UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

“ANALOGÍAS TERMODINÁMICAS EN JUEGOS Y SERIES TEMPORALES”

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

FISICO

P R E S E N T A:

ARTURO RODRÍGUEZ CHACÓN

DIRECTOR DE TESIS:

DR. MARCELO DEL CASTILLO MUSSOT

2011

Datos del jurado:

1. Datos del alumno.

Rodríguez

Chacón

Arturo.

56561651

Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de ciencias.

Física.

098214796

2. Datos del tutor.

Dr

Del Castillo

Mussot

Marcelo

3. Datos del sinodal 1

Dr

Gerardo

García

Naumis

4. Datos del sinodal 2

M en C

Augusto

Cabrera

Manuel

5. Datos del sinodal 3

M en C

Mirna

Villavicencio

Torres

6. Datos del sinodal 4

M en C

Jesús Armando

Lara

Velázquez

7. Datos de la tesis.

Analogías termodinámicas en juegos y series temporales

Uso de la función beta modificada y función de correlación

para la descripción de sistemas de gobierno

65 p

2011

Dedicatorias.

Mi Madre Catalina Chacón Uribe, quien nos cuidó y estuvo con nosotros en el momento que pensamos que la tempestad nunca se iría; nos enseñó a salir adelante a tener más sensibilidad hacia nosotros mismos y por nuestro prójimo y principalmente, que no estamos solos.

...acordate de esta ley de tu vida
si hace algún tiempo fuiste desgraciada
eso también ayuda a que hoy se afirme
tu bienaventuranza
de todos modos para vos no es novedad
que el mundo
y yo
te queremos de veras
pero yo siempre un poquito más que el mundo.
M.B.

Mi Padre, José Rogelio Rodríguez Talavera, a la persona que más admiro como investigador, y quien alguna vez me dijo que siguiera adelante, y que nunca dejara de hacer algo. Pese a todo siempre estuviste ahí. Gracias.

A mi hermano Rogelio, quien me enseño a ser fuerte en esta vida y defenderme yo mismo.

A mi hermana Alejandra, la primera de los cuatro que salió adelante y nos encendió una vela al final del túnel para salir adelante.

A mi hermana Gabriela, que con su astucia me ha enseñado a tener más seguridad.

A mi abuelita Conchita, por tener esa excelente memoria y contarme sus anécdotas para concluir con una bonita enseñanza.

Mi cuñado Erick, por el apoyo brindado en este trabajo y por las palabras de aliento que nunca olvidaré.

A Pancho y Eduardo, que en tiempos duros inyectaron alegría en nuestras vidas. Aún conservamos eso en nuestros corazones. Muchas gracias por todo.

A los amigos de la familia, que han estado con nosotros desde hace mucho tiempo.

A la familia de mi hermano: Bety, por apoyarme en la impresión de borradores; Angel y Valeria, por ayudar a mi Madre.

A Víctor, mi cuñado, por el apoyo que me ha brindado.

A mi Primo Antonio Rodríguez Canto, por ayudarme a la revisión de la tesis y principalmente por escucharme y ponerme una mano en mi hombro en los momentos más difíciles. Muchas gracias.

A todas las personas que de una u otra forma me han brindado parte de su valioso tiempo para enseñarme y formarme, aclarando que sus nombres no están escritos aquí porque son demasiados; afortunadamente es así.

Agradecimientos:

A mi alma matér: La Universidad Nacional Autónoma de México, por darme la oportunidad de aprender y forjarme como profesional.

A mi asesor de tesis: Dr. Marcelo del Castillo Mussot, por la paciencia que tuvo hacia conmigo y apoyarme para la realización de esta tesis.

Al Dr. Gerardo García Naumis, por haber aceptado ayudarme desinteresadamente en la elaboración de este trabajo de tesis; también por el tiempo que me dedico explicándome los temas del trabajo y hablarme acerca de las situaciones de la vida. Muchas gracias.

A mis sinodales: M. en C. Augusto Cabrera, M. en C. Mirna Villavicencio y M. en C. Armando Lara por aceptar con gusto ser parte de mi jurado, corregir mis errores en la redacción de la tesis y enseñarme en sus clases.

A mis amigos del cubo: Max, Richi, David, Oscar, Jorge, Julio, Luz y Arturo por haberme apoyado en todo este tiempo para terminar mi tesis.

A mi cuate: Arturo Reyes por dedicarme tiempo para ayudarme a pasar en Latex este trabajo de tesis.

A mi pana de Venezuela: Dr. Sergio Rojas, por ayudarme a realizar los programas de cómputo para esta tesis y ser mi amigo.

A Manuel Lopez Michelone por la elaboración del programa Termoajedrez y *facilitar los cálculos.*

Al Dr. Ruben Fossion por el tiempo y el apoyo para el análisis de los datos de ajedrez.

A mis amigos: Alain, Rodrigo (Tom), Ulises, Victor (cabrito), Fernando, Nohemi, Nestor, Ivan, Kiyoshi, Salvador Quiroz, Jorge (Pollo), Carlos (Jarocho), Carlos Soto, Meraz, Homero, Gabbo, Ivan Super, Julio Aguirre, Lalo, Belem, Cesar (pusy), Daniel Boom, Yannick, Sandra, Alejandrito, Pita, Sacnicte, Xany, Abraham, Martin, Erick, Eymard, Javier Mora, Javier Mora Hijo, José, Leonid Serkin (el ruso), Romeo, Vero, Edahi, Vladimir, Omar, Gerardo Reyes, Neftalí, Aitor, Iker, Miguel, Itzel, Andromeda, Nelly, Yira, y los que falta mencionar...

ARTURO.

Índice general

ÍNDICE GENERAL

0.1. PREFACIO

La aplicación de las herramientas matemáticas en distintas áreas del conocimiento y actividades humanas, colaborará con las descripciones de los sistemas propios; entre estas podemos mencionar disciplinas como la economía, la sociología o simplemente en las aplicaciones denominadas juegos, en las cuales se requiere de mayor precisión, y con ello aumentar el potencial ya existente. Disciplinas en las cuales no es común el uso de esta ciencia para su estudio.

La estructura del presente trabajo contempla, una breve introducción a temas que se estudiaran; posteriormente se hará un análisis mediante las herramientas matemáticas empleadas que particularmente son las funciones beta modificada y la función de correlación, para poder sustentar una motivación a la aplicación de estas herramientas en otras áreas que no sean precisamente de física o matemáticas.

La intención de este trabajo es estudiar a los juegos y a las estructuras de poder utilizando técnicas de la física, realizando analogías físicas con estos temas y dar descripciones que no se han hecho antes de este tipo de sistemas.

La intención de este trabajo es estudiar a los juegos y a las estructuras de poder utilizando técnicas de la física, realizando analogías físicas con estos temas y dar descripciones que no se han hecho antes de este tipo de sistemas.

En el primer capítulo se estudian conceptos básicos de física para realizar las analogías con los juegos y series temporales mencionados en este trabajo en particular enfocándonos en el ajedrez y una serie temporal de los tiempos de duración de los gobernantes en el gobierno, ya que tiene gran interés en la rama social para tener una descripción de las sociedades, cosa que no se tenía antes.

En el segundo capítulo se tratan las series temporales particulares del juego de ajedrez, con la finalidad de apreciar las ventajas que se tienen para cada jugada realizada en la partida; también se hace la comparación de los datos ordenados por intervalo o a través de un histograma simple, mismo que es ajustado a alguna distribución especifica cuyo índice de correlación sea el más próximo a 1.

En el tercer capítulo se trata la serie temporal de la duración en el poder de los gobernantes en distintas sociedades, con la intención de describir, comparar y predecir el comportamiento del sistema gubernamental con la ayuda de una herramienta matemática denominada *función beta modificada* [7], la cual se emplea para la descripción de proceso o eventos en distintas áreas como son música, biología, física, lingüística, entre otras. En el cuarto capítulo se define y desarrolla la función de correlación, herramienta matemática que determina la probabilidad, para el caso particular del tiempo que un gobernante se mantenga en el poder dado que ya ha estado en él, aclarando que los valores no son precisamente una medida de probabilidad debido a que no se cumplen con las condiciones necesarias.

También se muestra una función llamada *función exponencial estirada* (cuyo nombre en inglés es: stretched exponential function), que es utilizada en varias areas de la física y que utilizaremos para realizar una analogía de los datos obtenidos de la función de correlación con esta misma. Finalmente en el quinto capítulo presenta los resultados obtenidos al aplicar la función beta modificada y la función de correlación, mencionando los posibles alcances que conlleva la aplicación de las herramientas propuestas en esta tesis.

Capítulo 1

CONCEPTOS BASICOS Y SISTEMAS.

1.1. Física en disciplinas como la econofísica y la sociofísica

La física es una ciencia natural que estudia las propiedades del espacio, el tiempo, la materia y la energía, así como sus interacciones. Es decir, es una ciencia muy completa que puede ayudar a entender y describir gran variedad de sistemas.

Por ello, la física es una de las disciplinas académicas más antiguas, tal vez la más antigua a través de la inclusión de la astronomía. En los últimos dos milenios, la física ha sido considerada sinónimo de filosofía, de química, y de ciertas ramas de la matemática y la biología; sin embargo durante la Revolución Científica en el siglo XVI surgió para convertirse en una ciencia moderna, única por derecho propio. En algunas esferas como la física matemática y la química cuántica, los límites de la física siguen siendo difíciles de distinguir.

Por otro lado, las ciencias sociales comprenden disciplinas como la historia, la sociología, la economía, etc. que se ocupan de aspectos del comportamiento y actividades de los humanos, generalmente no estudiados en las ciencias naturales. En ciencias sociales se examinan tanto las manifestaciones materiales como las inmateriales de las sociedades e individuos.

En general, existe un acuerdo razonable sobre qué disciplinas deben ser consideradas parte de las ciencias sociales y también de las ciencias naturales, aunque la división tradicional entre ambas es dudosa en el caso de algunas.

Una rama interesante de las ciencias sociales es la economía, en la cual se han aplicado herramientas de la Física. Esta unión de dos ciencias diferentes se ha denominado *econofísica*, y en ella se aplican teorías y métodos, originalmente desarrollados por físicos, para entender y resolver problemas en la Economía, especialmente, aquellos que involucran aspectos estocásticos y de dinámica no lineal.

Otro campo interdisciplinario en la que se utilizan las herramientas, los métodos y la experiencia de la misma aplicados a sistemas sociales es la sociofísica. En particular, podemos decir que la sociofísica es una novedosa rama de la física interdisciplinaria que utiliza métodos y conceptos de la física para el estudio de interacciones colectivas en sociedades. No se trata de una aplicación de métodos cuantitativos o matemáticos, sino de una nueva concepción de los fenómenos sociales con propiedades novedosas de un conjunto de individuos que interactúan entre sí para producir nuevas conductas que no pueden reducirse al estudio de los componentes aislados. Se considera que la econofísica y la sociofísica son parte del estudio de los sistemas complejos.

Dado que estas disciplinas aún se encuentran en sus inicios, los investigadores comienzan por la búsqueda de patrones o leyes generales. A medida que logre el desarrollo de la teoría y dada la gran interacción entre físicos, matemáticos, economistas, políticos, antropólogos, sociólogos, etc. es de esperarse que se logren avances novedosos en la formación de ideas, modelos y teorías creados. En la actualidad la exploración inicial se refiere de manera general a sociedades humanas, lo mismo que a hormigas, primates, criaturas digitales, robots, computadoras, etc.

1.1.1. Termodinámica. Consideraciones generales sobre presión, volumen, temperatura y entropía

El dar una descripción de los sistemas que deseamos estudiar necesitamos introducir conceptos físicos, en un caso particular de la termodinámica y así realizar las analogías deseadas.

La termodinámica es una ciencia que trata fundamentalmente con procesos que involucran cambios de temperatura, presión, volumen, e intercambio de masa y energía [1].

La presión es la magnitud que relaciona la fuerza con la superficie en la que se aplica, es decir, es igual a la fuerza que actúa por la unidad de superficie. Cuando sobre una superficie plana de área A se aplica una fuerza normal F de manera uniforme y perpendicularmente a la superficie, la presión P viene dada por:

$$P = \frac{F}{A} \tag{1.1}$$

En un caso general donde la fuerza puede tener cualquier dirección y no estar distribuida uniformemente en cada punto la presión se define como

$$P = \frac{d\vec{F}}{dA} \cdot \hat{n} \tag{1.2}$$

El volumen es una magnitud definida como el espacio ocupado por un cuerpo. Es una función derivada de las 3 dimensiones espaciales. La unidad de medida de volumen en el Sistema Internacional de Unidades es el metro cúbico, aunque temporalmente también se acepta el litro, que es muy utilizado.

En termodinámica, la entropía [1] (simbolizada como S) es la magnitud física que mide la parte de la energía que no puede utilizarse para producir trabajo. Es una función de estado de carácter extensivo y su valor en un sistema aislado, crece en el transcurso de un proceso que se da de forma natural. La entropía puede interpretarse como una medida de la distribución aleatoria de un sistema. Se dice que un sistema altamente distribuido al azar tiene alta entropía. Puesto que un sistema en una condición improbable tendrá una tendencia natural a reorganizarse a una condición más probable (similar a una distribución al azar), esta reorganización resultará en un aumento de la entropía. La entropía alcanzará un máximo cuando el sistema se acerque al equilibrio, llegando a la configuración de mayor probabilidad.

La entropía física está definida por la ecuación:

$$dS = \frac{\delta Q}{T} \tag{1.3}$$

o bien, cuando no se produce variación de temperatura (proceso isotérmico):

$$S_2 - S_1 = \frac{Q_{1\to 2}}{T} \tag{1.4}$$

donde S es la entropía, $Q_{1\to 2}$ la cantidad de calor intercambiado entre el sistema 1 y el entorno y T la temperatura absoluta en grados kelvin. Los números 1 y 2 se refieren a los estados iniciales y finales de un sistema termodinámico. Una interpretación de esta ecuación es la siguiente:

La entropía coloquialmente, puede considerarse como el desorden de un sistema, es decir, cuán homogéneo o no es el sistema.

1.2. Series temporales

El uso de las series temporales es de gran utilidad para predicción y pronósticos. La intención de utilizar esta secuencia de datos es realizar un análisis de los mismos en el juego del ajedrez y la duración en el poder de gobernantes y encontrar una tendencia hacia el futuro.

Una serie temporal o cronológica es una secuencia de datos, observaciones o valores, medidos en determinados instantes del tiempo, ordenados cronológicamente y normalmente, espaciados entre sí de manera uniforme [3]. El análisis de series temporales comprende métodos que ayudan a interpretar este tipo de datos extrayendo información representativa, tanto referente a los orígenes o relaciones subyacentes como a la posibilidad de extrapolar y predecir su comportamiento futuro.

1.3. TEORÍA APLICADA A JUEGOS Y A LA DURACIÓN DE SERIES TEMPORALES DE GOBIERNOS

1.3.1. Ejemplos prácticos de analogías termodinámicas en juegos y deportes

Como es conocido el uso de analogías como herramientas para la obtención de conocimiento consiste en establecer una correspondencia entre las características de un fenómeno cuyo comportamiento es conocido, total o parcialmente, con otro que se desea caracterizar. En el caso de los deportes y los juegos podemos realizar analogías con la física mencionando algunos ejemplos.

En el caso del boxeo, se tienen dos contrincantes los cuales luchan por obtener la victoria realizando una serie de ataques uno contra el otro. Observando la pelea podemos medir la cantidad de golpes por unidad de tiempo o la intensidad de cada uno. Incluso al tener a uno de los contrincantes sometido o cada vez más cerca de las cuerdas, en ese momento está ejerciendo una ”presión”sobre el adversario, por lo que tendríamos una analogía termodinámica en el box, relacionando a la presión con la fuerza que ejerce el atacante sobre su adversario.

De la misma forma que en el box, en el futbol podríamos interpretar como presión al momento en el que los jugadores estuvieran más tiempo cerca de la portería del equipo contrario, o poniéndolo en un lenguaje coloquial, que el equipo ejerza presión sobre los contrarios.

En el punto siguiente estudiaremos un juego en particular, que es muy antiguo y estudiado por mucha gente, dicho juego es considerado por muchos una disciplina y en otros casos, un deporte.

1.3.2. Ajedrez

El ajedrez es un deporte para dos jugadores y es uno de los juegos de mesa más populares del mundo. Se podría decir que es un juego de guerra, perteneciente a la misma familia que el xiàngqí (ajedrez chino) y el *shogi* (ajedrez japonés). Se cree

que todos ellos provienen del chaturanga, que se practicaba en la India en el siglo VI [2].
Se le considera no sólo un juego, sino un arte, una ciencia y un deporte mental. A su vez, está reconocido como disciplina deportiva en 156 países, por reunir los requisitos propios de los deportes: accesible a todos, carácter divertido de juego, principio de rendimiento, regido por reglas, fórmula de competición, presencia internacional y organización plenamente deportiva (federaciones, árbitros, resultados, rankings), sin que la suerte influya en la prueba y sin depender esencialmente de ningún artilugio mecánico. La enseñanza del ajedrez puede ser útil como forma de desarrollar el intelecto.

Ahora bien, en una partida de ajedrez se encuentran dos oponentes, con 16 fichas cada uno, colocadas estratégicamente según las reglas del Ajedrez mostradas en la figura 1.1; cada pieza tiene un cierto valor, determinado por la experiencia de años de juego, y las cuales también tienen un valor dinámico [2] de acuerdo con la situación de una posición en particular: la presencia de piezas propias y contrarias, las casillas controladas por piezas del oponente, las líneas controladas u ocupadas, y la posibilidad de llevar a cabo planes estratégicos o posicionales. Por ejemplo, un alfil casi siempre es más importante que un caballo, excepto en las posiciones en que haya peones inmóviles del mismo bando del alfil que ocupen las casillas que este controla, limitando su movilidad; por lo cual el caballo, al poder saltar por encima de los peones, es superior en estos casos.

El valor material de las piezas es una guía para evaluar una posición; el caballo y el alfil suelen denominarse piezas menores por su limitado alcance sobre el tablero (un alfil sólo puede ir a las diagonales de casillas blancas y el otro a las diagonales de casillas negras, mientras que el caballo tiene que ir a una casilla de distinto color

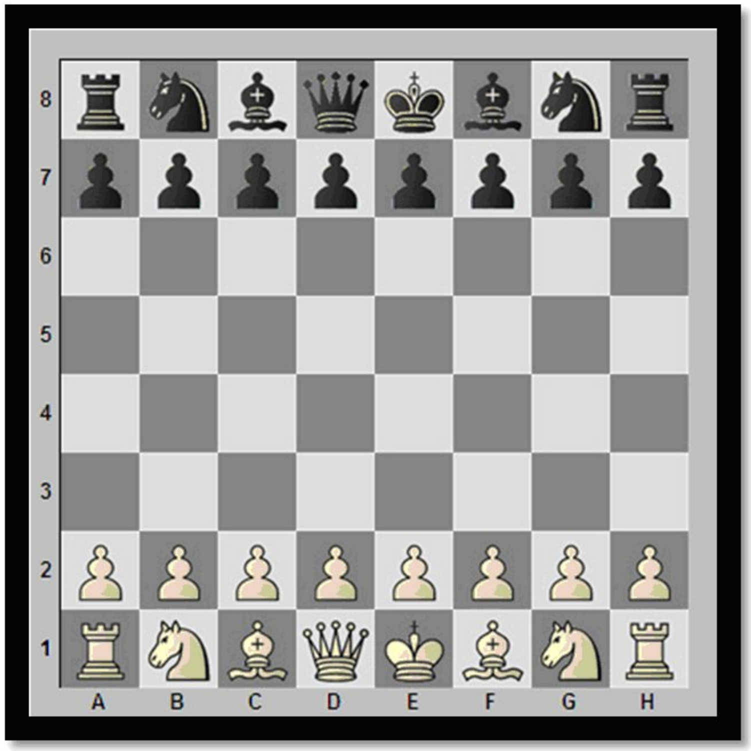

Figura 1.1: El tablero de ajedrez.

cada vez que mueve). La torre y la dama se conocen como piezas mayores por su movilidad superior respecto del caballo y el alfil. El rey tiene un valor absoluto: si se pierde el rey, se pierde la partida; aunque con respecto a su movilidad se le asigna un valor intermedio entre el del caballo y el alfil [2].

La forma más usual de determinar el valor material de las piezas es tomando el valor del peón como unidad. Así, el valor de las piezas se expresa en unidades de peón: el caballo y el alfil valen 3 peones, la torre 5 y la dama 9. Con esto se puede decir, por ejemplo, que dos torres valen más que una dama, o que sacrificar un caballo por tres peones es un cambio aceptable, desde el punto de vista del jugador.

Cuando un jugador realiza una jugada en el tablero, ejerza cierta influencia en el otro jugador que depende de la capacidad de la pieza para poder capturar a otra de su contrincante. Así que el contrincante siente una cierta presión sobre el juego, ya que por un solo movimiento puede uno tomar una pieza del tablero que tenga mucho valor o una pieza que no lo tenga, realizando así, la analogía de la presión en una jugada de ajedrez.

Siguiendo el ejemplo del ajedrez, cuando se enfrentan dos contrincantes con un cierto nivel de juego (ranking) que sea muy similar entre ellos, la presión no será muy alta debido a que al realizarse una jugada muy buena, el contrincante puede defenderse de una forma igual de buena, de tal forma que no perjudique l nivel de dicha jugada. A diferencia de las partidas entre jugadores con un ranking similar, también está la parte en la cual se enfrenten dos jugadores que tengan un ranking distinto o disparejo, lo cual generaría una ventaja mayor para el poseedor del ranking mayor. Otro caso es cuando los dos jugadores tienen un ranking muy bajo, ocasionando un juego con ventajas aleatorias debido a la falta de experiencia de los jugadores al realizar movimientos en el tablero.

En estos puntos del ranking, podríamos realizar una analogía termodinámica con respecto a la entropía, que es, como se menciona en la sección anterior, una medida de desorden del sistema, que en este caso es la partida de ajedrez. Si se enfrentan dos jugadores experimentados tendrían muy poca entropía, ya que en sus movimientos no habría mucha ventaja entre cada jugada, a diferencia de competidores inexpertos en los que hay un desorden mayor en sus movimientos, incrementando así su entropía.

En el ajedrez es posible tener, en cada partida, un valor en la jugada que mida la ventaja que tuvo un contrincante sobre el otro y viceversa, ya que en cada turno hay varias posibilidades de tirar alguna pieza, y dependiendo de cuál se elija y la posición en la que se coloque se va a tener una cierta presión sobre el otro jugador, y a esa misma le llamaremos ventaja. En el capítulo siguiente se explica la manera en la cual se calcula la ventaja y como generar una serie temporal con estos valores para su análisis.

1.3.3. Series temporales: periodos de gobiernos en diferentes sistemas.

Una serie temporal es un conjunto de observaciones ordenadas en el tiempo o, también, la evolución de un fenómeno o variable a lo largo de él. Esta variable puede ser económica (ventas de una empresa, consumo de cierto producto, evolución de los tipos de interés, etc.), física (evolución del caudal de un rio, de la temperatura de una región, etc.) o social (número de habitantes de un país, número de alumnos matriculados en ciertos estudios, votos a un partido entre otros) [3].

El objetivo del análisis de una serie temporal, de la que se dispone de datos en períodos regulares de tiempo, es el conocimiento de su patrón de comportamiento para prever la evolución futura, siempre bajo el supuesto de que las condiciones no cambiarán respecto a las actuales y pasadas.

Teniendo una serie temporal, como en el caso de los juegos y deportes, podemos también realizar analogías termodinámicas en el aspecto de las fluctuaciones que hay en las mismas series, ya que, si en una de ellas existen muchas variaciones, se podría decir que fluctúa alrededor de un cierto estado de equilibrio.

El estudio de las series temporales es muy importante, ya que podemos crear una en la cual tengamos en cada entrada de la misma, los tiempos que ha durado un gobernante en una sociedad, lo que nos ayuda a observar relaciones entre el tipo de régimen que tienen y el tiempo que duran en el poder, o con su economía, en lo cual entraría la rama que hemos mencionado que es la econofísica.

Capítulo 2

PROGRAMAS QUE EVALÚAN LA VENTAJA EN EL COMPLEJO JUEGO DE AJEDREZ.

En una partida de ajedrez se pueden realizar 10^{123} jugadas aproximadamente, (número de Shannon) [2], y en cada una de estas se tiene una ventaja sobre el otro jugador debido a que en el movimiento se pueda obtener una o más piezas del adversario. Este tipo de ventajas se pueden calcular con programas de cómputo, como es el caso del Fritz©, el cual utilizaremos en este trabajo para la obtención de datos.

2.1. Bases de datos de partidas de ajedrez en diferentes épocas y niveles de juego.

El juego de ajedrez es, como se ha mencionado en el capítulo anterior, una disciplina que se estudia aproximadamente desde el siglo VI d.c. Existen registros históricos de partidas realizadas con detalle, es decir, se puede recrear una partida exactamente como fue hecha. La forma de hacer este tipo de anotaciones es utilizar una notación ajedrecista (notación algebraica) [2], la cual resulta ser muy útil y muy sencillo utilizar para los propósitos de recreación de partidas.

La figura 2.1 muestra un tablero con las coordenadas utilizadas en la notación

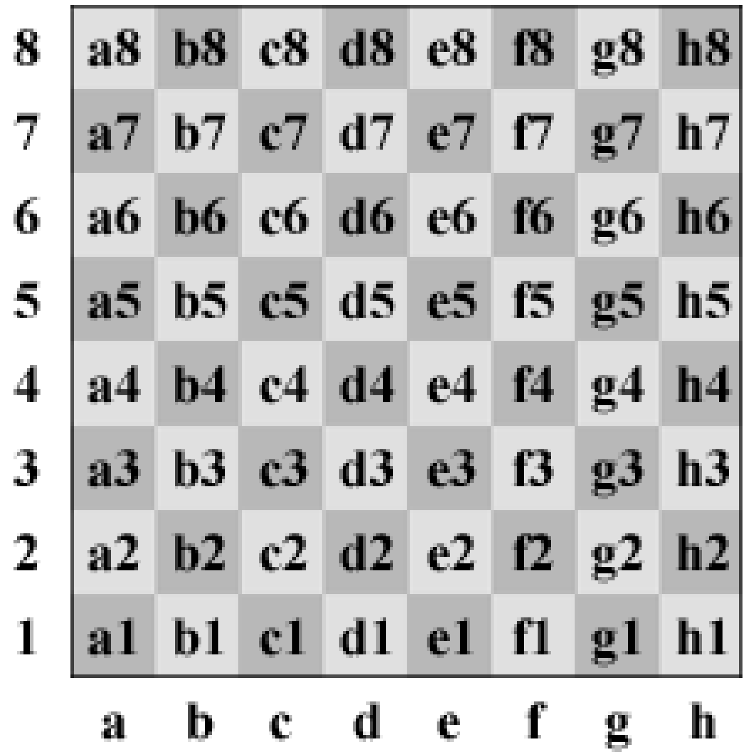

Figura 2.1: Coordenadas de la notación algebraica en el tablero de ajedrez.

ajedrecista o algebraica, un ejemplo de este tipo de anotaciones es la siguiente:

Cuadro 2.1: Notación ajedrecista.

1	2	3	4	5	6	7	8
e4 c5	Nf3 e6	d4 cxd4	Nxd4 Nf6	Nc3 d6	g4 h6	h4 Nc6	Rg1 h5

El cuadro 2.1 nos muestra que en la columna 1 hay dos movimientos, los cuales son: $e4$ y $c5$, indicando la jugada realizada por cada contrincante, lo cual nos da una excelente forma de recrear una partida de una manera exacta y precisa, sin pérdida de información, aunque haya transcurrido mucho tiempo desde la realización del juego.

A lo largo del tiempo se han hecho registros de partidas de ajedrez con jugadores que tienen un cierto nivel de juego (ranking) [2], ya sea que este sea alto o bajo. Para una persona que está aprendiendo el juego, el ranking del mismo es muy bajo, a diferencia de una persona que es experimentada en esta disciplina.

Se ha observado que conforme pasa el tiempo las partidas de ajedrez son cada vez más difíciles, debido a que se tiene un gran registro de partidas de las cuales los mismos ajedrecistas estudian para poder entrenarse cada vez mejor, originando así un nivel competitivo más alto que en tiempos pasados.

Esta base de datos es la que nos ayuda a realizar un estudio más completo del ajedrez, ya que podemos analizar partidas de hace más de 500 años y poder observar la evolución de los mismos jugadores a través del tiempo, como es el ejemplo de una partida de ajedrez en el año 1497 (aproximadamente).

2.2. Altas fluctuaciones de la ventaja equivale a temperaturas altas.

Al realizarse una jugada en la partida de ajedrez automáticamente se crea una ventaja sobre el otro jugador, ya que en un movimiento se puede tener más ventaja si es que la ficha se coloca estratégicamente para capturar a más de una ficha o simplemente que capture a otra con un valor muy alto, por ejemplo, a la reina.

Entonces, por cada jugada se tiene una ventaja, creando así un arreglo que lo llamaremos arreglo de la ventaja o vector ventaja.

Este vector ventaja se puede calcular con un programa de cómputo muy poderoso llamado Fritz©, que realiza algoritmos patentados para la obtención de los datos, y el que usaremos en este trabajo de tesis.

El perder o ganar en una partida de ajedrez depende mucho de la experiencia de cada jugador, en este caso del ranking que posee cada uno de ellos. Si dos contrincantes con un mismo ranking se enfrentan en una partida, la ventaja que tendrá un jugador sobre de otro sería muy baja, ya que si en un turno se hace una jugada de ataque muy fuerte, el contrario se defenderá con la misma fuerza, ya que tiene un nivel de experiencia similar a su adversario.

A diferencia de este último caso, con jugadores con nivel de ranking alto, está el caso en el cual se enfrentan dos jugadores con nivel de ranking bajo, es decir con muy poca experiencia en el ajedrez se enfrentan, en una contienda en la cual, la ventaja que tiene un jugador sobre el otro es aleatoria, generando muchas fluctuaciones en el vector ventaja.

Como se mencionó anteriormente, las analogías termodinámicas pueden ser utilizadas en muchas partes, como son los deportes y juegos; en este caso podemos realizar una analogía con el vector ventaja y la temperatura. La temperatura es una magnitud escalar relacionada con la energía interna de un sistema termodinámico, definida por el principio cero de la termodinámica. Más específicamente, está relacionada directamente con la parte de la energía interna conocida como energía sensible, que es la energía asociada a los movimientos de las partículas del sistema, sea en un sentido traslacional, rotacional, o en forma de vibraciones. A medida que es mayor la energía sensible de un sistema, se observa que está más caliente; es decir, que su temperatura es mayor.

Teniendo en mente este concepto podemos decir que entre más fluctuaciones haya dentro del sistema, más temperatura se tiene, y como es en el caso de las fluctuaciones en la ventaja, podemos crear la analogía, mencionando que entre más fluctuaciones haya en la ventaja, mayor será su temperatura. Así mismo, si dos jugadores tienen un ranking muy bajo, tendrán mayor temperatura en su sistema, que en este caso es la partida de ajedrez, a diferencia de los jugadores con ranking alto, que tienen menos fluctuaciones en el vector ventaja y por ende tienen menor temperatura.

El programa Fritz©analiza una partida de ajedrez y observa las fluctuaciones que hay en las mismas, ayudándonos a calcular la ventaja que se genera al realizarse una jugada en la partida de ajedrez, cosa que se realizará más adelante en estas páginas. Los datos que se obtienen son filtrados con otro programa de cómputo creado por el Fis. Manuel López Michelone (denominado ”Termoajedrez”), el cual extrae los valores numericos del archivo de datos que arroja Fritz©generando así, una serie de datos que podremos utilizar para nuestro fin, como se muestra en el cuadro 2.2:

Cuadro 2.2: Ventaja en unidades de peón.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0.37	0.42	0.23	0.23	0.23	0.25	0.28	0.3	0.3	0.26	0.3	0.31	0.21	0.32

Cada valor presentado en el cuadro 2.2 lo que quiere decir es que en cada jugada se tiene un cierto valor a favor dependiendo de lo que se pueda capturar. Existen tambien valores negativos los cuales son ventajas para el segundo jugador. Este juego no es de suma cero [17].

Ahora tomamos la serie temporal de las ventajas en un match completo, en particular el encuentro de Anatoli Karpov contra Gary Kasparov en el año de 1985 [4], en la ciudad de Moscú. Se puede apreciar las fluctuaciones que existen en cada jugada, es decir, la ventaja que hay de un contrincante sobre del otro y viceversa en la figura 2.2.

Se observa, en general, en la figura 2.2 que no hay tantas fluctuaciones debido a que los dos competidores tienen un ranking similar lo que genera que si uno ataca con una buena jugada, el contrincante tendrá, también, una buena defensa, de tal forma que en cada movimiento se va a tener un nivel similar de ataque y defensa a no ser que alguno de las dos partes se equivoque o tengan algún error. La ventaja se mantiene para el caso del jugador 1 ya que en todo momento se mantienen positivos los valores.

2.2.1. Cálculo y caracterización del tipo de juego a través del análisis de series temporales de las ventajas en el ajedrez.

El arreglo que obtenemos del programa termoajedrez lo denominaremos vector de ventaja, el cual es el que analizaremos.

Una vez obtenido el vector de ventajas de una partida de ajedrez, tenemos la necesidad de analizar todas las fluctuaciones que existan en el mismo vector, y para

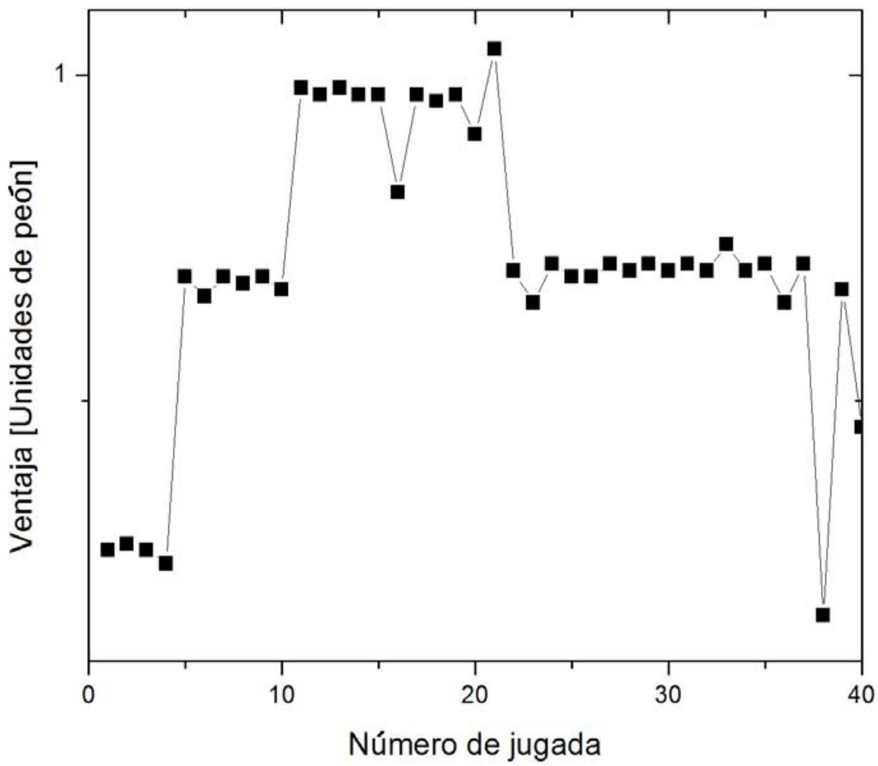

Figura 2.2: Serie temporal de las ventajas de cada jugador. Anatoly Karpov Vs. Garry Kasparov.

ello utilizamos otro programa de cómputo llamado Matlab©, en el cual podemos realizar el análisis deseado.

Podemos separar las ventajas que obtuvo cada jugador en el programa de Matlab©del vector de ventajas, así realizamos la serie temporal de las ventajas de cada jugador con el transcurso de la partida, mencionando que el tiempo seria de igual forma, una analogía con el número de la jugada, es decir, en la jugada 1 seria al tiempo 1 y así sucesivamente.

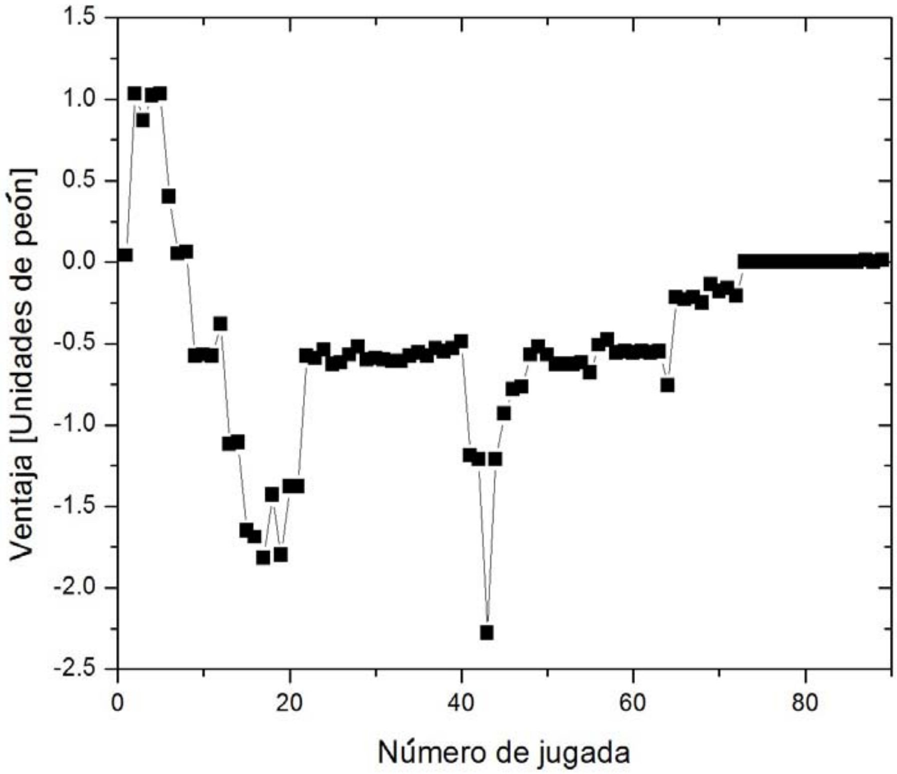

Figura 2.3: Serie temporal de ventajas. La Bourdonnais Vs. Alexander McDonnell.

En la figura 2.3 se aprecian las fluctuaciones que existen en las ventajas en una partida de ajedrez en 1834, donde los contrincantes fueron: Alexander McDonnell y Louis Charles Mahe de Labourdonnais en Londres, Inglaterra. Se observa que las fluctuaciones en esta partida son, en comparación con la partida de Karpov vs. Kasparov en 1985 [4], más altas debido a una evolución en el ajedrez, refiriendonos a que los estudios de las jugadas son mas amplios y mas estrictos. El ranking de los jugadores influye mucho en las fluctuaciones de la ventaja en las partidas de ajedrez, ya que con ese dato podemos saber si una partida va a ser estable o inestable.

2.3. Motivación para el uso de distribuciones por rango y análisis de datos estadísticos con ley de Pareto y función beta modificada.

En un principio del analisis de datos realizamos histogramas en el cual se grafica la ventaja que se tiene contra su frecuencia para poder ver alguna distribución en la cual nos podamos guiar y ver algún comportamiento. Un ejemplo de un histograma esel que se muestra en la siguiente grafica 2.4, en donde se toma una partida de ajedrez de Anatoly Karpov contra Garry Kasparov en 1984.

De la figura 2.4 podemos observar que es muy complicado ver si hay alguna tendencia a una distribución estadística debido a que los movimientos son muy aleatorios, por lo cual no podriamos realizar algún tipo de ajuste y nuestro trabajo no quedaria concluido. Esta es la razón por la cual optamos por acomodar nuestros datos de mayor a menor, y graficamos respecto al rango que tenga cada dato, como se muestra en la figura 2.5.

Omitiendo las barras en 2.6:

Esta forma de graficar, como se muestra en la figura 2.6 se acopla muy bien a una ley de potencias o a una función llamada *beta modificada* (*beta-like function*) [7], de la cuales hablaremos en el capítulo siguiente de este trabajo de tesis.

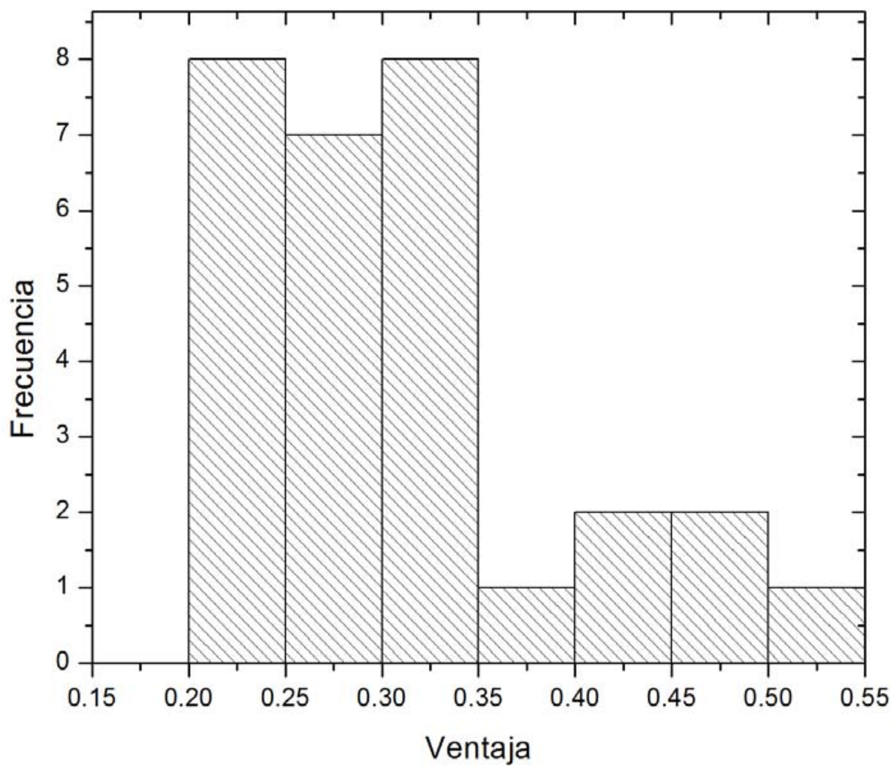

Figura 2.4: Histograma de una partida de ajedrez. Karpov vs. Kasparov, 1984.

2.4. Resumen de los resultados obtenidos y de la estadística de las partidas de ajedrez.

El cálculo de ventajas en las partidas de ajedrez por medio de programas de cómputo, en este caso utilizado el Fritz©, es de gran ayuda para realizar estudios estadísticos para caracterizar una partida y poder hablar acerca de ella; respecto a los jugadores, ¿será mejor empezar una partida o ser el segundo? Esta última pregunta la realizamos debido a que en algún trabajo futuro se pueda ver si la primera jugada

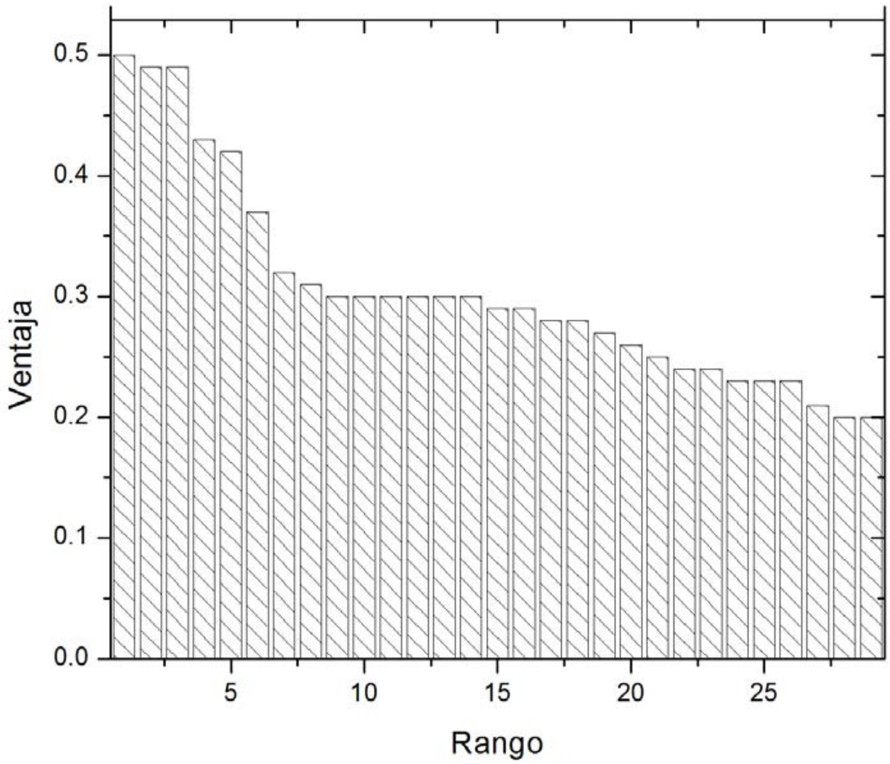

Figura 2.5: Ventajas acomodadas por rango. Karpov vs. Kasparov, 1984.

es la que decide el rumbo del juego y da al jugador una cierta ventaja en la contienda.

El graficar las ventajas como una serie temporal, en donde el eje del tiempo lo tomamos como el número de la jugada, es decir, el tiempo uno correspondería a la jugada uno y así sucesivamente, nos ayuda a ver las variaciones de la ventaja que hay entre los dos jugadores y realizar la analogía termodinámica en el caso dela temperatura, ya que si hay muchas fluctuaciones en la gráfica quiere decir que la temperatura aumenta; en el caso de jugadores con ranking alto, las fluctuaciones de

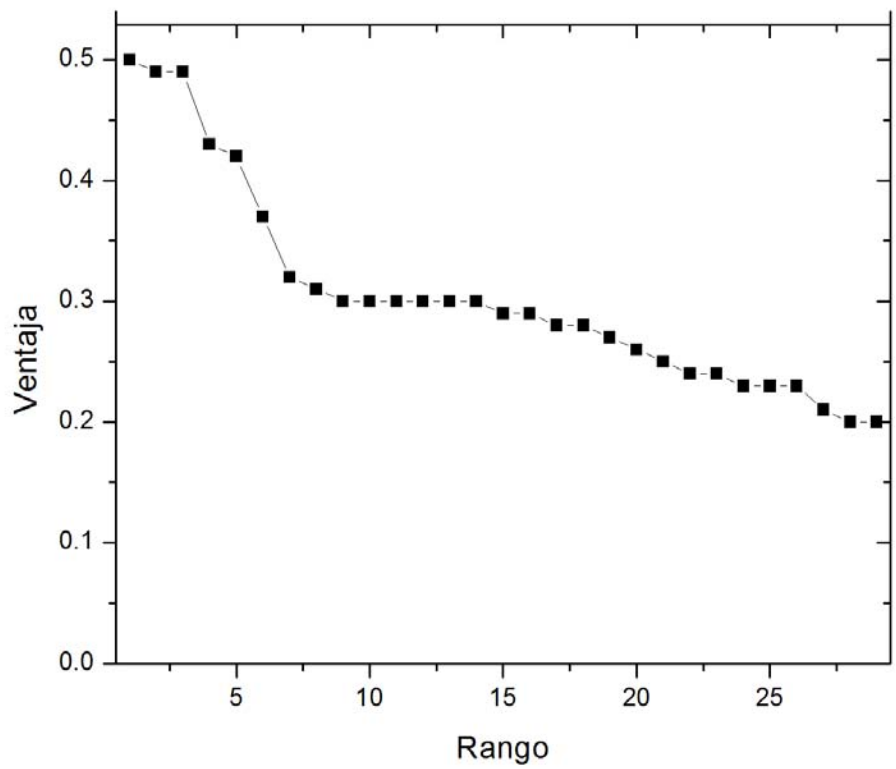

Figura 2.6: Ventajas acomodadas por rango sin columnas. Karpov vs. Kasparov, 1984.

la ventaja no son muchas y permanecen más tiempo en el equilibrio.

Cuando intentamos realizar un histograma de las ventajas en el ajedrez podemos observar que, en general, no se pueden ajustar a una distribución conocida debido a la aleatoriedad de las jugadas, lo cual nos llevó a realizar un reacomodo de los datos por medio de su rango (de mayor a menor) para poder ver los datos en una forma de ley de potencias, lo cual nos ayuda mucho a realizar un análisis estadístico y poder ajustar nuestros datos a una función llamada *beta modificada*, la cual se hablará de ella en el capítulo siguiente, teniendo una descripción más completa en nuestro trabajo.

Capítulo 3

ANÁLISIS DE LA DURACIÓN DE LOS TIEMPOS DE GOBIERNO EN DIFERENTES SOCIEDADES Y ÉPOCAS.

El gobierno son las autoridades que dirigen, controlan y administran las instituciones del estado el cual consiste en la conducción política general o ejercicio del poder del Estado. En un sentido riguroso, habitualmente se entiende por tal al órgano (que puede estar formado por un Presidente o Primer Ministro y un número variable de Ministros) al que la Constitución o la norma fundamental de un estado atribuye la función o poder ejecutivo, y que ejerce el poder político sobre una sociedad.

En términos generales, el gobierno es aquella estructura que ejerce las diversas actividades estatales, denominadas comúnmente poderes del Estado (o funciones del Estado). El gobierno, en sentido propio, tiende a identificarse con la actividad política.

Cada país tiene un tipo de gobierno diferente y particular; cada uno de estos tiene sus ventajas y desventajas, según los intereses del pueblo. El tiempo en el poder de un gobernante es decidido por la propia Constitución del Estado o, en el caso de una dictadura, por su régimen autoritario, ya sea que el tiempo sea por algunos años o sea vitalicio. Este tiempo también varía por otras circunstancias como pueden ser: un golpe de estado, muerte por algún accidente o enfermedad, renuncia de parte del gobernante, etc.

En esta parte del trabajo de tesis se muestran las series temporales en las cuales están presentes los tiempos de duración en el poder de un mandatario en los gobiernos de distintas sociedades; esto es con el fin de realizar un estudio estadístico y dar una descripción del sistema utilizando herramientas matemáticas como la función beta modificada y otra función nueva de la que se hablará más adelante y que denominaremos la función de correlación.

3.1. Captura de datos de varias sociedades y sus gráficas.

Se recopilaron datos del tiempo que estuvo un gobernante en el poder en varias sociedades como son: Alemania, Argentina, España, México, el Imperio Romano, la Monarquía Francesa, entre otros, en un periodo de abarca desde 1800 hasta el año 2010. Esto con la intención de realizar un ajuste de estos datos a funciones conocidas y ver el comportamiento que tiene la serie para poder interpretar los resultados.

De la misma manera tomamos los tiempos en los cuales los papas duraron en su mandato en la iglesia católica, tomando en cuenta que sus periodos en el poder son vitalicios. Hay sociedades, como en el caso de Alemania o Italia, en el que el inicio del mandato de sus gobernantes empezó a principios del siglo XX. En contraste, en México, su primer presidente fue José Miguel Ramón Adaucto Fernández y Félix, mejor conocido como Guadalupe Victoria que inicio su mandato en el año de 1824.

Las series temporales de cada sociedad tendrán en cada entrada el tiempo que estuvo en el poder un gobernante, un ejemplo de la serie temporal sería la de México, que es la siguiente:

$$\begin{multline} v = \{10980, 4161, 2451, 2267, 2192, 2192, 2192, 2192, 2192, 2192, 2191, 2191, 2191, \\ 2191, 2191, 1684, 1635, 1586, 1461, 1461, 1460, 1131, 966, 940, 819, 772, 761, 722, 511, \\ 468, 448, 432, 395, 365, 260, 245, 203, 183, 165, 146, 140, 133, 122, 115, 106, 97, 77, 72, \\ 69, 64, 32, 30, 29, 21, 18, 9, 8, 6, 1\} \tag{3.1} \end{multline}$$

Cada entrada del arreglo v es el tiempo en días que duró un presidente en el poder. Después de recopilar todos los datos para nuestro estudio, los ordenamos de mayor a menor para realizar los ajustes correspondientes. Como se vio en el capítulo dos, el acomodar de esa manera nos facilita mucho nuestro análisis llevándonos así a una descripción de nuestra serie temporal más detallada, en contraste a que si lo realizáramos como un histograma, como lo fue en el ejemplo del capítulo anterior, en el cual no había ninguna distribución que se equiparara al mismo. En la gráfica siguiente se muestran las series temporales de los países y sociedades que se estudiarán.

Como podemos observar, hay curvas que se alejan mucho de las demás, lo cual dificulta el poder comparar con las demás. Estas diferencias no impiden que se pueda analizar las series temporales de cada sociedad, ya que las gráficas de cada uno se pueden normalizar, es decir, que estén en ejes coordenados que solo estén en los intervalos $[0, 1]$. Esto se debe principalmente a lo que en matemáticas se le conoce como invarianza de escalas, la cual es una propiedad o ley en los que no hay cambios si

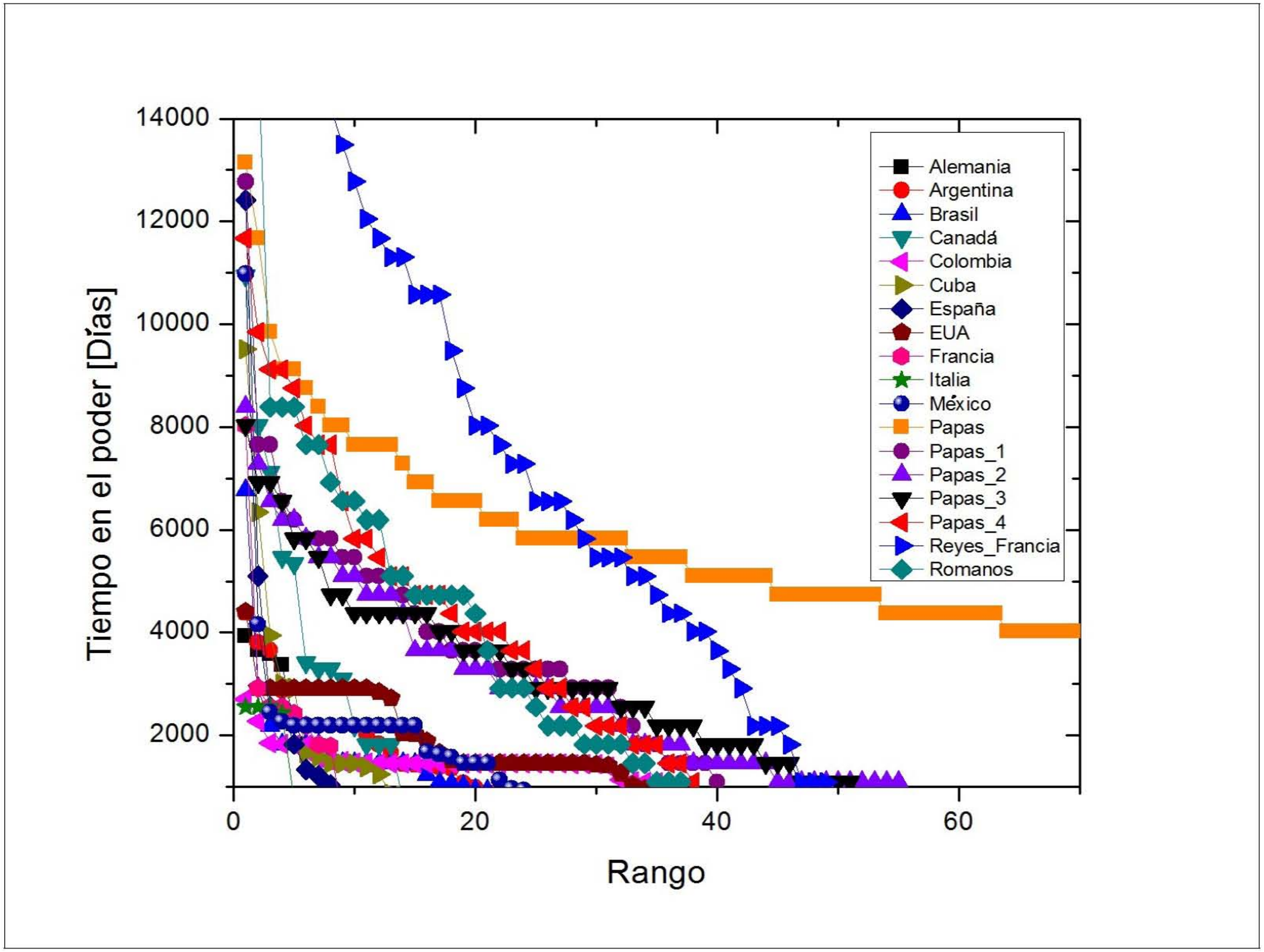

Figura 3.1: Tiempo en el poder de presidentes en varias sociedades.

la escala de tamaño (o la escala de energía) son multiplicadas por un factor común. El término técnico para esta transformación es homotecia, también llamada dilatación o amplificación. El principal interés de las leyes de potencias [6] radica en su invariancia de escala. La función $f(x) = axk$ (donde a y k son constantes), satisface la relación:

$$f(x) = a(cx)^k = c^k f(x) \alpha f(x) \tag{3.2}$$

para toda constante c. Esto es, al multiplicar el argumento x por c, únicamente estamos multiplicando la ley de potencias original por la constante ck. En este sentido, se dice que la función $f(x)$ es invariante de escala. Esta propiedad hace que una ley de potencias quede determinada por su exponente, formando las funciones con el mismo exponente una clase de equivalencia.

Los datos normalizados son mostrados en la figura 3.2:

Esta forma de graficar es muy útil para observar y comparar las curvas de una manera más sencilla ya que podemos comparar países como México, cuyo periodo de gobernantes ha sido de más de 180 años [5], con Alemania, que su periodo fue de poco más de 60 años.

3.2. Breve análisis histórico y sociológico de mecanismos de cambio de poder en los gobiernos.

Las sociedades siempre han estado regidas por algún gobernante o mandatario el cual tiene un periodo en el poder, ya sea que este tiempo sea vitalicio o con intervalos determinados. Este lapso puede ser alterado por varias razones como son: una enfermedad, guerrillas, revoluciones, un golpe de estado, cambio en la

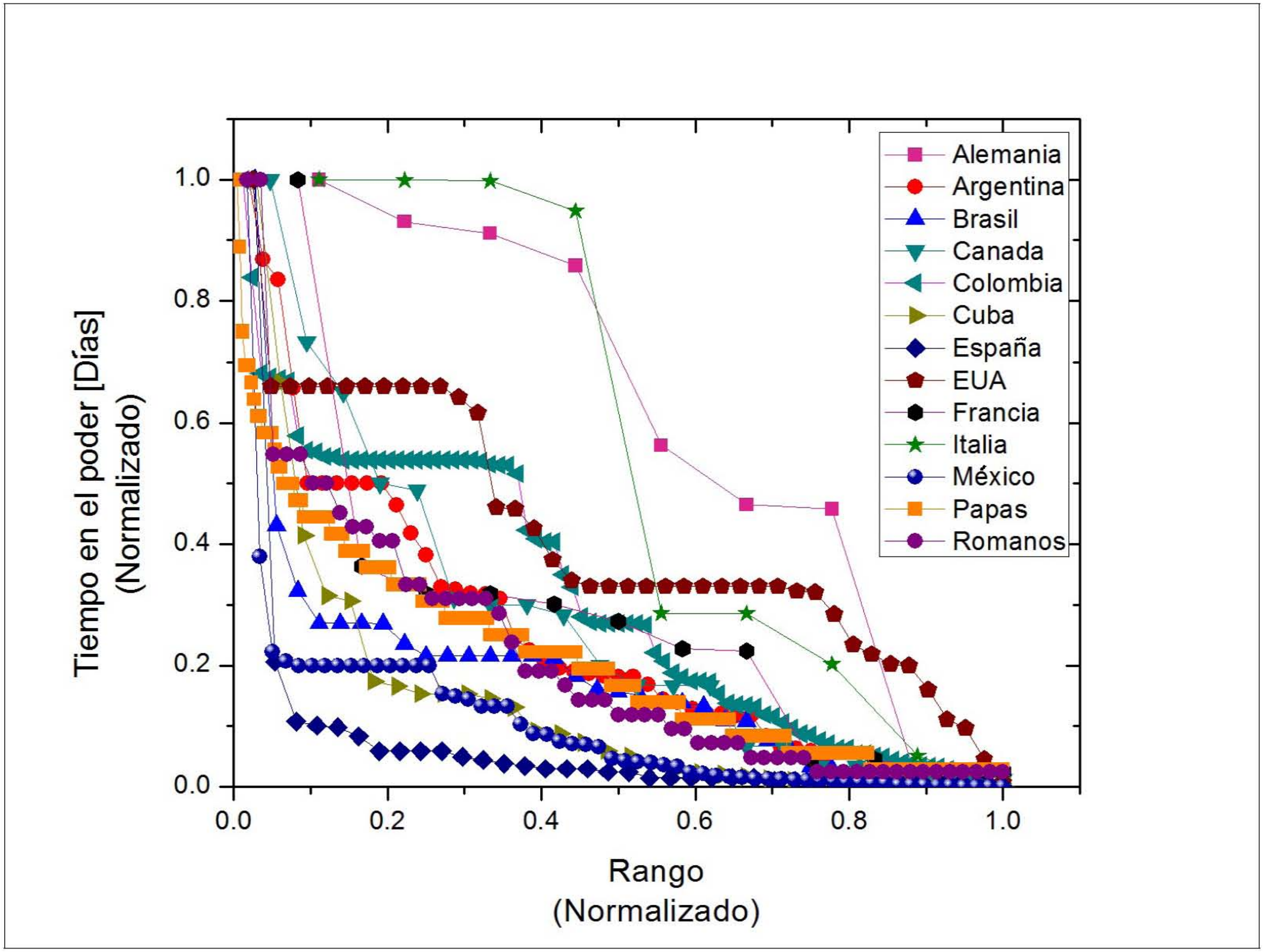

Figura 3.2: Tiempo en el poder de gobernantes de varias sociedades con los ejes normalizados.

Constitución, un asesinato o simplemente el término del mandato.

Lo que se pretende es ver si existe una relación entre el tipo de gobierno que se ejerce en un país y los tiempos de duración en el mismo. Esto permitiría predecir el futuro político de un pais y tener implicaciones sobre inestabilidades internas que podrían desestabilizar al gobierno. Para esto, lo primero que hacemos es crear una base de datos de distintos países en los cuales cada elemento son los días que estuvo el gobernante en el poder. Cada arreglo de será de distinta longitud debido a que en cada país empezó su régimen gubernamental en alguna época que difiere de los otros países.

3.3. Distribuciones estadísticas y Ley de Pareto.

En teoría de la probabilidad y estadística, la distribución de probabilidad de una variable aleatoria es una función que asigna a cada suceso definido sobre la variable aleatoria, la probabilidad de que dicho suceso ocurra. La distribución de probabilidad está definida sobre el conjunto de todos los eventos en el intervalo de valores de la variable aleatoria [10].

Cuando la variable aleatoria toma valores en el conjunto de los números reales, la distribución de probabilidad está completamente definida por la función de distribución, cuyo valor para cada valor real x es la probabilidad de que la variable aleatoria sea menor o igual que x.

Una ley de potencias [6] es un tipo especial de relación matemática entre dos cantidades. Aplicado a la estadística, si estas dos cantidades son la variable aleatoria y su frecuencia de aparición, en una distribución de ley de potencias, las frecuencias decrecen según un exponente cuando la variable aleatoria aumenta.

Por ejemplo, un terremoto de doble intensidad es cuatro veces más improbable. Si este patrón se mantiene para los terremotos de todas las intensidades, se dice que la distribución es a escala.

Un ejemplo gráfico de ley de potencias, usado para demostrar el ranking de popularidad se muestra ne la figura 3.3. A la derecha se encuentra la larga cola (pocos elementos muy populares), y a la izquerda la mayor parte de la población.

Las leyes de potencias también describen otros tipos de relaciones, como el metabolismo basal de una especie y su masa corporal (llamada Ley de Kleiber [11]), o el tamaño de una ciudad y el número de patentes que produce. Lo que esta relación indica es que no hay tamaño típico en un sentido convencional. Las leyes de potencias se encuentran tanto en la naturaleza como en ámbitos artificiales, y son un campo de estudio activo por la comunidad científica.

Las leyes de potencia en las distribuciones de rango de frecuencias están presentes en la física, biología, geografía, economía, lingüística, etc. Un ejemplo muy conocido es la ley de Zipf [6], formulada en la década de los cuarenta por el lingüista de Harvard George Kingsley Zipf (1902-1950), la cual afirma que un pequeño número de palabras son utilizadas con mucha frecuencia, mientras que frecuentemente ocurre que un gran número de palabras son poco empleadas. Esta afirmación, expresada matemáticamente quedaría de la siguiente forma:

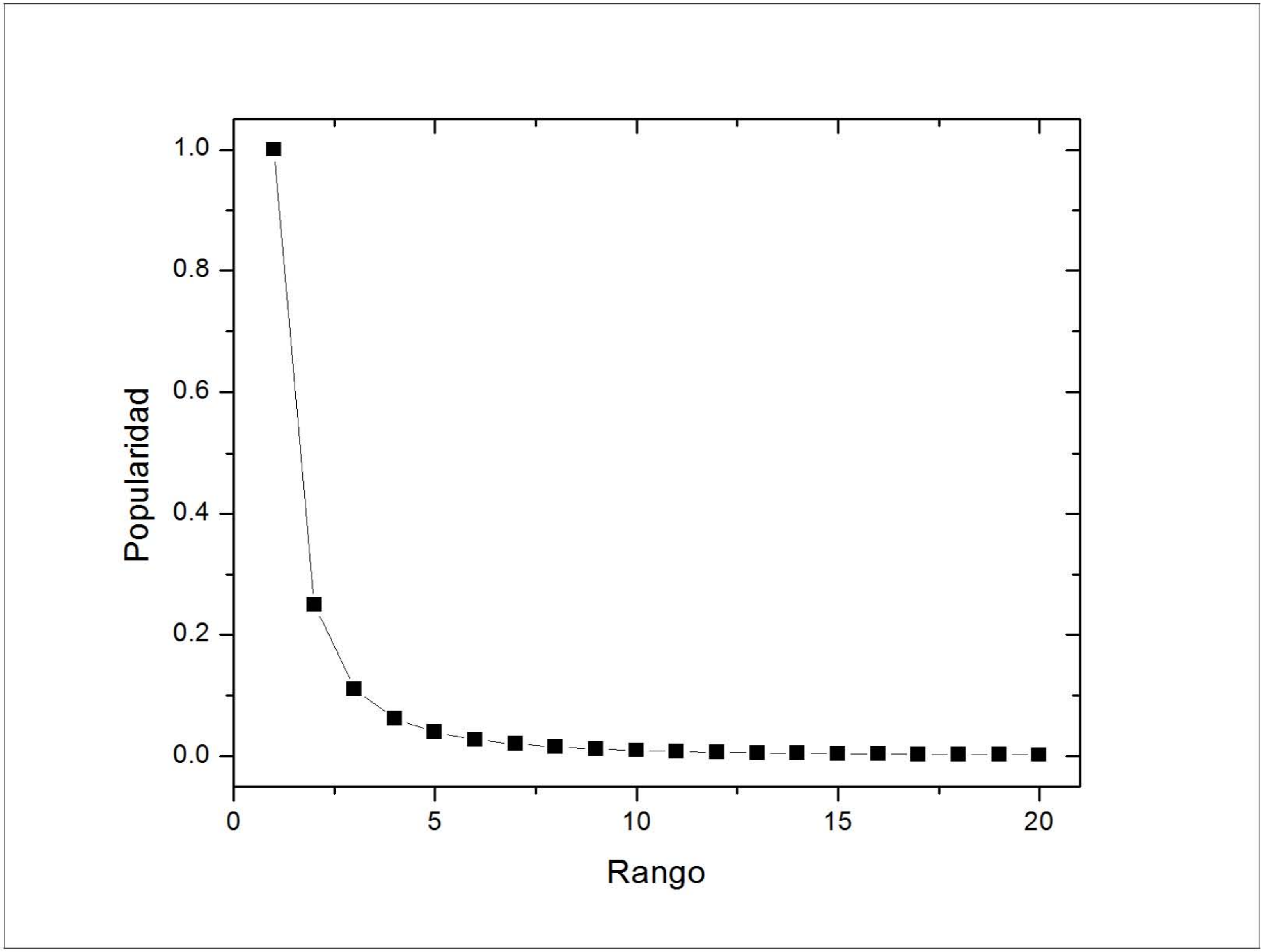

Figura 3.3: Ejemplo de una Ley de potencias para el ranking de popularidad.

$$P_n \equiv \frac{1}{n^a} \tag{3.3}$$

donde Pn representa la frecuencia de una palabra ordenada n-ésima y es casi 1. Esto significa que el segundo elemento se repetirá aproximadamente con una frecuencia de 1/2 de la del primero, y el tercer elemento con una frecuencia de 1/3 y así sucesivamente.

Una ley de potencias o distribución, en particular, es la llamada Ley de Pareto [12]. La distribución Pareto, formulada por el sociólogo Wilfredo Pareto, es una distribución de probabilidad continúa con dos parámetros y b está dada por:

$$F(x) = 1 - \left(\frac{b}{x}\right)^a \tag{3.4}$$

para $x \geq b$.

En realidad el nombre ley de potencias es muy general y, en este caso, no es el más adecuado porque en realidad la ley de Pareto describe una clase muy especial de potencia inversa, es decir una potencia inversa que equivale a un signo negativo del coeficiente a para que el coeficiente este en el denominador.

Esta distribución tiene varias aplicaciones. Una de estas es en la parte de economía y logística. El principio de Pareto, que fue enunciado por Wilfrido Pareto, basándose en observaciones empíricas, menciona que el 20 % de la población poseía el 80 % de la propiedad, o que el 20 % de la población realiza el mismo trabajo que el restante 80 %, o que el 20 % de la población explota al restante 80 %, etc. En muchas empresas, el 80 % de la facturación viene de solo 20 % de los clientes y los departamentos técnicos saben que un 20 % de los usuarios causan el 80 % de los problemas. El ajuste de datos con esta distribución en este tipo de aplicaciones es útil ya que nos da una descripción del sistema que estemos estudiando.

Al utilizar la distribución de Pareto para el ajuste de datos en diversos problemas se observa que funciona muy bien en casi toda la curva a excepción de las colas (extremos de las curvas), caso que es muy común en este tipo de aplicaciones, lo que limita nuestro análisis de datos.

3.4. Mejorando ajustes en distribuciones con la función beta modificada en las regiones de las colas.

La limitación que se menciona en el punto anterior de la distribución de Pareto nos hace recurrir a una herramienta matemática denominada Función Beta modificada [7], llamada así por Naumis y Cocho, la cual está dada por:

$$F(k) = A\frac{(n+1-k)^b}{k^a} \tag{3.5}$$

donde A es la amplitud de la curva, a y b son los parámetros de ajuste, n el número de datos y k el rango de los mismos.

Es importante mencionar la interpretación de los parámetros a y b. En la referencia [8] se menciona que el parámetro a se puede relacionar con comportamientos de tipo Pareto o también denominado ley de potencias, mientras que b parece estar asociado a comportamientos más caóticos o desordenados.

Esta función Beta modificada tiene la ventaja de que no solo ajusta todo el cuerpo de la curva a analizar, también ajusta muy bien las colas [7], lo que nos ayuda a realizar un análisis más preciso en nuestro trabajo. Se realiza el ajuste con un programa de computo llamado Mathematica©, utilizando el comando FindFit, el cual solo es necesario escribir la función Beta modificada, definiendo sus parámetros y su variable. Al realizar esta acción lo que obtenemos es una lista de parámetros a y b, los cuales son suficientes para describir a la curva.

La comparación del ajuste de ley de potencias con el ajuste con beta modificada esta mostrada en las graficas 3.4 y 3.5:

Como podemos observar, el ajuste con la Beta modificada, a diferencia de la ley de potencias, nos da un mejor ajuste en las colas de la gráfica. Calcularemos el coeficiente de correlación para cada una de las gráficas. Como sabemos, el coeficiente de correlación es una medida de la bondad del ajuste, o sea sobre el grado de relación entre las variables, sin importar cuál es la causa y cuál es el efecto de una sobre otra. La dependencia de la que se habla en este sentido es la dependencia entre la varianza de las variables, y esa cantidad está definida entre [0,1], si está cercano a cero, quiere decir que el ajuste es muy malo, y entre más cerca es el valor a 1 el ajuste es bueno.

Cuadro 3.1: Notación ajedrecista.

Correlación con beta modificada	0.943367
Correlación con ley de potencias	0.93893

Vemos que la correlación en el caso del ajuste con la función Beta Modificada es más cercana a 1 que en el caso de la función de ley de potencias para los mismos datos y la cual, como se puede observar, es una curva no suave.

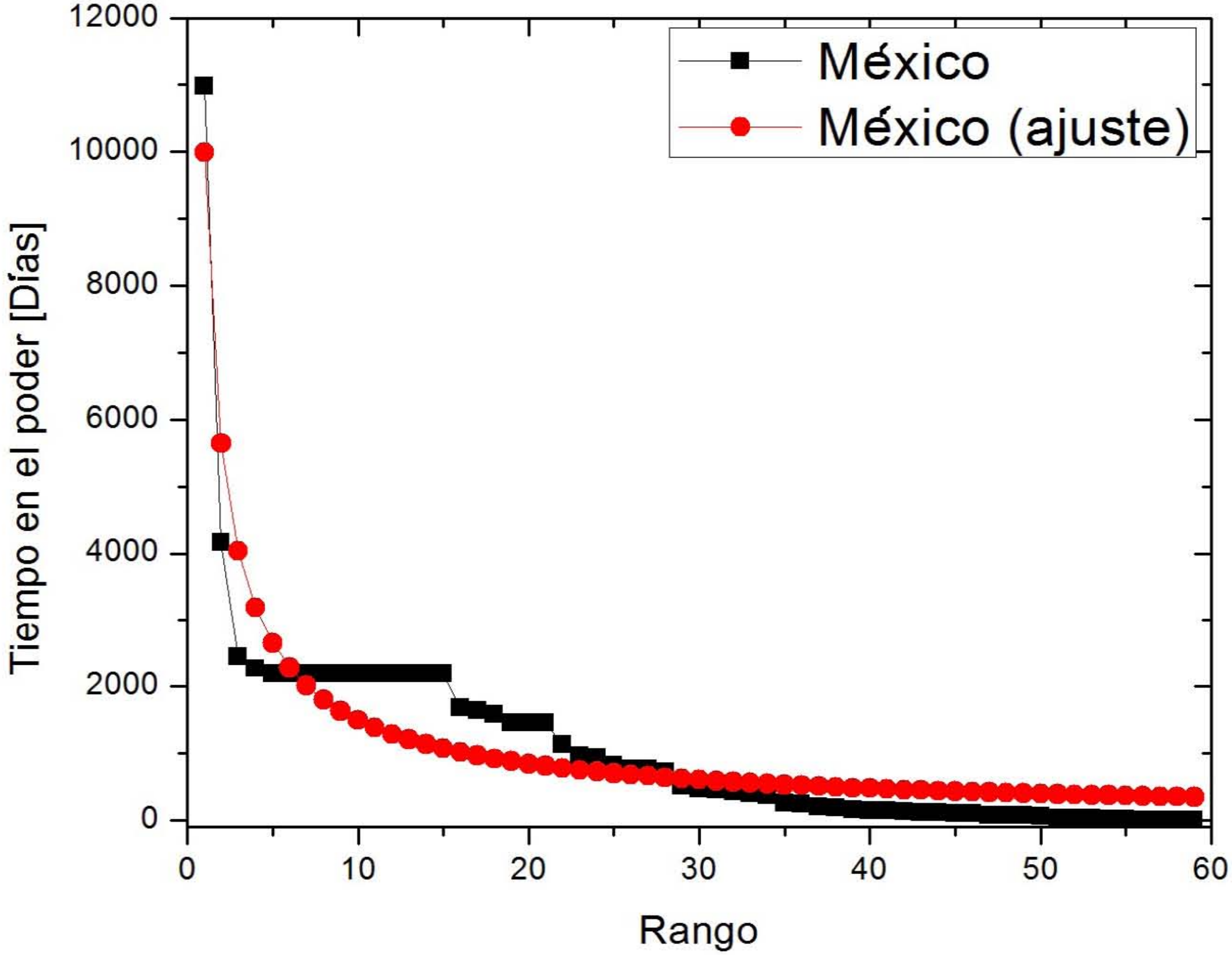

Figura 3.4: Ajuste de los datos de México con una ley de potencias.

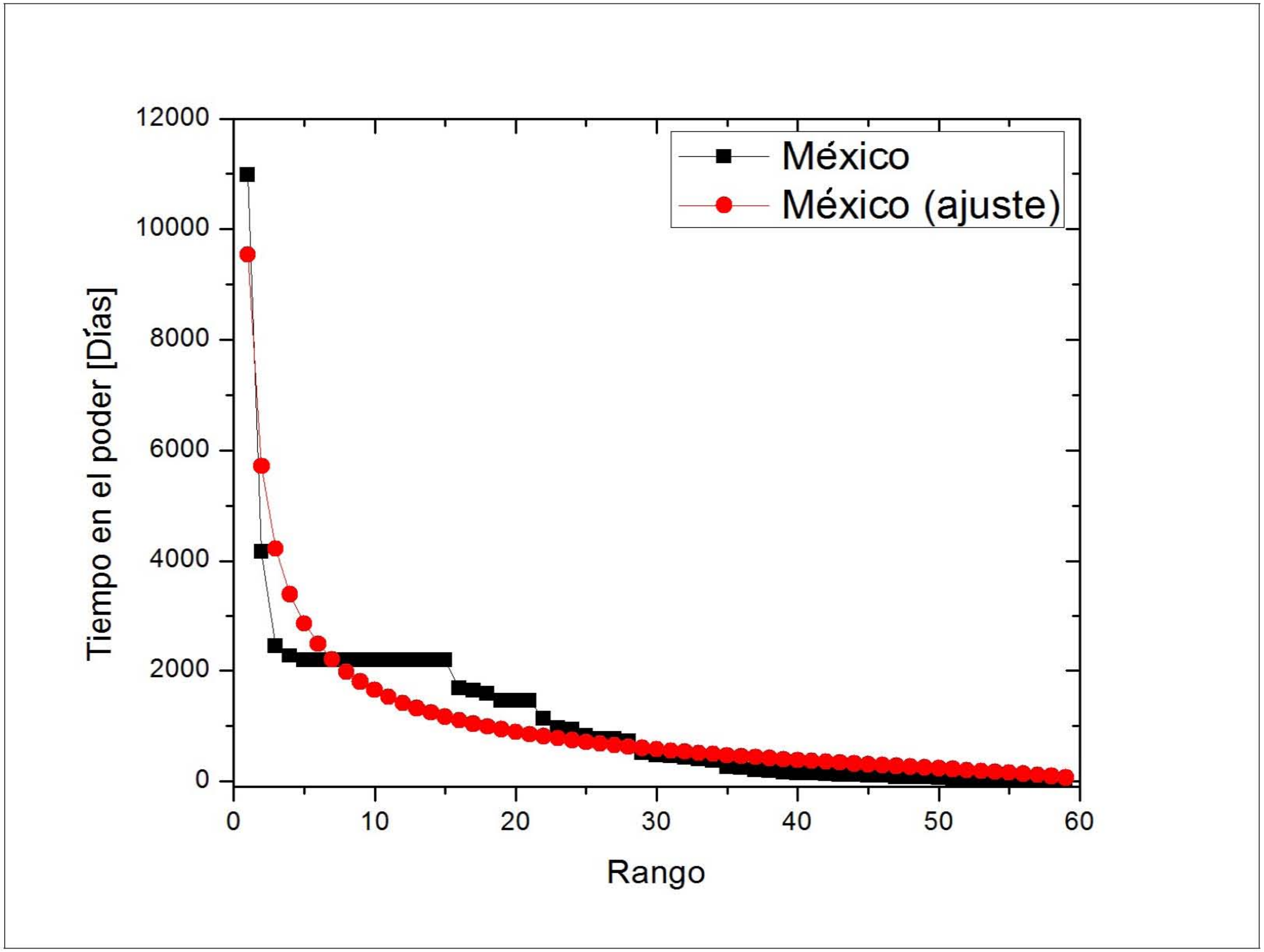

Figura 3.5: Ajuste de los datos de México con la función beta modificada.

3.4.1. La variación de los parámetros a y b en la función beta modificada.

En una sección anterior se mencionó algo acerca del significado o interpretación de los parámetros a y b de la función beta modificada, los cuales hacen cambiar a la curva dependiendo de sus valores. En las graficas siguientes ilustraremos la variación de estos coeficientes con distintos valores, dejando al parámetro A constante.

En las graficas 3.6, 3.7 y 3.8 se muestra el comportamiento de la curva variando los coeficientes a y b. Vemos que el comportamiento que se asemeja más a los datos estudiados es cuando los coeficientes son más cercanos a 1 o menores; por ejemplo, en la figura 3.6 tenemos el caso en el cual los coeficientes tienen los valores de $A = 1$, $b = 0.1$ y tres distintos valores de a, los cuales muestran 3 tipos de curvas distintas. La curva con el coeficiente $a = 0.1$ muestra una caída suave, en comparación con la que tiene el parámetro $a = 0.9$, lo cual podemos relacionarlo con datos que decaen más rápido, como es el caso de países que tienen un gobernante que ha estado en el poder muchos años y después entra una estabilidad política como en México, que tuvo un gobernante que duro más de 30 años en el mandato, para después tener una estabilidad política de 6 años como lo es en la actualidad.

El graficar los coeficientes a y b de la función beta modificada nos ayuda mucho en la comparación de curvas, en este caso de sociedades, ya que el que se tenga valores similares, se tendrá una curva parecida teniendo una relación en el tipo de gobierno que se ha tenido en las mismas.

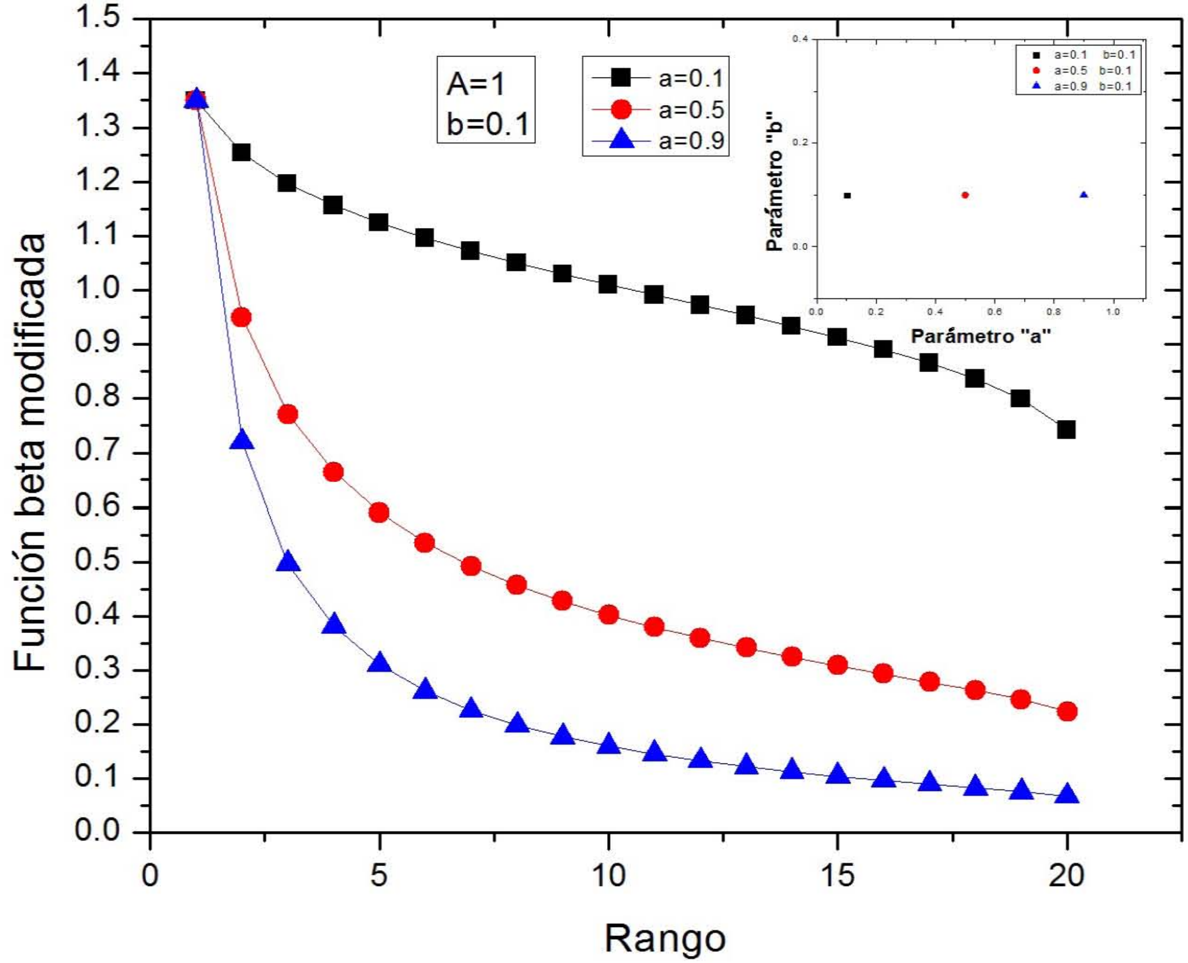

Figura 3.6: Grafica de la función beta modificada con $A = 1$, $b = 0.1$ y valores distintos de a.

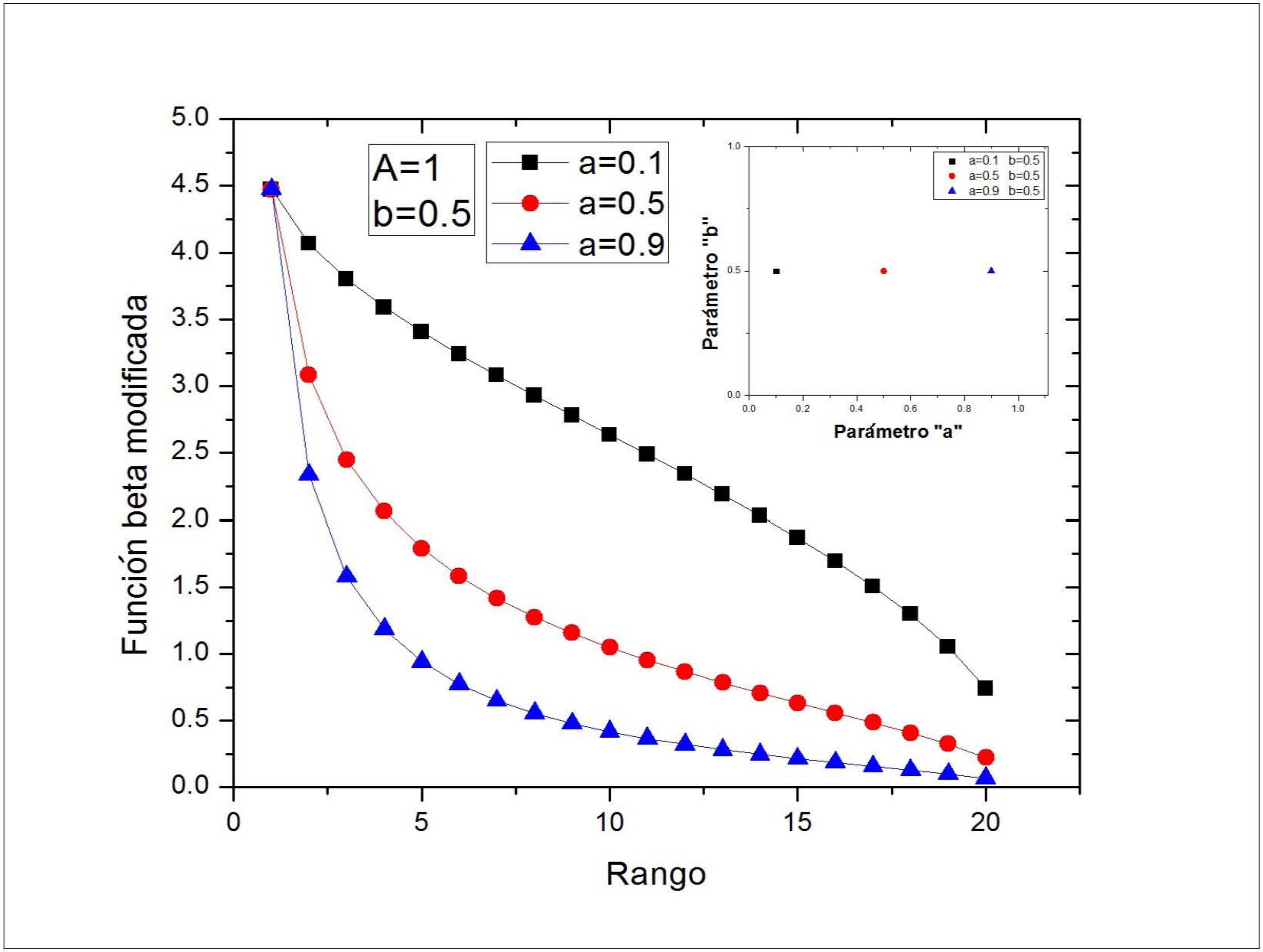

Figura 3.7: Grafica de la función beta modificada con $A = 1$, $b = 0.5$ y valores distintos de a.

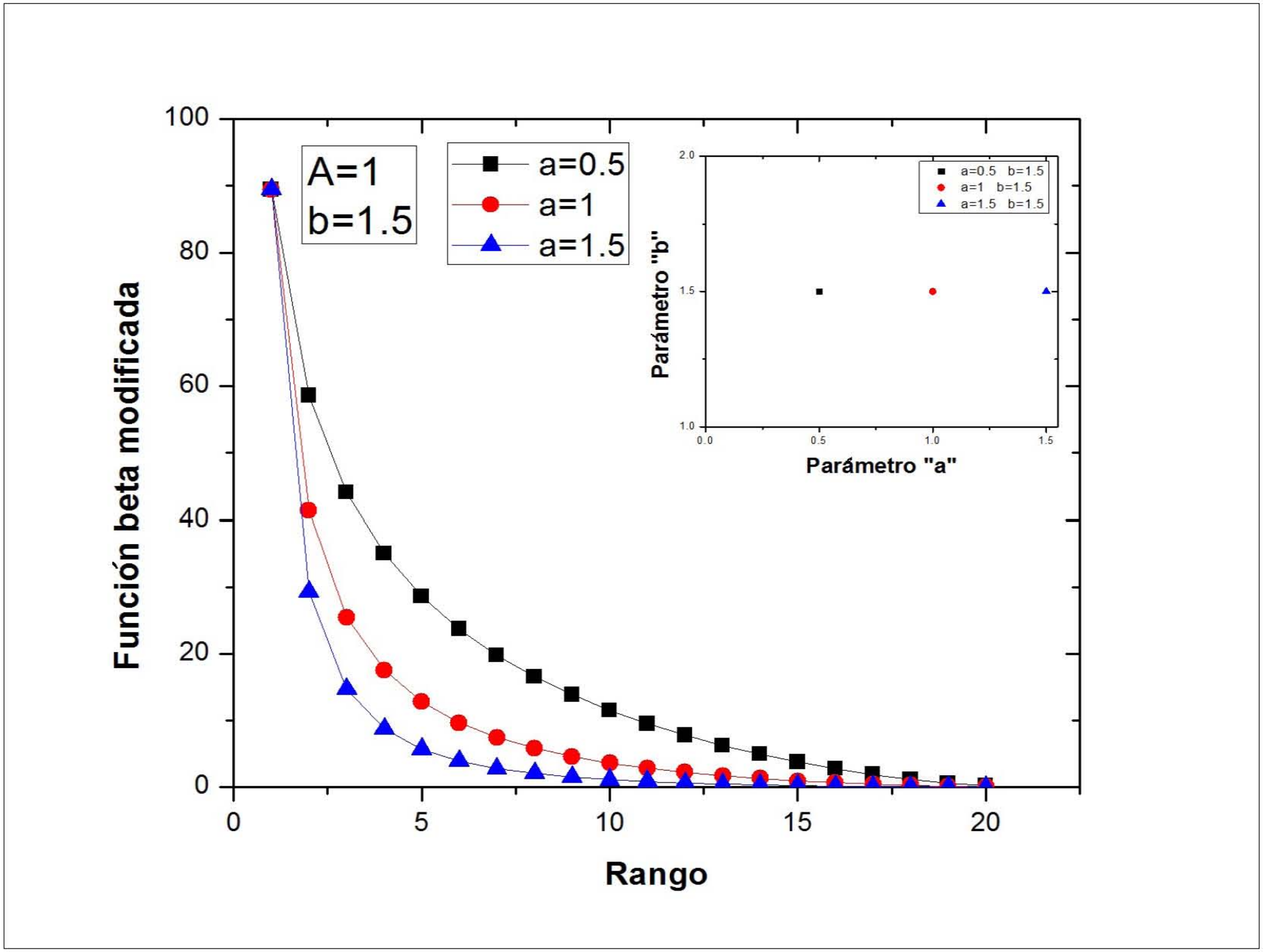

Figura 3.8: Grafica de la función beta modificada con $A = 1$, $b = 1.5$ y valores distintos de a.

Capítulo 4

FUNCION DE CORRELACION EN SERIES TEMPORALES Y FUNCION EXPONENCIAL ESTIRADA.

El realizar el ajuste de nuestras series temporales ayuda mucho a su descripción para poder compararlas entre si y hablar acerca de las sociedades, relacionarlas con su régimen y sus tendencias políticas.

En este capítulo se describe una función denominada *función de correlación*, que nos ayudará a saber si un gobernante puede seguir gobernando dado que ya ha estado un cierto tiempo en el poder, se definirá formalmente la función de correlación. Se hará mención de otra función llamada *función exponencial estirada.*

4.1. Función de correlación.

Para completar nuestro análisis de datos, nos vemos en la necesidad de utilizar una herramienta útil que llamaremos función de correlación, la cual queda definida de la siguiente manera:

$$C(j) = \frac{1}{T}\sum_{i=1}^{T-1} \delta_{i,i+j} \tag{4.1}$$

dónde

$$\delta_{i,i+j} = \begin{cases} 1 & \text{si el gobernante estando en el dia } j \text{ sigue en el poder al dia } i \\ 0 & \text{si el gobernante estando en el dia } j \text{ no sigue en el poder al dia } i \end{cases}$$

y

$$T = \text{numero total de días en el poder.} \tag{4.2}$$

Para un valor de j la suma $\sum_{i}^{T-1} \delta_{i,i+j}$ nos indica la cantidad de intervalos de tiempo en los cuales estuvo un gobernante, es decir con $j = 5$ nos da el número de intervalos en los cuales los gobernantes tuvieron en su mandato, y el coeficiente $C(5)$ nos indica esa cantidad dividida entre el número total de días de gobierno en una sociedad.

Se les puede llamar a estos coeficientes $C(j)$ una probabilidad de seguir en el poder dado que ya han estado un cierto tiempo en el mandato, aclarando que no es estrictamente una probabilidad, ya que la función no cumple con las condiciones de ser una función de probabilidad.

Conforme pasa el tiempo, esa probabilidad va disminuyendo debido a que cada vez es más difícil seguir en el poder por varios factores, como son: el término de periodo de gobierno, alguna enfermedad que impida el seguir en el poder o algún problema político como un golpe de estado, etc.

4.1.1. Ejemplos de función de correlación.

En una sociedad en donde exista una democracia y los tiempos de duración sean constantes, por ejemplo de 6 años, como en varios países en los cuales el mandatario esta un determinado periodo, la función de correlación seria como se muestra en la figura 4.1.

En otro caso, tomamos un caso en la cual rigen 2 tiempos de gobierno, como en el caso particular de 8 y 4 años, ilustrandolo en la figura 4.2.

Vemos que existen 2 líneas con diferentes pendientes, las cuales muestran los 2 diferentes tiempos en los cuales se rige alguna sociedad. También aparece en la curva que los cambios en las curvas coinciden con los diferentes tiempos que hay en la serie temporal, es decir, en 4 y 8 años.

¿Cuál es el caso en el cual, en una sociedad estable respecto a los tiempos de duración de los gobernantes, se agrega una doctrina totalitarista? Esto lo podemos ver en la figura 4.3, en la cual hemos puesto 2 tiempos distintos, 8 y 4 años, junto con un mandatario que duro 30 años en el poder.

En cada cambio abrupto en la curva de correlación, concuerda, en el eje del tiempo, con los distintos cambios de periodos que existieron en la sociedad en cuestión. Por ejemplo, en la figura 4.3 se observa que los 3 cambios que hay coinciden en el eje del tiempo con los valores de 4, 8 y 30 años.

A diferencia de la figura 4.2 en esta última tenemos que la curva cambia abruptamente solo por tener a un mandatario de 30 años en el poder a diferencia

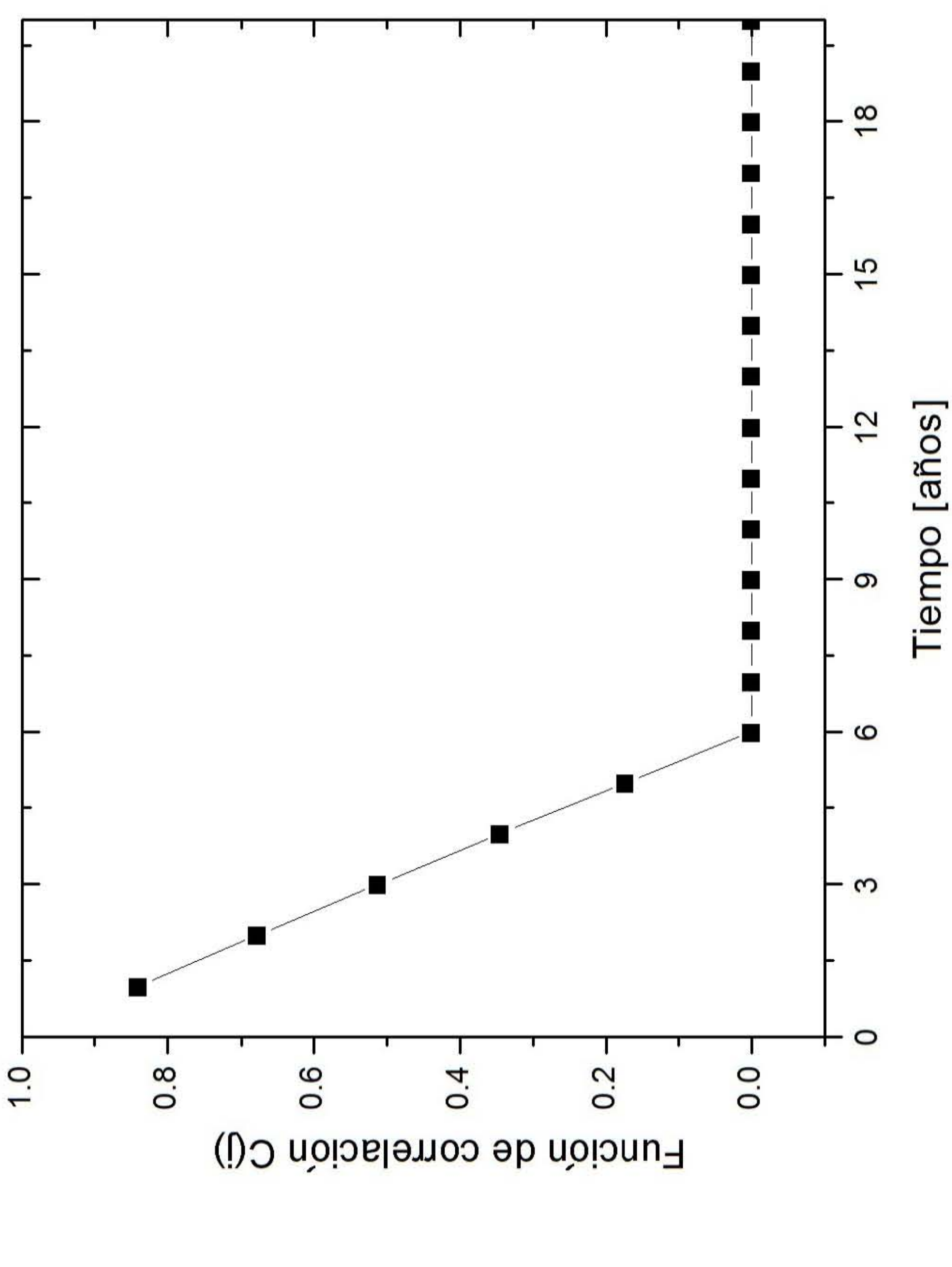

Figura 4.1: Correlación para el caso de un régimen democrático de 6 años.

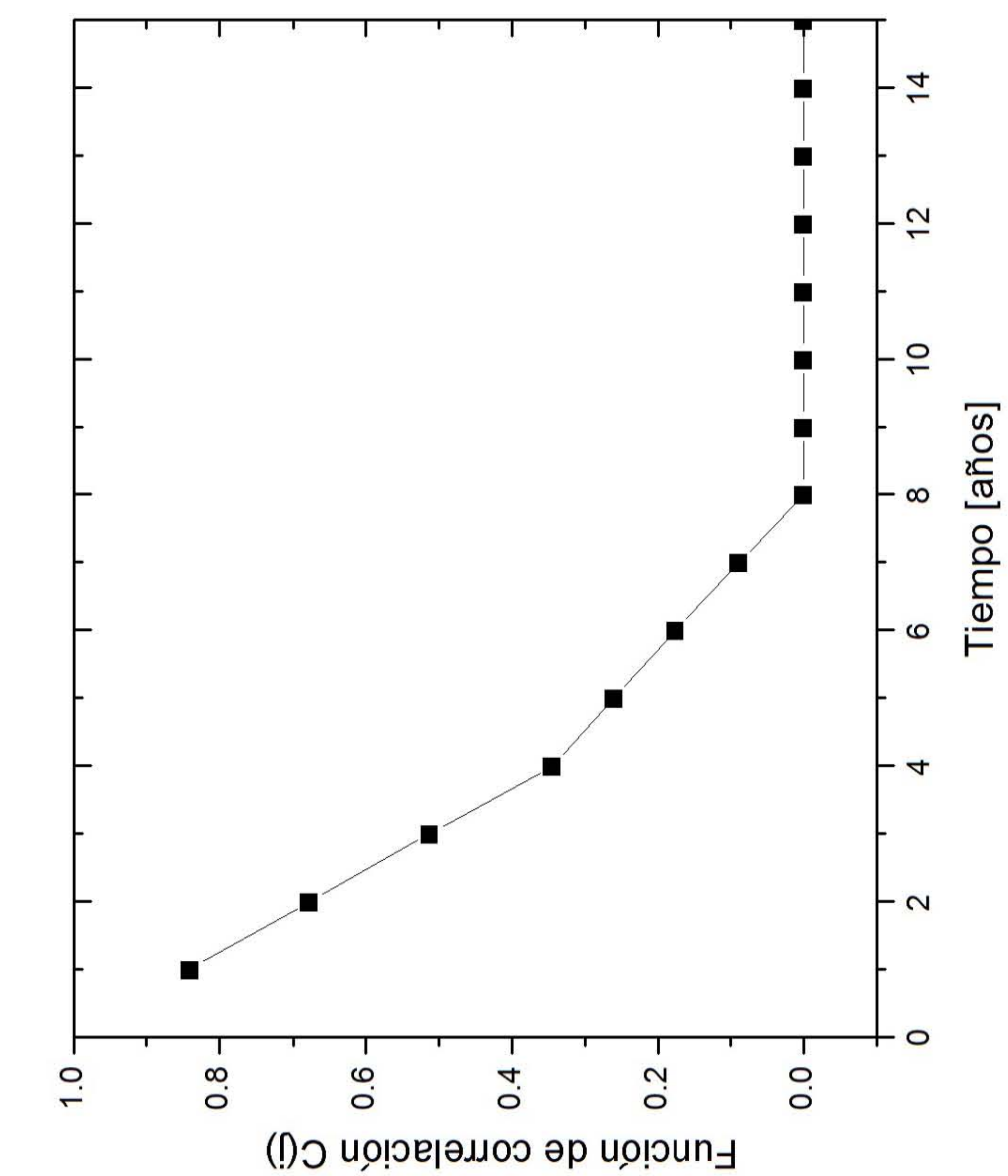

Figura 4.2: Correlación para el caso de 2 regímenes de gobierno diferentes de 4 y 8 años.

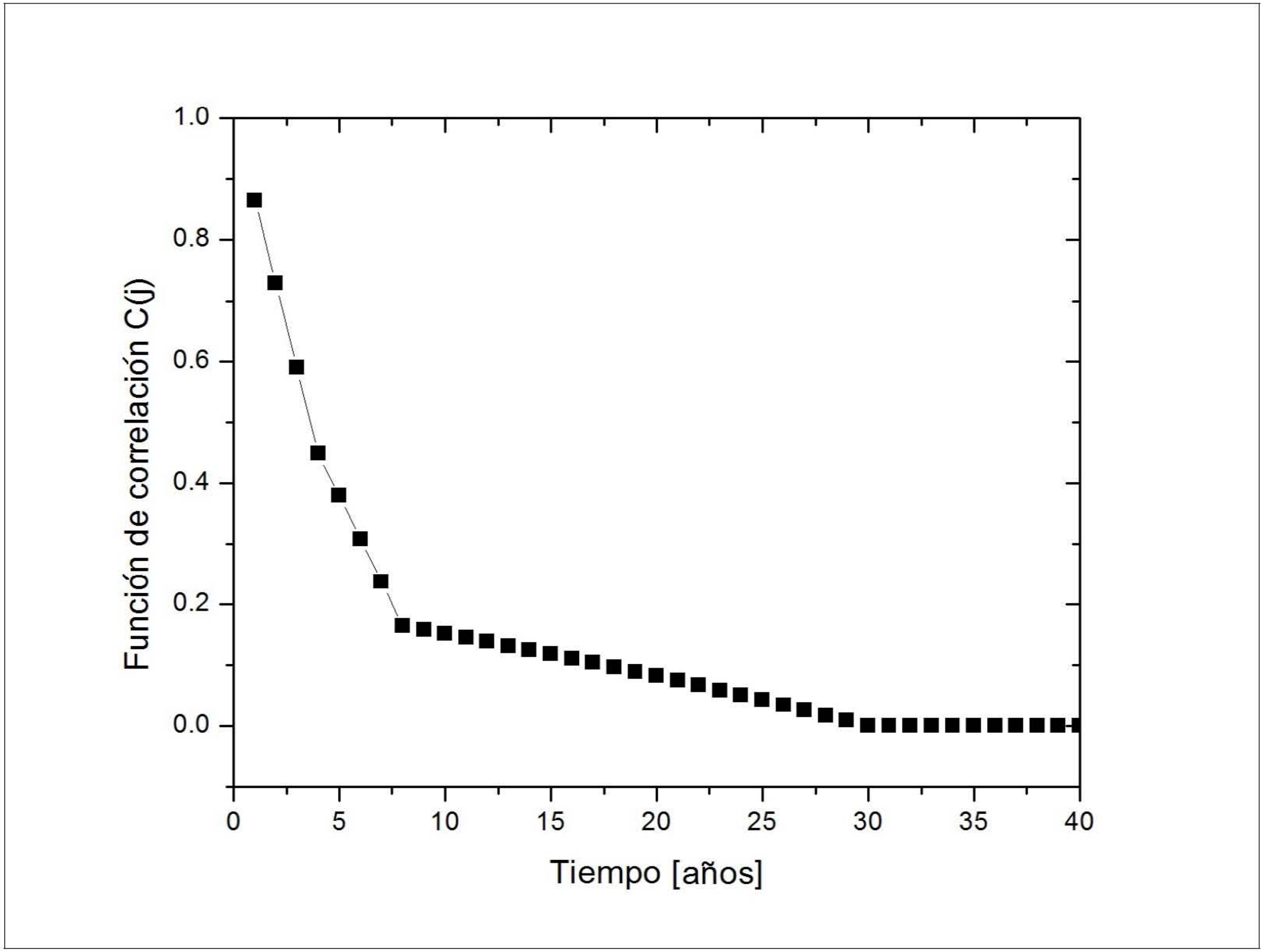

Figura 4.3: Correlación para el caso de 2 regímenes de gobierno diferentes de 4 y 8 años con un gobernante de 30 años de duración.

de los demás que solo tienen 4 y 8 años, y en vez de tener dos curvas con distinta pendiente, se tienen 3, solo que en esta ultima la pendiente es muy diferente a las otras, cambiando la forma de la gráfica.

En el caso de la figura 4.3 tenemos que la tercera parte de la curva, el valor de la función de correlación decae menos rápido que con las otras dos partes, lo cual da pie a que si un gobernante ha estado en el poder 8 años, por ejemplo, pueda seguir en el poder 30 años con una oportunidad que decae muy lentamente, ya que la diferencia entre los dos primero mandatos y el ultimo es poco mas de 3 y 5 veces mayor respectivamente, como se muestra en la última parte de la curva.

4.2. Función exponencial estirada.

La *función exponencial estirada* (*stretched exponential function*) [14] es una generalización de la función exponencial con un parámetro adicional, el exponente de estiramiento β:

$$\psi(t) = e^{-(\frac{t}{\tau})^{\beta}} \tag{4.3}$$

En la mayoría de las aplicaciones, sólo tiene sentido para los argumentos de t en el intervalo $[0, \infty]$. Con $\beta = 1$, la función exponencial siempre se recupera. Con β entre 0 y 1, la gráfica de $\psi(t)$ vs. $\log(t)$ es, característicamente, extendida, de ahí el nombre de la función. Fue introducido por primera vez por Rudolf Kohlrausch en 1854 para describir la descarga de un condensador, por lo que también se llama la función de Kohlrausch. En 1970, G. Williams y Watts DC utilizaron la transformada de Fourier de la exponencial estirada para describir los espectros dieléctricos de polímeros; en este contexto, es también llamada: función Kohlrausch-Williams-Watts

(KWW).

La función exponencial estirada se utiliza a menudo como una descripción fenomenológica de la relajación en sistemas desordenados, en el decaimiento luminiscente, incluso para describir la agregación de proteínas [14],[15],[16].

Como una cultura que se basa en el maíz, se han publicado estudios de los tiempos de relajación en la conducción iónica (iones de calcio) en un sistema de masa de maíz nixtamalizada, dando así información sobre la concentración de iones calcio (Ca) unidos a las moléculas de almidón; cuando el calcio esta unido a moléculas orgánicas se le denomina bio-calcio y tiene la propiedad de y poder asimilarse en el organismo y así evitar concentraciones excesivas de Ca las culaes pueden producir la formación de cálculos biliares, hepáticos, etc. [13].

Capítulo 5

RESULTADOS, CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS.

5.1. Resultados de los ajustes usando la función beta modificada.

El ajuste de las series temporales a la función beta modificada se muestran en el las series temporales que tenemos, para que nos quede como en la figura 5.1.

Los ajustes de los datos obtenidos para la duración de los tiempos de liderazgo son cercanos a la unidad, resaltando valores de 94 % para el caso de México y del 99 % en el caso de Cuba. El cuadro 5.1 muestra los parámetros a y b, es decir los valores de los coeficientes de la función beta modificada resultantes del ajuste del grafico 5.1. Cabe mencionar que para realizar el análisis del tiempo de pontificado (tiempo papal) se recurrió a la separación en intervalos de 500 años, con la finalidad de detallar su comportamiento.

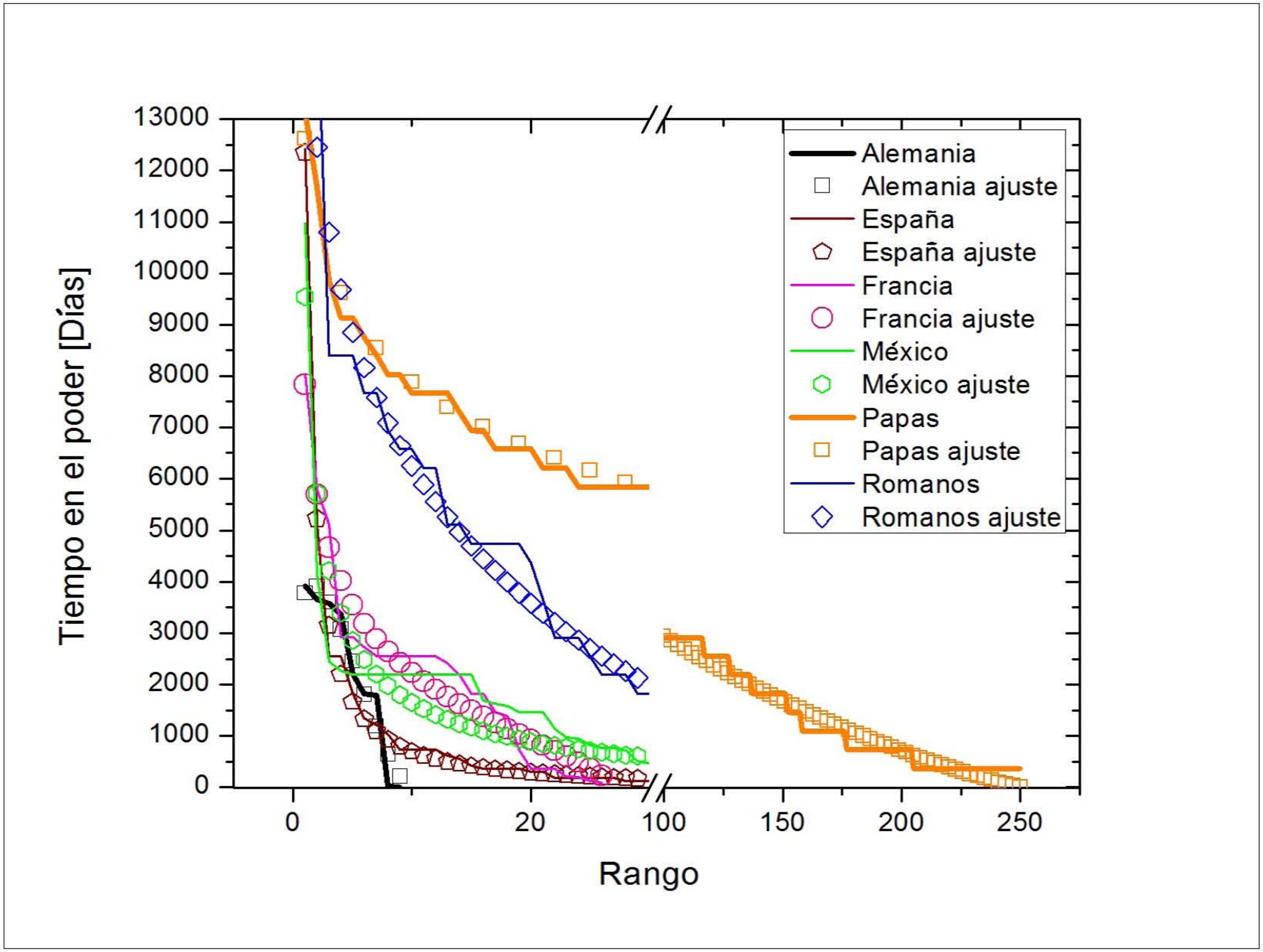

Figura 5.1: Datos ajustados usando la función beta modificada para el tiempo en el poder.

Al graficar los coeficientes a y b se hace posible la comparación entre los diversos factores de funcionamiento de las sociedades, es decir, la economía, el sistema de gobierno, la geografía, entre otros, por otra parte la cercanía en la ubicación de los puntos reflejará algún tipo de coincidencia entre los mismos.

La grafica 5.2 muestra que hay cúmulos de puntos que sugieren que la historia de sus mandatarios es similar en el tiempo. Resalta el cumulo en el cual se encuentra México y Brasil cuyo aspecto histórico y de gobierno han presentado variaciones similares. El caso que corresponde al tiempo papal se ajusta al de los reyes de Francia asumiendo que en estas sociedades la particularidad en el tiempo de mandato de sus gobernantes es vitalicio, rasgo que se ve resaltado por el hecho de que en el mismo cumulo se localizan los puntos que corresponden a la tercera y cuarta parte del periodo papal analizado, lo que refiere que en la última mitad del periodo efectivamente los que estaban a cargo del poder regían hasta su fallecimiento 5.2. Hay que recordar que durante varios años la capital del cristianismo donde radica el papa no fue el vaticano sino en Aviñón en Francia.

De especial atención es el caso de Alemania, en donde se presenta para el coeficiente a la localización más alejada, mientras que para el coeficiente b la ubicación es cercana con Cuba, Canadá, Argentina y los Cesares romanos, apuntando que el coeficiente b está relacionado con fluctuaciones desordenadas en el sistema de gobierno, como se mencionó en el capítulo 3. En este sentido y particularmente en los registros de Cuba, donde se tiene una serie temporal con dos regímenes predominantes y una dictadura cuya duración aproximada es de 32 años, hechos que son causas de las variaciones en el valor del coeficiente b.

Cuadro 5.1: Parámetros de ajuste a, b y el coeficiente de correlación R^2 para diversas sociedades.

	A	a	b	R^2
Alemania	102.307	-0.331305	1.64324	0.972255
Argentina	10.558	0.236433	1.53038	0.991921
Brasil	1508.2	0.617808	0.384553	0.952252
Canadá	80.0687	0.291778	1.61452	0.994527
Colombia	5.56992	0.0421461	1.35043	0.973981
Cuba	26.6221	0.668381	1.68576	0.995047
EUA	404.029	0.131482	0.61377	0.956527
España	9231.83	1.23921	0.0798736	0.998072
Francia	904.748	0.422628	0.662445	0.970231
Italia	119.524	-0.406878	1.23392	0.959322
México	1562.5	0.734242	0.44569	0.943387
Papas	1.71E+01	0.185654	1.19562	0.996644
Papas 1	585.127	0.267035	0.749938	0.982337
Papas 2	6.63867	0.175122	1.60722	0.994454
Papas 3	39.0746	0.13897	1.23917	0.994707
Papas 4	126.547	0.157204	1.16911	0.996178
Reyes Francia	344.79	0.218326	1.0618	0.996514
Romanos	30.417	0.281131	1.54258	0.984108

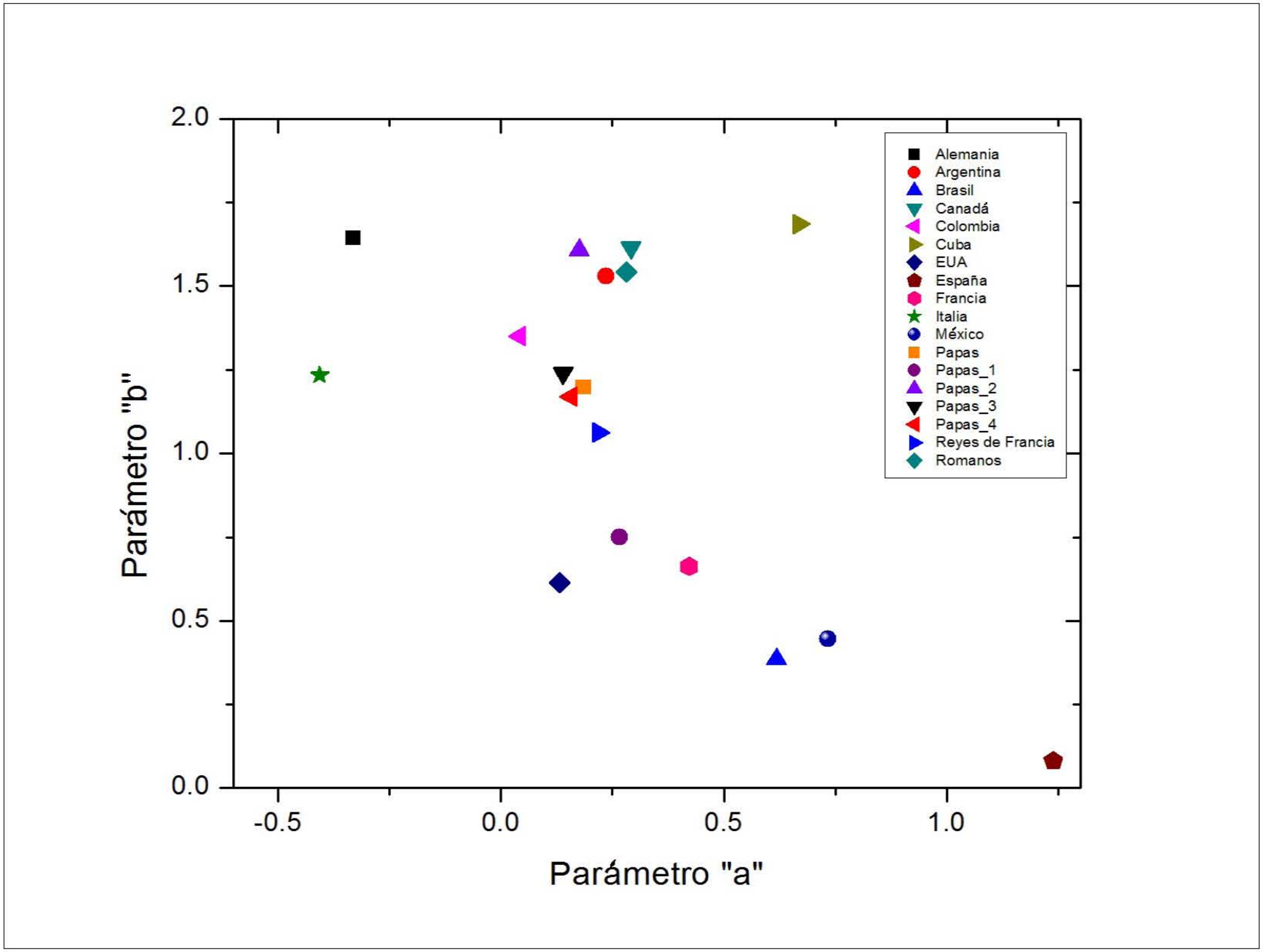

Figura 5.2: Coeficientes de ajuste a y b de la función beta modificada.

5.2. Resultado del cálculo de correlaciones aplicado a tiempos de gobierno.

Al calcular los coeficientes de correlación para cada país obtenemos la gráfica 5.3. Dicho cálculo se llevó a cabo mediante el programa Mathematica©. Cabe mencionar que se utilizaron todos los valores para dicha correlación.

Con la finalidad de observar el comportamiento de los datos experimentales usando la función exponencial estirada, la gráfica anterior se re-grafico en un papel semilog, figura 5.4, lo que permitió acentuar las diferencias así como las similitudes entre el comportamiento de las poblaciones estudiadas.

La función de correlación temporal $C(t)$ mide la relación que un evento que sucede a un tiempo t, tiene con otro que sucede al tiempo $(t + \tau)$. Eventos que no tienen relación, osea que están descorrelacionados, tienen un valor cero de la función de correlación, mientras que aquellos que están fuertemente correlacionados tienen valores altos de $C(t)$, (cercanos a uno si la función $C(t)$ está normalizada).

La grafica 5.4 muestra los valores de la función de correlación para las distintas sociedades estudiadas; las curvas tienen una forma similar a la función exponencial estirada , la cual tiene muchas aplicaciones en la física, como en el análisis de la relajación dieléctrica en sistemas poliméricos, o como modelo de la tasa de decaimiento de réplicas en los sismos, y por ende podemos realizar analogías con las mismas, ayudando así a un estudio más riguroso en este tema.

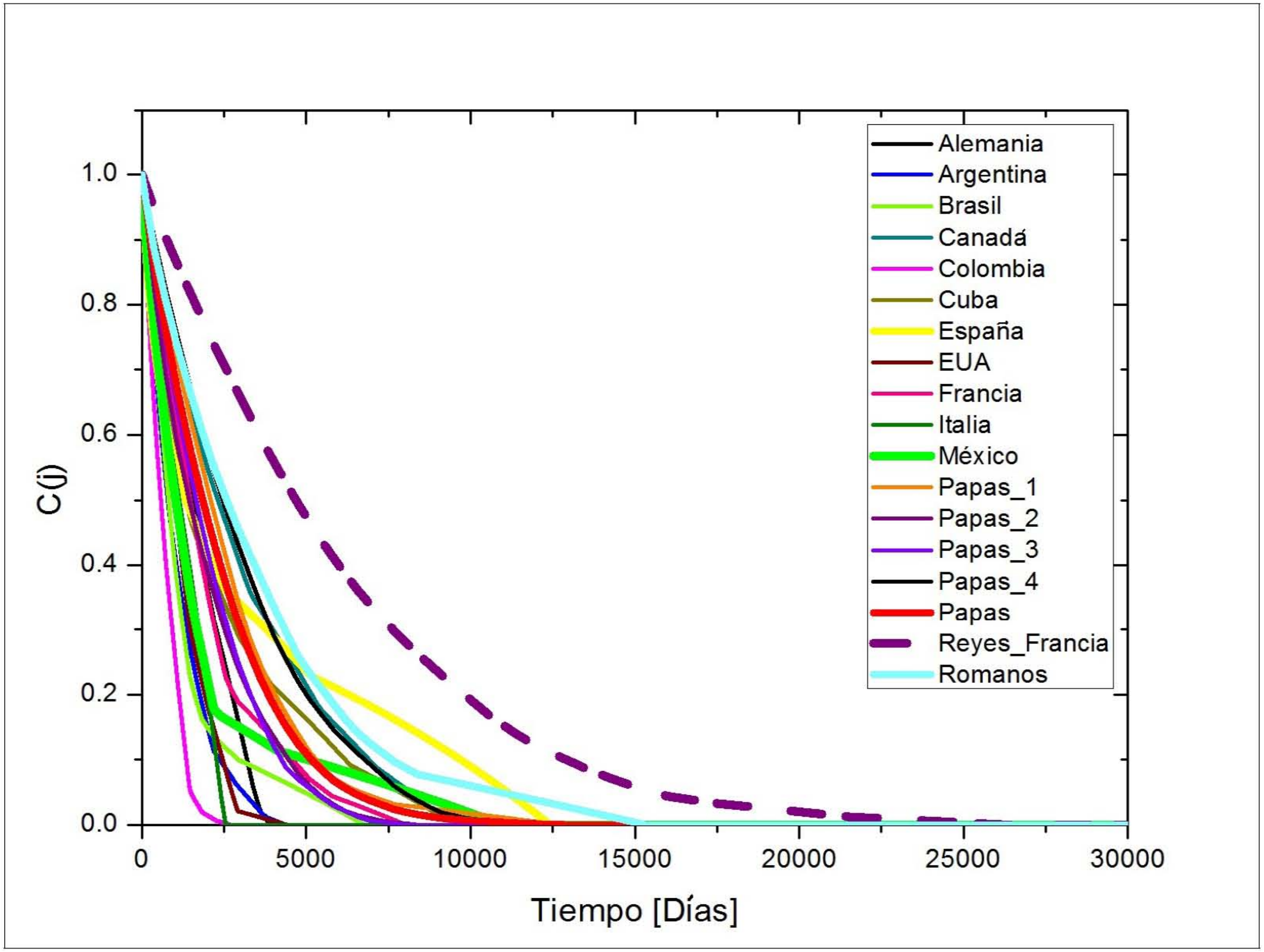

Figura 5.3: Grafica de coeficientes de correlación para las sociedades.

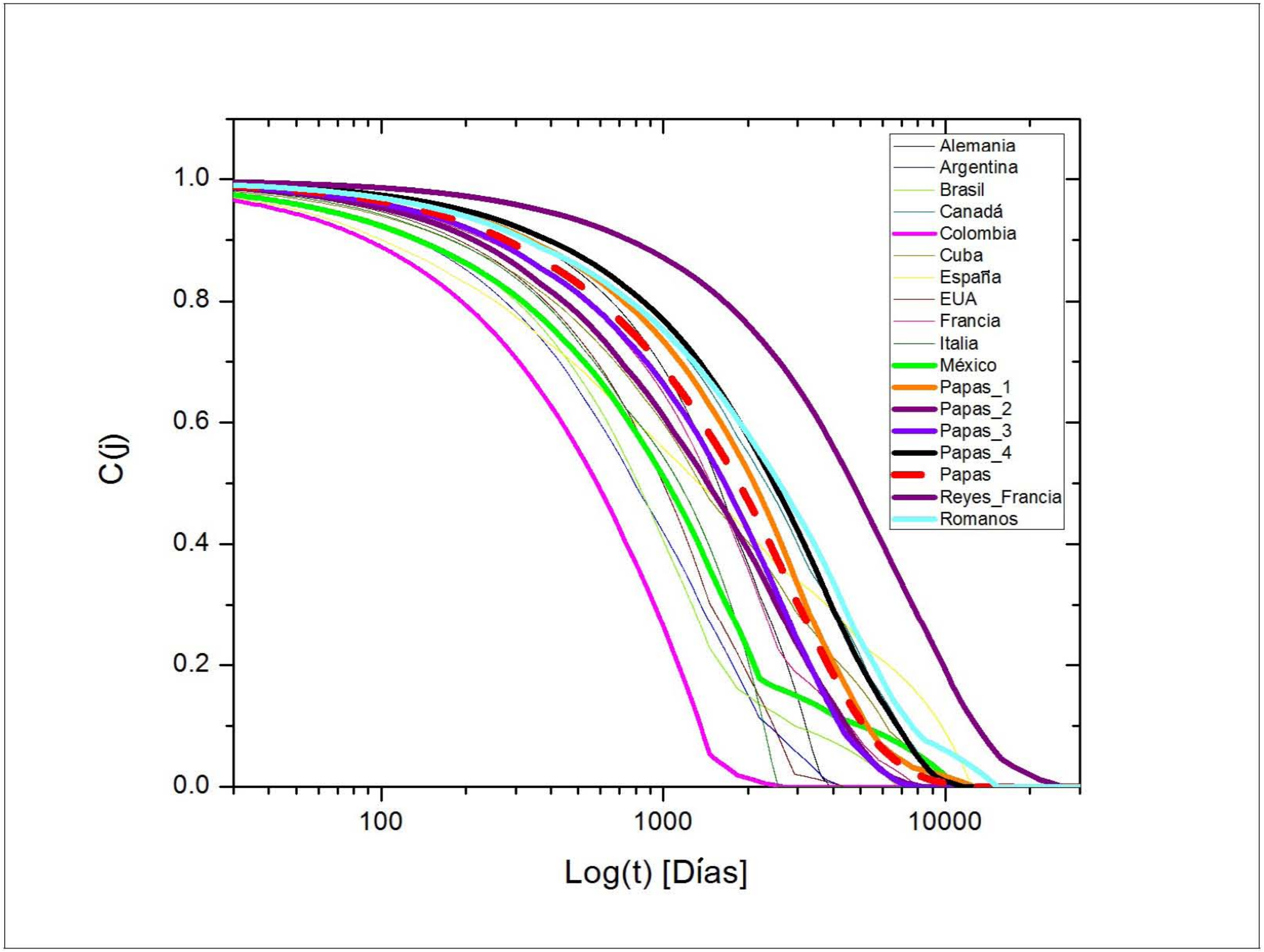

Figura 5.4: Grafica de coeficientes de correlación para las sociedades en papel semilog.

Cuadro 5.2: Parámetros de ajuste T, β y el coeficiente de correlación R^2 de la función exponencial estirada para diversas sociedades.

	T	β	R^2
Alemania	1929.43	1.57745	0.99825
Argentina	1123.15	1.09493	0.999759
Brasil	1147.81	0.945681	0.993104
Canadá	3244.79	1.08626	0.999244
Colombia	750.93	1.28747	0.997436
Cuba	2278.3	0.842516	0.997903
España	2628.79	0.624393	0.992262
EUA	1294.49	1.31906	0.999109
Francia	1995.94	1.10601	0.998444
Italia	1372.18	1.44709	0.994049
México	1503.97	0.782212	0.988869
Papas 1	2747.2	1.2015	0.999557
Papas 2	2038.25	1.05944	0.998959
Papas 3	2185.53	1.19177	0.999134
Papas 4	3317.24	1.18267	0.999351
Papas	2508.69	1.1245	0.99968
Reyes de Francia	6388.97	1.16117	0.999722
Romanos	3578.58	1.03903	0.999391

El ajuste a esta función de las sociedades estudiadas arrojó los siguientes resultados dados en el cuadro 5.2.

El análisis en el cuadro 5.2 refiere un valor de correlación de 99 % con excepción de México.

Vemos que el coeficiente de correlación R^2 para cada sociedad es arriba del 99 % a excepción de México, cuyo comportamiento a través del tiempo ha sido irregular, lo que indica que el uso de esta herramienta permite realizar analogías entre fenómenos, además de la posibilidad de modelar dicho comportamiento, facilitando así una descripción de las variaciones como es el valor de la probabilidad de seguir en el poder para una sociedad dada.

En este caso los valores de β miden que tan rápido cae la función de correlación con el tiempo. Si β es pequeño la exponencial estirada decae lentamente y la probabilidad de que permanezca en el poder es mayor. Si β es grande, la exponencial decae rápido y la probabilidad de que permanezca en el poder es menor.

En el caso de España, su coeficiente β es menor que las demás sociedades estudiadas, diciéndonos que es más probable que un mandatario se mantenga en el poder en comparación con Alemania que el valor de β es de 1.57745.

5.3. Conclusiones finales y posibles avances.

La obtención de analogías físicas entre las variables de control de juegos y entre las series temporales permitirá un mejor entendimiento de los mismos, robusteciendo el análisis a través de modelos de sus comportamientos, herramientas utilizadas comúnmente en la física. En el caso del ajedrez fue de gran ayuda ordenar la serie temporal de la ventaja, de mayor a menor, ya que permitió un ajuste con la función beta modificada de mayor índice de correlación.

En posteriores aplicaciones el análisis con estas herramientas de series temporales arrojarán como resultado una ventaja por el simple hecho de describir una tendencia de ganar o perder descrita a través del tiempo, como lo es el simple hecho de iniciar la partida.

En trabajos futuros se podrán analizar usando las mismas series temporales en el ajedrez en las cuales se obtengan resultados como el saber si se tiene una ventaja extra por el simple hecho de empezar una partida o encontrar alguna tendencia de ganar o perder dependiendo de las ventajas que se vayan teniendo a lo largo del juego.

El uso de la función beta modificada nos permitió comparar situaciones como los mostrados en la figura 5.1, en donde la ubicación de los coeficientes a y b nos permitieron describir el comportamiento de sociedades disímbolas como lo son Alemania y los cesares romanos.

Al aplicar la función de correlación en nuestras series temporales se encontraron curvas en las cuales se muestra la caída del valor de correlación, en la duración en el poder de los gobernantes, caso México.

Los resultados mostrados en el presente trabajo tienen un comportamiento análogo con otras ramas de la ciencia, en donde el uso de estas herramientas han sido ampliamente estudiados para describir fenómenos, como los de luminiscencia, circuitos eléctricos, sismología, sistemas de polímeros, entre otros. También demuestra que la metodología de la función exponencial estirada es aplicable entre otras en áreas como la sociología, la economía, la historia y la destreza en los juegos.

Es importante señalar que en el caso particular de la sociofísica hasta el momento no se han reportado en la literatura resultados semejantes. Esto nos impulsa a utilizar modelos físicos en otras áreas de estudio, como en la historia, por ejemplo, que es una rama en la cual hasta el momento no se habían aplicado herramientas como las descritas en el presente trabajo.

Bibliografía

[1] H. B. Callen. TERMODINÁMICA. Introducción a las teorías físicas de la termostática del equilibrio y de la termodinámica irreversible. Universidad de Pensilvania. Primera edición en castellano. Editorial AC.

[2] M. Del Castillo Mussot. CÓMO ACERCARSE AL AJEDREZ. Primera edición. Noriega Editores. 1993.

[3] M. Pepió Viñals. SERIES TEMPORALES. Segunda edición. Edicions UPC, 2001.

[4] A. Karpov. MIS MEJORES PARTIDAS. Segunda edición. Editorial Paidotribo, Barcelona. 2000.

[5] G. Delgado de Cantú. HISTORIA DE MÉXICO. Segunda edición. Editorial: Pearson Prentice Hall. México. 2008.

[6] Newman, Mej. Power laws, *Pareto distributions and Zipf's law.* Contemporary Physics, vol. 46, Issue 5, p.323-351.

[7] Naumis G., Cocho G. (2008) *Tail universalities in rank distributions as analgebraic problem: The beta-like functio.* Physica A 387: 84-96. http://iopscience.iop.org/1367-2630/9/8/286

[8] Gustavo Martínez Mekler, Roberto Alvarez Martínez, Manuel Beltrán del Río, Ricardo Mansilla, Pedro Miramontes, Germinal Cocho. et al. (2009). *Universality*

BIBLIOGRAFÍA

of Rank-Ordering Distributions in the Arts and Sciences. PLoS ONE 4(3): e4791. doi:10.1371/journal.pone.0004791

[9] Beltrán del Río M, Cocho G, Naumis GG (2008) *Universality in the tail of musical note rank distribution*. Physica A 387: 5552-5560.

[10] George C. Canavos. PROBABILIDAD Y ESTADISTICA. Aplicaciones y métodos. Virginia Commomwealth University. Primera edición en español 1988. McGRAW-HILL/INTERAMERICANA DE MEXICO, S.A. DE C.V.

[11] Kleiber M (1947). *Body size and metabolic rate* Physiological Reviews 27 (4): 511-541.

[12] Christian Kleiber and Samuel Kotz (2003). Statistical Size Distributions in Economics and Actuarial Sciences, New York: Wiley. xi+332 pp.

[13] R. Rodriguez, M. Estevez, D. Rangel, et. al. *DIELECTRIC DETERMINATION OF FREE AND LINKED CALCIUM IONS IN COMMERCIAL ALKALINE-COOKED GROUNDED CORN*. Journal of Food Engineering, (to be published).

[14] Metzler R. Klafter J. *From stretched exponential to inverse power-law: fractional dynamics, Cole Cole relaxation processes, and beyond*, Journal of Non Crystalline Solids 305 (2002) 81-87.

[15] KISSLINGER C. *The Stretched Exponential Function as an Alternative Model for Aftershock Decay Rate*. JOURNAL OF GEOPHYSICAL RESEARCH, VOL. 98, NO. B2, PAGES 1913-1921, FEBRUARY 10, 1993

[16] Sumie Yoshioka, Yukio Aso and Shigeo Kojima. *Usefulness of the Kohlrausch-Williams-Watts Stretched Exponential Function to Describe Protein Aggregation in Lyophilized Formulations and the Temperature Dependence Near the Glass Transition Temperature*. Pharmaceutical Research, Vol. 18, No. 3, 2001.

[17] Pérez Navarro, J. Jimeno Pastor. TEORIA DE JUEGOS. PEARSON PRENTICE HALL. 2004.