



**UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**CÁLCULO DE RESERVAS EN  
YACIMIENTOS DE GAS**

**TESIS PROFESIONAL**

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

**INGENIERO PETROLERO**

**P R E S E N T A N**

**MARTÍNEZ FUENTES RICARDO  
VALDEZ CUEVAS JORGE ENRIQUE**



**DIRECTOR DE TESIS:  
M. I. MARIO BECERRA ZEPEDA**

MÉXICO D. F., CIUDAD UNIVERSITARIA, 2011



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## AGRADECIMIENTOS

### **Ricardo Martínez Fuentes**

Antes que todo quiero agradecer a DIOS que me ayudo a terminar la carrera y por estar siempre a mi lado cuando lo necesitaba, además de reconfortarme cuando lo necesitaba, guiándome para llegar a donde estoy y ser lo que soy.

A mis padres Estela Fuentes Melo y José Martínez González que me apoyaron tanto moral y económicamente asimismo de los valores y enseñanzas que me inculcaron además de creer siempre en mí. A mis hermanos y demás familia por el gran apoyo que me brindaron durante toda mi vida escolar.

A mis amigos que fui conociendo durante toda mi trayectoria escolar, pero en especial a Natalia Hinojosa González, Ulises Bruno Salvador, Miguel Reyes García, Emmanuel Vargas Hernández, Moisés Morales Cruz, Gilberto Domínguez Evaristo, Héctor Ríos Aguilar, Rafael Carrillo Hernández, David Ruiz de la Cruz, Cesar Belmares Velázquez, Claudio Miranda Veneros, Jerónimo Rojas Cardona, Víctor Martínez, Julio Núñez López, Antonio Torres Mendoza, Florentino Bernal Tapia, Carlos Mora Guzmán, José Luis Chávez Pérez, Consuelo Cedillo Aco, Alfredo Zuñiga, Nae Lalo y Lulú, Miguel Reyes y Fernanda, y a Jorge Valdez Cuevas.

A mis profesores y sinodales de la Facultad de Ingeniería, que fueron mi guía para lograr mi formación profesional. Además del Dr. Rafael Herrera y mis compañeros del Servicio social (Toño, Cesar, Yarisol, Bety). Y en especial al Ing. Mario Becerra Zepeda por guiarme y apoyarme incondicionalmente en la elaboración de esta tesis.

Y a todas las personas que me faltó mencionar y que de alguna manera me apoyaron e hicieron posible este logro.

## AGRADECIMIENTOS

### **Jorge Enrique Valdez Cuevas**

Quiero agradecer en especial a mi Madre, Rebeca Cuevas, quien confió en mí a través de todo el tiempo que duro mi trayectoria escolar desde un principio y hasta esta instancia profesional apoyándome incondicionalmente además de ser una motivación constante durante toda mi vida.

A mi hermana, Andrea Valdez, que me apoyo y entendió en los momentos difíciles durante mi trayectoria principalmente durante la universidad.

A mi Padre, Jorge Valdez, por el apoyo en estos años tan pesados en mi vida.

A mis familiares, que con sus palabras siempre motivaron a incrementar mis conocimientos haciéndome una persona fuerte tanto en lo personal como profesionalmente.

A mis amigos Jesús del Castillo, Erika Guevara, Ricardo Martínez, Natalia Hinojosa, Darío Vázquez, Ulises Bruno Salvador, Moisés Morales Cruz, Gilberto Domínguez, Juan Vázquez y compañeros de la Facultad de Ingeniería con quienes he compartido muchas experiencias y siempre ha sido un grupo unido tanto en las buenas como en las malas de apoyo mutuo.

A mis profesores, ya que ellos han sido la guía a través de estos últimos años que me encaminaron en la complejidad del ámbito petrolero, pero también a través de la hermosa y vasta grandeza que mi carrera tiene en toda su extensión.

A mis sinodales por ayudarme a desarrollar un trabajo de tesis del cual puedo sentirme orgulloso, pero principalmente al Ingeniero Mario Becerra por haberme ayudado y encaminado durante todo el desarrollo del trabajo además de ser una guía, dar siempre un consejo para poder mejorar tanto en el ámbito profesional como en el ámbito personal.

## ÍNDICE

INTRODUCCIÓN .....	1
1. CLASIFICACIÓN DE LOS YACIMIENTOS DE GAS.....	3
1.1 Diagrama de Fases.....	3
1.1.1 Gas y Condensado.....	5
1.1.2 Gas Húmedo.....	6
1.1.3 Gas Seco.....	6
2. PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS.....	8
2.1 Conceptos Fundamentales.....	8
2.1.1 Peso Molecular Aparente de una Mezcla de Gases.....	9
2.1.2 Densidad Relativa Del Gas.....	9
2.1.3 Moles y Fracción Mol.....	11
2.1.4 Factor de Desviación de los Gases Reales.....	12
2.1.5 Factor de Volumen del Gas de Formación, $B_g$ .....	12
2.1.6 Coeficiente de Compresibilidad Isotérmico del Gas, $c_g$ .....	13
2.1.6.1 Coeficiente de Compresibilidad Isotérmico, $c_g$ para un Gas Ideal.....	14
2.1.6.2 Coeficiente de Compresibilidad Isotérmico para un Gas Real, $c_g$ .....	15
2.1.6.3 Compresibilidad Pseudoreducida.....	17
2.1.7 Coeficiente de la Viscosidad del Gas, $\mu_g$ .....	18
2.1.8 Viscosidad de Gases Puros.....	19
2.1.9 Viscosidad de una Mezcla de Gases.....	20
2.2 Análisis de los Fluidos.....	21
2.2.1 Muestra de Fluidos.....	22
2.2.2 Pruebas pVT.....	22
2.2.3 Análisis Cromatográfico.....	23
3. CÁLCULO DE RESERVAS DE YACIMIENTOS DE GAS.....	25
3.1 Métodos Volumétricos.....	25
3.1.1 Método de Cimas y Bases.....	26
3.1.2 Método de Isopacas.....	30
3.1.3 Yacimientos Volumétricos de Gas Seco.....	34
3.1.4 Yacimientos de Gas Seco con Entrada de Agua.....	36
3.1.5 Yacimientos Volumétricos de Gas y Condensado y Gas Húmedo.....	38
3.2 Balance de Materia.....	42
3.2.1 Yacimientos Volumétricos de Gas Seco.....	43
3.2.2 Yacimientos de Gas Seco con Entrada de Agua.....	45

3.2.2.1 Método para el Cálculo de la Entrada de Agua .....	47
3.2.2.1.1 Método van Everdingen-Hurst .....	47
3.2.2.1.2 Método Carter-Tracy .....	54
3.2.2.1.3 Método de Fetkovich .....	55
3.2.3 Yacimientos Volumétricos de Gas y Condensado .....	59
3.3 Método de Declinación .....	64
3.3.1 Aspectos Generales .....	64
3.3.2 Técnicas de Análisis Convencional .....	64
3.3.2.1 Declinación Exponencial .....	67
3.3.2.2 Declinación Armónica .....	68
3.3.2.3 Declinación Hiperbólica .....	69
3.3.3 Declinación, Curvas Tipo .....	76
3.3.3.1 Curva Tipo de Declinación de Fetkovich .....	77
3.3.3.2 Curva Tipo de Carter .....	80
3.3.3.3 Limitaciones de las Curvas Tipo .....	84
4. TIPOS DE EMPUJE EN YACIMIENTOS DE GAS .....	92
4.1 Aspectos Generales .....	92
4.2 Expansión Del Agua Congénita Y De Los Sólidos .....	93
4.3 Expansión del Gas .....	93
4.4 Empuje Hidráulico .....	94
4.5 Segregación Gravitacional .....	94
5. EXPLOTACIÓN ÓPTIMA DE YACIMIENTOS DE GAS .....	95
5.1 Aspectos Generales .....	95
5.2 Descripción del Problema .....	95
5.3 Modificaciones al Modelo de G.W. Rosenwald .....	96
5.4 Restricciones .....	96
5.5 Procedimiento de Aplicación .....	98
APÉNDICE A .....	105
CONCLUSIONES .....	107
BIBLIOGRAFÍA .....	108

## INTRODUCCIÓN

En las próximas décadas, el mundo afrontará dos asuntos energéticos cruciales: la necesidad de contar con más electricidad y de disponer de más energía líquida para alimentar los motores de combustión interna. Estas nuevas necesidades surgen a raíz del aumento esperado de la población mundial y de la creciente demanda de energía en los países en desarrollo. El gas natural desempeña un rol importante en lo que respecta a la satisfacción de esas necesidades, tanto en la generación de electricidad como en el suministro de más combustible para automóviles, aeronaves, camiones, autobuses, trenes y embarcaciones.

Cuando la producción proveniente de campos petroleros convencionales alcance su punto máximo y comience a declinar, el mundo recurrirá al gas natural para satisfacer la creciente demanda de combustible líquido. El gas natural será un favorito seguro porque puede ser utilizado como combustible en forma gaseosa o transformarse en líquido para reemplazar a la gasolina, el diesel o el combustible de las aeronaves. La combustión del gas natural en cualquiera de las dos formas es menos perjudicial para el medio ambiente que la combustión de los combustibles líquidos refinados a partir del petróleo crudo.

Los suministros de gas natural son suficientes para satisfacer la demanda de las próximas cinco décadas. Según las estadísticas de British Petroleum (BP), el mundo posee en este momento aproximadamente 5500 trillones de pies cúbicos de reservas probadas de gas. La industria del petróleo y gas ha hecho mucho menos en la exploración de gas natural que en la exploración de petróleo. Recientemente está comenzando a buscar gas natural en areniscas gasíferas de baja permeabilidad, vetas de carbón e hidratos de gas.

Cuando la industria empiece a enfocarse en el gas natural, podremos esperar que el volumen conocido de reservas de gas exceda con creces el actual volumen de reservas probadas. Se espera que dichos descubrimientos de reservas futuras aporten suficiente gas natural como para alimentar al mundo por muchas décadas más.

México en el 2006 contaba con 16.5 miles de millones de barriles de petróleo crudo equivalente (mmbpce) de reservas probadas de hidrocarburos, así como 15.8 mmbpce de reservas probables y 14.2 mmbpce de reservas posibles. Estas últimas tienen aproximadamente un 10 por ciento de probabilidad de ser recuperadas. El acervo es predominantemente petrolero. En términos calóricos, las reservas probadas de hidrocarburos líquidos son 5 veces mayores a las de gas seco. La producción de petróleo que se ha acumulado a través de los años es similar a la suma de las reservas probadas, probables y posibles remanentes.

La dotación de reservas probadas se caracteriza por su madurez. El 73 por ciento de las reservas probadas originales ya fueron producidas. Las reservas petroleras del país son importantes pero no se encuentran entre las de mayor dimensión. A fines de 2005 había 14 países con reservas probadas de petróleo mayores a las de México y 37 países con reservas de gas también superiores.

Estos rangos divergen de los correspondientes a la producción: el año pasado México fue el 5° productor de petróleo del mundo y el decimoctavo en materia de gas.

En los últimos cinco años las reservas probadas de hidrocarburos de México disminuyeron sustancialmente. Sin embargo, la magnitud de la caída de las reservas de petróleo fue mayor a la del gas natural.

En los últimos tres años el exitoso aumento de las reservas de gas en la Región Norte logró compensar, en gran medida, la contracción de reservas en el resto del país. Las reservas probadas de gas seco de la Cuenca de Veracruz aumentaron en más de un millón de millones de pies cúbicos y se registraron incrementos menores en Burgos, costa afuera en Veracruz y el Litoral de Tabasco. Aun así, no fue posible contrarrestar plenamente su fuerte declinación en otras regiones marinas y terrestres.

La reducción de la vida media de las reservas probadas de hidrocarburos es preocupante. El aumento de la producción registrado en el último quinquenio coincidió con la ominosa caída de las reservas. Así, al ritmo de producción actual, las reservas probadas de hidrocarburos tienen una vida esperada de 10 años, las de petróleo crudo ya descendieron por abajo de este umbral y las de gas natural se mantienen en 11 años<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> Adrián Lajous.: "México: Producción y Reservas de Petróleo y Gas Natural", Agosto 2006.



## 1. CLASIFICACIÓN DE LOS YACIMIENTOS DE GAS

Los yacimientos en el mundo, se pueden dividir de acuerdo con el tipo de fluido que se encuentra en ellos entrampado:

- Aceite Negro.
- Aceite Volátil.
- Gas y Condensado (Condensación Retrógrada).
- Gas Húmedo.
- Gas Seco.

Para elaborar dicha clasificación, a menudo los ingenieros se apoyan en análisis pVT, cromatográficos y diagramas de fases, entre otras determinaciones. Dependiendo del tipo de fluidos que se tienen, éstos difieren en su comportamiento desde el yacimiento y a través de las instalaciones superficiales hasta la entrega del fluido ya sea en el punto de venta o en el tanque de almacenamiento. Estos cambios que ocurren son muy importantes para el diseño de las instalaciones que se requieren para su manejo y transportación, por ello, con base en los cambios en su comportamiento durante el recorrido de ellos, si no se realiza un correcto análisis acarreará una gran cantidad de problemas y generalmente provocará costos excesivos.

Las técnicas de explotación y desarrollo de un campo, el tamaño y equipo superficial necesario, los tipos de muestreo requeridos, los cálculos para determinar el volumen original de aceite y gas, el comportamiento del yacimiento entre otras, se encuentran en función del tipo de fluido contenido en los yacimientos.

En cuanto a los yacimientos de gas, los tipos de yacimientos relevantes son: Gas y Condensado, Gas Húmedo y Gas seco, los cuales se definirán posteriormente en este documento.

### 1.1 Diagrama de Fases

El comportamiento de fases de sistemas de hidrocarburos es muy semejante al comportamiento de fase de sistemas de dos componentes puros. Los rangos de presión y temperatura en los cuales las dos fases existen se incrementan si el sistema llega a ser más complejo con un gran número de componentes.

Conforme el número y complejidad de las moléculas en una mezcla de hidrocarburos se incrementa, la separación entre las líneas de puntos de burbuja y puntos de rocío sobre el diagrama de fase es mucho mayor, existiendo una amplia variedad de presiones críticas y temperaturas críticas así como diferentes localizaciones de los puntos críticos sobre las envolventes de saturación.

La **Fig. 1.1** representa un diagrama de presión-temperatura para un sistema multicomponente. Cabe mencionar que existen diferentes diagramas de fases para diferentes sistemas de hidrocarburos.

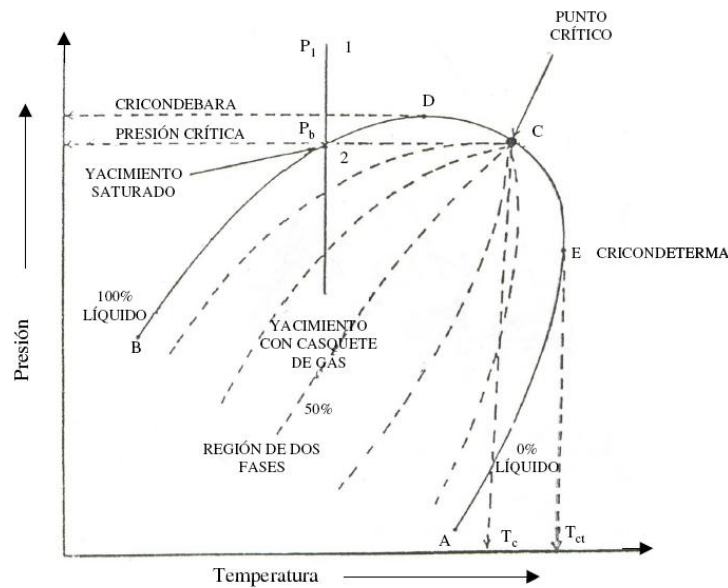


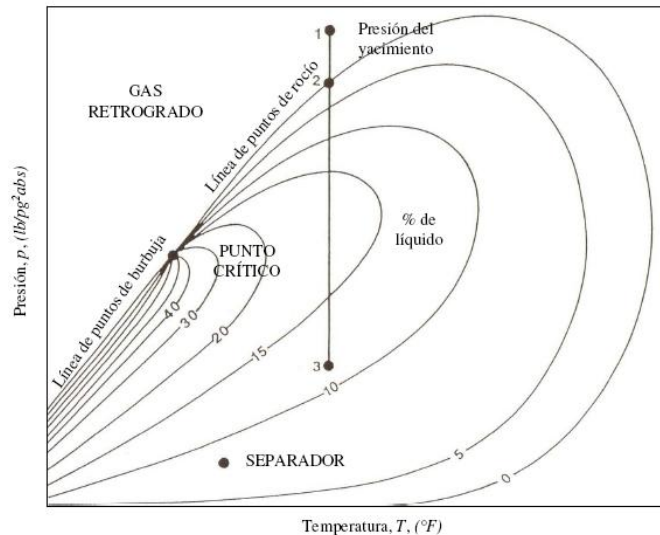
Fig. 1.1 Diagrama de fases Presión-Temperatura.

En el diagrama se encuentran representados los puntos más importantes del mismo que son:

- Cricondenbara. Es la presión máxima por encima de la cual la fase gaseosa no es posible que se forme de manera independiente a la temperatura.
- Cricondeterma. Es la temperatura máxima a la cual se puede encontrar la fase líquida a ciertas condiciones de presión, por encima de esta temperatura no hay condiciones de presión en las que exista la posibilidad de encontrar líquido.
- Presión Crítica. Es la presión a la que se encuentra ubicado el punto crítico de la mezcla.
- Temperatura Crítica (T<sub>c</sub>). Es la temperatura a la que se encuentra el punto crítico de la mezcla.
- Región de 2 Fases. Es la zona en la que se encuentran las líneas de calidad de la mezcla indicando las condiciones de presión y temperatura para volúmenes equivalentes de líquido, las cuales convergen hacia el punto crítico.
- Punto Crítico. Son las condiciones de presión-temperatura a las cuales todas las propiedades intensivas tanto de la fase líquida como de la fase gaseosa son idénticas.
- Curva de Puntos de Burbuja. Es la curva que representa las condiciones de presión-temperatura a las cuales se presenta la primer burbuja de gas en la mezcla, y separa la región de la fase líquida y la región de 2 fases (Línea BC).
- Curva de Puntos de Rocío. Es la curva que representa las condiciones de presión-temperatura a las cuales se presenta la primera gota de líquido en la mezcla, y separa la región de la fase gaseosa y la región de 2 fases (Línea AC).

### 1.1.1 Gas y Condensado

En este tipo de yacimiento el diagrama de fases es más pequeño que el diagrama de fase para los otros tipos de aceite. El punto crítico se localiza hacia la parte baja de la izquierda del diagrama, esto debido a que la composición hace que se contenga una cantidad menor de hidrocarburos pesados de forma gaseosa, además de que la cricondenterma se encuentra por encima de la temperatura de yacimiento y esta última a su vez se encuentra por arriba de la temperatura crítica. La **Fig 1.2** muestra el diagrama de fase de un yacimiento de gas y condensado.



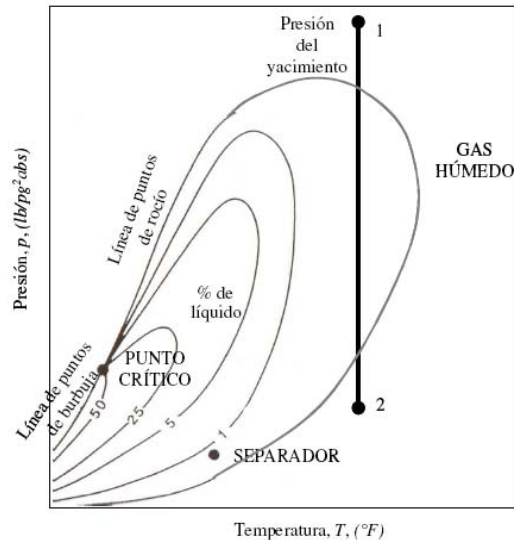
**Fig. 1.2** Diagrama de Fase para un Gas y Condensado.

Las características principales que definen al gas y condensado en general son:

- La temperatura de yacimiento se encuentra entre la cricondenterma y la temperatura crítica.
- Punto crítico se encuentra a la izquierda de la cricondenterma.
- Si  $P > P_b$  @ temperatura de yacimiento el yacimiento es bajosaturado (1 fase) y si  $P < P_b$  @ temperatura de yacimiento el yacimiento es saturado (2 fases).
- Las curvas de calidad tienden a pegarse hacia la línea de puntos de burbuja.
- Se presenta el fenómeno de condensación retrógrada.
- Contiene regulares cantidades de intermedios en la mezcla original.
- La RGA se encuentra entre los 500 y 15000  $[m^3/m^3]$ .
- La densidad del líquido se encuentra entre 0.75 y 0.80  $[gr/cm^3]$ .

### 1.1.2 Gas Húmedo

Un gas húmedo existe únicamente como gas en el yacimiento a lo largo de la explotación con su respectiva caída de presión. En teoría la caída de presión en el yacimiento es isotérmica, lo que provoca que no se forme líquido a las condiciones de presión y temperatura en el yacimiento, sin embargo se ha determinado que en algunos, sí se forma una cierta cantidad de líquidos a dichas condiciones, por lo que durante la trayectoria de la caída de presión sí entra en la envolvente de fase. La **Fig. 1.3** muestra la envolvente de fase de un yacimiento de gas húmedo.



**Fig. 1.3** Diagrama de Fase para un Gas Húmedo.

Las características principales que definen al gas húmedo en general son:

- La temperatura de yacimiento es mayor que la cricondenterma.
- Punto crítico se encuentra a la izquierda de la cricondenterma.
- La presión de yacimiento nunca entra a la región de dos fases, en el yacimiento la mezcla siempre se encuentra en estado gaseoso.
- Las curvas de calidad tienden a pegarse hacia la línea de puntos de burbuja.
- Contiene pequeñas cantidades de intermedios en la mezcla original.
- La RGA se encuentra entre los 10000 y 20000  $[m^3/m^3]$ .
- La densidad del líquido se encuentra entre 0.75 y 0.80  $[gr/cm^3]$ .

### 1.1.3 Gas Seco

El gas seco se compone principalmente de gas metano, con algunas cantidades pequeñas de componentes intermedios. No se forman líquidos en el yacimiento, ni tampoco en la superficie, por lo

que la mezcla de hidrocarburos solo se encuentra en estado gaseoso, por lo que la trayectoria de producción tanto a condiciones de yacimiento como superficiales en teoría no cruza la envolvente de fases. La **Fig. 1.4** muestra un diagrama de fase típico de gas seco.

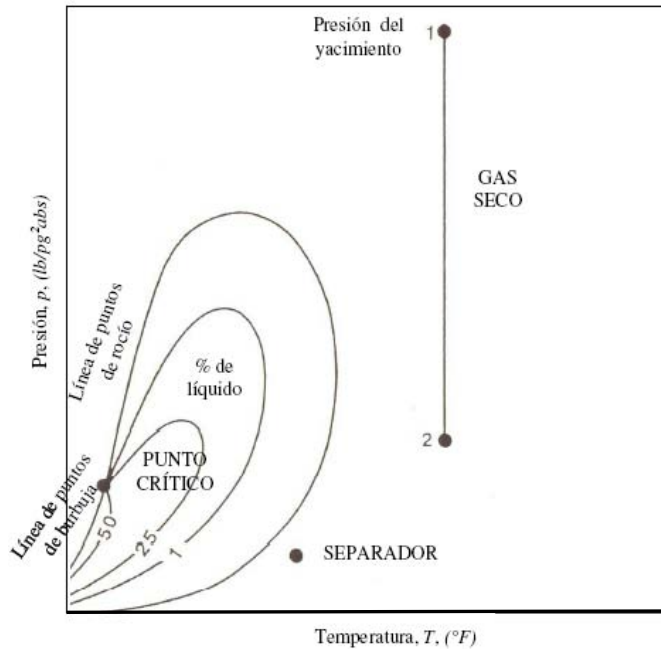


Fig. 1.4 Diagrama de Fase para un Gas Seco.

Las características principales que definen al gas seco en general son:

- La temperatura de yacimiento es mayor que la cricondenterma.
- Punto crítico se encuentra a la izquierda de la cricondenterma.
- La presión de yacimiento nunca entra a la región de dos fases, en el yacimiento la mezcla siempre se encuentra en estado gaseoso.
- Las curvas de calidad tienden a pegarse hacia la línea de puntos de burbuja.
- Contiene casi puros ligeros en la mezcla original.

## 2. PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS.

### 2.1 Conceptos Fundamentales.

Las propiedades físicas de los componentes puros que se presentan en los gases evaluadas a condiciones estándar de  $14.7 \text{ lb/pg}^2 \text{ abs}$  y  $60 \text{ }^\circ\text{F}$ , se listan en la **Tabla 2.1**. Estas propiedades, incluyen la fórmula química, el peso molecular, temperatura y presión crítica, densidades del líquido y gas y viscosidad del gas (para componentes más ligeros que el pentano). Estas propiedades se utilizan en cálculos que se basan en reglas de mezclado desarrollando las propiedades pseudo para mezcla de gases, incluyendo el peso molecular aparente y la densidad relativa del gas. Las propiedades físicas requeridas para estudios de ingeniería de yacimientos y de producción, se describen a continuación.

**Tabla 2.1 Propiedades físicas de los gases a  $14.7 \text{ lb/pg}^2 \text{ abs}$  y  $60 \text{ }^\circ\text{F}$**

Componente	Formula química	Peso molecular ( $\text{lbm/lbm-mol}$ )	Temperatura crítica ( $^\circ\text{R}$ )	Presión crítica ( $\text{lb/pg}^2 \text{ abs}$ )	Densidad del líquido ( $\text{lbm/ft}^3$ )	Densidad del gas ( $\text{lbm/ft}^3$ )	Viscosidad del gas ( $\text{cp}$ )
Hidrógeno	H <sub>2</sub>	2.109	59.36	187.5	4.432	0.005312	0.00871
Helio	He	4.003	9.34	32.9	7.802	0.010550	0.01927
Agua	H <sub>2</sub> O	18.015	1,164.85	3,200.14	62.336	-	~ 1.122
Monóxido de carbono	CO	28.010	239.26	507.5	49.231	0.073810	0.01725
Nitrógeno	N <sub>2</sub>	28.013	227.16	493.1	50.479	0.073820	0.01735
Oxígeno	O <sub>2</sub>	31.99	278.24	731.4	71.228	0.084320	0.02006
Sulfuro de hidrógeno	H <sub>2</sub> S	34.08	672.35	1,306.0	49.982	0.089810	0.01240
Dióxido de carbono	CO <sub>2</sub>	44.010	547.58	1,071.0	51.016	0.116000	0.01439
Aire	-	28.963	238.36	546.9	54.555	0.076320	0.01790
Metano	CH <sub>4</sub>	16.043	343.00	666.4	18.710	0.042280	0.01078
Etano	C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	30.070	549.59	706.5	22.214	0.079240	0.00901
Propano	C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	44.097	665.73	616.0	31.619	-	0.00788
i-Butano	C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	58.123	734.13	527.9	35.104	-	0.00732
n-Butano	C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	58.123	765.29	550.6	36.422	-	0.00724

i-Pentano	C <sub>5</sub> H <sub>12</sub>	72.150	828.77	490.4	38.960	-	-
n-Pentano	C <sub>5</sub> H <sub>12</sub>	72.150	845.47	488.6	39.360	-	-
n-Hexano	C <sub>6</sub> H <sub>14</sub>	86.177	913.27	436.9	41.400	-	-
n-Heptano	C <sub>7</sub> H <sub>16</sub>	100.204	972.37	396.8	42.920	-	-
n-Octano	C <sub>8</sub> H <sub>18</sub>	114.231	1,023.89	360.7	44.090	-	-
n-Nonano	C <sub>9</sub> H <sub>20</sub>	128.256	1,070.35	331.8	45.020	-	-
n-Decano	C <sub>10</sub> H <sub>22</sub>	142.285	1,111.67	305.2	45.790	-	-
Se dan valores de densidad de los líquidos para estos componentes, que puedan existir como líquidos a 60 °F y 14.7 (lb/pg <sup>2</sup> abs), se estima la densidad del líquido para componentes que son gases naturales a estas condiciones.							

### 2.1.1 Peso Molecular Aparente de una Mezcla de Gases

Una de las principales propiedades del gas que frecuentemente interesa a los ingenieros es el peso molecular aparente. Si  $y_i$  representa la fracción mol del componente  $n$  de una mezcla de gases, el peso molecular aparente se define matemáticamente por la siguiente ecuación:

$$M_a = \sum_{j=1}^{j=n_{comp}} y_j M_j \dots\dots\dots(2.1)$$

donde:

$M_a$  = peso molecular aparente de la mezcla de gases [lbm/lbm-mol]

$M_j$  = peso molecular del componente  $j$  de la mezcla de gas [lbm/lbm-mol]

$y_j$  = fracción mol de la fase de gas del componente  $j$  [fracción]

### 2.1.2 Densidad Relativa Del Gas.

La densidad relativa de un gas,  $\gamma_g$ , se define como la relación entre la densidad del gas y la del aire. Ambas densidades medidas o expresadas a las mismas condiciones de presión y temperatura. Normalmente la presión y temperatura estándar se usan en la definición de densidad relativa del gas:

$$\gamma_g = \frac{\rho_g}{\rho_{aire}} \dots\dots\dots(2.2)$$

donde:

$\rho_g$  = densidad de la mezcla de gases [lbm/ft<sup>3</sup>]

$\rho_{aire}$  = densidad del aire [lbm/ft<sup>3</sup>]

A condiciones estándar, ambos el aire y el gas seco se modelan (comportan) en forma muy precisa de acuerdo a la ley de los gases ideales (baja presión y temperatura moderada). Bajo estas condiciones, si se emplea la definición de número de moles, ( $n=m/M$ ), y de densidad ( $\rho=m/V$ ), así como la ecuación de estado para gases ideales para el aire y el gas, entonces la densidad relativa de una mezcla de gases se puede expresar como:

$$\gamma_g = \frac{\frac{pM}{RT}}{\frac{pM_{aire}}{RT}} = \frac{M}{M_{aire}} \dots\dots\dots(2.3)$$

donde:

$\gamma_g$  = densidad relativa del gas (*aire* =1.0),

$M$  = peso molecular aparente del gas [lbm/lbm-mol]

$M_{aire}$  = peso molecular del aire e igual a 28.9625 [lbm/lbm-mol]

Aunque la **Ec. 2.3** considera un gas ideal (que es algo razonable a condiciones estándar), su empleo en la definición para gases reales y mezcla de gases reales es muy común en la industria del gas natural.

En los cálculos de las propiedades de los fluidos se utilizan tres tipos de densidades relativas del gas, por lo que es conveniente distinguirlas. Las densidades relativas que generalmente se tiene como dato es la del gas producido ( $\gamma_g$ ). Cuando no se tiene como dato se puede calcular de la siguiente manera.

$$\gamma_g = \frac{\sum_{i=1}^n \gamma_{gi} q_{gi}}{q_g} \dots\dots\dots(2.4)$$

donde:

$n$  = Número de etapas de separación

$\gamma_g$  = Densidad relativa del gas en la salida del separador  $i$

$q_{gi}$  = Gasto de gas a la salida del separador  $i$  [ft<sup>3</sup>@c.s./día]

La densidad relativa del gas disuelto puede obtenerse con la correlación de Katz.

$$\gamma_{gd} = 0.25 + 0.02 \text{ } ^\circ API + R_s \times 10^{-6} (0.6874 - (3.5864)(^\circ API)) \dots\dots\dots(2.5)$$

El gas que primero se libera es principalmente el metano ( $\gamma_g=0.55$ ). Al declinar la presión se vaporizan hidrocarburos con mayor peso molecular, aumentando tanto  $\gamma_{gf}$  como  $\gamma_{gd}$ . Por tanto:  $\gamma_{gd} \geq \gamma_{gf} \geq 0.55$ . el valor de la densidad relativa del gas libre puede obtenerse de un balance másico:

$$W_g = W_{gd} + W_{gf} \dots\dots\dots(2.6)$$



donde:

$W_g$  = Gasto másico total de gas producido [lb<sub>m</sub>/día]

$W_{gd}$  = Gasto másico del gas disuelto [lb<sub>m</sub>/día]

$W_{gf}$  = Gasto másico del gas libre [lb<sub>m</sub>/día]

$$W_g = R \frac{ft_g^3 @ c.s.}{bl_o @ c.s.} q_o \frac{bl_o @ c.s.}{día} \times 0.0764 \frac{lb_{aire}}{ft_{aire}^3 @ c.s.} \gamma_g \frac{\frac{lb_g}{ft_g^3 @ c.s.}}{\frac{lb_{aire}}{ft_{aire}^3 @ c.s.}} \dots\dots\dots(2.7)$$

$$W_{gd} = R_s \frac{ft_{gd}^3 @ c.s.}{bl_o @ c.s.} q_o \frac{bl_o @ c.s.}{día} \times 0.0764 \frac{lb_{aire}}{ft_{aire}^3 @ c.s.} \gamma_{gd} \frac{\frac{lb_{gd}}{ft_{gd}^3 @ c.s.}}{\frac{lb_{aire}}{ft_{aire}^3 @ c.s.}} \dots\dots\dots(2.8)$$

$$W_{gf} = (R - R_s) \frac{ft_{gl}^3 @ c.s.}{bl_o @ c.s.} q_o \frac{bl_o @ c.s.}{día} \times 0.0764 \frac{lb_{aire}}{ft_{aire}^3 @ c.s.} \gamma_g \frac{\frac{lb_{gl}}{ft_{gl}^3 @ c.s.}}{\frac{lb_{aire}}{ft_{aire}^3 @ c.s.}} \dots\dots\dots(2.9)$$

Sustituyendo las ecuaciones 2.7, 2.8 y 2.9 en la ecuación 2.6 se tiene:

$$0.0764 = R q_o \gamma_g = 0.0764 R_s q_o \gamma_{gd} + 0.0764 (R - R_s) q_o \gamma_{gf} \dots\dots\dots(2.10)$$

Resolviendo para  $\gamma_{gf}$

$$\gamma_{gf} = \frac{R \gamma_g - R_s \gamma_{gd}}{R - R_s} \dots\dots\dots(2.11)$$

El numerador de esta ecuación debe ser positivo, dando que  $R > R_s$ . Por lo tanto el valor de  $\gamma_g$  que se use como dato, debe ser mayor o igual que el de  $\gamma_{gd}$  obtenido con la **Ec. 2.5**, usando  $R$  en vez de  $R_s$ . Al elaborar el diagrama de flujo es necesario considerar esta situación, o sea, calcular primero  $\gamma_{gd}$  como se indicó, comparar su valor con el de  $\gamma_g$  y sustituir  $\gamma_{gd}$  por  $\gamma_g$  si  $\gamma_g < \gamma_{gd}^2$ .

### 2.1.3 Moles y Fracción Mol

Una libra de mol (lbm-mol) es una cantidad de materia con una masa en libras igual al peso molecular (por ejemplo, una lbm-mol de metano pesa 16.043 lbm).

La fracción *mol* de un componente puro en una mezcla es el número de libras masa-mol, lbm-mol, de ese componente dividido por el número total de moles de todos los componentes de la mezcla. Para un sistema con n-componentes, la fracción mol se define como:

$$y_j = \frac{n_j}{\sum_{j=1}^{n_{comp}} n_j} \dots\dots\dots(2.12)$$

<sup>2</sup> Ing. Francisco Garaicochea Petrirena, Ing. Cesar Bernal Huicochea, Ing. Oscar López Ortiz.; Transporte de Hidrocarburos por Ductos. CIPM, 1991

En donde,  $y_j$  es la fracción mol del  $j$  componente,  $n_j$  es el número de lbm-moles del  $j$  componente y  $n_{comp}$  es el número de componentes en el sistema.

### 2.1.4 Factor de Desviación de los Gases Reales

La ley de los gases ideales establece que la presión, temperatura volumen y la cantidad de un gas ideal se relaciona con,

$$pV = nRT \dots\dots\dots(2.13)$$

donde:

- $p$  = Presión [lb/pg<sup>2</sup>abs]
- $V$  = volumen [ft<sup>3</sup>]
- $n$  = número de moles [lbm-mol del gas]
- $T$  = temperatura [°R]
- $R$  = constante universal de los gases e igual a 10.732 [(lb/pg<sup>2</sup>abs-ft<sup>3</sup>)/(lbm-mol-°R)]

Para gases reales, el factor de desviación  $z$  se define como:

$$z = \frac{V_{real}}{V_{ideal}} \dots\dots\dots(2.14)$$

En donde,  $V_{real}$  es el volumen real de gas que corresponde a una presión y temperatura dadas específicamente, y  $V_{ideal}$  es el volumen de gas calculado con la ecuación para gases ideales (ec. 2.13). Para gases reales, el factor de desviación  $z$  se calcula como:

$$z = \frac{pV}{nRT} \dots\dots\dots(2.15)$$

El factor de compresibilidad  $z$  es adimensional. Comúnmente,  $z$  es muy próximo a la unidad. Para gases cercanos al punto crítico,  $z$  se encuentra entre 0.3 y 0.4; si la temperatura y la presión aumentan el factor de compresibilidad  $z$  incrementa hasta un valor de 2 o mayor. A partir de la ec. 2.15 se desarrollan expresiones para definir el factor de volumen de gas de formación,  $B_g$ , la densidad del gas,  $\rho_g$ , y la compresibilidad del gas,  $c_g$ .

### 2.1.5 Factor de Volumen del Gas de Formación, $B_g$

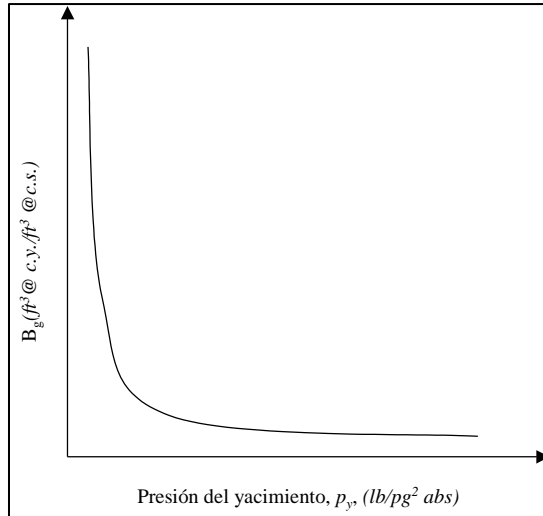
El factor de volumen del gas de formación se define como la relación del volumen de una cantidad de gas a las condiciones del yacimiento, al volumen de la misma cantidad del gas a las condiciones estándar.

$$B_g = \frac{V_g @ c.y.}{V_g @ c.s.} = \frac{z_y T_y}{p_y} \frac{p @ c.e.}{z @ c.e. T @ c.e.} \cong \frac{z_y T_y}{p_y} \frac{p @ c.e.}{T @ c.e.} \dots\dots\dots(2.16)$$

Para una  $p @c.e.=14.65 \text{ lb/pg}^2\text{abs}$  y una  $T @c.e.=60^\circ\text{F}$  ( $519.59 \text{ }^\circ\text{R}$ ), se tiene:

$$B_g = 0.0282 \frac{z_y T_y}{p_y} \dots\dots\dots(2.17)$$

En donde  $B_g$  presenta unidades de  $\text{ft}^3 \text{ @c.y./ft}^3 \text{ @c.s.}$  La **Fig. 2.1** presenta el comportamiento isotérmico común del factor de volumen del gas de formación respecto a la presión del yacimiento.



**Fig. 2.1 – Forma común del factor de volumen de gas de formación,  $B_g$ , en función de la presión del yacimiento a temperatura constante del yacimiento.**

### 2.1.6 Coeficiente de Compresibilidad Isotérmico del Gas, $c_g$

El coeficiente de compresibilidad isotérmico del gas, se define como el cambio fraccional del volumen en función del cambio de presión a una temperatura constante; por ejemplo, la  $c_g$  es el decremento en fracción de volumen que ocurre debido a un incremento de una unidad en la presión:

$$c_g \cong -\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial p} \bigg|_T \dots\dots\dots(2.18)$$

expresada en función del volumen,  $V$ .

$$c_g \cong -\frac{1}{V_M} \frac{\partial V_M}{\partial p} \bigg|_T \dots\dots\dots(2.19)$$

expresada en función del volumen molar,  $V_M$ .

$$c_g \cong -\frac{1}{v} \frac{\partial v}{\partial p} \bigg|_T \dots\dots\dots(2.20)$$

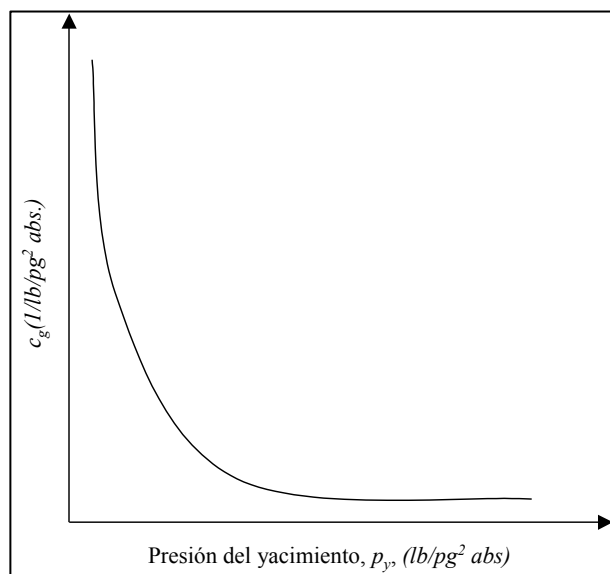
en función del volumen específico,  $v$ . La **Ec. 2.18** se puede escribir como:

$$c_g = \frac{p}{znRT} \frac{\partial}{\partial p} \frac{znRT}{p} \dots\dots\dots(2.21)$$

expandiendo las derivadas parciales, se tiene:

$$c_g = -\frac{p}{z} \frac{\partial}{\partial p} \frac{1}{p} + \frac{1}{p} \frac{\partial z}{\partial p} = \frac{1}{p} - \frac{1}{z} \frac{\partial z}{\partial p} \quad (2.22)$$

En las ecs. 2.18 y 2.22 se emplean las derivadas parciales en lugar de la derivada ordinaria debido a que sólo se permite cambiar una variable independiente, es decir la presión. El subíndice T indica temperatura constante. La relación de  $c_g$  respecto a la presión del yacimiento para un gas seco a temperatura constante se presenta la **Fig. 2.2**.



**Fig.2.2** – Forma común del coeficiente de compresibilidad isotérmica del gas,  $c_g$ , como una función de la presión del yacimiento y a temperatura constante del yacimiento.

Las unidades del  $c_g$  son  $1/lb/pg^2 \text{ abs}$  ó  $1/p$ . Para un gas ideal la  $c_g$  es aproximadamente igual a  $1/p$  (independiente de la temperatura). Esta expresión ( $1/p$ ) proporciona una estimación muy útil (aproximación) para el cálculo de  $c_g$ , especialmente a presiones bajas. Se debe de entender que el término compresibilidad del gas,  $c_g$ , se utiliza para designar el coeficiente de compresibilidad isotérmica,  $c_g$ , por lo que, el término de factor de compresibilidad  $z$  se refiere al factor  $z$ , el coeficiente en la ecuación de estado. Aunque ambos términos se relacionan para explicar el efecto de la presión sobre el volumen de gas, ambos no son equivalentes.

*2.1.6.1 Coeficiente de Compresibilidad Isotérmico,  $c_g$  para un Gas Ideal*

La **Ec. 2.18** se puede combinar con una ecuación que relacione el volumen y la presión con la finalidad de eliminar una de estas dos variables ( $p, T$ ). La ecuación de estado más simple es la ecuación de estado para gases ideales representada por:

$$pV = nRT \quad (2.23)$$

o

$$V = \frac{nRT}{p} \quad (2.24)$$

El propósito es eliminar el término  $(\partial V/\partial p)$  de la **Ec. 2.18**, por lo tanto derivando la **Ec. 2.24** respecto a  $p$  se tiene:

$$\frac{\partial V}{\partial p}_T = -\frac{nRT}{p^2} \dots\dots\dots(2.25)$$

Combinando las ecuaciones. 2.18 y 2.24 se tiene,

$$c_g = -\frac{1}{V} - \frac{nRT}{p^2} \dots\dots\dots(2.26)$$

o para un gas ideal ( $z=1$ ), sustituyendo la **Ec. 2.24** en la **Ec. 2.26** se tiene:

$$c_g = -\frac{p}{nRT} - \frac{nRT}{p^2} = \frac{1}{p} \dots\dots\dots(2.27)$$

*2.1.6.2 Coeficiente de Compresibilidad Isotérmico para un Gas Real,  $c_g$*

La ecuación de compresibilidad es la ecuación más comúnmente empleada en la industria petrolera. Debido a que el factor de desviación  $z$  varía en función de la presión, entonces el factor de desviación  $z$  se considera como una variable. Luego, se pueden combinar las ecuaciones del factor de desviación  $z$  con la del  $c_g$ . La ecuación de estado, para gases reales se expresa como:

$$pV = znRT \dots\dots\dots(2.28)$$

o

$$V = nRT \frac{z}{p} \dots\dots\dots(2.29)$$

Derivando la **Ec. 2.28** respecto a  $p$  para una temperatura constante.

$$\frac{\partial V}{\partial p}_T = nRT \frac{p \frac{\partial z}{\partial p}_T - z}{p^2} \dots\dots\dots(2.30)$$

y se sabe que,

$$c_g = -\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial p}_T \dots\dots\dots(2.31)$$

Sustituyendo la ecuación 2.28 y 2.29 dentro de la ecuación 2.18, se tiene:

$$c_g = -\frac{p}{znRT} - \frac{nRT}{p^2} p \frac{\partial z}{\partial p}_T - z \dots\dots\dots(2.32)$$

o

$$c_g = \frac{1}{p} - \frac{1}{z} \frac{\partial z}{\partial p}_T \dots\dots\dots(2.33)$$

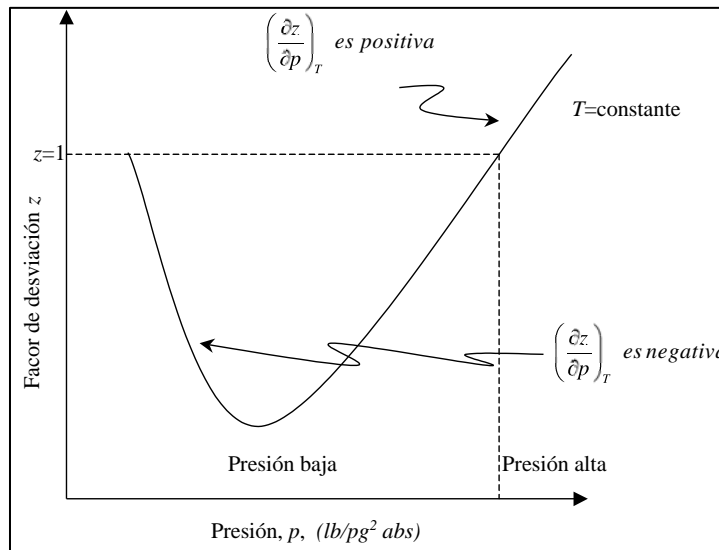
Se observa que para el caso especial de un gas ideal, en el cual el factor de desviación  $z$  es una constante igual a la unidad, la derivada parcial del factor de desviación  $z$  con respecto a  $p$  es igual a cero, y la **Ec. 2.33** se convierte en la **Ec. 2.27**. La derivada parcial,  $(\partial z/\partial p)_T$ , es la pendiente del factor de desviación  $z$  cuando se grafica contra la presión a temperatura constante.

Las pendientes de la isoterma de la **Fig. 2.3** muestran que el segundo término del lado derecho de la **Ec. 2.33** es significativamente grande. A baja presión, el factor  $z$  decrece conforme la presión se incrementa. Por lo tanto, la derivada parcial del factor  $z$  con respecto a la presión  $p$  es negativa, y la  $c_g$  es alta; sin embargo, el factor  $z$  se incrementa con el aumento de la presión, y la derivada parcial del factor de desviación  $z$  con respecto a la presión  $p$  es positiva originando que la  $c_g$  sea menor que en el caso de gases ideales. Por ejemplo, si se tiene una presión de  $14.7 \text{ lb/pg}^2 \text{ abs}$  (condiciones estándar) se tiene que la  $c_g = 3 \times 10^{-6} (\text{lb/pg}^2 \text{ abs})^{-1}$ .

Para un gas a presión baja, la expresión  $(\partial z/\partial p)_T$  presenta un valor negativo, y la **ec. 2.33** se transforma en:

$$c_g = \frac{1}{p} + \frac{1}{z} \frac{\partial z}{\partial p}_T \dots\dots\dots(2.34)$$

Si se tiene una  $p$  de  $1000 \text{ lb/pg}^2 \text{ abs}$ , entonces la  $c_g$  (a  $1000 \text{ lb/pg}^2 \text{ abs}$ ) es mucho mayor que la  $c_g$  a baja presión ( $c_g$  ideal). Para un gas a presión alta,  $(\partial z/\partial p)_T$  presenta un valor positivo y se emplea la **Ec. 2.33** Por ejemplo, si se tiene una  $p$  de  $10,000 \text{ lb/pg}^2 \text{ abs}$ , entonces se tiene una  $c_g$  (a  $10,000 \text{ lb/pg}^2 \text{ abs}$ ) mucho menor que la  $c_g$  ideal.



**Fig. 2.3** – Comportamiento del factor de compresibilidad  $z$  a diferentes presiones.

### 2.1.6.3 Compresibilidad Pseudo-reducida

La presión pseudoreducida para una mezcla de gases puros se determina con:

$$P_{pr} = \frac{p}{p_{pc}} \dots\dots\dots(2.35)$$

Arreglando la ecuación anterior en función de la presión se tiene,

$$p = p_{pc} p_{pr} \dots \dots \dots (2.36)$$

Recordando la **Ec. 2.33** se tiene:

$$c_g = \frac{1}{p} - \frac{1}{z} \frac{\partial z}{\partial p} \dots \dots \dots (2.37)$$

En la **Ec. 2.33** se puede aplicar la ley de los estados correspondientes con la finalidad de expresar la ecuación en forma reducida. Luego, con la finalidad de transformar la derivada parcial  $(\partial z / \partial p)$  en una forma reducida, se puede emplear la regla de la cadena en el término  $(\partial z / \partial p)$  como:

$$\frac{\partial z}{\partial p} = \frac{\partial z}{\partial p} \frac{\partial p_{pr}}{\partial p_{pr}} = \frac{\partial p_{pr}}{\partial p} \frac{\partial z}{\partial p_{pr}} \dots \dots \dots (2.38)$$

Derivando la **Ec. 2.36** respecto a  $p$ :

$$\frac{\partial p}{\partial p} = p_{pc} \frac{\partial p_{pr}}{\partial p} = 1 \dots \dots \dots (2.39)$$

o

$$\frac{\partial p_{pr}}{\partial p} = \frac{1}{p_{pc}} \dots \dots \dots (2.40)$$

Sustituyendo la **Ec. 2.40** dentro de la **Ec. 2.38** se tiene:

$$\frac{\partial z}{\partial p} = \frac{1}{p_{pc}} \frac{\partial z}{\partial p_{pr}} \dots \dots \dots (2.41)$$

Sustituyendo las ecuaciones 2.36 y 2.41 dentro de la ecuación 2.37 se tiene:

$$c_g = \frac{1}{p_{pc} p_{pr}} - \frac{1}{z p_{pc}} \frac{\partial z}{\partial p_{pr}} \dots \dots \dots (2.42)$$

o

$$c_g p_{pc} = \frac{1}{p_{pr}} - \frac{1}{z} \frac{\partial z}{\partial p_{pr}} \dots \dots \dots (2.43)$$

Se observa en la **Ec. 2.43** que debido a que las dimensiones de la  $c_g$  son el recíproco de la presión, el producto de la  $c_g$  y la  $p_{pc}$  es entonces adimensional. Este producto,  $c_g p_{pc}$ , se denomina compresibilidad pseudoreducida,  $c_{pr}$ , es decir,

$$c_{pr} = c_g p_{pc} = \frac{1}{p_{pr}} - \frac{1}{z} \frac{\partial z}{\partial p_{pr}} \dots \dots \dots (2.44)$$

2.1.7 Coeficiente de la Viscosidad del Gas,  $\mu_g$

El coeficiente de viscosidad es una medida de la resistencia al flujo ejercida por un fluido. Si se mide el esfuerzo cortante y el gasto cuando un fluido se encuentra en movimiento entre dos placas paralelas, en donde una placa se mueve con respecto a la otra placa para un gasto cualquiera, se puede encontrar que el esfuerzo cortante es directamente proporcional al gasto, es decir.

$$\sigma_{xy} \propto \frac{\partial u}{\partial y} \dots \dots \dots (2.45)$$

en donde la constante de proporcionalidad se define como la viscosidad del fluido,  $\mu$ , es decir:

$$\sigma_{xy} = \mu_g \frac{\partial u}{\partial y} \dots \dots \dots (2.46)$$

Luego entonces, la viscosidad es una medida de la resistencia que opone un fluido al flujo. Al recíproco de la viscosidad se le llama fluidez. En unidades de campo, la viscosidad se expresa en centipoises, *cp*, y se le denomina viscosidad dinámica. La viscosidad dinámica se determina con:

$$\mu = \rho_g \nu \dots \dots \dots (2.47)$$

donde:

$\mu$  = viscosidad dinámica [*cp*]

$\rho_g$  = densidad del gas [*gr/cm*<sup>3</sup>]

$\nu$  = viscosidad cinemática [*centistokes*]

Un centistoke se define como un centipoise dividido por la densidad; un centistoke es igual a 1 *cm*<sup>2</sup>/100 *seg* y un centipoise es igual a 1 *gr*/100 *seg-cm*. La viscosidad del gas,  $\mu_g$ , decrece conforme la presión del yacimiento decrece. A baja presión las moléculas de los gases están separadas y se mueven fácilmente una sobre otra.

La **Fig. 2.3** muestra la forma de la viscosidad del gas como una función de la presión del yacimiento para tres temperaturas diferentes de yacimiento. Se observa que a presiones bajas la viscosidad del gas se incrementa conforme la temperatura se incrementa. Sin embargo, a presiones altas la viscosidad del gas decrece conforme la temperatura incrementa.

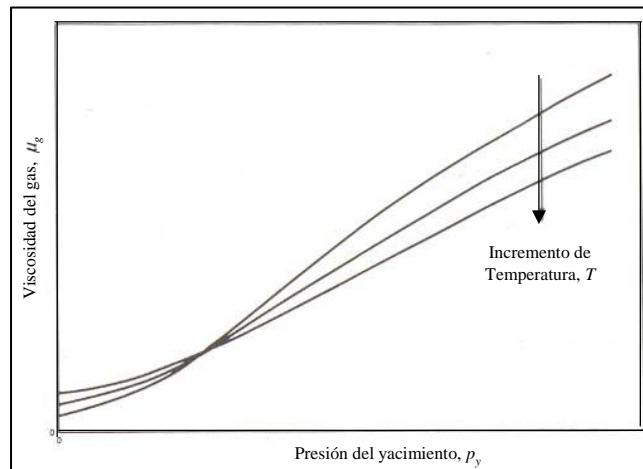




Fig. 2-4 – Comportamiento de la viscosidad del gas en función de la presión a tres temperaturas diferentes.

### 2.1.8 Viscosidad de Gases Puros

El cálculo experimental de la viscosidad del gas en el laboratorio es muy difícil. Normalmente, en ingeniería petrolera se emplean correlaciones para el cálculo de la viscosidad. La Fig. 2.5 muestra el comportamiento de la viscosidad del etano para diferentes temperaturas y presiones. Existe una similitud entre este comportamiento y la gráfica de densidades de hidrocarburos puros.

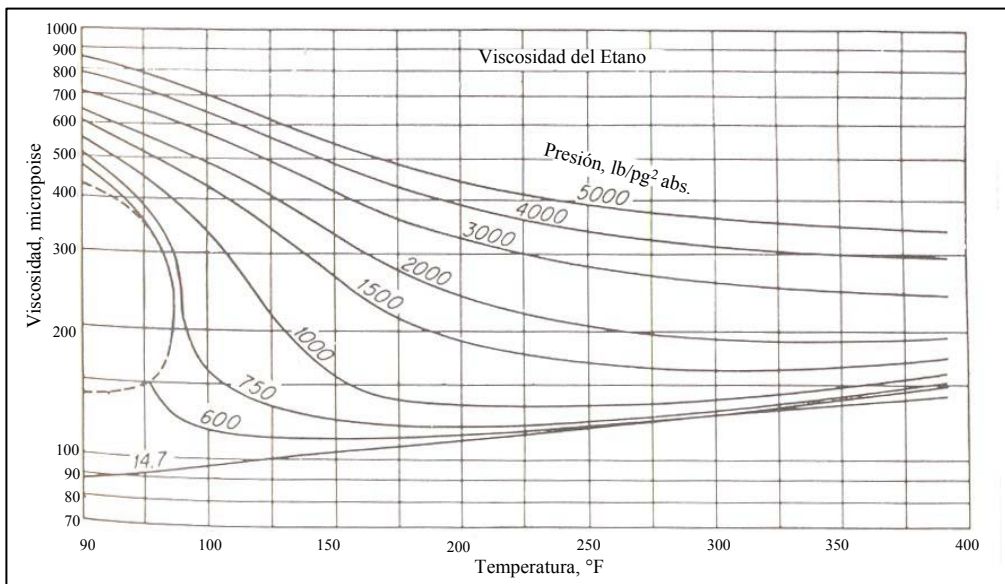


Fig. 2.5 Viscosidad del Etano.

La curva mostrada con líneas discontinuas es la línea de saturación. El punto crítico se localiza en el punto de temperatura máxima. En el punto crítico la viscosidad del líquido saturado es igual a la viscosidad del vapor saturado. Las isobaras por arriba de la línea de saturación indican la viscosidad del etano en fase líquida. Las isobaras por debajo de las líneas de saturación indican la viscosidad del etano en fase gas (vapor). La similitud de esta gráfica con la gráfica de la densidad de una sustancia pura indica que la ley de estados correspondientes se puede usar para determinar la viscosidad así como para cálculos de comportamiento volumétrico.

### 2.1.9 Viscosidad de una Mezcla de Gases

Cuando la composición de una mezcla de gases se conoce y cuando las viscosidades de cada componente se conocen a una presión y temperatura de interés, entonces la viscosidad de la mezcla se puede calcular con:

$$\mu_g = \frac{\sum_{j=1}^n \mu_{gi} y_j M_j^{1/2}}{\sum_{j=1}^n y_j M_j^{1/2}} \dots \dots \dots (2.48)$$

La Fig. 2.5 muestra una correlación de la viscosidad del gas de componentes puros a presión atmosférica.

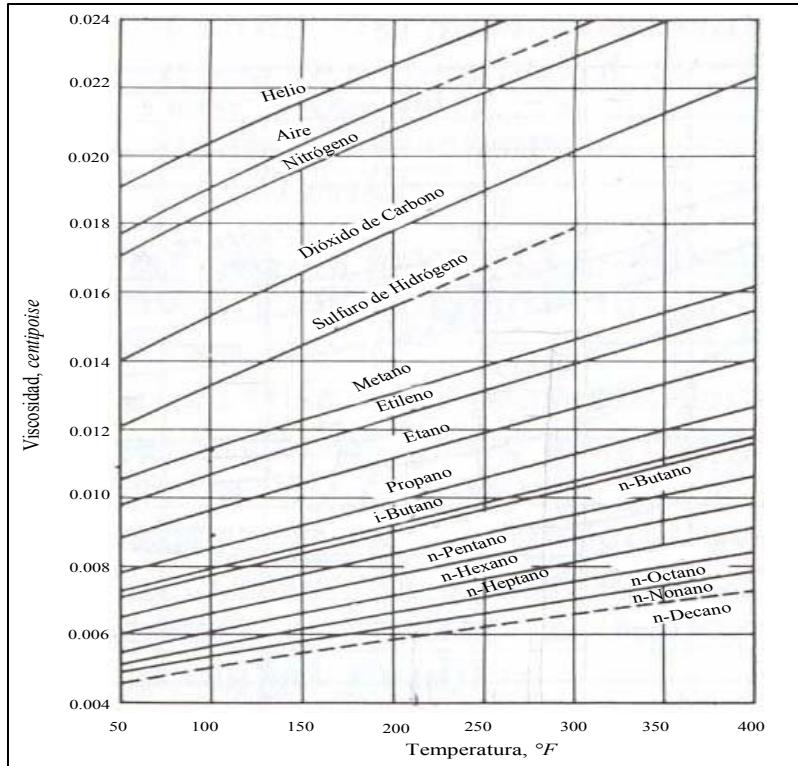


Fig. 2.6 – Viscosidad de gases naturales a presión atmosférica.

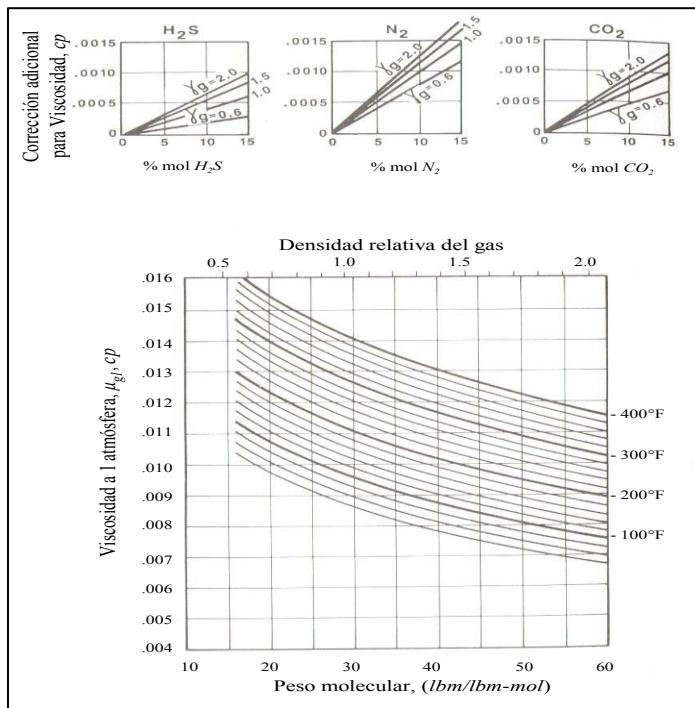


Fig. 2.7 – Viscosidad de gases puros a presión atmosférica.

La **Fig. 2.6** se puede utilizar para calcular la viscosidad de una mezcla de gases hidrocarburos a una presión atmosférica cuando no se dispone de la composición del gas. Las gráficas superiores en la **Fig. 2.7** muestran los valores de viscosidad que se suman a la viscosidad del gas calculada y toman en cuenta el efecto causado por la presencia de ácido sulfhídrico, nitrógeno o bióxido de carbono. El efecto de cada uno de los gases no hidrocarburos es incrementar la viscosidad de la mezcla de gases.

## 2.2 Análisis de los Fluidos

Los yacimientos petroleros están compuestos de una gran variedad de hidrocarburos que pueden estar en fase líquida o fase gaseosa y agua. La influencia que tiene el agua en el comportamiento de fase y las propiedades de los hidrocarburos es, en la mayoría de los casos de poca consideración.

El comportamiento de la mezcla de hidrocarburos a condiciones de yacimiento y a condiciones de superficie son determinadas por la composición química además de la temperatura y presión que prevalezcan. Este comportamiento es la primera consideración que se debe tomar en cuenta en el desarrollo y manejo del yacimiento, lo que afecta en los aspectos de exploración y desarrollo de él.

Pero si bien los yacimientos pueden estar conformados de miles de componentes, los fundamentos del comportamiento de fases pueden ser explicados mediante la examinación del comportamiento puro y simple de la mezcla multicomponente. El comportamiento de la mayoría de los yacimientos reales, siguen el mismo principio, pero para facilitar la aplicación de la tecnología en la industria, los fluidos del yacimiento han sido clasificados en varios grupos mencionados en el capítulo 1.

La primera información proveniente de los análisis pVT suele ser el gasto a las condiciones de yacimiento y la relación de solubilidad del gas en el aceite. Información que es generalmente suficiente en estudios de yacimientos de aceite negro y la aproximación es referida como método de aceite negro. Estudios composicionales, donde una información más detallada de los componentes de los fluidos es usada para determinar las propiedades de los mismos, son mayormente usados en yacimientos de gas. Solo en casos especiales tales como inyección de gas o desplazamiento miscible el acercamiento composicional es usado para yacimientos de aceites negros.

### 2.2.1 Muestra de Fluidos

La muestra de fluidos del yacimiento debe ser tomada lo más temprano posible durante la vida de producción del yacimiento. Cuando la presión de yacimiento cae después de la presión a la saturación original llegando a la formación de 2 fases de hidrocarburos, gas y líquido, el gasto siguiente de las 2 fases generalmente no es igual cuando ya se encuentra la mezcla en el pozo que cuando se encontraba en el yacimiento. Por lo tanto, la toma de una muestra representativa es sumamente importante y en algunos casos una tarea cercana a lo imposible.

La muestra puede ser tomada simplemente en el fondo del pozo, cuando la presión sigue siendo mayor a la presión de saturación. La muestra de fondo de pozo es usualmente tomada durante una prueba de formación, antes de la producción. Muestras de superficie son conducidas en la producción de pozos también en cabeza de pozo, como una muestra representativa de la mezcla de

producción, o como muestras de gas y líquido separadas antes de entrar en el separador(es).

### 2.2.2 Pruebas pVT

Las pruebas pVT consisten en procedimientos de laboratorio aplicadas a los fluidos del yacimiento, que proveen las propiedades de éstos, las cuales son requeridas para diversos cálculos en la industria.

De estas pruebas se pueden obtener propiedades tales como:

- Presión de burbuja.
- Presión de Rocío.
- Relación Gas-Aceite.
- Relación de Solubilidad.
- Coeficiente de compresibilidad isotérmica del gas.
- Viscosidades.
- Entre otros.

El procedimiento de dichas pruebas comienza colocando una cantidad de la mezcla de hidrocarburos en celdas llamadas pVT, en donde se tiene un fluido que ejercerá una presión sobre ella (usualmente el fluido utilizado es mercurio).

Si el fluido a ser analizado, es aceite de un yacimiento que se encuentra a una presión mayor que la de burbuja, implica que, todo el gas se encontrará disuelto en el aceite y se le tomará como tiempo 0,  $t_0$ .

A un segundo tiempo la presión disminuye, sin alcanzar la presión de burbuja, con lo que se tiene una expansión de los fluidos manteniendo el gas disuelto en el aceite en su totalidad,  $t_1$ .

Continuando con la disminución de presión, hasta alcanzar la formación de la primera burbuja de gas, consiguiendo así la presión de burbuja o de saturación a un tiempo  $t_2$ , teniendo la mayor expansión del líquido.

En un cuarto tiempo, la presión continua decayendo por debajo de la presión de burbuja, mostrando en ese momento una cierta cantidad de gas que se libera dentro de la celda,  $t_3$ . Dicha cantidad dependerá de su relación de solubilidad ( $R_s$ ), a las diferentes presiones.

Finalmente se continúa con la caída de presión dentro de la celda, incrementando con ello el volumen de gas en la misma, hasta en caso de ser posible, alcanzar la presión de rocío,  $t_5$ , donde quedará una sola gota de líquido.

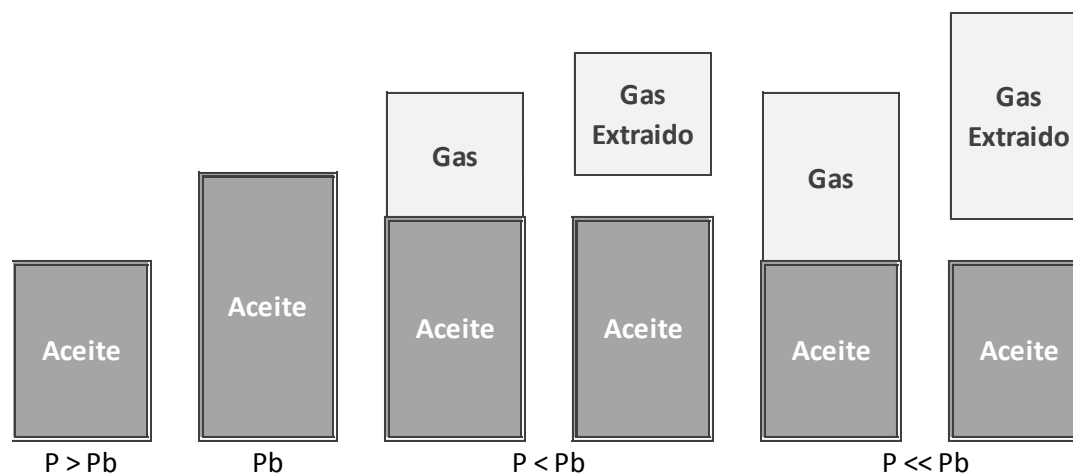


Figura 2.8 - Variación del volumen de aceite y gas con respecto al cambio de presión en la celda pVT

Todo el experimento se realiza a una temperatura constante y se repite a diferentes temperaturas, con lo que se obtienen los diagrama de fases, los cuales son de gran importancia para la clasificación de los yacimientos en la industria petrolera.

### 2.2.3 Análisis Cromatográfico

La cromatografía es una técnica analítica de separación frecuentemente utilizada y una determinación cuantitativa de los componentes de pesticidas, fármacos, sustancias tóxicas, ingredientes de comida, aditivos, drogas y petróleo, entre otros. La cromatografía ha sido desarrollada como una técnica poderosa y rápida con el objetivo de separar los componentes de sustancias con características moleculares similares. El progreso en los métodos de cromatografía y el incremento en el rango de aplicación rápidamente han revelado que la cromatografía es un método efectivo de separación basado en principios empíricos y semiempíricos.

Cada vez se hace más obvio que la separación satisfactoria de varios solutos requiere un profundo conocimiento de los efectos paramétricos de las composiciones moleculares de éstos y la fase que se está analizando además de sus posibles interacciones en la retención de su composición.

La cromatografía de gas resume los métodos cromatográficos, cuando la fase móvil es gas y la fase estacionaria es sólida o líquida se les denomina cromatografía gas-sólido [GSC] y cromatografía gas-líquido [GLC].

El equipo común de la cromatografía de gas consiste en un sistema portador de gas, inyector, columna cromatográfica de gas, detector y la unidad procesadora de datos. El sistema portador del gas es preferiblemente un gas permanente con una despreciable capacidad de adsorción. La naturaleza de este sistema puede influenciar las características de separación del GLC y modificar la sensibilidad de la detección. Helio, es una elección ideal, pero el elevado precio de éste gas reduce considerablemente su uso, por lo que el más comúnmente utilizado es el nitrógeno.

La estabilidad y posibilidad de reproducir el gasto del flujo del gas es prerrequisito para un análisis cromatográfico satisfactorio. Por esta razón muchos tipos diferentes de inyectores han sido diseñados. El objetivo de los inyectores es entregar una muestra vaporizada de la cabeza de la columna

de gas con un ancho de banda inicial mínimo.

La columna cromatográfica de gas se tiene que mantener a una temperatura constante de acuerdo a la temperatura programada, esto es de suma importancia ya que es un parámetro decisivo en el análisis cromatográfico de gas. La fase estacionaria de líquido de la columna cromatográfica de gas tiene que cumplir con siguientes requerimientos:

- Baja presión de vaporización.
- Estabilidad química elevada.
- Baja viscosidad a la temperatura del análisis.

La cromatografía de gases tiene dos grandes aplicaciones una de ellas es separar mezclas orgánicas complejas, sistemas bioquímicos y compuestos organometálicos y por otra parte sirve para mostrar cuantitativa y cualitativamente sus propios componentes.

De estos análisis se pueden obtener propiedades tales como:

- Relación Gas-Aceite.
- Relación de Solubilidad.
- Viscosidades.
- Composición del Gas.
- Entre otros.

### 3. CÁLCULO DE RESERVAS DE YACIMIENTOS DE GAS

En la actualidad, existen diversos métodos para cuantificar las reservas de hidrocarburos contenidas en un yacimiento, por lo que debido a la cantidad de recursos económicos disponibles así como de la información y fase de desarrollo que se tenga del campo, se considerará el método más adecuado.

Entre los métodos más comunes se encuentran:

- Métodos Volumétricos.
- Ecuación de Balance de Materia.
- Método por Declinación.

#### 3.1 Métodos Volumétricos

Cuando se encuentra un yacimiento nuevo y no se posee gran información del mismo, los métodos volumétricos son de gran ayuda ya que la cantidad de datos requeridos para realizar el cálculo de la reserva de hidrocarburos contenida dentro de él es relativamente poca, sin embargo, el método, posteriormente tiene que ser complementado mediante mayor cantidad de datos que serán obtenidos durante el desarrollo del campo.

Una de las partes más importantes para estos métodos es el fijar los límites a ser tomados en cuenta, los cuales pueden ser límites físicos y límites convencionales. En los límites fijos se toman en cuenta condiciones que rodean al yacimiento, como son fallas, discordancias y condiciones que afectan al entorno como disminución en la permeabilidad, saturación, contactos agua-aceite, gas-agua, etc., por otro lado, para los límites convencionales se toma en cuenta normas y criterios de los expertos en materia de cálculo de reservas de la región en cuestión.

Los cálculos de reservas mediante métodos volumétricos se conocen como:

- Método de Cimas y Bases.
- Método de Isopacas.

Si bien los métodos anteriores permiten la obtención del volumen total de hidrocarburos contenido en un yacimiento a condiciones de yacimiento y un tiempo determinado, es de vital importancia destacar que son aplicables a cualquier tipo de yacimiento que se requiera, sin embargo para yacimientos de gas existen ciertas diferencias que deben ser tomadas en cuenta para un análisis lo más aproximado a la realidad denominados como:

- Yacimientos Volumétricos de Gas Seco.
- Yacimientos de Gas Seco con Entrada de Agua.
- Yacimientos Volumétricos de Gas y Condensado y Gas Húmedo.

##### 3.1.1 Método de Cimas y Bases

La parte central para este método son los planos de cimas y bases de la formación



determinados mediante los registros geofísicos realizados previamente, además de los pozos asociados con el yacimiento en estudio, en caso de que se tengan.

El procedimiento de cálculo consiste en ocho pasos que son:

1. Determinar las profundidades de cimas y bases de la formación de interés, ajustadas a un mismo plano de referencia.
2. En el plano del campo anotar la profundidad de las cimas con la configuración correspondiente mediante interpolación o extrapolación de los datos para obtener las curvas de nivel respectivas.
3. Realizar el paso 2 para las bases de igual manera.
4. Marcar en ambos planos los límites del yacimiento.
5. Se determina el valor de las áreas de cada curva de nivel tanto para las cimas como las bases a la profundidad correspondiente.
6. Realizar la gráfica de profundidades vs áreas.
7. Se planimetría el área encerrada por la gráfica de profundidades vs áreas, con la que se calcula el volumen de roca con la ecuación 3.1.

$$V_R = A_g \frac{E_p}{100}^2 E_{g_x} E_{g_y} \dots\dots\dots(3.1)$$

Donde:

$V_R$ : Volumen de roca del yacimiento

$A_g$ : Área comprendida entre las gráficas de cimas y bases.

$E_p$ : Segundo término de la escala de los planos de cimas y bases.

$(E_g)_x$ : Segundo término de la escala de la gráfica de áreas contra profundidades, en el eje horizontal.

$(E_g)_y$ : Segundo término de la escala de la gráfica de áreas contra profundidades, en el eje vertical.

8. El volumen original de hidrocarburos se obtiene multiplicando el valor obtenido en el paso 7 por los valores medios de porosidad y saturación de hidrocarburos mostrado en la ecuación 3.2.

$$V_{HC} = V_R \phi (1 - S_w) \dots\dots\dots(3.2)$$

Ejemplo 3.1

Determinar el volumen inicial de hidrocarburos para un yacimiento en el que se tiene el contacto agua-aceite a una profundidad de 2540m y para el que se tiene la siguiente información:

$$\phi = 0.134$$

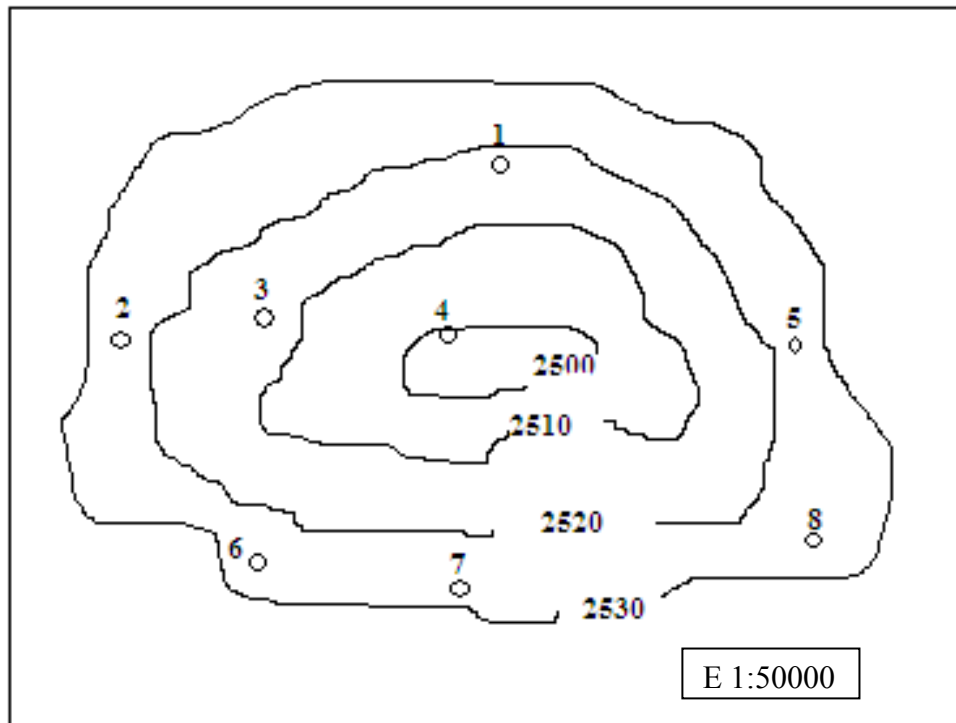


$$S_w = 0.175$$

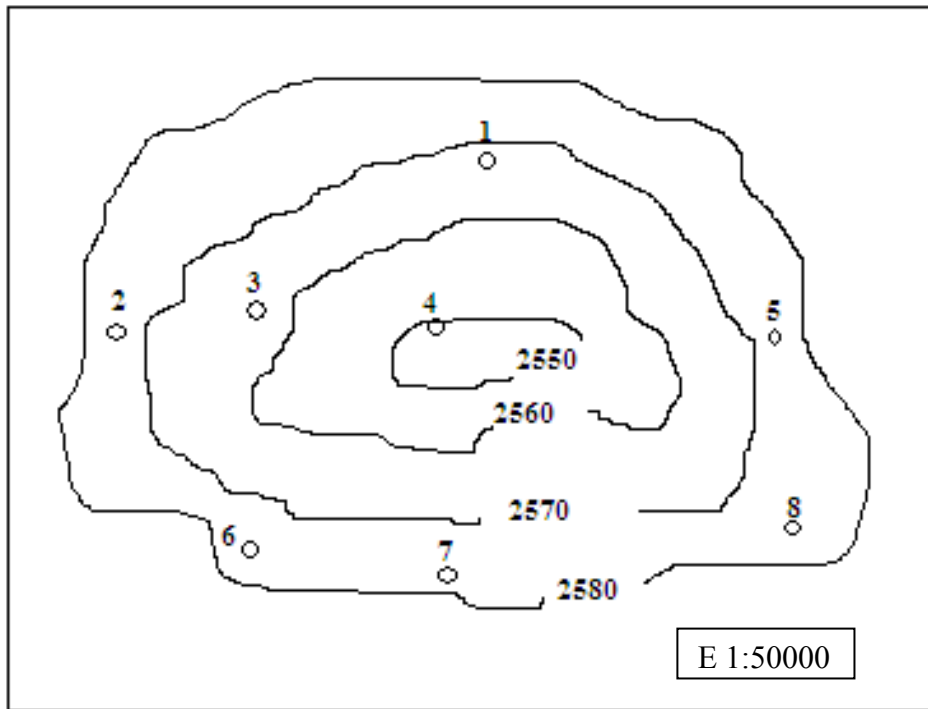
Pozo	Cimas (mbNM)	Bases (mbNM)
1	2517	2566
2	2525	2575
3	2512	2562
4	2495	2548
5	2524	2574
6	2526	2576
7	2528	2578
8	2527	2576

Tabla 3.1 Datos para el ejemplo 3.1

Plano de Cimas



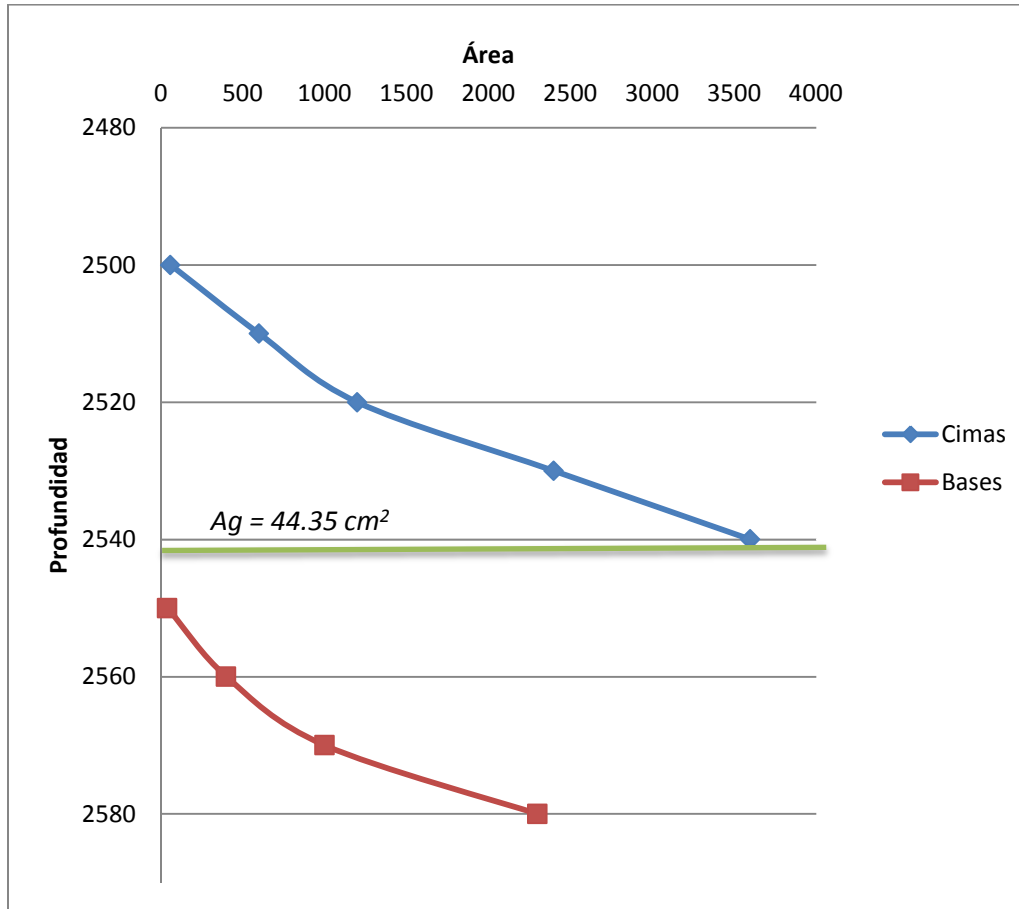
Plano de Bases



Solución:

Cimas (mbNM)	Área (cm <sup>2</sup> p)	Bases (mbNM)	Área (cm <sup>2</sup> p)
2500	60	2550	40
2510	600	2560	400
2520	1200	2570	1000
2530	2400	2580	2300
Cimas (mbNM)	Área Real (10 <sup>6</sup> m <sup>2</sup> )	Bases (mbNM)	Área Real (10 <sup>6</sup> m <sup>2</sup> )
2500	0.150	2550	0.100
2510	1.500	2560	1.000
2520	3.000	2570	2.500
2530	6.000	2580	5.750

Tabla 3.2 Resolución ejemplo 3.1



Con lo anterior y utilizando la **ec. 3.1**

$$V_R = Ag \frac{Ep}{100} E g_x E g_y$$

$$V_R = 44.35 \frac{50000}{100} 10 20$$

$$V_R = 221.75 * 10^6 \text{ m}^3$$

Con el volumen de roca sustituimos en la **ec. 3.2** para obtener el volumen de hidrocarburos:

$$V_{HC} = V_R \phi (1 - S_w)$$

$$V_{HC} = (221.75 * 10^6) (0.134) (1 - 0.175)$$

$$V_{HC} = 24.514 * 10^6 \text{ m}^3 @c.y.$$

### 3.1.2 Método de Isopacas

Cabe mencionar que éste método determina el volumen de roca del yacimiento y aunado a los valores de porosidad y saturación promedio del mismo, proporciona a su vez el volumen original de hidrocarburos contenido a condiciones de yacimiento.

El procedimiento de cálculo comprende 7 pasos, los cuales son:

1. Determinar para cada uno de los pozos el valor del espesor poroso neto de la formación.
2. Anotar para cada uno de los pozos el espesor neto correspondiente y las curvas de nivel respectivas mediante métodos de interpolación o extrapolación con iguales valores de espesor.
3. Marcar los límites correspondientes del yacimiento.
4. Se planimetría el área encerradas de cada curva de isopaca, formando una tabla con los valores respectivos.
5. Graficar los valores del paso 4, Áreas en el eje de las abscisas y espesor neto de la isopaca en las ordenadas.
6. Se planimetría el área encerrada por la gráfica de isopacas vs áreas con la que se obtiene el volumen de roca utilizando la **Ec. 3.3**.

$$V_R = Ag \frac{Ep}{100}^2 Eg_x Eg_y \dots\dots\dots(3.3)$$

donde:

$V_R$  = Volumen de roca del yacimiento expresada en millones de m<sup>3</sup>.

$Ag$  = Área de la gráfica de isopacas vs áreas.

$Ep$  = Segundo término de la escala del plano de isopacas.

$Eg_x$  = Segundo término de la escala horizontal de la gráfica de isopacas vs áreas.

$Eg_y$  = Segundo término de la escala vertical de la gráfica de isopacas vs áreas.

7. Habiendo sido determinado el volumen de roca, se aplica la ecuación 3.2 con lo que se obtiene el volumen de hidrocarburos contenido en el yacimiento.

#### Ejemplo 3.2

Determinar el volumen inicial de hidrocarburos para un yacimiento para el que se tiene la siguiente información:

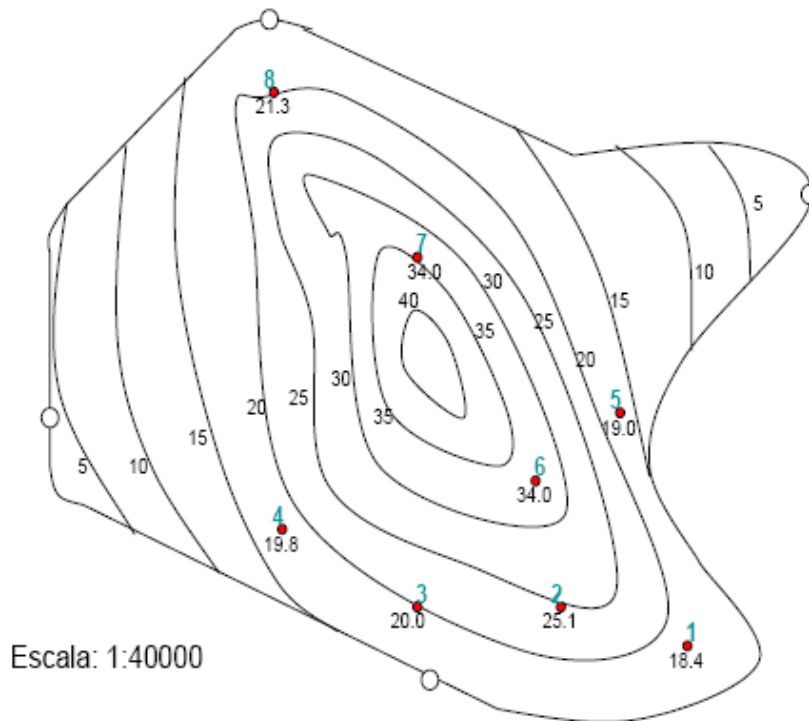
$$\phi = 0.12$$

$$S_w = 0.18$$

Pozo	hn (m)
1	18.4
2	25.1
3	20.0
4	19.8
5	19.0
6	34.0
7	34.0
8	21.3

Tabla 3.3 Datos ejemplo 3.2

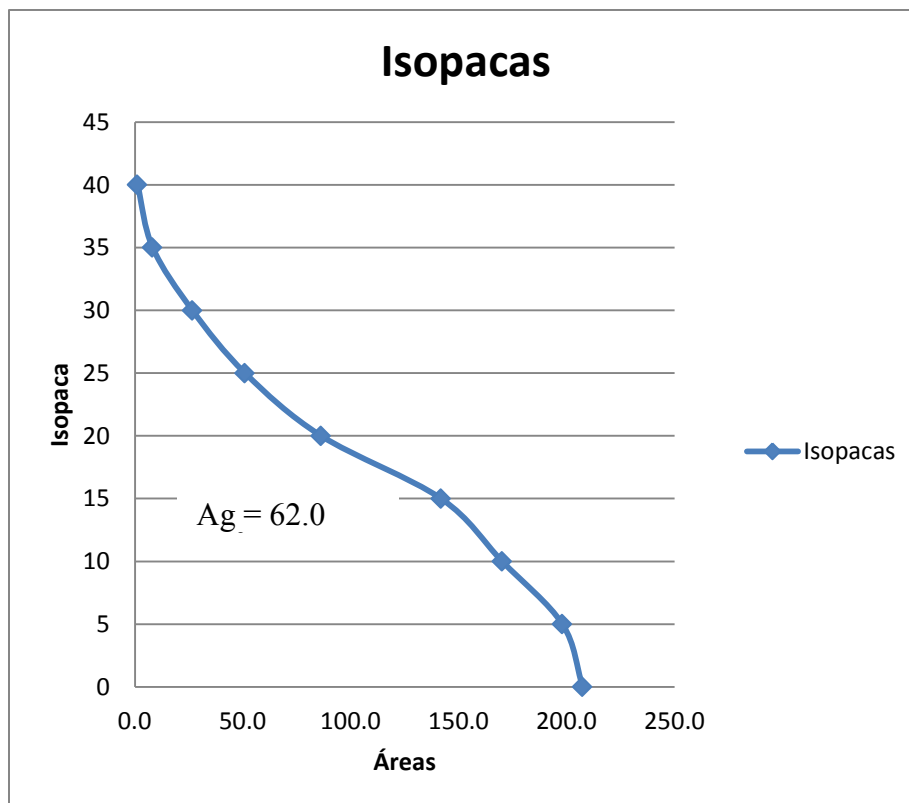
Plano de Isopacas



Solución:

hn (m)	Área (cm2p)
40	1.2
35	8.2
30	26.6
25	51.0
20	86.2
15	141.8
10	170.1
5	198.0
0	207.4

Tabla 3.4 Resolución ejemplo 3.2.



Por lo que el volumen de roca está dado por la **Ec. 3.3**:

$$V_R = Ag \frac{Ep}{100}^2 Eg_x Eg_y$$

$$V_R = 62.0 \frac{40000}{100}^2 20 5$$

$$V_R = 992 * 10^6 \text{ m}^3$$

Utilizando la ec. 3.2:

$$V_{HC} = V_R \phi (1 - S_w)$$

$$V_{HC} = (992 * 10^6) (0.12) (1 - 0.18)$$

$$V_{HC} = 97.61 * 10^6 \text{ m}^3 @c.y.$$

### 3.1.3 Yacimientos Volumétricos de Gas Seco

Como el nombre lo indica, el yacimiento volumétrico está completamente encerrado por barreras de muy baja permeabilidad o completamente impermeables y no recibe ningún sustituto de presión por medio exteriores a sí mismo, como el acuífero activo. Además, si los efectos por la expansión de la roca y el agua congénita son despreciables, el recurso principal para el mantenimiento de presión es el gas en expansión resultante por la producción del gas y la reducción de presión subsecuente.

Debido a su composición, compuesta principalmente de metano con pocas cadenas moleculares de hidrocarburos intermedios y pesados, durante la explotación de este tipo de yacimientos, aun cuando la presión disminuya se mantiene la producción únicamente de gas tanto en el yacimiento así como en condiciones superficiales de separación, aunque no significa que durante la producción no se puedan llegar a producir hidrocarburos líquidos o agua durante la vida entera del yacimiento.

Iniciando con la ley de los gases reales, el volumen de gas inicial a condiciones de yacimiento está dado por la **Ec. 3.4**.

$$V_{gi} = \frac{z_i n R T}{p_i} \dots \dots \dots (3.4)$$

De manera similar, para el gas a condiciones estándar:

$$V_{cs} = G = \frac{z_{cs} n R T_{sc}}{p_{cs}} \dots \dots \dots (3.5)$$

Equiparando el número de moles de gas inicial a condiciones de yacimiento con el numero a condiciones estándar y reordenando, es posible resolver para el volumen inicial de gas a condiciones estándar:

$$G = \frac{p_i V_{gi} z_{cs} T_{cs}}{z_i T p_{cs}} \dots \dots \dots (3.6)$$

Asumiendo que el volumen ocupado por el gas es constante durante la vida productiva del yacimiento:

$$V_{gi} = 43.56 A h \phi (1 - S_{wi}) \dots \dots \dots (3.7)$$

Sustituyendo la **ec. 3.7** en la **Ec. 3.6**

$$G = 43.56 A h \phi (1 - S_{wi}) \frac{p_i z_{cs} T_{cs}}{p_{cs} z_i T} \dots \dots \dots (3.8)$$

Finalmente expresando el volumen de gas del yacimiento en barriles:

$$G = \frac{7.758 A h \phi (1 - S_{wi})}{B_{gi}} \dots \dots \dots (3.9)$$

donde:

$$B_{gi} = \frac{5.02 z_i T}{p_i} \dots \dots \dots (3.10)$$

La reserva de gas o la producción total de gas acumulado,  $G_p$ , se puede estimar durante la vida del yacimiento como la diferencia entre el volumen original del yacimiento,  $G$ , y el volumen de yacimiento a las condiciones de abandono,  $G_a$ :

$$G_p = G - G_a \dots \dots \dots (3.11)$$

En términos de la **Ec. 3.9** la reserva de gas está dada por:

$$G_p = \frac{7.758 A h \phi (1 - S_{wi})}{B_{gi}} - \frac{7.758 A h \phi (1 - S_{wi})}{B_{ga}} \dots \dots \dots (3.12)$$

o

$$G_p = \frac{7.758 A h \phi (1 - S_{wi})}{B_{gi}} - 1 - \frac{B_{gi}}{B_{ga}} \dots \dots \dots (3.13)$$

Finalmente el factor de recuperación del gas esta dado por:

$$F = 1 - \frac{B_{gi}}{B_{ga}} \dots \dots \dots (3.14)$$

La simple expansión del gas es un mecanismo efectivo de empuje. A pesar de que la saturación de gas de abandonamiento puede ser elevada, han sido registradas recuperación de hasta el 80% al 90% del volumen original de gas. El porcentaje del volumen original de gas del yacimiento que puede ser recuperado depende de la presión de abandono, el cual usualmente es determinado por condiciones económicas sobre las condiciones técnicas.



Ejemplo 3.3.

Determinar el gas original estimado del yacimiento, suponiendo un yacimiento volumétrico de gas seco y con los datos siguientes:

$$p_i = 2500 \text{ psia}$$

$$A = 1000 \text{ acres}$$

$$T = 180 \text{ }^\circ\text{F}$$

$$\phi = 20\%$$

$$S_{wi} = 25\%$$

$$h = 10 \text{ ft.}$$

$$z_i = 0.86$$

Solución:

$$B_{gi} = \frac{5.02 \cdot 0.86 \cdot (180+460)}{2500} = 1.105 \text{ blsc.c. y. mscf}$$

$$G = \frac{7.758 \cdot 1000 \cdot 10 \cdot 0.02 \cdot (1-0.25)}{1.105} = 10531.22 \text{ mscf} = 10.5 \text{ bcf}$$

$$G = 10.5 \text{ bcf}$$

### 3.1.4 Yacimientos de Gas Seco con Entrada de Agua

Muchos de los yacimientos de gas seco no están completamente aislados de su entorno teniendo una entrada de agua asociada a un acuífero activo. La invasión de agua ocurre cuando la presión del yacimiento va disminuyendo a través de la producción del yacimiento. En este tipo de casos es posible calcular la reserva de gas mediante un ajuste a la ecuación obtenida anteriormente de yacimientos de gas seco.

Bajo las condiciones mencionadas, se puede considerar el volumen inicial de gas y el volumen de gas remanente más el volumen de agua que ha entrado en el yacimiento. Iniciando a partir de la **Ec. 3.11**, la ecuación para la producción de gas acumulado en términos de la saturación inicial y final como:

$$G_P = \frac{7.758Ah\phi(1-S_{wi})}{B_{gi}} - \frac{7.758Ah\phi(1-S_{wa})}{B_{ga}} \dots\dots\dots(3.15)$$

En términos de la saturación residual de gas,  $S_{gr}$ , al abandono, la **Ec. 3.15** queda:

$$G_P = \frac{7.758Ah\phi(1-S_{wi})}{B_{gi}} - \frac{7.758Ah\phi S_{gr}}{B_{ga}} \dots\dots\dots(3.16)$$

ó

$$G_P = \frac{7.758Ah\phi(1-S_{wi})}{B_{gi}} \left[ 1 - \frac{G_{gi}S_{gr}}{B_{ga}(1-S_{wi})} \right] \dots\dots\dots(3.17)$$

Finalmente para determinar el factor de recuperación es posible hacerlo mediante la **Ec. 3.18**.

$$F = 1 - \frac{B_{gi}S_{gr}}{B_{ga}(1-S_{wi})} \dots\dots\dots(3.18)$$

Las ecuaciones 3.15, 3.16 y 3.17, son derivadas tomando la consideración, de manera implícita que, la eficiencia de barrido del gas es del 100%. De hecho, el agua puede desplazar al gas de manera ineficiente en muchos casos. Resultados de estudios analizados en núcleos sugieren que un volumen significativo de gas es rebasado y eventualmente es atrapado por el avance del frente de agua. Añadiendo las heterogeneidades de la formación y discontinuidades, la invasión de agua no barre algunas partes del yacimiento de manera efectiva, resultando en altos volúmenes de saturaciones de gas residual en las áreas por donde el barrido debido al agua no se presentó además de un abandono precipitado de estos yacimientos. Por tal motivo es necesario adicionar a la ecuación para el cálculo de reservas de yacimientos de gas seco con entrada de agua la eficiencia de barrido, reescribiéndose así:

$$G_P = G - E_V G_a + (1 - E_V) G_i \dots\dots\dots(3.19)$$

$$G_P = \frac{7.758Ah\phi(1-S_{wi})}{B_{gi}} - E_V \frac{7.758Ah\phi(1-S_{wa})}{B_{ga}} + (1 - E_V) \frac{7.758Ah\phi(1-S_{wi})}{B_{ga}} \dots\dots\dots(3.20)$$

$$G_P = \frac{7.758Ah\phi(1-S_{wi})}{B_{gi}} \left[ 1 - E_V \frac{B_{gi}}{B_{ga}} \frac{S_{gr}}{S_{gi}} + \frac{1-E_V}{E_V} \right] \dots\dots\dots(3.21)$$

$$F = 1 - E_V \frac{B_{gi}}{B_{ga}} \frac{S_{gr}}{S_{gi}} + \frac{1-E_V}{E_V} \dots\dots\dots(3.22)$$

Debido a que el gas es regularmente sobrepasado y atrapado por la invasión de agua, los factores de recuperación de gas con invasión de agua son significativamente menores en comparación a los que funcionan mediante el simple hecho de la expansión del gas propiamente. Aunado, la presencia de heterogeneidades, como restricciones por baja permeabilidad o capas, puede reducir la recuperación a largo plazo. Se ha observado que comúnmente los factores en este tipo de yacimientos se encuentra en el rango de entre 50% y 70% aproximadamente.

Ejemplo 3.4

Determinar la reserva de gas y el factor de recuperación mediante el método volumétrico para yacimientos de gas seco con entrada de agua, asumiendo que la saturación de gas residual es de 35% a la presión de abandono de 750 psia. y una eficiencia volumétrica de barrido por el frente de agua del 100% y con los datos siguientes:

$p_i = 2500$  psia

$A = 1000$  acres

$$T = 180 \text{ }^\circ\text{F}$$

$$\phi = 20\%$$

$$S_{wi} = 25\%$$

$$h = 10 \text{ ft}$$

$$z_i = 0.86$$

$$p_a = 750 \text{ psia}$$

$$z_a = 0.55$$

$$S_{gr} = 0.35$$

$$E_V = 100\%$$

Solución:

$$B_{gi} = 1.105 \text{ blsc.y./mscf}$$

$$B_{ga} = \frac{5.02 z_a T}{p_a} = \frac{5.02(0.55)(180+460)}{750} = 2.356 \text{ blsc.y. mscf}$$

$$G_P = \frac{7.758 Ah \phi (1 - S_{wi})}{B_{gi}} \left[ 1 - E_V \frac{B_{gi}}{B_{ga}} \frac{S_{gr}}{S_{gi}} + \frac{1 - E_V}{E_V} \right]$$

$$= \frac{7.758(1000)(10)(0.2)(1 - 0.25)}{1.105} \left[ 1 - (1) \frac{1.105}{2.356} \frac{0.35}{(1 - 0.25)} + \frac{1 - 1}{1} \right]$$

$$G_P = 8.226 * 10^3 \text{ mscf} = 8.2 \text{ bcf}$$

$$F = 1 - E_V \frac{B_{gi}}{B_{ga}} \frac{S_{gr}}{S_{gi}} + \frac{1 - E_V}{E_V} = 1 - 1 \frac{1.105}{2.356} \frac{0.35}{1 - 0.25} + \frac{1 - 1}{1}$$

$$= 0.781$$

$$F = 78.1\%$$

### 3.1.5 Yacimientos Volumétricos de Gas y Condensado y Gas Húmedo

De manera similar a los gases secos, la composición primordial para el gas húmedo está comprendida por gas metano; sin embargo, a diferencia de ellos, el gas húmedo contiene una mayor cantidad de componentes intermedios y pesados. Debido a dicha composición, la formación de la fase líquida en el pozo y durante la producción en superficie es acompañada a la reducción de la presión y temperatura durante la explotación.

Para los yacimientos de gas húmedo, el gas inicial total en sitio,  $G_T$ , el cual incluye el gas y su

parte equivalente de líquidos producidos, está dado por:

$$G_T = \frac{7.758Ah\phi(1-S_{wi})}{B_{gi}} \dots\dots\dots(3.23)$$

En donde  $B_{gi}$  está definida por la **Ec. 3.10**. Debido a que el condensado del gas es en superficie, las condiciones superficiales y de yacimiento son diferentes. Recurrentemente, el uso de la **Ec. 3.23** requiere conocimiento de las propiedades del gas a condiciones de yacimiento. Los análisis de laboratorio de la combinación de los fluidos producidos en superficie proporcionan una gran exactitud de esas propiedades, sin embargo, en ausencia de ese tipo de análisis, se pueden estimar las propiedades usando correlaciones con los datos obtenidos mediante los datos de producción. Las correlaciones recomendadas para estos casos son aquellas que consideran al fluido con componentes no hidrocarburos ( $CO_2$ ,  $N_2$ ,  $H_2S$ , etc.) no superior al 20% en total.

Usando la definición por Gold *et. Al.*, para un sistema de 3 etapas de separación que consiste en un separador de alta presión, un separador de baja presión y un tanque de almacenamiento, la gravedad específica del gas se puede estimar por la recombinación de la producción del pozo mediante la **Ec. 3.24**.

$$\gamma_w = \frac{R_1\gamma_1 + 4.602\gamma_o + R_2\gamma_2 + R_3\gamma_3}{R_1 + \frac{133.316\gamma_o}{M_o} + R_2 + R_3} \dots\dots\dots(3.24)$$

De manera similar, para 2 etapas de separación consistente en un separador de alta presión y un tanque de almacenamiento, la gravedad específica del gas se puede estimar con la **Ec. 3.25**.

$$\gamma_w = \frac{R_1\gamma_1 + 4.602\gamma_o + R_3\gamma_3}{R_1 + \frac{133.316\gamma_o}{M_o} + R_3} \dots\dots\dots(3.25)$$

Si el peso molecular del líquido en el tanque de almacenamiento es conocido, se puede estimar usando las ecuaciones 3.26 y 3.27.

$$M_o = \frac{5.954}{\gamma_{API} - 8.811} \dots\dots\dots(3.26)$$

$$M_o = \frac{42.43\gamma_o}{1.008 - \gamma_o} \dots\dots\dots(3.27)$$

La exactitud en las estimaciones de las propiedades del gas a condiciones de yacimiento requiere de la recombinación de toda la producción en superficie tanto de líquidos como de gas de acuerdo con las ecuaciones 3.24 o 3.25. Sin embargo, la producción de gas procedente del separador de baja presión y del tanque de almacenamiento comúnmente no es medida. Gold *et. Al.*, desarrollaron correlaciones para la estimación de la producción de gas adicional del segundo separador así como para la del tanque de almacenamiento,  $G_{pa}$ , y la equivalente de vapor para el primer separador,  $V_{eq}$ . Esas correlaciones, expresadas en términos de los datos de producción disponibles, están representadas en la **Ec. 3.28**.

$$\gamma_w = \frac{R_1\gamma_1 + 4.602\gamma_o + G_{pa}}{R_1 + V_{eq}} \dots\dots\dots(3.28)$$

Después de que la gravedad específica del gas a condiciones de yacimiento es conocida, es

posible utilizar el método establecido previamente para estimar el factor de desviación del gas. Usando éste valor, se puede estimar el volumen total de la reserva de gas en sitio con la **Ec. 3.23**.

Debido a la condensación, una cierta cantidad del gas a condiciones de yacimiento es producido como líquido en la superficie. La fracción total de gas inicial en el sitio que es producida en fase gaseosa en la superficie es:

$$f_g = \frac{R_t}{R_t + \frac{132.87 G_o}{M_o}} \dots \dots \dots (3.29)$$

Donde  $R_t$  incluye la producción en todos los separadores y el tanque de almacenamiento tanto de gas como de condensados. La fracción total de gas original en el sitio,  $G_T$ , que se produce en fase gaseosa es:

$$G = f_g G_T \dots \dots \dots (3.30)$$

Y para el condensado queda:

$$N = \frac{1000 f_g G_T}{R_t} \dots \dots \dots (3.31)$$

Este procedimiento de cálculo solo es aplicable a yacimientos de gas y condensado cuando la presión inicial de yacimiento se encuentra por encima de la presión de rocío. Los fluidos en los yacimientos de gas y condensado son característicamente ricos en hidrocarburos intermedios, por esta misma razón es que la fase líquida formada no solo se encuentra en el pozo y superficie sino también en el yacimiento.

Ejemplo 3.5

Utilizando el método de yacimientos volumétricos de gas y condensado y gas húmedo, la estimación total de gas in situ, el factor de recuperación del gas inicial total que será producido en fase gaseosa, y el aceite (condensados totales) usando la siguiente información:

	Gravedad específica de los fluidos en superficie	Producción de campo	Condiciones de Separación	
			Presión psia	temperatura °F
Primer separador	0.72	59,550 scf/STB	200	62
Segundo separador	1.23	417 scf/STB	14.7	60
Tanque de almacenamiento	54.5 °API	1,050 STB/D	14.7	60

Tabla 3.5 Datos Ejemplo 3.5

$$P_i = 5500 \text{ psia}$$

$$h = 50 \text{ ft}$$

$$T = 228 \text{ }^\circ\text{F}$$

$$\phi = 0.21$$

$$A = 1000 \text{ acres}$$

$$S_{wi} = 0.32$$

$$Z_i = 1.06$$

Solución:

$$\gamma_o = \frac{141.5}{131.5 + \gamma_{API}} = \frac{141.5}{131.5 + 54.5} = 0.76$$

$$M_o = \frac{5.954}{\gamma_{API} - 8.811} = \frac{5.954}{54.5 - 8.811} = 130.3 \text{ lbm} \text{ lbm} - \text{mol}$$

$$\gamma_w = \frac{R_1 \gamma_1 + 4.602 \gamma_o + R_3 \gamma_3}{R_1 + \frac{133.316 \gamma_o}{M_o} + R_3} = \frac{(59,550)(0.72) + (4.602)(0.76) + (415)(1.23)}{59,550 + \frac{(133.316)(0.76)}{130.3} + 415} = 0.77$$

$$B_{gi} = \frac{5.02 z_i T}{p_i} = \frac{(5.02)(1.06)(288 + 460)}{5500} = 0.72 \text{ bls@c.y. mscf}$$

$$G_T = \frac{7.758 A h \phi (1 - S_{wi})}{B_{gi}} = \frac{(7.758)(1000)(50)(0.21)(1 - 0.32)}{0.72} = 76.9 * 10^6 \text{ mscf}$$

$$G_T = 76.9 \text{ bcf}$$

$$R_t = R_1 + R_3 = 59550 + 415 = 59965 \text{ scf STB}$$

$$f_g = \frac{R_t}{R_t + \frac{132.8 \gamma_o}{M_o}} = \frac{59965}{59965 + \frac{(132.8)(0.76)}{130.3}} = 0.99$$

El volumen de la producción de gas en superficie es

$$G_p = f_g G_T = 0.99 * 76.9 = 76.1 \text{ bcf}$$

El volumen original de condensados en superficie es

$$N = \frac{1000 f_g G_T}{R_t} = \frac{(1000)(0.99)(76.9 * 10^6)}{59965} = 1.3 * 10^6 \text{ STB}$$

### 3.2 Balance de Materia

Los métodos de balance de materia proveen una simple, pero efectiva alternativa a los métodos volumétricos para la estimación no solamente de la reserva original de gas del yacimiento, sino en cualquier etapa de explotación del yacimiento. La ecuación de balance de materia es simplemente una derivación del principio de conservación de masa.

$$[\text{masa de hidrocarburos original}] - [\text{masa de hidrocarburos producida}] = [\text{masa de hidrocarburos remanente}]$$

En 1941, Schilthuis presenta una forma general de la ecuación de balance de materia derivada de un balance volumétrico basado en el supuesto de que el remanente en el yacimiento se mantiene constante o que los cambios que suceden son predecibles como función del cambio en la presión del yacimiento. Con esa suposición, el equilibrio de la producción acumulada en superficie ( expresada en términos de la producción del fluido en superficie a condiciones de yacimiento) por la expansión de los fluidos restantes dentro del yacimiento resultan como un decrecimiento finito en la presión. También es posible incluir los efectos producidos por la invasión de agua, cambios en las fases de los fluidos o cambios en el volumen causados por las expansiones de la roca y del agua.

En ocasiones llamados métodos de producción, los métodos de balance de materia son desarrollados en términos de acumulación de fluidos producidos y cambios en la presión del yacimiento y por consiguiente requiere exactitud en la medición de los datos. A diferencia de los métodos volumétricos, los cuales pueden ser utilizados al principio de la vida del yacimiento, el balance de materia no puede ser aplicado hasta después del desarrollo y puestos en producción del campo. Sin embargo, la ventaja del balance de materia es que estima únicamente los volúmenes de gas que están en comunicación con la presión y que puede ser en última instancia, recuperada por los pozos productores. Contrario a las estimaciones volumétricas que se basan en el volumen total de gas en el yacimiento, parte del cual no es recuperable por pozos existentes por las discontinuidades y heterogeneidades del yacimiento.

Una ventaja más de los métodos de balance de materia es que, si hay suficiente historia de producción y presión, la aplicación de estos métodos puede proporcionar una mayor certidumbre en el mecanismo de empuje predominante del yacimiento, mientras que el correcto uso de los métodos volumétricos requiere *a priori* el conocimiento del recurso de origen de la energía. Como se verá en esta sección, si se gráfica  $p/z$  vs  $G_p$  será una línea recta para los yacimientos volumétricos de gas en los cuales el mecanismo principal de empuje es el gas en expansión, sin embargo, desviaciones en esta línea recta indican otros recursos ya sean internos o externos de energía.

Una vez que el mecanismo predominante de empuje ha sido identificado, es posible realizar el correcto graficado de las funciones de balance de materia para estimar el volumen de gas original del yacimiento.

Los métodos utilizados para el gas, en cuestión de métodos de balance de materia son:

- Yacimientos volumétricos de gas seco.
- Yacimientos de gas seco con entrada de agua.
- Yacimientos volumétricos de gas y condensado.

### 3.2.1 Yacimientos Volumétricos de Gas Seco

Si las expansiones de roca y el agua congénita son despreciables como recursos internos de energía, entonces el mecanismo de empuje predominante de yacimientos es por la expansión del gas a medida que la presión disminuye. Comparando valores típicos de gas y líquido compresibles se muestra que el gas puede ser compresible 100 o incluso hasta 1000 veces más que los líquidos, por lo tanto, la simple expansión del gas es un eficiente mecanismo de empuje, que permiten alrededor del 90% de gas recuperado del yacimiento.

Asumiendo un volumen constante de gas en el yacimiento a través de la vida productiva del yacimiento, es posible derivar la ecuación de balance de materia igualando el volumen ocupado por las condiciones del gas inicial al ocupado por el gas a condiciones posteriores de acuerdo a su producción y asociado a la caída de presión. Refiriendo al modelo tipo tanque, mostrado en la **Fig. 3.1**, la ecuación de balance de materia se tiene:

$$GB_{gi} = (G - G_P)B_g \dots\dots\dots(3.32)$$

donde:

$GB_{gi}$  = volumen de gas ocupado a la presión inicial del yacimiento.

$G - G_P B_g$  = volumen de gas en el yacimiento después de la producción a la presión después de un periodo de explotación.

La **ec. 3.32** puede reescribirse como:

$$G_P = G \left( 1 - \frac{B_{gi}}{B_g} \right) \dots\dots\dots(3.33)$$

Si se sustituye el gasto de gas evaluado a condiciones iniciales y posteriores a ella,  $B_{gi}/B_g = (z_i p)/(z_p p_i)$ , en la **ec. 3.33**, se obtiene una ecuación en términos de cantidades medibles, producción de gas superficial y presión de fondo de pozo:

$$G_P = G \left( 1 - \frac{z_i p}{z_p p_i} \right) \dots\dots\dots(3.34)$$

Donde el factor de recuperación del gas es:

$$1 - \frac{z_i p}{z_p p_i} \dots\dots\dots(3.35)$$

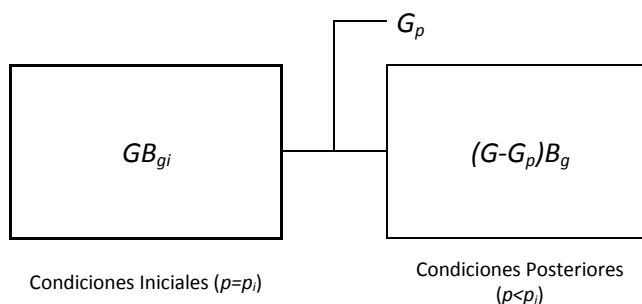
Finalmente reescribiendo la **ec. 3.34**:

$$\frac{p}{z} = \frac{p_i}{z_i} \left( 1 - \frac{G_P}{G} \right) = \frac{p_i}{z_i} - \frac{p_i}{z_i G} G_P \dots\dots\dots(3.36)$$

Con lo anterior utilizando técnicas gráficas, la **ec. 3.36** sugiere que, si el yacimiento es volumétrico, la gráfica de  $p/z$  vs  $G_P$  es una línea recta, con la cual es posible estimar el gas original del yacimiento y la reserva de gas a condiciones de abandono.



Como se mencionó, si existe la suficiente información de presiones y producciones para definir completamente la recta, es posible determinar también el mecanismo de empuje desde la figura graficada. Aunque, desviaciones consistentes de la línea recta sugieren otros recursos energéticos en el yacimiento, errores en las mediciones de presión y producción también pueden producir desviaciones de la recta.



**Figura 3.1** Modelo de balance de materia para un yacimiento volumétrico de gas seco.

El mismo análisis de balance de materia es aplicable a yacimientos de gas húmedo, pero debe tenerse en consideración que  $z$  y  $z_i$  en el yacimiento, gravedad del gas y  $G_p$  deben ser incluidas en la equivalencia de vapor para los condensados producidos. El gas original in situ,  $G$ , y la reserva de gas al abandono incluyen la equivalencia de vapor del líquido y debe ser corregido para determinar las reservas de gas seco y gas y condensado.

### Ejemplo 3.6

Calcular el volumen de gas original in situ usando el método de balance de materia para yacimientos volumétricos de gas seco en el cual la presión original del yacimiento al momento de ser descubierto era de 4000 psia y la **Tabla 3.6**

$p_i$ (psia)	$G_p$ (MMSCF)	$Z$
4000	0	0.80
3500	2.46	0.73
3000	4.92	0.66
2500	7.88	0.60
2000	11.20	0.55

**Tabla 3.6** Datos ejemplo 3.6

Solución:

$G_p$ (MMSCF)	$p/z$ (psia)
0	5000
2.46	4795
4.92	4545
7.88	4167
11.20	3636

Tabla 3.7 resolución ejemplo 3.6

Mediante la extrapolación con la recta que mejor se ajusta a los datos, para  $p/z = 0$  se tiene que  $G = 42$  MMscf.

### 3.2.2 Yacimientos de Gas Seco con Entrada de Agua

En ocasiones, los yacimientos de gas seco están sujetos a un acuífero asociado el cual provee de una presión extra a la expansión del gas como método de empuje, sin embargo dicho acuífero reduce el volumen de gas recuperable conforme avanza. El agua entrante provee cantidades importantes de energía que han de ser consideradas en el cálculo por el método de balance de materia en este caso.

Cuando se deriva la ecuación de balance de materia para un sistema con entrada de agua, las condiciones cuando se está explotando el yacimiento y empieza la invasión por el agua se requiere añadir dicha situación mostrada en la **Ec. 3.37**:

$$GB_{gi} = G - G_p B_g + \Delta V_p \dots \dots \dots (3.37)$$

donde:

$GB_{gi}$  = volumen ocupado por el gas a condiciones iniciales de la presión de yacimiento [bbbl]

$(G - G_p)$  = volumen ocupado por el gas después de un periodo de explotación [bbbl]

$\Delta V_p$  = variación del volumen de gas ocupado en el yacimiento a condiciones posteriores debido a la entrada de agua [bbbl]

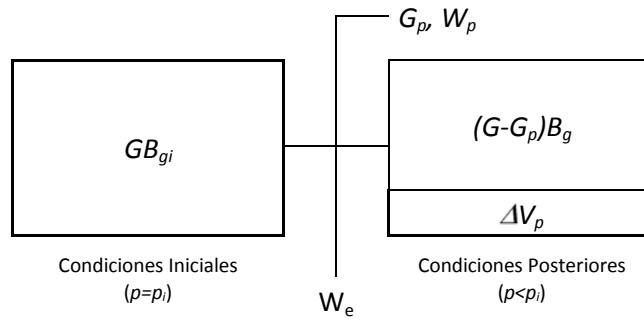


Figura 3.2 Modelo de balance de materia con entrada de agua.

En la **Fig. 3.2** se muestra que el cambio en el volumen de gas en yacimiento a una pequeña reducción de presión afecta no solamente el volumen de la entrada de agua sino también al agua producida en superficie:

$$\Delta V_p = W_e - W_p B_w \dots \dots \dots (3.38)$$

Combinando las ecuaciones 3.37 y 3.38 se obtiene:

$$GB_{gi} = G - G_p B_g + W_e - W_p B_w \dots \dots \dots (3.39)$$

Si la entrada de agua y el agua producida son ignoradas, la gráfica de  $p/z$  vs  $G_p$  puede aparecer como una línea recta inicialmente pero eventualmente tendrá una desviación. También si existe un empuje muy fuerte debido a la entrada de agua y posteriormente un suave empuje por el acuífero es posible que la desviación sea desde el principio. Chierici y Pizzi, estudiaron los efectos debido a un débil o parcial empuje por agua llegando a la conclusión de que la exactitud en la estimación de estos sistemas es difícil de obtener, especialmente en periodos tempranos de explotación o cuando las características del acuífero son desconocidas. Bruns *et. al.*, mostraron que se tienen errores significativos en la estimación de reservas si los efectos de la invasión de agua son ignoradas para el cálculo de balance de materia.

Ya que los efectos de la entrada de agua en los yacimientos de gas se tiene un entendimiento mayor sobre su comportamiento, una desviación temprana de la línea recta en la gráfica  $p/z$  vs  $G_p$  regularmente es atribuida a errores de medición. En algunos casos, los errores en las mediciones de las presiones en campo pueden enmascarar los efectos de la entrada de agua, especialmente si son acuíferos de baja presión, sin embargo, desviaciones en dicha línea recta sugiere que el yacimiento no es volumétrico y que hay un mecanismo adicional de desplazamiento.

Si el volumen inicial del yacimiento es conocido por otros medios, como estimaciones volumétricas, es posible calcular  $W_e$  de la **Ec. 3.39**, en la práctica, sin embargo, usualmente tanto  $W_e$  así como  $G$  son desconocidas, y el cálculo del gas inicial requiere de una estimación independiente del agua entrante.

Una vez que ha sido calculada la entrada de agua, es posible estimar el volumen original de gas mediante la **Ec. 3.40**:

$$GB_{gi} = G - G_p B_g + W_e - B_w W_p \dots \dots \dots (3.40)$$

### 3.2.2.1 Método para el Cálculo de la Entrada de Agua

La entrada de agua es el resultado de la reducción en la presión del yacimiento debido a su explotación. Dicha entrada tiende a mantener, de manera parcial o total, la presión del yacimiento. En general, tanto condicionarían la eficacia de mantenimiento de presión del sistema y la cantidad de entrada de agua son gobernados por las características del acuífero, las cuales incluyen principalmente la permeabilidad, tortuosidad, extensión de su área y la historia de presión a lo largo de los límites entre el yacimiento y el acuífero. Se debe tener en cuenta que en la práctica, el cálculo de la entrada de agua es altamente inseguro, debido a la falta de datos suficientes para caracterizar el acuífero completamente. Los pozos son perforados raras veces para obtener esta información, por lo que debe ser la mayoría de las ocasiones inferida o asumida de las características geológicas y del yacimiento.

Generalmente, los sistemas yacimiento/acuífero son clasificados ya sea por el límite con el agua o agua de fondo. En los de límite con el agua, el agua se mueve en los flancos del yacimiento, mientras que en los del agua de fondo recorre toda la extensión areal y suavemente tiene inmersión en las estructuras donde el acuífero se encuentra en el fondo del yacimiento. Los métodos Van Everdingen-Hurst y Carter-Tracy son aplicables únicamente a geometrías de límite con el agua o geometrías combinadas que puedan ser modeladas mediante el, mientras que el método de Fetkovich es aplicable para todas las geometrías.

#### 3.2.2.1.1 Método van Everdingen-Hurst

Van Everdingen y Hurst presentaron un modelo de estado-inestable para predecir la entrada de agua. El yacimiento/acuífero es un sistema modelado como 2 cilindros concéntricos o secciones cilíndricas. La superficie del cilindro interior está definido por un radio  $r_r$ , que representa el límite acuífero-yacimiento, mientras que el radio  $r_a$ , define el límite del acuífero. El flujo radial del agua desde el acuífero al yacimiento es descrito matemáticamente con la ecuación de difusividad.

$$\frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_D}{\partial r_D} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D} \dots \dots \dots (3.41)$$

Donde las variables adimensionales están definidas en términos de las propiedades del acuífero. La presión adimensional para gasto constante a condiciones de los límites yacimiento/acuífero es:

$$p_D = \frac{0.00708kh(p_i - p)}{q\mu} \dots \dots \dots (3.42)$$

El radio adimensional es definido en términos de  $r_r$ :

$$r_D = \frac{r}{r_r} \dots \dots \dots (3.43)$$

Finalmente para  $t$  en días:

$$t_D = \frac{0.00633kt}{\phi\mu c_t r_r^2} \dots \dots \dots (3.44)$$

Se derivaron las soluciones de la **Ec. 3.41** para 2 condiciones de frontera yacimiento/acuífero: gasto final y presión final constantes. El gasto de la entrada de agua para el caso de gasto final constante se asume por un periodo dado, y la caída de presión en el límite yacimiento/acuífero se calcula. Para el caso de presión constante, el gasto de la entrada de agua se determina por la caída de presión constante sobre algún periodo finito. Los Ingenieros de Yacimientos usualmente están más interesados en determinar la entrada de agua más que la caída de presión en el límite yacimiento/acuífero, pero es posible centrarse en los cálculos de la entrada de agua a condiciones de presión constante.

Por otro lado, las soluciones a presión constante en términos del gasto de la entrada de agua adimensional definida por:

$$q_D = \frac{q_w \mu}{0.00708 k h \Delta p} \dots \dots \dots (3.45)$$

Integrando ambos lados de la ecuación respecto del tiempo:

$$\int_0^{t_D} q_D dt_D = \frac{\mu}{0.00708 k h \Delta p} \frac{0.00633 k}{\phi \mu c_t r_r^2} \int_0^t q_w dt = \frac{1}{1.119 \phi c_t h r_r^2 \Delta p} \int_0^t q_w dt \dots \dots \dots (3.46)$$

En cálculos de balance de materia, se está más interesado en acumulación de la entrada de agua que en el gasto de la misma. Por lo que, la acumulación de la entrada de agua,  $W_e$ , es:

$$W_e = \int_0^t q_w dt \dots \dots \dots (3.47)$$

La acumulación de la entrada de agua adimensional:

$$Q_{pD} = \int_0^{t_D} q_D dt_D \dots \dots \dots (3.48)$$

Combinando las ecuaciones 3.46 y 3.48 se obtiene:

$$Q_{pD} = \frac{W_e}{1.119 \phi c_t h r_r^2 \Delta p} \dots \dots \dots (3.49)$$

donde:

$$W_e = 1.119 \phi c_t h r_r^2 \Delta p Q_{pD} \dots \dots \dots (3.50)$$

Si la vida productiva total del yacimiento es dividida en un número finito de variaciones de presión, se puede utilizar el principio de superposición para dar solución a la ecuación 3.50 para modelar el comportamiento de la entrada de agua mediante la historia de presión. Este método asume que la historia de presión al límite original de yacimiento/acuífero se puede aproximar con series paso a paso mediante los cambios de presión.

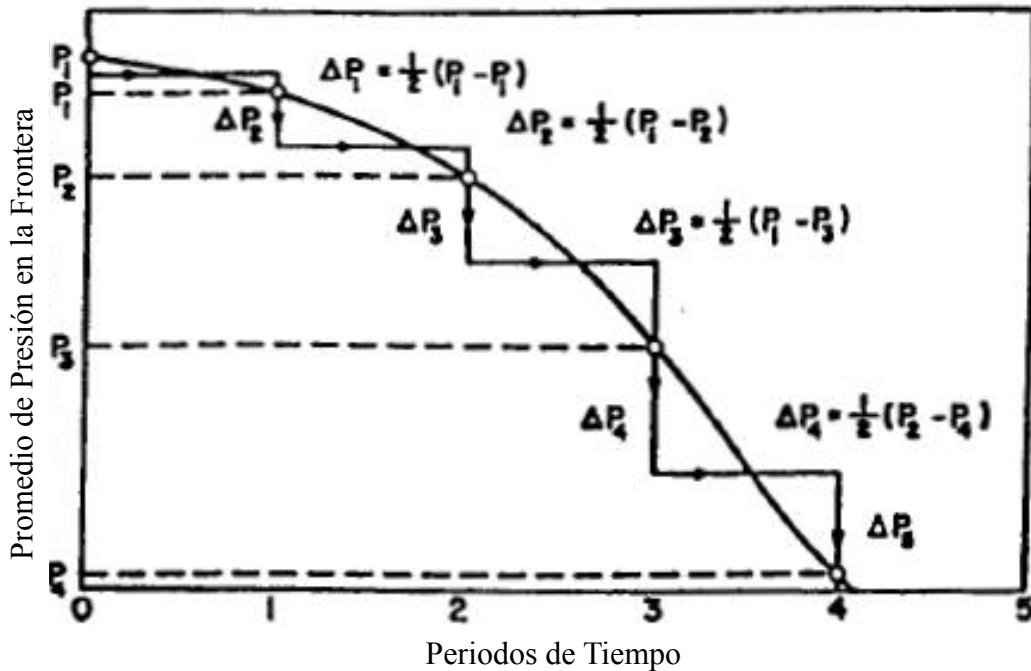


Figura 3.3 Aproximación paso a paso del histórico de producción mediante el modelo de van Everdingen-hurst.

En la Fig. 3.3, se define el promedio de presión en cada periodo como un promedio aritmético de las presiones al principio y al fin de cada periodo. Donde, para la presión inicial del acuífero,  $p_i$ , el promedio de presión durante el primer periodo es  $p_1 = \frac{1}{2} p_i + p_1$ . De manera similar, para el segundo periodo,  $p_2 = \frac{1}{2} p_1 + p_2$ . En general para un periodo de tiempo “n”,  $p_n = \frac{1}{2} p_{n-1} + p_n$ .

Es posible calcular los cambios de presión entre los periodos de tiempo de la manera siguiente.

Entre el inicio y el primer periodo:

$$\Delta p_0 = p_i - p_1 = p_i - \frac{1}{2} p_i - \frac{1}{2} p_1 = \frac{1}{2} (p_i - p_1) \dots \dots \dots (3.51)$$

De manera similar, entre el primer y segundo periodo:

$$\Delta p_1 = p_1 - p_2 = \frac{1}{2} p_i + \frac{1}{2} p_1 - \frac{1}{2} p_1 - \frac{1}{2} p_2 = \frac{1}{2} (p_i - p_2) \dots \dots \dots (3.52)$$

En general, para (n-1) y “n” periodos de tiempo:

$$\begin{aligned} \Delta p_n &= p_{n-1} - p_n = \frac{1}{2} p_{n-2} + \frac{1}{2} p_{n-1} - \frac{1}{2} p_{n-1} - \frac{1}{2} p_n \\ &= \frac{1}{2} (p_{n-2} - p_n) \dots \dots \dots (3.53) \end{aligned}$$

Durante cada incremento de tiempo, la presión se toma como constante, y la entrada de agua para un periodo n de tiempo está dada por:

$$W_e t_n = B \sum_{i=1}^n \Delta p_i Q_{pD} t_n t_{i-1} D \dots \dots \dots (3.54)$$

donde:

$$B = 1.119 \phi c_t h r_r^2 \dots \dots \dots (3.55)$$

El cambio de presión durante cada periodo de tiempo, es calculado mediante:

$$\Delta p_i = \frac{1}{2} (p_{i-2} - p_i), i=1,2 \dots n \dots \dots \dots (3.56)$$

Alternativamente para caso especiales donde se tiene la acción infinita de un acuífero, *Eduardson et. al.*, desarrollaron expresiones polinómicas para calcular  $Q_{pD}$ . Estas expresiones, ecuaciones 3.57, 3.58 y 3.59, dependen del tiempo adimensional:

Para  $t_D < 0.01$ :

$$Q_{pD} t_D = 2 \frac{t_D}{\pi} \dots \dots \dots (3.57)$$

Para  $0.01 < t_D < 200$ :

$$Q_{pD} t_D = \frac{1.2838t_D^{1/2} + 1.19328t_D + 0.269872t_D^{3/2} + 0.00855294t_D^2}{1 + 0.616599t_D^{1/2} + 0.0413008t_D} \dots \dots \dots (3.58)$$

Para  $t_D > 200$ :

$$Q_{pD} t_D = \frac{-4.29881 + 2.02566t_D}{\ln(t_D)} \dots \dots \dots (3.59)$$

De manera similar, *Klins et. al.*, desarrollaron aproximaciones polinomiales para ambos casos acción infinita y acuíferos finitos.

El método van Everdingen y Hurst es aplicable solo a geometrías de flujo lineal. Para el flujo lineal, las ecuaciones se define al tiempo en términos de longitud  $L$ , como:

$$t_D = \frac{0.00633kt}{\phi \mu c_t L^2} \dots \dots \dots (3.60)$$

Siguiendo la derivación similar, presentada para flujo radial, se encuentra que la acumulación del influjo de agua para “n” periodos de tiempo está definido por:

$$W_e t_{Dn} = B \sum_{i=1}^n \Delta p_i Q_{pD} (t_n - t_{i-1})_D \dots \dots \dots (3.61)$$

Donde el parámetro  $B$  es definido en términos de longitud del yacimiento como:

$$B = 0.178 \phi c_t h L \dots \dots \dots (3.62)$$

Derivando de la solución exacta de la ecuación de difusión, el método de van Everdingen y Hurst modela cualquier régimen de flujo de acuífero y es aplicable tanto para acuíferos finitos como

para acción infinita.

Ejemplo 3.7.

Calcular la entrada de agua para el sistema yacimiento acuífero con la información presentada a continuación. Suponga una acción infinita del acuífero. Las propiedades estimadas del acuífero se presentan en la **Tabla 3.8**, en resumen de la historia de presión del sistema.

$$\phi = 0.209$$

$$\theta = 180^\circ$$

$$\mu = 0.25 \text{ cp}$$

$$k = 275 \text{ md}$$

$$c_t = 6 \cdot 10^{-6} \text{ psia}^{-1}$$

$$h = 19.2 \text{ ft}$$

$$r_r = 5807 \text{ ft}$$

Tiempo (días)	$p_i$ (psia)
0	3793
91.5	3788
183.0	3774
274.5	3748
366.0	3709
457.5	3680
549.0	3643

**Tabla 3.8** Datos ejemplo 3.7

Solución:

$$B = 1.119 \phi c_t h r_r^2 \frac{\theta}{360} = 1.119 \cdot 0.209 \cdot 6 \cdot 10^{-6} \cdot 19.2 \cdot 5807^2 \cdot \frac{180}{360}$$

$$= 454.3 \text{ blsc.y./psi}$$



Para cada periodo de tiempo, se calcula  $\Delta p$  definido como  $\Delta p_i = p_{i-2} - p_i$

Para n=1:

$$\Delta p_1 = p_2 - p_1 = 3793 - 3788 = 2.5 \text{ psi}$$

Para n=2,3...6:

$$\Delta p_2 = p_0 - p_2 = 3793 - 3774 = 9.5 \text{ psi}$$

$$\Delta p_3 = p_1 - p_3 = 3788 - 3748 = 20 \text{ psi}$$

$$\Delta p_4 = p_2 - p_4 = 3774 - 3709 = 32.5 \text{ psi}$$

$$\Delta p_5 = p_3 - p_5 = 3748 - 3680 = 34 \text{ psi}$$

$$\Delta p_6 = p_4 - p_6 = 3709 - 3643 = 33 \text{ psi}$$

Posteriormente se calcula el tiempo adimensional correspondiente con la ecuación 3.44:

$$t_D = \frac{0.00633kt}{\phi \mu c_t r^2} = \frac{0.00633 \cdot 275 \cdot t}{(0.209)(0.25)(6 \cdot 10^{-6})(5807)^2} = 0.165t$$

$$t = 91.5 \text{ días}, t_D = 0.165t = 15.1$$

$$t = 183 \text{ días}, t_D = 0.165t = 30.2$$

$$t = 274.5 \text{ días}, t_D = 0.165t = 45.3$$

$$t = 366 \text{ días}, t_D = 0.165t = 60.4$$

$$t = 457.5 \text{ días}, t_D = 0.165t = 75.5$$

$$t = 549 \text{ días}, t_D = 0.165t = 90.6$$

Para cada  $t_D$  se calcula el acumulado de la entrada de agua, debido a los valores obtenidos en el paso anterior se utiliza la ecuación 3.58

$$Q_{pD} t_D = \frac{1.2838t_D^{1/2} + 1.19328t_D + 0.269872t_D^{3/2} + 0.00855294t_D^2}{1 + 0.616599t_D^{1/2} + 0.0413008t_D}$$

$$Q_{pD} t_D = \frac{1.2838(15.1)^{1/2} + 1.19328(15.1) + 0.269872(15.1)^{3/2} + 0.00855294(15.1)^2}{1 + 0.616599(15.1)^{1/2} + 0.0413008(15.1)} = 10.1$$

$$Q_{pD} t_D = \frac{1.2838(30.2)^{1/2} + 1.19328(30.2) + 0.269872(30.2)^{3/2} + 0.00855294(30.2)^2}{1 + 0.616599(30.2)^{1/2} + 0.0413008(30.2)} = 17.0$$

$$Q_{pD} t_D = \frac{1.2838(45.3)^{1/2} + 1.19328(45.3) + 0.269872(45.3)^{3/2} + 0.00855294(45.3)^2}{1 + 0.616599(45.3)^{1/2} + 0.0413008(45.3)} = 23.1$$

$$Q_{pD} t_D = \frac{1.2838(60.4)^{1/2} + 1.19328(60.4) + 0.269872(60.4)^{3/2} + 0.00855294(60.4)^2}{1 + 0.616599(60.4)^{1/2} + 0.0413008(60.4)} = 29.0$$

$$Q_{pD} t_D = \frac{1.2838(75.5)^{1/2} + 1.19328(75.5) + 0.269872(75.5)^{3/2} + 0.00855294(75.5)^2}{1 + 0.616599(75.5)^{1/2} + 0.0413008(75.5)} = 34.5$$

$$Q_{pD} t_D = \frac{1.2838(90.6)^{1/2} + 1.19328(90.6) + 0.269872(90.6)^{3/2} + 0.00855294(90.6)^2}{1 + 0.616599(90.6)^{1/2} + 0.0413008(90.6)} = 40.0$$

Para calcular  $W_e$ , se utiliza la ecuación 3.61

$$W_e t_{Dn} = B \sum_{i=1}^n \Delta p_i Q_{pD}(t_n - t_{i-1})_D$$

Para, n=1

$$W_e t_{D1} = B \sum_{i=1}^1 \Delta p_i Q_{pD}(t_1 - t_{i-1})_D = B \Delta p_1 Q_{pD}(t_1 - t_0)_D = B \Delta p_1 Q_{pD}(t_{D1})$$

$$= 453.3[(2.5)(10.1)]$$

$$= 11471 \text{ blsc.y.}$$

La tabla 3.9 resume los resultados de este procedimiento.

n	Tiempo (días)	p (psia)	$W_e$ (RB)
0	0.0	3793	0
1	91.5	3788	11471
2	183.0	3774	62898
3	274.5	3748	191374
4	366.0	3709	436219
5	457.5	3680	781237
6	549.0	3643	1212890

Tabla 3.9 Resultados  $W_e(t_D)$

3.2.2.1.2 Método Carter-Tracy

El método van Everdingen y Hurst fue desarrollado de soluciones exactas de la ecuación de difusión y por consiguiente provee una técnica muy acertada para el cálculo de la entrada de agua. Sin embargo, debido a la superposición de las soluciones que se requieren, el método se envuelve en una serie de cálculos tediosos. Para reducir la complejidad de dichos cálculos, Carter y Tracy propusieron una técnica de cálculo que no requiere de la superposición y permite el cálculo directo de la entrada del agua.

Mediante la aproximación al proceso de entrada de agua por series de intervalos a gasto constante, entonces la acumulación de la afluencia de agua durante “j” intervalos es:

$$W_e t_{Dj} = \sum_{n=0}^{j-1} q_{Dn} (t_{Dn+1} - t_{Dn}) \dots \dots \dots (3.63)$$

La **Ec. 3.63**, es posible reescribirla como la suma de la acumulación del influjo de agua a través del i-ésimo intervalo y entre los intervalos “i” y “j”:

$$W_e t_{Dj} = \sum_{n=0}^{i-1} q_{Dn} t_{Dn+1} - t_{Dn} + \sum_{n=i}^{j-1} q_{Dn} (t_{Dn+1} - t_{Dn}) \dots \dots \dots (3.64)$$

ó

$$W_e t_{Dj} = W_e t_{Di} + \sum_{n=i}^{j-1} q_{Dn} t_{Dn+1} - t_{Dn} \dots \dots \dots (3.65)$$

Utilizando la integral de convolución, es posible expresar la acumulación de agua hasta el intervalo “j” como una función a presión variable:

$$W_e t_{Dj} = B \int_0^{t_{Dj}} \Delta p(\lambda) \frac{d}{d\lambda} Q_{pD}(t - \lambda) d\lambda \dots \dots \dots (3.66)$$

Combinando las ecuaciones 3.65 y 3.66, usando el método de transformada de Laplace es posible resolver para la acumulación de entrada de agua en términos de la caída de presión,  $\Delta p_n$ :

$$W_{en} = W_{en-1} + (t_{Dn} - t_{Dn-1}) \frac{B \Delta p_n - W_{en-1} p'_d(t_{Dn})}{p_D t_{Dn} - t_{Dn-1} p'_d(t_{Dn})} \dots \dots \dots (3.67)$$

En la ecuación anterior, las variables  $B$  y  $t_D$  son las mismas variables que se definieron para el método de van Everdingen y Hurst. Los subíndices  $n$  y  $n-1$  se refieren al actual y los pasados pasos de tiempo, respectivamente, y:

$$\Delta p_n = p_{aq,i} - p_n \dots \dots \dots (3.68)$$

$p_D$  es una función de  $t_D$  y para la acción de un acuífero infinito, es posible calcularlo mediante:

$$p_D t_D = \frac{370.529 t_D^{1/2} + 137.582 t_D + 5.69549 t_D^{3/2}}{328.834 + 265.488 t_D^{1/2} + 45.2157 t_D + t_D^{3/2}} \dots \dots \dots (3.69)$$

La presión adimensional,  $p'_D$ , se puede obtener con la **Ec. 3.70**.

$$p'_D t_D = \frac{716.441+46.7984t_D^{1/2}+270.038t_D+71.0098t_D^{3/2}}{1296.86t_D^{1/2}+1204.73t_D+618.618t_D^{3/2}+538.072t_D^2+142.41t_D^{5/2}} \dots\dots\dots(3.70)$$

Es importante destacar que, el método de Carter y Tracy, a diferencia de van Everdingen y Hurst, no es una solución exacta de la ecuación de difusión, sino una aproximación. La ventaja más importante que tiene este método es la habilidad para calcular la entrada de agua directamente sin el uso del principio de superposición.

### 3.2.2.1.3 Método de Fetkovich

Para simplificar el cálculo de la entrada de agua, Fetkovich propone un modelo basado en el estado pseudoestacionario además de realizar el respectivo balance de materia al acuífero para representar la compresibilidad del sistema. Similar al método de Carter y Tracy, Fetkovich elimina la superposición.

De manera similar al modelado del flujo del yacimiento hacia los pozos, el método utiliza una ecuación de flujo para modelar la entrada de agua del acuífero al yacimiento. Suponiendo presión constante al límite original entre el yacimiento y el acuífero, el gasto de la entrada de agua está dado por la **Ec. 3.71**:

$$q_w = \frac{dW_e}{dt} = J (p_{aq} - p_r)^n \dots\dots\dots(3.71)$$

Partiendo de la suposición de que el flujo del acuífero hacia el yacimiento, se puede representar obedeciendo la ley de Darcy y presenta condiciones pseudostacionarias, n=1. Basado en un balance de materia aplicado al acuífero, la acumulación de agua resultante de la expansión del acuífero es:

$$W_e = c_t W_i (p_{aq,i} - p_{aq}) \dots\dots\dots(3.72)$$

reescribiendo:

$$p_{aq} = p_{aq,i} \left( 1 - \frac{W_e}{c_t p_{aq,i} W_i} \right) = p_{aq,i} \left( 1 - \frac{W_e}{W_{ei}} \right) \dots\dots\dots(3.73)$$

$W_{ei}$  representa la máxima expansión posible del acuífero. Derivando la **Ec. 3.73** respecto al tiempo y reordenando se tiene:

$$\frac{dW_e}{dt} = - \frac{W_{ei}}{p_i} \frac{dp_{aq}}{dt} \dots\dots\dots(3.74)$$

Combinando las ecuaciones 3.71 y 3.74 e integrando:

$$\frac{p_{aq}}{p_{aq,i}} \frac{dp_{aq}}{p_{aq} - p_r} = - \int_0^t \frac{J p_i}{W_{ei}} dt' \dots\dots\dots(3.75)$$

$$p_{aq} - p_r = p_{aq,i} - p_r \exp \frac{-J p_i t}{W_{ei}} \dots\dots\dots(3.76)$$

De la **Ec. 3.75**, es posible derivar una expresión para  $(p_{aq} - p_r)$ , substituyendo en la **Ec. 3.76**

y reescribiendo:

$$\frac{dW_e}{dt} = J (p_{aq,i} - p_r) \exp \frac{-Jp_i t}{W_{ei}} \dots\dots\dots(3.77)$$

Posteriormente integrando la **Ec. 3.77**:

$$W_e = \frac{W_{ei}}{p_{aq,i}} (p_{aq,i} - p_r) \left[ 1 - \exp \frac{-Jp_{aq,i} t}{W_{ei}} \right] \dots\dots\dots(3.78)$$

Es importante notar que este procedimiento está condicionado para presión constante en el límite entre el yacimiento y el acuífero, sin embargo la presión en dicho límite cambia a medida que el gas es producido. Si la historia de presión del límite entre yacimiento-acuífero, es dividida en un número finito de intervalos, el incremento de cada intervalo está dado por:

$$\Delta W_e = \frac{W_{ei}}{p_{aq,i}} (p_{aq,n-i} - p_{rn}) \left[ 1 - \exp \frac{-Jp_{aq,i} \Delta t_n}{W_{ei}} \right] \dots\dots\dots(3.79)$$

donde:

$$p_{aq,n-i} = p_{aq,i} \left[ 1 - \frac{W_{e,n-1}}{W_{ei}} \right] \dots\dots\dots(3.80)$$

$$p_{rn} = \frac{p_{rn-1} + p_{rn}}{2} \dots\dots\dots(3.81)$$

Ejemplo 3.8.

Calcular la entrada de agua suponiendo que se tiene un acuífero finito con un área de 250000 acres y en el que no hay flujo fuera del límite. En la **Tabla 3.10** se presenta la historia de presión.

$$\phi = 0.209$$

$$r_r = 5807 \text{ ft}$$

$$\mu = 0.25 \text{ cp}$$

$$k = 275 \text{ md}$$

$$\theta = 180^\circ$$

$$c_t = 6 \cdot 10^{-6} \text{ psia}^{-1}$$

$$h = 19.0 \text{ ft}$$

T (días)	p <sub>r</sub> (psia)
0.0	3793
91.5	3788
183.0	3774
274.5	3748
366.0	3709
457.5	3680
549.0	3643

Tabla 3.10 Historia de presión Ejemplo 3.8

Calculando el volumen máximo de agua del acuífero:

$$W_i = \frac{\pi r_a^2 - r_r^2 h \phi \frac{\theta}{360}}{5.615}$$

$$r_a = \frac{\frac{43560A}{\pi} \frac{360}{\theta}}{\frac{(43560)(250000)}{\pi} \frac{360}{180}} = 83260 \text{ ft}$$

$$W_i = \frac{\pi 83260^2 - 5807^2 (19.2)(0.209) \frac{180}{360}}{5.615} = 7.744 * 10^9 \text{ bls@c.y.}$$

$$W_{ei} = c_t p_{aq,i} W_i = 6 * 10^{-6} 3793 7.744 * 10^9 = 176.3 * 10^6 \text{ bls@c.y.}$$

Se calcula  $J$ :

$$J = \frac{0.00708kh \frac{\theta}{360}}{\mu \ln \frac{r_a}{r_r} - 0.75} = \frac{(0.00708)(275)(19.2) \frac{180}{360}}{(0.25) \ln \frac{83260}{5807} - 0.75} = 39.1 \frac{STB}{D-psi}$$

Para cada periodo de tiempo se calcula el incremento en la entrada de agua:

$$\Delta W_e = \frac{W_{ei}}{p_{aq,i}} p_{aq,n-i} - p_{rn} \left[ 1 - \exp \left( - \frac{J p_{aq,i} \Delta t_n}{W_{ei}} \right) \right]$$

Para  $n=1$ :

$$p_{aq,0} = 3793 \left[ 1 - \frac{0}{176 * 10^6} \right] = 3793 \text{ psi}$$

$$p_{r1} = \frac{3793+3788}{2} = 3790.5 \text{ psia}$$

$$\Delta W_e = \frac{176.3 \cdot 10^6}{3793} 3793 - 3790.5 \left[ 1 - \exp \left( - \frac{(39.1)(3793)(91.5)}{176.3 \cdot 10^6} \right) \right] = 8587 \text{ bls@c. y.}$$

Para n=2:

$$p_{aq,1} = 3793 \left[ 1 - \frac{8587}{176 \cdot 10^6} \right] = 3792.8 \text{ psi}$$

$$p_{r2} = \frac{3788+3774}{2} = 3781 \text{ psia}$$

$$\Delta W_e = \frac{176.3 \cdot 10^6}{3793} 3792.8 - 3781 \left[ 1 - \exp \left( - \frac{(39.1)(3793)(91.5)}{176.3 \cdot 10^6} \right) \right] = 40630 \text{ bls@c. y.}$$

Para n=3:

$$p_{aq,2} = 3793 \left[ 1 - \frac{40630}{176 \cdot 10^6} \right] = 3791.9 \text{ psi}$$

$$p_{r3} = \frac{3774+3748}{2} = 3761 \text{ psia}$$

$$\Delta W_e = \frac{176.3 \cdot 10^6}{3793} 3791.9 - 3761 \left[ 1 - \exp \left( - \frac{(39.1)(3793)(91.5)}{176.3 \cdot 10^6} \right) \right] = 106399 \text{ bls@c. y.}$$

Para n=4:

$$p_{aq,3} = 3793 \left[ 1 - \frac{106399}{176 \cdot 10^6} \right] = 3789.7 \text{ psi}$$

$$p_{r4} = \frac{3748+3709}{2} = 3728.5 \text{ psia}$$

$$\Delta W_e = \frac{176.3 \cdot 10^6}{3793} 3789.7 - 3728.5 \left[ 1 - \exp \left( - \frac{(39.1)(3793)(91.5)}{176.3 \cdot 10^6} \right) \right] = 210285 \text{ bls@c. y.}$$

Para n=5:

$$p_{aq,4} = 3793 \left[ 1 - \frac{210285}{176 \cdot 10^6} \right] = 3785.1 \text{ psi}$$

$$p_{r5} = \frac{3709+3680}{2} = 3694.5 \text{ psia}$$

$$\Delta W_e = \frac{176.3 \cdot 10^6}{3793} 3785.1 - 3694.5 \left[ 1 - \exp \left( - \frac{(39.1)(3793)(91.5)}{176.3 \cdot 10^6} \right) \right] = 311642 \text{ bls@c. y.}$$

Para n=6:

$$p_{aq,5} = 3793 \left[ 1 - \frac{311642}{176 \cdot 10^6} \right] = 3778.4 \text{ psi}$$

$$p_{r6} = \frac{3680+3643}{2} = 3661.5 \text{ psia}$$

$$\Delta W_e = \frac{176.3 \cdot 10^6}{3793} \left( 3778.4 - 3661.5 \left[ 1 - \exp - \frac{(39.1)(3793)(91.5)}{176.3 \cdot 10^6} \right] \right) = 402060 \text{ blsc.y.}$$

Finalmente para obtener la entrada de agua total:

$$\begin{aligned} W_e &= 8587 + 40630 + 106399 + 210285 + 311642 + 402060 \\ &= 1,079,603 \text{ blsc.y.} \end{aligned}$$

### 3.2.3 Yacimientos Volumétricos de Gas y Condensado

En los yacimientos de gas y condensado, dependiendo de la presión que tengan es posible que se encuentren 1, 2 o hasta 3 fluidos en el yacimiento. En el punto de rocío, la fase de vapor no solamente consiste de hidrocarburos y gases inertes, sino también de vapor de agua, las cuales son consideraciones que deben tomarse en cuenta para desarrollar la ecuación de balance de materia correspondiente.

A diferencia de los yacimientos de gas seco, en el caso de yacimientos de gas y condensado es importante tener en cuenta los cambios que suceden durante la caída de presión que sufre el mismo yacimiento durante la explotación. A presiones por encima de la presión de rocío, el yacimiento se mantiene en una sola fase, sin embargo, en cuanto la presión disminuye del punto de rocío, se condensan cantidades de hidrocarburos y posiblemente vapor de agua al mismo tiempo generando una segunda y hasta una tercera fase. A menudo, una considerable cantidad de este volumen de condensados es inmóvil y permanece en el yacimiento. De cualquier manera, la correcta aplicación del balance de materia, tiene que considerar ese remanente también además de los líquidos producidos en superficie.

Asumiendo la premisa de que la presión inicial del yacimiento se encuentra por encima de la presión de rocío, el volumen total de hidrocarburos se encuentra en fase gaseosa:

$$V_{pi} = V_{hvi} \dots \dots \dots (3.82)$$

$$V_{hvi} = G_T B_{gi} \dots \dots \dots (3.83)$$

Cuando la presión disminuye conforme se va explotando el yacimiento, se encuentra en fases líquida y gaseosa, que puede ser calculada mediante la **Ec. 3.84**:

$$V_p = V_{hv} + V_{hL} \dots \dots \dots (3.84)$$

donde:

$$V_{hv} = (1 - S_o) V_p \dots \dots \dots (3.85)$$

$$V_{hL} = S_o V_p \dots \dots \dots (3.86)$$

Además, la fase de vapor a condiciones después de iniciada la explotación está dada por:

$$V_{hv} = (G_T - G_{pT}) B_g \dots \dots \dots (3.87)$$



Igualando las ecuaciones 3.85 y 3.87:

$$V_p = \frac{(G_T - G_{pT})B_g}{(1 - S_o)} \dots\dots\dots(3.88)$$

Substituyendo la **Ec. 3.88** en la **Ec. 3.85** y combinando con la **Ec. 3.87** se obtiene una expresión para el yacimiento a condiciones de explotación:

$$G_T - G_{pT} B_g + \frac{S_o(G_T - G_{pT})B_g}{(1 - S_o)} \dots\dots\dots(3.89)$$

Ahora combinando las ecuaciones 3.82 y 3.89 se obtiene la ecuación de balance de materia presentada a continuación:

$$G_T B_{gi} = G_T - G_{pT} B_g + \frac{S_o(G_T - G_{pT})B_g}{(1 - S_o)} \dots\dots\dots(3.90)$$

O, si se sustituye  $B_{gi}/B_g = (pz_i)/(p_i z)$  en la **Ec. 3.90** y reorganizando:

$$1 - S_o \frac{p}{z} = \frac{p_i}{z_i} \left( 1 - \frac{G_{pT}}{G_T} \right) \dots\dots\dots(3.91)$$

La **Ec. 3.91**, sugiere la forma de una recta de donde graficando  $1 - S_o \frac{p}{z} = G_{pT}$ , es posible obtener  $G_T$ . Para la correcta aplicación de la **Ec. 3.91**, es importante la estimación de los hidrocarburos líquidos formados como función de la presión debajo del punto de rocío. La mejor manera de calcular esos líquidos, es mediante pruebas de laboratorio, desafortunadamente no siempre es posible hacerlo debido al costo. Una forma alternativa para la técnica de balance de materia es:

$$G_T B_{2gi} = G_T - G_{pT} B_{2g} \dots\dots\dots(3.92)$$

Donde  $G_T B_{2gi}$  es el volumen total de gas, incluyendo tanto el gas así como sus condensados, a la presión de yacimiento por encima del punto de rocío, *bls@c. y.*; por otra parte,  $G_T - G_{pT} B_{2g}$  corresponde a los hidrocarburos en fase vapor y el gas equivalente de líquidos producidos a una presión posterior a la inicial del yacimiento, *bls@c. y.*;  $B_{2gi}$  y  $B_{2g}$  los factores de volumen del gas basado en el factor  $z$  para dos fases a condiciones tanto de yacimiento como de producción, *bls@c. y./mscf*.

Si se sustituye  $B_{2gi}/B_{2g} = pz_{2i}/p_i z_2$  en la **Ec. 3.92** y reacomodando se obtiene:

$$\frac{p}{z_2} = \frac{p_i}{z_{2i}} \left( 1 - \frac{G_{pT}}{G_T} \right) \dots\dots\dots(3.93)$$

En la **Ec. 3.93**,  $z_{2i}$  y  $z_2$  son los factores de desviación para 2 fases, tanto para condiciones de yacimiento como condiciones posteriores, respectivamente.

En la **Fig. 3.4** se muestra un ejemplo de las curvas del factor de desviación del gas para 2 fases en relación con el equilibrio de gas. A presiones por arriba de la presión de rocío, el factor de desviación tanto de una fase, como de 2 fases, es igual y por debajo del punto de rocío, sin embargo, el factor de desviación de 2 fases es menor que para una fase de gas.

Idealmente, el factor de desviación del gas para 2 fases es determinado mediante análisis de muestras de fluidos de laboratorio. Específicamente, los factores de desviación para 2 fases son medidos en un estudio a volumen constante. Sin embargo, en ausencia de estudios de laboratorio, es posible determinarlo mediante correlaciones a partir de las propiedades de los fluidos.

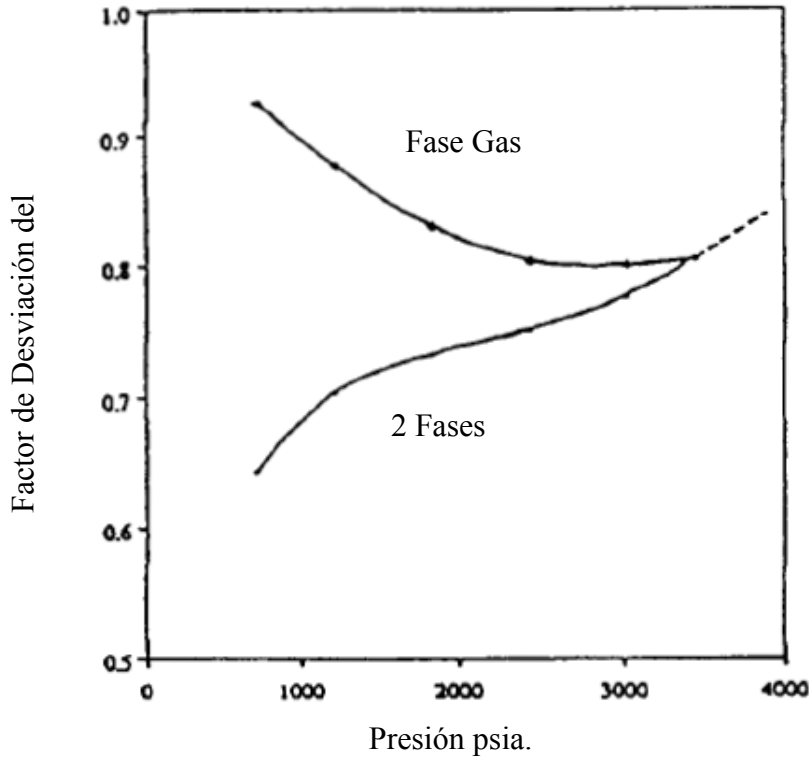


Figura 3.4 Factor de Desviación z, para 2 fases.

En el caso de yacimientos de gas y condensado con vaporización de agua, incluyendo los efectos de la compresibilidad del agua y de la formación, el volumen ocupado inicialmente por hidrocarburos y agua en fase vapor se puede representar como:

$$V_{pi} = V_{vi} + V_{wi} \dots \dots \dots (3.94)$$

Si la presión de yacimiento se encuentra por encima de la presión de rocío, el agua congénita es el único líquido presente. De la definición de saturación de agua, el volumen de agua está dado por:

$$V_{wi} = S_{wi} V_{pi} \dots \dots \dots (3.95)$$

De manera similar para el volumen de la fase vapor:

$$V_{vi} = (1 - S_{wi}) V_{pi} \dots \dots \dots (3.96)$$

Definiendo la fracción inicial de volumen de la fase vapor que es vapor de agua:

$$y_{wi} = \frac{V_{wvi}}{V_{vi}} \dots \dots \dots (3.97)$$

Y a su vez la fracción ocupada por gases hidrocarburos está dada por:

$$(1 - y_{wi}) = \frac{V_{hvi}}{V_{vi}} \dots\dots\dots(3.98)$$

Substituyendo la **Ec. 3.96** en la **Ec. 3.98** proporciona una expresión para el volumen de la fase vapor de hidrocarburos en términos de condiciones iniciales:

$$V_{hvi} = V_{pi}(1 - S_{wi})(1 - y_{wi}) \dots\dots\dots(3.99)$$

Finalmente, debido a la fase vapor de hidrocarburos el volumen original de gas es:

$$V_{hvi} = GB_{gi} \dots\dots\dots(3.100)$$

Por lo que:

$$V_{pi} = \frac{GB_{gi}}{1 - S_{wi} \quad 1 - y_{wi}} \dots\dots\dots(3.101)$$

La ecuación de balance de materia a ciertas presiones bajas depende del valor del punto de rocío. Por consiguiente, es necesario desarrollar la ecuación de balance de materia para el agotamiento a presiones por encima y por debajo del punto de rocío.

Si la presión del yacimiento se encuentra por arriba del punto de rocío, no se encuentran hidrocarburos condensados. Sin embargo, conforme la presión disminuye, una mayor cantidad de agua en fase líquida comenzará a vaporizarse, lo que reduce a su vez la saturación de agua. Por lo que, el volumen de la fase líquida puede representar como:

$$V_w = S_w V_p \dots\dots\dots(3.102)$$

En donde la saturación de agua será la correspondiente a esa etapa. Y de manera similar para el volumen de la fase de vapor:

$$V_v = V_p(1 - S_w) \dots\dots\dots(3.103)$$

Además, la fracción de la fase vapor de agua se define como:

$$y_w = \frac{V_{wv}}{V_v} \dots\dots\dots(3.104)$$

Y a su vez para la fase vapor de hidrocarburos:

$$(1 - y_w) = \frac{V_{hv}}{V_v} \dots\dots\dots(3.105)$$

Si se sustituye la **Ec. 3.103** en la **Ec. 3.105** es posible determinar una expresión para la fase vapor de hidrocarburos a condiciones de explotación:

$$V_{hv} = V_p(1 - S_w)(1 - y_w) \dots\dots\dots(3.106)$$

Las condiciones después de un periodo de explotación de la fase de vapor son:

$$V_{hv} = (G - G_p)B_g \dots \dots \dots (3.107)$$

Combinando las ecuaciones 3.106 y 3.107 se obtiene:

$$V_p = \frac{(G - G_p)B_g}{1 - S_w \quad 1 - y_w} \dots \dots \dots (3.108)$$

Expresando los cambios que ocurren en el yacimiento, el volumen de roca en términos de compresibilidad es posible expresarlo mediante:

$$\Delta V_f = \frac{c_f \quad p_i - p \quad GB_{gi}}{1 - S_{wi} \quad 1 - y_{wi}} \dots \dots \dots (3.109)$$

En términos de la **Ec. 3.109**, la ecuación de balance de materia para presiones por encima del punto de rocío queda de la siguiente manera:

$$\frac{GB_{gi}}{1 - S_{wi} \quad 1 - y_{wi}} = \frac{(G - G_p)B_g}{1 - S_w \quad 1 - y_w} + \frac{c_f \quad p_i - p \quad GB_{gi}}{1 - S_{wi} \quad 1 - y_{wi}} \dots \dots \dots (3.110)$$

Reacomodando términos:

$$G \frac{1 - S_w \quad 1 - y_w \quad B_{gi}}{1 - S_{wi} \quad 1 - y_{wi} \quad B_g} \quad 1 - c_f \quad p_i - p = G - G_p \dots \dots \dots (3.111)$$

Substituyendo  $B_{gi}/B_g = p z_i / p_i z$  en la **Ec. 3.111** y reacomodando términos:

$$\frac{1 - S_w \quad 1 - y_w}{1 - S_{wi} \quad 1 - y_{wi}} \quad 1 - c_f \quad p_i - p \quad \frac{p}{z} = \frac{p_i}{z_i} - \frac{p_i G_p}{z_i G} \dots \dots \dots (3.112)$$

Mediante la ecuación anterior, la cual infiere la ecuación de una línea recta, si  $\frac{p}{z} = 0$ , entonces  $G_p = G$ , por lo que extrapolando la línea a  $\frac{p}{z} = 0$  proporciona el valor estimado del volumen de gas original.

Para cuando la presión del yacimiento se encuentra por debajo del punto de rocío, al principio en los yacimientos los condensados formados no tienen movilidad, sin embargo, es posible modificar la **Ec. 3.110** para incluir la fase líquida:

$$\frac{GB_{gi}}{1 - S_{wi} \quad 1 - y_{wi}} = \frac{(G - G_p)B_g}{1 - S_w - S_o \quad 1 - y_w} + \frac{c_f \quad p_i - p \quad GB_{gi}}{1 - S_{wi} \quad 1 - y_{wi}} \dots \dots \dots (3.113)$$

Reacomodando, la ecuación de balance de materia de manera similar a la **Ec. 3.112** queda:

$$\frac{1 - S_w - S_o \quad 1 - y_w}{1 - S_{wi} \quad 1 - y_{wi}} \quad 1 - c_f \quad p_i - p \quad \frac{p}{z} = \frac{p_i}{z_i} - \frac{p_i G_p}{z_i G} \dots \dots \dots (3.114)$$

De manera similar a cuando se encuentra el yacimiento por encima del punto de burbuja, la **Ec. 3.114**, sugiere la ecuación de una línea recta en donde si  $\frac{p}{z} = 0$ , entonces  $G_p = G$ , por lo que

extrapolando la línea a  $\frac{p}{z} = 0$  proporciona el valor estimado del volumen de gas original. También el factor de desviación del gas, en las ecuaciones 3.112 y 3.114, es posible utilizar el factor de desviación para 2 fases representando tanto la fase de gas como la fase líquida del yacimiento.

Para aplicar de manera eficaz la **Ec. 3.114**, se requiere de los volúmenes de hidrocarburos líquidos estimados a la presión por debajo del punto de rocío. El cálculo más preciso de estos volúmenes es mediante análisis de laboratorio.

### 3.3 Método de Declinación

#### 3.3.1 Aspectos Generales

La base del análisis de las curvas de declinación es el ajuste de los historiales de producción con un modelo. Asumiendo que la producción futura sigue una tendencia, podemos usar ese modelo para estimar el volumen de gas original y predecir las reservas de gas a una presión de abandono o índice económico de producción. O bien, podemos determinar la vida productiva del pozo o campo. Además de estimar las características de flujo individual del pozo, tales como, la permeabilidad de la formación y factor de daño con el análisis de curvas de declinación. El método de curva de declinación es aplicable a pozos individuales o a todo el campo. Los métodos de curva de declinación ofrecen una alternativa a los métodos de balance de materia y volumétrico para la estimación de la reservas de gas.

La aplicación de las técnicas de análisis de curva de declinación para yacimientos de gas es más apropiada cuando los métodos volumétricos y balance de materia no son exactos o cuando los datos no están disponibles para la simulación del yacimiento. Por ejemplo, el método de balance de materia requiere estimar la presión del fondo estabilizada al cierre; sin embargo, en yacimientos de baja permeabilidad donde se necesitan tiempos muy grandes para la estabilización a menudo no está disponible.

A diferencia del método volumétrico que se puede usar temprano en la vida productiva de yacimiento, el análisis por curva de declinación no se puede aplicar hasta que haya ocurrido cierto desarrollo, y se establezca alguna tendencia en la producción. Algunos cambios en las estrategias del desarrollo del campo o prácticas en la operación de la producción pueden cambiar el desempeño futuro del pozo y significativamente afectar la estimación de las reservas

#### 3.3.2 Técnicas de Análisis Convencional

Los primeros intentos buscados en el análisis de curva de declinación para encontrar técnicas de trazado o funciones que linealicen la historia de producción, porque una función lineal es simple de manipular matemáticamente o gráficamente, el desempeño futuro se puede estimar si asumimos que la tendencia de la producción se mantuvo lineal para el resto de la vida del pozo o el yacimiento. La más común técnica de análisis de curva de declinación convencional es una curva lineal semilog, algunas veces llamada exponencial. Los trabajos subsecuentes, mostraron que la producción de todos los pozos no pueden ser modelados con declinación exponencial. Arps<sup>1</sup> reconoció que las características de la declinación también pueden ser armónicas e hiperbólicas.

La mayoría de los análisis de curva de declinación convencional se basan en la ecuación de declinación gasto-tiempo empírica de Arps,

$$q t = \frac{q_i}{1+bD_i t^{1/b}} \dots\dots\dots(3.115)$$

Dónde  $D_i = -dq(t)/dt/q(t)$ =gasto de declinación inicial, [días<sup>-1</sup>]. Nótese que las unidades del gasto del gas, tiempo y el gasto de declinación inicial en la **Ec. 3.115** deben ser consistentes.

Dependiendo de los valores del exponente de declinación,  $b$ , hay tres diferentes formas de la **Ec. 3.115**. Esa tres formas de declinación –exponencial, armónica e hiperbólica– tienen diferentes formas en gráficas cartesianas y semilog de gasto de gas vs tiempo y gasto de gas vs la producción de gas acumulada. Consecuentemente, estas formas de las curvas pueden ayudar a identificar el tipo de declinación para un pozo y, si la tendencia es lineal, se puede extrapolar gráfica o matemáticamente para un punto en el futuro. La **Ec. 3.115** se basa en cuatro importantes supuestos:

1. La ecuación asume que el pozo analizado produce con presión de fondo constante. Si la presión de fondo cambia, las condiciones de la declinación del pozo cambia.
2. Se asume que el pozo analizado produce de un área de drene que no cambia sin flujo en los límites. Si el tamaño del área de drene cambia, las condiciones de declinación de los pozos cambia. Si por ejemplo el agua entra el área de drene del pozo, las condiciones de declinación del pozo podrían cambiar súbitamente, abruptamente y negativamente.
3. La ecuación asume que el pozo analizado tiene permeabilidad y factor de daño constante. Si la permeabilidad disminuye a medida que la presión de poro disminuye, o si cambia el factor de daño debido al cambio en el daño o a la estimulación, cambia las condiciones de declinación del pozo.
4. Se debe aplicar solo a datos de flujo de frontera-dominada (estabilizado), si queremos predecir el comportamiento futuro incluso de duración corta. Si los datos de ajuste con la curva de declinación son transitorios, simplemente no hay base para predecir el comportamiento a largo plazo. Hasta que todos los límites del área del drene (o yacimiento) hayan influenciado las características de declinación del pozo, las predicciones del gasto de declinación a largo plazo no son únicas y, excepto por accidente, son incorrectas.

Las **Figs. 3.5 a 3.8** muestran las típicas respuestas para la declinación exponencial, hiperbólica y armónica. Porque de las características de las figuras, se puede usar como herramientas de diagnóstico para determinar el tipo de declinación antes de realizar cualquier cálculo.

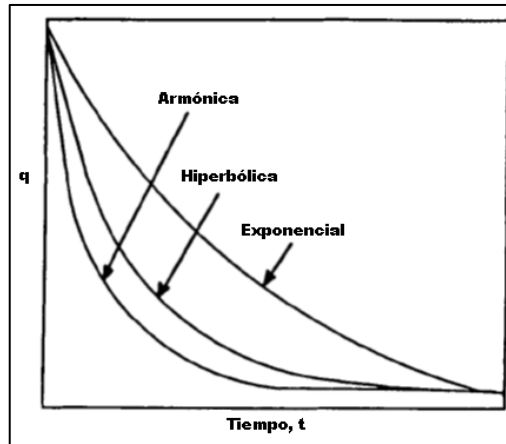


Figura 3.5. Curva de declinación para un sistema cartesiano de gasto vs tiempo.

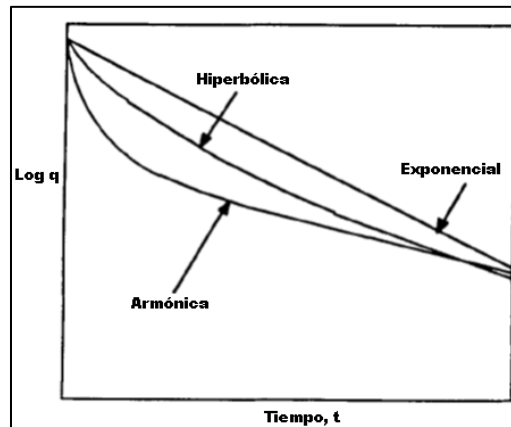


Figura 3.6. Curva de declinación para una gráfica semilog de gasto vs tiempo.

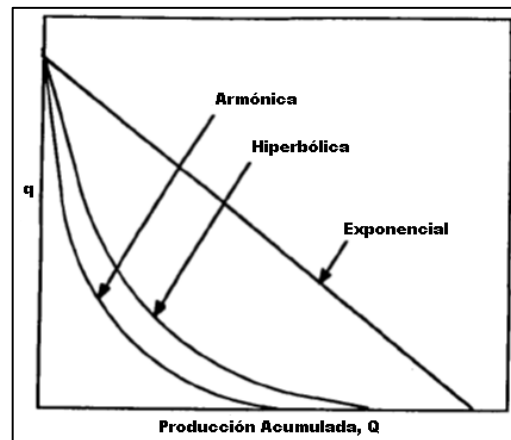


Figura 3.7. Curva de declinación para un sistema cartesiano de gasto vs producción acumulada.

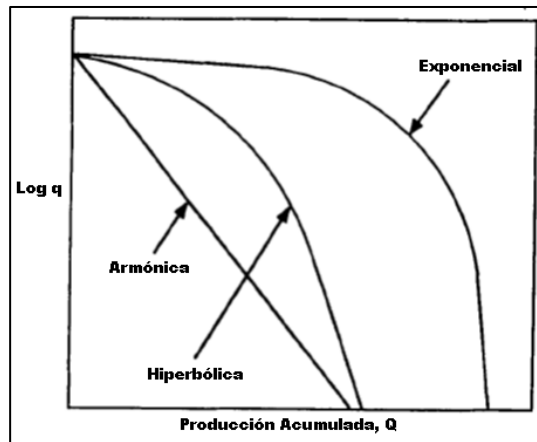


Figura 3.8. Curva de declinación para una gráfica semilog de gasto vs producción acumulada.

### 3.3.2.1 Declinación Exponencial

La declinación exponencial se caracteriza por un decremento en la producción por unidad de tiempo que es proporcional a la producción. La ecuación de la declinación exponencial se deriva de la **Ec. 3.115**. Cuando  $b=0$ , la ecuación toma una forma especial (que se debe derivar con el límite cuando  $b \rightarrow 0$ ).

$$q_t = \frac{q_i}{e^{D_i t}} = q_i e^{-D_i t} \dots\dots\dots(3.116)$$

Usando el logaritmo natural (ln) en ambos lados de la **Ec. 3.116**:

$$\ln q_t = \ln q_i + \ln e^{-D_i t} \dots\dots\dots(3.117)$$

Reorganizando términos.

$$\ln q_t = \ln q_i - D_i t \dots\dots\dots(3.118)$$

Porque el logaritmo natural se relaciona con el logaritmo base 10 por  $\ln(x)=2.303\log(x)$ , se puede describir la ecuación (3.c) en términos de la función log:

$$\log q_t = \log q_i - \frac{D_i t}{2.303} \dots\dots\dots(3.119)$$

La forma de la **Ec. 3.119** sugiere que una gráfica de logaritmo de gasto de gas,  $q(t)$  vs  $t$  será una línea recta con una pendiente  $-D_i/2.303$  y una intercepción en  $\log(q_i)$ . La **Fig. 3.5** muestra una relación lineal en coordenadas semilog. Si los datos de producción exhibe un comportamiento lineal en esta gráfica semilog, puede usar la **Ec. 3.119** para calcular  $D_i$  de la pendiente y  $q_i$  de la intercepción. Después de calcular el índice de declinación inicial y el gasto inicial de gas, podemos usar la **Ec. 3.116** para extrapolar la producción en un futuro para algún límite económico. De esta extrapolación, podemos estimar las reservas de gas y el tiempo al que el límite económico se alcance.

La curva de gasto vs producción acumulada para declinación exponencial será lineal en una gráfica cartesiana, como la siguiente derivación lo indica. Si integramos la **Ec. 3.116** del tiempo inicial al tiempo  $t$ , obtenemos:



$$Q_t = \int_0^t q_t dt = \int_0^t q_i e^{-D_i t} dt \dots\dots\dots(3.120)$$

La producción acumulada de gas es:

$$G_p(t) = -\frac{q_i}{D_i} e^{-D_i t} \Big|_0^t \dots\dots\dots(3.121)$$

Reorganizando.

$$G_p(t) = -\frac{1}{D_i} q_i e^{-D_i t} + \frac{q_i}{D_i} \dots\dots\dots(3.122)$$

Combinando las ecuaciones (3.116) y (3.122), podemos escribir la relación de la producción acumulada en términos de gasto.

$$G_p(t) = -\frac{1}{D_i} q(t) + \frac{q_i}{D_i} \dots\dots\dots(3.123)$$

Reacomodando y despejando para el gasto, q(t).

$$q(t) = -D_i G_p + q_i \dots\dots\dots(3.124)$$

La **Ec. 3.124** sugiere que la gráfica de q(t) vs G<sub>p</sub>(t) dará una línea recta de pendiente -D<sub>i</sub> e intercepción q<sub>i</sub>. la **Fig. 3.3** ilustra este tipo de gráfica.

### 3.3.2.2 Declinación Armónica

Cuando b=1, se dice que la declinación es armónica, y la ecuación de declinación general está dada por la **Ec. 3.115** reducida a:

$$q(t) = \frac{q_i}{(1+D_i t)} \dots\dots\dots(3.125)$$

Tomando el logaritmo de base (10) en ambos lados de la ecuación.

$$\log q(t) = \log q_i - \log(1 + D_i t) \dots\dots\dots(3.126)$$

La forma de la **Ec. 3.126** sugiere que q(t) es una función lineal de (1+D<sub>i</sub>t) en papel log-log y exhibe una línea recta con una pendiente de - 1 y una intercepción en log(q<sub>i</sub>). Para predecir el comportamiento futuro del pozo que exhibe un declinación exponencial, se debe asumir valores de D<sub>i</sub> hasta que la gráfica de log[q(t)] vs log(1+D<sub>i</sub>t) sea una línea recta con una pendiente de - 1. Este procedimiento del cálculo requiere el conocimiento previo del comportamiento de la declinación del pozo o un procedimiento de ensayo y error para elegir el correcto índice de declinación inicial, D<sub>i</sub>.

Para usar una gráfica gasto/producción acumulada para la declinación armónica, se debe integrar l **Ec. 3.125** con respecto del tiempo para obtener una relación para la producción acumulada.

$$G_p(t) = \int_0^t q(t) dt = \int_0^t \frac{q_i}{1+D_i t} dt \dots\dots\dots(3.127)$$

o

$$G_p t = \frac{q_i}{D_i} \ln(1 + D_i t) = 2.303 \frac{q_i}{D_i} \log(1 + D_i t) \dots \dots \dots (3.128)$$

Sustituyendo el gasto de la **Ec. 3.126** en la **Ec. 3.128**, obtenemos la relación gasto/producción acumulada para la declinación armónica.

$$G_p t = 2.303 \frac{q_i}{D_i} [\log q_i - \log q(t)] \dots \dots \dots (3.129)$$

o, en términos del gasto.

$$\log q t = \log q_i - \frac{D_i}{2.303 q_i} G_p(t) \dots \dots \dots (3.130)$$

La forma de la **Ec. 3.130** sugiere que la gráfica de  $\log q(t)$  vs  $G_p(t)$  será lineal con una pendiente de  $-(D_i/2.303q_i)$  y con intercepción en  $\log(q_i)$ . Este es un método mucho más simple de calcular el índice de declinación para la declinación armónica que la gráfica gasto/tiempo porque podemos hacer una gráfica directa sin conocimiento previo de  $D_i$ .

### 3.3.2.3 Declinación Hiperbólica

Cuando  $0 < b < 1$ , la declinación es hiperbólica, y el comportamiento se describe por la **Ec. 3.115**

$$q t = \frac{q_i}{(1 + bD_i t)^{1/b}}$$

Utilizando el logaritmo en ambos lados de la **Ec. 3.115** y reacomodando términos.

$$\log q(t) = \log q_i - \frac{1}{b} \log(1 + bD_i t) \dots \dots \dots (3.131)$$

La forma de la **Ec. 3.131** sugiere que, si los datos gasto/tiempo se puede modelar con la ecuación hiperbólica, entonces la gráfica log-log de  $q(t)$  vs  $(1+bD_i t)$  exhibe una línea recta con pendiente de  $1/b$  e intercepción de  $\log(q_i)$ . Para analizar los datos de declinación hiperbólica, requiere que se tenga estimaciones previos de  $b$  y  $D_i$  o que se use un proceso interactivo para estimar los valores de  $b$  y  $D_i$  que resulta en una línea recta.

La relación de gasto/producción acumulada se obtiene integrando la **Ec. 3.115**

$$G_p t = \int_0^t q t dt = \int_0^t \frac{q_i}{(1 + bD_i t)^{1/b}} dt \dots \dots \dots (3.132)$$

Integrando y reacomodando.

$$G_p t = \frac{q_i}{D_i(b-1)} [ 1 + bD_i t^{\frac{1-b}{-b}} - 1] \dots \dots \dots (3.133)$$

Si sustituimos  $q_i = q_i^b q_i^{1-b}$  dentro de la **Ec. 3.133**, se puede escribir.

$$G_p t = \frac{q_i^b}{D_i(b-1)} q_i (1 + bD_i t)^{-1/b}^{1-b} - q_i^{1-b} \dots \dots \dots (3.134)$$

Sustituyendo la **Ec. 3.115** dentro de la **Ec. 3.134** se obtiene una expresión para la producción

acumulada de gas en términos del gasto de gas durante la declinación hiperbólica.

$$G_p t = \frac{q_i^b}{D_i(b-1)} [q t^{1-b} - q_i^{1-b}] \dots \dots \dots (3.135)$$

Las **Figs. 3.5 a 3.8** muestran, que la declinación hiperbólica no tiene una relación de línea recta simple para las gráficas gasto/tiempo o gasto/producción acumulada en ningún sistema de coordenadas. Por lo tanto, la más conveniente manera para obtener una línea recta es el uso especial de la gráfica desarrollada por varios valores de  $b$ . Arps<sup>1</sup> uso  $q/(dq/dt)$  vs  $t$  para estimar el coeficiente  $b$  y  $D_i$ . Aunque esta técnica gráfica debería darnos resultados aceptables, generalmente los datos de campo son muy pobres, que hace a este método difícil de aplicar en análisis prácticos de datos de producción.

Ejemplo 3.1. Utilice los datos de la **Tabla 3.1** para predecir el comportamiento del gasto de 15 años en el futuro. Asumiendo que el límite económico para este pozo es 30 mscf/D, estimando la recuperación final y la vida de producción total del pozo usando las técnicas del análisis convencional de Arps.

Solución.

1. Debido a que no sabemos qué ecuación de declinación modela mejor el pasado de producción, construimos las gráficas de gasto vs tiempo y gasto vs producción acumulada en las figuras 3.9 a 3.12 para examinar las características de producción.

2. Examinando las curvas de las figuras 3.9 a 3.12 no muestra que la declinación sea exponencial, armónica o hiperbólica. Tenga en cuenta que no solo son gráficas lineales semilog de gasto vs tiempo y cartesiana de gasto vs producción acumulada (indicativa de la declinación exponencial), sino que también la gráfica semilog de gasto vs producción acumulada es lineal (indicativa de la declinación armónica). Por lo tanto, analizaremos este ejemplo usando ambos métodos de declinación (exponencial y armónica).

<b>Tiempo de Producción (Días)</b>	<b>Producción Acumulada (Mscf/D)</b>	<b>Gasto de gas (Mscf/D)</b>
30	13.4589	413.3
60	25.3066	392.8
90	36.3221	375.9
120	47.815	371.3
150	60.7706	377.5
180	71.1327	367.8
210	80.6358	356.8
240	90.3544	349.0
270	105.643	361.7
300	113.646	349.1
330	122.878	341.9
360	137.776	350.1
390	142.799	333.6
420	147.511	291.4
450	168.504	338.2
480	175.674	329.1
510	183.737	322.5
540	198.204	327.1
570	199.765	310.9
600	215.121	316.6
660	230.559	305.6
720	248.155	298.7
780	264.898	291.6
840	287.17	290.8
900	296.938	278.0
960	327.427	284.8
1,020	341.435	276.9
1,170	376.068	259.9
1,200	379.859	254.8
1,320	416.501	249.4
1,410	426.793	236.1
1,500	458.434	237.4
1,620	482.743	230.1
1,710	508.14	224.2
1,800	531.01	219.4
1,980	554.58	199.9
2,070	575.818	202.1
2,190	601.082	196.4
2,280	626.139	189.8
2,310	635.765	190.5
2,400	648.646	183.8
2,580	678.628	176.4
2,700	702.659	170.3
2,880	722.806	143.7
2,910	735.055	156.1
3,000	742.635	154.6
3,400	791.57	139.6
3,600	835.583	138.1
4,000	881.494	123.4
4,200	914.202	120.5
4,800	981.543	105.1
5,000	997.619	98.5
5,480	1,046.01	91.1

**Tabla 3.11.** Historia de Producción de un Pozo de gas, ejemplo 3.1.

*Análisis de declinación exponencial.*

a) La pendiente de la gráfica semilog de gasto vs tiempo (determinada con mínimos cuadrados) es.

$m = -0.0001317$

El gasto de declinación inicial es

$$m = -\frac{D_i}{2.303} = -0.0001317$$

Donde  $D_i=0.0003033$  [días<sup>-1</sup>] = 0.1107 [años<sup>-1</sup>]

b) La intercepción de la gráfica de gasto vs tiempo (determinada con mínimos cuadrados) es:

$$\log q(t)=2.58$$

Que es equivalente al logaritmo del gasto inicial,  $q_i$ , donde  $q_i=10^{2.58}=380.2$  mscf/D

c) Podemos ahora sustituir  $q_i$  y  $D_i$  dentro de la **Ec. 3.116** para obtener una ecuación de declinación particular para este pozo:

$$q(t)=380.3e^{(-0.0003033t)}, \text{ con el tiempo en días, o:}$$

$$q(t)=380.3e^{(-0.1107t)}, \text{ con el tiempo en años.}$$

Note que se cuenta desde  $t=0$ , así que para extrapolar para los próximos 15 años, se debe empezar en  $t=16$  años. Los cálculos del gasto futuro en la **Tabla 3.2** se calcula con la ecuación de declinación del paso c.

d) Recordar que asumimos un límite económico de 30 mscf/D para este pozo, así podemos sustituir ese gasto dentro de la relación particular gasto/tiempo para este pozo (paso c) para encontrar la vida de producción total del pozo.

$$q(t)=380.3e^{(-0.0003033t)},$$

$$30=380.3e^{(-0.0003033t)},$$

Resolviendo para el tiempo,

$$t=8,373 \text{ día} =22.9 \text{ años.}$$

e) Podemos usar la ecuación derivada para el comportamiento de gasto/producción acumulada para la declinación exponencial **Ec. 3.124** para calcular la recuperación final cuando se alcanza e límite económico.

$$q t = -D_i G_p t + q_i$$

Sabemos que  $q_i=380.2$  mscf/D y  $D_i=0.0003033$  días<sup>-1</sup>; por lo tanto,

$$q t = -0.0003033 G_p t + 380.2$$

Con la suposición que el resto de la historia de producción de este pozo puede ser modelada con declinación exponencial, la recuperación final de este pozo a un límite económico de 30 mscf/D es,

$$G_p t = \frac{380.2-30}{0.0003033} mscf = 1,155,000 mscf = 1,155 mmscf.$$

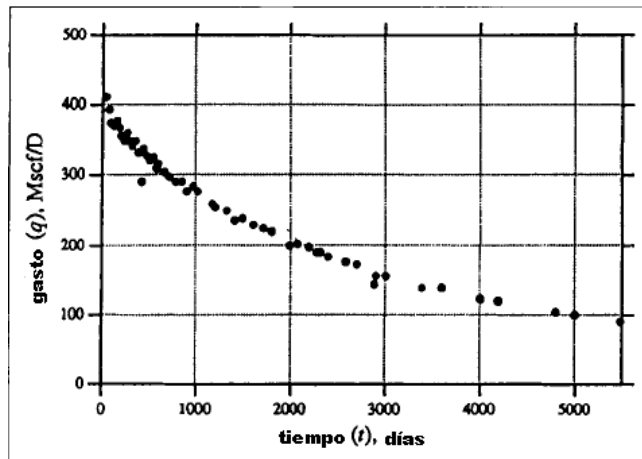


Figura 3.9. Gráfica cartesiana de gasto vs tiempo, ejemplo 3.1.

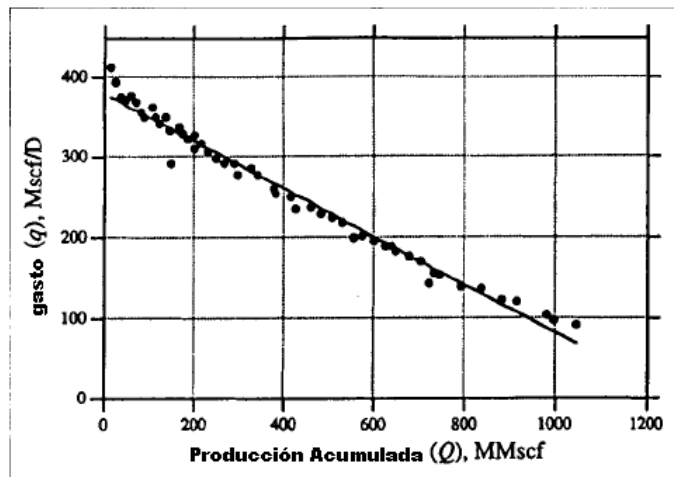


Fig.3.10. Gráfica cartesiana de gasto vs producción acumulada, ejemplo 3.1.

**Análisis por declinación armónica.**

- a) Primero, calculamos  $q_i$  de la intercepción de la gráfica semilog gasto vs producción acumulada. Por mínimos cuadrados estimamos  $\log(q_i)=2.61$  ó  $q_i=407.4$  mscf/D
- b) La pendiente (determinada con mínimos cuadrados) de la gráfica semilog de gasto vs producción acumulada es  $-0.0005478$ . para la producción acumulada (en mmscf), la pendiente de la línea en la gráfica gasto vs producción acumulada igual:

$$-\frac{1,000D_i}{2.303q_i} = -0.0005478$$

Sustituyendo  $q_i$  en la ecuación anterior.

$$\frac{1,000D_i}{2.303(407.4)} = 0.0005478$$

$$D_i = 0.000514 \text{ días}^{-1} = 0.1876 \text{ años}^{-1}$$

- c) Ahora podemos sustituir  $q_i$  y  $D_i$  en la ecuación 3.125 y 3.126 para obtener la ecuación de declinación específica gasto/tiempo y gasto/producción acumulada, respectivamente, para este pozo. La relación gasto/tiempo es:

$$q t = \frac{407.4}{1+0.000514t} \quad \text{Con el tiempo en días, o.}$$

$$q t = \frac{407.4}{1+0.1876t}$$

Con el tiempo en años. Para el tiempo medido en días, el gasto de gas (en mscf/D), y la producción acumulada (en mscf), la relación gasto/producción acumulada es.

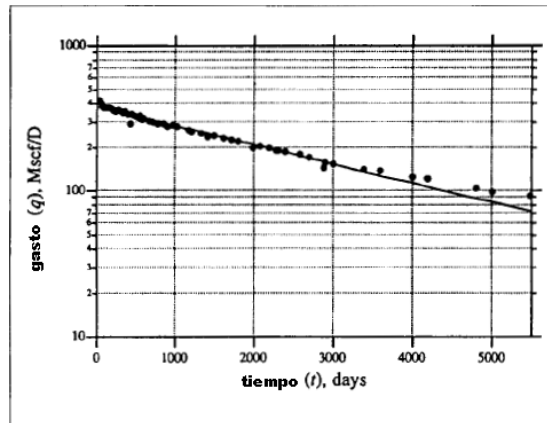


Figura 3.11. Gráfica semilog de gasto vs tiempo, ejemplo 3.1.

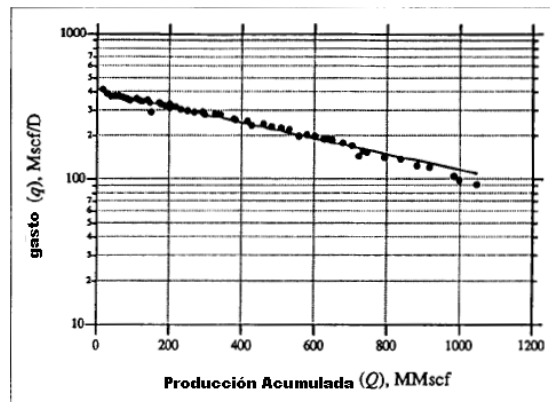


Figura 3.12. Gráfica semilog de gasto vs producción acumulada, ejemplo 3.1.

$$\log q t = \log 407.4 - \frac{0.0005140}{2.303 \times 407.4} G_p(t)$$

ó

$$G_p t = 4,764,264 - 1,825,374 \log q(t)$$

- d) Podemos extrapolar el comportamiento futuro (correspondiente al gasto y tiempo) para 15 años usando la ecuación de gasto/tiempo en el paso c. Note que el tiempo se cuenta desde t=0. Por lo tanto, para extrapolar para los próximos 15 años, debemos empezar en t=16 años. La **Tabla 3.3** resume la predicción del comportamiento futuro.
- e) Recordar que asumimos un límite económico de 30 mscf/D para este pozo, así podemos sustituir ese gasto dentro de la relación particular gasto/tiempo para este pozo (paso c) para encontrar la vida de producción total del pozo.

$$30 = \frac{407.4}{1+0.000514t}$$

$$t = \frac{\frac{407.4}{30} - 1}{0.000514} = 24,475 \text{ días} = 67 \text{ años}$$

- f) A un límite económico de 30 mscf/D y con la suposición que la producción futura se puede modelar con declinación armónica, la recuperación final de este pozo es:

$$G_p(t) = 4,764,264 - (1,825,374) \log q(t)$$

$$G_p(t) = 4,764,264 - (1,825,374) \log (30)$$

$$G_p(t) = 2,067,965 \text{ Mscf} = 2.068 \text{ mmscf.}$$

Tiempo Futuro (años)	Tiempo (años)	q Mscf/D
1	16	64.7
2	17	57.9
3	18	51.8
4	19	46.4
5	20	41.5
6	21	37.2
7	22	33.3
8	23	29.8
9	24	26.7
10	25	23.9
11	26	21.4
12	27	19.1
13	28	17.1
14	29	15.3
15	30	13.7

**Tabla 3.12.** Comportamiento del gasto futuro usando declinación exponencial, ejemplo 3.1.



<u>Tiempo Futuro (años)</u>	<u>Tiempo (años)</u>	<u>q (Mscf/D)</u>
1	16	101.8
2	17	97.3
3	18	93.1
4	19	89.3
5	20	85.7
6	21	82.5
7	22	79.5
8	23	76.7
9	24	74.0
10	25	71.6
11	26	69.3
12	27	67.2
13	28	65.2
14	29	63.3
15	30	61.5

**Tabla 3.13.** Comportamiento del gasto futuro usando declinación armónica, ejemplo 3.1

### 3.3.3 Declinación, Curvas Tipo

Las curvas tipo son gráficas de solución teórica para la ecuación de flujo y se puede generar para prácticamente cualquier tipo de modelo de yacimiento para que describa una solución general del comportamiento de flujo disponible. Para las curvas tipo que se aplican correctamente, el ingeniero debe entender completamente las suposiciones de la solución. Por otra parte, esas suposiciones deben modelar precisamente las condiciones del pozo o yacimiento analizado. Las curvas tipo de declinación se han desarrollado para que los datos de producción actuales se puedan ajustar sin papel especial o requiera procedimientos de ensayo y error para el método de curva de declinación convencional en la sección 3.2. Los métodos de curva tipo usan papel log-log para que coincida con la solución teórica pre trazada con los datos de producción actual. Además, los análisis de curva tipo nos permiten estimar no solo el volumen de gas original en el lugar y las reservas de gas a las condiciones de abandono, pero también las características de flujo para pozos individuales.

Esta sección presenta las bases teóricas (incluyendo suposiciones) y aplicaciones prácticas de dos curvas tipos (curvas tipo de Fetkovich y Carter) esos son particularmente útiles en análisis de declinación de curva en pozos de gas. Recomendamos esas curvas tipo para el análisis de declinación manual o gráfico porque se basan en consideraciones teóricas, a diferencia de las técnicas de análisis de curva de declinación empíricas de Arps. Tenga en cuenta que ningún método de curva de declinación presentada en este capítulo no incluyen los efectos de Darcy.

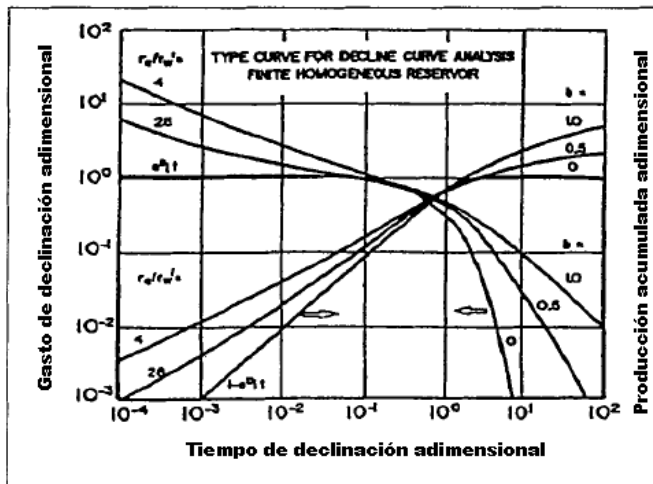


Figura 3.13. Curva tipo de declinación gasto/tiempo y producción acumulada de Fetkovich<sup>4</sup>.

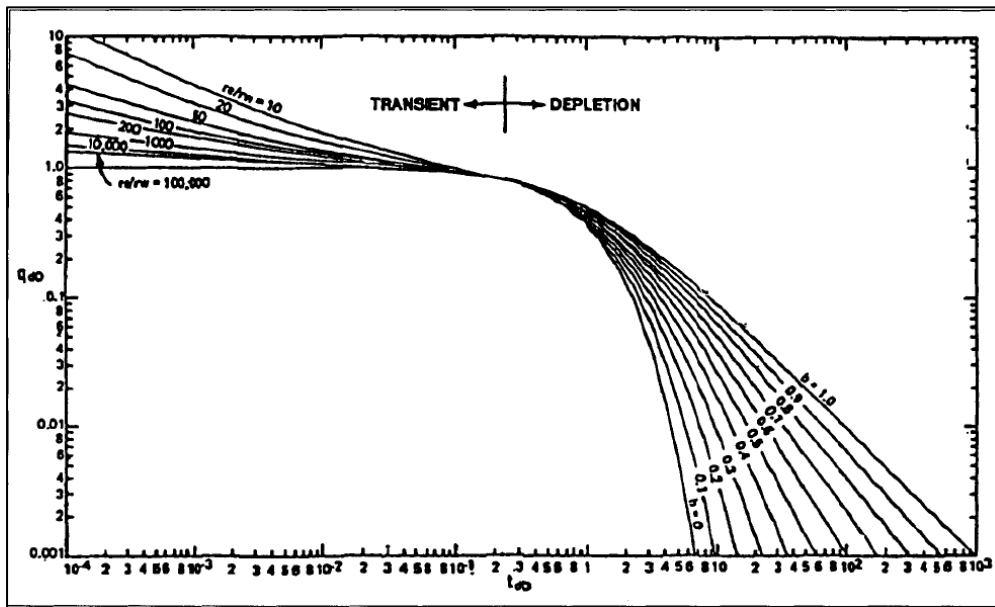


Figura 3.14. Curva tipo de declinación gasto/tiempo de Fetkovich<sup>4</sup>.

### 3.3.3.1 Curva Tipo de Declinación de Fetkovich

La curva tipo se basa en una solución analítica de la ecuación de flujo para una presión de fondo constante de un pozo centrado en un yacimiento circular o área de drenaje sin flujo en los límites. Además estas curvas tipo fueron desarrolladas para un yacimiento comportamiento-homogéneo, se pueden usar para el análisis de los datos de producción de gas a largo plazo de pozos hidráulicamente fracturados durante el periodo de flujo pseudo-radial y una vez que los límites exteriores del yacimiento afectan las respuestas de presión. La **Fig. 3.13** es un ejemplo de las curvas tipo de declinación de Fetkovich para ambos análisis gasto/tiempo y producción acumulada/tiempo.

La curva tipo en la **Fig. 3.13** incluye ambos regímenes de flujo transitorio o comportamiento-infinito y frontera-dominada. Ambas curvas tipo transitorias gasto/tiempo y producción acumulada/tiempo se caracterizan por un parámetro de correlación definido como el radio de radio de

drene exterior para el radio del pozo aparente,  $r_e/r_{wa}$ , mientras que el régimen de flujo estado-pseudo estacionario se caracteriza por la constante de declinación de Arps,  $b$ . Otra vez,  $b=0$  corresponde al comportamiento de declinación exponencial, mientras que  $b=1$ , representa declinación armónica. Los valores en el rango de  $0 < b < 1$  sugiere características de declinación hiperbólica.

La **Fig. 3.14** muestra un ejemplo más completo de la curva tipo gasto/tiempo. Otra vez, se representan dos periodos de flujo. Las curvas para valores pequeños de tiempos adimensionales, representa las respuestas de gasto transitorio o comportamiento-infinito, fue generada con una solución analítica de la ecuación de difusión radial. Todas las curvas transitorias convergen a un tiempo adimensional de cerca de 0.3, indicando que se aproxima el inicio del flujo frontera-dominada. Las respuestas del flujo dominado-hasta la frontera que fue generado con la ecuación de declinación empírica, se caracteriza por  $b$ . Fetkovich et al. mostraron que la ecuación de Arps para declinación exponencial ( $b=0$ ) es una solución de última hora para el caso de presión constante. Al igual que la mayoría de las curvas tipo desarrolladas para la presión y datos de gasto para pozos de gas, las curvas tipo de Fetkovich son realizadas en términos de las variables adimensionales. Específicamente, las curvas tipo gasto/tiempo de Fetkovich son graficas de gasto adimensional.

$$q_{Dd} = \frac{50,300 q_t p_{sc} T \left[ \ln \frac{r_e}{r_{wa}} - \frac{1}{2} \right]}{T_{sc} k h [p_p p_i - p_p p_{wf}]} \dots\dots\dots(3.136)$$

Vs. Tiempo adimensional.

$$t_{Dd} = \frac{0.00633 k t / \phi \mu_g c_t r_{wa}^2}{\frac{1}{2} \frac{r_e}{r_{wa}} - 1 \ln \frac{r_e}{r_{wa}} - \frac{1}{2}} \dots\dots\dots(3.137)$$

De manera similar, las curvas tipo de producción acumulada/ tiempo son gráficas de producción acumulada adimensional definid por:

$$Q_{Dd} = \frac{637.8 p_{sc} T G_p(t)}{T_{sc} h \phi \mu_g c_t (r_e^2 - r_w^2) p_p p_i - p_p (p_{wf})} \dots\dots\dots(3.138)$$

Vs. El tiempo adimensional definido por la **Ec. 3.137** que incluye la variación de las propiedades del gas como una función de la presión, la **Ec. 3.136** y **3.138** está definida en términos de la pseudopresión del gas-real,  $p_p$ , introducido por Al-Hussainy *et al.*,

$$p_p = 2 \int_{p_0}^p \frac{p}{\mu_g z} dp \dots\dots\dots(3.139)$$

Más, para un pozo centrado en un área de drene circular,  $r_e$  en la **Ec. 3.136** a la **3.138** se define por:

$$r_e = \sqrt{A/\pi} \dots\dots\dots(3.140)$$

y

$$r_{wa} = r_w e^{-s} \dots\dots\dots(3.141)$$

Para los límites del yacimiento no circular y diferentes patrones de desarrollo de pozos centrados en yacimientos circulares, el factor de forma,  $C_A$ , se puede representar en términos del factor de daño mediante el uso de la ecuación Fetkovich y Vienot,

$$r_{wa} = r_w \exp(-s_{CA}) \dots \dots \dots (3.142)$$

Donde  $s_{CA}$  es el factor de daño estado-pseudoestacionario basado en el factor de forma,

$$s_{CA} = \ln \frac{\bar{C}_{A,ref}}{C_{A,nueva}} \dots \dots \dots (3.143)$$

En la **Ec. 3.136 a 3.138**,  $q(t)$  flujo de gasto de gas, mscf/D;  $t$ =tiempo, días;  $k$ =permeabilidad de gas, md;  $h$ =espesor de la zona productiva, pies;  $p_p(p_i)$ = pseudopresión del gas real evaluada en función de la presión inicial del yacimiento,  $\text{psia}^2/\text{cp}$ ;  $p_p(p_{wf})$ = pseudopresión del gas-real evaluada en función de la presión de fondo fluyendo,  $\text{psia}^2/\text{cp}$ ;  $p_{sc}$ =presión a condiciones estándar,  $\text{psia}$ ;  $T_{sc}$ =temperatura a condiciones estándar, °R;  $T$ =temperatura de la formación, °R;  $\phi$ =porosidad, fracción;  $\mu_g$ =viscosidad del gas,  $\text{cp}$ ; y  $c_t$ =compresibilidad total del sistema,  $\text{psia}^{-1}$ .

Procedimiento para el análisis de declinación en pozos de gas con la curva tipo de Fetkovich.

1. Gráfica  $q(t)$  y  $G_p(t)$  vs  $t$  en papel log-log o papel calca con el mismo tamaño de los ciclos logarítmicos como la curva tipo de Fetkovich.
2. Coincidir los datos de producción acumulada a la curva tipo que mejor se ajuste. Note que los datos de producción acumulada graficados a menudo son mucho más suave que la gráfica de gasto y por lo tanto es más fácil hacerla coincidir para determinar la constante de declinación de Arps.

Debido a que el análisis de la curva tipo de declinación se basa en las condiciones de flujo frontera-dominada, no hay bases para escoger el correcto valor de  $b$  para la futura producción frontera-dominada solo si los datos transitorios están disponibles. Además, debido de la similitud de la forma de las curvas, hacer el ajuste de la curva tipo es difícil de obtener con solo datos transitorios. Si es evidente que los datos de frontera-dominada están presentes y pueden ser coincidadas a una curva para un valor particular de  $b$ , podemos extrapolar en el futuro con precisión.

3. Registre los valores de los parámetros de correlación para el flujo transitorio y frontera-dominada ( $r_e/r_{wa}$  y  $b$ , respectivamente) para el ajuste de los datos de producción acumulada. A continuación, la fuerza de ajuste de datos de gasto /tiempo con una curva tipo que tiene los mismos valores de  $r_e/r_{wa}$  y  $b$ . note que las curvas producción acumulada/tiempo y gasto/tiempo no se ajustan simultáneamente pero individualmente.
4. Seleccione un punto de ajuste [ $q(t)$ ,  $q_{Dd}]_{MP}$  en la curva de gasto/tiempo y calcule la permeabilidad de la formación usando la definición de flujo adimensional dado por la **Ec. 3.136**:

$$k = \frac{q(t)}{q_{Dd} MP} \frac{50,300 p_{sc} T \left[ \ln \frac{r_e}{r_{wa}} - \frac{1}{2} \right]}{T_{sc} h [p_p p_i - p_p p_{wf}]} \dots \dots \dots (3.144)$$

5. Calcule el gasto de gas superficial inicial,  $q_i$ , a  $t=0$  del punto de gasto ajustado:

$$q_i = \frac{q t}{q_{Dd} MP} \dots \dots \dots (3.145)$$

6. Mientras que los datos están en la posición de ajuste, un punto de tiempo ajustado  $(t, t_{Dd})_{MP}$  y calcule el gasto de declinación inicial,  $D_i$ .

$$D_i = t_{Dd} / t_{MP} \dots \dots \dots (3.146)$$

7. El volumen de poro del yacimiento en el área de drene del pozo al comienzo del flujo de frontera-dominada,  $V_p$ , se puede derivar del punto de ajuste de tiempo y gasto:

$$V_p = \frac{2,000 p_{sc} T}{(\mu_g c_t)_i T p_p p_i - p_p(p_{wf})} \frac{t}{t_{Dd}} \frac{q(t)}{q_{Dd}} \dots \dots \dots (3.147)$$

Asumiendo un área de drene circular dado

$$r_e = \sqrt{V_p / \pi h \phi} \dots \dots \dots (3.148)$$

y

$$A = \pi r_e^2 \dots \dots \dots (3.149)$$

8. Calcular el factor de daño del parámetro ajustado  $r_e/r_{wa}$  y valores de A o  $r_e$  del paso 7:

$$s = \ln \frac{r_w (\frac{r_e}{r_{wa}})}{A/\pi} = \ln \frac{r_w}{r_e} \frac{r_e}{r_{wa}} \dots \dots \dots (3.150)$$

9. Extrapolar la curva de gasto/tiempo en el futuro ya sea gráficamente a lo largo de la misma, utilizada para que coincida con los resultados anteriores o algebraicamente sustituida por el valor de b escogida y calcular los valores  $D_i$  y  $q_i$  en la ecuación de declinación general de Arps.

$$q t = \frac{q_i}{1 + b D_i t^{1/b}} \dots \dots \dots (3.151)$$

Los datos de producción no deberían ser extrapolados más allá del límite económico para el pozo en cuestión. La vida productiva del pozo se puede estimar con la extrapolación de la gráfica gasto/tiempo a ese punto o puede ser calculado con la ecuación general de declinación desarrollada con la **Ec. 3.115**.

### 3.3.3.2 Curva Tipo de Carter

La curva tipo de Fetkovich fue desarrollada para modelar el flujo de un líquido ligeramente compresible y por consiguiente asume que el producto líquido de viscosidad y compresibilidad es constante a lo largo de toda la vida productiva del pozo. Aunque valido para modelar el flujo del líquido durante los regímenes de flujo, transitorios y frontera-dominada, para el flujo de gas este supuesto es correcto solo durante el flujo transitorio (y posiblemente después los efectos de frontera se han sentido si las caídas de presión son pequeñas). La precisión de la curva tipo de Fetkovich para analizar pozos de gas, se puede mejorar con grandes caídas de presión, sin embargo, si definimos las variables adimensionales de gasto y producción acumulada en términos de la función pseudo-presión del gas-real.

Carter ofrece una mejor precisión con funciones gráficas que incluyen los cambios en las propiedades del gas con la presión. La curva tipo de Carter fue desarrollada específicamente para el análisis de curva de declinación para pozos de gas y mejora la precisión al considerar la variación del

producto  $\mu_g(p)c_g(p)$  con la presión media del yacimiento. Carter correlaciono el comportamiento del gasto/tiempo durante el flujo frontera-dominada con un parámetro,  $\lambda$ , definido como el radio de  $\mu_g(p_i)c_g(p_i)$  a  $\mu_g c_g$  evaluada a la presión media de yacimiento,  $p$ , y calculada como:

$$\lambda = \frac{\mu_g p_i c_g(p_i) p_p p_i - p_p(p_{wf})}{2 p/z_i - p/z_{wf}} \dots\dots\dots(3.152)$$

El flujo de líquido, caracterizado por un valor relativamente constante del producto de la viscosidad-compresibilidad, se representa por  $\lambda=1$ . El valor mínimo de  $\lambda$  es 0.5, representa la máxima reducción de gas del yacimiento.

La curva tipo de Carter se basa en la solución de diferencias finitas para la ecuación de flujo radial de gas para la producción a presión de fondo constante. En el desarrollo de las soluciones, Carter asumió un pozo centrado en un yacimiento simétrico con espesor, porosidad y permeabilidad constante. Tenga en cuenta que, al igual que la curva tipo de Fetkovich, la curva tipo de Carter no considera los efectos de flujo no darcianos. La curva tipo de Carter **Fig. 3.11** es una gráfica log-log de gasto adimensional,  $q_D$  vs tiempo adimensional,  $t_D$ :

$$q_D = \frac{1,424 q t T 1/B_1}{\sigma kh p_p p_i - p_p(p_{wf})} \dots\dots\dots(3.153)$$

Y para el tiempo en días,

$$t_D = \frac{0.00633 kt}{\phi \mu(p_i) c_g(p_i) r_w^2} \alpha_1^2 \dots\dots\dots(3.154)$$

El parámetro  $\sigma$  en la **Ec. 3.153** es la fracción de  $2\pi$  radianes definiendo la aproximación equivalente de la forma de anillo del yacimiento **Fig. 3.12**.

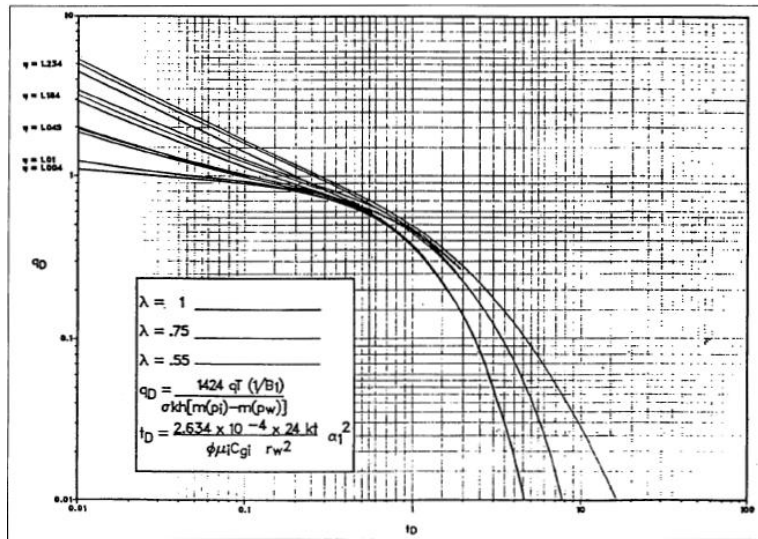


Figura 3.15. Curva tipo de declinación de Carter<sup>5</sup>.

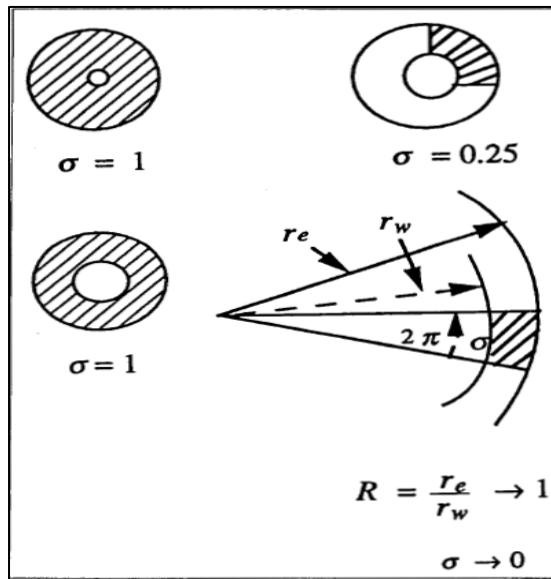


Figura 3.16. Aproximación de la forma del sistema de flujo para la curva tipo de Carter<sup>5</sup>.

El parámetro de correlación el flujo de frontera-dominada es  $\lambda$ , que se calcula por la **Ec. 3.152**. Similarmente, el parámetro de correlación durante el flujo transitorio o comportamiento-infinito es  $\eta$ , donde  $\eta$  es una función del parámetro R. La relación entre  $\eta$  y R está dada por la **Fig. 3.17** o se puede calcular de.

$$\eta = \frac{R^2 - 1}{2} \frac{\alpha_1^2}{B_1} \dots\dots\dots(3.155)$$

donde

$$R = r_e / r_{wa} \dots\dots\dots(3.156)$$

Para flujo radial en el yacimiento, R debería exceder  $\approx 30$ , y la **Ec. 3.157** se puede usar para estimar  $\alpha_1$ :

$$\alpha_1^2 = \frac{2 / R^2 - 1}{\ln R - 0.75} \dots\dots\dots(3.157)$$

Podemos sustituir la **Ec. 3.157** en la **Ec. 3.155** para obtener una expresión para  $\eta$  en términos de  $B_1$  y R solamente:

$$\eta = \frac{1}{\ln R - 0.75} \frac{1}{B_1} \dots\dots\dots(3.158)$$

Porque  $\eta$  es conocido, podemos obtener una expresión para  $1/B_1$  durante el flujo radial:

$$\frac{1}{B_1} = \eta \ln R - 0.75 \dots\dots\dots(3.159)$$

Como  $R \rightarrow 1$ , el flujo en el yacimiento tiene una geometría aproximadamente de flujo lineal que ocurre en pozos hidráulicamente fracturados antes del inicio del flujo pseudoradial. Bajo esas



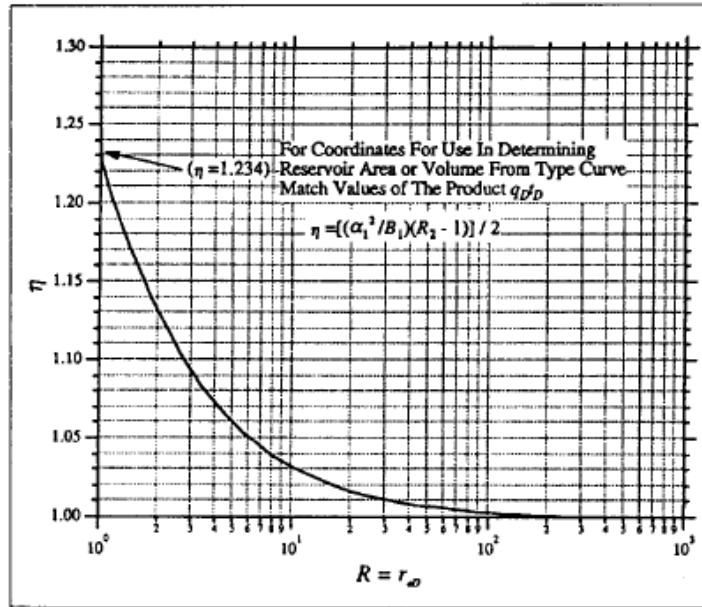
condiciones, podemos estimar  $\alpha_1$  usando la **Ec. 3.160** y la cantidad de  $\sigma B_1$  usando la **Ec. 3.161**:

$$\alpha_1 = \pi/2 \dots \dots \dots (3.160)$$

y,

$$\sigma B_1 = 2 \dots \dots \dots (3.161)$$

Se recomienda el siguiente procedimiento para el uso de la curva tipo de Carter.



**Figura 3.17.** Variación del parámetro  $\eta$  con  $R$  para la curva tipo de Carter<sup>5</sup>.

Procedimiento para el análisis de la curva de declinación usando la curva tipo de Carter.

1. Calcule parámetro de correlación de flujo de estado-pseudoestacionario,  $\lambda$ :

$$\lambda = \frac{\mu_g p_i c_g(p_i)}{2} \frac{p_p p_i - p_p(p_{wf})}{p/z_i - p/z_{wf}} \dots \dots \dots (3.152)$$

2. Trace el gasto de gas en mscf/D vs t en días en papel log con 3 ciclos (el mismo tamaño del papel log.log como la curva tipo de Carter).
3. Ajuste los datos de producción en la curva tipo de Carter con el valor apropiado de  $\lambda$  calculado en el paso 1. Mantenga los datos en la posición de ajuste, seleccione el gasto,  $[q(t), q_D]_{MP}$ , y tiempo,  $(t, t_D)_{MP}$ , puntos de ajuste. Además de, elegir un valor para  $\eta$ .
4. Con el valor de  $\eta$  del paso 3, lea el valor correspondiente de  $R$  de la **Fig. 3.18**. Para flujo radial, calcule  $B_1$  de la **Ec. 3.159**. Para flujo radial que ocurre en pozos hidráulicamente fracturados antes del inicio del flujo pseudoradial, determine  $\alpha_1$  y  $\sigma B_1$  de las ecuaciones 3.160 y 3.161.
5. Calcule la permeabilidad del punto de gasto de ajuste usando la definición de gasto adimensional. Para flujo radial, estime  $\sigma$  de la **Fig. 3.17** y calcule la permeabilidad usando la **Ec. 3.162**.



$$k = \frac{q(t)}{q_{D \text{ MP}}} \frac{1,424T\eta \ln R - 0.75}{\sigma h p_p p_i - p_p(p_{wf})} \dots\dots\dots(3.162)$$

Para flujo lineal,  $\sigma B_1=2$  y

$$k = \frac{q(t)}{q_{D \text{ MP}}} \frac{712T}{h p_p p_i - p_p(p_{wf})} \dots\dots\dots(3.163)$$

6. Si el área de drene o el radio del área de drene se conoce, podemos calcular el factor de daño. Combinando las Ec. 3.140 y 3.156, obtenemos

$$s = \ln \frac{r_w R}{A/\pi} = \ln \frac{r_w}{r_e} R \dots\dots\dots(3.164)$$

7. Estimar la recuperación de gas,  $G_r$  (en Mscf), cuando la presión media del yacimiento se ha alcanzado la presión de fondo fluyendo constante. Use los puntos de ajuste de gasto y tiempo seleccionados en el paso 3.

$$G_r = \frac{\eta}{\lambda} \frac{q(t)}{q_{D \text{ MP}}} \frac{t}{t_{D \text{ MP}}} \dots\dots\dots(3.165)$$

8. Extrapole el comportamiento futuro para el límite económico del pozo usando la curva tipo elegida para el ajuste.

### 3.3.3.3 Limitaciones de las Curvas Tipo

Los métodos de curva de declinación proporcionan un método para estimar el volumen de gas original y la recuperación final a las condiciones de abandono de un pozo o un campo entero. Además, las curvas de declinación se pueden usar para estimar la producción futura y la vida productiva. Sin embargo, las técnicas de análisis de curvas de declinación tienen limitaciones muy importantes.

Recordemos que la curva tipo de Fetkovich fue generada con las suposiciones que el pozo produce a presión de fondo constante. Además las curvas tipo asumen que  $k$  y  $s$  se mantienen constantes con el tiempo. Cualquier cambio en el las estrategias del desarrollo del campo o prácticas de operación de la producción, sin embargo, podría modificar la de producción del pozo y significativamente los efectos de estimación de las reservas a partir de las técnicas de curvas de declinación. Por ejemplo, la asignación de horarios puede requerir que algún pozo sea cerrado periódicamente o que la producción sea reducida, cambiando así la presión de fondo fluyendo. Además, si el pozo es estimulado ya sea por acidificación o fracturamiento hidráulico entonces  $s$  cambia. Por consiguiente, Fetkovich *et al.* recomienda el análisis incremental del cambio de los datos de producción relativo a la producción establecida.

Como se mencionó, la base del análisis de la curva tipo de declinación es la suposición que las fronteras afectan la respuesta del gasto. Las fronteras pueden ser fronteras del yacimiento sin flujo, fallas impermeables, o efectos de interferencia de pozos adyacentes. Si es verdad que el flujo frontera-dominada no se establece, entonces no hay base teórica para los métodos de curva de declinación y puede ser inexacta la predicción del futuro de producción. Gran parte de los datos de producción al tiempo final del pozo localizado fuera del centro del área de drene o en yacimiento de baja permeabilidad, que toma mucho tiempo para estabilizarse, no puede representar el flujo frontera-

dominada.

Finalmente, el análisis de curva de declinación asume un yacimiento volumétrico (un yacimiento cerrado que no recibe energía de fuentes externas), tal como mantenimiento de presión por un acuífero activo. Cuando se aplica a pozos individuales, el análisis de curva de declinación asume un volumétrico y e invariable, volumen de drene para el pozo. Esta suposición quiere decir que el comportamiento de la producción de los pozos vecinos también se debe estabilizar. Cualquier cambio en los patrones de desarrollo u operaciones de la producción pueden cambiar el volumen de drene del pozo y afectar el comportamiento de declinación. Por ejemplo los pozos de desarrollo perforados en un yacimiento relativamente homogéneo podría reducir el volumen de drene.

Ejemplo 3.2. Análisis por curva de declinación con la curva tipo de Fetkovich.

Net pay, ft	32.0
Wellbore radius, ft	0.365
Initial pressure, psia	3,500
Pseudopressure evaluated at initial pressure, psia <sup>2</sup> /cp	$8.322 \times 10^8$
BHFP, psia	500
Pseudopressure evaluated at BHP, psia <sup>2</sup> /cp	$2.106 \times 10^7$
Reservoir temperature, °F	180
Wet gas gravity (air = 1.0)	0.689
Water saturation, fraction	0.34
Water compressibility, psia <sup>-1</sup>	$3.6 \times 10^{-6}$
Formation compressibility, psia <sup>-1</sup>	$4 \times 10^{-6}$
Porosity, fraction	0.12
Gas viscosity evaluated at initial pressure, cp	0.02095
Gas FVF at initial pressure, RB/Mscf	0.8174
Total compressibility at initial pressure, psia <sup>-1</sup>	$1.5741 \times 10^{-4}$

Tabla 3.14. Propiedades del yacimiento, ejemplo 3.2

Utilice la curva tipo de Fetkovich, el gasto de gas y los datos de producción de gas acumulado del ejemplo 3.1, y el pozo y las propiedades del yacimiento en la **Tabla 3.4** y **3.1** para estimar  $k$  y  $s$ . Si es posible, predecir el comportamiento del gasto de gas 15 años en el futuro y, asumiendo que el límite económico para este pozo es 30 mscf/D, estimar la vida productiva del pozo y la recuperación final de gas.

Solución:

1. Realice la gráfica de gasto,  $q(t)$ , y la producción acumulada,  $G_p(t)$ , vs  $t$  en papel log-log o papel calca con el mismo tamaño de los ciclos logarítmicos como la curva tipo de Fetkovich (3 ciclos logarítmicos). Esa gráfica, mostrada en la **Fig. 3.15**, no está a escala.
2. Coincidir los datos de producción acumulada a la curva tipo que mejor se ajuste. Es aparente que los datos de frontera-dominada se presentan porque algunos datos caen a la derecha del punto de inflexión en la curva tipo y se puede ajustar en una curva correspondiente a un valor particular de  $b$ .
3. Registre los parámetros de correlación transitorios y de frontera-dominada del ajuste de los datos de producción acumulada. Para el flujo transitorio,  $r_e/r_{wa}=800$ , mientras que para el flujo estado-

pseudoestacionario,  $b=0.4$ . Forcé el ajuste para los datos de gasto/tiempo con los mismos valores de  $r_e/r_{wa}$  y  $b$ .

- Mientras los datos están en la posición de ajuste, seleccione un punto de ajuste del gasto,  $[q(t), q_{Dd}]_{MP}$ , en la curva de gasto/tiempo. Para este ejemplo, elegimos  $q(t)=1,000$  mscf/D y  $q_{Dd}=2.8$ .

La permeabilidad se estima con

$$k = \frac{q(t)}{q_{Dd} \text{ MP}} \frac{50,300 p_{sc} T \ln r_e/r_{wa} - 1/2}{T_{sc} h p_p p_i - p_p(p_{wf})} = \frac{1,000}{2.8} \frac{50,300 \cdot 14.65 \cdot 640 [\ln 800 - 0.5]}{(520)(32)(8.322 \times 10^8 - 2.106 \times 10^7)}$$

$$K = 0.08 \text{ md}$$

- Calcule el gasto de gas superficial inicial a un  $t=0$  del punto de ajuste de gasto.

$$q_i = \frac{q \ t}{q_{Dd} \text{ MP}} = \frac{1,000}{2.8} = 357.1 \frac{\text{mscf}}{D}$$

Note que el gasto es mucho menor que el gasto a 30 días.  $q_i$  representa un gasto hipotético inicial que habría ocurrido si el pozo ha estado en flujo de frontera-dominada a  $t=0$ . Sin embargo, como la curva tipo ajustada muestra, al principio los datos están en flujo transitorio y los efectos de frontera aún no se han sentido. Por lo tanto, el gasto calculado a un  $t=0$  es mucho menor que la medida de gasto actual.

- Mientras que los datos están en la misma posición de ajuste, seleccione un punto de tiempo de ajuste,  $(t, t_{Dd})_{MP}$ . Para este ejemplo, elegimos  $t=100$  días y  $t_{Dd}=0.034$ . Del punto de tiempo de ajuste, el gasto de declinación inicial se estima con.

$$D_i = t_{Dd}/t \text{ MP} = \frac{0.034}{100} = 0.00034 \text{ días}^{-1} = 0.1241 \text{ años}^{-1}$$

- El  $V_p$ (pies<sup>3</sup>), en el área de drene del pozo al inicio del flujo frontera-dominada se puede estimar los puntos de tiempo y gasto del ajuste:

$$V_p = \frac{2,000 p_{sc} T}{\mu_g c_t i T_{sc} p_p p_i - p_p(p_{wf})} \frac{t}{t_{Dd} \text{ MP}} \frac{q(t)}{q_{Dd} \text{ MP}}$$

$$V_p = \frac{2,000 \cdot 14.65 \cdot 640}{0.02095 \cdot 1.5741 \times 10^{-4} \cdot 520 \cdot 8.322 \times 10^8 - 2.106 \times 10^7} \frac{100}{0.034 \text{ MP}} \frac{1,000}{2.8 \text{ MP}}$$

$$V_p = 14,245,000 \text{ ft}^3$$

Asumiendo un área de drene circular,

$$r_e = \sqrt{\frac{V_p}{\pi h \phi}} = \sqrt{\frac{14,245,000}{\pi \cdot 32.0 \cdot 0.12}} = 1,087 \text{ ft}$$

El área de drene es

$$A = \pi r_e^2 = \pi \cdot 1,087^2 = 3,712,000 \text{ ft}^2 = 85 \text{ acres}$$

8. Conocemos el área de drene, así que podemos estimar  $s$  usando el parámetro de ajuste transitorio,  $r_e/r_{wa}$ .

$$s = \ln \frac{r_w r_e/r_{wa}}{A/\pi} = \ln \frac{(0.365)(800)}{3,712,000/\pi} = -1.3$$

9. Ahora podemos extrapolar la curva del gasto en el futuro. Sustituyendo el valor elegido de  $b$  y calcular los valores de  $D_i$  y  $q_i$  en la ecuación de declinación general de Arps.

$$q t = \frac{q_i}{1+bD_i t^{1/b}} = 357.14 \ 1 + 0.000136 \ t^{-2.5} \text{ mscf/D}$$

Tenga en cuenta que el tiempo es en días y se cuenta desde  $t=0$ , así que si queremos extrapolar por los próximos 15 años, debemos empezar en  $t=16$  años (5,840 días). Para el tiempo en años, la ecuación de declinación general es:

$$q t = 357.14 \ 1 + 0.04936 \ t^{-2.5} \text{ mscf/D}$$

La **Tabla 3.4** resume la el comportamiento futuro estimado con la ecuación de declinación general desarrollada para el tiempo en años.

Recuerde que asumimos un límite económico para el pozo de 30 mscf/D. Podemos sustituir que el gasto en la relación de declinación del gasto/tiempo para este pozo y encontrar la vida productiva del pozo.

$$q t = 357.14 \ 1 + 0.04936 \ t^{-2.5}$$

Resolviendo para el tiempo  $t$ .

$$t = \frac{1}{0.04936} \frac{q(t)}{357.14}^{1/(2.5)} - 1 = \frac{1}{0.04936} \frac{30}{357.14}^{1/(2.5)} - 1 = 34.3 \text{ años}$$

10. Podemos integrar la ecuación de declinación general para obtener una relación entre la producción acumulada y el tiempo medido en años.

$$G_p t = \int_{t=0}^t q t dt = \int_0^t 357.14 \ 1 + 0.04936 \ t^{-2.5} dt$$

$$G_p(t) = \frac{357.14}{(0.04936)(-1.5)} \ 1 + 0.04936 \ t^{-1.5} - \frac{357.14}{(0.04936)(-1.5)}$$

$$G_p t = 1,761 \times 10^3 \ 1 - 1 + 0.04936 \ t^{-1.5} \text{ mscf}$$

El pozo alcanzará el límite económico de 30 mscf/D a un tiempo de 34.3 años, así que la recuperación final para este pozo es:

$$G_p t = 1,761 \times 10^3 \ 1 - 1 + 0.04936 \ t^{-1.5} \text{ mscf}$$

$$G_p t = 1,761 \times 10^3 \ 1 - 1 + 0.04936 \ 34.3^{-1.5} = 1,362,530 \text{ mscf} = 1,363 \text{ mmscf}$$

Comparando los resultados del análisis de curva tipo de Fetkovich con los obtenidos del

análisis convencional en el ejemplo 3.1 sugiere que la declinación no es exponencial ni armónica, pero hiperbólica. El valor del parámetro de correlación frontera-dominada obtenida del ajuste de la curva tipo de Fetkovich ( $b=0.4$ ) parece comprobar esta observación. Los resultados obtenidos del análisis convencional del ejemplo 3.1, asumiendo una declinación exponencial, demostrando ser las predicciones pesimistas; sin embargo, cuando asumimos una declinación armónica, obtenemos un resultado muy optimista.

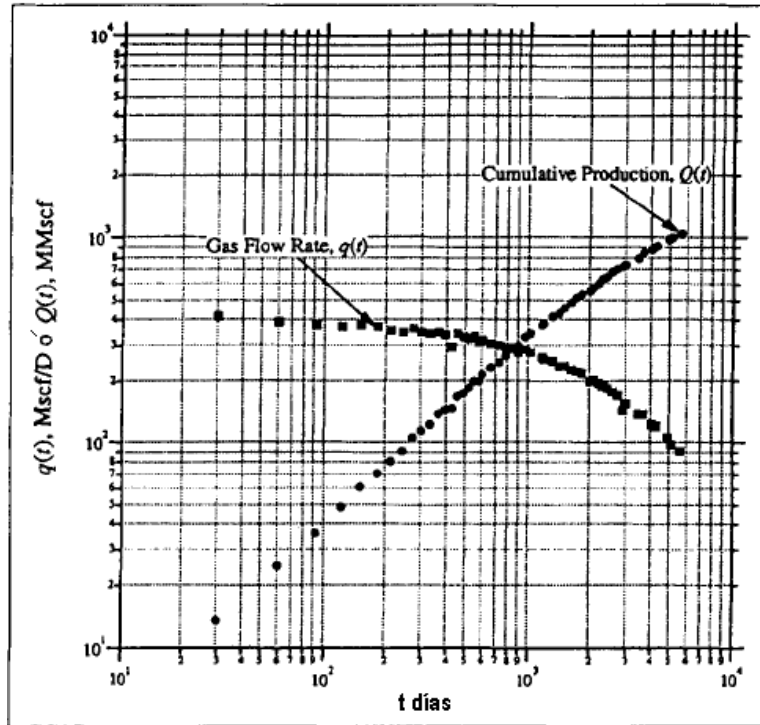


Figura 3.18. Producción de gas y producción acumulada vs tiempo, ejemplo 3.2.

tiempo futuro (años)	Tiempo (años)	$q$ (Mscf/D)
1	16	82.9
2	17	77.4
3	18	72.5
4	19	67.9
5	20	63.8
6	21	60.0
7	22	56.5
8	23	53.3
9	24	50.3
10	25	47.6
11	26	45.0
12	27	42.7
13	28	40.5
14	29	38.5
15	30	36.6

Tabla 3.15 Comportamiento del gasto futuro de la curva tipo de Fetkovich, ejemplo 3.2.

Ejemplo 3.3 Análisis de curva de declinación con la curva tipo de Carter.

Net pay, ft	32.0
Wellbore radius, ft	0.365
Initial pressure, psia	3,500
Pseudopressure evaluated at initial pressure, psia <sup>2</sup> /cp	8.322 × 10 <sup>8</sup>
BHFP, psia	500
Pseudopressure evaluated at BHP, psia <sup>2</sup> /cp	2.106 × 10 <sup>7</sup>
Reservoir temperature, °F	180
Wet gas gravity (air = 1.0)	0.689
Water saturation, fraction	0.34
Water compressibility, psia <sup>-1</sup>	3.6 × 10 <sup>-6</sup>
Formation compressibility, psia <sup>-1</sup>	4 × 10 <sup>-6</sup>
Porosity, fraction	0.12
Gas viscosity evaluated at initial pressure, cp	0.02095
Gas FVF at initial pressure, RB/Mscf	0.8174
Total compressibility at initial pressure, psia <sup>-1</sup>	1.5741 × 10 <sup>-4</sup>
Drainage area, acres	85

Tabla 3.16 datos de las propiedades del pozo y yacimiento, ejemplo 3.3

Use la curva tipo de Carter para estimar  $k$  y  $s$  y predecir el comportamiento 15 años en el futuro para el pozo dado en el ejemplo 3.1 y 3.2. Asumiendo de nuevo que el límite económico para el pozo es 30 mscf/D, estime la vida productiva del pozo. Además, compare los resultados de la curva tipo de Carter con los obtenidos del ejemplo 3.1 y 3.2. la **Tabla 3.6** da los datos de las propiedades del pozo. Note que el área de drene,  $A$ , es 85 acres.

Solución.

1. Primero, calcule  $\lambda$  con la **Ec. 3.152**:

$$\lambda = \frac{\mu_g p_i c_g(p_i) p_p p_i - p_p(p_{wf})}{2 p/z_i - p/z_{wf}} = \frac{0.02095(2.3059 \times 10^{-4})(8.322 \times 10^8 - 2.106 \times 10^7)}{2 \cdot 3500/0.89152 - 500/0.95248} = 0.58$$

Como una aproximación use la curva para  $\lambda=0.55$ .

2. Realice la gráfica  $q(t)$  en mscf/D vs  $t$  en días en papel con 3 ciclos logarítmicos. Dese cuenta que la gráfica en la figura 3.15 no está a escala.
3. Acople la curva tipo de Carter con  $\lambda=0,55$  calculado de paso 1. Mantenga los datos en la posición de empalme, seleccione el siguiente puntos de gasto y tiempo del acople y un valor de  $\eta$ .

$$q t = 1,000 \frac{mscf}{D} \text{ y } q_D = 2.6$$

$$t = 10,000 \text{ días y } t_D = 4.2$$

$$\text{Y } \eta=1.004$$

4. Lea el valor correspondiente de  $R$  de la **Fig. 3.17** en el valor de  $\eta$  del paso 3.

$$R=100 \text{ en } \eta=1.004$$

Este es un valor aceptable de  $R$  porque conocemos que tenemos flujo radial y  $R$  debería ser  $> 30$ .

Por lo tanto,

$$\frac{1}{B_1} = \eta \ln R - 0.75 = 1.004 \ln 100 - 0.75 = 3.87$$

5. Calcule k del punto empalmado de gasto. De la **Fig. 3.16** para un yacimiento cilíndrico,  $\sigma=1$ . Por lo tanto,

$$k = \frac{q(t)}{q_D} \frac{1,424T\eta \ln R - 0.75}{MP \sigma h p_p p_i - p_p(p_{wf})} = \frac{1,000}{2.6} \frac{(1,424)(640)(1.004) \ln 100 - 0.75}{(1)(32)(8.322 \times 10^8 - 2.106 \times 10^7)} = 0.05 \text{ md}$$

6. Tenemos un estimado del área de drene ( $A=85$  acres), así que podemos calcular s.

$$s = \ln \frac{r_w R}{A/\pi} = \ln \frac{0.365(100)}{(85 \times 43,560)/\pi} = -3.4$$

7. Calcule la recuperación final de gas cuando la presión media del yacimiento ha alcanzado la presión de fondo fluyendo constante.

$$G_r = \frac{\eta}{\lambda} \frac{q(t)}{q_D} \frac{t}{t_D} \frac{MP}{MP} = \frac{1.004}{0.58} \frac{1,000}{2.6} \frac{10,000}{4.2} \frac{MP}{MP}$$

$$G_r = 1,585,196 \text{ Mscf} = 1,585 \text{ mmscf}$$

8. Gráficamente, continúe a lo largo de la curva para  $\lambda=0.55$  y  $\eta=1.004$  y extrapole el comportamiento futuro (correspondiente al gasto y tiempo). La **Tabla 3.7** resume el comportamiento futuro estimado.

La vida productiva del pozo se estima de curva tipo empalmada a 31.5 años (11,500 días) a un límite económico de 30 mscf/D.

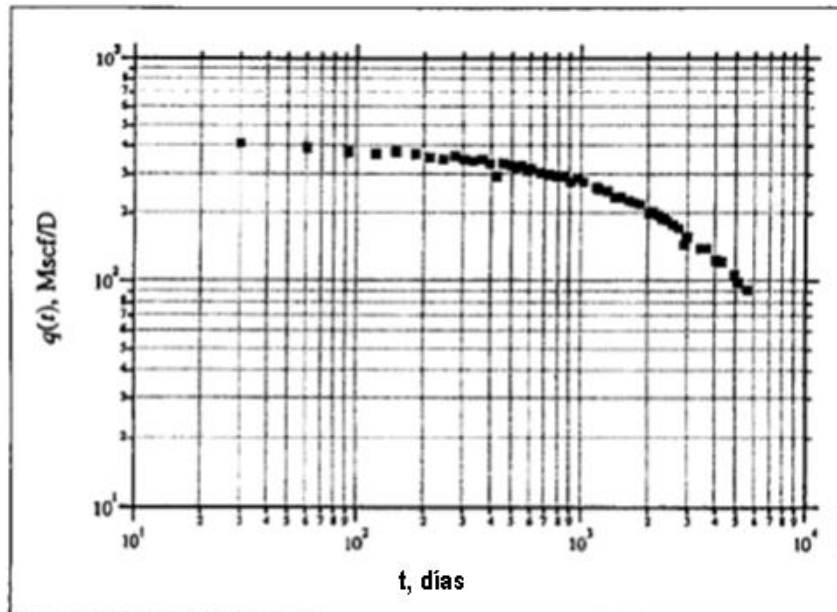


Figura 3.19. Gasto de gas vs tiempo, ejemplo 3.3



Tiempo (años)	Tiempo (días)	q (Mscf/D)
16	5,840	84.0
17	6,205	78.0
18	6,570	70.5
19	6,935	68.5
20	7,300	62.0
21	7,665	57.5
22	8,030	51.5
23	8,395	49.0
24	8,760	46.0
25	9,125	43.5
26	9,490	42.5
27	9,855	41.0
28	10,220	37.0
29	10,585	34.5
30	10,950	32.0

**Tabla 3.17** Comportamiento futuro estimado de las curvas de declinación de Carter, ejemplo 3.3

La **Tabla 3.8** resume los resultados de los análisis de los ejemplos 3.1 a 3.3. Tenga en cuenta que los resultados de los análisis de curva tipo de declinación acordada, sin embargo, en teoría los resultados del análisis de curva tipo de Carter debería ser más exacta porque este método incorpora los efectos del cambio de las propiedades del gas. Note también que el análisis acordado exponencial ni armónico con los resultados de la curva tipo de declinación, el cual sugiere que el comportamiento de declinación de este pozo es hiperbólico.

	Declinación Exponencial	Declinación Armónica	Curva de Fetkovich	Curva Tipo de Carter
<b>Límite Pro- ductivo, años</b>	<b>22.9</b>	<b>67.0</b>	<b>34.3</b>	<b>31.5</b>
<b>Recueracion Final</b>				
<b>MMscf</b>	<b>1,155</b>	<b>2,068</b>	<b>1,362</b>	<b>&lt; 1,585</b>
	<b>Gasto de gas (Mscf/D)</b>			
<b>Tiempo futuro (años)</b>				
1	64.7	101.8	83.4	84.0
2	57.9	97.3	77.9	78.0
3	51.8	93.1	72.9	70.5
4	46.4	89.3	68.4	68.5
5	41.5	85.7	64.2	62.0
6	37.2	82.5	60.4	57.5
7	33.3	79.5	56.9	51.5
8	29.8	76.7	53.6	49.0
9	26.7	74.0	50.6	46.0
10	23.9	71.6	47.9	43.5
11	21.4	69.3	45.3	42.5
12	19.1	67.2	43.0	41.0
13	17.1	65.2	40.8	37.0
14	15.3	63.3	38.8	34.5
15	13.7	61.5	36.9	32.0

**Tabla 3.18** Comparación de los resultados del ejemplo 3.1 al 3.3



## 4. TIPOS DE EMPUJE EN YACIMIENTOS DE GAS

### 4.1 Aspectos Generales

Para comprender el comportamiento de los yacimientos y predecir su futuro, se necesita tener el conocimiento de los mecanismos de desplazamiento que dominan el comportamiento de los fluidos del yacimiento. El funcionamiento general del yacimiento se determina por la energía natural y los mecanismos de empuje disponibles para el movimiento de los hidrocarburos hacia el pozo.

Cada mecanismo de desplazamiento, de empuje o de producción está conformado por una serie de empujes que dependerá del tipo de yacimiento, el nivel de presión que se tenga en el mismo y de los hidrocarburos existentes.

Los empujes que pueden participar en la producción de un yacimiento de gas son:

1. Expansión del gas.
2. Expansión del agua congénita y de los sólidos.
3. Empuje hidráulico.
4. Segregación gravitacional.

El empuje hidráulico se puede presentar en alguna etapa de la vida productiva del yacimiento. Se requiere tres condiciones:

- a) Existencia de un acuífero adyacente.
- b) Abatimiento de la presión en la frontera yacimiento-acuífero
- c) Que no haya barreras para la entrada de agua al yacimiento.

El mecanismo de segregación gravitacional del gas con el agua, se presenta cuando ocurre la entrada de agua del yacimiento. Todas esas fuerzas se activan durante la vida productiva del yacimiento.

El mecanismo de producción predominante para la producción de gas y aceite refleja la influencia relativa que cada fuente de energía tiene en el comportamiento del yacimiento. Cada mecanismo de empuje cuando es efectivo en el yacimiento dará lugar en cierta forma características del comportamiento del yacimiento.

Aunque en la práctica la mayoría de los yacimientos se comportan de una manera que representa una combinación (“mezcla”) de dos o más mecanismos de empuje, cada mecanismo se describe en el contexto de un solo empuje en el yacimiento.

Las características comunes de cada mecanismo de empuje pueden ser discutidas para yacimientos clásticos con porosidad intergranular y luego puesto en el contexto del comportamiento en yacimientos carbonatados con otros tipos de porosidad.

#### 4.2 Expansión del Agua Congénita y de los Sólidos

Los hidrocarburos que se encuentran en el yacimiento, pueden ser movidos hacia los pozos productores y así extraerlos, este movimiento de hidrocarburos puede ser originado por los procesos físicos que ocurren generalmente combinados como lo son: la expansión de la roca y el agua de formación o congénita.

Dadas las condiciones de presión y temperatura existentes en los yacimientos, cualquier reducción de la presión causa una expansión de los fluidos y una reducción del volumen poroso. La presencia del agua durante el proceso de formación de las rocas que almacenan hidrocarburos, permite identificar la expansión del agua como un mecanismo de desplazamiento.

Este mecanismo de desplazamiento debe ser considerado cuando exista una porción de roca con una alta saturación de agua asociada a la zona de gas. A medida que transcurre la explotación del yacimiento y su presión se reduce, al igual que todos los otros fluidos, el agua presente en el acuífero se irá expandiendo. Esta expansión del agua producirá un desplazamiento de los hidrocarburos hacia los pozos.

A este efecto se le conoce como mecanismo de empuje por expansión del agua congénita y reducción del volumen poroso. Este mecanismo está presente en todos los yacimientos. Cuando se perfora un pozo en un yacimiento, la producción favorece la reducción de presión que, a su vez, genera la expansión del agua del yacimiento. Conjuntamente ocurrirá una reducción del volumen poroso.

Al mantenerse constante la presión o el peso de los estratos sobreyacentes y reducirse la presión en los poros debido a la producción de los fluidos (compactación). La presión del yacimiento declina rápidamente durante el tiempo en que este mecanismo sea el dominante.

#### 4.3 Expansión del Gas

Otro tipo de mecanismo es la expansión del gas. El gas del yacimiento recibe su energía de la alta compresibilidad del gas. En el desplazamiento por expansión de gas, cuando un yacimiento tiene una gran cantidad de energía que se encuentra acumulada en forma de gas comprimido.

Entonces, al iniciarse la producción, el gas se expande originándose el desplazamiento. La expansión del gas en el yacimiento está gobernada por el nivel de presión y por su producción. El gas es generalmente mucho más compresible que el aceite y el agua.

En general el empuje producto de las expansiones gas ocurre al presentarse una caída de presión en el yacimiento debido a la producción de gas. Esto se puede calcular a partir de la definición de compresibilidad.

La compresibilidad del gas está definida en el capítulo 2.

#### 4.4 Empuje Hidráulico

Un yacimiento que produce por empuje Hidráulico es aquel que tiene una conexión hidráulica entre el yacimiento y la roca saturada 100% con agua, que recibe el nombre de acuífero y que se encuentra por debajo del yacimiento y puede abarcarlo total o parcialmente.

Un yacimiento de alta permeabilidad, como las calizas fracturadas o cavernosas, en contacto con un acuífero de la amplia extensión de área normalmente tiene empuje de hidráulico activo. El grado en que el yacimiento es reemplazado por agua determina la eficiencia del mecanismo de empuje hidráulico.

En sistemas de empuje hidráulico, que no son comunes, sustancialmente todos los fluidos son reemplazados por la intrusión de agua. Si el yacimiento es inicialmente bajosaturado, el mantenimiento natural de la presión por la entrada de agua puede resultar en la producción de gas.

La invasión de agua se inicia en la frontera yacimiento – acuífero, lo cual traerá como consecuencia un incremento en la saturación de agua y también en la permeabilidad a este fluido, resultando un flujo simultaneo, en el caso de yacimientos fracturados, la invasión puede ser solo a las fracturas.

En todos los tipos de yacimientos con empuje hidráulico, incluyendo sistemas de empuje hidráulico completo, la declinación de a presión inicial proporciona la presión diferencial necesaria en las fronteras del yacimiento para incluir el movimiento del agua en el yacimiento.

Para resumir el comportamiento del empuje hidráulico, la primera zona productora está en contacto con un gran acuífero, normalmente de alta permeabilidad. La disminución en la capacidad de producción es menor hasta que el agua se produce.

#### 4.5 Segregación Gravitacional

La segregación gravitacional o drene por gravedad puede clasificarse como un mecanismo de empuje; sin embargo, se considera más bien como una modificación de los demás. La segregación gravitacional de los fluidos durante el proceso de producción primaria es claramente evidente en la historia de producción.

Los fluidos más pesados emigran hacia abajo y el gas en lo alto de la estructura. La segregación gravitacional es la tendencia del aceite, gas y agua a distribuirse en el yacimiento de acuerdo a sus densidades. Este mecanismo puede participar activamente en la recuperación de los hidrocarburos, gran parte del gas fluirá a la parte superior del yacimiento.

Los yacimientos que presentan condiciones favorables para la segregación gravitacional son aquellos que tienen espesores muy grandes o alto relieve estructural, alta permeabilidad vertical y cuando los gradientes de presión generados no gobiernan totalmente el movimiento de los fluidos.

La recuperación en yacimientos con este tipo de mecanismo es sensible al tipo de producción; mientras menores sean los gastos, menores serán los gradientes de presión y mayor la segregación.

## 5. EXPLOTACIÓN ÓPTIMA DE YACIMIENTOS DE GAS

### 5.1 Aspectos Generales

En México se realizan grandes esfuerzos para estar actualizados en la explotación de hidrocarburos. Esto permite analizar, con objetividad los problemas relacionados a la explotación y proponer mejores soluciones.

En el área de yacimientos, los ingenieros predicen el comportamiento de la presión de yacimientos sometido a determinados ritmos de producción. En el área de transporte de hidrocarburos por ductos se diseñan los ductos óptimamente para transportar los hidrocarburos entre localidades; realizar estudios con técnicas avanzadas para la interpretación de registros geofísicos, evaluación de formaciones perforación entre otras.

No obstante, en algunas de las áreas se toman decisiones, algunas veces de forma subjetiva. La secuencia del desarrollo de un yacimiento de hidrocarburos y la asignación de la producción a los pozos las fijan, en base a criterios subjetivos que técnicos.

En relación al punto anterior, Gary W. Rosenwald y Don W. Green presentaron en 1972, en el 47avo. Congreso de Otoño de la Sociedad de Ingenieros Petroleros de la AIME, un método para determinar las localizaciones de los nuevos pozos. Este método incluye un modelo matemático de optimización para ser resuelto con un algoritmo de programación entera mixta.

Este método propuesto por Rosenwald y Green, es una buena herramienta para la toma de decisiones relacionadas con la ingeniería petrolera. Empero, el modelo matemático utilizado únicamente toma en cuenta los cambios de presión en los pozos debidos a la producción, ignorando las capacidades de flujo de los pozos y el máximo volumen de hidrocarburos.

Para fines de comprobación del modelo propuesto, se utilizó: Un modelo matemático bidimensional para simular el comportamiento de yacimientos de gas seco y un método de solución para problemas de programación entera mixta.

### 5.2 Descripción del Problema

En México, una vez que se descubre un yacimiento y se determinan sus límites, se fija el esquema de su desarrollo. Tradicionalmente, ha sido de forma hexagonal y el tamaño de los hexágonos se calcula en base a las características que se observan a partir del pozo descubridor y de los límites. Sin embargo, el programa de desarrollo es poco menos que aleatorio.

Gracias a la simulación matemática de yacimientos se mejoró el criterio para desarrollar un campo petrolero. Esto se realiza por medio de corridas en la computadora para analizar los efectos de alguna determinada secuencia del desarrollo. No obstante, el número de corridas necesarias para determinar el mejor programa de desarrollo es muy grande. Por ejemplo, si se tienen 10 localizaciones posibles, el número total de secuencias de desarrollo está fijado por el factorial de 10; esto es, 3, 628.800 posibilidades.

Sin importar de la velocidad de cálculo de las computadoras actuales, sería interminable

realizar esa cantidad de corridas para seleccionar un programa óptimo de desarrollo. Si a esto se le agrega que un yacimiento puede requerir hasta 50 pozos o más y que se debe de asignar ritmos de producción a los pozos, de manera que aproveche al máximo la energía del yacimiento y satisfaga la demanda específica, por lo tanto, no es factible el desarrollo de campo usando este criterio.

Este problema se resuelve usando el método planteado por Rosenwald y Green y se recomienda utilizar el modelo de optimización que se propone.

### 5.3 Modificaciones al Modelo de G.W. Rosenwald

#### Función objetivo

La función objetivo que maximiza Rosenwald es de la forma (\*\*).

$$Q = \prod_{L=1}^n \prod_{j=1}^L c_j^{(L)} q_j^{(L)} \dots\dots\dots(5.1)$$

Una desventaja de la función objetivo es que, para fines de optimización, todos los pozos tienen la misma capacidad de producción. Por otro lado, al aplicarse el método a un yacimiento parcialmente desarrollado, la función objetivo no distingue cuál de los pozos ya están perforados.

Esta identificación es de suma importancia, debido a que la solución se puede expresar, en base a los pozos no perforados. En este caso, el costo de implantar esta solución resultaría más grande con respecto de aquélla que incluye pozos ya perforados.

Para suprimir estos inconvenientes, se propuso dos funciones objetivo para optimizarlas. El objetivo central es el mismo: “Satisfacer la demanda”; pero cuando el yacimiento está parcialmente desarrollado, tal objetivo se debe de obtener al mínimo costo y cuando el yacimiento está totalmente desarrollado, se tratará de obtener, maximizando la producción.

Para el primer caso se minimiza la función:

$$Z = \prod_{L=1}^n \prod_{j=1}^L \frac{d}{k_j h_j} c_j q_j^{(L)} \dots\dots\dots(5.2)$$

Para el segundo caso se maximiza la función

$$Z = \prod_{L=1}^n \prod_{j=1}^L \frac{k_j h_j}{d v_o} q_j^{(L)} \dots\dots\dots(5.3)$$

### 5.4 Restricciones

#### 1. Caídas de presión

Con respecto a las caídas de presión aceptadas para cada pozo, durante un periodo de predicción, se utiliza el mismo método que emplea Rosenwald; es decir, el método de superposición en tiempo y espacio. Este método permite establecer restricciones del siguiente tipo:

$$Q = \prod_{L=1}^n \prod_{j=1}^L a_{ij}^{(L)} q_j^{n-L+1} \leq \Delta P_i^n, i = 1, \dots, L \dots\dots\dots(5.4)$$

## 2. Demanda

La expresión matemática que relaciona la producción con la demanda es la misma que plantea Rosenwald. Lo único que se toma en cuenta en nuestro caso es que hay dos funciones objetivo y para cada una de ellas se necesita un tipo diferente de desigualdad. Esto es, cuando se minimiza la función objetivo, la restricción de la demanda es de la forma:

$$\sum_{j=1}^L q_j^{(L)} \geq D^L, L = 1, \dots, n \dots\dots\dots(5.5)$$

En caso de maximizar la función objetivo, la restricción es de la forma:

$$\sum_{j=1}^L q_j^{(L)} \leq D^L, L = 1, \dots, n \dots\dots\dots(5.6)$$

## 3. Número de Pozos Productores

En cuanto al número de pozos productores, Rosenwald planteó la siguiente restricción.

$$\sum_{j=1}^L y_j = W \dots\dots\dots(5.7)$$

En este trabajo se proponen las siguientes restricciones:

Para minimización:

$$\sum_{j=1}^L y_j \geq Y^{n-1} \dots\dots\dots(5.8)$$

Para maximización:

$$\sum_{j=1}^L y_j = L \dots\dots\dots(5.9)$$

Las razones para proponer estas restricciones son:

- a) En el primer caso, existe la posibilidad de perforar más pozos para satisfacer la demanda. Por lo tanto, el número total de pozos que deben estar perforados en el período  $n$ , deben ser al menos igual a los que se tenían en el período anterior.
- b) En el segundo caso, cuando se termina de desarrollar el campo, el número total de pozos debe ser igual al total de localizaciones propuestas.

## 4. Producción Máxima por Pozo

Gary W. Rosenwald propone un tipo de restricción de la forma:

$$q_j^{(L)} + -d_j y_j \leq 0, y_j = 0,1 \dots\dots\dots(5.10)$$

Donde  $d_j$  tiene asociado un valor muy grande para asegurar la no-positividad de la restricción. Sin embargo, esto no evita que las variables  $q^{(1)}$  lleguen a adquirir valores tales que exedan la

capacidad de producción del pozo.

Por este motivo, se propone que  $d_j$  sea igual a la producción máxima del pozo. De esta forma, cuando  $y_j$  sea 1,  $q^{(L)}$  será menor o igual a esa producción máxima. Esto impedirá soluciones que no sean factibles. Así las restricciones serán de la forma:

$$q_j^{(L)} + -q_{mj} y_j \leq 0, y_j = 0,1 \dots \dots \dots (5.11)$$

### 5.5 Procedimiento de Aplicación

Se requieren de los siguientes pasos para aplicar el modelo de optimización propuesto para obtener la solución óptima del problema de explotación de un yacimiento de gas seco.

Ajustar el modelo matemático del yacimiento que se desea desarrollar, con su historia de explotación.

- 1) Fijar en la malla asociada al yacimiento las localizaciones que se desean para perforar pozos.
- 2) Definir el número de períodos de predicción.
- 3) Efectuar tantas corridas de simulación del yacimiento, como número de pozos y localizaciones se tengan. Cada corrida se realizará a un gasto constante y cubrirá el tiempo de explotación más el tiempo de predicción. Estas corridas servirán para calcular los coeficientes  $a_{ij}^{(L)}$  que se utilizaran en el modelo de optimización.
- 4) Definir las caídas de presión permisibles para cada pozo, durante el período de predicción y determinar la demanda de gas para cada período.
- 5) Resolver el modelo de optimización con la información obtenida en los puntos anteriores, para cada uno de los períodos de predicción.

Las soluciones obtenidas con el modelo de optimización proporcionan la secuencia de desarrollo y las producciones asociadas con cada pozo.

- 6) Para predecir otro periodo de explotación se deberá actualizar la información que se utiliza en los primeros 5 pasos anteriores.

#### *Ejemplo de aplicación*

Con la finalidad de obviar el ajuste del modelo de simulación con la historia de explotación de un yacimiento de gas seco, se supondrá un yacimiento perfectamente conocido. La información correspondiente es:

Presión inicial del yacimiento	240kg/cm <sup>2</sup>
Presión atmosférica	1kg/ cm <sup>2</sup>

Temperatura atmosférica	20°C
Temperatura del yacimiento	105°C
Viscosidad promedio del gas	0.020692 c.p.
Saturación de gas	0.723
Número de pozos perforados	3
Número de localizaciones propuestas	4
Número de celdas en la dirección l	9
Número de celdas en la dirección j	9
Longitud de los lados de las celdas	200 m
Número de celdas en el yacimiento	51
Magnitud de los pasos en el tiempo	30.0 días
Período de explotación del yacimiento	6 meses
Período de predicción de producción	6 meses

La historia de las producciones de los pozos perforados se muestran en la **Tabla 1** y la demanda que se requiere satisfacer se da en la **Tabla 2**. Las caídas de presión admitidas en cada mes son de  $1\text{kg}/\text{cm}^2$ .

TABLA 1								
HISTORIA DE PRODUCCIONES								
$(10^6 \text{ m}^3/\text{mes})$								
POZO	COORDENADAS		PERIODO (Meses)					
	l	j	1	2	3	4	5	6
1	8	3	0.200	0.200	0.300	0.300	0.350	0.350
2	4	3	PROPUESTO					
3	2	5	0.0	0.100	0.100	0.200	0.250	0.300
5	6	9	0.0	0.0	0.150	0.200	0.300	0.300
6	8	7	PROPUESTO					
8	6	5	PROPUESTO					
9	4	7	PROPUESTO					

**Tabla 5.1.** Historias de Producción.



TABLA 2						
DEMANDA ESTIMADA ( $10^6 m^3/mes$ )						
PERIODO	7	8	9	10	11	12
DEMANDA	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0

**Tabla 5.2.** Demanda Estimada.

Las permeabilidades, porosidades y espesores se muestran en la **Fig. 1,2 y 3**. El costo de perforar un pozo en este yacimiento se supuso de  $\$10 \times 10^6$ .

Las producciones máximas de los pozos se presentan en la **Tabla 3**.

La producción base para el cálculo de las caídas de presión que se utilizarán en el método de superposición es  $50,000 m^3/d @ c.s.$

Los resultados de modelo de optimización correspondientes a los 6 meses de predicción se muestran en la **Tabla 4**.

La interpretación de estos resultados es la siguiente:

- En cuanto a la secuencia de desarrollo: los pozos 6 y 8 deben comenzar a producir en el séptimo mes; el pozo 2, en el noveno mes; el pozo 9, en el décimo mes.
- Las producciones serán indicadas en la **Tabla 4**.
- Se observa que en los meses 11 y 12 no se satisface la demanda. Esto se debe a las restricciones en las caídas de presión. Se puede aumentar la producción aumentando las caídas de presión; sin embargo, la mayor producción posible sería igual a la suma de las producciones máximas de los pozos; es decir, igual a  $8.400 \times 10^6 m^3/mes$ , siendo aún inferior a la demanda.

Esto significa que para poder satisfacer la demanda sería necesario proponer más localizaciones para perforar.

La solución obtenida para el problema presentado se comprobó corriendo el modelo del yacimiento hasta el doceavo mes. Esta comprobación consistió en comparar las presiones de los pozos al final de cada mes contra las fijadas para el modelo de optimización. De la **Tabla 5** se puede observar que solamente el pozo 3 sobrepasó la caída de presión admitida; sin embargo, la diferencia puede ser explicada por problemas de redondeo en el cálculo y por la aproximación para calcular las caídas de presión utilizando el método de superposición.

TABLA 3			
PRODUCCIÓN MÁXIMA DE LOS POZOS ( $10^6 m^3/mes$ )			
POZO	COORDENADA		PRODUCCIÓN
	l	j	
1	8	3	1.500
2	4	3	1.200
3	2	5	1.050
5	6	9	1.050
6	8	7	1.500
8	6	5	1.200
9	4	7	0.900

**Tabla 5.3** Producción Máxima de pozos.

TABLA 4								
PRODUCCIONES ÓPTIMAS PREDICHAS PARA LOS MESES DEL 7 AL 12 ( $10^6 m^3/mes$ ) (POZOS PROPUESTOS)*								
POZO	COORDENADAS		7	8	9	10	11	12
	l	J						
1	8	3	1.500	1.500	1.500	1.500	1.500	1.500
2*	4	3	–	–	0.700	1.200	1.200	1.200
3	2	5	1.050	1.050	1.050	1.050	1.050	0.877
5	6	9	0.866	1.036	1.050	1.050	0.991	0.914
6*	8	7	1.500	1.500	1.500	1.500	1.500	1.500
8*	6	5	0.084	0.914	1.200	1.200	1.200	1.200
9*	4	7	–	–	–	0.500	0.900	0.900
			5.000	6.000	7.000	8.000	8.341	8.091

**Tabla 5.4.** Producciones óptimas predichas

TABLA 5						
PRESIONES FIJADAS Y CALCULADAS POR EL MODELO DE SIMULACIÓN						
AL FINAL DEL DOCEAVO MES						
kg/cm <sup>2</sup> PRESION ORIGINAL =240 kg/cm <sup>2</sup>						
POZO	COORDENADAS		PRESIONES		CAIDA DE PRESION	
	l	j	CALCULADA	FIJADA	CALCULADA	FIJADA
1	8	3	229.6	228	10.4	12
2	4	3	228.0	228	12.0	12
3	2	5	227.9	228	12.1	12
5	6	9	228.3	228	11.7	12
6	8	7	230.8	228	9.2	12
8	6	5	229.7	228	10.3	12
9	4	7	228.5	228	11.5	12

Tabla 5.5 Presiones Fijadas y calculadas por el modelo de simulación.

		2.7	2.7*	2.7	1.5	1.5	
	2.7	2.7	2.7	2.7	1.5	1.5	1.5
2.7	2.7*	2.7	2.7	4.3	1.5*	1.5	1.5
2.7	4.3	4.3	4.3	4.3	1.5	1.5	1.5
	8.3	4.3	4.3*	4.3	4.3	1.5	1.5*
	8.3	4.3	4.3	8.3	8.3	8.3	1.5
	8.3*	8.3	8.3	8.3	8.3*	8.3	
			8.3	8.3	8.3		

Fig. 5.1. Distribución de permeabilidades ( $\mu$ d).

\* Localización de pozo

		12.3	12.3*	12.3	10.5	10.5	
	12.3	12.3	12.3	12.3	10.5	10.5	10.5
12.3	12.3*	12.3	12.3	14.1	10.5*	10.5	10.5
12.3	14.1	14.1	14.1	14.1	10.5	10.5	10.5
	15.7	14.1	14.1*	14.1	14.1	10.5	10.5*
	15.7	14.1	14.1	15.7	15.7	15.7	10.5
	15.7*	15.7	15.7	15.7	15.7*	15.7	
			15.7	15.7	15.7		

Fig. 5.2. Distribución de porosidades (%)

\* Localización de pozo

		22.0	22.0*	21.0	21.0	20.0	
	24.0	23.0	23.0	23.0	22.0	21.0	20.0
23.4	24.0*	24.0	24.0	24.0	23.0*	24.0	24.0
24.0	27.0	29.0	31.0	30.0	30.0	26.0	26.0
	30.0	35.0	38.0*	38.0	32.0	30.0	30.0*
	35.0	40.0	42.0	40.0	35.0	32.0	32.0
	40.0*	48.0	45.0	43.0	40.0*	38.0	
			45.0	43.0	40.0		

Fig. 5.3.- Distribución de espesores (m)

\* Localización de pozo

*Simbología.*

$a_{ij}^{(L)}$	Caída de presión del pozo i debido a la producción del pozo j, durante el período <sup>L</sup> [Kg/m <sup>2</sup> /q <sub>b</sub> ].
$C_j^{(L)}$	Coficiente con unidades de tiempo.
$C_j$	Valor actual del costo de perforación del pozo j. [10 <sup>6</sup> \$]
$D^{(L)}$	Producción de gas demandada en el periodo <sup>L</sup> . [m <sup>3</sup> /período @ c.s.]
$d$	Constante de transformación de unidades. [1.053x10 <sup>53</sup> m d/m <sup>2</sup> ]
$h_j$	Espesor de la formación productora asociada al pozo j. [m]
$k_j$	Permeabilidad de la zona vecina al pozo j. [md]
$L$	Número total de localizaciones de pozos

	perforados y por perforar.
$n$	Número total de períodos que abarca el estudio; es decir, el número de períodos ya explotados más el número de períodos de predicción.
$q_b$	Producción de gas asignada a las localizaciones de pozos para calcular las caídas de presión $a_{ij}^{(L)}$ . $m^3$ /período, @ c.s.]
$q_j^{(L)}$	Producción del pozo $j$ en el período <sup>L</sup> . [ $m^3$ /período, @ c.s.]
$q_{mj}$	Máximo volumen de gas que puede producir el pozo $j$ . [ $m^3$ /período, @ c.s.]
$V_o$	Volumen original de gas del yacimiento [ $m^3$ @ c.s.]
$\gamma^{(n-1)}$	Total de pozos perforados hasta el período $n-1$ .
$y_j$	Variable entera con valores 0,1. $Y_j = 0$ implica pozo cerrado o no perforado. $Y_j = 1$ implica pozo productor.
$W$	Número total de pozos que se desea produzcan.
$\Delta P^{(i)}$	Caída total de presión aceptada desde el inicio de la explotación hasta el período $n$ de predicción. [ $kg/cm^2$ ]

## CONCLUSIONES

En base al trabajo descrito y desarrollado aquí, es posible determinar las conveniencias y factores necesarios para el uso correcto de la metodología que requiere un yacimiento para contabilizar el volumen de hidrocarburos que contiene, lo cual es un punto importante para su posterior desarrollo, así mismo, como para la decisión de invertir dinero en dicho proceso.

Es importante tener en cuenta que en los principios de la explotación de un yacimiento, los datos disponibles, con frecuencia, son pocos, por lo que el grado de certidumbre es directamente proporcional a tal hecho, sin embargo con los datos que se obtienen mediante la exploración, y la información que se pueda obtener mediante pozos exploratorios, además aunado con análisis de laboratorio mediante núcleos y pruebas pVT o cromatográficos, permiten con cierta certidumbre el cálculo de la reserva original por medio de técnicas volumétricas como lo son el método de cimas y bases o el método de isopacas, o con los métodos de yacimientos volumétricos de gas seco, yacimientos de gas seco con entrada de agua, yacimientos volumétricos de gas húmedo, yacimientos volumétricos de gas y condensado, todos los cuales permiten un acercamiento al volumen que se tiene originalmente “*in situ*” para analizar la rentabilidad de un proyecto en los nuevos yacimientos.





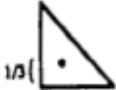





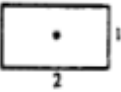
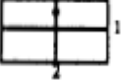
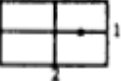
Por otra parte, cuando ya se tiene un desarrollo medianamente avanzado del yacimiento o campo, esto permite una mayor cantidad de información relevante con la cual es posible aumentar el grado de certidumbre en los cálculos realizados en primera instancia, determinando así con una mayor exactitud el volumen original y la reserva de hidrocarburos que contiene el subsuelo en cuestión, mediante métodos de balance de materia.

Finalmente, sin embargo no por ello menos importante, cabe destacar que teniendo ya un yacimiento o campo en la etapa madura de explotación, la metodología del cálculo de la reserva por declinación, provee de una exactitud aun mayor que las anteriores debido a que se posee una cantidad superior de información y los cambios que han ocurrido a través del tiempo en que se han producido los hidrocarburos, tanto las propiedades del yacimiento como las del propio fluido que se esté produciendo hasta alcanzar la presión de abandono ya sea por cuestiones técnicas o por cuestiones económicas, de donde las segundas mencionadas son las que en la actualidad tienen mayor peso en la toma de decisiones de este tipo.

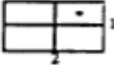
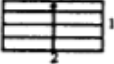
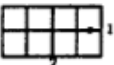
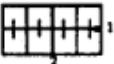
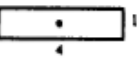
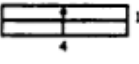
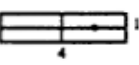
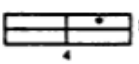
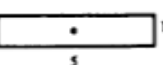







Además de las cuestiones de información, la experiencia de campo, también provee de cierta información, que ayuda a la mejor toma de decisiones, así como importante es saber los tipos de empuje que actúan en los yacimientos, ya que esto determinará al final la obtención de hidrocarburos, como se ha mencionado por citar un ejemplo, si un yacimiento de gas seco actúa mediante un empuje por la expansión del gas, los factores de recuperación son aproximadamente hacia porcentajes de 90 aproximadamente, sin embargo si el empuje es por entrada de agua, como un acuífero asociado a la formación, el factor de recuperación se ve disminuido drásticamente bajando hasta a un 50 por ciento, lo cual es un punto importante que debe ser tomado en cuenta a la hora de la toma de decisiones.

APÉNDICE A

Factor de forma para varios áreas de drene con un solo pozo.

Límites del yacimiento	$C_A$	$\ln C_A$	$0.5 \ln(2.2458/C_A)$	Exacto para $t_{AD} >$	Menos de 1% de error Para $t_{AD} >$	Usa solución de sistema Infinito con menos de 1% de error para $t_{AD} <$
	31.62	3.4538	1.3224	0.1	0.06	0.10
	31.6	3.4532	-1.3220	0.1	0.06	0.10
	27.6	3.3178	-1.2544	0.2	0.07	0.09
	27.1	3.2995	-1.2452	0.2	0.07	0.09
	21.9	3.0865	-1.1387	0.4	0.12	0.08
	0.098	-2.3227	1.5659	0.9	0.60	0.015
	30.8828	3.4302	-1.3106	0.1	0.05	0.09
	12.9851	2.5638	-0.8774	0.7	0.25	0.03
	4.5132	1.5070	-0.3490	0.6	0.30	0.025
	3.3351	1.2045	-0.1977	0.7	0.25	0.01
	21.8369	3.0836	-1.1373	0.3	0.15	0.025
	10.8374	2.3830	-0.7870	0.4	0.15	0.025
	4.5141	1.5072	-0.3491	1.5	0.50	0.06

**Factor de forma para varios áreas de drenaje con un solo pozo (continuación)**

Limites del yacimiento	$C_A$	$\ln C_A$	$0.5 \ln(2.2458/C_A)$	Exacto para $t_{AD} >$	Menos de 1% de error para $t_{AD} >$	Usa solución de sistema Infinito con menos de 1% de error para $t_{AD} <$
	2.0769	0.7309	0.0391	1.7	0.50	0.02
	3.1573	1.1497	-0.1703	0.4	0.15	0.005
	0.5813	-0.5425	0.6758	2.0	0.60	0.02
	0.1109	-2.1991	1.5041	3.0	0.60	0.005
	5.3790	1.6825	-0.4367	0.8	0.30	0.01
	2.6896	0.9894	-0.0902	0.8	0.30	0.01
	0.2318	-1.4619	1.1355	4.0	2.00	0.03
	0.1155	-2.1585	1.4838	4.0	2.00	0.01
	2.3606	0.8589	-0.0249	1.0	0.40	0.025
<b>En yacimientos fracturados verticalmente, use <math>(r_w/L_f)^2</math> en lugar de <math>A/r_w^2</math></b>						
	2.6541	0.9761	-0.0635	0.175	0.08	No se puede utilizar
	2.0348	0.7104	0.0493	0.175	0.09	No se puede utilizar
	1.9886	0.6924	0.0583	0.175	0.09	No se puede utilizar
	1.6620	0.5080	0.1505	0.175	0.09	No se puede utilizar
	1.3127	0.2721	0.2685	0.175	0.09	No se puede utilizar
	0.7887	-0.2374	0.5232	0.175	0.09	No se puede utilizar
<b>En yacimientos con empuje de agua/en yacimientos de carácter de producción desconocido</b>						
	19.1/25	2.9/3.2	-1.07/-1.20	-	-	-



## BIBLIOGRAFÍA

- Lajous, A.: México: Producción y Reservas de Petróleo y Gas Natural, Agosto 2006.
- Barberii, E., El Pozo Ilustrado, Fondo Editorial del Centro Internacional de Educación y Desarrollo, Cuarta Ed., Caracas Venezuela, 1998.
- BP Statistical Review of World Energy 2003. Londre, Inglaterra:BP (junio de 2003).
- Danesh A., PVT And Phase Behaviour Of Petroleum Reservoir Fluids, Department of Petroleum Engineering, Heriot Watt University, Edinburgh Scotland, 1998.
- G.V Chilingar, L.A. Buryakovsky, N.A. Eremenko & M.V. Gorfunkel.: Geology and geochemistry of oil and gas. Developments in petroleum science. ELSEVIER 2005
- Hillier, F.S. and Libermen, G.J.; Operations Research Ed. Holden Day, Inc. 1974.
- Rodríguez, J. R.: Ingeniería básica de yacimientos. Universidad del oriente, Matthews, C.S. and Russell, D.G.; Pressure Buildup and Flow Tests in Wells. Monografía 1. S.P.E. Henry L. Doherty series (1967).
- Lee, J., Wattenbarger R. A., Gas Reservoir Engineering, SPE Textbook Series Vol. 5, Richardson Texas, 1996.
- McCain William D., The Properties of Petroleum Fluids, Second Edition, Peen Well Books, Tulsa Oklahoma, 1990.
- Núcleo de Anzoátegui, mayo 2007.
- Rodríguez Nieto R.: Apuntes de ingeniería de yacimientos de gas. Facultad de ingeniería (UNAM).
- Rodríguez N. R.: Apuntes de Principios de Mecánica de yacimientos. Facultad de Ingeniería UNAM.
- Rosenwald G.W. and Green, D. W.; A Method for Determining the Optimum Location of Wells in an Underground Reservoir Using Mixed Integer Programming. SPE 3981. 47th Annual Fall Meeting of the Society of Petroleum Engineers of AIME. San Antonio, Texas, Oct. 8-11; 1972.
- Pérez M. D. 1984. Importancia del Conocimiento Geológico de los Yacimientos Petrolíferos Para Su Mejor Explotación, Rev. Instituto Mexicano del Petróleo.
- Sánchez, T.H.A. y Rodríguez N. R.: Proyecto en desarrollo, que incluye el cálculo de los efectos de las expansiones del agua y de los sólidos, en la producción. Facultad de Ingeniería, 2007.

- Solórzano, L.N. y Limón H., Z.R.; Simulación Matemática del Comportamiento de las Arenas “D” del Campo José Colomo. Revista del IMP, Enero, 1972.
- Holditch S. A.: Grandes Expectativas para el Gas Natural, Schlumberger.
- Watts P: Building Brigdes-Fulfilling the Potential for Gas in the 21st Century, [www.shell.com/static/mediaen/downloads/speeches/PBWwgc03062003.pdf](http://www.shell.com/static/mediaen/downloads/speeches/PBWwgc03062003.pdf).
- Garaicochea Petrirena F., Bernal Huicochea C., López Ortiz O.,: Transporte de Hidrocarburos por Ductos. CIPM, 1991
- Taked Ahmed.: Reservoir Engeneering Handbook, tercera edición, ELSEVIER., 2006.