



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE CIENCIAS

**NUEVOS DISEÑOS DE PANTALLAS NULAS PARA LA PRUEBA
DE UN CONCENTRADOR CILÍNDRICO PARABÓLICO**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

FÍSICA

P R E S E N T A:

JOSSLYN BELTRÁN MADRIGAL

DIRECTOR DE TESIS:

DR. JOSÉ RUFINO DÍAZ URIBE

2011





Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Hoja de Datos del jurado

1. Datos del alumno
Beltrán
Madrigal
Josslyn
59321725
Universidad Nacional Autónoma de
México
Facultad de Ciencias
Física
3003142939
2. Datos del tutor.
Dr.
José Rufino
Díaz
Uribe
3. Datos del Sinodal 1.
Dr.
Alejandro
Cornejo
Rodriguez
4. Datos del Sinodal 2
Dr.
Jesus Antonio
Del Río
Portilla
5. Datos del Sinodal 3
Dr.
Perla Carolina
García
Flores
6. Datos del Sinodal 4
M. en C.
Sergio
Hernández
Zapata

Agradecimientos:

A mis padres por todo su apoyo, amor y dedicación hacia mí y mis hermanos, por todas las noches de desvelo y por todo su esfuerzo. Gracias por confiar en que siempre seguiré su ejemplo y en que siempre los hare sentirse orgullosos ya que eso me hace seguir siempre adelante.

A mis hermanos por siempre confiar en que lo lograría y por arrancarme una sonrisa en momentos de desesperación.

A mis compañeros, maestros y ayudantes por todos los gratos momentos que pasamos juntos y por toda la ayuda brindada en este tiempo.

A mis amigos por hacer feliz mi estancia en la Facultad de Ciencias y por enseñarme que el mejor axioma es la amistad.

A Rafael por todo el cariño, apoyo, comprensión y amor que recibí de su parte, por todo lo grandioso que pasamos y por aportar a mi vida aquellas cosas que sirven para ser feliz por siempre

Al Dr. Rufino Díaz, por su paciencia y por su admirable experiencia en el área de trabajo no solo en la óptica sino también en el compañerismo. Gracias por enseñarme a trabajar por un fin común.

Al Grupo de Pruebas Ópticas del CCADET, por ser el gran grupo de trabajo que es, por sus consejos y su compañía.

Índice:

Resumen.....4	4.5 Obtención de los Resultados de la prueba del concentrador Cilíndrico Parabólico 47
1.Introducción.....5	4.6.1 Filtraje de color..... 48
1.1 Colectores y concentradores solares.....5	4.6.2 Distancia de Mahalanobis..... 49
1.2 Colectores solares o de baja temperaturas...6	4.6.3 Construcción de la medida de Mahalanobis en Matlab 50
1.3.1 Concentradores solares o de altas temperaturas6	4.7 Distorsión..... 52
1.3.2 Consideraciones en el diseño para el concentrador solar Cilíndrico Parabólico.7	4.8.1 Obtención de la distorsión en forma experimental 56
1.4 Medición de las deformaciones.10	4.8.2 Extrapolación del coeficiente de distorsión 58
Implementación de la Técnica de Pantallas Nulas en concentradores Cilíndrico Parabólicos.....17	4.9 Integración..... 60
2. Pantalla infinitamente delgada en el vértice 17	5.Resultados de la integración 63
2.1 Pantalla infinitamente delgada.....17	5.1 Resultados para la pantalla infinitamente Delgada y para de Grosor D 63
2.2. Construcción de rayos18	5.2 Gráficas de Deformaciones..... 65
2.3 Cálculo de a y b.....22	5.3 En busca de la superficie ideal 72
 	5.3. Cambio de ubicación de la zona de concentración..... 80
3. Nuevos Diseños de Pantallas Nulas para la prueba de un concentrador Cilíndrico Parabólico29	5.4.1 Variaciones en la Razón de Concentración debido a las deformaciones 75
3.1.1 Pantalla con Grosor D.....29	5.4.2 Cambio de tamaño de la zona de concentración..... 78
3.1.2 Pantalla con grosor D en la parte superior e inferior32	5.4.3 Cambio de ubicación de la zona de concentración80
3.1.3 Diseño de la Pantalla con grosor de D en la zona de la costilla frontal33	
3.2 Variación de formas y colores.37	Conclusiones 84
4.Experimento y Manejo de datos39	Apéndice A Aproximación de las superficie con Matlab..... 86
4.1 Generación del patrón deseado en el CCD...39	
4.2 Imágenes en Matlab41	
4.3 Creación del prototipo.....44	
4.4 Primeros resultados.....44	Referencias..... 89

RESUMEN

Este trabajo tiene como objetivo fundamental desarrollar un método que permita conocer las deformaciones presentes en la superficie reflectora de un concentrador solar Cilíndrico Parabólico o Parabólico de canal por medio de la técnica de “pantallas nulas” [5] y, de este modo, dar seguimiento a los diseños de las pantallas que fueron utilizadas en las pruebas ópticas realizadas para este tipo de concentradores con anterioridad [6].

Siguiendo el espíritu de dicha técnica, se busca construir una imagen patrón cuyo reflejo sobre la superficie que se desea probar tenga una forma específica. Esta imagen patrón es calculada mediante el trazo inverso de rayos y la ley de reflexión, reconstruyendo de este modo el camino que debe recorrer la luz desde los puntos de la imagen patrón hasta ser reflejada por la superficie. Para esta construcción se consideraran los parámetros geométricos ideales de la superficie y sus dimensiones. Si se puede garantizar la alineación de este dispositivo, cualquier diferencia del reflejo de la imagen patrón sobre la superficie con respecto al esperado se asocia a defectos de dicha superficie. La medición de las variaciones se logra captando la imagen reflejada con una cámara CCD y se cuantifican los cambios de posición con respecto al reflejo esperado. Finalmente por medio de métodos numéricos se construye una superficie real con base en los puntos obtenidos con el CCD, las diferencias entre la superficie real y la ideal nos permiten cuantificar las deformaciones.

1. Introducción

La situación ambiental por la que está pasando el mundo, exige que los recursos sean de naturaleza renovable, como son los casos de la energía solar, hidráulica y la eólica. Esto ha fomentado que en la última década los estudios sobre energías renovables sean más que una tendencia una necesidad.

En las últimas décadas, se han creado plantas industriales en distintas áreas que ya funcionan con fuentes renovables de energía: Ejemplos de ello son: las plantas hidroeléctricas (de estas se tienen conocimiento desde el siglo XIX), plantas eólicas, paneles y concentradores solares, etc., las cuales ya funcionan con alta eficiencia en aplicaciones industriales. Sin embargo, aun hay aspectos que investigar en estos dispositivos de modo que pueda ser mejorada su eficiencia y accesibilidad.

1.1 Colectores y concentradores solares.

Se considera una fuente renovable de energía aquella que es virtualmente inagotable, es decir que su tiempo de vida es mucho mayor al de varias generaciones de humanos, ejemplos de estos son el Sol y el viento. En el caso del Sol se sabe que produce de 1400 a 1800kWh/ m² anualmente sobre la superficie terrestre, si consideramos que en una casa de clase media habitada por un promedio de 4 personas tiene un consumo de energía eléctrica de 391kW.de forma bimestral y por lo tanto anualmente tiene un consumo de 2349kW, concluimos que en un metro cuadrado el Sol produce entre el 60% y 77% de kWatts que se requieren para cubrir las necesidades de una casa como la antes mencionada. Sistemas como los concentradores y colectores solares pueden campar esta energía con eficiencias de entre 15 y 80% dependiendo del sistema.

Los concentradores solares, son sistemas ópticos que utilizan la energía luminosa del Sol, y la concentran en un área más pequeña para aumentar su densidad, mientras que los colectores son dispositivos de absorción de radiación solar, por medio de materiales especiales con esta propiedad. Los dos son utilizados para transformar esta energía en alguna otra (calorífica, eléctrica, mecánica, etc.), son clasificados por la temperatura producida durante el proceso de recolección de rayos solares. De este modo son categorizados en dispositivos de bajas temperaturas (menores a 100°C) y de altas temperaturas (mayores a 100°C)

1.2 Colectores solares o de baja temperatura

El ejemplo más común de este tipo de colectores son las celdas solares o colectores planos, estos convierten la radiación solar en energía eléctrica; normalmente no constan de ningún sistema de seguimiento del Sol, es decir, no se mueven de acuerdo a la posición del Sol, sino que son colocados a una cierta inclinación de manera que tengan una captación máxima durante el año; trabajan a temperaturas aproximadas de 80°C de allí que se encuentren en la clasificación de bajas temperaturas. Estos colectores están constituidos de varias capas con diversos materiales incluyendo una que es la encargada de absorber la energía solar, esta parte es la más caliente del sistema por lo cual está recubierta de capas transparentes para permitir el paso de rayos solares y evitar el contacto directo.

La **cubierta transparente**, se encuentran en la parte exterior del colector; en su mayoría son de vidrio, el cual tiene una gran transmitancia a la radiación solar, mientras que tiene opacidad para la radiación térmica (o infrarroja), provocando así el efecto invernadero.

La **cubierta absorbente**, se localiza debajo de la cubierta transparente y en este elemento se absorbe la energía solar; su superficie tiene un tratamiento especial de modo que tenga una alta absorción de radiación solar y una reducida emisión térmica.

Una vez que se colecta la radiación solar, el objetivo es calentar algún fluido (agua o aceite), localizado en tubos utilizados como conductos, los cuales se encuentran soldados a la placa absorbente, estos tubos están recubiertos por algún material aislante de baja conductividad térmica para evitar pérdidas por conducción a otras partes del sistema o al medio ambiente[1].

1.3.1 Concentradores solares o de altas temperaturas

Típicamente constan de una superficie reflectora, la cual recibe los rayos solares y los refleja sobre una región o área específica, de menor área que la superficie reflectora por lo que incrementa la densidad de energía sobre el absorbedor, ello permite que las temperaturas alcanzadas sean mucho mayores a los 100°C.

Estos concentradores, se utilizan de modo industrial en su mayoría, pero pueden verse algunas utilidades en el uso doméstico, como es el caso de los hornos solares, los cuales están compuestos por superficies reflectoras que concentran la luz a la zona donde se localizan los alimentos que serán calentados.

En todos los casos de concentradores de altas temperaturas la concentración de rayos está totalmente ligada a la geometría de la superficie reflectora y de su buena alineación.

En el caso de los concentradores solares cilíndrico parabólicos también conocidos como parabólicos de canal, los rayos que inciden en la superficie son colectados en el foco de esta parábola, y al ser un canal, se tiene toda una sección de enfoque, como se muestra en la figura 1.1.

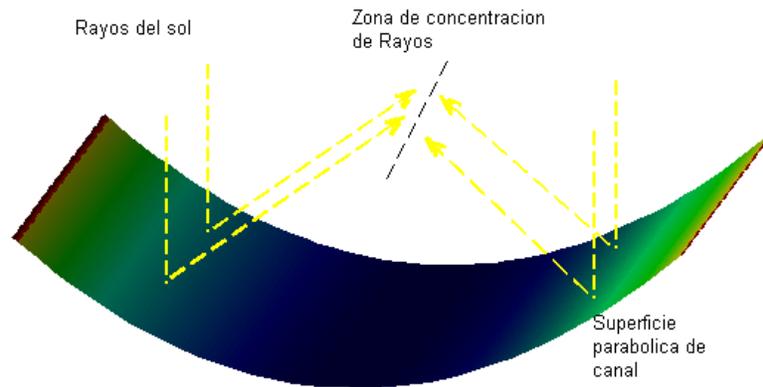


Figura 1.1 Concentración de rayos solares en el foco de la parábola.

En esta sección, localizada a lo largo del canal, se coloca un tubo que se calentará al absorber la radiación solar, y que a su vez transferirá ese calor a fluidos en su interior de modo que al tener una circulación constante del fluido dentro de él, permitirá que gran cantidad de líquido sea calentado durante el día. Estos concentradores pueden contar con un sistema de seguimiento del Sol, el cual produce los movimientos necesarios del espejo para garantizar que la radiación solar incida en la zona de concentración.

1.3.2 Consideraciones en el diseño para el concentrador solar cilíndrico parabólico.

Idealmente, la zona de concentración de los rayos, es decir, el foco de la superficie parabólica de canal, es una línea infinitamente delgada, pero en la práctica, los tubos de absorción tienen un grosor para captar los rayos del solares ya que estos provienen de una fuente no puntual (el Sol) y por lo tanto la imagen de esta no se encuentra en un punto; la cantidad de rayos absorbidos y por lo tanto la eficiencia del concentrador, estará ligada a la colocación de este dispositivo de absorción, es decir, si es colocado en una zona fuera del foco, perderemos la mayor parte de los rayos colectados, perdiendo eficiencia. Dada las especificaciones de fabricación de la parábola, es posible conocer el foco ideal de la misma, y por lo tanto la zona de enfoque.

El problema consiste, en que esta superficie no es ideal, debido a que está sometida a esfuerzos y a deformaciones, tanto al momento de fabricación, como a medida que el

tiempo transcurre; estas deformaciones producen que la zona de enfocamiento se vea afectada, de modo que no toda la radiación solar es concentrada en el foco y que sea necesario crear un área de recolección mayor que la planeada en el caso ideal. El tamaño de esta zona será aquella que permita tener una eficiencia máxima, de acuerdo a la geometría del espejo y a errores de alineación del sistema.

La razón de concentración (RC), es definida como el cociente del área que la superficie del concentrador Cilíndrico parabólico presenta a la radiación solar entre el área en que los haces de luz se concentran. Para calcular la razón de concentración, en caso del concentrador Cilíndrico Parabólico se considera sólo el perfil de la parábola aprovechando la simetría que ofrece su forma de canal. Además se considera el ángulo θ en el cual se considera que el Sol no es una fuente puntal agregando $.25^\circ$ debido al ángulo solido de este con la tierra, que el sistema de seguimiento del Sol tiene un margen de error y que el espejo presenta deformaciones.

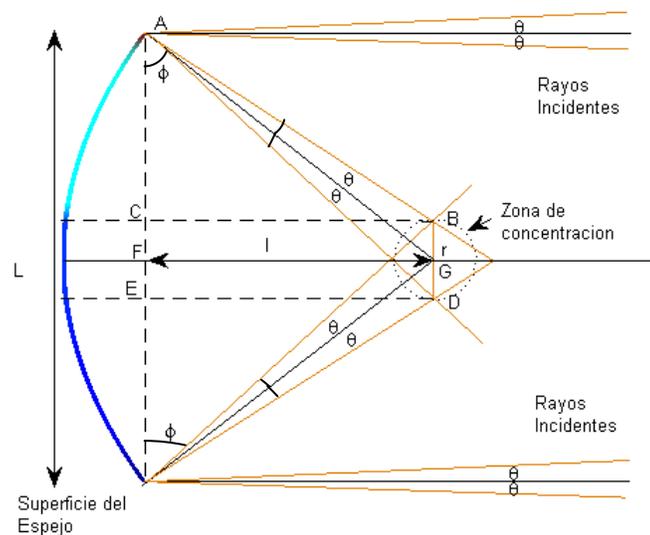


Figura 1.2 Elección del radio para garantizar la mayor cantidad de rayos captados

La RC, conserva una relación de proporción lineal de la forma:

$$RC = \frac{L}{2r'} \quad (1.1)$$

Donde L es el largo de apertura del espejo y r es el radio del tubo de captación, este último dependerá de θ y por lo tanto del ángulo ϕ , por lo que si consideramos los triángulos ABC y el ADE tendremos que:

$$\tan(\varphi + 2\theta) = \frac{l}{\frac{L}{2} - r},$$

(1.2)

y

$$\tan(\varphi) = \frac{l}{\frac{L}{2} + r},$$

(1.3)

De donde se obtiene que:

$$\tan(\varphi + 2\theta) + \tan(\varphi) = \frac{lL}{\left(\frac{L}{2} + r\right)\left(\frac{L}{2} - r\right)},$$

(1.4)

$$\tan(\varphi + 2\theta) - \tan(\varphi) = \frac{2lr}{\left(\frac{L}{2} + r\right)\left(\frac{L}{2} - r\right)},$$

(1.5)

De modo que el cociente de las ecuaciones (1.4) y (1.5) da como resultado la razón de concentración:

$$RC = \frac{L}{2r} = \frac{\tan(\varphi + 2\theta) + \tan(\varphi)}{\tan(\varphi + 2\theta) - \tan(\varphi)},$$

(1.6)

Para considerar la ecuación (1.6) como dependiente de una sola variable, tomamos el triángulo AFG, de donde obtenemos:

$$\tan(\varphi + \theta) = \frac{2l}{L}.$$

(1.7)

Despejando φ de (1.7) y sustituyendo en (1.6), queda que:

$$RC = \frac{L}{2r} = \frac{\tan\left(\operatorname{atan}\left(\frac{2l}{L}\right) + \theta\right) + \tan\left(\operatorname{atan}\left(\frac{2l}{L}\right) - \theta\right)}{\tan\left(\operatorname{atan}\left(\frac{2l}{L}\right) + \theta\right) - \tan\left(\operatorname{atan}\left(\frac{2l}{L}\right) - \theta\right)} \quad (1.8)$$

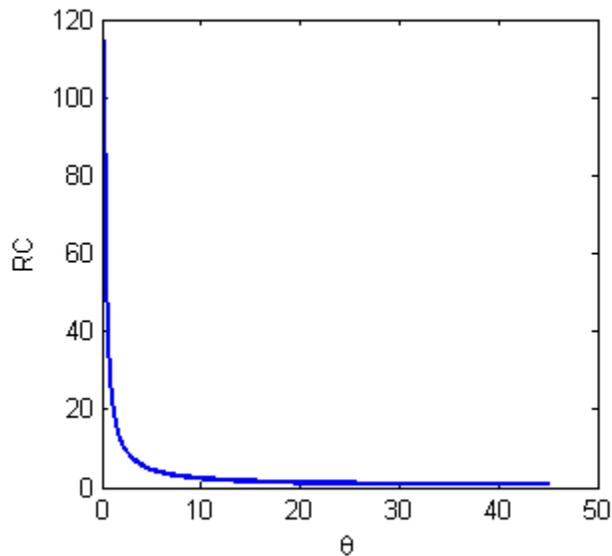


Figura 1.3 Razón de concentración contra θ para $L=960\text{mm}$ y $l=387\text{mm}$

En la fig. 1.3 se gráfica la Ec. (1.8). De ella, se puede notar que para ángulos θ pequeños, la razón de concentración es elevada, mientras que decae muy rápido para ángulos grandes; de esto puede concluirse que tomando un ángulo pequeño se obtendrá un radio que generará una buena razón de concentración.

1.4 Medición de las deformaciones.

Aun considerando el error del ángulo provocado por el sistema de seguimiento de rayos solares, las deformaciones presentes en el sistema, puede generar rayos fuera de la zona de concentración y disminuir la eficiencia de un concentrador. Debido a esto, se han utilizado diversas pruebas ópticas para caracterizar superficies de concentradores solares, con técnicas ya utilizadas en superficies reflectoras, algunos ejemplos de estas pruebas son:

- a) **Prueba de Ronchi:** En este método es colocada una rejilla de líneas paralelas transparentes y opacas. intercaladas, cerca del radio de curvatura del espejo, como se muestra en figura 1.5. La rejilla es iluminada a través de un difusor y su imagen es reflejada sobre la superficie del espejo, la imagen sobre la superficie es la de un

patrón de franjas, el cual puede ser calculado de manera ideal. Las diferencias entre el patrón obtenido con el calculado, son cuantificadas y revelan las deformaciones presentadas por el espejo. En la figura 1.6 se muestran los Ronchigramas esperados para algunas superficies de revolución.

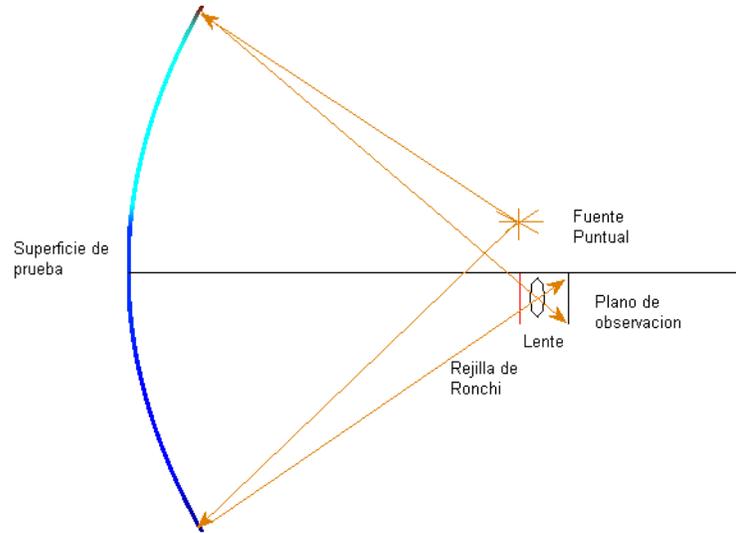


Figura 1.5 Prueba de Ronchi

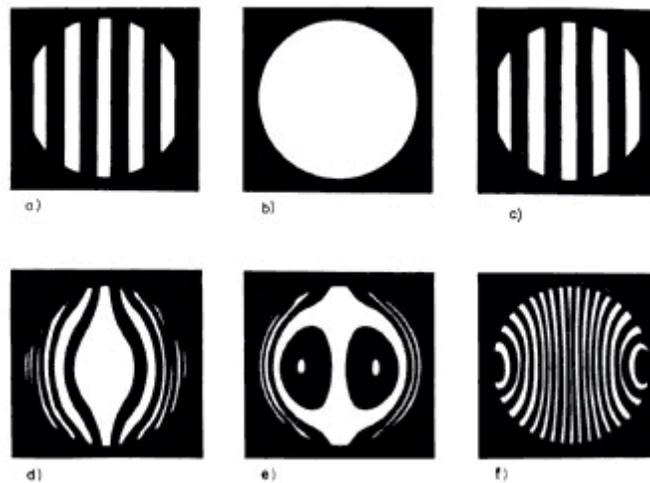


Figura 1.6 Imágenes de Ronchi o ronchigramas de un espejo cóncavo. (a) Espejo esférico, dentro de foco. (b) Espejo esférico en el foco. (c) Espejo esférico fuera de foco. (d) Espejo parabólico dentro de foco. (e) Espejo parabólico en el foco promedio. (f) Espejo parabólico fuera de foco¹.

b) Prueba de Hartmann: Se coloca frente al espejo una placa metálica delgada, con un arreglo de agujeros de diámetro pequeño, cerca del foco se coloca una fuente puntual de luz que ilumina el arreglo y adelante de ella pero aun antes del foco se

¹ Imagen tomada de la referencia [2]

coloca un detector CCD el cual registrará el patrón de manchas luminosas generado por el espejo [2] (figura 1.7). Como en el caso anterior, se calcula la posición de los puntos detectados en el CCD debidos a reflexión en la superficie ideal (figura 1.8) y los cambios en las posiciones reales se deberán a deformaciones del espejo, las cuales serán cuantificadas mediante análisis de las imágenes.

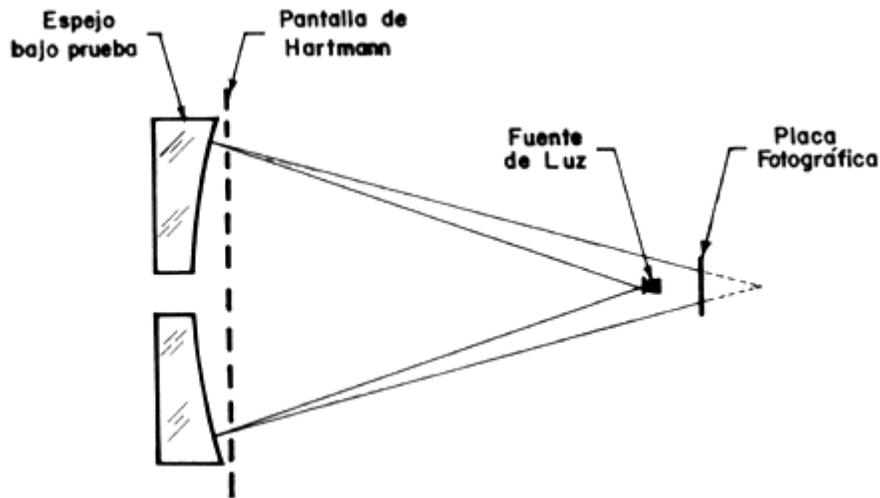


Figura 1.7 Prueba de Hartmann²

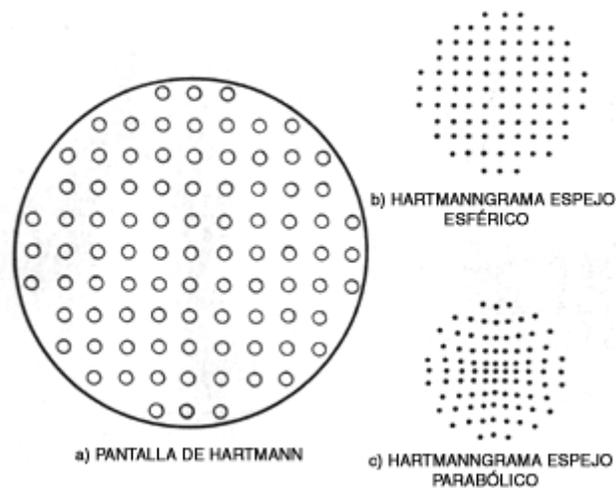


Figura 1.8 Pantallas de Hartmann y sus resultados³

- c) **Fotogrametría a corta distancia:** Es la técnica de caracterización de propiedades geométricas por medio de fotografía.

Para el estudio de objetos con tres dimensiones, se divide la superficie en zonas de cierto tamaño y se manda luz laser para localizar ciertos puntos (figura 1.9), se toman varias fotografías de una misma zona desde diferentes posiciones, se identifican puntos comunes en dichas fotografías, se reconstruye su posición real

^{2,3} Imágenes tomadas de la referencia [3]

por medio de óptica de rayos haciendo la triangulación de estos (usando geometría basada en triángulos) mediante las imágenes encontradas y se determinan las posiciones reales. Nuevamente estas diferencias entre posiciones reales e ideales se cuantifican y se especifican las zonas deformadas como se muestra en la figura 1.10

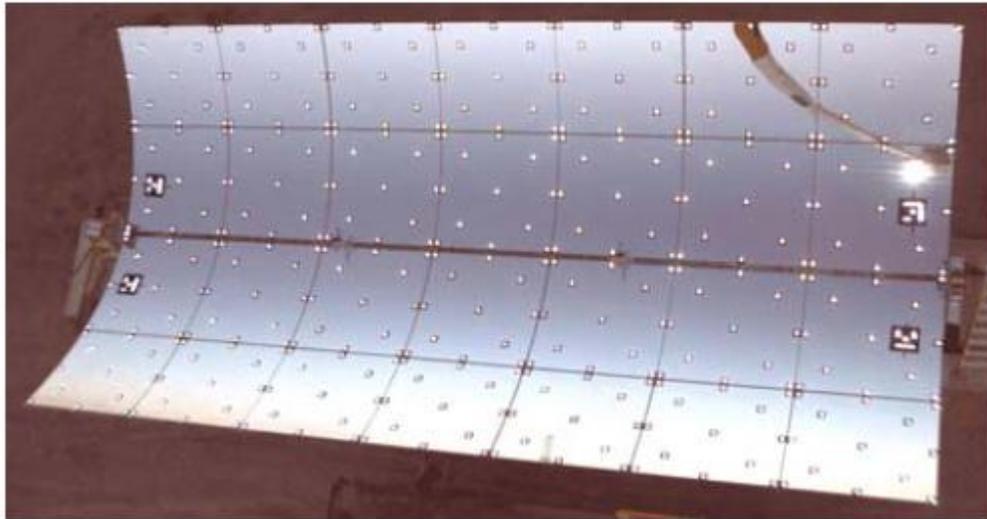


Figura 1.9 Colocación de los puntos para prueba por fotogrametría⁴

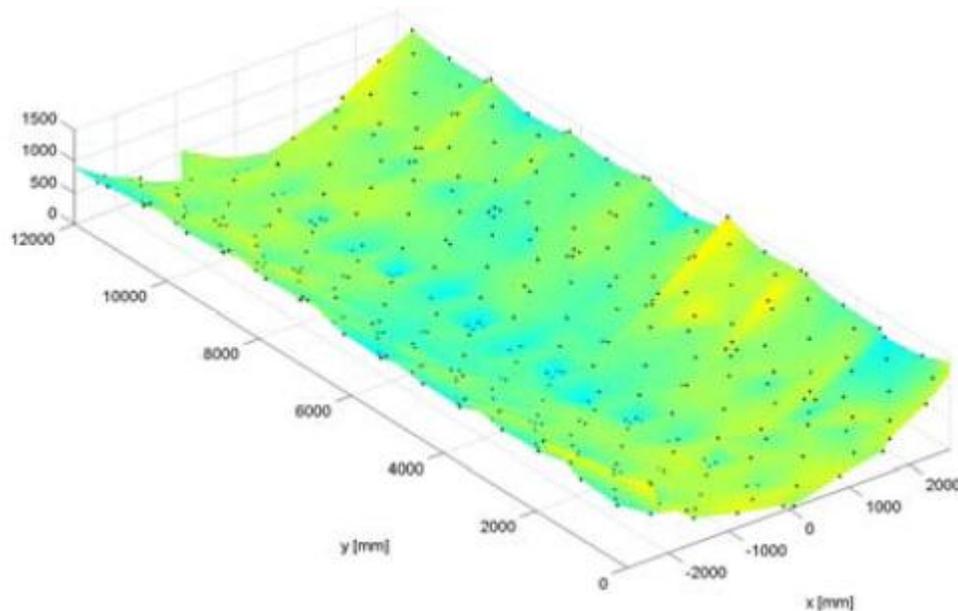


Figura1.10 Resultados de las deformaciones por medio de fotogrametría⁵

⁴ Imagen tomada de la referencia [4]

⁵ Imagen tomada de la referencia [4]

d) **Pantallas Nulas:** Consiste en generar un arreglo de puntos, construido con consideraciones geométricas de la superficie y óptica de rayos, que al ser reflejado por la superficie genere un patrón que pueda ser captado por un sensor de imagen (un CCD), y que el arreglo de puntos obtenidos en éste sea de alguna forma determinada (como el caso de una cuadrícula). Al arreglo de puntos se le llama “Pantalla Nula”, y puede ser una simple impresión en papel. Si puede ser garantizada la alineación, cada variación del patrón esperado con el obtenido en el CCD será asociado a deformaciones en el espejo, de nuevo se cuantifican los cambios mediante asignación de centroides con procesamiento de imágenes, y finalmente estos puntos se usan para encontrar de forma aproximada las componentes de las normales a la superficie en los puntos de incidencia; los cocientes de las componentes transversales (x,y) de la normal respecto a la componente longitudinal (z), son integrados a lo largo de trayectorias que nos darán la forma de la superficie.

En la figura 1.11 se muestra un arreglo para la evaluación de una superficie convexa en donde se espera que el reflejo de la pantalla sobre ella sea una cuadrícula ideal sobre el CCD.

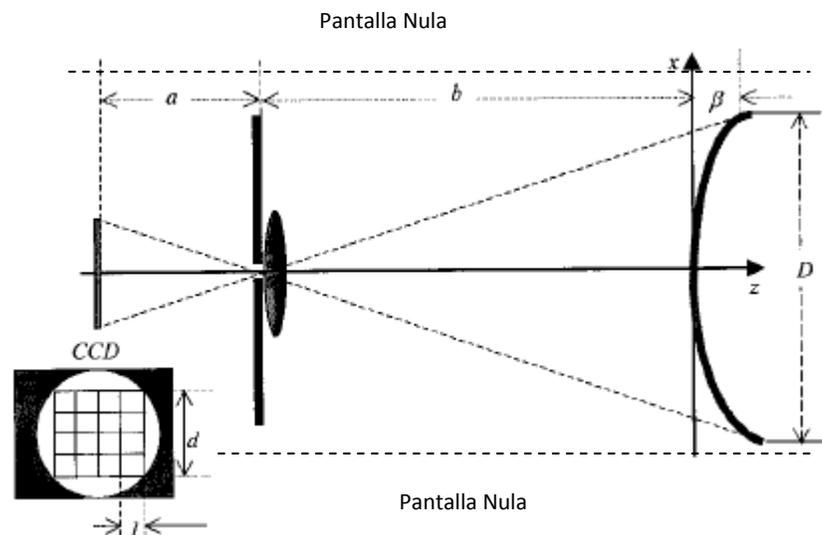


Figura 1.11 Montaje para la prueba de una superficie convexa⁶

La pantalla es calculada mediante trazo de rayos inverso, es decir, se construye el camino que deben recorrer la luz para que los puntos de la pantalla localizada en un cilindro puedan ser reflejados en la superficie y captados por el CCD, ésta puede observarse en la figura 1.12.

⁶ Imágenes tomadas de la referencia [5]

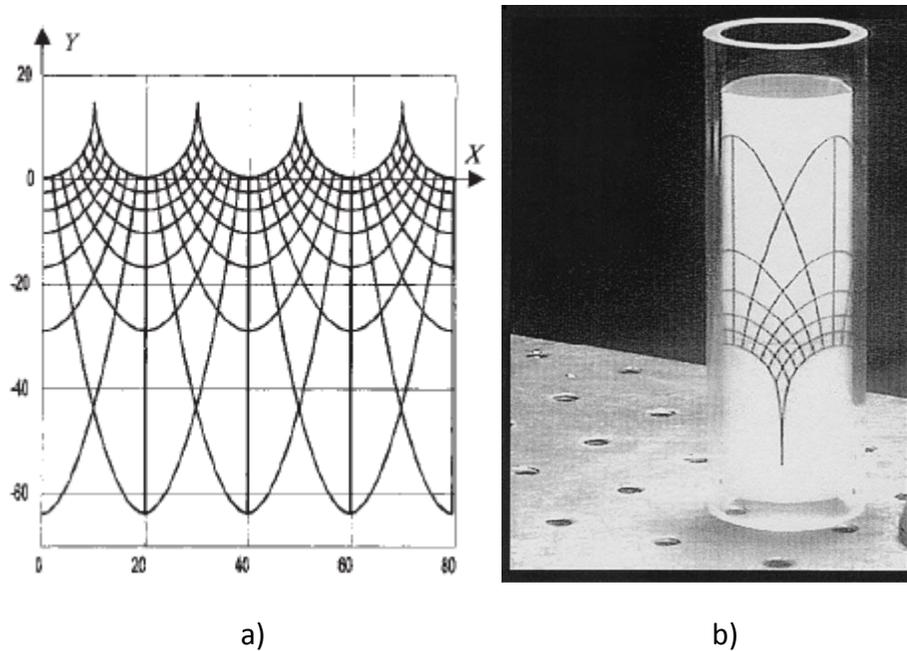


Figura 1.12 Pantalla para la prueba de la superficie convexa
 a) Pantalla en el plano x-y, b) pantalla en el cilindro⁷

El reflejo de la pantalla sobre la superficie de evaluación puede ser afectada por defectos de alineación, que deben ser corregidos antes de la evaluación de la superficie, en la figura 1.13 se observa por un lado el reflejo cuando el sistema está desalineado y otra con el sistema correctamente alineado.

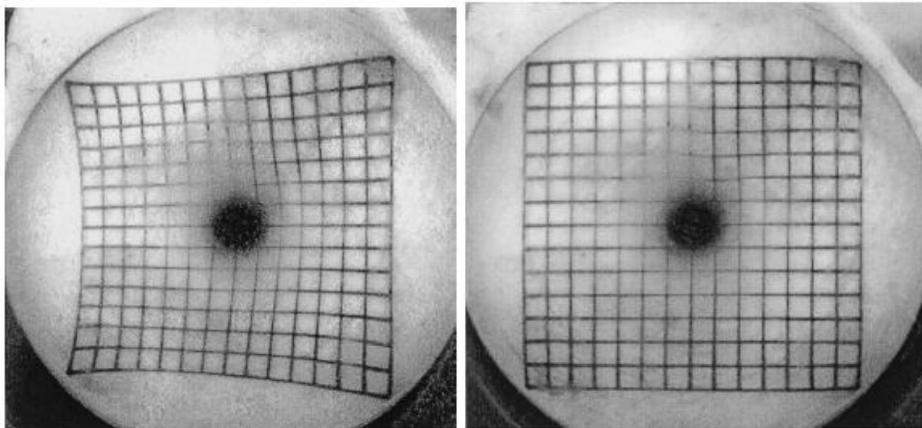


Figura 1.13 en la parte izquierda se muestra la fotografía de un sistema desalineado y a la derecha uno alineado correctamente⁸

⁷ Imágenes tomadas de la referencia [5]

⁸ Imágenes tomadas de la referencia [5]

Al hacer una comparación entre métodos hay que considerar que en cada uno, el montaje depende de la superficie de prueba. Ejemplo de ello es, que en las pruebas de Hartmann y Ronchi presentadas anteriormente, se aprovecha el hecho de tener un área de enfoque pequeña (por ser superficies casi esféricas) colocando fuentes puntuales de luz y dispositivos de adquisición de imágenes que tienen un tamaño pequeño, mientras que en el caso de la prueba de concentrador solar cilíndrico parabólico la zona de enfoque no es tan pequeña y deben considerarse fuentes de luz no puntuales (por tener toda una línea de enfoque), lo que conlleva a usar dispositivos de adquisición de imágenes de un tamaño considerable para captar todos los rayos de luz provenientes de la fuente y que son reflejados en la superficie.

En el caso de la técnica de fotogrametría ya se han realizado pruebas estrictamente para este tipo de concentrador y se han obtenido resultados satisfactorios como se muestra en el artículo de Photogrammetric Analysis of solar collector, M. R. Shortis, G. H. G. Johnston, K. Porttler and E. Lüpfert [4], y en éste ya se menciona cómo debe considerarse en el montaje experimental. Éste consiste a grandes rasgos de en un arreglo de láseres localizados en posiciones específicas y otro de dispositivos de captación de imágenes localizados en distintas posiciones (puede ser un arreglo mecánico que mueva al dispositivo de captación de imágenes en distintas posiciones). En estos arreglos se considera que al ser una superficie reflectora y rugosa genera luz difusa, por lo que las imágenes deben ser tomadas a ángulos específicos donde el problema de difusión de la luz sea menor, además de colocarse marcas sobre el espejo para discernir entre los puntos a evaluar en la superficie.

En esta tesis se propone hacer la prueba de un concentrador solar cilíndrico parabólico con la técnica de pantallas nulas, debió que con esta técnica no se requiere de iluminación especial (salvo para mejorar el contraste), además de tener la opción de utilizar una lente que permita concentrar la imagen en un dispositivo de adquisición de imágenes de uso comercial (el de una cámara digital) y finalmente dar continuación a trabajos que ya se han realizado en colaboración con el Dr. Rufino Díaz Uribe sobre esta técnica [6]

2. *Implementación de la Técnica de Pantallas Nulas en concentradores Cilíndrico Parabólicos*

El método de Pantallas Nulas es distinto para cada geometría, por lo cual debe considerarse algún montaje experimental que permita la colocación de la pantalla, de modo que sea evaluada un área mayor de la superficie (toda el área de preferencia, a menos que haya algún impedimento para ello), para esto debemos conocer la geometría y las dimensiones de la superficie de prueba y considerar los sistemas involucrados.

En este capítulo se muestra la implementación de la técnica en los concentradores Cilíndrico Parabólicos, utilizados hasta ahora [6], deduciendo cada una de las ecuaciones involucradas, y finalmente se muestran sus ventajas y limitaciones.

2.1 Pantalla infinitamente delgada en el vértice

Consideremos inicialmente los dispositivos y consideraciones de la prueba:

La superficie reflectora del concentrador tiene, idealmente, un perfil parabólico que ubicaremos en el eje yz ; la parábola tiene distancia focal f . El perfil se reproduce de manera paralela a lo largo del eje x . Para el dispositivo de adquisición de imágenes consideraremos una cámara digital, que conste de elementos básicos (una lente y un CCD).

La pantalla se localiza en el plano xz , por otro lado el patrón imagen deseado en el CCD puede ser un arreglo rectangular, radial o espiral de puntos, por mencionar algunas posibilidades; también puede ser familias de curvas como un arreglo rectangular de rectas o rectas radiales y círculos concéntricos, entre otras opciones.

De modo que el montaje tendría una forma como se muestra en la figura 2.1. La distancia entre la lente y el origen de coordenadas es b , y de la lente al sensor CCD es a .

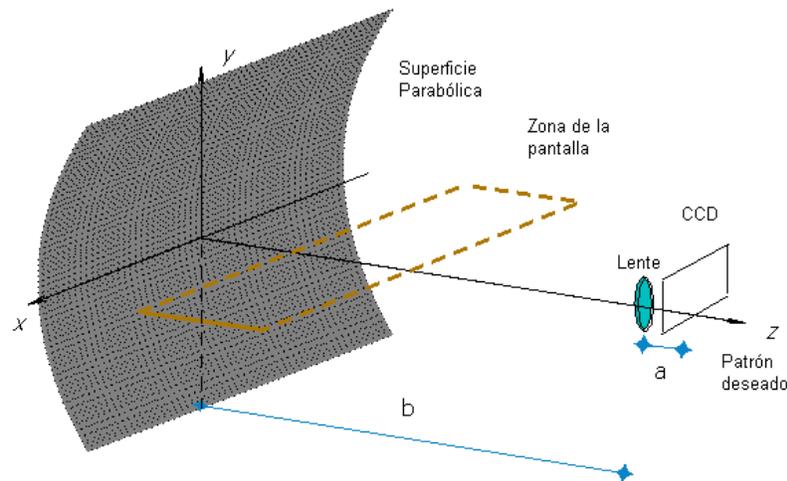


Figura 2.1 Componentes en la construcción de la pantalla Nula para la prueba del concentrador Cilíndrico Parabólico.

Para encontrar los puntos sobre la pantalla, debemos reconstruir el camino que deberán recorrer los rayos de luz, desde la pantalla para poder obtener el patrón deseado en el CCD.

2.2 Construcción de rayos

Los puntos localizados en el CCD, son un reflejo de los puntos de la pantalla sobre el espejo; es decir, los puntos en el plano imagen final, son la intersección de rayos de luz provenientes del espejo con el plano del CCD. A su vez, dichos rayos son resultado de la reflexión de los rayos incidentes que provienen de los puntos de la pantalla. Es importante señalar que cada punto de la pantalla envía rayos a toda la superficie del espejo, pero de todos ellos, el rayo que después de reflejarse en el espejo y que pasa por el centro del diafragma es el que determina la posición final de la imagen en el CCD; esto es más cierto cuanto más cerrado está el diafragma. De esta forma, a partir del punto imagen predefinido sobre el CCD y de la posición del diafragma sobre el eje z, es posible construir el rayo reflejado; este rayo se propaga en dirección inversa a su dirección de propagación real, para encontrar el punto de incidencia sobre el espejo. Aplicando la Ley de la Reflexión se encuentra el rayo incidente y la intersección de éste con el plano de la pantalla determina, finalmente, el punto de donde debe partir el rayo que forma la imagen correspondiente. Esto implica que se está haciendo un trazo de rayos inverso, para diseñar la pantalla nula.

Como se dijo antes, el rayo reflejado viaja linealmente desde la superficie hasta el CCD, pasando por el centro del diafragma que, en nuestro modelo, está pegado a la lente de la

cámara. Al considerar una lente delgada, este rayo no se desvía, de acuerdo a la convención de trazo de rayos para este tipo de lentes.

Las coordenadas en el CCD, serán conocidas como $(x_0, y_0, a+b)$ y la lente estará localizada en $(0,0,b)$ de modo que el rayo reflejado viaja desde un punto en el espejo, pasa por el centro de la lente y finalmente llega al CCD, esta trayectoria es una línea cuyo vector director, es el que une a al punto en el CCD y al centro de la lente, éste se propaga hasta el espejo, por lo cual esta trayectoria se escribe de forma vectorial como:

$$\vec{l} = k(x_0, y_0, a) + (0,0,b), \quad (2.1)$$

con k escalar.

Para estudiar o analizar del rayo en forma vectorial, tomaremos el vector director de esta línea y obtendremos que el vector reflejado es:

$$\vec{R} = (x_0, y_0, a). \quad (2.2)$$

La superficie del espejo queda descrita de forma de coordenadas como:

$$\left(u, v, \frac{v^2}{4f} \right), \quad (2.3)$$

donde f es el foco de la parábola

Las coordenadas del punto de incidencia sobre el espejo las denotaremos como (u,v,w) , de modo que su intersección se obtienen intersecando la recta dada en (2.1) con la ecuación de la superficie (2.3), con lo que obtenemos :

$$u = x_0 k, \quad (2.4.a)$$

$$v = y_0 k, \quad (2.4.b)$$

$$w = \frac{v^2}{4f} = ka + b, \quad (2.4.c)$$

Resolviendo éste sistema para k tendremos que:

$$k = 2 \left(\frac{fa - \sqrt{(fa)^2 + y_0^2 fb}}{y} \right). \quad (2.5)$$

Se toma el valor negativo de la raíz debido al sentido de propagación que tiene el rayo reflejado (del espejo al CCD).

Para el rayo incidente (I), basta con recordar la Ley de Reflexión vectorial [7], en términos de nuestro ya conocido rayo reflejado:

$$\vec{I} = \vec{R} - 2(\vec{N} \cdot \vec{R})\vec{N}, \quad (2.6)$$

siendo \vec{N} el vector normal de la superficie ideal en el punto de incidencia, el cual tiene la forma

$$\vec{N} = \frac{\frac{\delta g(u, v)}{\delta u} \times \frac{\delta g(u, v)}{\delta v}}{\left\| \frac{\delta g(u, v)}{\delta u} \times \frac{\delta g(u, v)}{\delta v} \right\|} = \frac{\left(0, \frac{-v}{2f}, 1 \right)}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{4f^2}}}, \quad (2.7)$$

con g la función de la superficie renombrando la ecuación (2.3)

$$g(u, v) = \left(u, v, \frac{v^2}{4f} \right). \quad (2.8)$$

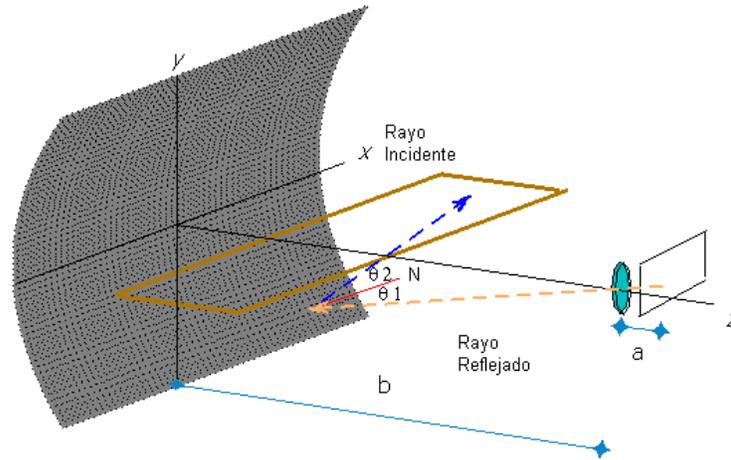


Figura 2.2 Propagación de rayos

Para conocer la coordenada correspondiente a dicho rayo en la pantalla, lo propagaremos y haremos incidir sobre la zona que destinamos a la pantalla (figura2.1), es decir, el siguiente plano:

$$\pi := (x, 0, z). \quad (2.9)$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones producido por la intersección se obtiene que las coordenadas (x, y, z) de la pantalla son:

$$x = u - \frac{vI_1}{I_2}, \quad (2.10.a)$$

$$y = 0, \quad (2.10.b)$$

$$z = w - \frac{vI_3}{I_2}, \quad (2.10.c)$$

Con I_1, I_2 e I_3 las componentes del vector incidente

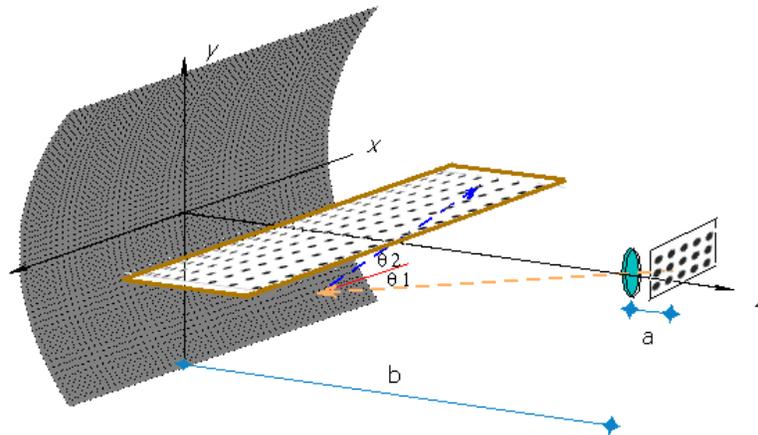


Figura 2.3 Construcción de la Pantalla

Podemos notar que en todo el cálculo realizado, los valores de a y b son fundamentales, así que hay que detenernos un poco a tomar sus valores óptimos en cuanto al tamaño de la imagen ubicada en el CCD.

2.3 Cálculo de a y b

Para abarcar la mayor área posible del CCD, debemos considerar sus dimensiones comparadas con la de nuestro espejo como se muestra en la figura 2.4

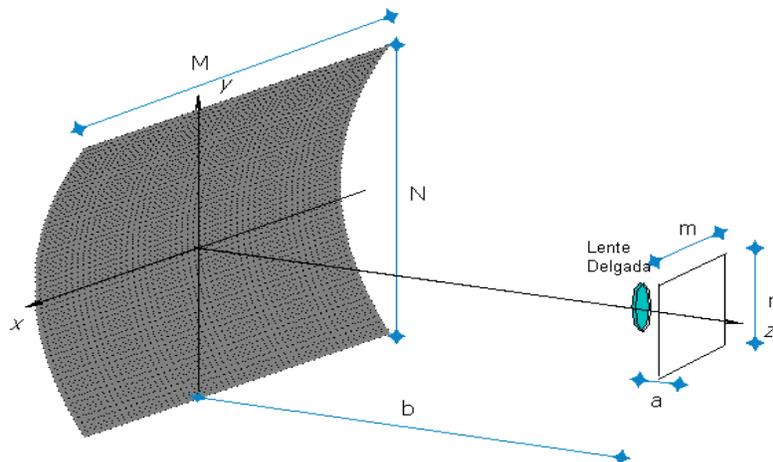


Figura 2.4 Tamaños del CCD y del espejo

Deseamos que la mayor área posible del CCD sea ocupada por la imagen del espejo, es decir, la imagen de las esquinas del espejo, debe encontrarse en las esquinas del CCD, sin

embargo las dimensiones del CCD no son proporcionales a la de nuestro espejo, así que debemos considerar una porción de área del CCD donde se cumpla esta proporción y de este modo podemos propagar un rayo que “valla” de la esquina de esta área del CCD a la esquina del espejo como en la figura 2.5

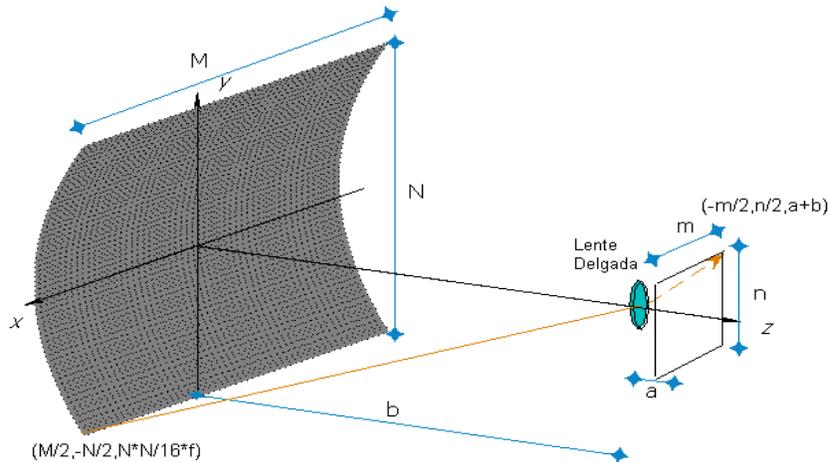


Figura 2.5 Construcción de a y b

Si consideramos una lente delgada, podremos recurrir a la ecuación de Gauss, en donde tendremos un objeto (el espejo) a una distancia b de la lente y una imagen a una distancia a de la lente (el CCD):

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{a} = \frac{1}{F'} \quad (2.11)$$

con F' foco de la lente.

Sin embargo queremos que toda la apertura del canal sea captado por el CCD, así que necesitamos que la altura N sea captada en el CCD de altura n . Ya que la altura N está presente a una distancia menor que b , renombremos a esta distancia β , como se muestra en la figura 2.6, con esto la ecuación (2.11) queda como:

$$\frac{1}{\beta} + \frac{1}{a} = \frac{1}{F'} \quad (2.12)$$

y por triángulos semejantes

$$\frac{n}{a} = \frac{N}{\beta}, \quad (2.13)$$

Ahora tenemos dos ecuaciones donde el parámetro a está involucrado, si resolvemos el sistema para a

$$a = \left(\frac{n}{N} + 1 \right) F. \quad (2.14)$$

De donde podemos notar que si $N \gg n$ a tiende a F , lo cual resulta de suponer la lente delgada.

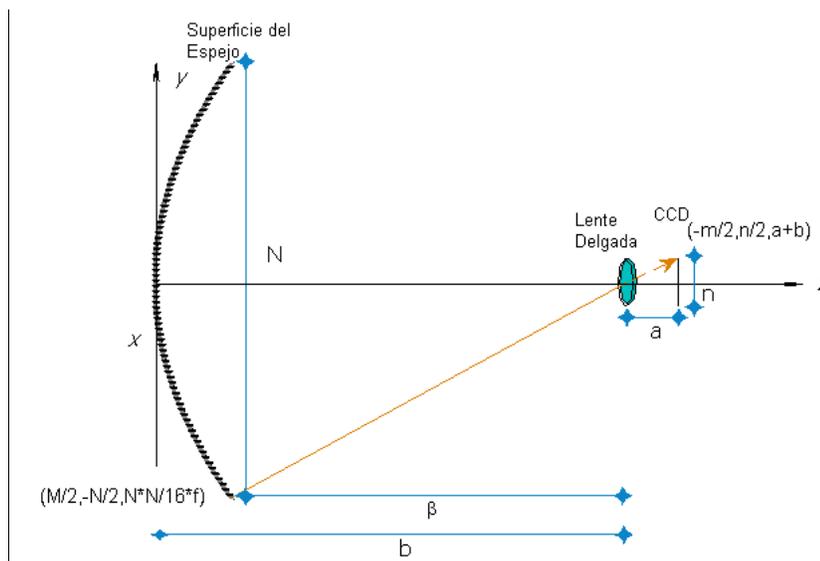


Figura 2.6 Diagrama para la construcción de a y b

Para obtener b , debemos considerar las coordenadas del rayo, tanto en el CCD como en el espejo, como se muestra en la figura 2.6. Recordando que las coordenadas del CCD $(-m/2, n/2, a+b)$ y las del espejo $(M/2, -N/2, N*N/16f)$ están relacionados por la manera en que construimos el rayo incidente en la ecuación (2.1), se calcula en la ecuación (2.5) y se obtiene que:

$$k = 2 \left(\frac{fa - \sqrt{(fa)^2 + \frac{n^2}{4} fb}}{\frac{n^2}{4}} \right). \quad (2.15)$$

Como k es sólo un escalar de amplificación de nuestro vector reflejado, también puede escribirse como relación de las distancias con signo negativo, ya que propagamos nuestro rayo en sentido contrario para ser intersecado con el espejo, y así queda descrito de igual manera como:

$$k = \frac{-N}{n}. \quad (2.16)$$

Igualando las ecuaciones (2.15) y (2.16) y despejando b , queda que:

$$b = \frac{\left(\frac{Nn}{8} + fa\right)^2 - (fa)^2}{n^2 f}. \quad (2.17)$$

Simplificando la ecuación (2.17) resulta en

$$b = N \left(\frac{N}{16f} + \frac{a}{n} \right), \quad (2.18)$$

De esta forma si sustituimos la ecuación (2.14) en (2.18) y desarrollando se obtiene que:

$$b = \frac{\left(\frac{N^2}{4}\right)}{4f} + F \left(1 + \frac{N}{n} \right). \quad (2.19)$$

Con esta última ecuación podemos concluir que todos los parámetros involucrados para conocer b , son los que debemos conocer antes de realizar el diseño de la pantalla, para garantizar una imagen óptima en el CCD (en cuestión de tamaño), además podemos garantizar que es correcta si comparamos la ecuación (2.18) con la (4) de la referencia [8], en donde se trabaja igualmente con un perfil parabólico.

Consideremos como ejemplo los siguientes parámetros:

Tabla 1.1 Especificaciones para la construcción de la Pantalla Nula Infinitamente Delgada

CCD	8.93mm de diagonal relación (4/3)
Tamaño de cuadrícula en el CCD	3.0226 X2.51mm
Tamaño horizontal del CCD (m)	7.14mm
Mitad tamaño vertical del CCD (n)	5.34mm
Foco de la lente	7mm
Apertura del espejo (N)	1000mm
Largo del espejo (M)	500mm
Distancia a	7.03mm
Distancia b	1375mm
Foco de la parábola	500 mm

Para ejemplificar lo hecho hasta este momento en trabajos anteriores [6], tomaremos un patrón característico de acuerdo a los datos de la tabla 1.1, considerando una cuadrícula de círculos como se muestra en la figura 2.7, y la pantalla como resultado de ésta igualmente tomando los datos de la tabla 1.1.

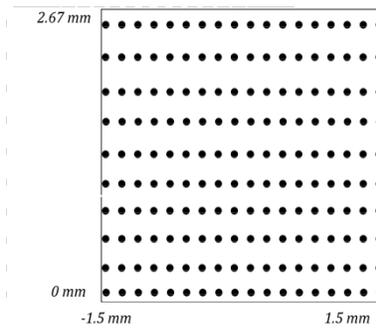


Figura 2.7 Patrón de círculos esperado en el CCD, con especificaciones de la Tabla 1.1, con círculos de 0.019mm de radio.

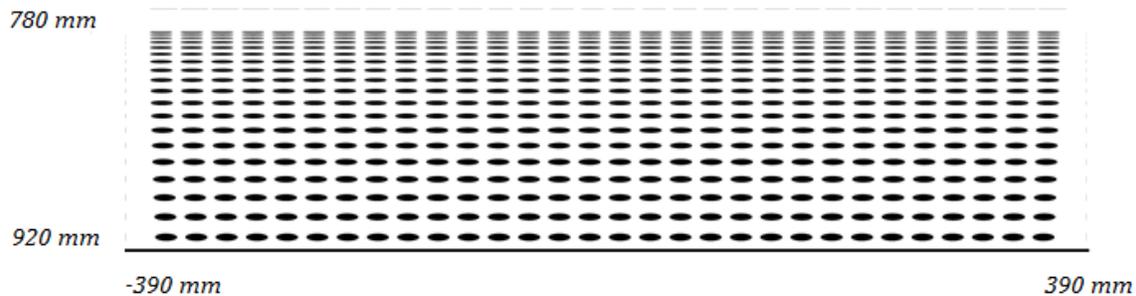


Figura 2.8 Pantalla Nula construida con las especificaciones de la Tabla 1.1

Los puntos superiores en la Figura 2.8 son los más cercanos al espejo, mientras que los inferiores son los más lejanos. Podemos notar que nuestros círculos se han transformado en gotas, las cuales presentan simetría en el centro de la pantalla, además de juntarse a medida que se acercan al espejo, hasta el punto de parecer cercanos.

Este tipo de Pantallas Nulas, han sido utilizadas con anterioridad [6]; en la Fig. 2.8 se muestran las imágenes obtenidas para la prueba de la parte inferior y superior del concentrador respectivamente. En estas imágenes se notan arreglos de puntos que no son los esperados, esto debido a las deformaciones que presenta el concentrador, sin embargo en las zonas cercanas a los extremos podemos notar líneas de puntos que son perfectamente distinguibles entre sus vecinos más cercanos, además encontramos que hay zonas donde la imagen imposibilita la capacidad de distinción de puntos individuales.

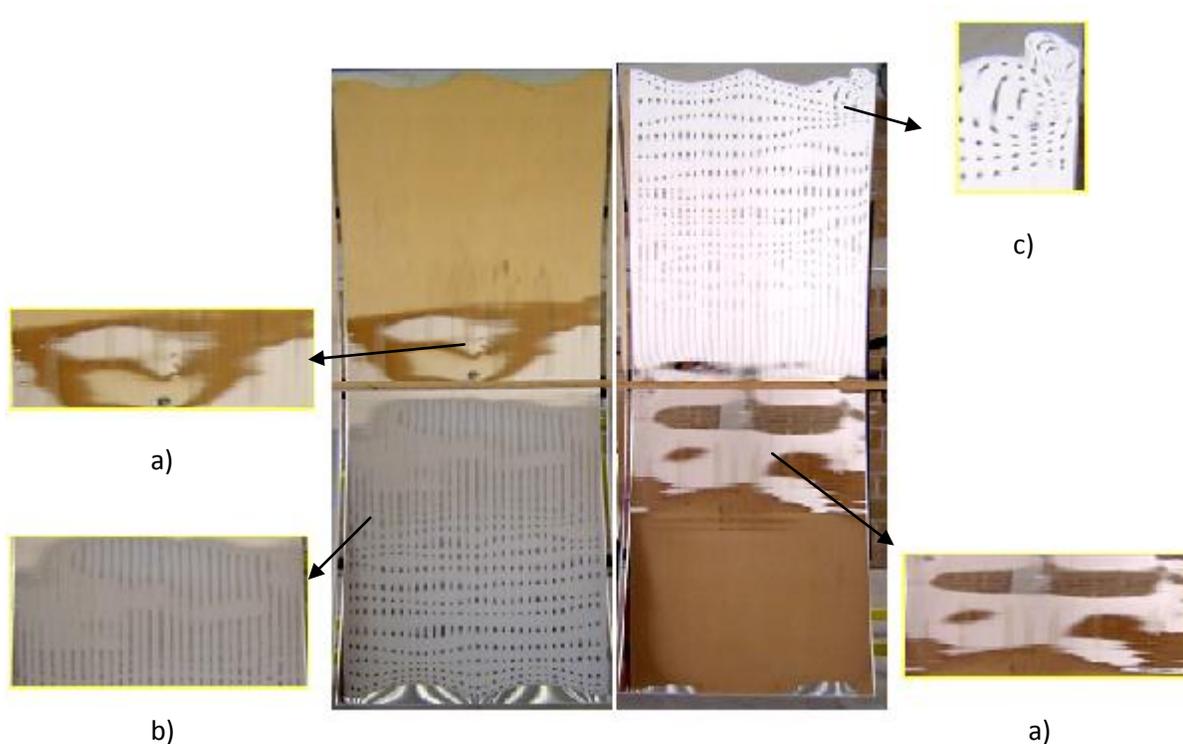


Figura 2.8 Imagen del CCD, para la pantalla infinitamente delgada, a) presenta reflejos fuera de la zona, b) manchas embarradas cerca del vértice, c) deformaciones en el espejo presentan problema de distinción de puntos.

Considerando los problemas más importantes, notamos tres tipos de distribución de puntos en la imagen:

- **Zona a):** Debido a que la pantalla sólo está construida para la evaluación de la mitad el concentrador, no se esperan reflejos de ella fuera de esta área, la zona a), presenta reflejos de la pantalla localizados fuera de la zona de evaluación. Demostrando así que existen problemas de alineación o que las deformaciones del espejo producen este efecto, pero con esta imagen no es posible discernir entre estas dos posibilidades.
- **Zona b):** Esta zona es la cercana al vértice donde observamos puntos embarrados en filas, es decir, mientras son distinguibles en columnas; parece que varias filas, se han convertido en un sólo reflejo continuo en vez de estar separadas.
- **Zona c):** Representa aquellos reflejos que debido a los defectos de la superficie, son imposibles de caracterizar en estas condiciones; en la figura 2.8 se presentan unos “remolinos” en los cuales es imposible reconocer la correspondencia de cada punto (el punto ideal de donde provienen), esto se debe a que todos los puntos son idénticos en color y forma (o deberían serlo en la imagen; en la pantalla sí hay diferencias de tamaño y forma) entre sí.

Estos primeros resultados, nos indican que si bien la pantalla cumple con mostrarnos un reflejo acorde a las deformaciones del espejo, estas no podrán ser cuantificadas en las zonas antes mencionadas debido de dificultad de asignación del punto imagen de correspondencia ideal.

Podemos notar por la figura 2.8 que la alineación es crítica y que la única referencia es la alineación del soporte que sostiene a la pantalla con el centro de nuestro CCD, por lo que necesitamos más referencias de la alineación. También podemos notar que mover el soporte para que en cada caso (la prueba de la parte superior y de la inferior de la superficie), la pantalla se encuentre en el centro del espejo, está variando las condiciones en cada toma, de modo que la evaluación en un caso, no tiene las mismas condiciones iniciales que en el otro.

Muchos de estos problemas pueden ser solucionados, con un nuevo diseño de la pantalla, y su modo de colocación. Por esta razón la necesidad de crear nuevos diseños de Pantallas Nulas y optimizar la prueba caracterizando un mayor numero de puntos y conseguir así la evaluación de una porción mas grande de la superficie.

3. *Nuevos Diseños de Pantallas Nulas para la prueba de un concentrador Cilíndrico Parabólico*

La técnica de Pantallas Nulas utilizada en los concentradores Cilíndrico Parabólicos, como hemos visto anteriormente, aun presenta algunos problemas de eficiencia que pueden ser considerados como: zonas en las que no se puede realizar la prueba debido a la indistinción de los puntos y la necesidad de dos fotografías para lograr la evaluación total del espejo lo cual provoca cambios de condiciones iniciales para cada toma, esto puede atribuirse a que el primer acercamiento al montaje experimental no es el más adecuado, debido a la geometría y colocación del espejo, sin embargo esto sólo es una primera hipótesis que debe ser corroborada con resultados posteriores.

Teniendo estos problemas en mente debemos considerar una pantalla que esté alejada del vértice y que permita hacer la prueba en un área mayor de la superficie con una sola fotografía. Para resolver los problemas presentados hasta este momento, consideramos algunos cambios en el diseño de la pantalla, procurando mantener la esencia del primer diseño y aprovechando la mayor parte de los cálculos hasta ahora presentados.

3.1.1 Pantalla con Grosor D

Consideremos un pequeño desplazamiento $-D$ del plano de la pantalla en la dirección y , de modo que tengamos lo mostrado en la figura 3.1.

Para hacer la construcción de rayos, debemos notar que el único parámetro que ha cambiado es la posición del plano donde se localiza la pantalla, de modo que podemos igualmente que en el caso anterior, construir los rayos incidente y reflejado con las ecuaciones (2.6) y (2.2) respectivamente.

Teniendo el vector incidente, necesitamos hacer la intersección con el nuevo plano que ahora será:

$$\pi := (x, -D, z) \quad (3.1)$$

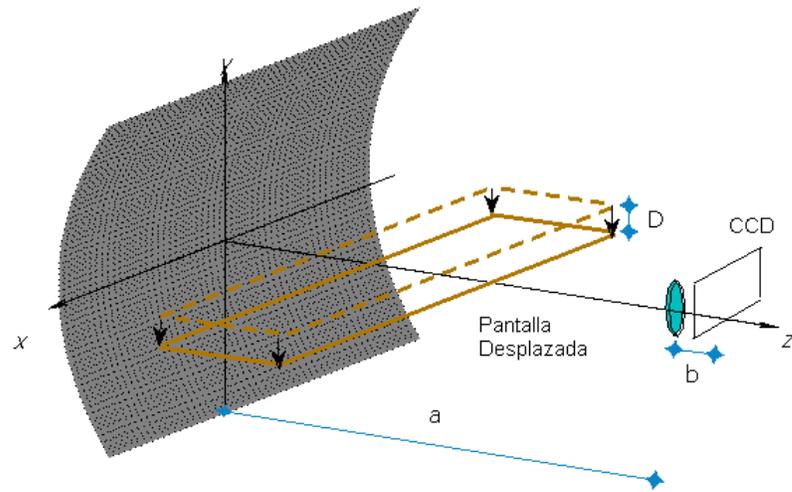


Figura 3.1 Desplazamiento D de la pantalla lejos del vértice

Por lo cual, obtendremos las siguientes coordenadas para la pantalla:

$$x = u + \frac{(-D - v)I_1}{I_2}, \quad (3.2.a)$$

$$y = -D, \quad (3.2.b)$$

$$z = w + \frac{(-D - v)I_3}{I_2}. \quad (3.2.c)$$

Las cuales como era de esperarse, se parecen mucho al conjunto de ecuaciones (2.10), con la única diferencia de que ahora aparece el parámetro D .

Usando los mismos parámetros de la tabla 1.1, construiremos una pantalla considerando una $D=8.3\text{mm}$ (un tercio de pulgada)⁹. Obteniendo con esto una pantalla como se muestra en la figura 3.2.

⁹ Tabla localizada en la Laboratorio de Pruebas Ópticas del CCADET



Figura 3.2 Pantalla desplazada una distancia D del vértice, calculada con los parámetros de la tabla 1.1 y $D=8.3\text{mm}$.

La primera característica importante, es que la aglomeración de puntos que se presentaba cerca del espejo ha desaparecido (referirse a Figura 2.18), y que todos presentan una distribución casi uniforme en cuanto a las separaciones.

A pesar de esto, aun tenemos una pantalla que sólo hace la evaluación de una parte del espejo, por lo que aprovecharemos la simetría del mismo y ahora, colocaremos dos pantallas, recorridas una distancia $\pm D/2$ del vértice, como se muestra en la figura 3.3. De este modo tendremos una evaluación de la parte superior e inferior de la superficie, lo cual nos dará doble cantidad de puntos en el CCD.

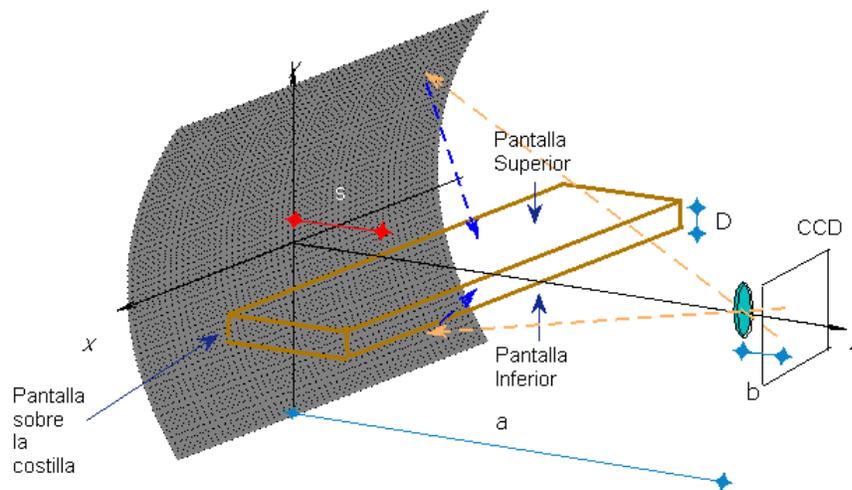


Figura 3.3 Consideración de zonas para la pantalla con grosor D

Aprovechando el espacio localizado entre las dos pantallas, consideraremos un soporte en el cual, puedan encontrarse puntos sobre la costilla localizada frente al espejo. De este modo tendremos 3 zonas donde colocar pantallas y será posible construir una pantalla completa que abarque estas 3 zonas.

3.1.2 Pantalla con grosor D en la parte superior e inferior

Análogamente a como construimos la pantalla alejada una distancia D , ahora consideraremos los planos de la pantalla como:

$$\pi := \left(x, \frac{D}{2}, z\right), \quad (3.3)$$

para la parte superior

$$\pi := \left(x, \frac{-D}{2}, z\right), \quad (3.4)$$

para la parte inferior

Obteniendo las coordenadas en la pantalla como :

$$x = u + \frac{\left(\frac{D}{2} - v\right) I_1}{I_2}, \quad (3.5.a)$$

$$y = \frac{D}{2}, \quad (3.5.b)$$

$$z = w + \frac{\left(\frac{D}{2} - v\right) I_3}{I_2}, \quad (3.5.c)$$

para la parte superior

Y

$$x = u - \frac{\left(\frac{D}{2} + v\right) I_1}{I_2}, \quad (3.6.a)$$

$$y = \frac{-D}{2},$$

(3.6.b)

$$z = z' - \frac{(\frac{D}{2} + v)I_3}{I_2},$$

(3.6.c)

para la parte inferior.

Como en el caso anterior, podemos notar que mantienen la misma estructura que el caso de la pantalla infinitamente delgada, con la única diferencia que ahora aparece el parámetro D .

3.1.3 Diseño de la Pantalla con grosor de D en la zona de la costilla frontal

De nuevo, el único factor que cambia es la zona de localización de la pantalla, en este caso tenemos un plano paralelo al plano xy y alejado una distancia s , como se muestra en la figura 3.3, de este modo el plano se describe como:

$$\pi := (x, y, s).$$

(3.7)

Quedando las coordenadas sobre la pantalla como:

$$x = u + \frac{(s + w)I_1}{I_3},$$

(3.8.a)

$$y = v + \frac{(s + w)I_2}{I_3},$$

(3.8.b)

$$z = s.$$

(3.8.c)

Estas son expresiones nuevas, a diferencia de los cálculos que ya hemos realizado, sin embargo aun presenta la misma forma que las anteriores, la diferencia es que ahora el término constante se encuentra en la coordenada z y que ahora aparece el término s , por lo que ahora aparecen en los denominadores las componentes I_3 y w .

Con la estructura de estas tres zonas es posible construir una pantalla continua que contenga toda la información. Considerando nuevamente los datos de la tabla 1.1 y $D=16\text{mm}$ obtenemos la siguiente pantalla.

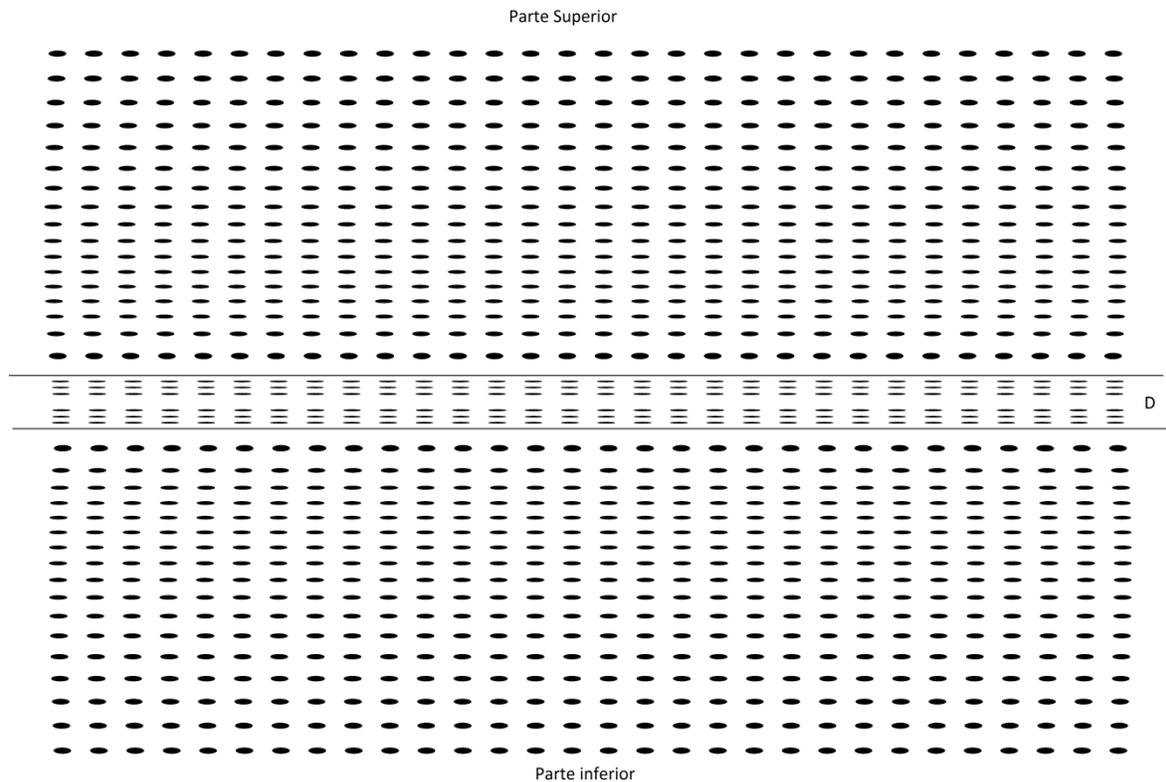


Figura 3.4 Pantalla completa de Grosor $D=16\text{ mm}$, mostrando las tres pantallas de forma continua

Si bien esta pantalla nos permite con una sola fotografía hacer la prueba para todo el concentrador, también implica una pérdida de información en la zona cercana al vértice. Esto puede notarse al hacer la propagación de rayos como se muestran en la figura 3.5, los puntos localizados en la costilla, no son captados por el CCD, por lo que tenemos una zona “oscura” en el patrón de puntos que obtengamos en el CCD, y el tamaño de éste, será función de D .

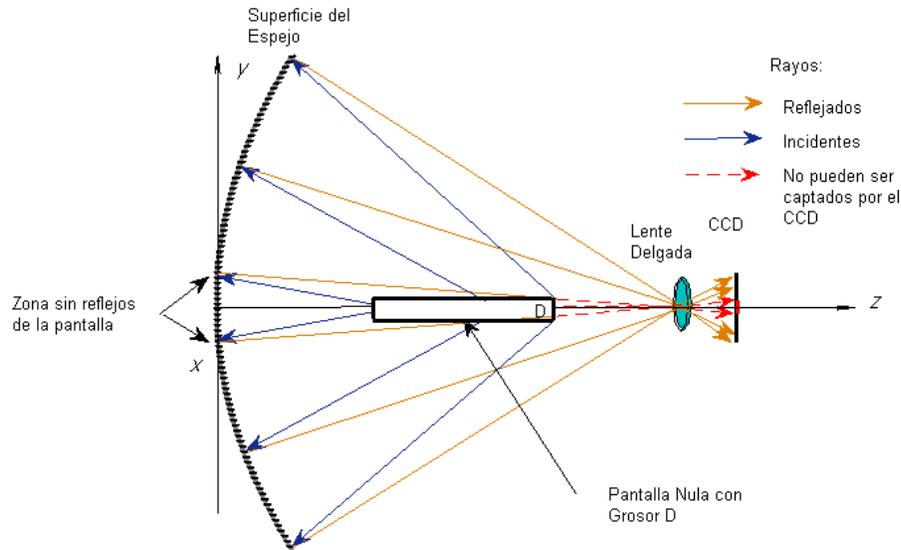


Figura 3.5 Esquema de propagación de rayos debido a la pantalla de Grosor D

A su vez, el tamaño de la zona sin evaluación en la superficie, está ligado con el tamaño de la zona oscura en el CCD, el cual puede calcularse con triángulos semejantes como se muestra en la figura 3.6

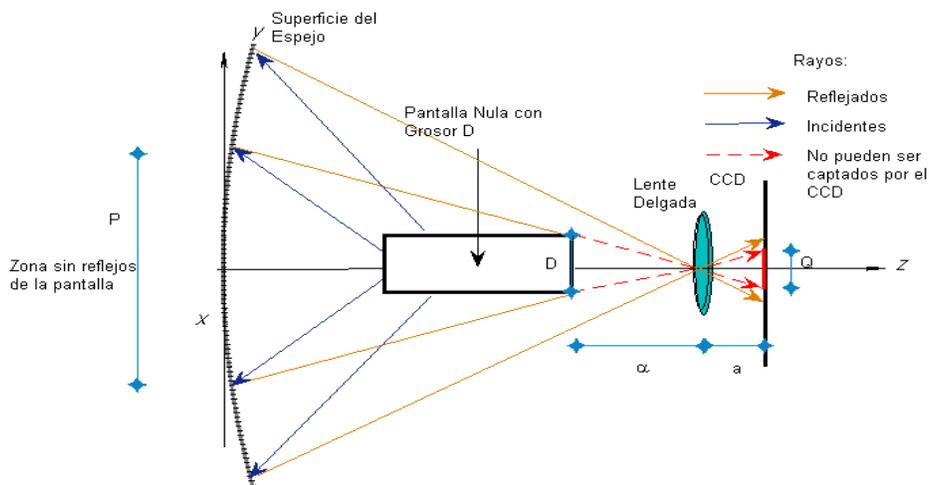


Figura 3.6 Caracterización de la Zona sin puntos de evaluación

Consideremos tres nuevas distancias P (el largo de la zona del espejo sin evaluación en el eje y), Q (el largo de la zona oscura en el CCD a lo largo del eje y) y α la distancia del final de la pantalla a la lente.

La relación de estas distancias está dada por

$$\frac{Q}{a} = \frac{D}{\alpha}, \quad (3.9)$$

De donde podemos obtener que el tamaño de Q es:

$$Q = \frac{aD}{\alpha}. \quad (3.10)$$

Por lo cual tenemos dos coordenadas y_0 en el CCD que delimitan esta Zona y las cuales son:

$$y_0 = \pm \frac{aD}{2\alpha}. \quad (3.11)$$

Con esta información podemos saber de qué puntos del espejo vendrían estos rayos, con ayuda de las ecuaciones (2.5) y (2.4.b), obtendremos que, los rayos provienen de la coordenada v en el espejo dada por:

$$v = \frac{aD}{\alpha} \left(\frac{fa - \sqrt{(fa)^2 + \left(\frac{aD}{2\alpha}\right)^2} fb}{\left(\frac{aD}{\alpha}\right)^2} \right). \quad (3.12)$$

Y considerando la simetría, tendremos que

$$P = 2v, \quad (3.13)$$

por lo que:

$$P = \frac{2aD}{\alpha} \left(\frac{fa - \sqrt{(fa)^2 + \left(\frac{aD}{2\alpha}\right)^2} fb}{\left(\frac{aD}{\alpha}\right)^2} \right). \quad (3.14)$$

A simple vista es difícil de saber a priori si es grande o pequeño, debido que depende de α y ésta a su vez depende del diseño de la pantalla pero eventualmente lo calcularemos.

Hasta este momento no hemos corregido el problema de la incapacidad de distinción de puntos en ciertas zonas del reflejo de la pantalla en el espejo, por lo cual consideraremos patrones de puntos que puedan hacerlos distinguibles entre sí.

3.2 Variación de formas y colores.

Como ya habíamos mencionado antes, el problema de indistinción surge porque todas las manchas son iguales entre si, por lo que proponemos un patrón de puntos que permita que la distinción sea evidente.

Hasta este punto, sólo tenemos un arreglo de círculos que se ubican en una cuadrícula, y los cuales son indistinguibles entre filas y columnas, por lo que además sugerimos un arreglo de puntos que sea intercalado en columnas, una figura diferente a la de los puntos, como es el caso de una cruz, este patrón se muestra en la figura 3.7.

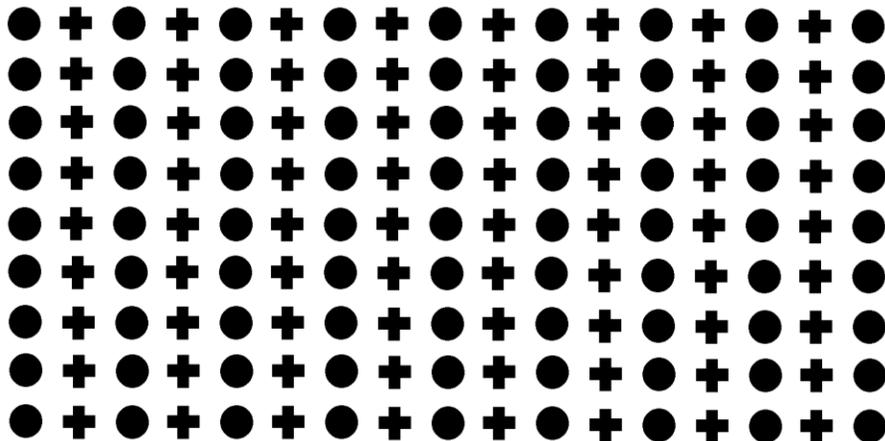


Figura 3.7 Patrón intercalado que se espera obtener en el CCD

Este patrón nos permite distinguir una mancha de sus dos vecinas en fila, pero aun son indistinguibles por columna, por lo cual proponemos intercalar colores en el diseño, de esta forma una mancha es única en comparación a sus vecinos más próximos, que en este caso son 8 como se muestra en la figura 3.8.

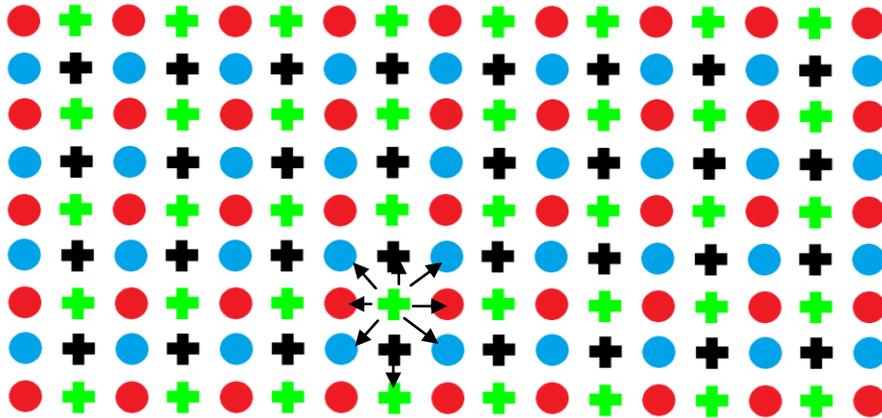


Figura 3.8 Patrón de formas y colores esperado en el CCD, con una distinción de 8 vecinos

Los colores utilizados en el patrón, se eligen de manera que la diferencia entre sus valores RGB (rojo, verde y azul en inglés) sea evidente, si llega a presentarse alguna imagen muy cercana, se pueda distinguir un color de otro mediante filtraje de colores (del cual se hablará más adelante). De este modo podemos concluir que la primera propuesta de diseño nuevo de pantalla Nula para la prueba del concentrador Cilíndrico Parabólico del tipo de la figura 3.9.

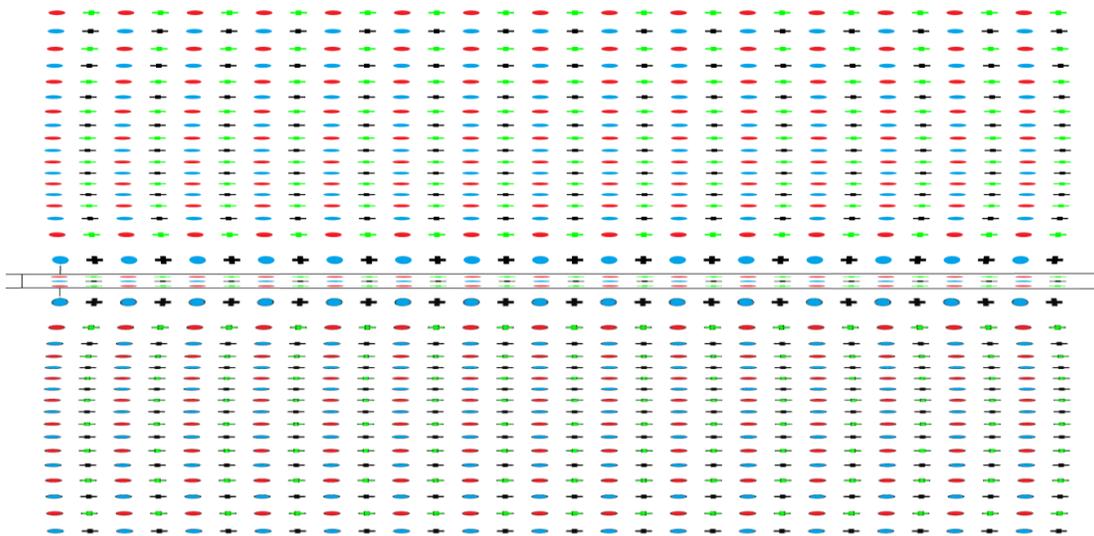


Figura 3.9 Pantalla Nula con variación de formas y colores y con grosor D para las especificaciones de la tabla 1.1 con $D=16\text{mm}$

En la cual se observa que se tiene una distinción de puntos cercanos y una distribución uniforme entre ellos y que ahora es posible distinguir las manchas entre sí, con esta pantalla se pretende solucionar los problemas hasta ahora mencionados (indistinción de puntos y variación de las condiciones iniciales durante la prueba)

4. Experimento y Manejo de datos

Muchos parámetros están en juego al momento de la realización de la pantalla Nula, el primero y el más importante, es la resolución del CCD, ya que de acuerdo al tamaño del pixel, se liga la cantidad de puntos que podremos esperar en el reflejo y la manera en que realizaremos los patrones esperados.

A nivel computacional, es importante optimizar la forma de adquisición de datos, debido que requerimos matrices del orden de miles de elementos y cada pixel requiere un tratamiento de varios cálculos, por lo que es importante considerar varios algoritmos que los faciliten.

Como se mencionó en el primer capítulo, este tipo de concentradores son utilizados de modo industrial, haciendo que el acceso a estos no sea sencillo, sin embargo como la prueba es sobre la superficie reflectora sólo necesitamos un espejo con forma de canal y perfil parabólico, del cual debemos conocer el foco y sus dimensiones. Para la realización de la pruebas en el CCADET (Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico) de la UNAM, hemos creado un prototipo de la superficie reflectora.

Los diseños de la pantalla variaron un poco durante la realización de las pruebas, pero es importante justificar el hecho de cada cambio, por lo que se presentarán los resultados y se discutirán las variaciones con los obtenidos con el primer diseño.

4.1 Generación del patrón deseado en el CCD.

Un CCD (siglas en inglés de charge-coupled device [9], dispositivo de carga acoplada), es un circuito integrado que contiene un número determinado de condensadores acoplados (celdas fotosensibles) cuyo fin es generar estímulos eléctricos al recibir fotones e integrarlos en el tiempo. En las cámaras fotográficas este sensor registra y procesa una imagen, la cual se guarda en la tarjeta de memoria, el número de celdas está determinado por el número de píxeles, que en la actualidad llega a ser del orden de millones. Por esta razón consideraremos al CCD como una cuadrícula, en donde colocaremos los círculos de la imagen deseada, como se muestra en la figura 4.1.



Figura 4.1 Estructura de arreglo de sensores individuales en el CCD

En esta figura se muestran medidas en mm, muy parecidas a las de CCD real. Imaginemos una resolución de 3 megapíxeles (3,000,000 de píxeles), si supusiéramos un arreglo de 600 círculos sin separaciones, cada uno podría tener alrededor de 5000 píxeles en cada círculo como máximo por lo que teniendo separaciones podríamos tener una aproximación de 1000 píxeles por figura, lo cual puede considerarse una cifra significativa en cuanto a la resolución de cada círculo.

Consideremos en el CCD como una cuadrícula con puntos (x_{0i}, y_{0j}) en donde cada uno será el centro de un círculo de radio r ; el círculo será totalmente negro y será denotado como el conjunto C_{ij} que se representa por:

$$C_{ij} = \{(x_0 - x_{0,i})^2 + (y_0 - y_{0,j})^2 \leq r^2\} \quad (4.1a)$$

donde x_0 y y_0 son coordenadas variables del CCD con

$$r < \frac{x_{0,i+1} - x_{0,i}}{2} \text{ y } r < \frac{y_{0,i+1} - y_{0,i}}{2} \quad (4.1 b)$$

Con el fin de tener círculos separados entre sí, tanto en x como en y.

Para generar las cruces será algo similar pero en esta ocasión las restricciones serán:

para la forma horizontal

$$x_{0,i} - r < x < x_{0,i} + r \quad (4.2.a)$$

$$y_{0,j} - \frac{r}{3} < y < y_{0,j} + \frac{r}{3}$$

(4.2.b)

y para la vertical

$$x_{0,i} - \frac{r}{3} < x < x_{0,i} + \frac{r}{3}$$

(4.2.a)

$$y_{0,j} - r < y < y_{0,j} + r$$

(4.2.b)

De modo que puedan generarse secciones de pixeles negros como los que se muestran en la figura 4.2



Figura 4.2 Figuras que deseamos en el CCD

Es importante delimitar estas zonas porque son los puntos con los cuales haremos la propagación de rayos inversa y obtendremos sus puntos correspondientes en la pantalla.

Una vez teniendo caracterizados estos puntos debemos, convertir estos datos en una imagen.

4.2 Imágenes en Matlab

El programa de construcción de pantallas Nulas fue realizado en Matlab, por lo que es importante enfatizar cómo es que este software trata a las imágenes. Matlab considera a las imágenes como una matriz, donde cada elemento es un vector con tres entradas más, es decir, la entrada (i,j) de la matriz imagen tiene involucradas a las entradas $R(i,j)$, $G(i,j)$ y $B(i,j)$ donde cada una es la intensidad o nivel de rojo, verde y azul (por sus siglas en ingles) respectivamente del pixel (i,j) .

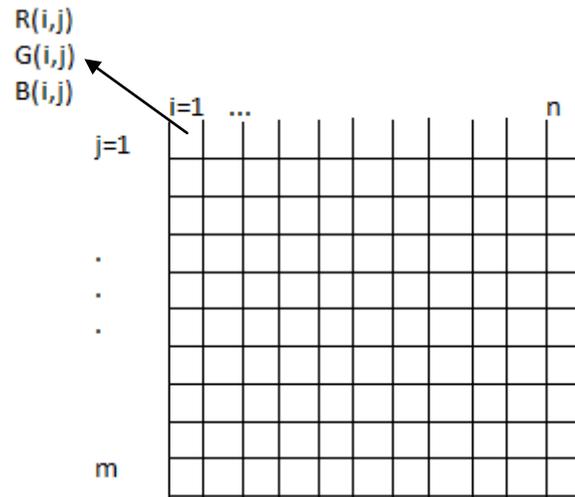


Figura 4.3 diagrama de una imagen en Matlab

Matlab también permite hacer imágenes donde sólo se considere el arreglo matricial con píxeles negros (cero) y blancos (uno), en nuestro caso usaremos este último sistema matricial para ahorrar tiempo de compilación, asignando los colores, al final.

Para la creación de la pantalla generamos un programa en donde se utilizan las ecuaciones mencionadas en el capítulo 2, para la generación de las pantallas. Primero se consideran las variables que determinan las dimensiones del espejo, del CCD y soporte (a, b, f, s, D), después se genera el patrón deseado en el CCD (como el mostrado en la figura 2.7), considerando las restricciones de puntos o cruces mencionados anteriormente. Si se cumplen estas restricciones estos puntos cumplen con estar en el patrón deseado y a éste se les hará el trazo de rayos inverso, calculando k (ecuación 2.5), el rayo reflejado (ecuación 2.2) y el rayo incidente (ecuación 2.6). Finalmente con estos datos se calcula los puntos de la pantalla para las distintas zonas del soporte utilizando los conjuntos de ecuaciones 3.5, 3.6 y 3.8. Dado que estos puntos están dados en milímetros deben considerarse en un arreglo matricial que preserve el tamaño en milímetros.

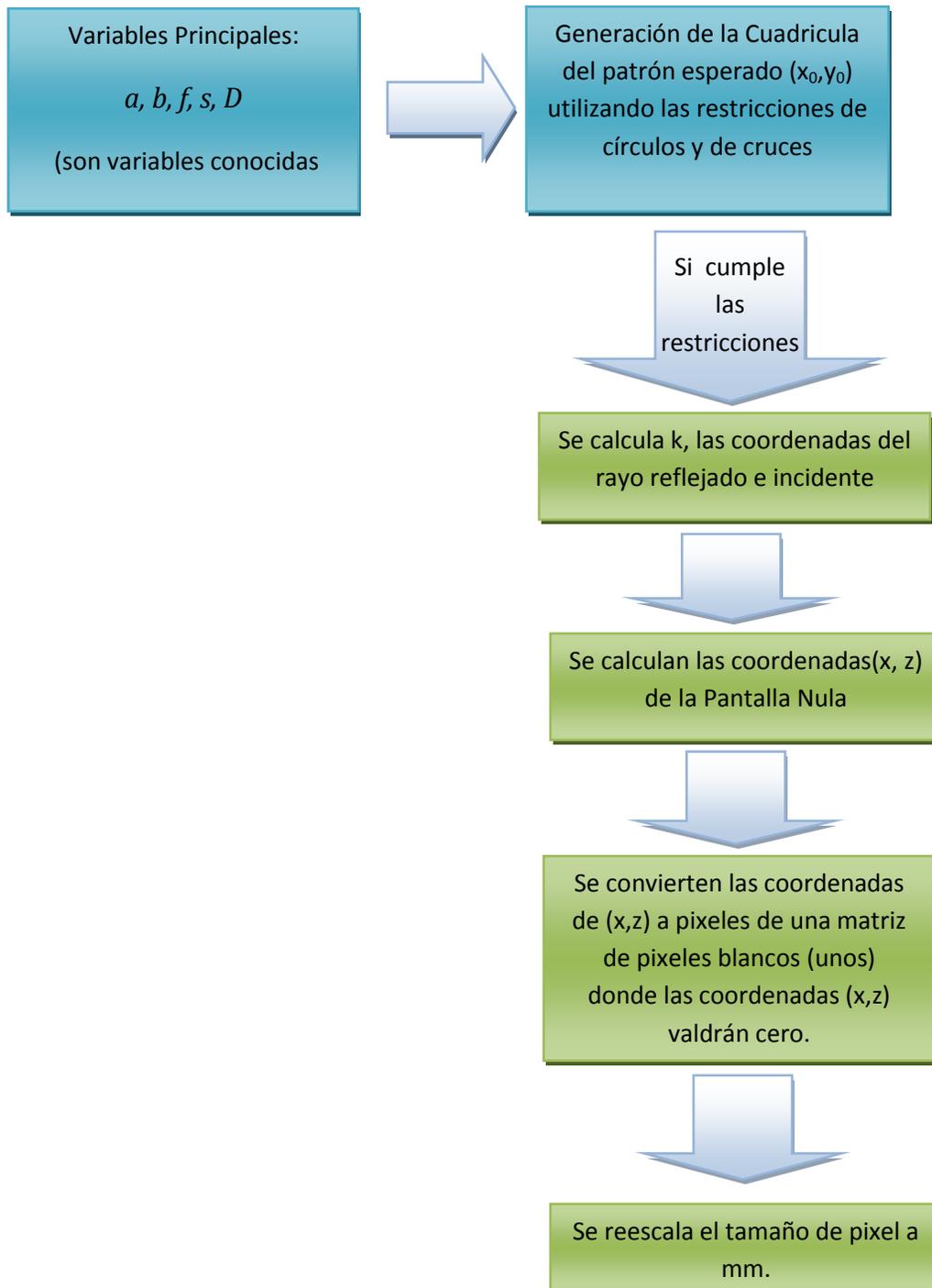


Figura 4.4 Diagrama de bloques para el programa diseño de Pantallas Nulas

Los parámetros involucrados en la relación de la pantalla nula antes mencionados, dependen estrechamente de las dimensiones del espejo, por ejemplo, un espejo pequeño requeriría una pantalla con menos píxeles que uno de mayor tamaño, por lo que hay que tener las dimensiones y las especificaciones del espejo para considerarlas en el programa.

4.3 Creación del prototipo

Las partes más importantes sobre la estructura de la superficie parabólica de canal, son el espejo y el soporte que mantendrá su forma. Para construir el prototipo se considero un espejo de acrílico curvarse, de modo que podemos caso dará la forma parabólica; el una apertura de canal de 960 mm y impreso en papel como se muestra *foamboard*. Nuestro soporte consta ubicadas una en cada extremo y la sobre estas costillas, y fue pegado industrial.

Para construir el prototipo delgado (3mm) por lo que puede ajustarlo a algún soporte, que en este perfil fue generado en Matlab, con un foco de 497mm, el cual fue en la figura 4.5 y cortado en de tres costillas con esta forma, tercera al centro. El espejo se colocó con cinta doble cara de uso

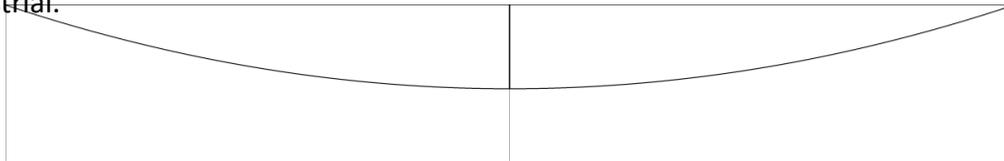


Figura 4.5 perfil parabólico

construido en Matlab



Figura 4.6 Prototipo con costillas de *foamboard* y espejo de acrílico

Utilizamos una cámara Sony Cybershot con resolución de 3MP (2048X1536) pixeles cada uno con un tamaño de .0335mm, con tamaño de CCD de 8.93mm de diagonal con una relación de 4 a 3 y tomadas con el mínimo zoom, con foco de 7mm.

Con las ecuaciones (2.14) y (2.19) podemos calcular a y b, para estos parámetros y obtener los datos necesarios para la pantalla como se muestra en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1 Medidas a considerar para el prototipo

Tamaño del CCD	8.93mm de diagonal relación (4/3)
Tamaño de la cuadrícula en el CCD	3.02 X2.51mm (18X10=180 puntos)
Foco de la lente (F)	7mm
Tamaño de apertura del espejo (N)	960mm
Largo del espejo (M)	443mm
Distancia a	7.03mm
Distancia b	1375mm
Foco de la superficie (f)	497m
Grosor de la pantalla (D)	16mm

4.4 Primeros resultados

Con las consideraciones de la Tabla 4.1, construimos las dos pantallas hasta ahora propuestas, la infinitamente delgada y la de grosor D, de las cuales tomamos las siguientes fotografías de su reflejo sobre el espejo parabólico.

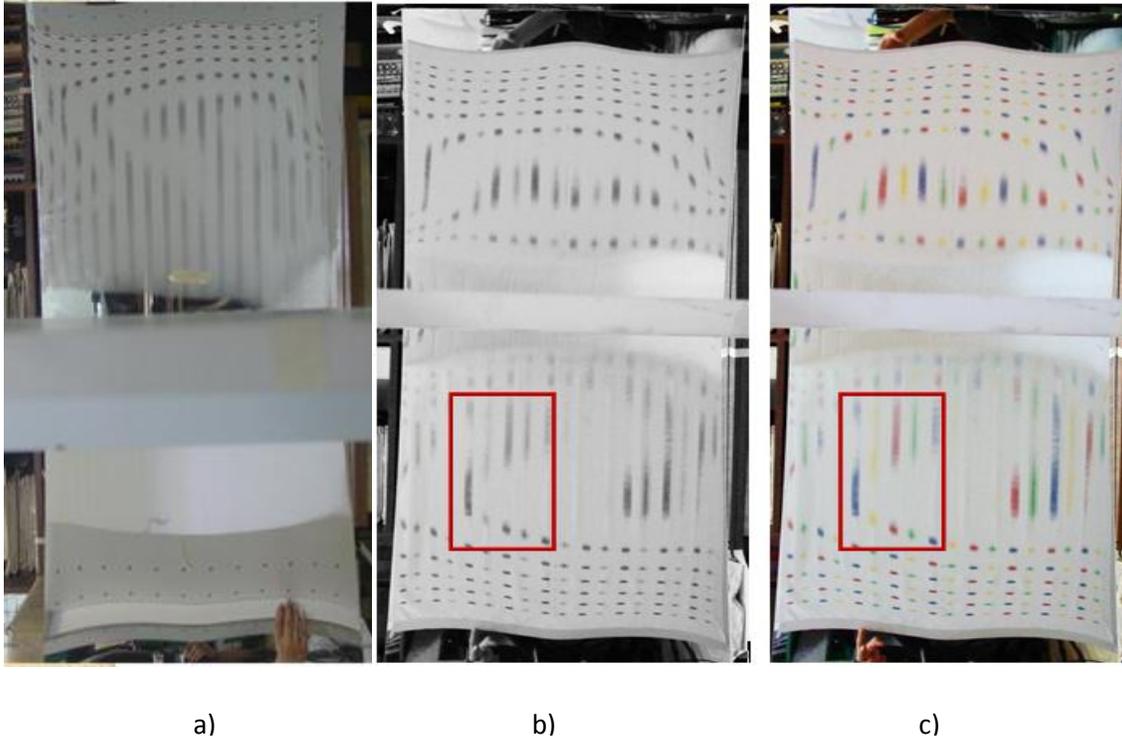


Figura 4.7 a) Resultados para la pantalla monocromática infinitamente delgada, b) pantalla de grosor D en una escala de grises, c) pantalla de grosor D con variación de colores y formas.

Podemos notar en la figura 4.7 que para cada una de las pantallas hay diferencias marcadas, en el primer caso seguimos con los mismos problemas que se mostraron en trabajos anteriores [6], embarramiento de puntos cerca del vértice e incapacidad de distinción de manchas en ciertas zonas, debido a la monocromaticidad de los puntos

Para el caso de la pantalla con grosor D , notamos que los puntos más cercanos al vértice ahora sí son detectables, aunque hay zonas (enmarcadas con rojo) donde los puntos parecen embarrarse. Es interesante notar que en la figura 4.6b) no podemos distinguir el cambio de figuras (entre círculos y cruces), además de que no podemos distinguir entre puntos contiguos. Mientras que observándola a colores (figura 4.6c)), notamos que existen varios reflejos de la misma mancha.

Además, podemos notar que en las fotografías, si bien hemos corregido algunos problemas con los nuevos diseños, notamos que a pesar de construir la pantalla para abarcar toda la superficie del espejo, los extremos no están cubiertos en su totalidad, lo cual podría deberse a deformaciones del espejo, pero evita que evaluemos esa zona, por lo que hay considerar otro tipo de pantalla.

Para todos los resultados posteriores, consideraremos que en los casos donde se presenta más de una mancha del mismo color y forma de manera contigua, se deben a más de un reflejo de la misma mancha.

4.5 Obtención de los Resultados de la prueba del concentrador Cilíndrico Parabólico

Teniendo las imágenes de los reflejos de las pantallas, debemos hacer un tratamiento de la imagen, acentuando las manchas, disminuyendo el fondo e invirtiendo colores para encontrar el centroide de cada mancha el cual representara posición de ésta.



Figura 4.8 Imagen con tratamiento para disminuir el fondo, aumentar el contraste e invertir los colores

Los centroides de cada mancha están definidos por:

$$C_i = \frac{\sum_{i=1}^N x_i I_i}{\sum I_{ij}} \quad (4.4.a)$$

$$C_j = \frac{\sum_{i=1}^N y_i I_{ij}}{\sum I_{ij}} \quad (4.4.b)$$

Donde I_{ij} es la intensidad del pixel y (i,j) sus coordenadas sobre el CCD, esta función puede ser calculada con el programa Imagej [10] de modo que es más conveniente tener el fondo negro, para asignar una intensidad cero al fondo y evitar errores al momento de la asignación del centroide.

La posición de los centroides hasta este momento se obtiene en pixeles pero puede ser convertida a coordenadas en milímetros sobre el CCD haciendo la transformación por el tamaño del pixel.

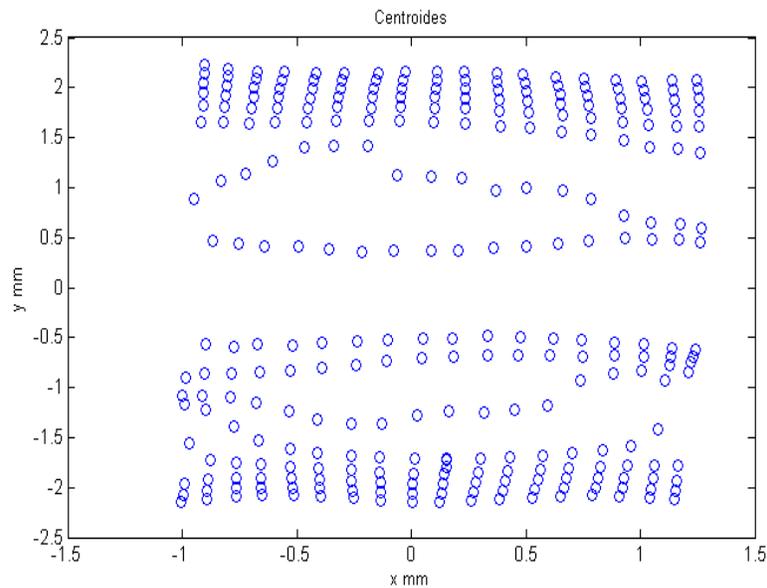


Figura 4.9 Localización de Centroides calculados de la figura 4.8

Los puntos de la imagen no presentan problemas de manchas sobrepuestas o muy juntas de modo que sea imposible distinguirlas, pero si fuera el caso, debemos considerar un filtraje de color para imagen que permita la distinción de cada una.

4.6.1 Filtraje de color

Para hacer los puntos totalmente distinguibles unos de otros, consideramos colores que difieran de su composición RGB, diseñados de la siguiente manera: el color rojo tiene como componentes RGB a (255,0,0) respectivamente, el color azul tiene (0,255,0), el

verde (0,0,255) y el amarillo (255,0,255) pero si tomamos la muestra de estos cuatro colores de una imagen como la figura 3.9, obtendremos que:

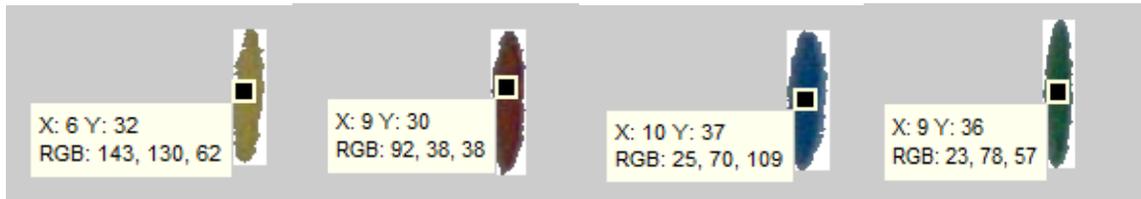


Figura 4.10 Cantidades RGB para los cuatro colores involucrados en la pantalla de colores

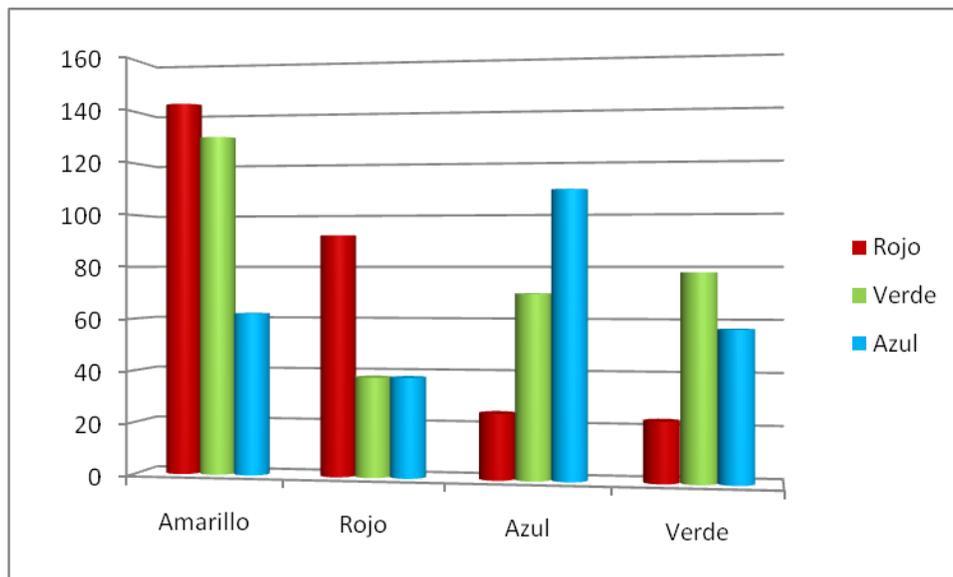


Figura 4.11 Composición (RGB) de los colores observados en la imagen de la pantalla

Podemos notar que si bien el rojo, tiene un mayor porcentaje de rojo que de verde y azul no es el rojo que pedimos en el diseño, así análogamente ningún color cumple con las especificaciones que mencionamos anteriormente.

La ventaja de tener una imagen de colores, es que podemos separar por canales de color y separar manchas contiguas, ciertos programas de procesamiento de imágenes como Matlab o Imagej cuentan con paquetería para separar por canales RGB, es decir el canal R nos da el contenido de rojo de las imágenes, el G el contenido en verde y el canal B el contenido en azul. En el caso de la imagen cada mancha tiene una combinación de RGB característica, por lo que la separación de colores requiere que se considere esta combinación.

4.6.2 Distancia de Mahalanobis

La distancia de Mahalanobis [11] es una medida de distancia, que recibe el nombre por su creador Prasanta Chandra Mahalanobis en 1936, se utiliza para medir la similitud de variables aleatorias y se define como

$$d_m(\bar{x}, \bar{y}) = \sqrt{(\bar{x} - \bar{y})^T \Sigma^{-1} (\bar{x} - \bar{y})}, \quad (4.5)$$

Con \bar{x} y \bar{y} variables aleatorias y Σ la matriz de covarianza.

Esta distancia, en comparación de la euclidiana, busca encontrar la similitud entre valores aleatorios por medio de un cierto promedio.

4.6.3 Construcción de la medida de Mahalanobis en Matlab

La covarianza es la medida estadística de la similitud de correlación entre dos o más variables (que tan “lejos” se encuentra los valores de un cierto promedio) y se define como

$$cov(X, Y) = \sum_{i=1}^N \frac{(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{N}. \quad (4.6)$$

De modo que la matriz de covarianza queda como:

$$V_{ij} = cov(X_i, X_j) = \sum_{k=1}^N \frac{(x_{ik} - \bar{x}_i)(x_{jk} - \bar{x}_j)}{N}. \quad (4.7)$$

En nuestro caso tenemos tres variables aleatorias R, G y B de modo que la matriz de covarianza será dada por:

i/j	R	G	B
R	Cov(R,R)	Cov(R,G)	Cov(R,B)
G	Cov(R,G)	Cov(G,G)	Cov(B,G)
B	Cov(R,B)	Cov(B,G)	Cov(B,B)

Figura 4.12 matriz de covarianza para el caso de RGB

Matlab cuenta con paqueterías para calcular la matriz de covarianza de un conjunto de puntos para disminuir las líneas de código y facilitar la compilación. Suponiendo que tenemos un conjunto de pixeles cuyos valores están en la matriz MAT, basta solamente con ejecutar el comando:

```
>>MATCONV=cov(MAT)
```

El siguiente diagrama muestra la forma de construcción del algoritmo para la distancia de Mahalanobis:



Figura4.13 Diagrama de bloques usando la distancia de Mahalanobis con Matlab

Conociendo la distribución RGB de un pixel, podemos marcarla como un promedio característico de este color, después sacaremos las distancias de Mahalanobis de todos los pixeles y aquellos con una distancia menor a cierto valor, serán los más parecidos de modo que nuestro filtraje será más específico que simplemente dividir por canales R, G o B.

La figura 4.14 imagen es una muestra de filtraje de un tono amarillo con una $DM < 0.001$ (distancia de Mahalanobis), el filtraje del color magenta con $DM < 0.004$, el color cian con $DM < 0.002$ y azul con $DM < 0.00033$

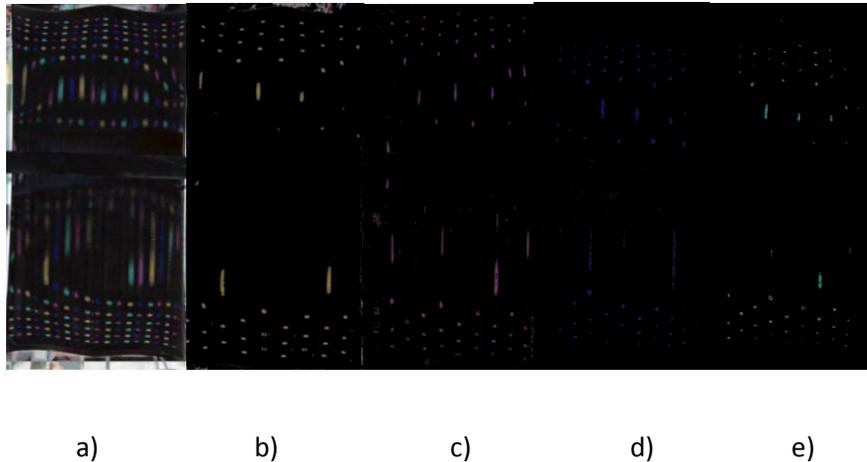


Figura 4.14 Implementación de la distancia de Mahalanobis (DM), para el filtraje en la imagen a) de b) color amarillo con $DM < 0.001$, c) magenta con $DM < 0.004$, d) azul con $DM < 0.00033$ y e) cian con $DM < 0.002$.

Notamos que de este modo es posible filtrar los colores por canales de un color específico, de acuerdo a su distribución RGB y su variación estadística.

De este modo nos es posible encontrar el centroide de cada mancha y asignarle una posición de coordenadas sobre el CCD, estas posiciones dependerán de los defectos que se producirán por las aberraciones en la lente, los cuales deben ser considerados antes de dar la asignación final de las coordenadas de los puntos localizados en el CCD.

4.7 Distorsión

Esta aberración está presente en cualquier sistema óptico a menor o mayor escala. La distorsión se define como el cambio de posición real respecto a la predicha por la aproximación paraxial en el caso de una lente, es decir que puntos de la imagen se encuentran desplazados de la posición ideal. Existen dos tipos de distorsión (de corsé o de barril) dependiendo del desplazamiento que presenten los puntos, ejemplo de esto se muestra en la figura 4.12.

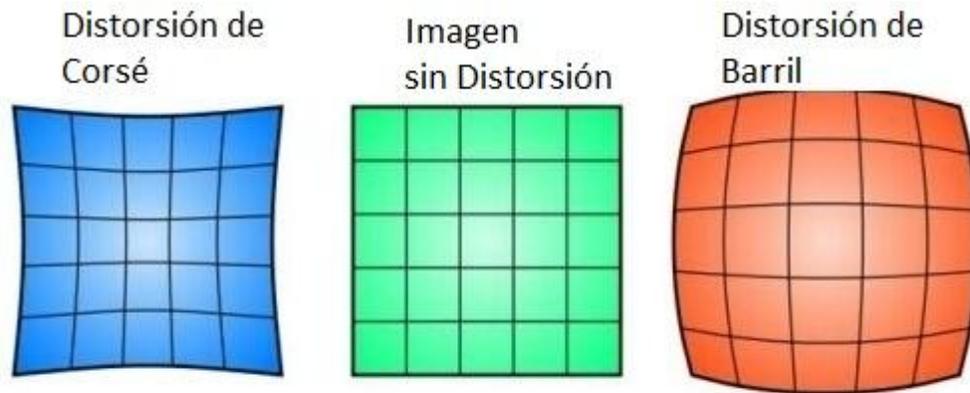


Figura4.15 Izquierdo: Imagen que presenta distorsión de corsé, Centro: imagen sin distorsión, Derecho: imagen que presenta distorsión de barril.

Esta variación de la posición de los puntos puede ser corregida si conocemos la distorsión involucrada en la lente. Para esto debemos entender cómo es que se están distorsionando las posiciones. Primeramente reconstruyamos la forma de propagación de rayos con aproximación paraxial como se muestra en la figura 4.16

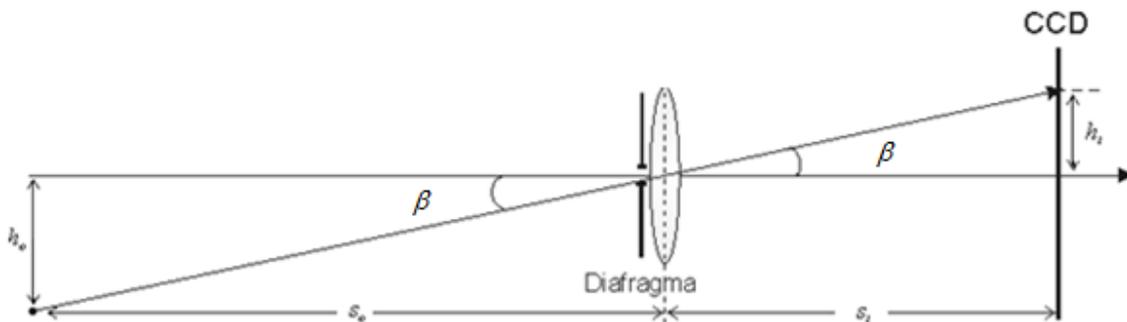


Figura4.16 Aproximación paraxial¹⁰

De donde se obtiene que:

$$-\frac{h_o}{s_o} = \frac{h_i}{s_i} \quad (4.8)$$

De este modo de acuerdo a la ley de Gauss para lentes Delgadas la amplificación transversal está dada por:

¹⁰ Imagen tomada de referencia [12]

$$r_i = M_T A r_i + M_T B r_i^2 + \{M_T C - EA^3\} r_i^3 + 3EA^2 B r_i^4 + E \{3AB^2 + B^3 + 3A^2 C\} r_i^5 + E \{6ABC + 3AC^2 + C^3\} r_i^6 + 3E \{B^2 C + BC^2\},$$
(4.12)

E igualando polinomios obtenemos se obtiene

$$A = \frac{1}{M_T}, \quad B = 0, \quad C = \frac{E}{M_T^4}.$$
(4.13)

Por lo que la ecuación (4.11) se transforma en

$$r_o = \frac{r_i}{M_T} + \frac{E r_i^3}{M_T^4},$$
(4.14)

y por lo tanto

$$h_i = M_T r_o = r_i + \frac{E r_i^3}{M_T^3}.$$
(4.15)

Donde tanto E como M_T dependen de s_0 y s_i . De modo que variarán dependido de la distancia del objeto y la imagen, si se desea conocer el coeficiente de distorsión a cualquier distancia s_0 , debe considerarse que el coeficiente E/M_T^4 es invariante ante las distancias imagen y objeto por lo que:

$$\frac{E(s_0)}{M_T(s_0)^4} = \frac{E(s_0')}{M_T(s_0')^4} = E'.$$
(4.16)

Debido a la ecuación de Gauss

$$M_T = \frac{F}{s_0 - F},$$
(4.17)

Con F el foco de la lente, sustituyendo (4.17) en (4.18) y despejando E para alguna s_0

$$E(s_0') = \frac{E(s_0)(s_0 - F)^4}{(s_0' - F)^4}.$$
(4.18)

De la cual esperamos una tendencia como la que se muestra en la figura 4.18

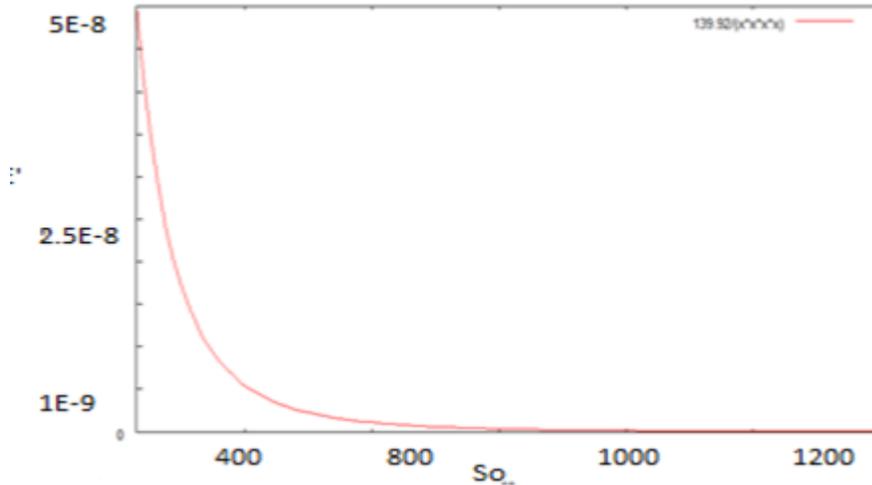


Figura 4.18 Gráfica de la tendencia de $E(s_0')$

4.8.1 Obtención de la distorsión en forma experimental

Consideremos una cuadrícula de las cuales conocemos sus dimensiones y adquiramos una imagen de ésta con la cámara que contiene la lente de estudio a una distancia s_0 conocida.

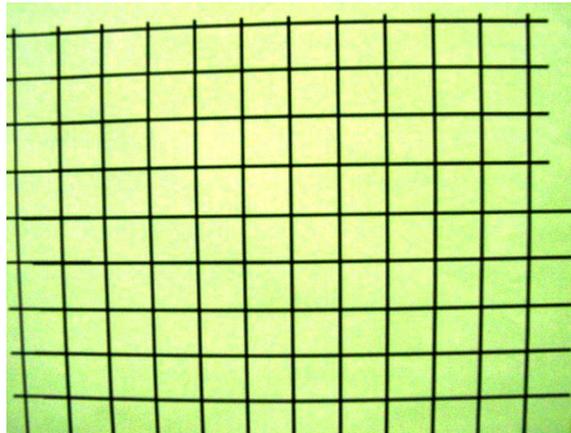


Figura 4.19 Cuadrícula de tamaño de cuadro de 2X2cm a una distancia de 23 cm, centrada en el eje óptico y enfocada.

Se calculan todos los puntos de las aristas los cuales serán las posiciones imagen, las imágenes objeto son conocidas por la manera de la construcción de esta cuadrícula.

Recordando la ecuación (4.14), generamos una gráfica de comparación entre ρ_i vs ρ_o , denominados como los radios imagen y objeto respectivamente, de los vectores que une las coordenadas de la imagen con el centro de origen (0,0) y aproximaremos a un polinomio de tercer orden, como se muestra en la figura 4.20.

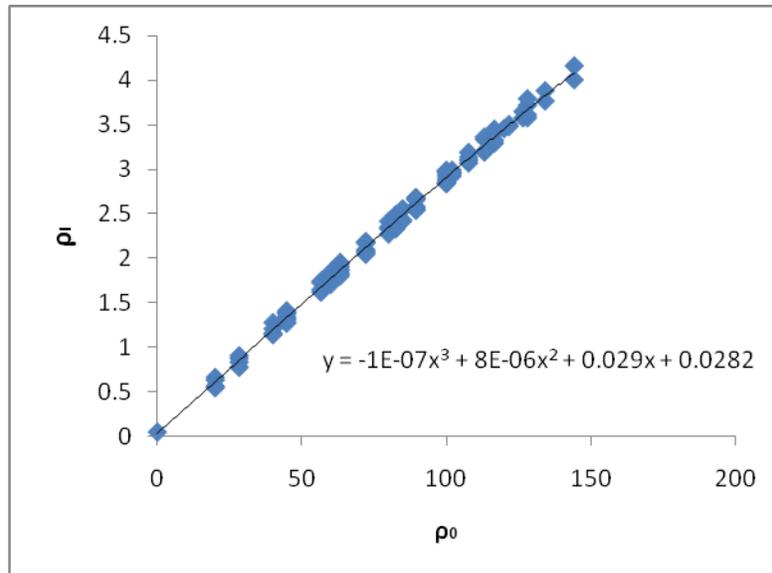


Figura 4.20 Cálculo de la Distorsión de una lente con su respectivo error de linealización

Como podemos notar en la figura 4.20 para una distancia de 23 cm tenemos una $E' = -1 \times 10^{-7} / \text{mm}^2$ y una M_T de .029, por lo que $E' = .1413 / \text{m}^2$ que será nuestro valor constante.

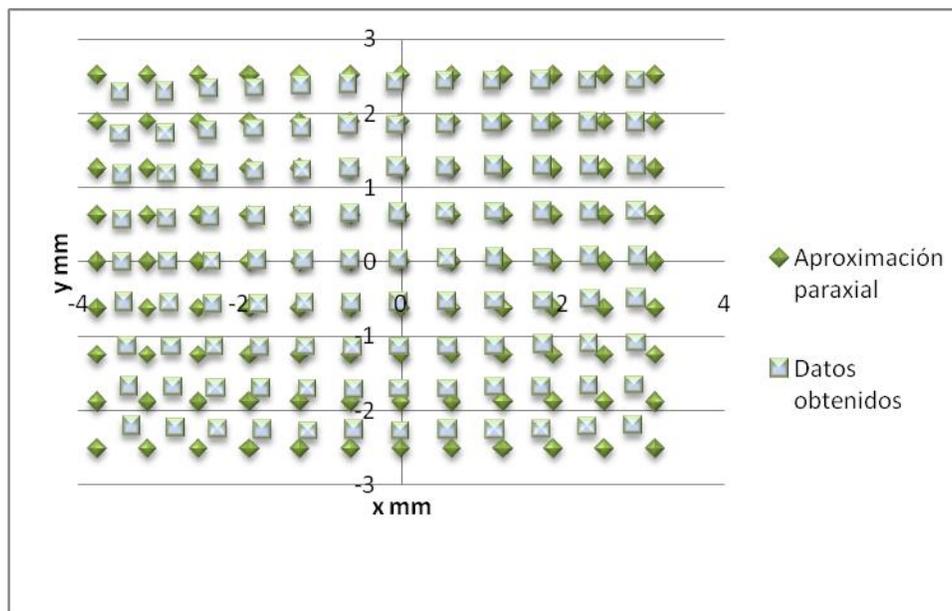


Figura 4.21 Distorsión de Barril

Comparando los datos de la aproximación paraxial con los obtenidos notamos que tenemos una distorsión de barril para el caso de esta lente, este tipo de distorsión se conservará para distintas distancias objeto no así el coeficiente E , que debe ser calculado de acuerdo a la distancia a la que se adquiera la imagen.

En nuestro caso esto es a una distancia “ b ” de 1371 mm, por lo cual la fotografía de la cuadrícula se ve como:

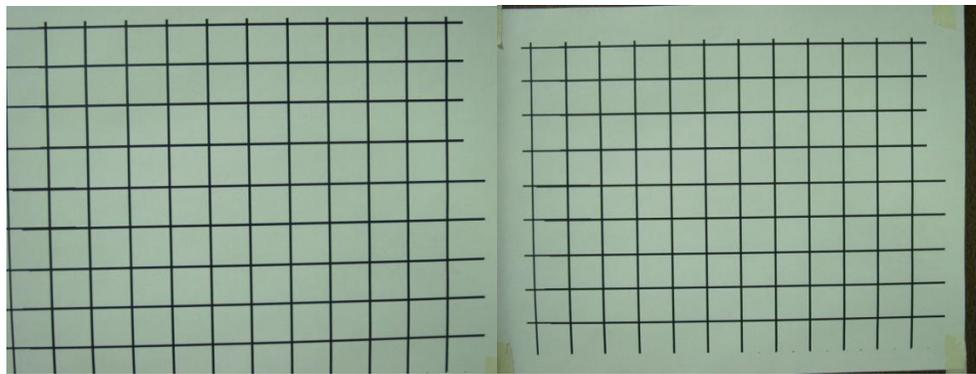


Figura 4.22 Distorsión a 1371 mm

En la imagen obtenida podemos ver la cuadrícula de puntos definidos, pero ésta no abarca toda la zona de estudio, lo cual dificulta el cálculo de la distorsión.

4.8.2 Extrapolación del coeficiente de distorsión

Hasta este momento sólo conocemos la distorsión para una distancia de 23 cm, por lo cual debemos hacer una extrapolación con los datos conocidos. Consideremos la ecuación (4.17), ésta conlleva una distorsión conocida a una distancia s_0 , como es nuestro caso, y mediante esta dependencia se puede conocer el parámetro E para alguna distancia s_0' . De modo que consideraremos medir la distorsión a distintas distancias para encontrar el comportamiento del parámetro E al variar la distancia:



295mm

350mm



700mm

1000mm

Figura4.23 Presentación de la cuadrícula a diferentes distancias.

Para cada caso se calculó la distorsión como ya fue mencionado anteriormente, y se obtuvo el factor de error en cada caso, la siguiente gráfica muestra la comparación de los datos obtenidos, con los esperados por la ecuación (4.18).

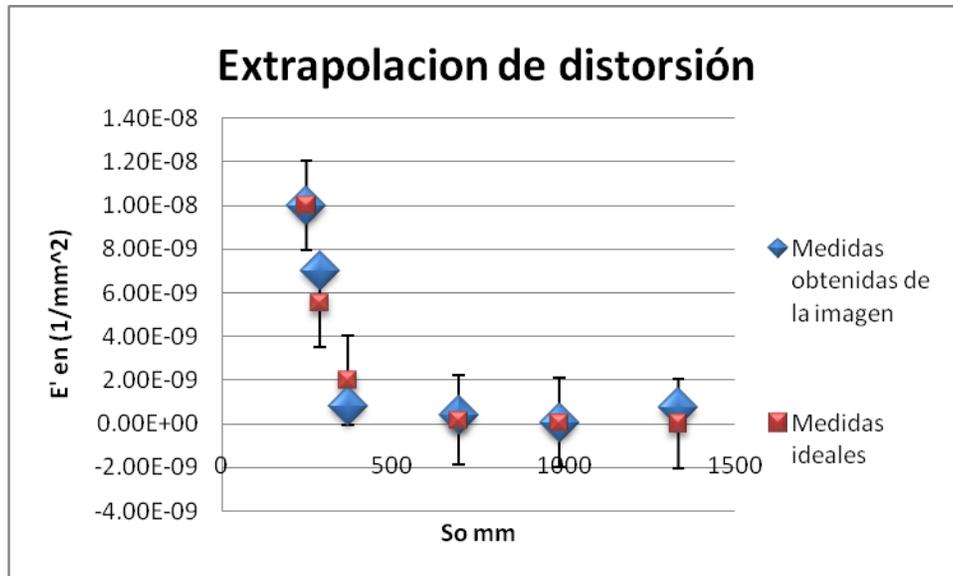


Figura 4.24 Extrapolación de la distorsión

Las barras de error muestran el error de la linealización y, como se puede observar, todos los datos están dentro de estas barras, lo que nos da la posibilidad de extrapolar y conocer la distorsión a la distancia “b” de 1371mm que necesitamos.

Para esta distancia b se obtuvo una $E = -1 \times 10^{-11} / \text{mm}^2$ con una amplificación de 0.005562.

Considerándose las coordenadas de la imagen (los centroides en el CCD) como x_i , se utiliza la ecuación (4.14) para encontrar los puntos objeto (x_0).

4.9 Integración

Conociendo las coordenadas correctas de la imagen se calcula la coordenada z que presenta cada punto. Para lograr este fin, se realiza la integración sobre el plano de la imagen que ya obtuvimos.

Se considera la superficie con algunos de sus puntos conocidos, se marcan trayectorias que pasen por estos puntos. El vector normal a la superficie es ortogonal a todas las trayectorias encontradas en la superficie, de modo que:

$$d\vec{s} \cdot \vec{N} = 0, \quad (4.19)$$

siendo $d\vec{s}$ el diferencial de trayectoria y \vec{N} la normal

entonces

$$(dx, dy, dz) \cdot (n_x, n_y, n_z) = 0, \quad (4.20)$$

por lo cual

$$z = - \left(\int \frac{n_x}{n_z} dx + \frac{n_y}{n_z} dy \right) + z_0. \quad (4.21)$$

La integral la calculamos por el método del trapecio:

$$z = \frac{-1}{2} \left[\sum_{i=0}^N (y_{i+1} - y_i) \left[\frac{n_{yi+1}}{n_{zi+1}} + \frac{n_{yi}}{n_{zi}} \right] + (x_{i+1} - x_i) \left[\frac{n_{xi+1}}{n_{zi+1}} + \frac{n_{xi}}{n_{zi}} \right] \right] + z_0. \quad (4.21)$$

Las trayectorias se generan con los puntos obtenidos por los centroides, asegurándonos que todas las trayectorias provengan del mismo punto (z_0) para considerar que todos los cálculos comienzan en la misma altura z .

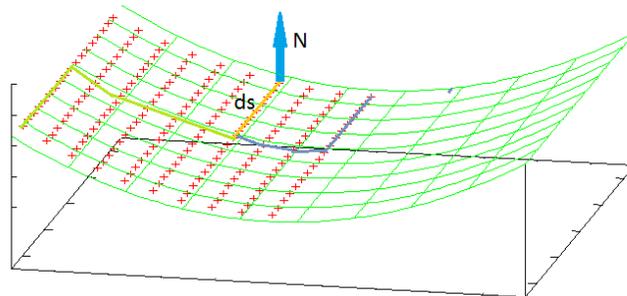


Figura 4.25 Figura esquemática de las trayectorias sobre la superficie

Considerando las trayectorias para el punto más céntrico posible por cada parte del espejo, tendremos que, las trayectorias quedan como se muestra en la figura 4.26, partiendo todas del mismo punto.

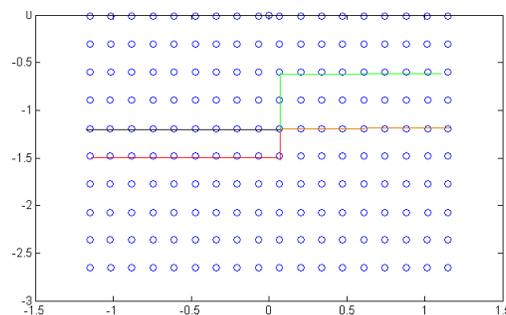


Figura 4.26 Trayectorias de integración

Una vez obtenidas las coordenadas z se construye la superficie real y se cuantifican las diferencias de ésta con respecto a la ideal, obteniendo así la magnitud de las deformaciones en cada punto.

En resumen, deben obtenerse los centroides de cada mancha, considerando separarlas por colores para evitar problemas de asignación. Las posiciones de dichos centroides se encuentran originalmente en píxeles, por lo que debe hacerse el cambio a coordenadas sobre el CCD por medio del tamaño del píxel. Estas posiciones deben ser modificadas considerando la distorsión de la lente, y son consideradas para generar trayectorias que nos ayudarán a obtener la coordenada z de cada centroide, por medio de la integral de trayectoria y así construir la superficie real.

Siguiendo el procedimiento descrito en el capítulo 4 en las secciones 4.4 a la 4.9, obtuvimos las coordenadas (x, y, z) de la superficie real en los casos de la pantalla infinitamente delgada en la parte superior del espejo y para la pantalla con grosor D para toda la superficie, los cuales son representados en la figura 5.2.

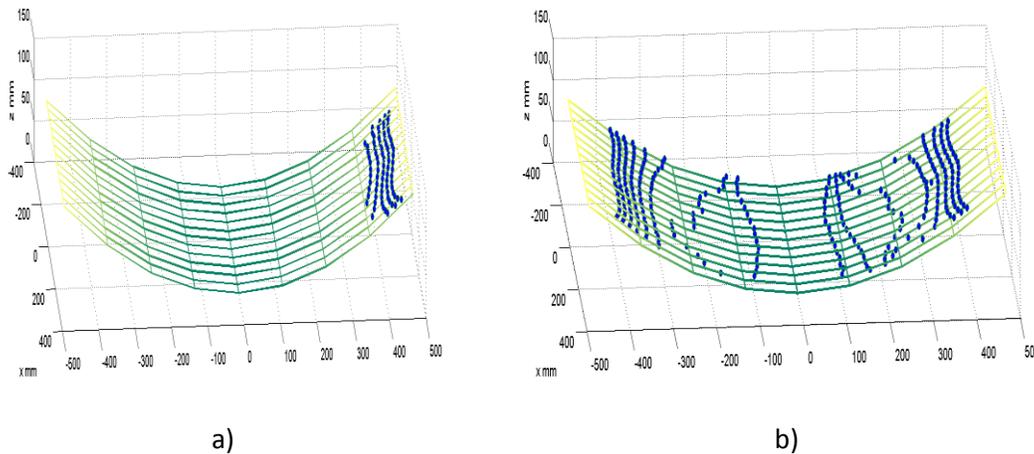


Figura 5.2 a) Gráfica de los puntos de evaluación para la pantalla infinitamente delgada, comparados con la superficie ideal con $f=497\text{mm}$, b) para la pantalla de grosor $D=16\text{mm}$, comparados con la superficie ideal con $f=497\text{mm}$.

Se observa que, para la figura 5.2 a), no se pudo evaluar la superficie en una área importante, debido a la dificultad de asignación de puntos y el embarramiento presente en las zonas cercanas al vértice (figura 5.1 a), mientras que para el segundo caso se tiene una evaluación sobre un área más grande, aunque persisten los problemas en el vértice y en los extremos. Debido a que la pantalla infinitamente delgada no nos permite evaluar un área grande de la superficie, la descartamos y continuamos trabajando con la de grosor D , recordando que debemos calcular el tamaño de la zona sin evaluación debido al grosor del soporte, en este caso es del 187mm (19.47% de la apertura de canal total del espejo) la cual fue calculada con la ecuación (3.14).

En la figura 5.3 se muestra la gráfica 5.2 b) de perfil en el plano yz con el fin de observar las diferencias entre los puntos reales e ideales.

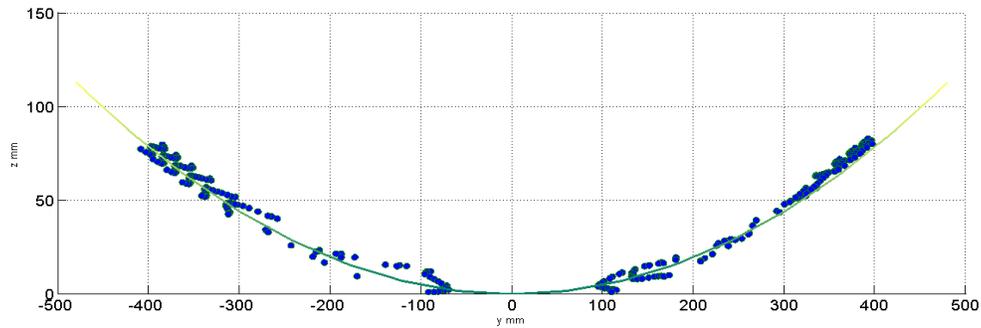


Figura 5.3 Perfil de la superficie ideal con $f=497\text{mm}$ y puntos experimentales en color azul.

En la figura 5.3 se observa que muchos de los puntos experimentales no caen en el perfil de la superficie ideal, de este modo podemos observar las deformaciones presentes en el espejo, en este perfil también puede notarse que existen zonas que no fueron evaluadas como los extremos y el centro. Sin embargo, hasta este momento, no hemos calculado la magnitud de dichas deformaciones. Para cuantificar las variaciones, vamos a realizar gráficas de las diferencias entre las coordenadas de la superficie “real” y la ideal.

5.2 Gráficas de deformaciones

Es importante notar que si la superficie real no presentase ninguna variación con la superficie ideal, la gráfica de deformaciones que se obtendría sería un plano xy con una altura z igual a cero al cual denotaremos como π_0

$$\pi_0 := (x, y, 0).$$

(5.1)

Para observar qué tan lejos estamos de este plano, proponemos dos tipos de gráfica de deformaciones; la primera será la gráfica de las diferencias en milímetros de la superficie real con respecto a la ideal y se representará en la vista desde el plano yz , en el cual idealmente tendría una línea constante en cero (debido a la forma de π_0). Mientras que la segunda mostrará (el plano xy) un mapa de contorno que representará la magnitud de la deformación en colores Δz (para el caso de π_0 será un plano de color homogéneo). En la figura 5.4 se muestra a π_0 visto desde el plano yz y su mapa de contornos en xy .

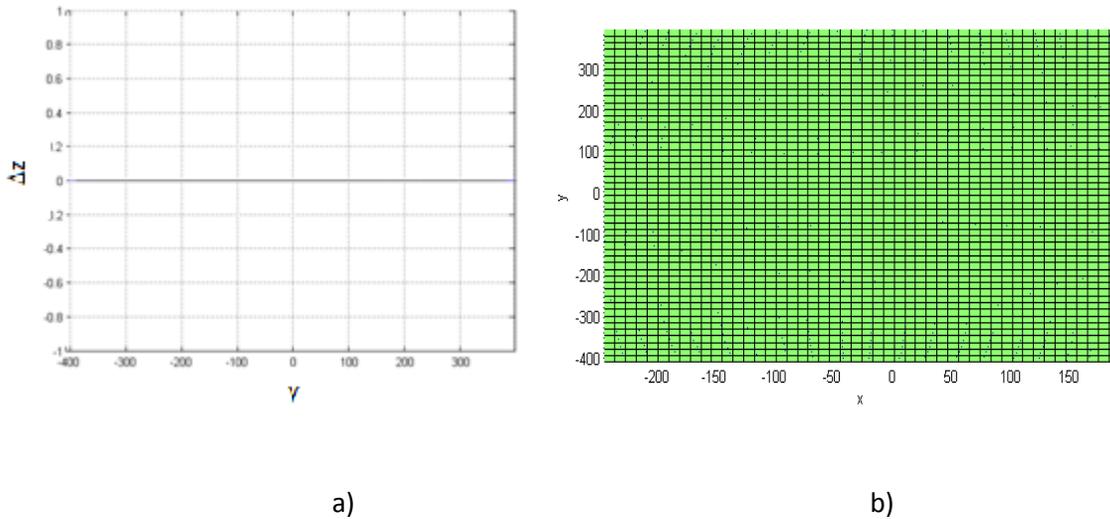


Figura 5.4 a) Plano π_0 visto desde el plano yz , b) mapa de contorno del plano π_0 .

Cualquier diferencia entre las gráficas obtenidas con los resultados experimentales respecto a los de la figura 5.4 serán debido a las deformaciones del espejo. En el caso de la figura 5.4 a), las deformaciones nos darán puntos alrededor de la constante cero, mientras que en el 5.4 b) observaremos zonas de colores que representarán valores específicos de z .

A continuación mostraremos algunas superficies y sus mapas de contorno, para observar las variaciones de dicha gráfica dependiendo de la forma de la superficie, para de este modo analizar los diagramas experimentales en el caso de nuestro espejo. Estas superficies se muestran en la figura 5.5.

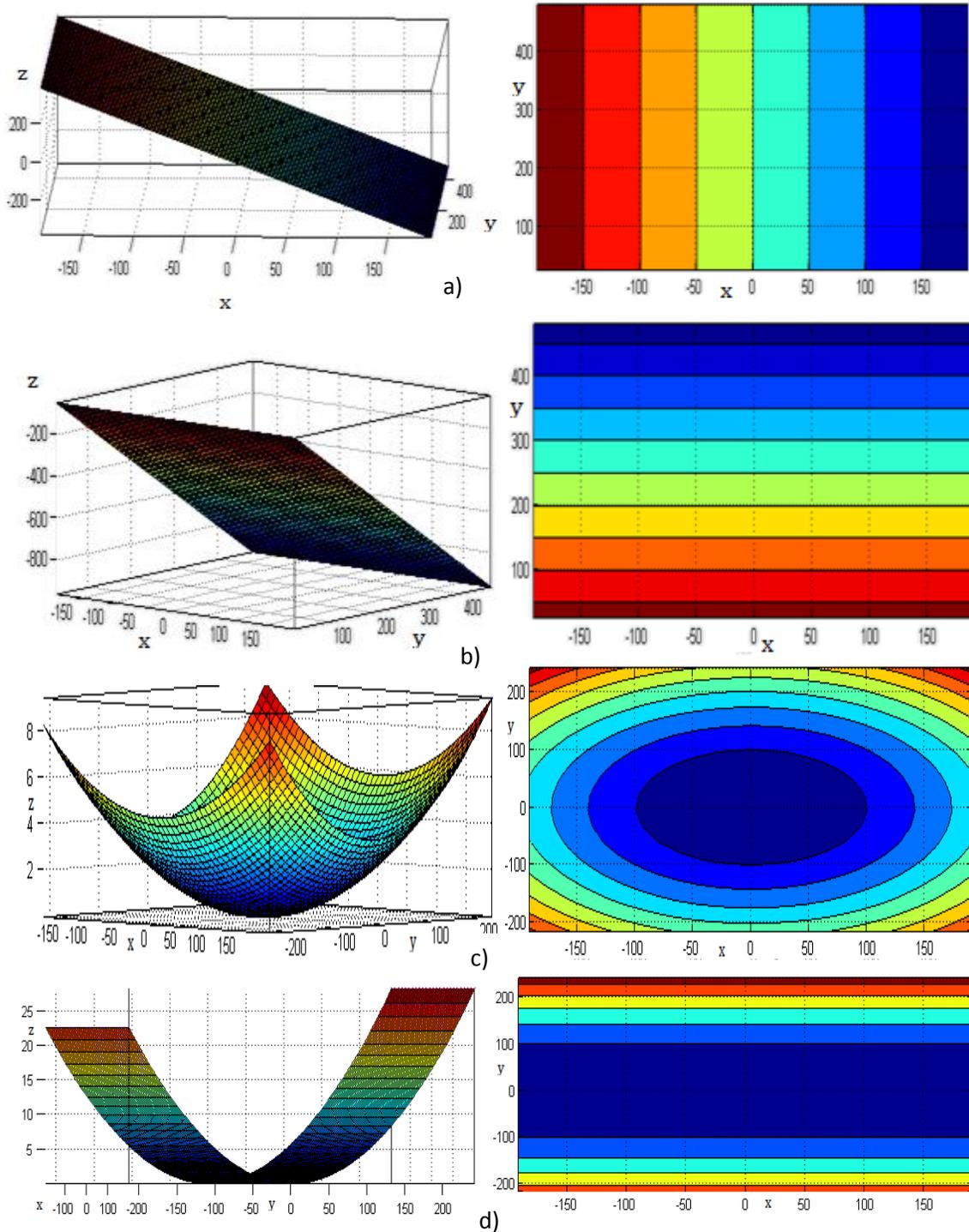


Figura 5.5 Superficies y sus respectivos mapas de colores. a) recta en el plano xz , b) recta en el plano yz , c) paraboloides y d) superficie cilíndrico parabólica.

En la figura 5.5 los casos a) y b) muestran superficies donde para alguna coordenada (ya sea x o y) mantiene una z constante y en la otra la variación es lineal, por lo que el mapa

de contornos muestra franjas de colores a lo largo de esta coordenada, también pueden ser interpretados como rotaciones del plano π_0 en el caso a) con respecto al eje x y en b) respecto al eje y . Mientras que en los casos c) y d) se muestran superficies con simetría; en el caso c) es radial, mientras que en d) es bilateral respecto al eje y . El mapa de contorno en el caso c) consiste de círculos concéntricos centrados en el origen; en d) franjas rectas del mismo color con simetría en el eje y .

Una vez observadas estas formas de los mapas de contornos, graficamos las diferencias entre la superficie real e ideal, en los dos tipos de gráficas de deformaciones que propusimos anteriormente de modo que pueden ser observados en la figura 5.6.

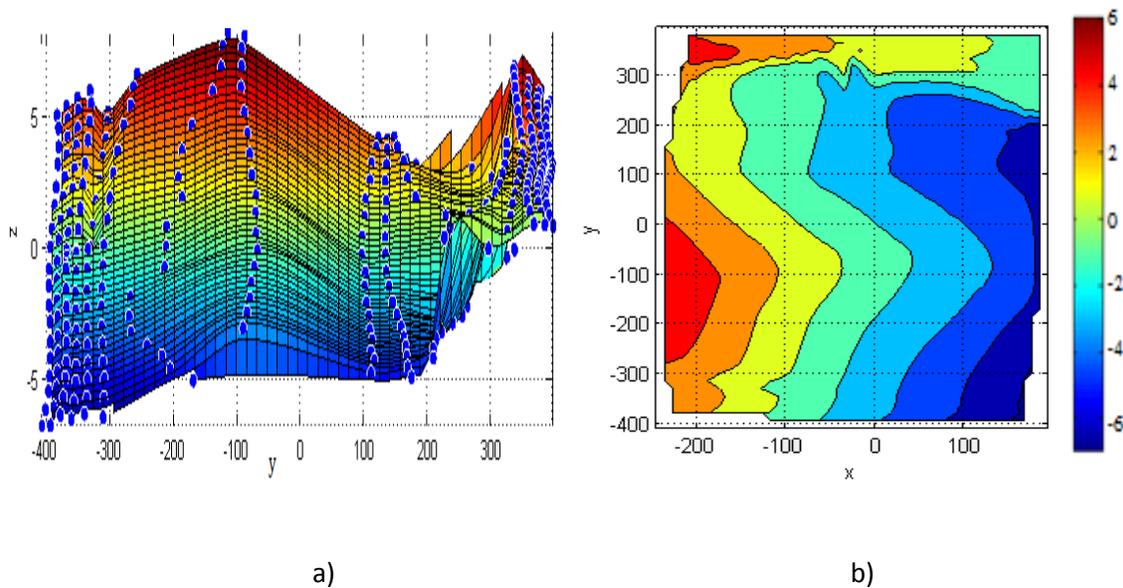


Figura 5.6 a) Gráfica de deformaciones (diferencias ente la superficie real y la ideal), para la pantalla de grosor $D=16\text{mm}$, para una superficie de $f=497\text{mm}$, b) mapa de contorno de a) ambos con $\sigma^2 = 2.75\text{mm}^2$ y con $rms = 3.55\text{mm}$ ¹²

Se puede notar que las deformaciones se encuentran en un rango de $[-5.5, 5.5]$ mm y aunque esta magnitud es mucho menor que las dimensiones del espejo, pueden considerarse de gran escala en comparación a las pruebas en otras superficies con esta técnica [5]. En el mapa de colores se puede notar que las deformaciones no tienen una simetría en ninguno de los dos ejes, y que presenta una forma que podemos comparar con la figura 5.5 a), lo cual nos dice que la superficie de deformaciones está rotada con

¹² σ^2 es la desviación estándar ($\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (z_i - \bar{z})^2}{N}$) y rms (root mean square) ($rms = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N z_i^2}{N}}$), con Z_i el valor de deformación, \bar{z} es la deformación promedio y N número total de deformaciones

respecto a x , y debido a que la superficie ideal no lo está, concluimos que la superficie real presenta esta rotación.

La desviación estándar y el rms, nos permite saber qué tanto difieren nuestros datos entre sí, debido a que su valor en este caso es una quinta parte del intervalo de deformaciones (aproximadamente), podemos notar que en promedio cada dato difiere un 20% de otro.

Todos estos resultados partieron de la idea de que el foco de la parábola era definido por el de las costillas, pero el foco de dicha parábola nunca fue medido, debido a que no era el propósito de este trabajo. Para darle completas a este estudio buscaremos un foco más adecuado a la parábola utilizando los datos obtenidos hasta ahora. Consideramos que cada coordenada (x,y,z) real que ya calculamos corresponde a una parábola de foco f y que todas estas parábolas tienen su vértice en $(0,0)$, de este modo asignaremos un foco a cada tercia de coordenadas despejando de la ecuación de la parábola en el plano yz ($z=y^2/(4f)$). Finalmente promediamos todos los focos obteniendo $f=511\text{mm}$.

Con este nuevo resultado, generamos una nueva pantalla, además de agregarle puntos que excedan la zona destinada a la superficie ideal, para que con esto logremos cubrir la zona de los extremos, usamos un $D=15\text{mm}$, y aumentamos la densidad de puntos, obteniendo así la pantalla mostrada en la figura 5.7.

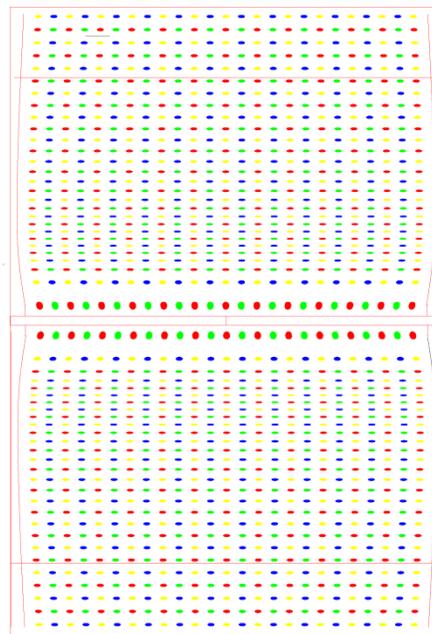


Figura 5.7 Pantalla de grosor $D=15\text{ mm}$, con 1400 gotas, las líneas en rojo marcan el área delimitada para superficie ideal

Para discernir entre los puntos de evaluación de la superficie ideal y los puntos extra que colocamos en ella, colocamos una línea roja, que idealmente debe reflejarse exactamente en los extremos del espejo.

Los resultados obtenidos para este caso se ven como se muestra en la figura 5.8:

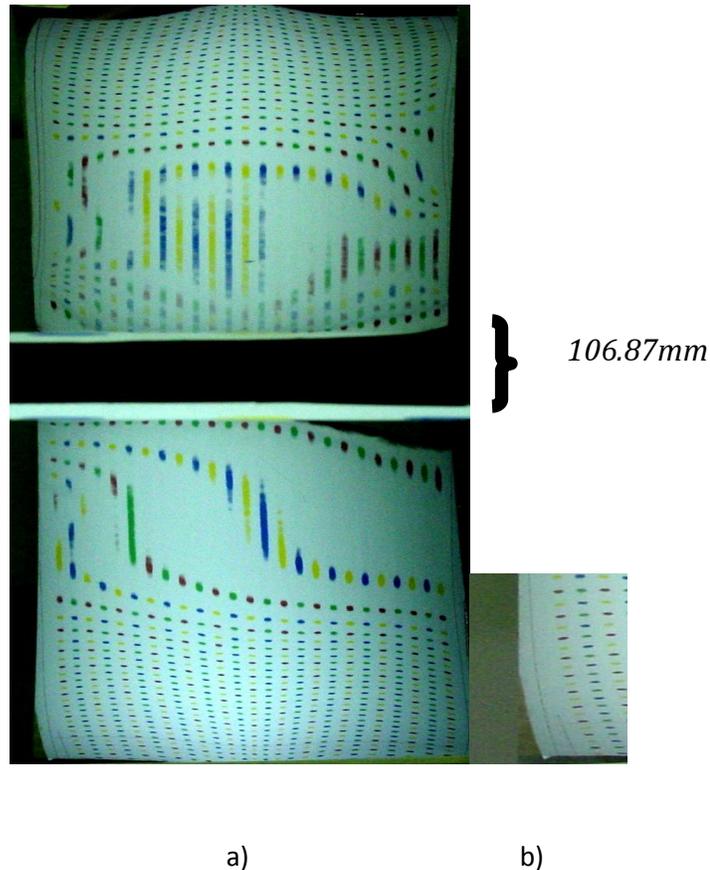


Figura 5.8 a) Fotografía obtenida para la pantalla de 1400 gotas, con puntos en la pantalla fuera del área ideal, con una zona oscura de 106.87 mm en el espejo (8.9% de la superficie total del espejo), b) muestra del detalle de la línea roja que llega a la orilla del espejo.

En este caso logramos cubrir un área más grande de la superficie y tener una mayor densidad de puntos, las zonas donde se presenta un embarramiento tienen un tamaño menor que en el caso de la pantalla diseñada para superficie ideal.

Los resultados de las coordenadas (x,y,z) en este caso fueron:

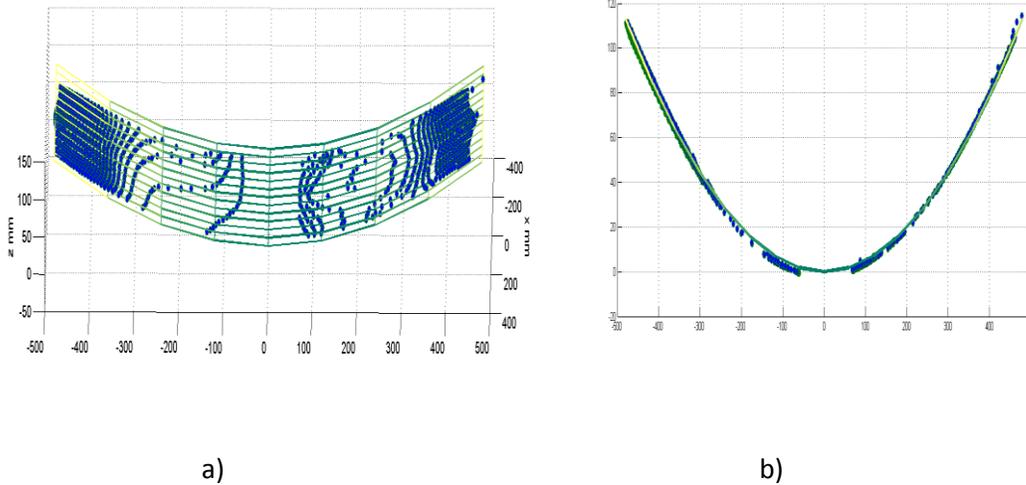


Figura 5.9 a) Gráfica de los puntos de evaluación para la pantalla de grosor $D=15\text{mm}$, comparados con la superficie ideal con $f=511\text{mm}$. b) Perfil de la superficie ideal con $f=511\text{mm}$ y puntos experimentales en colores en azul.

Notamos que en este caso los puntos reflejan un mejor ajuste en el perfil, y que en la superficie tenemos una mayor densidad de puntos, cubriendo zonas que antes no tenían puntos de evaluación además de tener una menor área oscura que en el caso anterior ($D=16\text{mm}$ y $f=497\text{mm}$).

Las gráficas de deformaciones en este caso se muestran en la figura 5.10.

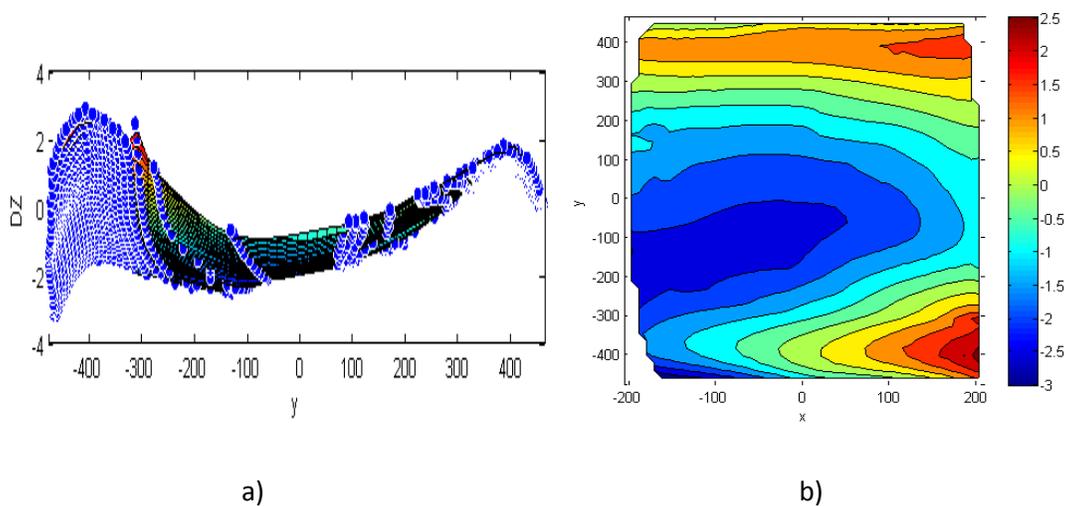


Figura 5.10 a) Gráfica de deformaciones (diferencias entre la superficie real y la ideal), para la pantalla de grosor $D=15\text{mm}$, para una superficie de $f=511\text{mm}$, b) mapa de contorno de a) ambos con $\sigma = 1.3\text{mm}^2$ y $\text{rms} = 1.09\text{mm}$

En la figura 5.10 se observa que las deformaciones están un rango de $[-3,2.5]$ mm que es más pequeño que en el caso anterior. En el mapa de contorno es posible observar franjas del mismo valor a lo largo del eje x , lo cual por analogía de la figura 5.5 b), nos dice que la superficie de deformaciones está rotada con respecto a y , mientras que en la parte posterior del mapa de contorno observamos líneas que nos indican una rotación en el eje x (por analogía a la figura 5.5 a)), concluyendo así que la superficie de deformaciones está torcida (tiene varias rotaciones involucradas) , lo que indica que la superficie ideal también lo está.

Comparando con los datos obtenidos de la pantalla con grosor $D=16$ mm mostrados anteriormente, podemos notar que en estos nuevos resultados el intervalo de magnitud de las deformaciones ha disminuido, además de observar que la rotación de la segunda superficie de deformaciones es menor que en el primer caso, lo cual nos asegura que estamos acercándonos más al plano π_0 y que por lo tanto; la segunda superficie se acerca más a la superficie real que la de $f=497$ mm.

De este modo cumplimos con el objetivo de encontrar las deformaciones presentes en la superficie de $f=497$ mm la cual es la superficie que nosotros diseñamos y además se cumplió con dar una mejor aproximación al foco de la parábola y abarcar una zona más grande de evaluación.

5.3 En busca de la superficie real

Conociendo las deformaciones, nos dedicaremos a conocer qué superficie tenemos realmente. Para esto ajustaremos una función a los puntos obtenidos en la integración, aproximándonos a la superficie con polinomios más generales que contengan términos de dependencia en y y en x , de los cuales obtendremos los coeficientes por medio del programa Matlab.

Consideramos el polinomio de la forma:

$$P1y^2 + P2y + P3x + P4 = z. \quad (5.2)$$

Esta forma corregirá la rotación en y y en x , mientras deja el segundo grado en y característico de la parábola y da oportunidad a tener un término libre que ayude al ajuste de altura.

El programa Matlab¹³ arroja los siguientes resultados:

¹³ Refiérase al apéndice A para observar como calcular estos coeficientes con Matlab.

Tabla 5.1 Coeficientes para la aproximación a un polinomio de segundo orden de la ecuación (5.2)

	Valor e intervalo de incertidumbre
P1	0.0004 (0.0004947 0.0004959)
P2	0.0013 (0.001259 0.001422)
P3	0.0059 (0.00559 0.006263)
P4	-0.5797 (-0.6648 -0.4945)

Teniendo los coeficientes, graficamos la superficie real aproximada y comparamos los resultados, como en los casos anteriores, observando la tendencia de la gráfica de deformaciones (en este caso ya no se muestran perfiles ni comparación con la superficie ideal, porque en los casos anteriores estas gráficas sólo fueron usadas para observar el tamaño del área de evaluación).

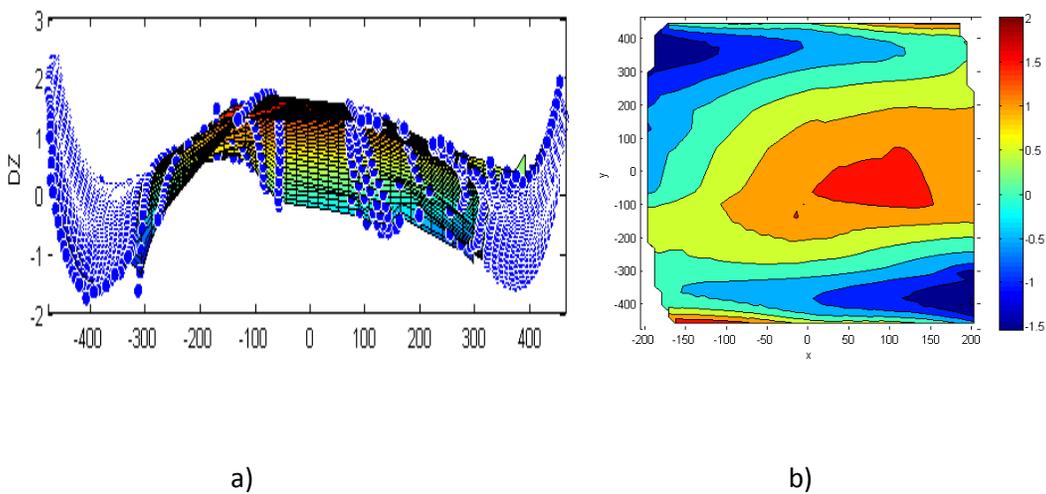


Figura 5.11 a) Gráfica de deformaciones (diferencias entre superficie real y la que cumple la ecuación 5.2 con coeficientes de la tabla 5.1), b) mapa de contorno de a) ambos con $\sigma = .78\text{mm}^2$ y $\text{rms} = .83\text{mm}$

En la figura 5.11 se observa que las diferencias ha cambiado de un intervalo de [-3,2.5] mm a uno de [-1.5,2.5] mm. No se obtiene una simetría en cuanto a las diferencias en los extremos el espejo, dado que en el mapa de colores no muestran franjas con la misma magnitud de deformaciones a lo largo del eje x, las magnitudes grandes se encuentra en los extremos y en el centro del espejo, por lo cual podemos concluir que en estas zonas la aproximación no es la adecuada. Para intentar aproximar los extremos propondremos un polinomio con un grado superior, para eliminar las rotaciones, se propone que tengan términos cruzados, por lo que el polinomio propuesto tiene la forma:

$$P1y^4 + P2y^2 + P3y + P4yx + P5x + P6 = z. \quad (5.3)$$

Este polinomio nos corrige la rotación de la superficie en el caso de una rotación de x y la de y, además de que el grado cuarto ayudara a aproximarnos a los extremos.

Cuyos coeficientes obtenidos con Matlab en este caso son:

Tabla 5.2 Coeficientes para la aproximación a un polinomio de grado cuarto con coeficientes mixtos de la ecuación (5.3)

Coeficiente	Valor e intervalo de incertidumbre
P1	-6.01 e-11 (6e-010 6.023e-010)
P2	0.0005286 (0.0005277 0.0005294)
P3	0.001274 (0.001241 0.001308)
P4	-1.193e-005 (-1.231e-005 -1.155e-005)
P5	0.005312 (0.005175 0.00545)
P6	-2.023 (-2.071 -1.974)

De donde se obtiene los siguientes resultados comparativos:

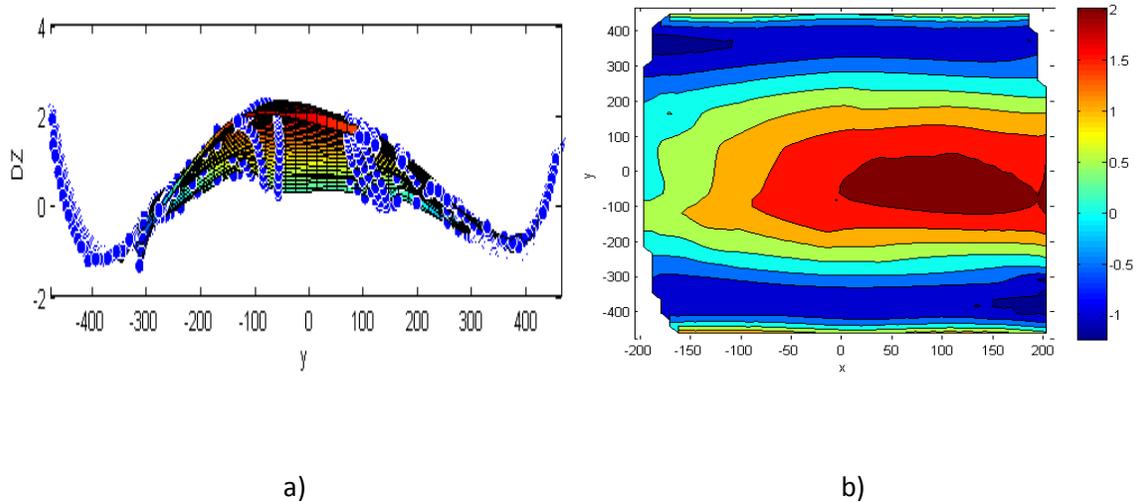


Figura 5.12 a) Gráfica de deformaciones (diferencias entre superficie real y la que cumple la ecuación 5.3 con coeficientes de la tabla 5.2), b) mapa de contorno de a) ambos con $\sigma = 0.76\text{mm}^2$ y $\text{rms} = 0.79\text{mm}$.

En la figura 5.12 se observa que el rango de diferencias ha cambiado de $[-1.5, 2.5]$ mm a $[-1.5, 2]$ mm, las magnitudes grandes siguen localizándose en los extremos y en el centro del espejo, pero se han conseguido una simetría en la superficie de deformaciones, además de disminuir la desviación estándar y el rms, con respecto a los casos anteriores.

Muchos más polinomios pueden ser propuestos para encontrar la superficie real sin embargo en este caso el polinomio de grado cuarto y términos cruzados es el más cercano a la superficie ideal debido a que la magnitud de las deformaciones, la desviación estándar y el rms son menores en comparación a los demás polinomios propuestos anteriormente, concluyendo así que la ecuación más cercana de los propuestos aquí a la superficie real es la propuesta en la ecuación (5.3).

5.4.1 Variaciones en la Razón de Concentración debido a las deformaciones

En el capítulo 1 fue mencionado cómo se calcula la Razón de concentración (RC) para los concentradores Cilíndrico Parabólicos, la cual fue definida en términos del ángulo θ por la ecuación (1.8), en ese capítulo también se dijo que este ángulo se debía a la desviación que sufren los rayos debido a varias circunstancias como los errores del sistema de seguimiento de rayos, el hecho de que el Sol no es una fuente puntal, inclusive por las deformaciones.

Para observar cómo varía la RC con respecto a las deformaciones consideraremos que θ sólo es producido por el hecho de que el Sol no es una fuente puntual.

Consideramos que estamos sobre la superficie de la tierra y vemos los rayos de luz que nos llegan directo del Sol, dichos rayos formaran un ángulo θ , como se muestra la figura 5.13.

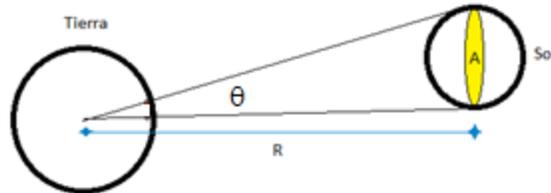


Figura 5.13 Diagrama de los rayos que llegan a la tierra formando un ángulo θ

Para calcular θ , consideramos el diámetro del Sol y la distancia del Sol a la tierra; estas medidas se encuentran en la tabla 5.3

Tabla 5.3 Constantes utilizadas para el cálculo del ángulo solido

Constantes	Valor
Radio de Sol	$1.392 \times 10^9 \text{m}$
Distancia del Sol a la Tierra (R)	$1.496 \times 10^{11} \text{m}$

Sacando la tangente inversa de la relación entre el diámetro del Sol y la distancia a la tierra se obtiene que tiene $\theta = 0.25^\circ$. A su vez este valor se utiliza en la ecuación (1.8) ($L = 960 \text{mm}$ y $l = 387 \text{mm}$), para obtener que $RC = 114$, es decir, que nuestros rayos se concentran en un área 114 veces más pequeña y que, de no tener deformaciones, ésta sería la RC máxima. Una vez calculada la RC, de ésta se despeja el radio de la ecuación (1.1), obteniendo que $r = 4.21 \text{mm}$.

Esto significa que si la superficie no tuviera deformaciones, todos los rayos incidirían en el espejo y se concentrarían en un tubo de $r = 4.21 \text{mm}$ localizado en su foco ideal ($f = 497 \text{mm}$).

Para observar cómo afectan las deformaciones se propone hacer cálculos de propagación de rayos que lleguen paralelos al eje óptico (el eje z) a los puntos reales que obtuvimos, después encontrar el rayo reflejado de dichos rayos considerando el vector normal calculado de cada punto y ver su intersección con un cilindro localizado en $z=497\text{mm}$ con radio $r=4.21\text{mm}$. Es importante resaltar que para este cálculo no se utilizaron los puntos obtenidos después de la integración (ya que sólo necesitamos las coordenadas (x,y) y su normal), por lo que los siguientes cálculos no contienen el error debido al método de trapecio. Permitiendo así que la técnica de Pantalla Nulas funcione para los siguientes cálculos con mínimos errores.

En esta muestra sólo tomamos 1129 (recordamos que la pantalla tenía 1400 puntos pero varios no fueron reflejados por el espejo) puntos caracterizados de la superficie, encontramos que de ellos únicamente 314 incidieron en el cilindro, mientras que los demás cayeron fuera de esta zona, en la figura 5.14 se observan en verde los puntos que caen en el cilindro, mientras que en rojo se muestran los puntos que no entraron en él.

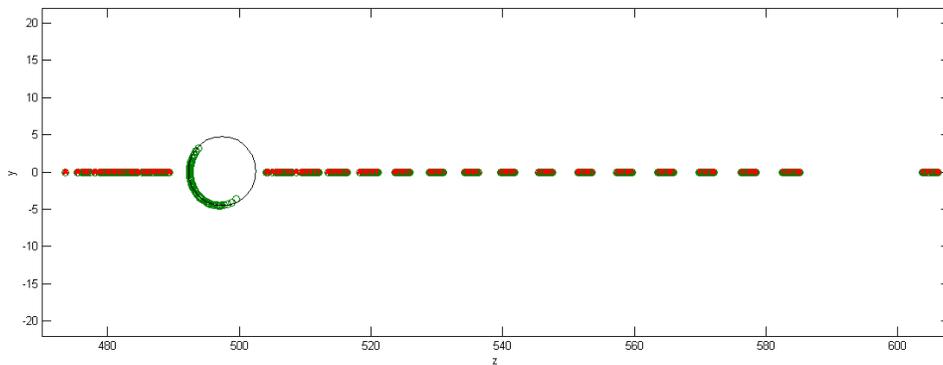


Figura 5.14 Rayos incidentes en la zona de concentración con forma cilíndrica cuyo eje central se ubicada en $z=497\text{mm}$ y con radio $r=4.21\text{mm}$ y rayos que caen fuera del cilindro.

Podemos notar que las deformaciones están afectando seriamente a la cantidad de rayos que deberían de incidir idealmente y que por lo tanto modifican la RC.

Para cuantificar cuánto está variando, debemos obtener qué área del espejo ocupan los puntos de incidencia correspondientes a los rayos reflejados, que si inciden en la zona de concentración. Para encontrar esta área, debemos asignarle un pequeño segmento de espejo a cada punto que estemos considerando.

Se consideran las coordenadas de los centroides sobre el plano xy y se dibuja una cuadrícula que delimita a cada uno de estos puntos otorgándoles un área a cada uno como se muestra en la figura 5.15.

Esta cuadrícula se construye generando líneas que unan a todos los puntos por filas y por columnas, después se considera el punto intermedio entre cada punto; estos puntos intermedios son unidos en otra cuadrícula y se borra la cuadrícula inicial, quedando los puntos situados en el centro de un “cuadrado” que delimita su área.

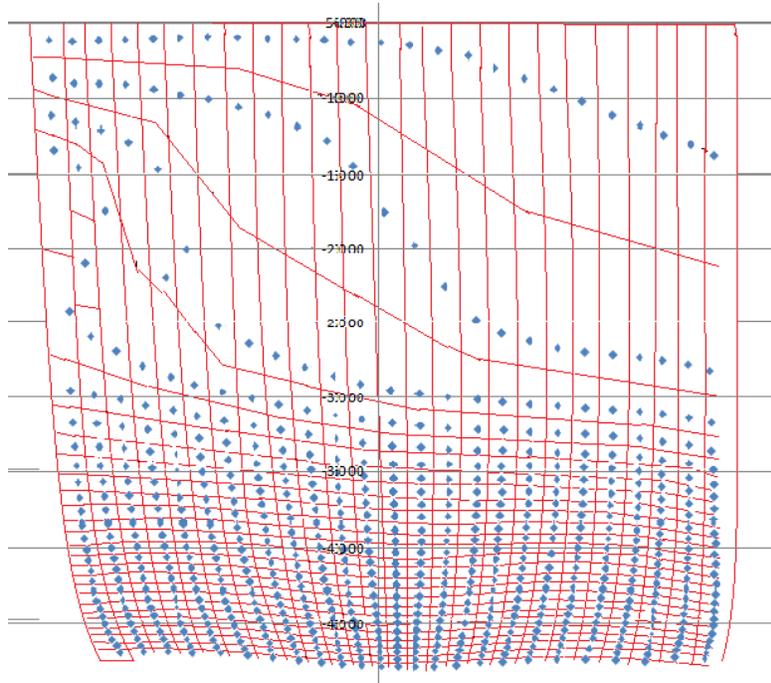


Figura 5.15 Ejemplo de la realización de cuadrícula para asignación de área a cada punto

Una vez asignada un área a cada punto, se separan los puntos cuyo vector reflejado incidió en la zona y se cuantifica que área ocupan en total, en el caso del cilindro ubicado en $z=497\text{mm}$ y con $r=4.21\text{mm}$, tenemos un área de incidencia de 97931.94mm^2 (el área total ideal es de 212640mm^2), obteniendo así un $\text{RC}_{\text{real}}=49.1$, teniendo un 56.9% de RC menos que el ideal, esto es debido a las deformaciones

Quizá la primera idea que surge es que sí es mayor la cantidad de rayos que inciden en esta zona mayor será la RC, por lo que intentaremos tener una mayor incidencia de rayos y observaremos como varía RC si modificamos la ubicación o tamaño del cilindro.

5.4.2 Cambio de tamaño de la zona de concentración.

En el caso anterior se consideró un ángulo θ que sólo se debía al ángulo subtendido por el sol y que no contemplaba las deformaciones, por lo que en esta sección se calcula θ con respecto a dichas deformaciones.

Nuevamente se envían rayos paralelos al eje óptico (z) y de nuevo se calcula su vector reflejado con respecto a los vectores normales calculados anteriormente; finalmente, se busca su intersección con el plano xz , para observar su distribución sobre el eje z . En la figura 5.14 se muestra cómo es la incidencia de dichos puntos sobre el plano xz , puede notarse que las variaciones entre la línea ideal de intersección contra el punto real generan un ángulo de abertura; este ángulo será nuestro ángulo θ , el cual nos permitirá calcular un radio en el que inciden todos los rayos que consideramos. A su vez cada uno de estos rayos generan un θ distinto, por lo cual se considera el ángulo mayor de modo que todos los demás están contenidos en éste, obteniendo $\theta=7.04^\circ$ (aproximadamente 28 veces mayor que en el caso ideal), generando un radio de $r=75\text{mm}$ y por lo tanto un $\text{RC}=64$. El tamaño de este cilindro con respecto a θ se observa en la figura 5.16.

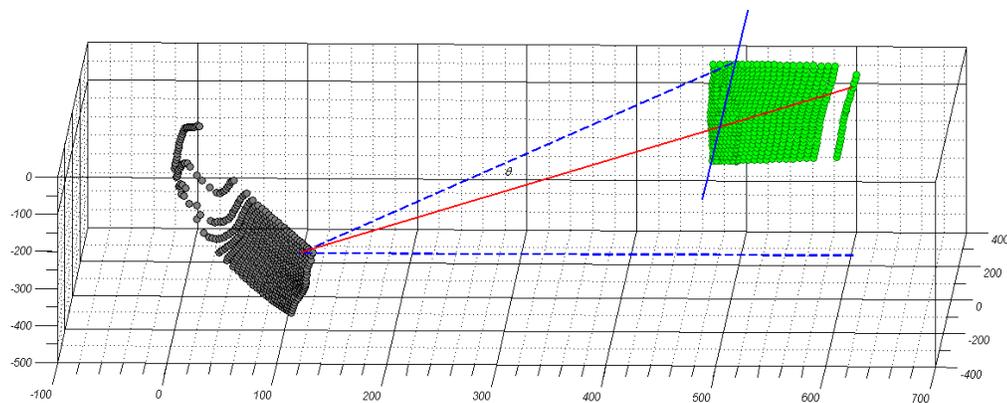


Figura 5.16 ángulo θ debido a las deformaciones donde los puntos en gris son los puntos de la superficie real y los verdes la incidencia de los rayos reflejados en el plano xz (sólo se muestra el caso de la parte inferior del espejo).

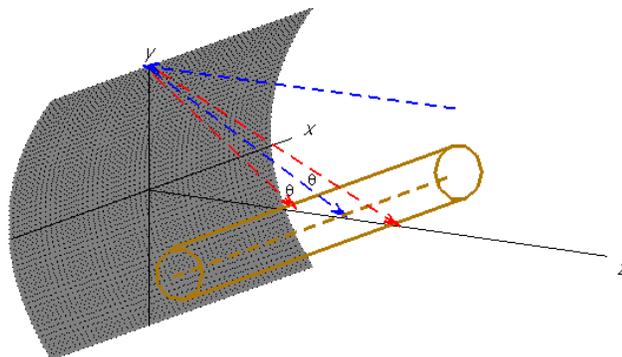


Figura 5.17 relación del ángulo θ con respecto al tamaño del cilindro de la zona de concentración

De aquí podemos observar que con este nuevo cilindro la RC tiene 46.36% de diferencia con respecto a la ideal ($RC_{ideal} = 114$), lo cual demuestra que para el caso de cambiar el tamaño del cilindro tenemos una ganancia de casi el 11%.

5.4.3 Cambio de ubicación de la zona de concentración.

En la figura 5.18 se muestran los puntos de intersección de los rayos reflejados en el plano xz, en esta figura se remarca la zona de concentración del espejo ideal, con lo cual se puede observar que pocos de estos puntos caen dentro de ésta provocando que tengamos pérdidas. En la sección anterior se propuso hacer un cambio en el radio de la zona de concentración para garantizar que más puntos incidieran en ella, en esta sección se propone considerar la distribución de puntos de incidencia sobre el plano xz para cambiar la ubicación del cilindro y observar como varía RC.

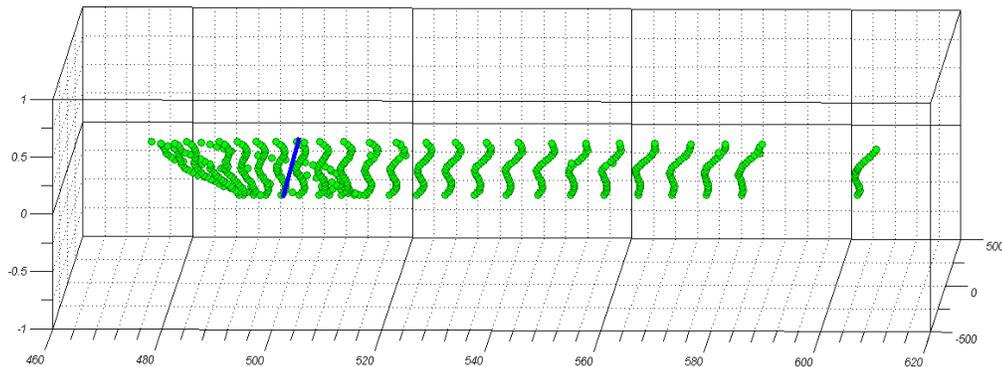
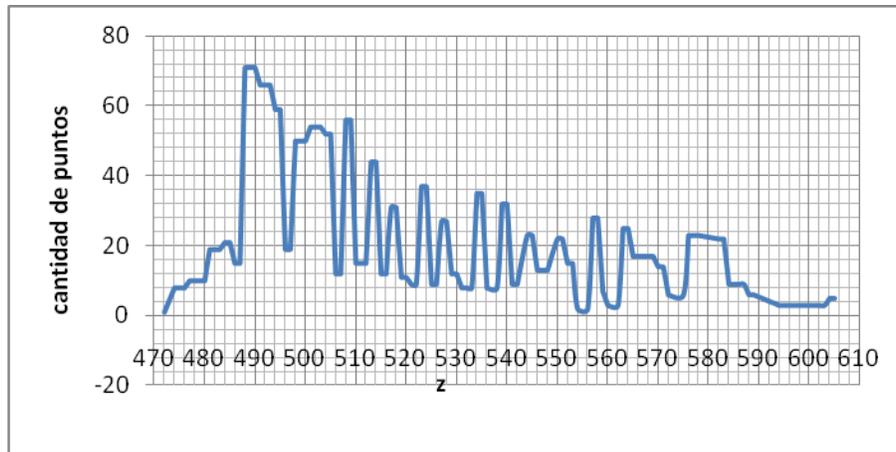
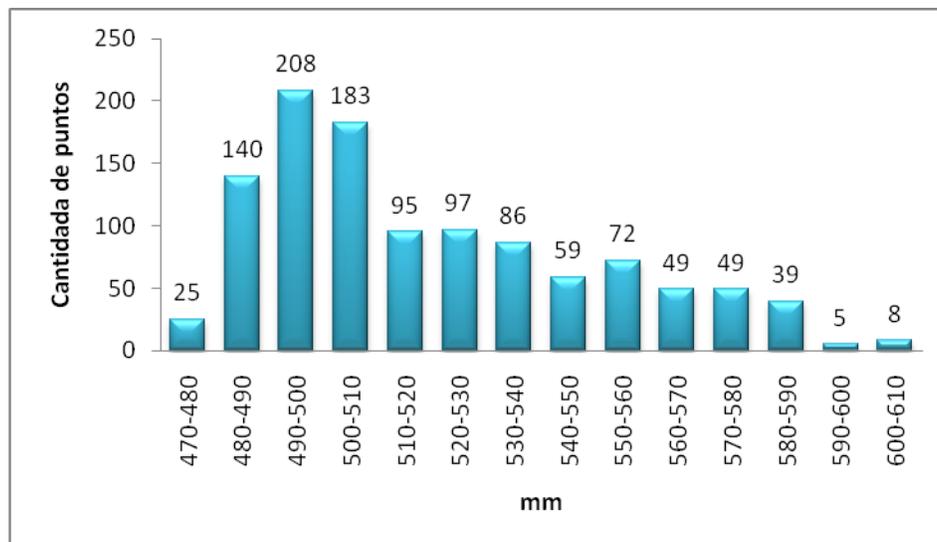


Figura 5.18 Puntos de incidencia de los rayos reflejados sobre el plano xz

La figura 5.19 muestra la distribución de puntos que representan el lugar de incidencia en el plano xz, considerando sólo la coordenada z (ya que en ésta es donde varía la ubicación de la zona de concentración).



a)



b)

Figura 5.19 Distribución en la coordenada z de los puntos de incidencia en el plano xz de los rayos reflejados a) cada milímetro b) cada diez milímetros.

En estas distribuciones se observa que entre 490 y 570 milímetros se encuentran un gran número de puntos de incidencia, por lo cual se propone localizar al cilindro en esta zona y que se encuentre más cercano a la zona de los 490mm.

Se tomó un cilindro con el radio de concentración ideal ($r=4.21\text{mm}$) pero ahora ubicado en 492mm como centro, obteniendo 343 rayos incidentes(29 rayos más que cuando se localizaba su centro en 497mm), nuevamente se calculó el área del espejo sobre el que inciden los rayos con el método antes mencionado (sección 6.3.1) y se encontró que esta área es de 110786.5mm^2 , obteniendo una $RC=55.6$, teniendo una disminución con

respecto al RC ideal del 51.22% que implica una ganancia del 6% con respecto al caso donde el cilindro se ubica en 497mm..

De estos primeros resultados, puede inferirse que lo más adecuado es hacer una combinación de estos dos métodos, observar si es que arrojan mejores resultados y buscar algún calculo que correlacione estos dos aspectos. Hasta este momento, sólo se realizaron cuatro pruebas variando el tamaño y la ubicación; los resultados obtenidos fueron los siguientes:

Tabla 5.4 Variaciones de tamaño y ubicación de la zona de concentración

Caso	Centro del cilindro mm	Radio del cilindro mm	Área ideal de captación mm²	Área real de captación mm²	RC ideal	RC real	Diferencia porcentual de la RC real con respecto a la ideal %	Porcentaje de rayos captados %
A	497	4.21	212640	97931.94	114	49.13	56.9	27.8
B	492	4.21	212640	110786.51	114	55.57	51.22	30.3
C	497	75	212640	21640	114	64	43.38	100
D	497	6	212640	162510	114	61.14	46.36	38.8
E	492	6	212640	180083	114	67.75	40.57	34.10

En la tabla 5.4 se observan los casos en que la zona de concentración es un cilindro centrado en el algún punto del eje óptico (z) y con un radio r .

En el caso A se muestran las condiciones ideales de la zona de concentración, es decir, $r=4.21\text{mm}$ y centrado en 497mm, en cual sólo se captaron el 27% de los rayos y se obtuvo una $RC=49.13$, teniendo una disminución con respecto a la RC ideal del 56.9% con respecto a la RC ideal. El caso B muestra la variación de la zona de concentración variando su centro y con el mismo radio de A, en este caso podemos notar que la RC y el porcentaje de rayos captados aumenta, logrando así que el porcentaje de RC perdido disminuya. En el caso C, se observa una zona de concentración centrada en 497mm y con un radio superior a los demás (75mm), en esta zona inciden el 100% de los rayos pero la RC presenta una disminución de la RC con respecto a la ideal de 43.38 %. Mientras que en los casos D y E

se muestra una zona de concentración con el mismo radio pero el centro varia, se observa que D tiene un porcentaje menor de rayos captados que E, sin embargo presenta una RC mayor y por lo tanto las pérdidas son menores.

Estas diferencias se deben a que no todos los rayos tienen la misma área asignada y por lo tanto la RC dependerá de que puntos sean los seleccionados de acuerdo a su incidencia.

La importancia de estos datos, se observará en la eficiencia del concentrador, lo cual es motivo de trabajos posteriores. Hasta este punto esta tesis ofrece una técnica para la evaluación de la superficie de un concentrador cilíndrico parabólico (la técnica de Pantallas Nulas), la cual nos permite observar deformaciones del orden de decimas de milímetro a milímetros, para este caso, por medio de óptica de rayos y métodos numéricos para la reconstrucción de la superficie real, además de ofrecer un método de análisis de la zona de concentración utilizando las normales obtenidas por esta técnica, y lo más importante, sin necesidad de conocer la superficie ideal.

Conclusiones

En este trabajo se propusieron, cambios en la técnica de pantallas nulas para la medición de la forma de concentradores Cilíndrico Parabólicos. Se demostró de forma práctica las ventajas de esas propuestas, siendo esencialmente las siguientes:

Durante el diseño de la pantalla nula, se consideró el grosor D del soporte y se incluyeron cambios en color de las manchas en las pantallas. Estos dos nuevos diseños tienen ventajas con respecto a la pantalla infinitamente delgada, tanto en la manera de alineación como en la manera de asignación de los puntos aumentando el área total de evaluación de la superficie.

Para facilitar la identificación correcta de las imágenes de las manchas, se desarrolló un programa para filtrar por color las diferentes manchas en la imagen; dependiendo de la cantidad RGB. Este programa permitirá evitar problemas de asignación de puntos en futuros trabajos donde existan manchas contiguas que no puedan ser distinguibles por color en el reflejo de la pantalla sobre el espejo (este método es útil para probar otras formas de superficies con pantallas nulas, no sólo para Concentradores cilíndricos parabólicos).

Se demostró la importancia de utilizar pantallas que excedan el área delimitada por la superficie ideal, siendo útil en la evaluación de superficies con grandes deformaciones donde se presentan zonas de la superficie sin reflejos de la pantalla, lo que imposibilita su evaluación.

Se encontró conveniente que si se desea encontrar la forma de la superficie real de los concentradores cilíndrico parabólicos, deben considerarse polinomios con formas más generales, es decir, de grados superiores y con términos cruzados, para obtener una mejor aproximación. En el caso de evaluación de esta tesis, se requirió de un polinomio de grado cuarto con coeficientes mixtos en x y y .

Se mostró la utilidad del método de pantallas nulas para encontrar variaciones de la Razón de Concentración (RC) debidas a las deformaciones del espejo. En particular, se mostró que las normales calculadas con este método, sirven para realizar trazos de rayos sobre la superficie real, pudiendo analizar con detalle las variaciones de la RC.

La ubicación y tamaño de la zona de evaluación dependiendo de las deformaciones, es un tema de futuros trabajos, ya que en esta tesis sólo se usó para demostrar de forma cuantitativa la importancia de las deformaciones con respecto a la variación del RC. Sin embargo puede concluirse que teniendo por conocidos los puntos reales de la superficie, es posible asignarle a nuestro concentrador una mejor zona de

concentración de modo que su RC sea elevado con respecto a las limitaciones del espejo

Para la verificación de esta técnica, se pretende a futuro generar una pantalla diseñada para la superficie real, obtenida con la aproximación de polinomios y cuantificar las variaciones del patrón obtenido con el ideal, si puede construirse un patrón ideal en el reflejo de la superficie podremos concluir que tanto la técnica de Pantalla Nulas, como la aproximación polinomial de la superficie son correctas.

Apéndice A Aproximación de la superficie con Matlab

Matlab es un *software* que permite hacer cálculos matemáticos mediante programación básica e inclusive con las herramientas propias del programa, además permite hacer procesamiento de imágenes y graficar funciones ya sean vectoriales o de superficie.

Este software contiene una herramienta llamada *surface fitting*, la cual permite graficar puntos en 3D y en base a estos genera una superficie que los contenga. Consideremos los vectores \bar{x} , \bar{y} y \bar{z} con las coordenadas x , y y z respectivamente de la superficie que deseamos aproximar.

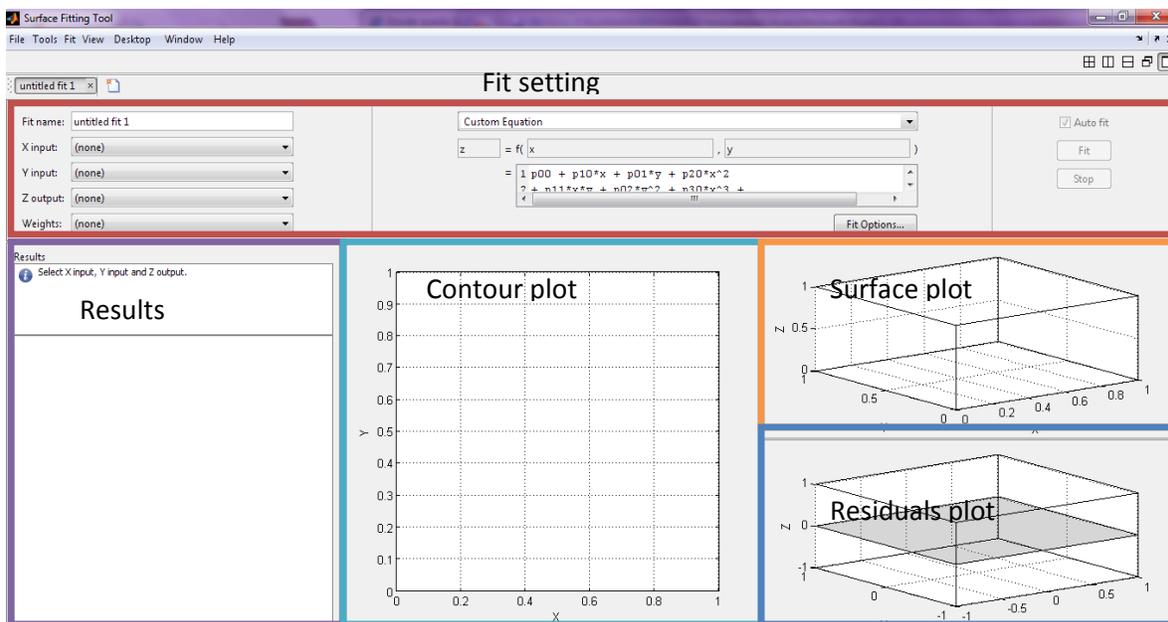


Figura A.1 Secciones de la herramienta *Surface fitting* de Matlab, denotadas por color y nombre.

Esta herramienta se encuentra en la *toolbox* de Matlab en la sección de *Curve Fitting*. Dentro de *surface fitting* aparece una ventalla con una sección llamada *fit settings* la cual se observa en la figura A.1. Se seleccionan los vectores que corresponden a las coordenadas y puede otorgársele un nombre al archivo, además de seleccionar el tipo de aproximación ya sea lineal, polinomial o por alguna función específica con dependencia

en (x,y) y con coeficientes a determinar y . Para inicializar el proceso se oprime el botón *Fit*. Los resultados de dichos coeficientes se ven en la sección *Results* donde también aparece el RMS asociado a dicha aproximación.

Esta herramienta nos permite hacer tres tipos de gráficas: *Surface* (mapa de la superficie aproximada junto con los puntos que se desean aproximar) ,*Contour* (el mapa de contorno de la superficie) y *Residuals* (la diferencia entre la aproximación y la superficie) .

Consideremos el ejemplo de alguno de los resultados obtenidos en esta tesis, tomando a (x,y,z) como las coordenadas reales de nuestro espejo y haciendo una aproximación polinomial de grado cuarto en x y en y , mostrando los datos en la figura A.2.

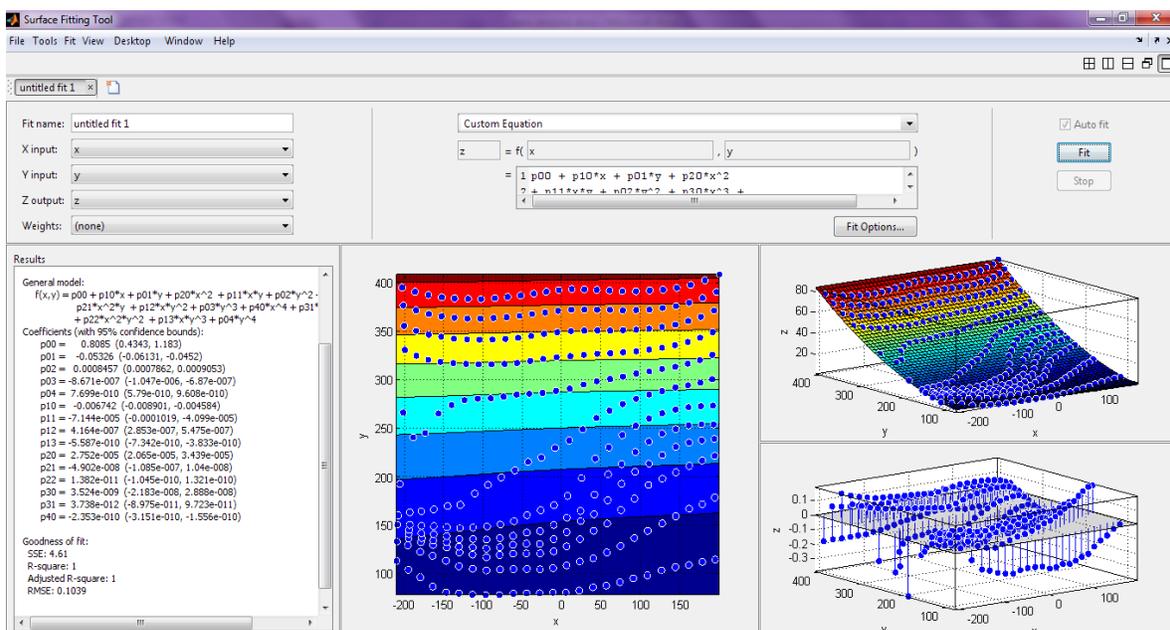


Figura A.2 Ejemplo del uso de la herramienta Surface fitting.

En este ejemplo puede observarse que las diferencias entre los puntos y la superficie aproximada están en un intervalo de décimas de unidad (en este caso milímetros), lo cual es una buena aproximación considerando el RMS de 0.1039 que obtuvimos, además observamos que el mapa de contorno no contiene líneas rectas como se esperaba en una superficie cilíndrico parabólica sino que se observan con una pequeña curvatura debido a que la superficie no es ideal.

En la opción *Fit Options*, puede ajustarse, el método de aproximación y además se puede dar valores iniciales a los coeficientes indeterminados de modo que el programa rodee este valor.

Esta herramienta también funciona para visualización de puntos en 3D, si es que no se activa el botón *Fit*.

Referencias

1. I, Y. Calventus, R. Carrearas, M. Casals-P *Tecnología energética y medio ambiente* Ediciones UPC, Barcelona, 26 de febrero 2006, pps. 163-163
2. Daniel Malacara, *Optical Shop Testing*, capítulo 9, Ronchi Test A. Cornejo Rodriguez, A John Wiley and Sons, Inc., Publication, Canada 2007, pps. 329-333
3. http://bibliotecadigital.ilce.edu.mx/sites/ciencia/volumen2/ciencia3/057/htm/sec_10.htm
4. M. R. Shortis, G. H. G. Johnston, K. Porttler and E. Lüpfert *Photogrammetric Analysis of solar collector*, The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences. Vol. XXXVII. Part B5. Beijing 2008, editado por miembros de la organización del congreso pps. 81-88
5. Rufino Díaz-Uribe, Manuel Campos-García, "Null-screen testing of fast convex aspheric surfaces", *Appl. Opt.*, **39** (2000) pps. 2671-2677
6. V.I. Oliva, M. Campos-García, F. Granados-Agustín, M.J. Arjona-Pérez, R. Díaz-Uribe, "Optical testing of parabolic trough solar collector by a null screen with stitching", *Proc. of SPIE Vol.*(2009) 7390 739012-1/7,
7. W. T. Welford and R. Winston, *The Optics of Noimaging Concentrators*, Academic Press, New York, 1987, pp. 9
8. M. Campos- García, R. Bolado-Gómez, T. Díaz-Uribe, "Testing fast aspheric concave surface with a cylindrical null screen", *Appl. Opt.*, **47** (2008) pps. 849-859.
9. Journal of Young Investigators, "The Charged-Coupled Device, or CCD" <http://www.jyi.org/volumes/volume3/issue1/features/peterson.html>
10. National Institute Health, software imagej <http://rsbweb.nih.gov/ij/>
11. Michale Greenacre *La práctica del análisis de correspondencias*, fundación BBVA, España, 2008 pps. 347-348
12. Roberto Colín, *Nuevos Diseños en Videoqueratimetía de Campo Plano* , tesis de Licenciatura , UNAM, México (200x), pagina 92 referencia 22
13. M. F. Gonzalez- Cardel and R. Díaz- Uribe "Analysis on the inversion of Polynomials", *Rev. Mex. Fís.* E53, 2006 pps. 163-171.