



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE QUÍMICA

**ESTUDIO DE LAS CONDICIONES DE FRONTERA
PARA LA CONVECCIÓN NATURAL
EN UNA CAVIDAD CERRADA**

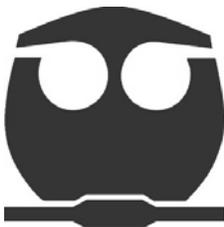
T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

Ingeniero Químico

P R E S E N T A :

Juan Ernesto Ramírez Juárez



México D.F. Ciudad Universitaria 2011



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: JOSÉ ANTONIO ORTÍZ RAMÍREZ
Vocal: JUAN PABLO AGUAYO VALLEJO
Secretario: MARTÍN SALINAS VÁZQUEZ
1^{er}. Suplente: EDUARDO VIVALDO LIMA
2^{do}. Suplente: ÁNGEL ENRIQUE CHÁVEZ CASTELLANOS

Lugar donde se realizó la tesis:

INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM.

TUTOR DE TESIS:

Dr. Martín Salinas Vázquez

SUSTENTANTE

Juan Ernesto Ramírez Juárez

RESUMEN

Este trabajo presenta un estudio de condiciones de frontera para la convección natural en una cavidad rectangular de sección transversal cuadrada, con paredes verticales diferencialmente calentadas y que está llena de aire. Con el fin de mostrar el efecto que se genera al considerar tres distintas distribuciones de temperatura a lo largo de las paredes horizontales de la cavidad, en el valor promedio de la velocidad en la dirección normal y transversal de la cavidad, en el perfil de temperaturas, así como en la fluctuación promedio de estas variables, en los esfuerzos de Reynolds, y en las estructuras turbulentas instantáneas que se forman en la cavidad.

Los tres casos de estudio propuestos son de acuerdo a la distribución de temperatura de sus paredes horizontales; Caso 1: paredes horizontales adiabáticas; Caso 2: paredes horizontales altamente conductoras; Caso 3: paredes horizontales perfectamente conductoras. Los resultados se obtuvieron por medio de una simulación numérica de un modelo matemático basado en ecuaciones de flujo compresible y que utiliza la técnica de simulación de grandes escalas (Large Eddy Simulation-LES).

ABSTRACT

This work presents a study of boundary conditions for natural convection in a rectangular cavity of transverse square section, with differentially heated vertical walls and that is full of air. In order to see the effect that is generated considering three different distributions of temperature along of the horizontal walls of the cavity, in the average value of the velocity in vertical and horizontal direction of the cavity, in the profile of temperatures, as well as in the average fluctuation of these variables, in Reynolds stress, and in the turbulent instantaneous structures that are formed in the cavity.

The three proposed cases of study are accorder to the distribution of temperature of their horizontal walls; Case 1: horizontal adiabatic walls; Case 2: horizontal highly conductive walls; Case 3: horizontal perfectly conductive walls. The results were obtained by a numerical simulation of a mathematical model based on compressible flow equations and the Large-Eddy Simulation algorithm.

AGRADECIMIENTOS

Gracias a la *Universidad Nacional Autónoma de México* y a la *Facultad de Química* por la formación académica y personal que me otorgo. Al Instituto de Ingeniería por permitirme la realización de este trabajo. Al Dr. Martín Salinas Vázquez por recibirme con amabilidad y disponibilidad, además de ampliar mis conocimientos y ser un apoyo para la realización de este trabajo.

A mi familia que siempre ha estado a mi lado y su gran cariño: A mi papá por mostrarme lo que es ser un gran papá, a mi mamá por buscar lo mejor para mí y nunca rendirse, a mi hermana Jessica G. por cuidarme y ser un ángel en mi vida, a mi hermana Nancy J. por estar conmigo en momentos difíciles y por su apoyo, a mi hermanito Leonardo Daniel por la alegría que me da y mostrarme el valor de una familia. Los amo.

A los pilares de la familia, Mi abuelita Ángela Flores por su cariño y cuidado, a mi abuelito Francisco Ramírez Cortez por las charlas y cariño.

A mi tío Manuel por sus consejos y recuerdos, a mi tía Yolanda Juárez y David Juárez por su apoyo, a mi Padrino Francisco por el apoyo a la familia y su cariño, a mi madrina Maru por su cuidado, a mi tío Alan y tía Sandra por alegrar momentos esenciales, a mi tía Araceli por su ayuda y a Male por su cariño, a mi tío Porfirio por su gran amistad, a mi tío Crescencio y Mauricio por su respeto. A mi tía Ernestina y tío Miguel por ofrecerme su apoyo y darme sus mejores deseos. A mi tía Alicia por su ayuda y cariño, a mi tío Samuel por su atención y ánimo, a Claudio por su amistad. A mi tía Elvira por su atención.

A mis primos que siempre me acompañan y me hacen sentir parte de esta gran familia; Abi, Mario, mi hermano Alexis, Jonathan, Jesús, Fabián, Brendita, Ameyallid, Damaris, Alfonso, Oscar, Adrian, Christopher, Alfonso, Yulis, Ángel, Cesar.

A Mi familia Jerezana que me ha dado grandes apoyos y buenos momentos, gracias por recibirme y acogerme; a Esaú Juárez por fomentar y apoyar mis primeros pasos de la carrera, a mi tía Ruth Juárez por su enorme cariño, a Cecy por el apoyo y compañía, a Raúl, Esther, Ricardo, Magda, Riqui, Fredy, Nelly. A Betty, Nico, Natygyt por su alegría, Gaby key g por los buenos deseos y su amistad, Teresita y Oscar por los agradables momentos y cariño.

A mis amigos de antaño; Sandra Peña, Gustavo Castillo L., Daniel Valencia, Cristina, Tania Buenrostro, Cristina Sánchez, Miguel Zacarías, Daniel, Candy Toledo, Lupita Sandoval, Pilar Vivanco.

A mis hermanos de vida, a los cuales agradezco profundamente su compañía y amistad; Enrique Padilla de Dios, Max Eddi Hernández, Ma. De los Ángeles Alvarado, Aarón Gustavo González Lievana, Juan Antonio Muñoz, Andrea Montserrat Muñoz, Jacqueline Hernández R., a Armando Sánchez Arzate que con su ayuda este escrito pudo ser terminado, Raúl Pérez Flores, Humberto J. González, Berita, Claudia Romero, Cecilia Rosas Toxtle, Rubí Elizalde, Asgard Yañez, Guadalupe Rojas, Alejandra Mendoza, Tere, Jesús Hernández, Sandra Palafox, Adri Elias.

Gracias a todas las personas que me han dado su apoyo y generado la persona que soy ahora, que muestran su fe y alientan mi caminar.

CONTENIDO

RESUMEN	iii
ABSTRACT	iii
CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Presentación del tema	1
1.2. Justificación	2
1.3. Objetivos	3
CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO	4
2.1. Convección natural en cavidades cerradas	4
2.2. Inestabilidad Rayleigh-Bénard (R-B)	8
2.3. Turbulencia	10
CAPÍTULO 3. ECUACIONES DE GOBIERNO	14
3.1. Ecuaciones de gobierno del fenómeno	14
3.2. Esquema numérico y modelo de turbulencia	15
3.2.1. Simulación de Grandes Escalas (LES)	15
3.2.2. Esquema numérico	21
CAPÍTULO 4. GENERALIDADES DE LA SIMULACIÓN NUMÉRICA	23
4.1. Configuración experimental	23
4.2. Detalles computacionales	25
4.3. Condiciones iniciales y condiciones de frontera	26
CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	28
5.1. Validación del código y configuración del flujo	28
5.2. Comparación de las tres condiciones de frontera	32
5.2.1. Variables promedio	32
5.2.1.1. Distribución de la velocidad promedio	32
5.2.1.1.1. Componente normal, V	32
5.2.1.1.2. Componente transversal, U	36
5.2.1.2. Distribución de temperatura	38
5.2.2. Cantidades turbulentas	40
5.2.2.1. Fluctuación promedio de la temperatura, Trms	40
5.2.2.2. Esfuerzos de Reynolds (RMS)	40
5.2.2.2.1. Esfuerzos normales	40
5.2.2.2.1.1. Fluctuación promedio de la velocidad normal, Vrms	40
5.2.2.2.1.2. Fluctuación promedio de la velocidad transversal, Urms	43
5.2.2.2.2. Esfuerzos tangenciales, UV	46
5.2.3. Estructuras turbulentas	56
CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES	58
ANEXO I	61
REFERENCIAS	64
BIBLIOGRAFÍA	65

CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN

1.1 Presentación del tema

En esta tesis se presenta un estudio comparativo de tres condiciones de frontera que pueden ser consideradas en las paredes horizontales de una cavidad al realizar una simulación numérica. Tales condiciones de frontera son valores específicos de las variables o de las derivadas que forman parte de un modelo matemático. Para este trabajo, el estudio se realizará con tres casos; con el fin de presentar el efecto en las variables que intervienen en la cavidad al considerar distintas distribuciones de temperatura a lo largo de las paredes horizontales de la cavidad.

La cavidad de estudio es cerrada con forma rectangular y de sección transversal cuadrada, sus dimensiones son 0.75 m x 0.75 m x 1.5 m, está llena de aire y sus paredes verticales son mantenidas a temperatura constante de 283 y 323 K. Las condiciones a las que se encuentra la cavidad y el tipo de fluido dan un número de Rayleigh de 1.58×10^9 , generando que el flujo presente el fenómeno de la convección natural con un nivel de turbulencia bajo.

En el Capítulo 2 se tienen los antecedentes teóricos de la transferencia de calor por convección natural en cavidades cerradas, inestabilidad térmica que se presenta en estas cavidades, características de la turbulencia, y una forma de estudiar la turbulencia respecto a la distribución de velocidad y temperatura en la cavidad. Que será de utilidad para el análisis de las variables de velocidad y temperatura en la cavidad para los tres casos comparativos de estudio propuestos.

Las ecuaciones que rigen este fenómeno son ecuaciones que presentan una gran complejidad analítica y prácticamente son imposibles de resolver, por lo que se hace uso de la Mecánica de Fluidos Computacional (Computational Fluid Dynamics-CFD), donde con ayuda del gran desarrollo computacional de la actualidad pueden ser resueltas estas ecuaciones de forma aproximada utilizando modelos matemáticos. En este trabajo, los resultados son obtenidos por medio de simulaciones numéricas de un modelo basado en ecuaciones de flujo compresible y que utiliza la técnica de simulación de grandes escalas (Large Eddy Simulation-LES), presentado en el Capítulo 3. Este modelo es resuelto en un lenguaje de programación Fortran en plataforma Linux.

En el Capítulo 5 se hace la comparación de estos resultados con los resultados obtenidos experimentalmente (Tian & Karayiannis, 2000a), donde se realiza un estudio experimental para una cavidad con las mismas dimensiones y condiciones

que las de este estudio, esta configuración experimental es presentada en el Capítulo 4.

En el estudio de (Tian & Karayiannis, 2000a) se publica que la distribución de temperaturas para las paredes horizontales de la cavidad tiene distribución polinomial de tercer grado, esta es una de las condiciones de frontera que se considera como un caso de estudio. Otra de las condiciones propuesta, es considerar adiabáticas a las paredes horizontales de la cavidad, dando una transferencia de calor nula entre el fluido y las paredes. La tercera condición de frontera planteada atribuye que las paredes horizontales son perfectamente conductoras, proporcionando una distribución de temperatura lineal entre los valores de temperatura que se tienen en las paredes verticales de la cavidad.

El Capítulo 5 presenta los resultados de las simulaciones numéricas para cada uno de los casos propuestos, así como la comparación entre cada caso respecto a los valores promedio de la distribución de velocidad y temperatura, la violencia de sus fluctuaciones turbulentas, los esfuerzos normales, los esfuerzos tangenciales, y las estructuras turbulentas instantáneas que se forman en la cavidad.

El Capítulo 6 informa cuales son los efectos y diferencias que se obtienen al elegir paredes horizontales adiabáticas, altamente conductoras o perfectamente conductoras al realizar simulaciones numéricas en cavidades de este tipo.

1.2 Justificación

La convección natural en cavidades cerradas es de importancia en muchas aplicaciones de ingeniería. Estas incluyen transferencia de energía en habitaciones y edificaciones, enfriamiento de reactores nucleares, colectores solares y equipo de enfriamiento electrónico. Además de tener un considerable interés tanto de tipo teórico como experimental (Tian & Karayiannis, 2000a; Tian & Karayiannis, 2000b; Apofó & Karayiannis, 2000; Shia-Hui & Lars, 2001). Asimismo estas situaciones están ampliamente relacionadas a la exploración de la turbulencia, inestabilidades térmicas, y comportamiento caótico de sistemas de flujo no lineares. Respecto a la geometría, la cavidad rectangular es el tipo de geometría mas estudiado porque muchas de las aplicaciones en ingeniería pueden ser simplificadas en esta geometría (Tian & Karayiannis, 2000a).

En ocasiones es muy complicado y/o costoso el estudio experimental de los fenómenos que ocurren tanto en la naturaleza como en aplicaciones de ingeniería, por lo que tales situaciones han encontrado una alternativa utilizando el desarrollo

computacional de la actualidad para resolver los modelos propuestos para la resolución de dichos problemas.

Durante la realización de las simulaciones numéricas de cavidades como las de este estudio es necesaria la definición de las condiciones de frontera que tendrá el fenómeno. La complicación radica en que no se tiene la certeza de la distribución de temperatura a lo largo de las paredes horizontales para situaciones como las que presenta esta cavidad. Las dos opciones que se manejan comúnmente en estudios numéricos atribuyen que las paredes horizontales son adiabáticas o que estas paredes son perfectamente conductoras, aunado a esto, las condiciones límite sobre las superficies de la cavidad definidas en trabajos numéricos como adiabáticas o perfectamente conductoras son condiciones difíciles de mantener en trabajos experimentales (Apofo & Karayiannis, 2003). El estudio experimental realizado por (Tian & Karayiannis, 2000a), da una distribución de temperatura con distribución polinomial de tercer grado para las paredes horizontales, resultado aproximado a la realidad por ser una distribución moldeada por el flujo, debido al tipo de fluido presente en la cavidad, y a las condiciones y dimensiones que tiene la cavidad.

1.3 Objetivos

Realizar simulaciones numéricas utilizando un modelo matemático realizado por el Dr. Martín Salinas Vázquez en la Coordinación de Ingeniería de Proyectos Industriales y Ambientales del Instituto de Ingeniería de la UNAM para cada uno de los casos de estudio propuestos de acuerdo a la distribución de temperatura de sus paredes horizontales; caso 1: paredes horizontales adiabáticas; caso 2: paredes horizontales altamente conductoras; caso 3: paredes horizontales perfectamente conductoras. Esto con el fin de obtener los valores de velocidades y temperatura instantáneos en la cavidad, y a partir de estos resultados el valor promedio de la velocidad en la dirección normal y transversal de la cavidad, el perfil de temperaturas promedio, la fluctuación promedio de estas variables, los esfuerzos de Reynolds tangenciales, y las estructuras turbulentas instantáneas en la cavidad. Con estos resultados obtenidos, enterarse de los efectos que se tiene en estas variables al considerar distinta distribución de temperatura en las paredes horizontales y hacer una comparación entre estos.

CAPÍTULO 2 MARCO TEÓRICO

2.1 Convección natural en cavidades cerradas

Transferencia de calor por convección

La transferencia de calor por convección se debe a la interacción térmica entre una superficie y el movimiento de flujo próximo a la superficie, y ocurre en una gran cantidad de eventos en la vida diaria; tanto en la naturaleza como en procesos industriales. Además de incluir el estudio de la interacción térmica entre fluidos.

La formación de nubes es un claro ejemplo de este fenómeno, en que las altas temperaturas de la superficie terrestre provocan un ascenso de las masas de aire, a medida que van tomando altura reciben un proceso de enfriamiento, condensándose así el vapor de agua y dando lugar a la formación de nubes. Otros ejemplos de esta transferencia de calor son en los equipos electrónicos, en la calefacción de ambientes habitables, y en aislamiento de edificios y ventanas, donde es muy importante para la disipación de calor.

La convección natural ocurre cuando un cuerpo se encuentra con un fluido que tiene una temperatura más alta o más baja que el cuerpo, como resultado de la diferencia de temperaturas habrá transferencia de calor entre el fluido y el cuerpo, causando un cambio de densidad del fluido en la cercanía de la superficie del cuerpo. En un campo gravitacional la diferencia de densidad genera un flujo descendente del fluido más pesado y un flujo ascendente del fluido más ligero, la causa del movimiento del fluido es por un cambio de densidad como resultado del gradiente de temperaturas. Cuando el movimiento del fluido es producido por un elemento impulsor como puede ser una bomba o un ventilador, la transferencia de calor es por convección forzada, que no es el caso de este trabajo.

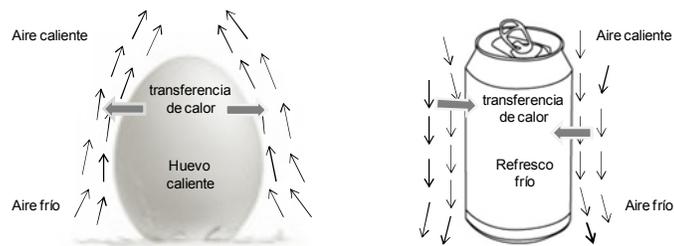


Fig 2.1 Ejemplos de transferencia de calor por convección natural

Un ejemplo de la convección natural es un huevo caliente en contacto con aire a una temperatura menor que la del huevo caliente, la diferencia de temperatura genera una transferencia de calor entre el huevo caliente y el aire que se encuentra próximo a la superficie del huevo, por lo que el aire disminuye su densidad y asciende. En el caso contrario puede ser el contacto de una lata de refresco frío con el aire a temperatura ambiente, el aire que se encuentra cerca de la superficie de la lata disminuirá su temperatura y aumentará su densidad, haciendo que este aire descienda como se muestra en la figura 2.1.

En ocasiones el fluido está confinado por superficies solidas, afectando el flujo del fluido. Observaciones experimentales indican que un fluido en movimiento se detiene completamente en la superficie, por lo que se asume una velocidad nula en la superficie. Esto es conocido como la condición de adherencia. Una consecuencia de la condición de adherencia es que todos los perfiles de velocidad deben tener valor de cero con respecto a la superficie en todos los puntos de contacto entre el fluido y la superficie sólida. Cerca de la pared existe una capa adyacente en la que el fluido tiene un movimiento laminar debido al amortiguamiento viscoso, en esta capa la transferencia de calor es por conducción, hacia la parte externa de la región cerca de la pared la velocidad se incrementa.

La figura 2.2(a) muestra la evolución del gradiente de velocidad que resulta de la adherencia del fluido a la superficie. Por lo tanto, la condición de adherencia es la responsable del desarrollo del perfil de velocidades en la que la propiedad del fluido responsable de esta condición y el desarrollo de la capa límite es la viscosidad. Esta región de flujo adyacente a la pared en la cual los efectos viscosos son significantes es llamada capa límite.

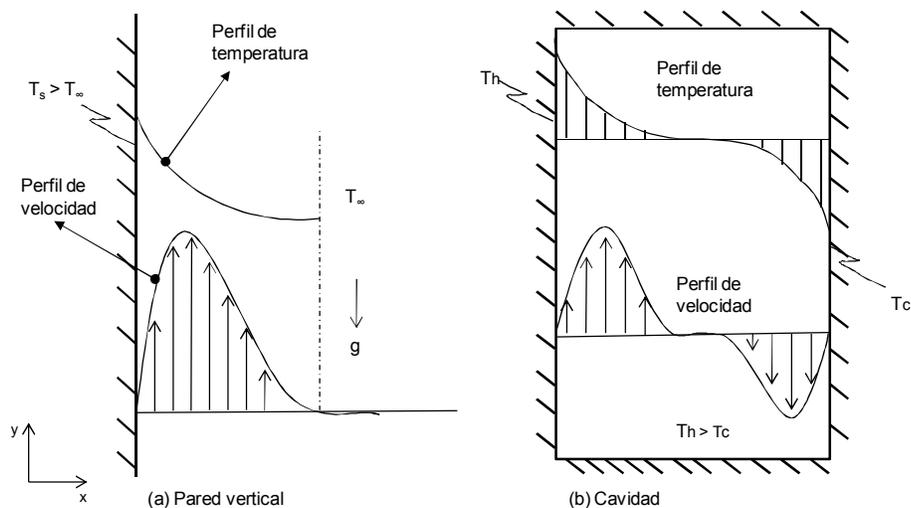


Fig 2.2 Perfil de velocidad y de temperatura en la convección natural: (a) pared vertical; (b) Cavity con paredes verticales diferencialmente calentadas

La figura 2.2(a) explica la formación del perfil de velocidades en la cual la pared vertical se encuentra junta a un fluido y tiene una temperatura uniforme T_s , mayor que la del resto del fluido T_∞ , esto es $T_s > T_\infty$, el fluido cercano a la placa es calentado por conducción térmica y se eleva. Cuando la velocidad generada de esta manera es suficientemente alta, hace que la energía térmica sea transportada por arrastre en la dirección “y”, antes de poder penetrar más allá en la dirección x. Es por esto que la convección natural ocurre completamente en una capa límite delgada. Fuera de esta capa el fluido permanece casi en reposo a temperatura T_∞ y se mueve muy lentamente hacia la pared. A medida que entra fluido a la capa límite, la cantidad de fluido que se mueve hacia arriba a lo largo de la pared aumenta con la altura en la dirección -y.

Convección natural en cavidades cerradas

La figura 2.2(b) muestra el perfil de velocidad y el perfil de temperatura característico de la convección natural en una cavidad cerrada con paredes verticales diferencialmente calentadas y mantenidas a temperatura constante. En la pared con temperatura caliente, T_h , el fluido que se encuentra a una menor temperatura que la pared, tendrá transferencia de energía con esta pared y disminuirá su densidad provocando que el fluido ascienda y forme la capa límite. En la pared que mantiene una temperatura fría, T_c , el fluido que presenta mayor energía térmica que la pared, transferirá energía con esta pared y aumentará su densidad, provocando su descenso y de igual forma que en la pared caliente se formará la capa límite por efecto de la viscosidad. En este trabajo se estudiará una cavidad de este tipo.

Convección Rayleigh-Bénard

La convección natural se puede dar en un gran número de geometrías y tener distintas condiciones a la frontera, como algunos ejemplos se tienen cavidades con paredes; mantenidas a temperatura constante, parcialmente calentadas, calentadas y enfriadas por periodos, con paredes porosas o rugosas. Dentro de los cuales un caso clásico y muy estudiado es el de la convección Rayleigh-Bénard (R-B).

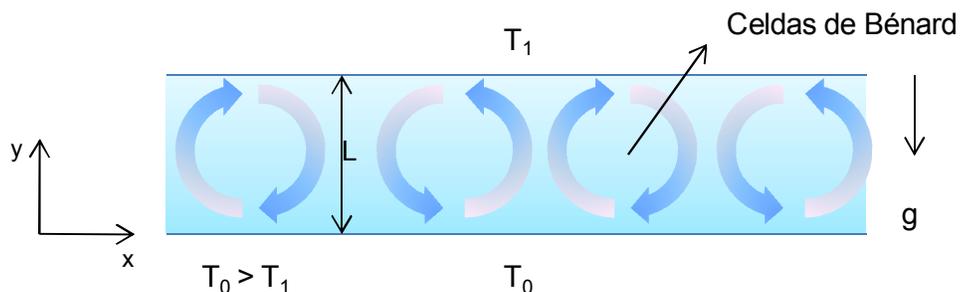


Fig 2.3 Diagrama de la convección Rayleigh-Bénard en corte lateral del fluido

En 1901 Henry Bénard fue el primero en estudiar la convección natural de fluidos confinados en una capa de fluido calentada por la parte inferior. En 1916 Lord Rayleigh desarrolló una teoría que explicaba los mecanismos que disipan energía: el arrastre viscoso, que se opone al movimiento y tiende a frenar el ascenso del fluido caliente y la difusividad térmica, la cual tiende a disminuir la diferencia de temperatura y por lo tanto el empuje.

La figura 2.3 muestra el diagrama de la convección R-B, las paredes horizontales tienen temperatura impuesta y la pared inferior presenta una temperatura mayor que la pared superior, por lo que el fluido cercano a la pared inferior tiene mayor temperatura y por lo tanto menor densidad que su entorno, esta diferencia de densidad provoca el ascenso del fluido menos denso y el descenso del fluido más denso por efecto de la gravedad. El ascenso del fluido menos denso es frenado por la fricción viscosa, y la difusión térmica tiende a disminuir el gradiente térmico que produce el empuje convectivo. Dependiendo de la relación que exista entre estos mecanismos, el fluido permanecerá en reposo o tenderá a ascender, ver figura 2.4.

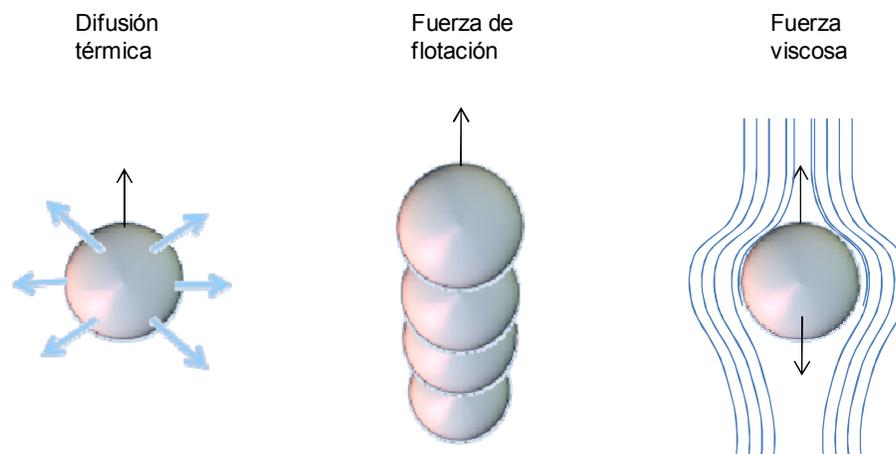


Fig 2.4 Fenómenos involucrados en la convección natural

La relación de estos mecanismos se mide a partir del valor del número adimensional Rayleigh, que refleja el cociente entre la fuerza de flotamiento y el producto del arrastre viscoso y la difusividad térmica. Donde β es el coeficiente de dilatación térmica, g es la aceleración de la gravedad, L es la longitud característica del fenómeno, $(\Delta T = T_H - T_C)$ que es la diferencia de temperatura que impulsa el flujo convectivo, ν la viscosidad cinemática y α la difusividad térmica del fluido.

$$Ra = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\nu\alpha} \quad (2.1)$$

Cuando la fuerza de flotación sobrepasa los efectos disipativos del arrastre viscoso y la difusión térmica, el modo de transferencia deja de ser conductivo para ser convectivo, a esto corresponde un valor de número de Rayleigh. Cuando se supera este valor del número de Rayleigh, se genera una situación en que tanto el fluido caliente como el frío tienden a subir y bajar respectivamente en cada punto de la cavidad, pero no puede subir y bajar en el mismo lugar, lo que hace que la capa de fluido se divida en un diagrama de celdas convectivas dentro de las cuales el fluido circula en órbitas cerradas, ver figura 2.3.

2.2 Inestabilidad Rayleigh-Bénard (R-B)

Las inestabilidades en flujos han sido estudiadas por muchos años desde los bien conocidos científicos Rayleigh y Reynolds en el siglo pasado. Estudiando flujos particulares bajo ciertas condiciones internas, externas y condiciones geométricas, dichas condiciones son representadas por algunos parámetros de control, como son los números adimensionales de Rayleigh y Reynolds, que al incrementar su valor, indican alta sensibilidad del fluido en estudio con respecto a esas condiciones. Podríamos querer saber entonces si tal sistema de flujo fluido se puede alejar significativamente de su estado original, llamado flujo básico, ó no. Si las perturbaciones son suficientemente grandes para extraer suficiente energía del flujo básico y crecer en un curso de tiempo, y continuar por un tiempo suficientemente grande, entonces se dice que el flujo básico comienza a ser inestable a tales perturbaciones. Por lo tanto, habrá una transición del flujo básico a otro debido a tales inestabilidades, y toma lugar cuando el parámetro de control excede algún valor crítico.

Principales mecanismos de inestabilidades

Las fuerzas en general pueden ser de tipo externo, tales como la flotación, tensión superficial, fuerzas debido a la presencia de un campo magnético, fuerzas de frontera, tales como imperfecciones en la frontera, rugosidades en las paredes, fuerza centrifugas y de coriolis, las cuales también pueden ser consideradas fuerzas externas si el sistema de flujo de fluido completo rota externamente. Las fuerzas pueden ser también de tipo interno, tales como la inercia y gradientes de presión. El efecto estabilizante o desestabilizante de la difusión molecular para momentum (viscosidad), calor (difusividad térmica), y concentración de masa (difusividad másica) así como los efectos debido a las condiciones límite, efectos ambientales, particularmente para los sistemas de flujo abierto, tales como capa límite, y la receptividad de perturbaciones externas de varios tipos dentro del sistema de flujo de fluido, pueden ser todas significantes para proporcionar efecto dentro de la

naturaleza de las inestabilidades. Para fluidos con densidad estratificada en un campo gravitacional, el fluido tiene la tendencia a invertir si capas de fluido pesado están encima de fluido ligero.

Mecanismo cualitativo de la inestabilidad R-B

Definiendo T_1 como la temperatura de la pared superior ($y=a$), y T_2 como la temperatura de la capa inferior ($y=0$).

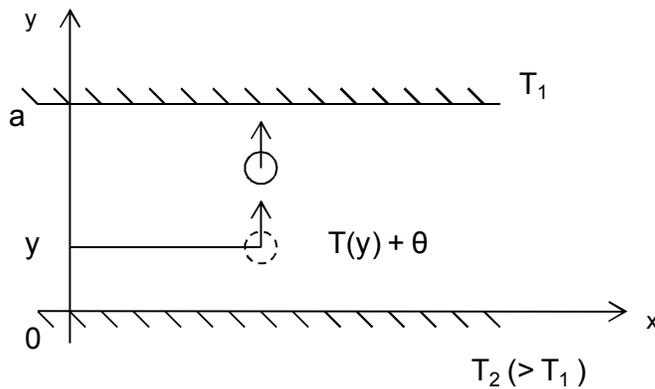


Fig 2.5 Diagrama esquemático del inicio de la inestabilidad Rayleigh-Bénard. Una fluctuación en la temperatura local θ inicia un movimiento vertical convectivo. El elemento desplazado (línea sólida) presenta una diferencia de temperatura la cual es más significativa que el intercambio con su alrededor, esto refuerza la fluctuación inicial

El mecanismo de inestabilidad puede ser explicado de la siguiente manera:

- Asumir que, en un cierto punto del fluido, la temperatura es inicialmente perturbada por una pequeña cantidad θ relativa a su valor de equilibrio $T(y)$.
- Movimiento vertical es entonces inducido sobre los correspondientes elementos de fluido como resultado de la flotación; así que, si θ es positivo, la densidad local del elemento de fluido decrece, y este se mueve hacia arriba.
- También resulta una contribución convectiva local debida al ascenso, calentamiento, y arrastre de fluido por este movimiento, el cual se origina del calentamiento de capas inferiores, y así refuerza la perturbación de la temperatura inicial. Este proceso se mantiene por el mismo a menos que sea inhibida por la conducción de calor y fricción viscosa.

Realimentando este mecanismo en efecto positivo da como resultado una inestabilidad convectiva, a menos que mecanismos estabilizadores como la difusividad térmica, la cual tiende a decrecer la perturbación de la temperatura, y la viscosidad, la cual atenúa la perturbación de la velocidad, sean suficientemente efectivos. Las condiciones para la aparición de la inestabilidad dependen de los valores relativos de las constantes en el tiempo del intercambio de calor y momentum que gobiernan este fenómeno.

En sistemas de flujo cortante, el parámetro de estabilidad es el número de Reynolds, Re , el cual es una medida de la relación entre las fuerzas inerciales y las fuerzas viscosas. En sistemas de flujo térmico, el parámetro de estabilidad es el número de Rayleigh, Ra , el cual es el producto del número de Grashof, Gr (2.2), y el número de Prandtl, Pr (2.3), y es una medida de la relación entre las fuerzas de flotación y las fuerzas viscosas.

$$Gr = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\nu^2} = \frac{\text{fuerzas de flotación}}{\text{fuerzas viscosas}} \quad (2.2)$$

El número de Prandtl, es una propiedad del fluido, el cual caracteriza las difusividades relativas de momentum y de calor intercambiado.

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\text{velocidad de difusión de momento}}{\text{velocidad de difusión de calor}} \quad (2.3)$$

La inestabilidad del flujo de un fluido puede ser establecida cada vez que un valor crítico del parámetro controlante es excedido. Tales inestabilidades son debidas a bifurcaciones, las cuales representan pasos discretos asociados con el rompimiento de simetrías del sistema de flujo. Dependiendo del sistema en particular de flujo de fluido, debe haber varios o muchos más valores del parámetro controlante más allá del cual varias o muchas más bifurcaciones puedan tomar lugar, hasta que finalmente el flujo laminar pierda su comportamiento de flujo laminar.

2.3 Turbulencia

La turbulencia es generada al inicio por los efectos de fricción con los límites sólidos o por interacción de los chorros de fluido que pasan en movimiento unos sobre otros a diferentes velocidades.

Algunas características de la turbulencia son:

- (1) Aleatoriedad: los flujos turbulentos son irregulares, caóticos e impredecibles.
- (2) No linealidad: son altamente no lineales. La no linealidad aporta que ciertos parámetros adimensionales como los números de Rayleigh, Reynolds o Richardson, excedan cierto valor crítico. Así cuando el número de Richardson excede el valor de 0.21 se producen mezclas. En flujos inestables, las pequeñas perturbaciones pueden crecer espontáneamente por amplificación no lineal. Una vez excedidos los criterios de estabilidad, se alcanza un nuevo estado más inestable que permite distorsiones más complejas aún. Además la

no linealidad tiende a la generación de vórtices, un proceso clave para que los flujos turbulentos en tres dimensiones mantengan la vorticidad.

- (3) Difusión: Debido a la mezcla macroscópica de partículas de fluido, los flujos turbulentos son caracterizados por una tasa altísima de difusión de cantidad de movimiento y calor.
- (4) Vorticidad: La turbulencia se caracteriza por niveles de vorticidad muy fluctuantes, en la que las estructuras identificadas en flujos turbulentos son comúnmente llamados vórtices o *eddies*. Una de las propiedades de la turbulencia es la existencia de vórtices de escalas muy diferentes. Los de mayor escala contienen más energía, la cual es cedida a estructuras más pequeñas mediante interacciones no lineales, hasta que la disipación viscosa transforma el *momentum* en calor.
- (5) Disipación: El mecanismo de los vórtices transfiere energía y vorticidad a escalas más pequeñas hasta que la viscosidad del fluido actúa y se disipa en forma de calor. Los flujos turbulentos requieren un aporte continuo de energía para compensar la disipación viscosa.

El flujo turbulento está caracterizado por la presencia de una variación extremadamente irregular de la velocidad con el tiempo en cada punto. La velocidad fluctúa continuamente alrededor de un valor medio y la amplitud de esta variación no es, en general, pequeña en comparación con la propia velocidad. Se produce una variación irregular semejante de la velocidad entre puntos del propio flujo en un instante determinado.

Las variables en un flujo turbulento no son deterministas y tienen que ser tratadas como estocásticas o variables aleatorias. Sea $u(t)$, una variable medida en un flujo turbulento. Cuando el promedio característico de $u(t)$ no varía con el tiempo, podemos definir la variable promedio como promedio en el tiempo, (2.4).

$$U = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt \quad (2.4)$$

Los distintos promedios de una variable aleatoria son llamados en conjunto las estadísticas de la variable, tales son el promedio y la raíz cuadrada media. Un proceso se puede considerar estacionario, cuando las estadísticas de una variable aleatoria son independientes en el tiempo, ver figura 2.6. Similarmente, se define un proceso homogéneo como un proceso cuyas estadísticas son independientes en el espacio.

Es de utilidad enfocar las partículas fluidas, se observa que estas partículas viajan en masas de fluido en varios tamaños que se mueven aleatoriamente llamadas

remolinos; éstas causan en cualquier punto del flujo, una pulsación rápida e irregular de la velocidad alrededor de un valor promedio bien definido.

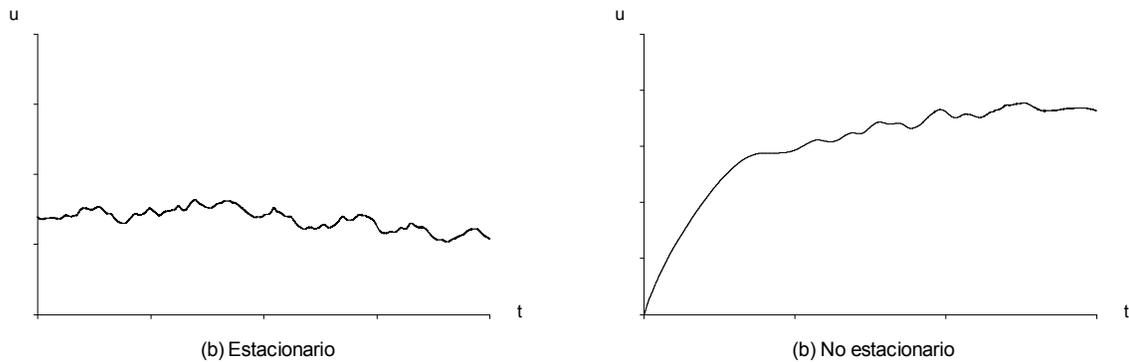


Fig 2.6 Historia de la medida en el tiempo de la velocidad turbulenta en un punto del espacio: (a) estado estacionario respecto al promedio temporal de la variable; (b) estado no estacionario respecto al promedio temporal de la variable

En la figura 2.7, se observa la historia de la medida en el tiempo de la velocidad turbulenta en un punto del espacio. Se puede considerar a la velocidad instantánea u , como compuesta por la suma vectorial de la velocidad promedio U , y de la componente de la fluctuación u' , ambas funciones del tiempo; definiendo y aislando de esta manera a la fluctuación de la velocidad se pueden estudiar con provecho ciertos aspectos esenciales de la turbulencia.

Intensidad de las fluctuaciones u'_{rms}

El promedio de la intensidad de las fluctuaciones es la raíz cuadrada media o desviación estándar, da una medida de la violencia de las fluctuaciones turbulentas, ya que es la magnitud del alejamiento de la velocidad fluctuante a partir de la velocidad promedio.

Intensidad de la turbulencia u'_{rms}/U

La intensidad de la turbulencia es una medida de la magnitud de las fluctuaciones de la velocidad con respecto al valor promedio. Da una medida de la escala de turbulencia, ya que es una medida del tamaño de los remolinos turbulentos que pasan por el punto. Esta intensidad aumenta con la velocidad, y la escala aumenta según las dimensiones de los límites. La intensidad de la turbulencia es a menudo expresada en términos de un porcentaje del valor promedio, $(u'_{rms}/U) \times 100$.

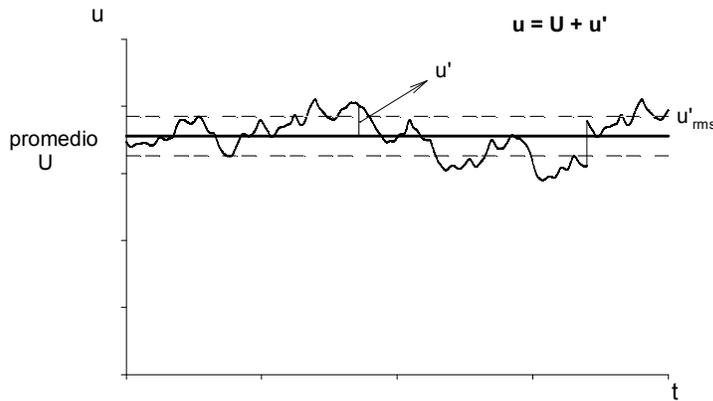


Fig. 2.7 Historia de la velocidad instantánea u en un punto del espacio, velocidad promedio U , velocidad fluctuante u' y raíz cuadrada media de la fluctuación u'_{rms}

Turbulencia isotrópica y homogénea

Investigaciones teóricas sobre la teoría estadística de la turbulencia son enormemente simplificadas asumiendo isotropía y homogeneidad. Isotropía es aquella condición donde los componentes de la intensidad en todas las direcciones son iguales. Esto es expresado por;

$$u'^2 = v'^2 = w'^2 \quad (2.5)$$

De la misma manera, independientemente de la orientación del eje de coordenadas en el espacio, el valor de las cantidades en (2.5) siempre será el mismo. Isotropía también quiere decir que las fluctuaciones son totalmente aleatorias, como consecuencia no hay correlación entre los componentes de la fluctuación en diferentes direcciones, (2.6);

$$u'v' = v'w' = u'w' = 0 \quad (2.6)$$

Homogeneidad en turbulencia significa que los componentes de la intensidad no son función de la posición en el espacio. La suposición de homogeneidad no conduce a tantas simplificaciones como la isotropía lo hace. De la misma manera es difícil producir flujos turbulentos homogéneos, excepto sobre distancias cortas. Que la turbulencia sea homogénea significa que se ve igual si nos trasladamos a distintos puntos del fluido.

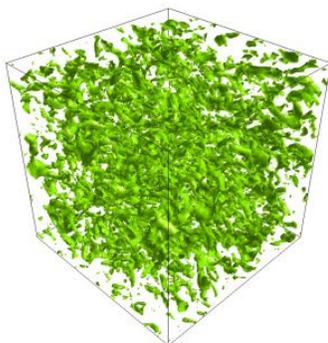


Fig 2.8 Turbulencia homogénea, figura tomada de <http://www.innovative-cfd.com/3d-cfd-analysis.html>.

CAPÍTULO 3 ECUACIONES DE GOBIERNO

3.1 Ecuaciones de gobierno del fenómeno.

En un marco de referencia cartesiano x, y, z , las ecuaciones de flujo compresible de Navier–Stokes pueden ser escritas de la forma:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}_i}{\partial x_i} = \mathbf{S} \quad (3.1)$$

(Salinas-Vázquez & Métais, 2002), donde \mathbf{U} es un vector de cinco componentes definido por:

$$\mathbf{U} = (\rho, \rho u_1, \rho u_2, \rho u_3, \rho e)^T \quad (3.2)$$

Se considera además que $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)$ es el vector velocidad, ρ es la densidad. El vector velocidad también se escribe como $\mathbf{u} = (u, v, w)$. La ecuación (3.1) representa la evolución de la densidad (ecuación de continuidad), cantidad de movimiento y la energía total, está última se compone por la energía interna más la energía cinética, definida para un gas ideal se escribe de la siguiente forma:

$$\rho e = \rho C_v T + \frac{1}{2} \rho (u_1^2 + u_2^2 + u_3^2) \quad (3.3)$$

\mathbf{F}_i son flujos donde $\forall i \in \{1, 2, 3\}$, y para un fluido Newtoniano está dado por:

$$\mathbf{F}_i = \begin{pmatrix} \rho u_i \\ \rho u_i u_1 + p \delta_{i1} - 2\mu S_{i1} \\ \rho u_i u_2 + p \delta_{i2} - 2\mu S_{i2} \\ \rho u_i u_3 + p \delta_{i3} - 2\mu S_{i3} \\ (\rho e + p) u_i - 2\mu u_j S_{ij} - k \frac{\partial T}{\partial x_i} \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

$k = \rho C_p \kappa$ es la conductividad térmica y κ la difusividad térmica. El símbolo δ_{ij} es la delta de Kronecker y S_{ij} es el componente de divergencia del tensor de deformación. El término S_{ij} se escribe,

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \delta_{ij} \right) \quad (3.5)$$

La viscosidad molecular se establece a través de la ley empírica Sutherland (White 1991),

$$\mu(T) = \mu(T_{ref}) \left(\frac{T}{T_{ref}} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1 + \frac{S}{T_{ref}}}{1 + \frac{S}{T}} \quad (3.6)$$

Donde S , T_{ref} y $\mu(T_{ref})$ son funciones del gas. La conductividad $k(T)$ se obtiene asumiendo que el número molecular de Prandtl es,

$$Pr = \frac{\nu}{k} = \frac{C_p \mu(T)}{k(T)} \quad (3.7)$$

Para este análisis se considera de 0.7 por ser aire. La ecuación de estado para gas ideal referente a la presión estática p , la temperatura T , y la densidad ρ ,

$$p = R \rho T \quad (3.8)$$

siendo $R = C_p - C_v$. La constante del gas R , dada por R/M , R es la constante universal de los gases y M es el peso molecular del gas. También se debe recordar que $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ es constante.

Término de flotación

$$g(\rho - \rho_0) = g\beta(T - T_0) \quad (3.9)$$

El término fuente de la ecuación 3.1 queda,

$$S = (0, 0, g\beta(T - T_0), 0, \nu g\beta(T - T_0))^T \quad (3.10)$$

3.2 Esquema numérico y modelo de turbulencia.

3.2.1 Simulación de Grandes Escalas (LES)

La técnica LES (Large-eddy simulation) consiste en simular únicamente las grandes escalas del flujo. Las pequeñas escalas son filtradas, pero estadísticamente influyen en el desarrollo de las grandes escalas a partir de un modelo sub-malla. Las ecuaciones de LES son encontradas por la aplicación de un filtro espacial de bajo transcurso $G_\Delta(x)$ de tamaño Δ en las ecuaciones de Navier – Stokes. Esto elimina las

escalas más pequeñas que el filtro de tamaño Δ llamado escala sub-malla. Matemáticamente, la operación de filtrado corresponde a la integral de convolución donde una función $f(x,t)$ del flujo multiplica a la función filtro $G_\Delta(x)$ (Lesieur & Métais, 1996), en la forma,

$$\bar{f}(x,t) = \int f(y,t) G_\Delta(x-y) dy \quad (3.11)$$

El campo de la escala submalla es determinado por la desviación del flujo actual con respecto al campo filtrado.

$$f = \bar{f} + f' \quad (3.12)$$

Donde f es la variable real, \bar{f} la variable filtrada y f' corresponde a la componente del modelo sub-malla.

El formalismo LES compresible ha sido descrito en detalle por Comte & Lesieur (1997), por tanto la aplicación del filtro a las ecuaciones compresibles de Navier–Stokes produce,

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{F}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{F}_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \bar{F}_3}{\partial x_3} = 0 \quad , \quad (3.13)$$

con

$$\bar{\rho e} = \bar{\rho C_v T} + \frac{1}{2} \overline{\rho (u_1^2 + u_2^2 + u_3^2)} \quad , \quad (3.14)$$

y

$$\bar{\rho} = \overline{\rho RT} \quad . \quad (3.15)$$

Para derivar un formalismo tan cercano como sea posible al formalismo incompresible, es común introducir en los modelos de turbulencia estadística y en LES el promedio de Favre. Se denota por \tilde{f} el peso–densidad filtrado de f , definido como:

$$\tilde{f} = \frac{\overline{\rho f}}{\bar{\rho}} \quad (3.16)$$

Entonces se tiene que,

$$U = (\bar{\rho}, \bar{\rho} \tilde{u}_1, \bar{\rho} \tilde{u}_2, \bar{\rho} \tilde{u}_3, \bar{\rho} \tilde{e})^T \quad (3.17)$$

y la energía total resuelta se escribe,

$$\overline{\rho e} = \overline{\rho \tilde{e}} = \overline{\rho C_v \tilde{T}} + \frac{1}{2} \overline{\rho (u_1^2 + u_2^2 + u_3^2)} \quad (3.18)$$

Los flujos resueltos \overline{F}_i son,

$$\overline{F}_i = \begin{pmatrix} \overline{\rho \tilde{u}_i} \\ \overline{\rho u_i u_1} + \overline{p \delta_{i1}} - \overline{2\mu S_{i1}} \\ \overline{\rho u_i u_2} + \overline{p \delta_{i2}} - \overline{2\mu S_{i2}} \\ \overline{\rho u_i u_3} + \overline{p \delta_{i3}} - \overline{2\mu S_{i3}} \\ \overline{(\rho e + p) u_i} - \overline{2\mu u_j S_{ij}} - k \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_i} \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

con la ecuación filtrada de estado,

$$\overline{p} = \overline{\rho R \tilde{T}} \quad (3.20)$$

Se introduce el tensor esfuerzo – submalla \overline{T} con componentes,

$$T_{ij} = -\overline{\rho u_i u_j} + \overline{\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_j}, \quad (3.21)$$

el cual se puede dividir en sus partes isotrópica y deviatorica, la siguiente ecuación lo denota:

$$T_{i,j} = \underbrace{T_{ij} - \frac{1}{3} T_{ll} \delta_{ij}}_{\tau_{i,j}} + \frac{1}{3} T_{ll} \delta_{ij} \quad (3.22)$$

Entonces, las ecuaciones (3.19) y (3.20) pueden ser leídas como,

$$\overline{F}_i = \begin{pmatrix} \overline{\rho \tilde{u}_i} \\ \overline{\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_1} + (\overline{p} - \frac{1}{3} T_{ll}) \delta_{i1} - \tau_{i1} - \overline{2\mu S_{i1}} \\ \overline{\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_2} + (\overline{p} - \frac{1}{3} T_{ll}) \delta_{i2} - \tau_{i2} - \overline{2\mu S_{i2}} \\ \overline{\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_3} + (\overline{p} - \frac{1}{3} T_{ll}) \delta_{i3} - \tau_{i3} - \overline{2\mu S_{i3}} \\ \overline{(\rho e + p) u_i} - \overline{2\mu u_j S_{ij}} - k \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_i} \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

y

$$\overline{\rho \tilde{e}} = \overline{\rho C_v \tilde{T}} + \frac{1}{2} \overline{\rho (\tilde{u}_1^2 + \tilde{u}_2^2 + \tilde{u}_3^2)} - \frac{1}{2} T_{ll} \quad (3.24)$$

Una formulación elegante fue propuesta por Comte & Lesieur (1997), a través de la introducción de una macro-presión y una macro-temperatura definida como,

$$\varpi = \bar{p} - \frac{1}{3} T_{ii} \quad (3.25)$$

y la macro-temperatura,

$$\mathcal{G} = \tilde{T} - \frac{1}{2C_v \bar{\rho}} T_{ii} \quad (3.26)$$

La ecuación filtrada de estado (3.20) puede ser escrita como,

$$\varpi = \bar{\rho} R \mathcal{G} + \frac{3\gamma - 5}{6} T_{ii} \quad (3.27)$$

La ventaja principal de esta ecuación es que podemos derivar un sistema cerrado de ecuaciones en las cuales el desconocido T_{ii} del tensor submalla no aparece explícitamente más extenso. De hecho, puede ser demostrado que la energía total resuelta se escribe,

$$\bar{\rho} \tilde{e} = \bar{\rho} C_v \mathcal{G} + \frac{1}{2} \bar{\rho} \left(\tilde{u}_1^2 + \tilde{u}_2^2 + \tilde{u}_3^2 \right) \quad (3.28)$$

Además, para $\gamma = 1.4$, fue demostrado por Comte & Lesieur (1997) que se justifica completamente despreciar el segundo término del lado derecho de la ecuación (3.27). Podemos entonces escribir,

$$\varpi \approx \bar{\rho} R \mathcal{G} \quad (3.29)$$

Esto hace que ϖ sea calculable si $\bar{\rho}$ y \mathcal{G} son conocidas.

Necesitamos introducir después el vector de flujo de calor, denotado por \mathcal{Q} , con componentes,

$$\mathcal{Q}_i = -(\overline{\rho e + p}) u_i + (\bar{\rho} \tilde{e} + \varpi) u_i \quad (3.30)$$

La expresión exacta para los flujos filtrados entonces se convierte en,

$$\bar{F}_i = \begin{pmatrix} \bar{\rho} \tilde{u}_i \\ \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_1 + \varpi \delta_{i1} - \tau_{i1} - \overline{2\mu S_{i1}} \\ \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_2 + \varpi \delta_{i2} - \tau_{i2} - \overline{2\mu S_{i2}} \\ \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_3 + \varpi \delta_{i3} - \tau_{i3} - \overline{2\mu S_{i3}} \\ (\bar{\rho} \tilde{e} + \varpi) \tilde{u}_i - Q_i - \overline{2\mu u_j S_{ij}} - k \frac{\partial T}{\partial x_i} \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

El sistema descrito arriba se puede cerrar haciendo uso de los modelos submalla comunes basados en una viscosidad turbulenta,

$$\tau_{ij} \approx \bar{\rho} \nu_t \tilde{S}_{ij} \quad (3.32)$$

$$Q_i \approx \bar{\rho} C_p \frac{\nu_t}{Pr_t} \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial x_i} \quad (3.33)$$

Los términos restantes no calculables son los términos de viscosidad molecular y difusivo, que se pueden considerar de menor importancia cuando el número de Reynolds es suficientemente grande. Por lo tanto simplemente reemplazamos (3.31) por,

$$\bar{F}_i \approx \begin{pmatrix} \bar{\rho} \tilde{u}_i \\ \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_1 + \varpi \delta_{i1} - 2(\bar{\mu} + \bar{\rho} \nu_t) \tilde{S}_{i1} \\ \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_2 + \varpi \delta_{i2} - 2(\bar{\mu} + \bar{\rho} \nu_t) \tilde{S}_{i2} \\ \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_3 + \varpi \delta_{i3} - 2(\bar{\mu} + \bar{\rho} \nu_t) \tilde{S}_{i3} \\ (\bar{\rho} \tilde{e} + \varpi) \tilde{u}_i - 2(\bar{\mu} + \bar{\rho} \nu_t) \tilde{S}_{ij} \tilde{u}_j - \left[\bar{k} + \bar{\rho} C_p \frac{\nu_t}{Pr_t} \right] \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial x_i} \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

En donde $\bar{\mu}$ y \bar{k} son ligadas con \mathcal{G} a través de la relación de Sutherland (3.6), un número de Prandtl molecular constante es asumido $Pr = C_p \frac{\bar{\mu}(\mathcal{G})}{\bar{k}(\mathcal{G})} = 0.7$.

Obsérvese que uno de los aspectos notables de esta formulación es que el sistema LES se puede deducir fácilmente de las ecuaciones compresibles de Navier–Stokes originales con los cambios siguientes:

$$u_i \rightarrow \tilde{u}_i, \quad \rho \rightarrow \bar{\rho}, \quad T \rightarrow \mathcal{G}, \quad p \rightarrow \varpi, \quad e \rightarrow \mathcal{E}, \quad \mu \rightarrow \bar{\mu} + \bar{\rho} \nu_t, \quad k \rightarrow \bar{k} + \bar{\rho} C_p \frac{\nu_t}{Pr_t}$$

Esto proporciona al código numérico un fácil uso para el LES sin modificaciones severas.

Las expresiones para ν_t y Pr_t utilizadas en las siguientes simulaciones compresibles corresponden a los modelos incompresibles descritos en Lesieur & Métais (1996), la única diferencia es que aquí se utiliza un promedio de Favre, antes descrito. Nuestro modelo submalla es el modelo selectivo de la función de la estructura propuesto por David (1993), la viscosidad local del remolino, esta dado por,

$$\nu_t(x, \Delta, t) = C_{ssf} \Delta \sqrt{\tilde{F}_2(x, \Delta, t)} \quad (3.35)$$

Donde C_{ssf} puede ser expresado como función de la constante de Kolmogorov

C_K : $C_{ssf} = f\left(C_K^{-\frac{3}{2}}\right)$. C_{ssf} toma el valor de 0.104 para $C_K = 1.4$. Δ se toma igual a $(\Delta x \Delta y \Delta z)^{\frac{1}{3}}$, donde Δx , Δy y Δz , son los tamaños de la malla locales en las tres direcciones espaciales.

$\tilde{F}_2(x, \Delta, t)$ es la función de estructura de segundo orden de la velocidad construida con el campo $\tilde{\mathbf{u}}$. \tilde{F}_2 es calculado en la coordenada \mathbf{x} con un promedio estadístico local de las diferencias de la velocidad de cuadro de los seis puntos más cercanos que rodean al punto \mathbf{x} en la malla computacional. La interpolación se basó sobre la ley de $\frac{2}{3}$ de Kolmogorov que se usa para la función estructura de la velocidad.

Según lo propuesto por David (1993), la viscosidad turbulenta se anula cuando la turbulencia no es lo suficientemente tridimensional. El criterio para tres dimensiones es definido como sigue: considérese en un momento dado que el ángulo entre el vector de vorticidad en un punto dado de la malla y su medio aritmético de los seis puntos vecinos más cercanos. La viscosidad turbulenta se cancela en los puntos donde este ángulo es más pequeño que 20° . Finalmente, el número de Prandtl turbulento se toma igual a 0.7, con lo que cierra la ecuación de la energía.

El código numérico usa coordenadas generalizadas. La adaptación a las coordenadas generalizadas se realiza introduciendo una matriz Jacobiana que

transforma una geometría compleja de malla no uniforme o geometría curvilínea, en un sistema de coordenadas Cartesiano (x, y, z) , dentro de una geometría ortogonal simple con malla uniforme en el sistema de coordenadas generalizadas (ξ_1, ξ_2, ξ_3) donde las ecuaciones se pueden resolver más fácilmente. Para este caso, simplemente consiste en una transformación de una malla no uniforme en el espacio físico (x, y, z) dentro de una malla uniforme en el espacio computacional (ξ_1, ξ_2, ξ_3) . Cada término en la matriz Jacobiana inversa (J^{-1}) se expresa como funciones analíticas de las medidas $\frac{\partial x_i}{\partial \xi_j}$. Las medidas son introducidas y calculadas por el esquema interno de primer orden, entonces la matriz (J) es calculada directamente de (J^{-1}) .

La ecuación (3.1) se representa como,

$$\frac{\partial \hat{U}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \xi_1} + \frac{\partial \hat{G}}{\partial \xi_2} + \frac{\partial \hat{H}}{\partial \xi_3} = \hat{S} \quad (3.36)$$

Con

$$\left. \begin{aligned} \hat{U} &= \frac{U}{J}, \\ \hat{F} &= \frac{1}{J} \left[\left(\frac{\partial \xi_1}{\partial x_1} F \right) + \left(\frac{\partial \xi_1}{\partial x_2} G \right) + \left(\frac{\partial \xi_1}{\partial x_3} H \right) \right], \\ \hat{G} &= \frac{1}{J} \left[\left(\frac{\partial \xi_2}{\partial x_1} F \right) + \left(\frac{\partial \xi_2}{\partial x_2} G \right) + \left(\frac{\partial \xi_2}{\partial x_3} H \right) \right], \\ \hat{H} &= \frac{1}{J} \left[\left(\frac{\partial \xi_3}{\partial x_1} F \right) + \left(\frac{\partial \xi_3}{\partial x_2} G \right) + \left(\frac{\partial \xi_3}{\partial x_3} H \right) \right], \\ \hat{S} &= \frac{1}{J} S. \end{aligned} \right\} \quad (3.37)$$

J es el determinante de la matriz (J) y U es función de las coordenadas cartesianas y del tiempo.

3.2.2 Esquema numérico

El sistema en coordenadas generalizadas se resuelve por medio de una extensión del esquema completo explícito McCormack, de segundo orden en el tiempo y cuarto

orden en el espacio, desarrollado por Gottlieb & Turkel (1976). Debe observarse que cuando se usa U tiende a ser reemplazada por \bar{U} definida por la ecuación (3.17) cuando la técnica LES es considerada. El esquema numérico es un esquema corrector–predictor definido en una dimensión por,

Predictor

$$U_j^{(1)} = U_j^{(n)} + \frac{1}{6} \lambda \left(-f_{j+2}^{(n)} + 8f_{j+1}^{(n)} - 7f_j^{(n)} \right) + (\delta t) S_j^{(n)}, \quad (3.38)$$

Corrector

$$U_j^{(n+1)} = \frac{1}{2} \left(U_j^{(n)} + U_j^{(1)} \right) + \frac{1}{12} \lambda \left(7f_{j-2}^{(1)} - 8f_{j-1}^{(1)} + f_j^{(1)} \right) + \frac{1}{2} (\delta t) S_j^{(1)}. \quad (3.39)$$

Los índices (n) , $(n+1)$ y (1) simbolizan respectivamente para los valores de la función al tiempo t , tiempo $t + \delta t$ y al paso–sub– tiempo. Obsérvese que las discretizaciones espaciales intermedias son esquemas no centrados de primer orden con un predictor adelantado (*upwind*) y un corrector atrasado (*downwind*). Como se especifica arriba el esquema resultante es de cuarto orden en el espacio.

La formulación generalizada en tres dimensiones (R3) se escribe,

Predictor

$$\begin{aligned} U_{i,j,k}^1 = U_{i,j,k}^n - J_{i,j,k}^P & \left[\frac{\Delta t}{\Delta \xi_1} \left[\frac{7}{6} \left(\hat{F}_{i+1,j,k}^n - \hat{F}_{i,j,k}^n \right) - \frac{1}{6} \left(\hat{F}_{i+2,j,k}^n - \hat{F}_{i+1,j,k}^n \right) \right] \right. \\ & + \frac{\Delta t}{\Delta \xi_2} \left[\frac{7}{6} \left(\hat{G}_{i+1,j,k}^n - \hat{G}_{i,j,k}^n \right) - \frac{1}{6} \left(\hat{G}_{i+2,j,k}^n - \hat{G}_{i+1,j,k}^n \right) \right] \\ & \left. + \frac{\Delta t}{\Delta \xi_3} \left[\frac{7}{6} \left(\hat{G}_{i+1,j,k}^n - \hat{G}_{i,j,k}^n \right) - \frac{1}{6} \left(\hat{G}_{i+2,j,k}^n - \hat{G}_{i+1,j,k}^n \right) \right] \right] \end{aligned} \quad (3.40)$$

Corrector

$$\begin{aligned} U_{i,j,k}^{n+1} = \frac{1}{2} \left[U_{i,j,k}^1 + U_{i,j,k}^n \right] - \frac{1}{2} J_{i,j,k}^C & \left[\frac{\Delta t}{\Delta \xi_1} \left[\frac{7}{6} \left(\hat{F}_{i,j,k}^1 - \hat{F}_{i-1,j,k}^1 \right) - \frac{1}{6} \left(\hat{F}_{i-1,j,k}^1 - \hat{F}_{i-2,j,k}^1 \right) \right] \right. \\ & + \frac{\Delta t}{\Delta \xi_2} \left[\frac{7}{6} \left(\hat{G}_{i,j,k}^1 - \hat{G}_{i-1,j,k}^1 \right) - \frac{1}{6} \left(\hat{G}_{i-1,j,k}^1 - \hat{G}_{i-2,j,k}^1 \right) \right] \\ & \left. + \frac{\Delta t}{\Delta \xi_3} \left[\frac{7}{6} \left(\hat{G}_{i,j,k}^1 - \hat{G}_{i-1,j,k}^1 \right) - \frac{1}{6} \left(\hat{G}_{i-1,j,k}^1 - \hat{G}_{i-2,j,k}^1 \right) \right] \right] \end{aligned} \quad (3.41)$$

CAPÍTULO 4 GENERALIDADES DE LA SIMULACIÓN NUMÉRICA

4.1 Configuración experimental

Para la validación de los resultados obtenidos por medio de la simulación numérica se utilizan como referencia los resultados experimentales obtenidos por Tian & Karayiannis (2000a). Este estudio fue realizado en una cavidad rectangular con sección transversal cuadrada a un número de Rayleigh de 1.58×10^9 , las dimensiones de esta cavidad son de 0.75 m x 0.75 m x 1.5 m, a lo largo de los ejes -x, -y y -z respectivamente. Las paredes verticales a $x=0$ y 0.75 m son mantenidas a temperaturas constantes, resultando una diferencia de temperaturas entre ambas paredes de $\Delta T = 40$ K ($T_H = 323$ K y $T_C = 283$ K). Las paredes horizontales a $y = 0$ y 0.75 m son de un material altamente conductor.

En este artículo se reporta el diseño y construcción de un equipo experimental de convección natural controlado automáticamente. En la figura 4.1 se muestra el diagrama esquemático del equipo experimental, puede dividirse en cuatro partes: el sistema de control de temperatura, la cavidad, y los soportes de transmisión para la medición de la temperatura y velocidad del aire.

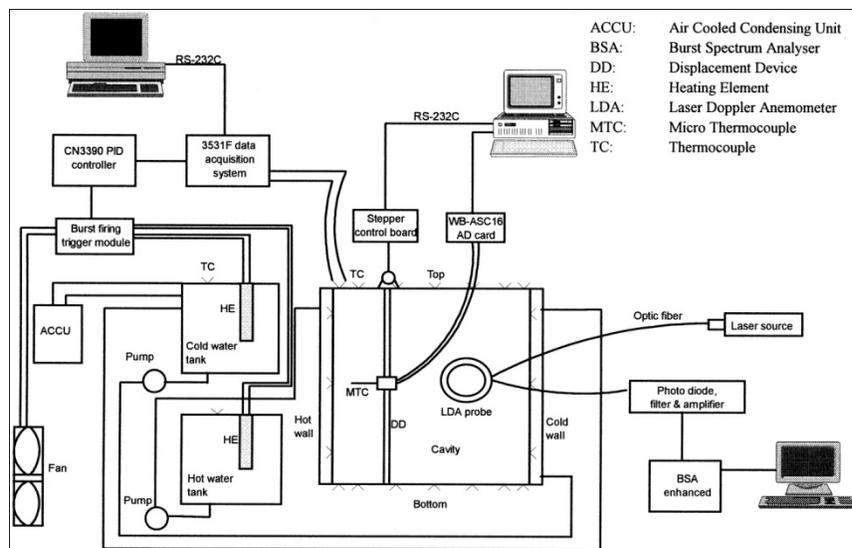


Fig 4.1 Diagrama esquemático del equipo experimental.
Figura tomada de Tian & Karayiannis (2000a)

El sistema de control de temperatura mantiene un flujo de agua de 40 L/min con temperatura constante a las dos cámaras adjuntas a la placa caliente y fría de la cavidad. Este sistema de control comprende una PC, un sistema de adquisición de datos Schulumberger 3531 F, un controlador de temperatura multi-loop PID

(proportional-integral-differential) y termopares tipo-K de bajo ruido. La computadora controla el sistema de registro de datos para grabar las lecturas de los termopares y para enviar la señal al controlador PID.

Utilizaron termopares tipo-K para la medición de las temperaturas sobre las paredes isotérmicas y horizontales. En total 62 pares de termopares, 12 sobre cada pared isotérmica y 19 sobre cada pared horizontal. Las paredes caliente y fría de la cavidad fueron hechas con una placa de acero dulce de 6 mm y se mantuvieron isotérmicamente a 50 ± 0.15 y 10 ± 0.15 °C respectivamente. Las paredes horizontales se hicieron de una lámina de acero dulce de 1.5 mm, lo que proporciono alta conductividad en estos límites.

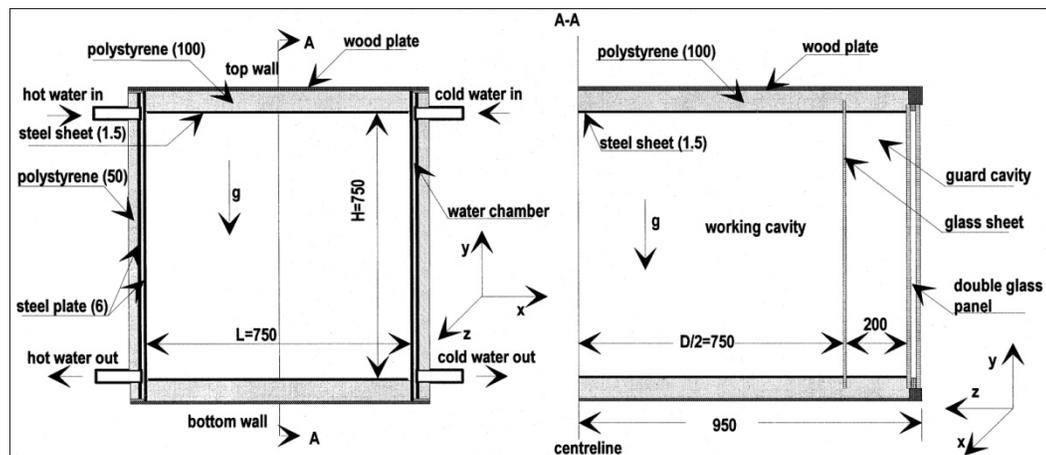


Fig 4.2 Esquema de la cavidad llena de aire (todas las dimensiones están en mm y el origen de los ejes esta en el fondo de la pared caliente y la línea central de la cavidad). Figura tomada de Tian & Karayiannis (2000a)

La temperatura de la habitación donde se realizó la experimentación fue controlada a 30 ± 0.2 °C, escogiendo que fuera igual a la temperatura promedio en la cavidad (promedio de la temperatura entre la pared caliente y fría).

Para medir la temperatura del aire dentro de la cavidad, utilizaron un sistema de desplazamiento controlado por computadora en dos dimensiones para transportar un termopar tipo-E con diámetro de 25.4 μm . Para cada ubicación se tomaron 4096 lecturas, grabando la fluctuación de las temperaturas y las temperaturas promedio.

En la medición de la velocidad, el rango de las mediciones de la velocidad fue de -0.5082 a +0.5082 m/s con una resolución de 6.20×10^{-5} m/s. La distribución de temperaturas se midió a mitad del plano ($Z=0$) sobre una malla fina no uniforme. Primero se midió a 19 diferentes alturas y para cada altura a 101 puntos de la pared caliente a la pared fría. A los primeros 3 mm de la pared, la temperatura se midió a cada 0.25 mm, de los 3 a 10 mm fue medida a cada 0.5 mm y de los 10 mm al centro de la cavidad, la distancia entre los puntos de medición consecutivos se

incrementaron de 1 a 37.5 mm. La distribución de temperatura se midió sobre la misma malla.

4.2 Detalles computacionales

Para la simulación numérica se utilizó la computadora Tonatiuh del instituto de ingeniería con características HP Integrity, rx 4640, RAM 86, con 2 procesadores Itanium II. El tiempo de CPU para la simulación de los tres casos fue de 15 unidades de tiempo por 5 días de simulación.

La simulación se realizó para un número de Rayleigh igual al del estudio experimental, $Ra = 1.58 \times 10^9$. Los valores que no muestran dimensiones en este trabajo hacen referencia a un lado característico de la cavidad $L=0.75m$, a las variables termodinámicas $P_{ref} = 1 \times 10^5$ Pa, $T_{ref} = 303$ K y a la velocidad de flotación $U_0 = (g\beta H\Delta T)^{1/2}$, donde g es la aceleración de la gravedad ($g = 9.8$ m/s²), β es el coeficiente de expansión térmica ($\beta = 1/T$, para gas ideal) y ΔT es la diferencia de temperaturas entre las paredes caliente y fría ($T_H - T_C = 40$ K). $T_C = 283$ y $T_H = 323$ K.

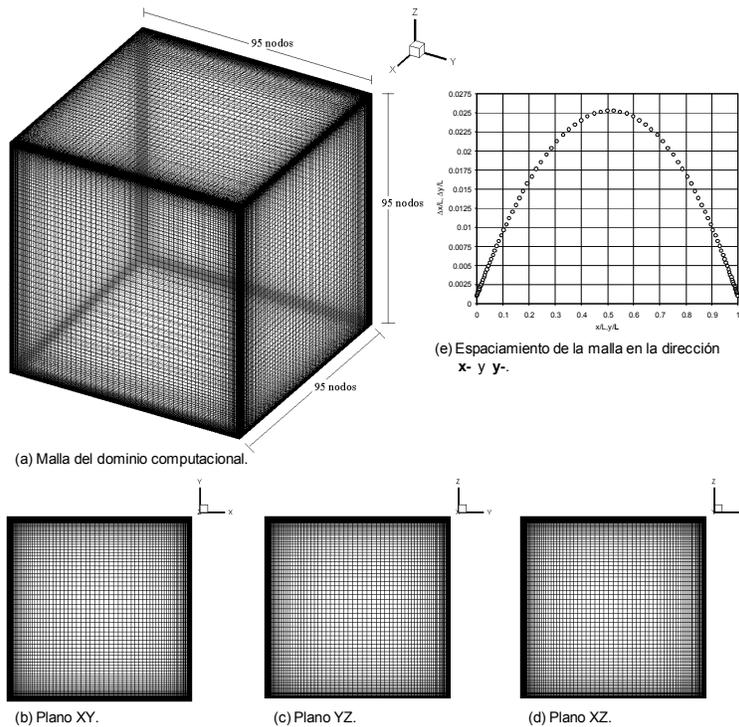


Fig 4.3 Mallado del dominio computacional: (a) Malla del dominio computacional de la cavidad; (b) Malla en el plano XY; (c) Malla en el plano YZ; (d) Malla en el plano XZ; (e) Espaciamento de la malla a lo largo del eje x- y y-

Los resultados obtenidos en las simulaciones numéricas se consiguieron al realizar simulaciones para 45 unidades de tiempo (L/U_0) en cada uno de los casos propuestos para este estudio.

4.3 Condiciones iniciales y condiciones de frontera

Las condiciones de frontera en la dirección z son periódicas, y es lo suficientemente larga para asumir que no hay influencia de las paredes en el flujo. Se asume la condición de adherencia en las paredes, por lo que las condiciones iniciales se definieron con velocidad nula ($u/U_0 = 0$, $v/U_0 = 0$ y $w/U_0 = 0$), $T/T_{ref} = 1.0$, y $P/P_{ref} = 1.0$.

Para las paredes verticales a $x/L = 0.0$ y $x/L = 1.0$, la temperatura en las paredes son $T_H/T_{ref}=1.066$ y $T_C/T_{ref}=0.934$ respectivamente.

Las condiciones de frontera para las paredes horizontales a $y/L=0.0$ y $y/L=1.0$ utilizadas para este estudio son tres:

Caso 1. Condición de frontera con paredes horizontales adiabáticas

Se considera a las paredes adiabáticas como paredes no conductoras del calor, por lo que la transferencia de calor entre las paredes horizontales y el fluido es nula. El fluido conservará únicamente la energía térmica que adquirió en la pared vertical caliente.

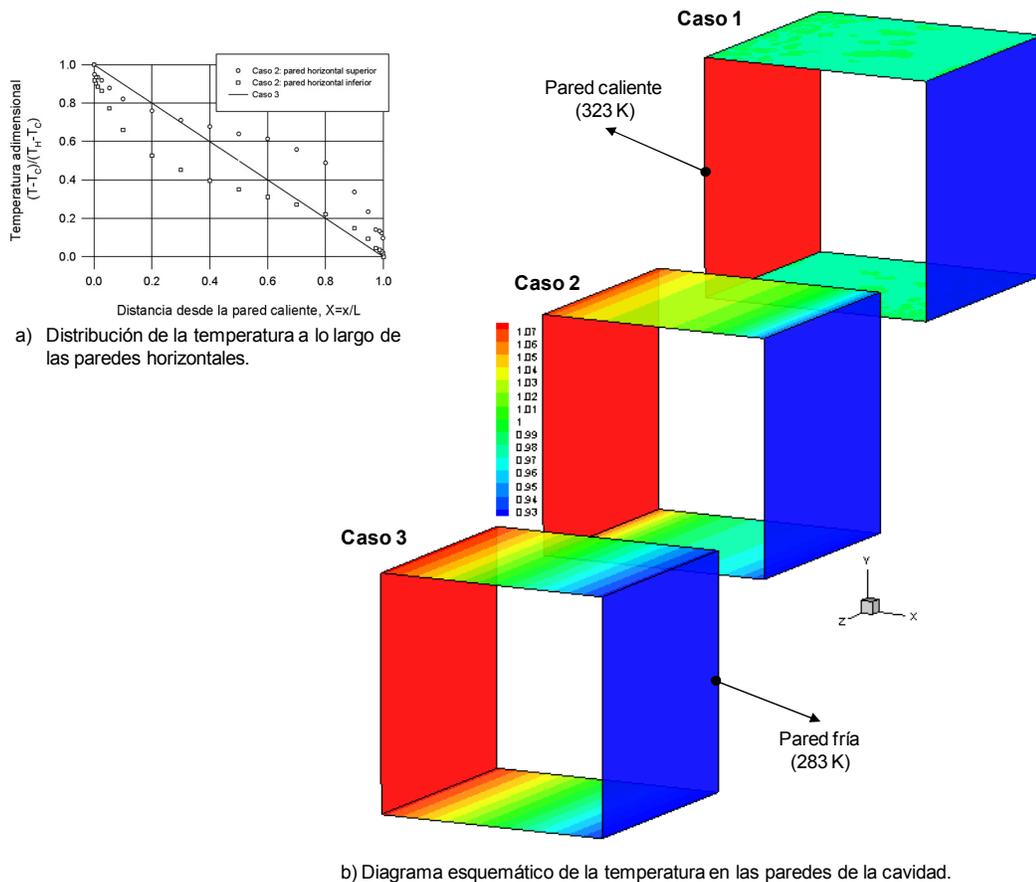
Caso 2. Condición de frontera con paredes horizontales altamente conductoras

Este tipo de paredes son buenas conductores de calor, provocando que haya transferencia de energía entre las paredes y el fluido. La figura 4.4(a) y 4.4(b); caso 2, muestran el perfil de temperaturas que presentan estas paredes horizontales, el perfil tiene una distribución polinomial de tercer grado, tanto en la pared inferior como en la superior. Esta distribución de temperaturas se obtuvo experimentalmente por Tian & Karayiannis (2000a) utilizando un material metálico en las paredes horizontales para tener una alta conducción de calor. Esta distribución de temperatura es la que el flujo moldea dentro de la cavidad.

La distribución polinomial de tercer grado sigue la siguiente ecuación y parámetros;

$$\frac{T_W}{T_{ref}} = \left(1.0 - \frac{T_C}{T_{ref}}\right) + \frac{\Delta T}{T_{ref}} \left(a_1 + a_2 \left(\frac{x}{L}\right) + a_3 \left(\frac{x}{L}\right)^2 + a_4 \left(\frac{x}{L}\right)^3\right)$$

Pared horizontal	y/L	a₁	a₂	a₃	a₄
Superior	1	0.9639	-1.7106	3.5597	-2.7345
Inferior	0	0.9240	-2.7649	4.4710	-2.6305



a) Distribución de la temperatura a lo largo de las paredes horizontales.

b) Diagrama esquemático de la temperatura en las paredes de la cavidad.

Fig 4.4 Distribución de temperatura en las paredes de la cavidad: (a) Distribución de temperatura a lo largo de las paredes horizontales de la cavidad; (b) Diagrama esquemático de la temperatura en las paredes verticales y horizontales de la cavidad para los tres casos de estudio

Caso 3. Condición de frontera con paredes horizontales perfectamente conductoras

Este tipo de condición es similar al descrito anteriormente, se considera un material que es buen conductor de calor y sus extremos están sometidos a temperaturas diferentes, 323 y 283 K. Se produce un proceso de transmisión de calor por conducción desde el extremo de mayor temperatura hasta el de menor temperatura a través de la pared, de tal manera que se tiene una caída lineal de la temperatura entre ambas paredes, ver figura 4.4(a) y figura 4.4(b); caso 3.

CAPÍTULO 5 RESULTADOS Y DISCUSION

5.1 Validación del código y configuración del flujo

Los valores utilizados para el estudio estadístico de la turbulencia que presenta el fluido son realizados a partir de que el fluido evolucionó al estado estacionario, por lo que se simuló el desarrollo del fenómeno para los tres casos de estudio desde $t=0$, con el fin de monitorear el flujo hasta llegar a este estado de flujo. Cabe recordar que cuando hay presencia de turbulencia, el estado estacionario no es respecto a los valores instantáneos de las variables, sino al valor promedio de estas variables respecto al tiempo, (2.4). Las simulaciones numéricas realizadas fueron para 45 unidades de tiempo (L/U_0), de las cuales se monitoreo el nivel de vorticidad global, en la cavidad para los tres casos de estudio, (5.1). Donde se observa que el nivel de turbulencia será mayor en el caso 3, ver figura 5.1, caso en que las paredes horizontales son perfectamente conductoras. Igualmente se monitorearon los valores del número de Nusselt promedio, (5.2). Este promedio se obtuvo para las paredes verticales y horizontales de la cavidad para cada caso de estudio, ver figura 5.2.

$$\omega_{global} = \frac{1}{V_{total}} \int \omega dV \quad (5.1)$$

$$\langle Nu_w \rangle = -\frac{1}{L_{Total}} \int Nu_w dL = -\frac{1}{L_{Total}} \int \left(\frac{L}{T_H - T_C} \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_w \right) dL \quad (5.2)$$

Se observo que a partir de la unidad de tiempo 25, se tiene un estado estacionario respecto a los valores promedio, por lo que las estadísticas de la turbulencia mostradas en este trabajo son realizadas con 20 unidades de tiempo a partir de que se logra este estado.

La estructura del flujo es determinada por las condiciones de frontera de las paredes en la cavidad. Se desarrolla principalmente en las paredes verticales, las cuales como ya se mencionó anteriormente son mantenidas a temperatura constante. La pared que mantiene una temperatura alta (323 K), transfiere energía al fluido debido a la diferencia de temperaturas que se tiene entre esta pared y el fluido, creando una disminución de la densidad del fluido que se encuentra en la cercanía de la pared, generando fuerzas de flotación que hacen ascender al fluido hacia la parte superior de la cavidad.

Al llegar a la pared horizontal superior, la inercia del fluido hará que su movimiento continúe por esta pared en dirección a la pared vertical que se encuentra a 283 K. En

estas paredes horizontales es donde se desarrolla el objetivo principal de este estudio, en las cuales, las características de transferencia de calor de estas paredes hacia el fluido crearán distintas distribuciones de velocidad, temperatura y estructuras turbulentas del fluido en la cavidad.

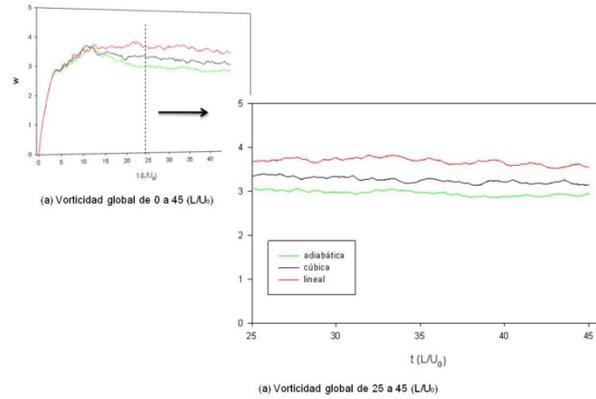


Fig 5.1 Historia en el tiempo de la vorticidad global en la cavidad: (a) 0 a 45 unidades de tiempo (L/U_0); (b) 25 a 45 unidades de tiempo (L/U_0)

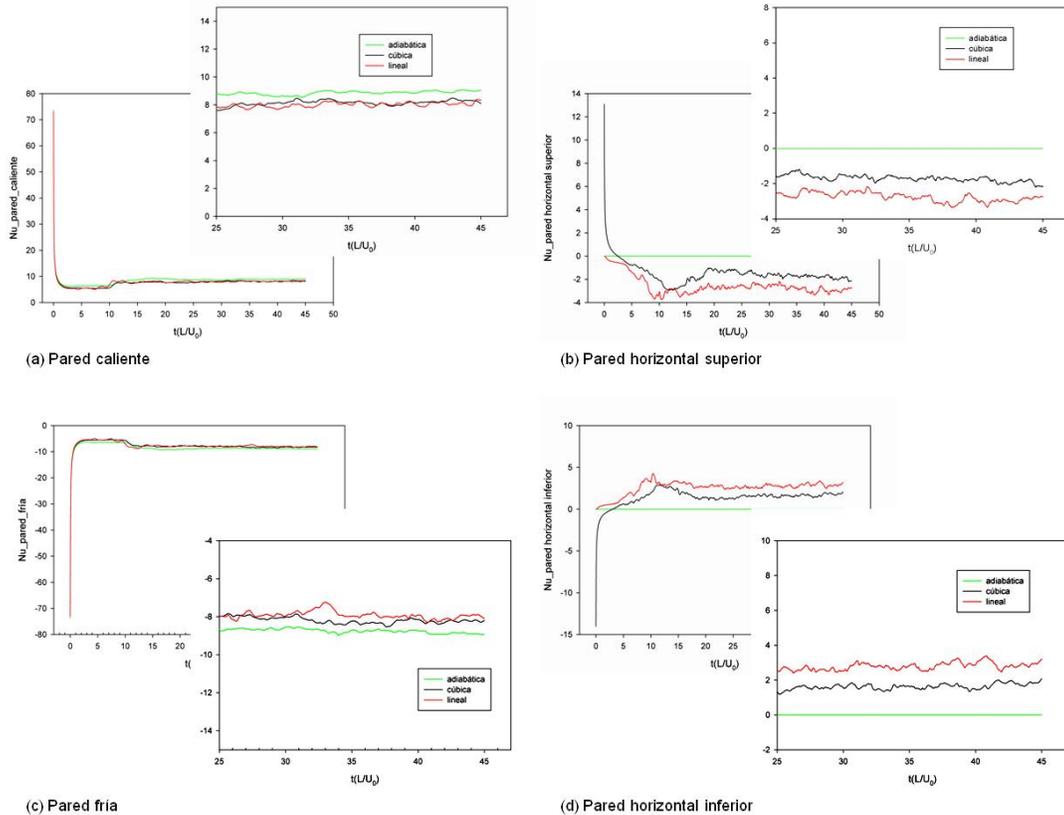


Fig 5.2 Historia en el tiempo del número de Nusselt promedio en las paredes: (a) Pared caliente; (b) Pared horizontal superior; (c) Pared fría; (d) Pared horizontal inferior

Cuando el fluido proveniente de la pared caliente alcanza la pared fría, ocurrirá una transferencia de calor del fluido a la pared, por tener el fluido una mayor temperatura que la pared mantenida isotérmicamente a 10°C , el fluido traerá como ganancia un aumento de la densidad, lo que al contrario del ascenso en la pared caliente, se tendrá un descenso del fluido.

Al encontrarse el fluido con la pared horizontal inferior, como ocurrió con la pared superior, la inercia del fluido mantendrá el movimiento del fluido por está pared en dirección a la pared con temperatura más alta. El transcurso del flujo por esta pared al igual que en la pared horizontal superior, será modificado por las condiciones de transferencia de calor que maneje esta pared. En la figura 5.25(d) se observa con mayor claridad la trayectoria del flujo a través de los vectores de velocidad instantáneos, en los tres casos muestran una configuración de flujo en dirección a las manecillas del reloj, con zonas de recirculación fuera de la capa límite y vórtices en las esquinas donde hay choque de fluido con las paredes. Esto se analizará más adelante en la comparación de resultados.

La figura 5.3 muestra el perfil de velocidades para la velocidad promedio en la dirección transversal: figura (a), y la velocidad promedio en la dirección normal: figura (b). Una constante es adicionada a los valores obtenidos para tener una mayor claridad, 250 unidades en cada altura de la cavidad para la velocidad normal y 50 unidades en la velocidad transversal.

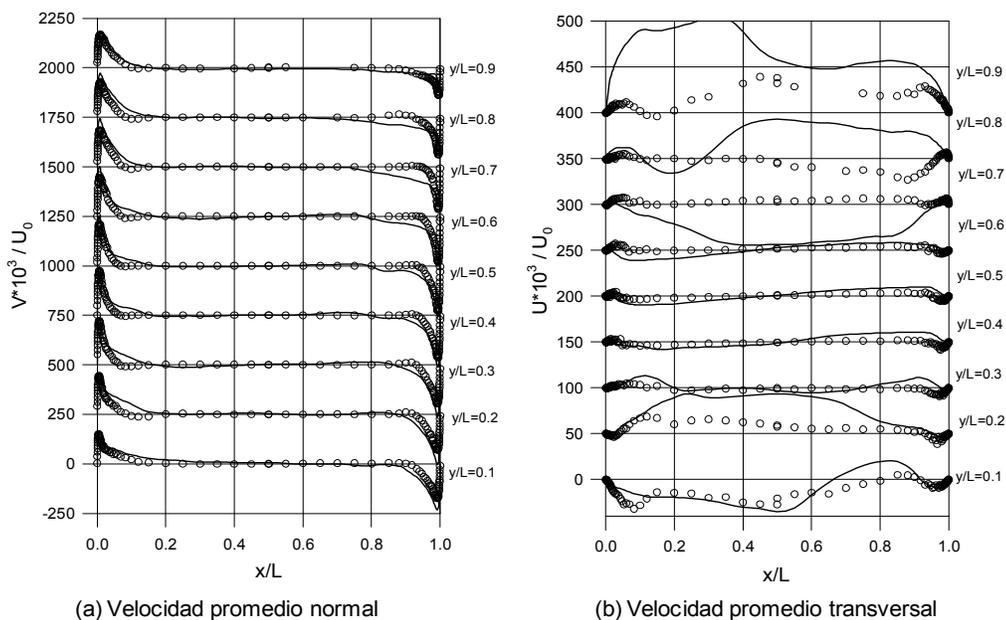


Fig 5.3 Velocidad promedio a 9 alturas de la cavidad [$y/L=0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8$ y 0.9]: (a) Velocidad en el plano normal de la cavidad; (b) Velocidad en el plano transversal de la cavidad. Líneas: resultado de este estudio: Caso 2; círculos; resultados experimentales (Tian & Karayiannis, 2000a)

En las paredes verticales se forma el perfil de velocidades característico para cavidades con paredes diferencialmente calentadas, figura 5.3(a). Este perfil de velocidades obedece a la formación de la capa límite, donde se observa que en las paredes la velocidad es nula y a medida que hay alejamiento de esta pared se llega a una velocidad máxima, lo que se puede definir como la capa interna de la capa límite. Hacia el centro de la cavidad, esta velocidad máxima comenzará a descender hasta tener un valor nulo, esta parte es llamada capa externa de la capa límite. Después de esta capa límite hay zonas donde se tienen valores ligeramente negativos y zonas con valores mínimos de la velocidad, lo que representa recirculaciones del flujo en la cavidad y zonas donde el fluido prácticamente se encuentra sin movimiento.

Al igual que el perfil de velocidades que se forma para la velocidad normal, el perfil de temperaturas obtenido es característico para cavidades con paredes diferencialmente calentadas, figura 5.4. Se observa que hay una disminución violenta en la pared caliente y un aumento con la misma intensidad en la pared fría en la cercanía de las paredes verticales, ambas con tendencia a la temperatura promedio de la cavidad (303 K). En la parte central hay estratificación de la temperatura, la cual se verá modificada por las condiciones a la frontera de las paredes horizontales de la cavidad, esto se mostrará posteriormente.

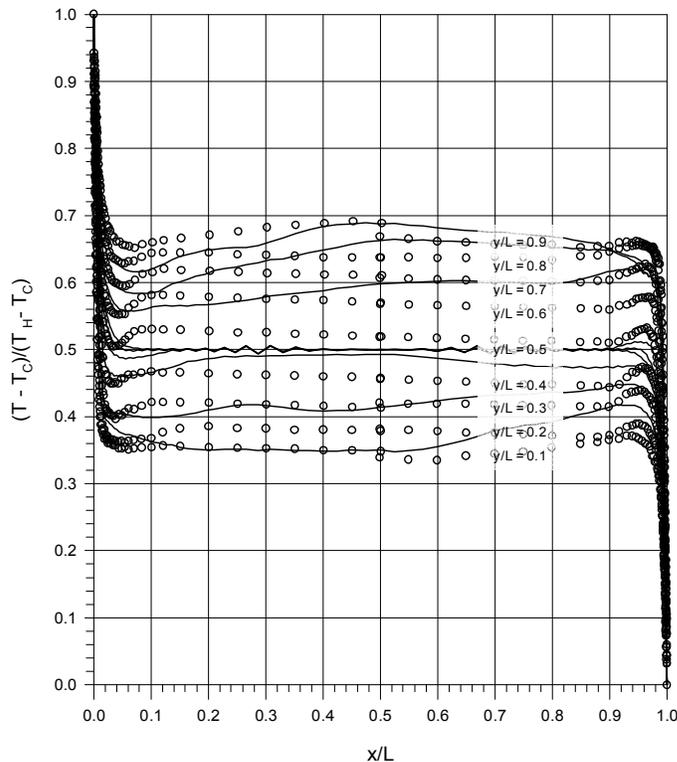


Fig 5.4 Temperatura promedio a 9 alturas de la cavidad [$y/L=0.1, 0.2, \dots, 0.9$]. Líneas, resultado de este estudio: Caso 2; círculos, resultados experimentales (Tian & Karayiannis, 2000a)

5.2 Comparación de las tres condiciones de frontera

Para cada caso de estudio se preparó una versión del modelo matemático, donde la diferencia entre cada uno de ellos es la distribución de temperatura de las paredes horizontales de la cavidad. Con los resultados obtenidos de los valores de velocidad y temperatura instantáneos se hizo el tratamiento de estos datos para tener el promedio y la intensidad de la fluctuación de estas variables, así como los esfuerzos de Reynolds.

5.2.1 Variables promedio

Los perfiles de la velocidad promedio normal y transversal, así como de la temperatura promedio son obtenidos por medio de un promediado espacial a lo largo de la dirección $-z$ de la cavidad y son presentados para nueve alturas a lo largo de la dirección normal.

5.2.1.1 Distribución de la velocidad promedio

5.2.1.1.1 Componente normal, V

La figura 5.5 muestra los perfiles de velocidad promedio normal en la cavidad para nueve alturas de la cavidad y para cada caso de estudio, en esta figura se nota que la diferencia en el perfil de velocidades normal de la cavidad es principalmente en la capa límite.

La capa límite turbulenta puede considerarse como una estructura de dos capas, llamada capa interna y capa externa (George & Capp, 1979), separadas por la posición de la velocidad máxima, ver figura 5.6. La capa interna corresponde a la distancia de la pared a la distancia donde se presenta el valor máximo de la velocidad. La capa externa se considera a la distancia en donde se tiene la velocidad máxima a la distancia donde se tenga un valor nulo de velocidad al ir en dirección al centro de la cavidad.

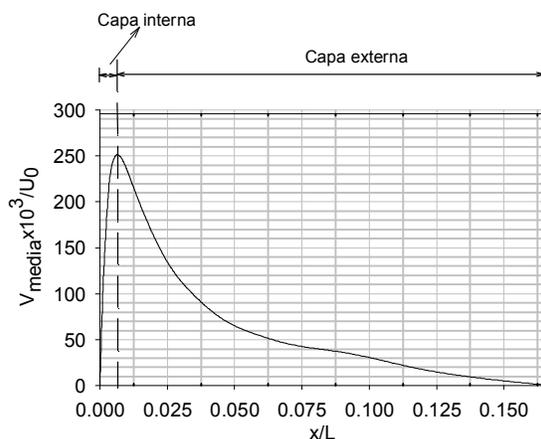


Fig 5.6 Estructura de la capa límite del perfil de velocidad promedio en la dirección $-y$, a $y/L=0.5$ del caso 3

La figura 5.7, muestra la tendencia de la estructura de la capa límite a 9 alturas de la cavidad. La capa interna de la capa límite aumenta en la dirección del flujo; de $y/L=0.1$ a 0.9 en la pared caliente y de $y/L=0.9$ a 0.1 en la pared fría. Esto es debido a que al aumentar la altura en la dirección del flujo, aumenta la cantidad de fluido que se mueve en esta dirección, y mayor cantidad de flujo entra en esta capa, por lo que la capa externa disminuye su espesor. En los extremos, el caso 3 tiene valores ligeramente mayores en el espesor de la capa interna.

De $y/L=0.4$ a 0.6 , el espesor de la capa interna es igual en las dos paredes verticales y para los tres casos, esta zona de la cavidad es la que se encuentra con menor movimiento.

La capa externa de la capa límite es mucho mayor que la capa interna. Tiene valores más grandes en las primeras alturas de la pared caliente y en las últimas alturas de la pared fría; esto es donde las paredes horizontales están en contacto con el inicio de las paredes verticales, aquí la diferencia de temperaturas entre el fluido y las paredes horizontales es más grande que en otras partes de la cavidad. En estas zonas la capa externa no tiene mucha altura pero si gran longitud.

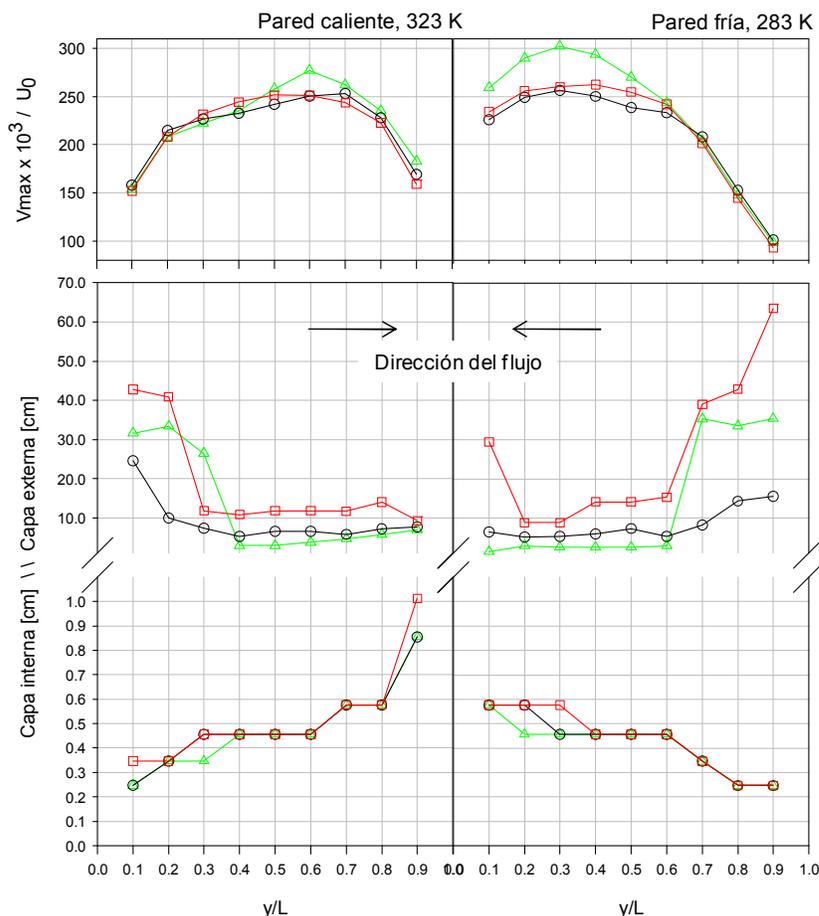


Fig 5.7 Estructura de la capa límite de las paredes verticales a 9 alturas de la cavidad [$y/L=0.1, 0.2, \dots, 0.9$]: velocidad máxima, capa externa y capa interna. Triángulo: caso 1; Círculo: caso 2; Cuadrado: caso 3

El fluido que circula por la pared caliente en sentido ascendente hacia la pared horizontal superior, y el fluido que circula por la pared fría en sentido descendente hacia la pared horizontal inferior, van tomando valores mayores de velocidad a medida que avanza en la dirección del flujo hasta alcanzar un máximo, después esta velocidad máxima disminuye al acercarse a las paredes horizontales por el choque del fluido con estas paredes, restando velocidad al fluido.

Para tener una mayor claridad de la capa límite, se obtuvo el área bajo la curva de la capa límite para cada uno de los casos, y se calculó el porcentaje de diferencia entre estas curvas, ver figura 5.8.

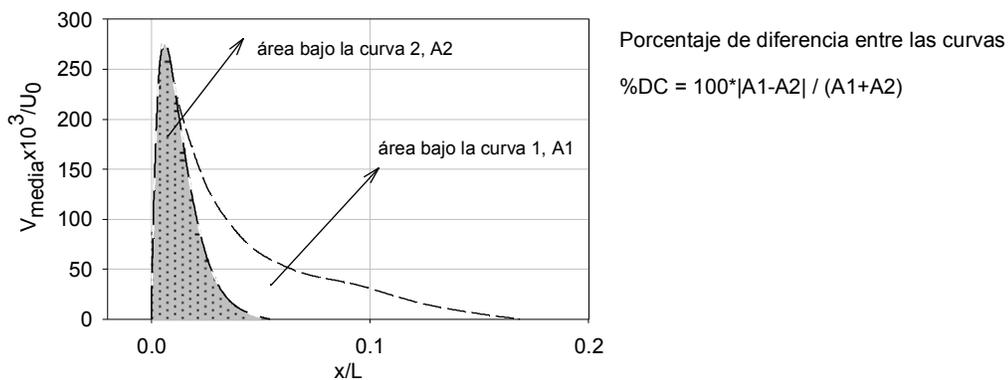


Fig 5.8 Porcentaje de diferencia entre dos áreas bajo la curva

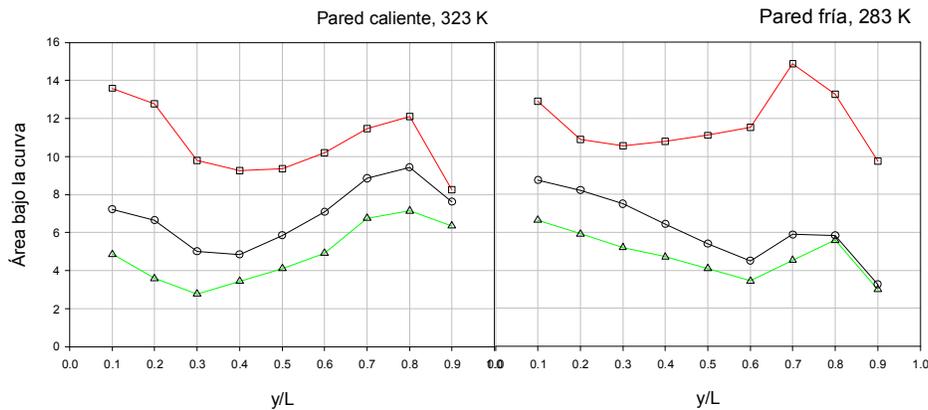


Fig 5.9 Área bajo la curva de la capa límite formada en el perfil de velocidad promedio normal a 9 alturas de la cavidad [$y/L = 0.1, 0.2, \dots, 0.9$]. Triángulo: caso 1; Círculo: caso 2; Cuadrado: caso 3

En la figura 5.9 se observa que el caso 3 es el que muestra una mayor área bajo la curva en todas las alturas de la cavidad, seguido del caso 2 y del caso 1, tanto para la pared caliente como para la pared fría, indicando que a medida que se tenga mayor turbulencia, habrá más fluido dentro de la capa límite. Esto sigue comprobando que el considerar una diferencia de temperaturas alta entre las

paredes horizontales y el fluido, genera mayor fluido en movimiento. Los tres casos muestran una tendencia similar en los máximos y mínimos. La figura 5.10 nos muestra que el caso de estudio que presenta menos diferencia con el caso 2 respecto al área bajo la curva de la capa límite formada en el plano normal de la cavidad, es el caso 1 (paredes horizontales adiabáticas).

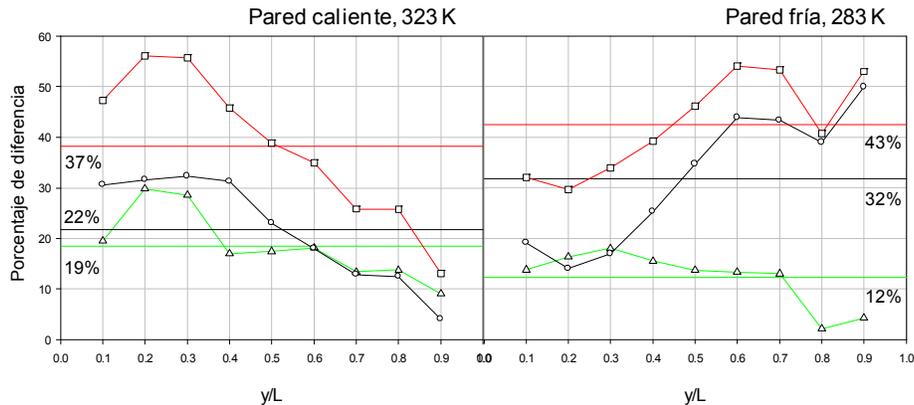


Fig 5.10 Porcentaje de diferencia entre las áreas bajo la curva de la capa límite formada en el perfil de velocidad normal a 9 alturas de la cavidad [y/L = 0.1, 0.2,..., 0.9] y el promedio para cada altura. Triángulo: porcentaje de diferencia entre el caso 1 & 2; Círculo: porcentaje de diferencia entre el caso 2 & 3; Cuadrado: porcentaje de diferencia entre el caso 1 & 3

Como otro recurso de comparación para saber el alejamiento de los valores de velocidad entre un caso de estudio y otro, se hizo uso de la distancia “city block”, la cual, es un índice de similitud cuantitativo. Lo que se obtiene con este índice, es la distancia absoluta que hay entre dos valores, para este caso, la distancia absoluta entre los valores de velocidad a una misma distancia. Para cada una de las 9 alturas de la cavidad se tienen 95 valores de distancia absoluta de los valores de velocidad de los casos en comparación, para facilitar su visualización se obtuvo el promedio de estas distancias absolutas para cada una de las 9 alturas de la cavidad, ecuación 5.3, donde P es el número de datos, para este estudio le corresponde un valor de 95. La figura 5.11 da la tendencia de esta distancia absoluta promedio a cada una de las 9 alturas de la cavidad.

$$\frac{\sum_{k=1}^P |x_{ik} - x_{jk}|}{P} \tag{5.3}$$

Los valores más bajos de esta distancia absoluta promedio son para la comparación entre el caso 1 & 2, y el caso 2 & 3, además de que esta diferencia es prácticamente de igual magnitud. Nuevamente la comparación entre los casos 1 & 3, arrojan resultados de diferencia considerable.

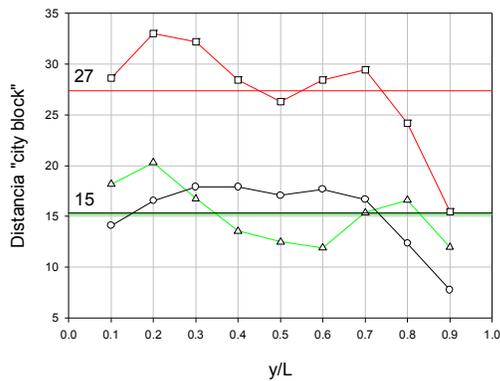


Fig. 5.11 Distancia “city block”, promedio entre los valores de velocidad normal a 9 alturas de la cavidad [$y/L = 0.1, 0.2, \dots, 0.9$]. Triángulo: distancia entre el caso 1 & 2; Círculo: distancia entre el caso 2 & 3; Cuadrado: distancia entre el caso 1 & 3

5.2.1.1.2 Componente transversal, U

La figura 5.12 muestra los perfiles de velocidad promedio transversal para nueve alturas de la cavidad y para cada caso de estudio. En estos perfiles de velocidad es donde se observa con mayor claridad el efecto que se tiene al considerar distintas distribuciones de temperatura en las paredes horizontales de la cavidad. Cerca de las paredes verticales la velocidad es baja, ya que tiene más efecto la velocidad normal en estas zonas de la cavidad.

En la zona superior de la cavidad se tienen los valores más altos de la velocidad en la dirección transversal de la cavidad. Esta velocidad es notablemente modificada por la distribución de temperatura que se tiene en cada caso de estudio. En los tres casos esta velocidad aumenta a medida que se aleja de la pared vertical caliente hasta llegar a una distancia donde empieza a decaer, la caída de la velocidad del caso 1 se presenta a una distancia más cercana de la pared, seguida del caso 2, la cual decae en la cercanía del centro de la cavidad, mientras que el caso 3 decae con menos intensidad que los otros dos casos y se mantiene con valores de velocidad mayores durante el transcurso del fluido hacia la pared vertical fría. Esta velocidad disminuye en la zona central de la cavidad de la dirección normal. En la altura de $y/L=0.7$ adquiere valores negativos, lo que indica que esta zona presenta recirculación.

La zona inferior también presenta esta zona de recirculación en $y/L=0.2$. En la parte inferior derecha a $y/L=0.1$, se tiene recirculación, lo que muestra que se generan vórtices debido al choque entre el fluido proveniente de la pared fría y la pared horizontal inferior, después de esta zona el fluido comienza a adquirir velocidad hacia la pared caliente, y nuevamente el efecto de las paredes horizontales modifica este perfil de velocidades. El caso 1 comienza a perder velocidad y llega con velocidad baja a la pared caliente, con velocidad más alta llega el fluido del caso 2 por la

energía transferida de la pared horizontal, y finalmente el caso 3 da más energía al fluido, manteniendo la velocidad del fluido a lo largo de la pared horizontal hasta llegar a la pared vertical caliente.

De $y/L=0.3$ a $y/L=0.6$, la velocidad promedio en la dirección transversal es prácticamente nula, al igual que la velocidad promedio normal en la parte central de la cavidad.

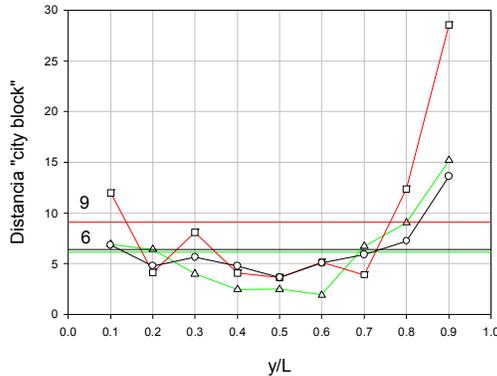


Fig 5.13 Distancia “city block” promedio entre los valores de velocidad promedio transversal a 9 alturas de la cavidad [$y/L=0.1, 0.2, \dots, 0.9$]. Triángulo: distancia entre el caso 1 & 2; Círculo: distancia entre el caso 2 & 3; Cuadrado: distancia entre el caso 1 & 3

La figura 5.13 da un índice cuantitativo de la distancia absoluta promedio entre los casos de estudio que hay entre los valores de velocidad a lo largo del eje $-x$ para 9 alturas de la cavidad. La comparación entre sí de los tres casos de estudio da mayor similitud en los perfiles de velocidad transversal que en la velocidad normal, la velocidad normal proporciona diferencia a lo largo de las paredes verticales y la velocidad transversal únicamente es afectada en las zonas cercanas a las paredes horizontales, esta diferencia es mayor en la cercanía de la pared horizontal superior, donde los valores de la velocidad transversal son más grandes que los valores de las demás alturas de la cavidad. En comparación de los casos de estudio respecto a la distancia promedio de las 9 alturas se tiene que la comparación el caso 1 & 2 tiene un promedio de distancia prácticamente igual al del caso 2 & 3, al igual que la comparación de los mismos casos en la velocidad normal.

5.2.1.2 Distribución de temperatura

El perfil de temperatura obtenido es característico para cavidades con paredes verticales diferencialmente calentadas. En la figura 5.14 se presenta la temperatura promedio de los tres casos de estudio. Los tres casos tienen tendencia similar; a poca distancia de la pared caliente la temperatura disminuye bruscamente, y a poca distancia de la pared fría la temperatura aumenta de igual forma, hasta que la temperatura se estratifica al ir hacia el centro de la cavidad. En el centro de la cavidad donde la velocidad promedio en el plano transversal y normal es prácticamente cero, la temperatura tiene el mismo valor a estas alturas, este valor es la temperatura promedio de la cavidad.

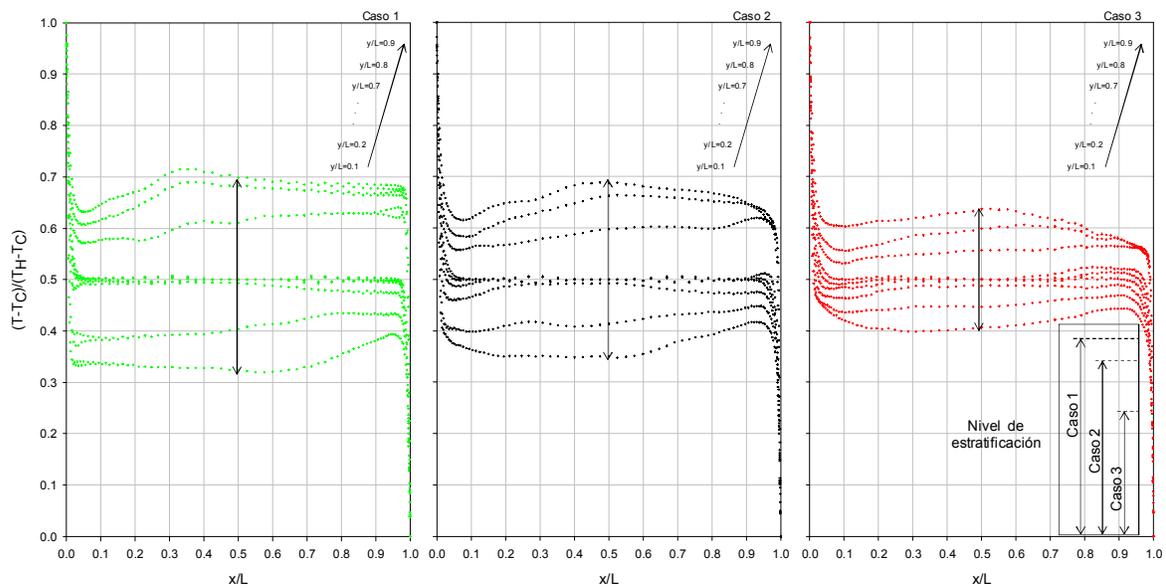


Fig 5.14 Temperatura promedio de los tres casos de estudio en la dirección transversal de la cavidad para 9 alturas de la cavidad [$y/L = 0.1, 0.2, \dots, 0.9$]

A medida que aumenta la turbulencia, la transferencia de calor entre el fluido se incrementa y el fluido tiende a adquirir la temperatura promedio, el caso 3 que tiene una mayor turbulencia que los otros dos casos, genera una alta transferencia de energía entre el fluido, haciendo que la temperatura en la cavidad sea más cercana a esta temperatura (303 K). Esto se observa con mayor claridad en la figura 5.14 del caso 3 en la parte inferior derecha, donde se hace el comparativo del nivel de estratificación que tiene cada caso de estudio a mitad de la cavidad.

La figura 5.15 (a) hace un comparativo de la velocidad promedio normal y el perfil de temperaturas a la altura de $y/L=0.5$ del caso 2, la gráfica muestra que en el espesor de la capa límite es donde se presenta la caída de temperatura, esta caída fuerte de temperatura en las paredes verticales se da principalmente en el espesor de la capa interna de la capa límite. La línea punteada hace la separación de la capa interna y

externa en el perfil de velocidades de la capa límite. Después la velocidad promedio tiende a una velocidad prácticamente nula y la temperatura tiende a la temperatura media de la cavidad.

Otra forma de comparar estos perfiles es por medio de la ley de la pared. La zona inmediatamente adyacente a la pared es una capa de fluido que por el efecto amortiguador de la pared, permanece relativamente laminar a pesar de que la mayor parte del flujo en la capa límite es turbulenta. Esta capa sumamente delgada, se llama subcapa viscosa y la distribución de velocidades en ella está ligada a los esfuerzos cortantes y a la viscosidad por la ley de viscosidad de Newton. Sin embargo, hacia la pared externa de la región cerca de la pared, la turbulencia se incrementa rápidamente debido a los altos gradientes en la velocidad media.

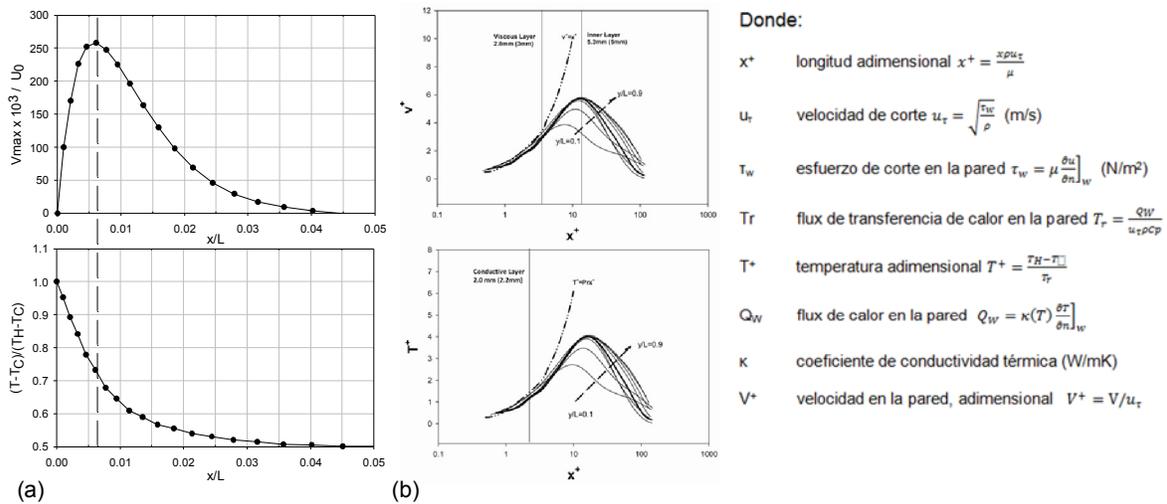


Fig 5.15 Figura (a): Perfil de velocidad y temperatura promedio en la capa límite de la pared caliente a $y/L=0.5$ del caso de estudio con paredes horizontales altamente conductoras (Caso 2). Figura (b): Ley de la pared para la subcapa viscosa y capa límite conductiva del Caso 2.

La capa interna de la capa límite puede ser dividida en la capa viscosa, y la subcapa de flotación para el resto de la capa límite. En la capa viscosa, el perfil de temperaturas es prácticamente lineal y esta región hace referencia a la capa conductiva. En esta capa conductiva el flux de calor es constante (Davis 1972). Con unidades de pared se pueden identificar claramente estas capas como se muestran en la figura 5.15(b).

Al hacer una comparación de la capa límite viscosa del caso 2 con la capa límite térmica a través de la ley de la pared se observa que estas no coinciden, dando un valor menor para la capa límite conductiva (2mm) y para la capa límite viscosa un valor de 3mm de longitud.

5.2.2 Cantidades turbulentas

5.2.2.1 Fluctuación promedio de la temperatura, T_{rms}

La figura 5.16 muestra la intensidad de la fluctuación de la temperatura a 9 alturas de la cavidad, esta fluctuación es alta en las zonas cercanas a las paredes verticales de la cavidad, lugar donde se desarrolla la capa límite de la velocidad normal y donde se tienen los valores más altos de la velocidad.

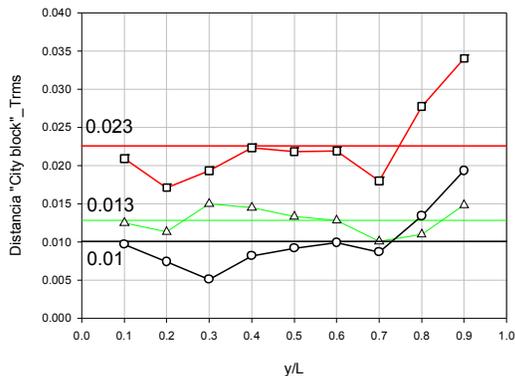


Fig 5.17 Distancia "city block" promedio entre los valores de fluctuación promedio de temperatura a 9 alturas de la cavidad [$y/L=0.1\dots, 0.9$]. Triángulo: distancia entre el caso 1 & 2; Círculo: distancia entre el caso 2 & 3; Cuadrado: distancia entre el caso 1 & 3

La tendencia que muestra el promedio de las fluctuaciones del caso 1 es similar a la que muestra la velocidad promedio normal, aumenta en dirección del flujo por las paredes verticales y disminuye a medida que avanza de una pared vertical hacia la otra en los extremos superiores e inferiores de la cavidad.

Para el caso 2 y 3 la turbulencia de la temperatura es alta en la parte superior e inferior de la cavidad, principalmente en las zonas alrededor de la intersección de las paredes verticales y horizontales. En la esquina superior izquierda (intersección de la pared caliente con la pared horizontal superior) y en la esquina inferior derecha la turbulencia de la temperatura se debe al choque del fluido con las paredes horizontales, esto provoca generación de vórtices y con ello turbulencia en la temperatura, y se añade la inestabilidad térmica Rayleigh-Bénard, que se produce por el efecto de las capas de fluido que se encuentran a distinta temperatura, esto se explicará más a fondo en las siguientes secciones.

La turbulencia en la temperatura generada en las esquinas de la cavidad se mantiene a lo largo de las paredes verticales para el caso 2 y 3, siendo el caso 3 quien de los valores más altos de esta fluctuación. De acuerdo a la comparación de la distancia absoluta promedio, entre los casos de estudio, figura 5.17, se tiene una tendencia similar a la comparación que se obtiene con la fluctuación promedio de la velocidad normal, la cual se verá en el siguiente apartado.

5.2.2.2 Esfuerzos de Reynolds (RMS)

5.2.2.2.1 Esfuerzos normales

5.2.2.2.1.1 Fluctuación promedio de la velocidad normal, V_{rms}

La fluctuación de la velocidad en la dirección normal de la cavidad aumenta en la dirección del flujo, presentando una forma similar a la capa límite que se forma en la velocidad promedio normal; en la proximidad de la pared comienza a aumentar hasta un máximo y después decae. A diferencia del perfil de velocidad normal, la fluctuación de la velocidad no alcanza un valor nulo, se mantiene a lo largo de la dirección transversal de la cavidad, los valores más altos los presenta el caso 3, seguido del caso 2 y al final el caso 1.

El hecho de que la fluctuación de la velocidad en las zonas cercanas a las paredes horizontales de la cavidad sea mantenida a lo largo de la dirección transversal en el caso 2 y 3, es producto de la inestabilidad Rayleigh-Bénard, que a su vez es consecuencia de la distribución de temperaturas que se tiene en las paredes horizontales. Esta inestabilidad es provocada por capas de fluido que se encuentran a distinta temperatura, donde fluido con mayor densidad descenderá y fluido con menor densidad buscare ascender, provocando que haya fluctuación en la velocidad.

Las distribuciones de temperatura de las paredes horizontales proporcionan energía al fluido que transcurre por las paredes horizontales. En el caso 1 esta velocidad fluctuante tiende a caer a medida que se avanza en las paredes horizontales ya que las paredes no proporcionan energía para mantener su nivel de turbulencia, el carácter disipativo de la turbulencia hace que la fluctuación disminuya por lo que debe existir un continuo suministro de energía para mantenerse. El caso 3, es el caso que tiene mayor suministro de energía en las paredes horizontales, provocando que la fluctuación de la velocidad en la cercanía de estas paredes se mantenga. El caso 2 se encuentra entre los otros dos casos de estudio respecto al nivel de fluctuación de la velocidad.

Al llegar el fluido proveniente de las paredes horizontales a las paredes verticales, acarrea fluctuación en la velocidad que se va incrementando con la energía que le transfiere o que transfiere en las paredes isotérmicas, ver figura 5.18.

La comparación de la fluctuación de la velocidad y la velocidad promedio se puede observar en la figura 5.19. La velocidad promedio normal tiene variación en la velocidad máxima a lo largo de las paredes verticales de la cavidad al igual que la turbulencia de esta velocidad al avanzar en dirección del flujo. La fluctuación de la velocidad es más baja que la velocidad promedio en la capa interna y parte de la

capa externa de la capa límite, después la velocidad promedio tiende a caer y la fluctuación de la velocidad se conserva.

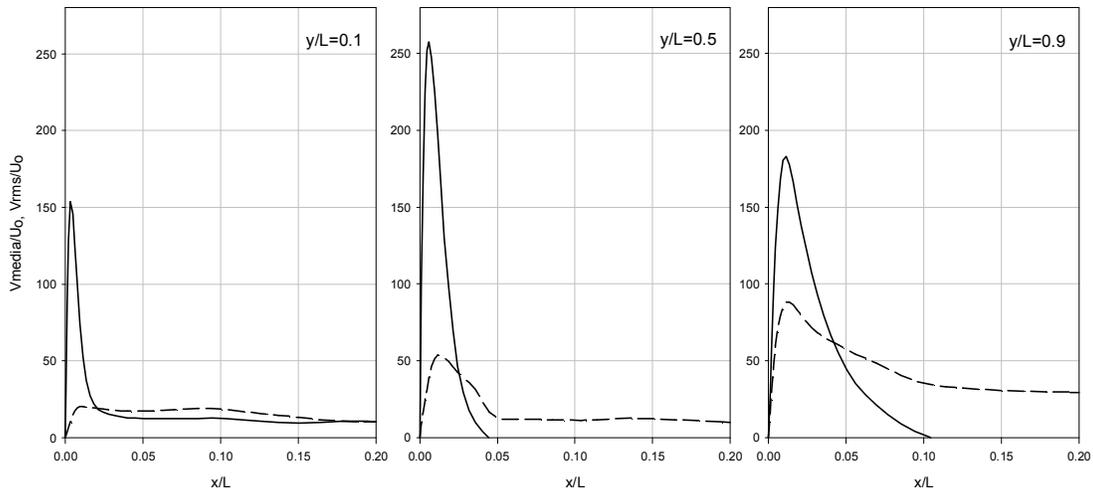


Fig 5.19 Comparación de la velocidad promedio e intensidad de la fluctuación de la velocidad en la dirección normal de la cavidad, a 3 alturas del caso de estudio 2. Línea: Velocidad media; Línea punteada: fluctuación de la velocidad

En la figura 5.20 se muestra el aumento de la velocidad fluctuante máxima al ir en dirección del flujo, el caso 2 y 3 comienzan con una fluctuación mayor que el caso de paredes horizontales adiabáticas, se nota que la fluctuación no tiene saltos marcados al alejarse de la intersección de las paredes horizontales. La fluctuación del caso 1 tiene un aumento pronunciado de este máximo en dirección del flujo, fluctuación que no alcanza los valores de los otros dos casos.

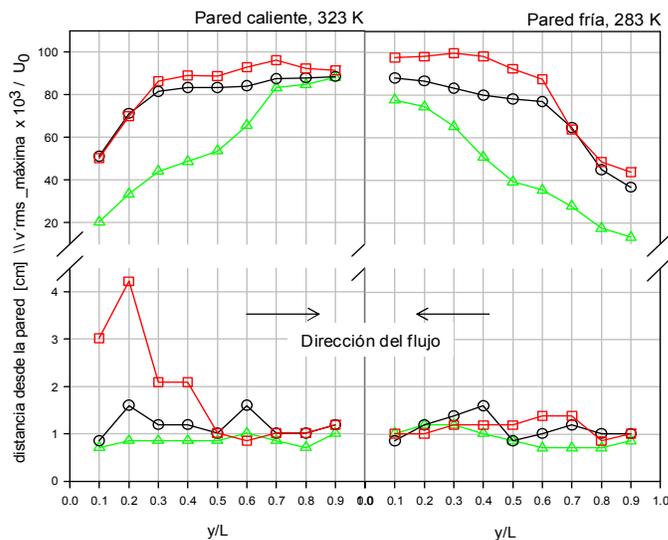


Fig 5.20 Máximo de la intensidad de la fluctuación de la velocidad en dirección normal de la cavidad y su distancia desde las paredes verticales a 9 alturas de la cavidad [$y/L = 0.1, 0.2, \dots, 0.9$]. Triángulo: distancia entre el caso 1 & 2; Círculo: distancia entre el caso 2 & 3; Cuadrado: distancia entre el caso 1 & 3

La otra parte de la figura muestra la distancia desde las paredes verticales al valor máximo de la fluctuación de la velocidad en el plano vertical, este valor es cercano con la distancia de las paredes verticales al máximo de la velocidad promedio normal, en que este último es ligeramente mayor. Los máximos de la intensidad de la fluctuación de la velocidad se encuentran en la capa externa de la capa límite de la velocidad promedio normal.

La figura 5.21 exhibe la comparación de los tres casos de estudio respecto al índice cuantitativo de la distancia promedio entre los valores de la velocidad fluctuante de la velocidad normal. Se tiene un índice similar al obtenido en la velocidad promedio normal, donde en los extremos de la cavidad hay mayor cercanía de la velocidad fluctuante entre el caso 2 y 3. En la parte media de la cavidad, nuevamente el caso 1 tiene mayor similitud con el caso 2.

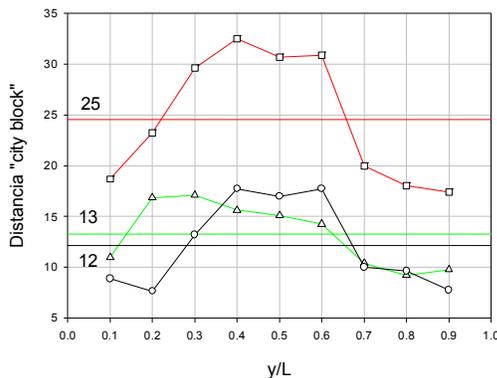


Fig 5.21 Distancia promedio entre los valores de la velocidad fluctuante normal a 9 alturas de la cavidad [$y/L = 0.1, 0.2, \dots, 0.9$]. Triángulo: distancia entre el caso 1 & 2; Círculo: distancia entre el caso 2 & 3; Cuadrado: distancia entre el caso 1 & 3

5.2.2.2.1.2 Fluctuación promedio de la velocidad transversal, Urms

La figura 5.22 muestra la fluctuación de la velocidad transversal a nueve alturas de la cavidad para los tres casos de estudio. Esta fluctuación de la velocidad es alta en las zonas cercanas a las paredes horizontales, esto es de $y/L=0.1$ a 0.3 y de $y/L=0.7$ a 0.9 , que es la parte donde toma importancia la transferencia de energía de las paredes horizontales, esta fluctuación se mantiene a lo largo de la dirección transversal de la cavidad. Se nota similitud en la proximidad de las paredes verticales con la fluctuación de la velocidad en la dirección normal, aunque la fluctuación en la dirección transversal es menor que la fluctuación de la velocidad normal.

En la figura 5.23 se observa que la actividad principal de la velocidad promedio y de la fluctuación de esta variable son en la cercanía de las paredes horizontales ($y/L=0.1$ y $y/L=0.9$) como ya se había mencionado anteriormente, y de estas dos en la cercanía con la pared horizontal superior, donde el fluido marcha en dirección de la pared caliente a la pared fría. La turbulencia no es mayor a la magnitud de la velocidad promedio, sin embargo al tener contacto con la pared vertical fría son

cercanamente iguales, esto probablemente al choque del fluido con la pared. En la pared horizontal inferior se tiene una fluctuación de la velocidad mayor a la velocidad promedio, esto puede deberse a que en esta altura de la cavidad hay más zonas de recirculación (valores de velocidad negativos) del fluido que en la pared horizontal contraria.

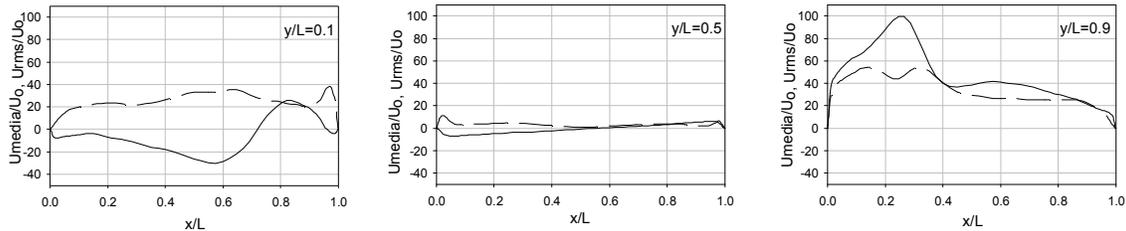


Fig 5.23 Comparación de la velocidad promedio e intensidad de la fluctuación de la velocidad en la dirección transversal de la cavidad, a 3 alturas del caso de estudio 2. Línea: velocidad media; Línea punteada: fluctuación de la velocidad

La turbulencia en la velocidad normal se genera principalmente por la interacción de capas de fluido que pasan unas sobre otras a distintas velocidades y por el choque del fluido con las paredes horizontales. En las alturas cercanas a las paredes horizontales la turbulencia se forma por la inestabilidad Rayleigh-Bénard (R-B) que se presenta por las características conductivas de las paredes horizontales, esta inestabilidad térmica provoca turbulencia tanto en la dirección transversal como en la dirección normal en estas zonas de la cavidad.

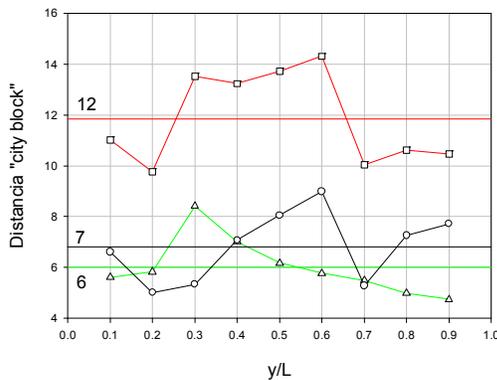


Fig 5.24 Distancia promedio entre los valores de la velocidad fluctuante transversal a 9 alturas de la cavidad [$y/L=0.1, 0.2\dots, 0.9$]. Triángulo: distancia entre el caso 1 & 2; Círculo: distancia entre el caso 2 & 3; Cuadrado: distancia entre el caso 1 & 3

Para visualizar la inestabilidad Rayleigh-Bénard se tienen las iso-superficies de temperatura en un instante de tiempo para los tres casos de estudio, ver figura 5.25(a). Por convención, los colores cálidos son representativos de temperaturas altas y los colores fríos de temperaturas bajas. En $x/L=0$ y 1 , se tienen las paredes verticales de 323 K y 283 K respectivamente. Los tres casos de estudio muestran iso-contornos de temperatura con la misma tendencia, en el centro de la cavidad se

tiene la temperatura media, arriba de esta los colores de las capas de fluido dan indicio de temperaturas por arriba de la temperatura media, y en la parte inferior de la cavidad se tienen capas con temperatura menor que la temperatura media.

El fluido adquiere la temperatura más alta en la pared vertical caliente de la cavidad, para el caso 1 esta temperatura empieza a disminuir a medida que el fluido circula de la pared caliente a la pared fría, lo que ocurre al contrario en la pared horizontal inferior, en la que el fluido comienza a elevar su temperatura al ir de la pared fría a la pared caliente. Los iso-contornos de temperatura se mantienen en orden creciente a lo largo de la dirección normal de la cavidad, indicando que cavidades con paredes horizontales adiabáticas no generan inestabilidades del tipo R-B, es por esto que el nivel de turbulencia durante el transcurso del fluido sobre las paredes horizontales decae.

En la cercanía de las paredes verticales del caso 2 las zonas con temperatura más alta y más baja son ligeramente mayores en la pared caliente y menores en la pared fría que las del caso 1. Esto se debe a que durante la circulación del fluido por las paredes horizontales, el fluido transfiere energía con las paredes horizontales, induciendo que la diferencia de temperatura entre estas paredes y el fluido que se acerca sea menor, acercando al fluido a la temperatura de la pared vertical durante su movimiento por las paredes horizontales y provocando que más fluido adquiera la temperatura de las paredes verticales.

Como se observo en los perfiles de la velocidad promedio y en la fluctuación de la velocidad, el caso 2 y 3 mantienen valores más altos que el caso 1, especialmente en las zonas cercanas a las paredes horizontales, en las iso-superficies de temperatura de estos casos se observa que la inestabilidad R-B favorece que se obtengan dichos resultados. La inestabilidad R-B se observa más claramente en la parte superior derecha y en la zona inferior izquierda de la cavidad, esto se observa claramente en la figura 5.25(a) del caso 2 y 3, donde capas de fluido con temperatura alta se encuentran debajo de capas que tienen una temperatura menor. El fluido con temperatura alta (densidad baja) buscará ascender y el fluido con temperatura baja (densidad alta) tenderá a descender, creando inestabilidad y como consecuencia turbulencia, ver figura 5.25(b) del caso 2 y 3, en estas figuras se observan las iso-superficies de la velocidad normal en la que el fluido con dirección ascendente se encuentra debajo de fluido con dirección descendente. También se observa que las zonas que muestran las iso-superficies instantáneas de la velocidad transversal aumentan a medida que la inestabilidad R-B se incrementa, ver figura 5.25(c). La turbulencia generada por esta inestabilidad térmica se observa en la fluctuación de la velocidad normal y transversal, así como de la temperatura en la zona superior e inferior de la cavidad, donde presenta valores altos de fluctuación de estos valores.

La turbulencia en el caso 3 es mayor que en el caso 2 por las características de las paredes horizontales. La distribución de temperatura del caso 2 mostrada en la figura 4.4(a) indica que a partir de $x/L=0.3$, la temperatura de la pared horizontal superior es mayor que la temperatura de la distribución lineal del caso 3, y la temperatura en la pared horizontal inferior es menor a la temperatura de la distribución lineal. Con esto se esperaría que la turbulencia del caso 2 fuera mayor que la turbulencia del caso 3 por tener mayor temperatura en la pared horizontal superior y menor temperatura en la pared horizontal inferior, sin embargo, la razón de que el caso 3 muestre mayor turbulencia es por razones de diferencia de temperatura entre el fluido y las paredes horizontales, al circular el fluido por las paredes horizontales del caso 2, las diferencias de temperatura entre el fluido y las paredes son menores que la diferencia que hay entre el fluido y la paredes del caso 3. A mayor diferencia de temperatura, la fuerza de flotación es mayor, y por lo tanto la inestabilidad térmica se incrementa, obteniéndose mayor turbulencia en el perfil de velocidades de las zonas cercanas a las paredes horizontales de la cavidad.

5.2.2.2 Esfuerzos tangenciales, UV

Los resultados a diferentes alturas de la cavidad para los tres casos de estudio son mostrados en la figura 5.26. Este tipo de esfuerzos constituye la identidad de dos de los más importantes procesos de transporte turbulento y energía cerca de la pared: barridos y eyecciones. Willmart & Lu (1972) mostraron en una capa límite que los cuadrantes dos y cuatro son respectivamente relacionados a las eyecciones turbulentas y a los movimientos turbulentos de barrido.

Estos eventos turbulentos permiten la interacción tanto de flujos de baja velocidad y alta velocidad cerca de la pared, donde la eyección es flujo a baja velocidad que sale fuera de regiones cerca de la pared, y el barrido es flujo de alta velocidad que entra a las regiones próximas a la pared (Salinas-Vázquez & Rodríguez, 2005). La figura 5.25(c) del caso 2 y 3 muestra estos eventos en las paredes verticales; iso-superficies de la velocidad transversal tienen dirección hacia la pared (eyecciones) e iso-superficies con dirección al centro de la cavidad (barridos), mostrando el caso 3 una mayor cantidad de estos eventos que el caso 2. Por lo tanto, un incremento en los valores máximos de $u'v'$ como una función de la altura indica un aumento de la actividad turbulenta (eventos de barridos y eyecciones). En la figura 5.27 también se observa que los eventos de eyección y barrido se presentan en las cercanía de las paredes, representado con los valores negativos, estos aumentan en dirección del flujo.

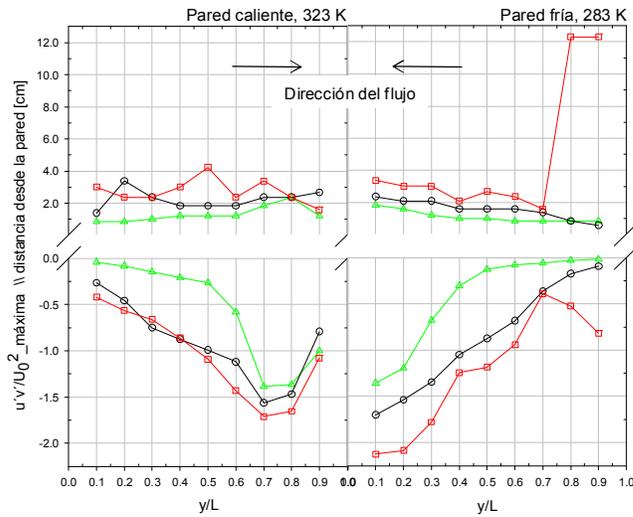


Fig 5.27 Valores máximos de los Esfuerzos de Reynolds y su distancia desde las paredes verticales a 9 alturas de la cavidad $[y/L = 0.1, 0.2, \dots, 0.9]$. Triángulo: caso 1; Círculo: caso 2; Cuadrado: caso 3

También esta figura muestra la tendencia que tienen los máximos de los esfuerzos de Reynolds, estos aumentan en dirección del flujo, al igual que el promedio de la fluctuación de la velocidad normal, los valores más altos son los del caso 3, el caso que presenta mayor turbulencia. También se muestra la distancia desde la pared de este máximo en los esfuerzos de Reynolds, esta distancia no coincide tanto con el máximo de la velocidad media como con el máximo del promedio fluctuante de la velocidad normal, aunque con este ultimo muestra más cercanía. De acuerdo a la distancia de las paredes al máximo de estos valores se puede deducir que al igual que los valores obtenidos en la fluctuación de la velocidad, el caso 3 tiene mayor alcance de estos eventos, seguido del caso 2 y caso 1.

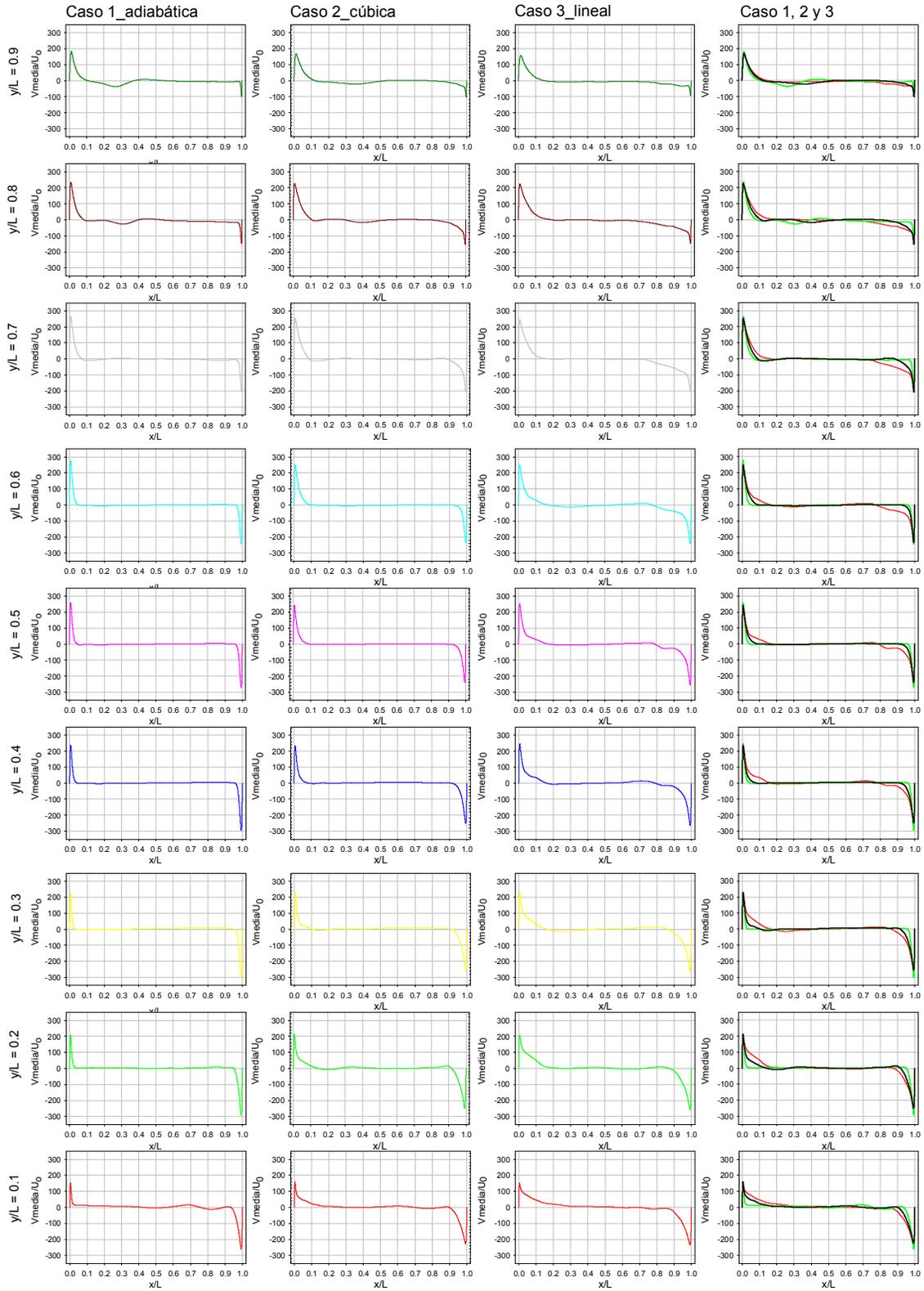


Fig. 5.5 Perfil de velocidades en el plano normal a 9 alturas de la cavidad [$y/L=0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9$]. Caso 1: primera columna; Caso 2: segunda columna; Caso 3: tercera columna. Comparación de los tres casos:cuarta columna.

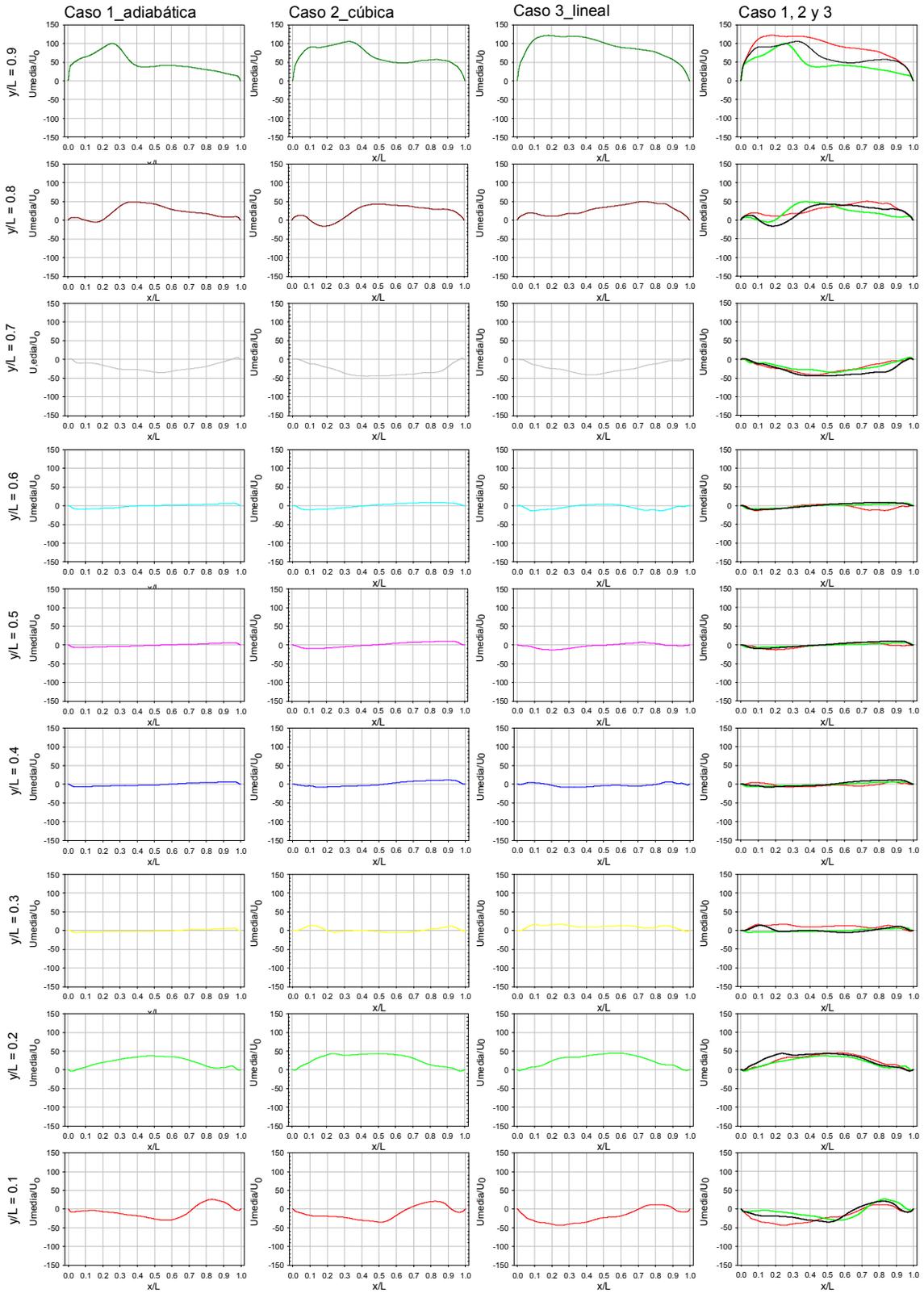


Fig. 5.12 Perfil de velocidades en el plano transversal a 9 alturas de la cavidad [$y/L=0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9$]. Caso 1: primera columna; Caso 2: segunda columna; Caso 3: tercera columna. Comparación de los tres casos:cuarta columna.

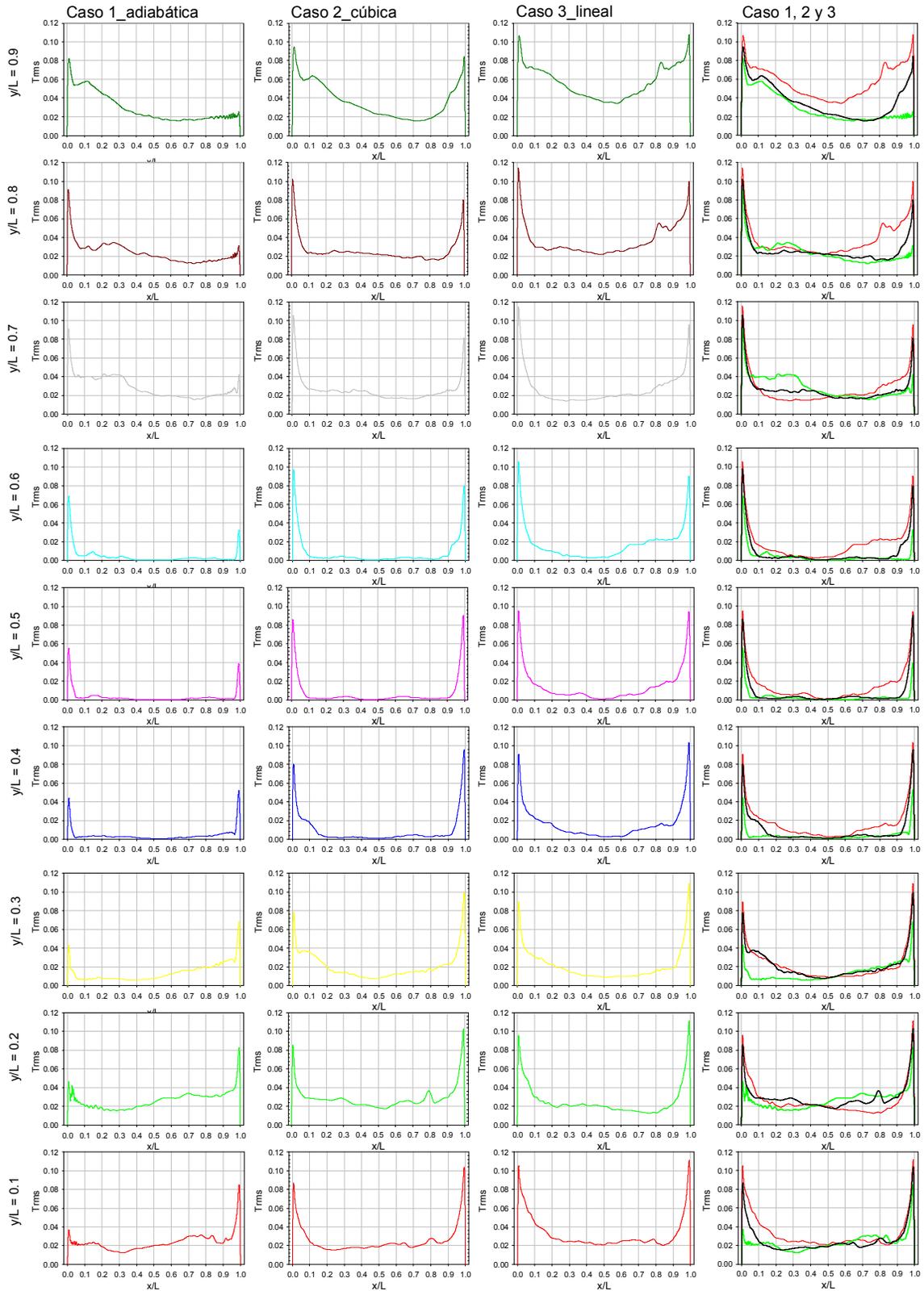


Fig. 5.16 Promedio de la fluctuación de la temperatura a 9 alturas de la cavidad [$y/L=0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9$]. Caso 1: primera columna; Caso 2: segunda columna; Caso 3: tercera columna. Comparación de los tres casos:cuarta columna.

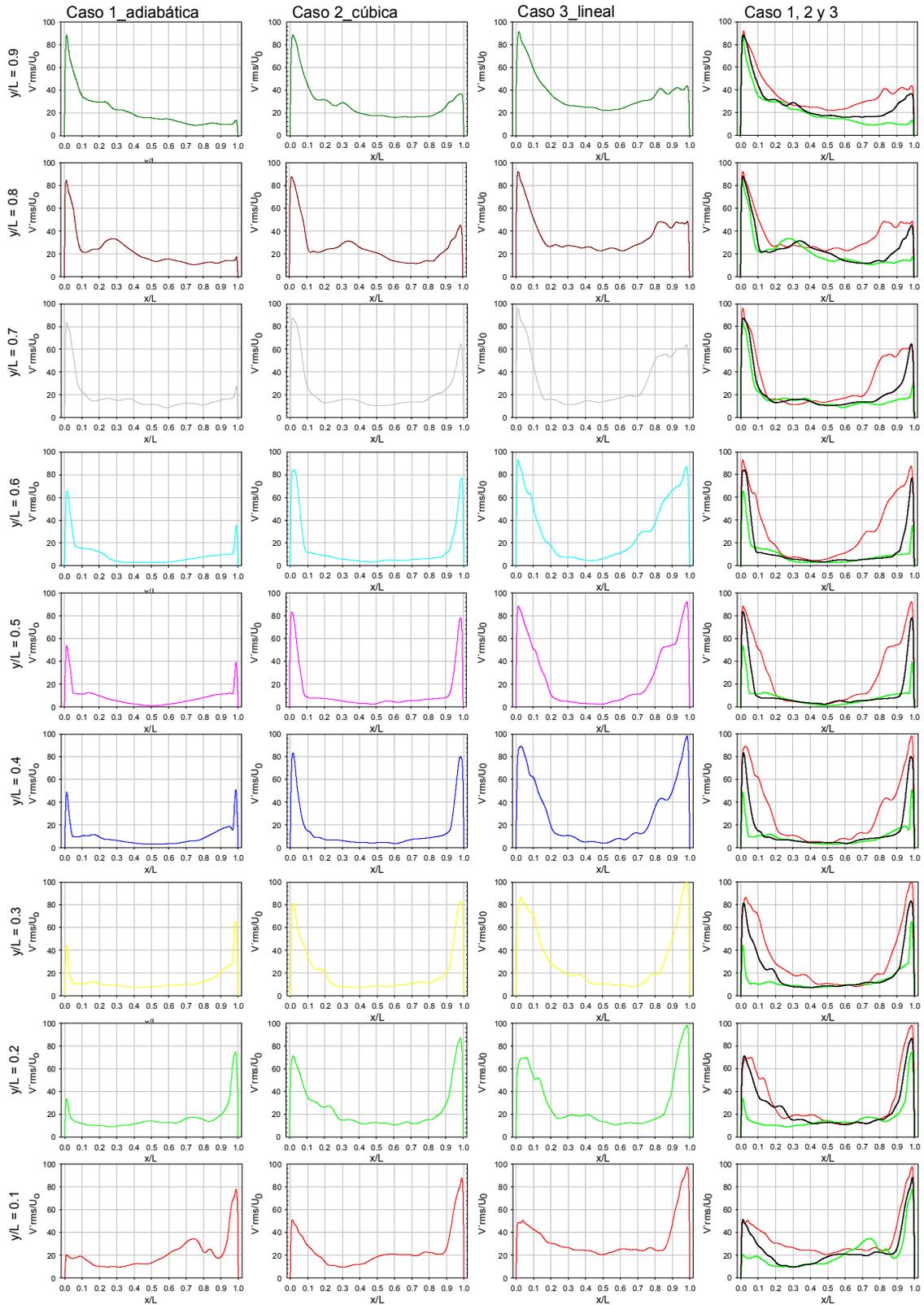


Fig. 5.18 Promedio de la fluctuaciones de la velocidad normal a 9 alturas de la cavidad [$y/L=0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9$]. Caso 1: primera columna; Caso 2: segunda columna; Caso 3: tercera columna. Comparación de los tres casos:cuarta columna.

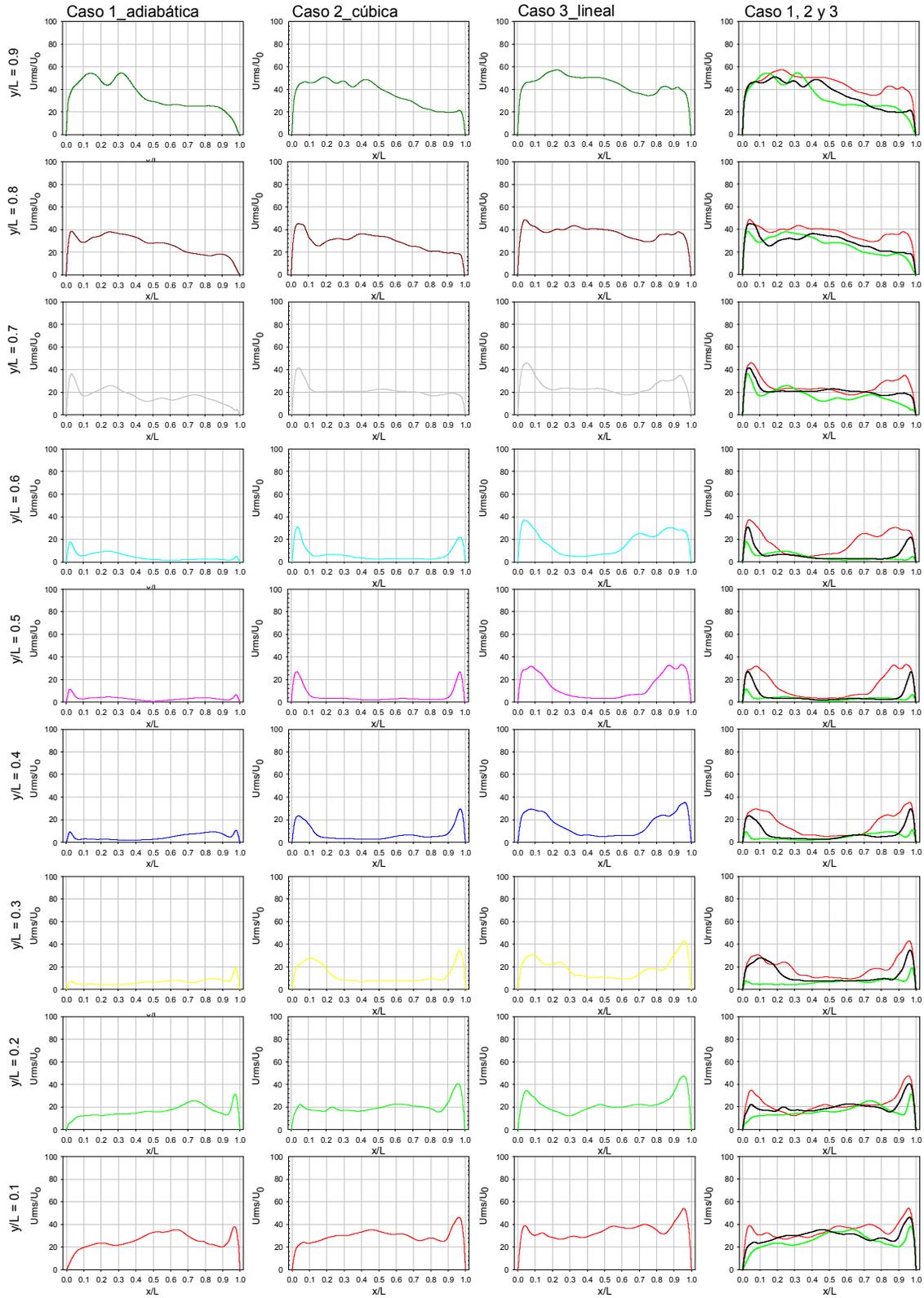


Fig. 5.22 Fluctuaciones promedio de la velocidad transversal a 9 alturas de la cavidad [$y/L=0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9$]. Caso 1: primera columna; Caso 2: segunda columna; Caso 3: tercera columna. Comparación de los tres casos:cuarta columna.

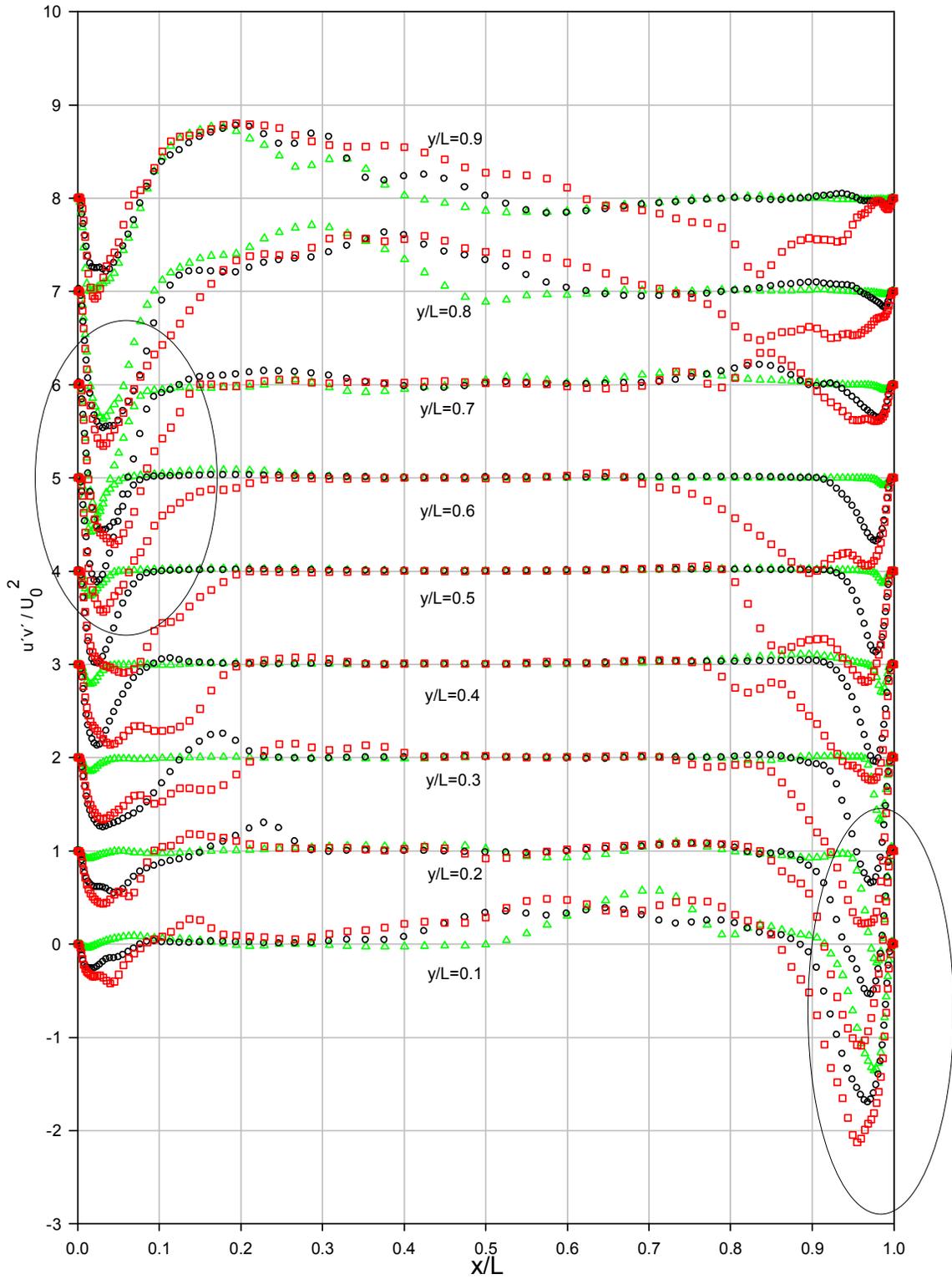


Fig. 5.26 Esfuerzos de Reynolds a 9 alturas de la cavidad [$y/L=0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9$].
 Triángulos: caso 1; Círculos: caso 2; Cuadrados: caso 3.

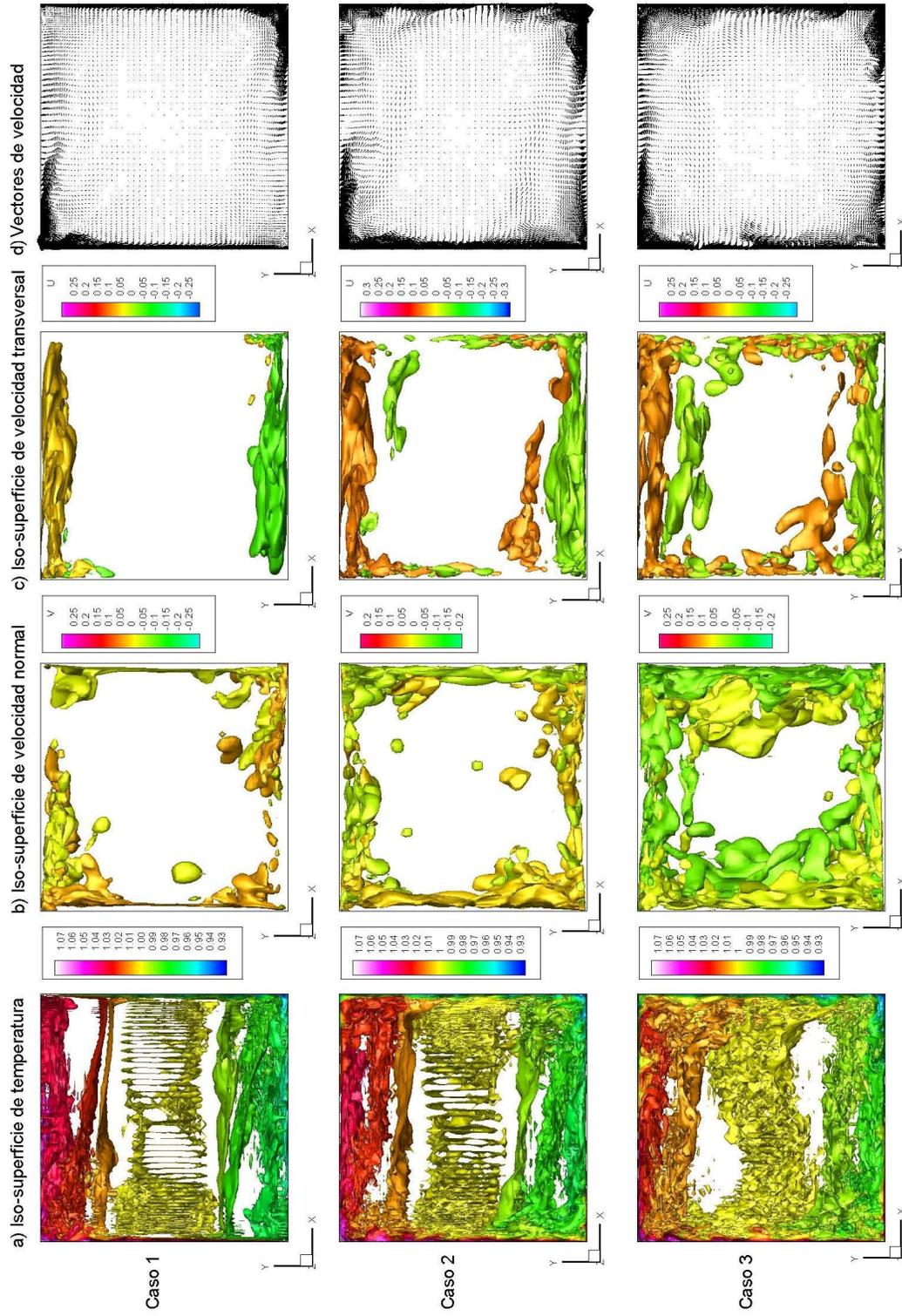


Fig. 5.25 Vista transversal de la cavidad de los tres casos de estudio: (a) Iso-superficies instantáneas de temperatura; (b) Iso-superficies instantáneas de la velocidad normal; (c) Iso-superficies instantáneas de la velocidad transversal; (d) Vectores de velocidad instantáneos.

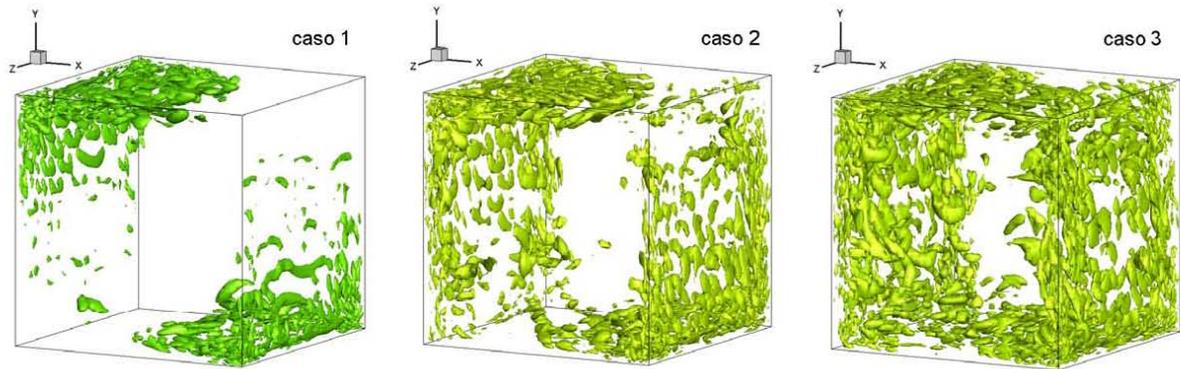


Fig. 5.28 Visualización de las estructuras turbulentas instantáneas en la cavidad a través del criterio Q, $Q=3$.

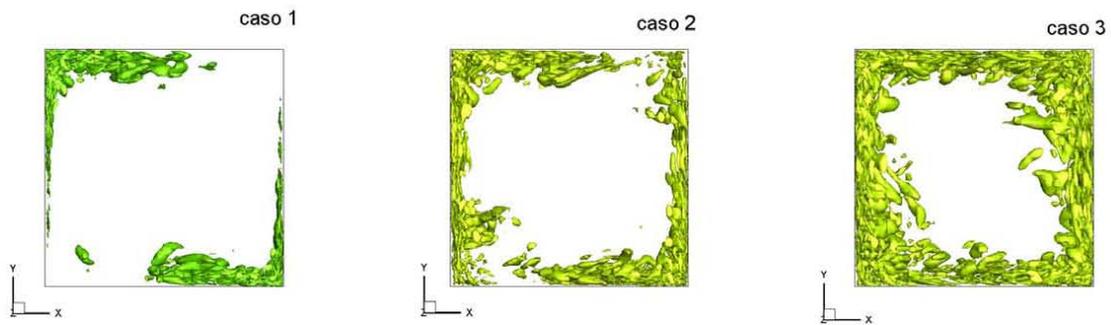


Fig. 5.29 Visualización de las estructuras turbulentas instantáneas con vista transversal de la cavidad, $Q=3$.

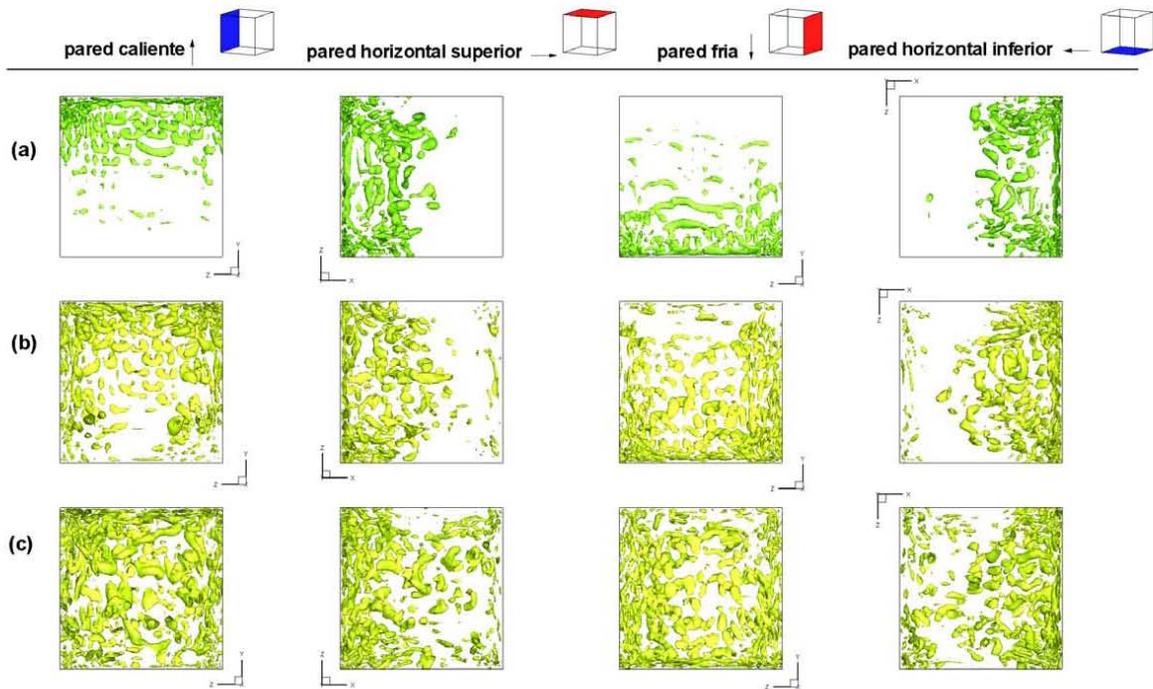


Fig. 5.30 Visualización de las estructuras turbulentas en cada una de las paredes de la cavidad: (a) Caso 1; (b) Caso 2; (c) Caso 3. La flecha indica la dirección del flujo.

5.2.3 Estructuras turbulentas

Las estructuras turbulentas son identificadas usando el criterio llamado Q (Hunt, Wray & Moin 1988) el cual es el segundo invariante del tensor gradiente de velocidades. $Q = (\Omega_{ij} \Omega_{ij} - \sigma_{ij} \sigma_{ij})^{1/2}$, donde σ y Ω son sus propias partes simétrica y anti-simétrica respectivamente. Variables positivas de la variable Q aíslan las zonas de giro del fluido, que están íntimamente relacionadas con las estructuras turbulentas.

Utilizando el criterio de visualización Q se muestran las estructuras turbulentas que se forman en la cavidad para los tres casos de estudio, estas estructuras formadas son de un instante de tiempo, ver figura 5.28. En estas estructuras se confirma nuevamente lo observado respecto al nivel de turbulencia que se presentaba en la gráfica de vorticidad global, donde el caso 3 tiene mayor turbulencia seguida del caso 2 y el que tiene menos estructuras turbulentas es el caso 1.

En la figura 5.29 se tiene una vista transversal de la cavidad en la que se visualiza la diferencia en las zonas donde se presentan las estructuras turbulentas instantáneas. En principio las paredes verticales segregan las estructuras turbulentas del flujo: las estructuras pequeñas pueden residir cerca de la pared, mientras que las estructuras grandes son forzadas a residir en la zona exterior. A medida que se llega a las paredes horizontales estas estructuras comienzan a desprenderse, formando estructuras de mayor tamaño que salen de las paredes.

En el caso 1, al circular por las paredes horizontales se observa que la turbulencia empieza a decaer debido a que las estructuras se descomponen en estructuras de menor tamaño por medio de la disipación viscosa, y se suma a esto que las paredes horizontales no inyectan energía al fluido para mantener la turbulencia. En el caso 2 se tienen estructuras de mayor tamaño en las paredes verticales que en el caso 1, las estructuras de este caso logran tener un mayor alcance de una pared a otra que el alcance que tiene el caso 1 durante el transcurso por las paredes horizontales. La distribución de temperatura de las paredes horizontales para el caso 2, mantiene una inyección de energía al fluido, provocando que la turbulencia formada en las paredes verticales busque mantenerse por las paredes horizontales, al ir a la pared vertical próxima la turbulencia empieza a decaer al circular por las paredes horizontales superior e inferior, donde se observan estructuras que van separadas de la pared y que son mantenidas por la inestabilidad Rayleigh-Bénard, ver figura 5.29.

Sin embargo, al llegar a la siguiente pared vertical el fluido conserva un nivel de turbulencia. Esto también se observa en el promedio de las fluctuaciones turbulentas de la velocidad en la dirección normal, donde de acuerdo a la dirección del flujo, las

primeras alturas en la pared caliente y las últimas alturas en la pared fría ya presentan un nivel de turbulencia mayor que el caso 1.

El caso 3 muestra estructuras turbulentas de mayor tamaño que el caso 1 y 2, tanto en las paredes horizontales, como en las paredes verticales. La inestabilidad Rayleigh-Bénard se presenta en el caso 2 y 3 como se mostro en la figura 5.25(a). En las esquinas superiores derecha y en la inferior izquierda se observan capas de fluido caliente debajo de capas de fluido frío, lo que ocasiona la inestabilidad térmica y con ello mayor turbulencia. En el caso 2 las capas de fluido y paredes horizontales tienen un gradiente de temperaturas menor que el caso 3, por lo que las fuerzas de flotación serán menores, causando menor inestabilidad y menor turbulencia. La distribución de temperaturas lineal del caso 3 crea mayor inestabilidad en el flujo que los otros dos casos de estudio, por lo que las estructuras turbulentas se mantienen a lo largo de las paredes horizontales.

En la figura 5.30 se visualizan las estructuras turbulentas en cada una de las paredes. En las paredes verticales se observan estructuras *hairpin vortex* (estructuras de pasador), estructuras características de turbulencia en la pared, ver figura 5.31. Esta estructuras tienen desprendimiento hacia la parte central de la cavidad y la cantidad de estas estructuras en cada uno de los casos es notable, el caso 1 forma estas estructuras al pasar la mitad de la cavidad al ir en dirección del flujo, mientras que el caso 2 presenta estas estructuras desde alturas más bajas del centro de la cavidad, el caso 3 tiene estas estructuras en toda la pared vertical tanto caliente como fría.

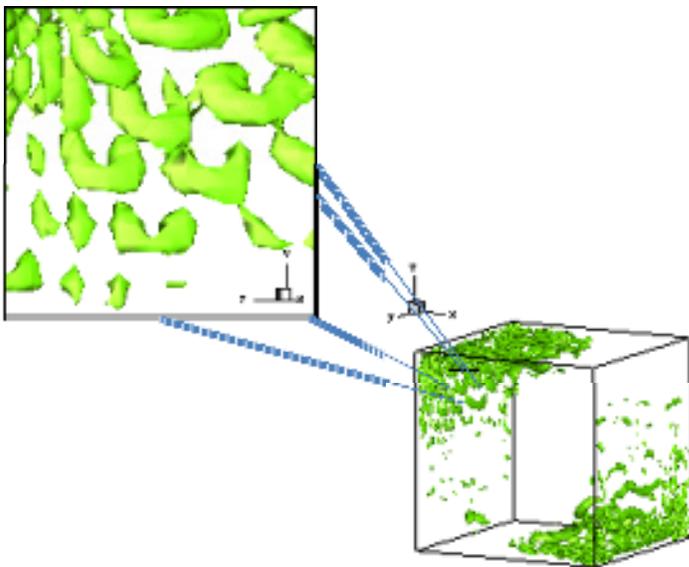


Fig 5.31 Estructuras hairpin vortex que se forman en las paredes verticales de la cavidad

CAPÍTULO 6 CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos reflejan que el considerar a las paredes horizontales con cierta característica conductora da la presencia de la inestabilidad térmica Rayleigh-Bénard, inestabilidad que provoca turbulencia en la cavidad. Y que afecta en los perfiles de velocidad y temperatura promedio, en la fluctuación promedio de estas variables, y en los esfuerzos de Reynolds. Esta diferencia se puede ver claramente al comparar los casos de paredes horizontales altamente conductoras y perfectamente conductoras, con el caso de paredes horizontales adiabáticas, ya que esta última condición no presenta esta inestabilidad.

El perfil de la velocidad promedio normal tiene la característica de formar la capa límite en las paredes verticales, esta se dividió para su estudio en la capa interna, la cual se divide en capa interna y externa, cuya separación es el máximo de la velocidad en la capa límite. Al ir en dirección del flujo aumenta la capa límite para los tres casos. En el centro de la cavidad ($y/L=0.4$ a $y/L=0.6$), la capa interna tiene el mismo espesor para los tres casos de estudio en la pared caliente y fría, no se tiene variación considerable en las otras alturas, sin embargo, el caso 3 tiene una longitud de la capa interna igual o mayor que los otros dos casos de estudio, seguido del caso 2.

La capa externa disminuye en dirección del flujo para los tres casos, siendo el caso 3 el que tenga una capa externa más grande que el caso 1 y 2. En la zona cercana a la esquina inferior izquierda y superior derecha desde una vista transversal de la cavidad, la capa externa del caso 1 es mayor que la del caso 2. La velocidad máxima aumenta en dirección del flujo, al igual que la capa interna, y decae al acercarse a las paredes horizontales. Los valores de la capa interna, externa y velocidad máxima de los tres casos de estudio son presentados en el Anexo I.

La comparación entre los casos de estudio del promedio de las nueve alturas para cada caso respecto al porcentaje de diferencia entre el área bajo la curva de las capas límites formadas en el perfil de velocidad promedio normal, indican que la diferencia entre el caso 1 & 2 tiene mayor cercanía tanto para la pared caliente como para la pared fría, seguido de la diferencia entre el caso 2 & 3, y al final el caso 3 & 1. Como lo muestra la tabla 6.1.

Casos	Pared caliente % diferencia	Pared fría % diferencia
1 & 2	19	12
2 & 3	22	32
3 & 1	37	43

Tabla 6.1 Comparación entre los casos de estudio de la diferencia entre las áreas bajo la curva de la capa límite

La comparación entre los casos de estudio del promedio de la distancia absoluta de las 9 alturas de la cavidad de los resultados obtenidos para la *velocidad promedio normal V*, *velocidad promedio transversal U*, *fluctuación promedio de la velocidad normal Vrms*, *fluctuación promedio de la velocidad transversal Urms*, y *fluctuación promedio de la temperatura Trms*, son presentados en la tabla 6.2. La distancia promedio de los resultados en comparación del caso 1 y caso 3 con el caso 2, son cercanamente iguales. Los valores de la distancia promedio absoluta entre los tres casos de estudio para 9 alturas de la cavidad son presentados en el anexo I.

Casos/x103	V	U	Vrms	Urms	Trms
1 & 2	15	6	13	6	13
2 & 3	15	6	12	7	10
3 & 1	27	9	25	12	23

Tabla 6.2 Comparación entre los casos de estudio de la distancia absoluta promedio

En el *perfil de temperaturas promedio* se tiene que el nivel de estratificación de los casos es diferente dependiendo del nivel de turbulencia de cada caso, al tener mayor turbulencia el fluido tiende a adquirir la temperatura promedio (303 K), El caso 3 tiene la estratificación más contraída, seguida del caso 2, y el caso 1 tiene este nivel de estratificación más extendido hacia las paredes horizontales.

Los *esfuerzos de Reynolds tangenciales UV*, estos esfuerzos muestran la identidad de dos procesos de transporte turbulento y energía cerca de la pared, para los tres casos de estudio aumentan principalmente en dirección del flujo. El caso 3 presenta una mayor intensidad de estos eventos, seguido del caso 2 y al final el caso 1. Los valores máximos de estos esfuerzos y la distancia de estos máximos respecto a las paredes verticales son mostrados en el Anexo I.

Las *estructuras turbulentas* instantáneas obtenidas para cada caso de estudio muestran al caso 3 con presencia de estas estructuras en gran parte de la cavidad, seguida del caso 2 y al final el caso 1. En el caso 1, al circular por las paredes horizontales se observa que la turbulencia empieza a decaer, las estructuras se descomponen en estructuras de menor tamaño hasta que estas estructuras desaparecen. En el caso 2 se tienen estructuras de mayor tamaño en las paredes verticales que en el caso 1, las estructuras de este caso logran tener un mayor

alcance de una pared a otra, que el alcance que tiene el caso 1 durante el transcurso por las paredes horizontales. Al ir a la pared vertical próxima la turbulencia empieza a decaer al circular por las paredes horizontales superior e inferior, donde se observan estructuras que van separadas de la pared y que son mantenidas por la inestabilidad Rayleigh-Bénard. El caso 3 muestra estructuras turbulentas de mayor tamaño que el caso 1 y 2, tanto en las paredes horizontales, como en las paredes verticales. La inestabilidad Rayleigh-Bénard se presenta solamente en el caso 2 y 3. En la esquina superior derecha y en la inferior izquierda se observan capas de fluido caliente debajo de capas de fluido frío, lo que ocasiona la inestabilidad térmica y con ello mayor turbulencia. En el caso 2 las capas de fluido y paredes horizontales tienen un gradiente de temperaturas menor que el caso 3, causando menor inestabilidad y menor turbulencia. La distribución de temperaturas lineal del caso 3 crea mayor inestabilidad en el flujo que los otros dos casos de estudio, teniendo estructuras turbulentas a lo largo de las paredes horizontales.

En las paredes verticales se tienen estructuras *hairpin vortex* (estructuras de pasador), estas tienen desprendimiento hacia la pared central de la cavidad y la cantidad de estas estructuras en comparación de cada caso es notable, el caso 1 forma estas estructuras al pasar la mitad de la cavidad al ir en dirección del flujo, mientras que el caso 2 presenta estas estructuras desde alturas más bajas del centro de la cavidad, el caso 3 tiene estas estructuras en toda la pared vertical tanto caliente como fría.

Anexo I. Datos de la capa límite; distancia promedio absoluta (distancia *city block*); máximos de los esfuerzos de Reynolds normales y su distancia desde la pared.

Resultados de la capa límite en la pared caliente, caso 1

espesor [cm] / y/L	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
capa interna	0.2468	0.3465	0.3465	0.4560	0.4560	0.4560	0.5768	0.5768	0.8550
capa externa	31.6208	33.3810	26.4285	2.9265	2.9265	3.7665	4.6433	5.8208	6.9300
capa límite	31.8675	33.7275	26.7750	3.3825	3.3825	4.2225	5.2200	6.3975	7.7850
$V_{max} \times 10^3/U_0$	153.6863	207.9961	222.1252	234.9382	257.7768	276.861	262.3136	235.2574	183.0502

Resultados de la capa límite en la pared caliente, caso 2

espesor [cm] / y/L	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
capa interna	0.2468	0.3465	0.4562	0.4560	0.4560	0.4560	0.5768	0.5768	0.8550
capa externa	24.5183	9.9510	7.3288	5.3265	6.6090	6.6090	5.8208	7.2083	7.7025
capa límite	24.7650	10.2975	7.7850	5.7825	7.0650	7.0650	6.3975	7.7850	8.5575
$V_{max} \times 10^3/U_0$	157.9831	214.3437	226.7406	232.3865	241.9571	250.4824	253.1451	227.601	169.1186

Resultados de la capa límite en la pared caliente, caso 3

espesor [cm] / y/L	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
capa interna	0.3465	0.3465	0.4560	0.4560	0.4560	0.4560	0.5768	0.5768	1.0125
capa externa	42.7860	40.9260	11.8440	10.8090	11.8440	11.8440	11.7233	14.0033	9.2850
capa límite	43.1325	41.2725	12.3000	11.2650	12.3000	12.3000	12.3000	14.5800	10.2975
$V_{max} \times 10^3/U_0$	152.0409	208.1648	231.5485	244.2884	251.4635	251.0126	243.4585	222.6517	158.8655

Resultados de la capa límite en la pared fría, caso 1

espesor [cm] / y/L	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
capa interna	0.5768	0.4560	0.4560	0.4560	0.4560	0.4560	0.3465	0.2468	0.2468
capa externa	1.4483	2.9265	2.5590	2.5590	2.5590	2.9265	35.2635	33.4808	35.3633
capa límite	2.0250	3.3825	3.0150	3.0150	3.0150	3.3825	35.6100	33.7275	35.6100
$V_{max} \times 10^3/U_0$	259.0659	289.8499	302.0506	293.4521	270.1418	243.6741	204.1852	147.4457	98.2217

Resultados de la capa límite en la pared fría, caso 2

espesor [cm] / y/L	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
capa interna	0.5768	0.5768	0.4560	0.4560	0.4560	0.4560	0.3465	0.2468	0.2468
capa externa	6.4883	5.2058	5.3265	5.9415	7.3290	5.3265	8.2110	14.3333	15.5783
capa límite	7.0650	5.7825	5.7825	6.3975	7.7850	5.7825	8.5575	14.5800	15.8250
$V_{max} \times 10^3/U_0$	225.6262	249.1903	256.3796	250.1063	238.4377	233.0894	207.8732	152.2994	100.7182

Resultados de la capa límite en la pared fría, caso 3

espesor [cm] / y/L	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
capa interna	0.5768	0.5768	0.5768	0.4560	0.4560	0.4560	0.3465	0.2468	0.2468
capa externa	29.4533	8.8208	8.8208	14.1240	14.1240	15.3090	39.0435	42.8858	63.4883
capa límite	30.0300	9.3975	9.3975	14.5800	14.5800	15.7650	39.3900	43.1325	63.7350
$V_{max} \times 10^3/U_0$	233.7549	255.6867	260.102	262.2813	254.5486	241.7121	201.3934	144.4021	92.7866

Distancia promedio entre los casos de estudio de los resultados de la velocidad promedio normal

y/L	caso 1&2	caso 1&3	caso 2&3
0.1	18.1458	28.5940	14.0900
0.2	20.3026	33.0225	16.5311
0.3	16.7438	32.1941	17.8969
0.4	13.5464	28.4047	17.8700
0.5	12.4812	26.2994	17.0528
0.6	11.8951	28.4042	17.6701
0.7	15.3663	29.4169	16.6560
0.8	16.6054	24.1465	12.3271
0.9	11.9370	15.4512	7.7275

Distancia promedio entre los casos de estudio de los resultados de la velocidad promedio transversal

y/L	caso 1&2	caso 1&3	caso 2&3
0.1	6.9228	11.9823	6.8256
0.2	6.4076	4.1371	4.7708
0.3	4.0019	8.1008	5.6519
0.4	2.4693	4.0816	4.7433
0.5	2.4927	3.6664	3.6228
0.6	1.9172	5.1088	5.0573
0.7	6.7176	3.9203	5.8930
0.8	9.0369	12.3335	7.2315
0.9	15.1937	28.5564	13.6133

Distancia promedio entre los casos de estudio de los resultados de la fluctuación de la velocidad normal

y/L	caso 1&2	caso 1&3	caso 2&3
0.1	10.9817	18.6863	8.8645
0.2	16.8593	23.1923	7.6270
0.3	17.0991	29.6081	13.1727
0.4	15.6205	32.4767	17.7173
0.5	15.0781	30.6963	16.9777
0.6	14.2430	30.8511	17.7143
0.7	10.4001	19.9604	9.9879
0.8	9.2185	18.0111	9.6150
0.9	9.7757	17.3736	7.7352

Distancia promedio entre los casos de estudio de los resultados de la fluctuación de la velocidad transversal

y/L	caso 1&2	caso 1&3	caso 2&3
0.1	5.6086	11.0151	6.5924
0.2	5.8208	9.7564	5.0079
0.3	8.4161	13.5134	5.3269
0.4	6.9980	13.2313	7.0704
0.5	6.1670	13.7208	8.0448
0.6	5.7628	14.3099	8.9773
0.7	5.4799	10.0246	5.2650
0.8	4.9824	10.6097	7.2565
0.9	4.7353	10.4686	7.7177

Distancia promedio entre los casos de estudio de los resultados de la fluctuación de la temperatura promedio

y/L	caso 1&2	caso 1&3	caso 2&3
0.1	0.0125	0.0209	0.0097
0.2	0.0113	0.0171	0.0074
0.3	0.0150	0.0193	0.0051
0.4	0.0145	0.0223	0.0082
0.5	0.0133	0.0218	0.0092
0.6	0.0128	0.0219	0.0099
0.7	0.0101	0.0180	0.0087
0.8	0.0110	0.0277	0.0134
0.9	0.0148	0.0340	0.0193

Máximos de los esfuerzos Reynolds transversales y distancias de la pared a estos máximos

Caso 1

y/L	pared caliente		pared fria	
	u'v' máxima/U ₀ ²	espesor [cm]	u'v' máxima/U ₀ ²	espesor [cm]
0.1	-0.0410	0.8550	-1.3555	1.8300
0.2	-0.0821	0.8550	-1.1961	1.5975
0.3	-0.1467	1.0125	-0.6754	1.1925
0.4	-0.2115	1.1925	-0.3029	1.0125
0.5	-0.2638	1.1925	-0.1276	1.0125
0.6	-0.5825	1.1925	-0.0800	0.8550
0.7	-1.3871	1.8300	-0.0576	0.8550
0.8	-1.3638	2.3700	-0.0331	0.8550
0.9	-0.9999	1.1925	-0.0171	0.8550

Caso 2

y/L	pared caliente		pared fria	
	u'v' máxima/U ₀ ²	espesor [cm]	u'v' máxima/U ₀ ²	espesor [cm]
0.1	-0.2646	1.3875	-1.7011	2.3700
0.2	-0.4560	3.3825	-1.5406	2.0925
0.3	-0.7497	2.3700	-1.3472	2.0925
0.4	-0.8760	1.8300	-1.0499	1.5975
0.5	-0.9928	1.8300	-0.8750	1.5975
0.6	-1.1210	1.8300	-0.6844	1.5975
0.7	-1.5642	2.3700	-0.3607	1.3875
0.8	-1.4687	2.3700	-0.1743	0.8550
0.9	-0.7920	2.6775	-0.0914	0.5775

Caso 3

y/L	pared caliente		pared fria	
	u'v' máxima/U ₀ ²	espesor [cm]	u'v' máxima/U ₀ ²	espesor [cm]
0.1	-0.4210	3.0150	-2.1265	3.3825
0.2	-0.5649	2.3700	-2.0868	3.0150
0.3	-0.6617	2.3700	-1.7783	3.0150
0.4	-0.8615	3.0150	-1.2453	2.0925
0.5	-1.0924	4.2225	-1.1859	2.6775
0.6	-1.4333	2.3700	-0.9409	2.3700
0.7	-1.7108	3.3825	-0.3898	1.5975
0.8	-1.6543	2.3700	-0.5232	12.3000
0.9	-1.0778	1.5975	-0.8174	12.3000

REFERENCIAS

- [1] Tian, Y.S., Karayiannis, T.G. (2000), *Low turbulence natural convection in an air filled square cavity Part I: The thermal and fluid flow fields*, International Journal of Heat and Mass Transfer Vol. 43(6) p.p. 849.
- [2] Tian, Y.S., Karayiannis, T.G. (2000), *Low turbulence natural convection in an air filled square cavity Part II: The turbulence quantities*, International Journal of Heat and Mass Transfer Vol. 43(6) p.p. 867.
- [3] Apofu, F., Karayiannis, T.G. (2003), *Experimental benchmark data for turbulent natural convection in an air filled square cavity*, International Journal of Heat and Mass Transfer Vol. 46 (19) p.p. 3551.
- [4] W.K. George, S.P. Capp (1979), *A theory for natural convection turbulent boundary layer next to heated vertical surfaces*, International Journal of Heat and Mass Transfer Vol. 22 p.p. 813-826.
- [5] Lesieur M. & Comte P. (1997), *Large-eddy simulation of compressible turbulent flows*, Turbulence in Compressible Flows, AGARD/VKI Course, AGARD Rep. 819.
- [6] Lesieur M. & Métais O. (1996), *New trends in large eddy simulations of turbulence*, Annual Review of Fluid Mechanics, Vol. 28 p.p. 45-82.
- [7] David E. (1993) *Modélisation des écoulements compressibles et hypersoniques: Une approche instationnaire*, PhD Thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, France.
- [8] Gottlieb D. & Turkel E. (1976), *Dissipative to four methods for time-dependent problems*, Mathematics of Computation, Ed. American Mathematical Society. Vol. 30 p.p. 703-723.
- [9] Willmarth W.W. & Lu S.S. (1972), *Structure of the Reynolds stress near the wall*, Journal of Fluid Mechanics Vol. 55, 65.
- [10] Hunt, J., Wray, A. & Moin (1988), *Eddies, stream, and convergence zones in turbulent flows*, Center for Turbulence Research Rep. CTR-S88. P.
- [11] Shia-Hui Peng, Lars Davidson (2001), *Large eddy simulation for turbulent buoyant flow in a confined cavity*, International Journal of Heat and Fluid Flow Vol. 22 p.p. 323-331.
- [12] M. Salinas Vázquez and O. Métais (2002), *Large-eddy simulation of the turbulent flow through a heated square duct.*, Journal of Fluid Mechanics Vol. 453 p.p. 202-208.

[13] White, Frank M., "Viscous Fluid Flow", McGraw Hill International, Second Edition (1991).

[14] M. Salinas Vázquez, W. V. Rodríguez (2005), *Efecto de estructuras turbulentas no estacionarias sobre la térmica de flujos en conductos de sección cuadrada con un flujo de calor no simétrico*, Revista Mexicana de Física 51 (2) p.p.131-137.

[15] J.T. Davies, *Turbulence Phenomena*. Academic Press, New York, 1972, p.p. 412.

BIBLIOGRAFÍA

[1] M. Vilte, D. Hoyos, I. De Paul (2005), *Convección de Bénard: Visualización del fenómeno y determinación de parámetros relevantes empleando un programa de cálculo*. Anales AFA, La plata Vol. 17, p.p. 1-7.

[2] K.J. Hsieh, F.S. Lien (2004), *Numerical modeling of buoyancy-driven turbulent flows in enclosures*, International Journal of Heat Fluid Flow Vol. 25 p.p. 659-670.

[3] M. Hölling, H. Herwig, *Computation of turbulent natural convection at vertical walls using new wall functions*, Institute of Thermo-Fluid Dynamics, Hamburg University of Technology.

[4] Jean Mathieu, Julian Scott, "An Introduction to Turbulent Flow", CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, First published 2000.

[5] D. N. Riahi, "Flow Instability", WIT PRESS, Southampton and Boston, 2000, p.p. 256.

[6] Yunus Cengel, "Heat and Mass Transfer: A Practical Approach", University of Nevada Reno, Third Edition 2007.

[7] B. Sunden, G. Comini, "Computational Analysis of Convection Heat Transfer", WIT PRESS, Southampton, UK, 2000.

[8] J. Güémez (2003), *Aplicaciones de Termodinámica. Transmisión de calor.*, Departamento de Física Aplicada, Universidad de Cantabria.

[9] Latif M. Jiji, "Heat Convection", Springer, 2006.

[10] Bung Ryeol SEO. B.E., M.E., *A Numerical Study of Buoyant Turbulent Flows Using Low-Reynolds Number $k-\epsilon$ Model*, A dissertation in Mechanical Engineering, Degree of Doctor of Philosophy, May 2001.

[11] Tsutomu Kambe, "ELEMENTARY FLUID MECHANICS", World Scientific, 2007.

[12] H. K. Versteeg & W. Malalasekera, "An Introduction to Computational Fluid Dynamics", LONGMAN, First published 1995.

[13] Blanco Labrado Montserrat, *ESTUDIO NUMÉRICO DE LAS CARACTERÍSTICAS HIDRÁULICAS DE UN DIAFRAGMA MULTIORIFICIO*, Proyecto fin de carrera, Ingeniería Industrial, Universidad Carlos III de Madrid, Julio 2010.