



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
Facultad de Ingeniería

**Flujo Anormal de Fluidos (Agua y Gas) en Pozos  
Productores Localizados en la Vecindad de una  
Falla Conductiva**

T E S I S

Que para Optar por el Grado de:  
**Maestro en Ingeniería**  
Petrolera y Gas Natural - Yacimientos

*Presenta:*

**Saúl Ruiz García**

*Tutor:*

**Dr. Fernando Samaniego Verduzco**

2011



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



*Al que nos amó, y nos lavó de nuestros pecados con su sangre, y nos hizo reyes y sacerdotes para Dios, su Padre; a Él sea gloria e imperio por los siglos de los siglos. Amén.*

*Apocalipsis 1:5-6.*



*A la memoria de mi Papá.*



*A mis hijos Grecia Sarahí y Saúl Elías por su paciencia que se ha reflejado con su amor y sonrisas. A Chely por estar a mi lado incondicionalmente en esta aventura llamada maestría.*

*A mi mamá y a mi hermana Esther con incommensurable amor. A mis tíos Alex y Jonas que han sido mis hermanos mayores e inspiración en el estudio.*

*Al Dr. Fernando Samaniego tutor y mentor en mis estudios de maestría y director de esta tesis.*



# Resumen

Se presenta la revisión e implementación de metodologías para la estimación del gasto crítico en pozos productores de aceite, cercanos o interceptados por una falla conductiva. Asimismo, se presenta la implementación de un modelo para estimar el tiempo de irrupción. En una búsqueda en la literatura, se encontró que solo existen dos métodos que consideran el comportamiento dinámico de los fluidos en una falla y la repercusión de esto en el cálculo del gasto crítico en yacimientos naturalmente fracturados, situación física que se presenta comúnmente en las regiones productoras de hidrocarburos del Sureste Mexicano. Las metodologías que se encontraron son analíticas y se fundamentan básicamente en dos teorías: (1) la teoría de conificación de Muskat-Wyckoff y (2) en la teoría de la fractura única equivalente de Baker. La importancia de la metodología de Birks radica en que considera la caída de presión en fondo, causada por el comportamiento dinámico en la fractura (falla), el cual deforma el contacto agua-aceite y/o gas-aceite, afectando en el valor del gasto crítico en el pozo. Particularmente la metodología de Birks (1970) se cimienta en un trabajo experimental importante para el comportamiento de la caída de presión por efectos laminares e inerciales en una fractura, incluyendo aplicaciones en pozos del Medio Oriente. El segundo método, de Saad (1995), propone una ecuación muy similar al método de Birks; la deducción de la correlación desprecia los efectos de flujo no

Darciano en la falla y considera para la representación del modelo una geometría simplificada para las líneas de flujo. Los resultados de esta correlación se sustentan solo en pruebas de laboratorio. Adicionalmente, se presentan los resultados de la implementación del método de Pacheco (2009). Este modelo estima el tiempo de irrupción del agua en un pozo productor. Esta técnica se basa en un modelo de flujo de doble porosidad y una permeabilidad (Warren y Root). Las tres metodologías se aplicaron a pozos del campo Jujo-Tecominoacán. Los resultados muestran que los métodos de Birks y de Pacheco proporcionan valores muy cercanos a la realidad; no así la correlación de Saad. Adicionalmente, se aprecia que las metodologías de Birks y Pacheco pueden aplicarse independientemente; sin embargo, se muestra la versatilidad de aplicar los métodos uno complementando al otro. Asimismo se demuestra con ejemplos de campo, la importancia del efecto del flujo de alta velocidad en el cálculo del gasto crítico en pozos productores en yacimientos naturalmente fracturados, y como el flujo no Darciano reduce significativamente el tiempo de irrupción del agua en los pozos productores. Se reconoce con base en los resultados en los cálculos del gasto crítico, la necesidad de realizar una campaña de pruebas de presión-producción en el resto de los pozos del campo Jujo-Tecominoacán, debido a que este yacimiento presenta una declinación severa en la producción de hidrocarburos causada por la conificación del agua. Con esta discusión de las metodologías el ingeniero de producción y/o yacimientos, dispone de un parámetro de decisión para estudiar el problema complejo de la irrupción temprana del agua en pozos productores que están cercanos, o interceptan, a una falla conductiva.

# Contenido

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Conificación en Yacimientos Homogéneos</b>	<b>5</b>
2.1	Método de Muskat-Wyckoff . . . . .	7
2.1.1	Consideraciones de la Teoría de Conificación de Muskat-Wyckoff	9
2.1.2	Análisis del Fenómeno de Conificación . . . . .	9
2.1.3	Desarrollo Analítico del Fenómeno de Conificación . . . . .	12
2.1.4	Ejemplo del Método de Muskat-Wyckoff . . . . .	14
<b>3</b>	<b>Teoría de la Fractura Única Equivalente</b>	<b>23</b>
3.1	Investigación experimental . . . . .	24
3.1.1	Resultados experimentales . . . . .	25
3.1.2	Consideración del Número Crítico de Reynolds . . . . .	26
3.2	Ecuaciones de Flujo en una Fractura . . . . .	27
3.2.1	Ajuste de los resultados experimentales . . . . .	29
3.3	Ecuación de Flujo en un Medio Poroso . . . . .	31
<b>4</b>	<b>Conificación en Yacimientos Fracturados</b>	<b>35</b>
4.1	Método de Birks . . . . .	36

4.1.1	Modelo de Birks . . . . .	37
4.1.2	Conificación Crítica . . . . .	42
4.1.3	Conificación Segura . . . . .	43
4.1.4	Aplicación práctica de los criterios de Birks . . . . .	44
4.2	Método de Saad . . . . .	45
4.2.1	Estudio Teórico de la Ecuación de Saad . . . . .	45
4.2.2	Investigación experimental . . . . .	50
<b>5</b>	<b>Cálculo del Tiempo de Irrupción</b>	<b>53</b>
5.1	Modelo de Rodríguez . . . . .	54
5.1.1	Cálculo del Tiempo de Flujo en la Falla . . . . .	56
5.1.2	Cálculo del Gradiente de Presión . . . . .	57
5.1.3	Cálculo del Tiempo en el Yacimiento . . . . .	58
5.2	Modelo de Pacheco . . . . .	59
5.2.1	Cálculo del Tiempo en el Yacimiento . . . . .	60
5.2.2	Cálculo del Tiempo en la Falla . . . . .	62
5.2.3	Sensibilidad de los parámetros . . . . .	63
<b>6</b>	<b>Ejemplo de Aplicación</b>	<b>67</b>
6.1	El pozo Jujo 532 . . . . .	68
6.2	Análisis de Registros . . . . .	71
6.2.1	Análisis del Registro (PLT) . . . . .	74
6.2.2	Análisis del Registro de Imágenes (FMI) . . . . .	74
6.3	Análisis de la Prueba de Presión-Producción . . . . .	75
6.3.1	Estimación de las Constantes de Flujo . . . . .	79
6.4	Estimación del Contacto Agua-Aceite . . . . .	81

---

6.5	Caracterización de la Fractura (Falla) . . . . .	81
6.5.1	Cálculo de la Apertura de la Fractura . . . . .	83
6.5.2	Cálculo del Número de Reynolds en la Fractura . . . . .	84
6.6	Cálculo del Gasto Crítico de Birks . . . . .	85
6.6.1	Resultados del Método de Birks . . . . .	88
6.7	Cálculo del Gasto Crítico de Saad . . . . .	88
6.8	Análisis Nodal del Pozo Jujo 532 . . . . .	89
6.9	Cálculo del Tiempo de Irrupción . . . . .	89
6.9.1	Análisis de la Prueba de Incremento de Presión . . . . .	92
6.9.2	Cálculo del Tiempo de Flujo de Agua a través de la Falla desde el Contacto Agua-Aceite (CAA) hasta el Nivel del Intervalo Productor . . . . .	94
6.9.3	Cálculo del Tiempo de Flujo del Agua desde Falla hasta el Pozo	96
6.9.4	Predicción de la irrupción del agua . . . . .	98
6.10	El pozo Jujo 701 . . . . .	101
6.10.1	Correlación de Flujo Multifásico . . . . .	104
6.10.2	Análisis Nodal . . . . .	105
6.10.3	Cálculo de los coeficientes de flujo . . . . .	106
6.10.4	Cálculo del Gasto Crítico de Birks . . . . .	110
6.11	El pozo Jujo 505 . . . . .	112
6.11.1	La Terminación del Pozo Jujo 505 . . . . .	112
6.11.2	Análisis Nodal . . . . .	115
6.11.3	Cálculo de los Coeficientes de Flujo . . . . .	118
6.11.4	Cálculo del Gasto Crítico de Birks . . . . .	118
6.11.5	Cálculo del Número de Reynolds en la Fractura . . . . .	120

---

6.11.6	Resultados del método de Birks . . . . .	121
6.11.7	Análisis del comportamiento de la producción del pozo Jujo 505124	
6.11.8	Análisis de los Registros Geofísicos del pozo Jujo 505 . . . . .	126
<b>7</b>	<b>Resultados y Conclusiones</b>	<b>129</b>
7.1	Resultados . . . . .	129
7.2	Conclusiones . . . . .	131
<b>A</b>	<b>Flujo en fracturas</b>	<b>133</b>
A.1	Flujo paralelo . . . . .	133
A.2	Flujo radial convergente. . . . .	143
<b>B</b>	<b>Flujo no Darciano</b>	<b>157</b>
B.1	Análisis del Fenómeno del Flujo No Darciano . . . . .	158
B.2	Ecuación de Flujo en el Medio Poroso . . . . .	159
B.2.1	Ecuación de Baker . . . . .	160
<b>C</b>	<b>Nomenclatura y Unidades</b>	<b>163</b>

# Lista de Figuras

2.1	Representación de un sistema de conificación de agua en una formación homogénea (Muskat [29, 30]). . . . .	6
2.2	Comparación de la caída de presión en fondo en la cercanía de un pozo horizontal y vertical (Joshi [23]). . . . .	8
2.3	Ilustración del equilibrio en la superficie del agua (Muskat [29, 30]). . .	11
2.4	Sección del pozo del ejemplo del método de Muskat-Wyckoff (Brown [11]). . . . .	16
2.5	Distribución del potencial en el radio del pozo. (Brown [11]). . . . .	17
2.6	Nomenclatura para utilizar el método de Muskat-Wyckoff (Brown [11]).	18
2.7	Potencial al radio de drene. Brown [11]. . . . .	19
2.8	Ejemplo de la solución gráfica de equilibrio de la altura del cono de agua y de la caída de presión de fondo del pozo sin generar la conificación de agua. Brown [11]. . . . .	21
3.1	Esquema del modelo experimental de Baker [5]. . . . .	25
3.2	Esquema del modelo físico de Baker (Baker [5]). . . . .	28
3.3	Curvas de caída de presión teóricas y experimentales (Baker [5]). . . .	31
3.4	Gráfica de $q_o$ vs. $\Delta p/q_o$ (Brown [11]). . . . .	32

4.1	Esquema de los contactos agua-aceite y gas-aceite contra los PAEF y PBEF (Van Golf-Racht [50]). . . . .	37
4.2	Sistema de conificación en un yacimiento fracturado (Birks [9]). . . . .	38
4.3	Modelo de Saad [39]. . . . .	46
4.4	Modelo físico de Saad [39]. . . . .	51
4.5	Resultados experimentales del modelo físico de Saad [39]. . . . .	52
5.1	Esquema del modelo físico de Rodríguez [36]. . . . .	55
5.2	Esquema del modelo físico de Pacheco [32]. . . . .	60
5.3	Distancia adimensional a la falla. . . . .	64
5.4	Sensibilidad del gasto adimensional. . . . .	65
5.5	Sensibilidad de lambda. . . . .	65
5.6	Sensibilidad de Omega. . . . .	66
6.1	Sección estructural del pozo Jujo 532. . . . .	69
6.2	Sección sísmica del pozo Jujo 532. . . . .	70
6.3	Un mapa con acercamiento del pozo Jujo 532. . . . .	72
6.4	Avance del agua en los pozos cercanos al pozo Jujo 532. . . . .	73
6.5	Registros del pozo Jujo 532: intervalo: 5767-5769 m. Izquierda: registro de producción (PLT); derecha: registro de imágenes (FMI). . . . .	76
6.6	Registros del pozo Jujo 532: intervalo: 5782-5783 m. Izquierda: registro de producción (PLT); derecha: registro de imágenes (FMI). . . . .	77
6.7	Registros del pozo Jujo 532: intervalo: 5789-5790 m. Izquierda: registro de producción (PLT); derecha: registro de imágenes (FMI). . . . .	78
6.8	Gráfica de los puntos de medición de la prueba de producción del pozo Jujo 532, para obtener las constantes de flujo. . . . .	80
6.9	Avance del contacto agua-aceite en el área de Jujo. . . . .	82

---

6.10	Curvas de conificación del pozo Jujo 532. . . . .	87
6.11	Análisis Nodal del pozo Jujo 532 (medición real) y los valores obtenidos de gasto crítico de los criterios del método de Birks. . . . .	90
6.12	Historia de producción del pozo Jujo 532. . . . .	92
6.13	Prueba de incremento de presión del pozo Jujo 532. . . . .	93
6.14	Cálculo del tiempo que tarda en viajar el agua desde el contacto Agua-Aceite hasta la formación productora , a través de la falla, del pozo Jujo 532. . . . .	95
6.15	Cálculo del tiempo que tarda en viajar el agua desde la falla hasta el pozo Jujo 532. . . . .	97
6.16	Cálculo del tiempo, $t_1$ , para el flujo de agua en la falla desde el CAA hasta el nivel medio de intervalo productor (NMIP), para el gasto seguro de Birks del pozo Jujo 532. . . . .	99
6.17	Cálculo del tiempo, $t_2$ , que tarda el agua en viajar horizontalmente desde la falla hasta el pozo (yacimiento) para el gasto seguro de Birks en el pozo Jujo 532. . . . .	100
6.18	Localización del pozo Jujo 701. . . . .	102
6.19	Posición estructural del pozo Jujo 701. . . . .	103
6.20	Comportamiento del porcentaje del agua y salinidad del pozo Jujo 701.	104
6.21	Ajuste por medio de la correlación de flujo multifásico de Hagedorn y Brown, para el RPF del pozo Jujo 701. . . . .	105
6.22	Análisis Nodal del pozo Jujo 701. Gasto de aceite medido (real) y el estimado a través del criterio de Birks. . . . .	107

- 6.23 Cálculo de los coeficientes de flujo a través de la predicción por medio del simulador de flujo multifásico para el pozo Jujo 701, basada en un dato medido directamente en el campo. . . . . 109
- 6.24 Generación de las curvas de conificación a través de los coeficientes flujo laminar y de alta velocidad para el pozo Jujo 701. . . . . 111
- 6.25 Sección estructural del pozo Jujo 505. . . . . 113
- 6.26 Localización del pozo Jujo 505. . . . . 114
- 6.27 Análisis nodal y sensibilidad del diámetro del estrangulador del pozo Jujo 505. . . . . 116
- 6.28 Cálculo de los coeficientes de flujo para el pozo Jujo 505. . . . . 117
- 6.29 Generación de las curvas de conificación a través de los coeficientes flujo para laminar y de alta velocidad, para el pozo Jujo 505. . . . . 122
- 6.30 Estimación del diámetro de estrangulador óptimo de acuerdo con los resultados del criterio de Birks, para el flujo de alta velocidad en el pozo Jujo 505. . . . . 123
- 6.31 Historia de producción del pozo Jujo 505; se muestra el comportamiento del RGA versus Tiempo y porcentaje de nitrógeno versus tiempo. . . . . 124
- 6.32 Historia de producción del pozo Jujo 505; porcentaje de agua y gasto de aceite con respecto al tiempo . . . . . 125
- 6.33 Registros geofísicos en los carriles 1, 2, 3 y registro de producción PLT en carril 4 del pozo Jujo 505. . . . . 127
- A.1 Modelo que representa una fractura lineal y horizontal uniforme y volumen de control para el balance de cantidad de movimiento. . . . 134

---

A.2	Modelo que representa una fractura radial horizontal uniforme y flujo radial hacia el pozo. . . . .	144
B.1	Esquema del modelo físico de Baker (Baker, 1954). . . . .	159

# Lista de Tablas

2.1	Información necesaria para calcular el gasto crítico con el método de Muskat-Wyckoff (Brown [11]). . . . .	15
6.1	Interpretación cuantitativa del registro de PLT y FMI del pozo Jujo 532. . . . .	74
6.2	Resultados de la prueba de presión-producción realizada en el pozo Jujo 532. . . . .	79
6.3	Información complementaria de la prueba de producción del pozo Jujo 532. . . . .	91
6.4	Predicción de los gastos de aceite y presión de fondo fluyendo a través del simulador de flujo de flujo multifásico del pozo Jujo 701. . . . .	108
6.5	Resumen de la predicción de los gastos de aceite y presión de fondo fluyendo a través del simulador de flujo multifásico para el pozo Jujo 505. . . . .	117

# Capítulo 1

## Introducción

Las fracturas naturales se encuentran frecuentemente en formaciones duras, tales como dolomías, carbonatos, arenas de baja porosidad, etcétera, las cuales se generan durante la deformación por un fallamiento. En estas formaciones duras, que tienen normalmente permeabilidad baja de matriz, la conificación ocurre en el plano de la fractura. Las fracturas proveen un excelente medio para declinación del yacimiento para la conificación del agua o gas.

El agua o gas son rápidamente “traídos” hacia los pozos productores, cuando entran al plano de la fractura a un radio crítico alrededor del pozo. Este es el caso del campo Jujo - Tecominoacán, que es un yacimiento naturalmente fracturado, situado a 20 Km. al Suroeste de la Ciudad de H. Cárdenas, Tabasco. Este yacimiento tiene el problema de que muchos de los pozos productores de aceite se han invadido de agua y/o gas debido a la conificación.

El yacimiento Jujo - Tecominoacán es naturalmente fracturado y con un alto

grado de comunicación de las fracturas; por lo tanto, una caída de presión en el yacimiento hace que el acuífero reaccione para contrarrestar la presión, suministrando una invasión o intrusión de agua, que puede ocurrir por expansión del agua o compresibilidad de la roca del acuífero; esta es la problemática de invasión de agua en las capas de mayor producción del campo.

Existen en la literatura especializada varios métodos para el control o prevención de la conificación de agua, pero los modelos desarrollados están principalmente enfocados a yacimientos homogéneos por lo que algunas de las suposiciones no aplican a yacimientos fracturados.

Esta tesis tiene como objetivo, discutir y aplicar los modelos existentes de la entrada anormal de agua a pozos que están cercanos y/o interceptados por una falla conductiva. Asimismo, se muestra un modelo recientemente diseñado (2009) para estimar el tiempo de irrupción del agua en pozos productores de aceite. La metodología complementa la difícil labor de mantener los pozos libres de fluidos no deseados.

La tesis está constituida por seis capítulos. En el capítulo 2, se revisa la teoría de Muskat-Wyckoff para la explicación del fenómeno de conificación de agua en yacimientos homogéneos, debido a que el principio físico desarrollado por Muskat-Wyckoff se mantiene válida para el caso de yacimientos naturalmente fracturados. En el capítulo 3, se analizan los experimentos realizados por Baker, para simular el flujo de fluidos a través de una fractura horizontal, estudiando el comportamiento de la caída de presión en fondo, siendo el fundamento de la

teoría de la fractura única equivalente. Asimismo en este capítulo se analiza como a través de pruebas de presión-producción se pueden obtener los coeficientes de flujo laminar y de alta velocidad. En el capítulo 4 primeramente, se analiza el método de Birks y las ecuaciones propuestas para la estimación del gasto crítico, el que acopla la teoría de conificación de Muskat-Wyckoff y la teoría de la fractura única equivalente de Baker. Posteriormente, se estudia el método de Saad que propone una ecuación similar a la ecuación de Birks, pero su deducción considera la geometría de las líneas de flujo. En el capítulo 5 se analiza las metodologías de Rodríguez y Pacheco basados en modelos transitorios, los cuales permiten estimar el tiempo de irrupción del agua que fluye a través de una falla cercana a un pozo productor. Para el capítulo 6, se muestra la aplicación de las metodologías de los capítulo 4 y 5 a pozos del campo Jujo-Tecominoacán. En el capítulo 7, se discute los resultados de los ejemplos del capítulo 6. Finalmente, se añaden dos apéndices. En el apéndice A, se muestra la deducción de las ecuaciones propuestas por Baker para la caída de presión debida al flujo de fluidos en una fractura. En el apéndice B se discute el concepto de flujo no Darciano o flujo de alta velocidad.

## Capítulo 2

# Conificación en Yacimientos

## Homogéneos

Muskat [29] observó un fenómeno en muchos pozos, principalmente los que producían a altos gastos de flujo, en los cuales el agua gradualmente se producía conjuntamente con el aceite que llegaba a la superficie. Este hecho es notable porque el agua tiene una densidad específica mayor que el aceite, y que en condiciones estáticas permanece en el fondo de la formación productora; sin embargo, ésta se elevaba dentro de la zona de aceite llegando al pozo. Lo anterior implica un efecto dinámico debido al movimiento del aceite sobre el agua. La consecuencia de esto fue la formación de un “cono de agua”, que irrumpe en la zona de aceite y entra al pozo.

Muskat [29, 30] y Hagoort [20] consideran al fenómeno de conificación de agua como una “competencia” entre las fuerzas viscosas y gravitacionales. La fuerza viscosa tiende a llevar el agua al pozo, y es proporcional a la producción del pozo.



Joshi [23] señala que para el caso de un pozo vertical en un yacimiento que tiene una casquete de gas y entrada de agua en el fondo, éste debe ser disparado en el centro de la formación productora de aceite, debido a que la tendencia a la conificación es inversamente proporcional a la diferencia de densidades y directamente proporcional a la viscosidad.

Una de las causas principales de la conificación es la caída de presión en el fondo. En el caso de un pozo vertical es notorio una alta caída de presión cerca del agujero. La alta caída de presión en el fondo en la vecindad del pozo causa la conificación, debido a un desequilibrio entre las fuerzas viscosas y gravitacionales. Contrariamente, una caída de presión baja minimiza la conificación. Lo anterior se ilustra en la figura 2.2

## 2.1 Método de Muskat-Wyckoff

Es el primer trabajo (Muskat [29, 30]) en conificación de agua en pozos productores de aceite. El trabajo se enfoca en establecer un gasto crítico, considerando la solución de la distribución del potencial de flujo del aceite<sup>1</sup> alrededor del pozo para una condición de estado estacionario, resolviendo la ecuación de Laplace para un fluido incompresible con condiciones de frontera de influjo uniforme en el pozo. Estas suposiciones se deben a la dificultad de determinar simultáneamente la distribución de presión y la forma del cono. Asimismo, suponiendo que la distribución

---

<sup>1</sup>El potencial de flujo. Es el trabajo requerido para transportar la unidad de masa de fluido de estado de presión de 1 atmósfera y elevación cero al punto de interés.

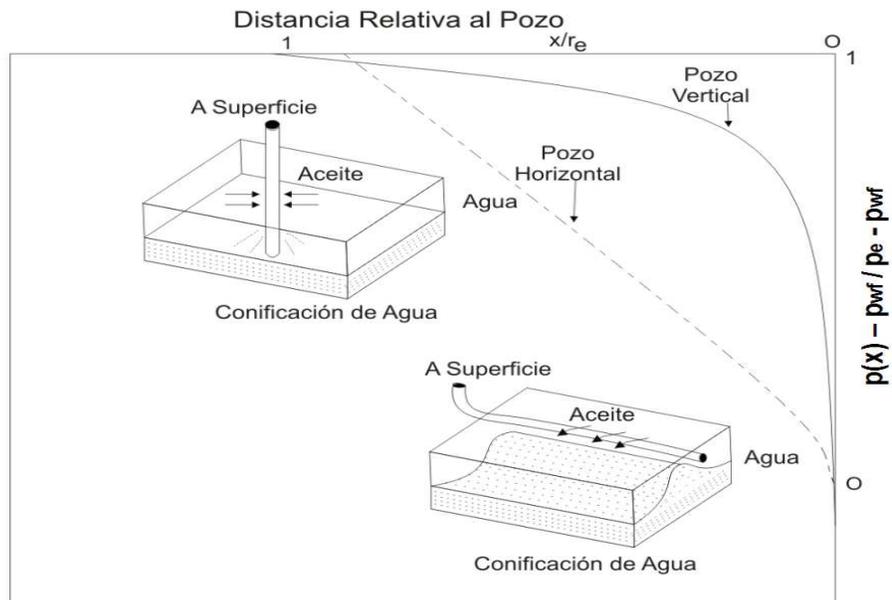


Figura 2.2: Comparación de la caída de presión en fondo en la cercanía de un pozo horizontal y vertical (Joshi [23]).

del potencial no está influenciada por la forma del cono. La metodología presenta al gasto crítico de forma gráfica con porcentajes de penetración del pozo.

### 2.1.1 Consideraciones de la Teoría de Conificación de Muskat-Wyckoff

Con relación a la teoría de conificación, Muskat-Wyckoff en el desarrollo de su modelo consideraron las suposiciones siguientes :

- El medio donde se desarrolla el fenómeno de conificación es homogéneo.
- El flujo de aceite ocurre entre dos fronteras impermeables.
- Se establece una condición de estado estacionario.
- La distribución del potencial del flujo es en una sola fase.
- La distribución del potencial no está influenciada por la forma del cono.
- Debido a la complejidad del fenómeno de conificación, el modelo solo analiza el proceso cuando el cono está estático en la zona de aceite; esto es, no se describe el proceso hasta la irrupción en el pozo.

### 2.1.2 Análisis del Fenómeno de Conificación

El fenómeno de conificación como un equilibrio entre las fuerzas viscosas y gravitacionales, Muskat lo representó a través de la ecuación siguiente :

$$\underbrace{p(r, z)}_{\text{Efectos viscosos}} + \underbrace{\gamma_w g(h - z)}_{\text{Efectos gravitacionales}} = p, \quad (2.1a)$$

la cual puede expresarse:

$$p(r, z) + \gamma_w g y = p, \tag{2.1b}$$

donde:

$p(r, z)$ : presión en el contacto agua-aceite en el punto  $(r, z)$ .

$\gamma_w$ : gradiente estático del agua.

$\gamma_o$ : gradiente estático del aceite.

$g$ : aceleración de la gravedad.

$h$ : espesor de la formación.

$y$ : altura del cono.

$p$ : presión del yacimiento medida en el fondo de la zona de aceite a un punto remoto desde el pozo.

La ecuación (2.1) representa una condición necesaria de equilibrio, entre fuerzas viscosas y gravitacionales, en el caso que el cono de agua permance en una condición estática en la zona de aceite, en tanto que ocurre en esta misma un flujo. El significado físico de esto es que si la caída de presión en cualquier punto  $p$ , del yacimiento, en la vecindad del pozo iguala la diferencia de densidades  $(\gamma_w - \gamma_o)gy$ , una columna de agua se levanta a un punto que sería un equilibrio estático. Asimismo en la misma figura 2.1 se muestra que en la superficie del agua debe existir un equilibrio dinámico.

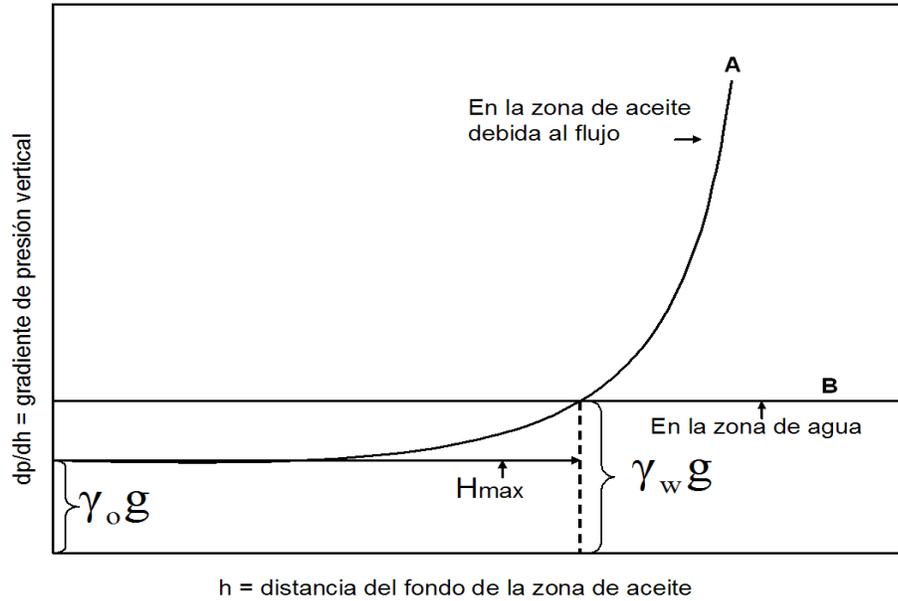


Figura 2.3: Ilustración del equilibrio en la superficie del agua (Muskat [29, 30]).

La estabilidad de este contacto y de la elevación del cono en una condición de flujo radial hacia el pozo, está determinada por el gradiente de presión que se incrementa rápidamente en la vecindad inmediata al pozo, lo cual se indica con la curva A de la figura 2.3. Por otro lado, en la zona de agua de la figura 2.3, existe una caída constante del gradiente de presión vertical debida a la aceleración de la gravedad, la cual se ilustra con la curva B. De lo anterior se observa que a una altura de cono  $H_{m\acute{a}x}$ , el gradiente de presión en la zona de aceite es justamente igual a la diferencia de la fuerza gravitacional opuesta, actuando sobre el agua y con un incremento en la altura del cono del agua sobre este punto, hasta alcanzar la base del intervalo disparado de la formación productora, resultando en la irrupción del agua en el pozo.

### 2.1.3 Desarrollo Analítico del Fenómeno de Conificación

Muskat-Wyckoff propusieron para la solución de la ecuación (2.1), fue suponer que la función  $p(r, z)$  en la zona de aceite, es la misma tanto en el cono de agua como fuera de él y así mismo, donde la superficie del agua es totalmente horizontal; lo anterior para el caso de flujo hacia un pozo con penetración parcial en la parte superior de la formación. Es importante señalar que, aunque los cambios en la magnitud de  $p(r, z)$  son mínimos, tienen que considerarse.

Para la ecuación (2.1), Muskat-Wyckoff [29, 30] propusieron la conveniencia de aplicar la definición de potencial de flujo, la se define matemáticamente como (Arana [4]):

$$h = \frac{p}{\gamma} + z , \quad (2.2)$$

donde:

$z$ : es positivo hacia arriba.

$\gamma$ : peso específico del fluido o la densidad del fluido en términos de presión por distancia.

Multiplicando la ecuación (2.2) por  $\gamma$ , se tiene lo siguiente:

$$\gamma h = p + \gamma z . \quad (2.3)$$

El término  $\gamma h$  tiene unidades de presión y es frecuentemente referido como potencial del fluido  $\Phi$ , es decir:

$$\Phi = p + \gamma z . \quad (2.4)$$

Por lo tanto, aplicando la ecuación (2.4) en la ecuación (2.1), esta última se transforma:

$$\Delta\Phi(r, z) + g\Delta\gamma(h - z) = \Delta p, \quad (2.5)$$

Normalizando la ecuación (2.5), es decir, dividiendo entre la caída de presión en el fondo del pozo,  $\Delta p$ , por lo tanto:

$$\frac{\Delta\Phi(r, z)}{\Delta p} + \frac{g\Delta\gamma}{\Delta p}(h - z) = \frac{\Delta p}{\Delta p}. \quad (2.6)$$

Simplificando la ecuación (2.6) por lo tanto:

$$\frac{\Delta\Phi(r, z)}{\Delta p} + \frac{g\Delta\gamma}{\Delta p}(h - z) = 1. \quad (2.7)$$

Para el caso en el radio de drene, la caída de presión en el fondo del pozo,  $\Delta p$ , es idéntico a la diferencial del potencial en el radio de drene,  $(\Delta\Phi)_e$ , esto es:

$$\Delta p \equiv (\Delta\Phi)_e = \Phi_w - \Phi_e, \quad (2.8)$$

Aplicando la ecuación (2.8) en la ecuación (2.7), entonces:

$$\frac{\Delta\Phi(r, z)}{(\Delta\Phi)_e} + \frac{g\Delta\gamma}{\Delta p}(h - z) = 1. \quad (2.9)$$

Despejando la relación de distribución de presión normalizada  $\Delta\Phi(r, z)/(\Delta\Phi)_e$ , es decir:

$$\frac{\Delta\Phi(r, z)}{(\Delta\Phi)_e} = 1 - \frac{g\Delta\gamma}{\Delta p}(h - z). \quad (2.10)$$

Rearreglando la ecuación (2.10), finalmente se obtiene la ecuación (2.11) propuesta por Muskat-Wyckoff, que es equivalente a la ecuación (2.1).

$$\frac{\Delta\Phi(r, z)}{(\Delta\Phi)_e} = \frac{\Phi_w - \Phi_z}{\Phi_w - \Phi_e} = 1 - \frac{g\Delta\gamma}{\Delta p}h\left(1 - \frac{z}{h}\right), \quad (2.11)$$

donde:

$\Phi$ : potencial.

$\Phi_e$ : potencial en el radio de drene.

$\Phi_w$ : potencial en la superficie del pozo.

$\Phi_z$ : potencial en el radio del pozo y a la profundidad  $z$ .

$\Delta\gamma$ : diferencia de densidades entre dos fluidos.

$\Delta p$ : caída de presión del pozo produciendo, lb/pg<sup>2</sup>.

#### 2.1.4 Ejemplo del Método de Muskat-Wyckoff

Arthur (Brown [11]) presentó la metodología de Muskat-Wyckoff de manera gráfica. El ejemplo que se presenta es para calcular la caída de presión en fondo máxima en un pozo, con el propósito de no generar una conificación de agua, aplicando la información de la tabla 2.1.

---



---

Profundidad del contacto agua-aceite, $CAA$ :	7695	pies
Profundidad del contacto agua-aceite, $CGA$ :	7535	pies
Tope de los diparos:	7623	pies
Base de los diparos:	7685	pies
Diámetro interior de la TR:	0.2083	pies
Gradiente del aceite, $\gamma_o$ :	0.325	lb/pg <sup>2</sup> / pie
Gradiente del agua, $\gamma_w$ :	0.425	lb/pg <sup>2</sup> / pie
Gradiente del agua, $\gamma_g$ :	0.082	lb/pg <sup>2</sup> / pie
Profundidad del plano de referencia:	7660	pies

---

Tabla 2.1: Información necesaria para calcular el gasto crítico con el método de Muskat-Wyckoff (Brown [11]).

### Cálculo de conificación de agua.

Como se ilustra en la figura 2.4, el espesor de la formación  $h$  debajo del plano de referencia es de 34.7 pies. El valor de la penetración del pozo en la formación,  $b$  es de 24.7 pies, esto es,  $24.7/34.7 = 0.71$ , que representa el 71%.

Los valores del potencial  $\Phi_z$  se calcularon y se muestran en la figura 2.5 como una función de  $d/L$ . La relación  $d/L$  se puede escribir de acuerdo a la nomenclatura de la figura 2.6:

$$\frac{d_B}{L_B} = \frac{\frac{z_B}{h_B} h_B - b_B}{h_B - b_B}, \quad (2.12)$$

donde:

$d$ : distancia desde la base de los diparos al punto  $z$ , pies.

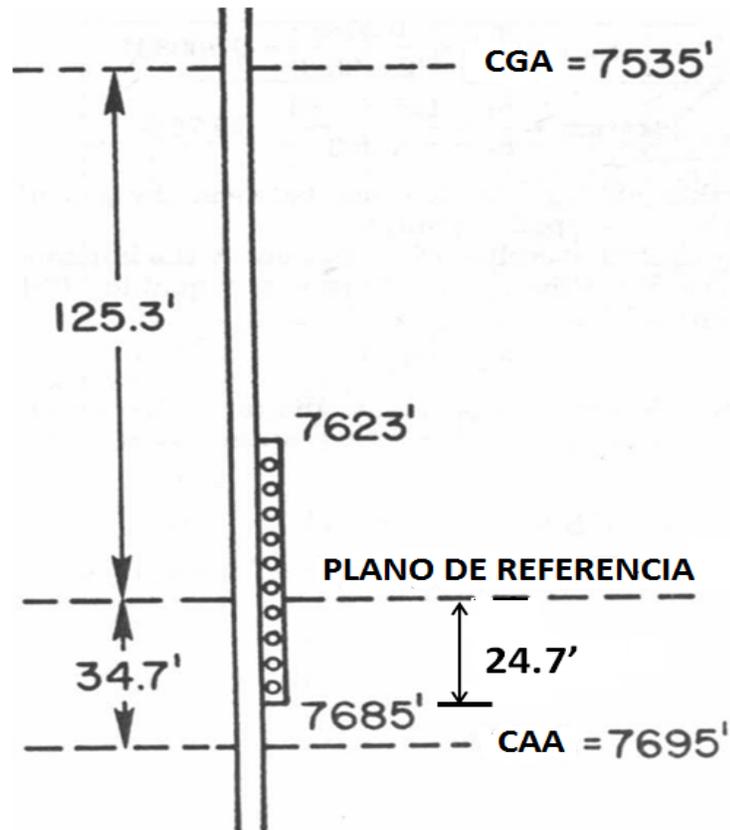


Figura 2.4: Sección del pozo del ejemplo del método de Muskat-Wyckoff (Brown [11]).

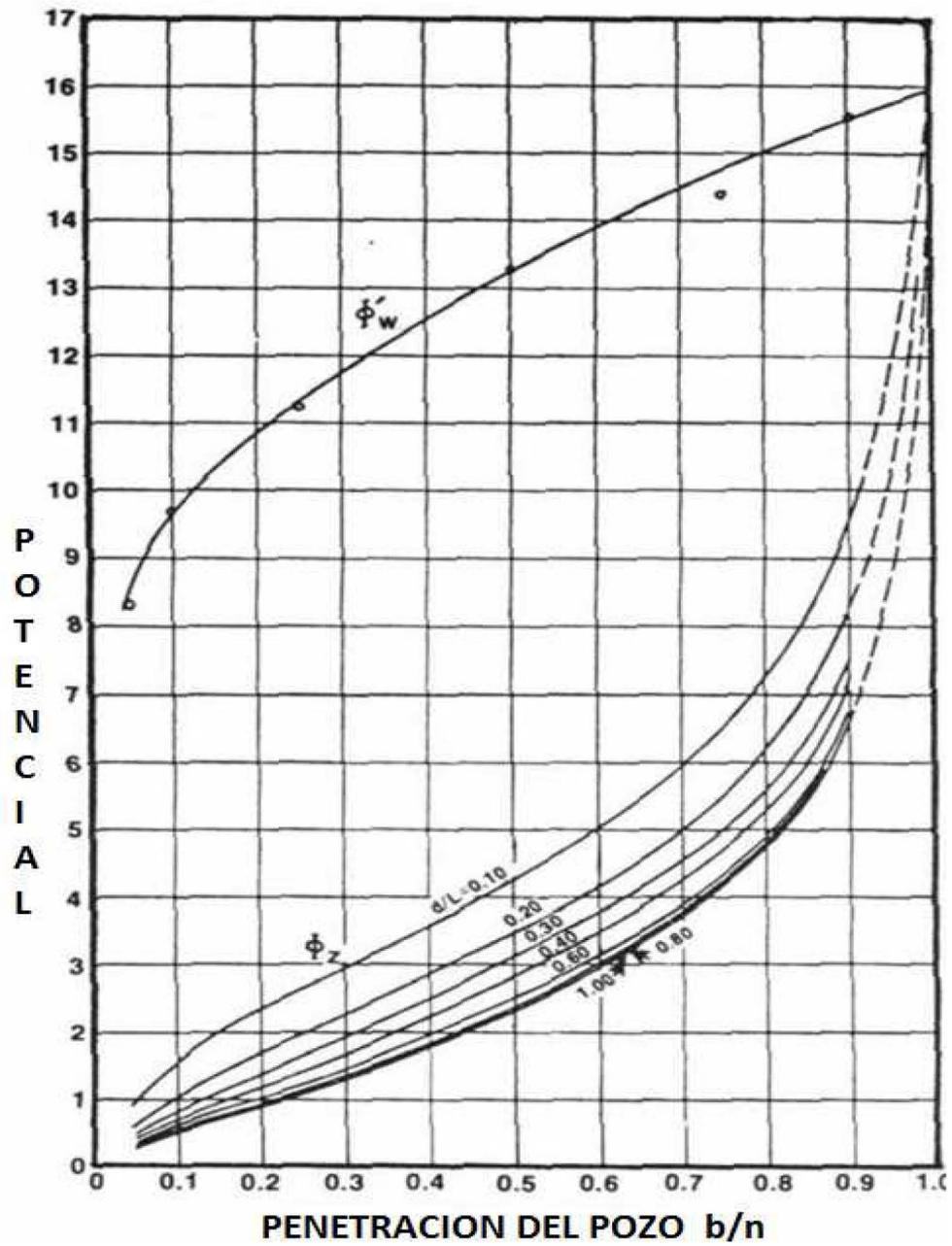


Figura 2.5: Distribución del potencial en el radio del pozo. (Brown [11]).

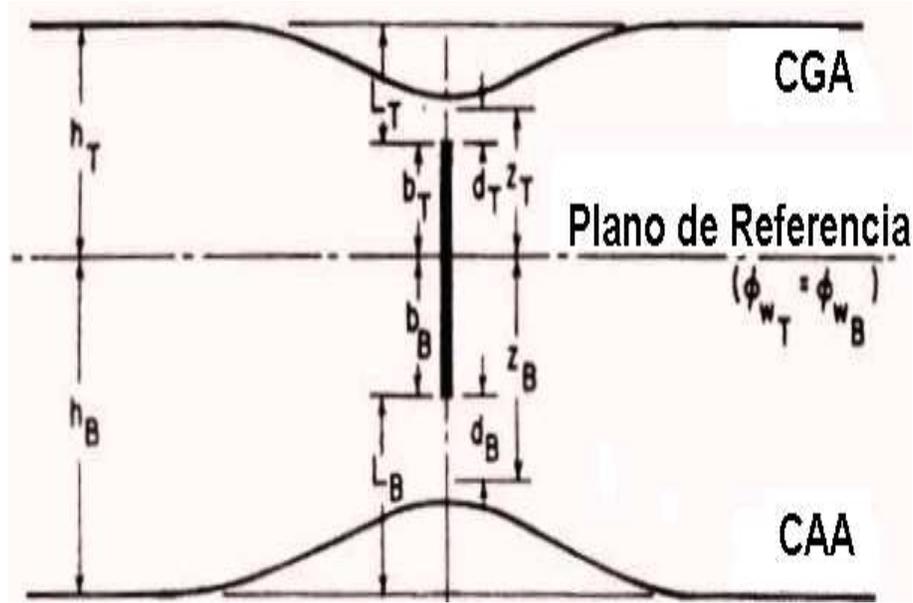


Figura 2.6: Nomenclatura para utilizar el método de Muskat-Wyckoff (Brown [11]).

$L$ : distancia de la base de los disparos hasta la interfase de dos fluidos, pies.

$b$ : penetración en el pozo, pies.

$z/h$ : relación de penetración, misma de la ecuación (2.11).

Los valores de  $\Delta\Phi(r, z)/(\Delta\Phi)_e$  contra  $z/h$  se presentan en la figura 2.8 sensibilizando el valor de radio de drenaje,  $r_e$ . Por ejemplo, la relación de potencial  $\Delta\Phi(r, z)/(\Delta\Phi)_e$  para un valor de  $z/h$  de 0.8 y  $r_e = 10000$  pies, se calculó a partir de la ecuación (2.12):

$$\frac{d}{L} = \frac{(0.8 \times 34.7) - 24.7}{34.7 - 24.7} = 0.306 \quad (2.13)$$

Por otra parte, de la figura 2.5 el potencial en radio del pozo a una profundidad,

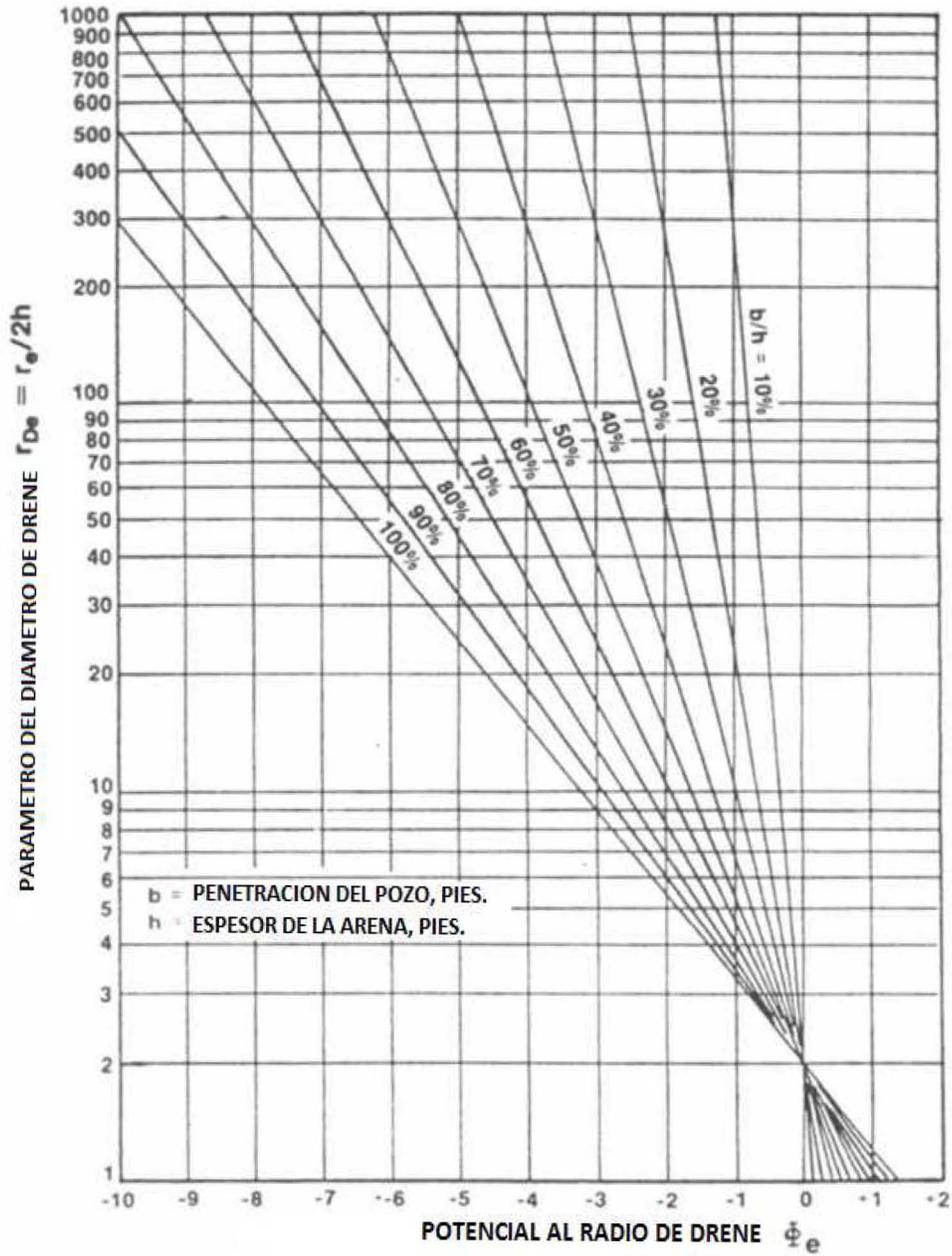


Figura 2.7: Potencial al radio de drene. Brown [11].

$z$ , es decir,  $\Phi_z = 4.5$  y suponiendo un potencial en la superficie del pozo,  $\Phi_w = 12.5$ .

El radio de drene adimensional,  $r_{De}$ , es igual a:

$$\frac{r_{De}}{2h} = \frac{10000}{2 \times 34.7} = 144.1 \quad (2.14)$$

El valor de  $r_{De}$  estimado anteriormente, se introduce en la gráfica 2.7, obteniendo un potencial al radio de drene,  $\Phi_e = -6.3$ , el cual es una función de la relación  $b/h$  (71.2%).

Con el valor del potencial arriba calculado y con el uso de la ecuación 2.11, permite calcular  $\Delta\Phi(r, z)/(\Delta\Phi)_e$  de la siguiente manera:

$$\frac{\Delta\Phi(r, z)}{(\Delta\Phi)_e} = \frac{\Phi_w - \Phi_z}{\Phi_w - \Phi_e} = \frac{12.5 - 4.5}{12.15 - (-6.3)} = 0.4146 \quad (2.15)$$

Con este valor de  $\Delta\Phi(r, z)/(\Delta\Phi)_e$  y con el  $r_e$  de 10000 pies y una relación  $z/h$  de 0.8, permite graficar un punto representado a través de un círculo en la figura 2.8.

El máxima caída de presión sin conificación de agua se puede calcular con la ecuación:

$$\Delta p = \frac{g\Delta\gamma h}{1 - \left[ \frac{\Delta\Phi(r, z)}{(\Delta\Phi)_e} \right]_{z/h=0}}, \quad (2.16)$$

siendo  $\Delta\gamma$  la diferencia entre los gradientes del agua y aceite, esto es,  $(0.425 - 0.325) = 0.10$  psi/pie). El valor de  $\left[ \frac{\Delta\Phi(r, z)}{(\Delta\Phi)_e} \right]_{z/h=0}$  se calcula de la pendiente de la tangente para un valor específico de  $r_e$  en la figura 2.8, la cual se traza a través

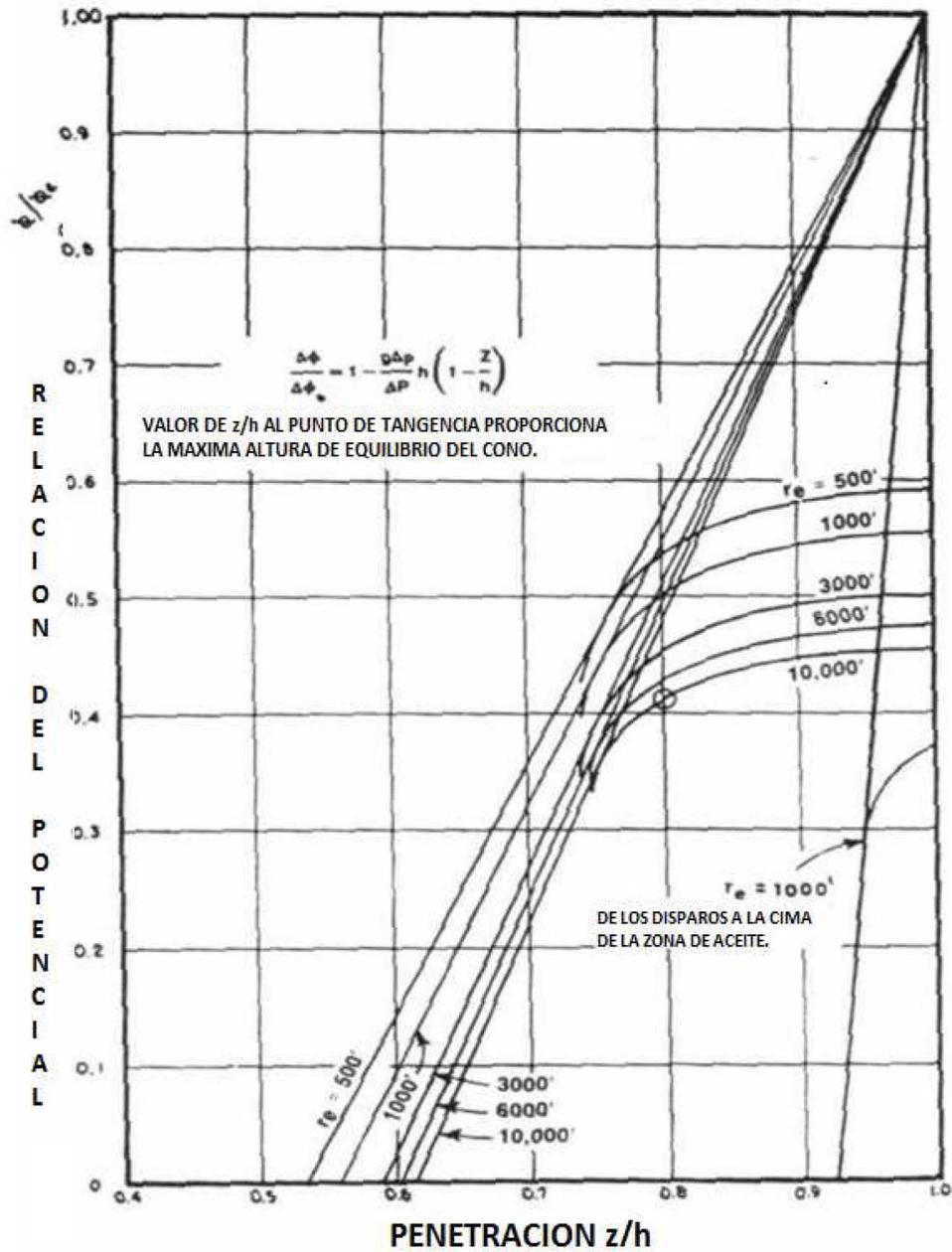


Figura 2.8: Ejemplo de la solución gráfica de equilibrio de la altura del cono de agua y de la caída de presión de fondo del pozo sin generar la conificación de agua. Brown [11].

de  $\Delta\Phi(r, z)/(\Delta\Phi)_e$  y  $z/h$  de 1.0. Por ejemplo, si  $r_e = 3000$  pies, la pendiente es  $1/0.41 = 2.439$ . De la ecuación (2.11):

$$\left[ \frac{\Delta\Phi(r, z)}{(\Delta\Phi)_e} \right]_{z/h=0} = 1 \quad \text{pendiente} = -1.439 \quad (2.17)$$

La máxima caída de presión en el fondo del pozo sin conificación de agua, se calcula con la ecuación (2.16).

$$\Delta p = \frac{0.10 \times 34.7}{1 - (-1.439)} = 1.42 \text{ lb/pg}^2. \quad (2.18)$$

Es importante señalar que la caída de presión en el fondo del pozo que generará una conificación de agua es muy baja, debido a que la distancia entre la base de los disparos y el contacto agua-aceite es de solo 10 pies.

## Capítulo 3

# Teoría de la Fractura Única Equivalente

Baker [5] presentó un trabajo acerca del flujo de fluidos en fracturas. En el trabajo muestra sus observaciones que en yacimientos naturalmente fracturados iraníes, los pozos producían a gastos sostenidos de 30000 y 40000 bpd, con una penetración en la formación menor a 10 pies, y por otro lado, ocurrir que un pozo con penetración de 1000 pies, producían a un bajo gasto de líquido, o simplemente no producían. También, detectó que en este tipo de yacimientos, durante la fase de perforación, se presentaban pérdidas de fluidos en los pozos, debido a la presencia de fracturas, las cuales se inferían por medio de las pérdidas de lodo reportadas.

Por otra parte, Baker en este mismo trabajo, analizó los registros de producción PLT en agujero descubierto, discretizando de manera sencilla las zonas de mayor y menor producción, encontrando que en la mayoría de los pozos producían a través de una fractura específica del yacimiento y/o en varias de estas, y para este último

caso, consideró la agrupación de estas en una sola.

Asimismo consideró como una parte importante en el estudio del flujo fluidos en una fractura, la distribución y tamaño de éstas. Aplicando la teoría para flujo radial su trabajo se enfocó a determinar el tamaño de las fracturas a partir de las características de flujo de un pozo.

### 3.1 Investigación experimental

Una de las partes más importantes del trabajo de Baker fue el desarrollo de un modelo físico-experimental, para simular el flujo radial de fluidos a través de una fractura horizontal hacia un pozo, como se ilustra en la figura 3.1. De hecho como se mencionó, Baker consideró la importancia del comportamiento dinámico de los fluidos a través de una fractura en la determinación del tamaño de éstas.

Las suposiciones para el desarrollo experimental y la deducción de las ecuaciones propuestas, se resumen a continuación:

- Se consideró una sola fractura.
- La fractura es horizontal y de geometría uniforme.
- El tipo de flujo es radial.
- Las ecuaciones aplicadas en el flujo de fluidos en el yacimiento fueron para una sola fase (agua).
- La densidad y viscosidad del fluido son constantes.

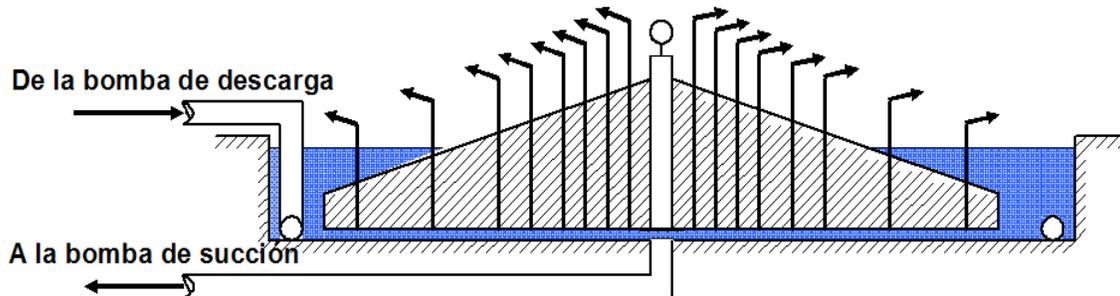


Figura 3.1: Esquema del modelo experimental de Baker [5].

- Consideró el cambio de régimen de flujo de laminar a turbulento.
- Aplicó el número de Reynolds para estimar el cambio de flujo laminar a turbulento.

El modelo para simular una fractura, estaba constituido de una base de concreto para la cara inferior de la fractura y la superior por un bloque también de concreto de 10 pies de diámetro; este último podía ser levantado, con el propósito de variar el ancho de la fractura. Un agujero de 6 pg de diámetro en el centro simuló el pozo, y se le conectó a una bomba centrífuga para la extracción del fluido. La bomba descargó en el recipiente a través de un difusor, siendo un sistema cerrado.

Las mediciones de presión se realizaron variando el gasto de flujo entre 360 y 22000 bpd, y la apertura de fractura de 0.05 a 0.4 pg.

### 3.1.1 Resultados experimentales

Los resultados obtenidos de la fase de experimentación, se enlistan a continuación:

- El flujo radial es independiente del tamaño de la fractura. El valor crítico a un gasto de flujo determinado, se alcanzará al mismo radio para cualquier apertura de la fractura, que la densidad y la viscosidad permanecen sin cambio.
- El régimen de flujo siempre es laminar al inicio de la fractura.
- El flujo turbulento inicia con un número de Reynolds entre 4000 y 8000, dependiendo del espesor de la fractura. Para las ecuaciones propuestas se tomó un valor del número de Reynolds ( $NR_e$ ) crítico de 6000, siendo un promedio aritmético de los valores anteriores.
- El factor de fricción calculado del trabajo de Baker fue de alrededor de 0.01, el cual es muy parecido al factor de fricción de un tubo circular liso con un número de Reynolds de 4000.
- La relación  $q$  vs  $\Delta p$ , es lineal a bajos gastos de flujo y llega a ser no lineal con un incremento del gasto.
- La relación lineal se mantiene para altos gastos de flujo cuando la apertura de la fractura " $T$ " es grande.

### 3.1.2 Consideración del Número Crítico de Reynolds

De la parte anterior, el número crítico de Reynolds ( $NR_e$ ) que obtuvo Baker para el cambio de régimen laminar a turbulento fue entre 4000 y 8000. Saidi [40] señala que el  $NR_e$  para planos paralelos, se define  $2T\rho/\mu$ , que es alrededor de dos veces el valor para este parámetro para flujo en un tubo circular. Sin embargo, cuando el número de Reynolds se aplica a planos paralelos, el valor crítico debe ser dividido

entre dos, esto es,  $NRe = T\rho V/\mu$ . Por lo anterior, el flujo turbulento inicia con un  $NRe$  entre 2000 y 4000.

Asimismo Saidi ejemplificó lo anterior, para un pozo de un yacimiento Iraní, en donde aplicó un gasto de 1300 bpd para obtener régimen laminar, el  $NRe$  que se obtuvo fue  $q\rho/2\pi r\mu$ , es decir,  $0.72 \times 2392/2\pi \times 10 \times 0.0085 = 3350$ . Este valor confirma los valores obtenidos por Baker, cercano al valor de 4000.

Saidi concluye que el valor bajo del  $NRe$  es para fracturas “de gran apertura” y que un  $NRe$  alto corresponde a fracturas “apertura reducida”.

## 3.2 Ecuaciones de Flujo en una Fractura

Las ecuaciones obtenidas por Baker para flujo radial bajo condiciones de régimen laminar y turbulento, en unidades consistentes<sup>1</sup> (ver figura 3.2), se derivan en el apéndice A.

La caída de presión total  $\Delta p_{\text{lam}}$  para flujo radial laminar es:

$$\Delta p_{\text{lam}} = \frac{6\mu q}{\pi T^3} \ln \frac{r_1}{r_2} + \frac{3\rho q^2}{20\pi^2 T^2} \left( \frac{1}{r_2^2} - \frac{1}{r_1^2} \right), \quad (3.1)$$

donde:

$\Delta p_{\text{lam}}$ : caída de presión total entre el radio  $r_1$  y  $r_2$  causada por el flujo en régimen laminar.

$\rho$ : densidad del aceite.

---

<sup>1</sup>Sistema de unidades cgs.

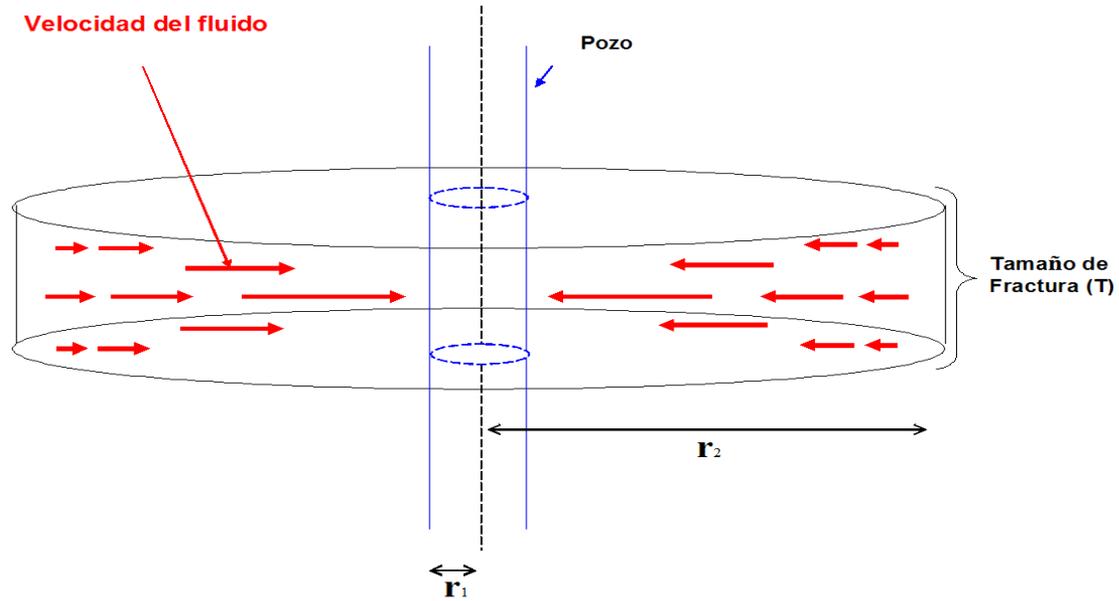


Figura 3.2: Esquema del modelo físico de Baker (Baker [5]).

$r_1$ : radio exterior.

$r_2$ : radio interior.

$T$ : apertura (ancho) de la fractura; es decir, la distancia entre las caras.

$\mu$ : viscosidad absoluta del aceite.

$q$ : gasto de flujo.

La caída de presión total  $\Delta p_{\text{tur}}$  para flujo radial turbulento es:

$$\Delta p_{\text{tur}} = \frac{k\rho q^2}{4\pi^2 T^3} \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) + \frac{\rho q^2}{8\pi^2 T^2} \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right), \quad (3.2)$$

donde:

$\Delta p_{\text{tur}}$ : caída de presión total entre el radio  $r_1$  y  $r_2$  por régimen turbulento.

$k$ : constante que solo puede ser determinada experimentalmente.

$r_1$ ,  $r_2$  y  $\rho$ : mismas de la ecuación (3.1).

$q$ , y  $T$ : mismas de la ecuación (3.1).

El flujo a través de una fractura dentro de un pozo convenientemente a bajos gastos de producción, será laminar, pero a altos gastos, el flujo cambiará de laminar a turbulento en algún radio intermedio  $r$ , entre  $r_1$  y  $r_2$ , y bajos estas condiciones la caída de presión total  $\Delta p_t$ , está dada por la ecuación:

$$\Delta p_t = \frac{6\mu q}{\pi T^3} \ln \frac{r_1}{r} + \frac{3\rho q^2}{20\pi^2 T^2} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \right) + \frac{k\rho q^2}{4\pi^2 T^3} \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r} \right) + \frac{\rho q^2}{8\pi^2 T^2} \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r} \right), \quad (3.3)$$

donde:

$\Delta p_t$ : caída de presión total entre el radio  $r_1$  y  $r_2$  por régimen laminar y turbulento.

$r_1$ ,  $r_2$ , y  $\mu$ : mismas de la ecuación (3.1) y (3.2).

$\rho$ ,  $q$ , y  $T$ : mismas de la ecuación (3.1) y (3.2).

$k$ : misma de la ecuación (3.2).

### 3.2.1 Ajuste de los resultados experimentales

Una vez establecida la frontera entre el régimen laminar y turbulento, Baker modificó la ecuación tanto para flujo laminar como para régimen turbulento y obtuvo un valor para la constante  $k$ , la cual está afectada por el grado de rugosidad de las caras de la fractura. Asimismo Baker encontró que la ecuación ajustó razonablemente bien

los resultados experimentales, si  $k$  tiene un valor numérico de 0.011. Asimismo expresando las ecuaciones (3.1) y (3.2) en unidades prácticas:

Para el caso de flujo laminar la ecuación (3.1), se modificó de la forma siguiente:

$$\Delta p_{\text{lam}} = 2.248 \times 10^{-7} \frac{\mu q}{\pi T^3} \log \frac{r_1}{r_2} + 1.967 \times 10^{-11} \frac{\rho q^2}{\pi^2 T^2} \left( \frac{1}{r_2^2} - \frac{1}{r_1^2} \right). \quad (3.4)$$

y para flujo turbulento la ecuación (3.2), los coeficientes se modificaron de la forma siguiente:

$$\Delta p_{\text{tur}} = 4.328 \times 10^{-12} \frac{\rho q^2}{\pi^2 T^3} \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) + 1.639 \times 10^{-11} \frac{\rho q^2}{\pi^2 T^2} \left( \frac{1}{r_2^2} - \frac{1}{r_1^2} \right), \quad (3.5)$$

donde:

$\Delta p_{\text{lam}}, \Delta p_{\text{tur}}$ : caída de presión, lb/pg<sup>2</sup>.

$q$ : gasto de líquido, bpd.

$T$ : apertura de la fractura, pg.

$r, r_1, r_2$ : distancia radial desde el centro del pozo, pies.

$\mu$ : viscosidad del fluido, cp.

$\rho$ : densidad del fluido, lb/pie<sup>3</sup>.

Las ecuaciones de flujo radial en una fractura horizontal se aplicaron a 26 pozos productores en yacimientos de caliza, de un campo del Medio Oriente, suponiendo que el flujo hacia los pozos provenía de una sola fractura horizontal, de tamaño uniforme de 600 pies de extensión desde el pozo; a partir de las consideraciones

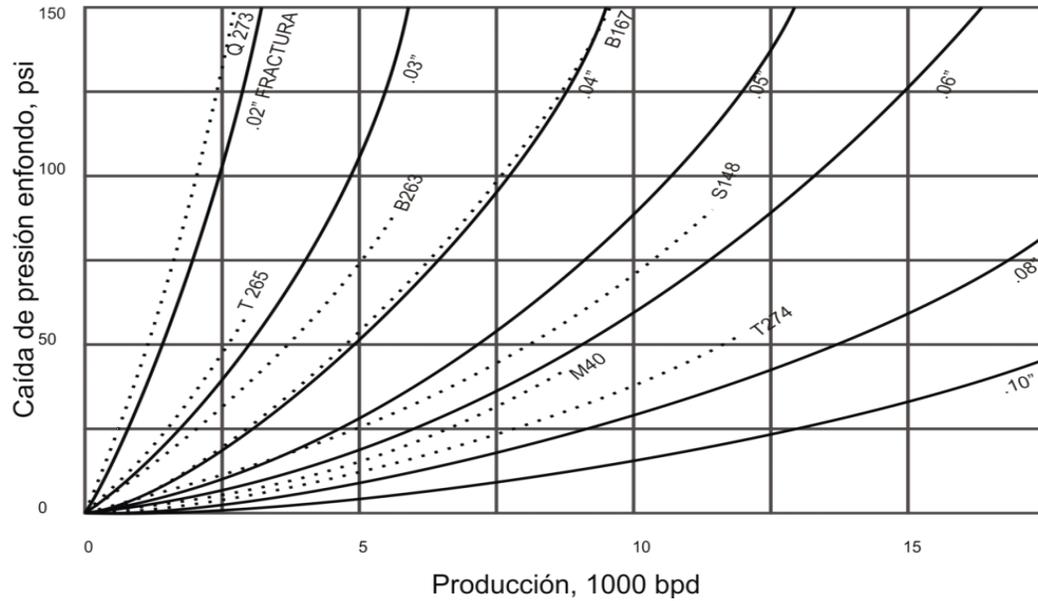


Figura 3.3: Curvas de caída de presión teóricas y experimentales (Baker [5]).

anteriores, se calculó el rango de la apertura de las fracturas en los pozos, siendo de 0.015 - 0.2 pg, lo cual se ilustra en la figura 3.3.

Finalmente, el ajuste de los resultados teóricos muestran que ajustan satisfactoriamente a los experimentales.

### 3.3 Ecuación de Flujo en un Medio Poroso

A partir de los resultados y conclusiones obtenidos por Baker, por una parte se confirmó que experimentalmente que la ecuación general de flujo en un medio poroso se pueden usar para resolver problemas de flujo radial a través de una fractura única. Por otra parte, la relación  $q_o$  vs  $\Delta p_i$ , es lineal a bajos gastos de flujo y llega a ser no

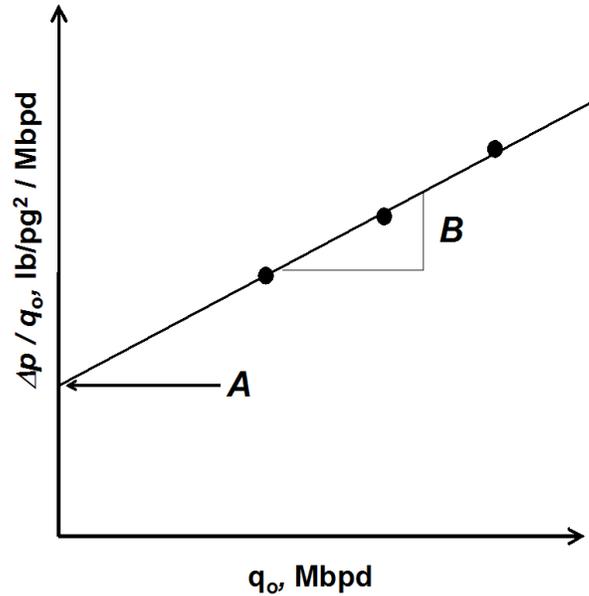


Figura 3.4: Gráfica de  $q_o$  vs.  $\Delta p/q_o$  (Brown [11]).

lineal con un incremento del gasto  $q_o$ . La relación lineal se mantiene para gasto de flujo altos  $q$ , cuando el tamaño de fractura “ $T$ ” es grande. Por tanto, la ecuación en un medio poroso o para un flujo en canales se mantiene válida; es decir:

$$\Delta p = Aq_o + Bq_o^2, \quad (3.6)$$

donde:

$A$ : constante,  $\text{lb/pg}^2/\text{Mbpd}$ .

$B$ : constante,  $\text{lb/pg}^2/(\text{Mbpd})^2$ .

Las constantes  $A$  y  $B$  deben estimarse para cada pozo (ver figura 3.4). La determinación de estas constantes se obtiene a partir de la medición de al menos

tres presiones de fondo fluyendo, con sus mediciones respectivas de gasto de flujo con el propósito de reducir la incertidumbre en la información registrada en campo (Brown [11], Jones [22], Aguilera [2]). Transformando la ecuación (3.6) a la forma de la ecuación de la línea recta con ordenada al origen:

$$\frac{\Delta p}{q_o} = A + Bq_o . \quad (3.7)$$

**Constante A.** Expresa la proporcionalidad lineal entre el gasto  $q_o$  y la caída de presión  $\Delta p$  y está asociado a las características de la geometría de flujo y a parámetros de resistencia al flujo. Matemáticamente se expresa:

$$A = 0.00715 \frac{\mu_o B_o}{T_A^3} \log \frac{r_2}{r_1} , \quad (3.8)$$

donde:

$T_A$ : apertura de la fractura única equivalente en la región de flujo laminar, pg.

$r_1$ : radio de flujo laminar, pg.

$r_2$ : radio de drene del pozo en el plano de la fractura, pg.

$B_o$ : factor de volumen del aceite, bl/bl.

$\mu_o$ : viscosidad del aceite, poises.

Asimismo el radio en el plano de la fractura, en el cual el flujo llega a ser turbulento, se expresa por medio de la ecuación siguiente:

$$r_1 = 0.045 \frac{\rho_o q_o B_o}{\mu_o}, \quad (3.9)$$

donde:

$q_o$ : gasto de flujo del aceite, Mbpd.

$\rho_o$ : densidad del aceite, gr/cm<sup>3</sup>.

**Constante B.** Representa la relación no lineal entre el gasto de flujo  $q_o$  y la caída de presión  $\Delta p$ . Asimismo, este parámetro depende en menor grado de la geometría de flujo y más a las características físicas del fluido y de la roca. La relación entre  $B$  y las características de la roca depende del factor de turbulencia  $\beta$  (el cual normalmente se correlaciona en función de la permeabilidad).

El parámetro  $B$ , se expresa por medio de la ecuación (3.10):

$$B = 0.015 \frac{\rho_o B_o^2}{r_w^2 T_B^2} \left( 1 + \frac{0.083}{T_B} \right), \quad (3.10)$$

donde:

$T_B$ : apertura de la fractura única equivalente en la región de flujo turbulento, pg.

$r_w$ : radio del pozo, pg.

## Capítulo 4

# Conificación en Yacimientos Fracturados

En yacimientos fracturados, en especial cuando existen fracturas verticales, puede existir un problema severo de conificación, porque el agua en el fondo o el gas en la parte de arriba viaja a través de las fracturas verticales de alta permeabilidad. Esto se comprueba en yacimientos fracturados con baja permeabilidad de matriz y con grandes bloques de matriz, donde la imbibición del agua en la matriz es muy lenta (Joshi [23]).

De la misma manera que en los yacimientos homogéneos, la forma de reducir la conificación es minimizando la caída de presión en fondo a través del estrangulamiento del pozo, o bajando el gasto de gas de inyección en los pozos con levantamiento artificial por gas o reduciendo la frecuencia en el motor en un pozo con levantamiento por bombeo electrocentrífugo.

Algunas consideraciones hechas por Muskat [29, 30] para la formación y desarrollo de la conificación se mantienen válidas para un yacimiento fracturado; sin embargo, las condiciones de flujo requieren modificarse para una fractura. En el capítulo 3 se analizó la importancia de determinar algunas características de flujo hacia una fractura o un sistema de fracturas, aplicando la teoría de la fractura única equivalente de Baker [5].

En este capítulo se discuten las técnicas para estimar el gasto crítico en pozos que interceptan una falla conductiva. Primeramente se estudia la metodología de Birks [9], que es una extensión de la teoría de conificación de agua de Muskat, considerando la teoría de Baker para la caída de presión en una fractura debida a la dinámica de fluidos. Posteriormente, la técnica de Saad [39] que aunque su ecuación de gasto crítico es muy similar a la de Birks tiene un planteamiento diferente.

## 4.1 Método de Birks

Birks [9] de alguna manera unió la teoría de Muskat-Wyckoff y la de Baker para el desarrollo de una correlación para estimar el gasto crítico en un pozo cercano, o interceptado por una falla conductiva. Una vez localizada la zona de la formación que aporta a producción al pozo, a través de un registro PLT, Birks delimitó sus fronteras superior e inferior, considerando la nomenclatura siguiente (ver figura 4.1):

**PAEF.** Punto más alto de entrada del fluido.

**PBEF.** Punto más bajo de entrada del fluido.

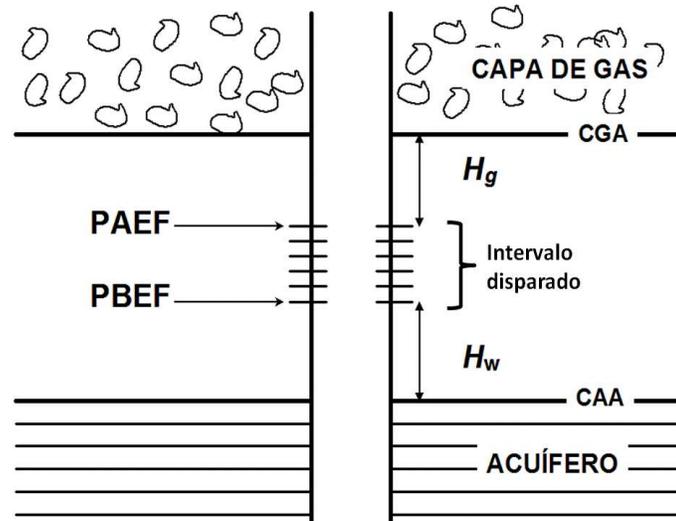


Figura 4.1: Esquema de los contactos agua-aceite y gas-aceite contra los PAEF y PBEF (Van Golf-Racht [50]).

La relación entre el *PAEF* y el *PBEF* y los contactos gas-aceite y agua-aceite respectivos en el sistema de fracturas, se indican por las alturas  $H_g$  y  $H_w$ , que equivalen a las alturas críticas de conificación.

#### 4.1.1 Modelo de Birks

El comportamiento del sistema de fracturas se supone similar a un medio poroso convencional intergranular, en donde la distribución de la presión presentará una variación logarítmica, por lo tanto, se presentará una zona crítica que resultará al rededor del pozo. Con base en la figura 4.2 que está en tres dimensiones, se muestra un radio crítico  $r_{\text{crít}}$ , en el cual el gradiente de presión fluyente en el aceite es igual a la componente en la dirección de flujo del gradiente diferencial estático entre el

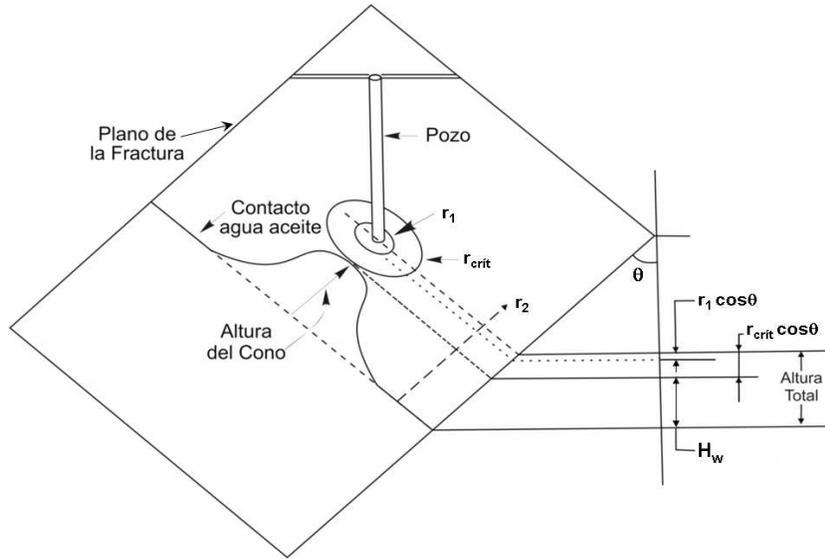


Figura 4.2: Sistema de conificación en un yacimiento fracturado (Birks [9]).

agua y aceite. Cuando la cima del cono del agua llega a  $r_{crit}$ , se tiene una condición inestable y el agua entra al pozo rápidamente. Matemáticamente Muskat definió esta condición por medio de la ecuación (2.11), la cual y reescribirse en la forma siguiente:

$$\left(\frac{dp}{dr}\right)_{r_{crit}} \geq (\gamma_w - \gamma_o) \cos \theta , \quad (4.1)$$

donde:

$\left(\frac{dp}{dr}\right)_{r_{crit}}$ : gradiente de presión fluyente en la fase de aceite al radio  $r_{crit}$ , lb/pg<sup>2</sup>/ pie.

$\gamma_w$ : gradiente estático del agua, lb/pg<sup>2</sup>/ pie.

$\gamma_o$ : gradiente estático del aceite, lb/pg<sup>2</sup>/ pie.

$\theta$ : ángulo de inclinación del plano de la fractura medido con respecto a la vertical, grados.

La distancia vertical entre *PBEF* y el nivel estático del agua mostrada en las figuras 4.1 y 4.2, puede expresarse:

$$H_w = r_{\text{crít}} \cdot \cos \theta + \frac{p_2 - p_{\text{crít}}}{\gamma_w - \gamma_o} \quad (4.2)$$

donde:

$H_w$ : distancia vertical entre la *PBEF* y el nivel estático del agua.

$p_2$ : presión del yacimiento a  $p_2$ , lb/pg<sup>2</sup>.

$p_{\text{crít}}$ : presión del aceite a  $r_{\text{crít}}$ , lb/pg<sup>2</sup>.

El nivel estático del agua que se muestra en la figura 4.2, representa el contacto agua-aceite promedio del agua en la vecindad del pozo, sin disturbio por la producción del pozo. El contacto lentamente sube en respuesta a la producción del campo.

La solución de las ecuaciones anteriores proporcionann la relación entre los gastos de líquido  $q$  y la altura vertical  $H_w$  entre la *PBEF* y el nivel del agua. Con base en las suposiciones anteriores y al régimen de flujo (laminar o tubulento), Birks definió dos tipos de conificación de agua: “conificación crítica” y la “conificación segura”. La conificación crítica supone que la caída de presión debida al flujo turbulento y a los cambios de energía cinética que ocurren cerca del pozo no tienen influencia en la conificación. Para la conificación segura, se asume que la caída de

presión total (laminar y turbulento) causó el desarrollo de un cono.

La parte laminar del gradiente de presión está dada por la ecuación de Baker:

$$\frac{dp}{dr} = \frac{0.00715\mu_o B_o q}{2.303rT_A^3} . \quad (4.3)$$

Sustituyendo la ecuación (4.3), en la ecuación (4.1), se tiene:

$$(\gamma_w - \gamma_o) \cos \theta = \frac{0.00715\mu_o B_o q_o}{2.303r_{\text{crít}}T_A^3} .$$

Entonces, despejando el radio crítico,  $r_{\text{crít}}$ :

$$r_{\text{crít}} = \frac{0.00715\mu_o B_o q_o}{2.303T_A^3(\gamma_w - \gamma_o) \cos \theta} . \quad (4.4)$$

De la ecuación (4.4), la componente vertical del radio crítico (figura 4.2):

$$r_{\text{crít}} \cdot \cos \theta = \frac{0.00715\mu_o B_o q_o}{2.303T_A^3(\gamma_w - \gamma_o) \cos \theta} . \quad (4.5)$$

La altura piezométrica del cono de agua que se tiene en el radio crítico que sube en el plano de la fractura:

$$\frac{p_2 - p_{\text{crít}}}{(\gamma_w - \gamma_o) \cos \theta} . \quad (4.6)$$

Por lo tanto, la altura vertical mínima entre el *PBEF* y el nivel estático del agua sin conificación de agua es:

$$H_w = r_{\text{crít}} \cdot \cos \theta + \frac{p_2 - p_{\text{crít}}}{\gamma_w - \gamma_o} . \quad (4.7)$$

La ecuación para la caída de presión para régimen laminar que se presenta en el radio crítico, despreciando la caída de energía cinética, se expresa:

$$p_2 - p_{\text{crít}} = \frac{0.00715\mu_o B_o q}{T_A^3} \log \frac{r_2}{r_{\text{crít}}} , \quad (4.8)$$

Combinando las ecuaciones (4.4), (4.7) y (4.8),

$$\begin{aligned} H_w &= \frac{0.00715\mu_o B_o q_o}{2.303T_A^3(\gamma_w - \gamma_o) \cos \theta} \cos \theta + \frac{1}{(\gamma_w - \gamma_o)} \frac{0.00715\mu_o B_o q_o}{T_A^3} \log \frac{r_2}{r_{\text{crít}}} , \\ H_w &= \frac{0.00715\mu_o B_o q_o}{2.303T_A^3(\gamma_w - \gamma_o)} + \frac{0.00715\mu_o B_o q}{(\gamma_w - \gamma_o)T_A^3} \log \frac{r_2}{r_{\text{crít}}} , \\ H_w &= \frac{0.00715\mu_o B_o q_o}{(\gamma_w - \gamma_o)T_A^3} + \left[ \frac{1}{2.303} + \log \frac{r_2}{r_c} \right] , \\ H_w &= \frac{0.00715\mu_o B_o q_o}{(\gamma_w - \gamma_o)T_A^3} \frac{2.303}{2.303} + \left[ \frac{1}{2.303} + \log \frac{r_2}{r_{\text{crít}}} \right] , \\ H_w &= \frac{0.00715\mu_o B_o q_o}{2.303(\gamma_w - \gamma_o)T_A^3} + \left[ \frac{2.303}{2.303} + 2.303 \log \frac{r_2}{r_{\text{crít}}} \right] , \end{aligned}$$

Por lo tanto, empleando la ecuación (4.4), la expresión anterior puede escribirse:

$$H_w = r_{\text{crít}} \cdot \cos \theta + \left[ 1 + 2.303 \log \frac{r_2}{r_{\text{crít}}} \right] . \quad (4.9)$$

Esta ecuación (4.9) es la aplicación general para la conificación de gas o aceite en condiciones crítica y segura.

Para propósitos prácticos, aplicando las alturas verticales, la ecuación (4.9) se puede reescribir como sigue:

$$\begin{aligned} H_w &= r_{\text{crít}} \cdot \cos \theta \left[ 1 + 2.303 \log \frac{r_2 \cos \theta}{r_{\text{crít}} \cos \theta} \right], \\ H_w &= r_{\text{crít}} \cdot \cos \theta \left[ 1 + 2.303 \log \frac{r_2 \cos \theta}{r_{\text{crít}} \cos \theta} \right], \\ H_w &= r_{\text{crít}} \cdot \cos \theta \left[ 1 + 2.303 \log \frac{r_2 \cos \theta}{r_{\text{crít}} \cos \theta} \right]; \end{aligned}$$

si  $h = r_{\text{crít}} \cdot \cos \theta$ , entonces:

$$H_w = h \left[ 1 + 2.303 \log \frac{r_2 \cos \theta}{h} \right], \quad (4.10)$$

Una simplificación más es suponer que la fractura es vertical; entonces  $\cos \theta = 1$ , por lo que la ecuación (4.10) puede expresarse:

$$H_w = h \left[ 1 + 2.303 \log \frac{r_2}{h} \right]. \quad (4.11)$$

### 4.1.2 Conificación Crítica

La conificación crítica se refiere al punto más bajo de entrada del fluido (*PBEF*), que se definió en relación a la caída de presión en la ausencia del efecto de turbulencia ( $B = 0$ ), que se expresa:

$$H_w = \frac{Aq_o}{2.303(\gamma_w - \gamma_o) \log \frac{r_2}{r_{\text{crít}}}},$$

Birks supuso que  $r_2/r_{\text{crít}}$  es igual a 1000:

$$H_w = \frac{Aq_o}{2.303(\gamma_w - \gamma_o) \log 1000} ,$$

$$H_w = \frac{Aq_o}{6.9(\gamma_w - \gamma_o)} . \quad (4.12)$$

De manera similar para la conificación del gas, aplicando el contacto gas-aceite y *PAEF*:

$$H_g = \frac{Aq_o}{6.9(\gamma_o - \gamma_g)} . \quad (4.13)$$

### 4.1.3 Conificación Segura

La conificación segura, se refiere a la condición de flujo, en donde por altos gastos de flujo la caída de presión al rededor del pozo incrementa adicionalmente al presentarse una caída de presión por turbulencia. De manera similar con las suposiciones mencionadas, resultará:

$$H_w = \frac{Aq_o + Bq_o^2}{6.9(\gamma_w - \gamma_o)} . \quad (4.14)$$

De manera similar para la conificación del gas, aplicando el contacto gas-aceite y *PAEF*:

$$H_g = \frac{Aq_o + Bq_o^2}{6.9(\gamma_o - \gamma_g)} . \quad (4.15)$$

Para producir a altos gastos en una formación espesor delgado, es necesario incrementar la caída de presión y consecuentemente ocurrirá un flujo turbulento.

#### 4.1.4 Aplicación práctica de los criterios de Birks

Como resultado de la experiencia en campo, Birks [9] recomendó el uso de los criterios de conificación segura y crítica de la forma siguiente:

1. Si  $H$  es mayor a 1000 pies el problema de la conificación de agua y/o gas no es una limitación en un pozo productor de aceite.
2. Si  $H$  está en el rango de 200 pies y 1000 pies, se aplica la teoría de la conificación crítica, es decir:

$$\Delta p = Aq_o$$

3. Si  $H$  es menor de 200 pies, se aplica la teoría de la conificación segura; es decir:

$$\Delta p = Aq_o + Bq_o^2 .$$

Es importante señalar que, si el yacimiento está depresionado, los contactos agua-aceite y gas-aceite habrán ascendido y descendido, respectivamente debe moverse, y por lo tanto, existe un cambio en la permeabilidad de la fractura. Por lo anterior, deben calcularse nuevamente los parámetros  $A$  y  $B$  y por tanto, también  $H_g$  y  $H_w$ .

## 4.2 Método de Saad

Saad [39] presentó una ecuación muy similar a la propuesta por Birks para la estimación del gasto crítico. El trabajo original para el desarrollo de su ecuación consistió en cuatro fases, destacando:

1. El desarrollo teórico y la aplicación en laboratorio de la ecuación para gasto crítico para un pozo que intercepta una fractura (falla) única.
2. El efecto de la capilaridad en el cálculo del gasto crítico.
3. El estudio en la aplicación del modelo de gasto crítico en yacimientos multi-fracturados.
4. Un estudio del tiempo de irrupción del agua.

Aunque Saad no expresa explícitamente la aplicación de la teoría de la fractura única equivalente, su modelo aplica este principio en el desarrollo de su correlación de gasto crítico. Asimismo, en la deducción de su ecuación para el gasto crítico consideró las líneas flujo circulares, con base en la teoría de Muskat de las líneas equipotenciales.

### 4.2.1 Estudio Teórico de la Ecuación de Saad

En la deducción de la ecuación del gasto crítico, Saad consideró un modelo con una fractura de apertura " $T$ ", figura (4.3), de longitud extendida y presentando un ángulo  $\theta$  con respecto a la vertical. Asimismo, el modelo considera que el pozo intercepta la fractura. El contacto agua-aceite, se localiza a una distancia por debajo de la intercepción pozo-fractura. Además el pozo produce a través de la

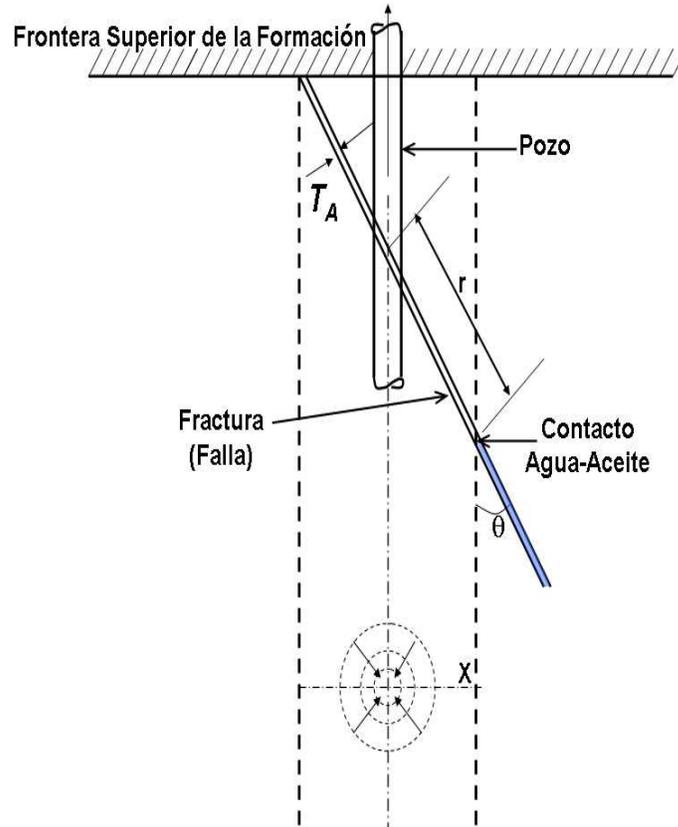


Figura 4.3: Modelo de Saad [39].

fractura a un gasto constante  $q_o$ . Otra suposición adicional es que se generará una caída de presión  $dp$  alrededor del pozo en el plano de fractura cuya magnitud en algún punto cualquiera dependerá de la posición de ese punto con respecto al origen de la coordenada radial, localizada en el centro del pozo. Por otra parte, Saad consideró que la vecindad del pozo está bajo la condición de estado estacionario y que las líneas de flujo se aproximan a una geometría de líneas radiales contenidas en el plano de la fractura hacia el centro del pozo, las cuales se distorsionan a medida que se alejan del pozo.

### Suposiciones de Saad

Las suposiciones para la generación de la ecuación del gasto crítico, se resumen en la lista siguiente (ver figura 4.3):

- El pozo intercepta una fractura (falla) conductiva.
- Se considera el ángulo de inclinación de la fractura.
- Flujo viscoso a las condiciones de  $r_{\text{crít}}$ .
- Se desprecian los efectos inerciales en la conificación debido a que el cambio de régimen de flujo de laminar a turbulento se encuentra muy cercano al pozo.
- Flujo radial.
- Condición de flujo de estado estacionario.
- El contacto agua-aceite es horizontal.
- Aunque no se expresa explícitamente, se considera la teoría de la fractura única equivalente de Baker.

Además Saad consideró un punto  $X$  en el contacto agua-aceite; debido a la cercanía del punto al pozo, una partícula de agua en este punto, estará sujeta a un gradiente de presión hidrostática, atrayéndola hacia el pozo.

### Deducción de la Ecuación de Gasto Crítico de Saad

Suponiendo flujo viscoso entre dos planos paralelos, se puede obtener la ecuación siguiente:

$$q_{o \text{ crít}} = \frac{T_A^2 A dp}{12\mu_o dL}, \quad (4.16)$$

donde:

$q_{o \text{ crít}}$ : gasto crítico de aceite.

$T$ : apertura de la fractura.

$A$ : sección transversal del área de flujo.

$\mu_o$ : viscosidad dinámica del aceite.

$dp$ : caída de presión.

$dL$ : distancia a lo largo de la dirección de flujo.

La ecuación (4.16) se puede reescribir, considerando la línea equipotencial circular (flujo radial) a través de un punto  $X$ , localizado a una distancia  $r$  del pozo; es decir:

$$\frac{dp}{dr} = \frac{12q_{o \text{ crít}}\mu_o}{2\pi r T^3}. \quad (4.17)$$

Aplicando un balance de fuerzas viscosas y gravitacionales, similar al efectuado por Birks, se puede escribir:

$$\frac{12q_{o \text{ crít}}B\mu_o}{2\pi r T_A^3} = (\gamma_w - \gamma_o)g \cos \theta. \quad (4.18)$$

Despejando  $q_{o \text{ crít}}$  de la ecuación (4.18):

$$q_{o \text{ crít}} = \frac{2\pi T_A^3 (\gamma_w - \gamma_o) r_{\text{crít}} \cos \theta}{12 B_o \mu_o}, \quad (4.19)$$

En unidades prácticas:

$$q_{o \text{ crít}} = \frac{140 T_A^3 (\gamma_w - \gamma_o) r_{\text{crít}} \cos \theta}{B_o \mu_o}, \quad (4.20)$$

donde:

$\gamma_w$ : gradiente estático del agua, lb/pg<sup>2</sup>/ pie .

$\gamma_o$ : gradiente estático del aceite, lb/pg<sup>2</sup>/ pie .

$r_{o \text{ crít}}$ : radio crítico o distancia entre el contacto agua-aceite y el fluido que entra en el plano de la fractura, pies.

$B_o$ : factor de volumen del aceite, bl/bl.

Despejando  $r_{o \text{ crít}}$  la ecuación (4.20):

$$r_{\text{crít}} = \frac{0.0031 B_o \mu_o q_{\text{crít}}}{T^3 (\gamma_w - \gamma_o) \cos \theta}. \quad (4.21)$$

Saad aplicó la misma figura 4.2 de Birks, entonces la  $H_{\text{crít}}$ :

$$H_{\text{crít}} = r_{\text{crít}} \cos \theta, \quad (4.22)$$

La ecuación (4.21) puede escribirse en la forma siguiente:

$$H_{\text{crít}} = \frac{0.0031 B_o \mu_o q_{\text{crít}}}{T_A^3 (\gamma_w - \gamma_o)}. \quad (4.23)$$

donde:

$H_{\text{crít}}$ : distancia vertical crítica entre la entrada del fluido y el contacto agua-aceite.

## 4.2.2 Investigación experimental

Con el propósito de validar la correlación, Saad desarrolló un modelo físico, el cual consistió de dos placas paralelas, separadas a una distancia “ $T_A$ ”, simulando con esto la apertura de la fractura. Asimismo, el ángulo  $\theta$  entre las placas y la vertical, representó la inclinación de la fractura. Las placas tuvieron una extensión “ $L$ ”, ver figura 4.4. En los experimentos de laboratorio Saad aplicó: diesel, aceite lubricante y agua.

En todos los experimentos observó que en el proceso de producción, el contacto agua-aceite se movía lentamente hacia arriba, en posición horizontal. Durante la experimentación, la conificación no se apreciaba visualmente. Sin embargo, Saad describe que a una cierta distancia crítica (o radio), el contacto agua-aceite iniciaba una cresta, formando el cono el cual se agravaba y rápidamente el agua se producía conjuntamente con el aceite. De estos experimentos Saad concluyó que el radio o distancia crítica no depende de la distancia inicial del contacto agua-aceite.

Para corroborar las relaciones existentes entre los parámetros que intervienen en la ecuación (4.21), Saad la expresó en forma adimensional la ecuación (4.24).

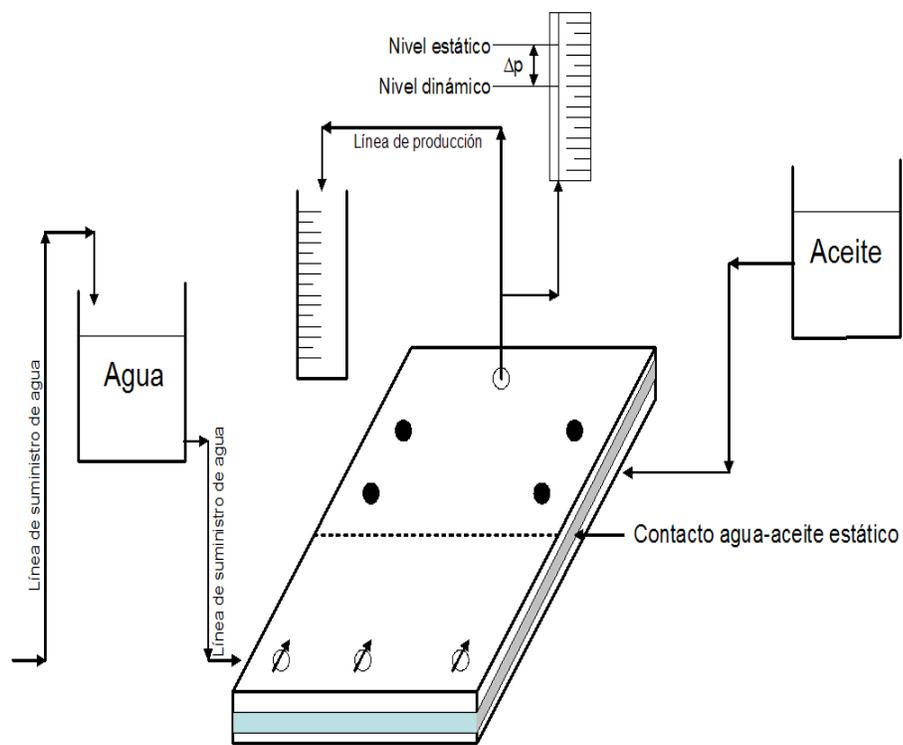


Figura 4.4: Modelo físico de Saad [39].

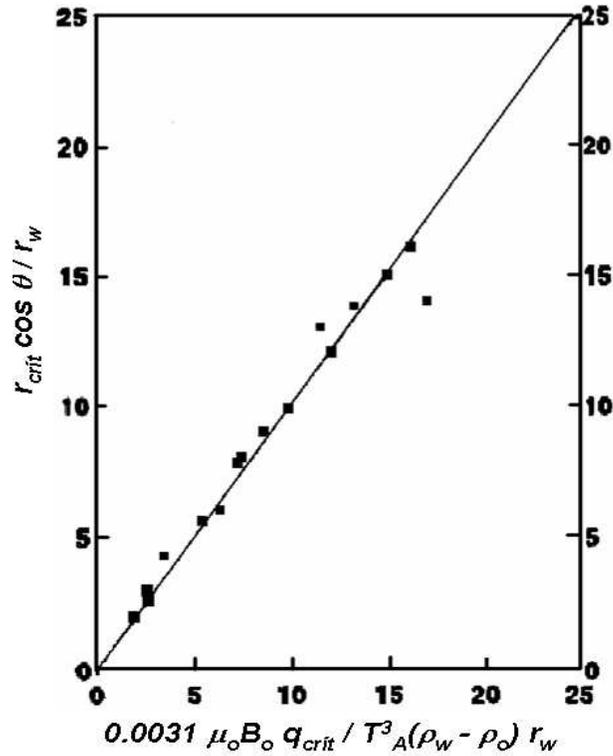


Figura 4.5: Resultados experimentales del modelo físico de Saad [39].

$$\frac{r_{crit} \cos \theta}{r_w} = \frac{0.0031 \mu_o B_o q_{o \text{ crit}}}{T^3 (\gamma_w - \gamma_o) r_w}. \quad (4.24)$$

Saad utilizó sus resultados experimentales para calcular el lado izquierdo y derecho de la ecuación (4.24), mostrándose los resultados obtenidos en una gráfica en la que los datos no se alejan mucho de la línea recta de 45 grados; lo anterior Saad lo interpretó que su correlación reproduce satisfactoriamente el comportamiento que obtuvo en el laboratorio, ver figura 4.5.

# Capítulo 5

## Cálculo del Tiempo de Irrupción

En el capítulo 4 se analizaron dos métodos para el cálculo del gasto crítico para pozos, suponiendo que el yacimiento es del tipo homogéneo y que consideran el comportamiento del flujo de fluidos a través de una falla conductiva. Los métodos descritos en el capítulo 4 suponen que la falla conductiva es interceptada por el pozo. Si bien es cierto que esto puede ocurrir, no necesariamente es una condición. Por otra parte, un problema frecuente para el ingeniero de yacimientos y/o producción, es conocer el tiempo cuándo un fluido indeseado irrumpirá en el pozo productor de aceite. La limitación de las metodologías del capítulo 4 es que solo ayudan a conocer a qué gasto de aceite debe producir un pozo, pero no responden al cuestionamiento: cuándo irrumpirá el agua, produciendo a cierto gasto de aceite y/o gas.

En este capítulo se discuten dos modelos numéricos en flujo transitorio, que permiten estimar el tiempo de irrupción del agua en un pozo productor, considerando una falla conductiva cercana. La diferencia básica entre ambas metodologías es que una considera en el yacimiento un medio homogéneo (Rodríguez [36]) y el otro

considera un medio naturalmente fracturado (Pacheco [32]).

## 5.1 Modelo de Rodríguez

Rodríguez [36] en 2008 presentó un método para estimar el tiempo de irrupción del agua, basado en un modelo semianalítico para condiciones de flujo radial transitorio hacia un pozo produciendo en un medio homogéneo, localizado en la vecindad de una falla conductiva; el resultado de la solución de las ecuaciones se presenta a través de gráficas a partir de las cuales se estima el tiempo de irrupción, siendo esta una de las principales ventajas de este método.

Rodríguez [36] plantea para la estimación del tiempo de irrupción del agua en un pozo productor cercano a una falla conductiva, el dividir el problema en dos sub-problemas, (ver figura 5.1):

1. Se calcula el tiempo,  $t_1$ , que es el tiempo que tarda en viajar una partícula de agua a través de una falla conductiva, desde el contacto agua-aceite (CAA) hasta el nivel del pozo (intervalo disparado).
2. A continuación se estima el tiempo,  $t_2$ , que tarda la partícula de agua, en desplazarse al nivel del intervalo productor de la formación, desde la falla hasta el pozo.

La suma de los dos tiempos, es decir:  $t = t_1 + t_2$ , es el tiempo de irrupción,  $t$ , del agua en el pozo.

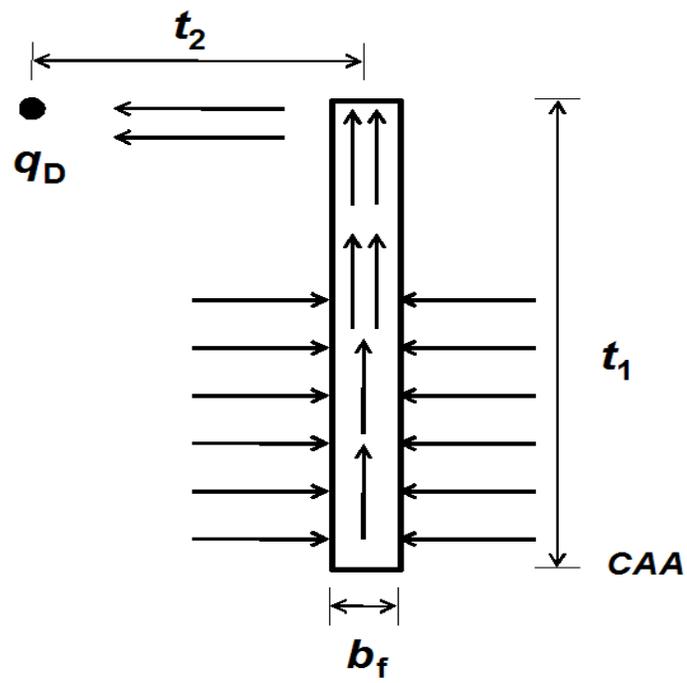


Figura 5.1: Esquema del modelo físico de Rodríguez [36].

### 5.1.1 Cálculo del Tiempo de Flujo en la Falla

El cálculo del tiempo  $t_1$ , que tarda en viajar una partícula de agua a través de una falla conductiva, Rodríguez [36] propone la ecuación (5.1), basada en el modelo de flujo bilineal. Por otra parte, la ecuación (5.1) se modificó para el caso de un pozo que está a una cierta distancia al plano de la falla. Una característica de la ecuación (5.1) es que es una ecuación no lineal. Por lo anterior, para su solución Rodríguez propone una solución numérica a través de diferencias finitas. Otra característica de la ecuación (5.1) es que se encuentra en el espacio de Laplace.

$$\bar{v}_{fD} = -\frac{\phi_m}{\phi_f} q_D \left( \frac{1}{b_{fD}} \right) \left[ \frac{1}{s} \exp \left( -y_{CD} \sqrt{\frac{2}{F_{CD}}} s^{\frac{1}{4}} \right) \right], \quad (5.1)$$

donde las variables adimensionales se definen por medio de la ecuaciones<sup>1</sup> (5.2) a (5.6):

Gasto adimensional,  $q_D$ :

$$q_D = \frac{q_o B_o \mu c_t}{2kh}. \quad (5.2)$$

Apertura adimensional de la falla conductiva,  $b_{fD}$ :

$$b_{fD} = \frac{b_f}{d_f}. \quad (5.3)$$

---

<sup>1</sup>Expresados en unidades del sistema cgs.

Distancia vertical adimensional del CAA al nivel medio del intervalo abierto a producción del pozo,  $y_{CD}$ :

$$y_{CD} = \frac{d_C}{d_f} . \quad (5.4)$$

Conductividad adimensional de la falla,  $F_{CD}$ :

$$F_{CD} = \frac{b_f k_f}{k d_f} . \quad (5.5)$$

Tiempo adimensional,  $t_{fD}$ :

$$t_{fD} = \frac{kt}{\phi \mu c_t d_f^2} . \quad (5.6)$$

### 5.1.2 Cálculo del Gradiente de Presión

Rodríguez propuso para el cálculo de la caída de presión la secuencia de cálculo siguiente:

1. Se plantea la ecuación de flujo y sus condiciones de frontera para ambos lados de la falla.
2. Se resuelven las ecuaciones de flujo de manera separada para obtener el comportamiento de la presión.
3. Se suman las distribución de presiones de ambos lados de la falla.

4. Se deriva la ecuación de presión del pozo productor y del pozo imagen inyector con respecto a la distancia.
5. Se obtiene la velocidad microscópica, sustituyendo el gradiente de presión con respecto a la ecuación de la Ley de Darcy.
6. Con la ecuación de la velocidad, se obtiene el tiempo de invasión del agua para flujo transitorio.

### 5.1.3 Cálculo del Tiempo en el Yacimiento

El cálculo del tiempo,  $t_2$ , esto es, el tiempo que tarda el agua en fluir al nivel de la formación desde la falla hasta el pozo (ver 5.1), suponiendo que el yacimiento es isotrópico, homogéneo y de espesor constante y que todas las propiedades de la formación son independientes de la presión. Con relación al fluido en el yacimiento, se consideran como ligeramente compresible con compresibilidad y viscosidad constante. La ecuación propuesta es la siguiente:

$$v_D = q_D \left[ -\frac{1}{x_D} \exp\left(-\frac{x_D^2}{4t_{fD}}\right) - \frac{1}{(2-x_D)} \exp\left(-\frac{(2-x_D)^2}{4t_{fD}}\right) \right], \quad (5.7)$$

donde las variables adimensionales se definen por medio de la ecuaciones<sup>2</sup> (5.8) a (5.11):

Gasto adimensional,  $q_D$ :

---

<sup>2</sup>Expresados en unidades del sistema cgs.

$$q_{RD_1} = \frac{q_o B_o \mu c_t}{2\pi k h d_D^2} . \quad (5.8)$$

Distancia horizontal adimensional desde la falla al pozo al nivel medio del intervalo abierto a producción del pozo,  $x_D$ :

$$x_D = \frac{x}{d_f} . \quad (5.9)$$

Distancia adimensional desde la falla al pozo,  $d_D$ :

$$d_D = \frac{d_f}{r_w} . \quad (5.10)$$

Tiempo adimensional,  $t_{fD}$ :

$$t_{fD} = \frac{kt}{\phi \mu c_t d_f^2} . \quad (5.11)$$

La ecuación (5.7) que es el caso del cálculo del tiempo en el yacimiento es una ecuación no lineal. Para la solución de la ecuación (5.7) Rodríguez propone su solución a través de diferencias finitas, en una secuencia similar a la descrita en la sección 5.1.2.

## 5.2 Modelo de Pacheco

Pacheco [32] en 2009, propone la solución del cálculo del tiempo de irrupción para el caso de un pozo cercano a una falla conductiva, el dividirla en dos partes, similar

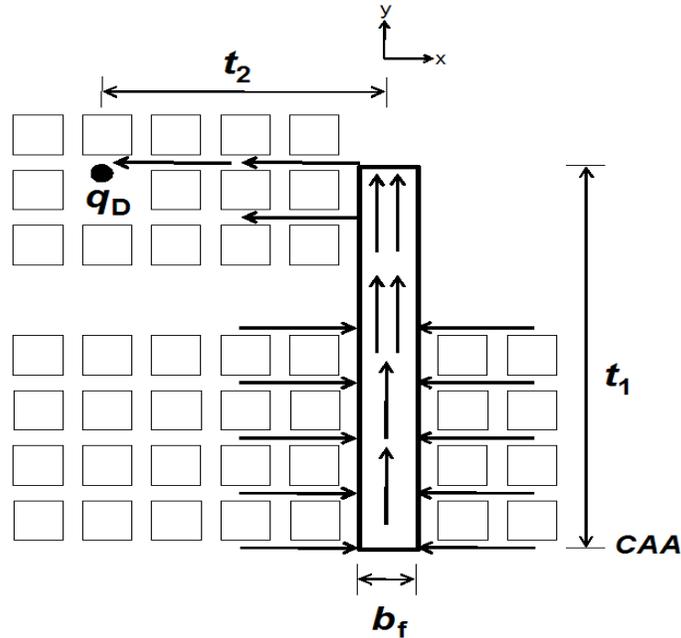


Figura 5.2: Esquema del modelo físico de Pacheco [32].

al método de Rodríguez, esto es, (1) calcula el tiempo que tarda el agua desde el CAA hasta la formación donde esta produciendo el pozo, y (2) calcula el tiempo que tarda el agua desde la falla hasta el pozo (ver figura 5.2). Ambos subproblemas son independientes. La diferencia principal del modelo de Pacheco [32] con respecto al de Rodríguez es que en ambos subproblemas se considera un medio naturalmente fracturado, basado en un modelo de doble porosidad y una permeabilidad.

### 5.2.1 Cálculo del Tiempo en el Yacimiento

El cálculo de la velocidad del agua en el yacimiento considera que el flujo que gobierna en el yacimiento es de doble porosidad y una permeabilidad, siendo el modelo

de flujo Warren y Root en la matriz-fractura, proponiendo en forma adimensional la ecuación siguiente:

$$v_D = \frac{dx_D}{dt_D} = \frac{1}{\pi} \frac{q_D}{d_D^2} \frac{\partial p_{Df}(x_D, y_D, t_D)}{\partial x_D} \Big|_{y_D=0} . \quad (5.12)$$

Se puede apreciar que la ecuación 5.12 es la ecuación de Darcy, pero el gradiente de presión que se acopla es en un medio naturalmente fracturado.

En donde el gradiente de la presión, está definido como:

$$\frac{dx_D}{dt_D} = -\frac{1}{\pi} \frac{q_D}{d_D^2} \left[ \mathcal{L}^{-1} \left( \frac{K_1(d_D x_D \sqrt{sm(s)})}{s K_1(\sqrt{sm(s)})} \right) + \mathcal{L}^{-1} \left( \frac{K_1(d_D(2-x_D) \sqrt{sm(s)})}{s K_1(\sqrt{sm(s)})} \right) \right] \quad (5.13)$$

Las variables adimensionales que se definen:

$$q_D = \frac{q_o B_o \mu [(\phi_{c_t})_f + (\phi_{c_t})_m]}{2k_f \phi_e} . \quad (5.14)$$

$$\phi_e = \frac{\phi_f}{\phi_f + \phi_m} . \quad (5.15)$$

$$x_D = \frac{x}{d_f} . \quad (5.16)$$

$$d_D = \frac{d_f}{r_w} . \quad (5.17)$$

$$y_D = \frac{y}{d_f} . \quad (5.18)$$

$$t_D = \frac{k_f}{[(\phi c_t)_f + (\phi c_t)_m] \mu r_w^2} t . \quad (5.19)$$

### 5.2.2 Cálculo del Tiempo en la Falla

Para el cálculo del tiempo que tarde en viajar una partícula de agua desde el contacto agua-aceite a través de la falla, se consideró que el flujo que gobierna es bilineal en un yacimiento naturalmente fracturado, proponiendo en variables adimensionales, la ecuación siguiente:

$$v = \frac{dy_D}{dt_D} = \frac{k_{fc} q_o B_o \mu [(\phi c_t)_f + (\phi c_t)_m]}{k_f 2\pi k_f h \phi_{fc}} \frac{\partial p_{Dfc}}{\partial y_D} . \quad (5.20)$$

siendo la ecuación (5.20) la ecuación de Darcy.

En donde la velocidad finalmente está definido como:

$$\frac{dy_D}{dt_D} = -\frac{q_D}{b_{fD}} \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s} \exp \left[ -y_D \sqrt{\frac{2}{F_{CD}} \sqrt{m(s)s} + G_{CD} s} \right] \right\} . \quad (5.21)$$

Las variables adimensionales que se definen:

$$q_D = \frac{q_o B_o \mu [(\phi c_t)_f + (\phi c_t)_m]}{2k_f h \phi_{fc}} . \quad (5.22)$$

$$F_{CD} = \frac{b_f k_{fc}}{k_f d_c} . \quad (5.23)$$

$$G_{CD} = \frac{k_f \phi_{fc} c_{tf}}{k_{fc} [(\phi c_t)_f + (\phi c_t)_m]} . \quad (5.24)$$

$$x_D = \frac{x}{d_c} . \quad (5.25)$$

$$y_D = \frac{y}{d_c} . \quad (5.26)$$

$$t_D = \frac{k_f}{[(\phi c_t)_f + (\phi c_t)_m] \mu d_c^2} t . \quad (5.27)$$

### 5.2.3 Sensibilidad de los parámetros

De acuerdo con la ecuación (5.13) para el cálculo de la velocidad en el yacimiento, se presenta la sensibilidad de algunos parámetros adimensionales y la visualización gráfica del tiempo adimensional, el cual se utiliza para estimar el tiempo irrupción del agua en el pozo.

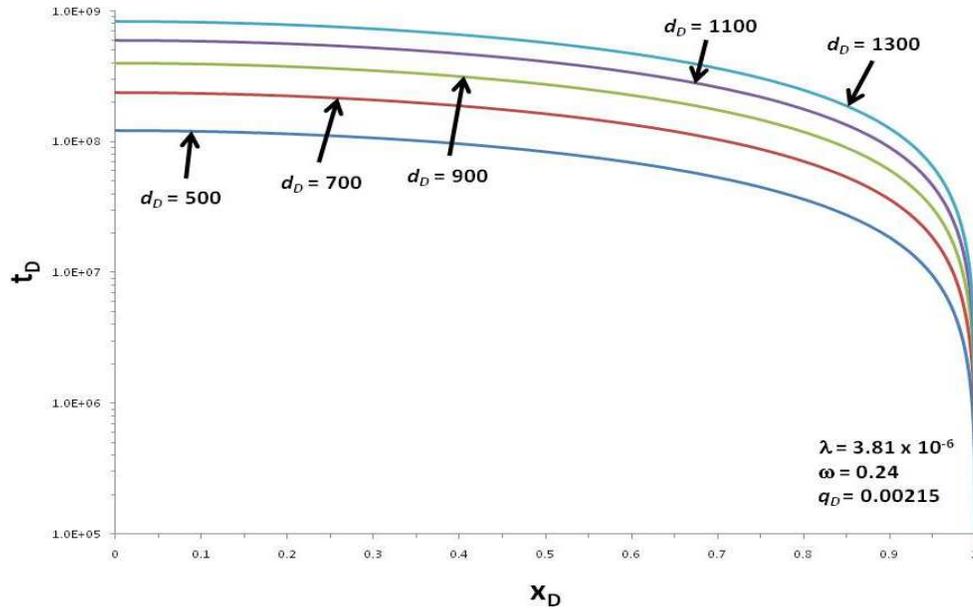


Figura 5.3: Distancia adimensional a la falla.

En la figura 5.3 se muestra el comportamiento del tiempo adimensional en función de la distancia adimensional al pozo. El tiempo adimensional aumenta cuando la distancia adimensional aumenta.

La figura 5.4 muestra como el tiempo adimensional aumenta, reduciendo el gasto adimensional. Por otra parte, en la figura 5.5 se observa como el tiempo adimensional aumenta cuando  $\lambda$ , disminuye.

La sensibilidad de  $\omega$ , que se ilustra en la figura 5.6, muestra que el tiempo adimensional aumenta como  $\omega$  aumenta.

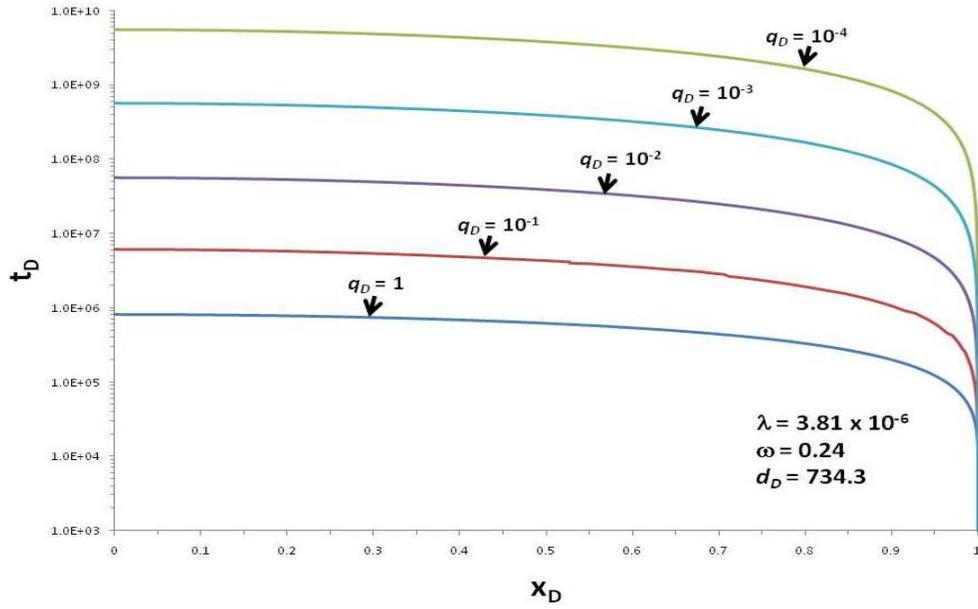


Figura 5.4: Sensibilidad del gasto adimensional.

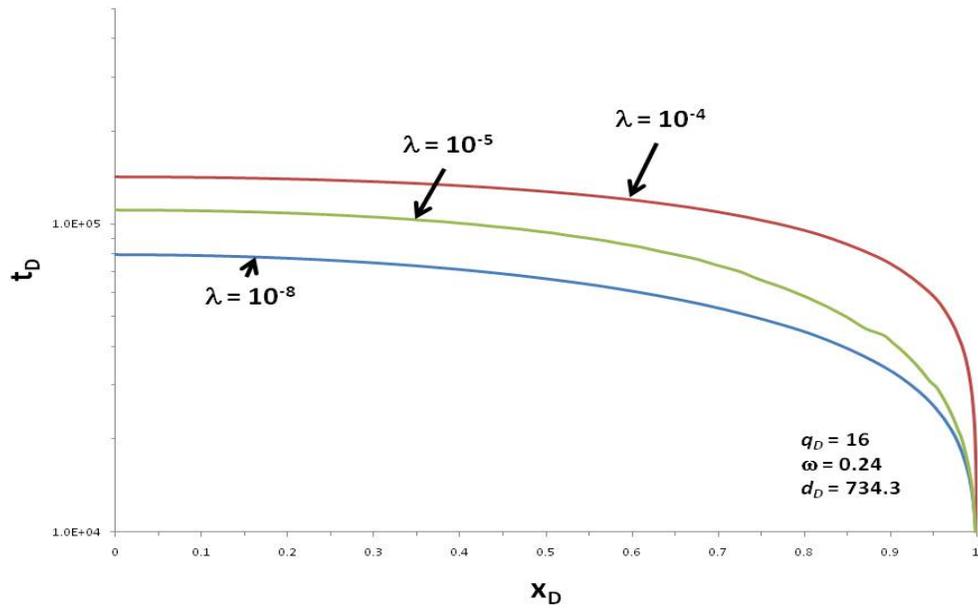


Figura 5.5: Sensibilidad de lambda.

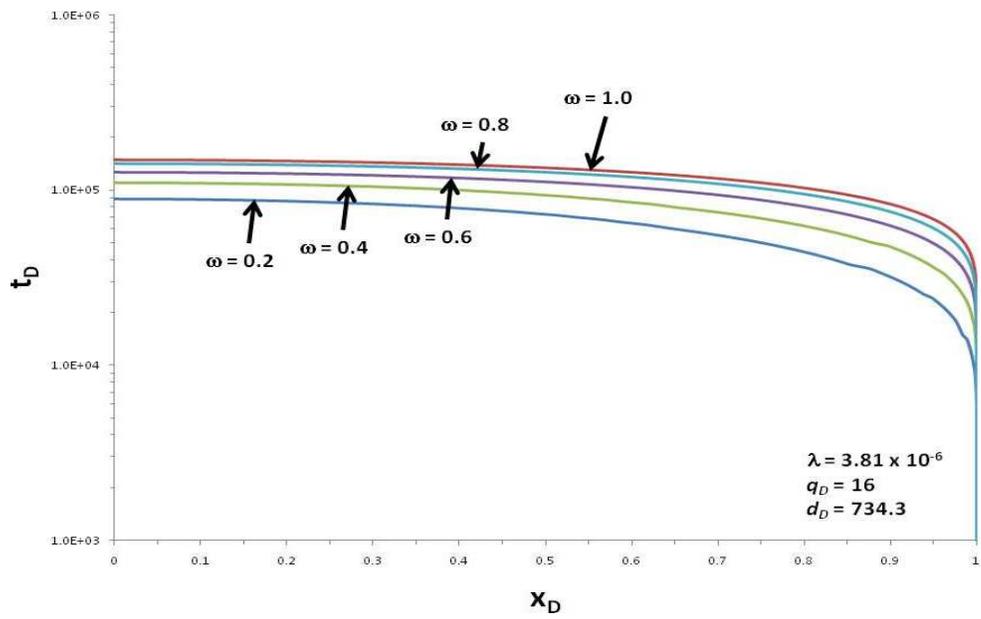


Figura 5.6: Sensibilidad de Omega.

# Capítulo 6

## Ejemplo de Aplicación

El campo Jujo-Tecominoacán (CJ-T) tiene básicamente dos problemas: la entrada anormal, progresiva y natural del agua y la fuerte declinación de la presión del yacimiento. Esfuerzos para dar solución a dichos problemas han dado lugar a alternativas. Por un lado, para la declinación de la presión se ha empleado la aplicación de la recuperación mejorada en el yacimiento inyectando nitrógeno. Sin embargo, la implementación de dicha técnica ha demorado varios años, siendo evidente el escenario desfavorable para el yacimiento y por consiguiente para los pozos productores. Por otra parte, los ingenieros de producción, como una solución a la invasión del agua en los pozos, han usado técnicas como el estrangulamiento en el fondo del pozo, el levantamiento artificial por gas para altos porcentajes de agua, e inyección de geles. Si bien es cierto que en la mayoría de los casos las actividades anteriores han ayudado en el control del agua, éstas han sido básicamente un remedio correctivo.

Debido a que el CJ-T es un yacimiento naturalmente fracturado y con un alto

grado de comunicación de las fracturas, una caída de presión en el yacimiento hace que el acuífero reaccione para contrarrestar la presión, suministrando una invasión o intrusión de agua, que puede ocurrir por expansión del agua o compresibilidad de la roca del acuífero; de ahí la problemática de invasión de agua en las capas de mayor producción.

En este capítulo se aplican las técnicas de Birks y Saad para estimar el gasto crítico en tres pozos del CJ-T que inteceptan y/o están cercanos a una falla conductiva, discutidas en el capítulo 4. Asimismo, se aplica el método de Pacheco en el pozo Jujo 532, en la estimación de tiempo de irrupción del agua.

## 6.1 El pozo Jujo 532

El pozo Jujo 532 produce a través del sistema artificial llamado Bombeo Neumático Continuo. El pozo se consideró para su estudio porque tiene una prueba de presión-producción. En la figura 6.1 se ilustra a través de una sección estructural, como el pozo Jujo 532 produce en el intervalo Jurásico Superior Kimmerdigiano capa 7; en esta misma figura 6.1 se aprecia que el intervalo productor del pozo, está cercano a la falla normal número 8. La sección sísmica en la figura 6.2 se pueden apreciar las fallas y rasgos estructurales cercanos al pozo Jujo 532. Por otra parte, la distancia entre la falla normal 8 y el pozo, se muestra en la figura 6.3, la cual se estimó en 47 metros.

El pozo Jujo 532 ha producido durante varios años, sin manifestar agua, siendo un candidato para la aplicación de las técnicas preventivas discutidas en esta tesis.

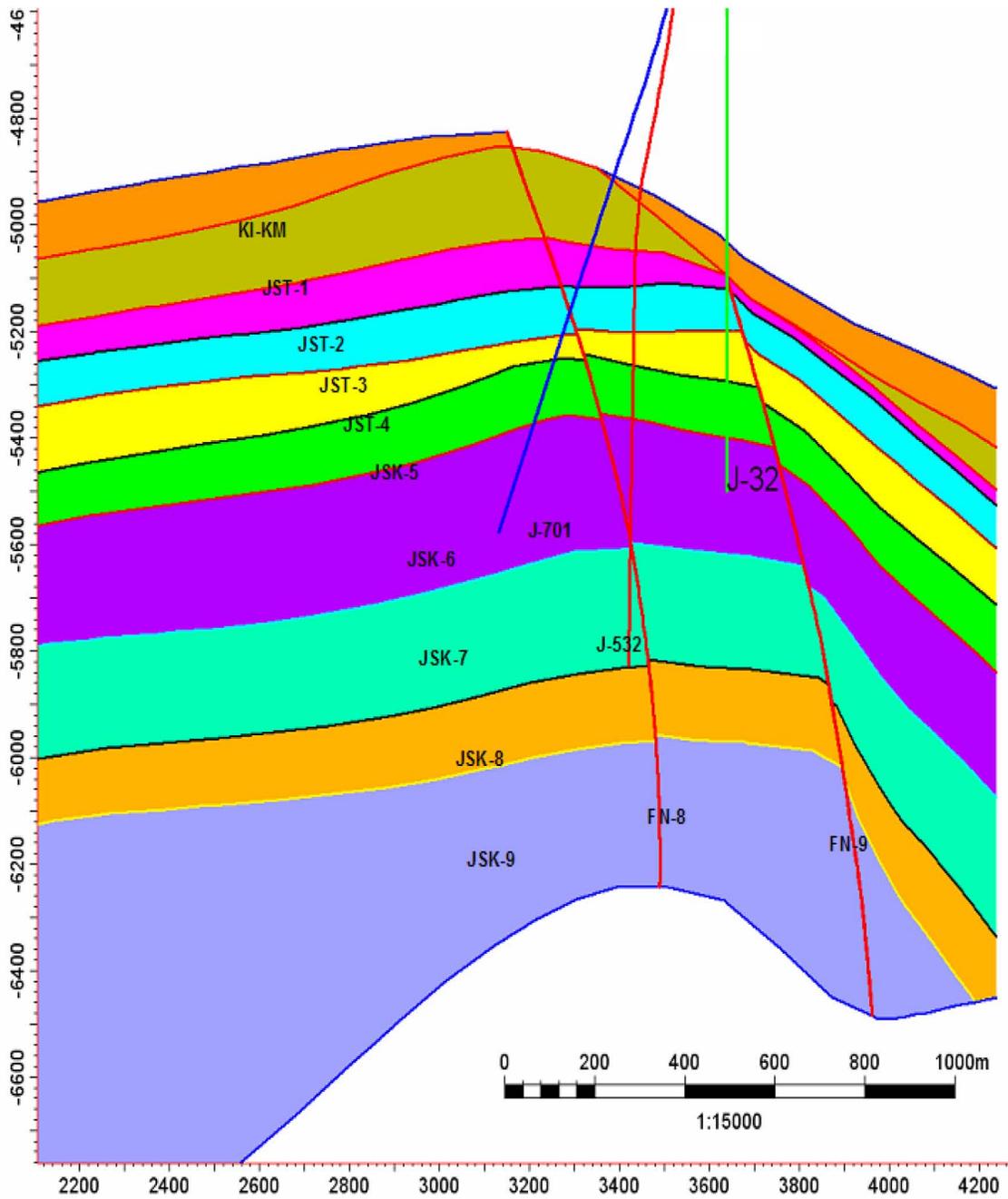


Figura 6.1: Sección estructural del pozo Jujo 532.

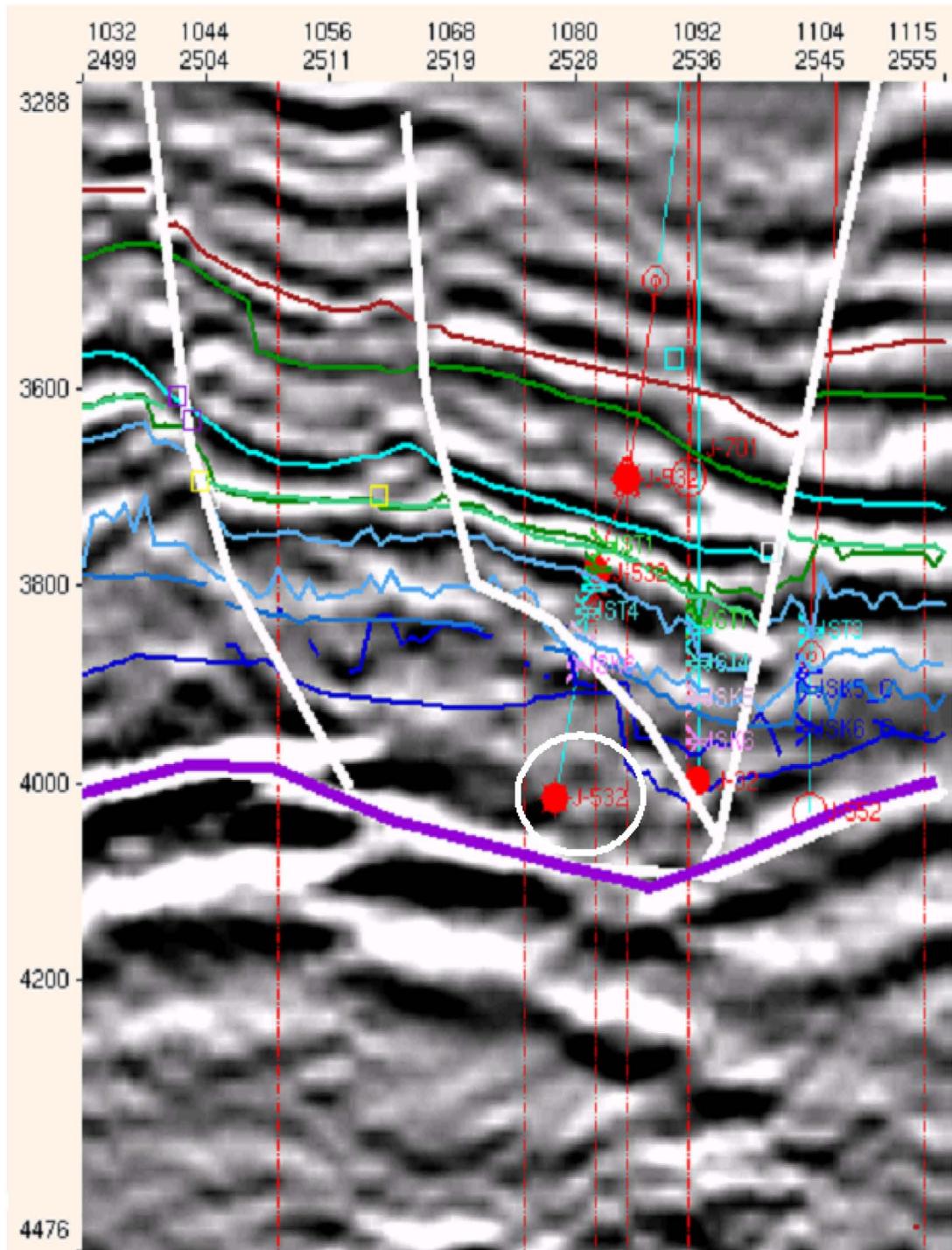


Figura 6.2: Sección sísmica del pozo Jujo 532.

Por ejemplo, en la figura 6.4 se observa que el avance del agua en el yacimiento ha sido irregular, lo cual se atribuye a la presencia de fracturas conductivas (fallas) que son interceptadas por los pozos. En la figura 6.1 se aprecia la posición estructural del pozo Jujo 532 en el campo Jujo-Tecominoacán y con respecto a otros pozos vecinos. Por lo anterior, se aplican los métodos de Birks y Saad con el propósito de conocer el efecto de disminuir la caída de presión en fondo, debido al incremento del gasto de gas de inyección, esto es, qué sucede o hasta dónde incrementar el gasto de aceite con el aumento del gas de inyección, sin el efecto adverso de la deformación del contacto agua-aceite, y por tanto, la generación de un cono inestable por el comportamiento dinámico de los fluidos en la fractura (falla) y por consecuencia una irrupción temprana del agua. Adicionalmente, se aplica el método de Pacheco en la estimación del tiempo de irrupción en el pozo Jujo 532.

## 6.2 Análisis de Registros

Una parte importante de la aplicación de los métodos de cálculo de gasto crítico, como Birks y Saad, es la implementación de la teoría de la fractura única equivalente de Baker. Por esta razón, es fundamental localizar los intervalos productores y discretizar la fractura o las fracturas. Para este objetivo, se usaron el registro de producción PLT y el de imágenes FMI del pozo Jujo 532. El registro PLT se aplicó para cuantificar el porcentaje de producción que aporta cada intervalo al gasto total de aceite del pozo. Por otra parte, el registro de imágenes ayudó para cuantificar el número de fracturas por intervalo, la orientación y tamaño de las fracturas.

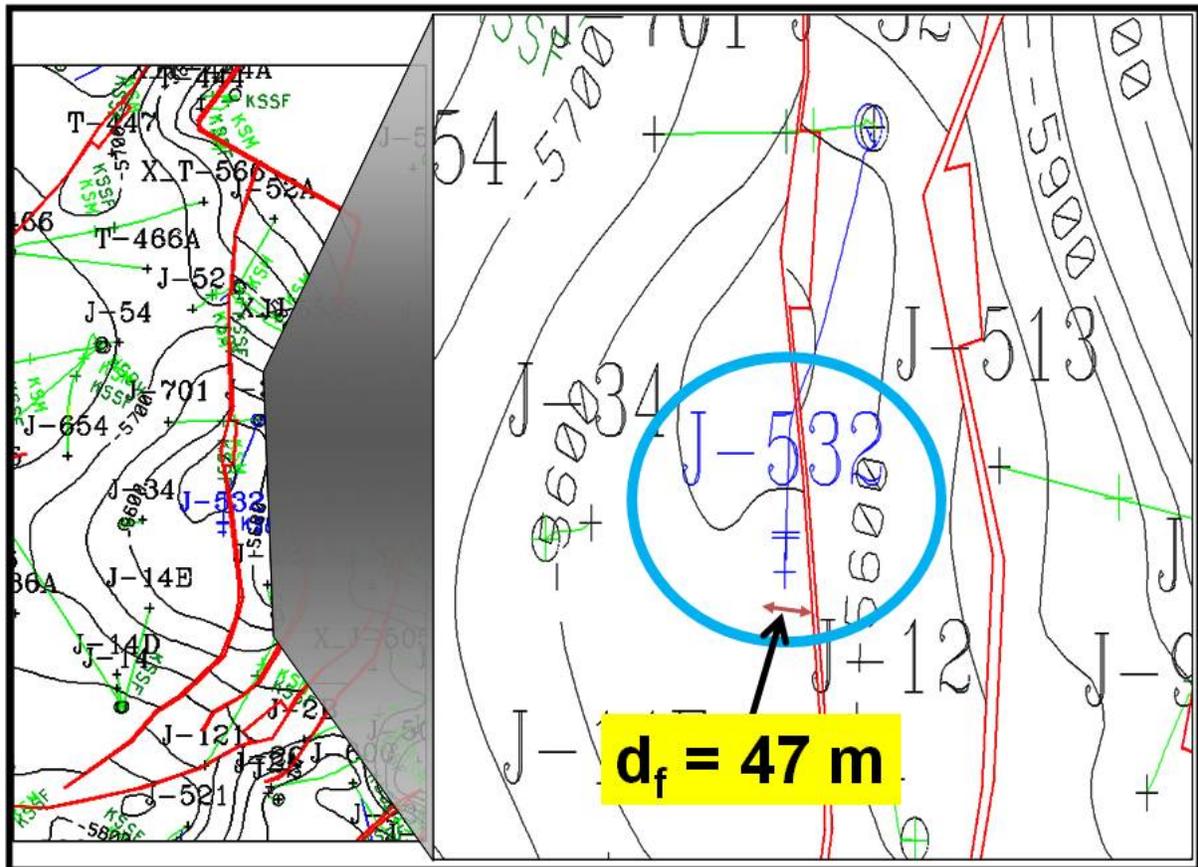


Figura 6.3: Un mapa con acercamiento del pozo Jujo 532.

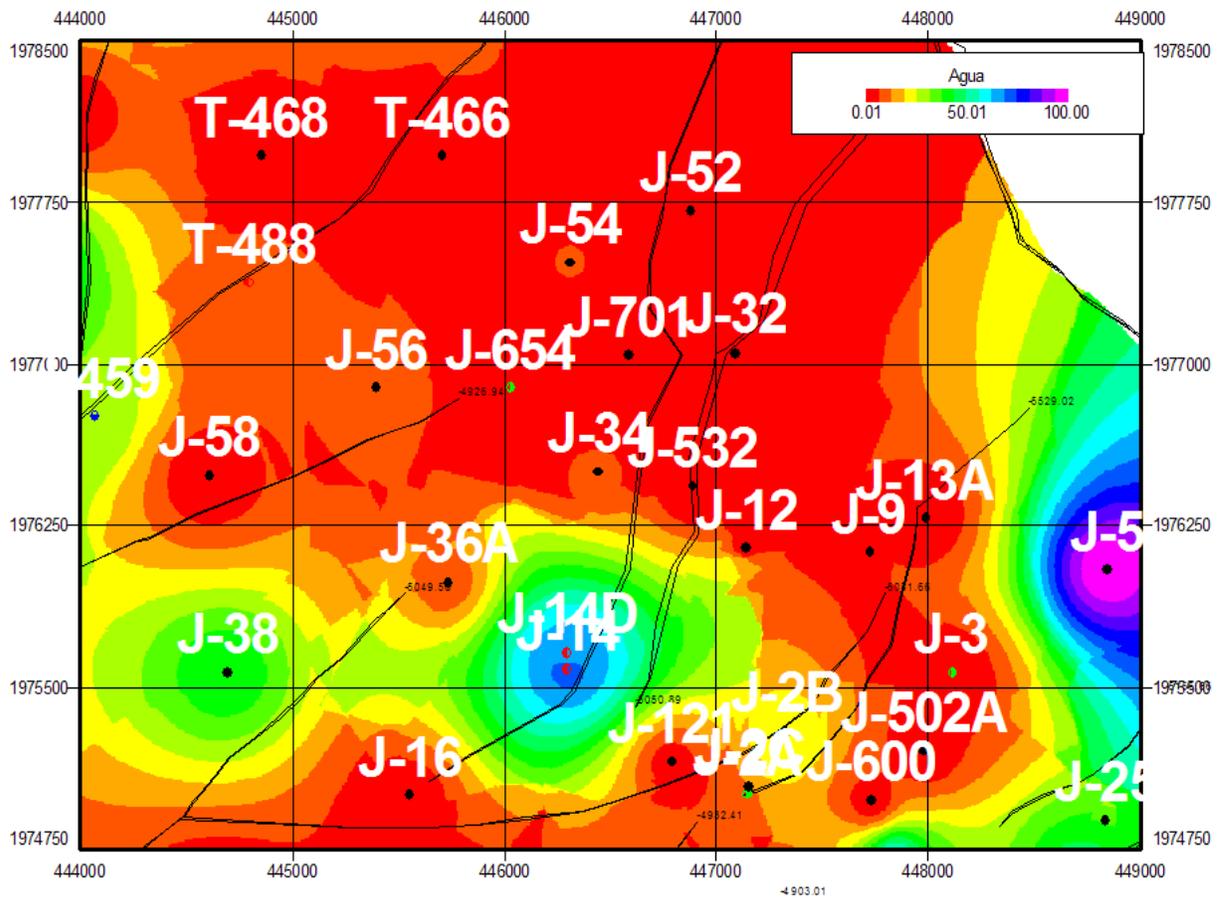


Figura 6.4: Avance del agua en los pozos cercanos al pozo Jujo 532.

Profundidad	Producción	Tamaño de la fractura
m	%	cm
5794-5795	1	0.0002
5789-5790	30	0.0004
5782-5783	33	0.0030
5775-5776	12	0.0002
5771-5772	5	0.0007
5767-5769	19	0.0002

Tabla 6.1: Interpretación cuantitativa del registro de PLT y FMI del pozo Jujo 532.

### 6.2.1 Análisis del Registro (PLT)

El registro de producción PLT, se tomó en la tubería de revestimiento de 5 pg, desde la profundidad de 5840 a 5250 m, haciendo “corridas” a 15, 25 y 35 m/min, bajando y subiendo. En estas corridas se lograron visualizar los intervalos de mayor producción; por ejemplo, de la discretización, se aprecia que tres intervalos son los que aportan el 82% del total del gasto de aceite. La interpretación cuantitativa, se aprecia en la tabla 6.1.

### 6.2.2 Análisis del Registro de Imágenes (FMI)

Con el registro de imágenes se aprecian las fracturas por las cuales produce el pozo. En las figuras 6.5, 6.6 y 6.7 se observan las fracturas y/o grupo de fracturas que más aportan al gasto total de flujo (ver tabla 6.1). Por ejemplo, el intervalo

5767-5769 m se aprecia un conjunto de fracturas con una orientación  $N60^\circ E$  y tamaño de fractura de 0.0002 cm, aportando el 19% de la producción total. En el caso del intervalo 5782-5783 m se tiene 10 fracturas con orientación  $N60^\circ E$ , pero el tamaño de fractura de 0.003 cm, aportando el 33% de la producción total. Por otra parte, el intervalo 5789-5790 m solo tiene una fractura con orientación  $N80^\circ S$  y un tamaño de fractura de 0.0004 cm, produciendo el 30% de la producción total del pozo. Una interpretación de la aportación en el último caso, se deba a que la fractura única detectada en el intervalo está prácticamente horizontal. El resto de la producción se obtiene de fracturas de baja aportación, ver la tabla 6.1.

### 6.3 Análisis de la Prueba de Presión-Producción

Las técnicas Birks y Saad se aplicaron al pozo Jujo 532 de acuerdo a la información obtenida de una prueba de presión-producción (ver tabla 6.2). El pozo fue diseñado para aplicar el sistema de levantamiento artificial por gas. Dentro del aparejo de producción tiene instalados mandriles, siendo el más profundo para inyectar gas a través de una válvula de orificio. Por otro lado, con el propósito de optimizar la productividad del pozo, se programó una prueba de presión-producción, la cual consistió en obtener los gastos de producción y sus presiones de fondo fluyendo respectivas, variando los gastos de nitrógeno de inyección, manteniendo el diámetro del estrangulador superficial constante. La prueba anterior se realizó con la finalidad de obtener la curva de IPR del pozo y por consiguiente, la información suficiente para un análisis nodal. Es importante destacar que los gastos de gas de inyección, durante toda la prueba se mantuvieron constantes, eliminando la inestabilidad en la inyección de nitrógeno.

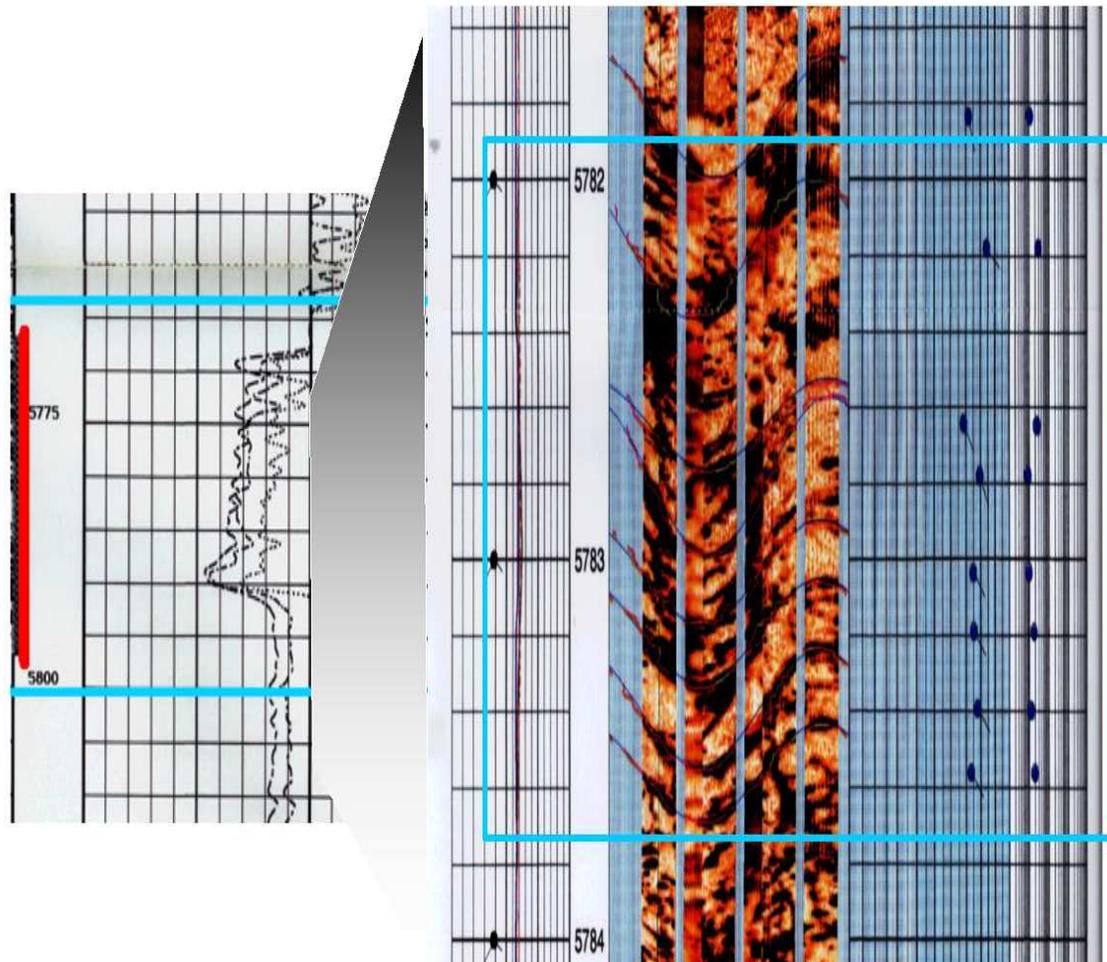


Figura 6.5: Registros del pozo Jujo 532: intervalo: 5767-5769 m. Izquierda: registro de producción (PLT); derecha: registro de imágenes (FMI).

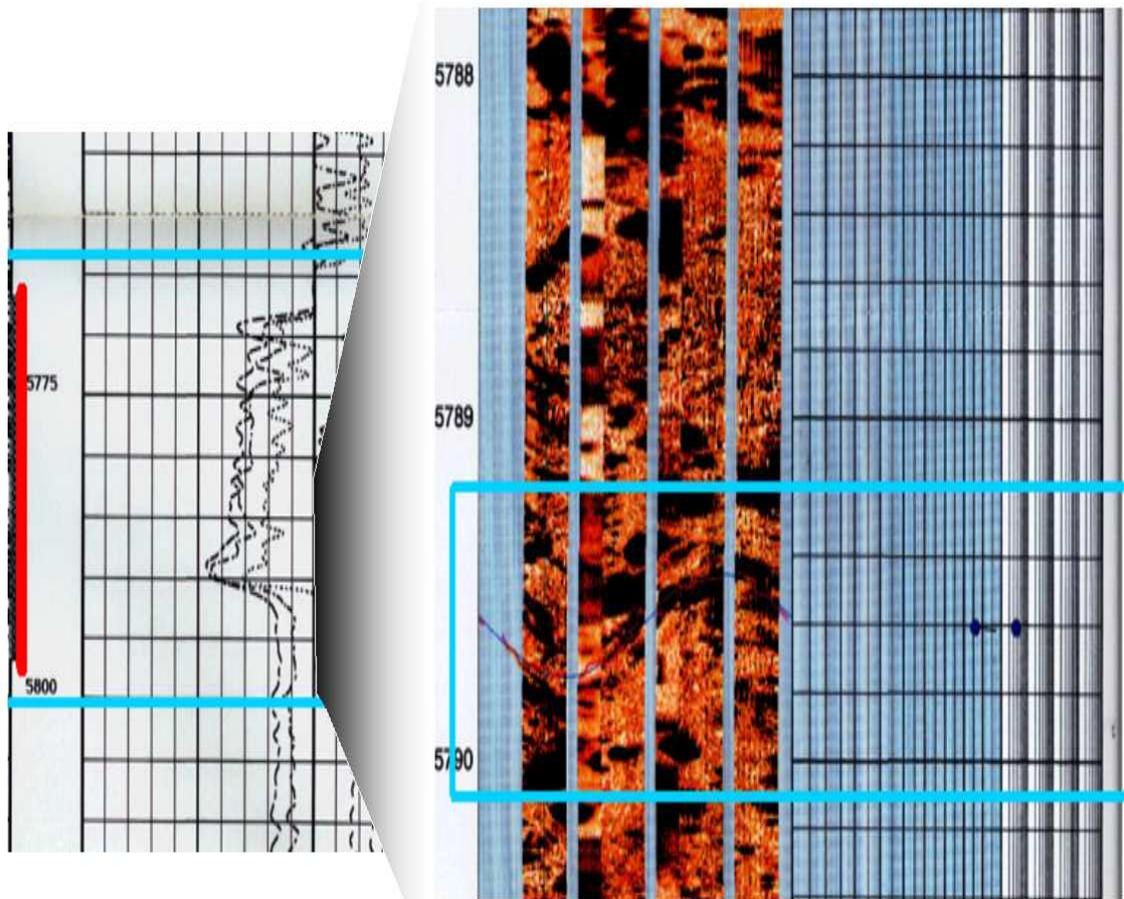


Figura 6.6: Registros del pozo Jujo 532: intervalo: 5782-5783 m. Izquierda: registro de producción (PLT); derecha: registro de imágenes (FMI).

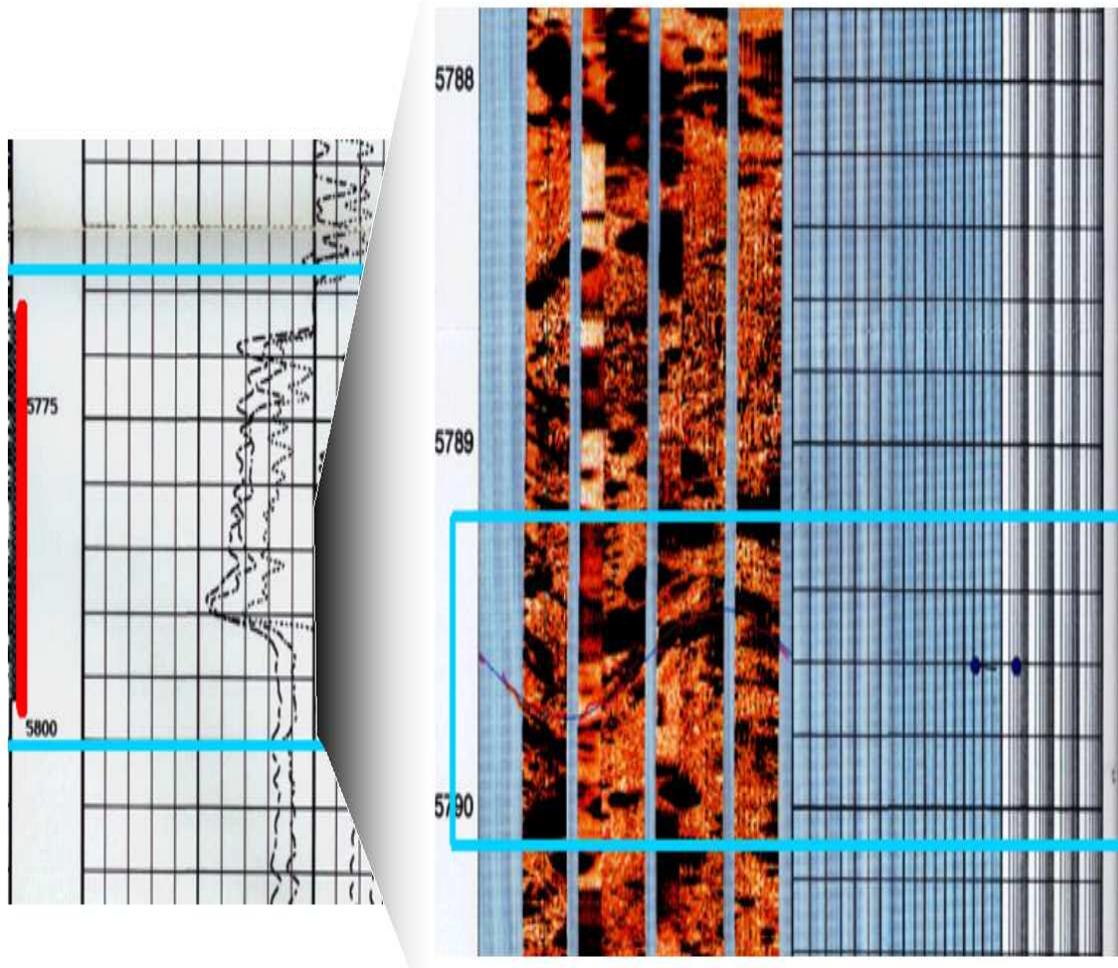


Figura 6.7: Registros del pozo Jujo 532: intervalo: 5789-5790 m. Izquierda: registro de producción (PLT); derecha: registro de imágenes (FMI).

Medición	$q_g$ iny MMpcd	$p_{wf}$ lb/pg <sup>2</sup>	$q_o$ bpd	$\Delta p = p_{ws} - p_{wf}$ lb/pg <sup>2</sup>	$\Delta p/q_o$ lb/pg <sup>2</sup> /Mbpd
1	0.0	2733	2017	634.0	314.3
2	1.1	2613	2217	754.4	340.3
3	1.4	2545	2367	821.8	347.2

Tabla 6.2: Resultados de la prueba de presión-producción realizada en el pozo Jujo 532.

### 6.3.1 Estimación de las Constantes de Flujo

A partir de las mediciones de presión de fondo fluyendo y gasto de aceite de la prueba de presión-producción realizada en campo, se estimaron los valores de los parámetro  $A$  y  $B$ , graficando los valores de  $q_o$  contra  $\Delta p/q_o$  de la tabla 6.2. Posteriormente, los valores de  $q_o$  contra  $\Delta p/q_o$ , se ajustaron a través de un modelo regresión lineal. El modelo que se obtuvo fue la ecuación de la línea recta con ordenada al origen. En donde la pendiente de la recta corresponde a la constante de flujo  $B$ , esto es, los efectos de alta velocidad. Por otra parte, la ordena al origen es la constante de flujo  $A$  que corresponde a los efectos viscosos. Ver figura 6.8. Es importante destacar que los puntos de la prueba de producción tuvieron una dispersión reducida, lo cual se puede interpretar que la prueba fue representativa.

Los valores obtenidos de  $A$  y  $B$  se presentan a continuación:

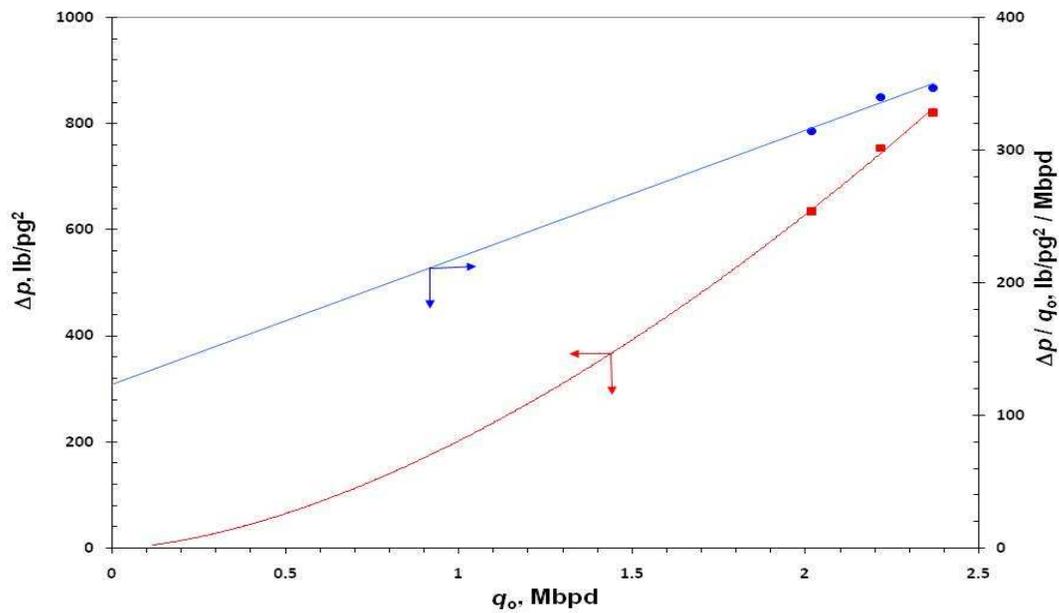


Figura 6.8: Gráfica de los puntos de medición de la prueba de producción del pozo Jujo 532, para obtener las constantes de flujo.

$$A = 123.1 \text{ lb/pg}^2/\text{Mbpd},$$

$$B = 95.8 \text{ lb/pg}^2/(\text{Mbpd})^2.$$

## 6.4 Estimación del Contacto Agua-Aceite

Debido a que el avance del contacto agua-aceite es irregular en el yacimiento, ver figura 6.4, se desarrolló un estudio de ingeniería de yacimientos para determinar la profundidad del contacto agua-aceite (CAA) en el yacimiento Jujo-Tecominoacán (ver figura 6.9). El CAA se estimó en 5900 m. Asimismo la profundidad de la base del intervalo disparado del pozo es: 5799 m. De lo anterior, se estimó la profundidad crítica,  $H_w$ , de 101 m.

## 6.5 Caracterización de la Fractura (Falla)

A partir de la constante de flujo  $A$  se pueden obtener algunos parámetros de la fractura, como su apertura de la fractura única equivalente a partir del radio donde cambia el régimen de flujo, es decir el cambio de flujo laminar a turbulento. Asimismo, calcular el número de Reynolds en la fractura con el propósito de validar el criterio usado.

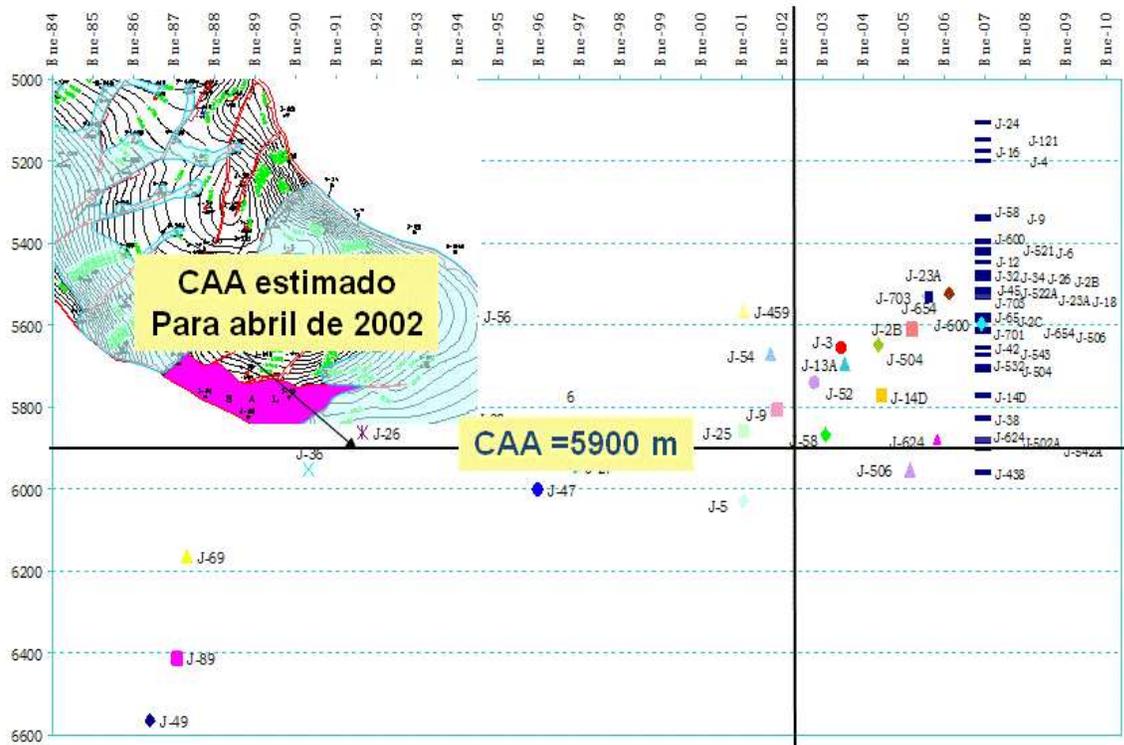


Figura 6.9: Avance del contacto agua-aceite en el área de Jujo.

### 6.5.1 Cálculo de la Apertura de la Fractura

Calculando el radio donde se tiene el cambio de flujo laminar a turbulento, por medio de la ecuación (3.9):

$$r_{\text{crít}} = 0.045 \frac{\rho_o q_o B_o}{\mu_o} .$$

Sustituyendo en la ecuación anterior:

$$r_{\text{crít}} = 0.045 \frac{0.845 \times 2.217 \times 1.511}{0.0065} .$$

Por lo tanto:

$$r_{\text{crít}} = 19.59 \text{ pg}$$

Por otra parte, para estimar la apertura de la fractura con la ecuación (3.8), se obtiene:

$$T_A = 0.19265 \left[ \frac{\mu_o B_o}{A} \log \frac{r_2}{r_1} \right]^{\frac{1}{3}} = 0.19265 \left[ \frac{0.0065 \times 1.511}{123.1} \log \frac{19684}{19.59} \right]^{\frac{1}{3}}$$

Finalmente, la apertura de la fractura (laminar):

$$T_A = 0.012 \text{ pg} .$$

Para el caso de la apertura de la fractura (turbulento), se obtuvo a través del método de Newton-Raphson, empleado el procedimiento siguiente:

$$F(T_B) = 0.001245 \frac{\rho_o B_o^2}{r_w^2 T_B^3} + 0.15 \frac{\rho_o B_o^2}{r_w^2 T_B^2} - B = 0 . \quad (6.1)$$

Derivando la ecuación anterior:

$$\frac{dF(T_B)}{dT_B} = -0.003735 \frac{\rho_o B_o^2}{r_w^2 T_B^4} - 0.03 \frac{\rho_o B_o^2}{r_w^2 T_B^3} . \quad (6.2)$$

El método de Newton-Raphson está expresado por medio de la ecuación (6.3):

$$T_B^{k+1} = T_B^k - F^k(T_A) \left/ \frac{dF^k(T_B)}{d(T_B)} \right. \quad (6.3)$$

Para un valor inicial ( $T_B^0 = T_A$ ) de 0.012 pg y sustituyendo en las ecuaciones (6.1), (6.2) y (6.3), se compara si  $F(T_B) \approx 0$ . Si  $F(T_B) \approx 0$  es el valor buscado de  $T_B$ , si no,  $T_B^k$  toma el valor de  $T_B^{k+1}$  y se itera hasta que  $F(T_B) \approx 0$ . Por lo anterior, se obtiene:

$$T_B = 0.01487 \text{ pg} .$$

### 6.5.2 Cálculo del Número de Reynolds en la Fractura

Con el valor del tamaño de fractura obtenido de los parámetro de flujo, se calcula el  $NR_e$  con la ecuación:

$$NR_e = \frac{\rho V 2T_B}{\mu} . \quad (6.4)$$

Pero calculando la velocidad del fluido en la fractura:

$$V = \frac{q_o}{2\pi r_w T_B} . \quad (6.5)$$

Sustituyendo en la ecuación anterior:

$$V = \frac{4079 \text{ cm}^3/\text{seg}}{2\pi \times 9.474 \text{ cm} \times 0.030 \text{ cm}} ,$$

$$V = 2255 \frac{\text{cm}}{\text{seg}} .$$

Sustituyendo la velocidad del fluido en la ecuación (6.4), se obtiene:

$$NR_e = \frac{0.845 \times 2255 \times 2 \times 0.030}{0.0065} ,$$

$$NR_e = 17589 .$$

El  $NR_e$  obtenido es cercano al criterio de Baker para un régimen de flujo turbulento.

## 6.6 Cálculo del Gasto Crítico de Birks

Una vez establecido los coeficientes de flujo  $A$  y  $B$  y caracterizada la fractura (falla) a través de la prueba de presión-producción, con el apoyo de los registros PLT y FMI y la profundidad crítica  $H_w$ , es posible aplicar la ecuación (4.14) para estimar el gasto crítico de acuerdo al criterio del “gasto seguro”; por lo tanto:

$$H_w = \frac{Aq_o + Bq_o^2}{6.9(\gamma_w - \gamma_o)} .$$

Sustituyendo y considerando  $H_w = 101$  m (331.36 pies):

$$331.36 = \frac{0.1231q_o + 1 \times 10^{-4}q_o^2}{6.9(0.153)} . \quad (6.6)$$

Simplificando, se obtiene una ecuación cuadrática:

$$1 \times 10^{-4}q_o^2 + 0.1231q_o - 349.8 = 0 . \quad (6.7)$$

La ecuación (6.7), se puede resolver a través de la ecuación general de segundo grado. Por lo tanto:

$$q_o = \frac{-0.1231 \pm \sqrt{(0.1231)^2 - 4(1 \times 10^{-4})(-349.8)}}{2(1 \times 10^{-4})} , \quad (6.8)$$

Entonces:

$$q_o \text{ seguro} = 1.353 \text{ Mbps}$$

De manera similar con el criterio del “gasto crítico”, esto es, aplicando la ecuación (4.12):

$$H_w = \frac{Aq}{6.9(\gamma_w - \gamma_o)} .$$

Sustituyendo los valores:

$$331.36 = \frac{0.1231q_o}{6.9(0.153)} , \quad (6.9)$$

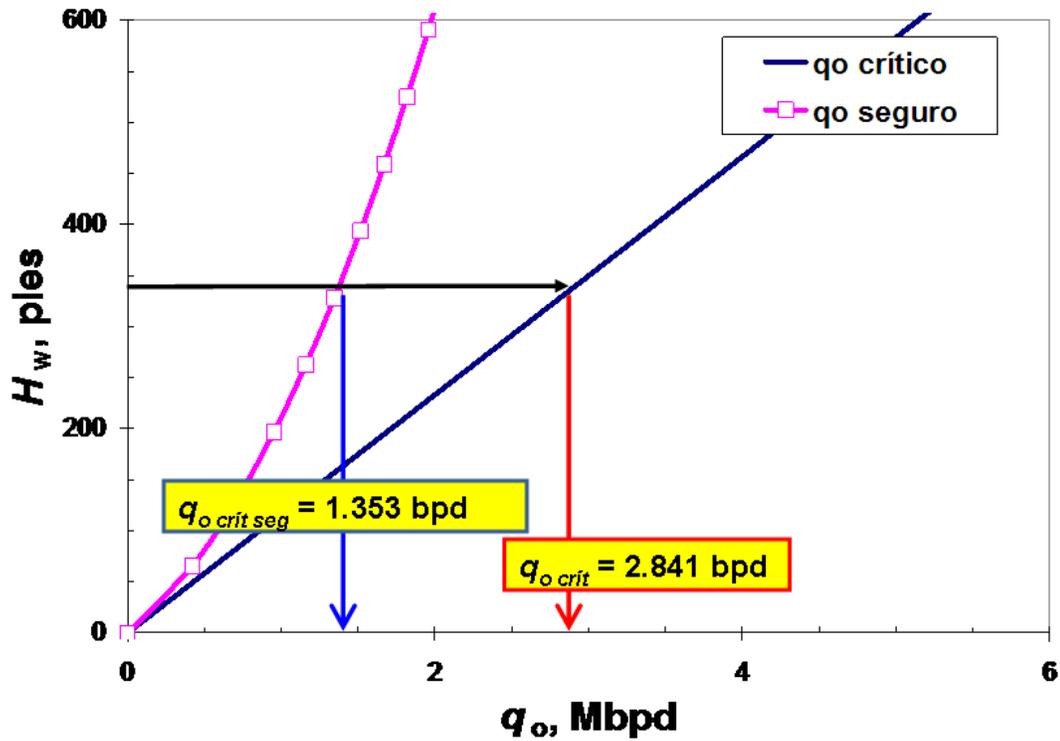


Figura 6.10: Curvas de conificación del pozo Jujo 532.

Simplificando, se obtiene la ecuación lineal siguiente:

$$0.1231q_o - 349.8 = 0 . \quad (6.10)$$

Por lo tanto:

$$q_o \text{ crítico} = 2.841 \text{ Mbpd}$$

### 6.6.1 Resultados del Método de Birks

Como se puede apreciar en la figura 6.10 la relación entre  $q_o$  crítico y  $H_w$  es lineal y para el caso de  $q_o$  seguro y  $H_w$  es parabólico. Por lo tanto, es evidente que los valores de  $q_o$  seguro son menores que para  $q_o$  crítico, debido a que en  $q_o$  seguro se incluyen en la caída de presión en la fractura los efectos por flujo laminar y los correspondientes a flujo inercial. Otro parámetro importante que debe considerarse es  $H$ , porque el criterio práctico de Birks recomienda que si  $H$  está entre 200 pies a 1000 pies, sugiere aplicar el criterio  $q_o$  crítico, es decir,  $\Delta p = Aq_o$  (efectos laminares únicamente). Sin embargo, con el propósito de ilustrar esta metodología se usaron ambos criterios.

Por otra parte, se observa que los gastos de producción reales reportados están dentro de los gastos estimados de  $q_o$  crítico y  $q_o$  seguro, lo cual indica un control de la conificación del agua en el pozo, satisfaciendo el hecho que por un largo período no ha manifestado producción de agua.

## 6.7 Cálculo del Gasto Crítico de Saad

De acuerdo con el criterio de Saad, para el caso del gasto crítico y aplicando el valor de la apertura de fractura estimado de la prueba de presión-producción:

$$q_o \text{ crítico} = \frac{H_w \text{ crítico} T_A^3 (\gamma_w - \gamma_o)}{0.0031 \mu_o B_o} = \frac{331.4 \times 0.022^3 \times (0.517 - 0.364)}{0.0031 \times 0.034 \times 1.511},$$

$$q_o \text{ crítico} = 0.0034 \text{ Mbpd} .$$

Este valor de  $q_o$  <sub>crít</sub> está muy fuera de la realidad. Una interpretación de este valor bajo del gasto crítico es por el tamaño de apertura de la fractura (falla). Es importante considerar que el método de Saad presenta mayor influencia de la apertura, la cual aparece en forma explícita en su ecuación.

## 6.8 Análisis Nodal del Pozo Jujo 532

Con la información complementaria de la tabla 6.3, se realizó el análisis nodal del pozo Jujo 532, mostrándose los resultados obtenidos en la figura 6.11. Asimismo, en esta figura 6.11 se añadieron los valores calculados por los criterios de Birks. Claramente se observa que el gasto de aceite del pozo (real) se encuentra dentro de los dos criterios anteriores de gasto “seguro” y el “crítico”.

## 6.9 Cálculo del Tiempo de Irrupción

Una parte muy importante para el ingeniero de yacimientos y/o producción es conocer el tiempo que se presentará el agua en el pozo, debido a que con esta información, se puede planear la infraestructura necesaria para el manejo del agua y/o simplemente, reconsiderar el gasto de aceite con el cual está produciendo el pozo. Por lo anterior, se aplicó el modelo de Pacheco para evaluar el tiempo de irrupción.

En la figura 6.12 se muestra la historia de producción del pozo. La irrupción del agua se estima en 33 meses a partir del inicio del comienzo de la producción. Asimismo se aprecia de la figura 6.12 que el gasto de aceite es un promedio de

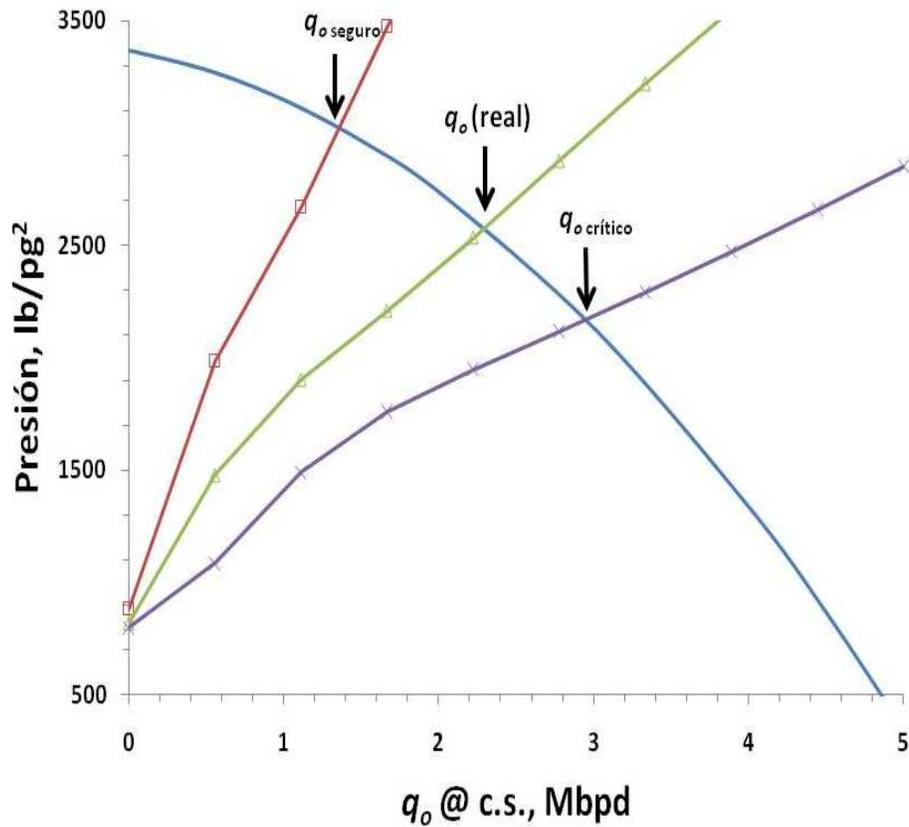


Figura 6.11: Análisis Nodal del pozo Jujo 532 (medición real) y los valores obtenidos de gasto crítico de los criterios del método de Birks.

---



---

Presión promedio del yacimiento, $p$ :	3367	lb/pg <sup>2</sup>
Gradiente del aceite, $\gamma_o$ :	0.364	lb/pg <sup>2</sup> / pie
Gradiente del agua, $\gamma_w$ :	0.517	lb/pg <sup>2</sup> / pie
Densidad del aceite, $\rho_o$ :	0.845	gr/cm <sup>3</sup>
Factor del volumen del aceite, $B_o$ :	1.511	m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup>
Viscosidad dinámica del aceite, $\mu$ :	0.034	poise
Radio del pozo:	0.054	m
Radio de drene, $r_e$ :	500	m
PBEF:	5799	m
Contacto agua aceite, $CAA$ :	5900	m
$H_w$ :	101	m
Compresibilidad del aceite, $c_o$ :	$2.6373 \times 10^{-5}$	(lb/pg <sup>2</sup> ) <sup>-1</sup>
Distancia a la falla, $d_f$ :	47	m
Distancia del pozo al contacto agua-aceite, $d_c$ :	101	m
Espesor, $h$ :	433	m
Permeabilidad en la fractura, $k_f$ :	3	md
Permeabilidad en la falla, $k_{fc}$ :	10	md
Porosidad en la matriz, $\phi_m$ :	0.06	%
Porosidad secundaria, $\phi_f$ :	0.025	%
Porosidad en la falla, $\phi_{fc}$ :	0.015	%
Ancho equivalente de falla, $b_f$ :	15.42	pies

---

Tabla 6.3: Información complementaria de la prueba de producción del pozo Jujo 532.

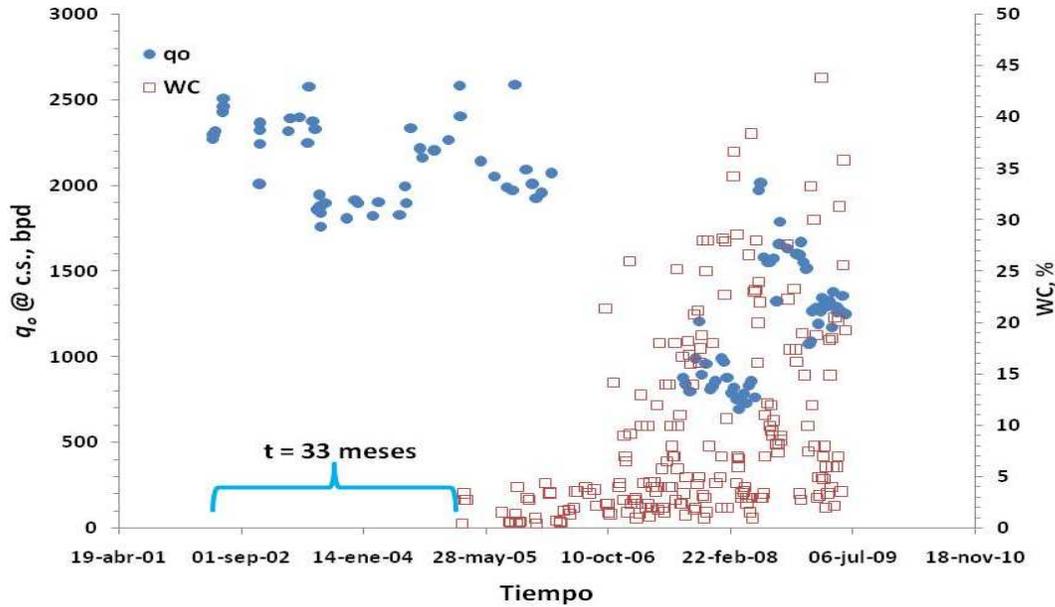


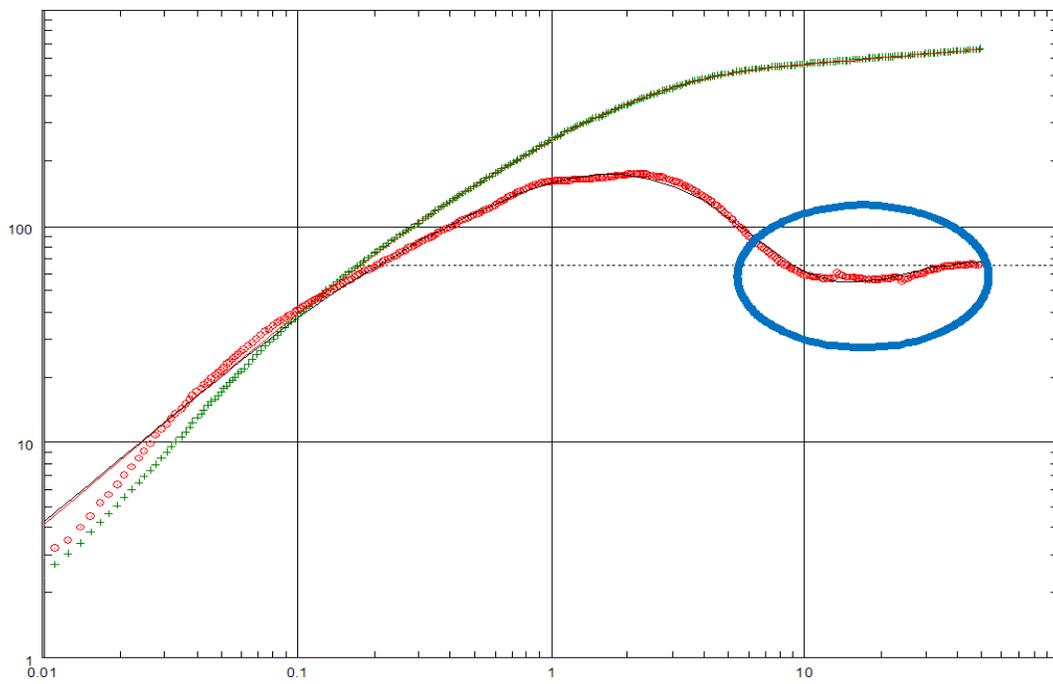
Figura 6.12: Historia de producción del pozo Jujo 532.

2.200 Mbpd, el cual se confirmó de la prueba de presión-producción, descrita en la sección 6.3 de este capítulo.

### 6.9.1 Análisis de la Prueba de Incremento de Presión

Con el propósito de evaluar el tiempo de irrupción en el pozo Jujo 532, es importante señalar que el modelo de Pacheco supone que el yacimiento es de doble porosidad.

En el pozo Jujo 532 se realizó una prueba de incremento de presión; la interpretación de la misma muestra que precisamente el pozo se comporta de acuerdo a un modelo de doble porosidad. Por lo anterior, este pozo es un candidato para aplicar la metodología de Pacheco.



Log-Log plot:  $dp$  and  $dp'$  [psi] vs  $dt$  [hr]

Figura 6.13: Prueba de incremento de presión del pozo Jujo 532.

El comportamiento de doble porosidad, se ilustra claramente en la figura 6.13 a través de la derivada de la presión. Los valores obtenidos de la prueba para los parámetros del modelo de doble porosidad omega y lambda, son: 0.24 y  $3.81 \times 10^{-6}$ , respectivamente.

### 6.9.2 Cálculo del Tiempo de Flujo de Agua a través de la Falla desde el Contacto Agua-Aceite (CAA) hasta el Nivel del Intervalo Productor

De acuerdo con el análisis de la gráfica 6.14 el tiempo estimado para que el agua viaje a través de la falla desde el acuífero hasta la formación productora, esto es,  $t_1$  del pozo Jujo 532, es de  $t_D = 3.902$ . Para estimar el tiempo real, entonces aplicamos la ecuación (6.11):

$$t_D = \frac{k_f}{[(\phi c_t)_f + (\phi c_t)_m] \mu d_c^2} t . \quad (6.11)$$

Calculando los productos  $(\phi c_t)_f$  y  $(\phi c_t)_m$ :

$$(\phi c_t)_f = \phi_f (c_o S_{of} + c_{ff}) = 3.1186 \times 10^{-6} \text{ (lb/pg}^2\text{)}^{-1} , \quad (6.12)$$

$$(\phi c_t)_m = \phi_m (c_o S_{om} + c_w S_{wi} + c_{fm}) = 1.559 \times 10^{-6} \text{ (lb/pg}^2\text{)}^{-1} . \quad (6.13)$$

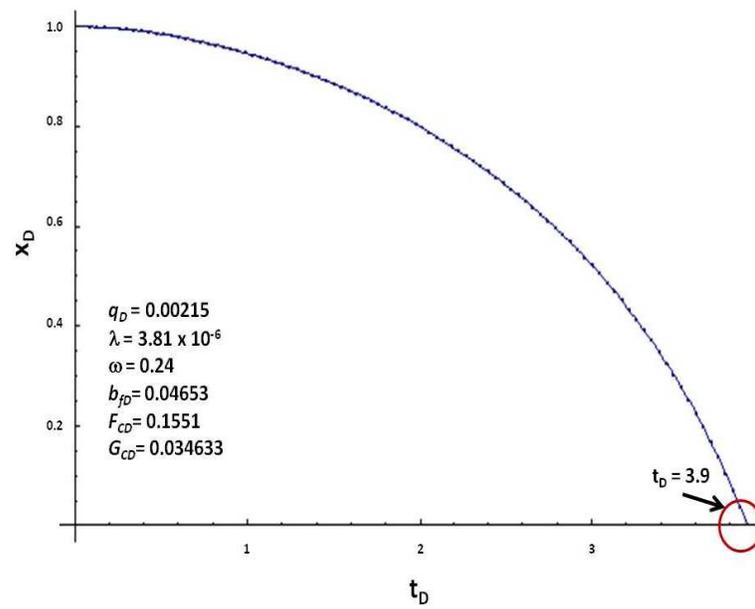


Figura 6.14: Cálculo del tiempo que tarda en viajar el agua desde el contacto Agua-Aceite hasta la formación productora, a través de la falla, del pozo Jujo 532.

Por lo tanto:

$$[(\phi c_t)_f + (\phi c_t)_m] = 4.676 \times 10^{-6} (\text{lb/pg}^2)^{-1} .$$

Por otra parte, el gasto adimensional:

$$q_D = \frac{q_o B_o [(\phi c_t)_f + (\phi c_t)_m]}{2k_f h \phi} = 0.04215 .$$

y para el resto de las variables adimensionales:

$$F_{CD} = \frac{b_f k_{fc}}{k_f d_c} = 0.1551 .$$

$$G_{CD} = \frac{k_f \phi_f c_{tf}}{k_{fc} [(\phi c_t)_f + (\phi c_t)_m]} = 0.03463 .$$

$$b_{fD} = \frac{b_f}{d_c} = 0.0465 .$$

Para el tiempo  $t_1$ , que es el tiempo real, entonces:

$$t_1 = 1.18 \text{ meses.}$$

### 6.9.3 Cálculo del Tiempo de Flujo del Agua desde Falla hasta el Pozo

La estimación del tiempo en que viaja el agua a través del yacimiento naturalmente fracturado desde falla hasta el pozo, esto es,  $t_2$ , se obtiene empleando la ecuación

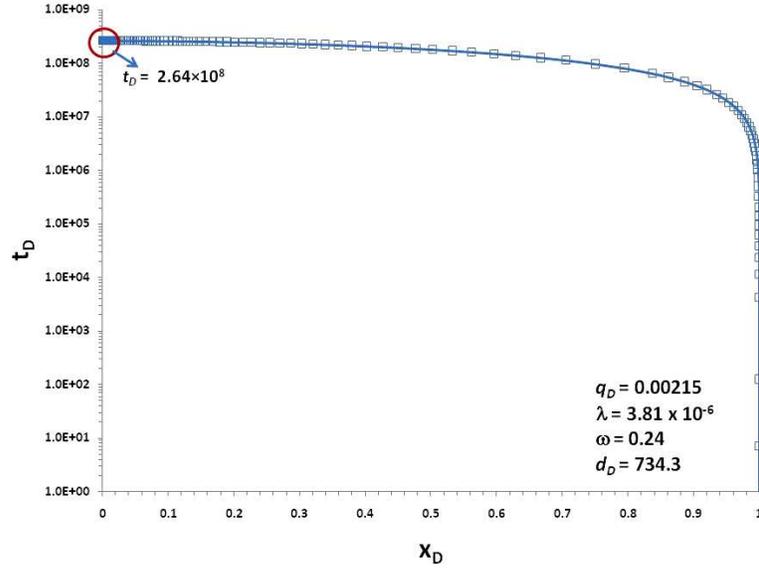


Figura 6.15: Cálculo del tiempo que tarda en viajar el agua desde la falla hasta el pozo Jujo 532.

(5.27) y gráficamente por medio de la figura (6.15). Los resultados adimensionales incluidos en la figura 6.15, calculados específicamente para las condiciones físicas de este sistema pozo-falla conductiva, utilizando el modelo de Pacheco, obteniéndose un valor  $t_D = 2.64 \times 10^8$ .

$$t_D = \frac{k_f}{[(\phi c_t)_f + (\phi c_t)_m] \mu r_w^2} t .$$

Por otra parte, el gasto adimensional:

$$q_D = \frac{q_o B_o [(\phi c_t)_f + (\phi c_t)_m]}{2k_f \phi} = 0.00215 .$$

y la distancia adimensional:

$$d_D = 734.286 .$$

Para el tiempo  $t_2$ , se estima:

$$t_2 = 32.0286 \text{ meses.}$$

Finalmente para estimar el tiempo de irrupción,  $t$ , se suman los dos tiempos reales, esto es:

$$t = t_1 + t_2 = 33.145 \text{ meses.}$$

El tiempo de irrupción, estimado para este ejemplo, por la metodología de Pacheco predice satisfactoriamente el comportamiento real del pozo.

#### 6.9.4 Predicción de la irrupción del agua

De acuerdo con el gasto crítico obtenido por el método de Birks, considerando los efectos de alta velocidad, el gasto de líquido fue de 1.353 Mbpd. El tiempo,  $t_1$ , para flujo en la falla, de acuerdo al gasto seguro de Birks, se estimó en  $t_D = 5.7783$ , ver figura 6.16. Para el caso de la velocidad del agua,  $t_2$ , (en el yacimiento) esto es:  $t_D = 4.3212 \times 10^8$ .

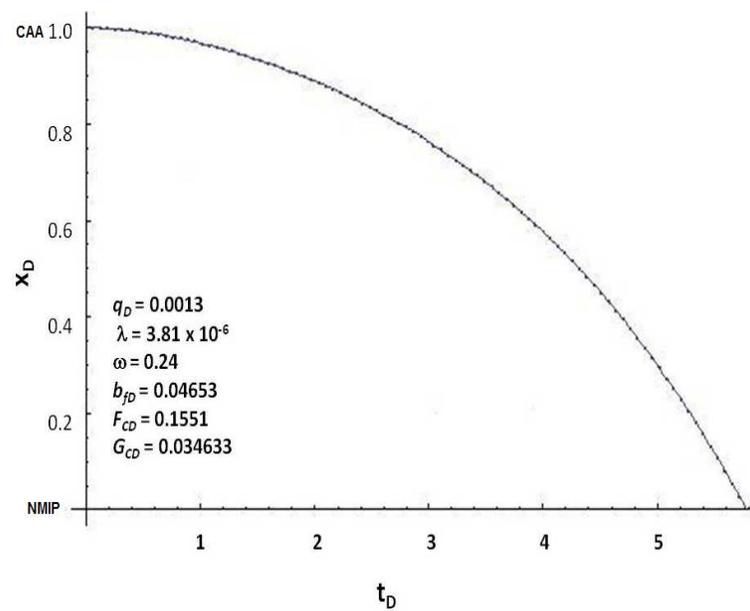


Figura 6.16: Cálculo del tiempo,  $t_1$ , para el flujo de agua en la falla desde el CAA hasta el nivel medio de intervalo productor (NMIP), para el gasto seguro de Birks del pozo Jujo 532.

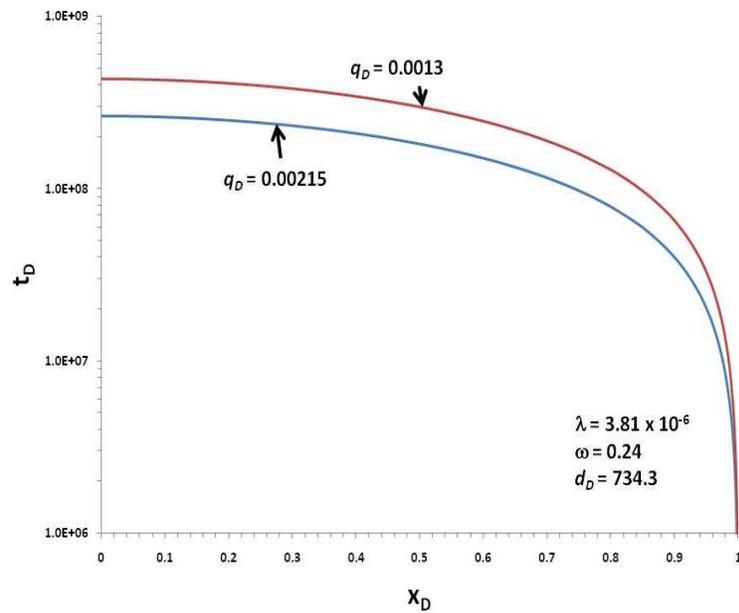


Figura 6.17: Cálculo del tiempo,  $t_2$ , que tarda el agua en viajar horizontalmente desde la falla hasta el pozo (yacimiento) para el gasto seguro de Birks en el pozo Jujo 532.

Para ambos casos, es decir, en el yacimiento y en la falla, el tiempo adimensional se incrementó en la falla, debido a la reducción del gasto adimensional.

Convirtiendo el tiempo adimensional para ambos casos en tiempo real, se tiene que:

$$t = t_1 + t_2 = 1.75 + 52.42 = 54.17 \text{ meses.}$$

Por lo anterior, es importante destacar que con el método de Pacheco y el gasto seguro estimado por la metodología de Birks, muestran que el tiempo de irrupción se incrementa en 21 meses. Lo anterior representa un 63% de tiempo adicional, libre de agua en el pozo. Por tanto, es importante considerar los efectos de flujo no darciano en el pozo, los cuales evidentemente reducen el tiempo de irrupción.

## 6.10 El pozo Jujo 701

El pozo Jujo 701 es uno de los de mayor producción en el campo Jujo-Tecominoacán. El pozo se terminó en agujero descubierto, por lo cual se desconoce qué estrato del yacimiento aporta. La condición de agujero descubierto dificulta la toma de un registro PLT, impidiendo la identificación de las fracturas que son productoras. Sin embargo, la evidencia de fracturas, se estableció cualitativamente con otro tipo de registros geofísicos, como el “caliper”, “lito-densidad”, resistividad, etcétera y a través de las pérdidas de fluido. Por otra parte, no se cuenta con una prueba de presión-producción, restringiendo el cálculo de los parámetros de flujo del pozo, y por tanto, la estimación del gasto crítico. Por lo anterior, debido a que el gasto

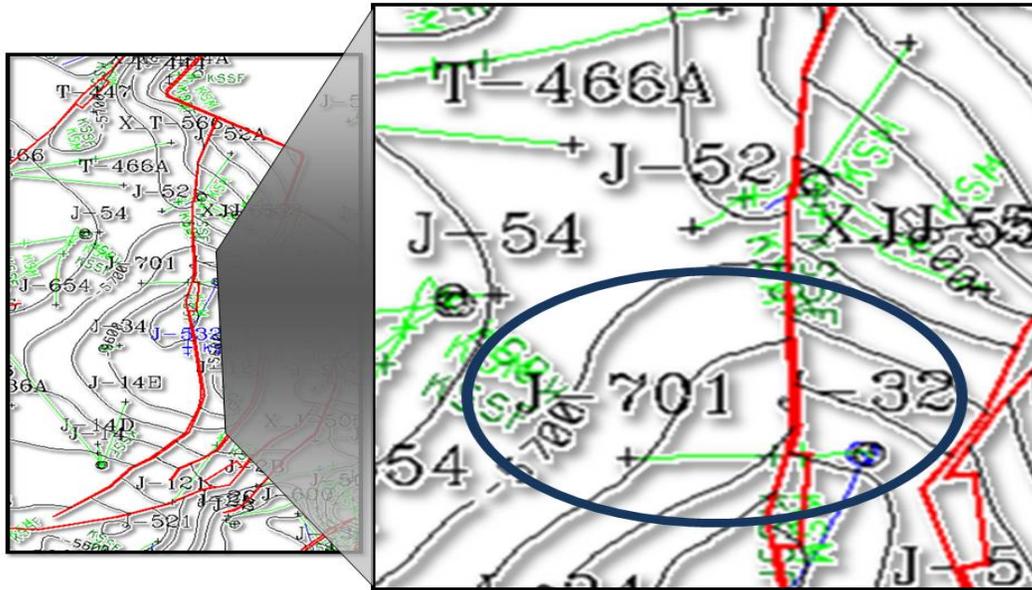


Figura 6.18: Localización del pozo Jujo 701.

de producción de aceite del pozo (4.594 Mbpd) es alto con relación a otros pozos del campo, y para mantener sin agua la producción de aceite del pozo el mayor tiempo posible. En la figura 6.20 se ilustra el comportamiento del porcentaje de agua contra el tiempo de este pozo, observando que el pozo no tiene problemas de producción de agua, siendo un candidato para aplicar la técnica de Birks con el apoyo de la metodología de análisis nodal.

Con el análisis dinámico del pozo, es posible obtener algunas características de la fractura única equivalente que aporta producción al pozo, a través de la información “muy básica”, como lo es un registro de presión de fondo fluyendo (RPFf).

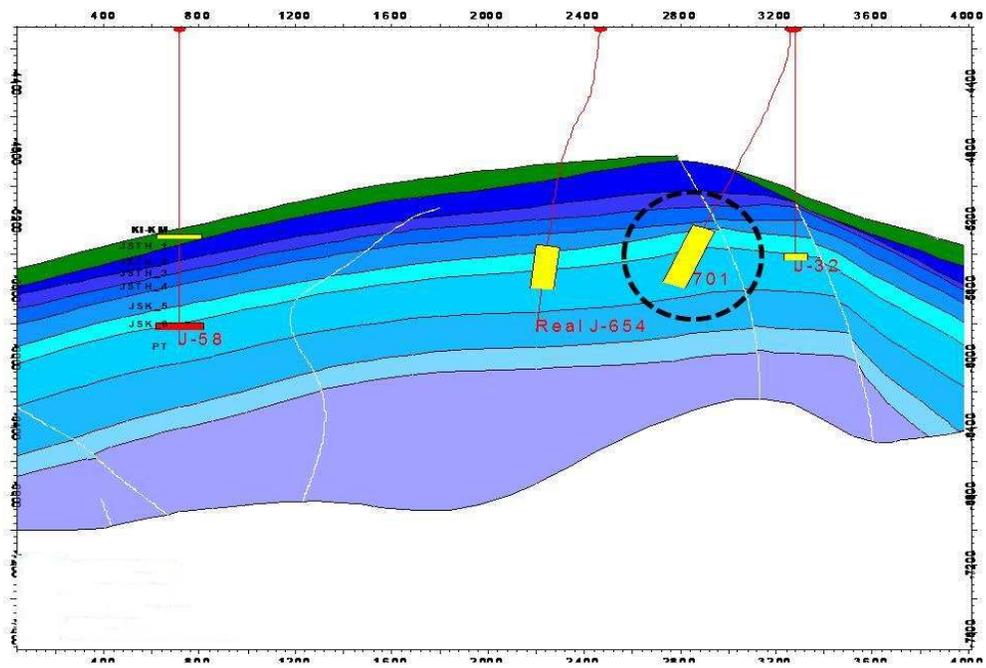


Figura 6.19: Posición estructural del pozo Jujo 701.

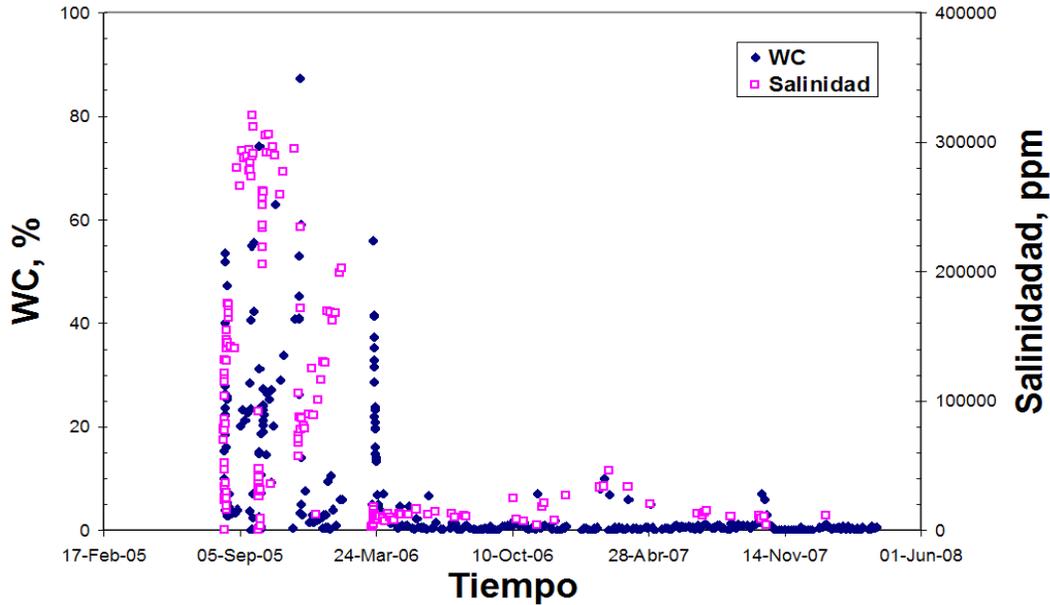


Figura 6.20: Comportamiento del porcentaje del agua y salinidad del pozo Jujo 701.

### 6.10.1 Correlación de Flujo Multifásico

De acuerdo con el RPF, la correlación de flujo multifásico vertical que ajustó satisfactoriamente el comportamiento observado en el pozo fue la de Hagedorn-Brown. Es importante señalar que la actividad de tomar un RPF y medir simultáneamente el gasto de aceite en los pozos con el diámetro del estrangulador con el cual produce, es una actividad cotidiana que no genera producciones diferidas de aceite. Asimismo, a partir de un solo punto medido ( $q_o$ ,  $p_{wf}$ ) y presión promedio del yacimiento, se construye la IPR “Inflow Performance Relation”. En la figura 6.21 se aprecia el ajuste del simulador de flujo multifásico para las caídas de presión en las diferentes partes del sistema de producción; es decir, en la formación, tubería de producción, estrangulador, etcétera. Un aspecto que debe tenerse presente es que un RPF, es una medición dinámica del pozo. La medición simultánea del gasto de aceite y

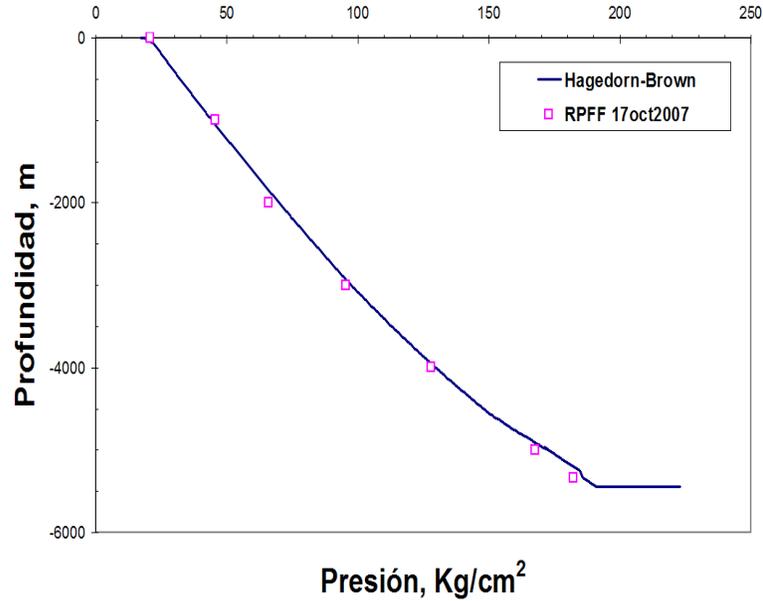


Figura 6.21: Ajuste por medio de la correlación de flujo multifásico de Hagedorn y Brown, para el RPF del pozo Jujo 701.

presión de fondo fluendo; es decir, el punto  $(q_o, p_{wf})$  se puede considerar como un “dato duro” y dinámico del pozo.

### 6.10.2 Análisis Nodal

En la figura 6.22 se ilustra el análisis nodal del pozo Jujo 701. Se observa en la figura 6.22 la curva de IPR, que representa la caída de presión en el yacimiento del aceite desde el radio de drene a un punto solución (nodo), siendo éste en la “cara” de la formación (fondo del pozo). La presión en este punto se le denomina presión de fondo fluendo,  $p_{wf}$ . En esta misma gráfica se incluye las TPC “Transporting Performance Curve”, que representa la suma de las caídas de presión en la línea de escurrimiento, estrangulador y pozo (tubería vertical). La intersección entre la IPR

y la TPC es el nodo solución y representa el gasto de líquido al cual produce el pozo a una cierta presión de fondo fluyendo ( $q_o, p_{wf}$ ).

Por ejemplo, la curva de comportamiento de transporte que se representa con el diámetro equivalente de dos estranguladores de 93/64 pg que intersecta con la IPR, indica la producción del pozo; es decir, un gasto de líquido de 4.594 Mbd. Ver figura 6.22. Por otra parte, la figura 6.22 permite visualizar como el simulador de flujo multifásico PIPESIM, predice el comportamiento de producción de líquido y sus respectivas presiones de fondo fluyendo, variando el diámetro del estrangulador superficial para los escenarios siguientes: dos estranguladores de 93/64 pg, un estrangulador de 3/4 pg y uno de 5/8 pg. En la tabla 6.4 se resume los valores de la predicción del simulador de flujo.

### 6.10.3 Cálculo de los coeficientes de flujo

Un problema frecuente es la falta de una prueba de presión-producción debido a los compromisos con las plataformas de producción. Por lo anterior, se dificulta el obtener los coeficientes de flujo que se necesitan para aplicar la metodología de Birks. Una manera de calcular los coeficientes de flujo, es a partir del hecho de que el simulador de flujo multifásico predice el comportamiento de la producción del pozo para diferentes escenarios, con un porcentaje de error muy bajo. Asimismo, el “ajuste de un pozo” es una actividad cotidiana para el ingeniero de producción, siendo éste la aplicación de una medición del gasto de aceite de líquido, midiendo simultáneamente la presión de fondo fluyendo. Es importante destacar que la medición simultánea de una sola presión y su gasto respectivo de líquido puede considerarse como la forma más “básica” de una prueba de presión-producción.

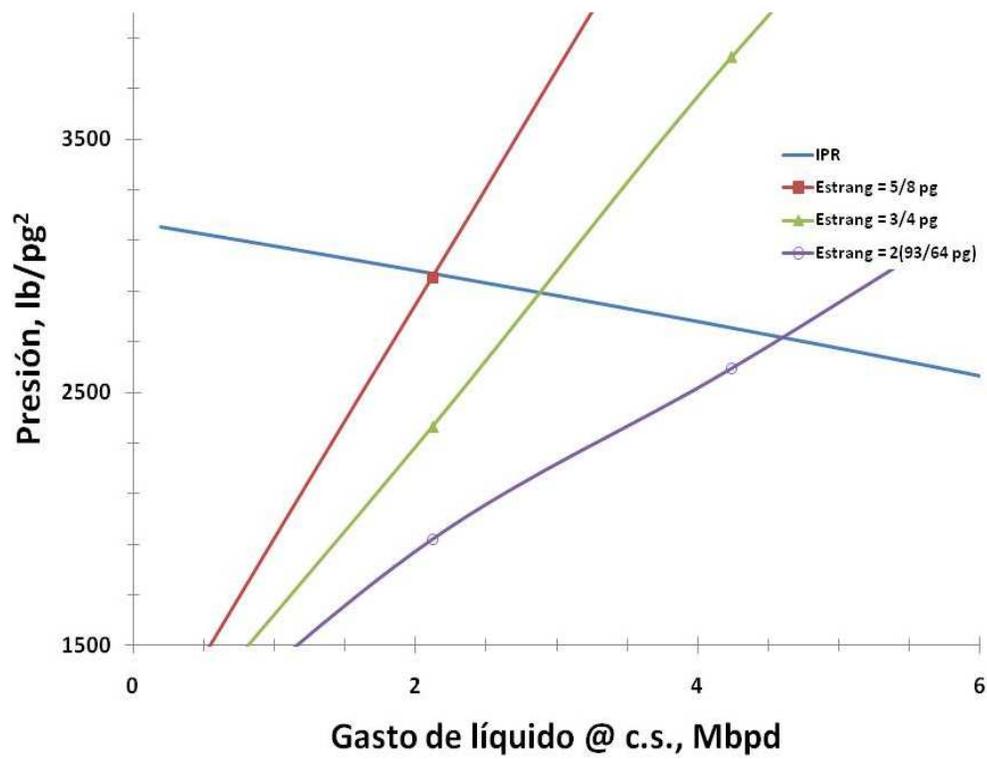


Figura 6.22: Análisis Nodal del pozo Jujo 701. Gasto de aceite medido (real) y el estimado a través del criterio de Birks.

Estrangulador	$p_{wf}$	$q_o$	$p_{ws}$	$p_{ws} - p_{wf}$	$\Delta p_{ws}/q_o$
pg	lb/pg <sup>2</sup>	Mbpd	lb/pg <sup>2</sup>	lb/pg <sup>2</sup>	lb/pg <sup>2</sup> / Mbpd
2(93/64)	2712	4.594	3172	460	100.130605
3/4	2898	2.889	3172	274	94.8425061
5/8	2976	2.124	3172	196	92.2787194

Tabla 6.4: Predicción de los gastos de aceite y presión de fondo fluyendo a través del simulador de flujo de flujo multifásico del pozo Jujo 701.

Con base en lo anterior, se puede generar una “pseudo prueba de presión-producción”, sensibilizando el diámetro del estrangulador. El simulador de flujo multifásico entrega el comportamiento de la presión de fondo fluyendo y del gasto de líquido, tal como se obtendría en una prueba de campo.

Este artificio se aplicó al pozo Jujo 701, el cual se muestra en la tabla 6.4. A partir de los valores de presión de fondo fluyendo y de gasto de líquido se puede generar los coeficientes de flujo.

A partir de la tabla 6.4, se graficaron los datos de producción, teniendo presente que un punto de la gráfica 6.23 fue medido directamente del pozo. En la figura 6.23 se aprecia la recta generada a partir de los puntos de la sensibilización del diámetros

$$A = 105.05 \text{ lb/pg}^2/\text{Mbpd},$$

$$B = 7.333 \text{ lb/pg}^2/(\text{Mbpd})^2.$$

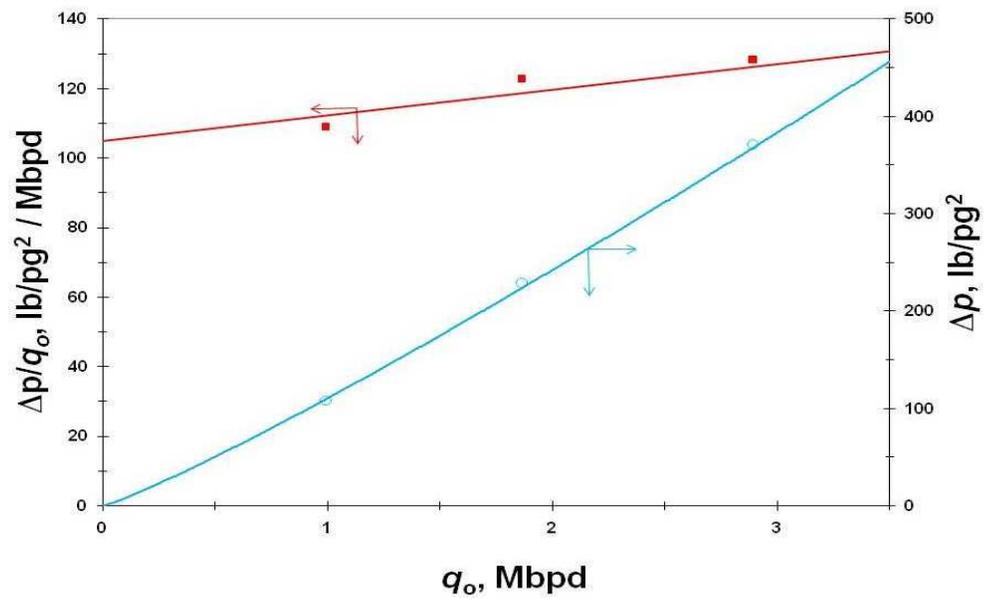


Figura 6.23: Cálculo de los coeficientes de flujo a través de la predicción por medio del simulador de flujo multifásico para el pozo Jujo 701, basada en un dato medido directamente en el campo.

#### 6.10.4 Cálculo del Gasto Crítico de Birks

Con los coeficientes de flujo estimados, se obtiene el gasto crítico. De manera similar que para el caso del pozo Jujo 532, se consideran las caídas de presión en la falla conductiva por efectos viscosos y de alta velocidad. En la figura 6.24 se muestran los tipos de conificación definidos por Birks, observándose el comportamiento del gasto crítico con relación a la altura crítica. El contacto agua-aceite, se estimó a la profundidad de 18000 pies y el PBEF se consideró a 17987 pies, teniéndose una altura crítica  $H_w$  de 187 pies. Se observa en esta figura 6.24 la diferencia en las estimaciones para la altura crítica ( $H_w$ ) y su efecto en el gasto de aceite del pozo, considerando flujo de alta velocidad en la falla ( $q_{o \text{ crít seguro}}$ ) y flujo laminar ( $q_{o \text{ crít}}$ ).

Para este caso los efectos por flujo de alta velocidad no son muy importantes, debido a que el gasto es poco mayor a 2.000 Mbpd; sin embargo, éstos se hacen importantes para las características de las formaciones productoras de este campo y para su aceite para gastos de aceite mayores a 3.000 Mbpd. De acuerdo a la altura crítica de  $H_w$  de 187 pies, el pozo debe producir a un gasto de aceite de 2.300 Mbpd, que es la mitad del gasto de aceite que produce actualmente para evitar la irrupción de agua en el pozo.

En la figura 6.24 se observa que la curva para “gasto crítico seguro”, presenta una pendiente creciente mayor que la pendiente de la recta para el “gasto crítico”, lo cual se puede interpretar como causado por el efecto por alta velocidad. Para este caso, no es tan severo el efecto de flujo no Darciano comparado con el pozo Jujo 532, resultando que los dos criterios establecidos por Birks coincidan; es decir, el gasto crítico es igual al gasto seguro. De acuerdo con la predicción para el compor-

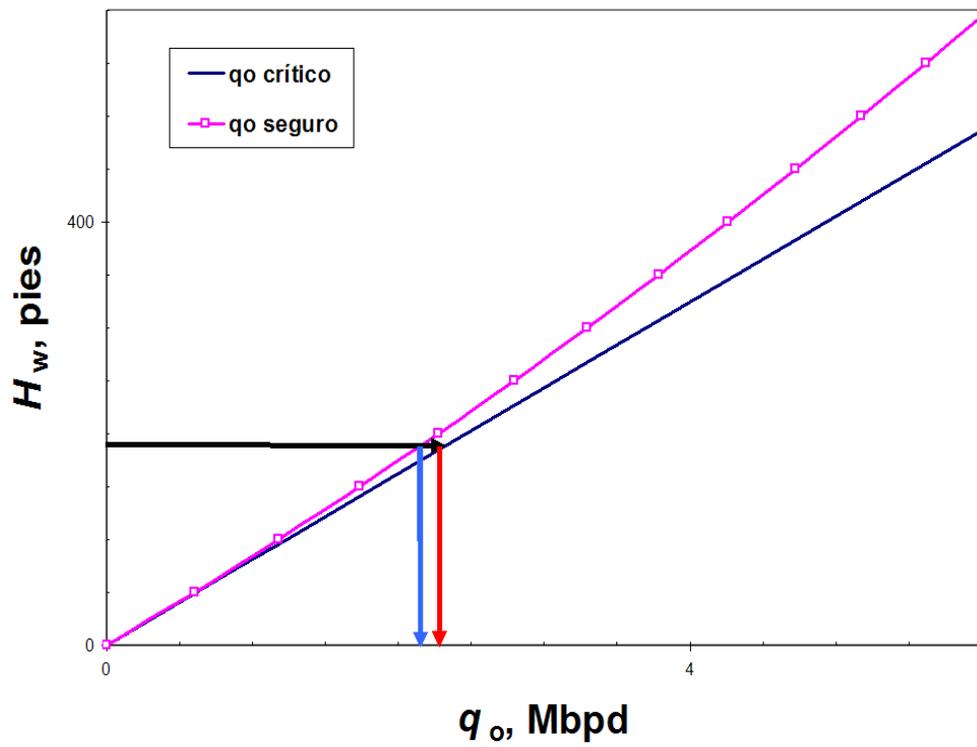


Figura 6.24: Generación de las curvas de conificación a través de los coeficientes flujo laminar y de alta velocidad para el pozo Jujo 701.

tamiento de producción de este pozo a través de análisis nodal, el pozo debería estar produciendo a través de un diámetro de estrangulador de 5/8 pg, lo que permitiría minimizar el efecto de una deformación del contacto agua-aceite, y por tanto, no propiciar la entrada anormal de agua.

## **6.11 El pozo Jujo 505**

Anteriormente, se analizaron dos casos de conificación de agua en pozos del campo Jujo-Tecominoacán. Como se mencionó al principio de este capítulo, un problema que agrava la declinación de la producción de aceite en el campo Jujo-Tecominoacán, es la inyección de nitrógeno al yacimiento para el mantenimiento de la presión, pues si en algunos casos ha mejorado el control del agua en los pozos productores, es también un reto adicional evitar la invasión de gas en los pozos, y por tanto, reducir la pérdida de la producción de aceite. Un caso de conificación de gas se presentó en el pozo Jujo 505, el cual se aprecia en la figuras 6.25 y 6.26 que está cercano a una falla.

La pregunta es similar a la de los casos de conificación de agua, a qué gasto de aceite se debe producir el pozo para que no se conifique el gas.

### **6.11.1 La Terminación del Pozo Jujo 505**

El pozo Jujo 505 se perforó hasta la formación Jurásico Superior Kimmerdigiano capa 6, disparando los intervalos 5935 - 5910 m y 5880 - 5865 m. Sin embargo, el pozo produjo 100% de agua y se decidió abandonar y aislar estos intervalos. Por lo anterior, se dispararon tres intervalos superiores de las capas JSK6, JSK5 y JST1,

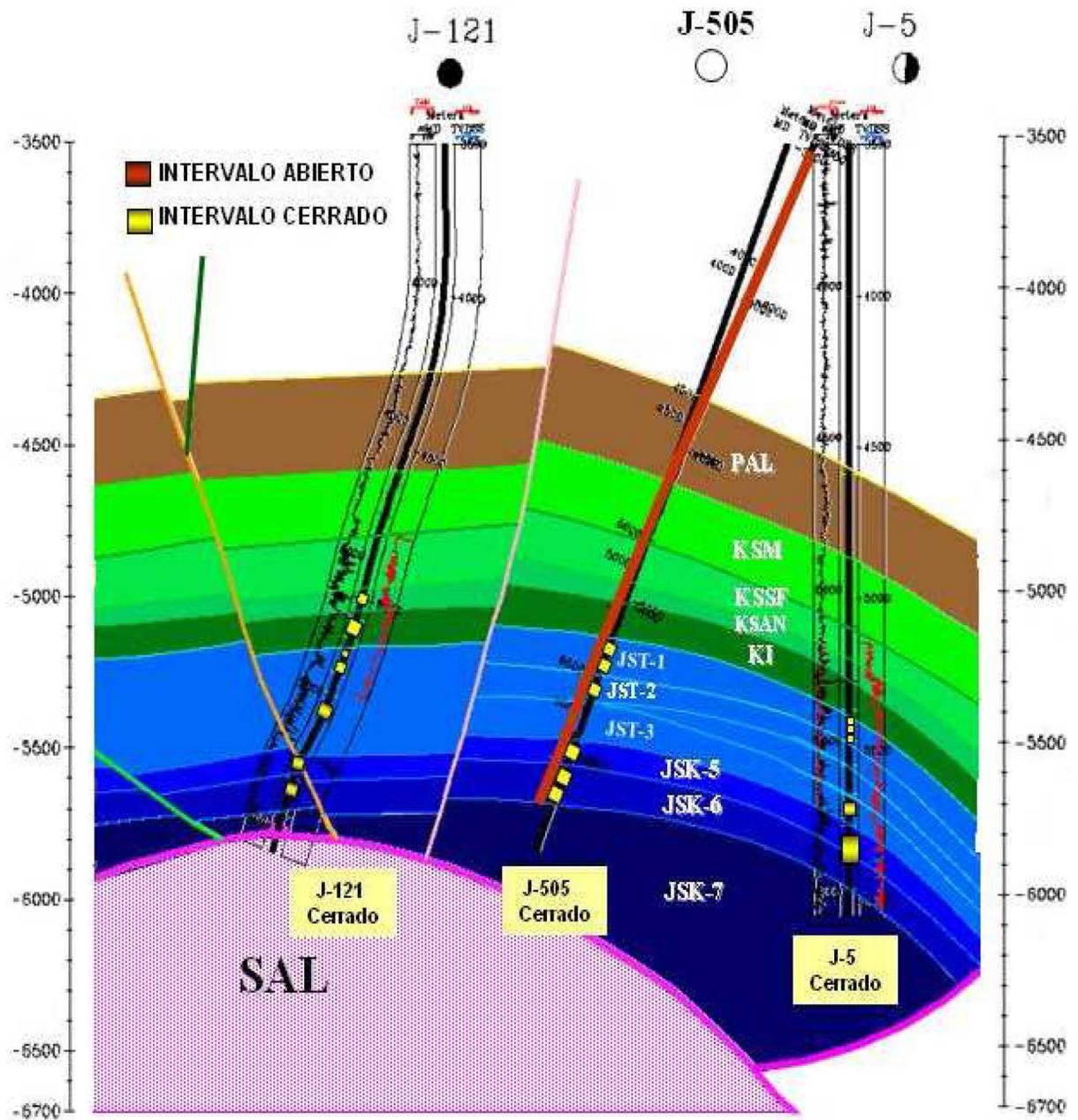


Figura 6.25: Sección estructural del pozo Jujo 505.

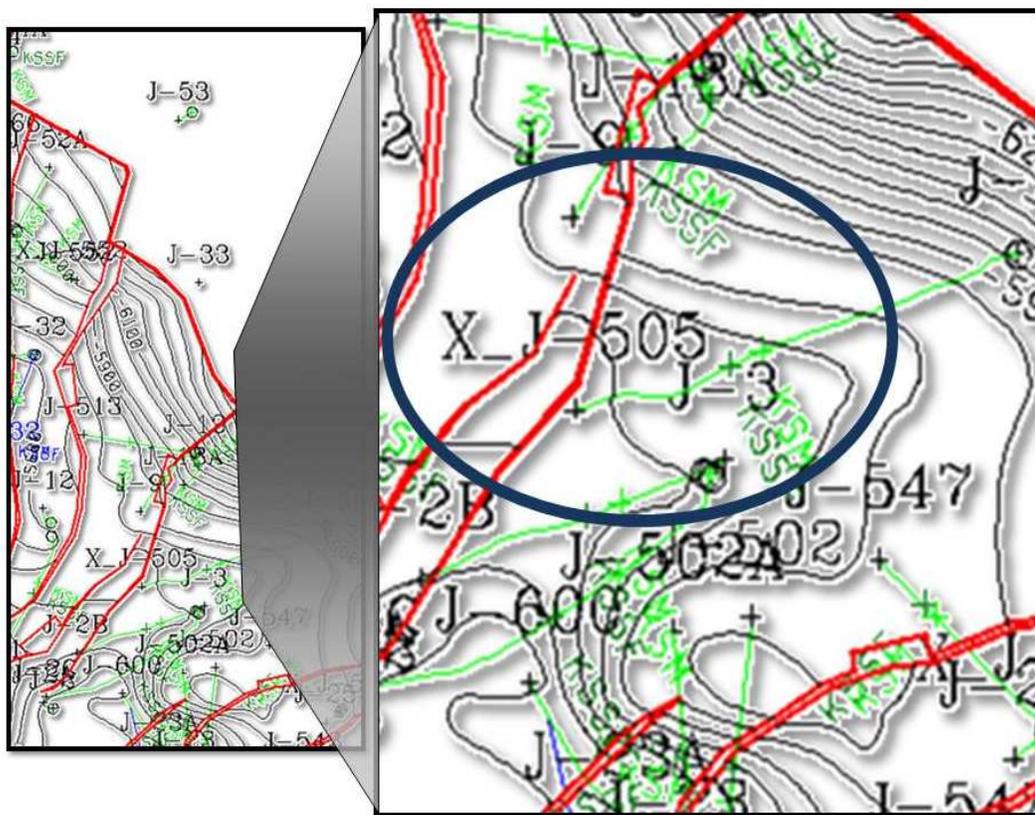


Figura 6.26: Localización del pozo Jujo 505.

probando cada uno de ellos; no obstante, los tres intervalos presentaron la misma situación del primero. Los ingenieros de yacimientos decidieron disparar en la capa del Cretácico Inferior (KI), considerando el riesgo de producir aceite estando cerca el contacto gas-aceite, lo cual podría propiciar la conificación posible de gas en el pozo.

La terminación del pozo en el KI se llevó al cabo, disparando los intervalos: 5310 - 5350 m y 5395 - 5435 m en esta formación, siendo exitosa debido a que el pozo comenzó a producir aceite sin la presencia de agua.

### 6.11.2 Análisis Nodal

Como es evidente la información del pozo Jujo 505 era escasa para poder realizar el análisis nodal. Por lo anterior, el análisis nodal se realizó utilizando el nodo solución en la cabeza del pozo con las primeras mediciones de aceite. Con la aplicación del simulador PIPESIM de flujo multifásico se estimó el índice de productividad del pozo, siendo este de 0.0073 Mbpd / lb/pg<sup>2</sup>. Se decidió aplicar la correlación de Hagedorn y Brown, para el flujo multifásico de aceite y gas en tuberías verticales, porque ajusta el comportamiento de muchos de los pozos del campo Jujo-Tecominoacán. Con la reproducción del sistema de producción, el simulador de flujo multifásico generó la “pseudo prueba de presión-producción”; esto es, la predicción de los gastos de aceite con sus presiones de fondo fluyendo respectivas, variando el diámetro del estrangulador. A partir de las predicciones de gasto y presión, se estimaron los coeficientes de flujo. La pseudo prueba de presión producción se muestra en la figura 6.27; el resumen de los resultados de la predicción del simulador de flujo multifásico se encuentra la tabla 6.5 y a partir de ésta se contruyó la gráfica 6.28.

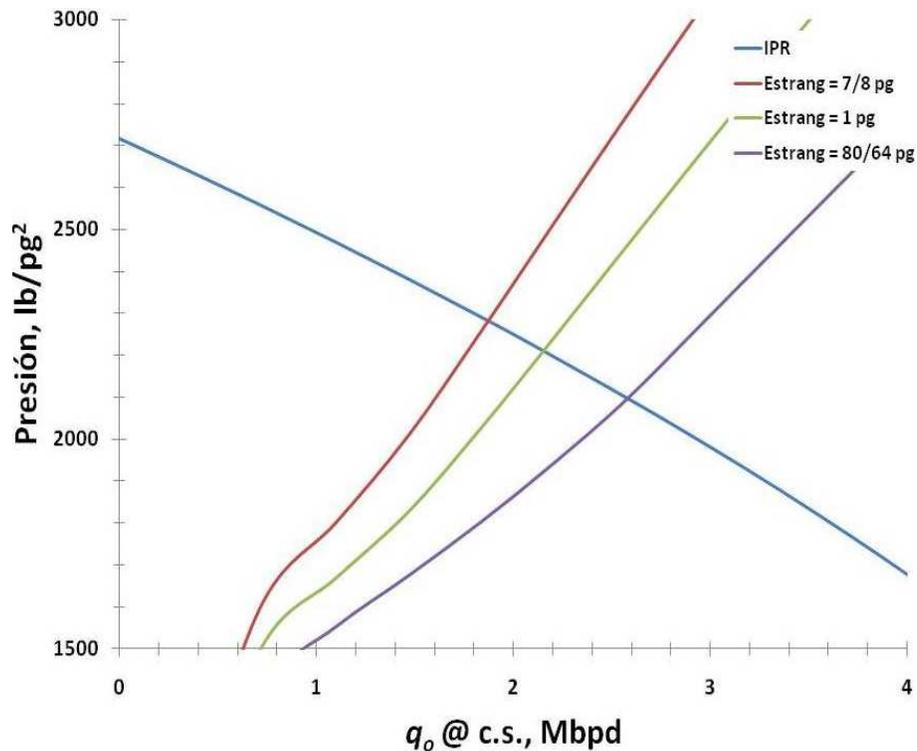


Figura 6.27: Análisis nodal y sensibilidad del diámetro del estrangulador del pozo Jujo 505.

### Predicción del Simulador de Flujo Multifásico

Es importante destacar que, como resultado del análisis nodal, la predicción del comportamiento del pozo inyectando a un gasto de gas de inyección de 2.00 MMpie<sup>3</sup>/día como medio de levantamiento artificial, el pozo podía incrementar su producción de 2.200 Mbpd a 3.500 Mbpd, implicando un escenario atractivo para el incremento en la producción, pero también la necesidad de calcular el gasto crítico del pozo, para cuantificar el riesgo de este incremento en la producción posible.

Estrangulador	$p_{wf}$	$q_o$	$p_{ws}$	$p_{ws} - p_{wf}$	$\Delta p_{ws}/q_o$
pg	lb/pg <sup>2</sup>	Mbpd	lb/pg <sup>2</sup>	lb/pg <sup>2</sup>	lb/pg <sup>2</sup> / Mbpd
7/8	2281	1.880	2703	422	224.4680851
1	2214	2.125	2703	489	230.1176471
80/64	2107	2.537	2703	596	234.9231376

Tabla 6.5: Resumen de la predicción de los gastos de aceite y presión de fondo fluyendo a través del simulador de flujo multifásico para el pozo Jujo 505.

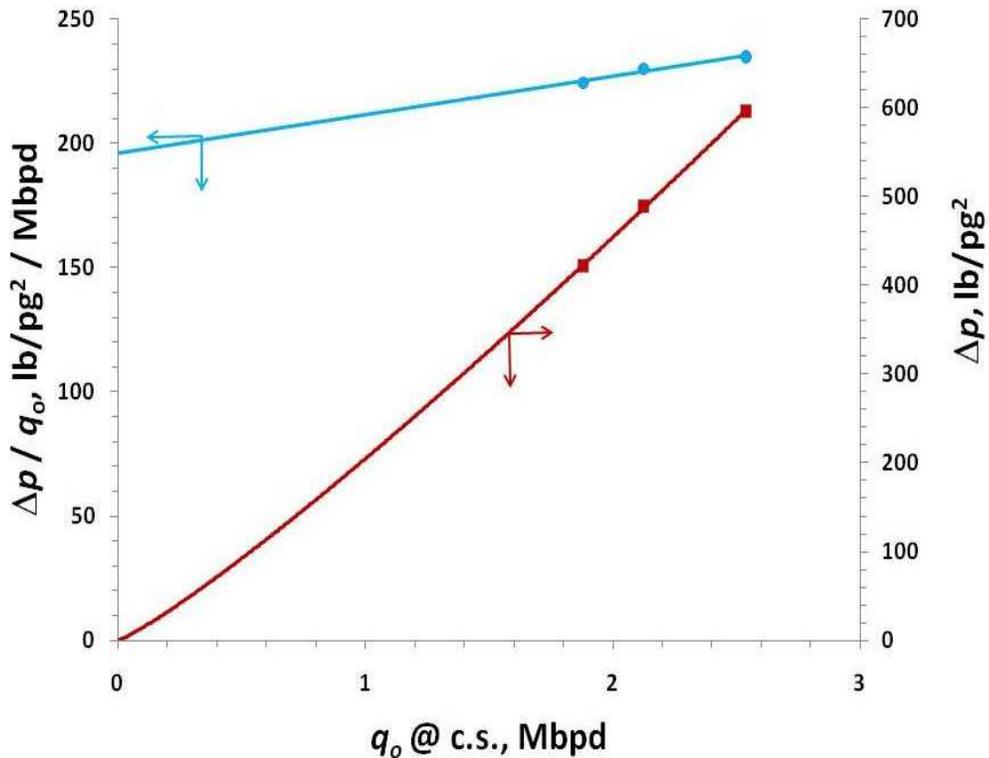


Figura 6.28: Cálculo de los coeficientes de flujo para el pozo Jujo 505.

### 6.11.3 Cálculo de los Coeficientes de Flujo

Con base en la figura 6.28, se obtuvieron por medio de una regresión lineal de la recta de  $\Delta p/q_o$  contra  $q_o$  los valores de los coeficientes de flujo para el pozo Jujo 505. Obteniéndose los coeficientes de flujo siguientes:

$$A = 196.1 \text{ lb/pg}^2/\text{Mbpd},$$

$$B = 15.471 \text{ lb/pg}^2/(\text{Mbpd})^2.$$

Asimismo en la figura 6.28 se observa que a pesar de la información limitada para el pozo, la pendiente creciente de la curva de  $\Delta p$  contra  $q_o$  y la pendiente constante de la gráfica de  $\Delta p/q_o$  contra  $q_o$ , permiten visualizar la existencia del efecto de flujo de alta velocidad (no Darciano) en la producción del pozo.

### 6.11.4 Cálculo del Gasto Crítico de Birks

Se ha discutido en las secciones anteriores la importancia de conocer si la caída de presión en fondo, debida al incremento en el diámetro del estrangulador afectaría en la irrupción temprana del gas al pozo, señalando que no se tenía caso alguno en el campo Jujo-Tecominoacán de conificación de gas.

Para estimar el gasto crítico en el pozo Jujo 505 se usaron las mismas ecuaciones y secuencia de cálculo que para el caso de aceite; sin embargo, como se discutió en el capítulo 4 que Birks [9] modificó las ecuaciones para obtener el  $q_o$  crítico y  $q_o$  seguro,

para los casos en pozos cercanos al CGA, cambiando el gradiente del agua por el del gas. En las secciones siguientes se ilustra lo anterior.

### Cálculo de la Apertura de la Fractura

El radio donde se tiene el cambio de flujo laminar a turbulento, puede estimarse por medio de la ecuación (3.9):

$$r_{\text{crít}} = 0.045 \frac{\rho_o q_o B_o}{\mu_o} .$$

Por lo tanto:

$$r_{\text{crít}} = \frac{0.045 \times 0.845 \times 2.2 \times 1.511}{0.0065} = 19.45 \text{ pg} .$$

Finalmente, la apertura de la fractura para flujo laminar puede calcularse por medio de la ecuación (3.8):

$$T_A = 0.19265 \left[ \frac{\mu_o B_o}{A} \log \frac{r_2}{r_1} \right]^{\frac{1}{3}} = 0.19265 \left[ \frac{0.0065 \times 1.511}{196.1} \log \frac{19684}{19.45} \right]^{\frac{1}{3}}$$

$$T_A = 0.011 \text{ pg} ;$$

Para el caso de flujo turbulento, empleando la ecuación (3.10), se obtuvo a través del método de Newton-Raphson, empleado el mismo procedimiento del pozo Jujo 532, por lo tanto:

$$F(T_B) = 0.001245 \frac{\rho_o B_o^2}{r_w^2 T_B^3} + 0.15 \frac{\rho_o B_o^2}{r_w^2 T_B^2} - B = 0 .$$

$$T_B = 0.0125 \text{ pg} .$$

### 6.11.5 Cálculo del Número de Reynolds en la Fractura

Con el valor de la apertura de la fractura a partir de los parámetros de flujo de la pseudo prueba de presión-producción, se calcula el  $NR_e$ :

$$NR_e = 17299 .$$

El  $NR_e$  obtenido es cercano al criterio de Baker para un régimen de flujo turbulento, siendo importante estimar el el gasto seguro que incluye este efecto.

#### Estimación del $q_o$ crítico Y $q_o$ seguro

Una vez obtenidos los coeficientes de flujo  $A$  y  $B$  y caracterizada la fractura (falla) a través de la pseudo-prueba de presión-producción y conocida la profundidad crítica  $H_g$ , que fue de 150 pies, de acuerdo a una estimación de los ingenieros de yacimientos que calcularon el profundidad del contacto gas-aceite (CGA), se aplicó la ecuación (4.15) para estimar el gasto crítico de acuerdo al criterio del “gasto seguro”; por lo tanto:

$$H_g = \frac{Aq_o + Bq_o^2}{6.9(\gamma_o - \gamma_g)} .$$

Sustituyendo los valores correspondientes en esta ecuación:

$$150 = \frac{0.1231q_o + 1 \times 10^{-4}q_o^2}{6.9(0.153)} . \quad (6.14)$$

Simplificando, se obtiene una ecuación cuadrática:

$$1.5471 \times 10^{-4} q_o^2 + 0.1961 q_o - 305.4 = 0 . \quad (6.15)$$

La ecuación (6.15), se puede resolver a través de la solución general para una ecuación de segundo grado. Por lo tanto:

$$q_o = \frac{-0.1961 \pm \sqrt{(0.1961)^2 - 4(1.5471 \times 10^{-4})(-305.4285)}}{2(1.5471 \times 10^{-4})} , \quad (6.16)$$

Entonces:

$$q_o \text{ seguro} = 1.402 \text{ Mbpd} .$$

### 6.11.6 Resultados del método de Birks

A pesar de la información limitada disponible, se aprecia que el pozo experimenta un comportamiento en el gasto de aceite por efectos de flujo de alta velocidad, los cuales aceleran los efectos en la conificación del gas, y por tanto, la entrada del gas en el pozo. La  $H_g$  estimada para el pozo es de 150 pies, correspondiendo de acuerdo a la curva de conificación del criterio de gasto seguro,  $q_o \text{ seguro}$ , (ver figura 6.29), a un gasto crítico aproximado de 1.402 Mbpd.

El pozo Jujo 505 estaba produciendo a un gasto de 2.200 Mbpd, con un estrangulador de 1 pg. Considerando el análisis nodal mostrado en la figura 6.30, el pozo debería estar produciendo con un diámetro máximo de 3/4 pg, el cual naturalmente reduce el gasto de líquido, pero reduce los efectos inestables en el CGA.

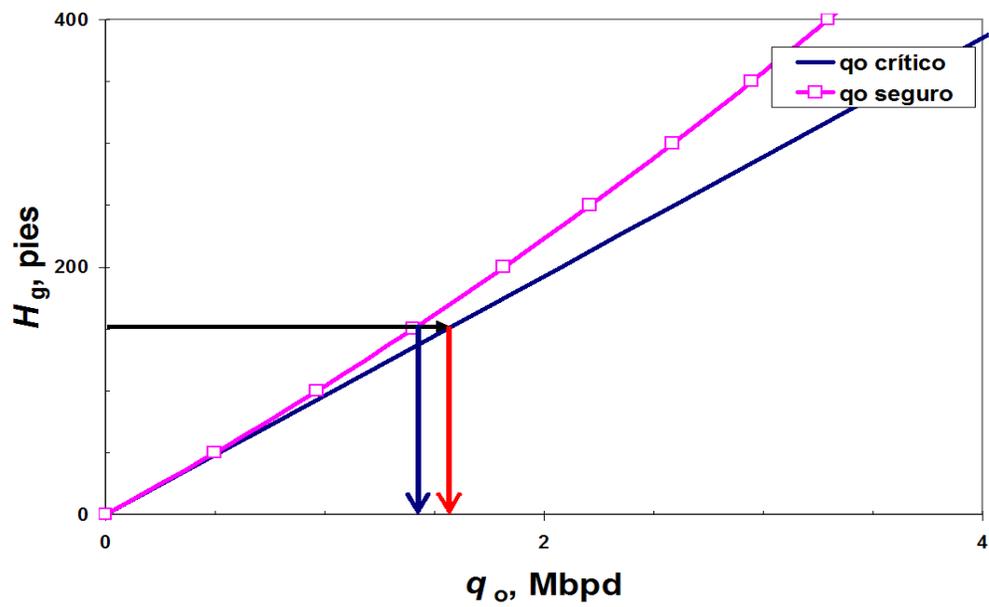


Figura 6.29: Generación de las curvas de conificación a través de los coeficientes flujo para laminar y de alta velocidad, para el pozo Jujo 505.

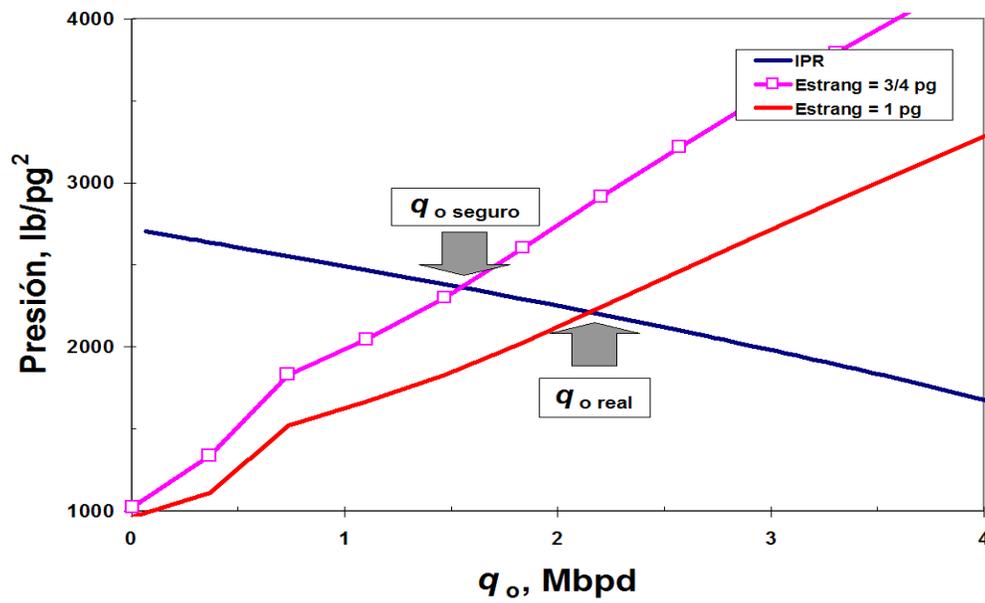


Figura 6.30: Estimación del diámetro de estrangulador óptimo de acuerdo con los resultados del criterio de Birks, para el flujo de alta velocidad en el pozo Jujo 505.

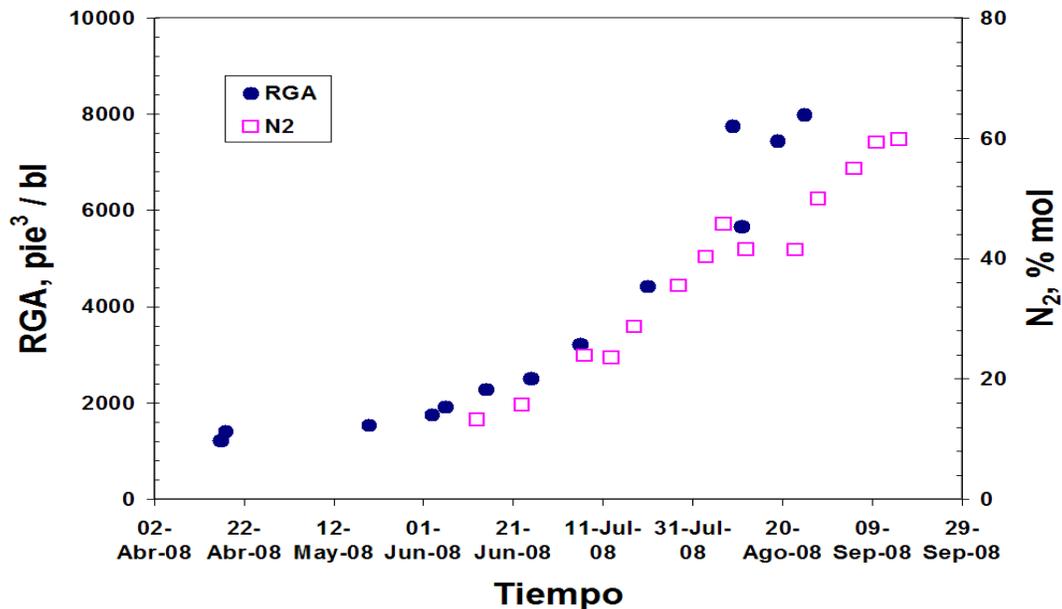


Figura 6.31: Historia de producción del pozo Jujo 505; se muestra el comportamiento del RGA versus Tiempo y porcentaje de nitrógeno versus tiempo.

### 6.11.7 Análisis del comportamiento de la producción del pozo Jujo 505

El cálculo del gasto crítico se realizó poco después de la terminación, pues era importante estimar a qué gasto debería producirse el pozo. Sin embargo, por los compromisos en la plataforma de producción y de tipo operativo, el diámetro del estrangulador del pozo se mantuvo constante; es decir, el pozo permaneció produciendo con 1 pg. Como se esperaba con base en los cálculos previamente discutidos, el pozo rápidamente incrementó su relación gas-aceite (RGA) de 1123 a 1572 pie<sup>3</sup>/bl, alcanzando posteriormente casi 2000 pie<sup>3</sup>/bl. Este aumento también se observó en el porcentaje mol de nitrógeno, el cual se incrementó de 10% a 50% en solo dos meses, disminuyendo la producción de aceite a un poco más de

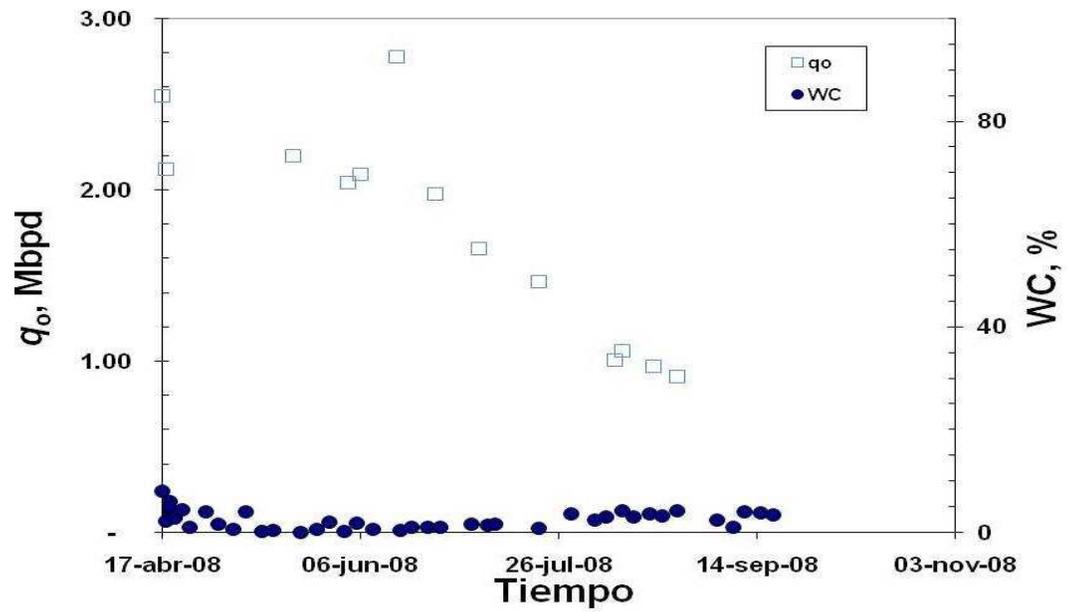


Figura 6.32: Historia de producción del pozo Jujo 505; porcentaje de agua y gasto de aceite con respecto al tiempo

0.900 Mbpd. Con respecto al agua, no se incrementó su porcentaje, debiéndose el problema de la declinación de la producción de aceite, a la conificación por gas. Este comportamiento en la producción de aceite, porcentaje de agua, RGA y porcentaje de nitrógeno, se ilustra en las figuras 6.31 y 6.32.

### **6.11.8 Análisis de los Registros Geofísicos del pozo Jujo 505**

Como se ilustró en el caso del pozo Jujo 532 a través del registro FMI se logró discretizar que fracturas eran las que aportaban la producción; sin embargo, en el pozo Jujo 505 no se dispuso de esta información. Afortunadamente por medio del análisis de los registros geofísicos como: caliper, densidad, neutrón, sónico y “pef” (figura 6.33), permiten constatar de manera cualitativa la existencia de una fractura a la profundidad de 5315 m, en el intervalo disparado 5310-5350.

Por otra parte, poco después del comportamiento que manifestó el pozo, en el incremento de la RGA, se decidió tomar un registro PLT para identificar en dónde se encontraba la entrada de gas en el pozo. La figura 6.33 muestra que el registro PLT confirma que en la fractura a la profundidad de 5315 m se encuentra la entrada abrupta de gas, porque las revoluciones por segundo (rps) incrementaron de 47 a 74 rps y la densidad de fluido producido bajó a  $0.21 \text{ gr/cm}^3$ , confirmando la conificación de gas en el pozo.

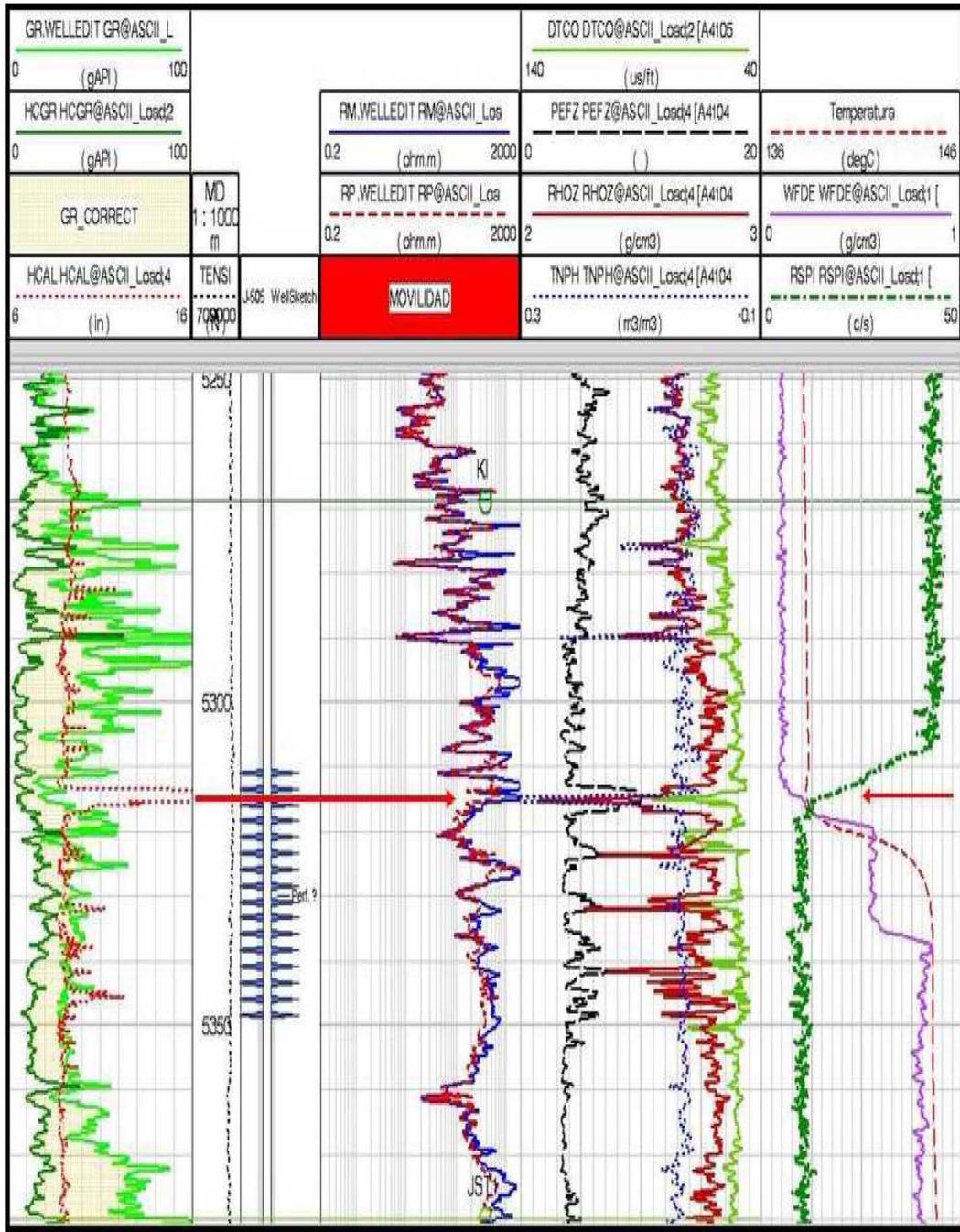


Figura 6.33: Registros geofísicos en los carriles 1, 2, 3 y registro de producción PLT en carril 4 del pozo Jujo 505.



# Capítulo 7

## Resultados y Conclusiones

### 7.1 Resultados

En este trabajo se ha mostrado la aplicación de las técnicas de Baker, Birks y Saad para la estimación del gasto crítico. Asimismo se presentó la técnica de Pacheco para el cálculo del tiempo de irrupción del agua. Las metodologías anteriores se utilizaron en pozos del campo Jujo-Tecominoacán. Los pozos estudiados fueron el Jujo 532, Jujo 701 y el Jujo 505.

La teoría de la fractura única equivalente permite caracterizar la apertura de la fractura (falla) cercana o un pozo productor. Asimismo, método de Baker permite estimar el régimen de flujo en la fractura (falla) y los coeficientes de flujo, parámetros indispensables en para la estimación del gasto crítico a través del método de Birks.

Para el caso de los pozos que están asociados a un acuífero, esto es el Jujo

532 y 701, la relación entre  $q_{o \text{ crít}}$  y  $H_w$  es lineal y para el caso de  $q_{o \text{ seg}}$  y  $H_w$  es parabólica. Asimismo en el pozo Jujo 505 asociado a una capa de gas secundaria, el caso de  $H_g$  contra  $q_{o \text{ crít}}$  y  $q_{o \text{ seg}}$  es lineal y parabólico correspondientemente. Por lo tanto, es evidente que los valores de  $q_{o \text{ seg}}$  son menores que para  $q_{o \text{ crít}}$ , debido a que en  $q_{o \text{ seg}}$  se incluyen en la caída de presión en la fractura (falla) los efectos por flujo laminar y los correspondientes a flujo inercial, siendo notorio el efecto decreciente en el gasto crítico ( $q_{o \text{ seg}} < q_{o \text{ crít}}$ ) causado por el flujo de alta velocidad. En el caso del pozo Jujo 505 los efectos del flujo de alta velocidad aceleran la entrada abrupta de gas, pues el pozo redujo su producción de 2200 bpd a 900 bpd en solo ocho semanas. La importancia de los casos mostrados, es que no es suficiente considerar únicamente para el cálculo del gasto crítico los efectos viscosos.

Los tres casos discutidos se mostraron de mayor a menor información disponible. El primer caso es un ejemplo con información “básica”; esto es, disponiendo de una prueba de presión-producción para la cuantificación experimental de los coeficientes de flujo, y como resultado, una visualización clara de los efectos inerciales en el gasto crítico. El segundo y tercer pozo ejemplo mostraron casos de pozos con información “mínima”, siendo una situación cotidiana, en el sentido del problema que enfrenta el ingeniero de campo en contestar preguntas sobre el problema complejo de la irrupción temprana de un fluido indeseado en el pozo. No obstante, apoyándose con la técnica de análisis nodal, puede el ingeniero de producción y/o yacimientos soslayar la falta de una prueba de presión-producción, prediciendo el comportamiento del pozo con diferentes diámetros de estrangulador, y posteriormente, cuantificar los parámetros de flujo. Con la técnica de análisis nodal y la correlación de Birks, se logró preveer en un primer momento la invasión

del pozo Jujo 505 por gas; sin embargo, a pesar del resultado adverso, es un ejemplo de una lección aprendida. Por otra parte, se observa para ambos casos que los gastos de producción reportados están dentro de los gastos estimados de  $q_{o \text{ crít}}$  y  $q_{o \text{ seg}}$ .

Para el caso del método de Saad se aprecia la ventaja de no realizar una prueba de presión-producción para obtener las constantes de flujo y por consecuencia la apertura de la fractura, sí se dispone de un registro de imágenes (FMI). El registro de imágenes directamente muestra la fractura o fracturas a través de las cuales produce el pozo y la apertura de éstas; sin embargo, la ecuación propuesta para estimar el gasto de flujo de aceite crítico es muy sensible a la apertura y no presenta resultados cercanos a la realidad. En el caso del pozo Jujo 532 el gasto de flujo de aceite crítico calculado fue de 3.323 Mbpd, que es muy diferente al gasto de flujo real y al estimado por Birks.

La técnica de Pacheco se aplicó al caso del pozo Jujo 532, debido a la información disponible. La metodología de Pacheco presentó valores muy cercanos a la realidad. Asimismo, la aplicación del criterio de Birks del  $q_{o \text{ seg}}$  como complemento al método de Pacheco, mostró un incremento del tiempo de irrupción del agua de 33 a 54 meses. La diferencia de 21 meses indica un incremento en el tiempo de irrupción del 63%.

## 7.2 Conclusiones

El propósito de esta tesis ha sido el presentar la implementación de los métodos Baker, Birks y Saad para la estimación del gasto crítico y el de Pacheco para el tiempo de irrupción, en pozos productores de aceite cercanos o interceptados por una

falla conductiva. Estas teorías se aplicaron a pozos del campo Jujo-Tecominoacán para estimar los gastos críticos de aceite en presencia del acuífero y de la capa secundaria de gas. A partir de los resultados de este estudio, se pueden establecer las conclusiones siguientes:

1. Se presentó un método para el cálculo del gasto crítico que considera la intersección de una falla conductiva con el pozo.
2. El método de Birks incluye el efecto del comportamiento dinámico en la fractura para la estimación del gasto crítico.
3. El criterio del gasto seguro de Birks incluye tantos los efectos viscosos como de alta velocidad.
4. Con los resultados de la prueba de presión-producción para el caso del Jujo 532, se pudo caracterizar la falla conductiva.
5. El Número de Reynolds calculado para los pozos Jujo 532 y 505 indican condiciones de flujo turbulento.
6. Los ejemplos de campo muestran que, el solo considerar los efectos laminares en el cálculo del gasto crítico, conduce a valores optimistas de éste.
7. Es importante considerar el flujo de alta velocidad en el cálculo del gasto crítico y del tiempo de irrupción.
8. Se requiere realizar pruebas de presión-producción en todos los pozos para obtener predicciones de gasto crítico confiables; sin embargo, a través de la técnica de análisis nodal se pueden generar los coeficientes de flujo, y por lo tanto, el cálculo del gasto crítico.

# Apéndice A

## Flujo en fracturas

En este apéndice se desarrollan las ecuaciones que propone Baker[5], resultado de un estudio experimental exhaustivo de flujo de aceite en fracturas. Baker comienza con el caso de flujo paralelo, es decir, el flujo de fluidos entre dos placas. Sin embargo, su trabajo se enfoca al flujo radial que un escenario más real al que sucede en la producción de pozos de aceite. En ambos casos propone las ecuaciones para estimar la caída de presión que sucede en la fracturas.

### A.1 Flujo paralelo

Se supone que la fractura tiene una apertura uniforme en un plano horizontal (ver figura A.1). La apertura de la fractura, es decir, la distancia entre las caras opuestas, es muy pequeña en comparación con el ancho, para que los efectos de límite pueden despreciarse. La ecuación para el flujo estacionario a través de la falla, puede expresarse en unidades consistentes en la forma siguiente: unidades consistentes es:

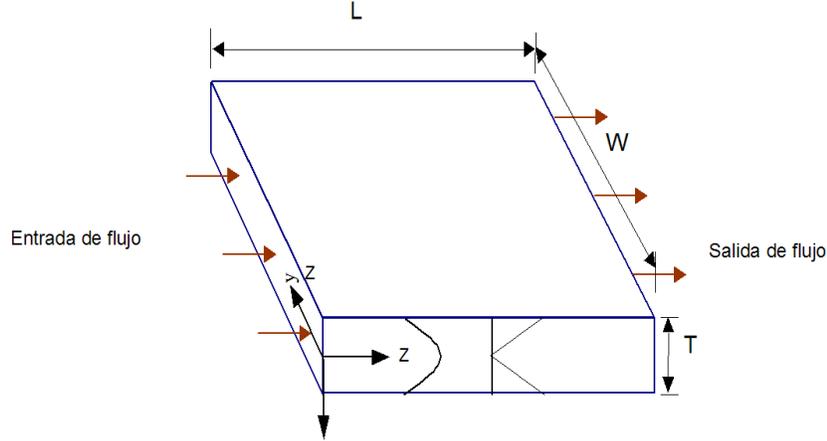


Figura A.1: Modelo que representa una fractura lineal y horizontal uniforme y volumen de control para el balance de cantidad de movimiento.

$$\Delta p_f = \frac{L\rho V_m^2}{T} \Phi \left( \frac{\mu}{V_m T \rho} \right), \quad (\text{A.1})$$

donde:

$\Delta p_f$ : caída de presión debida a la fricción del flujo en una distancia determinada.

$V_m$ : Velocidad promedio de flujo.

$T_A$ : apertura de la fractura (distancia entre las caras).

$\mu$ : viscosidad del aceite en cp.

$\rho$ : densidad del fluido.

$\Phi$  es una función, la cual puede determinarse experimentalmente; para el caso viscoso o de flujo laminar, se puede demostrar que la caída de presión en la falla varía directamente con el promedio de la velocidad  $V_m$ .

$$\Phi\left(\frac{\eta}{V_m T \rho}\right) = c\left(\frac{\eta}{V_m T \rho}\right) \quad (\text{A.2})$$

donde:

$c$ : una constante la cual a través de los experimentos realizados por Baker [5], se encontró que su valor es 12.

Por otra parte, para deducir la ecuación de la caída de presión por fricción a través de un balance de cantidad de movimiento; recapitulando las suposiciones ya establecidas, se listan las siguientes:

- La fractura tiene un tamaño uniforme en un plano horizontal.
- Régimen permanente.
- Flujo laminar
- Densidad y viscosidad constante.
- Medio continuo.
- No existe deslizamiento de las moléculas en la pared de la fractura.

Efectuando un balance de cantidad de movimiento (CM), se obtiene la expresión para la distribución de densidad de flujo de cantidad de movimiento y de velocidad:

$$\left[ \begin{array}{c} \text{Velocidad de} \\ \text{entrada de CM} \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{c} \text{Velocidad de} \\ \text{salida de CM} \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} \Sigma \text{ Fuerzas que} \\ \text{actúan en el sistema} \end{array} \right] = 0, \quad (\text{A.3})$$

$$\begin{aligned}
 \left[ \begin{array}{l} \text{Velocidad de} \\ \text{entrada de CM por} \\ \text{transporte viscoso} \end{array} \right] &= lW\tau_{xz} \Big|_x \\
 \left[ \begin{array}{l} \text{Velocidad de} \\ \text{salida de CM por} \\ \text{transporte viscoso} \end{array} \right] &= lW\tau_{xz} \Big|_{x+\Delta x} \\
 \left[ \begin{array}{l} \text{Velocidad de} \\ \text{entrada de CM} \\ \text{convectivo} \end{array} \right] &= W\Delta x\rho v_z^2 \Big|_{z=0} \\
 \left[ \begin{array}{l} \text{Velocidad de} \\ \text{salida de CM} \\ \text{convectivo} \end{array} \right] &= W\Delta x\rho v_z^2 \Big|_{z=l}
 \end{aligned}$$

Las fuerzas que actúan en el volumen de control:

$$\text{Fuerza debida a } p_0 = (W\Delta x)p_0$$

$$\text{Fuerza debida a } p_l = -(W\Delta x)p_l$$

Sustituyendo en la ecuación (A.3) y considerando que el fluido es incompresible y que se tiene flujo permanente; es decir, si  $v_z$  es constante para  $z = 0$  y  $z = l$ , se obtiene:

$$lW\tau_{xz} \Big|_x + W\Delta x\rho v_z^2 \Big|_{z=0} - lW\tau_{xz} \Big|_{x+\Delta x} - W\Delta x\rho v_z^2 \Big|_{z=l} + (W\Delta x)p_0 - (W\Delta x)p_l = 0 \quad ,$$

$$lW \left( \tau_{xz} \Big|_x - \tau_{xz} \Big|_{x+\Delta x} \right) + W \Delta x (p_0 - p_l) = 0 ,$$

Dividiendo entre  $lW \Delta x$ :

$$\frac{\tau_{xz} \Big|_x - \tau_{xz} \Big|_{x+\Delta x}}{\Delta x} + \frac{p_0 - p_l}{l} = 0 ,$$

Rearreglando y tomando límites:

$$\frac{d(\tau_{xz})}{dx} = \frac{p_0 - p_l}{l} ,$$

Si  $\Delta p = p_0 - p_l$ :

$$\frac{d(\tau_{xz})}{dx} = \frac{\Delta p}{l} , \tag{A.4}$$

Separando variables e integrando:

$$\int \tau_{xz} = \frac{\Delta p}{l} \int dx ,$$

$$\tau_{xz} = \left[ \frac{\Delta p}{l} \right] x + C_1 . \tag{A.5}$$

La densidad de cantidad de movimiento  $\tau_{xz}$ , entre  $x = 0$  y  $x = T/2$  es continua.

En  $x = 0$ , se tiene la velocidad máxima y  $\tau_{xz} = 0$ , por lo tanto  $C_1 = 0$ :

$$C_1 = 0$$

Por tanto, la distribución de cantidad de movimiento expresada por la ecuación (A.5):

$$\tau_{xz} = \left[ \frac{\Delta p}{l} \right] x . \quad (\text{A.6})$$

Aplicando el modelo de un fluido newtoniano:

$$\tau_{xz} = -\mu \frac{dv_z}{dx} . \quad (\text{A.7})$$

sustituyendo la ecuación (A.7) en la ecuación (A.6):

$$-\mu \frac{dv_z}{dx} = \left[ \frac{\Delta p}{l} \right] x .$$

Separando variables e integrando en esta ecuación diferencial:

$$\int dv_z = -\frac{\Delta p}{\mu l} \int x dx ,$$

$$v_z = -\left[ \frac{\Delta p}{2\mu l} \right] x^2 + C_2 . \quad (\text{A.8})$$

Aplicando las condiciones de frontera, para  $x = T/2$  y  $v_z = 0$ , la constante de integración  $C_2$  puede expresarse:

$$C_2 = \left( \frac{T}{2} \right)^2 \left[ \frac{\Delta p}{2\mu l} \right] ,$$

Sustituyendo a  $C_2$  en la ecuación (A.8):

$$v_z = - \left[ \frac{\Delta p}{2\mu L} \right] x^2 + \left( \frac{T}{2} \right)^2 \left[ \frac{\Delta p}{2\mu l} \right] ,$$

$$v_z = \frac{\Delta p}{2\mu l} \left( \frac{T^2}{4} - x^2 \right) . \quad (\text{A.9})$$

La ecuación (A.9) permite calcular la distribución de velocidades.

Por otra parte, la velocidad promedio en la sección transversal,  $\langle v_z \rangle$  puede calcularse por medio de la ecuación (A.10):

$$\langle v_z \rangle = \frac{\int_0^{\frac{T}{2}} \int_0^{\frac{T}{2}} v_z dx dy}{\int_0^{\frac{T}{2}} \int_0^{\frac{T}{2}} dx dy} . \quad (\text{A.10})$$

Una primera integración de la ecuación anterior da como resultado la ecuación (A.11):

$$\langle v_z \rangle = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} v_z dx . \quad (\text{A.11})$$

Sustituyendo la ecuación (A.9) en la ecuación (A.11):

$$\begin{aligned} \langle v_z \rangle &= \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \frac{\Delta p}{2\mu l} \left( \frac{T^2}{4} - x^2 \right) dx , \\ \langle v_z \rangle &= \frac{\Delta p}{T\mu l} \left[ \frac{T^2}{4} \int_0^{\frac{T}{2}} dx - \int_0^{\frac{T}{2}} x^2 dx \right] , \\ \langle v_z \rangle &= \frac{\Delta p}{T\mu l} \left[ \frac{T^2}{4} x \Big|_0^{\frac{T}{2}} - \frac{1}{3} x^3 \Big|_0^{\frac{T}{2}} \right] , \\ \langle v_z \rangle &= \frac{\Delta p}{T\mu l} \left[ \frac{T^2}{4} \left( \frac{T}{2} \right) - \frac{1}{3} \left( \frac{T}{2} \right)^3 \right] , \\ \langle v_z \rangle &= \frac{\Delta p}{T\mu l} \left[ \frac{T^3}{8} - \frac{T^3}{24} \right] , \\ \langle v_z \rangle &= \frac{T^2 \Delta p}{12\mu l} . \end{aligned}$$

Entonces si  $\langle v_z \rangle = V_m$ :

$$V_m = \frac{T^2 \Delta p}{12\mu l} . \quad (\text{A.12})$$

El gasto puede expresarse:

$$q = V_m \times \text{Área} = \frac{T^2 \Delta p}{12\mu l} \times (TW) ,$$

$$q = \frac{T^3 W \Delta p}{12\mu l} . \quad (\text{A.13})$$

La caída de presión por fricción para régimen laminar en un fractura horizontal de apertura uniforme, se estima despejando  $\Delta p$  de la ecuación (A.13):

$$\Delta p_{flam} = \frac{12\mu l q}{WT^3}, \quad (\text{A.14})$$

donde:

$q$ : gasto de flujo.

$W$ : ancho de la fractura.

$T$ : apertura de la fractura.

En el caso de flujo turbulento, se puede suponer que  $p_{ft} \propto V_m^n$ , por lo tanto (ver la ecuación (A.1)):

$$\Phi\left(\frac{\mu}{V_m T \rho}\right) = c \left(\frac{\mu}{V_m T \rho}\right)^{2-n}, \quad (\text{A.15})$$

Donde  $c$  y  $n$  son constantes, las cuales se determinan experimentalmente. La ecuación para flujo turbulento se expresa por medio de la ecuación (A.16):

$$p_{ftur} = \frac{cl\rho V_m^2}{T} \left(\frac{\mu}{V_m T \rho}\right)^{2-n}, \quad (\text{A.16})$$

El valor de  $n$ , por analogía con flujo turbulento en una tubería, es probablemente cercano a 2<sup>1</sup>

Si  $n = 2$ , la ecuación (A.16), se simplifica a:

---

<sup>1</sup>En régimen laminar, la pérdida de carga es proporcional a la primera potencia de la velocidad; en régimen turbulento, a la segunda potencia, y al régimen de transición, a una potencia de la velocidad comprendida entre 1 y 2 [27].

$$\Delta p_{ftur} = \frac{cl\rho V_m^2}{T} \left( \frac{\mu}{V_m T \rho} \right)^{2-2} ,$$

$$\Delta p_{ftur} = \frac{cl\rho V_m^2}{T} \left( \frac{\mu}{V_m T \rho} \right)^0 ,$$

$$\Delta p_{ftur} = \frac{cl\rho V_m^2}{T} (1) ,$$

$$\Delta p_{ftur} = \frac{cl\rho V_m^2}{T} . \tag{A.17}$$

Por otra parte, en el caso de la velocidad  $V_m$ :

$$V_m = \frac{q}{\text{Área}} ,$$

$$V_m^2 = \left( \frac{q}{\text{Área}} \right)^2 ,$$

$$V_m^2 = \frac{q^2}{\text{Área}^2} .$$

El cuadrado del área de la fractura se expresa:

$$A^2 = (WT)^2$$

Sustituyendo la expresión anterior para  $A^2$  en la expresión para  $V_m$ , y ésta a su vez en la ecuación (A.17), se obtiene:

$$\Delta p_{ftur} = \frac{cl\rho q^2}{TW^2T^2} ,$$

$$\Delta p_{f_{\text{tur}}} = \frac{cl\rho q^2}{W^2 T^3} . \quad (\text{A.18})$$

Empleando la ecuación (A.18) se estima la caída de presión por fricción en régimen turbulento en una fractura horizontal de apertura uniforme. Por lo tanto, la caída de presión total por fricción en una fractura uniforme horizontal se expresa:

$$\Delta p_t = \Delta p_{f_{\text{lam}}} + \Delta p_{f_{\text{tur}}} ; \quad (\text{A.19})$$

es decir:

$$\Delta p_t = \frac{c\mu l q}{W T^3} + \frac{cl\rho q^2}{W^2 T^3} . \quad (\text{A.20})$$

## A.2 Flujo radial convergente.

Se supone que la fractura horizontal presenta una apertura uniforme, como en la sección A.1. Para flujo laminar radial (ver figura A.2), considerando que la viscosidad y densidad de un fluido son constantes, es decir, que el fluido es incompresible, la ecuación diferencial general para un fluido Newtoniano, se reduce a la ecuación de Navier-Stokes.

Como un ejemplo, las ecuaciones de Navier-Stokes para un sistema de coordenadas cilíndricas  $(r, \theta, z)$ , pueden escribirse como sigue:

$$\frac{D V_r}{D t} = F_r + \frac{V_\theta^2}{r} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\mu}{\rho} \left( \nabla^2 V_r - \frac{V_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} \right) , \quad (\text{A.21a})$$

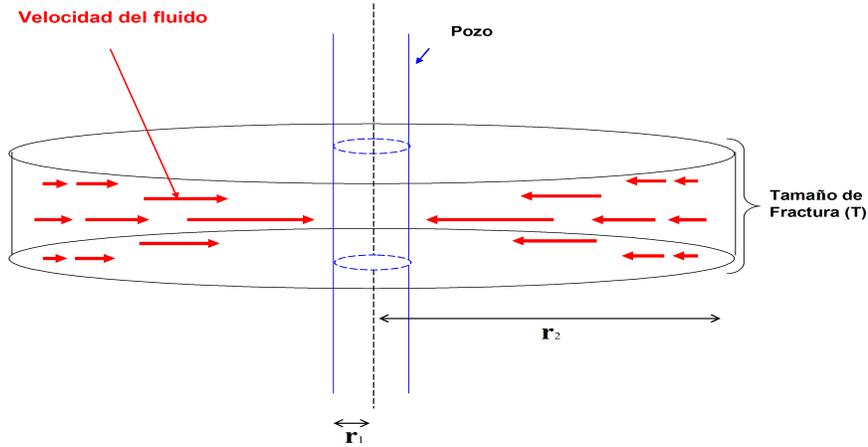


Figura A.2: Modelo que representa una fractura radial horizontal uniforme y flujo radial hacia el pozo.

$$\frac{D V_{\theta}}{D t} = F_{\theta} + \frac{V_r V_{\theta}}{r} - \frac{\partial p}{\rho r \partial \theta} + \frac{\mu}{\rho} \left( \nabla^2 V_{\theta} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial V_{\theta}}{\partial \theta} - \frac{V_{\theta}}{r^2} \right), \quad (\text{A.21b})$$

$$\frac{D V_z}{D t} = F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 V_z. \quad (\text{A.21c})$$

donde:

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + V_r \frac{\partial}{\partial r} + V_\theta / r \frac{\partial}{\partial \theta} + V_z \frac{\partial}{\partial z} ,$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} ,$$

$F_r, F_\theta, F_z =$  fuerzas externas en las direcciones  $r, \theta, z$  ,

$V_r, V_\theta, V_z =$  componentes de la velocidad en las direcciones  $r, \theta, z$  ,

$t =$  tiempo.

$p =$  presión.

$\mu/\rho =$  viscosidad cinemática.

La ecuación de continuidad para el flujo de un fluido incompresible en coordenadas cilíndricas está dada por la ecuación (A.22):

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(rV_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 . \quad (\text{A.22})$$

Cuando el flujo ocurre únicamente en la dirección radial,  $V_\theta = 0$  y  $V_z = 0$ , las ecuaciones (A.21) se reducen:

$$V_r \frac{\partial V_r}{\partial z} + V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\mu}{\rho} \left( \nabla^2 - \frac{1}{r^2} \right) V_r \quad (\text{A.23})$$

y la ecuación de continuidad (A.22) :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(rV_r)}{\partial r} = 0 . \quad (\text{A.24})$$

Cuando el término inercial, es decir  $V_r \partial V_r / \partial r$  en la ecuación (A.23) es pequeño comparado con los otros términos, la ecuación (A.23) se llega:

$$-\frac{\partial p}{\partial r} = \mu \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{r^2} \right) V_r . \quad (\text{A.25})$$

Separando variables e integrando la ecuación de continuidad (A.25), se obtiene:

$$V_r = \frac{C_0(z)}{r}, \quad (\text{A.26})$$

donde  $C_0(z)$  es un parámetro de integración que es función de  $z$ .

Sustituyendo la ecuación (A.26) en la ecuación (A.25), se obtiene:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \mu \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{r^2} \right) \frac{C_0(z)}{r}. \quad (\text{A.27})$$

Desarrollando la ecuación (A.27), se obtiene:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \mu \left( \frac{2C_0(z)}{r^3} - \frac{C_0(z)}{r^3} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 C_0(z)}{\partial z^2} - \frac{C_0(z)}{r^3} \right). \quad (\text{A.28})$$

Simplificando:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\mu}{r} \frac{\partial^2 C_0(z)}{\partial z^2}. \quad (\text{A.29})$$

De lo anterior  $C_0(z)$  debe ser una función de  $z$  de otra manera la ecuación (A.29) no tendría algún significado; en otra palabras,  $C_0(z) = f(z)$ . La ecuación (A.29) se puede arreglar de la forma siguiente:

$$\frac{r}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\partial^2 f(z)}{\partial z^2}. \quad (\text{A.30})$$

El lado izquierdo y derecho de la ecuación (A.30) son independientes uno de otro; por lo tanto estos deben ser igual a una constante  $a$ , esto es:

$$\frac{r}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\partial^2 f(z)}{\partial z^2} = a , \quad (\text{A.31})$$

donde  $a$  puede ser positiva o negativa. Cada lado de la ecuación (A.31) puede resolverse, usando las condiciones de frontera siguientes:

$$p = p_e \quad \text{cuando} \quad r = r_2 , \quad (\text{A.32})$$

$$p = p_w \quad \text{cuando} \quad r = r_1 , \quad (\text{A.33})$$

$$V_r = 0 \quad \text{cuando} \quad z = \pm T/2 , \quad (\text{A.34})$$

$$\frac{\partial V_r}{\partial z} \quad \text{cuando} \quad z = 0 \quad (\text{o } V_r = \text{finito}) . \quad (\text{A.35})$$

Del lado izquierdo de la ecuación (A.31) y aplicando las condiciones de frontera (A.32) y (A.33), se obtiene:

$$\frac{r}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} = a \quad (\text{A.36})$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial p}{\partial r} &= a \frac{\mu}{r} \\
\partial p &= a \frac{\mu}{r} \partial r \\
\partial p &= a \mu \frac{\partial r}{r} \\
\int_{p_w}^{p_e} \partial p &= a \mu \int_{r_w}^{r_e} \frac{\partial r}{r} \\
p \Big|_{p_w}^{p_e} &= a \mu \ln r_e - \ln r_w
\end{aligned}$$

$$p_e - p_w = a \mu \ln \frac{r_e}{r_w} . \quad (\text{A.37})$$

En forma similar, para el lado derecho de la ecuación (A.31) y tomando las condiciones de frontera (A.34) y (A.35), se obtiene:

$$f(z) = \frac{1}{2} a \left[ \left( \frac{T}{2} \right)^2 - z^2 \right] = C_0(z) . \quad (\text{A.38})$$

Eliminando  $f(z) = C_0(z)$  y  $a$  entre las ecuaciones (A.26), (A.37) y (A.38), se obtiene:

$$a = \frac{p_e - p_w}{\mu \ln \frac{r_2}{r_1}} \quad (\text{A.39})$$

Sustituyendo la ecuación (A.39) en la ecuación (A.38):

$$f(z) = C_0(z) = \frac{1}{2} \left( \frac{p_e - p_w}{\mu \ln \frac{r_2}{r_1}} \right) \left[ \left( \frac{T}{2} \right)^2 - z^2 \right] \quad (\text{A.40})$$

Asimismo, sustituyendo (A.40) en la ecuación (A.26), se tiene:

$$V_r = \left( \frac{p_e - p_w}{2\mu r \ln \frac{r_e}{r_w}} \right) \left[ \left( \frac{T}{2} \right)^2 - z^2 \right]. \quad (\text{A.41})$$

Por otra parte, para el cálculo de la velocidad promedio en la sección transversal,  $\langle V_z \rangle$

$$\langle V_z \rangle = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} V_r dz, \quad (\text{A.42})$$

Sustituyendo en la ecuación (A.42) anterior:

$$\langle V_z \rangle = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \left( \frac{p_e - p_w}{2\mu r \ln \frac{r_2}{r_1}} \right) \left[ \left( \frac{T}{2} \right)^2 - z^2 \right] dz.$$

Por lo tanto:

$$\langle V_z \rangle = \frac{T^2(p_e - p_w)}{12\mu r \ln \frac{r_2}{r_1}} \quad (\text{A.43})$$

Para el caso del gasto:

$$q = \langle V_m \rangle \times \text{Área} = \frac{T^2(p_e - p_w)}{12\mu r \ln \frac{r_2}{r_1}} \times (2\pi r T), \quad (\text{A.44})$$

$$q = \frac{\pi T^3(p_e - p_w)}{6\mu \ln \frac{r_e}{r_w}}. \quad (\text{A.45})$$

La caída de presión por fricción en régimen laminar en una fractura horizontal de apertura uniforme y flujo radial entre el radio  $r_1$  y  $r_2$ :

$$\Delta p_{flam} = \frac{6\mu q}{\pi T^3} \ln \frac{r_1}{r_2}. \quad (\text{A.46})$$

Para el caso de flujo turbulento, considerando  $n = 2$  como en la ecuación (A.18), podemos escribir:

$$\Delta p = \frac{cL\rho\langle V_m^2 \rangle}{T} \quad (\text{A.47})$$

donde:

$$\langle V \rangle = \frac{q}{\text{Area}}$$

$$\langle V^2 \rangle = \left( \frac{q}{\text{Area}} \right)^2$$

El área es (figura A.2)  $2\pi rT$ , por lo tanto:

$$\langle V_m^2 \rangle = \frac{q^2}{(2\pi rT)^2} = \frac{q^2}{4\pi^2 r^2 T^2};$$

sustituyendo en la ecuación (A.47):

$$\Delta p_{ftur} = \frac{cr\rho \left( \frac{q^2}{4\pi^2 r^2 T^2} \right)}{T};$$

la cual se puede escribir como la forma diferencial de la ecuación (A.47):

$$\frac{dp_{f\text{tur}}}{dr} = \frac{c\rho q^2}{4\pi^2 r^2 T^3}.$$

Integrando esta expresión anterior entre  $r_1$  y  $r_2$  (figura A.2):

$$\begin{aligned} \int_{p_1}^{p_2} dp_{f\text{tur}} &= \frac{c\rho q^2}{4\pi^2 T^3} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2}, \\ \int_{p_1}^{p_2} dp_{f\text{tur}} &= \frac{c\rho q^2}{4\pi^2 T^3} \int_{r_1}^{r_2} r^{-2} dr, \\ \Delta p_{f\text{tur}} &= -\frac{c\rho q^2}{4\pi^2 T^3} r^{-1} \Big|_{r_1}^{r_2}, \\ \Delta p_{f\text{tur}} &= -\frac{c\rho q^2}{4\pi^2 T^3} \frac{1}{r} \Big|_{r_1}^{r_2}, \\ \Delta p_{f\text{tur}} &= -\frac{c\rho q^2}{4\pi^2 T^3} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \end{aligned}$$

Por lo tanto, la caída de presión por fricción en régimen turbulento para una fractura horizontal de apertura uniforme y flujo radial:

$$\Delta p_{f\text{tur}} = \frac{c\rho q^2}{4\pi^2 T^3} \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right). \quad (\text{A.48})$$

De las ecuaciones (A.46) y (A.48) solo se obtienen las caídas de presión por fricción. La caída por energía cinética es importante, para el caso de flujo radial hacia un pozo, porque el fluido se acelera a medida que se acerca al pozo.

Los cálculos de la caída de energía cinética, requieren un conocimiento de la distribución de velocidades entre las caras de la fractura (figura A.2). Esta distribución puede ser calculada para flujo laminar, pero no para un flujo turbulento.

No obstante, en el caso de flujo turbulento no se tiene mucho error, suponiendo que la curva de distribución es plana; es decir, que a cualquier radio dado, la velocidad es constante en cualquiera de todos puntos, entre las caras de la fractura, e igual al promedio de la velocidad de flujo.

A partir de la ecuación (A.9), para flujo laminar, la velocidad  $V$  a una distancia  $t$  de un plano axial de la fractura (figura A.1) está dada por la ecuación:

$$V = \frac{p_{flam}}{\mu l} \left( \frac{T^2}{8} - \frac{t^2}{2} \right)$$

Y la media del cuadrado de las velocidades  $(V^2)_m$  entre las caras de la fractura, es decir, entre:

$$t = \frac{T}{2} \quad \text{y} \quad t = -\frac{T}{2},$$

Puedo expresarse:

$$(V^2)_m = \frac{p_{flam}^2 T^4}{120 \mu^2 l^2}.$$

Para el caso de la caída de presión debida a la energía cinética,  $p_{ks}$ , partiendo de la ecuación de Bernoulli:

$$\frac{p_1}{\rho} + gZ_1 + \frac{V_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + gZ_2 + \frac{V_2^2}{2}. \quad (\text{A.49})$$

Debido a que la energía total (igual a la suma de las energías de presión, potencial y cinética) se mantiene constante de acuerdo a la ecuación de Bernoulli:

$$\frac{p_1}{\rho} + gZ_1 + \frac{V_1^2}{2} = \text{constante} .$$

Debido a que el flujo es horizontal (figura A.1), no existen cambios en la energía potencial. La caída de presión causada por energía cinética se expresa por medio de la ecuación (A.50):

$$\Delta p = \frac{\rho V^2}{2} . \quad (\text{A.50})$$

Aplicando la ecuación (A.50) para el cálculo de la caída de presión por energía cinética en una fractura horizontal y de apertura uniforme:

$$\Delta p_{\text{klam}} = \frac{144}{240} \rho V_m^2$$

Por lo tanto:

$$\Delta p_{\text{klam}} = \frac{3}{5} \rho V_m^2 . \quad (\text{A.51})$$

En el caso de flujo radial, la caída de presión entre  $r_1$  y  $r_2$ , se considera:

$$V_m^2 = \frac{q^2}{4\pi^2 r^2 T^2} ;$$

sustituyendo esta expresión en la ecuación (A.51):

$$\Delta p_{\text{klam}} = \frac{3}{5} \rho \left( \frac{q^2}{4\pi^2 r^2 T^2} \right) = \frac{3\rho q^2}{20\pi^2 r^2 T^2} ,$$

$$\Delta p_{k\text{lam}} = \frac{3\rho q^2}{20\pi^2 r^2 T^2} , \quad (\text{A.52})$$

la cual se puede escribir en forma diferencial:

$$\frac{dp_{k\text{lam}}}{dr} = \frac{3\rho q^2}{20\pi^2 r^2 T^2} .$$

Integrando entre  $r_1$  y  $r_2$ :

$$\int_{p_1}^{p_2} dp_{k\text{lam}} = \frac{3\rho q^2}{20\pi^2 T^2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} ,$$

La caída de presión por energía cinética en régimen laminar en una fractura horizontal de apertura uniforme y flujo radial, se estima por medio de la ecuación resultante, esto decir:

$$\Delta p_{k\text{lam}} = \frac{3\rho q^2}{20\pi^2 T^2} \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) . \quad (\text{A.53})$$

Para flujo turbulento, suponiendo que  $(V^2)_m = V_m^2$  :

$$\Delta p_{k\text{tur}} = \frac{1}{2} \rho V_m^2 . \quad (\text{A.54})$$

Para el caso de flujo radial, la caída de presión entre  $r_1$  y  $r_2$ , se considera:

$$V_m^2 = \frac{q^2}{4\pi^2 r^2 T^2} ;$$

sustituyendo esta expresión para la velocidad media en la ecuación (A.54),

$$\Delta p_{ktur} = \frac{1}{2} \rho \left( \frac{q^2}{4\pi^2 r^2 T^2} \right) = \frac{\rho q^2}{8\pi^2 r^2 T^2} ,$$

$$\Delta p_{ktur} = \frac{\rho q^2}{8\pi^2 r^2 T^2} ; \quad (\text{A.55})$$

en forma diferencial la ecuación (A.55) puede expresarse:

$$r \, dp_{ktur} = \frac{\rho q^2}{8\pi^2 r^2 T^2} dr .$$

Integrando esta expresión entre  $r_1$  y  $r_2$ :

$$\int_{p_1}^{p_2} dp_{ktur} = \frac{\rho q^2}{8\pi^2 T^2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^3} ,$$

La caída de presión por energía cinética en régimen turbulento en una fractura horizontal de apertura uniforme y flujo radial, se estima con la ecuación resultante, esto es:

$$\Delta p_{ktur} = \frac{\rho q^2}{8\pi^2 T^2} \left( \frac{1}{r_2^2} - \frac{1}{r_1^2} \right) . \quad (\text{A.56})$$

La caída de presión total  $\Delta p_{lam}$  para flujo radial laminar es:

$$\Delta p_{lam} = \Delta p_{flam} + \Delta p_{klam} , \quad (\text{A.57})$$

$$\Delta p_{\text{lam}} = \frac{6\mu q}{\pi T^3} \ln \frac{r_1}{r_2} + \frac{3\rho q^2}{20\pi^2 T^2} \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right). \quad (\text{A.58})$$

La caída de presión total  $p_{\text{tur}}$  para flujo radial turbulento es:

$$\Delta p_{\text{tur}} = \Delta p_{\text{ftur}} + \Delta p_{\text{ktur}}. \quad (\text{A.59})$$

$$\Delta p_{\text{tur}} = \frac{c\rho q^2}{4\pi^2 T^3} \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) + \frac{\rho q^2}{8\pi^2 T^2} \left( \frac{1}{r_2^2} - \frac{1}{r_1^2} \right). \quad (\text{A.60})$$

El flujo a través de una fractura que intercepta a un pozo convenientemente a bajos gastos de producción será laminar, pero a gastos altos el flujo cambiará de laminar a turbulento en algún radio intermedio  $r$ , entre  $r_1$  y  $r_2$ , y bajo estas condiciones la caída de presión total  $\Delta p_t$ , está dada por la suma de las ecuaciones (A.58) y (A.60):

$$\Delta p_t = \Delta p_{\text{lam}} + \Delta p_{\text{tur}}. \quad (\text{A.61})$$

$$\Delta p_t = \frac{6\mu q}{\pi T^3} \ln \frac{r_1}{r} + \frac{3\rho q^2}{20\pi^2 T^2} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \right) + \frac{c\rho q^2}{4\pi^2 T^3} \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r} \right) + \frac{\rho q^2}{8\pi^2 T^2} \left( \frac{1}{r_2^2} - \frac{1}{r^2} \right). \quad (\text{A.62})$$

# Apéndice B

## Flujo no Darciano

En yacimientos tipo homogéneo la relación entre el gasto de flujo  $q$  y la caída de presión  $\Delta p$  es lineal. Sin embargo en yacimientos fracturados, la relación lineal no prevalece por la turbulencia cercana al pozo (Reiss, [33]). Esta condición se le conoce como flujo no Darciano. Este tipo de flujo puede ocurrir a altas velocidades de flujo de líquido o gas. Forchheimer analizó este fenómeno para el caso de flujo horizontal en 1D, proponiendo la expresión siguiente, (Lee [25]):

$$-\frac{dp}{dL} = \frac{\mu v}{k} + \beta \rho v^2 . \tag{B.1}$$

De la ecuación anterior Saidi [40] describe lo siguiente: el primer término de la derecha de la ecuación (B.1), representa la fricción del fluido por una disipación de la energía debida a la viscosidad del fluido. Asimismo, el segundo término del lado derecho representa la pérdida de energía debido a la energía cinética.

La ecuación (B.1) se puede reescribir como sigue:

$$-\frac{dp}{dL} = \frac{\mu v}{k} \left( 1 + \frac{c_1 k \beta \rho v}{\mu} \right). \quad (\text{B.2})$$

Un análisis de la ecuación (B.2) permite concluir que cuando el número de Reynolds es cercano a la unidad, el gradiente de presión fluyente es causado por el flujo viscoso. Sin embargo, si las fuerzas inerciales se incrementan significativamente, entonces no se puede modelar el flujo únicamente con la ecuación de Darcy.

## B.1 Análisis del Fenómeno del Flujo No Darciano

Katz [24], menciona que la caída de presión adicional que se representa en la ecuación (B.1) a través del cuadrado de la velocidad, es el resultado de la resistencia cortante en la dirección perpendicular a la dirección del flujo como a la sección al flujo transversal que cambia de tamaño a lo largo del conducto. Asimismo Katz [24], menciona que el fenómeno de fricción adicional, algunos investigadores lo han llamado efecto inercial. Para otros autores, es un mecanismo de pérdida longitudinal y transversal de energía de presión. El esfuerzo transversal que varía con la velocidad de flujo se presenta a través del término  $\beta \rho v^2$ , el cual resulta de alterarse el área de sección transversal al flujo y a la turbulencia. En el caso de una formación homogénea o de una matriz de roca porosa carbonatada, los espacios son muy pequeños para visualizar la turbulencia. Para obtener una velocidad cuadrática de la pérdida de presión, no necesariamente se debe tener turbulencia; el solo incremento en el movimiento transversal y separación del fluido puede causar un movimiento adicional, y por tanto, añadir una pérdida de presión.

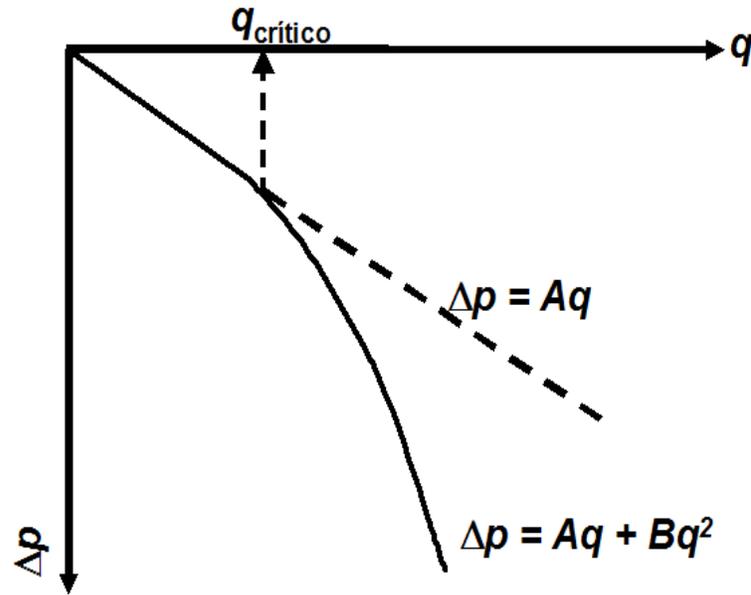


Figura B.1: Esquema del modelo físico de Baker (Baker, 1954).

## B.2 Ecuación de Flujo en el Medio Poroso

La ecuación (B.1) que es la ecuación Forchheimer, se puede escribir de la manera siguiente (Saidi,[40]):

$$\Delta p = Aq + Bq^2 . \quad (\text{B.3})$$

El término  $Aq$  describe la contribución a la pérdida de presión en fondo lejos del pozo, causada por el flujo laminar o flujo Darciano;  $Bq^2$  es la contribución a la pérdida de presión en fondo cerca del pozo, debida al flujo turbulento o flujo no Darciano. Se considera que el flujo laminar se presenta a gastos bajos cuando  $Bq^2 \ll Aq$  y flujo turbulento a altos gastos, cuando  $Bq^2 \gg Aq$ . Ver figura B.1.

La ecuación (B.3) también se conoce como ecuación generalizada del medio poroso (Van Golf-Racht, [50], Reiss, [33], Saidi, [40]).

El término de flujo  $A$  corresponde al flujo laminar. Si se tienen condiciones de flujo pseudo-estacionario, el coeficiente de flujo  $A$  es el inverso del índice de productividad (IP):

$$A = \frac{1}{IP} . \quad (\text{B.4})$$

$$A = \frac{\mu_o B_o}{2\pi k_f h} \left( \ln \frac{r_e}{r_w} + \sum S \right) . \quad (\text{B.5})$$

y,

$$B = \beta \frac{\rho_o B_o}{4\pi^2 h^2} \left( \frac{1}{r_w} - \frac{1}{r_e} \right) . \quad (\text{B.6})$$

### B.2.1 Ecuación de Baker

Baker [5], comprobó experimentalmente que la ecuación (B.3), se podía aplicar a un medio fracturado, proponiendo las ecuaciones analíticas de  $A$  y  $B$ , las cuales son muy similares a las ecuaciones (B.5) y (B.6), respectivamente:

$$A = \frac{6\mu_o B_o}{\pi T^3} \ln \frac{r_e}{r_w} , \quad (\text{B.7})$$

y  $B$  corresponde a los caídas de presión debido a las fuerzas viscosas en flujo turbulento y cambios en energía cinética:

$$B = \underbrace{\frac{\rho_o B_o^2}{4\pi^2 T^2} \left[ \frac{3}{5} \left( \frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_e^2} \right) \right]}_{\text{Flujo laminar}} + \underbrace{\frac{\varphi}{T} \left( \frac{1}{r_w} - \frac{1}{r_1} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{r_w^2} - \frac{1}{r_1^2} \right)}_{\text{Flujo turbulento}} . \quad (\text{B.8})$$

donde:

$\varphi$ : coeficiente experimental = 0.011.

Cuando la turbulencia llega a ser importante, Baker propone la simplificación de la ecuación (B.8):

$$B = \frac{1}{8\pi^2} \frac{\rho_o}{T^2} \frac{B_o^2}{r_w^2} \left( 1 + 0.022 \frac{r_w}{T} \right). \quad (\text{B.9})$$

Asimismo Baker [5], propone una ecuación de radio crítico,  $r_{\text{crít}}$ , para emplearse en la determinación de cuando el flujo cambia de laminar o turbulento, es decir:

$$r_{\text{crít}} = \frac{B_o q_o \rho_o}{\pi}. \quad (\text{B.10})$$



# Apéndice C

## Nomenclatura y Unidades

$A$ : constante relacionada con los efectos laminares (ecuaciones 3.6 a la 3.8),  
 $\text{lb/pg}^2/\text{Mbpd}$ .

$A$ : sección transversal del área de flujo.

$B$ : constante relacionada con los efectos inerciales o de alta velocidad (ecuaciones 3.7 y 3.10),  $\text{lb/pg}^2/(\text{Mbpd})^2$ .

$B_o$ : factor de volumen del aceite, (bl a c.y./bl a c.s.).

$b_{fD}$ : apertura adimensional de la falla conductiva.

$CAA$ : contacto agua-aceite, pies.

$CGA$ : contacto gas-aceite, pies.

$d$ : distancia entre el contacto agua-aceite y el PBEF.

$\Delta p$ : caída de presión en el fondo del pozo,  $\text{lb/pg}^2$ .

$\Delta p_{\text{lam}}$ : caída de presión total entre el radio  $r_1$  y  $r_2$  por régimen laminar.

$\Delta p_{\text{tur}}$ : caída de presión total entre el radio  $r_1$  y  $r_2$  por régimen turbulento.

$F_{CD}$ : conductividad adimensional de falla.

$p_t$ : caída de presión total entre el radio  $r_1$  y  $r_2$  por régimen laminar y turbulento.

$\Delta\gamma$ : diferencia de densidades entre dos fluidos, lb/pg<sup>2</sup>/pie.

$(\frac{dp}{dr})$ : gradiente de presión fluyente, lb/pg<sup>2</sup>/pie.

$\gamma_w$ : gradiente estático del agua, lb/pg<sup>2</sup>/pie.

$\gamma_o$ : gradiente estático del aceite, lb/pg<sup>2</sup>/pie.

$k$ : constante determinada experimentalmente, afectada por la rugosidad de las caras de la falla.

$\Phi$ : potencial.

$\Phi_e$ : potencial al radio de drene.

$\Phi_w$ : potencial en la superficie del pozo.

$\Phi_z$ : potencial al radio del pozo y a la profundidad  $z$ .

$g$ : aceleración de la gravedad, 32.2 pies/seg<sup>2</sup>.

$h$ : espesor de la formación, pies.

$H_g$ : altura crítica de conificación del gas (figura 4.1), pies.

$H_w$ : altura crítica de conificación del aceite (figura 4.1), pies.

$\mu_o$ : viscosidad dinámica del aceite, poises.

$NRe$ : número de Reynolds, adimensional.

$p(r, z)$ : presión en el contacto agua-aceite en el punto  $(r, z)$  (figura 2.1),  $\text{lb/pg}^2$ .

PAEF: punto más alto de entrada del fluido (figura 4.1), pies.

PBEF: punto más bajo de entrada del fluido (figura 4.1), pies.

$p$ : presión del yacimiento medida en el fondo de la zona de aceite a un punto remoto del pozo (2.1),  $\text{lb/pg}^2$ .

$\Delta p_f$ : caída de presión debida a la fricción, al ocurrir el flujo en una cierta distancia, pies.

$p_{wf}$ : presión de fondo fluyendo,  $\text{lb/pg}^2$ .

$p_{ws}$ : presión promedio del yacimiento,  $\text{lb/pg}^2$ .

$q_D$ : gasto adimensional.

$q_g \text{ iny}$ : gasto de gas de inyección de BN,  $\text{MMpie}^3/\text{día}$ .

$q_o$ : gasto de flujo del aceite,  $\text{Mbd}$ .

$q_o \text{ crít}$ : gasto crítico del aceite,  $\text{Mbd}$ .

$q_o \text{ seguro}$ : gasto crítico seguro del aceite,  $\text{Mbd}$ .

$r_1$ : radio de flujo turbulento,  $\text{pg}$ .

$r_2$ : radio de drene del pozo en el plano de la fractura,  $\text{pg}$ .

$r_{\text{crít}}$ : radio de flujo crítico, pies.

$r_e$ : radio de drene, pies.

$r_w$ : radio del pozo, pies.

$\rho_o$ : densidad del aceite, gr/cm<sup>3</sup>.

$S$ : daño a la formación, adimensional.

$\theta$ : ángulo de inclinación del plano de la fractura medido con respecto a la vertical, grados.

$t_{fD}$ : tiempo adimensional.

$t$ : tiempo de irrupción, meses.

$t_1$ : tiempo que tarda en viajar una partícula de agua a través de una falla conductiva, desde el contacto agua-aceite hasta el nivel del pozo, meses.

$t_2$ : tiempo que tarda en viajar una partícula de agua, a nivel de la formación donde se produce, desde la falla hasta el pozo, meses.

$T$ : apertura de la fractura, pg.

$T_A$ : apertura de la fractura única equivalente en la región de flujo laminar, pg.

$T_B$ : apertura de la fractura única equivalente en la región de flujo turbulento, pg.

$V$ : velocidad del fluido en la fractura, cm/seg.

$V_m$ : Velocidad promedio de flujo, cm/seg.

$y$ : altura del cono, pies.

$y_{CD}$ : distancia vertical adimensional del CAA al nivel medio del intervalo abierto a producción del pozo.

$z$ : distancia de un punto al plano de referencia, pies.

# Bibliografía

- [1] Abbaszadeh, M. y Asakawa, K.: “Interference Testing in Reservoirs With Conductive Faults or Fractures”. SPE 66406. Presentado en la Annual Technical Conference and Exhibition en San Antonio, Texas. Octubre 5-8, 1997.
- [2] Aguilera, R.: *Naturally Fractured Reservoirs*. Segunda Edición. PennWell Publishing Company. Tulsa, Oklahoma. 1995.
- [3] Al-Afaleg, N. I. y Iraj Ershaghi: “Coning Phenomena in Naturally Fractured Reservoir”. SPE 26083. Presentado en la Western Regional Meeting en Anchorage, Alaska. Mayo 26 - 28, 1993.
- [4] Arana, V. H.: *Apuntes de Fundamentos de Simulación Matemática de Yacimientos*. DEPFI - Universidad Nacional Autónoma de México. 2006.
- [5] Baker, W. J.: “Flow in Fissured Formations”. *In Proceedings Fourth World Petroleum Congress-Section II/E*. Vol. 2. p. 379-393. 1954.
- [6] Bear, J.: *Dynamics of Fluids in Porous Media*. American Elsevier Publishing Company, Inc., 1972.
- [7] Bird, B: *Fenómenos de Transporte*. Ediciones Repla, S.A., México. 1992.

- 
- [8] Birks, J.: "A Theoretical Investigation into The Recovery of Oil from Fissured Limestone Formations by Water-Drive and Gas-Cap Drive". In *Proceedings Fourth World Petroleum Congress-Section II/F*. p. 425-440. 1954.
- [9] Birks, J.: "Coning Theory and Its use in Predicting Allowable Producing Rates of Wells in a Fissured Limestone Reservoir". *Iranian Petroleum Institute Bulletin*, No. 12 y 13. p. 470-480. Diciembre 1970.
- [10] Bourdet, D.: *Well Test Analysis: The Use of Advanced Interpretation Models*. Elsevier Science. Amsterdam, Holanda. 2002.
- [11] Brown, K.: *Technology of Artificial Lift Methods*. PennWell Publishing Company. Volumen 4. Tulsa, Oklahoma. 1974.
- [12] Cinco-Ley, H. y Meng, H.-Z.: "Pressure Transient Analysis of Wells With Finite Conductivity Vertical Fractures in Double Porosity Reservoir". SPE 18172. Presentado en la 63rd Annual Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers en Houston, Texas. Octubre 2-5, 1988.
- [13] Craig, F. F.: *Aspectos de Ingeniería de la Inyección de Agua*. Monografía Vol. 3. Society of Petroleum Engineers. Febrero 1982.
- [14] Chávez-Yañez, E.: "Reporte del Análisis de la Prueba de Incremento de Presión de la Prueba de Producción del Pozo Jujo 532". Activo Integral Bellota-Jujo. *Petróleos Mexicanos*. Noviembre 2002.
- [15] Chávez-Yañez, E.: "Reporte del Registro de Presión-Temperatura con Sonda Real de la Prueba Producción del Pozo Jujo 532". Activo Integral Bellota-Jujo. *Petróleos Mexicanos*. Noviembre 2002.

- 
- [16] Dickins, M. I. y McVay, D. A.: “The Impact of Gravity Segregation on Multiphase Non-Darcy Flow in Hidraulically Fractured Gas Wells”. SPE 116748. Presentado en la Annual Technical Conference and Exhibition in Denver, Colorado. Septiembre 21-24, 2008.
- [17] Ertekin, T. y Abuo-Kassem, J. H.: *Basic Applied Reservoir Simulation*. SPE TextBook Series, Vol. 7. Society of Petroleum Engineers. 2001.
- [18] Estrada-Sinco, C. A. y Pérez-Herrera, F.: “Evaluación del Gasto Máximo Permisible en Pozos en Yacimientos Naturalmente Fracturados”. Petróleos Mexicanos. Noviembre 2006.
- [19] Garaicochea, P. F.: *Transporte de Hidrocarburos por Ductos*. Colegio de Ingenieros Petroleros de México. 1991.
- [20] Hagoort, J.: *Fundamentals of Gas Reservoir Engineering*. Elsevier Science Publishing Company, Inc., 1988.
- [21] Hughes, W. F.: *Dinámica de Fluidos*. Serie Schaum. McGraw-Hill. México, 1970.
- [22] Jones, L. G. y Blount, E. M.: “Use of Short Term Multiple Rate Flow Tests to Predict Performance of Wells Having Turbulence”. SPE 6133. Presentado en la 51st Annual Fall Technical Conference and Exhibition en New Orleans. Octubre 3-6, 1976.
- [23] Joshi, S. D.: *Horizontal Well Technology*. PennWell Books. Tulsa Oklahoma. 1991.
- [24] Katz, D. L. y Lee, R. L.: *Natural Gas Engineering: production and storage*. PennWell Publishing Company. Tulsa, Oklahoma. 1995.

- 
- [25] Lee, J. y Wattenbargert, R. A.: *Gas Reservoir Engineering*. SPE TextBook Series Vol. 5. Society Of Petroleum Engineers. 1996.
- [26] Lee, L. R. y Shyamal, N.: “Water Cone Subsidence Time of a Horizontal Well”. SPE 29295. Presentdo en la Asia Pacific Oil & Gas Conference en Kusia Lumpur, Malasia. Marzo 1995.
- [27] Mataix, C.: *Mécanica de Fluidos y Máquinas Hidráulicas*. Oxford University Press. México, 1982.
- [28] Mercado, M. M.: “Caracterización Dinámica del Campo Jujo-Tecominoacán”. Petróleos Mexicanos. Enero 2007.
- [29] Muskat, M.: *The Flow of Homogeneous Fluids Through Porous Media*. McGraw Hill Book Company. Michigan, USA. 1937.
- [30] Muskat, M. y Wyckoff, R. D.: “An Approximate Theory of Water-Coning in Oil Production”. SPE 935144. Presentado en la American Institute of Mining, Metallurgical Engineers en Tulsa Oklahoma. p 144 - 163. Octubre 1935.
- [31] Namani, M. y Asadollahi, M: “ Investigation of Water-Coning Phenomenon in Iranian Carbonate Fractured Reservoirs”. SPE 108254. Presentado en la International Oil Conference and Exhibition in México, Veracruz. Junio 27-30, 2007.
- [32] Pacheco-Venegas, R. N.: *Soluciones Análítica y Numérica para el Flujo Aceite y Agua hacia un Pozo Localizado en la Vecindad de una Falla Conductiva*. Avance de la tesis de maestría. Universidad Nacional Autónoma de México. Julio 2009.

- 
- [33] Reiss, L. H.: *The Reservoir Engineering Aspects of Fractured Formations*. Gulf Publishing Company. 1980.
- [34] Rivera, R. J.: *Apuntes de Fenómenos de Transporte*. DEPFI - Universidad Nacional Autónoma de México. 2006.
- [35] Rodríguez-Guzmán, E.: *Flujo en Fallas Conductivas*. Tesis de maestría. *Universidad Nacional Autónoma de México*. Junio 2008.
- [36] Rodríguez, N. R.: *Apuntes de Principios de Mecánica de Yacimientos*. Facultad de Ingeniería - Universidad Nacional Autónoma de México. 1987.
- [37] Ruiz-García, S.: “Reporte del Análisis Nodal de la Prueba de Producción del Pozo Jujo 532”. Activo Integral Bellota-Jujo. *Petróleos Mexicanos*. 2002.
- [38] Ruiz-García, S. y Samaniego Verduzco, F.: “Efecto del Flujo No Darciano en el Cálculo del Gasto Crítico en Pozos que Interceptan una Falla Conductiva”. Jornadas Técnicas de la Asociación de Ingenieros Petroleros de México. Villahermosa, Tabasco. Marzo 2008.
- [39] Saad, E. M. y Tarek D. D.: “Water Coning in Fractured Basement Reservoirs”. SPE 29808. Presentado en la Middle East Oil Show en Bahrain. Marzo 1995.
- [40] Saidi, A. M.: *Reservoir Engineering of Fractured Reservoirs*. Total. París. 1987.
- [41] Samaniego-Verduzco, F.: *Apuntes de Mecánica de Yacimientos*. DEPFI - Universidad Nacional Autónoma de México, 2006.
- [42] Samaniego, V. F.: “Influencia de la Compresibilidad de la Formación  $c_f$  en los Estudios de Ingeniería de Yacimientos”. Asociación de Ingenieros Petroleros México. Comalcalco, Tabasco. Mayo 2005.

- [43] Schindle, H. J.: “Interpretación de Registro de Producción Pozo Jujo 532”. Activo Integral Bellota-Jujo. *Petróleos Mexicanos-Schlumberger*. Abril 2002.
- [44] Suarez-Arriaga, M. C., Samaniego-Verduzco, F. y Pacheco-Venegas, R. N.: “Flujo Simultáneo de Aceite y Agua en una Falla Productora”. Reporte parcial. *Petróleos Mexicanos*. 2006.
- [45] Suarez-Arriaga, M. C., Samaniego-Verduzco, F., Pacheco-Venegas, R. N.: “Flujo Simultáneo de Dos Fluidos Inmiscibles en un Medio Poroso”. Reporte de avance 3. *Petróleos Mexicanos*. Noviembre 2006.
- [46] Suarez-Arriaga, M. C., Samaniego-Verduzco, F.: “Modelado Numérico de la Invasión de Salmuera Geotérmica en Reservorios de Aceite del Golfo de México”. 2do. Congreso Nacional de Métodos Numéricos en Ingeniería y Ciencias Aplicadas. México 2007.
- [47] Suarez-Arriaga, M. C.: “Flujo Simultáneo de Aceite y Agua en un Pozo Horizontal que Corta una Falla. Modelo en una Dimensión”. Reporte. *Petróleos Mexicanos*. Agosto 2007.
- [48] Tarek, A.: *Reservoir Engineering Handbook*. Gulf Publishing Company. Houston, Texas. 2000.
- [49] Trocchio, J. T.: “Investigation and Effect of Fluid Conductive Faults in the Fateh Mishrif Reservoir, Arabian Gulf”. SPE 17992. Presentado en la Middle East Oil Technical Conference and Exhibition en Manama, Bahrein. Marzo 1989.
- [50] Van Golf-Racht, T. D.: *Fundamentals of Fractured Reservoirs Engineering*. Elsevier Publishing Company, Inc.. Amsterdam, Holanda. 1982.

- [51] Wolfram, S.: *The Mathematica Book*. Quinta Edición. Wolfram Media Inc..  
2003.

