



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ACATLÁN

**ACTUALIZACIÓN DEL DOCUMENTO:
EJEMPLOS DE LAS NORMAS TÉCNICAS COMPLEMENTARIAS
PARA DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO, RCDF-2004.**

T E S I S:

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL**

PRESENTA:

ISAAC SALINAS HINOJOSA

ASESOR: DR. HUGO HERNÁNDEZ BARRIOS.

ENERO 2011



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

AGRADECIMIENTOS:

Este trabajo no se habría podido realizar sin la colaboración de muchas personas que me han brindado su ayuda, sus conocimientos y su apoyo. Quiero agradecerles a todos ellos cuanto han hecho por mí, para que este trabajo saliera adelante de la mejor manera posible.

Primeramente quiero agradecerle a **DIOS**, por la oportunidad tan hermosa de vivir, a el le doy gracias por la familia en la cual me envió, por mis padres, mis hermanos, mis familiares, mis profesores y mis amigos que me han acogido en todo momento y que me han apoyado en el transcurso de mi vida. Muchas gracias Diosito por estar siempre a mi lado en los momentos alegres y tristes. Gracias por que nunca me has dejado desamparado ante situaciones difíciles en las cuales me das fortaleza a través del Amor y la Fe para seguir adelante y disfrutar de la vida que es única. Muchas Gracias DIOS.

A MIS PADRES, **Francisca H. y Santos S.** Como un testimonio de cariño y eterno agradecimiento por mi existencia, que me han conducido por la vida con amor y paciencia, por los valores morales que me han inculcado, que sin escatimar esfuerzo alguno, sacrificios constantes y desvelos, han sacrificado gran parte de su vida para formarme y educarme, por lo cual quiero que sientan que esta meta lograda también es de ustedes y para mi será la mayor de las herencias. Gracias a su amor, su comprensión, su confianza y sobretodo la humildad con la cual me han educado y me han brindado su amor. “Muchas Gracias”

A MIS HERMANOS: **Moisés y Juan Carlos**, Este logro también es de ustedes hermanitos, por que juntos hemos salido adelante y gracias al apoyo que me han brindaron he podido conseguir este logro tan importante, ustedes siempre han sido una motivación mas en mi vida.

A MI NOVIA **Estelita Bernal V.** Muchas gracias mi amor por toda tu paciencia, comprensión, solidaridad y motivación en este trabajo de tesis, por todo el apoyo y la confianza que me has brindado en toda esta fase de mis estudios. Quiero que sientas de todo corazón que este momento tan especial también es tuyo por ser parte esencial en mi vida, no olvides que tu eres lo más Importante y lindo que me á pasado. Gracias Estrellita, te amo.

A MIS TIOS **Juana Hinojosa y Bruno Castañeda** a MIS PRIMOS **Daniela, Mary, Alejandra, Enrique y Eduardo Castañeda H.** En gratitud por su apoyo y aliento desde mi infancia. En reconocimiento a todo el apoyo brindado a través de mis estudios y con la promesa de seguir siempre adelante. Muchas gracias por su cariño que siempre lo tengo presente, los quiero.

Al **Arq. Raúl Sereno Tapia**, Por sus consejos y su solidaridad constante en toda esta etapa como estudiante, por brindarme su apoyo total en los momentos que tenía que asistir a la escuela, por la experiencia que he obtenido gracias a sus conocimientos. Gracias por ser un gran amigo durante estos Seis años y los que faltan.

A MI ASESOR:

Dr. Hugo Hernández Barrios Mi más sincera gratitud por su confianza paciencia y disposición en todo momento. Deseo expresar mi mayor agradecimiento a mi asesor de esta tesis, por guiarme en este camino tan importante en mi carrera profesional, por la dedicación y apoyo que ha brindado a este trabajo, por el respeto a mis sugerencias e ideas y por la dirección de este trabajo de titulación. Gracias por la confianza ofrecida en el momento en que le pedí que si podía ser mi asesor, por su orientación y atención a mis consultas sobre metodología, por la revisión cuidadosa que ha realizado de este texto y por sus valiosas sugerencias en momentos de duda, pero sobre todo gracias por su gran amistad.

A MIS SINODALES:

Ing. Miguel Moisés Zurita Esquivel

Mtro. Leonardo Álvarez León

Ing. Carlos Arce León

Dr. Darío Rivera Vargas

Agradezco a mi fabuloso grupo de sinodales que me han ayudado y apoyado en todo momento. Ha corregir minuciosamente este trabajo y me han dado la posibilidad de mejorarlo. Tengo que agradecerles sus comentarios, sugerencias y sobre todo por la atención a mis consultas y por la revisión cuidadosa que le han dado a mi trabajo de tesis. Por ser parte del último escalón para alcanzar este sueño tan importante para mí, que ahora es una realidad, ya que sin su ayuda y conocimientos no estaría en donde me encuentro ahora. Muchas gracias.

A MI ESCUELA,

La Universidad Nacional Autónoma de México, **UNAM**, Estoy muy orgulloso de tener el gran privilegio de estudiar en la mejor universidad de México, de ser parte de la comunidad Universitaria. Agradezco a cada uno de los profesores que tuve en el transcurso de mi carrera, y saber que forman parte de esta gran y maravillosa institución. Siempre llevare en el alma él:

Goya, Goya Universidad.

“POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU”

CONTENIDO

	PÁGINA
NOTACIÓN	
ÍNDICE DE FIGURAS	1
ÍNDICE DE TABLAS	7
OBJETIVO GENERAL	8
INTRODUCCIÓN	9
CAPÍTULO I: DESARROLLO HISTORICO DE LAS NORMAS TECNICAS COMPLEMENTARIAS PARA EL D.F. (NTC-DF)	11
1.1 Introducción	12
1.2 Diferencias Conceptuales en las versiones de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto (NTCDCEC)	12
CAPÍTULO II: CRITERIOS DE DISEÑO	15
2.1 Introducción	16
2.1.1 Esfuerzos permisibles	16
2.1.2 Estados límite	16
2.1.3 Diseño por desempeño	17
2.2 Consideraciones generales	17
2.2.1 Alcance	17
2.3 Criterios de diseño	18
2.3.1 Estado límite de falla	18
2.3.2 Estado límite de servicio	18
2.3.3 Diseño por durabilidad	18
2.4.4 Diseño por sismo	19
2.4 Análisis	19
2.4.1 Aspectos generales	19
2.5 Resumen de las NTC- RCDF, 2004	19
2.6 Hipótesis de distribución de esfuerzos	20

CAPÍTULO III: EJEMPLO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXIÓN (Sistema "MKS")	21
3.1 Comportamiento de una sección rectangular simplemente armada	22
3.2 Cálculo de las dimensiones y del refuerzo de una sección rectangular, conocido el momento de diseño M_u y la relación, d/b	24
3.3 Cálculo del acero de refuerzo de una viga rectangular, dado el momento de diseño y la sección transversal	27
3.4 Comportamiento para una sección rectangular doblemente armada	30
3.5 Cálculo del acero de refuerzo de una viga rectangular doblemente reforzada, conocida la sección	33
3.6 Comportamiento para una sección "T" simplemente armada	37
3.7 Cálculo del acero de refuerzo de una viga T	40
CAPÍTULO IV: EJEMPLO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A CORTANTE Y TORSIÓN (Sistema "MKS")	46
4.1 Corte de barras y requisitos de anclaje en una viga continúa	47
4.2 Dimensionamiento por fuerza cortante de una viga continua (viga del ejemplo 4.1)	56
4.3 Dimensionamiento por fuerza cortante y torsión de una viga de orilla	62
CAPÍTULO V: EJEMPLO DE ELEMENTOS BAJO CONDICIONES DE SERVICIO (Sistema "MKS")	71
5.1 Cálculo de la deflexión máxima de la viga (del ejemplo 4.1)	72
5.2 Revisión del agrietamiento de la viga (del ejemplo 4.1)	79
CAPÍTULO VI: EJEMPLO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXO-COMPRESIÓN Y LOSAS (Sistema "MKS")	86
6.1 Dimensionamiento de una columna por flexo-compresión bajo cargas muerta, viva instantánea y sismo (Columna 2A de planta baja)	87
6.2 Diseño de una losa perimetralmente apoyada, bajo carga uniforme	107
6.3 Diseño de una losa plana aligerada	131
CAPÍTULO VII: EJEMPLO DE ELEMENTOS TIPO MÉNSULA Y CIMENTACIONES AISLADAS (Sistema "MKS")	199
7.1 Cálculo del acero de refuerzo de una ménsula, dada su geometría	200
7.2 Diseño de una zapata aislada	207

CAPÍTULO VIII: EJEMPLO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXIÓN (CAPÍTULO III) (<i>Sistema Internacional "SI"</i>)	227
3.2 Cálculo de las dimensiones y del refuerzo de una sección rectangular, conocido el momento de diseño M_u y la relación, d/b	228
3.3 Cálculo del acero de refuerzo de una viga rectangular, dado el momento de diseño y la sección transversal	231
3.5 Cálculo del acero de refuerzo de una viga rectangular doblemente reforzada, conocida la sección	234
3.7 Cálculo del acero de refuerzo de una viga T	238
CAPÍTULO IX: EJEMPLO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A CORTANTE Y TORSIÓN (CAPÍTULO IV) (<i>Sistema Internacional "SI"</i>)	244
4.1 Corte de barras y requisitos de anclaje en una viga continua	245
4.2 Dimensionamiento por fuerza cortante de una viga continua (viga del ejemplo 4.1)	252
4.3 Dimensionamiento por fuerza cortante y torsión de una viga de orilla	258
CAPÍTULO X: EJEMPLO DE ELEMENTOS BAJO CONDICIONES DE SERVICIO (CAPÍTULO V) (<i>Sistema Internacional "SI"</i>)	267
5.1 Cálculo de la deflexión máxima de la viga (del ejemplo 4.1)	268
5.2 Revisión del agrietamiento de la viga (del ejemplo 4.1)	275
CAPÍTULO XI: EJEMPLO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXO-COMPRESIÓN Y LOSAS (CAPÍTULO VI) (<i>Sistema Internacional "SI"</i>)	282
6.1 Dimensionamiento de una columna por flexo-compresión bajo cargas muerta, viva instantánea y sismo	283
6.2 Diseño de una losa perimetralmente apoyada, bajo carga uniforme	303
6.3 Diseño de una losa plana aligerada	327
CAPÍTULO XII: EJEMPLO DE ELEMENTOS TIPO MÉNSULA Y CIMENTACIONES AISLADAS (CAPÍTULO VII) (<i>Sistema Internacional "SI"</i>)	395
7.1 Cálculo del acero de refuerzo de una ménsula, dada su geometría	396
7.2 Diseño de una zapata aislada	403

CAPÍTULO XIII: RESULTADOS Y COMPARACIONES, (Sistemas “MKS” y “SI”) ENTRE LAS NTC de 1999 y 2004	424
13.1 EJEMPLO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXIÓN (Capítulos III y VIII)	
3.2 Cálculo de las dimensiones y del refuerzo de una sección rectangular, conocido el momento de diseño M_u y la relación, d/b	425
3.3 Cálculo del acero de refuerzo de una viga rectangular, dado el momento de diseño y la sección transversal	427
3.5 Cálculo del acero de refuerzo de una viga rectangular doblemente reforzada, conocida la sección	429
3.7 Cálculo del acero de refuerzo de una viga T	431
13.2 EJEMPLO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A CORTANTE Y TORSIÓN (Capítulos IV y IX)	
4.1 Corte de barras y requisitos de anclaje en una viga continua	433
4.2 Dimensionamiento por fuerza cortante de una viga continua (viga del ejemplo 4.1)	437
4.3 Dimensionamiento por fuerza cortante y torsión de una viga de orilla	441
13.3 EJEMPLO DE ELEMENTOS BAJO CONDICIONES DE SERVICIO (Capítulos V y X).	
5.1 Cálculo de la deflexión máxima de la viga (del ejemplo 4.1)	442
5.2 Revisión del agrietamiento de la viga (del ejemplo 4.1)	444
13.4 EJEMPLO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEJO-COMPRESIÓN Y LOSAS (Capítulos. VI y XI)	
6.1 Dimensionamiento de una columna por flexo-compresión bajo cargas muerta, viva instantánea y sismo	445
6.2 Diseño de una losa perimetralmente apoyada, bajo carga uniforme	449
6.3 Diseño de una losa plana aligerada	455
13.5 EJEMPLO DE ELEMENTOS TIPO MÉNSULA Y CIMENTACIONES AISLADAS (Capítulos VII y XII)	
7.1 Cálculo del acero de refuerzo de una ménsula, dada su geometría	490
7.2 Diseño de una zapata aislada	494
CONCLUSIONES	502
APÉNDICE	504
REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA	514

Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto

NOTACIÓN

<p>A área de concreto a tensión dividida entre el número de barras; también, área de la sección definida por el plano crítico de cortante por fricción; también, área de la sección transversal comprendida entre la cara a tensión por flexión de la losa postensada y el centro de gravedad de la sección completa, mm^2 (cm^2)</p> <p>A_1 área de contacto en la revisión por aplastamiento, mm^2 (cm^2)</p> <p>A_2 área de la figura de mayor tamaño, semejante al área de contacto y concéntrica con ella, que puede inscribirse en la superficie que recibe la carga, mm^2 (cm^2)</p> <p>A_c área transversal del núcleo, hasta la orilla exterior del refuerzo transversal, mm^2 (cm^2)</p> <p>A_{cm} área bruta de la sección de concreto comprendida por el espesor del muro y la longitud de la sección en la dirección de la fuerza cortante de diseño, mm^2 (cm^2)</p> <p>A_{cp} área de la sección transversal del elemento, incluida dentro del perímetro del elemento de concreto, mm^2 (cm^2)</p> <p>A_{cr} área de la sección crítica para transmitir cortante entre columnas y losas o zapatas, mm^2 (cm^2)</p> <p>A_f área del acero de refuerzo principal necesario para resistir el momento flexionante en ménsulas, mm^2 (cm^2)</p> <p>A_g área bruta de la sección transversal, mm^2 (cm^2)</p> <p>A_h área de los estribos complementarios horizontales en ménsulas, mm^2 (cm^2)</p> <p>A_n área del acero de refuerzo principal necesario para resistir la fuerza de tensión horizontal P_{hu} en ménsulas, mm^2 (cm^2)</p> <p>A_o área bruta encerrada por el flujo de cortante en elementos a torsión, mm^2 (cm^2)</p> <p>A_{oh} área comprendida por el perímetro p_h, mm^2 (cm^2)</p> <p>A_s área de refuerzo longitudinal en tensión en acero de elementos a flexión; también, área total del refuerzo longitudinal en columnas; o también, área de las barras principales en ménsulas, mm^2 (cm^2)</p> <p>A_s' área de acero de refuerzo longitudinal en compresión en elementos a flexión, mm^2 (cm^2)</p> <p>$A_{s,\min}$ área mínima de refuerzo longitudinal de secciones rectangulares, mm^2 (cm^2)</p>	<p>A_{sd} área total del acero de refuerzo longitudinal de cada elemento diagonal en vigas diafragma que unen muros sujetos a fuerzas horizontales en un plano, también llamadas vigas de acoplamiento, mm^2 (cm^2)</p> <p>A_{sh} área del acero de refuerzo transversal por confinamiento en elementos a flexocompresión, mm^2 (cm^2)</p> <p>A_{sm} área del acero de refuerzo de integridad estructural en losas planas postensadas, mm^2 (cm^2)</p> <p>A_{sp} área del acero de refuerzo que interviene en el cálculo de la resistencia a flexión de vigas T e I sin acero de compresión; también, área del acero de prefuerzo en la zona de tensión, mm^2 (cm^2)</p> <p>A_{st} área del acero de refuerzo longitudinal requerido por torsión, mm^2 (cm^2)</p> <p>A_t área transversal de una rama de estribo que resiste torsión, colocado a una separación s, mm^2 (cm^2)</p> <p>A_{tr} área total de las secciones rectas de todo el refuerzo transversal comprendido en la separación s, y que cruza el plano potencial de agrietamiento entre las barras que se anclan, mm^2 (cm^2)</p> <p>A_v área de todas las ramas de refuerzo por tensión diagonal comprendido en una distancia s; también, en vigas diafragma, área de acero de refuerzo vertical comprendida en una distancia s, mm^2 (cm^2)</p> <p>A_{vf} área del acero de refuerzo por cortante por fricción, mm^2 (cm^2)</p> <p>A_{vh} área de acero de refuerzo horizontal comprendida en una distancia s_h en vigas diafragma, mm^2 (cm^2)</p> <p>A_{vm} área de acero de refuerzo paralelo a la fuerza cortante de diseño comprendida en una distancia s_m en muros y segmentos de muro, mm^2 (cm^2)</p> <p>A_{vn} área de acero de refuerzo perpendicular a la fuerza cortante de diseño comprendida en una distancia s_n en muros y segmentos de muro, mm^2 (cm^2)</p> <p>a profundidad del bloque de esfuerzos a compresión en el concreto; también, en ménsulas, distancia de la carga al paño donde arranca la ménsula, mm (cm)</p> <p>a_1, a_2 respectivamente, claros corto y largo de un tablero de una losa, o lados corto y largo de una zapata, m</p> <p>a_s área transversal de una barra, mm^2 (cm^2)</p> <p>a_{s1} área transversal del refuerzo por cambios volumétricos, por unidad de ancho de la pieza, mm^2/mm (cm^2/cm)</p>
---	--

B_e	ancho de losa usado para calcular la rigidez a flexión de vigas equivalentes, mm (cm)	d_b	diámetro nominal de una barra, mm (cm)
B_t	ancho total de la losa entre las líneas medias de los tableros adyacentes al eje de columnas considerado, mm (cm)	d_c	recubrimiento de concreto medido desde la fibra extrema en tensión al centro de la barra más próxima a ella, mm (cm)
b	ancho de una sección rectangular, o ancho del patín a compresión en vigas T, I o L, o ancho de una viga ficticia para resistir fuerza cortante en losas o zapatas, mm (cm)	d_p	distancia de la fibra extrema en compresión al centroide de los tendones de presfuerzo, mm (cm)
b'	ancho del alma de una sección T, I o L, mm (cm)	d_s	distancia entre la fibra extrema en compresión y el centroide del acero de refuerzo longitudinal ordinario a tensión, mm (cm)
b_c	dimensión del núcleo de un elemento a flexo-compresión, normal al refuerzo de área A_{sh} , mm (cm)	E_c	módulo de la elasticidad del concreto de peso normal, MPa (kg/cm ²)
b_e	ancho efectivo para resistir fuerza cortante de la unión viga–columna, mm (cm)	E_L	módulo de elasticidad del concreto ligero, MPa (kg/cm ²)
b_o	perímetro de la sección crítica por tensión diagonal alrededor de cargas concentradas a reacciones en losas y zapatas, mm (cm)	E_s	módulo de elasticidad del acero, MPa (kg/cm ²)
b_v	ancho del área de contacto en vigas de sección compuesta, mm (cm)	e	base de los logaritmos naturales
C_f	coeficiente de deformación axial diferida final	e_x	excentricidad en la dirección X de la fuerza normal en elementos a flexocompresión, mm (cm)
C_m	factor definido en la sección 1.4.2.2 y que toma en cuenta la forma del diagrama de momentos flexionantes	e_y	excentricidad en la dirección Y de la fuerza normal en elementos a flexocompresión, mm (cm)
c	separación o recubrimiento; también, profundidad del eje neutro medida desde la fibra extrema en compresión; o también, en muros, la mayor profundidad del eje neutro calculada para la carga axial de diseño y el momento resistente (igual al momento último resistente con factor de resistencia unitario) y consistente con el desplazamiento lateral de diseño, δ_u , mm (cm)	F_{ab}	factor de amplificación de momentos flexionantes en elementos a flexocompresión con extremos restringidos lateralmente
c_1	dimensión horizontal del capitel en su unión con el ábaco, paralela a la dirección de análisis; también, dimensión paralela al momento transmitido en losas planas, mm (cm)	F_{as}	factor de amplificación de momentos flexionantes en elementos a flexocompresión con extremos no restringidos lateralmente
c_2	dimensión horizontal del capitel en su unión con el ábaco, normal a la dirección de análisis; también, dimensión normal al momento transmitido en losas planas, mm (cm)	F_R	factor de resistencia
D	diámetro de una columna, mm (cm)	f_b	esfuerzo de aplastamiento permisible, MPa (kg/cm ²)
D_p	diámetro de un pilote en la base de la zapata, mm (cm)	f_c'	resistencia especificada del concreto a compresión, MPa (kg/cm ²)
d	peralte efectivo en la dirección de flexión; es decir, distancia entre el centroide del acero de tensión y la fibra extrema de compresión, mm (cm)	f_c''	magnitud del bloque equivalente de esfuerzos del concreto a compresión, MPa (kg/cm ²)
d'	distancia entre el centroide del acero de compresión y la fibra extrema a compresión, mm (cm)	$\overline{f_c}$	resistencia media a compresión del concreto, MPa (kg/cm ²)
		f_c^*	resistencia nominal del concreto a compresión, MPa (kg/cm ²)
		f_{ci}'	resistencia a compresión del concreto a la edad en que ocurre la transferencia, MPa (kg/cm ²)
		f_{cp}	esfuerzo de compresión efectivo debido al presfuerzo, después de todas las pérdidas, en el centroide de la sección transversal o en la unión del alma y el patín, MPa (kg/cm ²)
		$\overline{f_f}$	resistencia media a tensión por flexión del concreto o módulo de rotura, MPa (kg/cm ²)
		f_f^*	resistencia nominal del concreto a flexión, MPa (kg/cm ²)

f_s	esfuerzo en el acero en condiciones de servicio, MPa (kg/cm ²)	I_e	momento de inercia efectivo, mm ⁴ (cm ⁴)
f_{se}	esfuerzo en el acero de presfuerzo en condiciones de servicio después de pérdidas, MPa (kg/cm ²)	I_g	momento de inercia centroidal de la sección bruta de concreto de un miembro, mm ⁴ (cm ⁴)
f_{sp}	esfuerzo en el acero de presfuerzo cuando se alcanza la resistencia a flexión del elemento, MPa (kg/cm ²)	I_p	índice de presfuerzo
f_{sr}	esfuerzo resistente del acero de presfuerzo, MPa (kg/cm ²)	J_c	parámetro para el cálculo del esfuerzo cortante actuante debido a transferencia de momento entre columnas y losas o zapatas, mm ⁴ (cm ⁴)
$\overline{f_t}$	resistencia media del concreto a tensión, MPa (kg/cm ²)	K	coeficiente de fricción por desviación accidental por metro de tendón, 1/m
f_t^*	resistencia nominal del concreto a tensión, MPa (kg/cm ²)	K_{tr}	índice de refuerzo transversal, mm (cm)
f_y	esfuerzo especificado de fluencia del acero de refuerzo, MPa (kg/cm ²)	k	factor de longitud efectiva de pandeo de un miembro a flexocompresión; también, coeficiente para determinar el peralte mínimo en losas planas
f_{yh}	esfuerzo especificado de fluencia del acero de refuerzo transversal o, en vigas diafragma, del acero de refuerzo horizontal, MPa (kg/cm ²)	L	claro de un elemento; también, longitud de un muro o de un tablero de muro en la dirección de la fuerza cortante de diseño; o también, en concreto presforzado, longitud del tendón desde el extremo donde se une al gato hasta el punto x , mm (cm)
f_{yp}	esfuerzo convencional de fluencia del acero de presfuerzo, MPa (kg/cm ²)	L_d	longitud de desarrollo, mm (cm)
f_{yt}	esfuerzo especificado de fluencia del acero de refuerzo transversal necesario para resistir torsión, MPa (kg/cm ²)	L_{db}	longitud básica de desarrollo, mm (cm)
f_{yv}	esfuerzo especificado de fluencia del acero de refuerzo transversal necesario para resistir fuerza cortante, MPa (kg/cm ²)	I_1, I_2	claros centro a centro en cada dirección principal para determinar el refuerzo de integridad estructural en losas planas postensadas, m
H	longitud libre de un miembro a flexocompresión, o altura del segmento o tablero del muro en consideración, en ambos casos perpendicular a la dirección de la fuerza cortante, mm (cm)	M	momento flexionante que actúa en una sección, N-mm (kg-cm)
H'	longitud efectiva de pandeo de un miembro a flexocompresión, mm (cm)	M_1	menor momento flexionante en un extremo de un miembro a flexocompresión; también, en marcos dúctiles con articulaciones alejadas de las columnas, demanda de momento flexionante en la cara de la columna (sección 1) debida a la formación de la articulación plástica en la sección 2, N-mm (kg-cm)
H_{cr}	altura crítica de un muro, mm (cm)	M_2	mayor momento flexionante en un extremo de un miembro a flexocompresión; también, en marcos dúctiles con articulaciones plásticas alejadas de la columna, momentos flexionantes resistentes asociados a la formación de la articulación plástica en la sección 2, N-mm (kg-cm)
H_m	altura total de un muro, mm (cm)	M_{1b}, M_{2b}	momentos flexionantes multiplicados por el factor de carga, en los extremos respectivos donde actúan M_1 y M_2 , producidos por las cargas que no causan un desplazamiento lateral apreciable, calculado con un análisis elástico de primer orden, N-mm (kg-cm)
h	peralte total de un elemento, o dimensión transversal de un miembro paralela a la flexión o a la fuerza cortante; también, altura de entrepiso eje a eje, mm (cm)	M_{1s}, M_{2s}	momentos flexionantes multiplicados por el factor de carga, en los extremos respectivos donde actúan M_1 y M_2 , producidos por las cargas que causan un desplazamiento lateral apreciable, calculado con un análisis elástico de primer orden, N-mm (kg-cm)
h_1	distancia entre el eje neutro y el centroide del refuerzo principal de tensión, mm (cm)		
h_2	distancia entre el eje neutro y la fibra más esforzada a tensión, mm (cm)		
h_s, h_p	peralte de viga secundaria y principal, respectivamente, mm (cm)		
I_1, I_2, I_3	momentos de inercia para calcular deflexiones inmediatas, mm ⁴ (cm ⁴)		
I_{ag}	momento de inercia de la sección transformada agrietada, mm ⁴ (cm ⁴)		

M_{a1}, M_{a2} en marcos dúctiles con articulaciones plásticas alejadas de la columna, momentos flexionantes de diseño en las secciones 1 y 2, respectivamente, obtenidos del análisis, N-mm (kg-cm)	P_{hu} fuerza de tensión horizontal de diseño en ménsulas, N (kg)
M_{ag} momento de agrietamiento, N-mm (kg-cm)	P_R carga normal resistente de diseño, N (kg)
M_c momento flexionante amplificado resultado de la revisión por esbeltez, N-mm (kg-cm)	P_{R0} carga axial resistente de diseño, N (kg)
M_e momento flexionante resistente de la columna al paño del nudo de marcos dúctiles, calculado con factor de resistencia igual a uno, N-mm (kg-cm)	P_{Rx} carga normal resistente de diseño aplicada con una excentricidad e_x , N (kg)
M_g momento flexionante resistente de la viga al paño del nudo de marcos dúctiles, calculado con factor de resistencia igual a uno y esfuerzo de fluencia igual a $1.25f_y$, N-mm (kg-cm)	P_{Ry} carga normal resistente de diseño aplicada con una excentricidad e_y , N (kg)
$M_{máx}$ momento flexionante máximo correspondiente al nivel de carga para el cual se estima la deflexión, N-mm (kg-cm)	P_u fuerza axial de diseño, N (kg)
M_R momento flexionante resistente de diseño, N-mm (kg-cm)	P_{vu} fuerza vertical de diseño en ménsulas, N (kg)
M_{Rp} momento flexionante resistente suministrado por el acero presforzado, N-mm (kg-cm)	P_x tensión en el tendón postensado en el punto x , N (kg)
M_{Rr} momento flexionante resistente suministrado por el acero ordinario, N-mm (kg-cm)	p cuantía del acero de refuerzo longitudinal a tensión:
M_{Rx} momento flexionante resistente de diseño alrededor del eje X, N-mm (kg-cm)	$p = \frac{A_s}{bd} \quad (\text{en vigas});$
M_{Ry} momento flexionante resistente de diseño alrededor del eje Y, N-mm (kg-cm)	$p = \frac{A_s}{td} \quad (\text{en muros}); \text{ y}$
M_u momento flexionante de diseño, N-mm (kg-cm)	$p = \frac{A_s}{A_g} \quad (\text{en columnas}).$
M_{ux} momento flexionante de diseño alrededor del eje X, N-mm (kg-cm)	p' cuantía del acero de refuerzo longitudinal a compresión:
M_{uy} momento flexionante de diseño alrededor del eje Y, N-mm (kg-cm)	$p' = \frac{A_s'}{b d} \quad (\text{en elementos a flexión}).$
m relación a_1/a_2	p_{cp} perímetro exterior de la sección transversal de concreto del elemento, mm (cm)
N_c fuerza a tensión en el concreto debida a cargas muerta y viva de servicio, N (kg)	p_h perímetro, medido en el eje, del estribo de refuerzo por torsión, mm (cm)
N_u fuerza de diseño de compresión normal al plano crítico en la revisión por fuerza cortante por fricción, N (kg)	p_m cuantía del refuerzo paralelo a la dirección de la fuerza cortante de diseño distribuido en el área bruta de la sección transversal normal a dicho refuerzo
n número de barras sobre el plano potencial de agrietamiento	p_n cuantía de refuerzo perpendicular a la dirección de la fuerza cortante de diseño distribuido en el área bruta de la sección transversal normal a dicho refuerzo
P carga axial que actúa en una sección; también, carga concentrada en losas, N (kg)	p_p cuantía de acero de presfuerzo ($A_{sp}/b d_p$)
P_0 valor de la fuerza que es necesario aplicar en el gato para producir una tensión determinada P_x en el tendón postensado, N (kg)	p_s cuantía volumétrica de refuerzo helicoidal o de estribos circulares en columnas
P_c carga axial crítica, N (kg)	Q factor de comportamiento sísmico
	$q' = \frac{p' f_y}{f_c}$
	R_b distancia del centro de la carga al borde más próximo a ella, mm (cm)
	r radio de giro de una sección; también, radio del círculo de igual área a la de aplicación de la carga concentrada, mm (cm)

S_{Lh}	separación libre horizontal entre tendones y ductos, mm (cm)	X_1	dimensión mínima del miembro medida perpendicularmente al refuerzo por cambios volumétricos, mm (cm)
S_{Lv}	separación libre vertical entre tendones y ductos, mm (cm)	y	longitud de ménsulas restando la tolerancia de separación, mm (cm)
S	separación del refuerzo transversal, mm (cm)	Z	brazo del par interno en vigas diafragma y muros, mm (cm)
S_h	separación del acero de refuerzo horizontal en vigas diafragma, mm (cm)	α	fracción del momento flexionante que se transmite por excentricidad de la fuerza cortante en losas planas o zapatas
S_m	separación del refuerzo perpendicular a la fuerza cortante de diseño, mm (cm)	β_1	factor definido en el inciso 2.1.e que especifica la profundidad del bloque equivalente de esfuerzos a compresión, como una fracción de la profundidad del eje neutro, c
S_n	separación del refuerzo paralelo a la fuerza cortante de diseño, mm (cm)	γ	relación del lado corto al lado largo del área donde actúa la carga o reacción
T	momento torsionante que actúa en una sección, N-mm (kg-cm)	Δ	desplazamiento de entrepiso producido por la fuerza cortante de entrepiso V , mm (cm)
T_{R0}	momento torsionante resistente de diseño de un miembro sin refuerzo por torsión, N-mm (kg-cm)	δ_f	deformación axial final, mm (cm)
T_u	momento torsionante de diseño, N-mm (kg-cm)	δ_i	deformación axial inmediata, mm (cm)
T_{uh}	momento torsionante de diseño en la condición hiperestática, N-mm (kg-cm)	ϵ_{cf}	contracción por secado final
T_{ui}	momento torsionante de diseño en la condición isostática, N-mm (kg-cm)	ϵ_{sp}	deformación unitaria del acero de presfuerzo cuando se alcanza el momento flexionante resistente de la sección
t	espesor del patín en secciones I o L, o espesor de muros, mm (cm)	ϵ_{yp}	deformación unitaria convencional de fluencia del acero de presfuerzo
u	relación entre el máximo momento flexionante de diseño por carga muerta y carga viva sostenida, y el máximo momento flexionante de diseño total asociados a la misma combinación de cargas	η	cambio angular total en el perfil del tendón desde el extremo donde actúa el gato hasta el punto x , radianes
V	fuerza cortante que actúa en una sección, N (kg)	θ	ángulo que el acero de refuerzo transversal por tensión diagonal forma con el eje de la pieza; también, ángulo con respecto al eje de la viga diafragma que forma el elemento de refuerzo diagonal, grados
V_{cR}	fuerza cortante de diseño que toma el concreto, N (kg)	λ	índice de estabilidad
V_{sR}	fuerza cortante de diseño que toma el acero de refuerzo transversal, N (kg)	μ	coeficiente de fricción para diseño de cortante por fricción; también, coeficiente de fricción por curvatura en concreto presforzado
V_u	fuerza cortante de diseño, N (kg)	φ	ángulo, con respecto al eje de la pieza, que forman las diagonales de compresión que se desarrollan en el concreto para resistir tensión según la teoría de la analogía de la armadura espacial, grados
V_n	esfuerzo cortante horizontal entre los elementos que forman una viga compuesta, MPa (kg/cm ²)	Ψ_A, Ψ_B	cociente de $\Sigma(I/L)$ de las columnas, entre $\Sigma(I/L)$ de los miembros de flexión que llegan al extremo A o B de una columna, en el plano considerado
V_u	esfuerzo cortante de diseño, MPa (kg/cm ²)		
W_u	suma de las cargas de diseño muertas y vivas, multiplicadas por el factor de carga correspondiente, acumuladas desde el extremo superior del edificio hasta el entrepiso considerado, N (kg)		
W	carga uniformemente distribuida, kN/m ² (kg/m ²)		
W_u	carga de diseño de la losa postensada, kN/m ² (kg/m ²)		
X	punto en el cual se valúan la tensión y pérdidas por postensado; también, dimensión en la dirección en que se considera la tolerancia, mm (cm)		

ÍNDICE DE FIGURAS

Capítulo	Figura	Descripción	Página	
			(MKS)	(SI)
III y VIII		EJEMPLO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXIÓN		
	3.1.1	Distribución de deformaciones y esfuerzos, de una sección rectangular simplemente armada.	22	-
	3.2.1	Viga del ejemplo 3.2.	24	228
	3.2.2	Área y sección propuesta como solución del ejemplo 3.2	26	230
	3.3.1	Viga del ejemplo 3.3.	27	231
	3.3.2	Área y sección propuesta como solución del ejemplo 3.3.	29	233
	3.4.1	Distribución de deformaciones y esfuerzos de una sección rectangular doblemente armada.	30	-
	3.4.2	Estados de esfuerzos cuando el acero a compresión fluye.	30	-
	3.4.2.a	Área de acero, A_{s_1} , que equilibra el acero a compresión A_s' .	30	-
	3.4.2.b	Área de acero, A_{s_2} , que equilibra el bloque de concreto.	30	-
	3.5.1	Viga del ejemplo 3.5.	33	234
	3.5.2	Área y sección propuesta como solución del ejemplo 3.5.	36	237
	3.6.1	Distribución de deformaciones y esfuerzos en una viga T .	37	-
	3.6.2	Simplificación para el cálculo del momento resistente de una viga T .	37	-
	3.6.2a	Acero que equilibra el alma a compresión de una viga T .	37	-
	3.6.2b	Acero que equilibra los patines de una viga T .	37	-
	3.7.1	Viga T del ejemplo 3.7	40	238
	3.7.2	Área propuesta como solución del ejemplo 3.7	45	243

Capítulo	Figura	Descripción	Página	
			(MKS)	(SI)
IV y IX		EJEMPLO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A CORTE Y TORSIÓN		
	4.1.1	Geometría de la viga continua del ejemplo 4.1	47	245
	4.1.2	Diagrama de Fuerza cortante y Momento flexionante, de la figura 4.1.1	47	245
	4.1.2a	Diagrama de Fuerza cortante V_R	47	245
	4.1.2b	Diagrama de Momento flexionante de diseño M_u ,	47	245
	4.1.3	Datos del ejemplo 4.1	48	246
	4.1.4	Localización de separación ó recubrimiento "C"	50	248
	4.1.5	Corte de Barras del ejemplo 4.1	55	251
	4.2.1	Diagrama de cortante de varillas del ejemplo 4.2	57	253
	4.2.2	Separación de estribos de la viga del ejemplo 4.2	61	257
	4.3.1	Esquema del ejemplo 4.3	62	258
	4.3.2	Sistema de vigas del ejemplo 4.3	63	259
	4.3.3	Distribución de momento torsionante.	63	259
	4.3.4	Diagrama de momentos torsionantes de diseño T_u	64	260
	4.3.5	Diagrama de fuerza cortante de diseño, V_u	64	260
	4.3.6	Propiedades geométricas de la viga BC	64	260
	4.3.7	Viga BC del ejemplo 4.3	65	261
V y X		EJEMPLO DE ELEMENTOS BAJO CONDICIONES DE SERVICIO		
	5.1.1	Viga del ejemplo 4.1	72	268
	5.1.2	Diagrama de Momento flexionante de diseño	72	268
	5.1.3	Área de refuerzo en la sección central (A) y extrema (B)	73	269
	5.1.4	Diagrama de la sección transformada agrietada del concreto de la sección central (B)	74	270
	5.1.5	Diagrama de la sección transformada agrietada del concreto de la sección extrema (A)	75	271

Capítulo	Figura	Descripción	Página	
			(MKS)	(SI)
	5.2.1	Viga del ejemplo 4.1	79	275
	5.2.2	Sección transformada, agrietada para la sección central (A)	81	277
	5.2.3	Sección transformada, agrietada para la sección extrema (B)	84	280
VI y XI		EJEMPLO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEJO -COMPRESIÓN Y LOSAS		
	6.1.1	Localización en planta de la columna A2 y del corte longitudinal (x - x') y corte transversal (y - y') del ejemplo 6.1	87	283
	6.1.2	Corte longitudinal (x-x') y detalle 1 de la columna A2	88	284
	6.1.3	Corte longitudinal (y-y') y detalle 2 de la columna A2	88	284
	6.1.4	Fuerzas y momentos internos causados por la gravedad y por los componentes del sismo	89	285
	6.1.5	Monograma para determinar longitudes efectivas H' , en miembros a flexocompresión con extremos restringidos lateralmente	90	286
	6.1.6	Grafica de interacción para columnas de concreto reforzado	106	302
	6.2.1	Tableros del problema 6.2	107	303
	6.2.2	Distribución de momentos críticos.	115	311
	6.2.3	Franja central y extrema para la relación $a_1 / a_2 > 0.5$	116	312
	6.2.4	Franja central y extrema para la relación $a_1 / a_2 < 0.5$	116	312
	6.2.5	Franjas centrales para una relación a_1 / a_2	117	313
	6.2.6	Franjas de distribución de momentos	119	315
	6.2.7	Distribución de momentos teóricos de diseño M_u	119	315
	6.2.8	Distribución de momentos entre tableros adyacentes	120	316
	6.2.9	Momentos ajustados de diseño, M_{AD}	122	318
	6.2.10	Separación de acero en todos los tableros	126	322

Capítulo	Figura	Descripción	Página	
			(MKS)	(SI)
	6.2.11	Detalle típico del refuerzo en una losa	126	322
	6.2.12	Corte longitudinal y transversal en la losa	127	323
	6.2.13	Armado en el corte A - A'	127	323
	6.2.14	Armado en el corte B - B'	128	324
	6.2.15	Armado en el corte C - C'	129	325
	6.2.16	Armado en el corte D - D'	130	326
	6.3.1	Losa en planta del nivel 2, del ejemplo 6.3	131	327
	6.3.2	Corte longitudinal del ejemplo 6.3	132	328
	6.3.3	Diagramas de transmisión de momentos entre columna y losa (Figura 2.2 NTC-2004)	134	330
	6.3.4	Fuerzas y momentos internos en condiciones de servicio, de la columna interior 2B	135	331
	6.3.5	Transmisión de momentos entre columna rectangular y losa, de una columna interior	135	331
	6.3.6	Colocación del refuerzo trasversal y longitudinal en la viga ficticia, $b = c_2 + d$	139	335
	6.3.7	Fuerzas y momentos internos en condiciones de servicio, de la columna interior 2A	140	336
	6.3.8	Transmisión de momentos entre columna rectangular y losa, de una columna de borde	140	336
	6.3.9	Colocación del refuerzo trasversal y longitudinal en la viga ficticia, $b = c_2 + d$	147	343
	6.3.10	Definición de franjas	148	344
	6.3.11	Croquis de distribución de casetones	150	346
	6.3.12	Diagramas de momentos provenientes del análisis	152	348
	6.3.13	Envolvente de momentos resistentes, M_u	153	349
	6.3.14	Comportamiento balanceado en una viga simplemente armada	154	350
	6.3.15	Estructura equivalente	159	355
	6.3.16	Momento estático total en un tablero de losa	160	356

Capítulo	Figura	Descripción	Página	
			(MKS)	(SI)
	6.3.17	Distribución de momentos flexionantes en franja de columnas y franja central	160	356
	6.3.18	Distribución de A_s , dentro de la envolvente del eje 2, tramo A-B	167	363
	6.3.19	Refuerzo por flexión del eje 2, tramo A-B	172	368
	6.3.20	Unión exterior losa – columna (Planta)	173	369
	6.3.21	Unión exterior losa – columna. Sección A-A'. (No se muestran los estribos de la columna ni del nudo; tampoco dos barras intermedias del fondo de la columna)	174	370
	6.3.22	Unión exterior losa – columna. Sección B-B'. (No se muestran los estribos de la columna ni del nudo; tampoco dos barras intermedias del fondo de la columna)	175	371
	6.3.23	Diagramas de fuerzas cortantes proveniente de los análisis	176	372
	6.3.24	Diagrama de la fuerza cortante de diseño que toma el concreto V_{cR} , para $b = 50 \text{ cm}$; $b = 500 \text{ mm}$	180	376
	6.3.25	Diagrama de la fuerza cortante de diseño que toma el concreto V_{cR} para $b = 30 \text{ cm}$; $b = 300 \text{ mm}$	182	378
	6.3.26	Diagrama de la fuerza cortante de diseño que toma el concreto V_{cR} para $b = 10 \text{ cm}$; $b = 100 \text{ mm}$	184	380
	6.3.27	Diagramas de fuerzas cortantes proveniente de los análisis.	185	381
	6.3.28	Envolvente de la fuerza cortante de la nervadura $V_{u_{nerv.}}$, para. $b = 50 \text{ cm}$; $b = 500 \text{ mm}$	188	384
	6.3.29	Refuerzo transversal (Estribos y Grapas) en las nervaduras de los claros de 7 m ; 7000 mm	189	385
	6.3.30	Armado longitudinal y transversal de las nervaduras de los claros de 7 m ; 7000 mm . (Ver la figura 6.3.29)	190	386
	6.3.31	Perímetro de la sección crítica de la losa	191	387
	6.3.32	Equilibrio entre la sección crítica de la losa y los puntos de inflexión de las columnas	192	388
	6.3.33	Localización del centroide de la sección crítica	195	391
	6.3.34	Distribución total de casetones para la losa del nivel 2	198	394

Capítulo	Figura	Descripción	Página	
			(MKS)	(SI)
VII y XII		EJEMPLO DE ELEMENTOS TIPO MÉNSULA Y CIMENTACIONES AISLADAS		
	7.1.1	Ménsula del ejemplo 7.1.1	200	396
	7.1.2	Diseño y detalles de anclaje de la ménsula (figura 6.8 NTC-2004)	203	399
	7.1.3	Refuerzo propuesto para la ménsula	206	402
	7.2.1	Zapata del ejemplo 7.1	207	403
	7.2.2	Sección de la zapata	211	407
	7.2.3	Momento en la sección crítica, m_u , por metro de ancho	214	410
	6.2.4	Transmisión de momento entre columna rectangular interior y zapata. (Figura 2.2a NTC-2004)	216	412
	7.2.5	Presión actuante, P_{act} , en el nivel de desplante	218	414
	6.2.6	Transmisión de momento entre columna rectangular interior y zapata. (Figura 2.2a NTC-2004)	219	415
	7.2.7	Distribución de franjas paralelas al lado menor de la zapata	225	422
	7.2.8	Sección y armado propuesto para la zapata	226	423

ÍNDICE DE TABLAS

Capítulo	Tabla	Descripción	Página	
			(MKS)	(SI)
II		CRITERIOS DE DISEÑO		
	2.5.1	Resumen de las características de los concretos utilizados por las NTC-RCDF	20	
III y VIII		EJEMPLO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXIÓN		
	3.7.1	Relación $P - M_R / bd^2$	43	241
IV y IX		EJEMPLO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A CORTE Y TORSIÓN		
	4.1.1	Relación $P - M_R / bd^2$	52	-
VI y XI		EJEMPLO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEJO -COMPRESIÓN Y LOSAS		
	6.1.1	Fuerzas cortantes totales debidas a los componentes del sismo, y desplazamientos medidos de entrepiso en planta baja	89	285
	6.2.1	Coeficientes de momentos flexionantes para tableros rectangulares, franjas centrales. (Tabla 6.1 NTC-2004)	110	306
	6.2.2	Valores de a_1 / a_2 y $w_u a_1^2$ para los tableros I,II,II y IV	117	313
	6.2.3	Momentos teóricos flexionantes de diseño, M_u	118	314
	6.2.4	Momentos ajustados de diseño, M_{AD} y separación de barras, s	125	321
	6.3.1	Distribución de momentos en franjas de losas planas. (Tabla 8.1 NTC-2004)	159	355
	6.3.2	Fuerzas cortantes V_i en la sección crítica de las nervaduras 4, 5 y 6	196	392
VII y XII		EJEMPLO DE ELEMENTOS TIPO MÉNSULA Y CIMENTACIONES AISLADAS		
	7.1.1	Relación $P - M_R / bd^2$	213	409

OBJETIVO GENERAL:

Actualizar los ejemplos y ayudas de diseño de estructuras de concreto, desarrollados por el Instituto de Ingeniería, UNAM, con las Normas Técnicas Complementarias (NTC-1991) con respecto a las normas vigentes (NTC-2004) del Reglamento de Construcción del Distrito Federal (RCDF-2004) y establecer las diferencias significativas de diseño entre ambas versiones. Así como desarrollar los ejemplos de dicho documento en los sistemas de unidades MKS, usual en la práctica profesional y en el sistema internacional de unidades, SI, ya que si la próxima revisión de las Normas Técnicas se apega correctamente a la redacción correcta internacional de unidades, sólo serán válidas las unidades en el Sistema Internacional.

INTRODUCCIÓN

Las Normas Técnicas Complementarias al Reglamento de Construcciones del Distrito Federal, son el documento de apoyo técnico de diseño en la práctica profesional, y ha servido juntamente con la edición de ayudas y ejemplos de diseño, editado por el Instituto de Ingeniería de la UNAM en su edición color Salmón, como una guía nacional e internacional de diseño. De este razonamiento se desprende la importancia de que dicho material se actualice cada vez que lo hace la Norma Técnica. Para el caso de Estructuras de Concreto, desde que el reglamento de construcciones del DDF, obtuvo el borrador, en el año 2000, hasta que oficialmente fue puesto en circulación, 2004, hasta la fecha 2010, no ha habido una edición de actualización de los ejemplos y ayudas de diseño.

Este el principal objetivo de esta tesis, actualizar los ejemplos y ayudas de diseño de estructuras de concreto, con la Normatividad actualizada, con el fin de contribuir en el campo académico y profesional, con dicha revisión.

Si bien es cierto que los cambios en las ediciones de los reglamentos de diseño, 1999 y 2004, no fue radical, si existen cambios conceptuales importantes, principalmente que ya no mantiene constante la aplicación de la fuerza de compresión en el modelo de comportamiento a compresión del concreto. Este pequeño cambio, teórico, no genera diseños radicalmente diferentes, únicamente para el caso de columnas o elementos a compresión.

Sin embargo, el estructurista en la práctica profesional, y al parecer el mismo ingeniero en el aula no está consciente de ello, ni de otro aspecto radicalmente importante que tuvo lugar por decreto presidencial al firmarse el primer tratado de libre comercio con Norteamérica, y es el Sistema de Unidades Oficial.

Con la apertura de concursos internacionales el ingeniero estructurista no entiende la equivalencia entre ambos sistemas lo que le dificulta su participación en proyectos internacionales. Por otro lado la mayoría de los ingenieros en el aula prefieren por facilidad, seguir diseñando o enseñando las materias de diseño estructural con el sistema de unidades

tradicional, impidiendo la incursión de egresados en el campo internacional o impidiendo la correcta aplicación de unidades.

Por ambas razones las Normas Técnicas Complementarias de Diseño de Estructuras de Concreto, dicen al margen: “En las expresiones que aparecen en estas normas deben utilizarse las unidades siguientes que corresponden al Sistema Internacional (SI)..” Aún cuando las mismas normas siguen dando como alternativa de uso las unidades tradicionales (MKS) entre paréntesis, sí la próxima revisión de las Normas Técnicas se apega correctamente a la redacción correcta internacional de unidades, sólo serán válidas las unidades en el Sistema Internacional.

Por lo anterior la tesis presente tiene como contribución, actualizar los ejemplos y ayudas de diseño de estructuras de concreto, que desde hace 10 años no los ha realizado el Gobierno del DF, y además contribuir en las aulas con herramientas didácticas de “calibración” del estudiante en sus diseños.

CAPÍTULO I:

**DESARROLLO HISTORICO DE LAS NORMAS TECNICAS
COMPLEMENTARIAS PARA EL D.F. (NTC-DF)**

1.1 INTRODUCCIÓN

Los cambios que han tenido los Reglamentos de Construcción para el Distrito Federal (RCDF) y sus Normas Técnicas Complementarias (NTC), a través del tiempo son de distinta índole. Van desde pequeñas modificaciones derivadas de la experiencia o de investigaciones recientes hasta variaciones importantes en el enfoque de los problemas

1.2 DIFERENCIAS CONCEPTUALES EN LAS VERSIONES DE LAS NORMA TÉCNICAS COMPLEMENTARIAS PARA DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO (NTCDCEC)

El Distrito Federal cuenta con su propio Reglamento de Construcción y sus propias normas técnicas complementarias.

El primer Reglamento de Construcción elaborado por la Dirección General de Obras Públicas, fue publicado el 20 de Enero de 1920.

Las disposiciones que contenía eran verdaderamente inadecuadas para esos tiempos en que el crecimiento de la ciudad aumentó, tanto en superficie como en población y las condiciones de vida varían considerablemente.

Así después de 22 años se hace presente un nuevo RCDF, publicado en el Diario Oficial de la Federación el día 23 de Julio de 1942, siendo presidente de México el Lic. Manuel Ávila Camacho.

Las siguientes modificaciones del RCDF se publicaron 24 años después, el día 9 de Febrero de 1966, Publicado en el Diario Oficial de la Federación, en el periodo de Gustavo Díaz Ordaz. Este reglamento se refiere únicamente a las construcciones urbanas.

Las normas de diseño en la práctica influyen en varias actividades con respecto al Diseño y la Construcción de Estructuras de Concreto. Las principales áreas a considerar son las siguientes:

- Métodos y criterios de diseño.
- Procesos de construcción.
- Pruebas y certificaciones que se requieren.
- Requisitos de resistencia para diseñar en cuanto al fuego.
- Requisitos generales del reglamento que afectan la planificación, ordenación y la realización de los detalles de las edificaciones.

Dado el desarrollo urbano, seguridad, estabilidad, así como las limitaciones y modalidades que se impongan al uso de terreno o a las edificaciones, surgieron las necesidades de contar con un Reglamento de Construcción y unas NTC.

Diez años más tarde, el Gobierno del Distrito Federal se ve con la necesidad de crear el nuevo RCDF con sus respectivas modificaciones y ampliaciones.

El RCDF de fecha 19 de Noviembre 1976, Publicado en el Diario Oficial de la Federación el 14 de Diciembre 1976, demostró en su aplicación práctica ser un instrumento eficaz para los fines conducentes.

En México, la Reglamentación más actualizada y la que sirve de modelo para los otros Estados, es el RCDF.

Con base en el Reglamento de 1976 y la experiencia, además de las fallas observadas después de los fuertes sismos de 1985 en la ciudad de México, es conveniente reducir el nivel de riesgo para los habitantes por lo cual se introducen elementos que refuercen la estabilidad de la edificaciones para garantizar un grado óptimo de seguridad en su utilización.

Menos de dos años después de los sismos, se publicó en el Diario Oficial de la Federación el 3 de julio de 1987 el nuevo RCDF, y las NTC se publicaron en Noviembre y Diciembre de 1987, su puesta en práctica fue hasta finales de 1988.

Se realizaron pequeñas modificaciones derivadas de la experiencia o de investigaciones recientes hasta variaciones importantes de enfoque de los problemas, en las NTC se cambiaron factores de reducción y disposiciones importantes de esbeltez en columnas y en losas planas.

El cuerpo del Reglamento está dividido en 13 Títulos y 306 artículos que se detallan con las NTC.

Las NTCDF publicadas el 3 de Julio de 1987, se componen de:

- Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto Reforzado.
- Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras Metálicas.
- Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Cimentaciones.
- Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería.
- Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Madera.
- Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo.
- Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Viento.

La asamblea de representantes del Distrito Federal, en ejercicio de la facultad que le confiere el artículo 73 de la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos expide el Reglamento de Construcción para el Distrito Federal, publicado en el Diario Oficial de la Federación el 2 de Agosto de 1993.

El Reglamento de 1993 simplifica sus términos y establece un cuerpo mas flexible, sobre todo porque muchas condiciones de diseño se establecen en las NTC, esto implica que contiene una mayor información, más flexible que permite en el futuro incorporar alternativas y condiciones para mantener siempre operativo y actualizado el Reglamento.

En el periodo del Presidente Vicente Fox Quezada y siendo Andrés Manuel López Obrador, jefe de gobierno del Distrito Federal, se actualiza el Reglamento Publicado en la Gaceta Del Distrito Federal el 29 de Enero de 2004. Con fundamento en el artículo 122 de la constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos.

El Reglamento de Construcción del Distrito Federal vigente consta de un cuerpo principal, que en su título VI se refiere a aspectos específicos del diseño estructural. Para abarcar los diversos materiales estructurales fueron emitidas las NTC de fácil actualización desde el punto de vista legal, que entraron en vigor el día 6 de Octubre de 2004 en la Gaceta Oficial del Distrito Federal.

Las (NTC-RCDF) se componen de 2 tomos, de la siguiente manera:

Tomo 1;

- Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería
- Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Madera
- Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto
- Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras Metálicas
- Aviso

Tomo 2;

- Normas Técnicas Complementarias Sobre Criterios y Acciones para el Diseño Estructural de las Edificaciones.
- Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Cimentaciones.
- Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Viento.
- Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo.
- Normas Técnicas Complementarias para el Diseño y Ejecución de Obras e Instalaciones Hidráulicas
- Normas Técnicas Complementarias para el Proyecto Arquitectónico
- Aviso

El RCDF en general tiene equivalencia con Reglamentos de otros países, por lo que permite considerar que el criterio de diseño puede ser de consulta en otras partes; por ejemplo, en el caso de concreto tenemos el ACI; en acero, el AISC, por lo que permite ser competentes en la Construcción.

CAPÍTULO II:
CRITERIOS DE DISEÑO

2.1 INTRODUCCIÓN

Con los avances en la investigación del RCDF y las experiencias adquiridas durante diversos eventos sísmicos, los ingenieros han incorporado diversos criterios de diseño estructural con el fin de proporcionar mayor seguridad y economía a las estructuras civiles.

2.1.1 Esfuerzos permisibles

En el método de diseño por carga de servicio o diseño por esfuerzos permisibles, las cargas de trabajo o sin factorizar proporcionan la base para el cálculo de la resistencia del concreto. En flexión, los esfuerzos máximos calculados elásticamente no pueden exceder los esfuerzos de trabajo o permisibles.

El método de esfuerzos permisibles implica que se satisface automáticamente el estado límite último si no se exceden los esfuerzos permisibles.

Se supone una variación lineal esfuerzo-deformación y se limitan los esfuerzos a una fracción de la resistencia o límite de fluencia del material.

Ventajas:

- * La variación lineal conduce a un planteamiento matemático más sencillo.
- * La práctica había demostrado que las estructuras diseñadas bajo este criterio mostraban un comportamiento adecuado bajo cargas de servicio.
- * Se evitan deformaciones permanentes y esfuerzos residuales.

Desventajas:

- * No se conoce el grado de seguridad real contra la falla.
- * Se desconoce el comportamiento de la estructura en caso de excederse las acciones previstas de diseño.
- * No permiten una selección apropiada de los factores de seguridad.

2.1.2 Estados límite

Para fines de aplicación de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto (NTCDCEC), se alcanza un estado límite de comportamiento en una construcción cuando se presenta una combinación de fuerzas, desplazamientos, niveles de fatiga, o varios de ellos, que determina el inicio de o la ocurrencia de un modo de comportamiento inaceptable de dicha construcción. De acuerdo con los artículos 148 y 149 del Reglamento, tales estados límite se clasifican en dos grupos: estado límite de falla y estado límite de servicio. Los primeros se refieren a modos de comportamiento que ponen en peligro la estabilidad de la construcción o de una parte de ella, o su capacidad para resistir nuevas aplicaciones de carga. Los segundos incluyen la ocurrencia de daños económicos o la presentación de condiciones que impiden el desarrollo adecuado de las funciones para las que se haya proyectado la construcción.

2.1.2 Diseño por desempeño

En los últimos años, investigadores y profesionistas han empezado a hablar en el diseño basado en el desempeño de las estructuras como una manera más racional para plantear el problema del diseño sísmico. El comité Visión 2000 (SEAOC 1995), ha propuesto un proceso global de diseño que consta de tres fases, que son las siguientes.

1.- Fase Conceptual: Se enfoca a la concepción de una solución estructural y no estructural al problema del diseño. Su primer paso consiste en el planteamiento de los objetivos de diseño, que deben reflejar de manera clara las expectativas que surgen de la construcción de la obra. Luego se establece, acorde a la sismicidad del sitio, si la obra es técnica o económicamente viable. De ser viable, el ingeniero estructural debe plantear el Diseño Conceptual de acuerdo con los objetivos de diseño y con las características de los movimientos sísmicos esperados. Durante el diseño conceptual deben establecerse la configuración global de la construcción, la configuración estructural, los sistemas y materiales estructurales, el sistema de cimentación y el tipo de elementos no estructurales y su conexión a la estructura.

2.- Fase Numérica: Está constituida por dos etapas (Diseño Preliminar y Diseño Final) que involucran el dimensionado y detallado de los sistemas estructurales y no estructurales.

3.- Implantación: Garantiza la calidad del diseño mediante una revisión detallada e independiente. Además, el diseño por desempeño no puede ser exitoso sin un control de calidad adecuado durante la construcción de la estructura, y sin una supervisión adecuada y continua del mantenimiento, ocupación y función de la misma.

Las características mecánicas deben suministrarse a una estructura de manera que, dentro de límites técnicos y económicos aceptables, sean capaces de controlar y acomodar su respuesta dinámica dentro de umbrales congruentes con el nivel de daño aceptable. En particular, el control del daño estructural y no estructural requiere del control de la distorsión máxima de entrepiso y en ocasiones, como es el caso de edificaciones construidas en la zona de lago del DF, de la deformación explícita de las demandas acumuladas de deformación plástica. En cuanto al daño en instalaciones y contenidos, puede llegar a ser necesario plantear el control de las demandas de velocidad y aceleración de entrepiso.

2.2 CONSIDERACIONES GENERALES

2.2.1 Alcance

Las NTC deben de entenderse como requisitos mínimos, que en el Distrito Federal, debe cumplir todo proyecto y construcción de concreto estructural en sus distintas modalidades.

Deben considerarse como un complemento de los principios básicos de diseño establecidos en el título sexto del Reglamento y en las Normas Técnicas Complementarias sobre Criterios y Acciones para el Diseño Estructural de las Edificaciones (NTCCADEE).

2.3 CRITERIOS DE DISEÑO

Las fuerzas y momentos internos producidos por las acciones a que están sujetas las estructuras se determinarán de acuerdo con los criterios prescritos en la sección 1.4 de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto (NTCDCEC) del Distrito Federal del 2004.

El dimensionamiento y el detallado se harán de acuerdo con los criterios relativos a los estados límite de falla y de servicio, así como de durabilidad, establecidos en el Título Sexto del Reglamento de Construcción y a sus Normas Técnicas Complementarias, o por algún procedimiento optativo que cumpla con los requisitos del Artículo 159 del mencionado Título Sexto.

2.3.1 Estado límite de falla

Según el criterio de estados límite de falla, las estructuras deben dimensionarse de modo que la resistencia de diseño de toda sección con respecto a cada fuerza o momento interno que en ella actúe, sea igual o mayor que el valor de diseño de dicha fuerza o momento internos. Las resistencias de diseño deben incluir el correspondiente factor de resistencia, F_R , prescrito en la sección 1.7 de las NTCDCEC. Las fuerzas y momentos internos de diseño se obtienen multiplicando por el correspondiente factor de carga los valores de dichas fuerzas y momentos internos calculados bajo las acciones especificadas en el Título Sexto del Reglamento de Construcción y en las NTCCADEE.

ARTÍCULO 148, RCDF-04.- Se considerará como estado límite de falla cualquier situación que corresponda al agotamiento de la capacidad de carga de la estructura o de cualquiera de sus componentes, o al hecho de que ocurran daños irreversibles que afectan significativamente su resistencia ante nuevas aplicaciones de carga.

2.3.2 Estados límite de servicio

Sea que se aplique el criterio de estados límite de falla o algún criterio optativo, deben revisarse los estados límite de servicio, es decir, se comprobará que las respuestas de la estructura (deformación, agrietamiento, etc.) queden limitadas a valores tales que el funcionamiento en condiciones de servicio sea satisfactorio.

ARTÍCULO 149, RCDF-04.- Se considera como estado límite de servicio la ocurrencia de desplazamientos, agrietamientos, vibraciones o daños que afecten el correcto funcionamiento de la edificación, pero que no perjudiquen su capacidad para soportar cargas. Los valores específicos de estos estados límite se definen en las NTCDCEC.

2.3.3 Diseño por durabilidad

Las estructuras deberán diseñarse para una vida útil de al menos 50 años, de acuerdo con los requisitos establecidos en el Capítulo 4 de las NTCDCEC.

2.4.4 Diseño por sismo

Los marcos de concreto reforzado de peso normal colados en el lugar que cumplan con los requisitos generales de las Normas Técnicas Complementarias Para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto se diseñarán por sismo, aplicando un factor de comportamiento sísmico Q igual a 2.0. Los valores de Q que deben aplicarse para estructuras especiales como marcos dúctiles, losas planas, estructuras presforzadas y estructuras prefabricadas, se dan en los Capítulos 7 a 10, de las NTCDCEC respectivamente. En todo lo relativo a los valores de Q , debe cumplirse, además, con el Capítulo 5 de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo (NTCDS).

2.4 ANÁLISIS

2.4.1 Aspectos generales

Las estructuras de concreto se analizarán, en general, con métodos que supongan comportamiento elástico. También pueden aplicarse métodos de análisis límite siempre que se compruebe que la estructura tiene suficiente ductilidad y que se eviten fallas prematuras por inestabilidad. Las articulaciones plásticas en vigas y columnas se diseñarán de acuerdo con lo prescrito en la sección 6.8 de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto.

Cuando se apliquen métodos de análisis elástico, en el cálculo de las rigideces de los miembros estructurales se tomará en cuenta el efecto del agrietamiento. Se admitirá que se cumple con este requisito si las rigideces de vigas y muros agrietados se calculan con la mitad del momento de inercia de la sección bruta de concreto ($0.5 I_g$), y si las rigideces de columnas y muros no agrietados se calculan con el momento de inercia total de la sección bruta de concreto. En vigas T, la sección bruta incluirá los anchos de patín especificados en la sección 2.2.3 de las Normas Técnicas Complementarias Para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto. En estructuras constituidas por losas planas, las rigideces se calcularán con las hipótesis de la sección 8.3 de dichas Normas.

En estructuras continuas se admite redistribuir los momentos flexionantes obtenidos del análisis elástico, satisfaciendo las condiciones de equilibrio de fuerzas y momentos en vigas, nudos y entrepisos, pero sin que ningún momento se reduzca, en valor absoluto, más del 20 por ciento en vigas y losas apoyadas en vigas o muros, ni que se reduzca más del 10 por ciento en columnas y en losas planas.

En los momentos de diseño y en las deformaciones laterales de las estructuras deben incluirse los efectos de esbeltez valuados de acuerdo con la sección 1.3.2 de dichas Normas.

2.5 RESUMEN DE LAS NTC RCDF – 2004

En las Normas Técnicas Complementarias Para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto se presentan disposiciones para diseñar estructuras de concreto, incluido el concreto simple y el reforzado (ordinario y presforzado). Se dan requisitos complementarios para concreto ligero y concreto de alta resistencia.

Estas disposiciones deben considerarse como un complemento de los principios básicos de diseño establecidos en el Título Sexto del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal y en las Normas Técnicas Complementarias sobre Criterios y Acciones para el Diseño Estructural de las Edificaciones.

Las Normas Técnicas Complementarias Para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto del 2004 del RCDF, clasifica al concreto en:

1. Clase 1, se recomienda su uso en estructuras del grupo A o B1.
2. Clase 2,
3. Concreto de alta resistencia, $f_c' \geq 400 \text{ kg/cm}^2$

Tabla 2.5.1 Resumen de características de los concretos utilizados por las NTC-RCDF04.

Características	Concreto clase 1	Concreto clase 2
Peso volumétrico en estado fresco	$> 2.2 \text{ t/m}^3$	1.9 y 2.2 t/m^3
f_c'	$\geq 250 \text{ kgf/cm}^2$	$200 \text{ kgf/cm}^2 \leq f_c' < 250 \text{ kgf/cm}^2$
Proporcionamiento	Por peso	Por Volumen
Resistencia media a la tensión f_t^*	$1.30 \sqrt{f_c^*}$	$1.30 \sqrt{f_c^*}$
Módulo de rotura, f_f^*	$1.70 \sqrt{f_c^*}$	$1.20 \sqrt{f_c^*}$
Módulo de elasticidad, E_c	$14,000 \sqrt{f_c'}$	$8,000 \sqrt{f_c'}$

La resistencia Nominal de diseño en :

$$f_c^* = 0.80 f_c'$$

2.5 HIPÓTESIS DE DISTRIBUCIÓN DE ESFUERZOS.

La distribución de esfuerzos a compresión en el concreto, cuando alcanza la resistencia de la sección, es uniforme con un valor $f_c'' = 0.85 f_c^*$, hasta una profundidad de la zona de compresión igual a $\beta_1 c$, donde c es al profundidad del eje neutro, medida desde la fibra extrema en compresión.

Para:

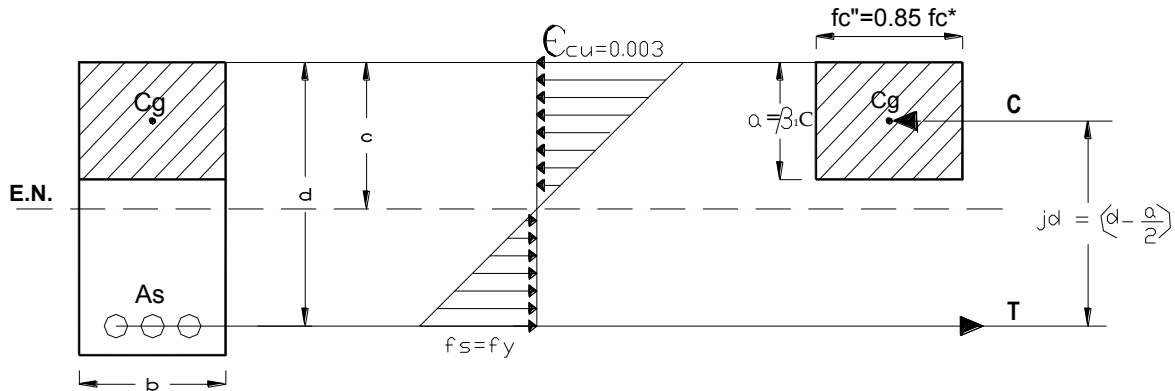
$$f_c^* \leq 280 \text{ kgf/cm}^2 ; \beta_1 = 0.85$$

$$f_c^* > 280 \text{ kgf/cm}^2 ; \beta_1 = 1.05 - f_c^* / 1400$$

CAPÍTULO III

EJEMPLO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXIÓN (Sistema “MKS”)

3.1 COMPORTAMIENTO DE UNA SECCIÓN RECTANGULAR SIMPLEMENTE ARMADA (Figura 3.1.1)



La fuerza de tensión en el acero es:

$$T = A_s f_y \quad (3.1)$$

La fuerza de compresión en el bloque de concreto es:

$$C = f_c'' ab \quad (3.2)$$

La profundidad del bloque de esfuerzos a compresión, a , en el concreto es;

$$a = \beta_1 c \quad (3.3)$$

donde, c , es la profundidad del eje neutro medida desde la fibra extrema en compresión

Por equilibrio de fuerzas;

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ T &= C \end{aligned} \quad (3.4)$$

es decir:

$$A_s f_y = f_c'' ab \quad (3.5)$$

Despejando, a , que representa la profundidad del bloque a compresión:

$$a = \frac{A_s f_y}{b f_c''} \quad (2.12 \text{ NTC})$$

El índice de refuerzo se define como:

$$q = \frac{p f_y}{f_c''} \quad (2.6 \text{ NTC})$$

Despejando la relación o porcentaje de refuerzo:

$$p = \frac{q f_c''}{f_y} \quad (3.6)$$

Para una viga rectangular de ancho b y peralte efectivo d, la relación de acero de refuerzo es:

$$p = \frac{A_s}{b d} \quad (2.7 \text{ NTC})$$

El momento último resistente, M_R de la sección es:

$$M_R = F_R f_c'' (a) (b) \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

$$M_R = F_R f_c'' \left(\frac{A_s f_y}{b f_c''} \right) (b) \left(d - 0.5 \left(\frac{A_s f_y}{b f_c''} \right) \right) = F_R A_s f_y \left(d - 0.5 \left(\frac{A_s f_y}{b f_c''} \right) \right)$$

Como;

$$q = \frac{p f_y}{f_c''} = \frac{A_s f_y}{b d f_c''}$$

$$M_R = F_R A_s f_y \left(\frac{d}{d} - 0.5 \left(\frac{A_s f_y}{b d f_c''} \right) \right)$$

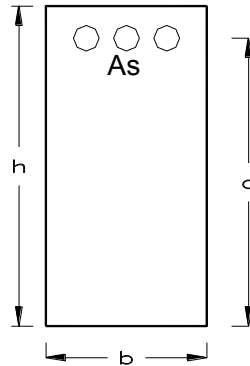
$$M_R = F_R A_s f_y (1 - 0.5q) \quad (2.5 \text{ NTC})$$

ó bien:

$$M_R = F_R b d^2 f_c'' q (1 - 0.5q) \quad (2.4 \text{ NTC})$$

3.2 CÁLCULO DE LAS DIMENSIONES Y DEL ÁREA DE REFUERZO DE UNA SECCIÓN RECTANGULAR, CONOCIDO EL MOMENTO DE DISEÑO, M_u , Y LA RELACIÓN d/b .

DATOS DEL PROBLEMA:



$$M_u = 30 \text{ t-m} \quad (\text{Momento negativo})$$

$$f_c' = 200 \text{ kgf/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kgf/cm}^2$$

$$d/b = 2.5$$

$$p_{\min} = 0.75 p_b$$

CONSTANTES DE CÁLCULO:

$$f_c^* = 0.8 f_c' = 0.8 (200) = 160 \text{ kgf/cm}^2 \quad (1.12 \text{ NTC})$$

$$f_c'' = 0.85 f_c^* = 0.85 (160) = 136 \text{ kgf/cm}^2 \quad (2.1e \text{ NTC})$$

$$\beta_1 = 0.85 \quad (\text{Por ser } f_c^* < 280 \text{ kgf/cm}^2)$$

- Cálculo de cuantía mínima de acero

$$p_{\min} = \frac{0.7 \sqrt{f_c'}}{f_y} = \frac{0.7 \sqrt{200}}{4200} = 0.00235 \quad (2.2 \text{ NTC})$$

- Cálculo de cuantía balanceada de acero

$$p_b = \frac{f_c''}{f_y} \frac{6000 \beta_1}{f_y + 6000} = \frac{136}{4200} \frac{6000(0.85)}{4200 + 6000} = 0.01619 \quad (2.3 \text{ NTC})$$

- Cálculo de cuantía máxima de acero

$$p_{\max.} = 0.75 p_b = 0.75(0.01619) = 0.012143$$

$$q_{\max} = \frac{p_{\max} f_y}{f_c''} = \frac{0.012143 (4200)}{136} = 0.3749 \quad (2.6 \text{ NTC})$$

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA:

- Predimensionamiento.

$$M_R = F_R b d^2 f_c'' q (1 - 0.5 q) \quad (2.4 \text{ NTC})$$

Donde:

$$M_u = M_R$$

Despejando;

$$b d^2 = \frac{M_R}{F_R f_c'' q (1 - 0.5 q)} = \frac{30 \times 10^5}{(0.9)(136)(0.3749)[1 - 0.5(0.3749)]} = 80.458 \text{ cm}^3$$

$$b d^2 = 80,458 \text{ cm}^3$$

Si se considera la relación

$$b = \frac{d}{2.5}$$

Sustituyendo en,

$$b d^2 = 80,458 \text{ cm}^3,$$

se tiene

$$\frac{d^3}{2.5} = 80,458 \text{ cm}$$

$$d^3 = 80,458 (2.5) = 201,145 \text{ cm}^3$$

$$d = \sqrt[3]{201,145} = 58.6 \text{ cm}$$

Se usará:

$$d = 59 \text{ cm}$$

La base de la sección será de:

$$b = \frac{59}{2.5} = 23.6 \text{ cm}$$

se propone usar:

$$b = 25 \text{ cm}$$

El peralte total en la viga es:

$$h = d + r = 59 + 4 = 63 \text{ cm}$$

Cálculo de área de acero, A_s ,

$$p = \frac{A_s}{b d} \quad (2.7 \text{ NTC})$$

Despejando el área de acero:

$$A_s = p b d$$

$$A_s = (0.012143) (25) (59)$$

$$A_s = 18.90 \text{ cm}^2$$

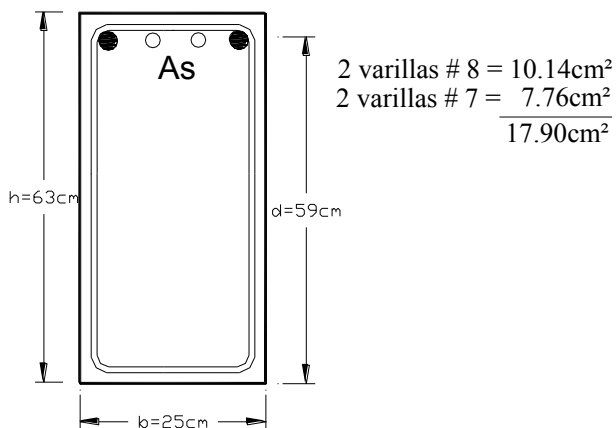
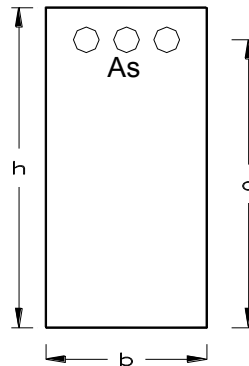


Figura 3.2.2 Área y Sección propuesta como solución ejemplo 3.2

3.3 CÁLCULO DEL ÁREA DE ACERO DE REFUERZO DE UNA VIGA RECTANGULAR, CONOCIENDO EL MOMENTO DE DISEÑO, M_u , Y LA SECCIÓN TRANSVERSAL.

DATOS DEL PROBLEMA:



$$M_u = 34 \text{ t} - \text{m} \text{ (Momento Negativo)}$$

$$f_c' = 200 \text{ kgf} / \text{cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kgf} / \text{cm}^2$$

$$b = 30 \text{ cm}$$

$$h = 75 \text{ cm}$$

$$d = 70 \text{ cm}$$

CONSTANTES DE CÁLCULO:

$$f_c^* = 0.8 f_c' = 0.8 (200) = 160 \text{ kgf} / \text{cm}^2 \quad (1.12 \text{ NTC})$$

$$f_c'' = 0.85 f_c^* = 0.85 (160) = 136 \text{ kgf} / \text{cm}^2 \quad (2.1e \text{ NTC})$$

$$\beta_1 = 0.85 \quad (\text{Por ser } f_c^* < 280 \text{ kgf} / \text{cm}^2)$$

- Cálculo de cuantía mínima de acero

$$p_{\min} = \frac{0.7 \sqrt{f_c'}}{f_y} = \frac{0.7 \sqrt{200}}{4200} = 0.00235 \quad (2.2 \text{ NTC})$$

- Cálculo de cuantía balanceada de acero

$$p_b = \frac{f_c''}{f_y} \frac{6000 \beta_1}{f_y + 6000} = \frac{136}{4200} \frac{6000(0.85)}{4200 + 6000} = 0.01619 \quad (2.3 \text{ NTC})$$

- Cálculo de cuantía máxima de acero

$$p_{\max.} = 0.75 p_b = 0.75(0.01619) = 0.012143$$

$$q_{\max} = \frac{p_{\max} f_y}{f_c''} = \frac{0.012143 (4200)}{136} = 0.3749 \quad (2.6 \text{ NTC})$$

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA:

- Cálculo de la cuantía de acero, p ,

$$M_R = F_R b d^2 f_c'' q (1 - 0.5 q) \quad (2.4 \text{ NTC})$$

Llamando a:

$$Q = \frac{M_R}{F_R b d^2 f_c''} = \frac{34 \times 10^5}{(0.9)(30)(70)^2 (136)} = 0.1889$$

$$Q = q(1 - 0.5 q)$$

$$Q = q - 0.5 q^2$$

$$-q + 0.5 q^2 + Q = 0$$

$$-2q + q^2 + 2Q = 0$$

$$q^2 - 2q + 2Q = 0$$

Resolviendo la ecuación cuadrática,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$q = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(2Q)}}{2(1)} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - (4)(2Q)}}{2}$$

$$q = \frac{2 \pm \sqrt{4 - (4)((2)(0.1889))}}{2} = \frac{2 \pm 1.5776}{2}$$

entonces,

$$q_1 = 1.788$$

$q_2 = 0.2112$ Rige el valor más pequeño.

de $q = \frac{p f_y}{f_c''}$ (2.6 NTC)

Despejando la relación o porcentaje de refuerzo:

$$p = \frac{q f_c''}{f_y}$$

$$p = \frac{(0.2112)(136)}{4200} = 0.006838$$

de: $p = \frac{A_s}{b d}$ (2.7 NTC)

Despejando el área de acero, A_s ,

$$A_s = p b d = (0.006838)(30)(70)$$

$$A_s = 14.36 \text{ cm}^2$$

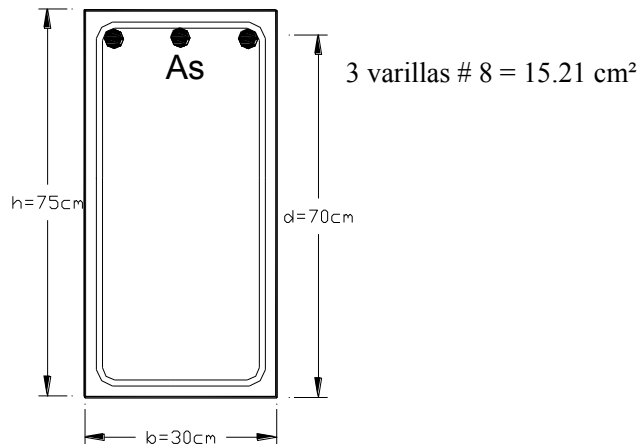
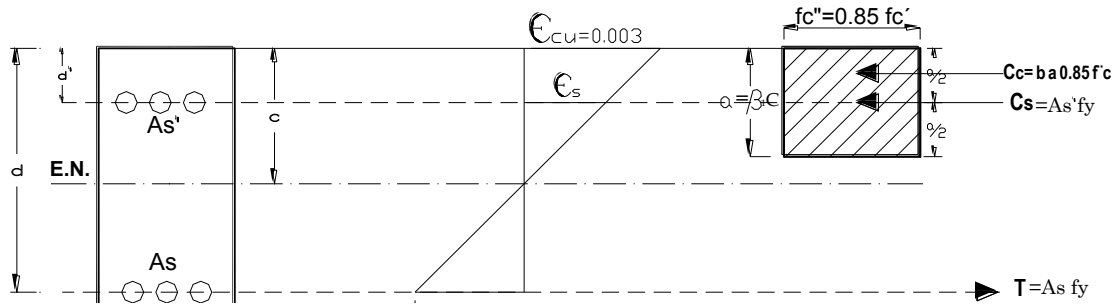


Figura 3.3.2 Área y sección propuesta como solución del ejemplo 3.3

3.4 COMPORTAMIENTO PARA UNA SECCIÓN RECTANGULAR DOBLEMENTE ARMADA (Figura 3.4.1)



Si ϵ

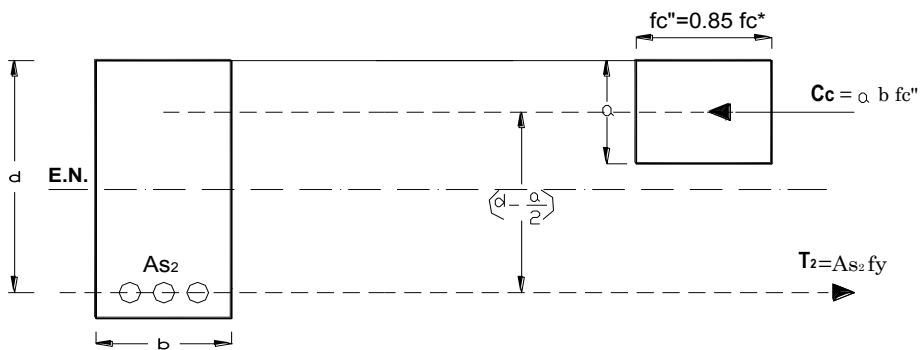
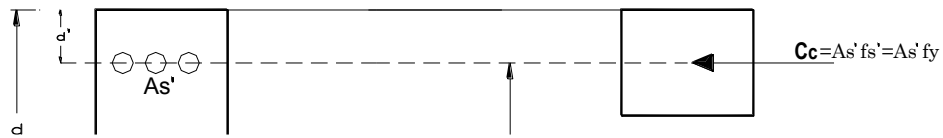
El e

1.- l

2.- l

(

Tal



De la figura 3.4.2a, la fuerza de compresión tomada por el acero a compresión es:

$$C_s = A'_s f_y$$

La fuerza de tensión resistida por el acero a tensión es:

$$T_1 = A_{s_1} f_y$$

Por equilibrio de fuerzas:

$$C_s = T_1$$

Es decir:

$$\begin{aligned} A'_s f_y &= A_{s_1} f_y \\ A'_s &= A_{s_1} \end{aligned} \quad (3.9)$$

El momento resistente es:

$$M_1 = T_1 (d - d')$$

Es decir:

$$M_1 = A_{s_1} f_y (d - d') \quad (3.10)$$

Por la ecuación 3.9 tenemos:

$$M_1 = A'_s f_y (d - d') \quad (3.11)$$

De la figura 3.4.2b se puede deducir el momento resistente de la sección:

$$M_2 = T_2 \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

Donde la fuerza de tensión resistida por el acero es:

$$T_2 = A_{s_2} f_y$$

Por lo que se puede escribir como:

$$M_2 = A_{s_2} f_y \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

De la ecuación 3.8 despejando A_{s_2}

$$A_{s_2} = A_s - A_{s_1} \quad (3.12)$$

De esta manera la expresión se puede escribir:

$$M_2 = (A_s - A_{s_1}) f_y \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

De tal manera que por la ecuación 3.9

$$M_2 = (A_s - A'_s) f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) \quad (3.13)$$

El momento nominal total en la sección doblemente reforzada es:

$$M_n = M_1 + M_2$$

$$M_n = (A_s - A'_s) f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) + A'_s f_y (d - d')$$

El momento resistente de la sección doblemente reforzada es:

$$M_R = F_R \left[(A_s - A'_s) f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) + A'_s f_y (d - d') \right] \quad (2.8 \text{ NTC})$$

donde: A_s , es el área de acero a tensión y A'_s es el área de acero a compresión.

De la figura. 3.4.2b, la fuerza resultante de compresión el bloque de concreto es:

$$C_c = f_c'' ab$$

y la fuerza de tensión en el acero es:

$$T_2 = A_{s2} f_y$$

Por equilibrio de fuerzas:

$$C_c = T_2$$

$$f_c'' ab = A_{s2} f_y$$

De la ecuación 3.12 obtenemos:

$$f_c'' ab = (A_s - A'_s) f_y$$

Despejando la profundidad del bloque de esfuerzos:

$$a = \frac{(A_s - A'_s) f_y}{f_c'' b} \quad (2.9 \text{ NTC})$$

La ecuación 2.8 es válida sólo si el acero a compresión fluye cuando se alcanza la resistencia de la sección. Esto se cumple si.

$$p - p' \geq \frac{6000 \beta_1}{6000 - f_y} \frac{d'}{d} \frac{f_c''}{f_y} \quad (2.10 \text{ NTC})$$

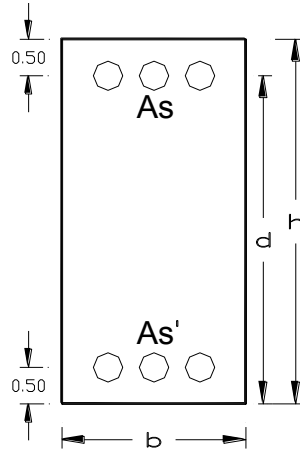
Donde:

$$p' = \frac{A'_s}{b d} \quad (2.11 \text{ NTC})$$

Cuando no se cumpla esta condición, M_R , se determinará con un análisis de la sección basado en el equilibrio y las hipótesis de la sección 2.1 de las NTC-2004; o bien se calculará aproximadamente con las ecuaciones 2.4 o 2.5 de las secciones rectangulares de una viga simplemente armada despreciando el acero de compresión. En todos los casos habrá que revisar que el acero de tensión no exceda la cuantía máxima prescrita en la sección 2.2.2. de las NTC -2004.

3.5 CÁLCULO DEL ACERO DE REFUERZO DE UNA VIGA RECTANGULAR DOBLEMENTE REFORZADA, CONOCIDA LA SECCIÓN.

DATOS DEL PROBLEMA:



$$M_u = 45.60 \text{ t-m (Momento Negativo)}$$

$$f_c' = 200 \text{ kgf/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kgf/cm}^2$$

$$b = 30 \text{ cm}$$

$$h = 60 \text{ cm}$$

$$d = 55 \text{ cm}$$

CONSTANTES DE CÁLCULO:

$$f_c^* = 0.8 f_c' = 0.8 (200) = 160 \text{ kgf/cm}^2 \tag{1.12 NTC}$$

$$f_c'' = 0.85 f_c^* = 0.85 (160) = 136 \text{ kgf/cm}^2 \tag{2.1e NTC}$$

$$\beta_1 = 0.85 \quad (\text{Por ser } f_c^* < 280 \text{ kgf/cm}^2)$$

- Cálculo de cuantía mínima de acero

$$p_{\min} = \frac{0.7 \sqrt{f_c'}}{f_y} = \frac{0.7 \sqrt{200}}{4200} = 0.00235 \quad (2.2 \text{ NTC})$$

- Cálculo de cuantía balanceada de acero

$$p_b = \frac{f_c''}{f_y} \frac{6000 \beta_1}{f_y + 6000} = \frac{136}{4200} \frac{6000(0.85)}{4200 + 6000} = 0.01619 \quad (2.3 \text{ NTC})$$

- Cálculo de cuantía máxima de acero

$$p_{\max.} = 0.75 p_b = 0.75(0.01619) = 0.012143$$

$$q_{\max} = \frac{p_{\max} f_y}{f_c''} = \frac{0.012143 (4200)}{136} = 0.3749 \quad (2.6 \text{ NTC})$$

- Cálculo del área de acero máxima.

$$A_{\max} = p_{\max} b d = (0.012143)(30)(55) = 20.03 \text{ cm}^2 \quad (2.7 \text{ NTC})$$

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA:

- Cálculo del momento resistente máximo de la viga, si solo hubiera refuerzo a tensión M_{R1} .

$$M_{R1} = F_R b d^2 f_c'' q_{\max} (1 - 0.5 q_{\max}) \quad (2.4 \text{ NTC})$$

$$M_{R1} = (0.9)(30)(55)^2 (136)(0.3750)[1 - 0.5(0.3750)] = 3384407.81 \text{ kgf} - \text{cm}$$

$$M_{R1} = 33.84 \text{ t} - \text{m} < M_u = 45.6 \text{ t} - \text{m}$$

Por lo tanto se requiere refuerzo a compresión, M_{R2}

Cálculo de A_s y A_s' (suponiendo que A_s' fluye)

$$M_{Ru} = M_{R1} + M_{R2}$$

$$M_{R2} = M_{Ru} - M_{R1}$$

$$45.6 - 33.84 = 11.76 \text{ t} - \text{m}$$

$$M_{R2} = 11.76 \text{ t} - \text{m}$$

- Cálculo de área de acero a tensión, A_s ,

$$A_s - A_{s_{\max}} = \frac{M_{R2}}{F_R f_y (d - d')} = \frac{11.76 \times 10^5}{(0.9)(4200)(55 - 5)} = 6.222 \text{ cm}^2$$

$$A_s - A_{s_{\max}} = 6.222 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 6.222 + 20.03 = 26.252 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 26.252 \text{ cm}^2$$

Varillas a colocar:

$$5 \# 8 = 25.35 \text{ cm}^2$$

$$2 \# 4 = 2.540 \text{ cm}^2$$

$$27.89 \text{ cm}^2$$

- Cálculo de acero a compresión, A_s'

$$A_s' = A_s - A_{s_{\max}} = 27.89 - 20.03 = 7.86 \text{ cm}^2$$

$$A_s' = \frac{7.86}{0.75}$$

$$A_s' = 10.48 \text{ cm}^2$$

Varillas a colocar:

$$3 \# 7 = 11.64 \text{ cm}^2$$

de:

$$A_s = p b d$$

Cuantía de acero a tensión, p ,

$$p = \frac{A_s}{b d} = \frac{27.89}{(30)(55)} = 0.01690$$

(2.7 NTC)

de:

$$A_s' = p' b d$$

Despejando la cuantía de acero a compresión, P' ,

$$p' = \frac{A_s'}{b d} = \frac{11.64}{(30)(55)} = 0.00705 \quad (2.7 \text{ NTC})$$

- Comprobando de que el acero a compresión fluye

$$p - p' \geq \frac{6000 \beta_1}{6000 - f_y} \frac{d'}{d} \frac{f_c''}{f_y} \quad (2.10 \text{ NTC})$$

$$0.0165 - 0.00518 \geq \frac{6000 (0.85)}{6000 - 4200} \frac{5}{55} \frac{136}{4200}$$

0.1132 > 0.00834 ∴ El acero a compresión fluye.

- Cálculo del momento resistente de la sección doblemente reforzada

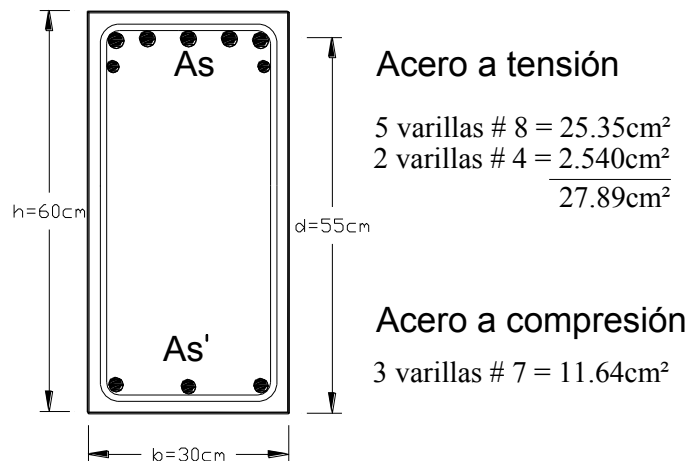
$$M_R = F_R \left[(A_s - A_s') f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) + A_s' f_y (d - d') \right] \quad (2.8 \text{ NTC})$$

en donde:

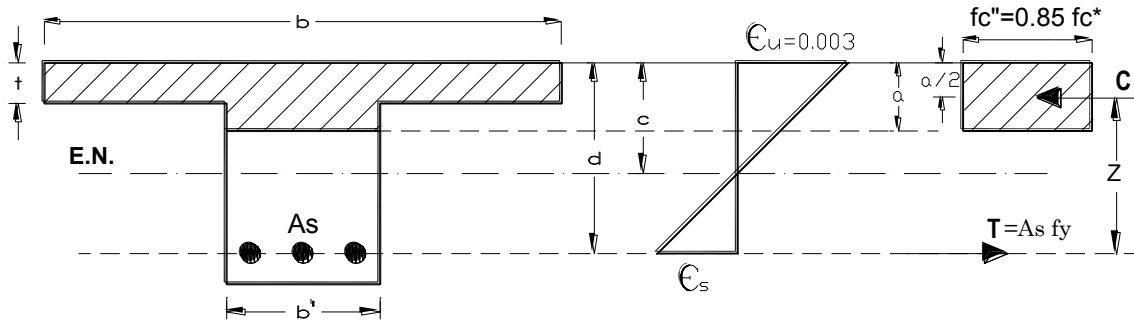
$$a = \frac{(A_s - A_s') f_y}{f_c'' b} = \frac{(27.89 - 11.64)(4200)}{(136)(30)} = 16.72 \text{ cm} \quad (2.9 \text{ NTC})$$

$$M_R = 0.9 \left[(27.89 - 11.64)(4200) \left(55 - \frac{16.72}{2} \right) + (11.64)(4200)(55 - 5) \right] = 5064822 \text{ kgf} - \text{cm}$$

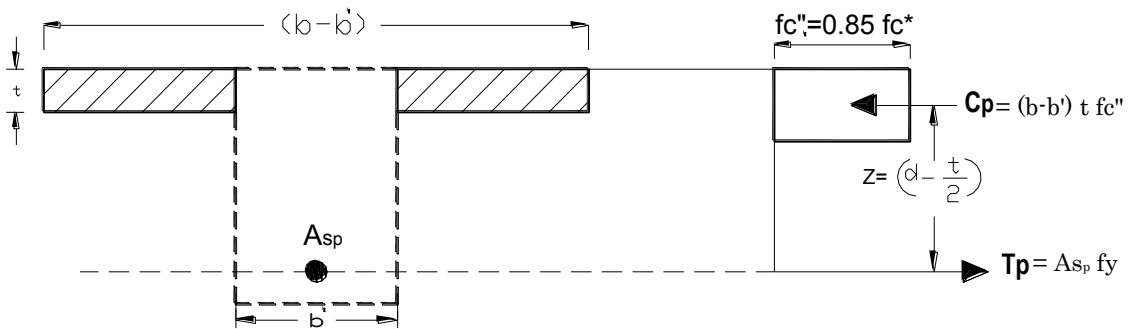
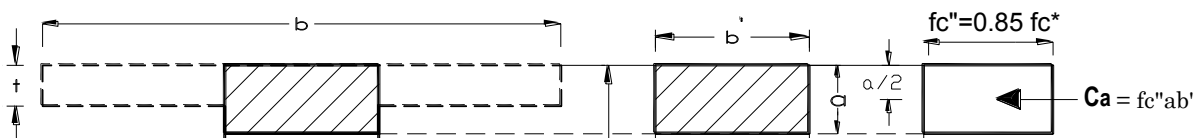
$$M_R = 50.64 \text{ t} - \text{m} > M_u 45.60 \text{ t} - \text{m}$$



3.6 COMPORTAMIENTO PARA UNA SECCIÓN T SIMPLEMENTE ARMADA (figura 3.6.1)



Un procedimiento de solución es emplear la suma de dos pares internos usados también en vigas doblemente reforzadas (Figura 3.6.2).



- Cálculo del momento resistente:

Las vigas, T , se deben limitar a vigas con comportamiento subreforzado y en su comportamiento se supone que el acero a tensión siempre fluye, por lo que;

$$f_s = f_y$$

Se considera primero al equilibrio del sistema cuando el acero equilibra los patines a compresión (figura 3.6.2b)

$$T_p = C_p$$

$$A_{sp} f_y = f_c t (b - b')$$

donde, A_{sp} es el área de acero a compresión que equilibra la fuerza de compresión en los patines; despejándola,

$$A_{sp} = \frac{f_c'' (b - b') t}{f_y}$$

de tal manera que el momento resistente debido al bloque de concreto en los patines es:

$$M_{Rp} = F_R A_{sp} f_y \left[d - \frac{t}{2} \right] \quad (3.14)$$

Es decir:

$$M_{Rp} = F_R f_c'' t (b - b') \left[d - \frac{t}{2} \right]$$

De la figura 3.6.2a el acero que equilibra la fuerza de compresión en el alma de la sección es,

$$C_a = T_a$$

que se puede escribir:

$$f_c'' a b' = A_{sa} f_y$$

donde, A_{sa} es el área de acero que equilibra la fuerza de compresión del alma. Despejando la profundidad del bloque de esfuerzos, a ,

$$a = \frac{f_y A_{sa}}{f_c'' b'} \quad (3.15)$$

El momento resistente debido al equilibrio de fuerzas considerando que existe únicamente concreto en el alma de la sección.

$$M_{Ra} = F_R (A_{sa} f_y) \left[d - \frac{a}{2} \right]$$

Como:

$$A_s = A_{sa} + A_{sp}$$

Despejando A_{sa} ;

$$A_{sa} = A_s - A_{sp}$$

Por lo que la ecuación 3.15 se puede escribir,

$$a = \frac{(A_s - A_{sp}) f_y}{f_c'' b'}$$

y el momento resistente que equilibra la fuerza de compresión en el alma de la sección es;

$$M_{Ra} = F_R (A_s - A_{sp}) f_y \left[d - \frac{a}{2} \right] \quad (3.16)$$

El momento resistente de la sección, T , se puede considerar como la suma de los momentos resistentes debido al equilibrio de las fuerzas de compresión en el alma y en los patines:

$$M_R = M_{Rp} + M_{Ra}$$

Por lo que el momento resistente de la sección es:

$$M_R = F_R \left[A_{sp} f_y \left(d - \frac{t}{2} \right) + (A_s - A_{sp}) f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) \right] \quad (2.13 \text{ NTC})$$

donde;

$$A_{sp} = \frac{f_c'' (b - b') t}{f_y}$$

La ecuación 2.13 es válida si el acero fluye cuando se alcanza la resistencia. Esto se cumple si:

$$A_s \leq \frac{f_c''}{f_y} \frac{6000 \beta_1}{f_y + 6000} b' d + A_{sp} \quad (2.14 \text{ NTC})$$

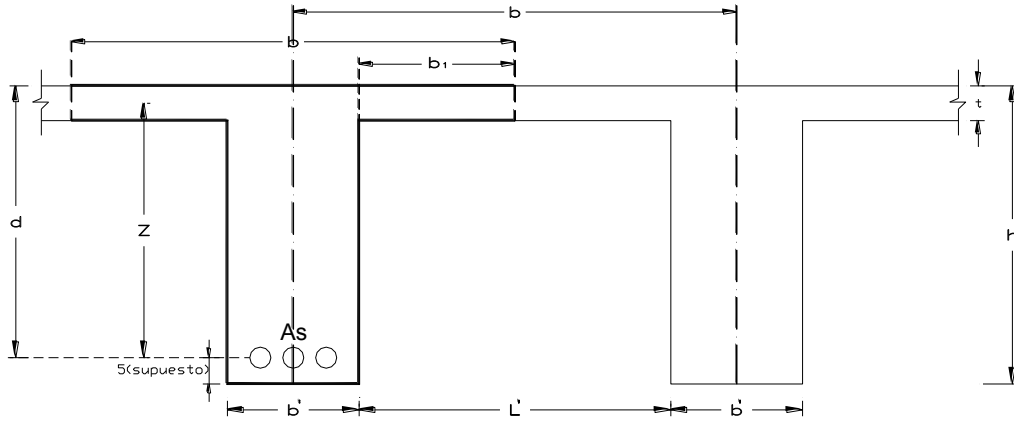
Si la profundidad del bloque de esfuerzos, a , calculada con la ecuación 2.12 no es mayor que el espesor del patín, t , el momento resistente se puede calcular con las expresiones 2.4 ó 2.5 de secciones rectangulares sin acero de compresión,

Usando el ancho del patín a compresión como b , si el bloque de esfuerzos, a , resulta mayor que t , el momento resistente puede calcularse con la expresión 2.13.

$$M_R = F_R \left[A_{sp} f_y \left(d - \frac{t}{2} \right) + (A_s - A_{sp}) f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) \right] \quad (2.13 \text{ NTC})$$

3.7 CÁLCULO DE ACERO DE REFUERZO DE UNA VIGA, T .

DATOS DEL PROBLEMA:



$$M_u = 37.0 \text{ t} - \text{m}$$

$$f_c' = 200 \text{ kgf} / \text{cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kgf} / \text{cm}^2$$

$$L = 8 \text{ m (claro de la viga)}$$

$$h = 50 \text{ cm}$$

$$t = 7 \text{ cm}$$

$$b' = 25 \text{ cm}$$

CONSTANTES DE CÁLCULO:

$$f_c^* = 0.8 f_c' = 0.8 (200) = 160 \text{ kgf} / \text{cm}^2 \quad (1.12 \text{ NTC})$$

$$f_c'' = 0.85 f_c^* = 0.85 (160) = 136 \text{ kgf} / \text{cm}^2 \quad (2.1e \text{ NTC})$$

$$\beta_1 = 0.85 \quad (\text{Por ser } f_c^* < 280 \text{ kgf} / \text{cm}^2)$$

- Ancho del patín que trabaja a compresión, b_1 , es el menor de los siguientes valores: (véase 2.2.3 NTC-2004)

$$a) \frac{L}{8} - \frac{b'}{2} = \frac{800}{8} - \frac{25}{2} = 87.5 \text{ cm}$$

$$b) \frac{L'}{2} = \frac{65}{2} = 32.5 \text{ cm}$$

$$c) 8t = 8(7) = 56 \text{ cm}$$

Ancho del patín que trabaja a compresión, b_1 , será:

$$b_1 = 32.5 \text{ cm}$$

De tal manera que la base, b , es

$$b = 2b_1 + b'$$

$$b = 2(32.5) + 25$$

$$b = 90 \text{ cm}$$

- Revisando si la viga trabaja como "T"

Suponiendo:

$$Z = d - \frac{t}{2}$$

$$Z = 45 - \frac{7}{2} = 41.5 \text{ cm}$$

del equilibrio, $\sum M = 0$

$$A_s = \frac{M_u}{F_R f_y Z} = \frac{37 \times 10^5}{0.9(4200)(41.5)} = 23.59 \text{ cm}^2$$

Cálculo de la profundidad del bloque de esfuerzos, a ;

$$a = \frac{A_s f_y}{b f_c} = \frac{(23.59)(4200)}{(90)(136)} = 8.09 \text{ cm}$$

(2.12 NTC)

$a = 8.09 \text{ cm} > t = 7 \text{ cm} \therefore$ Se trata de una viga "T"

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA:

- Cálculo del momento que corresponde a los patines, M_{Rp} ;

$$T_p = C_p$$

$$A_{sp} f_y = (b - b') t f_c'$$

Despejando el área de acero en los patines, A_{sp} ,

$$A_{sp} = \frac{f_c' (b - b') t}{f_y} = \frac{(136)(90 - 25)(7)}{4200} = 14.73 \text{ cm}^2$$

$$M_{Rp} = F_R A_{sp} f_y \left(d - \frac{t}{2}\right) = (0.9)(14.73)(4200)\left(45 - \frac{7}{2}\right) = 2310695.1 \text{ kgf} - \text{cm}$$

$$M_{Rp} = 23.10 \times 10^5 \text{ kgf} - \text{cm}$$

- Cálculo del momento, M_{Ra} , que corresponde al alma

$$M_{Ru} = M_{Ra} - M_{Rp}$$

$$M_{Ra} = M_{Ru} + M_{Rp}$$

$$M_{Ra} = 37.0 \times 10^5 - 23.1 \times 10^5 = 13.9 \times 10^5 \text{ kgf} - \text{cm}$$

- Cálculo del área de acero en el alma, A_{sa}

En estas condiciones el alma se trata como una viga rectangular, con una área de acero igual a, $A_s - A_{sp}$, esta área se obtiene:

$$\frac{M_R}{b' d^2} = \frac{13.9 \times 10^5}{(25)(45)^2} = 27.45 \text{ kgf} / \text{cm}^2$$

De la tabla 3.7.1 (Apéndice C) para un $M_R / b' d^2 = M_u / b' d^2$, se tiene que:

$$\frac{M_R}{b' d^2} = 27.45 \text{ kgf} / \text{cm}^2 \quad \therefore \text{ el valor superior más aproximado es } \approx 27.62 \text{ kgf} / \text{cm}^2$$

$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$			$f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$			$\rho_b = 1.618\%$		
	ρ (%)	M_u/bd^2 (kg/cm ²)		ρ (%)	M_u/bd^2 (kg/cm ²)		ρ (%)	M_u/bd^2 (kg/cm ²)
1	0.1000	3.722	49	0.4736	16.59	97	0.8472	27.83
2	0.1078	4.006	50	0.4814	16.84	98	0.8550	28.05
3	0.1156	4.290	51	0.4892	17.09	99	0.8628	28.27
4	0.1233	4.574	52	0.4969	17.34	100	0.8705	28.48
5	0.1311	4.856	53	0.5047	17.59	101	0.8783	28.70
6	0.1389	5.138	54	0.5125	17.84	102	0.8861	28.91
7	0.1467	5.420	55	0.5203	18.09	103	0.8939	29.13
8	0.1545	5.700	56	0.5281	18.33	104	0.9017	29.34
9	0.1623	5.980	57	0.5359	18.58	105	0.9095	29.55
10	0.1700	6.259	58	0.5436	18.82	106	0.9172	29.76
11	0.1778	6.537	59	0.5514	19.07	107	0.9250	29.97
12	0.1856	6.815	60	0.5592	19.31	108	0.9328	30.18
13	0.1934	7.092	61	0.5670	19.56	109	0.9406	30.39
14	0.2012	7.368	62	0.5748	19.80	110	0.9484	30.60
15	0.2090	7.644	63	0.5826	20.04	111	0.9562	30.81
16	0.2167	7.919	64	0.5903	20.28	112	0.9639	31.01
17	0.2245	8.193	65	0.5981	20.52	113	0.9717	31.22
18	0.2323	8.466	66	0.6059	20.76	114	0.9795	31.43
19	0.2401	8.739	67	0.6137	21.00	115	0.9873	31.63
20	0.2479	9.011	68	0.6215	21.24	116	0.9951	31.83
21	0.2557	9.283	69	0.6293	21.47	117	1.003	32.04
22	0.2634	9.553	70	0.6370	21.71	118	1.011	32.24
23	0.2712	9.823	71	0.6448	21.95	119	1.018	32.44
24	0.2790	10.09	72	0.6526	22.18	120	1.026	32.64
25	0.2868	10.36	73	0.6604	22.42	121	1.034	32.84
26	0.2946	10.63	74	0.6682	22.65	122	1.042	33.04
27	0.3024	10.90	75	0.6760	22.88	123	1.050	33.24
28	0.3101	11.16	76	0.6837	23.12	124	1.057	33.44
29	0.3179	11.43	77	0.6915	23.35	125	1.065	33.64
30	0.3257	11.69	78	0.6993	23.58	126	1.073	33.84
31	0.3335	11.96	79	0.7071	23.81	127	1.081	34.03
32	0.3413	12.22	80	0.7149	24.04	128	1.088	34.23
33	0.3491	12.48	81	0.7227	24.27	129	1.096	34.42
34	0.3568	12.75	82	0.7304	24.50	130	1.104	34.62
35	0.3646	13.01	83	0.7382	24.72	131	1.112	34.81
36	0.3724	13.27	84	0.7460	24.95	132	1.120	35.00
37	0.3802	13.53	85	0.7538	25.18	133	1.127	35.20
38	0.3880	13.79	86	0.7616	25.40	134	1.135	35.39
39	0.3958	14.05	87	0.7694	25.63	135	1.143	35.58
40	0.4035	14.30	88	0.7771	25.85	136	1.151	35.77
41	0.4113	14.56	89	0.7849	26.07	137	1.159	35.96
42	0.4191	14.82	90	0.7927	26.30	138	1.166	36.15
43	0.4269	15.07	91	0.8005	26.52	139	1.174	36.33
44	0.4347	15.33	92	0.8083	26.74	140	1.182	36.52
45	0.4425	15.58	93	0.8161	26.96	141	1.190	36.71
46	0.4502	15.84	94	0.8238	27.18	142	1.197	36.89
47	0.4580	16.09	95	0.8316	27.40	143	1.205	37.08
48	0.4658	16.34	96	0.8394	27.62	144	1.213	37.26

Tabla 3.7.1 (Apéndice C), Relación ρ entre M_u / bd^2 .

con la relación $M_R / b' d^2 = 27.62 \text{ kgf} / \text{cm}^2$ se obtiene un porcentaje de acero, (%) $p = 0.8394$, de tal manera que la cuantía de acero es, $p = 0.008394$

Sustituyendo, p , en;

$$A_{sa} = p b' d = (0.008394)(25)(45) = 9.44 \text{ cm}^2$$

* Otra forma de realizar los cálculos para, A_{sa} , es:

$$M_{Ra} = A_{sa} F_R f_y d - A_{sa}^2 0.5 F_R \frac{f_y^2}{f_c''} \frac{1}{b'}$$

$$13.89 \times 10^5 = A_{sa} (0.9) (4200) (45) - A_{sa}^2 (0.5) (0.9) \frac{(4200)^2}{(136)} \frac{1}{(25)}$$

$$A_{sa}^2 2334.70 - 170100 A_{sa} + 13.89 \times 10^5 = 0$$

Realizando operaciones

$$A_{sa} = 9.37 \text{ cm}^2$$

- cálculo del área de acero total, A_s .

$$A_s = A_{sa} + A_{sp}$$

$$A_s = 9.44 + 14.73 = 24.17 \text{ cm}^2$$

- revisando si la sección es óptima.

Como $a < t$ podemos calcular el M_R de la viga con la ecuación:

$$M_R = F_R \left[A_{sp} f_y \left(d - \frac{t}{2} \right) + (A_s - A_{sp}) f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) \right] \quad (2.13 \text{ NTC})$$

La ecuación 2.13 es válida si el acero fluye cuando se alcanza la resistencia (en comportamiento balanceado), esto se cumple si:

$$A_s \leq \frac{f_c''}{f_y} \frac{6000 \beta_1}{f_y + 6000} b' d + A_{sp} \quad (2.14 \text{ NTC})$$

$$24.17 \leq \frac{136}{4200} \frac{6000 (0.85)}{4200 + 6000} (25) (45) + 14.73$$

$$24.17 \text{ cm}^2 \leq 32.94 \text{ cm}^2 \therefore \text{el acero si fluye}$$

donde:

$$A_{sp} = \frac{f_c''(b-b')t}{f_y} = \frac{(136)(90-25)(7)}{4200} = 14.73 \text{ cm}^2$$

$$a = \frac{(A_s - A_{sp}) f_y}{f_c'' b'} = \frac{(24.17 - 14.73)(4200)}{(136)(25)} = 11.66 \text{ cm}^2$$

Obtenemos:

$$M_R = 0.9 \left[(14.73)(4200) \left(45 - \frac{7}{2} \right) + (24.17 - 14.73) 4200 \left(45 - \frac{11.66}{2} \right) \right]$$

$$M_R = 3708406.04 \text{ kgf} - \text{cm}$$

$$M_R = 37.08 \text{ t} - \text{m}$$

$$M_R = 37.08 \text{ t} - \text{m} \geq M_u = 37.0 \text{ t} - \text{m}$$

$$\frac{M_R}{M_u} = \frac{37.08}{37.00} = 1 \text{ t} - \text{m}$$

\therefore la sección es óptima.

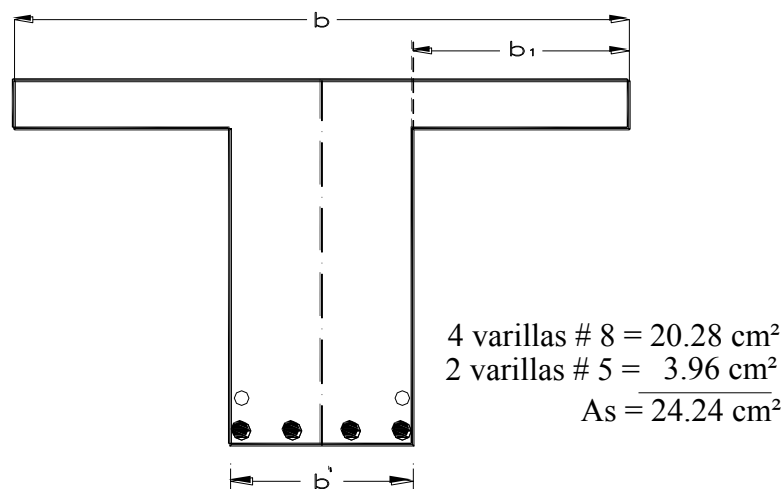


Figura 3.7.2 Área propuesta como solución del ejemplo 3.7

CAPÍTULO IV

EJEMPLO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A CORTE Y TORSIÓN (Sistema “MKS”)

4.1 CORTE DE BARRAS Y REQUISITOS DE ANCLAJE EN UNA VIGA CONTINUA

DATOS DEL PROBLEMA:

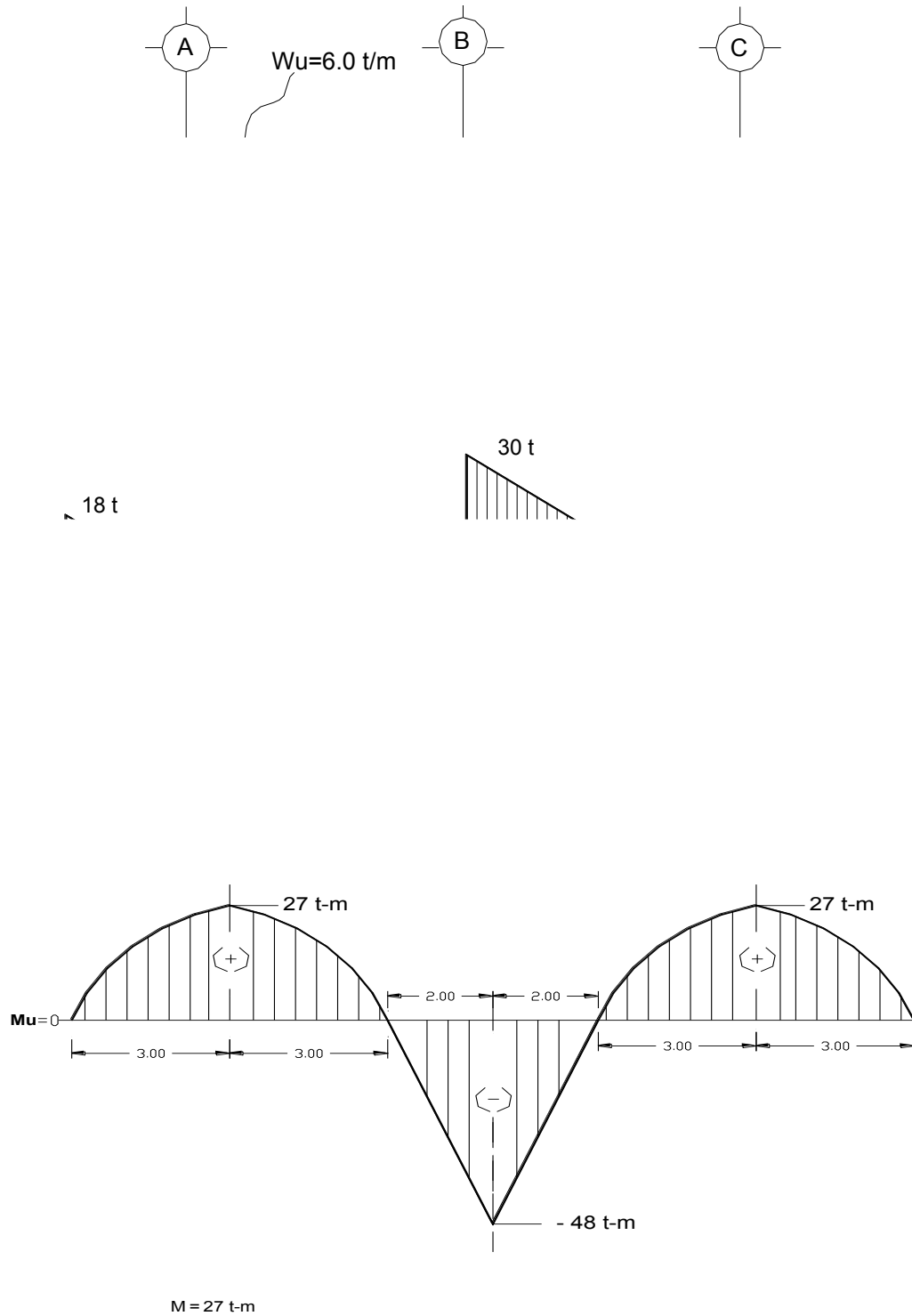
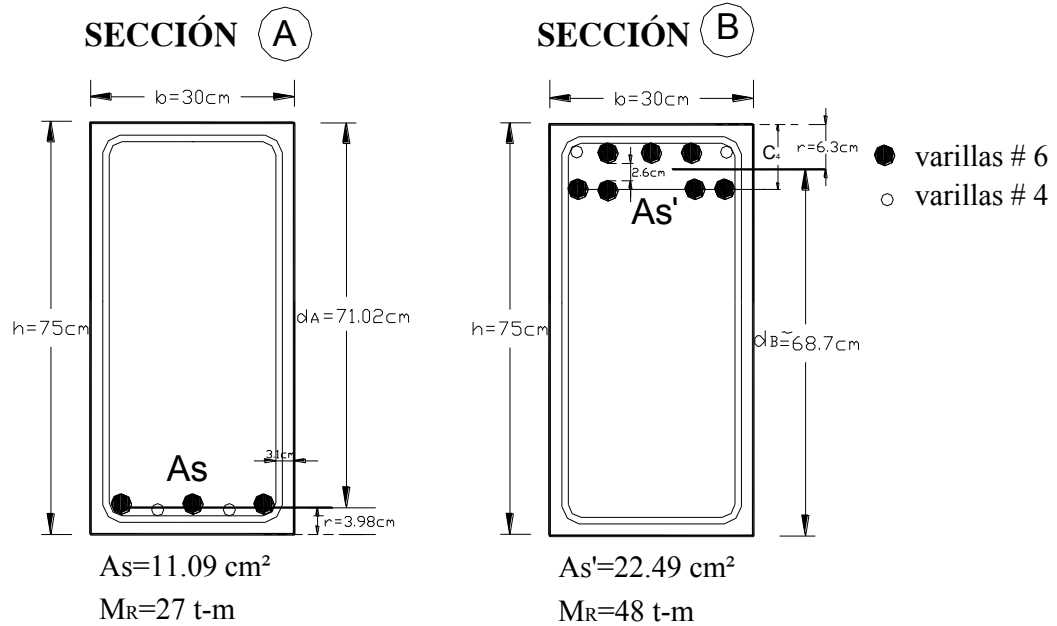


Figura 4.1.2 Diagrama de Fuerza cortante y Momento flexionante, de la figura 4.1.1

$$f'_c = 200 \text{ kgf/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kgf/cm}^2$$

$$h = 75 \text{ cm}$$



- Centroide del acero, r , de la sección (A) :

$$r = \frac{(N^\circ \text{ var s.}\#6)(A_s)(C_1) + (N^\circ \text{ var s.}\#4)(A_s)(C_2)}{A_{Total}}$$

$$r = \frac{(3)(2.85)(4.05) + (2)(1.27)(3.735)}{11.09} = 3.98 \text{ cm}$$

Por lo que:

$$d_A = 75 - 3.98 = 71.02 \cong 71 \text{ cm}$$

- Centroide del acero, r , de la sección (B):

$$r = \frac{(N^\circ \text{ var s.}\#4)(A_s)(C_1) + (N^\circ \text{ var s.}\#6)(A_s)(C_2) + (N^\circ \text{ var s.}\#6)(A_s)(C_4)}{A_{Total}}$$

$$r = \frac{(2)(1.27)(3.735) + (3)(2.85)(4.05) + (4)(2.85)(8.55)}{22.49} = 6.295 \text{ cm}$$

Por lo que:

$$d_A = 75 - 6.295 = 68.705 \cong 68.7 \text{ cm}$$

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA:

- Cálculo de longitud de desarrollo, L_d (véase 5.1.2.1 NTC-2004).

La, L_d , se obtendrá multiplicando la longitud básica, L_{db} , dada por la ecuación 5.1, por el *factor* o los *factores* indicados en la tabla 5.1 de las NTC-2004. Las disposiciones de esta sección son aplicables a barras de diámetro no mayor que 38.1 mm (número 12).

$$L_{db} = \frac{a_s f_y}{3(C + K_{tr})\sqrt{f_c'}} \geq 0.11 \frac{d_b f_y}{\sqrt{f_c'}} \quad (5.1 \text{ NTC})$$

Donde: a_s es el área transversal de la barra, d_b es el diámetro nominal de la barra, C es la separación o recubrimiento; úsese el menor de los valores siguientes:

En ningún caso, L_d , será menor que 300 mm

- 1) distancia del centro de la barra a la superficie de concreto más próxima, (Figura 4.1.4)

$$C_1 = 3.735 \text{ cm}$$

$$C_2 = 4.05 \text{ cm}$$

- 2) la mitad de la separación entre centros de barras, (Figura 4.1.4)

- Espaciamiento centro a centro de las barras # 6:

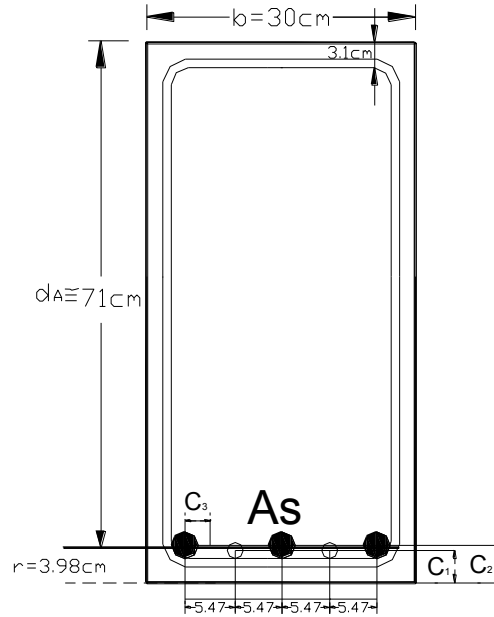
$$esp = \frac{(30) - (2)(3.1) - (1.9)}{2} = 10.95 \text{ cm}$$

- Espaciamiento centro a centro de todas las barras:

$$esp = \frac{10.95}{2} = 5.47 \text{ cm}$$

$$C_3 = \frac{5.47}{2} = 2.73 \text{ cm}$$

$$\therefore C_3 = 2.73 \text{ cm}$$



donde K_{tr} es el índice de refuerzo transversal; igual a

$$\frac{A_{tr} f_{yv}}{100 s n}$$

Por sencillez en el diseño, se permite suponer $K_{tr} = 0$, aunque haya refuerzo transversal.

- Cálculo de L_d , para barras del número 6;

$$L_{db} = \frac{2.85(4200)}{3(2.73 + 0)\sqrt{200}} \geq 0.11 \frac{(1.9)(4200)}{\sqrt{200}} \quad (5.1 \text{ NTC})$$

$$L_{db} = 103.34 \text{ cm} > 62.06 \text{ cm}$$

Para lecho inferior: $L_b = 103.34 \text{ cm} > 30 \text{ cm}$

Para lecho superior: $L_d = (L_{db})(Factor)$

$$L_d = (103.34)(0.8) = 82.67 \text{ cm}$$

- Cálculo de L_d , para barras del número 4;

$$L_{db} = \frac{1.27(4200)}{3(2.73 + 0)\sqrt{200}} \geq 0.11 \frac{(1.27)(4200)}{\sqrt{200}} \quad (5.1 \text{ NTC})$$

$$L_{db} = 46.00 \text{ cm} > 41.48 \text{ cm}$$

Para lecho inferior: $L_b = 46.00 \text{ cm} > 30 \text{ cm}$

Para lecho superior: $L_d = (L_{db})(Factor)$

$$L_d = (46.00)(0.8) = 36.80 \text{ cm}$$

- Cálculo de longitud disponible, $L_{disponible}$

$$L_{disponible} = \frac{800}{2} + \left(\frac{30}{2} - 5 \right) = 410 \text{ cm} > 36.8 \text{ cm}$$

- Cálculo de momentos resistentes de grupos de barras:

REFUERZO POSITIVO

Para 1 barras del # 6; $m_R \cong \frac{a_s}{A_s} M_R = \frac{2.85}{11.09} (27) = 6.94 \text{ t-m}$

Para 2 barras del # 6; $m_R \cong \frac{a_s}{A_s} M_R = \frac{5.70}{11.09} (27) = 13.87 \text{ t-m}$

Para 2 barras del # 4; $m_R \cong \frac{a_s}{A_s} M_R = \frac{2.54}{11.09} (27) = 6.19 \text{ t-m}$

* Otra forma de realizar los cálculos es:

- Para 1 barra del número 6;

$$p = \frac{A_s}{b d} = \frac{11.09}{(30)(71)} = 0.00520 \quad (2.7 \text{ NTC})$$

De la tabla 4.1.1 (Apéndice C) para una cuantía de acero $p = 0.00520$, esto es igual a un porcentaje de acero, $(\%)p = 0.5200$

$(\%)p = 0.5200 \therefore$ el valor superior más aproximado es $\approx (\%)p = 0.5203$

$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$			$f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$			$\rho_b = 1.618\%$		
	ρ (%)	M_u/bd^2 (kg/cm ²)		ρ (%)	M_u/bd^2 (kg/cm ²)		ρ (%)	M_u/bd^2 (kg/cm ²)
1	0.1000	3.722	49	0.4736	16.59	97	0.8472	27.83
2	0.1078	4.006	50	0.4814	16.84	98	0.8550	28.05
3	0.1156	4.290	51	0.4892	17.09	99	0.8628	28.27
4	0.1233	4.574	52	0.4969	17.34	100	0.8705	28.48
5	0.1311	4.856	53	0.5047	17.59	101	0.8783	28.70
6	0.1389	5.138	54	0.5125	17.84	102	0.8861	28.91
7	0.1467	5.420	55	0.5203	18.09	103	0.8939	29.13
8	0.1545	5.700	56	0.5281	18.33	104	0.9017	29.34
9	0.1623	5.980	57	0.5359	18.58	105	0.9095	29.55
10	0.1700	6.259	58	0.5436	18.82	106	0.9172	29.76
11	0.1778	6.537	59	0.5514	19.07	107	0.9250	29.97
12	0.1856	6.815	60	0.5592	19.31	108	0.9328	30.18
13	0.1934	7.092	61	0.5670	19.56	109	0.9406	30.39
14	0.2012	7.368	62	0.5748	19.80	110	0.9484	30.60
15	0.2090	7.644	63	0.5826	20.04	111	0.9562	30.81
16	0.2167	7.919	64	0.5903	20.28	112	0.9639	31.01
17	0.2245	8.193	65	0.5981	20.52	113	0.9717	31.22
18	0.2323	8.466	66	0.6059	20.76	114	0.9795	31.43
19	0.2401	8.739	67	0.6137	21.00	115	0.9873	31.63
20	0.2479	9.011	68	0.6215	21.24	116	0.9951	31.83
21	0.2557	9.283	69	0.6293	21.47	117	1.003	32.04
22	0.2634	9.553	70	0.6370	21.71	118	1.011	32.24
23	0.2712	9.823	71	0.6448	21.95	119	1.018	32.44
24	0.2790	10.09	72	0.6526	22.18	120	1.026	32.64
25	0.2868	10.36	73	0.6604	22.42	121	1.034	32.84
26	0.2946	10.63	74	0.6682	22.65	122	1.042	33.04
27	0.3024	10.90	75	0.6760	22.88	123	1.050	33.24
28	0.3101	11.16	76	0.6837	23.12	124	1.057	33.44
29	0.3179	11.43	77	0.6915	23.35	125	1.065	33.64
30	0.3257	11.69	78	0.6993	23.58	126	1.073	33.84
31	0.3335	11.96	79	0.7071	23.81	127	1.081	34.03
32	0.3413	12.22	80	0.7149	24.04	128	1.088	34.23
33	0.3491	12.48	81	0.7227	24.27	129	1.096	34.42
34	0.3568	12.75	82	0.7304	24.50	130	1.104	34.62
35	0.3646	13.01	83	0.7382	24.72	131	1.112	34.81
36	0.3724	13.27	84	0.7460	24.95	132	1.120	35.00
37	0.3802	13.53	85	0.7538	25.18	133	1.127	35.20
38	0.3880	13.79	86	0.7616	25.40	134	1.135	35.39
39	0.3958	14.05	87	0.7694	25.63	135	1.143	35.58
40	0.4035	14.30	88	0.7771	25.85	136	1.151	35.77
41	0.4113	14.56	89	0.7849	26.07	137	1.159	35.96
42	0.4191	14.82	90	0.7927	26.30	138	1.166	36.15
43	0.4269	15.07	91	0.8005	26.52	139	1.174	36.33
44	0.4347	15.33	92	0.8083	26.74	140	1.182	36.52
45	0.4425	15.58	93	0.8161	26.96	141	1.190	36.71
46	0.4502	15.84	94	0.8238	27.18	142	1.197	36.89
47	0.4580	16.09	95	0.8316	27.40	143	1.205	37.08
48	0.4658	16.34	96	0.8394	27.62	144	1.213	37.26

Tabla 4.1.1 (apéndice C) Relación ρ entre M_u / bd^2 .

con el porcentaje de acero, (%) $p = 0.5203$

se obtiene una relación de, $M_R / b' d^2 = M_u / b' d^2 = 18.09 \text{ kgf} / \text{cm}^2$

$$\therefore M_R = (18.09)(30)(71)^2 = 2.735 \times 10^6 \text{ kgf} - \text{cm} > 2.70 \times 10^6 \text{ kgf} - \text{cm}$$

$$m_R \cong \frac{a_s}{A_s} M_R = \frac{2.85}{11.09} (27.35) = 7.02 \text{ t} - \text{m}$$

- Para 2 barras del número 6;

$$m_R = 14.04 \text{ t} - \text{m}$$

- Para 2 barras del número 4;

$$p = \frac{A_s}{b d} = \frac{11.09}{(30)(71)} = 0.00520 \quad (2.7 \text{ NTC})$$

De la figura 4.1.5, con un $f_c' = 200 \text{ kgf} / \text{cm}^2$, un $f_y = 4200 \text{ kgf} / \text{cm}^2$ y una cuantía de acero

$$p = 0.00520 \approx 0.005203 \text{ se obtiene un } \frac{M_R}{b d^2} = 18.09 \text{ kgf} / \text{cm}^2.$$

$$\therefore M_R = (18.09)(30)(71)^2 = 2.735 \times 10^6 \text{ kgf} - \text{cm} > 27.00 \times 10^6 \text{ kgf} - \text{cm}$$

$$m_R \cong \frac{a_s}{A_s} M_R = \frac{2.54}{11.09} (27.35) = 6.26 \text{ t} - \text{m}$$

Refuerzo negativo:

$$\text{Para 1 barras del \# 6; } m_R \cong \frac{a_s}{A_s} M_R = \frac{2.85}{22.49} (48) = 6.08 \text{ t} - \text{m}$$

$$\text{Para 2 barras del \# 6; } m_R \cong \frac{a_s}{A_s} M_R = \frac{5.70}{22.49} (48) = 12.16 \text{ t} - \text{m}$$

$$\text{Para 2 barras del \# 4; } m_R \cong \frac{a_s}{A_s} M_R = \frac{2.54}{22.49} (48) = 5.42 \text{ t} - \text{m}$$

- Cálculo del punto teórico de corte de barras

$$\frac{6.94 t - m}{27 t - m} = \frac{X_1^2}{3^2 m} \Rightarrow X_1 = 1.52 m$$

$$\frac{13.87 t - m}{27 t - m} = \frac{X_2^2}{3^2 m} \Rightarrow X_2 = 2.15 m$$

Para cumplir con los requisitos generales de 5.1.1 NTC-2004, por estar trabajando acero a tensión aplicamos, véase (5.1.4.1 b y 5.1.4.1 d de las NTC-2004).

5.1.4.1b

En las secciones donde, según el diagrama de momentos flexionantes, teóricamente ya no se requiere el refuerzo que se corta o se dobla, la longitud que continúa de cada barra que no se corta ni se dobla es mayor o igual que $L_d + d$. Este requisito no es necesario en las secciones teóricas de corte más próximas a los extremos de vigas libremente apoyadas.

Para barras del # 4 (positivas); $L_d + d = 36.80 + 71 = 107.80 \text{ cm}$

Para barras del # 6 (negativas); $L_d + d = 82.67 + 69 = 151.67 \text{ cm}$

5.1.4.1d

Cada barra para momento positivo que llega a un extremo libremente apoyado, se prolonga más allá del centro del apoyo y termina en un dobléz de 90 o 180 grados, seguido por un tramo recto de $12d_b$ o $4d_b$, respectivamente. El dobléz debe cumplir con los requisitos de la sección 5.5. En caso de no contar con un espacio suficiente para alojar el dobléz, se empleará un anclaje mecánico equivalente al dobléz.

Barras del # 6; $12(d_b) = 12(1.9) = 22.8 \text{ cm}$

$$4(d_b) = 4(1.9) = 7.6 \text{ cm}$$

Barras del # 4; $12(d_b) = 12(1.27) = 15.24 \text{ cm}$

$$4(d_b) = 4(1.27) = 5.08 \text{ cm}$$

El siguiente requisito adicional, debe de respetarse además de los anteriores (véase 5.1.4.2a NTC-2004).

Requisito 5.1.4.2a: en extremos libremente apoyados se prolongará, sin doblar, hasta dentro del apoyo, cuando menos la tercera parte del refuerzo de tensión para momento positivo máximo. En extremos continuos se prolongará la cuarta parte.

área de acero para momento positivo máximo es, $A_s = 11.09 t - m$

$$\text{Área que llega a cada extremo (2 # 6)} \quad A_s = 5.70 \text{ cm} > \frac{11.09}{3} = 3.69 \text{ cm}^2$$

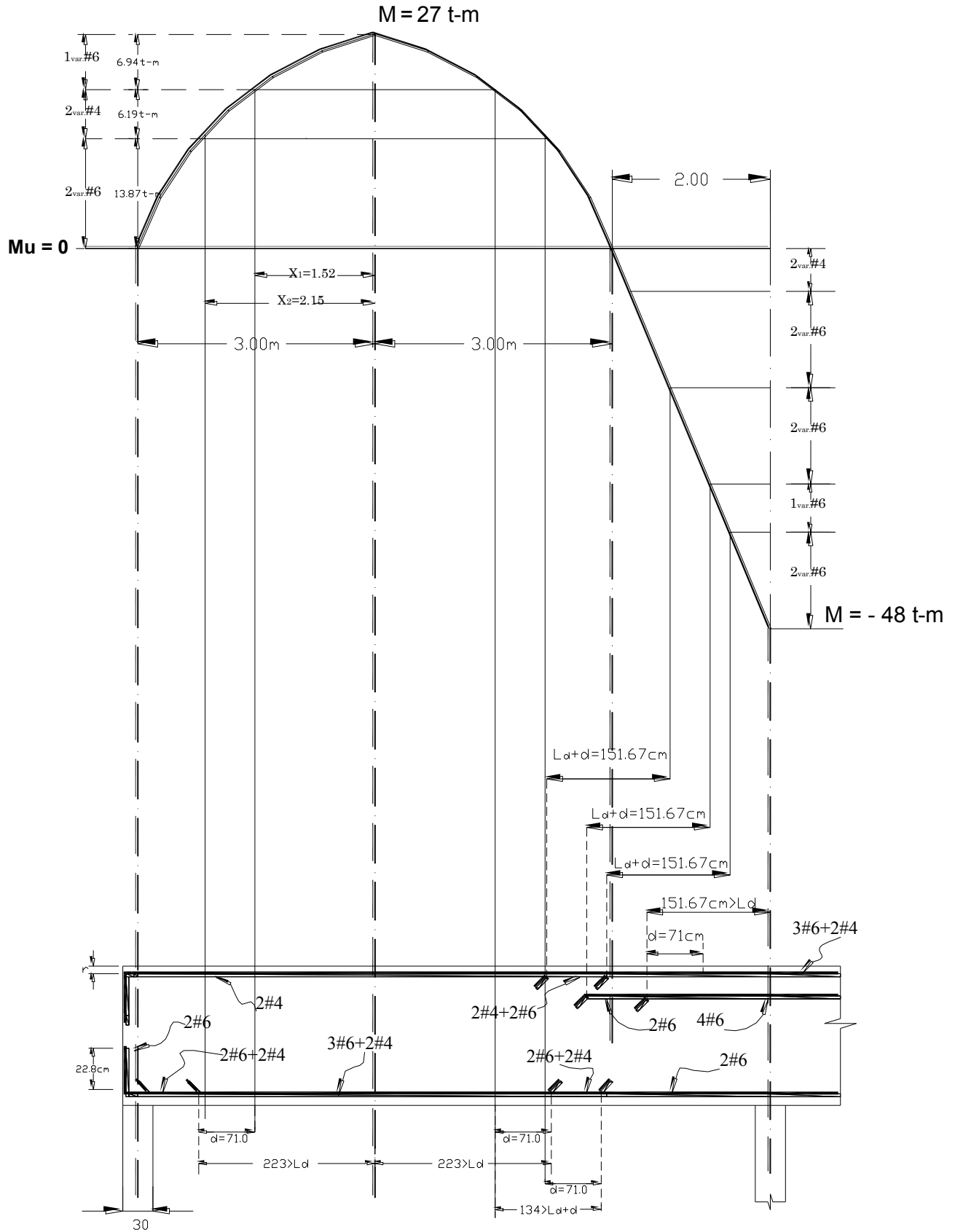


Figura 4.1.5 Corte de Barras del ejemplo 4.1

4.2 DIMENSIONAMIENTO POR FUERZA CORTANTE DE UNA VIGA CONTINUA (Viga del inciso 4.1).

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA:

- Cálculo de la fuerza cortante que toma el concreto V_{cR} .

Se recomienda que en caso de que la fuerza cortante sea variable, puede dividirse en dos o tres segmentos de magnitud constante. Debe tenerse en cuenta que el diagrama teórico de fuerza cortante puede modificarse por cambios imprevistos en la distribución de la carga. Por esta razón no es conveniente dividir el diagrama de fuerza cortante en un número exagerado de segmentos, con el fin de apegarse estrictamente al diagrama teórico (La sección la dividimos en tres tramos):

Como la dimensión transversal, h , es mayor que 700 cm , el valor, V_{cR} , deberá multiplicarse por el factor de la ecuación (2.18). Este factor calculado no deberá de tomarse mayor que 1.0 ni menor que 0.8 (véase 2.5.1 NTC-2004).

$$1 - 0.0004(h - 700) = 1 - 0.0004(750 - 700) = 0.98 \quad (2.18 \text{ NTC})$$

Si $p < 0.015$

$$V_{cR} = F_R b d (0.2 + 20 p) \sqrt{f_c}^* \quad (2.19 \text{ NTC})$$

Tramo 1:

V_{cR} que corresponde al área de las dos barras del # 6 que corren en todo el claro $A_s = 5.70 \text{ cm}^2$

Cálculo de cuantía de acero (véase 2.5.1.1 NTC-2004).

$$p = \frac{A_s}{b d} = \frac{5.70}{(30)(71)} = 0.00268 < 0.015 \quad (2.7 \text{ NTC})$$

$$V_{cR} = (0.8)(30)(71)(0.2 + 20(0.00268))\sqrt{160} = 5466.12 \text{ kgf} (0.98) = 5356.8 \text{ kgf}$$

Tramo 2:

V_{cR} que corresponde al área de las dos barras del # 4 que corren en todo el claro $A_s = 2.54 \text{ cm}^2$

Cálculo de cuantía de acero (véase 2.5.1.1 NTC-2004)

$$p = \frac{A_s}{b d} = \frac{2.54}{(30)(68.7)} = 0.00123 < 0.015 \quad (2.7 \text{ NTC})$$

$$V_{cR} = (0.8)(30)(68.7)(0.2 + 20(0.00123))\sqrt{160} = 4684.22 \text{ kgf} (0.98) = 4590.5 \text{ kgf}$$

Tramo 3:

V_{cR} que corresponde al área de las dos barras del # 4 mas dos del # 6, $A_s = 8.24 \text{ cm}^2$

Cálculo de cuantía de acero (véase 2.5.1.1 NTC-2004).

$$p = \frac{A_s}{b d} = \frac{8.24}{(30)(68.7)} = 0.00399 < 0.015 \quad (2.7 \text{ NTC})$$

$$V_{cR} = (0.8)(30)(68.7)(0.2 + 20(0.00399))\sqrt{160} = 5835.5 \text{ kgf} (0.98) = 5718.8 \text{ kgf}$$

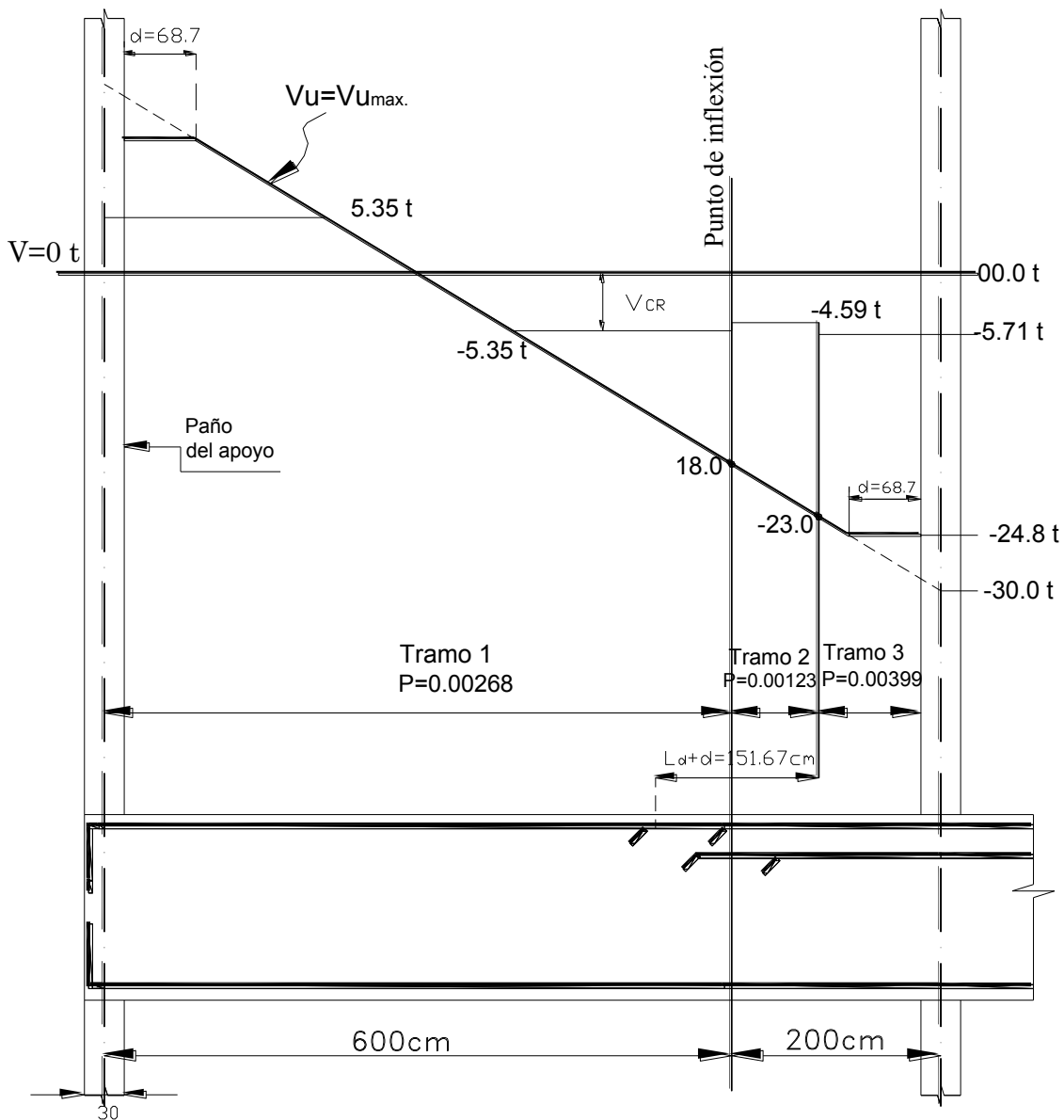


Figura 4.2.1 Diagrama de corte de varillas del ejemplo 4.2

- Revisión de la necesidad de disminuir, V_{cR} , por interrupción de mas del 33% del refuerzo longitudinal (véase 2.5.6 NTC-2004).

Refuerzo positivo:

Corte de Una barra del # 6; $\frac{A_{s\ int}}{A_s} = \frac{2.85}{11.09} = 0.25 < 0.33 \quad \therefore \text{No necesita reducción}$

Corte de Dos barras del # 4; $\frac{A_{s\ int}}{A_s} = \frac{2.54}{11.09 - 2.85} = 0.30 < 0.33 \quad \therefore \text{No necesita reducción}$

Refuerzo negativo:

Corte de Dos barra del # 6; $\frac{A_{s\ int}}{A_s} = \frac{5.70}{22.49} = 0.25 < 0.33 \quad \therefore \text{No necesita reducción}$

Corte de Una barras del # 6; $\frac{A_{s\ int}}{A_s} = \frac{2.85}{22.49 - 5.70} = 0.17 < 0.33 \quad \therefore \text{No necesita reducción}$

Corte de Dos barras del # 6; $\frac{A_{s\ int}}{A_s} = \frac{5.70}{16.79 - 2.85} = 0.41 < 0.33 \quad \therefore \text{No necesita reducción}$

Este último corte ya se encuentra en la zona de compresión, por lo tanto no es necesario reducir V_{cR} .

- Revisión para ver si se admite la sección de $30 \times 75 \text{ cm}$

En ningún caso se permitirá que, V_u , sea superior a; (véase 2.5.2.4a NTC-2004)

$$2.5 F_R b d \sqrt{f_c}^*$$

en donde:

$$V_{u_{\max}} = 24.8 \text{ t (ver figura 4.2.1)}$$

$$2.5 F_R b d \sqrt{f_c}^* = (2.5)(0.8)(30)(68.7)\sqrt{160} = 52139.6 \text{ kgf}$$

$$V_{u_{\max}} = 24.8 \text{ t} < 52.1 \text{ t} \quad \therefore \underline{OK}$$

\therefore Se admite la sección de $30 \times 75 \text{ cm}$.

- Cálculo de la separación del refuerzo transversal, s , estribos del número 3 (véase 2.5.2.3a NTC-2004).

Tramo 3:

$$V_{u_{\max}} = 24800 \text{ kgf} \quad (\text{ver figura 4.2.1}) \quad V_{cR} = 5718.8 \text{ kgf}$$

Como: $V_{u_{\max}} > V_{cR}$, s , es igual a;

$$s = \frac{F_R A_v f_y d}{V_{sR}} \quad (2.23 \text{ NTC})$$

donde:

$$V_{sR} = V_{u_{\max}} - V_{cR}$$

A_v es el área transversal del refuerzo por tensión diagonal comprendido en una distancia, s .

$$s = \frac{(0.8)(1.42)(4200)(68.7)}{(24800 - 5718.8)} = 17.17 \text{ cm} \quad (2.23 \text{ NTC})$$

Cálculo de la separación máxima, s_{\max}

Como $V_{u_{\max}}$ es mayor que V_{cR} pero menor o igual que (véase 2.5.2.3b NTC-2004)

$$1.5 F_R b d \sqrt{f_c}^* = 1.5(0.8)(30)(68.7)\sqrt{160} = 31283.7 \text{ kgf} > V_{u_{\max}} = 24800 \text{ kgf}$$

La separación máxima, s_{\max} , es

$$s_{\max} = (0.5)(68.7) = 34.3 \text{ cm}$$

∴ se usarán estribos del # 3 @ 17 cm en el tramo Tres.

Tramo 2:

$$V_{u_{\max}} = 23000 \text{ kgf} \quad (\text{ver figura 4.2.1}) \quad V_{cR} = 4590.5 \text{ kgf}$$

Como: $V_{u_{\max}} > V_{cR}$, s , es igual a;

$$s = \frac{F_R A_v f_y d}{V_{sR}} \quad (2.23 \text{ NTC})$$

$$s = \frac{(0.8)(1.42)(4200)(68.7)}{(23000 - 4590.5)} = 17.8 \text{ cm} \quad (2.23 \text{ NTC})$$

Cálculo de la separación máxima, s_{\max}

Como, $V_{u_{\max}}$ es mayor que, V_{cR} , pero menor o igual que; (véase 2.5.2.3b NTC-2004)

$$1.5 F_R b d \sqrt{f_c}^* = 1.5(0.8)(30)(68.7)\sqrt{160} = 31283.7 \text{ kgf} > V_{u_{\max}} = 23000 \text{ kgf}$$

La separación máxima, s_{\max} , es

$$s_{\max} = (0.5)(68.7) = 34.3 \text{ cm}$$

∴ Se usarán estribos del #3 @ 17 cm en el tramo Dos.

Tramo 1:

$$V_{u_{\max}} = 18000 \text{ kgf} \text{ (ver figura 4.2.1)} \quad V_{cR} = 5356.8 \text{ kgf}$$

Como: $V_{u_{\max}} > V_{cR}$, s , es igual a;

$$s = \frac{F_R A_v f_y d}{V_{sR}} \quad (2.23 \text{ NTC})$$

$$s = \frac{(0.8)(1.42)(4200)(68.7)}{(18000 - 5356.8)} = 26 \text{ cm} \quad (2.23 \text{ NTC})$$

Cálculo de la separación máxima, s_{\max} ,

Como $V_{u_{\max}}$ es mayor que V_{cR} , pero menor o igual que (Véase 2.5.2.3b NTC-2004).

$$1.5 F_R b d \sqrt{f_c}^* = 1.5(0.8)(30)(68.7)\sqrt{160} = 31283.7 \text{ kgf} > V_{u_{\max}} = 18000 \text{ kgf}$$

La separación máxima, s_{\max} , es

$$s_{\max} = (0.5)(68.7) = 34.5 \text{ cm}$$

∴ Se usarán estribos del #3 @ 26 cm, en el tramo Uno.

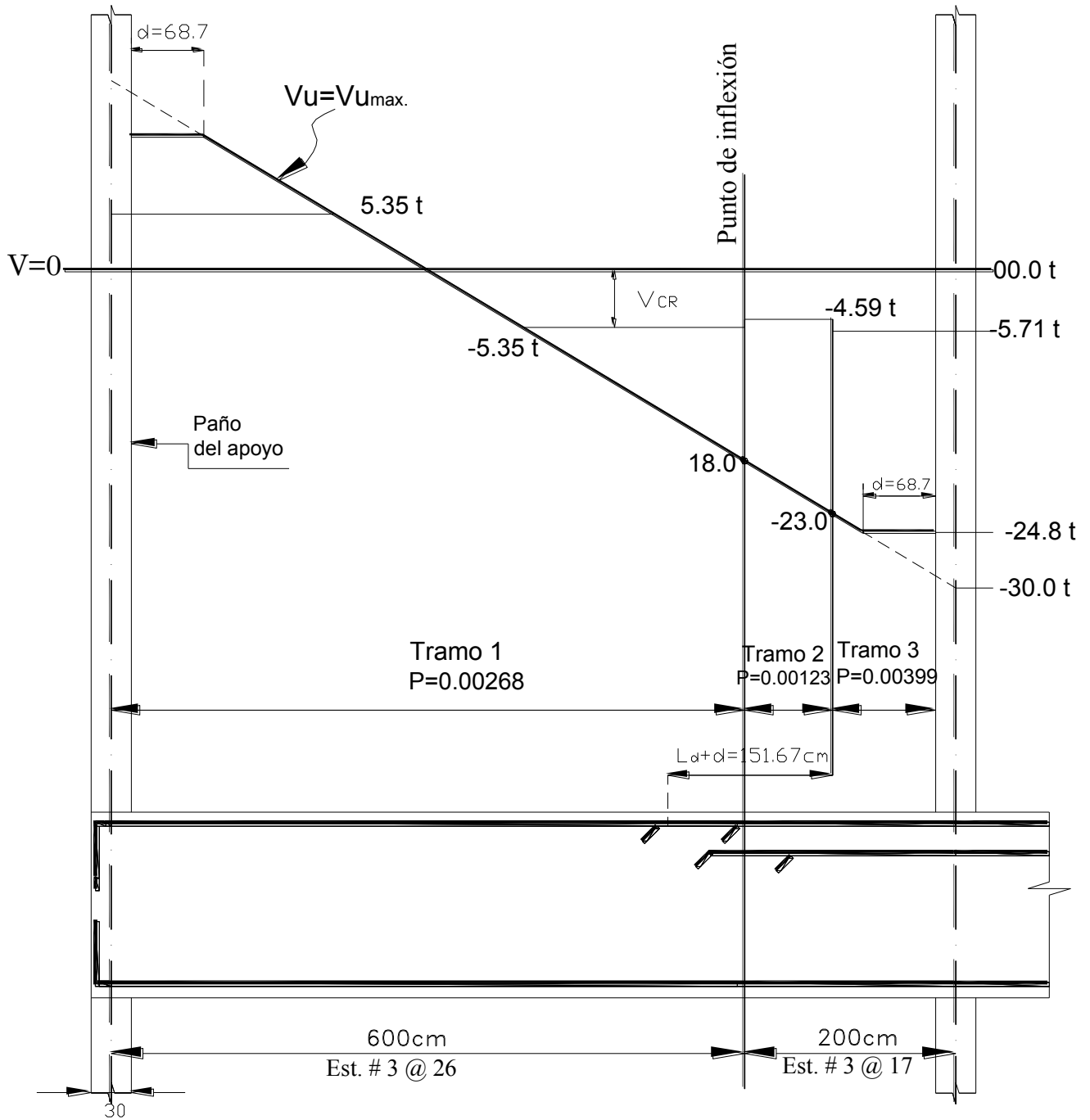
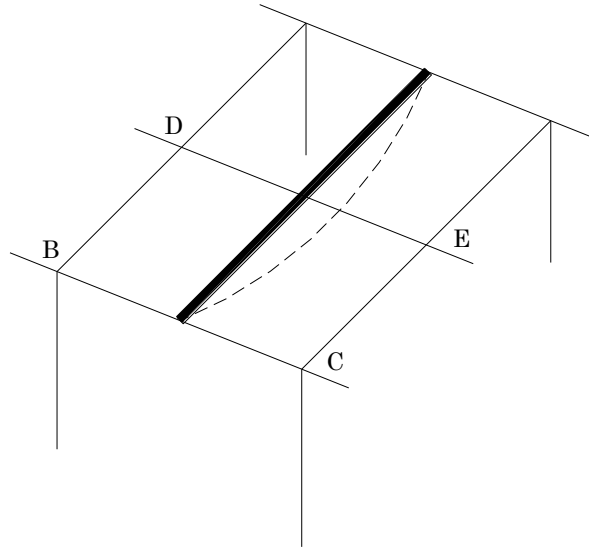


Figura 4.2.2 Separación de estribos de la viga del ejemplo 4.2

4.3 DIMENSIONAMIENTO POR FUERZA CORTANTE Y TORSIÓN DE UNA VIGA DE ORILLA.



DATOS DEL PROBLEMA:

$$f_c' = 200 \text{ kgf} / \text{cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kgf} / \text{cm}^2$$

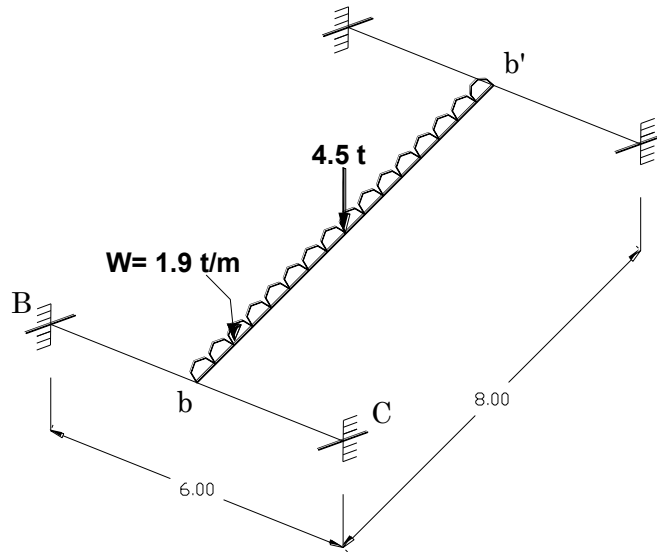
CONSTANTES DE CÁLCULO:

$$f_c^* = 0.8 f_c' = 0.8 (200) = 160 \text{ kgf} / \text{cm}^2 \quad (1.12 \text{ NTC})$$

$$f_c'' = 0.85 f_c^* = 0.85 (160) = 136 \text{ kgf} / \text{cm}^2 \quad (2.1e \text{ NTC})$$

Nota: solo se tendrá en cuenta la torsión causada por la viga secundaria (se despreciará la producida por la losa).

Para evaluar la torsión, el sistema de vigas se idealizará como se muestra en la Figura 4.3.2, se hará una distribución de momentos en el nudo b de acuerdo con la rigidez a torsión de la viga BC y con la rigidez a flexión de la viga bb'.



SOLUCIÓN DEL PROBLEMA:

- Cálculo de acciones internas

* Cálculo de momento de empotramiento en la viga "T "

$$M_e = \frac{PL}{8} + \frac{WL^2}{12} = \frac{(4.5)(8)}{8} + \frac{(1.9)(8)^2}{12} = 14.6 t$$

* Cálculo del momento torsionante en el paño del apoyo de la viga "T "

En cuanto a torsión, la viga BC está sujeta a los momentos siguientes (de servicio)

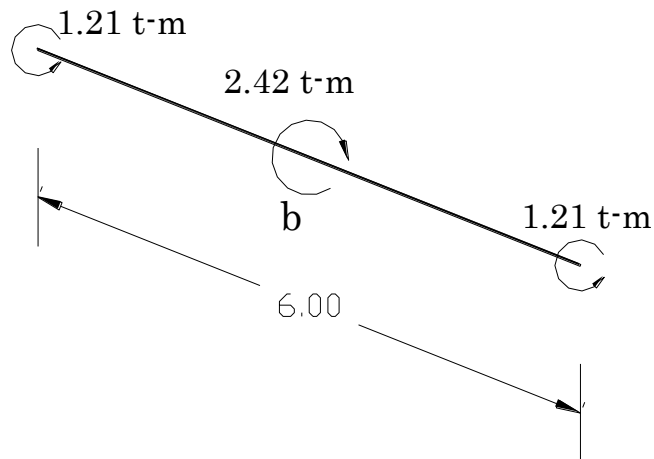
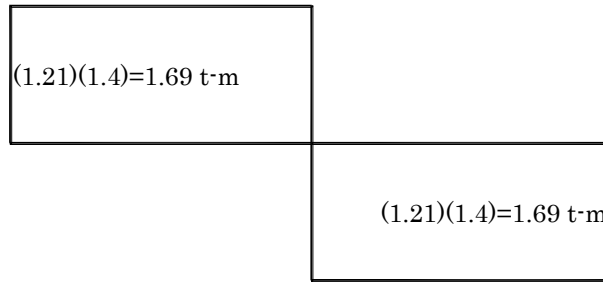
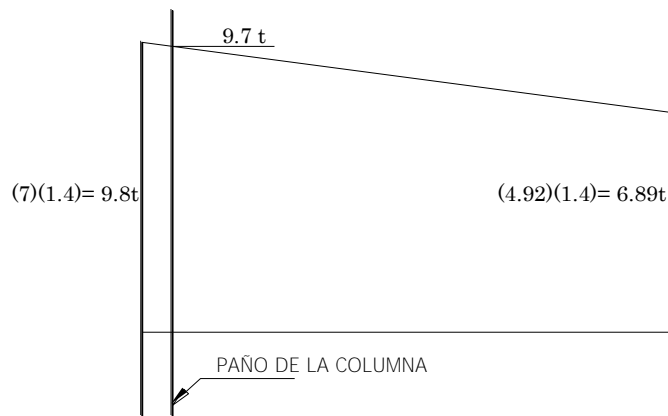


Diagrama de momentos torsionantes de diseño, T_u



* Cálculo de fuerza cortante, V_u .

(En la viga BC domina la condición $CM + CV$)



- Revisión para determinar si es necesario considerar el efecto de Torsión (véase 2.6.1a NTC-2004).

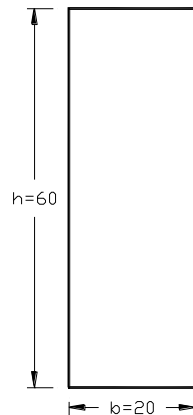


Figura 4.3.6 Propiedades geométricas de la viga BC.

- Pueden despreciarse los efectos de torsión en un elemento si el momento torsionante de diseño, T_u , es menor que:

$$T_u \leq 0.27 F_R \sqrt{f_c} * \frac{A_g^2}{P_{cp}} \tag{2.35 NTC}$$

$$A_g = A_{cp} = (20)(60) = 1200 \text{ cm}^2$$

$$P_{cp} = (60)(2) + (20)(2) = 160 \text{ cm}$$

$$F_R = 0.8 \text{ (véase 1.7b NTC-2004).}$$

$$T_u \leq 0.27 (0.8) \sqrt{160} \frac{1200^2}{160} = 24589.87 \text{ kg-cm}$$

$$T_u = 1.69 \text{ t-m} > 0.24589 \text{ t-m}$$

∴ sí se deben de considerar efectos de torsión.

- Cálculo de la reducción del momento torsionante de diseño, en este caso no afecta directamente el equilibrio (véase 2.6.2.2a NTC).

$$F_R \sqrt{f_c} * \frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \tag{2.38 NTC}$$

$$(0.8) \sqrt{160} \left(\frac{1200^2}{160} \right) = 91073.59 \text{ kg-cm}$$

$$T_u = 0.91073 \text{ t-m}$$

- Revisión del tamaño mínimo de sección transversal por torsión (véase 2.6.3.1a NTC).

Supóngase que en cada lecho se corren dos barras del # 5 a todo lo largo de la viga BC, (Figura 4.3.6) de modo que, para valuar V_{cR} , se puede tomar de forma conservadora.

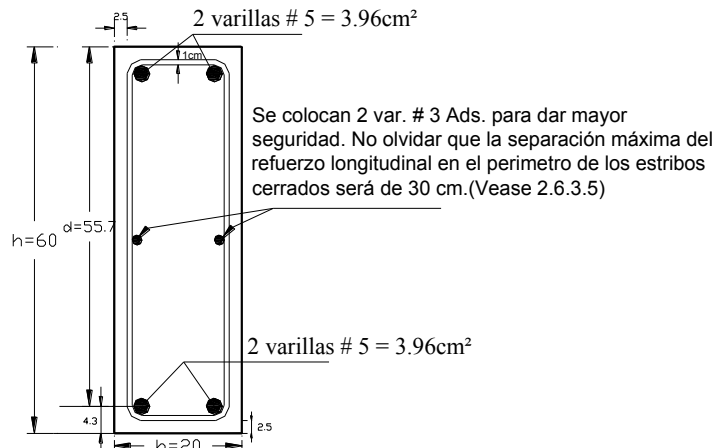


Figura 4.3.7 Viga BC del ejemplo 4.3

Se debe de cumplir la siguiente relación, para revisar el tamaño mínimo de la sección:

$$\sqrt{\left(\frac{V_u}{bd}\right)^2 + \left(\frac{T_u P_h}{1.7 A_{oh}^2}\right)^2} \leq F_R \left(\frac{V_{cR}}{bd} + 2\sqrt{f_c^*}\right) \quad (2.42 \text{ NTC})$$

Cálculo de la fuerza cortante de diseño que toma el concreto V_{cR} .

Si $p < 0.015$

$$V_{cR} = F_R b d (0.2 + 20) \sqrt{f_c^*} \quad (2.19 \text{ NTC})$$

Cálculo de cuantía de acero (véase 2.5.1.1)

$$p = \frac{A_s}{bd} = \frac{(1.98)(2)}{(20)(55.7)} = 0.0035 < 0.015 \quad (2.7 \text{ NTC})$$

$$V_{cR} = (0.8)(20)(55.7)(0.2 + 20(0.0035))\sqrt{160} = 3043.07 \text{ kg}$$

$$A_{oh} = (15)(55) = 825 \text{ cm}^2$$

$$P_h = (55)(2) + (15)(2) = 140 \text{ cm}$$

$$\sqrt{\left(\frac{9700}{(20)(55.7)}\right)^2 + \left(\frac{(1.69 \times 10^5)(140)}{1.7(825)^2}\right)^2} \leq 0.8 \left(\frac{3043.07}{(20)(55.7)} + 2\sqrt{160}\right)$$

$$22.22 < 22.42$$

∴ se acepta sección de $60 \times 20 \text{ cm}$.

- Revisión del refuerzo transversal por torsión.

a.-) por Torsión (Véase 2.6.3.2 a).

Se supondrá que en cada lecho se corren dos barras del # 5 a todo lo largo de la viga y se colocarán estribos # 2.5.

$$A_t = \frac{T_u s}{F_R 2 A_o f_{yv} \cot \varphi} \quad (2.44 \text{ NTC})$$

Donde:

A_t es el Área transversal de una sola rama del estribo que resiste torsión, colocado a una separación, s , se utilizarán del # 2.5 $\Rightarrow A_s = 0.49 \text{ cm}^2$

A_o es el Área bruta encerrada por el flujo de cortante igual a $0.85 A_{oh} = (0.85)(825) = 701.25 \text{ cm}^2$

s es la separación de estribos que resiste la torsión

f_{yv} es el esfuerzo específico de fluencia de los estribos igual a 4200 kg/cm^2

ϕ es el ángulo con respecto al eje de la pieza, Se recomienda que $\phi = 45$ grados para elementos sin preesfuerzo.

$$A_t = \frac{(1.69 \times 10^5) s}{(0.8)(2)(701.25)(4200)(\cot 45)} \quad (2.44 \text{ NTC})$$

$$\frac{A_t}{s} = 0.0358 \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}}$$

b.-) Por Cortante:

A_v , es el área transversal de dos ramas de un estribo cerrado.

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_u - V_{cR}}{F_R d f_y}$$

$$\frac{A_v}{s} = \frac{9700 - 3043.07}{(0.8)(55.7)(4200)}$$

$$\frac{A_v}{s} = 0.0355 \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}}$$

El refuerzo necesario total, $A_{s_{Total}}$, para torsión será de:

Rige la de una rama:

$$\frac{A_{s_{Total}}}{s} = 0.5 \frac{A_v}{s} + \frac{A_t}{s}$$

$$\frac{A_{s_{Total}}}{s} = (0.5)(0.0355) + 0.0358 = 0.0535 \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}}$$

Cálculo de la separación de estribos, s ,

El área transversal de una sola rama, $A_{s\ Total}$, del estribo que resiste torsión, colocada a una separación, s , es de, # 2.5 $\Rightarrow A_s = 0.49\ cm^2$

$$s = \frac{A_{s\ Total}}{0.0535} = \frac{0.49}{0.0535} = 9.16\ cm$$

Cálculo de separación máxima de refuerzo transversal, s (véase 2.6.3.5 NTC-2004).

$$a) \frac{P_h}{8} = \frac{140}{8} = 17.5\ cm$$

$$b) 30\ cm$$

$$c) 0.5\ d = (0.5)(55.7) = 27.85\ cm$$

\therefore se propone usar estribos del # 2.5 @ 9 cm en toda la viga.

Cálculo del refuerzo transversal mínimo (véase 2.6.3.4a NTC-2004).

A_v es el área transversal de dos ramas de un estribo cerrado.

$$A_v + 2A_t = 0.30 \sqrt{f_c} * \frac{b\ s}{f_{yv}} \tag{2.46 NTC}$$

$$A_v + 2A_t = 0.30 \sqrt{160} \frac{(20)(9)}{4200} = 0.16\ cm^2$$

$$A_v + 2A_t = (0.49 + 0.49) + 2(0.49) = 1.96\ cm^2$$

\therefore los estribos proporcionados son suficientes.

- Revisión del acero longitudinal por torsión.

a.-) por Torsión (véase 2.6.3.2b NTC-2004).

El área de barras longitudinales para torsión, A_{st} , adicionales a las de flexión, no será menor que la calculada con la siguiente expresión:

$$A_{st} = \frac{A_t}{s} P_h \frac{f_{yv}}{f_y} \cot^2 \varphi \tag{2.45 NTC}$$

φ , debe tener el mismo valor que el utilizado en la ecuación 2.44

Sustituyendo valores tenemos:

$$A_{st} = \left(\frac{0.49}{9}\right)(140)\left(\frac{4200}{4200}\right)(\cot^2 45) = 7.62 \text{ cm}^2$$

el armado propuesto es de 2 barras del # 5 en cada lecho.

∴ se colocarán 4 barras # 5 , una en cada esquina equivalente a un área de acero, $A_s = 7.92 \text{ cm}^2$, a lo largo de toda la viga, adicionales a las necesarias por Flexión.

Cálculo del refuerzo longitudinal mínimo. (véase 2.6.3.4b NTC-2004):

$$A_{st, \min} = \frac{1.3\sqrt{f_c} * A_{cp}}{f_y} - \frac{A_t}{s} P_h \frac{f_{yv}}{f_y} \quad (2.47 \text{ NTC})$$

en donde $\frac{A_t}{s}$ no deberá de ser menor que $\frac{1.75 b}{f_{yv}}$

$$\frac{1.75 b}{f_{yv}} = \frac{(1.75)(20)}{4200} = 0.0083 \text{ cm}^2 / \text{kg}$$

Sustituyendo valores en la Ecuación 2.47 tenemos

$$A_{st, \min} = \frac{1.3\sqrt{160}(1200)}{4200} - (0.0083)(140)\left(\frac{4200}{4200}\right) = 3.53 \text{ cm}^2 \quad (2.47 \text{ NTC})$$

$$3.53 \text{ cm}^2 < 7.92 \text{ cm}^2 \quad \therefore \underline{OK}$$

- Cálculo del área de acero por flexión.

Cálculo de la cuantía de acero, p ,

$$M_R = F_R b d^2 f_c " q(1-0.5 q) \quad (2.4 \text{ NTC})$$

Llamando a:

$$Q = \frac{M_R}{F_R b d^2 f_c " } = \frac{14.6 \times 10^5}{(0.9)(20)(55.7)^2 (136)} = 0.1922$$

$$Q = q(1-0.5 q)$$

$$Q = q - 0.5 q^2$$

$$-q + 0.5q^2 + Q = 0$$

$$-2q + q^2 + 2Q = 0$$

$$q^2 - 2q + 2Q = 0$$

Resolviendo la ecuación cuadrática

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$q = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(2Q)}}{2(1)} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - (4)(2Q)}}{2}$$

$$q = \frac{2 \pm \sqrt{4 - (4)((2)(0.1922))}}{2} = \frac{2 \pm 1.57}{2}$$

Entonces

$$q_1 = 1.785$$

$$q_2 = 0.215 \quad \text{Rige el valor más pequeño.}$$

$$\text{De} \quad q = \frac{p f_y}{f_c} \quad (2.6 \text{ NTC})$$

Despejando la relación o porcentaje de refuerzo:

$$p = \frac{q f_c}{f_y}$$

$$p = \frac{(0.215)(136)}{4200} = 0.006962$$

$$\text{De:} \quad p = \frac{A_s}{b d} \quad (2.7 \text{ NTC})$$

Despejando el área de acero, A_s ,

$$A_s = p b d = (0.006962)(20)(55.7)$$

$$A_s = 7.75 \text{ cm}^2$$

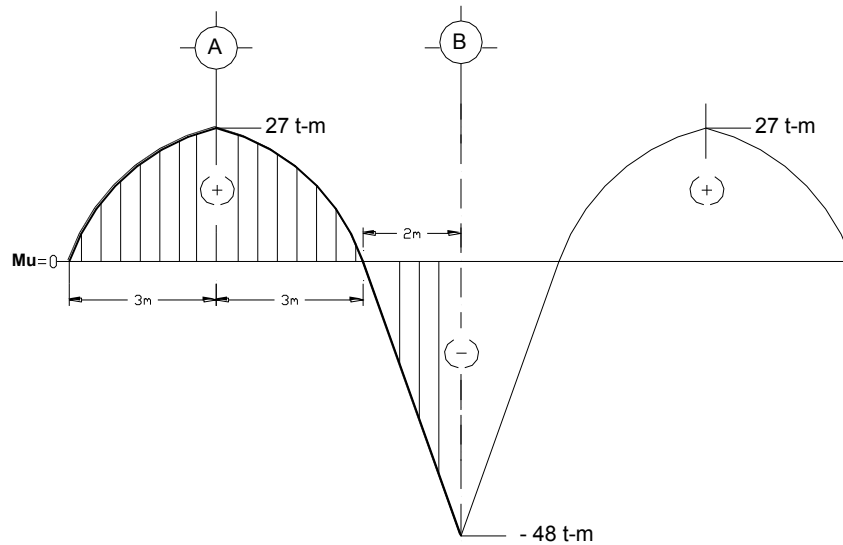
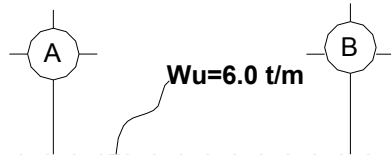
CAPÍTULO V

EJEMPLO DE ELEMENTOS BAJO CONDICIONES DE SERVICIO

(Sistema “MKS”)

5.1 CÁLCULO DE LA DEFLEXIÓN MÁXIMA DE LA VIGA (Viga del ejemplo 4.1)

DATOS DEL PROBLEMA:



$$f_c' = 200 \text{ kgf/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kgf/cm}^2$$

Cargas de servicio:

Carga Muerta = 1.5 t/m

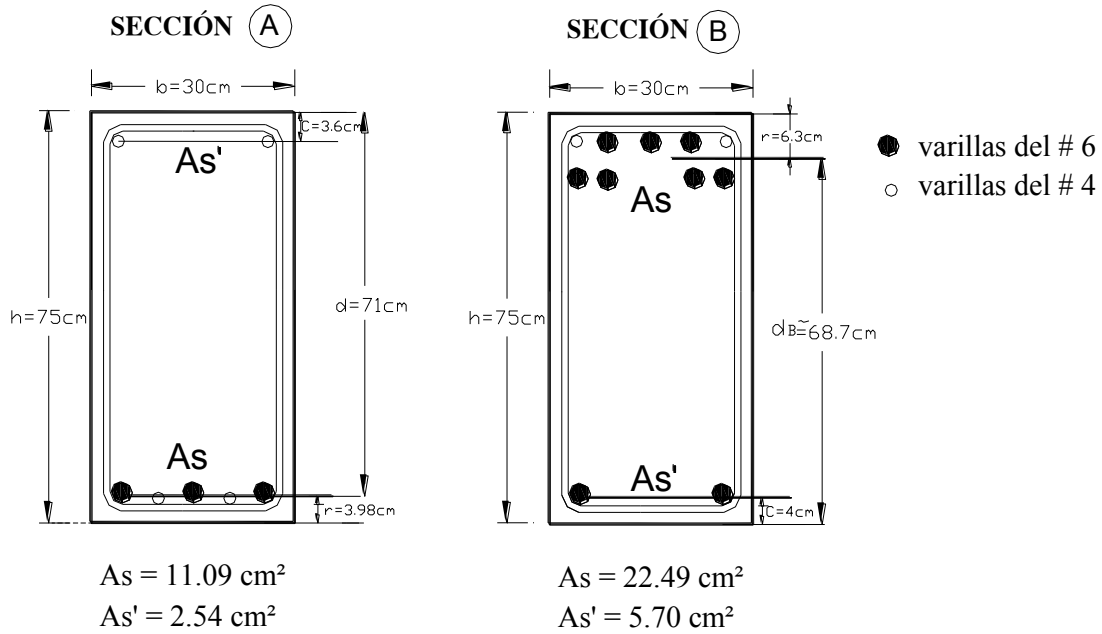
Carga Viva Máxima = 2.8 t/m

Carga Viva Media (para calcular deflexiones diferidas) = 0.8 t/m

Momentos Máximos de la Sección:

$$M_R^+ = 27 \text{ t-m}$$

$$M_R^- = 48 \text{ t-m}$$



CONSTANTES DE CÁLCULO

$$E_c = 8000\sqrt{f_c'} = 8000\sqrt{200} = 113137\text{ kgf/cm}^2 \quad (\text{véase 1.5.1.4 NTC - 2004})$$

$$E_s = 2 \times 10^6\text{ kgf/cm}^2 \quad (\text{véase 1.5.2 NTC - 2004})$$

Relación Modular:

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2 \times 10^6\text{ kgf/cm}^2}{113137\text{ kgf/cm}^2} = 17.67 \quad \approx n = 17.7$$

Fórmula para calcular la deflexión Inmediata, (Δ_I)

$$\Delta_I = \frac{W L^4}{185 E I}$$

donde I , es el momento de inercia

- Cálculo del momento de inercia.

En claros continuos, el momento de inercia que se utilice será un valor promedio calculado en la forma siguiente:

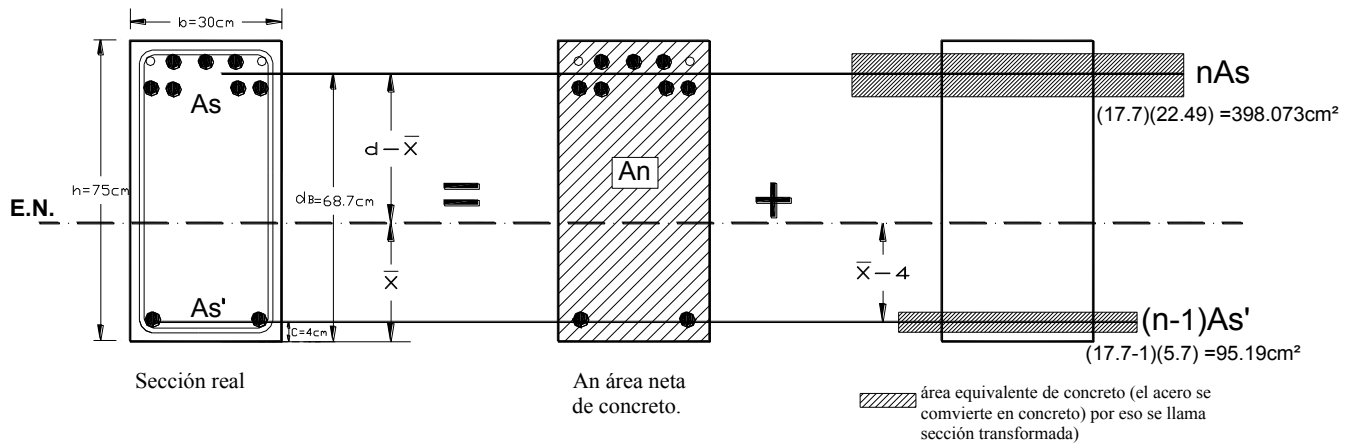
$$I = \frac{I_1 + I_2 + 2I_3}{4} = \frac{I_{ag1} + I_{ag2} + I_{ag3}}{4} \quad (3.3\text{ NTC})$$

Donde I_1 e I_2 son los momentos de inercia de las secciones extremas del claro, e I_3 el de la sección central. Si el claro sólo es continuo en un extremo, el momento de inercia correspondiente al extremo discontinuo se supondrá igual a cero, y en la ecuación 3.3 el denominador será igual a 3, (véase 3.2.1.1)

En este problema $I_{ag1} = 0$ por ser un extremo discontinuo.

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA:

- Cálculo del momento de inercia (I_{ag2}) de la sección extrema (B).



* Localización del eje neutro, (\bar{x})

Tomando momentos estáticos de las áreas respecto al eje neutro:

$$b \bar{x} \left[\frac{\bar{x}}{2} \right] + (n-1) A_s' (\bar{x}-4) = n A_s (d-\bar{x})$$

$$(30) \bar{x} \left[\frac{\bar{x}}{2} \right] + (17.7-1) (5.7) (\bar{x}-4) = (17.7) (22.49) (68.7-\bar{x})$$

$$15 \bar{x}^2 + 95.19 \bar{x} - 380.76 = 27347.6 - 398.1 \bar{x}$$

$$15 \bar{x}^2 + 493.29 \bar{x} - 27728.36 = 0$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado tenemos:

$$\bar{x} = 29.58 \text{ cm}$$

Por lo cual el momento de inercia I_{ag_2} es

$$I_{ag_2} = \frac{(b)(\bar{x})^3}{3} + (n-1) A_s' (\bar{x}-4)^2 + n A_s (d-\bar{x})^2$$

$$I_{ag_2} = \frac{(30)(29.58)^3}{3} + (17.7-1)(5.7)(29.58-4)^2 + (17.7)(22.49)(68.7-29.58)^2$$

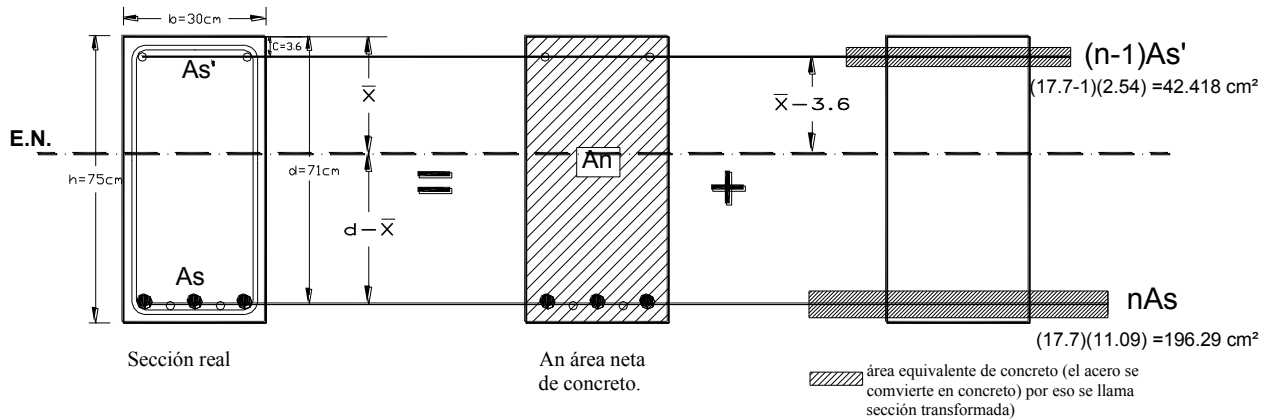
$$I_{ag_2} = 258818.01 + 62286.28 + 609200.72$$

$$I_{ag_2} = 930305.01 \text{ cm}^4$$

* Cálculo de la cuantía de acero a compresión. (p_2')

$$p_2' = \frac{A_s'}{b d} = \frac{5.70}{(30)(68.7)} = 0.002766 \quad (2.7 \text{ NTC})$$

- Cálculo del momento de inercia (I_{ag_3}) de la sección central (A).



* Localización del eje neutro. (\bar{x})

Tomando momentos estáticos de las áreas respecto al eje neutro:

$$b \bar{x} \left[\frac{\bar{x}}{2} \right] + (n-1) A_s' (\bar{x}-3.6) = n A_s (d-\bar{x})$$

$$(30) \bar{x} \left[\frac{\bar{x}}{2} \right] + (17.7-1) (2.54) (\bar{x}-3.6) = (17.7) (11.09) (71-\bar{x})$$

$$15 \bar{x}^2 + 42.418 \bar{x} - 152.70 = 13936.8 - 196.29 \bar{x}$$

$$15\bar{x}^2 + 238.70\bar{x} - 14089.5 = 0$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado tenemos:

$$\bar{x} = 23.70 \text{ cm}$$

Por lo cual el momento de inercia I_{ag_3} es

$$I_{ag_3} = \frac{(b)(\bar{x})^3}{3} + (n-1) A_s' (\bar{x} - 3.6)^2 + n A_s (d - \bar{x})^2$$

$$I_{ag_3} = \frac{(30)(23.70)^3}{3} + (17.7 - 1)(2.54)(23.70 - 3.6)^2 + (17.7)(11.09)(71 - 23.70)^2$$

$$I_{ag_3} = 133120.53 + 17137.29 + 439164.36$$

$$I_{ag_3} = 589422.19 \text{ cm}^4$$

* Cálculo de la cuantía de acero a compresión. (p_3')

$$p_3' = \frac{A_s'}{b d} = \frac{2.54}{(30)(71)} = 0.001192 \quad (2.7 \text{ NTC})$$

- Cálculo del momento de inercia promedio, (I), sustituyendo valores en (ecuación 3.3).

$$I = \frac{I_{ag_1} + I_{ag_2} + 2I_{ag_3}}{3} = \frac{0 + 930305.01 + (2)(589422.19)}{3} = 703049.7967 \text{ cm}^4 \quad (3.3 \text{ NTC})$$

- Cálculo de la cuantía de acero a compresión promedio. (p')

Aplicamos el mismo criterio que se utilizó para determinar el momento de inercia, donde $P_1' = 0$ por ser un extremo discontinuo.

$$p' = \frac{p_1' + p_2' + 2p_3'}{3} = \frac{0 + 0.002766 + (2)(0.001192)}{3} = 0.001717$$

- Cálculo de la deflexión inmediata (Δ_I).

$$\Delta_I = \frac{W L^4}{185 E_c I} = \frac{W (800)^4}{(185)(113137)(703049.7967)}$$

$$\Delta_I = 0.027835 W$$

* Cálculo de la deflexión inmediata bajo la carga muerta ($C.M = 1.5 t / m$)

$$\Delta_{I_{CM}} = (0.027835)(15) = 0.4175 \text{ cm}$$

* Cálculo de la deflexión inmediata bajo la carga viva media ($C.V_{med} = 0.8 t / m$)

$$\Delta_{I_{CV_{med}}} = (0.027835)(8) = 0.2226 \text{ cm}$$

* Cálculo de la deflexión inmediata total ($\Delta_{I_{Total}}$)

$$\Delta_{I_{Total}} = \Delta_{I_{CM}} + \Delta_{I_{CV_{med}}}$$

$$\Delta_{I_{Total}} = 0.4175 + 0.2226$$

$$\Delta_{I_{Total}} = 0.6401 \text{ cm}$$

- Cálculo de la deflexión diferida (Δ_{dif}) “larga duración” ($C.M + C.V_{med}$)

Esta deflexión se obtiene multiplicando la deflexión inmediata total ($\Delta_{I_{Total}}$) por el factor de la Ecuación 3.4 (véase 3.2.1.2 NTC-2004)

$$\frac{2}{1 + 50 p'} \quad (3.4 \text{ NTC})$$

Para elementos de concreto normal clase 2, el numerador de la ecuación 3.4 será igual a 4.

$$\Delta_{dif} = (\Delta_{I_{Total}}) \left[\frac{4}{1 + 50 p'} \right]$$

$$\Delta_{dif} = (0.6401) \left[\frac{4}{1 + 50 (0.001717)} \right]$$

$$\Delta_{dif} = 2.3579 \text{ cm}$$

- Cálculo de la deflexión inmediata correspondiente a la diferencia de cargas vivas ($\Delta_{I_{diferencia1(C.V)}}$)

$$\Delta_{I_{diferencia1(C.V)}} = (\Delta_I)(Diferencia \text{ de Cargas Vivas})$$

$$Diferencia \text{ de Cargas Vivas} = C.V_{max} - C.V_{med} = 2.8 - 0.8 = 2.0 t / m = 20 \text{ kg / cm}$$

$$\Delta_{I_{diferencia1(C.V)}} = (0.027835)(20) = 0.5567 \text{ cm}$$

- Cálculo de la Deflexión Total de la viga (Δ_{TOTAL}).

Esta deflexión será la suma de la deflexión inmediata total más la deflexión diferida más la deflexión inmediata diferencial de cargas vivas

$$\Delta_{TOTAL} = \Delta_{I_{Total}} + \Delta_{dif} + \Delta_{I_{diferida(C.V)}}$$

$$\Delta_{TOTAL} = 0.6401 + 2.3579 + 0.5567$$

$$\Delta_{TOTAL} = 3.5547 \text{ cm}$$

- Cálculo de la deflexión máxima permitida ($\Delta_{\text{max. permitida}}$)

$$\Delta_{\text{max. permitida}} = 0.5 + \frac{L}{240}$$

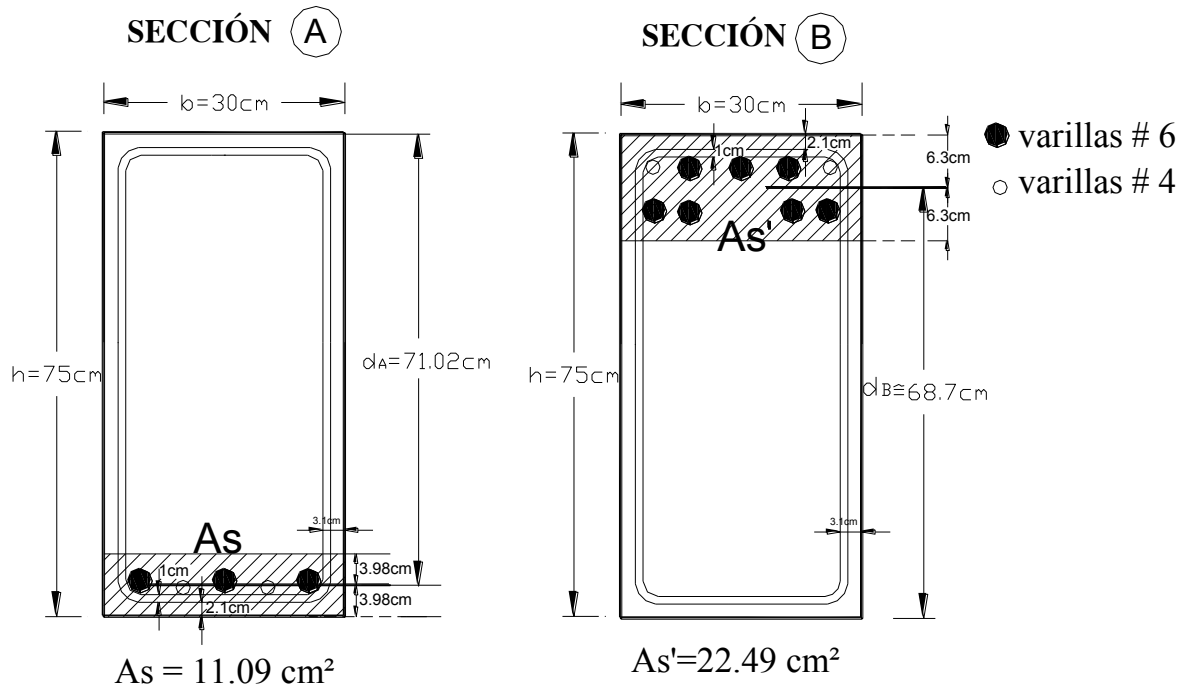
$$\Delta_{\text{max. permitida}} = 0.5 + \left[\frac{800}{240} \right]$$

$$\Delta_{\text{max. permitida}} = 3.83 \text{ cm}$$

$$\Delta_{\text{max. permitida}} = 3.83 \text{ cm} > \Delta_{TOTAL} = 3.5547 \text{ cm} \quad \therefore \underline{OK}$$

5.2 REVISIÓN DEL AGRIETAMIENTO DE LA VIGA (Viga del ejemplo 4.1)

DATOS DEL PROBLEMA:



$$f_c' = 200 \text{ kgf/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kgf/cm}^2$$

Momento flexionante de servicio:

$$M_A = 19.3 \text{ t-m}$$

$$M_B = 34.3 \text{ t-m}$$

Para este problema se supone que la viga no está expuesta a un ambiente agresivo.

* Fórmula para calcular el Agrietamiento en elementos no preesforzados, (véase 3.3 NTC-2004)

$$f_s \sqrt[3]{d_c} A \frac{h_2}{h_1} \quad (3.5 \text{ NTC})$$

* El valor calculado con $f_s \sqrt[3]{d_c} A \frac{h_2}{h_1}$ debe de ser inferior al de $40,000 \text{ kgf/cm}$, como límite superior para condiciones normales de exposición.

SOLUCIÓN PROBLEMA:

a.-) Revisión de agrietamiento para la sección central (A) (momento positivo).

- Cálculo del esfuerzo en el acero en condiciones de servicio, f_s , Este valor puede ser calculado con alguna de las formas siguientes:

a) Por medio de la sección transformada donde, $f_s = n f_t = n \frac{M}{I} (d - c)$

b) Suponiendo $0.6 f_y$

c) Aplicando la ecuación $f_s = \frac{M}{Z A_s}$

Para el problema aplicamos:

$$f_s = \frac{M}{Z A_s}$$

donde: Z es el brazo del par interno, que puede tomarse igual a.

$$Z = 0.9d = (0.9)(71.02) = 63.918 \text{ cm}$$

Sustituyendo valores en, f_s , tenemos:

$$f_{sA} = \frac{1930000}{(63.918)(11.09)} = 2722.71 \text{ kgf} / \text{cm}^2$$

- Cálculo del recubrimiento de concreto, d_c , medido desde la fibra extrema en tensión al centro de la barra más próxima a ella.

El centro de la barra más próxima a la fibra de tensión es la barra del número 4, pero usamos la barra del número 6 para quedar del lado de la seguridad.

$$d_{cA} = 3.1 + \frac{1.9}{2} = 4.05 \text{ cm}$$

- Cálculo del área de concreto a tensión, A_A , que rodea al refuerzo principal de tensión y cuyo centroide coincide con el de dicho refuerzo, dividida entre el número de barras (cuando el refuerzo principal conste de barras de varios diámetros, el número de barras equivalente se calculará dividiendo el área total de acero entre el área de la barra de mayor diámetro).

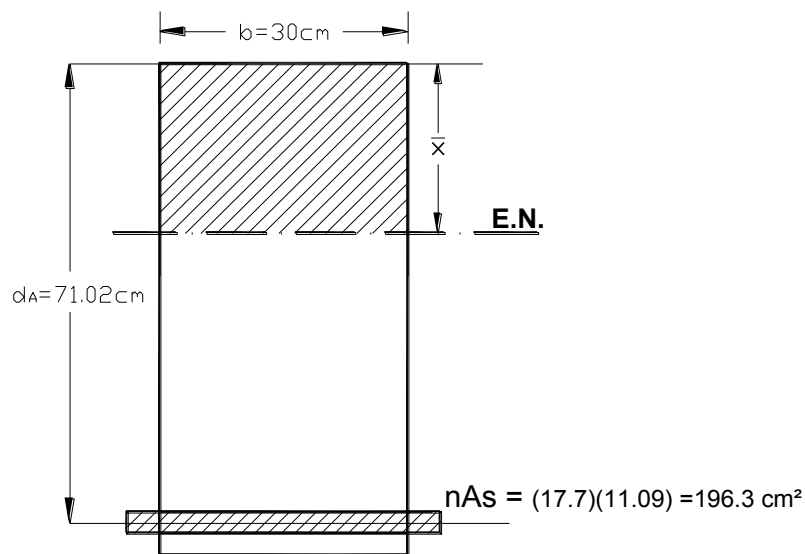
Por tener barras de diferente diámetro, A se calcula de la forma siguiente.

$$A_A = \frac{\text{Área de concreto que rodea al refuerzo principal de tensión}}{\text{Área del acero total} / \text{Área del acero de la barra de mayor diámetro}}$$

$$A_A = \frac{[(3.98)(30)](2)}{(11.09)/(2.85)} = 61.36 \text{ cm}^2$$

- Cálculo de h_1 y h_2 , donde: h_1 es la distancia entre el eje neutro y el centroide del refuerzo principal de tensión, h_2 es la distancia entre el eje neutro y la fibra más esforzada en tensión.

* Localización del eje neutro para la sección central (A).



Constantes de cálculo:

$$E_c = 8000\sqrt{f_c'} = 8000\sqrt{200} = 113137 \text{ kgf/cm}^2 \quad (\text{véase 1.5.1.4 NTC-2004})$$

$$E_s = 2 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2 \quad (\text{véase 1.5.2 NTC-2004})$$

Relación Modular:

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2}{113137 \text{ kgf/cm}^2} = 17.67 \quad \approx \quad n = 17.7$$

$$\frac{b}{2} \bar{x}^2 - n A_s (d - \bar{x}) = \frac{30}{2} (\bar{x}^2) - (196.3)(71.02 - \bar{x})$$

$$15 \bar{x}^2 + 196.3 \bar{x} - 13941.23 = 0$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado, aplicando fórmula general tenemos:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\bar{x} = \frac{-196.3 \pm \sqrt{(196.3)^2 - 4(15)(-13941.23)}}{2(15)}$$

$$\bar{x} = \frac{-196.3 \pm \sqrt{(38533.69) + (836473.8)}}{30}$$

$$\bar{x} = \frac{-196.3 \pm 935.418}{30}$$

$$\bar{x} = -37.72 \text{ cm}$$

$$\bar{x} = 24.63 \text{ cm},$$

Se toma el valor positivo.

Sustituyendo valores en la ecuación 3.5 para revisar el agrietamiento de la viga en la sección central (A) tenemos.

$$f_s \sqrt[3]{d_c A} \frac{h_2}{h_1} \tag{3.5 NTC}$$

$$f_{sA} \sqrt[3]{d_c A} \frac{h_2}{h_1} = (2722.7) \sqrt[3]{(4.05)(61.37)} \frac{(75 - 24.63)}{(71.02 - 24.63)}$$

$$18587.36 \text{ kgf/cm}$$

Como tenemos que:

$$18,587.70 \text{ kgf/cm} < 40,000 \text{ kgf/cm}$$

Se cumple con el límite de condición de agrietamiento (véase 3.3 tabla 3.1 NTC-2004)

∴ se acepta el refuerzo de la sección central (A), ya que pasa por agrietamiento.

b.-) Revisión de agrietamiento para la sección extrema (B) (momento negativo).

Para el agrietamiento de esta sección, se aplica el mismo procedimiento que se utilizó para la sección extrema (A).

- Cálculo del esfuerzo en el acero en condiciones de servicio, f_s ,

$$f_s = \frac{M}{Z A_s}$$

donde: Z es el brazo del par interno, que puede tomarse igual a.

$$Z = 0.9 d = (0.9)(68.7) = 61.83 \text{ cm}$$

Sustituyendo valores en, f_s , tenemos:

$$f_{sB} = \frac{3430000}{(61.83)(22.49)} = 2466.63 \text{ kgf / cm}^2$$

- Cálculo del recubrimiento de concreto, d_c , medido desde la fibra extrema en tensión al centro de la barra más próxima a ella.

El centro de la barra más próxima a la fibra de tensión es la barra del número 4, pero usamos la barra del número 6 para quedar del lado de la seguridad.

$$d_{cB} = 3.1 + \frac{1.9}{2} = 4.05 \text{ cm}$$

- Cálculo del área de concreto a tensión, A_B , que rodea al refuerzo principal de tensión y cuyo centroide coincide con el de dicho refuerzo, dividida entre el número de barras (cuando el refuerzo principal conste de barras de varios diámetros, el número de barras equivalente se calculará dividiendo el área total de acero entre el área de la barra de mayor diámetro).

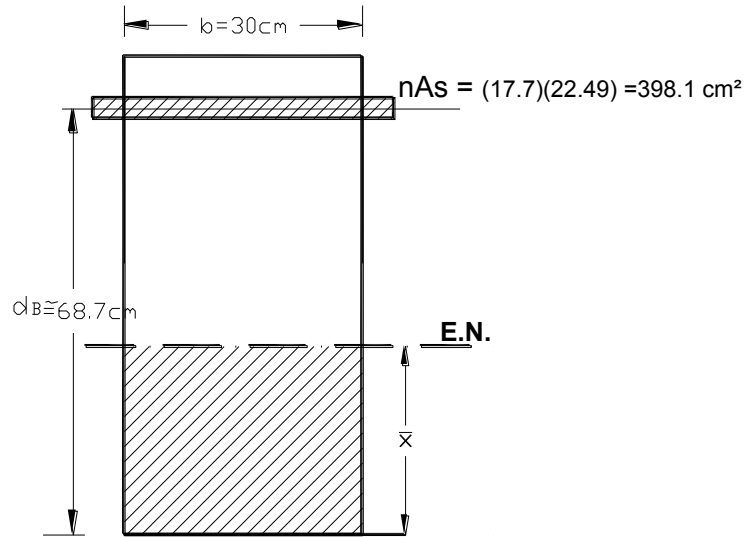
Por tener barras de diferente diámetro, A_B se calcula de la forma siguiente.

$$A_B = \frac{\text{Área de concreto que rodea al refuerzo principal de tensión}}{\text{Área del acero total} / \text{Área del acero de la barra de mayor diámetro}}$$

$$A_B = \frac{[(6.3)(30)](2)}{(22.49)/(2.85)} = 47.90 \text{ cm}^2$$

- Cálculo de h_1 y h_2 , donde: h_1 es la distancia entre el eje neutro y el centroide del refuerzo principal de tensión, h_2 es la distancia entre el eje neutro y la fibra más esforzada en tensión.

* Localización del eje neutro para la sección extrema (B).



Constantes de cálculo:

$$E_c = 8000\sqrt{f_c'} = 8000\sqrt{200} = 113137 \text{ kgf/cm}^2 \quad (\text{véase 1.5.1.4 NTC-2004})$$

$$E_s = 2 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2 \quad (\text{véase 1.5.2 NTC-2004})$$

Relación Modular:

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2}{113137 \text{ kgf/cm}^2} = 17.67 \quad \approx \quad n = 17.7$$

$$\frac{b}{2} \bar{x}^2 - n A_s (d - \bar{x}) = \frac{30}{2} (\bar{x}^2) - (196.3)(71.02 - \bar{x})$$

$$15 \bar{x}^2 + 196.3 \bar{x} - 13941.23 = 0$$

Resolviendo la ecuación cuadrática:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\bar{x} = \frac{-398.1 \pm \sqrt{(398.1)^2 - 4(15)(-27349.47)}}{2(15)}$$

$$\bar{x} = \frac{-398.1 \pm 1341.43}{30}$$

$$\bar{x} = -57.98 \text{ cm}$$

$$\bar{x} = 31.44 \text{ cm}$$

Se toma el valor positivo.

Sustituyendo valores en la ecuación 3.5 para revisar el agrietamiento de la viga en la sección extrema (B) tenemos.

$$f_s \sqrt[3]{d_c A} \frac{h_2}{h_1} \tag{3.5 NTC}$$

$$f_{sB} \sqrt[3]{d_c A} \frac{h_2}{h_1} = (2466.6) \sqrt[3]{(4.05)(47.90)} \frac{(75 - 31.44)}{(68.7 - 31.44)}$$

$$16690.65 \text{ kgf/cm}$$

Como tenemos que:

$$16690.65 \text{ kgf/cm} < 40,000 \text{ kgf/cm} \quad \therefore \text{OK}$$

Se cumple con el límite de condición de agrietamiento (véase tabla 3.1 NTC-2004)

\therefore se acepta el refuerzo de la sección central (B), ya que pasa por agrietamiento.

CAPÍTULO VI

EJEMPLO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXO- COMPRESIÓN Y LOSAS.

(Sistema “MKS”)

6.1 DIMENSIONAMIENTO DE UNA COLUMNA POR FLEXOCOMPRESIÓN BAJO CARGAS MUERTA, VIVA INSTANTÁNEA Y SISMO. (Columna A2 de planta baja)

DATOS DEL PROBLEMA:

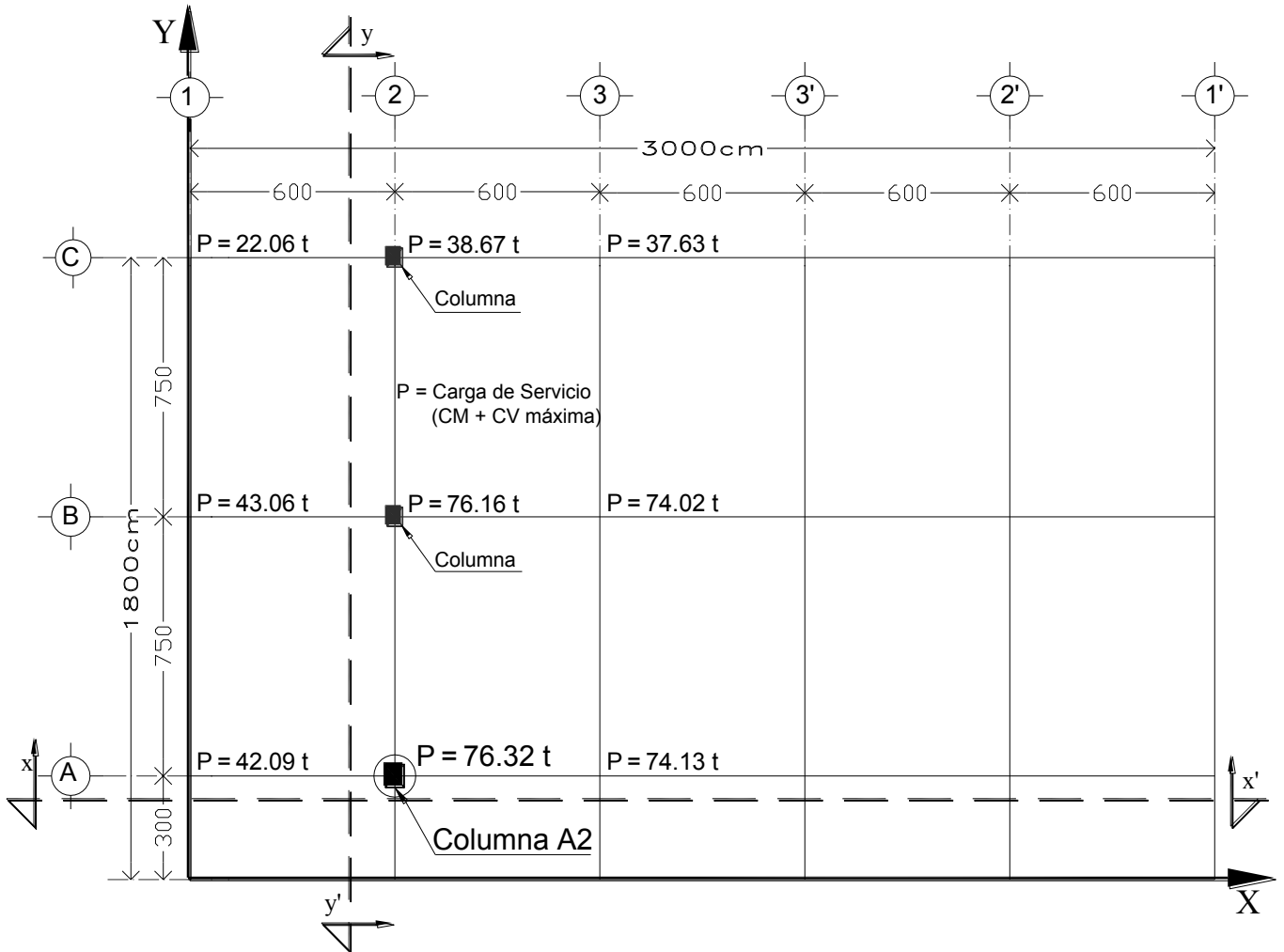


Figura 6.1.1 Localización en planta de la columna A2 y del corte longitudinal (x - x') y corte transversal (y - y') del ejemplo 6.1

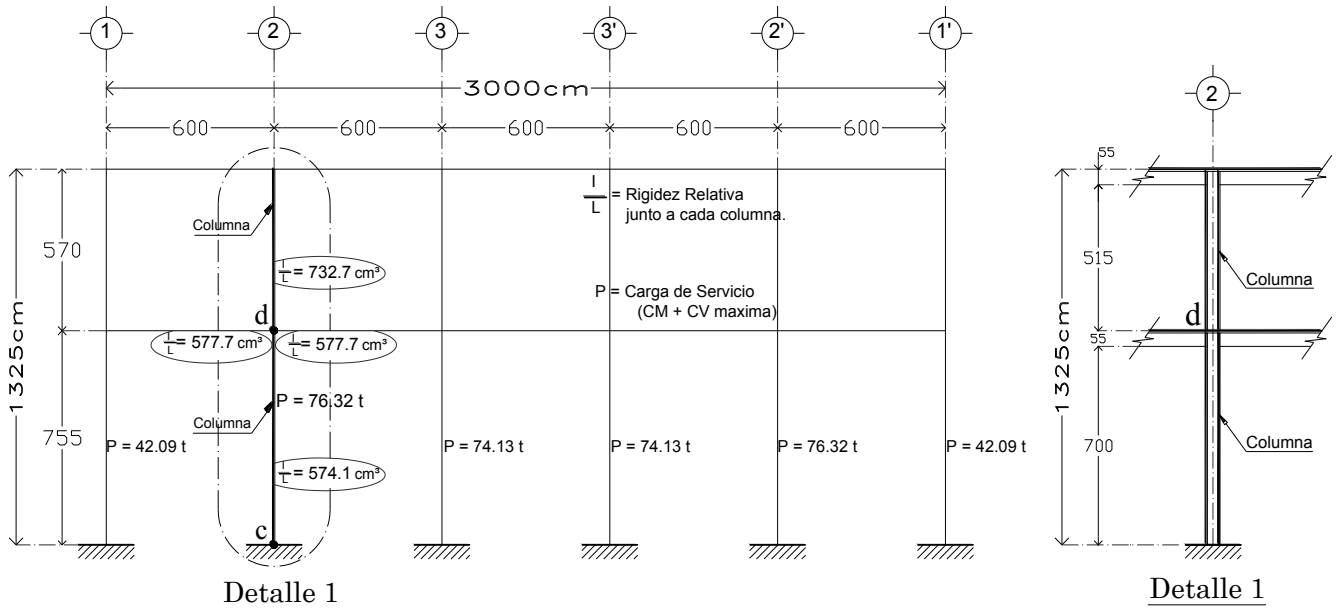


Figura 6.1.2 Corte longitudinal (x-x') y detalle 1 de la columna A2.

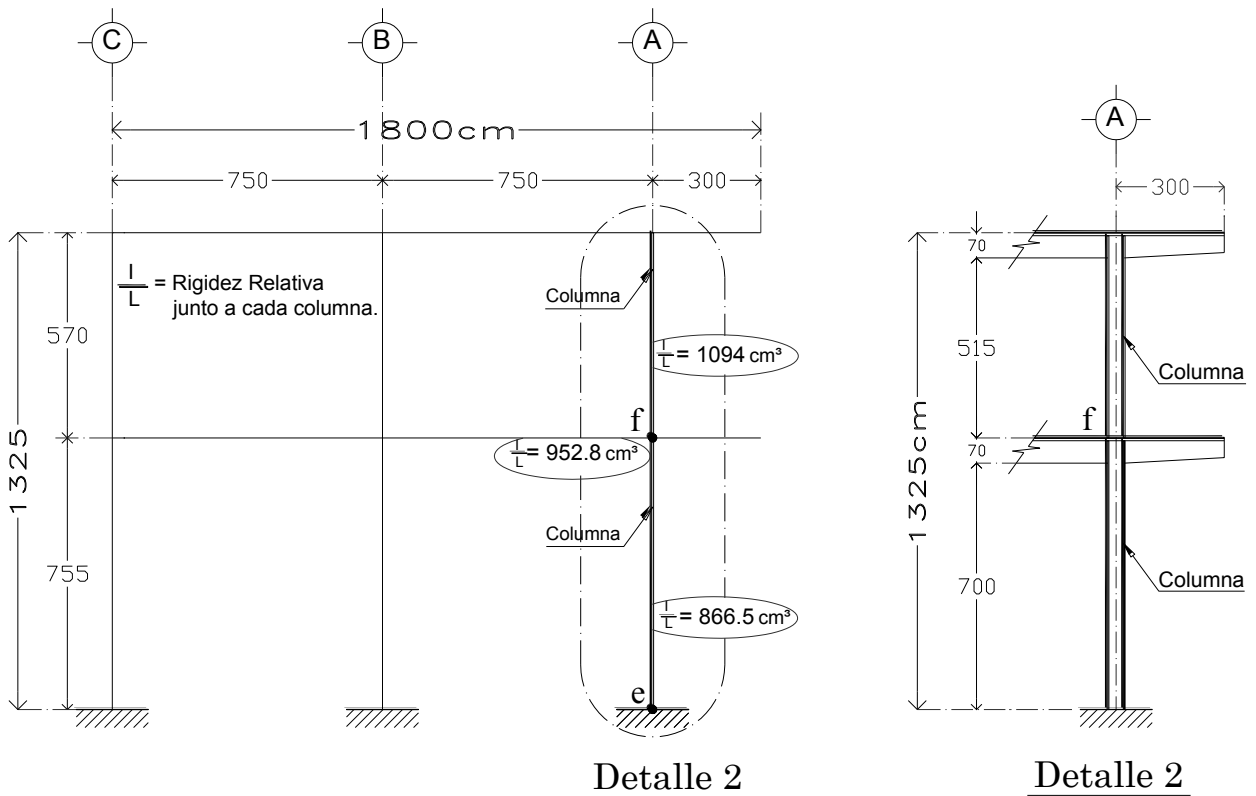
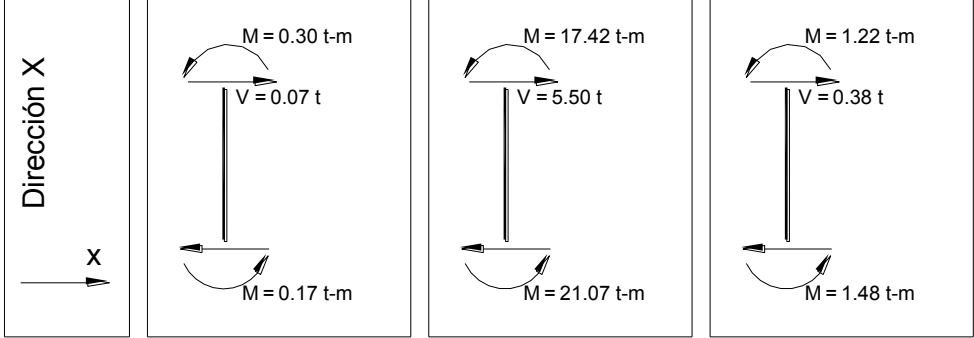
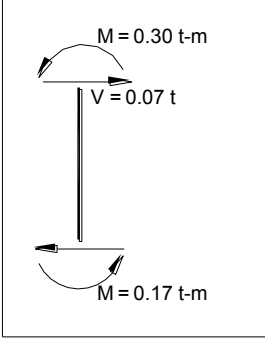
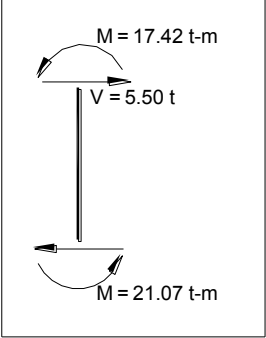
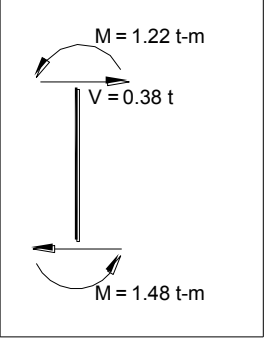
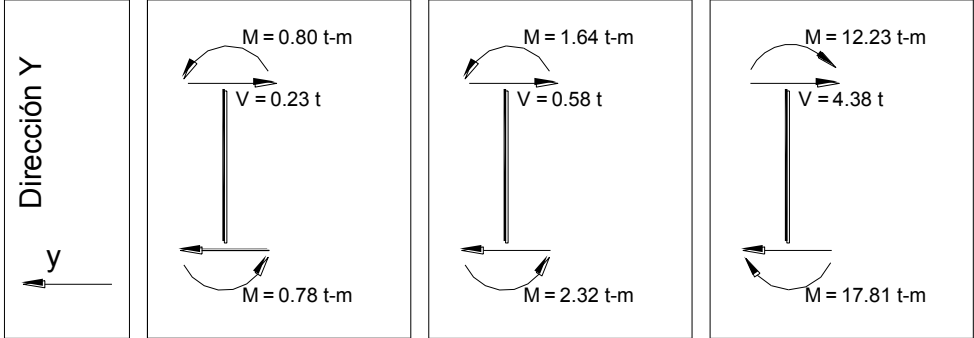
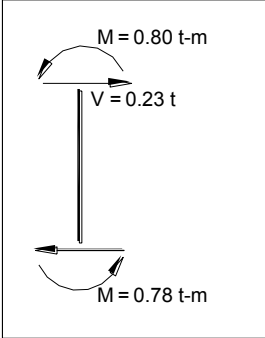
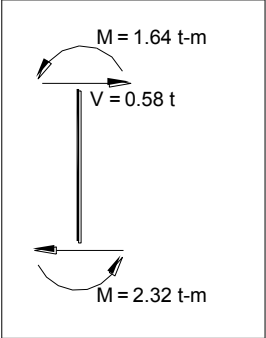
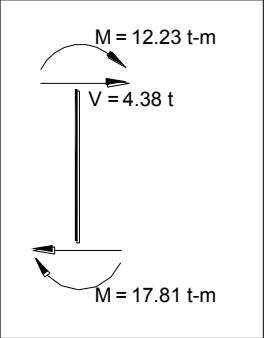
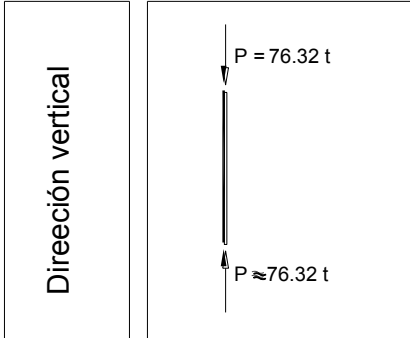
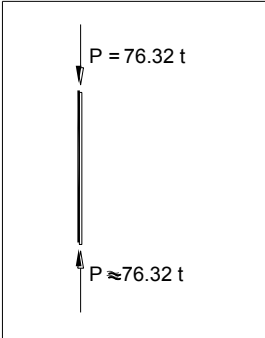
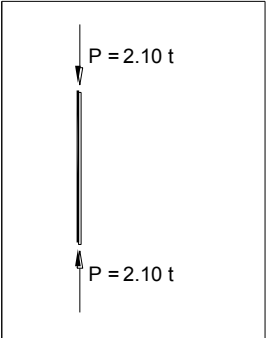
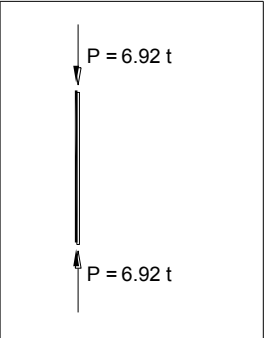


Figura 6.1.3 Corte transversal (y-y') y detalle 2 de la columna A2.

	Gravedad (CM + CV ist.)	Componente del sismo, en dirección positiva del eje X.	Componente del sismo, en dirección positiva del eje Y.
Dirección X 			
Dirección Y 			
Dirección vertical 			

		Por sismo	Por $CM + CV_{instantanea}$
DIRECCIÓN "X"	86.04	8.70	0
DIRECCIÓN "Y"	86.04	5.91	0.08

Tabla 6.1.1 Fuerzas cortantes totales debidas a los componentes del sismo, y desplazamiento medios de entrepiso en planta baja.

MATERIALES

$$f_c' = 200 \text{ kgf/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kgf/cm}^2$$

CONSTANTES DE CÁLCULO:

$$f_c^* = 0.8 f_c' = 0.8 (200) = 160 \text{ kgf/cm}^2 \quad (1.12 \text{ NTC})$$

$$f_c'' = 0.85 f_c^* = 0.85 (160) = 136 \text{ kgf/cm}^2 \quad (2.1e \text{ NTC})$$

$$\beta_1 = 0.85 \quad (\text{Por ser } f_c^* < 280 \text{ kgf/cm}^2)$$

$$\frac{f_y}{f_c'} = \frac{4200 \text{ kgf/cm}^2}{136 \text{ kgf/cm}^2} = 30.88$$

$$A_c = (45)(55) = 2475 \text{ cm}^2$$

$$A_c f_c'' = (2475)(0.136) = 336.6 t$$

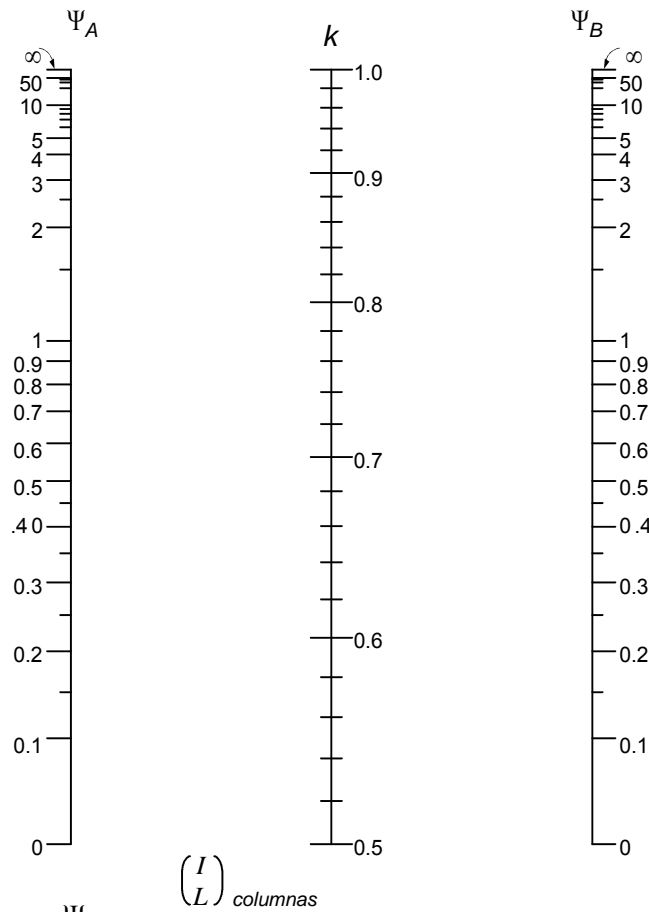


Figura 6.1.5 Monogramas para determinar longitudes efectivas H' , en miembros a flexocompresión con extremos restringidos lateralmente.

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA:

- VERIFICACIÓN DE ESBELTEZ

En dirección “X”

a) Debidos a carga vertical

- Revisión para ver si se pueden despreciar los efectos de esbeltez (véase 1.4.2.2a NTC-2004).

El desplazamiento lateral, Δ , que causa esta condición de carga se considera apreciable si

$$\Delta > \frac{H}{1500}$$

Si $\Delta < \frac{H}{1500}$ se considera a la estructura restringida lateralmente.

En la tabla 6.1.1 tenemos que $\Delta = 0 \text{ cm}$.

Para este caso tenemos que el desplazamiento es nulo, por lo que puede aplicarse el criterio que se usa para columnas con extremos restringidos lateralmente.

Por lo anterior los efectos de esbeltez pueden ignorarse si.

$$\frac{H'}{r} < 34 - 12 \frac{M_1}{M_2}$$

Donde:

M_1 es el menor y M_2 es el mayor de los momentos flexionantes en los extremos del miembro; el cociente M_1 / M_2 es positivo cuando el miembro se flexiona en curvatura sencilla y negativo cuando lo hace en curvatura doble.

$\frac{H'}{r}$ es la relación de esbeltez

$$H' = KH$$

$$r = 0.3h$$

H' es la longitud efectiva de un miembro a flexocompresión, H es la longitud efectiva libre de un miembro a flexocompresión, r es el radio de giro, K es la rigidez, h es el lado menor para columnas rectangulares.

- Obtención de la rigidez K

Cálculo del grado de restricción Ψ (véase 1.4.2.2a - NTC)

$$\Psi_{A,B} = \frac{\sum(I/L)_{columnas}}{\sum(I/L)_{miembros\ de\ flexión}}$$

Donde A y B son los extremos de la columna, para este problema Ψ_A se aplicará para el nodo c y Ψ_B para el nodo d .

Nodo $c \Rightarrow \Psi_A = 0$ (Por ser empotramiento)

$$\text{Nodo } d \Rightarrow \Psi_B = \frac{732.7 + 574.1}{577.7 + 577.7} = 1.132$$

Del monograma de la figura 6.1.5 se obtiene una rigidez $K = 0.63$ (véase 1.4.2.2a NTC-2004).

$$H' = KH = (0.63)(700) = 441.0 \text{ cm}$$

$$r = (0.3)(45 \text{ cm}) = 13.5 \text{ cm}$$

$$\frac{H'}{r} = \frac{441.0 \text{ cm}}{13.5 \text{ cm}} = 32.67$$

$$34 - 12 \frac{M_1}{M_2} = 34 - 12 \left(-\frac{0.17}{0.30} \right) = 40.8 > 32.67$$

\therefore Pueden despreciarse los efectos de esbeltez y el factor de amplificación debido a cargas verticales es $F_{abx} = 1.0$

b) Debidos a fuerza lateral

Estos efectos pueden despreciarse si cumplen la condición siguiente.

$$\frac{\text{desplazamiento de entrepiso}}{\text{diferencia de elevaciones}} \leq 0.08 \frac{\text{fuerza cor tante de entrepiso}}{\sum \text{de cargas muertas y vivas de diseño}}$$

De la tabla 6.1.1 tenemos un desplazamiento por sismo de 8.70 cm y una fuerza cortante total $V = 86.04 \text{ t}$, de la figura 6.1.2 del detalle 1 tenemos una diferencia de elevaciones $h = (55/2) + 700 = 727.5 \text{ cm}$, por lo cual:

$$\frac{\text{desp. de entrepiso}}{h} = \frac{8.70 \text{ cm}}{727.5 \text{ cm}} = 0.0120$$

$$0.08 \frac{V}{(1.1)(W_u)} = 0.08 \frac{86.04}{(1.1)(968.3)} = 0.0065 < 0.0120$$

∴ Deben de tomarse en cuenta los efectos de esbeltez.

- Cálculo del factor de amplificación, F_{asx} ,

$$F_{asx} = \frac{1}{1 - \lambda} \geq 1 \quad (1.9 \text{ NTC})$$

si F_{asx} calculado con la ecuación 1.9 excede de 1.5, se deberá de hacer un análisis de segundo orden (véase 1.4.2.2e NTC).

donde λ está dado por la ecuación

$$\lambda = \frac{W_u Q \Delta}{h V} \quad (1.10 \text{ NTC})$$

$$W_u = (1.1)(968.3) = 1065 \text{ t}$$

Factor de comportamiento sísmico $Q = 2$

$$h = 727.5 \text{ cm}$$

$$\Delta = 8.70 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{(1065)(2)(8.70)}{(727.5)(86.04)} = 0.3$$

$$F_{asx} = \frac{1}{1 - 0.3} = \underline{1.42} \leq 1.5$$

En dirección “Y”

a) Debidos a carga vertical

- Revisión para ver si se pueden despreciar los efectos de esbeltez (véase 1.4.2.2a NTC).

El desplazamiento lateral, Δ , que causa esta condición de carga se considera apreciable si

$$\Delta > \frac{H}{1500}, \text{ si } \Delta < \frac{H}{1500} \text{ se considera a la estructura restringida lateralmente.}$$

En la tabla 6.1.1 tenemos que $\Delta = 0.08 \text{ cm}$.

Para este caso tenemos que:

$$\frac{H}{1500} = \frac{685}{1500} = 0.46 \text{ cm} > \Delta = 0.08 \text{ cm} \therefore \text{ puede aplicarse el criterio que se usa para columnas con extremos restringidos lateralmente.}$$

Por lo anterior los efectos de esbeltez pueden ignorarse si.

$$\frac{H'}{r} < 34 - 12 \frac{M_1}{M_2}$$

Donde:

M_1 es el menor y M_2 es el mayor de los momentos flexionantes en los extremos del miembro; el cociente M_1 / M_2 es positivo cuando el miembro se flexiona en curvatura sencilla y negativo cuando lo hace en curvatura doble.

$\frac{H'}{r}$ es la relación de esbeltez

$$H' = KH$$

$$r = 0.3h$$

H' es la longitud efectiva de un miembro a flexocompresión, H es la longitud efectiva libre de un miembro a flexocompresión, r es el radio de giro, K es la rigidez, h es el lado menor para columnas rectangulares.

- Obtención de la rigidez K

Cálculo del grado de restricción Ψ (véase 1.4.2.2a NTC-2004)

$$\Psi_{A,B} = \frac{\sum(I/L)_{columnas}}{\sum(I/L)_{miembros\ de\ flexión}}$$

Donde A y B son los extremos de la columna, para este problema Ψ_A se aplicará para el nodo c y Ψ_B para el nodo d .

Nodo $c \Rightarrow \Psi_A = 0$ (Por ser empotramiento)

$$\text{Nodo } d \Rightarrow \Psi_B = \frac{1094 + 866.5}{952.8} = 2.058$$

Del monograma de la figura 6.1.5 se obtiene una rigidez $K = 0.65$ (véase 1.4.2.2a NTC-2004).

$$H' = K H = (0.65)(685) = 455.2 \text{ cm}$$

$$r = (0.3)(45 \text{ cm}) = 13.5 \text{ cm}$$

$$\frac{H'}{r} = \frac{425.2 \text{ cm}}{16.5 \text{ cm}} = 26.98$$

$$34 - 12 \frac{M_1}{M_2} = 32 - 12 \left(- \frac{0.78}{0.80} \right) = 45.70 > 26.98$$

∴ Pueden despreciarse los efectos de esbeltez y el factor de amplificación debido a cargas verticales es $F_{aby} = 1.0$

b) Debidos a fuerza lateral

Estos efectos pueden despreciarse si cumple la condición siguiente.

$$\frac{\text{desplazamiento de entrepiso}}{\text{diferencia de elevaciones}} \leq 0.08 \frac{\text{fuerza cor tante de entrepiso}}{\sum \text{de cargas muertas y vivas de diseño}}$$

De la tabla 6.1.1 tenemos un desplazamiento por sismo de 5.91 cm y una fuerza cortante total $V = 86.04 \text{ t}$, de la figura 6.1.3 del detalle 2 tenemos una diferencia de elevaciones $h = (70/2) + 685 = 720 \text{ cm}$, por lo cual:

$$\frac{\text{desp. de entrepiso}}{h} = \frac{5.91 \text{ cm}}{720 \text{ cm}} = 0.0082$$

$$0.08 \frac{V}{(1.1)(W_u)} = 0.08 \frac{86.04}{(1.1)(968.3)} = 0.0065 < 0.0082$$

∴ Deben de tomarse en cuenta los efectos de esbeltez.

- Cálculo del factor de amplificación, F_{asy} ,

$$F_{asy} = \frac{1}{1 - \lambda} \geq 1 \tag{1.9 NTC}$$

si, F_{asy} , calculado con la ecuación 1.9 excede de 1.5, se deberá de hacer un análisis de segundo orden (véase 1.4.2.2e NTC).

donde λ está dado por la ecuación

$$\lambda = \frac{W_u Q \Delta}{h V} \tag{1.10 NTC}$$

$$W_u = (1.1)(968.3) = 1065 t$$

Factor de comportamiento sísmico $Q = 2$

$$h = 720 cm$$

$$\Delta = 5.91 cm$$

$$\lambda = \frac{(1065)(2)(5.91)}{(720)(86.04)} = 0.20$$

$$F_{asy} = \frac{1}{1-0.20} = \underline{1.25} \leq 1.5$$

- Resumiendo tenemos los siguientes factores de amplificación de momentos:

Dirección x	Dirección Y
$F_{abx} = 1.0$	$F_{aby} = 1.0$
$F_{asx} = 1.42$	$F_{asy} = 1.25$

- DIMENSIONAMIENTO.

Se dimensionará en el extremo inferior por ser ahí mayores los momentos bajo $CM + CV_{inst} + Sismo$.

Acciones internas del diseño causadas por la gravedad y los componentes del sismo (véase tabla 6.1.1).

- Efectos gravitacionales.

* Dirección vertical

$$P_u = (1.1)(76.32) = 83.95 t$$

* Dirección "X"

$$M_{2b} = F_c M_2 = (1.1)(0.17) = 0.19 t - m, \text{ pero no menor que } P_u e_{mín}$$

Cálculo de excentricidad mínima en la dirección x, $e_{x \text{ mín}}$, (véase 2.3.1 NTC-2004).

$$e_{x \text{ mín}} = 0.05 h = (0.05)(45) = 2.25 cm \geq 2 cm$$

$$P_u e_{x \text{ mín}} = (83.95)(0.0225) = 1.89 t - m \therefore \text{(rige) por ser mayor a } 0.19 t - m$$

$$\underline{M_{2bx} = 1.89 t - m}$$

* Dirección “Y”

$$M_{2b} = F_c M_2 = (1.1)(0.78) = 0.86 t - m, \text{ pero no menor que } P_u e_{\min}$$

Cálculo de excentricidad mínima en la dirección x, $e_{x \min}$, (véase 2.3.1 NTC-2004).

$$e_{y \min} = 0.05 h = (0.05)(55) = 2.75 \text{ cm} \geq 2.0 \text{ cm}$$

$$P_u e_{y \min} = (83.95)(0.0275) = 2.31 t - m \therefore \text{(rige) por ser mayor a } 0.86 t - m$$

$$\underline{M_{2by} = 2.31 t - m}$$

- 100 % de los efectos del componente en X

$$P_u = (1.1)(2.10) = 2.31 t$$

En la dirección X $M_{2s} = (1.1)(21.07) = 23.18 t - m$

En la dirección Y $M_{2s} = (1.1)(2.32) = 2.55 t - m$

- 100 % de los efectos del componente en Y

$$P_u = (1.1)(6.92) = 7.61 t$$

En la dirección X $M_{2s} = (1.1)(1.48) = 1.63 t - m$

En la dirección Y $M_{2s} = (1.1)(17.81) = 19.59 t - m$

La columna se dimensionará por flexocompresión biaxial; primero se aplicará la flexocompresión principal en la dirección X, y después se aplicará en la dirección Y.

El reglamento pide que en el diseño por sismo, se debe de considerar el 100% de los efectos de la carga muerta y carga viva instantánea mas los efectos del sismo en la dirección del análisis y el 30% de los efectos del sismo en la otra dirección (véase 8.7 NTC-2004 para diseño por sismo).

a) Dimensionamiento considerando la flexocompresión principal en la dirección “X”.

$$P_u = 83.95 + 2.31 + [(0.3)(7.61)] = 88.54 t$$

- Momento amplificado de diseño en la dirección X :

$$M_{cx} = F_{abx} M_{2bx} + F_{asx} M_{2sx}$$

$$M_{cx} = (1.0)(1.89) + (1.42)(23.18 + (0.3)(1.63)) = 35.50 t - m, \text{ pero no menor que } P_u e_{x \min}$$

$$P_u e_{x \min} = (88.54)(0.0225) = 1.99 t - m < 35.50 t - m$$

$$\therefore M_{cx} = 35.50 t - m$$

- Momento amplificado de diseño, en la dirección Y :

$$M_{cy} = F_{aby} M_{2by} + F_{asy} M_{2sy}$$

$$M_{cy} = (1.0)(2.31) + (1.25)(2.55 + (0.3)(19.59)) = 12.84 t - m, \text{ pero no menor que } P_u e_{y \min}$$

$$P_u e_{y \min} = (88.54)(0.0275) = 2.44 t - m < 12.84 t - m$$

$$\therefore M_{cy} = 12.84 t - m$$

En resumen, la columna se dimensionará por flexocompresión biaxial en la dirección “ X ”, con los datos siguientes.

$$P_u = 88.54 t$$

$$e_x = \frac{M_{cx}}{P_u} = \frac{35.50}{88.54} = 0.40 m$$

$$e_y = \frac{M_{cy}}{P_u} = \frac{12.84}{88.54} = 0.145 m$$

El dimensionamiento se realizará por tanteos, con la ayuda de la fórmula de Bresler (véase 2.3.2 NTC-2004).

$$P_R = \frac{1}{1/P_{Rx} + 1/P_{Ry} - 1/P_{RO}} \quad (2.16 \text{ NTC})$$

P_R es la carga normal resistente de diseño, aplicada con las excentricidades e_x y e_y ;

P_{RO} es la carga normal resistente de diseño, suponiendo $e_x = e_y = 0$;

P_{Rx} es la carga normal resistente de diseño, aplicada con una excentricidad e_x en un plano de simetría; y

P_{Ry} es la carga normal resistente de diseño, aplicada con una excentricidad e_y en el otro plano de simetría.

Para el cálculo de P_{RO} , P_{Rx} y P_{Ry} se utilizará un $F_R = 0.70$, valor que se aplica a columnas con núcleo no confinado que fallan en la zona de compresión (véase 1.7d NTC-2004).

La cuantía de refuerzo longitudinal de la sección no será menor que $20/f_y$, ni mayor que 0.06 (véase 6.2.2 NTC-2004).

$$\frac{20}{f_y} = \frac{20}{4200} = 0.00476$$

* Tanteo número 1

Suponiendo una cuantía de acero $p = 0.01$, tenemos una área de acero, A_s , igual a

$$A_s = p b h = (0.01)(45)(55) = 24.75 \text{ cm}^2$$

- Determinación de la resistencia P_R .

Cálculo de P_{RO} .

$$P_{RO} = F_R (A_c f_c'' + A_s f_y)$$

$$P_{RO} = 0.7(336.6 + (24.75)(4.2))$$

$$P_{RO} = 308.4 \text{ t}$$

Para calcular P_{Rx} y P_{Ry} , utilizamos la figura 6.1.6 (Apéndice G) de interacción para columnas de concreto reforzado, se supondrá que el refuerzo se encuentra distribuido en la periferia y con una relación de $d/h = 0.9$

Cálculo de P_{Rx} .

$$q = \frac{p f_y}{f_c''} = \frac{(0.01)(4200)}{136} = 0.3088 \quad (2.6 \text{ NTC})$$

$$\frac{e_e}{h_x} = \frac{40}{45} = 0.88$$

De la figura 6.1.6 (Apéndice G) con un índice de refuerzo, $q = 0.3088$ y una relación $e_x/h_x = 0.88$, se obtiene un valor de $K = 0.16$

$$P_{Rx} = K F_R b h f_c'$$

$$P_{Rx} = (0.16)(0.7)(45)(55)(200) = 55440 \text{ kgf}$$

$$P_{Rx} = 55.44 \text{ t}$$

Cálculo de P_{Ry} .

$$q = \frac{p f_y}{f_c} = \frac{(0.01)(4200)}{136} = 0.3088 \quad (2.6 \text{ NTC})$$

$$\frac{e_e}{h_x} = \frac{14.5}{55} = 0.26$$

De la figura 6.1.6 (Apéndice G) con un índice de refuerzo, $q=0.3088$ y una relación $e_y/h_y = 0.26$, se obtiene un valor de $K = 0.52$

$$P_{Ry} = K F_R b h f_c'$$

$$P_{Ry} = (0.52)(0.7)(45)(55)(200) = 180180 \text{ kgf}$$

$$P_{Ry} = 180.180 \text{ t}$$

Sustituyendo valores en la ecuación 2.16, tenemos;

$$P_R = \frac{1}{1/P_{Rx} + 1/P_{Ry} - 1/P_{RO}} \quad (2.16 \text{ NTC})$$

$$P_R = \frac{1}{\frac{1}{55.440} + \frac{1}{180.180} - \frac{1}{308.40}} = 49.15 \text{ t} < P_u = 88.54 \text{ t}$$

∴ se tiene que aumentar la cuantía de acero, p .

La ecuación 2.16 es válida si $P_R / P_{RO} \geq 0.1$ (Véase 2.3.2 NTC-2004).

$$\frac{P_R}{P_{RO}} = \frac{49.15}{308.40} = 0.16 \geq 0.10$$

∴ la ecuación 2.16 si es aplicable.

* Tanteo número 2

Se propone aumentar la cuantía de acero $p = 0.026$, para esta cuantía de acero tenemos una área de acero, A_s , igual a;

$$A_s = p b h = (0.026)(45)(55) = 64.35 \text{ cm}^2$$

- Determinación de la resistencia P_R .

Cálculo de P_{RO} .

$$P_{RO} = F_R (A_c f_c'' + A_s f_y)$$

$$P_{RO} = 0.7(336.6 + (64.35)(4.2))$$

$$P_{RO} = 424.81 t$$

Para calcular P_{Rx} y P_{Ry} , utilizamos la figura 6.1.6 (Apéndice G) de interacción para columnas de concreto reforzado, se supondrá que el refuerzo se encuentra distribuido en la periferia y con una relación de $d/h = 0.9$.

Cálculo de P_{Rx} .

$$q = \frac{p f_y}{f_c''} = \frac{(0.026)(4200)}{136} = 0.803 \quad (2.6 \text{ NTC})$$

$$\frac{e_e}{h_x} = \frac{40}{45} = 0.88$$

De la figura 6.1.6 (Apéndice G) con un índice de refuerzo, $q = 0.803$ y una relación $e_x/h_x = 0.88$, se obtiene un valor de $K = 0.31$

$$P_{Rx} = K F_R b h f_c'$$

$$P_{Rx} = (0.31)(0.7)(45)(55)(200) = 107415 \text{ kgf}$$

$$P_{Rx} = 107.415 t$$

Cálculo de P_{Ry} .

$$q = \frac{p f_y}{f_c''} = \frac{(0.026)(4200)}{136} = 0.803 \quad (2.6 \text{ NTC})$$

$$\frac{e_e}{h_x} = \frac{14.5}{55} = 0.26$$

De la figura 6.1.6 (Apéndice G) con un índice de refuerzo, $q = 0.803$ y una relación $e_y/h_y = 0.26$, se obtiene un valor de $K = 0.77$.

$$P_{Ry} = K F_R b h f_c'$$

$$P_{Ry} = (0.77)(0.7)(45)(55)(200) = 266805 \text{ kgf}$$

$$P_{Ry} = 266.805 \text{ t}$$

Sustituyendo valores en la ecuación 2.16, tenemos;

$$P_R = \frac{1}{1/P_{Rx} + 1/P_{Ry} - 1/P_{RO}} \quad (2.16 \text{ NTC})$$

$$P_R = \frac{1}{\frac{1}{107.415} + \frac{1}{266.805} - \frac{1}{424.81}} = 93.42 \text{ t} > P_u = 88.54 \text{ t}$$

∴ se acepta la cuantía de acero, $p = 0.026$, $A_s = 64.35 \text{ cm}^2$.

La ecuación 2.16 es válida si $P_R / P_{RO} \geq 0.1$ (véase 2.3.2 NTC-2004).

$$\frac{P_R}{P_{RO}} = \frac{93.42}{424.81} = 0.22 \geq 0.10$$

∴ la ecuación 2.16 si es aplicable.

b) Dimensionamiento considerando la flexocompresión principal en la dirección “Y”

$$P_u = 83.95 + [(0.3)(2.31)] + 7.61 = 92.25 \text{ t}$$

- Momento amplificado de diseño en la dirección X :

$$M_{cx} = F_{abx} M_{2bx} + F_{asx} M_{2sx}$$

$$M_{cx} = (1.0)(1.89) + (1.42)((0.3)(23.18) + 1.63) = 14.08 \text{ t-m}, \text{ pero no menor que } P_u e_{\min}$$

$$P_u e_{x \min} = (92.25)(0.0225) = 2.08 \text{ t-m} < 14.08 \text{ t-m}$$

$$\therefore M_{cx} = 14.08 \text{ t-m}$$

- Momento amplificado de diseño en la dirección Y :

$$M_{cy} = F_{aby} M_{2by} + F_{asy} M_{2sy}$$

$$M_{cy} = (1.0)(2.31) + (1.25)((0.3)(2.55) + 19.59) = 27.75 \text{ t-m}, \text{ pero no menor que } P_u e_{\min}$$

$$P_u e_{x \min} = (92.25)(0.0275) = 2.54 \text{ t-m} < 27.75 \text{ t-m}$$

$$\therefore M_{cy} = 27.75 \text{ t-m}$$

En resumen, la columna se dimensionará por flexocompresión biaxial en la dirección X , con los datos siguientes.

$$P_u = 92.25 \text{ t}$$

$$e_x = \frac{M_{cx}}{P_u} = \frac{14.08}{92.25} = 0.152 \text{ m}$$

$$e_y = \frac{M_{cy}}{P_u} = \frac{27.75}{92.25} = 0.30 \text{ m}$$

Se procede a aplicar de nueva cuenta el dimensionamiento por tanteos, con la fórmula de Bresler.

$$P_R = \frac{1}{1/P_{Rx} + 1/P_{Ry} - 1/P_{RO}} \quad (2.16 \text{ NTC})$$

La cuantía de refuerzo longitudinal de la sección no será menor que $20/f_y$, ni mayor que 0.06 (Véase 6.2.3 NTC-2004).

$$\frac{20}{f_y} = \frac{20}{4200} = 0.00476$$

* Tanteo número 1

Suponiendo una cuantía de acero $p = 0.026$, tenemos una área de acero, A_s , igual a

$$A_s = p b h = (0.026)(45)(55) = 64.35 \text{ cm}^2$$

- Determinación de la resistencia P_R .

Cálculo de p_{RO} .

$$P_{RO} = F_R (A_c f_c'' + A_s f_y)$$

$$P_{RO} = 0.7(336.6 + (64.35)(4.2))$$

$$P_{RO} = 424.81 \text{ t}$$

Para calcular P_{Rx} y P_{Ry} , utilizamos la figura 6.1.6 (Apéndice G) de interacción para columnas de concreto reforzado, se supondrá que el refuerzo se encuentra distribuido en la periferia y con una relación de $d/h = 0.9$.

Cálculo de P_{Rx} .

$$q = \frac{p f_y}{f_c} = \frac{(0.026)(4200)}{136} = 0.803 \quad (2.6 \text{ NTC})$$

$$\frac{e_x}{h_x} = \frac{15.2}{45} = 0.34$$

De la figura 6.1.6 (Apéndice G) con un índice de refuerzo, $q = 0.803$ y una relación $e_x/h_x = 0.34$, se obtiene un valor de $K = 0.63$

$$P_{Rx} = K F_R b h f_c'$$

$$P_{Rx} = (0.63)(0.7)(45)(55)(200) = 218295 \text{ kgf}$$

$$P_{Rx} = 218.295 \text{ t}$$

Cálculo de P_{Ry} .

$$q = \frac{p f_y}{f_c} = \frac{(0.026)(4200)}{136} = 0.803 \quad (2.6 \text{ NTC})$$

$$\frac{e_y}{h_y} = \frac{30}{55} = 0.55$$

De la figura 6.1.6 (Apéndice G) con un índice de refuerzo, $q = 0.803$ y una relación $e_y/h_y = 0.55$, se obtiene un valor de $K = 0.48$

$$P_{Ry} = K F_R b h f_c'$$

$$P_{Ry} = (0.48)(0.7)(45)(55)(200) = 166320 \text{ kgf}$$

$$P_{Ry} = 166.320 \text{ t}$$

Sustituyendo valores en la ecuación 2.16, tenemos;

$$P_R = \frac{1}{1/P_{Rx} + 1/P_{Ry} - 1/P_{RO}} \quad (2.16 \text{ NTC})$$

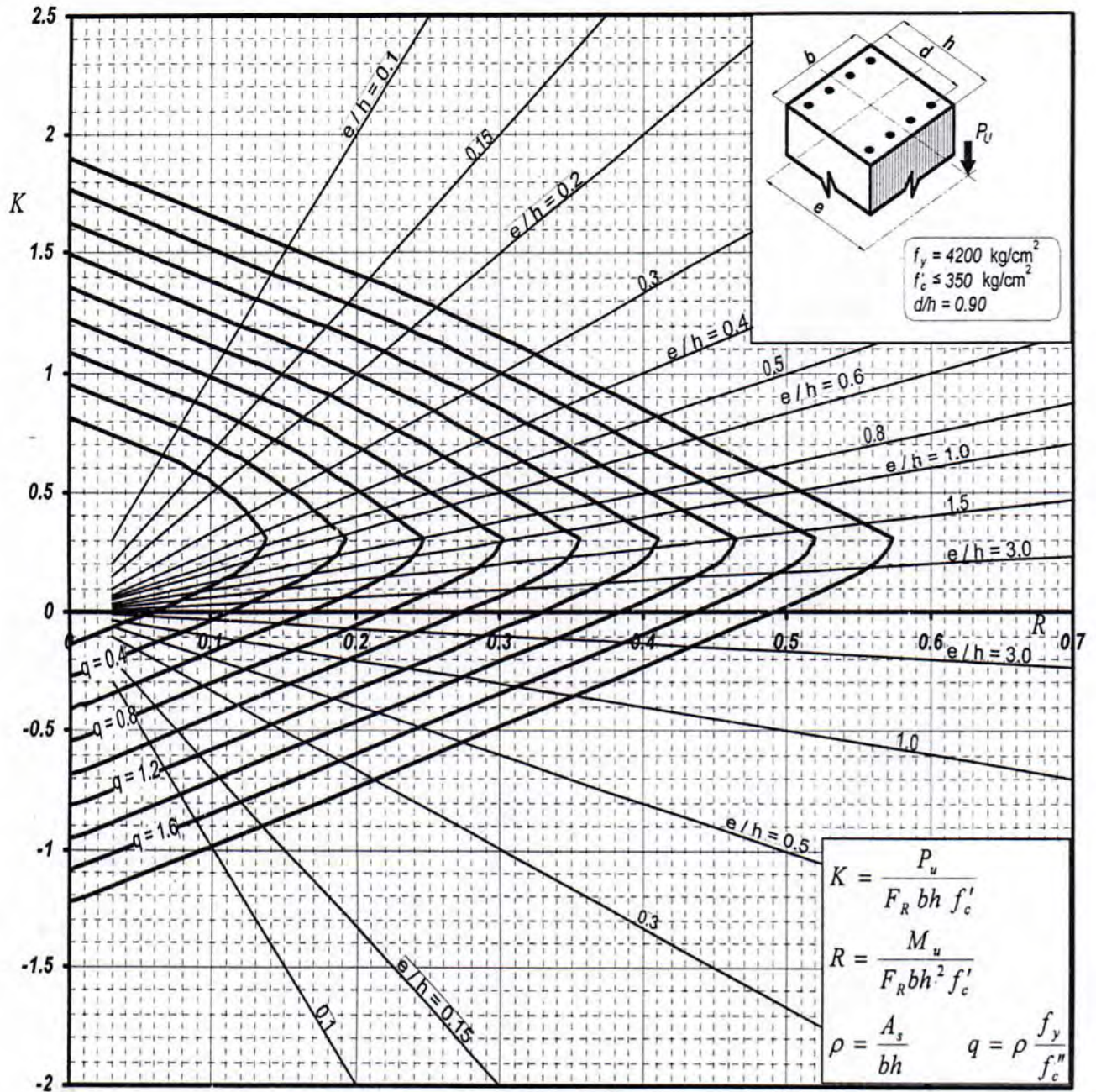
$$P_R = \frac{1}{\frac{1}{218.295} + \frac{1}{166.320} - \frac{1}{424.810}} = 121.36 t > P_u = 92.25 t$$

∴ se acepta la cuantía de acero, $p = 0.026$, $A_s = 64.35 \text{ cm}^2$.

La ecuación 2.16 es válida si $P_R / P_{RO} \geq 0.1$. (véase 2.3.2 NTC-2004)

$$\frac{P_R}{P_{RO}} = \frac{121.36}{424.81} = 0.28 \geq 0.10$$

∴ la ecuación 2.16 si es aplicable.

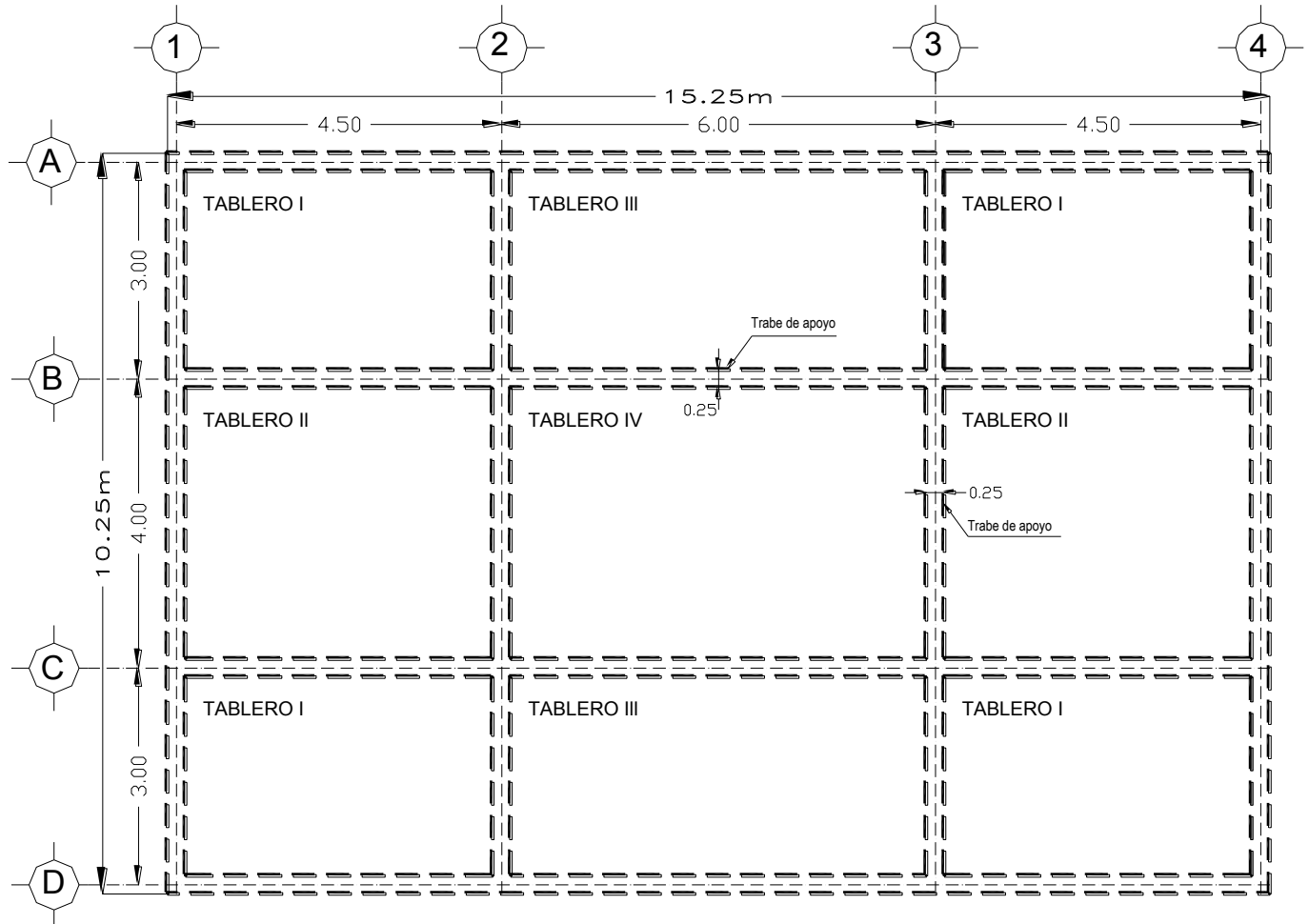


A_s = Área total de refuerzo
 $f''_c = 0.85 f'_c$
 $f^*_c = 0.80 f'_c$
 F_R = Factor de reducción de resistencia
 P_u = Carga axial última
 M_u = Momento flexionante último

Figura 6.1.6 (Apéndice G), Gráfica de interacción para columnas de concreto reforzado.

6.2 DISEÑO DE UNA LOSA PERIMETRALMENTE APOYADA, BAJO CARGA UNIFORME.

DATOS DEL PROBLEMA:



Todas las traves de apoyo son monolíticas con la losa y tienen 25 cm de ancho. La losa no está expuesta a la intemperie.

Carga viva $C.V. = 700 \text{ kgf/cm}^2$

Acabado del piso = 80 kgf/cm^2

Peso volumétrico del concreto = 2.4 t/m^3

Factor de carga: 1.4

MATERIALES

$$f_c' = 200 \text{ kgf/cm}^2 \quad (\text{Concreto clase 2})$$

$$f_y = 4200 \text{ kgf/cm}^2$$

CONSTANTES DE CÁLCULO:

$$f_c^* = 0.8 f_c' = 0.8 (200) = 160 \text{ kgf/cm}^2 \quad (1.12 \text{ NTC})$$

$$f_c'' = 0.85 f_c^* = 0.85 (160) = 136 \text{ kgf/cm}^2 \quad (2.1e \text{ NTC})$$

$$\beta_1 = 0.85 \quad (\text{Por ser } f_c^* < 280 \text{ kgf/cm}^2)$$

- Cálculo de cuantía mínima de acero, p_{\min}

$$p_{\min} = \frac{0.7 \sqrt{f_c'}}{f_y} = \frac{0.7 \sqrt{200}}{4200} = 0.00235 \quad (2.2 \text{ NTC})$$

La cuantía máxima admisible de acero, p_{\max} , será igual a la cuantía balanceada, P_b , ya que la losa no está destinada a resistir fuerza sísmica en flexión (véase 2.2.2 NTC-2004)

- Cálculo de cuantía balanceada de acero

$$p_{\max} = P_b = \frac{f_c''}{f_y} \frac{6000 \beta_1}{f_y + 6000} = \frac{136}{4200} \frac{6000(0.85)}{4200 + 6000} = 0.01619 \quad (2.3 \text{ NTC})$$

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA:

Se supondrá una losa de 11 cm de espesor.

Bajada de cargas para la obtención de la carga de servicio w .

Carga muerta:

- Losa de concreto armado (0.11 m)(2.4 t/m ²)	= 0.264 t/m ²
- Acabado de piso	= 0.080 t/m ²
- Adicional por (RCDF- 2004)	= 0.040 t/m ²
	0.384 t/m ²

Carga viva:

$$0.700 \text{ t/m}^2$$

Carga de servicio

$$w = 1.084 \text{ t/m}^2$$

a) Cálculo del peralte efectivo mínimo d_{\min} . (véase 6.3.3.5 NTC-2004)

Para el tablero I que es el más desfavorable:

$$d = \frac{\text{perímetro}}{170}$$

$$d = \frac{450 + 300 + ((1.25)(450 + 300))}{170} = 9.93 \text{ cm}$$

$$f_s = 0.6f_y = 2520 \text{ kgf/cm}^2$$

Como:

$$w = 1084 \text{ kgf/m}^2 > 380 \text{ kgf/m}^2$$

- El factor de correlación del perímetro será:

$$0.032 \sqrt[4]{f_s w} = 0.032 \sqrt[4]{(2520)(1084)} = 1.3 \quad (2.7 \text{ NTC})$$

$$d_{\min} = (1.3)(9.93) = 12.90 \text{ cm}$$

$$h = 12.90 + \text{recubrimiento (2 cm)} = 14.90 \text{ cm}$$

∴ Considérese $h = 15 \text{ cm}$.

- Nueva carga total de servicio, w_{Total}

$$w_{Total} = 0.080 + 0.040 + ((0.15)(2.4)) + 0.700 = 1.180 \text{ t/m}^2 = 1180 \text{ kgf/m}^2$$

- Carga de diseño, w_u .

$$w_u = 1.4(1180) = 1652 \text{ kgf/m}^2$$

b) Revisión por flexión y por fuerza cortante del peralte propuesto $h = 15 \text{ cm}$.

b-1) Revisión por flexión.

Se elige el tablero mas crítico por resistencia, que probablemente es el tablero IV.

Se debe de cumplir con: $p \leq p_{\max}$

Se revisará el momento negativo en el claro corto del tablero IV, con $d = 11 \text{ cm}$.

De la tabla 6.2.1 (Apéndice A) se obtiene interpolando linealmente el coeficiente de momentos, K .

Tablero	Momento	Claro	Relación de lados corto a largo, $m = a_1/a_2$													
			0		0.5		0.6		0.7		0.8		0.9		1.0	
			I ²	II ³	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
Interior Todos los bordes continuos	Neg. en bordes interiores	corto	998	1018	553	565	489	498	432	438	381	387	333	338	288	292
		largo	516	544	409	431	391	412	371	388	347	361	320	330	288	292
	Positivo	corto	630	668	312	322	268	276	228	236	192	199	158	164	126	130
		largo	175	181	139	144	134	139	130	135	128	133	127	131	126	130
De borde Un lado corto discontinuo	Neg. en bordes interiores	corto	998	1018	568	594	506	533	451	478	403	431	357	388	315	346
		largo	516	544	409	431	391	412	372	392	350	369	326	341	297	311
	Neg. en bordes dis.	largo	326	0	258	0	248	0	236	0	222	0	206	0	190	0
		corto	630	668	329	356	292	306	240	261	202	219	167	181	133	144
Positivo	largo	179	187	142	149	137	143	133	140	131	137	129	136	129	135	
	corto	1060	1143	583	624	514	548	453	481	397	420	346	364	297	311	
De borde Un lado largo discontinuo	Neg. en bordes interiores	largo	587	687	465	545	442	513	411	470	379	426	347	384	315	346
		corto	651	0	362	0	321	0	283	0	250	0	219	0	190	0
	Neg. en bordes dis.	corto	751	912	334	366	285	312	241	263	202	218	164	175	129	135
		largo	185	200	147	158	142	153	138	149	135	146	134	145	133	144
De esquina Dos lados adyacentes discontinuos	Neg. en bordes interiores	corto	1060	1143	598	653	530	582	471	520	419	464	371	412	324	364
		largo	600	713	475	564	455	541	429	506	394	457	360	410	324	364
	Neg. en borde discontinuos	corto	651	0	362	0	321	0	277	0	250	0	219	0	190	0
		largo	326	0	258	0	248	0	236	0	222	0	206	0	190	0
Positivo	corto	751	912	358	416	306	354	259	298	216	247	176	199	137	153	
	largo	191	212	152	168	146	163	142	158	140	156	138	154	137	153	
Extremo Tres bordes discontinuos un lado largo continuo	Neg. en borde cont.	corto	1060	1143	970	1070	890	1010	810	940	730	870	650	790	570	710
		largo	651	0	370	0	340	0	310	0	280	0	250	0	220	0
	Neg. en bordes disc.	corto	220	0	220	0	220	0	220	0	220	0	220	0	220	0
		largo	751	912	730	800	670	760	610	710	550	650	490	600	430	540
Positivo	corto	185	200	430	520	430	520	430	520	430	520	430	520	430	520	
	largo	570	710	570	710	570	710	570	710	570	710	570	710	570	710	
Extremo Tres bordes discontinuos un lado corto continuo	Neg. en borde cont.	largo	570	710	570	710	570	710	570	710	570	710	570	710	570	710
		corto	570	0	480	0	420	0	370	0	310	0	270	0	220	0
	Neg. en borde disc.	largo	330	0	220	0	220	0	220	0	220	0	220	0	220	0
		corto	1100	1670	960	1060	840	950	730	850	620	740	540	660	430	520
Positivo	largo	200	250	430	540	430	540	430	540	430	540	430	540	430	540	
	corto	570	0	550	0	530	0	470	0	430	0	380	0	330	0	
Aislado Cuatro lados discontinuos	Neg. en bordes discontinuos	largo	330	0	330	0	330	0	330	0	330	0	330	0	330	0
		corto	1100	1670	830	1380	800	1330	720	1190	640	1070	570	950	500	830
	Positivo	largo	200	250	500	830	500	830	500	830	500	830	500	830	500	830
		corto	1100	1670	830	1380	800	1330	720	1190	640	1070	570	950	500	830

¹ Para las franjas extremas multiplíquense los coeficientes por 0.60.
² Caso I. Losa colada monolíticamente con sus apoyos.
³ Caso II. Losa no colada monolíticamente con sus apoyos.
 Los coeficientes multiplicados por $10^{-4} w a_1^2$, dan momentos flexionantes por unidad de ancho; si w está en kN/m² (en kg/m²) y a_1 en m, el momento da en kN-m/m (en kg-m/m)
 Para el caso I, a_1 y a_2 pueden tomarse como los claros libres entre paños de vigas; para el caso II se tomarán como los claros entre ejes, pero sin exceder del claro libre más dos veces el espesor de la losa.

Tabla 6.2.1 (Apéndice A) Coeficientes de momentos flexionantes para tableros rectangulares, franjas centrales¹.

De la relación lado cortó a lado largo.

$$m = \frac{a_1}{a_2}, \text{ se tiene:}$$

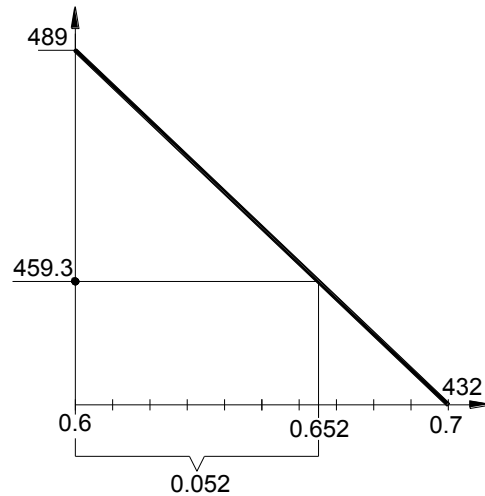
$$m = \frac{400 - 25}{600 - 25} = 0.6522 \text{ (Caso 1 de la tabla 6.2.1 (Apéndice A))}$$

- Cálculo del coeficiente de momentos K , en la tabla 6.2.1, se tiene.

Tablero	Momento	Claro	Relación de lados corto a largo $m = a_1 / a_2$	
			0.6	0.7
			I	I
Interior	Negativo	Corto	489	432

Tabla 6.2.1 (Apéndice A)

Interpolando linealmente:



$$\frac{489 - 432}{0.1} = 570$$

$$(570)(0.052) = 29.64$$

$$489 - 29.64 = 459.3$$

$$\therefore K = \frac{495}{10000} = 0.0459$$

Momento último de diseño, M_u

$$M_u = K w_u a_1^2$$

$$M_u = (0.0459)(1652)(3.75)^2$$

$$M_u = 1066 \text{ kgf} - m$$

- Cálculo de la cuantía de acero, P ,

$$M_u = M_R = F_R b d^2 f_c'' q (1 - 0.5q) \quad (2.4 \text{ NTC})$$

Igualando a cero la ecuación 2.4 tenemos

$$q^2 - 2q + \frac{M_u}{F_R b d^2 f_c'' (0.5)} = 0$$

$$q^2 - 2q + \frac{106.6 \times 10^3}{(0.9)(100)((11)^2 (136)(0.5)} = 0$$

$$q^2 - 2q + 0.1439 = 0$$

Resolviendo la ecuación cuadrática,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$q = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(0.14339)}}{2(1)}$$

$$q = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 0.5756}}{2} = \frac{2 \pm 1.8505}{2}$$

Entonces

$$q_1 = 1.9252$$

$$q_2 = 0.0747$$

Donde rige el valor más pequeño.

$$\text{de } q = \frac{p f_y}{f_c''} \quad (2.6 \text{ NTC})$$

Despejando la relación o porcentaje de refuerzo:

$$p = \frac{q f_c''}{f_y}$$

$$p = \frac{(0.0747)(136)}{4200} = 0.00242$$

$$p = 0.00242 < p_{m\acute{a}x} = 0.01619$$

∴ el peralte supuesto de 15 cm se acepta por flexión

b-2) Revisión por cortante (En este caso ocurre en el claro corto del tablero IV)

- La fuerza cortante, V que actúa en un ancho unitario de la losa, se incrementará un 15% por tener bordes continuos y discontinuos (véase 6.3.3.6 NTC-2004).

$$V = \left[\left(\frac{a_1}{2} - d \right) \left(0.95 - 0.5 \frac{a_1}{a_2} \right) w \right] (1.15) \quad (6.8 \text{ NTC})$$

$$V = \left[\left(\frac{3.75}{2} - 0.11 \right) \left(0.95 - 0.5 \frac{3.75}{5.75} \right) (1652) \right] (1.15)$$

$$V = 2092 \text{ kgf}$$

- Fuerza cortante de diseño que toma el concreto, V_{cR} .

$$V_{cR} = 0.5 F_R b d \sqrt{f_c^*} \quad (2.20 \text{ NTC})$$

Las NTC-2004 indican reducir el peralte efectivo en 2 cm para calcular el acero del lecho superior en losas de espesor menor o igual a 20 cm cuando no se tienen precauciones especiales en la construcción para evitar la variación de dicho peralte (véase 1.6d NTC-2004).

$$d = h - \text{recubrimiento} - 2 \text{ cm}$$

$$d = 15 \text{ cm} - 2 \text{ cm} - 2 \text{ cm}$$

$$d = 11 \text{ cm}$$

$$V_{cR} = (0.5)(0.8)(100)(11)\sqrt{160} \quad (2.20 \text{ NTC})$$

$$V_{cR} = 5565.0 \text{ kgf} > V = 2092.0 \text{ kgf}$$

∴ pasa por fuerza cortante el peralte propuesto de 15 cm .

c) Análisis y dimensionamiento por flexión.

- Peraltes efectivos:

Refuerzo positivo: $d = h - \text{recubrimiento} = 15 - 2 = 13 \text{ cm}$

Refuerzo negativo: $d = h - \text{recubrimiento} - 2 = 11 \text{ cm}$

- Cálculo de refuerzo mínimo, por tratarse de una losa perimetralmente apoyada se calcula por cambios volumétricos (véase 5.7 NTC-2004).

$$a_{s1} = \frac{660 x_1}{f_y (x_1 + 100)} \quad (5.3 \text{ NTC})$$

Donde:

a_{s1} es el área transversal del refuerzo colocado en la dirección que se considera, por unidad de ancho de la pieza, cm^2 / m .

x_1 es la dimensión mínima del miembro medida perpendicularmente al refuerzo.

$$a_{s1} = \frac{(660)(15)}{(4200)(15 + 100)} = 0.02049 \text{ cm}^2 / \text{cm} \quad (5.3 \text{ NTC})$$

El refuerzo se colocará en una sola capa ya que, x_1 , no excede de 15 cm (véase 5.7 NTC-2004).

El área de acero de refuerzo mínima para un ancho de 100 cm será:

$$A_{s \text{ min.}} = (100)(0.02049) = 2.049 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

La separación, s , para esta área de acero será igual a:

$$s = \frac{100 d_b}{A_{s \text{ min.}}}$$

$$s = \frac{(100)(0.71)}{2.049} = 34.65 \text{ cm}$$

La separación máxima, $s_{\text{máx.}}$, será

$$s_{\text{máx.}} = 50 \text{ cm} \text{ ó } 3.5 h = (3.5)(15) = 52.5 \text{ cm}$$

De lo anterior rige la de 34.65 cm ∴ se usará una separación máxima de 30 cm .

Por sencillez, en vez de emplear la fórmula anterior puede suministrarse un refuerzo mínimo con cuantía de acero igual a $P_{\min} = 0.002$. (véase 5.7 NTC-2004)

El área de acero de refuerzo mínima para un ancho de 100 cm será:

$$A_{s \min.} = P b d = (0.002) (100) (11) = 2.2 \text{ cm}^2 / m$$

La separación, S , para esta área de acero será igual a:

$$S = \frac{100 d_b}{A_{s \min.}}$$

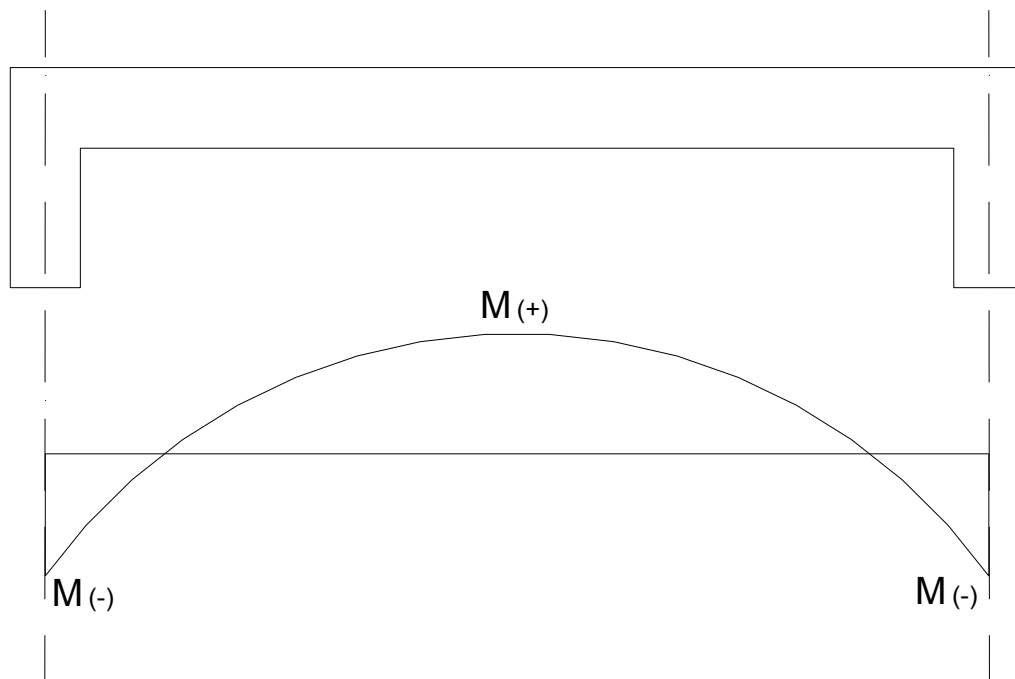
$$S = \frac{(100) (0.71)}{2.2} = 32.27 \text{ cm}$$

∴ se usará una separación máxima de 30 cm

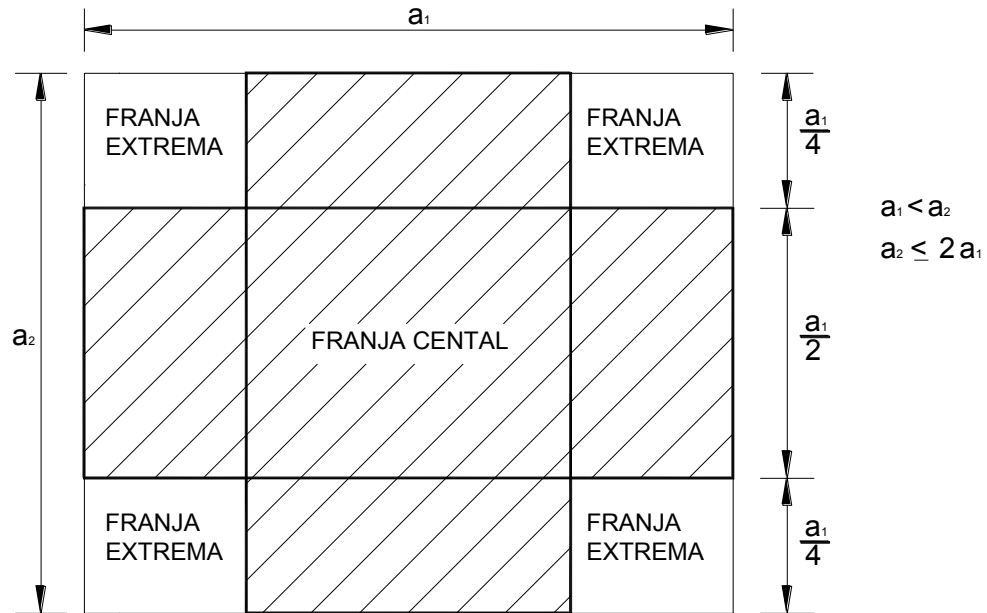
d) Cálculo de momentos últimos por unidad de ancho en las franjas centrales de cada tablero.

- Secciones críticas y franjas centrales de refuerzo.

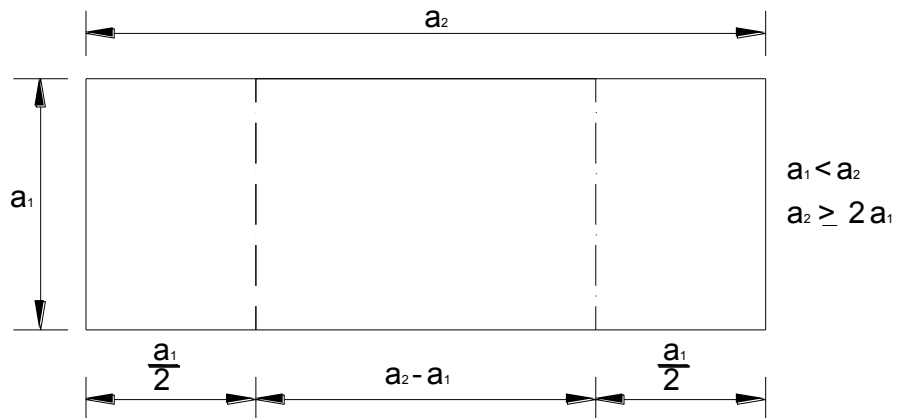
Para momento negativo las secciones críticas se tomarán en los bordes del tablero y para el positivo, en las líneas medias (Figura 6.2.2).



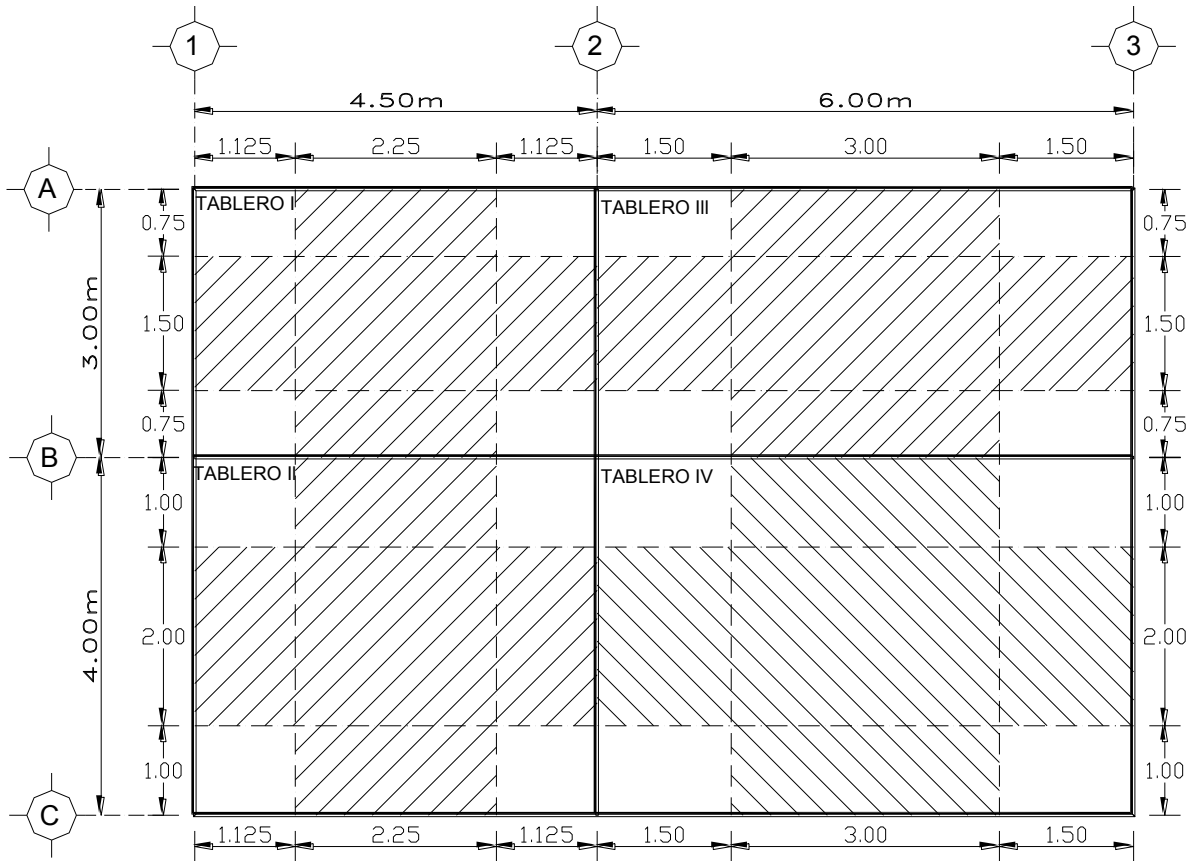
Para la colocación del refuerzo la losa se considerará dividida en cada dirección. En dos franjas extremas y en una central. Para relaciones de claro corto a largo, a_1 / a_2 , mayores que 0.5, las franjas centrales tendrán un ancho igual a la mitad del claro perpendicular a ellas, y cada franja extrema tiene un ancho igual a la cuarta parte del mismo (Figura 6.2.3).



Para la relación a_1 / a_2 menores de 0.5 la franja central perpendicular al lado largo tendrá un ancho igual de $a_2 - a_1$ y cada franja extrema igual, $\frac{a_1}{2}$ (Figura 6.2.4)



En la figura 6.2.5 se observa la distribución de las franjas centrales para los tableros I, II, III y IV, con la relación a_1 / a_2 .



Valores de a_1 / a_2 y $w_u a_1^2$ para los tableros I, II, III y IV, (Tabla 6.2.2), todos los tableros se encuentran dentro del caso I de la tabla 6.2.1. (Apéndice A).

Tablero	Tipo	a_1 (m)	a_2 (m)	a_1 / a_2	$w_u a_1^2$ (kgf)
I	De esquina	2.75	4.25	0.647	12493
II	De borde, un lado corto discontinuo	3.75	4.25	0.882	23231
III	De borde, un lado largo discontinuo	2.75	5.75	0.478	12493
IV	Interior	3.75	5.75	0.652	23231

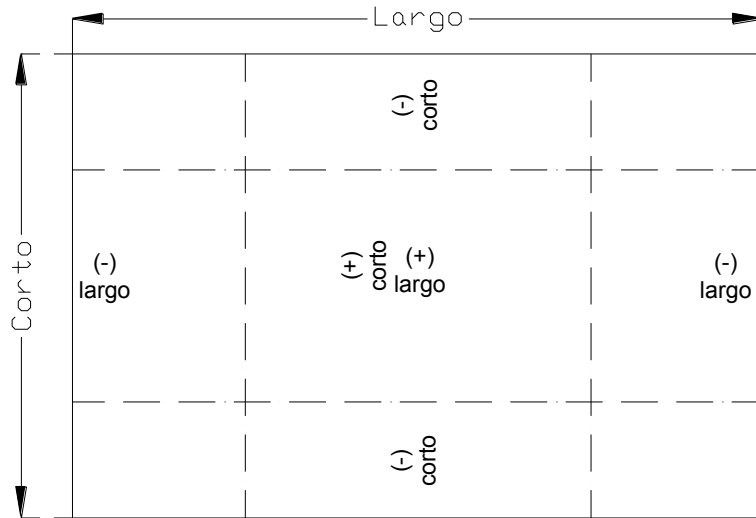
Tabla 6.2.2 Valores de a_1 / a_2 y $w_u a_1^2$ para los tableros I, II, III y IV,

- Obtención de los momentos teóricos flexionantes de diseño, M_u (Tabla 6.2.3).

Los coeficientes de momentos flexionantes, K , se obtienen interpolando como se hizo anteriormente en el inciso, (b) y con los datos de la tabla 6.2.2.

Tabla 6.2.3 Momentos teóricos de diseño, M_u .				
Tablero	Momento	Claro	Coeficiente K	$M_u = K w_u a_1^2$ (kgf-m/m)
De esquina (Tablero I)	Neg. En bordes interiores	corto	0.0502	627.1
		largo	0.0443	553.4
	Neg. En bordes discontinuos	corto	0.0300	374.8
		largo	0.0242	302.3
	Positivo	corto	0.0284	354.8
		largo	0.0144	179.9
De borde, un lado corto discontinuo (Tablero II)	Neg. En bordes interiores	corto	0.0365	847.9
		largo	0.0330	766.6
	Neg. En bordes discontinuos	largo	0.0209	485.5
		Positivo	corto	0.0173
		largo	0.0129	299.7
	De borde, un lado largo discontinuo (Tablero III)	Neg. En bordes interiores	corto	0.0604
largo			0.0470	587.2
Neg. En bordes discontinuos		corto	0.0375	468.5
		Positivo	Corto	0.0352
			largo	0.0149
Interior (Tablero VI)		Neg. En bordes interiores	corto	0.0459
	largo		0.0381	885.1
	Positivo	corto	0.0247	573.8
		largo	0.0132	306.6

En la figura 6.2.6 se observa la distribución de los momentos M_u , en un tablero.



En la figura 6.2.7 se observan los momentos teóricos de diseño, M_u , en cada tablero.

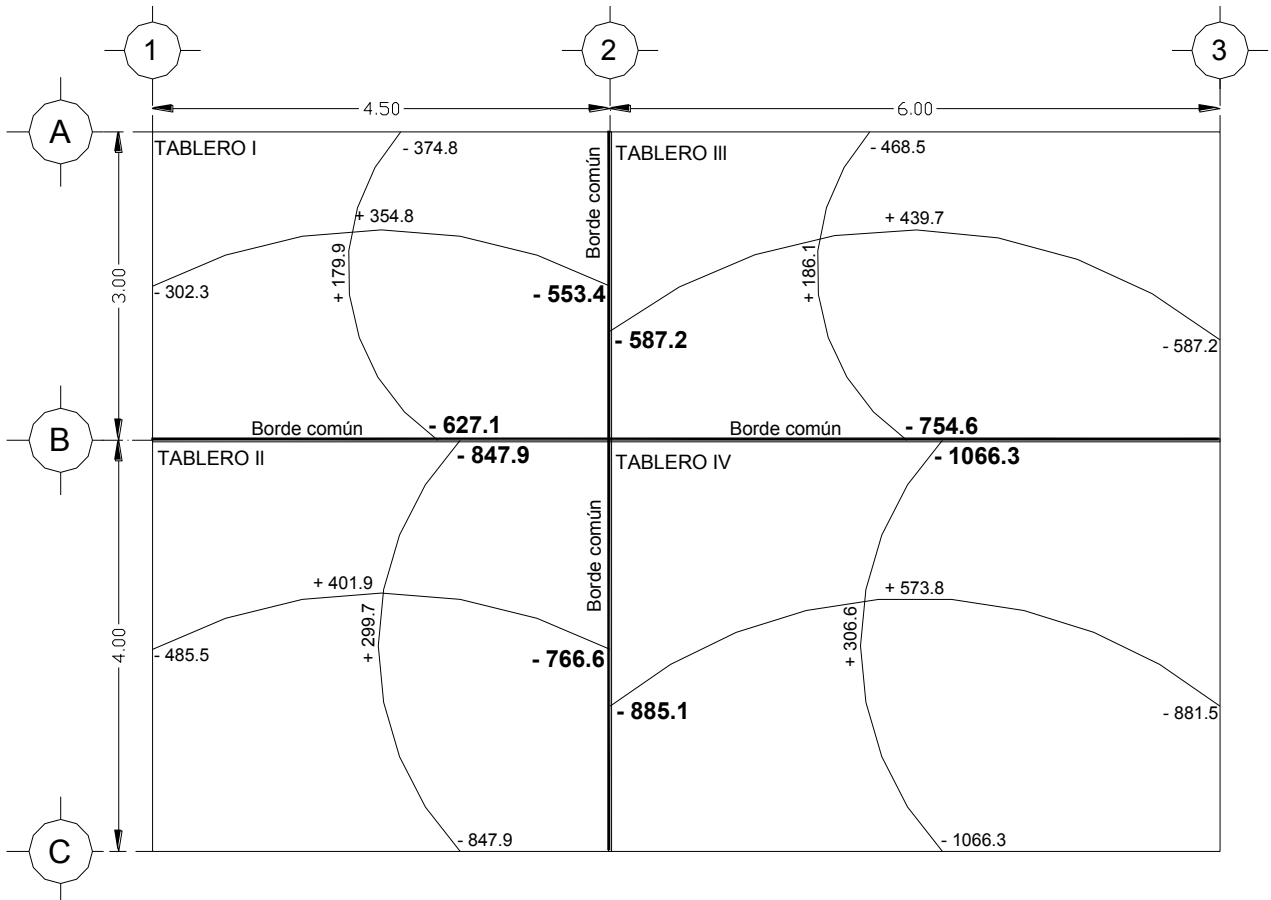


Figura 6.2.7. Distribución de momentos teóricos de diseño M_u .

En la figura 6.2.7 se observa que los momentos obtenidos en el borde común son distintos, por lo cual se hará una distribución de momentos flexionantes.

e) Distribución de momentos flexionantes entre tableros adyacentes (Véase 6.3.3.3 NTC-2004).

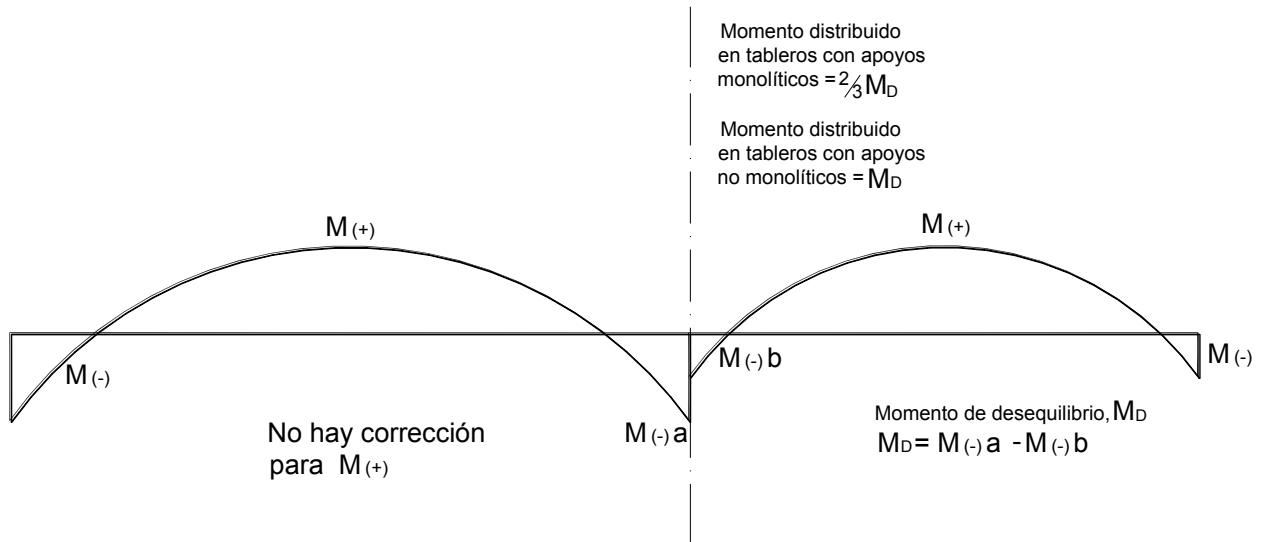


Figura 6.2.8 Distribución de momentos entre tableros adyacentes.

Obtención de los momentos ajustados de diseño, M_{AD} , en el borde común:

- Distribución de momento entre el tablero I y II.

Momento de desequilibrio, $M_D = M(-)a - M(-)b$

$$M_D = 847.9 - 627.1 = 220.8 \text{ kgf} - m/m$$

El momento por distribuir será igual a, $\frac{2}{3}M_D$

$$\frac{2}{3}M_D = \frac{2}{3}(220.8) = 147.2 \text{ kgf} - m/m$$

Los momentos ajustados de diseño, M_{AD} , en el tablero I y II serán igual a;

$$M_{AD} = 847.9 - \frac{147.2}{2} = 774.3 \text{ kgf} - m/m$$

$$M_{AD} = 627.1 + \frac{147.2}{2} = 700.7 \text{ kgf} - m/m$$

- Distribución de momento entre el tablero II y VI.

Momento de desequilibrio, $M_D = M(-)a - M(-)b$

$$M_D = 885.1 - 766.6 = 118.5 \text{ kgf} - m/m$$

El momento por distribuir será igual a, $2/3 M_D$

$$\frac{2}{3} M_D = \frac{2}{3} (118.5) = 79 \text{ kgf} - m/m$$

Los momentos ajustados de diseño, M_{AD} , en el tablero I y II serán igual a;

$$M_{AD} = 885.1 - \frac{79}{2} = 845.6 \text{ kgf} - m/m$$

$$M_{AD} = 766.6 + \frac{79}{2} = 806.1 \text{ kgf} - m/m$$

- Distribución de momento entre el tablero III y VI.

Momento de desequilibrio, $M_D = M(-)a - M(-)b$

$$M_D = 1066.3 - 754.6 = 311.7 \text{ kgf} - m/m$$

El momento por distribuir será igual a, $2/3 M_D$

$$\frac{2}{3} M_D = \frac{2}{3} (311.7) = 207.8 \text{ kgf} - m/m$$

Los momentos ajustados de diseño, M_{AD} , en el tablero I y II serán igual a;

$$M_{AD} = 1066.3 - \frac{207.8}{2} = 962.4 \text{ kgf} - m/m$$

$$M_{AD} = 754.6 + \frac{207.8}{2} = 858.5 \text{ kgf} - m/m$$

- Distribución de momento entre el tablero I y III.

Momento de desequilibrio, $M_D = M(-)a - M(-)b$

$$M_D = 587.2 - 553.4 = 33.8 \text{ kgf} - m/m$$

El momento por distribuir será igual a, $\frac{2}{3} M_D$

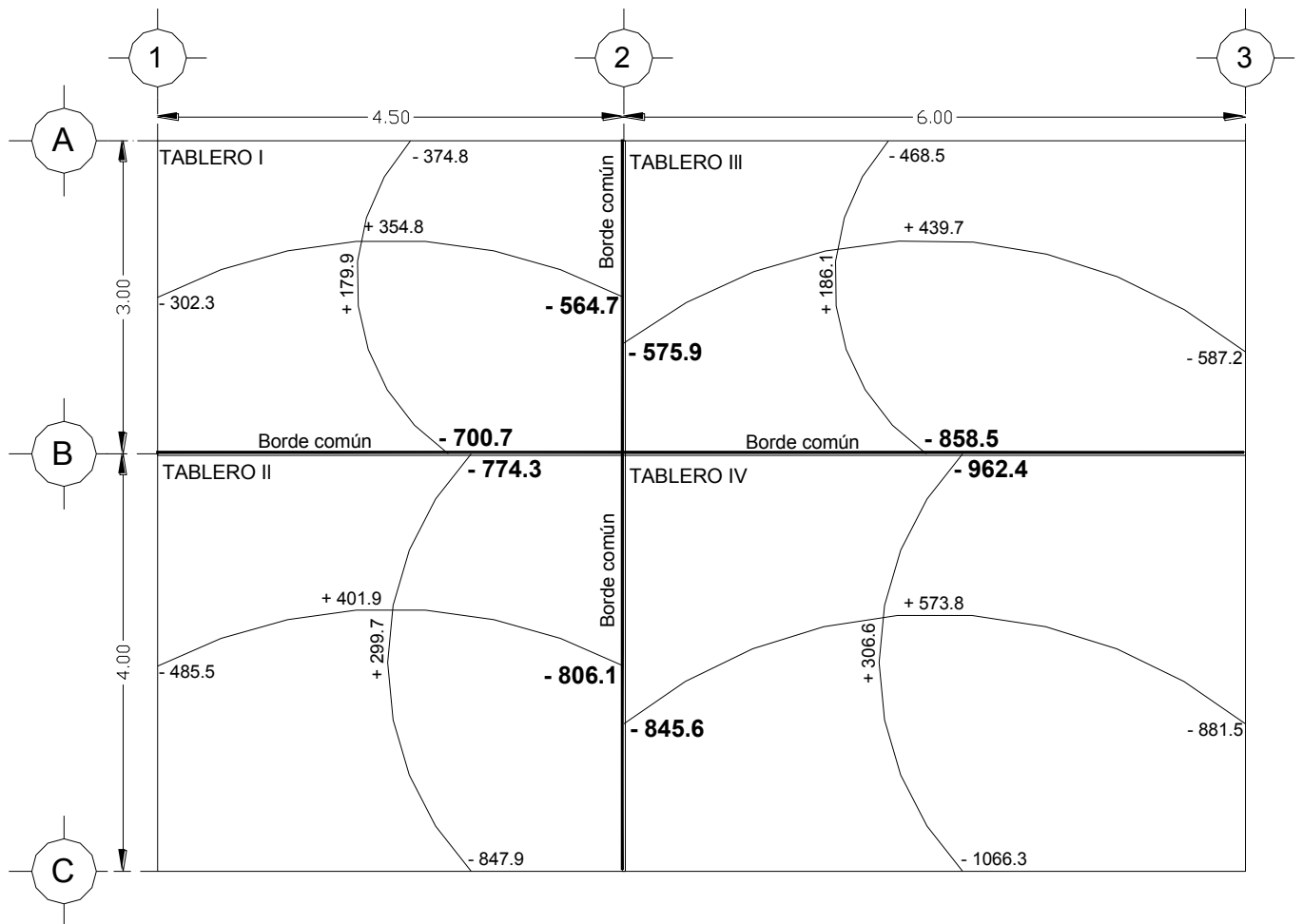
$$\frac{2}{3} M_D = \frac{2}{3} (33.8) = 22.5 \text{ kgf} - m/m$$

Los momentos ajustados de diseño, M_{AD} , en el tablero I y II serán igual a;

$$M_{AD} = 587.2 - \frac{22.5}{2} = 575.9 \text{ kgf} - m/m$$

$$M_{AD} = 553.4 + \frac{22.5}{2} = 564.7 \text{ kgf} - m/m$$

En la figura 2.2.9 se observan los momentos ajustados de diseño, M_{AD} , en el borde común de los tableros I, II, III y IV.



Una vez obtenidos los Momentos ajustados de diseño, M_{AD} , se calcularán las áreas de acero mínimas, $A_{s\min}$, y la separación de barras de acero longitudinal, S .

Los Peraltes efectivos serán:

Refuerzo positivo: $d = h - \text{recubrimiento} = 15 - 2 = 13 \text{ cm}$

Refuerzo negativo: $d = h - \text{recubrimiento} - 2 = 11 \text{ cm}$

- Cálculo del área de acero, $A_{s\min}$ y la separación de acero longitudinal, s , Para el tablero I, con el momento Negativo, en bordes interiores en el claro corto.

$$M_{AD} = M_u = 700.7 \text{ kgf} - m/m$$

- Cálculo de la cuantía de acero, P ,

$$M_u = M_R = F_R b d^2 f_c'' q (1 - 0.5q) \quad (2.4 \text{ NTC})$$

Igualando a cero la ecuación 2.4 tenemos

$$q^2 - 2q + \frac{M_u}{F_R b d^2 f_c'' (0.5)} = 0$$

$$q^2 - 2q + \frac{70.07 \times 10^3}{(0.9)(100)((11)^2 (136)(0.5)} = 0$$

$$q^2 - 2q + 0.09462 = 0$$

Resolviendo la ecuación cuadrática,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$q = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(0.09462)}}{2(1)}$$

$$q = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 0.09462}}{2} = \frac{2 \pm 1.9030}{2}$$

Entonces

$$q_1 = 1.95151$$

$$q_2 = 0.04848 \therefore \text{rige el valor más pequeño.}$$

de $q = \frac{p f_y}{f_c}$ (2.6 NTC)

Despejando la relación o porcentaje de refuerzo:

$$p = \frac{q f_c}{f_y}$$

$$p = \frac{(0.04848)(136)}{4200} = 0.00157$$

$$p = 0.00157 < p_{\min} = 0.002$$

∴ Por lo tanto se suministrará el refuerzo mínimo con una cuantía de acero igual a $p_{\min} = 0.002$

El área de acero de refuerzo mínima para un ancho de 100 cm. será:

$$A_{s \min.} = P b d = (0.002) (100) (11) = 2.2 \text{ cm}^2 / m$$

La separación, s , para esta área de acero será igual a:

$$s = \frac{100 d_b}{A_{s \min.}}$$

$$s = \frac{(100) (0.71)}{2.2} = 32.27 \text{ cm}$$

La separación máxima, $s_{\max.}$, será

$$s_{\max.} = 50 \text{ cm } \acute{o} \ 3.5 h = (3.5)(15) = 52.5 \text{ cm}$$

De lo anterior rige la de 32.27 cm, ∴ se usará una separación máxima de 30 cm

La obtención de las separaciones de barras de acero, s , para cada tablero se obtendrá de igual manera y se tendrá la (tabla 6.2.4).

Tabla 6.2.4 Momentos ajustados de diseño, M_{AD} y separación de barras, s .

Tablero	Momento	Claro	Coef. K	M_u ($kgf-m/m$)	M_{AD} ($kgf-m/m$)	% Acero (p)	Sep. Var. # 3 (s) (cm.)
De esquina (Tablero I)	Neg. En bordes interiores	corto	0.0502	627.1	700.7	0.00157	@ 30
		largo	0.0443	553.4	564.7	0.00126	@ 30
	Neg. En bordes discontinuos	corto	0.0300	374.8		0.00830	@ 30
		largo	0.0242	302.3		0.00066	@ 30
	Positivo	corto	0.0284	354.8		0.00056	@ 30
		largo	0.0144	179.9		0.00028	@ 30
De borde, un lado corto discontinuo (Tablero II)	Neg. En bordes interiores	corto	0.0365	847.9	774.3	0.00174	@ 30
		largo	0.0330	766.6	806.1	0.00183	@ 30
	Neg. En bordes discontinuos	largo	0.0209	485.5		0.00107	@ 30
	Positivo	corto	0.0173	401.9		0.00063	@ 30
		largo	0.0129	299.7		0.00047	@ 30
De borde, un lado largo discontinuo (Tablero III)	Neg. En bordes interiores	corto	0.0604	754.6	858.5	0.00193	@ 30
		largo	0.0470	587.2	575.9	0.00128	@ 30
	Neg. En bordes discontinuos	corto	0.0375	468.5		0.00104	@ 30
	Positivo	Cort o largo	0.0352 0.0149	439.7 186.1		0.00099 0.00029	@ 30 @ 30
Interior (Tablero VI)	Neg. En bordes interiores	corto	0.0459	1066.3	962.4	0.00217	@ 29.7
		largo	0.0381	885.1	845.6	0.00190	@ 30
	Positivo	corto	0.0247	573.8		0.00091	@ 30
		largo	0.0132	306.6		0.00048	@ 30

Para el tablero VI, en el momento Negativo, del borde interior del claro corto, que dio una separación de 29.7 cm, se colocará una separación igual a 30 cm.

Para el refuerzo en las franjas extremas se usará el 60% del acero requerido en las franjas centrales respetando las especificaciones de acero mínimo y separaciones máximas.

Con la tabla anterior, donde se analizó el tablero mas crítico, se concluye que en todos los tableros la separación máxima del refuerzo será igual a $s = 30 \text{ cm}$. (Véase figura 6.2.10)

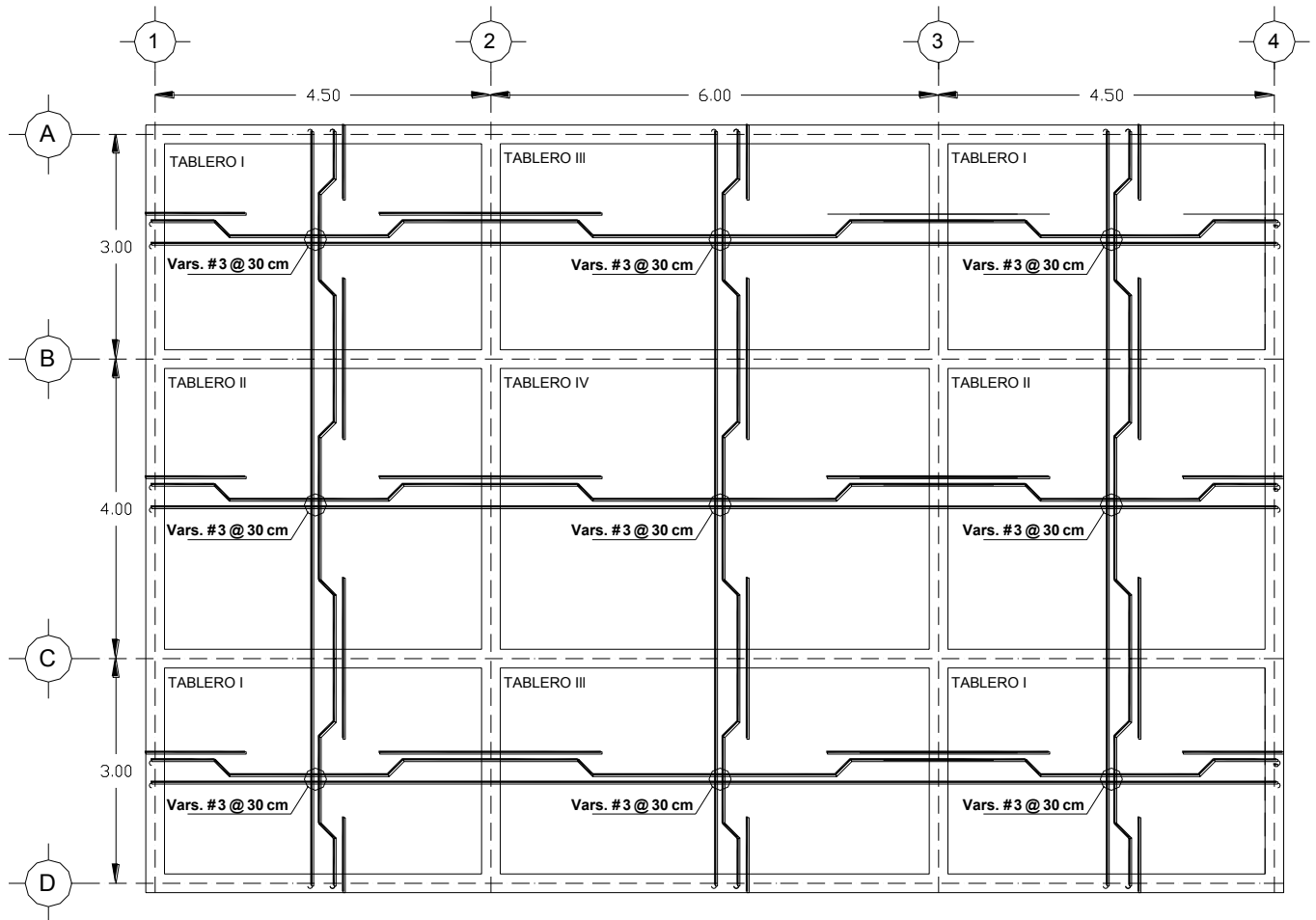
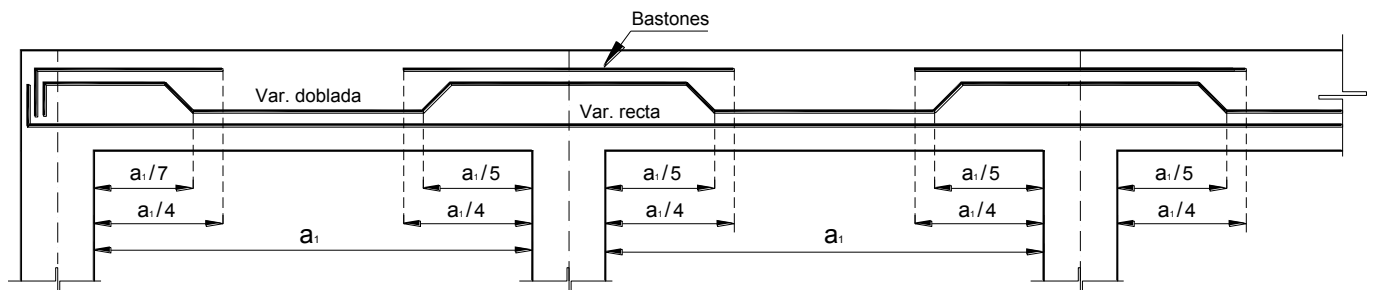
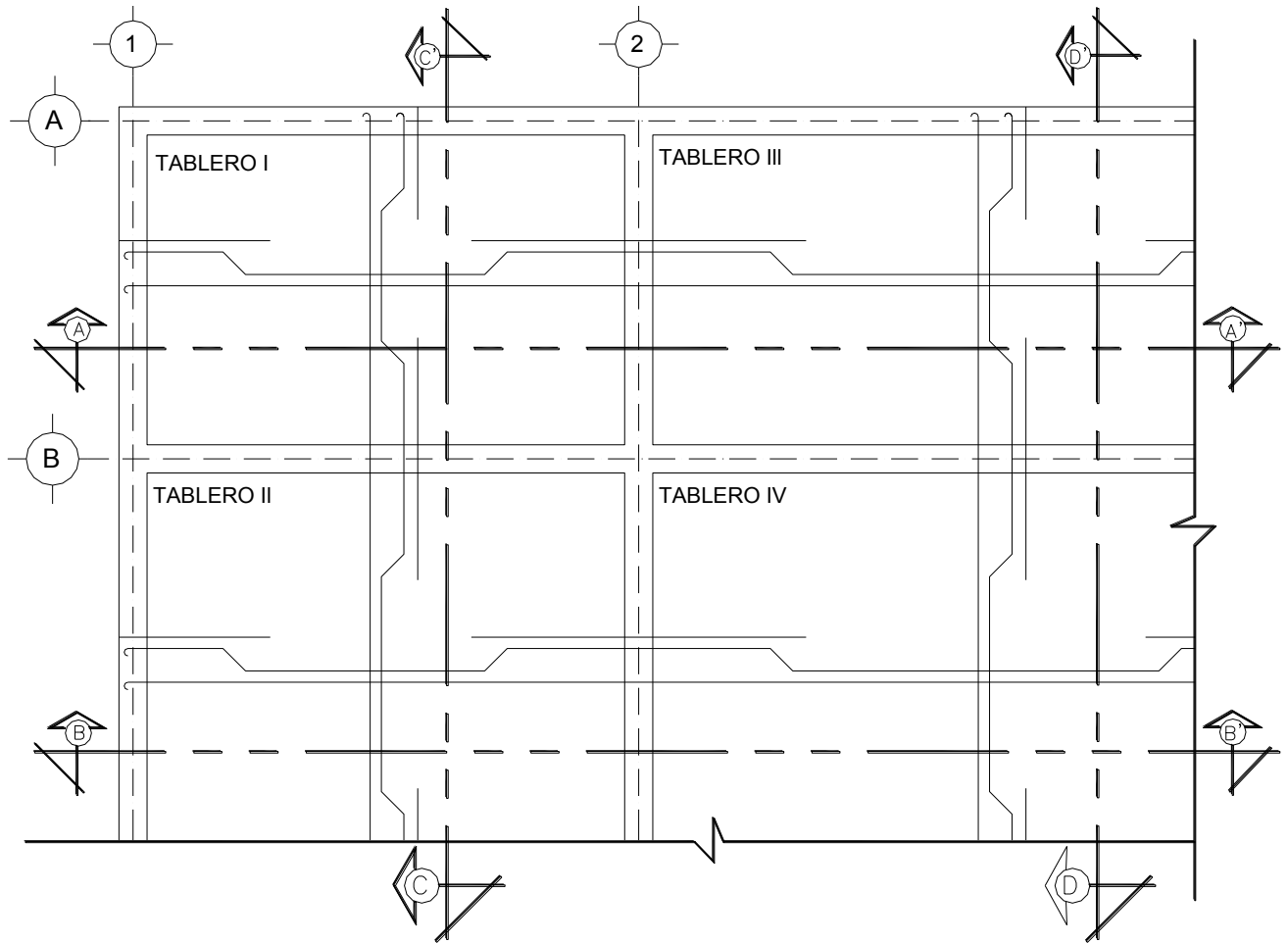


Figura 6.2.10 Separación de acero en todos los tableros.

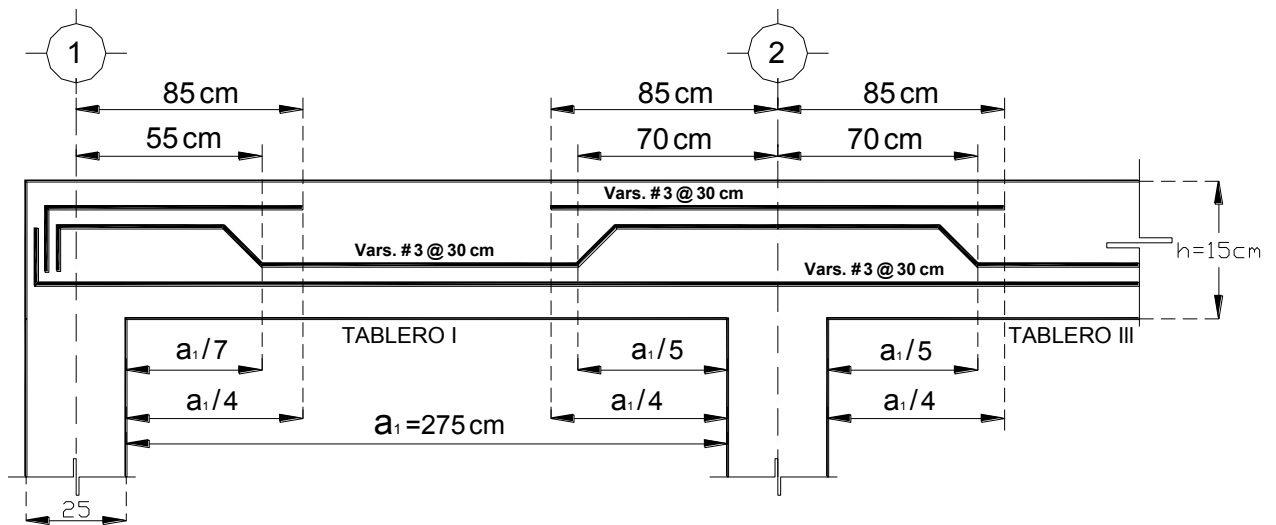
- Colocación del refuerzo por flexión en la losa.

En la figura 6.2.11 se muestran los detalles de dobleces de la varilla. Obsérvese que se disponen bastones por la parte superior para compensar la pérdida de acero negativo en los bordes de cada tablero.





- Croquis de armado de la sección A - A'



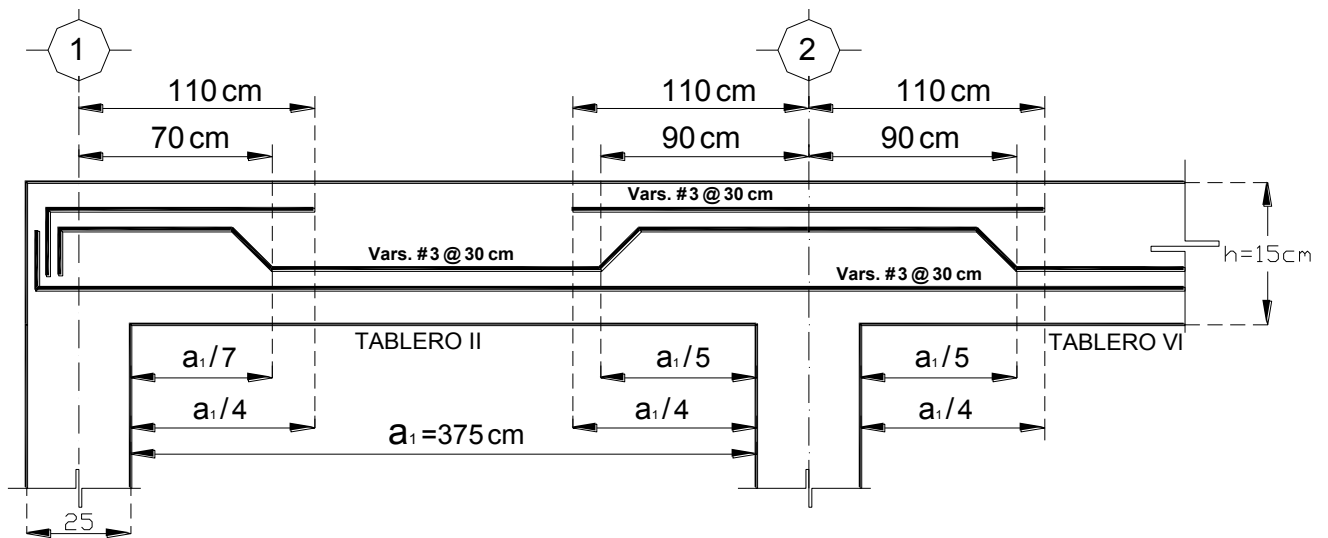
Corte de barras para el tablero I.

$$\frac{a_1}{7} + \frac{25}{2} = \frac{275}{7} + \frac{25}{2} = 51.78 \text{ cm} \quad \therefore \text{se colocarán } 55 \text{ cm}.$$

$$\frac{a_1}{4} + \frac{25}{2} = \frac{275}{4} + \frac{25}{2} = 81.25 \text{ cm} \quad \therefore \text{se colocarán } 85 \text{ cm}.$$

$$\frac{a_1}{5} + \frac{25}{2} = \frac{275}{5} + \frac{25}{2} = 67.5 \text{ cm} \quad \therefore \text{se colocarán } 70 \text{ cm}.$$

Croquis de armado de la sección B - B'

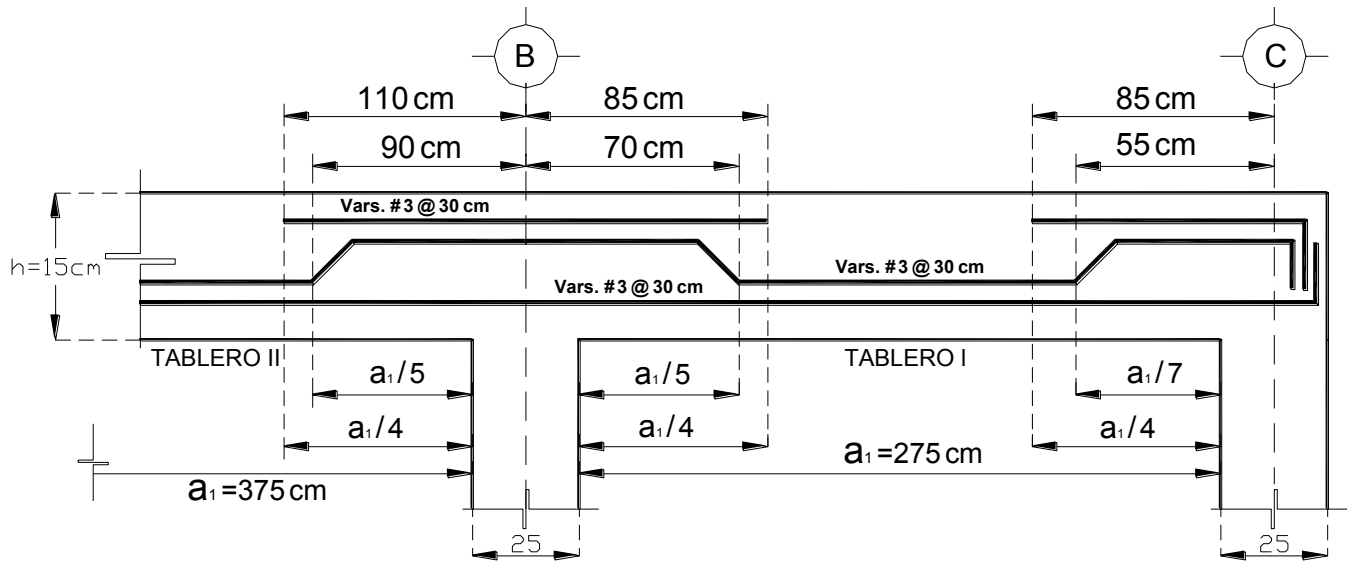


$$\frac{a_1}{7} + \frac{25}{2} = \frac{375}{7} + \frac{25}{2} = 66.1 \text{ cm} \quad \therefore \text{se colocarán } 70 \text{ cm}.$$

$$\frac{a_1}{4} + \frac{25}{2} = \frac{375}{4} + \frac{25}{2} = 106.3 \text{ cm} \quad \therefore \text{se colocarán } 110 \text{ cm}.$$

$$\frac{a_1}{5} + \frac{25}{2} = \frac{375}{5} + \frac{25}{2} = 87.5 \text{ cm} \quad \therefore \text{se colocarán } 90 \text{ cm}.$$

Croquis de armado de la sección C – C ´



- Corte de barras para el tablero I.

$$\frac{a_1}{7} + \frac{25}{2} = \frac{275}{7} + \frac{25}{2} = 51.78 \text{ cm} \quad \therefore \text{se colocarán } 55 \text{ cm}.$$

$$\frac{a_1}{4} + \frac{25}{2} = \frac{275}{4} + \frac{25}{2} = 81.25 \text{ cm} \quad \therefore \text{se colocarán } 85 \text{ cm}.$$

$$\frac{a_1}{5} + \frac{25}{2} = \frac{275}{5} + \frac{25}{2} = 67.5 \text{ cm} \quad \therefore \text{se colocarán } 70 \text{ cm}.$$

Corte de barras para el tablero II.

$$\frac{a_1}{4} + \frac{25}{2} = \frac{375}{4} + \frac{25}{2} = 106.3 \text{ cm} \quad \therefore \text{se colocarán } 110 \text{ cm}$$

$$\frac{a_1}{5} + \frac{25}{2} = \frac{375}{5} + \frac{25}{2} = 87.5 \text{ cm} \quad \therefore \text{se colocarán } 90 \text{ cm}.$$

Croquis de armado de la sección D – D ´

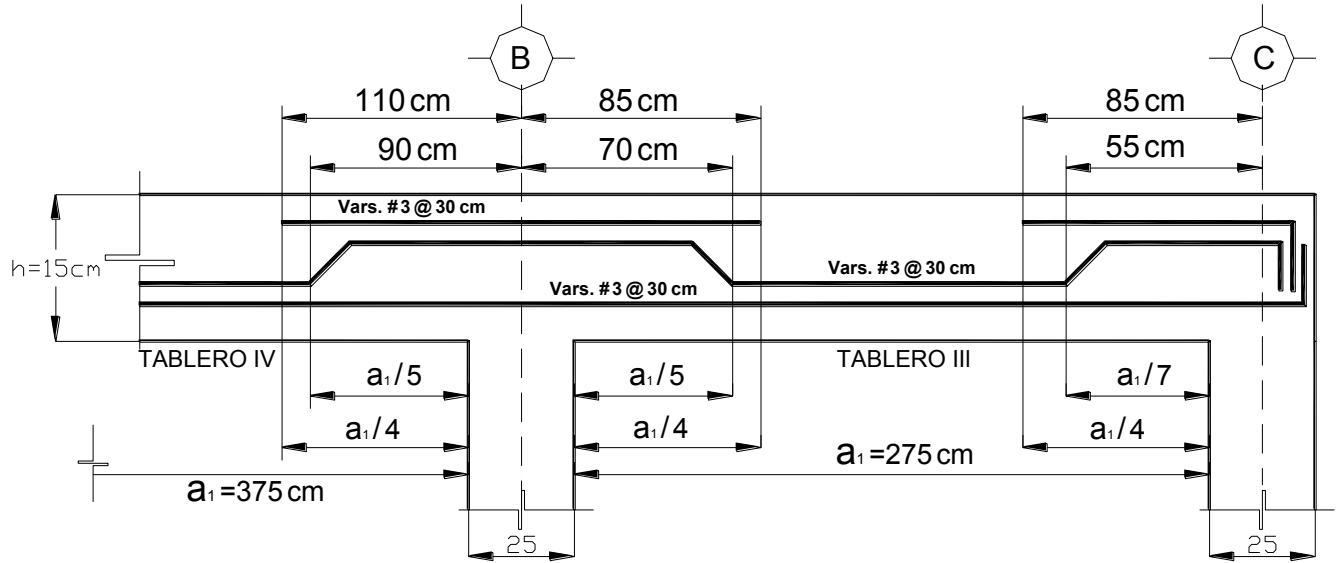


Figura 6.2.16 Armado en el corte D - D ´

- Corte de barras para el tablero III.

$$\frac{a_1}{7} + \frac{25}{2} = \frac{275}{7} + \frac{25}{2} = 51.78 \text{ cm} \quad \therefore \text{se colocarán } 55 \text{ cm}.$$

$$\frac{a_1}{4} + \frac{25}{2} = \frac{275}{4} + \frac{25}{2} = 81.25 \text{ cm} \quad \therefore \text{se colocarán } 85 \text{ cm}.$$

$$\frac{a_1}{5} + \frac{25}{2} = \frac{275}{5} + \frac{25}{2} = 67.5 \text{ cm} \quad \therefore \text{se colocarán } 70 \text{ cm}.$$

Corte de barras para el tablero IV.

$$\frac{a_1}{4} + \frac{25}{2} = \frac{375}{4} + \frac{25}{2} = 106.3 \text{ cm} \quad \therefore \text{se colocarán } 110 \text{ cm}$$

$$\frac{a_1}{5} + \frac{25}{2} = \frac{375}{5} + \frac{25}{2} = 87.5 \text{ cm} \quad \therefore \text{se colocarán } 90 \text{ cm}.$$

6.3 DISEÑO DE UNA LOSA PLANA ALIGERADA

DATOS DEL PROBLEMA:

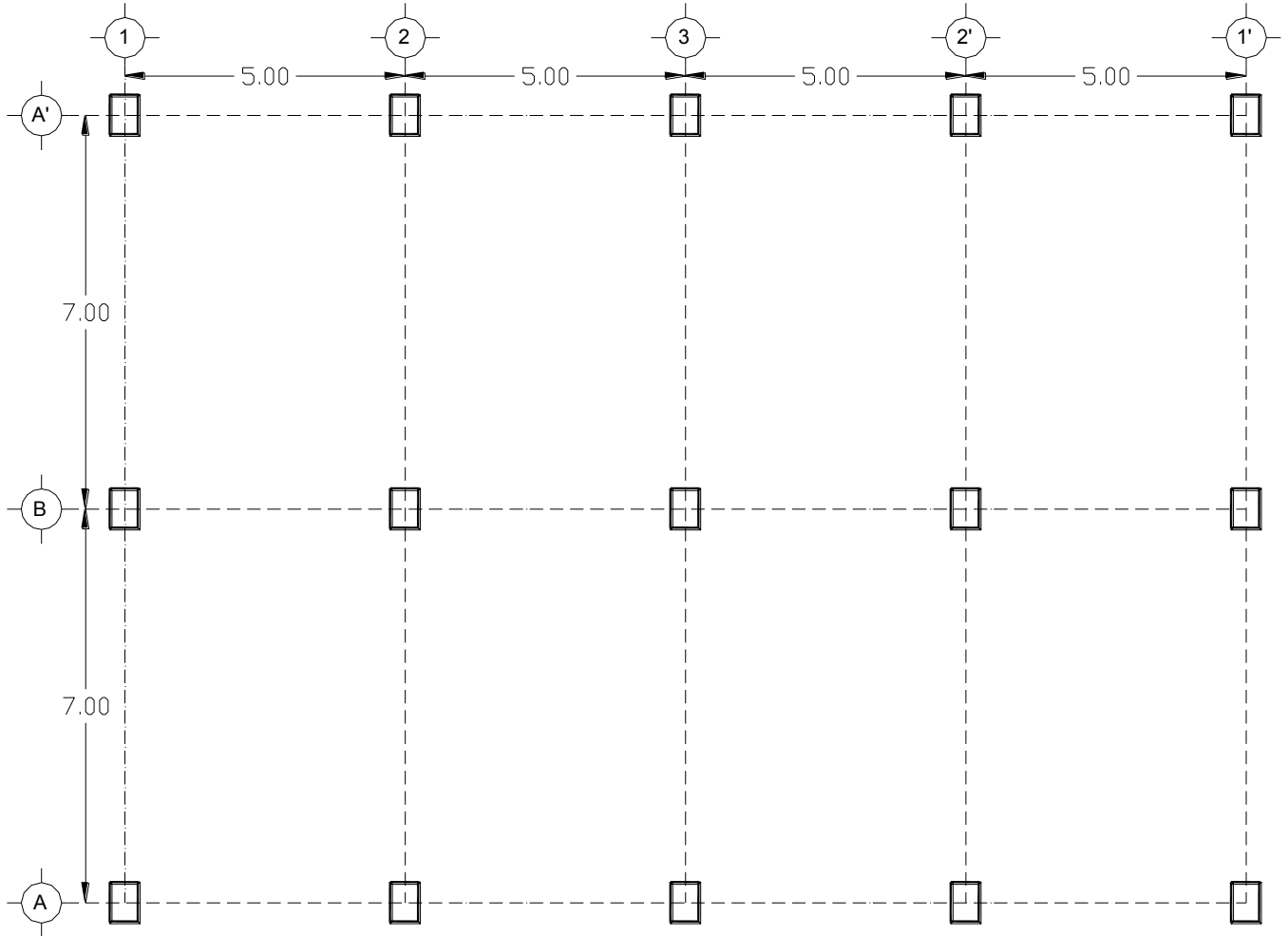
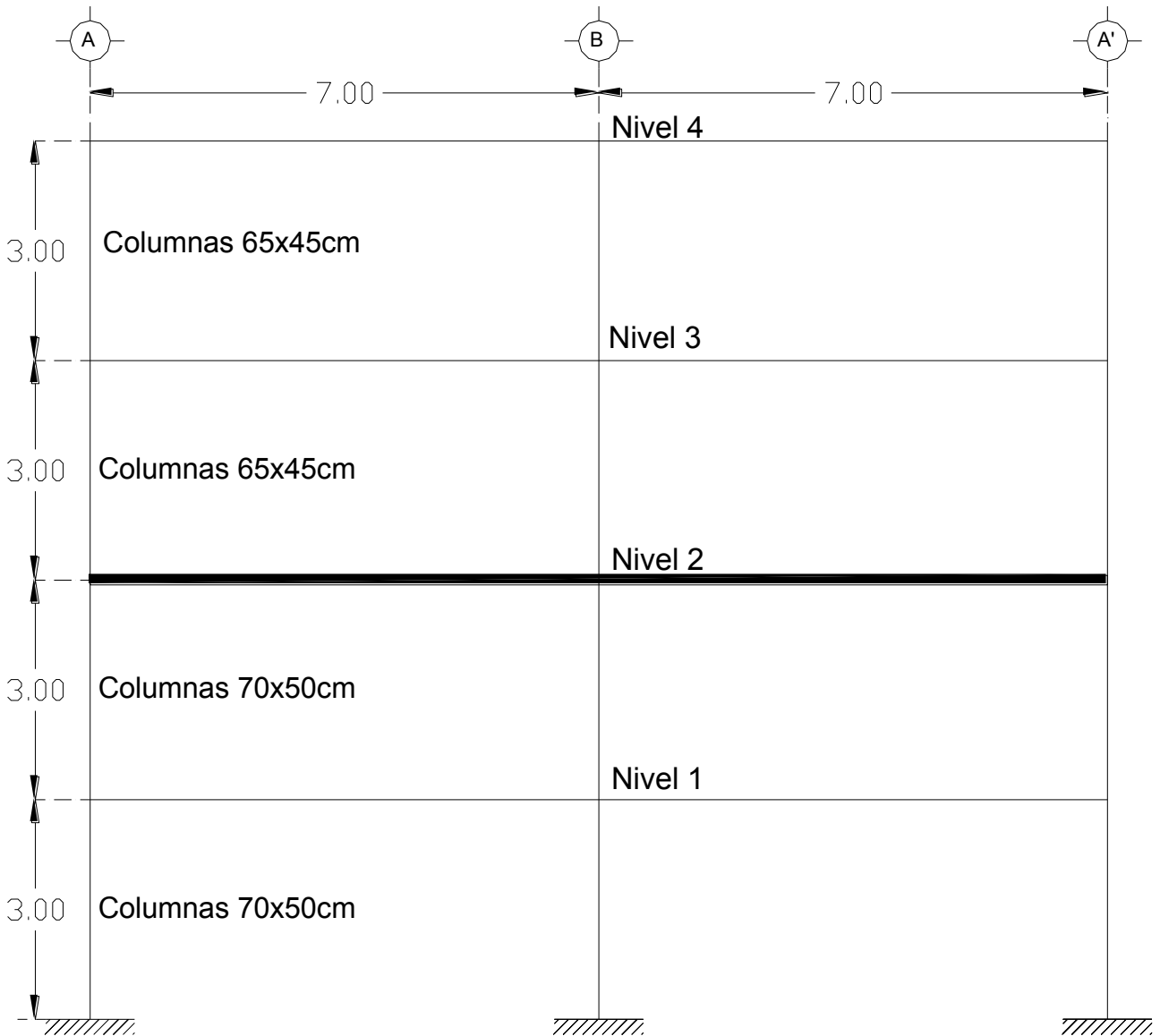


Figura 6.3.1 Losa en planta del nivel 2, del ejemplo 6.3

Dimensiones, en *m*.



Dimensiones, en m .

En el ejemplo se hará el dimensionamiento en una dirección de la losa del nivel 2 de un edificio de cuatro niveles formado por losas planas aligeradas y columnas. El edificio está destinado a oficinas (grupo B) y se encuentra situado en la zona III. En un caso real se tendría que dimensionar también en la dirección perpendicular. La dirección que se estudia en ejemplo es la que tiene claros de 7 metros. De acuerdo con el inciso 8.2 de las NTC-2004, se aplica $Q = 2$.

Para estimar el peralte debe aplicarse el inciso 8.10 de las NTC – 2004, procedimiento por tanteos, en el ejemplo rigió el peralte de losa necesario para limitar las deformaciones laterales de entepiso a 0.006.

Columnas de $70 \times 50 \text{ cm}$

Peralte efectivo $d = 36 \text{ cm}$

Espesor de la losa $h = 40 \text{ cm}$

Factor de carga para La combinación de $(CM + CV_{m\acute{a}x}) \quad F_c = 1.4$

Factor de carga para la combinación de $(CM + CV_{int} + Sismo) \quad F_c = 1.1$

MATERIALES

$$f_c' = 250 \text{ kg/cm}^2 \quad (\text{Concreto clase 1})$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

CONSTANTES DE CÁLCULO:

$$f_c^* = 0.8 f_c' = 0.8 (250) = 200 \text{ kgf/cm}^2 \quad (1.12 \text{ NTC})$$

$$f_c'' = 0.85 f_c^* = 0.85 (200) = 170 \text{ kgf/cm}^2 \quad (2.1e \text{ NTC})$$

$$\beta_1 = 0.85 \quad (\text{Por ser } f_c^* < 280 \text{ kgf/cm}^2)$$

- Cálculo de cuantía mínima de acero

$$p_{\min} = \frac{0.7 \sqrt{f_c'}}{f_y} = \frac{0.7 \sqrt{250}}{4200} = 0.002635 \quad (2.2 \text{ NTC})$$

- Cálculo de cuantía balanceada de acero

$$p_b = \frac{f_c''}{f_y} \frac{6000 \beta_1}{f_y + 6000} = \frac{170}{4200} \frac{6000(0.85)}{4200 + 6000} = 0.02023 \quad (2.3 \text{ NTC})$$

- Cálculo de cuantía máxima de acero

$$p_{\max.} = 0.75 p_b = 0.75(0.02023) = 0.01517$$

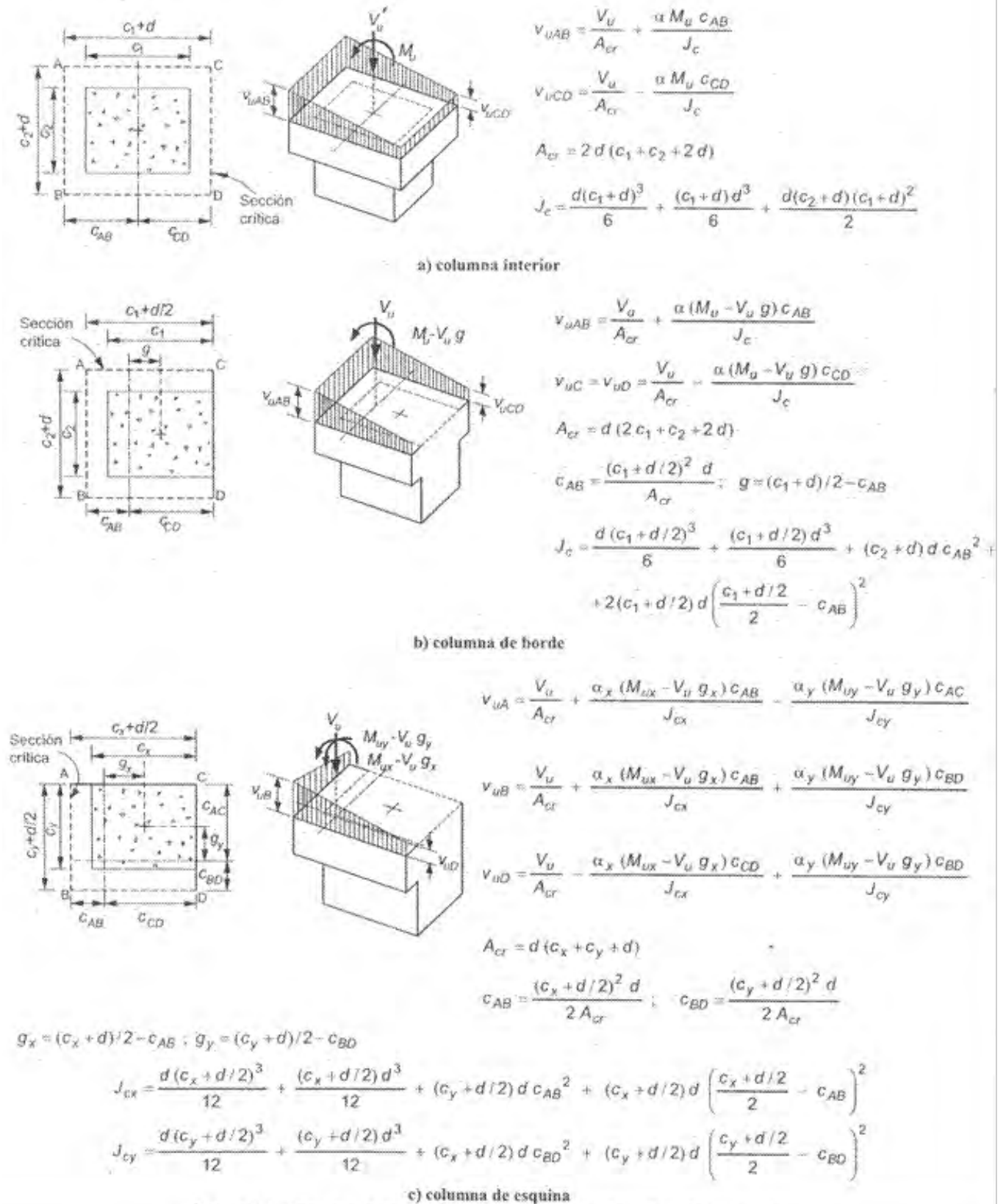


Figura 2.2 Transmisión de momento entre columna rectangular y losa o zapata

Figura 6.3.3 (Apéndice B), Diagramas de transmisión de momentos entre columna y losa.

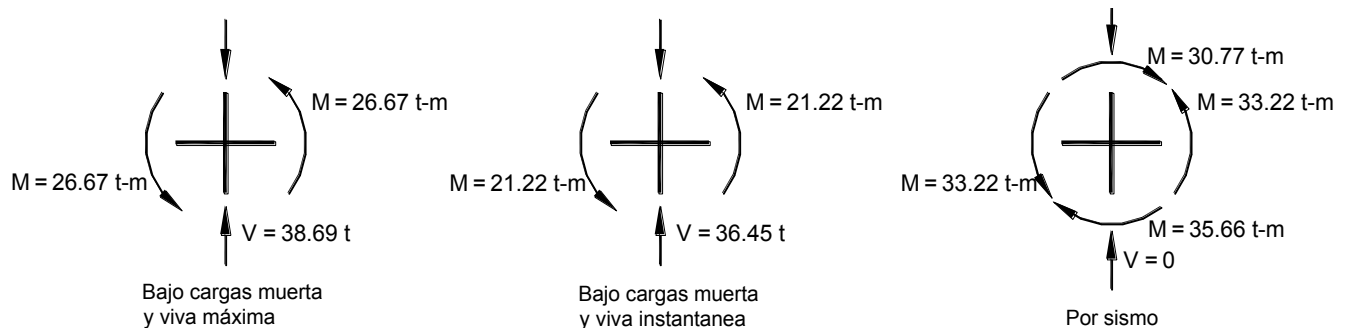
SOLUCIÓN DEL PROBLEMA:

El problema no cuenta con capiteles ni ábacos, ya que si no se tendrían que aplicar las disposiciones correspondientes al capítulo 8 de las NTC – 2004.

Una vez que se ha efectuado el análisis estructural y se han obtenido las acciones internas, se procede al diseño de la estructura, que es lo que se estudia en este problema.

- REVISIÓN DEL CORTANTE POR PENETRACIÓN ALREDEDOR DE LA COLUMNA INTERIOR, 2B.

Las acciones internas en condiciones de servicio de la figura 6.3.4 provienen del análisis de la estructura y corresponden a un marco interior corto. Las rigideces y las cargas de los marcos equivalentes se determinaron idealizando la estructura en marcos ortogonales, de acuerdo con los incisos (8.3 y 8.3.2 NTC-2004). El análisis se realizó despreciando las dimensiones transversales de los elementos, por lo que los momentos y fuerzas internas que se muestran actúan en los ejes de la estructura. Las fuerzas cortantes bajo cargas muertas y vivas (38.69 t y 36.45 t para la columna 2B) son los promedios de las obtenidas en los dos marcos ortogonales de los cuales forman parte la columna 2B.



a) Determinación de las propiedades geométricas de la sección crítica.

De la figura 6.3.3a se obtiene la figura 6.3.5 donde se muestra el diagrama para obtener la sección crítica de la columna interior 2B.

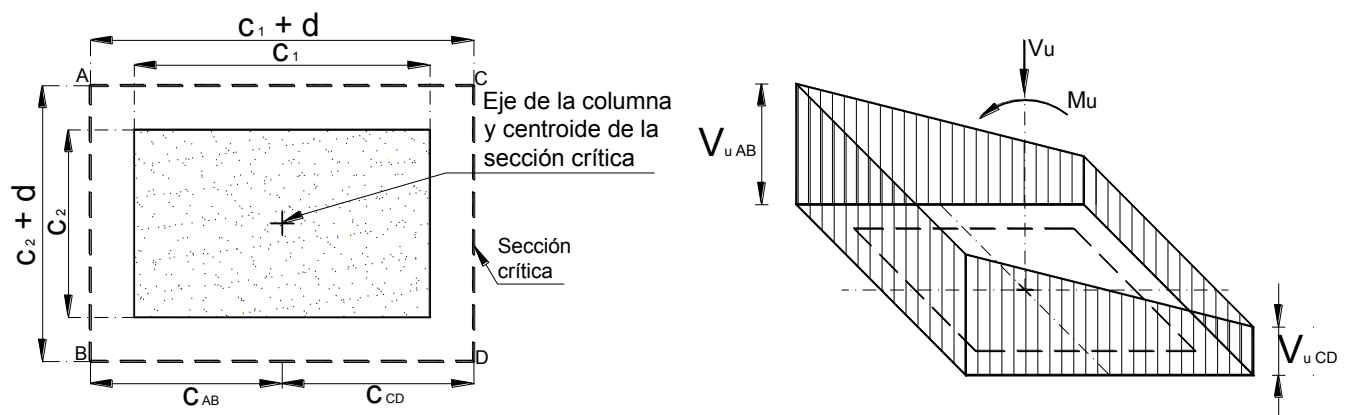


Figura 6.3.5 Transmisión de momentos entre columna rectangular y losa, de una columna interior.

Donde;

c_1 es la dimensión paralela al momento transmitido y c_2 , es la dimensión perpendicular a c_1 .

$$c_1 = 70 \text{ cm}$$

$$c_2 = 50 \text{ cm}$$

De la figura 6.3.3a se determinará el área de la sección crítica, A_{cr} , la posición de su centroide c_{AB} , el momento polar de inercia, J_c , de la sección crítica y el esfuerzo cortante máximo de diseño, $v_{uAB} = v_{u_{max}}$.

$$c_1 + d = 70 + 36 = 106 \text{ cm}$$

$$c_2 + d = 50 + 36 = 86 \text{ cm}$$

$$A_{cr} = 2d (c_1 + c_2 + 2d)$$

$$A_{cr} = (2)(36) (70 + 50 + (2)(36)) = 13824 \text{ cm}^2$$

$$c_{AB} = \frac{c_1 + d}{2} = \frac{70 + 36}{2} = 53 \text{ cm}$$

Cálculo del momento polar de inercia, J_c , de la sección crítica.

$$J_c = \frac{d(c_1 + d)^3}{6} + \frac{(c_1 + d)d^3}{6} + \frac{d(c_2 + d)(c_1 + d)^2}{2}$$

$$J_c = \frac{(36)(106)^3}{6} + \frac{(106)(36)^3}{6} + \frac{(36)(86)(106)^2}{2} = 7146096 + 824256 + 17393328$$

$$J_c = 253.63 \times 10^5 \text{ cm}^4$$

Cálculo de la fracción de momento flexionante, α , que se transmite por excentricidad de la fuerza cortante (véase 2.5.9.2b NTC-2004).

$$\alpha = 1 - \frac{1}{1 + 0.67\sqrt{(c_1 + d)/(c_2 + d)}} \quad (2.28 \text{ NTC})$$

$$\alpha = 1 - \frac{1}{1 + 0.67\sqrt{(70 + 36)/(86 + 36)}} = 1 - \frac{1}{1 + 0.67\sqrt{106/86}}$$

$$\alpha = 0.4266$$

b) Revisión bajo carga muerta más carga viva máxima, $CM + CV_{m\acute{a}x}$.

Cálculo del esfuerzo cortante de diseño máximo, $v_{u_{m\acute{a}x}}$, que toma el concreto. De la figura 6.3.3a se tiene la siguiente ecuación;

$$v_{u_{m\acute{a}x}} = \frac{V_u}{A_{cr}} + \frac{\alpha M_u c_{AB}}{J_c}$$

$$V_u = V_x F_c = (38.69) (1.4) = 54.17 t$$

$$M_u = M F_c = (26.67 \times 10^5 - 26.67 \times 10^5) (1.1) = 0$$

$$v_{u_{m\acute{a}x}} = \frac{54170}{13824} + \frac{(0.4266)(0)(53)}{253.63 \times 10^5}$$

$$v_{u_{m\acute{a}x}} = \frac{54170}{13824} + \frac{0}{253.63 \times 10^5}$$

$$v_{u_{m\acute{a}x}} = 3.920 \text{ kgf} / \text{cm}^2$$

El esfuerzo cortante máximo de diseño, $v_{u_{m\acute{a}x}}$, no debe de exceder de (véase 2.5.9.3 NTC-2004)

$$F_R (0.5 + \gamma) \sqrt{f_c^*} \leq F_R \sqrt{f_c^*} \quad (2.29 \text{ NTC})$$

En la ecuación anterior, γ , es la relación de lado corto al lado largo del área donde actúa la carga o reacción;

$$\gamma = \frac{50}{70} = 0.7143$$

$$F_R (0.5 + \gamma) \sqrt{f_c^*} = 0.8 (0.5 + 0.7143) \sqrt{200} = 13.74 \text{ kgf} / \text{cm}^2$$

$$F_R \sqrt{f_c^*} = (0.8) \sqrt{200} = 11.31 \text{ kgf} / \text{cm}^2$$

de los valores anteriores rige el menor de los dos.

Como;

$$11.31 \text{ kgf} / \text{cm}^2 > v_{u_{m\acute{a}x}} = 3.920 \text{ kgf} / \text{cm}^2$$

∴ no se requiere refuerzo por cortante bajo $CM + CV_{m\acute{a}x}$

c) Revisión bajo carga muerta, viva instantánea y sismo, $CM + CV_{inst} + Sismo$

Cálculo del esfuerzo cortante de diseño máximo que toma el concreto, $v_{u_{máx}}$. De la figura 6.3.3a se tiene la siguiente ecuación;

$$v_{u_{máx}} = \frac{V_u}{A_{cr}} + \frac{\alpha M_u c_{AB}}{J_c}$$

$$V_u = V_x F_c = (36.45 + 0)(1.1) = 40.10 \text{ t}$$

$$M_u = M F_c = (30.77 + 35.66)(1.1) = 73.07 \text{ t-m}$$

$$v_{u_{máx}} = \frac{40100}{13824} + \frac{(0.4266)(73.07 \times 10^5)(53)}{253.63 \times 10^5}$$

$$v_{u_{máx}} = \frac{40100}{13824} + \frac{165.21 \times 10^6}{253.63 \times 10^5}$$

$$v_{u_{máx}} = 9.416 \text{ kgf/cm}^2$$

El esfuerzo cortante máximo de diseño, $v_{u_{máx}}$, no debe de exceder de (véase 2.5.9.3 NTC-2004)

$$F_R(0.5 + \gamma)\sqrt{f_c^*} \leq F_R\sqrt{f_c^*} \quad (2.29 \text{ NTC})$$

En la ecuación anterior, γ , es la relación de lado corto al lado largo del área donde actúa la carga o reacción, como en este caso se está considerando la combinación de acciones permanentes, variables y sismo, el factor de resistencia, F_R , se tomará igual a 0.7.

$$\gamma = \frac{50}{70} = 0.7143$$

$$F_R(0.5 + \gamma)\sqrt{f_c^*} = 0.7(0.5 + 0.7143)\sqrt{200} = 12.02 \text{ kgf/cm}^2$$

$$F_R\sqrt{f_c^*} = (0.7)\sqrt{200} = 9.899 \text{ kgf/cm}^2$$

de los valores anteriores rige el menor de los dos.

Como;

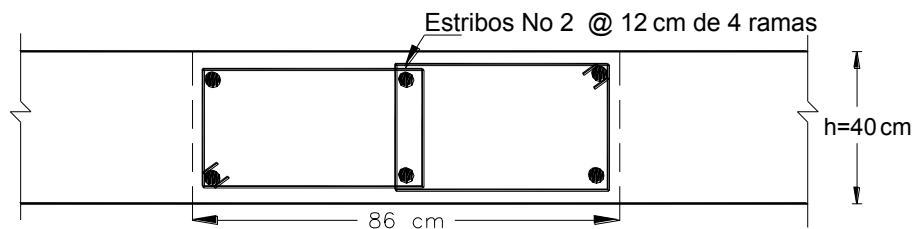
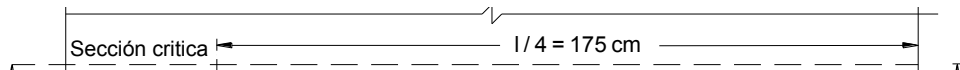
$$9.899 \text{ kgf/cm}^2 > v_{u_{máx}} = 9.416 \text{ kgf/cm}^2$$

∴ No se requiere refuerzo por cortante bajo $CM + CV_{inst} + Sismo$

Refuerzo transversal mínimo (véase 2.5.9.4 NTC-2004).

Se colocarán estribos del número 2 o más, considerando dos vigas ficticias perpendiculares entre si, que se cruzan sobre la columna, con un ancho, $b = c_2 + d$, con una separación de estribos igual a $s = d/3$, el primer estribo debe colocarse a la mitad de la separación restante, $s/2$, a partir del paño de columnas. El refuerzo por cortante deberá de prolongarse hasta una longitud no menor que un cuarto del claro entre ejes de columnas.

De lo anterior tenemos que se colocarán estribos del # 2 de cuatro ramas tanto en la nervadura del eje de columna como en la adyacente a ella, espaciados a cada $s = 36/3 = 12 \text{ cm}$, como refuerzo mínimo en una viga ficticia de ancho, $b = 50 + 36 = 86 \text{ cm}$, el primer estribo debe colocarse a la mitad de la separación restante, $12/2 = 6 \text{ cm}$, a partir del paño de columnas en una longitud correspondiente a $l/4 = 700/4 = 175 \text{ cm}$, medido desde el eje de la columna será igual a $175 - 35 = 140 \text{ cm}$. También se colocarán barras longitudinales en las esquinas de la viga y en los dobleces de los estribos, como se muestra en la figura 3.3.6



- REVISIÓN DEL CORTANTE POR PENETRACIÓN ALREDEDOR DE LA COLUMNA INTERIOR, 2A

Las acciones internas en condiciones de servicio de la figura 6.3.7 provienen del análisis de la estructura y corresponden a un marco interior corto. Las rigideces y las cargas de los marcos equivalentes se determinaron idealizando la estructura en marcos ortogonales, de acuerdo con los incisos (8.3 y 8.3.2 NTC-2004). El análisis se realizó despreciando las dimensiones transversales de los elementos, por lo que los momentos y fuerzas internas que se muestran actúan en los ejes de la estructura. Las fuerzas cortantes bajo cargas muertas y vivas (18.28 t y 17.90 t para la columna 2A) son los promedios de las obtenidas en los dos marcos ortogonales de los cuales forman parte la columna 2A.

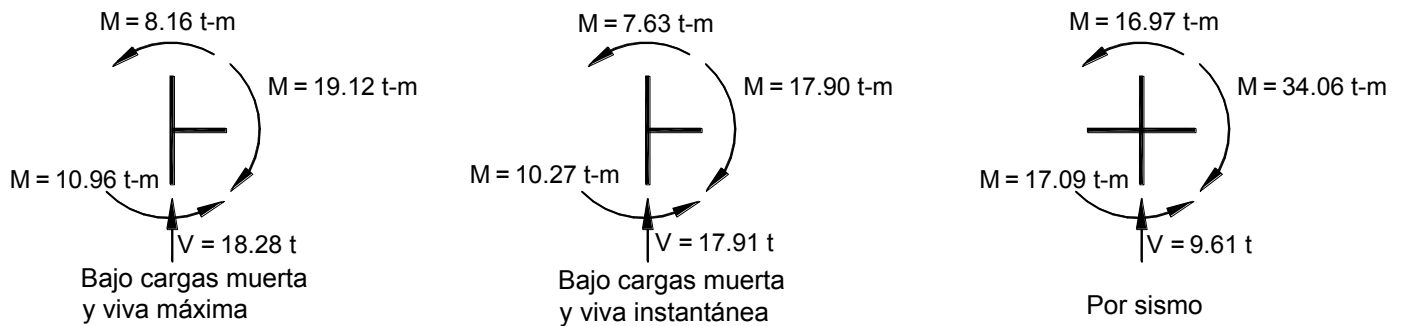


Figura 6.3.7 Fuerzas y momentos internos en condiciones de servicio, de la columna interior 2A.

a) Determinación de las propiedades geométricas de la sección crítica.

De la figura 6.3.3b se obtiene la figura 6.3.8 donde se muestra el diagrama para obtener la sección crítica de la columna de borde 2A.

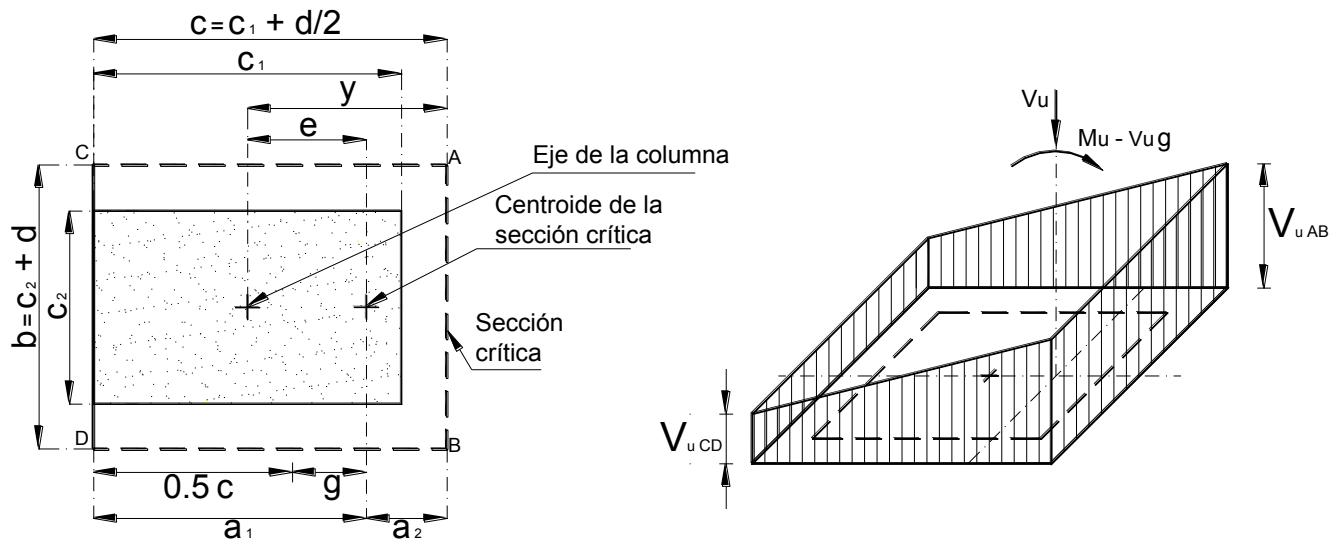


Figura 6.3.8 Transmisión de momentos entre columna rectangular y losa, de una columna de borde.

Es frecuente que en este tipo de estructuras el diseño quede regido por el cortante por penetración, especialmente por las columnas de borde en las que hay una fuerte transferencia

de momentos entre losa y columna y en las que la sección crítica para cortante por penetración se ve reducida por el borde libre.

Donde;

c_1 es la dimensión paralela al momento transmitido y c_2 , es la dimensión perpendicular a c_1 .

$$c_1 = 70 \text{ cm}$$

$$c_2 = 50 \text{ cm}$$

De la figura 6.3.3b se determinará el área de la sección crítica A_{cr} , la posición de su centroide, e , el momento polar de inercia, J_c , de la sección crítica y el esfuerzo cortante máximo de diseño, $v_{uAB} = v_{u_{max}}$.

$$c = c_1 + d/2 = 70 + (36/2) = 88 \text{ cm}$$

$$b = c_2 + d = 50 + 36 = 86 \text{ cm}$$

$$A_{cr} = (2c + b) d = ((2)(88) + 86)(36) = 9432 \text{ cm}^2$$

$$g = \frac{bc}{2(2c + b)} = \frac{(86)(88)}{(2)((2)(88) + 86)} = 14.44 \text{ cm}$$

$$y = c - \frac{c_1}{2} = (88) \left(\frac{70}{2} \right) = 53.1 \text{ cm}$$

$$a_2 = \frac{c}{2} - g = \left(\frac{88}{2} \right) - 14.44 = 29.56 \text{ cm}$$

$$e = y - a_2 = 53 - 29.56 = 23.44 \text{ cm}$$

Cálculo del momento polar de inercia, J_c , de la sección crítica.

$$J_c = \frac{dc^3}{6} + \frac{cd^3}{6} + 2cdg^2 + bda_2^2$$

$$J_c = \frac{(36)(88)^3}{6} + \frac{(88)(36)^3}{6} + ((2)(88)(36)(14.44)^2) + ((86)(36)(29.56)^2)$$

$$J_c = 4088832 + 684288 + 1321142 + 2705265$$

$$J_c = 8799527 \text{ cm}^4$$

Cálculo de la fracción de momento flexionante, α , que se transmite por excentricidad de la fuerza cortante (véase 2.5.9.2b NTC-2004).

El parámetro, α , se calculó con la ecuación 2.28 modificada para tomar en cuenta que la columna es de borde; por eso se sustituyó el factor $(c_1 + d)$ por $(c_1 + d/2)$.

$$\alpha = 1 - \frac{1}{1 + 0.67 \sqrt{(c_1 + d/2) / (c_2 + d)}} \quad (2.28 \text{ NTC})$$

$$\alpha = 1 - \frac{1}{1 + 0.67 \sqrt{c/b}}$$

$$\alpha = 1 - \frac{1}{1 + (0.67) (\sqrt{88/86})}$$

$$\alpha = 1 - 0.5960$$

$$\alpha = 0.4040$$

b) Revisión bajo carga muerta más carga viva máxima, $CM + CV_{m\acute{a}x}$.

Cálculo del esfuerzo cortante de diseño máximo, $v_{u_{m\acute{a}x}}$, que toma el concreto. De la figura 6.3.3b se tiene la siguiente ecuación;

$$v_{u_{m\acute{a}x}} = \frac{V_u}{A_{cr}} + \frac{\alpha (M_u - V_u e) a_2}{J_c}$$

$$V_u = V_x F_c = (18.28) (1.4) = 25.59 \text{ t}$$

$$M_u = M F_c = (19.12) (1.4) = 26.77 \text{ t-m}$$

$$v_{u_{m\acute{a}x}} = \frac{25590}{9432} + \frac{(0.4040)(26.77 \times 10^5 - (25590)(23.44))(29.56)}{8799000}$$

$$v_{u_{m\acute{a}x}} = \frac{25590}{9432} + \frac{24806067.44}{8799000}$$

$$v_{u_{m\acute{a}x}} = 2.713 + 2.819$$

$$v_{u_{m\acute{a}x}} = 5.532 \text{ kgf/cm}^2$$

El esfuerzo cortante máximo de diseño, $v_{u\text{máx}}$, no debe de exceder de (véase 2.5.9.3 NTC-2004)

$$F_R(0.5 + \gamma)\sqrt{f_c^*} \leq F_R\sqrt{f_c^*} \quad (2.29 \text{ NTC})$$

En la ecuación anterior, γ , es la relación de lado corto al lado largo del área donde actúa la carga o reacción.

$$\gamma = \frac{50}{70} = 0.7143$$

$$F_R(0.5 + \gamma)\sqrt{f_c^*} = 0.8(0.5 + 0.7143)\sqrt{200} = 13.74 \text{ kgf/cm}^2$$

$$F_R\sqrt{f_c^*} = (0.8)\sqrt{200} = 11.31 \text{ kgf/cm}^2$$

de los valores anteriores rige el menor de los dos.

Como;

$$11.31 \text{ kgf/cm}^2 > v_{u\text{máx}} = 5.532 \text{ kgf/cm}^2$$

∴ no se requiere refuerzo por cortante bajo $CM + CV_{máx}$.

c) Revisión bajo carga muerta, viva instantánea y sismo, $CM + CV_{inst} + Sismo$

Cálculo del esfuerzo cortante de diseño máximo que toma el concreto, $v_{u\text{máx}}$. De la figura 6.3.3b se tiene la siguiente ecuación;

$$v_{u\text{máx}} = \frac{V_u}{A_{cr}} + \frac{\alpha(M_u - V_u e) a_2}{J_c}$$

$$V_u = V_x F_c = (17.91 + 9.61)(1.1) = 30.27 \text{ t}$$

$$M_u = M F_c = (17.90 + 34.06)(1.1) = 57.16 \text{ t-m}$$

$$v_{u\text{máx}} = \frac{30270}{9432} + \frac{(0.4040)(57.16 \times 10^5 - (30270)(23.44))(29.59)}{8799000}$$

$$v_{u\text{máx}} = \frac{30270}{9432} + \frac{598.49 \times 10^5}{8799000} = 3.21 + 6.80$$

$$v_{u\text{máx}} = 10.00 \text{ kgf/cm}^2$$

El esfuerzo cortante máximo de diseño, $v_{u\text{máx}}$, no debe de exceder de (véase 2.5.9.3 NTC-2004)

$$F_R (0.5 + \gamma) \sqrt{f_c^*} \leq F_R \sqrt{f_c^*} \quad (2.29 \text{ NTC})$$

En la ecuación anterior, γ , es la relación de lado corto al lado largo del área donde actúa la carga o reacción, como en este caso se está considerando la combinación de acciones permanentes, variables y sismo, el factor de resistencia, F_R , se tomará igual a 0.7 .

$$\gamma = \frac{50}{70} = 0.7143$$

$$V_{cR} = F_R (0.5 + \gamma) \sqrt{f_c^*} = 0.7 (0.5 + 0.7143) \sqrt{200} = 12.02 \text{ kgf} / \text{cm}^2$$

$$V_{cR} = F_R \sqrt{f_c^*} = (0.7) \sqrt{200} = 9.899 \text{ kgf} / \text{cm}^2$$

de los valores anteriores rige el menor de los dos.

Como;

$$9.899 \text{ kgf} / \text{cm}^2 < v_{u\text{máx}} = 10.00 \text{ kgf} / \text{cm}^2$$

∴ se requiere refuerzo por cortante bajo $CM + CV_{inst} + Sismo$

Revisión del esfuerzo cortante de diseño máximo admisible del concreto (véase 2.5.9.5b NTC 2004).

En ningún caso se admitirá que;

$$v_{u\text{máx}} > 1.3 F_R \sqrt{f_c^*}$$

$$(1.3) (0.7) \sqrt{200} = 12.87 \text{ kgf} / \text{cm}^2 > v_{u\text{máx}} = 10.00 \text{ kgf} / \text{cm}^2$$

∴ es suficiente el peralte efectivo de 36 cm .

Como:

$$v_{u\text{máx}} = 10.00 \text{ kgf} / \text{cm}^2 > V_{cR} = 9.899 \text{ kgf} / \text{cm}^2,$$

Se procede a realizar el cálculo del refuerzo necesario por tensión diagonal para resistir la fuerza cortante (véase 2.5.9.5 NTC-2004).

Primero se calcula el ancho de la viga ficticia, que en nuestro caso es;

$$b = c_2 + d = 50 + 36 = 86 \text{ cm}$$

Después se calcula la separación del refuerzo transversal, s . (véase 2.5.2.3a NTC-2004).

$$s = \frac{F_R A_v f_y d}{V_{sR}} \quad (2.23 \text{ NTC})$$

donde:

$$V_{sR} = V_u - V_{cR}$$

A_v , es el área transversal del refuerzo por tensión diagonal comprendido en una distancia, s .

Como se aplica la ecuación 2.23 se supondrá que la fuerza cortante de diseño, V_u , será igual a; (véase 2.5.9.5b NTC-2004)

$$V_u = V_{u \text{ máx}} = b d v_{u \text{ máx}}$$

$$V_{u \text{ máx}} = (86)(36)(10.00) = 30960 \text{ kgf}$$

En ningún caso se permitirá que, V_u , sea superior a, (véase 2.5.2.4a NTC-2004)

$$2.5 F_R b d \sqrt{f_c}^*$$

$$(2.5)(0.7)(86)(36)\sqrt{200} = 76622.1 \text{ kgf} > V_{u \text{ máx}} = 30960 \text{ kgf}$$

El esfuerzo cortante admisible que toma el concreto, V_{cR} , será igual a;

$$V_{cR} = 0.4 F_R b d \sqrt{f_c}^*$$

$$V_{cR} = (0.4)(0.7)(86)(36)\sqrt{200} = 12260 \text{ kgf}$$

Se colocarán estribos del número 2 de 8 ramas, espaciados a no más de $d/3$. Este refuerzo se mantendrá hasta no menos de un cuarto del claro correspondiente (véase 2.5.9.4 NTC-2004).

$$A_v = (8)(0.32) = 2.56 \text{ cm}^2 \text{ (estribos del \# 2 de 8 ramas)}$$

$$s = \frac{(0.7)(2.56)(4200)(36)}{(30960 - 12260)} = 14.49 \text{ cm} \quad (2.23 \text{ NTC})$$

La separación real no será mayor que, $0.85 s$, (véase 2.5.9.5^a NTC-2004).

$$(0.85)(14.49) = 12.3 \text{ cm}$$

donde;

$$\frac{d}{3} = \frac{36}{3} = 12 \text{ cm}$$

como;

$$(0.85)(14.49) = 12.3 \text{ cm} > d/3 = 36/3 = 12 \text{ cm}$$

∴ Rige la separación de estribos, s , igual a:

$$s = 12 \text{ cm}$$

Cálculo de la separación máxima, $s_{m\acute{a}x}$, (véase 2.5.2.3b NTC-2004)

Como, $V_{u\ m\acute{a}x}$, es mayor que, V_{eR} , pero menor o igual que

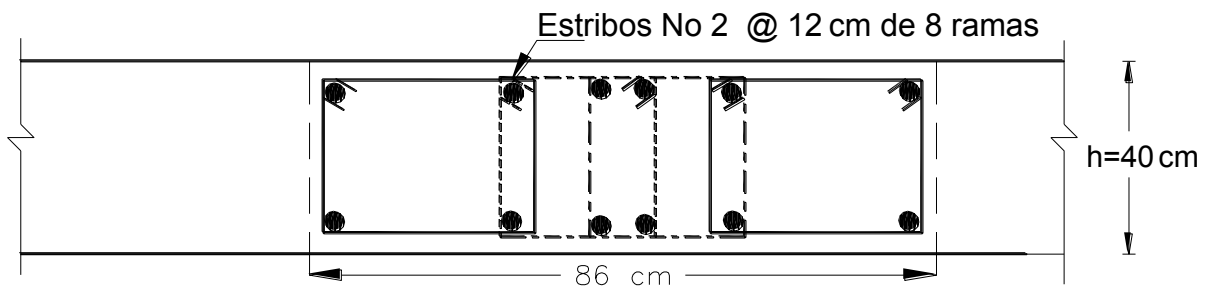
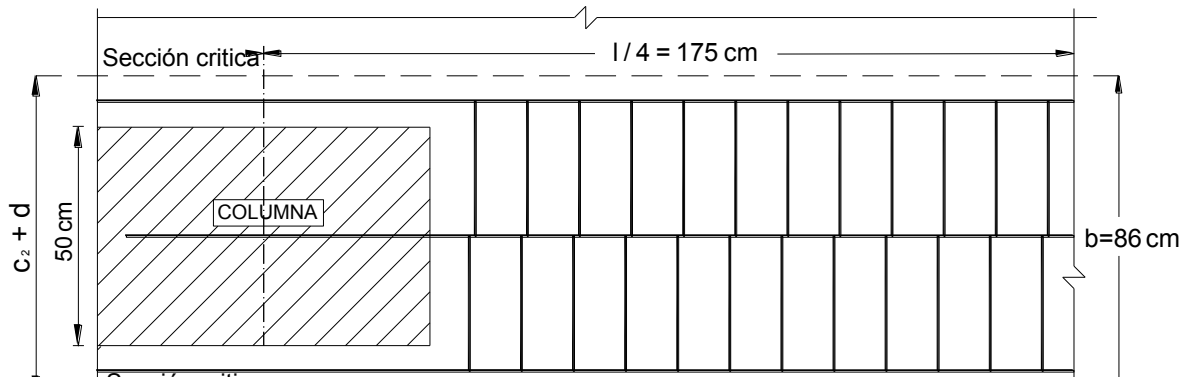
$$1.5 F_R b d \sqrt{f_c}^*$$

$$(1.5)(0.7)(86)(36)\sqrt{200} = 45973.25 \text{ kgf} > V_{u\ m\acute{a}x} = 30960 \text{ kgf}$$

La separación máxima, $s_{m\acute{a}x}$, será igual a;

$$s_{m\acute{a}x} = 0.85 b = (0.85)(86) = 73.1 \text{ cm}$$

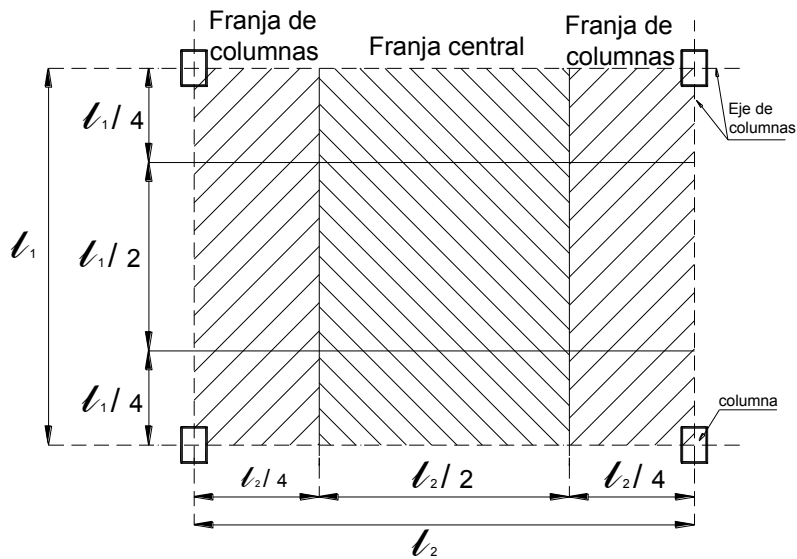
De lo anterior tenemos que se colocarán estribos del #2 de ocho ramas tanto en la nervadura del eje de columna como en la adyacente a ella, espaciados a cada, $s = 36/3 = 12 \text{ cm}$, como refuerzo mínimo en una viga ficticia de ancho, $b = 50 + 36 = 86 \text{ cm}$, el primer estribo debe colocarse a la mitad de la separación restante, $12/2 = 6 \text{ cm}$, a partir del paño de columnas, en una longitud correspondiente a $l/4 = 700/4 = 175 \text{ cm}$, medido desde el eje de la columna la longitud será igual a $175 - 35 = 140 \text{ cm}$. También se colocarán barras longitudinales en las esquinas de la viga y en los dobleces de los estribos, como se muestra en la figura 6.3.9.



- CROQUIS DE LA DISTRIBUCIÓN DE CASETONES.

Normalmente para trazar la distribución en la cual se colocarán los casetones, se realiza por medio de tanteos, hasta llegar a un número de casetones que permita tener anchos adecuados de las nervaduras. Se recomienda que estas nervaduras tengan un ancho mínimo de 10 *cm*. Las nervaduras de los ejes de columnas se dejan mas anchas, ya que es necesario concentrar en ellas una mayor cantidad de acero, estas nervaduras de ejes de columnas deben de tener un ancho mínimo de 25 *cm*, y las adyacentes a los ejes de columnas serán de por lo menos de 20 *cm* de ancho y el resto de ellas como ya se mencionó anteriormente serán de por lo menos de 10 *cm* de ancho (véase 8.1 NTC-2004).

Para fines de diseño, se considera dividir las losas planas en franjas como las mostradas en la figura 6.3.10, en cada tablero se distinguen tres franjas. Una franja central, cuyo ancho es igual a la mitad del claro del tablero en la dirección en que se mide el ancho, y dos franjas extremas o franjas de columnas, cuyo ancho es la cuarta parte de dicho claro. La división de franjas se hace en las dos direcciones del tablero (véase 8.3.1 NTC-2004).



La definición de las franjas para el tramo de A - B será igual a:

Franjas de columnas; $l_1 / 4 = 700 \text{ cm} / 4 = 175 \text{ cm}$

Franja central; $l_1 / 2 = 700 \text{ cm} / 2 = 350 \text{ cm}$

La definición de las franjas para el tramo de 2 - 3 será igual a:

Franjas de columnas; $l_2 / 4 = 500 \text{ cm} / 4 = 125 \text{ cm}$

Franja central; $l_2 / 2 = 500 \text{ cm} / 2 = 250 \text{ cm}$

Al formar los marcos equivalentes, en estructuras sin capiteles ni ábacos, se admitirá que el ancho de la viga equivalente es igual a $c_2 + 3h$, centrado con respecto al eje de columnas (c_2 es la dimensión transversal de la columna normal a la dirección del análisis y h el espesor de la losa) (véase 8.3.3.1 NTC-2004).

Por lo tanto tenemos que el ancho de la viga equivalente para el eje B será igual a, $c_2 + 3h$.

$$c_2 + 3h = 70\text{ cm} + ((3)(40\text{ cm})) = 190\text{ cm}$$

Para el ancho de la viga equivalente para el eje 2 será igual a $c_2 + 3h$;

$$c_2 + 3h = 50\text{ cm} + ((3)(40)) = 170\text{ cm}$$

En claros grandes, como los de este ejemplo, es conveniente usar casetones también grandes; por eso se eligieron de $60 \times 60\text{ cm}$ en planta. Se recomienda que en la zona superior de la losa haya un firme de concreto de un espesor no menor de 5 cm , monolítico con las nervaduras y que sea parte integral de la losa (véase 8.3.1 NTC-2004).

En la figura 6.3.11 se muestra el croquis de distribución de casetones no se incluye toda la losa por que en el ejemplo solo se muestra el diseño del eje 2 en el tramo A-B.

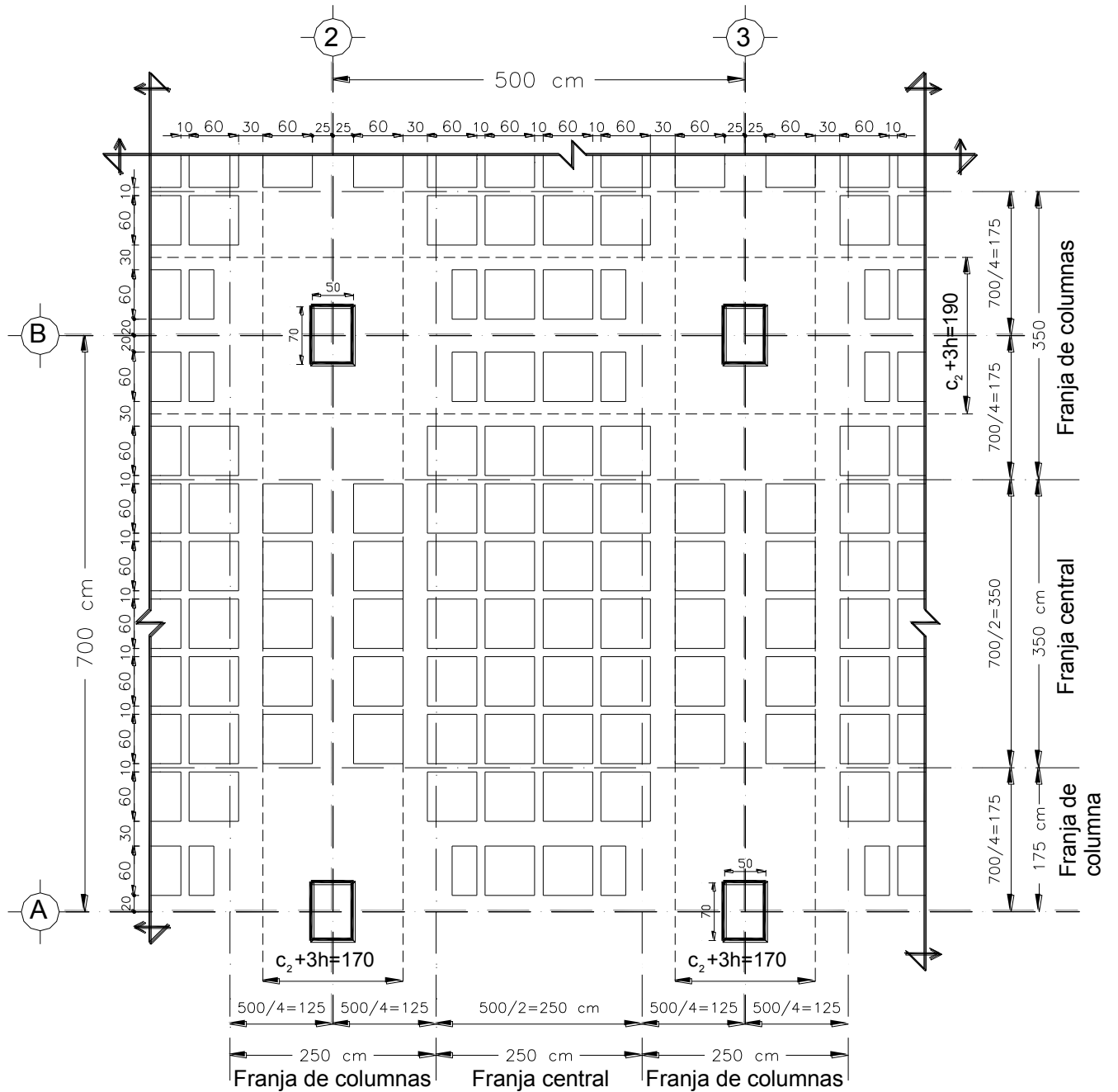


Figura 6.3.11 Croquis de distribución de casetones.

- DIMENSIONAMIENTO DEL EJE 2 POR FLEXIÓN, EN EL TRAMO A-B.

En la figura 6.3.12 se muestra el diagrama de momentos proveniente de los análisis, las condiciones bajo cargas muerta más viva máxima ($CM + CV_{máx}$), se observa en la figura 6.3.12a. Las condiciones bajo cargas muerta, viva instantánea y sismo ($CM + CV_{int} + Sismo$), se observa en la figura 6.3.12b.

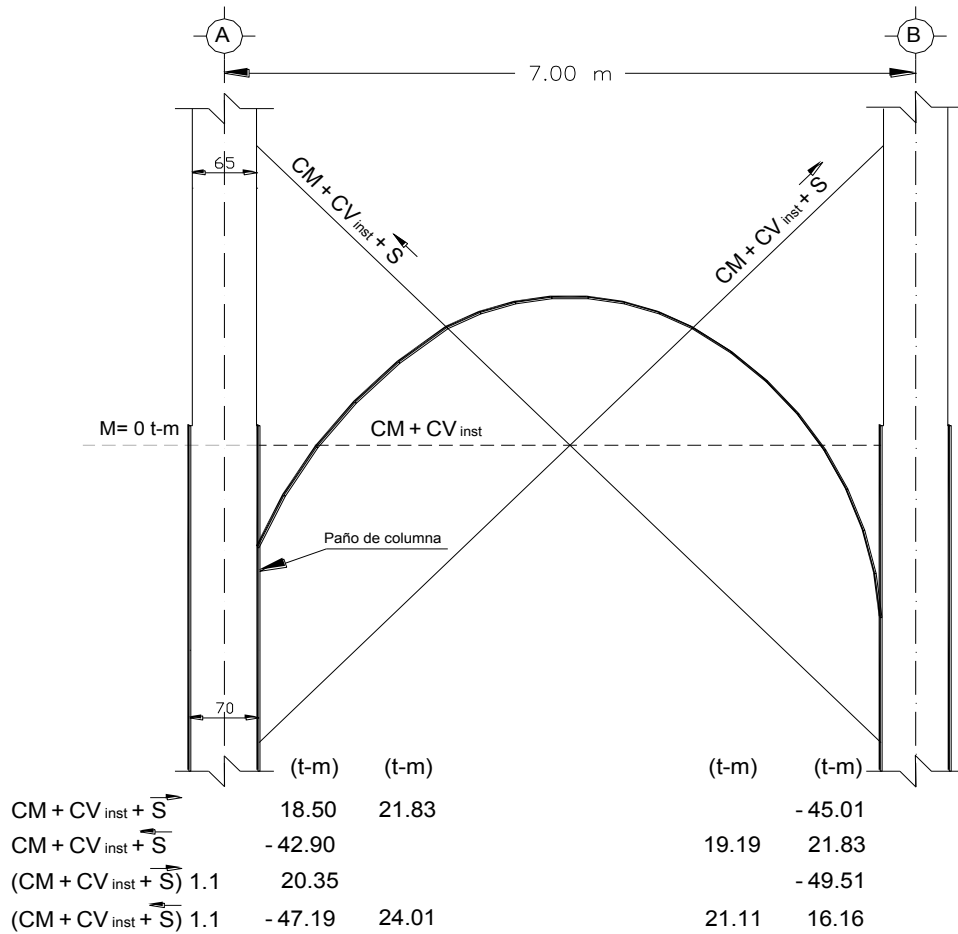
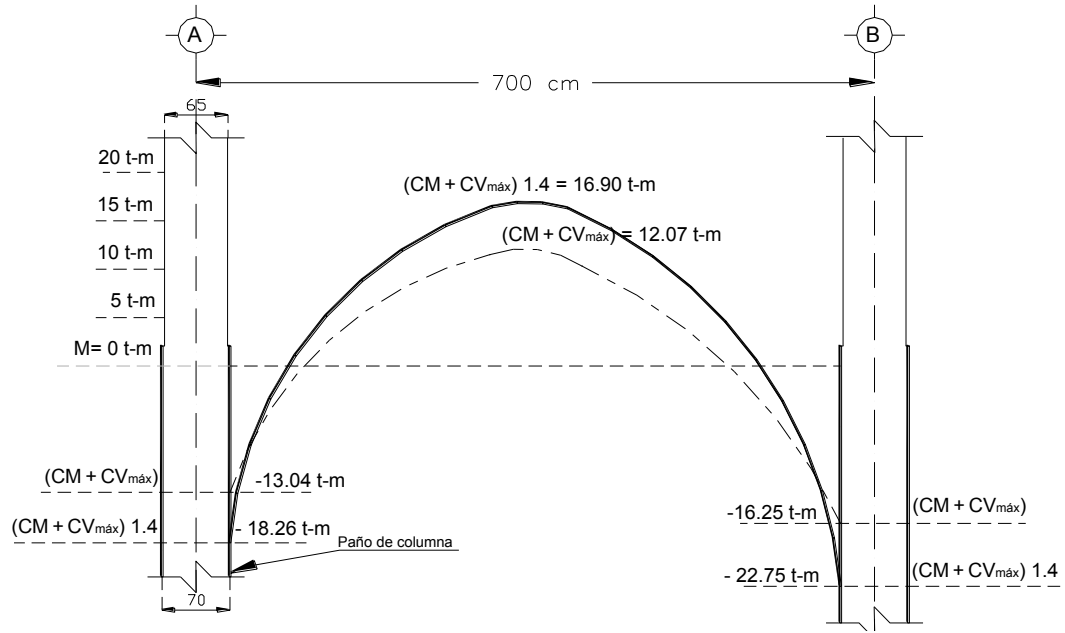
Obsérvese que cada combinación de cargas está afectada por su Factor de carga, F_c , correspondiente.

El factor de carga para la combinación de $CM + CV_{máx}$, es de $F_c = 1.4$ por lo cual se tiene;

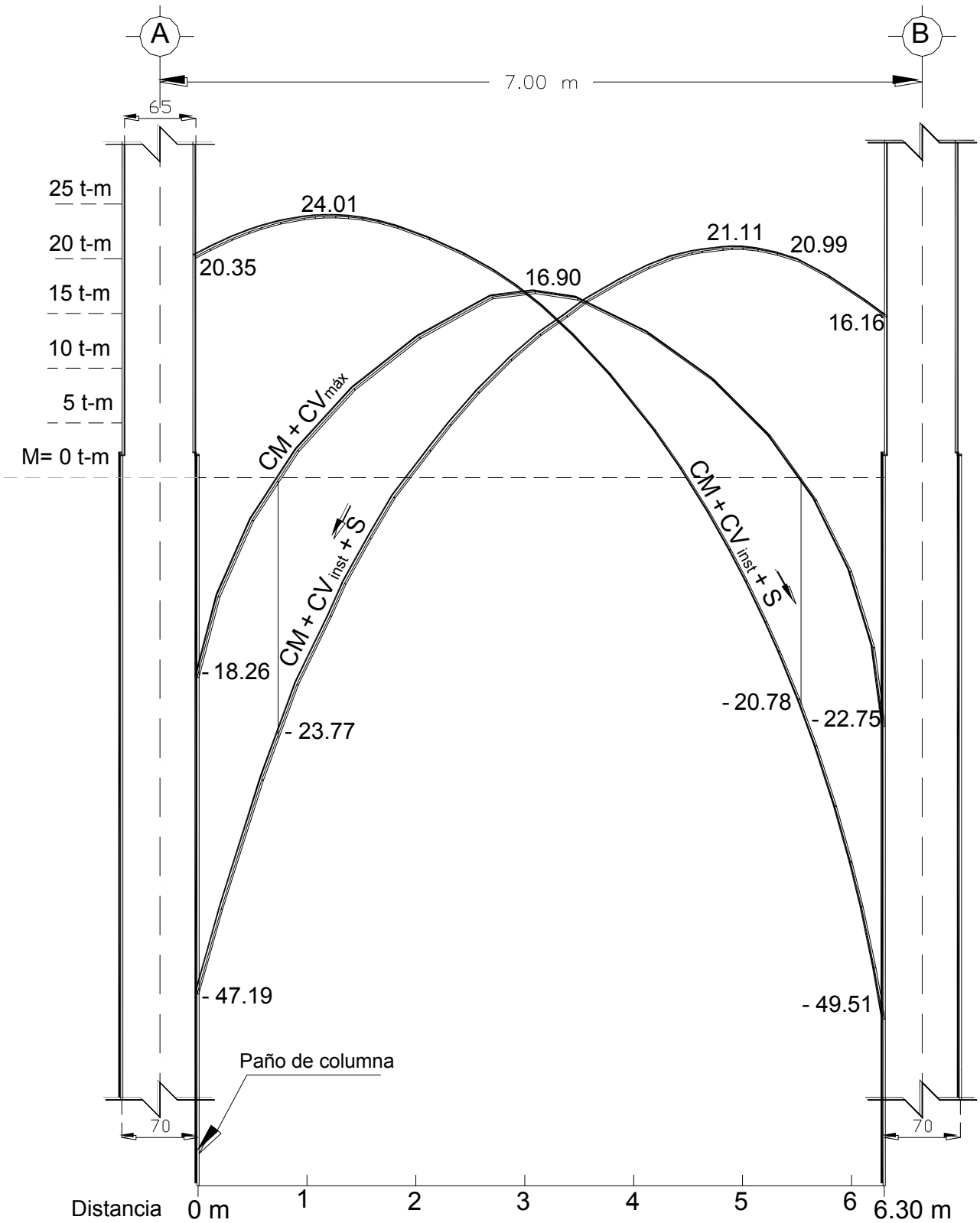
$$(CM + CV_{máx}) (1.4)$$

Factor de carga para la combinación de ($CM + CV_{int} + Sismo$), es de $F_c = 1.1$ por lo cual se tiene;

$$(CM + CV_{int} + Sismo) (1.1)$$



En la figura 6.3.13 se observa la envolvente de momentos resistentes, M_u , en (t-m)



A) Cálculos para el dimensionamiento del refuerzo por flexión del eje 2 (véase 8.5 NTC-2004)

Para realizar los cálculos de las áreas de acero se utilizará la expresión siguiente.

$$M_R = F_R A_s f_y z \quad (2.15 \text{ NTC})$$

despejando el área de acero, A_s , tenemos

$$A_s = \frac{M_R}{F_R f_y z}$$

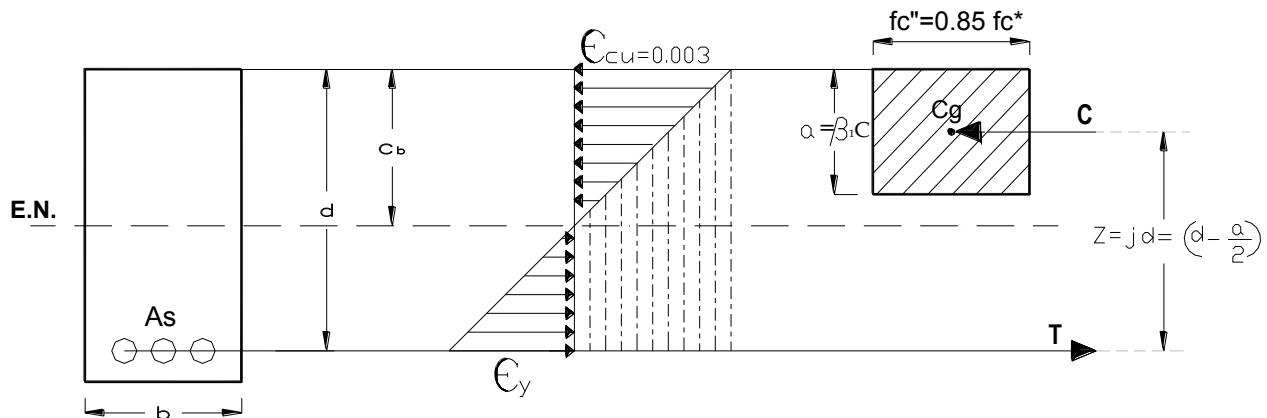
donde:

$$M_R = M_u$$

z , es el brazo del par interno asociado al área máxima de acero admisible ($0.75 A_{sb}$)

Cálculo del brazo del par interno, z , asociado al área máxima de acero admisible ($0.75 A_{sb}$)

En secciones rectangulares sin acero de compresión, con acero en la dimensión, b , el porcentaje de acero es función únicamente de la resistencia del concreto y de las propiedades del acero, f_y , sin importar la geometría de la sección.



En la figura 6.3.14, c_b es la profundidad del eje neutro (en comportamiento balanceado) por triángulos semejantes se tiene:

$$\frac{c_b}{0.003} = \frac{b}{0.003 + E_y} \quad (6.3.1)$$

Despejando, c_b , y considerando que $E_y = \frac{f_y}{E_s}$, se tiene;

$$c_b = \frac{0.003 d}{0.003 + \frac{f_y}{E_s}} = \frac{E_s 0.003 d}{E_s 0.003 + f_y} \quad (6.3.2)$$

Como $E_s = 2 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$,

$$c_b = \frac{(2 \times 10^6) (0.003) d}{(2 \times 10^6) (0.003) + f_y} \quad (6.3.3)$$

Efectuando la ecuación 6.3.3 tenemos que la profundidad del eje neutro balanceado es:

$$c_b = \frac{6000 d}{6000 + f_y} \quad (6.3.4)$$

Como la profundidad del bloque de esfuerzos balanceado, a_b , es:

$$a_b = \beta_1 c_b \quad (6.3.5)$$

Despejando, c_b , tenemos:

$$c_b = \frac{a_b}{\beta_1} \quad (6.3.6)$$

Igualando la ecuación 6.3.4 con la ecuación 6.3.6, se tiene:

$$\frac{a_b}{\beta_1} = \frac{6000 d}{6000 + f_y} \quad (6.3.7)$$

De la ecuación 6.3.7 se puede despejar la profundidad del bloque de esfuerzos balanceado, a_b , para cualquier sección transversal:

$$a_b = \frac{6000 \beta_1 d}{f_y + 6000} \quad (6.3.8)$$

Para calcular la relación entre la profundidad del bloque de esfuerzos a compresión, a , y la profundidad del peralte efectivo, d , se tiene que la ecuación 6.3.7 es válida para cualquier sección.

$$\frac{a_b}{\beta_1} = \frac{6000 d}{6000 + f_y} \quad (6.3.7)$$

La ecuación 6.3.7 se puede escribir para un comportamiento balanceado como:

$$\frac{a_b}{d_b} = \frac{6000 \beta_1}{f_y + 6000} \quad (6.3.9)$$

El valor de, β_1 , se mantiene constante, de 0.85, para valores menores de $f_c' = 375 \text{ kgf/cm}^2$.

$$\frac{a_b}{d_b} = \frac{6000 (0.85)}{4200 + 6000} \quad (6.3.9)$$

De lo anterior tenemos que:

$$\frac{a_b}{d_b} = 0.5 \quad (6.3.10)$$

De donde:

$$a_b = 0.5 d_b \quad (6.3.11)$$

Si consideramos el porcentaje de acero máximo, $p_{máx}$, se tiene:

$$p_{máx} = 0.75 p_b$$

La profundidad del bloque de esfuerzos máximo, $a_{máx}$, será igual a:

$$a_{máx} = (0.75) a_b \quad (6.3.12)$$

Sustituyendo la ecuación 6.3.11 en 6.3.12 tenemos:

$$a_{máx} = (0.75) (0.5) d_b$$

$$a_{máx} = (0.375) d_b \quad (6.3.13)$$

Otra manera de obtener la profundidad del bloque de esfuerzos máximo, $a_{máx}$, es por medio del equilibrio de fuerzas entre las fuerzas a Compresión, C , y las fuerzas a Tensión, T .

$$\Sigma Fx = 0$$

$$C = T$$

Donde:

$$C = a b f_c''$$

$$T = A_s F_y$$

Tenemos que:

$$a b f_c'' = A_s f_y$$

Despejando la profundidad del bloque de esfuerzos, a , tenemos que:

$$a = \frac{A_s f_y}{b f_c''} \quad (6.3.14)$$

Donde se deduce que la profundidad del bloque de esfuerzos balanceado, a_b , es igual a:

$$a_b = \frac{A_{s_b} f_y}{b_b f_c''} \quad (6.3.15)$$

De la ecuación 6.3.11 tenemos que:

$$a_b = 0.5 d_b \quad (6.3.11)$$

Si consideramos el porcentaje de acero máxima, $p_{máx}$, se tiene para:

$$p_{máx} = 0.75 p_b$$

Una profundidad del bloque de esfuerzos máximo, $a_{máx}$, igual a:

$$a_{máx} = (0.75) a_b \quad (6.3.12)$$

Sustituyendo la ecuación 6.3.11 en 6.3.12 tenemos:

$$a_{máx} = (0.75) (0.5) d_b$$

$$a_{máx} = (0.375) d_b \quad (6.3.13)$$

De la figura 6.3.13 tenemos que el brazo de palanca, Z , es igual a:

$$Z = j d = \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

Donde:

j , es un porcentaje de la distancia, d .

De lo anterior tenemos que el brazo de palanca máximo, $Z_{máx}$, asociado al área máxima de acero admisible ($0.75A_{s_b}$) es igual a:

$$Z_{m\acute{a}x} = \left(d - \frac{a_{m\acute{a}x}}{2} \right) \quad (6.3.15)$$

Sustituyendo la ecuación 6.3.14 en 6.315 tenemos que, $Z_{m\acute{a}x}$, es igual a:

$$Z_{m\acute{a}x} = d - \frac{0.375 d}{2}$$

$$Z_{m\acute{a}x} = d (1 - 0.1875)$$

$$Z_{m\acute{a}x} = 0.8125 d$$

$$Z = (0.8125) (36) = 29.25 \text{ cm}$$

Una vez obtenido el brazo de palanca, $Z_{m\acute{a}x}$, se sustituye en la ecuación 2.15 NTC.

$$M_R = F_R A_s f_y z \quad (2.15 \text{ NTC})$$

Despejando el área de acero, A_s , tenemos:

$$A_s = \frac{M_R}{F_R f_y z}$$

donde:

$$M_R = M_u$$

Para la expresión (2.15 NTC), f_y se tomará en t / cm^2 y $Z_{m\acute{a}x}$, en m , de esta manera M_u , estará en $t - m$ y A_s resultará en cm^2 .

$$A_s = \frac{M_u}{(0.9)(4.2)(0.2925)} = \frac{M_u}{1.105 t / \text{cm}^2 m}$$

$$A_s = 0.9044 \text{ cm}^2 / t - m (M_R) \quad (6.3.16)$$

A diferencia de marcos contruidos por columnas y vigas, en sistemas de losa plana, la rigidez de las vigas no está concentrada en el eje de columnas; la rigidez de la losa es mayor en el eje de columnas y va disminuyendo hacia los extremos de las franjas mostradas en la figura 6.3.15.

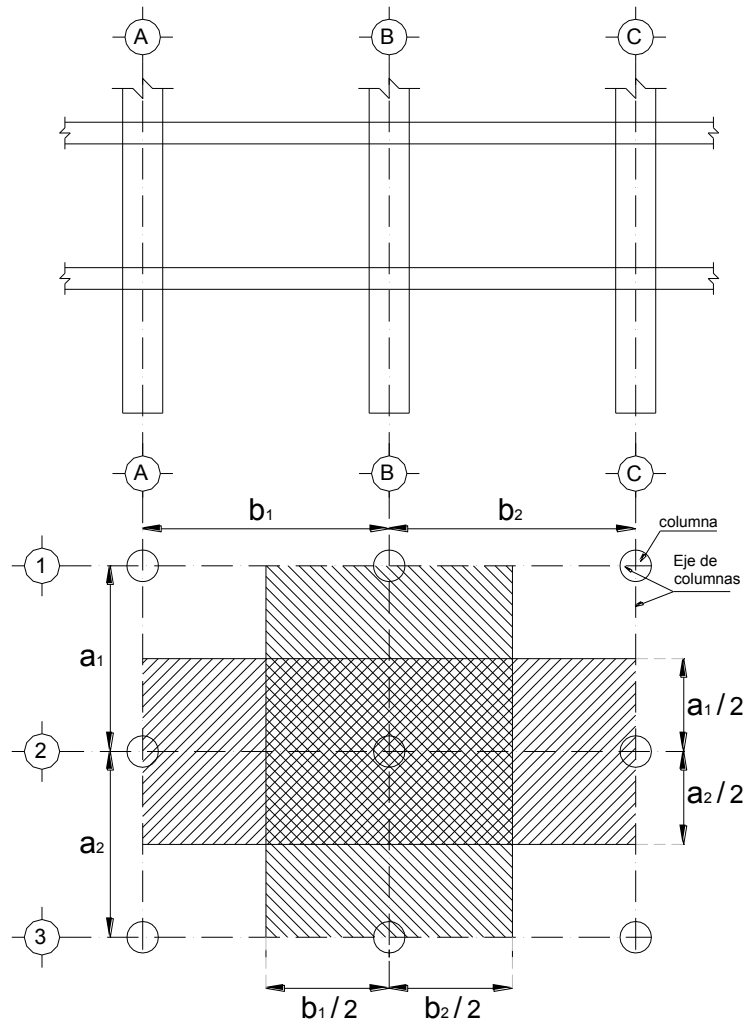


Figura 6.3.15 Estructura equivalente.

Distribución de los momentos en las franjas (véase 8.8 NTC-2004).

Una vez obtenidos los momentos flexionantes en las vigas de los marcos, que son en realidad las franjas mostradas en la figura 6.3.15, es necesario distribuir este momento a lo ancho de las franjas. Para hacer esta distribución a lo ancho de las vigas las NTC-2004 proponen los porcentajes siguientes para ser aplicados en los momentos obtenidos en el análisis: (Tabla 8.1 NTC-2004)

Tabla 6.3.1 Distribución de momentos en franjas de losas planas. (Tabla 8.1 NTC-2004)		
	Franjas de columnas	Franjas centrales
Momentos positivos	60 %	40 %
Momentos negativos	75 %	25 %

En la figura 6.3.17 se ilustra la distribución de momentos de la tabla anterior para la franja del

eje 2 de la figura 6.3.15 en su intersección con el eje C y para la zona de momento positivo, entre los ejes C y B.

Se señala la sección crítica para momento negativo, al paño de la columna, en la cual el 75 por ciento se asigna a la franja de columnas y el 25 por ciento restante a las dos medias franjas centrales. La sección crítica de momento positivo queda localizada a la mitad del claro b_2 , y en ella el 60 por ciento del momento correspondiente a la franja de columnas y el 40 por ciento restante a las dos medias franjas centrales. Se observa que en la franja de columnas los momentos resultan mayores que en la franja central, tal como lo indica la distribución cualitativa de la figura 6.3.16.

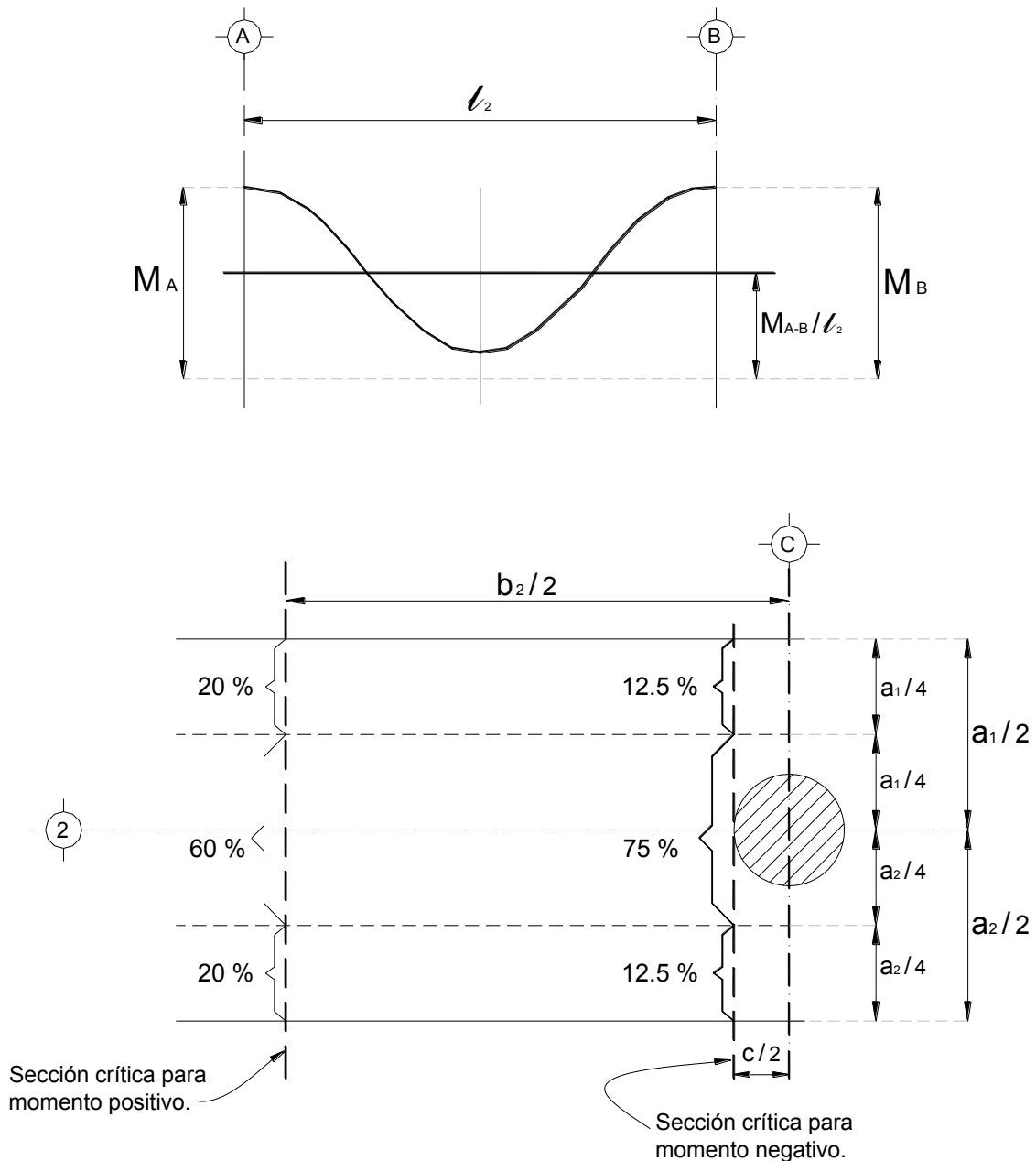


Figura 6.3.17 Distribución de momentos flexionantes en franja de columnas y franja central.

- Diseño por flexión del eje 2, claro A – B, extremo A.

Nota: Todas las áreas obtenidas se resumen en la figura 6.3.18.

Extremo “A”. (*Momentos negativos*)

Para los cálculos de las áreas de acero se utilizará la ecuación 6.3.16, obtenida anteriormente.

$$A_s = 0.9044 \text{ cm}^2 / t - m (M_R) \quad (6.3.16)$$

El extremo “A” corresponde al borde de la losa donde se tienen momentos negativos. Las NTC-2004 especifican que el refuerzo necesario por carga vertical, se coloque como si fuera refuerzo por sismo, o sea, en la franja de ancho $c_2 + 3h = 170 \text{ cm}$ (véase 8.5a NTC - 2004).

El momento en la sección crítica, $M_{crit.} = M_u$, localizada en el paño de columnas es:

Por $CM + CV_{máx}$

$$M_u = 18.26 t - m \quad (\text{Ver figura 6.3.13})$$

∴ El área de acero, A_s , que se debe de colocar en la franjas centrales será de:

$$A_s = (0.9044)(18.26) = 16.51 \text{ cm}^2$$

El área de 16.51 cm^2 se colocará de igual manera en un ancho igual a $c_2 + 3h$, centrado con respecto al eje de columnas (véase 8.5a NTC-2004)

Por complemento a $CM + CV_{int} + Sismo$

Esta área de refuerzo se calcula con los momentos que son la diferencia entre los que se tienen bajo, $CM + CV_{int} + Sismo$, y los correspondientes a, $CM + CV_{máx}$. Este refuerzo debe de colocarse en un ancho igual a $c_2 + 3h = 170 \text{ cm}$ (véase 8.5b NTC-2004)

$$M_u = 47.19 - 18.26 = 28.93 t - m \quad (\text{Ver figura 6.3.13})$$

∴ El área de acero, A_s , que se debe de colocar en el lecho superior es igual a:

$$A_s = (0.9044)(28.93) = 26.16 \text{ cm}^2$$

Extremo “A”. (*Momento positivo*), Por complemento a $CM + CV_{int} + Sismo$

$$M_u = 20.35 t - m \quad (\text{Ver figura 6.3.13})$$

∴ El área de acero, A_s , que se debe de colocar en el lecho inferior es igual a:

$$A_s = (0.9044)(20.35) = 18.40 \text{ cm}^2$$

Con lo anterior, el área total que debe de quedar en el ancho $c_2 + 3h = 170 \text{ cm}$; se obtiene de la siguiente manera: Según corresponda el momento negativo o positivo.

Para el lecho superior será igual a:

$$A_{s_{total}} = 16.51 \text{ cm}^2 + 26.16 \text{ cm}^2 = 42.67 \text{ cm}^2$$

Para el lecho inferior será igual a:

$$A_{s_{total}} = 18.40 \text{ cm}^2$$

- Diseño por flexión del eje 2, claro A – B, centro del claro (*momento positivo*).

Para los cálculos de las áreas de acero se utilizará la ecuación 6.3.16, obtenida anteriormente.

a) Por cargas verticales, $CM + CV_{máx}$

Debido a que la distribución del refuerzo es diferente para carga vertical y para carga horizontal, es necesario hacer el diseño para cada una de las dos condiciones de carga y ver cual es la más desfavorable. En la práctica debido a que los momentos positivos debidos a sismo son pequeños en el centro del claro, casi siempre regirá la condición de carga vertical únicamente.

Como ya se vio anteriormente en la tabla 8.1 NTC-2004 y en la figura 6.3.17, para el caso de cargas verticales $CM + CV_{máx}$, el momento positivo se dividió entre la franja de columnas con un 60 por ciento y las franjas centrales con un 40 por ciento (véase 8.8 NTC-2004).

a-1) Momento en la franja de columnas:

$$M_u = 16.90 \text{ t} - m \quad (\text{Ver figura 6.3.13})$$

$$M_u = (0.6) (16.90) = 10.14 \text{ t} - m$$

∴ El área de acero, A_s , que se debe de colocar en la franja de columna de 250 cm , (ver figura 6.3.11) es igual a:

$$A_s = (0.9044) (10.14) = 9.17 \text{ cm}^2$$

a-2) Momento en las franjas centrales:

$$M_u = (0.4) (16.90) = 6.76 \text{ t} - m$$

∴ El área de acero, A_s , que se debe de colocar en las franjas centrales será de:

$$A_s = (0.9044) (6.76) = 6.11 \text{ cm}^2$$

Para obtener el área que debe quedar incluida en el ancho de $c_2 + 3h = 170 \text{ cm}$, suponiendo que el refuerzo de la franja de columna, $A_s = 9.17 \text{ cm}^2$ distribuido en un ancho de 250 cm de longitud, que incluye a la nervadura del eje cuyo ancho es de 50 cm y las dos adyacentes de 30 cm de ancho, dando esto un total de 110 cm (ver figura 6.3.11).

Por lo tanto el refuerzo que queda alojado en el ancho $c_2 + 3h = 170 \text{ cm}$ y que solo incluye la nervadura del eje cuyo ancho es de 50 cm será de:

$$A_s = 9.17 \text{ cm}^2 \rightarrow 110 \text{ cm}$$

$$x = A_s \rightarrow 50 \text{ cm}$$

$$A_s = 4.16 \text{ cm}^2$$

Con lo anterior el área que debe de llevar la franja de columna fuera del ancho de $c_2 + 3h = 170 \text{ cm}$, y que incluye solo a las dos nervaduras de 30 cm de ancho, será de:

$$A_s = 9.17 \text{ cm}^2 - 4.16 \text{ cm}^2 = 5.01 \text{ cm}^2$$

Con lo anterior, el área total que debe de quedar en el lecho inferior, dentro del ancho $c_2 + 3h = 170 \text{ cm}$, se obtiene según corresponda el momento negativo o positivo. Como solo tenemos momento positivo el área será de:

$$A_s = 4.16 \text{ cm}^2$$

- Diseño por flexión del eje 2, claro A – B, extremo B.

Nota: Todas las áreas obtenidas se resumen en la figura 6.3.18.

Extremo B. (*Momentos negativos*)

Aquí también es necesario calcular por separado el refuerzo necesario para carga vertical $CM + CV_{m\acute{a}x}$ y para carga vertical combinada con fuerzas horizontales $CM + CV_{int} + Sismo$. Para el primer caso, como ya se vio anteriormente en la tabla 8.1 NTC-2004 y en la figura 6.3.17, el momento en la sección crítica se distribuye entre la franja de columnas con un 75 por ciento y la franja central con un 25 por ciento (véase 8.8 NTC-2004).

a) Por cargas verticales, $CM + CV_{m\acute{a}x}$.

a-1) Momento en la franja de columna:

El momento en la sección crítica, $M_{cr\acute{i}t.} = M_u$, localizada en el paño de columnas es:

Por $CM + CV_{m\acute{a}x}$

$$M_u = 22.75 \text{ t} - m \quad (\text{Ver figura 6.3.13})$$

$$M_u = (0.75) (22.75) = 17.06 \text{ t} - m$$

∴ El área de acero, A_s , que se debe de colocar en la franja de columna de 250 cm , (ver figura 6.3.11) es igual a:

$$A_s = (0.9044) (17.06) = 15.43 \text{ cm}^2$$

a-2) Momento en las franjas centrales:

$$M_u = (0.25) (22.75) = 5.688 \text{ t} - m$$

∴ El área de acero, A_s , que se debe de colocar en las franjas centrales será de:

$$A_s = (0.9044) (5.688) = 5.144 \text{ cm}^2$$

Al menos la mitad del refuerzo negativo por carga vertical de la franja de columnas, ($A_s = 15.43 \text{ cm}^2$), quedará en un ancho de $c_2 + 3 h = 170 \text{ cm}$ centrado con respecto al eje de columnas (véase 8.8a NTC-2004). Por lo tanto el área que quedara dentro del ancho $c_2 + 3 h = 170 \text{ cm}$, será igual a:

$$A_s = 7.72 \text{ cm}^2$$

Con lo anterior el área que debe de llevar la franja de columna fuera del ancho de $c_2 + 3 h = 170 \text{ cm}$, y que incluye solo a las dos nervaduras de 30 cm de ancho, será la otra mitad del $A_s = 15.43 \text{ cm}^2$ y esta área será igual a:

$$A_s = 7.72 \text{ cm}^2$$

Por complemento a $CM + CV_{\text{int}} + Sismo$

Esta área de refuerzo se calcula con los momentos que son la diferencia entre los que se tienen bajo $CM + CV_{\text{int}} + Sismo$ y los correspondientes a $CM + CV_{\text{máx}}$. Este refuerzo debe de colocarse en un ancho igual a $c_2 + 3 h = 170 \text{ cm}$ (véase 8.5b NTC-2004).

$$M_u = 49.51 - 22.75 = 26.76 \text{ t} - m \quad (\text{Ver figura 6.3.13})$$

∴ El área de acero, A_s , que se debe de colocar en el lecho superior es igual a:

$$A_s = (0.9044) (26.76) = 24.20 \text{ cm}^2$$

Extremo B. (*Momento positivo*), Por complemento a $CM + CV_{int} + Sismo$

$$M_u = 16.16 \text{ t} - m \text{ (Ver figura 6.3.13)}$$

∴ El área de acero, A_s , que se debe de colocar en el lecho inferior es igual a:

$$A_s = (0.9044) (16.16) = 14.62 \text{ cm}^2$$

Con lo anterior, el área total que debe de quedar en el ancho, $c_2 + 3 h = 170 \text{ cm}$; se obtiene de la siguiente manera: Según corresponda el momento negativo o positivo.

Para el lecho superior será igual a:

$$A_{s_{total}} = 24.20 \text{ cm}^2 + 7.72 \text{ cm}^2 = 31.92 \text{ cm}^2$$

Para el lecho inferior será igual a:

$$A_{s_{total}} = 14.62 \text{ cm}^2$$

En la envolvente de momentos (figura 6.3.13) tenemos por complemento que:

Para $CM + CV_{int} + \vec{S}$ (*Momento negativo*)

$$M_u = 23.77 \text{ t} - m \text{ (Ver figura 6.3.13)}$$

∴ El área de acero, A_s , que se debe de colocar en el lecho superior, con un ancho igual a $c_2 + 3 h = 170 \text{ cm}$ (véase 8.5b NTC-2004) es igual a:

$$A_s = (0.9044) (23.77) = 21.50 \text{ cm}^2$$

Para $CM + CV_{int} + \vec{S}$ (*Momento positivo*)

$$M_u = 24.01 \text{ t} - m \text{ (Ver figura 6.3.13)}$$

∴ El área de acero, A_s , que se debe de colocar en el lecho inferior, con un ancho igual a $c_2 + 3 h = 170 \text{ cm}$ (véase 8.5b NTC-2004) es igual a:

$$A_s = (0.9044) (24.01) = 21.71 \text{ cm}^2$$

Con lo anterior, el área total que debe de quedar en el ancho $c_2 + 3 h = 170 \text{ cm}$; se obtiene de la siguiente manera: Según corresponda el momento negativo o positivo.

Para el lecho superior será igual a:

$$A_{s_{total}} = 21.50 \text{ cm}^2$$

Para el lecho inferior será igual a:

$$A_{s_{total}} = 21.71 \text{ cm}^2$$

Para $CM + CV_{int} + \overleftarrow{S}$ (Momento negativo)

$$M_u = 20.78 \text{ t-m} \text{ (Ver figura 6.3.13)}$$

∴ El área de acero, A_s , que se debe de colocar en el lecho superior, con un ancho igual a $c_2 + 3h = 170 \text{ cm}$. (véase 8.5b NTC-2004) es igual a:

$$A_s = (0.9044) (20.78) = 18.79 \text{ t-m}$$

Para $CM + CV_{int} + \overleftarrow{S}$ (Momento positivo)

$$M_u = 20.99 \text{ t-m} \text{ (Ver figura 6.3.13)}$$

∴ El área de acero, A_s , que se debe de colocar en el lecho inferior, con un ancho igual a $c_2 + 3h = 170 \text{ cm}$ (véase 8.5b-NTC) es igual a:

$$A_s = (0.9044) (20.99) = 19.00 \text{ cm}^2$$

Con lo anterior, el área total que debe de quedar en el ancho $c_2 + 3h = 170 \text{ cm}$; se obtienen de la siguiente manera: Según corresponda el momento negativo o positivo.

Para el lecho superior será igual a:

$$A_{s_{total}} = 18.79 \text{ cm}^2$$

Para el lecho inferior será igual a:

$$A_{s_{total}} = 19.00 \text{ cm}^2$$

Para el refuerzo por flexión calculado solo se usarán barras de los números 8 y 5.

En la figura 6.3.18 se muestra un resumen de la distribución de áreas teóricas de refuerzo A_s , obtenidas, dentro de la envolvente del eje 2, tramo A-B.

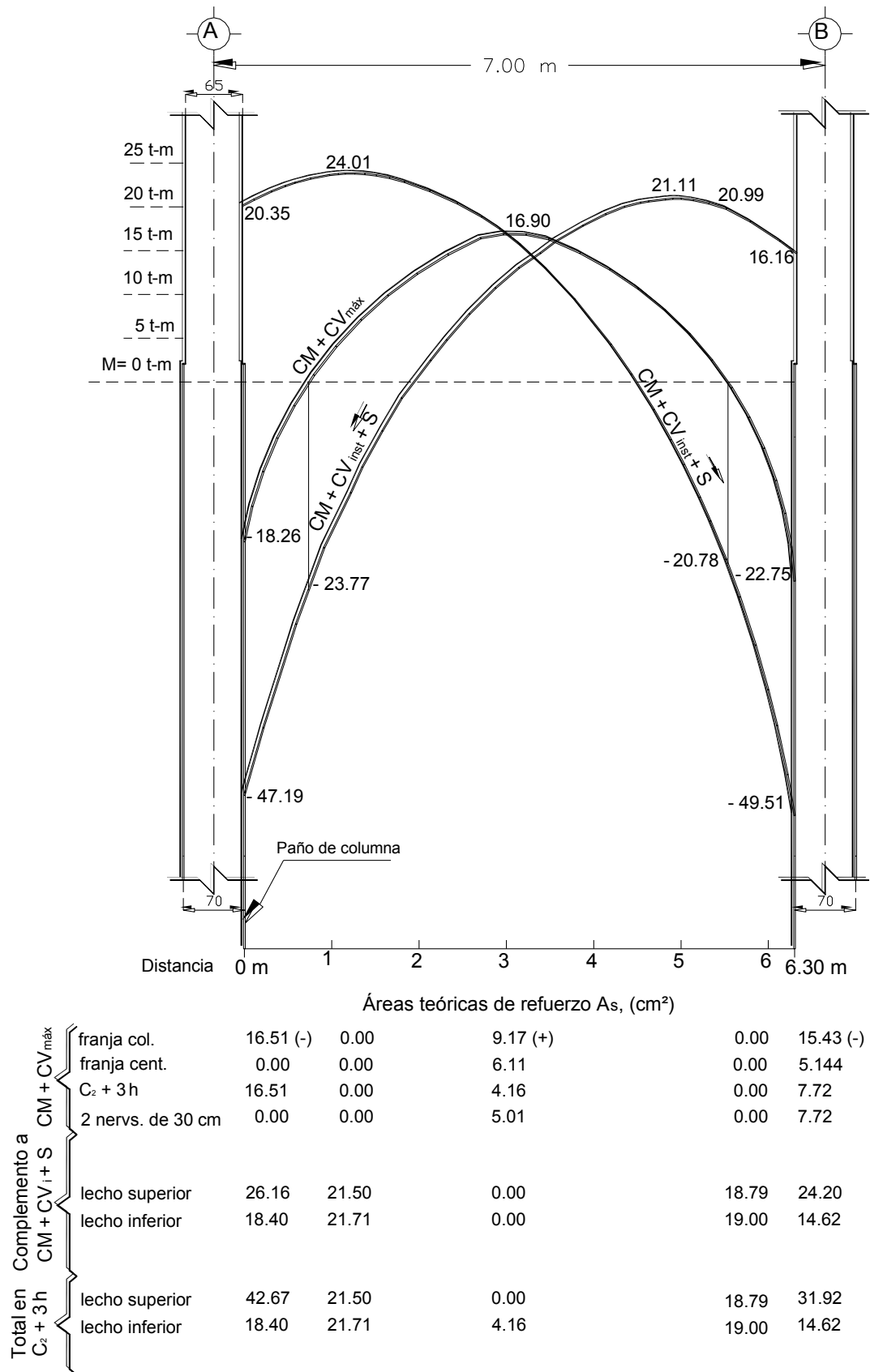


Figura 6.3.18 Distribución del A_s , dentro de la envolvente del eje 2, tramo A-B.

B) Revisión del porcentaje de acero, p , suministrado en cada nervadura.

$$p_{\min} = \frac{0.7 \sqrt{f_c'}}{f_y} = \frac{0.7 \sqrt{250}}{4200} = 0.002635 \quad (2.2 \text{ NTC})$$

$$p_b = \frac{f_c''}{f_y} \frac{6000 \beta_1}{f_y + 6000} = \frac{170}{4200} \frac{6000(0.85)}{4200 + 6000} = 0.02023 \quad (2.3 \text{ NTC})$$

$$p_{\max.} = 0.75 P_b = 0.75(0.02023) = 0.01517$$

b-1) Refuerzo en $c_2 + 3h = 170 \text{ cm}$ (en este ancho solo queda incluida la nervadura de $b = 50 \text{ cm}$)

El refuerzo mostrado en la figura 6.3.19a para el ancho $c_2 + 3h = 170 \text{ cm}$, se obtiene de la siguiente manera.

- Extremo exterior:

El área que se suministrará para momento negativo será algo menor que la teórica, por que se aplicó cierta redistribución de momentos, con el fin de descongestionar la zona del refuerzo negativo, suministrando un refuerzo positivo ligeramente mayor que el necesario (véase 1.41 NTC-2004).

Refuerzo negativo;

Área teórica $A_s = 42.67 \text{ cm}^2$ (Ver figura 6.3.18)

Área suministrada 8 barras del # 8, $A_s = 40.56 \text{ cm}^2 < 42.67 \text{ cm}^2$

El porcentaje de acero es igual a:

$$p = \frac{A_s}{b d} \quad (2.7 \text{ NTC})$$

Se tomará $b = c_2 + d = 50 + 36 = 86 \text{ cm}$, por que es el ancho de la viga ficticias en que se suministra refuerzo transversal.

$$p = \frac{40.56}{(86)(36)} = 0.0131$$

$$p_{\min} < p < p_{\max.} \therefore \text{OK}$$

De las 8 barras del # 8 para momento negativo exterior, en la nervadura del eje de columnas solo van 6 de ellas; las 2 barras restante se alojaran en la zona maciza dentro del ancho $c_2 + 3h = 170 \text{ cm}$

Refuerzo positivo;

Área teórica $A_s = 18.40 \text{ cm}^2$ (Ver figura 6.3.18)

Área suministrada $4 \# 8 + 2 \# 5$, $A_s = 24.24 \text{ cm}^2 > 18.40 \text{ cm}^2$

El porcentaje de acero es igual a:

$$p = \frac{A_s}{b d} \quad (2.7\text{NTC})$$

$$p = \frac{24.24}{(86)(36)} = 0.00783$$

$$p_{\text{mín}} < p < p_{\text{máx.}} \therefore \text{OK}$$

- Extremo interior:

Para este extremo tendremos, $b = 50 \text{ cm}^2$

Refuerzo negativo;

Área teórica $A_s = 31.92 \text{ cm}^2$ (Ver figura 6.3.18)

Área suministrada 6 barras del # 8, $A_s = 30.42 \text{ cm}^2 < 31.92 \text{ cm}^2$

El porcentaje de acero es igual a:

$$p = \frac{A_s}{b d} \quad (2.7\text{NTC})$$

$$p = \frac{30.42}{(50)(36)} = 0.0169$$

$$p_{\text{mín}} < p > p_{\text{máx.}}$$

Aunque se rebasa el porcentaje máximo, este refuerzo se colocará en la zona maciza por lo que es realista suponer un ancho útil $b \geq 60 \text{ cm}$ con lo cual resultaría $p \leq p_{\text{máx.}}$.

Las 6 barras de la nervadura del eje se anclan en el núcleo de la columna con ganchos a 90° (Ver figura 6.3.20 Unión exterior losa - columna).

Zona de la nervadura ($b = 50 \text{ cm}$)

Área teórica $A_s = 19.00 \text{ cm}^2$ (Ver figura 6.3.18)

Área suministrada 4 barras del # 8, $A_s = 20.28 \text{ cm}^2 > 19.00 \text{ cm}^2 \therefore$

El porcentaje de acero es igual a:

$$p = \frac{A_s}{b d} \quad (2.7\text{NTC})$$

$$p = \frac{20.28}{(50)(36)} = 0.01126$$

$$p_{\text{mín}} < p < p_{\text{máx.}} \therefore \text{OK}$$

Para los cortes de barras se aplicarán los requisitos de anclaje del inciso 5.1 NTC-2004, para este fin se puede suponer que las áreas de acero necesarias son proporcionales a la envolvente de M_u .

Al definirse la disposición del refuerzo debe de tenerse presente la sencillez y la facilidad en la construcción. Se recomienda usar pocos diámetros distintos de barras y evitar congestionamiento del refuerzo; también se recomienda que en una misma sección ni el refuerzo positivo ni el negativo conste de barras de diámetros muy distintos:

b-2) Nervaduras adyacentes a la del eje de columnas (nervaduras de $b = 30 \text{ cm}$)

El refuerzo mostrado en la figura 6.3.19b para una de las nervaduras de $b = 30 \text{ cm}$, se obtiene de la siguiente manera.

Área teórica $A_s = 5.01 \text{ cm}^2$ (Ver figura 6.3.18)

Recuérdese que esta área de acero $A_s = 5.01 \text{ cm}^2$, es el refuerzo que debe de colocarse en la franja de columna fuera del ancho $c_2 + 3 h = 170 \text{ cm}$ y que es el total para las dos nervaduras adyacentes con $b = 30 \text{ cm}$, por lo tanto nuestra área teórica será de:

$$\text{Área teórica } A_s = 5.01 / 2 = 2.505 \text{ cm}^2$$

En este caso se optará por usar 3 barras del # 4 en cada lecho en lugar de 2 # 5 para cumplir con el requisito 2.5.9.5a NTC-2004, en el sentido de que la separación transversal entre ramas verticales de los estribos no debe de exceder de 20 cm .

Área suministrada 3 barras del # 4 $A_s = 3.81 \text{ cm}^2 > 2.505 \text{ cm}^2$

El porcentaje de acero es igual a:

$$p = \frac{A_s}{b d} \quad (2.7\text{NTC})$$

$$p = \frac{3.81}{(30)(36)} = 0.003528$$

$$p_{\text{mín}} < p < p_{\text{máx.}} \quad \therefore \text{OK}$$

b-3) Nervadura de la franja central (nervadura de $b = 10 \text{ cm}$)

El refuerzo mostrado en la figura 6.3.19c para una de las nervaduras de de la franja central., se obtiene de la siguiente manera.

Área teórica $A_s = 6.11 \text{ cm}^2$ (Ver figura 6.3.18)

Recuérdese que esta área de acero $A_s = 6.11 \text{ cm}^2$, es el refuerzo que debe de colocarse en la franja central con un ancho de 2.50 m y que es el total para las tres nervaduras de $b = 10 \text{ cm}$, por lo tanto nuestra área teórica será de:

$$\text{Área teórica } A_s = 5.144/3 = 1.715 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área suministrada 1 barras del \# 5 } A_s = 1.98 \text{ cm}^2 > 1.715 \text{ cm}^2 \quad \therefore$$

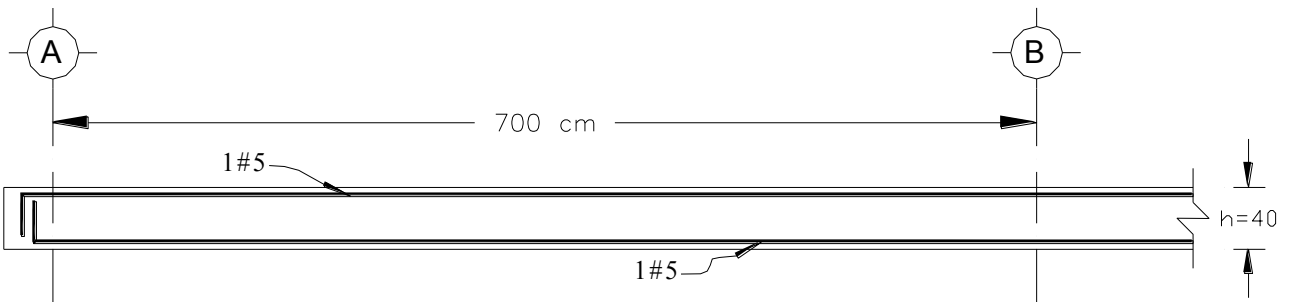
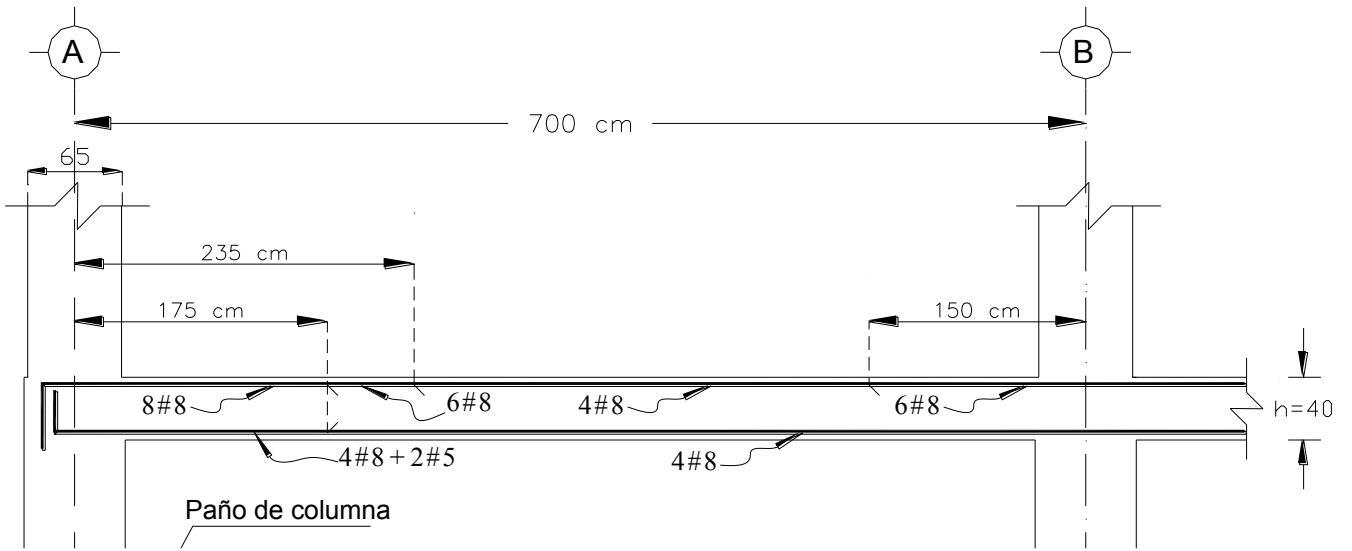
El porcentaje de acero es igual a:

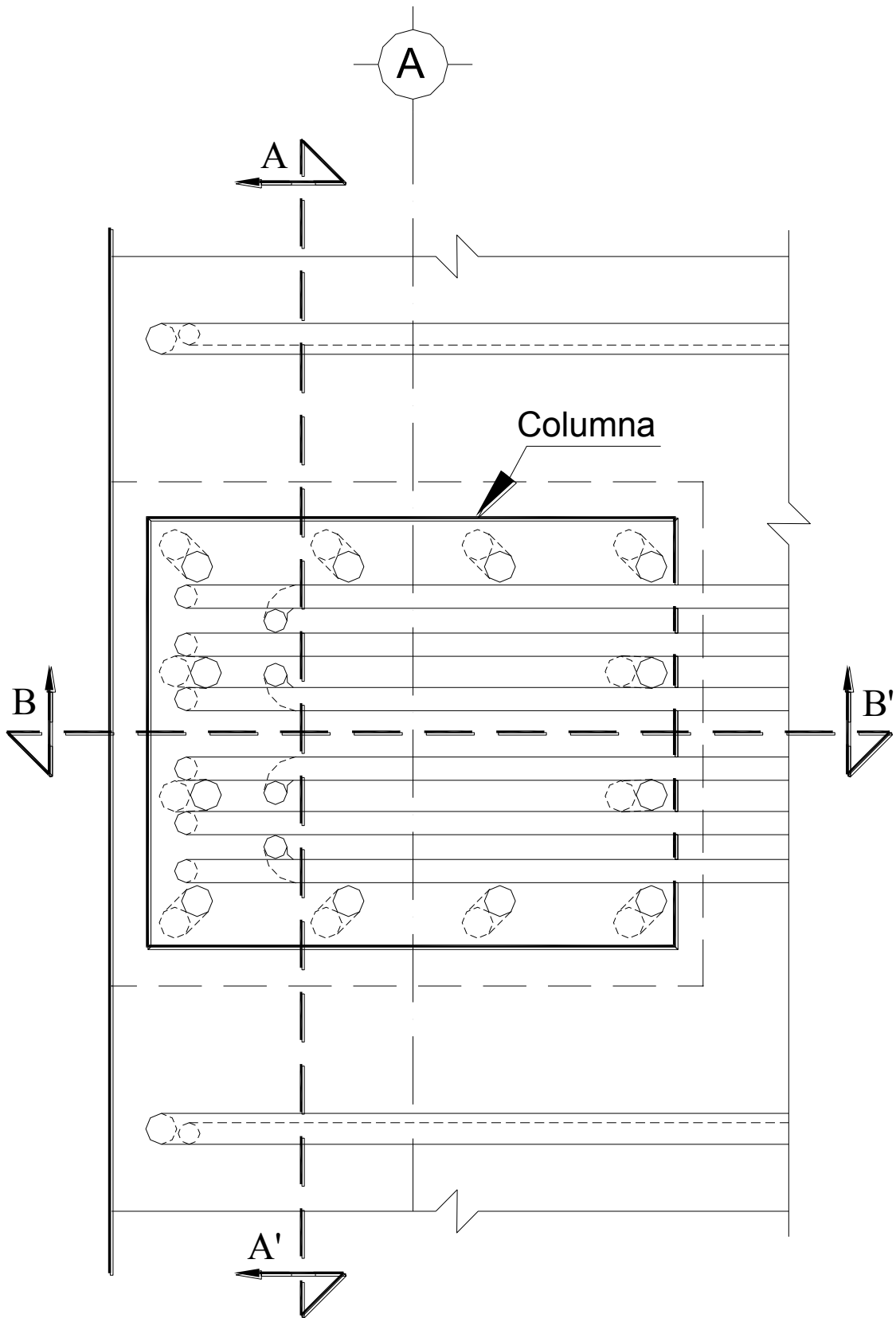
$$p = \frac{A_s}{b d} \quad (2.7\text{NTC})$$

$$p = \frac{1.98}{(10)(36)} = 0.0055$$

$$p_{\text{mín}} < p < p_{\text{máx.}} \quad \therefore \text{OK}$$

En la figura 6.3.19 Se muestra la distribución del refuerzo longitudinal por flexión, para la nervadura de ancho, $c_2 + 3 h$, la nervadura de ($b = 30 \text{ cm}$) y la nervadura de ($b = 10 \text{ cm}$), del eje 2, tramo A-B.





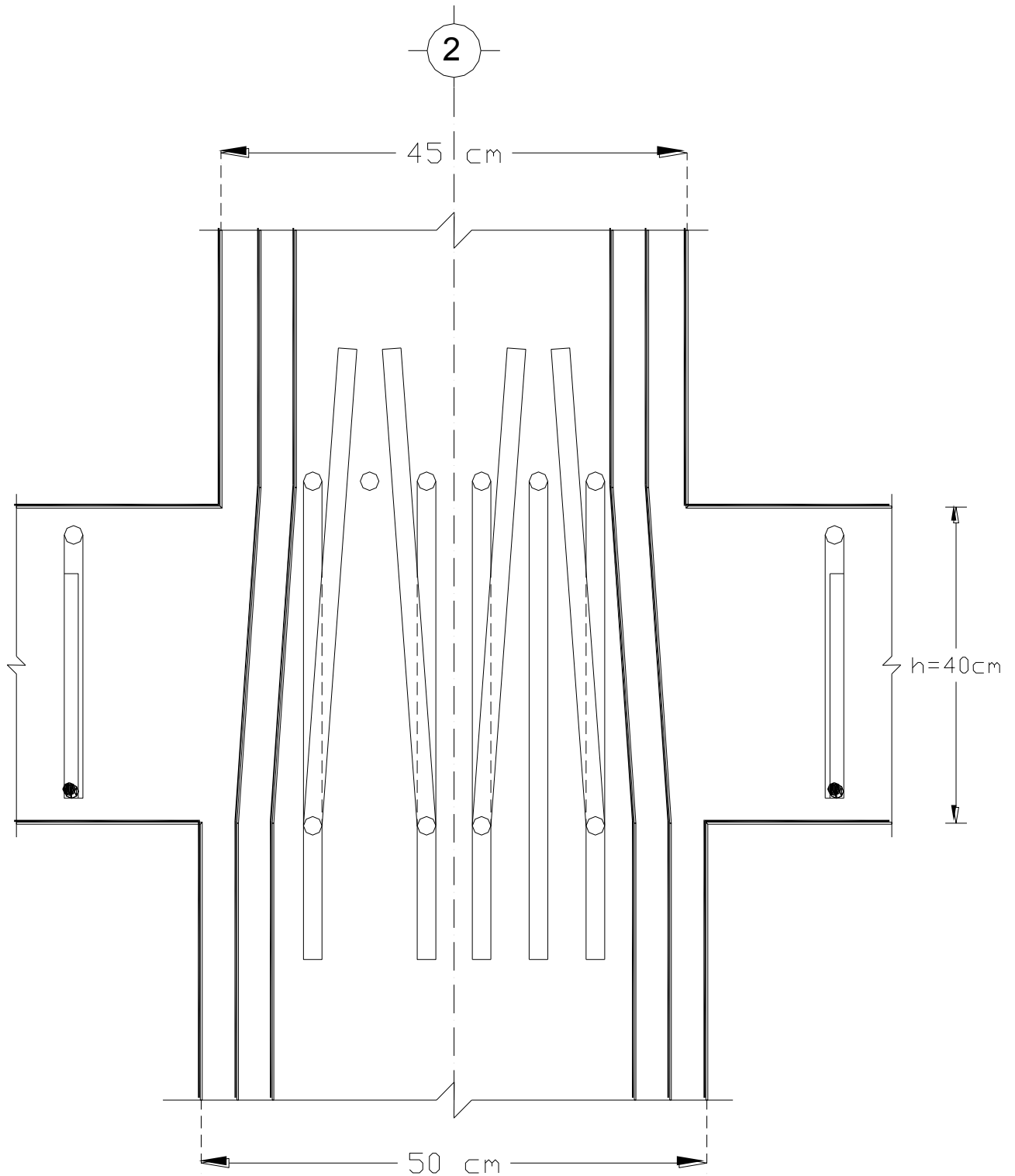


Figura 6.3.21 Unión exterior losa – columna. Sección A-A'.
 (No se muestran los estribos de la columna
 ni del nudo; tampoco dos barras intermedias
 del fondo de la columna)

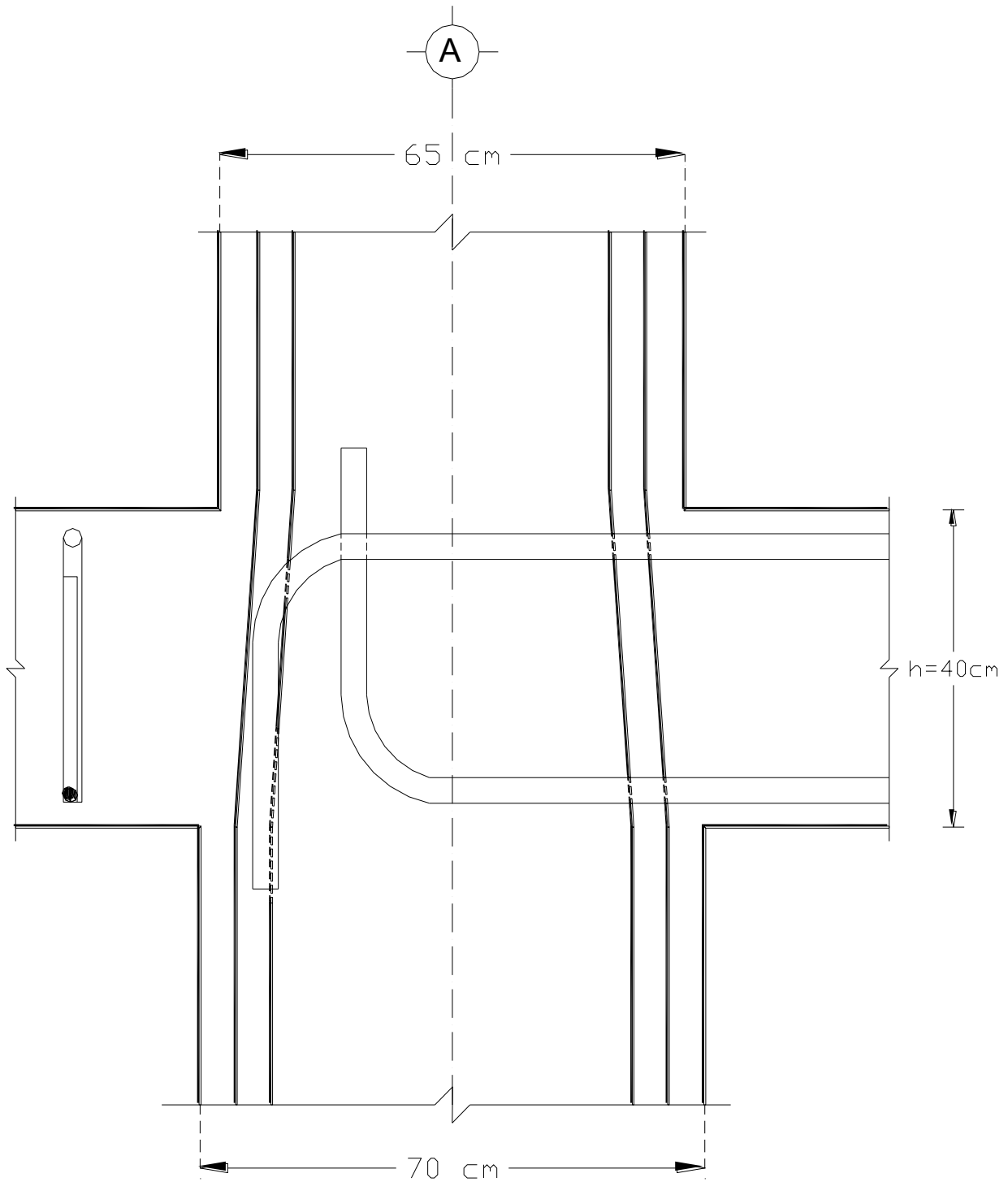
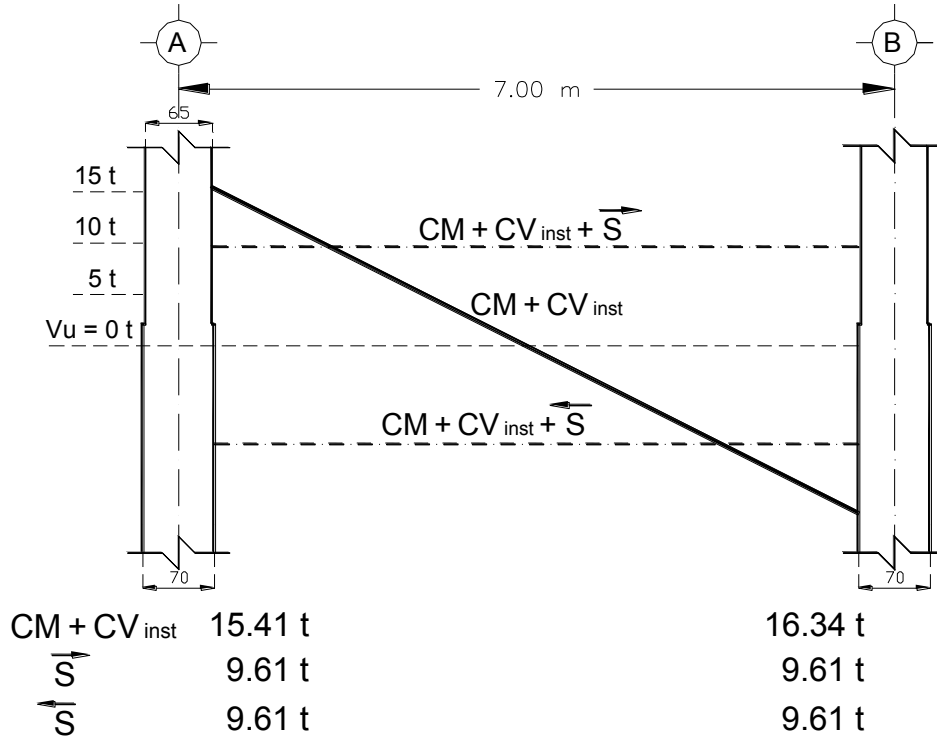
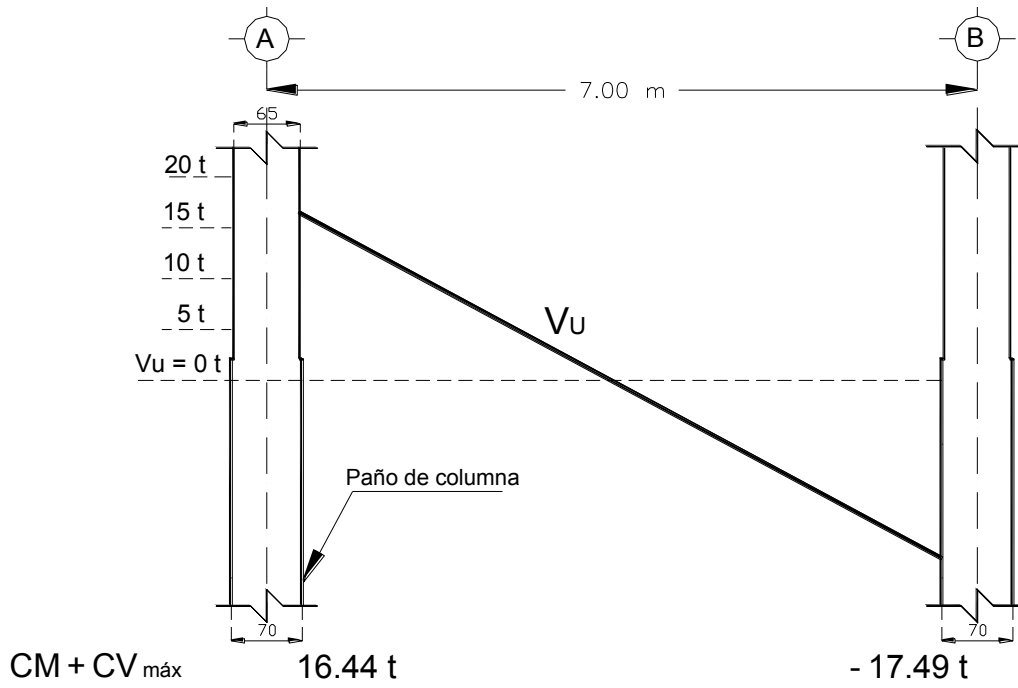


Figura 6.3.22 Unión exterior losa – columna. Sección B-B'.
(No se muestran los estribos de la columna ni del nudo; tampoco dos barras intermedias del fondo de la columna)

- REVISIÓN DE LA FUERZA CORTANTE COMO VIGA ANCHA.



En la figura 6.3.23 se muestra el diagrama de fuerzas cortantes proveniente de los análisis, las condiciones bajo cargas muerta más viva máxima ($CM + CV_{máx}$), se observa en la figura 6.3.23a y Las condiciones bajo cargas muerta, viva instantánea y sismo ($CM + CV_{int} + Sismo$), se observa en la figura 6.3.23b.

En la revisión por fuerza cortante como viga ancha, bajo ($CM + CV_{máx}$) se sigue el criterio establecido en 2.5.9a NTC-2004; bajo ($CM + CV_{int} + Sismo$) se aplica el criterio de resistir en un ancho igual a $c_2 + 3h = 170\text{ cm}$ la fuerza cortante causada por el sismo, en acuerdo con la forma de proceder al diseñar por flexión.

- Cálculos para el refuerzo por fuerza cortante.

a) Bajo la condición de cargas muerta más viva máxima ($CM + CV_{máx}$).

A - 1) Nervadura del eje de columnas, solo incluye la de ($b = 50$) (Ver figura 6.3.13)

Cálculo de la fuerza cortante de diseño que toma el concreto, V_{cR} , (véase 2.5.1.1 NTC-2004).

Si $p \geq 0.015$

La fuerza cortante de diseño que toma el concreto, V_{cR} , será igual a:

$$V_{cR} = 0.5 F_R b d \sqrt{f_c} \quad (2.20 \text{ NTC})$$

Cálculo de cuantía de acero (véase 2.5.1.1 NTC-2004)

$$p = \frac{A_s}{bd} \quad (2.7 \text{ NTC})$$

Si tenemos $6 \# 8 = 30.42\text{ cm}^2$ (Ver figura 6.3.19a NTC-2004)

$$p = \frac{A_s}{bd} = \frac{(30.42)}{(50)(36)} = 0.0169 \geq 0.015$$

La fuerza cortante que toma el concreto V_{cR} será igual a:

$$V_{cR} = (0.5)(0.8)(50)(36)\sqrt{200} = 10182.33\text{ kgf} \quad (2.20 \text{ NTC})$$

V_{cR} , nunca será mayor a: (véase 2.5.1.1 NTC-2004)

$$1.5 F_R b d \sqrt{f_c} \quad *$$

$$(1.5)(0.8)(50)(36)\sqrt{200} = 30547.01\text{ kgf} > V_{cR} \therefore \text{OK}$$

Cálculo de la resistencia suministrada por los estribos que resultaron al revisar la tensión diagonal alrededor de las columnas:

Para; $0m \leq x \leq 1.40 m$

Donde x es la distancia desde el paño de la columna.

Recuérdese que cuando se revisó la tensión diagonal alrededor de la columna 2A se obtuvieron estribos del # 2 de 8 ramas @ 12 cm que abarcan una viga ficticia de ancho $b = c_2 + d = 50 + 36 = 86 \text{ cm}$ de la zona maciza, En una longitud correspondiente a $l/4 = 700/4 = 175 \text{ cm}$ en cada extremo, que medido desde el eje de la columna será igual a $175 - 35 = 140 \text{ cm}$. En la revisión como viga ancha conservadoramente solo se consideran 6 ramas de dichos estribos, que son las que quedan incluidas en la nervadura de 50 cm.

De lo anterior tenemos que:

Se colocarán estribos del # 2 de 6 ramas ($A_s = 1.92 \text{ cm}^2$) @ 12 cm.

Sabemos que:

$$s = \frac{F_R A_v f_y d}{V_{sR}} \quad (2.23 \text{ NTC})$$

Despejando la fuerza cortante de diseño que toma el acero transversal V_{sR} , tenemos que:

$$V_{sR} = \frac{F_R A_v f_y d}{s} = \frac{(0.8)(1.92)(4200)(36)}{12} = 19353.6 \text{ kgf}$$

Para; $1.4 m \leq x \leq 4.90 m$

$$V_{sR} = 0$$

Para; $4.9 m \leq x \leq 6.30 m$

Recuérdese que cuando se revisó la tensión diagonal alrededor de la columna 2B se obtuvieron estribos del # 2 de 4 ramas @ 12 cm que abarcan una viga ficticia de ancho $b = c_2 + d = 50 + 36 = 86 \text{ cm}$ de la zona maciza, En una longitud correspondiente a $l/4 = 700/4 = 175 \text{ cm}$, en cada extremo, que medido desde el eje de la columna será igual a $175 - 35 = 140 \text{ cm}$.

De lo anterior tenemos que:

Se colocarán estribos del # 2 de 4 ramas ($A_s = 1.28 \text{ cm}^2$) @ 12 cm.

Sabemos que:

$$s = \frac{F_R A_v f_y d}{V_{sR}} \quad (2.23 \text{ NTC})$$

Despejando la fuerza cortante de diseño que toma el acero transversal, V_{sR} , tenemos que:

$$V_{sR} = \frac{F_R A_v f_y d}{s} = \frac{(0.8)(1.28)(4200)(36)}{12} = 12902.40 \text{ kgf}$$

La losa actúa como una viga ancha en tal forma que las grietas diagonales potenciales se extenderían en un plano que abarca todo el ancho. En losas planas para esta revisión se supondrá que el 75 por ciento de la fuerza cortante actúa en la franja de columna y el 25 por ciento en las franjas centrales (véase 2.5.9a NTC-2004).

Como la nervadura de ancho $b = 50$ se encuentra dentro de la franja de columnas, se supondrá un 75 por ciento de la fuerza cortante, V_u , (V_u , es la fuerza cortante de diseño que actúa en todo el ancho). En la franja de columnas, queda incluida la nervadura de 50 cm y las dos adyacentes de 30 cm teniendo un ancho igual a $50 + (30)(2) = 110 \text{ cm}$ (ver figura 6.3.11)

La fuerza cortante de diseño que actúa en a la nervadura del eje, $V_{u_{nerv.}}$, de ancho $b = 50$ será:

$$V_{u_{nerv.}} = 0.75 V_u \frac{50 \text{ cm}}{110 \text{ cm}} = 0.3409 V_u$$

Extremo "A"

$$V_u = 23.02 \text{ t} \quad (\text{Ver figura 6.3.23a})$$

$$V_u = (0.3409)(23.02) = 7.848 \text{ t}$$

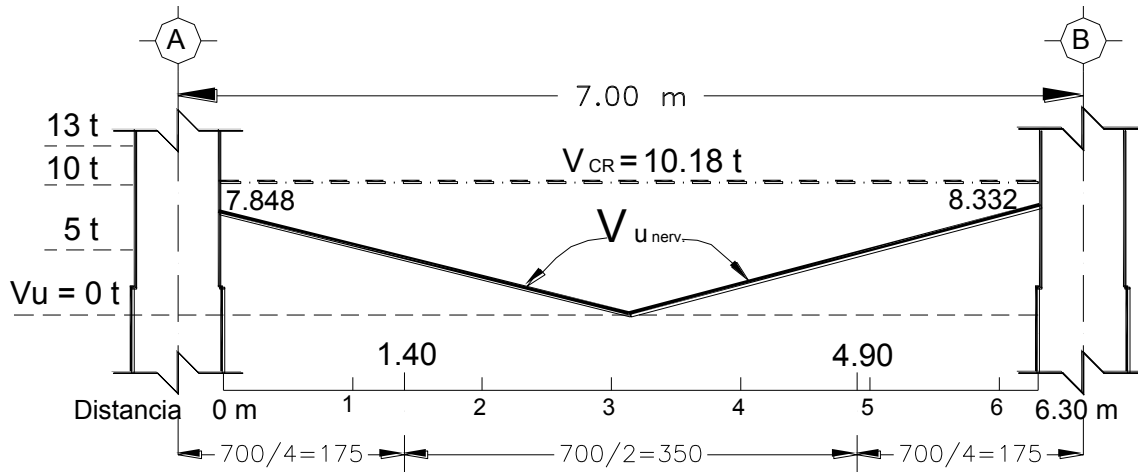
Extremo "B"

$$V_u = 24.44 \text{ t} \quad (\text{Ver figura 6.3.23a})$$

$$V_u = (0.3409)(24.44) = 8.332 \text{ t}$$

En toda la nervadura $V_{cR} > V_{u_{nerv.}} \therefore$ no se requiere refuerzo adicional bajo carga muerta más carga viva máxima ($CM + CV_{m\acute{a}x}$).

En la figura 6.3.24 Se observa como la fuerza cortante de diseño que toma el concreto, V_{cR} , es mayor que la fuerza cortante de diseño, V_u , que actúa en todo el ancho de la nervadura para $b = 50$.



a - 2) Nervaduras adyacentes a la del eje de columnas ($b = 30 \text{ cm}$) (Ver figura 6.3.13)

Cálculo de la fuerza cortante de diseño que toma el concreto, V_{cR} , (véase 2.5.1.1 NTC-2004).

Si $p < 0.015$

La fuerza cortante de diseño que toma el concreto, V_{cR} , será igual a:

$$V_{cR} = F_R b d (0.2 + 20 p) \sqrt{f_c}^* \quad (2.19 \text{ NTC})$$

Cálculo de cuantía de acero (véase 2.2.4a NTC-2004)

$$p = \frac{A_s}{b d} \quad (2.7 \text{ NTC})$$

Si tenemos $3 \# 4 = 3.81 \text{ cm}^2$ en cada lecho (Ver figura 6.3.19b)

$$p = \frac{A_s}{b d} = \frac{(3.81)}{(30)(36)} = 0.003528 < 0.015$$

La fuerza cortante que toma el concreto, V_{cR} , será igual a:

$$V_{cR} = (0.8)(30)(36)(0.2 + 20(0.003528))\sqrt{200} = 3305.99 \text{ kgf} \quad (2.19 \text{ NTC})$$

V_{cR} , nunca será mayor a: (véase 2.5.1.1 NTC-2004)

$$1.5 F_R b d \sqrt{f_c}^*$$

$$(1.5)(0.8)(30)(36)\sqrt{200} = 18328.21 \text{ kgf} > V_{cR} \therefore \text{OK}$$

Cálculo de la resistencia suministrada por los estribos que resultaron al revisar la tensión diagonal alrededor de las columnas:

Para; $0\text{ m} \leq x \leq 1.40\text{ m}$

Donde x es la distancia desde el paño de la columna.

Recuérdese que cuando se revisó la tensión diagonal alrededor de la columna 2B se obtuvieron estribos del # 2 de 4 ramas @ 12 cm que abarcan una viga ficticia de ancho $b = c_2 + d = 50 + 36 = 86\text{ cm}$ de la zona maciza, En una longitud correspondiente a $l/4 = 700/4 = 175\text{ cm}$ en cada extremo, que medido desde el eje de la columna será igual a $175 - 35 = 140\text{ cm}$.

De lo anterior tenemos que:

Se colocarán estribos del # 2 de 4 ramas ($A_s = 1.28\text{ cm}^2$) @ 12 cm.

Sabemos que:

$$s = \frac{F_R A_v f_y d}{V_{sR}} \quad (2.23\text{ NTC})$$

Despejando la fuerza cortante de diseño que toma el acero transversal V_{sR} , tenemos que:

$$V_{sR} = \frac{F_R A_v f_y d}{s} = \frac{(0.8)(1.28)(4200)(36)}{12} = 12902.40\text{ kgf}$$

Para; $1.4\text{ m} \leq x \leq 4.90\text{ m}$

$$V_{sR} = 0$$

Para; $4.9\text{ m} \leq x \leq 6.30\text{ m}$

Se colocarán estribos del # 2 de 4 ramas ($A_s = 1.28\text{ cm}^2$) @ 12 cm.

La fuerza cortante de diseño que toma el acero transversal V_{sR} , será de:

$$V_{sR} = \frac{F_R A_v f_y d}{s} = \frac{(0.8)(1.28)(4200)(36)}{12} = 12902.40\text{ kgf}$$

La fuerza cortante de diseño $V_{u_{nerv.}}$ que actúa en las nervaduras adyacentes a la del eje de columnas de ancho $b = 30\text{ cm}$ será:

La losa actúa como una viga ancha en tal forma que las grietas diagonales potenciales se extenderían en un plano que abarca todo el ancho. En losas planas para esta revisión se supondrá que el 75 por ciento de la fuerza cortante actúa en la franja de columna y el 25 por ciento en las franjas centrales (véase 2.5.9a NTC-2004).

Como las nervaduras de ancho $b = 30 \text{ cm}$ se encuentran dentro de la franja de columnas, se supondrá un 75 por ciento de la fuerza cortante V_u (V_u , es la fuerza cortante de diseño que actúa en todo el ancho). En la franja de columnas, queda incluida la nervadura de 50 cm y las dos adyacentes de 30 cm teniendo un ancho igual a $50 + (30)(2) = 110 \text{ cm}$ (ver figura 6.3.11)

$$V_{u_{nerv.}} = 0.75 V_u \frac{30 \text{ cm}}{110 \text{ cm}} = 0.2045 V_u$$

Extremo "A"

$$V_u = 23.02 \text{ t} \quad (\text{Ver figura 6.3.23a})$$

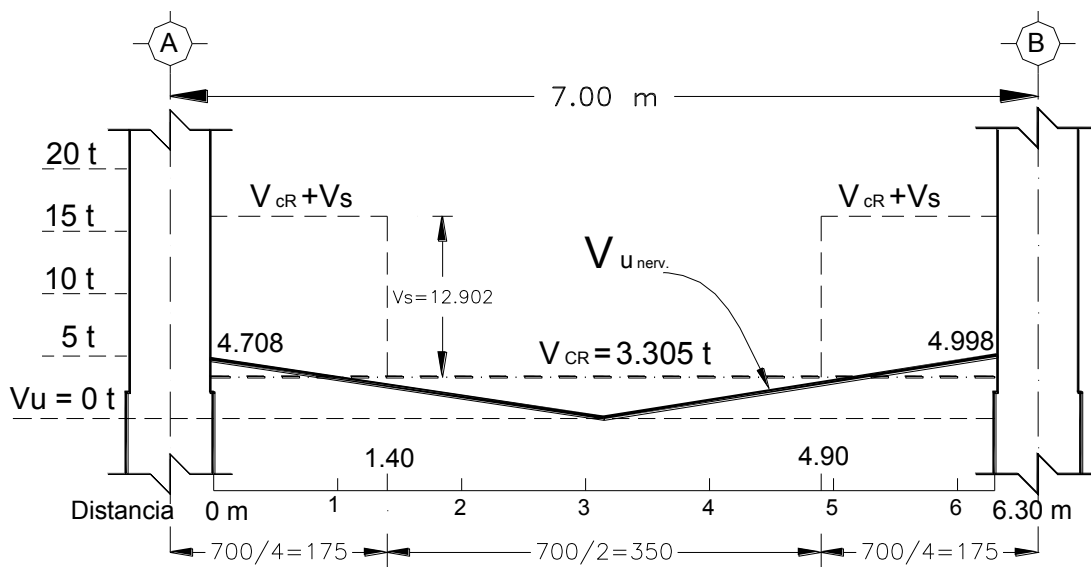
$$V_u = (0.2045)(23.02) = 4.708 \text{ t}$$

Extremo "B"

$$V_u = 24.44 \text{ t} \quad (\text{Ver figura 6.3.23a})$$

$$V_u = (0.2045)(24.44) = 4.998 \text{ t}$$

Por lo anterior tenemos que en toda la nervadura $V_{cR} < V_{u_{nerv.}}$, Pero como $V_{cR} + V_{sR} > V_u$, no se requiere refuerzo transversal adicional bajo ($CM + CV_{máx}$).



cm

a - 3) Nervaduras de la franja central ($b = 10 \text{ cm}$) (Ver figura 6.3.13)

Cálculo de la fuerza cortante de diseño que toma el concreto, V_{cR} , (véase 2.5.1.1 NTC-2004).

Si $p < 0.015$

La fuerza cortante de diseño que toma el concreto, V_{cR} , será igual a:

$$V_{cR} = F_R b d (0.2 + 20) \sqrt{f_c} \quad (2.19 \text{ NTC})$$

Cálculo de cuantía de acero (véase 2.5.1.1 NTC-2004)

$$p = \frac{A_s}{bd} \quad (2.7 \text{ NTC})$$

Si tenemos 1 # 5 = 1.98 cm^2 en cada lecho (Ver figura 6.3.19b NTC-2004)

$$p = \frac{A_s}{bd} = \frac{(1.98)}{(10)(36)} = 0.0055 < 0.015$$

La fuerza cortante que toma el concreto, V_{cR} , será igual a:

$$V_{cR} = (0.8)(10)(36)(0.2 + 20(0.0055))\sqrt{200} = 1262.61 \text{ kgf} \quad (2.19 \text{ NTC})$$

V_{cR} , nunca será mayor a: (véase 2.5.1.1 NTC-2004)

$$1.5 F_R b d \sqrt{f_c} *$$

$$(1.5)(0.8)(10)(36)\sqrt{200} = 6109.40 \text{ kgf} > V_{cR} \therefore \text{OK}$$

La losa actúa como una viga ancha en tal forma que las grietas diagonales potenciales se extenderían en un plano que abarca todo el ancho. En losas planas para esta revisión se supondrá que el 75 por ciento de la fuerza cortante actúa en la franja de columna y el 25 por ciento en las franjas centrales (véase 2.5.9a NTC-2004).

Como las nervaduras de ancho $b = 10 \text{ cm}$ se encuentran dentro de la franja de columnas, se supondrá un 25 por ciento de la fuerza cortante V_u (V_u , es la fuerza cortante de diseño que actúa en todo el ancho). En la franja central, quedan incluidas tres nervaduras de 10 cm teniendo un ancho igual a $(3)(10) = 30 \text{ cm}$ (ver figura 6.3.11)

$$V_{u_{nerv.}} = 0.25 V_u \frac{10 \text{ cm}}{30 \text{ cm}} = 0.08333 V_u$$

Extremo “A”

$$V_u = 23.02 \text{ t} \quad (\text{Ver figura 6.3.23a})$$

$$V_u = (0.08333)(23.02) = 1.918 \text{ t}$$

Extremo “B”

$$V_u = 24.44 \text{ t} \quad (\text{Ver figura 6.3.23a})$$

$$V_u = (0.08333)(24.44) = 2.037 \text{ t}$$

Como $V_{cR} < V_u < 1.5 F_R b d \sqrt{f_c^*}$, la separación s del refuerzo transversal no será mayor que $0.5 d$, por la que $s = (0.5)(36) = 18 \text{ cm}$ (véase 2.5.2.3b NTC-2004).

La separación teórica del refuerzo transversal con grapas del # 2 será: (véase 2.5.2.3a NTC)

$$s = \frac{F_R A_v f_y d}{V_{sR}} \quad (2.23 \text{ NTC})$$

Donde A_v es el área transversal del refuerzo por tensión diagonal $A_v = 1 \# 2 = 0.32 \text{ cm}^2$ y V_{sR} es la fuerza cortante de diseño que toma el acero transversal ($V_{sR} = V_u - V_{cR}$)

$$s = \frac{(0.8)(0.32)(4200)(36)}{(2037 - 1262.61)} = 49.98 \text{ cm} \quad (2.23 \text{ NTC})$$

∴ Rige $s = 18 \text{ cm}$

Por resistencia se colocarán en cada extremo de las nervaduras grapas del # 2 @ 18 cm en una longitud de $88 \approx 90 \text{ cm}$ a partir de la prolongación del paño de la columna.

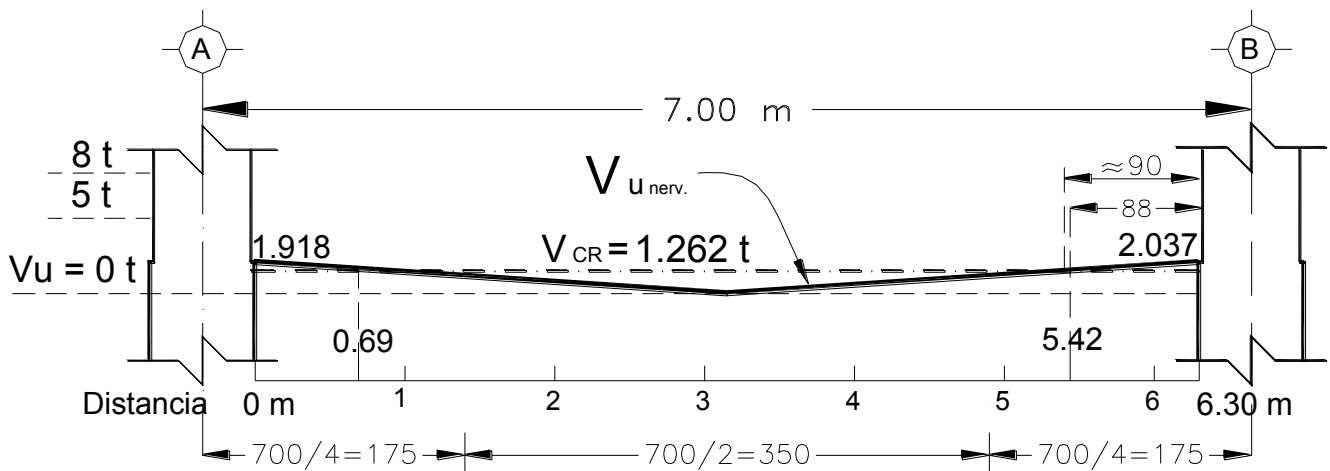


Figura 6.3.26 Diagrama de la fuerza cortante de diseño que toma el concreto V_{cR} para $b = 10 \text{ cm}$

b) Bajo la condición de cargas muerta, viva instantánea y sismo ($CM + CV_{inst} + Sismo$)

A fin de ir de acuerdo con el criterio de resistir el efecto del sismo en el ancho $c_2 + 3h = 170\text{ cm}$, se supondrá que toda la fuerza cortante causada por el sismo actúa en dicho ancho (véase 8.5b NTC-2004). En el ejemplo, resulta que en $c_2 + 3h = 170\text{ cm}$ solo queda la nervadura del eje con ($b = 50\text{ cm}$) por lo que la totalidad de la fuerza cortante de sismo se asignará solo a esa nervadura.

En la figura 6.3.24 se muestra el diagrama de fuerza cortante sobre la nervadura del eje bajo cargas muerta y viva instantánea que se obtiene del de fuerza cortante en todo el ancho, tomando, por una parte el 75 por ciento, que es lo que actúa en la franja de columna y, por otra, haciendo que la fuerza que actúa en la nervadura sea proporcional a su ancho. Al diagrama así obtenido se suma el efecto total del sismo. De esta forma, la fuerza cortante en el extremo "A" (14.86 t) se obtiene de la siguiente forma:

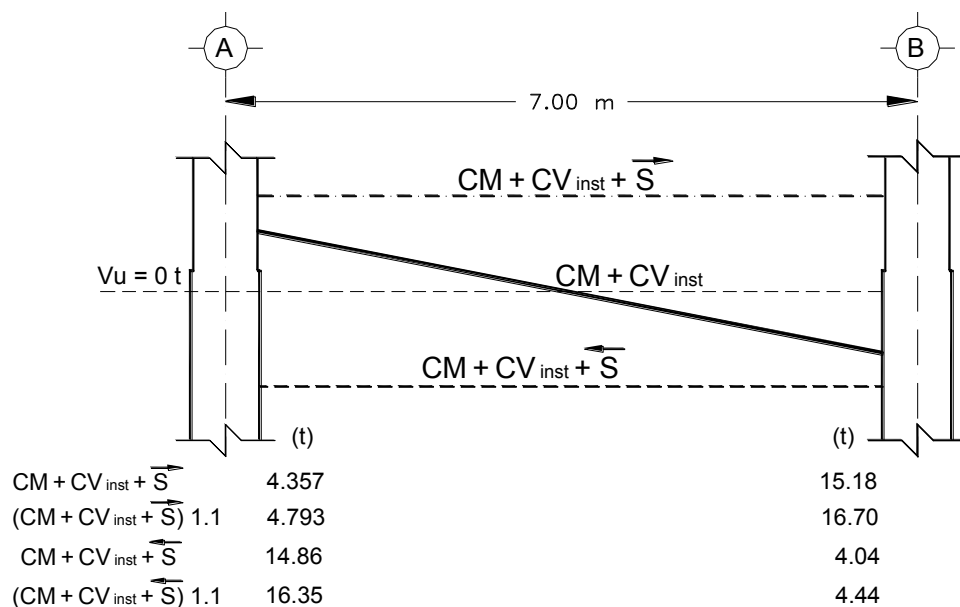
$$(0.75) (15.41) \frac{50}{110} + 9.61 = 14.86\text{ t}$$

Donde:

0.75 es el porcentaje que actúa en la franja de columna, 15.41 t y 9.61 t (ver figura 6.3.23a). En la franja de columnas, queda incluida la nervadura de 50 cm y las dos adyacentes de 30 cm teniendo un ancho igual a $50 + (30)(2) = 110\text{ cm}$ (ver figura 6.3.11)

La fuerza cortante en el extremo "B" (15.18 t) se obtiene de la siguiente forma:

$$(0.75) (16.35) \frac{50}{110} + 9.61 = 15.18\text{ t}$$



Como ya se vio anteriormente para nervadura de ancho, $b = 50 \text{ cm}$, tenemos que:

$$p > 0.015$$

La fuerza cortante de diseño que toma el concreto, V_{cR} , será igual a:

$$V_{cR} = 0.5 F_R b d \sqrt{f_c}^* \quad (2.20 \text{ NTC})$$

La fuerza cortante que toma el concreto, V_{cR} , será igual a:

$$V_{cR} = (0.5)(0.8)(50)(36)\sqrt{200} = 10182.33 \text{ kgf} \quad (2.20 \text{ NTC})$$

V_{cR} , nunca será mayor a: (véase 2.5.1.1 NTC-2004)

$$1.5 F_R b d \sqrt{f_c}^*$$

$$(1.5)(0.8)(50)(36)\sqrt{200} = 30547.01 \text{ kgf} > V_{cR} \therefore \text{OK}$$

De igual manera cuando analizamos la resistencia que suministran los estribos que resultaron al revisar la tensión diagonal alrededor de las columnas y como viga ancha bajo cargas muerta y viva máxima, se determinó que para esta condición no se requirieron estribos adicionales. (ver figura 6.3.24)

Cálculo de la resistencia suministrada por los estribos que resultaron al revisar la tensión diagonal alrededor de las columnas:

Para $0 \leq x \leq 1.40 \text{ m}$

Donde x es la distancia desde el paño de la columna.

Cuando se revisó la tensión diagonal alrededor de la columna 2A se obtuvieron estribos del # 2 de 8 ramas @ 12 cm que abarcan una viga ficticia de ancho $b = c_2 + d = 50 + 36 = 86 \text{ cm}$ de la zona maciza, En una longitud correspondiente a $l/4 = 700/4 = 175 \text{ cm}$ en cada extremo, que medido desde el eje de la columna será igual a $175 - 35 = 140 \text{ cm}$. En la revisión como viga ancha conservadoramente solo se consideran 6 ramas de dichos estribos, que son las que quedan incluidas en la nervadura de 50 cm. Por lo tanto:

Se colocarán estribos del # 2 de 6 ramas ($A_s = 1.92 \text{ cm}^2$) @ 12 cm.

Sabemos que:

$$s = \frac{F_R A_v f_y d}{V_{sR}} \quad (2.23 \text{ NTC})$$

Despejando la fuerza cortante de diseño que toma el acero transversal, V_{sR} , tenemos que:

$$V_{sR} = \frac{F_R A_v f_y d}{s} = \frac{(0.8)(1.92)(4200)(36)}{12} = 19353.6 \text{ kgf}$$

Para $1.4 \leq x \leq 4.90 \text{ m}$

$$V_{sR} = 0$$

Para $4.9 \leq x \leq 6.30 \text{ m}$

Recuérdese que cuando se revisó la tensión diagonal alrededor de la columna 2B se obtuvieron estribos del # 2 de 4 ramas @ 12 cm que abarcan una viga ficticia de ancho $b = c_2 + d = 50 + 36 = 86 \text{ cm}$ de la zona maciza, En una longitud correspondiente a $l/4 = 700/4 = 175 \text{ cm}$, en cada extremo, que medida desde el eje de la columna será igual a $175 - 35 = 140 \text{ cm}$.

De lo anterior tenemos que:

Se colocarán estribos del # 2 de 4 ramas ($A_s = 1.28 \text{ cm}^2$) @ 12 cm.

La fuerza cortante de diseño que toma el acero transversal V_{sR} , será igual a:

$$V_{sR} = \frac{F_R A_v f_y d}{s} = \frac{(0.8)(1.28)(4200)(36)}{12} = 12902.40 \text{ kgf}$$

De acuerdo con la figura 6.3.28 donde se observa la envolvente de la nervadura, $V_{u_{nerv.}}$, la sección crítica por fuerza cortante corresponde a $x = 4.90 \text{ m}$, en donde dicha sección tenemos

$$V_u = 14050 \text{ kgf}$$

Como $V_{cR} < V_u < 1.5 F_R b d \sqrt{f_c}^*$, la separación, s , del refuerzo transversal no será mayor que $0.5 d$, por la que $s = (0.5)(36) = 18 \text{ cm}$ (véase 2.5.2.3b NTC-2004)

La separación teórica del refuerzo transversal con estribos del # 2 de 4 ramas será igual a: (véase 2.5.2.3a NTC-2004)

$$s = \frac{F_R A_v f_y d}{V_{sR}} \tag{2.23 NTC}$$

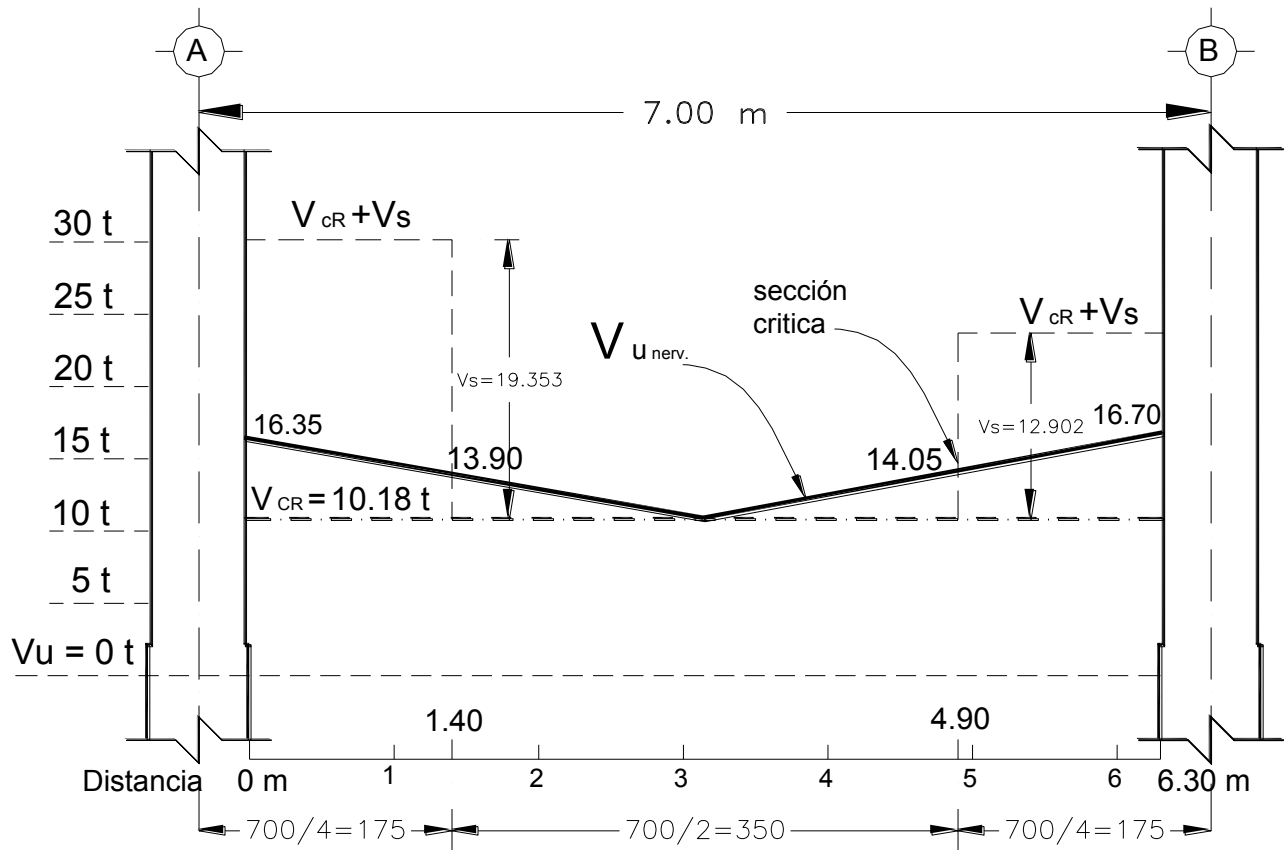
Donde, A_v , es el área transversal del refuerzo por tensión diagonal $A_v = 4 \# 2 = 1.28 \text{ cm}^2$ y V_{sR} es la fuerza cortante de diseño que toma el acero transversal ($V_{sR} = V_u - V_{cR}$).

La separación teórica del refuerzo transversal con estribos del # 2 de 4 ramas será igual a:

$$s = \frac{(0.8)(1.28)(4200)(36)}{(14050 - 10180)} = 40.01 \text{ cm} \quad (2.23 \text{ NTC})$$

∴ Rige $s = 18 \text{ cm}$

Por resistencia se colocarán estribos del # 2 @ 18 cm en los 3.50 m centrales de la nervadura, que es la zona donde no se requirieron estribos al revisar la tensión diagonal alrededor de las columnas.



c) Por resistencia se colocarán en cada extremo de las nervaduras Grapas del # 2 @ 18 cm, En una longitud de 90 cm a partir de la prolongación del paño de la columna.

En la figura 6.3.29 se observa la ubicación del refuerzo transversal (Estribos y Grapas) en las nervaduras de los claros de 7 metros.

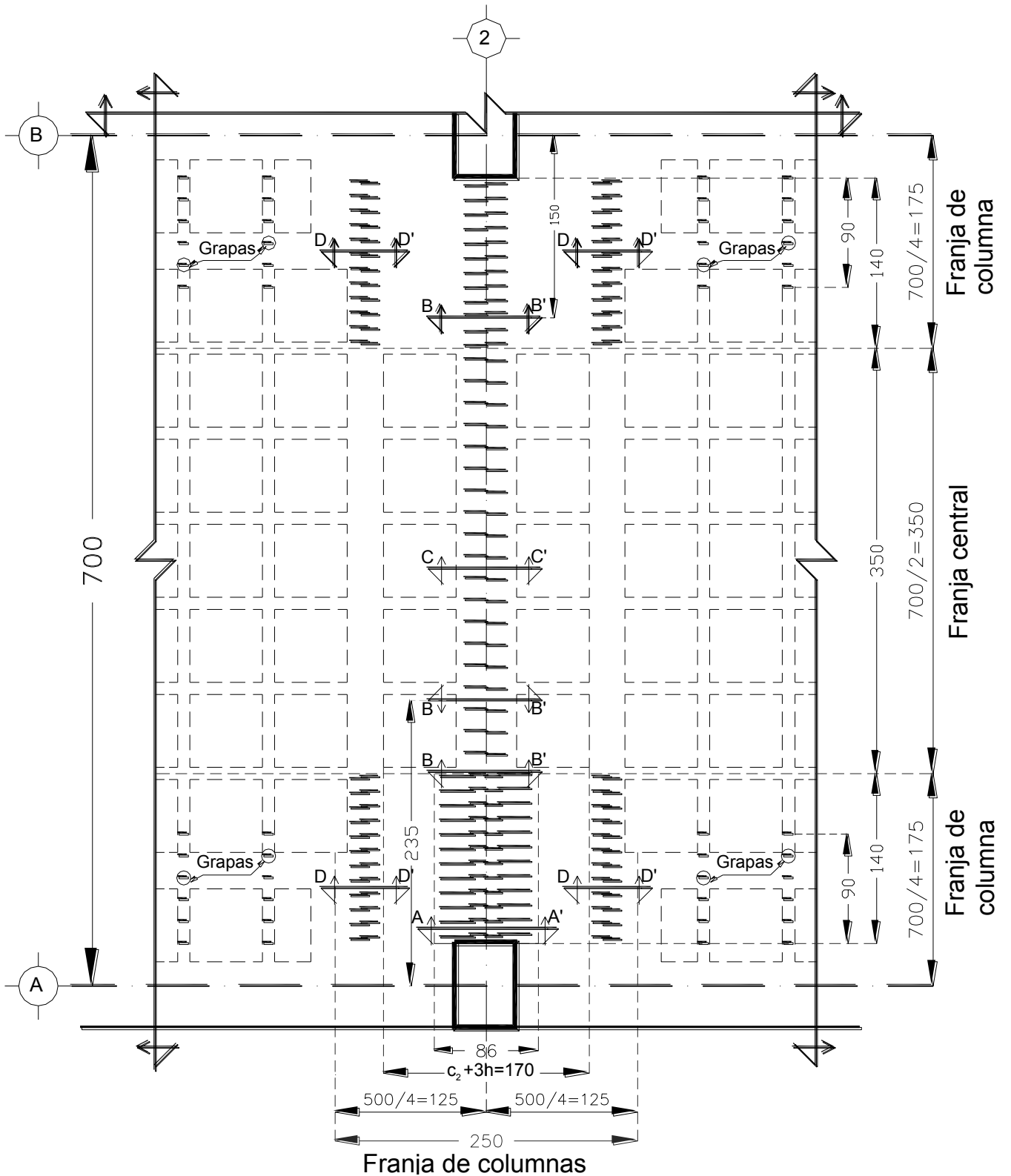
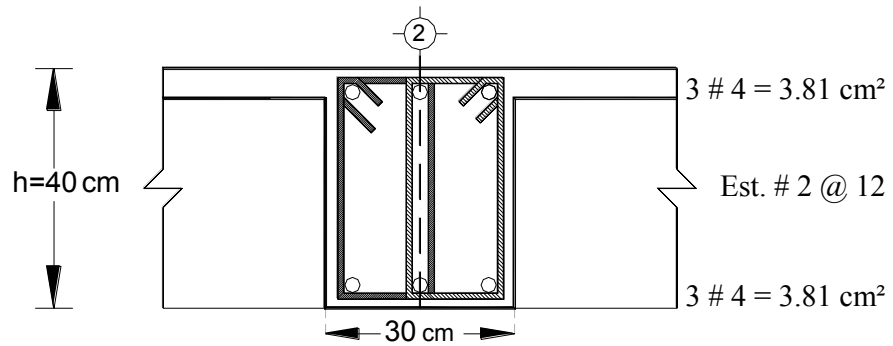
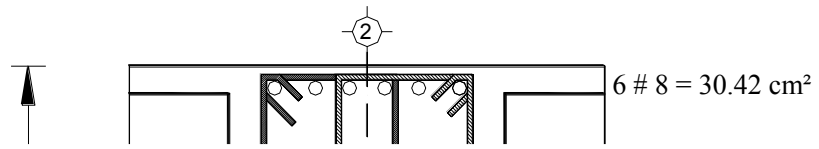


Figura 6.3.29 Refuerzo transversal (Estribos y Grapas) en las nervaduras de los claros de 7 metros.

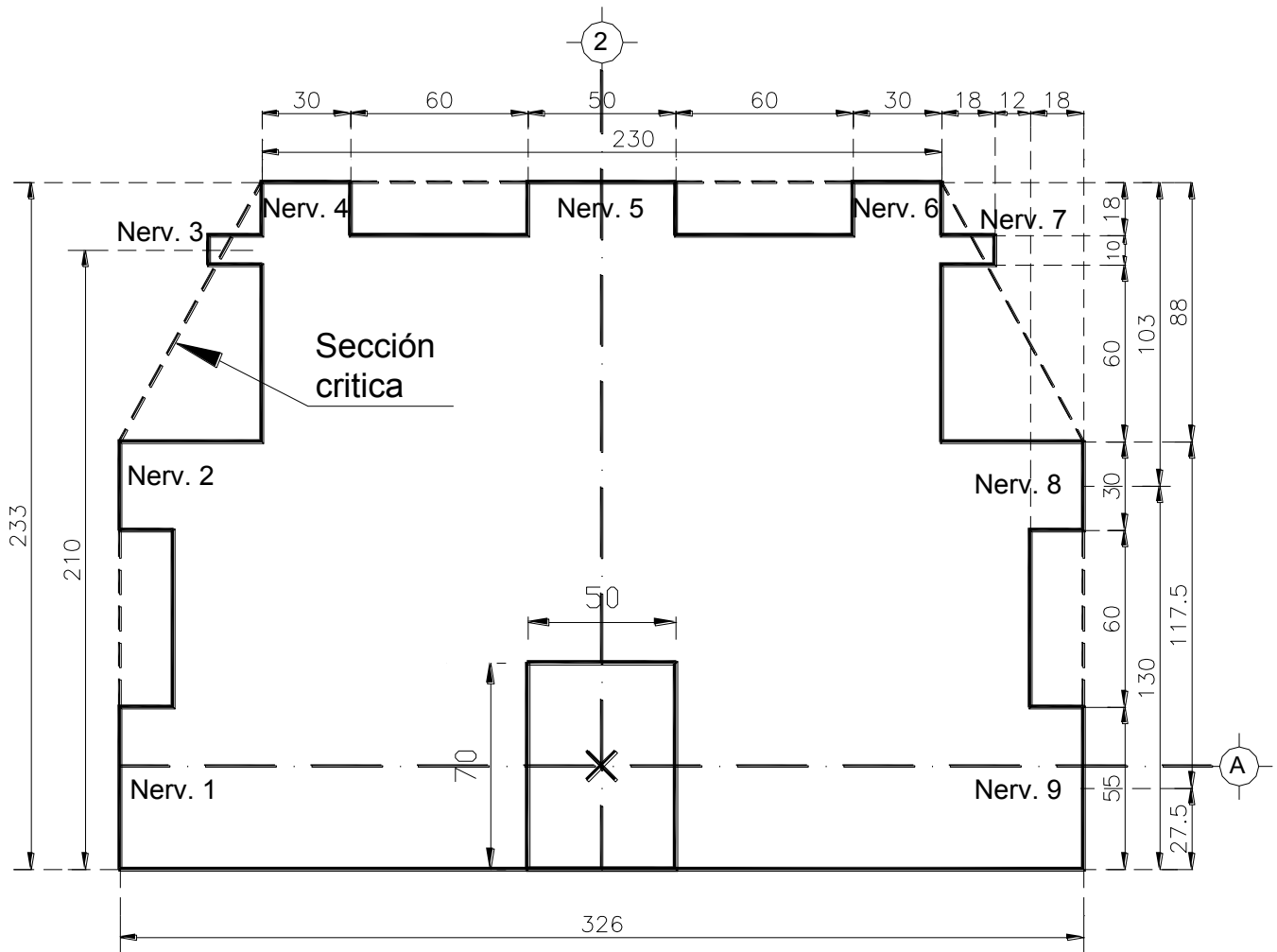


REVISIÓN POR TENSIÓN DIAGONAL DE LA SECCIÓN CRÍTICA SITUADA A $d / 2$ DE LA PERIFERIA DE LA ZONA MACIZA QUE RODEA A LA COLUMNA EXTERIOR $2A$.

a) Revisión bajo cargas muerta, viva instantánea y sismo $CM + CV_{int} + Sismo$.

Para este ejemplo solo se revisará la condición $CM + CV_{int} + Sismo$, por que es la que rigió por amplio margen al revisar la tensión diagonal alrededor de la columna. en casos en que ese margen sea pequeño y haya duda sobre cual rige, habrá que revisar también bajo $CM + CV_{máx}$.

En la figura 6.3.31 se observa el perímetro de la sección crítica de la losa.



La fuerza cortante en cada nervadura, V_i , se calcula con la siguiente expresión:

$$V_i = \frac{(V_u - A_{w_u}) a_i}{\Sigma a_i} + \frac{c_i a_i}{\Sigma c_i^2 a_i} \alpha [M_u + A_{w_v} (e - f) - V_u e]$$

Donde:

$V_u - A_{w_u}$ es la fuerza cortante de diseño en la sección crítica

a_i área transversal de la nervadura i en la sección crítica

V_u fuerza cortante de diseño calculada en el eje de la columna

A área de la losa limitada por la sección crítica

W_u carga de diseño por m^2 de losa

c_i distancia del centroide de la sección crítica al centroide de la sección transversal de la nervadura i

α fracción del momento transmitida por fuerzas cortantes en las nervaduras

$m_d = M_u + A_{w_u} (e - f) - V_u e$ momento que actúa en la sección crítica cuando la fuerza cortante $V_u - A_{w_u}$ pasa por el centroide de dicha sección crítica

M_u momento de diseño que se transmite entre losa y columna, valuado en el centro del nudo

e distancia del eje de la columna al centroide de la sección crítica

f distancia del eje de la columna a la resultante de la carga que actúa en el área A

En la figura 6.3.32 se presenta el equilibrio de la porción de estructura comprendida entre la sección crítica de la losa y los puntos de inflexión de las columnas, así como la obtención del momento que interviene en la fórmula de V_i .

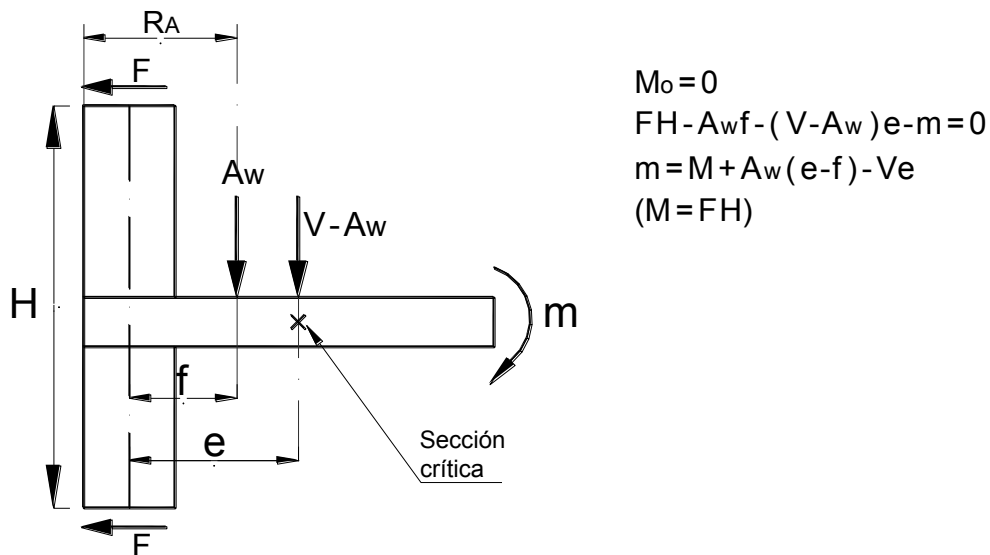


Figura 6.3.32 equilibrios entre la sección crítica de la losa y los puntos de inflexión de las columnas.

Cálculo del centroide de la sección crítica Y :

$$Y = \frac{233 (30 + 50 + 30) + 2 \left((210) (10) + (130) (30) (27.5) (55) \right)}{30 + 50 + 30 + 2 (10 + 30 + 55)} = 135.50 \text{ cm}$$

Posición de la resultante de la carga R_A que actúa en el área A :

$$R_A = \frac{(326) (145) \left(\frac{145}{2} \right) + \left(\left(\frac{326 + 230}{2} \right) (88) \right) \left[145 + \left(\frac{88}{3} \right) \left(\frac{326 + (2) (230)}{326 + 230} \right) \right]}{(326) (145) + \left(\frac{326 + 230}{2} \right) (88)}$$

$$R_A = \frac{3427075 + (24464)[186.46]}{(47270) + (24464)}$$

$$R_A = 111.36 \text{ cm}$$

Cálculo de la carga de diseño por m^2 de losa W_u

$$w_u = 1.1 w$$

$$w_u = (1.1)(0.1009) = 0.1110 \text{ kgf} / \text{cm}^2$$

Cálculo de la distancia del eje de la columna al centroide de la sección crítica, e ,

$$e = y - 70 \text{ cm} / 2$$

$$e = 135.50 - 35 = 100.5 \text{ cm}$$

Cálculo de la distancia del eje de la columna a la resultante de la carga, f , que actúa en el área A

$$f = R_A - 70 \text{ cm} / 2$$

$$f = 111.36 - 35 = 76.36 \text{ cm}$$

Cálculo de la fracción de momento flexionante, α , que se transmite por excentricidad de la fuerza cortante (véase 2.5.9.2b NTC-2004).

Esta fracción de momento ya se había calculado anteriormente cuando se calculó la tensión diagonal alrededor de la columna exterior, $2A$, dándonos un valor de:

$$\alpha = 0.4040$$

Cálculo del área de la losa limitada por la sección crítica, A .

$$A = (326)(145) + \frac{(88)(326 + 230)}{2}$$

$$A = 71734 \text{ cm}^2$$

Cálculo de la fuerza cortante de diseño en la sección crítica $V_u - A w_u$

$V_u = 30.27 \text{ t}$ (Se obtuvo anteriormente cuando se calculó la tensión diagonal alrededor de la columna exterior $2A$, bajo la condición de $(CM + CV_{\text{int}} + Sismo)$)

$$V_u - A w_u = 30270 - (71734)(0.1110) = 22307.53 \text{ kgf}$$

Cálculo del momento que actúa en la sección crítica m_d

$$m_d = M_u + A w_u (e - f) - V_u e$$

$$m_d = 57.16 \times 10^5 + (71734)(0.1110) (100.5 - 76.36) - (30270) (100.5)$$

$$m_d = 57.16 \times 10^5 + (7962.474) (24.14) - 3042135$$

$$m_d = 57.16 \times 10^5 + 192214.12 - 3042135$$

$$m_d = 28.66 \times 10^5 \text{ kgf} - \text{cm}$$

Sustituyendo los valores en V_i tenemos:

$$V_i = \frac{(V_u - A w_u) a_i}{\sum a_i} + \frac{c_i a_i}{\sum c_i^2} \alpha [M_u + A w_u (e - f) - V_u e]$$

$$V_i = \frac{(V_u - A w_u) a_i}{\sum a_i} + \frac{c_i a_i}{\sum c_i^2 a_i} \alpha m_d$$

$$V_i = \frac{22307.53 a_i}{\sum a_i} + \frac{c_i a_i}{\sum c_i^2 a_i} (0.4040) (28.66 \times 10^5)$$

Por lo tanto la fuerza cortante V_i en cada nervadura será igual a:

$$V_i = \frac{22307.53 x a_i}{\sum a_i} + \frac{c_i a_i}{\sum c_i^2 a_i} (11.58 \times 10^5)$$

En la figura 6.3.33 se observa la localización del centroide, así como los valores de Y , e y c_i dentro de la sección crítica de la losa.

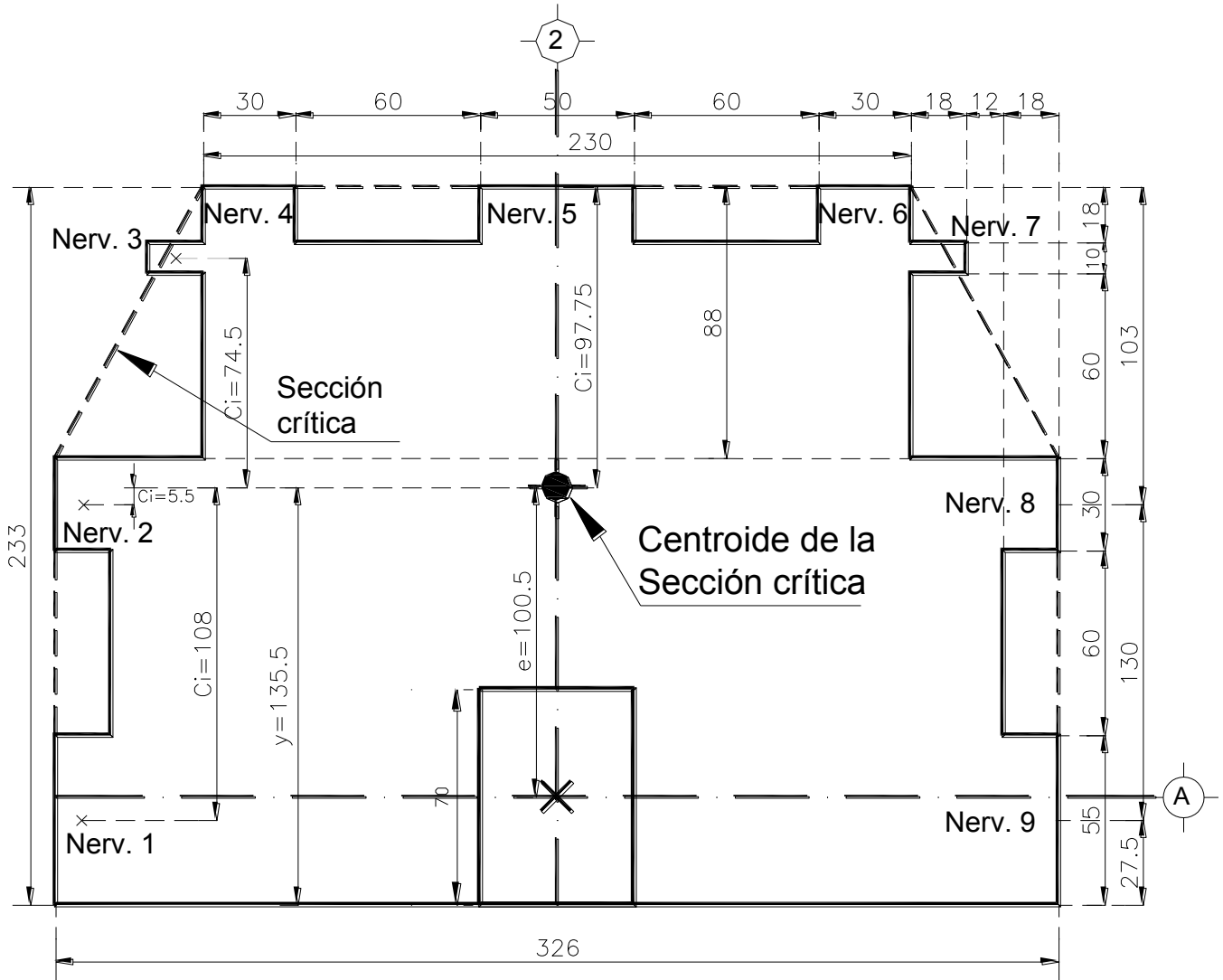


Figura 6.3.33 Localización del centroide de la sección crítica.

Nervaduras adyacentes a la del eje de columnas (*nervaduras 4 y 6*)

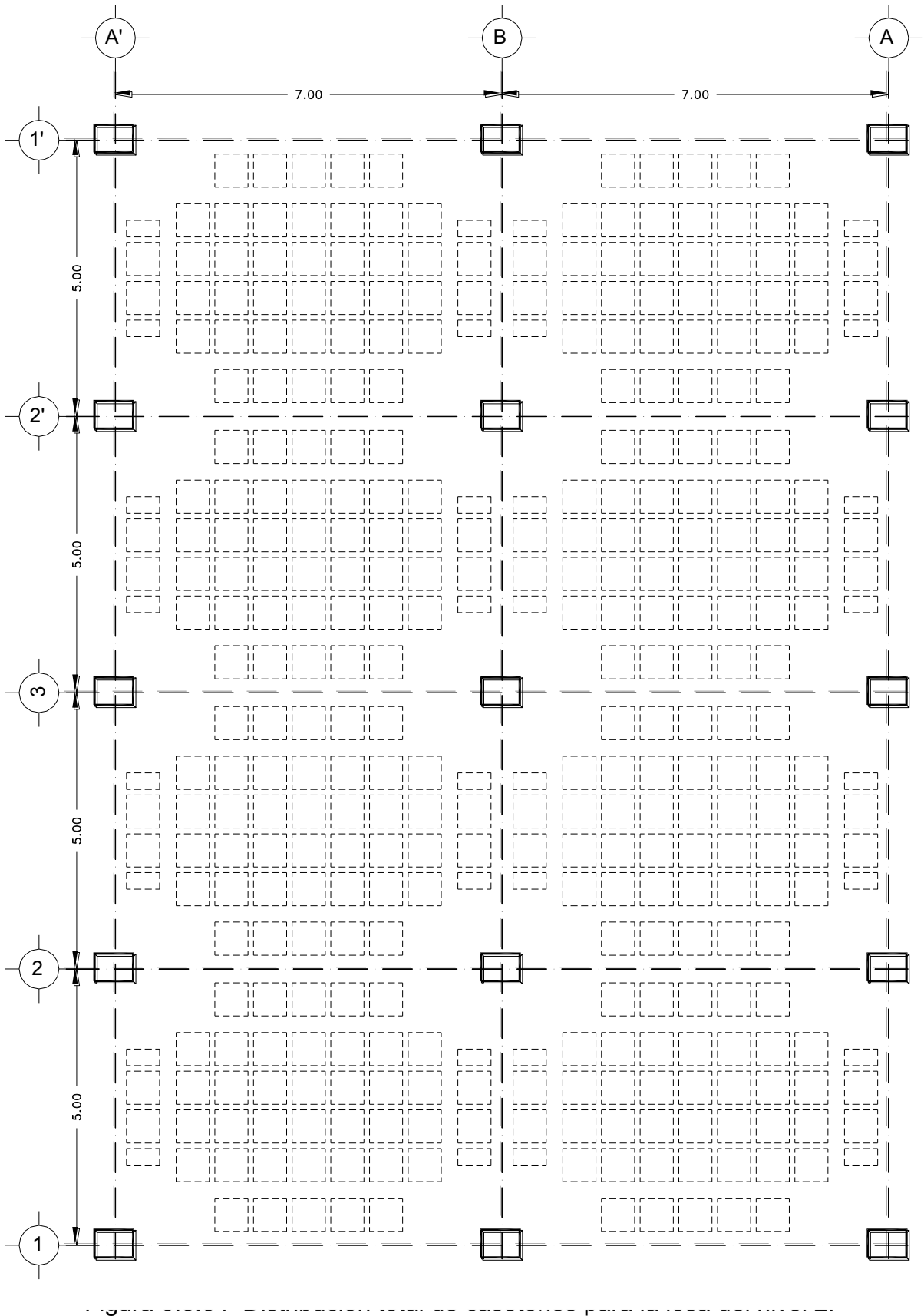
$V_{sR} + V_{cR} = 16200 \text{ kgf}$ (Se obtuvo anteriormente cuando se calculó el refuerzo por fuerza cortante, bajo la condición de $(CM + CV_{máx})$ para $b = 30 \text{ cm}$.

$V_{i_4} = V_{i_6} = 3618 \text{ kgf}$ (Ver tabla 8.2)

Por lo tanto

$V_{cR} + V_{sR} = 16200 \text{ kgf} > V_{i_4} = V_{i_5} = 3618 \text{ kgf}$

∴ No es necesario modificar el refuerzo transversal que se había calculado para la nervadura del eje de columnas (*nervadura 5*) y las nervaduras adyacentes (*nervaduras 4 y 6*) .



CAPÍTULO VII

EJEMPLO DE ELEMENTOS TIPO MÉNSULA Y CIMENTACIONES AISLADAS.

(Sistema “MKS”)

7.1 CÁLCULO DEL ACERO DE REFUERZO DE UNA MÉNSULA, DADA SU GEOMETRÍA

DATOS DEL PROBLEMA:

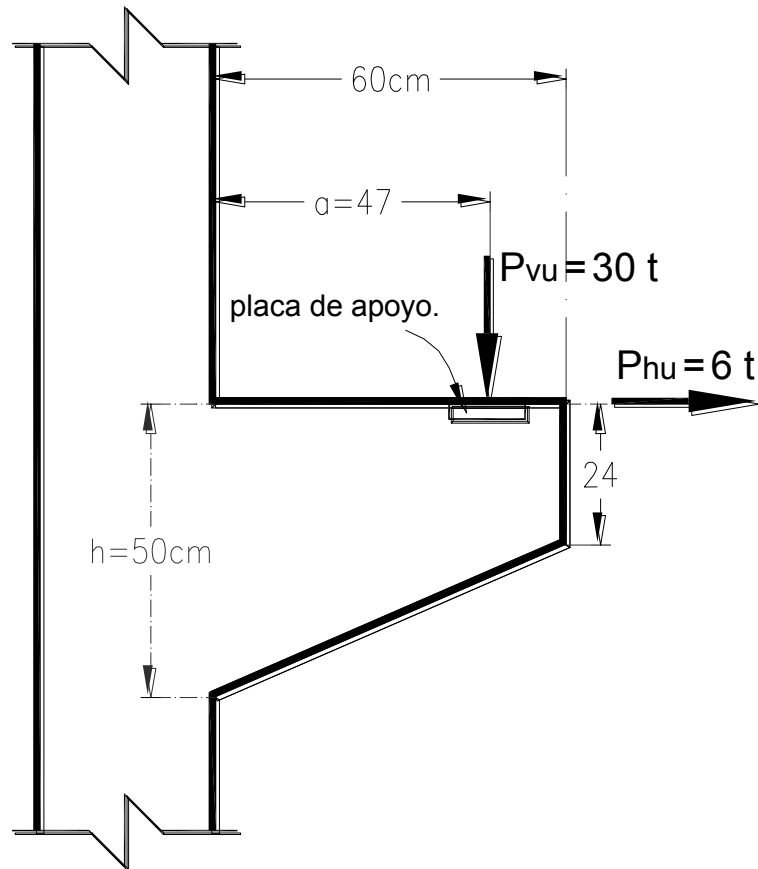


Figura 7.1.1 Ménsula del ejemplo 7.1.1

Ancho de la ménsula, $b = 40 \text{ cm}$

Las cargas P_u y P_{hu} son las de diseño, es decir, ya están afectadas por el factor de carga.

La ménsula se colará monolíticamente con la columna.

MATERIALES:

$$f'_c = 200 \text{ kgf/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kgf/cm}^2$$

CONSTANTES DE CÁLCULO:

$$f_c^* = 0.8 f_c' = 0.8 (200) = 160 \text{ kgf/cm}^2 \quad (1.12 \text{ NTC})$$

$$f_c'' = 0.85 f_c^* = 0.85 (160) = 136 \text{ kgf/cm}^2 \quad (2.1e \text{ NTC})$$

$$\beta_1 = 0.85 \quad (\text{Por ser } f_c^* < 280 \text{ kgf/cm}^2)$$

Factor de resistencia $F_R = 0.8$ (véase 6.9.1 NTC-2004)

Coefficiente de fricción $\mu = 1.4$ (véase 2.5.10.2 NTC-2004)

Cálculo de cuantía mínima de acero

$$p_{\min} = \frac{0.7 \sqrt{f_c'}}{f_y} = \frac{0.7 \sqrt{200}}{4200} = 0.00235 \quad (2.2 \text{ NTC})$$

Cálculo de cuantía balanceada de acero

$$p_b = \frac{f_c''}{f_y} \frac{6000 \beta_1}{f_y + 6000} = \frac{136}{4200} \frac{6000(0.85)}{4200 + 6000} = 0.01619 \quad (2.3 \text{ NTC})$$

Cálculo de cuantía máxima de acero

$$p_{\max.} = 0.75 p_b = 0.75 (0.01619) = 0.012143$$

$$q_{\max} = \frac{p_{\max} f_y}{f_c''} = \frac{0.012143 (4200)}{136} = 0.3749 \quad (2.6 \text{ NTC})$$

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA:

CÁLCULO DEL REFUERZO:

a) Cálculo del área de acero de refuerzo, A_{vf} , para resistir la fuerza cortante por fricción.

La resistencia a fuerza cortante, $V_R = P_{vu}$, se tomará como el menor de los valores siguientes (véase 2.5.10.2 NTC-2004)

$$V_R = F_R \mu (A_{vf} f_y + N_u) \quad (2.32 \text{ NTC})$$

$$V_R = F_R [14A + 0.8(A_{vf} f_y + N_u)] \quad (2.33 \text{ NTC})$$

Donde:

A_{vf} , es el área del refuerzo por cortante por fricción

A , es el área de la sección definida por el plano crítico.

N_u , es la fuerza de diseño de compresión normal al plano crítico.

N_u , se tomará igual a cero, ya que no hay fuerza normal de compresión en este ejemplo.

Si de las ecuaciones 2.32 y 2.33 despejamos el área del refuerzo por cortante por fricción, A_{vf} , tenemos que:

$$(A_{vf})_1 = \frac{V_R}{F_R \mu f_y} ; \text{ con } N_u = 0$$

$$(A_{vf})_1 = \frac{30000}{(0.8)(1.4)(4200)} = 6.378 \text{ cm}^2$$

$$(A_{vf})_1 = \frac{V_R - 14 F_R A}{0.8 f_y F_R} ; \text{ con } N_u = 0$$

$$(A_{vf})_1 = \frac{30000 - 14 (0.8) ((30)(50))}{(0.8) (4200)(0.8)} = 4.90 \text{ cm}^2$$

De estos valores se tomará el más alto.

$$\therefore A_{vf} = 6.378 \text{ cm}^2$$

b) Revisión de las limitaciones de fuerza cortante por fricción, $V_R = P_{vu}$ (Véase 2.5.10.2 NTC-2004)

$$F_R [14A + 0.8(A_{vf} f_y + N_u)] \tag{2.33 NTC}$$

$$(0.8) [(14)(30)(50) + 0.8((6.378)(4200) + 0)] = 33949 \text{ kgf} > V_R = P_{vu} = 30000 \text{ kgf}$$

$$0.25 F_R f_c * A \tag{2.34 NTC}$$

$$(0.25)(0.8)(160)(30)(50) = 48000 \text{ kg} > V_R = P_{vu} = 30000 \text{ kgf}$$

\therefore Resistencia a la fuerza cortante por fricción para $V_R = P_{vu}$, es suficiente, por lo que $A_{vf} = 6.378 \text{ cm}^2$ es correcta.

c) Cálculo del área de acero de refuerzo , A_f , para resistir el momento flexionante M_R .

El área de acero por flexión, A_f , necesaria para resistir el momento flexionante, M_R , se puede calcular con la ecuación: (véase 2.2.5. NTC-2004)

$$M_R = F_R A_s f_y z \quad (2.15 \text{ NTC})$$

La ecuación 2.15 NTC se podrá emplear, siempre y cuando que la carga actúe en la cara superior de la ménsula y que la relación de refuerzo (cuantía, ρ), A_s / bd , no exceda de 0.008

donde;

$$A_s = A_f$$

Usando el valor del brazo del par, z igual a: (véase 6.9.2 NTC-2004)

$$z = 0.9 d$$

El momento flexionante, M_R , será igual a:

$$P_{vu} a + P_{hu} (h - d) \quad (6.16 \text{ NTC})$$

Para diseño se debe considerar que la fuerza, P_{vu} , está a un tercio de la distancia y del extremo de la ménsula, como se muestra en la (figura 6.8 NTC-2004).

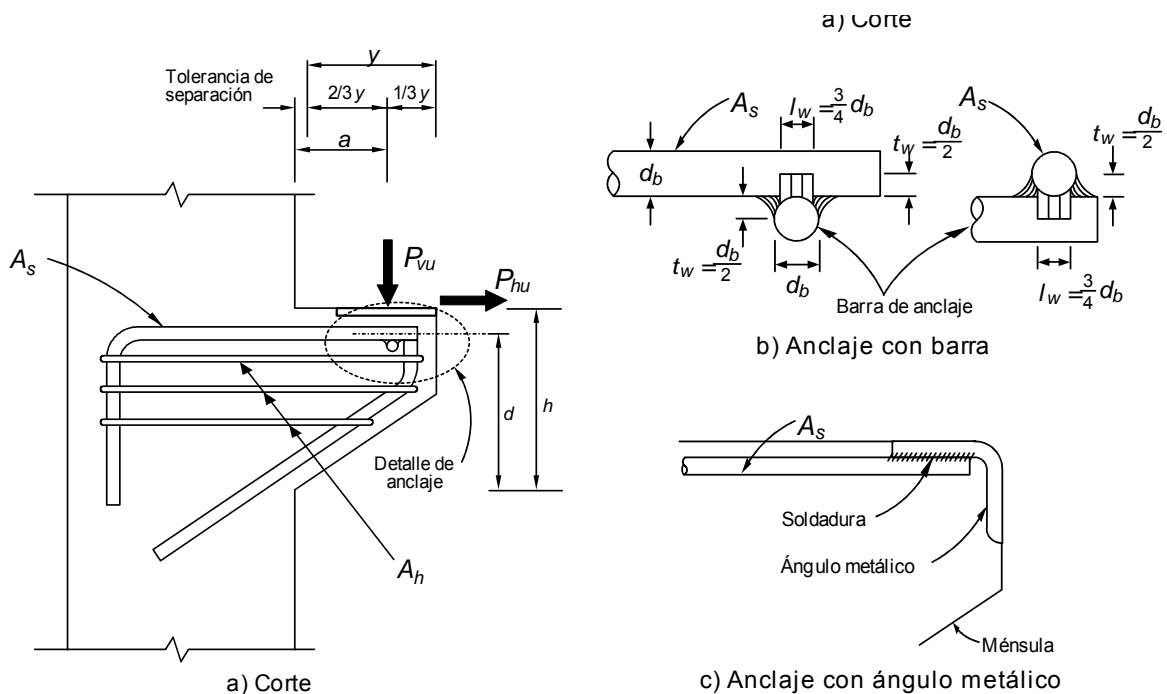


Figura 7.1.2. Diseño y detalles de anclaje de la ménsula (figura 6.8 NTC-2004).

Considerando un recubrimiento, $r = 2 \text{ cm}$ y una barra de acero del # 6, $d_b = 1.9 \text{ cm}$.

$$d = h - (r + d_b / 2)$$

$$d = 50 - (2 + 1.9 / 2)$$

$$d = 47.05 \text{ cm}$$

$$h - d = 50 - 47.05 = 2.95 \text{ cm} = 0.0295 \text{ m}$$

por lo tanto de la ecuación 6.15

$$M_R = P_{vu} a + P_{hu} (h - d) \quad (6.15 \text{ NTC})$$

$$M_R = (30)(0.47) + (6)(0.0295) = 14.28 \text{ t} - \text{m}$$

$$z = (0.9)(47.05) = 42.34 \text{ cm}$$

Despejando $A_s = A_f$, de la ecuación 2.15 tenemos que, A_f , es igual a:

$$A_f = \frac{M_R}{F_R f_y z}$$

$$A_f = \frac{1428000}{(0.8)(4200)(42.34)} = 10.04 \text{ cm}^2$$

Ya obtenida el área, A_f , se verifica que la relación $p = A_f / bd$, sea menor o igual a 0.008, que es el máximo valor para que pueda usarse la ecuación 2.15. Por tanto tenemos que:

$$p_{\min.} < p < 0.008$$

$$p = A_f / bd$$

$$p = \frac{10.04}{(30)(47.05)} = 0.0071$$

Como:

$$0.00235 < 0.0071 < 0.008$$

∴ Es correcto usar la ecuación 2.15 (si fuera diseño no sería necesario cambiar el peralte propuesto $d = 47.05 \text{ cm}$).

- d) Cálculo del área de acero de refuerzo, A_n , para resistir la fuerza de tensión, P_{hu} , (véase 6.9.2 NTC-2004)

$$A_n = \frac{P_{hu}}{F_R f_y}$$

$$A_n = \frac{6000}{(0.8)(4200)} = 1.79 \text{ cm}^2$$

- e) Cálculo del área de acero de refuerzo, A_s , para barras principales (véase 6.9.2 NTC-2004)

El área, A_s , se tomará como la mayor de las obtenidas con las expresiones siguientes:

$$A_f + A_n$$

ó

$$\frac{2}{3} A_{vf} + A_n$$

$$A_f + A_n = 10.04 + 1.79 = 11.83 \text{ cm}^2$$

$$\frac{2}{3} A_{vf} + A_n = \frac{2}{3}(6.38) + 1.79 = 6.04 \text{ cm}^2$$

$$\therefore \text{se colocaran } 2\#6 + 3\#5 = A_s = 11.64 \text{ cm}^2$$

El área principal, A_s , debe tener un valor mínimo de:

$$(A_s)_{\min.} = \frac{0.04 f_c'}{f_y} b d$$

$$(A_s)_{\min.} = \frac{(0.04)(200)}{4200} (30)(47.05) = 2.7 \text{ cm}^2 < A_s$$

- e) Cálculo del área de acero de refuerzo para estribos complementarios horizontales, A_h , (véase 6.9.2 NTC-2004)

Se tomará igual a $0.5 (A_s - A_n)$, o mayor.

$$A_h = 0.5 (11.83 - 1.79) = 5.02 \text{ cm}^2$$

$$\therefore \text{Se colocarán } 8\#3 = A_h = 5.68 \text{ cm}^2$$

Detalles de refuerzo: (véase 6.9.2 NTC-2004)

El refuerzo primario, A_s , no debe anclarse en el extremo de la ménsula en alguna de las formas siguientes:

- Soldado a una barra transversal de diámetro no menor que el de las barras que forman, A_s . La soldadura debe ser capaz de permitir que, A_s , alcance su esfuerzo de fluencia.
- Se debe de doblar horizontalmente de modo de formar barras en forma de letra *U* en planos horizontales.
- Mediante algún otro medio efectivo de anclaje.

El refuerzo A_h debe constar de estribos cerrados paralelos a las barras, A_s , los cuales estarán uniformemente repartidos en los dos tercios del peralte efectivo adyacente al refuerzo, A_s , los estribos se detallarán como se indica en la sección 5.1.7 NTC-2004.

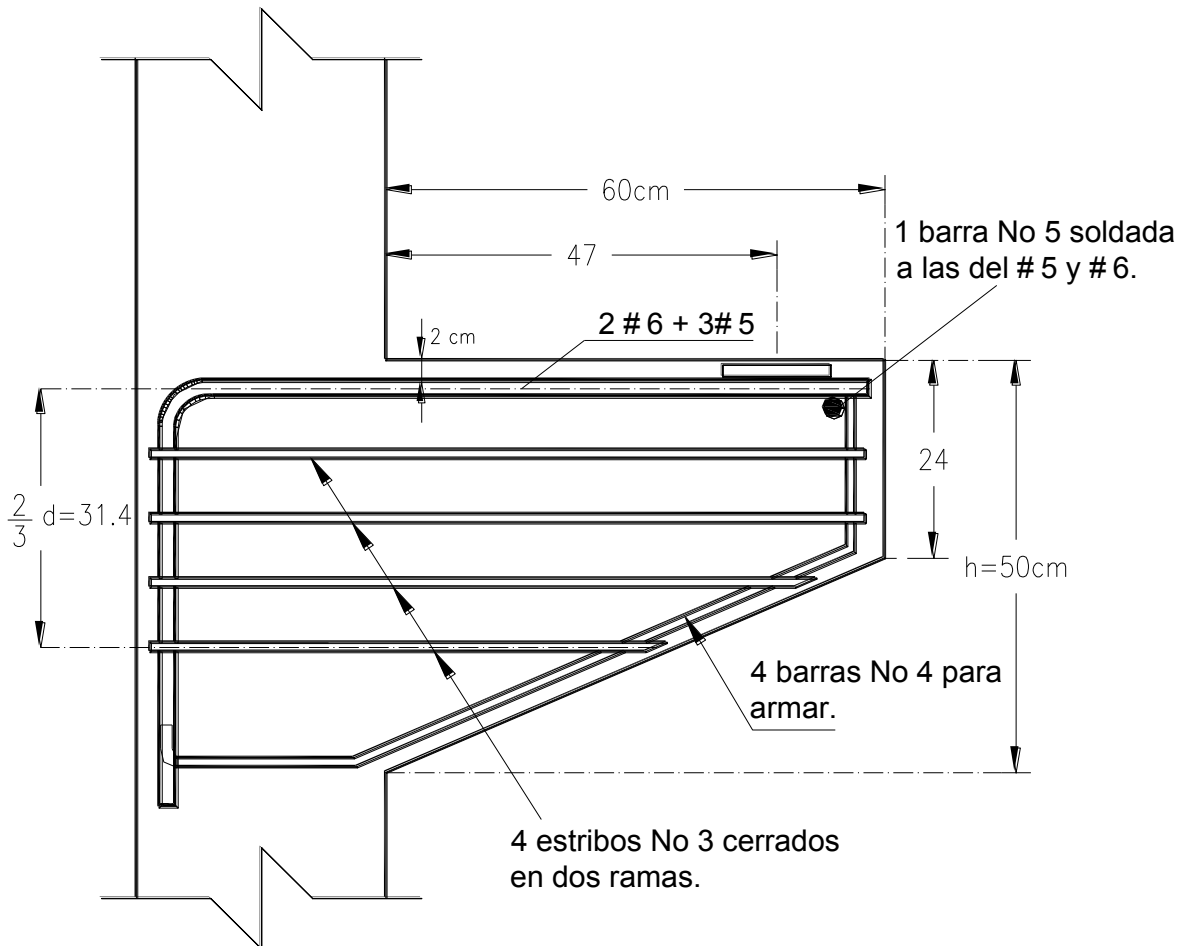


Figura 7.1.3 Refuerzo propuesto para la ménsula.

7.2 DISEÑO DE UNA ZAPATA AISLADA.

DATOS DEL PROBLEMA:

Se trata de una zapata para una columna interior de una estructura simétrica, por lo que bajo la condición de $CM + CV$ el momento es prácticamente nulo y, por otra parte el incremento en la carga axial por sismo es despreciable.

Acciones en condiciones de servicio:

Bajo $CM + CV$;

$$P = 90.0 t$$

$$M \approx 0 t - m$$

Bajo $CM + CV + CA$;

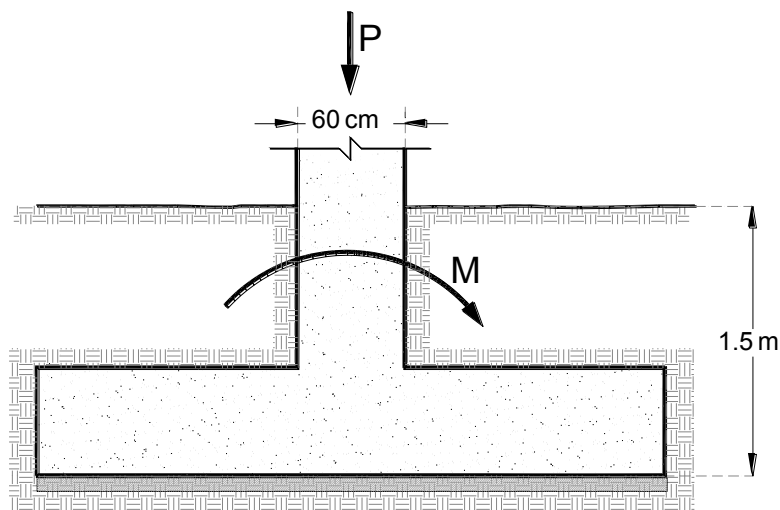
$$M = 20 t - m$$

La columna será de $60 \times 40 \text{ cm}$

Se trata de un material limoso esencialmente cohesivo, por lo que la resistencia del suelo es de $22 t/m^2$, en el nivel de desplante.

El peso volumétrico del relleno es de $1.3 t/m^3$

Para el diseño de esta zapata se despreciará la excentricidad accidental de la carga, P , bajo la condición de $CM + CV$.



MATERIALES:

$$f_c' = 200 \text{ kgf/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kgf/cm}^2$$

CONSTANTES DE CÁLCULO:

$$f_c^* = 0.8 f_c' = 0.8 (200) = 160 \text{ kgf/cm}^2 \quad (1.12 \text{ NTC})$$

$$f_c'' = 0.85 f_c^* = 0.85 (160) = 136 \text{ kgf/cm}^2 \quad (2.1e \text{ NTC})$$

$$\beta_1 = 0.85 \quad (\text{Por ser } f_c^* < 280 \text{ kgf/cm}^2)$$

Factor de resistencia $F_R = 0.8$ (véase 6.9.1 NTC-2004)

Cálculo de cuantía mínima de acero

$$p_{\min} = \frac{0.7 \sqrt{f_c'}}{f_y} = \frac{0.7 \sqrt{200}}{4200} = 0.00236 \quad (2.2 \text{ NTC})$$

Cálculo de cuantía balanceada de acero

$$p_b = \frac{f_c''}{f_y} \frac{6000 \beta_1}{f_y + 6000} = \frac{136}{4200} \frac{6000(0.85)}{4200 + 6000} = 0.01619 \quad (2.3 \text{ NTC})$$

Cálculo de cuantía máxima de acero

$$p_{\max.} = 0.75 p_b = 0.75(0.01619) = 0.012143$$

$$q_{\max} = \frac{p_{\max} f_y}{f_c''} = \frac{0.012143 (4200)}{136} = 0.3749 \quad (2.6 \text{ NTC})$$

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA:

- Cálculo del área de la zapata, A .

Se supondrá una altura, $h = 60 \text{ cm}$

Carga de diseño en la columna bajo $CM + CV$:

$$P_u = (1.4)(90) = 126 \text{ t}$$

Igualando en la base de la zapata la acción de diseño con la resistencia de diseño del suelo, se tiene:

$$F_c (P_u + \text{peso prop zapata} + \text{peso relleno}) = (\text{Resistencia del suelo})(A)$$

$$F_c (P_u + \text{peso prop zapata} + \text{peso relleno}) = (22)(A)$$

Dividiendo el área, A , se tiene:

$$\frac{F_c P_u}{A} + F_c \frac{(\text{peso prop zapata} + \text{peso relleno})}{A} = 22$$

De donde;

$$A = \frac{P_u}{22 - F_c \frac{(\text{peso prop zapata} + \text{peso relleno})}{A}}$$

El segundo término del denominador, de la ecuación anterior, aproximadamente se puede evaluar de la forma siguiente:

$$F_c \frac{(\text{peso prop zapata} + \text{peso relleno})}{A}$$

$$\frac{1.4 \left[(0.6 \text{ m})(2.4 \text{ t/m}^3) + (1.5 \text{ m} - 0.6 \text{ m})1.3 \text{ t/m}^3 \right]}{A} = 3.654 \text{ t/m}^2$$

Sustituyendo y despejando el valor de A , se tiene que:

$$A = \frac{P_u}{22 - 3.654}$$

$$A = \frac{126}{22 - 3.654} = \frac{126}{18.35} = 6.866 \text{ m}^2$$

∴ Se supondrá una zapata de $2 \times 3.5 \text{ m}$ y barras de acero del #4, $d_{\text{barra}} = 1.27 \text{ cm}$

- Revisión del área de $2 \times 3.5 \text{ m}$ bajo $CM + CV + CA$

Se supone que en este ejemplo el efecto de la carga viva es pequeño comparado con el de la carga muerta, por lo que en el análisis se usó la misma carga viva en las combinaciones de $CM + CV$ y $CM + CV + CA$. En rigor, para la primera combinación habría que aplicar la carga viva máxima, y para la segunda, la carga viva instantánea.

La revisión se realizará a nivel de desplante:

Carga última a nivel de desplante, P_{ud} .

$$P_{ud} = F_c (P_u + \text{peso prop zapata} + \text{peso relleno})$$

Donde;

$$\text{peso prop. zapata} = (A) (h) (\text{peso volumétrico})$$

$$\text{peso prop. zapata} = ((2)(3.5))(0.60)(2.4) = 10.08 t$$

$$\text{peso relleno} = (A) (h) (\text{peso volumétrico})$$

$$\text{peso relleno} = ((2)(3.5))(0.90)(1.3) = 8.19 t$$

Por lo que la Carga última a nivel de desplante, P_{ud} es igual a:

$$P_{ud} = (1.1) (90 + 10.08 + 8.19)$$

$$P_{ud} = 119.1 t$$

Momento de diseño, M_u .

$$M_u = F_c M = (1.1)(20) = 22 t - m$$

La excentricidad, e , será igual a:

Nota: e , es la distancia a partir del eje longitudinal del cimiento en la que actúa una resultante excéntrica.

$$e = \frac{M_u}{P_{ud}}$$

$$e = \frac{22 t - m}{119.1 t} = 0.185 m$$

Para el caso de combinaciones de cargas (en particular en las que incluyen solicitaciones sísmicas) que den lugar a resultantes excéntricas actuando a una distancia, e , del eje longitudinal del cimiento, el ancho efectivo del mismo deberá considerarse igual a:

$$B' = B - 2e$$

$$B' = (3.5) - (2)(0.185)$$

$$B' = 3.13 \text{ m}$$

Cuando se presente doble excentricidad (alrededor de los ejes X y Y), se tomarán las dimensiones reducidas en forma simultánea, y el área efectiva del cimiento será:

$$A' = B' L$$

Se propone $L = 2 \text{ m}$, por lo que se tiene:

$$A' = (3.13)(2)$$

$$A' = 6.26 \text{ m}^2$$

Cálculo de la presión actuante, $P_{act.}$,

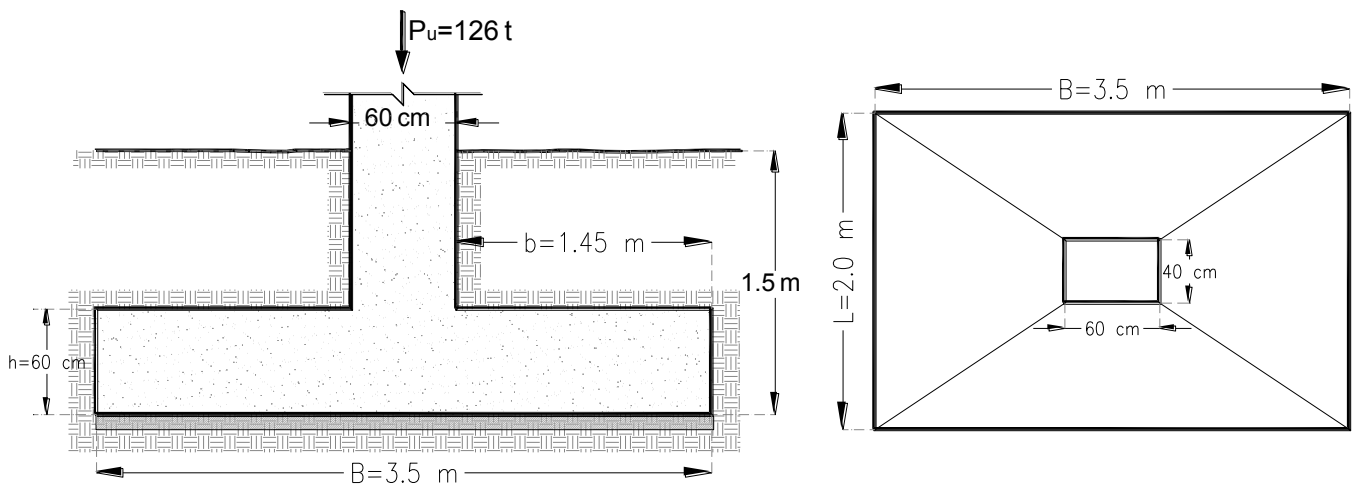
$$P_{act.} = \frac{P_{ud}}{A'}$$

$$P_{act.} = \frac{119.1}{6.26} = 19.03 \text{ t/m}^2$$

Como:

$$P_{act.} = 19.03 \text{ t/m}^2 < \text{Resistencia del suelo} = 22.0 \text{ t/m}^2$$

∴ Se acepta la zapata de $2 \text{ m} \times 3.5 \text{ m}$.



DIMENSIONAMIENTO:

- Revisión del peralte propuesto:

a) Revisión bajo $CM + CV$, (con $P_u = 126 t$ y $M_u = 0 t - m$)

a-1) Por flexión:

Cálculo del momento de diseño, (m_u).

El momento de diseño se tomará en dirección paralela al lado largo, por lo cual la reacción neta debido a la carga de $126 t$ será igual a:

$$q_n = \frac{P_u}{A} = \frac{P_u}{B L}$$

$$q_n = \frac{126}{(3.5)(2)} = 18 t/m^2$$

Cálculo del momento en la sección crítica, por metro de ancho;

$$m_u = \frac{q_n b^2}{2}$$

$$m_u = \frac{(18)(1.45^2)}{2} = 18.90 t - m$$

- Cálculo de la cuantía de acero

Con la relación entre;

$$\frac{M_R}{b d^2}$$

donde; $d = 60 - 5 - (1.27/2) = 54.4 cm$

Se tiene que:

$$\frac{M_R}{b d^2} = \frac{18.9 \times 10^5}{(100)(54.4)^2} = 6.39 kgf/cm^2$$

De la Tabla 7.1.1 (Apéndice C) para un $M_R / b' d^2 = M_u / b' d^2$ se tiene que:

$$\frac{M_R}{b' d^2} = 6.39 kgf/cm^2 \quad \therefore \text{el valor superior más aproximado es } \approx 6.537 kgf/cm^2$$

$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$			$f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$			$\rho_b = 1.618\%$		
	ρ (%)	M_u/bd^2 (kg/cm ²)		ρ (%)	M_u/bd^2 (kg/cm ²)		ρ (%)	M_u/bd^2 (kg/cm ²)
1	0.1000	3.722	49	0.4736	16.59	97	0.8472	27.83
2	0.1078	4.006	50	0.4814	16.84	98	0.8550	28.05
3	0.1156	4.290	51	0.4892	17.09	99	0.8628	28.27
4	0.1233	4.574	52	0.4969	17.34	100	0.8705	28.48
5	0.1311	4.856	53	0.5047	17.59	101	0.8783	28.70
6	0.1389	5.138	54	0.5125	17.84	102	0.8861	28.91
7	0.1467	5.420	55	0.5203	18.09	103	0.8939	29.13
8	0.1545	5.700	56	0.5281	18.33	104	0.9017	29.34
9	0.1623	5.980	57	0.5359	18.58	105	0.9095	29.55
10	0.1700	6.259	58	0.5436	18.82	106	0.9172	29.76
11	0.1778	6.537	59	0.5514	19.07	107	0.9250	29.97
12	0.1856	6.815	60	0.5592	19.31	108	0.9328	30.18
13	0.1934	7.092	61	0.5670	19.56	109	0.9406	30.39
14	0.2012	7.368	62	0.5748	19.80	110	0.9484	30.60
15	0.2090	7.644	63	0.5826	20.04	111	0.9562	30.81
16	0.2167	7.919	64	0.5903	20.28	112	0.9639	31.01
17	0.2245	8.193	65	0.5981	20.52	113	0.9717	31.22
18	0.2323	8.466	66	0.6059	20.76	114	0.9795	31.43
19	0.2401	8.739	67	0.6137	21.00	115	0.9873	31.63
20	0.2479	9.011	68	0.6215	21.24	116	0.9951	31.83
21	0.2557	9.283	69	0.6293	21.47	117	1.003	32.04
22	0.2634	9.553	70	0.6370	21.71	118	1.011	32.24
23	0.2712	9.823	71	0.6448	21.95	119	1.018	32.44
24	0.2790	10.09	72	0.6526	22.18	120	1.026	32.64
25	0.2868	10.36	73	0.6604	22.42	121	1.034	32.84
26	0.2946	10.63	74	0.6682	22.65	122	1.042	33.04
27	0.3024	10.90	75	0.6760	22.88	123	1.050	33.24
28	0.3101	11.16	76	0.6837	23.12	124	1.057	33.44
29	0.3179	11.43	77	0.6915	23.35	125	1.065	33.64
30	0.3257	11.69	78	0.6993	23.58	126	1.073	33.84
31	0.3335	11.96	79	0.7071	23.81	127	1.081	34.03
32	0.3413	12.22	80	0.7149	24.04	128	1.088	34.23
33	0.3491	12.48	81	0.7227	24.27	129	1.096	34.42
34	0.3568	12.75	82	0.7304	24.50	130	1.104	34.62
35	0.3646	13.01	83	0.7382	24.72	131	1.112	34.81
36	0.3724	13.27	84	0.7460	24.95	132	1.120	35.00
37	0.3802	13.53	85	0.7538	25.18	133	1.127	35.20
38	0.3880	13.79	86	0.7616	25.40	134	1.135	35.39
39	0.3958	14.05	87	0.7694	25.63	135	1.143	35.58
40	0.4035	14.30	88	0.7771	25.85	136	1.151	35.77
41	0.4113	14.56	89	0.7849	26.07	137	1.159	35.96
42	0.4191	14.82	90	0.7927	26.30	138	1.166	36.15
43	0.4269	15.07	91	0.8005	26.52	139	1.174	36.33
44	0.4347	15.33	92	0.8083	26.74	140	1.182	36.52
45	0.4425	15.58	93	0.8161	26.96	141	1.190	36.71
46	0.4502	15.84	94	0.8238	27.18	142	1.197	36.89
47	0.4580	16.09	95	0.8316	27.40	143	1.205	37.08
48	0.4658	16.34	96	0.8394	27.62	144	1.213	37.26

Tabla 7.1.1 (Apéndice C), Relación de ρ entre M_u / bd^2

con la relación $M_R / b' d^2 = 6.537 \text{ kgf} / \text{cm}^2$ se obtiene un porcentaje de acero, (%) $p = 0.1778$, de tal manera que la cuantía de acero es, $p = 0.001778$

- Cálculo de cuantía mínima de acero

$$p_{\min} = \frac{0.7 \sqrt{f_c'}}{f_y} = \frac{0.7 \sqrt{200}}{4200} = 0.00236 \quad (2.2 \text{ NTC})$$

∴ Rige

$$p_{\min.} = 0.00235$$

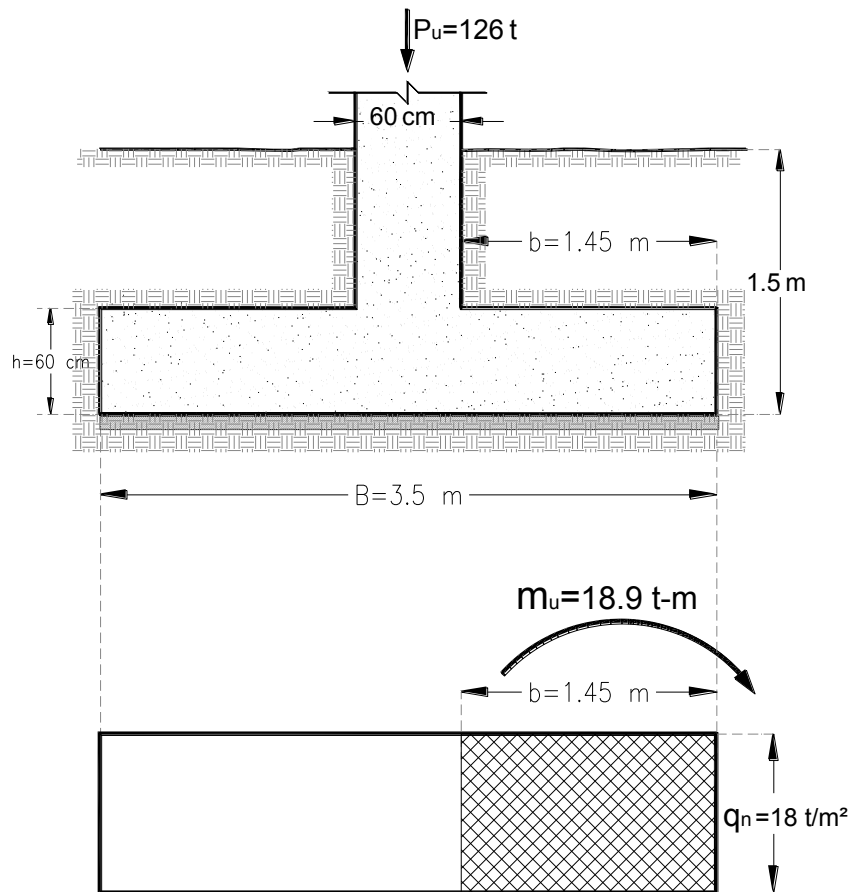


Figura 7.2.3 Momento en la sección crítica, m_u , por metro de ancho.

a-2) Por fuerza cortante:

Al revisar la resistencia a fuerza cortante de una zapata, primero debe comprobarse si puede ser considerada como elemento ancho (véase 2.5.1.2 NTC-2004).

La zapata de este ejemplo no está dentro del caso mencionado anteriormente, pues su ancho $b = 2.0 \text{ m}$ que es menor a cuatro veces su peralte efectivo ($4 * d = (4)(54.4) = 218 \text{ cm}$), por consiguiente, se revisa con el criterio que se aplica a vigas sin presfuerzo (véase 2.5.1.1 NTC-2004).

Cálculo de la fuerza cortante de diseño que toma el concreto V_{cR} (véase 2.5.1.1 NTC-2004).

Como $p < 0.015$

La fuerza cortante de diseño que toma el concreto, V_{cR} , será igual a:

$$V_{cR} = F_R b d (0.2 + 20 p) \sqrt{f_c} \quad (2.19 \text{ NTC})$$

$$V_{cR} = (0.8)(100)(54.4) (0.2 + ((20)(0.00236)) \sqrt{160}$$

$$V_{cR} = 13608 \text{ kgf} / \text{m}$$

Cálculo de la fuerza cortante última de diseño V_u .

$$V_u = (1.45\text{m} - 0.54\text{m})(18 \text{ t} / \text{m}^2) = 16.38 \text{ t}$$

Como:

$$V_u = 16.38 \text{ t} / \text{m} > 13.608 \text{ t}, \text{ Se recomienda aumentarse la altura, } h.$$

Se aumentara la altura a, $h = 70 \text{ cm}$.

Por lo que se tiene que el peralte de la zapata, d , será igual a:

$$d = 70 - 5 - (1.27 / 2) = 64.4 \text{ cm}$$

De tal manera que la fuerza cortante de diseño que toma el concreto, V_{cR} , será igual a:

$$V_{cR} = \frac{64.4}{54.4} (13608) = 16109 \text{ kg} \approx V_u = 16380 \text{ kg}$$

Se usará tentativamente una altura de $h = 70 \text{ cm}$.

a-3) Revisión por penetración:

Determinación de las propiedades geométricas de la sección crítica.

De la figura 2.2 de las NTC-2004 se obtiene la figura 2.2a donde se muestra el diagrama para obtener la sección crítica de una columna interior.

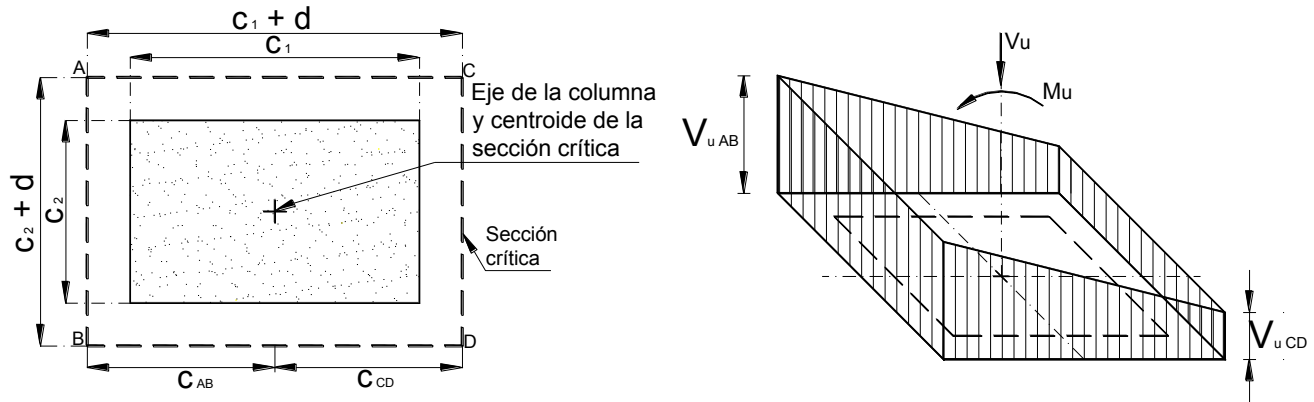


Figura 7.2.4 Transmisión de momento entre columna rectangular interior y zapata. (Figura 2.2a NTC-2004)

Donde;

c_1 es la dimensión paralela al momento transmitido y, c_2 , es la dimensión perpendicular a c_1 .

$$c_1 = 60 \text{ cm}$$

$$c_2 = 40 \text{ cm}$$

Se supondrán barras del # 4, las cuales tienen un diámetro de $d_{\text{barra}} = 1.27 \text{ cm}$, por lo que el peralte, d , de la zapata será igual a:

$$d = h - 5 - \phi \text{ varilla} = 70 - 5 - 1.27 = 63.73 \text{ cm}$$

$$c_1 + d = 60 + 63.73 = 123.73 \text{ cm}$$

$$c_2 + d = 40 + 63.73 = 103.73 \text{ cm}$$

El perímetro de la sección crítica, b_o , será de:

$$b_o = d(c_1 + c_2 + 2d)$$

$$b_o = 2(60 + 40 + (2)(63.73))$$

$$b_o = 454.92 \text{ cm}$$

De la figura 2.2a se determinará el área de la sección crítica A_{cr} ,

$$A_{cr} = 2d (c_1 + c_2 + 2d)$$

$$A_{cr} = (2)(63.73) (60 + 40 + (2)(63.73)) = 28992 \text{ cm}^2$$

Cálculo del cortante de diseño V_u , que toma el concreto.

$$V_u = P_u - (c_2 + d)(c_1 + d)q_n$$

$$V_u = 126 - ((1.0373) (1.2373))(18) = 102.90 \text{ t}$$

Cálculo del esfuerzo cortante de diseño máximo, $v_{u_{máx}}$, que toma el concreto (véase 2.5.9.2a NTC-2004).

$$v_{u_{máx.}} = \frac{V_u}{b_o d} = \frac{V_u}{A_{cr}} \quad (2.27 \text{ NTC})$$

$$v_{u_{máx.}} = \frac{102900}{28992} = 3.55 \text{ kgf / cm}^2$$

El esfuerzo cortante máximo de diseño, $v_{u_{máx}}$, no debe de exceder de (véase 2.5.9.3 NTC-2004)

$$F_R(0.5 + \gamma)\sqrt{f_c^*} \leq F_R \sqrt{f_c^*} \quad (2.29 \text{ NTC})$$

En la ecuación anterior, γ , es la relación de lado corto al lado largo del área donde actúa la carga o reacción;

$$\gamma = \frac{40}{60} = 0.6666$$

$$F_R(0.5 + \gamma)\sqrt{f_c^*} = 0.8(0.5 + 0.6666)\sqrt{160} = 11.80 \text{ kgf / cm}^2$$

$$F_R \sqrt{f_c^*} = (0.8)\sqrt{160} = 10.12 \text{ kgf / cm}^2$$

de los valores anteriores rige el menor de los dos.

Se tiene que;

$$10.12 \text{ kgf / cm}^2 > v_{u_{máx}} = 3.55 \text{ kgf / cm}^2$$

∴ Se acepta una $h = 70 \text{ cm}$, para este concepto.

b) Revisión bajo $CM + CV + CA$,

b-1) Por flexión y por cortante como viga ancha.

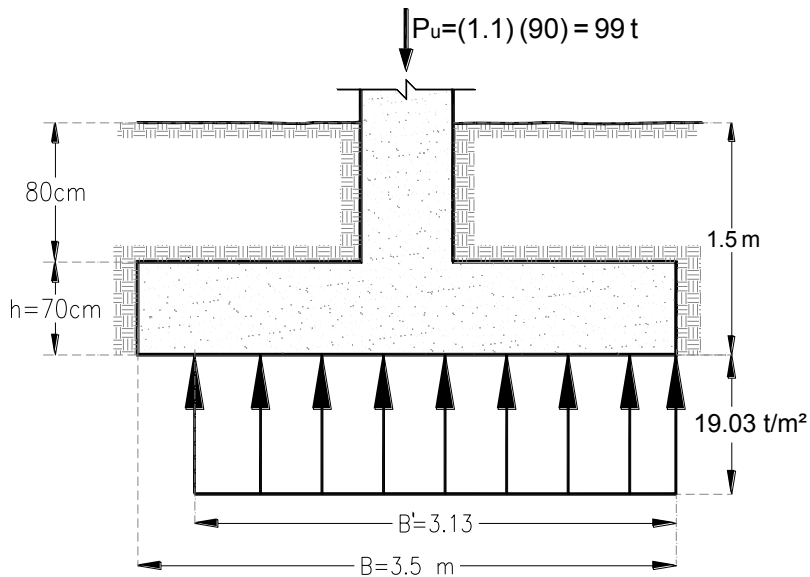
Recuérdese que en la revisión del área de $2 \times 3.5 \text{ m}$ bajo $CM + CV + CA$, se obtuvo la presión actuante, $P_{act.}$, en el nivel de desplante.

$$P_{act.} = \frac{P_{ud}}{A'} = \frac{119.1}{6.26} = 19.03 \text{ t/m}^2$$

Nota: Si se desprecia el efecto del cambio de espesor de 60 cm a 70 cm

La carga de diseño en la columna bajo: $CM + CV + CA$ es igual a:

$$P_u = 1.1P = (1.1)(90) = 99 \text{ t}$$



La reacción neta, q_n , será igual a:

$$q_n = 19.03 - F_c (P_u + \text{peso prop zapata} + \text{peso relleno})$$

$$q_n = 19.03 - 1.1((0.70)(2.4) + (0.80)(1.3))$$

$$q_n = 16.03 \text{ t/m}^2$$

Como la reacción neta, q_n , bajo $CM + CV + CA$, resultó menor que bajo, $CM + CV$, (18 t/m^2), por lo que en cuanto a flexión y cortante como viga ancha rige la condición bajo $CM + CV$.

b-2) Revisión por penetración:

Revisión para decidir si puede despreciarse el momento que se transmite entre columna y zapata (véase 2.5.9.2 NTC-2004).

Si no hay transmisión de momento entre la zapata y la columna, o si el momento por transmitir, M_u , no excede de $0.2V_u d$, el esfuerzo cortante de diseño, v_u , se calculará con la expresión siguiente: (véase 2.5.9.2 NTC-2004)

$$v_u = \frac{V_u}{b_o d} \quad (2.19 \text{ NTC})$$

Donde b_o es el perímetro de la sección crítica y V_u la fuerza cortante de diseño en dicha sección.

M_u , será igual a:

$$M_u = 1.1 M = (1.1)(20) = 22 t - m$$

La fuerza cortante de diseño V_u , es igual a;

$$V_u = P_u - (c_1 + d)(c_2 + d) q_n$$

Determinación de las propiedades geométricas de la sección crítica.

De la figura 2.2 de las NTC-2004 se obtiene la figura 2.2a donde se muestra el diagrama para obtener la sección crítica de una columna interior.

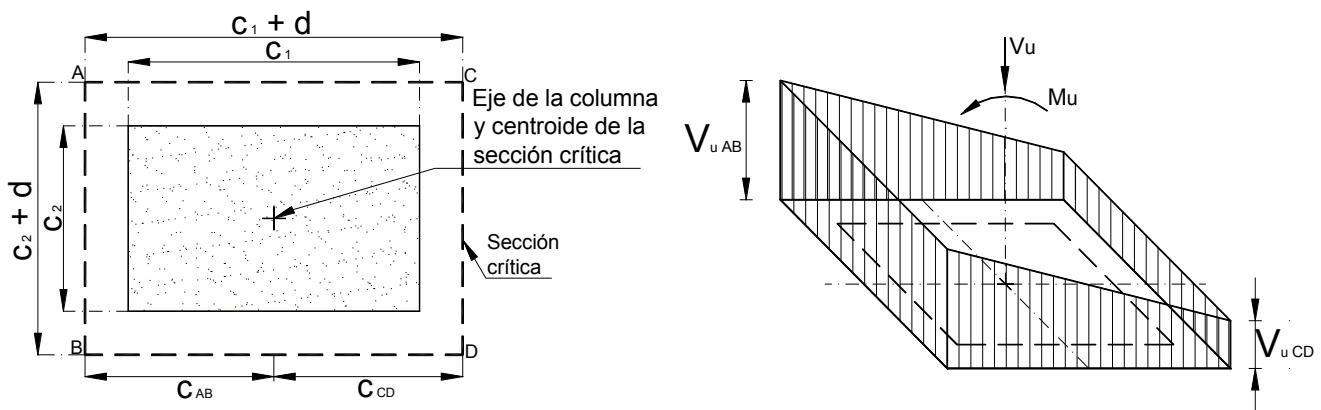


Figura 7.2.6 Transmisión de momento entre columna rectangular interior y zapata. (Figura 2.2a NTC-2004)

Donde;

c_1 es la dimensión paralela al momento transmitido y c_2 es la dimensión perpendicular a c_1 .

$$c_1 = 60 \text{ cm}$$

$$c_2 = 40 \text{ cm}$$

$$d = h - 5 - \phi \text{ varilla} = 70 - 5 - 1.27 = 63.73 \text{ cm}$$

$$c_1 + d = 60 + 63.73 = 123.73 \text{ cm}$$

$$c_2 + d = 40 + 63.73 = 103.73 \text{ cm}$$

La reacción neta, q_n , calculada anteriormente era igual a:

$$q_n = 19.03 - F_c (P_u + \text{peso prop zapata} + \text{peso relleno})$$

$$q_n = 19.03 - 1.1((0.70)(2.4) + (0.80)(1.3))$$

$$q_n = 16.03 \text{ t/m}^2$$

La fuerza cortante de diseño V_u , será igual a;

$$V_u = P_u - (c_1 + d)(c_2 + d)q_n$$

$$V_u = 99 - (1.2373)(1.0373)(16.03)$$

$$V_u = 78.43 \text{ t}$$

$$0.2 V_u d = (0.2)(78.43)(0.6373) = 9.99 \text{ t-m}$$

Se tiene que:

$$M_u = 22 \text{ t-m} > 0.2 V_u d = 9.99 \text{ t-m}$$

∴ No puede despreciarse la transferencia de momento flexionante.

Cuando existe transferencia de momento, se supondrá que una fracción de momento dada por, α , se transmite por excentricidad de la fuerza cortante total, con respecto al centroide de la sección crítica, c_{AB} .

Cálculo de la fracción de momento flexionante, α , que se transmite por excentricidad de la fuerza cortante (véase 2.5.9.2b NTC-2004).

$$\alpha = 1 - \frac{1}{1 + 0.67\sqrt{(c_1 + d)/(c_2 + d)}} \quad (2.28 \text{ NTC})$$

$$\alpha = 1 - \frac{1}{1 + 0.67 \sqrt{(123.73) / (103.73)}} = 1 - \frac{1}{1 + 0.67 \sqrt{1.193}}$$

$$\alpha = 0.4225$$

$$M_u \alpha = (22)(0.4225) = 9.295 \text{ t-m}$$

De la figura 2.2a NTC-2004, se determinará el área de la sección crítica A_{cr} , la posición de su centroide c_{AB} , el momento polar de inercia, J_c , de la sección crítica y el esfuerzo cortante máximo de diseño, $v_{uAB} = v_{u_{\max}}$.

$$A_{cr} = 2d(c_1 + c_2 + 2d)$$

$$A_{cr} = (2)(63.73)(60 + 40 + (2)(63.73)) = 28992.1 \text{ cm}^2$$

$$c_{AB} = \frac{c_1 + d}{2} = \frac{60 + 63.73}{2} = 61.9 \text{ cm}$$

Cálculo del momento polar de inercia, J_c , de la sección crítica.

$$J_c = \frac{d(c_1 + d)^3}{6} + \frac{(c_1 + d)d^3}{6} + \frac{d(c_2 + d)(c_1 + d)^2}{2}$$

$$J_c = \frac{(63.73)(123.73)^3}{6} + \frac{(123.73)(63.73)^3}{6} + \frac{(63.73)(103.73)(123.73)^2}{2} = 20.12 \times 10^6 + 5.34 \times 10^6 + 50.60 \times 10^6$$

$$J_c = 76.06 \times 10^6 \text{ cm}^4$$

Cálculo del esfuerzo cortante de diseño máximo, $v_{u_{\max}}$, que toma el concreto.

$$v_{u_{\max}} = \frac{V_u}{A_{cr}} + \frac{\alpha M_u c_{AB}}{J_c}$$

$$v_{u_{\max}} = \frac{78430}{28992.1} + \frac{(929500)(61.9)}{76.06 \times 10^6}$$

$$v_{u_{\max}} = \frac{78430}{28992.1} + \frac{57.536 \times 10^6}{76.06 \times 10^6}$$

$$v_{u_{\max}} = 2.70 + 0.756$$

$$v_{u_{\max}} = 3.456 \text{ kgf/cm}^2$$

El esfuerzo cortante máximo de diseño, $v_{u\text{máx}}$, no debe de exceder de (véase 2.5.9.3 NTC-2004)

$$F_R(0.5 + \gamma)\sqrt{f_c^*} \leq F_R\sqrt{f_c^*} \quad (2.29 \text{ NTC})$$

En la ecuación anterior, γ , es la relación de lado corto al lado largo del área donde actúa la carga o reacción, como en este caso se está considerando la combinación de acciones permanentes, variables y sismo, el factor de resistencia, F_R , se tomará igual a 0.7.

$$\gamma = \frac{40}{60} = 0.666$$

$$F_R(0.5 + \gamma)\sqrt{f_c^*} = 0.7(0.5 + 0.666)\sqrt{160} = 10.32 \text{ kgf/cm}^2$$

$$F_R\sqrt{f_c^*} = (0.7)\sqrt{160} = 8.86 \text{ kgf/cm}^2$$

de los valores anteriores rige el menor de los dos.

Como;

$$8.86 \text{ kgf/cm}^2 > v_{u\text{máx}} = 3.456 \text{ kgf/cm}^2, \text{ se acepta la altura de, } h = 70 \text{ cm}.$$

c) Cálculo del refuerzo por flexión:

En zapatas rectangulares con flexión en dos direcciones, el refuerzo paralelo al lado mayor se distribuirá uniformemente; el paralelo al lado menor se distribuirá en tres franjas en la forma siguiente: en la franja central, de ancho a_1 , una cantidad de refuerzo igual a la totalidad que debe colocarse en esa dirección, multiplicada por $2a_1 / (a_1 + a_2)$, donde a_1 y a_2 , son, respectivamente, los lados corto y largo de la zapata. El resto del refuerzo se distribuirá uniformemente en las dos franjas extremas (véase 6.4.1 NTC-2004).

c-1) Refuerzo paralelo al lado largo;

En el inciso b-1, se obtuvo que como la reacción neta, q_n , bajo $CM + CV + CA$, resultó menor que bajo, $CM + CV$, (18 t/m^2), por lo que en cuanto a flexión y rige la condición bajo $CM + CV$.

Para la condición bajo $CM + CV$ se tiene una cuantía mínima de acero igual a:

$$p_{\text{min.}} = 0.00235$$

Tomando en cuenta las barras del #4, con las cuales se hicieron los cálculos y tienen un diámetro, $d_{\text{barras}} = 1.27 \text{ cm}$, por lo que el peralte de la zapata, d , es igual a:

$$d = h - 5 - (\phi \text{ varilla} / 2) = 70 - 5 - (1.27 / 2) = 64.4 \text{ cm}$$

Despejando el área de acero, A_s , del porcentaje de refuerzo se tiene:

$$p = \frac{A_s}{bd} \quad (2.7 \text{ NTC})$$

$$A_s = pbd$$

$$A_s = (0.00236)(100)(64.4) = 15.19 \text{ cm}^2 / m$$

La separación de las barras será igual a:

$$s = \frac{100 A_{\text{barra}}}{A_s}$$

$$s = \frac{(100)(1.27)}{15.19} = 8.36 \text{ cm}$$

Para este caso la separación de las barras es de $s = 8.39 \text{ cm}$, por lo que se considera corta. Se recomienda aumentar el diámetro de la barra, para aumentar la separación entre barras.

Considerando barras del #5, tenemos una separación de:

$$s = \frac{100 A_{\text{barra}}}{A_s}$$

$$s = \frac{100(1.98)}{15.13} = 13.1 \text{ cm}$$

∴ Se usarán barras del #5 @13 cm en todo el ancho de 2.0 m.

c-2) Refuerzo paralelo al lado corto;

En el inciso b-1, se obtuvo que como la reacción neta, q_n , bajo $CM + CV + CA$, resultó menor que bajo, $CM + CV$, (18 t/m^2), por lo que rige la condición bajo $CM + CV$.

Tenemos que la *reacción neta* = 18 t/m^2

Se tiene un peralte, d , igual a:

$$d = 70 - 5 - (1.5)(1.27) = 63.1 \text{ cm}$$

Cálculo del momento total en la sección crítica, $M_{sec. crit.}$, por metro de ancho.

$$M_{sec. crit.} = \frac{q_n l'^2 a_2}{2}$$

donde;

$$l' = \frac{a_1 - c_2}{2} = \frac{2 - 0.4}{2} = 0.8 \text{ m}$$

$$M_{sec. crit.} = \frac{(18)(0.8)^2(3.5)}{2}$$

$$M_{sec. crit.} = 20.16 \text{ t} - \text{m}$$

Cálculo del momento en la franja central, $M_{francent.}$, por metro de ancho.

$$M_{francent.} = \left(\frac{M_{sec. crit.}}{a_1} \right) \left(\frac{2 a_1}{a_1 + a_2} \right)$$

$$M_{francent.} = \left(\frac{20.16}{2.0} \right) \left(\frac{(2)(2.0)}{2.0 + 3.5} \right)$$

$$M_{francent.} = 7.33 \text{ t} - \text{m} / \text{m}$$

Cálculo del refuerzo en la franja central:

Tenemos que:

$$\frac{M_R}{b d^2} = \frac{733000}{(100)(63.1)^2} = 1.84 \text{ kgf} / \text{cm}^2 \text{ m}$$

De la tabla 7.1.1 (Apéndice C), para un $\frac{M_R}{b d^2} = 1.84 \text{ kgf} / \text{cm}^2 \approx 3.722 \text{ kgf} / \text{cm}^2$ se obtiene una, $p = 0.00100$.

La cuantía mínima de acero es de:

$$p_{min} = \frac{0.7 \sqrt{f_c'}}{f_y} = \frac{0.7 \sqrt{200}}{4200} = 0.00235 \quad (2.2 \text{ NTC})$$

Por lo que rige, $p_{mín.} = 0.00235$

El área de acero, A_s , será de:

$$A_s = p b d$$

$$A_s = (0.00235)(100)(63.1) = 14.83 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Considerando barras del #5, tenemos una separación de:

$$s = \frac{100 A_{\text{barra}}}{A_s}$$

$$s = \frac{100(1.98)}{14.83} = 13.35 \text{ cm}$$

∴ Se usarán barras del #5 @13 cm en todo el ancho de 3.5 m

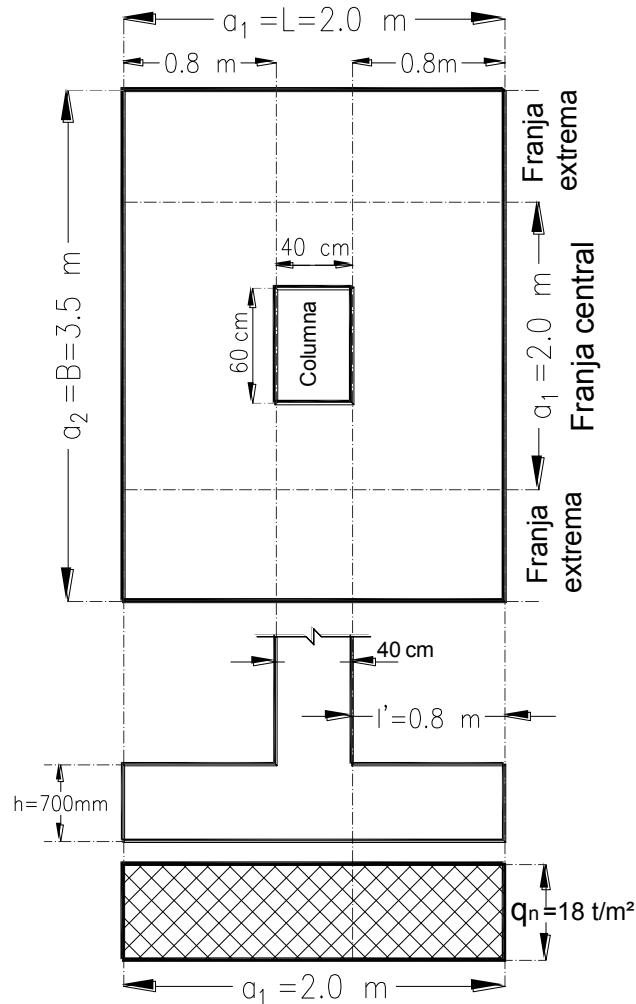


Figura 7.2.7 Distribución de franjas paralelas al lado menor de la zapata.

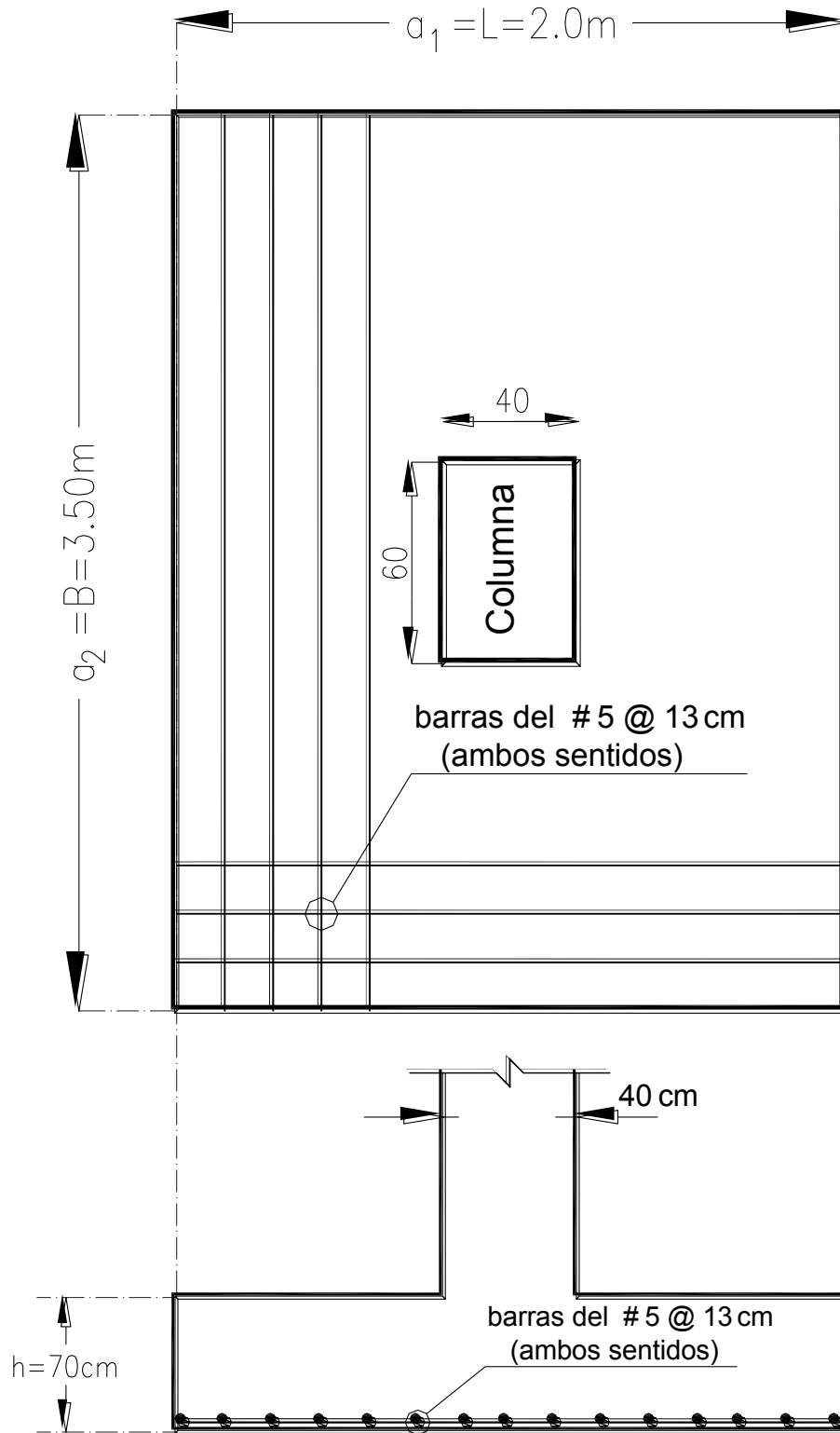


Figura 7.2.8 Sección y armado propuesto para la zapata.

CAPÍTULO VIII

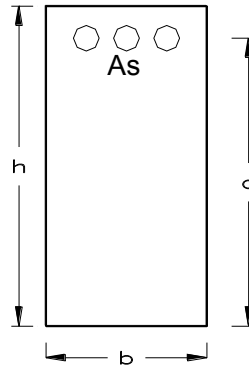
EJEMPLO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXIÓN

(CAPÍTULO III)

(Sistema Internacional “SI”)

3.2 CÁLCULO DE LAS DIMENSIONES Y DEL ÁREA DE REFUERZO DE UNA SECCIÓN RECTANGULAR, CONOCIDO EL MOMENTO DE DISEÑO, M_u Y LA RELACIÓN d/b

DATOS DEL PROBLEMA:



$M_u = 30 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$ (Momento negativo)

$f_c' = 20 \text{ MPa}$

$f_y = 420 \text{ MPa}$

$d/b = 2.5$

$p_{\min} = 0.75 p_b$

CONSTANTES DE CÁLCULO:

$f_c^* = 0.8 f_c' = 0.8 (20) = 16 \text{ MPa}$ (1.12 NTC)

$f_c'' = 0.85 f_c^* = 0.85 (16) = 13.6 \text{ MPa}$ (2.1e NTC)

$\beta_1 = 0.85$ (Por ser $f_c^* < 28 \text{ MPa}$)

- Cálculo de cuantía mínima de acero

$p_{\min} = \frac{0.22 \sqrt{f_c'}}{f_y} = \frac{0.22 \sqrt{20}}{420} = 0.00234$ (2.2 NTC)

- Cálculo de cuantía balanceada de acero

$$p_b = \frac{f_c''}{f_y} \frac{600 \beta_1}{f_y + 600} = \frac{13.6}{420} \frac{600(0.85)}{420 + 600} = 0.01619 \quad (2.3 \text{ NTC})$$

- Cálculo de cuantía máxima de acero

$$p_{\max.} = 0.75 p_b = 0.75(0.01619) = 0.012143$$

$$q_{\max} = \frac{p_{\max} f_y}{f_c''} = \frac{0.012143 (420)}{13.6} = 0.3749 \quad (2.6 \text{ NTC})$$

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA:

- Predimensionamiento.

$$M_R = F_R b d^2 f_c'' q (1 - 0.5 q) \quad (2.4 \text{ NTC})$$

Donde:

$$M_u = M_R$$

Despejando;

$$b d^2 = \frac{M_R}{F_R f_c'' q (1 - 0.5 q)} = \frac{300 \times 10^6}{(0.9)(13.6)(0.3749)[1 - 0.5(0.3749)]} = 80.458 \times 10^6 \text{ mm}^3$$

$$b d^2 = 80.458 \times 10^6 \text{ mm}^3$$

Si se considera la relación

$$b = \frac{d}{2.5}$$

Sustituyendo en,

$$b d^2 = 80.458 \times 10^6 \text{ mm}^3$$

se tiene

$$\frac{d^3}{2.5} = 80.458 \times 10^6 \text{ mm}^3$$

$$d^3 = 80.458 \times 10^6 (2.5) = 201.145 \times 10^6 \text{ mm}^3$$

$$d = \sqrt[3]{201.145 \times 10^6} = 586 \text{ mm}$$

Se usará:

$$d = 590 \text{ mm}$$

La base de la sección será de:

$$b = \frac{590}{2.5} = 236 \text{ mm}$$

se propone usar:

$$b = 250 \text{ mm}$$

El peralte total en la viga es:

$$h = d + r = 590 + 40 = 630 \text{ mm}$$

Cálculo de área de acero, A_s ,

$$p = \frac{A_s}{b d} \tag{2.7 NTC}$$

Despejando el área de acero:

$$A_s = p b d$$

$$A_s = (0.012143)(250)(590)$$

$$A_s = 1790 \text{ mm}^2$$

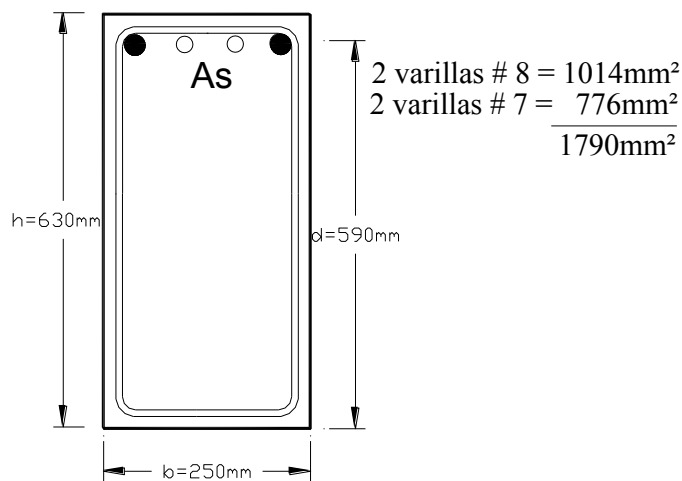
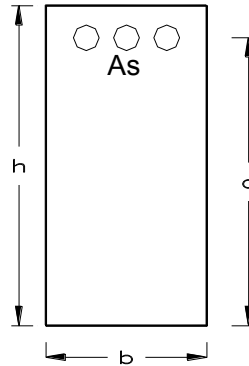


Figura 3.2.2 Área y Sección propuesta como solución del ejemplo 3.2

3.3 CÁLCULO DEL ÁREA DE ACERO DE REFUERZO DE UNA VIGA RECTANGULAR, CONOCIENDO EL MOMENTO DE DISEÑO, M_u Y LA SECCIÓN TRANSVERSAL

DATOS DEL PROBLEMA:



$$M_u = 340 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm} \text{ (Momento Negativo)}$$

$$f_c' = 20 \text{ MPa}$$

$$f_y = 420 \text{ MPa}$$

$$b = 300 \text{ mm}$$

$$h = 750 \text{ mm}$$

$$d = 700 \text{ mm}$$

CONSTANTES DE CÁLCULO:

$$f_c^* = 0.8 f_c' = 0.8 (20) = 16 \text{ MPa} \quad (1.12 \text{ NTC})$$

$$f_c'' = 0.85 f_c^* = 0.85 (16) = 13.6 \text{ MPa} \quad (2.1e \text{ NTC})$$

$$\beta_1 = 0.85 \quad (\text{Por ser } f_c^* < 28 \text{ MPa})$$

- Cálculo de cuantía mínima de acero

$$p_{\min} = \frac{0.22 \sqrt{f_c'}}{f_y} = \frac{0.22 \sqrt{20}}{420} = 0.00234 \quad (2.2 \text{ NTC})$$

- Cálculo de cuantía balanceada de acero

$$p_b = \frac{f_c''}{f_y} \frac{600 \beta_1}{f_y + 600} = \frac{13.6}{420} \frac{600(0.85)}{420 + 600} = 0.01619 \quad (2.3 \text{ NTC})$$

- Cálculo de cuantía máxima de acero

$$p_{\max.} = 0.75 p_b = 0.75(0.01619) = 0.012143$$

$$q_{\max} = \frac{p_{\max} f_y}{f_c''} = \frac{0.012143(420)}{13.6} = 0.3749 \quad (2.6 \text{ NTC})$$

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA:

- Cálculo de la cuantía de acero, p ,

$$M_R = F_R b d^2 f_c'' q(1 - 0.5q) \quad (2.4 \text{ NTC})$$

Llamando a:

$$Q = \frac{M_R}{F_R b d^2 f_c''} = \frac{34 \times 10^6}{(0.9)(300)(700)^2 (13.6)} = 0.1889$$

$$Q = q(1 - 0.5q)$$

$$Q = q - 0.5q^2$$

$$-q + 0.5q^2 + Q = 0$$

$$-2q + q^2 + 2Q = 0$$

$$q^2 - 2q + 2Q = 0$$

Resolviendo la ecuación cuadrática,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$q = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(2Q)}}{2(1)} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - (4)(2Q)}}{2}$$

$$q = \frac{2 \pm \sqrt{4 - (4)((2)(0.1889))}}{2} = \frac{2 \pm 1.5776}{2}$$

Entonces

$$q_1 = 1.788$$

$$q_2 = 0.2112 \quad \text{Rige el valor más pequeño.}$$

de $q = \frac{p f_y}{f_c''}$ (2.6 NTC)

Despejando la relación o porcentaje de refuerzo:

$$p = \frac{q f_c''}{f_y}$$

$$p = \frac{(0.2112)(13.6)}{420} = 0.006838$$

de: $P = \frac{A_s}{b d}$ (2.7 NTC)

Despejando el área de acero, A_s ,

$$A_s = p b d = (0.006838)(300)(700)$$

$$A_s = 1436 \text{ mm}^2$$

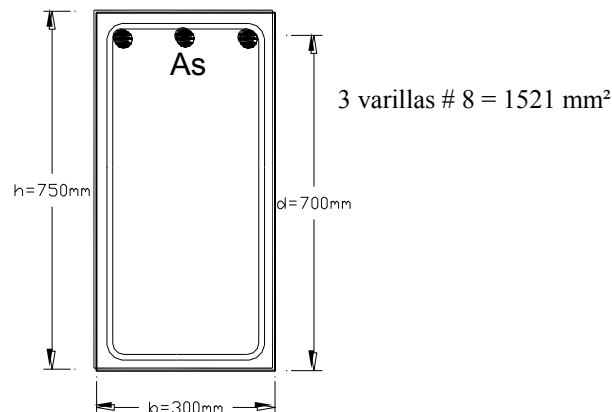
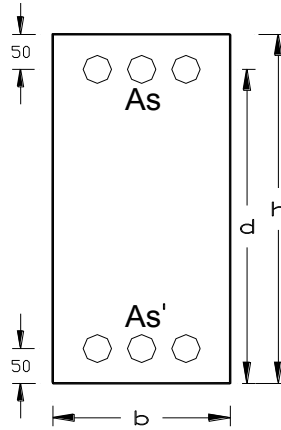


Figura 3.3.2 Área y sección propuesta como solución ejemplo 3.3

3.5 CÁLCULO DE ACERO DE REFUERZO DE UNA VIGA RECTANGULAR DOBLEMENTE REFORZADA, CONOCIDA LA SECCIÓN.

DATOS DEL PROBLEMA:



$$M_u = 456 \times 10^6 \text{ N-mm (Momento negativo)}$$

$$f_c' = 20 \text{ MPa}$$

$$f_y = 420 \text{ MPa}$$

$$b = 300 \text{ mm}$$

$$h = 600 \text{ mm}$$

$$d = 550 \text{ mm}$$

CONSTANTES DE CÁLCULO:

$$f_c^* = 0.8 f_c' = 0.8 (20) = 16 \text{ MPa} \quad (1.12 \text{ NTC})$$

$$f_c'' = 0.85 f_c^* = 0.85 (16) = 13.6 \text{ MPa} \quad (2.1e \text{ NTC})$$

$$\beta_1 = 0.85 \quad (\text{Por ser } f_c^* < 28 \text{ MPa})$$

Cálculo de cuantía mínima de acero

$$p_{\min} = \frac{0.22 \sqrt{f_c'}}{f_y} = \frac{0.22 \sqrt{20}}{420} = 0.00234 \quad (2.2 \text{ NTC})$$

- Cálculo de cuantía balanceada de acero

$$p_b = \frac{f_c''}{f_y} \frac{600 \beta_1}{f_y + 600} = \frac{13.6}{420} \frac{600(0.85)}{420 + 600} = 0.01619 \quad (2.3 \text{ NTC})$$

- Cálculo de cuantía máxima de acero

$$p_{\max.} = 0.75 p_b = 0.75(0.01619) = 0.012143$$

$$q_{\max} = \frac{p_{\max} f_y}{f_c''} = \frac{0.012143 (420)}{13.6} = 0.3749 \quad (2.6 \text{ NTC})$$

- Cálculo del área de acero máxima.

$$A_{\max} = p_{\max} b d = (0.012143)(300)(550) = 2003 \text{ mm}^2 \quad (2.7 \text{ NTC})$$

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA:

- Cálculo del momento resistente máximo de la viga, si solo hubiera refuerzo a tensión (M_{R1})

$$M_{R1} = F_R b d^2 f_c'' q_{\max} (1 - 0.5 q_{\max}) \quad (2.4 \text{ NTC})$$

$$M_{R1} = (0.9)(300)(550)^2 (13.6)(0.3750)[1 - 0.5(0.3750)] = 338440781 \text{ N} - \text{mm}$$

$$M_{R1} = 338.4 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm} < M_u = 456 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$$

Por lo tanto se requiere refuerzo a compresión, M_{R2} ,

Cálculo de A_s y A_s' (suponiendo que A_s' fluye)

$$M_{Ru} = M_{R1} + M_{R2}$$

$$M_{R2} = M_{Ru} - M_{R1}$$

$$456 \times 10^6 - 338.4 \times 10^6 = 117.6 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$$

$$M_{R2} = 11.76 \text{ t} - \text{m}$$

- Cálculo de área de acero a tensión, A_s ,

$$A_s - A_{s_{\max}} = \frac{M_{R2}}{F_R f_y (d - d')} = \frac{117.6 \times 10^6}{(0.9)(420)(550 - 50)} = 622.2 \text{ mm}^2$$

$$A_s - A_{s_{\max}} = 622.2 \text{ mm}^2$$

$$A_s = 622.2 + 2003 = 2625.2 \text{ mm}^2$$

$$A_s = 2625.2 \text{ mm}^2$$

Varillas a colocar:

$$5 \# 8 = 2535 \text{ mm}^2$$

$$2 \# 4 = 254 \text{ mm}^2$$

$$2789 \text{ mm}^2$$

- Cálculo de acero a compresión, A_s'

$$A_s' = A_s - A_{s_{\max}} = 2789 - 2003 = 786 \text{ mm}^2$$

$$A_s' = \frac{786}{0.75}$$

$$A_s' = 1048 \text{ mm}^2$$

Varillas a colocar:

$$3 \# 7 = 1164 \text{ mm}^2$$

de:

$$A_s = p b d$$

Cuantía de acero a tensión, P ,

$$p = \frac{A_s}{b d} = \frac{2789}{(300)(550)} = 0.01690$$

(2.7 NTC)

de:

$$A_s' = p' b d$$

Despejando la cuantía de acero a compresión, p' ,

$$p' = \frac{A_s'}{b d} = \frac{1164}{(300)(550)} = 0.00705 \quad (2.7 \text{ NTC})$$

- Comprobando de que el acero a compresión fluye

$$p - p' \geq \frac{600 \beta_1}{600 - f_y} \frac{d'}{d} \frac{f_c''}{f_y} \quad (2.10 \text{ NTC})$$

$$0.0165 - 0.00518 \geq \frac{600 (0.85)}{600 - 420} \frac{50}{550} \frac{13.6}{420}$$

0.1132 > 0.00834 \therefore el acero a compresión fluye.

- Cálculo del momento resistente de la sección doblemente reforzada

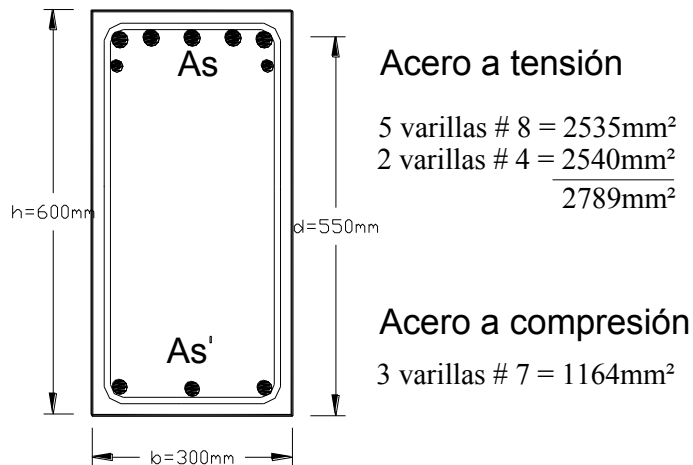
$$M_R = F_R \left[(A_s - A_s') f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) + A_s' f_y (d - d') \right] \quad (2.8 \text{ NTC})$$

Donde:

$$a = \frac{(A_s - A_s') f_y}{f_c'' b} = \frac{(2789 - 1164)(420)}{(13.6)(300)} = 167.2 \text{ mm} \quad (2.9 \text{ NTC})$$

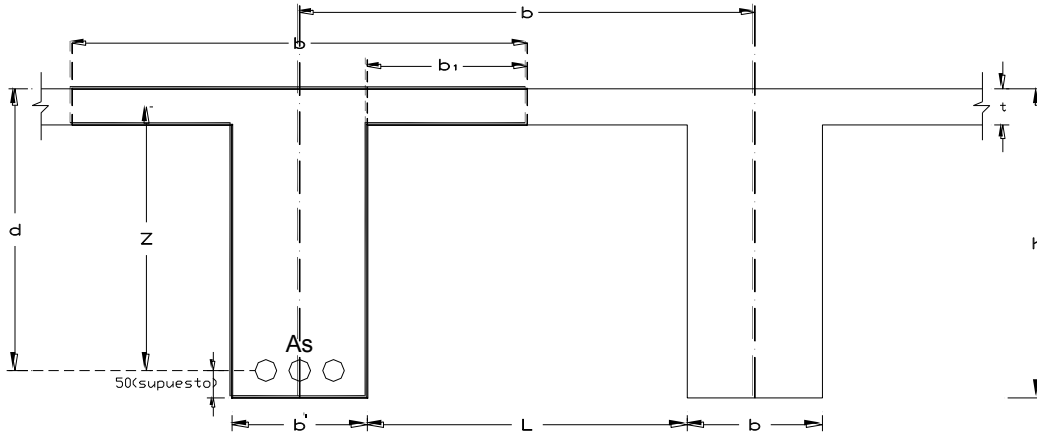
$$M_R = 0.9 \left[(2789 - 1164)(420) \left(550 - \frac{167.2}{2} \right) + (1164)(420)(550 - 50) \right] = 506482200 \text{ N} - \text{mm}$$

$$M_R = 506.4 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm} > M_u 456 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$$



3.7 CÁLCULO DE ACERO DE REFUERZO DE UNA VIGA, T .

DATOS DEL PROBLEMA:



$$M_u = 370 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$$

$$f'_c = 20 \text{ MPa}$$

$$f_y = 420 \text{ MPa}$$

$$L = 8000 \text{ mm (claro de la viga)}$$

$$h = 500 \text{ mm}$$

$$t = 70 \text{ mm}$$

$$b' = 250 \text{ mm}$$

CONSTANTES DE CÁLCULO:

$$f_c^* = 0.8 f'_c = 0.8 (20) = 16 \text{ MPa} \quad (1.12 \text{ NTC})$$

$$f_c'' = 0.85 f_c^* = 0.85 (16) = 13.6 \text{ MPa} \quad (2.1e \text{ NTC})$$

$$\beta_1 = 0.85 \quad (\text{Por ser } f_c^* < 28 \text{ MPa})$$

- Ancho del patín que trabaja a compresión, b_1 , es el menor de los siguientes valores (véase 2.2.3 NTC-2004).

$$a) \frac{L}{8} - \frac{b'}{2} = \frac{8000}{8} - \frac{250}{2} = 875 \text{ cm}$$

$$b) \frac{L'}{2} = \frac{650}{2} = 325 \text{ mm}$$

$$c) 8t = 8(70) = 560 \text{ mm}$$

Ancho del patín que trabaja a compresión, b_1 , será:

$$b_1 = 325 \text{ mm}$$

De tal manera que la base, b , es

$$b = 2b_1 + b'$$

$$b = 2(325) + 250$$

$$b = 900 \text{ mm}$$

- Revisando si la viga trabaja como "T"

Suponiendo:

$$Z = d - \frac{t}{2}$$

$$Z = 450 - \frac{70}{2} = 415 \text{ mm}$$

del equilibrio, $\sum M = 0$

$$A_s = \frac{M_U}{F_R f_y Z} = \frac{370 \times 10^6}{0.9(420)(415)} = 2359 \text{ mm}^2$$

Cálculo de la profundidad del bloque de esfuerzos, a ;

$$a = \frac{A_s f_y}{b f_c} = \frac{(2359)(420)}{(13.6)(900)} = 80.9 \text{ mm} \quad (2.12 \text{ NTC})$$

$a = 80.9 \text{ mm} > t = 70 \text{ mm} \therefore$ Se trata de una viga "T"

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA:

- Cálculo del momento que corresponde a los patines, M_{Rp} ;

$$T_p = C_p$$

$$A_{sp} f_y = (b - b') t f_c$$

Despejando el área de acero en los patines, A_{sp} ,

$$A_{sp} = \frac{f_c (b - b') t}{f_y} = \frac{(13.6)(900 - 250)(70)}{420} = 1473 \text{ mm}^2$$

$$M_{Rp} = F_R A_{sp} f_y \left(d - \frac{t}{2}\right) = (0.9)(1473)(420)(450 - 70 / 2) = 231069510 \text{ N} - \text{mm}$$

$$M_{Rp} = 231 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$$

- Cálculo del momento, M_{Ra} , que corresponde al alma,

$$M_{Ru} = M_{Ra} - M_{Rp}$$

$$M_{Ra} = M_{Ru} - M_{Rp}$$

$$M_{Ra} = 370 \times 10^6 - 231 \times 10^6 = 139 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$$

- Cálculo del área de acero en el alma, A_{sa} ,

En estas condiciones el alma se trata como una viga rectangular, con una área de acero igual a $A_s - A_{sp}$, esta área se obtiene:

$$\frac{M_R}{b' d^2} = \frac{139 \times 10^6}{(250)(450)^2} = 2.745 \text{ N} / \text{mm}^2 = 27.45 \text{ kgf} / \text{cm}^2$$

De la tabla 3.7.1 (Apéndice C) para un $M_R / b' d^2 = M_u / b' d^2$, se tiene que:

$$\frac{M_R}{b' d^2} = 27.45 \text{ kgf} / \text{cm}^2 \quad \therefore \text{ el valor superior más aproximado es } \approx 27.62 \text{ kgf} / \text{cm}^2$$

$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$			$f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$			$\rho_b = 1.618\%$		
	ρ (%)	M_u/bd^2 (kg/cm ²)		ρ (%)	M_u/bd^2 (kg/cm ²)		ρ (%)	M_u/bd^2 (kg/cm ²)
1	0.1000	3.722	49	0.4736	16.59	97	0.8472	27.83
2	0.1078	4.006	50	0.4814	16.84	98	0.8550	28.05
3	0.1156	4.290	51	0.4892	17.09	99	0.8628	28.27
4	0.1233	4.574	52	0.4969	17.34	100	0.8705	28.48
5	0.1311	4.856	53	0.5047	17.59	101	0.8783	28.70
6	0.1389	5.138	54	0.5125	17.84	102	0.8861	28.91
7	0.1467	5.420	55	0.5203	18.09	103	0.8939	29.13
8	0.1545	5.700	56	0.5281	18.33	104	0.9017	29.34
9	0.1623	5.980	57	0.5359	18.58	105	0.9095	29.55
10	0.1700	6.259	58	0.5436	18.82	106	0.9172	29.76
11	0.1778	6.537	59	0.5514	19.07	107	0.9250	29.97
12	0.1856	6.815	60	0.5592	19.31	108	0.9328	30.18
13	0.1934	7.092	61	0.5670	19.56	109	0.9406	30.39
14	0.2012	7.368	62	0.5748	19.80	110	0.9484	30.60
15	0.2090	7.644	63	0.5826	20.04	111	0.9562	30.81
16	0.2167	7.919	64	0.5903	20.28	112	0.9639	31.01
17	0.2245	8.193	65	0.5981	20.52	113	0.9717	31.22
18	0.2323	8.466	66	0.6059	20.76	114	0.9795	31.43
19	0.2401	8.739	67	0.6137	21.00	115	0.9873	31.63
20	0.2479	9.011	68	0.6215	21.24	116	0.9951	31.83
21	0.2557	9.283	69	0.6293	21.47	117	1.003	32.04
22	0.2634	9.553	70	0.6370	21.71	118	1.011	32.24
23	0.2712	9.823	71	0.6448	21.95	119	1.018	32.44
24	0.2790	10.09	72	0.6526	22.18	120	1.026	32.64
25	0.2868	10.36	73	0.6604	22.42	121	1.034	32.84
26	0.2946	10.63	74	0.6682	22.65	122	1.042	33.04
27	0.3024	10.90	75	0.6760	22.88	123	1.050	33.24
28	0.3101	11.16	76	0.6837	23.12	124	1.057	33.44
29	0.3179	11.43	77	0.6915	23.35	125	1.065	33.64
30	0.3257	11.69	78	0.6993	23.58	126	1.073	33.84
31	0.3335	11.96	79	0.7071	23.81	127	1.081	34.03
32	0.3413	12.22	80	0.7149	24.04	128	1.088	34.23
33	0.3491	12.48	81	0.7227	24.27	129	1.096	34.42
34	0.3568	12.75	82	0.7304	24.50	130	1.104	34.62
35	0.3646	13.01	83	0.7382	24.72	131	1.112	34.81
36	0.3724	13.27	84	0.7460	24.95	132	1.120	35.00
37	0.3802	13.53	85	0.7538	25.18	133	1.127	35.20
38	0.3880	13.79	86	0.7616	25.40	134	1.135	35.39
39	0.3958	14.05	87	0.7694	25.63	135	1.143	35.58
40	0.4035	14.30	88	0.7771	25.85	136	1.151	35.77
41	0.4113	14.56	89	0.7849	26.07	137	1.159	35.96
42	0.4191	14.82	90	0.7927	26.30	138	1.166	36.15
43	0.4269	15.07	91	0.8005	26.52	139	1.174	36.33
44	0.4347	15.33	92	0.8083	26.74	140	1.182	36.52
45	0.4425	15.58	93	0.8161	26.96	141	1.190	36.71
46	0.4502	15.84	94	0.8238	27.18	142	1.197	36.89
47	0.4580	16.09	95	0.8316	27.40	143	1.205	37.08
48	0.4658	16.34	96	0.8394	27.62	144	1.213	37.26

Tabla 3.7.1 (Apéndice C), Relación ρ entre M_u / bd^2 .

con la relación $M_R / b' d^2 = 27.62 \text{ kgf} / \text{cm}^2$ se obtiene un porcentaje de acero, (%) $p = 0.8394$, de tal manera que la cuantía de acero es, $p = 0.008394$

Sustituyendo, p , en;

$$A_{sa} = p b' d = (0.008394)(250)(450) = 944 \text{ mm}^2$$

* Otra forma de realizar los cálculos para, A_{sa} , es:

$$M_{Ra} = A_{sa} F_R f_y d - A_{sa}^2 0.5 F_R \frac{f_y^2}{f_c''} \frac{1}{b'}$$

$$139 \times 10^6 = A_{sa} (0.9) (420) (450) - A_{sa}^2 (0.5) (0.9) \frac{(420)^2}{(13.6)} \frac{1}{(250)}$$

$$A_{sa}^2 23.3470 - 170100 A_{sa} + 139 \times 10^6 = 0$$

Realizando operaciones

$$A_{sa} = 937 \text{ mm}^2$$

- cálculo del área de acero total, A_s ,

$$A_s = A_{sa} + A_{sp}$$

$$A_s = 944 + 1473 = 2417 \text{ mm}^2$$

- revisando si la sección es óptima,

Como $a < t$ podemos calcular el M_R de la viga con la ecuación:

$$M_R = F_R \left[A_{sp} f_y \left(d - \frac{t}{2} \right) + (A_s - A_{sp}) f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) \right] \quad (2.13 \text{ NTC})$$

La ecuación 2.13 es válida si el acero fluye cuando se alcanza la resistencia (en comportamiento balanceado), esto se cumple si:

$$A_s \leq \frac{f_c''}{f_y} \frac{600 \beta_1}{f_y + 600} b' d + A_{sp} \quad (2.14 \text{ NTC})$$

$$2417 \leq \frac{13.6}{420} \frac{600 (0.85)}{420 + 600} (250) (450) + 1473$$

$$2417 \text{ mm}^2 \leq 3294 \text{ mm}^2 \therefore \text{el acero si fluye}$$

Donde:

$$A_{sp} = \frac{f_c''(b-b')t}{f_y} = \frac{(13.6)(900-250)(70)}{420} = 1473 \text{ mm}^2$$

$$a = \frac{(A_s - A_{sp}) f_y}{f_c'' b'} = \frac{(2417 - 1473)(420)}{(13.6)(250)} = 116.6 \text{ mm}^2$$

Obtenemos:

$$M_R = 0.9 \left[(1473)(420) \left(450 - \frac{70}{2} \right) + (2417 - 1473) 420 \left(450 - \frac{116.6}{2} \right) \right]$$

$$M_R = 370840604 \text{ N} - \text{mm}$$

$$M_R = 370.8 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$$

$$M_R = 370.8 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm} \geq M_u = 370 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$$

$$\frac{M_R}{M_u} = \frac{370.8 \times 10^6}{370 \times 10^6} = 1.0 \text{ N} - \text{mm}$$

\therefore la sección es óptima.

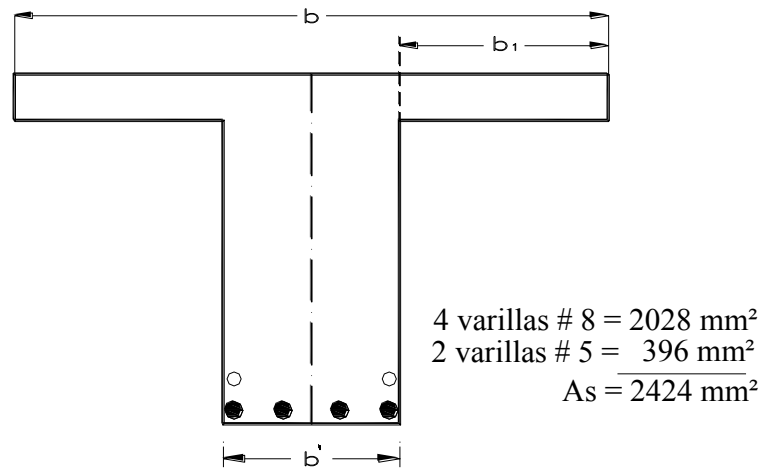


Figura 3.7.2 Área propuesta como solución del ejemplo 3.7

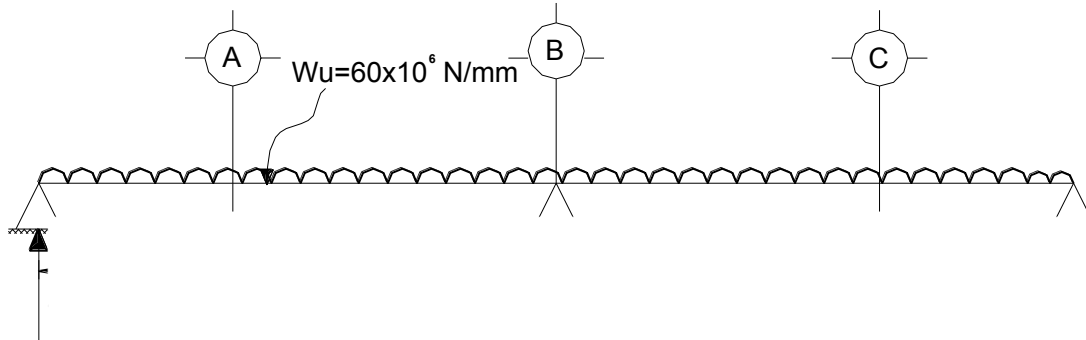
CAPÍTULO IX

EJEMPLO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A CORTE Y TORSIÓN (CAPÍTULO IV)

(Sistema Gravitacional “SI”)

4.1 CORTE DE BARRAS Y REQUISITOS DE ANCLAJE EN UNA VIGA CONTINUA.

DATOS DEL PROBLEMA:



$300 \times 10^3 \text{ N}$

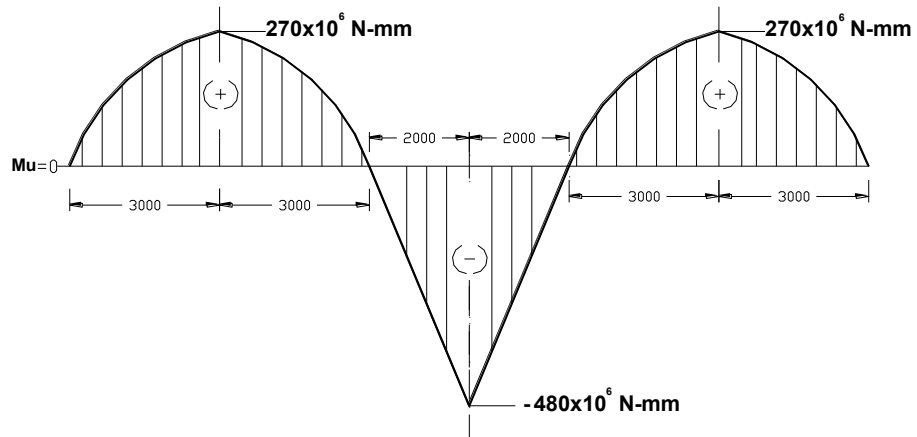
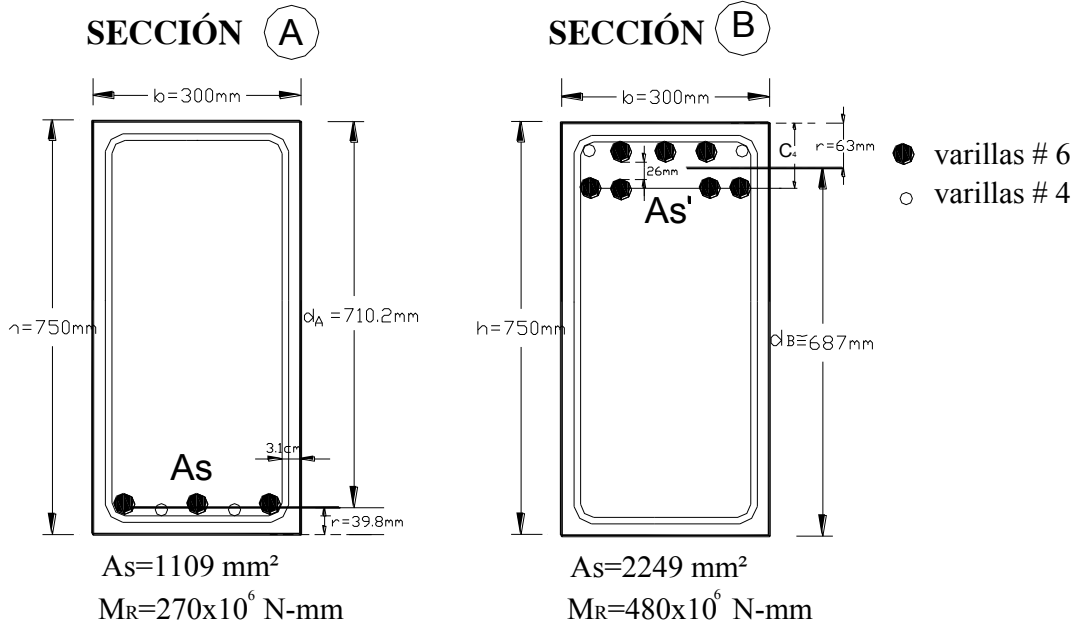


Figura 11.11

$$f'_c = 20 \text{ MPa}$$

$$f_y = 420 \text{ MPa}$$

$$h = 750 \text{ mm}$$



- Centroide del acero, r , de la sección (A) :

$$r = \frac{(N^\circ \text{ var s.}\#6)(A_s)(C_1) + (N^\circ \text{ var s.}\#4)(A_s)(C_2)}{A_{Total}}$$

$$r = \frac{(3)(285)(40.5) + (2)(127)(37.35)}{1109} = 39.8 \text{ mm}$$

Por lo que:

$$d_A = 750 - 39.8 = 710.2 \cong 710 \text{ mm}$$

- Centroide del acero, r , de la sección (B):

$$r = \frac{(N^\circ \text{ var s.}\#4)(A_s)(C_1) + (N^\circ \text{ var s.}\#6)(A_s)(C_2) + (N^\circ \text{ var s.}\#6)(A_s)(C_4)}{A_{Total}}$$

$$r = \frac{(2)(127)(37.35) + (3)(285)(40.5) + (4)(285)(85.5)}{2249} = 62.95 \text{ mm}$$

Por lo que:

$$d_A = 750 - 62.95 = 687.05 \cong 687 \text{ mm}$$

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA:

- Cálculo de longitud de desarrollo, L_d (Véase 5.1.2.1 NTC-2004).

Se obtendrá multiplicando la longitud básica, L_{db} , dada por la ecuación 5.1, por el factor o los factores indicados en la tabla 5.1 de las NTC-2004. Las disposiciones de esta sección son aplicables a barras de diámetro no mayor que 38.1 mm (número 12).

$$L_{db} = \frac{1.15 a_s f_y}{(C + K_{tr}) \sqrt{f_c'}} \geq 0.36 \frac{d_b f_y}{\sqrt{f_c'}} \quad (5.1 \text{ NTC})$$

Donde: a_s es el área transversal de la barra, d_b es el diámetro nominal de la barra, C es la separación o recubrimiento; úsese el menor de los valores siguientes

En ningún caso, d_b , será menor que 300 mm.

1) distancia del centro de la barra a la superficie de concreto más próxima, (Figura 4.1.4)

$$C_1 = 37.35 \text{ mm}$$

$$C_2 = 40.5 \text{ mm}$$

2) la mitad de la separación entre centros de barras, (Figura 4.1.4)

- Espaciamiento centro a centro de las barras # 6:

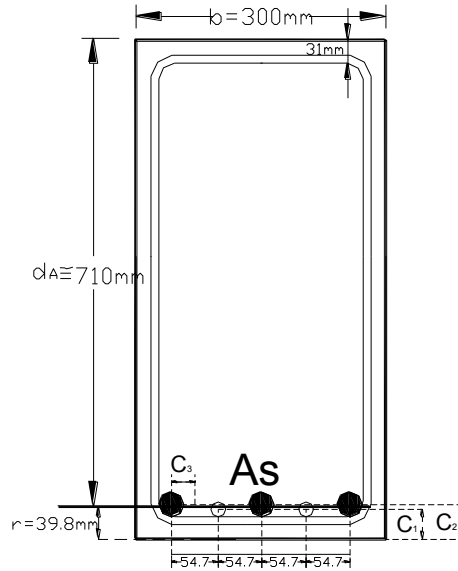
$$esp = \frac{(300) - (2)(31) - (19)}{2} = 109.5 \text{ mm}$$

- Espaciamiento centro a centro de todas las barras:

$$esp = \frac{109.5}{2} = 54.7 \text{ mm}$$

$$C_3 = \frac{54.7}{2} = 27.3 \text{ mm}$$

$$\therefore C_3 = 27.3 \text{ mm}$$



donde K_{tr} es el índice de refuerzo transversal; igual a

$$\frac{A_{tr} f_{yv}}{100 s n}$$

Por sencillez en el diseño, se permite suponer $K_{tr} = 0$, aunque haya refuerzo transversal.

- Cálculo de L_d , para barras del número 6;

$$L_{db} = \frac{1.15(285)(420)}{(27.3 + 0)\sqrt{20}} \geq 0.36 \frac{(19)(420)}{\sqrt{20}} \quad (5.1 \text{ NTC})$$

$$L_{db} = 1127.49 \text{ mm} > 642.3 \text{ mm}$$

Para lecho inferior: $L_b = 1127.49 \text{ mm} > 300 \text{ mm}$

Para lecho superior: $L_d = (L_{db})(Factor)$

$$L_d = (1127.49)(0.8) = 901.9 \text{ mm}$$

- Cálculo de L_d , para barras del número 4;

$$L_{db} = \frac{1.15(127)(420)}{(2.73 + 0)\sqrt{20}} \geq 0.36 \frac{(12.7)(420)}{\sqrt{20}} \quad (5.1 \text{ NTC})$$

$$L_{db} = 502.42 \text{ mm} > 429.37 \text{ mm}$$

Para lecho inferior: $L_b = 502.42 \text{ mm} > 300 \text{ mm}$

Para lecho superior: $L_d = (L_{db})(Factor)$

$$L_d = (502.42)(0.8) = 401.9 \text{ mm}$$

- Cálculo de longitud disponible, $L_{disponible}$

$$L_{disponible} = \frac{800}{2} + \left(\frac{300}{2} - 50 \right) = 4100 \text{ mm} > 401.9 \text{ mm}$$

- Cálculo de momentos resistentes de grupos de barras:

REFUERZO POSITIVO

Para 1 barras del # 6; $m_R \cong \frac{a_s}{A_s} M_R = \frac{285}{1109} (270 \times 10^6) = 69.4 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$

Para 2 barras del # 6; $m_R \cong \frac{a_s}{A_s} M_R = \frac{570}{1109} (270 \times 10^6) = 138.7 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$

Para 2 barras del # 4; $m_R \cong \frac{a_s}{A_s} M_R = \frac{254}{1109} (270 \times 10^6) = 61.9 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$

Refuerzo negativo:

Para 1 barras del # 6; $m_R \cong \frac{a_s}{A_s} M_R = \frac{285}{2249} (480 \times 10^6) = 60.8 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$

Para 2 barras del # 6; $m_R \cong \frac{a_s}{A_s} M_R = \frac{570}{2249} (480 \times 10^6) = 121.6 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$

Para 2 barras del # 4; $m_R \cong \frac{a_s}{A_s} M_R = \frac{254}{2249} (480 \times 10^6) = 54.2 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$

- Cálculo del punto teórico de corte de barras

$$\frac{69.4 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}}{270 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}} = \frac{X_1^2}{(3000)^2 \text{ mm}} \Rightarrow X_1 = 1520 \text{ mm}$$

$$\frac{138.7 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}}{270 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}} = \frac{X_1^2}{(3000)^2 \text{ m}} \Rightarrow X_2 = 2150 \text{ mm}$$

Para cumplir con los requisitos generales de 5.1.1 NTC-2004, por estar trabajando acero a tensión aplicamos, véase (5.1.4.1 b y 5.1.4.1 d de las NTC-2004).

5.1.4.1b

En las secciones donde, según el diagrama de momentos flexionantes, teóricamente ya no se requiere el refuerzo que se corta o se dobla, la longitud que continúa de cada barra que no se corta ni se dobla es mayor o igual que $L_d + d$. Este requisito no es necesario en las secciones teóricas de corte más próximas a los extremos de vigas libremente apoyadas.

Para barras del # 4 (positivas); $L_d + d = 401.9 + 710 = 1111.9 \text{ mm}$

Para barras del # 6 (negativas); $L_d + d = 901.9 + 690 = 1591.9 \text{ mm}$

5.1.4.1d

Cada barra para momento positivo que llega a un extremo libremente apoyado, se prolonga más allá del centro del apoyo y termina en un dobléz de 90 o 180 grados, seguido por un tramo recto de $12d_b$ o $4d_b$, respectivamente. El dobléz debe cumplir con los requisitos de la sección 5.5. En caso de no contar con un espacio suficiente para alojar el dobléz, se empleará un anclaje mecánico equivalente al dobléz.

Barras del # 6; $12(d_b) = 12(190) = 228 \text{ mm}$
 $4(d_b) = 4(19) = 76 \text{ mm}$

Barras del # 4; $12(d_b) = 12(12.7) = 152.4 \text{ mm}$
 $4(d_b) = 4(12.7) = 50.8 \text{ mm}$

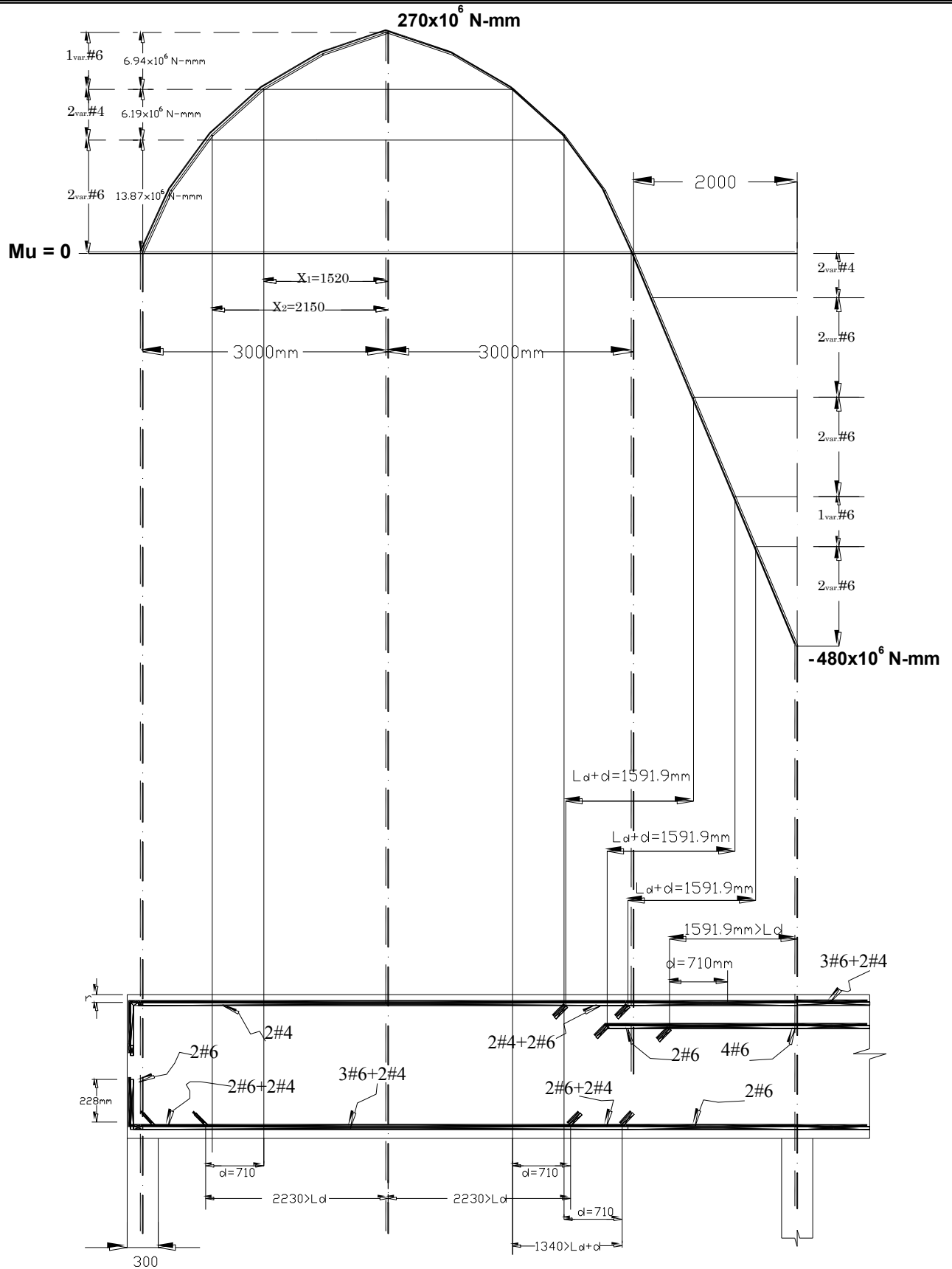
El siguiente requisito adicional, debe de respetarse además de los anteriores (véase 5.1.4.2a NTC-2004).

5.1.4.2a

En extremos libremente apoyados se prolongará, sin doblar, hasta dentro del apoyo, cuando menos la tercera parte del refuerzo de tensión para momento positivo máximo. En extremos continuos se prolongará la cuarta parte.

área de acero para momento positivo máximo es $A_s = 1109 \text{ mm}^2$

Área que llega a cada extremo (2 # 6) $A_s = 570 \text{ mm} > \frac{1109}{3} = 369 \text{ mm}^2$



4.2 DIMENSIONAMIENTO POR FUERZA CORTANTE DE UNA VIGA CONTINUA (Viga del inciso 4.1)

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA:

- Cálculo de la fuerza cortante que toma el concreto, V_{cR} , (véase 2.5.1.1 NTC-2004)

Se recomienda que en caso de que la fuerza cortante sea variable, puede dividirse en dos o tres segmentos de magnitud constante. Debe tenerse en cuenta que el diagrama teórico de fuerza cortante puede modificarse por cambios imprevistos en la distribución de la carga. Por esta razón no es conveniente dividir el diagrama de fuerza cortante en un número exagerado de segmentos, con el fin de apegarse estrictamente al diagrama teórico (La sección la dividimos en tres tramos):

Como la dimensión transversal, h , es mayor que 700 mm , el valor, V_{cR} , deberá multiplicarse por el factor de la ecuación 2.18. Este factor calculado no deberá de tomarse mayor que 1.0 ni menor que 0.8: (véase 2.5.1 NTC-2004).

$$1 - 0.0004(h - 700) = 1 - 0.0004(750 - 700) = 0.98 \quad (2.18 \text{ NTC})$$

Si $P \leq 0.015$

$$V_{cR} = 0.3 F_R b d (0.2 + 20P) \sqrt{f_c}^* \quad (2.19 \text{ NTC})$$

Tramo 1:

V_{cR} que corresponde al área de las dos barras del # 6 que corren en todo el claro $A_s = 570 \text{ mm}^2$

Cálculo de cuantía de acero (véase 2.5.1.1 NTC-2004).

$$p = \frac{A_s}{b d} = \frac{570}{(300)(710)} = 0.00268 < 0.015 \quad (2.7 \text{ NTC})$$

$$V_{cR} = (0.3)(0.8)(300)(710)(0.2 + 20(0.00268))\sqrt{16} = 51856.1 \text{ N} (0.98) = 50818.97 \text{ N} \quad (2.19 \text{ NTC})$$

Tramo 2:

V_{cR} que corresponde al área de las dos barras del # 4 que corren en todo el claro $A_s = 254 \text{ mm}^2$

Cálculo de cuantía de acero (véase 2.5.1.1 NTC-2004)

$$P = \frac{A_s}{b d} = \frac{254}{(300)(687)} = 0.00123 < 0.015 \quad (2.7 \text{ NTC})$$

$$V_{cR} = (0.3)(0.8)(300)(687)(0.2 + 20(0.00123))\sqrt{16} = 44438.4 \text{ N} (0.98) = 43549.6 \text{ N} \quad (2.19 \text{ NTC})$$

Tramo 3:

V_{cR} que corresponde al área de las dos barras del # 4, mas dos del # 6, $A_s = 824 \text{ mm}^2$

Cálculo de cuantía de acero (véase 2.5.1.1 NTC-2004).

$$p = \frac{A_s}{bd} = \frac{824}{(300)(687)} = 0.00399 < 0.015 \quad (2.7 \text{ NTC})$$

$$V_{cR} = (0.3)(0.8)(300)(687)(0.2 + 20(0.00399))\sqrt{16} = 55360.1 \text{ N} (0.98) = 54252.9 \text{ N} \quad (2.19 \text{ NTC})$$

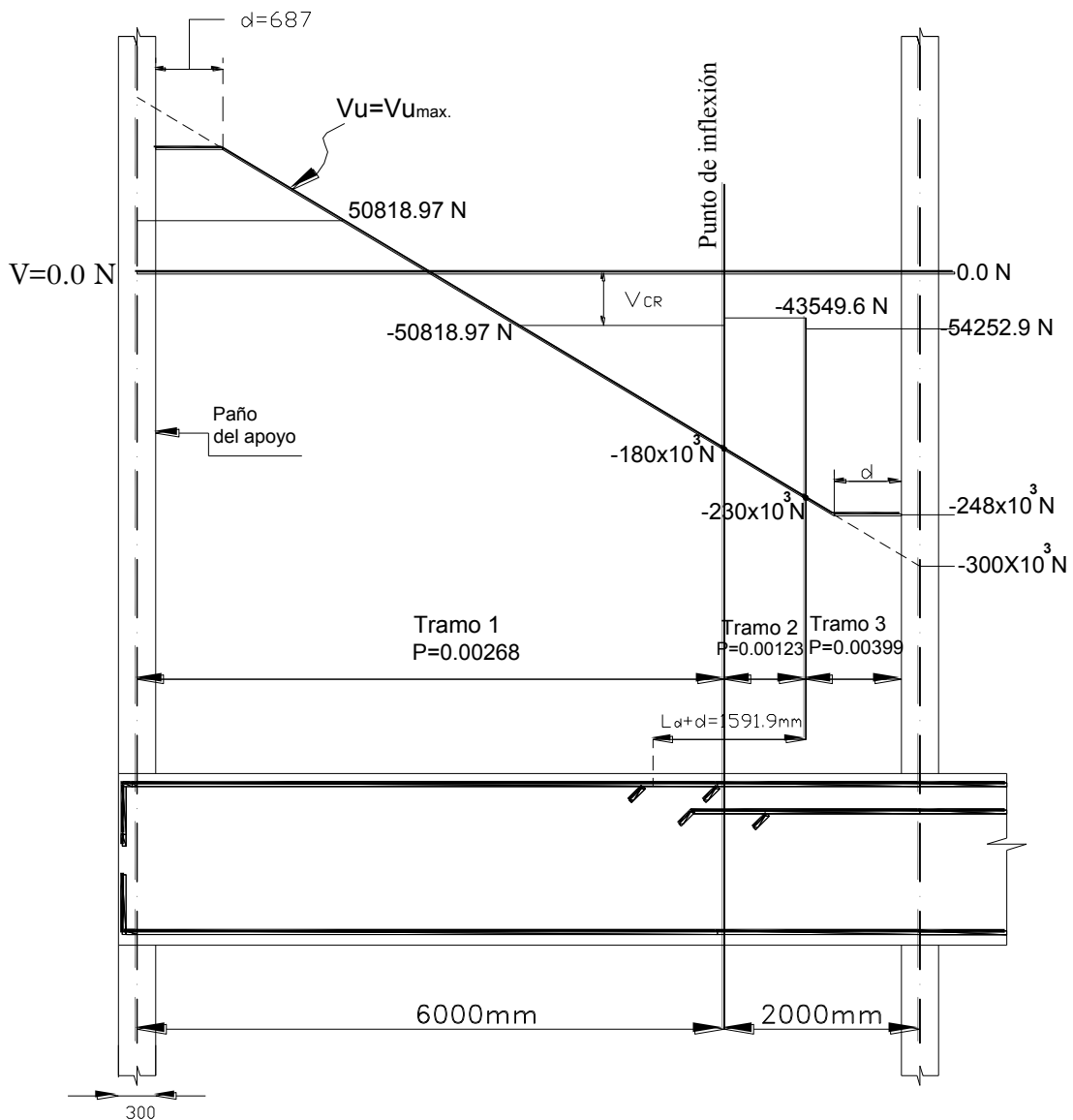


Figura 4.2.1 Diagrama de cortante de varillas del ejemplo 4.2

- Revisión de la necesidad de disminuir, V_{cR} , por interrupción de más del 33% del refuerzo longitudinal (véase 2.5.6 NTC-2004).

Refuerzo positivo:

Corte de Una barra del # 6; $\frac{A_{s\text{ int}}}{A_s} = \frac{285}{1109} = 0.25 < 0.33 \quad \therefore \text{No necesita reducción}$

Corte de Dos barras del # 4; $\frac{A_{s\text{ int}}}{A_s} = \frac{254}{1109 - 285} = 0.30 < 0.33 \quad \therefore \text{No necesita reducción}$

Refuerzo negativo:

Corte de Dos barra del # 6; $\frac{A_{s\text{ int}}}{A_s} = \frac{570}{2249} = 0.25 < 0.33 \quad \therefore \text{No necesita reducción}$

Corte de Una barras del # 6; $\frac{A_{s\text{ int}}}{A_s} = \frac{285}{2249 - 570} = 0.17 < 0.33 \quad \therefore \text{No necesita reducción}$

Corte de Dos barras del # 6; $\frac{A_{s\text{ int}}}{A_s} = \frac{570}{1679 - 285} = 0.41 < 0.33 \quad \therefore \text{No necesita reducción}$

Este último corte ya se encuentra en la zona de compresión, por lo tanto no es necesario reducir V_{cR} .

- Revisión para ver si se admite la sección de $300 \times 750 \text{ mm}$ (véase 2.5.2.4a NTC-2004)

En ningún caso se permitirá que, V_u , sea superior a, $V_{u\text{ max}}$, (véase 2.5.2.4a NTC-2004)

$$V_{u\text{ max}} = 0.8 F_R b d \sqrt{f_c}^*$$

en donde:

$$V_u = 248 \times 10^3 \text{ N (ver figura 4.2.1)}$$

$$V_{u\text{ max}} = 0.8 F_R b d \sqrt{f_c}^* = (0.8)(0.8)(300)(687) \sqrt{16} = 527616 \text{ N}$$

$$V_{u\text{ max}} = 248 \times 10^3 \text{ N} < 527.6 \times 10^3 \text{ N} \quad \therefore \underline{OK}$$

\therefore Se admite la sección de $300 \times 750 \text{ mm}$.

- Cálculo de la separación del refuerzo transversal, s , estribos del numero 3 (véase 2.5.2.3a NTC-2004).

Tramo 3:

$$V_{u_{\max}} = 248000 \text{ N} \quad (\text{ver figura 4.2.1}) \qquad V_{cR} = 54252.9 \text{ N}$$

Como: $V_{u_{\max}} > V_{cR}$, s , es igual a;

$$s = \frac{F_R A_v f_y d}{V_{sR}} \qquad (2.23 \text{ NTC})$$

donde:

$$V_{sR} = V_{u_{\max}} - V_{cR}$$

A_v es el área transversal del refuerzo por tensión diagonal comprendido en una distancia, s .

$$s = \frac{(0.8)(142)(420)(687)}{(248000 - 54252.9)} = 170 \text{ mm} \qquad (2.23 \text{ NTC})$$

Cálculo de la separación máxima s_{\max}

Como $V_{u_{\max}}$ es mayor que V_{cR} pero menor o igual que (véase 2.5.2.3b NTC-2004)

$$0.47 F_R b d \sqrt{f_c}^* = (0.47)(0.8)(300)(687)\sqrt{16} = 309974.4 \text{ N} > V_{u_{\max z}} = 248000 \text{ N}$$

La separación máxima, s_{\max} , es

$$s_{\max} = (0.5) (687) = 345 \text{ mm}$$

∴ se usarán estribos del #3 @ 170 mm en el tramo Tres.

Tramo 2:

$$V_{u_{\max}} = 230000 \text{ N} \quad (\text{ver figura 4.2.1}) \qquad V_{cR} = 43549.6 \text{ N}$$

Como: $V_{u_{\max}} > V_{cR}$, s , es igual a;

$$s = \frac{F_R A_v f_y d}{V_{sR}} \qquad (2.23 \text{ NTC})$$

$$s = \frac{(0.8)(142)(420)(687)}{(230000 - 43549.6)} = 175.8 \text{ mm} \quad (2.23 \text{ NTC})$$

Cálculo de la separación máxima, s_{\max} ,

Como $V_{u_{\max}}$ es mayor que V_{cR} pero menor o igual que (véase 2.5.2.3b NTC-2004)

$$0.47 F_R b d \sqrt{f_c}^* = (0.47)(0.8)(300)(687)\sqrt{16} = 309974.4 \text{ N} > V_{u_{\max}} = 230000 \text{ kgf}$$

La separación máxima, s_{\max} , es

$$s_{\max} = (0.5) (687) = 343 \text{ mm}$$

∴ se usarán estribos del #3 @ 170 mm en el tramo Dos.

Tramo 1:

$$V_{u_{\max}} = 180000 \text{ N} \quad (\text{ver figura 4.2.1}) \quad V_{cR} = 50818.97 \text{ N}$$

Como: $V_{u_{\max}} > V_{cR}$, s , es igual a;

$$s = \frac{F_R A_v f_y d}{V_{sR}} \quad (2.23 \text{ NTC})$$

$$s = \frac{(0.8)(142)(420)(687)}{(180000 - 50818.97)} = 253.7 \text{ mm} \quad (2.23 \text{ NTC})$$

Cálculo de la separación máxima, s_{\max} ,

Como $V_{u_{\max}}$ es mayor que V_{cR} pero menor o igual que (véase 2.5.2.3b NTC-2004)

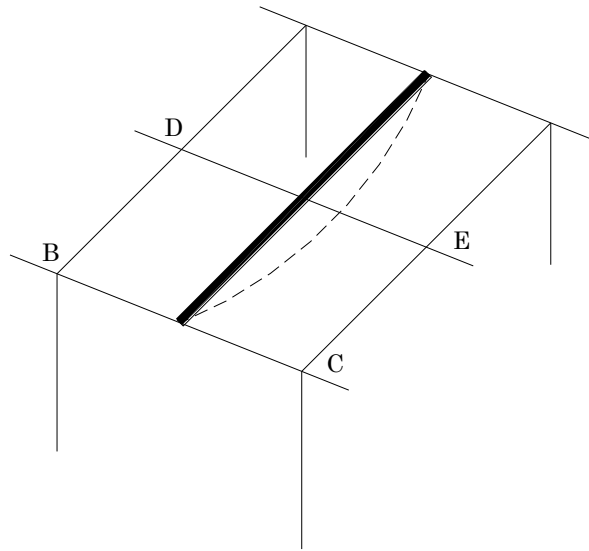
$$0.47 F_R b d \sqrt{f_c}^* = (0.47)(0.8)(300)(687)\sqrt{16} = 309974.4 \text{ N} > V_{u_{\max}} = 180000 \text{ N}$$

La separación máxima es, s_{\max} ,

$$s_{\max} = (0.5) (687) = 343 \text{ mm}$$

∴ Se usarán estribos del #3 @ 250 mm, en el tramo Uno.

4.3 DIMENSIONAMIENTO POR FUERZA CORTANTE Y TORSIÓN DE UNA VIGA DE ORILLA.



DATOS DEL PROBLEMA:

$$f_c' = 20 \text{ MPa}$$

$$f_y = 420 \text{ MPa}$$

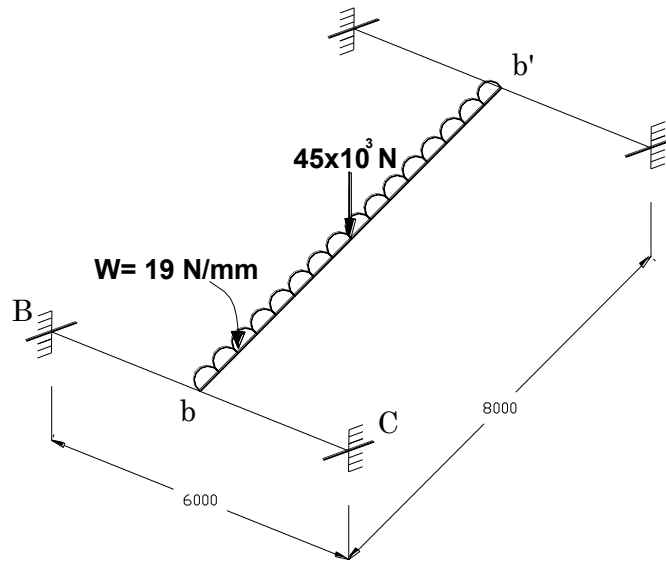
CONSTANTES DE CÁLCULO:

$$f_c^* = 0.8 f_c' = 0.8 (20) = 16 \text{ MPa} \quad (1.12 \text{ NTC})$$

$$f_c'' = 0.85 f_c^* = 0.85 (16) = 13.6 \text{ MPa} \quad (2.1e \text{ NTC})$$

Nota: solo se tendrá en cuenta la torsión causada por la viga secundaria (se despreciará la producida por la losa).

Para valuar la torsión, el sistema de vigas se idealizará como se muestra en la Figura 4.3.2, se hará una distribución de momentos en el nudo b de acuerdo con la rigidez a torsión de la viga BC y con la rigidez a flexión de la viga bb'.



SOLUCIÓN DEL PROBLEMA:

- Cálculo de acciones internas

* Cálculo de momento de empotramiento en la viga "T "

$$M_e = \frac{PL}{8} + \frac{WL^2}{12} = \frac{(45 \times 10^3)(8000)}{8} + \frac{(19)(8000^2)}{12} = 146 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

* Cálculo del momento torsionante en el paño del apoyo de la viga "T "

En cuanto a torsión, la viga BC está sujeta a los momentos siguientes (de servicio).

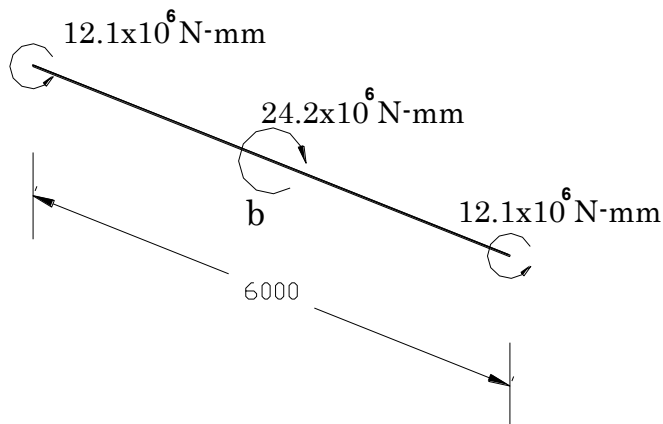
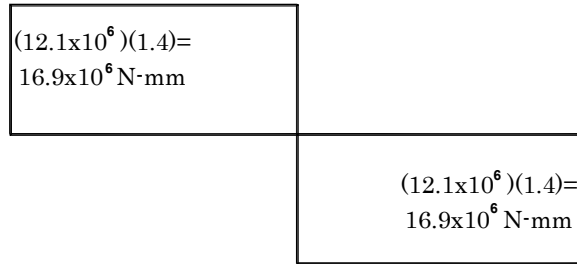


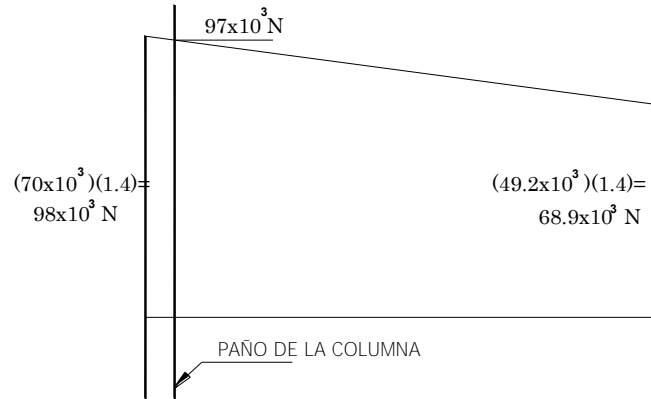
Diagrama de momentos torsionantes de diseño, T_u



Fi

* Cálculo de fuerza cortante, V_u .

(En la viga BC domina la condición $CM + CV$)



- Revisión para determinar si es necesario considerar el efecto de Torsión (véase 2.6.1a NTC-2004).

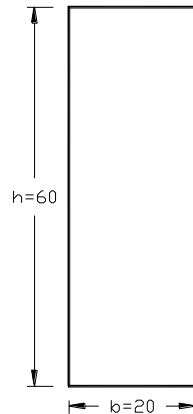


Figura 4.3.5 Propiedades geométricas de la viga BC

- Pueden despreciarse los efectos de torsión en un elemento si el momento torsionante de diseño, T_u , es menor que:

$$T_u \leq 0.083 F_R \sqrt{f_c} * \frac{A_g^2}{P_{cp}}$$

$$A_g = A_{cp} = (200)(600) = 120000 \text{ mm}^2 \quad (2.35 \text{ NTC})$$

$$P_{cp} = (600)(2) + (200)(2) = 1600 \text{ mm}$$

$$F_R = 0.8$$

$$T_u \leq 0.083 (0.8) \sqrt{16} \frac{120000^2}{1600} = 2390400 \text{ N} - \text{mm}$$

$$T_u = 16.9 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm} > 2.3904 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$$

∴ Sí se deben de considerar efectos de torsión.

- Cálculo de la reducción del momento torsionante de diseño, en este caso no afecta directamente el equilibrio (véase 2.6.2.2a NTC-2004).

$$0.3 F_R \sqrt{f_c} * \frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \quad (2.38 \text{ NTC})$$

$$(0.3)(0.8) \sqrt{16} \left(\frac{120000^2}{1600} \right) = 8.64 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$$

$$T_u = 8.64 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$$

- Revisión del tamaño mínimo de sección transversal por torsión (véase 2.6.3.1a NTC-2004)

Supóngase que en cada lecho se corren dos barras del numero 5 a todo lo largo de la viga BC, (Figura 4.3.6) de modo que, para valuar V_{cR} , se puede tomar de forma conservadora.

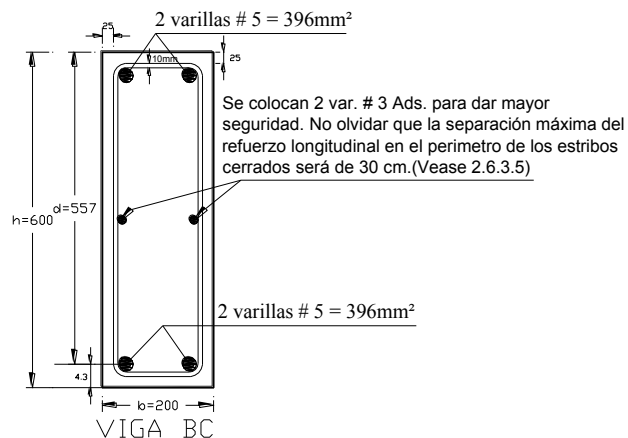


Figura 4.3.6 Viga BC del ejemplo 4.3

Se debe de cumplir la siguiente relación, para revisar el tamaño mínimo de la sección:

$$\sqrt{\left(\frac{V_u}{bd}\right)^2 + \left(\frac{T_u P_h}{1.7A_{oh}^2}\right)^2} \leq F_R \left(\frac{V_{cR}}{bd} + 0.67\sqrt{f_c^*}\right) \quad (2.42 \text{ NTC})$$

Cálculo de la fuerza cortante de diseño que toma el concreto V_{cR} .

Si $p < 0.015$

$$V_{cR} = 0.3 F_R b d (0.2 + 20) \sqrt{f_c^*} \quad (2.19 \text{ NTC})$$

Cálculo de cuantía de acero (véase 2.5.1.1)

$$p = \frac{A_s}{bd} = \frac{(198)(2)}{(200)(557)} = 0.0035 < 0.015 \quad (2.7 \text{ NTC})$$

$$V_{cR} = (0.3)(0.8)(200)(557)(0.2 + 20(0.0035))\sqrt{16} = 28874.88 \text{ N}$$

$$A_{oh} = (150)(550) = 82500 \text{ mm}^2$$

$$P_h = (550)(2) + (150)(2) = 1400 \text{ mm}$$

$$\sqrt{\left(\frac{97 \times 10^3}{(200)(557)}\right)^2 + \left(\frac{(16.9 \times 10^6)(1400)}{1.7(82500)^2}\right)^2} \leq 0.8 \left(\frac{28874.88}{(200)(557)} + 0.67\sqrt{16}\right)$$

$$2.22 < 2.35$$

∴ Se acepta sección de $600 \times 200 \text{ mm}$.

- Revisión del refuerzo transversal por torsión.

a.-) por Torsión (véase 2.6.3.2a NTC-2004)

Se supondrá que en cada lecho se corren dos barras del # 5 a todo lo largo de la viga y se colocarán estribos # 2.5.

$$A_t = \frac{T_u s}{F_R 2 A_o f_{yv} \cot \varphi} \quad (2.44 \text{ NTC})$$

Donde:

A_t es el Área transversal de una sola rama del estribo que resiste torsión, colocado a una separación, s , se utilizarán del # 2.5 $\Rightarrow A_s = 49 \text{ mm}^2$

A_o es el Área bruta encerrada por el flujo de cortante igual a $0.85 A_{oh} = (0.85)(82500) = 70125 \text{ mm}^2$

s es la separación de estribos que resiste la torsión

f_{yv} es el esfuerzo específico de fluencia de los estribos igual a 420 MPa

ϕ es el ángulo con respecto al eje de la pieza, Se recomienda que $\phi = 45$ grados para elementos sin preesfuerzo.

$$A_t = \frac{(16.9 \times 10^6) s}{(0.8)(2)(70125)(420)(\cot 45)} \quad (2.44 \text{ NTC})$$

$$\frac{A_t}{s} = 0.358 \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}}$$

b.-) Por Cortante:

A_v , es el área transversal de dos ramas de un estribo cerrado.

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_u - V_{cR}}{F_R d f_y}$$

$$\frac{A_v}{s} = \frac{97 \times 10^3 - 28874.80}{(0.8)(557)(420)}$$

$$\frac{A_v}{s} = 0.3640 \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}}$$

El refuerzo necesario total, $A_{s_{Total}}$, para torsión será de:

Rige la de una rama:

$$\frac{A_{s_{Total}}}{s} = 0.5 \frac{A_v}{s} + \frac{A_t}{s}$$

$$\frac{A_{s_{Total}}}{s} = (0.5)(0.3640) + 0.358 = 0.54 \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}}$$

Cálculo de la separación de estribos, s ,

El área transversal, $A_{s_{Total}}$, de una sola rama del estribo que resiste torsión, colocada a una separación, s , es de, # 2.5 $\Rightarrow A_s = 49 \text{ mm}^2$

$$s = \frac{A_{s_{Total}}}{0.54} = \frac{49}{0.54} = 90.7 \text{ mm}$$

Cálculo de separación máxima de refuerzo transversal, s , (véase 2.6.3.5 NTC-2004)

$$a) \frac{P_h}{8} = \frac{1400}{8} = 175 \text{ mm}$$

$$b) 300 \text{ mm}$$

$$c) 0.5 d = (0.5)(557) = 278.5 \text{ mm}$$

\therefore se propone usar estribos del # 2.5 @ 90 mm en toda la viga.

Cálculo del refuerzo transversal mínimo (véase 2.6.3.4a NTC-2004):

A_v es el área transversal de dos ramas de un estribo cerrado.

$$A_v + 2A_t = 0.10 \sqrt{f_c} * \frac{b s}{f_{yv}} \tag{2.46 NTC}$$

$$A_v + 2A_t = 0.10 \sqrt{16} \frac{(200)(90)}{420} = 17 \text{ mm}^2$$

$$A_v + 2A_t = (49 + 49) + 2(49) = 196 \text{ mm}^2$$

\therefore los estribos proporcionados son suficientes.

- Revisión del acero longitudinal por torsión.

a.-) por Torsión (véase 2.6.3.2b NTC-2004)

El área de barras longitudinales para torsión, A_{st} , adicionales a las de flexión, no será menor que la calculada con la siguiente expresión:

$$A_{st} = \frac{A_t}{s} P_h \frac{f_{yv}}{f_y} \cot^2 \varphi \tag{2.45 NTC}$$

φ , debe tener el mismo valor que el utilizado en la ecuación. 2.44

Sustituyendo valores tenemos:

$$A_{st} = \left(\frac{49}{90}\right)(1400)\left(\frac{420}{420}\right)(\cot^2 45) = 762 \text{ mm}^2$$

el armado propuesto es de 2 barras del # 5 en cada lecho.

∴ se colocarán 4 barras del # 5 , una en cada esquina equivalente a un área de acero, $A_s = 792 \text{ mm}^2$, a lo largo de toda la viga, Adicionales a las necesarias por Flexión.

Cálculo del refuerzo longitudinal mínimo (véase 2.6.3.4b NTC-2004):

$$A_{st, \min} = \frac{\sqrt{f_c'} A_{cp}}{2.4 f_y} - \frac{A_t}{s} P_h \frac{f_{yv}}{f_y} \quad (2.47 \text{ NTC})$$

en donde $\frac{A_t}{s}$ no deberá de ser menor que $\frac{b}{5.85 f_{yv}}$

$$\frac{b}{5.8 f_{yv}} = \frac{(200)}{(5.8)(420)} = 0.082 \text{ mm}^2 / \text{MPa}$$

Sustituyendo valores en la Ecuación 2.47 tenemos

$$A_{st, \min} = \frac{\sqrt{20}(120000)}{(2.4)(420)} - (0.082)(1400)\left(\frac{420}{420}\right) = 417.6 \text{ mm}^2 \quad (2.47 \text{ NTC})$$

$$417.6 \text{ mm}^2 < 792 \text{ mm}^2 \quad \therefore \underline{OK}$$

- Cálculo del área de acero por flexión.

Cálculo de la cuantía de acero, p ,

$$M_R = F_R b d^2 f_c " q (1 - 0.5 q) \quad (2.4 \text{ NTC})$$

Llamando a:

$$Q = \frac{M_R}{F_R b d^2 f_c " } = \frac{146 \times 10^6}{(0.9)(200)(557)^2 (13.6)} = 0.1922$$

$$Q = q(1 - 0.5q)$$

$$Q = q - 0.5q^2$$

$$-q + 0.5q^2 + Q = 0$$

$$-2q + q^2 + 2Q = 0$$

$$q^2 - 2q + 2Q = 0$$

Resolviendo la ecuación cuadrática

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$q = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(2Q)}}{2(1)} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - (4)(2Q)}}{2}$$

$$q = \frac{2 \pm \sqrt{4 - (4)((2)(0.1922))}}{2} = \frac{2 \pm 1.57}{2}$$

Entonces

$$q_1 = 1.785$$

$$q_2 = 0.215 \quad \text{Rige el valor más pequeño.}$$

$$\text{De} \quad q = \frac{p f_y}{f_c''} \quad (2.6 \text{ NTC})$$

Despejando la relación o porcentaje de refuerzo:

$$p = \frac{q f_c''}{f_y}$$

$$p = \frac{(0.215)(13.6)}{420} = 0.006962$$

$$\text{De:} \quad p = \frac{A_s}{b d} \quad (2.7 \text{ NTC})$$

Despejando el área de acero, A_s ,

$$A_s = p b d = (0.006962)(200)(557)$$

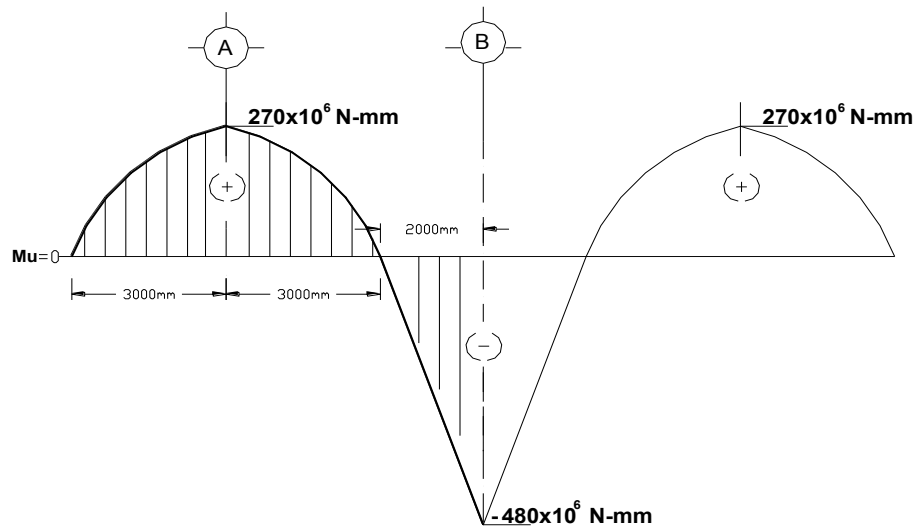
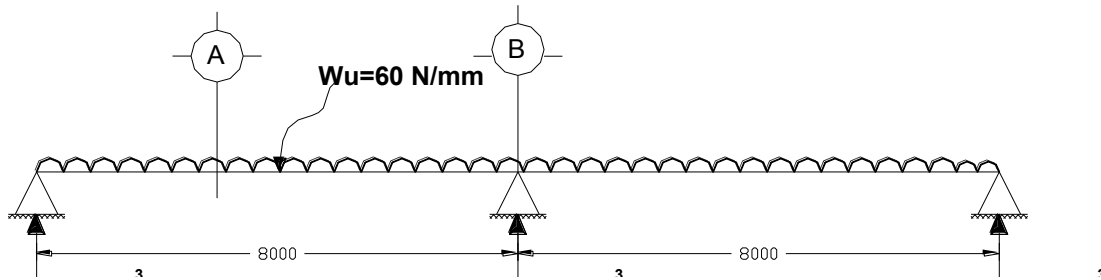
$$A_s = 775 \text{ mm}^2$$

CAPÍTULO X

EJEMPLO DE ELEMENTOS BAJO CONDICIONES DE SERVICIO (CAPÍTULO V) (Sistema Internacional “SI”)

5.1 CÁLCULO DE LA DEFLEXIÓN MÁXIMA DE LA VIGA (Viga del ejemplo 4.1)

DATOS DEL PROBLEMA:



$$f_c' = 20 \text{ MPa}$$

$$f_y = 420 \text{ MPa}$$

Cargas de servicio:

Carga Muerta = 15 N/mm

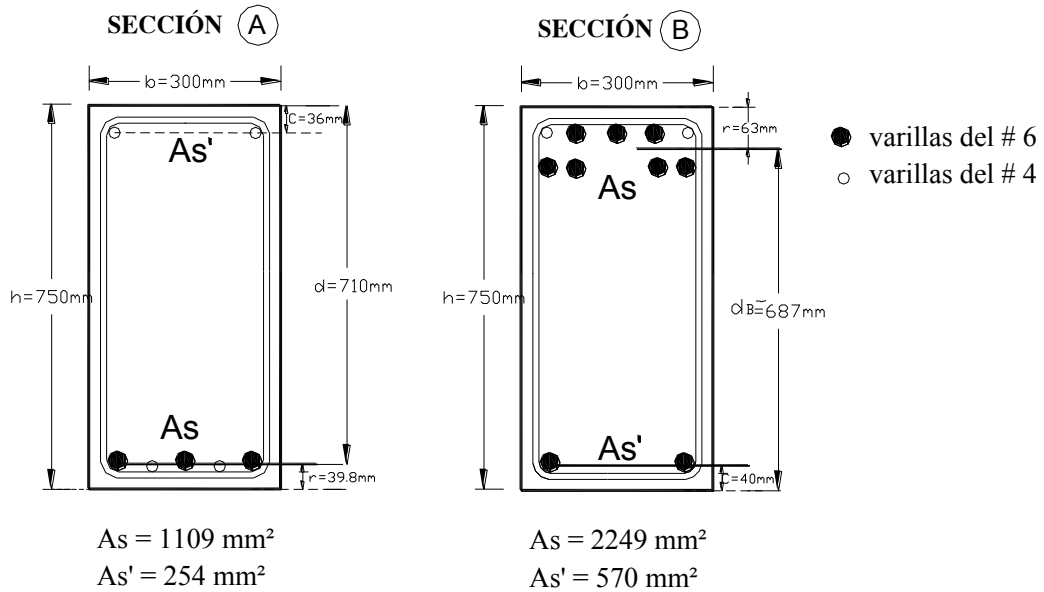
Carga Viva Máxima = 28 N/mm

Carga Viva Media (para calcular deflexiones diferidas) = 8 N/mm

Momentos Máximos de la Sección:

$$M_R^+ = 270 \times 10^6 \text{ N-mm}$$

$$M_R^- = 480 \times 10^6 \text{ N-mm}$$



CONSTANTES DE CÁLCULO:

$$E_c = 2500\sqrt{f'_c} = 2500\sqrt{20} = 1180.34 \text{ MPa} \quad (\text{véase 1.5.1.4 NTC-2004})$$

$$E_s = 2 \times 10^5 \text{ MPa} \quad (\text{véase 1.5.2 NTC-2004})$$

Relación Modular:

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2 \times 10^5 \text{ MPa}}{11180.34 \text{ MPa}} = 17.88 \quad \approx \quad n = 17.9$$

Fórmula para calcular la deflexión Inmediata, (Δ_I)

$$\Delta_I = \frac{W L^4}{185 E I}$$

Donde: I es el momento de inercia.

- Cálculo del momento de inercia.

En claros continuos, el momento de inercia que se utilice será un valor promedio calculado en la forma siguiente:

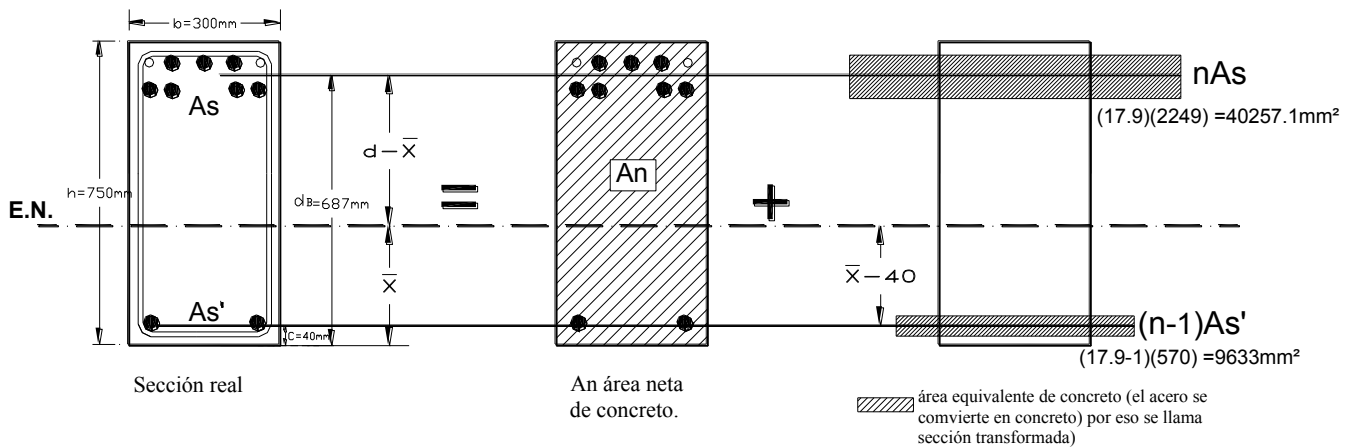
$$I = \frac{I_1 + I_2 + 2I_3}{4} = \frac{I_{ag1} + I_{ag2} + I_{ag3}}{4} \quad (3.3 \text{ NTC})$$

Donde I_1 e I_2 son los momentos de inercia de las secciones extremas del claro, e I_3 el de la sección central. Si el claro sólo es continuo en un extremo, el momento de inercia correspondiente al extremo discontinuo se supondrá igual a cero, y en la ecuación 3.3 el denominador será igual a 3 (véase 3.2.1.1 NTC-2004).

En este problema $I_{ag_1} = 0$ por ser un extremo discontinuo.

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA:

- Cálculo del momento de inercia (I_{ag_2}) de la sección extrema (B).



* Localización del eje neutro, (\bar{x})

Tomando momentos estáticos de las áreas respecto al eje neutro:

$$b \bar{x} \left[\frac{\bar{x}}{2} \right] + (n-1) A_s' (\bar{x}-4) = n A_s (d-\bar{x})$$

$$(300) \bar{x} \left[\frac{\bar{x}}{2} \right] + (17.9-1) (570) (\bar{x}-40) = (17.9) (2249) (687-\bar{x})$$

$$15 \bar{x}^2 + 9633 \bar{x} - 385320 = 27656627 - 40257.1 \bar{x}$$

$$15 \bar{x}^2 + 49890.1 \bar{x} - 28041947 = 0$$

Resolviendo la ecuación cuadrática:

$$\bar{x} = 296 \text{ mm}$$

Por lo cual el momento de inercia I_{ag_2} es

$$I_{ag_2} = \frac{(b)(\bar{x})^3}{3} + (n-1) A_s' (\bar{x} - 40)^2 + n A_s (d - \bar{x})^2$$

$$I_{ag_2} = \frac{(30)(296)^3}{3} + (17.9 - 1)(570)(296 - 40)^2 + (17.9)(2249)(687 - 296)^2$$

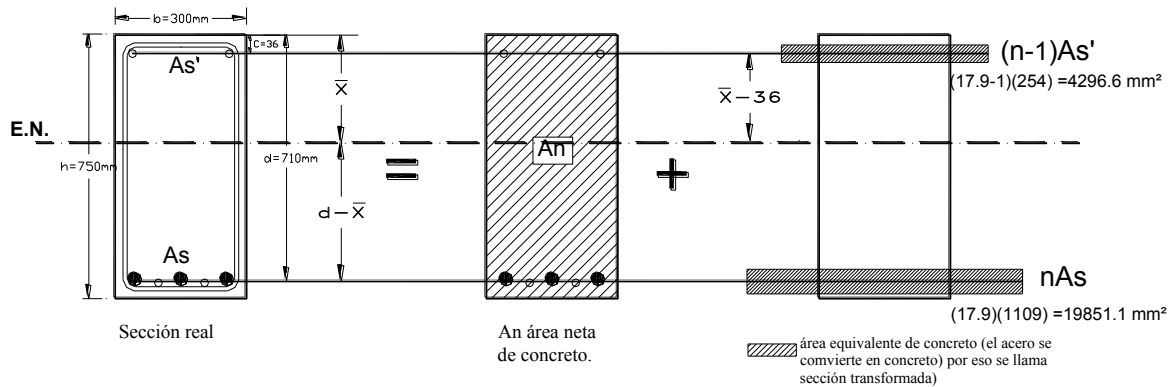
$$I_{ag_2} = 2593433600 + 631308288 + 6154545705$$

$$I_{ag_2} = 9379287593.0 \text{ mm}^4$$

* Cálculo de la cuantía de acero a compresión. (p_2')

$$p_2' = \frac{A_s'}{b d} = \frac{570}{(300)(687)} = 0.002766 \quad (2.7 \text{ NTC})$$

- Cálculo del momento de inercia (I_{ag_3}) de la sección central (A).



* Localización del eje neutro. (\bar{x})

Tomando momentos estáticos de las áreas respecto al eje neutro:

$$b \bar{x} \left[\frac{\bar{x}}{2} \right] + (n-1) A_s' (\bar{x} - 36) = n A_s (d - \bar{x})$$

$$(300) \bar{x} \left[\frac{\bar{x}}{2} \right] + (17.9 - 1) (254) (\bar{x} - 36) = (17.9) (1109) (710 - \bar{x})$$

$$150 \bar{x}^2 + 4292.6 \bar{x} - 154533.6 = 14094281 - 19851.1 \bar{x}$$

$$150\bar{x}^2 + 24143.7\bar{x} - 14248814.6 = 0$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado tenemos:

$$\bar{x} = 238 \text{ mm}$$

Por lo cual el momento de inercia I_{ag_3} es

$$I_{ag_3} = \frac{(b)(\bar{x})^3}{3} + (n-1) A_s' (\bar{x} - 36)^2 + n A_s (d - \bar{x})^2$$

$$I_{ag_3} = \frac{(300)(238)^3}{3} + (17.9 - 1)(254)(238 - 36)^2 + (17.9)(1109)(710 - 238)^2$$

$$I_{ag_3} = 1348127200 + 175155250.4 + 4422507462$$

$$I_{ag_3} = 5945789913 \text{ mm}^4$$

* Cálculo de la cuantía de acero a compresión. (p_3')

$$p_3' = \frac{A_s'}{b d} = \frac{254}{(300)(710)} = 0.001192 \quad (2.7 \text{ NTC})$$

- Cálculo del momento de inercia promedio, (I), sustituyendo valores en (ecuación 3.3).

$$I = \frac{I_{ag_1} + I_{ag_2} + 2I_{ag_3}}{3} = \frac{0 + 9379287593 + (2)(5945789913)}{3} = 7090289140 \text{ mm}^4 \quad (3.3 \text{ NTC})$$

- Cálculo de la cuantía de acero a compresión promedio. (p')

Aplicamos el mismo criterio que se utilizó para determinar el momento de inercia, donde $P_1' = 0$ por ser un extremo discontinuo.

$$p' = \frac{p_1' + p_2' + 2p_3'}{3} = \frac{0 + 0.002766 + (2)(0.001192)}{3} = 0.001717$$

- Cálculo de la deflexión inmediata (Δ_I).

$$\Delta_I = \frac{W L^4}{185 E_c I} = \frac{W (8000)^4}{(185)(11180.34)(7090289140)}$$

$$\Delta_I = 0.2793 W$$

- * Cálculo de la deflexión inmediata bajo la carga muerta ($C.M = 15 N/mm$)

$$\Delta_{I_{CM}} = (0.2793)(15) = 4.2 \text{ mm}$$

- * Cálculo de la deflexión inmediata bajo la carga viva media ($C.V_{med} = 8 N/mm$)

$$\Delta_{I_{CV_{med}}} = (0.2793)(8) = 2.2 \text{ mm}$$

- * Cálculo de la deflexión inmediata total ($\Delta_{I_{Total}}$)

$$\Delta_{I_{Total}} = \Delta_{I_{CM}} + \Delta_{I_{CV_{med}}}$$

$$\Delta_{I_{Total}} = 4.2 + 2.2$$

$$\Delta_{I_{Total}} = 6.40 \text{ mm}$$

- Cálculo de la deflexión diferida (Δ_{dif}) “larga duración” ($C.M + C.V_{med}$)

Esta deflexión se obtiene multiplicando la deflexión inmediata total ($\Delta_{I_{Total}}$) por el factor de la Ecuación 3.4 (véase 3.2.1.2 NTC-2004).

$$\frac{2}{1 + 50 P'} \quad (3.4 \text{ NTC})$$

Para elementos de concreto normal clase 2, el numerador de la ecuación 3.4 será igual a 4.

$$\Delta_{dif} = (\Delta_{I_{Total}}) \left[\frac{4}{1 + 50 p'} \right]$$

$$\Delta_{dif} = (6.4) \left[\frac{4}{1 + 50 (0.001717)} \right]$$

$$\Delta_{dif} = 23.57 \text{ mm}$$

- Cálculo de la deflexión inmediata correspondiente a la diferencia de cargas vivas ($\Delta_{I_{diferencia1(C.V)}}$)

$$\Delta_{I_{diferencia1(C.V)}} = (\Delta_I)(\text{Diferencia de Cargas Vivas})$$

$$\text{Diferencial de Cargas Vivas} = C.V_{max} - C.V_{med} = 28 - 8 = 20 \text{ N/mm}$$

$$\Delta_{I_{diferencia1(C.V)}} = (0.2793)(20) = 5.58 \text{ mm}$$

- Cálculo de la Deflexión Total de la viga (Δ_{TOTAL}).

Esta deflexión será la suma de la deflexión Inmediata total más la deflexión diferida más la deflexión inmediata diferencial de cargas vivas

$$\Delta_{TOTAL} = \Delta_{I_{Total}} + \Delta_{dif} + \Delta_{I_{diferida(C.V.)}}$$

$$\Delta_{TOTAL} = 6.4 + 23.57 + 5.58$$

$$\Delta_{TOTAL} = 35.55 \text{ mm}$$

- Cálculo de la deflexión máxima permitida ($\Delta_{\text{max. permitida}}$)

$$\Delta_{\text{max. permitida}} = 50 + \frac{L}{240}$$

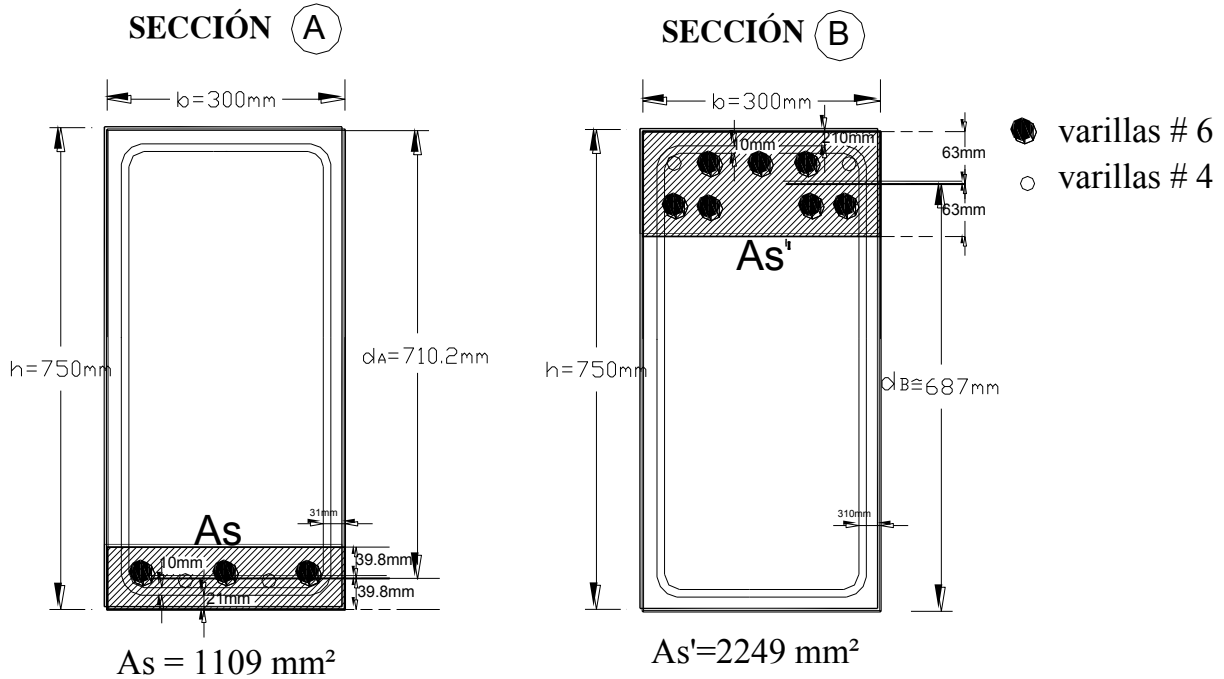
$$\Delta_{\text{max. permitida}} = 50 + \left[\frac{8000}{240} \right]$$

$$\Delta_{\text{max. permitida}} = 38.3 \text{ mm}$$

$$\Delta_{\text{max. permitada}} = 38.3 \text{ mm} > \Delta_{TOTAL} = 35.55 \text{ mm} \quad \therefore \underline{OK}$$

5.2 REVISIÓN DEL AGRIETAMIENTO DE LA VIGA (Viga del ejemplo 4.1)

DATOS DEL PROBLEMA:



$$f_c' = 20 \text{ MPa}$$

$$f_y = 420 \text{ MPa}$$

Momento flexionante de servicio:

$$M_A = 193 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$M_B = 343 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Para este problema se supone que la viga no está expuesta a un ambiente agresivo.

* Fórmula para calcular el Agrietamiento en elementos no preesforzados, (véase 3.3 NTC-2004)

$$f_s \sqrt[3]{d_c A} \frac{h_2}{h_1} \quad (3.5 \text{ NTC})$$

* El valor calculado con $f_s \sqrt[3]{d_c A} \frac{h_2}{h_1}$ debe de ser inferior al de $40,000 \text{ N/mm}$, como límite superior para condiciones normales de exposición.

SOLUCIÓN PROBLEMA:

a.-) Revisión de agrietamiento para la sección central (A) (momento positivo).

- Cálculo del esfuerzo en el acero en condiciones de servicio, f_s , Este valor puede ser calculado con alguna de las formas siguientes:

a) Por medio de la sección transformada donde, $f_s = n f_t = n \frac{M}{I} (d - c)$

b) Suponiendo $0.6 f_y$

c) Aplicando la ecuación $f_s = \frac{M}{Z A_s}$

Para el problema aplicamos:

$$f_s = \frac{M}{Z A_s}$$

Donde: Z es el brazo del par interno, que puede tomarse igual a:

$$Z = 0.9 d = (0.9)(710.2) = 639.18 \text{ mm}$$

Sustituyendo valores en, f_s , tenemos:

$$f_{sA} = \frac{193 \times 10^6}{(639.18)(1109)} = 272.27 \text{ N/mm}^2$$

- Cálculo del recubrimiento de concreto, d_c , medido desde la fibra extrema en tensión al centro de la barra más próxima a ella.

El centro de la barra más próxima a la fibra de tensión es la barra del número 4, pero usamos la barra del número 6 para quedar del lado de la seguridad.

$$d_{cA} = 31 + \frac{19}{2} = 40.5 \text{ mm}$$

- Cálculo del área de concreto a tensión, A_A , que rodea al refuerzo principal de tensión y cuyo centroide coincide con el de dicho refuerzo, dividida entre el número de barras (cuando el refuerzo principal conste de barras de varios diámetros, el número de barras equivalente se calculará dividiendo el área total de acero entre el área de la barra de mayor diámetro).

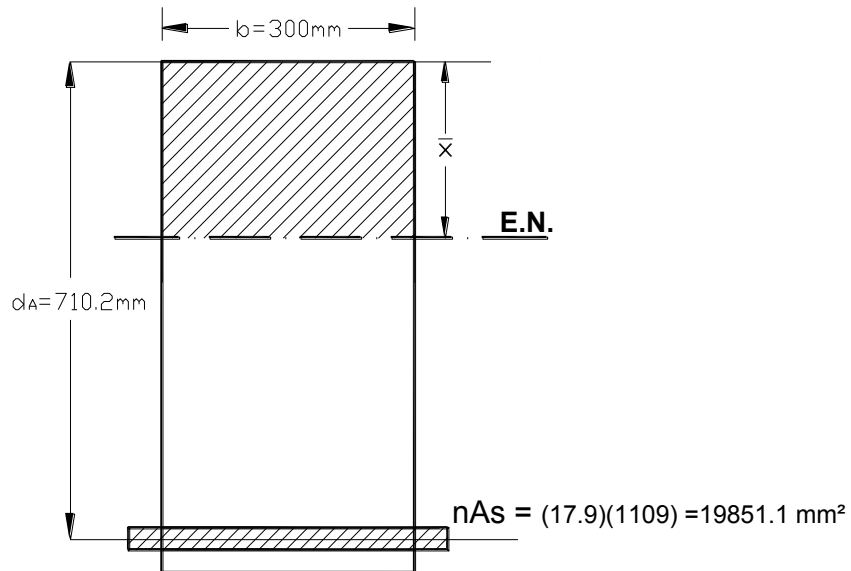
Por tener barras de diferente diámetro, A_A se calcula de la forma siguiente.

$$A_A = \frac{\text{Área de concreto que rodea al refuerzo principal de tensión}}{\text{Área del acero total} / \text{Área del acero de la barra de mayor diámetro}}$$

$$A_A = \frac{[(39.8)(300)](2)}{(1109)/(28.5)} = 613.6 \text{ mm}$$

- Cálculo de h_1 y h_2 , donde: h_1 es la distancia entre el eje neutro y el centroide del refuerzo principal de tensión, h_2 es la distancia entre el eje neutro y la fibra más esforzada en tensión.

* Localización del eje neutro para la sección central (A).



Constantes de cálculo:

$$E_c = 2500\sqrt{f_c'} = 2500\sqrt{20} = 11180.34 \text{ MPa} \quad (\text{véase 1.5.1.4 NTC-2004})$$

$$E_s = 2 \times 10^5 \text{ MPa} \quad (\text{véase 1.5.2 NTC-2004})$$

Relación Modular:

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2 \times 10^5 \text{ MPa}}{11180.34 \text{ MPa}} = 17.88 \quad \approx \quad n = 17.9$$

$$\frac{b}{2} \bar{x}^2 - n A_s (d - \bar{x}) = \frac{300}{2} (\bar{x}^2) - (19851.1)(710.2 - \bar{x})$$

$$15 \bar{x}^2 + 19851.1 \bar{x} - 14098251 = 0$$

Resolviendo la ecuación cuadrática:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\bar{x} = \frac{-19851.1 \pm \sqrt{(19851.1)^2 - 4(150)(-14098251)}}{2(150)}$$

$$\bar{x} = \frac{-19851.1 \pm \sqrt{(394066171.2) + (8458950600)}}{300}$$

$$\bar{x} = \frac{-19851.1 \pm 94090.47}{300}$$

$$\bar{x} = -379.8 \text{ mm}$$

$$\bar{x} = 247.4 \text{ mm}$$

Se toma el valor positivo.

Sustituyendo valores en la ecuación 3.5 para revisar el agrietamiento de la viga en la parte central (A) tenemos.

$$f_s \sqrt[3]{d_c} A \frac{h_2}{h_1} \tag{3.5 NTC}$$

$$f_s \sqrt[3]{d_c} A \frac{h_2}{h_1} = (272.27) \sqrt[3]{(40.5)(613.7)} \frac{(750 - 247.4)}{(710.2 - 247.4)}$$

$$8629.10 \text{ N/mm}$$

Como tenemos que:

$$8,629.10 \text{ N/mm} < 40,000 \text{ N/mm}$$

Se cumple con el límite de condición de agrietamiento (véase 3.3 tabla 3.1 NTC-2004)

∴ se acepta el refuerzo de la sección central (A), ya que pasa por agrietamiento.

b.-) Revisión de agrietamiento para la sección extrema (B) (momento negativo).

Para el agrietamiento de esta sección, se aplica el mismo procedimiento que se utilizó para la sección extrema (A).

- Cálculo del esfuerzo en el acero en condiciones de servicio, f_s ,

$$f_s = \frac{M}{Z A_s}$$

Donde: Z es el brazo del par interno, que puede tomarse igual a.

$$Z = 0.9d = (0.9)(687) = 618.3 \text{ mm}$$

Sustituyendo valores en, f_s , tenemos:

$$f_{sB} = \frac{343 \times 10^6}{(618.3)(2249)} = 246.66 \text{ N/mm}^2$$

- Cálculo del recubrimiento de concreto, d_{cB} , medido desde la fibra extrema en tensión al centro de la barra más próxima a ella.

El centro de la barra más próxima a la fibra de tensión es la barra del número 4, pero usamos la barra del número 6 para quedar del lado de la seguridad.

$$d_{cB} = 310 + \frac{19}{2} = 40.5 \text{ mm}$$

- Cálculo del área de concreto a tensión, A_B , que rodea al refuerzo principal de tensión y cuyo centroide coincide con el de dicho refuerzo, dividida entre el número de barras (cuando el refuerzo principal conste de barras de varios diámetros, el número de barras equivalente se calculará dividiendo el área total de acero entre el área de la barra de mayor diámetro).

Por tener barras de diferente diámetro, A_B se calcula de la forma siguiente.

$$A_B = \frac{\text{Área de concreto que rodea al refuerzo principal de tensión}}{\text{Área del acero total} / \text{Área del acero de la barra de mayor diámetro}}$$

$$A_B = \frac{[(63)(300)](2)}{(2249)/(28.5)} = 479 \text{ mm}$$

- Cálculo de h_1 y h_2 , donde: h_1 es la distancia entre el eje neutro y el centroide del refuerzo principal de tensión, h_2 es la distancia entre el eje neutro y la fibra más esforzada en tensión.

* Localización del eje neutro para la sección extrema (B).

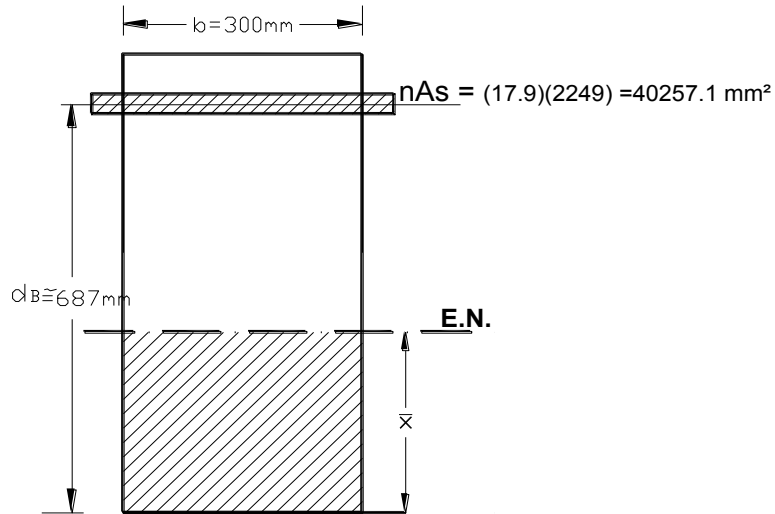


Figura 5.2.3 Sección transformada agrietada, para la sección extrema (B).

Constantes de cálculo:

$$E_c = 2500\sqrt{f'_c} = 2500\sqrt{20} = 11180.34 \text{ MPa} \quad (\text{véase 1.5.1.4 NTC-2004})$$

$$E_s = 2 \times 10^5 \text{ MPa} \quad (\text{véase 1.5.2 NTC-2004})$$

Relación Modular:

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2 \times 10^5 \text{ MPa}}{11180.34 \text{ MPa}} = 17.88 \quad \approx n = 17.9$$

$$\frac{b}{2} \bar{x}^2 - n A_s (d - \bar{x}) = \frac{300}{2} (\bar{x}^2) - (40257.1)(687 - \bar{x})$$

$$150 \bar{x}^2 + 40257.1 \bar{x} - 27656627.7 = 0$$

Resolviendo la ecuación cuadrática:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\bar{x} = \frac{-40257.1 \pm \sqrt{(40257.1)^2 - 4(150)(-27656627.7)}}{2(150)}$$

$$\bar{x} = \frac{-40257.1 \pm \sqrt{(1620634100) + (16593976620)}}{300}$$

$$\bar{x} = \frac{-40257.1 \pm 134961.5}{300}$$

$$\bar{x} = -584.0 \text{ mm}$$

$$\bar{x} = 315.6 \text{ mm},$$

Se toma el valor positivo.

Sustituyendo valores en la ecuación 3.5 para revisar el agrietamiento de la viga en la sección extrema (B) tenemos.

$$f_s \sqrt[3]{d_c A} \frac{h_2}{h_1} \tag{3.5 NTC}$$

$$f_{sB} \sqrt[3]{d_c A} \frac{h_2}{h_1} = (246.66) \sqrt[3]{(40.5)(479.0)} \frac{(750 - 315.6)}{(687 - 315.6)}$$

$$7751.9 \text{ N/mm}$$

Como tenemos que:

$$7,751.9 \text{ N/mm} < 40,000 \text{ N/mm} \quad \therefore \underline{OK}$$

Se cumple con el límite de condición de agrietamiento (véase 3.3 tabla 3.1 NTC-2004)

∴ Se acepta el refuerzo de la sección central (B), ya que pasa Por Agrietamiento.

CAPÍTULO XI

EJEMPLO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXO- COMPRESIÓN Y LOSAS (CAPÍTULO VI) (Sistema Internacional “SI”)

6.1 DIMENSIONAMIENTO DE UNA COLUMNA POR FLEXOCOMPRESIÓN BAJO CARGAS MUERTA, VIVA INSTANTÁNEA Y SISMO. (Columna A2 de planta baja)

DATOS DEL PROBLEMA:

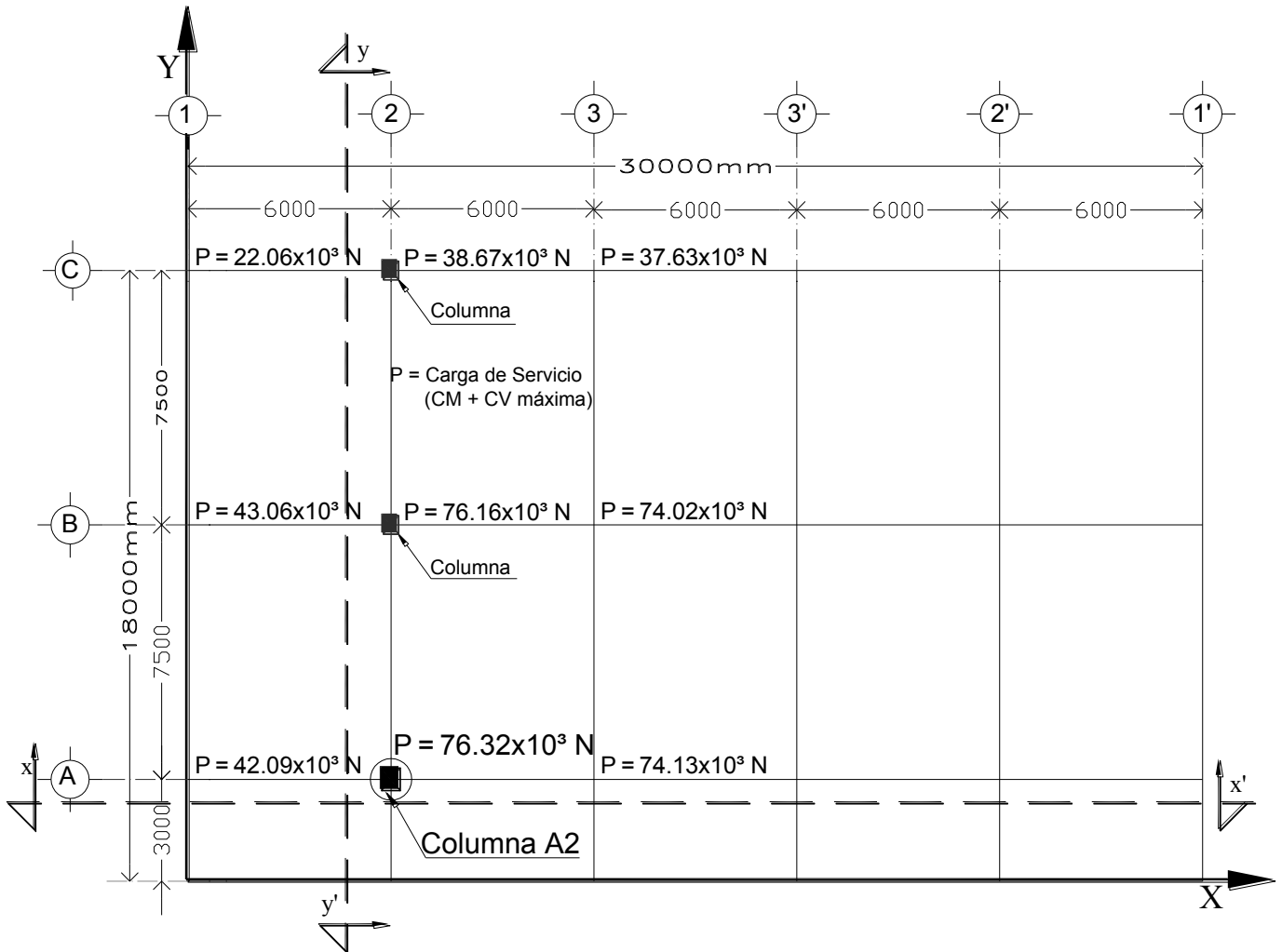


Figura 6.1.1 Localización en planta de la columna A2 y del corte longitudinal (x - x') y corte transversal (y - y') del ejemplo 6.1

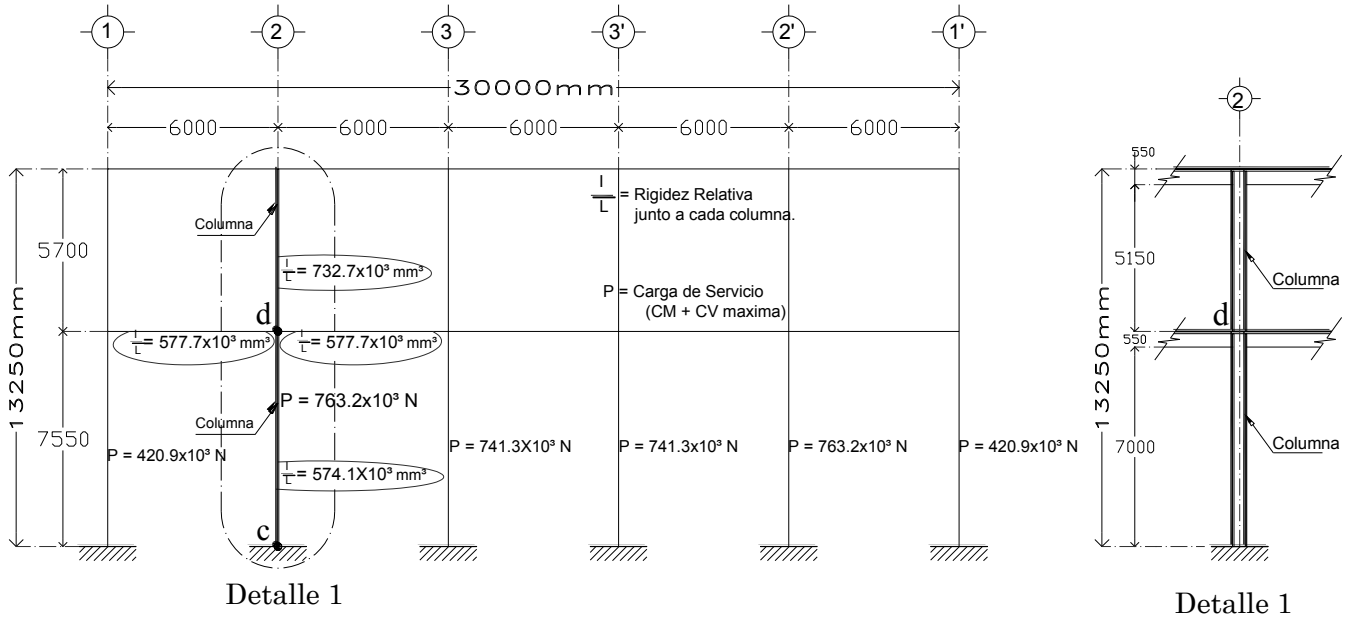


Figura 6.1.2 Corte longitudinal (x-x') y detalle 1 de la columna A2.

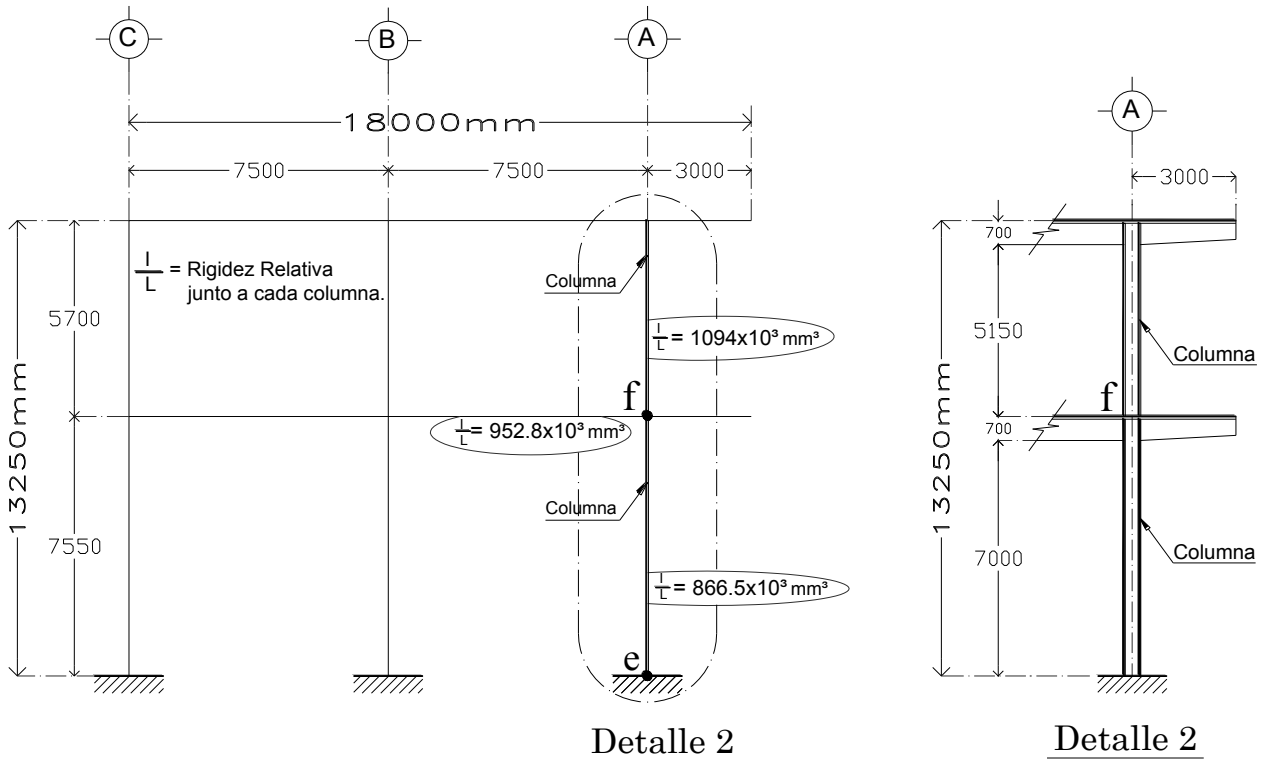
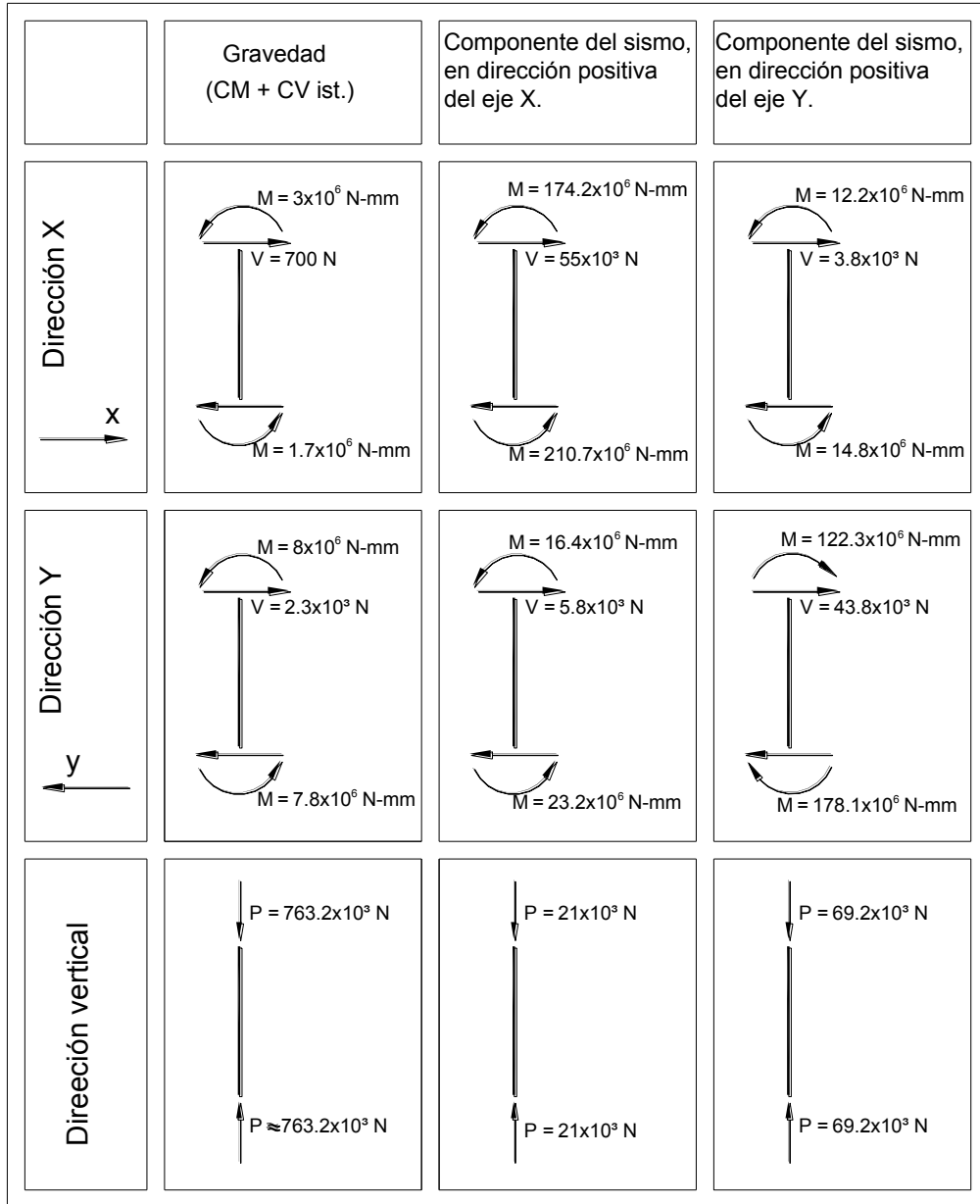


Figura 6.1.3 Corte transversal (y-y') y detalle 2 de la columna A2.



ver sistema.

	Fuerza cortante (N)	Desplazamiento (mm)	
		Por sismo	Por $CM + CV_{instan\ tan\ ea}$
DIRECCIÓN "X"	860.4×10^3	87	0
DIRECCIÓN "Y"	860.4×10^3	59.1	0.8

Tabla 6.1.1 Fuerzas cortantes totales debidas a los componentes del sismo, y desplazamiento medios de entrepiso en planta baja.

MATERIALES

$$f_c' = 20 \text{ MPa}$$

$$f_y = 420 \text{ MPa}$$

CONSTANTES DE CÁLCULO:

$$f_c^* = 0.8 f_c' = 0.8 (20) = 16 \text{ MPa} \quad (1.12 \text{ NTC})$$

$$f_c'' = 0.85 f_c^* = 0.85 (16) = 13.6 \text{ MPa} \quad (2.1e \text{ NTC})$$

$$\beta_1 = 0.85 \quad (\text{Por ser } f_c^* < 28 \text{ MPa})$$

$$\frac{f_y}{f_c'} = \frac{420 \text{ MPa}}{13.6 \text{ MPa}} = 30.88$$

$$A_c = (450)(550) = 247500 \text{ mm}^2$$

$$A_c f_c'' = (247500)(13.60) = 3.366 \times 10^6 \text{ N}$$

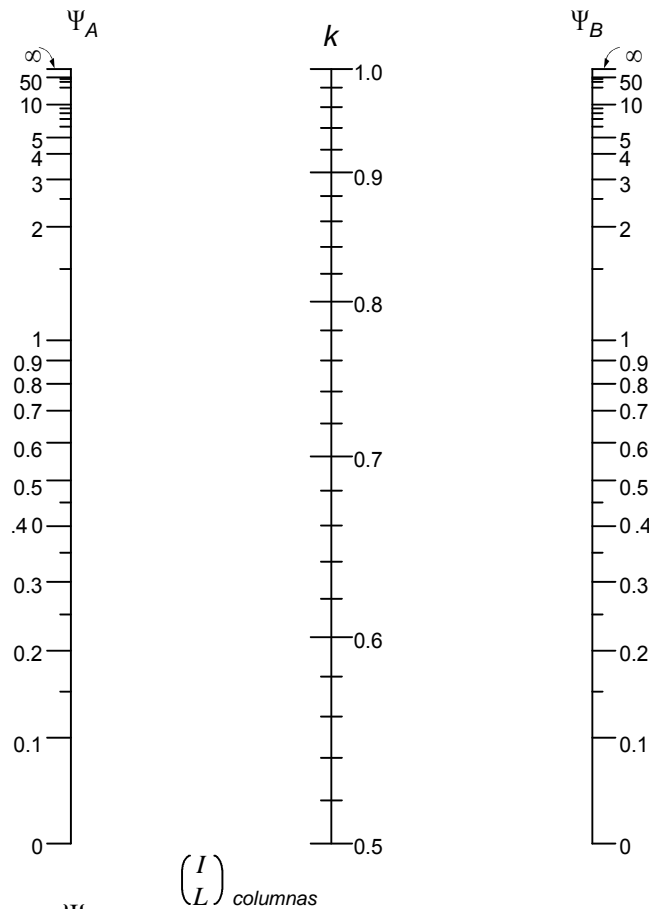


Figura 6.1.5 Monograma para determinar longitudes efectivas H' , en miembros a flexocompresión con extremos restringidos lateralmente.

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA:

- VERIFICACIÓN DE ESBELTEZ

En dirección “X”

a) Debidos a carga vertical

- Revisión para ver si se pueden despreciar los efectos de esbeltez (Véase 1.4.2.2a NTC-2004).

El desplazamiento lateral, Δ , que causa esta condición de carga se considera apreciable si

$$\Delta > \frac{H}{1500}$$

Si $\Delta < \frac{H}{1500}$ se considera a la estructura restringida lateralmente.

En la tabla 6.1.1 tenemos que $\Delta = 0 \text{ mm}$.

Para este caso tenemos que el desplazamiento es nulo, por lo que puede aplicarse el criterio que se usa para columnas con extremos restringidos lateralmente.

Por lo anterior los efectos de esbeltez pueden ignorarse si.

$$\frac{H'}{r} < 34 - 12 \frac{M_1}{M_2}$$

Donde:

M_1 es el menor y M_2 es el mayor de los momentos flexionantes en los extremos del miembro; el cociente M_1 / M_2 es positivo cuando el miembro se flexiona en curvatura sencilla y negativo cuando lo hace en curvatura doble.

$\frac{H'}{r}$ es la relación de esbeltez

$$H' = KH$$

$$r = 0.3h$$

H' es la longitud efectiva de un miembro a flexocompresión, H es la longitud efectiva libre de un miembro a flexocompresión, r es el radio de giro, K es la rigidez, h es el lado menor para columnas rectangulares.

- Obtención de la rigidez K

Cálculo del grado de restricción Ψ (véase 1.4.2.2a NTC-2004)

$$\Psi_{A,B} = \frac{\sum(I/L)_{columnas}}{\sum(I/L)_{miembros\ de\ flexión}}$$

Donde A y B son los extremos de la columna, para este problema Ψ_A se aplicará para el nodo c y Ψ_B para el nodo d .

Nodo $c \Rightarrow \Psi_A = 0$ (Por ser empotramiento)

$$\text{Nodo } d \Rightarrow \Psi_B = \frac{732.7 \times 10^3 + 574.1 \times 10^3}{577.7 \times 10^3 + 577.7 \times 10^3} = 1.132$$

Del monograma de la figura 6.1.5 se obtiene una rigidez $K = 0.63$ (véase 1.4.2.2a NTC-2004).

$$H' = KH = (0.63)(7000) = 4410 \text{ mm}$$

$$r = (0.3)(450 \text{ mm}) = 135 \text{ mm}$$

$$\frac{H'}{r} = \frac{4410 \text{ mm}}{135 \text{ mm}} = 32.67$$

$$34 - 12 \frac{M_1}{M_2} = 34 - 12 \left(- \frac{1.7 \times 10^6}{3 \times 10^6} \right) = 40.8 > 32.67$$

\therefore Pueden despreciarse los efectos de esbeltez y el factor de amplificación debido a cargas verticales es $F_{abx} = 1.0$

b) Debidos a fuerza lateral

Estos efectos pueden despreciarse si cumplen la condición siguiente.

$$\frac{\text{desplazamiento de entrepiso}}{\text{diferencia de elevaciones}} \leq 0.08 \frac{\text{fuerza cortante de entrepiso}}{\sum \text{de cargas muertas y vivas de diseño}}$$

De la tabla 6.1.1 tenemos un desplazamiento por sismo de 87.0 mm y una fuerza cortante total $V = 860.4 \times 10^3 \text{ N}$, de la figura 6.1.2 del detalle 1 tenemos una diferencia de elevaciones $h = (550/2) + 7000 = 7275 \text{ mm}$, por lo cual:

$$\frac{\text{desp. de entrepiso}}{h} = \frac{87.0 \text{ mm}}{7275 \text{ mm}} = 0.0120$$

$$0.08 \frac{V}{(1.1)(W_u)} = 0.08 \frac{860.4 \times 10^3}{(1.1)(9.683 \times 10^6)} = 0.0065 < 0.0120$$

∴ Deben de tomarse en cuenta los efectos de esbeltez.

- Cálculo del factor de amplificación F_{asx}

$$F_{asx} = \frac{1}{1 - \lambda} \geq 1 \quad (1.9 \text{ NTC})$$

si F_{asx} calculado con la ecuación 1.9 excede de 1.5 se deberá de hacer un análisis de segundo orden.

donde λ está dado por la ecuación

$$\lambda = \frac{W_u Q \Delta}{h V} \quad (1.10 \text{ NTC})$$

$$W_u = (1.1)(9.683 \times 10^6) = 10.65 \times 10^6 \text{ N}$$

Factor de comportamiento sísmico $Q = 2$

$$h = 7275 \text{ mm}$$

$$\Delta = 87.0 \text{ mm}$$

$$\lambda = \frac{(10.65 \times 10^6)(2)(87)}{(7275)(860.4 \times 10^6)} = 0.3$$

$$F_{asx} = \frac{1}{1 - 0.3} = 1.42 \leq 1.5$$

En dirección “Y”

a) Debidos a carga vertical

- Revisión para ver si se pueden despreciar los efectos de esbeltez (véase 1.4.2.2a - NTC).

El desplazamiento lateral, Δ , que causa esta condición de carga se considera apreciable si

$$\Delta > \frac{H}{1500}, \text{ si } \Delta < \frac{H}{1500} \text{ se considera a la estructura restringida lateralmente.}$$

En la tabla 6.1.1 tenemos que $\Delta = 0.08 \text{ cm}$.

Para este caso tenemos que:

$$\frac{H}{1500} = \frac{6850}{1500} = 4.6 \text{ mm} > \Delta = 0.8 \text{ mm} \therefore \text{ puede aplicarse el criterio que se usa para columnas con extremos restringidos lateralmente.}$$

Por lo anterior los efectos de esbeltez pueden ignorarse si.

$$\frac{H'}{r} < 34 - 12 \frac{M_1}{M_2}$$

Donde:

M_1 es el menor y M_2 es el mayor de los momentos flexionantes en los extremos del miembro; el cociente M_1 / M_2 es positivo cuando el miembro se flexiona en curvatura sencilla y negativo cuando lo hace en curvatura doble.

$\frac{H'}{r}$ es la relación de esbeltez

$$H' = KH$$

$$r = 0.3h$$

H' es la longitud efectiva de un miembro a flexocompresión, H es la longitud efectiva libre de un miembro a flexocompresión, r es el radio de giro, K es la rigidez, h es el lado menor para columnas rectangulares.

- Obtención de la rigidez K

Cálculo del grado de restricción Ψ (véase 1.4.2.2a NTC-2004)

$$\Psi_{A,B} = \frac{\sum(I/L)_{columnas}}{\sum(I/L)_{miembros\ de\ flexión}}$$

Donde A y B son los extremos de la columna, para este problema Ψ_A se aplicará para el nodo c y Ψ_B para el nodo d .

Nodo $c \Rightarrow \Psi_A = 0$ (Por ser empotramiento)

$$\text{Nodo } d \Rightarrow \Psi_B = \frac{1094 \times 10^3 + 866.5 \times 10^3}{952.8 \times 10^3} = 2.058$$

Del monograma de la figura 6.1.5 se obtiene una rigidez $K = 0.65$ (véase 1.4.2.2a NTC-2004).

$$H' = K H = (0.65)(6850) = 4452 \text{ mm}$$

$$r = (0.3)(550 \text{ mm}) = 165 \text{ mm}$$

$$\frac{H'}{r} = \frac{4452 \text{ mm}}{165 \text{ mm}} = 26.98$$

$$34 - 12 \frac{M_1}{M_2} = 34 - 12 \left(- \frac{7.8 \times 10^6}{8 \times 10^6} \right) = 45.70 > 26.98$$

∴ Pueden despreciarse los efectos de esbeltez y el factor de amplificación debido a cargas verticales es $F_{aby} = 1.0$

b) Debidos a fuerza lateral

Estos efectos pueden despreciarse si cumple la condición siguiente.

$$\frac{\text{desplazamiento de entrepiso}}{\text{diferencia de elevaciones}} \leq 0.08 \frac{\text{fuerza cortante de entrepiso}}{\sum \text{de cargas muertas y vivas de diseño}}$$

De la tabla 6.1.1 tenemos un desplazamiento por sismo de 59.1 mm y una fuerza cortante total $V = 860.4 \times 10^6 \text{ N}$, de la figura 6.1.3 del detalle 2 tenemos una diferencia de elevaciones $h = (700/2) + 6850 = 7200 \text{ mm}$, por lo cual:

$$\frac{\text{desp. de entrepiso}}{h} = \frac{59.1 \text{ mm}}{7200 \text{ mm}} = 0.0082$$

$$0.08 \frac{V}{(1.1)(W_u)} = 0.08 \frac{860.4 \times 10^3}{(1.1)(9.683 \times 10^6)} = 0.0065 < 0.0082$$

∴ Deben de tomarse en cuenta los efectos de esbeltez.

- Cálculo del factor de amplificación, F_{asy} ,

$$F_{asy} = \frac{1}{1 - \lambda} \geq 1 \tag{1.9 NTC}$$

si, F_{asy} , calculado con la ecuación 1.9 excede de 1.5 se deberá de hacer un análisis de segundo orden.

donde λ está dado por la ecuación

$$\lambda = \frac{W_u Q \Delta}{h V} \tag{1.10 NTC}$$

$$W_u = (1.1)(9.683 \times 10^6) = 10.65 \times 10^6 \text{ N}$$

Factor de comportamiento sísmico $Q = 2$

$$h = 7200 \text{ mm}$$

$$\Delta = 59.1 \text{ mm}$$

$$\lambda = \frac{(10.65 \times 10^6)(2)(59.1)}{(7200)(860.4 \times 10^3)} = 0.20$$

$$F_{asy} = \frac{1}{1 - 0.20} = 1.25 \leq 1.5$$

- Resumiendo tenemos los siguientes factores de amplificación de momentos:

Dirección x	Dirección Y
$F_{abx} = 1.0$	$F_{aby} = 1.0$
$F_{asx} = 1.42$	$F_{asy} = 1.25$

- DIMENSIONAMIENTO.

Se dimensionará en el extremo inferior por ser ahí mayores los momentos bajo $CM + CV_{inst} + Sismo$.

Acciones internas del diseño causadas por la gravedad y los componentes del sismo (Véase tabla 6.1.1).

- Efectos gravitacionales.

* Dirección vertical

$$P_u = (1.1)(763.2 \times 10^3) = 839.5 \times 10^3 \text{ N}$$

* Dirección "X"

$$M_{2b} = F_c M_2 = (1.1)(1.7 \times 10^6) = 1.9 \times 10^6 \text{ N} - mm, \text{ pero no menor que } P_u e_{mín}$$

Cálculo de excentricidad mínima en la dirección x, $e_{x \text{ mín}}$, (véase 2.3.1 NTC-2004).

$$e_{x \text{ mín}} = 0.05 h = (0.05)(450) = 22.5 \text{ mm} \geq 20 \text{ mm}$$

$$P_u e_{x \text{ mín}} = (839.5 \times 10^3)(22.5) = 18.9 \times 10^6 \text{ N} - mm \therefore \text{ Rige por ser mayor a } 1.9 \times 10^6 \text{ N} - mm$$

$$\underline{M_{2bx} = 18.9 \times 10^6 \text{ N} - mm}$$

* Dirección “Y”

$$M_{2b} = F_c M_2 = (1.1)(7.8 \times 10^6) = 8.6 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}, \text{ pero no menor que } P_u e_{\min}$$

Cálculo de excentricidad mínima en la dirección x, $e_{x \min}$, (véase 2.3.1 NTC-2004).

$$e_{y \min} = 0.05 h = (0.05)(550) = 27.5 \text{ mm} \geq 20 \text{ mm}$$

$$P_u e_{y \min} = (839.5 \times 10^3)(27.5) = 23.1 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm} \therefore \text{ Rige por ser mayor a } 8.6 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$$

$$\underline{M_{2by} = 23.1 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}}$$

- 100 % de los efectos del componente en X

$$P_u = (1.1)(21 \times 10^3) = 23.1 \times 10^3 \text{ N}$$

$$\text{En la dirección X} \quad M_{2s} = (1.1)(210.7 \times 10^6) = 231.8 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$$

$$\text{En la dirección Y} \quad M_{2s} = (1.1)(23.2 \times 10^6) = 25.5 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$$

- 100 % de los efectos del componente en Y

$$P_u = (1.1)(69.2 \times 10^3) = 76.1 \times 10^3 \text{ N}$$

$$\text{En la dirección X} \quad M_{2s} = (1.1)(14.8 \times 10^6) = 16.3 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$$

$$\text{En la dirección Y} \quad M_{2s} = (1.1)(178.1 \times 10^6) = 195.9 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$$

La columna se dimensionará por flexocompresión biaxial; primero se aplicará la flexocompresión principal en la dirección X, y después se aplicará en la dirección Y.

El reglamento pide que en el diseño por sismo, se debe de considerar el 100% de los efectos de la carga muerta y carga viva instantánea más los efectos del sismo en la dirección del análisis y el 30% de los efectos del sismo en la otra dirección. (véase 8.7 NTC-2004 para diseño por sismo).

a) Dimensionamiento considerando la flexocompresión principal en la dirección “X”.

$$P_u = 839.5 \times 10^3 + 23.1 \times 10^3 + [(0.3)(76.1 \times 10^3)] = 885.4 \times 10^3 \text{ N}$$

- Momento amplificado de diseño en la dirección X :

$$M_{cx} = F_{abx} M_{2bx} + F_{asx} M_{2sx}$$

$$M_{cx} = (1.0)(18.9 \times 10^6) + (1.42)(231.8 \times 10^6 + (0.3)(16.3 \times 10^6)) = 355.0 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}, \text{ pero no menor que,}$$

$$P_u e_{\min}$$

$$P_u e_{x \min} = (885.4 \times 10^3)(22.5) = 19.9 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm} < 355.0 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$$

$$\therefore M_{cx} = 355.0 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$$

- Momento amplificado de diseño, en la dirección Y :

$$M_{cy} = F_{aby} M_{2by} + F_{asy} M_{2sy}$$

$$M_{cy} = (1.0)(23.1 \times 10^6) + (1.25)(25.5 \times 10^6 + (0.3)(195.9 \times 10^6)) = 128.4 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}, \text{ pero no menor que,}$$

$$P_u e_{\min}$$

$$P_u e_{x \min} = (885.4 \times 10^3)(27.5) = 24.4 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm} < 128.4 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$$

$$\therefore M_{cy} = 128.4 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$$

En resumen, la columna se dimensionará por flexocompresión biaxial en la dirección X , con los datos siguientes.

$$P_u = 885.4 \times 10^3 \text{ N}$$

$$e_x = \frac{M_{cx}}{P_u} = \frac{355.0 \times 10^6}{885.4 \times 10^3} = 400 \text{ mm}$$

$$e_y = \frac{M_{cy}}{P_u} = \frac{128.4 \times 10^6}{885.4 \times 10^3} = 145 \text{ mm}$$

El dimensionamiento se realizará por tanteos, con la ayuda de la fórmula de Bresler (véase 2.3.2 NTC-2004).

$$P_R = \frac{1}{1/P_{Rx} + 1/P_{Ry} - 1/P_{RO}} \quad (2.16 \text{ NTC})$$

P_R es la carga normal resistente de diseño, aplicada con las excentricidades e_x y e_y ;

P_{RO} es la carga normal resistente de diseño, suponiendo $e_x = e_y = 0$;

P_{Rx} es la carga normal resistente de diseño, aplicada con una excentricidad e_x en un plano de simetría; y

P_{Ry} es la carga normal resistente de diseño, aplicada con una excentricidad e_y en el otro plano de simetría.

Para el cálculo de P_{RO} , P_{Rx} y P_{Ry} se utilizara un $F_R = 0.70$, valor que se aplica a columnas con núcleo no confinado que fallan en la zona de compresión (véase 1.7d NTC-2004)

La cuantía de refuerzo longitudinal de la sección no será menor que $2/f_y$, ni mayor que 0.06 (véase 6.2.2 NTC-2004).

$$\frac{2}{f_y} = \frac{2}{420} = 0.00476$$

* Tanteo número 1

Suponiendo una cuantía de acero $p = 0.01$, tenemos una área de acero, A_s , igual a

$$A_s = p b h = (0.01)(450)(550) = 2475 \text{ mm}^2$$

- Determinación de la resistencia P_R .

Cálculo de P_{RO} .

$$P_{RO} = F_R (A_c f_c'' + A_s f_y)$$

$$P_{RO} = 0.7 (3366 \times 10^3 + (2475)(420))$$

$$P_{RO} = 3084 \times 10^3 \text{ N}$$

Para calcular P_{Rx} y P_{Ry} , utilizamos la figura 6.1.6 (Apéndice G) de interacción para columnas de concreto reforzado, se supondrá que el refuerzo se encuentra distribuido en la periferia y con una relación de $d/h = 0.9$.

Cálculo de P_{Rx} .

$$q = \frac{p f_y}{f_c''} = \frac{(0.01)(420)}{13.6} = 0.3088 \quad (2.6 \text{ NTC})$$

$$\frac{e_e}{h_x} = \frac{400}{450} = 0.88$$

De la figura 6.1.6 (Apéndice G) con un índice de refuerzo, $q = 0.3088$ y una relación $e_x/h_x = 0.88$, se obtiene un valor de $K = 0.16$

$$P_{Rx} = K F_R b h f_c'$$

$$P_{Rx} = (0.16)(0.7)(450)(550)(20) = 554.40 \times 10^3 \text{ N}$$

$$P_{Rx} = 554.40 \times 10^3 \text{ N}$$

Cálculo de P_{Ry} .

$$q = \frac{p f_y}{f_c''} = \frac{(0.01)(420)}{13.6} = 0.3088 \quad (2.6 \text{ NTC})$$

$$\frac{e_e}{h_x} = \frac{145}{550} = 0.26$$

De la figura 6.1.6 (Apéndice G) con un índice de refuerzo, $q = 0.3088$ y una relación $e_y / h_y = 0.26$, se obtiene un valor de $K = 0.52$

$$P_{Ry} = K F_R b h f_c'$$

$$P_{Ry} = (0.52)(0.7)(450)(550)(20) = 1801.8 \times 10^3 \text{ N}$$

$$P_{Ry} = 1801.8 \times 10^3 \text{ N}$$

Sustituyendo valores en la ecuación 2.16, tenemos;

$$P_R = \frac{1}{1/P_{Rx} + 1/P_{Ry} - 1/P_{RO}} \quad (2.16 \text{ NTC})$$

$$P_R = \frac{1}{\frac{1}{554.40 \times 10^3} + \frac{1}{1801.80 \times 10^3} - \frac{1}{3084 \times 10^3}} = 491.5 \times 10^3 \text{ N} < P_u = 885.4 \times 10^3 \text{ N}$$

∴ se tiene que aumentar la cuantía de acero, p .

La ecuación 2.16 es válida si $P_R / P_{RO} \geq 0.1$. (véase 2.3.2 NTC-2004)

$$\frac{P_R}{P_{RO}} = \frac{491.5 \times 10^3}{3084 \times 10^3} = 0.16 \geq 0.10$$

∴ la ecuación 2.16 si es aplicable.

* Tanteo número 2

Se propone aumentar la cuantía de acero $p = 0.026$, para esta cuantía de acero tenemos una área de acero, A_s , igual a;

$$A_s = p b h = (0.026)(450)(550) = 6435 \text{ mm}^2$$

- Determinación de la resistencia P_R .

Cálculo de P_{RO} .

$$P_{RO} = F_R (A_c f_c'' + A_s f_y)$$

$$P_{RO} = 0.7 (3366 \times 10^3 + (6435)(420))$$

$$P_{RO} = 4248.1 \times 10^3 \text{ N}$$

Para calcular P_{Rx} y P_{Ry} , utilizamos la figura 6.1.6 (Apéndice G) de interacción para columnas de concreto reforzado, se supondrá que el refuerzo se encuentra distribuido en la periferia y con una relación de $d/h = 0.9$.

Cálculo de P_{Rx} .

$$q = \frac{p f_y}{f_c''} = \frac{(0.026)(4200)}{136} = 0.803 \quad (2.6 \text{ NTC})$$

$$\frac{e_e}{h_x} = \frac{400}{450} = 0.88$$

De la figura 6.1.6 (Apéndice G) con un índice de refuerzo, $q = 0.803$ y una relación $e_x/h_x = 0.88$, se obtiene un valor de $K = 0.31$

$$P_{Rx} = K F_R b h f_c'$$

$$P_{Rx} = (0.31)(0.7)(450)(550)(20) = 1074.15 \times 10^3 \text{ N}$$

$$P_{Rx} = 1074.15 \times 10^3 \text{ N}$$

Cálculo de P_{Ry} .

$$q = \frac{p f_y}{f_c''} = \frac{(0.026)(420)}{13.6} = 0.803 \quad (2.6 \text{ NTC})$$

$$\frac{e_e}{h_x} = \frac{145}{550} = 0.26$$

De la figura 6.1.6 (Apéndice G) con un índice de refuerzo, $q = 0.803$ y una relación $e_y / h_y = 0.26$, se obtiene un valor de $K = 0.77$.

$$P_{Ry} = K F_R b h f_c'$$

$$P_{Ry} = (0.77)(0.7)(450)(550)(20) = 2668.05 \times 10^3 \text{ N}$$

$$P_{Ry} = 2668.05 \text{ N}$$

Sustituyendo valores en la ecuación 2.16, tenemos;

$$P_R = \frac{1}{1/P_{Rx} + 1/P_{Ry} - 1/P_{RO}} \quad (2.16 \text{ NTC})$$

$$P_R = \frac{1}{\frac{1}{1074.15 \times 10^3} + \frac{1}{2668.05 \times 10^3} - \frac{1}{4248.1 \times 10^3}} = 934.2 \times 10^3 \text{ N} > P_u = 885.4 \times 10^3 \text{ N}$$

∴ se acepta la cuantía de acero, $p = 0.026$, $A_s = 6435 \text{ mm}^2$.

La ecuación 2.16 es válida si $P_R / P_{RO} \geq 0.1$. (véase 2.3.2 NTC-2004)

$$\frac{P_R}{P_{RO}} = \frac{934.2 \times 10^3}{4248.1 \times 10^3} = 0.22 \geq 0.10$$

∴ la ecuación 2.16 si es aplicable.

b) Dimensionamiento considerando la flexocompresión principal en la dirección “Y”

$$P_u = 839.5 \times 10^3 + [(0.3)(23.1 \times 10^3)] + 76.1 \times 10^3 = 922.5 \times 10^3 \text{ N}$$

- Momento amplificado de diseño en la dirección X :

$$M_{cx} = F_{abx} M_{2bx} + F_{asx} M_{2sx}$$

$$M_{cx} = (1.0)(18.9 \times 10^6) + (1.42)((0.3)(231.8 \times 10^6) + 16.3 \times 10^6) = 140.8 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}, \text{ pero no menor que}$$

$$P_u e_{\text{mín}}$$

$$P_u e_{x \min} = (922.5 \times 10^3)(22.5) = 20.8 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm} < 140.8 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$$

$$\therefore M_{cx} = 140.8 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$$

- Momento amplificado de diseño en la dirección Y :

$$M_{cy} = F_{aby} M_{2by} + F_{asy} M_{2sy}$$

$$M_{cy} = (1.0)(23.1 \times 10^6) + (1.25)((0.3)(25.5 \times 10^6) + 195.9 \times 10^6) = 277.5 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}, \text{ pero no menor que } P_u e_{\min}$$

$$P_u e_{x \min} = (922.5 \times 10^3)(27.5) = 25.4 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm} < 277.5 \text{ N} - \text{mm}$$

$$\therefore M_{cy} = 277.5 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$$

En resumen, la columna se dimensionará por flexocompresión biaxial en la dirección X , con los datos siguientes.

$$P_u = 922.5 \times 10^3 \text{ N}$$

$$e_x = \frac{M_{cx}}{P_u} = \frac{140.8 \times 10^6}{922.5 \times 10^3} = 152 \text{ mm}$$

$$e_y = \frac{M_{cy}}{P_u} = \frac{277.5 \times 10^6}{922.5 \times 10^3} = 300 \text{ mm}$$

Se procede a aplicar de nueva cuenta el dimensionamiento por tanteos, con la fórmula de Bresler.

$$P_R = \frac{1}{1/P_{Rx} + 1/P_{Ry} - 1/P_{RO}} \quad (2.16 \text{ NTC})$$

La cuantía de refuerzo longitudinal de la sección no será menor que $2 / f_y$, ni mayor que 0.06 (véase 6.2.3 NTC-2004).

$$\frac{2}{f_y} = \frac{2}{420} = 0.00476$$

* Tanteo número 1

Suponiendo una cuantía de acero $p = 0.026$, tenemos una área de acero, A_s , igual a

$$A_s = p b h = (0.026)(450)(550) = 6435 \text{ mm}^2$$

- Determinación de la resistencia P_R .

Cálculo de P_{RO} .

$$P_{RO} = F_R (A_c f_c'' + A_s f_y)$$

$$P_{RO} = 0.7 (3366 \times 10^3 + (6435)(420))$$

$$P_{RO} = 4248.1 \times 10^3 \text{ N}$$

Para calcular P_{Rx} y P_{Ry} , utilizamos la figura 6.1.6 (Apéndice G) de interacción para columnas de concreto reforzado, se supondrá que el refuerzo se encuentra distribuido en la periferia y con una relación de $d/h = 0.9$.

Cálculo de P_{Rx} .

$$q = \frac{p f_y}{f_c''} = \frac{(0.026)(420)}{13.6} = 0.803 \quad (2.6 \text{ NTC})$$

$$\frac{e_x}{h_x} = \frac{152}{450} = 0.34$$

De la figura 6.1.6 (Apéndice G) con un índice de refuerzo, $q = 0.803$ y una relación $e_x/h_x = 0.34$, se obtiene un valor de $K = 0.63$

$$P_{Rx} = K F_R b h f_c'$$

$$P_{Rx} = (0.63)(0.7)(450)(550)(20) = 2182.95 \times 10^3 \text{ N}$$

$$P_{Rx} = 2182.95 \times 10^3 \text{ N}$$

Cálculo de P_{Ry} .

$$q = \frac{p f_y}{f_c''} = \frac{(0.026)(420)}{13.6} = 0.803 \quad (2.6 \text{ NTC})$$

$$\frac{e_y}{h_y} = \frac{300}{550} = 0.55$$

De la figura 6.1.6 (Apéndice G) con un índice de refuerzo, $q = 0.803$ y una relación $e_y/h_y = 0.55$, se obtiene un valor de $K = 0.48$

$$P_{Ry} = K F_R b h f_c'$$

$$P_{Ry} = (0.48)(0.7)(450)(550)(20) = 1663.2 \times 10^3 \text{ N}$$

$$P_{Ry} = 1663.2 \times 10^3 \text{ N}$$

Sustituyendo valores en la ecuación 2.16, tenemos;

$$P_R = \frac{1}{1/P_{Rx} + 1/P_{Ry} - 1/P_{RO}} \quad (2.16 \text{ NTC})$$

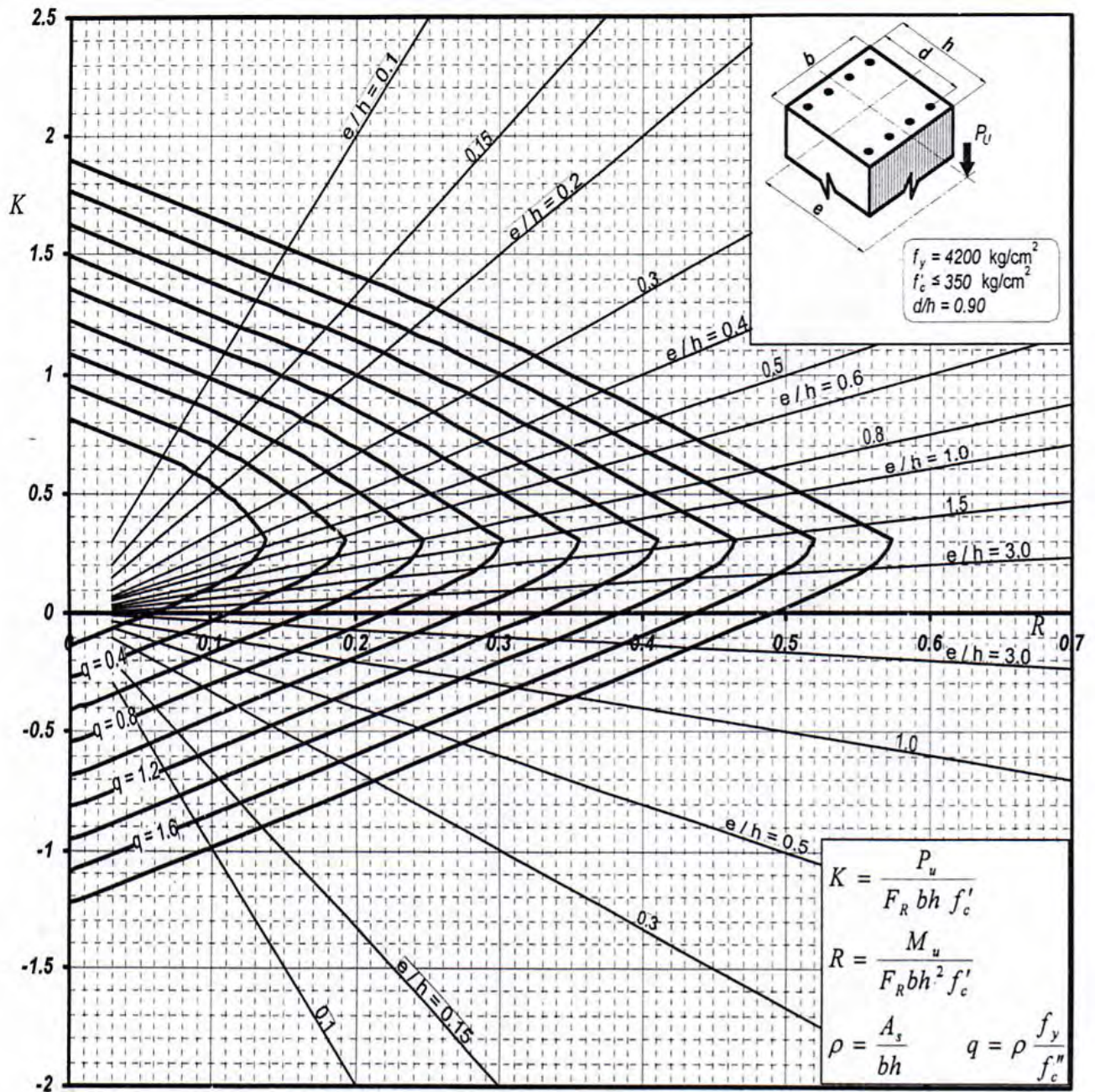
$$P_R = \frac{1}{\frac{1}{2182.95 \times 10^3} + \frac{1}{1663.2 \times 10^3} - \frac{1}{4248.1 \times 10^3}} = 1213.6 \times 10^3 \text{ N} > P_u = 922.5 \times 10^3 \text{ N}$$

∴ se acepta la cuantía de acero, $p = 0.026$, $A_s = 6435 \text{ mm}^2$.

La ecuación 2.16 es válida si $P_R / P_{RO} \geq 0.1$. (véase 2.3.2 NTC-2004)

$$\frac{P_R}{P_{RO}} = \frac{1213.6 \times 10^3}{4248.1 \times 10^3} = 0.28 \geq 0.10$$

∴ la ecuación 2.16 si es aplicable.

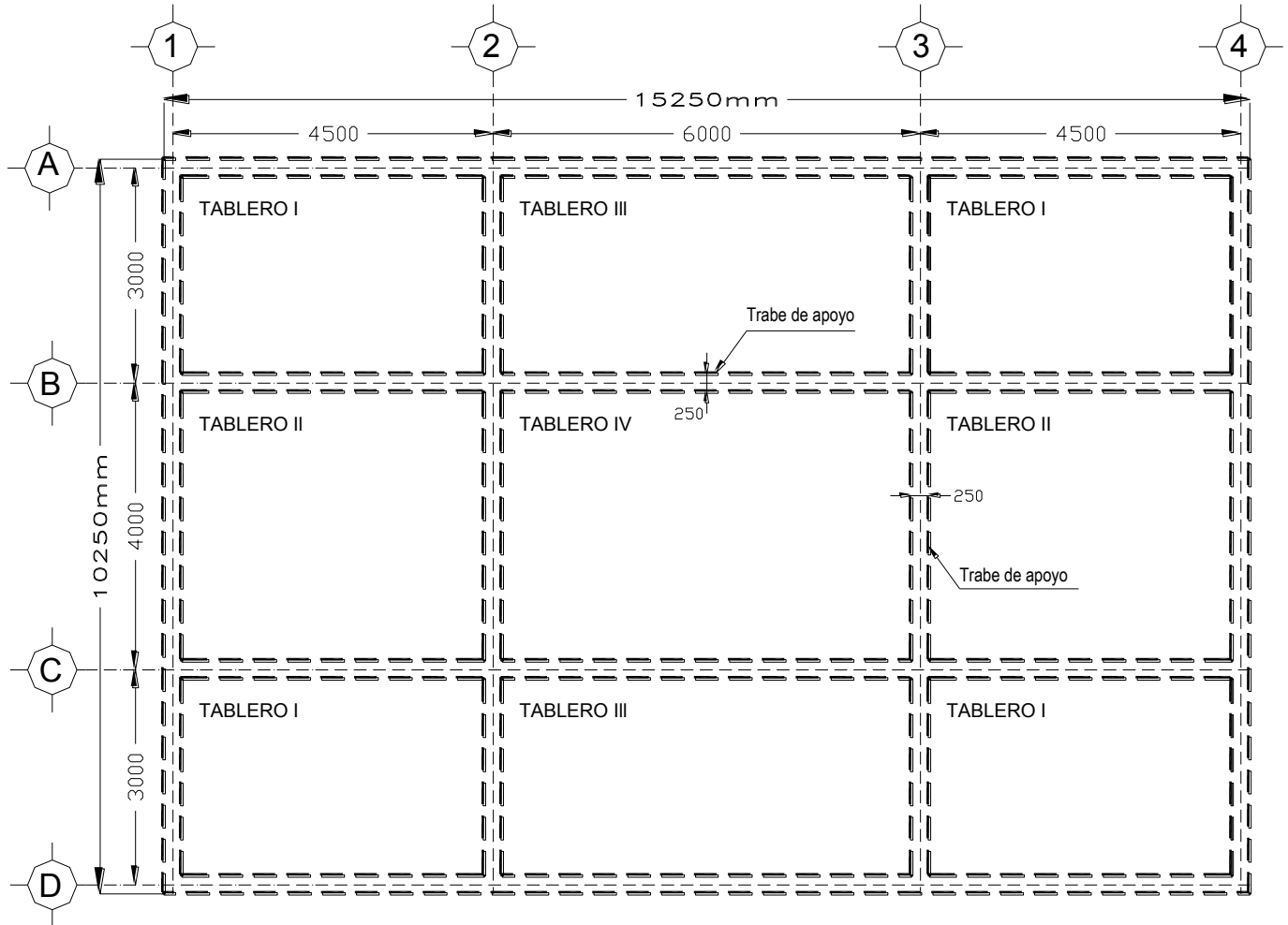


A_s = Área total de refuerzo
 $f_c'' = 0.85 f_c^*$
 $f_c' = 0.80 f_c''$
 F_R = Factor de reducción de resistencia
 P_u = Carga axial última
 M_u = Momento flexionante último

Figura 6.1.6 (Apéndice G), Gráfica de interacción para columnas de concreto reforzado.

6.2 DISEÑO DE UNA LOSA PERIMETRALMENTE APOYADA, BAJO CARGA UNIFORME.

DATOS DEL PROBLEMA:



Todas las traves de apoyo son monolíticas con la losa y tienen 25 cm de ancho. La losa no está expuesta a la intemperie.

Carga viva $C.V. = 70 MPa$

Acabado del piso = 8 MPa

Peso volumétrico del concreto = $24 \times 10^3 N/m^3 = 24 kN/m^3$

Factor de carga: 1.4

MATERIALES

$$f_c' = 20 \text{ Mpa} \quad (\text{Concreto clase 2})$$

$$f_y = 420 \text{ MPa}$$

CONSTANTES DE CÁLCULO:

$$f_c^* = 0.8 f_c' = 0.8 (20) = 16 \text{ MPa} \quad (1.12 \text{ NTC})$$

$$f_c'' = 0.85 f_c^* = 0.85 (16) = 13.6 \text{ MPa} \quad (2.1e \text{ NTC})$$

$$\beta_1 = 0.85 \quad (\text{Por ser } f_c^* < 28 \text{ MPa})$$

- Cálculo de cuantía mínima de acero

$$p_{\min} = \frac{0.22 \sqrt{f_c'}}{f_y} = \frac{0.22 \sqrt{20}}{420} = 0.00234 \quad (2.2 \text{ NTC})$$

La cuantía máxima admisible de acero, p_{\max} , será igual a la cuantía balanceada, P_b , ya que la losa no está destinada a resistir fuerza sísmica en flexión (véase 2.2.2 NTC-2004)

- Cálculo de cuantía balanceada de acero

$$p_{\max} = p_b = \frac{f_c''}{f_y} \frac{600 \beta_1}{f_y + 600} = \frac{13.6}{420} \frac{600(0.85)}{420 + 600} = 0.01619 \quad (2.3 \text{ NTC})$$

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA:

Se supondrá una losa de 110 mm de espesor.

Bajada de cargas para la obtención de la carga de servicio w .

Carga muerta:

- Losa de concreto armado	$(0.11 \text{ m})(24 \times 10^3 \text{ N/m}^3) = 2.64 \times 10^3 \text{ N/m}^2$
- Acabado de piso	$= 800 \text{ N/m}^2$
- Adicional por (RCDF- 2004)	$= 400 \text{ N/m}^2$
	$3.84 \times 10^3 \text{ N/m}^2$

Carga viva:

$$7.00 \times 10^3 \text{ N/m}^2$$

Carga de servicio

$$w = 10.84 \times 10^3 \text{ N/m}^2$$

a) Cálculo del peralte efectivo mínimo d_{\min} . (véase 6.3.3.5 NTC-2004)

Para el tablero I que es el más desfavorable:

$$d = \frac{\text{perímetro}}{170}$$

$$d = \frac{4500 + 3000 + ((1.25)(4500 + 3000))}{170} = 99.3 \text{ mm}$$

$$f_s = 0.6f_y = 252 \text{ MPa}$$

Como:

$$w = 10.84 \times 10^3 \text{ N/m}^2 = 10.84 \text{ kN/m}^2 > 3.8 \text{ kN/m}^2$$

- El factor de correlación del perímetro será:

$$0.182 \sqrt[4]{f_s w} = 0.182 \sqrt[4]{(252)(10.84)} = 1.3 \quad (6.7 \text{ NTC})$$

$$d_{\min} = (1.3)(99.3) = 129 \text{ mm}$$

$$h = 129 \text{ mm} + 20 \text{ mm (Recubrimiento)} = 149 \text{ mm}$$

∴ Considérese $h = 150 \text{ mm}$.

- Nueva carga total de servicio, w_{Total}

$$w_{\text{Total}} = 800 + 400 + ((0.15)(24 \times 10^3)) + 7.00 \times 10^3 = 11.80 \times 10^3 \text{ N/m}^2$$

- Carga de diseño, w_u .

$$w_u = 1.4(11.80 \times 10^3) = 16.52 \times 10^3 \text{ N/m}^2 = 0.01652 \text{ N/mm}^2 = 16.52 \text{ kN/m}^2 = 1.625 \times 10^{-5} \text{ kN/mm}^2$$

b) Revisión por flexión y por fuerza cortante del peralte propuesto $h = 150 \text{ mm}$.

b-1) Revisión por flexión.

Se elige el tablero más crítico por resistencia, que probablemente es tablero IV.

Se debe de cumplir con: $P \leq P_{\text{máx}}$

Se revisará el momento negativo en el claro corto del tablero IV, con $d = 110 \text{ mm}$.

De la tabla 6.2.1 (Apéndice A) se obtiene interpolando linealmente el coeficiente de momentos K .

Tablero	Momento	Claro	Relación de lados corto a largo, $m = a_1/a_2$													
			0		0.5		0.6		0.7		0.8		0.9		1.0	
			I ²	II ³	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
Interior Todos los bordes continuos	Neg. en bordes interiores	corto	998	1018	553	565	489	498	432	438	381	387	333	338	288	292
		largo	516	544	409	431	391	412	371	388	347	361	320	330	288	292
	Positivo	corto	630	668	312	322	268	276	228	236	192	199	158	164	126	130
		largo	175	181	139	144	134	139	130	135	128	133	127	131	126	130
De borde Un lado corto discontinuo	Neg. en bordes interiores	corto	998	1018	568	594	506	533	451	478	403	431	357	388	315	346
		largo	516	544	409	431	391	412	372	392	350	369	326	341	297	311
	Neg. en bordes dis.	largo	326	0	258	0	248	0	236	0	222	0	206	0	190	0
	Positivo	corto	630	668	329	356	292	306	240	261	202	219	167	181	133	144
	largo	179	187	142	149	137	143	133	140	131	137	129	136	129	135	
De borde Un lado largo discontinuo	Neg. en bordes interiores	corto	1060	1143	583	624	514	548	453	481	397	420	346	364	297	311
		largo	587	687	465	545	442	513	411	470	379	426	347	384	315	346
	Neg. en bordes dis.	corto	651	0	362	0	321	0	283	0	250	0	219	0	190	0
	Positivo	corto	751	912	334	366	285	312	241	263	202	218	164	175	129	135
	largo	185	200	147	158	142	153	138	149	135	146	134	145	133	144	
De esquina Dos lados adyacentes discontinuos	Neg. en bordes interiores	corto	1060	1143	598	653	530	582	471	520	419	464	371	412	324	364
		largo	600	713	475	564	455	541	429	506	394	457	360	410	324	364
	Neg. en borde discontinuos	corto	651	0	362	0	321	0	277	0	250	0	219	0	190	0
		largo	326	0	258	0	248	0	236	0	222	0	206	0	190	0
	Positivo	corto	751	912	358	416	306	354	259	298	216	247	176	199	137	153
	largo	191	212	152	168	146	163	142	158	140	156	138	154	137	153	
Extremo Tres bordes discontinuos un lado largo continuo	Neg. en borde cont.	corto	1060	1143	970	1070	890	1010	810	940	730	870	650	790	570	710
	Neg. en bordes disc.	corto	651	0	370	0	340	0	310	0	280	0	250	0	220	0
		largo	220	0	220	0	220	0	220	0	220	0	220	0	220	0
	Positivo	corto	751	912	730	800	670	760	610	710	550	650	490	600	430	540
	largo	185	200	430	520	430	520	430	520	430	520	430	520	430	520	
Extremo Tres bordes discontinuos un lado corto continuo	Neg. en borde cont.	largo	570	710	570	710	570	710	570	710	570	710	570	710	570	710
	Neg. en borde disc.	corto	570	0	480	0	420	0	370	0	310	0	270	0	220	0
		largo	330	0	220	0	220	0	220	0	220	0	220	0	220	0
	Positivo	corto	1100	1670	960	1060	840	950	730	850	620	740	540	660	430	520
	largo	200	250	430	540	430	540	430	540	430	540	430	540	430	540	
Aislado Cuatro lados discontinuos	Neg. en bordes discontinuos	corto	570	0	550	0	530	0	470	0	430	0	380	0	330	0
		largo	330	0	330	0	330	0	330	0	330	0	330	0	330	0
	Positivo	corto	1100	1670	830	1380	800	1330	720	1190	640	1070	570	950	500	830
		largo	200	250	500	830	500	830	500	830	500	830	500	830	500	830

¹ Para las franjas extremas multiplíquense los coeficientes por 0.60.

² Caso I. Losa colada monolíticamente con sus apoyos.

³ Caso II. Losa no colada monolíticamente con sus apoyos.

Los coeficientes multiplicados por $10^{-4} w a_1^2$, dan momentos flexionantes por unidad de ancho; si w está en kN/m^2 (en kg/m^2) y a_1 en m , el momento da en kN-m/m (en kg-m/m)

Para el caso I, a_1 y a_2 pueden tomarse como los claros libres entre paños de vigas; para el caso II se tomarán como los claros entre ejes, pero sin exceder del claro libre más dos veces el espesor de la losa.

Tabla 6.2.1 (Apéndice A), Coeficientes de momentos flexionantes para tableros rectangulares, franjas centrales¹.

De la relación lado cortó a lado largo.

$$m = \frac{a_1}{a_2}, \text{ se tiene:}$$

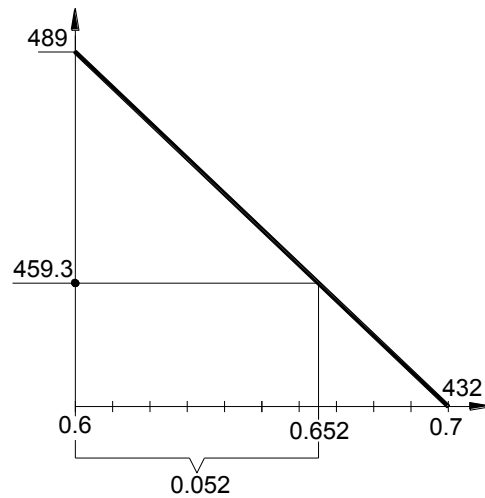
$$m = \frac{4000 - 250}{6000 - 250} = 0.6522 \text{ (Caso 1 de la tabla 6.2.1 (Apéndice A))}$$

- Cálculo del coeficiente de momentos K , en la tabla 6.2.1, se tiene.

Tablero	Momento	Claro	Relación de lados corto a largo $m = a_1 / a_2$	
			0.6	0.7
			I	I
Interior	Negativo	Corto	489	432

Tabla 6.2.1 (Apéndice A)

Interpolando linealmente:



$$\frac{489 - 432}{0.1} = 570$$

$$(570)(0.052) = 29.64$$

$$489 - 29.64 = 459.3$$

$$\therefore K = \frac{495}{10000} = 0.0459$$

Momento último de diseño, M_u

$$M_u = K w_u a_1^2$$

$$M_u = (0.0459)(16.52)(3750^2)$$

$$M_u = 10.66 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$$

- Cálculo de la cuantía de acero, P ,

$$M_u = M_R = F_R b d^2 f_c'' q (1 - 0.5q) \quad (2.4 \text{ NTC})$$

Igualando a cero la ecuación 2.4 tenemos.

$$q^2 - 2q + \frac{M_u}{F_R b d^2 f_c'' (0.5)} = 0$$

$$q^2 - 2q + \frac{10.66 \times 10^6}{(0.9)(1000)((110)^2 (13.6)(0.5)} = 0$$

$$q^2 - 2q + 0.1439 = 0$$

Resolviendo la ecuación cuadrática,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$q = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(0.1439)}}{2(1)}$$

$$q = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 0.5756}}{2} = \frac{2 \pm 1.8505}{2}$$

Entonces

$$q_1 = 1.9252$$

$$q_2 = 0.0747$$

Donde rige el valor más pequeño.

$$\text{de } q = \frac{p f_y}{f_c''} \quad (2.6 \text{ NTC})$$

Despejando la relación o porcentaje de refuerzo:

$$p = \frac{q f_c''}{f_y}$$

$$p = \frac{(0.0747)(13.6)}{420} = 0.00242$$

$$p = 0.00242 < p_{m\acute{a}x} = 0.01619$$

∴ el peralte supuesto de 150 mm se acepta por flexión

b-2) Revisión por cortante (En este caso ocurre en el claro corto del tablero IV)

- La fuerza cortante, V que actúa en un ancho unitario de la losa, se incrementará un 15% por tener bordes continuos y discontinuos (véase 6.3.3.6 NTC-2004).

$$V = \left[\left(\frac{a_1}{2} - d \right) \left(0.95 - 0.5 \frac{a_1}{a_2} \right) w \right] (1.15) \quad (6.8 \text{ NTC})$$

$$V = \left[\left(\frac{3750}{2} - 110 \right) \left(0.95 - 0.5 \frac{3750}{5750} \right) (16.52) \right] (1.15)$$

$$V = 20.92 \times 10^3 \text{ N}$$

- Fuerza cortante de diseño que toma el concreto, V_{cR} .

$$V_{cR} = 0.16 F_R b d \sqrt{f_c}^* \quad (2.20 \text{ NTC})$$

Las NTC-2004 indican reducir el peralte efectivo en 20 mm para calcular el acero del lecho superior en losas de espesor menor o igual a 20 mm cuando no se tienen precauciones especiales en la construcción para evitar la variación de dicho peralte (véase 1.6d NTC-2004).

$$d = h - \text{recubrimiento} - 20 \text{ mm}$$

$$d = 150 \text{ mm} - 20 \text{ mm} - 20 \text{ mm}$$

$$d = 110 \text{ mm}$$

$$V_{cR} = (0.16)(0.8)(1000)(110)\sqrt{16} \quad (2.20 \text{ NTC})$$

$$V_{cR} = 56320 \text{ N} > V = 20920 \text{ N}$$

∴ pasa por fuerza cortante el peralte propuesto de 150 mm.

c) Análisis y dimensionamiento por flexión.

- Peraltes efectivos:

Refuerzo positivo: $d = h - \text{recubrimiento} = 150 - 20 = 130 \text{ mm}$

Refuerzo negativo: $d = h - \text{recubrimiento} - 20 = 150 - 20 - 20 = 110 \text{ mm}$

- Cálculo de refuerzo mínimo, por tratarse de una losa perimetralmente apoyada se calcula por cambios volumétricos (véase 5.7 NTC-2004).

$$a_{s1} = \frac{660 x_1}{f_y (x_1 + 1000)} \quad (5.3 \text{ NTC})$$

Donde:

a_{s1} es el área transversal del refuerzo colocado en la dirección que se considera, por unidad de ancho de la pieza, mm^2 / mm .

x_1 dimensión mínima del miembro medida perpendicularmente al refuerzo, mm .

$$a_{s1} = \frac{(660)(150)}{(420)(150 + 1000)} = 0.2049 \text{ mm}^2 / \text{mm} \quad (5.3 \text{ NTC})$$

El refuerzo se colocará en una sola capa ya que, x_1 , no excede de 150 mm . (véase 5.7 NTC-2004).

El área de acero de refuerzo mínima para un ancho de 1000 mm será:

$$A_{s \text{ min.}} = (1000)(0.2049) = 204.9 \text{ mm}^2 / \text{mm}$$

La separación, S , para esta área de acero será igual a:

$$S = \frac{1000 d_b}{A_{s \text{ min.}}}$$

$$S = \frac{(1000) (71)}{204.9} = 346.5 \text{ mm}$$

La separación máxima, $S_{m\acute{a}x.}$, será

$$S_{m\acute{a}x.} = 500 \text{ mm} \text{ ó } 3.5 h = (3.5)(150) = 525 \text{ mm}$$

De lo anterior rige la de 346.5 mm \therefore se usará una separación máxima de 300 mm .

Por sencillez, en vez de emplear la fórmula anterior puede suministrarse un refuerzo mínimo con cuantía de acero igual a $P_{\min} = 0.002$ (Véase 5.7 NTC-2004).

El área de acero de refuerzo mínima para un ancho de 1000 mm será:

$$A_{s \min.} = p b d = (0.002) (1000) (110) = 220 \text{ mm}^2 / \text{mm}$$

La separación, s , para esta área de acero será igual a:

$$s = \frac{1000 d_b}{A_{s \min.}}$$

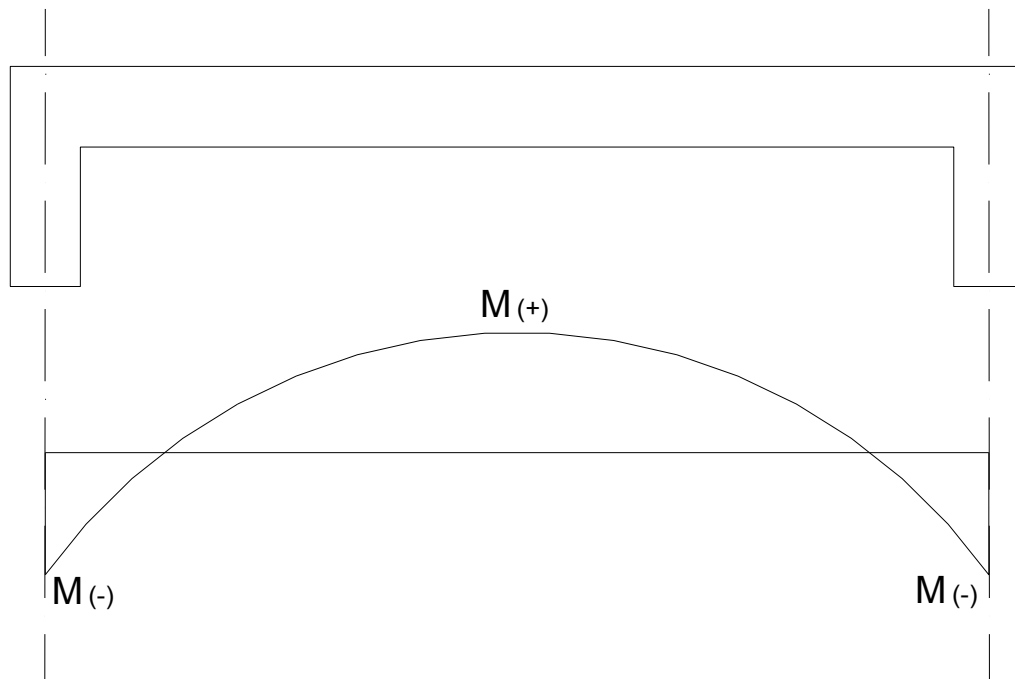
$$s = \frac{(1000) (71)}{220} = 322.7 \text{ mm}$$

∴ se usará una separación máxima de 300 mm

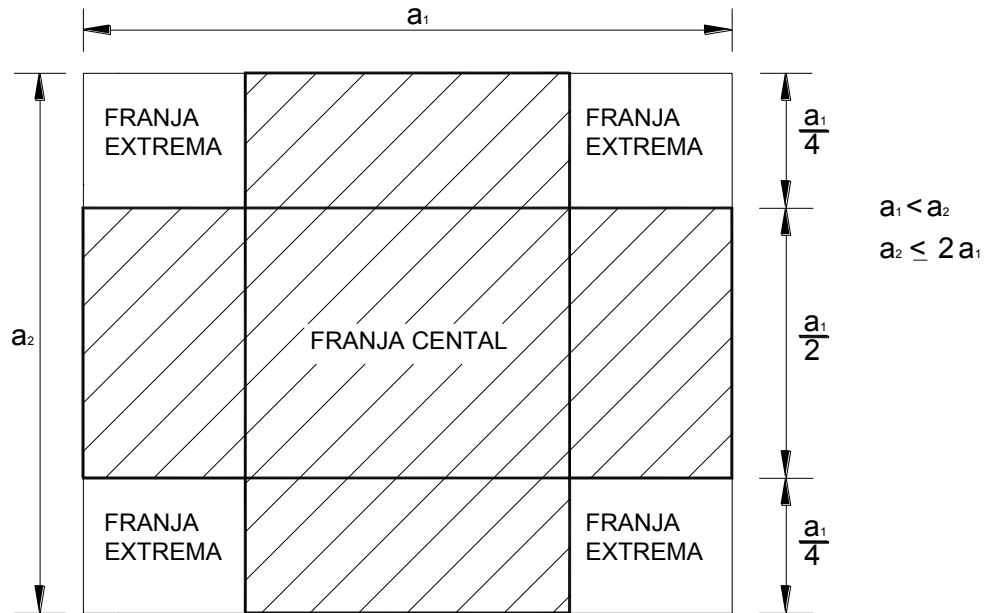
d) Cálculo de momentos últimos por unidad de ancho en las franjas centrales de cada tablero.

- Secciones críticas y franjas centrales de refuerzo.

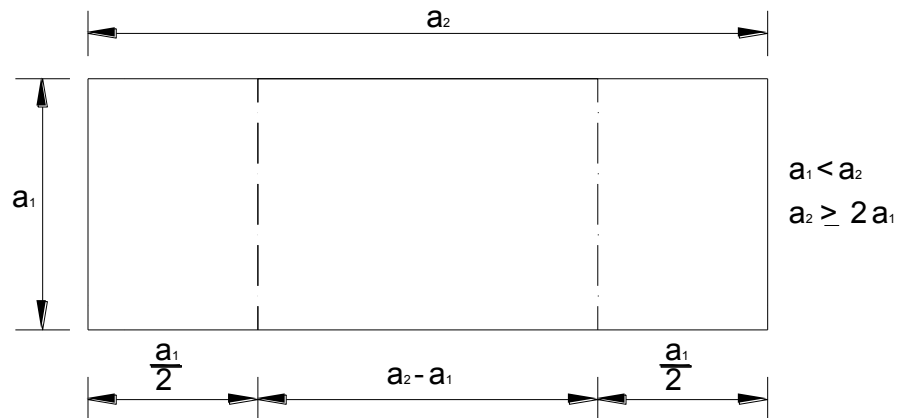
Para momento negativo las secciones críticas se tomarán en los bordes del tablero y para el positivo, en las líneas medias (Figura 6.2.2).



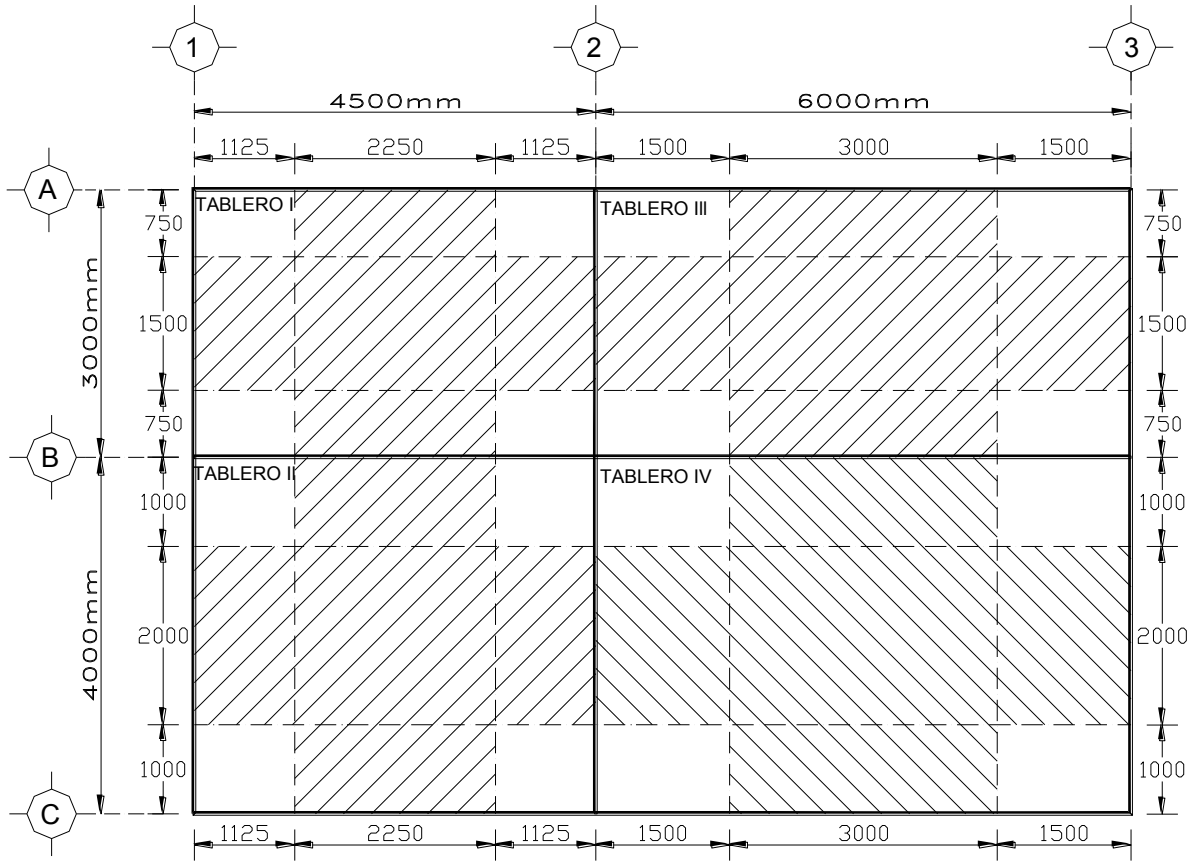
Para la colocación del refuerzo la losa se considerará dividida en cada dirección. En dos franjas extremas y en una central. Para relaciones de claro corto a largo, a_1 / a_2 , mayores que 0.5, las franjas centrales tendrán un ancho igual a la mitad del claro perpendicular a ellas, y cada franja extrema tiene un ancho igual a la cuarta parte del mismo (Figura 6.2.3).



Para la relación a_1 / a_2 menores de 0.5 la franja central perpendicular al lado largo tendrá un ancho igual de $a_2 - a_1$ y cada franja extrema igual, $\frac{a_1}{2}$ (Figura 6.2.4)



En la figura 6.2.5 se observa la distribución de las franjas centrales para los tableros I, II, III y IV, con la relación a_1 / a_2 .



Valores de a_1 / a_2 y $w_u a_1^2$ para los tableros I, II, III y IV, (Tabla 6.2.2), todos los tableros se encuentran dentro del caso I de la tabla 6.2.1 (Apéndice A).

Tablero	Tipo	a_1 (m)	a_2 (m)	a_1 / a_2	$w_u a_1^2$ (kN)
I	De esquina	2.75	4.25	0.647	124.93
II	De borde, un lado corto discontinuo	3.75	4.25	0.882	232.31
III	De borde, un lado largo discontinuo	2.75	5.75	0.478	124.93
IV	Interior	3.75	5.75	0.652	232.31

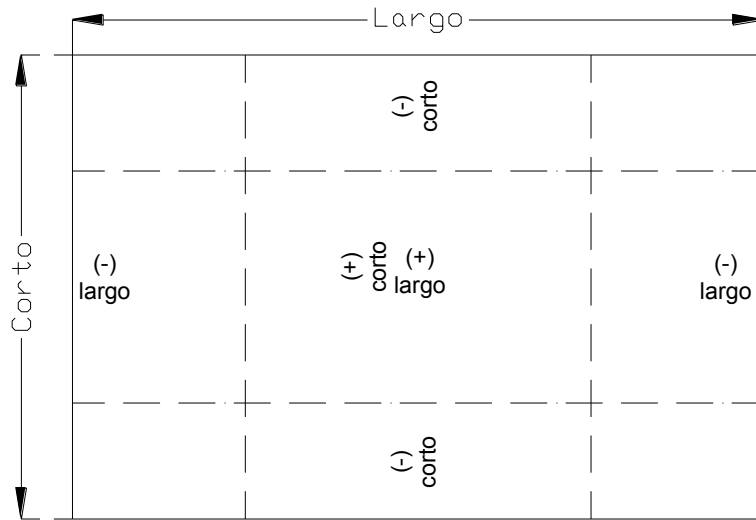
Tabla 6.2.2 Valores de a_1 / a_2 y $w_u a_1^2$ para los tableros I, II, III y IV,

- Obtención de los momentos teóricos flexionantes de diseño, M_u , (Tabla 6.2.3).

Los coeficientes de momentos flexionantes, K , se obtienen interpolando como se hizo anteriormente en el inciso (b) y con los datos de la tabla 6.2.2.

Tabla 6.2.3 Momentos teóricos de diseño, M_u .				
Tablero	Momento	Claro	Coeficiente K	$M_u = K w_u a_1^2$ (kN-m/m)
De esquina (Tablero I)	Neg. En bordes interiores	corto	0.0502	6.271
		largo	0.0443	5.534
	Neg. En bordes discontinuos	corto	0.0300	3.748
		largo	0.0242	3.023
	Positivo	corto	0.0284	3.548
		largo	0.0144	1.799
De borde, un lado corto discontinuo (Tablero II)	Neg. En bordes interiores	corto	0.0365	8.479
		largo	0.0330	7.666
	Neg. En bordes discontinuos	largo	0.0209	4.855
		Positivo	corto	0.0173
		largo	0.0129	2.997
	De borde, un lado largo discontinuo (Tablero III)	Neg. En bordes interiores	corto	0.0604
largo			0.0470	5.872
Neg. En bordes discontinuos		corto	0.0375	4.685
		Positivo	Corto	0.0352
			largo	0.0149
Interior (Tablero VI)		Neg. En bordes interiores	corto	0.0459
	largo		0.0381	8.851
	Positivo	corto	0.0247	5.738
		largo	0.0132	3.066

En la figura 6.2.6 se observa la distribución de los momentos M_u , en un tablero.



En la figura 6.2.7 se observan los momentos teóricos de diseño, M_u , en cada tablero.

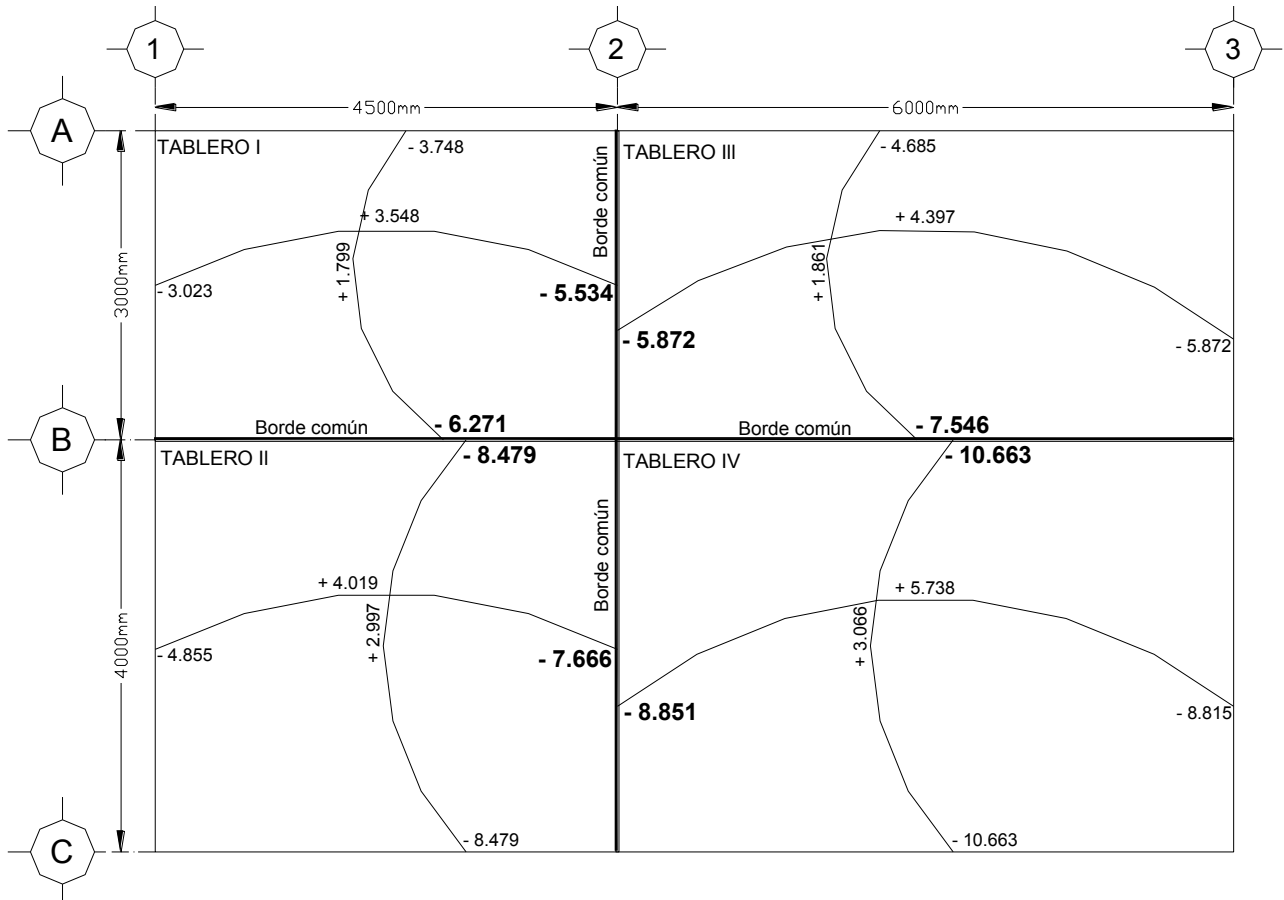


Figura 6.2.7 Distribución de momentos teóricos de diseño M_u .

En la figura 6.2.7 se observa que los momentos obtenidos en el borde común son distintos, por lo cual se hará una distribución de momentos flexionantes.

e) Distribución de momentos flexionantes entre tableros adyacentes. (Véase 6.3.3.3 NTC-2004)

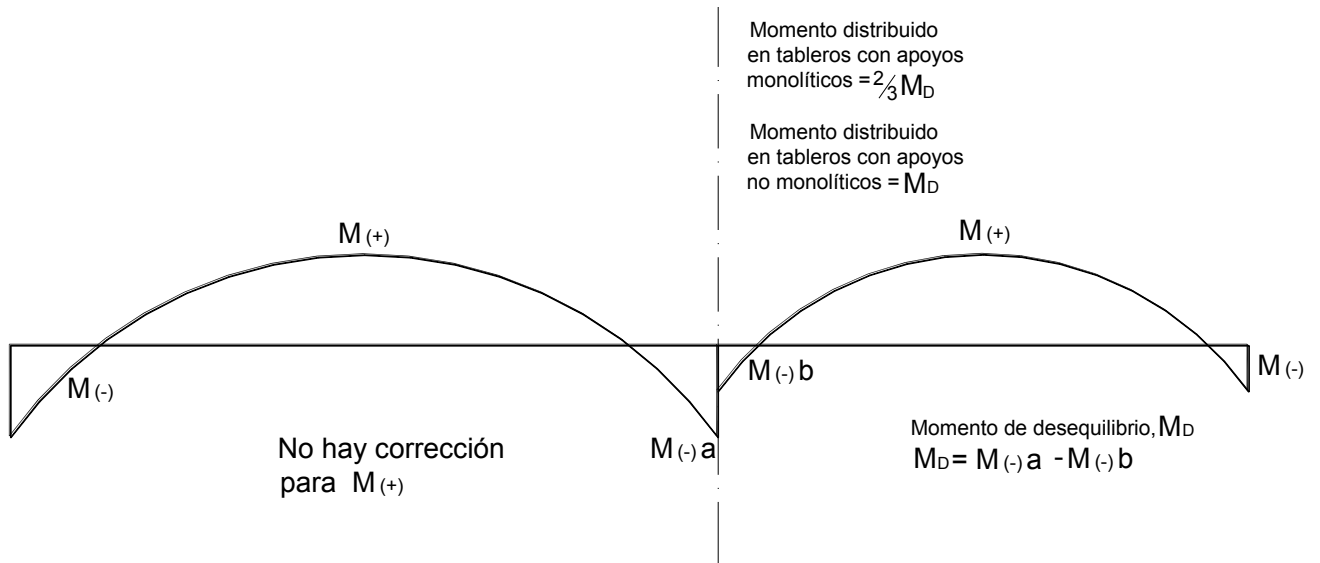


Figura 6.2.8 Distribución de momentos entre tableros adyacentes.

Obtención de los momentos ajustados de diseño, M_{AD} , en el borde común:

- Distribución de momento entre el tablero I y II.

Momento de desequilibrio, $M_D = M(-)a - M(-)b$

$$M_D = 8.479 - 6.271 = 2.208 \text{ kN} - \text{m} / \text{m}$$

El momento por distribuir será igual a, $\frac{2}{3}M_D$

$$\frac{2}{3}M_D = \frac{2}{3}(2.208) = 1.472 \text{ kN} - \text{m} / \text{m}$$

Los momentos ajustados de diseño, M_{AD} , en el tablero I y II serán igual a;

$$M_{AD} = 8.479 - \frac{1.472}{2} = 7.743 \text{ kN} - \text{m} / \text{m}$$

$$M_{AD} = 6.271 + \frac{1.472}{2} = 7.007 \text{ kN} - \text{m} / \text{m}$$

- Distribución de momento entre el tablero II y VI.

Momento de desequilibrio, $M_D = M(-)a - M(-)b$

$$M_D = 8.851 - 7.666 = 1.185 \text{ kN} - m / m$$

El momento por distribuir será igual a, $2/3 M_D$

$$\frac{2}{3} M_D = \frac{2}{3} (1.185) = 0.79 \text{ kN} - m / m$$

Los momentos ajustados de diseño, M_{AD} , en el tablero I y II serán igual a;

$$M_{AD} = 8.851 - \frac{0.79}{2} = 8.456 \text{ kN} - m / m$$

$$M_{AD} = 7.666 + \frac{0.79}{2} = 8.061 \text{ kN} - m / m$$

- Distribución de momento entre el tablero III y VI.

Momento de desequilibrio, $M_D = M(-)a - M(-)b$

$$M_D = 10.663 - 7.546 = 3.117 \text{ kN} - m / m$$

El momento por distribuir será igual a, $2/3 M_D$

$$\frac{2}{3} M_D = \frac{2}{3} (3.117) = 2.078 \text{ kN} - m / m$$

Los momentos ajustados de diseño, M_{AD} , en el tablero I y II serán igual a;

$$M_{AD} = 10.663 - \frac{2.078}{2} = 9.624 \text{ kN} - m / m$$

$$M_{AD} = 7.546 + \frac{2.078}{2} = 8.585 \text{ kN} - m / m$$

- Distribución de momento entre el tablero I y III.

Momento de desequilibrio, $M_D = M(-)a - M(-)b$

$$M_D = 5.872 - 5.534 = 0.338 \text{ kN} - m / m$$

El momento por distribuir será igual a, $\frac{2}{3} M_D$

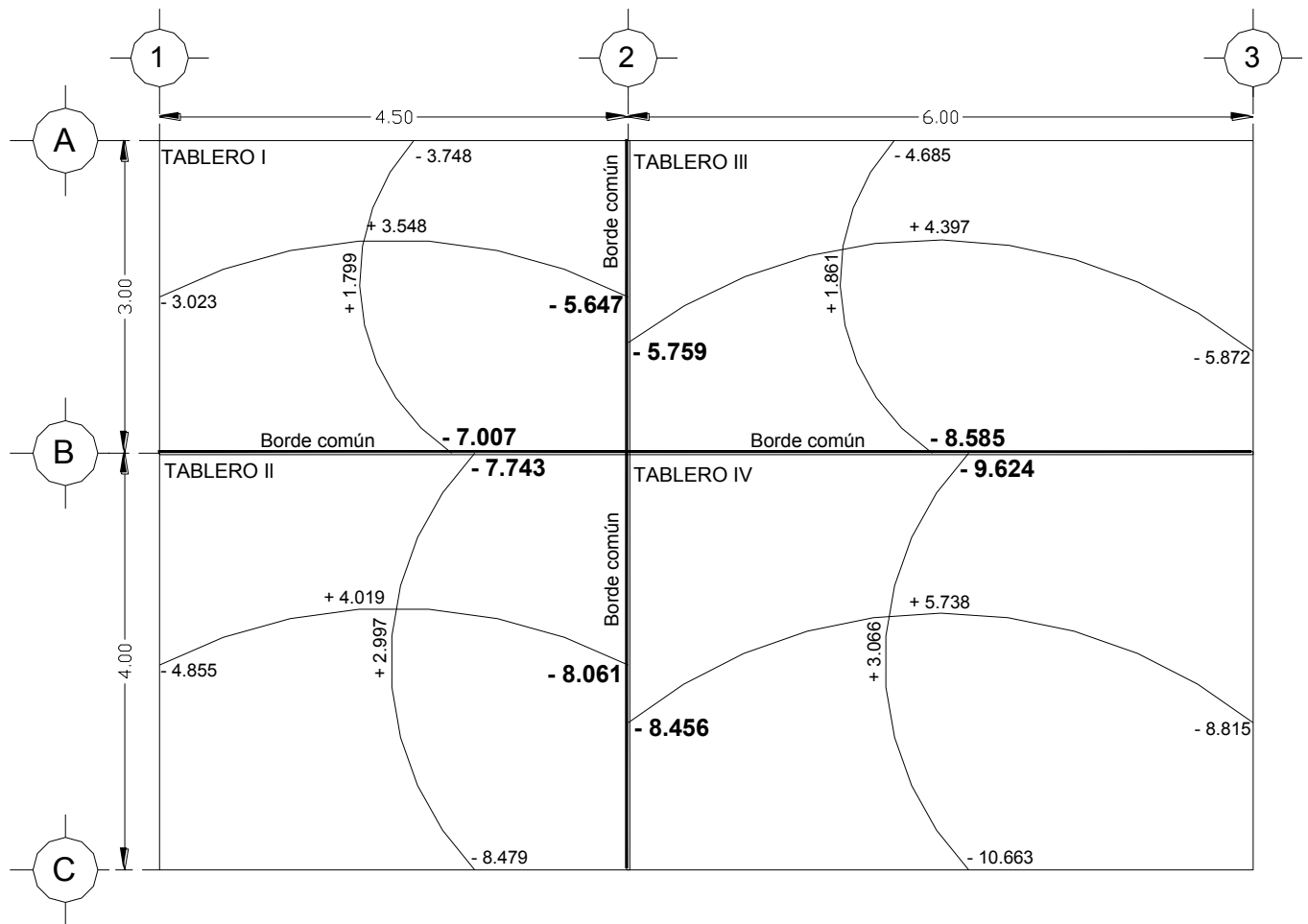
$$\frac{2}{3} M_D = \frac{2}{3} (0.338) = 0.225 \text{ kN} - \text{m} / \text{m}$$

Los momentos ajustados de diseño, M_{AD} , en el tablero I y II serán igual a;

$$M_{AD} = 5.872 - \frac{2.25}{2} = 5.759 \text{ kN} - \text{m} / \text{m}$$

$$M_{AD} = 5.534 + \frac{0.225}{2} = 5.647 \text{ kN} - \text{m} / \text{m}$$

En la figura 2.2.9 se observan los momentos ajustados de diseño, M_{AD} , en el borde común de los tableros I, II, III y IV.



Una vez obtenidos los Momentos ajustados de diseño, M_{AD} , se calcularán las áreas de acero mínimas, $A_{s\min}$, y la separación de barras de acero longitudinal, S .

Los Peraltes efectivos serán:

Refuerzo positivo: $d = h - \text{recubrimiento} = 150 - 20 = 130 \text{ mm}$

Refuerzo negativo: $d = h - \text{recubrimiento} - 20 = 150 - 20 - 20 = 110 \text{ mm}$

- Cálculo del área de acero, $A_{s\min}$ y la separación de acero longitudinal, S , Para el tablero I, con el momento Negativo, en bordes interiores en el claro corto.

$$M_{AD} = M_u = 7.007 \text{ kN-m/m}$$

- Cálculo de la cuantía de acero, P ,

$$M_u = M_R = F_R b d^2 f_c'' q (1 - 0.5q) \quad (2.4 \text{ NTC})$$

Igualando a cero la ecuación 2.4 tenemos

$$q^2 - 2q + \frac{M_u}{F_R b d^2 f_c'' (0.5)} = 0$$

$$q^2 - 2q + \frac{700.7 \times 10^3}{(0.9)(1000)((110)^2 (1.36)(0.5)} = 0$$

$$q^2 - 2q + 0.09462 = 0$$

Resolviendo la ecuación cuadrática,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$q = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(0.09462)}}{2(1)}$$

$$q = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 0.09462}}{2} = \frac{2 \pm 1.9030}{2}$$

Entonces

$$q_1 = 1.95151$$

$$q_2 = 0.04848 \therefore \text{rige el valor más pequeño.}$$

de $q = \frac{p f_y}{f_c}$ (2.6 NTC)

Despejando la relación o porcentaje de refuerzo:

$$p = \frac{q f_c}{f_y}$$

$$p = \frac{(0.04848)(13.6)}{420} = 0.00157$$

$$p = 0.00157 < p_{\min} = 0.002$$

∴ Por lo tanto se suministrará el refuerzo mínimo con una cuantía de acero igual a $p_{\min} = 0.002$

El área de acero de refuerzo mínima para un ancho de 1000 mm será:

$$A_{s \min.} = p b d = (0.002) (1000) (110) = 220 \text{ mm}^2 / \text{mm}$$

La separación, S , para esta área de acero será igual a:

$$s = \frac{100 d_b}{A_{s \min.}}$$

$$s = \frac{(1000) (71)}{220} = 322.7 \text{ mm}$$

La separación máxima, $s_{\max.}$, será

$$s_{\max.} = 500 \text{ mm} \text{ ó } 3.5 h = (3.5)(150) = 525 \text{ mm}$$

De lo anterior rige la de 322.7 mm, ∴ se usará una separación máxima de 300 mm

La obtención de las separaciones de barras de acero, S , para cada tablero se obtendrá de igual manera y se tendrá la (tabla 6.2.4).

Tabla 6.2.4 Momentos ajustados de diseño, M_{AD} y separación de barras s .							
Tablero	Momento	Claro	Coef. K	M_u ($kN-m/m$)	M_{AD} ($kN-m/m$)	% Acero (p)	Sep. Var. # 3 (S) (mm.)
De esquina (Tablero I)	Neg. En bordes interiores	corto	0.0502	6.271	7.007	0.00157	@ 300
		largo	0.0443	5.534	5.647	0.00126	@ 300
	Neg. En bordes discontinuos	corto	0.0300	3.748		0.00830	@ 300
		largo	0.0242	3.023		0.00066	@ 300
	Positivo	corto	0.0284	3.548		0.00056	@ 300
		largo	0.0144	1.799		0.00028	@ 300
De borde, un lado corto discontinuo (Tablero II)	Neg. En bordes interiores	corto	0.0365	8.479	7.743	0.00174	@ 300
		largo	0.0330	7.666	8.061	0.00183	@ 300
	Neg. En bordes discontinuos	largo	0.0209	4.855		0.00107	@ 300
	Positivo	corto	0.0173	4.019		0.00063	@ 300
		largo	0.0129	2.997		0.00047	@ 300
De borde, un lado largo discontinuo (Tablero III)	Neg. En bordes interiores	corto	0.0604	7.546	8.585	0.00193	@ 300
		largo	0.0470	5.872	5.759	0.00128	@ 300
	Neg. En bordes discontinuos	corto	0.0375	4.685		0.00104	@ 300
	Positivo	Corto	0.0352	4.397		0.00099	@ 300
		largo	0.0149	1.861		0.00029	@ 300
Interior (Tablero VI)	Neg. En bordes interiores	corto	0.0459	10.663	962.4	0.00217	@ 297
		largo	0.0381	8.851	845.6	0.00190	@ 300
	Positivo	corto	0.0247	5.738		0.00091	@ 300
		largo	0.0132	3.066		0.00048	@ 300

Para el tablero VI, en el momento Negativo, del borde interior del claro corto, que dio una separación de 297 mm , se colocará una separación igual a 300 mm .

Para el refuerzo en las franjas extremas se usará el 60% del acero requerido en las franjas centrales respetando las especificaciones de acero mínimo y separaciones máximas.

Con la tabla anterior, donde se analizó el tablero más crítico, se concluye que en todos los tableros la separación máxima del refuerzo será igual a $s = 300 \text{ mm}$. (véase figura 6.2.10)

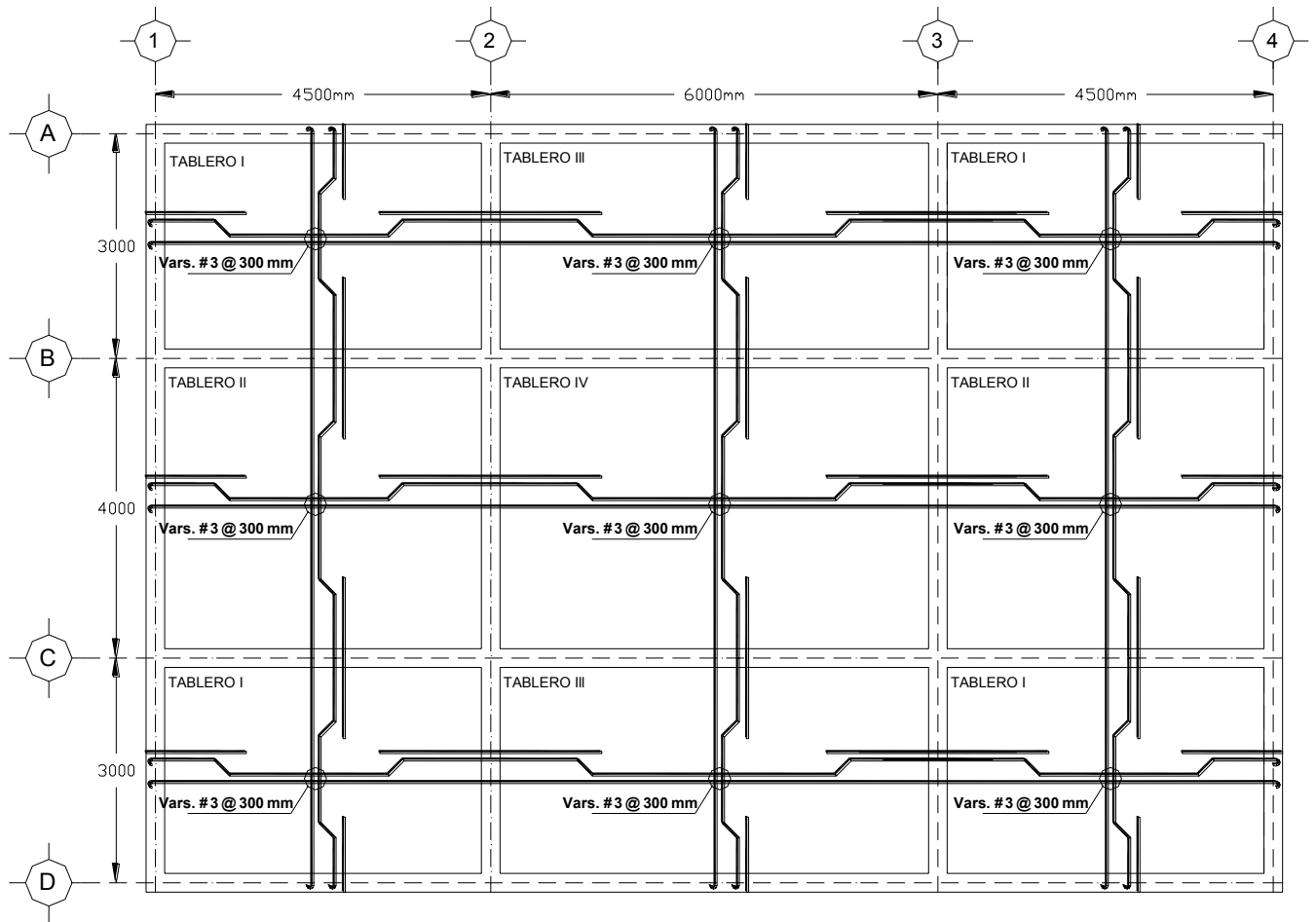
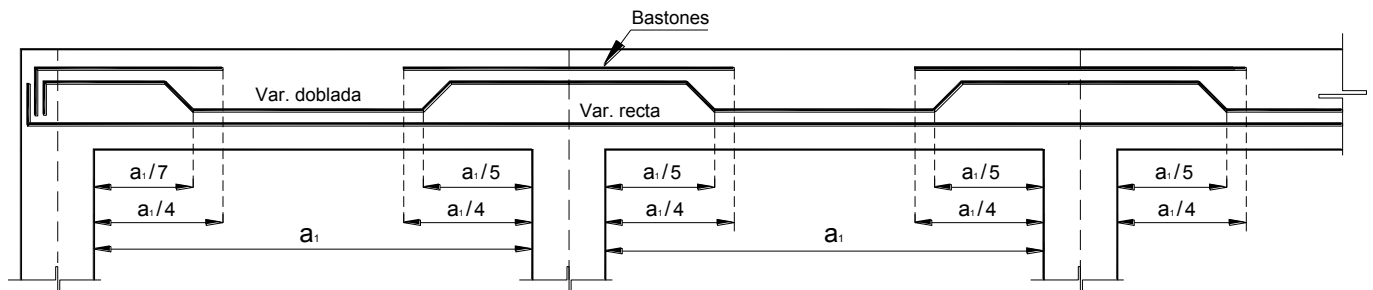


Figura 6.2.10 Separación de acero en todos los tableros.

- Colocación del refuerzo por flexión en la losa.

En la figura 6.2.11 se muestran los detalles de dobleces de la varilla. Obsérvese que se disponen bastones por la parte superior para compensar la pérdida de acero negativo en los bordes de cada tablero.



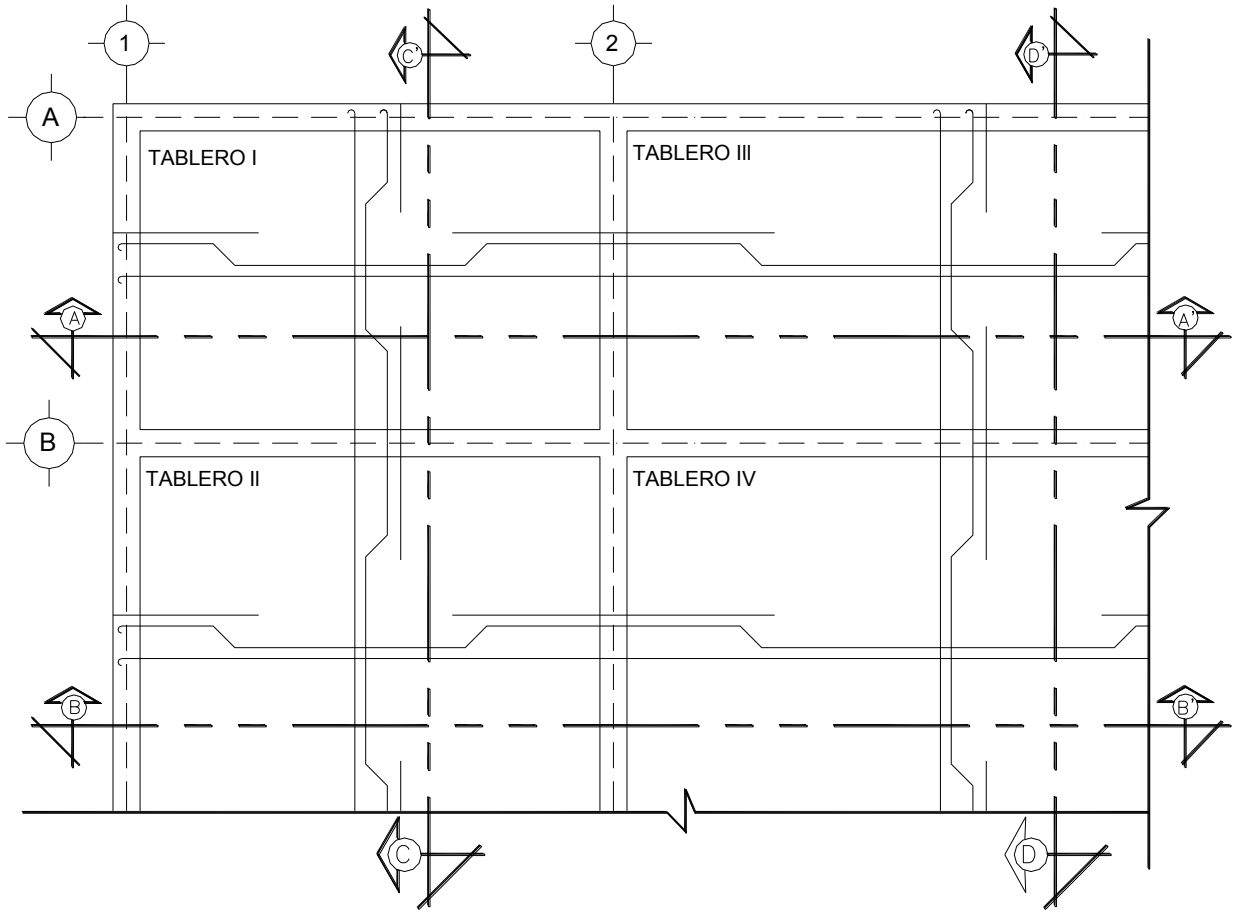
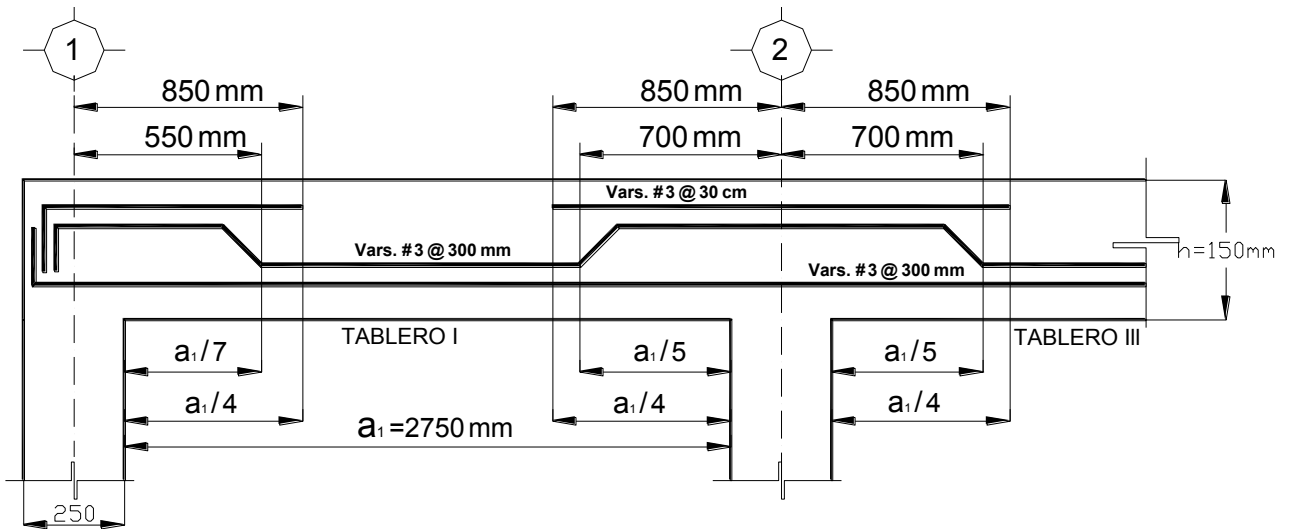


Figura 6.2.12 Corte longitudinal y transversal en la losa.

- Croquis de armado de la sección A - A'



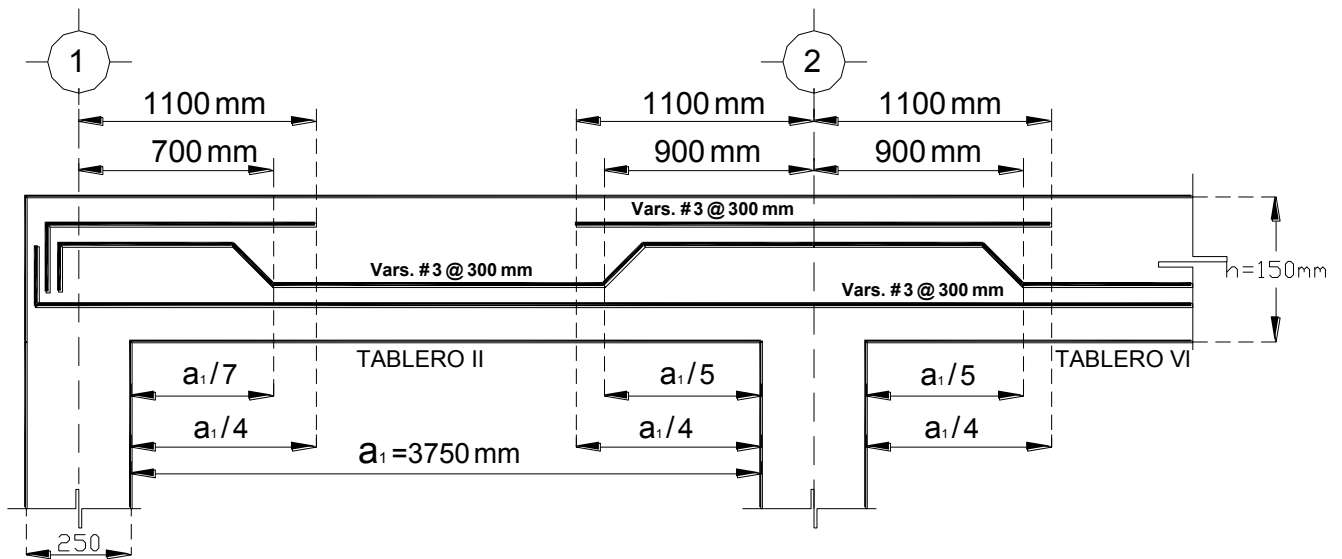
Corte de barras para el tablero I.

$$\frac{a_1}{7} + \frac{250}{2} = \frac{2750}{7} + \frac{250}{2} = 517.8 \text{ mm} \quad \therefore \text{se colocarán } 550 \text{ mm}.$$

$$\frac{a_1}{4} + \frac{250}{2} = \frac{2750}{4} + \frac{250}{2} = 812.5 \text{ mm} \quad \therefore \text{se colocarán } 850 \text{ mm}.$$

$$\frac{a_1}{5} + \frac{250}{2} = \frac{2750}{5} + \frac{250}{2} = 675 \text{ mm} \quad \therefore \text{se colocarán } 700 \text{ mm}.$$

- Croquis de armado de la sección B - B'



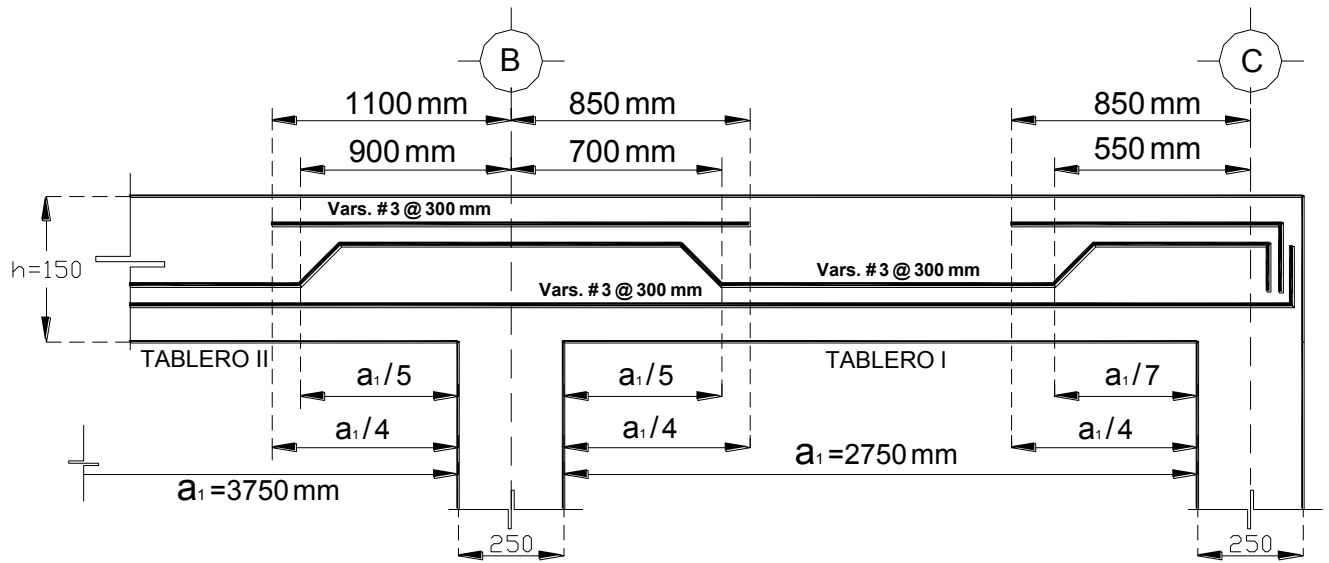
Corte de barras para el tablero II.

$$\frac{a_1}{7} + \frac{250}{2} = \frac{3750}{7} + \frac{250}{2} = 6610 \text{ mm} \quad \therefore \text{se colocarán } 700 \text{ mm}.$$

$$\frac{a_1}{4} + \frac{250}{2} = \frac{3750}{4} + \frac{250}{2} = 1063 \text{ mm} \quad \therefore \text{se colocarán } 1100 \text{ mm}.$$

$$\frac{a_1}{5} + \frac{250}{2} = \frac{3750}{5} + \frac{250}{2} = 875 \text{ mm} \quad \therefore \text{se colocarán } 900 \text{ mm}.$$

- Croquis de armado de la sección C – C ´



Corte de barras para el tablero I.

$$\frac{a_1}{7} + \frac{250}{2} = \frac{2750}{7} + \frac{250}{2} = 517.8 \text{ mm} \quad \therefore \text{se colocarán } 550 \text{ mm}.$$

$$\frac{a_1}{4} + \frac{250}{2} = \frac{2750}{4} + \frac{250}{2} = 812.5 \text{ mm} \quad \therefore \text{se colocarán } 850 \text{ mm}.$$

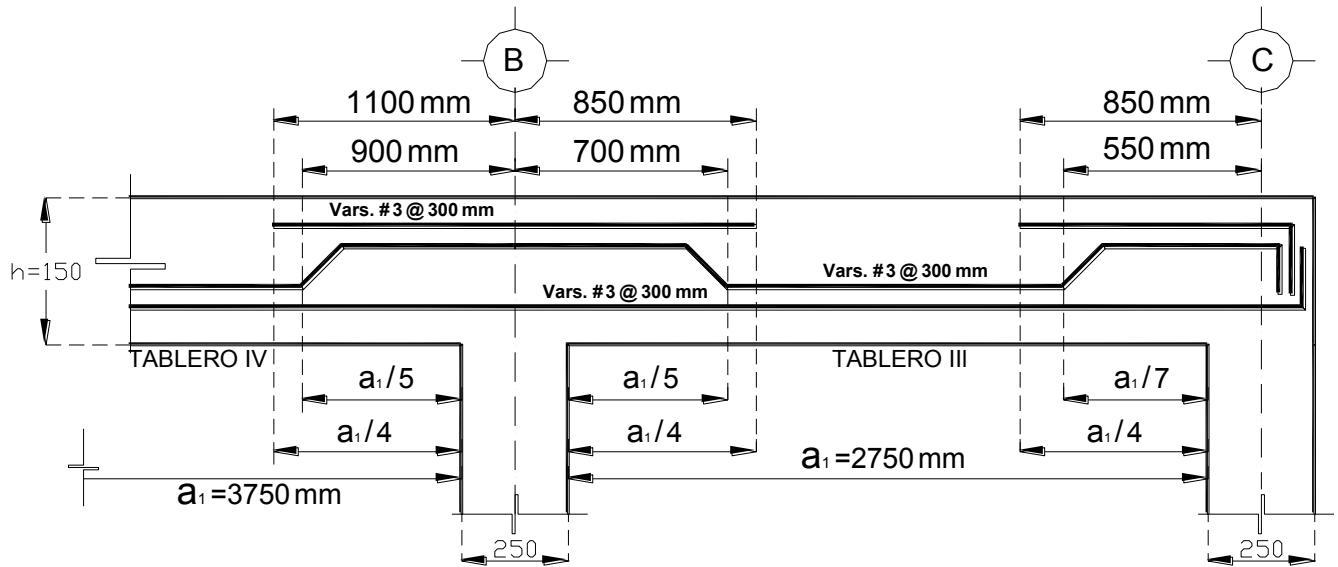
$$\frac{a_1}{5} + \frac{250}{2} = \frac{2750}{5} + \frac{250}{2} = 675 \text{ mm} \quad \therefore \text{se colocarán } 700 \text{ mm}.$$

Corte de barras para el tablero II.

$$\frac{a_1}{4} + \frac{250}{2} = \frac{3750}{4} + \frac{250}{2} = 1063 \text{ mm} \quad \therefore \text{se colocarán } 1100 \text{ mm}$$

$$\frac{a_1}{5} + \frac{250}{2} = \frac{3750}{5} + \frac{250}{2} = 875 \text{ mm} \quad \therefore \text{se colocarán } 900 \text{ mm}.$$

- Croquis de armado de la sección D – D ´



Corte de barras para el tablero III.

$$\frac{a_1}{7} + \frac{250}{2} = \frac{2750}{7} + \frac{250}{2} = 517.8 \text{ mm} \quad \therefore \text{se colocarán } 550 \text{ mm}.$$

$$\frac{a_1}{4} + \frac{250}{2} = \frac{2750}{4} + \frac{250}{2} = 812.5 \text{ mm} \quad \therefore \text{se colocarán } 850 \text{ mm}.$$

$$\frac{a_1}{5} + \frac{250}{2} = \frac{2750}{5} + \frac{250}{2} = 675 \text{ mm} \quad \therefore \text{se colocarán } 700 \text{ mm}.$$

Corte de barras para el tablero IV.

$$\frac{a_1}{4} + \frac{250}{2} = \frac{3750}{4} + \frac{250}{2} = 1063 \text{ mm} \quad \therefore \text{se colocarán } 1100 \text{ mm}$$

$$\frac{a_1}{5} + \frac{250}{2} = \frac{3750}{5} + \frac{250}{2} = 875 \text{ mm} \quad \therefore \text{se colocarán } 900 \text{ mm}.$$

6.3 DISEÑO DE UNA LOSA PLANA ALIGERADA

DATOS DEL PROBLEMA:

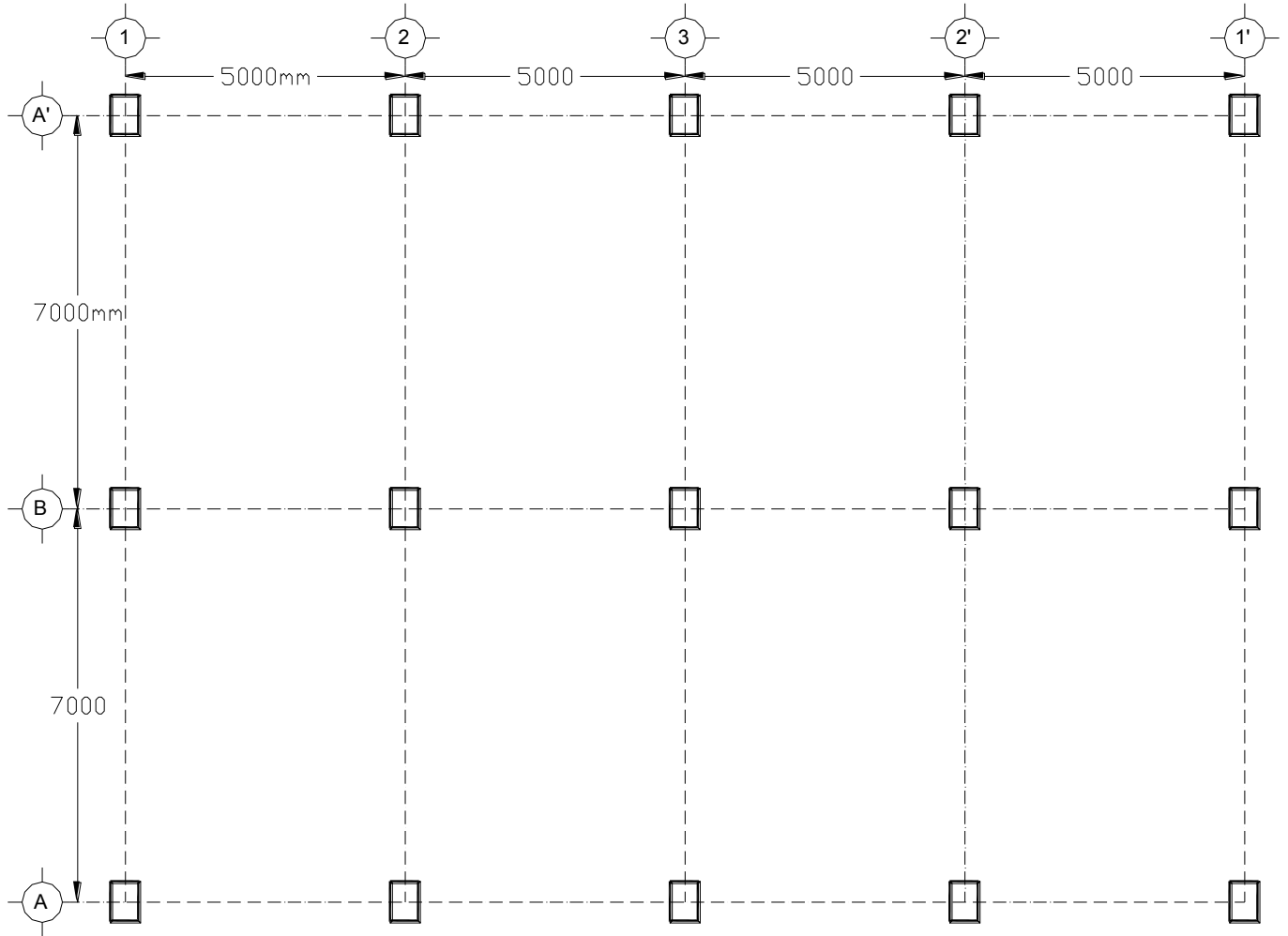


Figura 6.10. Losa en planta del nivel 2, del ejemplo 6.1

Dimensiones, en *mm*.

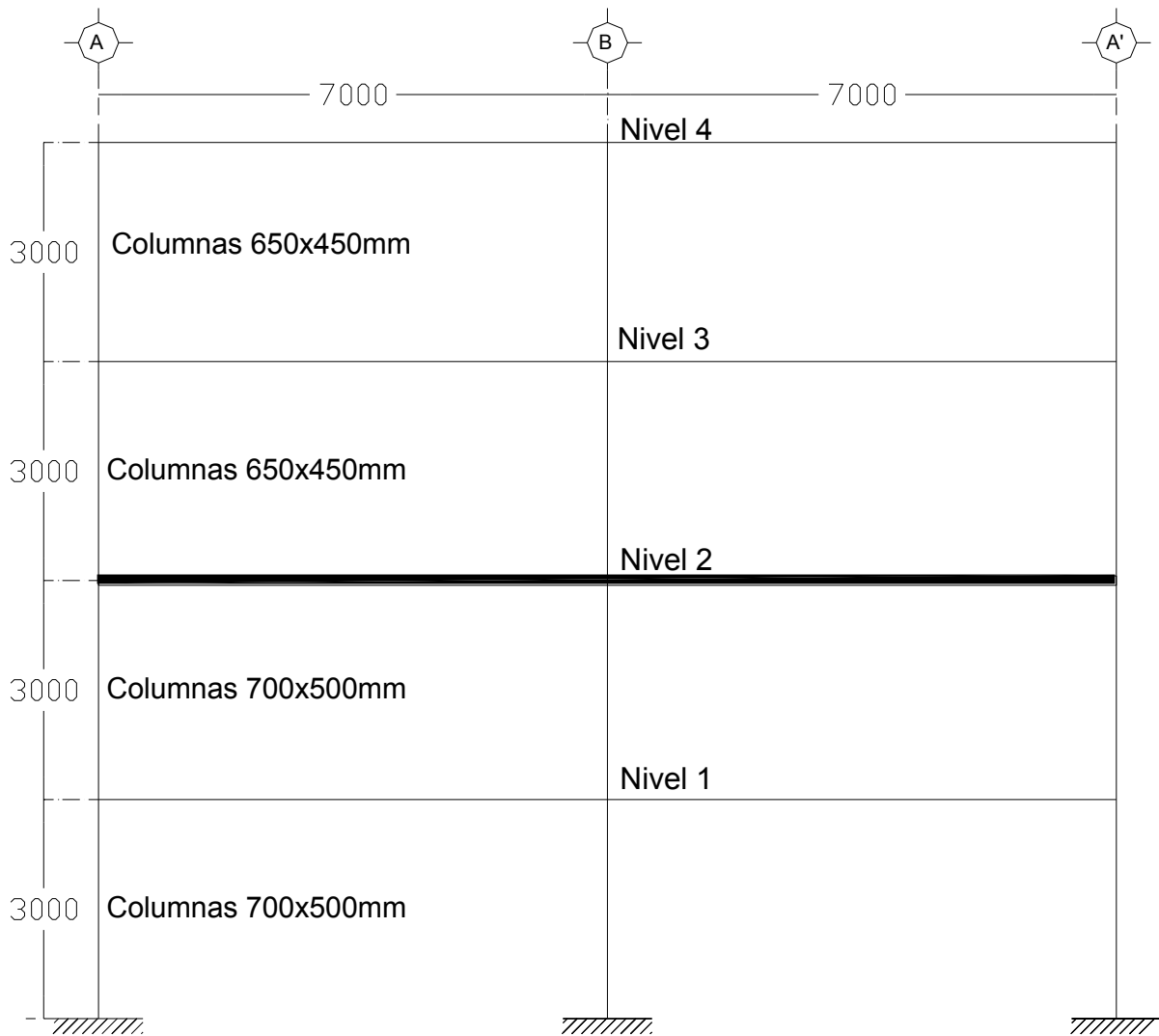


Figura 6.3.2 Corte longitudinal del ejemplo 6.3

Dimensiones, en *mm*.

En el ejemplo se hará el dimensionamiento en una dirección de la losa del nivel 2 de un edificio de cuatro niveles formado por losas planas aligeradas y columnas. El edificio está destinado a oficinas (grupo B) y se encuentra situado en la zona III. En un caso real se tendría que dimensionar también en la dirección perpendicular. La dirección que se estudia en ejemplo es la que tiene claros de 7000 mm. De acuerdo con el inciso 8.2 de las NTC-2004, se aplica $Q = 2$.

Para estimar el peralte debe aplicarse el inciso 8.10 de las NTC – 2004, procedimiento por tanteos, en el ejemplo rigió el peralte de losa necesario para limitar las deformaciones laterales de entrepiso a 0.006.

Columnas de $700 \times 500 \text{ mm}$

Peralte efectivo $d = 360 \text{ mm}$

Espesor de la losa $h = 400 \text{ mm}$

Factor de carga para La combinación de $(CM + CV_{m\acute{a}x}) \quad F_c = 1.4$

Factor de carga para la combinación de $(CM + CV_{int} + Sismo) \quad F_c = 1.1$

MATERIALES

$$f_c' = 25 \text{ MPa} \quad (\text{Concreto clase 1})$$

$$f_y = 420 \text{ MPa}$$

CONSTANTES DE CÁLCULO:

$$f_c^* = 0.8 f_c' = 0.8 (25) = 20 \text{ MPa} \quad (1.12 \text{ NTC})$$

$$f_c'' = 0.85 f_c^* = 0.85 (20) = 17 \text{ MPa} \quad (2.1e \text{ NTC})$$

$$\beta_1 = 0.85 \quad (\text{Por ser } f_c^* < 28 \text{ MPa})$$

- Cálculo de cuantía mínima de acero

$$p_{\min} = \frac{0.22 \sqrt{f_c'}}{f_y} = \frac{0.22 \sqrt{25}}{420} = 0.00262 \quad (2.2 \text{ NTC})$$

- Cálculo de cuantía balanceada de acero

$$p_b = \frac{f_c''}{f_y} \frac{600 \beta_1}{f_y + 600} = \frac{17}{420} \frac{600(0.85)}{420 + 600} = 0.02023 \quad (2.3 \text{ NTC})$$

- Cálculo de cuantía máxima de acero

$$p_{\max.} = 0.75 p_b = 0.75(0.02023) = 0.01517$$

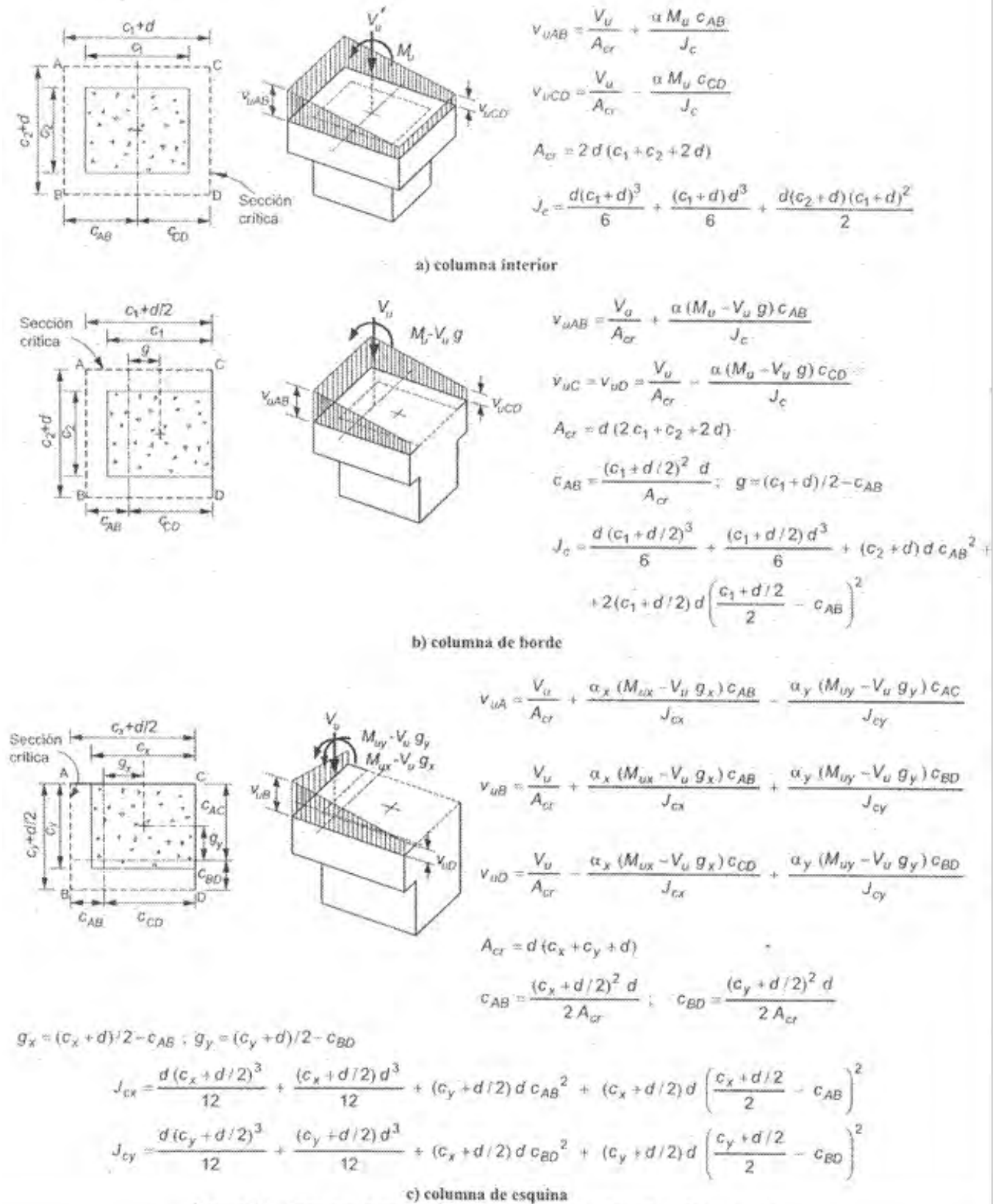


Figura 2.2 Transmisión de momento entre columna rectangular y losa o zapata

Figura 6.3.3 (Apéndice B), Diagramas de transmisión de momentos entre columna y losa.

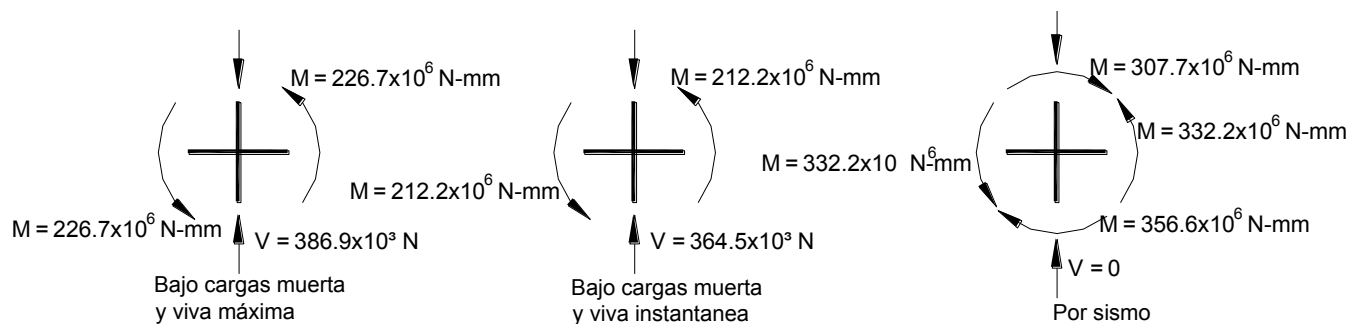
SOLUCIÓN DEL PROBLEMA:

El problema no cuenta con capiteles ni ábacos, ya que si no se tendrían que aplicar las disposiciones correspondientes al capítulo 8 de las NTC – 2004.

Una vez que se ha efectuado el análisis estructural y se han obtenido las acciones internas, se procede al diseño de la estructura, que es lo que se estudia en este problema.

- REVISIÓN DEL CORTANTE POR PENETRACIÓN ALREDEDOR DE LA COLUMNA INTERIOR, 2B.

Las acciones internas en condiciones de servicio de la figura 6.3.4 provienen del análisis de la estructura y corresponden a un marco interior corto. Las rigideces y las cargas de los marcos equivalentes se determinaron idealizando la estructura en marcos ortogonales, de acuerdo con los incisos (8.3 y 8.3.2 NTC-2004). El análisis se realizó despreciando las dimensiones transversales de los elementos, por lo que los momentos y fuerzas internas que se muestran actúan en los ejes de la estructura. Las fuerzas cortantes bajo cargas muertas y vivas ($386.9 \times 10^3 \text{ N}$ y $364.5 \times 10^3 \text{ N}$ para la columna 2B) son los promedios de las obtenidas en los dos marcos ortogonales de los cuales forman parte la columna 2B.



a) Determinación de las propiedades geométricas de la sección crítica.

De la figura 6.3.3a se obtiene la figura 6.3.5 donde se muestra el diagrama para obtener la sección crítica de la columna interior 2B.

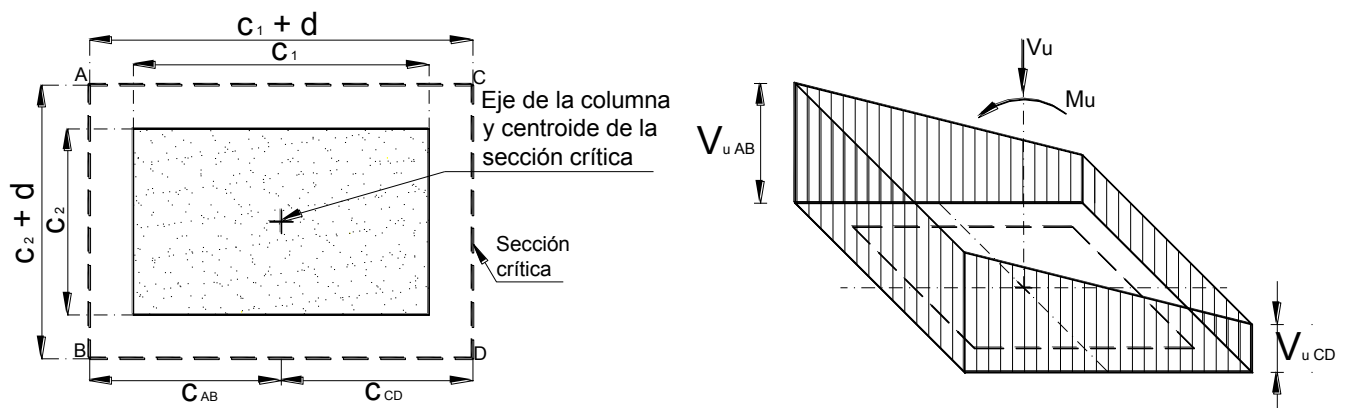


Figura 6.3.5 Transmisión de momentos entre columna rectangular y losa, de una columna interior.

Donde;

c_1 es la dimensión paralela al momento transmitido y c_2 es la dimensión perpendicular a c_1 .

$$c_1 = 700 \text{ mm}$$

$$c_2 = 500 \text{ mm}$$

De la figura 6.3.3a se determinará el área de la sección crítica A_{cr} , la posición de su centroide c_{AB} , el momento polar de inercia, J_c , de la sección crítica y el esfuerzo cortante máximo de diseño, $v_{uAB} = v_{u_{max}}$.

$$c_1 + d = 700 + 360 = 1060 \text{ mm}$$

$$c_2 + d = 500 + 360 = 860 \text{ mm}$$

$$A_{cr} = 2d (c_1 + c_2 + 2d)$$

$$A_{cr} = (2)(360) (700 + 500 + (2)(360)) = 1382400 \text{ mm}^2$$

$$c_{AB} = \frac{c_1 + d}{2} = \frac{700 + 360}{2} = 530 \text{ mm}$$

Cálculo del momento polar de inercia, J_c , de la sección crítica.

$$J_c = \frac{d(c_1 + d)^3}{6} + \frac{(c_1 + d)d^3}{6} + \frac{d(c_2 + d)(c_1 + d)^2}{2}$$

$$J_c = \frac{(360)(1060)^3}{6} + \frac{(1060)(360)^3}{6} + \frac{(360)(860)(1060)^2}{2} = 7.146096 \times 10^{10} + 8.24256 \times 10^9 + 1.7393328 \times 10^{11}$$

$$J_c = 253.63 \times 10^9 \text{ mm}^4$$

Cálculo de la fracción de momento flexionante, α , que se transmite por excentricidad de la fuerza cortante (Véase 2.5.9.2b NTC-2004).

$$\alpha = 1 - \frac{1}{1 + 0.67 \sqrt{(c_1 + d) / (c_2 + d)}} \quad (2.28 \text{ NTC})$$

$$\alpha = 1 - \frac{1}{1 + 0.67 \sqrt{(700 + 360) / (860 + 360)}} = 1 - \frac{1}{1 + 0.67 \sqrt{1060 / 860}}$$

$$\alpha = 0.4266$$

b) Revisión bajo carga muerta más carga viva máxima, $CM + CV_{m\acute{a}x}$.

Cálculo del esfuerzo cortante de diseño máximo, $v_{u_{m\acute{a}x}}$, que toma el concreto. De la figura 6.3.3a se tiene la siguiente ecuación;

$$v_{u_{m\acute{a}x}} = \frac{V_u}{A_{cr}} + \frac{\alpha M_u c_{AB}}{J_c}$$

$$V_u = V_x F_c = (38.69) (1.4) = 541.7 \times 10^3 \text{ N}$$

$$M_u = M F_c = (226.7 \times 10^6 - 226.7 \times 10^6) (1.1) = 0$$

$$v_{u_{m\acute{a}x}} = \frac{541.7 \times 10^3}{1382400} + \frac{(0.4266)(0)(530)}{253.63 \times 10^9}$$

$$v_{u_{m\acute{a}x}} = \frac{541.7 \times 10^3}{1382400} + \frac{0}{253.63 \times 10^9}$$

$$v_{u_{m\acute{a}x}} = 0.3920 \text{ MPa}$$

El esfuerzo cortante máximo de diseño, $v_{u_{m\acute{a}x}}$, no debe de exceder de (véase 2.5.9.3 NTC-2004)

$$0.3 F_R (0.5 + \gamma) \sqrt{f_c^*} \leq 0.3 F_R \sqrt{f_c^*} \quad (2.29 \text{ NTC})$$

En la ecuación anterior, γ , es la relación de lado corto al lado largo del área donde actúa la carga o reacción;

$$\gamma = \frac{500}{700} = 0.7143$$

$$0.3 F_R (0.5 + \gamma) \sqrt{f_c^*} = (0.3) (0.8) (0.5 + 0.7143) \sqrt{20} = 1.303 \text{ MPa}$$

$$0.3 F_R \sqrt{f_c^*} = (0.3) (0.8) \sqrt{20} = 1.073 \text{ MPa}$$

de los valores anteriores rige el menor de los dos.

Como;

$$1.073 \text{ MPa} > v_{u_{m\acute{a}x}} = 0.3920 \text{ MPa}$$

∴ no se requiere refuerzo por cortante bajo $CM + CV_{m\acute{a}x}$

c) Revisión bajo carga muerta, viva instantánea y sismo, $CM + CV_{inst} + Sismo$

Cálculo del esfuerzo cortante de diseño máximo que toma el concreto, $v_{u\ máx}$, De la figura 6.3.3a se tiene la siguiente ecuación;

$$v_{u\ máx} = \frac{V_u}{A_{cr}} + \frac{\alpha M_u c_{AB}}{J_c}$$

$$V_u = V_x F_c = (364.5 \times 10^3 + 0)(1.1) = 401 \times 10^3 \text{ N}$$

$$M_u = M F_c = (307.7 \times 10^6 + 356.6 \times 10^6)(1.1) = 730.7 \times 10^6 \text{ N-mm}$$

$$v_{u\ máx} = \frac{401 \times 10^3}{1382400} + \frac{(0.4266)(730.7 \times 10^6)(530)}{253.63 \times 10^9}$$

$$v_{u\ máx} = \frac{401 \times 10^3}{1382400} + \frac{165.21 \times 10^9}{253.63 \times 10^9}$$

$$v_{u\ máx} = 0.9416 \text{ MPa}$$

El esfuerzo cortante máximo de diseño, $v_{u\ máx}$, no debe de exceder de (véase 2.5.9.3 NTC-2004)

$$0.3 F_R (0.5 + \gamma) \sqrt{f_c^*} \leq 0.3 F_R \sqrt{f_c^*} \quad (2.29 \text{ NTC})$$

En la ecuación anterior, γ , es la relación de lado corto al lado largo del área donde actúa la carga o reacción, como en este caso se está considerando la combinación de acciones permanentes, variables y sismo, el factor de resistencia, F_R , se tomará igual a 0.7.

$$\gamma = \frac{500}{700} = 0.7143$$

$$0.3 F_R (0.5 + \gamma) \sqrt{f_c^*} = (0.3)(0.7)(0.5 + 0.7143) \sqrt{20} = 1.140 \text{ MPa}$$

$$0.3 F_R \sqrt{f_c^*} = (0.3)(0.7) \sqrt{20} = 0.940 \text{ MPa}$$

de los valores anteriores rige el menor de los dos.

Como;

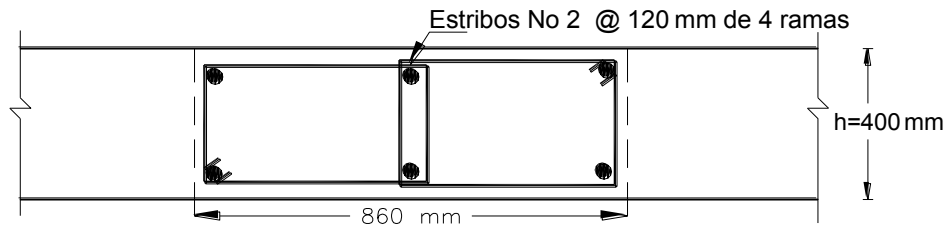
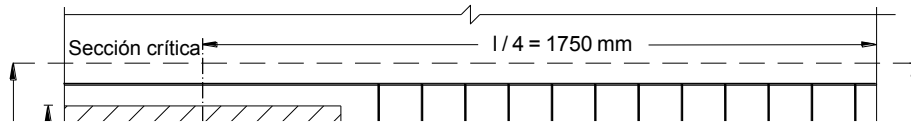
$$0.9416 \text{ MPa} > v_{u\ máx} = 0.9400 \text{ MPa}$$

∴ No se requiere refuerzo por cortante bajo $CM + CV_{inst} + Sismo$

Refuerzo transversal mínimo (véase 2.5.9.4 NTC-2004).

Se colocarán estribos del número 2 o más, considerando dos vigas ficticias perpendiculares entre sí, que se cruzan sobre la columna, con un ancho, $b = c_2 + d$, con una separación de estribos igual a $s = d/3$, el primer estribo debe colocarse a la mitad de la separación restante, $s/2$, a partir del paño de columnas. El refuerzo por cortante deberá de prolongarse hasta una longitud no menor que un cuarto del claro entre ejes de columnas.

De lo anterior tenemos que se colocarán estribos del # 2 de cuatro ramas tanto en la nervadura del eje de columna como en la adyacente a ella, espaciados a cada $s = 360/3 = 120 \text{ mm}$, como refuerzo mínimo en una viga ficticia de ancho, $b = 500 + 360 = 860 \text{ mm}$, el primer estribo debe colocarse a la mitad de la separación restante, $120/2 = 60 \text{ mm}$, a partir del paño de columnas en una longitud correspondiente a $l/4 = 7000/4 = 1750 \text{ mm}$, medido desde el eje de la columna será igual a $1750 - 350 = 1400 \text{ mm}$. También se colocarán barras longitudinales en las esquinas de la viga y en los dobleces de los estribos, como se muestra en la figura 3.3.6.



- REVISIÓN DEL CORTANTE POR PENETRACIÓN ALREDEDOR DE LA COLUMNA INTERIOR, 2A

Las acciones internas en condiciones de servicio de la figura 6.3.7 provienen del análisis de la estructura y corresponden a un marco interior corto. Las rigiezes y las cargas de los marcos equivalentes se determinaron idealizando la estructura en marcos ortogonales, de acuerdo con los incisos (8.3 y 8.3.2 NTC-2004). El análisis se realizó despreciando las dimensiones transversales de los elementos, por lo que los momentos y fuerzas internas que se muestran actúan en los ejes de la estructura. Las fuerzas cortantes bajo cargas muertas y vivas ($182.8 \times 10^3 \text{ N}$ y $179 \times 10^3 \text{ N}$ para la columna 2A) son los promedios de las obtenidas en los dos marcos ortogonales de los cuales forman parte la columna 2A.

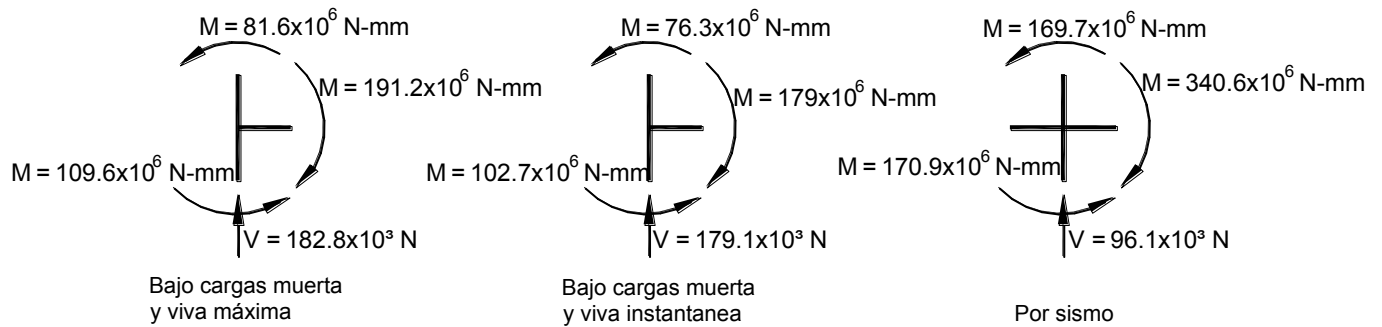


Figura 6.3.7 Fuerzas y momentos internos en condiciones de servicio, de la columna interior 2A.

a) Determinación de las propiedades geométricas de la sección crítica.

De la figura 6.3.3b se obtiene la figura 6.3.8 donde se muestra el diagrama para obtener la sección crítica de la columna de borde 2A.

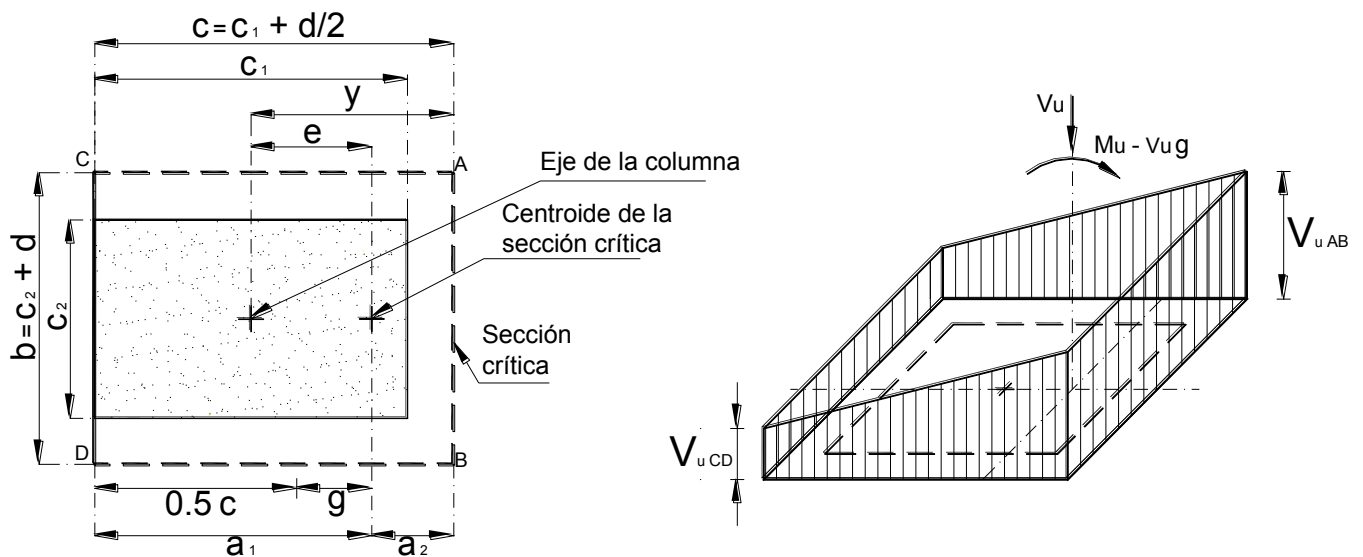


Figura 6.3.8 Transmisión de momentos entre columna rectangular y losa, de una columna de borde.

Es frecuente que en este tipo de estructuras el diseño quede regido por el cortante por penetración, especialmente por las columnas de borde en las que hay una fuerte transferencia

de momentos entre losa y columna y en las que la sección crítica para cortante por penetración se ve reducida por el borde libre.

Donde;

c_1 es la dimensión paralela al momento transmitido y c_2 es la dimensión perpendicular a c_1 .

$$c_1 = 700 \text{ mm}$$

$$c_2 = 500 \text{ mm}$$

De la figura 6.3.3b se determinará el área de la sección crítica A_{cr} , la posición de su centroide, e , el momento polar de inercia, J_c , de la sección crítica y el esfuerzo cortante máximo de diseño, $v_{uAB} = v_{u_{\max}}$.

$$c = c_1 + d/2 = 700 + (360/2) = 880 \text{ mm}$$

$$b = c_2 + d = 500 + 360 = 860 \text{ mm}$$

$$A_{cr} = (2c + b) d = ((2)(880) + 860)(360) = 943200 \text{ mm}^2$$

$$g = \frac{bc}{2(2c + b)} = \frac{(860)(880)}{(2)((2)(880) + 860)} = 144.4 \text{ mm}$$

$$y = c - \frac{c_1}{2} = (880) \left(\frac{700}{2} \right) = 531 \text{ mm}$$

$$a_2 = \frac{c}{2} - g = \left(\frac{880}{2} \right) - 144.4 = 295.6 \text{ mm}$$

$$e = y - a_2 = 530 - 295.6 = 234.4 \text{ mm}$$

Cálculo del momento polar de inercia, J_c , de la sección crítica.

$$J_c = \frac{d c^3}{6} + \frac{c d^3}{6} + 2 c d g^2 + b d a^2$$

$$J_c = \frac{(360)(880)^3}{6} + \frac{(880)(360)^3}{6} + ((2)(880)(360)(144.4)^2) + ((860)(360)(295.6)^2)$$

$$J_c = 40888.32 \times 10^6 + 6842.88 \times 10^6 + 13211.42 \times 10^6 + 27052.65 \times 10^6$$

$$J_c = 87995.27 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

Cálculo de la fracción de momento flexionante, α , que se transmite por excentricidad de la fuerza cortante (Véase 2.5.9.2b NTC-2004).

El parámetro, α , se calculo con la ecuación 2.28 modificada para tomar en cuenta que la columna es de borde; por eso se sustituyó el factor $(c_1 + d)$ por $(c_1 + d/2)$.

$$\alpha = 1 - \frac{1}{1 + 0.67 \sqrt{(c_1 + d/2) / (c_2 + d)}} \quad (2.28 \text{ NTC})$$

$$\alpha = 1 - \frac{1}{1 + 0.67 \sqrt{c/b}}$$

$$\alpha = 1 - \frac{1}{1 + (0.67) \left(\sqrt{880/860} \right)}$$

$$\alpha = 1 - 0.5960$$

$$\alpha = 0.4040$$

b) Revisión bajo carga muerta más carga viva máxima, $CM + CV_{m\acute{a}x}$.

Cálculo del esfuerzo cortante de diseño máximo, $v_{u\ m\acute{a}x}$, que toma el concreto. De la figura 6.3.3b se tiene la siguiente ecuación;

$$v_{u\ m\acute{a}x} = \frac{V_u}{A_{cr}} + \frac{\alpha (M_u - V_u e) a_2}{J_c}$$

$$V_u = V_x F_c = (182.8 \times 10^3) (1.4) = 255.9 \times 10^3 \text{ N}$$

$$M_u = M F_c = (191.2 \times 10^6) (1.4) = 267.7 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$$

$$v_{u\ m\acute{a}x} = \frac{255.9 \times 10^3}{943200} + \frac{(0.4040) (267.7 \times 10^6 - (255.9 \times 10^3) (234.4)) (295.6)}{87995.27 \times 10^6}$$

$$v_{u\ m\acute{a}x} = \frac{255.9 \times 10^3}{943200} + \frac{24806.06744 \times 10^6}{87995.27 \times 10^6}$$

$$v_{u\ m\acute{a}x} = 0.2713 + 0.2819$$

$$v_{u\ m\acute{a}x} = 0.5532 \text{ MPa}$$

El esfuerzo cortante máximo de diseño, $v_{u\text{máx}}$, no debe de exceder de (véase 2.5.9.3 NTC-2004)

$$0.3 F_R (0.5 + \gamma) \sqrt{f_c^*} \leq 0.3 F_R \sqrt{f_c^*} \quad (2.29 \text{ NTC})$$

En la ecuación anterior, γ , es la relación de lado corto al lado largo del área donde actúa la carga o reacción.

$$\gamma = \frac{500}{700} = 0.7143$$

$$0.3 F_R (0.5 + \gamma) \sqrt{f_c^*} = (0.3) (0.8) (0.5 + 0.7143) \sqrt{20} = 1.303 \text{ MPa}$$

$$0.3 F_R \sqrt{f_c^*} = (0.3) (0.8) \sqrt{20} = 1.073 \text{ MPa}$$

de los valores anteriores rige el menor de los dos.

Como;

$$1.073 \text{ MPa} > v_{u\text{máx}} = 0.5532 \text{ MPa}$$

∴ no se requiere refuerzo por cortante bajo $CM + CV_{\text{máx}}$.

c) Revisión bajo carga muerta, viva instantánea y sismo, $CM + CV_{\text{inst}} + Sismo$

Cálculo del esfuerzo cortante de diseño máximo que toma el concreto, $v_{u\text{máx}}$. De la figura 6.3.3b se tiene la siguiente ecuación;

$$v_{u\text{máx}} = \frac{V_u}{A_{cr}} + \frac{\alpha (M_u - V_u e) a_2}{J_c}$$

$$V_u = V_x F_c = (179.1 \times 10^3 + 96.1 \times 10^3) (1.1) = 302.7 \times 10^3 \text{ N}$$

$$M_u = M F_c = (179 \times 10^6 + 340.6 \times 10^6) (1.1) = 571.6 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$$

$$v_{u\text{máx}} = \frac{302.7 \times 10^3}{943200} + \frac{(0.4040) (571.6 \times 10^6 - (302.7 \times 10^3) (234.4)) (295.9)}{87995.27 \times 10^6}$$

$$v_{u\text{máx}} = \frac{302.7 \times 10^3}{943200} + \frac{59849 \times 10^6}{87995.27 \times 10^6} = 0.321 + 0.680$$

$$v_{u\text{máx}} = 1.00 \text{ MPa}$$

El esfuerzo cortante máximo de diseño, $v_{u\text{máx}}$, no debe de exceder de (véase 2.5.9.3 NTC-2004)

$$0.3 F_R (0.5 + \gamma) \sqrt{f_c^*} \leq 0.3 F_R \sqrt{f_c^*} \quad (2.29 \text{ NTC})$$

En la ecuación anterior, γ , es la relación de lado corto al lado largo del área donde actúa la carga o reacción, como en este caso se está considerando la combinación de acciones permanentes, variables y sismo, el factor de resistencia, F_R , se tomará igual a 0.7 .

$$\gamma = \frac{500}{700} = 0.7143$$

$$0.3 F_R (0.5 + \gamma) \sqrt{f_c^*} = (0.3) (0.7) (0.5 + 0.7143) \sqrt{20} = 1.140 \text{ MPa}$$

$$0.3 F_R \sqrt{f_c^*} = (0.3) (0.7) \sqrt{20} = 0.940 \text{ MPa}$$

de los valores anteriores rige el menor de los dos.

Como;

$$0.940 \text{ MPa} < v_{u\text{máx}} = 0.100 \text{ MPa}$$

∴ se requiere refuerzo por cortante bajo $CM + CV_{inst} + Sismo$

Revisión del esfuerzo cortante de diseño máximo admisible del concreto (véase 2.5.9.5b NTC 2004).

En ningún caso se admitirá que;

$$v_{u\text{máx}} > 0.4 F_R \sqrt{f_c^*}$$

$$(1.3) (0.7) \sqrt{200} = 1.25 \text{ MPa} > v_{u\text{máx}} = 1.00 \text{ MPa}$$

∴ es suficiente el peralte efectivo de 360 mm .

Como:

$$v_{u\text{máx}} = 1.00 \text{ MPa} > V_{cR} = 0.940 \text{ MPa} ,$$

Se procede a realizar el cálculo del refuerzo necesario por tensión diagonal para resistir la fuerza cortante (véase 2.5.9.5 NTC-2004).

Primero se calcula el ancho de la viga ficticia, que en nuestro caso es;

$$b = c_2 + d = 500 + 360 = 860 \text{ mm}$$

Después se calcula la separación del refuerzo transversal, s , (véase 2.5.2.3a NTC-2004).

$$s = \frac{F_R A_v f_y d}{V_{sR}} \quad (2.23 \text{ NTC})$$

donde:

$$V_{sR} = V_u - V_{cR}$$

A_v , es el área transversal del refuerzo por tensión diagonal comprendido en una distancia, s .

Como se aplica la ecuación 2.23 se supondrá que la fuerza cortante de diseño, V_u , será igual a; (véase 2.5.9.5b NTC-2004)

$$V_u = V_{u \text{ máx}} = b d v_{u \text{ máx}}$$

$$V_{u \text{ máx}} = (860)(360)(0.100) = 309.6 \times 10^3 \text{ N}$$

En ningún caso se permitirá que, V_u , sea superior a, (véase 2.5.2.4a NTC-2004)

$$0.8 F_R b d \sqrt{f_c}^*$$

$$(0.8)(0.7)(860)(360)\sqrt{20} = 775.36 \times 10^3 \text{ N} > V_{u \text{ máx}} = 309.60 \times 10^3 \text{ N}$$

El esfuerzo cortante admisible que toma el concreto, V_{cR} , será igual a;

$$V_{cR} = 0.13 F_R b d \sqrt{f_c}^*$$

$$V_{cR} = (0.13)(0.7)(860)(360)\sqrt{20} = 125.99 \times 10^3 \text{ N}$$

Se colocarán estribos del número 2 de 8 ramas, espaciados a no más de $d/3$. Este refuerzo se mantendrá hasta no menos de un cuarto del claro correspondiente (véase 2.5.9.4 NTC-2004).

$$A_v = (8)(32) = 256 \text{ mm}^2 \text{ (estribos del \# 2 de 8 ramas)}$$

$$s = \frac{(0.7)(256)(420)(360)}{(309.60 \times 10^3 - 125.99 \times 10^3)} = 147.6 \text{ mm} \quad (2.23 \text{ NTC})$$

La separación real no será mayor que, $0.85 s$, (véase 2.5.9.5a NTC-2004)

$$(0.85)(147.6) = 125 \text{ mm}$$

donde;

$$\frac{d}{3} = \frac{360}{3} = 120 \text{ mm}$$

como;

$$(0.85)(147.6) = 125.5 \text{ mm} > d/3 = 360/3 = 120 \text{ mm}$$

∴ Rige la separación de estribos, s , igual a:

$$s = 120 \text{ mm}$$

Cálculo de la separación máxima, $s_{m\acute{a}x}$, (véase 2.5.2.3b NTC-2004)

Como, $V_{u\ m\acute{a}x}$, es mayor que, V_{eR} , pero menor o igual que

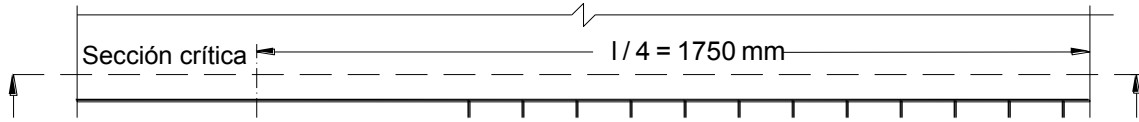
$$0.4 F_R b d \sqrt{f_c}^*$$

$$(0.4)(0.7)(860)(360)\sqrt{20} = 387.68 \times 10^3 \text{ N} > V_{u\ m\acute{a}x} = 309.6 \times 10^3 \text{ N}$$

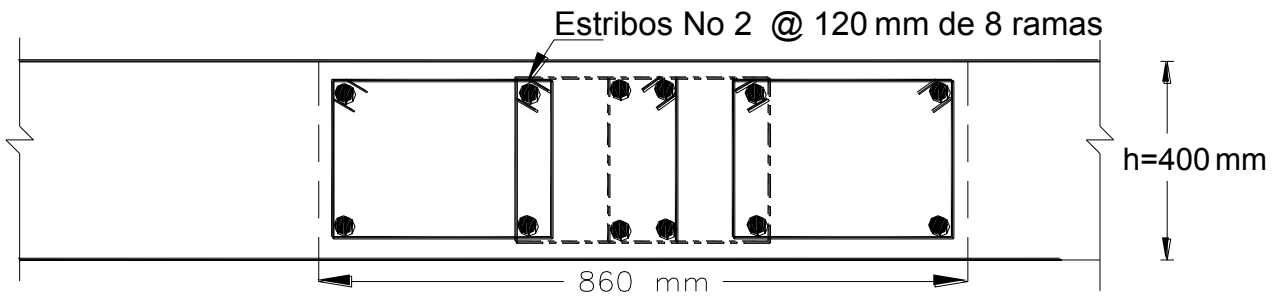
La separación máxima, $s_{m\acute{a}x}$, será igual a;

$$s_{m\acute{a}x} = 0.85 b = (0.85)(860) = 731 \text{ mm}$$

De lo anterior tenemos que se colocarán estribos del #2 de ocho ramas tanto en la nervadura del eje de columna como en la adyacente a ella, espaciados a cada, $s = 360/3 = 120 \text{ mm}$, como refuerzo mínimo en una viga ficticia de ancho, $b = 500 + 360 = 860 \text{ mm}$, el primer estribo debe colocarse a la mitad de la separación restante, $120/2 = 60 \text{ mm}$, a partir del paño de columnas, en una longitud correspondiente a $l/4 = 7000/4 = 1750 \text{ mm}$, medido desde el eje de la columna la longitud será igual a $1750 - 350 = 1400 \text{ mm}$. También se colocarán barras longitudinales en las esquinas de la viga y en los dobleces de los estribos, como se muestra en la figura 6.3.9.



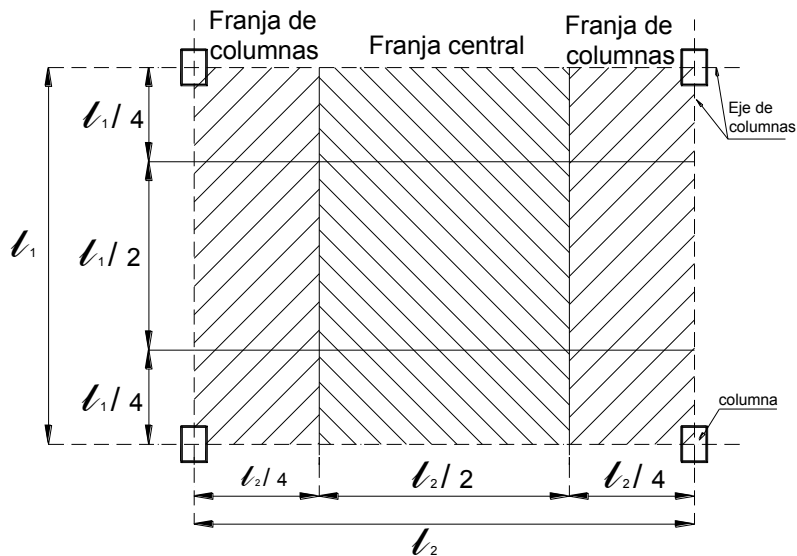
$l/2 = 60 \text{ mm}$



- CROQUIS DE LA DISTRIBUCIÓN DE CASETONES.

Normalmente para trazar la distribución en la cual se colocarán los casetones, se realiza por medio de tanteos, hasta llegar a un número de casetones que permita tener anchos adecuados de las nervaduras. Se recomienda que estas nervaduras tengan un ancho mínimo de 100 mm . Las nervaduras de los ejes de columnas se dejan mas anchas, ya que es necesario concentrar en ellas una mayor cantidad de acero, estas nervaduras de ejes de columnas deben de tener un ancho mínimo de 25 mm , y las adyacentes a los ejes de columnas serán de por lo menos de 200 mm de ancho y el resto de ellas como ya se mencionó anteriormente serán de por lo menos de 100 mm de ancho (véase 8.1 NTC-2004).

Para fines de diseño, se considera dividir las losas planas en franjas como las mostradas en la figura 6.3.10, en cada tablero se distinguen tres franjas. Una franja central, cuyo ancho es igual a al mitad del claro del tablero en la dirección en que se mide el ancho, y dos franjas extremas o franjas de columnas, cuyo ancho es la cuarta parte de dicho claro. La división de franjas se hace en las dos direcciones del tablero (véase 8.3.1 NTC-2004).



La definición de las franjas para el tramo de A - B será igual a:

Franjas de columnas; $l_1 / 4 = 7000\text{ mm} / 4 = 1750\text{ mm}$

Franja central; $l_1 / 2 = 7000\text{ mm} / 2 = 3500\text{ mm}$

La definición de las franjas para el tramo de 2 - 3 será igual a:

Franjas de columnas; $l_2 / 4 = 5000\text{ mm} / 4 = 1250\text{ mm}$

Franja central; $l_2 / 2 = 5000\text{ mm} / 2 = 2500\text{ mm}$

Al formar los marcos equivalentes, en estructuras sin capiteles ni ábacos, se admitirá que el ancho de la viga equivalente es igual a $c_2 + 3h$, centrado con respecto al eje de columnas (c_2 es la dimensión transversal de la columna normal a la dirección del análisis y h el espesor de la losa) (véase 8.3.3.1 NTC-2004)

Por lo tanto tenemos que el ancho de la viga equivalente para el eje B será igual a, $c_2 + 3h$.

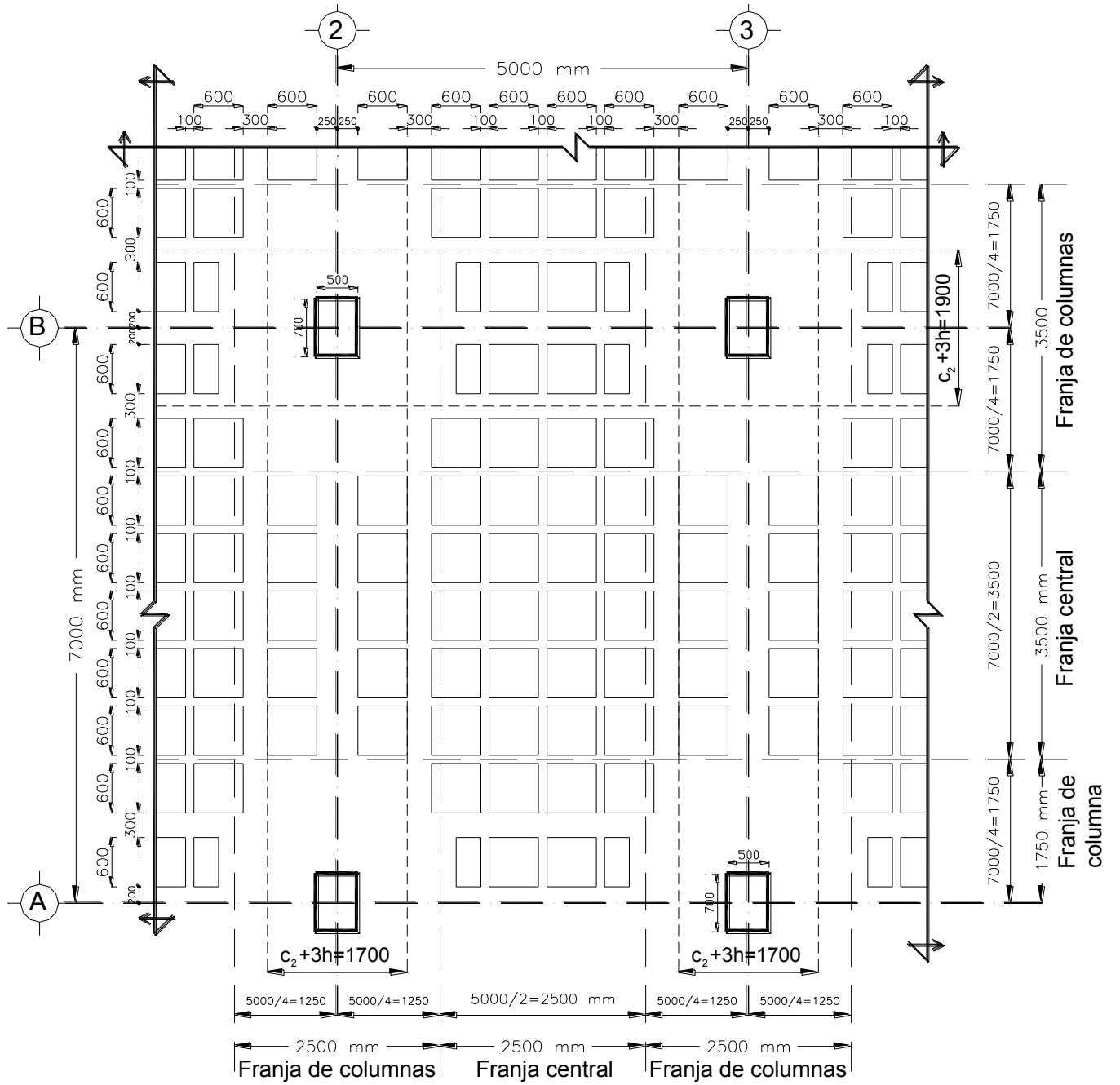
$$c_2 + 3h = 700\text{ mm} + ((3)(400\text{ cm})) = 1900\text{ mm}$$

Para el ancho de la viga equivalente para el eje 2 será igual a $c_2 + 3h$;

$$c_2 + 3h = 500\text{ mm} + ((3)(400)) = 1700\text{ mm}$$

En claros grandes, como los de este ejemplo, es conveniente usar casetones también grandes; por eso se eligieron de $600 \times 600\text{ mm}$ en planta. Se recomienda que en la zona superior de la losa haya un firme de concreto de un espesor no menor de 50 mm , monolítico con las nervaduras y que sea parte integral de la losa (véase 8.3.1 NTC-2004).

En la figura 6.3.11 se muestra el croquis de distribución de casetones no se incluye toda la losa por que en el ejemplo solo se muestra el diseño del eje 2 en el tramo A-B.



- DIMENSIONAMIENTO DEL EJE 2 POR FLEXIÓN, EN EL TRAMO A-B.

En la figura 6.3.12 se muestra el diagrama de momentos proveniente de los análisis, las condiciones bajo cargas muerta más viva máxima ($CM + CV_{m\acute{a}x}$), se observa en la figura 6.3.12a. Las condiciones bajo cargas muerta, viva instantánea y sismo ($CM + CV_{int} + Sismo$), se observa en la figura 6.3.12b.

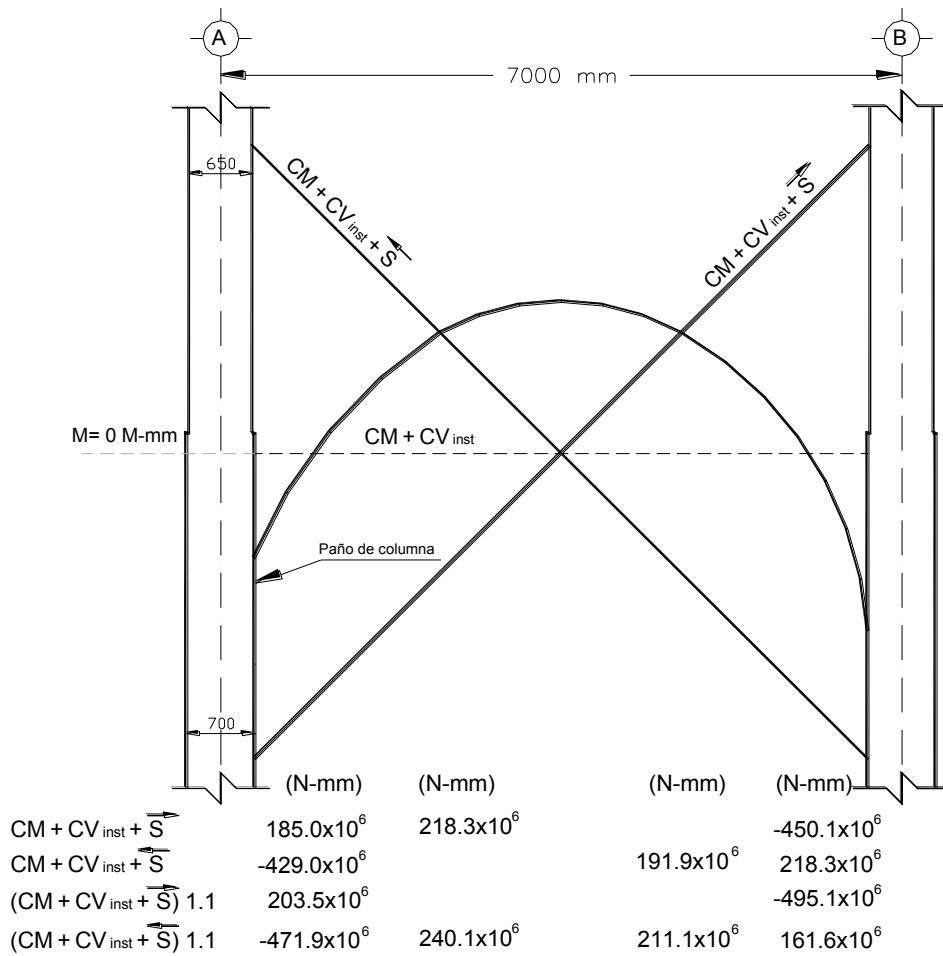
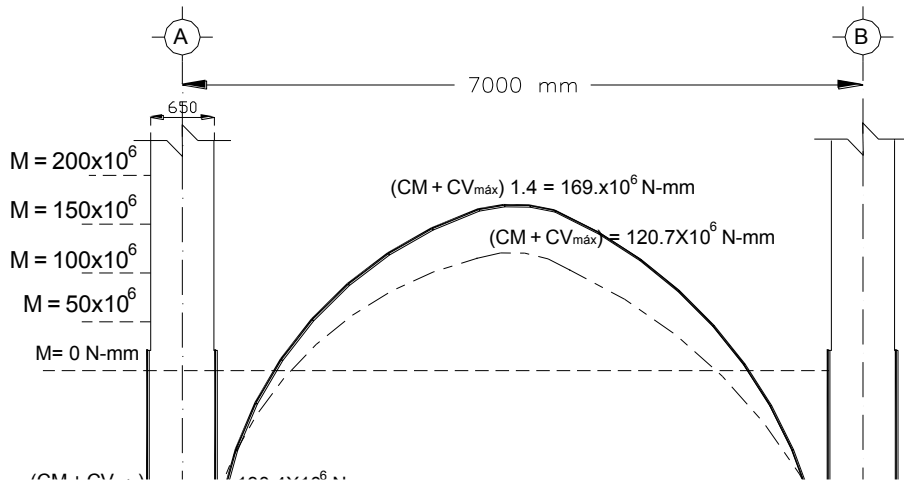
Obsérvese que cada combinación de cargas está afectada por su Factor de carga, F_c , correspondiente.

El factor de carga para la combinación de $CM + CV_{m\acute{a}x}$, es de $F_c = 1.4$ por lo cual se tiene;

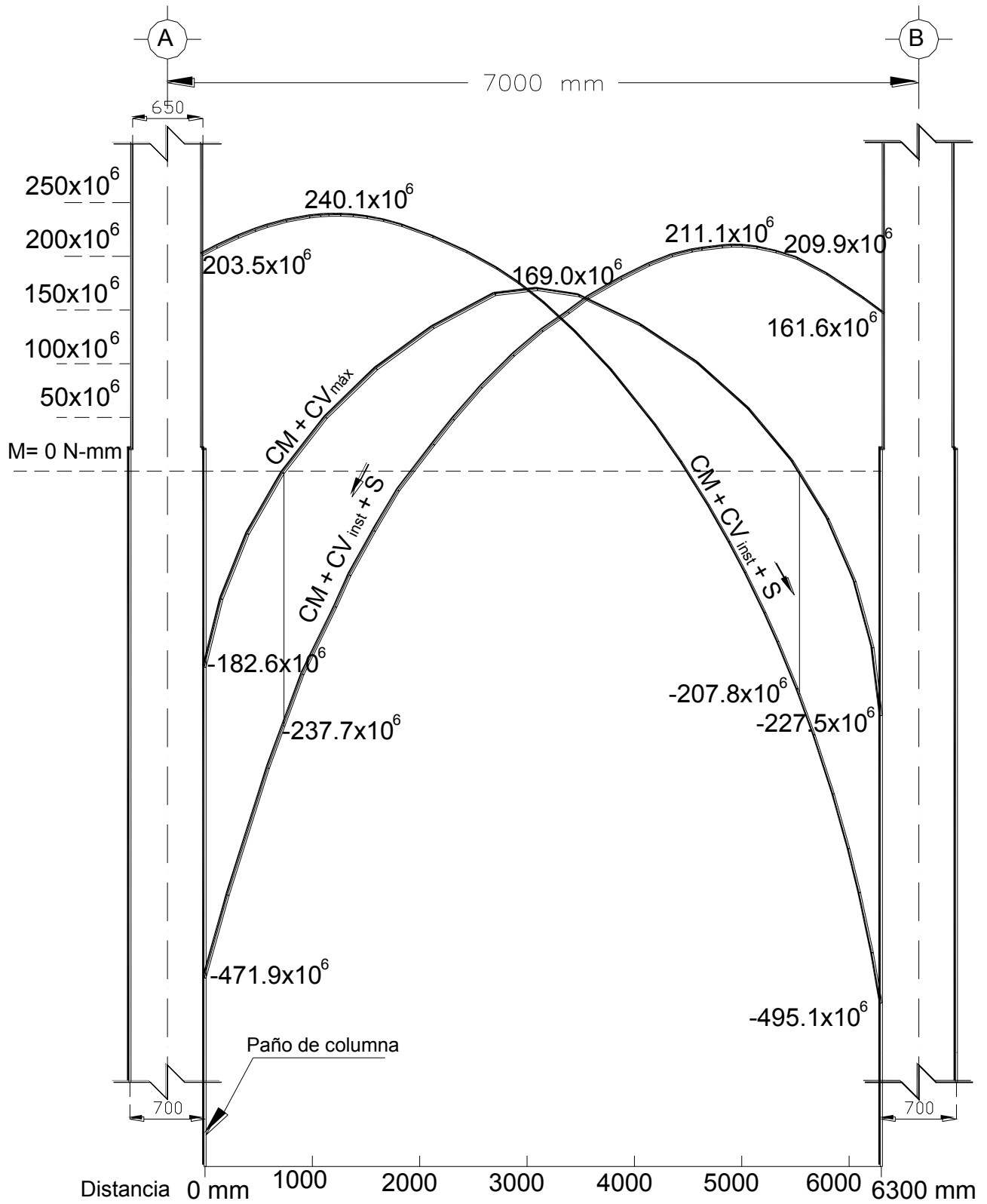
$$(CM + CV_{m\acute{a}x})(1.4)$$

Factor de carga para la combinación de ($CM + CV_{int} + Sismo$), es de $F_c = 1.1$ por lo cual se tiene;

$$(CM + CV_{int} + Sismo)(1.1)$$



En la figura 6.3.13 se observa la envolvente de momentos resistentes, M_u , en $(t - m)$



A) Cálculos para el dimensionamiento del refuerzo por flexión del eje 2 (véase 8.5 NTC-2004)

Para realizar los cálculos de las áreas de acero se utilizará la expresión siguiente.

$$M_R = F_R A_s f_y z \quad (2.15 \text{ NTC})$$

despejando el área de acero, A_s , tenemos

$$A_s = \frac{M_R}{F_R f_y z}$$

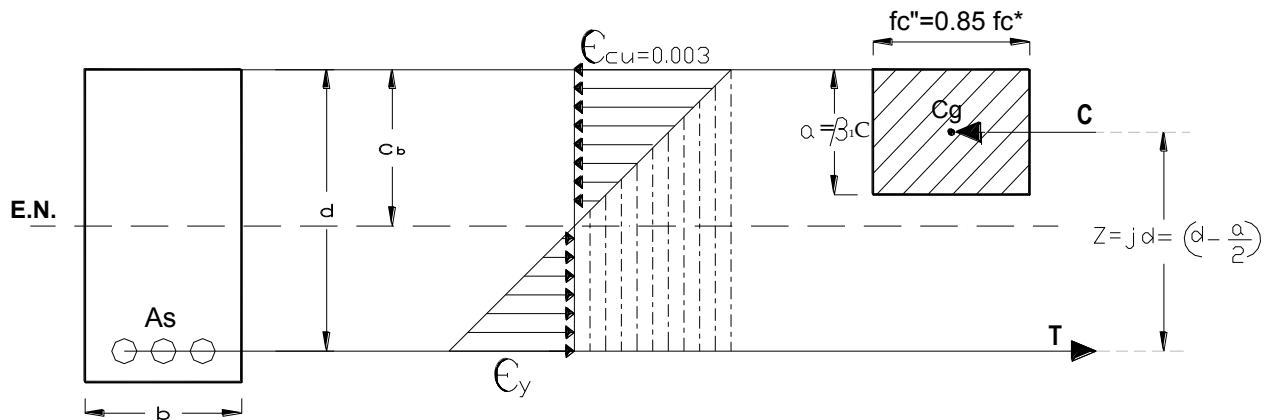
donde:

$$M_R = M_u$$

z , es el brazo del par interno asociado al área máxima de acero admisible ($0.75 A_{sb}$)

Cálculo del brazo del par interno, z , asociado al área máxima de acero admisible ($0.75 A_{sb}$)

En secciones rectangulares sin acero de compresión, con acero en la dimensión b , el porcentaje de acero es función únicamente de la resistencia del concreto y de las propiedades del acero f_y , sin importar la geometría de la sección.



En la figura 6.3.14, c_b es la profundidad del eje neutro (en comportamiento balanceado) por triángulos semejantes se tiene:

$$\frac{c_b}{0.003} = \frac{b}{0.003 + E_y} \quad (6.3.1)$$

Despejando, c_b , y considerando que $E_y = \frac{f_y}{E_s}$, se tiene;

$$c_b = \frac{0.003 d}{0.003 + \frac{f_y}{E_s}} = \frac{E_s 0.003 d}{E_s 0.003 + f_y} \quad (6.3.2)$$

Como $E_s = 2 \times 10^5 \text{ MPa}$,

$$c_b = \frac{(2 \times 10^5) (0.003) d}{(2 \times 10^5) (0.003) + f_y} \quad (6.3.3)$$

Efectuando la ecuación 6.3.3 tenemos que la profundidad del eje neutro balanceado es:

$$c_b = \frac{600 d}{600 + f_y} \quad (6.3.4)$$

Como la profundidad del bloque de esfuerzos balanceado, a_b , es:

$$a_b = \beta_1 c_b \quad (6.3.5)$$

Despejando, c_b , tenemos:

$$c_b = \frac{a_b}{\beta_1} \quad (6.3.6)$$

Igualando la ecuación 6.3.4 con la ecuación 6.3.6, se tiene:

$$\frac{a_b}{\beta_1} = \frac{600 d}{600 + f_y} \quad (6.3.7)$$

De la ecuación 6.3.7 se puede despejar la profundidad del bloque de esfuerzos balanceado, a_b , para cualquier sección transversal:

$$a_b = \frac{600 \beta_1 d}{f_y + 600} \quad (6.3.8)$$

Para calcular la relación entre la profundidad del bloque de esfuerzos a compresión, a , y la profundidad del peralte efectivo, d , se tiene que la ecuación 6.3.7 es válida para cualquier sección.

$$\frac{a_b}{\beta_1} = \frac{600 d}{600 + f_y} \quad (6.3.7)$$

La ecuación 6.3.7 se puede escribir para un comportamiento balanceado como:

$$\frac{a_b}{d_b} = \frac{600 \beta_1}{f_y + 600} \quad (6.3.9)$$

El valor de, β_1 , se mantiene constante, de 0.85, para valores menores de $f_c' = 37.5 \text{ MPa}$.

$$\frac{a_b}{d_b} = \frac{600 (0.85)}{420 + 600} \quad (6.3.9)$$

De lo anterior tenemos que:

$$\frac{a_b}{d_b} = 0.5 \quad (6.3.10)$$

De donde:

$$a_b = 0.5 d_b \quad (6.3.11)$$

Si consideramos el porcentaje de acero máximo, $p_{máx}$, se tiene:

$$p_{máx} = 0.75 p_b$$

La profundidad del bloque de esfuerzos máximo, $a_{máx}$, será igual a:

$$a_{máx} = (0.75) a_b \quad (6.3.12)$$

Sustituyendo la ecuación 6.3.11 en 6.3.12 tenemos:

$$a_{máx} = (0.75) (0.5) d_b$$

$$a_{máx} = (0.375) d_b \quad (6.3.13)$$

Otra manera de obtener la profundidad del bloque de esfuerzos máximo, $a_{máx}$, es por medio del equilibrio de fuerzas entre las fuerzas a Compresión, C , y las fuerzas a Tensión, T .

$$\Sigma F_x = 0$$

$$C = T$$

Donde:

$$C = a b f_c''$$

$$T = A_s F_y$$

Tenemos que:

$$a b f_c'' = A_s f_y$$

Despejando la profundidad del bloque de esfuerzos, a , tenemos que:

$$a = \frac{A_s f_y}{b f_c''} \quad (6.3.14)$$

Donde se deduce que la profundidad del bloque de esfuerzos balanceado, a_b , es igual a:

$$a_b = \frac{A_{s_b} f_y}{b_b f_c''} \quad (6.3.15)$$

De la ecuación 6.3.11 tenemos que:

$$a_b = 0.5 d_b \quad (6.3.11)$$

Si consideramos el porcentaje de acero máxima, $p_{máx}$, se tiene para:

$$p_{máx} = 0.75 p_b$$

Una profundidad del bloque de esfuerzos máximo, $a_{máx}$, igual a:

$$a_{máx} = (0.75) a_b \quad (6.3.12)$$

Sustituyendo la ecuación 6.3.11 en 6.3.12 tenemos:

$$a_{máx} = (0.75) (0.5) d_b$$

$$a_{máx} = (0.375) d_b \quad (6.3.13)$$

De la figura 6.3.13 tenemos que el brazo de palanca, Z , es igual a:

$$Z = j d = \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

Donde:

j , es un porcentaje de la distancia, d .

De lo anterior tenemos que el brazo de palanca máximo, $Z_{máx}$, asociado al área máxima de acero admisible ($0.75A_{s_b}$) es igual a:

$$Z_{m\acute{a}x} = \left(d - \frac{a_{m\acute{a}x}}{2} \right) \quad (6.3.15)$$

Sustituyendo la ecuación 6.3.14 en 6.3.15 tenemos que, $Z_{m\acute{a}x}$, es igual a:

$$Z_{m\acute{a}x} = d - \frac{0.375 d}{2}$$

$$Z_{m\acute{a}x} = d (1 - 0.1875)$$

$$Z_{m\acute{a}x} = 0.8125 d$$

$$Z = (0.8125) (360) = 292.5 \text{ mm}$$

Una vez obtenido el brazo de palanca $Z_{m\acute{a}x}$, se sustituye en la ecuación 2.15 NTC-2004.

$$M_R = F_R A_s f_y z \quad (2.15 \text{ NTC})$$

Despejando el área de acero, A_s , tenemos:

$$A_s = \frac{M_R}{F_R f_y z}$$

donde:

$$M_R = M_u$$

Para la expresión (2.15 NTC-2004), f_y se tomará en N/mm y $Z_{m\acute{a}x}$, en mm , de esta manera M_u , estará en $N-mm$ y A_s resultará en mm^2 .

$$A_s = \frac{M_u}{(0.9)(420)(292.5)} = \frac{M_u}{110.5 \times 10^3 \text{ N/mm}^2 * mm}$$

$$A_s = 9.044 \times 10^{-6} \text{ mm}^2 / N-mm (M_R) \quad (6.3.16)$$

A diferencia de marcos construidos por columnas y vigas, en sistemas de losa plana, la rigidez de las vigas no está concentrada en el eje de columnas; la rigidez de la losa es mayor en el eje de columnas y va disminuyendo hacia los extremos de las franjas mostradas en la figura 6.3.15.

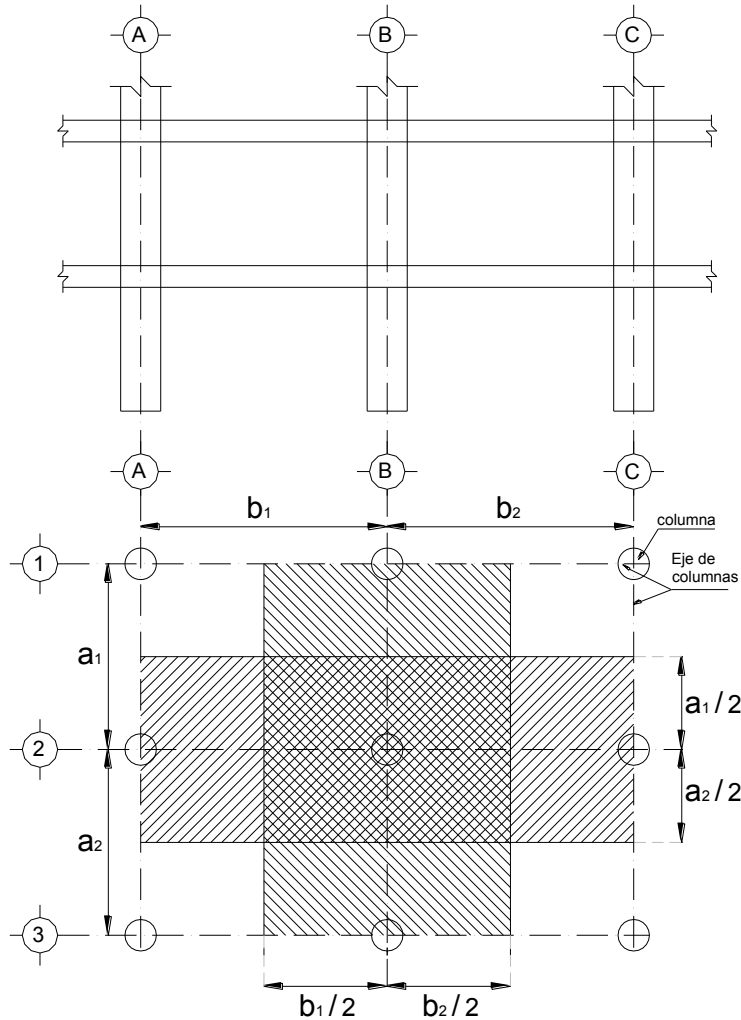


Figura 6.3.15 Estructura equivalente.

Distribución de los momentos en las franjas (véase 8.8 NTC-2004).

Una vez obtenidos los momentos flexionantes en las vigas de los marcos, que son en realidad las franjas mostradas en la figura 6.3.15, es necesario distribuir este momento a lo ancho de las franjas. Para hacer esta distribución a lo ancho de las vigas las NTC-2004 proponen los porcentajes siguientes para ser aplicados en los momentos obtenidos en el análisis: (Tabla 8.1 NTC-2004)

Tabla 6.3.1 Distribución de momentos en franjas de losas planas (Tabla 8.1 NTC-2004)		
	Franjas de columnas	Franjas centrales
Momentos positivos	60 %	40 %
Momentos negativos	75 %	25 %

En la figura 6.3.17 se ilustra la distribución de momentos de la tabla anterior para la franja del

eje 2 de la figura 6.3.15 en su intersección con el eje C y para la zona de momento positivo, entre los ejes C y B.

Se señala la sección crítica para momento negativo, al paño de la columna, en la cual el 75 por ciento se asigna a la franja de columnas y el 25 por ciento restante a las dos medias franjas centrales. La sección crítica de momento positivo queda localizada a la mitad del claro b_2 , y en ella el 60 por ciento del momento correspondiente a la franja de columnas y el 40 por ciento restante a las dos medias franjas centrales. Se observa que en la franja de columnas los momentos resultan mayores que en la franja central, tal como lo indica la distribución cualitativa de la figura 6.3.16.

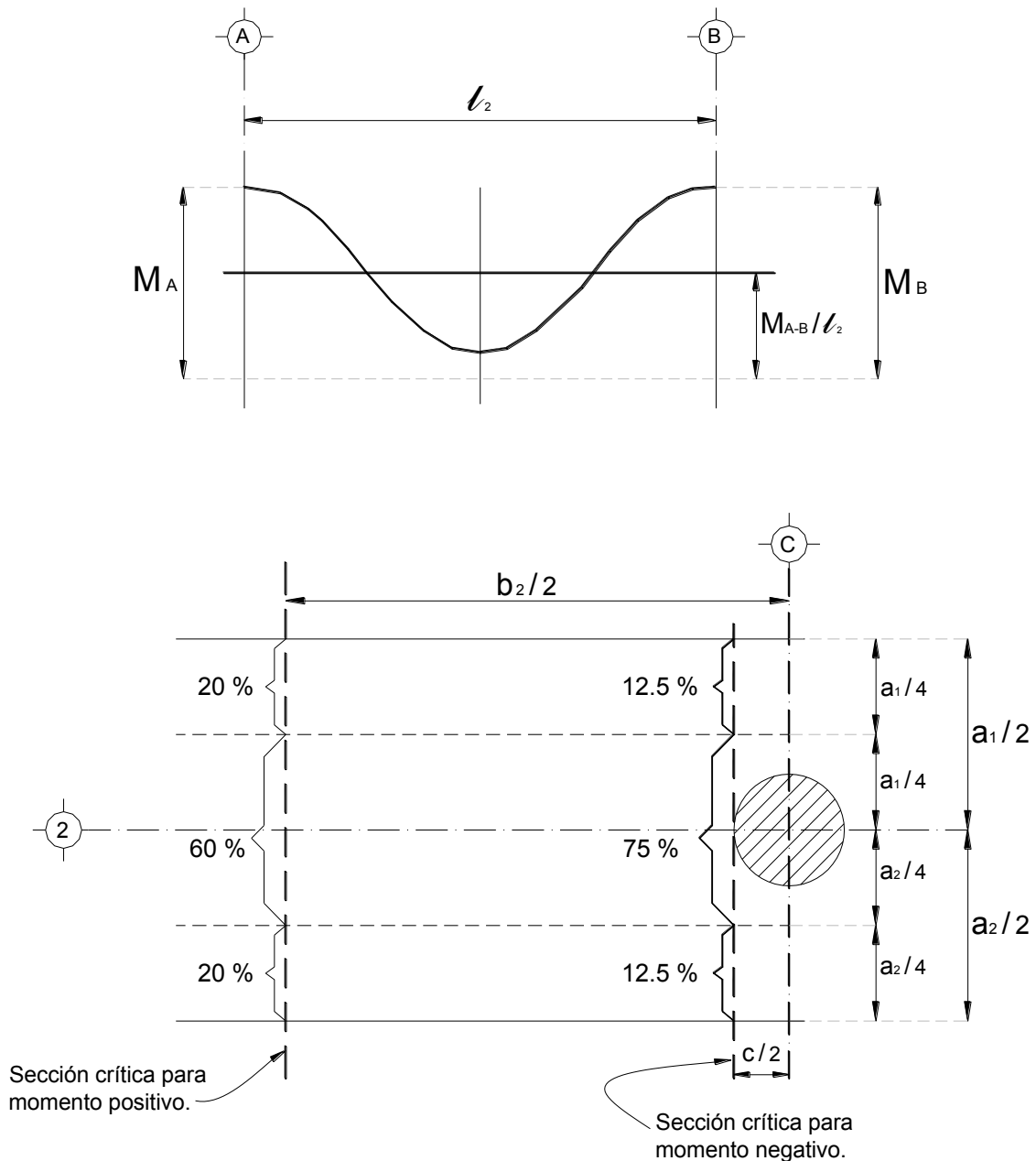


Figura 6.3.17 Distribución de momentos flexionantes en franja de columnas y franja central.

- Diseño por flexión del eje 2, claro A – B, extremo A.

Nota: Todas las áreas obtenidas se resumen en la figura 6.3.18.

Extremo A. (*Momentos negativos*)

Para los cálculos de las áreas de acero se utilizará la ecuación 6.3.16, obtenida anteriormente.

$$A_s = 9.044 \times 10^{-6} \text{ mm}^2 / N - mm (M_R) \quad (6.3.16)$$

El extremo A corresponde al borde de la losa donde se tienen momentos negativos. Las NTC-2004 especifican que el refuerzo necesario por carga vertical, se coloque como si fuera refuerzo por sismo, o sea, en la franja de ancho $c_2 + 3h = 1700 \text{ mm}$. (véase 8.5a NTC - 2004)

El momento en la sección crítica, $M_{crit.} = M_u$, localizada en el paño de columnas es:

Por $CM + CV_{máx}$

$$M_u = 182.6 \times 10^6 \text{ N} - mm \quad (\text{Ver figura 6.3.13})$$

∴ El área de acero, A_s , que se debe de colocar en la franjas centrales será de:

$$A_s = (9.044 \times 10^{-6}) (182.6 \times 10^6) = 1651 \text{ mm}^2$$

El área de 165.1 mm^2 se colocará de igual manera en un ancho igual a $c_2 + 3h$, centrado con respecto al eje de columnas (véase 8.5a NTC-2004).

Por complemento a $CM + CV_{int} + Sismo$

Esta área de refuerzo se calcula con los momentos que son la diferencia entre los que se tienen bajo, $CM + CV_{int} + Sismo$, y los correspondientes a, $CM + CV_{máx}$. Este refuerzo debe de colocarse en un ancho igual a $c_2 + 3h = 1700 \text{ mm}$ (véase 8.5b NTC-2004)

$$M_u = 471.9 \times 10^6 - 182.6 \times 10^6 = 289.3 \times 10^6 \text{ N} - mm \quad (\text{Ver figura 6.3.13})$$

∴ El área de acero, A_s , que se debe de colocar en el lecho superior es igual a:

$$A_s = (9.044 \times 10^{-6}) (289.3 \times 10^6) = 2616 \text{ mm}^2$$

Extremo A. (*Momento positivo*), Por complemento a $CM + CV_{int} + Sismo$

$$M_u = 203.5 \times 10^6 \text{ N} - mm \quad (\text{Ver figura 6.3.13})$$

∴ El área de acero, A_s , que se debe de colocar en el lecho inferior es igual a:

$$A_s = (9.044 \times 10^{-6}) (203.5 \times 10^6) = 1840 \text{ mm}^2 \quad (\text{Ver figura 6.3.13})$$

Con lo anterior, el área total que debe de quedar en el ancho $c_2 + 3h = 1700 \text{ mm}$; se obtiene de la siguiente manera: Según corresponda el momento negativo o positivo.

Para el lecho superior será igual a:

$$A_{s_{total}} = 1651 \text{ mm}^2 + 2616 \text{ mm}^2 = 4267 \text{ mm}^2$$

Para el lecho inferior será igual a:

$$A_{s_{total}} = 1840 \text{ mm}^2$$

- Diseño por flexión del eje 2, claro A – B, centro del claro (*momento positivo*).

Para los cálculos de las áreas de acero se utilizará la ecuación 6.3.16, obtenida anteriormente.

a) Por cargas verticales, $CM + CV_{máx}$

Debido a que la distribución del refuerzo es diferente para carga vertical y para carga horizontal, es necesario hacer el diseño para cada una de las dos condiciones de carga y ver cuál es la más desfavorable. En la práctica debido a que los momentos positivos debidos a sismo son pequeños en el centro del claro, casi siempre regirá la condición de carga vertical únicamente.

Como ya se vio anteriormente en la tabla 8.1 NTC-2004 y en la figura 6.3.17, para el caso de cargas verticales $CM + CV_{máx}$, el momento positivo se dividió entre la franja de columnas con un 60 por ciento y las franjas centrales con un 40 por ciento. (véase 8.8 NTC-2004).

a-1) Momento en la franja de columnas:

$$M_u = 169.0 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm} \quad (\text{Ver figura 6.3.13})$$

$$M_u = (0.6) (169.0 \times 10^6) = 101.4 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$$

∴ El área de acero, A_s , que se debe de colocar en la franja de columna de 2500 mm, (ver figura 6.3.11) es igual a:

$$A_s = (9.044 \times 10^{-6}) (101.4 \times 10^6) = 917 \text{ mm}^2$$

a-2) Momento en las franjas centrales:

$$M_u = (0.4) (169.0 \times 10^6) = 67.6 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$$

∴ El área de acero, A_s , que se debe de colocar en las franjas centrales será de:

$$A_s = (9.044 \times 10^{-6}) (67.6 \times 10^6) = 611 \text{ mm}^2$$

Para obtener el área que debe quedar incluida en el ancho de $c_2 + 3h = 1700 \text{ mm}$, suponiendo que el refuerzo de la franja de columna, $A_s = 917 \text{ mm}^2$ distribuido en un ancho de 2500 mm de longitud, que incluye a la nervadura del eje cuyo ancho es de 500 mm y las dos adyacentes de 300 mm de ancho, dando esto un total de 1100 mm . (Ver figura 6.3.11)

Por lo tanto el refuerzo que queda alojado en el ancho $c_2 + 3h = 1700 \text{ mm}$ y que solo incluye la nervadura del eje cuyo ancho es de 500 mm será de:

$$A_s = 917 \text{ mm}^2 \rightarrow 1100 \text{ mm}$$

$$x = A_s \rightarrow 500 \text{ mm}$$

$$A_s = 416 \text{ mm}^2$$

Con lo anterior el área que debe de llevar la franja de columna fuera del ancho de $c_2 + 3h = 1700 \text{ mm}$, y que incluye solo a las dos nervaduras de 300 mm de ancho, será de:

$$A_s = 917 \text{ mm}^2 - 416 \text{ mm}^2 = 501 \text{ mm}^2$$

Con lo anterior, el área total que debe de quedar en el lecho inferior, dentro del ancho $c_2 + 3h = 1700 \text{ mm}$, se obtiene según corresponda el momento negativo o positivo. Como solo tenemos momento positivo el área será de:

$$A_s = 416 \text{ mm}^2$$

- Diseño por flexión del eje 2, claro A – B, extremo B.

Nota: Todas las áreas obtenidas se resumen en la figura 6.3.18.

Extremo B. (*Momentos negativos*)

Aquí también es necesario calcular por separado el refuerzo necesario para carga vertical $CM + CV_{máx}$ y para carga vertical combinada con fuerzas horizontales $CM + CV_{int} + Sismo$. Para el primer caso, como ya se vio anteriormente en la tabla 8.1 NTC-2004 y en la figura 6.3.17, el momento en la sección crítica se distribuye entre la franja de columnas con un 75 por ciento y la franja central con un 25 por ciento (véase 8.8 NTC-2004).

a) Por cargas verticales, $CM + CV_{máx}$.

a-1) Momento en la franja de columna:

El momento en la sección crítica, $M_{crít.} = M_u$, localizada en el paño de columnas es:

Por $CM + CV_{máx}$

$$M_u = 227.5 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm} \quad (\text{Ver figura 6.3.13})$$

$$M_u = (0.75) (227.5 \times 10^6) = 170.6 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$$

∴ El área de acero, A_s , que se debe de colocar en la franja de columna de 2500 mm, (ver figura 6.3.11) es igual a:

$$A_s = (9.044 \times 10^{-6}) (170.6 \times 10^6) = 1543 \text{ mm}^2$$

a-2) Momento en las franjas centrales:

$$M_u = (0.25) (227.5 \times 10^6) = 56.88 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$$

∴ El área de acero, A_s , que se debe de colocar en las franjas centrales será de:

$$A_s = (9.044 \times 10^{-6}) (56.88 \times 10^6) = 514.4 \text{ mm}^2$$

Al menos la mitad del refuerzo negativo por carga vertical de la franja de columnas, ($A_s = 1543 \text{ mm}^2$), quedará en un ancho de $c_2 + 3h = 1700 \text{ mm}$ centrado con respecto al eje de columnas (véase 8.8a NTC-2004). Por lo tanto el área que quedara dentro del ancho $c_2 + 3h = 1700 \text{ mm}$, será igual a:

$$A_s = 772 \text{ mm}^2$$

Con lo anterior el área que debe de llevar la franja de columna fuera del ancho de $c_2 + 3h = 1700 \text{ mm}$, y que incluye solo a las dos nervaduras de 300 mm de ancho, será la otra mitad del $A_s = 1543 \text{ mm}^2$ y esta área será igual a:

$$A_s = 772 \text{ mm}^2$$

Por complemento a $CM + CV_{\text{int}} + Sismo$

Esta área de refuerzo se calcula con los momentos que son la diferencia entre los que se tienen bajo $CM + CV_{\text{int}} + Sismo$ y los correspondientes a $CM + CV_{\text{máx}}$. Este refuerzo debe de colocarse en un ancho igual a $c_2 + 3h = 1700 \text{ mm}$ (véase 8.5b-NTC).

$$M_u = 495.1 \times 10^6 - 227.5 \times 10^6 = 267.6 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm} \quad (\text{Ver figura 6.3.13})$$

∴ El área de acero, A_s , que se debe de colocar en el lecho superior es igual a:

$$A_s = (9.044 \times 10^{-6}) (267.6 \times 10^6) = 2420 \text{ mm}^2$$

Extremo B. (*Momento positivo*), Por complemento a $CM + CV_{int} + Sismo$

$$M_u = 161.6 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm} \quad (\text{Ver figura 6.3.13})$$

∴ El área de acero, A_s , que se debe de colocar en el lecho inferior es igual a:

$$A_s = (9.044 \times 10^{-6}) (161.6 \times 10^6) = 1462 \text{ mm}^2$$

Con lo anterior, el área total que debe de quedar en el ancho, $c_2 + 3 h = 1700 \text{ mm}$; se obtiene de la siguiente manera: Según corresponda el momento negativo o positivo.

Para el lecho superior será igual a:

$$A_{s_{total}} = 2420 \text{ mm}^2 + 772 \text{ mm}^2 = 3192 \text{ mm}^2$$

Para el lecho inferior será igual a:

$$A_{s_{total}} = 1462 \text{ mm}^2$$

En la envolvente de momentos (figura 6.3.13) tenemos por complemento que:

Para $CM + CV_{int} + \vec{S}$ (*Momento negativo*)

$$M_u = 237.7 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm} \quad (\text{Ver figura 6.3.13})$$

∴ El área de acero, A_s , que se debe de colocar en el lecho superior, con un ancho igual a $c_2 + 3 h = 1700 \text{ mm}$. (Véase 8.5b-NTC) es igual a:

$$A_s = (9.044 \times 10^{-6}) (237.7 \times 10^6) = 2150 \text{ mm}^2$$

Para $CM + CV_{int} + \vec{S}$ (*Momento positivo*)

$$M_u = 240.1 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm} \quad (\text{Ver figura 6.3.13})$$

∴ El área de acero, A_s , que se debe de colocar en el lecho inferior, con un ancho igual a $c_2 + 3 h = 1700 \text{ mm}$ (véase 8.5b-NTC) es igual a:

$$A_s = (9.044 \times 10^{-6}) (240.1 \times 10^6) = 2171 \text{ mm}^2$$

Con lo anterior, el área total que debe de quedar en el ancho $c_2 + 3 h = 1700 \text{ mm}$; se obtiene de la siguiente manera: Según corresponda el momento negativo o positivo.

Para el lecho superior será igual a:

$$A_{s_{total}} = 2150 \text{ mm}^2$$

Para el lecho inferior será igual a:

$$A_{s_{total}} = 2171 \text{ mm}^2$$

Para $CM + CV_{int} + \overleftarrow{S}$ (Momento negativo)

$$M_u = 207.8 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm} \quad (\text{Ver figura 6.3.13})$$

∴ El área de acero, A_s , que se debe de colocar en el lecho superior, con un ancho igual a $c_2 + 3h = 1700 \text{ mm}$ (véase 8.5b-NTC) es igual a:

$$A_s = (9.044 \times 10^{-6}) (207.8 \times 10^6) = 187.9 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$$

Para $CM + CV_{int} + \overleftarrow{S}$ (Momento positivo)

$$M_u = 209.9 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm} \quad (\text{Ver figura 6.3.13})$$

∴ El área de acero, A_s , que se debe de colocar en el lecho inferior, con un ancho igual a $c_2 + 3h = 1700 \text{ mm}$ (véase 8.5b-NTC) es igual a:

$$A_s = (9.044 \times 10^{-6}) (209.9 \times 10^6) = 1900 \text{ mm}^2$$

Con lo anterior, el área total que debe de quedar en el ancho $c_2 + 3h = 1700 \text{ mm}$; se obtienen de la siguiente manera: Según corresponda el momento negativo o positivo.

Para el lecho superior será igual a:

$$A_{s_{total}} = 1879 \text{ mm}^2$$

Para el lecho inferior será igual a:

$$A_{s_{total}} = 1900 \text{ mm}^2$$

Para el refuerzo por flexión calculado solo se usarán barras de los números 8 y 5.

En la figura 6.3.18 se muestra un resumen de la distribución de áreas teóricas de refuerzo A_s , obtenidas, dentro de la envolvente del eje 2, tramo A-B.

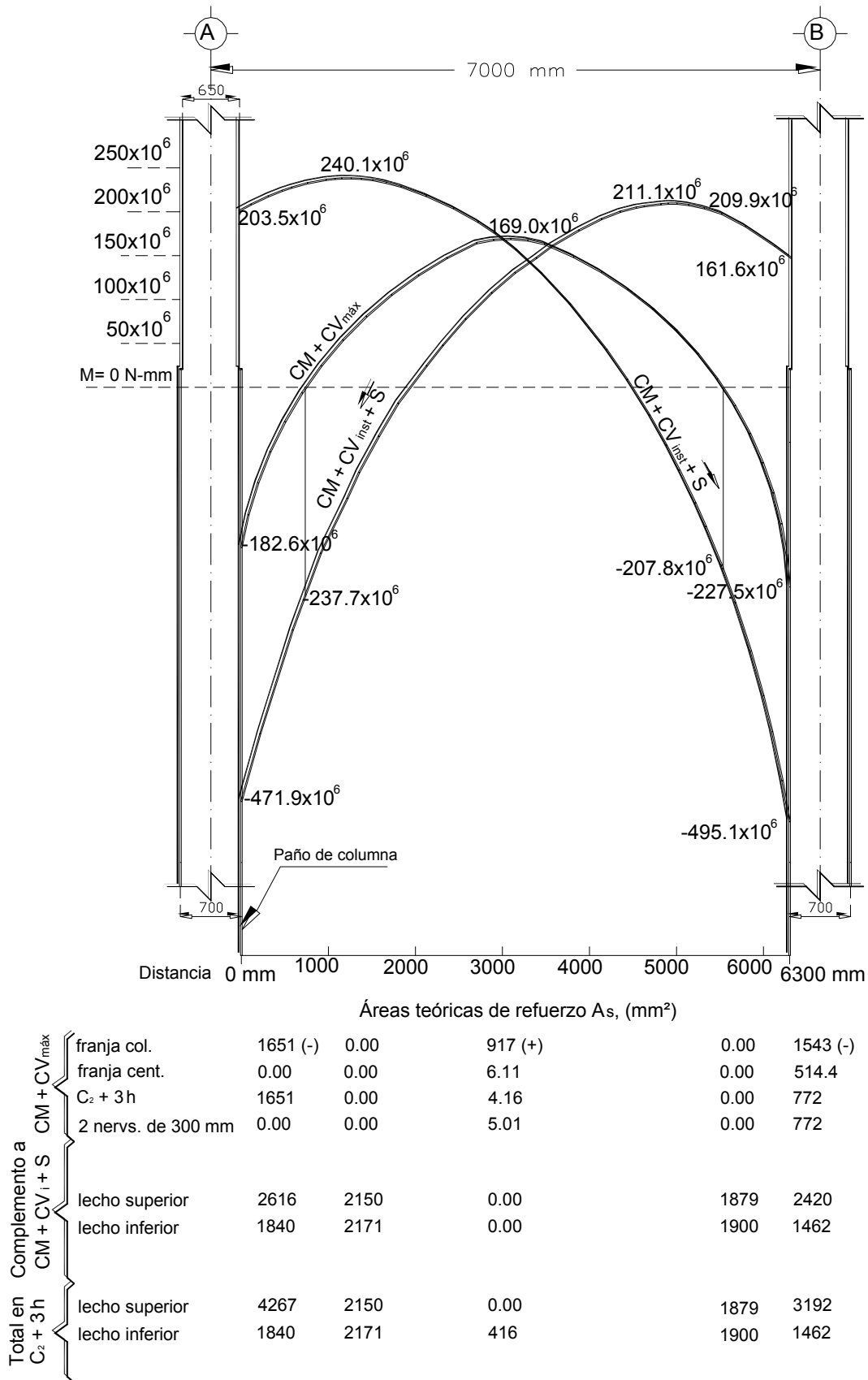


Figura 6.3.18 Distribución del A_s , dentro de la envolvente del eje 2, tramo A-B.

B) Revisión del porcentaje de acero p , suministrado en cada nervadura.

$$p_{\min} = \frac{0.22 \sqrt{f_c'}}{f_y} = \frac{0.22 \sqrt{25}}{420} = 0.002620 \quad (2.2 \text{ NTC})$$

$$p_b = \frac{f_c''}{f_y} \frac{600 \beta_1}{f_y + 600} = \frac{17}{420} \frac{600(0.85)}{420 + 600} = 0.02023 \quad (2.3 \text{ NTC})$$

$$p_{\max.} = 0.75 p_b = 0.75(0.02023) = 0.01517$$

b-1) Refuerzo en $c_2 + 3 h = 1700 \text{ mm}$ (únicamente queda incluida la nervadura de $b = 500 \text{ mm}$)

El refuerzo mostrado en la figura 6.3.19a para el ancho $c_2 + 3 h = 1700 \text{ mm}$, se obtiene de la siguiente manera.

- Extremo exterior:

El área que se suministrará para momento negativo será algo menor que la teórica, por que se aplicó cierta redistribución de momentos, con el fin de descongestionar la zona del refuerzo negativo, suministrando un refuerzo positivo ligeramente mayor que el necesario (véase 1.41 NTC-2004).

Refuerzo negativo;

Área teórica $A_s = 4267 \text{ mm}^2$ (Ver figura 6.3.18)

Área suministrada 8 barras del # 8, $A_s = 4056 \text{ mm}^2 < 4267 \text{ mm}^2$

El porcentaje de acero es igual a:

$$p = \frac{A_s}{b d} \quad (2.7 \text{ NTC})$$

Se tomará $b = c_2 + d = 500 + 360 = 860 \text{ mm}$, por que es el ancho de la viga ficticias en que se suministra refuerzo transversal.

$$p = \frac{4056}{(860)(360)} = 0.0131$$

$$p_{\min} < p < p_{\max.} \therefore \text{OK}$$

De las 8 barras del # 8 para momento negativo exterior, en la nervadura del eje de columnas solo van 6 de ellas; las 2 barras restante se alojarán en la zona maciza dentro del ancho $c_2 + 3 h = 1700 \text{ mm}$

Refuerzo positivo;

Área teórica $A_s = 1840 \text{ mm}^2$ (Ver figura 6.3.18)

Área suministrada $4 \# 8 + 2 \# 5$, $A_s = 2424 \text{ mm}^2 > 1840 \text{ mm}^2$

El porcentaje de acero es igual a:

$$p = \frac{A_s}{b d} \quad (2.7\text{NTC})$$

$$p = \frac{2424}{(860)(360)} = 0.00783$$

$$p_{\text{mín}} < p < p_{\text{máx.}} \therefore \text{OK}$$

- Extremo interior:

Para este extremo tendremos, $b = 500 \text{ mm}^2$

Refuerzo negativo;

Área teórica $A_s = 3192 \text{ mm}^2$ (Ver figura 6.3.18)

Área suministrada 6 barras del # 8, $A_s = 3042 \text{ mm}^2 < 3192 \text{ mm}^2$

El porcentaje de acero es igual a:

$$p = \frac{A_s}{b d} \quad (2.7\text{NTC})$$

$$p = \frac{3042}{(500)(360)} = 0.0169$$

$$p_{\text{mín}} < p > p_{\text{máx.}}$$

Aunque se rebasa el porcentaje máximo, este refuerzo se colocará en la zona maciza por lo que es realista suponer un ancho útil $b \geq 600 \text{ mm}^2$ con lo cual resultaría $p \leq p_{\text{máx.}}$.

Las 6 barras de la nervadura del eje se anclan en el núcleo de la columna con ganchos a 90° . (Ver figura 6.3.20 Unión exterior losa - columna)

Zona de la nervadura ($b = 500 \text{ mm}$)

Área teórica $A_s = 1900 \text{ mm}^2$ (Ver figura 6.3.18)

Área suministrada 4 barras del # 8, $A_s = 2028 \text{ mm}^2 > 1900 \text{ mm}^2 \therefore$

El porcentaje de acero es igual a:

$$p = \frac{A_s}{b d} \quad (2.7\text{NTC})$$

$$p = \frac{2028}{(500)(360)} = 0.01126$$

$$p_{\text{mín}} < p < p_{\text{máx.}} \therefore \text{OK}$$

Para los cortes de barras se aplicarán los requisitos de anclaje del inciso 5.1 NTC-2004, para este fin se puede suponer que las áreas de acero necesarias son proporcionales a la envolvente de M_u .

Al definirse la disposición del refuerzo debe de tenerse presente la sencillez y la facilidad en la construcción. Se recomienda usar pocos diámetros distintos de barras y evitar congestionamiento del refuerzo; también se recomienda que en una misma sección ni el refuerzo positivo ni el negativo conste de barras de diámetros muy distintos:

b-2) Nervaduras adyacentes a la del eje de columnas (nervaduras de $b = 300 \text{ mm}$)

El refuerzo mostrado en la figura 6.3.19b para una de las nervaduras de $b = 300 \text{ mm}$, se obtiene de la siguiente manera.

Área teórica $A_s = 501 \text{ mm}^2$ (Ver figura 6.3.18)

Recuérdese que esta área de acero $A_s = 501 \text{ mm}^2$, es el refuerzo que debe de colocarse en la franja de columna fuera del ancho $c_2 + 3 h = 1700 \text{ mm}$ y que es el total para las dos nervaduras adyacentes con $b = 300 \text{ mm}$, por lo tanto nuestra área teórica será de:

$$\text{Área teórica } A_s = 501 / 2 = 250.5 \text{ mm}^2$$

En este caso se optará por usar 3 barras del # 4 en cada lecho en lugar de 2 # 5 para cumplir con el requisito 2.5.9.5a NTC-2004, en el sentido de que la separación transversal entre ramas verticales de los estribos no debe de exceder de 200 mm .

Área suministrada 3 barras del # 4 $A_s = 381 \text{ mm}^2 > 250.5 \text{ mm}^2$

El porcentaje de acero es igual a:

$$p = \frac{A_s}{b d} \quad (2.7NTC)$$

$$p = \frac{381}{(300)(360)} = 0.003528$$

$$P_{\min} < p < P_{\max} \therefore \text{OK}$$

b-3) Nervadura de la franja central (nervadura de $b = 10 \text{ cm}$)

El refuerzo mostrado en la figura 6.3.19c para una de las nervaduras de de la franja central., se obtiene de la siguiente manera.

Área teórica $A_s = 611 \text{ mm}^2$ (Ver figura 6.3.18)

Recuérdese que esta área de acero $A_s = 611 \text{ mm}^2$, es el refuerzo que debe de colocarse en la franja central con un ancho de 250 mm y que es el total para las tres nervaduras de $b = 10 \text{ mm}$, por lo tanto nuestra área teórica será de:

$$\text{Área teórica } A_s = 514.4/3 = 171.5 \text{ mm}^2$$

$$\text{Área suministrada 1 barras del \# 5 } A_s = 198 \text{ mm}^2 > 171.5 \text{ mm}^2 \therefore$$

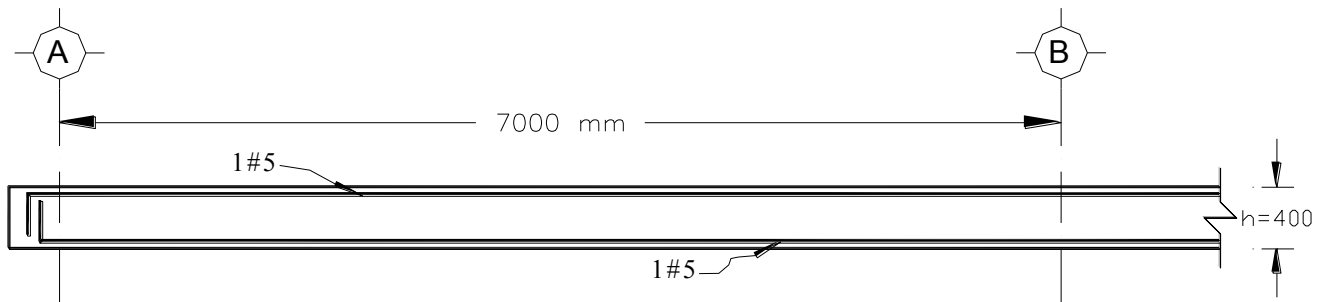
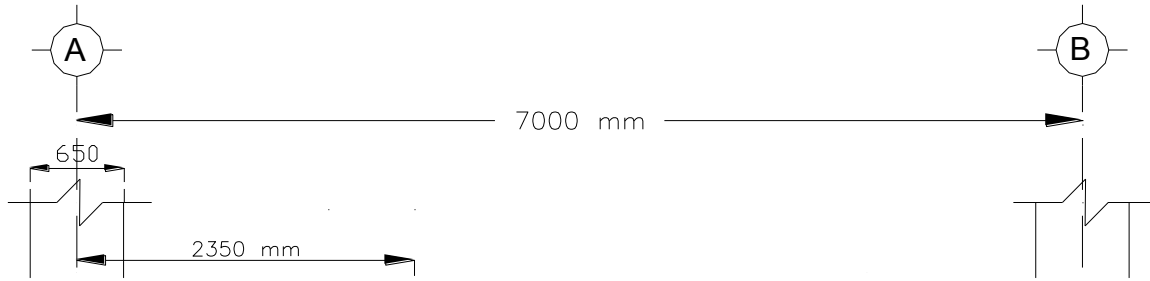
El porcentaje de acero es igual a:

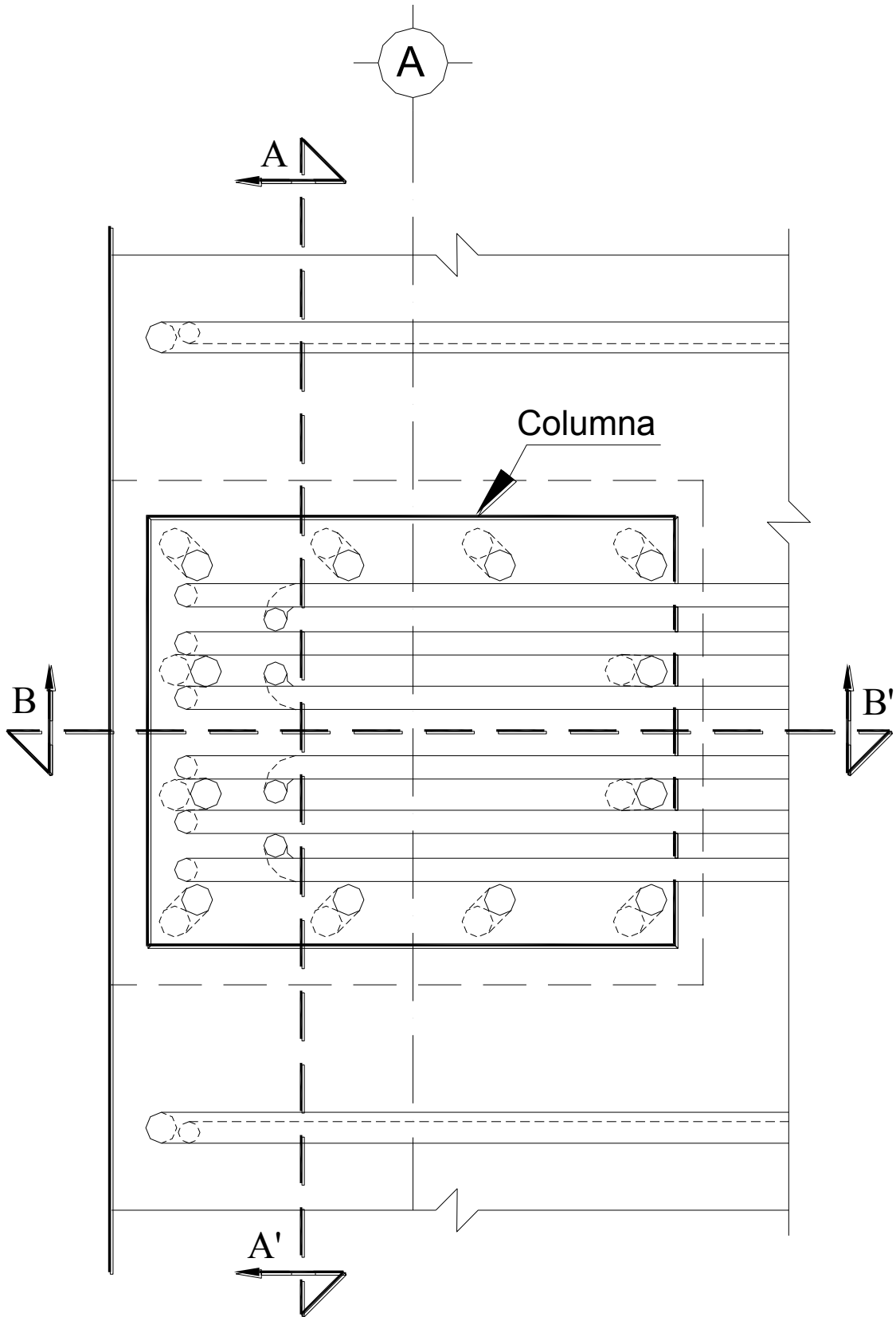
$$p = \frac{A_s}{b d} \quad (2.7NTC)$$

$$p = \frac{198}{(100)(360)} = 0.0055$$

$$P_{\min} < p < P_{\max} \therefore \text{OK}$$

En la figura 6.3.19 Se muestra la distribución del refuerzo longitudinal por flexión, para la nervadura de ancho, $c_2 + 3 h$, la nervadura de ($b = 300 \text{ mm}$) y la nervadura de ($b = 100 \text{ mm}$), del eje 2, tramo A-B.





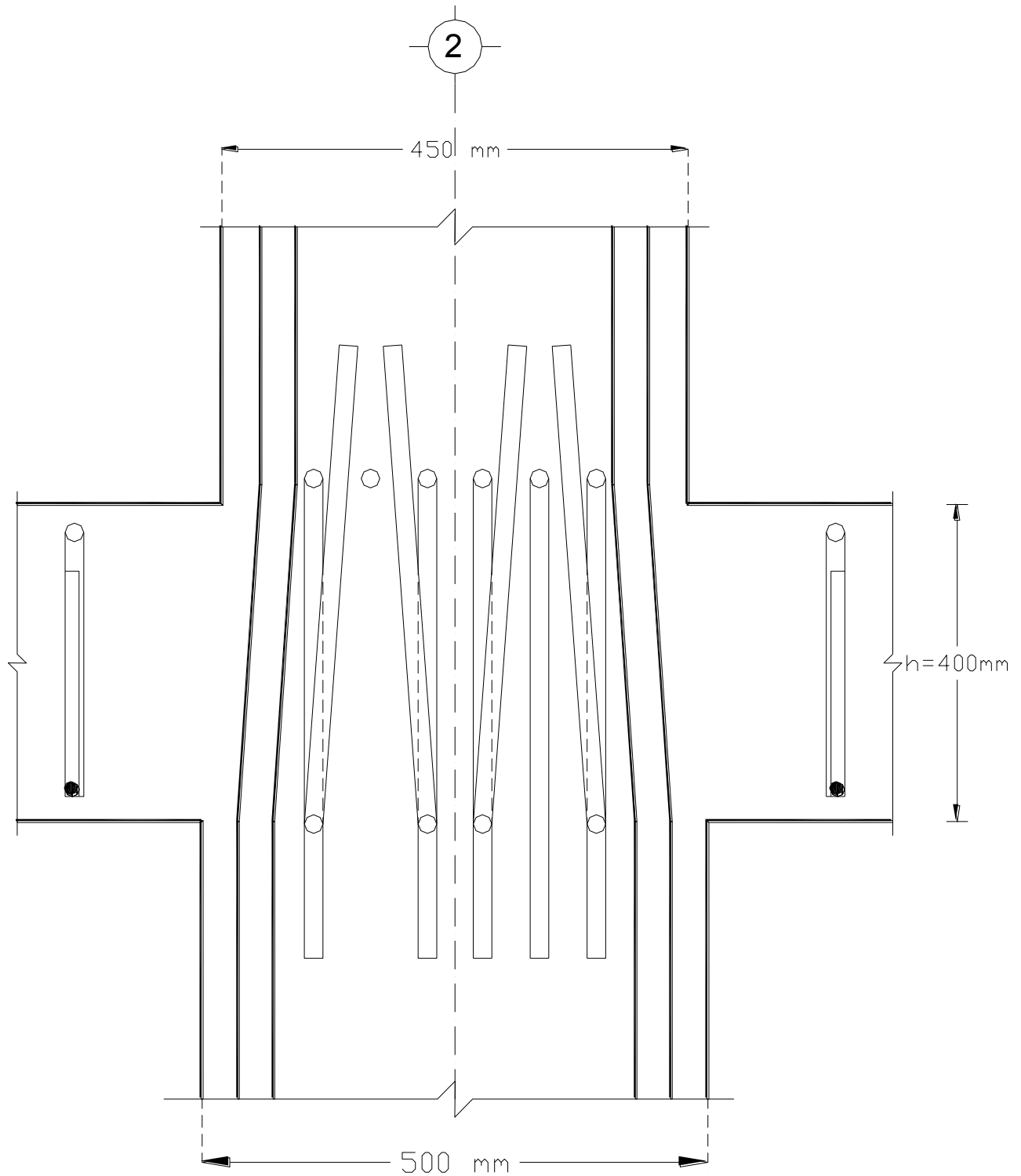


Figura 6.3.21 Unión exterior losa – columna. Sección A-A'.
 (No se muestran los estribos de la columna ni del nudo; tampoco dos barras intermedias del fondo de la columna)

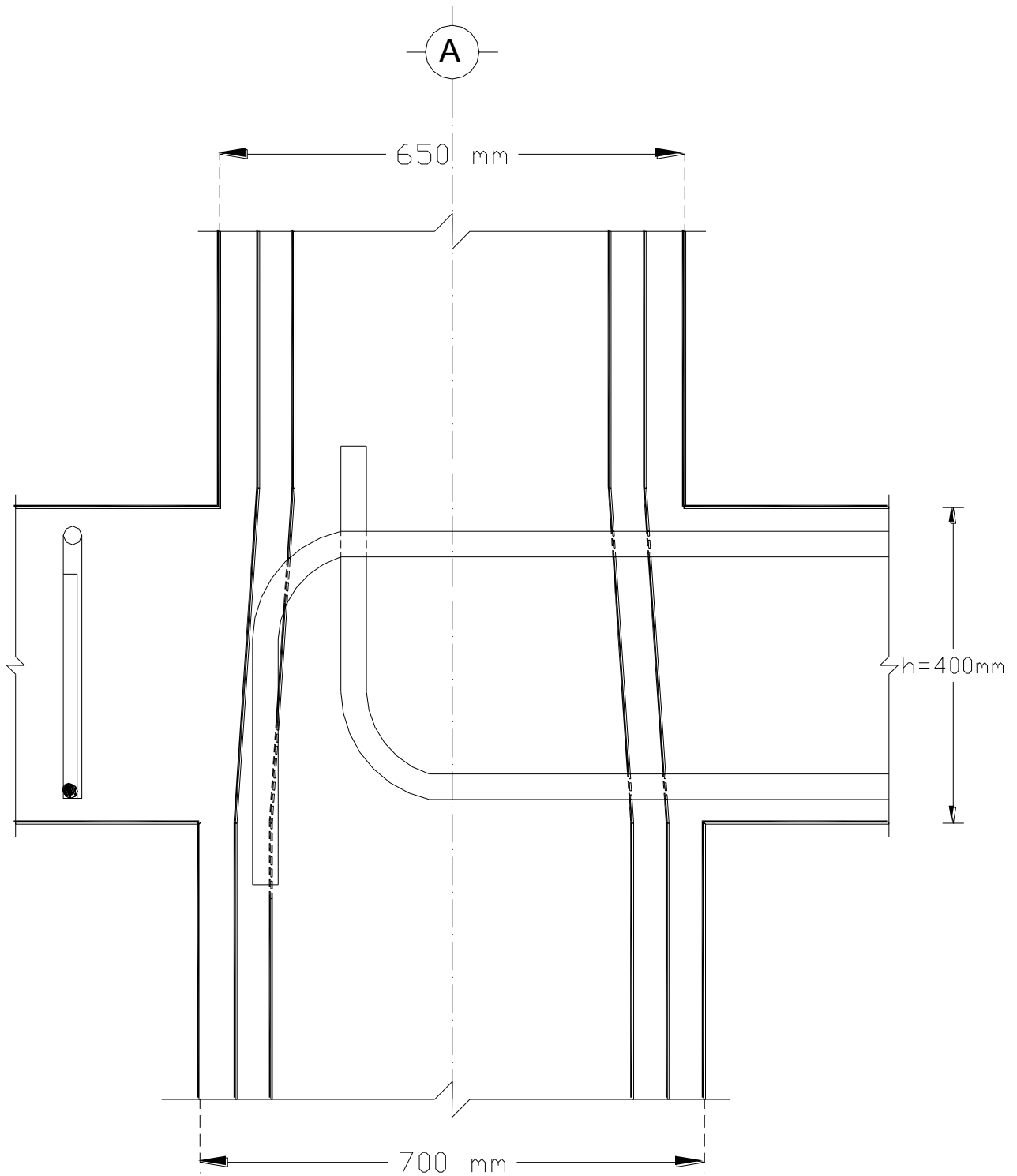
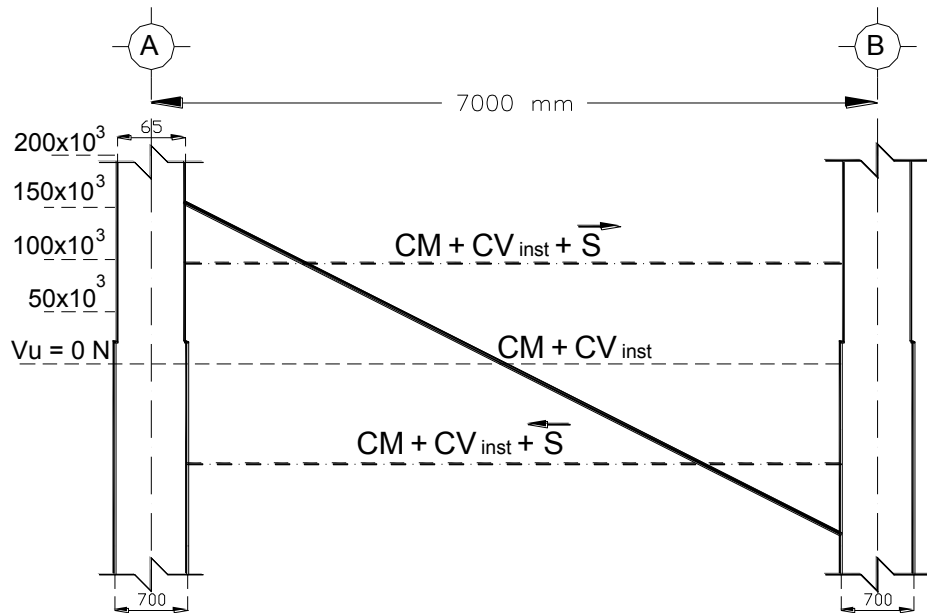
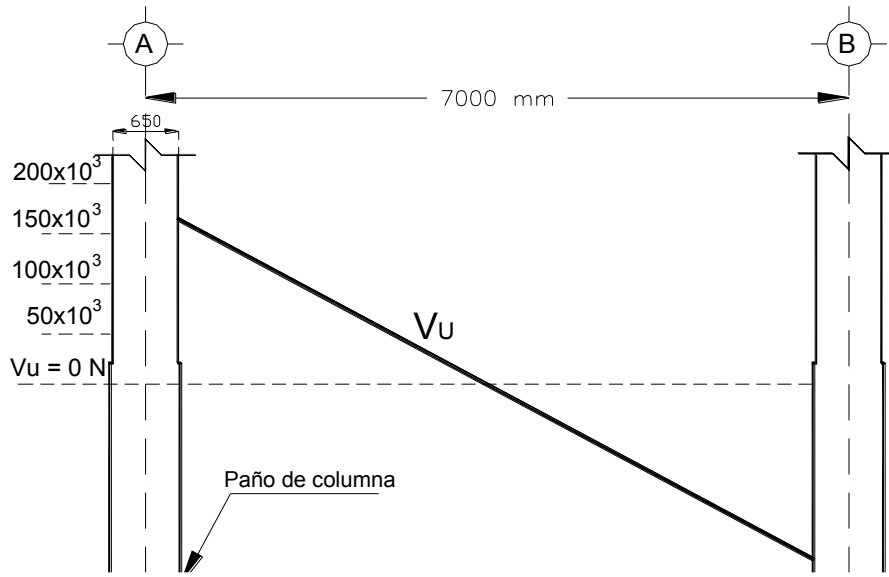


Figura 6.3.22 Unión exterior losa – columna. Sección B-B'.
 (No se muestran los estribos de la columna
 ni del nudo; tampoco dos barras intermedias
 del fondo de la columna)

- REVISIÓN DE LA FUERZA CORTANTE COMO VIGA ANCHA.



$CM + CV_{inst}$	$154.1 \times 10^3 \text{ N}$	$163.4 \times 10^3 \text{ N}$
\vec{S}	$96.1 \times 10^3 \text{ N}$	$96.1 \times 10^3 \text{ N}$
\vec{S}	$96.1 \times 10^3 \text{ N}$	$96.1 \times 10^3 \text{ N}$

En la figura 6.3.23 se muestra el diagrama de fuerzas cortantes proveniente de los análisis, las condiciones bajo cargas muerta más viva máxima ($CM + CV_{máx}$), se observa en la figura 6.3.23a y Las condiciones bajo cargas muerta, viva instantánea y sismo ($CM + CV_{int} + Sismo$), se observa en la figura 6.3.23b.

En la revisión por fuerza cortante como viga ancha, bajo ($CM + CV_{máx}$) se sigue el criterio establecido en (2.5.9a NTC-2004); bajo ($CM + CV_{int} + Sismo$) se aplica el criterio de resistir en un ancho igual a $c_2 + 3h = 1700 \text{ mm}$ la fuerza cortante causada por el sismo, en acuerdo con la forma de proceder al diseñar por flexión.

- Cálculos para el refuerzo por fuerza cortante.

a) Bajo la condición de cargas muerta más viva máxima ($CM + CV_{máx}$).

A - 1) Nervadura del eje de columnas, solo incluye la de ($b = 500 \text{ mm}$). (Ver figura 6.3.13)

Cálculo de la fuerza cortante de diseño que toma el concreto, V_{cR} (véase 2.5.1.1 NTC-2004)

Si $p \geq 0.015$

La fuerza cortante de diseño que toma el concreto V_{cR} será igual a:

$$V_{cR} = 0.16 F_R b d \sqrt{f_c}^* \quad (2.20 \text{ NTC})$$

Cálculo de cuantía de acero (véase 2.5.1.1 NTC-2004)

$$p = \frac{A_s}{bd} \quad (2.7 \text{ NTC})$$

Si tenemos $6 \# 8 = 3042 \text{ mm}^2$ (Ver figura 6.3.19a NTC-2004)

$$p = \frac{A_s}{bd} = \frac{(3042)}{(500)(360)} = 0.0169 \geq 0.015$$

La fuerza cortante que toma el concreto V_{cR} será igual a:

$$V_{cR} = (0.16)(0.8)(500)(360)\sqrt{20} = 103.04 \times 10^3 \text{ N} \quad (2.20 \text{ NTC})$$

V_{cR} , nunca será mayor a: (véase 2.5.1.1 NTC-2004)

$$0.47 F_R b d \sqrt{f_c}^*$$

$$(0.47)(0.8)(500)(360)\sqrt{20} = 302.67 \times 10^3 \text{ N} > V_{cR} \therefore \text{OK}$$

Cálculo de la resistencia suministrada por los estribos que resultaron al revisar la tensión diagonal alrededor de las columnas:

Para; $0\text{ mm} \leq x \leq 1400\text{ mm}$

Donde x es la distancia desde el paño de la columna.

Recuérdese que cuando se revisó la tensión diagonal alrededor de la columna 2A se obtuvieron estribos del # 2 de 8 ramas @ 120 mm que abarcan una viga ficticia de ancho $b = c_2 + d = 500 + 360 = 860\text{ mm}$ de la zona maciza, En una longitud correspondiente a $l/4 = 7000/4 = 1750\text{ mm}$ en cada extremo, que medido desde el eje de la columna será igual a $1750 - 350 = 1400\text{ mm}$. En la revisión como viga ancha conservadoramente solo se consideran 6 ramas de dichos estribos, que son las que quedan incluidas en la nervadura de 500 mm.

De lo anterior tenemos que:

Se colocarán estribos del # 2 de 6 ramas ($A_s = 192\text{ mm}^2$) @ 120 mm.

Sabemos que:

$$s = \frac{F_R A_v f_y d}{V_{sR}} \quad (2.23\text{ NTC})$$

Despejando la fuerza cortante de diseño que toma el acero transversal V_{sR} , tenemos que:

$$V_{sR} = \frac{F_R A_v f_y d}{s} = \frac{(0.8)(192)(420)(360)}{120} = 193.536 \times 10^3\text{ N}$$

Para; $1400\text{ mm} \leq x \leq 4900\text{ mm}$

$$V_{sR} = 0$$

Para; $4900\text{ mm} \leq x \leq 6300\text{ mm}$

Recuérdese que cuando se revisó la tensión diagonal alrededor de la columna 2B se obtuvieron estribos del # 2 de 4 ramas @ 120 mm que abarcan una viga ficticia de ancho $b = c_2 + d = 500 + 360 = 860\text{ mm}$ de la zona maciza, En una longitud correspondiente a $l/4 = 7000/4 = 1750\text{ mm}$, en cada extremo, que medido desde el eje de la columna será igual a $1750 - 350 = 1400\text{ mm}$.

De lo anterior tenemos que:

Se colocarán estribos del # 2 de 4 ramas ($A_s = 128\text{ mm}^2$) @ 120 mm.

Sabemos que:

$$s = \frac{F_R A_v f_y d}{V_{sR}} \quad (2.23 \text{ NTC})$$

Despejando la fuerza cortante de diseño que toma el acero transversal, V_{sR} , tenemos que:

$$V_{sR} = \frac{F_R A_v f_y d}{s} = \frac{(0.8)(128)(420)(360)}{120} = 129.024 \times 10^3 \text{ N}$$

La losa actúa como una viga ancha en tal forma que las grietas diagonales potenciales se extenderían en un plano que abarca todo el ancho. En losas planas para esta revisión se supondrá que el 75 por ciento de la fuerza cortante actúa en la franja de columna y el 25 por ciento en las franjas centrales (véase 2.5.9a NTC-2004).

Como la nervadura de ancho $b = 500 \text{ mm}$ se encuentra dentro de la franja de columnas, se supondrá un 75 por ciento de la fuerza cortante V_u (V_u , es la fuerza cortante de diseño que actúa en todo el ancho). En la franja de columnas, queda incluida la nervadura de 50 cm y las dos adyacentes de 300 mm teniendo un ancho igual a $500 + (300)(20) = 1100 \text{ mm}$ (ver figura 6.3.11)

La fuerza cortante de diseño que actúa en a la nervadura del eje $V_{u_{nerv.}}$ de ancho $b = 500 \text{ mm}$ será:

$$V_{u_{nerv.}} = 0.75 V_u \frac{500 \text{ cm}}{1100 \text{ cm}} = 0.3409 V_u$$

Extremo "A"

$$V_u = 230.2 \times 10^3 \text{ N} \quad (\text{Ver figura 6.3.23a})$$

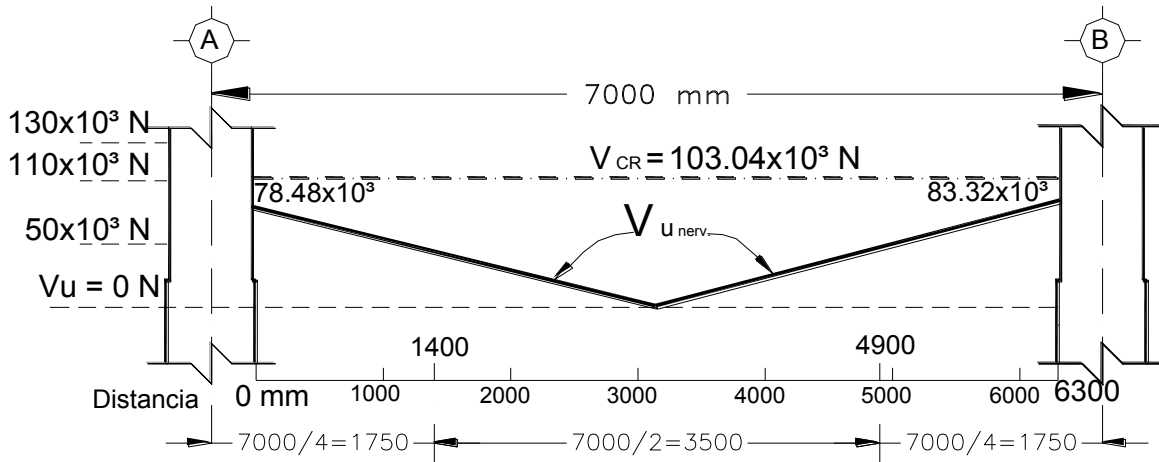
$$V_u = (0.3409)(230.2 \times 10^3) = 78.48 \times 10^3 \text{ N}$$

Extremo "B"

$$V_u = 244.4 \times 10^3 \text{ N} \quad (\text{Ver figura 6.3.23a})$$

$$V_u = (0.3409)(244.4 \times 10^3) = 83.32 \times 10^3 \text{ N}$$

En toda la nervadura $V_{CR} > V_{u_{nerv.}} \therefore$ no se requiere refuerzo adicional bajo carga muerta más carga viva máxima ($CM + CV_{m\acute{a}x}$). En la figura 6.3.24 Se observa como la fuerza cortante de diseño que toma el concreto, V_{cR} , es mayor que la fuerza cortante de diseño, V_u , que actúa en todo el ancho de la nervadura para $b = 500 \text{ mm}$.



a - 2) Nervaduras adyacentes a la del eje de columnas ($b = 300 \text{ mm}$). (Ver figura 6.3.13)

Cálculo de la fuerza cortante de diseño que toma el concreto V_{cR} (véase 2.5.1.1 NTC-2004).

Si $p < 0.015$

La fuerza cortante de diseño que toma el concreto V_{cR} será igual a:

$$V_{cR} = 0.3 F_R b d (0.2 + 20p) \sqrt{f_c}^* \quad (2.19 \text{ NTC})$$

Cálculo de cuantía de acero (véase 2.2.4a NTC-2004)

$$p = \frac{A_s}{bd} \quad (2.7 \text{ NTC})$$

Si tenemos $3 \# 4 = 381 \text{ mm}^2$ en cada lecho. (Ver figura 6.3.19b)

$$p = \frac{A_s}{bd} = \frac{(381)}{(300)(360)} = 0.003528 < 0.015$$

La fuerza cortante que toma el concreto V_{cR} será igual a:

$$V_{cR} = (0.3)(0.8)(300)(360)(0.2 + 20(0.003528))\sqrt{20} = 31.36 \times 10^3 \text{ N} \quad (2.19 \text{ NTC})$$

V_{cR} , nunca será mayor a: (véase 2.5.1.1 NTC-2004)

$$0.47 F_R b d \sqrt{f_c}^*$$

$$(0.47)(0.8)(300)(360)\sqrt{20} = 181.60 \times 10^3 \text{ N} > V_{cR} \therefore \text{OK}$$

Cálculo de la resistencia suministrada por los estribos que resultaron al revisar la tensión diagonal alrededor de las columnas:

Para; $0 \text{ mm} \leq x \leq 1400 \text{ mm}$

Donde x es la distancia desde el paño de la columna.

Recuérdese que cuando se revisó la tensión diagonal alrededor de la columna 2B se obtuvieron estribos del # 2 de 4 ramas @ 120 mm que abarcan una viga ficticia de ancho $b = c_2 + d = 500 + 360 = 860 \text{ mm}$ de la zona maciza, En una longitud correspondiente a $l/4 = 7000/4 = 1750 \text{ mm}$ en cada extremo, que medido desde el eje de la columna será igual a $1750 - 350 = 1400 \text{ mm}$.

De lo anterior tenemos que:

Se colocarán estribos del # 2 de 4 ramas ($A_s = 128 \text{ mm}^2$) @ 120 mm.

Sabemos que:

$$s = \frac{F_R A_v f_y d}{V_{sR}} \quad (2.23 \text{ NTC})$$

Despejando la fuerza cortante de diseño que toma el acero transversal V_{sR} , tenemos que:

$$V_{sR} = \frac{F_R A_v f_y d}{s} = \frac{(0.8)(128)(420)(360)}{120} = 129.024 \times 10^3 \text{ N}$$

Para; $1400 \text{ mm} \leq x \leq 4900 \text{ mm}$

$$V_{sR} = 0$$

Para; $4900 \text{ mm} \leq x \leq 6300 \text{ mm}$

Se colocarán estribos del # 2 de 4 ramas ($A_s = 128 \text{ mm}^2$) @ 120 mm.

La fuerza cortante de diseño que toma el acero transversal V_{sR} , será de:

$$V_{sR} = \frac{F_R A_v f_y d}{s} = \frac{(0.8)(128)(420)(360)}{120} = 129.024 \times 10^3 \text{ N}$$

La fuerza cortante de diseño $V_{u_{nerv.}}$ que actúa en las nervaduras adyacentes a la del eje de columnas de ancho $b = 300 \text{ mm}$ será:

La losa actúa como una viga ancha en tal forma que las grietas diagonales potenciales se extenderían en un plano que abarca todo el ancho. En losas planas para esta revisión se supondrá que el 75 por ciento de la fuerza cortante actúa en la franja de columna y el 25 por ciento en las franjas centrales (véase 2.5.9a NTC-2004).

Como las nervaduras de ancho $b = 300 \text{ mm}$ se encuentran dentro de la franja de columnas, se supondrá un 75 por ciento de la fuerza cortante V_u (V_u , es la fuerza cortante de diseño que actúa en todo el ancho). En la franja de columnas, queda incluida la nervadura de 500 mm y las dos adyacentes de 300 mm teniendo un ancho igual a $500 + (300)(2) = 1100 \text{ mm}$ (ver figura 6.3.11)

$$V_{u_{nerv.}} = 0.75 V_u \frac{300 \text{ mm}}{1100 \text{ mm}} = 0.2045 V_u$$

Extremo "A"

$$V_u = 230.2 \times 10^3 \text{ N} \quad (\text{Ver figura 6.3.23a})$$

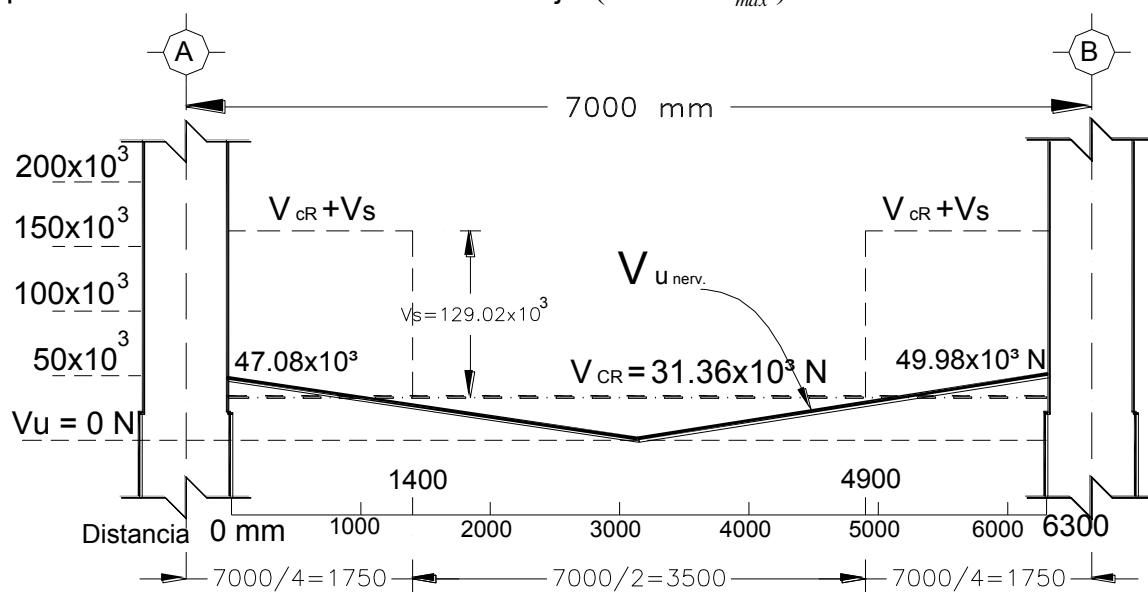
$$V_u = (0.2045)(230.2 \times 10^3) = 47.08 \times 10^3 \text{ N}$$

Extremo "B"

$$V_u = 244.4 \times 10^3 \text{ N} \quad (\text{Ver figura 6.3.23a})$$

$$V_u = (0.2045)(244.4 \times 10^3) = 49.98 \times 10^3 \text{ N}$$

Por lo anterior tenemos que en toda la nervadura $V_{cR} < V_{u_{nerv.}}$, Pero como $V_{cR} + V_{sR} > V_u$, no se requiere refuerzo transversal adicional bajo ($CM + CV_{máx}$).



a - 3) Nervaduras de la franja central ($b = 100 \text{ mm}$). (Ver figura 6.3.13)

Cálculo de la fuerza cortante de diseño que toma el concreto, V_{cR} , (véase 2.5.1.1 NTC-2004).

Si $p < 0.015$

La fuerza cortante de diseño que toma el concreto V_{cR} será igual a:

$$V_{cR} = 0.3 F_R b d (0.2 + 20p) \sqrt{f_c} \quad (2.19 \text{ NTC})$$

Cálculo de cuantía de acero (véase 2.5.1.1)

$$p = \frac{A_s}{bd} \quad (2.7 \text{ NTC})$$

Si tenemos 1 # 5 = 1.98 cm^2 en cada lecho (Ver figura 6.3.19b)

$$p = \frac{A_s}{bd} = \frac{(198)}{(100)(360)} = 0.0055 < 0.015$$

La fuerza cortante que toma el concreto, V_{cR} , será igual a:

$$V_{cR} = (0.3)(0.8)(100)(360)(0.2 + 20(0.0055))\sqrt{20} = 11.98 \times 10^3 \text{ N} \quad (2.19 \text{ NTC})$$

V_{cR} , nunca será mayor a: (véase 2.5.1.1 NTC-2004)

$$0.47 F_R b d \sqrt{f_c} \quad *$$

$$(0.47)(0.8)(100)(360)\sqrt{20} = 60.53 \times 10^3 \text{ N} > V_{cR} \quad \therefore \text{OK}$$

La losa actúa como una viga ancha en tal forma que las grietas diagonales potenciales se extenderían en un plano que abarca todo el ancho. En losas planas para esta revisión se supondrá que el 75 por ciento de la fuerza cortante actúa en la franja de columna y el 25 por ciento en las franjas centrales (véase 2.5.9a NTC-2004).

Como las nervaduras de ancho $b = 100 \text{ mm}$ se encuentran dentro de la franja de columnas, se supondrá un 25 por ciento de la fuerza cortante, V_u , (V_u , es la fuerza cortante de diseño que actúa en todo el ancho). En la franja central, quedan incluidas tres nervaduras de $b = 100 \text{ mm}$ teniendo un ancho igual a $(3)(100) = 300 \text{ mm}$ (ver figura 6.3.11)

$$V_{u_{nerv.}} = 0.25 V_u \frac{100 \text{ cm}}{300 \text{ mm}} = 0.08333 V_u$$

Extremo “A”

$$V_u = 230.2 \times 10^3 \text{ N} \quad (\text{Ver figura 6.3.23a})$$

$$V_u = (0.08333)(230.2 \times 10^3) = 19.18 \times 10^3 \text{ N}$$

Extremo “B”

$$V_u = 244.4 \times 10^3 \text{ N} \quad (\text{Ver figura 6.3.23a})$$

$$V_u = (0.08333)(244.4 \times 10^3) = 20.37 \times 10^3 \text{ N}$$

Como $V_{cR} < V_u < 0.47 F_R b d \sqrt{f_c}^*$, la separación s del refuerzo transversal no será mayor que $0.5 d$, por la que $s = (0.5)(360) = 180 \text{ mm}$ (véase 2.5.2.3b NTC-2004).

La separación teórica del refuerzo transversal con grapas del # 2 será: (véase 2.5.2.3a NTC)

$$s = \frac{F_R A_v f_y d}{V_{sR}} \quad (2.23 \text{ NTC})$$

Donde A_v es el área transversal del refuerzo por tensión diagonal $A_v = 1 \# 2 = 32 \text{ mm}^2$ y V_{sR} es la fuerza cortante de diseño que toma el acero transversal ($V_{sR} = V_u - V_{cR}$)

$$s = \frac{(0.8)(32)(420)(360)}{(20.37 \times 10^3 - 11.98 \times 10^3)} = 461.0 \text{ mm} \quad (2.23 \text{ NTC})$$

∴ Rige $s = 18 \text{ mm}$

Por resistencia se colocarán en cada extremo de las nervaduras grapas del # 2 @ 180 mm en una longitud de $880 \approx 900 \text{ mm}$ a partir de la prolongación del paño de la columna.

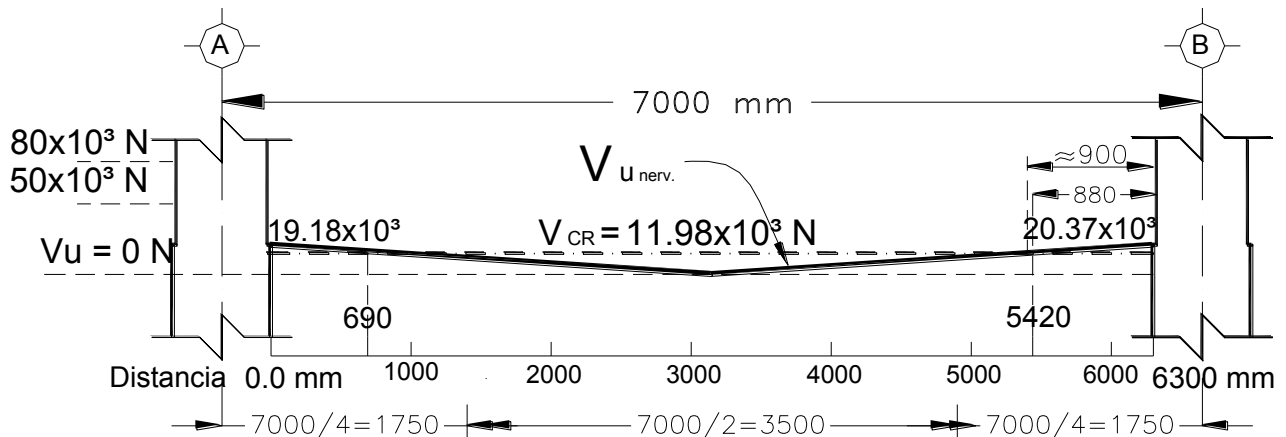


Figura 6.3.26 Diagrama de la fuerza cortante de diseño que toma el concreto V_{cR} para $b = 10 \text{ cm}$

b) Bajo la condición de cargas muerta, viva instantánea y sismo ($CM + CV_{int} + Sismo$)

A fin de ir de acuerdo con el criterio de resistir el efecto del sismo en el ancho $c_2 + 3h = 1700\text{ mm}$, se supondrá que toda la fuerza cortante causada por el sismo actúa en dicho ancho (véase 8.5b NTC-2004). En el ejemplo, resulta que en $c_2 + 3h = 1700\text{ mm}$ solo queda la nervadura del eje con ($b = 500\text{ mm}$) por lo que la totalidad de la fuerza cortante de sismo se asignará solo a esa nervadura.

En la figura 6.3.24 se muestra el diagrama de fuerza cortante sobre la nervadura del eje bajo cargas muerta y viva instantánea que se obtiene del de fuerza cortante en todo el ancho, tomando, por una parte el 75 por ciento, que es lo que actúa en la franja de columna y, por otra, haciendo que la fuerza que actúa en la nervadura sea proporcional a su ancho. Al diagrama así obtenido se suma el efecto total del sismo. De esta forma, la fuerza cortante en el extremo "A" ($148.6 \times 10^3\text{ N}$) se obtiene de la siguiente forma:

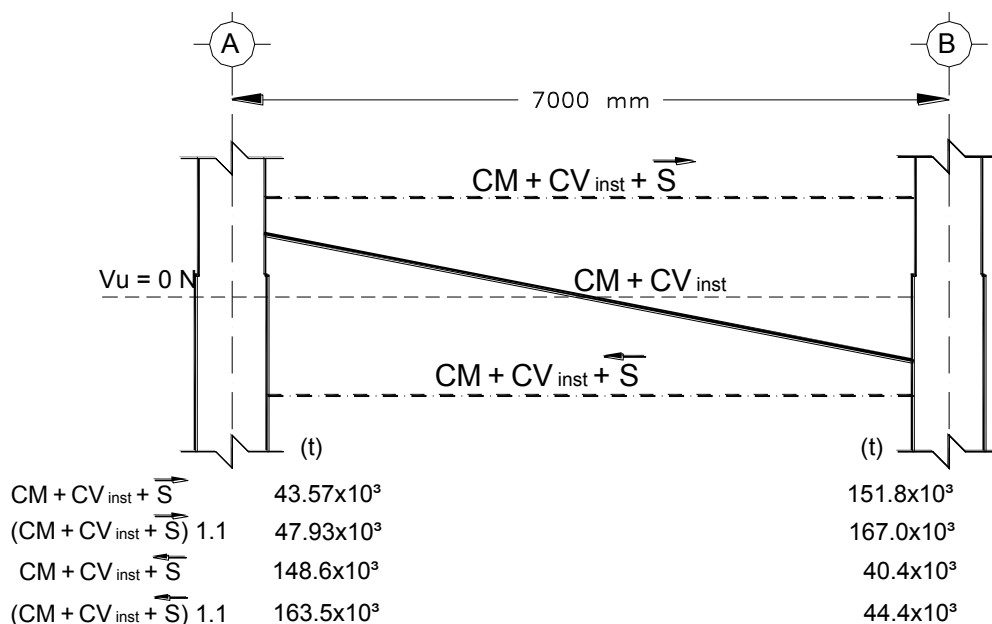
$$(0.75) (154.1 \times 10^3) \frac{500}{1100} + 96.1 \times 10^3 = 148.6 \times 10^3\text{ N}$$

Donde:

0.75 es el porcentaje que actúa en la franja de columna, $154.1 \times 10^3\text{ N}$ y $96.1 \times 10^3\text{ N}$ (ver figura 6.3.23a). En la franja de columnas, queda incluida la nervadura de 500 mm y las dos adyacentes de 30 cm teniendo un ancho igual a $500 + (300)(2) = 1100\text{ mm}$ (ver figura 6.3.11)

La fuerza cortante en el extremo "B" ($151.8 \times 10^3\text{ N}$) se obtiene de la siguiente forma:

$$(0.75) (163.5 \times 10^3) \frac{500}{1100} + 96.1 \times 10^3 = 151.8 \times 10^3\text{ N}$$



Como ya se vio anteriormente para nervadura de ancho, $b = 500 \text{ mm}$, tenemos que:

$$p > 0.015$$

La fuerza cortante de diseño que toma el concreto, V_{cR} , será igual a:

$$V_{cR} = 0.16 F_R b d \sqrt{f_c}^* \quad (2.20 \text{ NTC})$$

La fuerza cortante que toma el concreto, V_{cR} , será igual a:

$$V_{cR} = (0.16)(0.8)(500)(360)\sqrt{20} = 103.03 \times 10^3 \text{ N} \quad (2.20 \text{ NTC})$$

V_{cR} , nunca será mayor a: (véase 2.5.1.1 NTC-2004)

$$0.47 F_R b d \sqrt{f_c}^*$$

$$(0.47)(0.8)(500)(360)\sqrt{20} = 302.67 \times 10^3 \text{ N} > V_{cR} \therefore \text{OK}$$

De igual manera cuando analizamos la resistencia que suministran los estribos que resultaron al revisar la tensión diagonal alrededor de las columnas y como viga ancha bajo cargas muerta y viva máxima, se determinó que para esta condición no se requirieron estribos adicionales. (Ver figura 6.3.24)

Cálculo de la resistencia suministrada por los estribos que resultaron al revisar la tensión diagonal alrededor de las columnas:

Para; $0 \text{ m} \leq x \leq 1400 \text{ mm}$

Donde, x , es la distancia desde el paño de la columna.

Cuando se revisó la tensión diagonal alrededor de la columna 2A se obtuvieron estribos del # 2 de 8 ramas @120 mm que abarcan una viga ficticia de ancho $b = c_2 + d = 500 + 360 = 860 \text{ mm}$ de la zona maciza, En una longitud correspondiente a $l/4 = 7000/4 = 1750 \text{ mm}$ en cada extremo, que medido desde el eje de la columna será igual a $1750 - 350 = 1400 \text{ mm}$. En la revisión como viga ancha conservadoramente solo se consideran 6 ramas de dichos estribos, que son las que quedan incluidas en la nervadura de 500 mm. Por lo tanto:

Se colocarán estribos del # 2 de 6 ramas ($A_s = 192 \text{ mm}^2$) @120 mm.

Sabemos que:

$$s = \frac{F_R A_v f_y d}{V_{sR}} \quad (2.23 \text{ NTC})$$

Despejando la fuerza cortante de diseño que toma el acero transversal V_{sR} , tenemos que:

$$V_{sR} = \frac{F_R A_v f_y d}{s} = \frac{(0.8)(192)(420)(360)}{120} = 193.5 \times 10^3 \text{ N}$$

Para; $1400 \text{ mm} \leq x \leq 4900 \text{ mm}$

$$V_{sR} = 0$$

Para; $4900 \text{ mm} \leq x \leq 6300 \text{ mm}$

Recuérdese que cuando se revisó la tensión diagonal alrededor de la columna 2B se obtuvieron estribos del # 2 de 4 ramas @ 120 mm que abarcan una viga ficticia de ancho $b = c_2 + d = 500 + 360 = 860 \text{ mm}$ de la zona maciza, En una longitud correspondiente a $l/4 = 7000/4 = 1750 \text{ mm}$, en cada extremo, que medido desde el eje de la columna será igual a $1750 - 350 = 1400 \text{ mm}$.

De lo anterior tenemos que:

Se colocarán estribos del # 2 de 4 ramas ($A_s = 128 \text{ mm}^2$) @ 120 mm.

La fuerza cortante de diseño que toma el acero transversal V_{sR} , será igual a:

$$V_{sR} = \frac{F_R A_v f_y d}{s} = \frac{(0.8)(128)(420)(360)}{120} = 129.024 \times 10^3 \text{ N}$$

De acuerdo con la figura 6.3.28 donde se observa la envolvente de la nervadura, $V_{u_{nerv}}$, la sección crítica por fuerza cortante corresponde a $x = 4900 \text{ mm}$, en donde dicha sección tenemos

$$V_u = 140.5 \times 10^3 \text{ N}$$

Como $V_{cR} < V_u < 0.47 F_R b d \sqrt{f_c}^*$, la separación s , del refuerzo transversal no será mayor que $0.5 d$, por la que $s = (0.5)(360) = 180 \text{ mm}$ (véase 2.5.2.3b NTC-2004).

La separación teórica del refuerzo transversal con estribos del # 2 de 4 ramas será igual a: (véase 2.5.2.3a NTC-2004)

$$s = \frac{F_R A_v f_y d}{V_{sR}} \tag{2.23 NTC}$$

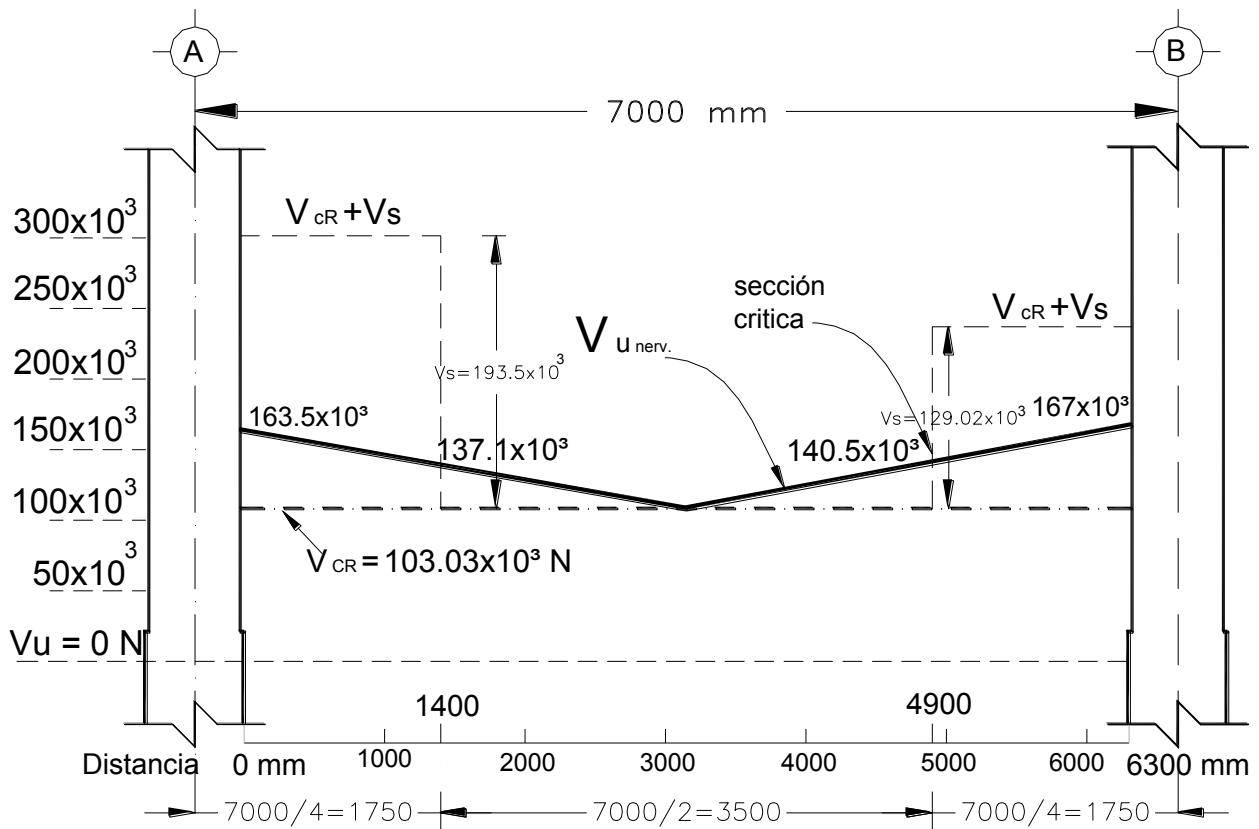
Donde, A_v , es el área transversal del refuerzo por tensión diagonal $A_v = 4 \# 2 = 128 \text{ mm}^2$ y V_{sR} es la fuerza cortante de diseño que toma el acero transversal ($V_{sR} = V_u - V_{cR}$).

La separación teórica del refuerzo transversal con estribos del # 2 de 4 ramas será igual a:

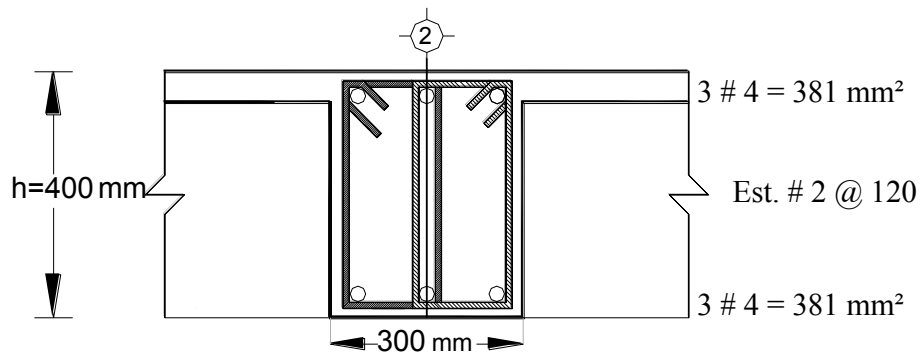
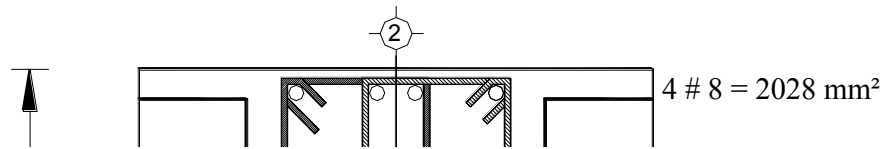
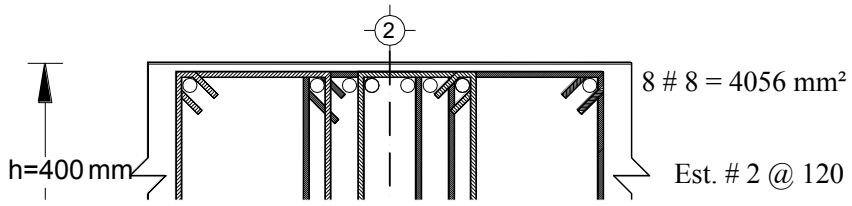
$$s = \frac{(0.8)(128)(420)(360)}{(140.5 \times 10^3 - 103.03)} = 413 \text{ mm} \quad (2.23 \text{ NTC})$$

∴ Rige $s = 180 \text{ mm}$

Por resistencia se colocarán estribos del # 2 @ 180 mm en los 3500 mm centrales de la nervadura, que es la zona donde no se requirieron estribos al revisar la tensión diagonal alrededor de las columnas.



c) Por resistencia se colocarán en cada extremo de las nervaduras Grapas del # 2 @ 180 mm, En una longitud de 900 mm a partir de la prolongación del paño de la columna.

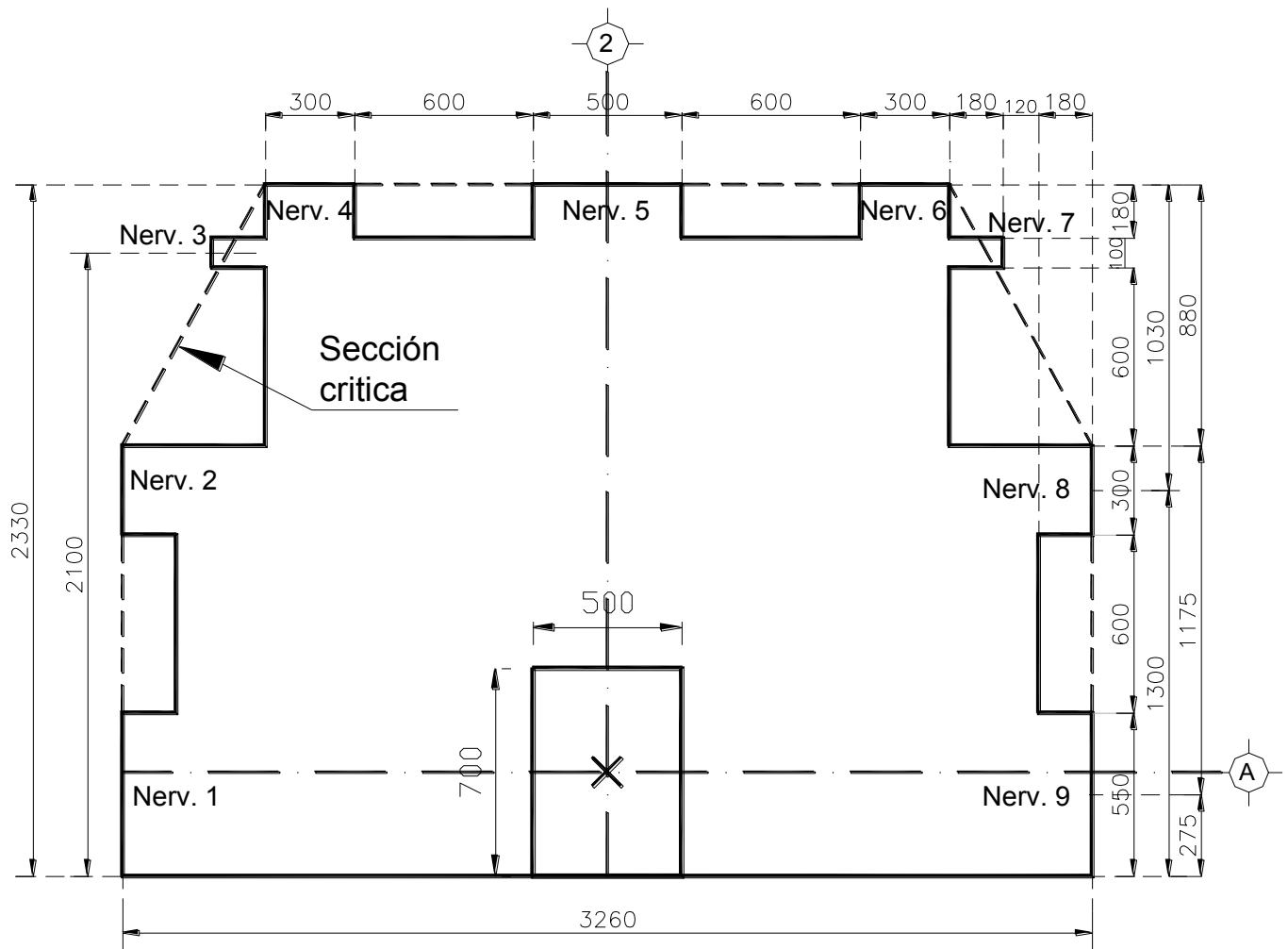


REVISIÓN POR TENSIÓN DIAGONAL DE LA SECCIÓN CRÍTICA SITUADA A $d / 2$ DE LA PERIFERIA DE LA ZONA MACIZA QUE RODEA A LA COLUMNA EXTERIOR 2A.

a) Revisión bajo cargas muerta, viva instantánea y sismo $CM + CV_{int} + Sismo$.

Para este ejemplo solo se revisará la condición $CM + CV_{int} + Sismo$, por que es la que rigió por amplio margen al revisar la tensión diagonal alrededor de la columna. en casos en que ese margen sea pequeño y haya duda sobre cual rige, habrá que revisar también bajo $CM + CV_{máx}$.

En la figura 6.3.31 se observa el perímetro de la sección crítica de la losa.



La fuerza cortante en cada nervadura, V_i , se calcula con la siguiente expresión:

$$V_i = \frac{(V_u - A_{w_u}) a_i}{\Sigma a_i} + \frac{c_i a_i}{\Sigma c_i^2 a_i} \alpha [M_u + A_{w_v} (e - f) - V_u e]$$

Donde:

$V_u - A_w$ es la fuerza cortante de diseño en la sección crítica

a_i área transversal de la nervadura i en la sección crítica

V_u fuerza cortante de diseño calculada en el eje de la columna

A área de la losa limitada por la sección crítica

W_u carga de diseño por mm^2 de losa

c_i distancia del centroide de la sección crítica al centroide de la sección transversal de la nervadura i

α fracción del momento transmitida por fuerzas cortantes en las nervaduras

$m_d = M_u + A_w (e - f) - V_u e$ momento que actúa en la sección crítica cuando la fuerza cortante $V_u - A_w$ pasa por el centroide de dicha sección crítica

M_u momento de diseño que se transmite entre losa y columna, valuado en el centro del nudo

e distancia del eje de la columna al centroide de la sección crítica

f distancia del eje de la columna a la resultante de la carga que actúa en el área A

En la figura 6.3.32 se presenta el equilibrio de la porción de estructura comprendida entre la sección crítica de la losa y los puntos de inflexión de las columnas, así como la obtención del momento que interviene en la fórmula de V_i .

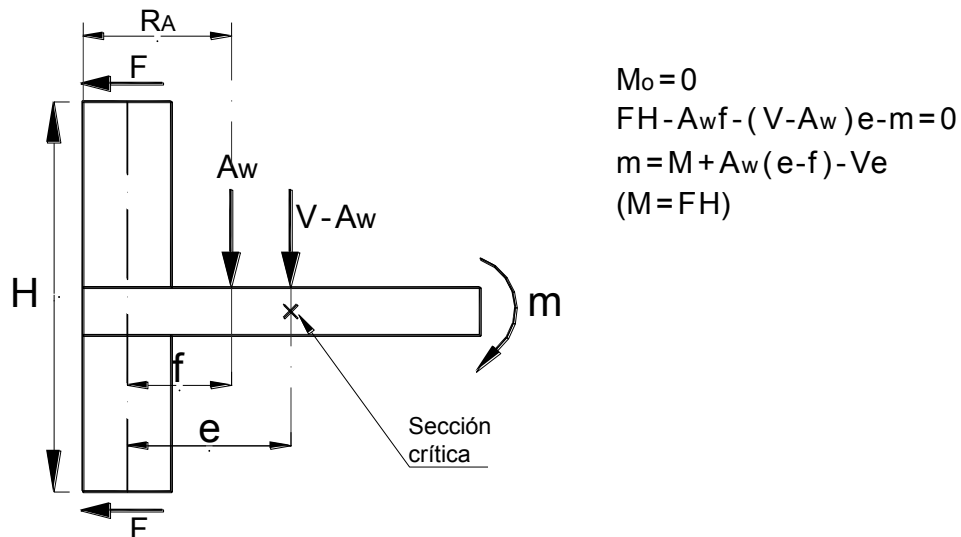


Figura 6.3.32 Equilibrio entre la sección crítica de la losa y los puntos de inflexión de las columnas.

Cálculo del centroide de la sección crítica Y :

$$Y = \frac{2330 (300 + 500 + 300) + 2 ((2100) (100) + (1300) (300) (275) (550))}{300 + 500 + 300 + 2 (100 + 300 + 550)} = 1355 \text{ mm}$$

Posición de la resultante de la carga R_A que actúa en el área A :

$$R_A = \frac{(3260) (1450) \left(\frac{1450}{2} \right) + \left(\left(\frac{3260 + 2300}{2} \right) (880) \right) \left[1450 + \left(\frac{880}{3} \right) \left(\frac{3260 + (2) (2300)}{3260 + 2300} \right) \right]}{(3260) (1450) + \left(\frac{3260 + 2300}{2} \right) (880)}$$

$$R_A = \frac{3427075000 + (2446400)[1864.6]}{(4727000) + (2446400)}$$

$$R_A = 1113.6 \text{ mm}$$

Cálculo de la carga de diseño, w_u , en (kN/m^2) de losa

$$w_u = 1.1 w$$

$$w_u = (1.1)(0.1009) = 0.1110 \text{ kN/m}^2$$

Cálculo de la distancia del eje de la columna al centroide de la sección crítica e

$$e = y - 700 \text{ mm} / 2$$

$$e = 1355 - 350 = 1005 \text{ mm}$$

Cálculo de la distancia del eje de la columna a la resultante de la carga, f , que actúa en el área, A ,

$$f = R_A - 700 \text{ mm} / 2$$

$$f = 1113.6 - 350 = 763.6 \text{ mm}$$

Cálculo de la fracción de momento flexionante, α , que se transmite por excentricidad de la fuerza cortante (véase 2.5.9.2b NTC-2004).

Esta fracción de momento ya se había calculado anteriormente cuando se calculó la tensión diagonal alrededor de la columna exterior, $2A$, dándonos un valor de:

$$\alpha = 0.4040$$

Cálculo del área de la losa limitada por la sección crítica, A .

$$A = (3260)(1450) + \frac{(880)(3260 + 2300)}{2}$$

$$A = 7173400 \text{ mm}^2$$

Cálculo de la fuerza cortante de diseño en la sección crítica $V_u - A w_u$

$V_u = 302.7 \times 10^3 \text{ N}$ (Se obtuvo anteriormente cuando se calculó la tensión diagonal alrededor de la columna exterior $2A$, bajo la condición de $(CM + CV_{\text{int}} + Sismo)$)

$$V_u - A w_u = 302.7 \times 10^3 - (7173400)(0.01110) = 223075.3 \text{ N}$$

Cálculo del momento que actúa en la sección crítica m_d

$$m_d = M_u + A w_u (e - f) - V_u e$$

$$m_d = 571.6 \times 10^6 + (7173400)(0.01110) (1005 - 763.6) - (302.7 \times 10^3) (1005)$$

$$m_d = 571.6 \times 10^6 + (79624.74) (241.4) - 304213500$$

$$m_d = 571.6 \times 10^6 + 19221412 - 304213500$$

$$m_d = 286.6 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$$

Sustituyendo los valores en V_i tenemos:

$$V_i = \frac{(V_u - A w_u) a_i}{\Sigma a_i} + \frac{c_i a_i}{\Sigma c_i^2} \alpha [M_u + A w_u (e - f) - V_u e]$$

$$V_i = \frac{(V_u - A w_u) a_i}{\Sigma a_i} + \frac{c_i a_i}{\Sigma c_i^2 a_i} \alpha m_d$$

$$V_i = \frac{223075.3 a_i}{\Sigma a_i} + \frac{c_i a_i}{\Sigma c_i^2 a_i} (0.4040) (286.6 \times 10^6)$$

Por lo tanto la fuerza cortante V_i en cada nervadura será igual a:

$$V_i = \frac{223075.3 x a_i}{\Sigma a_i} + \frac{c_i a_i}{\Sigma c_i^2 a_i} (115.8 \times 10^6)$$

En la tabla 6.3.2 se muestran los cálculos para obtener las fuerzas cortantes V_i en la sección crítica de las nervaduras 4, 5 y 6. (* Se multiplicarán por el valor de cada nervadura)

Nerv. <i>i</i>	a_i (mm^2)	c_i (mm)	$a_i c_i$ (mm^3) * 10^3	$a_i c_i^2$ (mm^4) * 10^4	$\frac{a_i}{\Sigma a_i}$	$\frac{a_i c_i}{\Sigma a_i c_i}$ ($1/mm$)	$\frac{(V_u - Aw_u)a_i}{\Sigma a_i}$ (N)	$\frac{a_i c_i \alpha m_d}{\Sigma a_i c_i^2}$ (N)	V_i (N)
1	220000	1080	237600	25660000					
2	120000	55	6600	36300					
3	40000	745	29800	2220000					
4	120000	975	117000	11410000	0.1	0.0001198	22310	13870	36180
5	200000	977.5	195000	19010000	0.1667	0.0001997	37190	23120	60310
6	120000	975	117000	11410000	0.1	0.0001198	22310	13870	36180
7	40000	745	29800	2220000					
8	120000	55	6600	36300					
9	220000	1080	237600	25660000					

Σ Total $1200000 mm^2$ $97.66 \times 10^{10} mm^4$

Tabla 6.3.2 Fuerzas cortantes V_i en la sección crítica de las nervaduras 4, 5 y 6.

Cálculo de las fuerzas cortantes resistentes para la nervadura del eje de columnas (*nervadura 5*) y las nervaduras adyacentes (*nervaduras 4 y 6*).

Nervaduras del eje de columnas (*nervadura 5*)

$V_{cR} = 103.04 \times 10^3 N$ (Se obtuvo anteriormente cuando se calculó el refuerzo por fuerza cortante, bajo la condición de $(CM + CV_{máx})$ para $b = 500 mm$.)

$V_{i5} = 60310 N$ (Ver tabla 8.2)

Por lo tanto

$V_{cR} = 103.04 \times 10^3 N > V_{i5} = 60310 N$

Nervaduras adyacentes a la del eje de columnas (*nervaduras 4 y 6*)

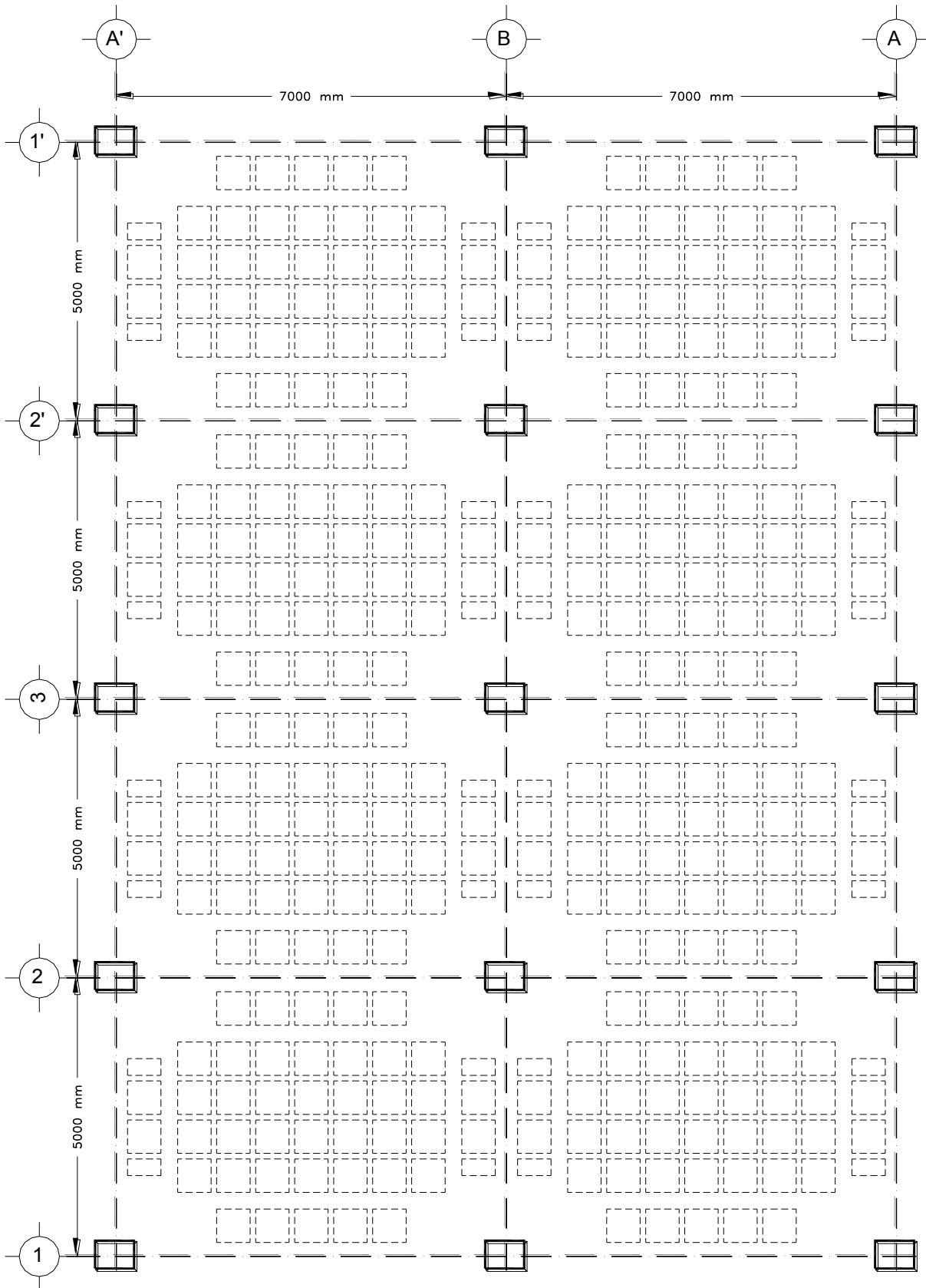
$V_{sR} + V_{cR} = 162 \times 10^3 \text{ N}$ (Se obtuvo anteriormente cuando se calculó el refuerzo por fuerza cortante, bajo la condición de $(CM + CV_{máx})$ para $b = 300 \text{ mm}$.)

$V_{i_4} = V_{i_6} = 36180 \text{ N}$ (Ver tabla 8.2)

Por lo tanto

$V_{sR} + V_{cR} = 162 \times 10^3 \text{ N} > V_{i_4} = V_{i_5} = 36.18 \times 10^3 \text{ N}$

∴ No es necesario modificar el refuerzo transversal que se había calculado para la nervadura del eje de columnas (*nervadura 5*) y las nervaduras adyacentes (*nervaduras 4 y 6*).



CAPÍTULO XII

EJEMPLO DE ELEMENTOS TIPO MÉNSULA Y CIMENTACIONES AISLADAS (CAPÍTULO VII) (Sistema Internacional “SI”)

7.1 CÁLCULO DEL ACERO DE REFUERZO DE UNA MÉNSULA, DADA SU GEOMETRÍA

DATOS DEL PROBLEMA:

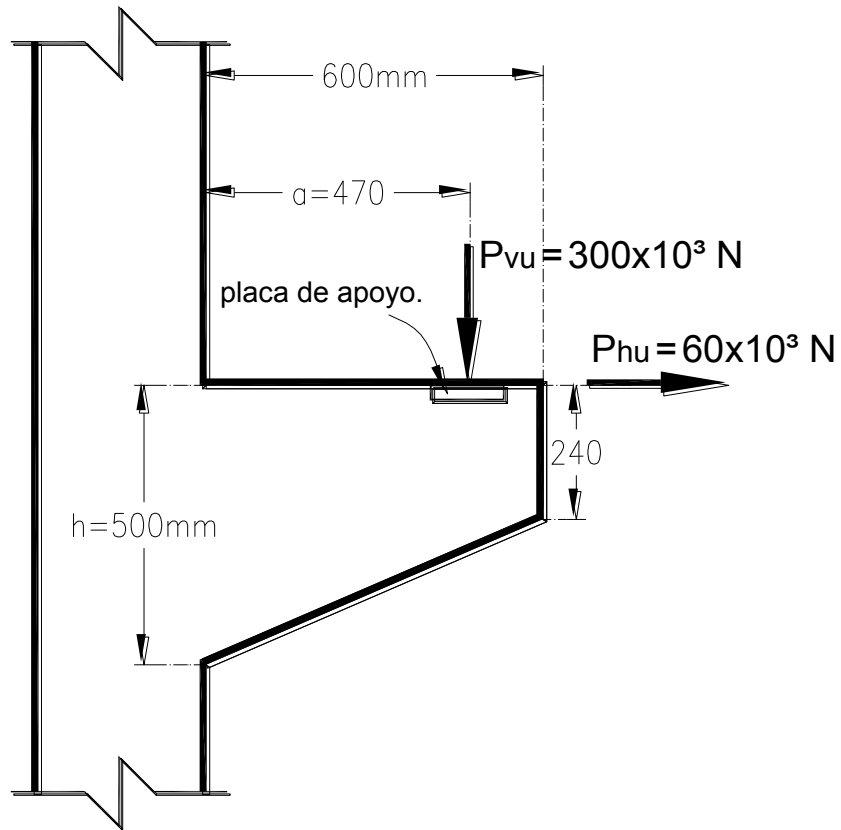


Figura 7.1.1 Ménsula del ejemplo 7.1

Ancho de la ménsula, $b = 400 \text{ mm}$

Las cargas P_u y P_{hu} son las de diseño, es decir, ya están afectadas por el factor de carga.

La ménsula se colará monolíticamente con la columna

MATERIALES:

$$f'_c = 20 \text{ MPa}$$

$$f_y = 420 \text{ MPa}$$

CONSTANTES DE CÁLCULO:

$$f_c^* = 0.8 f_c' = 0.8 (20) = 16 \text{ MPa} \quad (1.12 \text{ NTC})$$

$$f_c'' = 0.85 f_c^* = 0.85 (16) = 13.6 \text{ MPa} \quad (2.1e \text{ NTC})$$

$$\beta_1 = 0.85 \quad (\text{Por ser } f_c^* < 28 \text{ MPa})$$

Factor de resistencia $F_R = 0.8$ (véase 6.9.1 NTC-2004)

Coefficiente de fricción $\mu = 1.4$ (véase 2.5.10.2 NTC-2004)

Cálculo de cuantía mínima de acero

$$p_{\min} = \frac{0.22 \sqrt{f_c'}}{f_y} = \frac{0.22 \sqrt{20}}{420} = 0.00234 \quad (2.2 \text{ NTC})$$

Cálculo de cuantía balanceada de acero

$$p_b = \frac{f_c''}{f_y} \frac{600 \beta_1}{f_y + 600} = \frac{13.6}{420} \frac{600(0.85)}{420 + 600} = 0.01619 \quad (2.3 \text{ NTC})$$

Cálculo de cuantía máxima de acero

$$p_{\max.} = 0.75 p_b = 0.75(0.01619) = 0.012143$$

$$q_{\max} = \frac{p_{\max} f_y}{f_c''} = \frac{0.012143 (420)}{13.6} = 0.3749 \quad (2.6 \text{ NTC})$$

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA:

CÁLCULO DEL REFUERZO:

a) Cálculo del área de acero de refuerzo, A_{vf} , para resistir la fuerza cortante por fricción.

La resistencia a fuerza cortante, $V_R = P_{vu}$, se tomará como el menor de los valores siguientes (véase 2.5.10.2 NTC-2004)

$$V_R = F_R \mu (A_{vf} f_y + N_u) \quad (2.32 \text{ NTC})$$

$$V_R = F_R [1.4 A + 0.8 (A_{vf} f_y + N_u)] \quad (2.33 \text{ NTC})$$

Donde:

A_{vf} , es el área del refuerzo por cortante por fricción

A , es el área de la sección definida por el plano crítico.

N_u , es la fuerza de diseño de compresión normal al plano crítico.

N_u , se tomará igual a cero, ya que no hay fuerza normal de compresión en este ejemplo.

Si de las ecuaciones 2.32 y 2.33 despejamos el área del refuerzo por cortante por fricción, A_{vf} , tenemos que:

$$(A_{vf})_1 = \frac{V_R}{F_R \mu f_y} ; \text{ con } N_u = 0$$

$$(A_{vf})_1 = \frac{300 \times 10^3}{(0.8)(1.4)(420)} = 637.8 \text{ mm}^2$$

$$(A_{vf})_1 = \frac{V_R - 1.4 F_R A}{0.8 f_y F_R} ; \text{ con } N_u = 0$$

$$(A_{vf})_1 = \frac{300 \times 10^3 - 1.4 (0.8) ((300)(500))}{(0.8) (420)(0.8)} = 490 \text{ mm}^2$$

De estos valores se tomará el más alto.

$$\therefore A_{vf} = 637.8 \text{ mm}^2$$

b) Revisión de las limitaciones de fuerza cortante por fricción $V_R = P_{vu}$ (véase 2.5.10.2 NTC-2004).

$$F_R [1.4 A + 0.8 (A_{vf} f_y + N_u)] \tag{2.33 NTC}$$

$$(0.8) [(1.4)(300)(500) + 0.8((637.8)(420) + 0)] = 339494 \text{ N} > V_R = P_{vu} = 300000 \text{ N}$$

$$0.25 F_R f_c * A \tag{2.34 NTC}$$

$$(0.25)(0.8)(16)(300)(500) = 480 \times 10^3 \text{ N} > V_R = P_{vu} = 300 \times 10^3 \text{ N}$$

\therefore Resistencia a la fuerza cortante por fricción para, $V_R = P_{vu}$, es suficiente, por lo que

$$A_{vf} = 637.8 \text{ mm}^2 \text{ es correcta.}$$

c) Cálculo del área de acero de refuerzo , A_f , para resistir el momento flexionante M_R .

El área de acero por flexión, A_f , necesaria para resistir el momento flexionante, M_R , se puede calcular con la ecuación: (véase 2.2.5 NTC-2004)

$$M_R = F_R A_s f_y z \quad (2.15 \text{ NTC})$$

La ecuación 2.15 NTC se podrá emplear, siempre y cuando que la carga actúe en la cara superior de la ménsula y que la relación de refuerzo (cuantía, ρ .) , $A_s / b d$, no exceda de 0.008

donde;

$$A_s = A_f$$

Usando el valor del brazo del par, z igual a: (véase 6.9.2 NTC-2004).

$$z = 0.9 d$$

El momento flexionante, M_R , será igual a:

$$P_{vu} a + P_{hu} (h - d) \quad (6.16 \text{ NTC})$$

Para diseño se debe considerar que la fuerza, P_{vu} , está a un tercio de la distancia y del extremo de la ménsula, como se muestra en la (figura 6.8 NTC-2004).

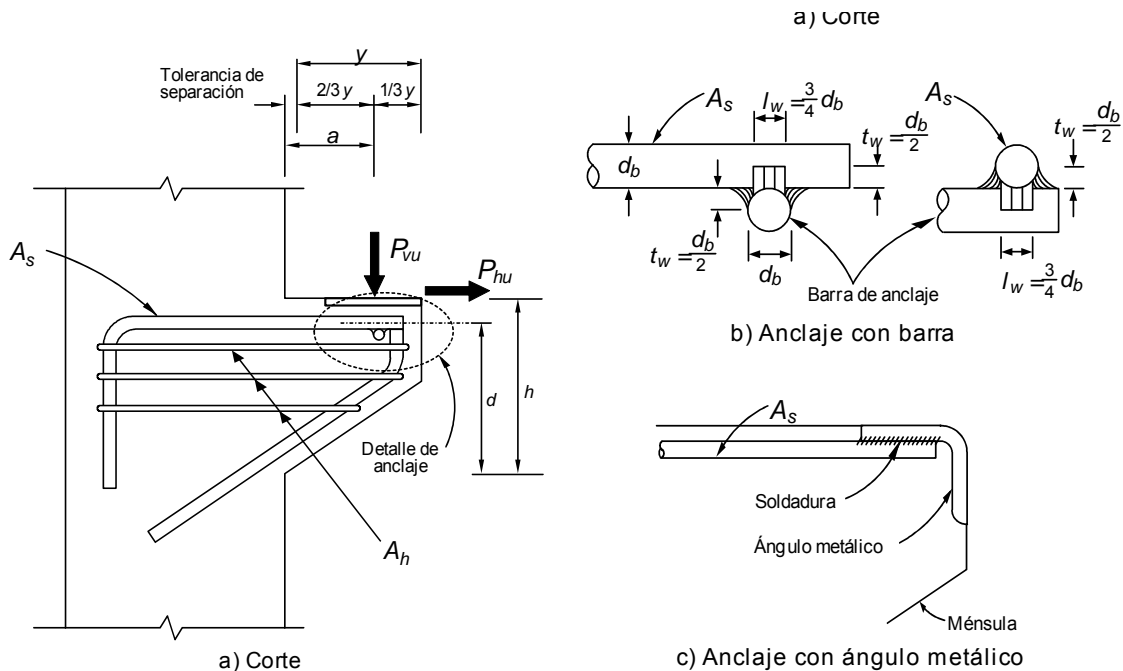


Figura 7.1.2. Diseño y detalles de anclaje de la ménsula (figura 6.8 NTC-2004).

Considerando un recubrimiento, $r = 20 \text{ mm}$ y una barra de acero del # 6, $d_b = 19 \text{ mm}$.

$$d = h - (r + d_b / 2)$$

$$d = 500 - (20 + 19 / 2)$$

$$d = 470.5 \text{ mm}$$

$$h - d = 500 - 470.5 = 29.5 \text{ mm}$$

por lo tanto de la ecuación 6.15

$$M_R = P_{vu} a + P_{hu} (h - d) \quad (6.15 \text{ NTC})$$

$$M_R = (300 \times 10^3)(470) + (60 \times 10^3)(29.5) = 142.8 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$$

$$z = (0.9)(470.5) = 423.4 \text{ mm}$$

Despejando $A_s = A_f$, de la ecuación 2.15 tenemos que, A_f , es igual a:

$$A_f = \frac{M_R}{F_R f_y z}$$

$$A_f = \frac{142.8 \times 10^6}{(0.8)(420)(423.4)} = 1004 \text{ mm}^2$$

Ya obtenida el área A_f , se verifica que la relación $p = A_f / bd$, sea menor o igual a 0.008, que es el máximo valor para que pueda usarse la ecuación 2.15. Por tanto tenemos que:

$$p_{\min.} < p < 0.008$$

$$p = A_f / bd$$

$$p = \frac{1004}{(300)(470.5)} = 0.0071$$

Como:

$$0.00235 < 0.0071 < 0.008$$

∴ Es correcto usar la ecuación 2.15 (si fuera diseño no sería necesario cambiar el peralte propuesto $d = 470.5 \text{ mm}$).

d) Cálculo del área de acero de refuerzo, A_n , para resistir la fuerza de tensión, P_{hu} , (véase 6.9.2 NTC-2004).

$$A_n = \frac{P_{hu}}{F_R f_y}$$

$$A_n = \frac{60 \times 10^3}{(0.8)(420)} = 179 \text{ mm}^2$$

e) Cálculo del área de acero de refuerzo, A_s , para barras principales (véase 6.9.2 NTC-2004).

El área A_s , se tomará como la mayor de las obtenidas con las expresiones siguientes:

$$A_f + A_n$$

ó

$$\frac{2}{3} A_{vf} + A_n$$

$$A_f + A_n = 1004 + 179 = 1183 \text{ mm}^2$$

$$\frac{2}{3} A_{vf} + A_n = \frac{2}{3}(638) + 179 = 604 \text{ mm}^2$$

∴ se colocarán 2#6 + 3#5 = $A_s = 1164 \text{ mm}^2$

El área principal A_s debe tener un valor mínimo de:

$$(A_s)_{\min.} = \frac{0.04 f_c'}{f_y} b d$$

$$(A_s)_{\min.} = \frac{(0.04)(20)}{420} (300)(470.5) = 270 \text{ mm}^2 < A_s$$

e) Cálculo del área de acero de refuerzo para estribos complementarios horizontales, A_h , (Véase 6.9.2 NTC-2004).

Se tomará igual a $0.5 (A_s - A_n)$, o mayor.

$$A_h = 0.5 (1183 - 179) = 502 \text{ mm}^2$$

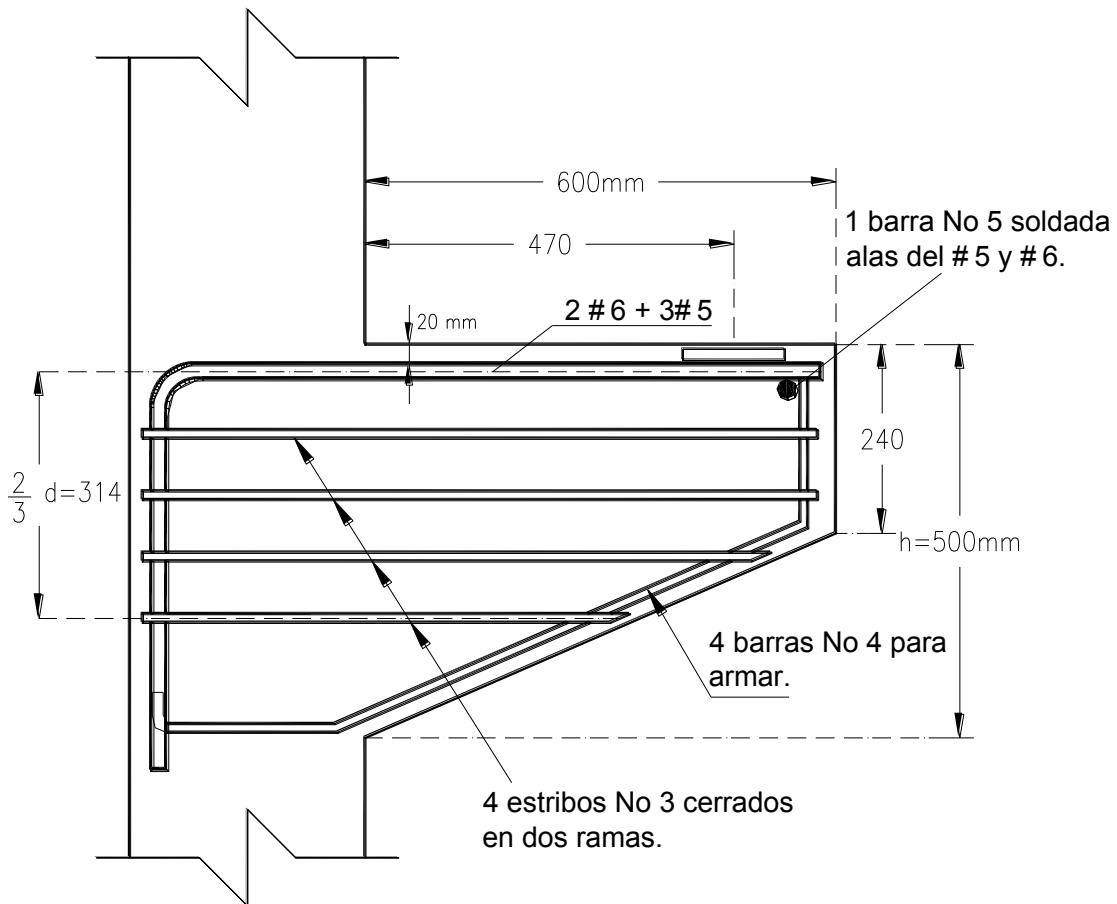
∴ Se colocarán 8#3 = $A_h = 568 \text{ mm}^2$

Detalles de refuerzo: (véase 6.9.2 NTC-2004)

El refuerzo primario, A_s , no debe anclarse en el extremo de la ménsula en alguna de las formas siguientes:

- Soldado a una barra transversal de diámetro no menor que el de las barras que forman, A_s . La soldadura debe ser capaz de permitir que A_s alcance su esfuerzo de fluencia.
- Se debe de doblar horizontalmente de modo de formar barras en forma de letra *U* en planos horizontales.
- Mediante algún otro medio efectivo de anclaje.

El refuerzo A_h debe constar de estribos cerrados paralelos a las barras A_s , los cuales estarán uniformemente repartidos en los dos tercios del peralte efectivo adyacente al refuerzo A_s , los estribos se detallarán como se indica en la sección 5.1.7 NTC-2004.



7.2 DISEÑO DE UNA ZAPATA AISLADA

DATOS DEL PROBLEMA:

Se trata de una zapata para una columna interior de una estructura simétrica, por lo que bajo la condición de $CM + CV$ el momento es prácticamente nulo y, por otra parte el incremento en la carga axial por sismo es despreciable.

Acciones en condiciones de servicio:

Bajo $CM + CV$;

$$P = 900 \times 10^3 \text{ N}$$

$$M \approx 0 \text{ N} - \text{mm}$$

Bajo $CM + CV + CA$;

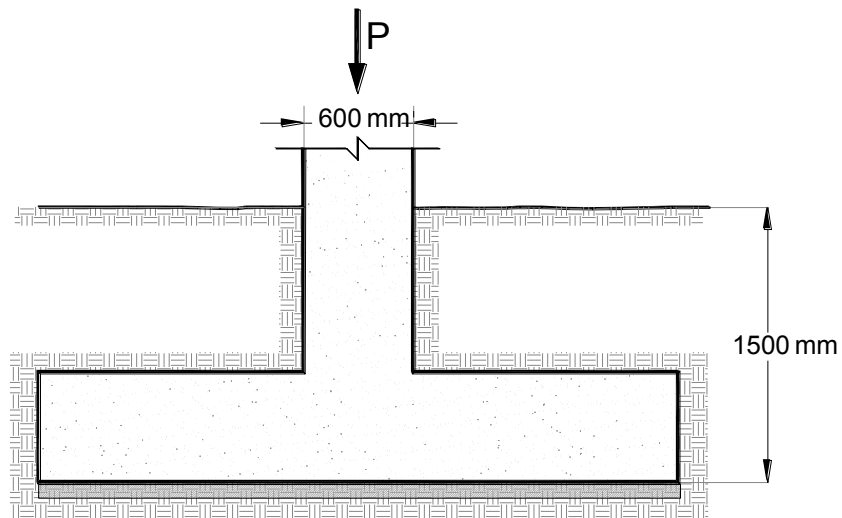
$$M = 200 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$$

La columna será de $60 \times 40 \text{ cm}$ $600 \times 400 \text{ mm}$

Se trata de un material limoso esencialmente cohesivo, por lo que la resistencia del suelo es de $0.22 \text{ Mpa} = 0.22 \text{ N} / \text{mm}^2$, en el nivel de desplante.

El peso volumétrico del relleno es de $1.3 \times 10^{-5} \text{ N} / \text{mm}^3$

Para el diseño de esta zapata se despreciará la excentricidad accidental de la carga, P , bajo la condición de $CM + CV$.



MATERIALES:

$$f_c' = 20 \text{ MPa}$$

$$f_y = 420 \text{ MPa}$$

CONSTANTES DE CÁLCULO:

$$f_c^* = 0.8 f_c' = 0.8 (20) = 16 \text{ MPa} \quad (1.12 \text{ NTC})$$

$$f_c'' = 0.85 f_c^* = 0.85 (16) = 13.6 \text{ MPa} \quad (2.1e \text{ NTC})$$

$$\beta_1 = 0.85 \quad (\text{Por ser } f_c^* < 28 \text{ MPa})$$

Factor de resistencia $F_R = 0.8$ (véase 6.9.1 NTC-2004)

Cálculo de cuantía mínima de acero

$$p_{\min} = \frac{0.22 \sqrt{f_c'}}{f_y} = \frac{0.22 \sqrt{20}}{420} = 0.00234 \quad (2.2 \text{ NTC})$$

Cálculo de cuantía balanceada de acero

$$p_b = \frac{f_c''}{f_y} \frac{600 \beta_1}{f_y + 600} = \frac{13.6}{420} \frac{600(0.85)}{420 + 600} = 0.01619 \quad (2.3 \text{ NTC})$$

Cálculo de cuantía máxima de acero

$$p_{\max.} = 0.75 p_b = 0.75(0.01619) = 0.012143$$

$$q_{\max} = \frac{p_{\max} f_y}{f_c''} = \frac{0.012143 (420)}{13.6} = 0.3749 \quad (2.6 \text{ NTC})$$

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA:

- Cálculo del área de la zapata, A .

Se supondrá una altura, $h = 600 \text{ mm}$

Carga de diseño en la columna bajo $CM + CV$:

$$P_u = (1.4)(900 \times 10^3) = 1.26 \times 10^6 \text{ N}$$

Igualando en la base de la zapata la acción de diseño con la resistencia de diseño del suelo, se tiene:

$$F_c (P_u + \text{peso prop zapata} + \text{peso relleno}) = (\text{Resistencia del suelo})(A)$$

$$F_c (P_u + \text{peso prop zapata} + \text{peso relleno}) = (0.22)(A)$$

Dividiendo el área, A , se tiene:

$$\frac{F_c P_u}{A} + F_c \frac{(\text{peso prop zapata} + \text{peso relleno})}{A} = 0.22$$

De donde;

$$A = \frac{P_u}{0.22 - F_c \frac{(\text{peso prop zapata} + \text{peso relleno})}{A}}$$

El segundo término del denominador, de la ecuación anterior, aproximadamente se puede evaluar de la forma siguiente:

$$F_c \frac{(\text{peso prop zapata} + \text{peso relleno})}{A}$$

$$\frac{1.4 \left[(600 \text{ mm})(2.4 \times 10^{-5} \text{ N/mm}^3) + (1500 \text{ mm} - 600 \text{ mm})1.3 \times 10^{-5} \text{ N/mm}^3 \right]}{A} = 0.03654 \text{ N/mm}^2$$

Sustituyendo y despejando el valor de A , se tiene que:

$$A = \frac{P_u}{0.22 - 0.03654}$$

$$A = \frac{1.26 \times 10^6}{0.22 - 0.03654} = \frac{1.26 \times 10^6}{0.1835} = 6.866 \times 10^6 \text{ mm}^2$$

∴ Se supondrá una zapata de $2000 \times 3500 \text{ mm}$ y barras de acero del # 4 $d_{\text{barra}} = 12.7 \text{ mm}$

- Revisión del área de $2000 \times 3500 \text{ mm}$ bajo $CM + CV + CA$

Se supone que en este ejemplo el efecto de la carga viva es pequeño comparado con el de la carga muerta, por lo que en el análisis se usó la misma carga viva en las combinaciones de $CM + CV$ y $CM + CV + CA$. En rigor, para la primera combinación habría que aplicar la carga viva máxima, y para la segunda, la carga viva instantánea.

La revisión se realizará a nivel de desplante:

Carga última a nivel de desplante, P_{ud} .

$$P_{ud} = F_c (P_u + \text{peso prop zapata} + \text{peso relleno})$$

Donde;

$$\text{peso prop. zapata} = (A) (h) (\text{peso volumétrico})$$

$$\text{peso prop. zapata} = ((2000)(3500))(600)(2.4 \times 10^{-5}) = 100.8 \times 10^3 \text{ N}$$

$$\text{peso relleno} = (A) (h) (\text{peso volumétrico})$$

$$\text{peso relleno} = ((2000)(3500))(900)(1.3 \times 10^{-5}) = 81.9 \times 10^3 \text{ N}$$

Por lo que la carga última a nivel de desplante, P_{ud} es igual a:

$$P_{ud} = (1.1) (900 \times 10^3 + 100.8 \times 10^3 + 81.9 \times 10^3)$$

$$P_{ud} = 1191 \times 10^3 \text{ N}$$

Momento de diseño, M_u .

$$M_u = F_c M = (1.1)(200 \times 10^6) = 220 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$$

La excentricidad, e , será igual a:

Nota: e , es la distancia a partir del eje longitudinal del cimiento en la que actúa una resultante excéntrica.

$$e = \frac{M_u}{P_{ud}}$$

$$e = \frac{220 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}}{1191 \times 10^3 \text{ N}} = 185 \text{ mm}$$

Para el caso de combinaciones de cargas (en particular en las que incluyen sollicitaciones sísmicas) que den lugar a resultantes excéntricas actuando a una distancia, e , del eje longitudinal del cimiento, el ancho efectivo del mismo deberá considerarse igual a:

$$B' = B - 2e$$

$$B' = (3500) - (2)(185)$$

$$B' = 3130 \text{ mm}$$

Cuando se presente doble excentricidad (alrededor de los ejes X y Y), se tomarán las dimensiones reducidas en forma simultánea, y el área efectiva del cimiento será:

$$A' = B' L$$

Se propone $L = 2000 \text{ mm}$, por lo que se tiene:

$$A' = (3130)(2000)$$

$$A' = 6.26 \times 10^6 \text{ mm}^2$$

Cálculo de la presión actuante $P_{act.}$

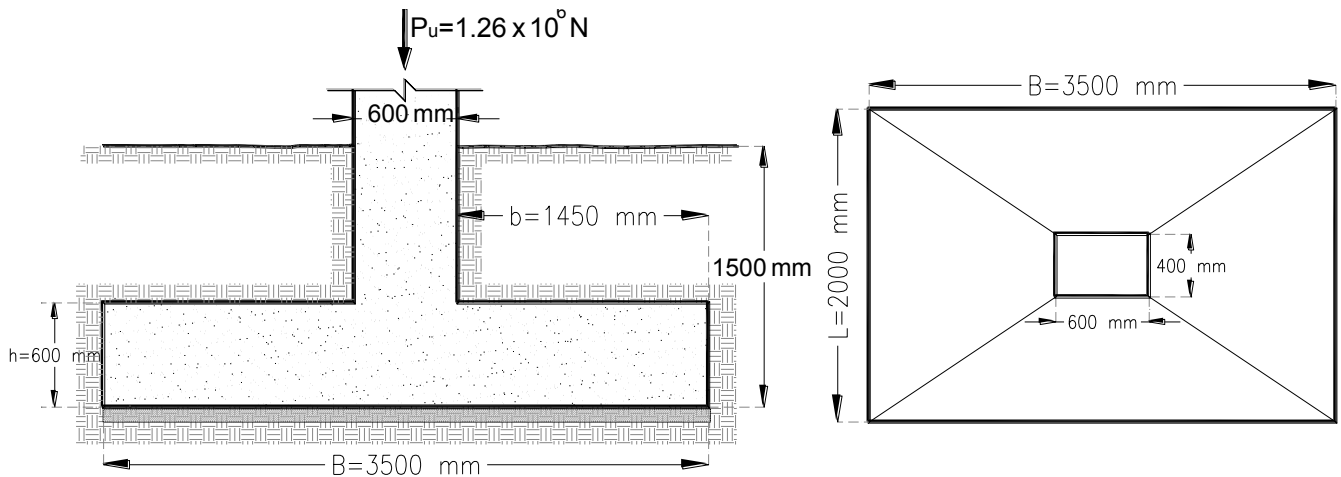
$$P_{act.} = \frac{P_{ud}}{A'}$$

$$P_{act.} = \frac{1191 \times 10^3}{6.26 \times 10^6} = 0.1903 \text{ N/mm}^2$$

Como:

$$P_{act.} = 0.1903 \text{ N/mm}^2 < \text{Resistencia del suelo} = 0.22 \text{ N/mm}^2$$

∴ Se acepta la zapata de $2000 \times 3500 \text{ mm}$.



DIMENSIONAMIENTO:

- Revisión del peralte propuesto:

a) Revisión bajo $CM + CV$, (con $P_u = 1.26 \times 10^6 \text{ N}$ y $M_u = 0 \text{ N-mm}$)

a-1) Por flexión:

Cálculo del momento de diseño, (m_u).

El momento de diseño se tomará en dirección paralela al lado largo, por lo cual la reacción neta debido a la carga $P_u = 1.26 \times 10^6 \text{ N}$ será igual a:

$$q_n = \frac{P_u}{A} = \frac{P_u}{B L}$$

$$q_n = \frac{126 \times 10^3}{(3.5)(2)} = 18000 \text{ kgf/m}^2 = 180 \text{ kN/m}^2$$

Cálculo del momento en la sección crítica, por metro de ancho;

$$m_u = \frac{q_n b^2}{2}$$

$$m_u = \frac{(180)(1450^2)}{2} = 189 \times 10^6 \text{ N-mm}$$

- Cálculo de la cuantía de acero

Con la relación entre;

$$\frac{M_R}{b d^2}$$

Donde; $d = 600 - 50 - (12.7 / 2) = 544 \text{ mm}$

Se tiene que:

$$\frac{M_R}{b d^2} = \frac{189 \times 10^6}{(1000)(544)^2} = 0.639 \text{ N/mm}^2 = 6.39 \text{ kgf/cm}^2$$

De la Tabla 7.1.1 (Apéndice B) para un $M_R / b' d^2$ se tiene que:

$$\frac{M_R}{b' d^2} = 0.639 \text{ N/mm}^2 \quad \therefore \text{ el valor superior más aproximado es } \approx 6.537 \text{ kgf/cm}^2$$

$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$			$f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$			$\rho_b = 1.618\%$		
	ρ (%)	M_u/bd^2 (kg/cm ²)		ρ (%)	M_u/bd^2 (kg/cm ²)		ρ (%)	M_u/bd^2 (kg/cm ²)
1	0.1000	3.722	49	0.4736	16.59	97	0.8472	27.83
2	0.1078	4.006	50	0.4814	16.84	98	0.8550	28.05
3	0.1156	4.290	51	0.4892	17.09	99	0.8628	28.27
4	0.1233	4.574	52	0.4969	17.34	100	0.8705	28.48
5	0.1311	4.856	53	0.5047	17.59	101	0.8783	28.70
6	0.1389	5.138	54	0.5125	17.84	102	0.8861	28.91
7	0.1467	5.420	55	0.5203	18.09	103	0.8939	29.13
8	0.1545	5.700	56	0.5281	18.33	104	0.9017	29.34
9	0.1623	5.980	57	0.5359	18.58	105	0.9095	29.55
10	0.1700	6.259	58	0.5436	18.82	106	0.9172	29.76
11	0.1778	6.537	59	0.5514	19.07	107	0.9250	29.97
12	0.1856	6.815	60	0.5592	19.31	108	0.9328	30.18
13	0.1934	7.092	61	0.5670	19.56	109	0.9406	30.39
14	0.2012	7.368	62	0.5748	19.80	110	0.9484	30.60
15	0.2090	7.644	63	0.5826	20.04	111	0.9562	30.81
16	0.2167	7.919	64	0.5903	20.28	112	0.9639	31.01
17	0.2245	8.193	65	0.5981	20.52	113	0.9717	31.22
18	0.2323	8.466	66	0.6059	20.76	114	0.9795	31.43
19	0.2401	8.739	67	0.6137	21.00	115	0.9873	31.63
20	0.2479	9.011	68	0.6215	21.24	116	0.9951	31.83
21	0.2557	9.283	69	0.6293	21.47	117	1.003	32.04
22	0.2634	9.553	70	0.6370	21.71	118	1.011	32.24
23	0.2712	9.823	71	0.6448	21.95	119	1.018	32.44
24	0.2790	10.09	72	0.6526	22.18	120	1.026	32.64
25	0.2868	10.36	73	0.6604	22.42	121	1.034	32.84
26	0.2946	10.63	74	0.6682	22.65	122	1.042	33.04
27	0.3024	10.90	75	0.6760	22.88	123	1.050	33.24
28	0.3101	11.16	76	0.6837	23.12	124	1.057	33.44
29	0.3179	11.43	77	0.6915	23.35	125	1.065	33.64
30	0.3257	11.69	78	0.6993	23.58	126	1.073	33.84
31	0.3335	11.96	79	0.7071	23.81	127	1.081	34.03
32	0.3413	12.22	80	0.7149	24.04	128	1.088	34.23
33	0.3491	12.48	81	0.7227	24.27	129	1.096	34.42
34	0.3568	12.75	82	0.7304	24.50	130	1.104	34.62
35	0.3646	13.01	83	0.7382	24.72	131	1.112	34.81
36	0.3724	13.27	84	0.7460	24.95	132	1.120	35.00
37	0.3802	13.53	85	0.7538	25.18	133	1.127	35.20
38	0.3880	13.79	86	0.7616	25.40	134	1.135	35.39
39	0.3958	14.05	87	0.7694	25.63	135	1.143	35.58
40	0.4035	14.30	88	0.7771	25.85	136	1.151	35.77
41	0.4113	14.56	89	0.7849	26.07	137	1.159	35.96
42	0.4191	14.82	90	0.7927	26.30	138	1.166	36.15
43	0.4269	15.07	91	0.8005	26.52	139	1.174	36.33
44	0.4347	15.33	92	0.8083	26.74	140	1.182	36.52
45	0.4425	15.58	93	0.8161	26.96	141	1.190	36.71
46	0.4502	15.84	94	0.8238	27.18	142	1.197	36.89
47	0.4580	16.09	95	0.8316	27.40	143	1.205	37.08
48	0.4658	16.34	96	0.8394	27.62	144	1.213	37.26

Tabla 7.1.1 (Apéndice B), Relación de $P - M_u / bd^2$

con la relación $M_R / b' d^2 = 6.537 \text{ kgf} / \text{cm}^2$ se obtiene un porcentaje de acero, (%) $p = 0.1778$, de tal manera que la cuantía de acero es, $p = 0.001778$

se obtiene una cuantía de acero $P = 0.001778$.

- Cálculo de cuantía mínima de acero

$$p_{\min} = \frac{0.22 \sqrt{f_c'}}{f_y} = \frac{0.22 \sqrt{20}}{420} = 0.00234 \quad (2.2 \text{ NTC})$$

∴ Rige

$$p_{\min.} = 0.00234$$

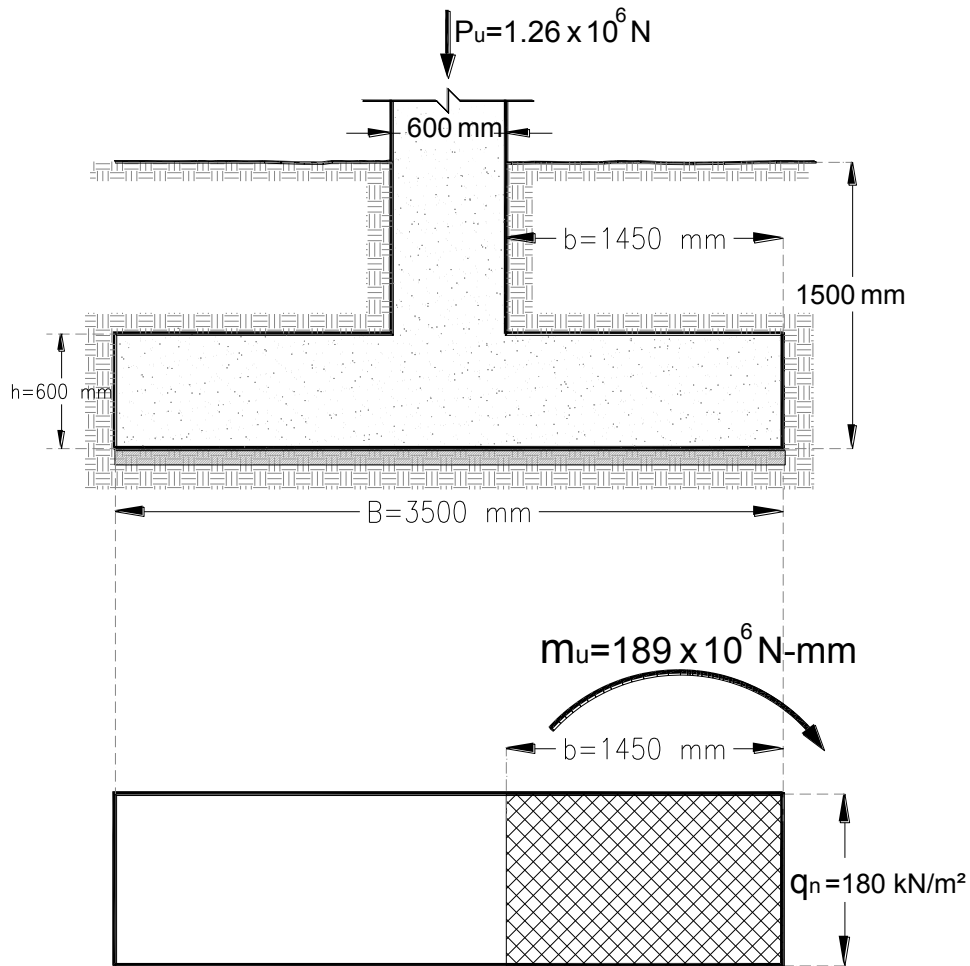


Figura 12.10 Momento en la columna, m_u , y presión de suelo Q_n .

a-2) Por fuerza cortante:

Al revisar la resistencia a fuerza cortante de una zapata, primero debe comprobarse si puede ser considerada como elemento ancho (véase 2.5.1.2 NTC-2004).

La zapata de este ejemplo no está dentro del caso mencionado anteriormente, pues su ancho $b = 2000 \text{ mm}$ que es menor a cuatro veces su peralte efectivo ($4 * d = (4)(544) = 2180 \text{ mm}$), por consiguiente, se revisa con el criterio que se aplica a vigas sin presfuerzo (véase 2.5.1.1 NTC-2004).

Cálculo de la fuerza cortante de diseño que toma el concreto, V_{cR} , (véase 2.5.1.1 NTC-2004).

Como $p < 0.015$

La fuerza cortante de diseño que toma el concreto, V_{cR} , será igual a:

$$V_{cR} = 0.3 F_R b d (0.2 + 20 p) \sqrt{f_c} \quad (2.19 \text{ NTC})$$

$$V_{cR} = (0.3)(0.8)(1000)(544) (0.2 + ((20)(0.00234)) \sqrt{16}$$

$$V_{cR} = 128.9 \times 10^3 \text{ N}$$

Cálculo de la fuerza cortante última de diseño V_u .

$$V_u = (1450 \text{ m} - 540 \text{ m})(180 \times 10^3 \text{ kN/m}^2) = 163.8 \times 10^3 \text{ N}$$

Como:

$$V_u = 163.8 \times 10^3 \text{ N} > 128.9 \times 10^3 \text{ N}, \text{ Se recomienda aumentarse la altura, } h.$$

Se aumentará la altura a , $h = 700 \text{ mm}$.

Por lo que se tiene que el peralte de la zapata, d , será igual a:

$$d = 700 - 50 - (12.7/2) = 644 \text{ mm}$$

De tal manera que la fuerza cortante de diseño que toma el concreto, V_{cR} , será igual a:

$$V_{cR} = \frac{644}{544} (128.9 \times 10^3) = 152.6 \times 10^3 \approx V_u = 163.8 \times 10^3 \text{ N}$$

Se usará tentativamente una altura de $h = 700 \text{ mm}$.

a-3) Revisión por penetración:

Determinación de las propiedades geométricas de la sección crítica.

De la figura 2.2 de las NTC-2004 se obtiene la figura 2.2a donde se muestra el diagrama para obtener la sección crítica de una columna interior.

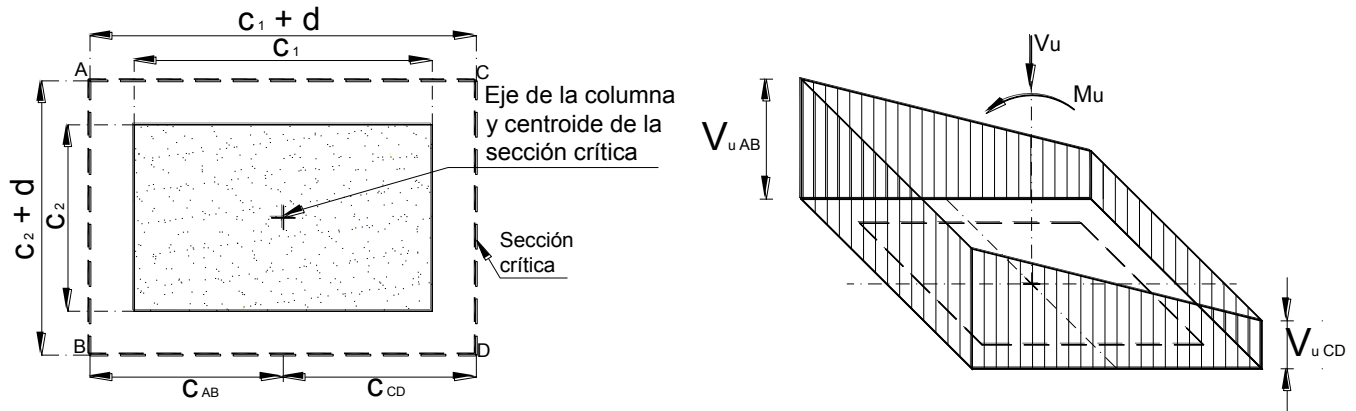


Figura 7.2.4 Transmisión de momento entre columna rectangular interior y zapata Figura. (2.2a NTC-2004)

Donde;

c_1 es la dimensión paralela al momento transmitido y c_2 , es la dimensión perpendicular a c_1 .

$$c_1 = 600 \text{ mm}$$

$$c_2 = 400 \text{ mm}$$

Se supondrán barras del # 4, las cuales tienen un diámetro de $d_{barra} = 12.7 \text{ mm}$, por lo que el peralte, d , de la zapata será igual a:

$$d = h - 5 - \phi \text{ varilla} = 700 - 50 - 12.7 = 637.3 \text{ mm}$$

$$c_1 + d = 600 + 637.3 = 1237.3 \text{ mm}$$

$$c_2 + d = 400 + 637.3 = 1037.3 \text{ mm}$$

El perímetro de la sección crítica, b_o , será de:

$$b_o = d(c_1 + c_2 + 2d)$$

$$b_o = 2(600 + 400 + (2)(637.3))$$

$$b_o = 4549.2 \text{ mm}$$

De la figura 2.2a se determinará el área de la sección crítica A_{cr} ,

$$A_{cr} = 2d (c_1 + c_2 + 2d)$$

$$A_{cr} = (2)(637.3) (600 + 400 + (2)(637.3)) = 2.8992 \times 10^6 \text{ mm}^2$$

Cálculo del cortante de diseño V_u , que toma el concreto.

$$V_u = P_u - (c_2 + d)(c_1 + d)q_n$$

$$V_u = 1.26 \times 10^6 - (1.0373)(1.2373)(180) = 1.26 \times 10^6 \text{ N}$$

Cálculo del esfuerzo cortante de diseño máximo, $v_{u_{máx}}$, que toma el concreto (véase 2.5.9.2a NTC-2004)

$$v_{u_{máx}} = \frac{V_u}{b_o d} = \frac{V_u}{A_{cr}} \quad (2.27 \text{ NTC})$$

$$v_{u_{máx}} = \frac{1.26 \times 10^6}{2.8992 \times 10^6} = 0.43 \text{ MPa}$$

El esfuerzo cortante máximo de diseño, $v_{u_{máx}}$, no debe de exceder de (véase 2.5.9.3 NTC-2004)

$$0.3 F_R (0.5 + \gamma) \sqrt{f_c^*} \leq 0.3 F_R \sqrt{f_c^*} \quad (2.29 \text{ NTC})$$

En la ecuación anterior, γ , es la relación de lado corto al lado largo del área donde actúa la carga o reacción;

$$\gamma = \frac{400}{600} = 0.6666$$

$$(0.3)F_R (0.5 + \gamma) \sqrt{f_c^*} = (0.3)(0.8)(0.5 + 0.6666) \sqrt{16} = 1.12 \text{ Mpa}$$

$$0.3 F_R \sqrt{f_c^*} = (0.3)(0.8) \sqrt{16} = 0.96 \text{ Mpa}$$

de los valores anteriores rige el menor de los dos.

Se tiene que;

$$0.96 \text{ Mpa} > v_{u_{máx}} = 0.43 \text{ Mpa}$$

∴ Se acepta una $h = 700 \text{ mm}$, para este concepto.

b) Revisión bajo $CM + CV + CA$,

b-1) Por flexión y por cortante como viga ancha.

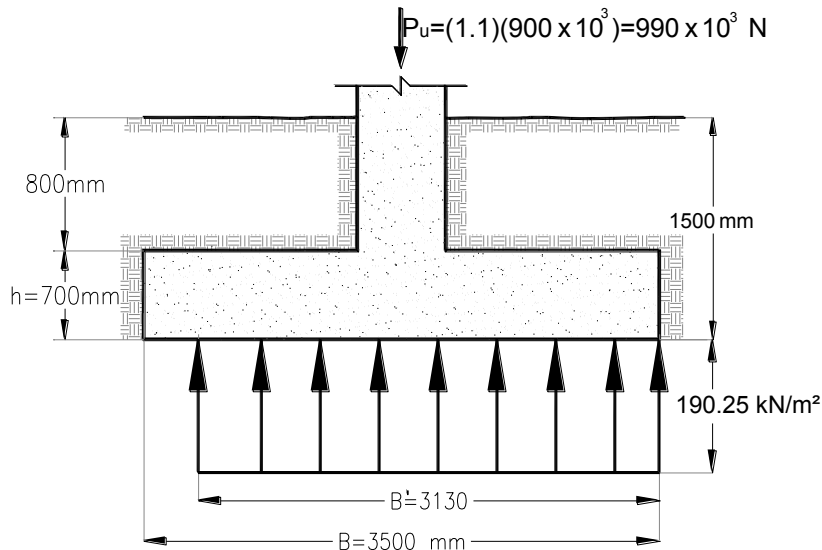
Reacuérdesse que en la revisión del área de $2000 \times 3500 \text{ mm}$ bajo $CM + CV + CA$, se obtuvo la presión actuante, $P_{act.}$, en el nivel de desplante.

$$P_{act.} = \frac{P_{ud}}{A'} = \frac{119100 \text{ kgf}}{6.26 \text{ m}^2} = 19025 \text{ kgf/m}^2 = 190.25 \text{ kN/m}^2$$

Nota: Si se desprecia el efecto del cambio de espesor de 600 mm a 700 mm

La carga de diseño en la columna bajo: $CM + CV + CA$ es igual a:

$$P_u = 1.1P = (1.1)(900 \times 10^3) = 990 \times 10^3 \text{ N}$$



La reacción neta, q_n , será igual a:

$$q_n = 190.25 - F_c (P_u + \text{peso prop zapata} + \text{peso relleno})$$

$$q_n = 190.25 \text{ kN/m}^2 - 1.1 \left((0.70 \text{ m})(24 \text{ kN/m}^3) + (0.80)(13 \text{ kN/m}^3) \right)$$

$$q_n = 160.3 \text{ kN/m}^2 = 0.1603 \text{ N/mm}^2$$

Como la reacción neta, q_n , bajo $CM + CV + CA$, resultó menor que bajo, $CM + CV$, (180 kN/m^2), por lo que en cuanto a flexión y cortante como viga ancha rige la condición bajo $CM + CV$.

b-2) Revisión por penetración:

Revisión para decidir si puede despreciarse el momento que se transmite entre columna y zapata (véase 2.5.9.2 NTC-2004).

Si no hay transmisión de momento entre la zapata y la columna, o si el momento por transmitir, M_u , no excede de $0.2V_u d$, el esfuerzo cortante de diseño, v_u , se calculará con la expresión siguiente: (véase 2.5.9.2 NTC-2004)

$$v_u = \frac{V_u}{b_o d} \quad (2.19 \text{ NTC})$$

Donde, b_o , es el perímetro de la sección crítica y V_u la fuerza cortante de diseño en dicha sección.

M_u , será igual a:

$$M_u = 1.1 M = (1.1)(200 \times 10^6) = 220 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$$

La fuerza cortante de diseño V_u , es igual a;

$$V_u = P_u - (c_1 + d)(c_2 + d) q_n$$

Determinación de las propiedades geométricas de la sección crítica.

De la figura 2.2 de las NTC-2004 se obtiene la figura 2.2a donde se muestra el diagrama para obtener la sección crítica de una columna interior.

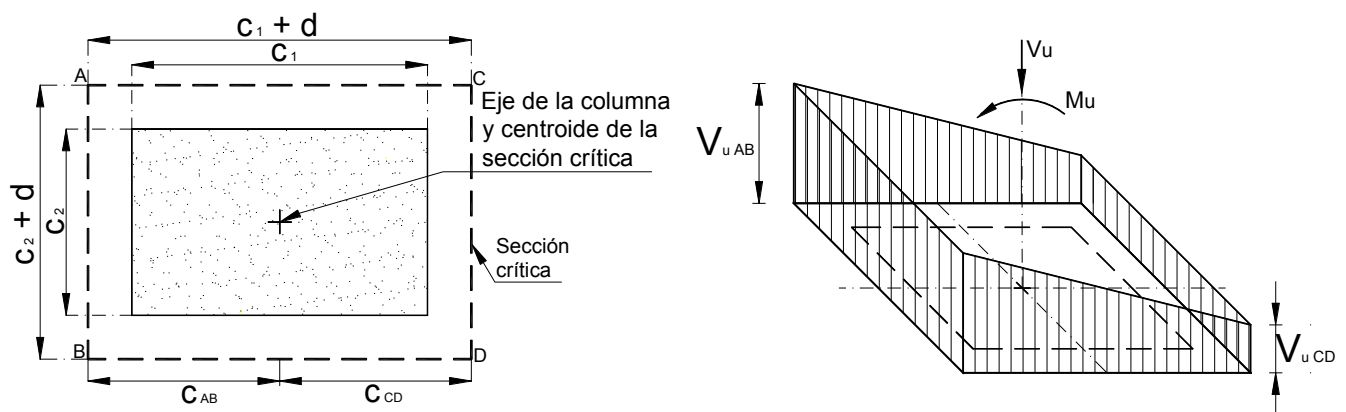


Figura 7.2.6 Transmisión de momento entre columna rectangular interior y zapata. (Figura 2.2a NTC-2004)

Donde;

c_1 es la dimensión paralela al momento transmitido y c_2 es la dimensión perpendicular a c_1 .

$$c_1 = 600 \text{ mm}$$

$$c_2 = 400 \text{ mm}$$

$$d = h - 50 - \phi \text{ varilla} = 700 - 50 - 12.7 = 637.3 \text{ mm}$$

$$c_1 + d = 600 + 637.3 = 1237.3 \text{ mm}$$

$$c_2 + d = 400 + 637.3 = 1037.3 \text{ mm}$$

La reacción neta, q_n , calculada anteriormente era igual a:

$$q_n = 190.25 - F_c (P_u + \text{peso prop zapata} + \text{peso relleno})$$

$$q_n = 190.25 \text{ kN/m}^2 - 1.1 \left((0.70 \text{ m})(24 \text{ kN/m}^3) + (0.80)(13 \text{ kN/m}^3) \right)$$

$$q_n = 160.3 \text{ kN/m}^2 = 0.1603 \text{ N/mm}^2$$

La fuerza cortante de diseño V_u , será igual a;

$$V_u = P_u - (c_1 + d)(c_2 + d) q_n$$

$$V_u = 990 \times 10^3 - (1237.3)(1037.3)(0.1603)$$

$$V_u = 784.3 \times 10^3 \text{ N}$$

$$0.2 V_u d = (0.2)(784.3 \times 10^3)(637.3) = 99.9 \times 10^6 \text{ N-mm}$$

Se tiene que:

$$M_u = 220 \times 10^6 \text{ N-mm} > 0.2 V_u d = 99.9 \times 10^6 \text{ N-mm}$$

∴ No puede despreciarse la transferencia de momento flexionante.

Cuando existe transferencia de momento, se supondrá que una fracción de momento dada por, α , se transmite por excentricidad de la fuerza cortante total, con respecto al centroide de la sección crítica, c_{AB} .

Cálculo de la fracción de momento flexionante, α , que se transmite por excentricidad de la fuerza cortante (véase 2.5.9.2b NTC-2004).

$$\alpha = 1 - \frac{1}{1 + 0.67 \sqrt{(c_1 + d) / (c_2 + d)}} \quad (2.28 \text{ NTC})$$

$$\alpha = 1 - \frac{1}{1 + 0.67\sqrt{(1237.3) / (1037.3)}} = 1 - \frac{1}{1 + 0.67\sqrt{1.193}}$$

$$\alpha = 0.4225$$

$$M_u \alpha = (220 \times 10^6)(0.4225) = 92.95 \times 10^6 \text{ N} - \text{mm}$$

De la figura 2.2a NTC-2004, se determinará el área de la sección crítica, A_{cr} , la posición de su centroide, c_{AB} , el momento polar de inercia, J_c , de la sección crítica y el esfuerzo cortante máximo de diseño, $v_{uAB} = v_{u\max}$.

$$A_{cr} = 2d(c_1 + c_2 + 2d)$$

$$A_{cr} = (2)(637.3)(600 + 400 + (2)(637.3)) = 2899205 \text{ mm}^2$$

$$c_{AB} = \frac{c_1 + d}{2} = \frac{600 + 637.3}{2} = 619 \text{ mm}$$

Cálculo del momento polar de inercia, J_c , de la sección crítica.

$$J_c = \frac{d(c_1 + d)^3}{6} + \frac{(c_1 + d)d^3}{6} + \frac{d(c_2 + d)(c_1 + d)^2}{2}$$

$$J_c = \frac{(637.3)(1237.3)^3}{6} + \frac{(1237.3)(637.3)^3}{6} + \frac{(637.3)(1037.3)(1237.3)^2}{2}$$

$$J_c = 2.012 \times 10^{11} + 0.534 \times 10^{11} + 5.060 \times 10^{11}$$

$$J_c = 7.606 \times 10^{11} \text{ mm}^4$$

Cálculo del esfuerzo cortante de diseño máximo, $v_{u\max}$, que toma el concreto.

$$v_{u\max} = \frac{V_u}{A_{cr}} + \frac{\alpha M_u c_{AB}}{J_c}$$

$$v_{u\max} = \frac{784.3 \times 10^3}{2899205} + \frac{(92.95 \times 10^6)(619)}{7.606 \times 10^{11}}$$

$$v_{u\max} = \frac{784.3 \times 10^3}{2899205} + \frac{5.7536 \times 10^{10}}{7.606 \times 10^{11}}$$

$$v_{u_{máx}} = 0.270 + 0.0756$$

$$v_{u_{máx}} = 0.3456 \text{ N/mm}^2 = 0.3456 \text{ MPa}$$

El esfuerzo cortante máximo de diseño, $v_{u_{máx}}$, no debe de exceder de (véase 2.5.9.3 NTC-2004)

$$0.3 F_R (0.5 + \gamma) \sqrt{f_c^*} \leq 0.3 F_R \sqrt{f_c^*} \quad (2.29 \text{ NTC})$$

En la ecuación anterior, γ , es la relación de lado corto al lado largo del área donde actúa la carga o reacción, como en este caso se está considerando la combinación de acciones permanentes, variables y sismo, el factor de resistencia, F_R , se tomará igual a 0.7.

$$\gamma = \frac{400}{600} = 0.6666$$

$$0.3 F_R (0.5 + \gamma) \sqrt{f_c^*} = (0.3)(0.7)(0.5 + 0.666) \sqrt{16} = 0.98 \text{ MPa}$$

$$0.3 F_R \sqrt{f_c^*} = (0.3)(0.7) \sqrt{16} = 0.84 \text{ MPa}$$

de los valores anteriores rige el menor de los dos.

Por lo que se tiene que;

$$0.84 \text{ Mpa} > v_{u_{máx}} = 0.3456 \text{ MPa}$$

∴ Se acepta la altura de $h = 700 \text{ mm}$.

c) Cálculo del refuerzo por flexión:

En zapatas rectangulares con flexión en dos direcciones, el refuerzo paralelo al lado mayor se distribuirá uniformemente; el paralelo al lado menor se distribuirá en tres franjas en la forma siguiente: en la franja central, de ancho a_1 , una cantidad de refuerzo igual a la totalidad que debe colocarse en esa dirección, multiplicada por $2a_1 / (a_1 + a_2)$, donde a_1 y a_2 , son, respectivamente, los lados corto y largo de la zapata. El resto del refuerzo se distribuirá uniformemente en las dos franjas extremas (véase 6.4.1 NTC-2004).

c-1) Refuerzo paralelo al lado largo;

En el inciso b-1, se obtuvo que como la reacción neta, q_n , bajo $CM + CV + CA$, resultó menor que bajo, $CM + CV$, (180 kN/m^2), por lo que en cuanto a flexión y rige la condición bajo $CM + CV$.

Para la condición bajo $CM + CV$ se tiene una cuantía mínima de acero igual a:

$$p_{\min.} = 0.00235$$

Tomando en cuenta las barras del # 4, con las cuales se hicieron los cálculos y tienen un diámetro, $d_{barra} = 12.7 \text{ mm}$, por lo que el peralte de la zapata, d , es igual a:

$$d = h - 50 - (\phi \text{ varilla} / 2) = 700 - 50 - (12.7 / 2) = 644 \text{ mm}$$

Despejando el área de acero, A_s , del porcentaje de refuerzo se tiene:

$$p = \frac{A_s}{bd} \quad (2.7 \text{ NTC})$$

$$A_s = pbd$$

$$A_s = (0.00235)(1000)(644) = 1513 \text{ mm}^2 / m$$

La separación de las barras será igual a:

$$s = \frac{1000 A_{barra}}{A_s}$$

$$s = \frac{(1000)(127)}{1513} = 83.9 \text{ mm}$$

Para este caso la separación de las barras es de $s = 83.9 \text{ mm}$, por lo que se considera corta. Se recomienda aumentar el diámetro de la barra, para aumentar la separación entre barras.

Considerando barras del # 5, tenemos una separación de:

$$s = \frac{1000 A_{barra}}{A_s}$$

$$s = \frac{1000(198)}{1513} = 131 \text{ mm}$$

∴ Se usarán barras del # 5 @ 131 mm en todo el ancho de 2000 mm.

c-2) Refuerzo paralelo al lado corto;

En el inciso b-1, se obtuvo que como la reacción neta, q_n , bajo $CM + CV + CA$, resultó menor que bajo, $CM + CV$, (180 kN/m^2), por lo que rige la condición bajo $CM + CV$.

Tenemos que la *reacción neta* $= 180 \text{ kN/m}^2 = 0.180 \text{ N/mm}^2$

Se tiene un peralte, d , igual a:

$$d = 700 - 50 - (1.5)(12.7) = 631 \text{ mm}$$

Cálculo del momento total en la sección crítica, $M_{\text{sec. crit.}}$, por metro de ancho.

$$M_{\text{sec. crit.}} = \frac{q_n l'^2 a_2}{2}$$

donde;

$$l' = \frac{a_1 - c_2}{2} = \frac{2000 - 400}{2} = 800 \text{ mm}$$

$$M_{\text{sec. crit.}} = \frac{(180)(800)^2(3500)}{2}$$

$$M_{\text{sec. crit.}} = 2.016 \times 10^{11} \text{ N-mm}$$

Cálculo del momento en la franja central, $M_{\text{francent.}}$, por metro de ancho.

$$M_{\text{francent.}} = \left(\frac{M_{\text{sec. crit.}}}{a_1} \right) \left(\frac{2 a_1}{a_1 + a_2} \right)$$

$$M_{\text{francent.}} = \left(\frac{2.016 \times 10^{11}}{2000} \right) \left(\frac{(2)(2000)}{2000 + 3500} \right)$$

$$M_{\text{francent.}} = 73.3 \times 10^6 \text{ N-mm/m}$$

Cálculo del refuerzo en la franja central:

Tenemos que:

$$\frac{M_R}{b d^2} = \frac{73.3 \times 10^6}{(1000)(631)^2} = 0.184 \text{ Mpa/m}$$

De la tabla 7.1.1 (Apéndice B) para un $\frac{M_R}{b d^2} = 0.184 \text{ Mpa} = 1.84 \text{ kgf/cm}^2 \approx 3.722 \text{ kgf/cm}^2$ se obtiene una, $p = 0.00100$

La cuantía mínima de acero es de:

$$p_{\min} = \frac{0.22 \sqrt{f_c'}}{f_y} = \frac{0.22 \sqrt{20}}{420} = 0.00234 \quad (2.2 \text{ NTC})$$

Por lo que rige $p_{\min.} = 0.00235$

El área de acero, A_s , será de:

$$A_s = p b d$$

$$A_s = (0.00235)(1000)(631) = 1476 \text{ mm}^2 / m$$

Considerando barras del #5, tenemos una separación de:

$$s = \frac{1000 A_{\text{barra}}}{A_s}$$

$$s = \frac{1000(198)}{1476} = 134 \text{ mm}$$

∴ Se usarán barras del #5 @130 mm en todo el ancho de 3500 mm.

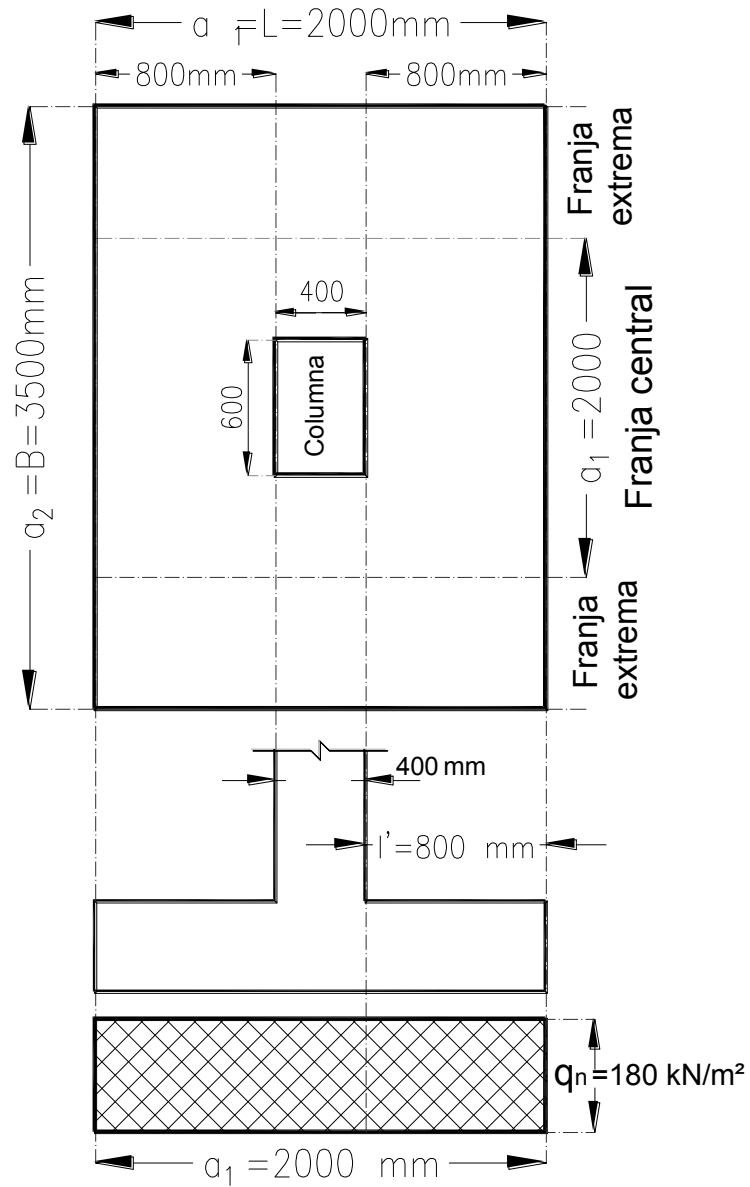


Figura 7.2.7 Distribución de franjas paralelas al lado menor de la zapata.

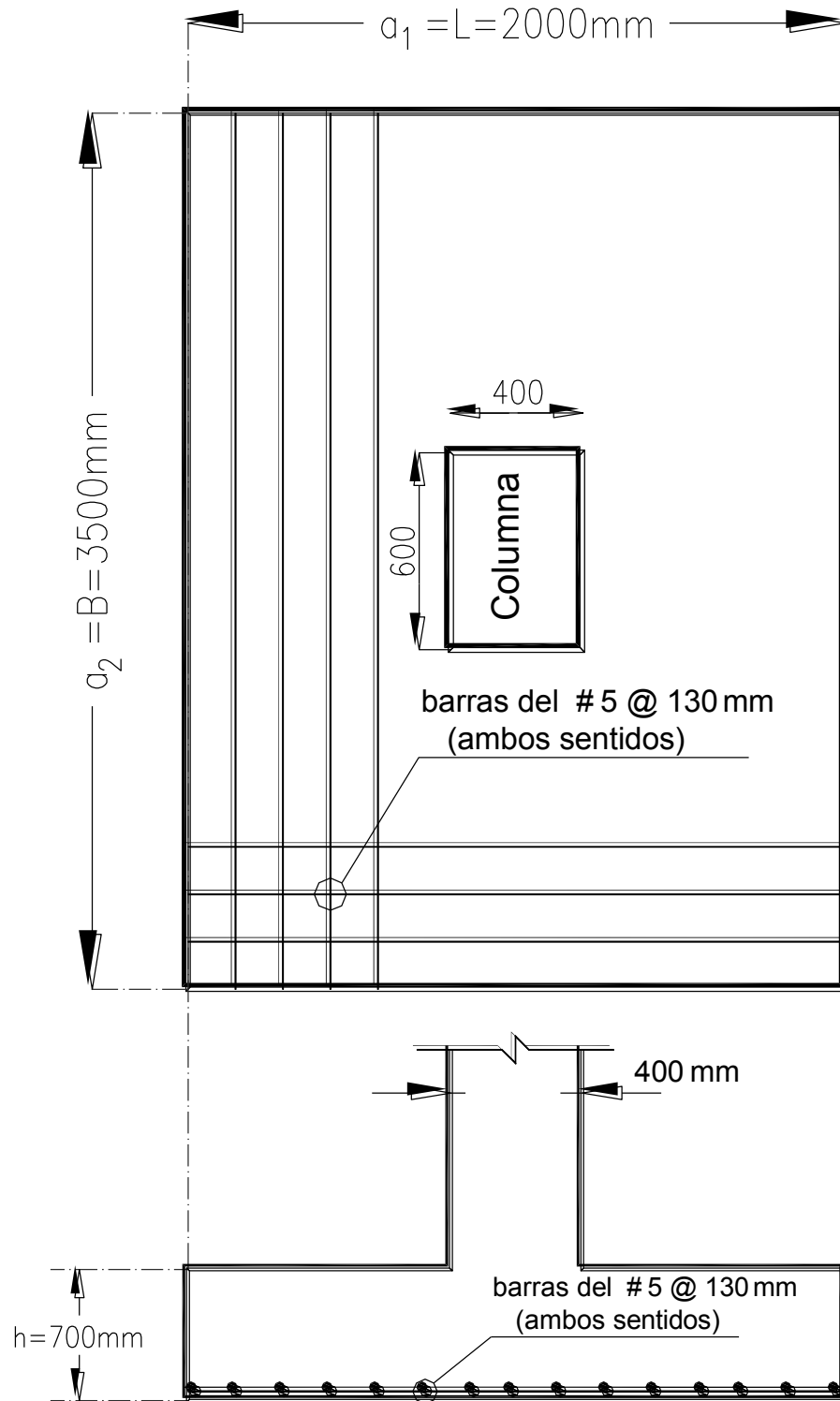


Figura 7.2.8 Sección y armado propuesto para la zapata.

CAPÍTULO XIII

RESULTADOS Y COMPARACIONES ENTRE LAS NTCDF (1999 - 2004)

OBJETIVO: Realizar las comparaciones conforme a los resultados obtenidos en la actualización de los ejemplos de Estructuras de Concreto, al aplicar las Normas Técnicas Complementarias para Diseño de Estructuras de Concreto 2004, en el sistema de unidades MKS y el sistema unidades Internacional SI.

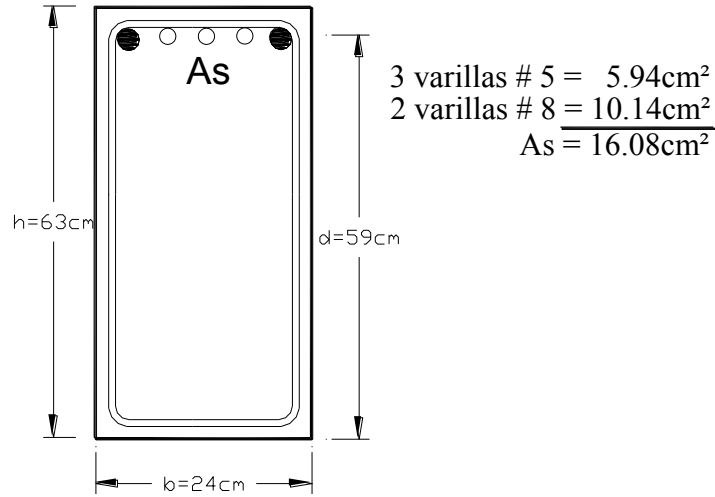
EJEMPLO 3.2 Cálculo de las dimensiones y del refuerzo de una sección rectangular, dados el momento de diseño M_u y la relación d/b .

RESULTADOS OBTENIDOS

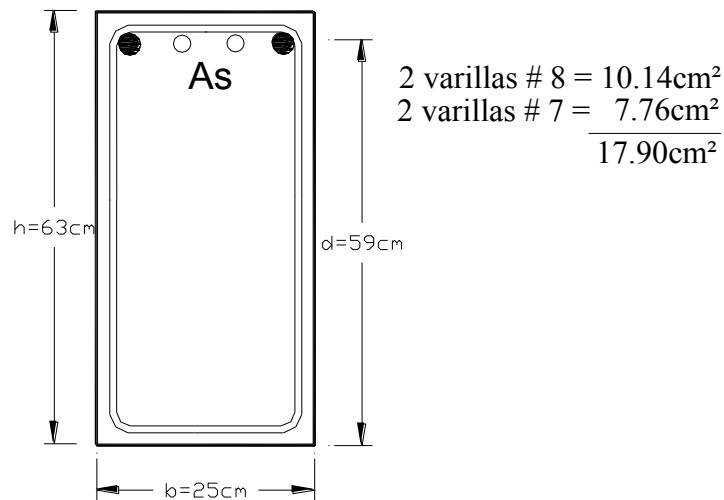
Concepto	NTC – 1999	NTC – 2004	
	(MKS)	(MKS)	(SI)
Cuantía balanceada de acero (p_b)	0.01524	0.01619	0.01619
Peralte de la viga (d)	59.6 cm	59.0 cm	590 mm
Base de la viga: (b)	24.0 cm	25.0 cm	250 mm
Altura de la viga: (h)	64.0 cm	63.0 cm	630 mm
Área de acero: (A_s)	16.2 cm ²	17.1 cm ²	1710 mm ²

Área de acero y sección propuesta como solución del ejemplo 3.2.

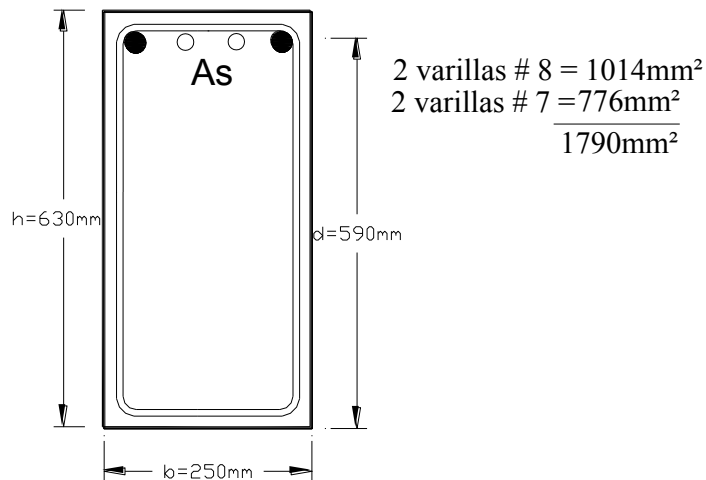
(Sistema "MKS" NTC – 1999)



(Sistema "MKS" NTC – 2004)



(Sistema "SI" NTC – 2004)

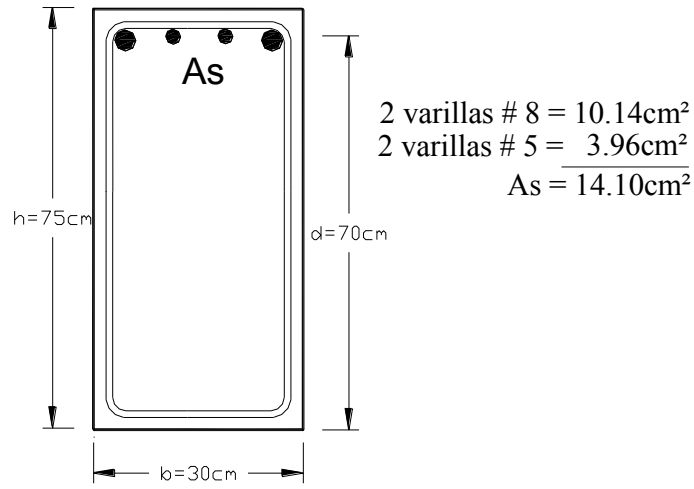


EJEMPLO 3.3 Cálculo del acero refuerzo de una viga rectangular, conociendo el momento de diseño, M_u y la sección transversal.

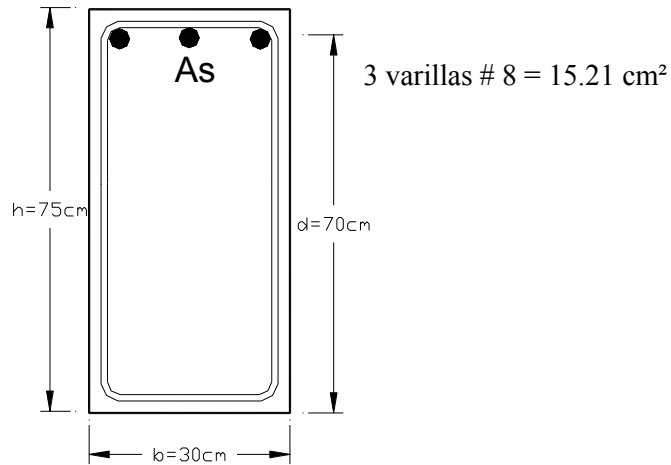
RESULTADOS OBTENIDOS

Concepto	NTC – 1999	NTC – 2004	
	(MKS)	(MKS)	(SI)
Cuantía balanceada de acero: (p_b)	0.01524	0.01619	0.01619
Área de acero: (A_s)	14.38 cm^2	14.36 cm^2	1436 mm^2

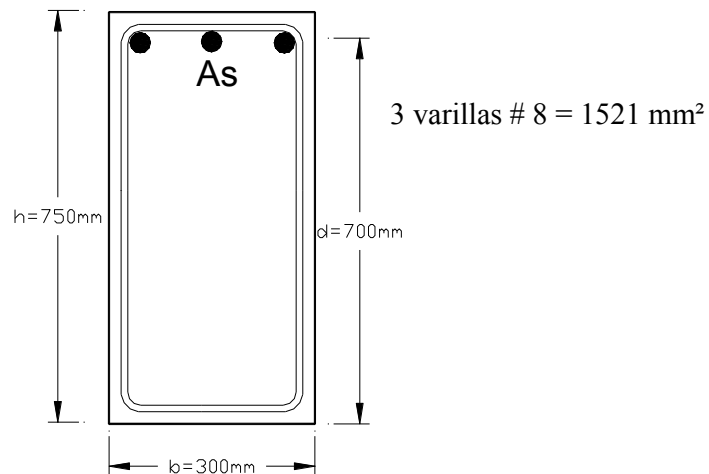
Área de ϵ



(Sistema "MKS" NTC – 2004)



(Sistema "SI" NTC – 2004)



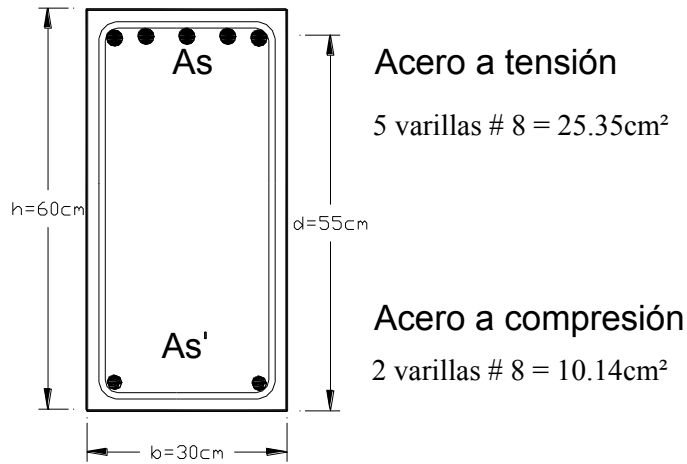
EJEMPLO 3.5 Cálculo del acero de refuerzo de una viga rectangular doblemente reforzada, conocida la sección.

RESULTADOS OBTENIDOS

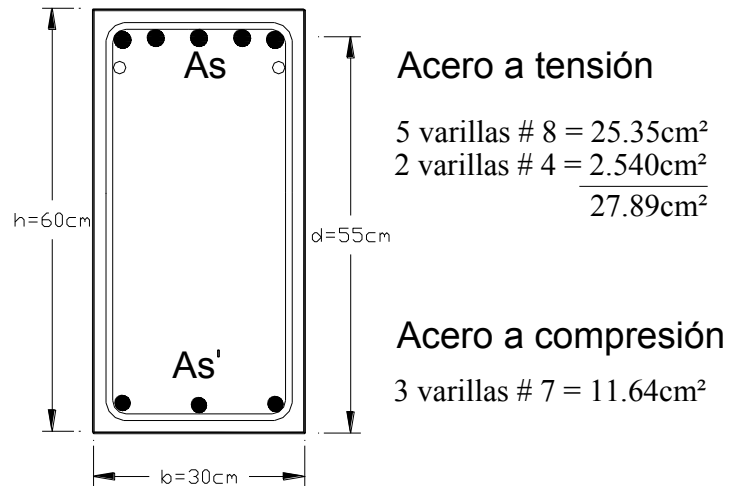
Concepto	NTC – 1999	NTC – 2004	
	(MKS)	(MKS)	(SI)
Cuantía balanceada de acero: (p_b)	0.01524	0.01619	0.01619
Área de acero a tensión: (A_s)	25.9 cm^2	26.25 cm^2	2625 mm^2
Área de acero a compresión: (A_s')	9.39 cm^2	10.48 cm^2	1048 mm^2

Área de acero y sección propuesta como solución del ejemplo 3.5

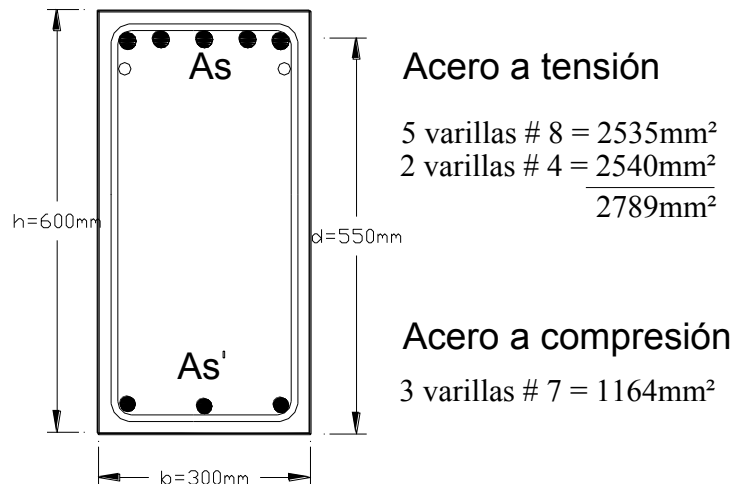
(Sistema "MKS" NTC – 1999)



(Sistema "MKS" NTC – 2004)



(Sistema "SI" NTC – 2004)



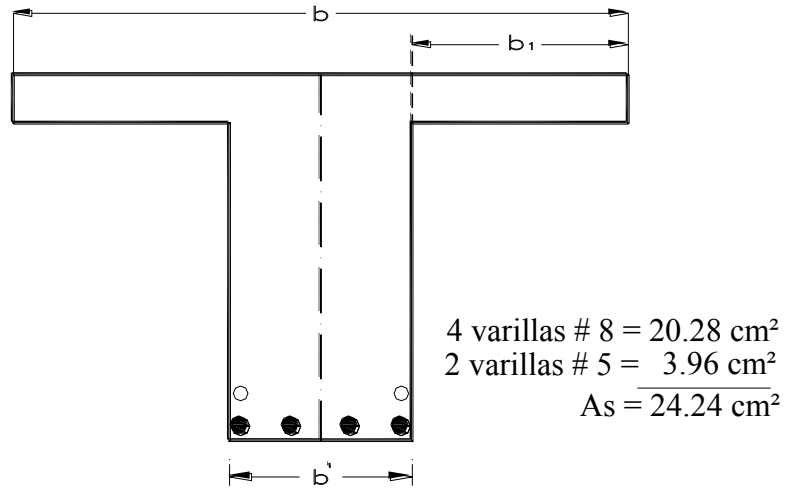
EJEMPLO 3.7 Cálculo de acero de refuerzo de una viga, T .

RESULTADOS OBTENIDOS

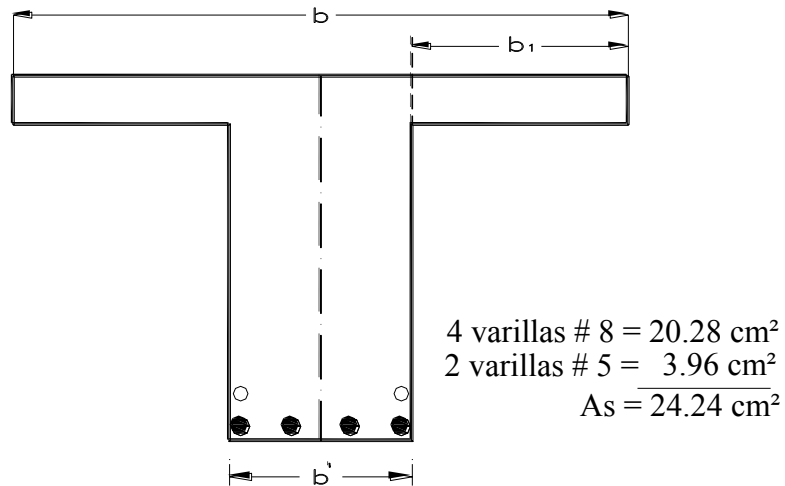
Concepto	NTC – 1999	NTC – 2004	
	(MKS)	(MKS)	(SI)
Cuantía balanceada de acero: (p_b)	0.01524	0.01619	0.01619
Ancho del patín que trabaja a compresión (b_1)	32.5 cm	32.5 cm	325 mm
Área de acero en el patín: (A_{sp})	14.73 cm ²	14.73 cm ²	1473 mm ²
Área de acero en el alma: (A_{sa})	9.34 cm ²	9.44 cm ²	944 cm ²
Área de acero total: ($A_{s_{Total}}$)	24.07 cm ²	24.17 cm ²	2417 cm ²

Área de acero propuesta como solución del ejemplo 3.7

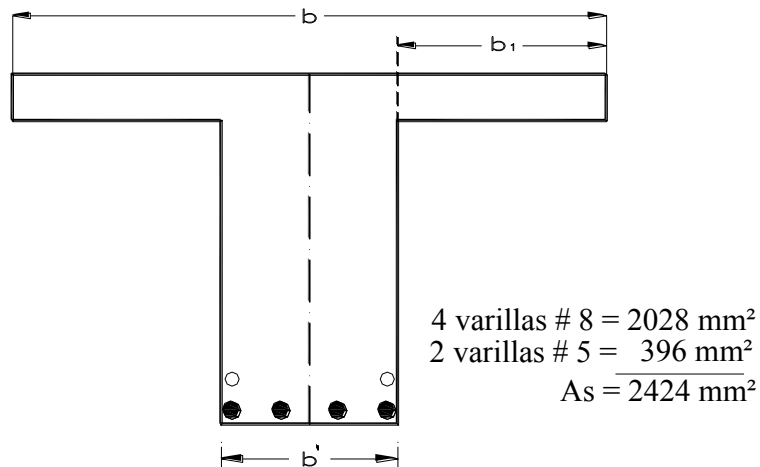
(Sistema "MKS" NTC - 1999)



(Sistema "MKS" NTC - 2004)



(Sistema "SI" NTC - 2004)

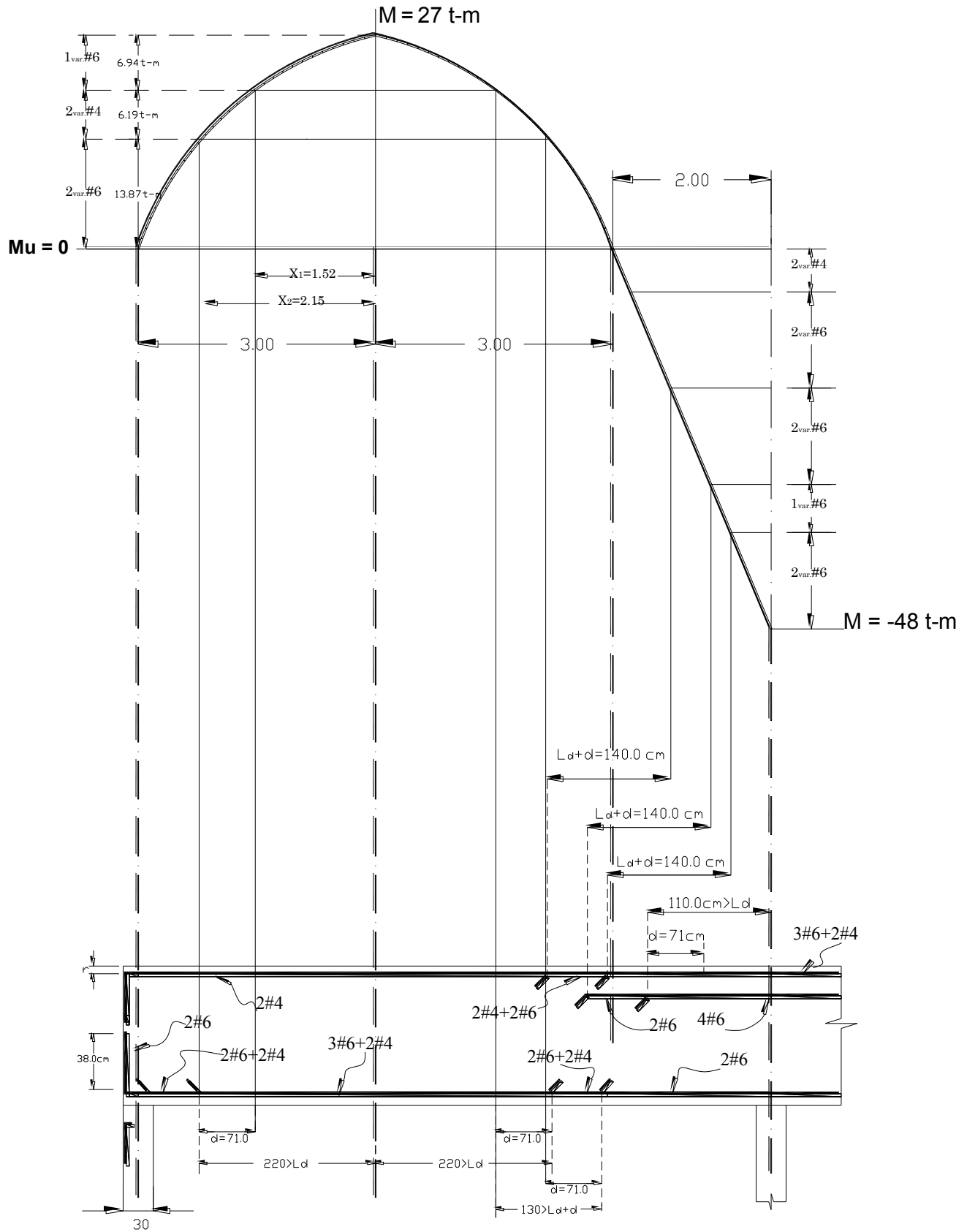


EJEMPLO 4.1 Corte de barras y requisitos de anclaje en una viga continua.

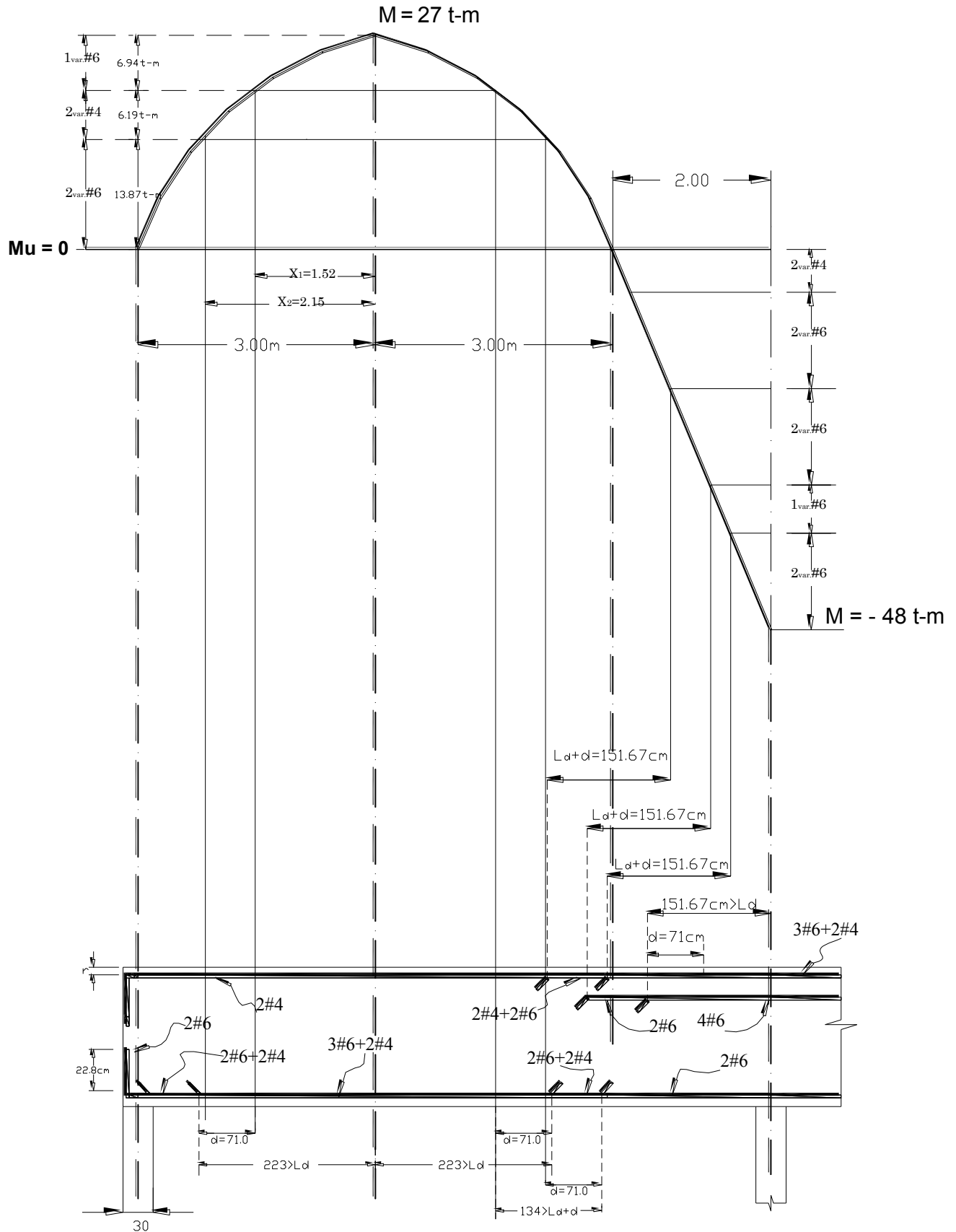
RESULTADOS OBTENIDOS

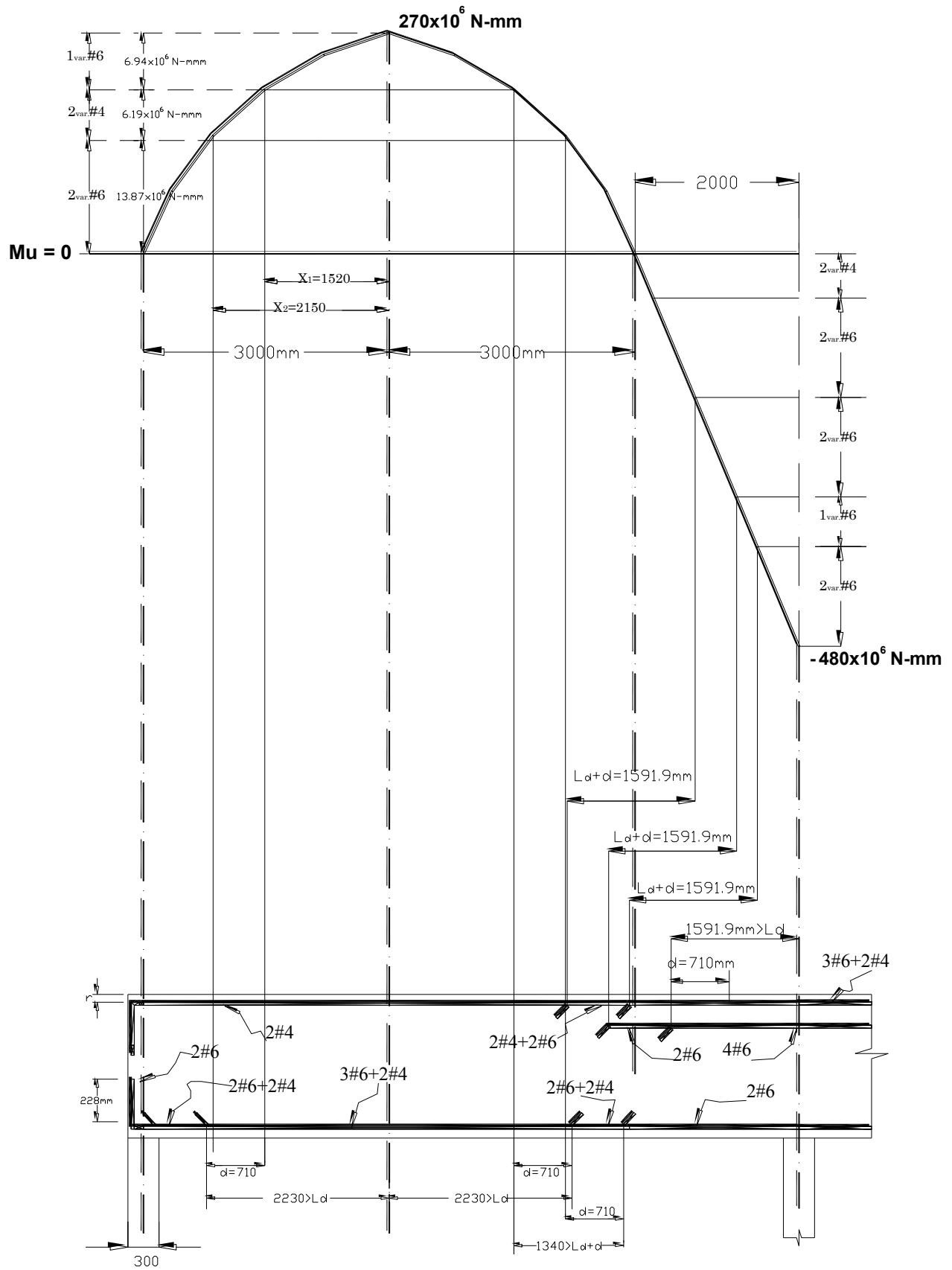
Concepto	NTC-1999	NTC - 2004	
	(MKS)	(MKS)	(SI)
Peralte, $d = d_A$, Para barras del N° 4 (Positivas)	71.0 cm	71.0 cm	710.0mm
Peralte, $d = d_B$, Para barras del N° 6 (Negativas)	69.0 cm	69.0 cm	690.0mm
Longitud de desarrollo para barras del N° 6. (L_d)			
L_d , Para lecho inferior	50.8 cm	103.34 cm	1127.5 mm
L_d , Para lecho superior	71.1 cm	82.67 cm	901.9 mm
Long. de desarrollo para barras del N° 4 (L_d)			
L_d , Para lecho inferior	32.0 cm	46.00 cm	502.4 mm
L_d , Para lecho superior	44.8 cm	36.80 cm	401.9 mm
Longitud, $L_d + d$			
Para barras del N° 4 (Positivas)	103.0 cm	107.8 cm	1111.9mm
Para barras del N° 6 (Negativas)	140.1 cm	151.67 cm	1591.9 mm

Corte de barras y anclaje. (Sistema "MKS" NTC-1999)



Corte de barras y anclaje. (Sistema "MKS" NTC - 2004)





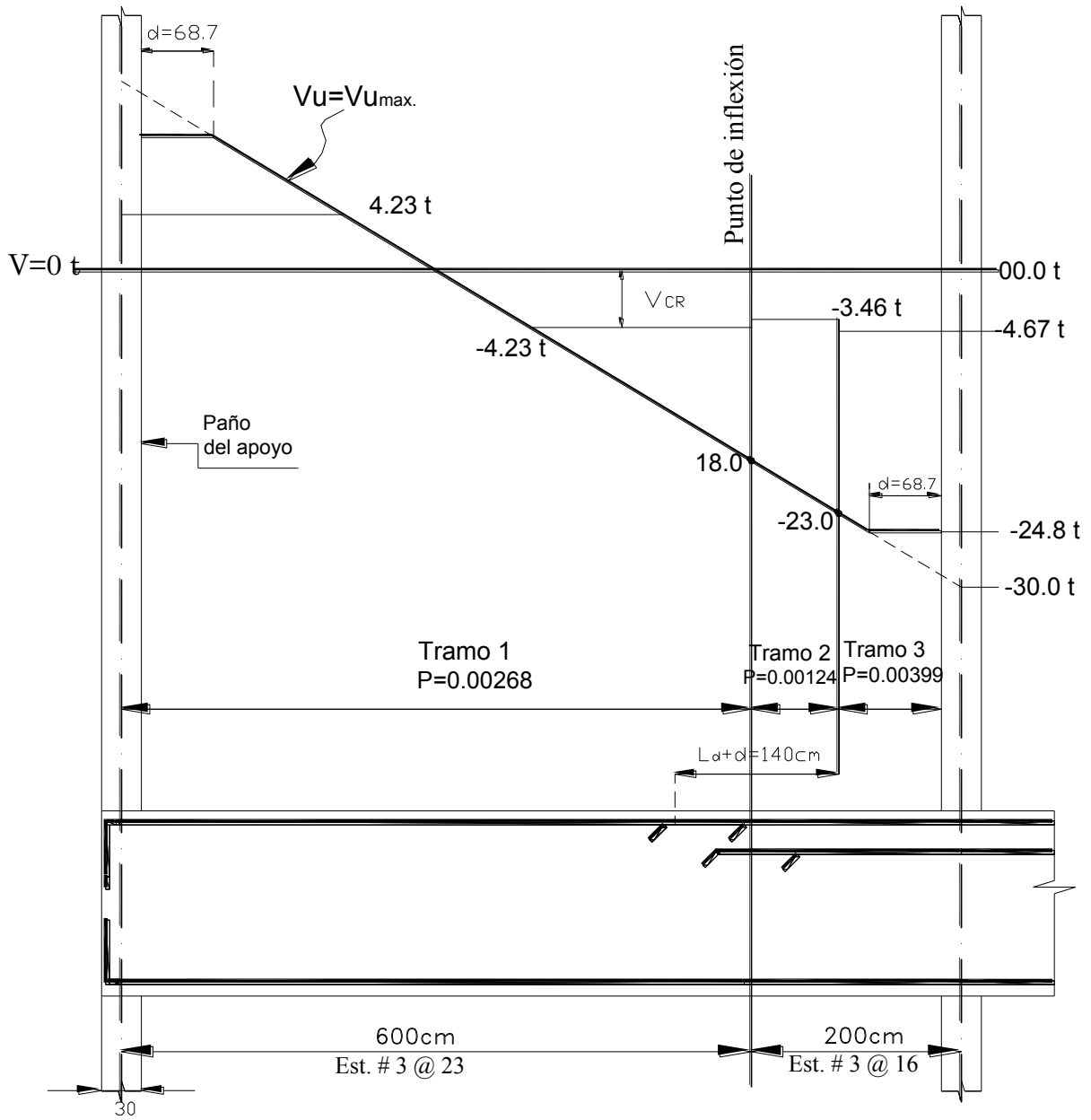
EJEMPLO 4.2 Dimensionamiento por fuerza cortante de una viga continua (Viga del ejemplo 4.1)

RESULTADOS OBTENIDOS

Concepto	NTC – 1999	NTC – 2004	
	(MKS)	(MKS)	(SI)
Fuerza cortante que toma el concreto (V_{cR})			
Tramo 1	4231 kgf	5356.8 kgf	50818.9 N
Tramo 2	3459 kgf	4590.5 kgf	43549.6 N
Tramo 3	4672 kgf	5718.8 kgf	54252.9 N
Separación de refuerzo transversal, (s)			
Tramo 1	@ 16.3 cm	@ 17.17 cm	@ 170.0 mm
Tramo 2	@ 16.8 cm	@ 17.80 cm	@ 175.8 mm
Tramo 3	@ 23.8 cm	@ 26.00 cm	@ 253.7 mm

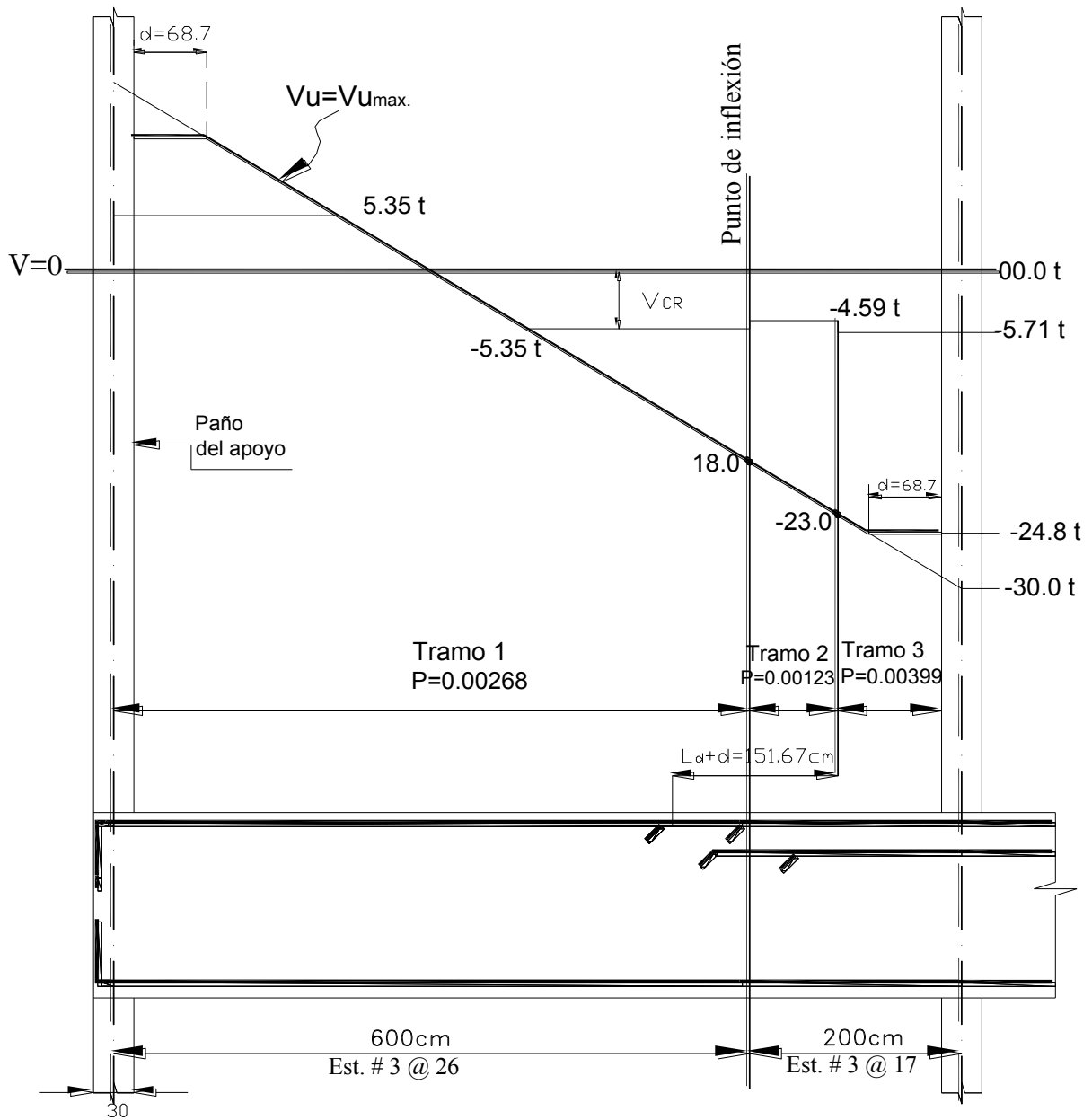
Separación de estribos,

(Sistema "MKS" NTC-1999)



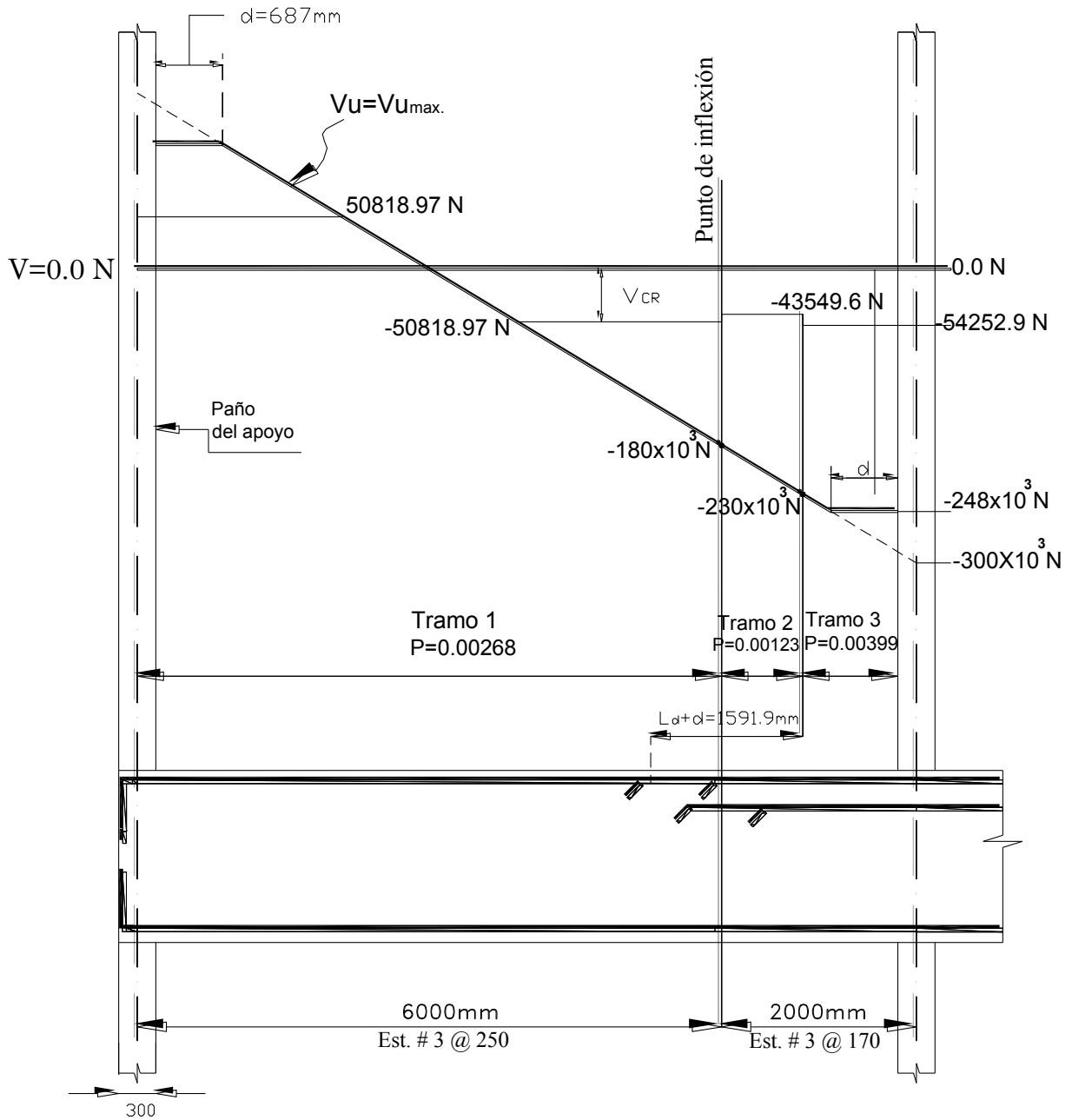
Separación de estribos,

(Sistema "MKS" NTC – 2004)



Separación de estribos,

(Sistema "SI" NTC - 2004)



EJEMPLO 4.3 Dimensionamiento por fuerza cortante y torsión de una viga de orilla.

RESULTADOS OBTENIDOS			
Concepto	NTC- 1999	NTC – 2004	
	(MKS)	(MKS)	(SI)
Momento torsionante de diseño, (T_u).	$1.69 t - m$	$1.69 t - m$	$16.9 \times 10^6 N - mm$
Fuerza cortante de diseño, (V_u).	$9.7 t$	$9.7 t$	$97 \times 10^3 N$
Fuerza cortante de diseño que toma el concreto, (V_{cR}).	$3429 kgf$	$3043.07 kgf$	$28874.88 N$
Refuerzo transversal por torsión, $\left(\frac{A_t}{s}\right)$	$0.0308 \frac{cm^2}{cm}$	$0.0358 \frac{cm^2}{cm}$	$0.358 \frac{mm^2}{mm}$
Refuerzo transversal por fuerza cortante, $\left(\frac{A_v}{s}\right)$	$0.0339 \frac{cm^2}{cm}$	$0.0355 \frac{cm^2}{cm}$	$0.364 \frac{mm^2}{mm}$
Refuerzo total por torsión, $\left(\frac{A_{s_{total}}}{s}\right)$, de una rama.	$0.0477 \frac{cm^2}{cm}$	$0.0535 \frac{cm^2}{cm}$	$0.540 \frac{mm^2}{mm}$
Separación de estribos del # 2.5 en toda la viga. (s)	@ 10.3 cm	@ 9.16 cm	@ 90.7 mm
Se propone colocar estribos del # 2.5 en toda la viga a cada	@ 10.0 cm	@ 9.0 cm	@ 90 mm
Refuerzo longitudinal por torsión, (A_{st})	$4.31 cm^2$	$6.86 cm^2$	$689 mm^2$
(A_{st}) propuesto, una barra en cada esquina	$4\#4 = 5.08 cm^2$	$4\#5 = 7.92 cm^2$	$4\#5 = 7.92 cm^2$

EJEMPLO 5.1 Cálculo de la deflexión máxima de la viga (Viga del ejemplo 4.1)

RESULTADOS OBTENIDOS

Concepto	NTC-1999	NTC – 2004	
	(MKS)	(MKS)	(SI)
Relación modular (n)	17.7	17.7	17.7
Momento de inercia en el extremo discontinuo (I_{ag1})	0 cm^4	0 cm^4	0 cm^4
Momento de inercia en la sección extrema (B) (I_{ag2})	930346.3 cm^4	930305.01 cm^4	9379287593 mm^4
Momento de inercia en la sección central (A) (I_{ag3})	589440 cm^4	589422.19 cm^4	5945789913 mm^4
Momento de inercia promedio. (I)	703075 cm^4	703049.8 cm^4	7090289140 mm^4
Cuantía de acero a compresión en el extremo discontinuo. (p_1')	0	0	0
Cuantía de acero a compresión en la sección extrema (B) (p_2')	0.002766	0.002766	0.002766
Cuantía de acero a compresión en la sección central (A) (p_3')	0.001192	0.001192	0.001192
Cuantía de acero a compresión promedio (p')	0.001720	0.001717	0.001717

Continuación			
RESULTADOS OBTENIDOS			
	NTC-1999	NTC – 2004	
	<i>(MKS)</i>	<i>(MKS)</i>	<i>(SI)</i>
Deflexión inmediata total. $(\Delta_{I_{Total}})$	0.640 <i>cm</i>	0.6401 <i>cm</i>	6.40 <i>mm</i>
Deflexión diferida a “larga duración” $(\Delta_{dif.})$	2.357 <i>cm</i>	2.358 <i>cm</i>	23.57 <i>mm</i>
Deflexión inmediata correspondiente a la diferencia de cargas vivas. $(\Delta_{I_{diferencial (C.V.)}})$	0.556 <i>cm</i>	0.5567 <i>cm</i>	5.58 <i>mm</i>
Deflexión total en la viga. $(\Delta_{TOTAL\ VIGA})$	3.553 <i>cm</i>	3.5574 <i>cm</i>	35.55 <i>mm</i>
Deflexión máxima permitida. $(\Delta_{max.\ permitida})$	3.83 <i>cm</i>	3.83 <i>cm</i>	38.30 <i>mm</i>
$\Delta_{max.\ permitida} > \Delta_{TOTAL\ VIGA}$	<i>OK</i>	<i>OK</i>	<i>OK</i>

EJEMPLO 5.2 Revisión del agrietamiento de la viga (Viga del ejemplo 4.1)

RESULTADOS OBTENIDOS

Concepto	NTC-1999	NTC – 2004	
	(MKS)	(MKS)	(SI)
Límite de agrietamiento.	40000 <i>kgf / cm</i>	40000 <i>kgf / cm</i>	40000 <i>N / mm</i>
Agrietamiento para la sección central (A) (momento positivo)			
Esfuerzo en el acero en la condición de servicio, (f_{sA})	2720 <i>kgf / cm²</i>	2722.7 <i>kgf / cm²</i>	272.27 <i>N / mm²</i>
Recubrimiento de concreto, (d_{cA})	3.95 <i>cm</i>	4.05 <i>cm</i>	40.5 <i>mm</i>
Área de concreto a tensión, (A_A)	60.15 <i>cm²</i>	61.36 <i>cm²</i>	613.6 <i>mm²</i>
Agrietamiento en la viga, en la sección central (A)	16850 <i>kgf / cm</i>	18587.36 <i>kgf / cm</i>	8629.1 <i>N / mm</i>
Agrietamiento para la sección extrema (B) (momento negativo)			
Esfuerzo en el acero en la condición de servicio, (f_{sB})	2467 <i>kgf / cm²</i>	2466.63 <i>kgf / cm²</i>	246.66 <i>N / mm²</i>
Recubrimiento de concreto, (d_{cB})	3.95 <i>cm</i>	4.05 <i>cm</i>	40.5 <i>mm</i>
Área de concreto a tensión, (B_B)	47.91 <i>cm²</i>	47.90 <i>cm²</i>	479 <i>mm²</i>
Agrietamiento en la viga, en la sección central (B)	14160 <i>kgf / cm</i>	16690.65 <i>kgf / cm</i>	7751.9 <i>N / mm</i>

EJEMPLO 6.1 Dimensionamiento de una columna por flexocompresión bajo Cargas muertas, viva, instantánea y sismo.

RESULTADOS OBTENIDOS

Concepto	NTC-1999	NTC – 2004	
	(MKS)	(MKS)	(SI)
Efectos de esbeltez en la dirección “X”			
Debido a las cargas verticales; Se pueden despreciar los efectos si se cumple con. $\frac{H'}{r} < 34 - 12 \frac{M_1}{M_2}$	32.67 < 40.8 ∴ Se desprecian los efectos de esbeltez.	32.67 < 40.8 ∴ Se desprecian los efectos de esbeltez.	32.67 < 40.8 ∴ Se desprecian los efectos de esbeltez.
Factor de amplificación debido a las cargas verticales; (F_{abx})	1.0	1.0	1.0
Debido a la fuerza lateral; Se pueden despreciar los efectos si se cumple con. $\frac{desp. de entr.}{h} \leq 0.8 \frac{V}{W_u}$	0.012 > 0.0065 ∴ Sí deben tomarse en cuenta los efectos de esbeltez	0.012 > 0.0065 ∴ Sí deben tomarse en cuenta los efectos de esbeltez.	0.012 > 0.0065 ∴ Sí deben tomarse en cuenta los efectos de esbeltez
Factor de amplificación debido a la fuerza lateral; (F_{asx})	1.180 ≤ 1.5 ∴ No es necesario hacer un análisis de 2do orden.	1.42 ≤ 1.5 ∴ No es necesario hacer un análisis de 2do orden.	1.42 ≤ 1.5 ∴ No es necesario hacer un análisis de 2do orden.

Continuación			
RESULTADOS OBTENIDOS			
Concepto	NTC-1999	NTC – 2004	
	<i>(MKS)</i>	<i>(MKS)</i>	<i>(SI)</i>
Efectos de esbeltez en la dirección “Y”			
Debido a las cargas verticales; Se pueden despreciar los efectos si se cumple con. $\frac{H'}{r} < 34 - 12 \frac{M_1}{M_2}$	26.98 < 45.7 ∴ Se desprecian los efectos de esbeltez.	26.98 < 45.7 ∴ Se desprecian los efectos de esbeltez..	26.98 < 45.7 ∴ Se desprecian los efectos de esbeltez.
Factor de amplificación debido a las cargas verticales; <i>(F_{aby})</i>	1.0	1.0	1.0
Debido a la fuerza lateral; Se pueden despreciar los efectos si se cumple con. $\frac{desp. de entr.}{h} \leq 0.8 \frac{V}{W_u}$	0.0082 > 0.0065 ∴. Sí deben tomarse en cuenta los efectos de esbeltez	0.012 > 0.0065 ∴. Sí deben tomarse en cuenta los efectos de esbeltez.	0.012 > 0.0065 ∴. Sí deben tomarse en cuenta los efectos de esbeltez
Factor de amplificación debido a la fuerza lateral; <i>(F_{asy})</i>	1.116 ∴. No es necesario hacer un análisis de 2do orden.	1.25 ∴. No es necesario hacer un análisis de 2do orden.	1.25 ∴. No es necesario hacer un análisis de 2do orden.

Continuación			
RESULTADOS OBTENIDOS			
	NTC-1999	NTC – 2004	
	(MKS)	(MKS)	(SI)
Dimensionamiento en la dirección "X"			
Carga de diseño última: (P_u)	88.54 t	88.54 t	885.4x10 ³ N
Momento amplificado en la dirección "x" (M_{cx})	29.82 t – m	29.82 t – m	355x10 ⁶ N – mm
Momento amplificado en la dirección "y" (M_{cy})	11.71 t – m	12.84 t – m	128.4x10 ⁶ N – mm
Excentricidad en "x" $e_x = \frac{M_{cx}}{P_u}$	0.337 m	0.400 m	400 mm
Excentricidad en "y" $e_y = \frac{M_{cy}}{P_u}$	0.132 m	0.145 m	145 mm
Carga normal resistente de diseño P_R , suponiendo una cuantía $p = 0.01$ $P_R = \frac{1}{1/P_{Rx} + 1/P_{Ry} - 1/P_{RO}}$	55.14 t Como; $P_R < P_u$, Se propone aumentar, p .	49.15 t Como; $P_R < P_u$, Se propone aumentar, p .	491.5x10 ³ N Como; $P_R < P_u$, Se propone aumentar, p .
Carga normal resistente de diseño, (P_R) , suponiendo un segundo tanteo de una cuantía, $p = 0.026$	90.31 t Como; $P_R > P_u$, Se acepta. $p = 0.026$	93.42 t Como; $P_R > P_u$, Se acepta. $p = 0.026$	934.2x10 ³ N Como; $P_R > P_u$, Se acepta. $p = 0.026$

Continuación			
RESULTADOS OBTENIDOS			
Concepto	NTC-1999	NTC – 2004	
	<i>(MKS)</i>	<i>(MKS)</i>	<i>(SI)</i>
Dimensionamiento en la dirección "Y"			
Carga de diseño última: (P_u)	92.25 t	92.25 t	922.5x10 ³ N
Momento amplificado en la dirección "x" (M_{cx})	12.01 t – m	14.08 t – m	140.8x10 ⁶ N – mm
Momento amplificado en la dirección "y" (M_{cy})	25.03 t – m	27.75 t – m	277.5x10 ⁶ N – mm
Excentricidad en "x" $e_x = \frac{M_{cx}}{P_u}$	0.130 m	0.152 m	152 mm
Excentricidad en "y" $e_y = \frac{M_{cy}}{P_u}$	0.271 m	0.300 m	300 mm
Carga normal resistente de diseño (P_R) , con una cuantía $p = 0.026$ $P_R = \frac{1}{1/P_{Rx} + 1/P_{Ry} - 1/P_{RO}}$	113.7 t Como; $P_R > P_u$, Se acepta. $p = 0.026$	121.36 t Como; $P_R > P_u$, Se acepta. $p = 0.026$	1213.6x10 ³ N Como; $P_R > P_u$, Se acepta. $p = 0.026$

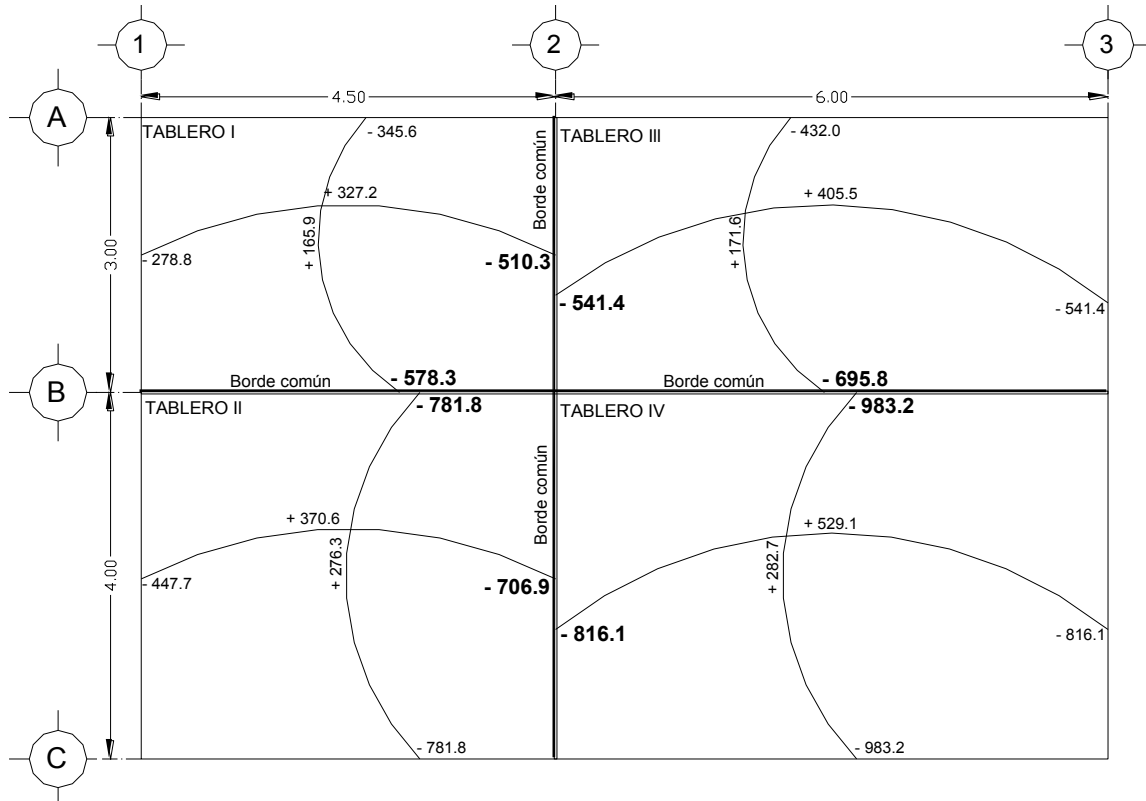
EJEMPLO 6.2 Diseño de una losa perimetralmente apoyada, bajo carga uniforme.

RESULTADOS OBTENIDOS

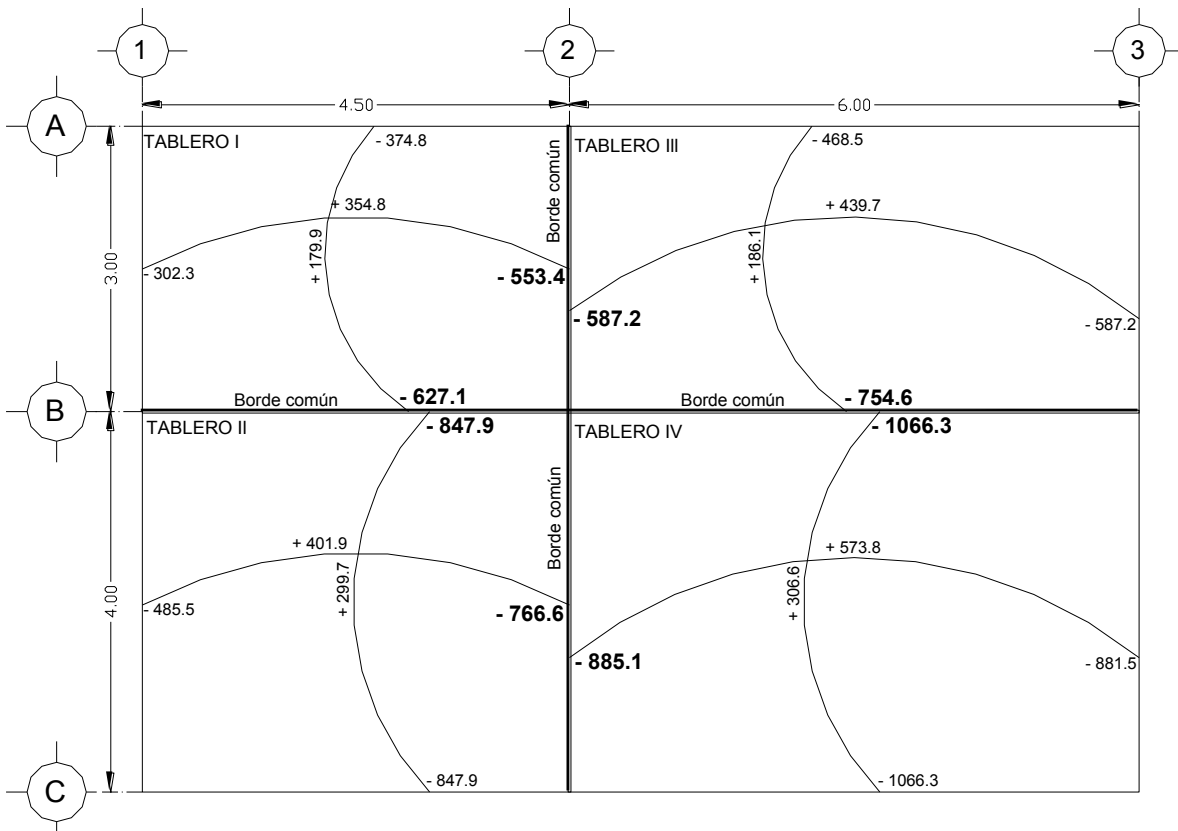
Concepto	NTC-1999	NTC – 2004	
	<i>(MKS)</i>	<i>(MKS)</i>	<i>(SI)</i>
Carga de servicio total: <i>(w_{Total})</i>	1088 <i>kgf / m²</i>	1180 <i>kgf / m²</i>	11.80 <i>N / m²</i>
Carga de diseño: <i>(w_u)</i>	1523 <i>kgf / m²</i>	1652 <i>kgf / m²</i>	16.52 <i>kN / m²</i>
Altura: <i>(h)</i>	12 <i>cm</i>	15 <i>cm</i>	150 <i>mm</i>
Cuantía de acero: <i>(p)</i>	0.0043	0.00242	0.00242
Cuantía de acero máxima <i>(p_{máx.})</i>	0.0152	0.01619	0.01619
Revisión por flexión, sí; $p < p_{max}$. (pasa por flexión)	0.0043 < 0.0152 ∴ la altura <i>h</i> = 12 <i>cm</i> Pasa por flexión.	0.00242 < 0.01619 ∴ la altura <i>h</i> = 15 <i>cm</i> Pasa por flexión	0.00242 > 0.01619 ∴ la altura <i>h</i> = 150 <i>mm</i> Pasa por flexión
Fuerza cortante de diseño que toma el concreto: <i>(V_{cr})</i>	4040 <i>kgf</i>	5565 <i>kgf</i>	56320 <i>N</i>
Fuerza cortante: <i>(V)</i>	2538 <i>kgf</i>	2092 <i>kgf</i>	20920 <i>N</i>
Revisión por fuerza cortante, sí; $V_{cr} < V$ (pasa por cortante)	4040 <i>kgf</i> > 2538 <i>kgf</i> ∴ la altura <i>h</i> = 12 <i>cm</i> Pasa por cortante.	5565 <i>kgf</i> > 2092 <i>kgf</i> ∴ la altura <i>h</i> = 15 <i>cm</i> Pasa por cortante.	56320 <i>N</i> > 20920 <i>N</i> ∴ la altura <i>h</i> = 150 <i>mm</i> Pasa por cortante

Continuación			
RESULTADOS OBTENIDOS			
	NTC-1999	NTC – 2004	
	<i>(MKS)</i>	<i>(MKS)</i>	<i>(SI)</i>
Dimensionamiento por flexión: (En una franja de un metro de ancho)			
Área de refuerzo mínimo: $(A_{s \text{ min.}})$	$1.684 \text{ cm}^2 / m$	$2.049 \text{ cm}^2 / m$	$204.9 \text{ mm}^2 / mm$
Separación de, $A_{s \text{ min.}}$ (s)	29.10 cm	34.65 cm	346.5 mm
Momento amplificado en la dirección “y” (M_{cy})	$25.03 \text{ t} - m$	$27.75 \text{ t} - m$	$277.5 \times 10^6 \text{ N} - mm$
Valores de: $(w_u a_1^2)$			
Tablero I	11520 kgf	12493 kgf	124.93 kN
Tablero II	21420 kgf	23231 kgf	232.31 kN
Tablero III	11520 kgf	12493 kgf	124.93 kN
Tablero IV	21420 kgf	23231 kgf	232.31 kN
A continuación se muestran las figuras, en donde se observa la distribución de los momentos teóricos de diseño, M_u , y los Momentos ajustados de diseño, M_{AD} .			

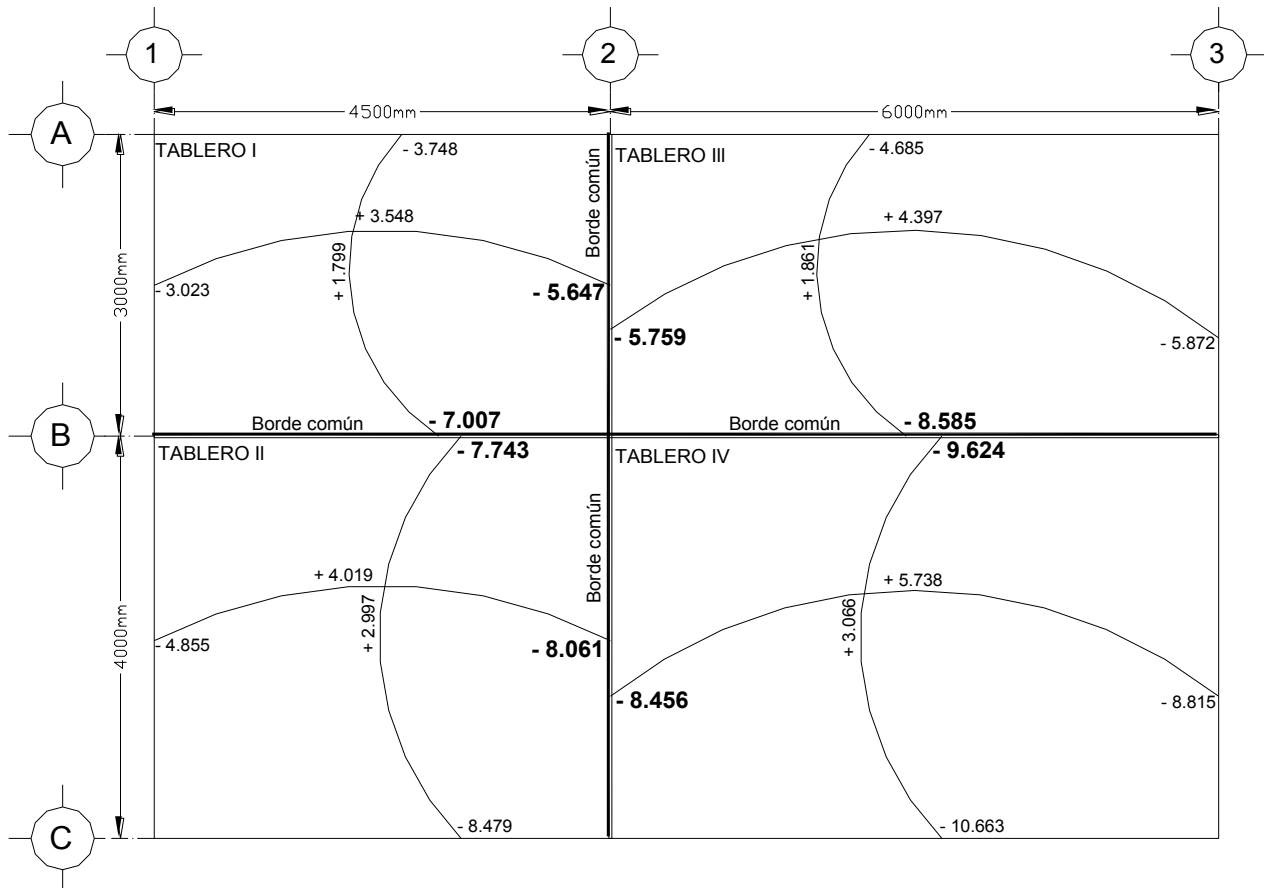
Distribución de momentos teóricos de diseño M_u , (Sistema "MKS" NTC-1999)



Distribución de momentos teóricos de diseño M_u , (Sistema "MKS" NTC-2004)



Momentos ajustados de diseño M_{AD} , (Sistema "SI" NTC – 2004)



EJEMPLO 6.3 Diseño de una losa plana aligerada.

RESULTADOS OBTENIDOS

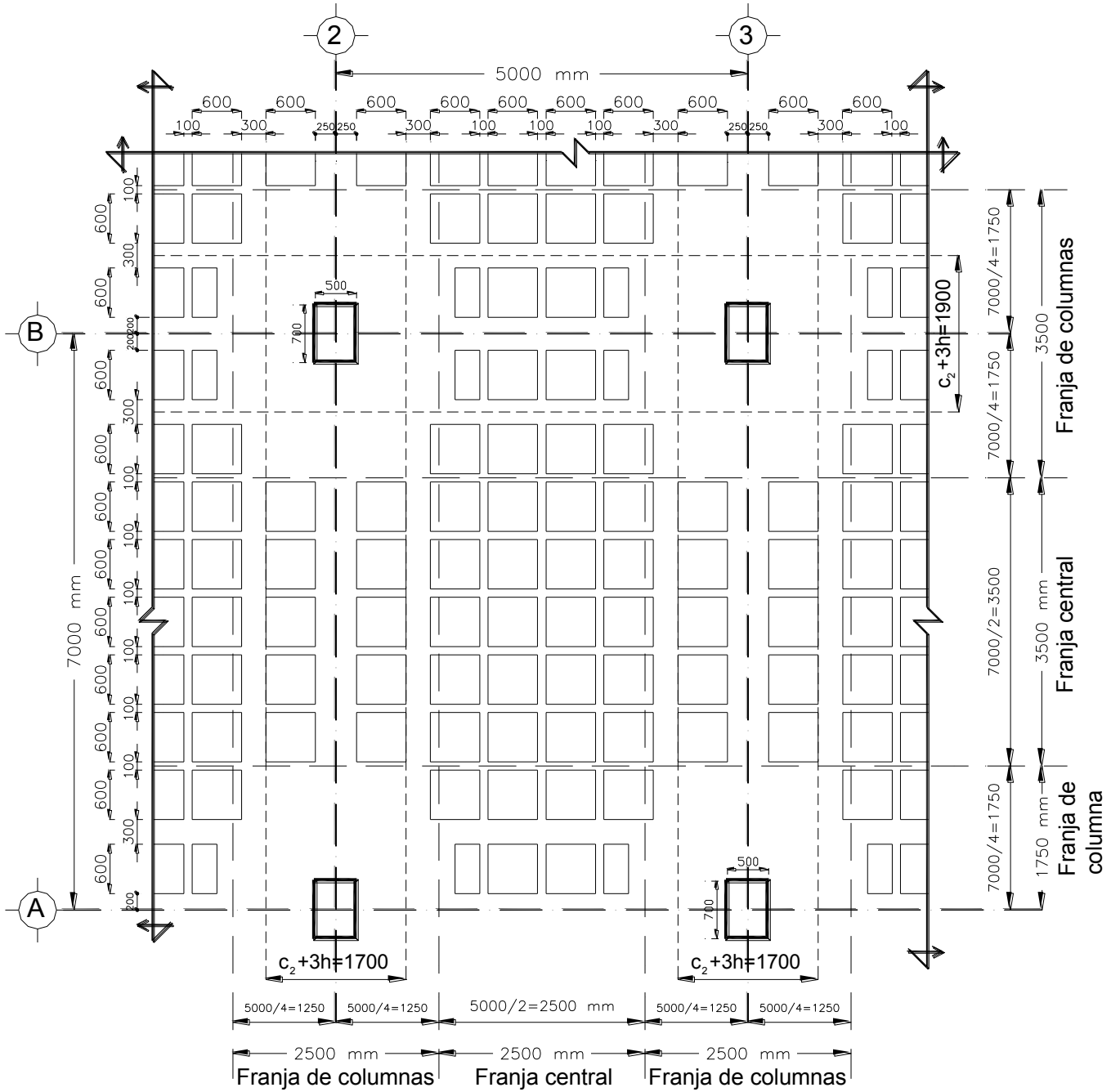
Concepto	NTC-1999	NTC – 2004	
	(MKS)	(MKS)	(SI)
REVISIÓN DEL CORTANTE POR PENETRACIÓN ALREDEDOR DE LA COLUMNA 2B.			
* Propiedades geométricas de la sección crítica;			
Dimensión paralela al momento transmitido: (c_1)	70 cm	70 cm	700 mm
Dimensión perpendicular a c_1 : (c_2)	50 cm	50 cm	500 mm
Área de la sección crítica: (A_c)	13824 cm ²	13824 cm ²	1382400 mm ²
Posición del centroide: (C_{AB})	53 cm	53 cm	530 mm
Momento polar de inercia: (J_c)	253.63x10 ⁵ cm ⁴	253.63x10 ⁵ cm ⁴	253.63x10 ⁹ mm ⁴
Fracción de momento flexionante: (α)	0.4266	0.4266	0.4266
* Revisión bajo cargas: ($CM + CV_{max.}$)			
Esfuerzo cortante de diseño máximo que toma el concreto: ($v_{u\ max.}$)	3.92 kgf / cm ²	3.92 kgf / cm ²	0.392 MPa

Continuación			
RESULTADOS OBTENIDOS			
Concepto	NTC-1999	NTC – 2004	
	<i>(MKS)</i>	<i>(MKS)</i>	<i>(SI)</i>
$V_{u_{máx}}$, no debe exceder del esfuerzo cortante admisible $F_R(0.5 + \gamma)\sqrt{f_c^*} \leq F_R\sqrt{f_c^*}$ (MKS) $0.3 F_R(0.5 + \gamma)\sqrt{f_c^*} \leq 0.3F_R\sqrt{f_c^*}$ (SI)	11.31 kgf / cm ² (Rigió el segundo término por ser el menor de los valores)	11.31 kgf / cm ² (Rigió el segundo término por ser el menor de los valores)	1.073 MPa (Rigió el segundo término por ser el menor de los valores)
Como:	11.31 kgf / cm ² > $V_{u_{máx}}$ (No se requiere refuerzo por fuerza cortante bajo $(CM + CV_{max.})$)	11.31 kgf / cm ² > $V_{u_{máx}}$ (No se requiere refuerzo por fuerza cortante bajo $(CM + CV_{max.})$)	1.073 MPa > $V_{u_{máx}}$ (No se requiere refuerzo por fuerza cortante bajo $(CM + CV_{max.})$)
* Revisión bajo cargas: $(CM + CV_{inst.} + Sismo)$			
Esfuerzo cortante de diseño máximo que toma el concreto: $(V_{u_{máx}})$	9.416 kgf / cm ²	9.416 kgf / cm ²	0.9416 MPa
$V_{u_{máx}}$, no debe exceder del esfuerzo cortante admisible $F_R(0.5 + \gamma)\sqrt{f_c^*} \leq F_R\sqrt{f_c^*}$ (MKS) $0.3 F_R(0.5 + \gamma)\sqrt{f_c^*} \leq 0.3F_R\sqrt{f_c^*}$ (SI)	9.899 kgf / cm ² (Rigió el segundo término por ser el menor de los valores)	9.899 kgf / cm ² (Rigió el segundo término por ser el menor de los valores)	0.94 MPa (Rigió el segundo término por ser el menor de los valores)
Como:	9.899 kgf / cm ² > $V_{u_{máx}}$ (No se requiere refuerzo por fuerza cortante bajo $(CM + CV_{inst.} + Sismo)$)	9.899 kgf / cm ² > $V_{u_{máx}}$ (No se requiere refuerzo por fuerza cortante bajo $(CM + CV_{inst.} + Sismo)$)	0.94 MPa < $V_{u_{máx}}$ (Si se requiere refuerzo por fuerza cortante bajo $(CM + CV_{inst.} + Sismo)$)
Refuerzo transversal mínimo.	Se colocarán estribos del #2 de cuatro ramas tanto en la nervadura del eje de columnas como en la nervadura adyacente a ella, espaciados a cada 12 cm.	Se colocarán estribos del #2 de cuatro ramas tanto en la nervadura del eje de columnas como en la nervadura adyacente a ella, espaciados a cada 12 cm. (Ver fig. 3.3.6)	Se colocarán estribos del #2 de cuatro ramas tanto en la nervadura del eje de columnas como en la nervadura adyacente a ella, espaciados a cada 120 mm. (Ver fig. 3.3.6)

Continuación.			
RESULTADOS OBTENIDOS			
Concepto	NTC-1999	NTC – 2004	
	<i>(MKS)</i>	<i>(MKS)</i>	<i>(SI)</i>
REVISIÓN DEL CORTANTE POR PENETRACIÓN ALREDEDOR DE LA COLUMNA 2A.			
* Propiedades geométricas de la sección crítica;			
Dimensión paralela al momento transmitido: (c_1)	70 cm	70 cm	700 mm
Dimensión perpendicular a c_1 : (c_2)	50 cm	50 cm	500 mm
Área de la sección crítica: (A_c)	9432 cm ²	9432 cm ²	943200 mm ²
Posición del centroide: (e)	23.44 cm	23.44 cm	2344 mm
Momento polar de inercia: (J_c)	8799527 cm ⁴	8799527 cm ⁴	87995.27x10 ⁶ mm ⁴
Fracción de momento flexionante: (α)	0.4040	0.4040	0.4040
* Revisión bajo cargas: $(CM + CV_{max.})$			
Esfuerzo cortante de diseño máximo que toma el concreto: $(v_{u\ max})$	5.532 kgf / cm ²	5.532 kgf / cm ²	0.5532 MPa

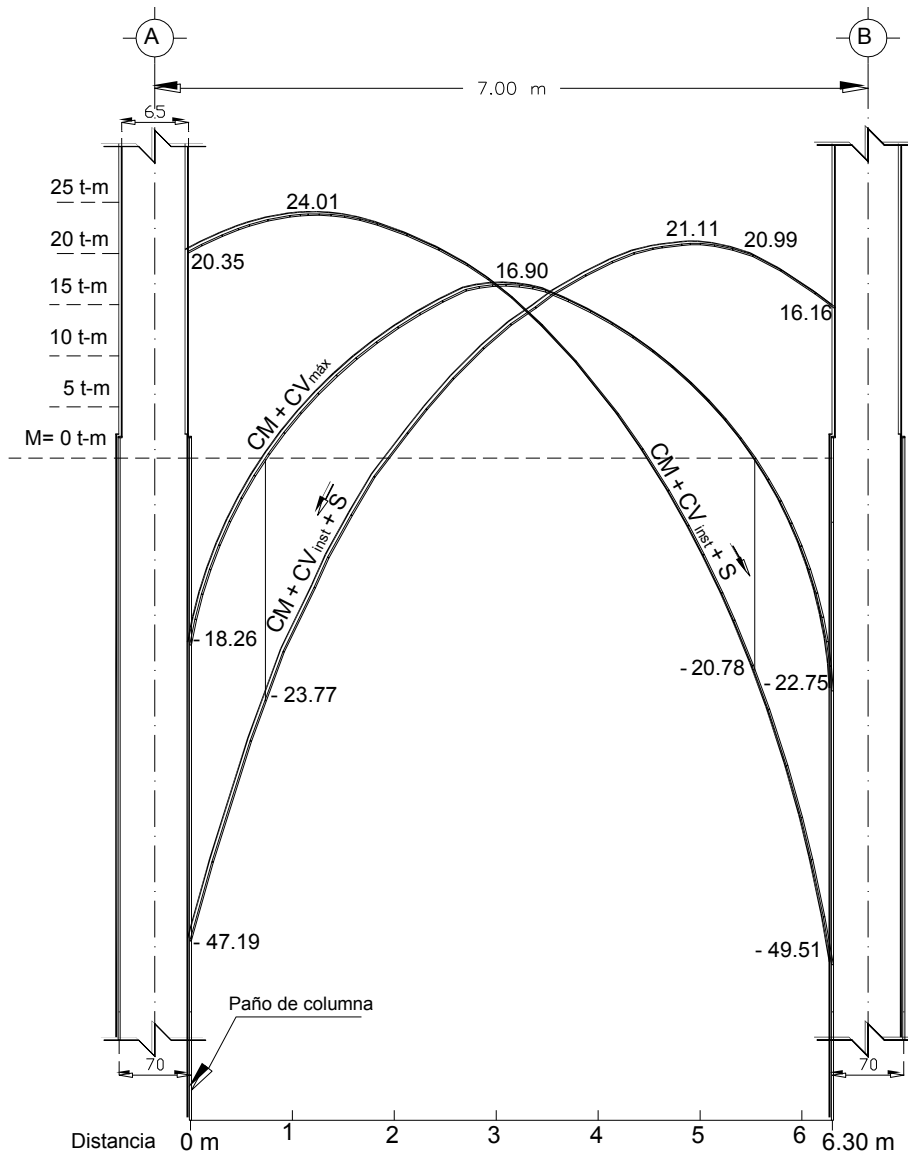
Continuación			
RESULTADOS OBTENIDOS			
Concepto	NTC-1999	NTC – 2004	
	<i>(MKS)</i>	<i>(MKS)</i>	<i>(SI)</i>
$V_{u_{máx}}$, no debe exceder del esfuerzo cortante admisible $F_R(0.5+\gamma)\sqrt{f_c^*} \leq F_R\sqrt{f_c^*}$ (MKS) $0.3 F_R(0.5+\gamma)\sqrt{f_c^*} \leq 0.3F_R\sqrt{f_c^*}$ (SI)	11.31 kgf/cm^2 (Rigió el segundo término por ser el menor de los valores)	11.31 kgf/cm^2 (Rigió el segundo término por ser el menor de los valores)	1.073 MPa (Rigió el segundo término por ser el menor de los valores)
Como:	11.31 $kgf/cm^2 > V_{u_{máx}}$ (No se requiere refuerzo por fuerza cortante bajo ($CM + CV_{max.}$))	11.31 $kgf/cm^2 > V_{u_{máx}}$ (No se requiere refuerzo por fuerza cortante bajo ($CM + CV_{max.}$))	1.073 MPa $> V_{u_{máx}}$ (No se requiere refuerzo por fuerza cortante bajo ($CM + CV_{max.}$))
* Revisión bajo cargas: ($CM + CV_{inst.} + Sismo$)			
Esfuerzo cortante de diseño máximo que toma el concreto: ($v_{u_{máx}}$)	10.0 kgf/cm^2	10.0 kgf/cm^2	1.00 MPa
$V_{u_{máx}}$, no debe exceder del esfuerzo cortante admisible $F_R(0.5+\gamma)\sqrt{f_c^*} \leq F_R\sqrt{f_c^*}$ (MKS) $0.3 F_R(0.5+\gamma)\sqrt{f_c^*} \leq 0.3F_R\sqrt{f_c^*}$ (SI)	9.899 kgf/cm^2 (Rigió el segundo término por ser el menor de los valores)	9.899 kgf/cm^2 (Rigió el segundo término por ser el menor de los valores)	0.94 MPa (Rigió el segundo término por ser el menor de los valores)
Como:	9.899 $kgf/cm^2 < V_{u_{máx}}$ (Sí se requiere refuerzo por fuerza cortante bajo ($CM + CV_{inst.} + Sismo$))	9.899 $kgf/cm^2 < V_{u_{máx}}$ (Sí se requiere refuerzo por fuerza cortante bajo ($CM + CV_{inst.} + Sismo$))	0.94 MPa $< V_{u_{máx}}$ (Sí se requiere refuerzo por fuerza cortante bajo ($CM + CV_{inst.} + Sismo$))
Área de refuerzo de tensión diagonal para resistir la fuerza cortante (Área de acero transversal) (A_v)	2.56 cm^2 (Se colocarán estribos del #2 de ocho ramas)	2.56 cm^2 (Se colocarán estribos del #2 de ocho ramas)	256 mm^2 (Se colocarán estribos del #2 de ocho ramas)
separación del refuerzo transversal (s)	@ 12.3 cm (En una longitud de $l/4 = 175$ cm)	@ 12.3 cm (En una longitud de $l/4 = 175$ cm)	@ 147.6 mm (En una longitud de $l/4 = 1750$ mm)

Croquis de la distribución de casetones.



DIMENSIONAMIENTO DEL REFUERZO POR FLEXIÓN DEL EJE 2, EN EL TRAMO A-B

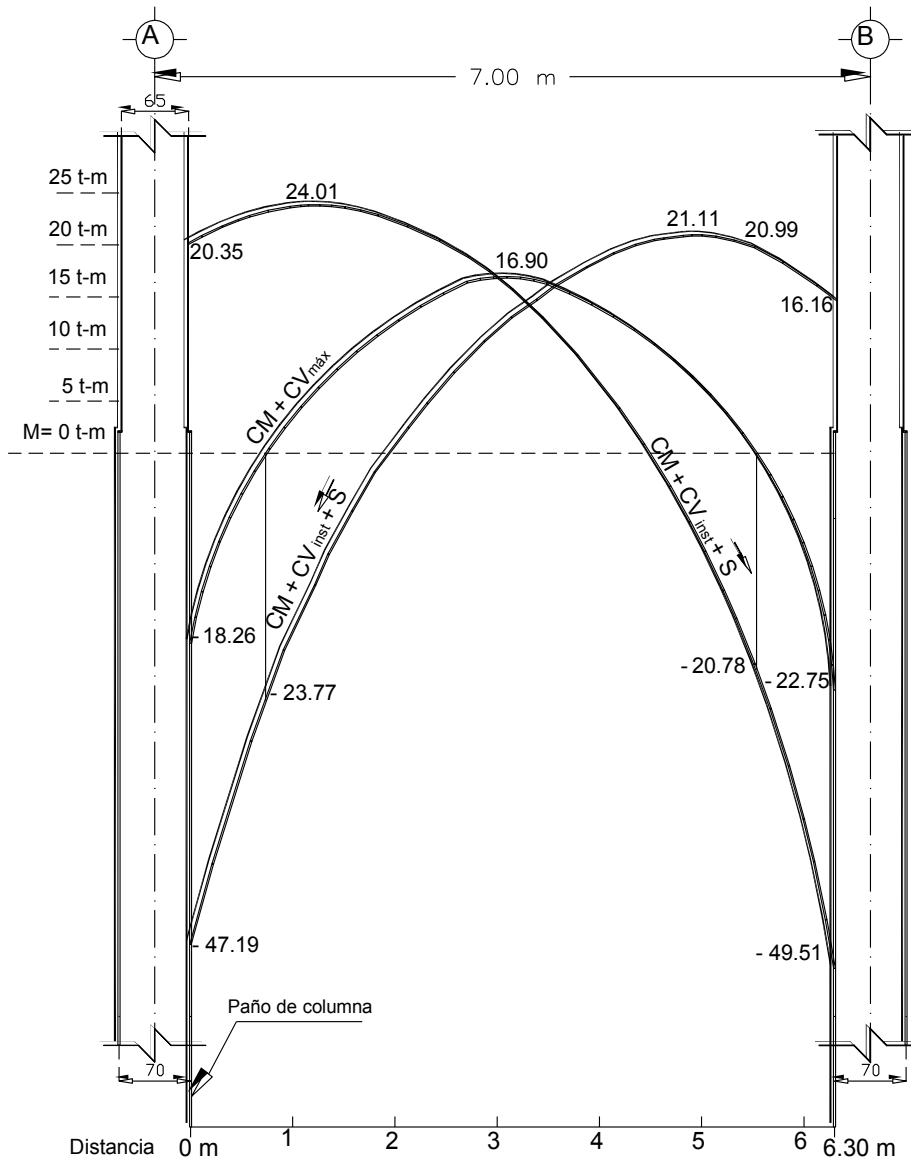
A) Resultados de la distribución del área de acero, A_s , dentro de la envolvente del eje 2, tramo A-B. (Sistema "MKS" NTC-1999)



Áreas teóricas de refuerzo A_s , (cm²)

Total en Complemento a C ₂ + 3h	CM + CV _{máx}	franja col.	16.30 (-)	0.00	9.049 (+)	0.00	15.22 (-)
		franja cent.	0.00	0.00	6.033	0.00	5.076
		C ₂ + 3h	16.51	0.00	4.11	0.00	7.61
		2 nervs. de 30 cm	0.00	0.00	4.939	0.00	7.61
	CM + CV _{min} + S	lecho superior	25.82	21.21	0.00	18.79	23.88
		lecho inferior	18.60	21.29	0.00	19.00	14.42
	Total en C ₂ + 3h	lecho superior	42.12	21.21	0.00	18.79	31.49
		lecho inferior	18.16	21.29	4.11	19.00	14.42

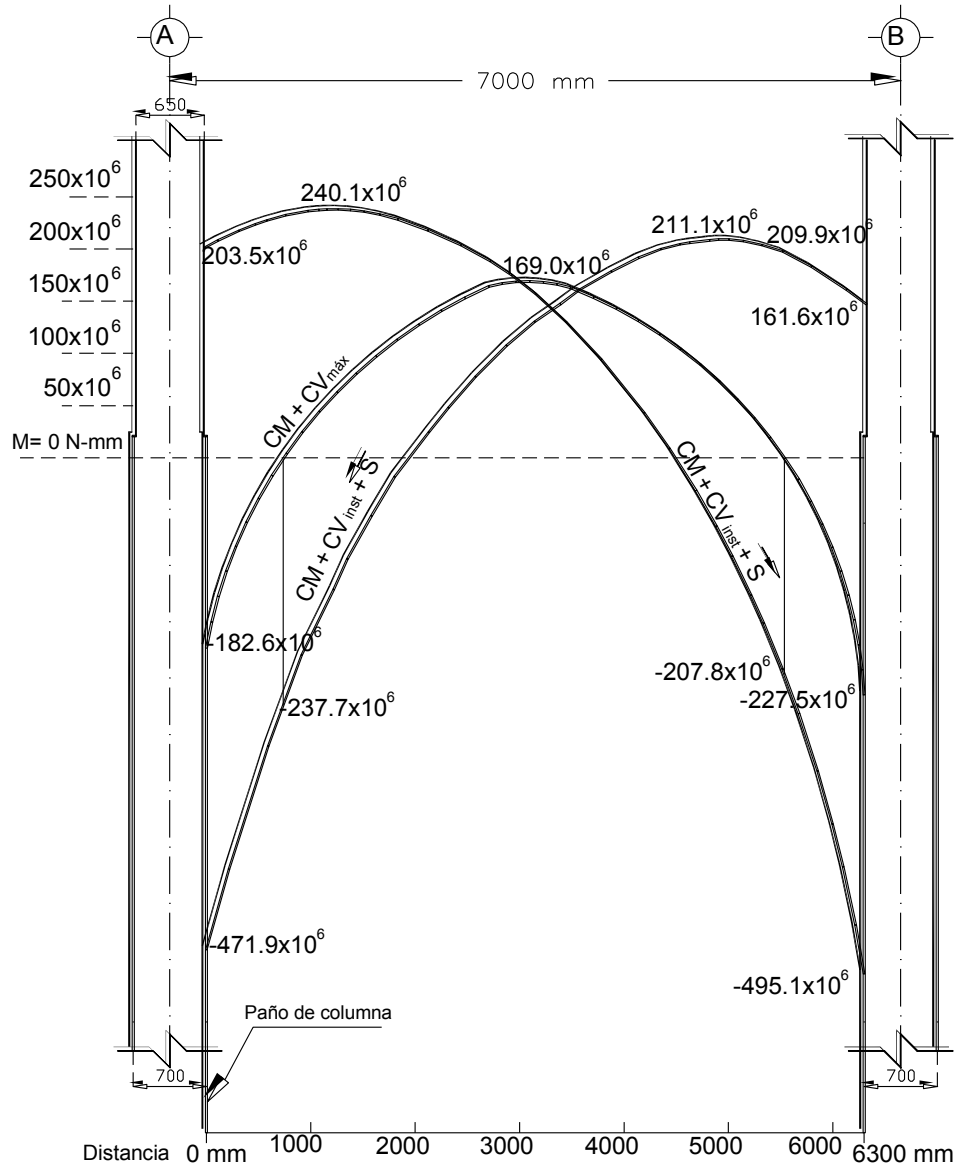
Resultados de la distribución del área de acero, A_s , dentro de la envolvente del eje 2, tramo A-B.
(Sistema "MKS" NTC – 2004)



Áreas teóricas de refuerzo A_s , (cm²)

Total en C ₂ + 3h	Complemento a CM + CV _i + S	CM + CV _{max}	franja col.	16.51 (-)	0.00	9.17 (+)	0.00	15.43 (-)
			franja cent.	0.00	0.00	6.11	0.00	5.144
			C ₂ + 3h	16.51	0.00	4.16	0.00	7.72
			2 nervs. de 30 cm	0.00	0.00	5.01	0.00	7.72
	lecho superior	26.16	21.50	0.00	18.79	24.20		
		lecho inferior	18.40	21.71	0.00	19.00	14.62	
	lecho superior	42.67	21.50	0.00	18.79	31.92		
		lecho inferior	18.40	21.71	4.16	19.00	14.62	

Resultados de la distribución del área de acero, A_s , dentro de la envolvente del eje 2, tramo A-B.
(Sistema "SI" NTC – 2004)

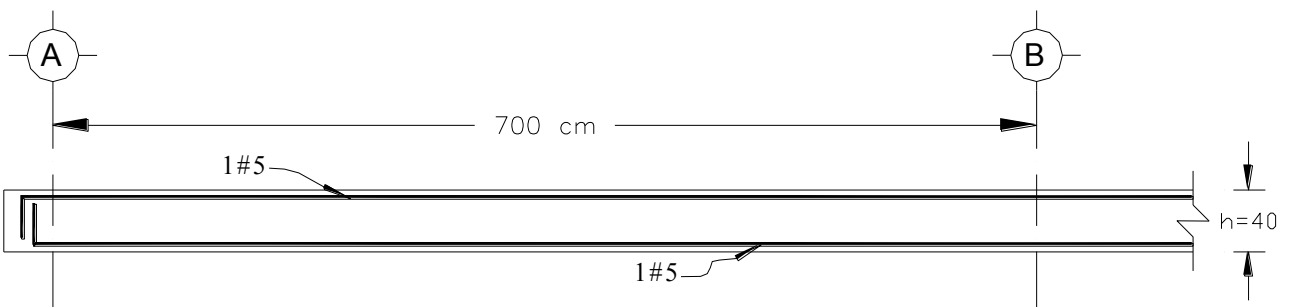
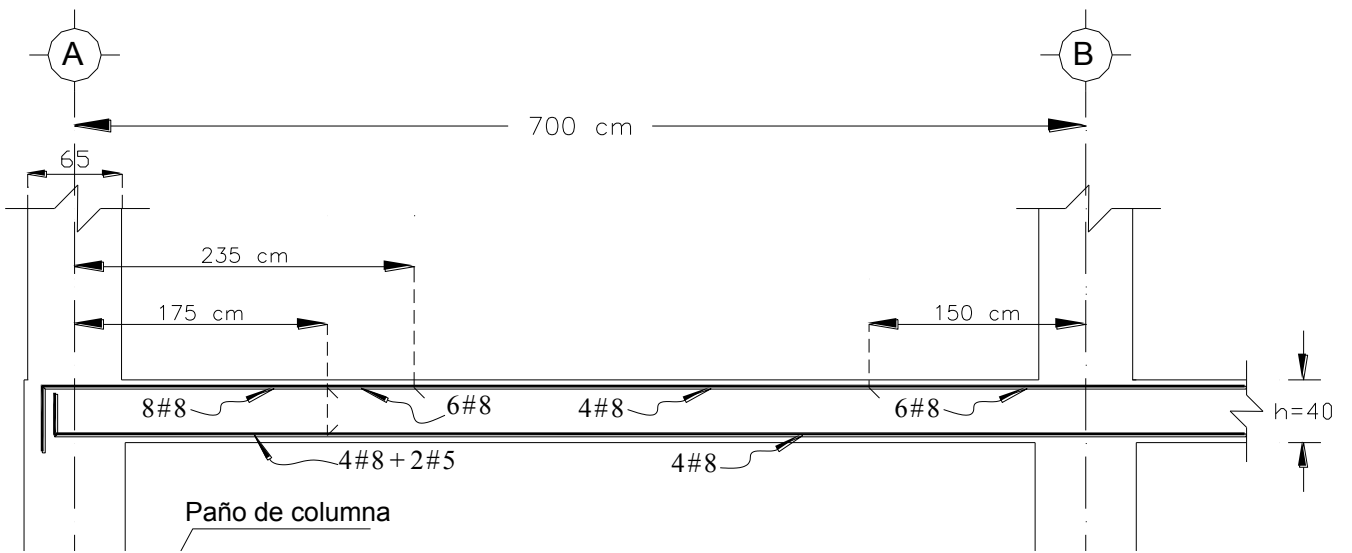


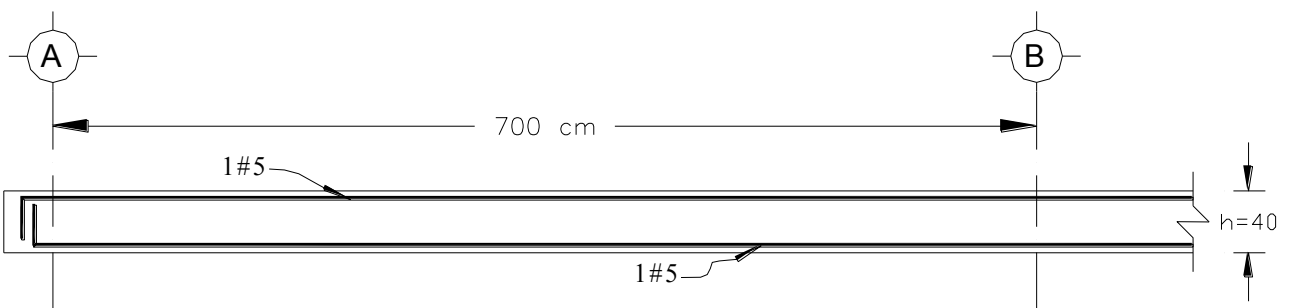
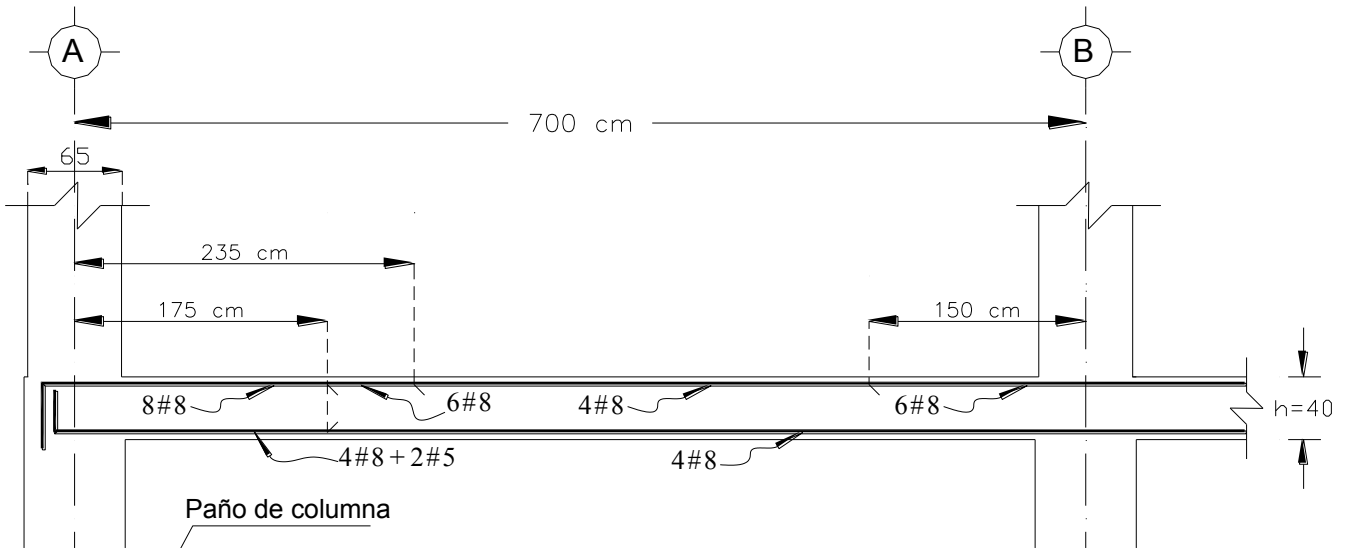
Áreas teóricas de refuerzo A_s , (mm²)

Complemento a $CM + CV_{max}$	franja col.	1651 (-)	0.00	917 (+)	0.00	1543 (-)
	franja cent.	0.00	0.00	6.11	0.00	514.4
	$C_2 + 3h$	1651	0.00	4.16	0.00	772
	2 nervs. de 300 mm	0.00	0.00	5.01	0.00	772
Complemento a $CM + CV_{inst} + S$	lecho superior	2616	2150	0.00	1879	2420
	lecho inferior	1840	2171	0.00	1900	1462
Total en $C_2 + 3h$	lecho superior	4267	2150	0.00	1879	3192
	lecho inferior	1840	2171	416	1900	1462

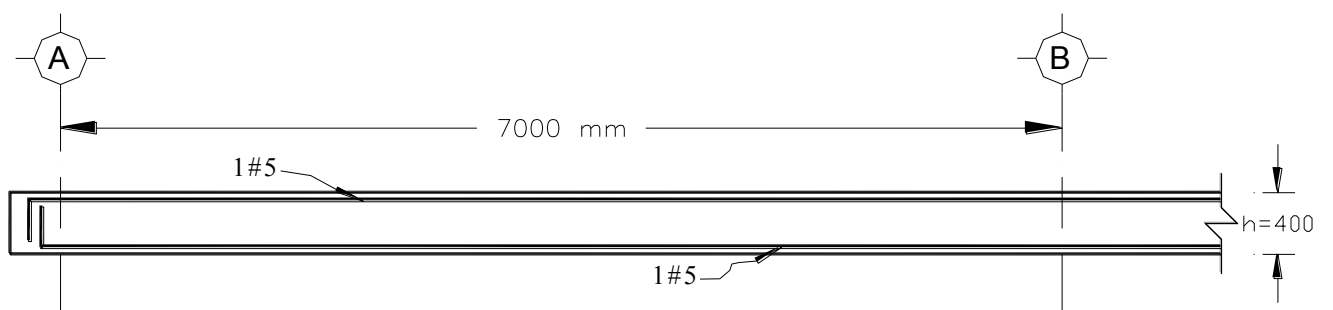
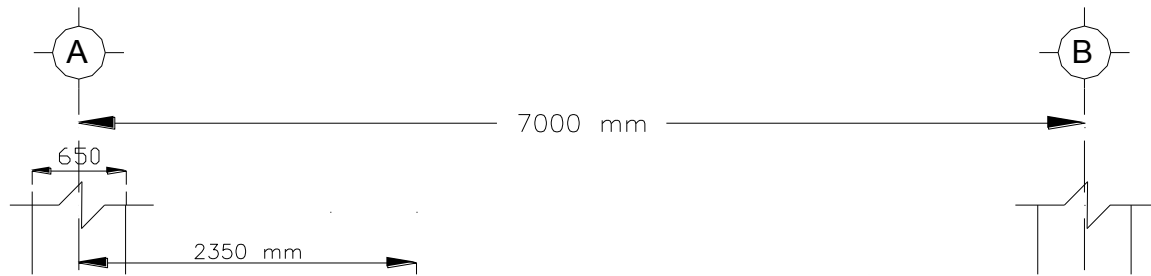
Continuación			
RESULTADOS OBTENIDOS			
Concepto	NTC-1999	NTC – 2004	
	<i>(MKS)</i>	<i>(MKS)</i>	<i>(SI)</i>
B) Revisión de la cuantía de acero de refuerzo, p , suministrado en cada nervadura, ($p = A_s / bd$)			
Cuantía de acero mínima $(P_{mín.})$	0.002635	0.002635	
Cuantía de acero máxima $(P_{máx.})$	0.01429	0.01517	
b-1) Refuerzo en $c_2 + 3h$, Nervadura de: $b = 50\text{ cm}$ <i>(MKS)</i> $b = 500\text{ mm}$ <i>(SI)</i>			
Extremo exterior (Refuerzo negativo) Se suministraron: $8\phi \# 8 = A_s = 40.56\text{ cm}^2$ $8\phi \# 8 = A_s = 4056\text{ mm}^2$	0.0131	0.0131	0.0131
Como:	$P_{mín.} < P < P_{máx.}$ (Pasa el porcentaje de acero, p)	$P_{mín.} < P < P_{máx.}$ (Pasa el porcentaje de acero, p)	$P_{mín.} < P < P_{máx.}$ (Pasa el porcentaje de acero, p)
Extremo exterior (Refuerzo positivo) Se suministraron: $4\phi \# 8 + 2\phi \# 5 = A_s = 24.24\text{ cm}^2$ $4\phi \# 8 + 2\phi \# 5 = A_s = 2424\text{ mm}^2$	0.00783	0.00783	0.00783
Como:	$P_{mín.} < P < P_{máx.}$ (Pasa el porcentaje de acero, p)	$P_{mín.} < P < P_{máx.}$ (Pasa el porcentaje de acero, p)	$P_{mín.} < P < P_{máx.}$ (Pasa el porcentaje de acero, p)

Continuación			
RESULTADOS OBTENIDOS			
Concepto	NTC-1999	NTC – 2004	
	<i>(MKS)</i>	<i>(MKS)</i>	<i>(SI)</i>
<p>Extremo interior (Refuerzo negativo)</p> <p>Se suministraron:</p> <p>$4\phi \# 8 = A_s = 20.28 \text{ cm}^2$</p> <p>$4\phi \# 8 = A_s = 2028 \text{ mm}^2$</p>	0.1126	0.1126	0.1126
Como:	$P_{\text{mín.}} < P < P_{\text{máx.}}$ (Pasa el porcentaje de acero, p)	$P_{\text{mín.}} < P < P_{\text{máx.}}$ (Pasa el porcentaje de acero, p)	$P_{\text{mín.}} < P < P_{\text{máx.}}$ (Pasa el porcentaje de acero, p)
<p>b-2) Nervadura adyacente a la del eje de las columnas.</p> <p>Nervaduras de:</p> <p>$b = 30 \text{ cm}$ <i>(MKS)</i></p> <p>$b = 300 \text{ mm}$ <i>(SI)</i></p>			
<p>Se suministraron:</p> <p>$3\phi \# 4 = A_s = 3.81 \text{ cm}^2$</p> <p>$3\phi \# 4 = A_s = 381 \text{ mm}^2$</p>	0.003528	0.003528	0.003528
Como:	$P_{\text{mín.}} < P < P_{\text{máx.}}$ (Pasa el porcentaje de acero, p)	$P_{\text{mín.}} < P < P_{\text{máx.}}$ (Pasa el porcentaje de acero, p)	$P_{\text{mín.}} < P < P_{\text{máx.}}$ (Pasa el porcentaje de acero, p)
<p>b-3) Nervadura de la franja central, Nervaduras de:</p> <p>$b = 10 \text{ cm}$ <i>(MKS)</i></p> <p>$b = 100 \text{ mm}$ <i>(SI)</i></p>			
<p>Se suministraron:</p> <p>$1\phi \# 5 = A_s = 1.98 \text{ cm}^2$</p> <p>$1\phi \# 5 = A_s = 198 \text{ mm}^2$</p>	0.0055	0.0055	0.0055
Como:	$P_{\text{mín.}} < P < P_{\text{máx.}}$ (Pasa el porcentaje de acero, p)	$P_{\text{mín.}} < P < P_{\text{máx.}}$ (Pasa el porcentaje de acero, p)	$P_{\text{mín.}} < P < P_{\text{máx.}}$ (Pasa el porcentaje de acero, p)





Refuerzo por flexión del eje 2, tramo A-B



Continuación			
RESULTADOS OBTENIDOS			
Concepto	NTC-1999	NTC – 2004	
	<i>(MKS)</i>	<i>(MKS)</i>	<i>(SI)</i>
REVISIÓN DE LA FUERZA CORTANTE COMO VIGA ANCHA.			
a) Refuerzo por fuerza cortante bajo la condición: <i>(CM + CV_{máx.})</i>			
Para la nervadura del eje de columnas: (Ver figura 3.6.11) <i>b = 50 cm (MKS)</i> <i>b = 500 mm (SI)</i>			
Fuerza cortante que toma el concreto: <i>(V_{cR})</i>	10.18 t	10.18 t	103.04x10 ³ N
Fuerza cortante de diseño que toma el acero transversal: <i>(V_{sR})</i>	12.90 t	12.90 t	129.0x10 ³ N
En el extremo “A” Fuerza cortante de diseño que actúa en la nervadura: <i>(V_u)</i>	7.848 t	7.848 t	78.48x10 ³ N
En el extremo “B” Fuerza cortante de diseño que actúa en la nervadura: <i>(V_u)</i>	8.332 t	8.332 t	83.32x10 ³ N
Como:	$V_{cR} > V_u$ (No se requiere acero de refuerzo para esta condición en todo el tramo de A-B) (Ver figura 6.3.24)	$V_{cR} > V_u$ (No se requiere acero de refuerzo para esta condición en todo el tramo de A-B) (Ver figura 6.3.24)	$V_{cR} > V_u$ (No se requiere acero de refuerzo para esta condición en todo el tramo de A-B) (Ver figura 6.3.24)

Continuación			
RESULTADOS OBTENIDOS			
Concepto	NTC-1999	NTC – 2004	
	<i>(MKS)</i>	<i>(MKS)</i>	<i>(SI)</i>
Para nervaduras adyacentes al eje de columnas: <i>b = 30 cm (MKS)</i> <i>b = 300 mm (SI)</i> (Ver figura 3.6.11)			
Fuerza cortante que toma el concreto: <i>(V_{cR})</i>	<i>3.736 t</i>	<i>3.305 t</i>	<i>31.36x10³ N</i>
Fuerza cortante de diseño que toma el acero transversal: <i>(V_{sR})</i>	<i>12.902 t</i>	<i>12.902 t</i>	<i>129.02x10³ N</i>
En el extremo "A" Fuerza cortante de diseño que actúa en la nervadura: <i>(V_u)</i>	<i>4.708 t</i>	<i>4.708 t</i>	<i>47.08x10³ N</i>
En el extremo "B" Fuerza cortante de diseño que actúa en la nervadura: <i>(V_u)</i>	<i>4.998 t</i>	<i>4.998 t</i>	<i>49.98x10³ N</i>
Como:	$V_{cR} + V_{sR} > V_u$ (No se requiere acero de refuerzo para esta condición en todo el tramo de A-B) (Ver figura 6.3.25)	$V_{cR} + V_{sR} > V_u$ (No se requiere acero de refuerzo para esta condición en todo el tramo de A-B) (Ver figura 6.3.25)	$V_{cR} + V_{sR} > V_u$ (No se requiere acero de refuerzo para esta condición en todo el tramo de A-B) (Ver figura 6.3.25)

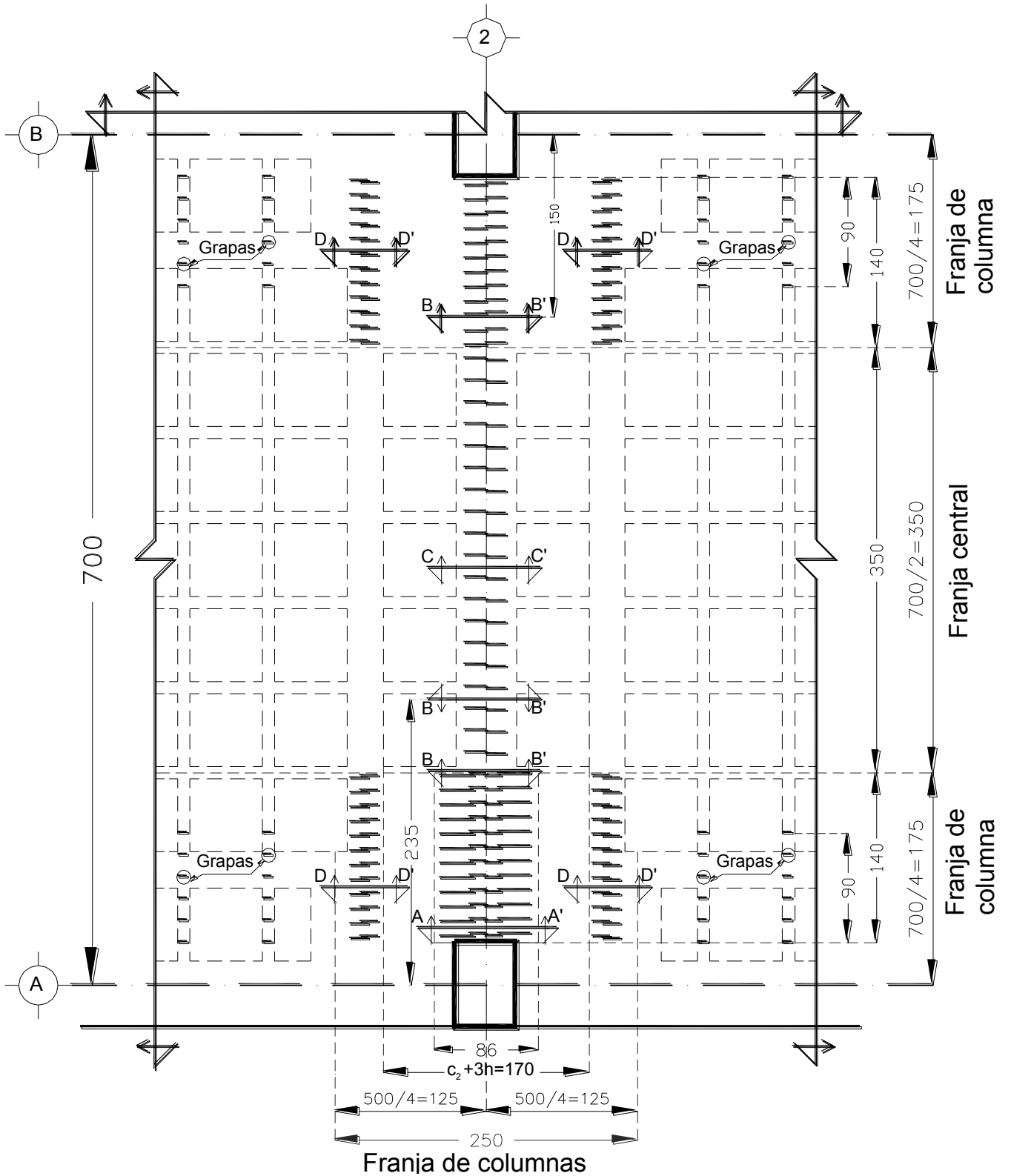
Continuación			
RESULTADOS OBTENIDOS			
Concepto	NTC-1999	NTC – 2004	
	<i>(MKS)</i>	<i>(MKS)</i>	<i>(SI)</i>
Para nervaduras adyacentes al eje de columnas: $b = 10 \text{ cm}$ <i>(MKS)</i> $b = 100 \text{ mm}$ <i>(SI)</i> (Ver figura 3.6.11)			
Fuerza cortante que toma el concreto: (V_{cR})	1.486 t	1.262 t	$11.98 \times 10^3 \text{ N}$
V_{cR} , no será mayor a: $1.5 F_R b d \sqrt{f_c^*}$ <i>(MKS)</i> $0.47 F_R b d \sqrt{f_c^*}$ <i>(SI)</i>	$6.109 \text{ t} > V_{cR}$ $\therefore OK$	$6.109 \text{ t} > V_{cR}$ $\therefore OK$	$60.53 \times 10^3 \text{ N} > V_{cR}$ $\therefore OK$
En el extremo "A" Fuerza cortante de diseño que actúa en la nervadura: (V_u)	1.918 t	1.918 t	$19.18 \times 10^3 \text{ N}$
En el extremo "B" Fuerza cortante de diseño que actúa en la nervadura: (V_u)	2.037 t	2.037 t	$20.37 \times 10^3 \text{ N}$
Como:	$V_{cR} < V_u < 6.109 \text{ t}$ (La separación, s , del refuerzo transversal no será mayor a $(0.5 d)$, en todo el tramo de A-B) (Ver figura 6.3.26)	$V_{cR} < V_u < 6.109 \text{ t}$ (La separación, s , del refuerzo transversal no será mayor a $(0.5 d)$, en todo el tramo de A-B) (Ver figura 6.3.26)	$V_{cR} < V_u < 60.53 \times 10^3$ (La separación, s , del refuerzo transversal no será mayor a $(0.5 d)$, en todo el tramo de A-B) (Ver figura 6.3.26)

Continuación			
RESULTADOS OBTENIDOS			
Concepto	NTC-1999	NTC – 2004	
	<i>(MKS)</i>	<i>(MKS)</i>	<i>(SI)</i>
b) Refuerzo por fuerza cortante bajo la condición: <i>(CM + CV_{inst.} + Sismo)</i>			
Se supondrá que toda la fuerza cortante causada por el sismo actúa en el ancho: $c_2 + 3h = 170 \text{ cm} = 1700 \text{ mm}$ Por lo que en este ancho solo queda la nervadura del eje de columnas: $b = 50 \text{ cm} \quad (MKS)$ $b = 500 \text{ mm} \quad (SI)$ (Ver figura 3.6.11)			
Fuerza cortante que toma el concreto: (V_{cR})	10.18 t	10.18 t	103.03x10 ³ N
V_{cR} , no será mayor a: $1.5 F_R b d \sqrt{f_c}^* \quad (MKS)$ $0.47 F_R b d \sqrt{f_c}^* \quad (SI)$	$30.54 \text{ t} > V_{cR}$ $\therefore OK$	$30.54 \text{ t} > V_{cR}$ $\therefore OK$	$302.67 \times 10^3 \text{ N} > V_{cR}$ $\therefore OK$
En el extremo "A" Fuerza cortante de diseño que actúa en la nervadura: (V_u)	16.35 t	16.35 t	163.5x10 ³ N
En el extremo "B" Fuerza cortante de diseño que actúa en la nervadura: (V_u)	16.70 t	16.70 t	167x10 ³ N

Continuación			
RESULTADOS OBTENIDOS			
Concepto	NTC-1999	NTC – 2004	
	<i>(MKS)</i>	<i>(MKS)</i>	<i>(SI)</i>
Como:	$V_{cR} < V_u < 30.54 t$ (La separación, s , del refuerzo transversal no será mayor a $(0.5 d)$, en todo el tramo de A-B) (Ver figura 6.3.28)	$V_{cR} < V_u < 30.54 t$ (La separación, s , del refuerzo transversal no será mayor a $(0.5 d)$, en todo el tramo de A-B) (Ver figura 6.3.28)	$V_{cR} < V_u < 302.67 \times 10^3$ (La separación, s , del refuerzo transversal no será mayor a $(0.5 d)$, en todo el tramo de A-B) (Ver figura 6.3.28)
c) Por resistencia se colocarán en cada extremo de las nervaduras.	Grapas del # 2 @ 18 cm (En una longitud de 90 cm a partir del paño de la columna)	Grapas del # 2 @ 18 cm (En una longitud de 90 cm a partir del paño de la columna)	Grapas del # 2 @ 180 mm (En una longitud de 900 mm a partir del paño de la columna)

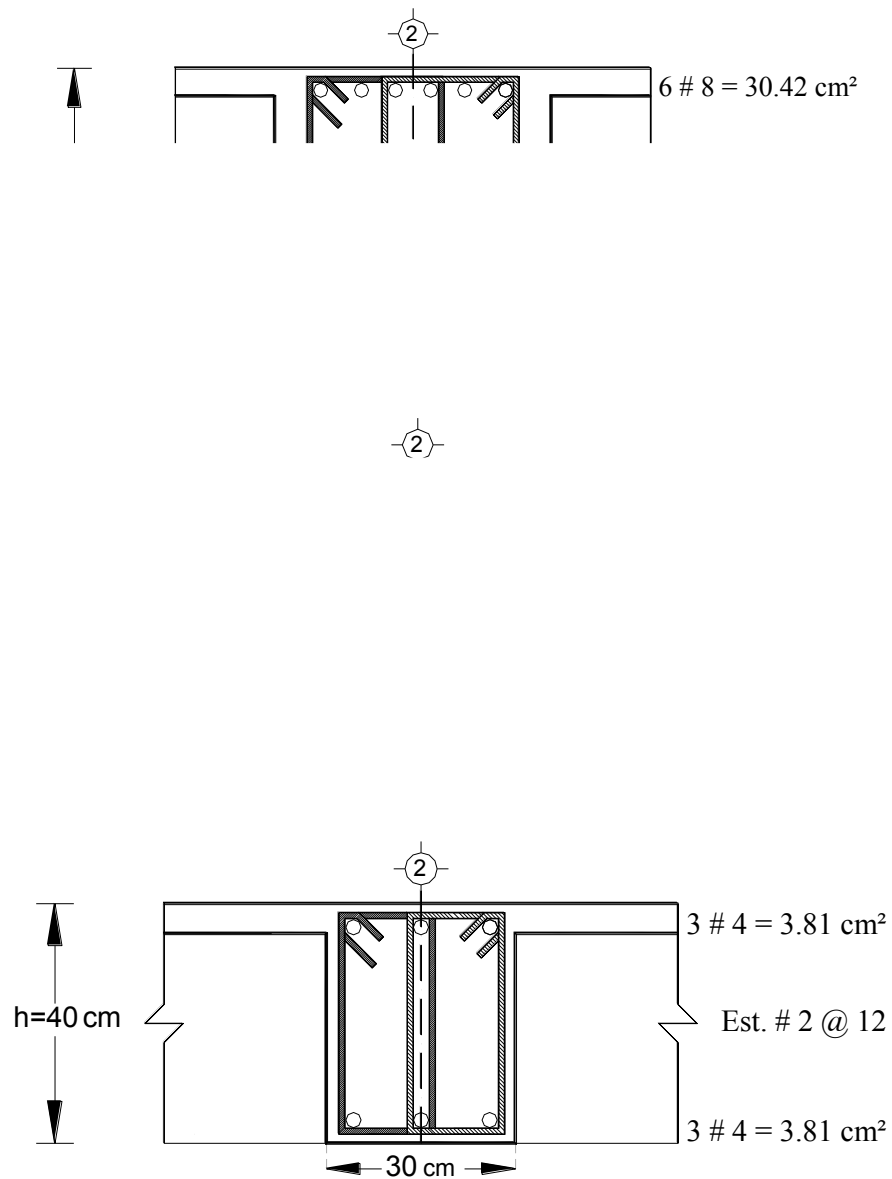
Refuerzo transversal (Estribos y Grapas) en las nervaduras de los claros de 7 metros.

(Sistema "MKS" NTC 1000)



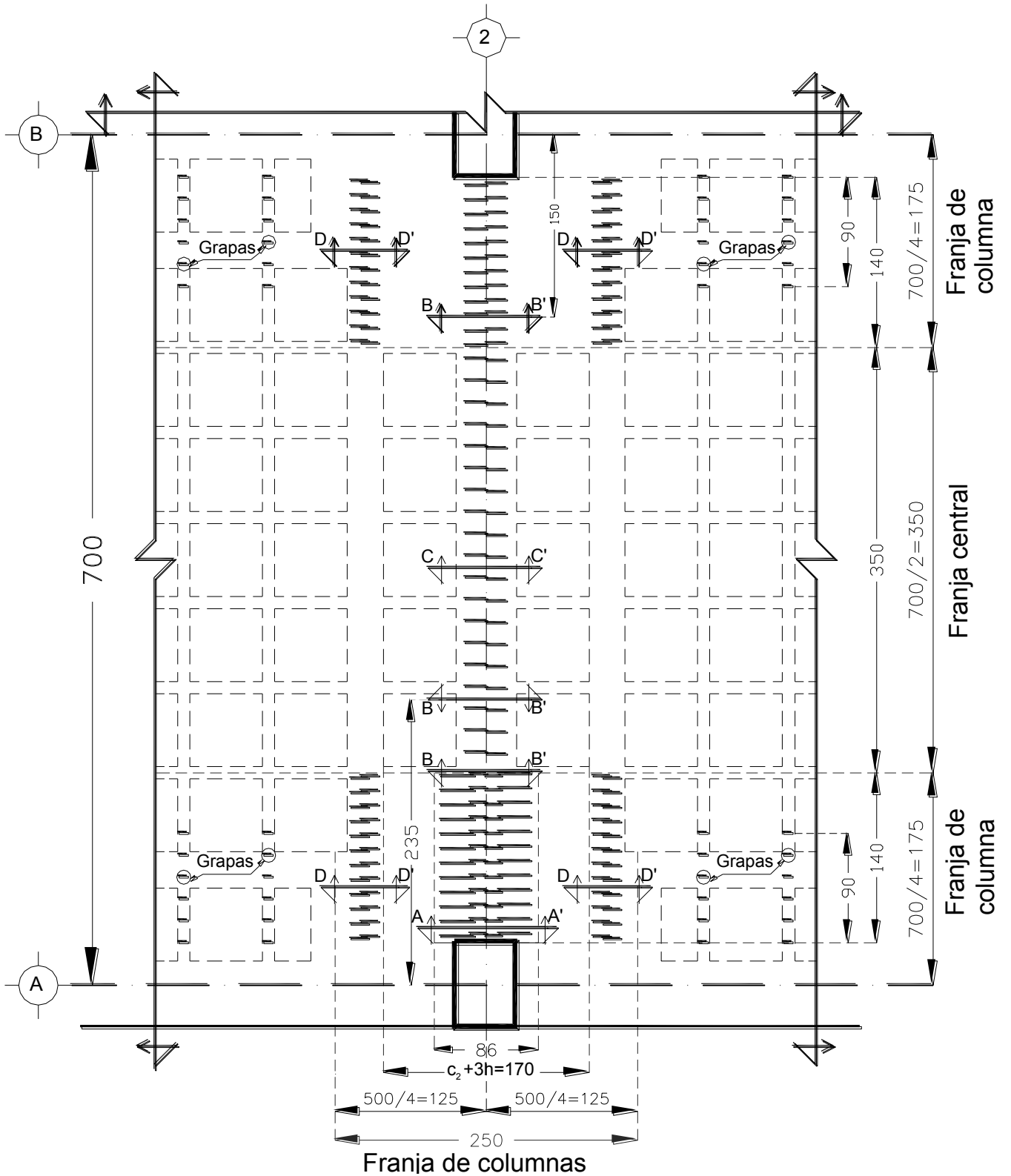
Armado longitudinal y transversal de las nervaduras de los claros de 7 metros. (Ver la figura anterior para ubicar los cortes)

(Sistema "MKS" NTC-1999)



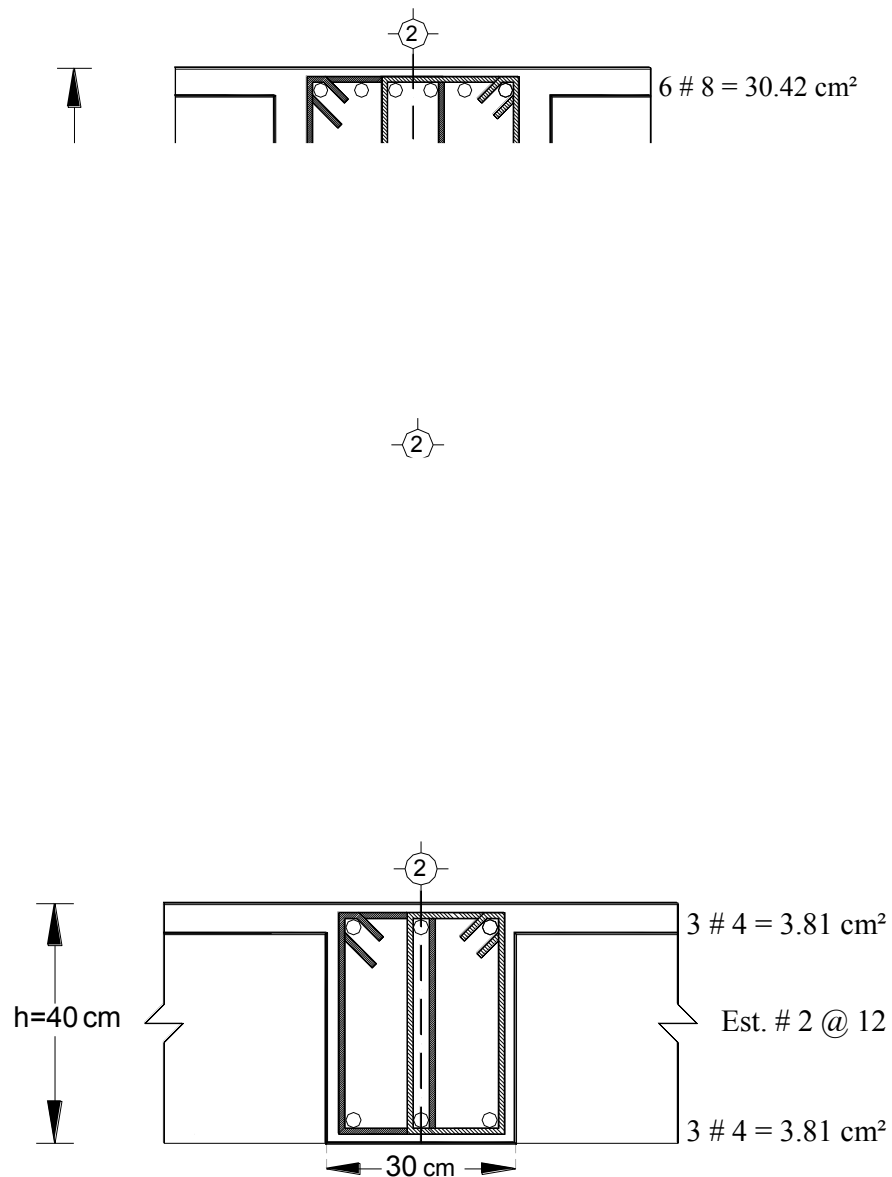
Refuerzo transversal (Estribos y Grapas) en las nervaduras de los claros de 7 metros.

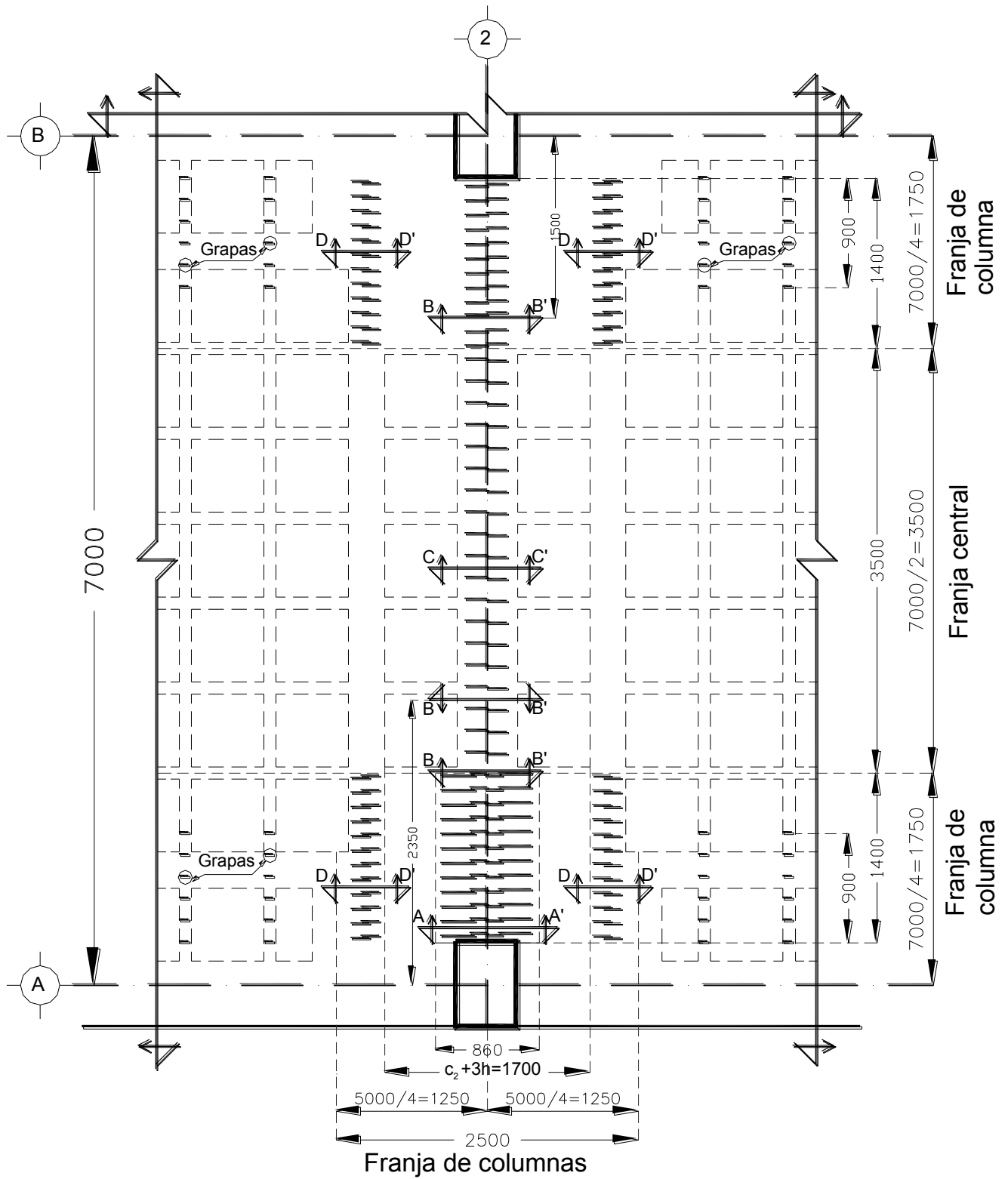
(Sistema "MKS" NTC 2004)



Armado longitudinal y transversal de las nervaduras de los claros de 7 metros. (Ver la figura anterior para ubicar los cortes)

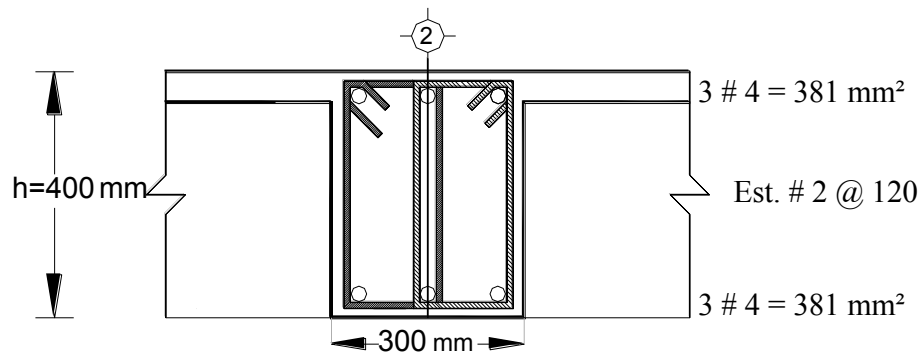
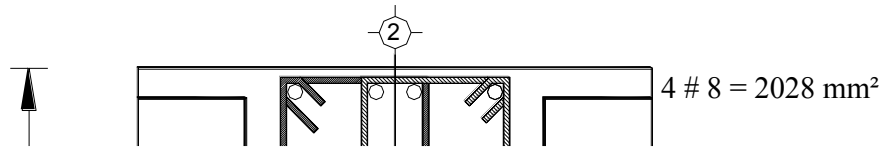
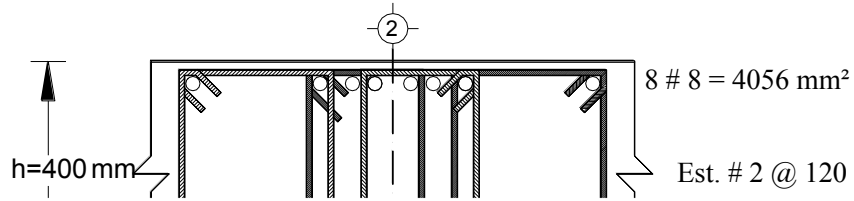
(Sistema "MKS" NTC – 2004)





Armado longitudinal y transversal de las nervaduras de los claros de 7 metros. (Ver la figura anterior para ubicar los cortes)

(Sistema "SI" NTC - 2004)

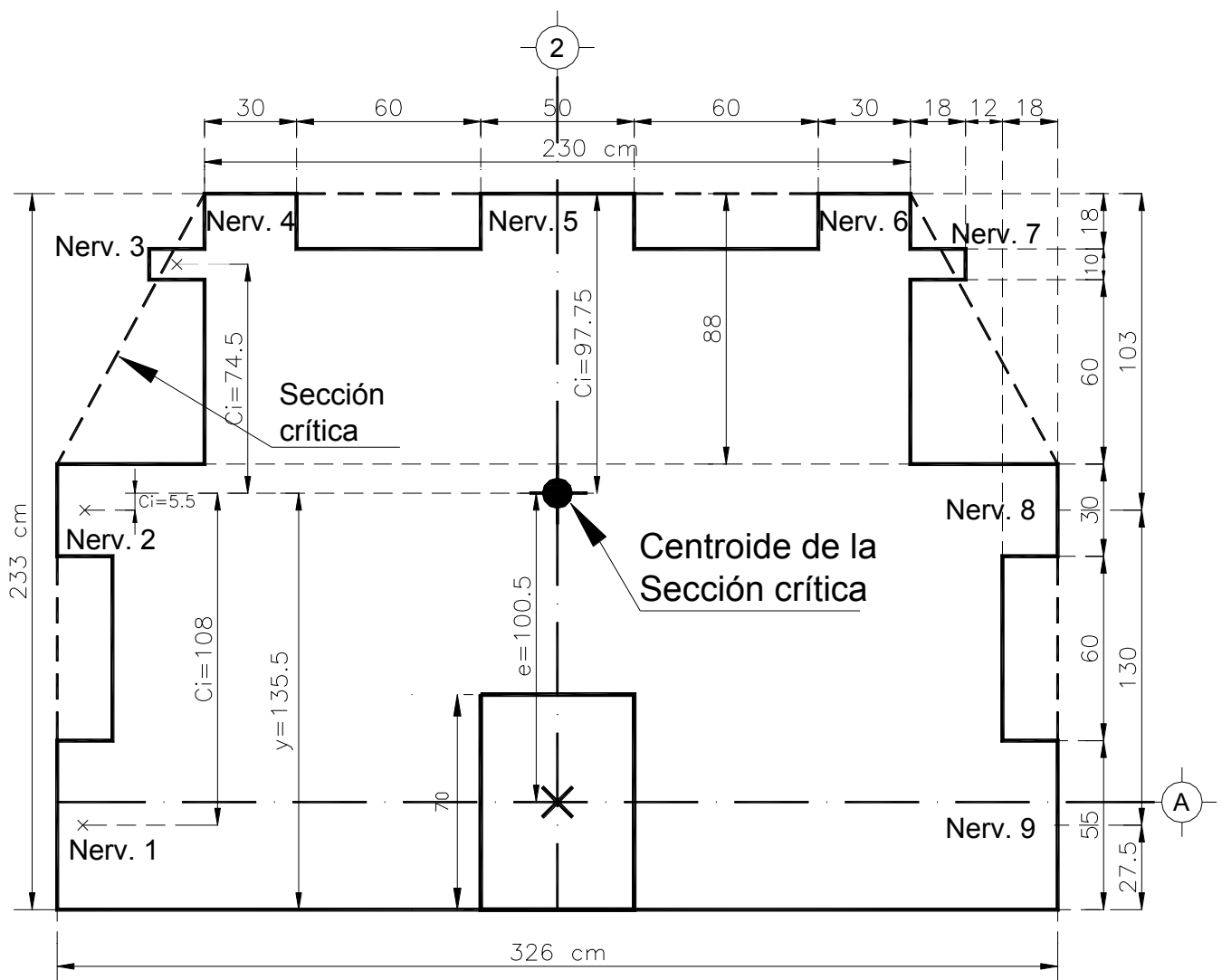


REVISIÓN POR TENSIÓN DIAGONAL DE LA SECCIÓN CRÍTICA SITUADA A $d/2$ DE LA PERIFERIA DE LA ZONA MACIZA QUE RODEA A LA COLUMNA EXTERIOR 2 A.

Para este ejemplo solo se revisó para la condición de $CM + CV_{int} + Sismo$, por que es la que rigió por amplio margen al revisar la tensión diagonal alrededor de la columna.

Resultados de la distancia del eje de la columna al centroide de la sección crítica, e , centroide de la sección crítica, Y , y distancia del centroide de la sección crítica, c_i , al centroide de la sección transversa de la nervadura, i . (Distancia en cm)

(Sistema "MKS" NTC -1999)



Resultados de las fuerzas cortantes V_i en la sección crítica de las nervaduras 4, 5 y 6.

(Sistema "MKS" NTC –1999)

Nerv. <i>i</i>	a_i (cm^2)	c_i (cm)	$a_i c_i$ (cm^3)	$a_i c_i^2$ (cm^4)	$\frac{a_i}{\Sigma a_i}$	$\frac{a_i c_i}{\Sigma a_i c_i}$ ($1/cm$)	$\frac{(V_u - Aw_u)a_i}{\Sigma a_i}$ (kg)	$\frac{a_i c_i \alpha m_d}{\Sigma a_i c_i^2}$ (kg)	V_i (kg)
1	2200	108.0	237600	25660000					
2	1200	5.5	6600	36300					
3	400	74.5	29800	2220000					
4	1200	97.5	117000	11410000	0.1	0.001198	2231	1387	3618
5	2000	97.75	195000	19010000	0.1667	0.001997	3719	2312	6031
6	1200	97.5	117000	11410000	0.1	0.001198	2231	1387	3618
7	400	74.5	29800	2220000					
8	1200	5.5	6600	36300					
9	2200	108.0	237600	25660000					

$\Sigma Total$ 12000 cm^2

97.66x10⁶ cm^4

Cálculo de las fuerzas cortantes resistentes para la nervadura (4,5, y 6)

Nervaduras del eje de columnas, para $b = 50 cm$. (nervadura 5)

$V_{cR} = 10182.33 kgf$ (Se obtuvo cuando se calculó el refuerzo por fuerza cortante, bajo $CM + CV_{máx}$)

$V_{i5} = 6031 kgf$ (Ver la tabla)

Por lo que: $V_{cR} = 10182.33 kgf > V_{i5} = 6031 kgf$

Nervaduras adyacentes a la del eje de columnas, para $b = 30 cm$ (nervaduras 4 y 6)

$V_{sR} + V_{cR} = 16200 kgf$ (Se obtuvo cuando se calculó el refuerzo por fuerza cortante, bajo $CM + CV_{máx}$)

$V_{i4} = V_{i6} = 3618 kgf$ (Ver tabla 8.2)

Por lo que: $V_{cR} + V_{sR} = 16200 kgf > V_{i4} = V_{i6} = 3618 kgf$

∴ No es necesario modificar el refuerzo transversal que se había calculado para la nervadura del eje de columnas (nervadura 5) y las nervaduras adyacentes (nervaduras 4 y 6).

Resultados de las fuerzas cortantes V_i en la sección crítica de las nervaduras 4, 5 y 6.

(Sistema "MKS" NTC – 2004)

Nerv. <i>i</i>	a_i (cm^2)	c_i (cm)	$a_i c_i$ (cm^3)	$a_i c_i^2$ (cm^4)	$\frac{a_i}{\Sigma a_i}$	$\frac{a_i c_i}{\Sigma a_i c_i}$ ($1/cm$)	$\frac{(V_u - Aw_u)a_i}{\Sigma a_i}$ (kg)	$\frac{a_i c_i \alpha m_d}{\Sigma a_i c_i^2}$ (kg)	V_i (kg)
1	2200	108.0	237600	25660000					
2	1200	5.5	6600	36300					
3	400	74.5	29800	2220000					
4	1200	97.5	117000	11410000	0.1	0.001198	2231	1387	3618
5	2000	97.75	195000	19010000	0.1667	0.001997	3719	2312	6031
6	1200	97.5	117000	11410000	0.1	0.001198	2231	1387	3618
7	400	74.5	29800	2220000					
8	1200	5.5	6600	36300					
9	2200	108.0	237600	25660000					

$\Sigma Total$ 12000 cm^2

97.66x10⁶ cm^4

Cálculo de las fuerzas cortantes resistentes para la nervadura (4,5, y 6)

Nervaduras del eje de columnas, para $b = 50 cm$. (nervadura 5)

$V_{cR} = 10182.33 kgf$ (Se obtuvo cuando se calculó el refuerzo por fuerza cortante, bajo $CM + CV_{máx}$)

$V_{i5} = 6031 kgf$ (Ver la tabla)

Por lo que: $V_{cR} = 10182.33 kgf > V_{i5} = 6031 kgf$

Nervaduras adyacentes a la del eje de columnas, para $b = 30 cm$ (nervaduras 4 y 6)

$V_{sR} + V_{cR} = 16200 kgf$ (Se obtuvo cuando se calculó el refuerzo por fuerza cortante, bajo $CM + CV_{máx}$)

$V_{i4} = V_{i6} = 3618 kgf$ (Ver la tabla)

Por lo que: $V_{cR} + V_{sR} = 16200 kgf > V_{i4} = V_{i6} = 3618 kgf$

∴ No es necesario modificar el refuerzo transversal que se había calculado para la nervadura del eje de columnas (nervadura 5) y las nervaduras adyacentes (nervaduras 4 y 6).

Resultados de las fuerzas cortantes V_i en la sección crítica de las nervaduras 4, 5 y 6.
(Sistema "SI" NTC – 2004)

Nerv. i	a_i (mm^2)	c_i (mm)	$a_i c_i$ (mm^3) * 10^3	$a_i c_i^2$ (mm^4) * 10^4	$\frac{a_i}{\Sigma a_i}$	$\frac{a_i c_i}{\Sigma a_i c_i}$ ($1/mm$)	$\frac{(V_u - Aw_u)a_i}{\Sigma a_i}$ (N)	$\frac{a_i c_i \alpha m_d}{\Sigma a_i c_i^2}$ (N)	V_i (N)
1	220000	1080	237600	25660000					
2	120000	55	6600	36300					
3	40000	745	29800	2220000					
4	120000	975	117000	11410000	0.1	0.0001198	22310	13870	36180
5	200000	977.5	195000	19010000	0.1667	0.0001997	37190	23120	60310
6	120000	975	117000	11410000	0.1	0.0001198	22310	13870	36180
7	40000	745	29800	2220000					
8	120000	55	6600	36300					
9	220000	1080	237600	25660000					

$\Sigma Total$ 1200000 mm^2 $97.66 \times 10^{10} mm^4$

Cálculo de las fuerzas cortantes resistentes para la nervadura (4,5, y 6)

Nervaduras del eje de columnas, para $b = 500 mm$. (nervadura 5)

$V_{cR} = 103.04 \times 10^3 N$ (Se obtuvo cuando se calculó el refuerzo por fuerza cortante, bajo $CM + CV_{máx}$)

$V_{i5} = 60310 N$ (Ver la tabla)

Por lo que; $V_{cR} = 103.04 \times 10^3 N > V_{i5} = 60310 N$

Nervaduras adyacentes a la del eje de columnas (nervaduras 4 y 6)

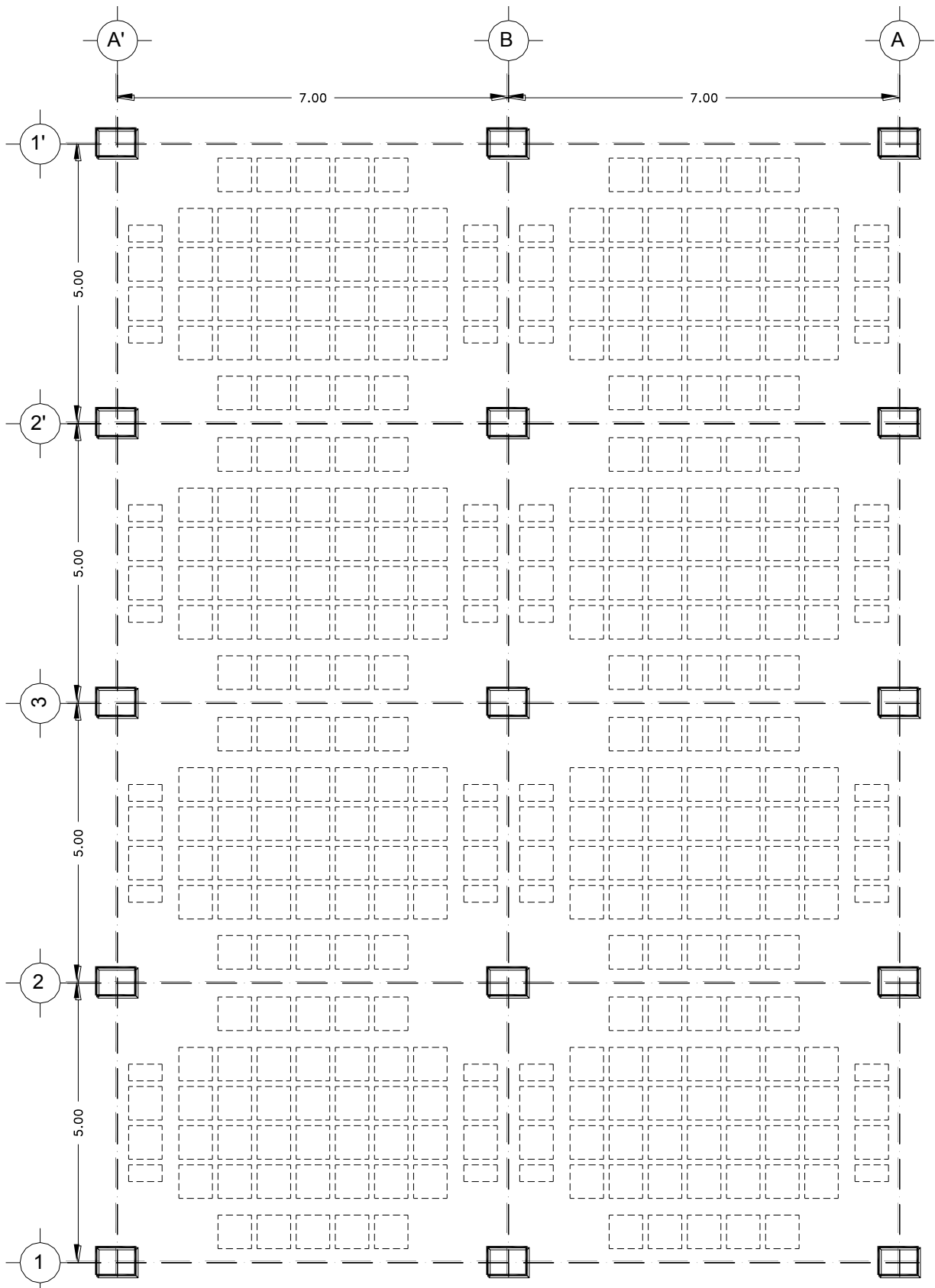
$V_{sR} + V_{cR} = 162 \times 10^3 N$ (Se obtuvo cuando se calculó el refuerzo por fuerza cortante, bajo $CM + CV_{máx}$)

$V_{i4} = V_{i6} = 36180 N$ (Ver la tabla)

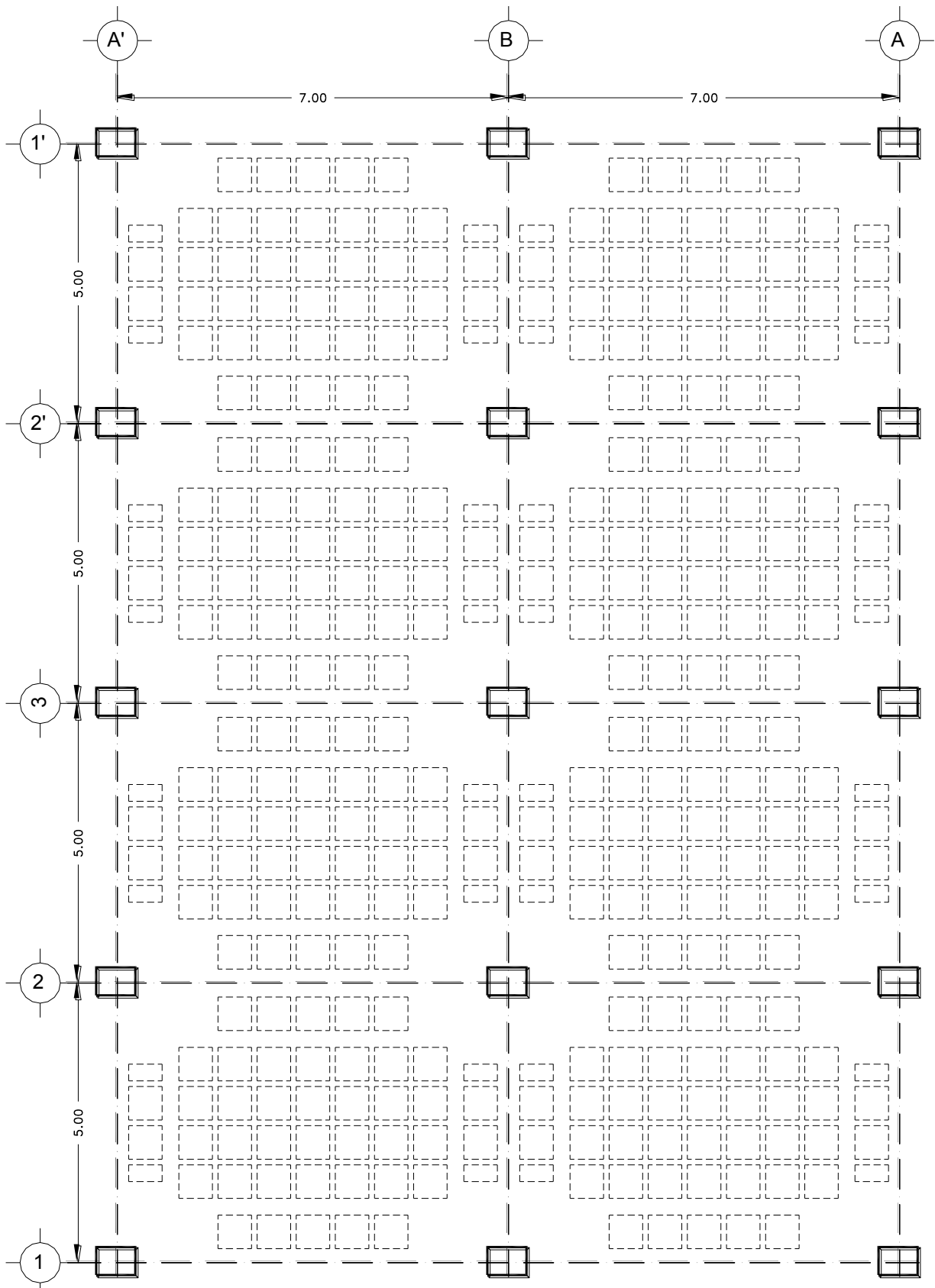
Por lo que; $V_{sR} + V_{cR} = 162 \times 10^3 N > V_{i4} = V_{i6} = 36.18 \times 10^3 N$

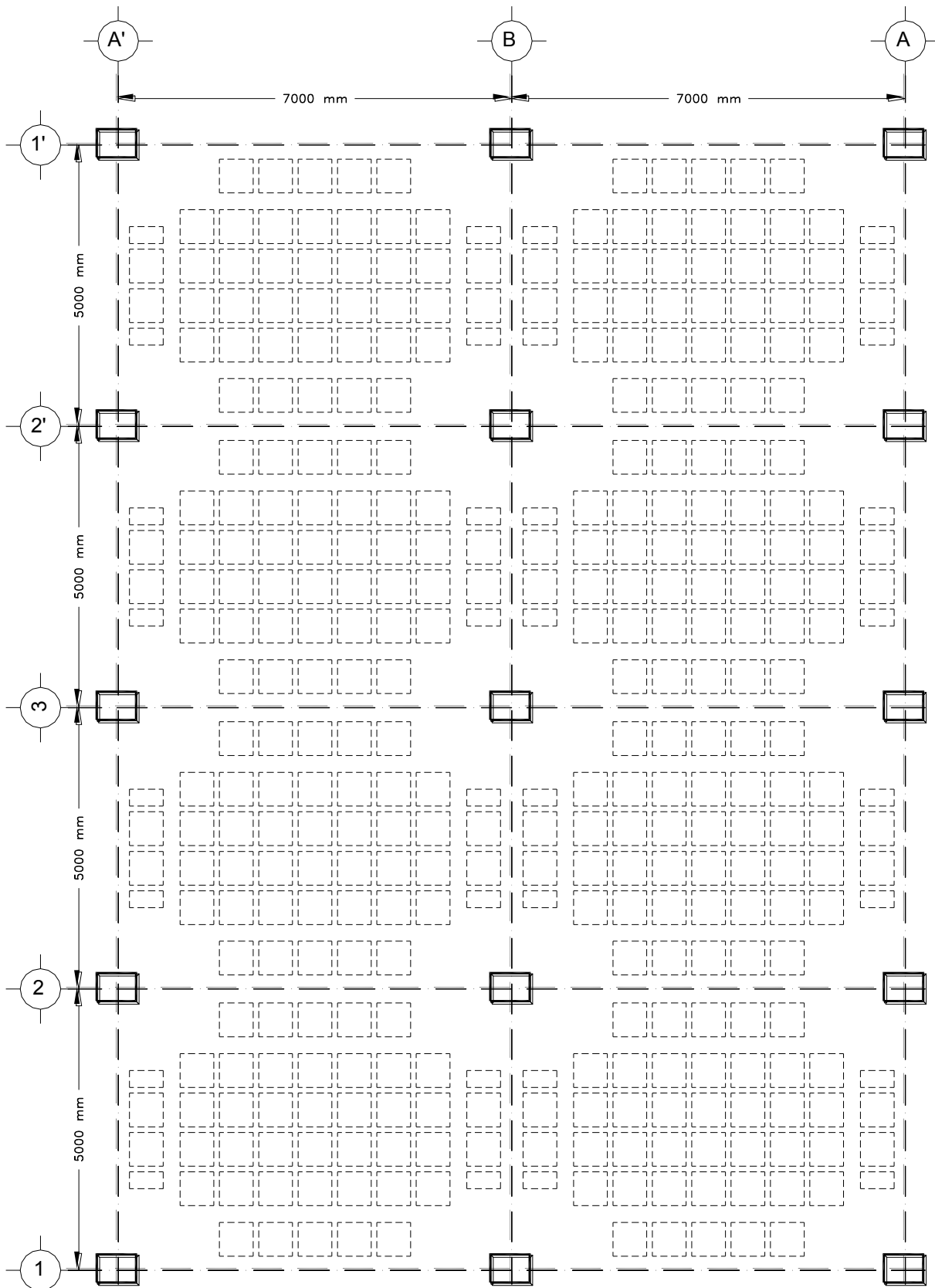
∴ No es necesario modificar el refuerzo transversal que se había calculado para la nervadura del eje de columnas (nervadura 5) y las nervaduras adyacentes (nervaduras 4 y 6).

Distribución total de casetones para la losa del nivel 2.



Distribución total de casetones para la losa del nivel 2.



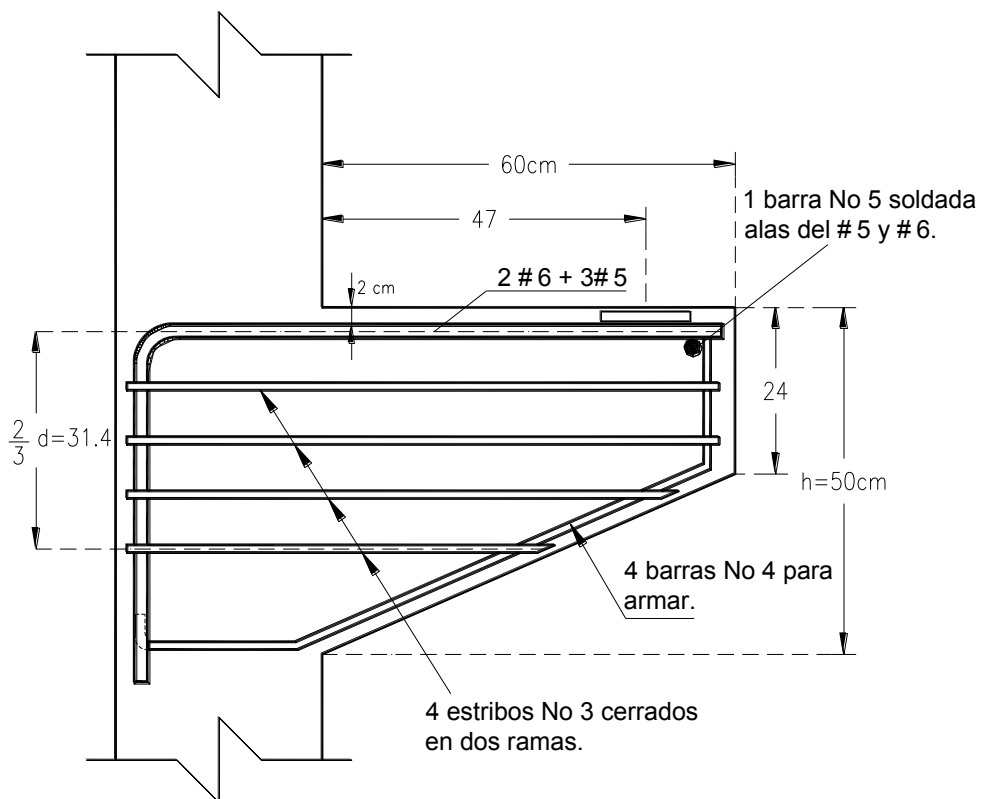
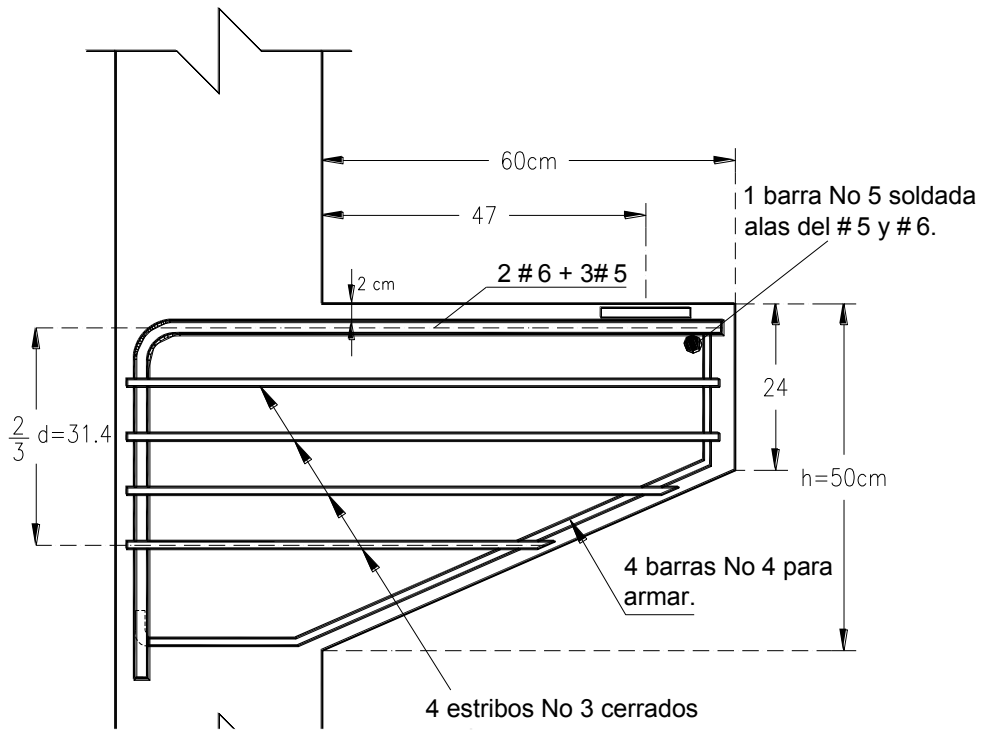


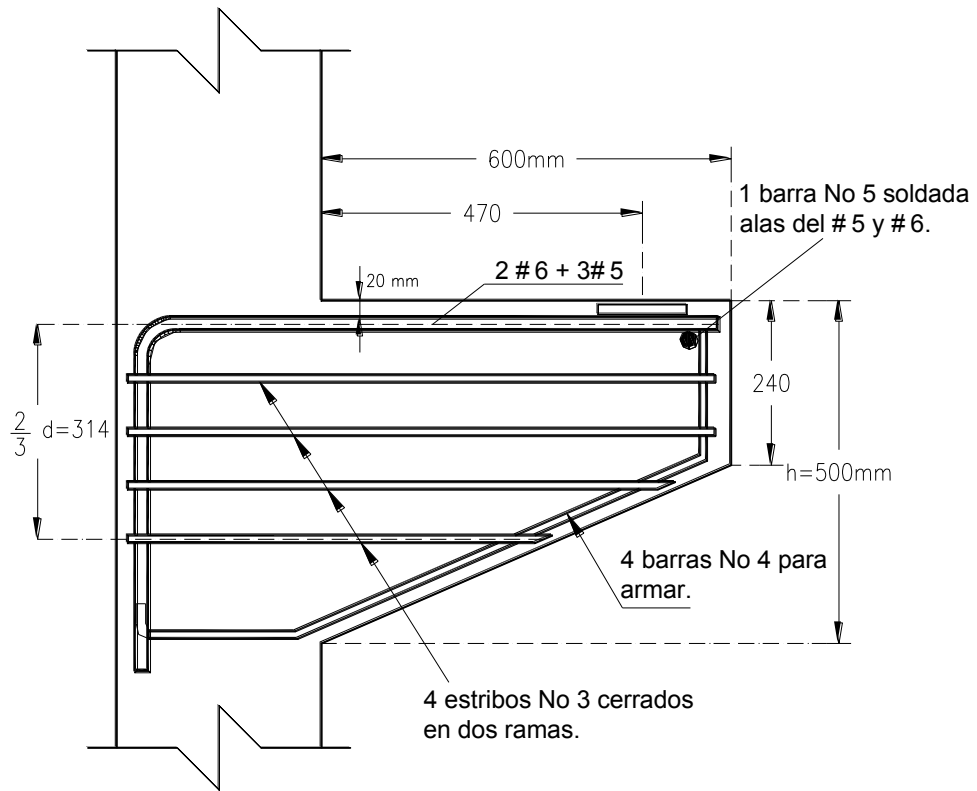
EJEMPLO 7.1 Cálculo del acero de refuerzo de una ménsula, dada su geometría.

RESULTADOS OBTENIDOS

	NTC-1999	NTC – 2004	
	(MKS)	(MKS)	(SI)
Fuerza vertical de diseño en la ménsula ($P_{vu} = V_R$)	30000 kgf	30000 kgf	300x10 ³ N
Fuerza de tensión horizontal de diseño en la ménsula (P_{hu})	6000 kgf	6000 kgf	60x10 ³ N
Área del refuerzo por cortante por fricción. (A_{vf})	6.378 cm ²	6.378 cm ²	6378 mm ²
Limitaciones para la fuerza cortante por fricción, $V_R = P_{hu}$ $F_R [14A + 0.8(A_{vf} f_y + N_u)]$ (MKS) $F_R [1.4A + 0.8(A_{vf} f_y + N_u)]$ (SI) $0.25 F_R f_c * A$ (MKS – SI)	33940 kgf (MKS) 48000 kgf (SI)	33940 kgf (MKS) 48000 kgf (SI)	339.4x10 ³ N (MKS) 480x10 ³ N (SI)
Como:	33940 kgf > V_R 48000 kgf > V_R (El área de acero $A_{vf} = 6.378 \text{ cm}^2$ es suficiente)	33940 kgf > V_R 48000 kgf > V_R (El área de acero $A_{vf} = 6.378 \text{ cm}^2$ es suficiente)	339.4x10 ³ N > V_R 480x10 ³ N > V_R (El área de acero $A_{vf} = 637.8 \text{ mm}^2$ es suficiente)
Área de acero de refuerzo, A_f , para resistir el momento flexionante, M_R . (A_f)	10.04 cm ²	10.04 cm ²	1004 mm ²

Continuación			
RESULTADOS OBTENIDOS			
Concepto	NTC-1999	NTC – 2004	
	<i>(MKS)</i>	<i>(MKS)</i>	<i>(SI)</i>
Área de acero de refuerzo, A_n , para resistir la fuerza por tensión, P_{hu} . (A_n)	1.79 cm^2	1.79 cm^2	179 mm^2
Área de acero de refuerzo, A_s para barras principales (A_s)	11.83 cm^2	11.83 cm^2	1183 mm^2
Área de acero de refuerzo, A_h , para estribos complementarios horizontales (A_h)	5.02 cm^2	5.02 cm^2	502 mm^2





EJEMPLO 7.2 Diseño de una zapata aislada.

RESULTADOS OBTENIDOS

Concepto	NTC-1999	NTC – 2004	
	<i>(MKS)</i>	<i>(MKS)</i>	<i>(SI)</i>
Resistencia de diseño del suelo.	$22 t/m^2$	$22 t/m^2$	$0.22 N/mm^2$
Se propone la altura : <i>(h)</i>	$60 cm$	$60 cm$	$600 mm$
Área de la sección de la zapata, con la altura propuesta <i>(LxB)</i>	$2x3.5 m$	$2x3.5 m$	$2000x3500 mm$
Presión actuante: <i>(P_{act.})</i>	$19.03 t/m^2$	$19.03 t/m^2$	$0.1903 N/mm^2$
Como:	$P_{act.} < 22 t/m^2$ (La sección de $2x3.5 m$ es aceptable)	$P_{act.} < 22 t/m^2$ (La sección de $2x3.5 m$ es aceptable)	$P_{act.} < 0.22 N/mm^2$ (La sección de $2000x3500 mm$ es aceptable)
REVISIÓN DEL PERALTE PROPUESTO.			
a) Revisión bajo $CM + CM$ $(P_u = 126 t ; M_u = 0)$	$2x3.5 m$	$2x3.5 m$	$2000x3500 mm$
a-1) Por flexión:			
Cuantía de acero mínima. <i>(p_{min.})</i>	0.00236	0.00236	0.00234
Reacción neta: <i>(q_n)</i>	$18 t/m^2$	$18 t/m^2$	$180 kN/m^2$
Momento en la sección crítica (por metro de ancho) <i>(m_u)</i>	$18 t/m^2$	$18 t/m^2$	$180 kN/m^2$

Continuación			
RESULTADOS OBTENIDOS			
Concepto	NTC-1999	NTC – 2004	
	<i>(MKS)</i>	<i>(MKS)</i>	<i>(SI)</i>
Cuantía de acero, para la reacción neta, q_n . <i>(p)</i>	0.001778	0.001778	0.001778
Como:	$0.001778 < p_{\min.}$ (Rige $p_{\min.}$)	$0.001778 < p_{\min.}$ (Rige $p_{\min.}$)	$0.001778 < p_{\min.}$ (Rige $p_{\min.}$)
a-2) Por fuerza cortante. (Como viga ancha)			
Fuerza cortante de diseño que toma el concreto: <i>(V_{cr})</i>	14910 <i>kgf / m</i>	13608 <i>kgf / m</i>	128.9x10 ³ <i>N / mm</i>
Fuerza cortante última de diseño: <i>(V_u)</i>	16.38 <i>t</i>	16.38 <i>t</i>	163.8x10 ³ <i>N / mm</i>
Como:	$V_u > V_{cr}$ (Se propone aumentar de $h = 60 \text{ cm}$ á $h = 65 \text{ cm}$)	$V_u > V_{cr}$ (Se propone aumentar de $h = 60 \text{ cm}$ á $h = 70 \text{ cm}$)	$V_u > V_{cr}$ (Se propone aumentar de $h = 600 \text{ mm}$ á $h = 700 \text{ mm}$)
Con la altura aumentada se tiene un valor de: <i>(V_{cr})</i>	16.280 <i>t</i>	16.109 <i>t</i>	152.7x10 ³ <i>N / mm</i>
Como:	16.280 <i>t</i> $\approx V_u$ \therefore Se usará tentativamente una $h = 65 \text{ cm}$.	16.109 <i>t</i> $\approx V_u$ \therefore Se usará tentativamente una $h = 70 \text{ cm}$.	152.7x10 ³ <i>N / mm</i> $\approx V_u$ \therefore Se usará tentativamente una $h = 700 \text{ mm}$.

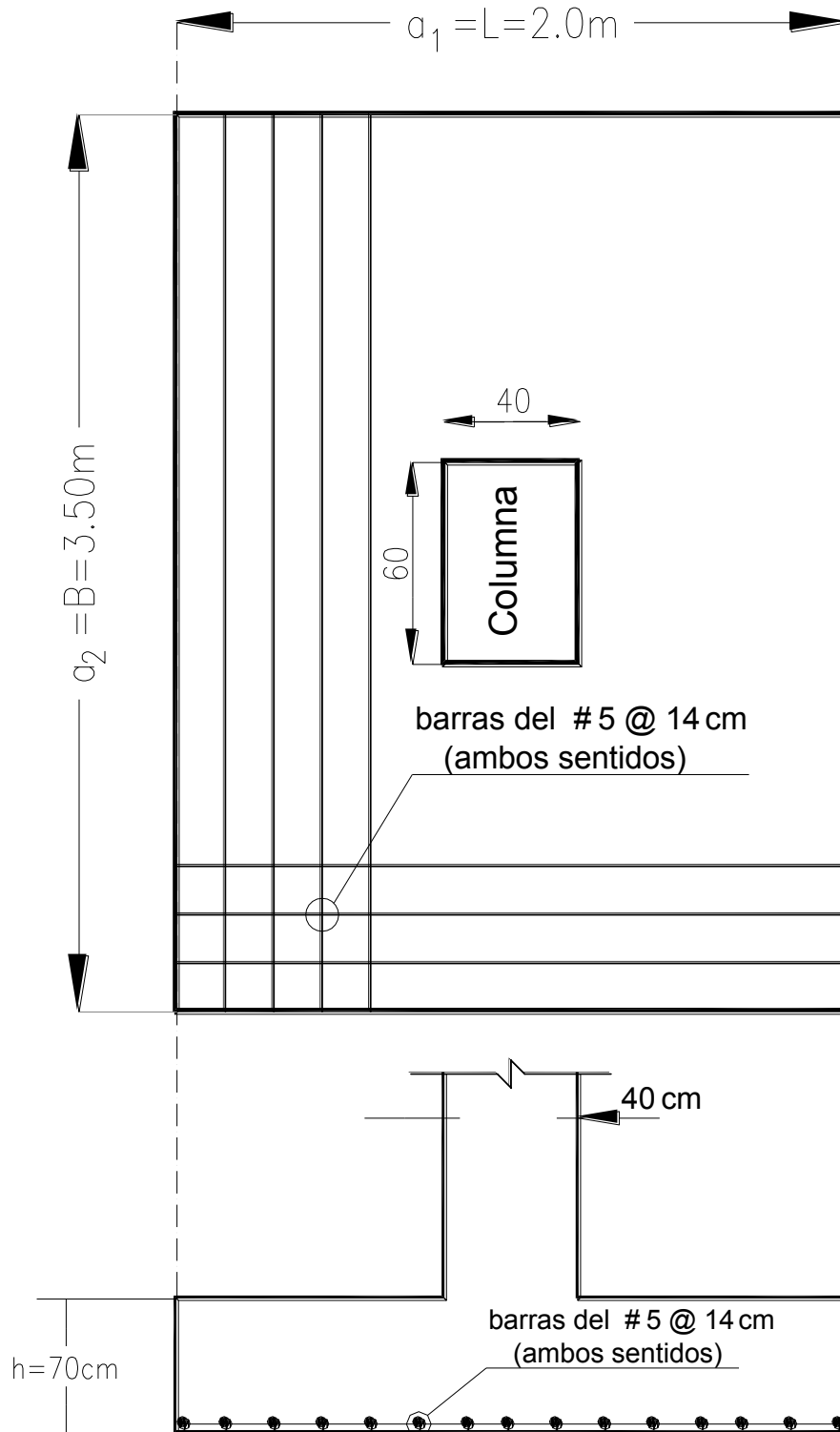
Continuación			
RESULTADOS OBTENIDOS			
Concepto	NTC-1999	NTC – 2004	
	<i>(MKS)</i>	<i>(MKS)</i>	<i>(SI)</i>
a-3) Por penetración.			
Cortante de diseño que toma el concreto. (V_u)	104.9 t	102.9 t	1.26x10 ⁶ N
Esfuerzo Cortante de diseño máximo que toma el concreto. $(v_{u_{max.}})$	4.11 kgf / cm ²	3.55 kgf / cm ²	0.43 MPa
$v_{u_{max.}}$ no debe de exceder de: $F_R(0.5 + \gamma)\sqrt{f_c^*} \leq F_R \sqrt{f_c^*}$ (MKS) $0.3 F_R(0.5 + \gamma)\sqrt{f_c^*} \leq 0.3 F_R \sqrt{f_c^*}$ (SI)	10.1 kgf / cm ²	10.1 kgf / cm ²	0.96 MPa
Como:	10.1 > $v_{u_{max.}}$ (Se acepta la altura de $h = 65$ cm, para este concepto)	10.1 > $v_{u_{max.}}$ (Se acepta la altura de $h = 70$ cm, para este concepto)	0.96 > $v_{u_{max.}}$ (Se acepta la altura de $h = 700$ mm, para este concepto)
b) Revisión bajo $CM + CV + CA$			
b-1) Por flexión y cortante como viga ancha.			
Para este concepto la reacción neta, resulta menor que bajo la condición de $CM + CM$, por lo que rige la primera condición.	Rige la condición de “ $CM + CM$ ”	Rige la condición de “ $CM + CM$ ”	Rige la condición de “ $CM + CM$ ”

Continuación			
RESULTADOS OBTENIDOS			
Concepto	NTC-1999	NTC – 2004	
	<i>(MKS)</i>	<i>(MKS)</i>	<i>(SI)</i>
b-2) Por penetración.			
Momento último: (M_u)	$22 t - m$	$22 t - m$	$220 \times 10^6 N - mm$
Fuerza Cortante de diseño: (V_u)	$80.13 t$	$7843 t$	$784.3 \times 10^3 N$
M_u , no debe de exceder de: $(0.2 V_u d)$	$9.41 t - m$	$9.99 t - m$	$99.9 \times 10^6 N - mm$
Como:	$9.41 < M_u$ ∴ No se puede despreciar la transferencia de momento flexionante, α , entre columna y zapata.	$9.99 < M_u$ ∴ No se puede despreciar la transferencia de momento flexionante, α , entre columna y zapata.	$99.9 \times 10^6 < M_u$ ∴ No se puede despreciar la transferencia de momento flexionante, α , entre columna y zapata.
Fracción de momento, α , que debe transmitirse por esfuerzos cortantes y torsión. (α)	0.4236	0.4225	0.4225
Esfuerzo Cortante de diseño máximo que toma el concreto. $(v_{u_{max}})$	$4.04 kgf / cm^2$	$3.456 kgf / cm^2$	$0.3456 MPa$

Continuación			
RESULTADOS OBTENIDOS			
	NTC-1999	NTC – 2004	
	<i>(MKS)</i>	<i>(MKS)</i>	<i>(SI)</i>
$v_{u_{max}}$ no debe de exceder de: $F_R(0.5 + \gamma)\sqrt{f_c^*} \leq F_R \sqrt{f_c^*}$ (MKS) $0.3 F_R(0.5 + \gamma)\sqrt{f_c^*} \leq 0.3 F_R \sqrt{f_c^*}$ (SI)	8.86 kgf / cm ²	8.86 kgf / cm ²	0.84 MPa
Como:	8.86 > $v_{u_{max}}$. (Se acepta la altura de $h = 65$ cm, para este concepto)	8.86 > $v_{u_{max}}$. (Se acepta la altura de $h = 70$ cm, para este concepto)	0.84 > $v_{u_{max}}$. (Se acepta la altura de $h = 700$ mm, para este concepto)
c) Refuerzo por flexión. (Para este concepto rige la condición de <i>CM + CV</i>)			
Área de refuerzo paralelo al lado largo (2 m (MKS); 2000 mm (SI))	14.02 cm ² / m (Se propone usar barras del # 5)	15.19 cm ² / m (Se propone usar barras del # 5)	1513 mm ² / m (Se propone usar barras del # 5)
Separación de barras: (s)	@ 14.1 cm	@ 13.1 cm	@ 131 mm
Área de refuerzo paralelo al lado corto. (3.5 m (MKS); 3500 mm (SI))	13.71 cm ² / m (Se propone usar barras del # 5)	14.83 cm ² / m (Se propone usar barras del # 5)	1476 mm ² / m (Se propone usar barras del # 5)
Separación de barras: (s)	@ 14.44 cm	@ 13.35 cm	@ 134 mm
De lo anterior, se propone colocar para ambos lados de la zapata.	barras # 5 @ 14 cm	barras # 5 @ 13 cm	barras #5 @ 130 mm

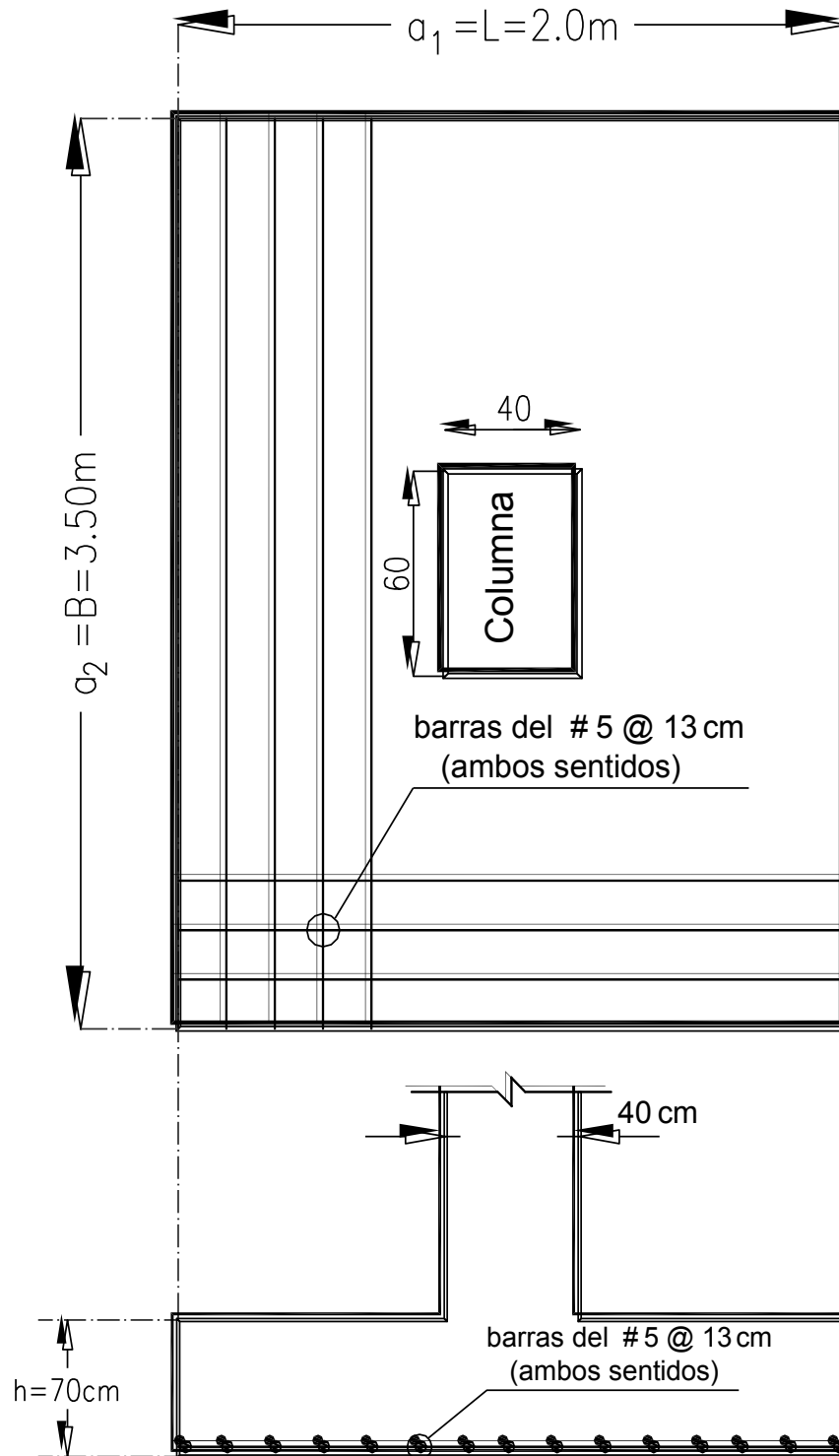
Sección y armado propuesto de la zapata.

(Sistema "MKS" NTC 1000)



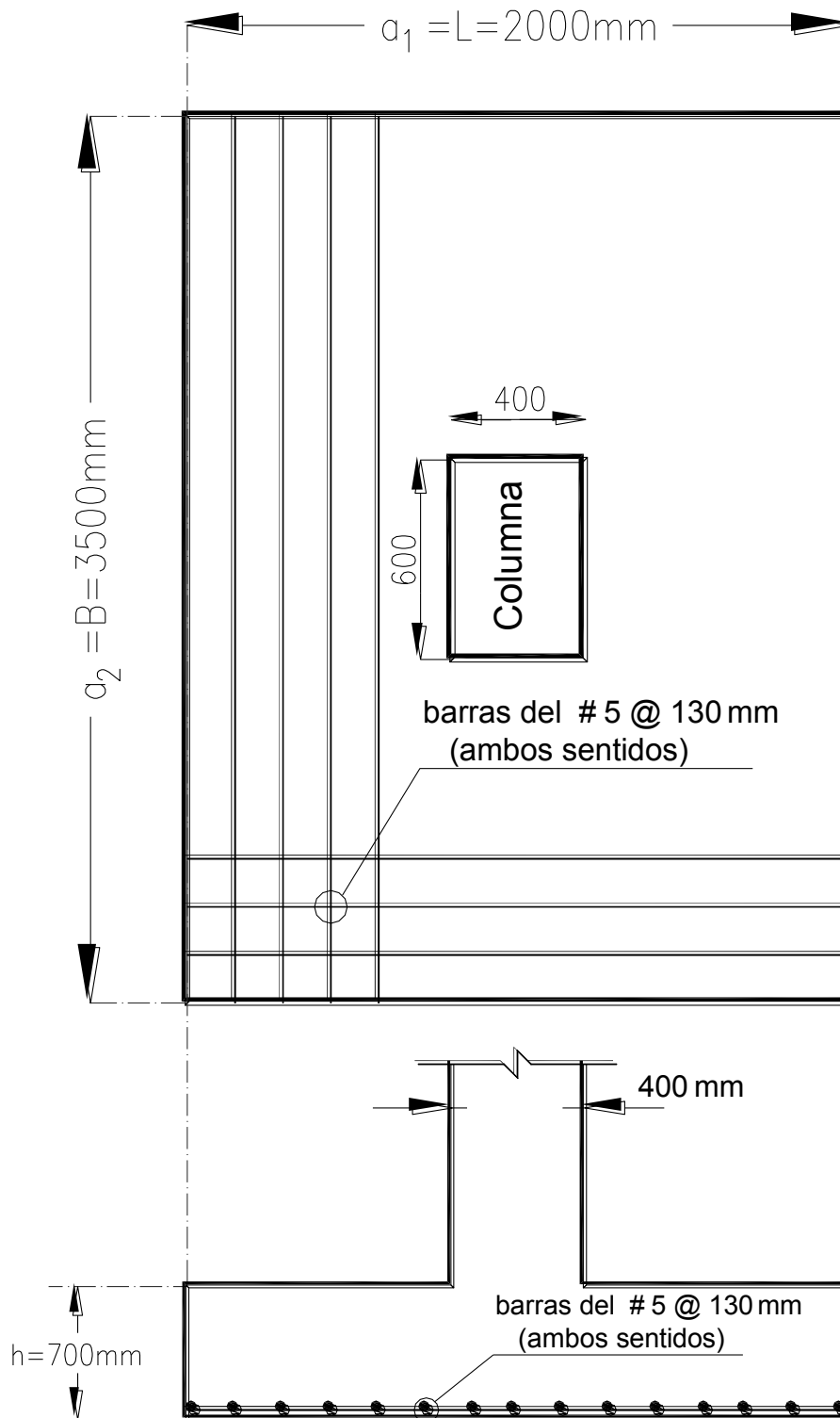
Sección y armado propuesto de la zapata.

(Sistema "MKS" NTC - 2004)



Sección y armado propuesto de la zapata.

(Sistema "SI" NTC - 2004)



CONCLUSIONES

La costumbre de los ingenieros estructuristas de la práctica profesional y de los académicos en las aulas, de usar durante décadas el sistema de unidades MKS, aunado al desconocimiento de que el sistema de unidades “oficial” que se debe utilizar en los cálculos estructurales es el Sistema Internacional, genera oposición y a la vez cierta dificultad de su uso. Lo anterior se debe a que el ingeniero está mentalmente “calibrado” en las dimensiones y en las cargas de los diseños ya que siempre ha utilizado en sus medidas el sistema MKS, pero le cuesta trabajo cuantificarlos en el Sistema Internacional. Uno de los objetivos de este trabajo es precisamente presentar como ayuda al ingeniero los ejemplos de diseño de las Normas Técnicas Complementarias Vigentes (2004) en ambos sistemas de unidades. De los ejemplos resueltos se desprenden los siguientes comentarios y conclusiones particulares:

De los ejemplos en vigas rectangulares en flexión simplemente armadas se observa que las dimensiones de las secciones transversales y el armado, aplicando las NTC-1999 y las 2004, tienen muy poca variación y se podrían considerar sin cambio.

De los ejemplos en secciones en flexión doblemente armadas las dimensiones de las vigas se mantienen pero existe un pequeño incremento en el armado, tanto en el que trabaja a compresión como el que trabaja a tensión.

Un comportamiento similar al anterior se presenta en vigas “T” sometidas a flexión, en cuyo caso tanto las dimensiones como el armado es igual, usando las NTC-1999 y las 2004.

En el ejemplo 4.1, referente a la longitud del corte de varillas y longitudes de anclaje, si existen diferencias en dichas longitudes, del orden del 100% para la longitud de desarrollo de las varillas en el lecho inferior y del 16% para la longitud de desarrollo en el lecho superior.

En el ejemplo 4.2 se observa un incremento en la fuerza cortante que toma el concreto usando las NTC-2004, con respecto al que se obtiene considerando las NTC 1999. Sin embargo, la separación del refuerzo por cortante es similar utilizando ambas ediciones.

En el ejemplo 4.3, referente al dimensionamiento por fuerza cortante y torsión de una viga de orilla, los parámetros de diseño en ambas ediciones de la norma se mantienen casi del mismo orden, excepto el armado longitudinal, el cual se incrementa en un 59%, y el armado en la esquina en un 56%, usando la NTC-2004.

En el caso del ejemplo 5.1, relativo al cálculo de las deflexiones en una viga, se observa que no hay variación en las flechas calculadas usando ambas ediciones de la Norma.

En el ejemplo 5.2, se observa que los parámetros utilizados en el cálculo del agrietamiento son similares, sin embargo el agrietamiento de la viga en la sección central, A, si difiere del orden del 10% y del 18% para el agrietamiento de la viga en la sección central, B.

En el ejemplo 6.1 se observa que el factor de amplificación de momentos es mayor utilizando las NTC-2004 que el que resulta con las NTC-1999, en ambas direcciones del análisis, y por tanto la columna propuesta en la edición 1999, no pasa adecuadamente con la edición 2004.

En el ejemplo mostrado, 6.2 referente a una losa simplemente apoyada, existe un incremento en el peralte de la losa de 12 cm a 15cm. Así como en el área de refuerzo en un 20%, en el corte de barras de los bastones en un 8% en promedio, también existe un incremento en la separación del área de acero de un 19%. De igual manera en todos los tableros, usando las NTC-2004.

En el ejemplo 6.3, del cálculo de una losa plana aligerada tanto las dimensiones resultantes como el armado no existen diferencia al usar las dos versiones de la Norma, el comentario anterior también es válido para el ejemplo 7.1, cálculo del acero de refuerza de una ménsula.

En el ejemplo 7.2, diseño de una zapata aislada de cimentación, existe un incremento en la altura de la base de 16.5 cm a 17 cm, debido a que no pasaba bajo CM + CV.

Las diferencias numéricas que se presentan en los resultados de los cálculos al usar las NTC 2004 en el sistema internacional de unidades y el MKS, se debe principalmente a la aproximación de redondeo de los valores teóricos de diseño.

Como conclusión general se observa que en los ejemplos resueltos, no existen diferencias significativas en las dimensiones resultantes de diseño empleando la NTC-2004 y las 1999. Excepto, en vigas sometidas a flexión doblemente armadas, en la columna por flexocompresión bajo cargas muertas, viva instantánea y sismo, en losa simplemente apoyada y en la zapata aislada de cimentación.

APÉNDICE

Descripción

- A.- Coeficientes de momentos flexionantes para tableros rectangulares, franja centrales¹. (Tabla 6.1, NTC-2004)
- B.- Diagramas de transmisión de momentos entre columna rectangular y losa o zapata (Figura 2.2 NTC-2004).
- C.- Porcentaje del área de acero de refuerzo, p , para una sección rectangular con:
 $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$; $f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$ (González Cuevas, apéndice, 2006).
- D.- Porcentaje del área de acero de refuerzo, p , para una sección rectangular con:
 $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$; $f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$ (González Cuevas, apéndice, 2006).
- E.- Gráfica para diseño por flexión, para secciones rectangulares (González Cuevas, apéndice, 2006).
- F.- Gráfica para calcular el momento de inercia de sección T o L (González Cuevas, apéndice, 2006).
- G.- Gráfica de interacción para columnas de concreto reforzado (González Cuevas, apéndice, 2006).
- H.- Tabla de diámetros, pesos y áreas de barras.
- I.- Equivalencias entre el “sistema MKS” (metro, kilogramo-fuerza, segundo) y el “sistema internacional de medidas SI”.

Apéndice A

Coeficientes de momentos flexionantes para tableros rectangulares, franjas centrales¹

Tablero	Momento	Claro	Relación de lados corto a largo, $m = a_1/a_2$													
			0		0.5		0.6		0.7		0.8		0.9		1.0	
			I ²	II ³	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
Interior Todos los bordes continuos	Neg. en bordes interiores	corto	998	1018	553	565	489	498	432	438	381	387	333	338	288	292
		largo	516	544	409	431	391	412	371	388	347	361	320	330	288	292
	Positivo	corto	630	668	312	322	268	276	228	236	192	199	158	164	126	130
		largo	175	181	139	144	134	139	130	135	128	133	127	131	126	130
De borde Un lado corto discontinuo	Neg. en bordes interiores	corto	998	1018	568	594	506	533	451	478	403	431	357	388	315	346
		largo	516	544	409	431	391	412	372	392	350	369	326	341	297	311
	Neg. en bordes dis.	largo	326	0	258	0	248	0	236	0	222	0	206	0	190	0
		Positivo	corto	630	668	329	356	292	306	240	261	202	219	167	181	133
De borde Un lado largo discontinuo	Neg. en bordes interiores	corto	1060	1143	583	624	514	548	453	481	397	420	346	364	297	311
		largo	587	687	465	545	442	513	411	470	379	426	347	384	315	346
	Neg. en bordes dis.	corto	651	0	362	0	321	0	283	0	250	0	219	0	190	0
		Positivo	corto	751	912	334	366	285	312	241	263	202	218	164	175	129
De esquina Dos lados adyacentes discontinuos	Neg. en bordes interiores	corto	1060	1143	598	653	530	582	471	520	419	464	371	412	324	364
		largo	600	713	475	564	455	541	429	506	394	457	360	410	324	364
	Neg. en borde discontinuos	corto	651	0	362	0	321	0	277	0	250	0	219	0	190	0
		largo	326	0	258	0	248	0	236	0	222	0	206	0	190	0
Extremo Tres bordes discontinuos un lado largo continuo	Neg. en borde cont.	corto	1060	1143	970	1070	890	1010	810	940	730	870	650	790	570	710
		largo	651	0	370	0	340	0	310	0	280	0	250	0	220	0
	Neg. en borde disc.	corto	220	0	220	0	220	0	220	0	220	0	220	0	220	0
		largo	751	912	730	800	670	760	610	710	550	650	490	600	430	540
Extremo Tres bordes discontinuos un lado corto continuo	Positivo	corto	185	200	430	520	430	520	430	520	430	520	430	520	430	520
		largo	570	710	570	710	570	710	570	710	570	710	570	710	570	710
	Neg. en borde cont.	corto	570	0	480	0	420	0	370	0	310	0	270	0	220	0
		largo	330	0	220	0	220	0	220	0	220	0	220	0	220	0
Aislado Cuatro lados discontinuos	Neg. en bordes discontinuos	corto	1100	1670	960	1060	840	950	730	850	620	740	540	660	430	520
		largo	200	250	430	540	430	540	430	540	430	540	430	540	430	540
	Positivo	corto	570	0	550	0	530	0	470	0	430	0	380	0	330	0
		largo	330	0	330	0	330	0	330	0	330	0	330	0	330	0

¹ Para las franjas extremas multiplíquense los coeficientes por 0.60.

² Caso I. Losa colada monolíticamente con sus apoyos.

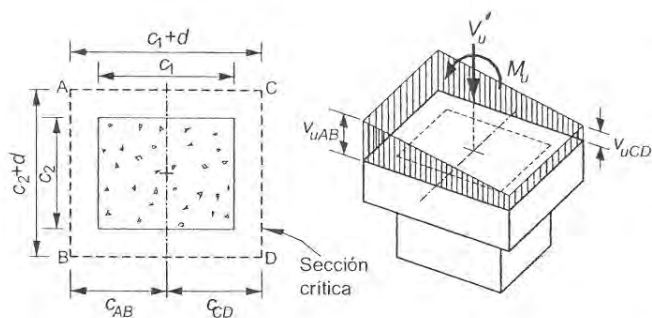
³ Caso II. Losa no colada monolíticamente con sus apoyos.

Los coeficientes multiplicados por $10^{-4} w a_1^2$, dan momentos flexionantes por unidad de ancho; si w está en kN/m^2 (en kg/m^2) y a_1 en m, el momento da en kN-m/m (en kg-m/m)

Para el caso I, a_1 y a_2 pueden tomarse como los claros libres entre paños de vigas; para el caso II se tomarán como los claros entre ejes, pero sin exceder del claro libre más dos veces el espesor de la losa.

Apéndice B

Diagramas de transmisión de momentos entre columna rectangular y losa o zapata



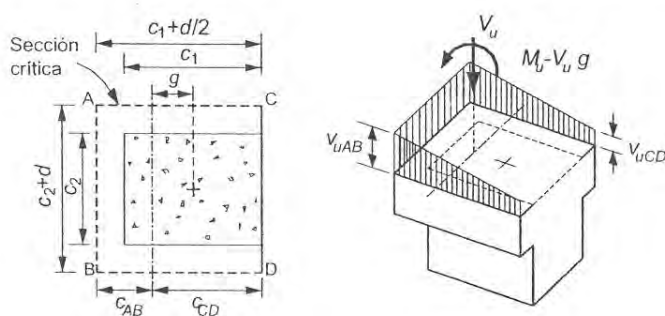
$$V_{uAB} = \frac{V_u}{A_{cr}} + \frac{\alpha M_u c_{AB}}{J_c}$$

$$V_{uCD} = \frac{V_u}{A_{cr}} - \frac{\alpha M_u c_{CD}}{J_c}$$

$$A_{cr} = 2d(c_1 + c_2 + 2d)$$

$$J_c = \frac{d(c_1+d)^3}{6} + \frac{(c_1+d)d^3}{6} + \frac{d(c_2+d)(c_1+d)^2}{2}$$

a) columna interior



$$V_{uAB} = \frac{V_u}{A_{cr}} + \frac{\alpha (M_u - V_u g) c_{AB}}{J_c}$$

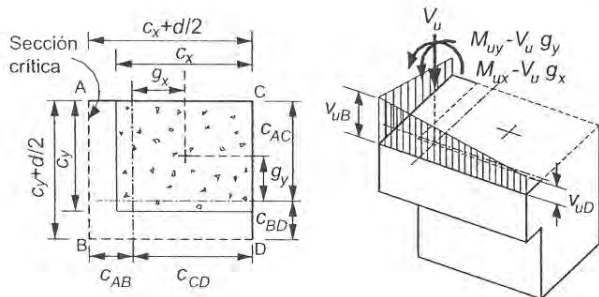
$$V_{uC} = V_{uD} = \frac{V_u}{A_{cr}} - \frac{\alpha (M_u - V_u g) c_{CD}}{J_c}$$

$$A_{cr} = d(2c_1 + c_2 + 2d)$$

$$c_{AB} = \frac{(c_1 + d/2)^2 d}{A_{cr}}; \quad g = (c_1 + d)/2 - c_{AB}$$

$$J_c = \frac{d(c_1 + d/2)^3}{6} + \frac{(c_1 + d/2)d^3}{6} + (c_2 + d)d c_{AB}^2 + 2(c_1 + d/2)d \left(\frac{c_1 + d/2}{2} - c_{AB} \right)^2$$

b) columna de borde



$$V_{uA} = \frac{V_u}{A_{cr}} + \frac{\alpha_x (M_{ux} - V_u g_x) c_{AB}}{J_{cx}} - \frac{\alpha_y (M_{uy} - V_u g_y) c_{AC}}{J_{cy}}$$

$$V_{uB} = \frac{V_u}{A_{cr}} + \frac{\alpha_x (M_{ux} - V_u g_x) c_{AB}}{J_{cx}} + \frac{\alpha_y (M_{uy} - V_u g_y) c_{BD}}{J_{cy}}$$

$$V_{uD} = \frac{V_u}{A_{cr}} - \frac{\alpha_x (M_{ux} - V_u g_x) c_{CD}}{J_{cx}} + \frac{\alpha_y (M_{uy} - V_u g_y) c_{BD}}{J_{cy}}$$

$$A_{cr} = d(c_x + c_y + d)$$

$$c_{AB} = \frac{(c_x + d/2)^2 d}{2 A_{cr}}; \quad c_{BD} = \frac{(c_y + d/2)^2 d}{2 A_{cr}}$$

$$g_x = (c_x + d)/2 - c_{AB}; \quad g_y = (c_y + d)/2 - c_{BD}$$

$$J_{cx} = \frac{d(c_x + d/2)^3}{12} + \frac{(c_x + d/2)d^3}{12} + (c_y + d/2)d c_{AB}^2 + (c_x + d/2)d \left(\frac{c_x + d/2}{2} - c_{AB} \right)^2$$

$$J_{cy} = \frac{d(c_y + d/2)^3}{12} + \frac{(c_y + d/2)d^3}{12} + (c_x + d/2)d c_{BD}^2 + (c_y + d/2)d \left(\frac{c_y + d/2}{2} - c_{BD} \right)^2$$

c) columna de esquina

Figura 2.2 Transmisión de momento entre columna rectangular y losa o zapata

Apéndice C

Porcentaje del área de acero de refuerzo, p , para una sección rectangular

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2 ; f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$$

$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$			$f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$			$\rho_b = 1.618\%$		
	p (%)	M_u/bd^2 (kg/cm ²)		p (%)	M_u/bd^2 (kg/cm ²)		p (%)	M_u/bd^2 (kg/cm ²)
1	0.1000	3.722	49	0.4736	16.59	97	0.8472	27.83
2	0.1078	4.006	50	0.4814	16.84	98	0.8550	28.05
3	0.1156	4.290	51	0.4892	17.09	99	0.8628	28.27
4	0.1233	4.574	52	0.4969	17.34	100	0.8705	28.48
5	0.1311	4.856	53	0.5047	17.59	101	0.8783	28.70
6	0.1389	5.138	54	0.5125	17.84	102	0.8861	28.91
7	0.1467	5.420	55	0.5203	18.09	103	0.8939	29.13
8	0.1545	5.700	56	0.5281	18.33	104	0.9017	29.34
9	0.1623	5.980	57	0.5359	18.58	105	0.9095	29.55
10	0.1700	6.259	58	0.5436	18.82	106	0.9172	29.76
11	0.1778	6.537	59	0.5514	19.07	107	0.9250	29.97
12	0.1856	6.815	60	0.5592	19.31	108	0.9328	30.18
13	0.1934	7.092	61	0.5670	19.56	109	0.9406	30.39
14	0.2012	7.368	62	0.5748	19.80	110	0.9484	30.60
15	0.2090	7.644	63	0.5826	20.04	111	0.9562	30.81
16	0.2167	7.919	64	0.5903	20.28	112	0.9639	31.01
17	0.2245	8.193	65	0.5981	20.52	113	0.9717	31.22
18	0.2323	8.466	66	0.6059	20.76	114	0.9795	31.43
19	0.2401	8.739	67	0.6137	21.00	115	0.9873	31.63
20	0.2479	9.011	68	0.6215	21.24	116	0.9951	31.83
21	0.2557	9.283	69	0.6293	21.47	117	1.003	32.04
22	0.2634	9.553	70	0.6370	21.71	118	1.011	32.24
23	0.2712	9.823	71	0.6448	21.95	119	1.018	32.44
24	0.2790	10.09	72	0.6526	22.18	120	1.026	32.64
25	0.2868	10.36	73	0.6604	22.42	121	1.034	32.84
26	0.2946	10.63	74	0.6682	22.65	122	1.042	33.04
27	0.3024	10.90	75	0.6760	22.88	123	1.050	33.24
28	0.3101	11.16	76	0.6837	23.12	124	1.057	33.44
29	0.3179	11.43	77	0.6915	23.35	125	1.065	33.64
30	0.3257	11.69	78	0.6993	23.58	126	1.073	33.84
31	0.3335	11.96	79	0.7071	23.81	127	1.081	34.03
32	0.3413	12.22	80	0.7149	24.04	128	1.088	34.23
33	0.3491	12.48	81	0.7227	24.27	129	1.096	34.42
34	0.3568	12.75	82	0.7304	24.50	130	1.104	34.62
35	0.3646	13.01	83	0.7382	24.72	131	1.112	34.81
36	0.3724	13.27	84	0.7460	24.95	132	1.120	35.00
37	0.3802	13.53	85	0.7538	25.18	133	1.127	35.20
38	0.3880	13.79	86	0.7616	25.40	134	1.135	35.39
39	0.3958	14.05	87	0.7694	25.63	135	1.143	35.58
40	0.4035	14.30	88	0.7771	25.85	136	1.151	35.77
41	0.4113	14.56	89	0.7849	26.07	137	1.159	35.96
42	0.4191	14.82	90	0.7927	26.30	138	1.166	36.15
43	0.4269	15.07	91	0.8005	26.52	139	1.174	36.33
44	0.4347	15.33	92	0.8083	26.74	140	1.182	36.52
45	0.4425	15.58	93	0.8161	26.96	141	1.190	36.71
46	0.4502	15.84	94	0.8238	27.18	142	1.197	36.89
47	0.4580	16.09	95	0.8316	27.40	143	1.205	37.08
48	0.4658	16.34	96	0.8394	27.62	144	1.213	37.26

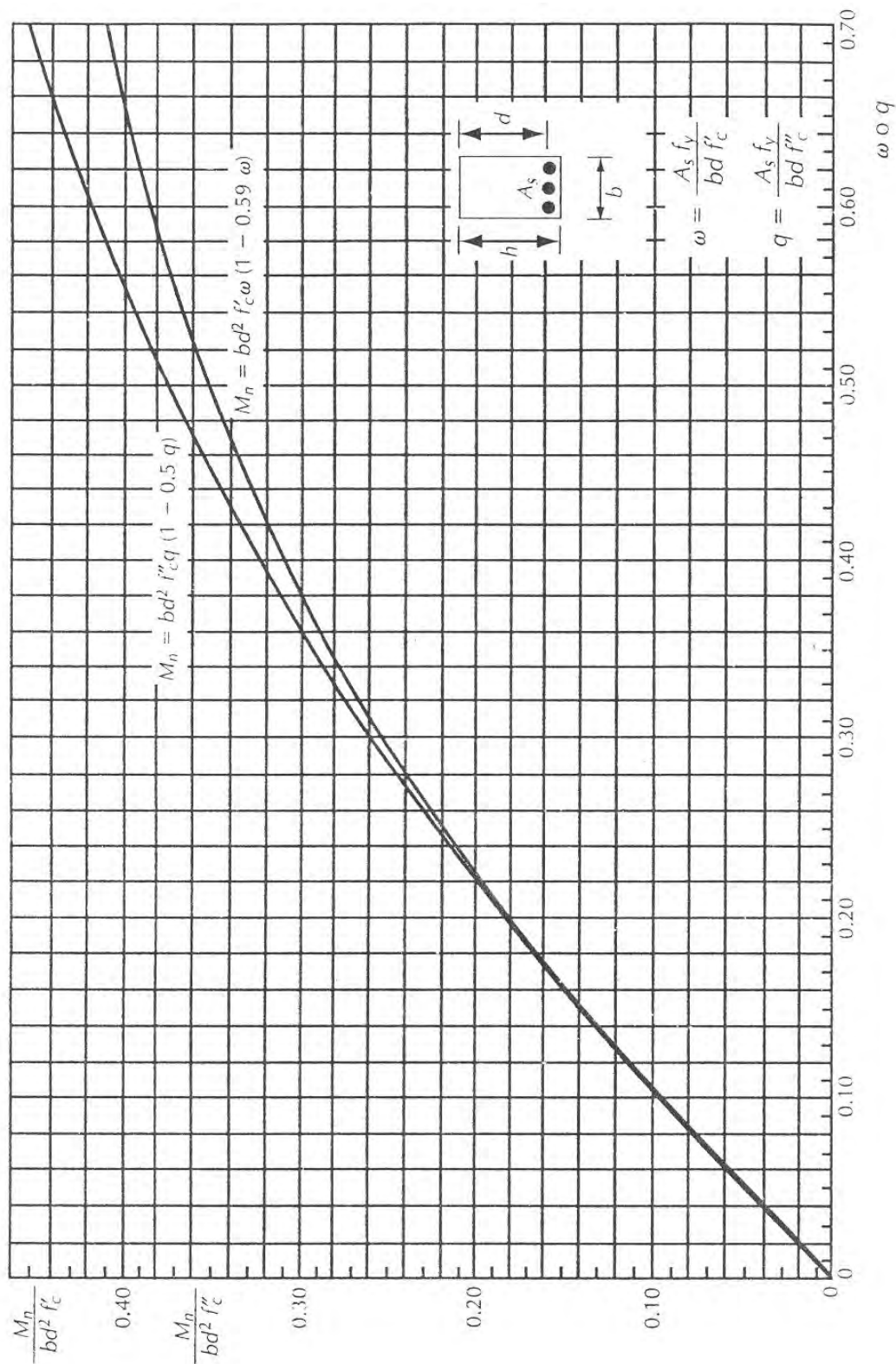
Apéndice D

Porcentaje del área de acero de refuerzo, ρ , para una sección rectangular con:
 $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$; $f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$.

$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$			$f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$			$\rho_b = 2.022\%$		
	ρ (%)	M_u/bd^2 (kg/cm ²)		ρ (%)	M_u/bd^2 (kg/cm ²)		ρ (%)	M_u/bd^2 (kg/cm ²)
1	0.1000	3.733	49	0.5753	20.20	97	1.051	34.56
2	0.1099	4.098	50	0.5852	20.52	98	1.061	34.84
3	0.1198	4.462	51	0.5951	20.84	99	1.070	35.11
4	0.1297	4.824	52	0.6050	21.16	100	1.080	35.39
5	0.1396	5.186	53	0.6149	21.48	101	1.090	35.66
6	0.1495	5.547	54	0.6248	21.79	102	1.100	35.93
7	0.1594	5.907	55	0.6347	22.11	103	1.110	36.21
8	0.1693	6.266	56	0.6446	22.43	104	1.120	36.48
9	0.1792	6.624	57	0.6545	22.74	105	1.130	36.75
10	0.1891	6.982	58	0.6644	23.05	106	1.140	37.02
11	0.1990	7.338	59	0.6743	23.37	107	1.150	37.28
12	0.2089	7.693	60	0.6842	23.68	108	1.160	37.55
13	0.2188	8.048	61	0.6941	23.99	109	1.169	37.82
14	0.2287	8.40	62	0.7040	24.30	110	1.179	38.08
15	0.2386	8.75	63	0.7139	24.61	111	1.189	38.35
16	0.2485	9.11	64	0.7238	24.91	112	1.199	38.61
17	0.2584	9.46	65	0.7337	25.22	113	1.209	38.88
18	0.2683	9.81	66	0.7436	25.53	114	1.219	39.14
19	0.2782	10.16	67	0.7535	25.83	115	1.229	39.40
20	0.2881	10.50	68	0.7634	26.14	116	1.239	39.66
21	0.2980	10.85	69	0.7733	26.44	117	1.249	39.92
22	0.3079	11.20	70	0.7832	26.74	118	1.259	40.18
23	0.3178	11.54	71	0.7931	27.04	119	1.268	40.43
24	0.3277	11.89	72	0.8030	27.34	120	1.278	40.69
25	0.3377	12.23	73	0.8130	27.64	121	1.288	40.95
26	0.3476	12.57	74	0.8229	27.94	122	1.298	41.20
27	0.3575	12.92	75	0.8328	28.24	123	1.308	41.46
28	0.3674	13.26	76	0.8427	28.54	124	1.318	41.71
29	0.3773	13.60	77	0.8526	28.83	125	1.328	41.96
30	0.3872	13.93	78	0.8625	29.13	126	1.338	42.21
31	0.3971	14.27	79	0.8724	29.42	127	1.348	42.46
32	0.4070	14.61	80	0.8823	29.71	128	1.358	42.71
33	0.4169	14.95	81	0.8922	30.01	129	1.367	42.96
34	0.4268	15.28	82	0.9021	30.30	130	1.377	43.21
35	0.4367	15.62	83	0.9120	30.59	131	1.387	43.45
36	0.4466	15.95	84	0.9219	30.88	132	1.397	43.70
37	0.4565	16.28	85	0.9318	31.17	133	1.407	43.94
38	0.4664	16.61	86	0.9417	31.45	134	1.417	44.19
39	0.4763	16.94	87	0.9516	31.74	135	1.427	44.43
40	0.4862	17.27	88	0.9615	32.03	136	1.437	44.67
41	0.4961	17.60	89	0.9714	32.31	137	1.447	44.91
42	0.5060	17.93	90	0.9813	32.60	138	1.457	45.15
43	0.5159	18.26	91	0.9912	32.88	139	1.466	45.39
44	0.5258	18.58	92	1.001	33.16	140	1.476	45.63
45	0.5357	18.91	93	1.011	33.44	141	1.486	45.87
46	0.5456	19.23	94	1.021	33.72	142	1.496	46.10
47	0.5555	19.56	95	1.031	34.00	143	1.506	46.34
48	0.5654	19.88	96	1.041	34.28	144	1.516	46.57

Apéndice E

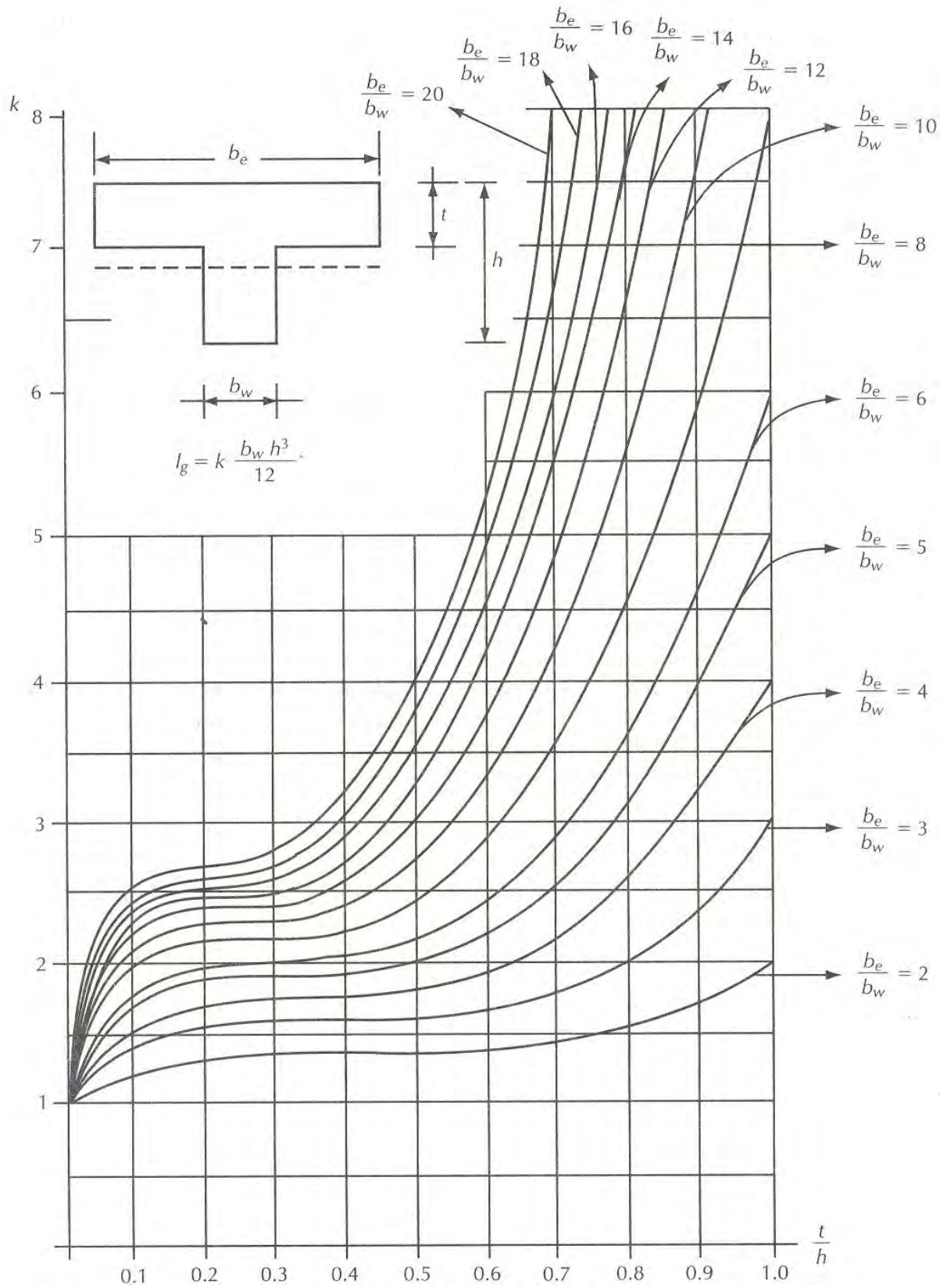
Gráfica para diseño por flexión, para secciones rectangulares.



Momentos resistentes nominales de secciones rectangulares para $\omega \leq \omega_b$, $q \leq q_b$

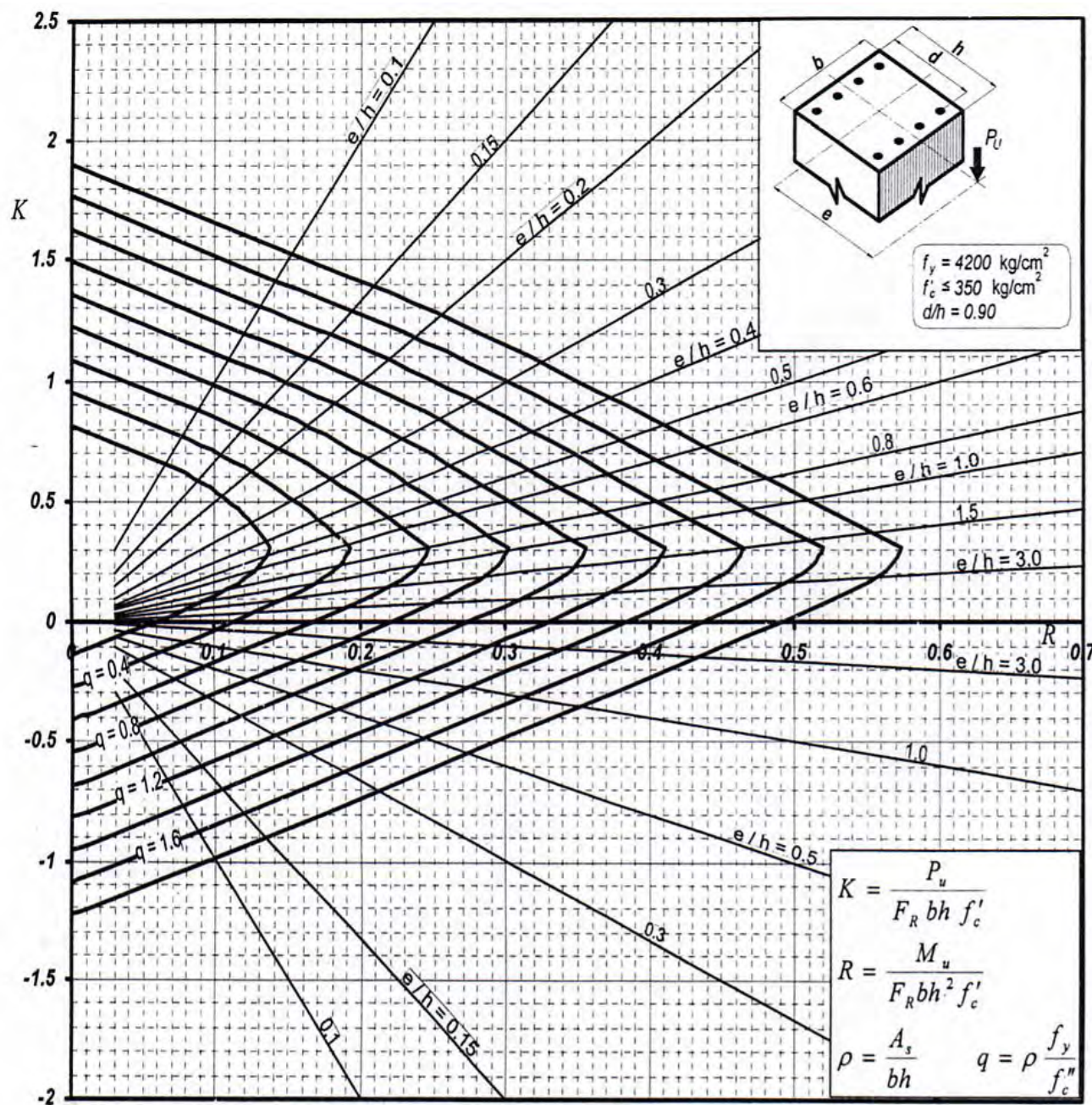
Apéndice F

Gráfica para calcular el momento de inercia de sección T o L.



Apéndice G

Gráfica de interacción para columnas de concreto reforzado.



- A_s = Área total de refuerzo
- $f''_c = 0.85 f'_c$
- $f^*_c = 0.80 f'_c$
- F_R = Factor de reducción de resistencia
- P_u = Carga axial última
- M_u = Momento flexionante último

Apéndice H

Tabla de Diámetros, Pesos y Áreas de Barras.

Número de designación	Diámetro nominal		Peso kg/m	Áreas de acero, en cm ²									
	pulg	mm		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	1/4	6.4	0.248	0.32	0.64	0.96	1.28	1.60	1.92	2.24	2.56	2.88	3.20
2.5	5/16	7.9	0.388	0.49	0.98	1.47	1.96	2.45	2.94	3.43	3.92	4.41	4.90
3	3/8	9.5	0.559	0.71	1.42	2.13	2.84	3.55	4.26	4.97	5.68	6.39	7.20
4	1/2	12.7	0.993	1.27	2.54	3.81	5.08	6.35	7.62	8.89	10.16	11.43	12.70
5	5/8	15.9	1.552	1.98	3.96	5.94	7.92	9.90	11.88	13.86	15.84	17.82	19.80
6	3/4	19.0	2.235	2.85	5.70	8.55	11.40	14.25	17.10	19.95	22.80	25.65	28.50
7	7/8	22.2	3.042	3.88	7.76	11.64	15.52	19.40	23.28	27.16	31.04	34.92	38.80
8	1	25.4	3.973	5.07	10.14	15.21	20.28	25.35	30.42	35.49	40.56	45.63	50.70
9	1 1/8	28.6	5.028	6.41	12.82	19.23	25.64	32.05	38.46	44.87	51.28	57.69	64.10
10	1 1/4	31.8	6.207	7.92	15.84	23.76	31.68	39.60	47.52	55.44	63.36	71.28	79.20
11	1 3/8	34.9	7.511	9.58	19.16	28.74	38.32	47.90	57.48	67.06	76.64	86.22	95.80
12	1 1/2	38.1	8.938	11.40	22.80	34.20	45.60	57.00	68.40	79.80	91.20	102.60	114.00

Apéndice I

Equivalencias entre el “sistema MKS” (metro, kilogramo-fuerza, segundo) y el “sistema internacional de medidas SI”.

Fuerzas

$$1 \text{ kgf (kilogramo-fuerza)} = 9.807 \text{ N (newton)}$$

$$1 \text{ N} = 0.102 \text{ kgf}$$

$$1 \text{ kN (kilonewton)} = 10^3 \text{ N} = 102 \text{ kgf}$$

$$1 \text{ MN (meganewton)} = 10^6 \text{ N} = 102,000 \text{ kgf}$$

Esfuerzos o presiones

$$1 \text{ N/m}^2 = 1 \text{ Pa (pascal)}$$

$$1 \text{ kgf/m}^2 = 9.807 \text{ N/m}^2 = 9.807 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ kgf/cm}^2 = 98,070 \text{ N/m}^2 = 98,070 \text{ Pa} \cong 0.1 \text{ N/mm}^2$$

$$1 \text{ N/mm}^2 = 1 \text{ MN/m}^2 = 1 \text{ MPa (megapascal)} = 10.2 \text{ kgf/cm}^2$$

Momentos

$$1 \text{ kN}\cdot\text{m (kilonewton-metro)} = 10^3 \text{ N}\cdot\text{m (newton-metro)}$$

$$1 \text{ kgf}\cdot\text{m} = 9.807 \text{ N}\cdot\text{m} = 9807 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$1 \text{ N}\cdot\text{mm} = 102 \times 10^{-6} \text{ kgf}\cdot\text{m} = 102 \times 10^{-3} \text{ ton}\cdot\text{m}$$

Nota: en cálculos de concreto reforzado, las unidades del sistema SI más comúnmente utilizadas son las siguientes: dimensiones lineales y propiedades de secciones: mm, mm², mm³, mm⁴. Fuerzas: N. Esfuerzos: MPa. Momentos: N · mm.

REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA

- * Aspectos fundamentales del concreto reforzado.
Oscar González Cuevas
Francisco Robles Fernández.
Editorial Limusa. 2006
- * Diseño de estructuras de concreto.
Arthur H. Nilson.
Editorial Mc Graw Hill. Junio de 2001
- * Diseño de concreto reforzado.
Jack C. Mc Cormac.
Editorial Alfaomega, 2005.
- * Estructuras de concreto reforzado
R. Park T. Paulay.
Editorial Limusa, 1991.
- * Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcción para el Distrito Federal.
Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto.
Gaceta oficial del Distrito Federal.
26 de Noviembre de 1987.
- * Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcción para el Distrito Federal.
Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto.
Gaceta oficial del Distrito Federal.
6 de Octubre de 2004.
- * Reglamento de Construcción para el Distrito Federal.
Gaceta oficial del Distrito Federal.
29 de Enero de 2004.