

Transporte de un *ratchet* óptico activado por  
balanceo en un régimen sobreamortiguado y  
determinista

TESIS QUE PARA OBTENER EL GRADO DE DOCTOR EN CIENCIAS FÍSICAS  
PRESENTA:

Alejandro Vásquez Arzola

ASESORES:

Dra. Karen P. Volke Sepúlveda

Dr. José Luis Mateos Trigos

Posgrado en Ciencias Físicas, UNAM

*Ciudad Universitaria, UNAM*  
*Enero, 2011*



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



---

*A mi Mamá, Nicté, Balam y Mariana*

---

# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>5</b>
1.1. Mecanismo <i>ratchet</i>	5
1.2. Dinámica sobreamortiguada y determinista	7
1.3. Trampas ópticas y <i>ratchets</i>	9
<b>2. Conceptos básicos: micromanipulación óptica y dinámica <i>ratchet</i></b>	<b>11</b>
2.1. Técnicas de micromanipulación utilizando fuerzas ópticas	11
2.1.1. Fuerza óptica: fuerza de gradiente y fuerza de esparcimiento	12
2.1.2. Técnicas de micromanipulación ópticas	14
2.2. Dinámica <i>ratchet</i>	18
2.2.1. Modelo unidimensional	20
2.2.2. Tipos principales de <i>ratchets</i> y condiciones de simetría	21
2.2.3. Dinámica <i>ratchet</i> utilizando técnicas de micromanipulación ópticas	23
<b>3. Determinación teórica y experimental de la fuerza óptica de un patrón extendido de luz</b>	<b>25</b>
3.1. Modelo de rayos para el cálculo de la fuerza óptica	26
3.1.1. Fuerza óptica de un patrón extendido de luz	28
3.2. Calibración experimental de la fuerza óptica de un patrón extendido	29
3.2.1. Dinámica de una partícula determinista en un potencial periodico inclinado	29
3.2.2. Montaje experimental	32
3.2.3. Análisis	33
3.3. Conclusiones	40
<b>4. Realización experimental de un <i>ratchet</i> óptico activado por balanceo</b>	<b>41</b>
4.1. Descripción del arreglo experimental	42
4.2. Fuerza óptica en un patrón de luz asimétrico	47
4.3. <i>Ratchet</i> activado por balanceo	53
4.3.1. Modelo teórico	53
4.4. Demostración experimental del efecto <i>ratchet</i> en un sistema óptico	55
4.5. Conclusiones	56
<b>5. Dinámica general de un <i>ratchet</i> activado por balanceo</b>	<b>61</b>
5.1. Modelo adimensional	62
5.2. Diagrama de parámetros: dinámica escalonada e inversiones de corriente	64

5.3. Dinámica dependiente del diámetro de la partícula . . . . .	68
5.4. Comparación entre teoría y experimento . . . . .	70
5.5. Conclusiones . . . . .	71
<b>6. Conclusiones generales</b>	<b>73</b>
6.1. Perspectivas . . . . .	74
<b>Apéndice A. Aproximaciones para la descripción del campo: interferencia de dos haces gaussianos</b>	<b>77</b>
A.0.1. Aproximación paraxial del campo de un haz gaussiano . . . . .	77
A.0.2. Interferencia de múltiples haces . . . . .	79
<b>Apéndice B. Procedimiento experimental para el análisis de la <i>rachet</i> activada por balanceo</b>	<b>83</b>
B.1. Procedimiento para estimar los parámetros de control $\tau_1$ , $\tau_0$ y $\nu_0$ . . . . .	84
<b>Apéndice C. Preparación de muestras</b>	<b>87</b>

---

## Resumen

Motivados inicialmente por entender el fenómeno de transporte de los denominados motores moleculares en el campo de la biología, en los últimos 20 años ha habido una intensa actividad científica abocada a entender la dinámica compleja de los procesos de transporte asistidos por un rompimiento de simetría espacio-temporal. Actualmente a estos sistemas se les denomina de manera general motores brownianos o *ratchets*, haciendo un símil, en éste último, con lo que en español se denomina matraca. Desde un punto de vista mecánico, éstos tienen la característica de generar trabajo a partir del acoplamiento dinámico entre un potencial con estructura periódica y una fuerza o perturbación oscilatoria o cíclica de promedio cero, bajo un rompimiento de simetría espacial o temporal (efecto *ratchet*). De manera general, cuando existen fluctuaciones térmicas preponderantes en el sistema, éste se considera browniano y es necesaria una descripción estocástica, mientras que si las fluctuaciones son depreciables, entonces el sistema es determinista. Para su estudio y para explorar posibles aplicaciones, se ha diseñado una gran diversidad de mecanismos que estudian las propiedades de este efecto bajo diferentes condiciones físicas, por ejemplo: transporte de átomos fríos en trampas ópticas periódicas, transporte de sistemas coloidales en trampas ópticas y transporte de sistemas macroscópicos como es el caso de gotas en una superficie rugosa asimétrica. La separación de partículas microscópicas (coloidales o biológicas) ha sido una de las aplicaciones más importantes.

Típicamente, la no linealidad del sistema y la gran diversidad de posibilidades que presenta este concepto lo hacen muy difícil de comprender de manera sencilla y clara. La determinación a priori de la existencia y características del desplazamiento neto o corriente, al igual que la posibilidad de la existencia de caos, son problemas no muy bien entendidos desde un punto de vista fundamental. En este trabajo se presenta la primera realización experimental, y un estudio teórico completo, de un sistema *ratchet* activado por balanceo utilizando técnicas de micromanipulación ópticas. Este consiste en someter a una microesfera dieléctrica a un patrón de luz asimétrico periódico estático y a una fuerza de fricción oscilatoria de promedio cero. La fuerza oscilatoria tiene una forma escalonada, caracterizada por cuatro pasos a lo largo de un periodo: dos tiempos de encendido y dos de apagado. La interacción de la partícula con el patrón de luz asimétrico se traduce en un potencial periódico asimétrico.

El primer problema que se aborda en este trabajo es el estudio del potencial periódico que resulta de la interacción de una partícula dieléctrica con un patrón de franjas de interferencia, tipo cosenoidal. Para esto se desarrolla una técnica que permite hacer un mapeo punto a punto de la fuerza ejercida por el patrón de luz. En este mismo trabajo se pone a prueba un modelo de la fuerza óptica desarrollado a partir de la óptica de rayos. De esta manera se concluye que la fuerza que ejerce un patrón de franjas de interferencia sobre una partícula dieléctrica tiene la forma del mismo patrón, tipo cosenoidal, pero su magnitud depende sensiblemente de la relación entre el periodo espacial del patrón de luz y el diámetro de la partícula. Tanto las técnicas como los resultados de este trabajo constituyen la base de los experimentos del *ratchet* óptico.

En el caso del sistema *ratchet*, el potencial asimétrico se genera a partir de la superposición de dos patrones de franjas de interferencia, uno con el doble de periodo que el otro. Así, una partícula dieléctrica siente un potencial de energía que resulta de la suma de los potenciales debidos a la interacción de la partícula con los patrones individuales de luz. De esta manera se recupera la forma del potencial asimétrico que ha sido utilizado ampliamente en una gran variedad de trabajos teóricos, que se puede escribir como la suma de dos funciones seno, una



con el doble de periodo que la otra. El potencial así generado resulta muy versátil, ya que puede ser modificado en tiempo real, y además presenta propiedades únicas que son inherentes a los sistemas ópticos, por ejemplo, la asimetría de este, no solamente la magnitud, dependen del diámetro y del periodo de la partícula. La realización del *ratchet* óptico se lleva a cabo al sacar al sistema del equilibrio mecánico mediante la fuerza de arrastre de promedio cero.

Así se demuestra la realización de un *ratchet* óptico activado por balanceo en el régimen sobreamortiguado y determinista. También se hace un análisis teórico del sistema. Debido a la posibilidad de modificar la asimetría del potencial espacial en tiempo real, se puede controlar o dirigir el desplazamiento de una partícula de manera arbitraria. En el caso cuando el potencial es simétrico el sistema no presenta un desplazamiento neto, sino que solamente oscila en torno a una posición de equilibrio por el efecto de la fuerza de arrastre periódica. Por otro lado, debido a la dependencia de la asimetría del potencial con el diámetro de la partícula, se demuestra la posibilidad de transportar simultáneamente, solamente por el efecto *ratchet*, a dos partículas en direcciones opuestas. Esto evidencia una propiedad muy importante de los sistemas *ratchet* que no había sido abordada en sistemas coloidales, que es la dependencia de la dirección de transporte con el diámetro de la partícula.

La fuerza externa dependiente del tiempo tiene una forma tipo escalón y está caracterizada por dos tiempos, uno durante el cual la fuerza es nula y otro durante el cual actúa una fuerza de magnitud constante, resultando en una fuerza oscilatoria de cuatro pasos. Debido a estas discontinuidades en la fuerza, se demostró que la corriente o desplazamiento de la partícula por unidad de tiempo presenta inversiones al variar la magnitud de la fuerza externa y el tiempo durante el que actúa. Estas inversiones son una consecuencia del tiempo durante el que la fuerza externa es nula. Esto muestra otra cualidad muy importante de los sistemas *ratchet* que no se había explorado experimentalmente hasta ahora. De hecho, antes predominaba la idea de que en un régimen sobreamortiguado y determinista no era posible obtener inversiones de corriente y que esto era solamente factible en sistemas que presentan caos o que están bajo la influencia de las fluctuaciones térmicas. Además de estos resultados, las técnicas desarrolladas en este trabajo permiten la posibilidad de continuar explorando el comportamiento no comprendido de los sistemas *ratchets*.

---

## Summary

This work puts forward the first experimental realization, and a complete study, of a rocking ratchet generated by means of optical micromanipulation techniques. This system consists in subjecting a dielectric microsphere to a light pattern that is asymmetrical, static and periodic, and to a cyclic friction force that averages to zero. The cyclic force has a step-like shape characterized by four steps within a period. On the other hand, the interaction between the particle and the asymmetrical light pattern translates into an asymmetrical periodic potential. The first problem addressed in this work is the study of the periodic potential resulting from the interaction between the dielectric particle and a striped, cosinoidal pattern. In order to address this issue, a technique that allows a point-to-point mapping of the force exerted by the light pattern is developed. Also, a model of the optical force built on the base of ray optics is tested.

The asymmetrical potential is generated by means of the force affecting a dielectric particle in two overlapped interference patterns, one having a period twice the period of the other. Then, the shape of an asymmetrical potential that has been widely used in theoretical studies (defined as the sum of two sinusoidal functions, one having a period twice the period of the other) is experimentally reproduced. Given that in this system it is possible to modify the potential's asymmetry in real time, it is possible to control or guide the particle's movement in an arbitrary manner. On the other hand, the potential asymmetry is given by the particle's diameter, which allows to transport simultaneously, only by a ratchet effect, two particles in different directions. This work also shows that due to the discontinuities in the cyclic force, the current or the particle's movement by time unit shows inversions when the magnitude of the external force is modified.

### Agradecimientos

A estas alturas, ya para entregar el manuscrito impreso, al cuarto para las doce como siempre, me pregunto: qué hubiera sido de este trabajo sin las largas y enriquecedoras discusiones que tuve con Karen, que se daban a cada paso, para atrás y para adelante, como un *ratchet*. Agradezco a Karen su disposición, como tutora y como amiga, a estar siempre presente en la resolución de cualquier duda o problema, situación que se refleja de manera determinante en los resultados presentados en esta tesis.

Agradezco a Victor Romero, Martha Rosette, Citlali Sánchez, Rubén Ramos, José Luis Mateos y Adrián Huerta que hayan hecho comentarios y correcciones que definitivamente enriquecieron el trabajo presentado en esta tesis. También agradezco los comentarios que en su momento hicieron, en la evaluación del proyecto, Mayo Villagrán, Alejandro Esqueda, Neil Bruce y Eugenio Méndez. Por supuesto, las discusiones y el buen humor de José Luis Mateos también fueron importantes en la elaboración de los manuscritos.

La UNAM, qué puedo decir... simplemente maravillosa, no pudo ser mejor. Los días, y las noches, sin discusiones de política y cerveza; los sábados y años nuevos sin predoctorales; y sin chistoretas y sarcasmos, no hubieran sabido tan bien sin la banda: Gabriel, Andrea, Eduardo, Moicés, Klara, Nico y por supuesto Keilucha, Vlado y Lupitei, y todos los demás amigos que antes o después ahí estuvieron.

En este lapso de tiempo han habido muchos momentos maravillosos y difíciles, en donde siempre ha estado alguien que comparta todo de sí y ha hecho que este mundo gire de manera más digna. Siempre estaré muy agradecido de Beatriz, Beatricita, Rodolfo, Teresa, Alfredo y especialmente de Carmen.

En los últimos años de esta historia apareció alguien, pequeño, o mejor dicho pequeña, el cual siempre porta un marsupio y tiene pelos parados, y ojos redondos como canicas. Es un animalito maravilloso, precioso, que además de sus excentricidades, por su naturaleza nocturna, ha sido mi fiel escudero en estos desvelos nocturnos y diurnos. Las cervezas, la ciencia, las arañidopsias, los desayunos y los sueños y los futuros han sido los mejores contigo Mariana.

Los agradecimientos a mi mamá, a mi hermana y a mi hermano son muy especiales. Siempre han estado presentes, antes y después, y siempre han sido una fuente de inspiración de dignidad y de rebeldía. Todo este tiempo los he tenido en lo más profundo de mi corazón.

Los patrocinadores, muy importantes por cierto, fueron: sistema de becas de posgrado CONACyT, programa de apoyos de posgrado PAEP, becas PAPIIT y el posgrado en ciencias físicas.

# Capítulo 1

## Introducción

Con el desarrollo de la nanotecnología y la posibilidad de estudiar y manipular sistemas biológicos a nivel microscópico, en las últimas dos décadas ha habido un creciente interés por entender y diseñar mecanismos de transporte eficientes que funcionen a esta escala: de unos cuantos nanómetros hasta el orden de decenas de micrómetros. A diferencia de una máquina común que sirve para generar trabajo a nivel macroscópico, a nivel microscópico cualquier elemento físico está sujeto a fuerzas disipativas muy grandes cuya magnitud puede incluso anular las fuerzas inerciales. También, en la mayoría de los casos, están sometidos de manera inherente a fluctuaciones térmicas. De aquí ha surgido un vasto campo de investigación que se interesa en el fenómeno de transporte en sistemas microscópicos con potenciales periódicos fuera del equilibrio termodinámico. En particular, el efecto *ratchet* es uno de los fenómenos de mayor interés, que se caracteriza por la generación de trabajo a pesar del promedio cero de las fuerzas involucradas, como consecuencia de una asimetría. A los sistemas que manifiestan este efecto se les denomina motores brownianos o, de manera más general, *ratchets* (llamados así a partir del ejemplo dado por Feynman en su libro *Lectures on Physics* [1]).

### 1.1. Mecanismo *ratchet*

A principios de los años 60, Richard Feynman ideó una máquina térmica microscópica que sería la base conceptual de los sistemas conocidos actualmente como *ratchets*. Su finalidad fue demostrar con argumentos de la física estadística la imposibilidad de encontrar un mecanismo que viole la segunda ley de la termodinámica (máquina de segundo tipo). Esta máquina hipotética (fig. 1.1) está constituida por una rueda dentada asimétrica, tipo diente de sierra, que está acoplada por medio de un eje a una rueda con álabes. Cada rueda está afectada por las fluctuaciones térmicas de sus propios baños térmicos. Así, las fluctuaciones térmicas que afectan principalmente a la rueda con álabes hacen girar de manera aleatoria el sistema rígido de eje y ruedas. Con la intención de corregir el giro del eje, se coloca en uno de los extremos una especie de cuña elástica, constituyendo lo que se conoce a nivel macroscópico como trinquete. Haciendo un análisis termodinámico simple, Feynman concluyó que si las temperaturas de ambos baños térmicos eran iguales, y debido a la inexistencia de fuerzas netas, todas los componentes del sistema fluctuarían sin dirección preferencial (ruedas y cuña), resultando en un giro aleatorio de promedio cero (trabajo cero), en concordancia con la segunda ley de la

termodinámica. Por otro lado, si las temperaturas de los baños térmicos eran distintas, es decir, si el sistema era sacado del equilibrio termodinámico, las fluctuaciones térmicas serían rectificadas por la asimetría espacial del sistema, determinada por la estructura de diente de sierra, produciendo energía mecánica a pesar de las fuerzas de promedio cero involucradas<sup>1</sup>.

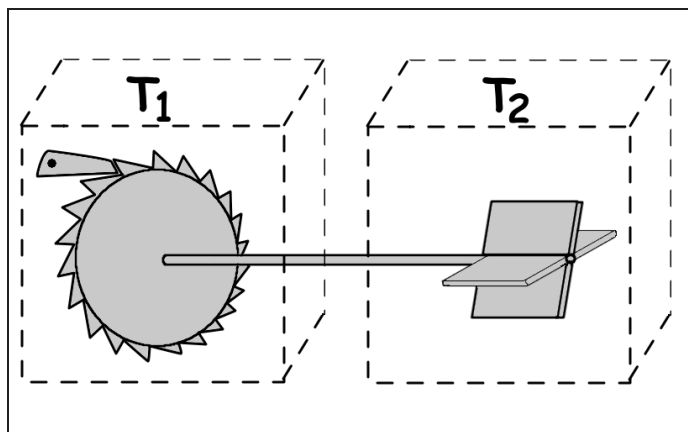


Figura 1.1: Esquema de la máquina térmica microscópica propuesta por Feynman. La asimetría es introducida por medio de la rueda dentada (tipo diente de sierra) y una de cuña elástica, que en principio solamente permite el giro en un sentido. La rueda dentada y la rueda con álabes están sometidas a fluctuaciones térmicas de temperaturas  $T_1$  y  $T_2$  respectivamente.

De forma un poco más abstracta, la periodicidad espacial, las fluctuaciones fuera del equilibrio termodinámico y el rompimiento de simetría de la máquina de Feynman, son las características fundamentales de los motores brownianos o *ratchets* térmicos<sup>2</sup>. De manera simplificada, este sistema puede ser modelado por una partícula browniana sujeta a un potencial periódico espacial y a perturbaciones externas de promedio cero encargadas de sacar al sistema del equilibrio termodinámico. En general, el rompimiento de simetría puede ser espacial (en el potencial espacial) y/o temporal (en las perturbaciones). La diversidad de los motores brownianos es enorme, y cada uno tiene una dinámica particular, esto dependiendo de la dimensionalidad, del tipo de perturbación externa, de la movilidad de las partículas, de la interacción entre partículas, y del tipo de asimetría. Desde un punto de vista teórico, en la literatura se habla de dos tipos de *ratchets* fundamentales: activado por balanceo y pulsante, distinguiéndose entre sí por el tipo de rompimiento de simetría y por la manera en que es sacado del equilibrio termodinámico (perturbación dependiente del tiempo).

Si las perturbaciones externas dependientes del tiempo se pueden expresar de manera aditiva al potencial espacial, estamos hablando de un sistema activado por balanceo. Por otro lado, si las perturbaciones son intrínsecas del potencial espacial, es decir, son a través de modificaciones temporales del propio potencial, el sistema se denomina de potencial pulsante, o simplemente pulsante. Es importante mencionar que aunque aquí hemos tratado la periodi-

<sup>1</sup>Muchas de estas ideas ya habían sido tratadas con anterioridad, principalmente por M. von Smoluchowski[2].

<sup>2</sup>*ratchet* es un vocablo inglés que se puede traducir al español como matraca con trinquete, pero dada la generalidad del concepto a lo largo de este trabajo se seguirá utilizando la palabra en inglés.

---

cidad del potencial espacial como un ingrediente importante, en términos generales esto no es un requisito indispensable, basta con que el potencial tenga una estructura extendida de mínimos y máximos y la fuerza de este sea de promedio cero [3].

Una de las motivaciones más importantes del estudio de estos sistemas es que han servido para entender el funcionamiento de los motores moleculares, o proteínas motoras. Se sabe que estas proteínas están inmersas en un medio fuera del equilibrio termodinámico, y se mueven sobre filamentos con estructura periódica y asimétrica. De esta manera, las proteínas motoras son capaces de transformar la energía química, contenida en el ATP (adenosín trifosfato), en energía mecánica. Así, por ejemplo, la cinecina transporta ciertas sustancias en el interior de las células, mientras que la miosina es la responsable de la contracción muscular [2]. Por otro lado, recientemente se ha reportado sobre la posibilidad de que el mecanismo *ratchet* sea el responsable del doblamiento de polipéptidos para formar proteínas con estructuras tridimensionales [4].

En el terreno de las aplicaciones tecnológicas, la dinámica *ratchet* ha dado enormes contribuciones [5–7]. Entre éstas se puede mencionar el control del movimiento de cuantos de flujo magnético en superconductores, con el fin de desarrollar lentes de vórtices magnéticos. También se han propuesto métodos basados en la electromigración que permitan eliminar la formación de superficies rugosas, tan indeseables en los procesos de fabricación de películas delgadas. Y una de las aplicaciones de mayor interés ha sido la implementación de la dinámica *ratchet* para métodos de separación de partículas utilizando microfluidos, los cuales han demostrado muchas ventajas en comparación con los métodos convencionales: permiten trabajar en forma continua, tienen mayor selectividad, los dispositivos son de menor tamaño y aprovechan propiedades físicas diferentes a las de los métodos convencionales<sup>3</sup>. En la referencia [8] se presenta una revisión completa y actualizada del diseño de sistemas *ratchets*.

## 1.2. Dinámica sobreamortiguada y determinista

Una partícula en un fluido está sujeta de manera intrínseca a las fluctuaciones térmicas y a las fuerzas disipativas, o de arrastre, que resultan de la interacción de la partícula con los componentes, átomos o moléculas, del fluido. En términos generales y desde el punto de vista de la mecánica newtoniana, la fuerza de arrastre es proporcional a la velocidad relativa entre el fluido y la partícula, con una constante de proporcionalidad (coeficiente de arrastre) que depende de la viscosidad del fluido y del diámetro de la partícula [9]. La fuerza de arrastre es una fuerza de reacción que siempre se opone a las fuerzas externas que actúan sobre el sistema. Por ejemplo, una partícula en un fluido que se somete a una fuerza externa constante se acelera de manera asintótica hasta alcanzar una velocidad terminal o estacionaria, que es proporcional al cociente de la fuerza externa y el coeficiente de arrastre. Entre mayor sea la viscosidad del fluido o el diámetro de la partícula, más rápidamente se alcanza la velocidad terminal y menor es su magnitud. Si abruptamente se deja de aplicar la fuerza externa, la

---

<sup>3</sup>Los sistemas convencionales (electroforesis, centrifugado y cromatografía) funcionan con fuerzas macroscópicas y basan su efectividad en los procesos de difusión y de fricción, de acuerdo al tamaño de las partículas. Estos sistemas no pueden ser alimentados en forma continua y presentan baja selectividad cuando las partículas son menores a una micra.

partícula disipa toda su energía en el fluido alcanzando el reposo en un tiempo característico proporcional a la masa de la partícula e inversamente proporcional al coeficiente de arrastre. Así, entre más grande se hace el coeficiente de arrastre en comparación con la masa de la partícula, el tiempo durante el que influyen las fuerzas inerciales se hace cada vez más pequeño. Cuando el tiempo que tarda el sistema en alcanzar el reposo es muy pequeño en comparación con cualquier otro tiempo característico del sistema, se dice que el sistema es sobreamortiguado, es decir, el sistema reacciona con una fuerza de arrastre que minimiza de manera prácticamente instantánea la velocidad y sus variaciones temporales. Este régimen se caracteriza por tener un número de Reynolds pequeño, el cual se puede interpretar como la proporción entre las fuerzas inerciales y las fuerzas viscosas [10]. Las propiedades generales de estos sistemas cobran gran relevancia si pensamos que la mayoría de los sistemas biológicos microscópicos, y por ende la mayoría de la diversidad biológica, subsisten en estas condiciones. Por ejemplo, un espermatozoide en agua tiene un número de Reynolds del orden de  $10^{-2}$  y, en contraste, un nadador puede alcanzar un número de Reynolds de  $10^4$ .

De manera general, la dinámica de los sistemas sobreamortiguados depende de las fuerzas en el instante en que se aplican, y no de procesos inerciales que suceden en tiempos anteriores. Esto quiere decir que la dinámica de estos sistemas tiene reversibilidad cinemática. Esto es, si a un objeto rígido se le aplica una fuerza arbitraria durante un determinado tiempo esta se desplazará sobre una trayectoria, y si inmediatamente después se aplica la misma fuerza en sentido contrario durante el mismo lapso de tiempo, la partícula regresará a su condición inicial siguiendo la misma trayectoria.

El teorema de la vieira (*scallop theorem* en inglés) [10], que es una consecuencia de la reversibilidad cinemática, evidencia las particularidades de los mecanismos de transporte en el régimen sobreamortiguado. Por ejemplo, supóngase una vieira (molusco bivalvo) o cualquier artefacto que utilice dos paletas rígidas que se abren y se cierran de manera cíclica con el fin de propulsarse. En el régimen sobreamortiguado, por la reversibilidad del sistema, el efecto en el desplazamiento que tiene lugar al abrir las valvas de la concha es exactamente opuesto al efecto de cerrarlas. A diferencia de un nadador o, inclusive, un pez, los microorganismos que subsisten en un régimen sobreamortiguado no pueden hacer uso de los efectos inerciales para desplazarse. Para desplazarse en estas condiciones es necesario romper la reversibilidad del movimiento cíclico agregando grados de libertad al sistema. En la referencia de E. M. Purcell se discute el sistema mínimo para que esto suceda [10]. La dinámica *ratchet* es un mecanismo de transporte eficaz en el régimen sobreamortiguado en condiciones cíclicas de abasto de energía. En este caso el rompimiento de la reversibilidad de la dinámica se da a través del rompimiento de la simetría espacial o temporal.

Por otro lado, se ha demostrado teóricamente que la dinámica *ratchet* no es exclusiva de los sistemas brownianos, sino que muchos de los conceptos y propiedades de éstos se pueden extender a sistemas deterministas [11] -que el sistema sea determinista significa que el ruido térmico o los procesos difusivos pueden ser despreciados- En la naturaleza existen una gran variedad de sistemas que su dinámica no es afectada de manera determinante por las fluctuaciones térmicas y que se encuentran en un régimen sobreamortiguado, como puede ser el caso de casi cualquier partícula microscópica inmersa en agua a temperatura ambiente que tenga un diámetro mayor a  $8\ \mu m$  y menor a  $100\ \mu m$  y que se mueva con velocidades del orden de decenas de micras por segundo [10, 12].

---

### 1.3. Trampas ópticas y *ratchets*

Los estudios de sistemas microscópicos que utilizan técnicas de micromanipulación ópticas son cada vez más comunes tanto en el campo de la biología como en la física. Con un haz láser fuertemente focalizado, generalmente por un microscopio de alta apertura numérica, es posible generar una fuerza sobre una partícula dieléctrica capaz de contrarrestar la fuerza de gravedad y las fluctuaciones térmicas a las que está sometida, y confinarla en tres dimensiones. También con patrones extendidos de luz, generados a partir de principios de la interferencia de múltiples haces o mediante elementos difractivos, ha sido posible confinar partículas en regiones extendidas. En muchos casos y bajo ciertas aproximaciones, la fuerza que ejercen estos patrones se puede considerar como un potencial de energía extendido, el cual puede visualizarse como una superficie rugosa con sus propiedades definidas por las características de las partículas y por la estructura espacial del patrón de luz. Con esto se han estudiado propiedades de transporte de sistemas coloidales en potenciales periódicos [13–16] y se han generado arreglos cristalinos y cuasicristalinos [17–19]. Las técnicas de manipulación de partículas con luz son ya una herramienta imprescindible en el estudio y aprovechamiento de las propiedades físicas de sistemas coloidales.

Desde un punto de vista fundamental, la implementación experimental de motores brownianos con trampas ópticas ha mostrado gran versatilidad, tanto por la posibilidad de obtener resultados precisos, que permiten hacer comparaciones cuantitativas con la teoría, como por la posibilidad de variar fácilmente los parámetros involucrados. En el caso de partículas dieléctricas coloidales [20], ha sido posible generar sistemas con un rompimiento de simetría espacial al generar patrones de luz asimétricos, con los que se han estudiado *ratchets* térmicos. Por otro lado, los *ratchets* implementadas con átomos fríos [21, 22] han contribuido enormemente al entendimiento del efecto del rompimiento de simetría temporal. No obstante la versatilidad de los sistemas ópticos y el gran rango de aplicación, y dada la riqueza de la dinámica *ratchet*, hasta ahora son pocos los trabajos que exploran esta vertiente, quizás por la dificultad práctica que conlleva generar patrones asimétricos de luz.

El objetivo general de este trabajo es estudiar la dinámica *ratchet* desde un punto de vista básico utilizando técnicas de micromanipulación ópticas. En particular se estudiará un *ratchet* activado por balanceo en el régimen sobreamortiguado y determinista. Para esto se desarrollaron nuevos métodos de micromanipulación ópticas para la generación de patrones periódicos asimétricos de luz utilizando técnicas interferométricas. Cabe mencionar que ésta es la primera vez que se realiza un *ratchet* activado por balanceo con estas características.

En el capítulo 2 de este trabajo se discuten los conceptos generales de las técnicas de micromanipulación ópticas y de los sistemas *ratchet*. Después, en una primera etapa y como base de los conceptos y herramientas utilizadas en el estudio de la dinámica *ratchet*, se estudia la dinámica de una partícula en un potencial periódico simétrico tipo cosenoidal generado a partir de la interferencia de dos haces láser (cap. 3). Los resultados obtenidos en este estudio constituyen la base conceptual de las técnicas para la generación de potenciales asimétricos presentados en los capítulos 4 y 5. El experimento del sistema *ratchet* se presenta en el capítulo 4, donde se estudian las propiedades generales, y consecuencias en la dinámica, del potencial óptico asimétrico generado a partir de la superposición de dos patrones de interferencia. Finalmente,



en el capítulo 5 se presenta el estudio completo tanto teórico como experimental del *ratchet* activado por balanceo determinista y sobreamortiguado. Asimismo se discuten las generalidades de los resultados y sus posibles consecuencias en el estudio de la dinámica *ratchet* utilizando técnicas de micromanipulación ópticas como base.

## Capítulo 2

# Conceptos básicos: micromanipulación óptica y dinámica *ratchet*

En este capítulo se presentan los conceptos generales de las técnicas de micromanipulación ópticas, y en particular, aquellos relacionados con la generación de potenciales de energía extendidos. También se presentan los conceptos generales de la dinámica *ratchet* y se discuten con mucho detalle algunos avances en estos estudios utilizando técnicas de micromanipulación ópticas.

### 2.1. Técnicas de micromanipulación utilizando fuerzas ópticas

Desde los descubrimientos de Arthur Ashkin a principios de los años 70 acerca de la fuerza que siente una partícula microscópica en un haz láser, las técnicas de micromanipulación ópticas se han vuelto cada vez más indispensables para estudiar propiedades físicas de objetos microscópicos como células o micropartículas de una manera no invasiva y estéril. Con un haz láser fuertemente focalizado, generalmente por un microscopio de alta apertura numérica, es posible generar una fuerza sobre una partícula dieléctrica capaz de contrarrestar la fuerza de gravedad y las fluctuaciones térmicas a las que está sometida, y confinarla en tres dimensiones. En el campo de la microbiología estas técnicas han sido ampliamente utilizadas para estudiar propiedades mecánicas de células o proteínas como el DNA [23–25]. Mientras, en el campo de la física, las técnicas de micromanipulación ópticas han jugado un papel muy importante en el estudio y modelado de sistemas mesoscópicos. Ha sido posible estudiar experimentalmente tanto la interacción hidrodinámica entre dos y tres cuerpos microscópicos, así como la dinámica estocástica de partículas en sistemas periódicos, entre otros (ver las siguientes revisiones y los artículos mencionados en ellas [15, 26–28]). En este capítulo haremos una breve revisión tanto de los conceptos generales que envuelven a las técnicas de micromanipulación ópticas como de los métodos más utilizados para su implementación.

### 2.1.1. Fuerza óptica: fuerza de gradiente y fuerza de esparcimiento

Un haz de luz que incide sobre un objeto ejerce una fuerza muy pequeña, del orden de piconewtons ( $\sim 10^{-9}N$ ), que resulta significativa o evidente cuando el objeto es microscópico. La fuerza óptica en un objeto con un tamaño en el rango de  $0.1 - 20\mu m$ , puede ser del orden de la fuerza de gravedad o de la fuerza debida a las fluctuaciones térmicas que siente la partícula en un fluido. Este fenómeno tiene su origen en el esparcimiento de la luz al incidir sobre un objeto. Desde un punto de vista microscópico, una onda electromagnética que incide sobre un objeto material hace oscilar las cargas eléctricas del objeto, que a su vez por un proceso de desexcitación rerradian en todas direcciones parte de la energía incidente; en este proceso de esparcimiento puede haber involucrados otros mecanismos no radiativos o de absorción que generalmente son térmicos. Desde un punto de vista macroscópico, por la ley de la conservación del momento lineal de la luz, el esparcimiento de la luz conlleva necesariamente una transferencia de momento lineal al material.

El planteamiento matemático está basado en la ley de conservación del momento lineal del campo electromagnético, que al integrarla sobre un volumen  $\nu$  que encierra al objeto resulta [29]:

$$\left\langle \frac{d\mathbf{p}_{mec}}{dt} \right\rangle_t = \int_{\nu} [\langle \rho \mathbf{E} + \mathbf{j} \times \mathbf{B} \rangle] d\tau = \oint_s \langle \overleftrightarrow{\mathbf{T}} \rangle \cdot d\mathbf{a}. \quad (2.1)$$

Con las componentes del tensor de esfuerzos de Maxwell definidas por

$$T_{ij} = \varepsilon_0 \varepsilon_m (E_i E_j - \frac{1}{2} \delta_{ij} E^2) - \mu_0 \mu_m (H_i H_j + \delta_{ij} H^2). \quad (2.2)$$

donde  $\langle \dots \rangle_t$  indica el promedio temporal.  $\varepsilon_0$  y  $\varepsilon_m$  son, respectivamente, la permitividad del vacío y del medio que circunda a la partícula, y  $\mu_0$  y  $\mu_m$  son las respectivas permeabilidades. La integral de volumen es la definición de la fuerza de Lorentz, que indica la fuerza mecánica de un campo electromagnético sobre una distribución de carga ( $\rho$ ) y una distribución de corriente ( $\mathbf{j}$ ) del material. La superficie  $s$  encierra al volumen  $\nu$  (fig. 2.1). Es importante notar que los campos involucrados son autoconsistentes, es decir, son la superposición tanto de los campos incidentes como de los campos esparcidos por el material,  $\mathbf{E} = \mathbf{E}^i + \mathbf{E}^s$  y  $\mathbf{H} = \mathbf{H}^i + \mathbf{H}^s$  en la figura 2.1. Así, con (2.1), es posible calcular la fuerza óptica sobre un objeto al conocer los campos eléctricos y magnéticos sobre la superficie  $s$  que encierra al objeto.

El problema del cálculo de la fuerza óptica se reduce a calcular los campos eléctrico y magnético en el exterior del objeto. Sin embargo, existen pocos casos donde esto pueda hacerse de manera analítica. Con el formalismo de Lorentz-Mie es posible encontrar la solución analítica para esferas, esferoides y cilindros en un campo electromagnético definido por una onda plana [29–31]. Para casos más generales donde la onda incidente no es plana, como es el caso de un haz gaussiano fuertemente focalizado, o cuando la partícula tiene una forma arbitraria, se utilizan formalismos que permiten hacer el cálculo de manera numérica: teoría generalizada de Lorentz-Mie [32–34], aproximación por dipolos [35, 36] y matriz T [37, 38]. También existen dos aproximaciones muy utilizadas que son más fáciles de tratar que los métodos antes mencionados, y además permiten vislumbrar nítidamente los mecanismos físicos fundamentales. La aproximación de Rayleigh se cumple cuando la partícula es muy pequeña en comparación con la longitud de onda del haz incidente [39], y en el caso opuesto, cuando la partícula es muy

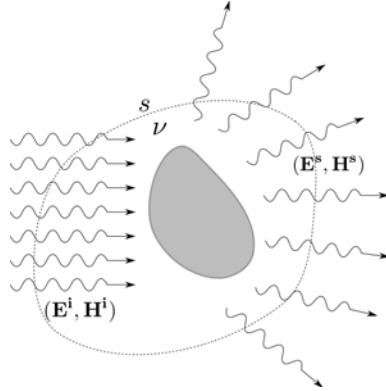


Figura 2.1: Esquema del esparcimiento de luz por un objeto material

grande respecto a la longitud de onda, se cumple la aproximación de la óptica geométrica [40]. La mayoría de los conceptos involucrados en las técnicas de micromanipulación ópticas están contenidos en estas dos aproximaciones, por lo que muchas veces es preferible comenzar un análisis utilizando estas aproximaciones para hacer estudios generales del problema a tratar y posteriormente, si es necesario, hacer un estudio detallado para casos específicos utilizando los procedimientos más rigurosos. En esta sección nos basaremos en el modelo de Rayleigh para explicar, al menos de manera cualitativa, las técnicas de micromanipulación ópticas más relevantes para nuestro propósito.

En el modelo de Rayleigh se cumple que el tamaño de la partícula es muy pequeña en comparación con la longitud de onda ( $\lambda$ ) del haz incidente ( $D \ll \lambda$ , con  $D$  el diámetro o longitud característica de la partícula). En este caso la partícula se puede modelar como un dipolo puntual oscilante con una polarizabilidad inducida  $\alpha$ . Así, la fuerza neta que siente el dipolo es debida a la fuerza que ejerce el campo eléctrico inhomogeneo sobre las cargas del dipolo, llamada fuerza de gradiente, y a la fuerza disipativa debida tanto a las propiedades de absorción del dipolo como a la fuerza de amortiguamiento al rerradiar el campo incidente, llamada fuerza de esparcimiento [26, 29].

Definimos el campo eléctrico y magnético incidente de una onda monocromática como:  $\mathbf{E}^i(\mathbf{r}, t) = \Re\{\mathbf{E}_0(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t)\}$  y  $\mathbf{B}^i(\mathbf{r}, t) = \Re\{\mathbf{B}_0(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t)\}$ . En este caso el momento dipolar inducido tiene la forma  $\mathbf{p}(\mathbf{r}, t) = \Re\{\mathbf{p}_0(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t)\} = \alpha \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ .

En general la polarizabilidad  $\alpha$  es un número complejo, donde la parte real y la parte imaginaria representan la parte dispersiva y la parte disipativa del material, respectivamente. La última se debe principalmente a dos efectos: a las propiedades de absorción del material, como es el caso de los metales; y a la reacción de radiación o radiación de amortiguamiento, que provoca un efecto de polarizabilidad debido al campo electromagnético emitido por el propio dipolo [41]. La polarizabilidad de la partícula se puede expresar como

$$\alpha = \alpha' + i\alpha'' \approx \alpha_0 + i \frac{|\alpha_0| k^3}{6\pi\epsilon_0\epsilon_m}, \quad (2.3)$$

con  $\alpha_0$  dada por la ecuación de Clausius-Mossotti:

$$\alpha_0 = 3\epsilon_0 V \frac{\epsilon_p - \epsilon_m}{\epsilon_p + \epsilon_m},$$

En 2.3  $k$  es el número de onda en el medio circundante ( $k = 2\pi n_m/\lambda$ ), mientras que  $\epsilon_p$  es la permitividad del material de la partícula ( $\epsilon_p = n_p^2$ ) y  $V$  es el volumen de la partícula. Para una partícula absorbente  $\epsilon_p$  es complejo y por lo tanto también lo es  $\alpha_0$ . Escribiendo la parte espacial del campo como  $\mathbf{E}_0(\mathbf{r}) = E'(\mathbf{r}) \exp(i\phi(\mathbf{r}))\mathbf{n}_E$ , con  $\mathbf{n}_E$  indicando la polarización del campo, la fuerza de Lorentz (ec. (2.1)) que ejerce el campo electromagnético sobre el dipolo con polarizabilidad  $\alpha$  se descompone en la fuerza de gradiente [26, 29, 39]

$$F_{x_j}^{grad} = \frac{1}{4}\alpha' \sum_{i=x,y,z} \frac{\partial(E_i'^2)}{\partial x_j}, \quad (2.4)$$

y la fuerza de esparcimiento

$$F_{x_j}^{scat} = \frac{1}{2}\alpha'' \sum_{i=x,y,z} E_i'^2 \frac{\partial\phi'}{\partial x_j}. \quad (2.5)$$

La fuerza de gradiente ( $F^{grad}$ ) es proporcional a la parte dispersiva de la polarizabilidad (parte real) y al gradiente de intensidad del campo eléctrico. Si la permitividad de la partícula es mayor que la del medio circundante ( $\epsilon_p > \epsilon_m$ ), es decir, el índice de refracción de la partícula es mayor que el índice del medio, la fuerza de gradiente apunta en la dirección hacia donde es máxima la intensidad del campo eléctrico, en caso contrario, apunta en dirección opuesta. Por otro lado, la fuerza de esparcimiento ( $F^{scat}$ ) es proporcional a la parte disipativa de la polarizabilidad, a la intensidad del campo eléctrico y al gradiente de la fase del campo eléctrico. La fuerza de esparcimiento apunta en la dirección donde la fase espacial aumenta, por ejemplo, en el caso de una onda plana ( $\phi(\mathbf{r}) = \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}$ ) la fuerza de esparcimiento apunta en la dirección del número de onda  $\mathbf{k}$ . Por ejemplo, un haz láser gaussiano colimado (modo TEM00)<sup>1</sup> que incide en una partícula dieléctrica con un índice de refracción mayor al índice del medio circundante ejerce una fuerza de gradiente que atrae a la partícula hacia la región más intensa del haz, hacia el eje de propagación, y una fuerza de esparcimiento que empuja a la partícula en la misma dirección de propagación del haz.

### 2.1.2. Técnicas de micromanipulación ópticas

Una manera de manipular una partícula dieléctrica en tres dimensiones es utilizando dos haces gaussianos contrapropagantes ligeramente divergentes que no interfieren entre sí. Si la potencia de los dos haces es sintonizada al mismo valor, existe un punto donde las intensidades de ambos haces es la misma y la fuerza de esparcimiento de ambos haces se anula entre sí, generando una posición de equilibrio estable en 3D (fig. 2.2). A este dispositivo se le conoce ahora como pinza de dos haces.

---

<sup>1</sup>A grandes rasgos, un haz gaussiano es un haz láser de una determinada longitud de onda que tiene una distribución de intensidad gaussiana en su sección transversal a la dirección de propagación. Poniendo una pantalla perpendicular a la dirección de propagación, se observa que en el centro la intensidad es máxima y al alejarse de este la intensidad va disminuyendo hasta hacerse cero, de acuerdo a una distribución gaussiana.

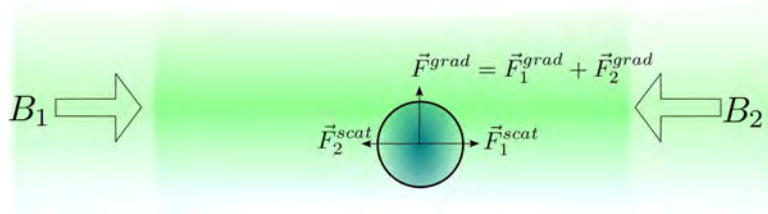


Figura 2.2: Esquema de una pinza óptica de dos haces gaussianos. El haz B1 se propaga hacia la derecha, mientras el haz B2 se propaga a la izquierda. La partícula siente la fuerza de esparcimiento de cada uno de estos haces ( $F_1^{scat}$  y  $F_2^{scat}$ ) y además siente una fuerza de gradiente ( $F^{grad}$ ) que empuja a la partícula hacia la zona más intensa de los haces, hacia el eje de propagación. Así sintonizando adecuadamente la potencia de ambos haces es posible generar un punto de equilibrio estable en tres dimensiones.

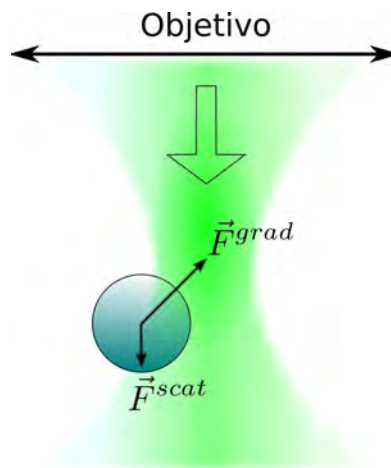


Figura 2.3: Esquema de una pinza óptica estándar. Un haz gaussiano colimado es fuertemente focalizado mediante una lente muy potente (objetivo de microscopio), de tal manera que se genere un gradiente de intensidad muy intenso alrededor del foco de la lente. De esta manera, la fuerza de gradiente ( $F^{grad}$ ) debida al gradiente de intensidad atrae a la partícula hacia el foco y es capaz de contrarrestar la fuerza disipativa ( $F^{scat}$ ), generando así un punto de equilibrio estable muy cerca de la posición del punto focal.

Una de las técnicas más utilizadas en el campo de la micromanipulación óptica es la llamada pinza óptica con un solo haz, inventada por Arthur Ashkin a mediados de los años 80 [42]. Una pinza óptica basa su funcionamiento en el fuerte gradiente de intensidad del campo eléctrico que surge al focalizar un haz de luz láser, de tal manera que la fuerza de gradiente que surge a lo largo del eje de propagación del haz es capaz de contrarrestar la fuerza de esparcimiento, y otras fuerzas inherentes al sistema físico, como el peso y las fluctuaciones térmicas. La partícula dieléctrica es confinada en 3D muy cerca del foco del haz (fig. 2.3). En la práctica esto se lleva a cabo focalizando el haz de luz láser con un objetivo de microscopio de inmersión con una apertura numérica grande ( $NA \gtrsim 1.1$ ). En la figura 2.4 se muestra un esquema de un dispositivo simplificado para la generación de una pinza óptica, el cual permite manipular objetos microscópicos, dieléctricos, a lo largo de  $x$ ,  $y$  y  $z$ , con mucha precisión y de manera

estéril y no invasiva. La descripción de un dispositivo más completo y sofisticado se puede ver en las referencias [25, 43]. La muestra generalmente consiste en una mezcla de partículas microscópicas en agua dentro de un pequeño recipiente sellado, que generalmente está hecho con dos cubreobjetos superpuestos con un pequeño separador entre ellos (ver el apéndice C para más detalles sobre la elaboración de muestras). Una vez confinada una partícula con la pinza óptica, es posible manipular o controlar la posición de la partícula en tres dimensiones dentro de la muestra de dos maneras diferentes: moviendo la muestra de manera controlada con la platina XYZ y/o moviendo la propia pinza modificando el frente de onda y el ángulo del haz incidente en la pupila de entrada del objetivo. Si el haz entrante está colimado, el haz es focalizado en el plano focal del objetivo, de otra manera, si el haz entrante es un poco divergente o convergente, se focalizará en planos diferentes a lo largo del eje  $z$ . Por otro lado, el espejo  $E_1$  y la pupila de entrada del objetivo se encuentran en los planos conjugados del telescopio formado por las lentes  $L_1$  y  $L_2$ , del tal manera que al inclinar el espejo  $E_1$  se varía el ángulo de incidencia del haz en la pupila de entrada. De esta manera es posible controlar la posición de la pinza a lo largo de los ejes  $x$ ,  $y$  y  $z$ . El espejo  $E_2$  es un espejo dicróico que solamente refleja la luz del láser, dejando pasar la luz de la lampara de iluminación. Así, con el ocular  $L_3$  y la cámara CCD es posible observar la muestra en tiempo real mientras se manipulan las partículas.

La fuerza atractiva que siente una partícula dieléctrica en una pinza óptica se puede modelar como un potencial similar al de un resorte en 3D  $V_p = k_x x^2 + k_y y^2 + k_z z^2$ . Donde las constantes de restitución,  $k_x$ ,  $k_y$  y  $k_z$ , están determinadas por las propiedades de la partícula, el medio que la rodea, y por la intensidad y radio del punto focal del haz. Así, al igual que un resorte en el mundo macroscópico, la pinza óptica se ha utilizado como un transductor de fuerza a nivel microscópico [23, 25, 44].

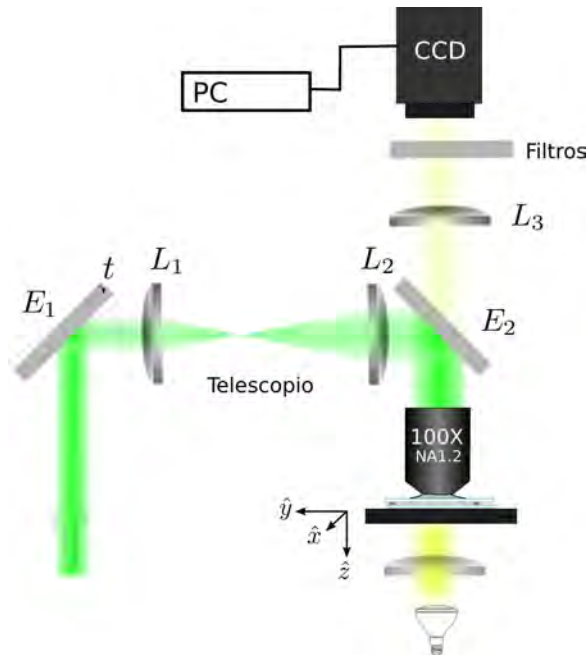
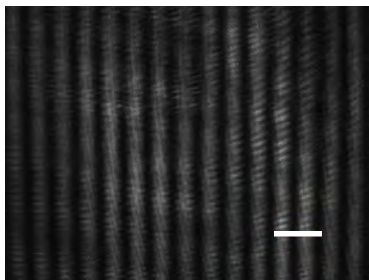
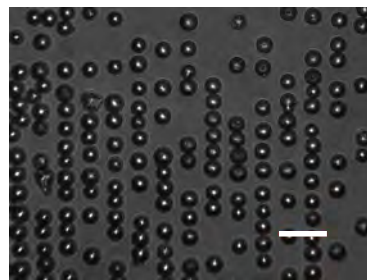


Figura 2.4: Arreglo simplificado de una pinza óptica. Ver el texto para los detalles.

Con patrones extendidos de luz es posible generar trampas ópticas en regiones espaciales extendidas, donde es posible confinar muchas partículas a la vez. Esto ha sido posible mediante el uso de técnicas interferométricas y holográficas o difractivas [14, 15, 17, 18, 27]. Las fuerzas que inducen estos patrones de luz se pueden traducir en potenciales de energía extendidos. Por ejemplo, en la figura 2.5 se muestra un ejemplo de la fuerza que ejerce un patrón o distribución de intensidad extendida de luz que actúa sobre partículas dieléctricas. En este caso el patrón de intensidad es debido a la interferencia de dos haces. Se puede observar cómo el patrón de luz funciona como un sustrato que atrae a las partículas a las zonas de máxima intensidad. En la figura 2.6 se observa un arreglo cuasicristalino decagonal de partículas coloidales generado por el patrón de luz que resulta de la interferencia de cinco haces [19].



(a) Patrón de franjas de interferencia de dos haces láser. El periodo aproximado es de  $15\ \mu\text{m}$ .



(b) Partículas de  $15\ \mu\text{m}$  de diámetro nominal ordenadas en líneas por efecto de la fuerza óptica del patrón de interferencia mostrado en (a).

Figura 2.5: Ordenamiento de partículas dieléctricas esféricas por medio de un patrón de interferencia de luz láser. Las partículas tienen un diámetro aproximado de  $15\ \mu\text{m}$ . La barra en la parte inferior derecha representa  $30\ \mu\text{m}$ . En un patrón de interferencia de dos el periodo espacial de las franjas es  $\Lambda = \lambda/2\sin(\beta/2)$ , donde  $\beta$  es el ángulo de incidencia entre los dos haces que interfieren y  $\lambda$  es la longitud del haz en el medio. Una forma muy conveniente de generar estas franjas es con un interferómetro tipo Mach-Zehnder [18, 45].

Otra manera de generar potenciales extendidos de luz es mediante elementos difractivos. Dispositivos como los moduladores espaciales de luz controlados por computadora han hecho posible generar arreglos espaciales tridimensionales de pinzas ópticas con las que es posible manipular decenas de partículas a la vez en un volumen relativamente grande de la muestra [46, 47]. Un modulador espacial de luz (SLM) consiste en una matriz bidimensional de celdas microscópicas de cristal líquido entre un par de placas, tipo capacitor. A cada celda individual se le puede controlar la diferencia de voltaje de manera mediante una computadora. Al controlar de manera independiente la diferencia de voltaje de cada una de las celdas, se controla la orientación del cristal líquido y por ende sus propiedades refractivas. De esta manera, un haz de luz que incide sobre el SLM es reflejado con una fase modulada espacialmente punto a punto, entre  $0$  y  $2\pi$ . Con esto es posible generar un patrón de difracción u holograma que se traduzca en muchas pinzas ópticas en el plano de la muestra. A esta técnica se le conoce como pinza óptica holográfica (HOT por sus siglas en inglés).

Por otro lado, con dispositivos que pueden deflectar un haz de luz rápidamente, se ha podido barrer la posición de una pinza óptica muy rápidamente en la muestra. Para esto se han usado moduladores acusto-ópticos y espejos de barrido rápido. En el arreglo óptico simplificado (fig.



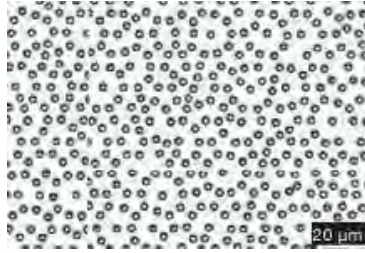


Figura 2.6: Monocapa cuasicristalina decagonal de partículas coloidales generada por el patrón de interferencia de cinco haces [19].

2.4), estos dispositivos podrían colocarse en el plano conjugado del objetivo de microscopio (en lugar del espejo  $E_1$ ) para que al deflectar el haz, la pinza óptica se desplace en el plano XY de la muestra. Así, cuando el tiempo de barrido es mayor que cualquier tiempo característico de las partículas, se ha podido manipular muchas partículas a la vez e, inclusive, con estas técnicas se ha generado el equivalente a patrones continuos de luz que funcionan como potenciales extendidos [13, 20, 48].

## 2.2. Dinámica *ratchet*

Un sistema *ratchet* se caracteriza por la posibilidad de rectificar el movimiento generado por fuerzas de promedio cero, que resulta del acoplamiento entre las fuerzas de promedio cero y un rompimiento de simetría espacio-temporal. Richard Feynman fue una de las personas que popularizó este mecanismo al usarlo como una abstracción para demostrar desde un punto de vista microscópico la imposibilidad de la existencia de una máquina que viole la segunda ley de la termodinámica [1, 49]. A su máquina la denominó *ratchet*; vocablo inglés que se puede traducir al español como matraca, pero dada la generalidad del concepto seguiremos utilizándolo en inglés. Este mecanismo se ha propuesto también para comprender el transporte de las proteínas motoras que existen dentro de las células y en los filamentos de los músculos. A la fecha se han explorado diferentes sistemas físicos que exploran la dinámica *ratchet*, donde se ha podido estudiar desde un punto de vista tanto fundamental como aplicado. Así se han generado tanto sistemas cuánticos que funcionan con átomos o vórtices superconductores como sistemas a una escala mesoscópica que funcionan con partículas con un diámetro que va desde unos cuantos nanómetros a varias micras [2, 8]. En las figuras 2.7 y 2.8 se muestran dos bosquejos de dos mecanismos básicos de *ratchets*. Los tipos de *ratchets* y conceptos que se mencionan en este capítulo intentan ser los casos más simples, o reducidos, que nos permitan entender desde un marco general la fenomenología de estos sistemas.

En la figura 2.7 se muestra un *ratchet* térmica denominada de encendido-apagado. Una partícula browniana representada como una distribución de probabilidad gaussiana está sometida a un potencial periódico tipo diente de sierra que es encendido y apagado de manera periódica. En el tiempo igual a cero, en la parte superior de la figura, la partícula se encuentra constreñida en un mínimo del potencial asimétrico (en  $x = 0$ ). Posteriormente, al apagar el potencial durante un lapso de tiempo  $\tau_2$  la partícula se puede difundir libremente siguiendo una distribución gaussiana que se ensancha con el tiempo con su eje de simetría en  $x = 0$ . Al encender nuevamente el potencial asimétrico, la partícula tiene mayor probabilidad de caer en

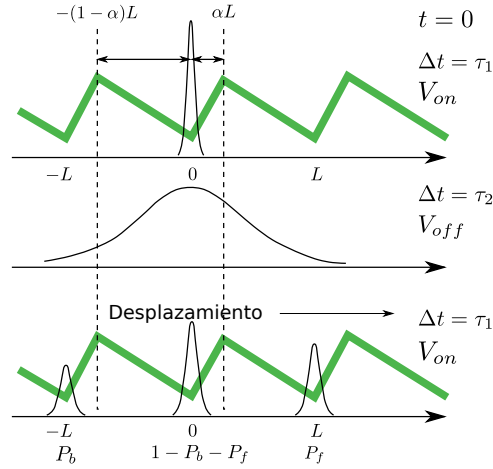


Figura 2.7: Esquema del funcionamiento de un *ratchet* con potencial encendido-apagado.  $\alpha$  mide la asimetría del potencial espacial  $V(x)$ ,  $\tau_1$  es el lapso de tiempo que el potencial  $V(x)$  se mantiene encendido, y  $\tau_2$  el lapso que se mantiene apagado.  $P_f$  y  $P_b$  representan las distribuciones de probabilidad de que la partícula avance hacia adelante y hacia atrás, respectivamente, después de un ciclo completo [20].

el pozo de potencial que se encuentra a la derecha. De esta manera, al repetir muchas veces la secuencia de encendido y apagado del potencial se obtiene un desplazamiento o corriente neta de la partícula. Al variar la magnitud y la asimetría del potencial y los tiempos de encendido y apagado ( $\tau_1$  y  $\tau_2$ ) se pueden encontrar comportamientos diversos en la dinámica de la partícula, por ejemplo, existe un valor de  $\tau_2$  para el que el valor de la corriente o promedio del desplazamiento por unidad de tiempo sea óptimo.

En la figura 2.8 se muestra un esquema del funcionamiento de un *ratchet* tipo mecedora. Una partícula es sometida, igual que en el caso de la *ratchet* de encendido-apagado, a un potencial periódico asimétrico, pero en este caso la perturbación externa es debida a una fuerza aditiva armónica  $F(t)$  con periodo  $\tau$ . En la figura 2.8 se muestra una secuencia de cinco tiempos característicos del potencial efectivo que resulta de la suma del potencial espacial asimétrico con el potencial de la fuerza externa dependiente del tiempo. Debido a la asimetría del potencial espacial, el potencial efectivo tiene formas diferentes cuando  $F(t) > 0$  que cuando  $F(t) < 0$ . De esta manera la partícula ve barreras de potencial de diferente magnitud cuando actúa  $F(t)$  en uno y en otro sentido. Como se aprecia en la figura 2.8, en  $t = \tau/4$  la partícula ve una barrera de menor tamaño hacia donde es empujada por  $F(t) > 0$  que en el caso opuesto, en  $t = 3\tau/4$ , cuando  $F(t) < 0$ . Así una partícula browniana puede brincar con una probabilidad diferente la barrera de potencial en  $t = \tau/4$  que en  $t = 3\tau/4$ . Conforme el tiempo transcurre, la partícula se traslada con mayor probabilidad en un sentido que en otro, dando como resultado una corriente neta después de muchos ciclos. Al igual que en el caso de la *ratchet* de encendido-apagado, la dinámica de un *ratchet* tipo mecedora dependerá sensiblemente de la combinación de parámetros involucrados. Esta sensibilidad puede ser tal, que existen muchos casos en donde no es posible definir el sentido de la corriente o del desplazamiento a priori. Una diferencia importante entre ambos tipos es que la *ratchet* tipo mecedora no necesita del efecto difusivo del movimiento browniano para su funcionamiento, aunque este puede ser benéfico para el

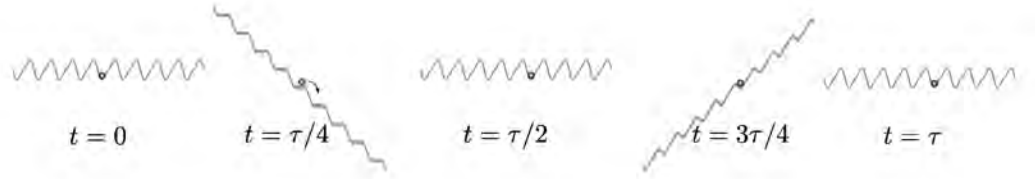


Figura 2.8: Esquema del funcionamiento de un *ratchet* tipo mecedora. Están representados cinco estados del potencial espacial efectivo que resulta de sumar un potencial espacial tipo diente de sierra ( $V(x) = V_0(\sin(2\pi x/L) + 1/4\sin(4\pi x/L))$ ) con el potencial debido a una fuerza simétrica externa dependiente del tiempo con periodo  $\tau$  ( $V_{ext} = -F(t)x$ ). Se muestran cinco estados del potencial efectivo en un periodo completo ( $t = 0, \tau/4, \tau/2, 3\tau/4, \tau$ ). El desplazamiento de la partícula es rectificado por la asimetría espacial de tal manera que después de un periodo completo  $\tau$  la partícula avanza un periodo espacial hacia la derecha.

fenómeno de transporte.

Un efecto importante en los sistemas *ratchets* es la inversión de corriente, que se manifiesta como un cambio en la dirección de la corriente al variar en forma monótona alguno de los parámetros involucrados. Por ejemplo, en la ratchet activada por balanceo, al aumentar de manera continua la frecuencia de la perturbación externa ( $F(t)$ ) es posible pasar de un régimen donde la corriente es positiva a uno donde la corriente es negativa [2, 8, 50].

Hasta aquí hemos discutido de manera somera dos mecanismos fundamentales de transporte en un sistema *ratchet*, pero existe una gran diversidad de mecanismos diferentes con propiedades similares o con propiedades únicas. En la siguiente sección presentaremos los aspectos teóricos más importantes de los sistemas *ratchets* los cuales nos servirán posteriormente como marco conceptual general para describir y entender la fenomenología de estos sistemas.

### 2.2.1. Modelo unidimensional

De manera abstracta, un sistema *ratchet* se puede definir como una partícula en un potencial periódico fuera del equilibrio termodinámico con un rompimiento de simetría espacio-temporal. El caso más interesante es cuando todas las fuerzas que intervienen en el sistema son de promedio cero. Matemáticamente, el modelo general unidimensional puede describirse por una ecuación de Langevin [2, 51–53]:

$$m\ddot{x}(t) + \gamma\dot{x}(t) = -V'(x(t), f(t)) + F(t) + \xi(t), \quad (2.6)$$

con  $x(t)$  el estado del sistema,  $\gamma$  el coeficiente de fricción de Stokes y  $m$  la masa de la partícula.  $V'(x(t), f(t)) = \partial_x V(x, f)$  con  $V(x, f)$  un potencial de periodo espacial  $L$  para todo  $f(t)$  ( $V(x + L, f) = V(x, f)$ ).  $F(t)$  y  $f(t)$  son perturbaciones periódicas dependientes del tiempo de promedio cero, y tienen el cometido de sacar al sistema del equilibrio termodinámico.

Las fluctuaciones térmicas que siente la partícula están representadas por  $\xi(t)$ . Debido a este término la dinámica de la ecuación (2.6) es estocástica, es decir, la evolución temporal de la posición de la partícula es aleatoria. Así, para poder definir la dinámica de una partícula tenemos que recurrir al promedio sobre un ensamble estadístico de realizaciones, que denotamos

---

con el operador  $\langle \dots \rangle$ . Las fluctuaciones térmicas se pueden modelar de manera estándar como ruido blanco gaussiano de media cero :  $\langle \xi(t) \rangle = 0$  y  $\langle \xi(t)\xi(s) \rangle = 2\gamma k_B T \delta(t-s)$ , con  $k_B$  la constante de Boltzmann. En la referencia [54] se discute con mucho detalle el caso cuando el ruido es coloreado, es decir, cuando existen correlaciones temporales en el ruido térmico.

Existen muchos sistemas donde la proporción entre fuerzas inerciales y fuerzas viscosas es muy pequeña, es decir, la dinámica tiene un número de Reynolds muy pequeño ( $Re \ll 1$ ) [10, 51, 55]. Bajo estas circunstancias la dinámica queda bien modelada por una ecuación de Langevin sin el término inercial:

$$\gamma \dot{x}(t) = -V'(x(t), f(t)) + F(t) + \xi(t). \quad (2.7)$$

A nivel macroscópico, si la energía térmica es despreciable, es decir, si el transporte difusivo debido a las fluctuaciones térmicas es muy pequeño en comparación con cualquier otro desplazamiento involucrado en el sistema, la dinámica resultante está regida por una ecuación determinista [56]. Ésto significa que en (2.6) y (2.7) el término correspondiente a las fluctuaciones térmicas  $\xi(t)$  puede ser despreciable y a la dinámica resultante se le denomina determinista.

El parámetro de mayor interés es el promedio temporal y de ensamble de la velocidad en el régimen estacionario o de tiempo largo, en el que la influencia de las condiciones iniciales ha desaparecido y la velocidad no cambia de manera apreciable [57]. A este parámetro también se le denomina corriente y se le denota con la letra  $J$ :

$$J = \overline{\langle v \rangle} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^t ds \langle v(s) \rangle. \quad (2.8)$$

Debido a las condiciones experimentales de los sistemas de interés, la mayoría de los estudios tanto teóricos como experimentales se han enfocado en la dinámica browniana. Se ha demostrado, no obstante, que muchas propiedades interesantes que se creían únicas de los sistemas estocásticos también es posible observarlas en los sistemas deterministas. En la siguiente sección describiremos con detalle algunas ideas básicas que nos permitan entender el funcionamiento de estos sistemas, y las diferencias fundamentales que existen entre los sistemas *ratchets* brownianos y deterministas.

### 2.2.2. Tipos principales de *ratchets* y condiciones de simetría

Como se mencionó antes, el efecto *ratchet* se caracteriza por la existencia de una corriente o trabajo neto en un sistema en donde las fuerzas involucradas son de promedio cero. Para que esto ocurra deben cumplirse dos condiciones: un rompimiento de simetría espacio-temporal y el sistema debe estar fuera del equilibrio termodinámico. Un sistema es simétrico espacial y temporalmente cuando su ecuación de movimiento es invariante al cambiar  $x$  por  $-x$  y  $t$  por  $-t$ ; de otra manera se dice que existe un rompimiento de simetría espacio-temporal. De acuerdo al modelo descrito por (2.6) y (2.7) existen varias combinaciones posibles para que esta condición se cumpla. Todas estas posibilidades representan una gran diversidad en la dinámica y en la aplicabilidad de los motores brownianos o *ratchets*. Para su estudio, podemos

hablar de dos tipos principales de *ratchets* [2]: cuando el potencial espacial  $V$  en (2.7) no tiene dependencia temporal, es decir,  $f(t) = 0$ , y  $F(t) \neq 0$  el sistema se denomina *ratchet* activado por balanceo (*tilting-ratchet*); y cuando  $F(t) = 0$  y  $f(t) \neq 0$  el sistema se denomina *ratchet* tipo pulsante (*pulsating-ratchet*). Para el caso sobreamortiguado (ec. (2.7)) existen dos criterios de simetría a considerar, denominados de simetría y de supersimetría, los cuales toman formas particulares en cada uno de los modelos de *ratchet* [2].

El modelo de un ***ratchet* activada por balanceo** sobreamortiguado está descrito por

$$\gamma \dot{x}(t) = -V'(x(t)) + F(t) + \xi(t). \quad (2.9)$$

Para que la ecuación de movimiento quede invariante al hacer  $x \rightarrow -x$ , es necesario que se cumpla para toda  $x$  y para todo  $t$  la siguiente condición sobre  $V(x)$  y  $F(t)$ :

$$V(-x) = V(x + \Delta x) \quad y \quad -F(t) = F(t + \Delta t) \quad (\text{Condición de simetría}). \quad (2.10)$$

Donde  $\Delta x$  y  $\Delta t$  son dos constantes fijas que representan simplemente un corrimiento en  $x$  y  $t$  y se introducen para que se cumplan las igualdades de manera formal. Por otro lado, al hacer el cambio  $t \rightarrow -t$  la condición de simetría es

$$-V(x) = V(x + \Delta x) \quad y \quad -F(t) = F(-t + \Delta t) \quad (\text{Condición de supersimetría}). \quad (2.11)$$

Un rompimiento de simetría espacio-temporal significa que no se cumplen ambas condiciones (2.10) y (2.11) a la vez. Esto puede ser de varias maneras, con un rompimiento temporal violando ambas igualdades sobre  $F(t)$ , con un rompimiento espacial al violar las igualdades de  $V(x)$ , o con una combinación de rompimiento espacial y temporal en ambas condiciones. La *ratchet* obtenida al romper únicamente las simetrías temporales de ambos criterios se denomina *ratchet* activada por balanceo asimétrico (*asymmetric tilting ratchet*). Al romper solamente las condiciones espaciales se obtiene un *ratchet* tipo mecedora o simplemente *ratchet* activada por balanceo (*rocking ratchet*).

Otro modelo importante es el denominado ***ratchet* pulsante**. En este caso  $F(t) = 0$  y la perturbación externa entra por medio de una modulación temporal del potencial espacial, lo que conduce a la ecuación:

$$\gamma \dot{x}(t) = -V'(x(t), f(t)) + \xi(t). \quad (2.12)$$

Las condiciones de simetría son entonces:

$$V(-x, f(t)) = V(x, f(t)) \quad (\text{Condición de simetría}), \quad (2.13)$$

$$(2.14)$$

$$-V(x, f(t)) = V(x + \Delta x/2, f(-t)) \quad (\text{Condición de supersimetría}). \quad (2.15)$$

Dentro del reino de las *ratchets* pulsantes se encuentran los *ratchets* con potencial fluctuante (*fluctuating ratchets*), caracterizados por un potencial de la forma  $V(x, f(t)) = V(x) [1 + f(t)]$ . En el caso particular en que  $f(t)$  tome los valores discretos 0 y  $-1$  se denomina *ratchet* de encendido-apagado. Por otro lado, cuando la fase  $V(x)$  depende explícitamente del tiempo el sistema resultante se denomina *ratchet* viajero o con potencial viajero.

---

### 2.2.3. Dinámica *ratchet* utilizando técnicas de micromanipulación ópticas

Las técnicas de micromanipulación ópticas en muchos casos han servido para estudiar y poner a prueba modelos de transporte a nivel microscópico. Para esto se han generado patrones extendidos de luz con los que se han estudiado por ejemplo el proceso de difusión de partículas coloidales en potenciales periódicos [13, 58, 59]. Con estas técnicas también ha sido posible hacer estudios precisos y controlados de la dinámica *ratchet*.

Bajo este esquema en 1994 Albert Libchaber *et al.* [20] diseñaron e implementaron el primer experimento de *ratchets* ópticos. Bajo el esquema de la *ratchet* térmica de encendido y apagado (fig. 2.7), el sistema consistía en una partícula browniana dieléctrica sometida a un patrón de luz circular y periódico, con una distribución de intensidad asimétrica (fig. 2.9). La interacción de la partícula con el patrón de luz asimétrico se puede reducir a un potencial de energía asimétrico circular. El patrón de luz es generado mediante la técnica de barrido rápido utilizando dos espejos que desplazan rápidamente la posición de una pinza óptica alrededor de una circunferencia. La intensidad del haz laser es modulada mediante un filtro rotatorio con un gradiente de absorción lineal, de tal manera que al sincronizar la rotación del filtro y la de la pinza se genera el patrón de luz asimétrico. El mecanismo de apagado consiste en retirar el filtro, eliminando de esta manera la modulación asimétrica y dejando que la partícula se difunda libremente alrededor de la circunferencia. Variando el tiempo de apagado del sistema, Libchaber y colaboradores obtuvieron curvas con picos pronunciados de la corriente en función del tiempo de apagado para partículas con diferente diámetro. Este estudio, al tener la posibilidad de trabajar con una sola partícula y con trampas ópticas, fue uno de los primeros y sigue siendo uno de los pocos que permite hacer comparaciones cuantitativas con los resultados teóricos. Recientemente se llevó a cabo un experimento basado en la misma idea pero utilizando técnicas de barrido rápido con un modulador acusto-óptico [48].

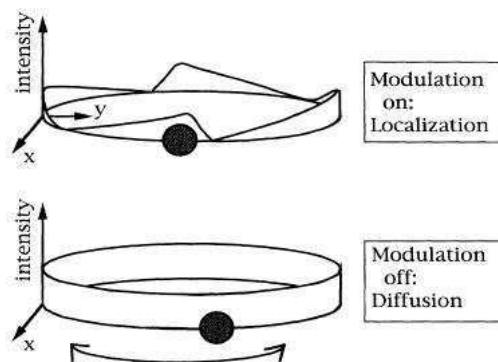


Figura 2.9: Esquema del proceso de encendido y apagado de la *ratchet* térmica implementada con un dispositivo de micromanipulación óptico [20]. En la figura 2.7 se muestra el esquema del funcionamiento.

En los últimos años, Sang-Hyuk Lee y David G. Grier [60–62] han hecho contribuciones importantes al estudio de las *ratchets* utilizando trampas ópticas. En estos casos ellos estudiaron sistemas donde el potencial periódico es simétrico y la asimetría se introduce mediante una

modulación temporal asimétrica del potencial (*ratchet* de dos estados). Para esto, ellos generaron arreglos de pinzas ópticas utilizando técnicas de holografía generada por computadora (HOT). Estas pinzas estaban igualmente espaciadas a lo largo de una línea. Dos arreglos idénticos, pero desplazados una determinada distancia uno respecto al otro, eran encendidos y apagados alternadamente. De esta forma se obtuvieron curvas de la velocidad promedio en función del tiempo de permanencia de uno de los arreglos. Similarmente, diseñaron una *ratchet* de tres estados. En ambos sistemas se reprodujo el efecto de la inversión de corriente al variar el tiempo de permanencia de los estados.

Por otro lado, Renzoni y colaboradores [21, 22] han hecho el estudio del transporte de átomos fríos en potenciales periódicos espacialmente simétricos, generados con la interferencia de cuatro haces en un arreglo tipo sombrilla. Al manipular temporalmente la fase de uno de los haces se puede desplazar periódicamente y de forma asimétrica los pozos de potencial. El rompimiento de simetría en estos sistemas es en el tiempo. En estos sistemas también se puede controlar la disipación de energía. Así se ha podido observar el efecto de la disipación y de la asimetría temporal en el transporte de átomos fríos.

## Capítulo 3

# Determinación teórica y experimental de la fuerza óptica de un patrón extendido de luz

Como ya hemos mencionado en las secciones precedentes, con patrones extendidos de luz láser es posible generar potenciales espaciales extendidos. En particular, nosotros estamos interesados en la generación de un potencial asimétrico. Como veremos en los siguientes capítulos, este será generado a partir de la superposición de dos patrones de franjas de interferencia. Así, en este capítulo estudiaremos con detalle el problema de la fuerza que ejerce un patrón de franjas de intensidad tipo cosenoidal.

Por otro lado, existe una gran diversidad de sistemas que hacen uso de potenciales ópticos extendidos, en su mayoría simétricos, para estudiar el transporte de partículas coloidales [26, 63]. Estos potenciales se pueden ver como sustratos con una rugosidad determinada por la estructura del patrón de luz. Así, al someter a las partículas a transitar por tales estructuras, éstas presentan dinámicas intrincadas y sensibles a los parámetros que los describen (tamaño, forma, índice de refracción, etc.). Se han realizado experimentos con patrones interferométricos con la intención de desarrollar nuevos métodos de separación de partículas microscópicas (incluso material biológico), que tengan mayor selectividad y que aprovechen otras propiedades físicas que los métodos convencionales [16, 45, 64–66]. Para ésto se utilizan y generalizan algunos resultados cualitativos de cálculos teóricos y experimentales. Por ejemplo, se ha demostrado experimentalmente que un patrón de franjas de interferencia ejerce una fuerza óptica que depende del cociente entre el radio de la partícula y el periodo espacial del patrón [45]. No obstante, existen pocos estudios que comparen y validen el cálculo teórico de las fuerzas ópticas de patrones extendidos con experimentos hechos *ad hoc*.

En esta sección presentamos el primer análisis donde se contrastan resultados teóricos y experimentales del mapeo completo de la fuerza óptica de un patrón extendido de luz láser. El patrón es generado a partir de la interferencia de dos haces. Las partículas estudiadas son esferas dieléctricas con un tamaño en el rango donde la aproximación de la óptica geométrica se asume válida. En el experimento estudiamos la dinámica de una partícula que cae por efecto de la gravedad en un plano inclinado a través del patrón de luz. De los datos experimentales



es posible determinar la velocidad en función de la posición, que es directamente proporcional a la suma de las fuerzas de gravedad y óptica que siente la partícula en cada punto del patrón. Finalmente, los resultados experimentales son comparados con un modelo basado en la óptica de rayos. Estos resultados, tanto teóricos como experimentales, nos servirán como base para el estudio de potenciales asimétricos presentado en los siguientes capítulos.

### 3.1. Modelo de rayos para el cálculo de la fuerza óptica

En el límite donde la longitud de onda del haz incidente es muy pequeña en comparación con las dimensiones del objeto dispersor, las propiedades ondulatorias de las ondas electromagnéticas, como la difracción o la interferencia, son despreciables. En este límite, en un medio homogéneo, se puede considerar que los frentes de onda se propagan como líneas rectas o rayos de luz [40, 67]; la reflexión y refracción debida a la presencia de interfaces con índices de refracción diferentes están determinadas por las leyes de Fresnel. Incorporando el concepto del momento lineal de la luz, las múltiples reflexiones y refracciones que sufre la luz al incidir sobre un material dieléctrico se traduce en una transferencia de momento lineal de la luz al material. Al igual que en el caso de la aproximación de Rayleigh, la transferencia de momento lineal por unidad de tiempo, o fuerza óptica, puede ser descompuesta en una parte relacionada con el gradiente de la intensidad del haz y en una fuerza relacionada directamente con la presión de radiación.

En el régimen de la óptica geométrica podemos suponer que el haz de luz con una distribución de intensidad  $I(x, y, z)$  está compuesto por una infinidad de rayos que al incidir sobre la esfera son transmitidos y reflejados. En la figura 3.1 se muestra un esquema de la propagación de un rayo de luz que incide sobre una esfera dieléctrica con índice de refracción mayor al del medio circundante.

Podemos suponer que cada rayo que viaja en la dirección  $\hat{s}$  transporta un momento lineal por unidad de volumen (densidad de momento lineal)  $\vec{\varphi}_0 = I(x, y, z)/c_m^2 \hat{s}$  que es proporcional a la intensidad local ( $I$ ) del haz incidente [68, 69]:  $c_m$  es la velocidad de la luz en el medio que circunda a la partícula. De esta manera, en un tiempo  $\Delta t$ , el rayo de luz que incide en la esfera transporta un momento lineal con magnitud  $\varphi_0 c_m \Delta t \hat{s} \cdot \hat{r} da$ , con  $da$  el diferencial de área en coordenadas esféricas y  $\hat{s}$  la dirección radial. En el estado estacionario, en este mismo tiempo  $\Delta t$ , el momento de la luz esparcida está dado por la suma infinita de todas las contribuciones por reflexión y refracción:  $\sum_{j=1}^{\infty} \vec{\varphi}_j c_m \Delta t \hat{s} \cdot \hat{r}$ , donde  $\varphi_j$  está dado en términos de la magnitud  $\varphi_0$  y de la reflectancia  $R$  y la transmitancia  $T$  (fig. 3.1). Hay que notar que  $\hat{s} \cdot \hat{r}$  es el coseno del ángulo de incidencia ( $\cos(\theta_i)$  en la figura 3.1) y su magnitud es la misma tanto para los rayos incidentes como para los rayos esparcidos y reflejados. Descomponiendo todos los rayos

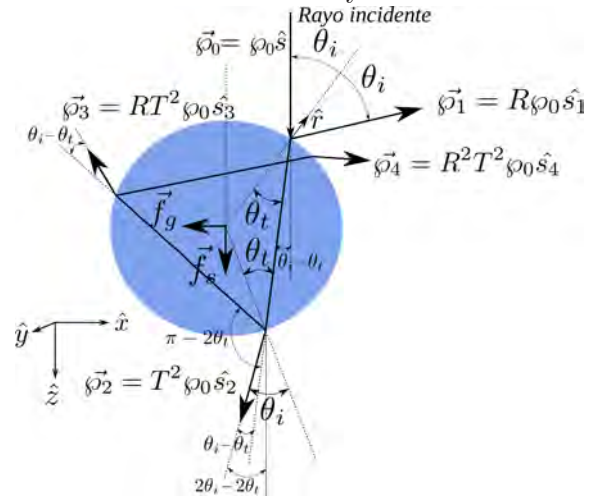


Figura 3.1: Transferencia de momento lineal de un rayo de luz a una esfera dieléctrica. Se muestran las primeras cuatro reflexiones y refracciones del rayo en la superficie de la esfera.

esparcidos en las componentes paralelas y perpendiculares al haz incidente, el cambio total de momento lineal que sufre el rayo queda:

$$\Delta \vec{P}_g = \wp_0 c_m \Delta t \hat{s} \cdot \hat{r} \left( R \sin(\pi - 2\theta_i) + T^2 \sum_{j=0}^{\infty} R^j \sin(2\theta_i - 2\theta_t + j(\pi - 2\theta_t)) \right) \hat{s} \times \hat{\varphi} \quad (3.1)$$

$$\Delta \vec{P}_s = -\wp_0 c_m \Delta t \hat{s} \cdot \hat{r} \left( 1 - R \cos(\pi - 2\theta_i) - T^2 \sum_{j=0}^{\infty} R^j \cos(2\theta_i - 2\theta_t + j(\pi - 2\theta_t)) \right) \hat{s} \quad (3.2)$$

Donde  $\theta_i$  es el ángulo de incidencia y  $\theta_t$  es el ángulo de transmisión. En este desarrollo estamos suponiendo que el plano de incidencia es paralelo al plano formado por  $\hat{r}$  y  $\hat{z}$ ; para una generalización ver la referencia [40]. Sustituyendo las funciones coseno y seno, en los argumentos de la sumas, por sus respectivas identidades complejas, es posible expresar la suma infinita de una forma cerrada utilizando la identidad de la serie geométrica<sup>1</sup>. Así, la fuerza neta transmitida a la esfera por la reflexión y refracción de un rayo en un tiempo  $\Delta t$  queda dada por las expresiones [40]:

$$\vec{f}_g = -\frac{\Delta \vec{P}_g}{\Delta t} = \frac{I(x, y, z)}{c_m} \left( R \sin(2\theta_i) - T^2 \frac{\sin(2\theta_i - 2\theta_t) + R \sin(2\theta_i)}{1 + R^2 + 2R \cos(2\theta_t)} \right) (\cos \varphi \hat{x} + \sin \varphi \hat{y}) (\hat{r} \cdot \hat{s}) da, \quad (3.3)$$

$$\vec{f}_s = -\frac{\Delta \vec{P}_s}{\Delta t} = \frac{I(x, y, z)}{c_m} \left( 1 + R \cos(2\theta_i) - T^2 \frac{\cos(2\theta_i - 2\theta_t) + R \cos(2\theta_i)}{1 + R^2 + 2R \cos(2\theta_t)} \right) (\hat{r} \cdot \hat{s}) \hat{s} da. \quad (3.4)$$

La componente  $\vec{f}_g$  apunta, sobre el plano de incidencia, en dirección perpendicular al haz incidente, mientras que la componente  $\vec{f}_s$  apunta en la dirección de propagación del rayo incidente. Por similitud cualitativa con el modelo de Rayleigh, a la primera la denominaremos fuerza de gradiente y a la segunda fuerza de esparcimiento o de presión de radiación. Las coordenadas del punto sobre la esfera donde incide el rayo son:  $x = x_0 + R_0 \cos \varphi \sin \theta$ ,  $y = y_0 + R_0 \sin \varphi \sin \theta$  y  $z = z_0 + R_0 \cos \theta$ , con  $x_0$ ,  $y_0$  y  $z_0$  las coordenadas del centro de la esfera con respecto al sistema de referencia de laboratorio, y  $\varphi$  y  $\theta$  los ángulos azimutal y polar, respectivamente. El ángulo del haz transmitido ( $\theta_t$ ) está determinado por la ley de Snell ( $n_p \sin \theta_t = n_m \sin \theta_i$ ). El término  $I(x, y, z) (\hat{r} \cdot \hat{s}) da / c_m$  se puede interpretar como diferencial de momento por unidad de tiempo que incide sobre la esfera asociado a cada rayo. Para el caso de un haz colimado podemos hacer coincidir el eje de propagación  $\hat{s}$  con el eje del sistema coordenado  $\hat{z}$ , como se muestra en la figura 3.1, y hacer  $\theta_i = \theta$ .

La reflectancia y la transmitancia se expresan en términos de las ecuaciones de Fresnel para incidencia paralela y perpendicular al plano de incidencia. Para un haz linealmente polarizado a lo largo de ángulo  $\mu$  respecto al eje  $x$ , la reflectancia ( $R$ ) está dada por [40, 68]:

$$R = \cos^2(\mu - \theta_i) R_{\parallel} + \sin^2(\mu - \theta_i) R_{\perp}, \quad (3.5)$$

con

$$R_{\parallel} = \frac{\tan^2(\theta_i - \theta_t)}{\tan^2(\theta_i + \theta_t)} \quad \text{y} \quad R_{\perp} = \frac{\sin^2(\theta_i - \theta_t)}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)}. \quad (3.6)$$

<sup>1</sup> $\sum_{j=0}^{\infty} a^j = 1/(1-a)$ , para  $|a| < 1$ .

y la transmitancia está dada por  $T = 1 - R$ .

A diferencia de la aproximación dipolar donde se considera la partícula como puntual, es decir, que es afectada solamente por las características locales del haz, la aproximación de la óptica geométrica considera el volumen de la esfera. Con esta aproximación es posible inferir propiedades muy importantes que dependen de la relación entre la estructura espacial de la distribución del haz y las dimensiones características de la partícula. Por ejemplo, como veremos en la siguiente sección, una partícula en un patrón de interferencia puede tener un comportamiento cualitativo muy diferente de acuerdo a la relación del tamaño de la partícula con el periodo de la intensidad del patrón de interferencia.

### 3.1.1. Fuerza óptica de un patrón extendido de luz

De acuerdo a la aproximación de la óptica geométrica, resumida en las expresiones (3.3) y (3.4), la fuerza que ejerce un haz de luz está completamente determinada por la distribución de intensidad del haz sobre la partícula, y por los índices de refracción de la partícula y del medio circundante. Una distribución de intensidad de luz extendida es una distribución que tiene su longitud transversal a la dirección de propagación varias veces mayor que la longitud de la partícula dispersora. Generalmente estos haces se pueden describir muy bien por la aproximación paraxial y debido a que generalmente están muy extendidos, se pueden considerar como haces colimados en la región de interés (ver el apéndice A para más detalles sobre estas definiciones). Así, un haz extendido que se propaga en la dirección  $\hat{z}$  tiene una distribución de intensidad que no varía notoriamente a lo largo de una longitud similar a la de la partícula, es decir, no depende de  $z$  ( $I(x, y, z) \approx I(x, y)$ ). Integrando (3.3) y (3.4), la fuerza que siente una partícula esférica en la posición  $(x_0, y_0)$  en un patrón de intensidad de luz extendido que se propaga en la dirección  $\hat{z}$  es

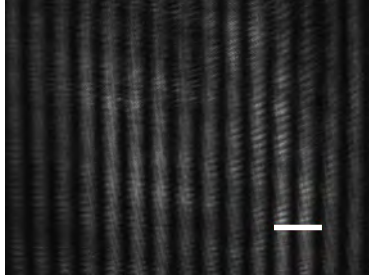
$$F_g(x_0, y_0) = -\frac{R_0^2}{2c_m} \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \left( R \sin(2\theta) - T^2 \frac{\sin(2\theta - 2\theta_t) + R \sin(2\theta)}{1 + R^2 + 2R \cos(2\theta_t)} \right) \times I(x, y) \sin(2\theta) (\cos \varphi \hat{x} + \sin \varphi \hat{y}) d\varphi d\theta. \quad (3.7)$$

$$F_s(x_0, y_0) = -\frac{R_0^2}{2c_m} \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \left( 1 + R \cos(2\theta_i) - T^2 \frac{\cos(2\theta_i - 2\theta_t) + R \cos(2\theta)}{1 + R^2 + 2R \cos(2\theta_t)} \right) \times I(x, y) \sin(2\theta) d\varphi d\theta \hat{z}. \quad (3.8)$$

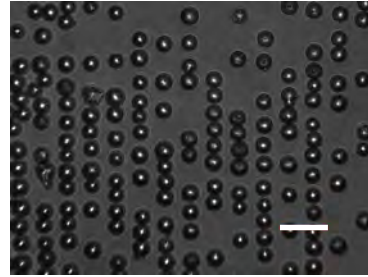
$R_0$  es el radio de la partícula. Bajo la aproximación de la óptica geométrica basta con conocer la intensidad del haz a lo largo de la partícula, así como el índice de refracción de la partícula y del medio circundante, para determinar la fuerza óptica. Por ejemplo, un patrón de intensidad de luz generado por la interferencia de dos haces gaussianos colimados con sección transversal elíptica resulta en un patrón de franjas con una modulación gaussiana dado por (ver apéndice A para más detalles sobre la derivación)

$$I(x, y) = \frac{4P}{\pi w_x w_y} \exp \left[ -2 \left( \frac{x^2}{w_x^2} + \frac{y^2}{w_y^2} \right) \right] \cos^2 \left( \frac{\pi}{\Lambda} x \right) \quad (3.9)$$

Con  $w_x$  y  $w_y$  las magnitudes de los semiejes del perfil elíptico.  $P$  es la potencia del láser en la muestra y  $\Lambda$  es el periodo espacial de las franjas de interferencia. La fuerza que ejerce un patrón de intensidad de este tipo se ilustra en la figura 3.2



(a) Patrón de franjas de interferencia de dos haces láser. El periodo aproximado es de  $\Lambda = 15 \mu m$ .



(b) Partículas de  $15 \mu m$  de diámetro nominal ordenadas en líneas por efecto de la fuerza óptica del patrón de interferencia mostrado en (a).

Figura 3.2: Ordenamiento de partículas dieléctricas esféricas por medio de un patrón de interferencia de luz láser. Las partículas tienen un diámetro aproximado de  $15 \mu m$ . La barra en la parte inferior derecha representa  $30 \mu m$ .

## 3.2. Calibración experimental de la fuerza óptica de un patrón extendido

### 3.2.1. Dinámica de una partícula determinista en un potencial periódico inclinado

En la figura 3.2 podemos ver cómo un conjunto de partículas dieléctricas inmersas en agua, con un diámetro aproximado  $D \approx 15 \mu m$ , es ordenado en líneas de acuerdo a las franjas de intensidad de un patrón de interferencia de dos haces. Las partículas son atraídas por la fuerza de gradiente hacia las zonas de mínima energía, puntos de equilibrio, que en este caso coinciden con los puntos donde la intensidad de luz es máxima. Debido a que el haz es muy extendido y entra por abajo, la fuerza de esparcimiento resulta muy pequeña y es contrarrestada por la fuerza de gravedad. Así, la interacción de las partículas con el patrón extendido de luz resulta en un potencial de energía periódico extendido con un perfil similar al del patrón de intensidad. En esta sección mostraremos una técnica desarrollada en el laboratorio que nos permite hacer un mapeo cuantitativo completo de la fuerza que ejerce un patrón extendido de luz debido a la interferencia de dos haces.

En este estudio se utilizaron partículas esféricas de borosilicato con diámetros nominales  $D_0 = 2R_0 = 8 \pm 1 \mu m$ ,  $10 \pm 1 \mu m$  y  $14.5 \pm 1 \mu m$  (Duke Scientific) disueltas en agua desionizada. La densidad de las partículas es  $\rho_p = 2.5 g/cm^3$  y su índice de refracción es  $n = 1.56$ , con la parte imaginaria despreciable. La celda que contiene a las partículas consiste en dos cubreobjetos sobrepuestos entre los cuales se coloca un separador con una cavidad circular, generando de esta manera un pequeño recipiente cilíndrico de aproximadamente  $100 \mu m$  de altura y  $1 cm$  de diámetro donde se vierte la solución de partículas. Para evitar la evaporación del agua, la celda es perfectamente sellada con un epóxico de secado rápido (ver el apéndice C para más

detalles sobre la elaboración de las muestras).

Debido a que las partículas tienen una densidad considerablemente mayor que la del agua ( $\rho_{H_2O} = 1g/cm^3$ ), estas se precipitan rápidamente a la superficie plana del fondo de la celda. Al inclinar la celda un ángulo pequeño respecto a la horizontal, la gravedad ejerce una fuerza constante sobre las partículas que es capaz de arrastrarlas a través del patrón extendido de luz. En la figura 3.3 se observa un esquema de esta idea. Al ir pasando la partícula por el patrón de luz va acelerandose y desacelerandose conforme pasa por las regiones de máxima y mínima intensidad. Con esto, como veremos más adelante, conociendo con mucha precisión el ángulo de inclinación (proyección de la fuerza de gravedad) y obteniendo de manera indirecta algunos datos relacionados con la dinámica, es posible inferir de manera directa y detallada la fuerza óptica que actúa sobre el sistema.

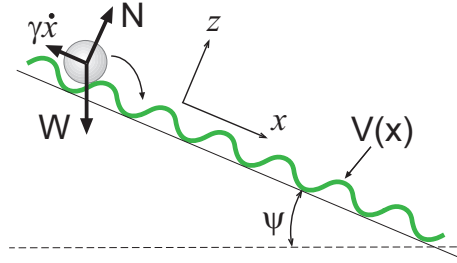


Figura 3.3: Esquema del sistema físico. Una partícula esférica se mueve por efecto de la fuerza de gravedad sobre un potencial generado por la interferencia de dos haces. El eje  $y$  es normal al plano de la figura de acuerdo a un sistema de referencia derecho.  $W$  es el peso efectivo de la partícula,  $N$  es la fuerza normal,  $\gamma \dot{x}$  es la fuerza de arrastre,  $V(x)$  es el potencial óptico y  $\psi$  es el ángulo de inclinación.

Antes de mencionar algún modelo del sistema, vale la pena discutir algunas consideraciones físicas que serán muy importantes en nuestro análisis. En particular nos interesa discutir y delimitar el posible efecto de las fluctuaciones térmicas y de las fuerzas inerciales en el medio viscoso. Las partículas están inmersas en agua a temperatura de laboratorio ( $T \sim 25^\circ C$ ). De la definición del movimiento browniano, una partícula browniana sufre un proceso de difusión caracterizado por una varianza que es lineal con el tiempo  $t$ , dada por  $\langle x^2 \rangle = 2Dt$ , donde  $D$  es el coeficiente de difusión [9]. El coeficiente de difusión está definido de acuerdo al teorema de fluctuación-disipación por  $D = kT/\gamma$ , donde  $k$  es la constante de Boltzman y  $\gamma$  es el coeficiente de arrastre. A primera aproximación, el coeficiente de arrastre puede ser modelado por el coeficiente de fricción de Stokes  $\gamma = 6\pi\mu r$ , donde  $r$  es el radio de la partícula y  $\mu$  la viscosidad dinámica (para el agua a  $25^\circ C$ ,  $\mu = 0.89 \times 10^{-3} Pa \cdot s$ ). Así, dado un tiempo característico  $\tau^*$  podemos definir una longitud de difusión (desviación estandar) como  $l^* = (2D\tau^*)^{1/2}$ . De esta manera, para los diámetros de partículas experimentales, el coeficiente de difusión está en el rango  $D = (0.06-0.03)\mu m^2/s$ , y suponiendo un tiempo  $\tau^* \sim 70s$  como el tiempo característico máximo que puede tardar una partícula en recorrer toda la distancia del patrón de franjas ( $\sim 350\mu m$ ), la longitud de difusión está en el rango  $l^* = (2.2-2.9)\mu m$ . Es decir, la partícula se difunde a lo más 0.9% de la distancia total recorrida por el efecto de la fuerza externa (fuerza de gravedad). Otra longitud característica del sistema es el periodo del patrón de franjas de interferencia que puede llegar a ser de  $\Lambda = 40\mu m$ . En este caso el tiempo que tarda la partícula

---

en recorrer esta distancia es de aproximadamente  $\tau^* \sim 10s$ , y la longitud de difusión resulta  $l^* \sim (0.8-1.1)\mu m$ , que igualmente sigue siendo un valor muy pequeño para las condiciones experimentales.

Desde otra perspectiva, también es importante la proporción que guarda la energía térmica del sistema ( $kT$ ) y la energía que define al potencial óptico. Como veremos más adelante, en nuestro caso podemos estimar el máximo del potencial óptico suponiendo que es cosenoidal y que ejerce una fuerza máxima característica del orden de  $|F_{max}| \sim 1pN$  para un periodo espacial  $\Lambda = 25\mu m$ . Así, el máximo del potencial es  $|F_{max}|\Lambda/2\pi \sim 4 \times 10^{-18}J$ , mientras que la energía térmica es  $kT \sim 4 \times 10^{-21}J$ . Es decir, la energía térmica del sistema es tres ordenes de magnitud menor que la energía del potencial, por lo que la probabilidad de que la partícula escape de los pozos de potencial por efectos térmicos (activación térmica) es prácticamente despreciable [70]. Tomando como base estas estimaciones, partiremos del supuesto de que las fluctuaciones térmicas no tienen una influencia determinante en la dinámica del sistema y por lo tanto el sistema puede ser descrito por una ecuación determinista.

Por otro lado, en los experimentos a tratar las partículas se mueven con velocidades del orden de unas cuantas micras por segundo ( $\nu = (4-8)\mu m/s$ ). El número de Reynolds es la proporción entre las fuerzas inerciales y las fuerzas viscosas, y está dado por  $Re = \rho\nu_e D/\mu$ , donde  $\rho$  es la densidad del fluido, que en nuestro caso es  $\rho_{H_2O} = 1g/cm^3$ ,  $D_0$  es el diámetro de la partícula y  $\nu_e$  es una velocidad característica de la partícula respecto al fluido. Considerando una velocidad extrema de  $\nu_e = 50\mu m/s$ , el número de Reynolds está en el rango  $Re \sim (2-4) \times 10^{-4}$ . Esto quiere decir que los efectos inerciales son disipados inmediatamente por el fluido. Desde otro punto de vista, el tiempo de relajación debido a la fuerza viscosa es a lo más del orden de  $\sqrt{m/\gamma} \sim 10^{-3}s$  ( $m$  es la masa de la partícula y  $\gamma$  el coeficiente de arrastre), que es mucho menor que cualquier tiempo característico del sistema, inclusive es un orden de magnitud menor que el tiempo mínimo de captura de la cámara CCD utilizada en el experimento. Bajo estas condiciones los efectos inerciales pueden ser despreciados. Más adelante veremos algunas otras evidencias experimentales que confirman estas consideraciones.

Por lo tanto, la dinámica unidimensional de una partícula microscópica esférica en un potencial de energía óptico extendido bajo la acción de una fuerza constante, puede ser descrita por la siguiente ecuación sobrearmortiguada:

$$\boxed{\gamma\dot{x}(t) = -V'(x(t)) + F_e} \quad (3.10)$$

Donde  $x(t)$  es la posición del centro de masa de la partícula y  $\gamma$  es el coeficiente de arrastre de la partícula en el fluido. La fuerza del patrón óptico está expresada por  $-V'(x(t))$ , donde la prima significa derivada parcial con respecto a la posición. La fuerza externa debida a la gravedad es  $F_e$ .

Es fácil ver de este modelo que determinando experimentalmente  $F_e$  y  $\dot{x}$  como función de  $x$ , así como  $\gamma$ , es posible conocer la fuerza óptica  $-V'(x)$ . En la figura 3.3 se muestra el esquema del sistema resultante. Otra manera de generar  $F_e$  podría ser a partir de una fuerza de arrastre que resulta de someter a la partícula a un flujo constante del fluido circundante o, de manera equivalente, al mover la muestra donde se encuentran las partículas.

El parámetro  $\beta = \pi n_m D_0 / \lambda$ , utilizado típicamente como un criterio para comparar el radio de la partícula con la longitud de onda del haz [71], está en el rango de 63 (para  $D_0 = 8.0 \mu m$ ) a 118 (para  $D_0 = 14.5 \mu m$ ). En este régimen, la aproximación de la óptica geométrica (ecs. (3.3) y (3.4)) proporciona una buena y fácil alternativa para el cálculo de la fuerza óptica [40]. Por otro lado, generalmente es usado el criterio  $s_i = \lambda / 2\pi w_i \ll 1$  para definir el rango de aplicabilidad de la óptica paraxial (apéndice A) [29]. En nuestro caso las dimensiones del patrón de luz son tales que  $s_x < 0.0004$  y  $s_y < 0.0009$ . Así, la fuerza óptica del patrón está bien determinada por la ecuación (3.7) y (3.9).

### 3.2.2. Montaje experimental

En la figura 3.4 se muestra un bosquejo del dispositivo experimental utilizado para el estudio de la fuerza óptica de un patrón de franjas de interferencia. El láser emite un haz TEM00 con una longitud de onda de  $532 nm$  con polarización vertical (Coherent Verdi V5). Un divisor polarizador (PBS) divide el haz en dos, uno de los cuales es utilizado para generar una pinza óptica, mientras que el otro se introduce en un interferómetro tipo Mach-Zehnder. El patrón de interferencia es reducido y proyectado en la muestra con ayuda de un telescopio (lentes L3 y L4). Una lente cilíndrica adicional (CL) fue utilizada para concentrar el haz a lo largo del eje  $x$ , dando como resultado las dimensiones transversales  $w_x = 232 \pm 2 \mu m$  y  $w_y = 95 \pm 2 \mu m$ , medidas por el método de la navaja. El periodo espacial del patrón de franjas y su posición en la muestra son controlados con los espejos M2 y M3. En el experimento se exploraron once valores diferentes del periodo espacial, en el rango de  $L = 9 \mu m$  a  $L = 40 \mu m$ . Por otro lado, la pinza óptica se generó con un objetivo de microscopio de baja apertura numérica ( $\times 20$ ,  $NA = 0,4$ ), que permitió controlar la posición inicial de la partícula en el plano  $(x, y)$  y al mismo tiempo tener un campo de visión amplio de la muestra. Dos camaras CCD fueron utilizadas en el experimento: una de ellas para grabar la posición de la partícula (CCD1), bloqueando con filtros el patrón de luz verde; mientras que la otra camara se usó para monitorizar la estabilidad de las franjas (CCD2).

Como bien se sabe, las técnicas interferométricas son muy sensibles a cambios del índice de refracción del medio, ya sea por efectos de la temperatura o por cambios de presión. En nuestro caso, todos los elementos ópticos (espejos, lentes, etc.) están sujetos a las fluctuaciones térmicas del laboratorio y a los cambios lentos de temperatura del medio ambiente que se dan al transcurrir el día, afectando de manera determinante la estabilidad de las franjas de interferencia. Dicha inestabilidad se traduce en un corrimiento o movimiento de las franjas de interferencia. Éste es un efecto indeseable en nuestro sistema y es muy difícil de controlar. De manera empírica se observó que aislando con un plástico el experimento se podía minimizar el efecto de las fluctuaciones térmicas del laboratorio. Así fue posible realizar los experimentos en periodos de tiempo donde el corrimiento de las franjas no es perceptible o es muy pequeño.

Los valores estimados de la potencia del láser dentro de la muestra fueron de 183, 281 y 521  $mW$  para las partículas de 8, 10 and  $14.5 \mu m$ , respectivamente. La celda fue colocada en una base de traslación  $XYZ$ , y fue inclinada mediante un actuador con resolución micrométrica. Los ángulos de inclinación se fijaron en los valores  $\psi = 5.6^\circ$  para las esferas de  $14.5 \mu m$  y  $\psi = 6.7^\circ$  para las esferas de 8 y  $10 \mu m$ . Con la pinza óptica se sujeta solamente una partícula a la vez, dejando al resto precipitarse lejos de la zona de interés. La posición de la partícula

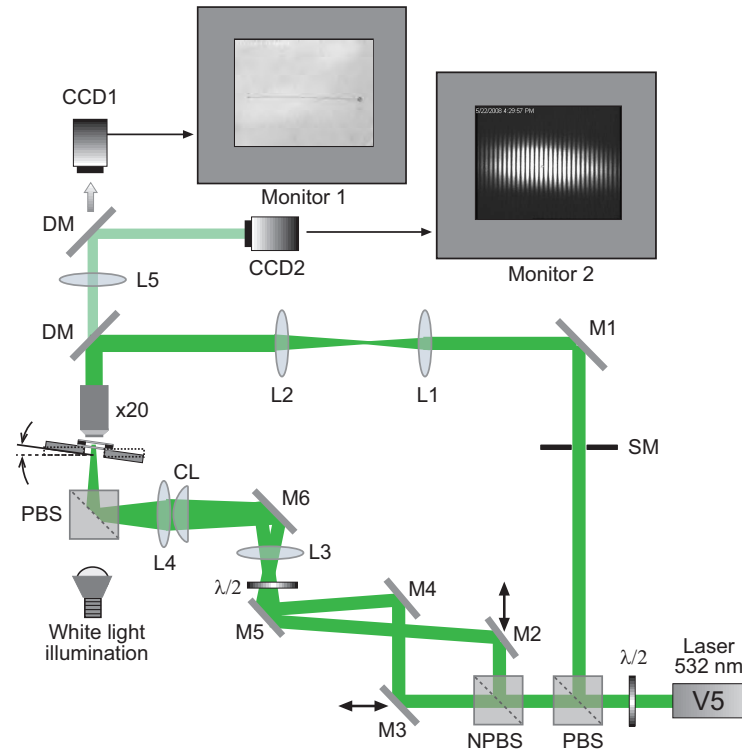


Figura 3.4: Dispositivo experimental. Los espejos y lentes están representados por las letras M y L, respectivamente; CL denota una lente cilíndrica y DM son espejos dicróicos. PBS son cubos divisores polarizadores de luz y NPBS son cubos no polarizadores. Las placas de media onda ( $\lambda/2$ ) son usadas para controlar la intensidad del láser. Un objetivo de microscopio ( $\times 20$ ) es utilizado para generar una pinza óptica y para observar la muestra al mismo tiempo. El haz de la pinza es bloqueado mientras la partícula corre a través del patrón de franjas con un dispositivo de bloqueo (SM). Con cámara CCD1 se graba a la partícula mientras que con la cámara CCD2 se monitorean las franjas de interferencia.

como función del tiempo fue medida utilizando técnicas de video-microscopía digital, usando el método de la determinación de los centroides [72]. La imagen formada por el sistema completo (microscopio-ocular-CCD) presenta una magnificación de  $0.86 \mu\text{m}/\text{pixel}$  y un campo de visión de  $(401 \times 534) \mu\text{m}^2$ .

### 3.2.3. Análisis

Como hemos mencionado previamente, el objetivo es determinar la fuerza óptica a partir de la dinámica de la partícula que recorre el patrón de franjas de interferencia. De acuerdo a la ecuación (3.10), esto puede lograrse determinando el coeficiente de fricción efectivo y la velocidad en función de la posición. El coeficiente de fricción fue obtenido de manera independiente al estudiar la dinámica de la partícula en ausencia del patrón de luz, basados en la relación  $\gamma = F_e/\dot{x}_0$ . Aquí  $\dot{x}_0$  es la velocidad constante de la partícula al bajar por el plano inclinado debido a la gravedad.  $F_e$  puede ser directamente calculada utilizando las características de la partícula (radio y densidad). En la figura 3.5 (a) se muestra un ejemplo de la trayectoria que sigue una partícula de  $D_0 = 14.5 \mu\text{m}$ . Se puede verificar que esta curva se ajusta muy bien



a una recta donde la pendiente es la velocidad promedio  $\dot{x}_0$  de la partícula. Esto verifica la hipótesis del movimiento sobreamortiguado. Lo mismo podemos decir para las otras partículas ( $D_0 = 8\mu m$  y  $10\mu m$ ). De esta manera, los valores del coeficiente de fricción efectivo fueron  $\gamma = 0.146 pN \cdot s/\mu m$  para la partícula de  $8\mu m$ ,  $\gamma = 0.175 pN \cdot s/\mu m$  para la partícula de  $10\mu m$  y  $\gamma = 0.359 pN \cdot s/\mu m$  para la partícula de  $14.5\mu m$ .

En la figura 3.5 (b) se muestra el error cuadrático medio de la trayectoria mostrada en 3.5 (a) para una partícula de diámetro  $D_0 = 14.5\mu m$ . Se puede apreciar que este error no sigue un comportamiento difusivo, es decir, no aumenta con el tiempo, en cambio fluctúa alrededor de un valor aproximado de  $0.8\mu m^2$ , que tiene una desviación estandar  $\sqrt{\langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle} = 0.89\mu m$ . Este valor es del orden del tamaño de un pixel ( $0.86\mu m$ ), que es el valor mínimo de resolución espacial del sistema. Además de la resolución espacial, existen otras fuentes de error inherentes, como las inhomogeneidades en la iluminación, la resolución temporal, el ruido electrónico en la CCD y los errores y pérdida de información en el proceso de adquisición de datos y procesamiento de imágenes [72]. Así no es evidente que pueda existir el proceso de difusión para esta partícula. Por otro lado, en la figura 3.6 se muestran los resultados del error cuadrático medio para una partícula de diámetro (a)  $D_0 = 10\mu m$  y (b)  $D_0 = 8\mu m$ . A diferencia de la partícula de diámetro  $14.5\mu m$ , en estos dos últimos casos se puede observar un crecimiento monótono de la varianza en el rango de  $t = 0s$  y  $40s$ . La desviación estandar tomando un valor grande de la varianza ( $\langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle = 1.8$ ) es aproximadamente  $\sqrt{\langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle} = 1.2$ . Este valor de la desviación estandar es del orden de la distancia de difusión característica ( $l^*$ ) estimado previamente, y como dijimos antes, es muy pequeño y por lo tanto es plausible la hipótesis de la dinámica determinista en el sistema. No obstante, valdría la pena hacer una análisis detallado del comportamiento anómalo del error cuadrático medio. Como se puede apreciar el error alcanza un valor tope alrededor de  $t = 40s$  y después se observa una ligera disminución. Hay que enfatizar que este error involucra no solamente el proceso difusivo de la partícula sino que también involucra los errores en la adquisición de datos y análisis de imágenes mencionados previamente.

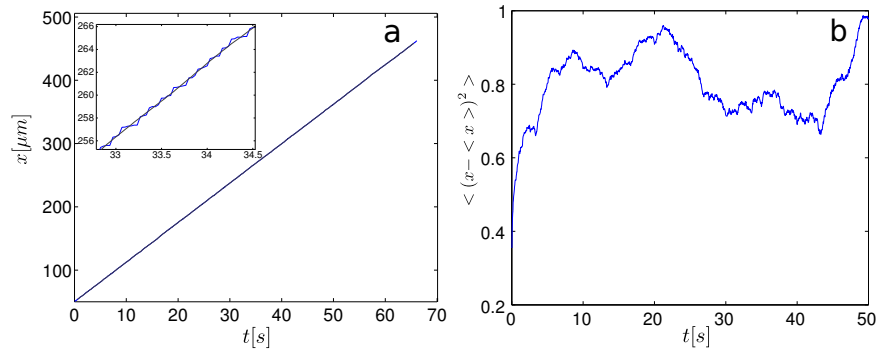


Figura 3.5: (a) Trayectoria de una partícula en función del tiempo al caer solamente por el efecto de la gravedad ( $F_e$ ). La partícula tiene un diámetro  $D_0 = 14.5\mu m$ . La pendiente de la curva es la velocidad asociada al movimiento sobreamortiguado de la partícula. En el recuadro se aprecian las fluctuaciones en la determinación de la posición. (b) Error cuadrático medio en función del tiempo de la figura mostrada en (a).

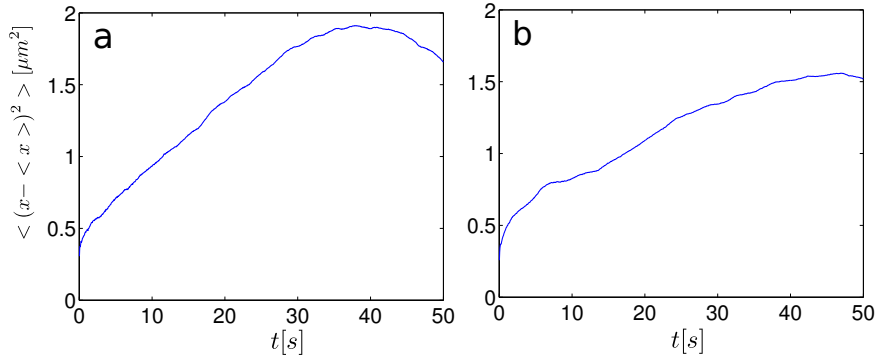


Figura 3.6: Error cuadrático medio de una partícula esférica al ser arrastrada por la fuerza de gravedad en el plano inclinado: (a)  $D_0 = 10\mu m$  y b)  $D_0 = 8\mu m$ .

La figura 3.7 muestra el resultado del rastreo del movimiento (posición en función del tiempo) de las esferas de 8, 10 y  $14.5\mu m$  de diámetro, en un patrón de franjas de interferencia en un plano inclinado. Estos experimentos se corrieron en las mismas condiciones del experimento para determinar los coeficientes de arrastre, inclusive se utilizó la misma partícula de prueba. En todos estos casos el periodo espacial fue  $L = 20.2\mu m$ . Para cada tamaño de partícula y cada periodo espacial hicimos al menos tres repeticiones del experimento bajo las mismas condiciones, pero los resultados presentados en la figura 3.7(a) fueron obtenidos con once repeticiones. Puede apreciarse de la figura que, en el caso de las esferas más grandes, existe un retraso de algunas trayectorias con respecto a otras para  $t > 40s$ , lo cual significa que la partícula tardó un tiempo un poco diferente en cada pozo de potencial para las diferentes repeticiones del experimento. Esto se puede explicar considerando que la partícula se desliza o corre muy cerca de la superficie inferior de la muestra, interactuando con su rugosidad a un nivel microscópico, lo cual es más evidente para partículas más grandes. En la figura 3.7(a) se observa también un cambio suave en la pendiente de las curvas cuando  $t \sim 40s$ , el cual es más evidente para las esferas más grandes. La partícula va más rápido cuando corre hacia el centro y más lento cuando pasa este punto. Esto es debido a la envolvente gaussiana del patrón de franjas de interferencia.

En la figura 3.7(b) se muestra un acercamiento de tres trayectorias (en color) para la partícula de  $14.5\mu m$ , ilustrando el ruido asociado. Como vimos previamente, éste es la suma de las pequeñas fluctuaciones térmicas y del ruido inherente en la adquisición y análisis de las imágenes.

Para la obtención de la velocidad a partir de los datos de posición en función del tiempo, se procedió de la siguiente manera:

- Los datos de posición en función del tiempo fueron suavizados utilizando un filtro de Savitzky-Golay [73]. Este método consiste en dividir todo el grupo de datos en ventanas con un número definido de datos y ajustarlos por regresiones lineales imponiendo condiciones de continuidad entre las diferentes regresiones. En nuestro caso se utilizaron polinomios cúbico con ventanas de entre 40 y 80 datos, dependiendo de que tanto oscilara la curva. Un ejemplo del proceso de suavizado se muestra en la curva en negro de la figura 3.7(b).
- La velocidad se obtuvo al derivar dicha serie de polinomios. Las figuras 3.8(a) y 3.8(b)

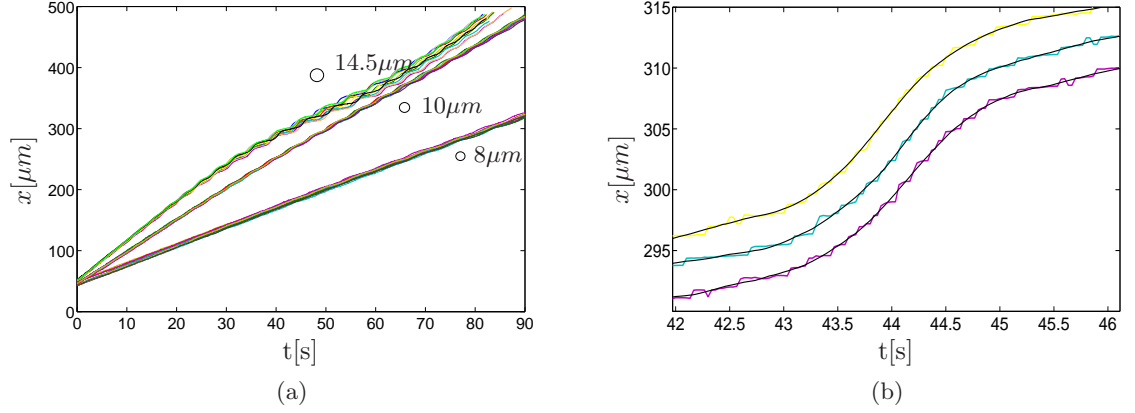


Figura 3.7: (a) Datos experimentales: Curvas de la posición en función del tiempo para once repeticiones del experimento para cada partícula con diámetros:  $8\ \mu\text{m}$ ,  $10\ \mu\text{m}$  and  $14,5\ \mu\text{m}$ . En todos los casos, el periodo espacial del patrón de franjas de interferencia fue  $\Lambda = 20,2\ \mu\text{m}$  y la frecuencia de muestreo de la CCD fue  $30\ \text{cuadros/s}$ . (b) Detalle de tres trayectorias para la partícula de  $14,5\ \mu\text{m}$  que muestra los datos experimentales originales (curvas a color) en contraste con las curvas obtenidas por el proceso de suavizado (en negro).

muestran las curvas de la velocidad como función de la posición para las partículas de diámetro  $10\ \mu\text{m}$  y  $14.5\ \mu\text{m}$ , respectivamente, correspondientes a las curvas de la figura 3.7. La curva en negro es el promedio. Debido a la inestabilidad de las franjas de interferencia, al realizar la derivación, las curvas de la velocidad como función de la posición no coinciden exactamente para cada una de las corridas, por lo que antes de promediarlas se realiza un pequeño ajuste o corrimiento en la posición de tal manera que los máximos coincidan. Esto se llevó a cabo por un proceso de correlación para encontrar la configuración óptima. Debido a que la velocidad en función de la posición es una propiedad local, el retardo relativo en cada una de las realizaciones mostrado en la figura 3.7 desaparece en las curvas de velocidad en función de la posición.

- Finalmente, para calcular el promedio de las diferentes realizaciones a lo largo de  $x$ , se unieron los puntos experimentales discretos por medio de una interpolación cúbica de Hermite (*Piecewise Cubic Hermite interpolation*). Posteriormente se realizó el promedio punto a punto a lo largo de  $x$ .

En las figuras 3.8(a) y 3.8(b) se puede ver de manera evidente el efecto de la modulación gaussiana del patrón de interferencia. Los resultados para la velocidad promedio (escala del lado izquierdo) y la fuerza óptica correspondiente (escala del lado derecho) se muestran en la figura 3.9 (puntos rojos), para los mismos casos de la figura 3.8. Las curvas en azul representan la fuerza óptica calculada con el modelo teórico, descrito por (3.7) y (3.9) en la sección 3.1.1. La figura 3.10 muestra la comparación entre los resultados experimentales (puntos rojos) y el modelo teórico (curvas azules) para los otros periodos espaciales de las franjas de interferencia y para los diámetros de partícula  $10\ \mu\text{m}$  y  $14.5\ \mu\text{m}$  (columnas izquierda y derecha, respectivamente).

Cada una de las gráficas mostradas en las figuras 3.9 y 3.10 corresponden al mapeo de la

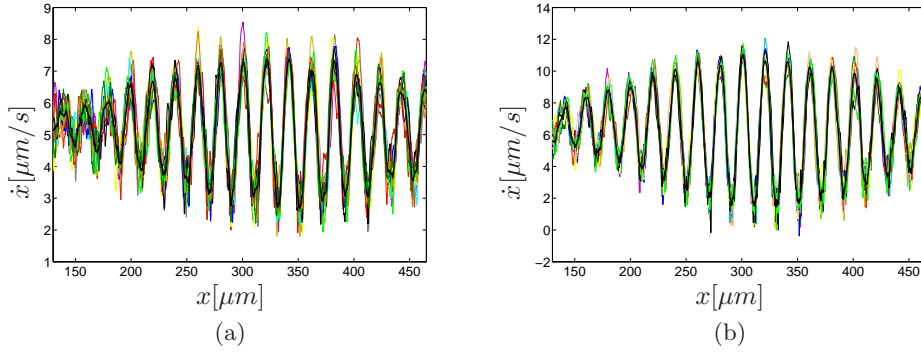


Figura 3.8: Curvas de velocidad en función de la posición para los mismos datos de la figura 3.7: (a)  $D_0 = 10 \mu m$  y (b)  $D_0 = 14.5 \mu m$ . La gráfica en color negro es el resultado del promedio.

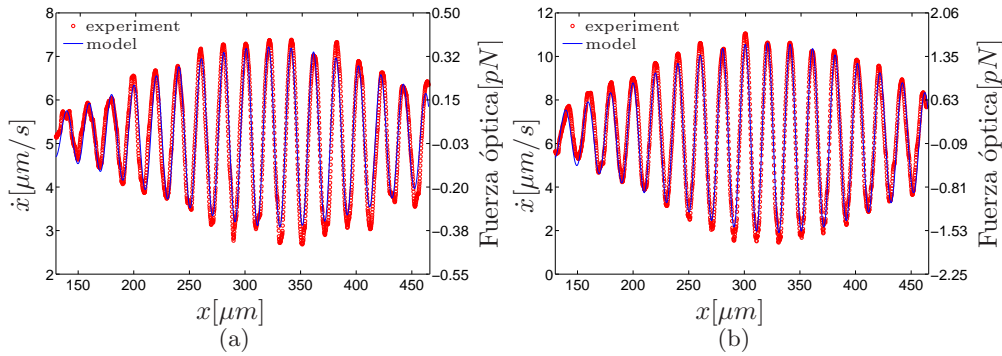


Figura 3.9: Comparación entre teoría y experimento para la fuerza sobre una partícula ((a)  $D_0 = 10 \mu m$  y (b)  $D_0 = 14.5 \mu m$ ) que corre en un patrón de franjas con una periodicidad espacial  $L = 20.2 \mu m$ . Las líneas sólidas en color azul son las predicciones teóricas de acuerdo a las ecuaciones (3.7) y (3.9). Los resultados experimentales (marcadores circulares rojos) corresponden al promedio representado con la línea negra en la figura 3.8.

fuerza óptica a lo largo del patrón extendido de luz, del cual es posible obtener el correspondiente potencial de energía integrando con respecto a  $x$ . En general, se encontró muy buena coincidencia entre los datos teóricos y el experimento. Es importante subrayar que no se ajustó ningún parámetro en este proceso de comparación; solamente se utilizaron en el modelo teórico los datos dados: radio de la partícula e índice refracción, y los datos determinados experimentalmente de manera indirecta: cintura del haz, periodo espacial del patrón de franjas y coeficiente de fricción efectivo. Como era de esperarse, la mejor coincidencia entre teoría y experimento se encontró para la partícula con mayor diámetro ( $D_0 = 14.5 \mu m$ ), en concordancia con la aproximación de óptica geométrica. Diferencias de hasta 10% pueden cuantificarse por la incertidumbre en el valor del diámetro de las partículas, el cual puede ser mayor para las partículas más pequeñas. Por otro lado, la comparación entre los resultados teóricos y experimentales de la figura 3.10 es mejor para los periodos mayores (Figs. 3.10(e) y 3.10(f)). La principal fuente de error para periodos pequeños está asociada con la resolución espacial y temporal de sistema de adquisición de imágenes y de rastreo, así como por la

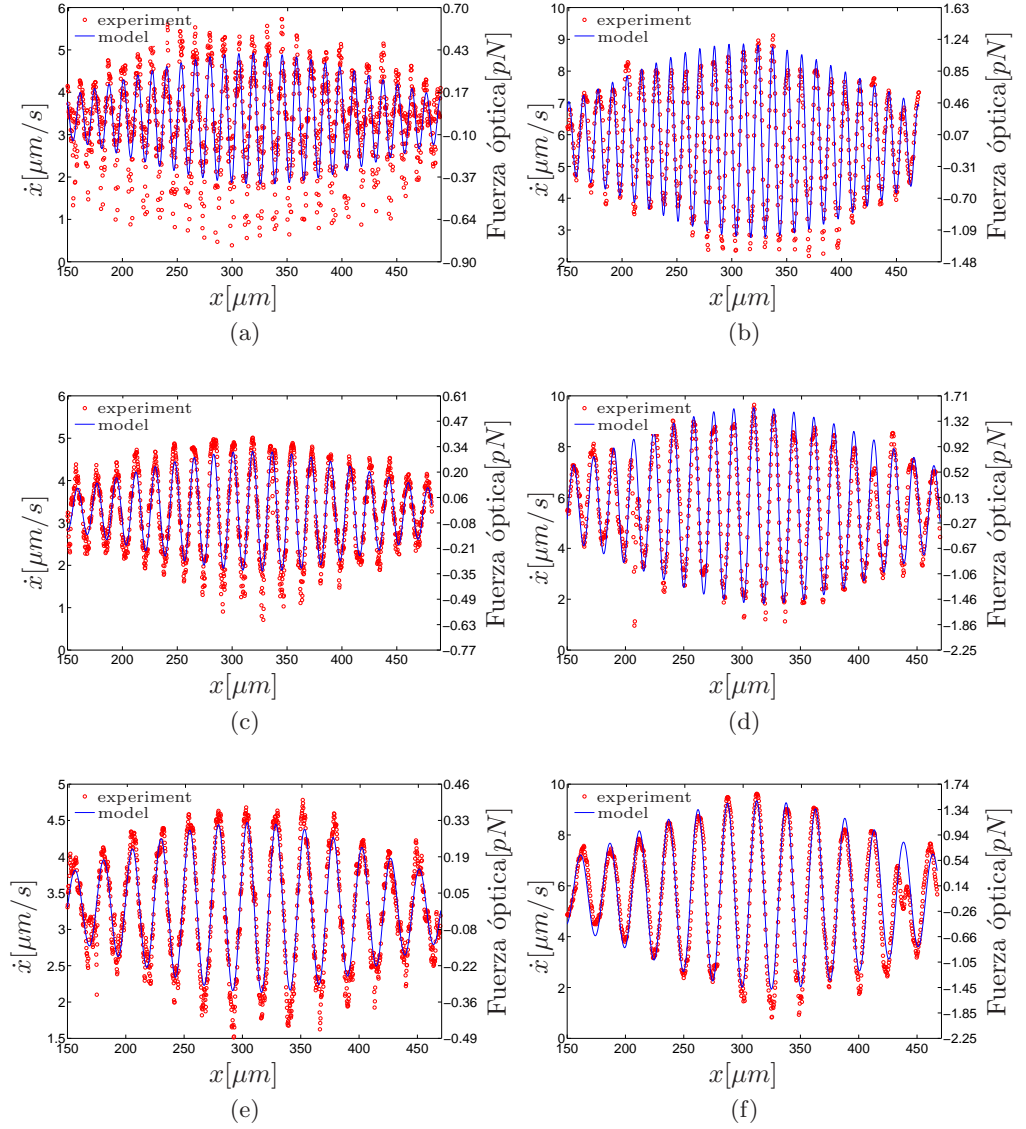


Figura 3.10: Comparación de la fuerza experimental con las predicciones teóricas para partículas de diámetro  $10 \mu\text{m}$  (columna izquierda) y  $14.5 \mu\text{m}$  (columna derecha), con periodos espaciales de: (a) y (b)  $\Lambda = 13.25 \mu\text{m}$ ; (c) y (d)  $\Lambda = 17.16 \mu\text{m}$ ; (e) and (f)  $\Lambda = 25.21 \mu\text{m}$

pérdida de información en el proceso de filtraje y derivación al analizar los datos. A saber, la estructura de escalón de las curvas para periodos grandes están mejor definidas que para periodos pequeños (fig. 3.7(a)). La incertidumbre en la posición de las partículas asociada con la resolución espacial del sistema de imágenes es considerablemente más pequeña que los escalones para los periodos grandes, pero esta se vuelve considerable para periodos pequeños. Un mayor valor de cuadros por segundo y mejor resolución espacial (mayor número de píxeles en la misma área) en la cámara disminuiría el ruido y haría más confiable el proceso de filtrado en el procesos de análisis de datos, mejorando, en consecuencia, los resultados. Esto fue un problema muy grande sobre todo para las partículas con diámetro de  $8 \mu\text{m}$ , las cuales fueron

más difíciles de rastrear y, por lo tanto, presentaron un error muy grande, mayor al 20 % en la determinación de la fuerza. Aunque se espera que para estas partículas la coincidencia entre los valores experimentales y teóricos se degrade debido a la lejanía del rango de aplicabilidad de la óptica geométrica.

En la figura 3.11 se muestra las predicciones teóricas (líneas) y experimentales (cuadros) para la magnitud de la fuerza máxima en función del periodo del patrón de franjas, para las partículas de diámetro  $D_0 = 10 \mu m$  (rojo) y  $14.5 \mu m$  (azul). Como las potencias utilizadas para ambos tamaños de partículas son diferentes, se reescalaron a  $P = 508 mW$  para poder compararlas. Puede verse en la figura que al menos en la región experimental las curvas tienen un máximo. En el rango de periodos  $8.5 < \Lambda < 11 \mu m$ , la fuerza es mayor para la partícula con diámetro  $10 \mu m$  mientras que para  $\Lambda > 11 \mu m$  ocurre lo opuesto. Así, siempre es posible sintonizar el periodo de un patrón de franjas que ejerza una fuerza muy contrastante sobre dos partículas diferentes, de tal manera que al someterlas a una fuerza externa constante la dinámica de las partículas resulte muy diferente. Este comportamiento de la fuerza máxima como función del diámetro de la partícula y del periodo o estructura espacial del patrón ha sido ampliamente utilizado para sistemas de separación de partículas [26, 27, 45, 63].

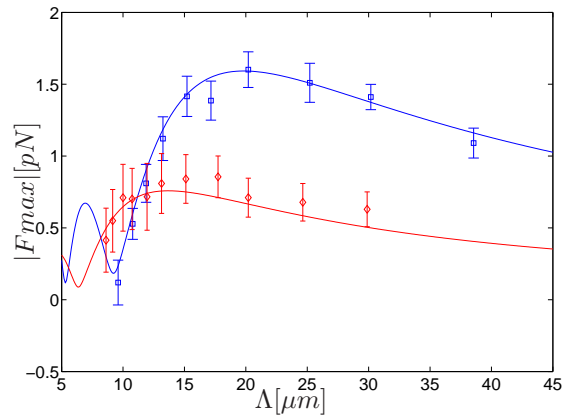


Figura 3.11: Comparación entre las predicciones teóricas (líneas) y los datos experimentales (puntos) para la fuerza óptica máxima como función del periodo de las franjas de interferencia para las partículas de diámetro  $10 \mu m$  (rojo) y  $14.5 \mu m$  (azul).

En las figuras del mapeo de la fuerza 3.10 se pueden observar varias características que están relacionadas directamente con el patrón de franjas de interferencia. La periodicidad de la fuerza corresponde exactamente a la misma periodicidad del patrón de franjas. También se puede observar en todos los casos la influencia de la envolvente gaussiana del patrón. Es importante enfatizar, como se mencionó antes, la dependencia de la fuerza con las características de la partícula ( $D_0$ ,  $n_p/n_m$ ) y con la estructura espacial del patrón ( $\Lambda$ ). Si se incrementan considerablemente las dimensiones de los haces que forman el patrón ( $w_x$  y  $w_y$ ), en principio se puede suponer que estos se comportarán aproximadamente como ondas planas en la región central, muy cerca al eje de propagación (ver el apéndice A). Bajo estas circunstancias, la forma gaussiana sería despreciable.

### **3.3. Conclusiones**

En este trabajo se pudo hacer una calibración detallada de la fuerza óptica que ejerce un patrón de franjas de interferencia. Se hizo una comparación cuantitativa de la fuerza en función de la posición obtenida experimentalmente con los resultados teóricos del modelo de la óptica geométrica. Esto se hizo a lo largo de todo el patrón de franjas que es aproximadamente de  $200\mu m$  de longitud. La técnica consiste en inclinar un ángulo pequeño la celda, de tal manera que la fuerza de gravedad pueda arrastrar a las partículas a lo largo del patrón. Al rastrear la posición de la partícula en función del tiempo se pudo obtener su velocidad en cada punto del patrón de luz, que al estar en un régimen determinista y sobreamortiguado resulta proporcional a la fuerza óptica. La constante de proporcionalidad es el coeficiente de arrastre, que se determinó en el mismo experimento de manera indirecta. El contraste entre la teoría y el experimento se hizo directamente sin ajustar ningún parámetro libre. Los resultados presentados aquí validan de manera general muchos resultados cualitativos presentados en trabajos previos [16, 45, 64–66] y consolida el rango de aplicabilidad del modelo de rayos.

La fuerza óptica que ejerce el patrón de franjas de interferencia depende sensiblemente del diámetro de la partícula y de la periodicidad del patrón. Asimismo, la fuerza en función de la posición puede expresarse en términos de una función coseno modulada por una función tipo gaussiana. Estos resultados junto con la validación del modelo de rayos, serán fundamentales en el trabajo subsecuente para la generación de patrones asimétricos.

Cabe señalar que la técnica presentada en este capítulo podría ser extendida para estudios más generales de patrones de luz con una estructura más compleja y para casos donde las fluctuaciones térmicas no son despreciables.

## Capítulo 4

# Realización experimental de un *ratchet* óptico activado por balanceo

Como se vió en el capítulo de conceptos básicos (sec. 2.2), un sistema *ratchet* es un mecanismo de transporte que funciona a partir del acoplamiento entre un potencial periódico y una perturbación externa de promedio cero bajo un rompimiento de simetría espacio-temporal. En un principio, los ahora llamados sistemas *ratchets*, fueron planteados como un mecanismo que puede aprovechar el movimiento browniano, intrínseco en la mayoría de los sistemas microscópicos, para generar trabajo. Pero actualmente estos estudios, principalmente teóricos, se han extendido a sistemas donde el ruido térmico puede ser despreciable, como es el caso de los *ratchets* deterministas activados por balanceo [8, 11, 50, 51, 74–76]. En este último caso, una partícula está sometida a un potencial periódico asimétrico y a una fuerza temporal de promedio cero que tiene la capacidad de sacar al sistema del equilibrio mecánico de manera cíclica. Como una matraca a nivel macroscópico, el potencial asimétrico es capaz de rectificar el movimiento periódico de una partícula generado por la fuerza externa, obteniendo así un desplazamiento neto o corriente. La no linealidad y la asimetría en estos sistemas hace que sus propiedades de transporte sean muy ricas, en el sentido de que la existencia o no de la corriente, así como su dirección, están determinados por un delicado balance de los parámetros involucrados. Se ha planteado, inclusive, que este mecanismo puede ser idóneo para separar partículas microscópicas, o material biológico como células, de acuerdo a sus propiedades intrínsecas (diámetro o forma, densidad, índice de refracción, etc.) [8].

En la mayoría de los estudios teóricos, un potencial asimétrico muy socorrido y conveniente es el que resulta de la suma de una función seno con la frecuencia fundamental y su segundo armónico. Como vimos en el capítulo anterior, existen muchos trabajos que han demostrado que, utilizando técnicas de micromanipulación ópticas, es posible llevar a cabo estudios fundamentales y aplicados del transporte de partículas coloidales en potenciales periódicos. Sin embargo, existen muy pocos experimentos relacionados con el estudio de transporte en potenciales asimétricos. En la literatura podemos resaltar dos trabajos en donde se ha podido demostrar el efecto *ratchet* de un sistema térmico de encendido-apagado con partículas mesoscópicas [20, 48]<sup>1</sup>. En estos dos trabajos experimentales, el potencial asimétrico fue generado

---

<sup>1</sup>Existen otros trabajos, fuera de nuestro campo de interés donde se hacen estudios fundamentales de la dinámica *ratchet* utilizando técnicas de confinamiento óptico de átomos fríos [21, 22]



a partir de la interacción de una micropartícula dieléctrica con un patrón de luz modulado con una intensidad periódica y asimétrica con forma de diente sierra. El patrón de luz fue generado mediante la modulación temporal de la intensidad de una pinza óptica que es barrida muy rápidamente a lo largo de un círculo o una línea. Para esto se utilizaron técnicas de escaneo rápido con espejos o con un modulador acustoóptico (ver el capítulo 2, secs. 2.1.2 y 2.2.3). Quizás una de las principales limitaciones para extender o profundizar estos estudios ha sido la dificultad técnica para generar potenciales asimétricos que sean suficientemente versátiles, i.e., aquellos cuyas características se puedan manipular de manera controlada y fácil.

Basados en los resultados del experimento descrito en el capítulo anterior, en este capítulo se presenta una nueva técnica para la generación de un potencial óptico asimétrico. Como vimos, una partícula en un patrón de franjas de interferencia siente una fuerza conservativa con la misma forma, tipo cosenoidal, y periodicidad del patrón de intensidad y con una magnitud que depende de manera sensible de la relación entre el diámetro de la partícula y el periodo de las franjas. Así, superponiendo dos patrones de franjas de interferencia con frecuencias espaciales una el doble de la otra, es posible reproducir el potencial asimétrico biarmónico utilizado en los trabajos teóricos anteriores. Describiremos con mucho detalle, tanto teórico como experimental, las propiedades de este potencial con los parámetros involucrados, como es el diámetro de la partícula, el periodo del patrón de luz, etc. A partir de esto, presentamos el estudio de un *ratchet* activado por balanceo en el régimen determinista utilizando técnicas de micromanipulación ópticas. Hay que resaltar que este sistema constituye la primera realización experimental de un *ratchet* activado por balanceo en el régimen determinista. Como veremos, este sistema reproduce muchas propiedades generales de los sistemas *ratchets* antes estudiados, pero presenta otras que son únicas y son atribuibles al hecho de ser un sistema óptico. Para esto, desde el punto de vista experimental, la fuerza dependiente del tiempo que saca al sistema del equilibrio mecánico se genera a partir de la fuerza de arrastre debida al movimiento relativo controlado de la platina de microscopio donde se encuentra montada la celda de las partículas. La versatilidad de este sistema lo hace idóneo para estudios más generales de *ratchets*.

Primero se presenta con detalle la descripción del experimento y los parámetros involucrados en este. Posteriormente se examinan con mucho detalle las propiedades de la asimetría del potencial espacial periódico de acuerdo a los parámetros involucrados, y se analizan algunas posibles consecuencias en la dinámica del sistema *ratchet*. Al final del capítulo se presentan los resultados experimentales que muestran el efecto de rectificación del sistema *ratchet* y la dependencia de éste con el diámetro de la partícula. Se demuestra también la posibilidad de controlar a voluntad el desplazamiento de una partícula microscópica en un sistema *ratchet* óptico, sintonizando en tiempo real algunos de los parámetros experimentales involucrados. El estudio formal y general de la dinámica del sistema *ratchet* activado por balanceo se reservará para el siguiente capítulo.

## 4.1. Descripción del arreglo experimental

En la figura 4.1 se muestra el esquema del dispositivo utilizado para la generación del potencial periódico asimétrico y el sistema *ratchet* activado por balanceo. Se utilizó un láser de estado sólido bombeado por diodos ( $Nd: YVO_4$ ) doblado en frecuencia de una longitud de onda

$\lambda = 532 \text{ nm}$ , con un modo  $TEM_{00}$  con polarización vertical a la salida (Coherent, Verdi V5). Un patrón de intensidad asimétrico, como el mostrado en la figura 4.2, es generado mediante la superposición de dos patrones de franjas de interferencia. Primero, el haz gaussiano colimado que sale del láser es expandido dos veces el diámetro original ( $\sim 2.25 \text{ mm}$ ), y, posteriormente, el haz colimado resultante con intensidad  $I_e$  es dividido en tres haces por medio de la placa retardadora de media onda ( $\lambda/2$ ) y los dos divisores de haz: cubo no polarizador (NPBS) y cubo polarizador (PCBS). La placa retardadora de media onda rota la polarización del haz un ángulo  $\theta_p$  referido al eje horizontal<sup>2</sup>, de tal manera que las intensidades y polarizaciones de los tres haces resultantes (h1, h2 y h3) son:

$$\text{h1: } I_{h1} = \frac{1}{2}I_e, \quad (4.1)$$

$$\hat{E}_{h1} = \cos \theta_p \hat{x} + \text{sen} \theta_p \hat{y}, \quad (4.2)$$

$$\text{h2: } I_{h2} = \frac{\text{sen}^2 \theta_p}{2}I_e, \quad (4.3)$$

$$\hat{E}_{h2} = \text{sen} \theta_p \hat{y}, \quad (4.4)$$

$$\text{h3: } I_{h3} = \frac{\text{cos}^2 \theta_p}{2}I_e, \quad (4.5)$$

$$\hat{E}_{h3} = \text{cos} \theta_p \hat{x}. \quad (4.6)$$

Por medio de los espejos M1, M2 y M3, los tres haces resultantes son redireccionados y juntados, haciéndolos interferir. Debido a sus polarizaciones, los tres haces interfieren por pares: una parte del haz h1 interfiere con el haz h2, y la otra parte interfiere con el haz h3, generándose así dos patrones de franjas de interferencia superpuestos. Con la finalidad de generar un patrón unidimensional, la lente cilíndrica CL focaliza los tres haces a lo largo de la dirección transversal al eje de interferencia. El telescopio formado por las lentes L1 y L2 reduce aproximadamente a la mitad las dimensiones del patrón y lo proyecta, mediante el espejo dicróico DM1, en el plano de la muestra. Las dimensiones estimadas del patrón resultante son: largo  $w_x = (745 \pm 5) \mu\text{m}$  y ancho  $w_y = (19 \pm 2) \mu\text{m}$ . Ajustando los tres espejos, tanto su posición como sus ángulos, es posible variar el ángulo de incidencia de los tres haces en la muestra. Así, se hace incidir los tres haces en el plano de la muestra con ángulos  $\alpha$  y  $\alpha/2$  entre ellos, de acuerdo a la figura 4.1, generando así dos patrones de interferencia con periodicidades  $\Lambda$  y  $\Lambda/2$ , que están relacionados con el ángulo de incidencia por:  $\Lambda = \lambda_m/2 \text{sen}(\alpha/2)$  con  $\lambda_m$  la longitud de onda en el agua. En la figura 4.2 se muestra una fotografía de un patrón resultante y su respectivo perfil de intensidad a lo largo del eje  $x$ , que ejemplifica la asimetría en intensidad lograda mediante este dispositivo. El patrón de intensidad resultante puede ser modelado por:

$$I(x, y) = I_0(x, y) \left[ \text{sen}^2 \theta_p \cos \left( \frac{2\pi}{\Lambda}(x - x_1) \right) + \text{cos}^2 \theta_p \cos \left( \frac{4\pi}{\Lambda}(x - x_2) \right) + 1 \right], \quad (4.7)$$

con

$$I_0(x, y) = \frac{2P}{\pi w_x w_y} e^{-2 \left( \frac{x^2}{w_x^2} + \frac{y^2}{w_y^2} \right)}, \quad (4.8)$$

<sup>2</sup>La relación del ángulo de rotación de la polarización del haz ( $\theta_p$ ), referido al eje horizontal, con el ángulo que hace el eje rápido de la placa retardadora ( $\theta_{placa}$ ) respecto al eje vertical (eje de polarización del haz entrante) es  $\theta_p = \pi/2 - 2\theta_{placa}$ .

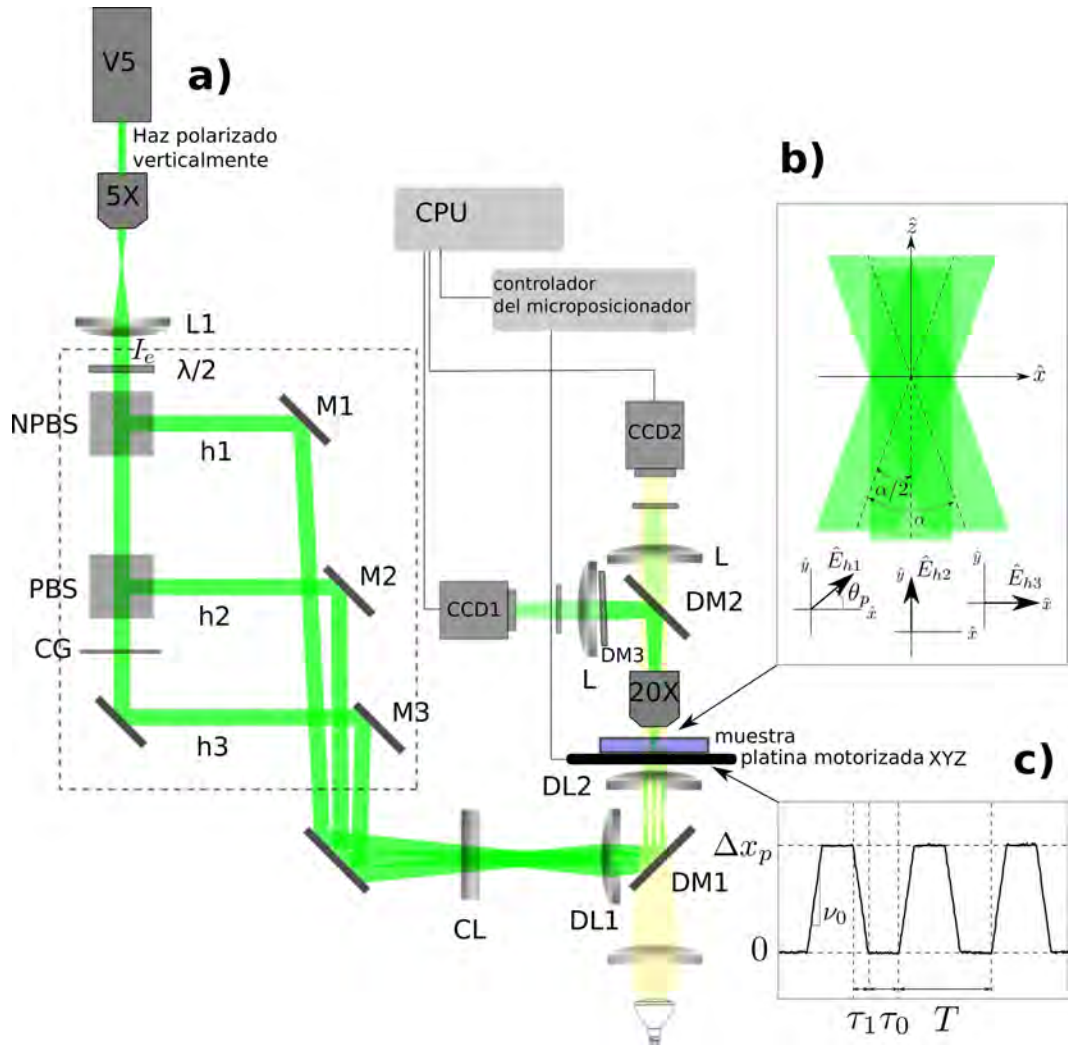


Figura 4.1: (a) Dispositivo utilizado para el estudio de un *ratchet* óptico activado por balanceo: (b) mediante la superposición de tres haces se genera un patrón de intensidad asimétrico, que se traduce en un potencial asimétrico al interactuar con una esfera dieléctrica; (c) el movimiento periódico de la platina introduce una fuerza de arrastre periódica al sistema (ver el texto para más detalles).

donde  $P$  es la potencia total del láser en la muestra. El periodo espacial del patrón resultante es  $\Lambda$ . La diferencia de fase  $\delta_f = 4\pi(x_2 - x_1)/\Lambda$  cuantifica el desplazamiento relativo de los dos patrones de franjas. La posición relativa  $x_2 - x_1$  entre los máximos de intensidad de los dos patrones de franjas es controlada mediante la adición de una fase en el campo eléctrico del haz  $h_3$ , que tiene el efecto de desplazar los máximos de intensidad del patrón de franjas debido a  $h_3$  (patrón con periodo  $\Lambda/2$ ). Este cambio de fase se controla interponiendo un pequeño vidrio de caras planas (CG) en el haz  $h_3$ , de tal manera que al variar el ángulo de este con respecto al haz, de manera controlada, el camino óptico y, por lo tanto, la fase del haz  $h_3$  cambia. El control del ángulo de CG se hace con un microposicionador controlado por computadora. Se puede observar en el perfil de intensidad de la figura 4.2 que la modulación gaussiana a lo largo del eje  $x$ , en la región de interés y bajo cierto margen de error, es despreciable. En general,

se puede despreciar la modulación gaussina a lo largo de  $x$  si el patrón es suficientemente extendido, es decir, si  $w_x \gg (\Lambda, D)$ ; donde  $D$  es el diámetro de la partícula. En el experimento, el patrón tiene una longitud de aproximadamente  $2w_x \approx 1.5 \text{ mm}$ , pero solamente se utilizan aproximadamente  $200 \mu\text{m}$  en la región central y las partículas utilizadas tienen un diámetro a lo más de  $D = 16 \mu\text{m}$ , además el periodo máximo es  $\Lambda = 16 \mu\text{m}$ , así que en la región de interés podemos considerar la intensidad uniforme y deprecia de esta manera la modulación gaussina a lo largo de  $x$ .

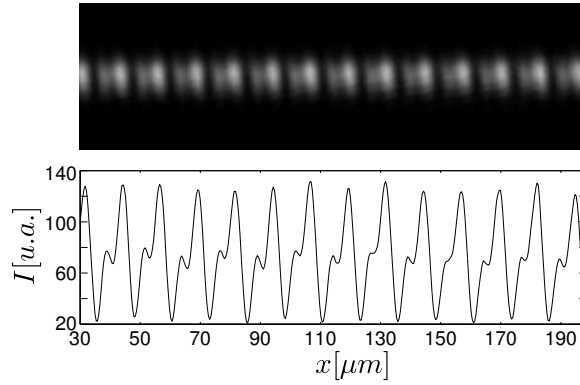


Figura 4.2: Fotografía de la región central de un patrón de intensidad y su respectivo perfil generado con el dispositivo mostrado en la figura 4.1. El periodo espacial es  $\Lambda \sim 12.5 \mu\text{m}$ , la diferencia de fase entre los dos patrones es  $\delta_f \approx \pi/2$  y el ángulo de polarización a la entrada del interferómetro es  $\theta_p = \pi/4$ .

La muestra consiste en una pequeña celda de vidrio que contiene una mezcla diluida de esferas dieléctricas inmersas en agua con diámetros en el rango de  $8\text{--}16 \mu\text{m}$  e índice de refracción  $n_p = 1.56$  (ver el apéndice C para más detalles acerca del procedimiento seguido para la elaboración de las muestras). La platina XYZ nos permite mover la muestra a voluntad y localizar la zona o la partícula de interés. A lo largo del eje  $x$ , esta platina tiene un sistema de posicionamiento de alta precisión controlado por computadora (microposicionador Newport LTA-HS) que permite desplazar a la platina de manera periódica respecto al patrón de luz. Este mecanismo es fundamental para el funcionamiento del sistema *ratchet*, como explicaremos posteriormente. En la figura 4.1(c) se muestra un ejemplo del desplazamiento periódico de la platina a lo largo de  $x$  en función del tiempo. Un ciclo completo es una función en forma de meseta compuesta por cuatro pasos: se desplaza en un sentido una determinada distancia  $\Delta x_p$  a velocidad constante  $\nu_0$  durante un tiempo  $\tau_1$ , luego se queda quieta un tiempo  $\tau_0$ , posteriormente regresa a la posición original a la misma velocidad  $\nu_0$  y finalmente se vuelve a quedar quieta durante otro lapso de tiempo  $\tau_0$ . En términos de la velocidad, el desplazamiento de la platina queda bien caracterizado por la función escalonada de cuatro pasos descrita por

$$\Gamma(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 < t \leq \tau_1 \\ 0 & \text{si } \tau_1 < t \leq \tau_1 + \tau_0 \\ -1 & \text{si } \tau_1 + \tau_0 < t \leq 2\tau_1 + \tau_0 \\ 0 & \text{si } 2\tau_1 + \tau_0 < t \leq T \end{cases}, \quad (4.9)$$

de tal manera que  $\nu_0 \Gamma(t)$  es la velocidad de la platina en función del tiempo. Como veremos en el siguiente capítulo con más detalle, este desplazamiento periódico de la platina se traduce en

una fuerza de arrastre periódica sobre las partículas de la muestra, con una magnitud  $\gamma\nu_0\Gamma(t)$ ; donde  $\gamma$  es el coeficiente de arrastre efectivo de las partículas al moverse respecto al fluido que las circunda.

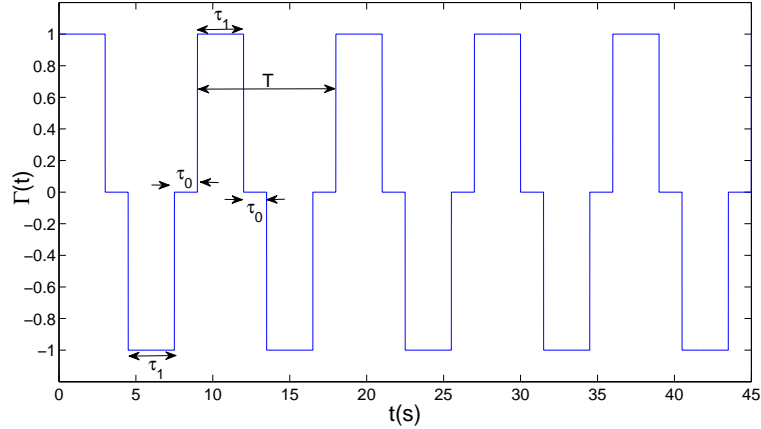


Figura 4.3: Función que modela la dependencia temporal periódica del movimiento de la platina. La velocidad de ésta es entonces  $\nu_0\Gamma(t)$ . En este caso  $\tau_1 = T/3$  y  $\tau_0 = T/6$ .

Finalmente, para monitorear la muestra se utiliza un sistema objetivo-ocular con un campo de visión grande (objetivo  $\times 20$ ,  $NA = 0.4$  y ocular con  $f = 100\text{ mm}$ ) y dos cámaras CCD. La estabilidad y características del patrón se observan con la cámara CCD1, mientras que en la cámara CCD2 se bloquea completamente la luz del láser para poder observar con precisión la posición de la partícula. Por otro lado, las técnicas de microscopía y de adquisición de datos implementadas en el dispositivo, y complementadas con técnicas de análisis de datos (análisis de imágenes y rastreo de partículas), permiten un estudio completo y detallado del sistema.

Al igual que en el experimento descrito en el capítulo anterior, uno de los principales inconvenientes de este experimento es la inestabilidad de la posición de los patrones de interferencia, que es debida a los efectos de dilatación de los componentes mecánicos por la inestabilidad de la temperatura del medio ambiente del laboratorio. Con la intención de resolver este problema, o al menos minimizarlo, se aisló parcialmente todo el área experimental con plástico y la zona de mayor sensibilidad, donde los haces que generan el patrón se encuentran separados (mostrado en el recuadro punteado en la figura 4.1), se cubrió con un caja de acrílico. Además, con la misma intención, se implementó en el laboratorio un aire acondicionado tipo *split*. No obstante todo esto, los experimentos se realizaron en un horario nocturno, durante la madrugada, que se demostró es el horario en el que la temperatura es más estable. De esta manera se logró minimizar la inestabilidad de las franjas durante lapsos de tiempo suficientes para realizar los experimentos sin cambios evidentes de las condiciones experimentales.

El dispositivo descrito permite generar patrones asimétricos de luz de una manera muy versátil, los cuales, como veremos en la siguiente sección, generan un potencial de energía asimétrico al interactuar con esferas dieléctricas. Variando la potencia  $P$ , el ángulo de polarización  $\theta_p$ , el

periodo espacial  $\Lambda$  y la fase  $\delta_f$  del patrón asimétrico es posible modificar su asimetría y, por ende, las propiedades del potencial resultante. Este potencial asimétrico junto con la fuerza de arrastre periódica generada por el movimiento relativo de la platina son los ingredientes fundamentales para la realización experimental del sistema *ratchet* activado por balanceo.

## 4.2. Fuerza óptica en un patrón de luz asimétrico

Del capítulo anterior (cap. 3), sabemos que una partícula en un patrón de franjas de interferencia siente una fuerza conservativa con la misma periodicidad y forma, tipo cosenoidal, del patrón de intensidad, y con una magnitud que depende de manera sensible de la relación entre el diámetro de la partícula y el periodo de las franjas. Dependiendo del cociente entre el periodo y el diámetro, la ubicación de los puntos de equilibrio estable pueden coincidir ya sea con los mínimos de intensidad del patrón de intensidad o con los máximos. Sabemos también que existe una envolvente gaussiana en la fuerza óptica inherente al perfil gaussiano con que se generan los patrones de interferencia, misma que puede ser despreciable en la región de interés si el patrón es suficientemente extendido. Esto es fácil de ver si tomamos como base el modelo de rayos desarrollado en el capítulo anterior (ec. (3.7) con la distribución de intensidad (3.9)), haciendo  $(x_0, R_0)/w_x \rightarrow 0$ . En este caso la modulación gaussiana del patrón de intensidad a lo largo de  $x$  es despreciable y la fuerza de gradiente a lo largo de la periodicidad ( $x$ ) se puede reescribir como:

$$F_g(x_0, y_0) = -\frac{R_0^2}{2c_m} \frac{4P}{\pi w_x w_y} \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} S(\theta) e^{-2y^2/w_y^2} \frac{1}{2} \left( \cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda}x\right) + 1 \right) \cos \varphi d\varphi d\theta. \quad (4.10)$$

con

$$S(\theta) = \left( R \operatorname{sen}(2\theta) - T^2 \frac{\operatorname{sen}(2\theta - 2\theta_t) + R \operatorname{sen}(2\theta)}{1 + R^2 + 2R \cos(2\theta_t)} \right) \operatorname{sen}(2\theta). \quad (4.11)$$

Recordemos que las coordenadas del punto sobre la esfera donde incide el rayo son:  $x = x_0 + R_0 \cos \varphi \operatorname{sen} \theta$ ,  $y = y_0 + R_0 \operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} \theta$ , con  $x_0, y_0$  las coordenadas del centro de la esfera con respecto al sistema de referencia de laboratorio, y  $\varphi$  y  $\theta$  los ángulos azimutal y polar, respectivamente. Al igual que en el problema del capítulo anterior hacemos  $y_0 = 0$ . Sustituyendo  $x$  y  $y$  en 4.10, la fuerza nos queda:

$$F_g(x_0) = -I_1 \cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda}x_0\right) + I_2 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\Lambda}x_0\right) - I_3, \quad (4.12)$$

con

$$I_1 = \frac{PR_0^2}{c_m \pi w_x w_y} \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} S(\theta) e^{-2(R_0 \operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} \theta)^2/w_y^2} \left( \cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda}R_0 \cos \varphi \operatorname{sen} \theta\right) \right) \cos \varphi d\varphi d\theta, \quad (4.13)$$

$$I_2 = \frac{PR_0^2}{c_m \pi w_x w_y} \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} S(\theta) e^{-2(R_0 \operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} \theta)^2/w_y^2} \left( \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\Lambda}R_0 \cos \varphi \operatorname{sen} \theta\right) \right) \cos \varphi d\varphi d\theta, \quad (4.14)$$

$$I_3 = \frac{PR_0^2}{c_m \pi w_x w_y} \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} S(\theta) e^{-2(R_0 \operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} \theta)^2/w_y^2} \cos \varphi d\varphi d\theta. \quad (4.15)$$

Es fácil ver que el integrando de  $I_1$  y  $I_2$  es impar en el dominio  $\varphi \in [0, 2\pi]$ , haciendo un corrimiento de  $\pi$ <sup>3</sup>, por lo que estas integrales son iguales a cero. Esto es cierto también para la aproximación menos estricta:  $w_x \sim x_0$ ,  $w_x \gg R_0$ , solo que en este último caso se mantiene el factor gaussiano  $e^{-2x_0^2/w_x^2}$ . De manera general, podemos expresar la fuerza que siente una partícula en un patrón de franjas de interferencia extendido como:

$$F_1(x; \Lambda, D, P, w_x, w_y, n_p, n_m) = \frac{PQ_\varphi(\Lambda, D, w_x, w_y, n_p, n_m)}{c} \cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda}x - \pi/2\right). \quad (4.16)$$

En este último caso nos estamos olvidando del subíndice de  $x_0$  y estamos tomando a  $x$  por igual. La periodicidad espacial  $\Lambda$  coincide con el periodo espacial del patrón de intensidad y  $Q_\varphi = cF_{max}/P$  es la fuerza óptica adimensional máxima que siente la partícula en el patrón de franjas interferencia con polarización  $\varphi$ ; con  $F_{max} = I_2$  (4.14). Debido al desfazamiento de  $\pi/2$ , la partícula siente una fuerza con mayor magnitud ( $|Q_\varphi|$ ) en los puntos donde el gradiente de intensidad del patrón de luz es máximo, es decir, en el punto intermedio entre los máximos y mínimos de intensidad del patrón de luz. De acuerdo a la definición del patrón de intensidad como un coseno, con un máximo de intensidad en  $x = 0$  (ec. (3.9)), sin pérdida de generalidad escogemos  $Q_\varphi$  como el valor adimensional de la fuerza en  $x = \Lambda/4$ , de tal manera que el signo de  $Q_\varphi$  indique la ubicación de los puntos de equilibrio respecto al patrón de franjas: si  $Q_\varphi > 0$  los puntos de equilibrio se ubican en el mínimo de intensidad, y si  $Q_\varphi < 0$  los puntos de equilibrio se ubican en el máximo de intensidad. Por comodidad, pero respetando estas definiciones, de aquí en adelante definiremos el patrón de intensidad recorrido  $\Lambda/4$  a la derecha, es decir, como un seno, de tal manera que los máximos de la fuerza coincidan con  $x = 0$ . Dado que los parámetros  $w_x$  y  $w_y$ , así como el índice de refracción de la partícula  $n_p$  y del medio  $n_m$ , se mantendrán fijos en el análisis teórico y experimental, por comodidad, igualmente, se omitirá su notación explícita en  $Q_\varphi$ . Para partículas suficientemente grandes ( $D \gg \lambda$ ), como vimos en el capítulo anterior, el factor  $Q_\varphi$  puede ser calculado mediante el modelo de rayos tomando en cuenta la polarización  $\varphi$  del patrón (ver sección 3.1.1).

En general, dos haces o patrones de luz que tienen polarizaciones ortogonales entre sí ejercen una fuerza neta que es el resultado de la suma de las fuerzas individuales que ejerce cada uno de los haces por separado. Esto es fácil de ver en el modelo de rayos (sec. 3.1) debido a que solamente depende de la intensidad del patrón y esta es aditiva en el caso de polarizaciones ortogonales. De esta manera, la fuerza que siente una partícula esférica en un patrón de intensidad dado por la ecuación 4.7, que resulta de la superposición de dos patrones de interferencia con polarizaciones ortogonales y con periodos espaciales  $\Lambda$  y  $\Lambda/2$ , está dada por la suma de las respectivas fuerzas de cada uno de los patrones individuales, que de manera simplificada queda:

$$\boxed{F(x; \Lambda, D) = F_0(\Lambda, D, \theta_p, P) \left[ \cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda}x\right) + K(\Lambda, D, \theta_p) \cos\left(\frac{4\pi}{\Lambda}x - \delta\right) \right]}, \quad (4.17)$$

---

<sup>3</sup>  $e^{-2(R_0 \sin \varphi \sin \theta)^2/w_y^2} \left( \cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda}R_0 \cos \varphi \sin \theta\right) \cos \varphi - e^{-2(R_0 \sin(\varphi+\pi) \sin \theta)^2/w_y^2} \left( \cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda}R_0 \cos(\varphi + \pi) \sin \theta\right) \cos(\varphi + \pi) \right) \right)$

con

$$F_0 = \frac{P \sin^2 \theta_p}{c} |Q_{\perp}(\Lambda, D)| \quad \text{y} \quad (4.18)$$

$$K = \frac{Q_{\parallel}(\Lambda, D)}{\tan^2 \theta_p |Q_{\perp}(\Lambda, D)|}. \quad (4.19)$$

Esta última expresión está definida para  $Q_{\perp} \neq 0$  y  $\theta_p \neq 0$ , en caso contrario la fuerza se reduce trivialmente al caso simétrico tipo cosenoidal (4.16). En el primer término del lado derecho de (4.17) se está despreciando el signo de  $Q_{\perp}$  debido a que solamente introduce un corrimiento de  $x = \Lambda/2$  en la fuerza  $F$  sin producir cambio alguno en su forma. Los coeficientes  $Q_{\parallel}$  y  $Q_{\perp}$ , como vimos en el capítulo anterior, dependen principalmente del periodo espacial del patrón de intensidad ( $\Lambda$ ), del diámetro de la partícula ( $D$ ) y de la polarización del haz incidente definida por  $\theta_p$ . La fase  $\delta$  está relacionada con la diferencia de fase entre los patrones de intensidad (ec. 4.7) por la ecuación  $\delta = \delta_f - \pi/2$ .

El potencial de energía para la superposición de los dos patrones es

$$V(x; \Lambda, D) = -V_0 \left( \sin \left( \frac{2\pi}{\Lambda} x \right) + \frac{K}{2} \sin \left( \frac{4\pi}{\Lambda} x + \delta \right) \right) + cte, \quad (4.20)$$

con  $V_0 = F_0 \Lambda / 2\pi$ .

De esta manera obtenemos un potencial espacial biarmónico, y cuando  $K = 0.5$  y  $\delta = 0$ , coincide con el potencial que ha sido ampliamente utilizado en muchos trabajos teóricos [8, 77]. Como ejemplo, en la figura 4.4 se muestra un bosquejo de la forma de este potencial y su respectiva fuerza cuando  $K = 0.5$  y  $\delta = 0$ ; donde  $F_{max}$  es el valor de la fuerza máxima y  $F_{min}$  es la fuerza mínima. Es evidente que el potencial es asimétrico, ya que  $V(x) \neq V(-x)$ . Una característica importante en la asimetría del potencial es la diferencia de longitudes entre el mínimo y los máximos vecinos  $l_+ \neq l_-$ . Desde el punto de vista de la fuerza, la asimetría se ve claramente al observar la diferencia entre las magnitudes de la fuerza máxima y mínima. Un cambio de signo en  $K$ , en la definición (4.17), conlleva un cambio de orientación o inversión de simetría del potencial o la fuerza: una reflexión respecto al eje  $y$  en el potencial o respecto al eje  $x$  en la fuerza. En la figura 4.5 se muestran varios ejemplos del potencial y la fuerza para diferentes valores de  $K$  y  $\delta$ . Como se puede ver, al menos de manera cualitativa, la forma del potencial y en particular su asimetría dependen de estos parámetros: el potencial puede ser simétrico o asimétrico con diferentes grados de asimetría y con diferentes orientaciones. Existen potenciales que inclusive tienen más de un mínimo a lo largo de un periodo. La asimetría del potencial, como veremos más adelante, es una característica fundamental de un *ratchet* activado por balanceo, pero esta depende de los parámetros  $K$  y  $\delta$ , que a su vez dependen de varios parámetros como  $D$ ,  $\Lambda$  y  $\theta_p$ . Cuantificar el grado de asimetría en el potencial óptico nos permitirá inferir muchas propiedades generales del transporte de un sistema *ratchet* activado por balanceo y cómo intervienen los parámetros experimentales en este. Al analizar las fuerzas ópticas (fig. 4.5) vemos conveniente caracterizar la asimetría a partir de la diferencia de los valores de la fuerza máxima y mínima ( $F_{max}$  y  $F_{min}$ ). Para esto, definimos una cantidad normalizada que nombramos índice de asimetría de la siguiente manera:

$$I_A = \frac{|F_{max}| - |F_{min}|}{\max(|F|)}. \quad (4.21)$$



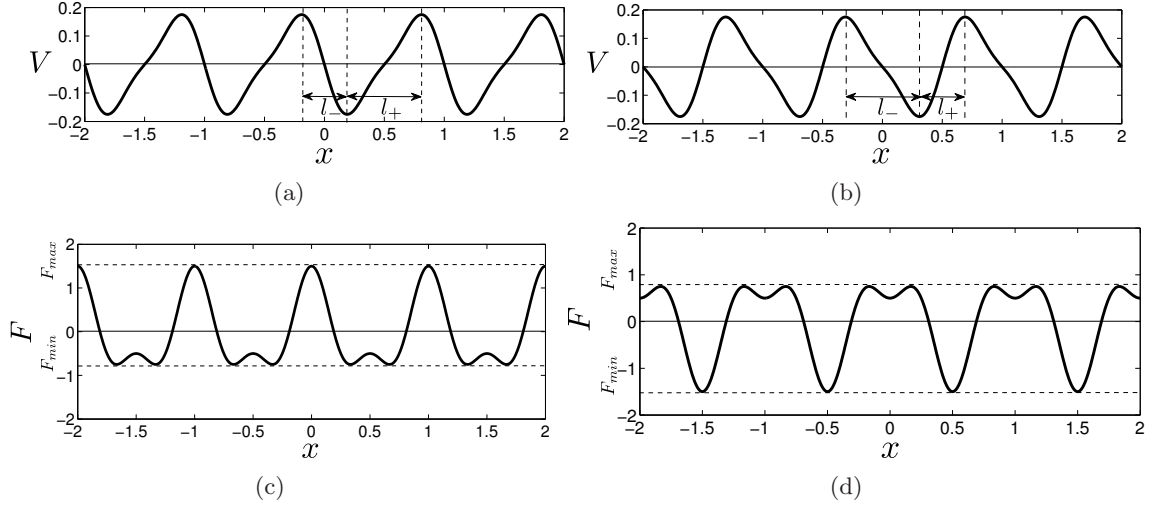


Figura 4.4: Bosquejo del potencial ((a) y (b)) y la fuerza ((c) y (d)) definidos por (4.17) y (4.20) con  $K = 0.5$  y  $\delta = 0$ . En las figuras (a) y (c) el potencial y la fuerza están definidos para  $K$  positivo y en (b) y (d) el signo de  $K$  es negativo.

Así, entre más grande es la magnitud de  $I_A$  mayor es la asimetría del potencial. De manera general, en la figura 4.6(a) se observa la dependencia de  $I_A$  como función de  $K$  y  $\delta$ , mientras que en la figura 4.6(b) se muestra un corte longitudinal ( $I_A$  como función de  $K$ ) para  $\delta = 0$ . Como se puede apreciar, el valor máximo de la asimetría corresponde a  $\delta = (0, \pi)$  y  $K = \pm 0.5$ , lo cual es congruente con los valores utilizados para definir el potencial asimétrico en muchos estudios teóricos realizados con anterioridad. Para  $K < 0$ ,  $I_A$  toma un valor negativo, es decir, el potencial está rotado respecto al eje  $x$ .

En la figura 4.7 vemos la dependencia de  $Q_{\perp}$  y  $Q_{\parallel}$  con el periodo  $\Lambda$  y con el diámetro  $D$  de la partícula calculado con el modelo de rayos. Considerando el valor óptimo en la diferencia de fase ( $\delta = 0$ ) y potencias iguales en ambos patrones ( $\theta_p = \pi/4$ ), en la figura 4.8 vemos el trazo del índice de asimetría  $I_A$  en función del periodo  $\Lambda$  para los diferentes diámetros de partícula. Una partícula de un determinado diámetro, dependiendo del periodo del patrón, puede sentir un potencial asimétrico con orientaciones diferentes, una asimetría óptima  $I_A \sim 0.5$  o un potencial simétrico con  $I_A = 0$ . Para un periodo  $\Lambda$  fijo es posible observar índices de simetría muy diferentes para diámetros de partículas diferentes, inclusive, existen regiones en donde el índice de asimetría de varias partículas tiene signos opuestos. Por ejemplo, una partícula de  $8\mu m$  y una de  $9\mu m$  presentan asimetrías opuestas en  $\Lambda \sim 11\mu m$ . Tomando en cuenta estas propiedades del potencial óptico, en los siguientes capítulos analizaremos algunas propiedades generales de la dinámica de un sistema *ratchet* activado por balanceo.

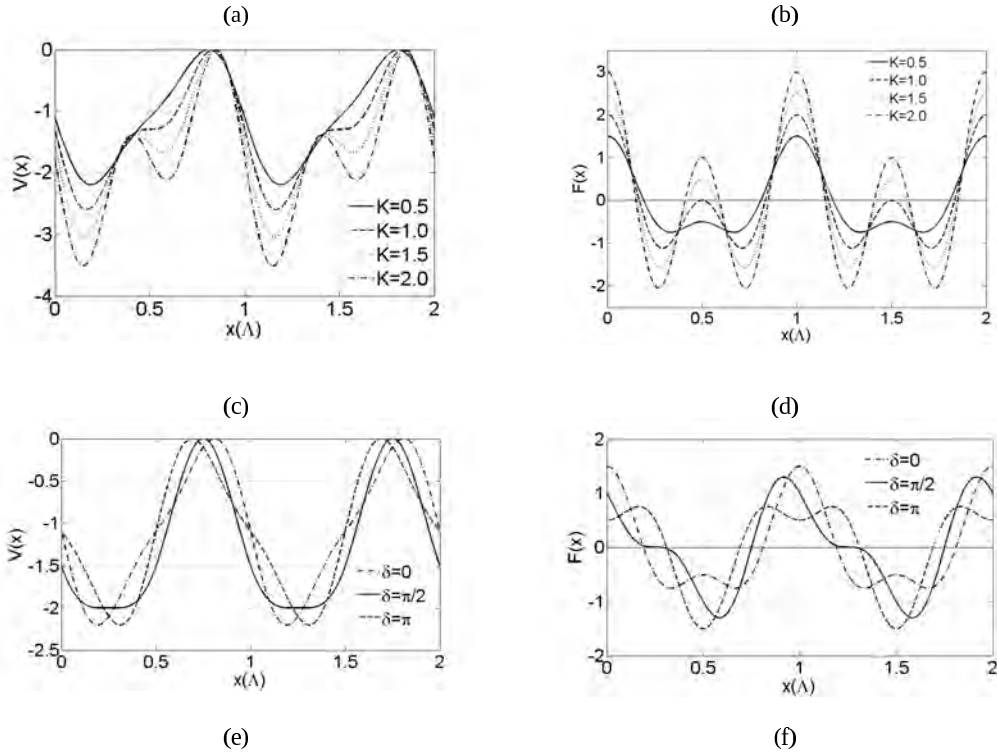


Figura 4.5: Forma del potencial de energía (4.20) y de la fuerza (4.17) para diferentes valores de  $K$  (a) y (b) y para diferentes valores de  $\delta$  (c) y (d). Las unidades del potencial y de la fuerza son arbitrarias.

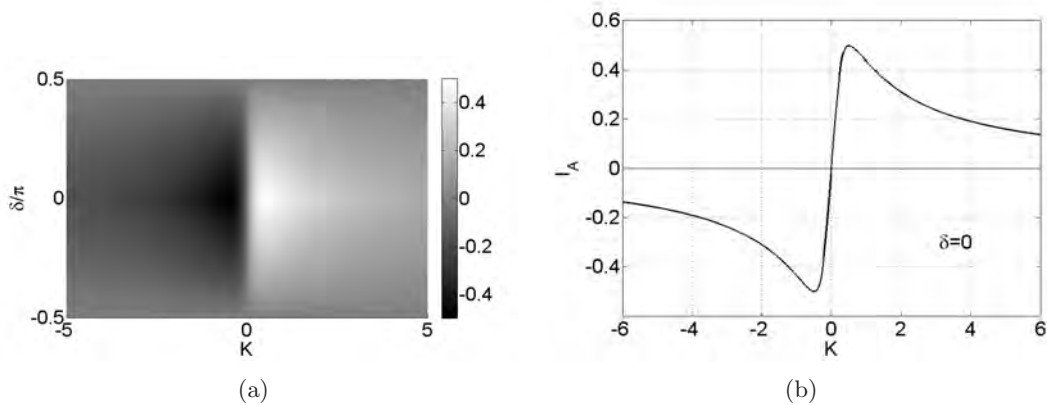


Figura 4.6: (a) Índice de asimetría, definido por (4.21), en función de  $\delta$  y  $K$ . (b) corte longitudinal de  $I_A$  vs  $K$  para  $\delta = 0$ .

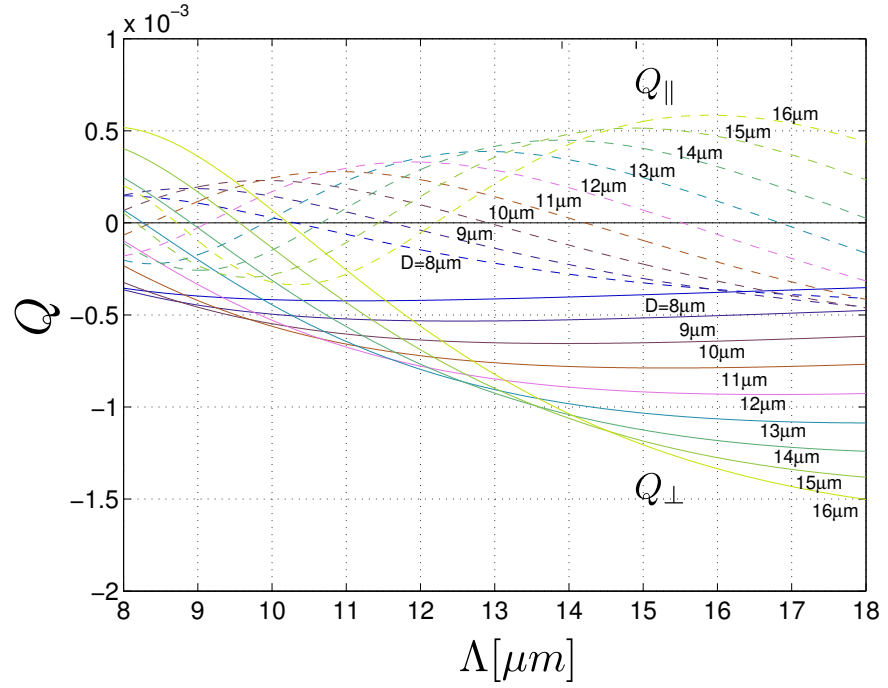


Figura 4.7: Fuerza óptica máxima normalizada de una partícula en un patrón de franjas de interferencia. Las curvas correspondientes a  $Q_{\parallel}$ , líneas discontinuas, representan la fuerza máxima que siente una partícula con diámetro  $D$  en un patrón de franjas de interferencia con periodo  $\Lambda/2$  y polarización paralela al eje de la periodicidad del patrón de intensidad (eje  $x$ ), mientras que las curvas correspondientes a  $Q_{\perp}$  representan la fuerza para un patrón con periodo  $\Lambda$  y polarización perpendicular al eje del patrón. Estos datos fueron calculados con el modelo de rayos (ecs. (3.7) y (3.9)) considerando que la partícula siente la fuerza máxima, para patrones extendidos, muy cerca a  $x = \Lambda/4$ . El signo de  $Q_{\varphi}$  indica la posición del mínimo de potencial respecto del patrón de franjas: si  $Q_{\varphi} > 0$  los puntos de equilibrio se ubican en el mínimo de intensidad, y si  $Q_{\varphi} < 0$  los puntos de equilibrio se ubican en el máximo de intensidad.

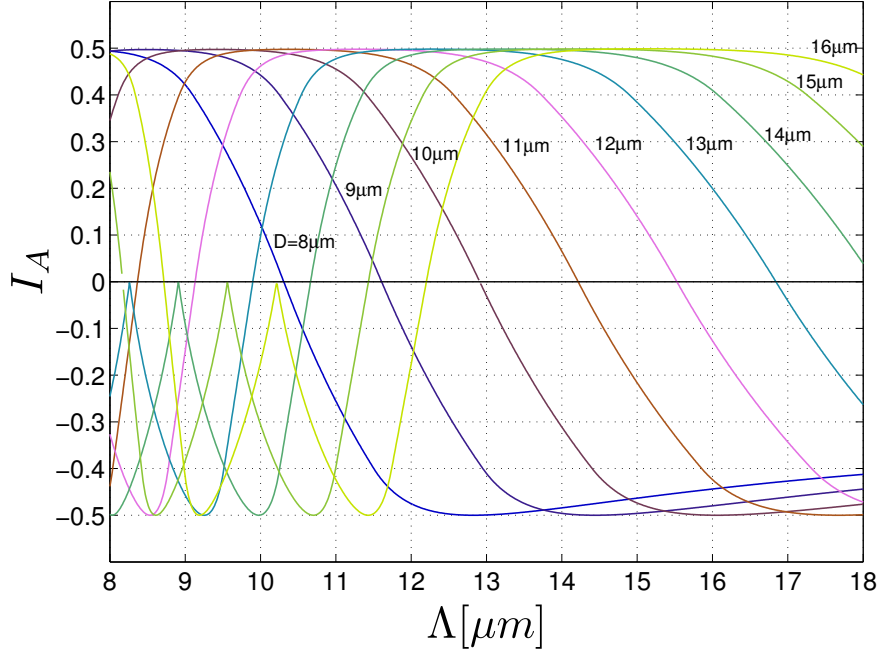


Figura 4.8: Índice de asimetría (ec. (4.7)) con  $\delta = 0$  y  $\theta_p = \pi/4$  correspondiente a los datos de la figura 4.7.

### 4.3. *Ratchet* activado por balanceo

#### 4.3.1. Modelo teórico

El sistema más simple de un *ratchet* activado por balanceo consiste en una partícula en un potencial periódico asimétrico bajo la acción de una fuerza temporal de promedio cero. En nuestro caso, el sistema consiste en una esfera dieléctrica microscópica sometida a un potencial óptico asimétrico periódico (4.20) y a una fuerza de arrastre periódica dependiente del tiempo. La fuerza de arrastre es generada por el movimiento relativo de la muestra (platina) respecto al patrón estático. La partícula se encuentra inmersa en agua a temperatura ambiente. Al igual que el experimento del capítulo anterior, el diámetro de la partícula y la viscosidad del fluido son tales que la dinámica del sistema se puede considerar en un régimen sobreamortiguado y determinista. En estas condiciones, la velocidad de la partícula en función del tiempo,  $\dot{x}(t)$ , queda expresada matemáticamente por

$$\boxed{\gamma \dot{x}(t) = -\partial_x V(x) + F_{ext}(t)}, \quad (4.22)$$

donde  $-\partial_x V(x)$  es la fuerza óptica. El coeficiente de arrastre efectivo está dado por  $\gamma$ . El movimiento periódico de la platina a una velocidad  $\nu_0$  (ver la sección 4.1 para más detalles) genera una fuerza de arrastre dependiente del tiempo dada por  $F_{ext}(t) = \gamma \nu_0 \Gamma(t)$ , donde la función  $\Gamma(t)$  está descrita por una función escalonada de cuatro pasos dada por la ecuación (4.9) (fig. 4.3). Es importante enfatizar que esto es solamente cierto para el caso donde los términos inerciales del sistema son despreciables, incluyendo los términos inerciales de la partícula en el fluido y del fluido dentro de la muestra. Como se mencionó en el capítulo anterior, dada la viscosidad del fluido y debido a las velocidades pequeñas, nuestro sistema cumple con estas

condiciones de manera terminante.

Como ejemplo del mecanismo de rectificación, en la figura 4.9 se muestra esquemáticamente una secuencia de los cuatro pasos de la fuerza externa en un periodo completo  $T$ . Como vimos en la sección 2.2, debido a la asimetría del potencial, mostrado en gris, la partícula puede escapar más fácilmente hacia la derecha (fig. 4.9(a)) que hacia la izquierda (fig. 4.9(c)) cuando la fuerza externa actúa en estos sentidos. Durante el lapso de tiempo  $\tau_0$ , cuando la fuerza externa es cero (figs. 4.9(b) y 4.9(c)), la partícula es arrastrada por la fuerza óptica hacia el mínimo de potencial más cercano. Así, si el tiempo  $\tau_0$  es suficientemente grande, la partícula siempre alcanzará o se aproximará mucho a un mínimo de potencial durante este lapso de tiempo donde la fuerza externa es nula. Bajo estas condiciones, después de  $N$  ciclos la partícula se habrá desplazado un determinado número de periodos espaciales. Debido al efecto físico que tiene la fuerza externa durante los intervalos de tiempo  $\tau_1$  y  $\tau_0$ , frecuentemente a lo largo de este texto nos referiremos a  $\tau_1$  como el tiempo de activación y  $\tau_0$  como al tiempo de apagado.

En general, la dinámica de la partícula va a depender de manera sensible del acoplamiento entre la fuerza de arrastre ( $\gamma\nu_0\Gamma(t)$ ) y la fuerza óptica ( $-\partial_x V(x)$ ). Por un lado, la fuerza de arrastre depende de la velocidad, del diámetro de la partícula y de los tiempos  $\tau_0$  y  $\tau_1$  que caracterizan a  $\Gamma(t)$  y, por otro lado, la fuerza óptica depende del diámetro de la partícula ( $D$ ), del periodo espacial de la fuerza asimétrica ( $\Lambda$ ), de la fase  $\delta$ , del índice de refracción de la partícula ( $n_p$ ), etc. El esquema mostrado en la figura 4.9 es solamente un ejemplo del proceso de rectificación, no obstante, al menos desde el punto de vista cualitativo, basta para entender gran parte de la fenomenología que presentaremos en este capítulo. En este ejemplo estamos suponiendo que la magnitud de la fuerza externa es mayor a la fuerza mínima del potencial y menor a la fuerza máxima. En estas condiciones la partícula avanza en el sentido hacia donde la barrera del potencial tiene menor pendiente (hacia la derecha en el ejemplo), es decir, hacia donde el potencial opone menor fuerza. Así, el sentido de la corriente está determinado por la orientación del potencial. Como veremos en el siguiente capítulo, que la dirección de la corriente esté determinada por la orientación de la asimetría del potencial se cumple casi siempre, pero existen casos en donde esto no es así de

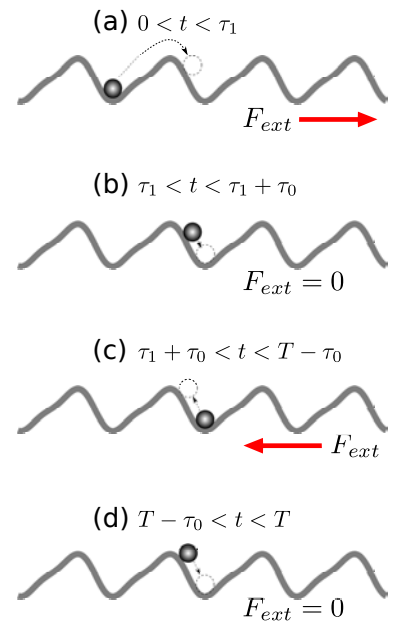


Figura 4.9: Esquema del efecto de rectificación en un *ratchet* óptico activado por balanceo. En este ejemplo estamos considerando que la fuerza externa tiene una magnitud mayor a la fuerza mínima del potencial ( $F_{min}$ ) y menor que la fuerza máxima ( $F_{max}$ ). Además estamos considerando que el tiempo en el que actúa la fuerza externa ( $\tau_1$ ) es suficientemente grande para que la partícula rebese la barrera de potencial a su derecha. La fuerza externa está dada por la ecuación (4.9) (fig. 4.3). Si el tiempo  $\tau_0$  es muy grande, la partícula siempre cae o se aproxima mucho al mínimo de potencial más cercano después de cada activación.

---

simple. Debido al tiempo de apagado  $\tau_0$  en nuestro sistema, es posible, bajo cierta combinación de parámetros, que la corriente sea en dirección contraria a la determinada solamente por la orientación del potencial.

Como vimos en la sección anterior, la asimetría del potencial puede ser opuesta (índices de asimetría con magnitudes iguales y signos diferentes) para dos partículas con diámetros diferentes. Así, por lo dicho anteriormente, las partículas en un mismo patrón asimétrico con índices de asimetría opuestos tendrán comportamientos muy diferentes donde, inclusive, puede darse el caso que el desplazamiento sea en direcciones opuestas. En la siguiente sección presentamos algunos resultados experimentales que demuestran este último caso. El estudio general, tanto teórico como experimental, de la ecuación 4.22 se reservará para el siguiente capítulo.

#### 4.4. Demostración experimental del efecto *ratchet* en un sistema óptico

Entonces, con el experimento descrito en la sección 4.1 (fig. 4.1) es posible generar un *ratchet* activado por balanceo. El potencial asimétrico es generado mediante un patrón de luz asimétrico y la fuerza externa periódica es generada moviendo de manera controlada la platina. Experimentalmente, la forma y periodicidad del patrón asimétrico se sintonizan variando el ángulo de polarización  $\theta_p$ , la posición y ángulo de los espejos M1, M2 y M3 y el ángulo del vidrio plano CG. Con  $\theta_p$  se sintonizan las potencias relativas de ambos patrones; si  $\theta_p = \pi/4$  ambos patrones tienen la misma potencia. Con la posición de M1, M2 y M3 se controla el ángulo de incidencia de los tres haces en la muestra ( $\alpha$ ) y por ende el periodo del patrón ( $\Lambda = \lambda/2 \sin(\alpha/2)$ ). Con el ángulo de CG se controla la fase relativa entre los patrones ( $\delta_f$ ) y con esto la posición relativa entre ellos. En estos experimentos siempre se utilizaron partículas de borosilicato ( $n_p = 1,56$ ) inmersas en agua a temperatura ambiente ( $n_m = 1$ ). Debido a la dispersión en el diámetro de las partículas de aproximadamente 10%, una muestra con partículas con diámetro nominal de  $14.5 \mu m$  contiene partículas en el rango  $13\text{--}16 \mu m$ , así que generalmente, una vez montada la muestra, se hacía un refinamiento en la selección de la partícula, procurando que tuviera el diámetro deseado y que no hubiera partículas cercanas que pudieran estorbar a la hora de echar a andar el experimento (ver el apéndice C para más detalles sobre la elaboración de las muestras y el apéndice B para más detalles sobre el procedimiento experimental).

El primer caso que se abordó experimentalmente fue la demostración del proceso de rectificación (efecto *ratchet*). Para esto se utilizó una partícula grande de diámetro  $D = (14.4 \pm 0.3) \mu m$ . Probando con varios periodos del potencial asimétrico y con varias potencias, se encontró que el proceso de rectificación era bastante robusto cuando el periodo era cercano a  $\Lambda \approx 15 \mu m$  y las potencias en ambos patrones eran iguales ( $\theta_p = \pi/4$ ), y además la fase tomaba los valores  $\delta_f \sim -\pi/2, \pi/2$ . Estas observaciones cualitativas están en correspondencia con el comportamiento de las magnitudes máximas de las fuerzas que definen el potencial (fig. 4.7) y de la asimetría del potencial (fig. 4.8). Según la figura 4.8 una partícula de diámetro  $\sim 15 \mu m$  tiene un índice de asimetría óptimo alrededor de  $\Lambda \approx 15 \mu m$ . Existen otros puntos de asimetría óptimos alrededor de  $\Lambda \approx 8.7$  y  $10.8 \mu m$ , pero en estos casos se necesita de aproximadamente

el doble de potencia como se puede ver al comparar las magnitudes de las fuerzas ( $Q$ ) en la figura 4.7 para un patrón con una potencia dada.

Tomando en cuenta esto, se procedió a hacer el experimento con valores cercanos a los óptimos. En la figura 4.10 se muestra la trayectoria experimental,  $x(t)$ , de una partícula de diámetro  $D = (14.4 \pm 0.3) \mu m$  en un patrón con periodo  $\Lambda = (15.3 \pm 1) \mu m$ ,  $\theta_p = \pi/4$  y  $P = (1.25 \pm 0.05) W$ . La dirección de la corriente es controlada a voluntad variando la orientación de la asimetría del patrón de luz al modificar la fase  $\delta_f$  entre los valores  $-\pi/2$  y  $\pi/2$ . En los recuadros se muestra el perfil de intensidad del patrón de luz correspondiente a cada uno de los intervalos señalados: a, b, c y d. En el pie de figura se detallan las características del patrón de intensidad en cada región de la trayectoria. Cuando el patrón es simétrico,  $\delta_f = 0$ , (intervalo (a) en fig. 4.10) la partícula siente un potencial de energía simétrico, por lo tanto la partícula no avanza sino que solamente oscila en torno al mínimo de potencial de acuerdo a la fuerza de arrastre periódica. Al romper la simetría, cambiando la fase  $\delta_f$  ( $\delta_f \approx \pi/2$ ), la partícula empieza a desplazarse en sentido positivo un periodo por cada ciclo temporal (intervalos (b) y (d) en fig. 4.10). El sentido del desplazamiento es opuesto cuando invertimos la asimetría del patrón de luz ( $\delta_f \approx -\pi/2$ ) (intervalo (c) en fig. 4.10).

Como vimos en la sección anterior, la forma y magnitud del potencial efectivo depende sensiblemente del diámetro de la partícula, tanto que inclusive la orientación de la asimetría puede ser opuesta. En las figuras 4.11 y 4.12 se muestra el desplazamiento opuesto simultaneo que sufren dos partículas con diámetros diferentes ( $D = (9.4 \pm 0.3) \mu m$  y  $D = (12.0 \pm 0.3) \mu m$ ) por el efecto *ratchet*. Cada una de las partículas es colocada en puntos opuestos del patrón, de tal manera que al sintonizar experimentalmente la asimetría óptima de acuerdo a las condiciones experimentales, las partículas se empiezan a desplazar en sentidos opuestos por el efecto de la asimetría opuesta del potencial efectivo de cada una de las partículas. En los recuadros se muestran el potencial para cada una de las partículas calculado con el modelo de rayos; se puede observar la orientación opuesta de la asimetría del potencial. Aproximadamente después de nueve ciclos, las partículas se encuentran de frente, alrededor del centro del patrón de luz. Al cambiar la asimetría del patrón de luz, cambiando  $\delta_f$ , las partículas se empiezan a desplazar en sentidos opuestos alejándose una de la otra hacia los extremos del patrón. En la figura 4.12 se muestra una secuencia de fotos tomadas con intervalos de tiempo correspondientes a cada ciclo de la partícula rastreada en la figura 4.11.

## 4.5. Conclusiones

Utilizando técnicas interferométricas en un sistema de micromanipulación óptica, se demostró tanto teórica como experimentalmente la generación de un potencial asimétrico periódico. En términos generales, este potencial asimétrico se puede expresar como la suma de los dos primeros armónicos impares, como se ha definido en trabajos teóricos previos de *ratchets* [2, 8]. Además, este potencial puede ser modificado en tiempo real, casi de manera arbitraria, cambiando los parámetros de control que lo definen experimentalmente. De la misma manera, se demuestra la dependencia de la magnitud y orientación de la asimetría del potencial con el diámetro de la partícula y el periodo espacial del patrón de luz. La dinámica completa del sistema *ratchet* está determinada por el modelo (4.22), donde intervienen tanto el potencial óptico asimétrico como la fuerza externa. En el siguiente capítulo se analizará con detalle el

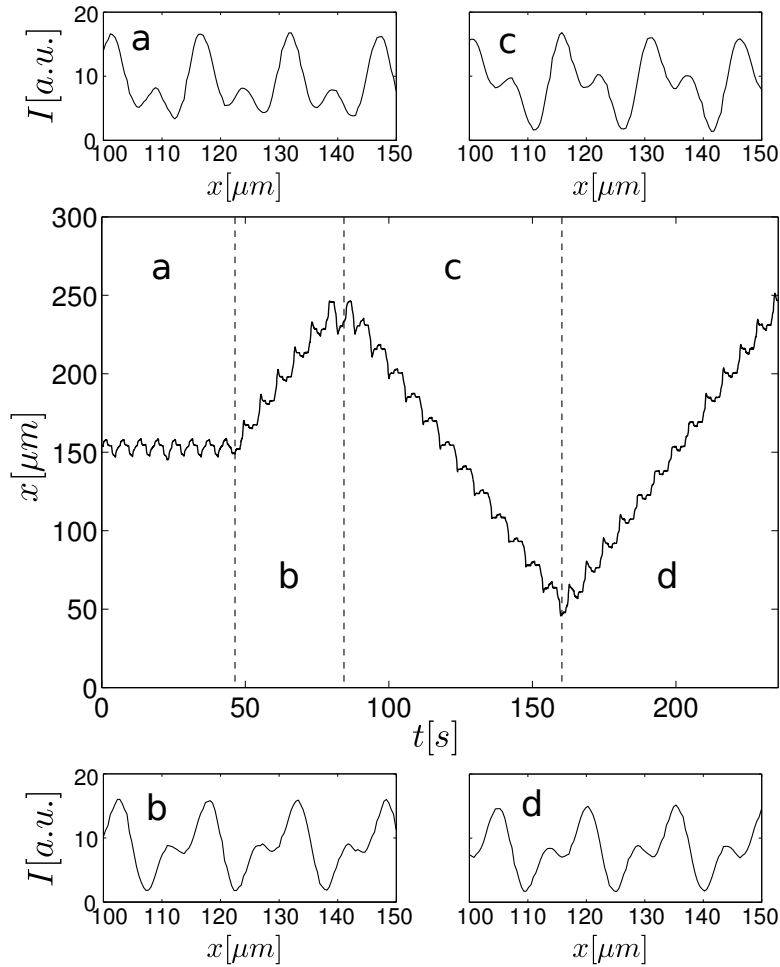


Figura 4.10: Rectificación y control del desplazamiento de una partícula de diámetro  $D = (14.4 \pm 0.3) \mu\text{m}$  en un *ratchet* óptico activado por balanceo. En los recuadros superiores e inferiores se muestra la intensidad del patrón asimétrico obtenida a partir del perfil del patrón en la CCD1. El periodo del patrón asimétrico es  $\Lambda = (15.3 \pm 1) \mu\text{m}$  con  $\theta_p = \pi/4$  y  $P = (1.25 \pm 0.05) W$ . La fase del patrón asimétrico en cada intervalo temporal es aproximadamente: a)  $\delta_f \approx 0$ , b)  $\delta_f \approx \pi/2$ , c)  $\delta_f \approx -\pi/2$  y d)  $\delta_f \approx \pi/2$ . La velocidad de la platina es  $\nu_0 = 18.8 \pm 0.5 \mu\text{m/s}$ ,  $\tau_1 = (2.03 \pm 0.05) \text{s}$ ,  $\tau_0 = (2.00 \pm 0.05) \text{s}$ .

comportamiento del sistema tomando en cuenta tanto los parámetros involucrados en el potencial asimétrico tratados en este capítulo como los parámetros que intervienen en la fuerza externa dependiente del tiempo:  $\nu_0$ ,  $\tau_1$  y  $\tau_0$ .

Utilizando estas propiedades del potencial, en este capítulo se mostró también la posibilidad de transportar partículas microscópicas con un *ratchet* activado por balanceo determinista. Se demostró la posibilidad de controlar el sentido del transporte de una partícula variando en tiempo real la fase de uno de los haces que generan el patrón de luz asimétrico. Asimismo, debido a la dependencia del potencial óptico con el diámetro de las partículas, se demostró experimentalmente la posibilidad de mover al mismo tiempo en direcciones opuestas a dos partículas con diferentes diámetros.



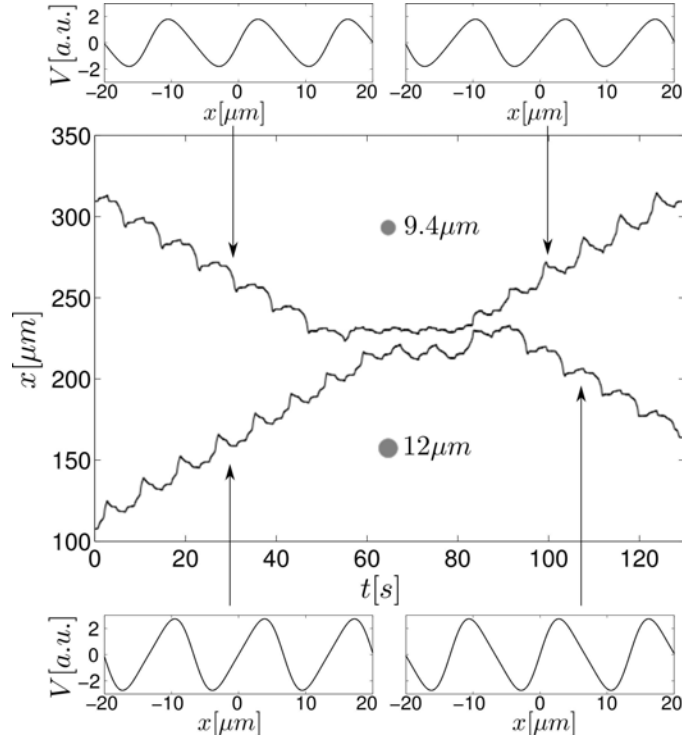


Figura 4.11: Rectificación del movimiento de dos partículas con diámetros  $D = (9.4 \pm 0.3) \mu m$  y  $D = (12.0 \pm 0.3) \mu m$ . El periodo del patrón asimétrico es  $\Lambda = (13.4 \pm 0.1) \mu m$  con  $\theta_p = 0$  y  $P = (1.67 \pm 0.05) W$ . En los recuadros se muestra el potencial teórico calculado con el modelo de rayos. La fase del patrón de luz es aproximadamente  $\delta_f = -\pi/2$  ( $\delta = \pi$ ) para las trayectorias entre  $t = 0$  y  $t = 60s$ , mientras que  $\delta_f = \pi/2$  ( $\delta = 0$ ) para  $t = 80-130s$ . La velocidad de la platina es  $\nu_0 = 11.3 \pm 0.4 \mu m/s$ ,  $\tau_1 = (1.03 \pm 0.05) s$ ,  $\tau_0 = (1.6 \pm 0.05) s$ .

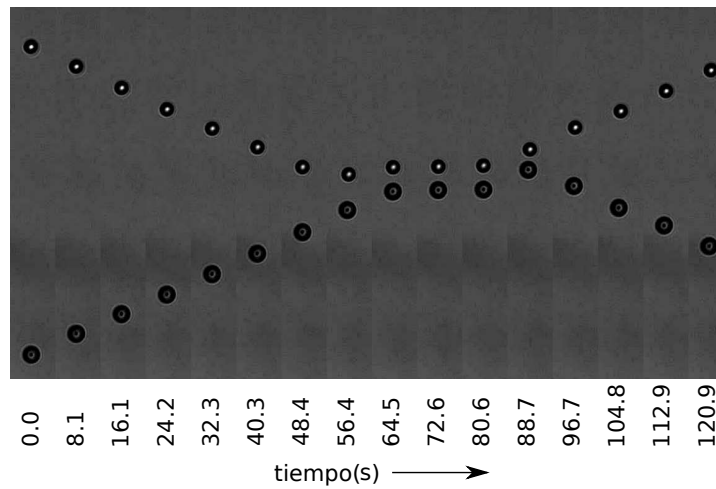


Figura 4.12: Secuencia de fotografías correspondientes a las trayectorias mostradas en la figura 4.11.

---



## Capítulo 5

# Dinámica general de un *ratchet* activado por balanceo

En el capítulo anterior se mostró una descripción detallada del arreglo experimental y los parámetros involucrados para la generación de un *ratchet* activado por balanceo. De acuerdo al modelo matemático del sistema (ec. (4.22)), la dinámica de éste depende de un balance detallado de los parámetros del potencial asimétrico y de la fuerza externa dependiente del tiempo. En el capítulo anterior se puso especial énfasis en la descripción del potencial óptico. En este capítulo se analizará de manera general la dinámica del sistema considerando las características de la fuerza externa dependiente del tiempo.

Los estudios hasta ahora realizados, principalmente teóricos, de *ratchets* activados por balanceo consideran funciones armónicas o funciones tipo escalón de dos pasos para describir la fuerza externa, que están caracterizadas a lo más por dos parámetros: frecuencia temporal y magnitud. La fuerza externa dependiente del tiempo involucrada en nuestro sistema es una función tipo escalón de cuatro pasos (ec. (4.9) y fig. 4.3), caracterizada por el tiempo que denominamos de activación  $\tau_1$ , por el tiempo de apagado  $\tau_0$  y por la magnitud de la fuerza que es el producto de la velocidad  $\nu_0$  y el coeficiente de arrastre  $\gamma$ . Este sistema, a diferencia de los estudiados anteriormente, considera el parámetro extra  $\tau_0$ , que como veremos en este capítulo juega un papel muy relevante en la dinámica del sistema. El resultado más importante de este análisis es que al introducir este parámetro ( $\tau_0$ ) en la dinámica se abre la posibilidad de obtener inversiones de corriente al aumentar la magnitud de la fuerza externa.

Con la finalidad de hacer el estudio teórico lo más general posible y dilucidar de manera nítida la influencia de los diferentes parámetros, el modelo dinámico (ec. (4.22)) se reescribe en términos de variables adimensionales. El parámetro de mayor interés que caracteriza al sistema es la corriente, que se define de manera general como el desplazamiento por unidad de tiempo. Esta variable es graficada en un diagrama como función de la magnitud de la fuerza de arrastre y del tiempo de activación  $\tau_1$ . Finalmente, se presenta la comparación entre los resultados teóricos y experimentales.

## 5.1. Modelo adimensional

Como se demostró en el capítulo anterior (sec. 4.3.1), el modelo que describe teóricamente al sistema es

$$\boxed{\gamma \dot{x}(t) = -\partial_x V(x) + F_{ext}(t)}, \quad (5.1)$$

donde  $\gamma$  es el coeficiente de fricción efectivo,  $-\partial_x V(x)$  es la fuerza óptica debida al patrón de luz asimétrico, con  $V(x)$  el potencial óptico.  $F_{ext}(t) = \gamma \nu_0 \Gamma(t)$  es una fuerza de arrastre o de fricción periódica debida al movimiento relativo del fluido y la partícula, con  $\Gamma(t)$  una función escalonada de cuatro pasos de periodo  $T = 2\tau_1 + 2\tau_0$  dada por la ecuación (4.9).

La fuerza óptica está definida por la fuerza debida a la superposición de dos patrones de franjas de interferencia con periodos  $\Lambda$  y  $\Lambda/2$ , es decir, de manera general

$$\boxed{-\partial_x V(x) = F_0 \left( \cos \left( \frac{2\pi}{\Lambda} x \right) + K \cos \left( \frac{4\pi}{\Lambda} x + \delta \right) \right)}, \quad (5.2)$$

con

$$F_0 = \frac{P \operatorname{sen}^2 \theta_p}{c} |Q_{\perp}(\Lambda, D)| \quad y \quad (5.3)$$

$$K = \frac{Q_{\parallel}(\Lambda, D)}{\tan^2 \theta_p |Q_{\perp}(\Lambda, D)|}. \quad (5.4)$$

Los parámetros  $F_0$  y  $K$  están expresados en términos de la potencia del laser en la muestra  $P$ , del periodo  $\Lambda$ , del ángulo  $\theta_p$  y del diámetro de la partícula. La fase  $\delta$  está relacionada con diferencia de fase de los patrones de interferencia por  $\delta = \delta_f - \pi/2$ . Entonces, el potencial es

$$V(x) = -V_0 \left( \sin \left( \frac{2\pi}{\Lambda} x \right) + \frac{K}{2} \sin \left( \frac{4\pi}{\Lambda} x + \delta \right) \right), \quad (5.5)$$

Con  $V_0 = F_0 \Lambda / 2\pi$ . Para un estudio general, desde el punto de vista teórico, hacemos adimensional la ecuación (5.1) mediante los siguientes cambios de variables:

$$\begin{aligned} \tilde{x} &= \frac{x}{\Lambda}, \\ \tilde{t} &= \frac{F_0}{\gamma \Lambda} t, \\ \tilde{\tau} &= \frac{F_0}{\gamma \Lambda} \tau, \\ \tilde{\nu} &= \frac{\gamma}{F_0} \nu_0. \end{aligned} \quad (5.6)$$

Eliminando las tildes en la notación, el modelo lo reescribimos de la siguiente manera:

$$\boxed{\dot{x} = -\partial_x V(x) + \nu \Gamma(t)}, \quad (5.7)$$

con la fuerza y el potencial óptico adimensionales definidos por:

$$\begin{aligned} V(x) &= -1/2\pi (\sin(2\pi x) + K/2 \sin(4\pi x + \delta)), \\ -\partial_x V(x) &= \cos(2\pi x) + K \cos(4\pi x + \delta). \end{aligned}$$

La mayoría de los resultados presentados en este capítulo están restringidos al valor de la fase que optimiza la asimetría ( $\delta = 0, \pi$ ) (sec. 4.2, Fig. 4.6) y a valores de  $K$  tales que el potencial presente solamente un mínimo ( $0 < K < 1$ ). El valor óptimo del potencial en función de  $K$  está en  $K = \pm 0.5$ .

El parámetro de estudio de mayor interés es el desplazamiento neto por unidad de tiempo en el régimen estacionario, o corriente promedio, que de manera general en el régimen determinista se define como:

$$J = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{x(t)}{t}, \quad (5.8)$$

o de manera adimensional:

$$J_N = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{x(t)T}{t\Lambda}. \quad (5.9)$$

El desplazamiento total  $x(t)$  en el límite cuando  $t \rightarrow \infty$  lo podemos expresar en términos de la suma de las contribuciones individuales de cada ciclo temporal  $T$ , así

$$J_N = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x(nT)T}{nT\Lambda} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{\Lambda n}. \quad (5.10)$$

donde

$$x(t) \approx x(nT) = x_n = x_0 + \Delta x_1 + \Delta x_2 + \dots + \Delta x_n, \quad (5.11)$$

con  $x_0$  la posición inicial, que para fines prácticos haremos  $x_0 = 0$ .  $\Delta x_i$  es el desplazamiento provocado por el ciclo  $i$  de la fuerza externa  $F_{ext}$ . Cada ciclo temporal está compuesto por una serie de cuatro pasos (ecuación 4.9).

En la figura 5.1 se retoma el esquema presentado en el capítulo anterior que muestra un ejemplo del proceso de rectificación del sistema (5.1) para un ciclo completo de duración  $T$  de la  $i$ -ésima activación de  $F_{ext} = \nu\Gamma(t)$ . En el tiempo  $t = 0$  la partícula está en un mínimo de potencial ( $x_{i-1}$ ), posteriormente, durante un tiempo  $\tau_1$  actúa una fuerza de arrastre constante  $F_{ext}$  en sentido positivo, llevando a la partícula a una posición  $x_{i-1} + \delta x_i^a$ . Durante el tiempo de apagado  $\tau_0$ , la partícula es arrastrada por la fuerza del potencial óptico hacia el mínimo de potencial más cercano, llegando a la posición  $x_{i-1} + \delta x_i^a + \delta x_i^b$ . Posteriormente, la activación es hacia la izquierda, alcanzando la partícula un posición  $x_{i-1} + \delta x_i^a + \delta x_i^b + \delta x_i^c$ , para finalmente, después de  $\tau_0$  alcanzar la posición

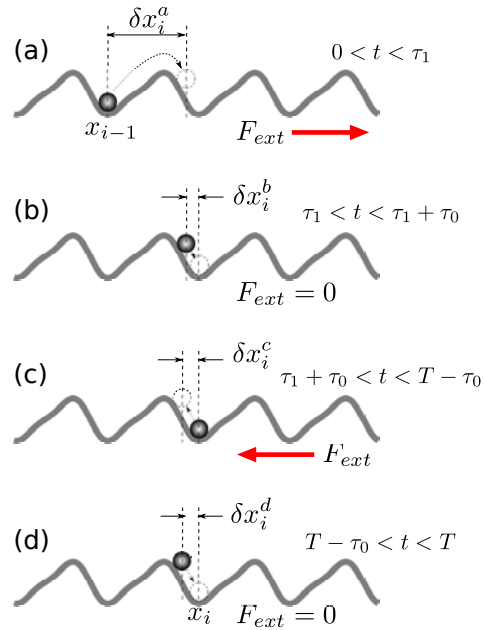


Figura 5.1: Esquema del efecto de rectificación en un *ratchet* óptico activado por balanceo considerando el efecto del tiempo de apagado  $\tau_0$  durante el que la fuerza externa es nula (fig. 4.3). Si el tiempo  $\tau_0$  es muy grande, la partícula siempre cae al mínimo de potencial más próximo después de cada activación.

final  $x_{i-1} + \delta x_i^a + \delta x_i^b + \delta x_i^c + \delta x_i^d$ . En la figura 5.1, la magnitud de la fuerza externa es mayor que el mínimo de la fuerza óptica, y el tiempo de activación  $\tau_1$  es lo suficientemente grande para que la partícula pueda rebasar la barrera de potencial a la izquierda. Pero cuando la fuerza es en sentido negativo la magnitud de la fuerza externa o el tiempo de activación no son suficientemente grandes para que la partícula rebese la barrera con la fuerza máxima. También en este caso, el tiempo de apagado es lo suficientemente grande para que la partícula pueda alcanzar o acercarse mucho al mínimo de potencial más cercano después de cada activación. En general, el proceso de rectificación (magnitud y sentido de la corriente) dependerá de la fuerza relativa entre la magnitud de la fuerza externa  $\nu$  y el mínimo y máximo de la fuerza óptica, así como de los tiempos  $\tau_1$  y  $\tau_0$ .

Si el tiempo  $\tau_0$ , durante el que solamente actúa el potencial  $V(x)$ , es suficientemente grande como para que al final de este lapso la partícula encuentre una posición de equilibrio en el potencial, en cada activación la posición inicial de la partícula corresponderá aproximadamente a un mínimo de potencial. Así, después de un ciclo completo  $T$ , la partícula avanzará en sentido positivo o negativo un número entero de periodos, o no avanzará, localizándose siempre muy cerca del mínimo de potencial, y repitiéndose un comportamiento muy parecido para los subsiguientes ciclos. Las contribuciones  $\Delta x_i$  al desplazamiento neto serán aproximadamente iguales, i.e.,  $\Delta x_i \approx \Delta x_j = \Delta x$ . En este caso

$$x_n \approx n\Delta x, \quad (5.12)$$

y

$$J_N = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{\Lambda n} \approx \frac{\Delta x}{\Lambda}. \quad (5.13)$$

En estas condiciones, el desplazamiento por unidad de tiempo alcanza un régimen estacionario rápidamente. De esta manera, el cálculo de la corriente se simplifica mucho ya que no es necesario hacerlo para un número infinito de ciclos. Así, el potencial espacial no tiene que ser infinito, basta con hacer el cálculo lejos de las fronteras de un potencial finito para obtener resultados confiables del comportamiento de la corriente. En la siguiente sección analizaremos con más detalle esta cuestión.

## 5.2. Diagrama de parámetros: dinámica escalonada e inversiones de corriente

En esta sección analizaremos algunos aspectos generales de la corriente adimensional en función de la magnitud de la fuerza de arrastre ( $\nu$ ) y del tiempo de activación  $\tau_1$  de la ecuación adimensional (5.7). También analizaremos el efecto del tiempo de apagado  $\tau_0$  en la dinámica.

Resolviendo numéricamente la ecuación (5.7) con  $K = 0.5$ ,  $\tau_0 = 1.5$  para diferentes valores de la fuerza de arrastre  $\nu$  y del tiempo de activación  $\tau_1$ , obtenemos el comportamiento con forma de colas de la corriente adimensional mostrado en tono de colores en la figura 5.2. En la figura 5.3 se muestran dos cortes a lo largo de  $\nu$  y de  $\tau_1$  marcados en líneas continuas en Fig. 5.2. Los valores de la fuerza mínima  $|F_{min}| = 3/4$  y de la fuerza máxima  $|F_{max}| = 3/2$  del potencial asimétrico, así como la curva  $C_s$  en la figura 5.2, son asíntotas que delimitan cuatro regiones

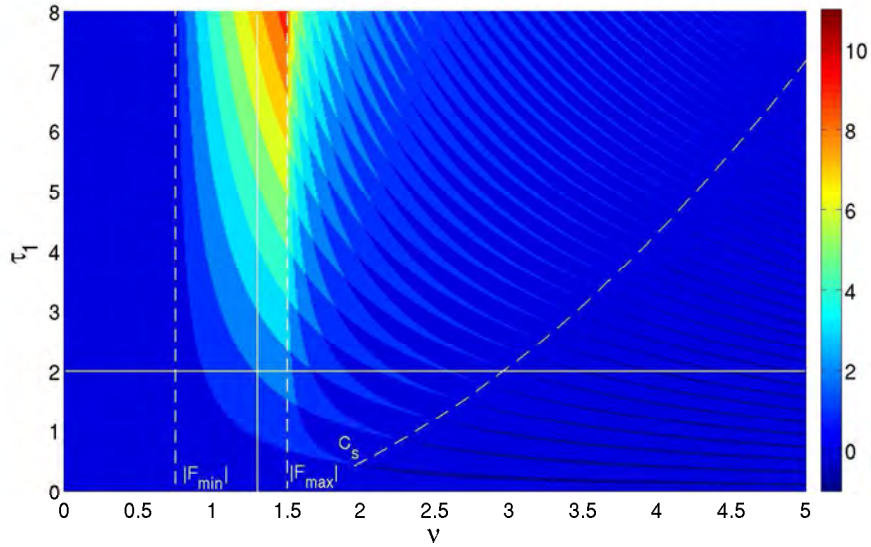


Figura 5.2: Diagrama de fase o diagrama de parámetros de la corriente adimensional  $J_N$ , en tono de colores, en función de la fuerza de arrastre  $\nu$  y del tiempo de activación  $\tau_1$ . Los parámetros utilizados en la ecuación (5.7) son:  $K = 0.5$ ,  $\tau_0 = 1.5$  y  $\delta = 0$ .

importantes que se distinguen por una dinámica con un comportamiento cualitativamente diferente. Para cada una de estas regiones, en la figura 5.4 se muestran cuatro ejemplos de las trayectorias  $(x(t))$  para diferentes valores de  $\nu$  y para  $\tau_1 = 2$ . La curva  $C_s$  marca la transición entre dos comportamientos cualitativamente muy diferentes en la dinámica de la partícula: la corriente es diferente a cero a un lado y otro de  $C_s$ , pero tienen sentidos opuestos. A este efecto se le conoce como inversión de corriente, y en este caso, tiene su origen en el tiempo de apagado  $\tau_0$ , como explicaremos a continuación. Estos cuatro comportamientos se pueden explicar de acuerdo al valor que toma el parámetro  $\nu$ , de la siguiente manera:

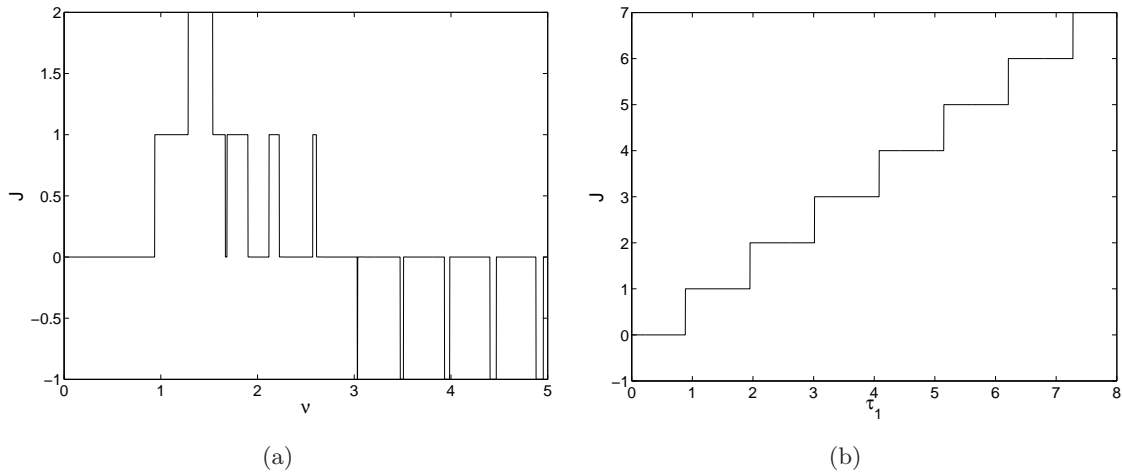


Figura 5.3: (a) corte a lo largo de  $\nu$  con  $\tau_0 = 1.5$ ; (b) a lo largo de  $\tau_1$  con  $\nu = 1.30$ , marcados en líneas continuas en Fig. 5.2.



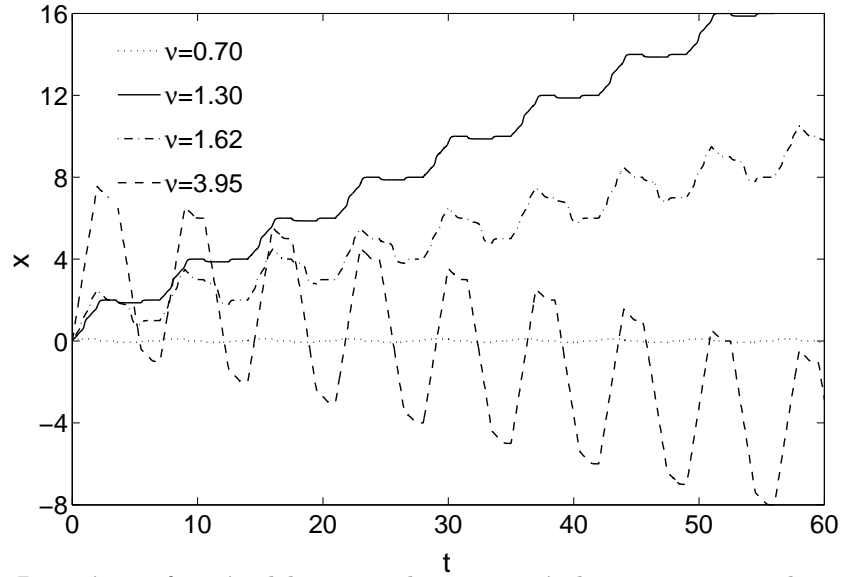


Figura 5.4: Posición en función del tiempo de una partícula en un potencial asimétrico para diferentes fuerzas de arrastre ( $\nu$ ) con  $K = 0.5$  y  $\tau_0 = 1.5$ , de acuerdo a la ecuación (5.7).

- $\nu < |F_{min}|$ . En este caso la partícula nunca puede escapar de un mínimo de potencial por lo que se mantiene oscilando en torno al mínimo de potencial. Un ejemplo de este régimen se puede observar en la trayectoria de la figura 5.4 para  $\nu = 0.70$ .
- $|F_{min}| < \nu < |F_{max}|$ . Dependiendo del valor de  $\tau_1$ , la partícula puede rebasar la barrera de potencial determinada por  $|F_{min}|$ . Así, como se muestra en la Fig. 5.4 con  $\nu = 1.30$ , la partícula avanza un determinado número de periodos siempre en un solo sentido en la dirección hacia donde el potencial opone su fuerza mínima. En esta región, para un valor fijo de  $\nu$ , al ir aumentando  $\tau_1$  la corriente exhibe un comportamiento escalonado siempre creciente con el mismo espaciamiento temporal entre escalones sucesivos (Fig. 5.3). El ancho de estos escalones corresponde al tiempo que tarda la partícula en avanzar un periodo completo dada la magnitud de  $\nu$ .
- Para  $\nu$  mayor que el máximo de la magnitud de la fuerza asimétrica ( $\nu > |F_{max}|$ ) y menor a la línea curva discontinua  $C_s$  en la figura 5.2, la partícula tiene la energía suficiente para escapar del pozo de potencial en ambos sentidos. Pero debido a la asimetría en el potencial, la partícula avanza en promedio más lentamente en el sentido opuesto a  $F_{max}$  que en el sentido opuesto a  $F_{min}$ . En esta región puede haber trayectorias donde la partícula avanza un determinado número de periodos y retrocede un número diferente de estos. En la figura 5.4 para  $\nu = 1.62$  se observa cómo la partícula avanza dos periodos en sentido positivo y retrocede uno.
- Para valores de  $\nu$  y  $\tau_1$  a la derecha de la curva  $C_s$  el sentido de la corriente cambia de signo. Estas condiciones están representadas en la figura 5.2 en el tono azul oscuro. En este caso el periodo  $\tau_0$  y la diferencia de longitudes  $l_+ > l_-$  en el potencial asimétrico juegan un papel muy importante. Este comportamiento se puede entender de la siguiente manera: en la figura 5.5 se muestra un esquema de una partícula que está siendo activada por una fuerza de arrastre  $\nu > |F_{max}|$  en la región después de  $C_s$ . La fuerza de arrastre o velocidad adimensional ( $\nu$ ) la podemos expresar como el cociente de un desplazamiento  $\Delta x_p$  entre el tiempo  $\tau_1$ . Al acotar este desplazamiento al rango  $l_- < \Delta x_p < l_+$ , el

desplazamiento de la partícula durante la activación positiva, sin importar la magnitud de  $\tau_1$ , estará limitado a no rebasar la barrera definida por  $l_+$  (hacia el lado derecho en la figura 5.5), cayendo al mínimo de potencial más cercano después del tiempo de apagado  $\tau_0$ . En cambio, cuando la activación es negativa en la figura 5.5, dado que  $l_- < \Delta x_p < l_+$ , dependiendo del valor de  $\tau_1$ , la partícula puede rebasar la barrera de potencial del lado correspondiente a  $l_-$  (lado izquierdo en la figura 5.5), cayendo al mínimo más cercano después del tiempo de apagado. Así, restringiendo  $\Delta x_p$  y aumentando  $\nu$  a través de  $\tau_1$ , siempre es posible encontrar una combinación de valores que produzcan una inversión de corriente. El mismo razonamiento es aplicable a las condiciones donde la partícula recorre más de un periodo en cada activación. Esto se ve en las diferentes colas de lado derecho de  $C_s$  en la figura 5.2: de abajo hacia arriba, la partícula recorre 1, 2, 3, ..., periodos durante la activación negativa. Un ejemplo de la trayectoria se puede ver en la figura 5.4 para  $\nu = 3.95$ .

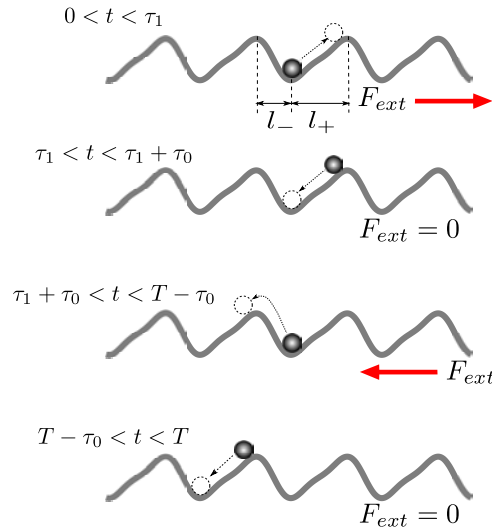


Figura 5.5: Corriente en sentido negativo en un *ratchet* activado por balanceo. En este caso las dos constricciones mínimas son:  $F_{ext} > |F_{max}|$ , con  $F_{ext} = \nu = \Delta x_p / \tau_1$  en unidades adimensionales; y  $l_- < \Delta x_p < l_+$ . De esta manera, la partícula avanza un periodo en sentido negativo después de cada ciclo  $T$ . La corriente correspondiente a este efecto está representada en tono azul oscuro a la derecha de  $C_s$  en la figura 5.2.

Todos estos resultados son válidos para potenciales (ec. (5.5)) que presentan un mínimo a lo largo de un periodo ( $\delta = 0$  y  $0 < K < 1$ ) y con un tiempo de apagado  $\tau_0$  suficientemente grande. Cuando el tiempo de apagado es nulo, la dinámica no presenta inversiones de corriente, como se ha comprobado en los trabajos teóricos [8]. Además, cuando  $\tau_0 = 0$ , el estado estacionario de la corriente se alcanza para valores muy grandes del tiempo. En la figura 5.6 se muestra un diagrama de parámetros aproximado considerando  $\tau_0 = 0$ . En este caso se, y se puede observar un comportamiento donde desaparecen las regiones que presentan inversiones de corriente.

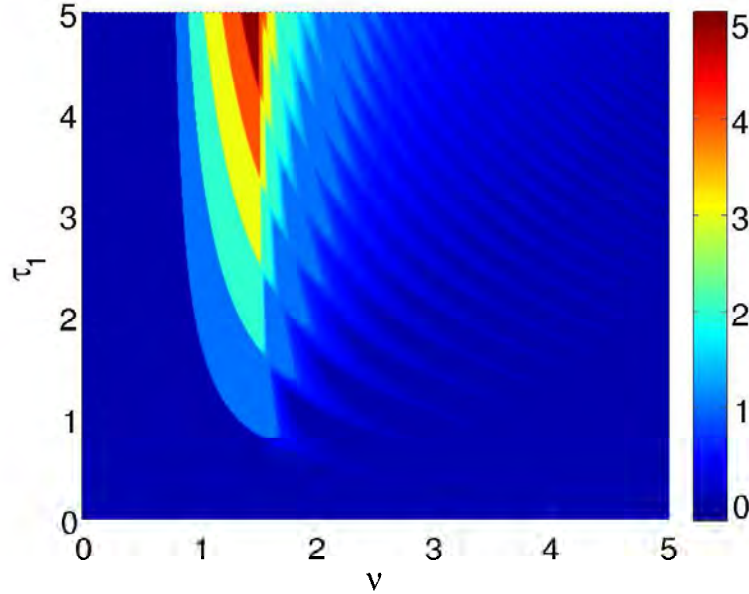


Figura 5.6: Diagrama de parámetros considerando  $\tau_0 = 0$ . El cálculo de la corriente se hizo con 35 ciclos temporales para cada combinación de parámetros  $\nu$  y  $\tau_1$ .

### 5.3. Dinámica dependiente del diámetro de la partícula

Hasta aquí solamente hemos analizado la dinámica cuando el potencial está definido con  $K = \pm 0.5$ , pero en el capítulo anterior hemos visto que la dinámica depende sensiblemente del valor que toma  $K$ . Para  $K \neq 0.5$ , la asimetría disminuye, i. e., la diferencia entre las magnitudes  $F_{max}$  y  $F_{min}$  se hace más pequeña. Esto se ve reflejado en el digrama de parámetros como el mostrado en la figura 5.2, que es más angosto en la región  $|F_{min}| - |F_{max}|$ . Como ejemplo, considerese una partícula con diámetro  $D = 16\mu m$ , en un patrón asimétrico con periodicidad  $\Lambda = 11.6\mu m$  y potencias  $P_1 = P_2 = P/2$ , de las figuras 4.7 y 4.8 del capítulo 4, los parámetros que definen el potencial son:  $Q_{\perp} = -6.358 \times 10^{-4}$  y  $Q_{\parallel} = -2.554 \times 10^{-4}$ , y entonces  $K = Q_{\perp}/|Q_{\parallel}| = -0.402$ . Por otro lado, una partícula con diámetro  $D = 14\mu m$ , en el mismo patrón asimétrico, tiene los parámetros  $Q_{\perp} = 10.39 \times 10^{-4}$  y  $Q_{\parallel} = 3.2448 \times 10^{-4}$  con  $K = 0.312$ . Considerando los coeficientes de arrastre experimentales del capítulo anterior  $\gamma_{16} = 0.396 pNs/\mu m$  y  $\gamma_{14} = 0.346 pNs/\mu m$  y utilizando estos parámetros en el modelo descrito por (5.1), obtenemos los diagramas de parámetros mostrados en las figura 5.7 (estos mapas también se pueden obtener utilizando el modelo normalizado (5.7) simplemente sustituyendo los parámetros respectivos en 5.6).

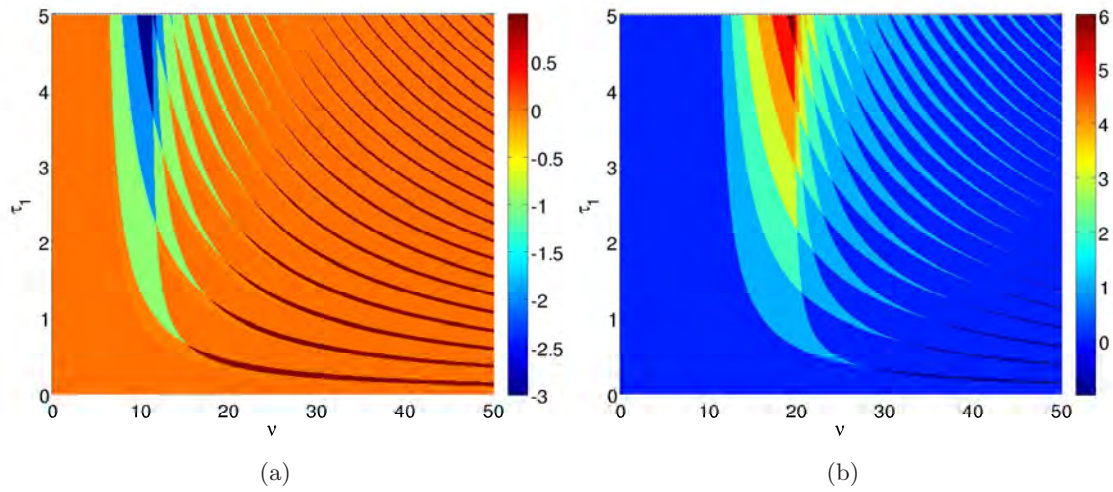


Figura 5.7: Corriente normalizada (número de pozos por ciclo (5.13)) en función de los parámetros  $\tau_1$  y  $\nu$ , de acuerdo al modelo dinámico con dimensiones (5.1), para dos partículas con diámetros diferentes en un mismo patrón asimétrico de franjas de interferencia: (a)  $D = 14\mu m$  y (b)  $D = 16\mu m$ . El tiempo  $\tau_0$  es 2s. El patrón asimétrico está caracterizado por  $L = 11.6\mu m$ ,  $P = 3W$  y  $\delta = 0$ .

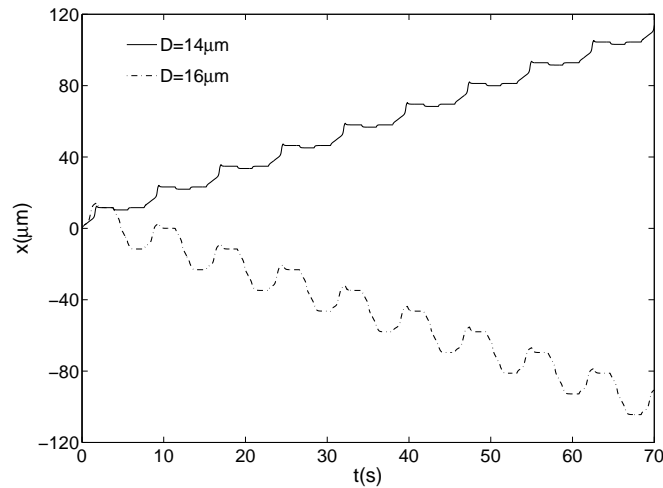


Figura 5.8: Dinámica de dos partículas con diferentes diámetros en un mismo patrón de luz asimétrico. Los parámetros  $\nu$  y  $\tau_1$  se escogieron de las figuras 5.7 de tal manera que las partículas presenten corrientes opuestas:  $\nu = 14\mu m/s$  y  $\tau_1 = 1.8s$ .

Se puede observar en los diagramas de parámetros que a pesar de que la dinámica de ambas partículas compartan comportamientos generales, en puntos específicos sus dinámicas pueden ser completamente diferentes. Por ejemplo, en la figura 5.8 se observa la posición en función del tiempo de las dos partículas para los valores  $\nu = 14\mu m/s$  y  $\tau_1 = 1.8s$  (fig. 5.7). Este hecho fue corroborado experimentalmente en el capítulo anterior.

## 5.4. Comparación entre teoría y experimento

En la figura 5.9 se muestran tres series de datos experimentales de la corriente normalizada, marcados con asteriscos, sobre un diagrama de parámetros calculado teóricamente de acuerdo a la expresión (5.1) y a los parámetros experimentales correspondientes. La partícula tiene un diámetro nominal  $D = 14.5 \mu m$  y el periodo del patrón asimétrico es  $\Lambda = 13 \mu m$ ; los detalles de los parámetros experimentales se muestran en el pie de la figura 5.9. En este caso se prefirió presentar el diagrama de parámetros con unidades físicas para poder compararlo directamente con los experimentos. Los datos se obtuvieron con el experimento descrito en la sección 4.1. Los rectángulos alrededor de los puntos experimentales indican las incertidumbres en las mediciones de la velocidad de la platina ( $\nu_0$ ) y de los tiempos ( $\tau_1$ ), y en la parte inferior de cada rectángulo se indica el valor de la corriente experimental. Estas tres series de datos experimentales se muestran en la figura 5.10 como función de la velocidad  $\nu_0$ . En el apéndice B se detalla el procedimiento experimental seguido para la obtención de estos datos.

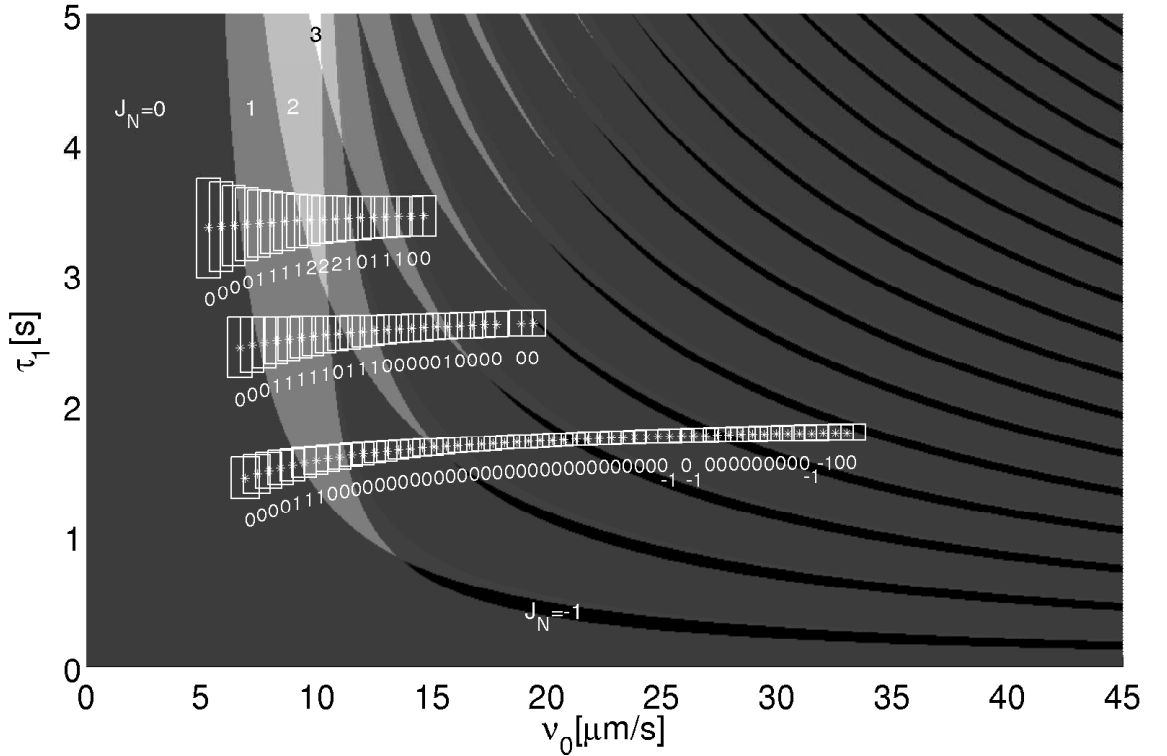


Figura 5.9: Comparación entre los datos teóricos y experimentales de la corriente normalizada en función de la velocidad  $\nu_0$  y el tiempo de activación  $\tau_1$ . El diámetro de la partícula es  $D = (14.5 \mu m \pm 0,3) \mu m$ , el patrón asimétrico está caracterizado por los parámetros:  $\Lambda = (13 \pm 0,1) \mu m$ ,  $\delta = 0$ ,  $P = (815 \pm 20) mW$ ,  $w_y = (19 \pm 2) \mu m$ ,  $w_x = (745 \pm 5) \mu m$  y  $\theta_p = \pi/4$ . El coeficiente de fricción de la partícula en el agua es  $\gamma = 0.359 pN \cdot s / \mu m$  (sec. 3.2.2). El cálculo teórico se hizo considerando los valores medios de los parámetros experimentales. En este caso el parámetro  $K$ , de acuerdo a la definición (4.18), toma el valor  $K = 0.42$ .

En estos resultados se puede apreciar una coincidencia muy buena entre la estructura escalona-

da que muestra la teoría y los datos experimentales. Igualmente, y quizás más importante, es que se alcanza a apreciar algunos datos experimentales que muestran el efecto de la inversión de corriente. Es importante enfatizar que las coincidencias entre la teoría y el experimento no son solamente cualitativas sino también cuantitativas, dentro del margen de error por supuesto.

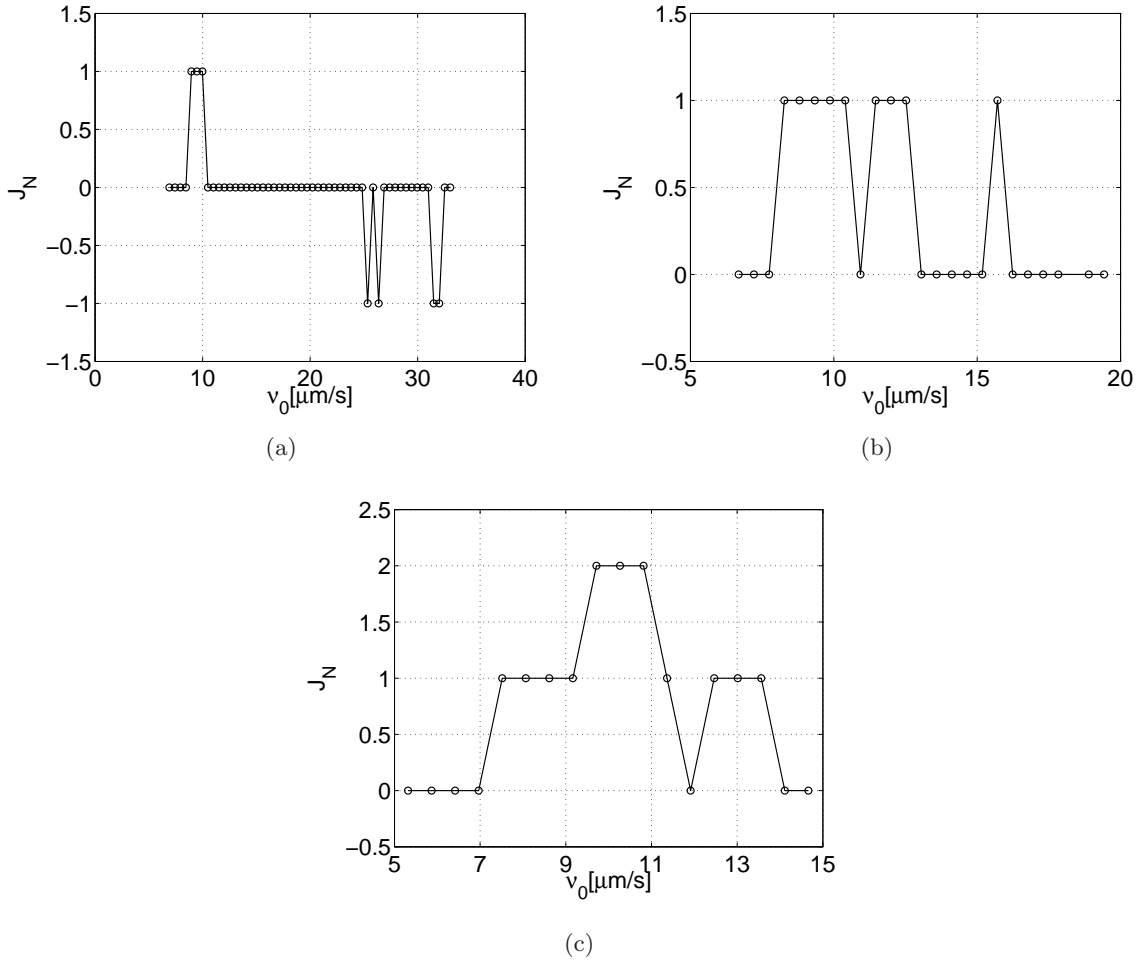


Figura 5.10: Datos experimentales de la corriente normalizada en función de la velocidad  $\nu_0$ , que se muestran en la figura 5.9. Los tiempos de activación promedio ( $\bar{\tau}_1$ ) son: (a)  $\bar{\tau}_1 = 1.7 s$ , (b)  $\bar{\tau}_1 = 2.6 s$ , (c)  $\bar{\tau}_1 = 3.4 s$ .

## 5.5. Conclusiones

En este capítulo se hizo un análisis completo de la dinámica del sistema *ratchet* activado por balanceo descrito en el capítulo anterior. Se hizo un análisis teórico general de la dinámica del sistema en unidades adimensionales. Los resultados se resumen en un diagrama de parámetros de la corriente en función de la fuerza externa y del tiempo de activación, para un tiempo  $\tau_0$  determinado. En general, la corriente exhibe un comportamiento escalonado. Cuando el tiempo de apagado es pequeño, la corriente nunca cambia de signo al variar la magnitud de

la fuerza externa y el tiempo de activación. En cambio, cuando el tiempo de apagado supera un umbral mínimo, el mapa paramétrico empieza a exhibir inversiones de corriente, es decir, cambios en el sentido de la corriente al variar la fuerza externa y el tiempo de activación. Así se logró identificar tres comportamientos cualitativamente diferentes de la corriente como función de la fuerza externa y del tiempo de activación.

Este comportamiento fue corroborado experimentalmente. El modelo teórico utilizado está basado en una dinámica determinística y sobreamortiguada, y tomando el modelo de la óptica geométrica para calcular la fuerza. Con este modelo no solamente se reprodujo el comportamiento cualitativo del sistema sino que también se pudieron reproducir cuantitativamente, bajo un margen de error, los resultados experimentales.

## Capítulo 6

# Conclusiones generales

En el trabajo presentado en esta tesis se hizo un análisis completo y metódico de un sistema *ratchet* activado por balanceo en el régimen sobreamortiguado y determinista. En una primera etapa se presentó una técnica que permite calibrar de manera detallada la fuerza que siente una partícula en un potencial extendido. En particular se analizó un potencial que resulta de la interacción de una partícula dieléctrica con un patrón de franjas de interferencia. Desde el punto de vista experimental, se validó la aproximación de la óptica geométrica para el cálculo teórico de la fuerza óptica. Cabe resaltar que ésta es la primera vez que se reporta una comparación nítida entre teoría y experimento de la fuerza óptica de un patrón extendido de luz. De esta manera, se concluyó que un patrón de franjas de interferencia tipo cosenoidal ejerce una fuerza también tipo cosenoidal sobre una partícula dieléctrica, con una periodicidad igual a la del patrón. Además, la magnitud de la fuerza máxima depende de manera sensible de la proporción entre el diámetro de la partícula y el periodo espacial del patrón.

A partir de estos análisis, en una segunda etapa, se generó un potencial óptico periódico asimétrico para la realización experimental de un *ratchet* activado por balanceo. Para esto se superpusieron dos patrones de franjas de interferencia con periodicidades diferentes, una el doble de la otra. Así se generó un potencial que se puede expresar como la suma de los dos primeros armónicos impares, justo como se hace en la mayoría de los trabajos teóricos hechos hasta ahora. Dependiendo de la fase relativa entre estas dos funciones seno, la asimetría del potencial puede variar desde un caso completamente simétrico hasta el máximo de asimetría que resulta cuando la diferencia de fase es cero o es un múltiplo de  $\pi$ . También el grado de asimetría depende de manera importante de diámetro de la partícula y de la periodicidad espacial del patrón de luz. La dependencia puede ser tal, que inclusive la orientación de la asimetría puede ser completamente opuesta para dos partículas del mismo material con diámetros diferentes.

Una vez obtenido el potencial asimétrico, el otro ingrediente importante para la realización de la *ratchet* activada por balanceo, es el mecanismo de balanceo. Para esto, se generó una fuerza externa dependiente del tiempo de promedio cero a partir de la fuerza de arrastre que surge de mover de manera periódica la muestra de partículas dieléctricas con respecto del patrón estático de luz. Así se demostró por primera vez el efecto *ratchet* en un sistema activado por balanceo en un régimen sobreamortiguado y determinista. Solamente modificando la asimetría del potencial espacial mediante la variación de su fase, se puede controlar o dirigir el desplazamiento de una partícula. En el caso simétrico ésta no presenta un desplazamiento neto, sino



que solamente oscila en torno a una posición de equilibrio por el efecto de la fuerza de arrastre periódica.

Un resultado muy relevante, fue la demostración experimental del transporte simultáneo en direcciones opuestas de dos partículas con diámetros diferentes. Esto evidencia una propiedad muy importante de los sistemas *ratchet* que no había sido abordada en sistemas coloidales, que es la dependencia de la dirección de transporte con el diámetro de la partícula.

Finalmente se hizo un análisis teórico completo del sistema *ratchet* tomando en cuenta los parámetros que definen a la fuerza externa periódica. Estos resultados son corroborados de manera cuantitativa por el experimento. La fuerza externa dependiente del tiempo tiene una forma tipo escalón y está caracterizada por dos tiempos, uno durante el cual la fuerza es nula y otro durante el cual actúa una fuerza de magnitud constante, resultando en una fuerza cíclica de cuatro pasos. Se demostró que bajo estas circunstancias, la corriente o desplazamiento de la partícula por unidad de tiempo presenta inversiones al variar la magnitud de la fuerza externa y el tiempo durante el que actúa. Estas inversiones son una consecuencia del tiempo durante el que la fuerza externa es nula. Esto muestra una cualidad muy importante de los sistemas *ratchet* que no se había explorado hasta ahora. De hecho, antes se pensaba que en un régimen sobreamortiguado y determinista no era posible obtener inversiones de corriente y que esto era solamente factible en sistemas que presentan caos o que están bajo la influencia de las fluctuaciones térmicas.

## 6.1. Perspectivas

En este trabajo solamente se hicieron estudios en una dimensión espacial en un régimen determinista: esto es un sistema bidimensional en el espacio fase extendido. Recientemente se ha demostrado teóricamente que aún en estos sistemas es posible encontrar una dinámica caótica [75, 76], la cual presenta propiedades muy particulares, y es debida a las discontinuidades ya sea del potencial espacial o de la perturbación externa. Se sabe también que aumentando la dimensionalidad del sistema la dinámica puede presentar propiedades muy interesantes que no han sido estudiadas, y más aún si pensamos en el efecto de la forma funcional de la fuerza externa utilizada en este trabajo [78]. Un caso igualmente interesante por sus implicaciones en la física estadística y en la termodinámica fuera del equilibrio sería el estudio de sistemas que presenten movimiento browniano, es decir, que sean sensibles a las fluctuaciones térmicas. Así, aumentando la dimensionalidad y las fluctuaciones térmicas, el sistema podría presentar una dinámica con caos estocástico y por ende podría ser factible la movilidad negativa [79]. Además, aumentando la dimensionalidad espacial sería posible analizar el transporte de un ensamble de partículas considerando interacciones entre ellas.

Introducir fluctuaciones térmicas es relativamente sencillo si consideramos que las partículas menores a  $4\ \mu\text{m}$  ya presentan un movimiento browniano considerable. Pero para trabajar con éstas, se tendrían que generar patrones de luz con una periodicidad menor a las generadas en este trabajo, magnificándose quizás los efectos adversos de la inestabilidad de las franjas de interferencia. Por otro lado, aumentar la dimensionalidad del sistema no es una tarea sencilla, sobre todo si consideramos que el sistema unidimensional que se usó en el laboratorio utiliza

---

una tercera parte de la potencia total que puede suministrar el láser. Al utilizar partículas más pequeñas, aunado a la generación de patrones con periodos igualmente más pequeños, se podrían generar potenciales de energía periodicos utilizando menor potencia. De esta manera, la restricción unidimensional del patrón de luz podría ser eliminada o relajada cambiando la lente cilíndrica del dispositivo mostrado en este trabajo. No obstante, con esto solamente se extendería la región espacial del patrón, permitiendo utilizar quizás muchas partículas, pero la periodicidad seguiría siendo a lo largo de una dimensión.

Una de las técnicas más utilizadas para manipular ópticamente ensambles de partículas en estructuras periódicas bidimensionales y tridimensionales son las técnicas holográficas. Como se dijo en el capítulo de conceptos generales (cap. 2), con un modular espacial de luz (SLM) se han generado arreglos bidimensionales de trampas ópticas con los que ha sido posible manipular hasta cien partículas de alrededor de  $2\ \mu m$ . Una de las ventajas de utilizar estas técnicas es que los arreglos de trampas pueden modificarse muy fácilmente, prácticamente en tiempo real, y además no presentan los problemas de estabilidad de los patrones de luz generados con métodos interferométricos simples. No obstante, hasta ahora solamente se han usado arreglos simétricos. La generación de arreglos de trampas ópticas asimétricas utilizando técnicas holográficas es un tema que no ha sido explorado profundamente, y no cabe duda que si esto se pudiera llevar a cabo permitiría explotar nuevos mecanismos de transporte en potenciales asimétricos, como las mencionadas previamente.

La idea presentada en este trabajo para la generación de patrones periódicos asimétricos, que consiste en la superposición de dos patrones de franjas con polarizaciones ortogonales, se podría extender para ser utilizada con un modulador espacial de luz. Un patrón de intensidad típico que se puede generar con un SLM corresponde a un arreglo de malla de pinzas ópticas periódico, con periodos arbitrarios a lo largo de  $x$  y  $y$ :  $\Lambda_x$  y  $\Lambda_y$ , respectivamente. Denotando la función de la intensidad de cada una de las pinzas por  $I_p(x, y)$ , el arreglo bidimensional puede ser expresado por la distribución:

$$I(x, y) = \sum_{i=-N}^N \sum_{j=-N}^N I_p(x, y) * \delta(x - i\Lambda_x, y - j\Lambda_y), \quad (6.1)$$

Donde  $*$  denota una operación de convolución. El número total de pinzas es  $2N + 1$ . La función  $I_p$  puede ser aproximada por una función gaussiana o con una función parabólica. Siguiendo el mismo tratamiento de este trabajo para la determinación del potencial asimétrico, la intensidad de luz que resulta de la superposición de dos arreglos bidimensionales de pinzas ópticas: uno con periodos espaciales  $\Lambda_x$  y  $\Lambda_y$  y el otro con  $\Lambda_x/2$  y  $\Lambda_y/2$ , está dada por:

$$I(x, y) = \sum_{i=-N}^N \sum_{j=-N}^N I_p(x, y) * [\delta(x - i\Lambda_x - \Delta_x, y - j\Lambda_y - \Delta_y) + \delta(x - 2i\Lambda_x - \Delta_x, y - 2j\Lambda_y - \Delta_y)], \quad (6.2)$$

Dependiendo de los valores de las diferencias fase  $\Delta_x$  y  $\Delta_y$ , esta expresión puede presentar rompimientos de simetría tanto en  $x$  como en  $y$  de manera independiente.



## Apéndice A

# Aproximaciones para la descripción del campo: interferencia de dos haces gaussianos

### A.0.1. Aproximación paraxial del campo de un haz gaussiano

Un haz gaussiano que se propaga en la dirección  $z$  se define a partir de la amplitud en  $z = 0$

$$\mathbf{E}(x, y, 0) = \mathbf{E}_0 e^{-\frac{(x^2+y^2)}{w_0^2}}, \quad (\text{A.1})$$

o, en general, un haz gaussiano con perfil elíptico está definido por la amplitud

$$\mathbf{E}(x, y, 0) = \mathbf{E}_0 e^{-\left(\frac{x^2}{w_{0x}^2} + \frac{y^2}{w_{0y}^2}\right)}. \quad (\text{A.2})$$

$w_{0x}$  y  $w_{0y}$  se definen como los radios de la cintura del haz en la dirección  $\hat{x}$  y  $\hat{y}$ , correspondientemente.

Usando la representación espectral angular del campo es posible propagar estas amplitudes y conocer el campo en todo el espacio [29]. La aproximación paraxial se define cuando un haz de luz se difracta o diverge muy poco a lo largo de la dirección de propagación, por ejemplo, los haces gaussianos que no están fuertemente enfocados. En este caso el vector de onda es prácticamente paralelo a la dirección de propagación. Esto es, suponiendo que el haz se propaga en la dirección  $\hat{z}$ ,

$$k_z = \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2} \approx k - \frac{(k_x^2 + k_y^2)}{2k}. \quad (\text{A.3})$$

Usando esta aproximación en la representación espectral angular [29], un haz gaussiano paraxial elíptico que se propaga a lo largo de  $z$  queda descrito por

$$\boxed{\mathbf{E}(x, y, z) = \mathbf{E}_0 \sqrt{\frac{w_{0x} w_{0y}}{w_x(z) w_y(z)}} e^{-\left(\frac{x^2}{w_x^2(z)} + \frac{y^2}{w_y^2(z)}\right)} e^{i[kz - (\eta_x(z) + \eta_y(z))/2 + k(x^2 + y^2)/2R(z)]}} \quad (\text{A.4})$$

Con las definiciones

$$\begin{aligned}
 z_{0,x,y} &= kw_{0,x,y}^2/2 \quad (\text{distancia de Rayleigh}), \\
 w_{x,y}(z) &= w_{0,x,y}(1 + z^2/z_{0,x,y}^2)^{1/2} \quad (\text{radio del haz}), \\
 R_{x,y}(z) &= z(1 + z_{0,x,y}^2/z^2) \quad (\text{radio del frente de onda}), \\
 \eta_{x,y}(z) &= \arctan(z/z_{0,x,y}) \quad (\text{corrección de fase}).
 \end{aligned}$$

La aproximación paraxial generalmente es válida cuando  $\lambda/2\pi w \ll 1$ , con  $w$  la longitud transversal mínima del patrón de intensidad [80].

En general, la amplitud del campo eléctrico  $\mathbf{E}_0$  puede tener componentes a lo largo de la dirección de propagación [29, 81]. Un haz gaussiano colimado, o muy debilmente enfocado, presenta una distancia de Rayleigh ( $z_{0,x,y}$ ) muy grande ( $z/z_{0,x,y} \rightarrow 0$ ), lo que implica que se propague aproximadamente como una onda transversal eléctrica-magnética (TEM), es decir, con el campo eléctrico y magnético ortogonales a la dirección de propagación. En la región cercana al eje de propagación, el haz gaussiano puede llegar a comportarse como una onda plana (con un frente de onda plano y con una fase constante).

### Haz gaussiano con dirección arbitraria

Un haz gaussiano que se propaga a lo largo de una dirección arbitraria  $\hat{w}$  puede ser descrito a partir de la ecuación (A.4) usando un operador de rotación y traslación sobre las coordenadas. Un punto arbitrario  $\mathbf{P}_{uvw} = (u, v, w)$  definido en el sistema de referencia  $UVW$  está definido en el sistema de referencia  $XYZ$  por la siguiente transformación:

$$\mathbf{P}_{xyz} = \mathbb{R}\mathbf{P}_{uvw} + \mathbf{X}_0 \tag{A.5}$$

con

$$\begin{aligned}
 \mathbf{P}_{xyz} &= \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad \mathbb{R} = \begin{pmatrix} \cos \vartheta \cos \varphi & -\text{sen } \varphi & \text{sen } \vartheta \cos \varphi \\ \cos \vartheta \text{sen } \varphi & \cos \varphi & \text{sen } \vartheta \text{sen } \varphi \\ -\text{sen } \vartheta & 0 & \cos \vartheta \end{pmatrix}, \\
 \mathbf{P}_{uvw} &= \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \mathbf{X}_0 = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix}.
 \end{aligned} \tag{A.6}$$

En la figura A.1 se ilustra el procedimiento de rotación.  $\mathbb{R}$  es un operador de rotación en coordenadas esféricas, con el ángulo azimutal  $\varphi$  y el ángulo polar  $\vartheta$  respecto al sistema  $XYZ$ .  $\mathbf{X}_0$  son las coordenadas del sistema de referencia  $UVW$  respecto al sistema  $XYZ$ .

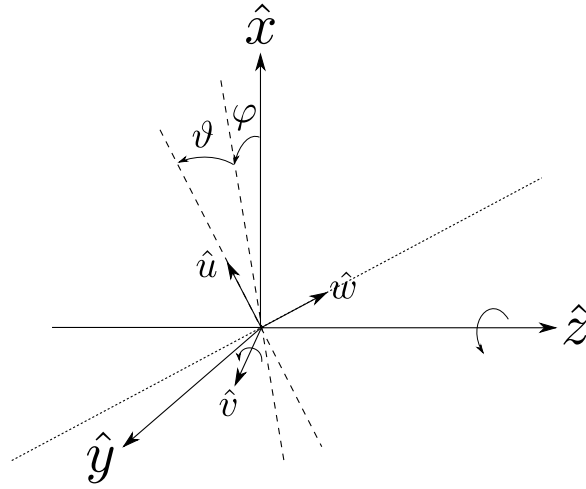


Figura A.1: Rotación del sistema coordenado  $UVW$  respecto al sistema  $XYZ$ . El sistema coordenado  $UVW$  primero se rota un ángulo azimutal  $\varphi$  en torno al eje  $\hat{z}$  y, posteriormente, un ángulo polar  $\vartheta$  en torno al eje  $\hat{v}$ .

Con esto, el campo eléctrico en un punto  $(x, y, z)$  de un haz gaussiano que se propaga a lo largo de la dirección  $\hat{w}$  definida por los ángulos  $\vartheta$  y  $\varphi$ , con amplitud  $E_{0uvw} = (E_{0u}, E_{0v}, E_{0w})$  definida en el sistema de referencia  $UVW$ , está dado por la ecuación A.4 ( $\mathbf{E} = \mathbf{E}(u, v, w)$ ) y las siguientes transformaciones:

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \mathbb{R}^{-1} \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} - \mathbf{X}_0 \right\} \quad (\text{A.7})$$

y

$$\begin{pmatrix} E_{0x} \\ E_{0y} \\ E_{0z} \end{pmatrix} = \mathbb{R} \begin{pmatrix} E_{0u} \\ E_{0v} \\ E_{0w} \end{pmatrix} \quad (\text{A.8})$$

con  $\mathbb{R}^{-1} = \mathbb{R}^T$ .

### A.0.2. Interferencia de múltiples haces

En la figura A.2 se muestran las definiciones de las coordenadas para la descripción de la interferencia de múltiples haces con polarizaciones arbitrarias. Todos los haces tienen la misma longitud de onda  $\lambda$ , y por lo tanto la misma magnitud del número de onda  $k$ . El campo eléctrico resultante es

$$\mathbf{E}_T = \Re \left\{ \sum_j \mathbf{E}_j(x, y, z) e^{i\mathbf{k}_j \cdot \mathbf{r}} \right\}, \quad (\text{A.9})$$

y la intensidad del campo eléctrico es

$$\mathbf{I}_T = \mathbf{E}_T^2 = \sum_j \mathbf{E}_j(x, y, z) e^{i\mathbf{k}_j \cdot \mathbf{r}} \cdot \sum_j \mathbf{E}_j^*(x, y, z) e^{-i\mathbf{k}_j^* \cdot \mathbf{r}}. \quad (\text{A.10})$$

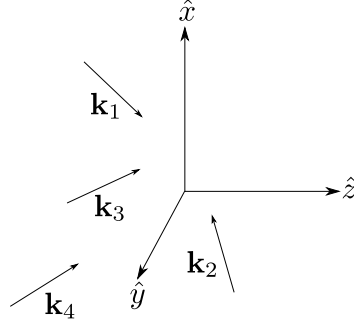


Figura A.2: Interferencia de múltiples haces. La dirección de cada uno de los haces está definida por el número de onda en la dirección de propagación.

Donde  $\mathbf{k}_j$  está definido en coordenadas esféricas  $\mathbf{k}_j = k \sin \varphi \cos \vartheta \hat{x} + \sin \varphi \sin \vartheta \hat{y} + \cos \vartheta \hat{z}$ . Si suponemos que todos los haces son gaussianos, podemos definir el  $j$ -ésimo haz de manera arbitraria utilizando las definiciones (A.4) y (A.8).

### Interferencia de dos haces gaussianos

El campo resultante de la interferencia de dos haces gaussianos colimados propagándose sobre el plano  $(x, z)$  con un ángulo  $2\vartheta$  entre ellos es (ver Fig. A.3)

$$\mathbf{E} = \Re\{\mathbf{E}_1 e^{ikw_1} + \mathbf{E}_2 e^{ikw_2}\}. \quad (\text{A.11})$$

En Fig. A.3 se muestra la definición del sistema coordenado. Las amplitudes del campo eléctrico colimado están definidas por

$$\mathbf{E}_{1,2}(x, y, z) = E_0 e^{-\left(\frac{u_{1,2}^2}{w_{0v}^2} + \frac{v_{1,2}^2}{w_{0v}^2}\right)} (\cos \theta_p \cos \vartheta \hat{x} + \sin \theta_p \hat{y} \pm \cos \theta_p \sin \vartheta \hat{z}). \quad (\text{A.12})$$

con  $u_{1,2} = x \cos \vartheta \pm z \sin \vartheta$ ,  $v_{1,2} = y$  y  $w_{1,2} = \mp x \sin \vartheta + z \cos \vartheta$ . Ambos haces tienen la misma polarización definida por  $\theta_p$  en su sistema de referencia  $UVW$ . La intensidad del campo eléctrico queda

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^2 = & 2E_0 \exp \left[ -2 \left( \frac{x^2 \cos^2 \vartheta + z^2 \sin^2 \vartheta}{w_{0u}^2} + \frac{y^2}{w_{0v}^2} \right) \right] \\ & \times \left\{ \cosh \left( \frac{4xz \cos \vartheta \sin \vartheta}{w_{0u}^2} \right) + \cos(2kx \sin \vartheta) (1 - 2 \cos^2 \theta_p \sin^2 \vartheta) \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

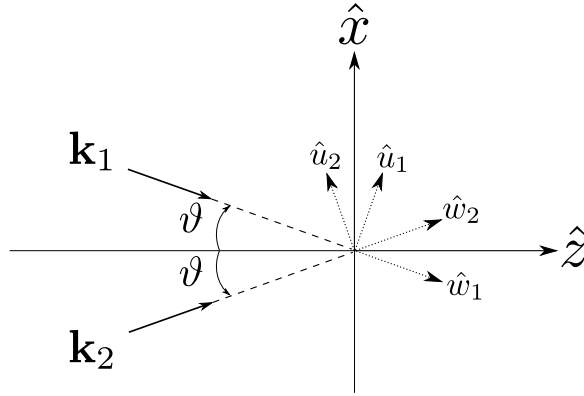


Figura A.3: Interferencia de dos haces que se propagan en las direcciones  $\hat{w}_1$  y  $\hat{w}_2$  definidas por  $\vartheta$ . Los ejes  $(u_1, w_1)$  definen el haz con el número de onda  $\mathbf{k}_1$  de acuerdo a (A.4), y los ejes  $(u_2, w_2)$ , igualmente, definen el haz con  $\mathbf{k}_2$ .

Si el ángulo de incidencia  $\vartheta$  es pequeño, la función hiperbólica en A.13 es aproximadamente uno,  $\text{sen}(\vartheta) \approx 0$  y  $\text{cos}(\vartheta) \approx 1$ , y la distribución de intensidad de la interferencia de dos haces queda:

$$I(x, y) = \mathbf{E}^2 = 4E_0 e^{-2\left(\frac{x^2}{w_{0x}^2} + \frac{y^2}{w_{0y}^2}\right)} \cos^2\left(\frac{\pi}{\Lambda}x\right) \quad (\text{A.14})$$

Donde  $w_{0x} = w_{0u}/\text{cos } \vartheta \approx w_{0u}$  y  $w_{0y} = w_{0v}$ . El periodo espacial es  $\Lambda = \lambda/2 \text{sen } \vartheta$ . Integrando  $I$  en todo el espacio e igualando a la potencia total  $P$ , obtenemos  $E_0 = P/\pi w_{0x} w_{0y}$ . En resumen, la distribución de intensidad resultante de la interferencia de dos haces gaussianos colimados que se cruzan con un ángulo pequeño entre ellos, es una distribución cosenoidal con una envolvente gaussiana.





## Apéndice B

# Procedimiento experimental para el análisis de la *ratchet* activada por balanceo

Los pasos seguidos y detalles del procedimiento experimental para el estudio del sistema *ratchet* son los siguientes:

- Como vimos en la sección 4.1, una vez fijado el periodo del patrón asimétrico se escoge, con la ayuda de la platina XYZ, una partícula solitaria de un diámetro determinado, y se somete al campo electromagnético del patrón asimétrico. Posteriormente se ajustan los parámetros de control al valor deseado: se ajusta la fase  $\delta_f$  del patrón asimétrico hasta alcanzar el valor cercano al óptimo ( $\delta_f = 0$ ) y se ajustan mediante la computadora los valores de la velocidad de la platina  $\nu_0$  y del desplazamiento  $\Delta x_p$ . El valor del periodo de activación es  $\tau_1 = \Delta x_p / \nu_0$ .
- Dejando el valor nominal de  $\tau_1$  constante, se incrementa el valor de  $\nu_0$  y  $\Delta x_p$  de tal manera que se pueda barrer un rango considerable de valores de  $\nu_0$ ; la mayoría de las veces esto se realizó desde  $\nu_0 = 6\mu/s$  hasta  $\nu_0 = 35\mu m/s$ .
- Para cada pareja de datos ( $\tau_1, \nu_0$ ) se observa cualitativamente el comportamiento de la partícula. En este paso siempre se modificó la fase  $\delta_f$  desde 0 hasta  $\pi$  con la intención de verificar que no hubiera ningún efecto no esperado. En la mayoría de los casos, cuando se observaba el efecto de rectificación, la diferencia de fase correspondía a un valor muy cercano a 0 ó  $\pi$ .
- Si el sistema lograba hacer que la partícula avanzara en una dirección preferencial, se corroboraba que esto sucediera en el sentido contrario al aumentar la fase por  $\pi$ , i.e., al invertir la asimetría (sec. 4.4). En la mayoría de los casos, para corroborar la robustez del efecto observado, se dejó correr a la partícula por más de 5 periodos en ambos sentidos.
- Finalmente, si el efecto se rectificaba al menos por 5 periodos espaciales en ambos sentidos, se asignaba el valor determinado de la corriente (número de periodos de avance por ciclo); de otra manera se consideraba la corriente nula.
- Este procedimiento se repitió para tres valores nominales del tiempo de activación  $\tau_1$ .
- En el análisis de datos tanto los valores reales de  $\nu_0$  y los de  $\Delta x_p$ , y de manera indirecta los de  $\tau_1$ , fueron estimados siguiendo el procedimiento descrito en la siguiente sección.

## B.1. Procedimiento para estimar los parámetros de control $\tau_1$ , $\tau_0$ y $\nu_0$

Los parámetros de control  $\tau_1$ ,  $\tau_0$  y  $\nu_0$  dependen todos del desplazamiento de la platina (fig. 4.1). La platina está montada en una base de traslación  $XYZ$  de uso general marca THORLABS y es controlada a lo largo del eje  $x$  mediante un microposicionador (motor a pasos Newport LTA-HS), que a su vez es manejado a través de un controlador (Newport ESP300), por una computadora y el software del fabricante. Así es posible controlar el desplazamiento y velocidad nominal de la platina a lo largo del eje  $x$ . En general el desplazamiento, y velocidad, real y nominal de la platina no corresponden al mismo valor. Estas variaciones dependen principalmente del peso que tiene que desplazar el microposicionador (conjunto de resortes y efectos de fricción en el mecanismo) al mover la base de traslación y de las propias limitantes del microposicionador para responder a la velocidad y al desplazamiento deseado (ver el catálogo de Newport). Para estimar el valor real del desplazamiento y de la velocidad de la platina se hizo una calibración de estos parámetros en el rango de valores experimentales. Para esto, utilizando una partícula de prueba grande ( $\sim 16\mu m$ ) adherida a la muestra, y rastreandola con técnicas de microscopía digital, se estimaron los valores reales de la velocidad y del desplazamiento para varias combinaciones de valores nominales de velocidad y desplazamiento en los rangos  $\nu_0^n = (10-35)\mu m/s$  y  $\Delta x_p^n = 10-60\mu m$ . En la figura B.1 se muestra un ejemplo del rastreo de una partícula para una velocidad nominal  $\nu_0^n = 20\mu m/s$ , un tiempo de reposo nominal  $\tau_0 = 1.5s$  y un desplazamiento nominal  $\Delta x_p^n = 30\mu m$ . De aquí se estiman los valores de la velocidad  $\nu_0$ , el desplazamiento  $\Delta x_p$  y del tiempo de reposo  $\tau_0$ , así como el tiempo  $\tau_1$ .

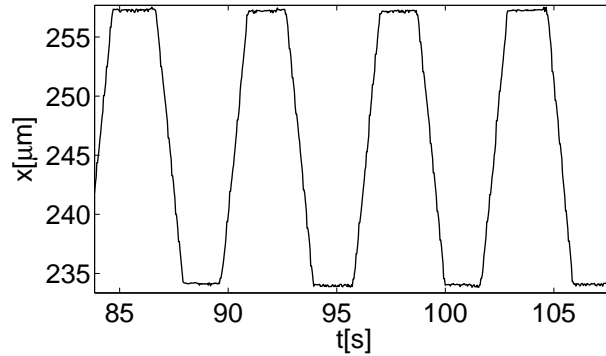


Figura B.1: Desplazamiento periódico en función del tiempo de la platina a lo largo de  $x$ . En este caso el valor nominal de la velocidad es  $\nu_0^n = 20\mu m/s$  y el del desplazamiento  $\Delta x_p^n = 30\mu m$ . Los valores experimentales son:  $\nu_0 = 18.82\mu m/s$  y  $\Delta x_p = 23.11\mu m$ . El valor nominal del tiempo de reposo es  $\tau_0^n = 1.5s$  mientras que el valor estimado fue  $\tau_0 = 1.9s$ .

Con los datos obtenidos de esta manera se hacen dos diagramas paramétricos, uno de la estimación del desplazamiento real en función del valor nominal de la velocidad y del desplazamiento y otro de la velocidad real en función, igualmente, del valor nominal de la velocidad y del desplazamiento. Se observa que los valores estimados del desplazamiento no dependen sensiblemente de la velocidad, al menos para el rango de valores explorados, mientras que la estimación de la velocidad depende considerablemente de ambos valores nominales, de una

---

manera lineal. Así, utilizando las rutinas de ajustes lineales de datos de superficies de matlab (comando `sftool` en matlab 2010a), se ajustaron los datos del desplazamiento y de la velocidad a un plano. Los resultados son los siguientes:

En el ajuste de los datos del desplazamiento el factor de correlación es  $R = 0.999$  y el valor del error estandar  $rmse = 0.2304$ . El ajuste queda:

$$\Delta x_p(\Delta x_p^n, \nu_0^n) = p_{00} + p_{10}\Delta x_p^n + p_{01}\nu_0^n \quad (\text{B.1})$$

con

$$p_{00} = -5.552 \quad (-5.793, -5.312) \quad (\text{B.2})$$

$$p_{10} = 0.9687 \quad (0.9646, 0.9727) \quad (\text{B.3})$$

$$p_{01} = -0.007508 \quad (-0.0156, 0.0005842) \quad (\text{B.4})$$

Por otro lado, en el ajuste de los datos de la velocidad el factor de correlación es  $R = 0.9963$  y el valor del error estandar  $rmse = 0.5335$ . El ajuste queda:

$$\nu_0(\Delta x_p^n, \nu_0^n) = p_{00} + p_{10}\Delta x_p^n + p_{01} * \nu_0^n \quad (\text{B.5})$$

con

$$p_{00} = -1.281 \quad (-1.957, -0.6055) \quad (\text{B.6})$$

$$p_{10} = 0.03771 \quad (0.02614, 0.04928) \quad (\text{B.7})$$

$$p_{01} = 0.9487 \quad (0.9263, 0.9712) \quad (\text{B.8})$$

Tomando los intervalos de confianza en cada uno de los parámetros en las estimaciones, se estimó el error de los datos interpolados. Esto se hace fácilmente con la función `predint` incluida en el paquete de análisis estadístico de matlab. Además al error estimado de esta manera se agregó el error debido a la calibración del sistema que es  $0.003\mu\text{m}/\text{pixel}$ . Cada pixel en nuestro sistema de imagen mide  $0.409\mu\text{m}$ .



## Apéndice C

# Preparación de muestras

En la figura C.1 se muestra una fotografía de una celda típica utilizada para los experimentos. La celda que contiene a las partículas consiste en dos cubreobjetos contrapuestos entre los cuales se coloca un separador con una cavidad circular, generando de esta manera un pequeño recipiente cilíndrico de aproximadamente  $\sim 100\mu m$  de altura y  $\sim 1cm$  de diámetro donde se vierte la solución de partículas. La celda es sellada herméticamente con un epóxico de secado rápido. Los principales laboratorios en la fabricación de partículas son: Bangs Laboratory y Duke Scientific, pero hay que reconocer que las características de las partículas fabricadas por Bangs Laboratory tienen mucho mayor control de calidad y además este fabricante ofrece mayor información técnica sobre sus productos. El procedimiento detallado para la elaboración de la muestra es el siguiente:

- Se toman con guantes dos cubreobjetos, uno pequeño y uno grande, lavados previamente con un detergente especial (ver abajo el procedimiento de limpieza) y el grande se coloca en una superficie plana, limpia. Posteriormente se coloca sobre el cubreobjetos un separador que permita generar una pequeña cavidad en la región central. En el laboratorio se utilizaron unas pequeñas películas con adhesivo especiales con una perforación circular en el centro de aproximadamente  $1.5cm^2$  y un espesor aproximado de  $\sim 100\mu m$ .
- Se coloca en el centro una pequeña gota de la muestra de aproximadamente  $1\mu l$ .
- Posteriormente se cubre la cavidad con el otro cubreobjetos, evitando que se formen burbujas o que se derrame el líquido. Para evitar que se formen burbujas de aire en el interior de la cavidad, se procura que el cubreobjetos no caiga todo a la vez sobre la muestra, sino que haga contacto primero en un extremo de la muestra y poco a poco vaya bajando el otro extremo hasta tenderlo completamente sobre la muestra.
- Finalmente se coloca pegamento epóxico de secado rápido todo alrededor para evitar la evaporación y contaminación de la muestra. Se deja secar por aproximadamente  $10min$ .

La calidad de estas muestras se va degradando con el tiempo, principalmente, por la disolución de compuestos orgánicos presentes en los adhesivos y el plástico que tienen contacto con la solución acuosa, y por contaminantes, como sales y compuestos orgánicos, presentes en los vidrios o en las propias partículas. No obstante, al menos para los fines del experimento, las muestras hechas de esta manera pueden durar alrededor de 8 horas sin presentar cambios perceptibles en sus propiedades. Después de uno o dos días, si no se evapora el agua, se puede observar que las partículas se adhieren fácilmente entre ellas o la superficie.

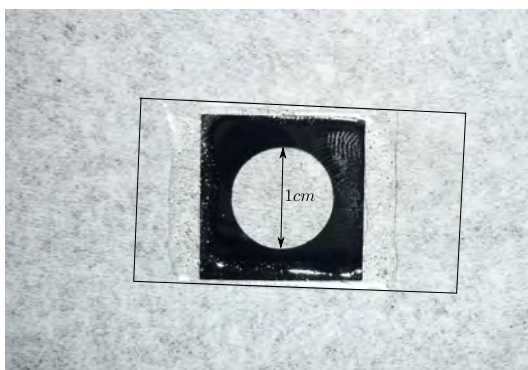


Figura C.1: Fotografía de una celda. La parte negra es el separador y la parte interna de este es la cavidad que contiene la solución de partículas.

Para poder obtener resultados reproducibles y para poder trabajar con las muestras durante un largo tiempo, es muy importante el procedimiento de limpieza de cada uno de las partes. En general podemos mencionar tres agentes químicos que son la base de varios procedimientos de limpieza de superficies: solventes, detergentes y químicos agresivos. Estos son muy utilizados en una gran diversidad de procedimientos científicos, como es el caso del procedimiento de limpieza de superficies para deposición de películas delgadas o para la limpieza de celdas de cuarzo en espectroscopía Raman. En general, en una superficie sucia, como puede ser un portaobjetos estandar empacado de fábrica, puede tener compuestos polares y no polares como sales, grasas, etc.

Los solventes orgánicos como la acetona, alcohol isopropílico y cloroformo<sup>1</sup>, así como el agua desionizada, pueden ser utilizados en un procedimiento de varias etapas para disolver la mayor cantidad de compuestos polares (sales) y no polares en la superficie (grasas). Esto puede ser de manera abrasiva utilizando un papel o algodón libre de residuos y/o sometiendo al vidrio inmerso en el solvente a un baño de ultrasonido por tiempos cortos para evitar daños por cavitación en las superficies. A pesar de que estos métodos son muy utilizados y generalmente funcionan, tienen el inconveniente de que tienen que ser utilizados en condiciones de seguridad de laboratorio para manejo de sustancias tóxicas: campana de extracción, máscara antigases para gases de bajo peso molecular, resultando costosos, además que se generan una gran cantidad de desechos que en su mayoría son tóxicos.

Los químicos agresivos son por ejemplo el ácido crómico o la llamada solución piraña. La mezcla cromica es un compuesto hecho a partir de disolver trióxido de cromo en ácido sulfúrico y la solución piraña es una mezcla de ácido sulfúrico y peróxido de hidrógeno al 30% (ver [82, 83]). La mezcla chromica es cada vez menos utilizada por su alta toxicidad. La solución piraña, como su nombre lo dice, es capaz de comerse prácticamente todo, teniendo la capacidad de carbonizar todo material orgánico, y, por su propiedad oxidativa, puede disolver el carbón generado en el proceso de carbonización. La mezcla piraña no es reutilizable, solo se usa en el momento que se prepara y solamente una vez, esto hace que tenga el inconveniente de, además de requerir un espacio adecuado para el manejo de estos químicos, resulta extremadamente costoso utilizarla de manera rutinaria.

<sup>1</sup>Es importante que la pureza de todos los compuestos sea analítica

---

Por otro lado, el uso de detergentes especiales es un método que cada vez es más utilizado. Los detergentes más utilizados son Decon90, Helmanex y Liquinox. En principio el octanato de potasio puede servir para el mismo propósito. Una característica importante de estos detergentes es que no dejan residuos al ser enjuagados. Este método fue el utilizado para limpiar los cubreobjetos de vidrio de la muestra, esto por su bajo costo y practicidad en el manejo, además que para nuestro propósitos funcionó bien. Para utilizarlo basta con mezclar una cantidad pequeña de detergente, dependiendo del tipo y cantidad de suciedad que se quiera limpiar, en agua desionizada. En nuestro caso se utilizó una mezcla de 2%. Posteriormente los vidrios se sumergen en la solución durante 24h. Para hacerlo más rápido o para eliminar residuos muy adheridos es posible utilizar un baño de ultrasonido y calentar la solución a  $\sim 45^{\circ}C$ . Posteriormente se enjuagan todos los cubreobjetos o portaobjetos, uno a uno, con agua desionizada caliente ( $\sim 45^{\circ}$ ) a chorro. Para esto se utiliza una pizeta y unas pinzas de cirujano recubiertas de la punta con cinta de teflon. Es importante resaltar que en todos estos pasos se utilizan guantes de nitrilo con la intención de no contaminar con grasas ni los vidrios que se están lavando ni el agua que se utiliza. Conforme se van enjuagando cada uno de los vidrios, se van depositando en otro recipiente (vaso de precipitado) con agua limpia. Posteriormente se vuelven a enjuagar nuevamente uno por uno y se vuelven a depositar en otro recipiente con agua desionizada limpia. Este procedimiento se repite las veces que sea necesario, hasta que se tenga la certeza de haber eliminado todos los residuos de detergente. Al final se ponen a escurrir todos los cubreobjetos en una caja hermética, cuidando que queden separados.

Una prueba sencilla de cerciorarse de la limpieza, al menos de grasas, de los cubreobjetos antes y después del proceso de lavado, es verificando el mojado de una gota pequeña de agua que se deposita en la superficie. Si la gota de agua moja mucho, es decir, se expande sobre la superficie, quiere decir que no hay compuestos no polares en la superficie, que generalmente son grasas.

En los experimentos realizados en esta tesis, solamente se limpiaron los cubreobjetos y portaobjetos utilizados en la preparación de la muestra. En un procedimiento más riguroso, quizás sería necesario limpiar también las partículas. En la página de internet de Bangs Laboratory proponen una metodología para esto [84].





# Bibliografía

- [1] R. P. Feynman and R. B. Leighton, *The Feynman Lectures on Physics*, vol. 1, chap. 46 (Addison-Wesley, 1963).
- [2] P. Reimann, “Brownian motors: noisy transport far from equilibrium,” *Physics Reports* **361**, 57 (2002).
- [3] E. Gonzalez-Candela and V. Romero-Rochin, “Overdamped thermal ratchets in one and more dimensions. Kinesin transport and protein folding,” *Physica A* **372**, 249 (2006).
- [4] E. Gonzalez-Candela and V. Romero-Rochin, “Directed transport as a mechanism for protein folding in vivo,” *J. Chem. Phys.* **132**, 035,103 (2010).
- [5] D. Cole, S. Bending, S. Savelev, A. Grigorenko, T. Tamegai, and F. Nori, “Ratchet without spatial asymmetry for controlling the motion of magnetic flux quanta using time-asymmetric drives,” *Nature materials* **5**, 305 (2006).
- [6] J. Bader, R. W. Hammond, S. A. Henck, M. W. Deem, G. A. McDermott, J. M. Bustillo, J. W. Simpson, G. T. Mulhern, and J. M. Rothberg, “*DNA transport by micromachined brownian ratchet device*,” *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **96**, 13,165 (1999).
- [7] S. Matthias and F. Müller, “Asymmetric pores in a silicon membrane acting as massively parallel brownian ratchet,” *Nature* **424**, 53 (2003).
- [8] P. Hänggi and F. Marchesoni, “Artificial Brownian motors: Controlling transport on the nanoscale,” *Rev. Mod. Phys.* **81**, 387–442 (2009).
- [9] F. Reif, “Fundamentals of statistical and thermal physics McGraw-Hill,” New York pp. 248–250 (1965).
- [10] E. Purcell, “Life at low Reynolds number,” *Am. J. Phys* **45**(3), 11 (1977).
- [11] J. L. Mateos, “Chaotic transport and current reversal in deterministic ratchets,” *Phys. Rev. Lett.* **84**, 258 (2000).
- [12] S. P. Álvarez, “Tesis: El movimiento browniano matemático y tangible,” (2010).
- [13] M. Evstigneev, O. Zvyagolskaya, S. Bleil, R. Eichhorn, C. Bechinger, and P. Reimann, “Diffusion of colloidal particles in a tilted periodic potential: Theory versus experiment,” *Phys. Rev. E* **77**, 041,107 (2008).

- 
- [14] K. Ladavac, K. Kasza, and D. G. Grier, “Sorting mesoscopic objects with periodic potential landscapes: Optical fractionation,” *Phys. Rev. E* **70**, 010,901 (2004).
- [15] D. G. Grier, “A revolution in optical manipulation,” *Nature* **424**, 810 (2003).
- [16] G. Milne, D. Rhodes, M. MacDonald, and K. Dholakia, “Fractionation of polydisperse colloid with acousto-optically generated potential energy landscapes,” *Opt. Lett.* **32**(9), 1144–1146 (2007).
- [17] J. Rohner, J.-M. Fournier, P. Jacquot, and F. Merenda, “Multiple Optical Trapping in High Gradient Interference Fringes,” *Proceedings of SPIE* **6326** (2006).
- [18] M. M. Burns, J.-M. Fournier, and J. A. Golovchenko, “Optical Matter: Crystallization and Binding in Intense Optical Fields,” *Science* **249**, 749 (1990).
- [19] J. Mikhael, J. Roth, L. Helden, and C. Bechinger, ““Archimedean-like tiling on decagonal quasicrystalline surfaces”,” *nature* (2008).
- [20] L. Faucheux, L. S. Bordieu, P. D. Kaplan, and A. J. Libchaber, “Optical thermal ratchet,” *Phys. Rev. Lett.* **74**, 1504 (1995).
- [21] P. H. Jones, M. Goonasekera, and F. Renzoni, “Rectifying Fluctuations in an Optical Lattice,” *Phys. Rev. Lett.* **93**, 073,904 (2004).
- [22] R. Gommers, S. Denisov, and F. Renzoni, “Quasiperiodically Driven Ratchets for Cold Atoms,” *Phys. Rev. Lett.* **96**, 240,604 (2006).
- [23] K. Svoboda and S. Block, “Biological applications of optical forces,” *Annual review of biophysics and biomolecular structure* **23**(1), 247–285 (1994).
- [24] C. Bustamante, Z. Bryant, and S. B. Smith, “Ten years of tension: single-molecule DNA mechanics,” *Nature* **421**, 423–427 (2003).
- [25] K. C. Neuman and S. M. Block, “Optical trapping,” *Review of Scientific Instruments* **75**, 2787–2809 (2004).
- [26] A. Jonáš and P. Zemánek, “Light at work: The use of optical forces for particle manipulation, sorting, and analysis,” *Electrophoresis* **29**, 4813–4851 (2008).
- [27] K. Dholakia, W. M. Lee, L. Paterson, M. MacDonald, R. McDonald, I. Andreev, P. Mthunzi, C. T. A. Brown, R. F. Marchington, and A. C. Riches, “Optical Separation of Cells on Potential Energy Landscapes: Enhancement With Dielectric Tagging,” *IEEE JOURNAL OF SELECTED TOPICS IN QUANTUM ELECTRONICS* **13**, 1646–1654 (2007).
- [28] A. Ashkin, *Optical Trapping and Manipulation of Neutral Particles Using Lasers* (World Scientific Publishing, New Jersey, 2006).
- [29] L. Novotny and B. Hecht, *Principles of nano-optics* (Cambridge University Press, 2006).
- [30] C. Bohren and D. Huffman, *Absorption and scattering of light by small particles* (John Wiley and Sons, 1983).

- 
- [31] M. Born, E. Wolf, and A. Bhatia, *Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light* (Cambridge Univ Press, 2000).
- [32] J. Barton, D. Alexander, and S. Schaub, “Theoretical determination of net radiation force and torque for a spherical particle illuminated by a focused laser beam,” *Journal of Applied Physics* **66**(10), 4594–4602 (2009).
- [33] R. Gussgard and T. L. I. Brevik, “Calculation of the trapping force in a strongly focused laser beam,” *J. Opt. Soc. Am. B* **9**, 1922 (1992).
- [34] A. Mazolli, P. Maia Neto, and H. Nussenzveig, “Theory of trapping forces in optical tweezers,” *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* **459**(2040), 3021 (2003).
- [35] P. C. Chaumet and C. Billaudeau, “Coupled dipole method to compute optical torque: Application to a micropopeller,” *JOURNAL OF APPLIED PHYSICS* **101**(2) (2007).
- [36] M. Yurkin and A. Hoekstra, “The discrete dipole approximation: an overview and recent developments,” *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer* **106**(1-3), 558–589 (2007).
- [37] P. C. Waterman, “The T-matrix revisited.” *J Opt Soc Am A Opt Image Sci Vis* **24**(8), 2257–67 (2007).
- [38] M. I. Mishchenko, L. D. Travis, and D. W. Mackowski, “T-matrix method and its applications to electromagnetic scattering by particles: A current perspective,” *JOURNAL OF QUANTITATIVE SPECTROSCOPY & RADIATIVE TRANSFER* **111**(11, Sp. Iss. SI), 1700–1703 (2010).
- [39] Y. Harada and T. Asakura, “Radiation forces on a dielectric sphere in the Rayleigh scattering regime,” *OPTICS COMMUNICATIONS* **124**(5-6), 529–541 (1996).
- [40] A. Ashkin, “Forces of a single-beam gradient laser trap on a dielectric sphere in the ray optics regime,” *Biophysical Journal* **61**, 569–582 (1992).
- [41] B. T. Draine, “The discrete-dipole approximation and its application to interstellar graphite grains,” *Astrophys. J.* **333**, 848–872 (1988).
- [42] A. Ashkin, J. M. Dziedzic, J. E. Bjorkholm, and S. Chu, “Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles,” *Opt. Lett.* **11**, 288–290 (1986).
- [43] “Building an Optical Tweezers,” URL <http://www2.bioch.ox.ac.uk/oubsu/ebjknight/build.html>.
- [44] J. R. Moffitt, Y. R. Chemla, S. B. Smith, and C. Bustamante, “Recent Advances in Optical Tweezers,” *Annu. Rev. Biochem* **77**, 205–228 (2008).
- [45] I. Ricardez-Vargas, P. Rodriguez-Montero, R. Ramos-Garcia, and K. Volke-Sepulveda, “Modulated optical sieve for sorting of polydisperse microparticles,” *Appl. Phys. Lett.* **88**(121116) (2006).

- 
- [46] B. A. K. Jennifer E. Curtis and D. G. Grier, “Dynamic holographic optical tweezers,” *Optics Communications* **207**, 169 (2002).
- [47] Y. Roichman and D. G. Grier, “Projecting Extended Optical Traps with Shape-Phase Holography,” *Optics Letters* **31**, 1675 (2006).
- [48] B. J. Lopez, N. J. Kuwada, E. M. Craig, B. R. Long, and H. Linke, “Realization of a feedback controlled flashing ratchet.” *Phys. Rev. Lett.* **101**(22), 220,601 (2008).
- [49] J. M. R. Parrondo and P. Español, “Criticism of Feynman’s analysis of the ratchet as an engine,” *Am. J. Phys* **64**, 1125 (1996).
- [50] J. L. Mateos, “Current reversals in chaotic ratchets:The battle of the attractors,” *Physica A* **325**, 92 (2002).
- [51] A. Ajdari, D. Mukamel, L. Peliti, and J. Prost, “Rectified motion induced by ac forces in periodic structures,” *Journal de Physique I* **4**(10), 1551–1561 (1994).
- [52] M. O. Magnasco, “Forced Thermal Ratchets,” *Phys. Rev. Lett.* **72**, 2656 (1994).
- [53] R. D. Astumian and M. Bier, “Fluctuation Driven ratchets: Molecular Motors,” *Phys. rev. Lett* **72**, 1766 (1994).
- [54] L. Ibarra-Bracamontes and V. Romero-Rochín, “Stochastic ratchets with colored thermal noise,” *Physical Review E* **56**(4), 4048–4051 (1997).
- [55] H. Risken, *The Fokker-Planck Equation*, 2nd ed. (Springer-Verlag, 1989).
- [56] R. P. Feynman and R. B. Leighton, *The Feynman Lectures on Physics*, vol. 1, chap. 41,42,43 (Addison-Wesley, 1963).
- [57] R. D. Astumian, “Thermodynamics and kinetics of a brownian motor,” *Science* **276**, 917 (1997).
- [58] G. Milne, K. Dholakia, D. McGloin, K. Volke-Sepulveda, and P. Zemanek, “Transverse particle dynamics in a Bessel beam.” *Opt Express* **15**(21), 13,972–87 (2007).
- [59] M. Siler and P. Zemanek, “Particle jumps between optical traps in a one-dimensional (1D) optical lattice,” *NEW JOURNAL OF PHYSICS* **12** (2010).
- [60] S.-H. Lee, K. Ladavac, M. Polin, and D. G. Grier, “Observation of flux reversal in a symmetric optical thermal ratchet,” *Phys. Rev. Lett.* **94**, 11 (2005).
- [61] S.-H. Lee and D. G. Grier, “One-dimensional optical thermal ratchet,” *Journal of Physics-condensed matter* **17**, 47 (2005).
- [62] S.-H. Lee and D. G. Grier, “Flux reversal in a two-state symmetric optical thermal ratchet,” *Phys. Rev. E* **71**, 060,102–1 (2005).
- [63] K. Dholakia, M. P. MacDonald, P. Zemanek, and T. Cizmar, “Cellular and colloidal separation using optical forces.” *Methods Cell Biol* **82**, 467–95 (2007).

- 
- [64] T. Cizmar, M. Siler, M. Sery, P. Zemanek, V. Garces-Chavez, and K. Dholakia, “Optical sorting and detection of submicrometer objects in a motional standing wave,” *Phys. Rev. B* **74**, 035,105 (2006).
- [65] L. Paterson, E. Papagiakoumou, G. Milne, V. Garces-Chavez, S. A. Tatarkova, W. Sibbett, F. Gunn-Moore, P. Bryant, A. Riches, and K. Dholakia, “Light-induced cell separation in a tailored optical landscape,” *Appl. Phys. Lett.* **87**, 123,901 (2005).
- [66] M. P. MacDonald, G. C. Spalding, and K. Dholakia, “Microfluidic sorting in an optical lattice,” *Nature* **426**, 421–424 (2003).
- [67] K. Volke-Sepúlveda, S. Chávez-Cerda, V. Garcés-Chávez, and K. Dholakia, “Three-dimensional optical forces and transfer of orbital angular momentum from multifringed light beams to spherical microparticles,” *J. Opt. Soc. Am. B* **21**, 1749 (2004).
- [68] E. Hecht, *Optics*, 4th ed. (Addison-Wesley, 2002).
- [69] D. Griffiths and R. College, *Introduction to electrodynamics* (Prentice Hall New Jersey, 1999).
- [70] P. Hanggi, P. Talkner, and M. Borkovec, “Reaction-rate theory: 50 years after Kramers,” *Rev. Mod. Phys* **62**(2), 251–341 (1990).
- [71] J. P. Barton and D. R. Alexander, “Fifth-order corrected electromagnetic field components for a fundamental Gaussian beam,” *J. Appl. Phys.* **66**, 2800–2802 (1989).
- [72] J. C. Crocker and D. G. Grier, “Methods of Digital Video Microscopy for Colloidal Studies,” *Journal of Colloid and Interface Science* **179**, 298–310 (1996).
- [73] A. Savitzky and M. J. E. Golay, “Smoothing and Differentiation of Data by Simplified Least Squares Procedures,” *Analytical Chemistry* **36**, 1627–1639 (1964).
- [74] J. Prost, J.-F. Chauwin, L. Peliti, and A. Adjari, “Asymmetric Pumping of Particles,” *Phys. Rev. Lett.* **72**, 2652 (1994).
- [75] D. Zarlenga, H. Larrondo, C. Arizmendi, and F. Family, “Complex synchronization structure of an overdamped ratchet with discontinuous periodic forcing,” *Physical Review E* **80**(1), 11,127 (2009).
- [76] R. Salgado-García, G. Martínez-Mekler, and M. Aldana, “Occurrence and robustness of current reversals in overdamped deterministic ratchets under symmetric forcing,” *Physical Review E* **78**(1), 11,126 (2008).
- [77] P. Reimann and P. Hänggi, “Introduction to the Physics of Brownian Motors,” *Appl. Phys. A* **75**, 169 (2002).
- [78] S. Sengupta, R. Guantes, S. Mirét-Artés, and P. Hänggi, “Controlling directed transport in two-dimensional periodic structures under crossed electric fields,” *Physica A* **338**, 406 (2004).
- [79] R. Eichhorn and P. Reimann, “Moving backward noisily,” *CHAOS* **15**, 026,113 (2005).

- [80] L. W. Davis, “Theory of electromagnetic beams,” *Phys. Rev. A* **19**, 1177–1179 (1979).
- [81] J. P. Barton, D. R. Alexander, and S. A. Schaub, “Internal and near-surface electromagnetic fields for a spherical particle irradiated by a focused laser beam,” *Journal of Applied Physics* **64**, 1632 (1988).
- [82] “Piranha solution,” URL [http://en.wikipedia.org/wiki/Piranha\\_solution](http://en.wikipedia.org/wiki/Piranha_solution).
- [83] “Chromic acid,” URL [http://en.wikipedia.org/wiki/Chromic\\_acid](http://en.wikipedia.org/wiki/Chromic_acid).
- [84] “Microsphere Handling,” URL [http://www.bangslabs.com/learning/microsphere\\_handling](http://www.bangslabs.com/learning/microsphere_handling).

# Force mapping of an extended light pattern in an inclined plane: Deterministic regime

Alejandro V. Arzola, Karen Volke-Sepúlveda and José L. Mateos

*Instituto de Física, Universidad Nacional Autónoma de México  
Apdo. Postal 20-364, 01000 México Distrito Federal, México.*

[karen@fisica.unam.mx](mailto:karen@fisica.unam.mx)

**Abstract:** We present a full quantitative mapping of the non-linear optical trapping force associated to an extended interference pattern of fringes as a function of the position. To map this force, we studied the dynamics of microscopic spherical beads of different sizes (8, 10 and 14.5 microns in diameter) moving through the light pattern. For this range of particle sizes, the system is overdamped due to the viscous drag and the effect of thermal noise is negligible. The novel experimental approach consists in tilting the sample cell a small angle with respect to the horizontal, thus we have a deterministic particle in an inclined plane. The combined action of the optical force and gravity gives rise to a washboard potential. We compared our experimental results with a ray optics model and found a good quantitative agreement. For each size of the microsphere we studied different spatial periods of the interference fringes.

© 2009 Optical Society of America

**OCIS codes:** (350.4855) Optical tweezers or optical manipulation; (140.7010) Laser trapping; (260.3160) Interference.

---

## References and links

1. A. Ashkin, "Acceleration and trapping of particles by radiation pressure," *Phys. Rev. Lett.* **24**, 156–159 (1970).
2. A. Ashkin, *Optical Trapping and Manipulation of Neutral Particles Using Lasers* (World Scientific Publishing, New Jersey, 2006).
3. K. M. Herbert, W. J. Greenleaf, and S. M. Block, "Single-Molecule Studies of RNA Polymerase: Motoring Along," *Annu. Rev. Biochem.* **77**, 149–176 (2008).
4. J. R. Moffitt, Y. R. Chemla, S. B. Smith, and C. Bustamante, "Recent Advances in Optical Tweezers," *Annu. Rev. Biochem.* **77**, 205–228 (2008).
5. H. He, M. J. E. Friese, N. R. Heckenberg, and H. Rubinsztein-Dunlop, "Direct observation of transfer of angular momentum to absorptive particles from a laser beam with a phase singularity," *Phys. Rev. Lett.* **75**, 826–829 (1995).
6. N. B. Simpson, K. Dholakia, L. Allen, and M. J. Padgett, "Mechanical equivalence of spin and orbital angular momentum of light: an optical spanner," *Opt. Lett.* **22**, 52–54 (1997).
7. K. Volke-Sepulveda, V. Garces-Chavez, S. Chavez-Cerda, J. Arlt, and K. Dholakia, "Orbital angular momentum of a high-order Bessel light beam," *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.* **4**, S82–S89 (2002).
8. M. E. J. Friese, H. Rubinsztein-Dunlop, J. Gold, P. Hagberg, and D. Hanstorp, "Optically driven micromachine elements," *Appl. Phys. Lett.* **78**, 547–549 (2001).
9. P. Galajda and P. Ormos, "Complex micromachines produced and driven by light," *Appl. Phys. Lett.* **78**, 249–251 (2001).
10. M. P. MacDonald, G. C. Spalding, and K. Dholakia, "Microfluidic sorting in an optical lattice," *Nature* **426**, 421–424 (2003).
11. A. Ashkin, J. M. Dziedzic, J. E. Bjorkholm, and S. Chu, "Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles," *Opt. Lett.* **11**, 288–290 (1986).



12. K. Dholakia and W. M. Lee, "Optical Trapping Takes Shape: The Use of Structured Light Fields," *Adv. At. Mol. Opt. Phys.* **56**, 261–337 (2008).
13. M. M. Burns, J. M. Fournier, and J. A. Golovchenko, "Optical Matter: Crystallization and Binding in Intense Optical Fields," *Science* **249**, 749–754 (1990).
14. A. Casaburi and G. Pesce and P. Zemánek and A. Sasso, "Two- and three-beam interferometric optical tweezers," *Opt. Commun.* **251**, 393–404 (2005).
15. A. E. Chiou, W. Wang, G. J. Sonek, J. Hong, and M. W. Berns, "Interferometric optical tweezers," *Opt. Commun.* **133**, 7–10 (1997).
16. M. Reicherter, T. Haist, E. U. Wagemann, and H. J. Tiziani, "Optical particle trapping with computer-generated holograms written on a liquid-crystal display," *Opt. Lett.* **24**, 608–610 (1999).
17. E. R. Dufresne, G. C. Spalding, M. T. Dearing, S. A. Sheets, and D. G. Grier, "Computer-generated holographic optical tweezer arrays," *Rev. Sci. Instrum.* **72**, 1810–1816 (2001).
18. R. L. Eriksen, P. C. Mogensén, and J. Gluckstad, "Multiple-beam optical tweezers generated by the generalized phase-contrast method," *Opt. Lett.* **27**, 267–269 (2002).
19. C. Mio, T. Gong, A. Terray, and D. W. Marr, "Design of a scanning laser optical trap for multiparticle manipulation," *Rev. Sci. Instrum.* **71**, 2196–2200 (2000).
20. K. Ladavac, K. Kasza, and D. G. Grier, "Sorting mesoscopic objects with periodic potential landscapes: Optical fractionation," *Phys. Rev. E* **70**, 010901 (2004).
21. I. Ricardez-Vargas, P. Rodriguez-Montero, R. Ramos-Garcia, and K. Volke-Sepulveda, "Modulated optical sieve for sorting of polydisperse microparticles," *Appl. Phys. Lett.* **88**, 121116 (2006).
22. T. Cizmar, M. Siler, M. Sery, P. Zemanek, V. Garces-Chavez, and K. Dholakia, "Optical sorting and detection of submicrometer objects in a motional standing wave," *Phys. Rev. B* **74**, 035105 (2006).
23. A. Jonáš and P. Zemánek, "Light at work: The use of optical forces for particle manipulation, sorting, and analysis," *Electrophoresis* **29**, 4813–4851 (2008).
24. B. A. Koss and D. G. Grier, "Optical Peristalsis," *Appl. Phys. Lett.* **82**, 3985–3987 (2003).
25. M. Evstigneev, O. Zvyagolskaya, S. Bleil, R. Eichhorn, C. Bechinger, and P. Reimann, "Diffusion of colloidal particles in a tilted periodic potential: Theory versus experiment," *Phys. Rev. E* **77**, 041107 (2008).
26. W. Singer, S. Bernet, N. Hecker, and M. Ritsch-Marté, "Three-dimensional force calibration of optical tweezers," *J. Mod. Opt.* **47**, 2921–2931 (2000).
27. N. B. Viana, M. S. Rocha, O. N. Mesquita, A. Mazolli, P. A. M. Neto, and H. M. Nussenzevig, "Towards absolute calibration of optical tweezers," *Phys. Rev. E* **75**, 021914 (2007).
28. Y. Zhao, G. Milne, J. S. Edgar, G. D. M. Jeffries, D. McGloin, and D. T. Chiu, "Quantitative force mapping of an optical vortex trap," *Appl. Phys. Lett.* **92**, 161111 (2008).
29. G. Milne, K. Dholakia, D. McGloin, K. Volke-Sepulveda, and P. Zemanek, "Transverse particle dynamics in a Bessel beam," *Opt. Express* **15**, 13972–13987 (2007).
30. L. Paterson, E. Papagiakoumou, G. Milne, V. Garces-Chavez, S. A. Tatarkova, W. Sibbett, F. Gunn-Moore, P. Bryant, A. Riches, and K. Dholakia, "Light-induced cell separation in a tailored optical landscape," *Appl. Phys. Lett.* **87**, 123901 (2005).
31. L. I. McCann, M. Dykman, and B. Golding, "Thermally activated transitions in a bistable three-dimensional optical trap," *Nature* **402**, 785–787 (1999).
32. V. Blickle, T. Speck, U. Seifert, and C. Bechinger, "Characterizing potentials by a generalized Boltzmann factor," *Phys. Rev. E* **75**, 060101 (2007).
33. V. I. Melnikov, "The Kramers problem: Fifty years of development," *Phys. Rep.* **209**, 1–71 (1991).
34. S. A. Tatarkova, W. Sibbett, and K. Dholakia, "Brownian particle in an optical potential of the washboard type," *Phys. Rev. Lett.* **91**, 038101 (2003).
35. J. Happel and H. Brenner, *Low Reynolds number hydrodynamics* (Dordrecht : Kluwer Academic, 1986).
36. A. Ashkin, "Forces of a single-beam gradient laser trap on a dielectric sphere in the ray optics regime," *Biophys. J.* **61**, 569–582 (1992).
37. L. W. Davis, "Theory of electromagnetic beams," *Phys. Rev. A* **19**, 1177–1179 (1979).
38. J. C. Crocker and D. G. Grier, "Methods of Digital Video Microscopy for Colloidal Studies," *J. Colloid Interface Sci.* **179**, 298–310 (1996).
39. A. Savitzky and M. J. E. Golay, "Smoothing and Differentiation of Data by Simplified Least Squares Procedures," *Anal. Chem.* **36**, 1627–1639 (1964).

---

## 1. Introduction

It will be soon four decades since the discovery of optical trapping of micron- sized particles by means of laser light by Arthur Ashkin [1]. Nowadays, optical traps are used in many different scientific areas due to their great versatility [2]. They can be applied to study a wide variety of physical and biological systems, such as molecular motors and cells [3, 4], soft con-

densified matter, and also to study the properties of light itself [5–7]. Optical traps can be used as well for technological purposes, like the development of micromachines [8, 9] and microfluidic devices [10]. Whereas the single beam optical trap or optical tweezers is the suitable choice for individual particle manipulation in 3D [11], there are many different possibilities when the simultaneous manipulation of many particles is the aim [12]. The most common alternatives are traps based on interference patterns [13–15], dynamical digital holography [16, 17], phase contrast techniques [18] and scanning beam traps [19]. These have been successfully applied, for instance, in particle organization in periodic patterns [13, 14], in the development of optical sorting methods [10, 20–23], and in the study of brownian particle dynamics [24, 25].

Although the basic physics underlying the optical trapping phenomenon is well understood, many different theoretical models of the light-particle interaction have been developed. The main reason for the lack of consensus about a unique general description is that most of the models developed so far have limited applicability, either because of restrictions in the size or geometry of the trapped objects or because the description of the light distribution is idealized, or both. In this context, direct measurements of the optical forces represent a central issue, not only for testing theoretical models but also for practical applications of optical micromanipulation systems as force transducers. A well established experimental calibration method in the case of spherical particles in individual traps consists in quantifying the displacement of the particle from its equilibrium position due to the viscous drag while it is in relative motion with respect to the host medium at a known constant velocity [26–28].

For extended light patterns the paraxial beam description is appropriated; models using either the generalized Lorenz-Mie theory [22, 29] or a simpler ray tracing approach [21, 29, 30], in the proper limit, have given results that compare well with experiments. In this case, interesting phenomena arise due to a strong dependence of the effective optical potential on the size and/or shape of the particle. As this is the basis of several optical sorting devices [10, 20–22], a characterization of the optical forces and/or potentials associated to extended light patterns is particularly important in all the different particle size regimes. In the stochastic regime, the optical potential associated with a periodic pattern of light has been characterized by studying the thermally activated escape from the potential wells. McCann and coworkers obtained in this way a full three dimensional mapping of a double-well optical potential confining submicron particles using Kramer’s theory [31]. Similarly, Blicke *et al.* studied the motion of brownian particles in a tilted periodic potential, which led to an approximate map of the optical potential by measuring the stationary probability distribution and the current of particles in the system [32]. These tilted periodic potentials are usually known as washboard potentials [33] and, in optics, these have also been created with alternative light distributions, for instance, with a tilted Bessel beam, and used as well to study the stochastic dynamics of brownian particles [34]. In other studies including larger particles (diameters of up to 5 microns), the existence of different size-dependent types of behavior has been drawn from the particle dynamics and compared with theory for a Bessel beam profile [29, 30], and also for other extended periodic potentials [21, 22]. However, in the deterministic regime, for which the thermal noise can be practically neglected (particle diameter  $> 5$  microns), we are not aware of any report on a detailed quantitative characterization of the optical forces and/or potentials in this regime.

We present here a full quantitative mapping of the trapping forces acting on Mie particles (8, 10 and 14.5 microns diameters) as a function of the position for an optical potential of interference fringes that extends over distances of up to 400 microns. In the experiment, we study the dynamics of a particle in a washboard potential. We physically tilt the sample cell by a controlled small angle and let the bead run through the light pattern of fringes by effect of gravity. From the experimental data, we are able to determine the particle’s velocity as a function of position, which is directly proportional to the force acting on the particle for an

overdamped regime, as it is our case. The period of the fringes is varied in order to investigate the dependence of the maximum force on this parameter. We compare our experimental results with theoretical curves obtained with a ray optics model of the optical forces, appropriated in this case.

## 2. Particle dynamics in a tilted extended optical potential of interference fringes

The simplest physical model describing our experiments corresponds to a deterministic spherical particle moving across a washboard potential, as schematized in Fig. 1. The radius, density and refractive index of the dielectric sphere are denoted, respectively, by  $R_0$ ,  $\rho_p$  and  $n_p$ . The host medium has density  $\rho_m$  and refractive index  $n_m$ . The particle moves along the  $x$  axis due to its effective weight component along this direction  $F_g = W \sin \psi$ , where  $W = (\rho_p - \rho_m)(4\pi R_0^3/3)g$  and  $g$  is the acceleration of gravity. There is a dissipative force, opposite to the direction of motion, owed to viscous drag and surface interaction effects, which will be simply considered as proportional to particle's velocity. We have experimentally verified that the system is overdamped, and thus the inertial term is not considered in the equation of motion for the particle. Thus the dynamics of the system is described by

$$\gamma \dot{x}(t) = -V'(x(t)) + F_g, \quad (1)$$

where  $V(x)$  represents an extended optical potential and the prime denotes the derivative with respect to  $x$ . Notice that  $\gamma$  is different from the conventional Stokes coefficient for a sphere, but the Faxen's correction should be applied, due to the close proximity of the particle to the bottom of the glass cell [35]. Furthermore, there might be additional effects of interaction between the sphere and the surface on which it moves down, that can also contribute to the dissipation or effective friction coefficient  $\gamma$ .

Our aim is to experimentally determine the optical force  $F(x) = -V'(x)$  by analyzing the dynamics of the particle and compare it with a theoretical model. Although the light pattern and thus the optical potential extend over the transverse plane in two dimensions, we are only interested in the motion of the particle along the direction of the spatial periodicity  $x$ . In the experiments, the sphere naturally moves across the pattern along the  $x$  axis due to the inclination of the sample cell, but also because the light pattern is narrower in the  $y$  direction.

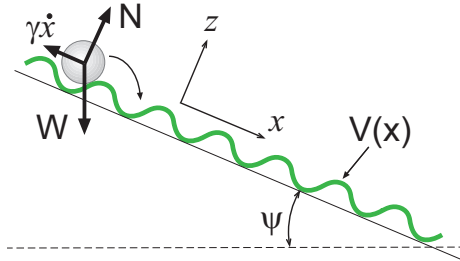


Fig. 1. Schematic of the physical system. A spherical particle is moving down a inclined plane in a washboard potential in the overdamped regime. The  $y$  axis is normal to the plane of the figure according to a right-hand system.  $W$  is the effective weight of the particle,  $N$  is the normal force,  $\gamma \dot{x}$  is the damping force,  $V(x)$  is an optical potential and  $\psi$  is the inclination angle.

The parameter  $\beta = 2\pi n_m R_0 / \lambda$ , typically used for characterizing the size of a particle with respect to the wavelength, ranges in our case from 63 (for  $R_0 = 4.0 \mu m$ ), to 118 (for  $R_0 = 7.25 \mu m$ ), hence  $\beta \gg 1$ . In this regime, geometrical optics provides a good alternative for

calculating the optical force [36]. In this scheme, the  $x$  component of the optical force exerted by a collimated light field propagating vertically upwards on a spherical particle located at the position  $(x_0, y_0)$  in a transverse plane ( $z = \text{constant}$ ) can be written as [21],

$$F_x(x_0, y_0) = -\frac{n_m(R_0)^2}{2c} \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \left( R \sin(2\theta) - T^2 \frac{\sin(2\theta - 2\theta_t) + R \sin(2\theta)}{1 + R^2 + 2R \cos(2\theta_t)} \right) \times I(x, y) \sin(2\theta) \cos \varphi d\varphi d\theta. \quad (2)$$

$I(x, y)$  denotes the transverse intensity distribution of the light field,  $c$  is the speed of light in vacuum, and the integration is performed over the illuminated hemisphere of the particle, where  $\varphi$  is the azimuthal angle and  $\theta$  is complementary to the polar angle. The incidence angle coincides with  $\theta$  at each point on the sphere's surface,  $\theta_t$  is the transmitted angle and  $R$  and  $T$  are, respectively, the average of the reflectance and transmittance over the two transverse polarizations. The coordinates of each point at the particle's surface,  $(R_0, \varphi, \theta)$ , and the position of the center of the particle with respect to the beam axis,  $(x_0, y_0)$ , are related by means of  $x = x_0 + R_0 \cos \varphi \sin \theta$  and  $y = y_0 + R_0 \sin \varphi \sin \theta$ , (we set  $y_0 = 0$ ). The assumption that the  $x$  component of the optical force, described by Eq. (2), is conservative is based on the fact that there is no propagation of the beam along this direction [36].

The intensity distribution is, according to our experimental conditions,

$$I(x, y) = \frac{4P}{\pi w_x w_y} \exp \left[ -2 \left( \frac{(x - \xi)^2}{w_x^2} + \frac{(y - \eta)^2}{w_y^2} \right) \right] \cos^2 \left( \frac{\pi}{L} (x - \xi) \right), \quad (3)$$

which corresponds to the interference of two elliptical gaussian beams, whose major and minor semiaxes at the plane of interest are  $w_x$  and  $w_y$ , respectively.  $P$  is the power of the laser at the same plane and  $L$  is the spatial periodicity of the interference fringes. The coordinates of the center of the gaussian envelope of the intensity distribution in the laboratory reference frame are denoted by  $(\xi, \eta)$ ; we set  $\eta = 0$ .

Models for the trapping forces merging ray optics with a paraxial gaussian beam description, as in Eq. (2), have been considered unsuitable for the case of tightly focused beams [2]. However, we are dealing with extended light patterns, for which the parameter  $s_i = \lambda/2\pi w_i$  ( $i = x, y$ ), used by Davis in an expansion to account for corrections to the paraxial theory [37], gives  $s_x < 0.0004$  and  $s_y < 0.0009$ .

In order to model the dynamics of the particle, we are assuming that the optical force given by Eq. (2) is the same force given as the derivative of the potential in Eq. (1). The effective friction coefficient  $\gamma$  can be experimentally determined in an independent way by letting the particle move down the inclined plane in absence of the light field. In this case, we verified that the system is overdamped and so the particle moves with a constant velocity, denoted by  $\dot{x}_0$ , that is directly proportional to the force  $F_g$ ; therefore  $\gamma = F_g/\dot{x}_0$ .

### 3. Experiment

The experimental setup is illustrated in Fig. 2. We used a doubled Nd:YAG laser with a wavelength of  $532 \text{ nm}$  (Coherent, Verdi V5). A polarizing beam splitter (PBS) diverted part of the beam into a standard optical tweezers, while the other part was introduced into a Mach-Zehnder interferometer. The output interference pattern was reduced with a telescope (lenses L3 and L4) and directed to the sample cell from below. An additional cylindrical lens (CL) was used to concentrate the interfering beams in the  $y$  direction, giving rise to dimensions of  $w_x = 232 \pm 2 \mu\text{m}$  and  $w_y = 95 \pm 2 \mu\text{m}$  at the sample plane, measured with the moving knife edge method. The spatial period of the interference fringes and the position of the pattern in the sample plane

were controlled by tilting and displacing the mirrors M2 and M3 along the directions indicated in Fig. 2. We explored eleven values for the period in the range from  $L = 9 \mu\text{m}$  to  $L = 40 \mu\text{m}$ . On the other hand, for the optical tweezers we used a low NA microscope objective ( $\times 20$ ,  $NA = 0.4$ ), which allowed us to place the particle of interest at the same initial position each time while keeping a wide field of view. The tweezers beam was blocked during the travel of the particle across the interference pattern. Two CCD cameras were used in the experiment; in one of them the laser beam was blocked to record the path of the particle (CCD1), whereas the other one was used to monitor the interference pattern (CCD2).

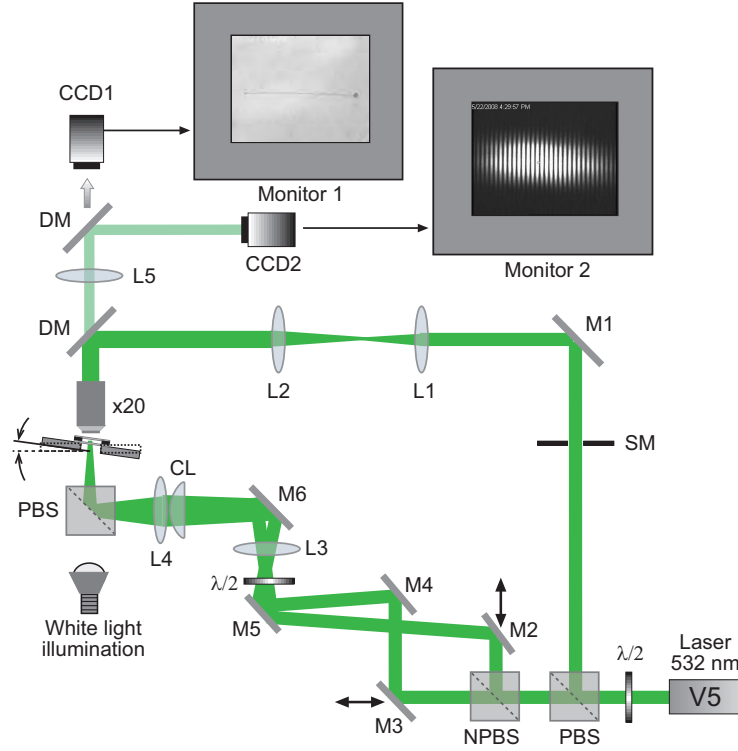


Fig. 2. Experimental setup. Mirrors and lenses are represented by M and L, respectively; CL denotes a cylindrical lens and DM are dichroic mirrors. PBS are polarizing beam splitter cubes and NPBS is a non-polarizing beam splitter. Half-wave plates ( $\lambda/2$ ) are used to control the laser intensity. A microscope objective ( $\times 20$ ) is used to generate an optical tweezers and to observe the sample. The tweezers beam is blocked while the particle travels down the interference pattern with a shutter modulus (SM). CCD1 records the path of the particle, while CCD2 monitors the interference fringes.

Our samples consisted of monodisperse borosilicate glass microspheres with diameters of  $8 \pm 1 \mu\text{m}$ ,  $10 \pm 1 \mu\text{m}$  and  $14.5 \pm 1 \mu\text{m}$ , density of  $\rho_p = 2.5 \text{ g/cm}^3$  and refractive index  $n = 1.56$  (Duke Scientific). The particles were dispersed in deionized water and put into hermetically sealed cells ( $\sim 1.2 \text{ cm}^2$  area,  $\sim 100 \mu\text{m}$  depth) made with two cover slips, which were previously cleaned with a free rinsing surfactant (LiquiNox) and then with acetone. The values for the laser power at sample plane were 183, 281 and 521  $mW$  for the samples of 8, 10 and 14.5  $\mu\text{m}$  beads, respectively. The sample cell was placed in an XYZ translation stage, and it was inclined with a micro motorized stage. The inclination angle was fixed at  $\psi = 5.6^\circ$  for spheres of 14.5  $\mu\text{m}$ , and

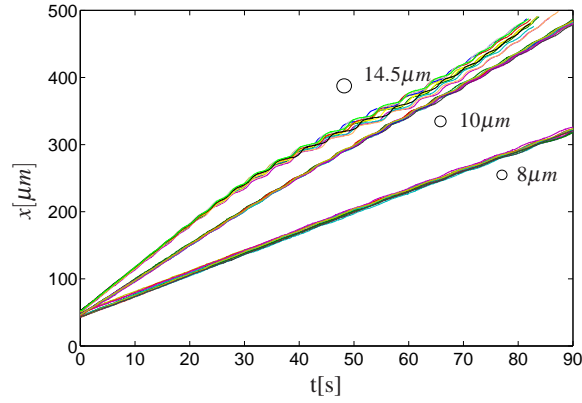
$\psi = 6.7^\circ$  for spheres of 8 and 10  $\mu m$ . The particles are sufficiently large and dense to respond to the gravity force in the way described in Section 2. The experimental conditions naturally leave the particle of interest alone in the monitored region. The position of the sphere as a function of time was measured using standard digital video microscopy, using the method of centroid determination [38]. The imaging system yields a magnification of 0.86  $\mu m/pixel$  and a field of view of  $401 \times 534 \mu m^2$ .

#### 4. Results and Discussion

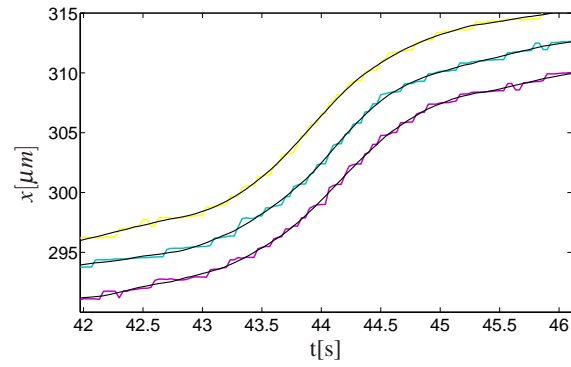
Figure 3(a) shows the motion tracking (position as a function of time) for spheres of 8  $\mu m$ , 10  $\mu m$  and 14.5  $\mu m$  of diameter, in all the cases the spatial period of the fringes was  $L = 20.2 \mu m$ . For each particle size and each spatial period we did at least three repetitions of the experiment under the same conditions, but the results presented in Fig. 3(a) were obtained with eleven repetitions. It can be seen from the figure that, in the case of the largest sphere, there arise a delay of some of the trajectories with respect to others for  $t > 40s$ , which means that the particle remained slightly different times in each potential well for the different repetitions of the experiment. We believe this may be due to the interaction of the sphere with the bottom surface of the sample cell, whose effect is more noticeable for heavier and larger particles. In other words, the interaction between the particle and the surface is stronger for larger spheres. This might be a glass-glass type interaction, but may also involve other effects such as surface roughness at a microscopic scale. In addition, a change in the slope of the curves when  $t \sim 40s$ , which is also more evident for the largest sphere, is due to the gaussian envelope modulation of the pattern of fringes. The particle speeds up when going towards the region of maximum intensity and gets slower when moving outwards from that region. In Fig. 3(b) we show a close up of three paths (in color) for the 14.5  $\mu m$  diameter particle illustrating the noise in the data associated with the spatial resolution of the imaging system and tracking process. This noise arises because digitized images usually suffer from imperfections such as nonuniform contrast, geometric distortion and the electronic noise inherent to the detection system (dark and leakage currents in the CCD) [38], giving rise to an uncertainty in the determination of the position of the particle.

As we have mentioned, our goal is to experimentally determine the optical force from the dynamics of the particle moving across the optical pattern. According to Eq. (1), this can be accomplished by obtaining the effective friction coefficient and the velocity as a function of position. Firstly, the effective friction coefficient was independently determined, as described in Section 2, from the relation  $\gamma = F_g/\dot{x}_0$ . Here  $\dot{x}_0$  is the constant velocity of the particle in the absence of the light field and  $F_g$  can be directly calculated using the characteristics of the particle specified by the manufacturer (radius and density). Since we verified that the position of the particle in this case varies linearly with time, we obtained the constant velocity  $\dot{x}_0$  simply as the slope of the corresponding line. The values for the friction coefficients found in this way were  $\gamma = 0.146 pN \cdot s/\mu m$  for the particle of 8  $\mu m$ ,  $\gamma = 0.175 pN \cdot s/\mu m$  for the particle of 10  $\mu m$ , and  $\gamma = 0.359 pN \cdot s/\mu m$  for the particle of 14.5  $\mu m$ .

On the other hand, the velocity of the particle as a function of position in the presence of the light field was determined using the same probe particles. The original data of position as a function of time (Fig. 3(a)) were smoothed using a Savitzky-Golay filter [39], which consists in performing a local polynomial regression; we used cubic polynomials. An example of the smoothed data is illustrated with the black curves in Fig. 3(b). The velocity is obtained as the derivative of these polynomials. Figs. 4(a) and 4(b) show the curves of the velocity as a function of position for particles of 10  $\mu m$  and 14.5  $\mu m$  diameters, respectively, corresponding to the data illustrated in Fig. 3; the curve in black is the average. For calculating the average, we joined the discrete points of each set of data for the independent experimental realizations by means of



(a)



(b)

Fig. 3. (a) Experimental data: Curves of the position as a function of time for eleven repetitions of the experiment for each particle size:  $8\mu m$ ,  $10\mu m$  and  $14.5\mu m$  of diameter. In all cases, the spatial period of the interference pattern of fringes was  $L = 20.2\mu m$  and the recording rate was  $30\text{ frames/s}$ . (b) Close up of three paths for the  $14.5\mu m$  diameter particle illustrating the original experimental data (color curves) in comparison with the curves obtained after performing a smoothing process (in black).

Piecewise Cubic Hermite interpolation, and then we averaged the resulting curves. Since the velocity as a function of position is a local property, the time delay in Fig. 3 does not affect the correlation among the velocity curves. The gaussian modulation of the interference pattern becomes evident from Figs. 4(a) and 4(b).

The results for the averaged velocity (left hand side scale) and the corresponding optical force (right hand side scale) are presented in Fig. 5 (red markers), for the same cases of Fig. 4. The blue curves represent the optical force calculated with the theoretical model described in Section 2. Figure 6 shows the comparison between experimental results (red markers) and the theoretical model (blue curves) for other spatial periods of the interference fringes and for the  $10\mu m$  and  $14.5\mu m$  particles (left and right columns, respectively). It is worth to point out that our experimental data comprises between two and three thousand experimental points over the whole range of the extended pattern we analyzed.

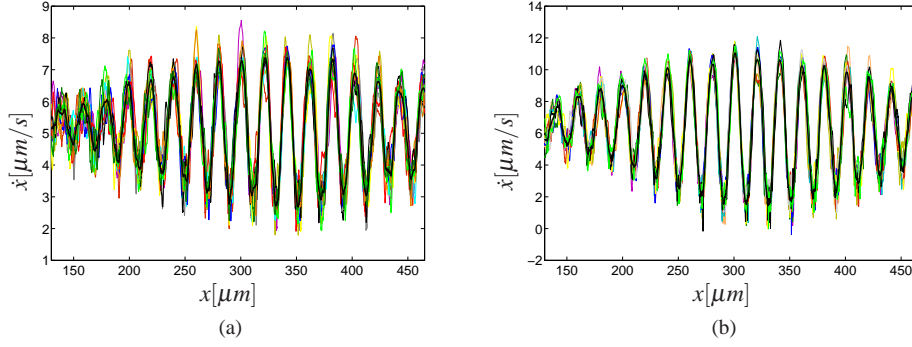


Fig. 4. Curves of velocity as a function of position for the same data of Fig. 3: (a)  $2R_0 = 10 \mu\text{m}$  and (b)  $2R_0 = 14.5 \mu\text{m}$ . Plot in black is the resulting average.

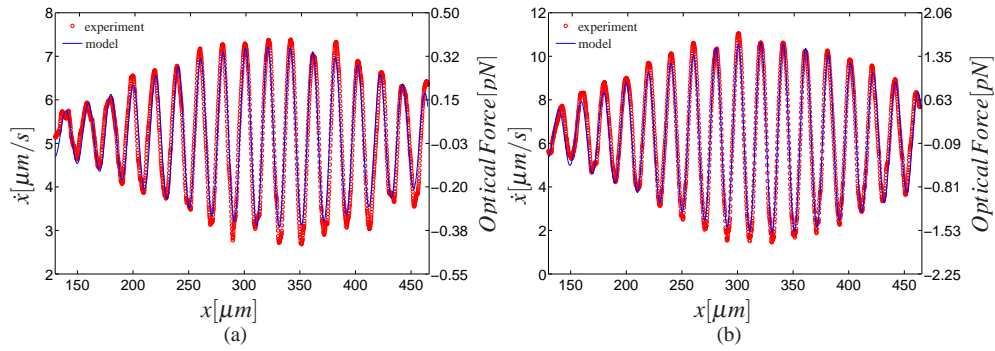


Fig. 5. Experimental force profile (red circles) of a particle ((a)  $2R_0 = 10 \mu\text{m}$  and (b)  $2R_0 = 14.5 \mu\text{m}$ ) running in a fringes pattern with spatial periodicity  $L = 20.2 \mu\text{m}$ . Solid blue lines are the corresponding theoretical predictions according to Eqs. (2) and (3). Experimental results correspond to the average in black in Fig. 4.

Each of the plots presented in Figs. 5 and 6 correspond to a mapping of the optical force over the extended light pattern, from which the respective optical potential can be obtained. In general, we found very good quantitative agreement between theory and experiment. It is worth to stress that we are not adjusting any parameter; we are simply using the quantities assumed to be known (particle radius and relative refractive index) and the experimentally determined values (beam spot size, spatial period of the fringes and effective friction coefficient) in our theoretical model. The best agreement was found, as expected, for the largest particle ( $14.5 \mu\text{m}$ ), in accord with the ray optics theoretical description. Differences of up to 10% can be accounted for from the uncertainty in the diameter of the particles provided by the manufacturer, which is also larger for the smaller particles. On the other hand, the comparison of the theoretical and experimental results from Fig. 6 is better for the larger periods, Figs. 6(e) and 6(f). Nevertheless, we believe that the main source of error in the case of small periods is rather associated with the spatial and time resolution of our image and tracking systems. Namely, the curves of position as a function of time have a stair-like structure associated with the periodic pattern of fringes (see Fig. 3(a)). The steps in the stair are better defined for the case of larger periods for a given particle size. The uncertainty in the position of the particle associated with the spatial resolution



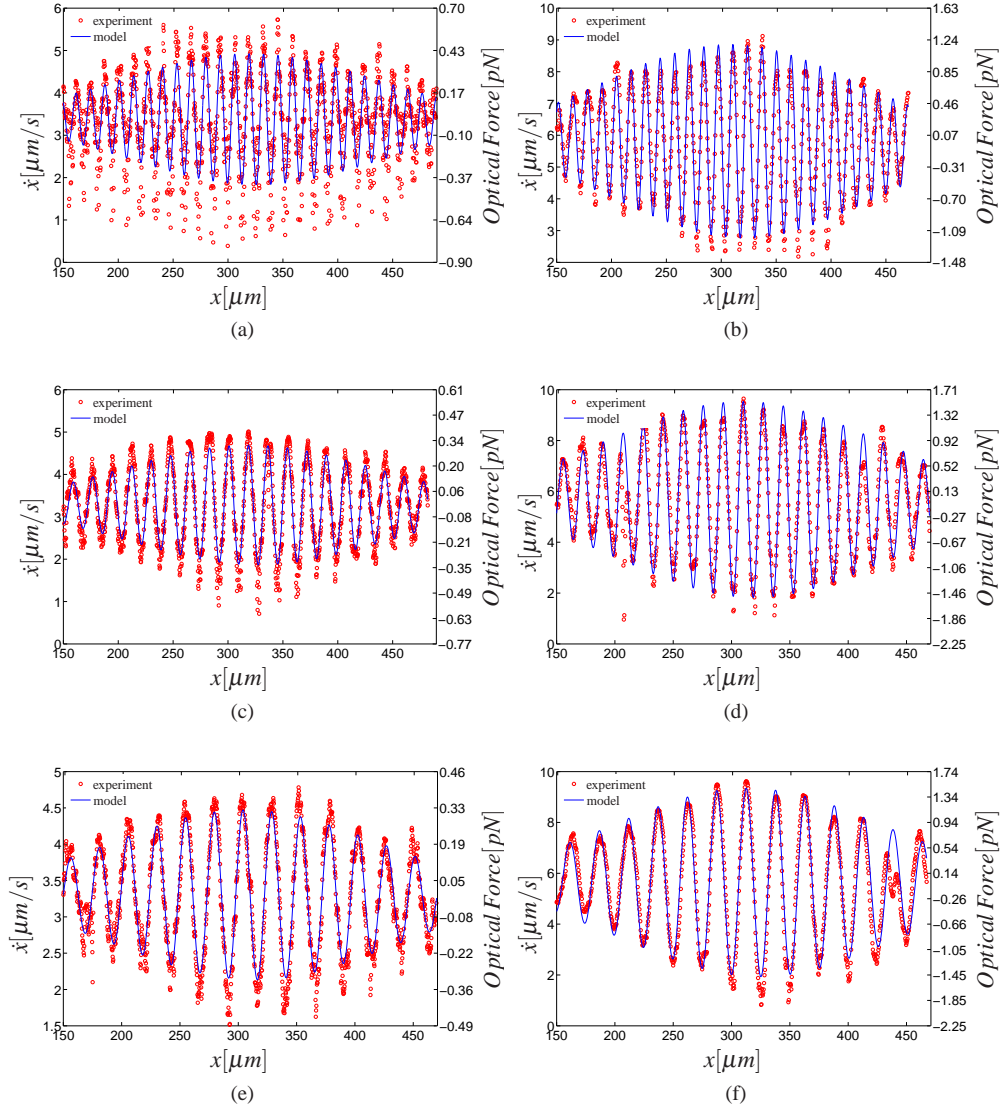


Fig. 6. Comparison of experimental force with the theoretical model for spheres of  $10\ \mu\text{m}$  of diameter (left column) and  $14.5\ \mu\text{m}$  of diameter (right column), for spatial periods of: (a) and (b)  $L = 13.25\ \mu\text{m}$ ; (c) and (d)  $L = 17.16\ \mu\text{m}$ ; (e) and (f)  $L = 25.21\ \mu\text{m}$

of the imaging system is considerably smaller than the scale of these steps for the case of large periods, but the difference between both magnitudes reduces in the case of smaller periods. In other words, the noise in the tracking and imaging system becomes more relevant for smaller periods. A higher frame rate and/or an improved spatial resolution would reduce the noise and make the tracking process more accurate, improving the results in consequence. This was also an issue in the case of the  $8\ \mu\text{m}$  diameter sphere, which was more difficult to track, giving rise to a difference between the theoretical and experimental results (not shown) that exceeded 20%. Although in the case of smaller particles, of course, the geometrical optics approximation is

also expected to deteriorate.

To finish this section, in Fig. 7 we show the theoretical predictions (lines) and experimental results (markers) for the dependence of the maximum optical force on the period of the fringes for the microspheres of  $10\ \mu\text{m}$  (red) and  $14.5\ \mu\text{m}$  (blue). The larger uncertainties for the smaller periods of the fringes are associated with the resolution of the tracking system, as mentioned before. As the power used in the experiment for the two cases was different, we rescaled the plots for comparative purposes, considering the same power in both cases ( $P = 508\ \text{mW}$ ). It can be seen from the figure that, in the region explored in our experiments, the curves have a maximum. In practice, the maxima correspond to a range of periods rather than a single well defined value. This dependence of the force on the period has been previously observed, and it is the basis for some optical sorting devices [21]. For example, in the range  $8.5\ \mu\text{m} < L < 11\ \mu\text{m}$ , the force is stronger for the  $10\ \mu\text{m}$ -diameter particle, whereas for  $L > 11\ \mu\text{m}$  it occurs the opposite. As illustrated from Fig. 7, the method we propose here can be used for calibration of optical sorting devices.

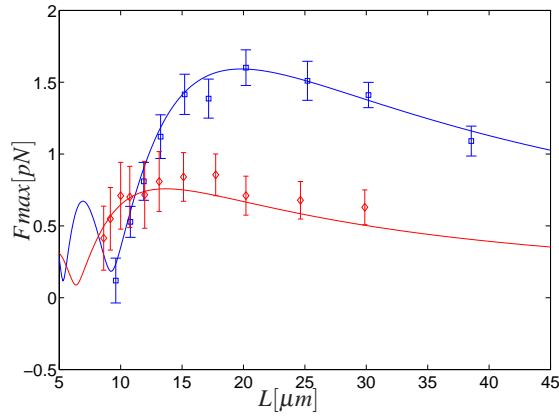


Fig. 7. Comparison between the theoretical predictions (lines) and experimental results (markers) for the maximum optical force as a function of the period of the interference fringes for the particles of  $10\ \mu\text{m}$  diameter (red) and  $14.5\ \mu\text{m}$  diameter (blue).

## 5. Conclusions

We have performed an experiment to fully map the optical trapping force as a function of the position exerted by an extended light pattern of interference fringes on glass microspheres. In contrast with other studies, in our experiment the sample cell was literally tilted by a small angle to generate a washboard potential that combines the constant force of gravity and the optical force of the interference fringes. We put a glass microsphere on the washboard potential and directly measured its position as a function of time as it moved down the inclined plane. With this information, we determined the velocity as a function of the position. Since we are in a deterministic and overdamped regime, this spatially dependent velocity is proportional to the optical force. Therefore, we were able to determine the optical force as a function of the position of the microsphere on the extended interference landscape. On the other hand, we calculated the optical force using a ray-optics model and found very good quantitative agreement between theory and experiment.

The basic assumptions are that the ray-optics model is valid and that the dynamics occurs

in a deterministic and overdamped regime. These assumptions are justified, since we are using microspheres of diameters on the order of tens of microns, which are much larger than the wavelength of the laser light in the host medium. Due to this size, thermal fluctuations are very small, and we experimentally verified that the inertial forces are negligible in comparison with dissipative forces.

Specifically, we used three sizes of microspheres: 8, 10 and 14.5  $\mu m$  of diameter. All the quantities involved in our model, such as the effective friction coefficient and the gravitational force along the direction of motion, were directly determined from the experiment. We repeated the experiment for more than ten different values of the spatial period of the interference fringes. We obtained curves for the optical force as a function of position covering distances of up to 400  $\mu m$  and comprising between two and three thousand points for each of the cases we analyzed. This allowed us to establish a neat comparison between experiment and theory, in which there are no free parameters.

The dependence of the maximum force on the period of the fringes was also investigated. It was verified that there is an optimum force for a given range of the period of the fringes. In this sense, the method presented here can be used for practical calibration of optical sorting devices in the case of particles in the Mie regime. This is important because much of the optically manipulated biological material, like some cells, lie in the size regime of applicability of the technique proposed here. In addition, our method can be used for mapping arbitrary one-dimensional optical potentials.

To our knowledge, this is the first instance in which a non-linear optical force is fully mapped as a function of the position over extended distances using very simple deterministic dynamics.

#### **Acknowledgements**

Authors acknowledge DGAPA-UNAM grant IN115307. We are also very grateful to Adriana Toledo-Cortes for her valuable help in the experiments.

# Experimental Control of Transport in a Deterministic Optical Rocking Ratchet

Alejandro V. Arzola,\* Karen Volke-Sepúlveda,† and José L. Mateos  
*Instituto de Física, Universidad Nacional Autónoma de México*

We present an experimental demonstration of a deterministic optical rocking ratchet. A periodic and asymmetric light pattern is created to manipulate a suspension of dielectric microparticles in water. The sample is moved with respect to the pattern with an unbiased time-periodic function, which tilts the optical potential in alternating opposite directions. We show that the asymmetry of the optical potential depends on the particle size and we obtain a current of particles whose direction can be controlled in real time.

PACS numbers: 87.80.Cc, 05.60.Cd, 05.45.-a, 82.70.Dd

The study of transport induced by symmetry breaking under unbiased forces has flourished as one of the most active and diverse fields in recent times. It includes the study of the so called Brownian motors and ratchets, initially motivated by the transport of molecular motors in the biological realm, but soon extended to many other domains in classical and quantum physics: single-particle transport, cold atoms in optical lattices, superconducting devices, granular flows, colloidal sorting to name but a few [1]. Among the many kinds of ratchets, an import class refers to classical deterministic ratchets in which the dynamics does not have any randomness or stochastic elements [2]. The paradigmatic model is a classical particle in a periodic asymmetric (ratchet) potential, acted upon by an additional external time-dependent force of zero average. If this external force is additive, we are considering a rocking ratchet.

There have been some experiments using optical lattices to trap colloidal particles in a periodic light field, in order to obtain a systematic transport in the presence of unbiased forces (ratchet effect) [3–5]. In these cases, the amplitude of the periodic potential is modulated, corresponding to the so-called flashing or pulsating ratchet. On the other hand, the ratchet effect has been obtained for symmetric optical lattices, with an asymmetric time-dependent rocking force, but in the quantum domain [6, 7]. However, an experiment that corresponds to a rocking ratchet in the classical deterministic regime has not been reported so far. In this Letter we will describe such an experiment and show that we are able to obtain the ratchet effect and, moreover, that we can control the direction of motion of particles in real time.

In order to generate a periodic asymmetric optical lattice, we designed the experimental setup shown schematically in Fig.1. Three beams are interfered by pairs by appropriately setting their respective polarization states in a three-armed Mach-Zehnder interferometer. Two of the beams have orthogonal linear polarization states, while the third one is linearly polarized at an angle  $\varphi$  with respect to the horizontal (Fig. 1b), which is set with a half-wave plate (HWP). We generate two superimposed patterns of fringes, one of them with twice the period of the other, determined by the angles  $\beta$  and  $2\beta$ , respec-

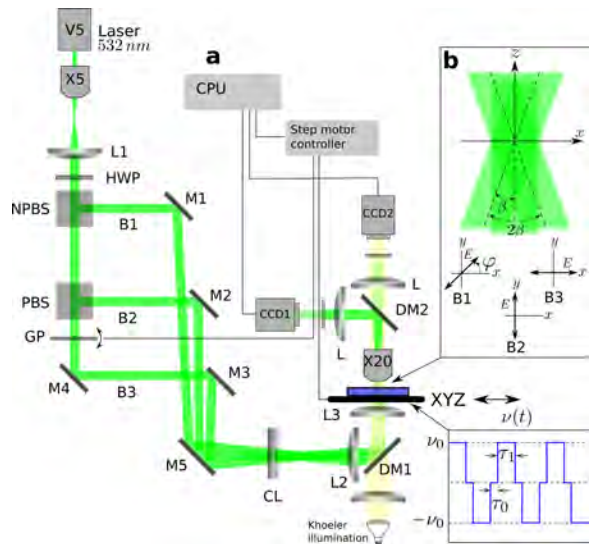


FIG. 1. (Color online) (a) Experimental setup: (HWP) half-wave plate, (BS) beam splitter, (PBS) polarizing beam splitter, (M) mirrors, (GP) glass plate, (L) lenses, (CL) cylindrical lens, (DM) dichroic mirrors, (X20) microscope objective, (XYZ) translation stage, (CCD) cameras. On the bottom right the time-periodic velocity function driving the translation stage is illustrated. (b) Schematic of the interference by pairs indicating the polarization states of beams 1, 2 and 3.

tively, which can be varied by the moving mirrors M1 and M3. The relative intensities of the two patterns can be controlled by means of the polarization angle  $\varphi$  and a relative phase between them can be introduced by tilting a thin glass plate (GP) in one arm of the interferometer. The tilting of GP is done via a motorized actuator. The three beams are collected and directed into a sample cell placed on an XYZ translation stage. Our samples consist of borosilicate glass microspheres immersed in water with radii in the range of  $3.5 \mu\text{m}$  to  $7.75 \mu\text{m}$ , density of  $\rho = 2.5 \text{ g/cm}^3$  and refractive index  $n = 1.56$ . For these range of sizes and at room temperature the thermal fluctuations are negligible [8]. We use a green laser ( $\lambda = 532 \text{ nm}$ ) with a fundamental TEM<sub>00</sub> emission mode. A cylindrical lens (CL) is used to narrow the resulting pattern in the  $y$  direction. The light intensity

distribution at the sample plane is described by

$$I(x, y) = \frac{2P}{\pi w_x w_y} e^{-2\left(\frac{x^2}{w_x^2} + \frac{y^2}{w_y^2}\right)} \left[ \sin^2(\varphi) \cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda}x\right) + \cos^2(\varphi) \cos\left(\frac{4\pi}{\Lambda}x + \delta - \pi/2\right) + 1 \right], \quad (1)$$

where  $P$  denotes the incident optical power at the sample plane. The periods of the two patterns of fringes are  $\Lambda$  and  $\Lambda/2$ , and the width of the Gaussian envelope along the  $x$  and  $y$  directions are, respectively,  $w_x = (745 \pm 5) \mu\text{m}$  and  $w_y = (19 \pm 2) \mu\text{m}$ . We are in a regime where  $w_x \gg \Lambda$ ,  $w_x \gg w_y$  and  $w_x \gg 2R_0$ , with  $R_0$  the radius of the microspheres. In addition, the dynamics of the particles is observed within the central region of the pattern (about  $250 \mu\text{m}$  long); therefore, we can disregard the effect of the Gaussian envelope along the  $x$  direction and consider that we have a 1D optical lattice of period  $\Lambda$ . The coefficients  $\sin^2 \varphi$  and  $\cos^2 \varphi$  are associated with the polarization angle of beam 1 (Fig. 1b). The parameter  $\delta$  represents phase difference between the two superimposed patterns, and it was chosen so that when  $\delta = \pi/2$  they are in phase. The motion of the particles is recorded with a standard video microscopy system. An additional CCD camera is used to monitor the light pattern (Fig. 1a).

The rocking mechanism is introduced by means of a periodic motion of the translation stage driven with a precision motorized actuator along the direction of the periodicity  $x$ . The time-periodic rocking force is given by  $F_R(t) = \gamma\nu(t)$ , where  $\gamma$  is an effective drag coefficient [8] and

$$\nu(t) = \begin{cases} \nu_0 & \text{if } 0 \leq t < \tau_1 \\ 0 & \text{if } \tau_1 \leq t < \tau_1 + \tau_0 \\ -\nu_0 & \text{if } \tau_1 + \tau_0 \leq t < T - \tau_0 \\ 0 & \text{if } T - \tau_0 \leq t < T \end{cases} \quad (2)$$

where  $\nu_0$  is a constant speed (see Fig. 1). The holding time  $\tau_0$  is due to a delay response in the motorized translation stage. It is important to stress that the time-average of  $F_R(t)$  over an entire period,  $T = 2(\tau_0 + \tau_1)$ , is zero in order to have an unbiased forcing, and thus, the nontrivial ratchet transport.

Recapping, our experimental setup allows the control of the following parameters: the relative intensity of the two periodic patterns (given by  $\varphi$ ), the relative phase between them ( $\delta$ ), the period of the light intensity distribution ( $\Lambda$ ), the magnitude (via  $\nu_0$ ) and the period ( $T$ ) of the rocking force.

In our experiments, the weight of the particles is large enough to overcome the scattering optical force. In the transverse plane, the gradient optical force exerted on a particle by a periodic and symmetric pattern of fringes has the same periodicity, but its magnitude depends on the ratio  $R_0/\Lambda$  [8–11]. In the case of the superposition of

two periodic patterns of fringes, the total gradient force acting on a dielectric sphere can be written as

$$F(x; \Lambda, D) = \frac{P}{c} \left[ A_{\perp}(\Lambda, R_0) \cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda}x\right) + A_{\parallel}(\Lambda/2, R_0) \cos\left(\frac{4\pi}{\Lambda}x + \delta\right) \right], \quad (3)$$

$c$  denoting the light speed in vacuum. The coefficients  $A_{\perp}$  and  $A_{\parallel}$  determine the optical force for each of the superimposed light lattices with polarization planes normal ( $\perp$ ) and parallel ( $\parallel$ ) to the incidence plane. The optical potential can be expressed as

$$V(x; \Lambda, D) = -V_0 \left[ \sin\left(\frac{2\pi}{\Lambda}x\right) + \frac{K}{2} \sin\left(\frac{4\pi}{\Lambda}x + \delta\right) \right], \quad (4)$$

where  $V_0 = P|A_{\perp}|\Lambda/2\pi c$  and  $K = A_{\parallel}/|A_{\perp}|$ , for  $|A_{\perp}| \neq 0$ . On the first term of Eq. (4), we have ignored a prefactor  $\text{sign}(A_{\perp})$  because it leaves invariant the shape of the potential. Figure 2a illustrates examples of the optical force and potential for different values of  $K$  for  $\delta = 0$ . When  $K = 0.5$  and  $\delta = 0$ , Eq. (4) describes the typical ratchet potential [1, 2]. If  $K < 0$  or  $\delta = \pi$ , the asymmetry of the potential is inverted, and  $\delta = \pm\pi/2$  lead to a symmetric potential. While  $\delta$  can be varied at will in our experiment, the value of  $K$  depends on the magnitude of the force exerted on the particle by each of the two periodic light patterns. When  $A_{\perp}(\Lambda, R_0) \neq 0$  and  $A_{\parallel}(\Lambda/2, R_0) \neq 0$ , the value of  $K$  can be optimized by controlling the relative intensities of the two patterns of fringes via the polarization angle  $\varphi$ .

There are different approaches for the calculation of the coefficients  $A_{\perp}$  and  $A_{\parallel}$ ; we use here a ray tracing model that we experimentally validated in a previous work for very similar conditions [8]. Figure 2b depicts  $A_{\parallel}$  (solid curves) and  $A_{\perp}$  (dashed curves) as a function of  $\Lambda$  for three sizes of spheres, assuming equal optical power in each of the two patterns of fringes. From the curves for  $A_{\parallel}(\Lambda/2, R_0)$  it is seen that, in the three cases, there are asymmetry inversions. For example, for the particle with radius  $R_0 = 4.7 \mu\text{m}$ , the asymmetry of the optical potential is opposite for  $\Lambda < \Lambda_c$  ( $K > 0$ ) and for  $\Lambda > \Lambda_c$  ( $K < 0$ ). For the sphere with radius  $R_0 = 6 \mu\text{m}$ , there are two asymmetry inversions ( $\Lambda = \Lambda_a$  and  $\Lambda = \Lambda_d$ ), whereas for the particle with  $R_0 = 7.2 \mu\text{m}$  there is just one ( $\Lambda = \Lambda_b$ ).

With the aim of comparing the asymmetry of the potentials for different particles, we found it useful to define the parameter  $\alpha = (|F_{\text{max}}| - |F_{\text{min}}|)/(\text{max}(|F|))$ , which has an odd parity with respect to  $K$  and even parity with respect to  $\delta$ . Its extreme values,  $\alpha = \pm 0.5$ , are reached respectively when  $K = \pm 0.5$  and  $\delta = 0$  (typical ratchet potential), or when  $K = \mp 0.5$  and  $\delta = \pi$ , and  $\alpha = 0$  corresponds to a symmetric force and potential. Figure 2c illustrates the parameter  $\alpha$  calculated from Eq. (3) as a function of the lattice period  $\Lambda$ . For  $\Lambda = 13.4 \mu\text{m}$ , for

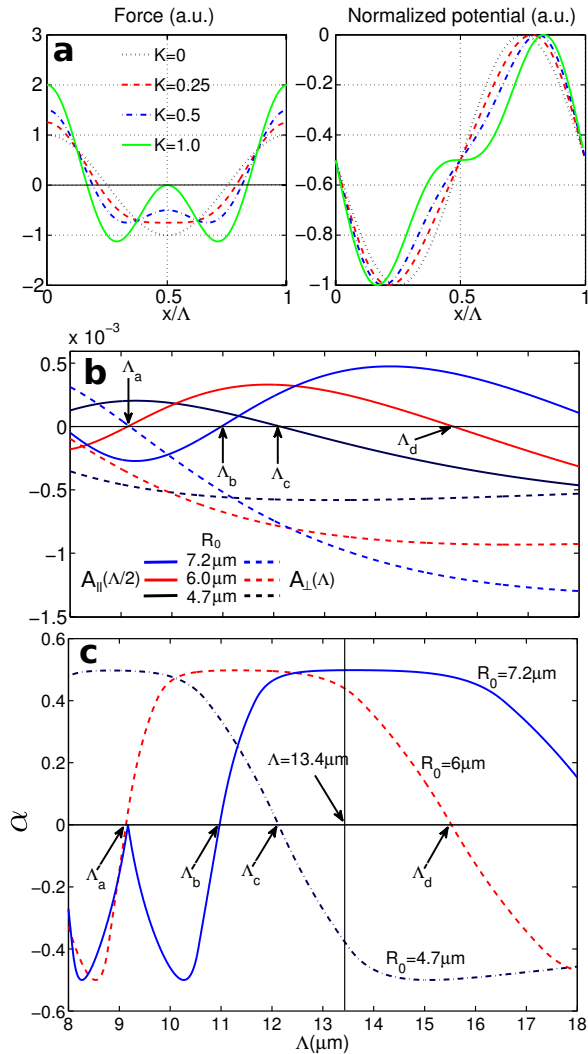


FIG. 2. (Color online) (a) Optical force and potential as functions of  $x/\Lambda$  for different values of  $K$  for  $\delta = 0$ . (b) Coefficients of the calculated optical force for each of the two superimposed light patterns of symmetric fringes of periods  $\Lambda$  (dashed curves) and  $\Lambda/2$  (solid curves) as a function of  $\Lambda$  for spheres of radii 4.7, 6 and  $7.2 \mu\text{m}$ . (c) Parameter  $\alpha$  characterizing the asymmetry as a function of  $\Lambda$ .

instance,  $\alpha < 0$  for the sphere of radius  $4.7 \mu\text{m}$  (dash-dotted curve), but  $\alpha > 0$  for  $R_0 = 6 \mu\text{m}$  (dashed curve) and  $7.2 \mu\text{m}$  (solid curve); the smallest particle in our example will experience a potential with opposite asymmetry respect to the other two. Therefore, it is possible either to observe simultaneous opposite motion of particles with different sizes within the same light pattern in our ratchet system, or to invert the motion of a given particle by changing the period of the light lattice.

In our experimental system, we were able to obtain a directed transport of particles along the light pattern of asymmetric fringes by means of the unbiased external force  $F_R(t) = \gamma\nu(t)$ , as defined in Eq. (2). Moreover, we were able to control the direction of motion of the par-

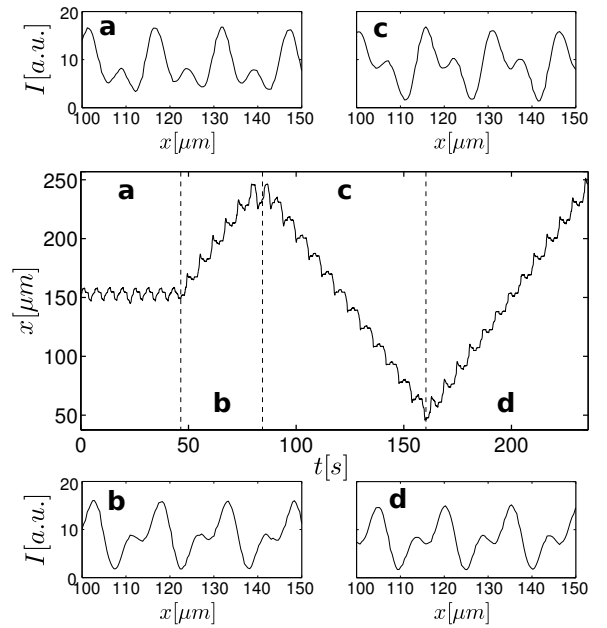


FIG. 3. Experimental results for the position  $x$  of a particle of radius  $R_0 = (7.20 \pm 0.15) \mu\text{m}$  as a function of time in an optical lattice of period  $\Lambda = (15.3 \pm 0.1) \mu\text{m}$  and subject to an external periodic forcing. The optical power at the sample is  $P = (1.25 \pm 0.05) \text{W}$ , the magnitude of the driving velocity is  $\nu_0 = (18.8 \pm 0.5) \mu\text{m/s}$  and the activation semi-cycle  $\tau_1 = (2.03 \pm 0.05) \text{s}$ . The different time intervals correspond to: a)  $\delta = \pi/2$ ; b)  $\delta = 0$ ; c)  $\delta = \pi$  and d)  $\delta = 0$ . Experimental plots of the light intensity distribution for each case are shown on the top and on the bottom.

ticles in real time by controlling the phase  $\delta$ . Figure 3 shows experimental results (video [12]) for the position of a sphere as a function of time. In the time interval labeled as **a**, the relative phase between the two interference patterns is  $\delta \approx \pi/2$ , giving rise to an approximately symmetric intensity distribution, shown on the inset on the top left corner. In the time intervals labeled as **b** and **d**, the relative phase was changed to  $\delta = 0$ , giving rise to a positive current (intensity distributions shown in the bottom). Finally, a negative current is observed in the time interval **c**, for which  $\delta \approx \pi$  and hence the asymmetry of the optical lattice is inverted (inset on the top right corner).

On the other hand, Fig. 4 shows experimental results (video [13]) for the simultaneous motion of two particles of radii  $R_0 = (4.70 \pm 0.15) \mu\text{m}$  and  $R_0 = (6.00 \pm 0.15) \mu\text{m}$  in an asymmetric light lattice of period  $\Lambda = (13.4 \pm 0.1) \mu\text{m}$ , corresponding to the case analyzed in Fig. 2. Successive frames of the two particles indicating the time evolution are shown in Fig. 4a. Their positions as a function of time are plotted in Fig. 4b. The two particles are simultaneously moving in opposite directions due to the inverted asymmetry of their corresponding potentials. In the first stage of their paths  $\delta \approx 0$ , the two particles move towards each other. Then

the particles meet at the center of the observation region and they cannot continue their paths. Finally, we change  $\delta \approx \pi$  and the particles invert their motion direction, moving apart from each other. The insets indicate the potential for each of the spheres during the initial and final stages of their motion.

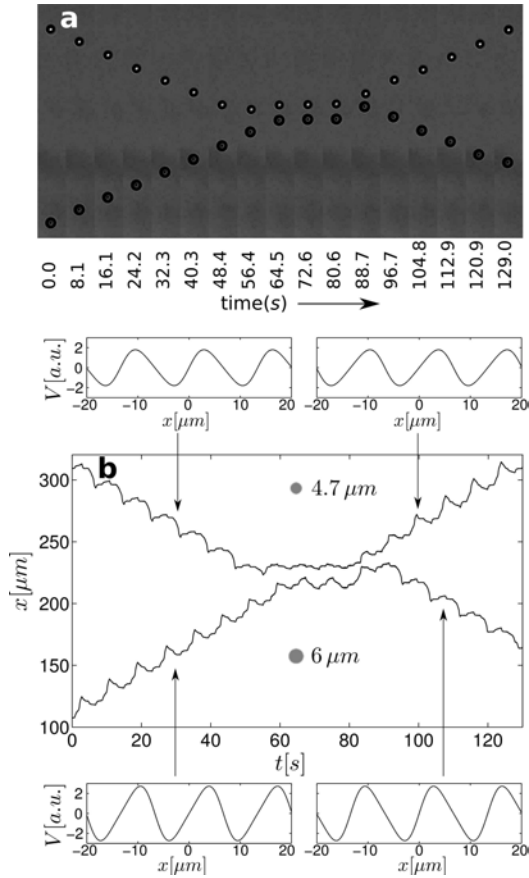


FIG. 4. Experimental results for the motion of two particles of different radii,  $(6.00 \pm 0.15) \mu\text{m}$  and  $(4.70 \pm 0.15) \mu\text{m}$ , in the rocking ratchet with an asymmetric light lattice of period  $\Lambda = (13.4 \pm 0.1) \mu\text{m}$ . In this set of experiments we fixed the polarization angle of beam 1 at  $\varphi = \pi/4$  (see Fig.1b) and the optical power at the sample plane is  $P = (1.67 \pm 0.05) \text{W}$ . The magnitude of the driving velocity is  $v_0 = (11.3 \pm 0.4) \mu\text{m/s}$  and the activation semi-cycle  $\tau_1 = (1.03 \pm 0.05) \text{s}$ . (a) Successive frames of the system; the time evolution is indicated at the bottom. (b) Position as a function of time. The different behaviors observed as the time evolves correspond to different values of the parameter  $\delta$ . The insets show the calculated optical potential for each particle in the indicated regions.

In summary, we have presented the first experimental demonstration of a deterministic rocking ratchet system using an optical micromanipulation system. Our setup

is extremely versatile, in the sense that there are several parameters that can be controlled. We showed that it is possible to obtain a current or directed transport of a particle by applying an unbiased rocking force, due to the asymmetry of the optical potential. Moreover, we were able to control the direction of current by changing in real time the relative phase of the two patterns of fringes superimposed to create an asymmetric light lattice. Also, we have demonstrated that the asymmetry of the optical potential is size-dependent. These results led us to establish the conditions for observing: 1) current reversals in the motion of a given particle by varying the spatial period of the lattice and 2) simultaneous currents in opposite directions for particles with different sizes in a given light pattern. Our results may also find interesting applications in particle sorting with additional advantages over previously developed systems, like controlling at will the direction of the current in real time.

This project was partially supported by DGAPA-UNAM, grants PAPIIT-IN115307 and PAPIIT-IN100110. Alejandro V. Arzola acknowledges support from CONACYT Mexico.

\* avarzola@gmail.com

† karen@fisica.unam.mx

- [1] P. Hänggi and F. Marchesoni, *Rev. Mod. Phys.* **81**, 387 (2009).
- [2] J. L. Mateos, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2 (2000).
- [3] L. Faucheux, L. S. Bordieu, P. D. Kaplan, and A. J. Libchaber, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 1504 (1995).
- [4] S.-H. Lee, K. Ladavac, M. Polin, and D. G. Grier, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 11 (2005).
- [5] B. J. Lopez, N. J. Kuwada, E. M. Craig, B. R. Long, and H. Linke, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 220601 (2008).
- [6] R. Gommers, S. Denisov, and F. Renzoni, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 240604 (2006).
- [7] R. Gommers, V. Lebedev, M. Brown, and F. Renzoni, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 040603 (2008).
- [8] A. V. Arzola, K. Volke-Sepúlveda, and J. L. Mateos, *Opt. Express* **17**, 3429 (2009).
- [9] I. Ricárdez-Vargas, P. Rodríguez-Montero, R. Ramos-García, and K. Volke-Sepúlveda, *Appl. Phys. Lett.* **88**, 121116 (2006).
- [10] K. Dholakia, M. P. MacDonald, P. Zemánek, and T. Čižmár, *Methods Cell Biol.* **82**, 467 (2007).
- [11] A. Jonáš and P. Zemánek, *Electrophoresis* **29**, 4813 (2008).
- [12] See EPAPS Document No. [] for a video file of the experiment described in Fig. 3.
- [13] See EPAPS Document No. [] for a video file of the experiment described in Fig. 4.