



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE CIENCIAS

**ANÁLISIS TERMODINÁMICO DE UN COCEDOR
SOLAR DOMÉSTICO**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

FÍSICO

P R E S E N T A:

ROBERTO SUÁREZ RASPOPOV



**DIRECTOR DE TESIS:
DR. JESÚS ANTONIO DEL RÍO PORTILLA**

2011



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Jurado asignado

Presidente	Dr. Marcos Ley Koo
Vocal	Dr. Francisco Javier Solorio Ordaz
Secretario	Dr. Jesús Antonio del Río Portilla
1er. Suplente	Dr. Oscar Alfredo Jaramillo Salgado
2do. Suplente	Dr. Saúl Tapia Salinas

Lugar donde se realizó la tesis:

Centro de Investigación en Energía, Universidad Nacional Autónoma de México

Índice general

Resumen	VII
1. Introducción	1
2. Preliminares	5
2.1. Transferencia de calor	5
2.1.1. Conducción	5
2.1.2. Analogía eléctrica	6
2.1.3. Radiación	6
3. Modelo termodinámico del cocedor solar	11
3.1. Ecuación de balance	12
3.2. Energía entrante	12
3.3. Energía acumulada	12
3.4. Energía disipada	12
3.4.1. Energía disipada por conducción	13
3.4.2. Energía disipada por radiación	15
3.5. Aislante	17
3.6. Solución a la ecuación de balance	18
3.7. Evaluación numérica de la solución	19
4. Sistema de concentración y respaldo eléctrico	25
4.1. Geometría solar	25
4.1.1. Declinación solar	25
4.1.2. Sistemas de referencia	26
4.1.3. Tiempo solar	27
4.2. Espejo plano	28
4.3. Flujo de radiación reflejada	29
4.4. Evaluación numérica de la irradiancia	31
4.4.1. Ciudad de México	33
4.4.2. Tijuana	35
4.4.3. Tuxtla Gutiérrez	37
4.5. Respaldo eléctrico y comportamiento final del cocedor	40
4.5.1. Ciudad de México	41
4.5.2. Tijuana	42
4.5.3. Tuxtla Gutiérrez	42
4.5.4. Resistencia eléctrica y diseño final del cocedor	44
5. Conclusiones	47
A. Solución numérica de la ecuación de balance	49
B. Programa para el cálculo de la irradiancia	51

Resumen

En este trabajo se presentan el diseño y el análisis termodinámico de un cocedor solar para uso doméstico. El cocedor consiste de una placa circular metálica utilizada como base, una tapa de material transparente que cubre la placa metálica y una resistencia eléctrica a modo de sistema de respaldo que le suministra energía adicional en caso de insuficiencia de radiación solar.

En esta tesis se desarrolló un modelo teórico para predecir el comportamiento de la temperatura en el interior del cocedor y, así mismo, se diseñó un sistema de concentración con el propósito de disminuir el tiempo de preparación de los alimentos sin quemarlos. Este sistema de concentración consiste de un espejo rectangular plano colocado a un costado del cocedor, y su desempeño se simuló utilizando un código en FORTRAN 90 que también fué desarrollado en este trabajo. Los resultados de esta simulación muestran que es posible tener un buen rendimiento del concentrador para diferentes latitudes de la República Mexicana reajustando su posición únicamente dos veces a lo largo del año, lo cual facilita la operación del cocedor.

El resultado final es un dispositivo que alcanzará temperaturas entre 100 °C y 130 °C en un tiempo aproximado de dos horas y es capaz de preparar 4.5 Kg de comida en cuatro horas.

Capítulo 1

Introducción

Para sustentar el desarrollo económico de un país, se requieren recursos energéticos. Actualmente, la principal fuente de energía utilizada por el ser humano son los hidrocarburos, sobre todo el petróleo. Para el caso particular de México, el 85 % de la demanda energética se satisface con petróleo, lo cual se debe a su abundancia en el territorio nacional y a su relativo bajo costo de extracción. Es evidente que la producción petrolera de una región alcanza un punto máximo a partir del cual comienza a decaer, situación que ya está ocurriendo en nuestro país.

México ha sido uno de los mayores productores de petróleo a nivel mundial, sin embargo, a principios de este siglo, la producción mexicana ha alcanzado su pico máximo (2003) con una producción de 3,455,000 barriles diarios. A partir de entonces, la producción está descendiendo rápidamente (2,767,000 barriles diarios en 2008) y dado nuestro consumo actual de energéticos, se estima que en unos pocos años las reservas se habrán agotado [1].

Resulta evidente que, dada la situación energética actual es indispensable la exploración de nuevas fuentes de energía. Este trabajo se enfoca en el uso de la radiación solar como una fuente alterna de energía con el propósito de preparar alimentos.

En términos generales, las tecnologías de aprovechamiento de energía solar pueden clasificarse en *solares fotovoltaicas* y *solares térmicas*. Las primeras utilizan el efecto fotovoltaico para transformar la radiación solar en electricidad, mientras que las segundas aprovechan la radiación solar para transformarla en energía térmica. El dispositivo que se presenta en las secciones posteriores corresponde a las tecnologías del segundo tipo.

En lo que respecta al aprovechamiento de la energía solar existen actualmente diversas propuestas [2, 3]. Esta tesis fue motivada en gran medida por el trabajo de Saúl Tapia Salinas [4], en el cual se presenta otro modelo de cocedor solar y se realiza un análisis termodinámico similar al aquí presente para obtener la temperatura en el interior del dispositivo. La diferencia con este trabajo radica principalmente en el diseño tanto del dispositivo, como del sistema de concentración.

Entre otros trabajos se encuentra un modelo de horno solar tipo caja que consiste de un compartimento rectangular de madera aislado con cuatro espejos a los lados [5]. Uno de los lados de la caja consiste de una cubierta transparente por la cual entra la radiación. La novedad de ese dispositivo es que su diseño le permite operar a lo largo del año corrigiendo su posición respecto al Sol únicamente cuatro veces. Un análisis más detallado de este dispositivo se realiza en la referencia [6], donde se pone especial atención en el diseño optogeométrico de los concentradores. Para diseñar la geometría de los concentradores se utilizó la técnica de trazado de rayos bidimensional. La consideración principal es que en dos días del año, los rayos solares caerán perpendicularmente a la cubierta transparente del horno, esto implica que el horno deberá tener dos posiciones diferentes. Los ángulos de inclinación de los reflectores se calcularon tomando en cuenta que la radiación reflejada por los mismos debe caer sobre la superficie transparente del horno entre las 10:00 y las 14:00 horas. Así mismo se realiza una evaluación experimental del modelo para una latitud de $18^{\circ} 50'$ y tres días representativos (8-mar, 29-jul, 23-dic). Se observó que la contribución de cada espejo varía en función del tiempo y las discrepancias del modelo con las mediciones fué de 20 %.

En la referencia [7] se propone el diseño de una cafetera solar, donde se utiliza una antena satelital

reciclada como concentrador. Se realizó un análisis termodinámico del sistema así como una serie de pruebas para verificar la efectividad del modelo. El sistema consistió de una cafetera comercial tipo italiana que se sujeta por un brazo metálico por encima del plato de una antena satelital, el cual fue cromado para reflejar mejor la radiación solar. Para medir la temperatura en el interior del dispositivo, se utilizó un termopar, el cual se colocó en la cámara de agua de la cafetera. Se encontró que la temperatura registrada por el termopar fue casi la misma que predijo el modelo termodinámico, con un tiempo de preparación entre los 30 y 50 minutos. Este dispositivo presentó varias complicaciones debido a la dificultad de mantener el foco del plato parabólico sobre la base de la cafetera. Además, se encontró que el plato reciclado presentó una calidad óptica muy baja, ya que fué diseñado para recibir radiación con longitud de onda mucho más grande que la infrarroja.

Es importante mencionar que durante el diseño de un dispositivo solar como los antes mencionados, se debe tomar en cuenta la temperatura de cocción de los alimentos. En la referencia [8] se plantea un modelo para la cocción de un pastel tipo Genovés bajo la consideración de que se trata únicamente de un problema de difusión de calor. Posteriormente se encuentra que este modelo no se ajusta a las curvas encontradas experimentalmente. Uno de los principales defectos del primer modelo es que no se toman en cuenta los cambios de fase del pastel durante su cocción, inicialmente se trata de un fluido viscoso y al final es un sólido, además, pueden darse procesos radiativos y convectivos de transferencia de calor. Parámetros como la conductividad térmica, la densidad, calor específico y el coeficiente de convección dependen de la temperatura, y el modelo inicial tampoco toma eso en cuenta.

Para mejorar el modelo se considera que la conductividad térmica varía a lo largo del proceso de cocción, principalmente debido a la evaporación del agua a través de la superficie del pastel, provocando que la masa se seque. Se consideran dos conductividades térmicas diferentes, correspondientes a las partes seca y húmeda del pastel. Así mismo se consideran tres intervalos de cocción diferentes, en el primer intervalo el pastel está completamente húmedo, en el segundo intervalo coexisten las fases seca y húmeda, y en el tercer intervalo el pastel está seco.

En la referencia [9] se estudia la cocción de un huevo como un problema de difusión térmica. Se plantea que la cocción de un huevo está determinada por la temperatura en su centro, i.e., una vez alcanzada cierta temperatura (entre 77°C y 87°C), el huevo está listo. En los experimentos presentados en este trabajo se encuentra que la temperatura al centro del huevo en función del tiempo se ajusta a la solución obtenida para una esfera con un error del 0,7%. La temperatura a la cual está listo es de 85°C , correspondiente a un tiempo de cocción de 750 segundos. La discrepancia entre la predicción teórica y el experimento en parte se debe a que la naturaleza del huevo es coloidal e inhomogénea.

En los dos artículos anteriores, una de las dificultades para determinar las temperaturas y tiempos de cocción está en describir a las sustancias durante el proceso de cocción, pues la difusión de calor a través de ellas no permanece constante a lo largo del mismo.

Para desarrollar el modelo termodinámico de nuestro cocedor solar, tomaremos en cuenta los parámetros utilizados por Saúl Tapia Salinas en [4], considerando que la temperatura de cocción adecuada para nuestros alimentos se encuentra entre 100°C y 130°C . También, haremos las mismas consideraciones sobre las condiciones de insolación tomando el flujo de radiación solar como una constante con valor $E_0 = 800 \text{ W/m}^2$, lo cual simplificará en gran medida el análisis matemático para la obtención de nuestro modelo. Dicha constante representa un promedio sobre el tiempo del flujo total de radiación que incide sobre la región de Temixco Morelos, y por simplicidad en nuestro análisis consideraremos el mismo promedio a lo largo de la República Mexicana.

El cocedor que se presenta en esta tesis consiste esencialmente de una placa metálica circular sobre la cual se coloca una olla express y posteriormente se cubre con una cúpula de material transparente. La idea del diseño es que al incidir los rayos del Sol sobre la placa ésta transfiera calor por conducción a la olla y los alimentos, mientras que la cúpula transparente sirve para aislar la olla y la base de los alrededores reteniendo el aire caliente en su interior. En términos generales, el análisis termodinámico desarrollado en este trabajo consiste en realizar un balance global de energía y analizar las componentes de la energía que entrante, disipada y retenida por el sistema completo (cocedor y alimentos). Una vez hecho esto, se plantea la ecuación diferencial que describe la evolución de la temperatura como función del tiempo en el interior del cocedor. Posteriormente, la solución de esta ecuación diferencial es

evaluada numéricamente proponiendo los materiales de construcción y tomando en cuenta diferentes dimensiones del cocedor. Con base en los resultados de esta evaluación se escogen las medidas del cocedor para las cuales tiene un mejor desempeño.

En adición al modelo termodinámico del cocedor, en este trabajo se propone la implementación de un concentrador plano con el objetivo de acelerar el incremento de temperatura en el interior del dispositivo y reducir el tiempo de preparación de nuestros alimentos. Para este propósito, resulta necesario un análisis que tome en cuenta la posición del Sol a lo largo del día y durante las diferentes épocas del año. Conociendo el trayecto que recorre el Sol a lo largo del día se propone la orientación del espejo de modo que la radiación reflejada por este incida durante un periodo corto de tiempo sobre la base del cocedor de modo que el dispositivo alcance rápidamente la temperatura de cocción sin sobrepasarla, evitando de este modo que se quemen los alimentos. Posteriormente, se desarrolla un código en FORTRAN 90 para evaluar el desempeño del concentrador en diferentes regiones de la República Mexicana, y con base en los resultados de esta evaluación se propone la orientación del espejo para diferentes épocas del año.

Para garantizar la cocción exitosa de nuestros alimentos en cualquier día del año, se propone el uso de un sistema de respaldo que suministre energía adicional al sistema en días de baja insolación. Este sistema se constituye de una resistencia eléctrica comercial que se ubica por debajo de la base del cocedor y puede ser activada cuando la temperatura en el interior de la olla se encuentre por debajo del valor de cocción. Un sistema de este tipo se presenta en la referencia [4] y puede ser implementado de igual forma en nuestro diseño.

La estructura de esta tesis es la siguiente: en el capítulo 2 se presenta un breve marco teórico que abarca los principios de la transferencia de calor, particularmente de los mecanismos radiativo y conductivo. En el capítulo 3 se desarrolla el modelo termodinámico para la temperatura en el interior del cocedor y se realiza una evaluación numérica de dicho modelo. En el capítulo 4 se desarrolla un algoritmo para simular el comportamiento del sistema de concentración a lo largo del año y se evalúa el desempeño de nuestro modelo para las ciudades de Tijuana, Distrito Federal y Tuxtla Gutiérrez. Finalmente, los resultados de esta tesis indican que en todo el territorio nacional es factible implementar un cocedor solar como el aquí presentado, y sus principales ventajas se discuten en el capítulo 5. En el apéndice B se transcribe a código de FORTRAN 90 el algoritmo desarrollado en el capítulo 4.

Capítulo 2

Preliminares

Para describir el comportamiento térmico de un cocedor solar, necesitamos conocer los mecanismos por los cuales éste intercambia energía con el Sol y con sus alrededores. En este capítulo se presentan en forma breve las bases de la transferencia de calor revisando los mecanismos por los cuales se transfiere energía térmica.

2.1. Transferencia de calor

Existen tres formas de transferir energía térmica: por conducción, por convección y por radiación. Cualquier proceso en el cual se transfiere calor puede involucrar una o varias de esas formas de transferencia. En este trabajo consideraremos los mecanismos conductivo y radiativo.

2.1.1. Conducción

La ecuación fundamental que proporciona una relación entre el flujo de calor y el gradiente de temperaturas se basa en observaciones experimentales, y recibe su nombre por el matemático francés Joseph Fourier, quien la utilizó en su teoría analítica del calor. Para un medio homogéneo e isotrópico, la *Ley de Fourier* tiene la forma

$$\vec{q}(\vec{r}, t) = -k\nabla T(\vec{r}, t) \quad (2.1)$$

donde $T(\vec{r}, t)$ es la temperatura, $\vec{q}(\vec{r}, t)$ representa el flujo de calor por unidad de tiempo y unidad de área de una superficie isotérmica en la dirección en que decrece la temperatura, y k es una cantidad positiva denominada *conductividad térmica* del material [10]. Dado que el vector $\vec{q}(\vec{r}, t)$ apunta en la dirección en que la temperatura decrece, el signo negativo en la ecuación 2.1 se incluye para hacer del flujo de calor $\vec{q}(\vec{r}, t)$ una cantidad positiva. Cuando el flujo de calor está dado en W/m^2 , y el gradiente de temperaturas en $^{\circ}C/m$, la conductividad térmica k tiene unidades de $W/(m \cdot ^{\circ}C)$. En el sistema de coordenadas rectangulares, la ecuación 2.1 se escribe como

$$\vec{q}(x, y, z, t) = -\hat{i}k \frac{\partial T}{\partial x} - \hat{j}k \frac{\partial T}{\partial y} - \hat{k}k \frac{\partial T}{\partial z}, \quad (2.2)$$

donde \hat{i} , \hat{j} y \hat{k} son los vectores unitarios en las direcciones x , y y z respectivamente.

Es claro que el de flujo de calor para un gradiente de temperaturas dado es directamente proporcional a la conductividad térmica k del material. Por lo tanto, en el análisis de la conducción de calor la conductividad térmica es una propiedad importante, pues ésta controla el flujo de calor en un medio dado. Esta cantidad depende de cada material y puede ser aprovechada en diferentes aplicaciones. En este trabajo, se pone especial atención a la conductividad térmica de los materiales utilizados en la construcción de nuestro cocedor con el propósito de lograr una mayor eficiencia.

2.1.2. Analogía eléctrica

Las ecuaciones utilizadas para describir la transferencia de calor en un sistema de cuerpos llevan frecuentemente a relaciones de la forma

$$q = \frac{\Delta T}{R}, \quad (2.3)$$

donde q es el flujo de calor, ΔT es la diferencia de temperaturas, y R se denomina *resistencia térmica*, la cual depende del tipo de material y de su geometría. Esta ecuación tiene la misma forma que la relación que describe el flujo de corriente eléctrica

$$I_e = \frac{\Delta V}{R_e}, \quad (2.4)$$

donde ΔV corresponde a la diferencia de potencial y R_e es la resistencia eléctrica. Comparando las ecuaciones 2.3 y 2.4, encontramos que q es análoga a I_e , T es análoga a V , y R es análoga a R_e [11]. La resistencia térmica R y la diferencia de potencial ΔT dependen del mecanismo de transferencia de calor bajo consideración. Esta analogía entre transferencia de calor y transferencia de corriente eléctrica facilita frecuentemente el análisis de sistemas complejos en los que se transfiere energía térmica.

2.1.3. Radiación

En este caso, el calor se transmite entre los cuerpos a través de radiación electromagnética y la transferencia se origina debido a una diferencia de temperaturas entre ellos. El conjunto de frecuencias que corresponden a la *banda de radiación térmica* comprende desde los $0.1\mu\text{m}$ hasta los $1000\mu\text{m}$.

Sabemos que la energía radiada por un cuerpo negro está dada por la ecuación de *Stefan-Boltzmann*:

$$\dot{E}_b = \sigma AT^4 \quad (W), \quad (2.5)$$

donde A es el área de la superficie del cuerpo negro, T es su temperatura, y σ es la constante de *Stefan-Boltzmann* cuyo valor es $5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$ [13].

Consideremos una cavidad esférica como la que se muestra en la figura 2.1; A_1 y A_2 son las áreas de las superficies del cuerpo negro y de la cavidad respectivamente.

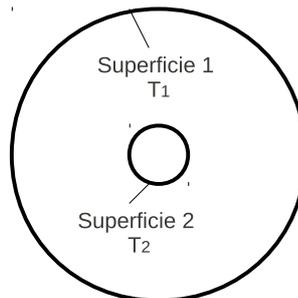


Figura 2.1: Un cuerpo negro en el interior de otro cuerpo negro.

La superficie 1 emite energía $\dot{E}_1 = A_1\sigma T_1^4$, y recibe de la superficie 2 una cantidad¹ $A_1\sigma T_2^4$. La transferencia neta de calor para la superficie 1 es

$$\dot{Q}_{net} = A_1\sigma(T_2^4 - T_1^4).$$

Si T_1 es mayor que T_2 , la superficie 1 disminuirá su temperatura debido a la pérdida neta de calor que ocurre hasta igualarse las temperaturas de las superficies. Si T_1 es menor que T_2 , la superficie 1

¹Ello se puede demostrar fácilmente utilizando la ley de reciprocidad (Ec. 2.13), y tomando en cuenta que los factores de forma son $F_{12} = F_{21} = 1$ para las dos esferas de la figura 2.1.

incrementará su temperatura.

A pesar de que existen algunas superficies y configuraciones que se aproximan bien al comportamiento de un cuerpo negro, no existen los cuerpos negros ideales. Sin embargo, es posible modelar la emisión de superficies de manera más realista a través del concepto de *cuerpo gris*. Un cuerpo gris se define a través de la ecuación

$$\dot{E}_g = \epsilon \sigma AT^4, \quad (2.6)$$

donde ϵ es llamada *emisividad de la superficie* [13]. La emisividad es una cantidad adimensional entre 0 y 1, y corresponde a la fracción de energía emitida por el cuerpo gris comparada con la que emite un cuerpo negro. La cantidad de energía absorbida por unidad de tiempo por un cuerpo gris se puede definir como

$$\dot{E}_{abs} = \alpha \sigma AT^4, \quad (2.7)$$

donde α es llamada *absortividad de la superficie* y toma valores entre 0 y 1 [13]. Si ahora consideramos la superficie 1 de la figura 2.1 como un cuerpo gris, tenemos que la transferencia de calor neta de la superficie 1 es

$$\dot{Q}_{net} = A_1 \epsilon_1 \sigma T_2^4 - A_1 \alpha_1 \sigma T_1^4.$$

Si permitimos que las superficies 1 y 2 alcancen equilibrio térmico, tendríamos que $T_1 = T_2$ y $\dot{Q}_{net} = 0$, entonces debemos tener que $\epsilon_1 = \alpha_1$, de lo contrario las temperaturas tendrían que ser diferentes. La relación

$$\alpha = \epsilon \quad (2.8)$$

se conoce como la *Ley de Kirchhoff* [13].

Consideremos ahora un cuerpo gris como en la figura 2.2.

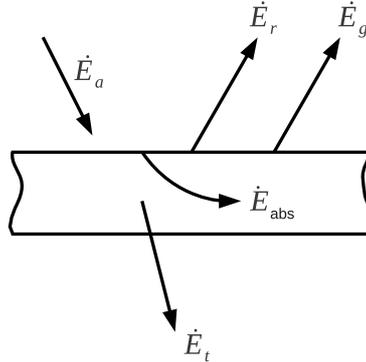


Figura 2.2: Trayectos que sigue la radiación térmica al incidir sobre un cuerpo gris.

La radiación que va dirigida hacia el cuerpo sigue uno de tres caminos: (1) es absorbida como \dot{E}_{abs} , (2) es reflejada como \dot{E}_r o, (3) es transmitida a través del material. Si consideramos a nuestro cuerpo gris como un material opaco, la componente transmitida es nula y tenemos que

$$\alpha + \rho_r = 1 \quad (2.9)$$

donde ρ_r es la *reflectividad* del material y se define a partir de la figura 2.2 como $\rho_r = \dot{E}_r / \dot{E}_a$ [13]. En materiales transparentes, la radiación puede ser transmitida y reflejada, pero no absorbida, de modo que

$$\rho_r + \tau = 1 \quad (2.10)$$

donde τ es el coeficiente de transmisión, y se define a partir de la figura 2.2 como $\tau = \dot{E}_t / \dot{E}_a$ [13].

En la práctica, todas las superficies involucran las tres componentes antes mencionadas: transmisión, reflexión y absorción, de modo que

$$\alpha + \rho_r + \tau = 1. \quad (2.11)$$

Consideremos nuevamente la figura 2.2, la radiación térmica neta que deja la superficie está dada por \dot{Q}_{net} , y para un cuerpo gris y opaco es igual a $\dot{E}_r + \dot{E}_g - \dot{E}_a$. Usando la identidad de Kirchoff (ecuación 2.8) y la definición de reflectividad obtenemos

$$\dot{Q}_{net} = \frac{\dot{E}_b/A - \xi}{(1 - \epsilon)/\epsilon A}, \quad (2.12)$$

donde ξ es la *radiosidad*, y corresponde a la radiación total que sale de la superficie por unidad de área [13].

La ecuación 2.12 puede interpretarse por el concepto de resistencias térmicas si consideramos que el término $(1 - \epsilon)/\epsilon A$ es una resistencia. Entonces, podemos usar la analogía eléctrica para ver la transferencia de calor como la corriente que fluye entre \dot{E}_b/A y ξ .

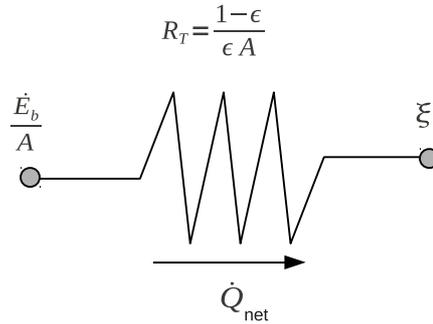


Figura 2.3: Analogía eléctrica del flujo de energía disipada por radiación de un cuerpo gris opaco.

Antes de analizar el intercambio de calor entre diferentes superficies, es necesario tomar en cuenta otro factor que interfiere en el proceso. Dos superficies que intercambian calor en forma de radiación, deben "verse" una a la otra. El *factor de forma* F_{12} , es la fracción de la superficie 1 que es visible para la superficie 2, y F_{21} es la fracción de la superficie 2 visible para la superficie 1 [13]. El factor de forma toma valores entre 0 y 1. Una relación importante entre cualquiera dos superficies es la *ley de reciprocidad*

$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21}, \quad (2.13)$$

y para un conjunto de dos o más superficies, la suma de todos los factores de forma debe ser 1, esto es

$$F_{11} + F_{12} + F_{13} + \dots = 1. \quad (2.14)$$

Si la superficie 1 es convexa, F_{11} será igual a cero, mientras que si la superficie es concava, F_{11} será igual uno. La cantidad de radiación que deja a una superficie 1 e incide sobre una superficie 2, está dada por $\xi_1 A_1 F_{12}$ y la cantidad de radiación que deja a la superficie 2 e incide en 1 es $\xi_2 A_2 F_{21}$. El intercambio neto de radiación entre las superficies está dado entonces por

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{net_{1-2}} &= \xi_1 A_1 F_{12} - \xi_2 A_2 F_{21}, \\ &= (\xi_1 - \xi_2) A_2 F_{21}, \\ &= (\xi_1 - \xi_2) A_1 F_{12}, \end{aligned}$$

donde $\dot{Q}_{net_{1-2}}$ es positivo si el flujo neto sale de la superficie 1 [13]. Usando la analogía eléctrica tenemos que

$$\dot{Q}_{net_{1-2}} = \frac{\xi_1 - \xi_2}{1/A_2 F_{21}} = \frac{\xi_1 - \xi_2}{1/A_1 F_{12}}, \quad (2.15)$$

lo cual corresponde al elemento de circuito mostrado en la figura 2.4.

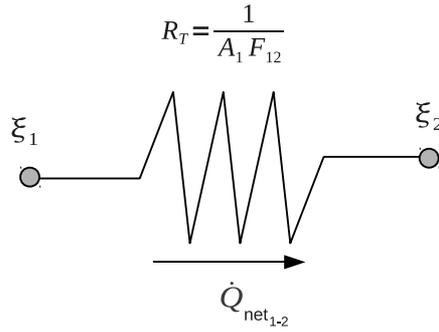


Figura 2.4: Analogía eléctrica del flujo de energía por radiación entre los potenciales ξ_1 y ξ_2 .

Entonces, para el caso de dos superficies que se ven entre ellas, podemos calcular el flujo neto de energía térmica transferida por radiación uniendo los nodos ξ_1 y ξ_2 a los potenciales de superficie \dot{E}_{b_1}/A_1 y \dot{E}_{b_2}/A_2 usando el elemento de circuito mostrado en la figura 2.3, obteniendo finalmente

$$\dot{Q}_{net_{1-2}} = \frac{\dot{E}_{b_1}/A_1 - \dot{E}_{b_2}/A_2}{\frac{1-\epsilon_1}{\epsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \frac{1-\epsilon_2}{\epsilon_2 A_2}}, \quad (2.16)$$

que corresponde al circuito mostrado en la figura 2.5 [13].

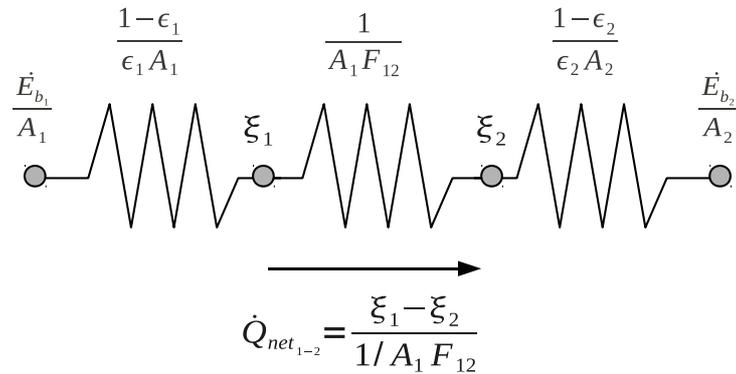


Figura 2.5: Circuito correspondiente al intercambio de calor por radiación entre dos superficies.

La ecuación de Stefan-Boltzmann junto con la relación 2.16 nos proporcionan la tasa de energía disipada por radiación desde el cocedor al ambiente como función de su temperatura interna. Esto nos permitirá plantear la ecuación diferencial para describir el comportamiento térmico de nuestro cocedor en el tiempo.

Capítulo 3

Modelo termodinámico del cocedor solar

En el presente capítulo se desarrolla un modelo físico para conocer la temperatura como función del tiempo en el interior del cocedor solar. El diseño propuesto para nuestro cocedor se presenta en la figura 3.1. La placa circular es la base del dispositivo sobre la cual se colocará una olla express con los

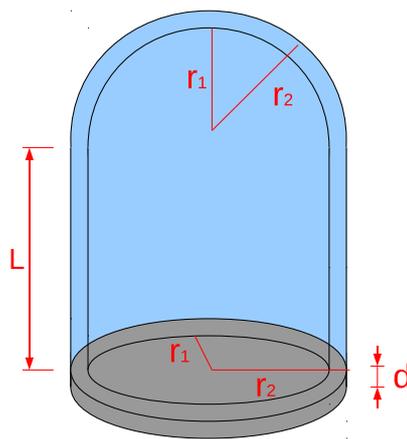


Figura 3.1: Diseño inicial del cocedor

alimentos, posterior a lo cual será cubierta con una tapadera de material transparente. La idea de este diseño es que, al ser expuesto al Sol, la tapa transparente deje pasar la radiación que será absorbida por la base metálica y la olla incrementando su temperatura.

Nótese que no se especifican tanto las medidas como los materiales de construcción del dispositivo, estos parámetros se determinarán a partir del desempeño que arroje el modelo que aquí se propone, de modo que el proceso de cocción sea eficaz.

Para encontrar la temperatura en el interior del cocedor es necesario conocer la energía que se acumula en el interior del mismo, para lo cual haremos algunas consideraciones:

1. Las superficies internas de la tapa transparente y de la base metálica del cocedor se encuentran en equilibrio térmico con el aire, la olla y los alimentos que están en su interior.
2. El dispositivo se encuentra completamente sellado de modo que no haya un flujo de aire desde el ambiente a su interior.

Para comenzar nuestro análisis, haremos un balance de energía del dispositivo apelando a la primera ley de la termodinámica:

3.1. Ecuación de balance

Por la ley de la conservación de la energía tenemos que para nuestro cocedor se debe cumplir

$$\dot{Q}_{in} - \dot{Q}_{out} = \dot{Q}_{acum},$$

donde \dot{Q} es la *tasa de transferencia de energía* en watts. Veamos cada una de las componentes de esta ecuación:

3.2. Energía entrante

Sabemos que los movimientos que realiza la Tierra a lo largo de su recorrido alrededor del Sol son la causa de que las condiciones de insolación cambien a lo largo del día, y a lo largo de las diferentes épocas del año en una región. Entonces, es claro que la cantidad de energía solar que entra en nuestro cocedor varía durante el tiempo de operación. Es por ello que en el capítulo siguiente propondremos la implementación de un sistema de respaldo eléctrico que suministre energía adicional al cocedor durante días de baja insolación.

El sistema de respaldo eléctrico puede ser utilizado para garantizar la entrada de una cantidad de energía uniforme durante el tiempo de operación. Esto nos permite a proponer que la energía entrante al sistema sea considerada como una constante \bar{E}_0 , de modo que

$$\dot{Q}_{in} = \bar{E}_0,$$

donde \bar{E}_0 lo tomaremos como el promedio de la irradiancia de la región donde se ubica el cocedor, durante un intervalo de tiempo específico [4]:

$$\bar{E}_0 = \frac{1}{(14 - 10)hrs} \int_{t=10hrs}^{t=14hrs} \dot{E}_{entra}(t) dt.$$

De esta forma, en caso de tener un día sin nubosidad por ejemplo, el Sol suministrará en promedio una cantidad de energía \bar{E}_0 y para días con nubosidad, el sistema de respaldo se encargará de mantener constante la energía que entra al sistema. En este caso consideramos el intervalo de entre las 10 y 14 horas solares que presenta los valores de insolación más altos de todo el día y además, abarca los típicos horarios de comida de la población. Como veremos más adelante, considerar constante la energía entrante al sistema simplificará considerablemente el cálculo de la solución a la ecuación de balance.

3.3. Energía acumulada

La energía acumulada en el cocedor está dada por

$$\dot{Q}_{acum} = C_{v,cocedor} \frac{dT_{in}}{dt},$$

donde T_{in} es la temperatura en el interior del cocedor, t es el tiempo y $C_{v,cocedor} = C_{v,Ollas} + C_{v,Comida} + C_{v,Vidrio} + C_{v,Base\ de\ metal} + C_{v,Aire}$ es la capacidad calorífica de los componentes del sistema la cual será considerada independiente del tiempo por simplicidad.

3.4. Energía disipada

Por simplicidad, en este trabajo consideraremos que la energía es disipada por el cocedor al ambiente a través de dos mecanismos diferentes, el conductivo y el radiativo. Tomando en cuenta el modelo

de resistencias mencionado en el capítulo 2, podemos escribir la energía disipada como el sistema de resistencias en paralelo

$$\dot{Q}_{out} = \frac{[T_{in} - T_{out}]}{R_{tot}}, \quad \frac{1}{R_{tot}} = \frac{1}{R_{conduccion}} + \frac{1}{R_{radiacion}},$$

donde T_{out} es la temperatura sobre la superficie exterior del cocedor, R_{tot} es la resistencia térmica total del sistema que incluye las componentes conductiva $R_{conduccion}$, y radiativa $R_{radiacion}$.

3.4.1. Energía disipada por conducción

Para calcular la energía disipada por conducción, nos fijamos en los componentes externos del dispositivo, esto es, la tapa de vidrio y la base de metal. Estos componentes a su vez tienen simetría axial, lo cual hace posible resolver el problema considerando la ecuación de Fourier únicamente en una dimensión

$$q = \frac{\dot{Q}}{A} = -k \frac{dT}{dx}, \quad (3.1)$$

donde q es el *flujo de calor* (W/m²) y k es la constante de conducción térmica del material.

- Base de metal (placa circular): Por conservación de la energía, la tasa de transferencia de calor debe ser la misma en ambos lados de la base, esto es

$$\dot{Q}_z = \dot{Q}_{z+dx}, \quad (3.2)$$

donde

$$\dot{Q}_z = -k_{tapa} \left(A \frac{dT}{dz} \right)_z, \quad \dot{Q}_{z+dz} = -k_{tapa} \left(A \frac{dT}{dz} \right)_{z+dz}.$$

Al expandir en serie de Taylor \dot{Q}_{z+dz} alrededor de \dot{Q}_z tenemos

$$\dot{Q}_{z+dz} = -k_{tapa} \left[\left(A \frac{dT}{dz} \right)_z + \frac{d}{dz} \left(A \frac{dT}{dz} \right)_z dz + \dots \right].$$

Ahora, si consideramos la aproximación a primer orden y sustituimos en (3.2) obtenemos

$$\frac{d}{dz} \left(A \frac{dT}{dz} \right) = 0.$$

Dado que la sección transversal de la base no varía tenemos que

$$\frac{d^2 T}{dz^2} = 0 \implies T = C_1 z + C_2.$$

Para determinar las constantes utilizamos las condiciones de frontera $T_{z=0} = T_{in}$ y $T_{z=d} = T_{out}$ obteniendo así la solución final

$$T = \frac{[T_{out} - T_{in}]}{d} z + T_{in}, \quad (3.3)$$

donde d es el grosor de la base. Sustituyendo la ecuación 3.3 en la ley de Fourier, obtenemos

$$q = \frac{k_{tapa}}{d} [T_{in} - T_{out}] \implies \dot{Q} = \frac{k_{tapa} A}{d} [T_{in} - T_{out}],$$

y por lo tanto

$$R_{base} = \frac{d}{k_{tapa} A} \quad (3.4)$$

es la resistencia térmica de la base.

- Parte superior de la tapa de vidrio (media esfera): Nuevamente, por conservación de la energía, la tasa de transferencia de calor debe ser la misma en ambos lados de tapa (Ec.3.2), para este caso

$$\dot{Q}_z = -k_{\text{vidrio}} \left(A(r) \frac{dT}{dr} \right)_r, \quad \dot{Q}_{r+dr} = -k_{\text{vidrio}} \left(A(r) \frac{dT}{dr} \right)_{r+dr}.$$

Al expandir en serie de Taylor \dot{Q}_{r+dr} alrededor de \dot{Q}_r tenemos

$$\dot{Q}_{r+dr} = -k_{\text{vidrio}} \left[\left(A(r) \frac{dT}{dr} \right)_r + \frac{d}{dr} \left(A(r) \frac{dT}{dr} \right)_r dz + \dots \right].$$

De aquí consideramos nuevamente la aproximación a primer orden y sustituimos en (3.2) obteniendo

$$\frac{d}{dr} \left(A(r) \frac{dT}{dr} \right) = 0.$$

Para el caso de una esfera, el área varía como $4\pi r^2$, dado que tenemos la mitad de una esfera, tomaremos $2\pi r^2$. Entonces

$$\frac{d}{dr} \left(2\pi r^2 \frac{dT}{dr} \right) = 0.$$

Al integrar la expresión anterior se tiene

$$\left(2\pi r^2 \frac{dT}{dr} \right) = C_1 \implies \frac{dT}{dr} = \frac{C_1}{2\pi r^2},$$

que al integrar nuevamente obtenemos

$$T = -\frac{C_1}{2\pi r} + C_2.$$

Para determinar las constantes utilizamos las condiciones de frontera $T_{r=r_1} = T_{in}$ y $T_{r=r_2} = T_{out}$, donde r_1 es el radio interno del vidrio y r_2 es el radio externo. Al establecer un sistema de ecuaciones obtenemos la solución final

$$T(r) = -\frac{[T_{in} - T_{out}]r_1r_2}{[r_1 - r_2]r} + \frac{[T_{in} - T_{out}]r_1}{r_1 - r_2} + T_{out}. \quad (3.5)$$

A partir de esto tenemos que

$$q = k_{\text{vidrio}} \frac{[T_{in} - T_{out}]r_1r_2}{[r_1 - r_2]r^2} \implies \dot{Q} = k[2\pi r^2] \frac{[T_{in} - T_{out}]r_1r_2}{[r_1 - r_2]r^2},$$

y, por lo tanto,

$$R_{\text{vid,esf}} = \frac{[r_2 - r_1]}{2\pi k_{\text{vidrio}} r_1 r_2}, \quad (3.6)$$

corresponde a la resistencia térmica de la parte esférica de la tapa de vidrio.

- Parte media de la tapa de vidrio (cilindro): Una vez más, la tasa de transferencia de calor debe ser la misma en ambos lados de la tapa por conservación de la energía (Ec.3.2), en este caso

$$\dot{Q}_z = -k_{\text{vidrio}} \left(A(r) \frac{dT}{dr} \right)_r, \quad \dot{Q}_{r+dr} = -k_{\text{vidrio}} \left(A(r) \frac{dT}{dr} \right)_{r+dr}.$$

Al expandir en serie de Taylor \dot{Q}_{r+dr} alrededor de \dot{Q}_r tenemos

$$\dot{Q}_{r+dr} = -k_{\text{vidrio}} \left[\left(A(r) \frac{dT}{dr} \right)_r + \frac{d}{dr} \left(A \frac{dT}{dr} \right)_r dz + \dots \right].$$

Considerando nuevamente la aproximación a primer orden y sustituyendo en la ecuación 3.2, obtenemos

$$\frac{d}{dr} \left(A(r) \frac{dT}{dr} \right) = 0.$$

En el caso de un cilindro, el área varía como $2\pi rL$, entonces

$$\frac{d}{dr} \left(2\pi rL \frac{dT}{dr} \right) = 0,$$

donde L es la altura del cilindro. Al integrar la expresión anterior obtenemos

$$\left(2\pi rL \frac{dT}{dr} \right) = C_1 \implies \frac{dT}{dr} = \frac{C_1}{2\pi rL},$$

expresión que al ser integrada nuevamente nos da

$$T = -\frac{C_1}{2\pi L} \ln(r) + C_2.$$

Para determinar las constantes utilizamos las condiciones de frontera $T_{r=r_1} = T_{in}$ y $T_{r=r_2} = T_{out}$ y establecemos un sistema de ecuaciones obteniendo así la solución final

$$T(r) = \frac{[T_{in} - T_{out}]}{\ln(r_1/r_2)} \ln(r/r_2) + T_{out}. \quad (3.7)$$

Y por lo tanto

$$R_{vid,cil} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi k_{vidrio}L}. \quad (3.8)$$

Ahora, dado que la base del cocedor, el cilindro y la esfera de vidrio constituyen diferentes trayectos por los que se transfiere energía, las resistencias (3.4), (3.6) y (3.8) se suman en paralelo para obtener la resistencia térmica por conducción correspondiente a las paredes del cocedor

$$\frac{1}{R_{pared}} = \left[\frac{k_{base}A_{base}}{d} + \frac{2\pi r_1 r_2 k_{vid}}{r_2 - r_1} + \frac{2\pi k_{vid}L}{\ln(r_2/r_1)} \right]. \quad (3.9)$$

La ecuación 3.9 representa el inverso de la resistencia térmica que presentan las paredes del cocedor, esta cantidad depende únicamente de la constante de conductividad térmica de los materiales y de su geometría. Ajustando apropiadamente estos parámetros podemos obtener una menor disipación de energía al exterior, incrementando de este modo la energía acumulada, lo cual a su vez implica una mayor temperatura en el interior del cocedor.

3.4.2. Energía disipada por radiación

Para calcular la energía disipada por radiación térmica, consideremos la radiación emitida por la base de metal que pasa a través del vidrio¹.

Para realizar los cálculos de transferencia de calor por radiación, nos valemos de la ley de *Stefan Boltzmann* para un *cuero gris* que está dada por la ecuación 2.6. La tasa de transferencia de energía por radiación entre dos superficies está dada por la ecuación 2.16 que podemos reescribir en la forma

$$\dot{Q} = \frac{e_{b1} - e_{b2}}{\Gamma}, \quad (3.10)$$

donde

$$\Gamma = \frac{1 - \epsilon_1}{\epsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{1-2}} + \frac{1 - \epsilon_2}{\epsilon_2 A_2},$$

¹Para simplificar el análisis, no consideramos los efectos que tiene la presencia de la olla en la energía disipada por radiación. Estos efectos y su influencia sobre la evolución de la temperatura interna del cocedor se discutirán brevemente durante la evaluación numérica de nuestro modelo.

es la resistencia correspondiente a la transferencia de calor por radiación. e_{bi} , $i = 1, 2$ corresponden a las potencias emisivas de dos cuerpos negros a temperaturas T_i , $i = 1, 2$, F_{1-2} es el factor de forma entre las superficies 1 y 2, y A_i , $i = 1, 2$ son las áreas de dichas superficies.

Al utilizar el modelo de resistencias, podemos escribir la transferencia de calor por radiación desde la base hasta el ambiente como un esquema en serie:

$$\Gamma_{tot} = \Gamma_{1-2} + \Gamma_{2-3},$$

donde cada una de las superficies es representada en la figura 3.2

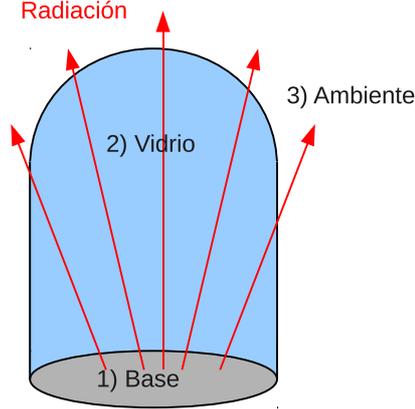


Figura 3.2: Las superficies que se consideran para calcular la pérdida energética por radiación son la base del cocedor, la cubierta transparente y el ambiente.

$$\begin{aligned}\Gamma_{1-2} &= \frac{1 - \epsilon_1}{\epsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{1-2}} + \frac{1 - \epsilon_2}{\epsilon_2 A_2}, \\ \Gamma_{2-3} &= \frac{1 - \epsilon_2}{\epsilon_2 A_2} + \frac{1}{A_2 F_{2-3}} + \frac{1 - \epsilon_3}{\epsilon_3 A_3}.\end{aligned}$$

Para simplificar la última ecuación, podemos considerar el ambiente como un cuerpo negro tomando $\epsilon_3 = 1$, por lo que el último término de la segunda ecuación es nulo. Los factores de vista se pueden obtener tomando en cuenta que las superficies involucradas deben cumplir las relaciones de suma

$$F_{1-1} + F_{1-2} = 1 \quad \text{y} \quad F_{2-2} + F_{2-3} = 1.$$

Como la superficie 1 es una superficie plana entonces $F_{1-1} = 0$, por lo cual $F_{1-2} = 1$. La superficie 2 vista desde el exterior es convexa, por lo que $F_{2-2} = 0$, entonces $F_{2-3} = 1$. Además de las relaciones de suma se deben cumplir las relaciones de reciprocidad

$$A_1 F_{1-2} = A_2 F_{2-1} \quad \text{y} \quad A_2 F_{2-3} = A_3 F_{3-2}.$$

De la primera relación se obtiene directamente que $F_{2-1} = \frac{A_1}{A_2}$. Ahora, podemos pensar en el ambiente como una superficie que envuelve completamente a la tapa de vidrio, por lo tanto toda la radiación que emite el vidrio al exterior, va a dar al ambiente, entonces $F_{2-3} = 1$.

Con base en las consideraciones anteriores podemos reescribir Γ_{tot} :

$$\begin{aligned}\Gamma_{tot} &= \Gamma_{1-2} + \Gamma_{2-3}, \\ &= \left[\frac{1 - \epsilon_1}{\epsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1} + \frac{1 - \epsilon_2}{\epsilon_2 A_2} \right] + \left[\frac{1 - \epsilon_2}{\epsilon_2 A_2} + \frac{1}{A_2} \right].\end{aligned}\tag{3.11}$$

Ahora, podemos reescribir la ecuación 3.10 en términos de las temperaturas de las superficies:

$$\begin{aligned}\dot{Q} &= \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\Gamma_{tot}}, \\ &= \frac{\sigma(T_1 + T_2)(T_1^2 + T_2^2)}{\Gamma_{tot}}[T_1 - T_2],\end{aligned}$$

y por lo tanto, podemos expresar la resistencia térmica por radiación entre dos cuerpos como

$$\frac{1}{R_{radiacion}} = \frac{\sigma(T_1 + T_2)(T_1^2 + T_2^2)}{\Gamma_{tot}}. \quad (3.12)$$

Nótese de la expresión anterior que la resistencia térmica por radiación es dependiente tanto de la temperatura ambiente, como de la temperatura en el interior del cocedor.

3.5. Aislante

Recordemos de la experiencia cotidiana, que si se tiene una sustancia caliente en un recipiente de vidrio o de metal, la superficie exterior del recipiente se encuentra a una temperatura cercana a la que posee la sustancia contenida. Esto se debe a la alta conductividad térmica de estos materiales, lo cual hace necesario alejarse cierta distancia de la superficie del recipiente para estar a temperatura ambiente. Estrictamente hablando, la disipación de calor desde la superficie externa del cocedor al ambiente está dada por una combinación de procesos conductivos y convectivos. Esto dificulta significativamente el análisis debido a la complejidad de calcular el coeficiente de transferencia de calor convectivo h presente en la *ley de enfriamiento de Newton*² para la geometría de nuestro cocedor. Además, durante el tiempo de operación del dispositivo pueden darse casos de convección forzada³ provocados por corrientes de aire en diferentes direcciones, lo cual alterará constantemente el valor del coeficiente h . Por estas razones, en este trabajo se propone realizar una estimación de h , al considerar que existe una capa de aire efectiva de unos cuantos centímetros que transfiere energía térmica del cocedor al ambiente únicamente por conducción. Esta capa de aire actúa a modo de un aislante que está en contacto con la superficie del cocedor, y la parte externa de dicha capa se encuentra a temperatura ambiente. Está claro que esto es solamente una aproximación, sin embargo la selección apropiada del espesor de la capa de aire dará una aproximación razonable para el valor de h .

Tomando en cuenta la aproximación anterior, en el término de energía disipada

$$\dot{Q}_{out} = \frac{[T_{in} - T_{out}]}{R_{tot}},$$

consideraremos un factor extra de resistencia conductiva correspondiente a una capa de aislante

$$\frac{1}{R_{tot}} = \frac{1}{R_{pared} + R_{aislante}} + \frac{1}{R_{radiacion}}, \quad (3.13)$$

donde en $R_{aislante}$ tomaremos en cuenta una capa de aire rodeando la superficie de vidrio y también una capa de aislante comercial por debajo de la base metálica del cocedor. De este modo, además de reducir la tasa de transferencia por conducción, evitaremos la disipación por radiación directa desde la base metálica al ambiente. En la figura 3.3 se muestra el diagrama de resistencias correspondiente al sistema completo constituido por las paredes del cocedor y la capa aislante. Dado que los componentes aislantes tienen la misma geometría que los componentes externos del cocedor, podemos considerar los mismos cálculos de la sección anterior:

²La ley de enfriamiento de Newton está dada por $q = h(T_{superficie} - T_{ambiente})$, donde q es el flujo de calor convectivo y h es el coeficiente de transferencia convectivo, el cual depende de la geometría de la superficie y del tipo de flujo.

³Cuando el flujo convectivo es causado por fuentes externas como el viento, un ventilador o una bomba.

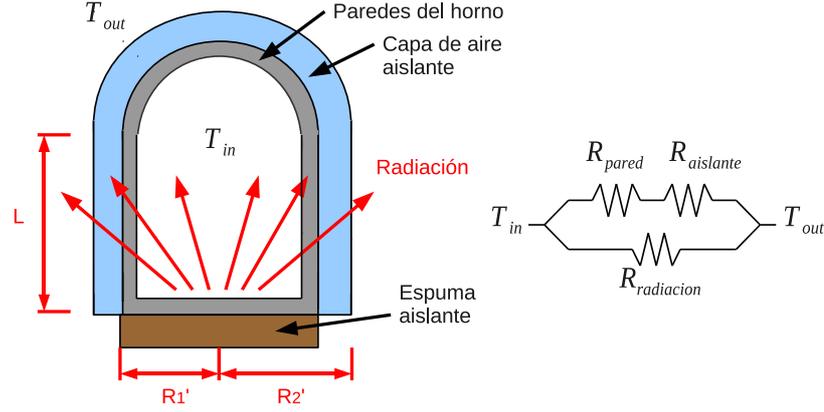


Figura 3.3: Diagrama de resistencias para las partes conductiva y radiativa.

- Capa de espuma aislante en la base

$$R_{espuma} = \frac{d'}{k_{base\ aislante} A_{base}}, \quad (3.14)$$

donde d' es el grosor de la capa de espuma.

- Esfera de aire

$$R_{aire, esf} = \frac{[r'_2 - r'_1]}{2\pi k_{aire} r'_1 r'_2}, \quad (3.15)$$

donde r'_1 y r'_2 corresponden a los radios interno y externo de la esfera de aire respectivamente.

- Cilindro de aire

$$R_{aire, cil} = \frac{\ln(r'_2/r'_1)}{2\pi k_{aire} L}, \quad (3.16)$$

donde r'_1 y r'_2 corresponden a los radios interno y externo del cilindro respectivamente, y L tiene la misma magnitud que la altura del cilindro de vidrio.

Ahora, al sumar las resistencias (3.14), (3.15) y (3.16) en paralelo, obtenemos la resistencia térmica por conducción a través de la capa aislante

$$\frac{1}{R_{aislante}} = \left[\frac{k_{base\ aislante} A_{base}}{d'} + \frac{2\pi k_{vid} r'_1 r'_2}{r'_2 - r'_1} + \frac{2\pi k_{aire} L}{\ln(r'_2/r'_1)} \right]. \quad (3.17)$$

Además de considerar los factores de resistencia de los aislantes, también debemos considerar sus capacidades caloríficas ya que también forman parte del sistema:

$$\dot{Q}_{acum} = C_{v,tot} \frac{dT_{in}}{dt},$$

donde $C_{v,tot} = C_{v,cocedor} + C_{v,aislante}$ es la capacidad calorífica total del sistema.

3.6. Solución a la ecuación de balance

Sustituyendo las componentes de energía entrante, acumulada y disipada en la ecuación de balance obtenemos

$$A_{base} \bar{E}_0 - \frac{T_{in} - T_{out}}{R_{tot}} = C_{v,tot} \frac{dT_{in}}{dt}, \quad (3.18)$$

donde T_{in} y T_{out} son las temperaturas interna y externa respectivamente. Esta es la ecuación diferencial que describe la evolución de la temperatura interna del cocedor como función del tiempo.

Recordemos que la componente radiativa de la resistencia total en la ecuación 3.18 depende de la temperatura interna del cocedor, lo cual la vuelve muy complicada de resolver analíticamente, pues contiene términos cúbicos, cuadráticos y lineales de T_{in} . Es por esto que proponemos simplificar el problema tomando como constante la resistencia total, el término de resistencia radiativa será evaluado como un promedio a lo largo del tiempo de operación del cocedor⁴.

Tomando en cuenta la simplificación anterior, podemos reescribir la ecuación 3.18 despejando los términos que contienen a la temperatura interna T_{in}

$$\left[\frac{A_{base}\bar{E}_0}{C_{v,tot}} + \frac{T_{out}}{C_{v,tot}R_{tot}} \right] = \frac{dT_{in}}{dt} + \frac{T_{in}}{C_{v,tot}R_{tot}},$$

y definimos las constantes

$$A = \frac{1}{C_{v,tot}R_{tot}} \quad \text{y} \quad B = \frac{A_{base}\bar{E}_0}{C_{v,tot}} + \frac{T_{out}}{C_{v,tot}R_{tot}}.$$

Estos coeficientes le dan una forma más simple a la ecuación de balance y facilitan su integración al considerar el factor integrante e^{-At} , lo cual da como resultado

$$T_{in} = C_1 e^{-At} + \frac{B}{A}. \quad (3.19)$$

Al imponer la condición inicial $T_{in, t=0} = T_{out}$ se calcula el valor de la constante C_1 , y al sustituir los respectivos valores de A y B obtenemos finalmente

$$T_{in} = -A_{base}\bar{E}_0R_{tot}e^{-\frac{t}{C_{v,tot}R_{tot}}} + A_{base}\bar{E}_0R_{tot} + T_{out}, \quad (3.20)$$

donde $A_{base}\bar{E}_0R_{tot} + T_{out}$ es el valor máximo al cual tiende la temperatura en el interior del cocedor. La ecuación 3.20 nos proporciona temperatura como función del tiempo y corresponde a la expresión matemática de nuestro modelo termodinámico. Esta expresión, también nos muestra la forma en la que la temperatura interna depende de factores como la geometría y los materiales de construcción del cocedor. A continuación, realizaremos una evaluación numérica de nuestra solución proponiendo los materiales de construcción y dimensiones del dispositivo.

3.7. Evaluación numérica de la solución

El objetivo de evaluar numéricamente a nuestra solución es observar la forma en la que los componentes del cocedor influyen en la forma en que evoluciona la temperatura interna en el tiempo. Por ello, realizaremos una serie de pruebas variando las dimensiones de los componentes del sistema empezando por el tamaño de la base del cocedor, ya que determina la cantidad de energía entrante al sistema y a su vez, el tamaño de la cubierta transparente y los aislantes.

Para definir las dimensiones del cocedor, tomaremos en cuenta que deberá ser capaz de contener una olla express ordinaria cuyas dimensiones típicamente son 17cm de radio y 20cm de altura [4]. Evaluaremos el comportamiento de la temperatura interna del cocedor considerando los tres diferentes tamaños mostradas en la tabla 3.1. Estos tamaños se escogieron cercanos a las dimensiones de la olla con el propósito de facilitar la operación del dispositivo. Los grosores de la base, el vidrio y la capa aislante fueron considerados iguales en los tres casos, y las dimensiones de esta última se presentan en la tabla 3.2.

Una vez definidas las dimensiones del cocedor y la capa aislante, necesitamos especificar los materiales

⁴La ecuación diferencial de balance puede resolverse sin hacer ninguna simplificación implementando en una computadora alguno de los métodos de integración numérica existentes. En el apéndice A se compara la gráfica de la solución 3.19 con la gráfica obtenida al aplicar Runge-Kutta de cuarto orden a la ecuación 3.18 sin hacer ninguna simplificación.

¹Para estos tamaños de la base no es necesario utilizar la parte cilíndrica de la cúpula de vidrio para contener la olla, la parte esférica del vidrio basta para cubrirla por completo.

Parámetro	Prueba 1	Prueba 2	Prueba 3
r_1 (m)	0.200	0.265	0.320
r_2 (m)	0.203	0.268	0.323
L (m)	0.070	0 ¹	0 ¹
d (m)	0.005	0.005	0.005

Cuadro 3.1: La evaluación numérica de la solución se realizó para tres casos variando los parámetros del cocedor. Esta tabla presenta las dimensiones del cocedor utilizadas en cada prueba.

Parámetro	Prueba 1	Prueba 2	Prueba 3
r'_1 (m)	0.203	0.268	0.323
r'_2 (m)	0.233	0.298	0.353
L' (m)	0.070	0 ¹	0 ¹
d' (m)	0.030	0.030	0.030

Cuadro 3.2: Esta tabla presenta las dimensiones de la capa aislante que rodea al cocedor correspondientes a cada prueba.

de construcción del cocedor. En este trabajo se propone la implementación de vidrio Pyrex, aluminio y lana de roca debido a que son materiales comunes en la industria y son de relativo bajo costo; sus propiedades físicas se presentan en la tabla 3.3.

Tomando en cuenta las densidades y calores específicos de los materiales mostrados en la tabla 3.3, se calcularon las capacidades caloríficas de los componentes del sistema en cada prueba y se muestran en las tablas 3.4, 3.5 y 3.6.

Componente	Material	ρ (Kg/m ³)	C_p (J/Kg*K)
Cubierta transparente	Vidrio Pyrex	2500.00	750
Base metálica	Aluminio	2698.40	900
Base Aislante	Lana de Roca	165.00	840

Cuadro 3.3: Esta tabla presenta los materiales de construcción del cocedor, sus densidades y calores específicos.

Prueba 1					
Elemento	V (m ³)	ρ (kg/m ³)	M (kg)	C_p (J/kg*K)	C_i (J/K)
Olla	²	²	2.35	903.00	2122.00
Base Al	0.001	2698.40	1.74	900.00	1572.03
Vidrio	0.001	2500.00	2.58	750.00	1933.55
Agua	²	²	2.00	4220.00	8440.00
Comida	²	²	2.50	850.00	2125.00
Aire	0.037	1.18	0.04	1012.00	44.66
B.Aislante	0.004	165.00	0.64	840.00	538.30

Cuadro 3.4: Esta tabla presenta el volumen, densidad, masa, calor específico y capacidad calorífica de cada componente del cocedor para las medidas especificadas en la prueba 1.

La capacidad calorífica total del sistema en cada prueba se presenta en la tabla 3.7. Finalmente, para evaluar las resistencias térmicas por conducción es necesario conocer las conductividades térmicas de los elementos del cocedor, las cuales se presentan en la tabla 3.8. La resistencias térmicas de las tres pruebas se muestran en la tabla 3.9 y se calcularon utilizando las ecuaciones 3.9 y 3.17.

²Las capacidades caloríficas de la olla, el agua y los alimentos que contiene se tomaron directamente del trabajo de Saúl Tapia Salinas [4]. Por esta razón no se especifican sus volúmenes y tampoco sus densidades.

Prueba 2					
Elemento	V (m ³)	ρ (kg/m ³)	M (kg)	C_p (J/kg*K)	C_i (J/K)
Olla	2	2	2.35	903.00	2122.00
Base Al	0.001	2698.40	3.04	900.00	2739.93
Vidrio	0.001	2500.00	3.35	750.00	2510.17
Agua	2	2	2.00	4220.00	8440.00
Comida	2	2	2.50	850.00	2125.00
Aire	0.054	1.18	0.06	1012.00	64.59
B. Aislante	0.007	165.00	1.12	840.00	938.22

Cuadro 3.5: Esta tabla presenta el volumen, densidad, masa, calor específico y capacidad calorífica de cada componente del cocedor para las medidas especificadas en la prueba 2.

Prueba 3					
Elemento	V (m ³)	ρ (kg/m ³)	M (kg)	C_p (J/kg*K)	C_i (J/K)
Olla	2	2	2.35	903.00	2122.00
Base Al	0.002	2698.40	4.42	900.00	3979.92
Vidrio	0.002	2500.00	4.87	750.00	3653.16
Agua	2	2	2.00	4220.00	8440.00
Comida	2	2	2.50	850.00	2125.00
Aire	0.090	1.18	0.11	1012.00	107.69
B. Aislante	0.010	165.00	1.62	840.00	1362.83

Cuadro 3.6: Esta tabla presenta el volumen, densidad, masa, calor específico y capacidad calorífica de cada componente del cocedor para las medidas especificadas en la prueba 3.

Capacidades caloríficas totales (J/K)	
Prueba 1	16775.54
Prueba 2	18939.90
Prueba 3	21790.6

Cuadro 3.7: Esta tabla muestra la capacidad calorífica total del sistema para las tres pruebas.

Conductividades térmicas (W/K*m)	
K_{vid}	0.60
$K_{base,aluminio}$	237.00
$K_{base\ aislante}$	0.04
K_{aire}	0.02

Cuadro 3.8: Esta tabla muestra las conductividades de los materiales de construcción del cocedor en (W/K*m).

Resistencias por conducción (K/W)	
Prueba 1	2.30
Prueba 2	1.57
Prueba 3	1.09

Cuadro 3.9: Esta tabla muestra la resistencia por conducción correspondiente a cada prueba en (K/W).

Para calcular la resistencia térmica radiativa utilizamos las ecuaciones 3.11 y 3.12, donde debemos considerar las emisividades de los materiales de la base y la tapa transparente. Tomaremos en cuenta que tanto la base como la olla estarán cubiertas con pintura negra para reflejar la menor cantidad de radiación solar posible, la emisividad de la pintura utilizada y del vidrio se muestran en la tabla 3.10. Recordemos que en la sección 3.4, durante análisis de la energía disipada por radiación, no se tomó en

Material	Emisividad
Vidrio Pyrex	0.91
Pintura negra	0.9

Cuadro 3.10: Esta tabla presenta las emisividades de la base y la cubierta transparente.

cuenta la presencia de la olla por cuestiones de simplicidad. Una forma de estimar la cantidad de energía que disipa el cocedor por radiación en presencia de la olla, es sumando al área de la base del cocedor el área de la superficie lateral de la olla. El hecho de que la superficie incrementada de la base del cocedor sigue siendo plana proporciona una cota superior sobre la energía radiada porque el factor de forma consigo misma permanece nulo. Al colocar la olla en el interior del cocedor, se incrementa la superficie interna que radia energía al exterior, sin embargo, el factor de forma entre la olla y la fracción de la base del cocedor que esta no cubre no es nulo. Esto implica que la olla además de radiar energía al exterior también intercambia radiación con una porción de la base del cocedor. Entonces, si consideramos un incremento en el área de la base del cocedor manteniendo la superficie plana sobreestimaremos la cantidad de energía que se disiparía al colocar la olla. Al realizar estos cálculos para cada prueba, se encontró que el comportamiento de la temperatura interna del cocedor no cambió considerablemente, salvo que la temperatura máxima que alcanza el dispositivo se ve disminuida entre 5 y 10 grados. Esto no representa un cambio significativo en los resultados obtenidos sin considerar el área de la olla, ya que la temperatura máxima que se logra en el dispositivo se mantiene en el régimen de cocción, y por ello, estas estimaciones no se presentan en este trabajo. Observemos que la ecuación 3.12 depende de la temperatura, y dado que la temperatura en el interior del cocedor cambia con el tiempo, la resistencia radiativa no se mantiene constante durante el proceso de cocción. Por ello, consideraremos su valor promedio respecto a la temperatura interna del dispositivo. La tabla 3.11 muestra los valores de R_{rad} y el promedio para cada prueba desde 296 K hasta 426 K con incrementos de 10 K. Finalmente, se calcula la resistencia total utilizando la ecuación 3.13, y los

Resistencias por radiación (K/W)			
Temperatura	Prueba 1	Prueba 2	Prueba 3
296	2,06	1,39	0,89
306	1,96	1,24	0,85
316	1,86	1,17	0,81
326	1,77	1,12	0,77
336	1,69	1,06	0,73
346	1,61	1,01	0,70
356	1,53	0,96	0,66
366	1,46	0,92	0,63
376	1,39	0,88	0,60
386	1,32	0,84	0,57
396	1,26	0,80	0,55
406	1,21	0,76	0,52
416	1,15	0,73	0,50
426	1,10	0,69	0,48
Promedio	1,53	0,96	0,66

Cuadro 3.11: Esta tabla muestra la resistencia por radiación promedio correspondiente a cada prueba en (K/W).

resultados se muestran en la tabla 3.12. Ahora, considerando las mismas condiciones de insolación utilizadas en la referencia [4], donde el flujo de radiación solar está dado por $\bar{E}_0 = 800 \text{ W/m}^2$, y tomando en cuenta únicamente el área de la base del cocedor, podemos conocer la energía que entra al sistema en cada prueba.

Al sustituir estos valores en nuestro modelo termodinámico (Ec. 3.20), y al considerar que la temper-

Resistencias totales (K/W)	
Prueba 1	0.92
Prueba 2	0.60
Prueba 3	0.41

Cuadro 3.12: Esta tabla muestra la resistencia total correspondiente a cada prueba en (K/W).

atura ambiente es de 296 K obtenemos

$$T_{in} = \left\{ -95,01e^{-(6,49 \times 10^{-5})t} + 95,01 + 296 \right\} K \quad \text{Prueba 1,} \quad (3.21)$$

$$T_{in} = \left\{ -107,78e^{-(8,84 \times 10^{-5})t} + 107,78 + 296 \right\} K \quad \text{Prueba 2,} \quad (3.22)$$

$$T_{in} = \left\{ -108,06e^{-(1,11 \times 10^{-4})t} + 108,06 + 296 \right\} K \quad \text{Prueba 3.} \quad (3.23)$$

La figura 3.4 muestra las gráficas de las ecuaciones 3.21, 3.22 y 3.23, las cuales representan la evolución de la temperatura interna del cocedor como función del tiempo para cada una de las tres pruebas.

Lo primero que notamos de la figura 3.4, es que el incremento de temperatura interna en la prueba

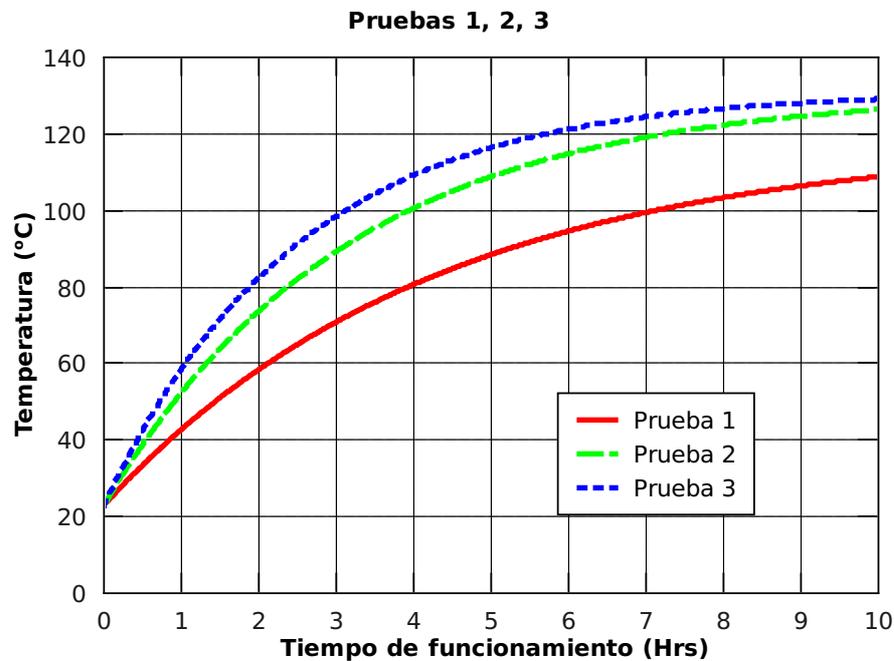


Figura 3.4: Las tres gráficas muestran la evolución de la temperatura ($^{\circ}C$) en el interior del cocedor como función del tiempo (Hrs).

1, es considerablemente inferior al de las otras dos. Esto se debe a que, a pesar de que su resistencia térmica es mayor (ver tabla 3.12), el tamaño de su base es inferior al de los otros dos casos, lo que da como resultado una menor captación de energía solar y a su vez de una temperatura máxima inferior, provocando que el crecimiento de la temperatura interna sea lento. En cambio, si comparamos las pruebas 2 y 3, notamos una menor diferencia entre ellas. La razón de ello es que, a pesar de que en la prueba 3 se tiene una mayor área de captación de energía solar, su resistencia térmica es menor que en la prueba 2. Esta disminución en la resistencia térmica se debe al incremento del tamaño del dispositivo, y da como resultado que la temperatura máxima no sea significativamente mayor a la obtenida en la prueba dos y a su vez, un crecimiento similar de la temperatura interna.

En los cálculos posteriores, consideraremos las dimensiones del cocedor correspondientes a la prueba dos, ya que tendremos un crecimiento de la temperatura interna cercano al de la prueba tres, ahorrando

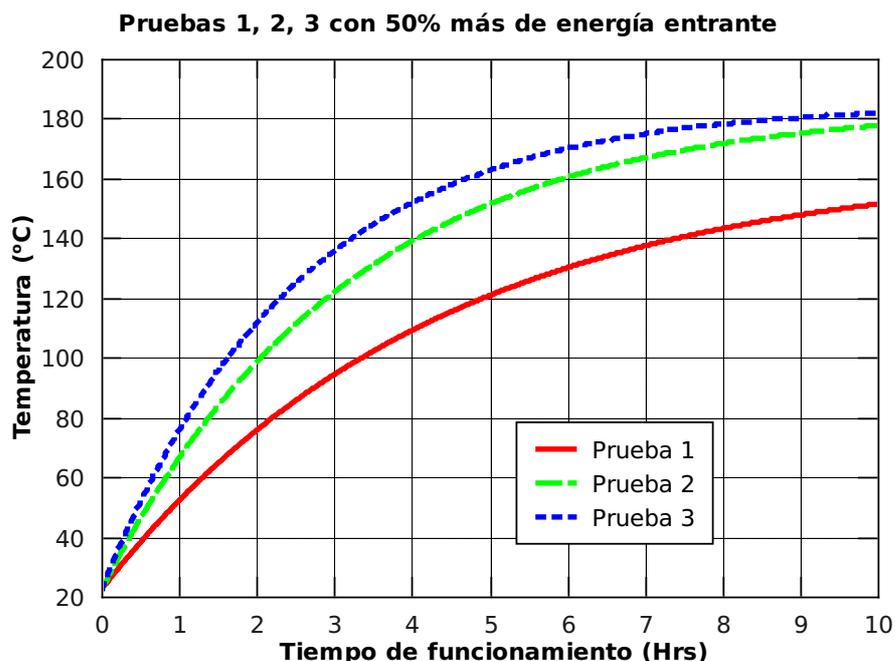


Figura 3.5: Las tres gráficas muestran la evolución de la temperatura($^{\circ}C$) en el interior del cocedor como función del tiempo (Hrs), cuando la energía entrante se incrementa en un 50%.

a la vez materiales de construcción.

Podemos observar de la figura 3.4 que el tiempo en el que el dispositivo alcanza una temperatura cercana a la de cocción ($100^{\circ}C$) supera las 3 horas en el mejor de los casos. Es un tiempo demasiado largo si consideramos que la irradiación máxima ocurre durante 4 horas. Una forma de solucionar este problema es disminuyendo la capacidad calorífica del dispositivo modificando los materiales de construcción. De este modo, el término $e^{-\frac{t}{C_{v_{tot}}R_{tot}}}$ presentaría un decaimiento más lento, haciendo más rápido el incremento de la temperatura.

Otra forma de solucionar el problema es incrementando la energía que entra en el sistema. La figura 3.5 presenta la temperatura en función del tiempo cuando la energía entrante en el cocedor se incrementa en un 50% durante todo el tiempo de operación. De esta gráfica podemos observar que el dispositivo alcanza $100^{\circ}C$ en un tiempo inferior a las dos horas, sin embargo, posterior a las tres horas alcanza temperaturas por encima de los $130^{\circ}C$, lo cual podría quemar los alimentos. Esto nos motiva a diseñar un sistema de concentración que acelere el incremento de la temperatura durante un periodo de tiempo corto hasta alcanzar la temperatura de cocción, posterior a lo cual deje de funcionar previniendo que se quemen los alimentos. Este sistema se presenta en el capítulo siguiente.

Capítulo 4

Sistema de concentración y respaldo eléctrico

El propósito del sistema de concentración desarrollado en las siguientes secciones es acelerar el incremento de la temperatura en el interior del cocedor descrito anteriormente. Al observar de la figura 3.5 del capítulo anterior, notamos que un incremento de la energía entrante conlleva a un incremento en la temperatura máxima que alcanzará el dispositivo. Esto implica que a partir de cierto punto el cocedor superará la temperatura de desnaturalización¹ de los alimentos provocando que se quemen y pierdan sus propiedades nutritivas.

En este capítulo proponemos la implementación de un espejo plano para acelerar el incremento de temperatura durante un intervalo corto de tiempo, después del cual dejará de funcionar. De este modo, el cocedor alcanzará la temperatura de cocción en un tiempo menor sin quemar los alimentos. A partir del momento en que deje de funcionar el espejo, supondremos que el cocedor funcionará a temperatura de cocción por lo menos durante 2 horas para garantizar la preparación exitosa de nuestros alimentos. Además del sistema de concentración, propondremos un sistema de respaldo eléctrico que suministre energía adicional al sistema durante días de baja insolación.

4.1. Geometría solar

Para colocar de manera apropiada un espejo que refleje radiación extra al interior del cocedor, es indispensable conocer la posición del Sol a diferentes horas del día. El flujo de energía incidente en el espejo depende de factores como la declinación, la posición específica del espejo en el globo terrestre y el movimiento rotacional de la tierra sobre su eje.

4.1.1. Declinación solar

Se conoce como plano ecuatorial al plano que pasa por el centro de la tierra y es perpendicular a su eje de rotación. La declinación solar δ es el ángulo que forma el plano ecuatorial con el Sol (ver figura 4.1).

Es posible calcular el valor de la declinación para cualquier día del año a través de la expresión

$$\delta = 23,45^\circ \sin \left(\frac{360}{365} (284 + n) \right), \quad (4.1)$$

donde n representa el día del año a partir del 1 de enero [4]. La declinación solar alcanza los valores máximo y mínimo correspondientes a $\pm 23,45^\circ$.

¹Temperatura a la que las proteínas de los alimentos sufren cambios estructurales que permiten que estas sean digeridas con mayor facilidad.

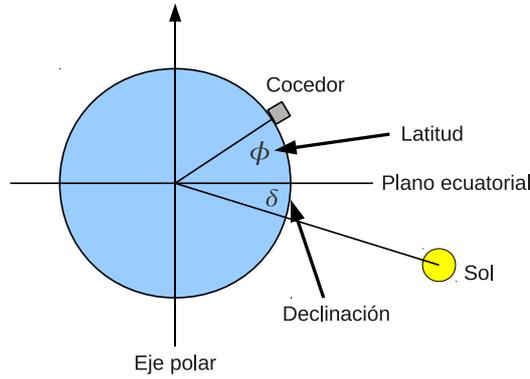


Figura 4.1: Declinación solar.

4.1.2. Sistemas de referencia

Para la descripción del movimiento del Sol con respecto a la Tierra se utilizan dos sistemas de referencia diferentes:

Sistema de referencia aparente

Es el sistema de referencia que utilizaría un observador sobre la superficie de la tierra. El plano x-y se constituye por los ejes oeste-este y sur-norte, ver figura 4.2.

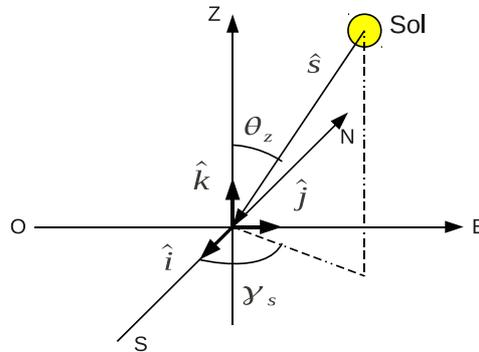


Figura 4.2: Sistema de referencia sobre la superficie de la tierra o sistema aparente. El eje x es representado por el eje (Sur-Norte), el eje y por (Oeste-Este) y el eje z es la vertical.

El vector unitario \hat{s} de radiación solar lo podemos expresar como

$$\hat{s} = \sin(\theta_z) \cos(\gamma_s) \hat{i} + \sin(\theta_z) \sin(\gamma_s) \hat{j} + \cos(\theta_z) \hat{k}, \quad (4.2)$$

donde θ_z es llamado el *ángulo zenital* y γ_s se llama *ángulo azimutal*.

Sistema de referencia en el centro de la Tierra

Para describir la posición del Sol en este caso, tomaremos como referencia la figura 4.3. El eje p se llama eje polar, y apunta en dirección al polo norte. El eje m apunta en la dirección de algún meridiano específico (donde se ubica el cocedor) y el eje e es ortogonal a m y p . Los ejes m y e se encuentran

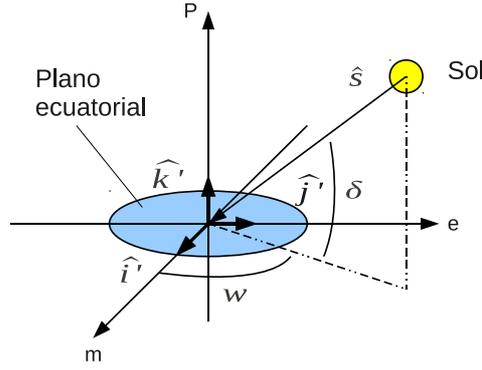


Figura 4.3: Sistema de referencia ubicado en el centro de la tierra. El eje x corresponde al eje m , el eje y corresponde a e y el eje z es el eje polar p .

sobre el plano ecuatorial.

El vector unitario \hat{s} de radiación solar lo podemos expresar en este sistema de referencia como

$$\hat{s} = \cos(\delta) \cos(w) \hat{i}' + \cos(\delta) \sin(w) \hat{j}' + \sin(\delta) \hat{k}', \quad (4.3)$$

donde δ es el ángulo de declinación y w es llamado *ángulo solar* y corresponde a $15^\circ/\text{Hr}$, esto es, la proyección del vector \hat{s} sobre el plano ecuatorial avanza 15° por cada hora. El ángulo solar corresponde a 0° cuando el Sol apunta sobre el meridiano donde se ubica el cocedor, y se toma positivo por la mañana y negativo por la tarde.

Es posible relacionar al sistema de referencia en el centro de la tierra con el sistema aparente realizando un simple cambio de coordenadas [4], con el cual se infieren las siguientes expresiones:

$$\cos(\theta_z) = \cos(\delta) \cos(w) \cos(\phi) + \sin(\delta) \sin(\phi), \quad (4.4)$$

$$\sin(\gamma_s) = \frac{\cos(\delta) \sin(w)}{\sin(\theta_z)}. \quad (4.5)$$

Las ecuaciones anteriores nos permiten evaluar θ_z y γ_s como función de la declinación δ , el ángulo solar w y la latitud ϕ .

4.1.3. Tiempo solar

El tiempo solar es el tiempo medido por el aparente movimiento del Sol a lo largo de un día. Este es el tiempo que se usa en todos los cálculos de los ángulos de posición del Sol y toma como origen el instante en el cual el Sol pasa por el meridiano bajo consideración, que es su punto más alto en el cielo, denominado mediodía y corresponde a las 12 del día en hora solar. A partir de este instante se van contando las horas en intervalos de 24 partes hasta que completan el ciclo diurno. Para calcular el tiempo solar en una ubicación específica se utiliza la expresión

$$t_s = t_n + 4(L_m - L_s) + E \quad (4.6)$$

donde T_n es el tiempo asociado al meridiano de referencia del sitio, L_m es la longitud del meridiano seleccionado para la hora local, L_s es la longitud del sitio, y

$$E = 229,2(0,000075 + 0,001868 \cos(B) - 0,032077 \sin(B) - 0,014615 \cos(2B) - 0,04089 \sin(2B)),$$

con $B = \frac{360n}{365}$, donde n toma valores de 1 a 365 y comienza a contarse a partir del 21 de marzo². La ecuación 4.6 es útil para calcular el ángulo solar w como función del día del año y de la hora local.

²Notas del curso 'Temas selectos de la Termodinámica y física estadística', J.A. del Río.(Comunicación personal, 2010).

4.2. Espejo plano

Consideremos el sistema de referencia aparente y coloquemos un espejo rectangular plano con una de sus esquinas en el origen, como es muestra en la figura 4.4. Para calcular la contribución de nuestro

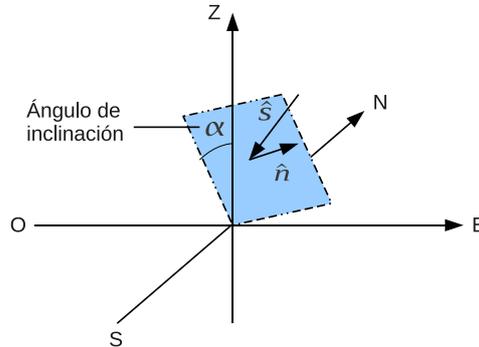


Figura 4.4: Vista del espejo en el sistema de coordenadas aparente o relativo, donde α representa el ángulo de inclinación del espejo con respecto a la vertical. El eje x es representado por el eje (Sur-Norte) y el eje y por (Oeste-Este).

espejo a la energía entrante es necesario calcular la energía que incide sobre éste, la energía que refleja, y la fracción de esta última que incide en el interior del cocedor.

Primero, la tasa de energía incidente la podemos calcular como

$$E_{incidente} = \bar{E}_0 A_{espejo} (\hat{s} \cdot \hat{n}), \quad (4.7)$$

donde \bar{E}_0 es un promedio del flujo de radiación entrante, A_{espejo} es el área del espejo y $(\hat{s} \cdot \hat{n})$ es el coseno del ángulo entre la normal del espejo y el vector de radiación incidente.

La magnitud del flujo de la radiación reflejada sobre el plano x-y la podemos expresar como $F = \frac{E_{ref}}{A_{ref}}$, donde E_{ref} es la fracción de la energía incidente reflejada por el espejo y A_{ref} es la superficie sobre la que incide la radiación reflejada (ver figura 4.5). Entonces, para calcular la contribución del espejo a

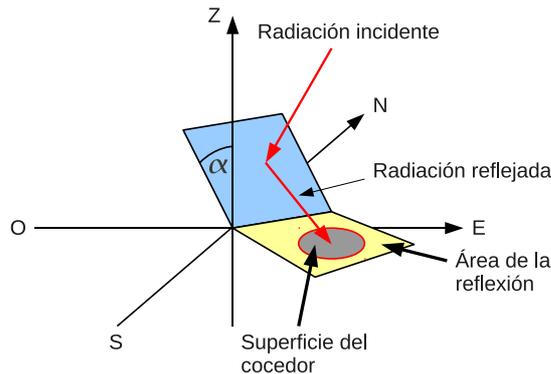


Figura 4.5: La superficie amarilla representa la región sobre la que incide la radiación reflejada, mientras la superficie gris representa la placa base del cocedor.

la energía entrante en el cocedor escribimos

$$E_{contribucion} = F A_{base}, \quad (4.8)$$

donde A_{base} es el área de la base metálica del cocedor.

En la siguiente sección se presenta un algoritmo que simula el flujo de radiación reflejada F sobre el plano x-y.

4.3. Flujo de radiación reflejada

En esta sección se presenta un algoritmo para calcular la magnitud del flujo de la radiación reflejada por el espejo, así mismo se calcula el periodo de tiempo durante el cual la radiación reflejada cubre por completo la base cocedor. El programa que implementa este algoritmo se escribió en FORTRAN 90 y el código se presenta en el apéndice B.

1. Se utilizan como datos iniciales la longitud, la latitud y el meridiano de referencia del sitio donde se ubica el cocedor. También se requiere el número correspondiente al día del año en que se realizarán los cálculos así como la orientación y dimensiones (largo y ancho) del espejo.
2. Se calculan los vectores \hat{n} y \hat{s} correspondientes a la normal al espejo y al vector de radiación incidente a la hora en que empieza a operar nuestro dispositivo.
3. Se procede a calcular el vector de la radiación reflejada utilizando la matriz de rotación³ $R(\phi, \hat{n})$ dada por

$$\begin{bmatrix} 1 - 2(n_y^2 + n_z^2) \sin^2(\frac{\phi}{2}) & -n_z \sin(\phi) + 2n_x n_y \sin^2(\frac{\phi}{2}) & n_y \sin(\phi) + 2n_z n_x \sin^2(\frac{\phi}{2}) \\ n_z \sin(\phi) + 2n_x n_y \sin^2(\frac{\phi}{2}) & 1 - 2(n_z^2 + n_x^2) \sin^2(\frac{\phi}{2}) & n_x \sin(\phi) + 2n_y n_z \sin^2(\frac{\phi}{2}) \\ -n_y \sin(\phi) + 2n_z n_x \sin^2(\frac{\phi}{2}) & n_x \sin(\phi) + 2n_y n_z \sin^2(\frac{\phi}{2}) & 1 - 2(n_x^2 + n_y^2) \sin^2(\frac{\phi}{2}) \end{bmatrix}$$

la cual se utiliza tomando como eje de rotación el vector \hat{n} , y se hace un giro por un ángulo de π radianes. Esto es,

$$\hat{s}_{ref} = R(\pi, \hat{n}) \hat{s}.$$

4. Se calcula la reflexión de una de las esquinas superiores del espejo sobre el plano x-y (ver figura 4.6). Para ello, se traza una recta que parte desde dicha esquina que tiene la dirección \hat{s}_{ref} y se calcula su punto de intersección \vec{p} con el plano x-y. Una vez calculado el punto de intersección se calcula el área de la reflexión a través de

$$A_{ref} = \|\vec{p} \times \vec{l}\|$$

donde \vec{l} es el vector formado por el lado del espejo que se encuentra sobre el plano x-y.

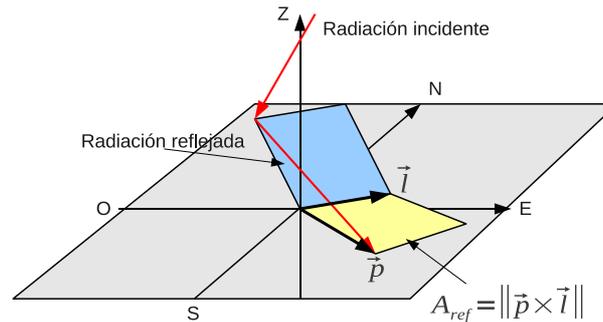


Figura 4.6: \vec{p} es el punto donde incide el reflejo de una de las esquinas y \vec{l} es el vector formado por uno de los lados del espejo. El área de la proyección es la magnitud del producto vectorial entre \vec{p} y \vec{l} .

5. A continuación se define la posición del cocedor respecto al espejo. Dependiendo de la ubicación sobre globo terrestre, el recorrido del Sol se puede llevar a cabo del lado norte o del lado sur en el sistema de referencia aparente. Las posiciones del espejo y el cocedor se hacen variar de acuerdo con cada caso para maximizar el periodo de funcionamiento (ver figura 4.7).

³Notas del curso 'Temas selectos de la física matemática', Eduardo Nahmad Achar. (Comunicación personal, 2009)

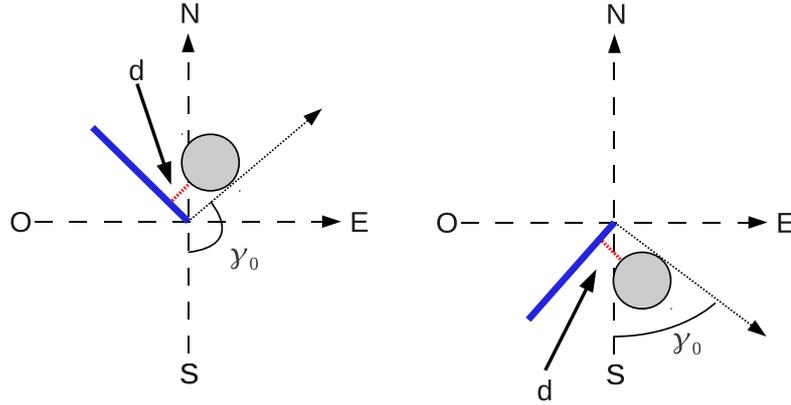


Figura 4.7: Vista superior del cocedor en el sistema de referencia aparente. El ángulo γ_0 corresponde a γ_s en la hora en que el cocedor comienza a operar y d es la separación entre las bases del cocedor y del espejo. Dado que el movimiento del reflejo es opuesto al movimiento del Sol, posicionar el cocedor en uno de los extremos del espejo maximiza el tiempo de operación, esto es, el tiempo en que el reflejo cubre por completo la base del cocedor.

6. Se comprueba que la reflexión cubra por completo la base del cocedor, pues nos interesa conocer el intervalo de tiempo durante el cual la base *completa* del cocedor recibe la contribución del espejo. Para ello, se toma en cuenta que la radiación reflejada forma un paralelogramo en el plano x-y, posteriormente se buscan las posibles intersecciones del paralelogramo con la base del cocedor (ver figura 4.8). Si el paralelogramo formado por la reflexión rebasa alguna de las intersecciones hacia el centro del cocedor, el programa es finalizado, de lo contrario continúa en el paso 7.

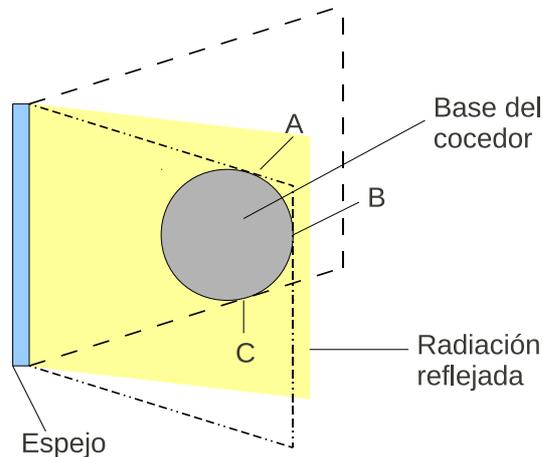


Figura 4.8: Vista superior del cocedor en el sistema de referencia aparente. Los puntos A, B y C representan las posibles intersecciones de la reflexión con la base del cocedor y las líneas punteadas representan posibles formas que puede tomar la radiación reflejada sobre el plano x-y.

7. Se calcula la magnitud del flujo de radiación reflejada F utilizando

$$F = \frac{\bar{E}_0 A_{\text{espejo}} (\vec{s} \cdot \vec{n}) \rho}{A_{\text{ref}}}, \quad (4.9)$$

donde ρ es la reflectividad del espejo. Finalmente, la contribución del concentrador a la energía entrante está dada por $E_{contribucion} = \rho A_{base}$, donde A_{base} es el área de la base del cocedor.

8. Se repiten los pasos anteriores incrementando el tiempo en un minuto hasta que $\hat{n} \cdot \hat{s} \leq 0$. Esto es, cuando la normal al plano \hat{n} y el vector de radiación incidente \hat{s} forman un ángulo mayor o igual a 90° , que es cuando deja de haber reflexión.

4.4. Evaluación numérica de la irradiancia

En esta sección se implementa el algoritmo desarrollado anteriormente para diferentes regiones sobre la República Mexicana. En nuestra evaluación se tomarán en cuenta las ciudades de México, Tijuana y Tuxtla Gutiérrez cuyas coordenadas geográficas se muestran en la tabla 4.1. La razón para considerar estas ciudades en particular, es que están localizadas en diferentes latitudes de la República Mexicana, abarcando desde el extremo sur hasta el extremo norte. De esta forma, si obtenemos un buen funcionamiento del concentrador en los extremos del país, podríamos esperar un buen desempeño en zonas intermedias. Una de las principales dificultades en la implementación de dispositivos solares es

	Latitud	Longitud	Longitud de referencia
Ciudad de México	19° 21'	99° 7'	100°
Tijuana	32° 32'	117° 02'	120°
Tuxtla Gutiérrez	16° 45'	96° 07'	90°

Cuadro 4.1: Ubicación geográfica de la ciudad de México, Tuxtla Gutiérrez y Tijuana.

que en muchos casos se requiere orientarlos continuamente para mantener un nivel de concentración solar adecuado [12]. Entonces, el problema que trataremos en las siguientes secciones consiste en encontrar la orientación del espejo para la cual se tenga la mayor concentración posible, sin tener que reorientarlo a lo largo del día y de ser posible, con la menor cantidad de movimientos a lo largo del año.

La simulación se realizó considerando un espejo cuadrado con 1m por lado y con una separación $d = 10\text{cm}$ del cocedor de acuerdo a la figura 4.7. Inicialmente, el espejo fue orientado un ángulo γ_0 correspondiente a las 10 am hora solar (ver figura 4.7), y su inclinación se ajustó de modo que su normal formara un ángulo de 45° con la radiación incidente. Posteriormente, se hizo variar la inclinación del espejo a través de varias pruebas para lograr el mayor periodo de funcionamiento posible y con la mayor contribución energética antes del medio día solar.

Un aspecto que se debe tomar en cuenta en el diseño de un concentrador, es la cantidad de veces que debe ser ajustado a lo largo del año para lograr un funcionamiento óptimo en cada época. En trabajos previos se utilizaron los días solsticios y equinoccios como puntos de referencia para reajustar los concentradores [4]. Los solsticios corresponden a las fechas en que el día o la noche tienen duración máxima, mientras en los equinoccios el día tiene la misma duración que la noche. La tabla 4.2 muestra las fechas correspondientes a los días solsticios y equinoccios, mientras que la gráfica 4.9 presenta la irradiancia producida durante estos días por nuestro concentrador sobre el plano x-y en la ciudad de México sin considerar la presencia del cocedor. Cerca de las 14:30 horas se puede observar un pequeño salto en la gráfica correspondiente al día 21 de junio, el cual se origina de calcular la irradiancia utilizando la ecuación 4.9. Conforme avanza el Sol sobre su trayectoria aparente, el área del reflejo A_{ref} sobre el plano x-y se vuelve más pequeña provocando una división entre un número cercano a cero, lo cual detiene al programa. Al realizar la simulación durante los solsticios y equinoccios, se encontró que para los cuatro días el Sol toma tres trayectorias diferentes, lo cual se traduce en tres curvas de desempeño distintas y a su vez, en tres posiciones diferentes del espejo. Las variaciones en las curvas de desempeño se deben a que el recorrido del Sol varía a lo largo del año en el sistema de referencia aparente. La trayectoria del Sol tiene un desplazamiento máximo hacia el norte el día 21 de junio y un desplazamiento máximo hacia el sur el 22 de diciembre.

Nosotros queremos minimizar las variaciones en el desempeño de nuestro concentrador, por lo cual

Fecha	Número de día n
Marzo 21	80
Junio 21	172
Septiembre 22	265
Diciembre 22	354

Cuadro 4.2: Esta tabla presenta los días solsticios y equinoccios, donde n es el número del día contando a partir del 1 de enero.

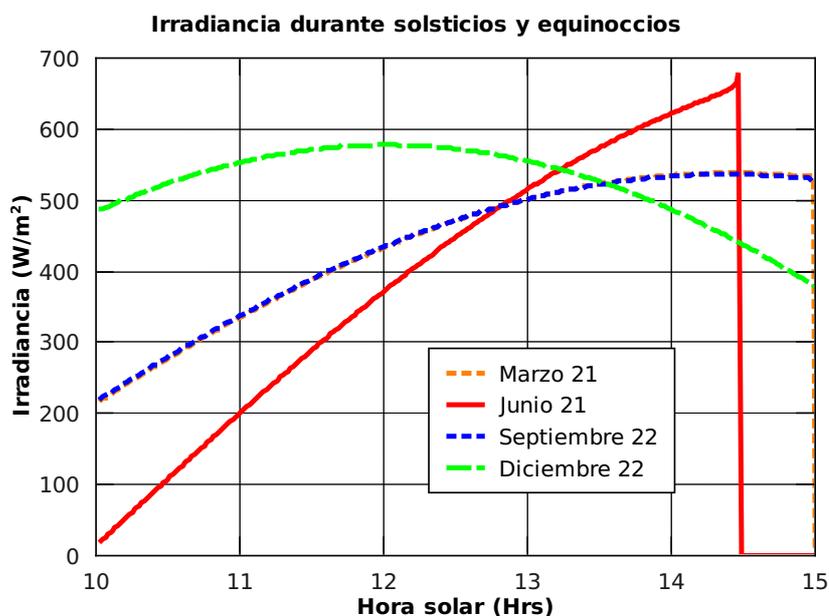


Figura 4.9: Irradiancia sobre el plano x-y entre las 10 y las 15 horas solares durante solsticios (21-junio y 22-diciembre) y equinoccios (21-marzo y 22-septiembre).

proponemos realizar la evaluación para los días intermedios a los solsticios y equinoccios. La idea de reajustar nuestro espejo durante los días intermedios es que este sea capaz de recolectar radiación de forma óptima en fechas anteriores y posteriores a un solsticio o equinoccio. Dado que los solsticios corresponden a desplazamientos máximos hacia el norte o sur en el recorrido solar, tenemos una mayor variación en el recorrido solar entre cada solsticio y equinoccio. Por esta razón, si se ajusta de manera óptima la posición del espejo durante estos días, en fechas cercanas al próximo solsticio o equinoccio el espejo tendría un mal desempeño. Entonces, si ajustamos nuestro espejo en días intermedios, dado que la variación en la trayectoria del Sol es pequeña en fechas alrededor de algún solsticio o equinoccio, el desempeño del espejo será bueno alrededor de esas fechas. La tabla 4.3 muestra los días intermedios. La gráfica 4.10 presenta las curvas de irradiancia producida por nuestro concentrador en la ciudad

Fecha	Número de día n
Febrero 5	36
Mayo 5	125
Agosto 6	218
Noviembre 6	310

Cuadro 4.3: Esta tabla presenta los días intermedios a los solsticios y equinoccios, donde n es el número del día contando a partir del 1 de enero.

de México para los días intermedios sin tomar en cuenta la presencia del cocedor. Nuevamente, el pequeño salto que se observa en las gráficas de los días 5 de mayo y 6 de agosto se origina de calcular

la irradiancia utilizando la ecuación 4.9. Al desplazarse el Sol sobre su trayectoria aparente, el área del reflejo A_{ref} sobre el plano x-y se vuelve cada vez más pequeña provocando una división entre un número cercano a cero, lo cual detiene al programa. Al realizar la simulación durante los cuatro días

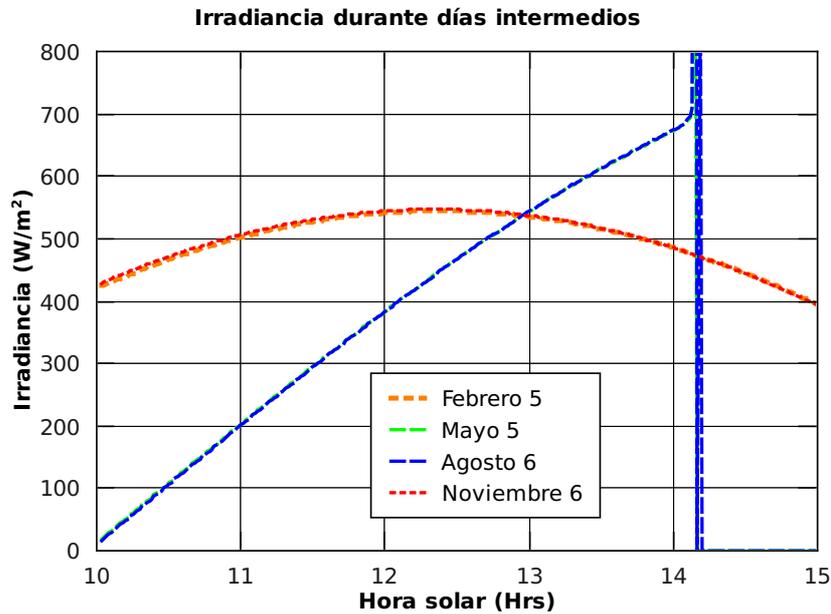


Figura 4.10: Irradiancia sobre el plano x-y entre las 10 y las 15 horas solares durante días intermedios a los solsticios y equinoccios.

intermedios, se encontró que el Sol recorre únicamente dos trayectorias diferentes. La consecuencia de esto es que para los cuatro días tenemos únicamente dos curvas de desempeño distintas, lo cual implica a su vez una menor cantidad de reajustes del espejo a lo largo del año. Tomando en cuenta estos resultados, en las secciones siguientes consideraremos únicamente los días intermedios para evaluar el funcionamiento del cocedor.

4.4.1. Ciudad de México

De la tabla 4.1 tenemos que la ubicación de la Ciudad de México es $19^{\circ} 21'$ latitud norte, $99^{\circ} 7'$ de longitud y 100° como longitud de referencia. Los resultados de la simulación para estas coordenadas se presentan en las figuras 4.11 y 4.12, que muestran la contribución energética del espejo por unidad de área sobre la base del cocedor durante los días intermedios. Observemos de las figuras 4.11 y 4.12 que las curvas que más se apegan a nuestros criterios de funcionamiento corresponden a 55 grados entre la normal del espejo y el vector de radiación incidente para noviembre y febrero, y 35 grados para mayo y agosto. Estas gráficas representan una mayor contribución energética del espejo para un lapso de tiempo cercano a las dos horas. Además, la mayor parte de este intervalo se encuentra antes de las 12 horas, lo cual nos deja aproximadamente con otras dos horas para que se preparen los alimentos. La orientación del espejo así como su contribución promedio a la irradiancia correspondientes a las gráficas mencionadas se muestran en la tabla 4.4. Llamaremos configuración A, a la orientación del espejo correspondiente a los días 5 de febrero y 6 de noviembre, y llamaremos configuración B a la orientación correspondiente a los días 5 de mayo y 6 de agosto.

Ahora, necesitamos saber en que fechas se requiere reorientar el espejo para mantener un buen desempeño a lo largo del año. Para ello, evaluaremos su comportamiento durante días cercanos a los solsticios y equinoccios considerando las dos diferentes orientaciones correspondientes a los días intermedios (ver tabla 4.4). Podemos observar de la gráfica 4.13 que, el espejo con la orientación correspondiente al 5 de febrero (o 6 de noviembre) deja de funcionar durante los equinoccios 21 de marzo y 22 de septiembre, mientras que en los días cercanos su tiempo de funcionamiento es menor a

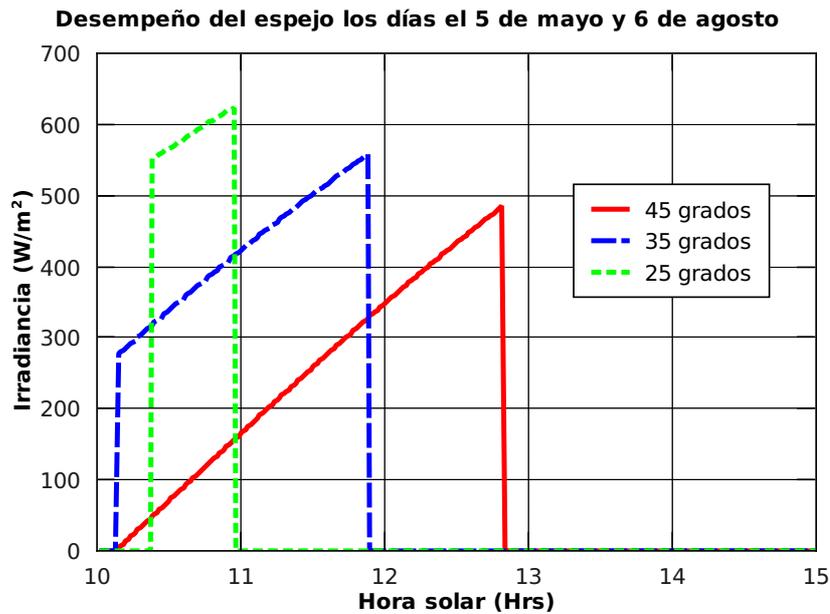


Figura 4.11: Irradiancia sobre el cocedor entre las 10 y las 15 horas solares durante días 5 de mayo y 6 de agosto en la Ciudad de México. Las diferentes pruebas se realizaron variando el ángulo entre el vector normal al espejo y el vector de radiación incidente a las 11 horas solares.

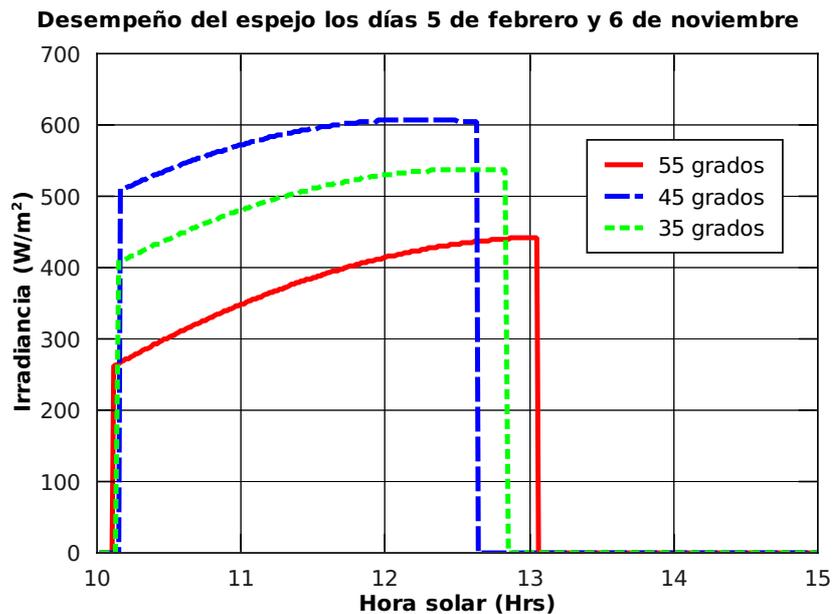


Figura 4.12: Irradiancia sobre el cocedor entre las 10 y las 15 horas solares durante días 5 de febrero y 6 de noviembre en la Ciudad de México. Las diferentes pruebas se realizaron variando el ángulo entre el vector normal al espejo y el vector de radiación incidente a las 11 horas solares.

una hora.

De la gráfica 4.14 notamos que el espejo con orientación correspondiente al 5 de mayo o 6 de agosto no deja de funcionar durante los equinoccios 21 de marzo y 22 de septiembre. Observamos que el día 1 de marzo tiene un periodo de funcionamiento cercano a las dos horas, mientras que la orientación del 5 de febrero le permite un funcional menos de una hora ese mismo día. A partir de esto, proponemos el día 1 de marzo el concentrador sea reajustado a la configuración de *mitad de año* (5 de mayo o 6 de febrero). De esta forma, el reajuste se realiza antes de que la configuración de *fin de año* (5 de febrero

Fecha	α	Γ_s	Irrad. promedio (W/m ²)	T. de funcionamiento (Hrs)
Febrero 5	2.79	33.11	579.4	2.48
Mayo 5	21.19	77.49	422.73	1.75
Agosto 6	21.19	77.49	422.73	1.75
Noviembre 6	2.79	33.11	579.4	2.48

Cuadro 4.4: Esta tabla presenta la orientación del espejo y su contribución promedio para los días intermedios en la ciudad de México.

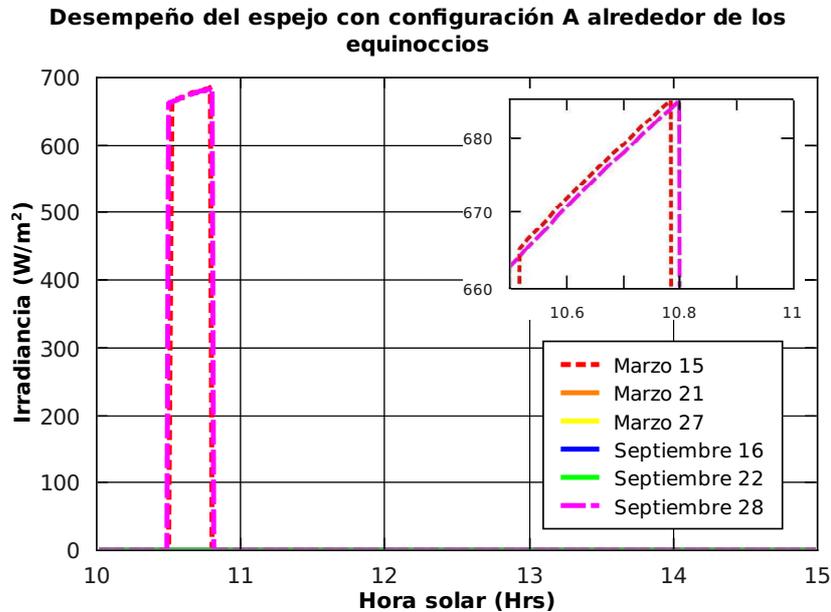


Figura 4.13: Irradiancia sobre el cocedor en días intermedios a los periodos febrero-mayo y agosto-noviembre utilizando la orientación del espejo correspondiente al 5 de febrero o 6 de noviembre en la Ciudad de México.

o 6 de noviembre) deje de funcionar.

Una situación similar sucede en fechas cercanas al 22 de septiembre; en esa fecha, la orientación de fin de año (5 de febrero o 6 de noviembre) tiene una contribución nula a la irradiancia. Esta orientación comienza a funcionar el día 28 de septiembre, mismo día para el cual la orientación de medio año (5 de mayo o 6 de agosto) tiene un buen funcionamiento, e incluso funciona todavía el 13 de octubre. Entonces, podemos proponer el 13 de octubre como fecha para reajustar el concentrador a la configuración de fin de año. Al orientar el concentrador acorde al 6 de noviembre o 5 de febrero, garantizamos un buen funcionamiento a finales de año y principios del año siguiente.

4.4.2. Tijuana

De la tabla 4.1 tenemos que la ubicación de la ciudad de Tijuana es $32^{\circ} 32'$ latitud norte, $117^{\circ} 02'$ de longitud y 120° como longitud de referencia. Los resultados de la simulación para estas coordenadas se presentan en las figuras 4.15 y 4.16, que muestran la contribución energética del espejo por unidad de área sobre la base del cocedor durante los días intermedios. Observemos de las gráficas 4.15 y 4.16, que las curvas que más se apegan a nuestros criterios de funcionamiento corresponden a 55 grados entre la normal del espejo y el vector de radiación incidente para noviembre y febrero, y 45 grados para mayo y agosto. Estas gráficas representan una mayor contribución energética del espejo para un lapso de tiempo ligeramente superior dos horas y la mayor parte de este intervalo se encuentra antes de las 12 horas. De este modo, al finalizar el funcionamiento del espejo, disponemos de un tiempo cercano a las dos horas para que se preparen los alimentos.

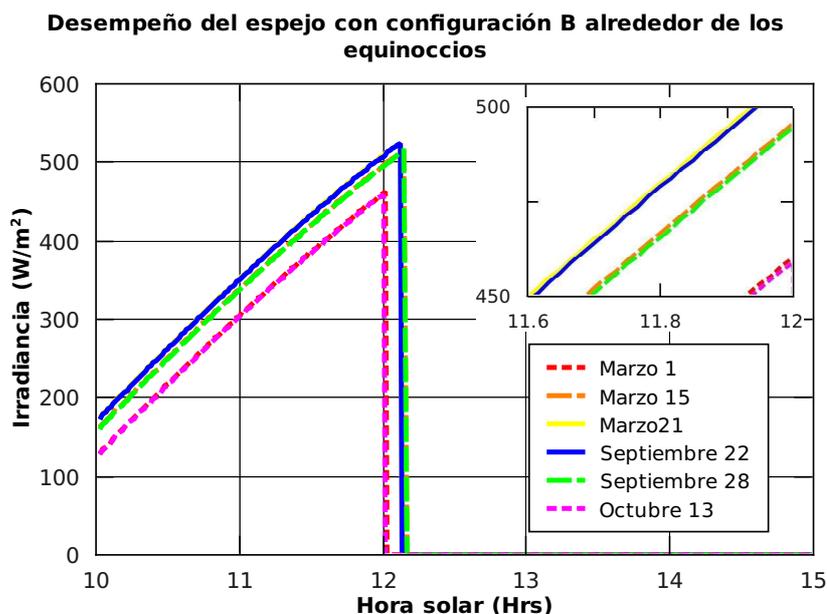


Figura 4.14: Irradiancia sobre el cocedor en días intermedios a los periodos febrero-mayo y agosto-noviembre utilizando la orientación del espejo correspondiente al 5 de mayo o 6 de agosto en la Ciudad de México.

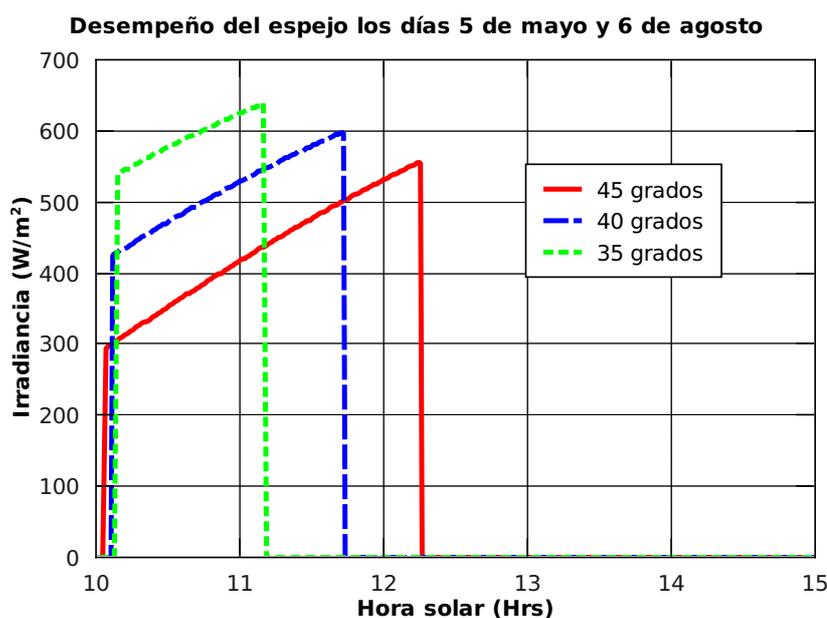


Figura 4.15: Irradiancia sobre el cocedor entre las 10 y las 15 horas solares durante días 5 de mayo y 6 de agosto en la ciudad de Tijuana. Las diferentes pruebas se realizaron variando el ángulo entre el vector normal al espejo y el vector de radiación incidente a las 10:30 horas solares.

La orientación del espejo así como su contribución promedio a la irradiancia correspondientes a los días intermedios se muestran en la tabla 4.5. Nuevamente, llamaremos configuración A a la orientación del espejo correspondiente a los días 5 de febrero y 6 de noviembre, y llamaremos configuración B a la orientación correspondiente a los días 5 de mayo y 6 de agosto. Nuevamente, necesitamos saber en que fechas se requiere reorientar el espejo para mantener un buen desempeño a lo largo del año. Para ello, utilizaremos el mismo procedimiento que con la ciudad de México evaluando el comportamiento del espejo durante días cercanos a los solsticios y equinoccios tomando en cuenta las

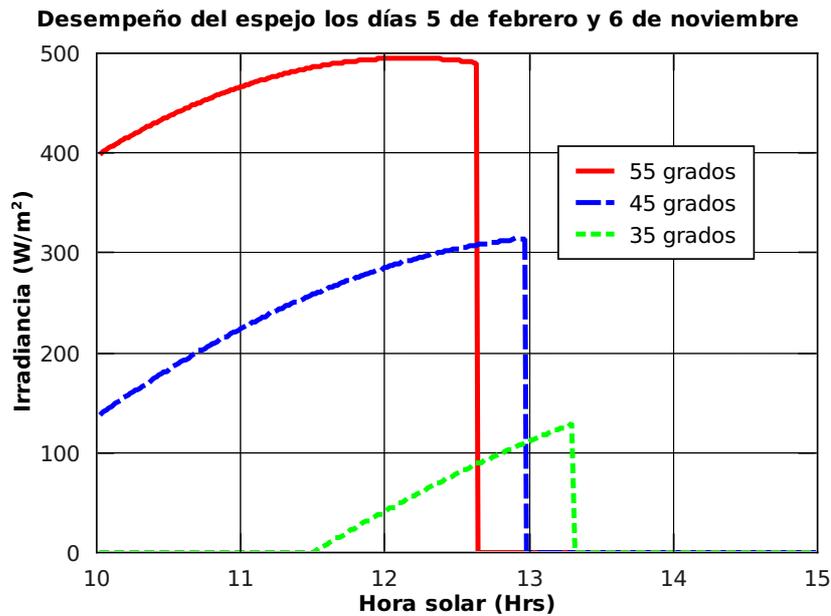


Figura 4.16: Irradiancia sobre el cocedor entre las 10 y las 15 horas solares durante días 5 de febrero y 6 de noviembre en la ciudad de Tijuana. Las diferentes pruebas se realizaron variando el ángulo entre el vector normal al espejo y el vector de radiación incidente a las 10 horas solares.

Fecha	α	Γ_s	Irrad. promedio (W/m ²)	T. de funcionamiento (Hrs)
Febrero 5	1.37	34.99	468.2	2.63
Mayo 5	18.80	56.59	432.4	2.2
Agosto 6	18.80	56.59	432.4	2.2
Noviembre 6	1.37	34.99	468.2	2.63

Cuadro 4.5: Esta tabla presenta la orientación del espejo y su contribución promedio para los días intermedios en la ciudad de Tijuana.

diferentes orientaciones de los días intermedios (tabla 4.5). De las dos gráficas anteriores podemos observar que el funcionamiento del espejo tiene un periodo muy cercano a las dos horas durante los equinoccios 21 de marzo y 22 de septiembre para ambas orientaciones. Esto nos permite proponer esos mismos días como fechas para el reajuste del espejo: el 21 de marzo se reajusta con la configuración de medio año y el 22 de septiembre se reajusta con la configuración de fin de año.

4.4.3. Tuxtla Gutiérrez

De la tabla 4.1 tenemos que la ubicación de la ciudad de Tuxtla Gutiérrez es $16^{\circ} 45'$ latitud norte, $96^{\circ} 07'$ de longitud y 90° como longitud de referencia. Los resultados de la simulación para estas coordenadas se presentan en las figuras 4.19 y 4.20, que muestran la contribución energética del espejo por unidad de área sobre la base del cocedor durante los días intermedios. Observemos de las gráficas 4.19 y 4.20, que las curvas que más se apegan a nuestros criterios de funcionamiento corresponden a 35 grados entre la normal del espejo y el vector de radiación incidente para noviembre y febrero, y 35 grados para mayo y agosto. Una vez más, estas gráficas presentan una mayor contribución energética del espejo para un lapso de tiempo cercano a las dos horas y la mayor parte de este intervalo se encuentra antes de las 12 horas. Entonces, al dejar de funcionar el espejo, disponemos de dos horas aproximadamente para que finalice la preparación de los alimentos. La orientación del espejo así como su contribución promedio a la irradiancia durante los días intermedios se muestran en la tabla 4.6. Una vez más, llamaremos configuración A a la orientación del espejo correspondiente a los días 5 de febrero y 6 de noviembre, y llamaremos configuración B a la orientación correspondiente a los días 5 de mayo y 6 de agosto. Igual

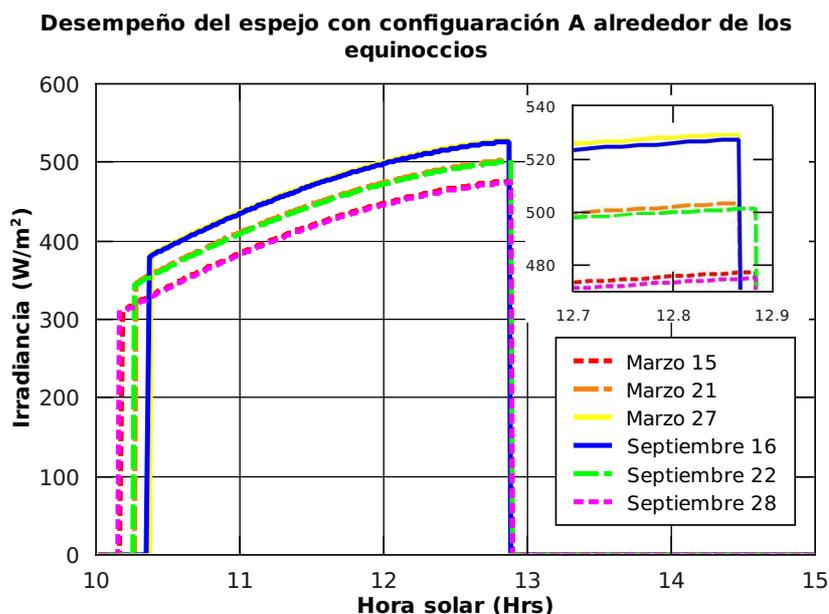


Figura 4.17: Irradiancia sobre el cocedor en días intermedios a los periodos febrero-mayo y agosto-noviembre utilizando la orientación del espejo correspondiente al 5 de febrero o 6 de noviembre en la ciudad de Tijuana.

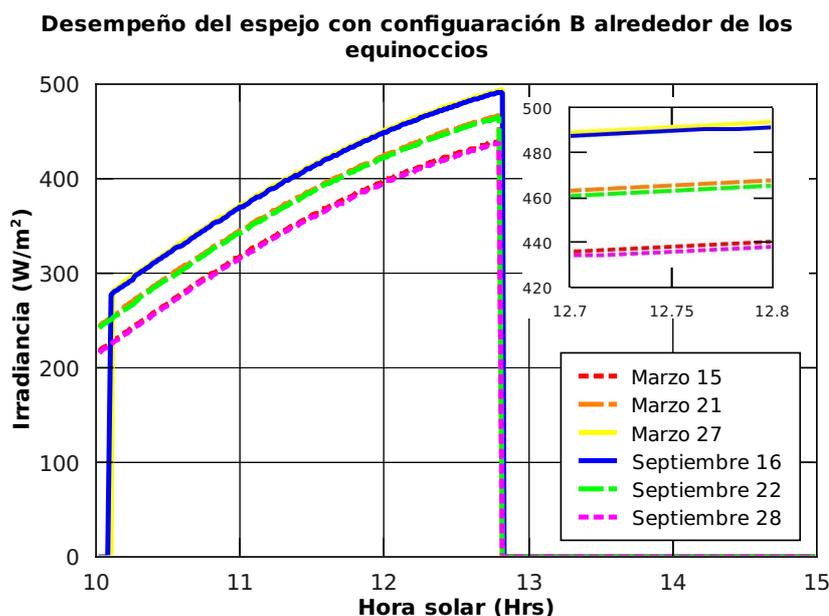


Figura 4.18: Irradiancia sobre el cocedor en días intermedios a los periodos febrero-mayo y agosto-noviembre utilizando la orientación del espejo correspondiente al 5 de mayo o 6 de agosto en la ciudad de Tijuana.

que para las ciudades anteriores, necesitamos saber en que fechas necesitamos reorientar el espejo para mantener un buen desempeño a lo largo del año. Para ello, nuevamente evaluaremos el comportamiento del espejo durante los días cercanos a los solsticios y equinoccios considerando las orientaciones de los días intermedios (tabla 4.6). Observamos de las gráficas anteriores una situación similar a la que ocurre en la ciudad de México, esto es, la orientación de fin de año tiene un funcionamiento nulo durante los solsticios 21 de marzo y 22 de septiembre, mientras que la configuración de mitad de año funciona un tiempo cercano a las dos horas durante esas fechas. Entonces, proponemos que el día 1 de

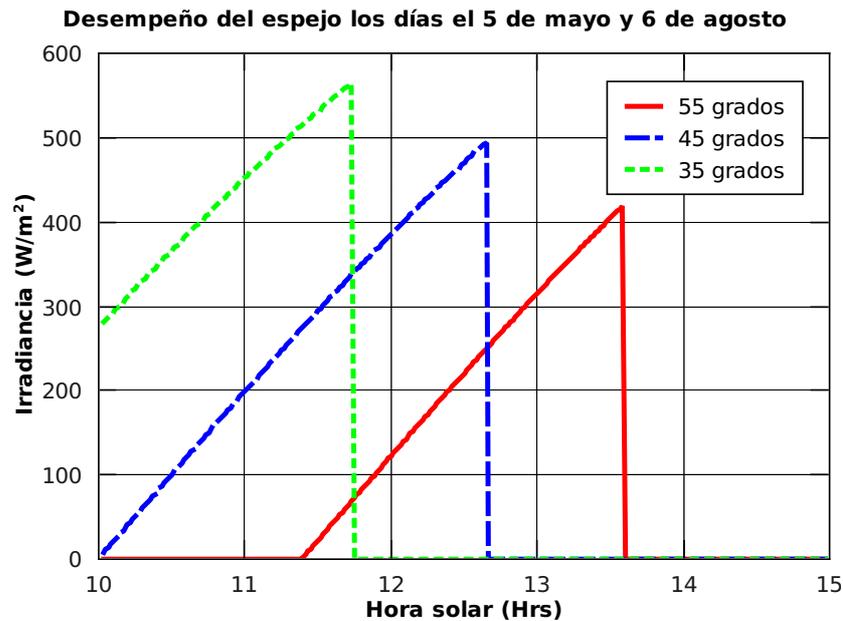


Figura 4.19: Irradiancia sobre el cocedor entre las 10 y las 15 horas solares durante días 5 de mayo y 6 de agosto en la ciudad de Tuxtla Gutiérrez. Las diferentes pruebas se realizaron variando el ángulo entre el vector normal al espejo y el vector de radiación incidente a las 11 horas solares.

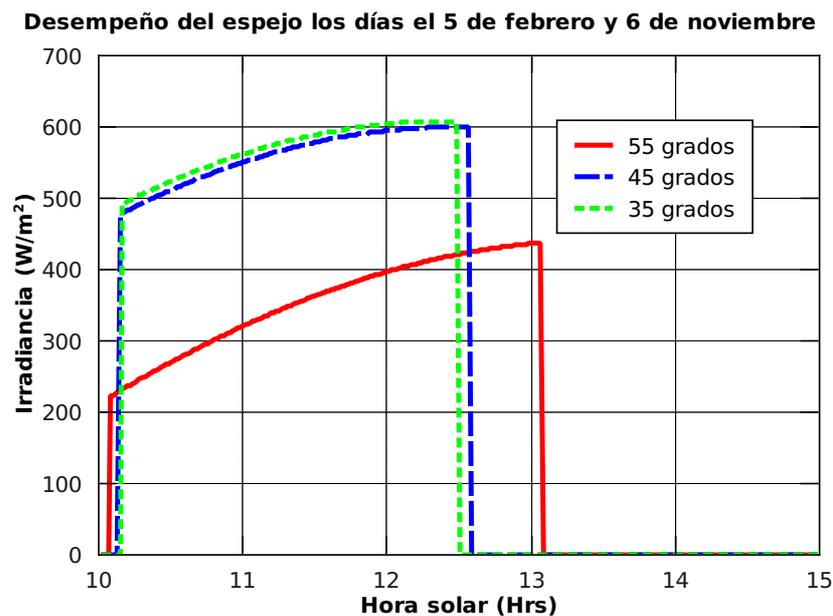


Figura 4.20: Irradiancia sobre el cocedor entre las 10 y las 15 horas solares durante días 5 de febrero y 6 de noviembre en la ciudad de Tuxtla Gutiérrez. Las diferentes pruebas se realizaron variando el ángulo entre el vector normal al espejo y el vector de radiación incidente a las 10:30 horas solares.

marzo el concentrador sea reajustado a la configuración de *mitad de año* (5 de mayo o 6 de febrero). De esta forma, el reajuste se realiza antes de que la configuración de *fin de año* (5 de febrero o 6 de noviembre) deje de funcionar.

Proponemos también, que el 13 de octubre se reajuste el espejo a la configuración de fin de año (5 de febrero o 6 de noviembre), pues en esa fecha la configuración de fin de año ya tiene un funcionamiento cercano a las dos horas. De este modo garantizamos un buen funcionamiento del espejo a finales de año y a principios del año siguiente.

Fecha	α	Γ_s	Irrad. promedio (W/m ²)	T. de funcionamiento (Hrs)
Febrero 5	4.70	45.05	570.2	2.33
Mayo 5	20.60	89.28	427.94	1.73
Agosto 6	20.60	89.28	427.94	1.73
Noviembre 6	4.70	45.05	570.2	2.33

Cuadro 4.6: Esta tabla presenta la orientación del espejo y su contribución promedio para los días intermedios en la ciudad de Tijuana.

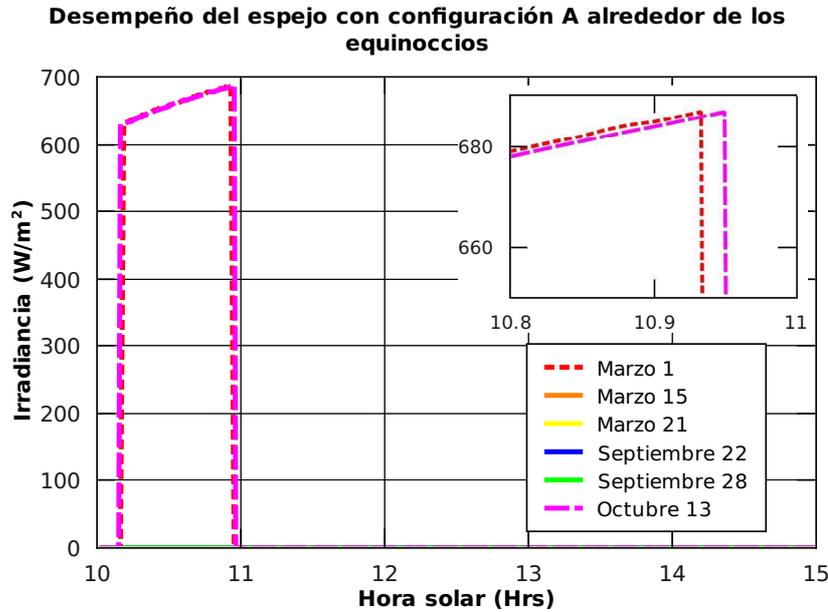


Figura 4.21: Irradiancia sobre el cocedor en días intermedios a los periodos febrero-mayo y agosto-noviembre utilizando la orientación del espejo correspondiente al 5 de febrero o 6 de noviembre en la ciudad de Tuxtla Gutiérrez.

4.5. Respaldo eléctrico y comportamiento final del cocedor

En esta sección presentaremos el comportamiento de la temperatura en el interior del cocedor para cada una de las ubicaciones bajo consideración durante los días intermedios a los solsticios y equinoccios. La solución a la ecuación diferencial que describe la evolución de la temperatura estará dividida en dos partes, la primera parte de la solución considerará el funcionamiento del espejo, mientras que la segunda parte sólo tomará en cuenta el flujo de radiación solar. Para tomar en cuenta la contribución del espejo en la primera parte de la solución, basta con sumar a la energía entrante \bar{E}_0 la irradiancia promedio producida por el espejo durante su tiempo de operación, los cuales se muestran en las tablas 4.4, 4.5 y 4.6. Al terminar el tiempo de funcionamiento del espejo, la cantidad de energía entrante considerada en la solución se reduce nuevamente a \bar{E}_0 .

Para garantizar la preparación exitosa de nuestros alimentos, mencionamos anteriormente que el cocedor debe operar entre una y dos horas a temperatura de cocción. Por ello, tomaremos como condición que, al terminar el periodo de funcionamiento del espejo, la temperatura interna del cocedor no debe ser inferior a los 100 °C.

El objetivo principal del cocedor solar es alcanzar la temperatura de preparación de los alimentos utilizando únicamente la energía solar que es irradiada sobre su base. Sin embargo, es posible que la cantidad de energía entrante, aún con la contribución del espejo no sea suficiente como para incrementar la temperatura del cocedor a 100 °C antes que éste deje de funcionar, lo cual podría ocurrir en un día nublado por ejemplo. Entonces, para garantizar la condición antes mencionada, proponemos el uso de una resistencia eléctrica que proporcione la energía faltante para alcanzar la temperatura

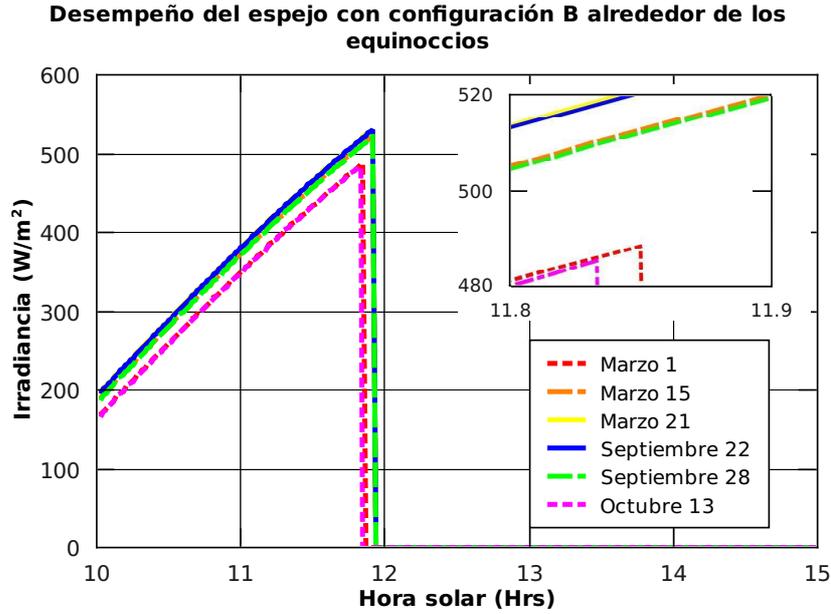


Figura 4.22: Irradiancia sobre el cocedor en días intermedios a los periodos febrero-mayo y agosto-noviembre utilizando la orientación del espejo correspondiente al 5 de mayo o 6 de agosto en la ciudad de Tuxtla Gutiérrez.

de cocción. Este sistema de respaldo puede ser activado por un termopar ubicado en el interior del cocedor que, en conjunto con algún sistema electrónico podría monitorear su temperatura interior en intervalos de tiempo específicos y encargarse de suministrar energía adicional al sistema de ser necesario. Este tipo de sistema respaldo es ya ha sido desarrollado con anterioridad en la referencia [4], y un sistema similar podría ser implementado en nuestro cocedor.

4.5.1. Ciudad de México

Al considerar los datos de la tabla 4.4, la ecuación 4.10 representa la temperatura en el interior del cocedor ubicado en el Distrito Federal para los días 5 de mayo y 6 de agosto.

$$T_{in}(t) = \begin{cases} \left\{ -164,73e^{-(8,84 \times 10^{-5})t} + 164,73 + 23 \right\} ^\circ C & 0 \leq t \leq 1,75hrs \\ \left\{ -107,78e^{-(8,84 \times 10^{-5})t} + 107,78 + 23 \right\} ^\circ C & 1,75hrs \leq t \leq 4hrs \end{cases} \quad (4.10)$$

La ecuación 4.11 representa la temperatura en el interior del cocedor ubicado en la ciudad de México para los días 5 de febrero y 6 de noviembre.

$$T_{in}(t) = \begin{cases} \left\{ -185,84e^{-(8,84 \times 10^{-5})t} + 185,84 + 23 \right\} ^\circ C & 0 \leq t \leq 2,48hrs \\ \left\{ -107,78e^{-(8,84 \times 10^{-5})t} + 107,78 + 23 \right\} ^\circ C & 2,48hrs \leq t \leq 4hrs \end{cases} \quad (4.11)$$

La figura 4.23 muestra las gráficas de las funciones 4.10 y 4.11, que representan la temperatura en el interior del cocedor como función del tiempo durante los días intermedios para la Ciudad de México. Observamos en las gráficas 4.23 que la contribución del espejo es suficiente para alcanzar el intervalo de cocción los días 6 de noviembre y de febrero, sin embargo, los días 5 de mayo y 6 de agosto la temperatura interna es menor a 100 °C cuando el espejo deja de funcionar. Entonces, observamos un pequeño salto en la temperatura en el interior del cocedor que representa la entrada de energía adicional al sistema, la cual fué suministrada por el sistema de respaldo para garantizar la preparación exitosa de los alimentos.

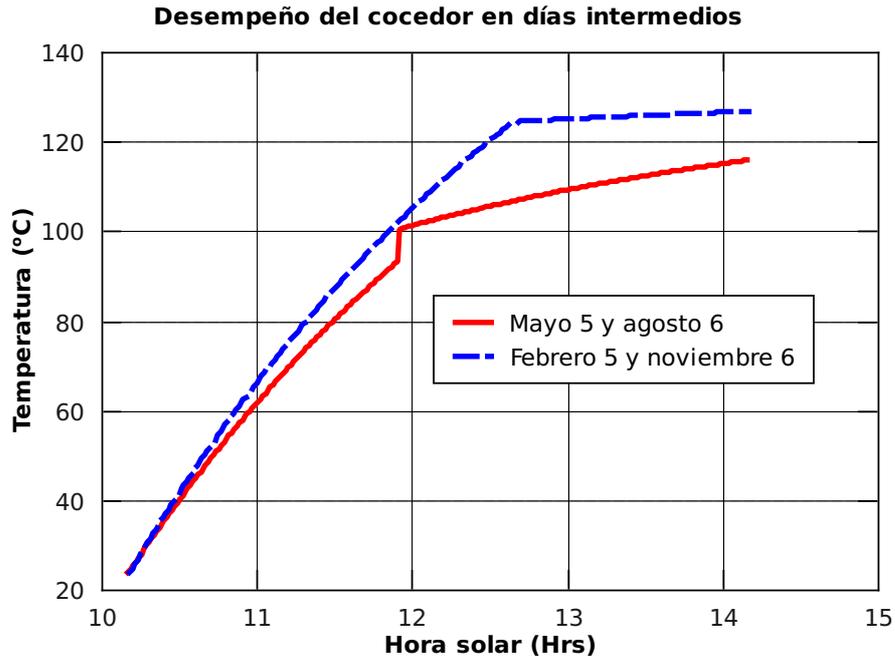


Figura 4.23: Temperatura en el interior del cocedor como función del tiempo para los días intermedios en la Ciudad de México.

4.5.2. Tijuana

Al considerar los datos de la tabla 4.5, la ecuación 4.12 representa la temperatura en el interior del cocedor ubicado en la Ciudad de México para los días 5 de mayo y 6 de agosto.

$$T_{in}(t) = \begin{cases} \left\{ -166,04e^{-(8,84 \times 10^{-5})t} + 166,04 + 23 \right\} ^\circ C & 0 \leq t \leq 2,2hrs \\ \left\{ -107,78e^{-(8,84 \times 10^{-5})t} + 107,78 + 23 \right\} ^\circ C & 2,2hrs \leq t \leq 4hrs \end{cases} \quad (4.12)$$

La ecuación 4.13 representa la temperatura en el interior del cocedor ubicado en la ciudad de México para los días 5 de febrero y 6 de noviembre.

$$T_{in}(t) = \begin{cases} \left\{ -170,86e^{-(8,84 \times 10^{-5})t} + 170,86 + 23 \right\} ^\circ C & 0 \leq t \leq 2,63hrs \\ \left\{ -107,78e^{-(8,84 \times 10^{-5})t} + 107,78 + 23 \right\} ^\circ C & 2,63hrs \leq t \leq 4hrs \end{cases} \quad (4.13)$$

La figura 4.24 muestra las gráficas de las funciones 4.12 y 4.13, que representan la temperatura en el interior del cocedor como función del tiempo durante los días intermedios para la ciudad de Tijuana.

Observamos en las gráficas 4.24 que al finalizar el funcionamiento del espejo, el cocedor fue capaz de alcanzar la temperatura de cocción para los cuatro días intermedios. Entonces, en este caso no se requiere de energía adicional por parte de la resistencia eléctrica para garantizar que nuestros alimentos se preparen exitosamente.

4.5.3. Tuxtla Gutiérrez

Al considerar los datos de la tabla 4.6, la ecuación 4.14 representa la temperatura en el interior del cocedor ubicado en la ciudad de México para los días 5 de mayo y 6 de agosto.

$$T_{in}(t) = \begin{cases} \left\{ -165,43e^{-(8,84 \times 10^{-5})t} + 165,43,07 + 23 \right\} ^\circ C & 0 \leq t \leq 1,73hrs \\ \left\{ -107,78e^{-(8,84 \times 10^{-5})t} + 107,78 + 23 \right\} ^\circ C & 1,73hrs \leq t \leq 4hrs \end{cases} \quad (4.14)$$

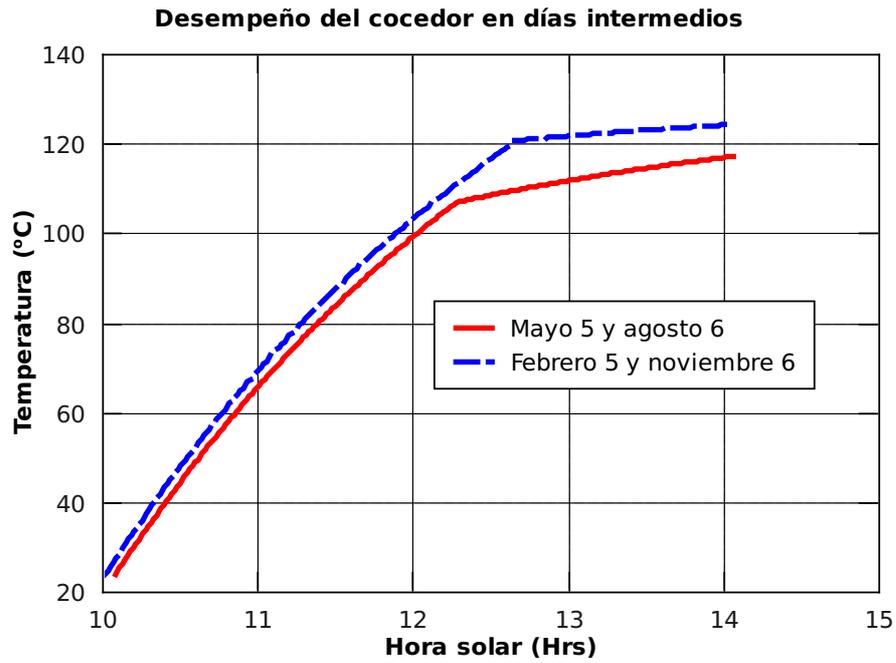


Figura 4.24: Temperatura en el interior del cocedor como función del tiempo para los días intermedios en la ciudad de Tijuana.

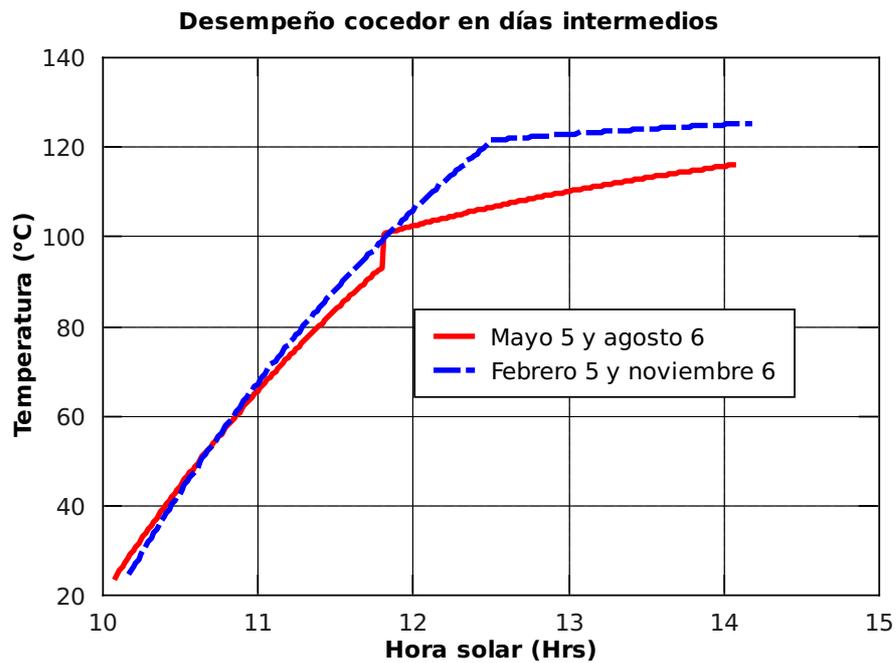


Figura 4.25: Temperatura en el interior del cocedor como función del tiempo para los días intermedios en la ciudad de Tuxtla Gutiérrez.

La ecuación 4.15 representa la temperatura en el interior del cocedor ubicado en la ciudad de México para los días 5 de febrero y 6 de noviembre.

$$T_{in}(t) = \begin{cases} \left\{ -184,60e^{-(8,84 \times 10^{-5})t} + 184,60 + 23 \right\} ^\circ C & 0 \leq t \leq 2,33hrs \\ \left\{ -107,78e^{-(8,84 \times 10^{-5})t} + 107,78 + 23 \right\} ^\circ C & 2,33hrs \leq t \leq 4hrs \end{cases} \quad (4.15)$$

La figura 4.25 muestra las gráficas de las funciones 4.14 y 4.15, que representan la temperatura en el interior del cocedor como función del tiempo para los días intermedios en la ciudad de Tuxtla Gutiérrez. Observamos en las gráficas 4.25 que la contribución del espejo es suficiente para alcanzar el intervalo de cocción los días 6 de noviembre y de febrero. Sin embargo, al terminar de funcionar el espejo los días 5 de mayo y 6 de agosto, la temperatura interna es inferior a las 100 °C. Entonces, nuevamente tenemos una contribución extra a la energía entrante por parte de la resistencia eléctrica, la cual se aprecia en la gráfica como un pequeño salto en la temperatura.

4.5.4. Resistencia eléctrica y diseño final del cocedor

La figura 4.26 muestra la ubicación de la resistencia eléctrica en nuestro dispositivo. Las potencias

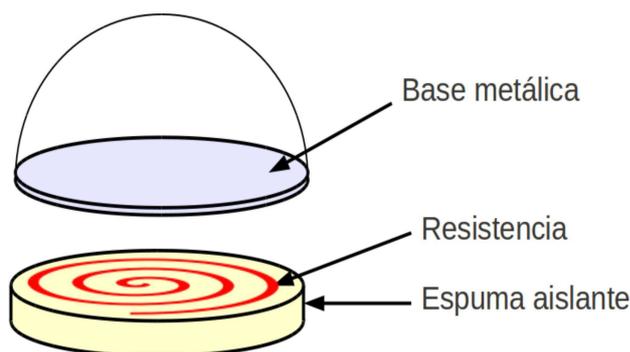


Figura 4.26: La resistencia eléctrica puede estar ubicada entre la base metálica y la espuma aislante.

en parrillas y estufas eléctricas comerciales oscilan alrededor de los 1000 W. Si consideramos para nuestro cocedor una resistencia que dicipe una potencia de 1000W utilizando los 120V de la red eléctrica en México, el valor de esta resistencia debe ser de $14,4\Omega$. Ahora, tenemos que el cocedor con

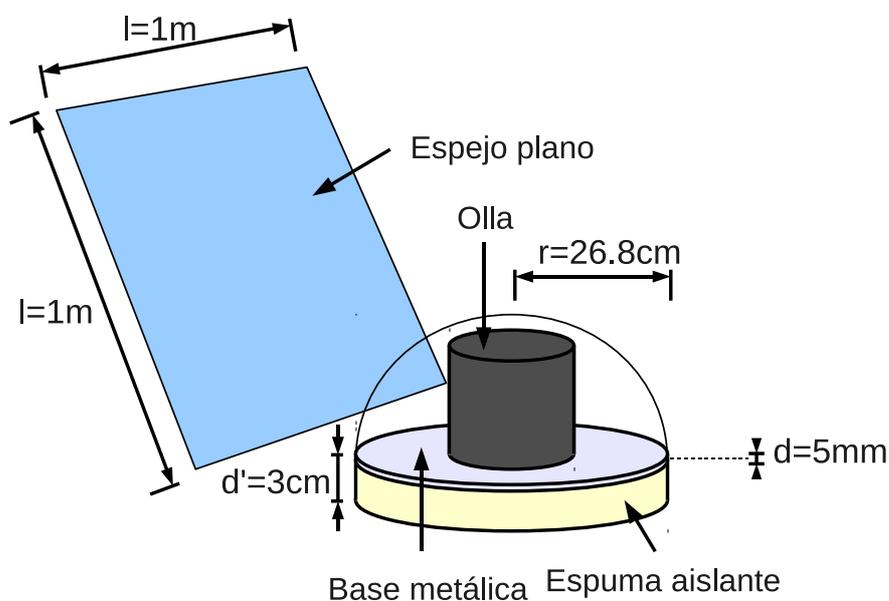


Figura 4.27: Perspectiva concencial del cocedor solar híbrido se uso doméstico. Se muestran los componentes del dispositivo y las dimensiones correspondientes a la prueba 2 de la tabla 3.1.

los alimentos en su interior tiene una capacidad calorífica de 18939.9 J/K (ver tabla 3.7). Entonces

si nos encontramos a temperatura ambiente de 296K o 23 °C, para incrementar la temperatura a 373K o 100 °C requerimos de 1458372.3 J, para lo cual nuestra resistencia requiere de 25.3 minutos de funcionamiento. Entonces, en el peor caso para un día nublado, al cocedor le tomará cerca de media hora alcanzar la temperatura de preparación de nuestros alimentos. Posteriormente, el sistema de respaldo se encargará de activar la resistencia en caso de que la temperatura interior disminuya a menos de 100 °C, lo cual podría suceder si el día permanece nublado por ejemplo.

La figura 4.27 muestra una perspectiva convencional del cocedor solar híbrido de uso doméstico y las dimensiones de sus componentes correspondiendo a la prueba 2 de la tabla 3.1. La placa metálica, la espuma aislante y la cubierta transparente forman en conjunto la cámara de cocción del dispositivo, la cual permanecerá sellada durante su tiempo de operación. El sistema de concentración solar consiste de una placa rectangular ubicada a un costado de la cámara de cocción, la cual puede constituirse de un material reflejante o, puede ser de un material opaco y estar revestida de un material reflejante. Las dimensiones del concentrador utilizadas al evaluar su desempeño numericamente fueron de 1 metro por lado.

Capítulo 5

Conclusiones

En esta tesis se propuso un nuevo diseño de cocedor solar híbrido para uso doméstico. El objetivo principal de este trabajo fue el desarrollo de un modelo teórico para describir la evolución de la temperatura en el interior del cocedor y el diseño de su sistema de concentración. Los pasos esenciales en el desarrollo de nuestro modelo fueron hacer un balance global de energía y estudiar cada una de sus componentes, esto es, la componente de energía entrante, la energía disipada y la energía acumulada. Con base en el modelo termodinámico se propusieron las dimensiones y los materiales de construcción del dispositivo para lograr un buen funcionamiento.

Posteriormente, se diseñó y se simuló el desempeño del sistema de concentración cuyo propósito es acelerar el tiempo de preparación de los alimentos sin quemarlos. Este sistema consiste de un espejo rectangular plano colocado a un costado del cocedor, y su desempeño fué evaluado numéricamente en las ciudades de México, Tijuana y Tuxtla Gutiérrez. La razón de haber considerado estas ciudades en particular, es que están localizadas en diferentes latitudes de la República Mexicana, abarcando desde el extremo norte al extremo sur. De esta forma, al obtener un buen funcionamiento del cocedor en estas zonas, también podríamos esperar un buen funcionamiento en regiones intermedias.

La simulación del desempeño del concentrador se realizó reajustando su posición durante los días intermedios a los solsticios y equinoccios. La razón de ello es que los días solsticios corresponden a desplazamientos máximos hacia el norte o sur en el recorrido solar, lo que da como resultado una mayor variación en la trayectoria del Sol entre cada solsticio y equinoccio. Entonces, si se ajusta de manera óptima la posición del espejo durante estos días, en fechas cercanas al próximo solsticio o equinoccio el espejo tendría un mal desempeño. En cambio, si reajustamos el espejo en los días intermedios, dado que la variación en la trayectoria solar será menor entre el día intermedio y el solsticio o equinoccio más próximos, éste podrá recolectar una mayor cantidad de radiación durante todo el periodo intermedio. Los resultados obtenidos de la simulación muestran que es posible tener un rendimiento óptimo del concentrador para las diferentes latitudes sobre la República Mexicana reajustando su posición únicamente dos veces a lo largo del año independientemente de la latitud en que se encuentre, lo cual facilita la operación del cocedor. Así mismo, se propone el uso de un sistema eléctrico de respaldo para garantizar la preparación exitosa de los alimentos aún en los días de baja insolación.

El resultado final de este trabajo es un modelo que abarca el análisis termodinámico y óptico para predecir el comportamiento de la temperatura en el interior de un cocedor solar. Este modelo predice que el dispositivo propuesto es capaz de cocinar 4.5 Kg de comida en aproximadamente cuatro horas en cualquier época del año.

Estos resultados motivan la siguiente fase del trabajo, que es la construcción de un cocedor solar eléctrico.

Es un hecho que las condiciones climáticas y de insolación varían sobre las distintas regiones del planeta, lo cual dificulta el diseño de dispositivos que sean capaces de operar en distintas ubicaciones. Una de las aportaciones de esta tesis es un programa capaz de calcular el desempeño de un concentrador plano en cualquier ubicación sobre la tierra. Esto permite analizar las condiciones específicas de irradiancia de una región para un día específico del año, lo cual podría facilitar el diseño y la orientación de concentradores planos similares al nuestro en trabajos posteriores.

Apéndice A

Solución numérica de la ecuación de balance

Para valorar que tan buena aproximación constituye la solución analítica de la ecuación de balance, donde se consideró el término R_{tot} como constante, la comparamos con la solución obtenida de aplicar el método Runge-Kutta de cuarto orden a la ecuación de balance tomando R_{tot} como variable. Esta comparación se muestra en la gráfica A.1, donde las líneas de colores rojo, verde y azul representan la solución analítica, mientras que las líneas grises son las soluciones obtenidas por Runge-Kutta que en ambos casos corresponden a los parámetros de las pruebas 1, 2 y 3. De la figura A.1 podemos

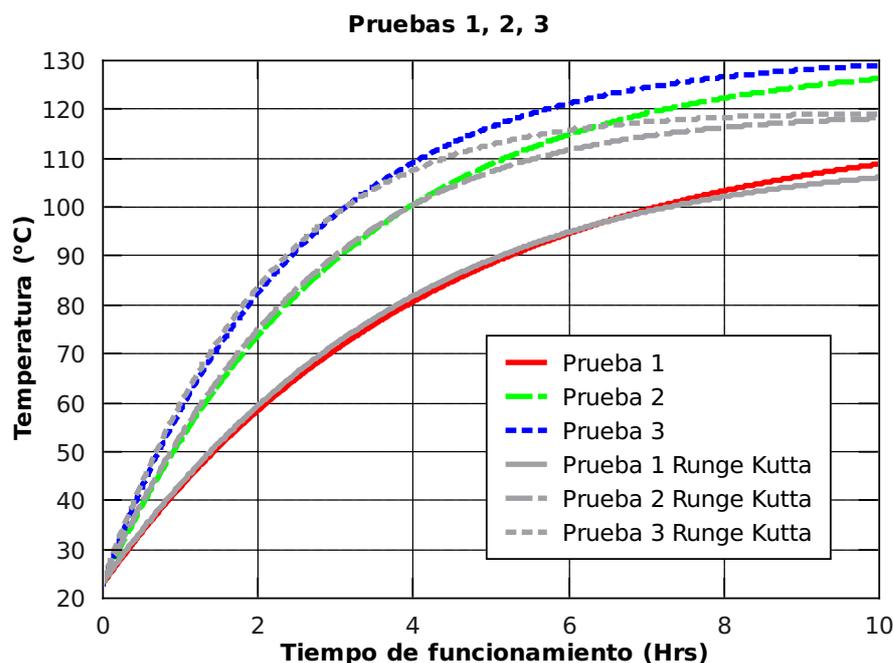


Figura A.1: Las gráficas de colores rojo, verde y azul representan las soluciones a la ecuación simplificada, mientras que las líneas grises son las soluciones obtenidas por Runge-Kutta y en ambos casos corresponden a los parámetros de las pruebas 1, 2 y 3.

observar que ambas soluciones discrepan en los peores casos (pruebas 2 y 3) alrededor de 10 grados centígrados para un tiempo cercano a las 10 horas de funcionamiento. Sin embargo, el tiempo de funcionamiento del cocedor que estamos considerando en este trabajo es de cuatro horas, y en esta región la discrepancia máxima entre las soluciones es del orden de un grado centígrado.

De lo anterior podemos concluir que la solución analítica constituye una muy buena aproximación para el intervalo de tiempo en que funcionará nuestro dispositivo. La ventaja más importante de

tener la solución analítica del problema, es que podemos observar de manera directa la forma en que la temperatura interna del cocedor depende de la geometría, los materiales de construcción, de las condiciones de insolación y del tiempo.

Apéndice B

Programa para el cálculo de la irradiancia

A continuación se presenta el programa escrito en FORTRAN 90 para el cálculo de la irradiancia:

```
program angulos
real :: lm,ls,phi,n,d,b,e,wi,wwi,tn,tn1,tzi,gsi,ti,ti1,alp,l,ll,h1,h2,h3,t, p1,p2,f1,f2,area,a
!para la posición solar
real :: tna,wa,wwa,tza,gsa,nx,ny,nz,irradiancia
!para el cálculo de la normal del espejo
real :: radio,o1,o2,oc,alpha,m,omicron,gama,tan1,tan2,ta1,ta2,kruz ,sumairr,promedio,tprom
!calculo del cÁrculo base y promedio
real, dimension(3,3) :: Re
real, dimension(3):: r,ref
print*, "PROGRAMA HORA SOLAR"
print*, "proporcione Lm (longitud del meridiano de la hora local)"
read*,lm
print*, "proporcione Ls (longitud del sitio)"
read*,ls
print*, "proporcione phi (latitud del sitio)"
read*,phi
print*, "proporcione el numero del dia"
read*,n

l=1 !altura espejo
ll=1 !base espejo
!XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX POSICIÓN DEL ESPEJO XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
d=23.5*sin(6.283*(284+n)/365)/57.29 !declinación
b=6.283*(n-80)/(365) !calcularemos omega, requerimos de la hora solar
if (n<81) then
b=6.283*(284+n)/(365)
end if
e=229.2*(0.000075+0.001868*cos(b)-0.032077*sin(b)-0.014615*cos(2*b)-0.04089*sin(2*b))
tn1=(4*(lm-ls)+e)/60
tn=12-tn1
tna=10.5-tn1 !a las 11am
wa=tn-tna !diferencia de horas de 11 al medio dia
wwa=wa*15/57.29
tza=acos(cos(d)*cos(wwa)*cos(phi/57.29)+sin(d)*sin(phi/57.29))
gsa=asin(cos(d)*sin(wwa)/sin(tza)) !Angulos theta-z y gamma-s a las 11 AM
```

```

alp=abs((55/57.29)-tza) !inclinación del espejo
nx=sin((90/57.29)-alp)*cos(gsa) !vector normal al espejo
ny=sin((90/57.29)-alp)*sin(gsa)
nz=cos((90/57.29)-alp)

Re(1,1)=1-2*(ny*ny+nz*nz) !componentes de la matriz de rotación
Re(1,2)=2*nx*ny
Re(1,3)=2*nz*nx
Re(2,1)=2*nx*ny
Re(2,2)=1-2*(nx*nx+nz*nz)
Re(2,3)=2*ny*nz
Re(3,1)=2*nz*nx
Re(3,2)=2*ny*nz
Re(3,3)=1-2*(ny*ny+nx*nx)

a=1
do j=1, 3
print*, Re(j,1),Re(j,2),Re(j,3)
end do
print*, "normal",nx,ny,nz ,gsa*57.29
!XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX POSICIÓN DEL COCEDOR XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
o1=l*0.7*cos(gsa+90/57.29)+(radio+.1)*cos(gsa)
o2=l*0.7*sin(gsa+90/57.29)+(radio+.1)*sin(gsa)
oc=sqrt(o1*o1+o2*o2)
alpha=asin(radio/oc)
m=oc*cos(alpha)
omicron=atan(o2/o1)
if (omicron<0) then
omicron=omicron+(180/57.29)
end if
gama=omicron-alpha
tan1=m*cos(gama) ! Punto tangente 1
tan2=m*sin(gama)
aux1=o1-l*cos(gsa+90/57.29)
aux2=o2-l*sin(gsa+90/57.29)
ta1=aux1*cos(2*alpha)-aux2*sin(2*alpha) ! Punto tangente 2
ta2=aux1*sin(2*alpha)+aux2*cos(2*alpha)

!XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX CALCULO DE LA REFLEXIÓN XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
tprom=0
promedio=0
sumairr=0 !promedio inicial
do i=1, 300
ti1=(4*(lm-ls)+e)/60
ti=10-ti1+(a/60) !a partir de las 10 solar
wi=tn-ti !diferencia de horas de 10 al medio dia
wwi=wi*15/57.29
tzi=acos(cos(d)*cos(wwi)*cos(phi/57.29)+sin(d)*sin(phi/57.29))
gsi=asin(cos(d)*sin(wwi)/sin(tzi)) !Angulos theta-z y gamma-s al i-esimo minuto

```



```

ref(1)=0
ref(2)=0
ref(3)=0
print*,0,0,0,"t",10+a/60,"irrad",0,.a,0,0,0,14-a/60
a=a+1
cycle
end if
!XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
irradiancia=(800*ll*(r(1)*nx+r(2)*ny+r(3)*nz))/area
sumairr=sumairr+irradiancia !radiación por unidad de área debida al espejo
tprom=tprom+1
promedio=sumairr/tprom
print*,gsi*57.29,tzi*57.29,d*57.29,"t",10+a/60,"irrad",irradiancia,.a,area,&
(r(1)*nx+r(2)*ny+r(3)*nz),promedio,14-a/60
a=a+1
end do

end program angulos

```

Bibliografía

- [1] Roger Magar y Fernando del Río, *La encrucijada de la energía en México*, versión electrónica 1.4, (2008).
- [2] S.D. Pohekar, Dinesh Kumar, M. Ramachandran, *Renewable and Sustainable Energy Reviews* **9**, 379 (2005).
- [3] Pranab J. Lahkar, S.K. Samdarshi, *Renewable and Sustainable Energy Reviews* **14**, 1615 (2010).
- [4] Saúl Tapia Salinas, *Cocedor solar con respaldo eléctrico*, Tesis de maestría en ingeniería en energía, Universidad Nacional Autónoma de México (2006).
- [5] R. Acosta, O.A. Jaramillo, J.J. Vázquez, J.A. del Río. *Diseño y emulación de un horno solar tipo caja*. Memorias de la XX Reunión Anual de Energía Solar ANES. Xalapa, Veracruz., 1996.
- [6] O.A. Jaramillo, G. Huelsz a, G. Hernández-Luna, J.A. del Río, R. Acosta, L.G. Arriaga, *Energy Conversion and Management* **48**, 2649 (2007).
- [7] F. Sosa-Montemayor, O.A. Jaramillo, J.A. del Río, *Energy Conversion and Management* **50**, 2407 (2009).
- [8] Edward A. Olszewski, *American Journal of Physics* **74**, 509 (2006).
- [9] D.Buay, S.K.Foong, D.Kiang, L.Kuppan and V.H.Liew, *European Journal of Physics* **27**, 119 (2006).
- [10] M. Necati Özisik, *Heat Conduction*, Jhon Wiley & Sons, Inc., 1993
- [11] Lindon C. Thomas, *Heat Transfer Professional Version*, Prentice-Hall, Inc., 1993.
- [12] J.A. del Río, S.T Salinas, O.A. Jaramillo, *Revista Digital Universitaria*, **11** No.10, ISSN 1067-6079.
- [13] Kurt C. Rolle, *Thermodynamics and Heat Power*, 4ta edición, Macmillan Publishing Company, 1994.