tubo externo fue aislado para disminuir pérdidas al ambiente. De esta forma, el agua caliente pasa a través del tubo interno mientras el agua fría fluye en contracorriente en el ánulo.

En la entrada a la sección de prueba de agua caliente en el tubo interno y a su salida, se colocaron medidores de flujo, de presión y temperatura. Para medir la temperatura de pared exterior del tubo interno, se emplearon cuatro termopares tipo "K" separados 90° por cada una de las ocho localidades distribuidas en la sección de prueba. Para conocer la temperatura del agua fría en el ánulo se colocaron, en las ocho subsecciones, termistores en boquillas acopladas en el tubo externo. Los termistores fueron alineados en dirección a los termopares para coincidir con los puntos de distribución a lo largo del tubo. Se colocó una mirilla, con la finalidad de verificar un flujo libre de aire, a la salida de la sección de prueba.



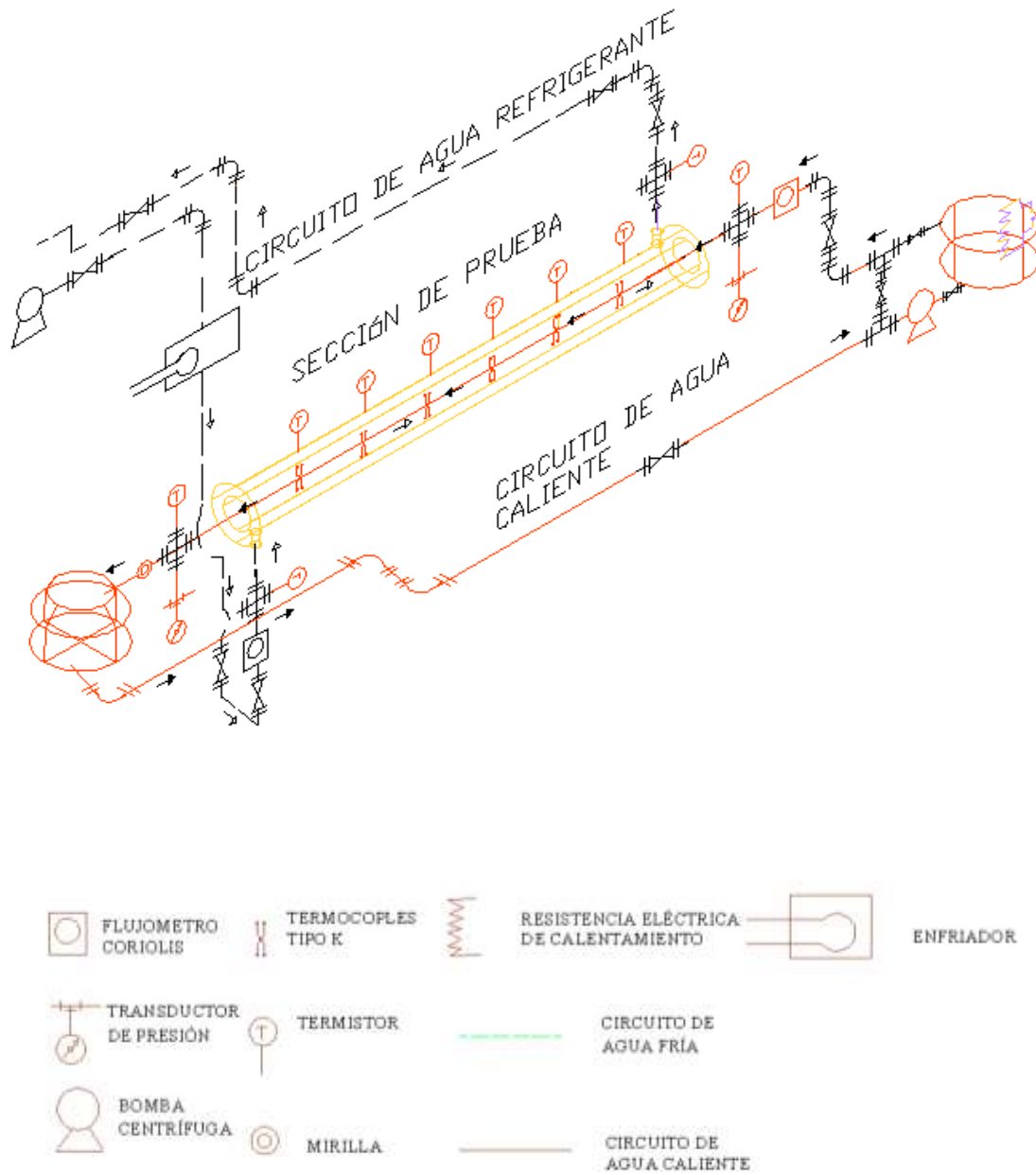


Figura3.1: Isométrico del equipo experimental para calcular el CCTC.

### 3.1.1. Tanques de almacenamiento

El tanque de almacenamiento tipo comercial, mostrado en la Figura 3.2, de 1000 litros de capacidad, con resistencia eléctrica sumergida de 30 kW almacena el agua; en su salida el fluido es impulsado por una bomba centrífuga con un gasto regulado para hacer corridas a 5, 7 y 10 kg/min a temperatura de 30°C, 50°C y 70°C al pasar por la sección de prueba se registraron las temperaturas en: la entrada, a lo largo del ánulo y en su salida. Posteriormente el agua pasa a un tanque recolector donde una vez terminadas las corridas se recircula el agua por medio del *by pass* de la bomba para llegar al tanque de almacenamiento y volverse a recircular.

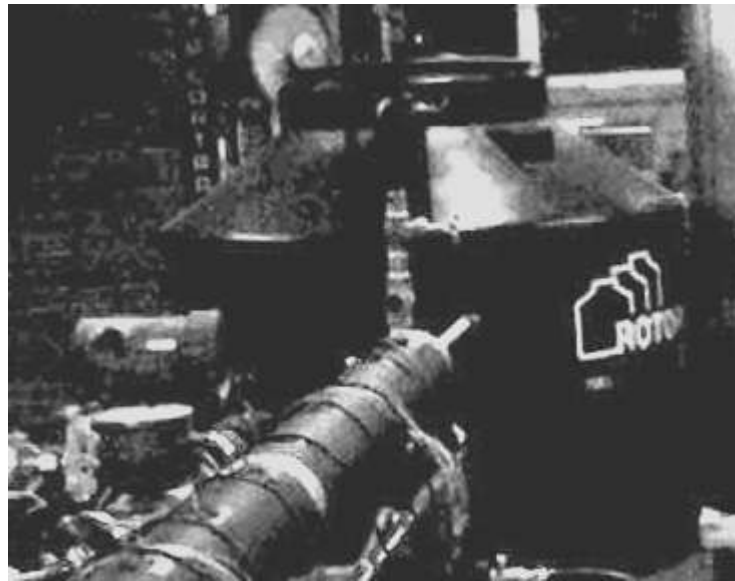


Figura3.2: Tanque de almacenamiento.

### 3.1.2. Bomba centrífuga

La bomba centrífuga mantiene un flujo estable en los fluidos y por tanto establece un proceso continuo, la bomba centrífuga consiste en un rodete que produce una carga de presión por la rotación del mismo rodete.

La bomba empleada es de tipo axial, ½ hp, donde toda la carga producida es debida a la acción del rodete. El fluido entra y sale del rodete en dirección axial. En la Figura 3.3 se muestra el sello mecánico de la bomba que consiste en dos superficies en contacto altamente pulidas. El contacto se mantiene por medio de resortes que son ajustables y se sostienen con ello la fuerza necesaria para prevenir fugas del líquido que está siendo bombeado. Las superficies son de materiales diferentes. Una de las superficies está fija y unida a la estructura mientras que la otra gira y está sujeta al eje de la bomba. Las superficies se lubrican con el líquido que se está bombeando o por un fluido auxiliar si el líquido no posee cualidades para lubricación. El sello mecánico evita efectivamente todas las fugas que se tengan en el prensaestopas aún cuando se tenga una presión alta en el mismo. Por lo tanto este sello es particularmente indicado a usarse en aquellos servicios en

los que no se permiten fugas. Se utiliza sello mecánico doble para manejar líquidos de temperatura alta o totalmente corrosivos [Rase,1988].



Figura 3.3: Bomba centrífuga.

### 3.1.3. Tubo coaxial, válvulas y conexiones

La sección de prueba está conformada de dos tubos concéntricos como se muestra en la Figura 3.4 por lo que se requirieron dos circuitos hidráulicos uno para el agua de enfriamiento y otro para el tubo interior que integran la sección de prueba.

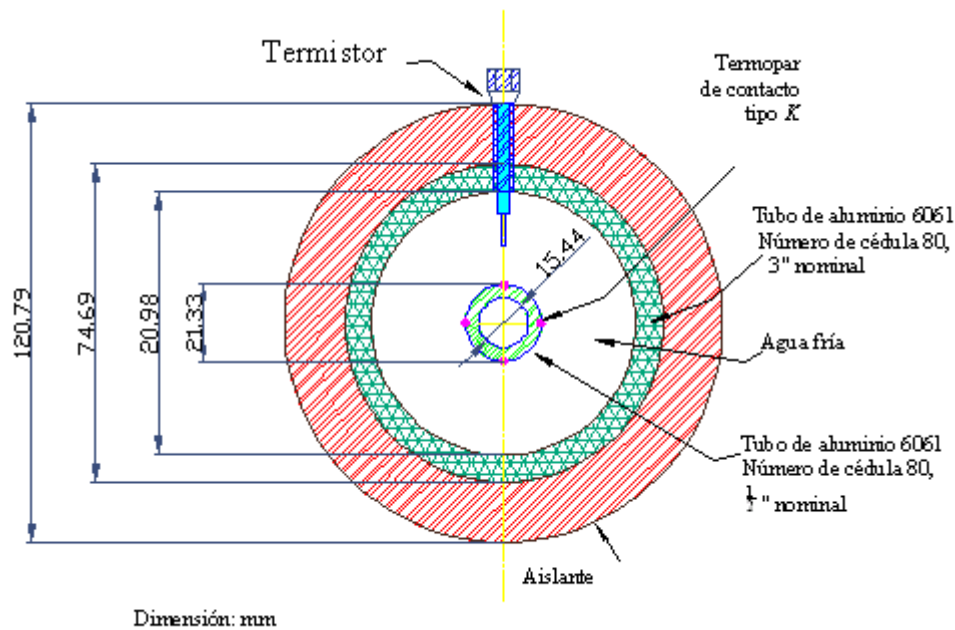


Figura 3.4: Vista transversal del tubo coaxial de la sección de prueba.

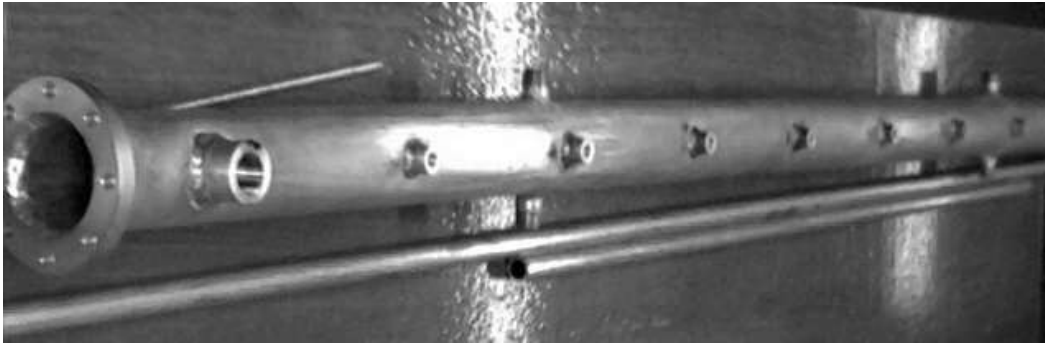


Figura 3.5: Tubos de aluminio externo e interno para la sección de prueba.

El tubo externo que se aprecia en la Figura 3.5 fue de aluminio T6061 ced<sup>1</sup> 80 sin costura 2 ½ ” de diámetro nominal y el interior de aluminio 6061 ced 80 sin costura de ½” de diámetro nominal. El intercambiador de calor fue manufacturado de 2m de longitud.

El aislamiento térmico se eligió de espuma elastomérica a base de caucho sintético, flexible, de estructura celular cerrada y con elevado factor de resistencia a la difusión de vapor de agua, con una conductividad térmica a 0°C de 0.038W/m K, marca “Armaflex”, caracterizada por su baja conductividad térmica, no absorbe la humedad fácilmente, no es inflamable y trabaja de -40°C a los 105°C con 19.05mm de espesor para cubrir el tubo externo con el objeto disminuir pérdidas al ambiente ( Figura 3.6).



Figura 3.6: Tubería aislada con “Armaflex”.

El agua de enfriamiento se abasteció de la red y una vez que realizaba su función se recolectaba en una cisterna. La tubería se armó con manguera reforzada de ½” y tubería PVC como se muestra en la Figura 3.7.

Para hacer recircular el fluido de prueba y de enfriamiento se emplearon válvulas de compuerta, accionadas con un disco con movimiento vertical al flujo del fluido. Por su disposición es adecuada generalmente para el control todo-nada ya que en posiciones

---

<sup>1</sup> El número de cédula es una expresión que resulta aproximadamente proporcional a la relación entre la presión de trabajo y el esfuerzo admisible, así como también a la relación entre el espesor corroído y el diámetro.

intermedia tiende a bloquearse. Tiene la ventaja de presentar muy poca resistencia al flujo del fluido cuando está en apertura total [Rase,1988].

Para el control del flujo en la sección de prueba se emplearon válvulas de bola caracterizadas por una cavidad interna esférica que alberga un obturador en forma de esfera o de bola. La bola tiene un corte adecuado en V que fija la curva característica de la válvula [Creus, 1992]. La Figura 3.8 muestra este tipo válvula instalada en el equipo. En los acoplamientos necesarios se emplearon conexiones tipo “T”, de cruz y coples galvanizados.



Figura 3.7: Tubería para alimentación y descarga de agua fría.



Figura 3.8: Válvula de bola para entrada de agua de enfriamiento.

La opción de suministro de agua a temperatura menor que la del ambiente se abasteció mediante una máquina enfriadora de líquidos la cual se muestra en la Figura 3.9, con ella se logró alimentar el agua de enfriamiento a 10°C a la entrada de la sección de prueba.



Figura 3.9: Máquina enfriadora de líquidos

#### 3.1.4. Instrumentación

Para indicar o controlar una variable de proceso, un instrumento debe ser capaz de detectar los cambios de dicha variable. La parte sensible del instrumento puede ser llamada elemento primario. Por medios eléctricos, neumáticos o mecánicos, el instrumento traduce este impulso primario en una indicación de registro visible. Por consiguiente, un instrumento está constituido por algún tipo de dispositivo sensible primario en contacto con

el fluido o sustancia; una unidad amplificadora y finalmente una unidad física que indica o registra y traduce el impulso sensible primario en alguna clase de energía o movimiento [Race,1988].

#### 3.1.4.1. Transductores de presión

El equipo requirió de dos transductores de presión tanto para la entrada de agua fría como la entrada de agua caliente de la sección de prueba fueron de la marca *Cole Parmer* con un rango de operación de 0 a 20.68 bar (0 a 300psi) con  $\pm 1\%$  de la escala total en exactitud y salida a 20mA con alimentación requerida de 12VDC. En la Figura 3.10 se encuentran señalados además de los otros equipos que integraron la instrumentación del equipo.

#### 3.1.4.2. Termopares

La formación de un circuito de dos metales disímiles con el empalme caliente en un extremo y el empalme frío en otro, al conectarse al voltímetro éste, registra un voltaje mensurable. Para cada par de metales el voltaje tiene una relación bien definida con la diferencia de temperaturas entre los empalmes caliente y frío. Por consiguiente, si el empalme frío se mantiene a cierta temperatura constante, la temperatura del empalme caliente puede ser obtenida en un amplio rango de temperaturas midiendo el voltaje generado. [Instructivo de Omega thermocouples, 2006].

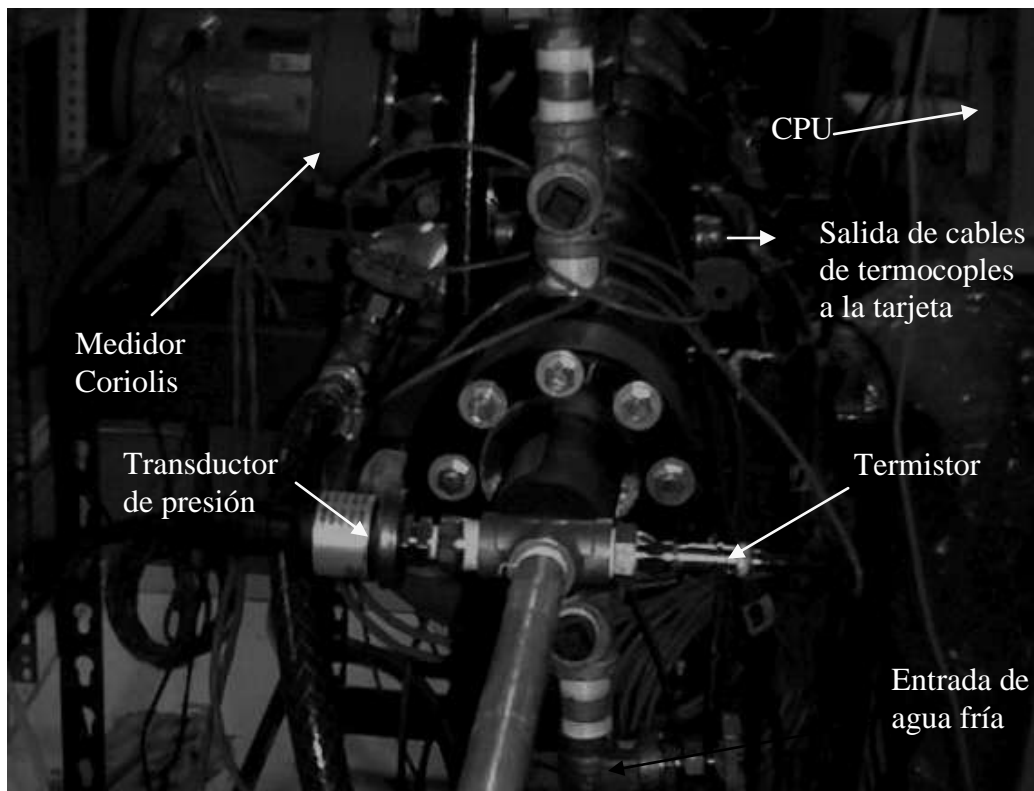


Figura3.10: Instrumentación del equipo.

Se adhirieron 4 termopares de contacto en la pared externa del tubo interno, de 36" de longitud como se muestra en la Figura 3.11, con etiqueta adhesiva (Figura 3.12) en los cuatro puntos cardinales de las ocho secciones en las que se distribuyeron a lo largo el tubo interno de la sección de prueba. Sin embargo en un inicio se pegaron con cinta metálica (Figura 3.13) la cual alteró las medidas de temperatura posteriormente con resina epóxica, (Figura 3.14) como no mostraron buena adherencia se decidió dejarlos con su adhesivo original los cuales se colocaron en cada una de las ocho localidades para medir la temperatura de pared. En un principio se usaron termopares tipo "J" cuya composición consiste en una aleación de hierro-constatán<sup>2</sup>, pues son los más extensamente utilizados no obstante, como el hierro estuvo sujeto a ambientes de oxidación (agua de enfriamiento) se cambiaron los termopares al tipo "K" (*Chromega-alomega*), recomendados para ambientes oxidantes.

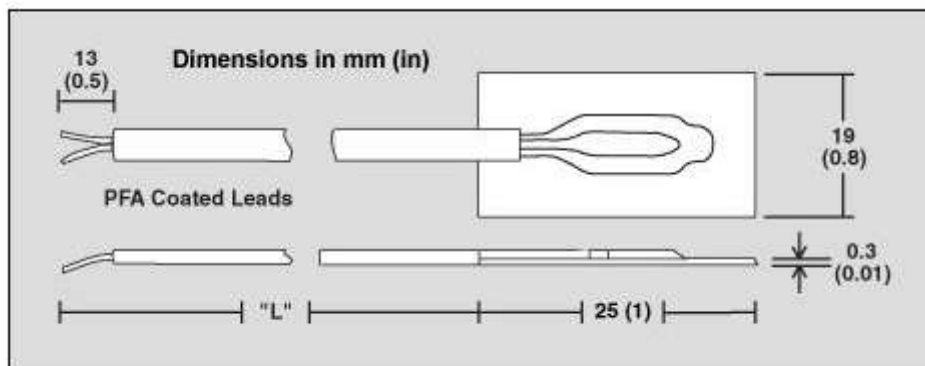


Figura 3.11: Dimensiones del termocouple [Fuente:www.omega.com.mx]

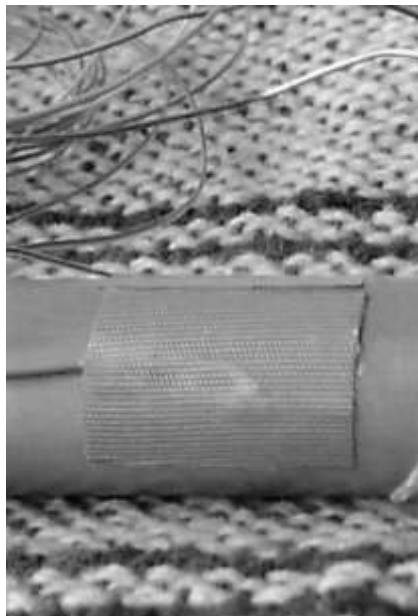


Figura 3.12: Termopar con su adhesivo propio.

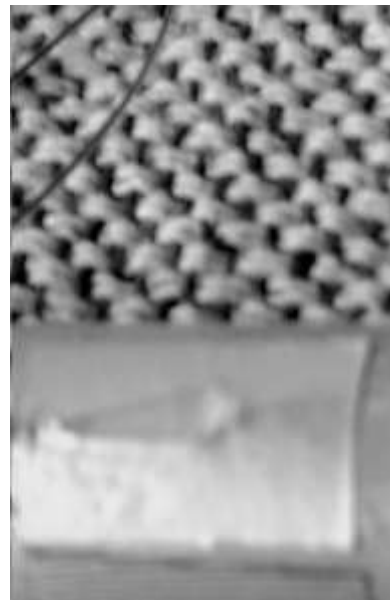


Figura 3.13: Termopar adherido con cinta metálica.

<sup>2</sup> Aleación formada por partes aproximadamente iguales de níquel y cobre.



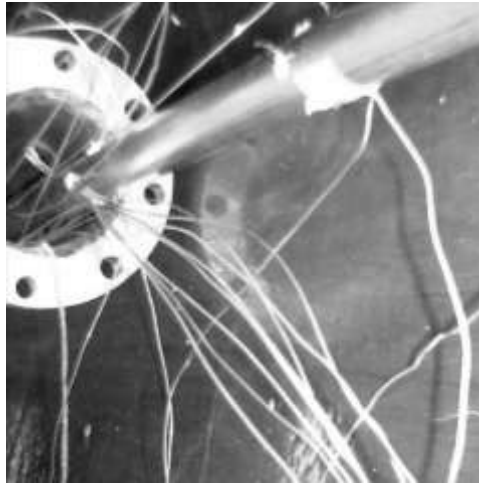


Figura 3.14: Termocoples adheridos con resina epóxica.

#### 3.1.4.3. Medidor de flujo

El medidor de flujo para ambas corriente fue medido con un flujómetro de masa, Coriolis de exactitud:  $\pm 0.23\%$  de la medición.



Figura3.15: Medidor de flujo Coriolis

El medidor Coriolis se basa en el teorema de Coriolis, matemático francés (1795-1843) que observó que un objeto de masa  $m$  que se desplaza con una velocidad lineal  $\vec{v}$  a través de una superficie giratoria que gira con velocidad angular constante  $\omega$ , experimenta una velocidad tangencial ( $\omega \times$  radio de giro) tanto mayor cuanto mayor es su alejamiento del centro. Si el móvil se desplaza del centro a la periferia experimentará un aumento gradual de su

velocidad tangencial, lo cual indica que se le está aplicando una aceleración, que es precisamente la aceleración de Coriolis.

La generación de la fuerza Coriolis puede producirse básicamente por dos formas: Por inversión de las velocidades lineales del fluido mediante la desviación de un bucle en estado de vibración controlada (frecuencia de resonancia) o por la vibración del tubo perpendicular al sentido de desplazamiento del fluido que crea una fuerza de aceleración en la tubería de entrada del fluido y una fuerza de desaceleración de salida con lo que genera un par cuyo sentido va variando de acuerdo con la vibración y con el ángulo de torsión del tubo que es directamente proporcional a la masa instantánea del fluido circulante.

La medida es independiente de la temperatura, presión y densidad del fluido. Al estar el tubo libre de obstrucciones, admite la circulación de fluidos con sólidos en suspensión. Estos instrumentos de caudal disponen de unidades de transmisión inteligente que les permite su fácil calibración, el cambio rápido de medida y la lectura de la variable en cualquier punto de instalación [Creus, 1992].

En este instrumento la presión máxima de operación es de 30 bars. La temperatura máxima de operación de 200°C. El fluido puede ser: líquido, gas y vapor. Las aplicaciones son para: medición de rangos altos y bajos de flujos. Otros: señal de salida de 4 a 20 mA, sin partes móviles; medición en cualquier posición y dirección [Cedillo, 2004].

#### 3.1.4.4. Termistores

Los termistores son semiconductores electrónicos, sensibles a variaciones rápidas extremadamente grandes y para los cambios relativamente pequeños en la temperatura. Este tipo de medidores de temperatura sustituyeron a los tipo *RTD* ya que, al realizar las pruebas con el simulador se detectó insuficiente sensibilidad para el experimento como se mencionó en la sección 2.2.4.2. La marca de estos termistores fue *YSI*, con  $\frac{3}{4}$  " de largo, un rango de temperatura entre -40 y 150°C, exactitud de  $\pm 0.1^\circ\text{C}$ , con cuerpo hermético de acero inoxidable.

### 3.2. ENSAMBLE DE LA SECCIÓN DE PRUEBA

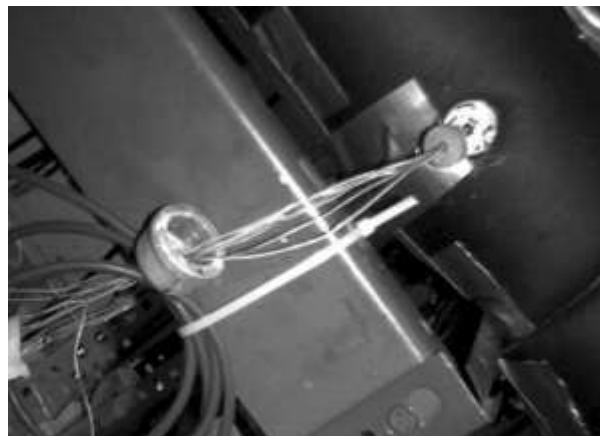


Figura 3.16: Salida lateral de termopares al CPU.



Figura 3.17: Empaques para las tapas extendida para tubo externo.

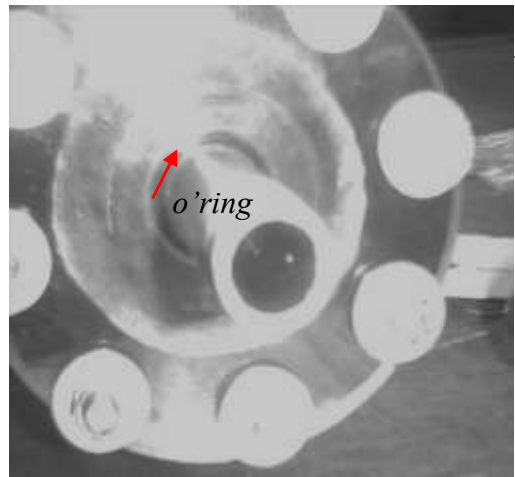


Figura 3.18: Tapado del tubo externo de paredes extendidas en sus extremos.

Los termopares en la pared externa del tubo interno al estar ya adheridos en el tubo interno se introdujo este al tubo externo para darle la forma coaxial sacando los cables de los termopares por cuatro conectores laterales, dos de ellos distribuidos a lo largo de un lado del tubo y el otro par de conectores a  $180^\circ$ , del otro lado del tubo, como se muestra uno de ellos en la Figura 3.16, antes de ser forrado con *Armaflex*. Los empaques (Figura 3.17) y el *o'ring* fueron colocados para hacer hermética la tapa acrílica ilustrada en la Figura 3.18. A la entrada y salida del tubo interno de la sección de prueba se acoplaron conexiones T's para colocar los termistores y transductores. Posteriormente los ocho termistores fueron enroscados en los conectores de la parte superior del tubo externo (Figura3.19).



Figura3.19: Equipo ensamblado para calcular experimentalmente los CCTC

### 3.2.1. Equipo de adquisición de datos

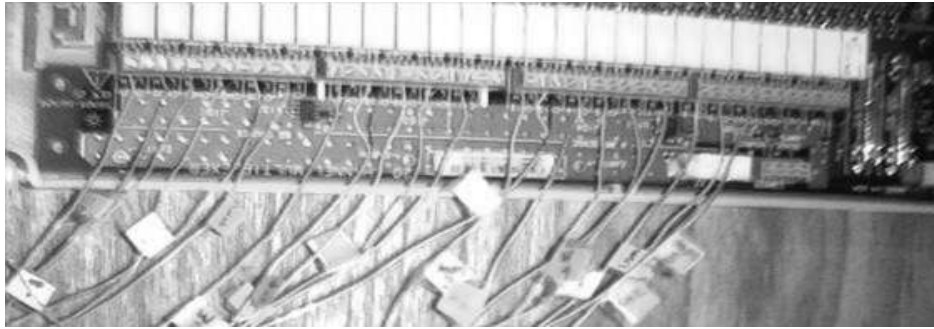


Figura 3.20: Conexión de cables de termopares, termistores, transductores de presión y medidor Coriolis a la tarjeta lectora del adquisidor de datos el cual es conectado a la computadora.

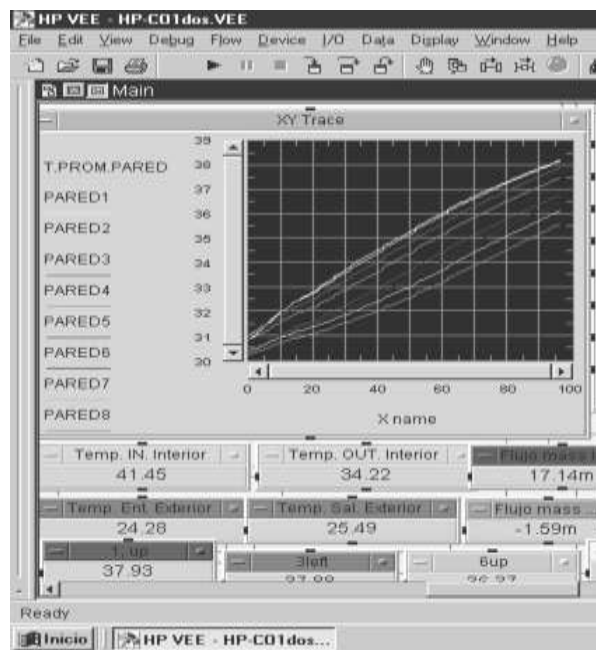


Figura 3.21: Gráfico de incremento de temperatura para puesta en marcha.

Los instrumentos de medición se instalaron en un sistema de adquisición de datos marca HP394970A con tres tarjetas lectoras (Figura3.20), cada una con 20 canales de lectura cuya conexión a la computadora almacena la información en tiempo real.

Se tomaron precauciones en la correcta conexión referente a la polaridad de los cables y la distribución de los mismos en el interior de la tarjeta para evitar el posible contacto entre ellos. Una vez realizadas todas las conexiones se procedió a insertar las tres tarjetas en el adquisidor y se hicieron las pruebas pertinentes para asegurar en las condiciones apropiadas.

### 3.2.2. Programa de adquisición de datos

Un programa de adquisición con el programa *HPVEE* de *Hewlett Packard*, versión 5.0 fue realizado para introducir las variables requeridas. Este programa presenta el valor correspondiente de flujo másico, temperatura y presión en pequeñas ventanas visuales. La información se almacena cada 5 segundos en una base de datos exportables a una hoja de cálculo como *EXCEL*. El programa *HPVEE* permite introducir las ecuaciones de calibración de cada instrumento y observar gráficas de las variables medidas entre otras funciones. En total se introdujeron 32 medidas de temperaturas, dos de presión y dos de flujo másico. Una vez elaborado el programa se procedió a conectar cada instrumento a su correspondiente canal. La Figura 3.21 muestra un programa de adquisición donde se aprecia la detección de las medidas al inicio de la puesta en marcha antes de que las condiciones del experimento lleguen al estado estable.

## Capítulo 4

# ANÁLISIS ESTADÍSTICO

### INTRODUCCIÓN

El error es universal e inevitable y acompaña a toda medida, aunque ésta sea muy elaborada, o aunque se efectúe un gran número de veces [Creus, 1992]. Lo que significa que el valor verdadero no puede establecerse con completa exactitud, una de varias causas es porque un detalle pequeño se pudo haber acumulado sobre otro hasta que todo el problema experimental alcanza una complejidad que no se anticipó al inicio de la investigación; de manera que es necesario encontrar los límites que lo definen para hacer práctico calcular la tolerancia de la medida.

Un análisis teórico de los errores involucrados en el experimento y la comparación de la información con los principios físicos fundamentales ayuda a obtener conclusiones que sean aplicables a la población de donde proviene la muestra.

Las conclusiones realizadas con los resultados de la inferencia estadística, al basarse en solo una parte del total de los elementos de la población, llevan siempre asociados un determinado margen de incertidumbre. El análisis estadístico permite, sin embargo conocer y acotar este margen de incertidumbre.

Con el análisis estadístico a través de la inferencia estadística, fundamentada en modelos matemáticos desarrollados en la teoría del cálculo de probabilidades, se determinan los estimados óptimos de parámetros que describen los cálculos experimentales, en este caso, para un coeficiente convectivo de transferencia de calor local CCTCL: $\alpha$ .

Por lo antes mencionado, el presente capítulo destaca las metodologías estadísticas implícitas en un caso experimental y sus aplicaciones. En un principio se describen los procedimientos de calibración, su tratamiento estadístico y la descripción de los posibles errores. Posteriormente se indica la descripción de las variables medidas en el experimento y el tratamiento estadístico de dichos datos con el fin de poner de manifiesto sus características más relevantes. Para ello se utilizaron herramientas como tabulaciones y el cálculo de parámetros que sintetizan las distintas características de la variabilidad observada como la posición, dispersión y representaciones gráficas como histogramas.

Una vez obtenido el cálculo del CCTC, la comparación de resultados experimentales con respecto a los teóricos se hizo mediante las correlaciones. Desde los años de 1930, como es mencionado en la sección 1.1.3, autores como Dittus y Boelter [1983], Gnielinski [1976], Petukhov y Kirillov [1963] Petukhov y Popov [1963], Kays y Crawford [1981], Martinelli [1947], Webb [1971] y Sandall *et al* [1980] reportaron tanto teórica como experimentalmente coeficientes de transferencia de calor para un flujo completamente desarrollado, dado que las medidas experimentales no son perfectamente exactas, ellos mencionaron el porcentaje de error calculado, sin embargo no se percibe un explícito análisis estadístico de incertidumbre.

Por esta razón en este trabajo, al ser obtenido experimental y teóricamente el cálculo del CCTC, se efectuó el análisis estadístico para conocer la incertidumbre total. En el caso experimental se usó el análisis de propagación de errores y en el teórico, donde el cálculo se realizó mediante correlaciones, se empleó la técnica de Monte Carlo que consistió en crear valores aleatorios mediante la técnica de Box-Müller en donde la función de probabilidad formó una distribución normal. Se presenta la comparación de medias y desviaciones entre ambas metodologías a través de las pruebas de significancia “t” y “F” y por último se realizaron los intervalos de confianza.

#### 4.1. CALIBRACIÓN EN INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN

La calibración son las operaciones a realizar en un instrumento para que sus indicaciones vuelvan a estar dentro de los valores límite dados por el fabricante [Creus, 1992] puesto que los instrumentos pueden tener errores que aumenten con el tiempo ya sea por fabricación o por desgaste debido a vibraciones, corrosión química etc.

En la medición se pretende adquirir un valor verdadero aunque el valor verdadero de una medición es una cantidad intrínsecamente desconocida, pues solamente podría determinarse mediante una medición perfecta y sin errores. El valor verdadero convencional es el valor que se atribuye al mensurando incluyendo la magnitud de la incertidumbre asociada.

Para incluir dicha incertidumbre se requiere de un *patrón*. El *patrón* es un elemento cuyo valor verdadero convencional es aceptado. De esta manera al medir repetidas veces con el *patrón* el instrumento en cuestión, la diferencia entre el promedio de los diferentes resultados y el valor verdadero convencional permite corregir los resultados de las mediciones efectuadas con el instrumento, mientras que la desviación estándar del conjunto de resultados, o múltiplo aceptado de ella, constituye la incertidumbre. [Creus, 2009]

En forma semejante Holman [1988] resume los procedimientos de calibración como una comparación del instrumento particular con: 1) un *patrón* primario; 2) un *patrón* secundario con una mayor exactitud que la del instrumento que se calibra ó 3) con una fuente de entrada conocida. De ahí que una calibración permita verificar el instrumento contra un *patrón* (o estándar) conocido y reducir, por tanto, los errores de exactitud.

Por lo anterior en el proceso de calibración hay que realizar un conjunto de operaciones, bajo condiciones específicas, para obtener la relación entre los valores indicados por un instrumento y el correspondiente valor del la medida materializado en un *patrón* utilizado como referencia.

Las mediciones deben ser mediciones precisas y significativas lo cual implica conocer con suficiente detalle la manera como se comportan los errores a los que están sujetos los instrumentos de medición.

Las curvas de calibración y/o funciones son obtenidas midiendo con el *patrón* (y los instrumentos a calibrar) las muestras. Como ya se mencionó, se hacen variaciones en intervalos diferentes de la propiedad que se desea medir y al formar una base de datos con

puntos representativos y descriptivos para la propiedad de la variable mensurable respecto a la que registra el instrumento, se procede a graficar. En un instrumento ideal (sin error), la relación entre los valores reales de la variable comprendidos dentro del campo de medida, y los valores de lectura del aparato, es lineal como se muestra en la Figura 4.1. Generalmente en la gráfica el *patrón* queda representado en el eje de las ordenadas ( $y$ ) [Verma, 2005]. Sin embargo, otros autores como Creus, [1992] indican el valor de las lecturas del instrumento *patrón* ubicado el eje de las ( $x$ ) como lo señala la Figura 4.1.

#### 4.1.1. Gráficas de calibración

Un instrumento se considera que está bien calibrado cuando en todos los puntos de su campo de medida, la diferencia entre el valor real de la variable y el valor indicado o registrado o transmitido, está comprendida entre los límites determinados por la precisión del instrumento [Creus, 1992].

Para encontrar la ecuación que mas ajusta a los datos experimentales hay que referirse a la regresión lineal ordinaria (*RLO*) [Alfassi, 2005], esto se lleva a cabo otorgándoles a los diferentes puntos pares de datos los cuales son representados en la regresión lineal ordinaria que es el tipo de registro tradicional más comúnmente usada en las calibraciones.

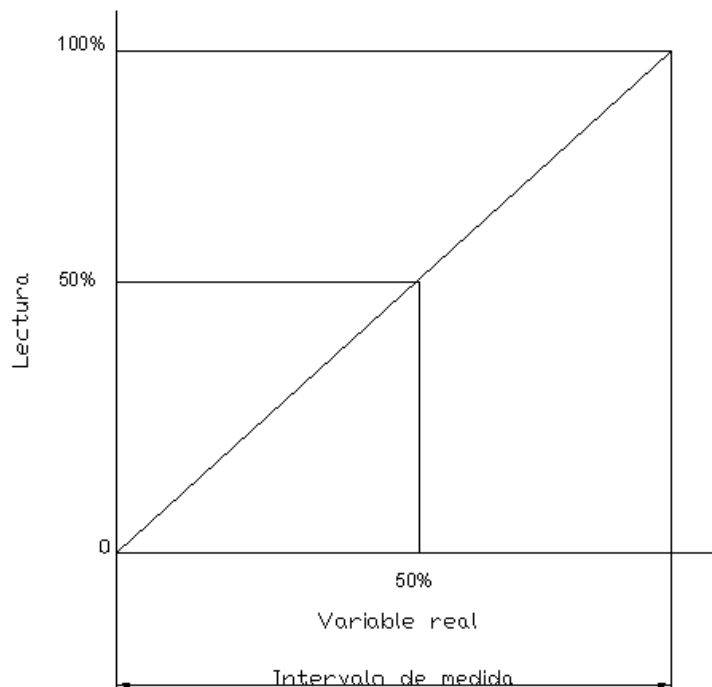


Figura 4.1: Recta ideal de la relación entre los valores reales y los medidos.

En condiciones de funcionamiento estático, las desviaciones respecto a la relación lineal indicada, dan lugar a los errores de calibración de los instrumentos suponiendo que estas desviaciones no superan la exactitud dada por el fabricante del instrumento. En este caso se



considera el instrumento calibrado aunque no coincidiera exactamente con la curva variable-lectura de la recta ideal.

#### 4.1.2. Errores en la calibración

Las desviaciones de la curva variable real-lectura de un instrumento típico con relación a la recta ideal representan los errores de medida del aparato. Esta curva puede descomponerse por lo regular en tres partes que representan individualmente los tres tipos de errores que pueden hallarse en forma aislada o combinada en los instrumentos.

##### 4.1.2.1. Error de cero

Se denomina error cero cuando todas las lecturas están desplazadas un mismo valor con relación a la recta representativa del instrumento. Este tipo de error puede verse en la Figura 4.2, el desplazamiento puede ser positivo o negativo. El punto de partida o de base de la recta representativa cambia sin que varíe la inclinación o la forma de la curva.

##### 4.1.2.2. Error de multiplicación

Todas las lecturas aumentan o disminuyen progresivamente con relación a la recta representativa, según puede verse en la Figura 4.3 en la que se observa que el punto base no cambia y que la desviación progresiva puede ser positiva o negativa.

##### 4.1.2.3. Error de angularidad

La curva real coincide con los puntos 0, 100% de la recta representativa, pero se aparta de la misma en los restantes. En la Figura 4.4 puede verse un error de este tipo. El máximo de la desviación suele estar hacia la mitad de la escala.

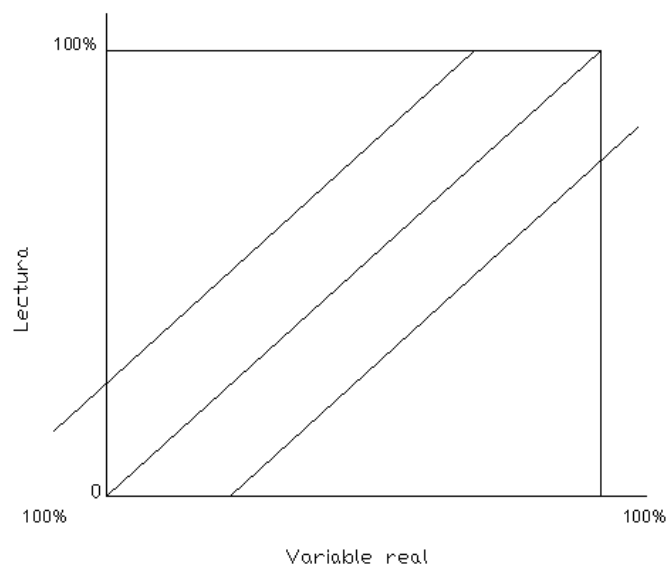


Figura 4.2: Representación del error cero. Fuente: [Creus, 1992]

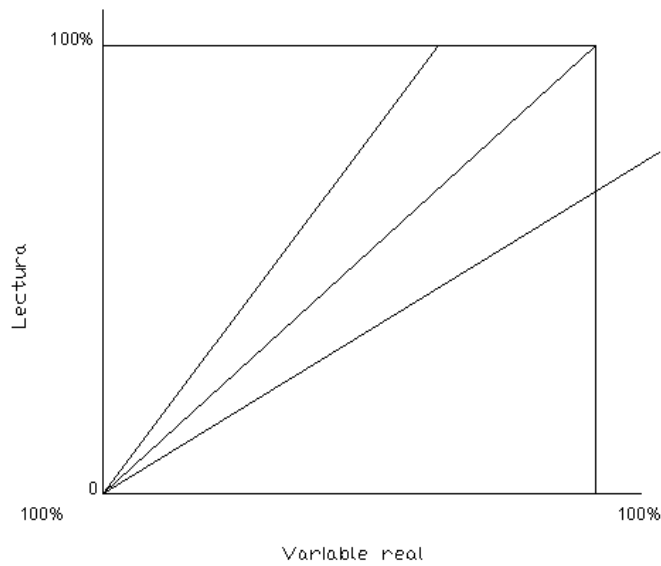


Figura 4.3: Error de multiplicación. *Fuente:* [Creus, 1992]

El autor expone en la Figura 4.5 los más comunes comportamientos de las gráficas de calibración y las posibles soluciones mecánicas para este tipo de errores en instrumentos convencionales neumáticos o electrónicos.

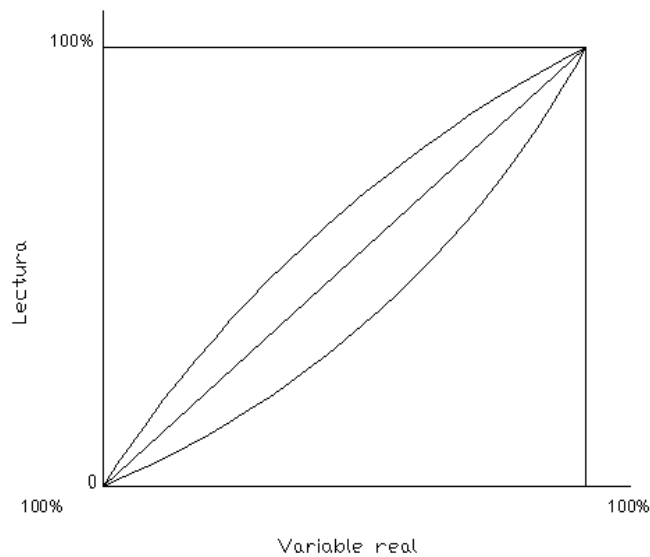


Figura 4.4: Representación del error de angularidad en una gráfica de calibración. *Fuente:* [Creus, 1992]

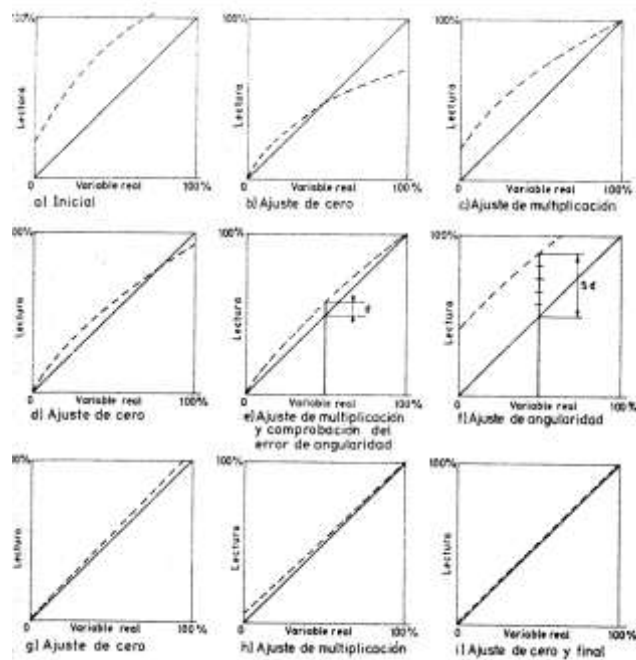


Figura 4.5: Comportamientos de gráficas de calibración *Fuente:* [Creus,1992]

En los instrumentos digitales la calibración se ve facilitada por la programación realizada en el microprocesador incorporado en el instrumento. Este guarda digitalmente los datos que proporcionan correcciones precisas de las no linealidades de los sensores ante variaciones para toda la vida del instrumento.

Otros tipos de errores provienen de la lectura del instrumento por el observador y son:

#### 4.1.2.4. Error de paralaje

Se produce cuando el observador efectúa la lectura de modo que su línea de observación al índice no es perpendicular a la escala del instrumento. La importancia de este error depende de la separación entre el índice y la escala además del ángulo de inclinación en la línea de observación.

#### 4.1.2.5. Error de interpolación

Se presenta cuando el índice no coincide exactamente con la graduación de la escala, y el observador redondea sus lecturas por exceso o por defecto. Evidentemente estos errores de paralaje y de interpolación no existen en los instrumentos de salida digital.

#### 4.1.2.6. Error en el cálculo de la regresión

En la regresión se encuentra la función  $y = a + bx$

(4.1)

$$\text{Donde la pendiente "b" está dada por } b = \frac{\sum_{i=1}^n \{(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})\}}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (4.2)$$

y el intercepto "a" de la ecuación (4.1) como:

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

En estas ecuaciones,  $(\bar{x}, \bar{y})$  representan la media de los  $n$  datos  $(x_i, y_i)$

Es importante recordar que en los parámetros de regresión (la pendiente y el intercepto) no están libres de errores aleatorios, dado que los datos iniciales usados en la regresión están sujetos a este tipo de error. Los errores en cada uno de los dos parámetros se pueden expresar como la desviación estándar de la calibración misma, usando la simbología de  $s_b$  para la pendiente y  $s_a$  para el intercepto.

Los errores en los coeficientes de la regresión se pueden estimar como [Andaverde, 2005]:

$$s_b = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y})^2}{(n-2)\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}} \quad (4.3)$$

y

$$s_a = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y})^2 \sum_{i=1}^n x_i^2}{n(n-2)\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}} \quad (4.4)$$

Donde  $y_i$  es el valor de la señal o la respuesta medida para el dato  $i$ -ésimo y  $\hat{y}_i$  es el valor de la  $y$  calculado para el mismo valor de  $x$  (del dato  $x_i, y_i$ ) usando la ecuación de regresión (4.1); es decir la diferencia  $(y_i - \hat{y}_i)$  es el residual (en la dirección  $y$  del dato original  $(x_i, y_i)$  con respecto a la línea de regresión).

A partir de estos errores (las desviaciones estándar o los errores estándar) en los parámetros de regresión se pueden estimar los límites de confianza de la pendiente y el intercepto como  $b \pm t_{s_b}$  y  $a \pm t_{s_a}$  respectivamente, donde "t" es el valor crítico de "t" de Student a un determinado nivel de confianza o significancia ya sea del 95% o 99% y con  $(n-2)$  grados de libertad, de esta forma los intervalos de confianza para "b" y "a" se expresan como:

$$\{b - (t_{(n-2)}s_b)\} < \mu_b < \{b + (t_{(n-2)}s_b)\} \quad (4.5)$$

y

$$\{a - (t_{(n-2)}s_a)\} < \mu_a < \{a + (t_{(n-2)}s_a)\} \quad (4.6)$$

Sin embargo, para que la *RLO* sea un procedimiento válido, una serie de suposiciones o condiciones deben cumplirse:

- (i) Todos los errores se encuentran en la dirección del eje  $y$ , o sea el eje  $x$  están libres del error.
- (ii) Los errores en  $y$  se distribuyen en forma normal (Gaussiana).
- (iii) Los errores del eje  $y$  son independientes del valor de  $x$ , en realidad los errores en  $y$  son iguales (errores homocedásticos).

Desde el punto de vista de Verma [2005], no se logra la validez de esas condiciones descritas, aunque es un método ampliamente usado para obtener las curvas de calibración que se ha venido usando incorrectamente y por lo tanto debe ser abandonado y reemplazado por métodos más adecuados que, desafortunadamente también son más sofisticados. Una metodología alternativa ha sido la de Regresión Lineal Ponderada.

#### 4.1.3. Calibración en los sensores de temperatura ( caso experimental)

Para calibrar los termistores se usó la metodología propuesta por Gómez [2000]. El equipo empleado consistió en una tina con agua y un controlador electrónico de alta precisión marca *Cole parmer* con un sistema de calentamiento, recirculación y un control para fijar la temperatura a la cual se puede calentar el agua.

##### a) Procedimiento de calibración

1.- Realización de un programa de adquisición en HPVEE 5.0 con las variables a medir incluyendo un sensor de referencia (*patrón*).

2.-Conexión de los sensores a los canales de la tarjeta *multiplexora* e identificación previa de cada sensor con numeración.

3.- Llenado de la tina del calibrador con agua y hielo hasta el nivel que permitió sumergir los sensores y colocación en el interior de la tina cuidando que no hicieran contacto entre ellos.

4.- Encendido del calibrador donde con el *set up* se fijó una temperatura de 0°C, se esperó un minuto a que se uniformizara la temperatura del agua en la tina, una vez estabilizada se tomaron 20 mediciones cada segundo a esa temperatura.

5.-Para obtener las otras mediciones los incrementos de temperatura fueron cada 5°C hasta llegar a 70°C, repitiendo el paso anterior.

Al finalizar las mediciones, se procedió a transferir la información en una hoja de cálculo para obtener la ecuación de calibración y agregarla al programa de adquisición donde se ajustan los valores a la salida del adquirente.

En la Figura 4.6 se observa en la gráfica para el eje de las “ $y$ ” los datos del sensor de referencia (termistor de temperatura marca YSI modelo 410 con un rango de temperatura de 0 a 500 °C y error del 1%). En el eje “ $x$ ”, se presenta el sensor a calibrar así como su ecuación de calibración.

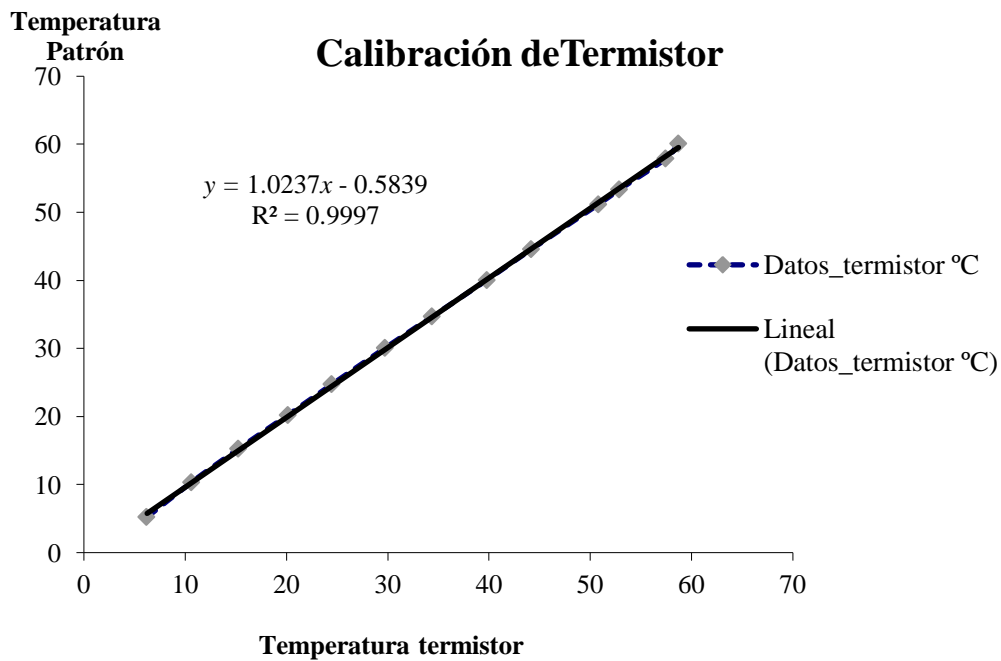


Figura 4.6: Gráfica de lecturas de temperatura patrón y del termistor 2 a calibrar sobre la línea de tendencia.

Los termopares tipo “K” con un rango máximo de temperatura de  $-200$  a  $1250$  °C con límites de error de  $1.1$  °C arriba de  $0$  °C no fueron calibrados por su alta exactitud que presentan de la escala total.

#### 4.1.4. Calibración de los transductores de presión (caso experimental)

La habilitación del cabezal de calibración fue conformado de tubería de  $12.7$  mm ( $1/2$ ”) en acero al carbón conectado por medio de uniones “T” para montar los transductores, dos válvulas de control y un manómetro previamente calibrado.

La calibración requirió de:

- Cabezal de calibración con sensor de referencia.
- Tanque de nitrógeno con regulador de presión.
- Fuente de  $12$  VDC.
- Programa HPVEE 5.0 para lectura de los valores registrados.
- Sistemas de adquisición de datos.

Para la calibración se utilizó un sensor de referencia electrónico marca *Endress+Hauser* modelo *Cerabar S* con un rango de presión de  $0$  a  $40$  bar  $\pm 0.1$  bar.

1.- El programa de adquisición HPVEE 5.0, con las variables a medir incluyó el sensor de referencia (*patrón*), se conectaron los sensores a los canales de la tarjeta *multiplexora* y se identificó previamente cada sensor con numeración.

2.- La conexión eléctrica fue de 12 VDC para alimentar los 2 transductores a calibrar cuyos canales se conectaron a la tarjeta *multiplexora*.

3.- Los transductores en el cabezal de calibración una vez colocados se sometieron a presiones de 0 a 20 bar manométricas con rangos de 2 en 2 bar tomando 20 valores cada segundo con el adquirente de datos.

Ya finalizadas las mediciones se procedió a procesar la información en una hoja de cálculo para obtener la ecuación de calibración y se agregó al programa para introducir la ecuación correctora.

En la Figura 4.7 se observa en el eje de las “y” el sensor de referencia usado y en el eje “x” el transductor a calibrar así como su ecuación de calibración. En la Figura 4.7 se observa el resultado de graficar el manómetro patrón con respecto a los transductores por calibrar.

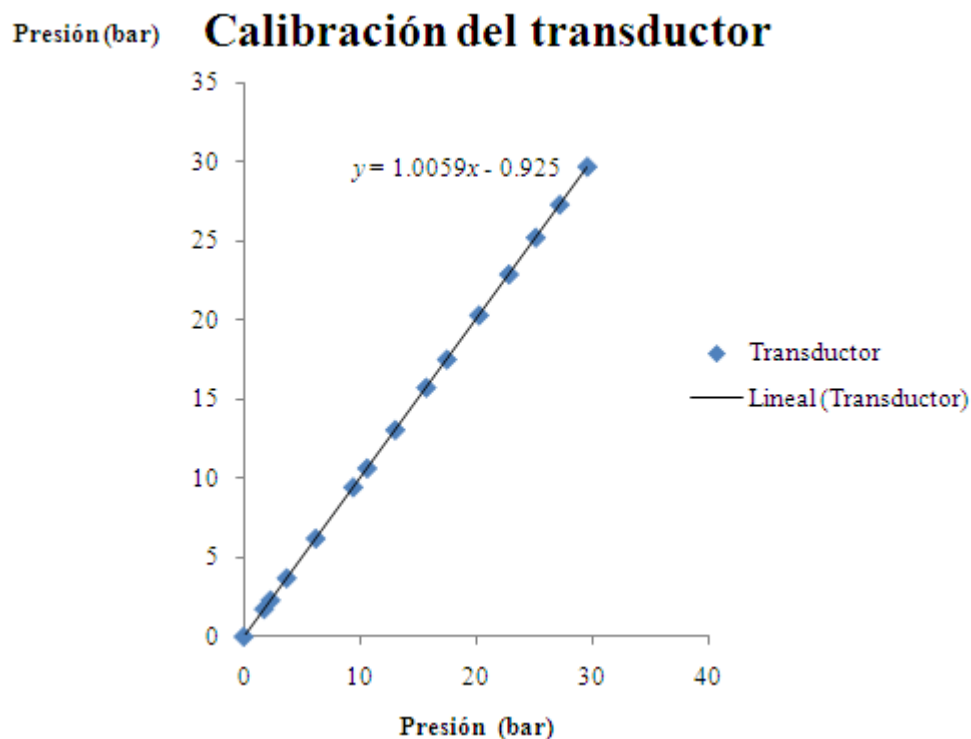


Figura 4.7: Gráfica de lecturas de presión patrón y del transductor 2 a calibrar sobre la línea de tendencia.

## 4.2. MEDICIÓN

Una medida es el resultado de una operación humana de observación [Riveros, 1982], es comparar la magnitud de la variable con un *patrón* aceptado como unidad de medición— dicha comparación implica cuantas unidades del *patrón* de medición caben en el objeto o variable a medir.

En el concepto de Caria [2000] medir no es mas que una aproximación a lo ideal, para cuantificar esta aproximación se debe emplear herramientas estadísticas al describir los resultados experimentales.

La calidad de medición y las necesidades para el control del sistema representan la precisión, la linealidad, la repetibilidad, el rango de medición y el tiempo de respuesta del equipo de medición.

## 4.3 ESPECIFICACIONES DE LOS INSTRUMENTOS

### 4.3.1. Campo de medida (*range*)

Espectro o conjunto de valores de la variable medida que están comprendidos dentro de los límites superior e inferior de la capacidad de la medida de recepción o de transmisión del instrumento. Se expresa estableciendo los valores extremos. Por ejemplo un transductor de presión indica de 0 a 20 bar o un instrumento de temperatura de 0 a 500°C.

### 4.3.2. Alcance (*span*)

Es la diferencia algebraica entre los valores superior e inferior en el campo de medida del instrumento en el caso anterior del medidor de temperatura sería 500°C.

### 4.3.3. Precisión

Creus, [1992] define la precisión de un experimento como la medida de cómo el resultado ha sido obtenido, sin ninguna referencia a lo que es o, lo que significa el resultado.

La precisión absoluta es la magnitud de la incertidumbre en el resultado usando las unidades que se dan en el resultado.

La precisión relativa se refiere a la incertidumbre en los términos de la fracción del valor medido y no depende de la unidad de medición.

Cuando un experimento se caracteriza por un alto valor del error aleatorio para una determinada variable o parámetro de baja medición se dice que los datos de dicha variable tienen una baja precisión. De lo contrario, cuando los datos se caracterizan por un bajo valor del error aleatorio estos tiene un alto valor de precisión.

### 4.3.4. Exactitud

Creus, [2009] explica que la exactitud de una medida es el grado de aproximación al valor verdadero. Esto es, la cualidad de un instrumento de medida por la que tiende a dar lecturas próximas al verdadero valor de la magnitud medida. La exactitud define los límites de los errores cometidos cuando el instrumento se emplea en condiciones normales de servicio durante un período de tiempo determinado.



Cuando un experimento se caracteriza por un alto valor de error sistemático para una determinada variable, se dice que los datos de dicha variable tiene una baja exactitud. De lo contrario, cuando los datos se caracterizan por un bajo valor del error sistemático estos tienen una alta exactitud. [Verma, 2005]

En un experimento ambos, tanto la precisión como la exactitud se deben tomar en cuenta. Generalmente cuando se conoce el resultado de una serie de mediciones repetidas de algún parámetro físico o químico se puede evaluar su precisión e inferir según un criterio preestablecido, si el resultado se puede considerar preciso. No se puede decir que el resultado es exacto si no se dispone de un punto de referencia correspondiente.

#### 4.3.5. Sensibilidad

La sensibilidad es la razón entre el incremento de la lectura y el incremento de la variable que lo ocasiona, después de haberse alcanzado el estado de reposo. Por ejemplo si en un transductor electrónico de 0 a 10 bar (4 a 20mA), la presión pasa de 5 a 5.5 bar y la señal de salida es de 11.9 a 12.3 mA la sensibilidad es el cociente:

$$\frac{(12.3-11.9)/(20-4)}{(5.5-5)/10} = \pm 0.5 \text{ mA/bar} \quad (4.7)$$

#### 4.3.6. Incertidumbre en la medida

En la sección 1.1.11. inciso c) y d) fue expuesto el tema de incertidumbre en términos más generales. En esta sección, y de hecho en este capítulo, se amplían aspectos respecto a sus fundamentos, fuentes de origen, aplicaciones, determinación matemática y análisis de la misma en el diseño experimental.

La incertidumbre se compone de un campo de valores, dentro del cual se encuentra el valor verdadero. La Figura 4.8 representa la acumulación de factores que conforman la incertidumbre.

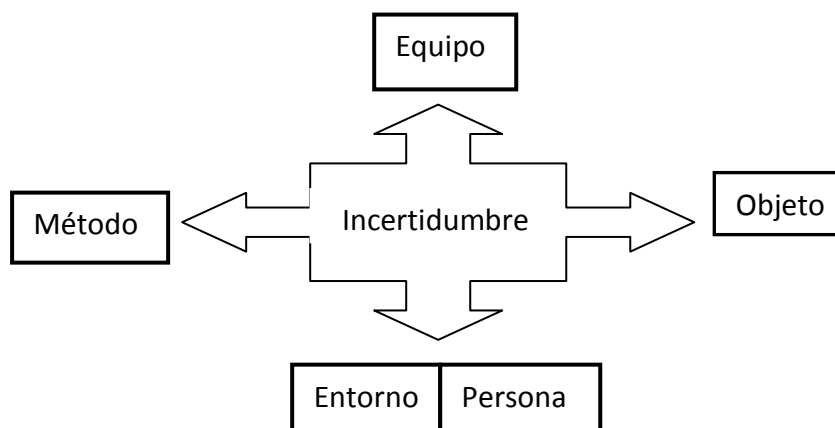


Figura 4.8: Fuentes de incertidumbre.

En la operación de calibración se averigua si la diferencia entre el valor leído por el instrumento y el verdadero valor medido con el *patrón* se encuentra dentro de los límites dados por el fabricante del instrumento. Sin embargo en el acto de la medición se suscitan errores así como en la operación de la comparación. Por tanto, la medida no se puede caracterizar por un solo valor lo que da lugar a emplear a la incertidumbre definida como un parámetro asociado al resultado de una medida cuya dispersión se caracteriza por los valores que pueden atribuirse razonablemente a la variable particular sujeta a la medida. Esta dispersión es un estimado de la magnitud del campo expresada con un nivel de confianza determinado, el nivel de confianza es normalmente de 95%.

Verma [2005] indica que la variabilidad es inevitable en un proceso de medición debido a las incertidumbres en el propio proceso. Las tres fuentes de incertidumbre que señala son:

- La variabilidad de la propiedad a medir.
- La incertidumbre de la medición la cual se relaciona con la imposibilidad de observar o medir a un nivel arbitrario de la precisión o sin el sesgo.
- La “*vaguedad*”, lo que caracteriza su naturaleza y características propias de las cosas.

Las tres características anteriores, Creus [1992] las discierne en los siguientes puntos que describen la generación de incertidumbres en las mediciones prácticas:

1. Definición incompleta del mensurado.
2. Realización imperfecta de la definición del mensurado.
3. Muestreo no representativo.
4. Efectos no adecuadamente conocidos de las condiciones ambientales o mediciones imperfectas de las mismas (coeficientes de dilatación, derivas térmicas, índice de refracción presiones barométricas).
5. Desviaciones personales en la lectura de instrumentos analógicos.
6. Límites en la discriminación o resolución del instrumento.
7. valores inexactos de los patrones y materiales de referencia utilizados en la medición (deformaciones y contactos realizados en la medición).
8. Valores inexacto de constantes y otros parámetros obtenidos de fuentes externas y utilizadas en el algoritmo para la obtención de datos.
9. Aproximaciones e hipótesis incorporadas en el método y el procedimiento de medición.
10. Variaciones en observaciones repetidas del mensurando realizadas en condiciones aparentemente idénticas.

#### **4.3.7. Trazabilidad**

Es la propiedad de un resultado de medición que permite relacionar el resultado con el respectivo *patrón* internacional de la magnitud que está midiendo. La única forma de comparar los resultados obtenidos por diferentes sistemas de medición en diferentes lugares del mundo es asegurando su trazabilidad, es decir ambos estén referidos al *patrón* internacional. Para mantener la trazabilidad es esencial que los instrumentos de medida y patrones se sometan periódicamente, a la operación de calibración enfrentándolos a otros de

valor e incertidumbre conocidos y que normalmente contengan mejores características metrológicas.

#### 4.3.8. Zona muerta (*dead band*)

La zona muerta es el campo de valores de las variables que no hace variar la indicación o la señal de salida del instrumento, es decir que no produce respuesta dada en por ciento del alcance de la medida.

#### 4.3.9. Repetibilidad

Es la capacidad de reproducción de las mediciones sucesivas de una medida. Cuando se mide repetidamente valores idénticos en las mismas condiciones de servicio y en el mismo sentido de variación recorriendo todo el campo. La expresión de la repetibilidad en condiciones controladas de calibración es:

$$\frac{2 * \text{Diferencia del valor verdadero} - \text{indicado por instrumento}}{\text{escala}} * 100 \quad (4.8)$$

La repetibilidad puede expresarse cuantitativamente en función de las características de dispersión de los resultados. El fabricante la comprueba haciendo la diferencia entre el valor verdadero de la variable y la indicación o señal de salida del instrumento recorriendo todo el campo de medición y partiendo desde el valor mínimo del campo de medida.

Las condiciones de repetibilidad incluyen:

- 1.- El mismo procedimiento de medida.
- 2.- El mismo instrumentista.
- 3.- El mismo instrumento de medida trabajando en las mismas condiciones.
- 4.- El mismo lugar.
- 5.- Repetición de la medida dentro de un corto periodo de tiempo.

Se considera en general su valor máximo y se expresa en tanto por ciento del alcance. La repetibilidad puede expresarse cuantitativamente en función de las características de la dispersión de resultados.

#### 4.3.10. Histéresis

La histéresis es la diferencia máxima que se observa en los valores indicados por el indicador del instrumento o la señal de salida para el mismo valor cualquiera del campo de medida cuando la variable recorre toda la escala en los dos sentidos ascendente y descendente.

Se expresa en porcentaje, por ejemplo si en un termómetro de 0 a 100°C, para el valor de la variable de 40°C, la aguja marca 39.9°C al subir la temperatura desde 0, e indica 40.1 al bajar la temperatura desde 100°C, el valor de la histéresis es:

$$\frac{40.1 - 39.9}{100 - 0} \cdot 100 = \pm 0.2\%$$

#### 4.3.11. Linealidad

La aproximación de una curva de calibración a una línea recta especificada Se expresa en forma de desviación máxima con relación a una línea recta que pasa a través de los puntos dados componentes de 0% a 100% de la variable medida.

**4.3.12. Fiabilidad (*reliability*)**

Medida de la probabilidad de que un instrumento continúe comportándose dentro de los límites especificados de error a lo largo de un tiempo determinado y bajo condiciones especificadas.

**4.3.13. Resolución**

Es el cambio más pequeño que una persona operaria del instrumento calificado y pueda detectar. En un instrumento digital es el valor del dígito menos significativo.

**4.3.14. Ruido**

Cualquier perturbación eléctrica o señal accidental no deseada que modifica la transmisión, indicación o registro de los datos deseados.

**4.4. ERROR**

En la sección 4.1.2 se describieron los tipos de errores que pueden estar presentes en el proceso de calibración específicamente, en esta sección se describirán, sin excluir a los anteriores, los que también se encuentran en el proceso de la experimentación y toman relevancia dentro del análisis estadístico.

Caria [2000] sintetiza al error como lo que indica la calidad de la medida sobre los resultados experimentales y agrega que el error ayuda a concluir respecto a los datos experimentales y discernir su realidad.

**4.4.1. Errores estáticos y dinámicos**

Si el proceso de medición está en condiciones de régimen permanente existe el llamado error estático. En condiciones dinámicas el error varía considerablemente debido a que los instrumentos tienen características comunes a los sistemas físicos: absorben energía del proceso y esta transferencia requiere cierto tiempo para ser transmitida, lo cual da lugar a retardos en la lectura del aparato.

El valor del error siempre es desconocido pero se puede acotar estimando su incertidumbre.

**4.4.2. Error absoluto convencional**

Como el error absoluto es imposible de conocer, se utiliza el error absoluto convencional que es hallado a través del muestro estadístico de un gran número de mediciones, y que se adopta como valor verdadero convencional:

Error absoluto convencional= valor medido-valor verdadero convencional; mientras que el error relativo permite comparar los resultados de las mediciones efectuadas:

$$\begin{aligned} \text{Error relativo} &= \frac{\text{Error absoluto convencional}}{\text{Valor verdadero convencional}} \\ &= \frac{\text{valor medido} - \text{valor verdadero convencional}}{\text{Valor verdadero convencional}} \end{aligned} \quad (4.9)$$

#### 4.4.3. Errores sistemáticos

Los errores reales en la información experimental son los factores que siempre son vagos en cierta extensión y llevan cierta cantidad de incertidumbre, aquellos desaciertos en la construcción del aparato o instrumentos, los cuales pueden invalidar la información. Los errores fijos causan lecturas erróneas repetidas, algunas veces se les llama errores sistemáticos a estos errores fijos.

Los errores sistemáticos se deben a una calibración en el equipo sesgada o equivocada en o el sesgo por parte del observador, temática ya también expuesta en la sección de calibración, los errores sistemáticos representan por lo general una parte constante o multiplicativa del error experimental, este error no se puede reducir mediante las mediciones replicadas. Se le expresa en la función de exactitud y se le define como la desviación del valor promedio medido con respecto al valor verdadero. No se usan aplicaciones estadísticas.

#### 4.4.4. Errores aleatorios

Los errores aleatorios pueden deberse a fluctuaciones personales o electrónicas aleatorias en los aparatos o instrumentos como se mencionó en el tema correspondiente a la calibración. Por lo general los errores aleatorios siguen una distribución estadística. En muchos casos es difícil distinguir entre errores físicos y aleatorios [Holman,1988], se pueden reducir mediante las mediciones repetidas o mejorías en la experimentación. Los errores aleatorios se deben a la precisión limitada de las mediciones. Para el manejo de esos errores se utiliza la teoría de la probabilidad considerando las mediciones como eventos aleatorios. Estos errores son inevitables y pueden ser manejados por la estadística.

### 4.5. MEDICIONES REALIZADAS PARA EL CASO DE ESTUDIO

#### 4.5.1. Medición de temperatura

En el segundo principio de la termodinámica la temperatura se relaciona con el calor, porque se sabe que el calor fluye sólo de un cuerpo con alta temperatura a otro con baja temperatura, en ausencia de otros efectos. La teoría cinética de los gases y de la termodinámica estadística muestra que la temperatura se relaciona con la energía cinética por medio de las moléculas de un gas ideal o también las relaciones entre los niveles de temperatura y la energía en los líquidos y sólidos.

Para el caso de estudio se midieron 32 temperaturas en diferentes localidades de la pared externa del tubo interno distribuidas como se explica en la sección 3.1.4.2. además de la temperatura del fluido a la entrada y salida del tubo interno y las temperaturas del fluido del anulo correspondientes a la entrada, las ocho subsecciones y a la salida de esta sección de prueba.

Las apreciaciones de las diferencias en temperatura entre el agua del tubo interior y el fluido de enfriamiento a cada 0.21m a lo largo del tubo externo, fueron más significantes al manejar un fluido con temperaturas mayores a la del ambiente en la tubería interna por ello se eligió trabajar a 71°C a la entrada del agua al tubo interior.

#### 4.5.2. Medición de presión

En un sentido general, puede considerarse a la presión como la fuerza por unidad de área ejercida por un fluido en una pared que lo contiene. La exposición de la medición de la presión se limita a los sistemas fluidos. Un gran número de dispositivos transforman los valores de las magnitudes físicas en señales eléctricas equivalentes, dichos dispositivos se llaman transductores. [Holman, 1988]

En el caso de estudio se colocaron a la entrada y a la salida del flujo interno los transductores de presión.

#### 4.5.3. Medición de flujo

La determinación del caudal masa puede efectuarse a partir de una medida volumétrica compensándola para las variaciones de densidad del fluido o bien determinar directamente el caudal masa aprovechando las características medibles de la masa del fluido.

La medición de flujo másico se llevo a cabo en el medidor de tipo Coriolis tanto para el fluido interno como para el fluido externo. En el flujo externo las medidas presentaron oscilaciones como se muestran en la Figura 4.9 esto se debió a que la alimentación de agua provenía de un sistema hidroneumático el cual succionaba el agua de una cisterna con un diafragma o bolsa interna inflada a una determinada presión para regularla y mantenerla constante, con ello el agua se presurizaba a medida que el tanque la desalojaba, desde ese momento entraba en funcionamiento el motor del hidroneumático con la finalidad de provocar un régimen de presión constante y pareja.

Las variaciones presentadas por el hidroneumático se contrarrestaron con la máquina enfriadora de líquidos la cual suministró el agua en la parte anular de la sección de prueba aunque con variaciones del  $\pm 1^\circ\text{C}$  de temperatura debido a la automatización de paro y arranque del compresor en sincronía con el tanque de almacenamiento de agua del equipo enfriador.

#### 4.5.4. Cálculo de propiedades térmicas y de transporte

Para los cálculos de balance de energía en aplicaciones de transferencia de calor son esenciales diversos tipos de propiedades térmicas. La mayoría de propiedades térmicas involucran la determinación de flujo calor y temperatura. La conductividad térmica puede clasificarse como una propiedad de transporte ya que es indicativa del transporte de energía en un fluido o en un sólido. En los gases y líquidos, el transporte de energía ocurre por movimiento molecular, en tanto que en los sólidos el transporte de energía es por movimiento de electrones libres y vibración de mallas cristalinas. La viscosidad del fluido también se clasifica como una propiedad de transporte, ya que depende del transporte de la cantidad de movimiento que resulta del movimiento molecular en el fluido. Asimismo la difusión de masa que resulta del movimiento molecular.

La densidad es una propiedad térmica que se define como la cantidad de masa por unidad de volumen, para el caso experimental se consideró la indicada por el medidor Coriolis que también proporciona esta propiedad.

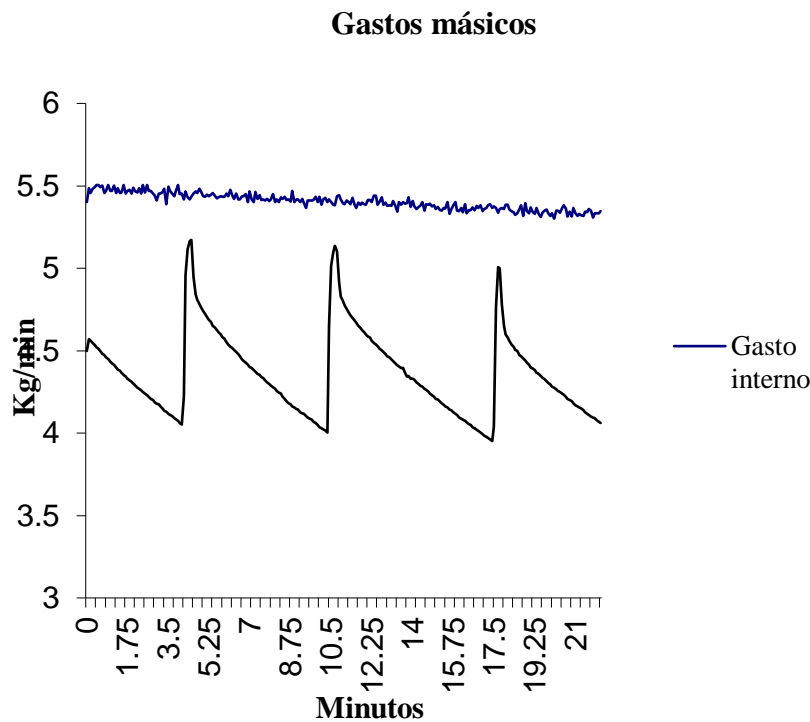


Figura 4.9: Gasto másico en kg/min registrado cada 5 segundos de agua para flujo interno ( curva de arriba) y ( oscilaciones de abajo) para el flujo externo cuya alimentación fue mediante un sistema hidroneumático.

Para tener un marco teórico comparativo de las mediciones experimentales, necesarias para calcular un CCTC, se efectuaron las correlaciones empíricas con dichas condiciones experimentales por lo que se requirió información de las propiedades de transporte donde la fuente de información fue NIST, *Standard Referente Database 12*, versión 5.1 (2003). La incertidumbre para las propiedades de transporte fueron  $\pm 0.14\text{W/K m}$  en conductividad térmica  $\pm 0.001\%$  para densidad  $\pm 0.2\%$ , en capacidad térmica específica y en viscosidad  $\pm 0.17\%$ .

## 4.6. PRUEBAS ESTADÍSTICAS PARA DATOS DESVIADOS

### 4.6.1. Tratamiento de datos univariados

Las desigualdades entre las mediciones de una propiedad se dan por la presencia de los errores aleatorios como ha sido mencionado en la sección 4.4.4. El seguir realizando mediciones da lugar a obtener un *patrón* de mediciones, algunas de las cuales son repetidas, pero estarán distribuidas alrededor del valor verdadero siempre y cuando no existan errores sistemáticos en el experimento.

Por tanto cuando ya se tienen capturadas las mediciones concernientes a un experimento se obtiene una muestra de la población, este número de mediciones casi nunca se aproximará al infinito (aseveración expresada por la ecuación (4.10)). Por lo anterior, se requiere de las herramientas adecuadas para el manejo e interpretación de las muestras finitas [Verma, 2005].

$$\text{Parámetro de la población} = \lim_{n \rightarrow \infty} (\text{Parámetro experimental}) \quad (4.10)$$

Los  $n$  datos se pueden graficar en un histograma, donde el ancho de la ventana depende tanto del intervalo de los valores de los datos como del número total ( $n$ ).

El número de observaciones estadísticamente suficientes es al menos 30 como lo recomienda Verma y Santoyo [2003] para la medición de los límites de detección.

#### 4.6.2. Pruebas de discordancia en muestras univariadas

Un valor desviado (*outlier*) se define como una observación en un conjunto o subconjunto de observaciones que parecen inconsistente con el resto de los datos en el mencionado conjunto o subconjunto. De acuerdo con Verma [2005], el campo de estudio influye para que los valores desviados se puedan rechazar, acomodar, cambiar o dejarlos como tales.

Las pruebas de discordancia son técnicas para decidir si todos los datos obtenidos o puntos de gráficas que parecen ser anormales serán considerados como miembros de la muestra por su posible contribución en un resultado erróneo sobretodo, cuando existe una pequeña muestra de los mismos. Los datos discordantes repercuten en gran medida en los valores calculados de la desviación estándar en muestras pequeñas [Taylor, 1990].

Los algoritmos empleados para deducir, cuales son los datos anómalos se presentan en el texto de Verma[2005]. En el presente caso de estudio se retomaron las pruebas estadísticas relevantes codificadas numéricamente por Gómez [2009] cuyo programa fue aplicado en el análisis de selección de datos experimentales de este trabajo.

### 4.7. PARÁMETROS DE POSICIÓN Y DISPERSIÓN

#### 4.7.1. Variables aleatorias

La muestra es una representación de la población. En teoría, la única forma de garantizar la representatividad de una muestra es seleccionando al azar los elementos (o individuos) que la van a componer de forma que todos los elementos de la población tengan a *priori* una probabilidad idéntica de pertenecer a la muestra. Aunque esta forma de proceder rara vez es aplicable de forma estricta en la práctica.

En toda población real existe variabilidad, cualquier característica que puede constatarse en cada elemento (o individuo) de una población se le denomina característica aleatoria [Romero, 2005]. Los valores observados para la variable aleatoria en los elementos que forman la muestra constituyen los datos estadísticos y el tratamiento de dichos datos, con el fin de poner de manifiesto sus características más relevantes, es objeto de la estadística descriptiva.



#### 4.7.2. Parámetros de posición

Uno de los primeros problemas que se plantea en estadística es el de sintetizar la información de la muestra reduciéndola a un número limitado de parámetros más fáciles de manejar y comparar entre sí.

Fundamentalmente la parte de variabilidad constatada en un conjunto de observaciones relativas a una variable cuantitativa unidimensional puede caracterizarse por dos tipos de parámetros que definan respectivamente la posición y la dispersión de las observaciones.

##### 4.7.2.1. Media muestral

El parámetro de posición más utilizado en la práctica para una muestra es la media aritmética de los datos. Su cálculo se realiza mediante la conocida fórmula de la media muestral:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (4.11)$$

donde  $n$  es número de elementos que contiene la muestra.

La media sintetiza la información existente en la totalidad de los datos en un número que da una idea clara sobre la posición de los mismos. Sin embargo, en algunos casos particulares puede resultar una medida de posición engañosa cuando los datos son muy asimétricos en los que unos pocos valores extremos pueden influir excesivamente sobre el valor de la media.

#### 4.7.3. Parámetros de dispersión

Toda población se caracteriza por la presencia de variabilidad en los valores de la misma respecto a los elementos de la población. Para describir un conjunto de datos estadísticos y tener idea sobre la variabilidad de la población de la que procede la muestra no es suficiente con disponer de una medida de la posición de dichos datos sino que es preciso cuantificar el grado de dispersión de los mismos o el segundo momento central.

##### 4.7.3.1. Varianza y desviación estándar

Dado que la media es, en la mayor parte de los casos, un aceptable parámetro de posición se toma como medida de dispersión algún parámetro relacionado con la magnitud de las desviaciones de los datos observados respecto a su media. El valor medio de estas desviaciones será siempre cero al anularse las desviaciones positivas con las negativas por lo que la media no puede utilizarse como medida de dispersión.

La medida de dispersión, más utilizada en estadística es la denominada varianza, su raíz cuadrada es a la que se le denomina la desviación estándar.

La varianza es el promedio de los cuadrados de las desviaciones de los datos respecto a su media. Con el objeto de reafirmar que la muestra al menos tiene más de un elemento y no quede indefinido, el cociente del promedio de la suma de los cuadrados de las desviaciones

se divide por  $n-1$  en vez de  $n$  que es el denominador para la definición de la varianza de la muestra:

$$\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{(n-1)}} \right) \quad (4.12)$$

#### 4.7.3.2. Varianza y desviación estándar caso experimental

Para el caso de estudio se seleccionó una muestra de 48 eventos realizados en los que se registraron, cada 5 segundos como se menciona en las secciones 3.1.3 y 4.4.1 los valores de temperaturas de pared del tubo interior, medidas en 32 localidades por termopares, (ocho localidades de la sección de prueba con cuatro termopares colocados en los cuatro puntos cardinales de cada uno). Se capturaron también los registros de la temperatura de los diez termistores para el fluido externo de la sección de prueba además de los gastos máxicos del fluido interno y externo y sus presiones. La información respecto a estos datos se presenta en el anexo A con sus respectivas medias y las desviaciones estándares al final de cada columna.

#### 4.7.3.3. Diagramas de dispersión

Una forma sencilla de describir gráficamente las relaciones constatadas entre dos variables consiste en representar cada observación por un punto en un plano (diagrama representado en la Figura 4.19), cuya abscisa es el valor de la primera variable y cuya ordenada de la segunda; a éste tipo de gráfico se le llama diagrama de dispersión [Romero, 2005]. En él, los datos son apareados de tal forma que cada valor de un conjunto de datos corresponde a un valor de un segundo conjunto de datos. El diagrama suele ser útil para determinar si hay alguna relación entre las dos variables.

### 4.8. ANÁLISIS DE INCERTIDUMBRE EN EL DISEÑO EXPERIMENTAL

El análisis incertidumbre o de propagación de errores se efectúa con el objeto de conocer la cantidad de error transportada mediante las variables medidas [Verma, 2005] en un experimento que constituyen cualquier ecuación, cuyo cálculo arrojará un resultado total. Al conocer la incertidumbre de todos los instrumentos por emplear e incluirlos en las ecuaciones para propagar errores, previo al diseño e instalación de la infraestructura experimental, se puede modificar la toma de decisiones cuando el resultado de la incertidumbre total no cumple las expectativas y existe la posibilidad de reemplazar los instrumentos o los cálculos.

#### 4.8.1. Utilidad del análisis de la incertidumbre

El análisis de propagación del error tiene como objeto:

- \*Identificar fuentes de errores en procesos experimentales.
- \*Orientar en decisiones de crear un proceso de experimentación.
- \*Diagnosticar el desarrollo de experimentos.
- \*Controlar la exactitud con el reemplazo de instrumentos.

\*Mostrar la posibilidad de comparación entre los resultados en el mismo experimento para diferentes laboratorios.

\* Corroborar si los métodos aritméticos resueltos a través de la computadora quedan dentro del límite establecido por la incertidumbre.

\*Comunicar la necesidad de una mejor calibración.

\*Ayudar a evaluar el costo para algunos procesos o equipos donde el costo se determina en base a la exactitud demandada. [Kline, 1985]

#### 4.8.2. Determinación matemática de la incertidumbre

Si se supone que se tienen variables aleatorias  $\mathbf{x}=(x_1, \dots, x_n)$  distribuidas de acuerdo a una función "empalmada"  $f(\mathbf{x})$ . Se supone también que la función de probabilidad (f.d.p.) no es completamente conocida pero la media de los valores de  $x_i$ ,  $\boldsymbol{\mu}=(\mu_1, \dots, \mu_n)$  y la matriz de covarianza,  $V_{ij}$  es conocida o por lo menos ha sido estimada.

Al considerar una función  $\mathbf{y}(\mathbf{x})$  de  $n$  variables para determinar la f.d.p. de  $\mathbf{y}$  se puede aproximar el valor esperado de  $\mathbf{y}$  y la varianza de  $V[\mathbf{y}]$  primero expandiendo la función  $\mathbf{y}(\mathbf{x})$  al primer orden alrededor de los valores de la media de  $x_i$

$$\mathbf{y}(x) \approx \mathbf{y}(\boldsymbol{\mu}) + \sum_{i=1}^n \left[ \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial x_i} \right]_{x=\boldsymbol{\mu}} (x_i - \mu_i) \quad (4.13)$$

El valor esperado de  $\mathbf{y}$  es de primer orden

$$E[\mathbf{y}(x)] \approx \mathbf{y}(\boldsymbol{\mu}) \quad (4.14)$$

ya que  $E[x_i - \mu_i] = 0$ . El valor esperado de  $\mathbf{y}^2$  es

$$E[\mathbf{y}^2(\mathbf{x})] \approx \mathbf{y}^2(\boldsymbol{\mu}) + 2\mathbf{y}(\boldsymbol{\mu}) \cdot \sum_{i=1}^n \left[ \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial x_i} \right]_{x=\boldsymbol{\mu}} E[x_i - \mu_i] +$$

$$E \left[ \left( \sum_{i=1}^n \left[ \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial x_i} \right]_{x=\boldsymbol{\mu}} (x_i - \mu_i) \right) \left( \sum_{j=1}^n \left[ \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial x_j} \right]_{x=\boldsymbol{\mu}} (x_j - \mu_j) \right) \right] \quad (4.15)$$

$$E = \mathbf{y}^2(\boldsymbol{\mu}) + \sum_{i,j=1}^n \left[ \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial x_i} \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial x_j} \right]_{x=\boldsymbol{\mu}} V_{ij},$$

Así que la varianza  $\sigma_y^2 = E[\mathbf{y}^2] - (E[\mathbf{y}])^2$

Es dada por

$$\sigma_y^2 \approx \sum_{i,j=1}^n \left[ \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial x_i} \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial x_j} \right]_{x=\boldsymbol{\mu}} V_{ij} \quad (4.16)$$

Similarmente se obtiene por un establecimiento de  $m$  funciones  $\mathbf{y}_1(\mathbf{x}), \dots, \mathbf{y}_m(\mathbf{x})$  la matriz de covarianza

$$U_{kl} = \text{cov}[\mathbf{y}_k, \mathbf{y}_l] \approx \sum_{i,j=1}^n \left[ \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial x_i} \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial x_j} \right]_{x=\boldsymbol{\mu}} V_{ij} \quad (4.17)$$

Esto puede ser expresado en notación matricial como

$$U=AVA^T,$$

Donde la matriz de derivadas  $A$  es:

$$A_{ij} = \left[ \frac{\partial y_i}{\partial x_j} \right]_{x=\mu} \quad (4.18)$$

y  $A^T$  es la transpuesta de  $A$ . Las ecuaciones (4.15) y (4.16) forman la base de la propagación del error (Las varianzas, las cuales son usadas como medida de incertidumbre son propagadas desde  $x_i$  a la función  $y_1, y_2$ , etc.). El término error casi siempre es usado para referirse a la incertidumbre de una medida la cual en muchos casos es dada por la desviación estándar de la correspondiente variable aleatoria.

Para el caso donde  $x_i$  son no correlacionadas:

$$V_{ii} = \sigma_i^2 \text{ y } V_{ij} = 0$$

Para  $i \neq j$ , la ecuación (4.16) y (4.17) llegan a ser

$$\sigma_y^2 \approx \sum_{i=1}^n \left[ \frac{\partial y}{\partial x_i} \right]_{x=\mu}^2 \sigma_i^2 \quad (4.19)$$

Que de manera simplificada se representó en la ecuación (4.39) mientras que para la covarianza:

$$U_{kl} \approx \sum_{i=1}^n \left[ \frac{\partial y}{\partial x_i} \frac{\partial y}{\partial x_i} \right]_{x=\mu} \sigma_i^2 \quad (4.20)$$

#### 4.8.3. Metodologías aplicadas para calcular la incertidumbre

La ecuación (4.47) anterior conduce a los casos especiales de la resolución de las derivadas parciales para las operaciones aritméticas básicas, resueltas por Bevington y Keith [1969] y presentadas en el formulario de la tabla 4.1.

Respecto a las metodologías aplicadas para calcular la incertidumbre autores como Taylor [1995] y Surendra [2005] han destacado aspectos teóricos de la incertidumbre con sencillos ejemplos como la propiedad densidad (un operando con dos variables). Kline [1985] optó por efectuar directamente la propagación de errores con la solución analítica de las derivadas parciales en sus ejemplos al igual que Holman [1988] quien además se enfocó en el análisis de la propagación de errores para experimentaciones de ingeniería. Posteriormente Moffat [1985] describió el cálculo de la incertidumbre aplicado a un resultado experimental de un coeficiente convectivo mediante una técnica similar de métodos numéricos propuesto por Bevington y Keith [1969].

Alfassi [2005] describió ampliamente la extensión de aplicaciones que tiene la incertidumbre en otras actividades humanas y desglosó, a través del cálculo diferencial, los fundamentos para llegar a la tabla 4.1 mientras que Wübbeler, [2007] propuso la solución a la propagación de errores con integrales múltiples y muestras aleatorias mediante la creación de modelos de datos ( $10^7$ ) y la simulación experimental con funciones de

densidad de probabilidad como Monte Carlo, el autor lo recomienda cuando hay un gran número de datos o cuando la “*Guide to the expresión of Uncertainty in Measurement*”, que cuenta con el mismo fundamento teórico expresado por Bevington y Keith [1969], no aplica.

Expresión algebraica	Cálculo para la incertidumbre final
$x = aU + bV$	$\sigma_x = \sqrt{a^2 \sigma_u^2 + b^2 \sigma_v^2 + 2ab \sigma_{uv}^2}$
$x = aUV$	$\sigma_x = \sqrt{\left(\frac{\sigma_u^2}{u^2} + \frac{\sigma_v^2}{v^2} + 2\frac{\sigma_{uv}^2}{uv}\right)} x^2$
$x = \frac{aU}{V}$	$\sigma_x = \sqrt{\left(\frac{\sigma_u^2}{u^2} + \frac{\sigma_v^2}{v^2} - 2\frac{\sigma_{uv}^2}{uv}\right)} x^2$
$x = aU^b$	$\sigma_x = \left(b \frac{\sigma_u}{u}\right) x$
$x = ae^{bu}$	$\sigma_x = (b \sigma_u) x$
$x = a^{bu}$	$\sigma_x = (b \ln a) \sigma_u x$
$x = a \ln(bu)$	$\sigma_x = ab \frac{\sigma_u}{u}$
$x = a \cos(bu)$	$\sigma_x = -\sigma_u ab \operatorname{sen}(bu)$
$x = a \operatorname{sen}(bu)$	$\sigma_x = \sigma_u ab \cos(bu)$

Tabla 4.1: Formulario para propagación del error. *Fuente* [Bevington y Keith 1969]

Para el cálculo de la propagación de la incertidumbre Caria [2005] destaca con gran detalle la importancia de la covarianza, ecuación (4.17), por ser la esencial y única herramienta en evaluar la subestimación o sobreestimación de la incertidumbre y dar una inmediata evaluación de la interdependencia entre dos o más incertidumbres.

#### 4.8.4. Determinación de la incertidumbre para el caso experimental

Una vez construido el equipo para calcular el CCTC se capturaron mediciones de temperatura de pared externa del tubo interno, las del flujo anular y entradas y salidas de ambos fluidos. También se obtuvieron las medidas de los gastos máscicos (todas ellas indicadas en el anexo A). Los datos posteriormente se procesaron con base en las ecuaciones (4.21), (4.22) y (4.23) como lo indica el diagrama de flujo expresado en las Figura (4.10) mediante un programa de cómputo en lenguaje *fortran* para flujo monofásico. Por tanto el CCTC quedó calculado de la siguiente forma:

$$\alpha_i =$$

$$A_{\text{tubo\_interno}} \left( \overline{T}_{i \text{ pared\_externa}} - \underbrace{T_{i-1}}_{\text{flujo interno}} \right) - \dot{Q}_i \left( \frac{D_{\text{int\_tubo\_interno}}}{2\lambda} \right) \ln \left( \frac{D_{\text{ext\_tubo\_externo}}}{D_{\text{int\_tubo\_interno}}} \right) \quad (4.21)$$

donde:

$$\bar{T}_{i\text{pared}_{externa}} = \left( T_{i\text{pared}_{externa}} + T_{i+1\text{pared}_{externa}} \right) / 2 \quad (4.22)$$

$$\dot{Q}_i = \dot{Q}_{EXT} = \dot{Q}_{INT} = \dot{m}_{EXT} \cdot c_{PWAT\_EXT} \cdot \Delta T_{i\text{-fluido enfriador}} \quad (4.23)$$

La  $\Delta T_{i\text{-fluido enfriador}}$  de la ecuación anterior se obtiene realizando las diferencias de temperaturas obtenidas entre el primero y segundo termistor colocados a lo largo del tubo externo. Esta diferencia forma parte de una de las variables para calcular la  $\alpha_i$  de la subsección 1. Para la  $\alpha_{i+1}$  es decir, la subsección 2 se calcula la  $\Delta T_{i\text{-flujo\_externo}}$  siguiente que, corresponde al termistor 2 y 3 y, así sucesivamente hasta llegar a la última diferencia entre el penúltimo y último termistores colocados a lo largo del tubo.

El  $c_p$  se obtiene de la base de datos del *NIST* en función de la temperatura del fluido, como se mencionó en el capítulo anterior. Los gastos máscicos tanto del flujo interno como del flujo externo se consideran constantes a lo largo de la sección de prueba en cada evento mientras se capturar las mediciones acontecidas para cada subsección.

La conductividad  $\lambda$  de los tubos se supuso con un valor constante de 237 W/mK según [www.quiminet.com/.../ar\\_AAssadvchgsA-el-aluminio-metalconaplicacionessingulares.htm](http://www.quiminet.com/.../ar_AAssadvchgsA-el-aluminio-metalconaplicacionessingulares.htm)

El área transversal del tubo interno se considera constante al igual que los diámetros de tubos para cualquier subsección.

Las cuatro temperaturas de pared, medidas en los puntos cardinales de cada una de las subsecciones del tubo interno, fueron promediadas para cada subsección esto valor junto con el promedio de las temperaturas de pared de la sección subsiguiente nuevamente fueron promediadas dicha variable corresponde a  $\bar{T}_{i\text{pared}_{externa}}$  de la ecuación (4.22).

La  $T_{i\text{-fluido\_interno}}$  se encontró utilizando la metodología tramo a tramo (*step by step*) expuesta por García [2000]. Para el presente caso se supuso insignificante la pérdida de calor al ambiente, o sea que, la transmisión del flujo de calor del fluido interno hacia el fluido externo es igual. Entonces de la ecuación (4.23):

$$\dot{Q}_i = \dot{Q}_{EXT} = \dot{Q}_{INT} = \dot{m}_{EXT} \cdot c_{PWAT\_EXT} \cdot \Delta T_{i\text{-fluido enfriador}}$$

se puede interpretar como:

$$\dot{Q}_{INT} = \dot{Q}_i = \dot{m}_{INT} \cdot c_{PWAT\_INT\_i} \cdot \underbrace{(T_i - T_{i-1})}_{\text{fluido\_interno}} \quad (4.24)$$

Como se observa en la ecuación (4.24), al comienzo del tubo coaxial se registró la temperatura interna del fluido denominado como la variable  $\Delta T_{i-1}$ , empleada para el cálculo de  $\dot{Q}_i$  y  $\alpha_i$  en la ecuación (4.22) y (4.23). Posteriormente para calcular  $\alpha_{i+1}$  se despeja  $T_i$ ,

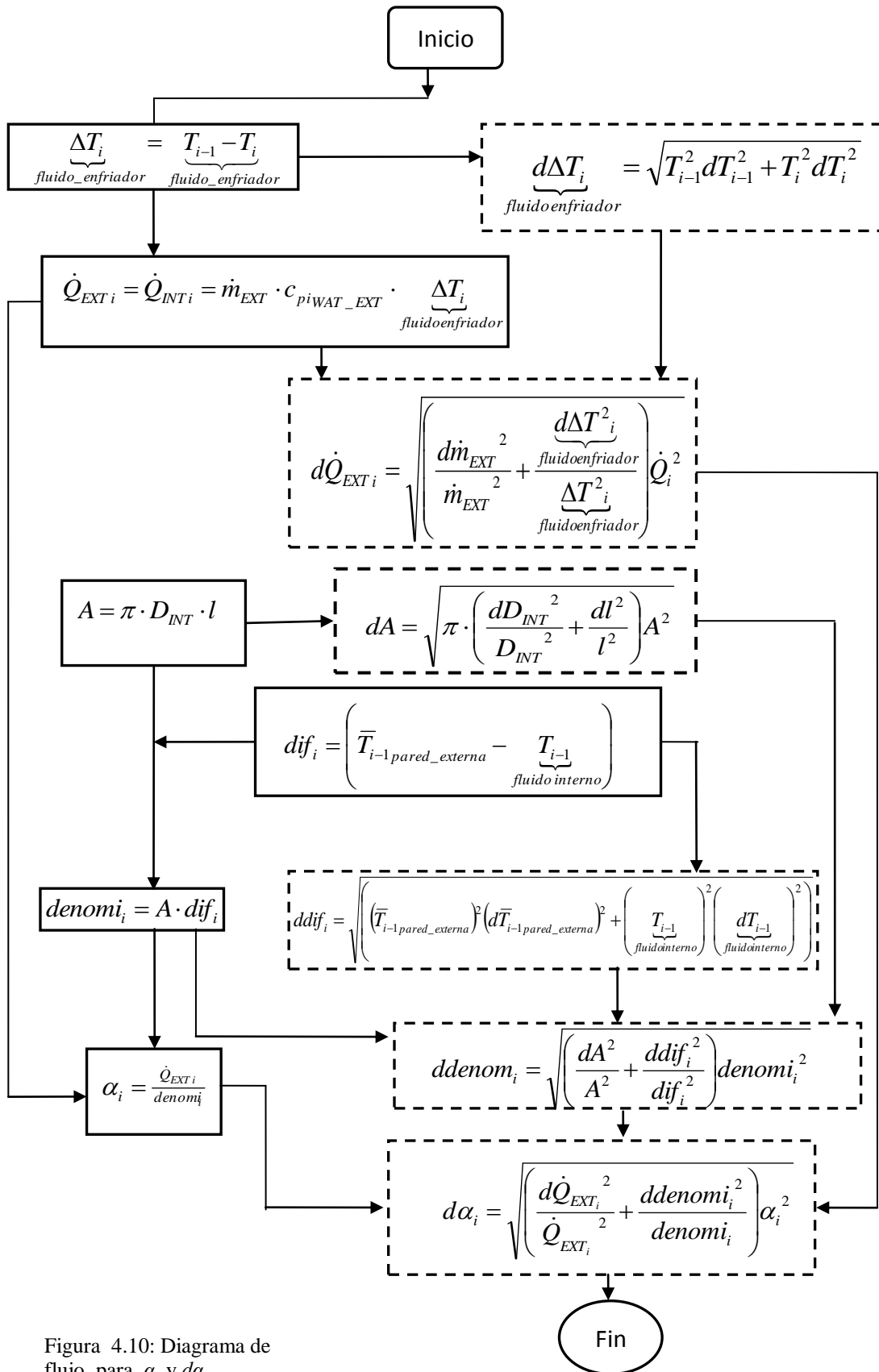


Figura 4.10: Diagrama de flujo para  $\alpha$  y  $d\alpha$ .

de la ecuación (4.24) con el  $\dot{Q}_i$  conocido de la subsección anterior. De esta forma se encuentran las temperaturas internas del fluido, con la temperatura interna y calor que les antecede.

$$\dot{Q}_{i+1} = \dot{m}_{INT} \cdot c_{PWAT\_INT\_i} \cdot \underbrace{(T_{i-1} - T_i)}_{\text{fluido\_interno}} \quad (4.25)$$

A las ecuaciones empleadas para el CCTC, identificada en las ecuaciones como  $\alpha_i$ , les fue calculada, a través del formulario de la tabla 4.1, las incertidumbres. Para ello se eligió identificar la incertidumbre de la variable anteponiendo la letra “*d*” por considerarse ésta una pequeña diferencia.

En el diagrama de flujo de la Figura 4.10 también se indican los cálculos de las incertidumbres en los recuadros punteados. De las ecuaciones empleadas para calcular el CCTC. Para ello se seleccionó la fórmula especificada en la tabla 4.1 y así encontrar la incertidumbre de cada variable que conformaba la ecuación (4.22). Finalmente la incertidumbre total resultó de reducirse todas las operaciones a dos variables hasta hacer la última operación para obtener la incertidumbre total del CCTC.

## 4.9. PROBABILIDAD Y DISTRIBUCIONES

### 4.9.1. Enfoque objetivo de la probabilidad

Dentro de los tres enfoques más comunes de la probabilidad, el primero está basado en el principio de la razón insuficiente; el segundo es la teoría de la frecuencia de la probabilidad y el tercer enfoque corresponde probabilidad subjetiva.

#### 4.9.1.1 Principio de la razón insuficiente

El principio de razón insuficiente (o principio de indiferencia) señala que cuando no hay fundamentos para preferir uno de los posibles resultados o sucesos respecto a cualquier otro, todos deben considerarse que tienen la misma probabilidad de ocurrir. Así, en el caso de un dado, cualquier cara se considera que tienen las mismas probabilidades de aparecer y por eso la probabilidad de que salga un número de cualquiera de las caras es 1/6. Laplace estableció este principio de esta forma [Yamane, 1979]: La teoría de la probabilidad consiste en reducir todos los elementos de la misma clase a cierto número de casos igualmente posibles, esto es que se está igualmente indeciso ante su existencia y al determinar la cantidad de casos favorables para el proceso cuya probabilidad se busca. La relación de este número con el de todos los casos posibles, es la medida de la probabilidad que es por tanto una fracción cuyo numerador es el número de casos favorables y cuyo denominador es el número de todos los casos posibles.

Una de las características de este principio de la razón insuficiente es que se supone una simetría en los sucesos (aunque reduce el campo de aplicación respecto a problemas que no tiene simetría). Así, por ejemplo se habla de un dado *no cargado* o una moneda *no cargada*. Otra característica es que se basa en razonamientos abstractos y no depende de la experiencia. La hipótesis de la simetría reduce el campo de aplicación de este principio porque en la práctica muchos resultados de los problemas no tienen simetría. Por otra parte puesto que los cálculos de la probabilidad no dependen de la experiencia, esto permite



calcular las probabilidades sin realizar una gran cantidad de ensayos. Este tipo de cálculos se denominan algunas veces a *priori*.

#### 4.9.1.2. Primera teoría de la frecuencia

Cuando se aumentan las repeticiones de un experimento que se repite una y otra vez en condiciones uniformes. Las fluctuaciones de las frecuencias relativas varían considerablemente cuando  $n$  es pequeño, pero cuando  $n$  es grande la amplitud de las fluctuaciones disminuye. Este fenómeno se expresa como: la frecuencia relativa la cual resulta estable o presenta regularidad estadística a media que  $n$  crece.

En la Figura 4.11 se demuestra la regularidad estadística mencionada para el número de veces que salió *cara* contra el número de lanzamientos de una moneda. Gráficamente en el eje vertical se colocan las frecuencias relativas y en el eje horizontal el número de tiradas  $n$ . En la Figura se observa que la amplitud de las fluctuaciones decrece gradualmente cuando  $n$  aumenta en este ejemplo tiende a fluctuar alrededor del valor de 0.5.

Cuando el experimento se repite una gran cantidad de veces ( $n$ ) y el suceso ocurre ( $m$ ) veces la frecuencia relativa de estos sucesos puede ser con un alto grado de seguridad prácticamente igual al número  $P(A)$  que se asigna al suceso "A" y se llama probabilidad del suceso "A".

En este caso no se puede usar el principio de la razón insuficiente, y por consiguiente ni se puede calcular a *priori* la probabilidad  $P(A)$ . No obstante la definición de  $P(A)$  dice que cuando  $n$  es grande la frecuencia relativa  $m/n$  será aproximadamente igual a  $P(A)$ .

#### Comportamiento de la frecuencia relativa al aumentar $n$

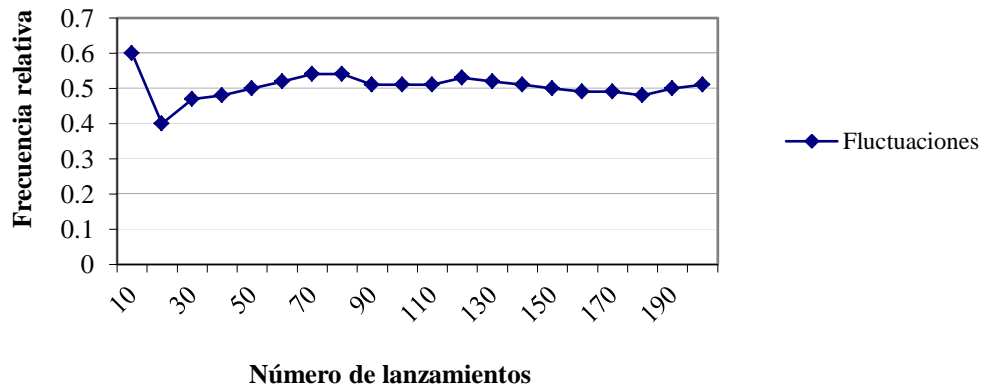


Figura 4.11: Comportamiento de la fluctuación de frecuencia.

La ecuación anterior significa que la probabilidad de que un evento ocurra es el número de formas en que puede ocurrir el evento dividido entre el número de eventos posibles.

La Figura 4.12 es una representación gráfica de las frecuencias relativas aún cuando se han alterado las condiciones de, por ejemplo, la moneda (torcida o agregado peso). Puesto que al repetir el experimento las frecuencias relativas también presentarán regularidad estadística.

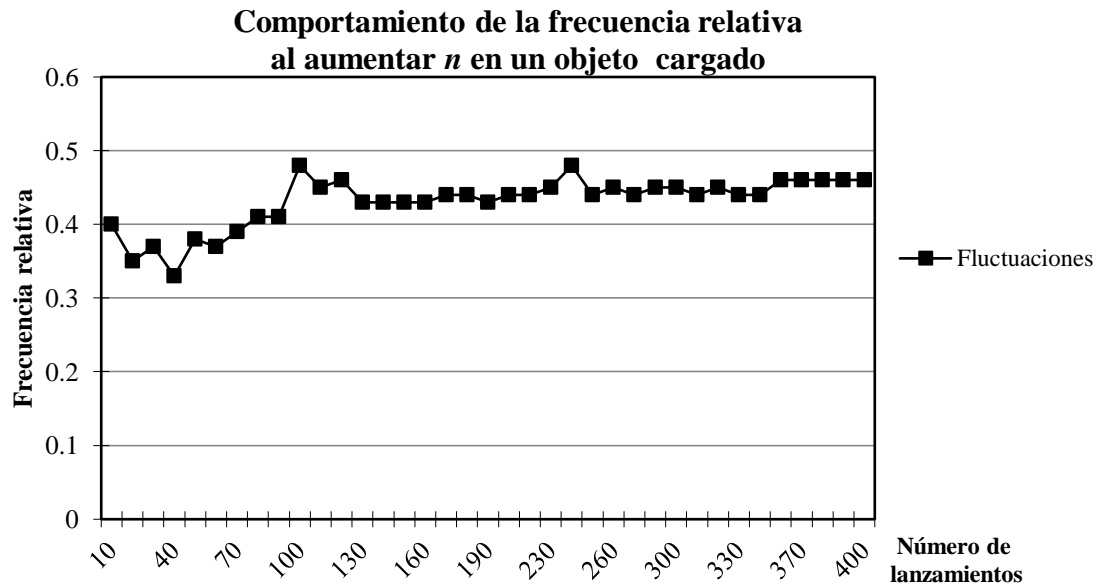


Figura 4.12: Comportamiento de la fluctuación de frecuencia.

De ahí que cuando  $n$  es grande y  $P(A)$  desconocidos  $m/n$  se utiliza como una estimación de  $P(A)$  y se llama probabilidad de “A”

En términos generales, si  $m \leq n$  es decir el número de casos que aparecen ( $m$ ) es igual ó menor al número de veces que se repite el experimento ( $n$ ) la frecuencia relativa  $m/n$  es igual o menor a la unidad esto es  $\frac{m}{n} \leq 1$ . Segundo, si el número de presentaciones de cara es cero entonces  $m=0$  y  $m/n=0$ , por lo tanto  $0 \leq \frac{m}{n} \leq 1$ , entonces:  $0 \leq P(A) \leq 1$ .

Si un suceso “A” es imposible,  $P(A)=0$ . El hecho de que  $P(A)=0$  no asegura que el suceso “A” sea imposible más bien que ocurra tan pocas veces que se puede considerar imposible.

En caso contrario, si un suceso se verifica siempre,  $P(A)=1$ , se considera un suceso cierto. lo cual, quiere decir que en una gran cantidad de ensayos  $n$ , la frecuencia relativa  $m/n$  es

aproximadamente igual a la unidad. Por tanto,  $P(A) = 1$ . Esto, significa que el suceso ocurre siempre o casi siempre y por eso desde el punto de vista práctico se le puede considerar como suceso cierto.

Cuatro características de este enfoque son:

- 1 Supone una gran cantidad de ensayos.
- 2 Supone la regularidad estadística.
- 3 La  $P(A)$  se estima por la frecuencia relativa de "A".
- 4 Esta basada en la experiencia.

Desde el punto de vista de Yamane [1979], la mayoría de las estadísticas se basan en esta teoría y ha tenido muchas aplicaciones. No obstante, este enfoque tiene ciertas limitaciones, de hecho las dos primeras características son restricciones porque hay casos en los que no se pueden repetir los experimentos ó se da el hecho de que una realidad no se haya producido nunca (apuestas, pronósticos) y aún así se estiman estadísticamente.

#### 4.9.1.3. Segunda teoría de la probabilidad de la frecuencia

Es semejante al primer enfoque, pero difiere de la primer teoría en lo siguiente: Aquella asigna un número  $P(A)$  al suceso y lo llama probabilidad del suceso "A". Esta  $P(A)$  tiene la característica de que cuando la cantidad de ensayos era grande,  $m/n$  y  $P(A)$  eran prácticamente iguales.

El segundo enfoque define la probabilidad del suceso "A" como el límite de  $m/n$  cuando  $n$  tiende a infinito entonces se puede escribir:

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{m}{n} \quad (4.26)$$

En el primer punto de vista se da un número para el suceso "A" y se le llama probabilidad de "A" en el segundo  $P(A)$  es el límite de un proceso ya que la primer teoría es una idealización de la regularidad estadística de la frecuencia relativa de un suceso y la segunda  $P(A)$  requiere de la existencia de un límite para la frecuencia relativa de un suceso.

De la misma forma Triola [2004] reafirma la teoría expuesta por Laplace al describir a la probabilidad como una cantidad matemática ligada a la frecuencia con que un fenómeno ocurre después de un gran número de ensayos. Las probabilidades se expresan con valores absolutos menores a uno y una probabilidad de uno corresponde a la certeza, esto es cuando todas las probabilidades de los eventos se suman el resultado da la unidad. La forma de expresar la ecuación (4.26) la da el autor de la siguiente manera:

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\text{ocurrencias posibles en } n \text{ medidas}}{n} \quad (4.26a)$$

Existen básicamente dos tipos de variables: discretas y continuas. Son discretas cuando toman valores específicos y no es posible la existencia de un valor entre dos consecutivos. En el caso de las variables discretas a cada valor de variable le corresponde una probabilidad de la cual dependerá el número de veces que se repita ese valor en función de los valores restantes.

Las variables continuas tienen un número infinito de valores; dichos valores pueden asociarse a mediciones en una escala continua, de manera que no haya huecos o interrupciones.

#### 4.9.1.4. Probabilidad subjetiva

Otra interpretación de probabilidad es la subjetiva también llamada Bayesiana. Aquí los elementos del espacio de la muestra corresponden a la hipótesis o proposiciones que son ya sea falsas o verdaderas (cuando se usa la probabilidad subjetiva el espacio de la muestra es casi siempre llamada la hipótesis del espacio). Según Cowan [1998] la interpretación que se hace es la de la probabilidad asociada con una hipótesis como una medida de grados de libertad.

$P(A)$  = Grado de libertad de que la hipótesis "A" es verdadera.

El espacio de la muestra debe ser construido de tal manera que las hipótesis elementarías sean mutuamente excluyentes es decir sólo una de ellas es verdad. Un conjunto que consiste en más de una hipótesis, es verdadero si sólo cualquiera de las hipótesis del elemento lo es. Esto es, en la unión e intersección de dos conjuntos una de las hipótesis debe ser necesariamente verdadera:  $P(S)=1$ .

El establecimiento de que una medida produzca un resultado dado con una cierta fracción en el tiempo puede ser observada como hipótesis, puesto que en el marco de la probabilidad subjetiva se incluye la interpretación de frecuencia relativa. Sin embargo, la probabilidad subjetiva puede estar asociada con, por ejemplo, el valor de una constante desconocida y reflejar que su valor se encuentra dentro de cierto intervalo fijo. Con la interpretación de la frecuencia, una probabilidad para una constante desconocida no es significativa, ya que si repetimos un experimento dependiente de un parámetro físico cuyo valor exacto no es cierto (por ejemplo la masa de un electrón) entonces su valor sería "nunca" o "siempre" en un intervalo fijo dado. La correspondiente probabilidad correspondería ya sea a cero o uno pero no se sabría cual. Sin embargo la probabilidad subjetiva refleja un estado del conocimiento de que, existe una probabilidad del 95% de que la masa del electrón esté contenida en un intervalo dado.

El uso de la probabilidad subjetiva es cercanamente relacionada con el teorema de Bayes, que, en el lenguaje de conjuntos toma la siguiente forma:

$$\begin{aligned} P(A|B) \\ &= \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \end{aligned} \quad (4.27)$$

$$= \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)} \quad (4.28)$$

$P(B|A)$  ( se lee como  $P$  de B dada A )

El conjunto “A” que aparece en el teorema de Bayes puede ser interpretado como la hipótesis de que cierta teoría es verdad y el conjunto B puede ser la hipótesis de que un experimento producirá un particular resultado. Entonces, de acuerdo a la ecuación anterior el teorema de Bayes toma la forma:

$$P(\text{teoría} \mid \text{dato}) \propto P(\text{dato} \mid \text{teoría}) \cdot P(\text{teoría}) \quad (4.29)$$

Aquí la  $P(\text{teoría})$  representa la probabilidad *a priori* de que la teoría es verdad y  $P(\text{dato} \mid \text{teoría})$ , llamada verisimilitud, es la probabilidad bajo la suposición de la teoría, para observar los datos que realmente fueron obtenidos. La posterior probabilidad que la teoría es correcta después de ver los resultados del experimento es entonces dada por  $P(\text{teoría} \mid \text{dato})$ . Aquí la *priori* probabilidad para el dato  $P(\text{dato})$  no aparece explícitamente y la ecuación es expresada como una proporcionalidad.

La estadística bayesiana no provee reglas fundamentales para asignar una probabilidad *priori* a la teoría, pero una vez que ha sido hecho esto, se dice cuánto es su grado de libertad que debe cambiar a la luz de los datos experimentales.

#### 4.9.2. Distribuciones de frecuencia

Una distribución de frecuencia es una función, donde a cada medida le corresponde un número el que es llamado su frecuencia. Una distribución de frecuencia se puede representar por una función que es generalmente indicada como: por una lista o por una gráfica. En una distribución de frecuencia, la suma de las frecuencias debe ser  $N$  y en la distribución de probabilidad, la suma de probabilidades debe ser 1.

##### 4.9.2.1. Distribución de frecuencia acumulativa

Esta distribución muestra la relación entre las mediciones y la frecuencia de las mediciones menores que, o iguales a cada medición. En forma de gráfica una distribución de frecuencia de este tipo se representa por una gráfica acumulativa. Un ejemplo de medidas de alturas para tubos cortados, como lo muestra la Figura 4.13, los números en el eje horizontal representan las frecuencias acumulativas y los del lado derecho los por cientos acumulados. En consecuencia cada ordenada da la frecuencia, o por ciento de alturas son menores que, o iguales a la abscisa correspondiente. De la gráfica acumulativa anterior se ve que 8, o sea 40%, de las alturas son menores o iguales a 67mm.

La abscisa de un punto de la gráfica acumulativa con ordenada  $p$  se llama el  $p$ -ésimo percentil. Por ejemplo el 90° percentil es 72; esto significa que el 90% de las alturas es menor que o igual a 72°. El 50° percentil se llama la mediana. La mediana de una distribución de frecuencias es un valor que divide a la distribución en dos partes iguales. El 25° percentil se denomina cuartil inferior y el 75° percentil cuartil superior.

La designación de distribución acumulativa según Cowan (1998) se refiere a lo que en el programa *STATISTICA* V.6.1 (2003) se define como la función de distribución donde  $F(x)$  está relacionada con la f.d.p.  $f(x)$  por:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x') dx$$

(4.30) 93

Gráfica acumulativa

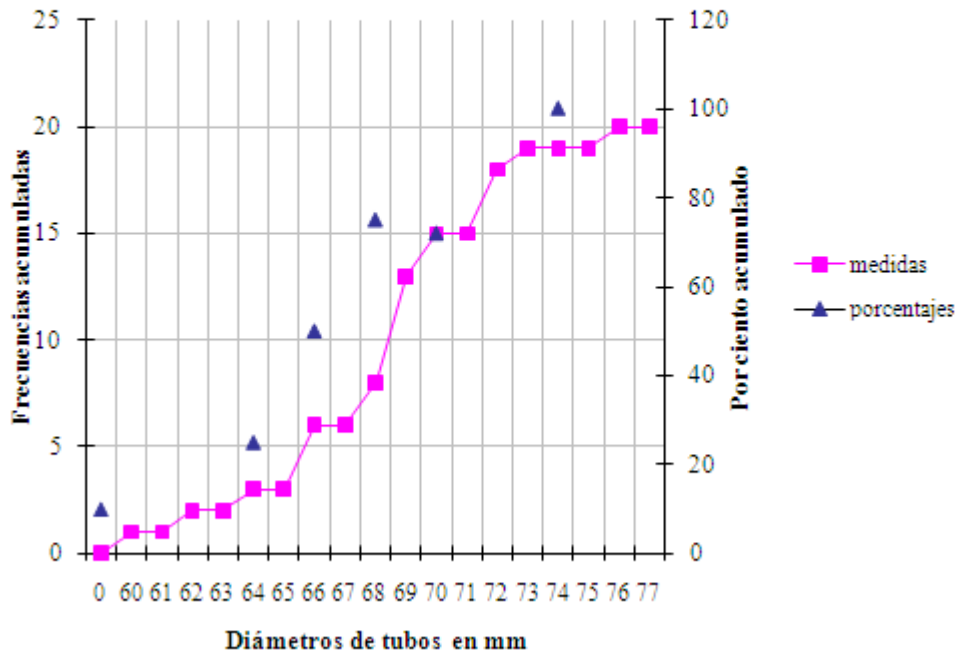


Figura 4.13: Distribución acumulativa para la medición de diámetro de un tubo.

donde  $F(x)$  es la probabilidad de que la variable aleatoria tome un valor menor o igual a  $x$ .

De hecho  $F(x)$  es usualmente definida como la probabilidad de obtener un resultado menor o igual a  $x$  y la f.d.p  $f(x)$  es entonces definida como  $\frac{\partial F}{\partial x}$  para una distribución “bien comportada”. La Figura 4.14 expresa una f.d.p.  $f(x)$  y la distribución acumulativa  $F(x)$  (o función de distribución).

Para valores discretos aleatorios  $x_i$  con probabilidades  $P(x_i)$  la distribución acumulativa es definida como la probabilidad de observar valores menores o igual al valor  $x$ .

$$F(x) = \sum_{x_i \leq x} P(x_i) \quad (4.31)$$

Específicamente, la Figura 4.14 se expresa otro caso de aplicación de la temperatura del fluido externo en el que la media de la muestra fue de 23.90°C con una desviación

estándar de  $s = 0.040$ . Para estas condiciones por ejemplo, si se desea saber la probabilidad de que la temperatura sea menor a  $23.87^{\circ}\text{C}$ , al utilizar el programa *STATISTICA* V.6. (2003) muestra una probabilidad de 0.22.

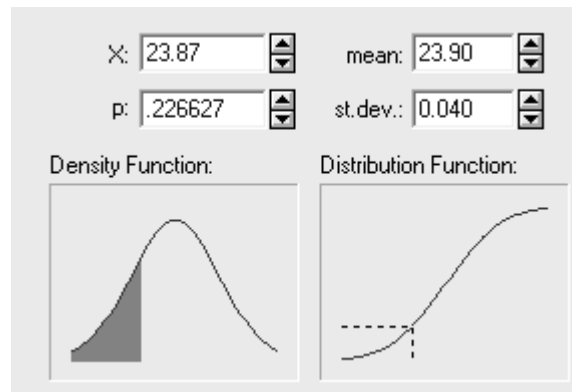


Figura 4.14: Expresión de la función de densidad y la función de distribución en el programa *STATISTICA* :V.6.1(2003)

#### 4.9.3. Distribuciones de probabilidad

Una distribución de probabilidad se refiere a una gráfica, tabla o fórmula que da la probabilidad de cada valor respecto a la variable aleatoria. Las características básicas de las distribuciones de frecuencia y probabilidad son semejantes, pero con la diferencia importante de que por lo general, las distribuciones de probabilidad representan distribuciones teóricas o hipotéticas y las de frecuencia representan observaciones obtenidas de experimentos reales. Así, una distribución de probabilidad dice lo que se puede esperar en una distribución de frecuencia. La Figura 4.15 muestra cómo se relacionan mediciones con probabilidades a través del área sombreada. Esto es, un elemento aleatorio de una población normal con una medida entre el intervalo que comprende a  $a$  y  $b$  es el área determinada por la curva, y las rectas  $x=a$  y  $x=b$  en la cual se muestra probabilidad asignada al intervalo comprendido entre  $a$  y  $b$  sobre el eje de las  $x$ .

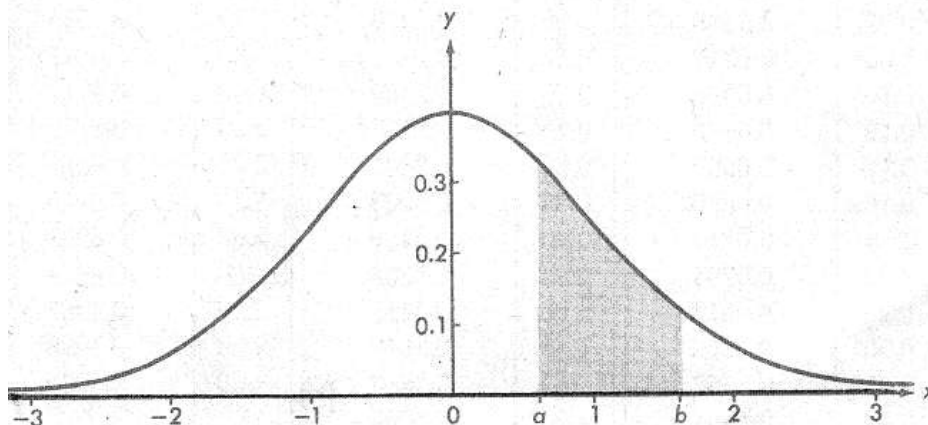


Figura 4.15: Área sombreada que representa la probabilidad de un elemento aleatorio.

**4.9.3.1 Función de probabilidad**

A la correspondencia entre los valores y sus respectivas probabilidades se le llama función de probabilidad. Toda función de probabilidad cumple con las siguientes propiedades

- $0 \leq f(x) \leq 1$  por ser  $f(x)$  una probabilidad.
- $f(x)$  es no decreciente

**4.9.3.2. Función de densidad de probabilidad (f.d.p.)**

Si en un experimento el resultado  $x$  se caracteriza por ser una variable continua el espacio de la muestra corresponde a un establecido número de posibles valores de  $x$  que se puede asumir y saber la probabilidad del intervalo infinitesimal  $[x, x+dx]$ . Esto es dado por la f.d.p.  $f(x)$ :

La probabilidad de observar a  $x$  en el intervalo  $[x, x+dx]=f(x)dx$

La función de densidad de probabilidad es el espacio en donde tienden a acumularse los resultados de la muestra y mediante una función matemática  $f(x)dx$ , que representa a estos puntos y se puede calcular la probabilidad de ellos.

En la interpretación de frecuencia relativa,  $f(x)dx$  da la fracción de veces que  $x$  es observada en el intervalo  $[x, x+dx]$ , en el límite en que el número de eventos sea infinitamente largo la f.d.p.  $f(x)$  es normalizada tal que el total de la probabilidad es 1.

$$\int f(x)dx = 1 \quad (4.32)$$

Por ello, las probabilidades pueden ser expresadas como la probabilidad de observar un valor  $x_i=P(x_i)=f_i$

La f.d.p. debe satisfacer las siguientes condiciones:

- El área bajo la curva debe ser igual a 1
- Cada punto de la curva debe tener una altura vertical igual o mayor que cero, la curva no puede estar por debajo del eje de  $x$

Se pueden tomar casos para la variable  $x$  donde toma solo valores discretos  $x_i$  para  $i=1, \dots, N$  donde  $N$  sea infinito. La correspondiente probabilidad puede ser expresada como la probabilidad de que sea observado el valor de  $x_i=P(x_i)=f_i$

donde  $i=1, \dots, N$  y la condición de normalización es como se estableció anteriormente

$$\sum_{i=1}^N f_i = 1$$

**4.9.4. Valor esperado**

El valor esperado  $E[x]$  de una variable aleatoria  $x$  distribuida de acuerdo con la f.d.p.  $f(x)$  está definido como:

$$E[x] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) = \mu \quad (4.33)$$



$E[x]$  no es una función de  $x$  pero depende de la forma de la función de densidad de probabilidad  $f(x)$ . Si la f.d.p.  $f(x)$  está demasiado concentrada en una región, entonces  $E[x]$  representa una medida de donde los valores de  $x$  probablemente estarán observados. Sin embargo, puede darse que  $f(x)$  consiste de dos picos ampliamente separados tal que  $E[x]$  está en la mitad donde  $x$  es raramente observado.

Para una función  $a(x)$ , el valor esperado es

$$E[a] = \int_{-\infty}^{\infty} a g(x) f(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} a(x) f(x) dx \quad (4.33a)$$

Donde  $g(a)$  es la f.d.p. de  $a$  y  $f(x)$  es la f.d.p. de  $x$ .

Uno de los valores esperados de interés es llamado el segundo momento central o la varianza de la población.

$$E[(x - E[x])^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx = \sigma^2 = V[x] \quad (4.34)$$

$$\text{donde } E[(x - E[x])^2] = E[x^2] - \mu^2 \quad (4.35)$$

$$E[(x - E[x])^2] = E[x^2] - \mu^2$$

#### 4.9.5. Funciones de distribución

Los datos experimentales envuelven varias probabilidades de distribución como se pueden ver en la Figura 4.16, tres de ellas juegan un papel fundamental: la distribución binomial, la distribución de Poisson y la distribución Gaussiana (Normal).

La distribución de Poisson es generalmente apropiada para contar experimentos donde los datos representan un número de eventos observados por unidad o por unidad de intervalo.

La distribución binomial generalmente es aplicada a experimentos en los cuales el resultado es uno de los pequeños números de los estados finales. La distribución de Poisson y Gaussiana pueden ser considerados como casos límite de la distribución binomial. De estas la Gaussiana o distribución del error normal, es indudablemente la más importante en el análisis estadístico de datos, su utilidad radica en que describe la distribución de observaciones aleatorias para muchos experimentos [Bevington y Keith, 1969].

##### 4.9.5.1. Distribución Uniforme

La f.d.p. uniforme para una variable continua  $x$  donde  $(-\infty \leq x \leq \infty)$  es definida por:

$$f(x; \psi, \zeta) = \begin{cases} \frac{1}{\zeta - \psi} & \psi \leq x \leq \zeta \\ 0 & \text{de lo contrario} \end{cases} \quad (4.36)$$

Esto es, si  $x$  se encuentra de cualquier manera entre  $\psi$  y  $\zeta$ , la media y la varianza de  $x$  es dada por:

$$E[x] = \int_{\psi}^{\zeta} \frac{x}{\zeta - \psi} dx = 1/2(\psi + \zeta) \tag{4.37}$$

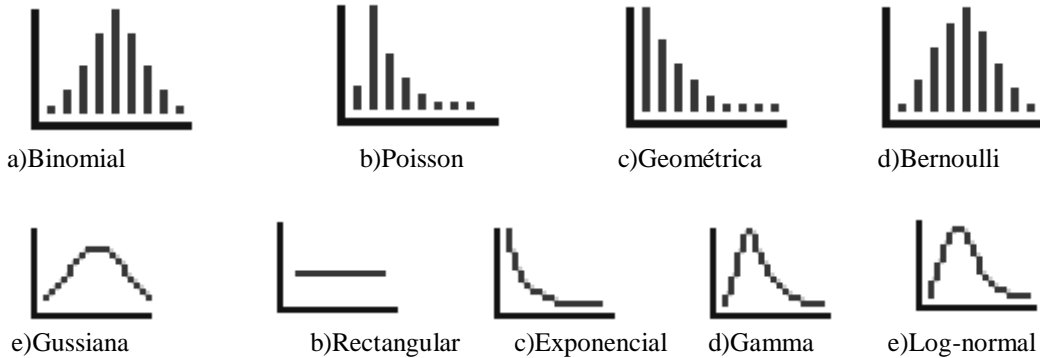


Figura 4.16: Tipos de distribuciones.

$$V[x] = \int_{\psi}^{\zeta} \left[ x - \frac{1}{2}(\psi + \zeta) \right]^2 \frac{1}{\zeta - \psi} dx = \frac{1}{12}(\zeta - \psi)^2 \tag{4.38}$$

Una importante característica de uniformidad de la distribución es que cualquier variable aleatoria continua con f.d.p.  $f(x)$  y función de distribución  $F(x)$  puede fácilmente ser transformada a una nueva variable  $y$  la cual es uniformemente distribuida entre cero y uno. La variable transformada  $y$  es:

$$y = F(x) \tag{4.39}$$

Esto es precisamente la función de distribución acumulativa de la variable original  $x$  para cualquier distribución acumulativa  $y = F(x)$  se tiene que:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} \int_{-\infty}^x f(x') dx' = f(x) \tag{4.40}$$

y si:

$$g(\mathbf{a}) = f(x(\mathbf{a})) \left| \frac{dx}{d\mathbf{a}} \right|$$

entonces se encuentra la f.d.p. de  $y$

$$g(\mathbf{y}) = f(x) \left| \frac{dx}{d\mathbf{y}} \right| = f(x) \left| \frac{d\mathbf{y}}{dx} \right|^{-1} = 1 \quad (0 \leq \mathbf{y} \leq 1) \tag{4.41}$$

Esta propiedad de la distribución uniforme es usada con la técnica Monte Carlo.

#### 4.9.5.2. Distribución Exponencial

La densidad de probabilidad exponencial de una variable continua  $0 \leq x < \infty$  es definida por :

$$f(x; \varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon} \exp(-x/\varepsilon) \quad (4.42)$$

la f.d.p. es caracterizada por un solo parámetro  $\varepsilon$ . El valor esperado de  $x$  es:

$$E[x] = \frac{1}{\varepsilon} \int_0^{\infty} x \cdot \exp\left(-\frac{x}{\varepsilon}\right) dx = \varepsilon \quad (4.43)$$

y la varianza de  $x$  es dada por

$$V[x] = \frac{1}{\varepsilon} \int_0^{\infty} (x - \varepsilon)^2 \exp(-x/\varepsilon) dx = \varepsilon^2 \quad (4.44)$$

#### 4.9.5.3. La Distribución de Gauss

Esta curva se aproxima a la distribución binomial, De Moivre [Willoughby, 1988] fue quien dio a conocer por primera vez la fórmula de la ecuación (4.45) en ella  $\exp$  y  $\pi$  son números irracionales  $\exp$  es la base de los logaritmos naturales. La curva de esta gráfica tiene varias propiedades especiales (ver Figura 4.17), es simétrica respecto al eje de  $y$ ; cóncava hacia abajo entre  $-1$  y  $x=1$ ; cóncava hacia arriba en el resto de la misma y es asintótica con respecto al eje de las  $y$  en ambos sentidos. Para  $x$  o  $y$  tiene su valor máximo en  $y$  que es aproximadamente 0.4.

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-x^2/2\right) \quad (4.45)$$

A la distribución normal se le llama Gaussiana porque al hacer una observación experimental los datos registrados tienden a tomar esa forma de la curva, como se puede observar en la Figura 4.18, donde se aprecian las frecuencias en las mediciones de gasto másico del flujo anular efectuadas en este estudio para calcular CCTC experimentalmente. Desde luego que las observaciones están sujetas a muchos errores estocásticos o aleatorios. Estos errores estocásticos pueden provocar que la lectura final en las medidas sea demasiado grande o demasiado pequeña dependiendo de muchas circunstancias desconocidas. Se supone que hay muchos errores pequeños que contribuyen al error final y que cada uno tiene igual magnitud e igual probabilidad de ser positivo o negativo, entonces puede deducirse por la distribución normal. Si las mediciones están designadas con  $x$ , la probabilidad de que la medición caiga entre  $x$  y  $x + dx$  es precisamente la función de Gauss.

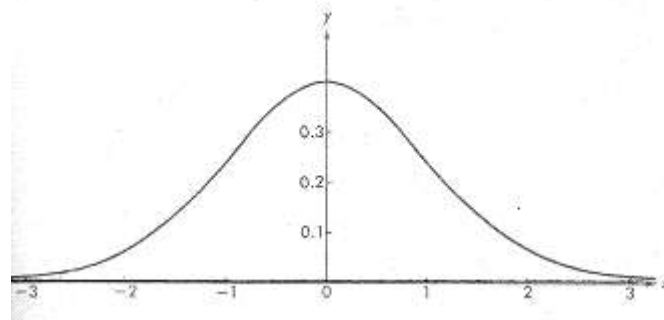


Figura 4.17: Campana de Gauss

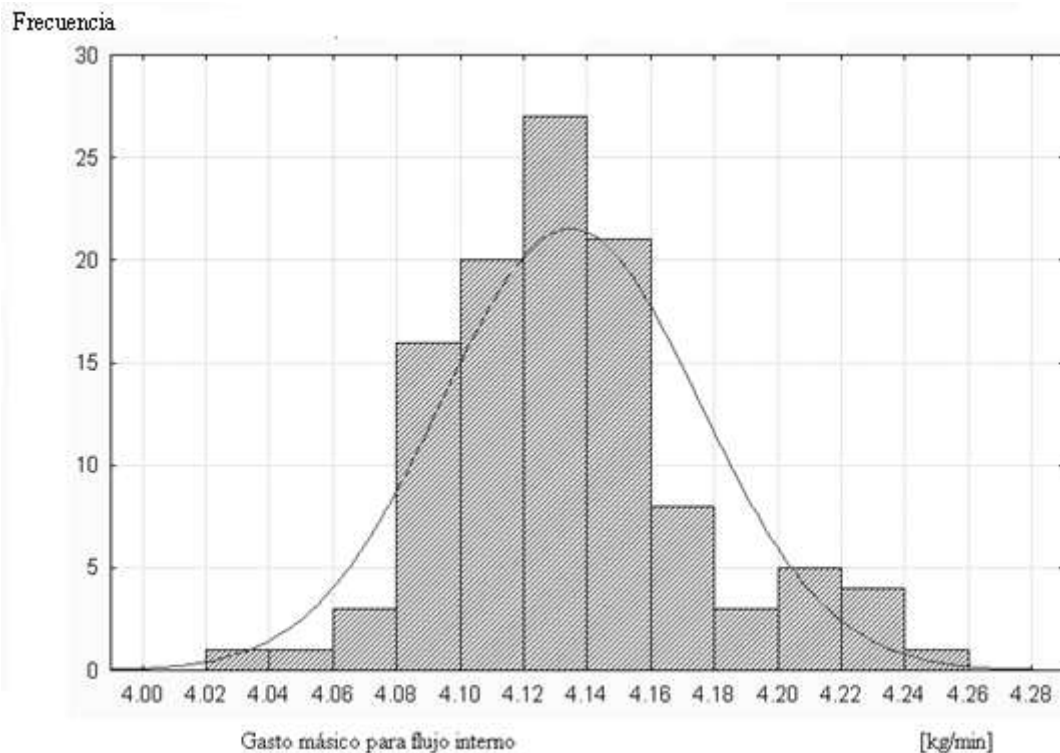


Figura 4.18: Distribución de medidas del gasto másico para el flujo anular de la sección de prueba.

Toda variable aleatoria continua viene caracterizada por su función de densidad  $f(x)$  que indica la densidad de probabilidad asociada a cada valor posible como ya fue mencionado en la sección 4.9.2.1. La distribución de probabilidad continua más frecuentemente utilizada es la distribución de Gauss definida en este caso para  $-\infty < x < \infty$  con la función :

$$f(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (4.46)$$

La cual incluye dos parámetros  $\mu$  y  $\sigma^2$  que son casi siempre usados para denotar la media y la varianza de cualquier f.d.p. Los nombres de estos parámetros son los valores de la media y la varianza.

El valor esperado de  $x$  también llamado como población de la media o simplemente media de  $x$  es denotado por  $\mu$ . Sustituyendo la ecuación (4.46) en la (4.32) que define al valor esperado se tiene que:

$$E[x] = \int_{-\infty}^{\infty} x \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) dx = \mu \quad (4.47)$$

y para la varianza

$$V[x] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) dx = \sigma^2 \quad (4.48) \quad 100$$

Como se mencionó anteriormente, las ecuaciones (4.32) y (4.35) denotan la media y la varianza de cualquier f.d.p. no sólo de la Gaussiana.

Un caso especial de la f.d.p. de Gauss es que al usar  $\mu=0$  y  $\sigma=1$  se define la f.d.p.  $\varphi(x)$  como:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-x^2/2\right)$$

la cual es la ecuación (4.45) que se comentó al inicio de esta sección. Su correspondiente distribución acumulativa es  $\Phi(x)$

donde:

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \varphi(x') dx \quad (4.49)$$

Por tanto si  $\mathbf{y}$  es distribuida de acuerdo a la f.d.p. Gaussiana con media  $\mu$  y varianza  $\sigma^2$  entonces la variable

$$x = \frac{\mathbf{y} - \mu}{\sigma} \quad (4.50)$$

es distribuida de acuerdo a la distribución de Gauss  $\varphi(x)$  y a la distribución acumulativa, ambas relacionadas por  $F(\mathbf{y}) = \Phi(x)$ . La distribución acumulativa  $\Phi(x)$  no puede ser expresada analíticamente por lo que es evaluada numéricamente. Valores de  $\Phi(x)$  se encuentran en una diversidad de referencias.

#### 4.9.6. Teorema del límite Central

La importancia de la distribución de Gauss radica en el teorema del límite central. El teorema establece que la suma de  $n$  variables independientes continuas aleatorias  $x_i$  con media  $\mu_i$  y varianza  $\sigma_i^2$  llegan a tener un comportamiento Gaussiano con media:

$$\mu = \sum_{i=1}^n \mu_i$$

y varianza  $\sigma^2 = \sum_{i=1}^n \sigma_i^2$  en el límite cuando  $n$  tiende a infinito.

Esto es la formal justificación para tratar medidas de error como variables aleatorias Gaussianas y sostiene que la extensión total del error es la suma de un largo número de las pequeñas contribuciones.

La generalización  $N$ -dimensional de la distribución Gaussiana es definida por:

$$f(\mathbf{x}; \boldsymbol{\mu}, \mathbf{V}) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2} |\mathbf{V}|^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})\right]$$

(4.51)

donde  $\mathbf{x}$  y  $\boldsymbol{\mu}$  son las columnas de los vectores que contienen a  $x_1, \dots, x_N$  y  $\boldsymbol{\mu}_1, \dots, \boldsymbol{\mu}_N$ ,  $\mathbf{x}^T$  y  $\boldsymbol{\mu}^T$  son los correspondientes vectores fila, y  $|\mathbf{V}|$  es la determinante de una matriz  $\mathbf{V}$  simétrica  $N \times N$  que contiene  $N(N+1)/2$  parámetros libres.

Para una dimensión los valores de:

$$E[x_i] = \mu_i \quad (4.52)$$

$$V[x_i] = V_{ii} \quad (4.53)$$

$$\text{cov}[x_i, x_j] = V_{ij} \quad (4.54)$$

Para dos dimensiones la f.d.p. se establece como:

$$f(x_1, x_2, \mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2, \rho) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} \quad (4.55)$$

$$\times \exp \left\{ \frac{1}{2(1-\rho^2)} \left[ \left( \frac{x_1 - \mu_1}{\sigma_1} \right)^2 + \left( \frac{x_2 - \mu_2}{\sigma_2} \right)^2 - 2\rho \left( \frac{x_1 - \mu_1}{\sigma_1} \right) \left( \frac{x_2 - \mu_2}{\sigma_2} \right) \right] \right\},$$

$$\text{donde } \rho = \frac{\text{cov}[x_1, x_2]}{(\sigma_1\sigma_2)} \text{ es el coeficiente de correlación.} \quad (4.56)$$

#### 4.10. SIMULACIÓN EN EL ANÁLISIS ESTADÍSTICO

En el capítulo 2 se vio la simulación numérica desde el punto de vista del comportamiento de la fenomenología del fluido dentro del equipo experimental, en esta sección se hace referencia a la simulación de mediciones requeridas para calcular el CCTC de tal forma que tengan un comportamiento Gaussiano. La simulación consiste en la observación y explotación de resultados que sigue a un plan estructurado de aplicación extensa al modelo.

El analista hace variar de forma ordenada las entradas del modelo y se obtiene como respuesta un gran número de salidas u observaciones artificiales que analiza estadísticamente para extraer conclusiones del propio modelo y extrapolarlas al sistema real para prever su comportamiento.

Para Agüí [2008] los procedimientos o experimentos de simulación pueden diferir dependiendo de si el conjunto de salidas u observaciones potenciales es discreto o continuo.

Además dichas observaciones pueden ser estáticas o dinámicas y en este último caso como función discreta o continua en el tiempo. Por otro lado, las medidas del comportamiento del sistema también pueden variar enormemente según el modelo.

En la mayoría de los experimentos de simulación una vez que están contruidos, el modelo que simplifica al sistema real, se puede calcular al siguiente esquema:

1.-Obtención de observaciones básicas de una fuente de números aleatorios

- 2.-Transformación de las observaciones básicas en entradas al modelo, según las especificaciones del mismo para las entradas estocásticas y deterministas.
- 3.- Transformación de las entradas-deterministas y estocásticas en salidas.
- 4.- Estimación de las medidas o pautas de comportamiento del sistema mediante el análisis estadístico de las salidas del modelo general de los procesos de simulación.

#### 4.10.1. Técnica de Monte Carlo

Los métodos calificados de Monte Carlo inciden en la última fase del esquema general de los experimentos de simulación, estos métodos de estimación han sido bastante potentes de interés del sistema real. [Aguí, 2008].

Para llevar a cabo esta estimación, el método Monte Carlo explota ampliamente la analogía entre probabilidad y volumen. La estadística matemática formaliza la noción intuitiva de probabilidad de un suceso identificándola con su volumen o medida relativa en relación con el universo de posibles resultados de un experimento aleatorio. El método de Monte Carlo utiliza esta identificación en dirección opuesta, es decir calculando el volumen de un conjunto e interpretando dicho volumen como una probabilidad. En el caso más simple esto significa llevar a cabo un muestreo aleatorio del universo de resultados posibles, hacer el recuento de los resultados que pertenecen a un determinado conjunto, calcular la fracción de los resultados pertenecientes a dichos conjuntos con respecto al número total de los resultados generados y tomar dicha fracción como una estimación del volumen de dicho conjuntos. Cuando las hipótesis son generales y, si  $n$  tiende a infinito, asegura que esta estimación converge al verdadero valor del volumen del conjunto a medida que aumenta el número de resultados generados artificialmente. Además y de forma crucial, el teorema del límite central facilita información sobre la magnitud del error de estimación cuando el tamaño de la muestra generada es infinito.

La técnica Monte Carlo provee un método para determinar la función de densidad de probabilidad de funciones con variables aleatorias  $x_1, \dots, x_n$  distribuidas de acuerdo una función de densidad de probabilidad conocidas  $f(x) \dots f(n)$  y uno calcula la función de probabilidad de densidad  $g(x)$  (a) de algunas funciones complicadas funciones  $a(x_1, \dots, x_n)$ . Con el método Monte Carlo un valor para cada  $x$  es generado de acuerdo a la correspondiente  $f(x)$  El valor de  $a(x)$  es entonces computado y grabado en un histograma. El valor es repetido hasta que se tengan los suficientes valores para estimar las propiedades de su función de probabilidad de densidad  $g(a)$  (media varianza) con la precisión estadística deseada.

Muchos experimentos envuelven la combinación de diferentes probabilidades de distribución. Bevington y Keith [1969] señalan un experimento en el que hay que medir la distribución angular de partículas dispersas respecto a los protones en un blanco fijo. La magnitud y dirección del vector momento de las incidentes partículas, la probabilidad de que una partícula choque con un protón en el blanco y el momento resultante de los vectores en las partículas dispersas pueden ser todos descritos en términos de distribuciones de probabilidad. Los resultados finales del experimento pueden ser tratados mediante una integración múltiple sobre todas estas distribuciones. La evaluación analítica de tales integrales es raramente posible. Así es que los métodos numéricos deben ser usados.

El método Monte Carlo es una manera de evaluar éstas múltiples integrales que dependen de muestras aleatorias provenientes de distribuciones de densidad de probabilidad más que de una malla regular basada en técnicas de muestreo, se basa en técnicas del muestreo. El método Monte Carlo es un método que provee a experimentos científicos herramientas disponibles para experimentos y análisis de datos. Monte Carlo es un método de calcular múltiples integrales por muestras aleatorias. Prácticamente, simula experimentos y crea modelos de datos experimentales y por consiguiente se prueba la significancia estadística de datos.

El nombre de Monte Carlo viene de la ciudad situada en el Mediterráneo con su famoso casino y un cálculo Monte Carlo implica un método estadístico para estudiar problemas basados en los números aleatorios similar a aquellos que se usan en los juegos de azar en los casinos [Bevington y Keith, 1969].

Monte Carlo es una técnica numérica para calcular probabilidades y cantidades relacionadas usando una secuencia de números aleatorios. Para el caso de una variable aleatoria, el procedimiento se puede describir como:

1° Generar una serie de valores aleatorios de acuerdo a una distribución uniforme en el intervalo  $0 < r < 1$  esto es la f.d.p.  $g(r)$  tal que:

$$g(r) = \begin{cases} 1 & 0 < r < 1 \\ 0 & \text{De lo contrario} \end{cases}$$

2° La secuencia  $r_1, r_2, \dots$  es usada para determinar otra secuencia  $x_1, x_2, \dots$  tal que los valores  $x$  son distribuidos de acuerdo a la f.d.p.  $f(x)$  en la cual se está interesado. Los valores de  $x$  pueden entonces ser tratados como medidas simuladas y sus probabilidades toman valores en una cierta región que puede ser estimada, de esta forma efectivamente se está calculando la integral de  $f(x)$ , desde luego que ésta función pudiera haberse integrado desde la función  $f(x)$  que estaba disponible al inicio. Sin embargo, la técnica Monte Carlo tiene utilidad en problemas multidimensionales, donde la integración del “empalme” de  $f(x, y, z, \dots)$  sobre una complicada región no es factible por otros métodos [Cowan, 1998].

#### 4.10.2. Selección del método

Los números aleatorios se pueden obtener desde programas comerciales y se checan a través de las distribuciones con el fin de correlacionar y tener la seguridad de que la función se comporta como se ha advertido.

Los métodos para generar muestras de la distribución Gaussiana dependen de la necesidad o circunstancia. Para la generación de variables aleatorias no uniformes se utiliza el método del rechazo/aceptación y el de empleo de transformaciones. Desde el punto de vista de Bevington y Keith [1969] recomiendan que, para un uso general, es conveniente utilizar el método de Box-Müller cuyos algoritmos producen un rango de muestras limitadas. Agüi [2008] hace mención de diversos métodos específicos para la simulación de variables aleatorias no uniformes, conforme al tipo de distribución que se ajuste mejor al



experimento. Si se desea generar variables aleatorias con una distribución normal, el autor presenta siete diferentes métodos además de indicar otros de acuerdo a la distribución que se desea simular por ejemplo: de Cauchi, beta, t de Student entre otras. Para simular las mediciones de forma de distribución normal pertenecientes al caso experimental de calcular el CCTC se eligió el método de Box-Müller o método polar.

#### 4.10.2.1. Generación de variables aleatorias no uniformes mediante el empleo de transformaciones

Dada una secuencia de números aleatorios  $r_1, r_2, \dots$  uniformemente distribuida en  $[0,1]$ , el siguiente paso es determinar la secuencia  $x_1, x_2, \dots$  distribuida de acuerdo a la f.d.p.  $f(x)$  deseada. Aquí la tarea es encontrar una función  $x(r)$  que sea distribuida de acuerdo a una función específica  $f(x)$  dado que  $r$  sigue una distribución uniforme entre 0 y 1.

La probabilidad de obtener un valor de  $r$  en el intervalo  $[r, r+dr]$  es  $g(r)dr$  y debe ser igual a la probabilidad de obtener un valor de  $x$  en el correspondiente intervalo  $[x(r), x(r)+dx(r)]$  cuya función es  $f(x)dx$  con la finalidad de determinar  $x(r)$ .

Se debe encontrar una función  $x(r)$  tal que  $F(x(r))=G(r)$  donde  $F$  y  $G$  son distribuciones acumulativas correspondientes a las funciones de densidad de probabilidades  $f$  y  $g$ , como la distribución acumulativa para la f.d.p. es  $G(r)=r$  con  $0 \leq r \leq 1$ , se tiene que:

$$F(x(r)) = \int_{-\infty}^{x(r)} f(x') dx' = \int_{-\infty}^r g(r') dr' = r \quad (4.57)$$

La ecuación anterior dice que la distribución acumulativa  $F(x)$ , tratada como variable aleatoria, es uniformemente distribuida entre 0 y 1.

Dependiendo de la  $f(x)$  en cuestión puede o no puede ser posible resolver para  $x(r)$  usando la ecuación anterior. Si se considera la distribución exponencial como  $f(x)$  discutida en la sección 4.4 al sustituir en la ecuación (4.57) llega a ser

$$\int_0^{x(r)} \frac{1}{\epsilon} \exp\left(-\frac{x'}{\epsilon}\right) dx' = r \quad (4.58)$$

Integrando y resolviendo para  $x$  da:

$$x(r) = -\epsilon \log(1-r) \quad (4.59)$$

Si la variable  $r$  es uniformemente distribuida entre 0 y 1 entonces  $r' = 1-r$  también lo es, así que la función

$$x(r) = -\epsilon \log r \quad (4.60)$$

tiene asimismo la propiedad deseada. Esto es si  $r$  sigue una distribución uniforme entre 0 y 1, entonces  $x(r) = -\epsilon \log r$  seguirá una distribución exponencial con media  $\epsilon$ .

#### 4.10.2.2. Generación de variables aleatorias no uniformes mediante el empleo del método rechazo

El método de Monte Carlo parece ser difícil en muchas aplicaciones prácticas para resolver la ecuación (4.50) para  $x(r)$  analíticamente. Una útil alternativa es utilizar la técnica de aceptación o rechazo de la técnica de Von Neumann's. Para considerar una función de

probabilidad  $f(x)$  la cual puede ser completamente alrededor de una caja de un  $x_{\text{máximo}}$  y  $x_{\text{mínimo}}$  y tener una altura de  $f(x)$  mas como se muestra en la figura [Cowan, 1998].

Se puede generar una serie de números distribuidos de acuerdo a  $f(x)$  con el siguiente algoritmo:

1. Generar un número aleatorio  $x$  uniformemente distribuido entre  $x_{\text{min}}$  y  $x_{\text{max}}$  por ejemplo:  $x = x_{\text{min}} + r_1 (x_{\text{max}} - x_{\text{min}})$  donde  $r_1$  esta uniformemente distribuida entre 0 y 1.
2. Generar un segundo número independiente y aleatorio o uniformemente distribuido entre 0 y  $f_{\text{max}}$  como  $u = r_2 f_{\text{max}}$
3. Si  $u < f(x)$ , aceptar  $f(x)$  si no, rechazar  $x$  y repetir.

La aceptación de  $x$  valores será distribuido de acuerdo a  $f(x)$  ya que en cada valor de  $x$  obtenido desde el paso 1 la probabilidad de ser aceptado es proporcional a  $f(x)$ .

Como ejemplo se considera la f.d.p.

$$f(x) = \frac{3}{8(1+x^2)}, \quad -1 \leq x \leq 1$$

en  $x = \pm 1$  la función de densidad de probabilidad tiene un máximo valor de  $\frac{3}{4}$ . La Figura 4.19 muestra una gráfica de dispersión de números aleatorios  $u$  y  $x$  generados de acuerdo al algoritmo dado arriba. Los valores de los puntos de  $x$  que se encuentran debajo de la curva son aceptados. El inciso (b) muestra un histograma normalizado construido de los puntos aceptados.

La eficiencia del algoritmo (la fracción de los valores de  $x$  aceptados) es la razón de las áreas de la función de probabilidad (la unidad) con respecto a los encerrados en una caja  $f_{\text{max}}(x_{\text{max}} - x_{\text{min}})$ . Para una función de densidad de pico alto, la eficiencia puede ser baja y el algoritmo muy lento en la práctica. En estos casos uno puede mejorar la eficiencia encerrando la función de densidad de probabilidad en cualquier otra curva  $g(x)$  para las cuales los números aleatorios que pueden ser generados es de acuerdo a:

$$g(x) / \int g(x') dx' \tag{4.61}$$

usando por ejemplo el método de transformación.

El más general algoritmo es entonces:

- 1° Generar un número aleatorio  $x$  de acuerdo con la función de densidad de probabilidad  $g(x) / \int g(x') dx'$  (4.62)

2° Generar un segundo número aleatorio  $u$  uniformemente distribuido entre 0 y  $g(x)$ .

3° Si  $u < f(x)$  entonces aceptamos a  $x$  si no rechazamos a  $x$  y repetir.

Aquí la probabilidad para generar un valor de  $x$  en el paso 1 es proporcional a  $g(x)$  y la probabilidad de ser retenido después del paso (3) es igual a  $f(x)/g(x)$ . Así que la probabilidad total para obtener  $x$  es proporcional a  $f(x)$ . 106

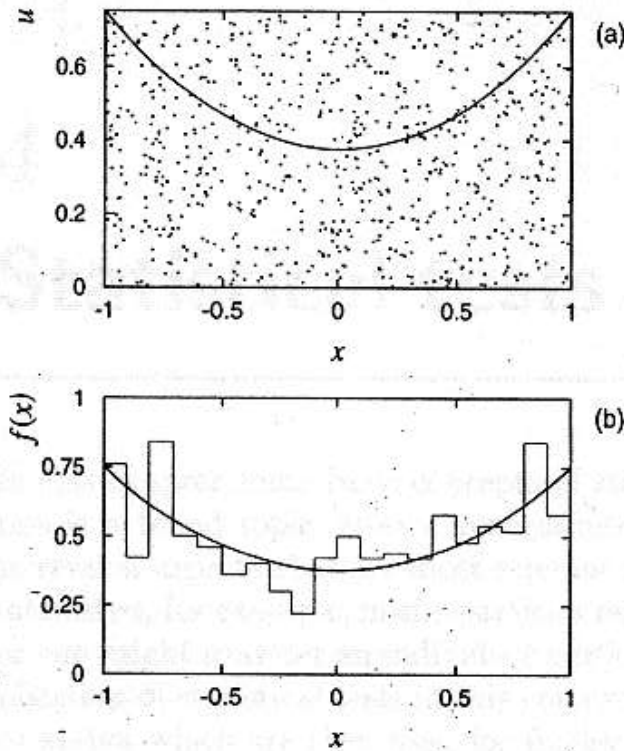


Figura 4.19: (a) Dispersión de pares de números  $(u, x)$  donde  $x$  es uniformemente distribuida en  $-1 \leq x \leq 1$  y  $u$  es uniforme en  $0 < u < f_{\max}$ , los valores de  $x$  debajo de la curva son aceptados. (b) Histograma normalizado de las  $x$  aceptadas con la correspondiente f.d.p. Fuente: [Cowan, 1998].

#### 4.10.2.3. Método de Box-Müller

Un particular método para obtener números aleatorios que dibujen una distribución Gaussiana fue sugerido por Box y Müller este método hace uso del hecho de que aunque sea una simple transformación, el método requiere una integración de una función Gaussiana. Esto es posible encontrando una distribución bidimensional Gaussiana [Agüí, 2008].

$$f(z_1, z_2) = \frac{1}{2\pi} \exp\left(-\frac{z_1^2 + z_2^2}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z_1^2}{2}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z_2^2}{2}\right) \quad (4.63)$$

#### 4.10.2.4. Aplicaciones de Monte Carlo

El método Monte Carlo puede ser aplicado donde la solución de un problema pueda ser relacionado a un parámetro de distribución de probabilidad esto puede ser un parámetro explícito en un función de densidad de probabilidad o en una integral de distribución sobre alguna región. Una secuencia de la generación de valores de Monte Carlo es usado para evaluar un estimador para el parámetro (o integral) sólo para ser hechos con datos reales.

Una importante característica de construir los estimadores es que su exactitud mejora cuando el número de valores de  $n$  aumenta en la muestra de los datos. Uno puede mostrar bajo condiciones generales que la desviación estándar del estimador es inversamente proporcional a  $\sqrt{n}$ . El método Monte Carlo entonces representa una técnica numérica de integración donde la exactitud aumenta tanto como  $\frac{1}{\sqrt{n}}$ .

Esta conducta de la escala con el número de valores generado puede ser comparado al número de puntos necesarios para calcular la integral usando la regla del trapecio. Aquí la exactitud mejora tanto como  $1/n^2$  mucho más rápido que Monte Carlo.

Para una integral de dimensión  $d$  sin embargo esto es cambiado a  $1/n^{2/d}$  de lo contrario para la integración de Monte Carlo se tiene  $1/\sqrt{n}$  de  $n$  para cualquier dimensión. Así para  $d > 4$  la dependencia de la exactitud sobre  $n$  es mejor el método Monte Carlo para un número largo de dimensiones el método Monte Carlo siempre será superior [Cowan, 1998].

El método es especialmente importante con el fin de optimizar las detecciones en un diseño para investigar ciertos procesos físicos antes de invertir tiempo y dinero en la construcción de un aparato.

#### 4.10.2.4. Aplicación de Monte Carlo caso experimental

De acuerdo con la literatura abierta, autores como Kline [1985], Moffat [1985] han propuesto métodos analíticos para conocer la incertidumbre final de un resultado experimental tal y como lo ha indicado Bevington y Keith [1969]. Sin embargo todas estas herramientas aún no han sido suficientes para encontrar una accesible solución en resolver la propagación del error para la complejidad aritmética perteneciente a las correlaciones empíricas.

Recientemente la medida de incertidumbre ha sido propuesta con base a las f.d.p. a través del método de Monte Carlo en el que la medida de incertidumbre está dada por la desviación estándar para una distribución normal.

En este caso de estudio es empleado el Método de Box-Müller que consiste en generar valores aleatorios dispersos en el entorno del valor de cada variable medida (gasto máscico interno y externo y diámetros de ambos tubos las cuales se obtuvieron experimentalmente además de las propiedades de transporte empleadas de acuerdo a la correlación). El objeto es que la f.d.p. de cada variable presente una distribución en forma Gaussiana aplicándole

a cada variable la ecuación (4.64) donde se generaran a su vez variables aleatorias para valores de  $i$  hasta 25.

$$x_i = x \cdot var(i) + 0.25 \cdot (i - 13) \cdot s_{var(i)} \quad (4.64)$$

$$var(i) = \frac{\exp^{-0.5((x_i - var)/s_{var(i)})^2}}{\sqrt{2\pi}} \quad (4.65)$$

El programa expuesto por Gómez [2009] realiza las simulaciones numéricas mediante el empleo de la técnica Monte Carlo, con la producción de  $r$  valores aleatorios en las variables medidas cuyos valores son introducidos en las correlaciones (Figura 4.20).

.Los resultados de coeficientes de transferencia de calor experimentales, como se mencionó en la sección 1.1.5.1 fueron comparados con correlaciones ya establecidas empíricamente.

Mediante el programa de Gómez [2009] se calcularon las incertidumbres en las correlaciones para poder hacer un análisis estadístico comparativo entre los resultados experimentales y los resultados con las correlaciones a través de la estimación de límites de confianza.

#### 4.11. PRUEBAS DE SIGNIFICANCIA

##### 4.11.1 Pruebas F y t

Dentro del análisis estadístico se incluyó: la estimación de incertidumbre, la comparación de media y desviación estándar entre la correlación teórica y resultados experimentales y los límites de confianza para estimar el mejor ajuste de curva para el coeficiente convectivo.

Al no tener acceso a la población y considerarla Gaussiana para los datos experimentales se puede cuestionar si diversas muestras corresponden a la misma población mediante las pruebas estadísticas.

El tipo de distribución que tengan los datos condicionará la clase de análisis que se puede utilizar. La apariencia general de la distribución  $t$  es similar a la distribución normal estándar. Sin embargo la distribución  $t$  tiene colas más amplias que la normal es decir la probabilidad de las colas es mayor que en la distribución normal.

Las aplicaciones de la distribución de  $t$  de Student en la inferencia estadística son para estimar y/o probar la hipótesis sobre una diferencia de medias. (Esencialmente la hipótesis nula que se interpreta como aquella en la que no hay significativa diferencia entre dos resultados).

Las hipótesis para poder aplicar la  $t$  de Student son que en cada grupo la variable estudiada siga una distribución normal y que la dispersión en ambos grupos sea homogénea (hipótesis de homocedasticidad=igualdad de varianzas) aunque este estadístico se puede usar sin asumir igualdad de varianzas.

La f.d.p. de la distribución  $f(x)$  se usa principalmente en dos tipos de situaciones: (pero se requiere en ambos casos que la distribución de las variables sea normal). Para probar si dos

muestras provienen de poblaciones que poseen varianzas iguales y cuando se trata de  
comparar simultáneamente varias medias poblacionales.

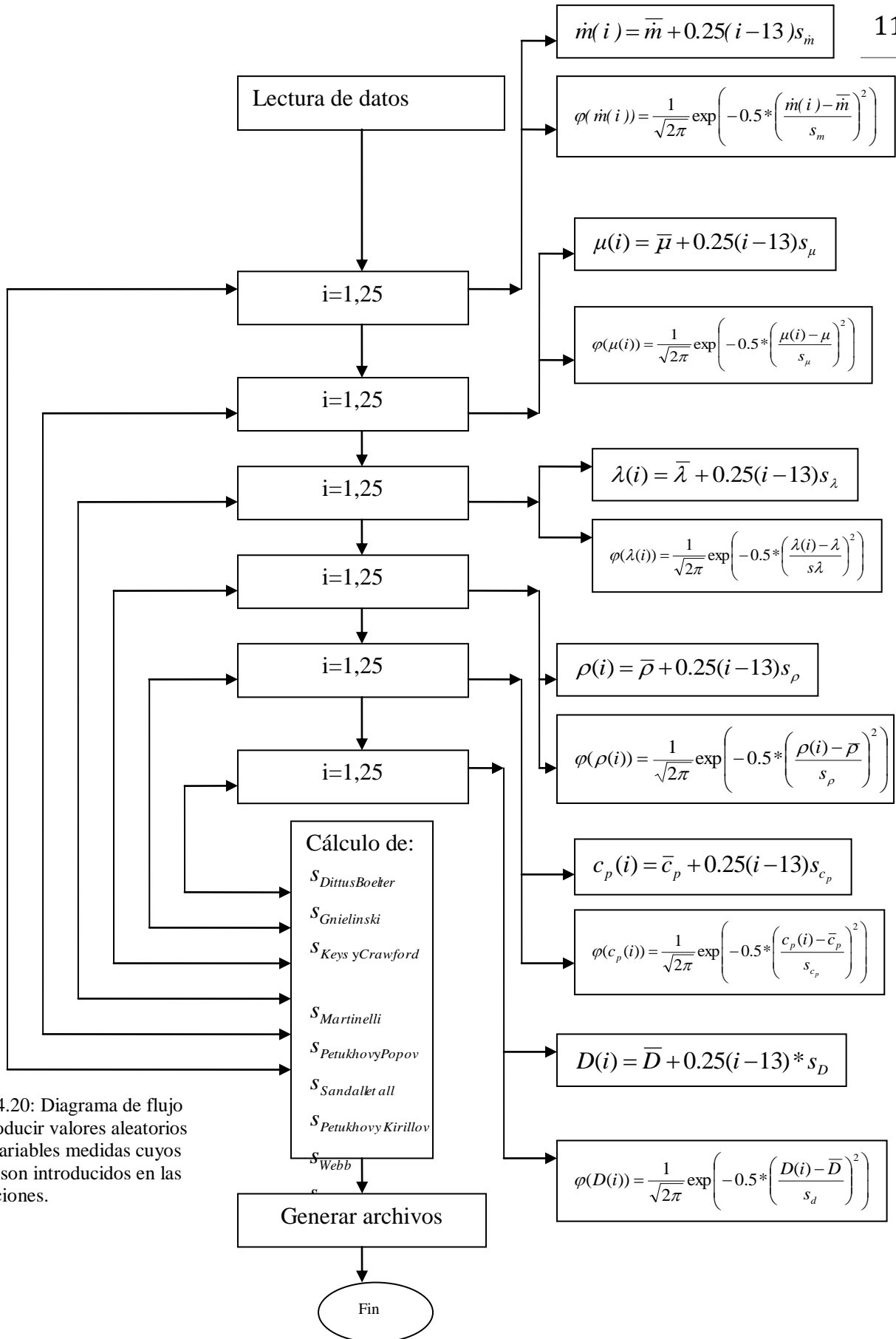


Figura 4.20: Diagrama de flujo para producir valores aleatorios en las variables medidas cuyos valores son introducidos en las correlaciones.

La prueba t es el método más común para evaluar las diferencias entre las medias de dos grupos independientes. La hipótesis nula ( $H_0$ ) con la que comúnmente se trabaja es que las medias sean iguales. En general no se exige que el número de observaciones en ambos grupos sea igual.

#### 4.11.1.1. Prueba F

Esta prueba de la relación de Fisher para dos muestras tiene el propósito de verificar la hipótesis nula  $H_0$  que podría formularse como “las dos muestras tienen la misma varianza” y la hipótesis alterna  $H_1$  como “las muestras tienen diferentes varianzas”. Si se cuenta con dos muestras  $x$  y  $y$  y con las respectivas desviaciones estándar de  $s_x$  y  $s_y$ , basadas en  $n_x$  y  $n_y$  datos. El estadístico de la relación F se define como

$$F = \frac{s_x^2}{s_y^2} \quad (4.66)$$

donde F debe ser  $\geq 1$

En caso de que la ecuación (4.54) arroje un valor  $< 1$  se debe calcular el estadístico (con los términos invertidos) [Verma, 2005] como:

$$F = \frac{s_y^2}{s_x^2} \quad (4.67)$$

De tal manera que  $F \geq 1$  ya que el numerador debe ser siempre mayor o igual al denominador.

El valor estadístico F se compara con el valor crítico de la distribución F para un nivel de significancia de 0.05%. Cuando el valor del estadístico calculado es menor que el valor crítico se acepta la hipótesis nula. De lo contrario cuando el valor calculado es mayor se dice que la  $H_0$  no es válida.

#### 4.11.1.2. Prueba t

Si la distribución de una población es esencialmente normal, entonces la distribución de:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \quad (4.68)$$

es una distribución t de Student para todas las muestras de tamaño n. Esta distribución se utiliza para calcular valores críticos los cuales se encuentran con el número de grados de libertad para un conjunto de datos muestrales que pueden variar tras haber impuesto ciertas restricciones a todos los valores de los datos.

##### a) Grados de libertad

Es el número de elementos que se puede elegir libremente o el número de variables que puede variar libremente o al número de variables independientes.

##### b) Propiedades de la t de Student

- La distribución t de Student es diferente para distintos tamaños de muestra.



- ☑ La distribución t de Student tiene la misma forma de campana simétrica que la distribución normal, pero refleja una mayor variabilidad (con distribuciones más amplias) de la que se espera con muestras pequeñas. 112
- ☑ La distribución t de Student tiene una media de  $t=0$  precisamente como la distribución normal.
- ☑ Conforme el tamaño de la muestra  $n$  se hace más grande, la distribución t de Student se acerca más a la distribución normal.

En el diagrama de la Figura 4.21 se resume las consideraciones por hacer para decidir en usar una distribución t y construir intervalos de confianza que estiman la media de la población  $\mu$ .

La prueba t se emplea después de haber aplicado la prueba F. La  $H_0$ : establece que “las medias son iguales” o que “las muestras vienen de la misma población” o “de poblaciones idénticas, mientras que la hipótesis alterna indica que “las medias de las muestras son diferentes o, que existe diferencia significativa (a un cierto nivel de significancia entre las dos medias) o “que las muestras no provienen de una misma población”.

Existen dos versiones de la prueba t: Cuando las varianzas son iguales y cuando éstas no son iguales.

### c) La prueba t de Student cuando las varianzas son iguales

El estadístico t es calculado por la ecuación

$$t = \frac{|\bar{x} - \bar{y}|}{\sqrt{\left( \frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y} \right)}} \quad (4.69)$$

donde  $|\bar{x} - \bar{y}|$  es la diferencia absoluta entre las dos medias, y s es la desviación estándar combinada de las dos muestras. Ésta se puede calcular de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_x} (x_i - \bar{x})^2 + \sum_{i=1}^{n_y} (y_i - \bar{y})^2}{(n_x + n_y - 2)}} \quad (4.70)$$

Puede suceder que los datos individuales no están disponibles entonces no es posible calcular la desviación estándar a partir de la ecuación (4.57). Por tanto mediante las desviaciones estándar respectivas se puede calcular:

$$s = \sqrt{\frac{(n_x - 1)s_x^2 + (n_y - 1)s_y^2}{(n_x + n_y - 2)}}$$

#### d) Prueba t de Student cuando las varianzas son diferentes

Cuando la prueba F arroje el resultado de que la hipótesis alterna ( $H_1$ ) es válida y se puede suponer que las muestras no provienen de poblaciones con varianzas estadísticamente

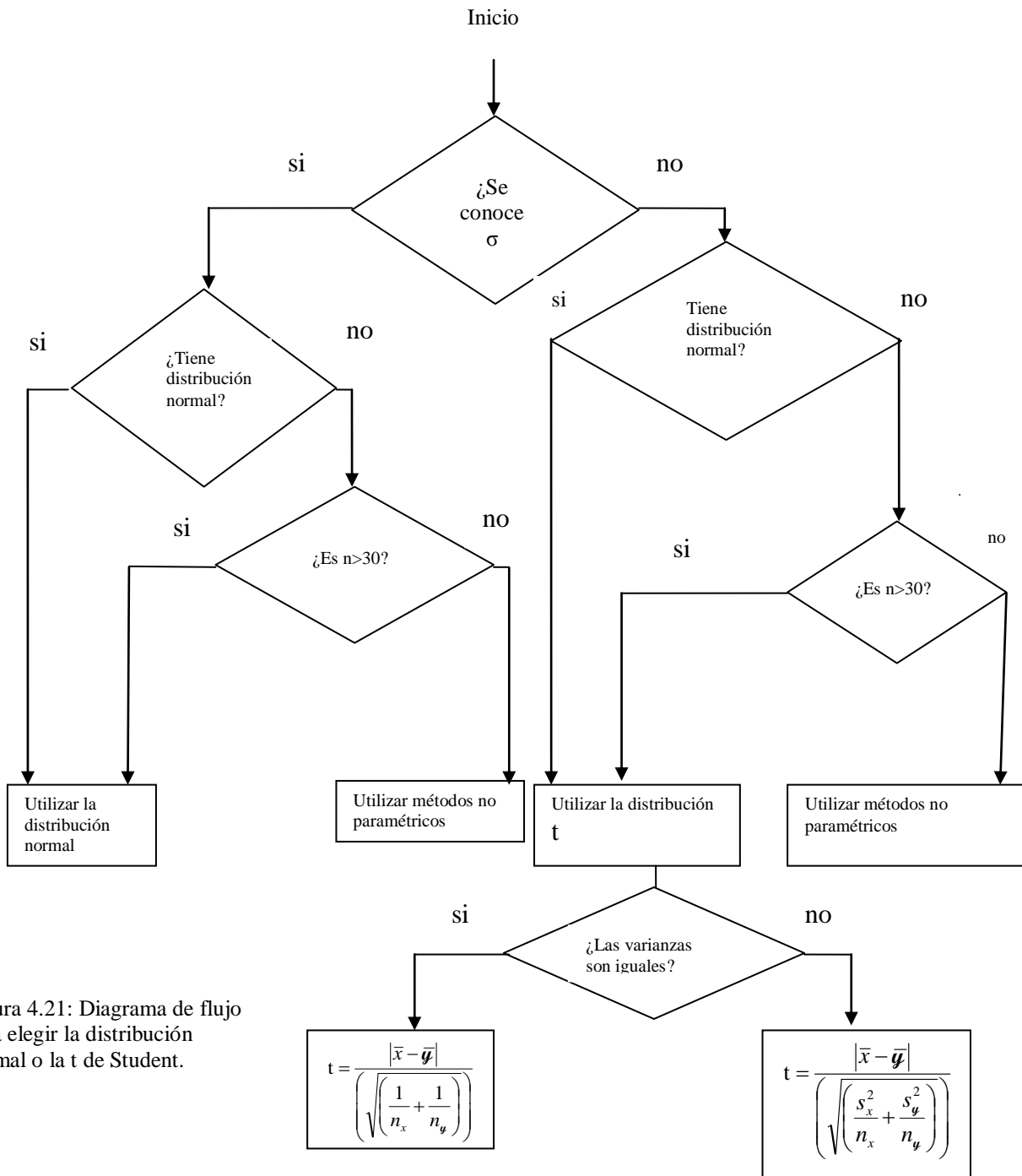


Figura 4.21: Diagrama de flujo para elegir la distribución normal o la t de Student.

iguales, se calcula el estadístico t, manteniendo la identidad de las dos varianzas de acuerdo con la ecuación (4.72):

$$t = \frac{|\bar{x} - \bar{y}|}{\sqrt{\left(\frac{s_x^2}{n_x} + \frac{s_y^2}{n_y}\right)}} \quad (4.72)$$

Esto se debe a que no se puede combinar las desviaciones estándar individuales (pues existen diferencias significativas entre ellas) inhabilitando el uso de la ecuación (4.69) para el cálculo de la t se tiene que mantener su identidad individual usando la ecuación (4.72).

Los grados de libertad se tienen que calcular a partir de la siguiente ecuación:

$$v = \frac{\left(\frac{s_x^2}{n_x} + \frac{s_y^2}{n_y}\right)^2}{\left(\frac{s_x^4}{n_x^2(n_x - 1)} + \frac{s_y^4}{n_y^2(n_y - 1)}\right)} \quad (4.73)$$

Como el valor calculado mediante la ecuación (4.73) no será un número entero para buscar en las tablas de distribución se tendrá que truncar el número a un valor menor que el valor original calculado [Verma, 2005]. Posteriormente se consulta la tabla de los valores críticos de la distribución de Student con el fin de comparar el valor de t calculado por la ecuación (4.69) con el valor teórico tabulado. Con lo anterior se puede tomar la hipótesis nula ( $H_0$ ) o la alterna ( $H_1$ ).

#### 4.11.2. Límites de confianza

Los límites de confianza de la media son los valores extremos del llamado intervalo de confianza de la media. Generalmente se usa el 95% o el 99% como el nivel de confianza (un nivel de significancia de 0.05 ó 0.01) para expresar el intervalo de confianza de la media. Esto quiere decir que en una nueva determinación de la media, ésta se encontraría dentro del mencionado intervalo con el nivel correspondiente.

Si se supone una muestra de los datos del tamaño del número de observaciones  $n$ , con una distribución normal, los límites de confianza de la media se podrán estimar mediante las expresiones:

$$x \pm \left\{ t_{(n-1)} \left( \frac{s}{\sqrt{n}} \right) \right\} \quad (4.74)$$

Donde el suscrito  $(n-1)$  para esta ecuación se refiere al número de grados de libertad. El valor de t correspondiente a estos grados de libertad y un determinado nivel de confianza (el nivel de significancia) para dos colas. De esta manera se pueden calcular los límites de confianza de la media. Una vez obtenidos los límites, indica Verma, [2005] se puede expresar el intervalo de confianza de la media como:

$$\left[ \bar{x} - \left\{ t_{(n-1)} \left( \frac{s}{\sqrt{n}} \right) \right\} \right] < \mu < \left[ \bar{x} + \left\{ t_{(n-1)} \left( \frac{s}{\sqrt{n}} \right) \right\} \right] \quad (4.75) \quad 115$$

ó cuando se conoce que los extremos se refiere a los límites superior e inferior del intervalo en cuestión, dentro de los cuales se encontrará la media de la población a una cierta probabilidad o confianza, se puede reportar simplemente como:

$$\left[ \bar{x} - \left\{ t_{(n-1)} \left( \frac{s}{\sqrt{n}} \right) \right\} \right] - \left[ \bar{x} + \left\{ t_{(n-1)} \left( \frac{s}{\sqrt{n}} \right) \right\} \right] \quad (4.76)$$

Nuevamente, la implicación estadística de este intervalo es que si se repite el experimento un gran número de veces, las nuevas medias se localizarían entre el intervalo expresión (4.74) por el intervalo (4.75) con la probabilidad o el nivel de confianza usada para el valor  $t$  de Student, ya sea el 95% o 99% o algún otro.

#### 4.11.3. Regresión lineal ordinaria (RLO)

La regresión lineal ordinaria (RLO) fue explicada al inicio del capítulo en lo relacionado con la calibración. Su desarrollo matemático en esta sección se enfoca en exponer su aplicación para analizar la función que mejor ajusta a la relación entre el cálculo teórico y experimental de un CCTC.

Como se ha mencionado anteriormente, la regresión es usada para ver el tipo de relación que existe entre dos variables o distribución de los datos mediante una función matemática, el análisis ayuda a cómo describir que tipo de función mejor existe y se ajusta a la posible relación entre una variable dependiente y una variable independiente.

La regresión se diferencia de la correlación en que esta última estudia el grado de asociación entre las variables y determina si la relación es o no significativa, mientras que la regresión trata de definir la función que mejor explica la relación entre las variables.

Para aplicar un modelo de regresión entre variables no se requiere que los datos presenten una distribución normal o que exista homogeneidad de varianzas; sin embargo, para poder determinar si la función obtenida con el modelo de regresión es significativa es necesario aplicar contrastes y para ellos se tiene que cubrir los requisitos ya mencionados al inicio de este capítulo.

Los parámetros de la ecuación de regresión (4.1) permiten precisar la naturaleza y cuantificar la magnitud de los efectos de las diferentes variables explicativas. Para el caso de estudio, son los valores calculados del CCTC mediante ocho correlaciones sobre el valor medio de la variable dependiente que es el cálculo del CCTC experimental. Dichos parámetros se estiman a través de los datos disponibles en el Anexo A.

## Capítulo 5

## RESULTADOS TEÓRICOS Y EXPERIMENTALES

## 5.1. CARACTERÍSTICAS DE LA MUESTRA

Las condiciones para obtener los registros de temperaturas en la sección de prueba fueron en el fluido interno a la entrada  $71^{\circ}\text{C}$  y 1 bar de presión, las corridas se realizaron a 4, 7 y 10 kg/min.

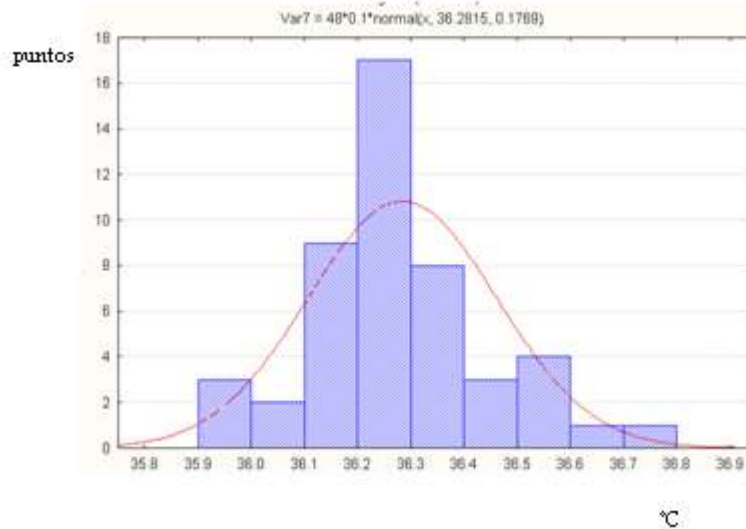


Figura 5.1: Histograma de la medida de temperatura del ánulo en la sección 1

Estas condiciones finalmente fueron tomadas para hacer el análisis ya que, previamente se hicieron diversas pruebas variando temperaturas del fluido externo e interno y gastos máscicos. Una de las observaciones hechas fue que mientras más baja era la temperatura del fluido interior que pasaba por la sección de prueba más insignificantes eran las diferencias de temperatura registradas en las subsecciones del fluido exterior. Por lo que al probar con diferentes temperaturas se consideró la idónea para el fluido interno de  $71^{\circ}\text{C}$ . En estas condiciones las temperaturas registradas del fluido enfriador mostraron una curva con tendencia Gaussiana la cual es representada en la Figura 5.1.

De la misma forma se verificó el comportamiento para diferentes cantidades de flujo máscico por lo que se decidió seleccionar el grupo de datos que tendiera a representar la distribución lo más semejante a la Gaussiana, este gastomáscico fue de 4 kg/min en ambos fluidos, la aplicación de su histograma se muestra en las Figuras 5.2 y 5.3. Una vez regulado el gasto máscico del fluido interno se trabajó a temperatura ambiental para el fluido de enfriamiento. En una muestra de 48 registros cada 5 segundos se capturaron datos de 32 temperaturas de pared externa, entradas y salidas del fluido para el tubo interno y del ánulo, la temperatura del fluido de entrada, además de ocho temperaturas del fluido externo a lo largo del tubo y el de su salida. También se midió la densidad fluido interno y la medición de la entrada y salida de la presión cuyas últimas tres mediciones se

mantuvieron constantes (en el Anexo A se encuentra la base de datos capturada de esta información).

Como ya se mencionó, esta muestra fue elegida por considerarse la más representativa en cuanto a su tendencia de mostrar una distribución normal en las variables medidas, de flujo másico externo e interno.

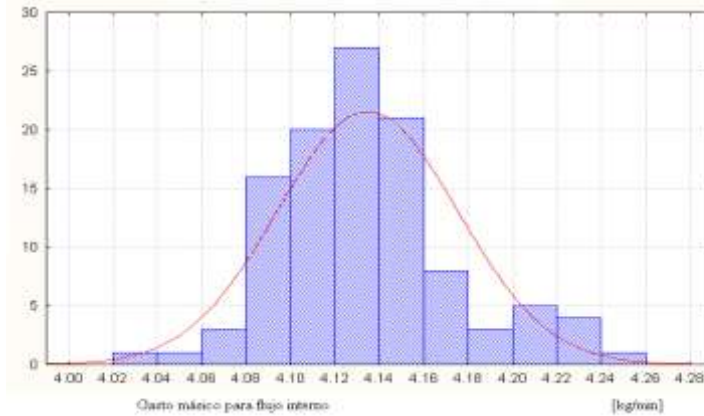


Figura 5.2: Histograma del flujo interno para 4 kg/min.

### 5.2 ERRORES SISTEMÁTICOS Y ALEATORIOS

El observar en los histogramas una mejor distribución para el flujo interno respecto al externo dio lugar a indagar sobre posibles errores sistemáticos dentro del sistema del ánulo, en donde se encontró la interferencia del funcionamiento de un sistema hidroneumático en la alimentación del fluido externo cuya manifestación fue a través de oscilaciones como se puede apreciar en la Figura 5.4 después de registrar 281 eventos cada 5 segundos.

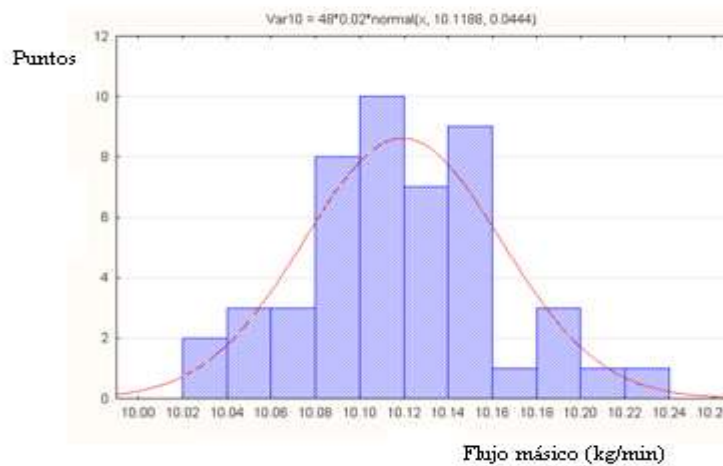


Figura 5.3: Histograma de flujo externo para 10 kg/min

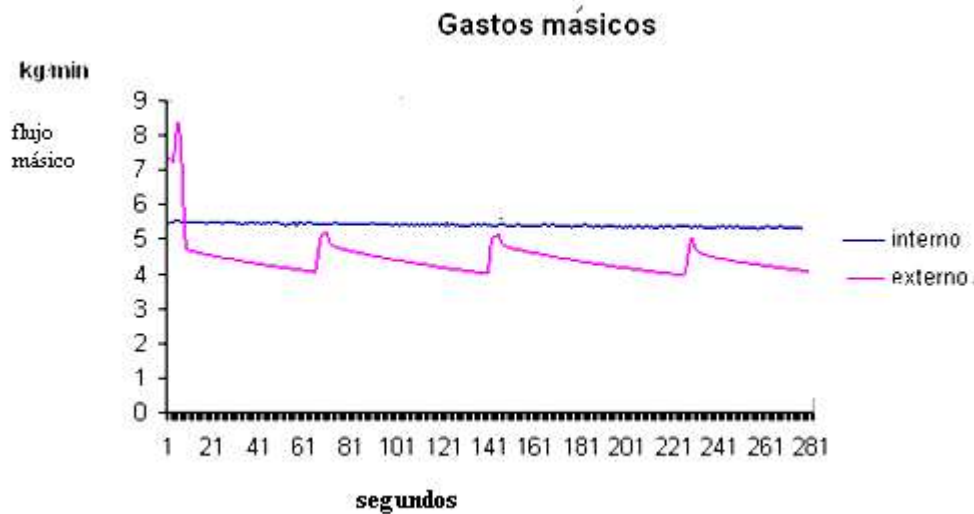
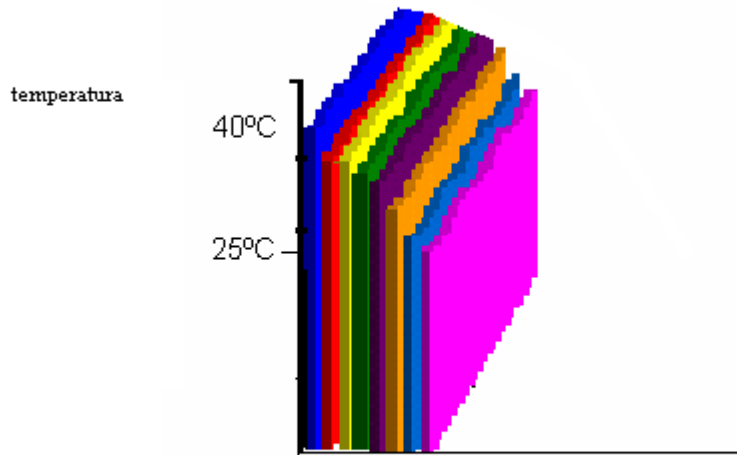


Figura 5.4: Comportamiento de los gastos máxicos interno y externo.

Esta situación aparentemente, como se ilustra en la Figura 5.5, no afectó las temperaturas registradas a todo lo largo del ánulo por los ocho termistores ya que se comportaron como se esperaba, pues al ser agua de enfriamiento, mostraron una tendencia ascendente de temperatura desde la entrada a la salida de acuerdo con los consecutivos puntos medidos. Sin embargo cada termistor, que en la gráfica de la Figura 5.6 es representado por diferente color, indicaba pequeñas ondulaciones de variación de temperatura a lo más de  $\pm 2^{\circ}\text{C}$ , las oscilaciones se vieron atenuadas a mayor trayectoria del fluido es decir en el último termistor que mide la temperatura de salida del fluido anular. Por otra parte, el efecto en las medidas de temperaturas de la pared externa del tubo del fluido interno presentaron una tendencia muy suave de ondulaciones la más alta variación fue del  $\pm 1^{\circ}\text{C}$  cuya ilustración corresponde a la Figura 5.7.

La solución al comportamiento armónico en el gasto externo se llevó a cabo al intercalar entre el sistema alimentador y la sección de prueba un equipo enfriador de líquidos que, por contar con un sistema de bombeo similar al de flujo interno disminuyó las oscilaciones en el registro con variaciones de  $+1.5^{\circ}\text{C}$  en las lecturas. En estas condiciones, nuevamente se seleccionó una muestra de 48 eventos en los que las medidas quedaron registradas en el anexo A. Con los datos de cada registro se calculó, mediante el programa basado en el diagrama de flujo de la Figura 4.10, el CCTC:  $\alpha$  experimental para cada localidad y de cada muestra de las variables medidas y registradas se obtuvieron su correspondiente media y desviación estándar.



Medidas de temperaturas de los termistores a lo largo de la sección de prueba(cada color corresponde a un termistor).

Figura :5.5: Registro de temperatura para cada una de las secciones del ánulo.

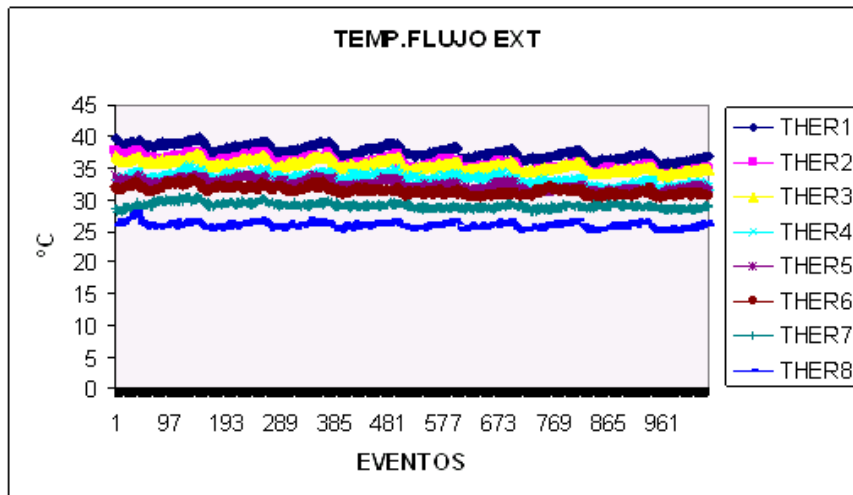


Figura 5.6: Medición de temperatura en 1040 registros cada cinco segundos para los ocho termistores colocados en la parte anular a lo largo de la sección de prueba. Se aprecia el efecto oscilante del hidroneumático.



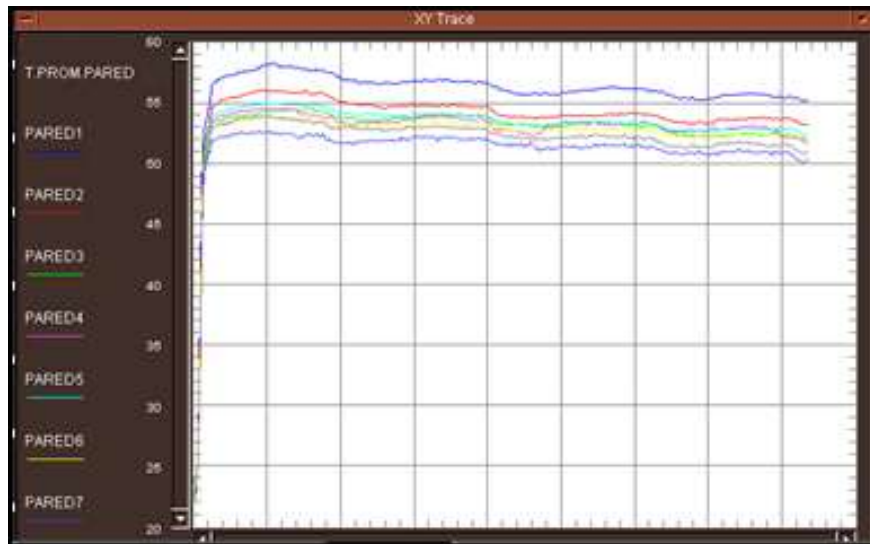


Figura 5.7: Registro de la temperatura de pared externa en el tubo interior.

En la revisión del sistema experimental, después de tres semanas de funcionamiento, también se detectó una rápida oxidación en el sello mecánico de la bomba y en termistores como se puede ver en las Figuras 5.8 y 5.9, además de encontrar residuos minerales asentados en la tubería. Estos factores posiblemente influyeron en alterar las mediciones. La literatura abierta indica que a mayor número de costuras aún en acero inoxidable, inducen a la corrosión. Por tanto, se infiere que los factores de corrosión en los termistores provocado por las costuras de los conectores, acoplados en la sección de prueba también repercutieron posiblemente en alteración de mediciones ( Figura 5.10).

Race [1988] señala que en sistemas de paso único, es necesario cierto tratamiento del agua de enfriamiento para evitar precipitación de incrustaciones, corrosión y formación de algas. Por supuesto el grado de tratamiento debe ser mayor para sistemas de recirculación y temperaturas mayores de 40°C ya que las impurezas se concentran a medida que ocurren pérdidas por evaporación.

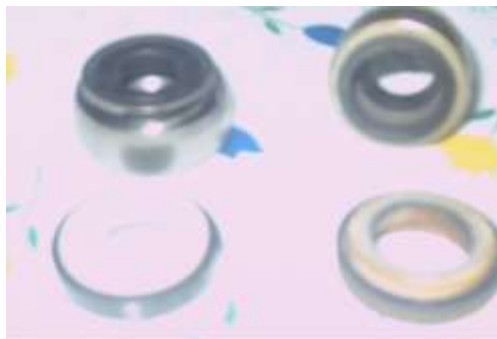


Figura 5.8: Comparación del sello mecánico nuevo (izquierda) y el oxidado (derecha).



Figura 5.9: Termistor oxidado de la sección de prueba.

En todos los sistemas de agua de enfriamiento el carbonato de calcio causa la mayor parte de las incrustaciones, aunque en sistemas de recirculación, como fue este caso de estudio, las concentraciones son de sulfato de calcio.

El método más barato para prevenir la formación de incrustaciones es la adición de pequeñas cantidades de agentes tensoactivos. Esto aumenta la solubilidad de las sales en el agua evitando la precipitación aún cuando las sales estén sobresaturadas. Para prevenir la



Figura 5.10: Costuras para acoplar conectores de termistores, posibles causas de oxidación en la tubería.

corrosión debida al oxígeno disuelto se pueden agregar inhibidores de corrosión tales como cromatos o fosfatos tensoactivos. [Guyer, 1989]

**5.3 COMPARACIÓN ENTRE RESULTADOS SIMULADOS, EXPERIMENTALES Y CORRELACIONES EMPÍRICAS**

Dentro del diseño del equipo experimental se consideró la simulación numérica en la cual al introducirle las condiciones iniciales del experimento:

$D_{int}=0.0154\text{ m}$

$D_{ext}=0.0213\text{ m}$

Tubo externo:

$D_{int}=0.0616\text{m}$

$D_{ext}=0.0726\text{ m}$

$\dot{m}_{int}=0.07\text{ kg/s}$  (gasto del fluido interno)

$\dot{m}_{out}=0.089\text{ kg/s}$  (gasto del fluido interno)

$T=60^{\circ}\text{C}$  (Temperatura de entrada de fluido interno)

$T_{enfriamiento}=24.2^{\circ}\text{C}$  (temperatura de entrada del fluido de enfriamiento).

$T_{amb}=25^{\circ}\text{C}$

y

$P=1\text{bar}$  en el fluido interno,

se obtuvieron los siguientes valores de las correlaciones señalados en la Tabla 5.1.

Correlación	CCTC: $\bar{\alpha}$ [W/m <sup>2</sup> K]
Dittus y Boelter (DB)	2809.53
Gnielinski (GK)	3183.44
Petukhov y Popov (PP)	3279.32
Petukhov y Kirillov (PK)	3184.97
Keys y Crawford (KC)	3127.44
Martinelli (ML)	2919.03
Webb (WB)	3755.86
Sandall <i>et al</i> (SL)	3364.42

Tabla 5.1: CCTC promedio efectuados en el simulador

Al resultar valores de CCTC dentro de los sugeridos por manuales a condiciones similares se procedió a aprobar las características propuestas para el diseño térmico y la construcción del equipo.

Al aplicar el algoritmo indicado por el diagrama de flujo de la Figura 4.10 resultaron los flujos de calor representados por la Figura 5.11 los cuales mostraron un comportamiento constante como lo enuncia la teoría, a excepción del último extremo, esto es por que la salida de agua fría está a 0.20m de longitud (después) de la colocación del último sensor con salida en la parte de arriba del tubo y como consecuencia no se alcanza a inundar dicho extremo del tubo interno completamente por el agua de enfriamiento. Además el estar en contracorriente, justamente donde se desaloja el agua fría, entra el primer impacto

de agua caliente al tubo interno por lo tanto se registra una drástica diferencia de temperatura.

Por lo anterior los valores calculados para el CCTC, que tomaron significancia, fueron los seis centrales y cuyo análisis estadísticos en la sección de prueba fue efectuado. En dicho análisis se consideraron los valores promedio experimentales del CCTC y su respectiva incertidumbre descrita en la Tabla 5.2, como se puede apreciar la incertidumbre casi se duplica para el método experimental respecto a los CCTC teóricos, esto se atribuye a la presencia de errores sistemáticos.

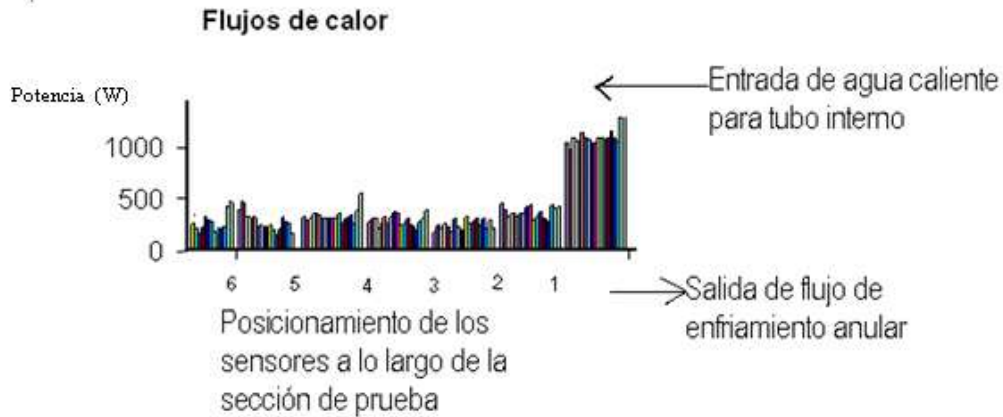


Figura 5.11: Gráfico donde se representa los flujos de calor calculados experimentalmente como:  $\dot{m}c_p\Delta T$

Sección del tubo	CCTC Experimental		CCTC Teórico															
			DB		GK		PP		PK		KC		ML		WB		SL	
	$\bar{\alpha}$	s	$\bar{\alpha}$	s	$\bar{\alpha}$	s	$\bar{\alpha}$	s	$\bar{\alpha}$	s	$\bar{\alpha}$	s	$\bar{\alpha}$	s	$\bar{\alpha}$	s	$\bar{\alpha}$	s
1	3178	88	3026	46	3280	47	3156	41	3252	42	3125	38	2802	37	3505	48	3504	46
2	3258	87	3064	46	3332	47	3184	41	3280	42	3149	39	2827	37	3593	49	3543	47
3	3268	86	3105	46	3388	48	3213	41	3310	41	3175	39	2853	37	3646	50	3586	47
4	3307	85	3148	47	3447	49	3244	41	3341	40	3202	39	2881	37	3701	50	3630	47
5	3339	83	3191	48	3505	49	3273	41	3370	41	3229	40	2907	37	3755	51	3673	48
6	3345	101	3226	48	3554	50	3298	42	3394	41	3251	40	2929	37	3800	51	3709	48

Tabla 5.2: Valores del CCTC experimentales para las subsecciones centrales.

De la Figura 5.11 a la 5.18 se muestran algunos de los histogramas resultantes de aplicar la técnica Monte Carlo a las correlaciones empíricas más allegadas en cuanto a las condiciones trabajadas experimentalmente. El método numérico de Monte Carlo fue empleado partiendo de las medias de los valores medidos registrados en el anexo A para simular los datos experimentales de cada una de las seis subsecciones centrales con comportamiento aleatorio para que conformen la f.d.p. De esta forma, mediante sus histogramas se muestra la tendencia Gaussiana en donde se encontró la desviación estándar para cada correlación señalada en el segundo renglón, abajo del título de cada gráfico.

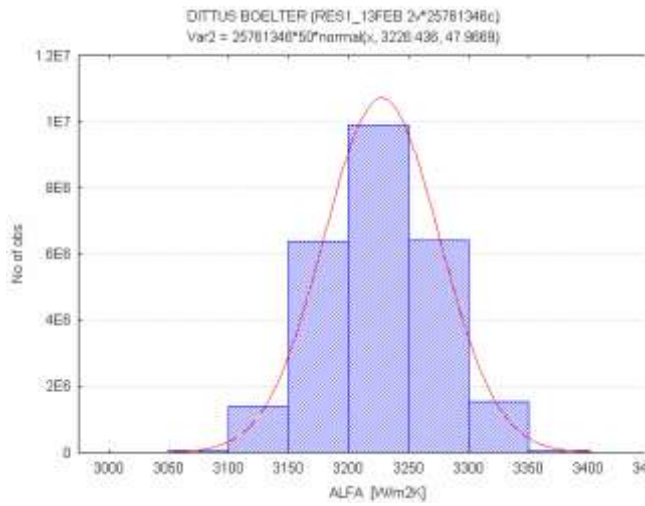


Figura 5.11

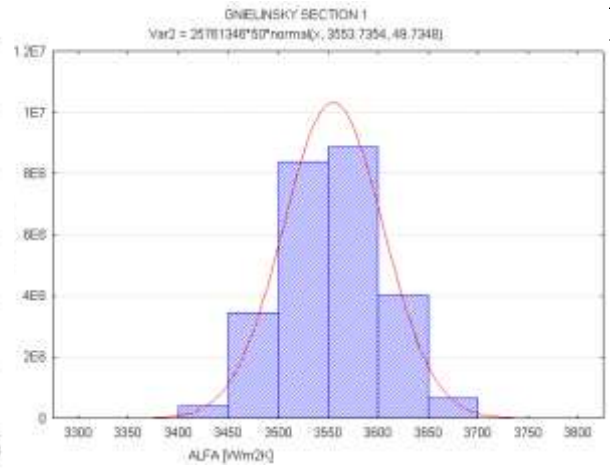


Figura 5.12

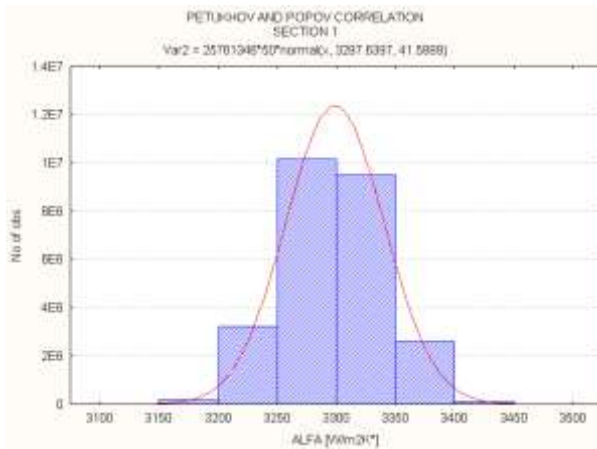


Figura 5.13

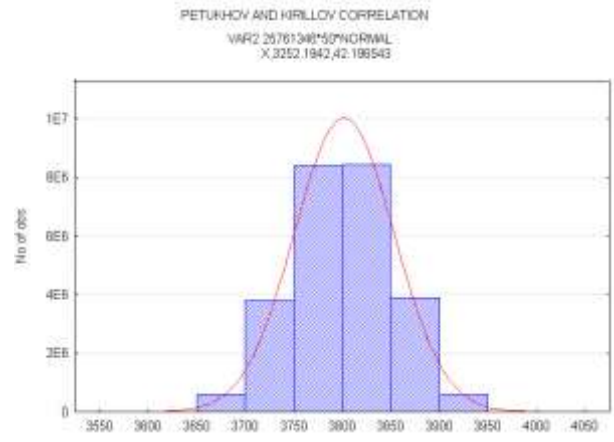


Figura .5.14

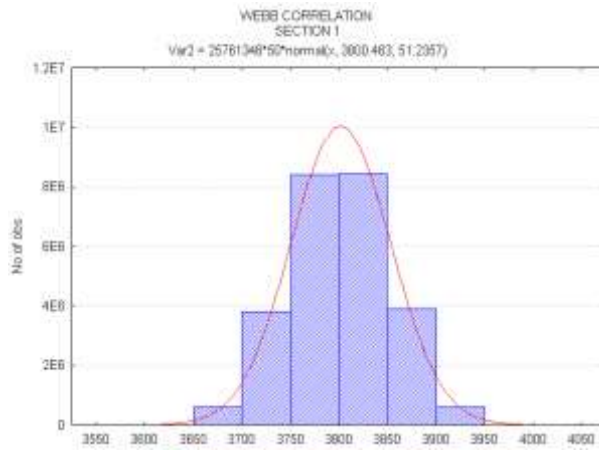


Figura 5.15

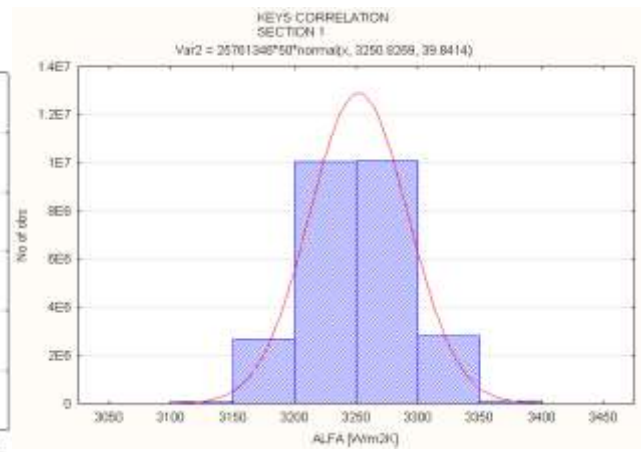


Figura 5.16

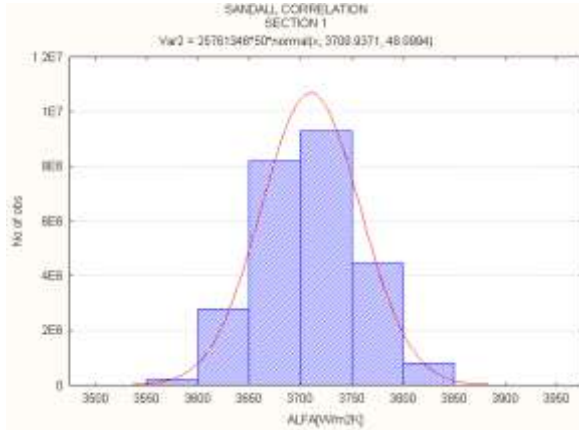


Figura 5.17

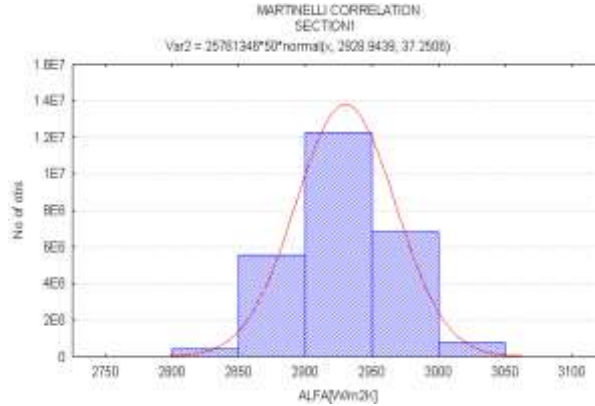


Figura 5.18

Dichos gráficos, señalan también el número de observaciones y entre paréntesis la media y después la desviación estándar cuya interpretación es la incertidumbre asignada para los CCTC.

Al emplear el análisis de propagación del error para los resultados experimentales se y en las correlaciones la técnica Monte Carlo sus valores promedio fueron comparados.

En la Tabla 5.3 se describen los valores obtenidos de la prueba F y t. Los resultados exponen que el valor crítico interpolado para el nivel de significancia de 0.05 es de 4.28. Dado que el valor de  $F$  calculado en las correlaciones es menor que el valor crítico se concluye que no existe diferencia significativa al nivel de confianza del 95% entre las varianzas de los grupos de correlaciones teóricas la diferencia que existe es solamente explicada por errores aleatorios.

Prueba	Valor crítico a 95%	Correlaciones							
		DB	GK	PK	PP	KC	ML	WB	SL
F	4.28 (n = 6)	1.4976	2.7983	1.3420	1.3189	1.6945	1.6707	3.0470	1.5653
t	2.776 (n = 4)	4.9974	3.5148	2.0974	1.6119	3.7815	16.6876	9.6856	10.2945

Tabla 5.3: Valores obtenidos de las pruebas F y t.

Al ser las varianzas iguales se procedió a usar la ecuación 4.69 para calcular el valor de t, en la misma tabla se observa que las correlaciones de Dittus y Boelter y Gnielinski (DB) y (GK) al resultar con un valor mayor que al crítico para el nivel de significancia de 0.05 (dos colas) se obtiene que la hipótesis nula  $H_0$  es cierta; por lo anterior se consideraron diferentes con respecto a la del caso experimental. Mientras que las correlaciones de Petukov y Popov y la de Petukov y Kirillov (PK) y (PP) por tener valores menores al crítico se estiman iguales a la experimental, es decir provienen de la misma población.

Referente a la Figura 5.19(a), muestra el gráfico donde el eje de las ordenadas representa el valor absoluto entre el incremento de los resultados experimentales con respecto a los teóricos y en el eje de las abscisas describe los resultados experimentales y teóricos. En este gráfico se aprecia, como se ha verificado con las otras pruebas estadísticas que las correlaciones más cercanas al caso experimental son las de Petukov y Popov y la de Petukov y Kirillov mientras que las menos relacionadas son las de Martinelli (ML) y Sandall *et al* (SL).

La Figura 5.19(b) también representa el comportamiento de cada correlación con respecto a la línea de  $45^\circ$  que asemeja el caso idealizado donde el eje horizontal es usado para los resultados obtenidos teóricamente y el vertical para los experimentales. Se observa que los puntos de la correlación de Petukhov y Kirillov (PK) son los que se distribuyen más uniformemente respecto a la línea que representa el modelo ideal y muestra una variación lineal. Los modelos que sobre predicen corresponden a las correlaciones de: Dittus y Boelter (DB), Martinelli (ML), Keys y Crawford (KC), Petukhov y Popov (PP) y las que subestiman el valor experimental son las de Petukhov y Kirillov (PK), Gnielinski (GK), Webb (WB), Sandall *et al* (SL). Nuevamente un factor que señala desde otro enfoque los errores sistemáticos es la no coincidencia de los puntos en la línea idealizada lo indica todavía la presencia de dicho tipo de errores.

En la Figura 5.19(a) está graficado en el eje de las abscisas los valores experimentales y en el eje de las y's los incrementos absolutos de los valores de las correlaciones con respecto a los valores experimentales para visualizar de manera más perceptible qué correlaciones están más cercanas a los datos experimentales. De acuerdo con éste gráfico las correlaciones de Petukhov y Kirillov (PK) y Petukhov y Popov (PP), son las más allegadas a los valores experimentales.

Como ya se comentó, en la Tabla 5.2 están expresados los valores experimentales y teóricos de los CCTC que indican la incertidumbre total mediante la desviación estándar  $s$  donde también se puede apreciar que al aumentar el número de mediciones con comportamiento aleatorio (procedimiento de Monte Carlo) para el cálculo de las incertidumbres tiende a disminuir el valor de la misma. Aunque a situación de aumentar el número de mediciones no es factible cuando se trabajan condiciones experimentales por lo que no se puede hacer un gran número de observaciones para identificar que realmente un comportamiento Gaussiano.



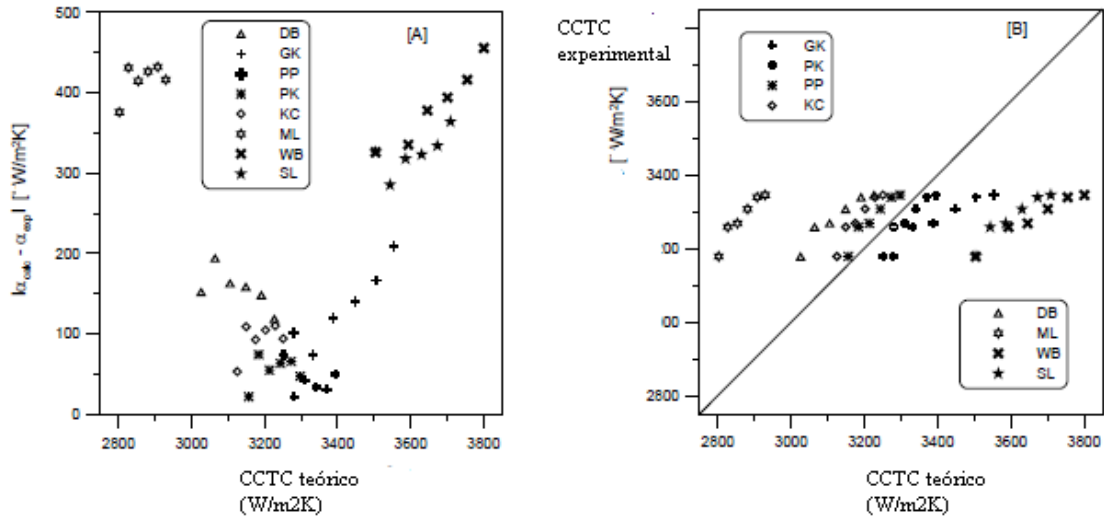


Figura 5.19: (a) Gráfico que representa los incrementos de resultados experimentales con respecto a la diferencia que existe con los resultados correlacionados representados en el eje de las ordenadas. (b) Gráfico de las correlaciones teóricas con respecto a la obtenidas experimentalmente.

Regresión lineal ordinaria						
$\alpha$ CCTC	$a$	$sa$	Intervalo [ $a - s_a$ , $a + s_a$ ]	$b$	$sb$	Intervalo [ $b - s_b$ , $b + s_b$ ]
DB	-720.99	577.02	[-1298.01, -143.97]	1.1722	0.1758	[0.9964, 1.3480]
GK	-1841.81	789.18	[2630.99, -1052.63]	1.6022	0.2404	[1.3618, 1.8426]
PK	509.10	399.10	[110.0, 908.20]	0.8283	0.1216	[0.7067, 0.9499]
PP	580.05	399.00	[181.05, 979.05]	0.8361	0.1215	[0.7146, 0.9576]
KC	771.08	358.73	[412.35, 1129.81]	0.7364	0.1093	[0.6271, 0.8457]
ML	428.30	354.97	[73.33, 783.27]	0.7428	0.1081	[0.6347, 0.8509]
WB	-1960.20	540.92	[-2501.12, -1419.28]	1.7148	0.1648	[1.5500, 1.8796]
SL	-330.29	583.14	[-913.43, 252.85]	1.1996	0.1776	[1.0220, 1.3772]

Tabla 5.4 Límites de confianza entre los resultados experimentales y teóricos de la RLO

La Tabla 5.4 muestra los límites de confianza, una concordancia ideal entre los valores experimentales y teóricos es que el intercepto ( $a$ ) sea igual a 0, y la pendiente ( $b$ ) igual a 1 con un factor de correlación ( $r$ ) también igual a 1, además de que los intervalos de confianza para el intercepto incluyan el valor ideal de cero y para la pendiente (los intervalos inferior y superior) estén más aproximados a 1.

Las correlaciones que tienden a cumplir con las condiciones anteriores son las de Petukhov y Kirillov (PK) y Petukhov y Popov (PP), con un nivel de confianza del 95%, condición



suficiente para decir que estas correlaciones sean los mejores estimadores pues, el intervalo que describe su pendiente es la más cercana a 1. La correlación de Gnielinski (GK) y Sandall *et al* (SL) incluyen en el intervalo del intercepto a 0 esto es un factor suficiente para decir que tiene concordancia con los resultados experimentales. Las demás correlaciones no incluyen al cero en el intervalo del intercepto, de hecho la de Webb (Wb) es la más alejada además de que mostró un valor grande en el coeficiente de correlación.

En las siguientes Figuras 5.20(a) y 5.20 (b) se muestran las barras de error de las cuatro primeras y últimas correlaciones teóricas usadas para comparar los resultados experimentales, como se puede observar la banda de error que abarca la línea ideal son las correlaciones de Petukhov y Kirillov (PK) y Petukhov y Popov (PP).

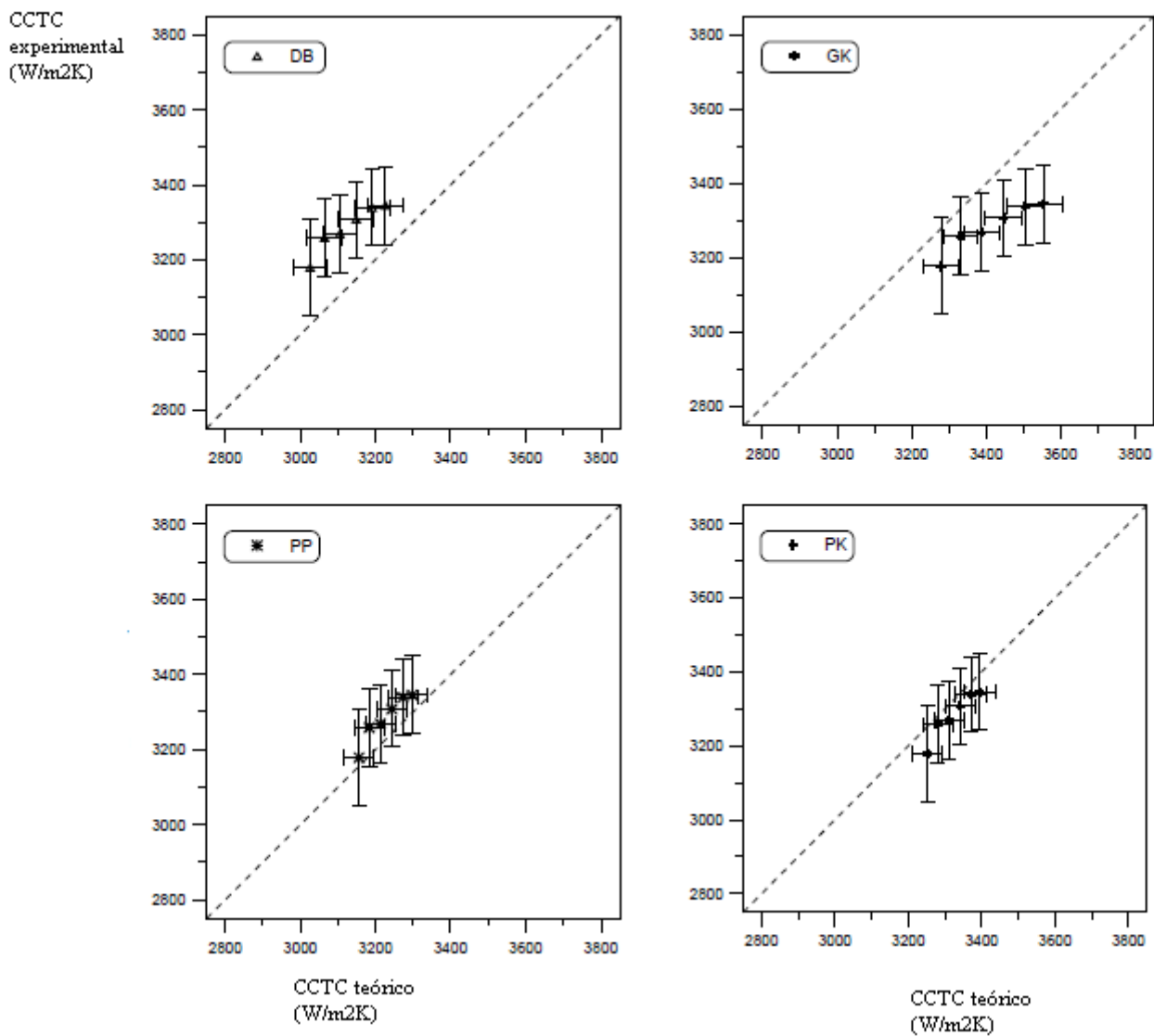


Figura 5.20 (a) Representación de las cuatro primeras correlaciones teóricas realizadas con su respectiva barra de error.

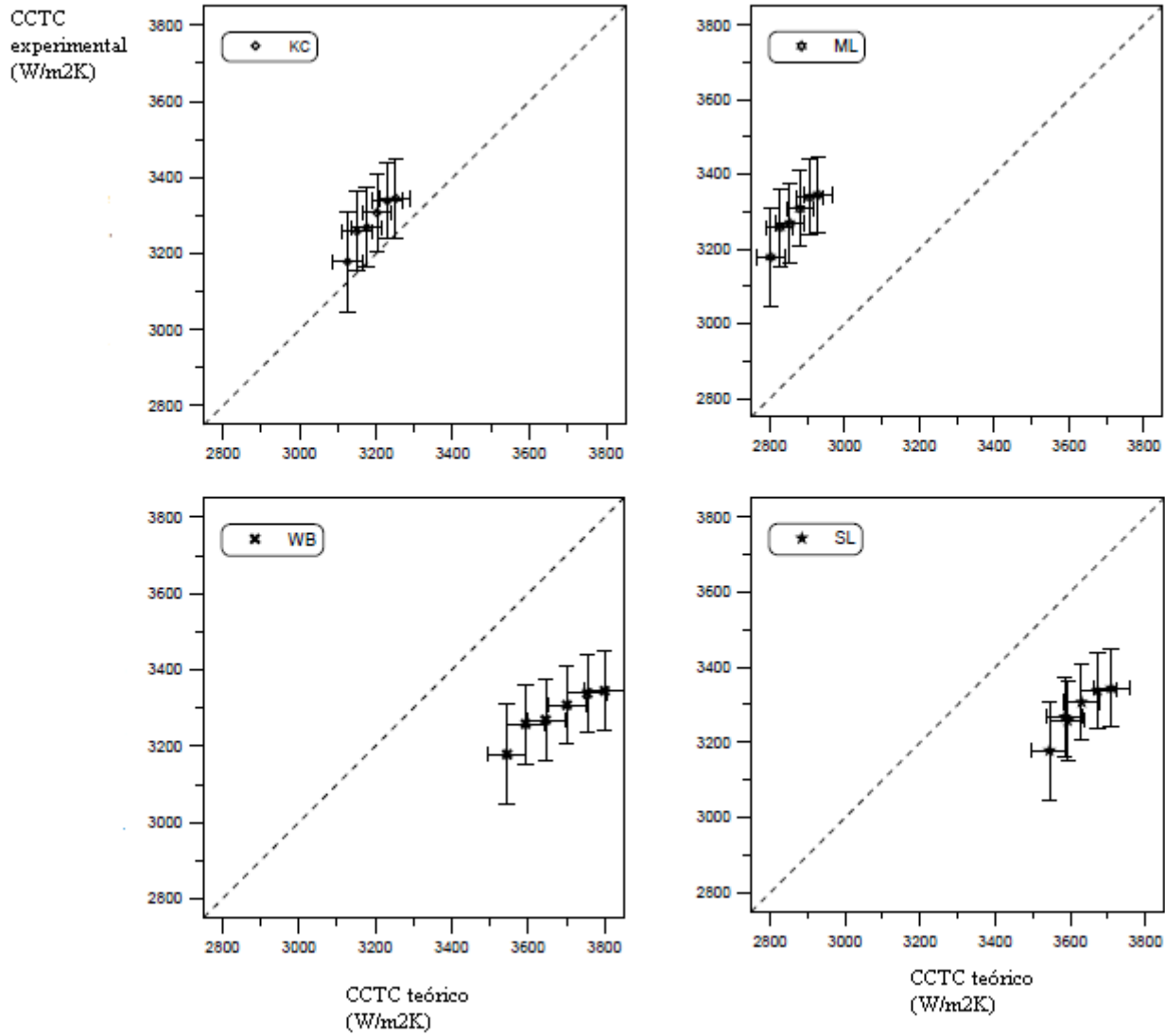


Figura 5.20 (b) Representación de las cuatro últimas correlaciones teóricas realizadas con su respectiva barra de error.

**CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

- 1.-La evaluación de la medida de incertidumbre para comparar métodos teóricos y experimentales al calcular un CCTC por medio de análisis estadístico ha sido descrita.
- 2.-Se realizó una propuesta de una técnica accesible para evaluar y propagar la incertidumbre de un CCTC.
- 3.-El proceso del análisis estadístico efectuado mas que para confinar la incertidumbre, sobre todo previo a la instalación física del experimento, ayuda a obtener datos representativos del tipo de error inmerso en el experimento para este caso de estudio, ya que mediante la posición de los puntos correspondiente a cada correlación respecto a la recta ideal se pudo inferir la presencia de errores sistemáticos.
- 4.-La mejor ecuación para comparar los resultados experimentales para el cálculo de un CCTC en una tubería coaxial de aluminio a 71°C para el fluido caliente y fluido de enfriamiento a temperatura ambiente con una densidad media de 990kg/m<sup>3</sup> y presión media 1 bar de presión 14000<Re<16000 y Pr=2 de trabajo al estimar un coeficiente convectivo de transferencia de calor con 95% de confianza son las correlaciones de Petukhov y Kirillov y Petukhov y Popov.
- 5.-Si se detecta que las variables medidas tienden a tomar la forma Gaussiana y se logran disminuir los errores sistemáticos al grado de que la incertidumbre experimental esté en el mismo intervalo de confianza que las correlaciones teóricas entonces el Método Monte Carlo sustituiría un proceso experimental requerido en el cálculo de un CCTC fidedigno con particularidades propias de diseño para la fabricación de intercambiadores de calor, lo que se reflejaría en reducción de costos y ahorro de tiempo.
6. El análisis de la propagación de errores orienta a identificar el instrumento aportador de la mayor incertidumbre en el experimento, que no necesariamente es el que indica una mayor incertidumbre de manera individual al inicio del experimento.
7. La finalidad del análisis estadístico no está en confinar resultados precisos sino en escoger los mejores estimados que nos ayude a discernir el efecto que el error provoca en nuestro experimento para saber la confianza que se le otorga al resultado final.
8. En el cálculo de la incertidumbre final para coeficientes convectivos experimentales, el análisis de propagación del error es el apropiado. Sin embargo, la aplicación de este método en las correlaciones teóricas se vuelve muy extenso. Por ello los autores que presentan resultados experimentales de coeficientes convectivos al comparar sus resultados experimentales con las correlaciones teóricas, indican la misma incertidumbre que menciona la referencia sin calcular con condiciones propias del experimento la propagación en las correlaciones teóricas empleadas. La técnica de Monte Carlo a través de funciones de densidad de probabilidad permite simular experimentaciones y por tanto calcular la

incertidumbre total de la correlación que conformen los datos experimentales. La desventaja que presenta es que se aplica un gran número de observaciones ( $1 \cdot 10^7$ ) y por consiguiente un largo tiempo en la ejecución del programa, es decir depende del equipo de cómputo empleado.

9. El método numérico empleado de Box-Müller es apropiado para formar la campana Gaussiana, sin embargo, si hubiera la posibilidad, en condiciones experimentales de registrar más datos experimentales se observaría en ellos una mejor la tendencia de la curva de distribución de cada una de las variables medidas y por tanto, las variables aleatorias generadas por la técnica Monte Carlo, estarían más apegadas al experimento.

10. Si hay una comprensión clara y completa de todas las fases del experimento y análisis de datos, como la incertidumbre, se puede dejar la conducción del proceso a cargo de la computadora. De lo contrario, por muy fina que sea la experimentación o métodos de análisis de datos se tendrán resultados finales de poco o ningún significado y análisis desdeñables.

## 6.2 RECOMENDACIONES

1.-Dentro de los cálculos efectuados se supuso una superficie limpia lo cual no sucedió así en este estudio. Se recomienda que el agua sea tratada para evitar la generación de ensuciamiento en la tubería y se obtengan lecturas anómalas por la corrosión que agrede a los sensores y los residuos contenidos en el fluido.

2.-Los maquinados de la tubería se deben de trabajar con precisión para que en el momento de enroscar los sensores queden al mismo nivel.

3.- Entre más soldaduras existan, las alteraciones químicas producidas en la tubería por el calor, el movimiento del fluido y las sales del agua son mayores por tanto se recomienda evitar al máximo las costuras dentro de una tubería.

4.-La colocación de sensores de alta calidad requieren de agua tratada, fluido libre de obstrucciones y el mínimo de soldadura en la tubería.

5.-El conector que se le acoplo a la tubería externa para el flujo anular en donde entra el agua de enfriamiento debe de colocarse a una distancia mayor para que, cuando llegue al tramo en donde inician los sensores la inundación sea pareja.

6.- Teóricamente un mayor número de corridas orienta hacia una mejor estimación estadística; sin embargo, a mayor número de repeticiones experimentales se da un mayor deterioro en la instrumentación lo que después producirá posiblemente más errores sistemáticos.

7- Respecto al método de aplicación de formulario para la propagación de errores se considera que no es apropiado sobretodo cuando se van a manejar más de dos variables, es más factible utilizar programas ya elaborados para efectuar la realización de diferenciales totales y directamente obtener la incertidumbre total a estar desglosando ecuaciones e ir

aplicando el formulario por cada dos variables que existan en la ecuación de la que se requiere conocer la incertidumbre total.

## Referencias

- Alffasi B and Ronen Y (2005)** *Statistical treatment of analytical data*. CRC Press. USA
- Andaverde A J, Verma S P y Santoyo E (2005)** Uncertainty estimates of static formation temperatures in boreholes and evaluation of regression models *Geophys. J. Int* (160) 112-1122
- Andaverde A J (2007)** *Simulación numérica en 3-D de temperaturas y elementos químicos mayores en el campo geotérmico de los Húmeros, Puebla*. Tesis Doctoral. Centro de Investigación en Energía UNAM.
- Agüi L J C (2009)** *Guía Básica para la simulación de Monte Carlo* AENOR ediciones. España.
- Baird C D (1991)** *Experimentación. Una introducción a la teoría de mediciones y al diseño de experimentos* Prentice Hall México
- Bevington R and Keith R (1969)** *Data reduction and error analysis for the physical sciences*. 3<sup>o</sup> edition. McGraw-Hill, USA
- Caria M (2000)** *Measurement Analysis. An introduction to the statistical analysis of laboratory data in physics chemistry and the life sciences*. Imperial College Press. London
- Cedillo V C (2004)** *Diseño Teórico-Experimental de un medidor de flujo de bajo costo*. Tesis Licenciatura Universidad Autónoma del Estado de Morelos Cuernavaca Morelos.
- Cerepnalkovski I (1991)** *Modern Refrigerating Machines*. Elsevier Science Publisher B.V. The Netherlands.
- Cervantes de G J (1999)** *Fundamentos de transferencia de calor*. FCE, México.
- Cowan G (1998)** *Statistical data analysis* Bookcraft Great Britain
- Creus S A (1992)** *Instrumentación industrial*. Alfa Omega. México.
- Creus S A (2009)** *Instrumentos industriales: su ajuste y calibración*. Alfa Omega. México.
- Chiou Ch and Lu Ch D (1997)** *Pool boiling of R-22, R-124 and R-134 on a plain tube*. *Int. J. Heat Mass Transfer* Vol.40. (7) 1657-1666
- Dittus W and Boelter L (1985)** *Heat Transfer in automobile Radiator of the Tubular 1* *Int. Communications in Heat Mass Tran.* Type (12) 3-22
- García V O (2000)** *Simulación numérica y validación experimental de evaporadores, condensadores y tubos capilares. Integración en sistemas de refrigeración por compresión* Universitat Politècnica de Catalunya. Tesis de Doctorado. Terresa.
- García R E (2003)** *Simulación y Diseño de un evaporador y un condensador para un sistema de refrigeración solar por absorción* Tesis Licenciatura, Instituto Tecnológico de Querétaro, México.
- García V O (2003)** *Review of in-tube condensation heat transfer correlations for smooth and microfin tubes*. *Heat Transfer Engineering* 24 (4) 6-24
- García V O, D C Pérez Segarra y J Rigola (2004)** *Numerical simulation of double pipe condensers and evaporators*. *International Journal of Refrigeration* (27) 656-670
- García V O (2004)** *Numerical simulation of triple concentric-tube heat exchanger*. *International Journal of Thermal Sciences* (43) 979-991.

- Gnielinski V (1976)** *New Equation for Heat and Mass Transfer in Turbulent Pipe and Channel flow* Int. Chem. Eng. (16) 359-368.
- Gómez A E( 2009)** *Determinación de la viscosidad y su incertidumbre en fluidos de perforación usados en la construcción de pozos geotérmicos y su aplicación en el campo de los húmeros.* Tesis Maestría Centro de Investigación en energía UNAM
- Gómez E V(2000)** *Selección adecuación y calibración de los instrumentos de medición para el refrigerador continuo de absorción de amoníaco-agua del Centro de Investigación en Energía.* Tesis licenciatura, Universidad Autónoma del Estado de Morelos, Cuernavaca Morelos
- Gómez E V (2002)** *Modelado, simulación y diseño de dos intercambiadores de calor con cambio de fase empleando superficies extendidas.* Tesis de Maestría, Centro de Investigación en Energía, UNAM.
- Guyer C E (1989)** Editor en Chief *Handbook of Applied Thermal Design.* Mc-Graw Hill. N.York.
- Gupta P J (1996)** *Working with heat exchangers questions and answers* Hemisphere Publishing Corporation. USA.
- Hewwit F G, Shires L G and Bott R T (1994)** *Process Heat Transfer,* CRC Press. USA.
- Holman P J (1988)** *Métodos experimentales para ingenieros.* McGraw-Hill, México.
- Incrópera F y De Witt (1996)** *Fundamentos de transferencia de calor* Pearson. México
- Kline S (1985)** *The purposes of uncertainty analysis.* Journal of fluids engineering. (107) 152-160
- Kakaç S, and Ynener Y (1995)** *Convective Heat Transfer* CRC. USA.
- Kakaç S, Shah R K and Aung W (1987)** *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer* (New York: Jonh Wiley&Sons Inc )
- Kakaç S and Liu H (1998)** *Heat exchangers selection, rating and thermal design* CRC Press. USA.
- Kays M W and Crawford M E (1980)** *Convective Heat and Mass Transfer* McGraw-Hill.New York.
- Kays M W and London L A(1984)** *Compact Heat Exchangers* McGraw Hill USA.
- Kern D Q (1950)** *Process Heat Transfer.* (Tokyo: McGraw-Hill)
- Kreith F y Bohn S M (2001)** *Principios de transferencia de calor* Thomson learning México.
- Lamúa M y Cuesta J F (2000),** *El amoníaco como refrigerante,* Instituto Internacional del Frío. AMV Ediciones y Mundi Prensa. Madrid, España.
- Lee S H, Yoon J, Kim D J and Bansal K P (2006)** “*Characteristics of condensing and evaporating heat transfer using hydrocarbon refrigerants*”. *Applied Thermal Engineering* (26) 1055
- Levenspiel O (1997)** *Fundamentos de Termodinámica* Prentice-Hall Hispanoamericana, México.
- Martinelli (1947)** *Heat Transfer to Molten Metals* Transactions of ASME, (69) 947-959
- Moffat R (1985)** *Using uncertainty analysis in planning of an experiment.* Journal of Fluids Engineering. (107) 173-178

- Naterer F G (2003)** *Heat Transfer in Single and multiphase systems*. CRC PRES USA.
- NIST (2003)** **Standard Reference Data base12, Versión 5.1** [www.nist.gov/srd/nist](http://www.nist.gov/srd/nist) 23.htm
- Patankar V S(1980)** *Numerical heat transfer and Fluid flow*. Series in computational methods in mechanics and thermal sciences. USA.
- Petukhov B S and Popov V N (1963)** *Theoretical Calculation of Heat Exchange and Frictional Resistance in Turbulent flow in Tubes of an Incompressible Fluid with Variable Physical Properties* (Moscow: Energetics Institute) 1(1) 85-111
- Rainthy G D and Hollands G T(1975 )** *A general Method of obtaining approximate Solutions to laminar and Turbulent Free Convection Problems* Advances in Heat Transfer, ed. By Irvine, Jr and Hartnett, J.P,11 Academic Press New York.
- Rase F H and Barrow H M (1988)** *Ingeniería de proyecto para plantas de proceso*. CIA. Editorial Continental México.
- Rivera B C O (2006)** *Simulación, diseño y evaluación de un refrigerador solar intermitente usando un C.P.C como generador-absorbedor*. Tesis Doctoral Centro de Investigación en Energía, UNAM.
- Riveros H G y Rosas J (1982)** *El método científico aplicado a las ciencias experimentales* Trillas México
- Romero V R y Zúnica R L R (2004)** *Métodos estadísticos en ingeniería* Universidad Politécnica de Valencia. Valencia.
- Santoyo E, Santoyo-Gutiérrez S, García A, Espinosa G y Moya S L (2001)** *Rheological property measurement of drilling fluids used in geothermal wells*. Applied Thermal Engineering (21) 283-302
- Sandall O, Hanna O and Mazet P A (1980)** *A New Theoretical Formula for Turbulent Heat and Mass Transfer with Gases or Liquids in Tube Flow* Can. J. of Chem. Eng. (58) 443-449
- StatSoft, Inc. (2003)**. **STATISTICA (data analysis software system), version 6**. [www.statsoft.com](http://www.statsoft.com).
- Shah K R and Sekulic P D (2003)** *Fundamentals of heat exchanger design*. John Wiley & Sons, INC. USA.
- Suryanarayana N V (1995)** *Engineering Heat Transfer* West Publishing Company. USA
- Taylor K (1990)** *Statistical techniques for data analysis*. Lewis Publishers Inc. USA
- Thomé J R (2004)** <http://www.wlv.com/products/databook/db3/dataBookIIIpdf>. Wolverine engineering databook III. *Condensation inside tubes*
- Triola M (2004)** *Estadística* Pearson Addison Wesley México
- Verma S P Santoyo E (2003)** *An inusual systematic behavior of detection limites for elements from Cs to Ta*. Analytical and Bioanalytical Chemistry (377) 82-84
- Verma P S (2005)** *Estadística básica para el manejo de datos experimentales: aplicación en la geoquímica*. UNAM. México.
- Wang Z R and Li Y (2007)** *Perspectives for natural working fluids in China*. International Journal of Refrigeration. (30)568-581.
- Webb R (1971)** *A Critical Evaluation of Analytical Solutions and Reynolds Analogy Equations for Turbulent Heat and Mass Transfer in Smooth tubes* Wärme and Stoffuber Trag (4) 197-204



- Willoughby S S (1988)** *Probabilidad y estadística* Publicaciones Cultural. México
- Wübbeler G, Kriystek and Elster (2007)** *Evaluation of measurement uncertainty and its numerical calculation by Monte Carlo method.* Measurement Science and Technology. (19) 1-4
- Yamane T (1979)** *Estadística.* Harla, México 56-59

## ANEXO A

**ANEXO**  
**A**  
MEDICIONES EXPERIMENTALES

Temperatura de pared sección 1 °C				Temperatura de pared sección 2 °C			
<i>T<sub>n</sub></i>	<i>T<sub>e</sub></i>	<i>T<sub>o</sub></i>	<i>T<sub>s</sub></i>	<i>T<sub>n</sub></i>	<i>T<sub>e</sub></i>	<i>T<sub>o</sub></i>	<i>T<sub>s</sub></i>
57,086	57,751	57,71	55,527	54,403	52,749	54,446	53,453
57,057	57,682	57,516	55,666	54,329	52,968	54,431	53,409
56,825	57,862	57,737	55,764	54,5	53,078	54,557	53,54
57,137	57,833	57,844	55,69	54,453	53,326	54,532	53,513
57,132	57,836	57,972	55,706	54,469	53,289	54,51	53,504
57,015	57,839	57,965	55,694	54,641	53,245	54,63	53,686
57,189	57,841	58,024	55,542	54,634	53,334	54,716	53,583
57,171	57,877	58,016	55,769	54,843	53,515	54,687	53,646
57,431	57,909	57,996	55,734	54,664	53,351	54,613	53,616
57,166	57,801	57,934	55,192	54,617	53,277	54,617	53,57
57,105	57,771	57,826	55,162	54,787	53,375	54,683	53,702
56,964	57,782	57,855	55,366	55,063	53,454	54,828	53,976
57,203	57,98	57,869	56,104	54,829	53,422	54,794	53,954
57,122	57,617	57,996	55,652	54,387	53,488	54,966	53,941
57,06	57,509	57,888	55,62	54,418	53,5	54,808	53,847
57,102	57,671	57,921	55,506	54,377	53,388	54,919	53,836
57,006	57,595	57,775	55,497	54,449	53,43	54,815	53,856
56,857	57,605	57,704	55,736	54,647	53,371	54,726	53,638
56,889	57,548	57,737	55,582	54,775	53,459	54,645	53,744
56,75	57,509	57,528	55,689	54,861	53,373	54,845	53,811
56,825	57,624	57,695	55,759	54,952	53,347	54,915	53,879
56,769	57,747	57,595	55,616	54,898	53,339	54,768	53,823
57,087	57,73	57,549	55,764	54,944	53,457	54,675	53,772
57,006	57,828	57,512	55,872	54,902	53,471	54,619	53,799
56,945	57,838	57,613	55,688	55,131	53,528	54,73	53,777
56,768	57,723	57,548	55,726	55,12	53,575	54,857	53,952
56,967	57,757	57,656	55,793	55,24	53,523	54,798	53,817
56,67	57,713	57,575	55,815	54,903	53,462	54,563	53,723
56,829	57,682	57,659	55,634	54,849	53,449	54,607	53,68
56,578	57,613	57,61	55,705	54,91	53,437	54,58	53,646
56,515	57,617	57,528	55,65	55,193	53,479	54,722	53,768
56,96	57,605	57,582	55,906	55,137	53,344	54,732	53,849
56,689	57,684	57,556	55,899	54,945	53,218	54,658	53,614
57,158	57,728	57,749	55,869	54,812	53,282	54,562	53,609
56,789	57,596	57,997	55,725	54,834	53,083	54,521	53,535
56,691	57,567	57,816	55,521	54,766	52,85	54,386	53,358
56,691	57,474	57,82	55,508	54,66	53,1	54,415	53,484
56,539	57,513	57,588	55,587	54,161	53,017	54,28	53,351
56,586	57,461	57,456	55,11	54,178	52,933	54,177	53,172
56,568	57,283	57,211	55,093	53,952	52,956	53,997	52,936
56,053	57,064	57,198	55,054	54,085	52,761	53,919	52,963
56,234	56,993	57,093	54,828	54,137	52,634	53,85	52,914
55,952	56,87	56,975	54,548	54,149	52,538	54,012	53,054
56,092	56,853	56,928	54,548	53,707	52,435	53,759	52,781
55,905	56,895	56,776	54,518	53,712	52,31	53,548	52,538
56,038	56,843	56,828	54,57	53,582	52,231	53,531	52,516
55,787	56,814	56,756	54,803	53,692	52,228	53,565	52,504
55,905	56,848	56,921	54,764	53,844	52,211	53,599	52,464
56,7679792	57,5579375	57,5958958	55,4806458	54,5737708	53,158125	54,4815208	53,5021458
0,40688644	0,32804219	0,35066631	0,40872659	0,43182109	0,39188441	0,39525865	0,41737615

\*Los dos últimos renglones representan la media y la desviación estándar

Temperatura de pared sección 3 °C				Temperatura de pared sección 4 °C			
Tn	Te	To	Ts	Tn	Te	To	Ts
49,605	51,502	54,414	52,221	54,965	51	47,786	49,713
49,86	51,7	54,501	52,218	54,964	51,466	48,897	49,831
50,031	51,657	54,492	52,392	55	51,452	49,062	49,884
50,362	51,851	54,612	52,343	54,981	51,531	49,027	49,786
50,308	52,225	54,66	52,334	54,938	51,244	48,727	49,913
50,386	51,973	54,706	52,427	54,901	51,244	48,7	49,797
50,28	52,101	54,876	52,582	54,965	51,56	48,683	49,644
50,031	52,238	54,722	52,775	54,969	51,637	48,667	49,749
50,534	52,201	54,708	52,601	55,057	52,098	48,465	49,791
50,233	52,213	54,596	52,477	55,095	52,205	48,243	49,88
50,408	52,404	54,682	52,553	55,152	51,943	48,246	49,643
49,851	52,519	54,819	52,648	54,959	51,718	48,132	49,64
50,069	52,583	54,701	52,293	55,007	51,368	48,318	49,516
49,464	52,654	54,641	52,247	54,833	50,778	47,358	49,844
49,722	52,627	54,545	52,224	54,88	51,098	47,784	50,058
49,725	52,811	54,642	52,123	54,842	51,219	48,096	49,912
49,433	52,514	54,745	52,158	54,917	51,596	48,203	49,976
49,456	52,499	54,804	52,049	54,728	51,276	48,061	49,883
49,928	52,874	54,82	52,011	54,805	51,316	47,975	50,083
49,697	53,025	54,841	52,166	54,949	50,923	48,171	50,067
49,576	52,783	54,897	52,243	55,076	50,774	48,318	49,812
49,598	52,781	54,806	52,352	54,641	50,821	48,281	49,854
48,786	52,605	54,573	52,061	54,791	50,989	48,365	49,69
48,99	52,484	54,563	51,955	54,943	50,962	48,488	49,978
49,04	52,477	54,551	51,829	55,029	51,041	48,668	49,947
49,004	52,531	54,573	52,129	54,886	50,963	48,457	50,014
49,386	53,195	54,679	51,949	54,979	51,305	48,28	50,073
49,182	53,138	54,711	52,085	54,827	51,374	48,551	49,9
49,378	52,589	54,69	52,306	54,75	51,437	48,761	49,805
49,484	52,756	54,579	52,51	54,807	51,376	48,817	49,933
49,468	52,991	54,588	52,417	54,873	51,399	48,933	49,964
49,164	53,172	54,635	52,471	54,844	51,037	48,867	49,903
48,719	52,835	54,857	52,228	54,836	51,053	48,798	49,692
48,946	52,633	54,69	52,343	54,9	50,643	48,65	49,443
48,803	52,572	54,683	52,5	54,635	50,594	48,64	49,391
48,704	52,567	54,668	52,311	54,561	50,673	48,324	49,332
48,813	52,373	54,587	52,183	54,362	50,779	48,44	49,349
48,28	51,673	54,326	52,013	54,328	50,606	48,563	49,043
48,273	51,32	54,216	52,075	54,149	50,67	48,403	49,083
48,525	51,118	54,034	51,996	54,176	50,811	48,302	49,019
48,404	51,535	54,024	51,762	54,08	50,762	48,051	48,959
48,317	51,367	53,877	51,574	54,141	50,419	47,836	48,91
48,66	51,73	54,211	52,196	54,271	50,685	47,669	49,004
49,035	51,784	54,029	52,129	54,311	50,695	47,895	49,085
49,304	52,05	53,865	52,05	54,154	50,49	47,974	49,075
49,161	51,831	53,838	51,966	54,041	50,249	47,686	49,196
48,737	51,799	53,759	51,806	54,073	50,2	47,582	49,174
48,69	51,461	53,658	51,882	54,082	50,143	47,755	49,381
49,3710417	52,2983542	54,5144583	52,2117292	54,7177708	51,0754583	48,3323958	49,6378958
0,63171711	0,53889676	0,32300023	0,24962421	0,33706374	0,47174817	0,41091909	0,35681369

\*Los dos últimos renglones representan la media y la desviación estándar

Temperatura de pared sección 5				°C	Temperatura de pared sección 6			
<i>T<sub>n</sub></i>	<i>T<sub>e</sub></i>	<i>T<sub>o</sub></i>	<i>T<sub>s</sub></i>		<i>T<sub>n</sub></i>	<i>T<sub>e</sub></i>	<i>T<sub>o</sub></i>	<i>T<sub>s</sub></i>
53,129	52,645	52,395	53,488		52,715	52,658	52,642	49,725
53,058	52,64	52,358	53,581		52,688	52,56	52,431	49,525
53,106	52,627	52,404	53,59		52,794	52,627	52,688	49,677
53,03	52,681	52,296	53,511		52,978	52,788	52,876	49,883
52,967	52,574	52,324	53,355		52,968	52,772	52,84	49,825
53,004	52,513	52,245	53,409		53,123	52,87	52,998	49,888
53,203	52,559	52,439	53,5		53,049	52,926	53,069	50,004
53,217	52,644	52,472	53,465		53,142	52,951	53,092	50,107
53,155	52,605	52,379	53,583		53,248	52,99	53,034	50,094
53,028	52,588	52,438	53,632		53,263	53,021	52,969	49,883
53,156	52,809	52,264	53,6		53,182	52,946	52,845	49,889
53,155	52,757	52,251	53,548		53,115	52,852	52,721	49,715
53,115	52,609	52,162	53,555		53,064	52,85	52,794	49,782
52,655	52,319	51,984	53,296		52,924	52,651	52,674	49,804
52,829	52,407	52,299	53,331		52,793	52,629	52,745	49,871
52,841	52,593	52,025	53,406		52,835	52,602	52,772	49,829
52,741	52,375	51,813	53,377		52,86	52,607	52,748	49,824
52,574	52,437	51,715	53,277		52,71	52,506	52,593	49,691
52,577	52,341	51,992	53,312		52,761	52,445	52,5	49,567
52,623	52,431	52,082	53,389		52,653	52,393	52,419	49,577
52,718	52,374	52,051	53,341		52,732	52,42	52,428	49,543
52,644	52,391	51,94	53,255		52,636	52,334	52,421	49,491
52,482	52,46	51,724	53,232		52,72	52,44	52,372	49,602
52,517	52,397	51,758	53,097		52,737	52,491	52,355	49,636
52,569	52,348	52,01	53,203		52,771	52,427	52,372	49,634
52,719	52,446	52,282	53,252		52,784	52,42	52,458	49,678
52,707	52,417	52,193	53,358		52,737	52,373	52,419	49,713
52,601	52,37	51,917	53,262		52,68	52,398	52,426	49,562
52,654	52,383	51,992	53,322		52,558	52,327	52,244	49,511
52,587	52,332	52,15	53,341		52,644	52,329	52,288	49,244
52,628	52,331	52,107	53,397		52,752	52,499	52,374	49,276
52,616	52,193	52,104	53,269		52,621	52,371	52,136	49,165
52,553	52,241	52,044	53,221		52,535	52,309	52,012	49,151
52,479	52,142	52,014	53,243		52,43	52,25	51,978	49,072
52,391	51,952	51,906	53,012		52,607	52,344	52,101	49,153
52,238	51,997	51,785	52,934		52,506	52,28	52,074	49,173
52,034	51,807	51,417	52,708		52,361	52,137	52,084	49,143
51,888	51,686	51,489	52,58		52,464	52,154	52,123	49,146
51,837	51,713	51,519	52,484		52,383	52,142	52,18	49,165
51,686	51,425	51,21	52,251		52,408	52,154	52,027	49,067
51,691	51,472	51,154	52,334		52,258	52,137	51,926	49,089
51,718	51,302	51,077	52,371		52,334	51,95	51,85	49,059
51,896	51,711	51,413	52,403		52,31	52,105	51,85	49,01
52,063	51,731	51,546	52,482		52,371	52,152	52,163	49,215
52,049	51,827	51,42	52,55		52,223	52,016	51,855	48,976
51,975	51,703	51,257	52,398		52,152	51,984	51,847	48,914
51,854	51,588	51,144	52,293		52,191	51,925	51,889	49,057
51,839	51,592	50,956	52,216		52,189	51,972	52,054	49,072
52,55825	52,2392708	51,9149167	53,1252917		52,6866458	52,4475833	52,4115833	49,4932708
0,464018	0,39998238	0,41586576	0,43926379		0,29543768	0,30135494	0,36895072	0,34199575

\*Los dos últimos renglones representan la media y la desviación estándar

Temperatura de pared sección 7 °C				Temperatura de pared sección 8 °C			
Tn	Te	To	Ts	Tn	Te	To	Ts
49,849	51,307	51,05	50,696	58,004	50,978	51,651	52,017
50,246	51,334	51,053	50,538	119,62	50,939	51,56	51,796
49,68	51,571	51,265	50,706	91,146	51,174	51,573	51,561
50,183	51,477	51,336	50,712	129,193	51,007	51,631	51,767
49,629	51,159	51,267	50,393	78,714	50,992	51,521	51,788
49,644	51,327	51,294	50,597	118,648	51,119	51,634	51,958
49,598	51,319	51,341	50,538	92,507	51,296	51,683	52,042
49,563	51,559	51,294	50,681	114,793	51,343	51,996	52,394
49,594	51,598	51,243	50,425	141,673	51,665	51,972	52,345
49,441	51,391	51,299	50,507	112,868	51,412	51,826	52,388
49,54	51,221	51,277	50,548	76,887	51,413	51,827	52,387
49,492	51,403	51,22	50,79	92,534	51,326	51,69	52,367
49,588	51,746	51,294	50,052	72,558	51,353	51,818	52,291
50,544	51,467	51,154	50,526	93,391	51,168	51,611	51,788
50,123	51,28	51,161	50,444	135,108	51,146	51,621	51,793
50,28	51,448	51,193	50,442	143,594	51,092	51,357	51,722
50,394	51,354	51,127	50,341	157,907	51,015	51,54	51,84
50,209	51,319	50,994	50,269	156,012	51,217	51,71	51,934
50,049	51,467	51,004	50,24	70	51,318	51,804	51,833
49,935	51,455	50,905	50,279	89,602	51,242	51,91	51,783
49,896	51,369	50,784	50,405	157,915	51,205	51,905	51,914
50,093	51,268	51,043	50,37	106,111	51,417	51,804	51,796
50,115	51,164	51,038	50,24	165,541	51,207	51,796	51,796
50,147	51,255	50,935	50,23	77,868	51,131	51,754	51,421
49,76	51,206	51,107	50,277	121,775	51,175	51,693	51,616
49,795	51,095	51,186	50,205	157,922	51,232	51,71	51,754
49,829	51,12	50,944	50,205	169,48	51,109	51,806	51,618
49,925	51,075	50,976	50,237	166,51	51,146	51,592	51,658
49,782	51,009	50,806	50,06	124,147	51,138	51,636	51,68
49,4	51,083	50,821	50,188	151,519	50,936	51,574	51,761
49,6	51,097	51,008	50,222	169,868	50,993	51,589	51,591
49,501	51,127	50,981	50,166	160,802	50,847	51,606	51,256
49,548	50,996	50,937	50,161	88,651	50,751	51,38	51,315
49,536	51,019	50,969	50,003	73,967	50,786	51,362	51,391
49,566	51,13	50,949	50,023	155,089	50,68	51,377	51,492
49,519	51,095	50,957	49,882	156,043	50,692	51,434	51,468
49,603	50,999	50,932	49,964	154,156	50,581	51,232	51,204
49,699	50,994	50,833	49,892	184,609	50,441	51,172	51,132
49,748	51,056	50,838	49,614	153,195	50,478	51,106	51,142
50,049	51,122	50,9	50,131	147,461	50,436	51,066	50,972
50,113	51,1	50,915	50,116	92,579	50,527	51,03	51,108
49,405	51,056	50,784	50,035	149,37	50,759	50,978	51,214
49,61	51,401	50,688	49,895	144,661	50,82	50,99	51,147
49,186	51,171	50,626	49,821	131,034	50,734	51,037	51,017
49,28	51,065	50,69	49,823	156,092	50,584	51,091	51,123
49,496	51,206	50,577	49,86	132,568	50,611	50,933	51,105
49,275	51,117	50,661	49,954	75,964	50,411	50,951	51,014
49,247	51,201	50,584	49,959	147,466	50,453	50,596	50,819
49,7563333	51,2457917	51,005	50,2429583	125,356708	50,9894792	51,5028125	51,631625
0,32299301	0,18368567	0,21268576	0,27844912	34,1866348	0,31644501	0,32810135	0,41948431

\*Los dos últimos renglones representan la media y la desviación estándar

T_ Salida ánulo	°C	Temperatura del agua en el ánulo para diferentes secciones°C					
		T1	T2	T3	T4	T5	T6
38,906	37,7589238	36,3138456	34,664	33,0904778	31,4333168	29,8353294	28,6672443
39,041	37,7833759	36,3209128	34,357	33,0164042	31,5363952	30,0036085	28,5734528
38,9903	37,6246006	36,3935544	34,574	32,9254731	31,5333664	30,1906398	28,6707779
39,05	37,6568837	36,475514	34,695	33,1678428	31,4969216	30,2342023	28,6965528
39,073	37,6135422	36,2512008	34,795	33,1032924	31,4393744	30,1742322	28,6459952
39,054	37,7743028	36,3479736	34,706	33,1335419	31,4060576	30,0134903	28,6135392
39,045	37,7166929	36,2488344	34,565	33,0315332	31,3505296	30,2659232	28,8186368
39,087	37,7147308	36,2633492	34,543	32,982981	31,4565376	30,3939346	28,8772928
39,068	37,7813777	36,3618104	34,707	33,0540196	31,5453824	30,2720955	28,8693152
38,912	37,7479653	36,272916	34,825	33,1861462	31,5463424	30,2953308	28,8958992
38,9196	37,7976082	36,2831608	34,798	33,1989924	31,5403344	30,2414141	28,7337008
39,047	37,7157415	36,2730152	34,786	33,0961152	31,5949399	30,1656277	28,9299854
39,153	37,8753197	36,2194568	34,728	32,9992222	31,4071168	30,0007014	28,8421096
39,293	37,8265975	36,1766392	34,667	32,9525749	31,4865776	29,9747584	28,7100018
39,327	37,8339934	36,2071256	34,416	32,9855992	31,6977824	30,0371984	28,6769952
39,357	37,9331013	36,2091944	34,176	33,0830034	31,5267534	29,981679	28,831464
39,369	37,9998075	36,2495784	34,272	32,9623154	31,6644656	29,9905512	29,027064
39,341	38,0119952	36,2081352	34,178	33,0011582	31,6868454	30,1812574	28,9164688
39,413	38,1009368	36,1545768	34,138	33,0933112	31,5833118	30,0736071	28,6487264
39,493	38,1423162	36,2020776	34,4035	33,2744888	31,5784658	30,2976135	29,1775688
39,445	38,0545553	36,3333752	34,499	33,1105012	31,5444224	30,3716199	29,0313648
39,422	38,0342899	36,2806776	34,449	33,0182728	31,4172812	30,3202849	29,0545856
39,454	38,0291771	36,2179832	34,554	32,9775456	31,4531098	30,3960713	29,1038576
39,4944	38,1120545	36,2925944	34,441	32,9982494	31,5695632	30,1020058	29,0585248
39,454	38,1221615	36,2006216	34,408	33,0148012	31,5832109	30,0930446	28,9749264
39,471	38,1918998	36,0276524	34,565	32,9971156	31,6583648	30,2834597	28,7275248
39,459	38,238927	35,9911582	34,764	32,8911213	31,8724432	30,2399522	28,6840624
39,444	38,1929698	36,0317704	34,747	32,9135317	31,8248928	30,2675	28,6378688
39,486	38,190817	36,3424823	34,642	32,9715497	31,7916256	30,439184	28,6915512
39,471	38,1032792	36,1541105	34,777	32,9990396	31,5683552	30,3401062	28,5318112
39,532	38,1186537	36,4179336	34,634	33,0198442	31,6133388	30,6829898	28,5983456
39,563	38,2091887	36,5919042	34,621	32,930617	31,7722448	30,4118426	28,5808448
39,508	38,0908891	36,5624552	34,567	32,9414706	31,6591696	30,6393785	28,710896
39,505	37,9926488	36,5423624	35,698	33,0803918	31,5460448	30,7881	28,7542208
39,517	37,8190108	36,5999096	34,684	33,0518854	31,4229232	30,5650782	28,7201424
39,508	37,7371441	35,9723592	34,629	33,0073926	31,4919944	30,4404426	28,6383152
39,475	37,7694272	35,9997624	34,683	33,0116369	31,5978816	30,3637865	28,7525984
39,387	37,7817335	36,1646232	34,696	33,1119638	31,4939424	30,3094248	28,6790464
39,483	37,737322	36,4577048	34,656	33,0245046	31,6588048	30,3942336	28,7843424
39,443	37,7089038	36,6963922	34,693	32,9659081	31,8821744	30,2984493	28,7652592
39,458	37,7248378	36,7986502	34,611	32,9932754	31,7156896	30,3148907	28,6129584
39,219	37,7499274	36,3616079	34,516	33,0154794	31,6998576	30,201775	28,7049808
39,101	37,7781084	36,1793528	34,528	33,0971284	31,4218464	30,2395277	28,7191152
39,1947	37,7204392	36,1987336	34,5453	32,8987034	31,4782352	30,2911448	28,651472
39,1757	37,8102136	36,1351288	34,509	32,9178852	31,5306352	30,2749314	28,6232032
38,9554	37,867478	36,1928162	34,579	32,9919246	31,6852528	30,2218991	28,701744
39,0665	37,8575386	36,1209944	34,566	33,0203532	31,6781856	30,2191594	28,7616176
38,9829	37,8730201	36,2124376	34,595	33,0640202	31,7924688	30,1276497	28,6241632
39,2836146	37,8964027	36,2814672	34,6010375	33,0286376	31,5819745	30,2554401	28,7646278
0,21177783	0,18105965	0,17691692	0,22989598	0,08132212	0,12951408	0,18887863	0,15472819

\*Los dos últimos renglones representan la media y la desviación estándar

<i>T8</i>	<b>T_Entrada</b> <i>anulo°C</i>	<b>T_ent_int</b> <i>agua°C</i>	<b>T_sal_int</b> <i>agua °C</i>	<b>Flujo ext</b> <i>kg/min</i>	<b>Flujo int</b> <i>kg/min</i>
26,5437736	23,048	71,861	57,442	4,19425275	4,15404594
26,3092912	23,053	71,861	57,451	4,20660877	4,14519984
26,5316452	23,058	71,861	57,455	4,20823483	4,14380516
26,4053077	23,058	71,853	57,468	4,17322588	4,13723016
26,7054856	23,06	71,853	57,477	4,2440024	4,12938016
26,8520371	23,061	71,853	57,511	4,15989448	4,11953766
27,1370545	23,065	71,844	57,52	4,15599255	4,10662688
26,6498971	23,064	71,844	57,546	4,21192	4,09718297
26,5690411	23,064	71,836	57,597	4,2248179	4,09028922
26,8055449	23,064	71,836	57,61	4,2216746	4,08407297
26,8136305	23,065	71,836	57,645	4,22546815	4,08761953
26,3781967	23,062	71,836	57,636	4,19934722	4,06582219
26,3176733	23,065	71,836	57,645	4,20769295	4,04972359
26,2643833	23,034	71,787	57,515	4,1557758	3,93695391
26,4892551	23,034	71,787	57,507	4,15425813	3,93516078
26,5437736	23,032	71,787	57,477	4,17387613	3,92268828
26,6701111	23,031	71,787	57,481	4,1557758	3,91639234
26,414404	23,031	71,779	57,49	4,1731175	3,91013625
26,6226082	23,028	71,771	57,49	4,17300913	3,90332156
26,6783153	23,026	71,771	57,464	4,1904592	3,89232359
26,6903251	23,026	71,771	57,464	4,15642605	3,88694406
26,6700432	23,025	71,771	57,477	4,1232599	3,87610547
26,5771267	23,023	71,771	57,481	4,15588418	3,87204094
26,515474	23,022	71,763	57,434	4,1397346	3,86546609
26,5842016	23,023	71,763	57,429	4,1557758	3,8572175
26,3346773	23,021	71,755	57,417	4,13854248	3,85076219
27,0723697	23,019	71,755	57,421	4,15241575	3,84036187
26,2793853	23,018	71,747	57,412	4,2070427	3,83781156
26,3589934	23,018	71,747	57,425	4,13875923	3,82765031
26,5932979	23,019	71,747	57,417	4,15588418	3,85315297
26,3656972	23,02	71,738	57,412	4,15631768	3,96010562
26,4595319	23,019	71,738	57,399	4,1040754	4,09698375
26,4872337	23,02	71,738	57,365	4,12217615	4,23940094
26,4113719	23,023	71,73	57,322	4,1393011	4,37874922
26,2991842	23,021	71,722	57,279	4,15913585	4,50921203
26,352692	23,023	71,722	57,262	4,16986582	4,62253984
26,3215296	23,025	71,722	57,223	4,12163385	4,75858141
26,2981142	23,026	71,722	57,176	4,15610093	4,7687825
26,111194	23,025	71,714	57,137	4,11599792	4,77615438
26,1981142	23,025	71,706	57,098	4,1388676	4,75615063
26,1253438	23,024	71,706	57,072	4,13897598	4,73734234
26,1526327	23,023	71,698	57,038	4,15588418	4,71478781
26,0394343	23,021	71,698	57,059	4,15599255	4,69582016
26,0556055	23,019	71,698	57,077	4,23847443	4,67382422
26,0586376	23,017	71,698	57,081	4,09171937	4,66151109
26,0364022	23,016	71,698	57,085	4,10461727	4,64493438
26,0283166	23,013	71,69	57,046	4,16531365	4,63218297
26,0070919	23,013	71,681	57,016	4,15566743	4,61357406
26,4413636	23,033125	71,7685	57,3739792	4,16506763	4,20074299
0,2659364	0,01766909	0,05591939	0,18369604	0,03585195	0,33617984

\*Los dos últimos renglones representan la media y la desviación estándar