



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE CIENCIAS

**INTERFERÓMETRO LÁSER TIPO MICHELSON
PARA LA CARACTERIZACIÓN DE
MICROMÁQUINAS HERRAMIENTA**

T E S I S

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
FÍSICO**

**P R E S E N T A:
SEBASTIÁN ALAGÓN CARRILLO**



FACULTAD DE CIENCIAS
UNAM

**DIRECTOR DE TESIS:
DR. ALBERTO CABALLERO RUIZ**

2011



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Hoja de datos

1. Datos del alumno

Alagón
Carrillo
Sebastián
(777) 3112954
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ciencias
Física
304817133

2. Datos del tutor

Dr
Alberto
Caballero
Ruiz

3. Datos del sinodal 1

Dr
Salvador Carlos
Cuevas
Cardona

4. Datos del sinodal 2

Dr
Victor Manuel
Velázquez
Aguilar

5. Datos del sinodal 3

Dr
Naser
Quershi

6. Datos del Sinodal 4

M en C
José Luis
Pérez
Mazariego

7. Datos del trabajo escrito

Interferómetro láser tipo Michelson para la caracterización de micromáquinas herramienta
89pp
2011

Agradecimientos

Debido a la naturaleza estrictamente académica del trabajo aquí presentado, limito mis agradecimientos a una breve exposición de las personas e instituciones a las que pertenecen. Quedo tremendamente agradecido y me siento afortunado por haber contado con el apoyo de:

- **Dr. Alberto Caballero R.**, mi tutor de tesis y **Dr. Leopoldo Ruiz Huerta**, quienes dirigen en conjunto al *Grupo de Micromecánica y Mecatrónica* del CCADET.
- **Dr. Naser Qureshi**, del *Laboratorio de Fotónica de Microondas* del CCADET, quien me asesoró y apoyó con material óptico los comienzos de este proyecto.
- Mis sinodales: **Dr. Salvador Cuevas C.**, del *Instituto de Astronomía*, **Dr. Victor M. Velázquez A.**, de la *Facultad de Ciencias*, **Dr. Alberto Caballero R.** y **Dr. Naser Quershi**, ambos del CCADET y al **M. en C. José Luis Pérez Mazariago**, de la *Facultad de Ciencias*. Quienes tuvieron la paciencia y dedicación de revisar y comentar sobre el trabajo aquí presentado.
- **M. en I. Sergio Padilla O.** y **Dr. José Sánchez V.**, del Grupo de Ingeniería de Precisión y Metrología del CCADET, por sus comentarios y sugerencias de gran utilidad, así como por permitirnos el uso de su laboratorio y material para la experimentación controlada.
- **Dra. Celia A. Sánchez P.**, del Grupo de Sensores Ópticos y Eléctricos del CCADET, por facilitarnos el láser helio-neón empleado en el montaje final del interferómetro, así como la instrumentación para medir potencia luminosa.
- **Dr. Rufino Díaz U.**, del *Grupo de Sistemas Ópticos* del CCADET, por la información facilitada en el campo de la interferometría.
- **Dr. José E. Marquina F.**, de la *Facultad de Ciencias*, por haber aceptado guiarme en una manera tan inusual en los últimos años y presentarme “*the f***ing Big Picture*” de más cosas de las que él incluso podría pensar.
- Mis compañeros y buenos amigos del *Grupo de Micromecánica y Mecatrónica* del CCADET, (a quienes no enlisto por economía de espacio y falta de memoria) por el apoyo y buena compañía.
- Mis amigos habituales y mi familia, por ser unos los otros y viceversa, quienes siempre han sabido ayudarme de la mejor manera posible.

6.54 Meine Sätze erläutern dadurch, daß sie der, welcher mich versteht, am Ende als unsinnig erkennt, wenn er durch sie - auf ihnen - über sie hinausgestiegen ist. (Er muß sozusagen die Leiter wegwerfen, nachdem er auf ihr hinaufgestiegen ist).

Er muß diese Sätze überwinden, dann sieht er die Welt richtig.

Logisch philosophische Abhandlung, Ludwig Wittgenstein

6.54 Mis proposiciones son esclarecedoras de este modo; que quien me comprende acaba por reconocer que carecen de sentido, siempre que el que comprenda haya salido a través de ellas fuera de ellas. (Debe pues, por así decirlo, tirar la escalera después de haber subido).

Debe superar estas proposiciones; entonces tiene la justa visión del mundo.

Tractatus Logico-Philosophicus, Ludwig Wittgenstein

Índice

I	Introducción	1
I.1	Introducción	1
I.2	Objetivos del Grupo de Micromecánica y Mecatrónica	1
I.3	Resultados obtenidos por el GMM previos a esta tesis	3
II	Problemática y objetivo	5
II.1	Problemática	5
II.2	La interferometría como una solución	5
II.3	Objetivo	5
II.4	Metas	6
III	Marco teórico	7
III.1	Historia y estado del arte actual	7
III.2	Óptica física y sus ecuaciones	8
III.3	Generalidades ópticas	11
III.4	Espejos planos	12
III.5	Prismas retrorreflectores	13
III.6	Divisores de haz	15
III.4	Polarización	15
III.5	Coherencia	17
III.6	El láser	19
III.7	Interferencia	23
III.8	Tipificación de los interferómetros	27
III.9	Cuadratura de señales	31
IV	Diseño del interferómetro	35
IV.1	Criterio de selección	35
IV.2	Diseño propuesto	36
IV.3	Construcción del interferómetro	40
IV.4	Material óptico empleado	42

Índice

IV.5 Soportes y piezas varias	46
IV.6 Lentes de protección láser	46
V Instrumentación electrónica	47
V.1 Introducción	47
V.2 Detección y acondicionamiento	49
V.3 Detección de cuadratura y sentido	50
V.4 Software	51
VI Evaluación del interferómetro	52
VI.1 Introducción	52
VI.2 Alineación del interferómetro	52
VI.3 Prueba de medición	55
VI.3 Prueba de resolución y ruido	58
IV.4 Sobre las fuentes de error	59
IV.5 Pérdida en intensidad óptica	61
VII Aplicación a las MMHs	63
VII.1 Introducción	63
VII.2 Aplicación del interferómetro	64
VII.3 Desarrollo experimental	65
VII.4 Resultados de la MMH del año 2007	66
VII.5 Resultados de la MMH del año 2010	69
VII.6 Mejoras sobre la MMH del año 2010	73
VII.7 Sobre los resultados	76
VIII Conclusiones y trabajo futuro	78
VIII.1 Conclusiones	78
VIII.2 Trabajo a futuro	79
Apéndice A	i

Interferómetro láser tipo Michelson
para la caracterización de micromáquinas herramienta

A.1 La ecuación de onda	i
Apéndice B	iii
B.1 Diseños estudiados	iii
Bibliografía	vii

I Introducción

I.1 Introducción

Para esta tesis se desarrolló un interferómetro láser como método de medición de microdesplazamientos, el cual fue aplicado en la caracterización de micromáquinas herramienta. Los resultados de dicha metodología confirmaron su validez y amplio espectro de aplicación instrumental.

Dentro de las técnicas y metodologías metrológicas una de las tareas más demandantes es el de la cuantificación de distancias y desplazamientos de órdenes micro y sub-micrométricos. La necesidad de incursionar en el mundo micrométrico ha tenido gran auge en décadas recientes debido al creciente número de aplicaciones tecnológicas con tendencia a la miniaturización. Hoy en día existe una gran variedad de métodos disponibles para la caracterización de magnitudes microdimensionales, uno de ellos es la interferometría, que toma provecho de la naturaleza ondulatoria de la luz, e incluso de otros intervalos del espectro electromagnético, para la cuantificación de dichas cantidades. Algunos otros métodos incluyen los instrumentos de microtopografía, como son los perfilómetros, scanners ópticos y los microscopios electrónicos de barrido; así mismo existen métodos que aprovechan propiedades eléctricas como los transductores de variación de resistencia eléctrica, de capacitancia, y de inductancia, o bien transductores, un tanto inusuales, que emplean la medición de radiación ionizante o el ultrasonido (para un listado más extenso y detallado consultar [Sydenham, 1972]).

La investigación en el área micrometrológica involucra conocimientos que conciernen a científicos e ingenieros de diversas especialidades, haciendo esta tarea multidisciplinaria y enriquecedora en ambas ramas del conocimiento. Para el desarrollo de este trabajo se ha procurado dar un enfoque físico al problema a enfrentar y a la solución planteada, sin embargo, se ha aprovechado tanto conocimiento adicional de otras disciplinas como ha sido posible con el fin de presentar el trabajo en su expresión más completa.

I.2 Objetivos del Grupo de Micromecánica y Mecatrónica

La miniaturización de componentes y aparatos para reducir sus costos y volúmenes es un objetivo industrial buscado con creciente auge en los años recientes, como consta en [Kussul, 2000] y [Caballero, 2007]. La producción de dichos dispositivos implica técnicas para poder asegurar una manufactura apropiada en las dimensiones buscadas, una tarea que hasta la fecha es muy demandante en precios y tecnología; en [Hansen, 2006] se expone de manera gráfica dicho desarrollo en el último siglo, Figura I.1. De manera comercial se utilizan principalmente dos métodos de producción, a saber, el empleo de equipos convencionales que resulta en un uso excesivo de espacio, energía y tiempo y, el uso de tecnología micromecánica basada en

microelectrónica (*MEMS*), que tiene limitaciones en cuanto a las dimensiones de fabricación disponibles.

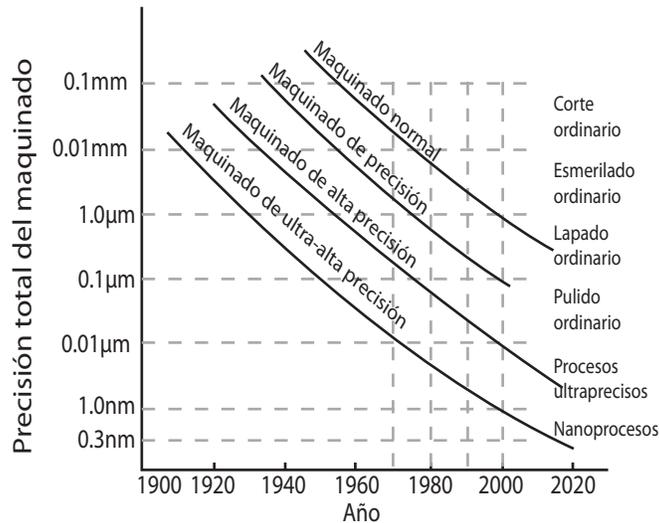


Figura I.1 Evolución histórica de la precisión en maquinados.
Original de [Hansen, 2006].

Con vistas en la solución práctica, económica y confiable, el *Grupo de Micromecánica y Mecatrónica (GMM)*, del *Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico (CCADET-UNAM)*, se propuso el diseño, creación y evaluación de una nueva tecnología capaz de enfrentar la producción de microcomponentes de manera que se resolvieran los problemas afrontados en las técnicas ya conocidas. Las *micromáquinas herramienta (MMHs)* obtenidas, nombre con el que se asignó a este nuevo paradigma de la microproducción, resultaron ser una alternativa con mucho potencial que ya se ha comenzado a explotar. Tres ejemplos de MMHs, fruto de la investigación del GMM, se reproducen en la Figura I.2.



Figura I.2 Algunas micromáquinas herramienta desarrolladas por el GMM

La idea detrás de las micromáquinas herramienta es la reducción en los errores de fabricación por medio de una reducción en las escalas de los mecanismos utilizados. Se ha demostrado ya que al disminuir las dimensiones de las máquinas herramienta se obtienen grandes mejoras en cuanto a su precisión y, por

tanto, las piezas que con ellas se maquinan serán menos susceptibles a las imperfecciones. La tendencia a la miniaturización en las máquinas herramienta ha sido seguida por diversos laboratorios alrededor del mundo, tal es el caso de algunos centros de investigación en Japón y Ucrania. Con un enfoque novedoso, en México se ha optado por una aproximación progresiva al problema. La metodología propone la creación de generaciones consecutivas de MMHs, donde la primera generación es creada por técnicas y dispositivos usuales de maquinado, obteniendo así una MMH capaz de elaborar, a su vez, a la segunda generación de MMHs, que tendrá una precisión mejor que la generación anterior inmediata. El siguiente paso sería crear una tercera generación haciendo uso de la segunda para que, en cada etapa, la MMH obtenida sea menor en dimensiones y de mayor precisión. Actualmente se ha llegado únicamente a la primera etapa con resultados muy satisfactorios, Cf. [Caballero, 2007], lo que ha permitido una gran diversidad de aplicaciones que ha mantenido al GMM ocupado.

Dentro de las aplicaciones que se le han dado a las micromáquinas herramienta del GMM se encuentra, naturalmente, la creación de piezas pequeñas para el uso en mecanismos de precisión. Un ejemplo de estos mecanismos manufacturado en el GMM es un sistema de microposicionamiento para el estudio de actividad neuronal en ratas, ver [Caballero, 2009]. Este sistema consta de un motor a pasos acoplado a un tren de engranes que accionan un tornillo de potencia que introduce cuatro electrodos en una región determinada del cerebro de una rata para el estudio de la actividad neuronal de dicho animal. La reducción de los engranes es de $6.09 : 1$, y el paso del tornillo de potencia es de 0.4mm , con lo que se obtiene una resolución teórica de $5.47\mu\text{m}$ por paso de motor en una carrera de 3mm . En la práctica se encontró que el mecanismo tenía una resolución de entre $5.546\mu\text{m}$ y $5.551\mu\text{m}$, con una desviación estándar menor a $0.0044\mu\text{m}$ y una repetibilidad de $3.12\mu\text{m}$.

I.3 Resultados obtenidos por el GMM previos a esta tesis

En la creación y funcionamiento de maquinaria, en particular en aquellas novedosas como es el caso de las MMHs, es de gran importancia conocer sus alcances, límites y errores; para ésto se han ideado y puesto a prueba algunas metodologías que permitan caracterizar el comportamiento de las MMHs, así como sus principales fuentes de error en la operación. Por ser una creación de manufactura completamente *in situ*, las MMHs del GMM presentan la ventaja de ser conocidas por completo y de ser baratas; sin embargo, hacen necesaria una caracterización extensiva de sus propiedades. Dentro de la caracterización de estas máquinas herramienta se encuentra el conocer el rango de movimientos que permiten, las resoluciones de los desplazamientos, los juegos mecánicos propios del sistema, las vibraciones, deformaciones y demás ruidos asociados a los mecanismos.

Para dar solución práctica a la medición de este conjunto de características de las MMHs se han utilizado varios métodos directos e indirectos en el laboratorio. El primero de ellos, un método indirecto, requirió la manufactura de diversas piezas de dimensiones teóricas conocidas, sobre las cuales se tomaron medidas *a posteriori* con un proyector de perfiles. La comparación de las medidas experimentales con las teóricas permitió una primera aproximación a la descripción de las magnitudes asociadas a la MMHs, Cf. [Kussul, 2000]. Una segunda progresión en la caracterización se logró al implementar un sistema computarizado de control adaptativo basado en la detección de la posición relativa de las partes de la micromáquina. Este método permitió el conocimiento de los errores geométricos al emplear un par de esferas metálicas como bloques patrón y comparar su posición con la posición teórica por medio de un algoritmo genético, como se detalla en [Caballero, 2007]. Como tercer método se han identificado dos propuestas posibles en el laboratorio, que permitirán una resolución teórica submicrométrica de lo acontecido en las MMHs; se trata, por un lado, de un lector de desplazamientos magnético y, por otro lado, del desarrollo de un interferómetro láser para dichos fines. En esta tesis se aborda ésta última.

Hasta la fecha se han concluido cuatro micromáquinas herramienta en el GMM, generalmente identificadas por el año de su creación: 2000, 2005, 2007 y 2010. Estas micromáquinas tienen las características resumidas en la Tabla I.1.

Micromáquina herramienta	Dimensiones (mm)	Resolución por paso (nm)	Juego mecánico max(μm)
2000	130x160x85	1870	-
2005	180x210x135	596	-
2007	120x160x85	140	192.5
2010	110x110x110	140	2.24

Tabla I.1 Características generales de las MMHs del GMM.

II Problemática y objetivo

II.1 Problemática

Los métodos de evaluación de desplazamientos en MMHs empleados, previos a este trabajo, presentan desventajas: en el caso de los métodos indirectos, no es posible conocer el comportamiento dinámico de los mecanismos; mientras que, en los métodos directos la resolución es cercana a las magnitudes a medir y sin permitir una evaluación en tiempo real de los desplazamientos. Sabiendo las limitantes existentes en las metodologías de caracterización previas se propone, en esta tesis, el empleo de un interferómetro para la caracterización de las MMHs, para así mejorar los alcances del instrumento empleado en dicha evaluación.

II.2 La interferometría como una solución

El uso de interferometría láser para la detección de microdesplazamientos en las MMHs ha sido ya considerada en el GMM como se puede constatar en [Herrera, 2010]; sin embargo, el trabajo realizado con dicho método se limitó a una caracterización cualitativa por medio de un interferómetro simple tipo Michelson y un osciloscopio.

Por hacer uso de las propiedades ópticas ondulatorias de la luz, en particular de su longitud de onda, la interferometría permite una resolución de varios órdenes de magnitud menor a los métodos ya utilizados; y abre la posibilidad de obtener mucha más información de la que se tiene hasta el momento del sistema de la MMH. Se propone así, para esta tesis, el diseño y construcción de un interferómetro láser de tipo Michelson con el cual se puedan hacer lecturas en tiempo real y fáciles de interpretar que permitan una caracterización cuantitativamente completa y cualitativamente sustanciosa.

II.3 Objetivo

Desarrollar de un interferómetro láser de tipo Michelson apto para la caracterización de MMHs, estableciendo sus ventajas e importancia como método. En particular se da énfasis en el sistema óptico empleado.

II.4 Metas

- Estudiar los principios ópticos de la interferometría y en particular del interferómetro de Michelson. Analizando las variantes de interferómetros existentes.
- Idear un diseño apropiado al objetivo buscado, optimizando en espacio, simpleza del diseño y economía. Asistirse por un entorno *CAD (Computer Aided Design)* para dicho fin.
- Construir el interferómetro sobre una mesa óptica. Por medio de detección optoelectrónica registrar la interferencia de los haces del dispositivo.
- Evaluar el diseño óptico y electrónico del interferómetro, se comparando contra un patrón conocido de modo que se pueda caracterizar el comportamiento propio del sistema interferométrico.
- Aplicar el interferómetro en la evaluación de los desplazamientos reales de las MMHs. Los datos obtenidos permitirán hablar, en términos generales, del desempeño del mecanismo evaluado.
- Identificar las fortalezas y debilidades del diseño, proponiendo posibles caminos a seguir en el futuro. Entre las propuestas a hacer destaca el diseño y manufactura de un *gabinete (housing)* para encapsular al interferómetro, con las ventajas que esto conlleva; así como la mejora del circuito acoplado al interferómetro.

III Marco teórico

III.1 Historia y estado del arte actual

La interferencia óptica es un fenómeno común en la vida cotidiana, a pesar de ser pocas veces reconocido por el hombre de la calle por la dificultad teórica que implica. Algunos ejemplos simples de dicho fenómeno incluyen los colores apreciados en las delgadas superficies de las burbujas, los tonos iridiscentes presentes en los derrames de aceite sobre el pavimento mojado y las franjas coloridas que pueden observarse entre dos placas de vidrio paralelas una sobre la otra. Estos efectos lumínicos ponen en evidencia la naturaleza ondulatoria de la luz, aquella a la que se oponía Newton en [Newton, 1730] y cuya explicación tuvo que esperar otros 150 años después de la publicación de su *Óptica*.

Fue Young quien en las *Bakerian lectures* de 1801 y 1803, ver [Young, 1803], describió una serie de experimentos, realizados por él mismo, donde mostraba la superposición de las ondas luminosas, dando un nuevo empuje a la materia e inaugurando una nueva tradición de investigación. Fresnel, en 1818, se encargó de mostrar empíricamente que las ondas lumínicas eran ondas transversales, discusión largamente sostenida entre Malus y Young. Por lo que, ya que las ondas longitudinales únicamente pueden propagarse en un fluido, a Fresnel no le quedó otra opción que postular la existencia de un sólido elástico que permea toda la materia por el cual se propagaba la luz, el *éter luminífero*.

Sin embargo, Fresnel mismo se dio cuenta de que el éter en un medio determinado, que se mueve a una cierta velocidad, debería de sentir un arrastre dado por la velocidad y el índice de refracción del medio. Fue así como Fizeau, Jamin y Michelson comenzaron, cada uno por su cuenta, la corroboración de dicho planteamiento. Haciendo uso de interferómetros fueron capaces de ver un cambio en el patrón de interferencia en un medio acuoso por vez primera en 1851. Para 1880 Maxwell mostró que el movimiento terrestre por el éter debería tener un efecto similar que fuera como el cuadrado de la razón de la velocidad terrestre y la velocidad de la luz, dando paso a los bien conocidos experimentos de interferometría de Michelson.

En sus experimentos, Michelson utilizó un tipo de interferómetro que hoy lleva su nombre y con el cual no logró ver el efecto buscado. El aparente fracaso de Michelson no puede ser interpretado como un error experimental, una falta de sensibilidad instrumental ni un cálculo inapropiado; más bien se trata de la falsación más famosa de la historia de las ciencias físicas, que no dejó lugar a otra interpretación más que la inexistencia del éter luminífero. Fue este experimento negativo el que planteó uno de los principios fundamentales de la teoría de la relatividad especial de Einstein.

Desarrollos y experimentos posteriores del mismo Michelson permitieron la determinación de la longitud del metro patrón en términos de la longitud de onda del ^{86}Kr , así como la determinación de la pureza de materiales por medio de interferometría espectroscópica. Actualmente, las técnicas interferométricas

gozan de una excelente reputación que se ha visto muy favorecida por inventos como el láser y los detectores electrónicos de alta sensibilidad. Los interferómetros modernos conservan incluso el mismo arreglo óptico utilizado por Michelson en el siglo XIX, pero sus alcances sobrepasan por mucho los que él mismo pudo haber soñado. Investigaciones de punta como el proyecto *Avogadro* para redeterminar la constante de Avogadro con suficiente precisión para determinar el número de átomos en un kilogramo muestra de silicio con una incertidumbre de no más de 10^{-8} ; o bien las misiones *LISA* y *ASTROD*, que serán capaces de medir variaciones por la gravedad menores a 20 pm ; o el *NASA Terrestrial Planet Finder Project*, para detectar planetas asociados a sistemas estelares; y otras tantas aplicaciones que requieren de medidas de desplazamiento de ultra-alta-precisión, como aquéllas de tipo médico para el estudio del oído interno y de efectos piezo eléctricos en los huesos; son sólo algunos ejemplos de los más recientes avances en el tema de la interferometría (los ejemplos citados pueden ser consultados en [Peggs, 2002]). Por otro lado, estos avances han planteado nuevos retos a la modelación físico-matemática de la interferometría para poder conocer y disminuir los errores asociados en sus mediciones. Estos desarrollos teóricos incluyen efectos ópticos desconocidos hasta hace una década, tal como se mencionan en [Chien-Ming(a), 1996], por lo que su conocimiento plantea aún hoy en día un reto para la óptica física.

III.2 Óptica física y sus ecuaciones

Por tratarse de un trabajo de óptica, es necesario partir de sus ecuaciones fundamentales, las *ecuaciones de Maxwell*. Postuladas originalmente en una notación mucho más complicada, las ecuaciones de Maxwell se simplifican gracias a la notación vectorial (sobre óptica existe una gran variedad de bibliografía disponible, tal como [Born, 1959]):

$$\text{Ley de Gauss electrostática} \quad \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$$

$$\text{Ley de Gauss magnetostática} \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\text{Ley de Ampère} \quad \nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{j}$$

$$\text{Ley de Faraday} \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

en el vacío \mathbf{D} y \mathbf{E} , los campos de *inducción eléctrica* y de *intensidad eléctrica*, respectivamente, son campos idénticos, únicamente difieren en magnitud, más no en unidades. Del mismo modo esto sucede con el *campo magnético aplicado* \mathbf{H} y la *inducción magnética* \mathbf{B} , que toma en cuenta los efectos de polarización

magnéticos

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$$

donde ε_0 y μ_0 son la *permisividad* y la *permeabilidad* del vacío, respectivamente; constantes que permiten relacionar las magnitudes fundamentales.

En el caso de trabajar en un *medio lineal*, esto es, un medio donde la polarización es proporcional al campo eléctrico o magnético aplicado; e *isotrópico*, donde todas las direcciones en el espacio son equivalentes y no hay diferencia entre sus rotaciones dextrógiras y contradextrógiras, se tiene

$$\mathbf{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mu \mu_0 \mathbf{H}$$

En el mismo medio, en el caso no conductor, la *densidad de carga* ρ y la *densidad de corriente* \mathbf{j} son nulos

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{D} &= \varepsilon \varepsilon_0 \nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= \mu \mu_0 \nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\mu \mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \end{aligned}$$

Sacando el rotacional de ambos lados de la ecuación de Faraday

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla \times \left(-\mu \mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \right) = -\mu \mu_0 \partial / \partial t (\nabla \times \mathbf{H})$$

que, por Ampère,

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\mu \mu_0 \partial / \partial t \left(\varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) = -\mu \mu_0 \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

y por las leyes del operador ∇

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E}$$

y así, por Gauss electrostático,

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla^2 \mathbf{E} = \varepsilon \mu \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

donde el laplaciano $\nabla^2 \mathbf{E}$ en cartesianas es $\nabla \cdot (\nabla \mathbf{E}) = (\nabla^2 E_x, \nabla^2 E_y, \nabla^2 E_z)$.

La solución para $\nabla^2 \mathbf{E} = \varepsilon \mu \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$ es una onda vectorial de velocidad $v = (\varepsilon \mu \varepsilon_0 \mu_0)^{-1/2}$, que en el vacío es $c = (\varepsilon_0 \mu_0)^{-1/2}$, la velocidad de la luz, con $\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ Fm}^{-1}$ y $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Hm}^{-1}$; Cf. Apéndice A. Por convención $\mu = 1$ en las frecuencias luminosas.

El índice de refracción, n , se define como la razón entre la velocidad de la onda en el vacío y en un medio isotrópico.

$$n = \frac{c}{v} = \varepsilon^{1/2}$$

Fermat postuló que la luz viaja por el camino que minimiza el tiempo de recorrido. Para esto se define el camino óptico entre dos puntos espaciales A y B

$$p = \int_A^B n(s) ds$$

así el tiempo que le toma a la onda lumínica para ir de A a B es p/c . Este principio será de utilidad al describir el recorrido de la luz por los sistemas ópticos.

Entonces, ya que $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t))$ es una solución a la ecuación de onda electromagnética, donde $\frac{\omega}{k} = v$; y retomando las ecuaciones de Maxwell, si se sustituye ∇ , $\partial/\partial t$ por $-ik$ y $i\omega$, respectivamente, dichas ecuaciones toman la forma

$$\begin{aligned} \mathbf{k} \cdot \mathbf{D} &= \varepsilon \varepsilon_0 \mathbf{K} \cdot \mathbf{E} = 0 \\ \mathbf{k} \cdot \mathbf{B} &= \mu_0 \mathbf{K} \cdot \mathbf{H} = 0 \\ \mathbf{k} \times \mathbf{H} &= -\omega \mathbf{D} = -\omega \varepsilon \varepsilon_0 \mathbf{E} \\ \mathbf{k} \times \mathbf{E} &= \omega \mathbf{B} = \omega \mu_0 \mathbf{H} \end{aligned}$$

por lo que \mathbf{D} , \mathbf{k} y \mathbf{B} son ortogonales entre sí, al igual que \mathbf{E} , \mathbf{k} y \mathbf{H} ; por tanto las ondas electromagnéticas son transversales y no existe diferencia de fase entre los campos. \mathbf{D} y \mathbf{k} describen el plano de polarización, sobre el cual se hablará más adelante.

Se ha hecho así una breve descripción del comportamiento electromagnético en el espectro visible, mostrando su naturaleza ondulatoria, característica esencial para la interferencia.

III.3 Generalidades ópticas

Por tratarse de resultados importantes, pero que no se tocarán directamente en este trabajo, se mencionan brevemente algunas propiedades ópticas relevantes.

Al incidir sobre un medio, una onda incidente, I , se divide en parte reflejada, R , y parte transmitida, T , como se representa en la Figura III.1.

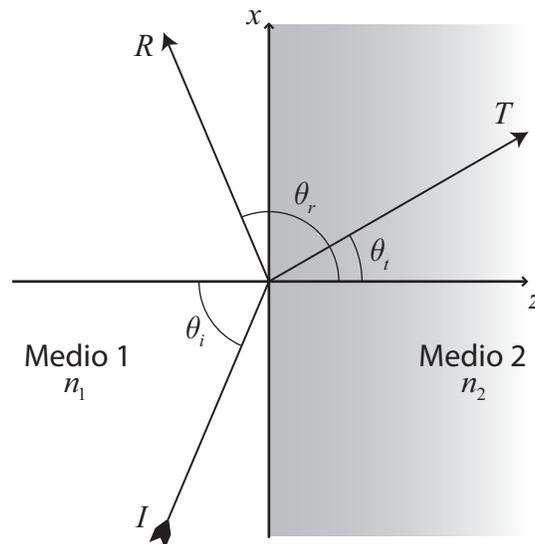


Figura III.1 Esquema de la reflexión y transmisión de un haz al incidir sobre un medio distinto al original.

para una polarización perpendicular, Cf. §III.4, donde \mathbf{E} es normal al plano definido por \mathbf{k} y $\hat{\mathbf{n}}$; donde, por simplicidad $\mathbf{E} = (0, I, 0)$:

incidente	$E_y = E_{yI} = I \exp(-i(k_1 z \cos \theta_i + k_1 x \sin \theta_i))$
reflejada	$E_y = E_{yR} = R \exp(-i(k_1 z \cos \theta_r + k_1 x \sin \theta_r))$
transmitida	$E_y = E_{yT} = T \exp(-i(k_2 z \cos \theta_t + k_2 x \sin \theta_t))$

con $I + R = T$ y se cumple $k_1 \sin \theta_i = k_1 \sin \theta_r = k_2 \sin \theta_t$ de donde se obtiene la *ley de Snell*:

$$\sin \theta_t = \frac{k_2}{k_1} \sin \theta_i = \frac{n_2}{n_1} \sin \theta_i = n_r \sin \theta_i,$$

con n_r el *índice de refracción relativo* entre los medios.

Por otro lado, para una polarización paralela, con \mathbf{E} sobre el plano formado por \mathbf{k} y $\hat{\mathbf{n}}$

$$\tan \theta_i = \cot \theta_t = n_r$$

que tiene solución en $\theta_i = \theta_B$, el *ángulo de Brewster*, donde no existe haz reflejado con polarización paralela.

Si $n_r < 1$ el medio sobre el que se incide es más denso, no hay solución real a θ_t pues $\theta_i > \sin^{-1} n_r \equiv \theta_c$, llamado *ángulo crítico*. En este caso la reflexión toma el valor de la unidad se llama *reflexión interna total*, cuyas componentes paralelas y perpendiculares tienen un cambio de fase

$$\alpha_{\perp} = \pm 2 \tan^{-1} \frac{n_r \beta}{\cos \theta_i}$$

$$\alpha_{\parallel} = \mp 2 \tan^{-1} \frac{n_r \cos \theta_i}{\beta}, \beta \text{ real positivo, } \cos \theta_i = \pm i \beta$$

estos cambios de fase tienen una dependencia diferente en θ_i entre θ_c y $\pi/2$. Para la primera elección de signos toman el valor 0 y π respectivamente en $\theta_i = \theta_c$ ($\beta = 0$), y π y 0 para $\theta_i = \pi/2$.

III.4 Espejos planos

Los *espejos planos* son el caso más sencillo de un elemento óptico que refleja un haz incidente sobre una superficie. Un espejo plano óptico es una superficie plana recubierta con algún metal de manera uniforme para lograr una reflexión según

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} - 2(\mathbf{r} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n}$$

donde \mathbf{r} y \mathbf{r}' son la dirección del haz incidente y reflejado, respectivamente y \mathbf{n} la normal de la superficie del espejo, según la Figura III.2.

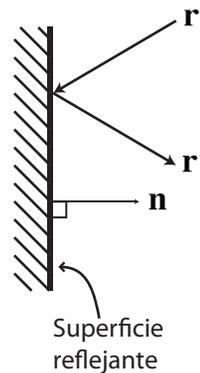


Figura III.2 Simbología y notación empleada para los espejos planos.

Existen algunas reglas simples sobre esta reflexión: el vector \mathbf{r}' yace en el plano de incidencia que contiene a \mathbf{r} y \mathbf{n} , \mathbf{r} y \mathbf{r}' guardan el mismo ángulo con respecto a la normal en lados opuestos a ésta, y la reflexión en un número impar de espejos produce una reversión de la imagen.

III.5 Prismas retrorreflectores

Los *prismas* son pedazos de vidrio o cristal con caras planas pulidas en un ángulo determinado para cumplir una función específica. Dentro de esta extensa familia unos de los prismas más utilizados son los de *reflexión total interna*, que ópticamente son equivalentes a un sistema de espejos planos. En este trabajo se utilizaron, desempeñando un papel central, *prismas retrovisores* o *retrorreflectores*, un caso particular de los prismas de reflexión total interna.

La característica de los retrorreflectores es su deflexión de 180° , sin importar la orientación del prisma. Un retrovisor perfecto se forma con tres superficies reflectoras planas mutuamente perpendiculares, razón por la que se le conoce como *prisma de esquina de cubo* o *cornercube*, según su nombre en inglés.

Si a las superficies se les numera 1, 2 y 3, usando la ecuación recién dada para los espejos, en cada una de las superficies se cumple que

$$\mathbf{r}'_1 = \mathbf{r}_1 - 2(\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{n}_1)\mathbf{n}_1$$

$$\mathbf{r}'_2 = \mathbf{r}_2 - 2(\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{n}_2)\mathbf{n}_2$$

$$\mathbf{r}'_3 = \mathbf{r}_3 - 2(\mathbf{r}_3 \cdot \mathbf{n}_3)\mathbf{n}_3$$

donde los subíndices hacen referencia a las caras empleadas, ver Figura III.3.

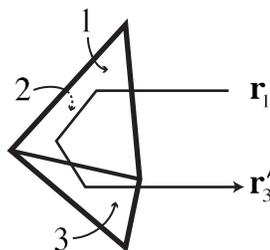


Figura III.3 Simbología y notación empleada para los retrorreflectores.

Si se supone, sin pérdida de generalidad, que el haz incidente cae sobre 1 para salir después de reflejarse en 3, entonces

$$\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}'_1, \mathbf{r}_3 = \mathbf{r}'_2$$

por lo que el haz que sale puede escribirse como

$$\mathbf{r}'_3 = \mathbf{r}_1 - 2(\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{n}_1)\mathbf{n}_1 - 2(\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{n}_2)\mathbf{n}_2 - 2(\mathbf{r}_3 \cdot \mathbf{n}_3)\mathbf{n}_3$$

sin embargo $\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2 = \mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_3 = \mathbf{n}_2 \cdot \mathbf{n}_3 = 0$, pues las superficies son perpendiculares, y así $\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{n}_2 = \mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{n}_2$ y $\mathbf{r}_3 \cdot \mathbf{n}_3 = \mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{n}_3$, dado que

$$\mathbf{r}'_3 = \mathbf{r}_1 - 2(\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{n}_1)\mathbf{n}_1 - 2(\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{n}_2)\mathbf{n}_2 - 2(\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{n}_3)\mathbf{n}_3$$

pero $\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{n}_1$, $\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{n}_2$ y $\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{n}_3$ resultan ser los cosenos directores de \mathbf{r}_1 por lo que todo se reduce a

$$\mathbf{r}'_3 = -\mathbf{r}_1$$

por lo que el sistema es un retroreflector perfecto.

La recta imaginaria que pasa por el vértice común a las tres caras de un prisma de esquina de cubo se le conoce como el *eje óptico* del retrorreflector. A la superficie ortogonal a esta recta, que delimita las caras reflejantes del prisma, y es por donde penetran y salen los haces del mismo se le conoce como la *apertura óptica* del retrorreflector. Una característica útil para describir el comportamiento de un retrorreflector es que la distancia sobre la apertura óptica entre el haz que incide y el eje óptico es igual a la distancia, sobre la misma superficie, entre el eje óptico y el haz reflejado; siendo estos haces siempre simétricos respecto a dicho eje.

Los prismas de esquina de cubo son ampliamente utilizados hoy en día en experimentos que requieren de una reflexión de 180° por su solidez y versatilidad en distancias grandes a la fuente luminosa. Los reflectores traseros de las bicicletas son un caso simple de estos prismas, un caso mucho más elaborado es la de los reflectores colocados en la superficie lunar en 1969.

III.6 Divisores de haz

Idealmente un divisor de haz transmite la mitad de la radiación incidente y refleja la otra, independientemente de la polarización y la longitud de onda empleada.

El caso más simple de un divisor de haz se da en la interfase de dos medios traslúcidos, sin embargo es difícil lograr una división por mitades del haz y en el caso que uno de los medios sea una placa de vidrio se presentarán reflexiones secundarias por la segunda superficie de la misma. La eficiencia del divisor puede ser mejorada al recubrir la superficie reflejante con un metal o un dieléctrico de índice de refracción alto. En el caso de utilizar un material dieléctrico éste ha de tener un espesor de un cuarto de longitud de onda, de modo tal que la fase de ambas superficies se sumen y el resultado neto sea un cambio nulo en fase. Si el recubrimiento es metálico entonces se introduce un cambio en la fase, las dos componentes de la polarización se desfasan, resultando en una pérdida de visibilidad en la interferencia. Esquemáticamente un divisor de haz de placa se representa en la Figura III.4 (a). Existen también divisores de haz cúbicos, Figura III.4 (b), hechos al unir dos prismas triangulares, en los cuales la interfaz actúa como divisor. Estos elementos ópticos tienen la ventaja de eliminar las reflexiones secundarias indeseadas.

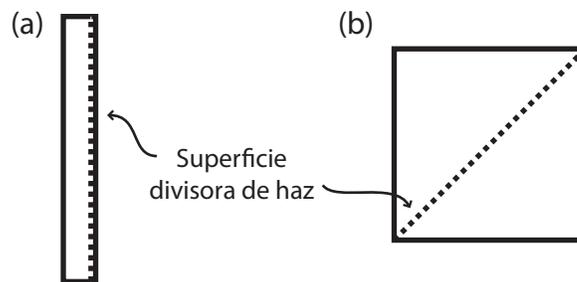


Figura III.4 Simbología empleada para los divisores de haz de placa (a) y cúbicos (b).

III.4 Polarización

Al resolver las ecuaciones de Maxwell en un medio isotrópico se obtiene la solución periódica

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t))$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 \exp(i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t))$$

donde \mathbf{E} , \mathbf{H} y \mathbf{k} son ortogonales entre sí. \mathbf{E} y \mathbf{k} definen un plano, llamado plano de polarización, razón por

la cual esta solución es llamada *polarización planar* o *polarización lineal*.

En este tipo de materiales también es posible una superposición de dos de las soluciones de las ecuaciones de la polarización lineal. En el caso en que ambas soluciones tengan una diferencia de fase de $\frac{\pi}{2}$, suponiendo a \mathbf{k} sobre z y las amplitudes respectivas de cada polarización sean

$$\mathbf{E}_{01} = E_{0x} \hat{\mathbf{i}} \text{ y } \mathbf{E}_{02} = E_{0y} \hat{\mathbf{j}}$$

la superposición será

$$\mathbf{E} = E_{0x} \hat{\mathbf{i}} \exp(i(kz - \omega t)) + E_{0y} \hat{\mathbf{j}} \exp(i(kz - \omega t + \frac{\pi}{2}))$$

cuya parte física es la parte real

$$\text{Re}(\mathbf{E}) = E_{0x} \hat{\mathbf{i}} \cos(kz - \omega t) + E_{0y} \hat{\mathbf{j}} \sin(kz - \omega t)$$

Esta solución describe en el espacio a un vector que sigue una hélice de sección elíptica que gira con velocidad angular ω alrededor del eje z . Moviéndose sobre el eje z la hélice gira en sentido horario; por lo anterior, a esta solución se la llama *polarización elíptica derecha*. Si la diferencia de fase es $-\frac{\pi}{2}$ entonces la rotación será en sentido opuesto al anterior y se tiene el caso de la *polarización elíptica izquierda*.

Un caso particular de la polarización elíptica se da cuando $E_{0x} = E_{0y}$, en cuyo caso el vector $\text{Re}(\mathbf{E})$ describe una circunferencia al rededor de z de radio constante; obteniendo la *polarización circular* derecha o izquierda, según sea el caso.

Naturalmente la luz de una fuente luminosa cualquiera no tiene una polarización definida, pues consta de la superposición de una enorme cantidad de ondas linealmente polarizadas que, en general, no tiene la misma longitud de onda. Existen diversas maneras de producir luz polarizada, entre ellos está la reflexión en la superficie de un dieléctrico, la dispersión por partículas pequeñas suspendidas, la propagación dentro de un cristal y el dicroísmo o absorción selectiva, que es el método de interés para el presente trabajo. Al polarizar un haz se toman únicamente los componentes deseados de éste y se desechan o reorientan los demás; no es posible reorganizar un haz para que no existan éstas pérdidas.

Como se mencionó, el *dicroísmo* es el método de polarización que fue utilizado en la experimentación del presente trabajo. Con este nombre se refiere a la absorción natural o sintética de distintas polarizaciones

en cantidades diferentes. Una manera simple de polarización lineal lumínica con este fenómeno se logra con una rejilla de alambres conductores paralelos separados en una distancia menor a λ . La mayor transmisión se logra cuando el vector eléctrico es perpendicular a los alambres, sobre el plano de éstos; mientras que cuando E es paralelo a los alambres se induce sobre ellos una corriente que absorbe la energía, por lo que un haz no polarizado emergerá con una polarización perpendicular a los alambres, paralela al plano formado por ellos.

Existen también filtros, e.g. *Polaroid*, conformados por polímeros conductores alargados que se comportan del mismo modo que las rejillas de alambre. Estos filtros son muy versátiles y relativamente baratos, por lo que han sido la elección para el diseño aquí propuesto. La simbología empleada para los filtros polarizadores es la de la Figura III.5.

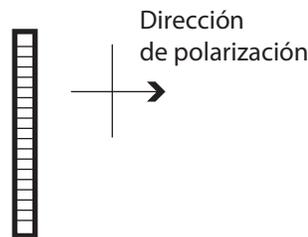


Figura III.5 Simbología empleada para los filtros polarizadores.

Un enfoque matematizado para comprender el papel de la polarización aplicada a la interferometría es extensamente expuesta en [Bergamin, 1992].

III.5 Coherencia

La *coherencia óptica* de un tren de ondas se refiere, en pocas palabras, al parecido existente entre la forma de la onda lumínica real y una onda sinusoidal perfecta. Una onda *parcialmente coherente* será aquella que en un periodo corto de tiempo y en un espacio limitado de observación se comporta tal como matemáticamente se describe una onda armónica. Una manera esquemática simple para comprender la coherencia se muestra a continuación en la Figura III.6.

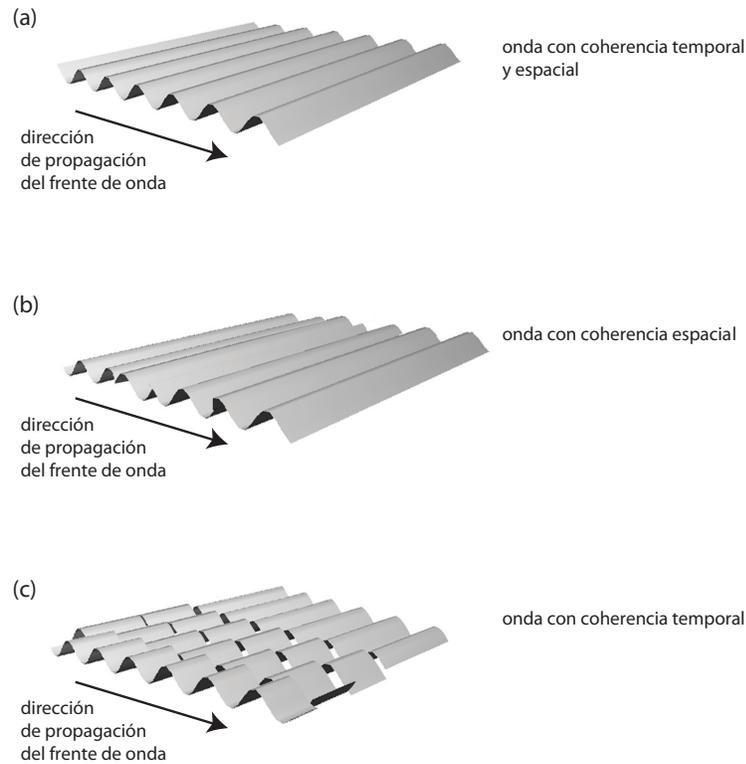


Figura III.6 Esquematzación de una onda coherente temporal y espacialmente (a), coherente espacialmente (b) y coherente temporalmente (c).

Por *coherencia espacial* se entiende aquella onda que se puede describir como una onda sinusoidal en una región limitada de tiempo, mientras que la *coherencia temporal* se refiere a aquellas ondas sinusoidales en una región limitada de su frente de onda.

La mayor parte de la luz natural y artificial existente carece de coherencia, la razón para esto es que los átomos que la emiten no guardan, en general, ninguna relación entre ellos. El resultado de lo anterior se refleja en una emisión espontánea de cada átomo y con una longitud de onda que varía dentro de un cierto rango, por lo que la monocromaticidad tampoco se guarda a la perfección.

En la interferometría será necesario guardar una coherencia temporal, por lo menos de modo parcial, para poder asegurar una medición certera de los caminos ópticos recorridos por los haces empleados. Por otra parte, la coherencia espacial no resultará tan relevante al trabajar con haces colimados.

III.6 El láser

Pensando, por simplicidad, en un átomo de un solo electrón, que puede ocupar dos únicos estados energéticos L_1 y L_2 , de estados $j = 1, 2$, éste se describe por la función de onda

$$\Psi_j(\mathbf{r}, t) = f_j(\mathbf{r})e^{-i\omega_j t}$$

en donde se ha separado la parte espacial $f(\mathbf{r})$ de las oscilaciones temporales. Los valores propios de ambas funciones de onda, respectivamente serán $\hbar\omega_1$ y $\hbar\omega_2$, con $\omega_1 < \omega_2$, y Ψ es para ambos casos una solución a la ecuación de Schödinger del potencial atómico $V(\mathbf{r})$. Cada una de las soluciones de la función de onda corresponde a una solución para la ecuación de Schrödinger y por tanto el electrón puede ocupar cualquiera de ambos estados.

Si se aplica un campo eléctrico oscilante al átomo recién descrito el potencial se modificará de $V(\mathbf{r})$ a $V(\mathbf{r}) + e\Phi(\mathbf{r}, t)$ al introducir el término $\Phi(\mathbf{r}, t)$ del campo oscilante. Debido a la presencia de este nuevo potencial la solución de la ecuación de onda tendrá que ser distinta a las anteriores, pero siempre con la posibilidad de escribirla como una superposición de ambas

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = a\Psi_1(\mathbf{r}, t) + b\Psi_2(\mathbf{r}, t)$$

donde $a^2 + b^2 = 1$ y la probabilidad $|\Psi(\mathbf{r}, t)|^2$ toma la forma

$$\begin{aligned} |\Psi(\mathbf{r}, t)|^2 &= |af_1(\mathbf{r})e^{-i\omega_1 t} + bf_2(\mathbf{r})e^{-i\omega_2 t}|^2 = \\ &= [a^2 f_1^2(\mathbf{r}) + b^2 f_2^2(\mathbf{r}) + 2abf_1(\mathbf{r})f_2(\mathbf{r})\cos[(\omega_2 - \omega_1)t]]^2 \end{aligned}$$

Lo que indica el término intermedio del lado derecho de esta expresión es una alternancia de la carga entre los dos estados, un dipolo oscilante que emite o absorbe radiación electromagnética con frecuencia $\omega = (\omega_2 - \omega_1)$, pues es la frecuencia a la que se acopla el átomo.

Esta descripción no restringe la frecuencia de oscilación al valor exacto $\omega = (\omega_2 - \omega_1)$, puesto que a y b pueden cambiar en el tiempo y por tanto la interacción se da únicamente en un periodo T , mientras que a y b no sean nulos. Así las cosas, ω puede tomar valores entre $\omega_2 - \omega_1 \pm \frac{\pi}{T}$ para satisfacer las condiciones.

La emisión de la radiación desde el estado superior energético hasta el estado base puede darse de manera *espontánea* y aleatoria, sin embargo también puede suceder de manera *estimulada* cuando se ve influenciado por un campo electromagnético externo. Si la frecuencia de perturbación es ω , entonces la fase de la onda emitida será aquella del dipolo oscilante, que a su vez es la de la onda perturbante. Así, la segunda onda, recién emitida, será coherente con la primera. El caso opuesto, de absorción estimulada, también puede

darse.

Einstein propuso la siguiente relación entre la emisión espontánea y la estimulada. Si se considera un conjunto (*ensemble*) grande de átomos en presencia de la radiación isotrópica de un cuerpo negro $u(\omega)$ a temperatura T se sabe, por la estadística de Boltzmann, que la razón entre átomos en el estado L_1 y L_2 será

$$\frac{n_2}{n_1} = \exp\left(\frac{\hbar(\omega_2 - \omega_1)}{k_B T}\right)$$

donde n_1 y n_2 es el número de átomos en cada estado.

La emisión espontánea desde L_2 a L_1 es independiente de $u(\omega)$, no así la emisión estimulada. Esta proporción está dada por

$$r_{21} = An_2 + Bu(\omega)n_2$$

donde A y B son constantes. Por otra parte las transiciones de L_1 a L_2 no se presentan espontáneamente y por tanto

$$r_{12} = Bu(\omega)n_1$$

de aquí se obtiene la razón

$$\frac{A}{B} = \frac{\hbar\omega^3 L^3}{\pi^2 c^3}$$

Si se quiere que la componente de emisión espontánea sea nula, la densidad energética $u(\omega)$ ha de satisfacer

$$Bu(\omega) \gg A$$

y por tanto

$$u(\omega) \gg \frac{\hbar\omega^3 L^3}{\pi^2 c^3}$$

este valor establece un umbral para la densidad de energía necesaria para poder ignorar la emisión espontánea. En el espectro visible $\omega = 3 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$ ($\lambda = 0.5 \mu\text{m}$), por lo que el umbral está cercano a $7 \times 10^{-7} \text{ Jm}$, la densidad de energía se eleva sobre los 20 Wm , haciendo la emisión estimulada energeticamente demandante.

El acrónimo inglés *LASER* viene de *Light Amplifier by the Stimulated Emission of Radiation* (*Amplificador de Luz por Emisión Estimulada de Radiación*), y se refiere a una fuente lumínica en la que predomina la emisión estimulada, a pesar de que el estímulo inicial es usualmente espontáneo. En la actualidad se conviene el

término castellanizado *láser* para referirse a dicho fenómeno físico y al dispositivo óptico que lo causa.

Una diferencia central entre una emisión estimulada y una espontánea está en la coherencia de fase de la radiación emitida, pues cada fotón estimulado estará en fase con el fotón estimulante y por tanto la onda crecerá como una onda continua de coherencia temporal completa; esta coherencia es arruinada únicamente cuando se llega a presentar alguna emisión espontánea.

Amodo de generar la densidad energética $u(\omega)$ suficientemente alta para lograr este fenómeno generalmente se contiene al material emisor en una cavidad resonante de frecuencia ω . Según las ecuaciones recién descritas, si se ignoran los términos de emisión espontánea, la razón de emisión estimulada será

$$I_e = \hbar\omega r_{21} = Bu(\omega)n_2$$

mientras que para la absorción, a la misma frecuencia

$$I_a = \hbar\omega r_{12} = Bu(\omega)n_1$$

Para lograr que n_2 sea mayor a n_1 los átomos en un láser han de estar excitados según una distribución fuera de equilibrio en la que haya más átomos en el estado superior L_2 que en L_1 . A este fenómeno se le conoce como inversión de población y, mientras se mantenga, se puede garantizar la emisión sobre la absorción.

Al irradiar lumínicamente un átomo de varios niveles energéticos algo de la energía incidente es absorbida; a este fenómeno se le conoce como *bombeo óptico* e induce una transición energética del átomo desde su estado base hasta un estado superior. Al regresar a su estado energético base, el átomo puede emitir en una longitud de onda mayor a la incidente, por lo que necesariamente el electrón pasó por un estado energético intermedio a su regreso; este fenómeno fluorescente da una pista sobre como conseguir una inversión de población. Si se piensa en un átomo con tres estados energéticos L_0 , L_1 y L_2 , en orden ascendente de energía, y con tiempos T_1 y T_2 en los que el electrón se mantiene en dichos estados antes de decaer, entonces la fluorescencia se describe como la transición de L_2 a L_0 por medio de L_1 .

Si, como primer caso, se supone $T_2 < T_1$ entonces los átomos podrán absorber energía eficientemente y situarse después en el estado L_1 , permaneciendo ahí por un periodo mayor T_1 , logrando así una inversión de población con respecto al estado base. Este es el principio bajo el cual operan los átomos de rubí y de dopaje de erbio. Como segundo caso es posible tener $T_1 < T_2$, donde la inversión de población se logra entre L_2 y L_1 , al mantenerse más tiempo los átomos en el estado superior; para este caso es necesario mantener un bombeo de electrones desde L_0 a L_2 . Este caso es el que presenta el láser *He-Ne*. En el láser *He-Ne* el helio se excita eléctricamente por medio de una descarga hasta un estado superior He^* . Los átomos excitados

de helio siguen su viaje aleatorio y pueden llegar a colisionar con los átomos de neón y transferirles su energía de excitación, para dejarlos en un estado Ne^* y así alcanzar una inversión de población en dichos átomos desde el estado L_2 al L_1 , cuya longitud de onda al momento de radiar es de $632.8nm$. Un esquema de este proceso se muestra en la Figura III.7.

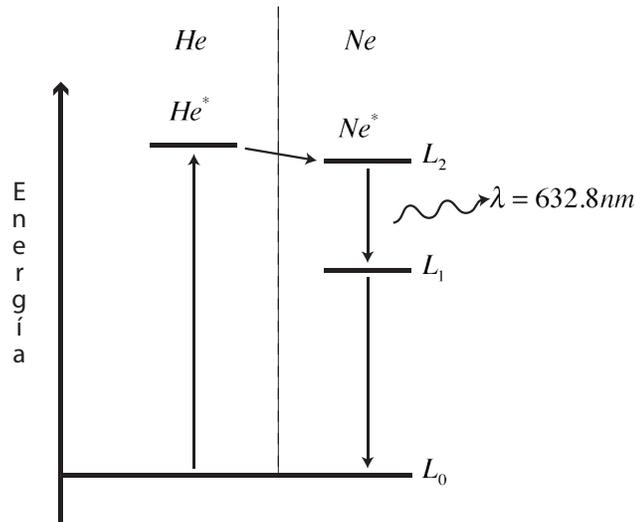


Figura III.7 Transiciones energéticas en el láser helio-neón.

El láser $He - Ne$, Figura III.8, consta de un tubo de descarga que contiene una mezcla gaseosa de He y Ne en una proporción de aproximadamente 10 : 1 a presión, contenido dentro de un *resonador confocal*. Un resonador confocal es un sistema óptico de espejos cuyos focos coinciden y logran un efecto de amplificación en la emisión estimulada. Uno de estos espejos transmite un poco de la energía incidente, esta energía liberada es la radiación láser que se aprovecha.

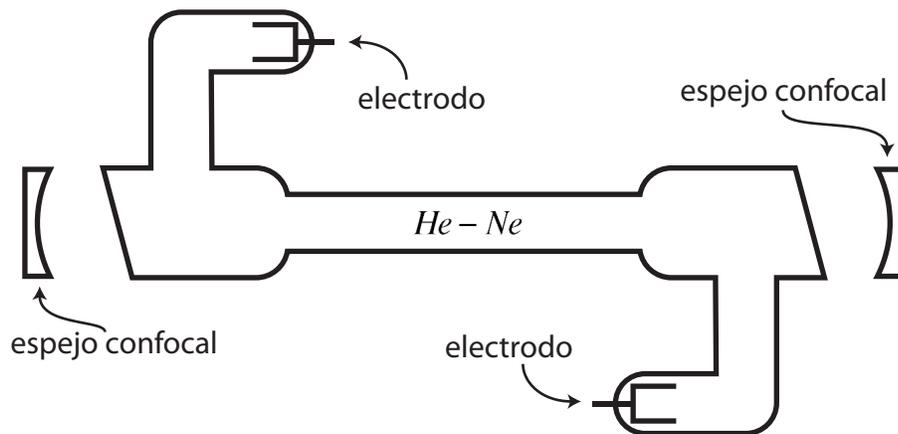


Figura III.8 Diagrama general de un láser helio-neón

Dentro de las ventajas que presenta el láser de $He - Ne$ está su costo y facilidad de operación, razón por la cual es muy popular en la interferometría y por la que ha sido utilizado en la mayor parte de la experimentación aquí desarrollada. Otra fuente láser práctica y barata son los diodos láser, que son compactos,

utilizan poca potencia y son baratos, pero su haz es divergente y astigmático, por lo que es necesario utilizarlos en conjunto con lentes colimadores. Los diodos láser también fueron considerados como una alternativa para el interferómetro aquí desarrollado; sin embargo se desechó la idea temporalmente por las dificultades técnicas que presentan. Se espera retomar esta opción para un diseño futuro.

III.7 Interferencia

El tema de la interferencia y la interferometría es muy amplio y diverso; aquí se limita a una exposición resumida que puede ser profundizada en libros especializados como [Hariharan, 1985] y [Steel, 1967].

Retomando, un haz luminoso es una onda electromagnética que se propaga. Por simplicidad, en el desarrollo subsecuente se considerarán únicamente ondas linealmente polarizadas, en el vacío, con dirección en el eje z .

La observación directa del campo eléctrico, para el caso de la luz visible ($\lambda \approx 0.5 \mu m$) implica frecuencias muy altas y por tanto es empíricamente imposible. La cantidad medible asociada a dicho campo es la intensidad óptica, equivalente al promedio de la energía, por unidad de tiempo, que pasa por una superficie normal al flujo energético. Esta cantidad es a su vez proporcional al promedio temporal del campo eléctrico:

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{E}^2 \rangle &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \mathbf{E}^2 dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T E_0^2 \cos^2(\omega t - \varphi) dt = \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \left[E_0^2 \frac{\cos(2\omega t - 2\varphi)}{2} + \frac{E_0^2}{2} \right] dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \left(\frac{E_0^2}{2} \right) (2T) = \\ &\qquad\qquad\qquad \frac{E_0^2}{2} \end{aligned}$$

donde $T = 1/\nu$ es el periodo de oscilación de la onda y φ su fase.

Ya que obtener un valor absoluto es irrelevante se ignora el factor $1/2$ para así definir la *intensidad óptica* como $I = E_0^2$.

De la expresión anterior se deduce, entonces, que dos haces monocromáticos que se propagan en la misma dirección, con el mismo plano de polarización se superpondrán en un punto P de modo que el campo eléctrico en dicho punto sea

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$$

donde \mathbf{E}_1 y \mathbf{E}_2 representan las componentes de cada haz. Así, la intensidad óptica en P para las amplitudes

de cada haz $E_{01} = E_1 \exp(-i\varphi_1)$, $E_{02} = E_2 \exp(-i\varphi_2)$, respectivamente, es

$$I = |E_{01} + E_{02}|^2 = I_1 + I_2 + 2(I_1 I_2)^{1/2} \cos \Delta\varphi$$

en donde se conviene de nuevo el uso de subíndices para indicar las intensidades respectivas de cada radiación y $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ es la diferencia de fase entre ambas.

Ya que, en general, ambas ondas recorren caminos distintos, existirá una diferencia de caminos ópticos, denotada por Δp que permite introducir el concepto de *orden de interferencia* $N = \Delta p / \lambda$. Así mismo, se sabe que la superposición de ondas periódicas produce máximos de intensidad periódicos y, por tanto, al localizar uno de éstos, se puede saber la ubicación del resto:

$$\begin{aligned} N &= m, m \in \mathbb{Z} \\ \Rightarrow \Delta p &= m\lambda \\ \Rightarrow \Delta\varphi &= \frac{2\pi\Delta p}{\lambda} \\ \therefore \Delta\varphi &= 2m\pi, m \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

y, como entre dos máximos hay un mínimo, éstos están en

$$\begin{aligned} N &= m + \frac{1}{2}, m \in \mathbb{Z} \\ \Rightarrow \Delta p &= \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \\ \Rightarrow \Delta\varphi &= \frac{2\pi\Delta p}{\lambda} \\ \therefore \Delta\varphi &= (2m + 1)\pi, m \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

Con lo anterior queda planteada la existencia de la *interferencia óptica* y la presencia de máximos y mínimos de intensidad en ella. Naturalmente, las condiciones bajo las que se da la interferencia óptica no se satisfacen fácilmente, razón por la cual este fenómeno pasa desapercibido en la vida cotidiana. A continuación se describe uno de los casos más simples bajo los cuales se presenta este fenómeno.

La producción de haces electromagnéticos para el trabajo empírico de la interferencia puede lograrse tanto por la división de un frente de onda como por una división de la amplitud del tren de onda en un divisor de haz. Sobre la división de frentes de onda no se ahondará por ser ajeno al objetivo del presente trabajo. Ejemplos derivados de esta metodología son los espejos de Fresnel, las rejillas de Young y el espejo de Lloyd, donde se utilizan dos porciones de un mismo haz que eventualmente se superponen para lograr la interferencia.

En cuanto a la división de amplitud se le encuentra un cierto atractivo al permitir el uso de fuentes puntuales y colimadas. El caso más sencillo de la interferencia por división de amplitud se da cuando una fuente

puntual monocromática ilumina una placa de algún material transparente de superficies paralelas. Este caso se desarrolla con el fin de ejemplificar la interferencia y simplificar su desarrollo.

Si se localiza la fuente en un punto S , la iluminación procedente de ésta, dirigida hacia la placa, será en una parte reflejada por la primera superficie, llegando así al punto de observación P ; por otra parte, también será reflejada por la segunda superficie, yendo nuevamente a dar a P (ver Figura III.9).

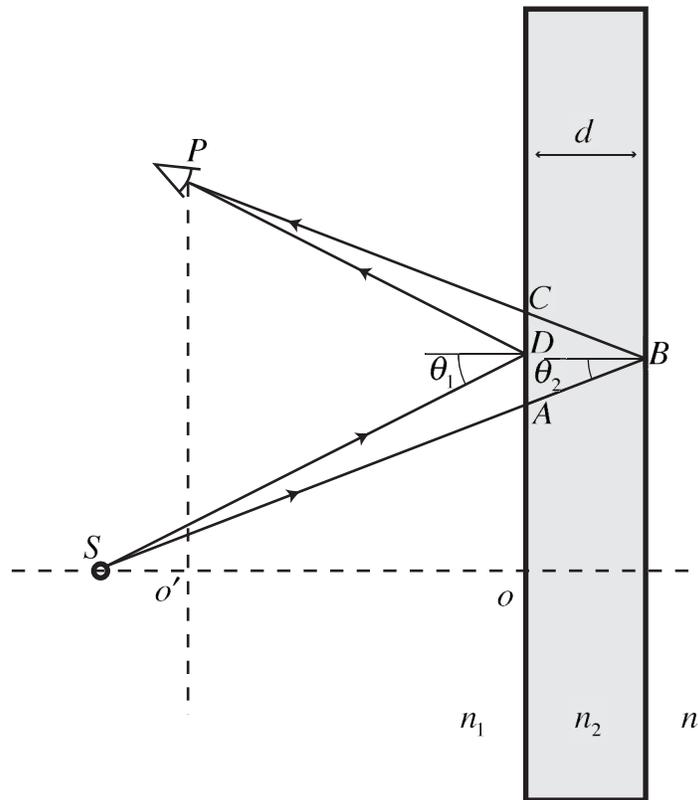


Figura III.9 Interferencia en una placa transparente de caras paralelas.

Como puede verse en la Figura III.5, al incidir en P , los haces interfieren. Por simetría, respecto a la normal de la placa, la manera en que éstos interfieren será igual en una circunferencia centrada en o' sobre el plano de observación. Por las variaciones en los caminos ópticos para distintos ángulos de incidencia se concluye que sobre el plano de observación se formará un patrón de interferencia de círculos concéntricos en o' con intensidades que toman valores máximos y mínimos alternadamente.

Cabe notar que en el caso anterior también existe la posibilidad de reflexiones secundarias internas en la placa de una porción de la radiación. Estos fenómenos también tendrán una aportación en la interferencia; sin embargo, por simplicidad, se ignoran.

Si el plano de observación se coloca al infinito, que es ópticamente equivalente a la utilización de una lente convergente para enfocar los haces en el punto focal de ésta, entonces se tiene, basándose en la figura

anterior, que

$$\begin{aligned} AB &= BC = \frac{d}{\cos \theta_2} \\ AC &= 2d \tan \theta_2 \\ AD &= AC \sin \theta_1 \\ \Rightarrow AD &= 2d \tan \theta_2 \sin \theta_1 \end{aligned}$$

en donde la diferencia de camino óptico es únicamente

$$\begin{aligned} \Delta p &= n_2 (AB + BC) - n_1 AD = \\ &= n_2 \left(\frac{d}{\cos \theta_2} + \frac{d}{\cos \theta_2} \right) - n_1 (2d \tan \theta_2 \sin \theta_1) = \\ &= 2n_2 d \cos \theta_2 \end{aligned}$$

Tomando en cuenta el cambio de fase de π ocurrido en una de las superficies, por la reflexión que sufre según la teoría antes expuesta, se tiene que

$$\Delta p = 2n_2 d \cos \theta_2 \pm \frac{\lambda}{2}$$

y tal como se había hallado, una franja de interferencia constructiva corresponde a

$$2n_2 d \cos \theta_2 \pm \frac{\lambda}{2} = m\lambda$$

mientras que para la interferencia destructiva se cumple

$$2n_2 d \cos \theta_2 \pm \frac{\lambda}{2} = (2m + 1)\lambda$$

Al patrón circular que se forma en esta interferencia se le conoce como *franjitas de igual inclinación*, o *franjitas de Haidinger*. Un fenómeno similar acontece en los haces transmitidos a través de la placa, donde

$$\Delta p = 2n_2 d \cos \theta_2$$

por lo que el patrón será complementario a aquel visto en la reflexión.

Estas ecuaciones muestran que para una d dada Δp depende únicamente de θ_2 , haciendo posible el uso de fuentes extendidas monocromáticas, tal como una fuente colimada para su producción; en particular resulta muy versátil cuando se utiliza en conjunto con un láser, ya que se tiene la ventaja de trabajar con una fuente monocromática *per se*.

Si la placa no presenta variaciones considerables en su espesor, al ser iluminada con incidencia cuasinormal por una fuente colimada monocromática entonces θ_2 tiende a cero y por tanto

$$\Delta p \approx 2n_2d \pm \lambda/2$$

que corresponde a un patrón de *franja de igual espesor*, conocidas como *franja de Fizeau*. En la práctica, cuando se busca el conteo de franjas como magnitud asociada a la diferencia de camino óptico, la distinción entre un tipo u otro de franjas se torna irrelevante.

III.8 Tipificación de los interferómetros

Dentro de las aplicaciones que se le dan a la interferencia óptica está, como metodología ampliamente empleada, la *interferometría*. La interferometría permite la comparación del camino óptico de dos haces por medio del conteo de franjas de interferencia, o la interpolación de información en ellas. La diferencia de caminos ópticos puede ser lograda ya sea por recorridos geoméricamente distintos, por la introducción de diversos materiales de diferente índices de refracción en el camino seguido por uno de los haces, por la variación de la densidad del medio recorrido por los haces, etc., dando la posibilidad de medir una gran cantidad de magnitudes físicas: desplazamientos, velocidades, índices de refracción, densidades, temperaturas y vibraciones mecánicas, entre otras.

Existen tres configuraciones ópticas básicas para la interferometría de dos haces luminosos: la de Michelson, la de Mach-Zehnder y la de Sagnac.

El esquema general del *interferómetro de Michelson* se muestra en la Figura III.10. La simbología empleada sigue aquella expuesta a partir de §III.4.

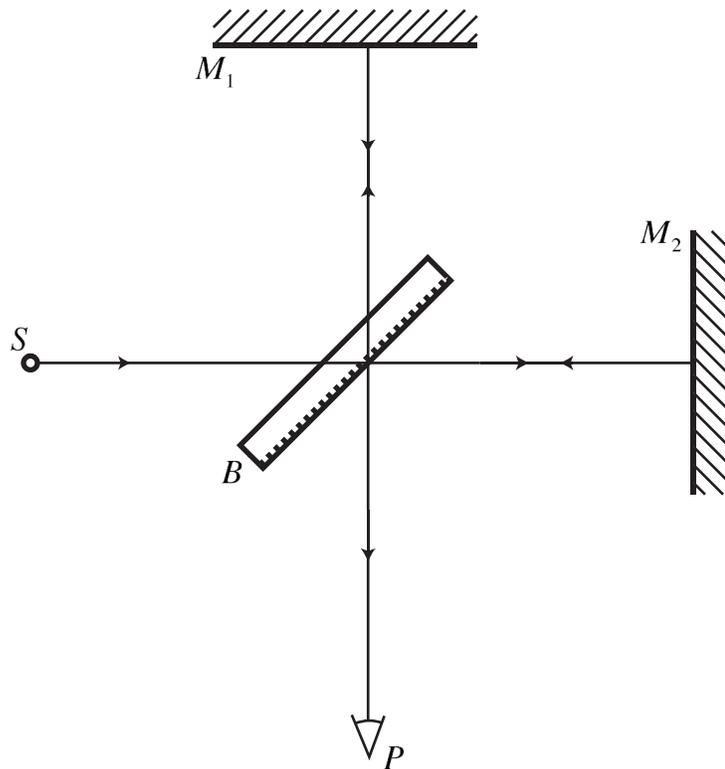


Figura III.10 Diagrama del interferómetro tipo Michelson.

En este interferómetro el haz emitido en S se divide en dos partes por el divisor de onda en B de modo que una de dichas partes sigue su camino hasta el espejo plano M_2 , donde es reflejado para ser redirigido por B hasta el punto P . Por otra parte, la porción reflejada originalmente por B se encuentra con el espejo plano M_1 , quien lo hace llegar, a través de B , de nuevo a P .

De lo anterior se tiene que la diferencia de camino óptico se da por la distancia d recorrida por cada haz en los índices de refracción respectivos a cada material:

$$\Delta p = \sum_{\text{haz1}} nd = \sum_{\text{haz2}} nd$$

Ya que los medios materiales suelen presentar distintas dispersiones ante distintas longitudes de onda, si se quiere una independencia en Δp de las longitudes de onda, se ha de introducir un cristal del mismo material y espesor que B entre B y M_1 , de modo que ambos haces recorran la misma distancia en los mismos medios. Lo anterior no es realmente necesario al trabajar con fuentes monocromáticas y distancias relativas.

Una convención importante a mencionar, y que se vuelve a tratar más adelante, es la *resolución del interferómetro*. Por resolución de un interferómetro se entiende a la fracción de longitud de onda en que se ha alterado el camino óptico de uno de los haces del mismo para lograr que el patrón de interferencia

pase por dos máximos consecutivos, o bien, equivalentemente, entre dos estados análogos de interferencia. En el interferómetro de Michelson clásico dicha resolución es de una media parte de la longitud de onda, sin embargo existen arreglos que logran fracciones menores.

Pasando ahora al *interferómetro de Mach-Zehnder*, cuyo esquema general se reproduce en la Figura III.11, se tiene un montaje donde el haz, partiendo de S , se divide en un primer divisor de onda B_1 , cada haz resultante se dirige, ortogonalmente entre sí a un espejo, M_1 y M_2 , respectivamente, para reencontrarse en un segundo divisor de onda B_2 , de donde emergen dos haces conteniendo la información referente a la diferencia Δp de los caminos ópticos recorridos.

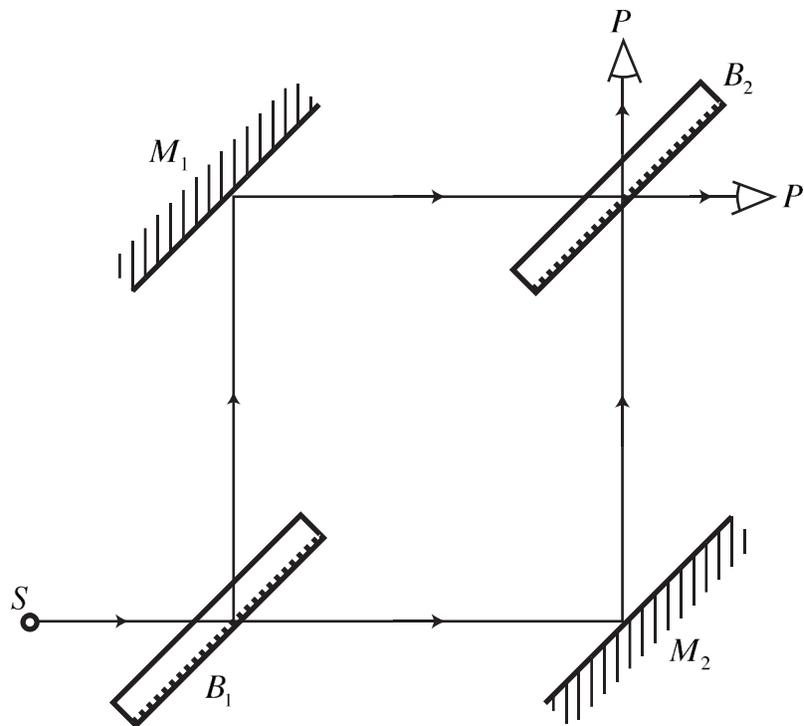


Figura III.11 Diagrama del interferómetro tipo Mach-Zehnder.

En este interferómetro la diferencia de camino óptico está dada por el recorrido en el aire, o medio que embebe al aparato, que realiza uno de los haces en relación con el segundo. A esta diferencia de recorrido d , en el medio de índice de refracción n , le corresponde una diferencia de camino óptico

$$\Delta p = nd$$

y por tanto

$$\Delta\varphi = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)nd$$

Debido a la disposición de los elementos ópticos en este interferómetro, este aparato se presta en estudios sobre el índice de refracción y variaciones del mismo con la temperatura. En este sentido el arreglo de Mach-Zehnder es considerado como el más versátil por autores como [Hariharan, 1985].

Por último, los *interferómetros tipo Sagnac* son dispositivos donde el haz recorre en ambos sentidos un circuito óptico cerrado. Existen dos variantes principales, esquematizados en la Figura III.12.

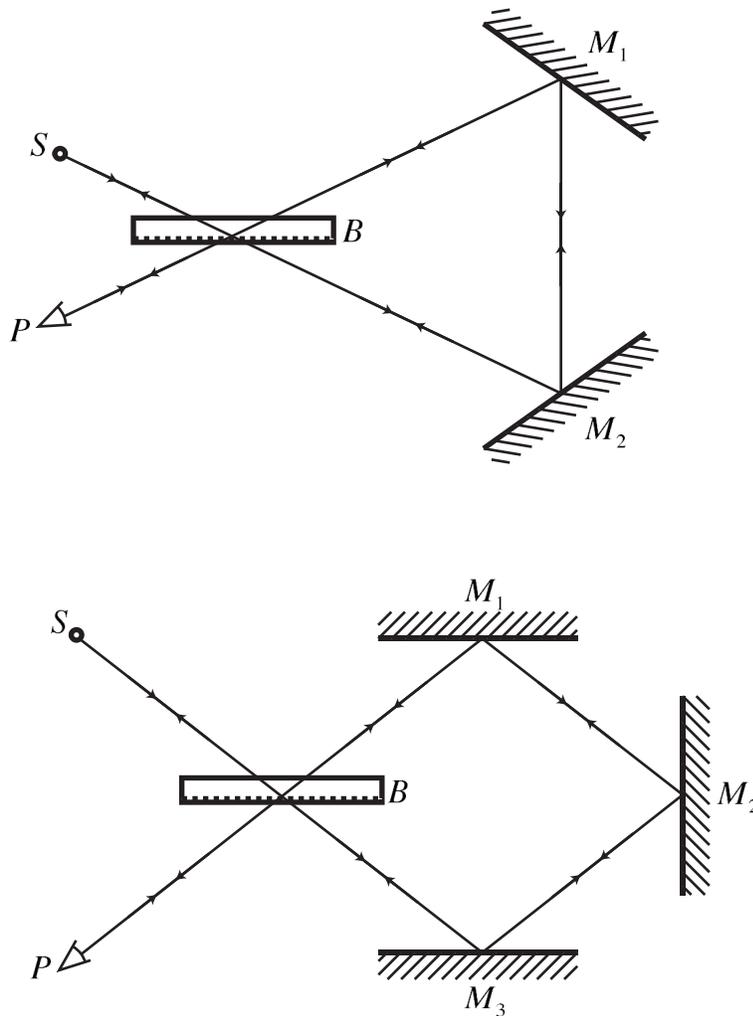


Figura III.12 Diagrama del interferómetro tipo Sagnac, en sus dos variantes.

donde B es un divisor de haz, M_i , $i = 1, 2, 3$ son espejos planos y S y P son la fuente luminosa y punto de observación, respectivamente.

Estos interferómetros se alinean fácilmente y permiten la medición de ángulos de desplazamiento.

La descripción recién hecha se ha limitado a los interferómetros donde sólo hay dos haces luminosos en juego y cuya frecuencia es única y constante, sin embargo, existe una variedad mucho mayor de interferómetros con otras características que por caer fuera del contexto de este trabajo no serán tratados.

III.9 Cuadratura de señales

Un punto importante a tratar en la detección de las señales de interferencia gira en torno a cuánta información se puede obtener de éstas. El nivel de precisión y la información sobre el estado general del sistema óptico buscados han de ser establecidos previamente al trabajo empírico de modo que se limiten las exigencias impuestas sobre el mismo.

Ya se ha dicho que el conocer la aparición de franjas en un patrón de interferencia lleva a conocer la diferencia de camino óptico entre lo que se denomina el *haz de referencia*, asociado al *brazo* (conjunto de elementos ópticos) *fijo* del interferómetro, esto es, la parte del haz dividido que no se altera durante el transcurso experimental, y el *haz de medición*, asociado al *brazo móvil* del interferómetro, que se altera durante la medición. Sin embargo, y ya que el patrón de interferencia tiene una variación senoidal con el cambio de camino óptico, es posible interpolar información tomando en cuenta esta variación. En el caso del interferómetro aquí propuesto dicho cambio en el camino óptico será introducida por el desplazamiento direccionado del carro de la micromáquina en estudio, que a su vez soporta los elementos del brazo de medición del interferómetro. Así, el paso de franjas de interferencia dará la magnitud del desplazamiento en términos de la longitud de onda involucrada.

La interpolación de información recién mencionada se puede hacer en dos niveles según la precisión buscada. La primera, que es la empleada en este trabajo, considera las franjas del patrón interferométrico como una señal discreta de dos estados, el estado alto que sucede cuando la interferencia pasa un cierto umbral en dirección de la interferencia constructiva y el estado bajo, aquel que se da cuando la interferencia es destructiva a partir de cierto valor, ver la Figura III.13. De este modo se puede resolver fácilmente el conteo, ya sea manual o electrónico, de franjas asociado al desplazamiento del brazo móvil del interferómetro. Si se trabaja con longitudes de onda del espectro visible, como es el caso aquí presentado, la mejor resolución que se puede obtener con esta metodología es del orden de decenas o centenas de micrómetros, según la disposición óptica existente en el interferómetro y la longitud de onda empleada.

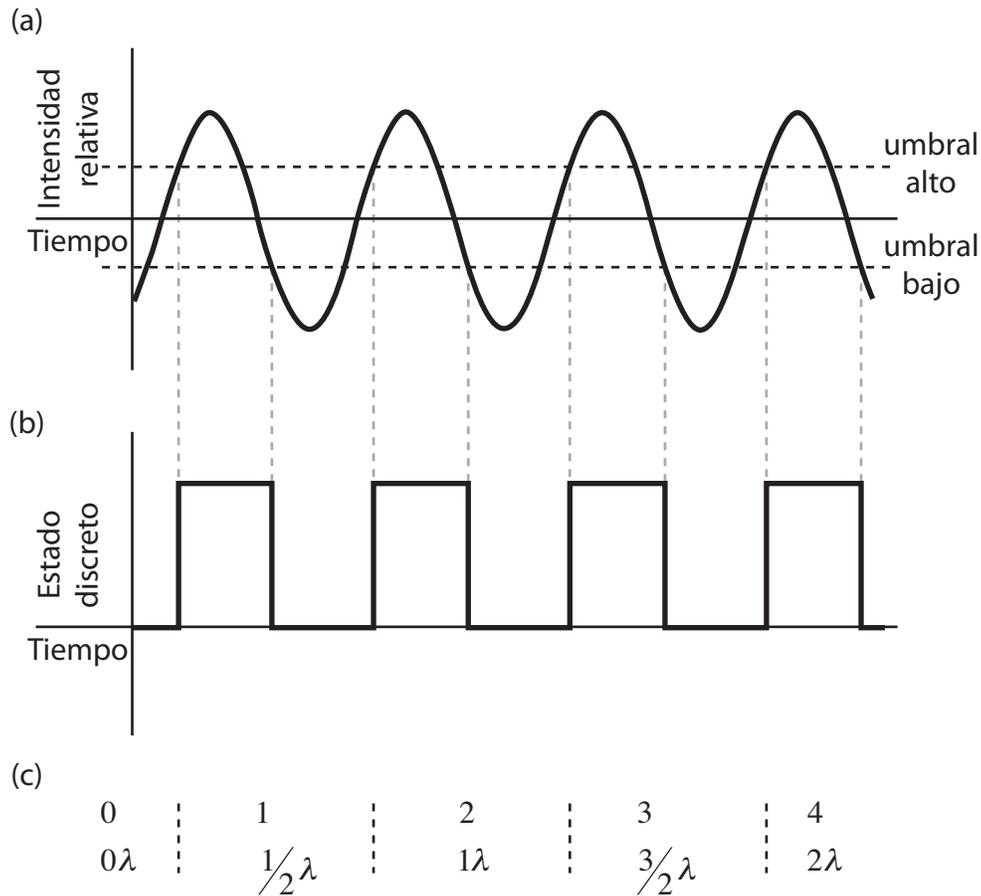


Figura III.13 Empleo de un comparador de umbral para discretizar los estados de una señal. (a) Señal de intensidad óptica de las franjas consecutivas en un interferómetro. (b) Misma señal discretizada en dos estados según un umbral establecido. (c) Conteo de máximos consecutivos y desplazamiento asociado en términos de la longitud de onda para un interferómetro de resolución de un cuarto de longitud de onda.

Aún más, si el haz utilizado tiene una polarización aleatoria es posible separar, por medio de filtros polarizadores, una cierta polarización para el haz fijo y otra, ortogonal a la primera, al haz de medición, de este modo el patrón de interferencia puede ser detectado, interponiendo un tercer polarizador previo al detector, con un cierto corrimiento en su fase, dado por el tercer polarizador. La ganancia del arreglo anterior reside en el hecho de que, si se detecta simultáneamente con dos detectores al patrón de interferencia, cada uno con un polarizador antepuesto y cuyas polarizaciones sean ortogonales entre sí y estén a 45° respecto a los polarizadores del haz de referencia y de medición, se tendrán dos señales de interferencia, una recorrida 90° respecto a la otra.

El corrimiento de las señales antepone, temporalmente, una a la otra. La ubicación relativa de las mismas dependerá únicamente del sentido del desplazamiento realizado por el brazo de medición. La disposición de dos señales desfasadas en $\frac{\pi}{2}$ se conoce como la cuadratura de las mismas. Si se conoce la cuadratura de las señales no sólo se sabe la magnitud del movimiento sino también su dirección, ver Figura III.14.

Electrónicamente existen diversos circuitos capaces de interpretar tanto magnitud como sentido de dos señales por medio de la cuadratura, uno de los cuales se expondrá en el capítulo V. Es este el método que se empleó en el sistema interferométrico aquí expuesto. Sobre la teoría y formalismo de cuadratura de señales se recomienda consultar a [Heydemann, 1981], cabe mencionarse que la teoría detrás de la cuadratura ha atraído mucho interés científico en tiempos recientes incluso en áreas como la mecánica cuántica, donde se le amplía al estado de las coordenadas y los momentos generalizados de un sistema.

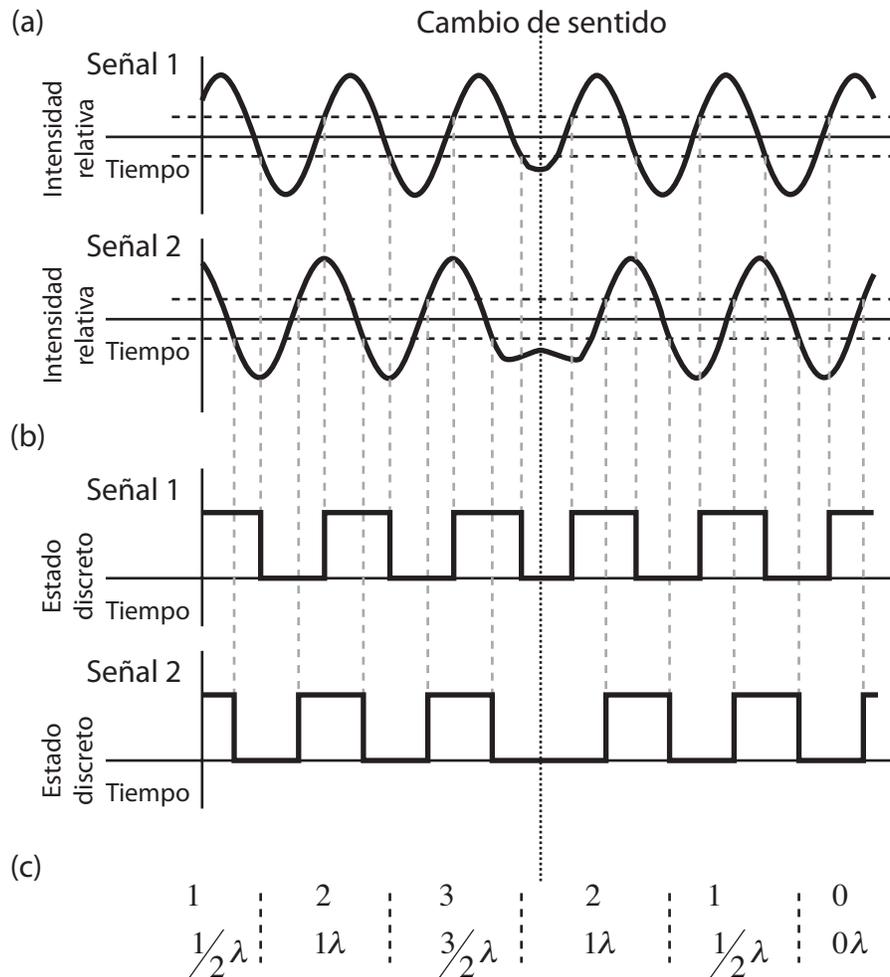


Figura III.14 Discretización de dos señales en cuadratura. (a) Señales de intensidad óptica de las franjas consecutivas en un interferómetro, desfasadas en 90° una relativa a la otra; mostrando un cambio de sentido de movimiento. (b) Señales discretas en dos estados según un umbral establecido. (c) Conteo de máximos consecutivos y desplazamiento asociado en términos de la longitud de onda para un interferómetro de resolución de un cuarto de longitud de onda, reconociendo el sentido relativo del desplazamiento.

Otra manera de presentar las señales en cuadratura que resulta útil, sobre todo desde un punto de vista gráfico, es representando ambas señales en un plano XY, con la aportación de cada una de las señales en alguna de las coordenadas. Cuando se representan las señales interferométricas, que son de tipo senoidal y continuas, se describe, en general, una elipse (en caso de que las amplitudes de ambas señales coincidan ésta

se torna en una circunferencia). La evolución temporal del lugar geométrico descrito parecerá girar en torno al centro del mismo, la dirección de giro se asocia con la dirección del movimiento medido por las señales. En caso de que las señales representadas sean las señales discretas se observará un comportamiento similar pero, *cæteris paribus*, el lugar geométrico trazado describirá un rectángulo (y en caso de que las amplitudes de las señales coincidan se tratará de un cuadrado). Estas representaciones son ejemplificadas en la Figura III.15, y en la Figura V.2 se verá tal y como se observa en el osciloscopio para las señales discretizadas del interferómetro.

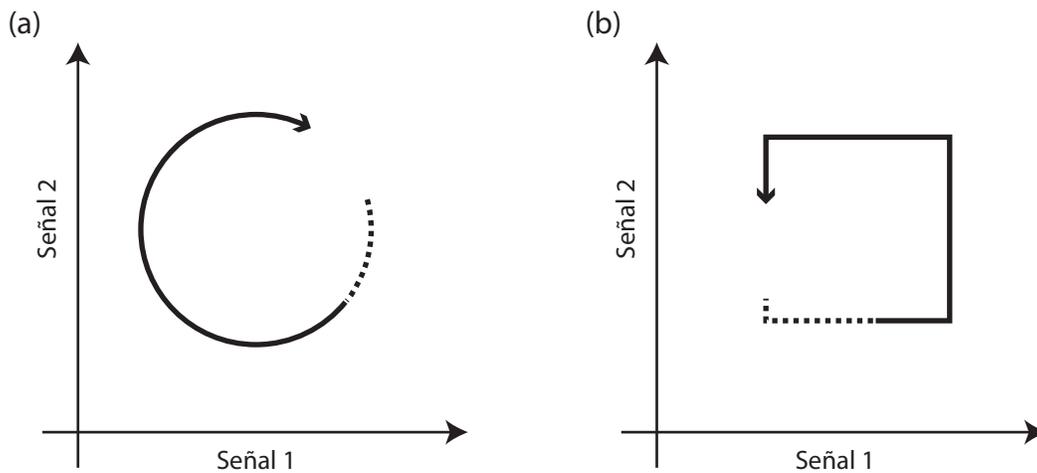


Figura III.15 Representación XY de señales de misma amplitud en cuadratura, el sentido relativo de giro se representa por las flechas. (a) es la representación de señales senoidales y (b) es en el caso de señales discretas.

Por otro lado, el segundo nivel de precisión que se puede alcanzar logra resolución subnanométrica e incluso picométrica al tratar con valores continuos del patrón de interferencia. El modo en que esto se logra es por medio de la interpolación matemática de valores en la señal de interferencia. Sin embargo, y como es de esperarse, las condiciones experimentales necesarias para alcanzar esta sensibilidad exigen una estabilidad mecánica, óptica y electrónica mucho mayor a la que se pretende alcanzar en el presente en el GMM, aunque existe la posibilidad de incursionar en esta dirección en el futuro.

IV Diseño del interferómetro

IV.1 Criterio de selección

Dentro de los primeros objetivos buscados durante el transcurso del desarrollo de este trabajo estuvo, naturalmente, el diseño óptico del sistema interferométrico a emplear como dispositivo instrumental experimental. En una tesis anterior ([Herrera, 2010]), realizada en el GMM, se plantearon los requerimientos que un sistema interferométrico debía poseer para la caracterización de las MMHs:

- resolución submicrométrica, para incrementar la certeza de las mediciones
- detección del sentido del movimiento, para distinguir oscilaciones alrededor de un valor de desplazamientos netos
- sistema robusto y estable, para evitar la introducción de errores asociados al instrumento
- inmunidad a movimientos oscilantes del carro de las micromáquinas, para conocer los desplazamientos netos de las mismas
- simplicidad en el diseño, para reducir el tiempo de alineación y el espacio requerido por el instrumento
- aprovechamiento máximo de la potencia del láser, para optimizar en componentes menos demandantes energéticamente y, por lo general, de menor precio

Adiferencia de los interferómetros de Mach-Zehnder y Sagnac, que requieren adaptaciones para dicho fin, el de Michelson es un interferómetro donde la medición de distancias se facilita de manera natural; razón por la cual se optó por este tipo de dispositivo. Sin embargo, existe una gran diversidad de variaciones al diseño original de Michelson desarrollados a lo largo de más de un siglo, cada uno de los cuales presenta ventajas y debilidades frente a los otros y hace necesaria una selección cuidadosa del arreglo a emplear. Fue necesario estudiar cada diseño para comprenderlo por completo, ver Apéndice B, y así hacer una elección que resultó ser, al final de cuentas, un diseño presumiblemente original, pues no se le encontró en ninguna fuente consultada. Es importante destacar que sus cualidades permiten cumplir adecuadamente los requerimientos recién enlistados. Sobre temas más avanzados concernientes el diseño interferométrico se recomiendan [Chien-Ming(a), 1996] y [Chien-Ming(b), 1996]

IV.2 Diseño propuesto

Habiendo considerado las ventajas provechosas de los diseños estudiados, resumidos en el Apéndice B, y tomando en cuenta la manera en que las adquieren se ideó un arreglo óptico que pudiera agruparlas del modo más sencillo posible. El diseño al que se llegó fue el que aparece en las Figuras IV.1 y IV.2, un diseño presumiblemente original. Es este diseño la propuesta presentada como solución a la problemática expuesta en la §II.2; y sobre el cual versa el resto de este escrito.

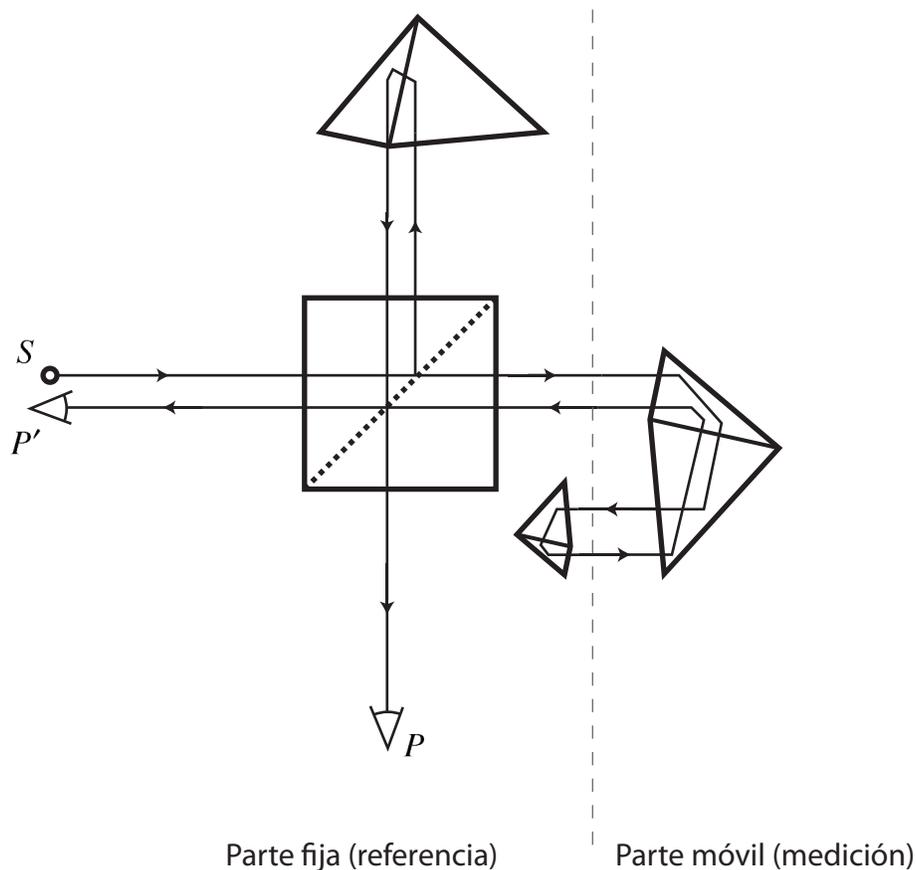


Figura IV.1 Interferómetro propuesto en esta tesis para el trabajo en el GMM.

Este diseño se compone de siete elementos ópticos: una fuente luminosa (láser), un divisor de haz cúbico, tres retroreflectores y dos detectores. El brazo de referencia se conforma de un retroreflector únicamente, mientras que el brazo de medición tiene, por un lado, un retroreflector móvil, que hace la medición y, un retroreflector fijo al resto del interferómetro, que es el elemento que en última instancia da la resolución teórica del diseño, como se explica más adelante.

El comportamiento de este diseño asegura una recepción teórica del 100% de la potencia óptica introducida al sistema al utilizar retroreflectores, pues los dos haces, el de referencia y el de medición, llegan íntegros

a los detectores. Este comportamiento no es posible obtenerlo haciendo uso de espejos planos, pues una parte de los haces siempre regresa al láser o fuente luminosa empleada.

Por otro lado, el uso del retrorreflector móvil en el brazo de medición lo hace inmune a los giros de éste dentro de un cierto rango, siempre y cuando el haz de medición tenga la libertad de entrar y salir de dicho elemento. Sin embargo, el diseño es susceptible a los *desplazamientos paralelos*, en el plano de la apertura óptica, del retrorreflector de medición, introduciendo así un *error de coseno* en la alineación del sistema, Cf. §IV.4. Estos desplazamientos paralelos pueden llevar a mediciones erróneas e inútiles, aún así, una buena alineación óptica los convierte en irrelevantes y por lo tanto dejan de ser una preocupación práctica en el uso del interferómetro.

Una manera práctica de obtener una aproximación del desplazamiento paralelo del retrorreflector de medición es la siguiente. Fijándose en las distancias al eje óptico, sobre la apertura óptica de los retrorreflectores del brazo de medición, a la que los haces inciden y salen de los mismos y llamándoles a , b y c según la Figura IV.2, se tiene que, al desplazar paralelamente al retrorreflector de medición en una distancia δ , las distancias anteriores se ven alteradas y toman la forma $a - \delta$, $b + 2\delta$ y $c + 4\delta$, respectivamente. Por tanto, un desplazamiento δ se verá reflejado en el sistema como una desalineación que mueve al haz de referencia en 4δ .

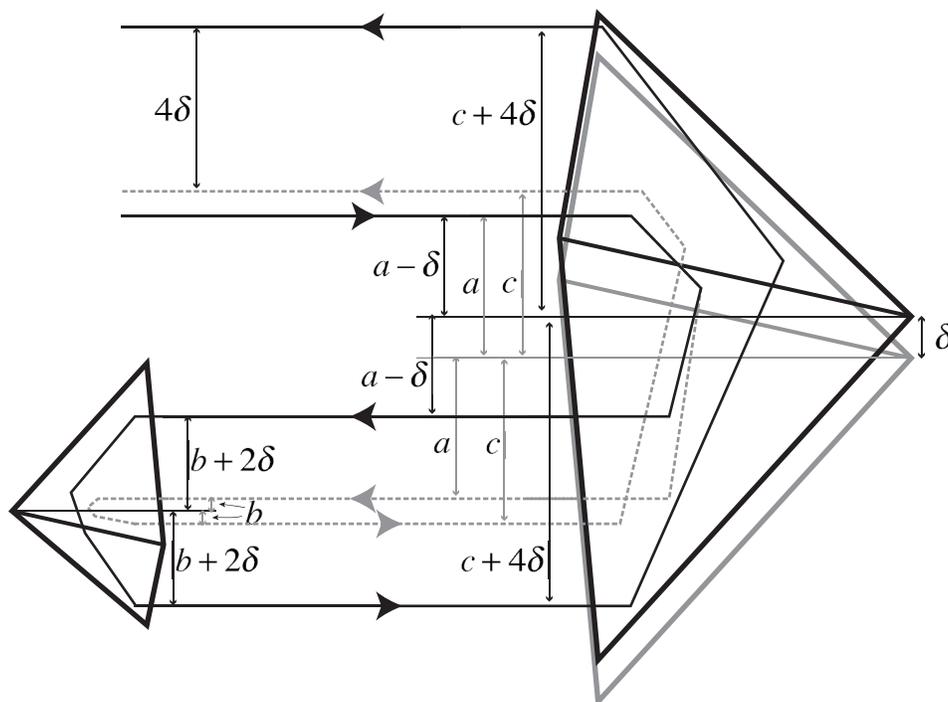


Figura IV.2 Cálculo del desplazamiento paralelo en el brazo de medición. En gris se muestra el estado original del sistema, en negro, el sistema con un desplazamiento δ sobre el plano de la apertura óptica de los retrorreflectores. Detalle del brazo de medición.

El uso de un segundo retroreflector fijo en el brazo de medición permite que dicho haz realice dos veces el recorrido óptico por el retroreflector móvil, teniendo así doble resolución, esto es, una resolución de $\frac{1}{4}\lambda$; la razón, esquematizada en la Figura IV.3, es la siguiente: si se llama d a la distancia entre el retroreflector de medición y el resto del interferómetro (esta distancia es arbitraria, pero fija) y e a la distancia entre las aperturas ópticas de los retroreflectores del brazo de medición, entonces, al desplazar sobre el eje óptico al retroreflector de medición una distancia ε , dichas distancias cambiarán por $d + \varepsilon$ y $e + \varepsilon$, respectivamente. Según lo anterior y, suponiendo al índice de refracción del aire $n = 1$, el camino óptico recorrido por el haz antes del desplazamiento será $p_1 = 2d + 2e + R$ y después del desplazamiento será $p_2 = 2(d + \varepsilon) + 2(e + \varepsilon) + R$, donde R es el camino óptico dentro de los retroreflectores, que en ambos casos coincide. De modo tal que la diferencia de camino óptico entre ambos casos es $\Delta p = 4\varepsilon$, pero

$$\begin{aligned}\Delta p &= m\lambda \\ \Rightarrow m\lambda &= 4\varepsilon \\ \therefore \varepsilon &= \frac{m\lambda}{4}, m \in \mathbb{Z}\end{aligned}$$

y es por esto que basta un desplazamiento de $\frac{1}{4}\lambda$ del retroreflector de medición para pasar entre dos puntos análogos consecutivos de la interferencia. Al emplear un láser helio-neón de $632.8nm$, la resolución óptica del interferómetro será de $158.2nm$.

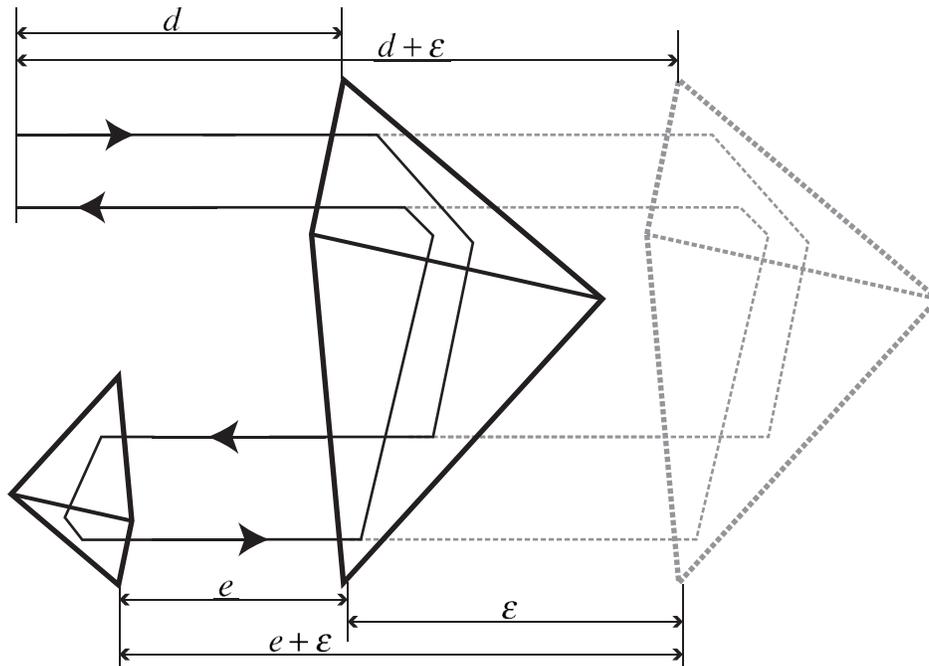


Figura IV.3 Obtención de la resolución teórica del interferómetro propuesto. En negro, estado original del sistema, en gris, el brazo de medición con el retroreflector desplazado en ε sobre el eje óptico. Detalle del brazo de medición.

Por último, ya que el patrón de interferencia puede ser detectado en dos puntos distintos y, haciendo uso de polarizadores, es posible recibir ambas señales con un desfase suficiente como para detectar la cuadratura de éstas y así la dirección del movimiento, siempre y cuando la fuente luminosa sea de polarización aleatoria. La colocación de los filtros polarizadores ha de ser cuidadosa para no interrumpir el paso de los demás haces del interferómetro y las direcciones de polarización han de ser establecidas de este modo (ver Figura IV.4): al filtro colocado en el brazo de medición se le asignan 0° de rotación, al filtro del brazo de referencia se le coloca a 90° respecto al anterior, de modo que los haces de ambos, al unirse de nuevo antes de incidir en los detectores formarán un haz de polarización circular (cuya dirección de giro depende del sentido de desplazamiento del brazo de medición) y del cual se pueden separar dos componentes polarizadas linealmente, desfasadas 90° una respecto a la otra, haciendo uso de polarizadores a 45° y -45° frente a cada uno de los detectores, respectivamente.

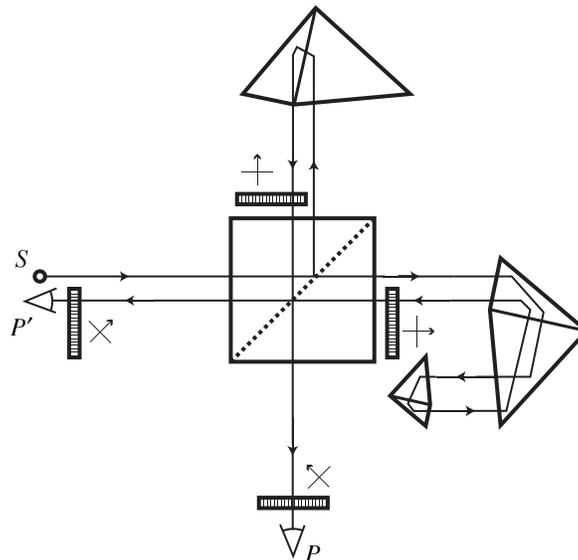


Figura IV.4 Disposición de los polarizadores para detectar cuadratura en las señales de interferencia.

Un esquema de lo que acaece con el estado de polarización de los haces dentro del interferómetro se muestra en la Figura IV.5. En esta figura se representa al haz como una línea que se divide, en el divisor de haz, para pasar por los polarizadores del brazo de referencia y de medición, y se vuelve a unir tras pasar de nuevo por el divisor de haz. Una nueva división del haz se esquematiza pero, esta vez, dada por la separación de estados de polarización antes de incidir sobre los detectores.

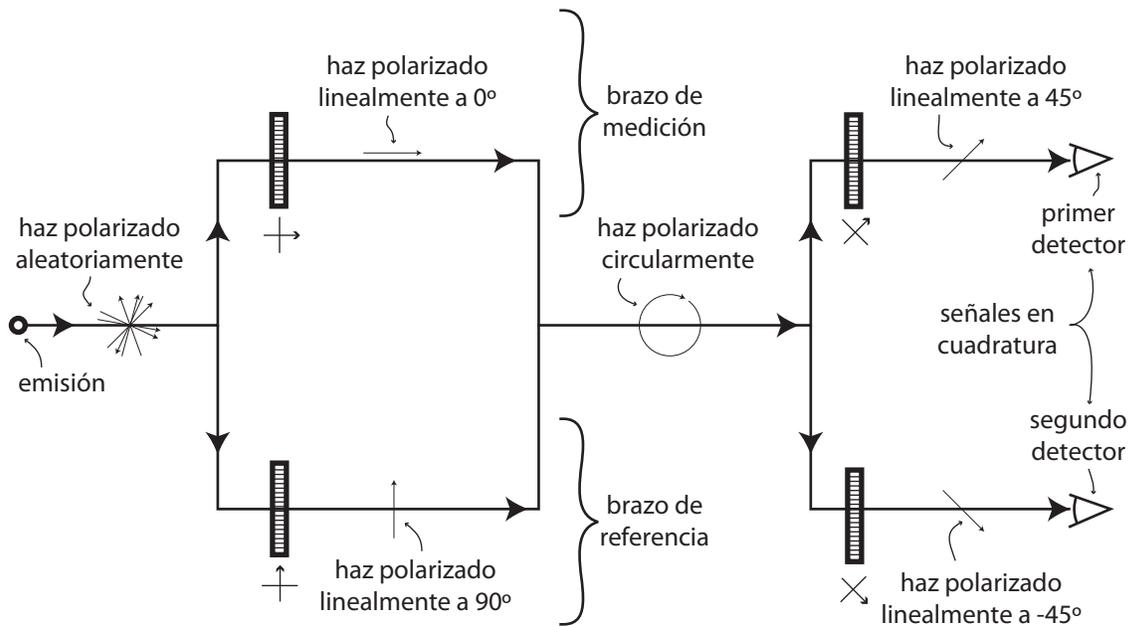


Figura IV.5 Esquema de los estados de polarización en el interferómetro.

Esta decir que la cuadratura de señales también puede ser obtenida por medio de retardadores de onda, sin embargo, por no tener acceso a uno y el elevado precio de dichos elementos ópticos se descartó esta posibilidad.

IV.3 Construcción del interferómetro

Habiendo elegido un diseño apropiado para cumplir el criterio impuesto, se procedió a adquirir y ensamblar el interferómetro. Un paso clave resultó el modelado por computadora del interferómetro, en el *software* de *SolidWorks*. La importancia y ventaja proporcionada por esta modelación fue que no sólo permitió visualizar y conocer de principio el sistema óptico, sino que planteó el primer problema técnico al que nos habríamos de enfrentar en la construcción. El problema hallado fue que, debido a las dimensiones del láser, los detectores y las monturas de los mismos, no es posible acomodar, de un mismo lado del divisor de haz, el láser y uno de los detectores, tal como se esquematiza el interferómetro. La solución pudo ser hallada fácilmente gracias a *SolidWorks*, bastó acomodar ortogonalmente el láser y redirigir su emisión por medio de un espejo plano, tal como puede ser notado en las imágenes del interferómetro en las Figuras IV.6, IV.7 y IV.8.

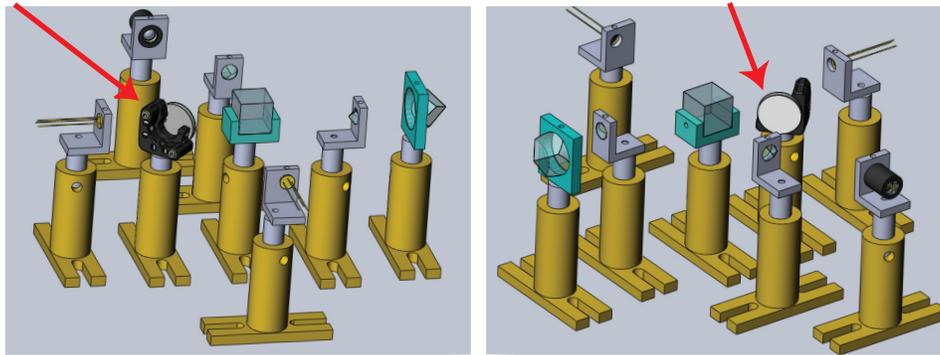


Figura IV.6 Modelamiento, en *SolidWorks*, del interferómetro visto desde dos perspectivas distintas. Se señala el espejo introducido como solución al montaje del láser.

El montaje del interferómetro se desarrolló sin contratiempos, lo que permitió comenzar con sus pruebas y ajustes desde una etapa temprana del trabajo. La montura se hizo sobre una mesa óptica nivelada con aire, para evitar las posibles vibraciones mecánicas del entorno, y fue sobre esta mesa que se mantuvo el interferómetro durante todo el tiempo previo a su caracterización final y su aplicación a las MMHs; momento en el cual fue transferido a un tripié adecuado para dichas pruebas (Cf. §VI.2).

En las Figuras IV.7 y IV.8 se aprecia la disposición general de los componentes del interferómetro en su arreglo final. Tal y como se mencionó previamente, se espera en un futuro tener un gabinete diseñado con el fin de contener todos los elementos ópticos del interferómetro, de modo que proporcione un sustento rígido y menor susceptibilidad a errores por influencias externas sobre los componentes.

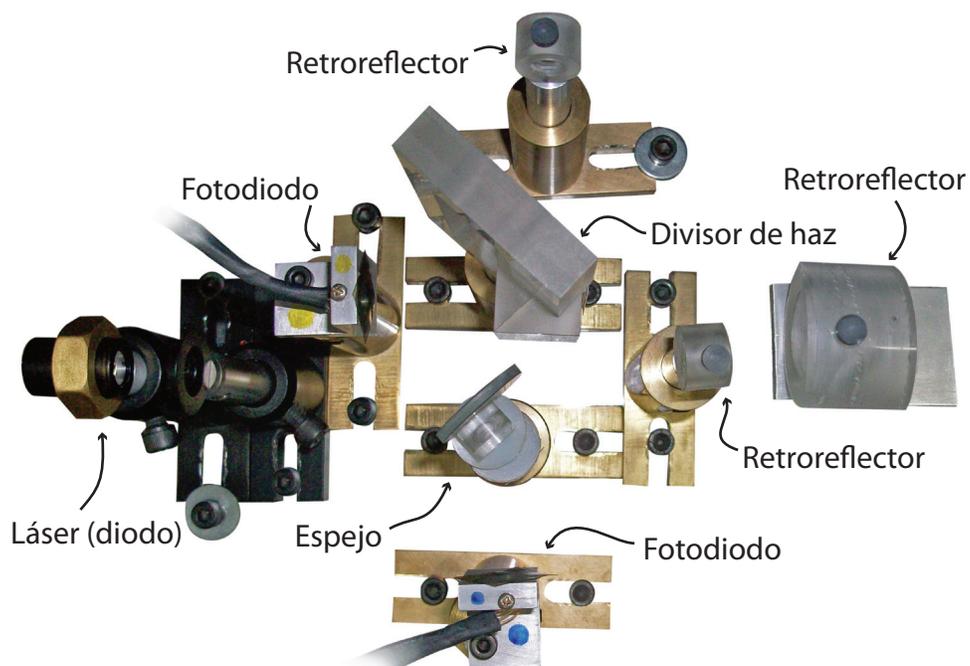


Figura IV.7 Vista superior del interferómetro.

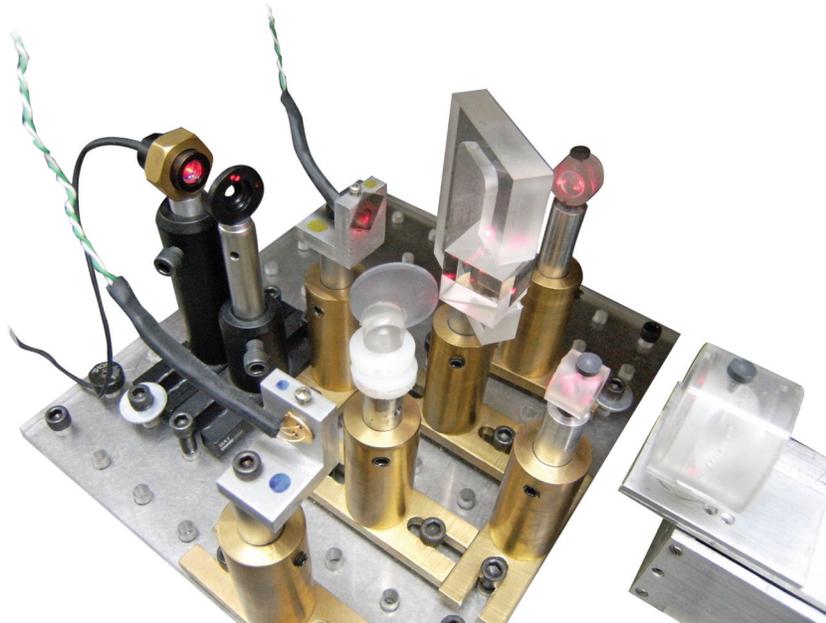


Figura IV.8 Vista general del interferómetro, iluminado por un diodo láser.

IV.4 Material óptico empleado

Una vez identificado el diseño y sus componentes se adquirieron los materiales aptos para su construcción. En estos elementos ópticos se buscó tener la mejor calidad instrumental contra el precio de los mismos, de modo que se mantuviera económicamente accesible el interferómetro sin comprometer su funcionalidad. Las propiedades ópticas generales de los componentes ópticos fueron ya descritos a partir de la §III.4, y sobre estos se puede ahondar de manera comprensiva en el texto del Dr. Daniel Malacara, en [Malacara, 1989].

El espejo empleado fue adquirido en *Thorlabs*, con número de parte *ME1-G01*, de $1in$ de diámetro y $3.2mm$ de espesor, ver la Figura IV.9 Las imperfecciones de la superficie de este espejo son iguales o menores a $5\lambda/inch$.

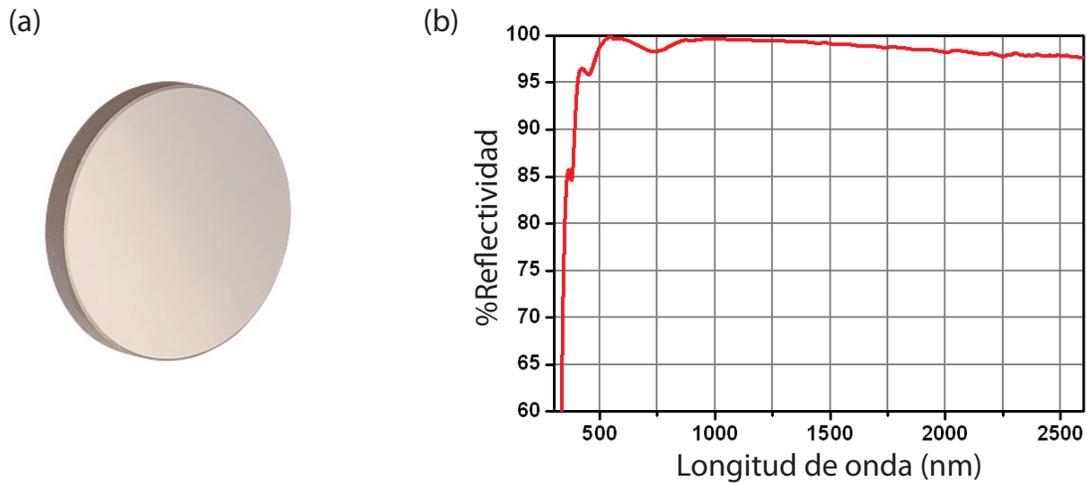


Figura IV.9 Espejo plano usado. (a) fotografía del espejo aquí empleado. (b) gráfica de reflectividad por longitud de onda en el espejo empleado.

En este interferómetro tipo Michelson, al utilizar luz colimada, el divisor de haz no produce aberración en la fuente luminosa, pero sí en la imagen observada, sin embargo la aberración es igual para ambos recorridos luminosos y por tanto la formación de franjas no se ve alterada más que en su calidad. Por otro lado, para evitar reflexiones secundarias indeseadas, es conveniente utilizar un divisor de haz cúbico, conformado por dos prismas de ángulo recto donde la unión presenta el dieléctrico que hace la división.

En la práctica se utilizó un divisor de haz cúbico producido por *Thorlabs*, Figura IV.10, con número de parte *BS016*, de 20mm de lado y un intervalo de longitudes de onda de $400 - 700\text{nm}$, manufacturado en vidrio tipo *BK7*. Dicho elemento tiene una superficie con imperfecciones iguales o menores a $\frac{\lambda}{10}$.

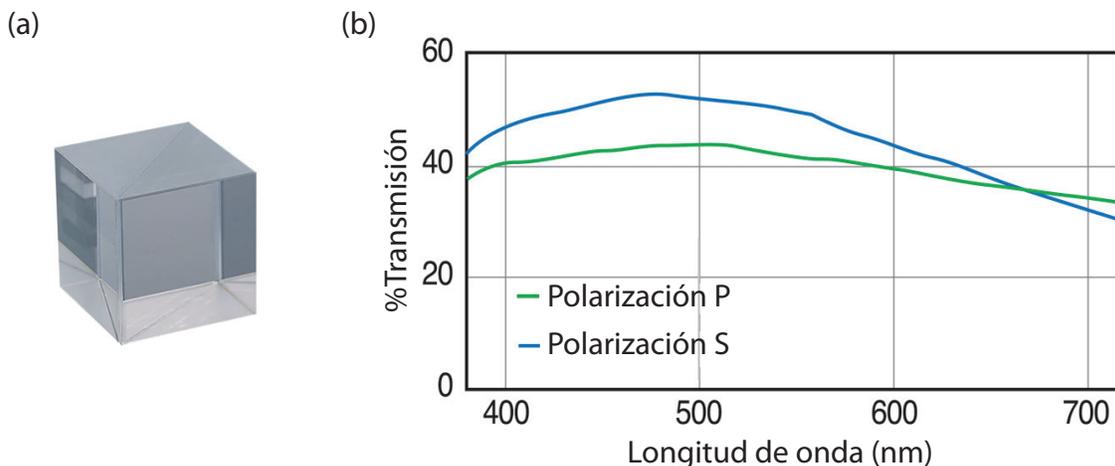


Figura IV.10 Cubo divisor de haz. (a) fotografía del divisor aquí empleado. (b) gráfica de transmisión por longitud de onda en el divisor empleado.

En el desarrollo empírico aquí presentado fueron utilizados dos tipos de retrorreflectores de esquina de cubo, ambos surtidos por *Thorlabs* con números de parte *PS970* y *PS971*, de 10mm y 25.4mm de diámetro, respectivamente y fabricados con vidrio *N - BK7* y superficies con imperfecciones menores o iguales a $\lambda/10$ (ver Figura IV.11).

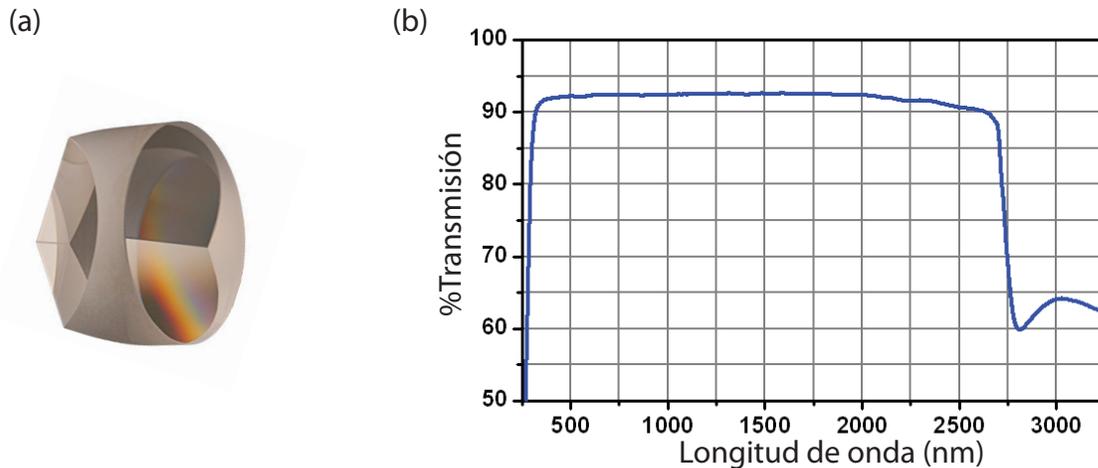


Figura IV.11 Retrorreflector de esquina de cubo usado. (a) fotografía del retrorreflector empleado. (b) gráfica de transmisión por longitud de onda en el retrorreflector empleado.

Si se desea profundizar en las ventajas y desventajas presentadas por el uso de espejos contra retrorreflectores en [Bobbroff(a), 1993] se hace de manera comprensible, así como en [Büchner, 2006]. Gran parte del formalismo de retrorreflectores y su uso en la interferometría se le debe a Peck, ver [Peck, 1948].

Los *polarizadores dicróicos*, descritos previamente en §III.4 y seleccionados para ser empleados en la detección de cuadratura, fueron obtenidos de pantallas LCD comerciales, ver Figura IV.12. También se adquirieron filtros polarizadores surtidos por *Thorlabs*, sin embargo opacaron demasiado la intensidad general del haz, por lo que fueron descartados.

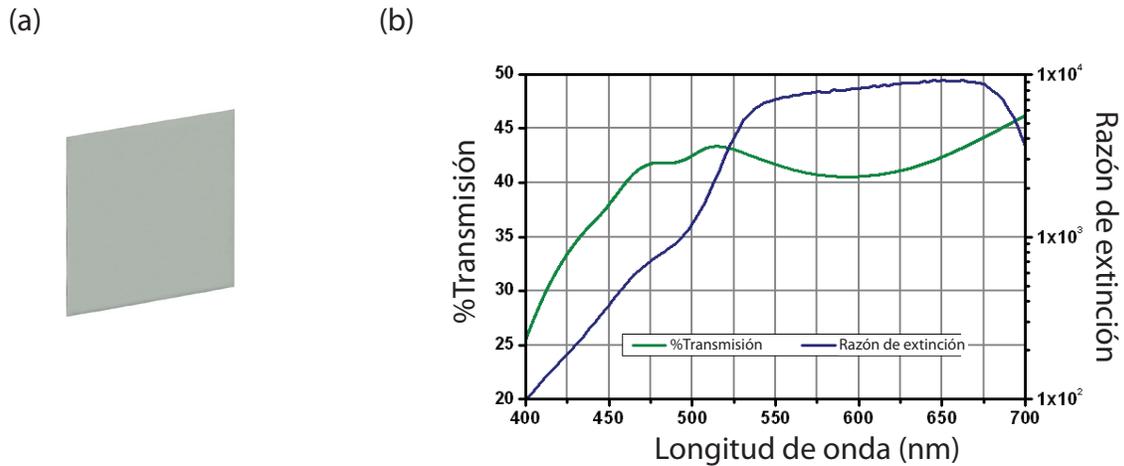


Figura IV.12 Filtro polarizador empleado. (a) fotografía del polarizador empleado.
(b) gráfica de transmisión y razón de extinción por longitud de onda en el polarizador.

En cuanto a las *fuentes láser* empleadas, se trabajó con dos tipos: *He – Ne* y de diodo. La fuente *He – Ne* empleada fue un láser marca *Melles Griot*, con número de parte 05 – *LHR – 151*, $632.8nm$ de longitud de onda y $15mW$ de potencia, con polarización aleatoria. La longitud de coherencia de este tipo de láser se toma como la longitud de la cavidad del mismo; en este caso es cercana a un tercio de metro. Por otro lado, el diodo láser empleado fue surtido por *Thorlabs*, con número de parte *HL6545HG*, $660nm$ de longitud de onda y $170mW$ de potencia, con polarización aleatoria; este láser fue colimado utilizando el colimador *LT110P – B* del mismo fabricante. En la práctica resultó difícil la alimentación estable del diodo láser por lo que su potencia variaba en el tiempo de manera aleatoria, entorpeciendo el trabajo experimental. Así las cosas se optó por utilizar únicamente el láser de helio-neón.

Para realizar la detección de franjas de interferencia fueron empleados *fotodiodos* de número de catálogo *FDS100*, comprados a *Thorlabs*, sensibles al rango de $350 – 1100nm$ de longitud de onda, un área activa de $13mm^2$ y un tiempo de levantamiento/caída de $10ns$. La corriente oscura (dark current) de este modelo de fotodiodo es de $20nA$, y tiene una capacitancia de unión de $20pF$, (Figura IV.13).

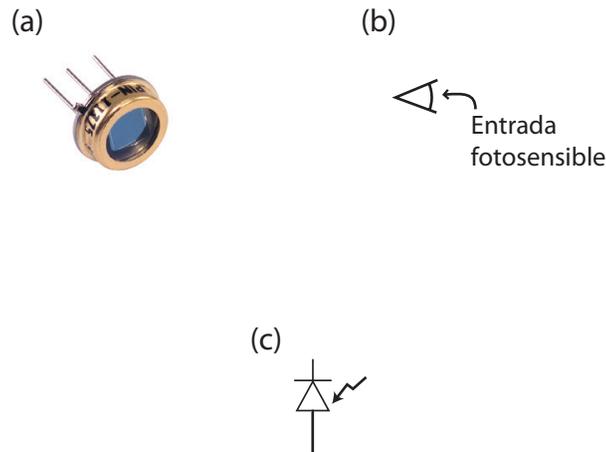


Figura IV.13 Fotodiodo utilizado. (a) fotografía del fotodiodo empleado. (b) simbología óptica del detector. (c) simbología en electrónica del fotodiodo.

IV.5 Soportes y piezas varias

Para el montaje apropiado del sistema óptico interferométrico se utilizó una mesa óptica neumática sobre la cual se fijaron bases para componentes ópticos que reciben los diversos elementos empleados, facilitando su alineación y ajuste.

Cabe destacar que gran parte de los componentes adicionales a la óptica fueron manufacturados en los talleres del CCADET de manera que satisficieran las necesidades existentes.

IV.6 Lentes de protección láser

Con el fin de proteger la visión de las personas presentes durante la experimentación, fueron adquiridos un par de lentes protectores contra láser dentro de las longitudes de onda empleadas. Dichos lentes cumplen las normas americanas y europeas al tener una densidad óptica $625 - 850nm$, esto es, dentro de éste intervalo hay una transmisión del 0.01% de la radiación. Los lentes son el modelo *LG4* de Thorlabs.

V Instrumentación electrónica

V.1 Introducción

La adquisición de la señal de interferencia y su interpretación es la única manera empírica de corroboración que se tiene para poder evaluar el desempeño del interferómetro y, eventualmente, la aplicación del mismo a los mecanismos deseados. En el presente capítulo se hará una descripción funcional de la electrónica analógica y digital empleada como sistema de adquisición y procesamiento.

El circuito empleado en la captura, acondicionamiento y procesamiento de la señal sigue una secuencia por etapas mostrada en la Figura V.1, dicho circuito tiene el esquema de la Figura V.2.

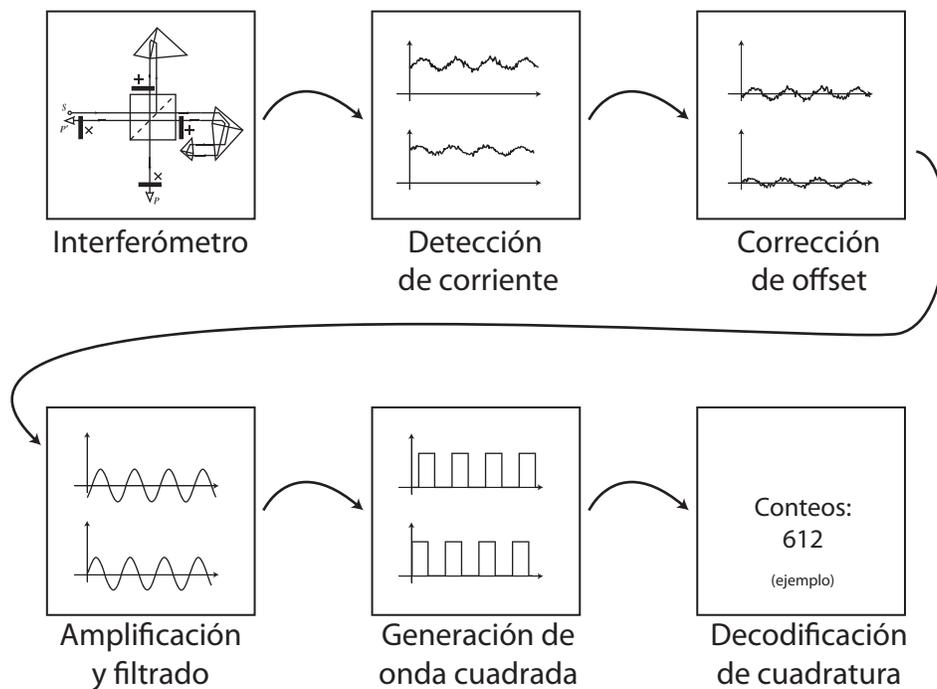


Figura V.1 Diagrama de bloques ilustrando las etapas de acondicionamiento y procesamiento de las señales obtenidas del interferómetro.

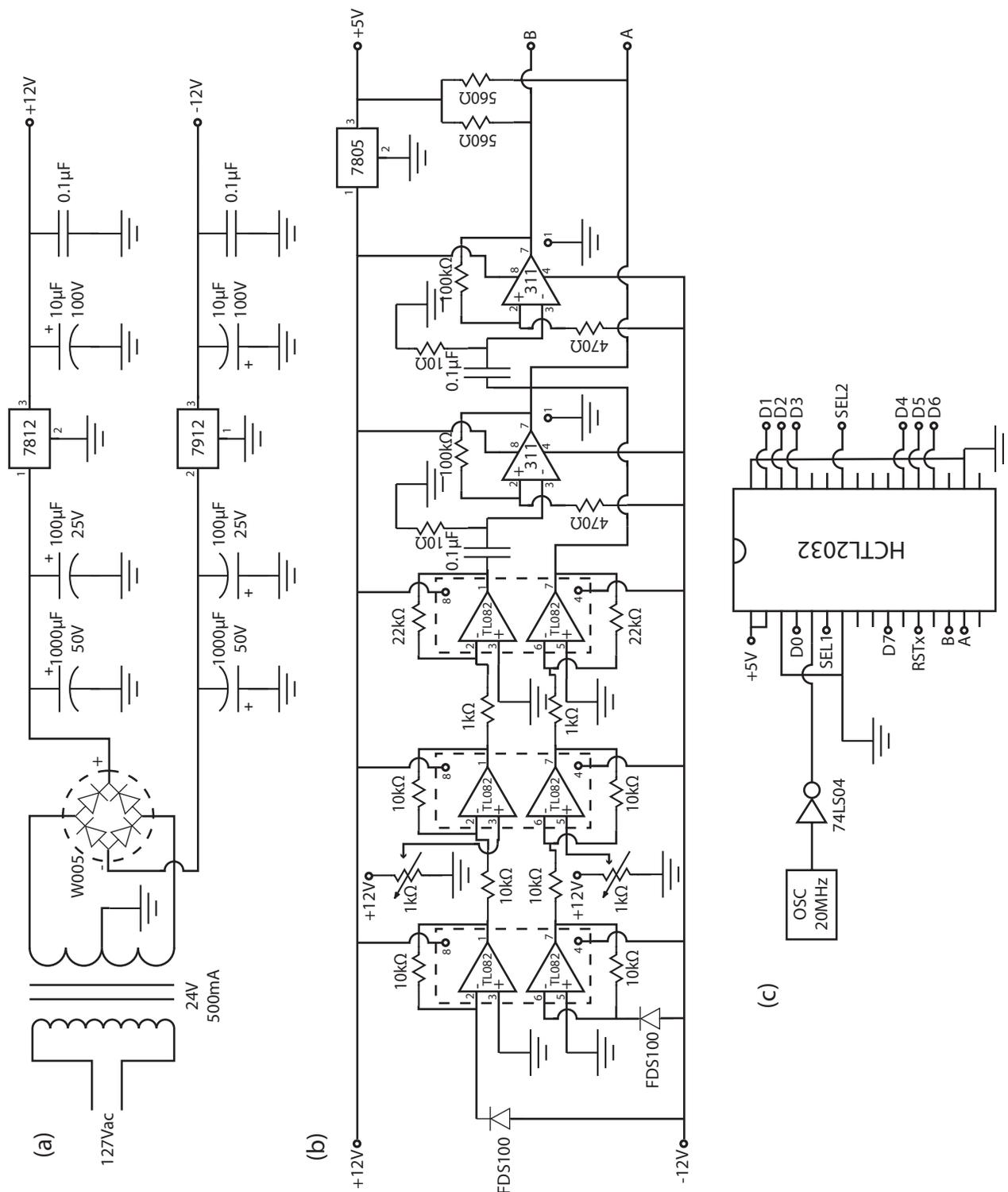


Figura V.2 (a) Fuente de voltaje empleada. (b) Detección y acondicionamiento de la señal. (c) Detección de cuadratura y sentido, referirse a las especificaciones del *HCTL – 2032*.

Para poder esclarecer los puntos más relevantes de cada etapa se les detallará de modo individual.

V.2 Detección y acondicionamiento

Una vez obtenida una señal electrónica relativa a la intensidad luminosa que llega a cada fotodiodo del interferómetro es necesario amplificar y acondicionar ambas señales de modo que satisfagan las necesidades de las etapas posteriores. La señal de los fotodetectores es tomada por las entradas inversoras de un amplificador operacional *TL082*, que funciona a modo de convertor de voltaje a corriente y no realiza ninguna amplificación sobre la señal.

En segundo lugar se resta el voltaje de corriente continua (*offset*) existente en ambas señales, lo que evita la saturación de etapas posteriores y se logra con un amplificador operacional del mismo tipo anterior en modalidad de restador, ajustado por un par de potenciómetros.

El siguiente paso es la amplificación de la señal, seguido de un filtro pasa altos, las señales observadas en el osciloscopio, tras esta etapa, son similares a las mostradas en la parte superior de la Figura V.3. En este punto señal lista para entrar en la cuarta etapa, donde un par de comparadores *LM311* distinguen, con una ventana de histéresis de $\pm 3V$ aproximadamente, entre un valor alto y uno bajo en las señales, dejándolos como un tren de impulsos cuadrados, parte inferior de la Figura V.3 y Figura V.4, sobre los cuales se puede interpretar la cuadratura.

Estas etapas corresponden al inciso (b) de la Figura V.2, donde las dos señales son tomadas para la siguiente etapa en las terminales *A* y *B*.

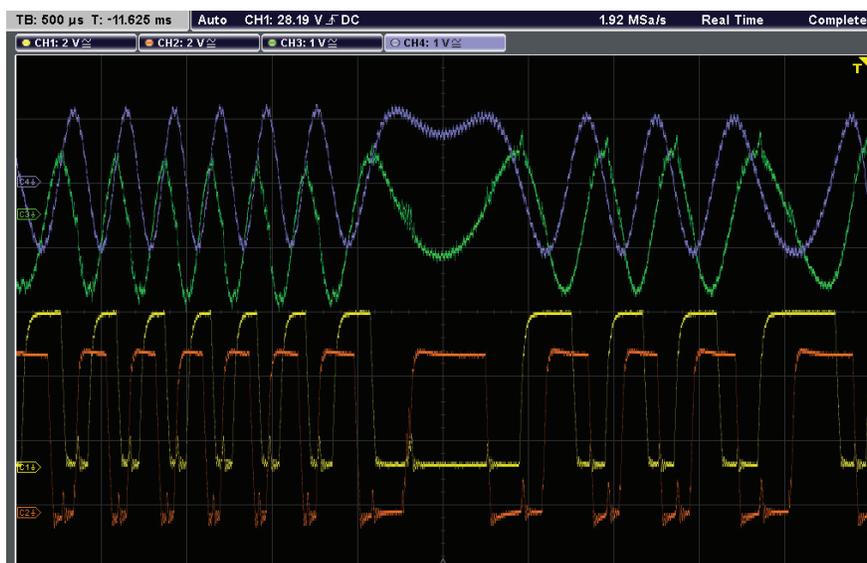


Figura V.3 En el osciloscopio se observan, en la parte superior, ambas señales de los detectores aplicadas y filtradas; en la parte inferior, las señales cuadradas obtenidas de los comparadores de ventana. Las señales presentan un desfase de 90° aproximado y se muestran durante un cambio de sentido de movimiento en la medición interferométrica.

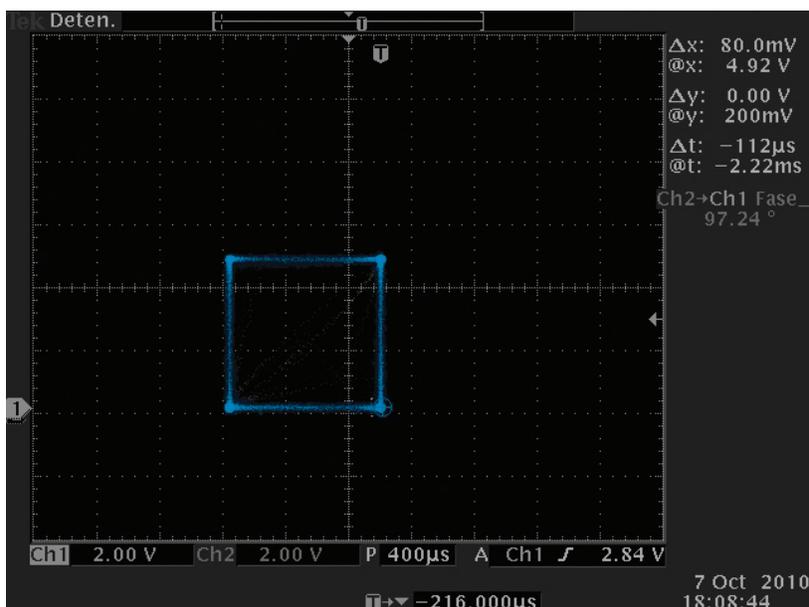


Figura V.4 En el osciloscopio se observa, en vista XY, la cuadratura entre ambas señales.

V.3 Detección de cuadratura y sentido

La cuadratura en las señales permite la identificación del sentido de movimiento en el sistema mecánico observado por el interferómetro. Esto se logra por medio de operaciones booleanas y una electrónica capaz de distinguir el orden de sucesión de las señales.

El circuito empleado para este fin tiene como elemento central al *HCTL-2032* de *Agilent*, un circuito con decodificador y contador de cuadratura que permite una operación a velocidades de hasta 33MHz en modos de conteo de $1\times$, $2\times$ y $4\times$; siendo este último modo el empleado en este caso. Dentro de sus ventajas está la posibilidad de tener un segundo eje de detección, una buena inmunidad al ruido y contadores de 32 Bits. Para la operación apropiada del contador es necesario suministrarle la señal de salida de un reloj, que en este caso opera a 20MHz .

Ya que el diseño óptico del interferómetro tiene una resolución de una cuarta parte de la longitud de onda entre los máximos de interferencia, al acoplarse a éste circuito en modo $4\times$, se obtiene una resolución mucho más fina de $\frac{1}{16}\lambda$. En breve, la electrónica da la oportunidad de resolver 39.5nm para un láser helio-neón de 632.8nm .

V.4 Software

Los conteos direccionados del detector de cuadratura son enviados, por medio de una tarjeta de adquisición de datos *NI – USB6221* de *National Instruments* a la computadora, donde en un programa creado en *LabView 8.0* hace la lectura de los datos enviados por la electrónica externa; también controla el *byte* en lectura y el *reset* del conteo.

El programa ideado permite el registro y almacenamiento de desplazamientos basado en la dirección de desplazamiento y la longitud de onda del láser empleado, junto con el despliegue de una gráfica contra el tiempo del mismo. También se tiene la posibilidad de acceso al control de las MMHs empleadas, o bien, si se prefiere, su control se puede hacer de manera independiente.

VI Evaluación del interferómetro

VI.1 Introducción

Fue necesaria, naturalmente, la caracterización del instrumento aquí expuesto para poder aprobarlo como un aparato apropiado para la cuantificación de los desplazamientos a medir en el laboratorio del GMM.

La evaluación del interferómetro se realizó en distintos momentos de su desarrollo para asegurar tener la capacidad de proseguir con las etapas consecutivas, sin embargo, y para los fines de este trabajo, resultan únicamente de interés los resultados del desempeño final y actual del instrumento mismo. Con el fin de mantener las condiciones del entorno invariantes, y por la gran variedad en equipo de medición, estas mediciones fueron realizadas en el *Laboratorio de Metrología* del CCADET, que se apega a las normas estrictas de estandarización metrológica.

Se hicieron dos pruebas centrales para asegurar el buen funcionamiento del interferómetro. La primera prueba expone la capacidad del aparato para medir un desplazamiento del orden de magnitud igual a aquellos desplazamientos que tendrá que cuantificar en la práctica cotidiana. La segunda prueba hace patente el nivel de ruido y, como se verá, la limitación en resolución en el estado actual del sistema.

VI.2 Alineación del interferómetro

El punto de mayor cuidado en la evaluación y aplicación del interferómetro yace en la alineación fina de los componentes para lograr minimizar los errores de medición tales como el error de coseno. La alineación aquí expuesta presenta una metodología desarrollada y mejorada a lo largo de varios años en el *Grupo de Ingeniería de Precisión y Metrología* del CCADET-UNAM.

La metodología empleada busca dos fines importantes en la eliminación de los principales errores en la medición por interferometría: la reducción de *trayectoria muerta* (*deadpath*) y la *coincidencia de trayectorias* en cualquier posición de la micromáquina.

Por trayectoria muerta se entiende a la distancia entre las partes fijas del interferómetro y el retroreflector de medición. La trayectoria muerta tiene repercusión directa sobre la coherencia temporal en el haz de medición respecto al fijo y sobre los errores asociados a cambios de densidad y temperatura del ambiente que rodean al montaje, razón por la cual al disminuirla se reducen considerablemente ambas situaciones contraproducentes. La manera en que se minimiza la trayectoria muerta es evidente, pues basta aproximar el

interferómetro lo más que se pueda al retroreflector de medición, tomando en cuenta los espacios necesarios para que se realicen las mediciones.

En cuanto a la coincidencia de trayectorias se refiere, el objetivo buscado es que el haz que regresa al interferómetro desde el retroreflector móvil incida siempre, cualquiera sea su posición sobre la trayectoria a medir, sobre el fotodetector, de modo que no se pierda la interferencia de haces. Lograr esta coincidencia sobre toda la carrera del eje de la micromáquina o el mecanismo evaluado es sumamente difícil en la *praxis* y toma bastante práctica y repeticiones logrando al fin, en el mejor de los casos, una incidencia que se desvía algunas partes de milímetro durante la experimentación.

La manera en que se procede es la siguiente: primero se realiza una alineación aproximada moviendo los elementos ópticos del interferómetro, el tripié y el retroreflector de medición. Luego, llevando el retroreflector al extremo más distante del interferómetro, y únicamente por medio de correcciones angulares, se busca que el haz de medición llegue al destino apropiado. Hecho lo anterior se desplaza el retroreflector de medición hasta el extremo opuesto de su movimiento, aquel más cercano al interferómetro, en donde se busca la reincidencia del haz sobre el detector por medio, únicamente, de desplazamientos laterales y de altura. Hecha esta alineación se repite tantas veces como se considere necesario hasta que las desviaciones del haz sean mínimas o nulas, siempre realizando el mismo tipo de ajustes, ya sean lineales o angulares, en el mismo extremo de la carrera en que se realizaron originalmente. Un esquema de los primeros ajustes de alineación hecha con la metodología recién descrita se esboza en la Figura VI.1, donde se ha simplificado el diseño general del arreglo óptico. Lo que se gana con esta alineación es una reducción significativa del error de coseno del orden de $10^{-8} m$, así como la posibilidad de una caracterización completa en la carrera del retroreflector.

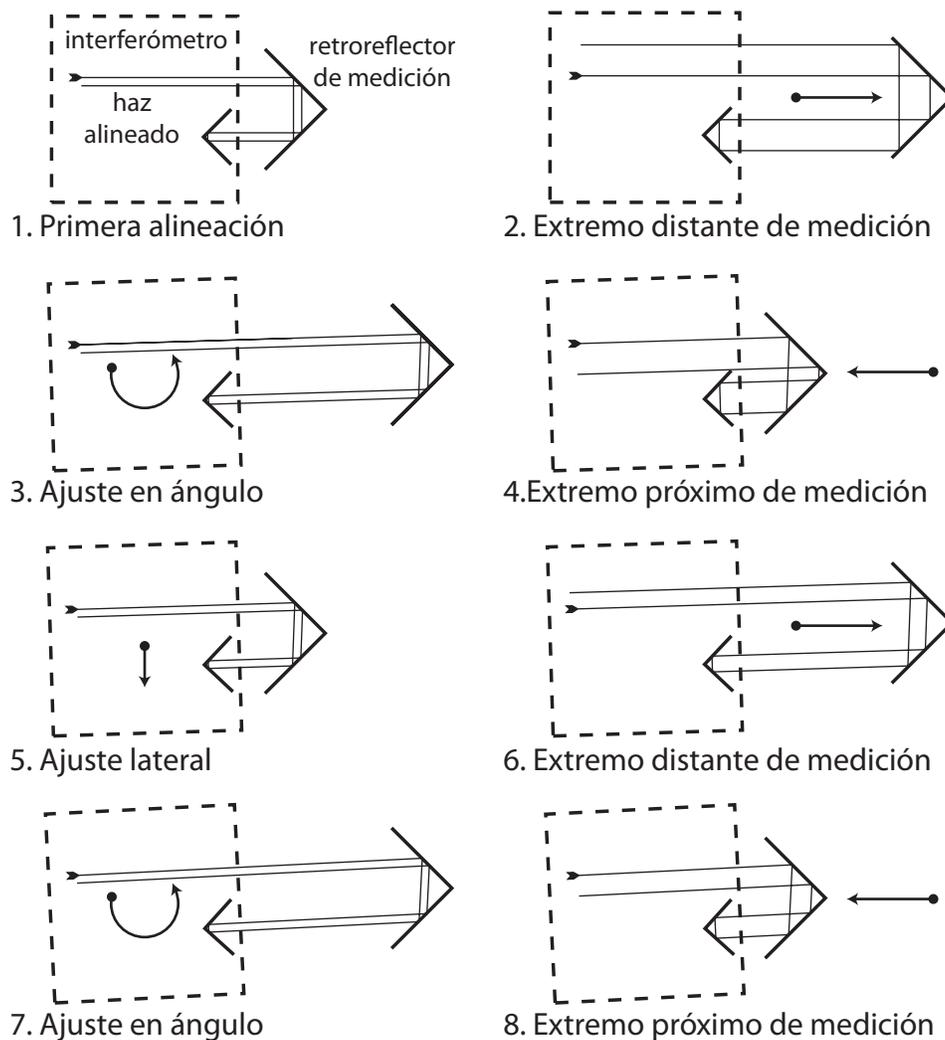


Figura VI.1 Primeros pasos en la alineación del interferómetro.

Para facilitar los ajustes necesarios para una alineación óptima del interferómetro es muy recomendable contar con un mecanismo preciso ideado para permitir dichos movimientos. En la práctica se recurrió a montar el sistema óptico sobre un tripié comercial incluido en el interferómetro marca HP adquirido por el *Laboratorio de Metrología*, el montaje general se reproduce en la Figura VI.2. Dicho tripié fue construido precisamente teniendo las necesidades del interferómetro en mente, de modo que los ajustes se realizan de manera sencilla sobre sus manivelas.



Figura VI.2 Montura del interferómetro sobre el tripié empleado.

Una vez alineado ópticamente el interferómetro fue posible comenzar su caracterización según las pruebas hechas al mismo.

VI.3 Prueba de medición

Esta prueba busca obtener una estadística sobre las mediciones realizadas por el interferómetro. Para esto se utilizó un tornillo micrométrico acoplado a un *encoder* de resolución submicrométrica al cual se fijó el retrorreflector de medición del interferómetro, de suerte tal que el desplazamiento registrado por el *encoder*, tomado como un patrón, por su alta precisión, pudiera ser comparado directamente con la medición hecha con el interferómetro. Se realizaron alrededor de cien mediciones de aproximadamente $500\mu m$, magnitud cercana a aquéllas para las cuales se empleará el interferómetro.

En el transcurso de esta experimentación quedó en evidencia la necesidad de contar con una metodología objetiva para determinar la medición realizada por el interferómetro. Para esto se optó por tener un registro de todo el proceso de medición, desde un momento antes hasta un momento después del desplazamiento, de modo tal que la serie de datos anterior y posterior al desplazamiento pudiera ser conocida. De ambas colecciones de datos se tomaron los cincuenta valores más cercanos temporalmente al desplazamiento y se promediaron, permitiendo así tener dos valores extremos a la medición, cuya diferencia representa la magnitud de la misma. Por el buen desempeño mostrado por esta metodología el resto de las mediciones fueron realizadas de este modo. En la Figura VI.3 se muestra, a modo de ejemplo, los valores registrados por el interferómetro durante una medición experimental:

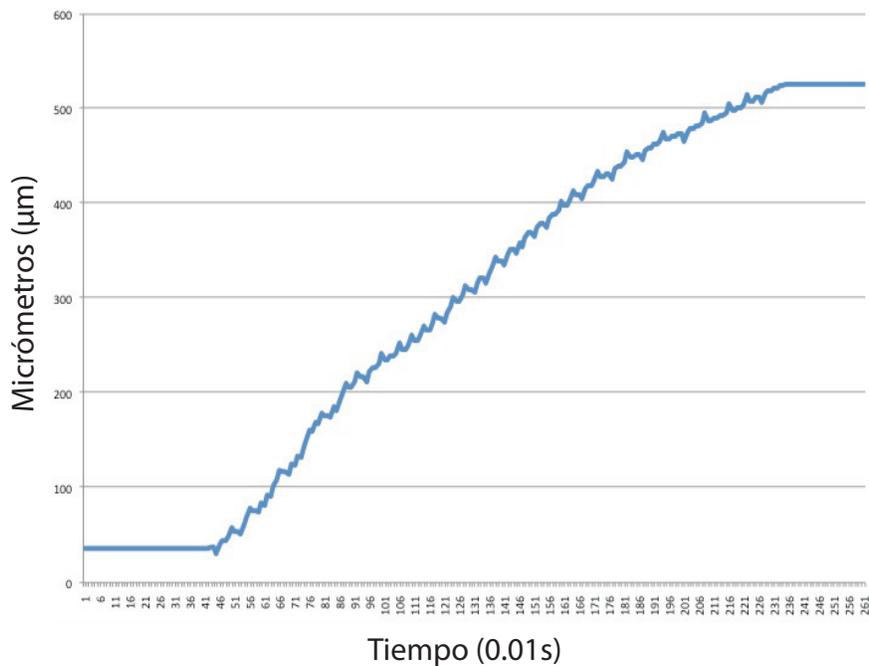


Figura VI.3 Comportamiento general de un desplazamiento visto por el interferómetro

Ya que la magnitud total de los desplazamientos, en este caso, es irrelevante, por ser arbitraria y hablar poco sobre el comportamiento *per se* del instrumento, se ha optado por analizar el residuo del valor real del desplazamiento, dado por el *encoder*, en comparación con el valor de la medición hecha por el interferómetro. Así, se pudo determinar que las mediciones distan, en promedio $0.23\mu m$ del valor real, teniendo una desviación estándar de $0.81\mu m$. La distribución que tienen los residuos, así como un histograma de frecuencia de conteos se exhiben en las Figuras VI.4 y VI.5, respectivamente:

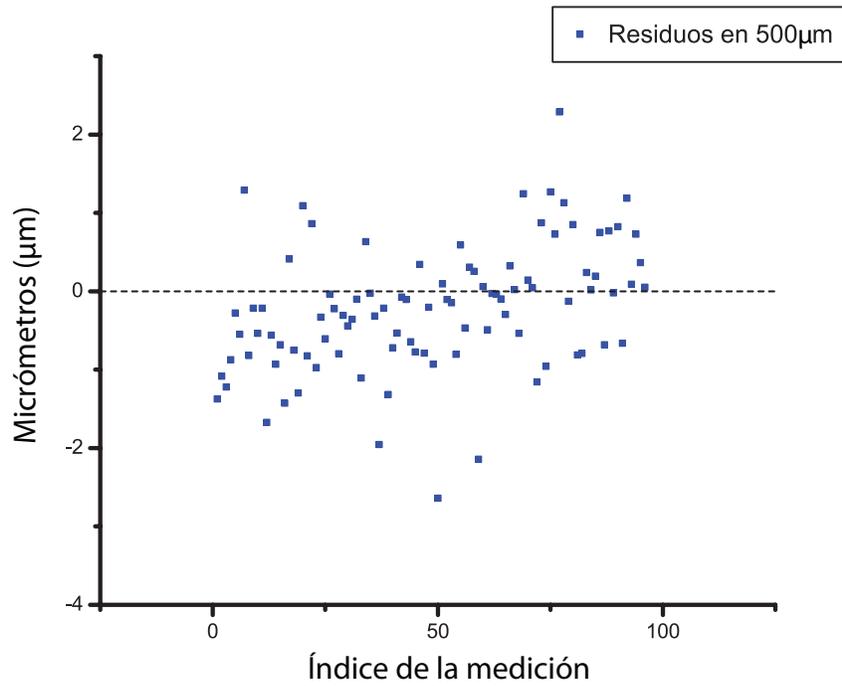


Figura VI.4 Distribución de los residuos de las mediciones.

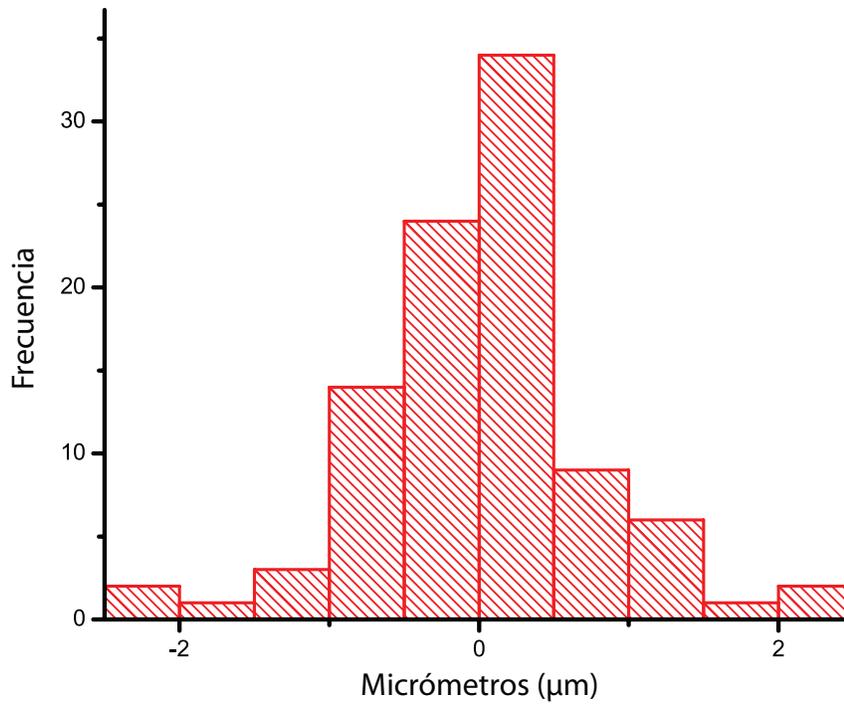


Figura VI.5 Histograma de la distribución de residuos.

VI.3 Prueba de resolución y ruido

Esta prueba buscó conocer el nivel de ruido en las mediciones, que resultó ser, como se argumenta más adelante, el limitante en la resolución real del instrumento. El montaje experimental empleado fue el mismo descrito para la prueba anterior, de modo tal que se comenzaba el registro de mediciones, se realizaba un cierto desplazamiento del retrorreflector de medición, a un valor aleatorio y se dejaba que el sistema se estabilizara. Los datos relevantes en este caso son aquellos de la región estática posterior al desplazamiento, donde es posible ver el ruido presente cuando el sistema óptico está en reposo.

El comportamiento observado resultó ser persistente a lo largo de todas las pruebas. El ruido observado es de frecuencia alta y varía en no más de $\pm 0.3 \mu m$. Este nivel experimental de ruido impide, naturalmente, resolver desplazamientos menores a los $300 nm$, por lo que la resolución teórica del sistema óptico de $\frac{1}{4} \lambda$ (entre máximos), acoplado a la electrónica, con resolución teórica de $\frac{1}{16} \lambda$, resulta, por el momento, inalcanzable.

Por otro lado, y tal como fuimos advertidos en el *Laboratorio de Metrología*, existen variaciones de frecuencia baja y amplitud de algunos micrómetros que pueden ser observadas en las mediciones, particularmente cuando el sistema óptico está en reposo. Estas variaciones aleatorias, comúnmente llamadas *drift*, aparecen por las variaciones del entorno de la experimentación; ya sea por dilataciones y contracciones térmicas, variación en las corrientes y densidades del aire circundante y vibraciones mecánicas de cualquier índole. El *drift*, al ser de frecuencia baja resulta no afectar de manera notoria las mediciones hechas, sin embargo siempre es recomendable intentar reducirlo al máximo, tanto encapsulando el montaje experimental como trabajando en un ambiente tan controlado y estable como sea posible.

En la Figura IV.6 se observan ambos fenómenos recién descritos. La señal corresponde a aquella observada en un punto cualquiera del intervalo de medición. Por un lado el ruido presente a lo largo de toda la señal impide conocer con certeza el valor de ésta, mientras que, por otro lado, se nota una variación mayor en el tiempo en el comportamiento general de la señal, el *drift*.

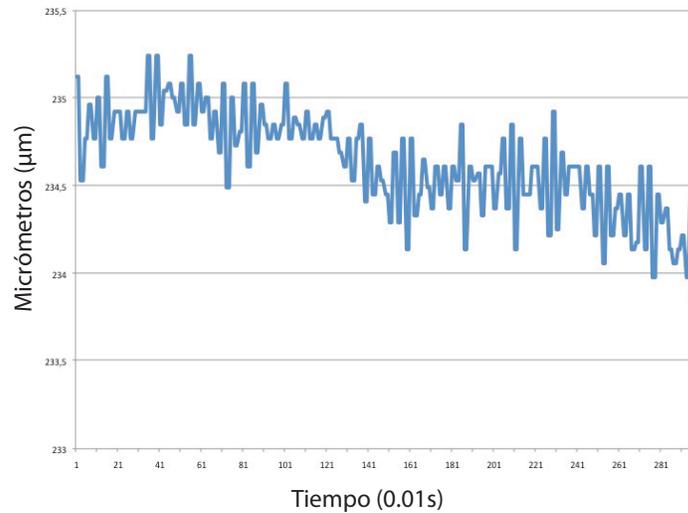


Figura VI.6 Detalle de la señal observada en condiciones estáticas.

IV.4 Sobre las fuentes de error

La descripción y modelamiento de las fuentes de error en la interferometría queda fuera del desarrollo de este trabajo de tipo empírico, siendo ampliamente tratado en la bibliografía, véanse por ejemplo [Bobroff(b), 1993], [Bobroff, 1987], [Cosijns, 2004], [Mana, 1989] y [Zygo, 2008]. En esta sección se hace un resumen de los errores más comunes, ampliamente conocidos, para poder darles un papel en los resultados aquí obtenidos. Ha de tomarse en cuenta que los montajes empleados en la bibliografía citada resultan ser de magnitudes generales y capacidades cercanas a aquellas del interferómetro de este trabajo, por lo que los resultados ahí mencionados estarán dentro del mismo orden de magnitud. La excepción está en la electrónica, que puede variar notablemente según el circuito empleado.

Las fuentes de error se agrupan en tres tipos, según su naturaleza. La primera es aquella que depende del instrumento mismo, esto es, de los elementos empleados, tomando en cuenta sus imperfecciones y limitaciones. El segundo tipo de fuente de error es aquel que depende de la geometría del montaje, incluidas las trayectorias recorridas por los elementos de medición durante la experimentación. En último lugar se tienen las variaciones medioambientales circundantes al instrumento durante la experimentación.

En la primera categoría, aquella propia del instrumento, se reconoce que la principal fuente de error se asocia a la estabilidad y coherencia del láser, cuyo error es de orden nanométrico, con un valor promedio aproximado de $2nm$, seguido por la aberración en el frente de onda, que introduce un error entre $1nm$ y $4nm$. A la electrónica empleada, tomando en cuenta la velocidad de respuesta de ésta, le corresponde un error de $1nm$, tomando en cuenta que la electrónica de la bibliografía puede estar altamente refinada. Esto es, en cuanto al diseño óptico y electrónico del interferómetro, el error asociado es menor al 2.5% del error experimental aquí obtenido.

Por otro lado, los errores de tipo geométrico incluyen, en primer lugar la uniformidad superficial del retrorreflector de medición. Ya que las superficies de los elementos ópticos pueden presentar imperfecciones, al desplazarse se introducirán errores dados por estas irregularidades. Por la calidad del retrorreflector de medición empleado este error será, como máximo, de $63.3nm$.

Así mismo, existen errores por la desalineación de los elementos dentro de las trayectorias de movimiento. El error de coseno se da por el desalinamiento entre el eje de medición y el eje de movimiento del retrorreflector de medición. Dado un ángulo θ de desalineación, el error de coseno será de $\frac{\theta^2}{2}$, esto es, de aproximadamente $5nm$ en una buena alineación. El error de Abbé habla del ángulo entre el plano ortogonal del eje de medición y el del eje del movimiento, y asciende igualmente hasta los $5nm$. Así, los errores geométricos representan un 25% del error experimental.

En cuanto a los errores dependientes del ambiente se encuentra la principal fuente de error, los cambios en el índice de refracción a lo largo de la trayectoria del láser, cuyo efecto se ve en variaciones entre los $10nm$ y los $500nm$. Así mismo el efecto térmico sobre los componentes puede causar variaciones de hasta $20nm$, y la turbulencia del aire introduce un error de $10nm$.

Es así como queda expuesta la evidente necesidad de implementar un gabinete que contenga al interferómetro, de modo que las variaciones ambientales se vean minimizadas y, que a su vez, permita la alineación del instrumento sin necesidad de un tripié, que resulta ser una fuente de error considerable por su susceptibilidad a las oscilaciones mecánicas. Hay que recordar que estas pruebas fueron realizadas en el *Laboratorio de Metrología*, donde las condiciones generales de temperatura y humedad son controladas, no así en el laboratorio del GMM. Por otro lado la utilización de elementos ópticos de mejor calidad superficial podría beneficiar la resolución del instrumento; lo mismo puede decirse de la utilización de una electrónica especializada. Sin embargo, es satisfactorio notar que el orden de magnitud de los errores acumulados registrados por la bibliografía coincide con el observado en este trabajo, siendo una señal de un trabajo bien ejecutado.

IV.5 Pérdida en intensidad óptica

El diseño del interferómetro aquí propuesto tiene la ventaja de no presentar haces que no se aprovechen en la interferometría. Esto es, teóricamente, sin el uso de polarizadores la intensidad total recibida en cada detector debería de ser de la mitad de aquella emitida por el láser. Sin embargo en la práctica esto resulta imposible debido a los materiales empleados en cada elemento, las reflexiones indeseadas y, naturalmente, por el uso de filtros polarizadores.

Es así que resulta de interés el conocer la pérdida real en la intensidad, a modo de poder conocer las debilidades del diseño y proponer el uso de elementos de mayor calidad óptica. Una ventaja de hacer un estudio detenido de estas pérdidas se vería en la etapa electrónica de la detección de señales, pues la recepción en los detectores tendría un aumento en la amplitud de la señal.

Con el fin de cuantificar las pérdidas experimentales, se empleó un detector de potencia luminosa. Asignando el 100% de potencia a la emisión del láser, cada elemento óptico presenta el porcentaje de transmisión dado en la Tabla IV.1

Divisor (transmisión)	37.51%
Divisor (reflexión)	40.81%
Retroreflector	77.71%
Polarizador (sobre haz aleatorio)	40.3%
Polarizador a 0° (sobre haz a 0°)	0.7%
Polarizador a 90° (sobre haz a 90°)	80.8%

Tabla VI.1 Porcentaje de transmisión medido en cada componente óptico.

Se hace así patente el hecho de que, la mayor parte de las pérdidas se tienen en los polarizadores. Un modo esquemático de ubicar el impacto de cada elemento sobre la potencia óptica se muestra en la Figura VI.7.

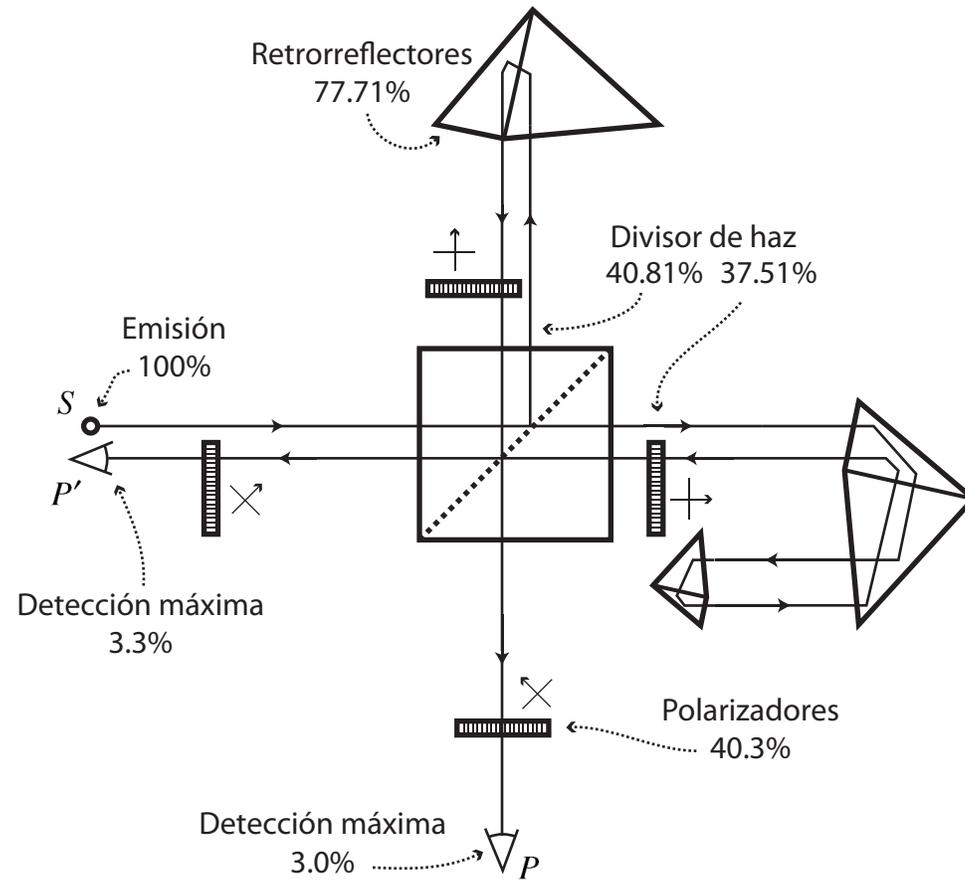


Figura VI.7 Transmisión medida experimentalmente en cada elemento óptico

Es de este modo que se puede obtener el porcentaje máximo de potencia, cuando la interferencia es constructiva, que recibe cada detector: 3.3% y 3.0% en cada caso, valores que distan mucho del 50% teórico.

VII Aplicación a las MMHs

VII.1 Introducción

En el GMM se han desarrollado ya varias micromáquinas herramienta. En un inicio este proceso involucraba la creación completa del sistema, incluyendo los actuadores, estructura, elementos mecánicos y la etapa de control de la misma. Posteriormente se presentó una mejora que involucraba elementos comerciales de alta precisión, Cf. [Herrera, 2010], con lo que se pensó que se vería mejorado el sistema en general.

Caben mencionarse cuatro etapas centrales en el progreso del GMM, la primera es el comienzo de la creación de sistemas de micromaquinado en el año 2000, seguido por la micromáquina herramienta construida en el 2005, y esta por la MMH del 2007, donde se conjuntó todo el *savoir faire* adquirido en los años pasados. El modelo 2007 cuenta con motores a pasos de resolución de 28 pasos por revolución, acoplado a un tren de engranes que proporciona el torque necesario para desplazar al sistema, con una reducción de 128 : 1 al tornillo de potencia, de modo que el desplazamiento angular es transformado en un desplazamiento lineal, con una resolución de $140nm$ por paso del motor.

Por último, el modelo más reciente de micromáquina, del año 2010, presenta elementos comerciales en conjunto con manufactura hecha por el GMM. Los motores comerciales empleados son de 200 pasos por vuelta, acoplados al tren de engranes que termina en un tornillo de potencia con una reducción de 16 : 1 y una resolución de $140nm$ por paso de motor. Como se verá en la §VII.6 se implementaron mejoras sobre el mecanismo de la micromáquina del 2010, cambiando así sus características y comportamiento, reportados en dicha sección. Son estas dos últimas micromáquinas, la del 2007 y 2010, las que serán evaluadas en este trabajo a modo de ejemplo del empleo del sistema interferométrico desarrollado.

Como se mencionó en el primer capítulo, las micromáquinas son susceptibles a errores por ser sistemas mecánicos; estos errores pueden ser disminuidos gracias a las etapas de control que realiza una compensación con un conocimiento previo del comportamiento general del mecanismo. Sin embargo, la corrección de estos errores se realiza de modo estadístico y no responde a las variaciones existentes en posiciones específicas del sistema de la MMH. La investigación realizada durante el desarrollo de este trabajo no corregirá dichos errores, más dará una noción mucho más certera de los problemas específicos a enfrentar en cada situación, al permitir una cuantificación de los desplazamientos reales en cualquier disposición que presenten las MMHs.

VII.2 Aplicación del interferómetro

El modo en que el interferómetro interactúa con las MMHs es a través del retroreflector móvil del brazo de medición. El retroreflector fue fijado con un soporte maquinado para dicho fin sobre el carro a evaluar, procurando que éste presentara su apertura óptica en la misma dirección del desplazamiento del eje, viendo hacia el resto del interferómetro.

Por otro lado, fijo sobre el tripié, se montó el resto del interferómetro, de modo que se facilitara la llegada del haz láser al retroreflector sobre la micromáquina. El montaje de las MMHs se muestra en las Figuras VII.1 y VII.2. Fue necesaria una alineación cuidadosa hecha según la metodología descrita en la §VI.2 para asegurar una buena alineación en toda la carrera de las micromáquinas.

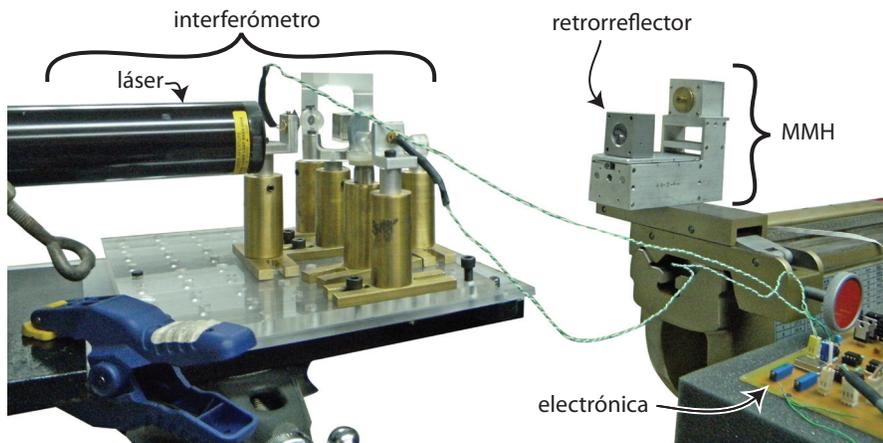


Figura VII.1 Montaje de la MMH de 2007.

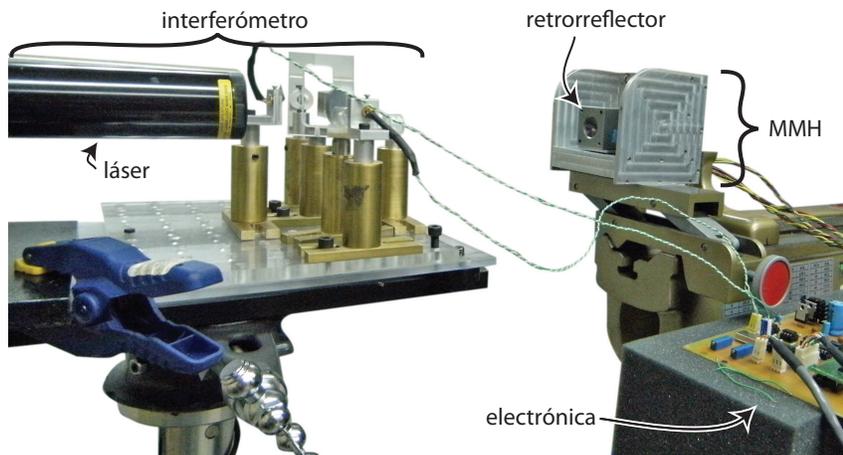


Figura VII.2 Montaje de la MMH de 2010

VII.3 Desarrollo experimental

La región entre los extremos de la carrera de estas micromáquinas, de aproximadamente 25mm, fue evaluada en su totalidad en ambos sentidos del desplazamiento en intervalos de una vuelta completa del tornillo de potencia, equivalente a desplazamientos lineales de $500\mu m$ y $450\mu m$, para las MMHs de 2007 y 2010, respectivamente (ver Figuras VII.3 y VII.6). La razón por la que se eligió tomar una medición por vuelta de tornillo se debe a la simplicidad implícita en el control de las micromáquinas. Los desplazamientos realizados fueron tomados de modo acumulativo, esto es, la pendiente descrita por la recta a la que se ajustan los datos corresponde al valor promedio del desplazamiento de la MMH por vuelta del tornillo de potencia; referirse a las Figuras VII.4(a), VII.4(b), VII.7(a) y VII.7(b). La segunda ventaja de este modo de desplegar la información reside en que permite, por medio de los residuos de la desviación de los valores experimentales respecto al valor teórico, observar el modo en que se mueve globalmente el carro de la micromáquina, ver las Figuras VII.4(c), VII.4(d), VII.7(c) y VII.7(d). En ambas micromáquinas se analizó únicamente el eje Y de movimiento.

Así mismo se realizó una prueba que puso en evidencia el juego mecánico y la repetibilidad de cada MMH. Este experimento se realizó en seis regiones equidistantes de la carrera total del carro de las micromáquinas. El modo de proceder fue girando el tornillo de potencia en dos vueltas completas hacia alguno de los sentidos, de modo que se asegurara la eliminación del juego mecánico en ese sentido; ya en este punto, se hizo girar, de nuevo dos vueltas completas al tornillo de potencia, pero esta vez en sentido opuesto. Este vaivén del mecanismo se realizó 10 veces en una misma medición, de modo que la pérdida en desplazamiento, respecto al desplazamiento inicial representa el juego mecánico total del sistema; mientras que la cercanía relativa al final de cada desplazamiento en cada uno de los sentidos habla de la repetibilidad en el movimiento de cada MMH.

VII.4 Resultados de la MMH del año 2007

El desplazamiento en esta MMH resultó tener una tendencia uniforme con oscilaciones agudas a lo largo de toda la carrera, presentando gráficos de desplazamiento similares a los de la Figura VII.3.

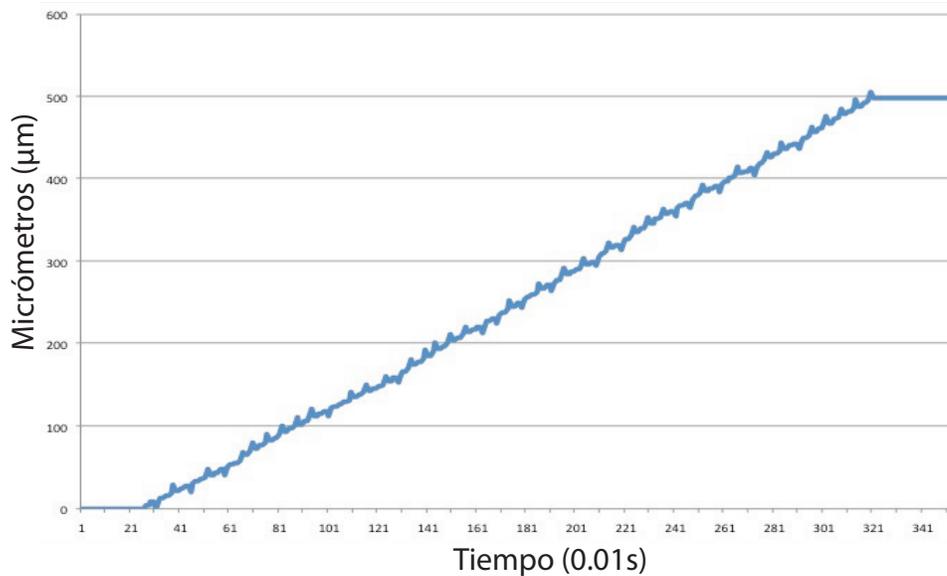


Figura VII.3 Comportamiento general en la MMH de 2007 en el eje Y.

En el sentido positivo del movimiento de la MMH, el desplazamiento promedio por vuelta de tornillo de potencia fue de $499.87\mu m$, con una desviación estándar de $0.02\mu m$. En el sentido negativo del movimiento de la MMH, el desplazamiento medio por vuelta de tornillo de potencia fue de $499.76\mu m$, con una desviación estándar de $0.03\mu m$. Esto es, las mediciones tuvieron un error asociado que resulta menor a la incertidumbre del instrumento mismo y que, en el peor de los casos distan en menos del 0.05% del valor teórico. Las gráficas asociadas a estas mediciones se muestran en la Figura VII.4.

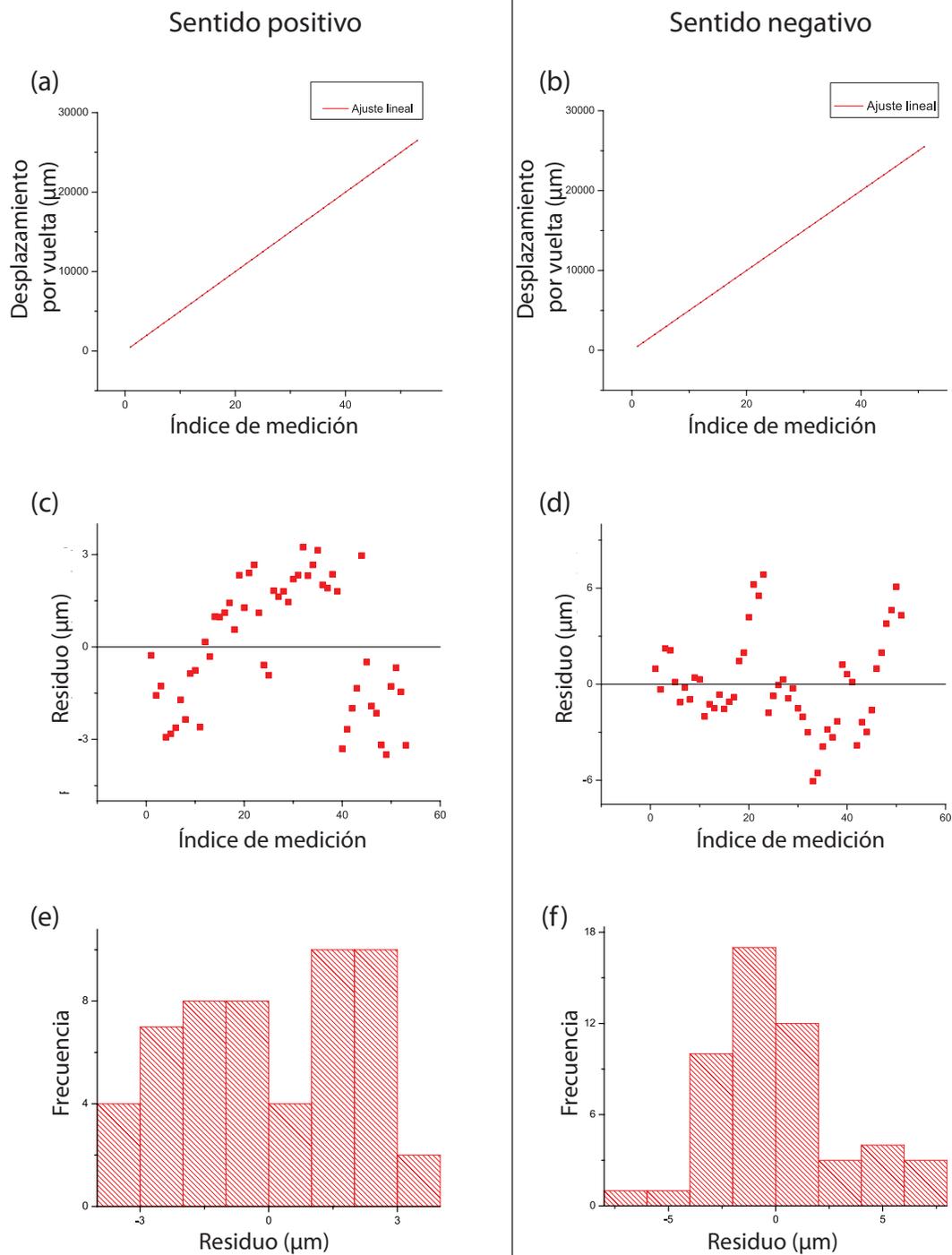


Figura VII.4 En ambos sentidos del movimiento, para la MMH del 2007, sobre el eje Y: (a) y (b) desplazamientos acumulados a lo largo de toda la carrera de las MMH. (c) y (d) residuos respecto al valor teórico en cada medición. (e) y (f) histograma de la distribución de residuos.

Por otro lado, en cada región elegida, los valores de juego mecánico y de repetibilidad se muestran en la Tabla VII.1 (la incertidumbre asociada corresponde a la desviación estándar):

	1ª región (0mm)	2ª región (5mm)	3ª región (10mm)	4ª región (15mm)	5ª región (20mm)	6ª región (25mm)	Carrera completa
Juego mecánico (μm)	314.9 \pm 3.6	319.7 \pm 4.8	311.9 \pm 1.0	309.8 \pm 1.8	333.4 \pm 2.6	327.9 \pm 1.6	319.6 \pm 9.4
Repetibilidad (μm) (residuo en el sentido positivo)	0.7 \pm 3.6	1.0 \pm 4.8	0.5 \pm 1.0	-0.1 \pm 1.8	0.3 \pm 2.6	0.3 \pm 1.6	0.4 \pm 9.10
Repetibilidad (μm) (residuo en el sentido negativo)	-0.6 \pm 3.7	-0.9 \pm 5.8	-0.5 \pm 3.8	0.1 \pm 1.8	-0.2 \pm 1.7	-0.3 \pm 1.2	-0.6 \pm 9.2

Tabla VII.1 Juego mecánico y repetibilidad en la MMH del 2007, en el eje Y.

Los residuos respecto al valor teórico de los desplazamientos hablan de la repetibilidad de los movimientos en la MMH, estos tienen un comportamiento graficaco en la Figura VII.5.

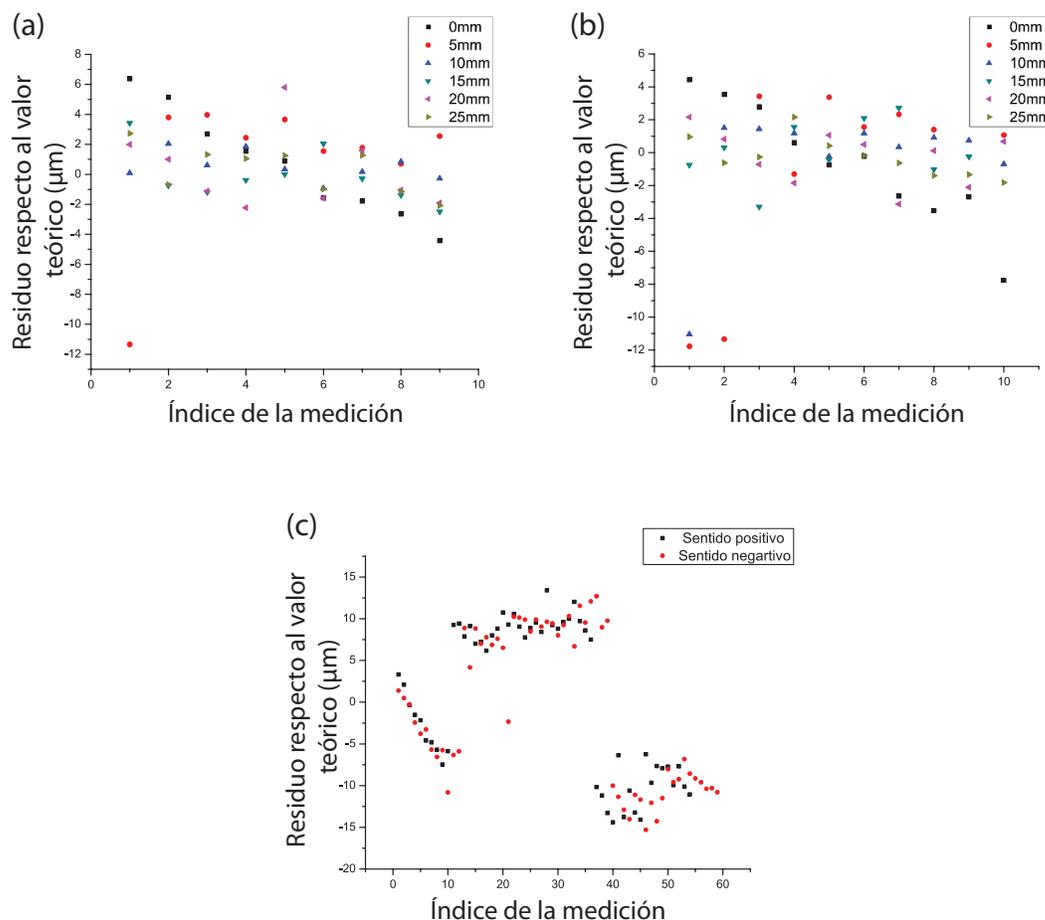


Figura VII.5 Residuos respecto al valor teórico de desplazamiento por regiones en ambos sentidos (a) y (b), y en toda la carrera (c) en la MMH del 2007, en el eje Y.

VII.5 Resultados de la MMH del año 2010

El desplazamiento en esta MMH presentó una gran cantidad de saltos y desviaciones respecto a la trayectoria lineal. Un ejemplo representativo de este movimiento se muestra en la Figura VII.6.

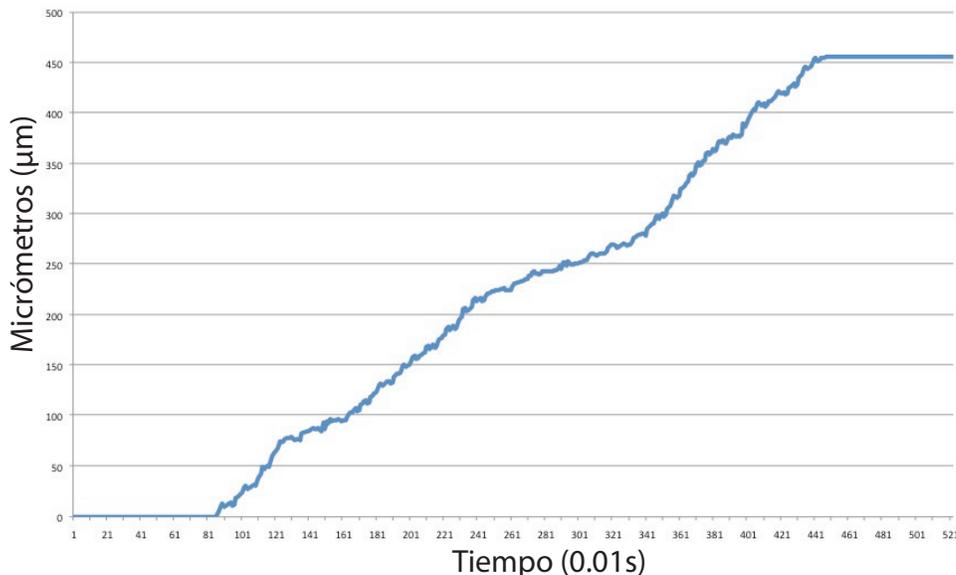


Figura VII.6 Comportamiento general en la MMH de 2010, en el eje Y.

Tal como se observa en la gráfica, existe una inhomogeneidad en el desplazamiento que parece tener una periodicidad cercana a los $450\mu m$, pues parece repetirse en cada vuelta del tornillo de potencia. Quedando fuera de los alcances de este trabajo, pero no del interés del GMM, se recomienda la indagación sobre dicho comportamiento.

En el sentido positivo del movimiento de la MMH, el desplazamiento promedio por vuelta de tornillo de potencia fue de $450.73\mu m$, con una desviación estándar de $0.34\mu m$. En el sentido negativo del movimiento de la MMH, el desplazamiento promedio por vuelta de tornillo de potencia fue de $448.27\mu m$, con una desviación estándar de $0.15\mu m$. Esto es, en el peor de los casos distan en menos del 0.5% del valor teórico. Las gráficas de estas mediciones se presentan la Figura VII.7.

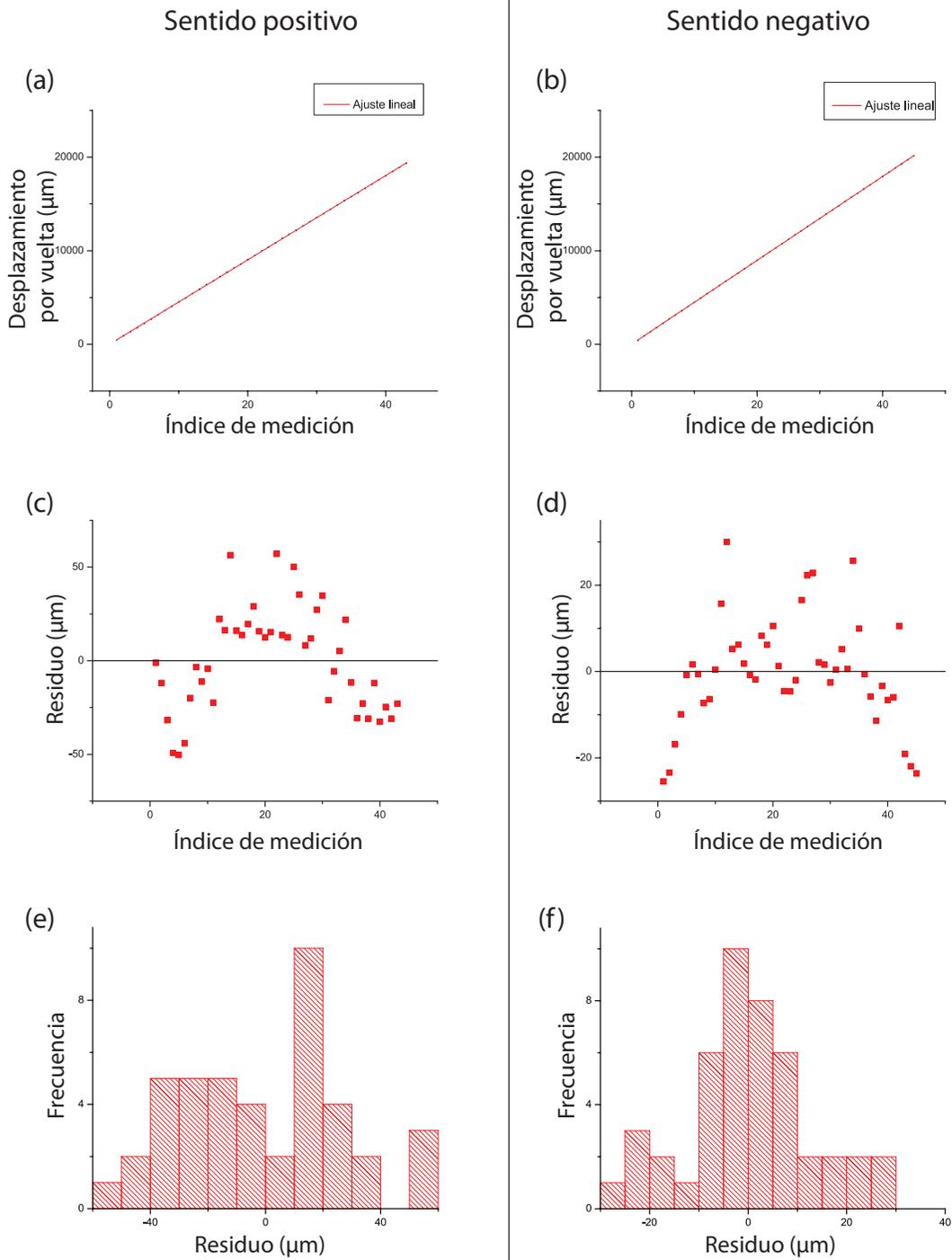


Figura VII.7 En ambos sentidos del movimiento, para la MMH del 2010: (a) y (b) desplazamientos acumulados a lo largo de toda la carrera de las MMH. (c) y (d) residuos respecto al valor teórico en cada medición. (e) y (f) histograma de la distribución de residuos, en el eje Y.

Por otro lado, en cada región elegida, los valores de juego mecánico y de repetibilidad se muestran en la Tabla VII.2. (se asocia la desviación estandar a modo de incertidumbre):

	1ª región (0mm)	2ª región (5mm)	3ª región (10mm)	4ª región (15mm)	5ª región (20mm)	6ª región (25mm)	Carrera completa
Juego mecánico (μm)	-0.3 ± 1.8	20.3 ± 2.6	-23.2 ± 1.2	1.9 ± 0.5	-2.2 ± 2.8	3.1 ± 1.0	-0.1 ± 13.9
Repetibilidad (μm) (residuo en el sentido positivo)	0.3 ± 1.8	-21.8 ± 2.6	23.2 ± 1.2	-1.7 ± 0.5	2.5 ± 2.8	-2.8 ± 1.0	-0.1 ± 0.5
Repetibilidad (μm) (residuo en el sentido negativo)	0.3 ± 1.9	-18.9 ± 6.5	23.2 ± 1.2	-2.0 ± 1.0	2.0 ± 2.6	-3.3 ± 1.2	12.7 ± 13.4

Tabla VII.2 Juego mecánico y repetibilidad en la MMH del 2010, en el eje Y.

Los residuos asociados a la repetibilidad de esta MMH se grafican en la Figura VII.8.

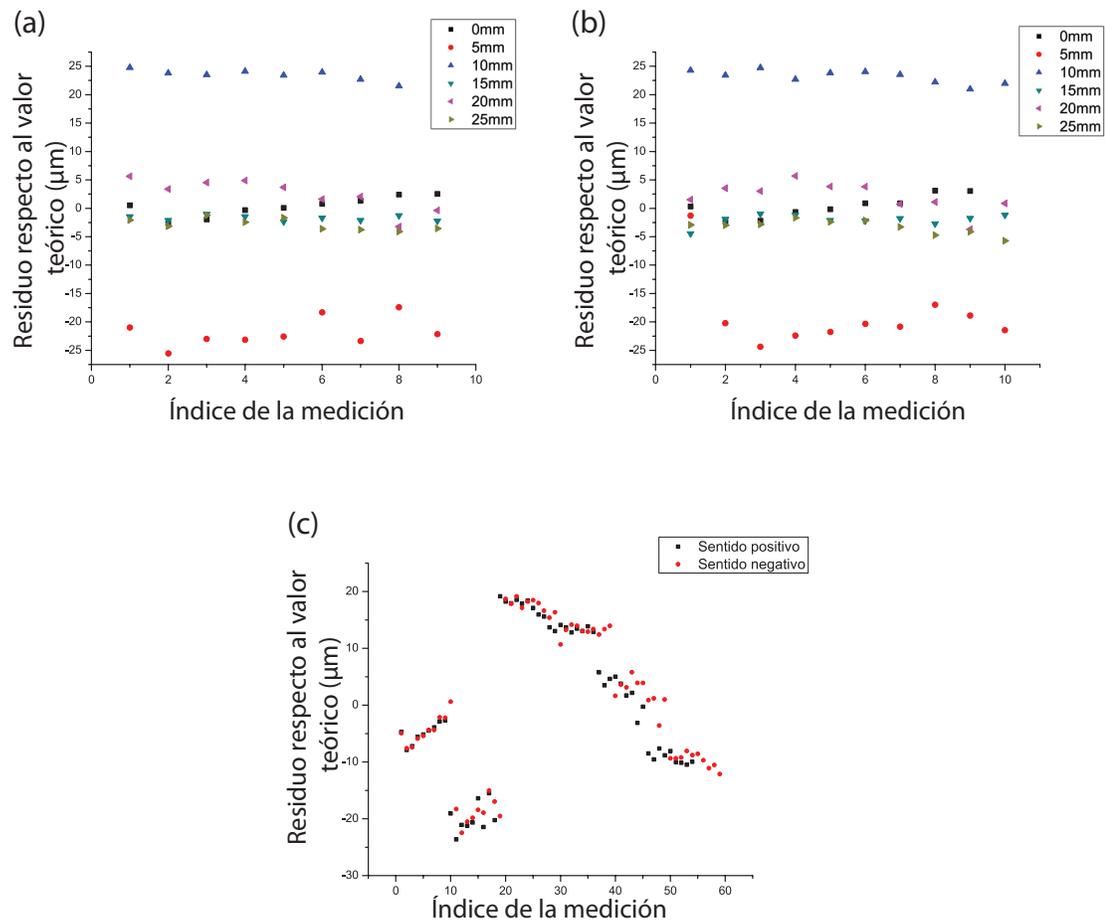


Figura VII.8 Residuos respecto al valor teórico de desplazamiento por regiones en ambos sentidos (a) y (b), y en toda la carrera (c) en la MMH del 2010, en el eje Y.

A modo de comparativo, en la Figura VII.9 se presentan los gráficos de desplazamiento para la MMH de 2010 sobre el mismo eje, tomados con un lector magnético, con incertidumbre de $20\mu m$, fabricado por *NewScale Technologies*.

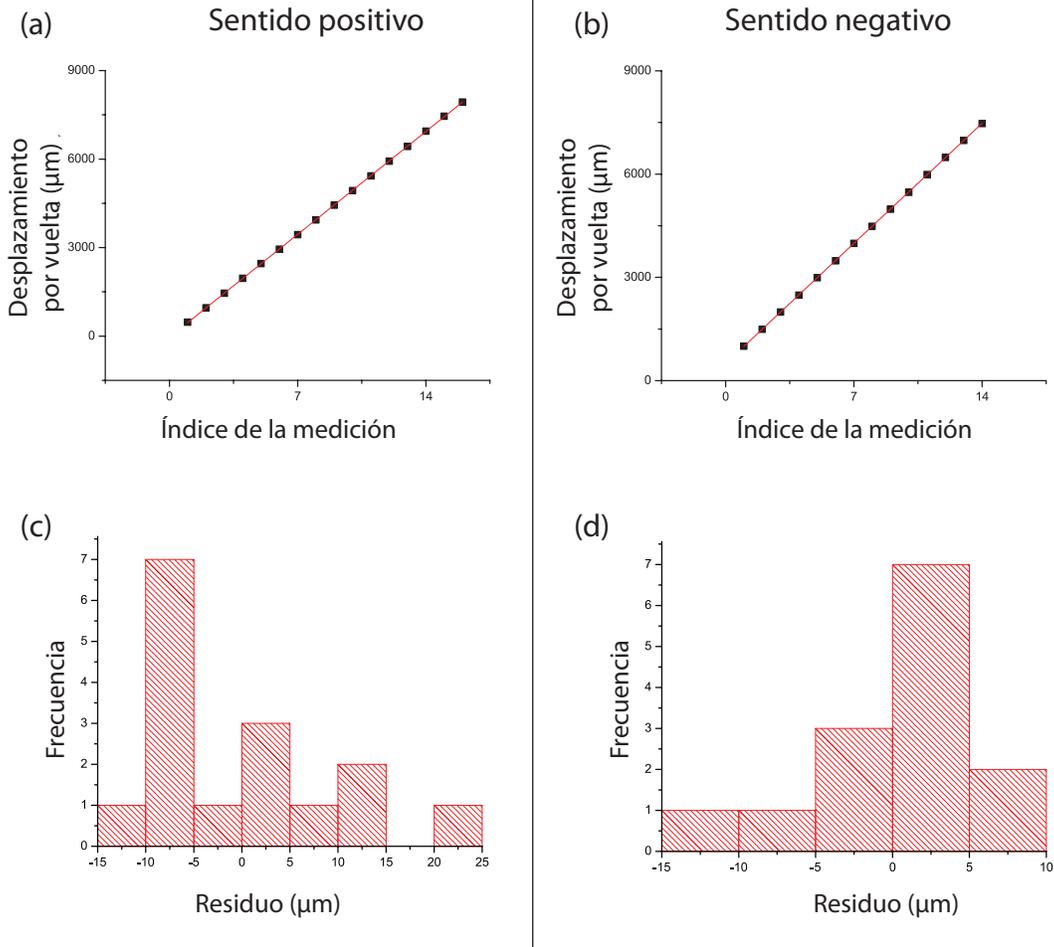


Figura VII.9 En ambos sentidos del movimiento, tomados con un encoder magnético, para la MMH del 2010, en el eje Y: (a) y (b) desplazamientos acumulados a lo largo de toda la carrera de las MMH. (c) y (d) histograma de la distribución de residuos.

En estas lecturas: en el sentido positivo del movimiento de la MMH, el desplazamiento promedio por vuelta de tornillo de potencia fue de $498.07\mu m$, con una desviación estándar de $0.53\mu m$. En el sentido negativo del movimiento de la MMH, el desplazamiento promedio por vuelta del tornillo de potencia fue de $498.5\mu m$, con una desviación estándar de $0.35\mu m$.

VII.6 Mejoras sobre la MMH del año 2010

Basados en los resultados, cuantitativos y cualitativos, de la micromáquina del 2010, se analizaron y propusieron posibles mejoras al mecanismo. Tras un rediseño y montaje, que consistió en una reducción de engranes y una tuerca y tornillo de potencia nuevos se volvió a caracterizar la MMH con el interferómetro. Con estas modificaciones la micromáquina presenta las siguientes características: los motores comerciales empleados son de 200 pasos por vuelta, acoplados al tren de engranes que termina en un tornillo de potencia con una reducción de 64 : 1 y una resolución de $93.75nm$ por paso de motor, de este modo, por cada revolución del tornillo de potencia se tiene un desplazamiento lineal de $1.2mm$. Aquí se presentan los resultados de esta mejora, tanto para el eje X como Y de esta micromáquina.

En este caso la MMH presenta movimientos lineales y uniformes, prácticamente carentes de ruido, cuyo comportamiento general se asemeja al de la Figura VII.10.

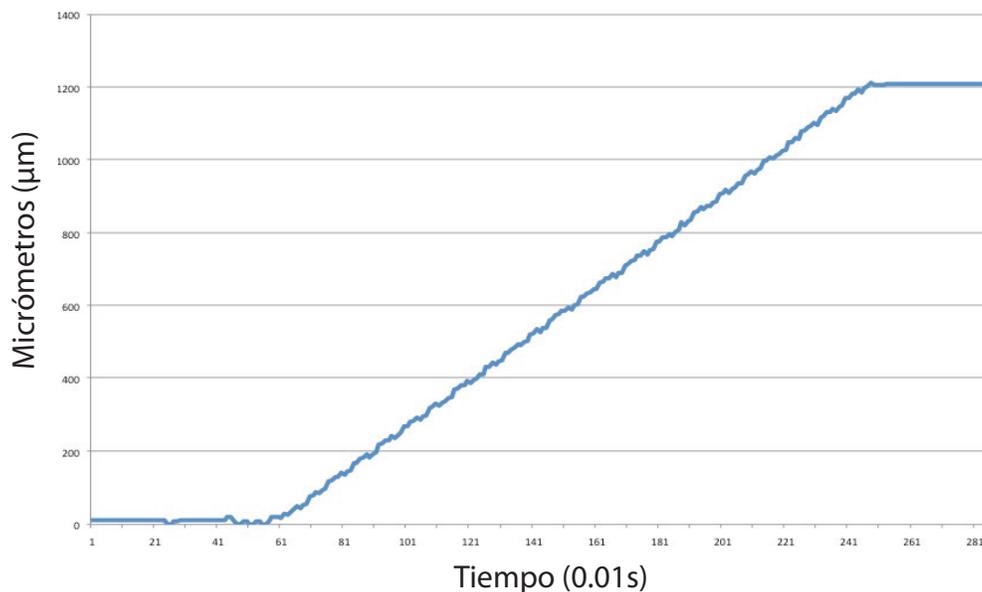


Figura VII.10 Comportamiento general en la MMH de 2010, modificada, en el eje Y, similar al eje X.

En el sentido positivo del movimiento del eje X de la MMH, el desplazamiento promedio por vuelta de tornillo de potencia fue de $1197.83\mu m$, con una desviación estándar de $0.16\mu m$. En el sentido negativo del movimiento de la MMH, en el mismo eje, el desplazamiento promedio por vuelta de tornillo de potencia fue de $1198.67\mu m$, con una desviación estándar de $0.25\mu m$. Las gráficas de estas mediciones se presentan la Figura VII.11.

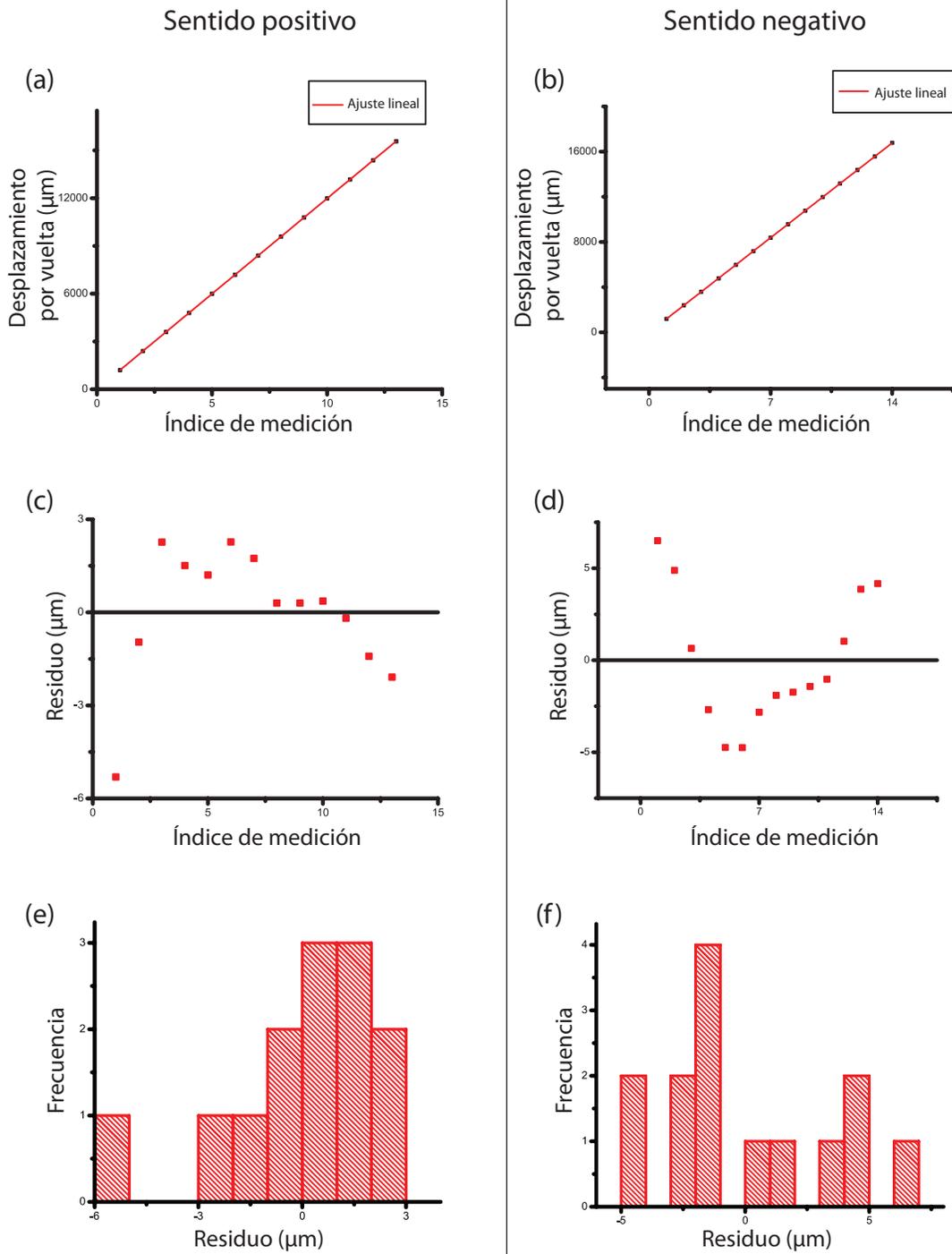


Figura VII.11 En ambos sentidos del movimiento del eje X , para la MMH del 2010: (a) y (b) desplazamientos acumulados a lo largo de toda la carrera de las MMH. (c) y (d) residuos respecto al valor teórico en cada medición. (e) y (f) histograma de la distribución de residuos.

En el sentido positivo del movimiento del eje Y de la MMH, el desplazamiento promedio por vuelta de tornillo de potencia fue de $1195.52\mu m$, con una desviación estándar de $0.13\mu m$. En el sentido negativo

del movimiento de la MMH, en dicho eje, el desplazamiento promedio por vuelta de tornillo de potencia fue de $1194.19\mu m$, con una desviación estándar de $0.08\mu m$. Las gráficas de estas mediciones se presentan la Figura VII.12.

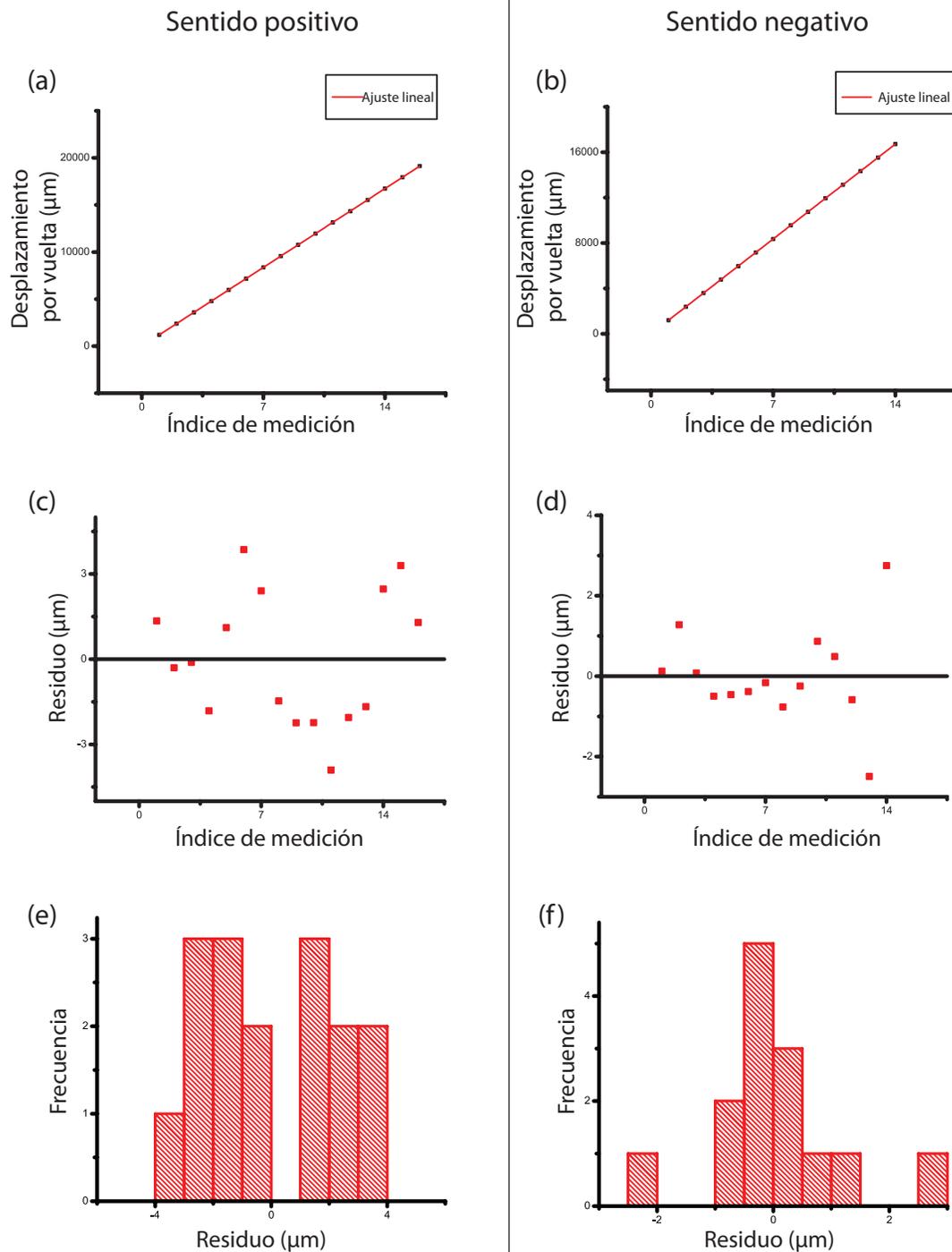


Figura VII.12 En ambos sentidos del movimiento del eje Y, para la MMH del 2010: (a) y (b) desplazamientos acumulados a lo largo de toda la carrera de las MMH. (c) y (d) residuos respecto al valor teórico en cada medición. (e) y (f) histograma de la distribución de residuos.

Por otro lado, en un punto intermedio de la carrera de ambos ejes, los valores de juego mecánico y de repetibilidad se muestran en la Tabla VII.3. (se asocia la desviación estándar a modo de incertidumbre):

	eje X	eje Y
Juego mecánico (μm)	64.86 ± 0.5	30.60 ± 0.3
Repetibilidad (μm) (residuo en el sentido positivo)	0.38 ± 0.30	0.25 ± 0.21
Repetibilidad (μm) (residuo en el sentido negativo)	0.39 ± 0.20	0.59 ± 0.61

Tabla VII.3 Juego mecánico y repetibilidad en la MMH del 2010, en ambos ejes estudiados.

Los residuos asociados a la repetibilidad de esta MMH se grafican en la Figura VII.13, para ambos ejes.

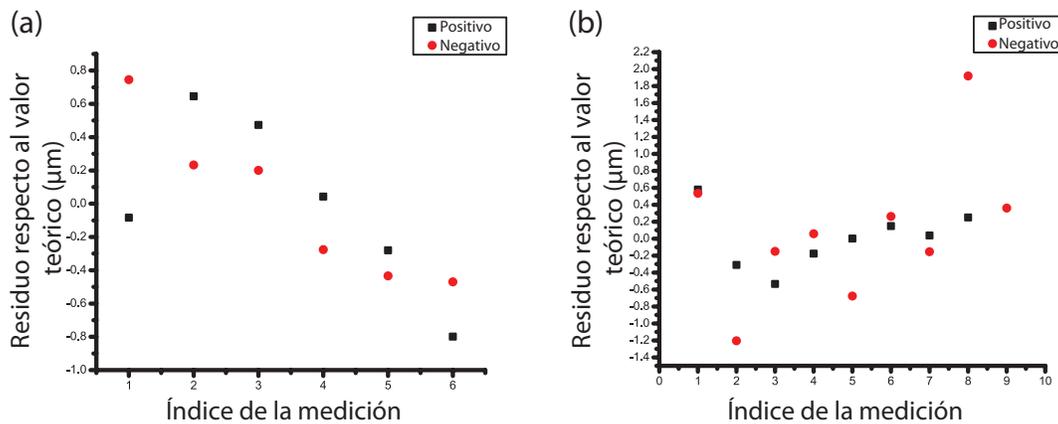


Figura VII.13 Residuos respecto al valor teórico de desplazamiento por regiones en ambos sentidos para el eje X (a) y el eje Y (b) en la MMH del 2010.

VII.7 Sobre los resultados

La resolución obtenida en las mediciones recién descritas, a pesar de que podría ser mejorada aún con el mismo interferómetro, resulta ser la mejor que se ha tenido hasta la fecha para la caracterización de las MMHs. Las metodologías antes empleadas fueron certeras dentro de sus capacidades, aún así, no cumplían con las especificaciones de precisión requeridas para la caracterización apropiada de los mecanismos del GMM.

La metodología de medición presentada en este trabajo, la interferometría, presenta varias ventajas en su aplicación: sus límites de aplicación se reducen, casi exclusivamente, a los límites impuestos por el láser empleado, esto es, la intensidad y la coherencia de la emisión láser determinarán, en última instancia, el intervalo de medición en el que interferómetro funciona apropiadamente. Dentro de las características instrumentales ventajosas de la interferometría esta la resolución fina y constante que presenta aún frente a intervalos grandes de medición, permitiendo así su aplicación en cualquier desplazamiento realizable por las MMHs.

El interferómetro aquí presentado ha permitido la caracterización apropiada de las MMHs. Por ahora, únicamente los desplazamientos, el juego mecánico y la repetibilidad fueron cuantificados por el interferómetro. Sin embargo, al permitir la visualización en tiempo real del comportamiento del carro de las micromáquinas se ganó mucha más información de tipo cualitativo. Las irregularidades en velocidad, saltos de los engranes y sobrepasos de los motores son algunos de los fenómenos mecánicos que antes de este trabajo no habían sido vistos y aún así se conocía su presencia. El interferómetro, en este sentido, ha ampliado el conocimiento de las MMHs, dando paso a mejoras sobre sus mecanismos sobre los cuales ya se ha comenzado a trabajar.

Comparando las micromáquinas herramienta caracterizadas para este trabajo, y hablando a grandes rasgos: aquella del 2007 realiza desplazamientos uniformes en velocidad y con mucha precisión, a diferencia de la primera versión del 2010, que presenta varios movimientos irregulares en su carrera, pero que tiene la gran ventaja de anular, casi por completo, el juego mecánico en gran parte de su carrera. En la mejora implementada en la micromáquina del 2010 se han corregido en gran medida sus defectos, sin embargo el juego mecánico se vio aumentado, quedando aún dentro de los límites aceptados. Aún así, ambas micromáquinas han demostrado, en su aplicación, cumplir aquellos requerimientos buscados en dispositivos similares; por lo que al mejorar sus mecanismos no se tendrá un acercamiento a los estándares internacionales, sino que se excederán.

VIII Conclusiones y trabajo futuro

VIII.1 Conclusiones

En el presente trabajo se desarrolló un sistema óptico con la capacidad de cuantificar desplazamientos de orden micrométrico en carreras de alrededor de $30cm$, con resolución sub-micrométrica, de aproximadamente $300nm$, actualmente limitada por el ruido presente en el sistema. El instrumento, un interferómetro, tiene un diseño basado en el interferómetro original de Michelson, sufriendo modificaciones adoptadas a lo largo de más de un siglo de investigación en el área, así como modificaciones originales planteadas en este trabajo, dándole una resolución teórica de $\frac{1}{4}\lambda$ entre máximos.

El instrumento diseñado hace uso de una fuente láser monocromática de polarización aleatoria de $\lambda = 632.8nm$, optimizando así el aprovechamiento de la radiación disponible y garantizando una estabilidad espacio-temporal mayor a la obtenida por otro tipo de fuentes luminosas. Dentro del sistema óptico también se ha hecho uso de filtros polarizadores que permiten el desfase entre las señales de interferometría obtenidas. El desfase da la ventaja experimental de permitir la detección de cuadratura, proceso entre dos señales asociadas a un fenómeno mecánico que contiene información sobre el sentido de éste.

Acoplado a la óptica se diseñó un circuito electrónico que procesa la señal interferométrica de modo que se obtenga un conteo en tiempo real de las franjas de interferencia, aumentando la resolución teórica a $\frac{1}{16}\lambda$. El conteo es registrado digitalmente en una computadora para ser interpretado y expuesto como un desplazamiento mecánico medido por el interferómetro.

Las ventajas del principio en el que se basa el interferómetro descrito en esta tesis se han hecho patentes en los resultados. Su campo de aplicación metrológica es muy amplio, aquí se ha presentado únicamente una de tantas aplicaciones que dicho sistema tiene. La resolución submicrométrica en intervalos grandes, la estabilidad mecánica y la relativa facilidad de montaje hacen de la interferometría una técnica robusta y funcional.

Se propuso el interferómetro recién detallado a modo de solución práctica para la investigación en tiempo real de los microdesplazamientos y fenómenos mecánicos asociados a las micromáquinas herramienta desarrolladas por el GMM. El interferómetro mostró tener la capacidad metrológica para cubrir los requerimientos buscados para dicho fin y resulta ser, a la fecha, la mejor solución empírica disponible.

La evaluación de las MMHs se reduce, en primera instancia, a la evaluación del desplazamiento lineal, en ambos sentidos de sus ejes de modo independiente. Para este fin ha sido ideado y creado el interferómetro aquí expuesto. Podría ser el caso que en un futuro se quieran hacer mediciones de dos o más ejes simultáneamente, o bien haya un interés por los desplazamientos angulares en las carreras de cada dirección; sea cual sea el caso, un sistema interferométrico podría ser empleado con tal fin, sin embargo, en la

disposición óptica actual del interferómetro no es posible.

A modo de resumen, pero más bien de delimitante, se ha titulado este trabajo *Interferómetro láser tipo Michelson para la caracterización de micromáquinas herramienta*, mostrando así la naturaleza empírico-instrumentalista del trabajo.

VIII.2 Trabajo a futuro

Las metas planteadas para la conclusión satisfactoria del trabajo sobre esta tesis han sido cubiertas. Se ha demostrado que la aplicación del sistema óptico, en conjunto con su contraparte electrónica es apropiada para los fines del GMM. Sin embargo, han quedado aún inquietudes por resolver y propuestas para ser estudiadas en el futuro, a modo de mejoras en el instrumento óptico en cuestión. Siendo esto un motivo de investigación y con la intención de sugerir una guía en el trabajo futuro sobre el interferómetro se proponen las siguientes ideas.

En cuanto al diseño óptico del interferómetro (donde reside la verdadera capacidad instrumental para el estudio de las MMH):

- Adquirir un divisor de haz polarizado de modo que se elimine la necesidad de hacer uso de los filtros polarizadores posteriores en el diseño actual. Se ha de tomar en cuenta la pérdida en potencia óptica que esto representa y, por tanto, el efecto total sobre el sistema.
- Hacer uso de filtros polarizadores lineales que opaquen en la menor cantidad posible la transmisión del haz en su componente deseada, esto es, filtros de mejor calidad óptica.
- Tomando en cuenta los dos incisos anteriores, adquirir una fuente láser con la capacidad necesaria para los fines del proyecto y que a su vez tenga dimensiones reducidas lo suficiente para poder integrarse al gabinete a desarrollar para el instrumento. Una posible solución sería retomar el uso de diodos láser, en cuyo caso sería necesaria la implementación electrónica de una fuente de alimentación para el mismo, asegurando una potencia de emisión estable.
- Considerar el uso de lentes colimadoras que ensanchen la emisión láser de modo que la incidencia sobre los detectores se asegure aún con ligeras desalineaciones.
- Tener en cuenta que al reducir las pérdidas ópticas la amplitud de las señales recibidas por los fotodiodos será mayor, de modo que la amplificación electrónica necesaria será menor y por tanto menor será la amplificación del ruido propio del circuito.

En la parte electrónica del procesamiento de señal (que asegura una lectura y un conteo veraces del desplazamiento observado por el interferómetro):

- Buscar sustitutos accesibles y propios de instrumentación para los componentes electrónicos empleados, principalmente los amplificadores operacionales. Se asegurará así un menor nivel de ruido y mayor velocidad de respuesta, lo que se reflejará en una mejora de la resolución del instrumento y en un retraso menor del conteo.
- Diseñar una placa de circuito impreso aprovechando la tecnología disponible en el CCADET, que incluye, impresos de doble capa y la soldadura de elementos superficiales. Ambas tecnologías reducirán significativamente el volumen final del circuito y posiblemente la calidad de las señales se vea mejorada.
- Considerar y aprovechar la diversidad de funciones que ofrece el decodificador de cuadratura empleado. Actualmente únicamente se emplea el conteo en un par de señales, teniendo la posibilidad de emplear otras dos señales a modo de corroboración, conteos mayores en dígitos, velocidad de reloj superior, etc.

Sobre el instrumento como un todo (donde reside la versatilidad en la aplicación del aparato, así como la influencia que tiene el ambiente sobre el mismo):

- Asegurar la rigidez mecánica y evitar la influencia de ruidos acústicos y ráfagas de aire circundantes al interferómetro encapsulándole dentro de un gabinete diseñado para reducir el volumen total del sistema y permitir la alineación simple de los elementos empleados.
- Adquirir un tripié tal como el empleado en el laboratorio de Metrología para dar sustento al sistema óptico, de modo que la alineación con respecto al brazo de medición se ejecute según el esquema planteado en el Apéndice B.

Por último, en cuanto al software computacional empleado (que permite la interacción del experimentador con la medición en proceso):

- Automatizar la evaluación de las lecturas basadas en los datos anteriores y posteriores a las mismas.
- Implementar un control de las MMHs con la posibilidad de diseñar secuencias de movimientos que puedan involucrar cambios en velocidad y en sentido, teniendo así una caracterización más completa de estos mecanismos.
- Indagar sobre la posibilidad de interpolar la medición en las señales analógicas de interferencia, de modo que la resolución del instrumento se vea notablemente mejorada en escalas nanométricas e incluso sub-nanométricas.

Apéndice A

A.1 La ecuación de onda

La ecuación $\nabla^2 \mathbf{E} = \varepsilon \mu \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$, de la SIII.2, tiene forma de la *ecuación de onda*. El tipo de onda más sencillo es la onda no dispersiva, que cumple con propagarse en cualquier sentido a velocidad constante y sin cambiar su forma en el tiempo. Una onda $f(x, t)$ de este tipo entonces no se altera en una distancia $x = \pm vt$, donde x es la posición, v la velocidad y t el tiempo:

$$f(x, t) = f(x \pm vt, 0), \quad (x \pm vt) \equiv \phi_{\pm} \text{ es la fase de la onda.}$$

Al diferenciar x y t

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{df}{d\phi_{\pm}}, \quad \frac{\partial f}{\partial t} = \pm v \frac{df}{d\phi_{\pm}}$$

y en una segunda diferenciación

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{d^2 f}{d\phi_{\pm}^2}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = \pm v^2 \frac{d^2 f}{d\phi_{\pm}^2}$$

$$\therefore \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$$

es la solución más general a la ecuación de onda no dispersiva.

Un caso particularmente útil es el de una *onda armónica simple* de amplitud a

$$f(x, t) = a \exp\left(2\pi i \left(\frac{x}{\lambda} - \nu t\right)\right)$$

con ν la frecuencia y λ la longitud de onda.

Por simplicidad se introducen $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ la *frecuencia espacial*, o número de onda y $\omega = 2\pi\nu$ la *frecuencia angular*:

$$f(x, t) = a \exp(i(kx - \omega t))$$

que satisface la ecuación de onda general, donde $v = \frac{\omega}{k}$ es la *velocidad de fase* o *velocidad de onda*.

Una generalización de las ecuaciones a tres dimensiones es la *onda plana*. Una onda plana que se propaga con velocidad v y dirección $\hat{\mathbf{n}}$ tiene la forma

$$f(\mathbf{r}, t) = f(\mathbf{r} \cdot \hat{\mathbf{n}} - vt, 0), \quad \phi = \mathbf{r} \cdot \hat{\mathbf{n}} - vt$$

la fase es constante y describe un plano llamado *frente de onda*, normal a la dirección de propagación $\hat{\mathbf{n}}$. Que satisfice

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = v^2 \frac{d^2 f}{d\phi^2}$$

$$\nabla \cdot (\nabla f) \equiv \nabla^2 f = (\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{n}}) \frac{d^2 f}{d\phi^2} = \frac{d^2 f}{d\phi^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2},$$

siguiendo un razonamieto igual, para \mathbf{f} un campo vectorial

$$\nabla^2 \mathbf{f} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{f}}{\partial t^2}$$

es la ecuación de onda tridimensional no dispersiva.

Del mismo modo anterior, una onda plana armónica se puede construir con fase

$$\phi = \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t = k \left(\frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}{k} - \frac{\omega}{k} t \right) = k \left(\frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}{k} - vt \right)$$

de donde, por lo anterior $\hat{\mathbf{n}} = \frac{\mathbf{k}}{k}$ es un vector unitario, con dirección \mathbf{k} .

Cabe mencionar que existen otras ondas con frentes de onda distintos, como las *esféricas*:

$$\mathbf{f}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{A}(\mathbf{r}) \exp(i(kr - \omega t))$$

o las *cilíndricas*:

$$\mathbf{f}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{A}(\mathbf{r}) \exp\left(i\left(k(x^2 + y^2)^{1/2} - \omega t\right)\right)$$

Apéndice B

B.1 Diseños estudiados

A continuación se presentan brevemente los diseños más sobresalientes estudiados como base para el diseño propuesto en el capítulo IV, en las referencias bibliográficas dadas para cada uno de ellos es posible encontrar más información y los cálculos respectivos.

Naturalmente el primer diseño es el original de Michelson, cuyo esquema se reproduce en la Figura B.1. Este diseño, discutido ampliamente en la bibliografía tal como [Hariharan, 1985] y [Steel, 1967] entre otros, tiene la gran ventaja de la simpleza por el reducido número de elementos que emplea así como ser inmune a los desplazamientos paralelos de los espejos empleados; sin embargo, sus debilidades frente al problema aquí planteado son muchas, pues tiene una pérdida del 50% de la potencia del haz empleado, pues el resto regresa por el mismo trayecto por el que entra al sistema; así mismo, es susceptible a los giros efectuados por los espejos, no permite la detección de la dirección del movimiento y puede presentar reflexiones internas al utilizarse un divisor de haz de caras paralelas.

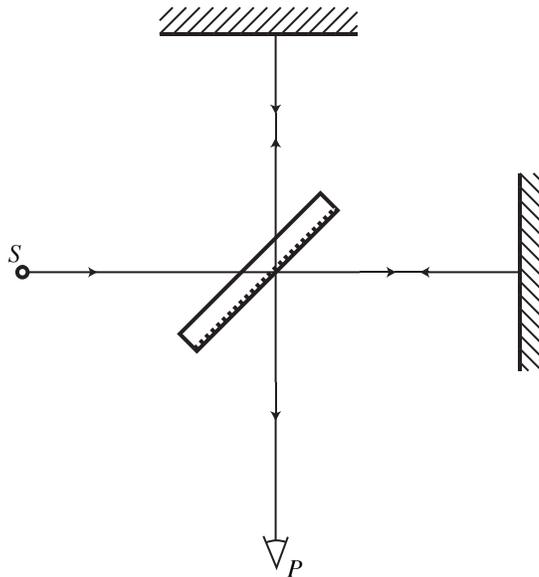


Figura B.1 Interferómetro original de Michelson.

En segundo lugar está el arreglo conocido como Michelson con retroreflectores (Figura B.2), históricamente introducido por primera vez en [Peck, 1948] en 1948, presentado también en [Steel, 1967] y modificado posteriormente por Bobroff en [Bobroff(a), 1993], [Bobroff(b), 1993] y en [Hansen, 2006]. Este diseño se comporta de manera muy similar al anterior, con la ventaja de permitir la recepción teórica del 100% de la potencia lumínica introducida pero es susceptible a los desplazamientos paralelos de los retroreflectores, no así a los giros angulares de los mismos (dentro de un cierto rango amplio).

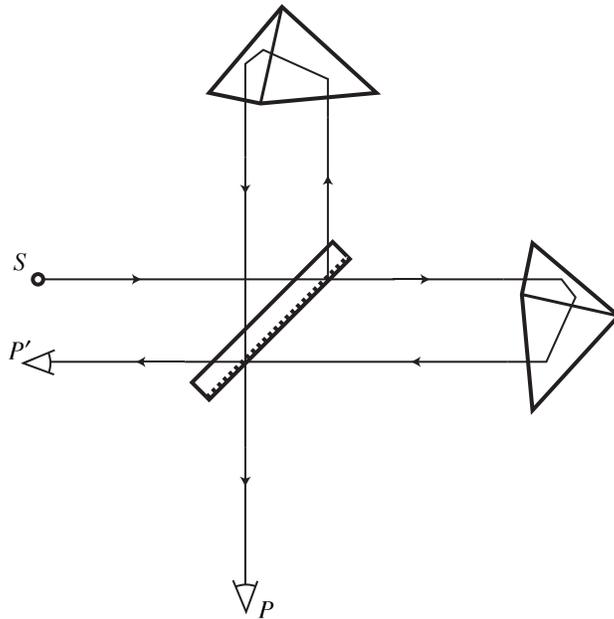


Figura B.2 Interferómetro de Michelson con retrorreflectores.

El primer caso de un interferómetro aquí presentado que permite la detección de sentido de movimiento, por medio de cuadratura, es el expuesto por Kubota, Nara y Yoshino en 1987, discutido por [Hariharan, 1985], Figura B.3. En este diseño se hace uso de un segundo divisor de haz, polarizado, que separa las componentes de polarización del haz de modo tal que cada detector observa el patrón complementario de su contrario, permitiendo así el empleo de detección de cuadratura para conocer el sentido de movimiento del haz de medición. Este diseño es inmune a los desplazamientos paralelos de los espejos y tiene una pérdida de la mitad de la potencia del haz inicial.

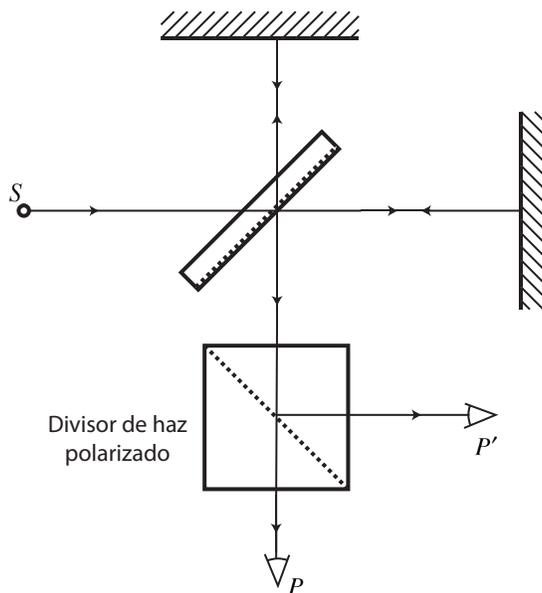


Figura B.3 Interferómetro de Kubota, Nara y Yoshino.

Existen también interferómetros inmunes tanto al desplazamiento paralelo como angular de su sistema de reflexión, tal como el presentado por Terrier en 1959 seguido por Murty en 1960, revisado en [Steel, 1967], donde se hace un juego de espejo y retroreflector para dicho fin, con las desventajas a lo que esto lleva (Figura B.4).

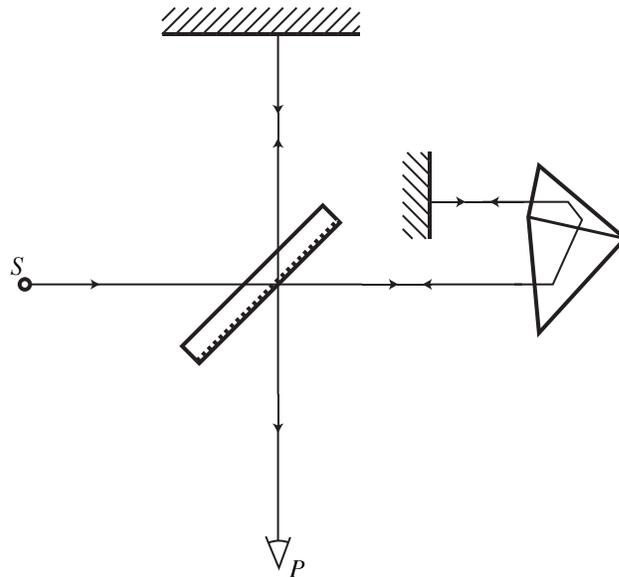


Figura B.4 Interferómetro de Terrier.

Por último, se tienen dos interferómetros que presentan doble resolución, en relación a la resolución de $\frac{1}{4}$ de onda de los diseños anteriores. El primero de ellos es presentado por [Bobroff(b), 1993], ver Figura B.5, mientras que el segundo pertenece a [Büchner, 2006], éste último siendo inmune tanto a desplazamientos paralelos como angulares de sus elementos, representado en la Figura B.6. Ambos diseños tienen pérdida del 50% de la potencia inicial y no permiten la detección de cuadratura.

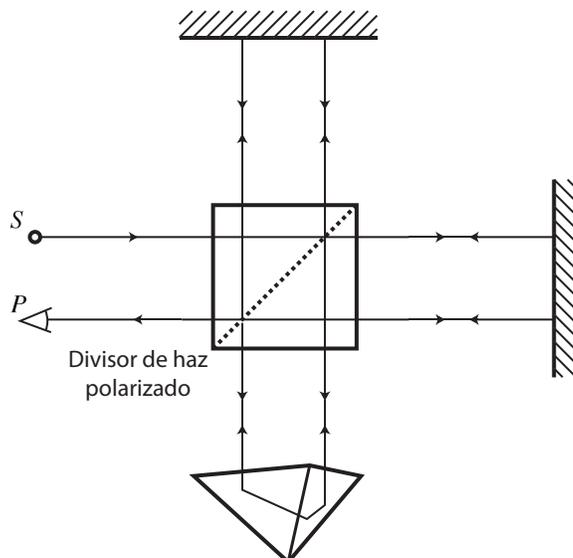


Figura B.5 Interferómetro de Bobroff.

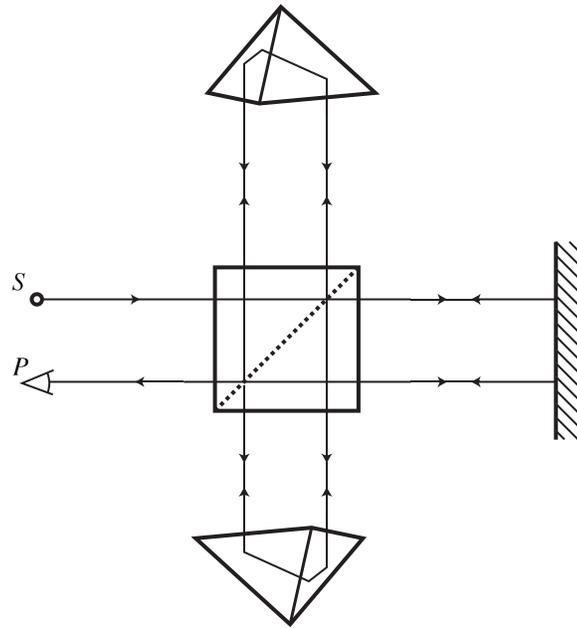


Figura B.6 Interferómetro de Büchner.

Bibliografía

[Bergamin, 1992] Bergamin, A., Cavagnero, G., Mana, G.; *Phase holonomy in optical interferometry*. J of Modern Optica 1992; no.10 30:2053-2074

[Bobroff(a), 1993] Bobroff, N.; *Critical alignments in plane mirror interferometry*. Precision Eng 1993; no.1 15:33-38

[Bobroff(b), 1993] Bobroff, N.; *Recent advances in displacement measuring interferometry*. Meas Sci Technol 1993; 4:907-926

[Bobroff, 1987] Bobroff, N.; *Residual errors in laser interferometry from air turbulence and nonlinearity*. Applied Optics 1987; no.13 26:2676-2682

[Born, 1959] Born, M., Wolf, E.; *Principles of Optics*. 3ra. ed. Pergamon Press 1965; 1ra. ed. Pergamon Press 1959

[Büchner, 2006] Büchner, H., Jäger, G.; *A novel plane mirror interferometer using corner cube reflectors*. Meas Sci Technol 2006; 17:746-752

[Caballero, 2007] Caballero-Ruiz, A., Ruiz-Huerta, L., Baidyk, T., Kussul, E.; *Geometrical error analysis of a CNC micro-machine tool*. Mechatronics 2007; 17:231-243

[Caballero, 2009] Caballero-Ruiz, A., Ruiz-Huerta, L., Silva López, H., Herrera-Granados, G.; *Sistema de microposicionamiento para el estudio de actividad neuronal en ratas*. Resumen del 9º Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica, llevado a cabo en Las Palmas, Gran Canaria, España, 2009

[Caballero, 2010] Caballero Ruiz, A., Ruiz Huerta, Silva López, H.; *Desarrollo de un sistema de control para una micromáquina herramienta basado en código estándar para CNC*. Informe técnico del GMM, 2010

[Chien-Ming(a), 1996] Chien-Ming, W., Ching-Shen, S., Gwo-Sheng, P.; *Correction of nonlinearity in one-frequency optical interferometry*. Meas Sci Technol 1996; 7:520-524

[Chien-Ming(b), 1996] Chien-Ming, W., Ching-Shen, S.; *Nonlinearity in measurements of length by optical interferometry*. Meas Sci Technol 1996; 7:62-68

[Cosijns, 2004] Cosijns S.; *Displacement laser interferometry with sub-nanometer uncertainty*. Tesis de Doctorado de la Universidad Tecnológica de Eindhoven, Departamento de Ingeniería de Precisión. Octubre de 2004

- [Hansen, 2006] Hansen H., et al.; *Dimensional Micro and Nano Metrology*. Annals of the CIRP 2006;no.2 55
- [Hariharan, 1985] Hariharan, P.; *Optical Interferometry*. 2da ed. Academic Press 2003; 1ra ed. Academic Press 1985
- [Herrera, 2010] Herrera Granados, G.; *Investigación y evaluación de mecanismos para el desarrollo de micromáquinas herramienta*. Tesis de Maestría de la UNAM, Facultad de Ingeniería. Febrero de 2010
- [Heydemann, 1981] Heydemann, P.; *Determination and correction of quadrature fringe measurements errors interferometers*. Applied Optics 1981;no.19 20:3382-3384
- [Kussul, 2000] Kussul, E., Baidyk, T., Ruiz-Huerta, L., Caballero, A., Velasco, G., Kasatkina, L.; *Development of micromachine tool prototypes for microfactories*. J Micromech Microeng 2000; 12:795-813
- [Malacara, 1989] Malacara, D., *Óptica Básica*. 1ra. ed. Fondo de Cultura Económica 1989
- [Mana, 1989] Mana G.; *Diffraction Effects in Optical Interferometers Illuminated by Laser Sources*. Metrologia 1989;26:87-93
- [Monchalin, 1981] Monchalin, J.-P., et al.; *Accurate laser wavelength measurement with a precision two-beam scanning Michelson interferometer*. Applied Optics 1981;no.5 20:736-757
- [Newton, 1730] Newton, I.; *Optiks (A treatise of the reflections, refractions, inflections & colours of light)*. basado en la 4ta. ed. de 1730, Dover public
- [Peck, 1948] Peck E.; *Theory of the Corner-Cube Interferometer*. Journal of the Opt Soc of America 1948;no.12 38:1015-1024
- [Peggs, 2002] Peggs, G., Yacoot, A.; *A review of recent work in sub-nanometre displacement measurement using optical and X-ray interferometry*. Phil Trans R Soc Lond A 2002; 360:953-968
- [Sydenham, 1972] Sydenham, P.; *Microdisplacement transducers*. J Phys E: Sci Instrum 1972; no.5:721-733
- [Steel, 1967] Steel, W.; *Interferometry*. 2da. ed. Cambridge University Press 1983; 1ra.ed. Cambridge University Press 1967

[Wylde, 1999] Wylde J., Hubbard, T.; *Measurements of MEMS Displacements and Frequencies Using Laser Interferometry*. Proceedings of the 1999 IEEE Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering Shaw Conference Center, Edmonton, Alberta, Canada May 9-12-1999; 1680-1685

[Young, 1803] Young, T.; *Experiments and Calculations relative to physical optics*. Philosophical Transactions, The Bakerian Lecture, Read November 24 1803; 1-16

[Zygo, 2008] *Error Sources in interferometry*, publicado en internet, Zygo Corporation, 2008