



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**COMPENDIO DE PRINCIPIOS BÁSICOS PARA EL
DISEÑO DE MODELOS FÍSICOS FLUVIALES**

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL TÍTULO DE:

INGENIERO CIVIL

P R E S E N T A :

HOMERO VILLARREAL BALBUENA

TUTOR:

DR. JESÚS GRACIA SÁNCHEZ

MÉXICO, D. F. 2011



**INSTITUTO
DE INGENIERÍA
UNAM**



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Agradecimientos:

A la UNAM.

A mi familia: Juliana, Ernesto, Diana y Janeth.

Al Instituto de Ingeniería

Al Dr. Jesús Gracia Sánchez.

Al lector.



ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	1
1. DESCRIPCIÓN DE UN MODELO	
1.1 DESCRIPCIÓN DE UN MODELO MATEMÁTICO	3
1.2 DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS ANÁLOGOS	5
1.3 DESCRIPCIÓN DE UN MODELO FÍSICO	5
2. BASES MATEMÁTICAS DE LA HIDRÁULICA DE CAUCES Y CANALES	
2.1 CLASIFICACIÓN DEL FLUJO	8
2.2 FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS DE LA HIDRÁULICA DE CANALES	13
2.3 EJEMPLO DE APLICACIÓN	32
3. MODELOS FLUVIALES CON FONDO MÓVIL	
3.1 PRESENTACIÓN DE UN MODELO FÍSICO.	36
3.2 EJEMPLO DE MODELOS FLUVIALES CON FONDO MÓVIL.	39
3.4 BASES TEÓRICAS DE LA MODELACIÓN	49
3.5 PROCESO CONSTRUCTIVO DE UN MODELO	57
3.6 EJEMPLO DE APLICACIÓN	60
4. ARRASTRE DE SEDIMENTOS	
4.1 GENERALIDADES DEL ARRASTRE DE SEDIMENTOS	63
4.2 CONCEPTOS DE LA MECÁNICA DEL TRANSPORTE DE SEDIMENTOS	65
4.3 CONDICIONES DE SIMILITUD	67
4.4 TEORÍAS DE ARRASTRE DE SEDIMENTOS	76
4.5 MÉTODO DE BAGNOLD.	77
4.6 EJEMPLO DE APLICACIÓN	83
5. CONCLUSIONES	87
BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS	88



INTRODUCCIÓN

Con el presente trabajo se plantean los principios de la modelación hidráulica de canales de fondo móvil, se aborda la problemática de modelar un río natural a una escala adecuada que represente el fenómeno del fluido a estudiar. Todo esto con ayuda de modelos matemáticos tan simples y usuales dentro de la ingeniería civil, que cualquier persona con conocimientos en ingeniería hidráulica sin la necesidad de profundizar en el tema pueda comprenderlo. Además se espera que sea un material bibliográfico de ayuda y apoyo para el tema, pues es muy poco visto y estudiado dentro de materias que se imparten en la licenciatura de Ingeniería Civil.

El concepto de modelo hidráulico:

Cada vez que el ingeniero se enfrenta al problema de diseñar una estructura tiene que resolver de manera conjunta un compromiso entre los aspectos de eficiencia, seguridad y costo, lo que implica establecer con un razonable grado de confianza la relación entre la estructura proyectada y el medio circundante.

Los fenómenos hidráulicos, como expresión del mundo natural, son tan complejos que no es posible analizarlos y describirlos totalmente. Sólo podemos hacerlo parcialmente. Uno de los instrumentos de que se dispone para tratar de conocer y comprender el comportamiento del agua en la naturaleza y su interacción con las estructuras se encuentra en la investigación mediante los modelos matemáticos y los modelos físicos. Ambos se complementan.

Un modelo, físico o matemático, es una representación simplificada de un aspecto de la naturaleza y, en muchos casos, de las obras construidas en ella. La construcción de modelos no sólo es un método admitido en la investigación de fenómenos naturales, sino que es el que ha permitido el progreso de la ciencia. Hacer ciencia es construir modelos.

Todo esto resulta muy claro a partir del siglo XVII con la introducción del método científico.

Galileo creó un modelo para describir la caída de los cuerpos.



Newton creó un modelo para describir la atracción de los cuerpos.

Kepler creó un modelo para describir las órbitas planetarias.

Bohr creó un modelo para describir la estructura atómica.

Las fórmulas de la hidráulica son modelos creados para una realidad muy simplificada y esquematizada.

La definición de la palabra “modelo” no tiene un significado restringido como se explica a continuación.

Modelo es toda esquematización de la realidad hecha con fines de estudio. Las ciencias de los objetos reales trabajan con situaciones más o menos idealizadas que constituyen simplificaciones, deformaciones de la realidad. Tanto los modelos matemáticos como los modelos físicos representan esquematizaciones del mundo natural.

Esquematizar es simplificar. Este concepto teórico es el que nos lleva, por ejemplo, a considerar que en un escurrimiento el coeficiente de resistencia es sólo un coeficiente de rugosidad. También nos lleva, por ejemplo, a considerar, erróneamente, que dicho coeficiente es independiente de la concentración de sólidos en suspensión.



1. DESCRIPCIÓN DE UN MODELO

1.1 DESCRIPCIÓN DE UN MODELO MATEMÁTICO

Cabe resaltar que en el desarrollo de este trabajo no se profundizara en los conceptos de modelos matemáticos, sino que se enfocará en las bases teóricas y prácticas de los modelos físicos, sin embargo es útil conocer la modelación matemática.

En la mayoría de los casos las ecuaciones que rigen los fenómenos físicos a considerar no pueden resolverse analíticamente, por lo que es necesario emplear métodos aproximados mediante un proceso de computación, que hoy en día es necesario explotar, para poder competir con las grandes instituciones y corporaciones nacionales y extranjeras, siendo los métodos más utilizados el de *elementos finitos* y el de *diferencias finitas*. El primero hace discreto el medio en el que tiene lugar el fenómeno en estudio utilizando por lo común una red de triángulos, mientras que en el segundo se utiliza una red de rectángulos que es menos complicada, y proporciona una descripción suficiente de los contornos. La esencia de este método, de diferencias finitas, es sustituir los sistemas de ecuaciones diferenciales (algebraicas) proporcionando valores en los puntos de la malla mediante la solución de métodos explícitos o implícitos.

La precisión de los modelos matemáticos está íntimamente ligada a su costo de explotación, por lo que deben tomarse en cuenta los siguientes factores.

- a) Exactitud de los datos iniciales. Tomar en cuenta la discontinuidad de los datos y la magnitud de error de los mismos.
- b) Tipo de fenómeno a estudiar. Dependiendo del fenómeno y su importancia, dependerá su precisión, hoy en día eso también se traduce en costos.
- c) Exactitud de las ecuaciones que rigen el fenómeno. Las ecuaciones diferenciales, mediante las que se ha formulado un modelo, pueden determinar un límite a la exactitud con que se podrá describir el fenómeno. Esto puede ser ocasionado por las hipótesis introducidas para simplificar, o bien, por constituir ellas mismas una simple aproximación al no considerar ciertas variables.



- d) Forma de aproximar las ecuaciones. Partiéndole un sistema de ecuaciones diferenciales parciales que se aproximan mediante un sistema de ecuaciones diferenciales con los consiguientes errores de truncamiento, la exactitud puede verse afectada.
- e) Evolución del modelo. Durante el proceso de cálculo, al cambiar el modelo en el espacio y en el tiempo, puede ocurrir que los errores que se producen se vayan transmitiendo o acumulando, con lo cual la precisión obtenida del modelo puede verse limitada.

Existen tres conceptos que conviene aclarar referente a los modelos matemáticos. Se trata de la consistencia, estabilidad y convergencia de un modelo; Suponiendo que un modelo se ha realizado por el método de diferencia finitas, se dirá que es consistente cuando al tender a cero el tamaño de la malla y el intervalo del tiempo también, las ecuaciones en diferencia dan las mismas soluciones que las ecuaciones diferenciales; que es estable si las soluciones obtenidas al hacer variar los parámetros de que depende el modelo permanecen acotadas; y, que es convergente cuando el modelo es a la vez consistente y estables.

Secuencia de la elaboración de un modelo matemático.

1. Se hace la descripción del fenómeno, planteándose las variables que intervienen y las hipótesis del comportamiento del mismo.
2. Se plantean las ecuaciones diferenciales o integrales que describen matemáticamente el fenómeno (modelo matemático), asimismo, las condiciones de frontera y la variabilidad de solución.
3. Seleccionar el método de cálculo de solución del modelo matemático, es decir, la elección del algoritmo de cálculo.
4. Programación del algoritmo de cálculo para la computadora.
5. La calibración, verificación y validación del modelo.
6. Explotación del modelo, es decir, la utilización del mismo con base de datos de campo, de experimentos en laboratorios o de supuestos para obtener predicciones.

Por estas razones es muy recomendable que los modelos matemáticos en el estudio de problemas de ingeniería se vean complementados con modelos físicos.



1.2 DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS ANÁLOGOS

Dos fenómenos físicos de diferente naturaleza se llaman analógicos si las ecuaciones que los describen se expresan con formas matemáticas idénticas, aún cuando los símbolos de cada una de ellas tengan significado diferente. Es común que uno de los dos fenómenos sea de menor dificultad, por lo que éste se emplea para resolver el otro. Lo anterior ofrece una posibilidad de resolver problemas hidráulicos a base de mediciones hechas sobre un fenómeno análogo, siendo los más comunes:

- Analogía entre un flujo a través de medios permeables y flujo laminar en capas delgadas (modelos de Hele-Shaw).
- Analogía entre flujo laminar y flujo turbulento.
- Analogía entre un flujo a través de medios permeables y la deformación de una placa elástica bajo carga.
- Analogía eléctrica y otros fenómenos físicos (como hidráulicos, mecánicos, etc.).

1.3 DESCRIPCIÓN DE UN MODELO FÍSICO

Los fenómenos hidráulicos, como su nombre lo indica son eventos que ocurren durante la acción del agua como actor principal, y básicamente los más estudiados y dignos de nuestro interés son los que involucran algún daño directa o indirectamente a las sociedades y asentamientos humanos, o para beneficio de éstos, es por este motivo que no solo se debe de prestar atención en la investigación con modelos matemáticos, sino también en modelos físicos.

Los modelos matemáticos casi siempre idealizados, utilizan simplificaciones importantes, las cuales causan a su vez efectos que deben valorarse mediante ensayos experimentales, a través de modelos físicos a escala reducida en un modelo hidráulico.

Los modelos físicos, son representaciones a escala que realizamos con datos obtenidos de la realidad y que modificamos a nuestra conveniencia, para simular lo más apegado a la realidad las condiciones con que debe operar nuestro modelo.

Modelos físicos reducidos

El uso de modelos físicos a escala reducida, llamados simplemente modelos hidráulicos, implica que estos deben ser semejantes al prototipo, para lo cual debe satisfacerse las leyes de similitud Geométrica, Cinemática y Dinámica, que en conjunto relacionan las

magnitudes físicas homólogas definidas entre ambos sistemas, el prototipo A_p (escala de prototipo) y el modelo A_m (escala de modelo).

En la siguiente figura se observa que cada rayo de proyección que sale de una fuente hacia un centro homólogo, interseca puntos de ambos sistemas, denominados puntos homólogos, sobre los cuales se definen otras magnitudes tales como: velocidad, presión, etc. De igual manera se definen lados, superficies y volúmenes homólogos, que a su vez constituyen la similitud geométrica, misma que implica una relación constante, que para cualquier longitud L resulta ser $L_p/L_m = E_L$ llamada escala de líneas o de longitudes. Los subíndices p y m se refiere al prototipo y al modelo, respectivamente.

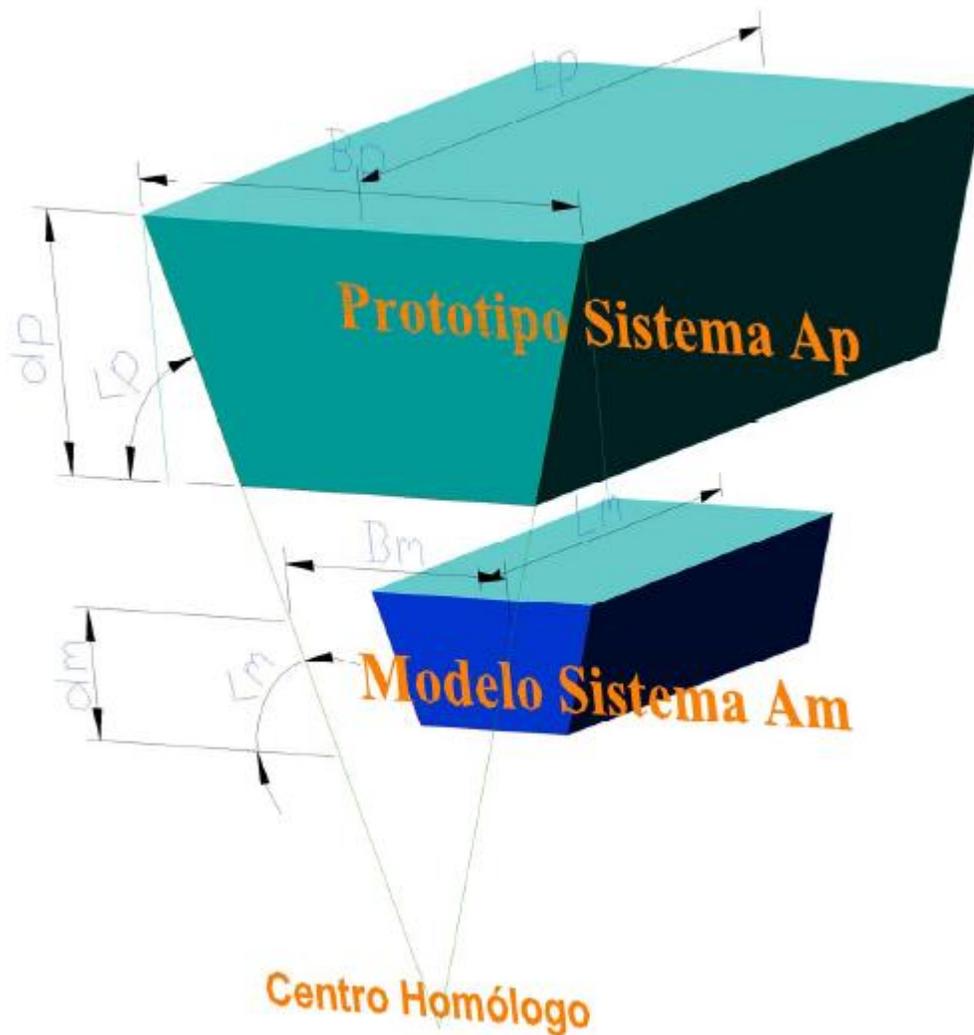


Fig. 1



Cuando la comparación de los sistemas A_p y A_m es con respecto a un movimiento, se establece entonces la similitud cinemática, y que se cumple cuando la forma de los patrones de flujo homólogos son iguales en cualquier tiempo, es decir, hay similitud de movimiento de los sistemas; por lo que la relación de velocidades de puntos homólogos debe ser constante, o sea, $V_p / V_m = E_v$ y generalizando, $E_v = E_L E_t^{-1}$, siendo E_v la escala de velocidades, E_L , la escala de longitudes y $E_t = T_p / T_m$, la escala de tiempos. Como puede observarse, es un requisito que la similitud geométrica se cumpla para que se logre la similitud cinemática

Algunas de las aplicaciones para los modelos físicos son: acerca de propagación de oleaje, acción de mareas y corrientes, movimiento de sedimentos, estabilidad de estructuras sujetas a la acción del oleaje, efecto de estructuras en la protección de playas, acción del oleaje sobre embarcaciones atracadas o en movimiento, propagación de mareas, funcionamiento de estuarios, erosión y sedimentación de causes, control de avenidas, obras de toma, cárcamos de bombeo, vertedores, conducción de agua a presión, difusión térmica y desechos, etc.

El empleo de un modelo hidráulico implica establecer un programa definido de investigación experimental sobre todas las variables que intervienen, en forma particular o en grupo; esto se hace para poder verificar en su caso la validez de las soluciones analíticas de un problema dado o para determinar las leyes de relación entre las diferentes variables que, extrapoladas al prototipo permitan optimizar la eficiencia de cada uno de los elementos del sistema modelo prototipo.



2. BASES MATEMÁTICAS DE LA HIDRÁULICA DE CAUCES Y CANALES

2.1 CLASIFICACIÓN DEL FLUJO

El movimiento de los fluidos puede clasificarse de muchas maneras, según diferentes criterios y según sus diferentes características, este puede ser:

Flujo turbulento: Este tipo de flujo es el que más se presenta en la práctica de ingeniería. En este tipo de flujo las partículas del fluido se mueven en trayectorias erráticas, es decir, en trayectorias muy irregulares sin seguir un orden establecido, ocasionando la transferencia de cantidad de movimiento de una porción de fluido a otra o de modo similar a la transferencia de cantidad de movimiento molecular pero a una escala mayor.

En este tipo de flujo, las partículas del fluido pueden tener tamaños que van desde muy pequeñas, del orden de unos cuantos millares de moléculas, hasta las muy grandes, del orden de millares de pies cúbicos en un gran remolino dentro de un río o en una ráfaga de viento.



Fig. 2.1 Fluido en estado Turbulento

En la figura 2.1 se hace notar que las partículas del fluido tienen un movimiento en estado turbulento debido a los obstáculos que van encontrando en su trayectoria en el modelo de la escotadura en el río carrizal Instituto de Ingeniería UNAM.

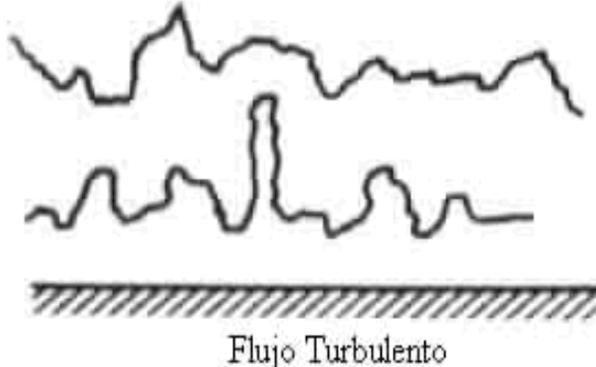


Fig. 2.2 Comportamiento de las partículas dentro del flujo turbulento

Factores que hacen que un flujo se torne turbulento:

- La alta rugosidad superficial de la superficie de contacto con el flujo, sobre todo cerca del borde y a altas velocidades, irrumpe en la zona laminar de flujo y lo vuelve turbulento.
- Calentamiento de la superficie por el fluido, asociado y derivado del concepto de entropía, si la superficie de contacto está muy caliente, transmitirá esa energía al fluido y si esta transferencia es lo suficientemente grande se pasará a flujo turbulento.

Flujo laminar: Se caracteriza porque el movimiento de las partículas del fluido se produce siguiendo trayectorias bastante regulares, separadas y perfectamente definidas dando la impresión de que se tratara de laminas o capas mas o menos paralelas entre si, las cuales se deslizan suavemente unas sobre otras, sin que exista mezcla macroscópica o intercambio transversal entre ellas.

La ley de Newton de la viscosidad es la que rige el flujo laminar:

$$\tau = \mu \frac{\partial v}{\partial y} \quad (2.1)$$

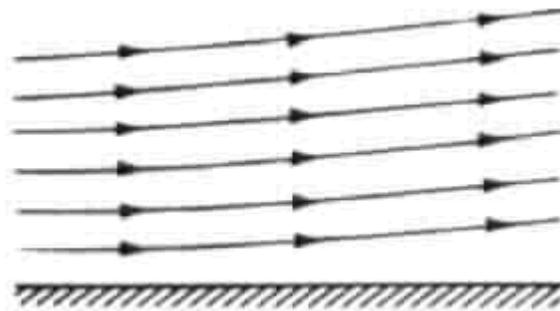
Esta ley establece la relación existente entre el esfuerzo cortante y la rapidez de deformación angular. La acción de la viscosidad puede amortiguar cualquier tendencia turbulenta que pueda ocurrir en el flujo laminar.

En situaciones que involucren combinaciones de baja viscosidad, alta velocidad o grandes caudales, el flujo laminar no es estable lo que hace que se transforme en un flujo turbulento.



Fig. 2.3

En la figura 2.3 del modelo hidráulico del río Suchiate se muestra la combinación de poca velocidad y poco caudal que asemejan un estado laminar sin llegar a serlo del todo.



Flujo Laminar

Fig. 2.4 Comportamiento de las partículas dentro del flujo laminar.



Flujo permanente: Llamado también flujo estacionario.

Este tipo de flujo se caracteriza porque las condiciones de velocidad de escurrimiento en cualquier punto no cambian con el tiempo, o sea que permanecen constantes con el tiempo o bien, si las variaciones en ellas son tan pequeñas con respecto a los valores medios. Así mismo en cualquier punto de un flujo permanente, no existen cambios en la densidad, presión o temperatura con el tiempo, es decir:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad \frac{\partial p}{\partial t} = 0 \quad (2.2)$$

Flujo no permanente: Llamado también flujo no estacionario.

En este tipo de flujo en general las propiedades de un fluido y las características mecánicas del mismo serán diferentes de un punto a otro dentro de su campo, además si las características en un punto determinado varían de un instante a otro se dice que es un flujo no permanente, es decir:

$$\frac{\partial N}{\partial t} \neq 0 \quad (2.3)$$

Donde:

N: parámetro a analizar.

El flujo puede ser permanente o no, de acuerdo con el observador.

Dentro de la clasificación de flujo permanente existe la posibilidad de clasificar dos tipos de escurrimiento:

Flujo uniforme: Este tipo de flujos son poco comunes, es aquel en que todas las secciones del canal tienen iguales características hidráulicas y ocurren cuando el vector velocidad en todos los puntos del escurrimiento es idéntico tanto en magnitud como en dirección para un instante dado, o expresado matemáticamente.

$$\frac{\partial v}{\partial s} \neq 0 \quad (2.4)$$

Donde el tiempo se mantiene constante y s es un desplazamiento en cualquier dirección.

Una consecuencia de esta condición es que, en un canal con régimen uniforme, las trazas de la plantilla y de la superficie del agua con un plano vertical alojado en la dirección del flujo son líneas paralelas, lo que sucede también con la línea de la energía debido a que la velocidad media del agua en el canal es constante.

Flujo no uniforme: Es el caso contrario al flujo uniforme, es decir, las condiciones hidráulicas son diferente una sección de otra, este tipo de flujo se encuentra cerca de fronteras sólidas por efecto de la viscosidad.



Si la sección y la pendiente de la plantilla del canal son constantes, se puede formar un **flujo gradualmente variado** que se caracteriza porque sus tirantes cambian en forma continua a lo largo del escurrimiento.

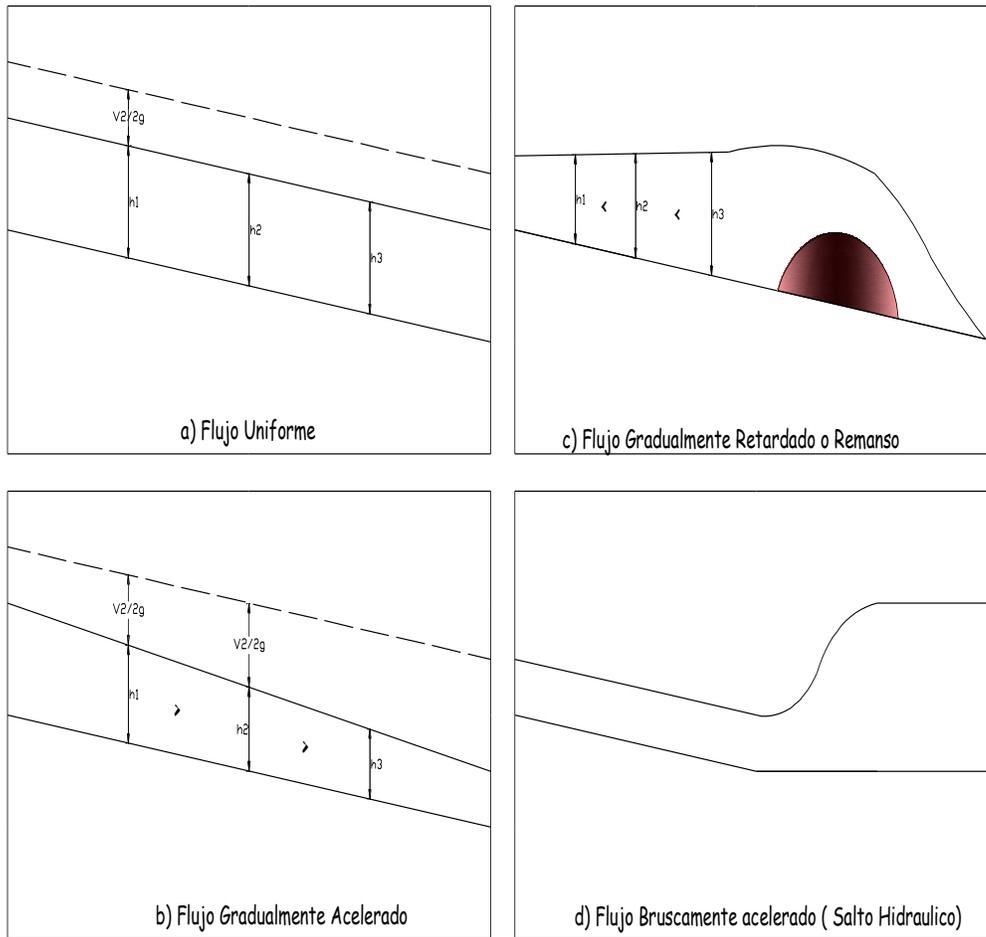


Fig. 2.5



2.2 FUNDAMENTOS MATEMATICOS EN LA HIDRAÚLICA DE CANALES

En los canales el agua fluye por la acción de la fuerza de gravedad y por tener siempre la superficie libre en contacto con la atmósfera.

En un líquido a superficie libre, el movimiento se ve afectado por las mismas fuerzas que intervienen en el flujo dentro de un tubo, y estas son:

- La fuerza de gravedad, es la más importante en el movimiento.
- La fuerza de resistencia en las fronteras rígidas por la fricción y la naturaleza del flujo; por lo regular turbulento.
- La fuerza producida por la presión ejercida sobre las fronteras del canal, en particular las zonas donde cambia su geometría.
- La fuerza viscosa del líquido, si el flujo es turbulento esta es despreciable.

Excepcionalmente, se pueden agregar:

- La fuerza de tensión superficial, consecuencia directa de la superficie libre.
- Las fuerzas ocasionales debidas al arrastre de sedimentos.

Para evaluar con medios matemáticos estos conceptos se introducen los parámetros que a continuación se presentan.

Número de Reynolds

El Número de Reynolds se denota como Re y se define como la relación que hay entre las fuerzas de inercia y las fuerzas viscosas.

Las fuerzas viscosas son aquellas que se presentan dentro de un fluido viscoso dando lugar a que exista una distribución de velocidades en la sección transversal de un canal; dichas fuerzas viscosas se obtienen de la ley de Newton para fluidos newtonianos la cual se expresa como.

$$\tau = \mu \frac{\partial v}{\partial y} \quad (2.1)$$



Donde

τ : es el esfuerzo cortante que hay entre dos planos que se mueven a diferente velocidad, dado por $\partial v / \partial y$,

v : es la velocidad del flujo,

y : el tirante, y

μ : es la viscosidad dinámica.

Con base en estos conceptos se puede demostrar que el número de Reynolds, para un flujo a superficie libre se expresa como

$$Re = \frac{V 4R_h}{\nu} \quad (2.5)$$

Con

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (2.6)$$

Donde:

R_h : radio hidráulico

V : velocidad media del flujo

ν : Viscosidad cinemática (m^2/s). Para agua a una temperatura de $20^\circ C$, $\nu = 1 \times 10^{-6} m^2 / s$

La importancia de la fuerza de inercia respecto a la viscosa, ambas por unidad de masa, se mide con el número de Reynolds.

También este parámetro sirve para saber si un flujo esta en régimen laminar, de transición o turbulento:

- | | | |
|----|-------------------|---|
| Si | $Re \leq 500$ | el flujo esta en régimen laminar |
| Sí | $Re \geq 2000$ | el flujo esta en régimen turbulento |
| Sí | $500 < Re < 2000$ | el flujo esta en régimen de transición. |

Número de Froude

El Número de Froude se denota como f_r , y se define como la relación que existe entre la raíz cuadrada de las fuerzas de inercia y las gravitacionales, expresa una relación que involucra a la fuerza de inercia y las fuerzas producidas por el peso propio de los cuerpos.

$$\frac{f_{inercia}}{f_{peso_propio}} \approx \frac{V}{\sqrt{gD}} = f_r \quad (2.7)$$



Donde:

V : es la velocidad media del flujo,

D : es el tirante hidráulico, $D = A/T$, T el ancho de superficie libre, y

g : la aceleración de la gravedad. Este parámetro sirve para saber si un flujo está en régimen subcrítico, crítico o supercrítico:

Adimensionalmente se puede escribir con las siguientes variables:

$$\frac{\rho_{densidad} \cdot V_{velocidad}^2 \cdot L_{longitud}^2}{\gamma_{peso_especifico} \cdot L_{longitud}^3} = f_r$$

Cada una de las fuerzas que intervienen son proporcionales a ciertas variables del problema, así:

Fuerza de inercia: $f_{inercia} = \rho_{densidad} \cdot V_{velocidad}^2 \cdot L_{longitud}^2$

Fuerza de peso propio $f_{peso_propio} = \gamma_{peso_especifico} \cdot L_{longitud}^3$

Donde

V , L .- velocidad y longitud característica del problema

ρ , γ .- propiedades del fluido

Si $f_r < 1$ el flujo está en régimen subcrítico

Si $f_r = 1$ el flujo está en régimen crítico

Si $f_r > 1$ el flujo está en régimen supercrítico.

En canales, dado que el régimen del flujo es casi siempre turbulento, los efectos de la tensión superficial son despreciables. Y el número de Reynolds es mayor o igual a 12,000.

Ecuaciones básicas en los canales

El análisis de un flujo se realiza mediante el estudio de un volumen de control. En el análisis se considera el intercambio de masa, energía y cantidad de movimiento, a través de las fronteras del volumen de control que pueden ser de tamaño diferencial o de magnitud finita.

Al utilizar volúmenes finitos de control, se supone que el movimiento de un líquido se estudia como si fuera una vena líquida limitada; tanto en tuberías a presión como en canales. Es así, que la frontera de la vena líquida admite cierta deformación parcial o total,



reduciéndose el problema a estudiar el movimiento en una sola dimensión (flujo unidimensional).

Las ecuaciones básicas en forma unidimensional de continuidad, energía y cantidad de movimiento y ecuación de Manning son:

Ecuación de Manning

La ecuación de Manning es el resultado del proceso de un ajuste de curvas, y por tanto es completamente empírica en su naturaleza. Debido a su simplicidad de forma y a los resultados satisfactorios que arroja para aplicaciones prácticas, la fórmula Manning se ha hecho la más usada de todas las fórmulas de flujo uniforme para cálculos de escurrimiento en canales abiertos.

Esta es una ecuación que nos ayuda a relacionar las variables de gastos, pendientes, tirantes y material de un canal.

$$Q = \frac{1}{n} A \cdot R_h^{2/3} \cdot S^{1/2} \quad (2.8)$$

Donde

A, área de la sección transversal.

Rh, Radio hidráulico = Área/Perímetro mojado.

S pendiente del canal.

Determinación del coeficiente de rugosidad Manning

El coeficiente de Manning “n” varía con el tipo de material del lecho y con otras circunstancias

Aplicando la fórmula Manning, la más grande dificultad reside en la determinación del coeficiente de rugosidad n pues no hay un método exacto de seleccionar un valor n . Para ingenieros veteranos, esto significa el ejercicio de un profundo juicio de ingeniería y experiencia; para novatos, puede ser no más de una adivinanza, y diferentes individuos obtendrán resultados diferentes.

Para calcular entonces el coeficiente de rugosidad n se dispone de tablas (como la publicada por el U.S Department of Agriculture en 1955; Chow, 1959) y una serie de fotografías que muestran valores típicos del coeficiente n para un determinado tipo de canal (Ramser, 1929 y Scobey, 1939).



Aparte de estas ayudas, se encuentra en la literatura numerosas fórmulas para expresar el coeficiente de rugosidad de Manning en función del diámetro de las partículas, las cuales tienen la forma $n = m D^{1/6}$, donde m es un factor de escala y D es un diámetro característico del material del lecho (D_{50} , D_{75} , D_{84} , D_{90}) que son, respectivamente, los diámetros correspondientes al 50, 75, 84 y 90% de la curva granulométrica del material del lecho.

Otros modelos tienen forma logarítmica y expresan n en función del diámetro de las partículas (D_{50} ó D_{84}) y de las características del flujo (radio hidráulico, profundidad media del flujo).

La siguiente tabla muestra valores del coeficiente de rugosidad de Manning teniendo en cuenta las características del cauce:

	Coeficiente de Manning
Cunetas y canales sin revestir	
En tierra ordinaria, superficie uniforme y lisa	0,020-0,025
En tierra excavada mecánicamente	0,028-0,033
En roca, superficie uniforme y lisa	0,030-0,035
En roca, superficie con aristas e irregularidades	0,035-0,045
Cunetas y Canales revestidos	
Concreto	0,013-0,017
Concreto revestido	0,016-0,022
Corrientes Naturales	
Limpias, orillas rectas, fondo uniforme, altura de lamina de agua suficiente	0,027-0,033
Limpias, orillas rectas, fondo uniforme, altura de lamina de agua suficiente, algo de vegetación	0,033-0,040
Lentas, con embalses profundos y canales ramificados, vegetación densa	0,100-0,200 ¹
Áreas de inundación adyacentes al canal ordinario	0,030-0,200 ¹

Fig. 2.5.1 Valores de “n” de Manning



Conservación de Masa

Esta ecuación a grandes rasgos nos expresa que la masa siempre será constante en una sección dada de un canal o de un volumen de control, es decir, la masa que entra es igual a la que sale dentro de la sección de estudio.

$$V_1 A_1 = V_2 A_2 = cte \quad (2.9)$$

Donde

$$Q = V \cdot A \quad (2.10)$$

Se mantiene constante en todo el canal.

Cantidad de movimiento

Ecuación de impulso y cantidad de movimiento.

Con esta herramienta podemos resolver los problemas donde intervienen fuerzas dentro de un volumen de control y donde importa la resultante de estas y su dirección, así como problemas más complejos de transferencia de cantidad de movimiento o momento lineal en fluidos con viscosidad relativamente grande.

¿Qué causa el movimiento de un fluido? Los fluidos empiezan a moverse cuando sobre ellos se aplica una fuerza resultante distinta de cero. Por ejemplo, cuando la presión en un lugar es mayor que en otro, el fluido tendera a moverse hacia la región de menor presión. La gravedad también puede causar que un fluido se mueva: los líquidos fluyen cuesta abajo, convirtiendo su energía potencial en energía cinética. De manera similar, las diferencias de temperatura causaran que una parte del fluido tenga una densidad menor a diferencia de otra parte del fluido y el fluido más ligero tendera a subir.

También esta presente la fricción. Cuando una capa de fluido se mueve con respecto a una capa adyacente, se desarrolla un esfuerzo viscoso tangente que hace que el flujo se mueva más rápido o lento. Algunas veces consideramos fluidos en los que la viscosidad es cero. Estos fluidos sin viscosidad no existen en la naturaleza por que todos los fluidos reales son viscosos, pero con frecuencia es posible usar esta aproximación si los efectos de la viscosidad son pequeños. Sin embargo, se debe de tener cuidado por que ignorar la viscosidad en ocasiones conduce a respuestas equivocadas.

Fuerzas.



Las fuerzas externas son de dos tipos:

- a) fuerzas de frontera, las cuales incluyen.
 - i. Aquellas que actúan normalmente a las fronteras de control y pueden ser medidas en términos de las intensidades de las presiones en los sistemas fluidos, F_p ;
 - ii. Aquellas que actúan paralelamente a las fronteras de control y que pueden ser medidas en función de los esfuerzos tangenciales, F_s .

- b) fuerzas de cuerpo o de campo, aquellas que son debidas a campos magnéticos o gravitacionales. F_b .

La segunda ley de newton expresa que la aceleración de un cuerpo es proporcional a la fuerza neta que actúa sobre el y es inversamente proporcional a su masa.

El principio de conservación de la cantidad de movimiento se deduce de esta segunda ley de Newton:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad (2.11)$$

Donde:

F.- fuerza

m.-masa

a.- aceleración.

Para un cuerpo rígido de masa m, la segunda ley de newton también se puede expresar como

$$\text{Segunda ley de newton } \vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d(m\vec{V})}{dt} \quad (2.12)$$

Donde \vec{F} es la fuerza neta que actúa sobre el cuerpo y \vec{a} es la aceleración de ese cuerpo bajo la influencia de \vec{F}

Explicando este concepto de manera sencilla podemos decir, que si una partícula de masa “m” se mueve experimentando un cambio de velocidad denominado $d\vec{V}$ en un tiempo dt, este fenómeno es provocado por una fuerza F que, en general, es la resultante de un sistema de fuerzas F_i que actúa sobre la partícula.

Aludiendo la citada segunda ley de Newton podemos escribir:

$$\bar{F} = m \frac{d\bar{V}}{dt} \quad (2.13)$$

Ó

$$\bar{F} \cdot dt = m \cdot d\bar{V} \quad (2.14)$$

Donde el primer termino se le llama impulso y al segundo cantidad de movimiento. La suma vectorial \bar{F} de todas las fuerzas externas que actúan sobre la masa de fluido, es igual a la rapidez de variación con respecto al tiempo del vector \bar{M} , cantidad de movimiento lineal de la masa del fluido.

$$F = \frac{dM}{dt} = \frac{d(m\bar{V})}{dt}. \quad (2.15)$$

La cantidad de movimiento se define como el producto de la masa de una partícula y su vector velocidad o también se le llama a este mismo producto de la masa y de la velocidad de un cuerpo como momento lineal.

La cantidad de movimiento de un cuerpo rígido de masa “ m ” que avanza con una velocidad “ \bar{V} ” es “ $m \bar{V}$ ”, entonces, la segunda ley de Newton también se puede expresar como que “*la razón de cambio de la cantidad de movimiento de un cuerpo es igual a la fuerza neta que actúa sobre él*”. Por lo tanto, en la mecánica de fluidos suele hacerse referencia a la segunda ley de Newton como la ecuación de momento lineal.

$$F = \frac{dM}{dt} \quad (2.15)$$

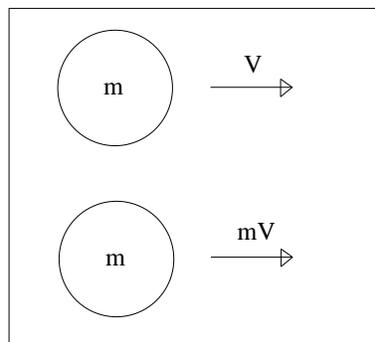


Fig. 2.6 Cantidad de movimiento

El momento lineal o cantidad de movimiento es el producto de la masa y la velocidad, y su dirección es la misma que la dirección del vector velocidad

La segunda ley de Newton nos da una relación fundamental, no relativista, entre la suma de las fuerzas que actúan sobre una partícula y la rapidez de variación de su cantidad de movimiento. Las expresiones resultantes se conocen como ecuaciones de movimiento.

Podemos ejemplificar una pequeña aplicación de esta herramienta matemática en los canales, donde es aplicable la cantidad de movimiento para encontrar el cambio del vector velocidad de un cauce al ser desviado por una batería de espigones para así poder diseñar una correcta estructura que soporte dichas fuerzas provocadas por el efecto del cambio de dirección del flujo.

En la siguiente figura se muestra una batería de espigones en funcionamiento que desvían el vector velocidad del flujo de un cauce hacia una nueva dirección y con esto también cambia la cantidad de movimiento de la masa del fluido en movimiento.



Fig. 2.7 Vector velocidad

La cantidad de movimiento de un sistema se mantiene constante cuando la fuerza neta que actúa sobre él es cero y, por lo tanto, la cantidad de movimiento de esos sistemas se conserva. Ésta se conoce como el ***principio de conservación de la cantidad de movimiento***. Debe hacerse notar que la cantidad de movimiento es una cantidad vectorial que consta de magnitud, dirección y sentido, y en consecuencia la cantidad de movimiento tiene la dirección de la velocidad. Cualquier ecuación vectorial se puede escribir en forma escalar, para una dirección específica, con el uso de magnitudes; por ejemplo

$$F = ma_x = \frac{d(mV_x)}{dt} \quad (2.16)$$

, en la dirección x.

De manera particular si se considera ahora un escurrimiento permanente con gasto Q y se escogen dos secciones, 1 y 2, de dicho escurrimiento, la masa que fluye por cualquiera de ellas en un tiempo Δt , es:

$$m = \frac{\rho Q}{g} \Delta t \quad (2.17)$$

Y si $\Delta \vec{V}$ es la diferencia de velocidades medias en ambas secciones, la segunda ley de Newton puede escribirse:

$$\vec{F} = \frac{\rho Q}{g} \Delta \vec{V} \quad (2.18)$$

O bien, separadamente:

$$\sum_{i=1}^2 \vec{F} = \frac{\rho Q}{g} (\vec{V}_1 - \vec{V}_2) \quad (2.19)$$

Es importante observar el carácter vectorial de esta expresión. Cuando $\sum_{i=1}^2 \vec{F}$, \vec{V}_1 y \vec{V}_2 sean vectores paralelos, pueden manejarse como escalares, cuidando únicamente que el signo sea el mismo en los dos miembros.

De manera mas general también se puede escribir la conservación de la cantidad de movimiento en función del gasto, del coeficiente de Boussinesq el cual se explicara mas adelante su origen, de la densidad y de la velocidad así.

$$F_p + F_\tau + F_c = \rho \int \beta V_x^2 - \rho \beta V_x^2 \quad (2.18)$$

El fenómeno de transferencia de cantidad de movimiento es de interés en mecánica de fluidos ya que engloba los conceptos que describen la resistencia interna de un fluido, esfuerzos tangenciales internos y esfuerzos en la frontera, así como propulsión y fuerzas sobre cuerpos inmersos.

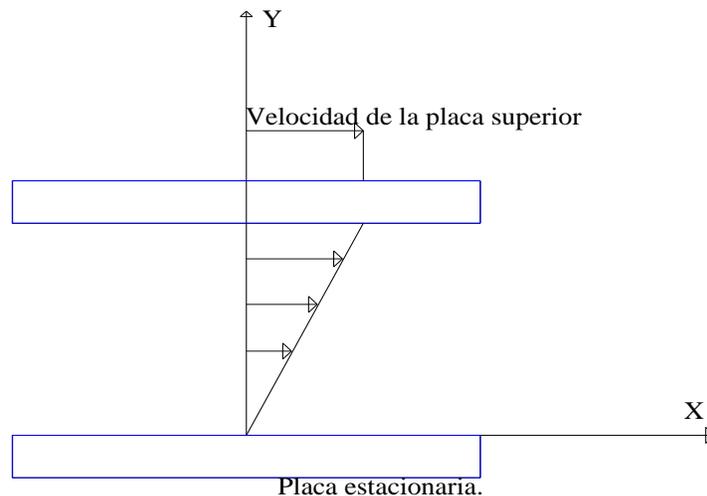


Fig. 2.8 Transferencia de la cantidad de movimiento



En la figura 2.8 se ejemplifica la transferencia de la cantidad de movimiento transversal y esfuerzo tangencial en la dirección del gradiente de la cantidad de movimiento, para el caso de un flujo laminar.

Para ejemplificar de manera un poco mas clara, considérese el movimiento producido en el fluido que ocupa el espacio entre dos grandes placas paralelas (figura 2.8). La placa superior esta en movimiento y la placa inferior estacionaria. El fluido que esta en contacto inmediato con las fronteras, toma la velocidad de estas de acuerdo con la condición de no-deslizamiento. El fluido adyacente a la placa superior adquiere una cantidad de movimiento longitudinal, que causa, a su vez, un movimiento longitudinal en la capa adyacente para satisfacer la condición de que la capa adyacente a la placa inferior tenga velocidad nula, la velocidad de cada capa subsiguiente, a partir de la que esta pegada a la placa superior, deberá disminuirse, hasta llegar a cero en la placa inferior. Las masas de fluido individuales adquieren, por lo tanto, cantidades de movimiento individuales diferentes. Cada capa adquiere una cantidad de movimiento longitudinal, debido a la transferencia de la cantidad de movimiento.

La cantidad de movimiento de la masa de fluido que ocupa al volumen de control en cualquier instante cambiara bajo la acción de una fuerza resultante de acuerdo con la segunda ley de Newton.

De la mecánica de sólidos se puede recordar que el impulso, $\int F \cdot dt$, aplicado a un cuerpo, es igual al cambio de cantidad de movimiento $MV_2 - MV_1$, para un intervalo de tiempo dado. La situación directamente análoga para el flujo de fluidos es el caso de un líquido en un tubo que se acelera mediante una presión diferencial a lo largo del tubo. Estos dos casos pueden denominarse de estado simple no estacionario. Cuando se tiene un flujo no uniforme, que puede ser estacionario o no, el proceso se vuelve mas complicado y se tiene que regresar a la aproximación del volumen de control básico para desarrollar las ecuaciones de la cantidad de movimiento.

Factor de corrección del flujo de la cantidad de movimiento, β

Por desgracia, la velocidad a través de la mayoría de las entradas y salidas de interés para la ingeniería práctica no es uniforme.

El llamado **coeficiente de Boussinesq**, que se designa con la letra griega β sirve para corregir la cantidad de movimiento cuando se calcula con la velocidad media de una sección.

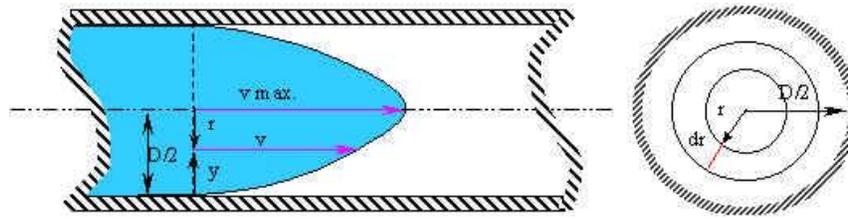


Fig. 2.9 Corte transversal y axial del flujo en una tubería

El impulso desarrollado por un escurrimiento en una sección de área hidráulica A durante un tiempo dt , y asumiendo que $dQ = \vec{V} \cdot dA$ se puede escribir

$$\bar{F} = \int_{aA} \frac{\gamma Q}{g} \Delta \vec{V} = \int_A \frac{\gamma}{g} \vec{V}^2 dA \quad (2.21)$$

Y si se calcula con la velocidad media para toda la sección A , habrá que corregirlo con coeficiente β de manera que

$$I = \beta \frac{\gamma}{g} V_m^2 A \quad (2.22)$$

Al igualar las dos ecuaciones anteriores y despejar β se llega a:

$$B = \frac{\int \vec{V}^2 dA}{V_m^2 A} \quad (2.23)$$

Flujo de cantidad de movimiento a través de un diferencial de área	$\rho v^2 dA$
Flujo total de cantidad de movimiento a través de la sección	$\int_A \rho v^2 dA$
La velocidad varía en los diferentes puntos de la sección transversal, y el resultado del integral requiere un ajuste para poderlo expresar en términos de la velocidad media en la sección. El coeficiente que permite igualar las expresiones, β , se conoce como coeficiente de Boussinesq para la corrección de la cantidad de movimiento	$\int_A \rho v^2 dA = \beta \rho v_m^2 A$
Y la expresión para el coeficiente de corrección de Boussinesq es	$\beta = \frac{\int v^2 dA}{v_m^2 A}$
A partir de este coeficiente se redefine la ecuación de fuerza dinámica	$F = \beta \rho v_m^2 A$

Se puede decir que la aplicación de esta ecuación simplificada es una herramienta de gran importancia en la hidráulica dedicada a canales y en general en el manejo de fluidos nos ayuda a entender su comportamiento tan complejo

Teorema de Bernoulli. Ecuación de la energía.

Supóngase que en un fluido perfecto en movimiento se toma un elemento diferencial de ancho unitario cuyas dimensiones están referidas a un plano de referencia arbitrario "N-S". Como se muestra a continuación.

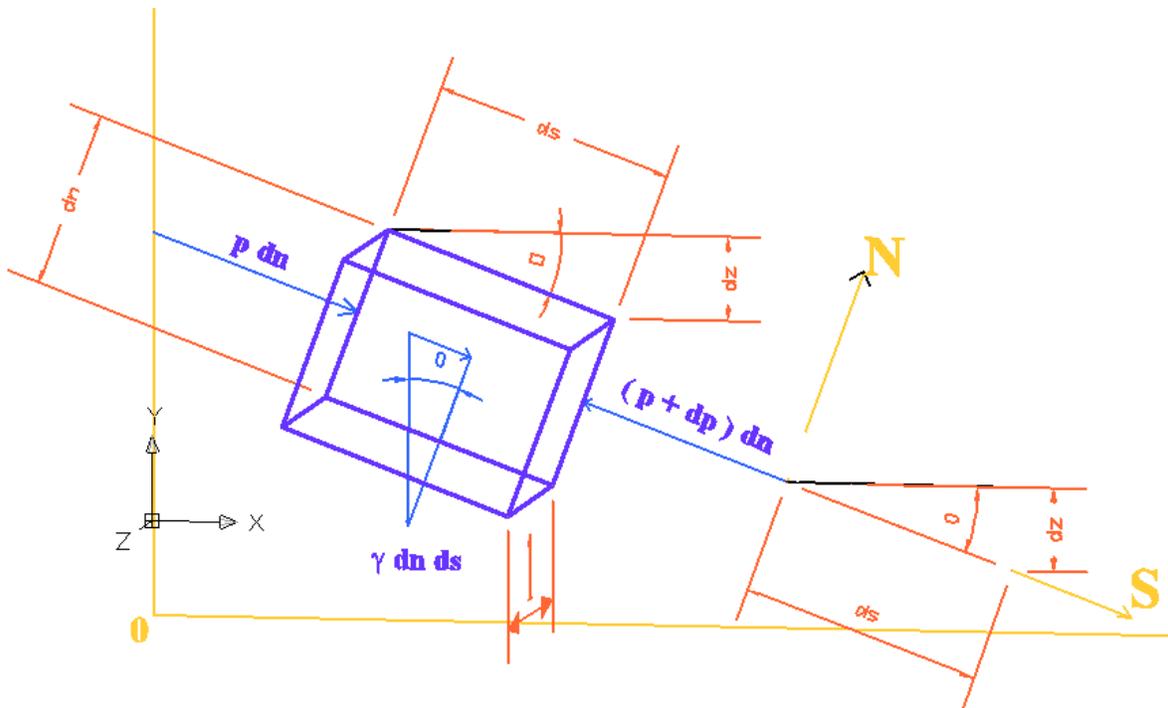


Fig. 2.10

El elemento se desplaza en la dirección positiva del eje S con una velocidad instantánea V y está sometido a la acción de su propio peso y de las presiones indicadas, la segunda Ley de Newton ($F = m a$) resultaría:

$$\sum F_s = \frac{\gamma}{g} \cdot dn \cdot ds \cdot \frac{dV}{dt} \quad (2.24)$$

Siendo $\sum F_s$, la suma de fuerzas en la dirección del eje S



De acuerdo con la figura 2.10 y en la dirección del eje S, la expresión anterior nos conduce a:

$$[p - (p + dp)]dn + \gamma \cdot dn \cdot ds \cdot \text{sen} \theta = \frac{\gamma}{g} \cdot dn \cdot ds \cdot \frac{dV}{dt} \quad (2.25)$$

Que queda simplificado como:

$$-\frac{dp}{ds} + \gamma \cdot \text{sen} \theta - \frac{\gamma}{g} \frac{dV}{dt} = 0 \quad (2.26)$$

Y siguiendo de acuerdo con la figura.

$$\text{sen} \theta = -\frac{dz}{ds} \quad (2.27)$$

Que sustituyendo en la ecuación (2.21) resulta:

$$\frac{dp}{ds} + \gamma \cdot \frac{dz}{ds} + \gamma \cdot \frac{dV}{ds} = 0 \quad (2.28)$$

Que resulta ser la ecuación de Euler.

Ahora por otra parte, siendo que la velocidad V del elemento finito es una función del tiempo t y de su posición S, es decir $V = f(t, s)$, de la definición de derivada total se tiene:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial s} \cdot \frac{ds}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + V \cdot \frac{\partial V}{\partial s} \quad (2.29)$$

Y como el flujo es solo en la dirección positiva del eje S, se cumple:

$$\frac{\partial V}{\partial s} = \frac{dV}{ds} \quad (2.30)$$

Además si el área hidráulica de la sección es constante, necesariamente el gasto Q será siempre el mismo si el flujo es permanente o estacionario y, por consiguiente, la velocidad V y el tirante h en la sección tampoco variarían con el tiempo; todas estas condiciones se pueden expresar de la siguiente forma:

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial V}{\partial t} = \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (2.31)$$



Tratándose de flujo permanente y de acuerdo con la ecuación 2.26 resulta que la expresión

2.24 se reduce a $\frac{dV}{dt} = V \cdot \frac{dv}{ds}$, que sustituida en la ecuación 2.23 y después de simplificar permite escribir:

$$dp + \gamma \cdot dz + \frac{\gamma}{g} \cdot V \cdot dV = 0 \quad (2.32)$$

Al integrar esta ecuación diferencial se obtiene:

$$p + \gamma \cdot z + \gamma \cdot \frac{V^2}{2g} = cte. \quad (2.33)$$

Que también se puede escribir:

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} = cte. \quad (2.34)$$

Si se asume la suposición de que todas las partículas del fluido en escurrimiento se desplazan como el elemento analizado, puede considerarse que esta expresión es válida para cualquier sección de un escurrimiento permanente, ya que no ha sido demostrada para una en particular. Esto significa que la suma de los tres términos indicados es igual en todas las

secciones 1, 2, 3, ..., i. la ecuación $z + \frac{p}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} = cte.$ (2.34) se puede escribir como:

$$\begin{aligned} z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + V_1^2 &= z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} = z_3 + \frac{P_3}{\gamma} + \frac{V_3^2}{2g} = \dots \\ &= z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = cte. \end{aligned} \quad (2.35)$$

Que es el teorema de Daniel Bernoulli publicado en su tratado sobre Hidrodinámica en 1732, conocido solo como teorema de Bernoulli.

Lo anterior es debido a que se supuso un líquido perfecto, pero si se hace referencia a un líquido real, es necesario considerar todas las pérdidas de carga denotada como hf_{1-2} entre las secciones 1 y 2, agregándolas al segundo miembro de la ecuación de la forma:

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + V_1^2 = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + h_{f12} \quad (2.36)$$

Conocida como la ecuación de la energía.



Rigurosamente si consideramos el ángulo θ y sabemos que el peso específico del agua es la unidad la expresión resulta:

$$H_1 = H_2$$

$$z_1 + y_1 \cos \theta + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + y_2 \cos \theta + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \Delta h_r \quad (2.37)$$

Donde

$$H = z + y \cos \theta + \frac{\bar{V}}{2g} \quad (2.38)$$

Si $\theta \leq 10^\circ$ se cumple que $\cos \theta \approx 1$

A los términos de la expresión anterior se les llama respectivamente: carga de posición, carga de presión y carga de velocidad.

El coeficiente α se conoce como de Coriolis el cual es un factor correctivo que depende del tipo de distribución de velocidades existente en las secciones

A continuación se presenta la deducción de que estas cargas corresponden a las energías: potencial, de presión y cinética **por unidad de peso** de la partícula del fluido cuyo comportamiento se estudia.

Para ejemplificar la ecuación 2.33 se presenta al final de este capítulo un ejercicio de aplicación hacia la modelación hidráulica con una batimetría de un prototipo real.

Carga de posición

Energía potencial es la capacidad que tienen los cuerpos para realizar un trabajo (W). Puede pensarse como la *energía almacenada* en un sistema, o como una medida del trabajo que un sistema puede entregar. Más rigurosamente, la energía potencial es una magnitud escalar asociada a un campo de fuerzas. Cuando la energía potencial está asociada a un campo de fuerzas, la diferencia entre los valores del campo en dos puntos A y B es igual al trabajo realizado por la fuerza para cualquier recorrido entre B y A.

Un cuerpo posee energía potencial cuando es llevado a una posición en donde tiende a regresar a la posición anterior. Se mide en Jules y se expresa comúnmente como:

$$E_p = m \cdot g \cdot h \quad (2.39)$$

Donde:

m.- Masa del cuerpo (en este caso la masa de la vena líquida en aplicación a la hidráulica)

g.- Aceleración de la gravedad (9.81 m/s²)

h.- Altura del cuerpo con respecto a un eje Horizontal de Referencia.



Si dividimos la ecuación entre la masa y la gravedad obtenemos la carga de posición, es decir la energía por unidad de peso:

$$E_p = Z \quad (2.40)$$

La energía potencial o carga de posición se mide con respecto a un nivel de referencia conocido como plano horizontal de referencia.

Carga de velocidad

La energía cinética de un cuerpo es la energía que surge debido al fenómeno del movimiento. Está definida como *el trabajo necesario para acelerar un cuerpo de una masa dada desde su posición de equilibrio hasta una velocidad dada*. Una vez conseguida esta energía durante la aceleración, el cuerpo mantiene su energía cinética sin importar el cambio de la rapidez. Un trabajo negativo de la misma magnitud podría requerirse para que el cuerpo regrese a su estado de equilibrio

La energía cinética de una partícula es en mecánica clásica, la energía cinética de un objeto puntual (un cuerpo tan pequeño que su dimensión puede ser ignorada), o en un sólido rígido que no rote, está dada la ecuación

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \quad (2.41)$$

Donde “m” es la masa y “v” es la rapidez (o velocidad) del cuerpo.

En mecánica clásica la energía cinética se puede calcular a partir de la ecuación del trabajo y la expresión de una fuerza “F” dada por la segunda ley de Newton:

$$E_c = W = \int F \cdot dr = \int m \frac{dv}{dt} \cdot v \cdot dt = \frac{1}{2}mv^2 \quad (2.42)$$

En donde:

F es la fuerza, dr es la diferencial del desplazamiento

En la Hidrodinámica se utiliza con mucha frecuencia la energía cinética por la *densidad* multiplicada por el volumen, es decir, la carga por cada unidad de volumen. Esto se escribe generalmente así:

$$E_c = \frac{\rho \cdot v \cdot V^2}{2g}, \quad (2.43)$$

Donde

ρ describe la densidad del fluido.

v.- el volumen del fluido

V.- Velocidad del fluido.



Si dividimos la ecuación 2.43 entre la masa se obtiene la llamada carga de velocidad, es decir la energía cinética por unidad de peso:

$$E_c = \frac{V^2}{2g} \quad (2.44)$$

Carga de Presión

Análogamente a los casos anteriores la carga de Presión está relacionada con la energía:

Por la definición de trabajo.

$$W = F \cdot D \quad (2.45)$$

W.- Trabajo.

F.- Fuerza.

D.- Distancia.

La presión por área es una fuerza

$$F = P \cdot A \quad (2.46)$$

P.- Presión

El área por un desplazamiento es un volumen, es decir, $V_{ol}=A D$ sustituyendo en 2.46

$$W = P \cdot V_{ol} \quad (2.47)$$

V_{ol} . – Volumen.

La energía de presión se expresa con la ecuación 2.47, sustituyendo $Vol=m/\gamma$ y dividiendo entre la unidad de masa nos da por resultado la carga de Presión.

$$W = E_{presion} = \frac{P}{\gamma} \quad (2.48)$$

Donde:

γ , es el peso específico del material.

La carga de presión también es representada como $h \cos \theta = \frac{P}{\gamma}$ (2.48.1) Debido a la

proyección de la fuerza ejercida en el fondo de un canal por el líquido con el respectivo ángulo del canal. Como se muestra en la figura 2.11.

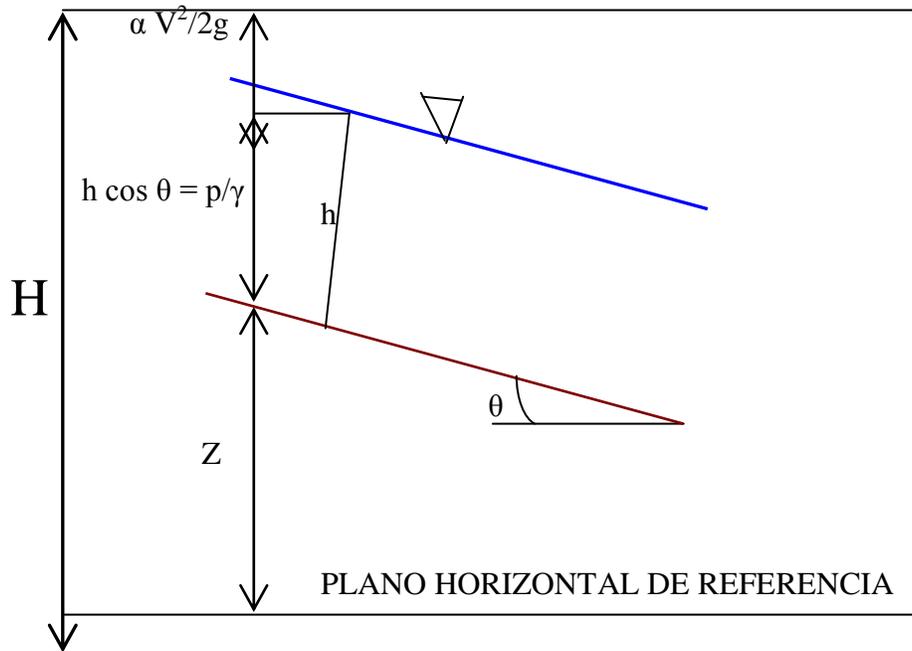


Fig. 2.11

Coefficientes de corrección α de la ecuación de energía

Al existir una distribución de velocidades en una sección, que además se aparta del valor medio V (velocidad), se comete un error en el cálculo de dicho valor medio. Puesto que en las ecuaciones de movimiento el termino $V^2/2g$ representa la energía cinética que posee la unidad de peso, la que corresponde al peso del líquido que atraviesa el área dA en la unidad de tiempo será

$$\frac{\gamma \cdot V \cdot dA \cdot V^2}{2 \cdot g} \quad (2.49)$$

De igual forma, la energía cinética que posee el peso total del líquido que fluye a través de una sección de la vena líquida, en la unidad de tiempo, es $\gamma v A \alpha v^2/2g$, donde α corrige el error por considerar el valor medio de la velocidad. Por lo que se debe satisfacer:

$$\alpha \frac{V^2}{2g} \gamma \cdot V_m A = \iint_A \frac{v^2}{2g} \gamma v dA \quad (2.50)$$

Como γ representa el valor medio del peso específico en toda la sección, resulta:

$$\alpha = \frac{1}{A} \iint_A \left(\frac{v}{V} \right)^3 dA \quad (2.51)$$



2.3 EJEMPLO DE APLICACIÓN

Ejemplificando la ecuación de Bernoulli 2.33 se presenta las siguientes batimetrías y el siguiente cuadro de velocidades reales en el prototipo, se trabajaran tal cual sin escalar pues ese tema será visto en el siguiente capítulo presentando en el mismo algún ejemplo de cómo trabajar los datos con sus respectivas escalas.

Cuadro de velocidades medidas en dos secciones conocidas del cauce en el prototipo.

	Vel. Prototipo	
	Sección 23+000	Sección 22+500
	m/s	m/s
	3.79	3.8
	3.75	3.5
	4.02	3.25
Vel_{Media} =	3.85	3.52

Fig. 2.11.1

Velocidades en secciones del río Suchiate.

Estas dos secciones del cauce natural muestran el área de la sección transversal del río Suchiate en Chiapas México, la distancia entre cada sección es de 500 metros y el área

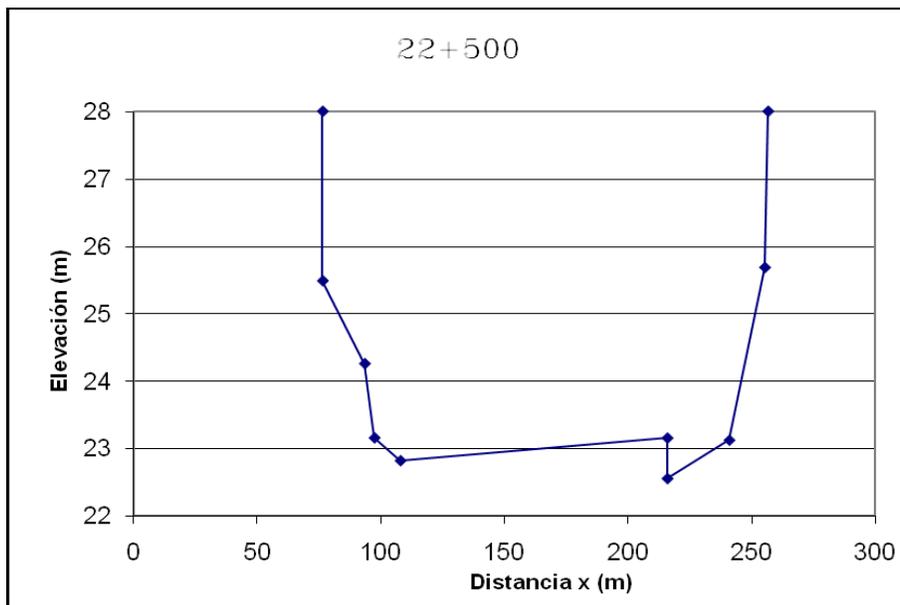


Fig. 2.12

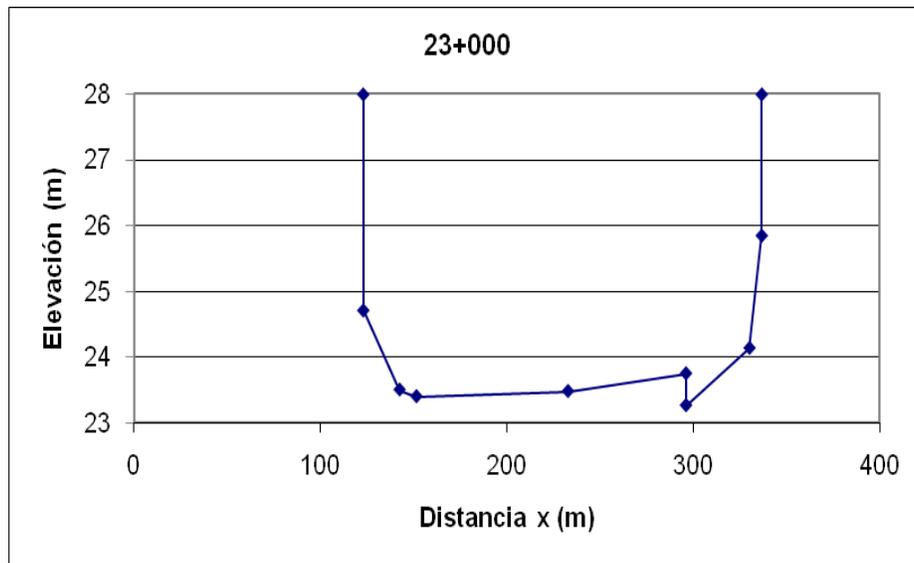


Fig. 2.13

Obteniendo la pendiente entre las secciones

Sección	Elevación Z Tal. [m]	Pendiente entre secciones
23+000	23.3	
		0.001402027
22+500	22.6	

Fig. 2.13.1

Elevaciones tomadas de las batimetrías para obtener la pendiente entre secciones

Ahora el procedimiento de cálculo es el siguiente donde en la **Fig. 2.13.2** se presentan los resultados de cada punto con los datos de las figuras 2.12 y 2.13:

- 1.- El área de cada sección transversal
- 2.- Perímetro mojado de cada sección
- 3.- Radio hidráulico.
- 4.- Obtención del número de Reynolds

$$Re = \frac{V 4R_h}{\nu} \quad (2.5)$$

Donde la viscosidad cinemática del agua ν es $1.01E-06$ [m^2/s]

- 5.- Obtención del número de Froude

$$\frac{f_{inercia}}{f_{peso_propio}} \approx \frac{V}{\sqrt{gD}} = fr \quad (2.7)$$

D : es el tirante hidráulico, $D = A/T$, T el ancho de superficie libre



Sección 23+000							
1	2	3	4				5
Área [m ²]	Perímetro [m]	Radio Hidráulico [m]	Re ₁	g[m/s ²]	T[m]	D =A/T	froude
921.7595	219.4145	4.200996288	6.41E+07	9.81	213.15	4.32446399	0.591508227

Sección 22+500							
1	2	3	4				5
Área [m ²]	Perímetro [m]	Radio Hidráulico [m]	Re ₂	g	T	D =A/T	froude
820.7281	185.0944	4.434105516	6.18E+07	9.81	180.22	4.55403451	0.526136634

Fig. 2.13.2

Como se puede observar por los resultados en las columnas 4 y 5 los números de Reynolds indican que el flujo se encuentra en estado turbulento y en el numero de Froude las fuerzas de inercia son menores a las fuerzas de peso propio y esto nos indica que tienen ambas secciones régimen subcrítico al ser $f_r < 1$.

Ahora se procede a calcular las cargas de posición, de presión y de velocidad para cada sección.

De la ecuación 2.40 podemos obtener la energía de posición para cada sección

$$E_p = Z \quad (2.40)$$

Donde z esta medida desde un plano horizontal de referencia.

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \quad (2.41)$$

Con la ecuación 2.44 obtenemos la carga de velocidad utilizando la velocidad media de cada sección.

$$E_c = \frac{V^2}{2g} \quad (2.44)$$

Con la ecuación 2.48.1 obtenemos la carga de presión conociendo el tirante en cada sección medido desde el punto mas bajo de cada sección al punto mas alto de la sección hidráulica. El ángulo utilizado es el que arrojan las diferencia de cotas y la distancia horizontal entre las secciones dando por resultado un ángulo $\theta = 0.080^\circ$

$$h \cos \theta = \frac{P}{\gamma} \quad (2.48.1)$$

Y los resultados obtenidos son los siguientes para cada sección respectivamente.



Sección 23+000		
$E_{\text{posic}} [m]$	$E_{\text{presion}} [m]$	$E_c [m]$
23.3	5.39999469	0.75652602
Sección 22+500		
$E_{\text{posic}} [m]$	$E_{\text{presion}} [m]$	$E_c [m]$
22.6	4.69999538	0.63032337

Fig. 2.13.3

Finalmente:

$$H_1 = H_2$$

$$z_1 + y_1 \cos \theta + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + y_2 \cos \theta + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \Delta h_r \quad (2.37)$$

Considerando los coeficientes de corrección de las velocidades medias $\alpha = 1$ tenemos

$$H_1 = H_2$$

$$23.3 + 5.39 + \alpha_1 0.756 = 22.6 + 4.699 + \alpha_2 0.6303 + \Delta h_r$$

$$29.4 = 27.9 + \Delta h_r$$

Y las perdidas resultan ser:

$$\Delta h_r = 29.4 - 27.9 = 1.5[m]$$

Adicionalmente podemos calcular el tirante normal con la ecuación de Manning;

$$Q = \frac{1}{n} A \cdot R_h^{2/3} \cdot S^{1/2} \quad (2.8)$$

Despejando los términos geométricos de los términos constantes tenemos:

$$\frac{Q \cdot n}{S^{1/2}} = A \cdot R_h^{2/3}$$

Ó también el termino del lado izquierdo es conocido y el derecho es la incógnita que queremos conocer.

$$\frac{V \cdot n}{S^{1/2}} = R_h^{2/3}$$

En este capítulo se presentaron las herramientas matemáticas básicas que debemos dominar para poder entender el comportamiento de la naturaleza en los cauces ya sean artificiales o naturales y así intentar modificarlos de acuerdo a las necesidades de las sociedades cercanas a éstos para aprovechar los recursos, evitando el daño a la naturaleza y a las personas



3. MODELOS FLUVIALES CON FONDO MÓVIL

Generalidades:

Los modelos fluviales de fondo móvil permiten estudiar las alteraciones en el fondo y en las márgenes debido al efecto de la fuerza provocada por el flujo del agua que se presenta en un cauce natural, es decir, podemos enfocarnos en los fenómenos de arrastre de sedimentos, erosión y depósito de sedimento

Los modelos de fondo móvil, al igual que para ríos, estuarios y playas se usan cuando es importante el movimiento de los materiales que componen las fronteras a causa del flujo del agua. Los problemas más frecuentes que se atienden con este tipo de modelos son los debidos principalmente a:

- a) Cambios longitudinales y transversales del cauce por la erosión y sedimentación asociados a obras hidráulicas instaladas en el mismo.
- b) Rectificación de cauces, eliminando curvas o meandros y protegiendo márgenes con espigones u otras obras.



3.1 PRESENTACIÓN DE UN MODELO FÍSICO.

Los modelos físicos hidráulicos que se desarrollan en el Instituto de Ingeniería de la UNAM son planeados, modelados, contruidos y operados con múltiples objetivos entre los que sobresalen la investigación en el arrastre de partículas, sedimentación, obras de protección en márgenes de ríos, obras de desvío, obras de control, así como para analizar el comportamiento de vertedores y obras de excedencias en la presas, escotaduras y secciones transversales específicas de un cauce.

Estas obras son realizadas para proteger a las zonas de interés de posibles desastres naturales sobre todo en época de lluvias donde los fenómenos climatológicos hasta ahora son impredecibles y para garantizar un correcto funcionamiento y en su defecto proponer el mejoramiento de obras de protección, contención y control.

Un ejemplo que se muestra a continuación de este tipo de modelado, fue realizado para estudiar el comportamiento del río Suchiate, ubicado en el estado de Chiapas y que es la frontera natural y frontera política entre los países de México y Guatemala, por lo que tiene gran importancia nacional así como también para las comunidades que habitan en las márgenes del mismo el evitar y prevenir desastres naturales, como los que desafortunadamente ya se han presentado en esta río en el pasado.

Un ejemplo de desastre con devastadoras consecuencias ocurrió durante el paso del huracán Stan en el año 2005, el cual ocasiono severas inundaciones en la comunidad conocida como Ciudad Hidalgo, además de haber desviado del cauce original el curso del río, este problema trajo consecuencias políticas y sociales en la región por lo cual es necesario realizar estudios para prevenir y corregir este tipo de comportamientos no deseados en el cauce.

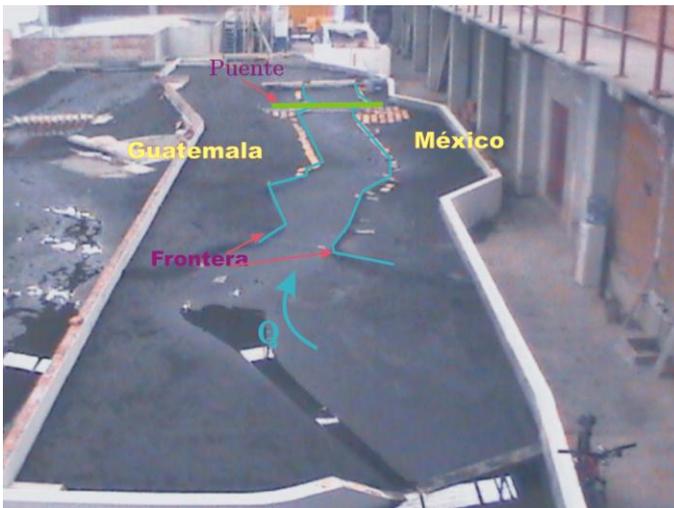


Fig. 3.1
Modelo Físico del río Suchiate
parte de Ciudad Hidalgo Chiapas.
Escala 1:100. Instituto de
Ingeniería UNAM

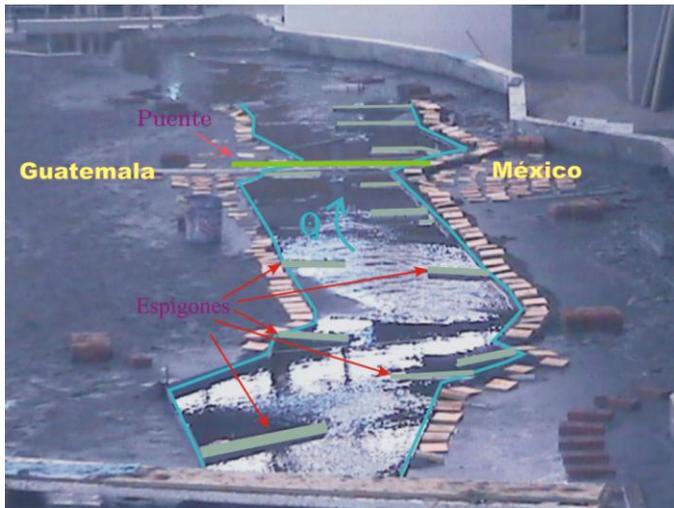


Fig. 3.2
Modelo Físico del río Suchiate
parte de Ciudad Hidalgo Chiapas.
Escala 1:100
Prueba realizada con la
simulación de obras de protección
a las márgenes.

Para la realización de modelos fluviales se podría describir el procedimiento en los siguientes pasos para representar adecuadamente el comportamiento de los ríos, de acuerdo al objetivo que se necesita representar con mayor interés.

El primer paso en el análisis es necesariamente el estudio del río. El río que está en la naturaleza es demasiado complejo para poderlo reproducir en un modelo matemático o físico. Tenemos que imaginar un río mucho más simplificado que el que existe realmente. En ningún modelo podríamos reproducir las variaciones instantáneas del caudal líquido, del caudal sólido, de la sección transversal, de la pendiente y de todas las características hidráulicas de un río. En consecuencia, nos fabricamos un río ideal, que es el que se estudia en un modelo, físico o matemático. Nuestras fórmulas no son para el río que existe en la naturaleza, sino para el río construido en nuestra mente.

Para el segundo paso es necesario simplificar y esquematizar la obra proyectada. En el modelo no se considera, por ejemplo, los problemas de estabilidad estructural y de socavación. Si bien es cierto que las simplificaciones son inevitables, debemos ser conscientes de ellas para poder interpretar los resultados obtenidos en cualquier modelo.

El tercer paso es darle una correcta interpretación a los resultados obtenidos en las pruebas realizadas en el modelo idealizado, es decir, ahora intentar establecer un pronóstico de lo que podrá ocurrir en la naturaleza con las condiciones de laboratorio.

3.2 EJEMPLO DE MODELOS FLUVIALES CON FONDO MOVIL.

Modelos realizados en el instituto de ingeniería.

En el caso de los modelos realizados en el Instituto de Ingeniería los enfoques principales de la modelación fueron los siguientes; del río Suchiate en el tramo de Ciudad Hidalgo fue la de protección de márgenes, en el mismo río pero en la sección del Corte Ponciano la finalidad del estudio fue la de rectificación y protección de las orillas principalmente en el margen perteneciente a México. En la siguiente imagen se ilustra una prueba realizada con el principal objetivo de estudio era la protección de márgenes.



Fig. 3.3 Modelo del río Suchiate en el tramo de Ciudad Hidalgo. El principal objetivo de estudio era la protección de márgenes.

Modelo del río Suchiate, Ciudad Hidalgo.

Se presentan algunos ejemplos de la modelación tratada en el presente trabajo, se tomaran algunos modelos realizados en el instituto de ingeniería para ilustrar este tema, antes de entrar en los desarrollos numéricos, que en ocasiones nublan un poco nuestro objetivo principal, el cual, es el de representar de manera esquemática los prototipos naturales, y en consecuencia, se pierde interés en el tema al solo abordarlo de manera matemática.

Este modelo construido en las instalaciones del Instituto de Ingeniería tenía dos propósitos, en dos tramos distintos del cauce, se estudiaron por separado cada caso y además por motivos de espacio y de escalas se realizaron dos modelos respectivamente en el Instituto de Ingeniería, el primero tenía como objetivo realizar las pruebas que nos ayudaran a entender los fenómenos y problemas de inundación y desbordamiento así como estudiar los efectos en las pilas del puente fronterizo, esto en la población de Ciudad Hidalgo, como posible obras de control se propusieron diferentes ensayos; como la colocación de espigones en áreas donde se apreciaban grandes velocidades del liquido para así proteger las márgenes del río, principalmente del lado mexicano, otra prueba que se ensayo fue la que nos permitiría que el río no se desbordara en la época de lluvias y para esto se realizaron una serie de dragados de distintas magnitudes dentro de las zonas que aparentemente pudieran ayudar o facilitar el arrastre de sedimentos y aumentar la capacidad de las secciones transversales para poder conducir mayores gastos, otra prueba realizada en este tramo fue la de proponer bordes mas elevados a orillas del río para aumentar su capacidad.



Fig. 3.4 Pruebas realizadas con gastos de distintas magnitudes para entender mejor el fenómeno, vista aguas debajo de Ciudad Hidalgo.

Para todas las pruebas se realizaron varios ensayos para cada posible solución con diferentes gastos y tiempos de operación del modelo la siguiente imagen muestra el puente de cruce entre los dos países una vez concluida una prueba con espigones para direccionar el cauce y proteger márgenes.

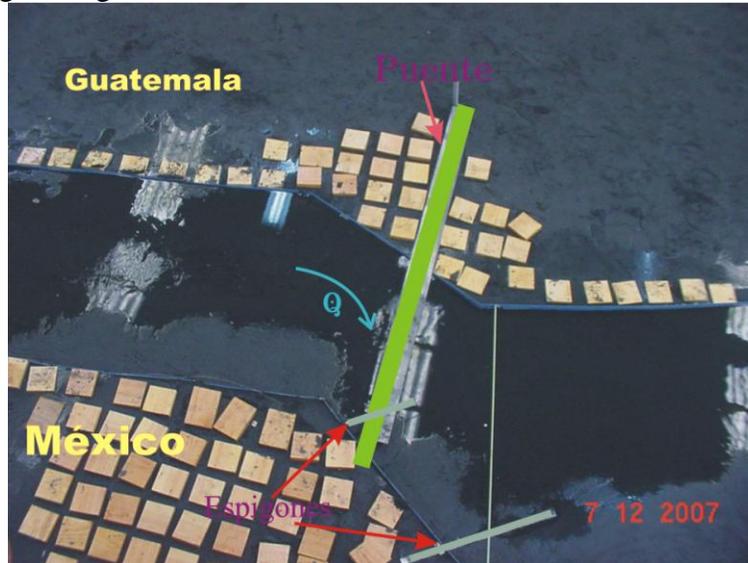


Fig. 3.5 Pruebas realizadas con espigones probando algunas posibles geometrías. Ciudad Hidalgo.

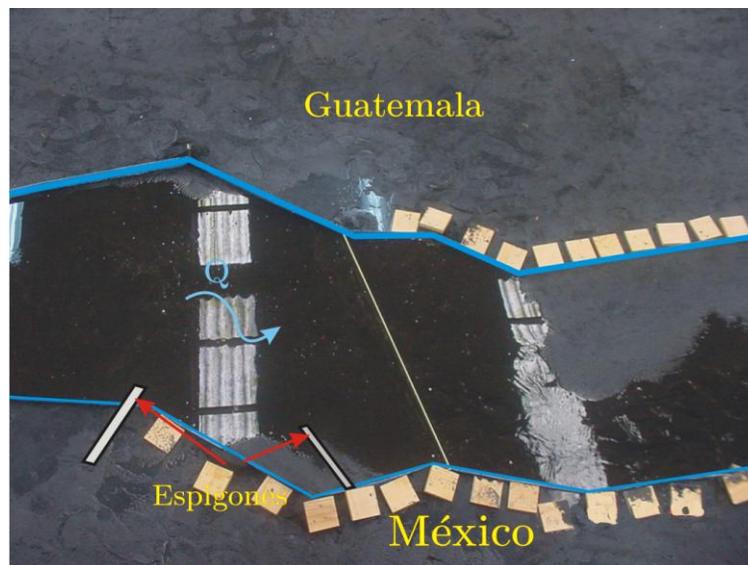


Fig. 3.6 Espigones para reducir las velocidades y proteger márgenes

En la siguiente figura se aprecia el funcionamiento de los espigones situados aguas abajo del puente fronterizo, los cuales ayudan a proteger los márgenes del río con un gasto de $300 \text{ m}^3/\text{s}$ en prototipo, cabe mencionar que a menores gastos los espigones funcionaron de una mejor manera y a mayores gastos se notaba las deficiencias que llegaban a tener



Fig. 3.7 Espigones funcionando del lado Mexicano

En las partes del río donde se rebasaba la velocidad de arrastre del material se presentaba el fenómeno de formación de dunas, evento que es de gran interés para tener en cuenta la cantidad de material arrastrado y depositado en secciones del cauce a evaluar.

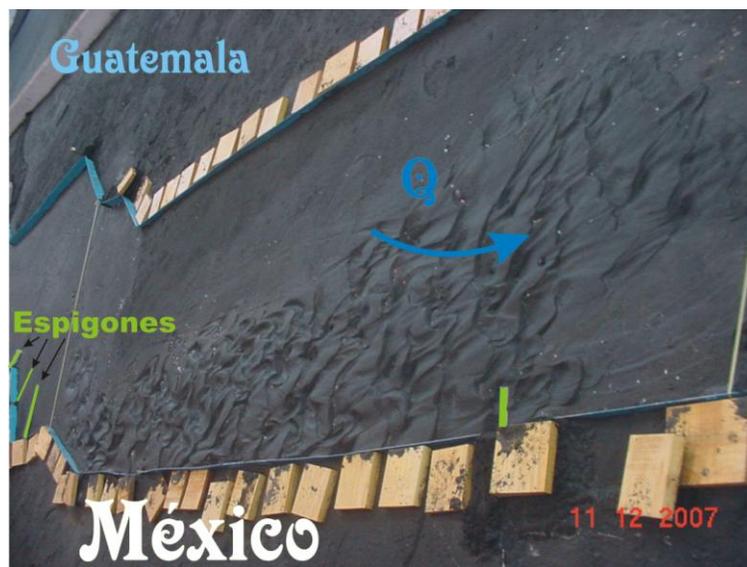


Fig. 3.8 Dunas formadas aguas arriba del puente fronterizo

Durante la modelación de las pruebas se proponían diferentes soluciones que pudieran auxiliar en futuras investigaciones dentro de la misma zona como los métodos de posible construcción de los espigones, orientación de los mismos o métodos de dragado en zonas específicas detectadas por medio del modelado y así contar con una idea mas precisa al momento de realizar las obras en el prototipo, esto al igual que las demás pruebas se tuvieron que realizar en la presencia de varios gastos

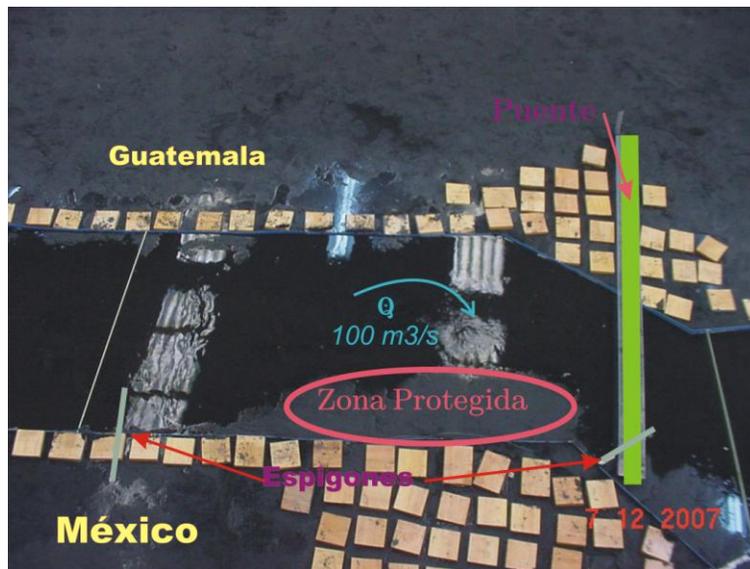


Fig. 3.9 Prueba realizada con un gasto en prototipo de 100 m³/s.

Se aprecia la zona protegida al actuar los espigones como barrera en las orillas

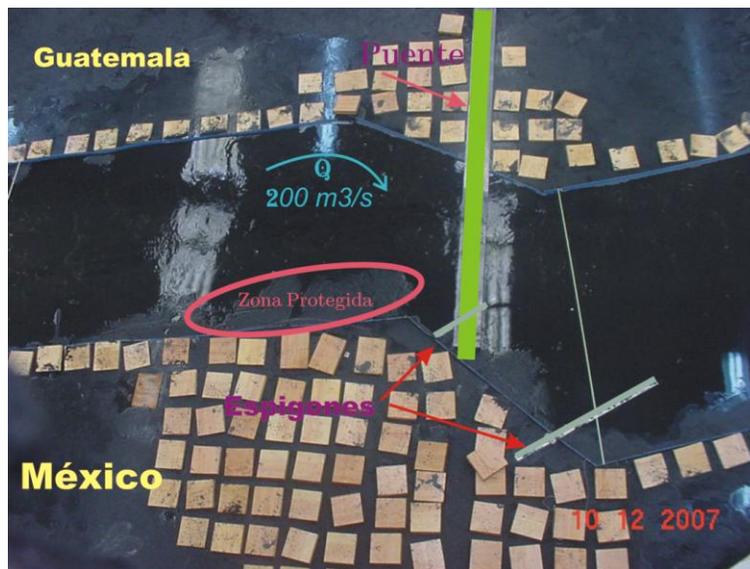


Fig. 3.10 Prueba realizada con un gasto en prototipo de 200 m³/s.

En las figuras anteriores se aprecia que al aumentar el gasto se ve aumentada el área hidráulica dentro del río provocando mayores zonas susceptibles de inundación

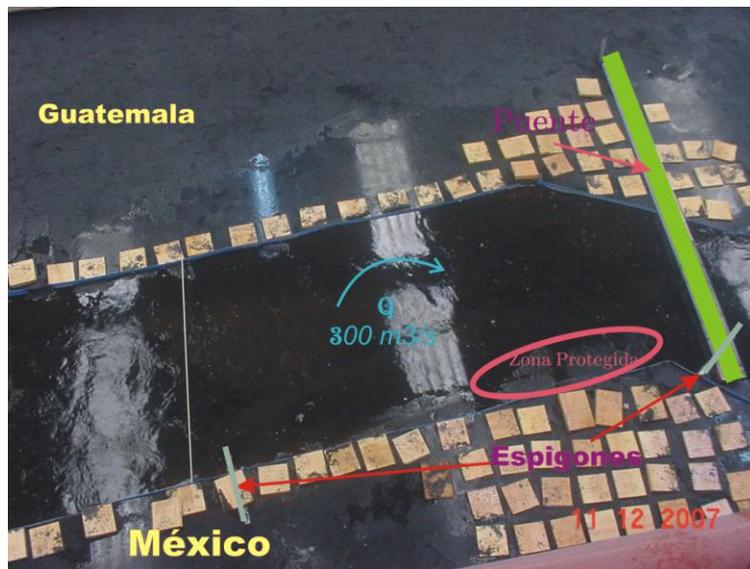


Fig. 3.11 Prueba realizada con un gasto en prototipo de 300 m³/s.

Con el gasto de mayor los espigones en la geometría actual disminuyen su eficiencia así como el área que protegen.

Por otra parte también existen para estos casos la ayuda de modelos matemáticos recurrentes para los ingenieros, para resolver de manera teórica el mismo problema que se resuelve en el modelo físico, como por ejemplo para poder darle al flujo la dirección deseada en el cauce podríamos hacer uso de la ley de impulso y cantidad de movimiento para calcular las fuerzas con sus magnitudes y direcciones específicas dentro del fluido, y colocar los espigones de la manera geométrica mas adecuada para re direccionar el flujo, sin embargo esto no seria concluyente pues como se ha mencionado con anterioridad en el modelo matemático se idealiza el problema y es por eso que en estos casos se confía mas en los resultados de los experimentos prácticos.

Modelo del río Suchiate, Corte Ponciano

En el tramo denominado como corte Ponciano el objetivo de las pruebas realizadas fueron la localización de obras hidráulicas que permitiesen regresar el río al cauce original, que debido a los fenómenos climatológicos que se suscitaron en el año del 2006 desbordaron el río hacia territorios donde ocasiono problemas en las poblaciones y debido a esto se tuvieron que estudiar las posibles soluciones para esta compleja situación.

En la siguiente figura se observa el tramo del río que fue objeto del estudio y que abarco diferentes etapas, como son la localización apropiada de las obras para su mayor eficiencia y fácil construcción, la experimentación con distintas geometrías en las obras propuestas, la experimentación con gastos para diferentes diseños en las obras hasta obtener los resultados deseados.



Fig. 3.12 Modelo del río Suchiate en el tramo del Corte Ponciano.

El principal objetivo de estudio era el de encausar el fluido por el trayecto original.

En esta imagen se muestra el problema del re-encauzamiento del tramo en estudio, cauce original y cauce no deseado.

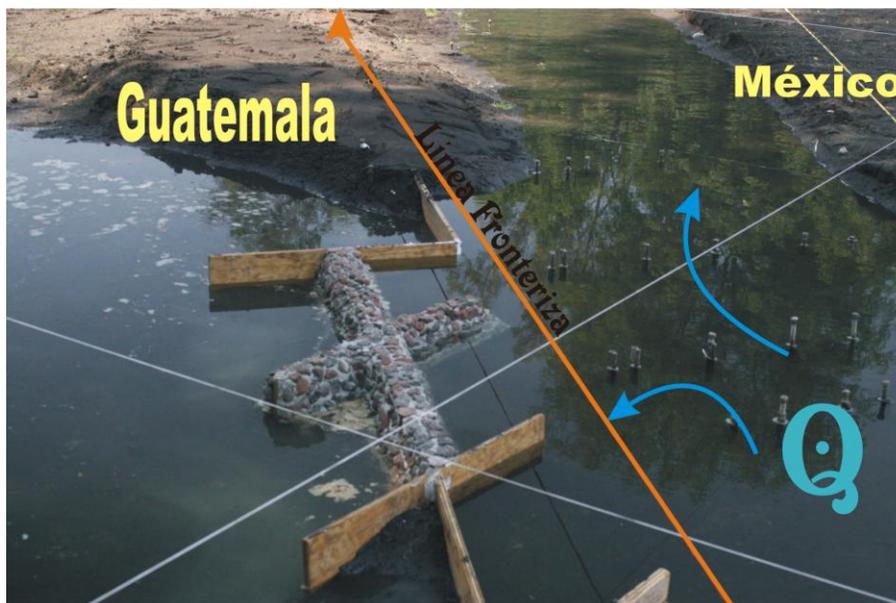


Fig. 3.13 Posible solución al problema estudiado

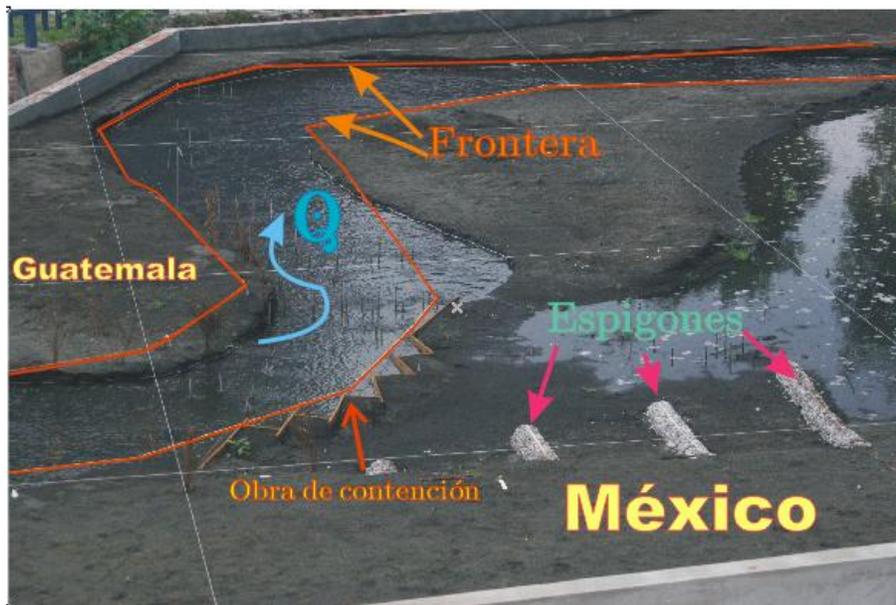


Fig. 3.14 Obras propuestas: Geometría propuesta para el control del cauce y redireccionamiento del mismo

En este tipo de problemas, como en todos donde tenga que tratarse la interacción hidrodinámica de una corriente con las características de los sedimentos, es sin duda muy complejo.



La misma dificultad que se establece para la selección del criterio analítico para tratar un problema de transporte de sedimentos, se presenta para seleccionar el criterio de similitud a emplear en modelos hidráulicos de fondo móvil, encontrándose con frecuencia posiciones opuestas, lo cual hace imposible encontrar o afirmar la existencia del criterio universal de similitud.

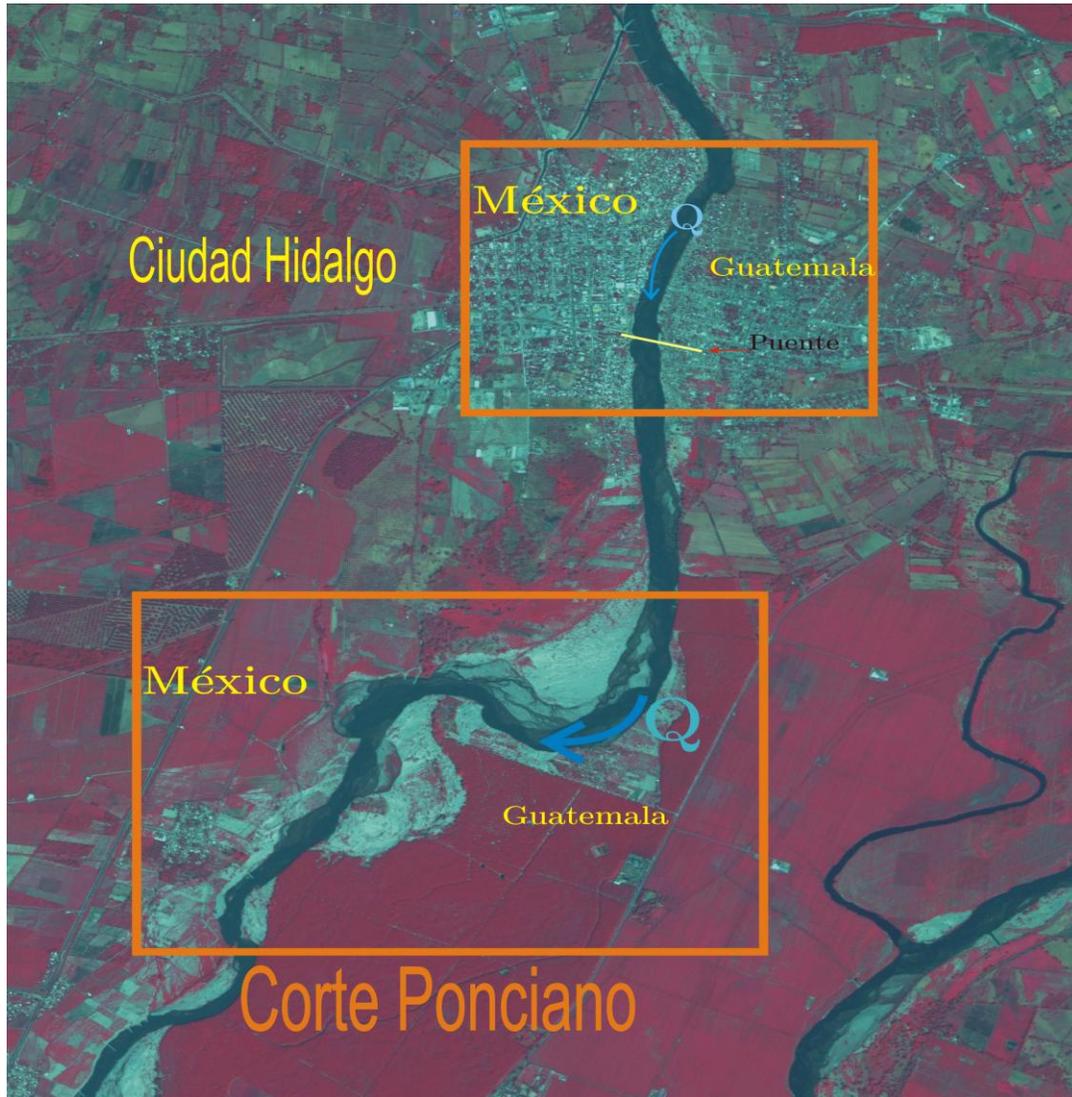


Fig. 3.15 Imagen de la zona del río Suchiate modelada

Se muestra la parte del río en Ciudad Hidalgo y la parte del río correspondiente al corte Ponciano.



Otros modelos que se construyeron dentro del instituto de ingeniería incluyen el modelo de la escotadura en el río carrizal que ha tenido varios objetos de estudio, dentro de los cuales podemos mencionar la disipación de la energía a la descarga de las compuertas de la obra de excedencias, para así evitar daños en la base de la obra y en las orillas circundantes, esto se logro mediante la experimentación y construcción de obras como dentellones, escalones y algunas combinaciones entre estos y las diferentes geometrías que pudieran arrojar los efectos deseados.

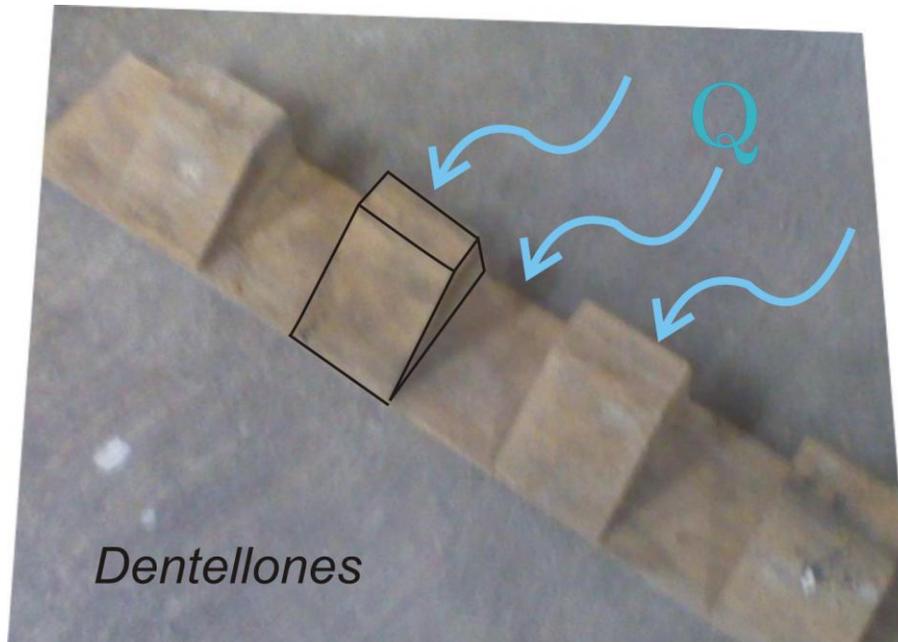


Fig. 3.16

Dentellones a escala que ayudan a disipar la energía en la base de descargas de agua ya sea en vertedores de excedencias o compuertas

3.4 BASES TEÓRICAS DE LA MODELACIÓN

Básicamente la modelación es simplemente seleccionar un tamaño de escala que reduzca las dimensiones del prototipo al tamaño adecuado y menor del modelo de tal manera que lo podamos construir dentro del espacio con el que se cuenta como se explicara mas adelante.

Lo que caracteriza a los modelos de fondo móvil presentados en este trabajo es que la frontera en contacto con el líquido está representada por un material que puede ser arrastrado o depositado.

Las dos complicaciones que surgen en la modelación de este tipo (Maza, et al 1960) son que se debe de reproducir el movimiento del material de fondo así como el movimiento de agua en el prototipo, además de que durante la operación, la rugosidad del fondo no puede ser controlada o colocada por el operador, y más bien, depende del estado de movimiento y de las dimensiones de las partículas del fondo.

La distorsión en el contexto utilizado en la modelación, significa que las escalas tanto vertical como horizontal elegidas para el modelo tengan valores diferentes es decir se empleen dos escalas y no solo una para ambas dimensiones

Un problema que se presenta al aumentar la distorsión en un modelo de fondo móvil, es que la pendiente de las orillas se incrementa más allá del ángulo estable del material, de tal manera que no pueden sostenerse. Los modelos distorsionados tienen el efecto de que la pendiente se incrementa al haber dos escalas la vertical y la horizontal.

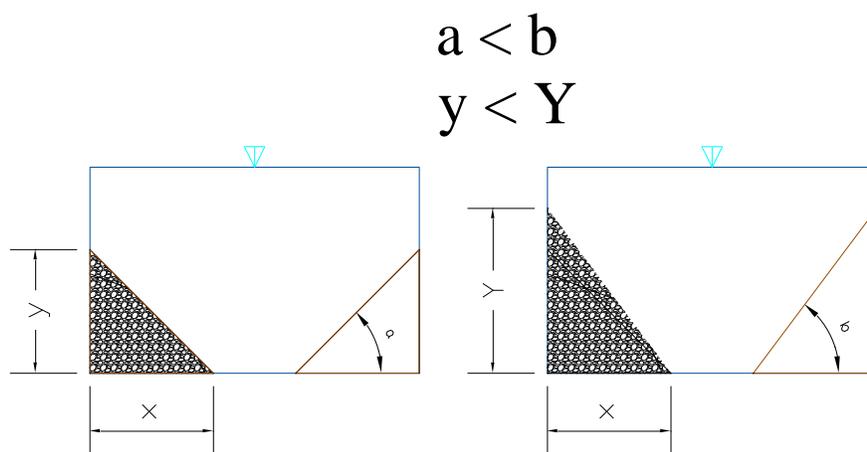


Fig. 3.17 Ángulo de reposo la imagen de la izquierda tiene mayor estabilidad



Un remedio posible será hacer las orillas del cauce de un material rígido, pero solo si los márgenes del prototipo son estables y no se desean estudiar los efectos sobre ésta.

Por lo anterior es importante entender lo suficiente el fenómeno, la influencia de las variables relevantes para ser seleccionadas y, a partir de esto, establecer el criterio de similitud más adecuado.

Como la distorsión en el modelado de cauces de fondo móvil siempre es positiva y mayor que la unidad esto implica que la escala de pendientes definida como

$$S_e = \frac{S_p}{S_m} \quad (3.1)$$

Sea

S_p - Pendiente del prototipo.

S_m - Pendiente del modelo

S_e - Escala de Pendientes $S_e \leq 1$

Puesto que la escala de pendientes S_m en los modelos siempre será mayor que la pendiente en el prototipo S_p .

Al aumentar la pendiente se hace notar que es necesario aumentar también la rugosidad puesto que el ángulo de reposo del material podría ser alcanzado más fácilmente con la pendiente incrementada y el efecto a estudiar implicaría una serie de adecuaciones que probablemente no representen el fenómeno. Según la bibliografía las distorsiones aceptadas y recomendadas son entre dos y siete.

➤ Elección de las escalas.

Los dos grados de libertad que ofrecen los modelos de fondo móvil son las escalas de líneas tanto vertical definida como

$$L_e = \frac{L_p}{L_m} \quad 3.2$$

así como en la horizontal

$$H_e = \frac{H_p}{H_m} \quad 3.3$$

La escala de líneas horizontales se elige tomando en cuenta el espacio disponible en el laboratorio y tiene valores muy comunes de entre 100 y 200.



La escala de líneas verticales se elige tomando en cuenta varios factores:

- 1.- Que se tenga el equipo adecuado para suministrar el gasto necesario en nuestro modelo.
- 2.- Que la distorsión no sea mayor que 10.
- 3.- Que la rugosidad sea reproducida sin dificultad.

➤ Similitud hidráulica

La teoría de similitud establece que “si dos sistemas que obedecen al mismo grupo de ecuaciones y condiciones, se hacen idénticos, los dos sistemas deben de exhibir que existe una solución única para el grupo de ecuaciones y condiciones”.

Es así que los modelos físicos deben ser similares en sus condiciones de flujo en prototipo y en el modelo; similares en forma (similitud geométrica), movimiento (similitud cinética) y fuerzas (similitud dinámica).

La similitud geométrica relaciona todas las longitudes homologas en los dos sistemas, donde l_e es la escala de líneas y cuantifica el tamaño relativo del prototipo y el modelo. La similitud geométrica se extiende a la rugosidad superficial de las paredes que limitan al flujo.

La similitud cinemática entre dos sistemas de flujo se interpreta como la semejanza geométrica entre las líneas de corriente de ambos flujos, ya sea con o sin distorsiones.

La similitud dinámica implica que la relación de las fuerzas dinámicas sea la misma. Tanto en la similitud geométrica como en la dinámica existen escalas de velocidad, fuerzas, tiempos, densidades, viscosidad, etc. los cuales miden las características o propiedades del fluido.

Los parámetros adimensionales que se utilizan en los modelos hidráulicos con flujo a superficie libre, en régimen turbulento, generalmente son el Número de Froude y el de Reynolds

Existen otras posibles condiciones para escalar un modelo, que implican realizar adecuaciones tanto físicas como matemáticas, las condiciones son relaciones que tendremos que proponer entre el prototipo y el modelo un ejemplo de esto sería la condición de Euler tomando como base del análisis el número de Euler.

$$E = \frac{v^2 \rho}{p} \quad 3.4$$



Que relaciona las fuerzas de inercia con las fuerzas de presión, al establecer la relación entre el modelo y prototipo, para esto tendríamos que proponer un fluido con diferente densidad en el modelo pues este factor también sería un parámetro a escalar; además de esta condición existen muchas más como la condición de Reynolds que utiliza el número del mismo para establecer la relación de escalas.

Dentro de todo esto la condición más favorable que se adecua a nuestras necesidades es la utilización de la condición de Froude como

$$F_r = \frac{V}{\sqrt{g \cdot h}} \quad 3.5$$

Puesto que relaciona las fuerzas de inercia con las de gravedad.

En prototipo y modelo se debe cumplir que:

$$F_{Pr} = F_{rM} \quad 3.6$$

Entonces la relación entre modelo y prototipo también tiene como variable la gravedad y debido a que sería muy difícil establecer campos gravitacionales a escala en los modelos, la condición queda como a continuación se presenta donde los subíndices m y p son para modelo y prototipo respectivamente.

$$F_{rE} = \frac{F_{rP}}{F_{rM}} = \frac{\frac{V_P}{\sqrt{g_P \cdot h_P}}}{\frac{V_M}{\sqrt{g_M \cdot h_M}}} \quad 3.7$$

$$F_{rE} = \frac{V_E}{\sqrt{g_E \cdot H_E}} = 1 \quad 3.7.1$$

Donde:

V_E .-Escala de velocidades

g_E .- aceleración de la gravedad

H_E .-Escala de Tirantes medios

Y como la gravedad es la misma en ambos sistemas tenemos lo siguiente.

$$F_{rE} = \frac{V_E}{\sqrt{H_E}} = 1 \quad 3.7.2$$

Resultando que la escala de velocidades está en función de la escala de líneas horizontal:

$$V_E = \sqrt{H_E} \quad 3.8$$



Al igual que para la escala de velocidades, las restantes estarán en función de la escala de líneas.

Los valores de las escalas de mayor interés son los siguientes.

Escala de áreas.

$$A_E = H_E \cdot L_E \quad 3.9$$

Con base en la ecuación de continuidad para flujo unidimensional en régimen permanente se tiene que:

$$Q_E = A_E \cdot V_E \quad 2.10$$

Escala de gastos.

$$Q_E = H_E^{3/2} \cdot L_E \quad 3.10$$

De la definición de velocidad media, que es distancia entre tiempo, la escala de tiempos es igual a:

$$t_E = \frac{H_E}{V_E} = \frac{H_E}{\sqrt{H_E}} \quad 3.11$$

Escala de tiempos para recorridos horizontales de una partícula.

$$t_E = H_E^{1/2} \quad 3.12$$

Análogamente se obtienen la escala de volumen.

$$v_E = H_E \cdot L_E^2 \quad 3.13$$

Escala de pendientes.

$$S_E = \frac{H_E}{L_E} \quad 3.14$$

Y la distorsión queda definida como:

$$\Delta = \frac{L_E}{H_E} = S_E^{-1} \quad 3.15$$



Escala de rugosidades.

El coeficiente de rugosidad estará estudiado principalmente por la expresión que desarrollo Robert Manning.

$$n = \frac{r^{2/3} S^{1/2}}{V} \quad 2.8$$

Y por lo tanto, la escala de coeficiente de rugosidad es:

$$n_E = \frac{r_E^{2/3} S_E^{1/2}}{V_E} \quad 3.16$$

Donde:

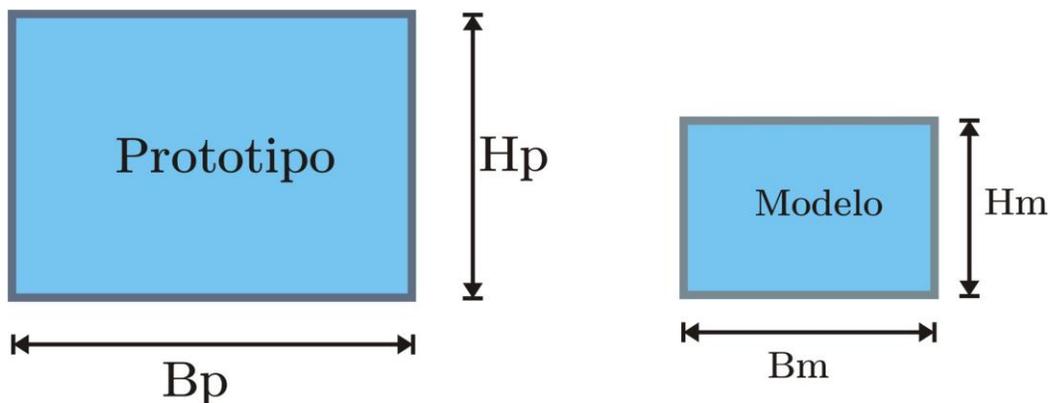
n_e ; escala de rugosidades

R_{He} ; escala de radios hidráulicos

S_e ; escala de pendientes.

En la expresión anterior se desconoce el valor de la escala de radios hidráulicos, este depende de la geometría de la sección. Como ilustración del procedimiento de calculo, se indican los pasos a seguir si la sección del cauce es rectangular; si no lo fuera el procedimiento es semejante.

Sean las secciones del prototipo y su correspondiente en el modelo.





La relación de las escalas de radios hidráulicos se escribe como

$$r_E = \frac{r_P}{r_M} \quad 3.17$$

$$r_E = \frac{A_P / P_P}{A_M / P_M} \quad 3.18$$

Y sabiendo que

$$L_e = \frac{L_P}{L_M} = \frac{B_P}{B_M} \quad 3.2$$

$$H_e = \frac{H_P}{H_M} \quad 3.3$$

Se puede escribir

$$r_E = \frac{B_P \cdot H_P (B_M + 2H_M)}{B_M \cdot H_M (B_P + 2H_P)} = H_E \cdot L_E \frac{B_M + 2H_M}{B_P + 2H_P} \quad 3.19$$

Introduciendo a L_e en el paréntesis y sustituyendo a H_M por $\frac{H_P}{H_E}$

$$r_E = \frac{H_E (L_E \cdot B_M + 2L_E \cdot H_P / H_E)}{B_P + 2H_P} \quad 3.20$$

Dividiendo entre B_P y sabiendo que la distorsión es:

$$\Delta = \frac{L_E}{H_E} = S_E^{-1} \quad 3.21$$

Resulta:

$$r_E = \frac{H_E \left(\frac{B_P}{B_M} \cdot \frac{B_M}{B_P} + 2 \frac{B_P}{B_M} \cdot \frac{H_P}{B_P \cdot H_E} \right)}{\frac{B_P}{B_P} + 2 \frac{H_P}{B_P}} \quad 3.22$$

Reordenando términos:

$$r_E = \frac{H_E (1 + 2\Delta H_P / B_P)}{1 + 2H_P / B_P} = K \cdot H_E \quad 3.23$$

Donde

$$K = \frac{(1 + 2\Delta H_P / B_P)}{1 + 2H_P / B_P} \quad 3.24$$



Sustituyendo los valores conocidos

$$n_E = \frac{K^{2/3} H_E^{2/3} H_E^{1/2}}{H_E^{1/2} L_E^{1/2}} \quad 3.25$$

Por lo que

$$n_E = \frac{K^{2/3} H_E^{2/3}}{L_E^{1/2}} \quad 3.26$$

Si se tiene un modelo no distorsionado $L_e = H_e$ $K=1$ y por lo tanto.

$$n_E = L_E^{1/6} \quad 3.27$$

Como analogía más simplificada se tiene lo siguiente, de la expresión de Manning.

$$V_E = \frac{1}{n_E} R_{HE}^{2/3} \cdot S^{1/2}$$

Como el radio hidráulico es una variable en dimensiones de longitud, entonces $R_{He} = L_e$ (escala horizontal); las pendientes, S , en prototipo y modelo deben ser iguales, entonces $S_e=1$, por tanto la ecuación de Manning se simplifica a:

Resultando:

$$V_e = \frac{1}{n_e} L_e^{2/3} \quad (2.8)$$

De donde:

$$n_e = \frac{L_e^{2/3}}{V_e} = \frac{L_e^{2/3}}{\sqrt{L_e}} = L_e^{1/6} \quad 2.8.1$$

La *ecuación 2.8.1* indica que, con base en la fórmula de Manning, la relación de las rugosidades entre prototipo y modelo es igual a la escala de líneas a la $1/6$; solo en el caso de modelos no distorsionados.



3.5 PROCESO CONSTRUCTIVO DE UN MÓDELO

El procedimiento que se realiza en el instituto de ingeniería para construir los distintos modelos de los ríos es el siguiente:

- 1) Se seleccionan las escalas con los criterios adecuados conforme a lo descrito anteriormente.
- 2) Con los datos obtenidos de los diversos estudios se realizan los levantamientos topográficos para simular la batimetría del río en diferentes secciones. Esto se hace anclando varillas a distintas distancias como se muestra en la imagen 3.18
- 3) Se colocan secciones de control tanto aguas arriba como aguas abajo del cauce a estudiar para poder manipular los niveles de los tirantes dentro del flujo además de poder controlar los gastos a utilizar durante las pruebas y calibrar el modelo.
- 4) Se realizan las obras hidráulicas que se encuentran dentro del cauce, esto se hace a detalle para las simulaciones correctas como pueden ser compuertas, presas o alguna otra obra de control o contención.
- 5) Se calibra el modelo para poder obtener los resultados con la menor incertidumbre posible, esto es se realiza con muchos ensayos a través de prueba y error como se indica en la bibliografía (Maza et al 1960).
- 6) Con el material más conveniente a simular la escala de rugosidades, se rellena el área a estudiar, solo en el caso de modelos de fondo móvil.
- 7) Finalmente se dan los acabados finales al cauce y las obras para calibrar el modelo a estudiar con algunos datos que se tengan de mediciones en el prototipo para tener así unos resultados mas confiables haciendo uso de la técnica de ensayo y error descrita en la publicación del Dr. Maza et al 1960.



Fig. 3.18 Área a utilizar en un modelo

Selección de escalas horizontales de acuerdo con el área disponible dentro del laboratorio.

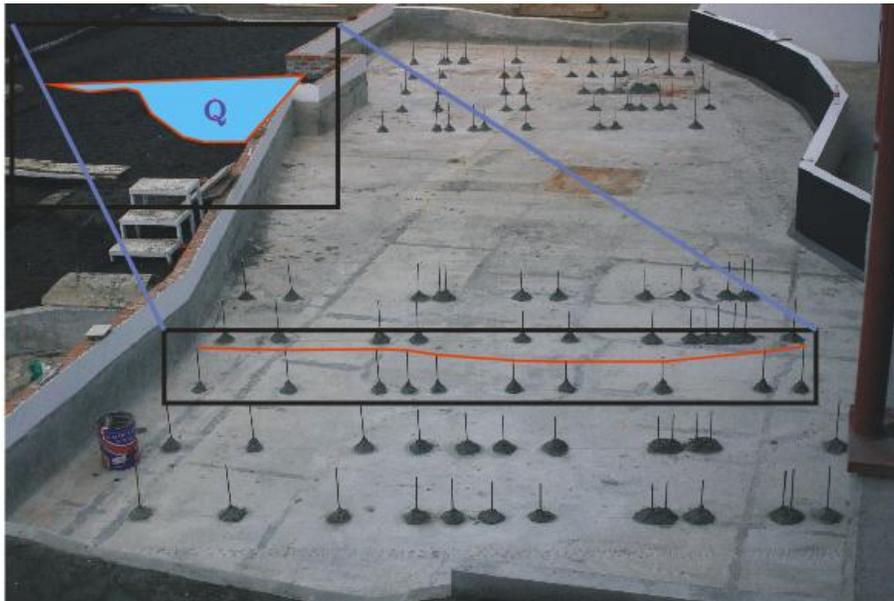


Fig. 3.19 Modelo Projectado del río Pichualco.

La imagen 3.19 muestra como se simula la batimetría del cauce por medio de varillas alineadas en cada sección elegida del prototipo y niveladas.

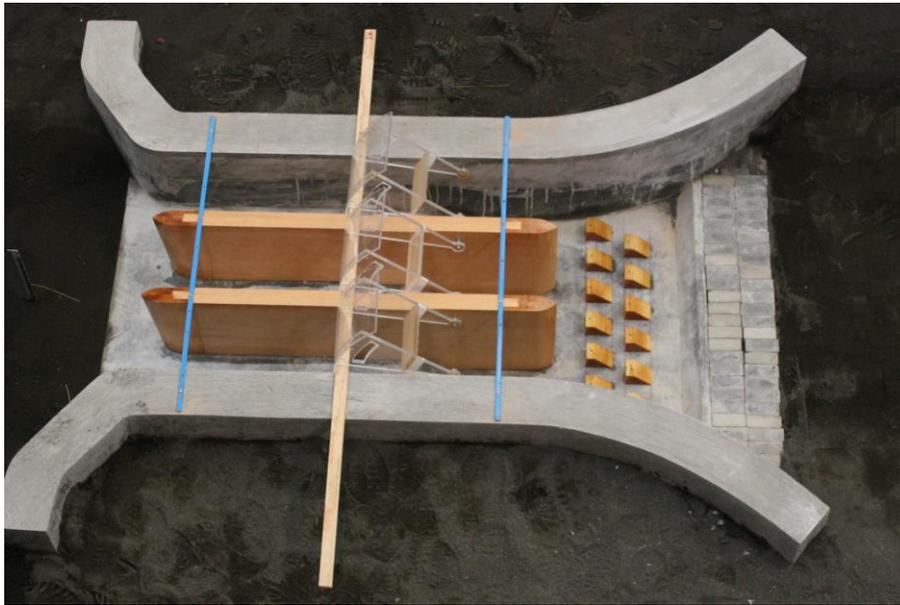


Fig. 3.20 Modelo Projectado del río Pichualco.
Obra de control a estudiar en el comportamiento del modelado del cauce.



Fig. 3.21 Modelo Projectado del río Pichualco.

Finalmente con el material seleccionado para simular el fondo móvil del cauce se realizan los arreglos y detalles finales.



3.6 EJEMPLO DE APLICACIÓN

En esta sección se presenta la teoría para la selección de escalas en el trabajo de modelado. Para la selección de las escalas del modelo Suchiate, se realizaron las consideraciones ya descritas con anterioridad dentro de este mismo trabajo, una vez teniendo en cuenta esto, se procede a aterrizar dentro de la práctica las bases teóricas.

Para el modelo del río Suchiate realizado se tiene como ejemplificación que la escala tanto horizontal como vertical fueron las mismas esto nos dio un modelo que no fue distorsionado, es decir que, en este modelo se pueden estudiar los fenómenos sin introducir factores que nos relacionen a las dimensiones de profundidades del cauce y distancias horizontales entre secciones.

Las escalas fueron de 1:100 es decir que cada centímetro de tirante en el modelo es un metro en el prototipo.

Y así tenemos las siguientes relaciones de escalas en base a las definiciones echas anteriormente en este capítulo.

$$\begin{array}{c} \text{Escala horizontal} \\ L_e = \frac{L_p}{L_m} \end{array} \quad 3.2$$

$$\begin{array}{c} L_e = \frac{100}{1} \\ \text{Escala vertical} \\ H_e = \frac{H_p}{H_m} \end{array} \quad 3.3$$

$$H_e = \frac{100}{1}$$

Escala de velocidades;

$$\begin{array}{c} V_E = \sqrt{H_E} \\ V_E = \sqrt{100} = 10 \end{array} \quad 3.8$$

Principalmente esta es la condición para la cual se modelan este tipo de prototipos hidráulicos, la similitud de froude:

$$F_{rE} = \frac{V_E}{\sqrt{H_E}} = 1 \quad 3.7.2$$



Escala de áreas:

$$A_E = H_E \cdot L_E \quad 3.9$$
$$A_E = 100 \cdot 100 = 10000$$

Escala de gastos:

$$Q_E = A_E \cdot V_E \quad 2.9$$
$$Q_E = 10000 \cdot 10 = 100000$$

O bien;

$$Q_E = H_E^{3/2} \cdot L_E \quad 3.16$$
$$Q_E = 100^{3/2} \cdot 100 = 100000$$

La escala de tiempos es igual a:

$$t_E = \frac{H_E}{V_E} = \frac{H_E}{\sqrt{H_E}} \quad 3.11$$
$$t_E = \frac{100}{10} = \frac{100}{\sqrt{100}} = 10$$

Escala de tiempos para recorridos horizontales de una partícula.

$$t_E = H_E^{1/2} \quad 3.12$$
$$t_E = 100^{1/2} = 10$$

Escala de volumen.

$$v_E = H_E \cdot L_E^2 \quad 3.13$$
$$v_E = 100 \cdot 100^2 = 1,000,000$$

Escala de pendientes.

$$S_E = \frac{H_E}{L_E} \quad 3.14$$
$$S_E = \frac{100}{100} = 1$$

Distorsión en el modelo (se procura que la distorsión no sea mayor de 5 en modelos de fondo móvil):



$$\Delta = \frac{L_E}{H_E} = S_E^{-1} \quad 3.15$$

$$\Delta = \frac{100}{100} = 1$$

Escala de rugosidades:

$$n_E = \frac{L_E^{2/3}}{V_E} = \frac{L_E^{2/3}}{\sqrt{L_E}} = L_E^{1/6} \quad 3.16$$

$$n_E = 100^{1/6} = 2.15$$

Y con la obtención de todos estos valores de escalas se pueden trabajar las mediciones obtenidas en los prototipos y para calibrar los modelos, así como, interpretar los datos obtenidos en los modelos y pasarlos a las escalas de prototipo para tener una idea más realista utilizando las herramientas vistas en el capítulo 2 de este trabajo.



4. ARRASTRE DE SEDIMENTOS

4.1 GENERALIDADES DEL ARRASTRE DE SEDIMENTOS

El material erosionado en una cuenca, parte es arrastrado por el flujo y parte es captado por la cobertura vegetal y topografía de la cuenca. La parte que es arrastra por el flujo se puede depositar en zonas que el mismo flujo propicia para esta acción, en sitios donde el flujo no permite el arrastre o lo permite para otro tipo de condiciones que se requieren para el mismo deposito. Cuando el fenómeno de arrastre es permitido el suelo es erosionado y las partículas son trasportadas hacia valles o almacenamientos, así hasta volverse a presentar las condiciones de arrastre durante un tiempo indefinido.

Los volúmenes de sedimentos acumulados son una serie de datos importantes que ayudan en el diseño de obras hidráulicas para poder estimar parámetros como el tiempo de azolve y des-azolve de cauces u otras obras que así lo requieran, para poder precisar con mayor precisión los resultados de los volúmenes de sedimentación que se pueden obtener a través de los registros que se obtienen en estaciones de aforo.

Algunos de los métodos mas utilizados en este tipo de situaciones de arrastre de sedimentos son lo que a continuación se mencionan y se aclara que solo se ejemplificara uno de estos pues al ser este tema lo bastante extenso como para merecer un trabajo de especial enfoque, en el presente solo se pretende establecer la secuencia lógica que llevaría a un profesional de la hidráulica a pretender conocer mas a fondo las variables principales, que debemos de conocer en el modelado hidráulico.

La naturaleza del problema de arrastre de sedimentos tiene tres fases: erosión, transporte y deposito, aunque en el presente trabajo solo nos enfocamos en el transporte de sedimento el cual puede dividirse en 1) Por tracción, y 2 por suspensión. En el primer caso, la velocidad de las partículas sólidas es menor que la del agua, y en el segundo caso, ambas velocidades son iguales.



La forma natural del fondo de un cauce puede ser lisa, o bien, tomar el lecho la forma de una serie de dunas, rizos o bancos algo similares a los formados en las playas por el reflujó de la marea ver imagen 3.8

Las causas que originan y controlan el régimen de estos rizos son parte de los problemas más absorbentes e intrincados de la hidráulica fluvial.

El principal problema que causa el sedimento cuando es transportado por el agua, es su acción abrasiva en altas velocidades; esto obliga a su eliminación de estructuras hidráulicas, como canales revestidos y plantas hidroeléctricas, por medio de tomas especiales y tanques desarenadotes.

El conocimiento del transporte de sedimentos en el caso de los modelos de ríos con fondo móvil nos menciona a tomar en cuenta y con mucha atención los conceptos siguientes:

- a) Condición de similitud debido a que se debe reproducirse la pérdida de carga en canales fluviales, se impone una condición sobre el tamaño del material a usarse en el modelo
- b) Erosión en el cauce de un río, esta es inestable debido a la variación de gastos de escurrimiento.
- a) En el caso de los ríos es necesario reproducir un histograma típico del flujo y una topografía de detalle.
- b) Los modelos de ríos se pueden construir con una amplia distribución del tamaño del material y tener características cohesivas.

4.2 CONCEPTOS DE LA MECÁNICA DEL TRANSPORTE DE SEDIMENTOS

a) Esfuerzo cortante en el lecho de un cauce.

Supóngase que el canal representado en la siguiente figura y supóngase que las secciones 1 y 2 entran lo suficientemente cercanas para aceptar que entre ellas el flujo se puede considerar uniforme. Si además, se acepta que en el canal la relación B/h es suficientemente grande como sucede en la mayoría de los cauces naturales, puede decirse que es la fricción en el fondo la que realmente opone al flujo y ésta no es otra cosa que un esfuerzo cortante que se resina τ_0 . Con base en esta consideración y de acuerdo a la figura se puede escribir la igualdad:

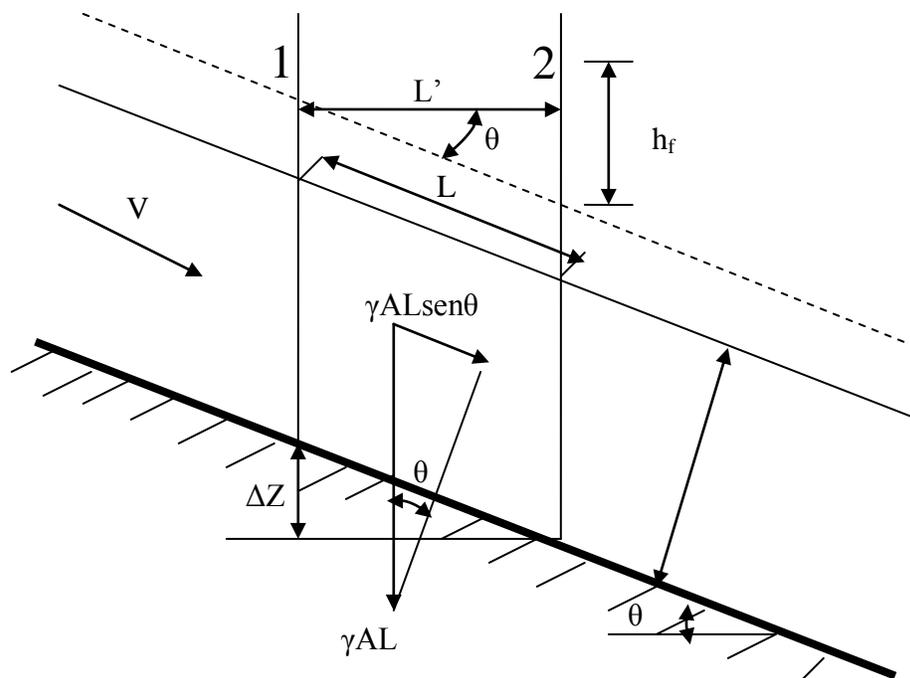


Figura 4.1 Vista de perfil de secciones supuestas de un cauce

$$\gamma \cdot A \cdot L \cdot \text{sen} \theta = \tau_0 \cdot p \cdot L \quad (4.1)$$

Que equivale a:

$$\tau_0 = \gamma \cdot R \cdot S \quad (4.2)$$



b) Velocidad al esfuerzo cortante.

Si ρ es la masa específica del fluido, se define como velocidad al esfuerzo cortante V_* a la expresión.

$$V_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \quad 4.3$$

Se le llama “velocidad” únicamente por sus unidades, no por su significado real. Por otro lado recordando $\gamma = \rho g$, se obtiene la relación:

$$V_*^2 = g \cdot R \cdot S \quad 4.4$$

Para calcular V_* basta referirse a la velocidad del flujo V y al coeficiente de rugosidad. Por ejemplo, si se hace la referencia a la fórmula de Darcy, deducida para secciones circulares de diámetro D y que puede escribirse de la forma:

$$S = \frac{f}{D} \cdot \frac{V^2}{2g} \quad 4.3$$

Recordando que $R = D/4$, se concluye que.

$$\left(\frac{V_*}{V}\right)^2 = \frac{f}{8} \quad 4.4$$

Análogamente, si se usa el coeficiente de rugosidad n de la fórmula de Manning, se obtiene la equivalencia:

$$\left(\frac{V_*}{V}\right)^2 = \frac{g \cdot n^2}{R^{1/3}} \quad 4.5$$

En el sistema MKS.

El coeficiente de rugosidad de Manning para diferentes granulometrías del lecho puede calcularse con expresiones como las que se indican a continuación:

Strikler (1923).

$$n = 0.042 \cdot \psi_{65}^{1/6} \quad 4.6$$



Williamson (1951)

$$n = 0.038 \cdot \left(\frac{U_{75}}{v} \right)^{1/6} \quad 4.7$$

Meyer-Peter y Müller (1948)

$$n = 0.038 \cdot \left(\frac{U_{90}}{v} \right)^{1/6} \quad 4.8$$

En estas formulas, el diámetro representativo del grano d_p esta en metro y como es sabido p es el porcentaje en peso de la muestra granulométrica del material, cuyo diámetro es menor o igual a d_p .

c) Numero de Reynolds de la partícula.

Si d es el diámetro de una partícula sólida sumergida en un líquido en movimiento cuya viscosidad cinemática sea ν , se llama número de Reynolds de la partícula a:

$$Re_* = \frac{V_* \cdot d}{\nu} \quad 4.9$$

4.3 CONDICIONES DE SIMILITUD

El método para le estudio teórico y semiteórico del transporte de sedimentos, como anteriormente se menciona, es variado, dependiendo del autor y del proceso del transporte. Sin embargo, de acuerdo al mecanismo de transporte, se pueden distinguir, en forma general, dos modos de transporte ya mencionados: el arrastre por el fondo (deslizamiento, rodamiento y saltación) y el de suspensión.

El arrastre por el fondo, se fundamenta en el inicio de movimiento de las partículas del sedimento que, de acuerdo a M. S. Yalin, los parámetros más representativos, del fluido, del flujo y del material, se agrupan en la función homogénea o adimensional de la ecuación que se presenta a continuación:

$$\pi_A = F\left(\frac{u_* \cdot D}{\nu}, \frac{\rho^2 \cdot u_*}{\gamma_s \cdot D}, \frac{\rho_s}{\rho}, \frac{1}{D}\right) \quad 4.10$$

Siendo el primer parámetro el numero de Reynolds del tamaño del grano (Re^*), el segundo el parámetro de Shields, también llamado numero de Froude densimétrico (Fr^*), ligados ambos a la velocidad del flujo U , a través de u_* .

La ecuación 4.1 se obtuvo con un análisis dimensional. El análisis dimensional es una técnica que da información utilizando las dimensiones de las variables que intervienen en un problema.



En ingeniería se usa frecuentemente en la verificación de fórmulas, comprobando que las unidades de los dos lados de la ecuación sean iguales, y en la transformación de fórmulas de un sistema de unidades a otro, usualmente del inglés al métrico o al sistema internacional. El análisis dimensional tiene una restricción: en él solamente pueden intervenir cantidades físicas que tengan un significado cuantitativo, o sea, que tenga sentido decir "dos veces más rápido" o "cinco veces más largo"

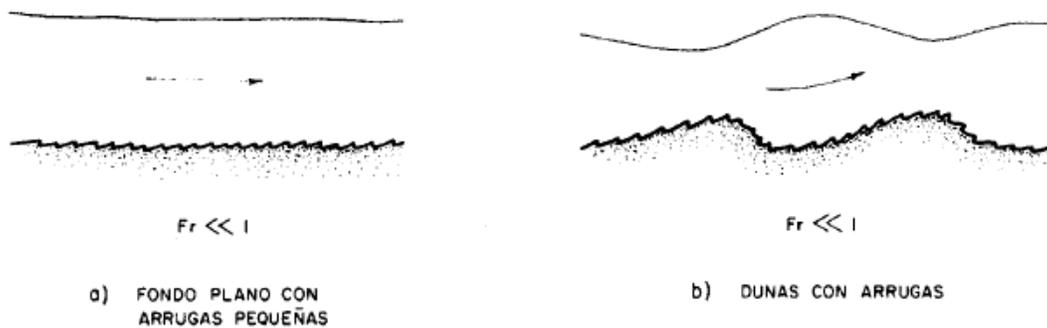
El transporte por el fondo depende de las siguientes magnitudes: densidad ρ , viscosidad μ del fluido; diámetro (D), peso específico sumergido γ_s' de las partículas del sedimento, (g) la aceleración debida a la gravedad, una longitud común y (u_*) la velocidad al cortante, que de acuerdo al análisis dimensional sobre ellas en conjunto se obtuvieron los parámetros adimensionales de la ecuación 4.1

Una vez introducidos los parámetros Fr^* y Re^* por A. Shields en 1936, cuyos valores experimentales fueron graficados junto con los de otros investigadores, dando como resultado el llamado "Diagrama de Shields".

Formación del lecho en cauces con materiales no cohesivos.

El material sólido transportado por una corriente puede ir siempre rodando por el fondo o saltando, caso en que se habla de arrastre de fondo, o también puede ser arrastrado por la corriente sin tener ningún contacto con el fondo, que es cuando se habla de gasto sólido del material lavado.

Simons y Richardson estudiaron el comportamiento del fondo en materiales no cohesivos y diámetro máximos del orden de 0.5 mm.



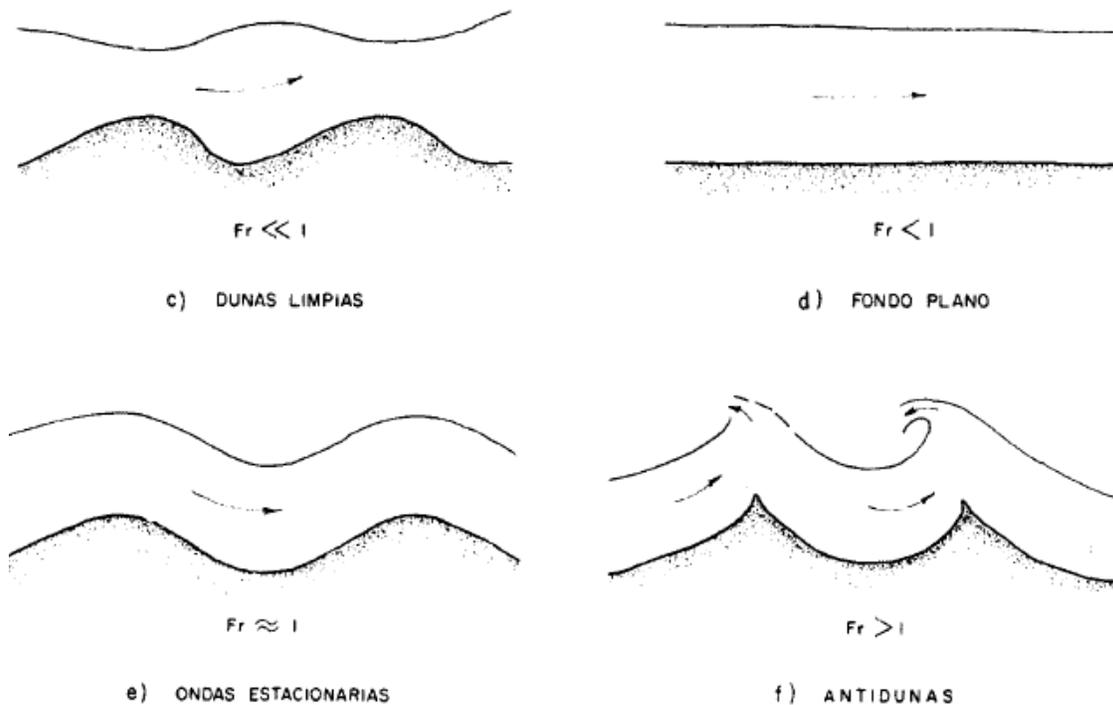


Fig. 4.2 Formaciones en el fondo del cauce

Partiendo de un fondo totalmente plano para un modelo de froude $Fr \approx 0$ al empezar a aumentar la velocidad del flujo aparecen pequeñas arrugas que se desplazan en el sentido de la corriente. Si se aumenta el numero de Froude, se forman dunas que tienen mas suave el talud aguas arriba que el posterior. Estas dunas aun con rugosidades se desplazan también en el sentido del flujo y para mayores velocidades dichas rugosidades desaparecen.

Obsérvese en los últimos dos casos, el perfil del agua tiene las características típicas de la zona subcrítica

Para mayor velocidad el fondo se hace otra vez plano; después, cuando $Fr \approx 1$, aparecen ondas prácticamente paralelas entre el fondo y la superficie; y por ultimo, ya en la zona supercrítica, se forman antidunas que se desplazan en sentido contrario al flujo.

Ni las dunas ni las rugosidades se extienden a todo el ancho del cauce, sino solo en tramos mas o menos irregulares; el material asciende por la parte anterior y se deposita en la posterior, creando así el mecanismo de desplazamiento en la dirección de la corriente. Según Henderson, las rugosidades no se presentan si el diámetro medio de los granos es mayor 2 mm o la velocidad de caída es mayor de 8mm/s. por su parte, Kolar señala 0.6 mm de diámetro máximo para que se formen las arrugas y dice que estas miden hasta 60 cm. de longitud y tienen una altura máxima de 60 cm. Estas formaciones pueden observarse en los fondos de los ríos con baja velocidad o en las playas y también son ocasionadas por el viento, como es común ver en los desiertos.

Similitud del transporte de sedimento

Esta similitud debe tratarse en dos aspectos: el primero relativo al movimiento individual de los granos, como es el caso de velocidad de caída de las partículas en suspensión y el inicio de movimiento por el fondo; el segundo implica tomar en cuenta el movimiento de las partículas en su conjunto, como es el gasto sólido, haciendo notar que en ambos casos el sedimento a tratar es de material no cohesivo, del cual por ejemplo se constituyen las playas, con un intervalo estrecho de distribución granulométrica.

- a) Velocidad de caída. Cuando una partícula sólida se deposita en la superficie de un líquido en reposo, empieza a descender acelerándose hasta alcanzar una velocidad uniforme que se debe al equilibrio entre su propio peso sumergido y la fuerza de fricción que experimenta al moverse en contacto con dicho líquido. A esta velocidad uniforme se le llama velocidad de caída, cuando el descenso de la partícula no está sujeto a la influencia de las paredes del recipiente ni es afectado por la vecindad de otras partículas. Además si el líquido es agua la norma dice que esta debe encontrarse a la temperatura de 24° C. Esta condición obliga a conservar las trayectorias de las partículas en suspensión, recorriendo distancias horizontales (x) y verticales (y) proporcionales a la velocidad media del flujo (U) y a la velocidad de caída (W), respectivamente véase la siguiente figura:

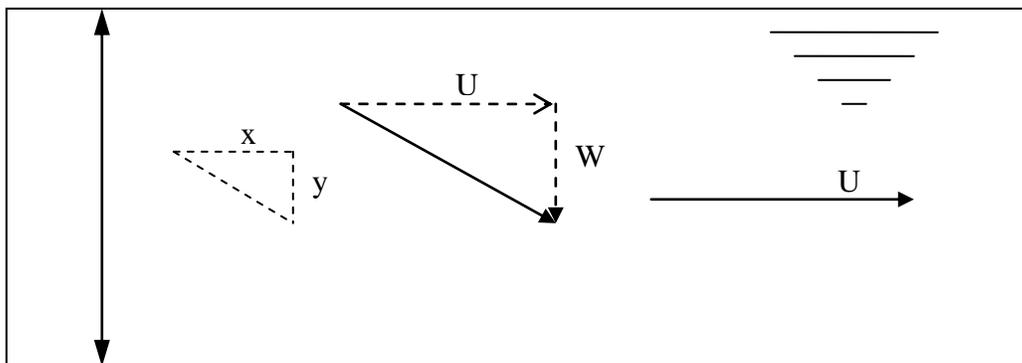


Figura 4.3 Velocidad de caída del sedimento

La siguiente ecuación representa en primera instancia el transporte de una partícula del sedimento al caer dentro de una masa líquida en movimiento.

De modo que

$$\frac{U}{x} = \frac{W}{Y} \quad 4.11$$



Donde:

$$W = \left(S \cdot D \right)^{1/2} \cdot f \left(\sqrt{\gamma' g \cdot D \cdot D / \nu} \right) \quad 4.12$$

$$\text{Peso relativo aparente del sedimento } \gamma' = (S - \gamma) \gamma \quad 4.13$$

$$\text{Densidad relativa aparente del sedimento } \rho' = (S - \rho) \rho \quad 4.14$$

γ_s = peso específico del sedimento

γ = peso específico del agua.

D = diámetro del sedimento.

Representa en primera instancia el transporte de una partícula del sedimento al caer dentro de una masa líquida del movimiento.

- b) Inicio de movimiento del sedimento. En un cauce natural se altera y cambia su funcionamiento cuando los granos que lo forman empiezan a desplazarse. Mientras no se ha llegado a este punto, los granos del lecho están en reposo y el cauce no se deforma; algo que es generalmente una característica buscada en el diseño. Es por eso que es muy importante el concepto llamado principio del movimiento que señala el momento en que empiezan a producirse deformaciones.

El momento en que un grano empieza a moverse no es totalmente claro, aunque podría definirse como el instante en que cada partícula sólida empieza a perder su equilibrio estático. Sin embargo, los granos son de diferente tamaño y forma, es necesario tomar en cuenta por lo menos la curva granulométrica del material del cauce y considerar que el desplazamiento de este comienza cuando la energía del agua es suficiente para que todo el lecho entre en movimiento.

Por otra parte, como muchas formulas se relacionan con un diámetro d que puede considerarse representativo del material del lecho del río, existen diferentes opiniones sobre cual deba ser esa dimensión característica. Henderson recomienda usar d_{75} como diámetro representativo, aclarando que probablemente dicho valor sea un poco mayor en la mayoría de los cauces, por lo que tal suposición esta del lado de la seguridad del análisis.

La ecuación 4.1 indica los parámetros principales que intervienen en la mecánica del transporte individual del sedimento por el fondo bajo un flujo permanente, el tratar de establecer un criterio de similitud en esta condición es prácticamente imposible pues al emplear fluidos y sedimentos iguales en el modelo y prototipo los regimenes hidráulicos y factores de fricción no tienen la escala adecuada. Por otra parte en el caso de los cauces naturales se tiene bastante estudiado este fenómeno un ejemplo de esto es el caso ya mencionado de A. Shields y que a continuación se presenta con mayor detalle.



A Shields (Berlín, 1936) hizo estudios experimentales en cauces formados con granos no cohesivos de diámetro uniforme d y determino en ellos el momento en que su lecho empieza a desplazarse. Este fenómeno que llamo “**inicio o principio del movimiento**”, es función, según concluyo, del Re_* , y del parámetro adimensional F_s que denomino “factor de transporte” y que tiene la siguiente forma:

$$F_s = \frac{\tau_0}{(\rho_s - 1)g \cdot d} = \frac{V_*^2}{(\rho_s - 1)g \cdot d} \quad 4.15$$

En donde S_s es la relación del peso específico de la partícula sólida al peso específico del agua en que se encuentra sumergida, es decir, si γ_s es el peso específico del grano y γ el del agua: $S_s = \gamma_s / \gamma$

Shields detecto experimentalmente el principio del movimiento y otros fenómenos como la formación de arrugas en el lecho, de dunas, así como el momento en que los granos “saltan” y, por ultimo, cuando estos quedan totalmente suspendidos en la corriente.

Este investigador grafico sus resultados en donde resalta la curva limite arriba de la cual empiezan los granos a moverse causando la deformación del lecho. La zona inferior a la curva corresponde entonces a un lecho en total reposo.

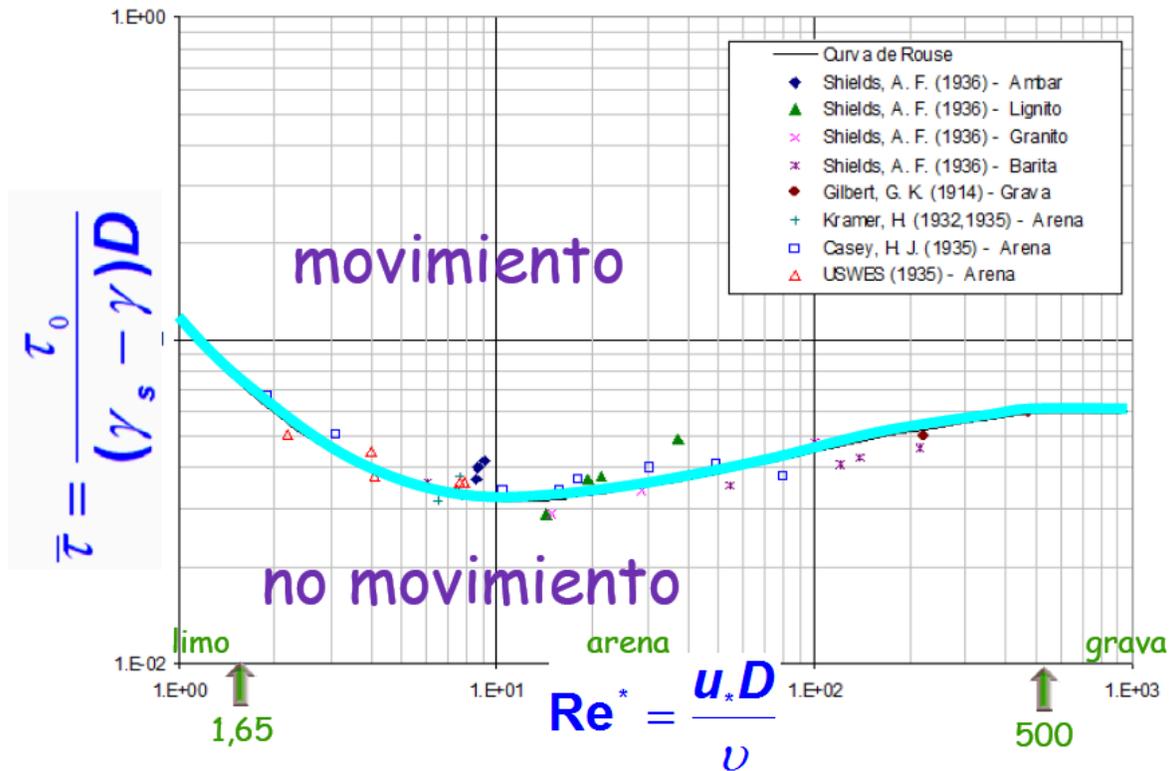


Fig. 4.4 Gráfica de Shields



Se observa en la figura que en la línea limite de inicio de movimiento existe una parte en que la relación $F_s = f(Re_*)$ es lineal hasta un valor aproximado de $Re_* = 2$. en esta zona los granos de arena de diámetro d están cubiertos por una capa laminar cuyo espesor es:

$$\delta = 11.6 \nu / V_* \quad 4.16$$

(El coeficiente 11.6 es adimensional)

y por tal razón, el flujo se comporta como si las paredes estuvieran lisas, es decir, se trata de un flujo laminar en el lecho del cauce. Posteriormente aparece un tramo curvo que tiene un punto abajo del cual en ningún caso hay movimiento. Este punto corresponde aproximadamente al valor de $F_s = 0.03$ y finalmente en el extremo derecho de la curva, cuando $Re_* \geq 400$, los granos son de mayor tamaño que el espesor de la capa laminar, es decir, $d > \delta$, ya que dicho espesor ha disminuido al aumentar V_* y desaparece así la influencia de la viscosidad a partir de ese momento, haciéndose además el fenómeno independiente del numero de Reynolds de la partícula, por lo que se tiene un régimen turbulento en el lecho del cauce. En dicho régimen, F_s alcanza un valor constante e igual a 0.056.

por otra parte, en un gran numero de casos, el material no cohesivo que forma el lecho de los ríos es cuarzo con un peso especifico medio, tal que $S_s = 2.65$, y se supone que el lecho esta formado por granos de este tipo y el flujo es turbulento ($F_s = 0.056$), y la velocidad al esfuerzo cortante en cm. /s que de la siguiente forma:

$$V_*^2 = g \cdot R \cdot S \quad 4.4$$

$$V_*^2 = 0.056 \cdot 1.65 \cdot 981d = 90.64d \quad 4.4.1$$

Y como en la zona turbulenta:

$$Re_* = \frac{V_* \cdot d}{\nu} \geq 400 \quad 4.9$$

Y para el agua

$$\nu = 0.01 \text{ cm}^2/\text{s},$$

La condición anterior implica que:

$$V_* \geq \frac{4}{d} \quad \text{Ó} \quad V_*^2 \geq \frac{16}{d^2}$$

Expresión que implica que para que haya régimen turbulento en el lecho es necesario que el grano tenga un diámetro mínimo de **0.56 cm.** (en la literatura inglesa se especifica esta condición como: $d \geq 1/4''$). Esto significa que si en la zona turbulenta en el lecho $d < 0.56$ cm., necesariamente habrá deformación en el cauce.



Partiendo también de la expresión 4.4.1 y de la definición 4.9 ($Re_* = V_* d / \nu$) se llega a la conclusión de que en la zona turbulenta para el material en que $S_s = 2.65$, se cumple:

$$d = 0.0103 Re_*^{2/3}; [\text{cm.}] \quad 4.17$$

Lo que significa que en un aumento del número de Reynolds de la partícula implica necesariamente un diámetro mayor de los granos para que estos se encuentren en la frontera del movimiento si el flujo en el lecho es turbulento. Además, puede decirse que el lecho se encuentra en reposo si para un cierto $Re \geq 400$, el diámetro de los granos cumple con la condición:

$$d > 0.0103 Re_*^{2/3}; [\text{cm.}] \quad 4.18$$

Ya que en tal caso, F_s sería menor de 0.056. Recíprocamente, si d es menor que el indicado en $d = 0.0103 Re_*^{2/3}$ es material se encuentra en movimiento siempre que $Re_* \geq 400$.

Con base en todo lo anterior se puede establecer, en forma general, que la similitud en un modelo fluvial de fondo móvil presenta la dificultad de reproducir, por un lado, el movimiento del material del fondo respecto al movimiento del agua y por otra parte, la rugosidad del cauce que depende del movimiento del sedimento y de las formaciones del fondo. Por tanto, la rugosidad no puede ser controlada o colocada de antemano, así que las escalas se obtendrán a partir de la satisfacción de las condiciones de las características del flujo y de las características del transporte del sedimento.

Similitud del flujo

Esta similitud implica satisfacer completamente la condición del flujo turbulento, o condición de froude, para lo cual deberá cumplirse también que $Re = U Rh / \nu > 500$, (Rh es el radio hidráulico). Por tanto, las escalas de velocidad, de gastos y de tiempo, son las mismas que se tienen en la siguiente figura.

Magnitud Física	Ecuación Básica	Escala
Área	$A = a \times b$	$E_A = E_L \quad E_L = E_L^2$
Perímetro Mojado	$P = a + b$	$E_P = E_L$
Volumen	$V = a \times b \times c$	$E_V = E_a \quad E_b \quad E_c^2 = E_L^3$
Velocidad	$v = L / t$	$E_v = E_L^{1/2}$ según Froude
Tiempo	$t = L / v$	$E_t = E_L / E_v = E_L^{1/2}$
Aceleración	$a = v / t$	$E_a = E_L / E_t = 1$ ó $E_a = E_g = 1$
Pendiente	$S = x / y$	$E_s = E_x / E_y = 1$



Radio Hidráulico	$R = A / P$	$E_R = E_L^2 / E_L = E_L$
Gasto	$Q = vA$	$E_Q = E_V E_A = E_L^{5/2}$
Coefficiente de Fricción de Chezy	$C = v / (RS)^{1/3}$	$E_C = E_V / (E_R E_S)^{1/2} = 1$
Coefficiente de Fricción de Manning	$n = (R^{2/3} S^{1/2}) / v$	$E_n = E_R^{2/3} E_S^{1/2} / E_V = E_L^{1/6}$
Fuerzas	$F = m a$	$E_F = E_m E_a = E_p E_V E_a = E_L^3$
Presión	$p = F / A$	$E_p = E_F / E_A = E_L$

a, b, c, L = Magnitudes Lineales
a = Aceleración
m = masa

Fig. 4.5

Cabe mencionar que este tema es muy extenso y cada autor que lo ha estudiado puede proponer su propio criterio ,aunque algunos de éstos criterios son similares en variables estudiadas, resultados obtenidos u alguna otra coincidencia la manera mas generalizada de abordar este tema y la cual es la más publicada en libros de hidráulica de modelos e hidráulica de canales, es la teoría mencionada en el inciso b) de esta sección es decir usando la grafica de Shields además de ser la teoría mas utilizada para los estudiantes de licenciatura, a los conceptos descritos en la grafica de Shields la cual básicamente nos orienta para tener una idea cuantitativa de cuando se mueve el material del cauce de interés midiendo el numero de Reynolds de la partícula y el factor de transporte

Siguiendo esta tendencia, se tienen como consecuencia distintas teorías acerca del fenómeno de arrastre de sedimentos , cabe señalar que en modelos a escala y sobre todo en modelos distorsionados los resultados en este tipo de estudios son mas cualitativos que cuantitativos, ya que como se observo en la teoría descrita en este capitulo las variables a controlar son muchas y estas no son del todo manejables como lo puede ser el escalar la granulometría de un cauce natural en un modelo de laboratorio, además, de que al distorsionar dimensiones el fenómeno de arrastre se complica aun mas.

Existe la frase que menciona que “ ya todo en la ciencia esta descubierto o deducido lo único que nos falta es hacer mediciones más precisas” se aplica a este estudio pues al ser tan amplio el tema existen muchas teorías basándose en los conceptos mencionados en esta sección y cada teoría es aplicable bajo ciertas condiciones muy particulares para las cuales cada autor realizo sus estudios y experimentos.

En la siguiente sección se describirán las generalidades de algunas teorías de este tipo de problemas las cuales son solo una muestra de las muchas teorías que existen para abordar este tema.



4.4 TEORÍAS DE ARRASTRE DE SEDIMENTOS

Método de Einstein.

Hans Albert Einstein (1950) presenta su método en el cual considera una fuerza crítica tractiva como característica del flujo y la probabilidad de movimiento o depósito de las partículas de sedimento

Por otra parte, toma en cuenta para evaluar el transporte de sedimentos el material que levantado del fondo se mueve en suspensión así como el que se mueve por la capa del fondo, en función de la probabilidad de que una partícula sea o no removida del fondo por el flujo; utilizando una serie de gráficas y tablas que facilitan el cálculo, por lo anterior se considera que dicho estudio es de los más completos. Su rango de aplicación es para materiales no cohesivos y cuyos diámetros estén comprendidos entre 1 y 10 mm.

Método de Bagnold.

Para la evaluación del gasto sólido Ralph Alger Bagnold (1966) trata a el proceso natural de transporte desde un punto de vista de la física considera al igual que Einstein, que el arrastre total es igual al arrastre de fondo más el arrastre en suspensión de material proveniente del fondo. Además considera las velocidades del fluido en cada punto, el peso sumergido de las partículas la fuerza necesaria que debe ejercer el fluido para levantarlas y arrastrarlas e introduce factores de corrección para tomar en cuenta las velocidades del fluido y que los esfuerzos no siguen la misma dirección las limitantes de este método es que solo puede ser utilizado para materiales friccionantes y cuyos diámetros sean mayores de 0.015 mm.

Método de Lischtvan – Lebediev

Este método permite determinar el valor de la socavación general en cualquier sección a lo largo de un río, en el cálculo de la socavación general consideran que al incrementarse la velocidad del flujo se aumenta la capacidad de arrastre del flujo, resultando en consecuencia la degradación del fondo; al descender el fondo aumenta poco a poco el área hidráulica, reduciéndose paulatinamente el valor medio de la velocidad de la corriente y por ende la velocidad de arrastre, hasta el momento en el que se alcanza un estado de equilibrio. El equilibrio se produce cuando es igual la velocidad media del flujo y la velocidad media que se requiere para que un material de características dadas sea arrastrado

Método de Laursen

Laursen (1958) desarrollo su método en función de las características hidráulicas del cauce así como de las granulometrías del material del fondo y apoyándose además en resultados obtenidos en laboratorio nos presenta para la determinación del arrastre de sedimentos su método, basado en dos parámetros; uno es la relación de la velocidad al esfuerzo cortante y la velocidad de caída de las partículas sólidas, el cual expresa la efectividad de la acción de mezclado de la turbulencia, el segundo parámetro se ocupa del concepto del arrastre de



fondo, el rango de aplicación es para materiales no cohesivos y cuyos diámetros estén comprendidos entre 0.01 y 4.08 mm.

4.5 MÉTODO DE BAGNOLD.

Transporte de material

En el método de bagnold se enfrenta el problema desde un punto de vista de la física general, la existencia y mantenimiento de una fuerza de sustentación de magnitud igual al peso sumergido de los sólidos; dicha fuerza es el punto clave en el transporte de sedimentos.

La relación del peso seco de los sólidos transportados (mg), al peso sumergido de los mismos ($m'g$), esta dado por:

$$m'g = \frac{e_s - e}{e} mg \quad 4.19$$

En donde:

$m'g$ = peso sumergido de la fase sólida.

e_s = densidad de la fase sólida (densidad del material seco)

e = densidad del fluido.

mg = peso seco de la fase sólida

La masa total sumergida de la fase sólida (m'), esta compuesta por la masa total sumergida correspondiente al arrastre por el fondo (m'_b) y por la masa total sumergida correspondiente al arrastre en suspensión (m'_s).

$$m' = m'_b + m'_s \quad 4.20$$

Similarmente, la velocidad media de la fase sólida ($\bar{\mu}$), se puede descomponer en la velocidad media de la fase sólida que se mueve por el fondo ($\bar{\mu}_b$), y en la velocidad media de la fase sólida que se mueve en suspensión ($\bar{\mu}_s$).

$$\bar{\mu}' = \bar{\mu}'_b + \bar{\mu}'_s \quad 4.21$$

Bagnold define al porcentaje de transporte como:

$$i = i_b + i_s = \frac{e_s - e}{e} m \cdot g \cdot \bar{\mu} \quad 4.22$$

$$i_b + i_s = m'_b \cdot g \cdot \bar{\mu}_b + m'_s \cdot g \cdot \bar{\mu}_s \quad 4.23$$



En donde:

i = transporte total

i_b = porcentaje de transporte por el fondo.

i_s = porcentaje de transporte en suspensión.

Los anteriores son porcentajes dinámicos de transporte, pero para poder expresarlos como porcentajes de trabajo, es decir que el esfuerzo y la velocidad tengan la misma dirección, se necesita multiplicarlos por los factores “ A_b ” y “ A_s ” cada uno definido en la relación.

$$\frac{\text{Esfuerzo tractivo necesario para mantener acarreo}}{\text{Esfuerzo normal debido al peso sumergido del acarreo}} = A$$

El factor “ A_b ” es igual al coeficiente de fricción ($\tan \alpha$) en donde “ α ” es igual al ángulo de reposo de las partículas sólidas, por lo tanto el porcentaje de trabajo de arrastre por el fondo está dado por:

$$i_b \tan \alpha = m'_b \cdot g \cdot \mu_b \tan \alpha \quad 4.24$$

El factor “ A_s ” denominado como la contraparte de $\tan \alpha$ es igual a:

$$\frac{\omega}{\mu_s} = A_s \quad 4.25$$

En donde:

ω = Velocidad de caída o sedimentación de las partículas sólidas.

μ_s = Velocidad media de la fase sólida que se mueve en suspensión.

El porcentaje de trabajo del arrastre en suspensión se expresa como:

$$i_s \frac{\omega}{\mu_s} = m'_s \cdot g \cdot \mu_s \quad 4.26$$

Bagnold iguala el porcentaje de trabajo realizado con la potencia utilizable, en virtud de que una cierta cantidad de potencia no es utilizable, la potencia disponible debe multiplicarse por una cierta eficiencia:

Porcentaje de trabajo realizado = potencia disponible x eficiencia.

La potencia utilizable por unidad de longitud y ancho esta dada por la siguiente ecuación.

$$W \cdot e_T = \frac{\gamma \cdot Q \cdot S_0}{B} = \gamma \cdot d \cdot S_0 \cdot \dot{v} \quad 4.27$$



En donde

$W \cdot e_T$ = Potencia utilizable.

e_T = Eficiencia.

γ = Peso específico del fluido.

d = Tirante de la fase líquida.

S_0 = Pendiente.

v = Velocidad media de la fase líquida.

Si la eficiencia “ e_T ” la descomponemos en “ e_b ” factor de eficiencia asociado al transporte por el fondo y en “ e_s ” asociado al transporte en suspensión, los porcentajes de transporte por el fondo y en suspensión se pueden expresar de la forma siguiente:

$$i_b \tan \alpha = e_b \cdot W \quad 4.28$$

$$i_b = \frac{e_b \cdot W}{\tan \alpha} \quad 4.29$$

$$i_s \frac{\omega}{\mu_s} = e_s \cdot W(1 - e_b) \quad 4.30$$

$$i_s = W \cdot \frac{e_s \cdot \mu_s}{\omega} (1 - e_b) \quad 4.31$$

La obtención de la expresión para calcular el arrastre total, se logra sumando las ecuaciones 4.29 y 4.30

$$g'_{BT} = i = i_b + i_s \quad 4.31$$

$$g'_{BT} = W \left[\frac{e_b}{\tan \alpha} + \frac{e_s \cdot \mu_s}{\omega} (1 - e_b) \right] \quad 4.32$$

$$g'_{BT} = i = \text{Arrastre}_{Total}$$

La ecuación anterior es aplicable a flujo laminar y turbulento. Si el flujo es laminar el segundo término de la ecuación 4.32 desaparece, debido a que el arrastre en suspensión está en función de la turbulencia del fluido.

Quedan solamente por definir, los valores de los parámetros e_b , e_s , μ_s y $\tan \alpha$.



Por medio de una aproximación bastante buena para la mayoría de los casos, el número de parámetros se reduce a tres ($e_b, e_s, \tan \alpha$); en virtud de que el viaje de las partículas sólidas no presenta oposición, se asume que estas viajan con la misma velocidad que el fluido que las rodea. El error que se comete al sustituir la velocidad media del fluido (v) por la velocidad media de los sólidos (μ_s) es suspensión, es despreciable.

Bagnold demuestra que para un flujo turbulento el factor (e_b) esta en función de la velocidad media del fluido (v) y del diámetro de las partículas (D), como se ilustra en la figura siguiente.

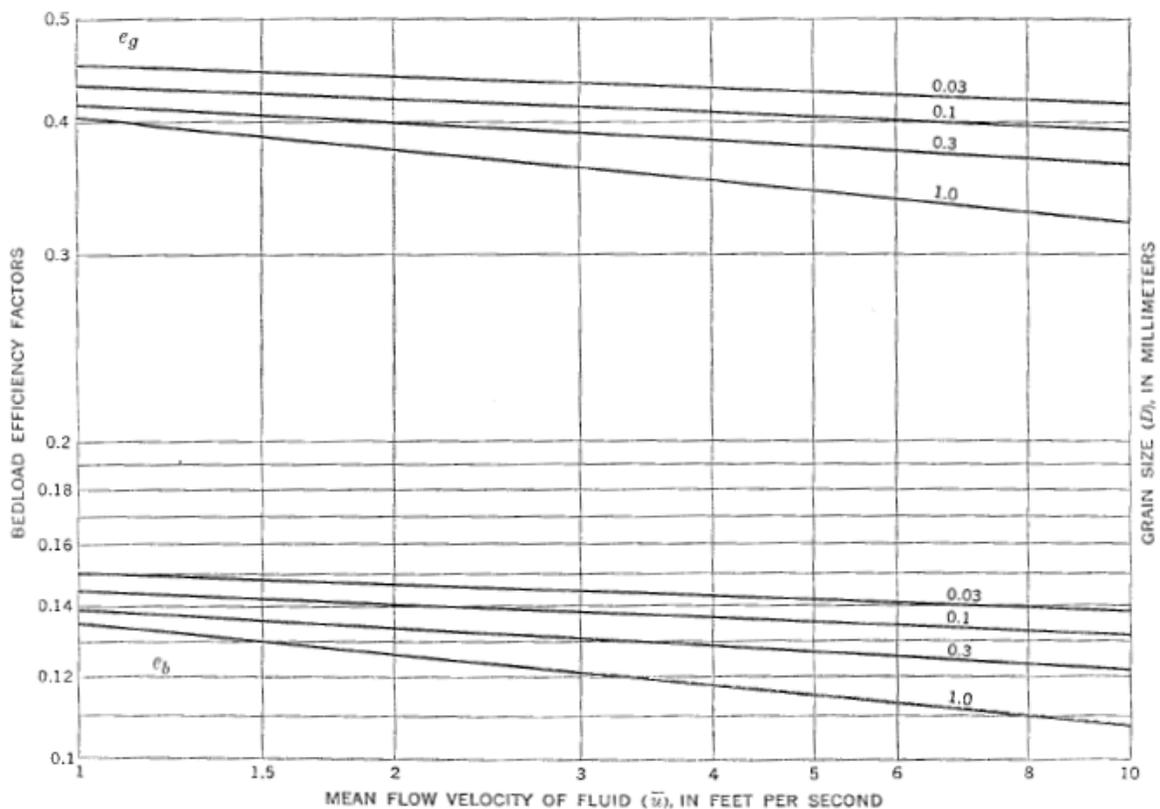


Fig. 4.6 Valores de los factores teóricos (e_b, e_s) para la eficiencia del arrastres de fondo, en función de la velocidad media del flujo, para diferentes tamaños de partículas, según Bagnold 1966



A través de datos experimentales se obtiene, que es $e_s(1-e_b)$ toma un valor de 0.01. Sustituyendo los valores de los parámetros anteriores en la ecuación 4.32 se obtiene:

$$g'_{BT} = W \left[\frac{e_b}{\tan \alpha} + 0.01 \frac{v}{\omega} \right] \quad 4.33$$

En donde:

g'_{BT} = Gasto total de la fase sólida, expresado en peso sumergido y por unidad de ancho y tiempo

W = Potencia disponible por unidad de longitud y ancho (kg m/s)

e_b = Factor de eficiencia para el transporte obtenido por el fondo se obtiene de la figura 4.6.

v = Velocidad media de la fase líquida expresada en (m/s)

ω = Velocidad de caída o sedimentación de las partículas sólidas expresa en m/s, figura 4.7

$\tan \alpha$ = Factor de fricción, se obtiene de la siguiente figura 4.8.



Fig. 4.7 Velocidad de caída o sedimentación (ω), para diferentes tamaños de granos de cuarzo, según Rubey.

Este método es aplicable para partículas sólidas con diámetros mayores de 0.015 mm.



Para expresar el gasto sólido en peso seco por unidad de ancho y de tiempo (g_{BT}) hay que multiplicar la ecuación 4.33 por el factor $\left(\frac{\gamma}{\gamma_s - \gamma}\right)$ en donde (γ_s) es el peso específico de la fase sólida en kg/m^3 y (γ) es el peso específico de la fase líquida en kg/m^3 , resultando.

$$g_{BT} = g'_{BT} \left(\frac{\gamma}{\gamma_s - \gamma} \right) \quad 4.34$$

Si es necesario expresar el gasto en volumen por unidad de ancho y tiempo (q_{BT}), hay que dividir el gasto sólido expresado en peso seco (g'_{BT}) por el peso específico de la fase sólida (γ_s):

$$q_{BT} = \frac{g_{BT}}{\gamma_s} \quad 4.35$$

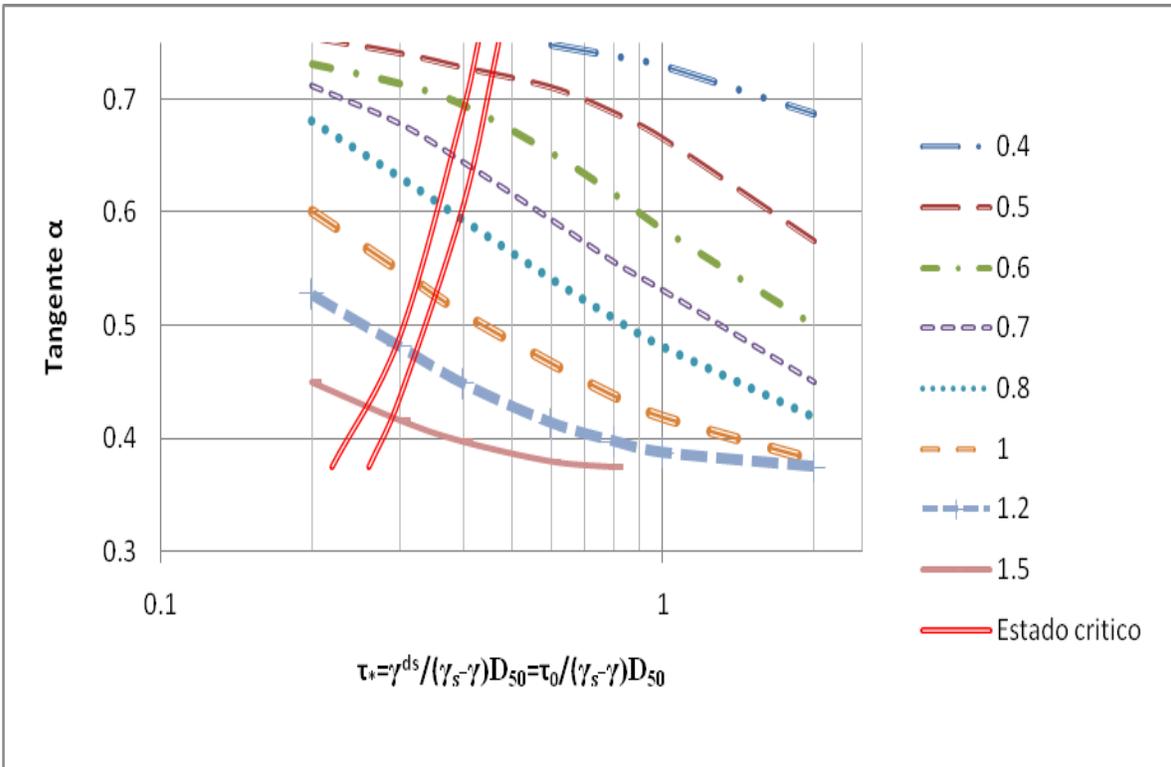


Fig. 4.8 Coeficiente de fricción según Bagnold 1966



4.6 EJEMPLO DE APLICACIÓN

A continuación se presenta un ejemplo de este método y una secuela de cálculo, que es aplicable a problemas prácticos de laboratorio.

Datos		
s_0	0.0015	
γ	1000	kg/m ³
γ_s	2650	kg/m ³
D_{50}	1.16	mm.
σ	1.2	desviación estándar
Q	2.5	m ³ /s-m

1. Se anota el diámetro (D) del material del fondo, en mm.
2. Se anota el tirante de la fase líquida en la sección en estudio, en metros.
3. Se obtiene el gasto líquido unitario (q) de la fase líquida

$$q = \frac{Q}{A}$$

En donde:

Q = gasto líquido, en m³/seg.

A = Área de la sección en estudio, en m².

4. Se calcula la velocidad media de la fase líquida:

$$\bar{v} = \frac{q}{d}$$

En donde:

\bar{v} = velocidad media de la fase líquida, en m/s.

q = se obtiene del punto 3

d = se obtiene del punto 2

5. se calcula la potencia utilizable con la siguiente expresión.

$$W = \gamma \cdot d \cdot S_0 \cdot \bar{v} \quad 4.27$$



En donde:

W = potencia utilizable, en kg-m/s.

γ = peso específico de la fase líquida, en kg/m³.

d = se obtiene del punto 2

S_0 = pendiente, es dato.

\bar{v} = velocidad media de la fase líquida se obtiene del punto 4, en m/s.

6. De la figura 4.6 se obtiene el factor de eficiencia

7. de la figura 4.8 se obtiene con ayuda de τ_* se obtiene el coeficiente $\tan \alpha$; el coeficiente τ_* se obtiene con la siguiente expresión.

$$\tau_* = \frac{\gamma \cdot d \cdot S_0}{(\gamma_s - \gamma) D_{50}} \quad 4.36$$

En donde:

γ = peso específico de la fase líquida, en kg/m³.

d = tirante de la fase líquida en la sección en estudio, en m.

S_0 = Pendiente.

γ_s = peso específico de la fase sólida, en kg/m³.

D_{50} = Diámetro cincuenta de la curva granulométrica del material del fondo, en metro.

8. De la figura 4.7 y en función del diámetro del material del fondo se obtiene la velocidad de caída o de sedimentación de las partículas sólidas (ω), en m/s.

9. Se obtiene el gasto sólido con la siguiente expresión.

$$g'_{BT} = W \left[\frac{e_b}{\tan \alpha} + 0.01 \frac{\bar{v}}{\omega} \right] \quad 4.32$$

En donde:

g'_{BT} = Gasto sólido, por unidad de ancho expresado en peso sumergido y por unidad de ancho de cauce, en kg/s-m

W = Potencia disponible por unidad de longitud y ancho (kg m/s) se obtiene del punto 5.

e_b = Factor de eficiencia para el transporte obtenido por el fondo se obtiene del punto 6.

\bar{v} = Velocidad media de la fase líquida expresada en (m/s), se obtiene del punto 4

ω = Velocidad de caída o sedimentación de las partículas sólidas expresa en m/s, se obtiene del punto 8.

$\tan \alpha$ = se obtiene del punto anterior.



10. Se obtiene el gasto sólido expresado en peso seco con la siguiente expresión:

$$g_{BT} = g'_{BT} \left(\frac{\gamma}{\gamma_s - \gamma} \right) \quad 4.34$$

g_{bt} = gasto sólido por unidad de ancho expresado en peso seco, en kg/m-s. Punto 9

γ = peso específico de la fase líquida, en kg/m³.

γ_s = peso específico de la fase sólida, en kg/m³.

11. Finalmente se calcula el gasto sólido por unidad de ancho expresado en volumen con la siguiente expresión:

$$q_{BT} = \frac{g_{BT}}{\gamma_s} \quad 4.35$$

q_{bt} = gasto sólido por unidad de ancho expresado en volumen, en m³/s.

γ_s = peso específico de la fase sólida, en kg/m³.

Los resultados obtenidos son los siguientes para cada punto antes mencionado.

1	2	3	4
Diámetro	Tirante en la fase líquida	gasto líquido unitario	velocidad media de la fase líquida
D	d	$q = Q/A$	$v = q/d$
1.16	1	2.5	2.5
m	m	m ² /s	m/s

5	6	Ec. 4.36	7
Potencia utilizable	Factor de eficiencia Fig. 4.6	τ^*	fig. 4.8
$W = \gamma d S_o v$ [Kg.-m/s.]	e_b	$\tau^* = \gamma d S_o / (\gamma_s - \gamma) D_{50}$	$\tan \alpha$
3.75	0.11	0.78369906	0.44



8	9	10	11
Fig. 4.7	con la expresión 4.32	con la expresión 4.34	con la expresión 4.35
ω [cm./seg.]	g'_{BT} [Kg./m-s]	g_{BT} [Kg./m-s]	q_{BT} [m ³ /s.]
20	0.9421875	0.57102273	0.00021548

Fig. 4.9 Resultados del método de Bagnold

La columna 11 nos da por resultado el gasto sólido por unidad de ancho en una sección supuesta de un cauce con las características necesarias para utilizar este método, por mencionar algo, si consideramos que el peso específico del cuarzo es de 2650 Kg./m³ podemos saber que en cada segundo pasan 0.57 Kg./s de material en la sección supuesta del cauce y esto ya nos da una idea clara de la cantidad de sedimentos que se podrían acumular o de la degradación del suelo de la cuenca a la que pertenezca el cauce.

Como se había mencionado en capítulos anteriores estos resultados de transporte de sedimentos en modelación son mas cualitativos que cuantitativos y aunque es difícil extrapolarlos a los prototipos, nos dan una gran visión de la acción que provocan los fluidos en situaciones de socavación o erosión para poder mitigar los posibles daños de estos fenómenos en ciertas regiones de los cauces. Aunque este tema es muy extenso, pues existen muchas mas teorías y cada una es aplicable bajo ciertas condiciones, es importante abordarlos de manera que podamos contabilizar cuantitativamente los resultados pues continuando con la investigación y modelación estos procesos tan complejos podrán llegar a comprenderse aunque sea específicamente en ciertos casos de cauces que nos interesen y merezcan nuestra atención para así llegar a soluciones optimas que impliquen costos menores en obras y así mismo disminuir los posibles desastres en los cauces.



Conclusiones.

El modelado físico ofrece muchas ventajas en comparación con los estudios numéricos pues estos hacen muchas simplificaciones y suposiciones, como son, el representar a un fluido en dos dimensiones a pesar de que el movimiento de un fluido implica siempre tres dimensiones, así como también los modelos físicos ofrecen resultados que visualmente son más fáciles de comprender y apreciar como los fenómenos de socavación, erosión, transporte y depósito de sedimentos en áreas específicas del modelo, otra ventaja encontrada con los modelos físicos es la facilidad con que se pueden modificar y manipular para posteriormente realizar pruebas con las nuevas y diferentes condiciones dentro del mismo.

Cabe aclarar que estos resultados también tienen sus limitantes en cuanto al tamaño del modelo, el cual se relaciona con el espacio con que se cuenta, equipo de bombeo, equipo de medición utilizado, personal calificado para realizar las estructuras a detalle y dependiendo del objetivo del estudio, puede o no requerirse de la distorsión y de la escala del material móvil dentro del mismo, si fuera el caso.

La elaboración de los modelos físicos es costosa, aunque en grandes obras como son las presas o puertos, este costo es mínimo comparado con el total de la obra proyectada, en estos casos la construcción de un modelo a escala es de gran ayuda porque implica tener una herramienta que orienta y muestra el posible comportamiento de las estructuras a utilizar, previniendo posibles fallas y así mismo reduciendo los riesgos que implicaría corregirlas dentro del prototipo. Es por esto que se justifica su uso, en la actualidad independientemente de que los modelos numéricos se han hecho más manejables, debido al avance tecnológico, estos aún presentan falta de precisión en sus suposiciones, sin embargo son un complemento para los estudios del comportamiento de los fluidos dentro de un modelo físico.



BIBLIOGRAFÍA.

Bagnold R.A., 1966. An approach to the sediment transport problems from general physics. Physiographic and Hydraulics Studies of Rivers.

Bernhardt, H. (1989) La familia de matemáticos Bernoulli. En Biografías de grandes matemáticos. H. Wussing & W. Arnold. Prensas Universitarias de Zaragoza.

Cengel A. Y. Cimbala. J. M, Mecánica de fluidos Fundamentos y Aplicaciones Mc. Graw Hill-Interamericana 2006

Chow, V. T. Hidráulica de canales abiertos, México 2005, McGraw Hill Interamericana, S.A.

Echavez G. A. Introducción a los Modelos Hidráulicos de Fondo Fijo.

Fay J. A. Mecánica de Fluidos. México 1996. Compañía Editorial Continental México S.A. de C.V.

Gardea H. V., Hidráulica de Canales, México, Fundación ICA, UNAM, Facultad de Ingeniería, 1999

ROCHA FELICES, Arturo Consideraciones Generales sobre los modelos hidráulicos. Boletín Técnico Laboratorio Nacional de Hidráulica, Lima, 1965.

Vergara M. A. S. Técnicas de modelación en hidráulica, 1995 México DF., Alfaomega grupo editor S.A de C.V.

White. F. M. Mecánica de Fluidos, Madrid España, McGraw Hill Interamericana de España 2008, S. A. U.

<http://fluidos.eia.edu.co/obrashidraulicas/articulos/articulopagppal.html>

<http://divulgamat.ehu.es/weborriak/historia/MateOspetsuak/JhBernoulli3.asp>
