



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE POSGRADO EN CIENCIAS DE LA TIERRA

MODELACIÓN TRIDIMENSIONAL DE LA ATMÓSFERA SOLAR PARA EL ESTUDIO DE SU EMISIÓN EN RADIO

T E S I S

QUE COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE:
DOCTOR EN CIENCIAS DE LA TIERRA

P R E S E N T A

VICTOR HUGO DE LA LUZ RODRIGUEZ

JURADO EXAMINADOR
DR. ALEJANDRO LARA SANCHEZ
DR. ARON JAZCILEVICH
DR. EMANUELE BERTONE
DR. STANLEY EUGENE KURTZ
DR. JEAN-PIERRE RAULIN
DRA. XOCHITL BLANCO CANO
DR. MIGUEL CHAVEZ DAGOSTINO

COMITÉ TUTORAL:



MÉXICO D.F.

14 DE ENERO DEL 2011



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Of. No. PCT/ELFM/1216/10

Asunto: Aprobación de tema, asesor de tesis
y asignación de jurado para examen de grado.

VÍCTOR HUGO DE LA LUZ RODRIGUEZ
ESTUDIANTE DE DOCTORADO
PRESENTE,

El Comité Académico del Posgrado, reunido en sesión ordinaria el 30 de noviembre del año en curso, aprobó el tema de tesis titulado "*Modelación tridimensional de la atmósfera solar para el estudio de su emisión en radio*". Así mismo ratificó al Alejandro Lara Sánchez como asesor del mismo y designó a los siguientes investigadores como jurado para su examen de grado.

Dr. Aron Jazcilevich	Presidente
Dr. Emmanuel Bertone	Vocal
Dr. Alejandro Lara Sánchez	Secretario
Dr. Stanley Eugene Kurtz	Suplente
Dr. Jean-Pierre Raulin	Suplente

Sin otro particular por el momento, reciba un saludo cordial.

Atentamente,
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Ciudad Universitaria, a 6 de diciembre de 2010.
COORDINADORA DEL PROGRAMA

DRA. ELSA LETICIA FLORES MÁRQUEZ

ELFM'achg

Resumen

En este trabajo, presentamos un estudio sistemático de los procesos de emisión y absorción en longitudes de onda de radio, milimétricas, submilimétricas e infrarrojas con el objetivo de estudiar el comportamiento de la radiación solar a diferentes alturas de la Cromosfera Solar. Con este fin, presentamos: un estudio detallado de los actuales modelos de emisión atmosférica estelar así como una revisión de los modelos de la Cromosfera Solar. Realizamos un estudio sobre el transporte de radiación en medios dispersivos. Proponemos una técnica numérica para el cálculo de la densidad electrónica y de los estados de ionización de las diferentes especies en la atmósfera solar Fuera de Equilibrio Termodinámico Local, con el objetivo de utilizarlas en los diferentes mecanismos de absorción y emisión que podrían afectar los procesos radiativos en la Cromosfera Solar. Explicamos los pasos numéricos y computacionales involucrados en la resolución de nuestro modelo. Entre nuestros resultados más importantes, tenemos el descubrimiento de una nueva estructura cromosférica, la cual llamamos “Cavidad Óptica Cromosférica”. Dicha estructura puede ser relacionada con observaciones en el mismo rango de frecuencias y es una demostración de la existencia del mínimo de temperatura en la Cromosfera Solar.

Abstract

In this work, we present a systematic study of the emission and absorption processes for radio, millimeter, submillimeter and infrared wavelengths, in order to study the behavior of the solar radiation at different heights from the Solar Chromosphere. We present: a review of models of emission for stellar atmospheres; a study of existing models of Solar Chromosphere; a review of the radiative transfer theory in dispersive medium, a review for the computation of electronic density and abundances in a Non Local Thermodynamical Equilibrium; a review for the different mechanism of absorption and emission that could affect the chromosphere region; and an explanation of the steps of computation to solve our model; results and conclusions also are presented. The most important result is the discovery of a new structure that we called “The Chromospheric Optical Cavity”, this structure was correlated with observations in the same wavelengths and show the existence of the solar minimum temperature.

A mi esposa y a mi familia: Noemi, Jovita,
Gabriel y Carolina.

Agradecimientos

Deseo agradecer al Dr. Alejandro Lara Sánchez, mi director de tesis, por su confianza y por la ayuda que me brindó a lo largo de toda mi carrera.

Al técnico Filiberto Matias Dominguez por su ayuda incondicional en los proyectos que desarrollamos durante el Doctorado.

Al Dr. Jean Pierre Raulin y al Dr. Pierre Kaufmann por aceptarme en su grupo de trabajo en Brasil.

A los Doctores Miguel Chavez, Xochitl Blanco, Emanuele Bertone, Stan Kurtz, Ernesto Rodriguez y Arón Jazcilevich por sus comentarios y apuntes a lo largo de este trabajo.

Al MsC. Enrique Cruz por su ayuda en los temas de supercomputo.

Al Centro Nacional de Supercomputo en San Luis Potosí por prestarme sus instalaciones para ejecutar algunas de las simulaciones que aqui se muestran.

A la Dra. Arline Melo y al Dr. Caius Lucius por sus comentarios y su ayuda en el Centro de Radio Astronomia de la Universidad Mackenzie.

Al Dr. Eduardo Mendoza y al Dr. Francisco Soto por su ayuda en el

Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica.

Al técnico Adolfo Marun por su ayuda en el Complejo Astronómico El Leoncito.

Al grupo de trabajo del RT5, Manuel Olmedo, Ivan Gomez, Ricardo Vazquez, Gaudencio Paz, Benito Orozco y Guillermo Herrera.

Índice general

Índice general	III
1. Introducción	1
1.1. La Cromosfera Solar	2
1.1.1. Observaciones en el Óptico	2
1.1.2. Radio Observaciones	3
1.1.3. Modelos Teóricos	3
1.2. Estructura del Sol Quieto	5
1.2.1. Red Cromosferica	7
1.2.2. Abrillantamiento al Limbo	7
1.3. Espectros Sintéticos	8
1.4. Objetivos	10
2. Estado del Arte	11
2.1. Construyendo un Espectro Sintético	11
2.1.1. Modelo Dinámico de la Atmósfera	11
2.1.2. Modelo de Transporte de Energía	12
2.1.3. Modelo de Ionización	12
2.1.4. Modelo de Emisión y Absorción	12
2.1.5. Modelo Geométrico	13
2.1.6. Modelo de Solución Analítica, Numérica o Estadística	13
2.2. Códigos para Simular Atmósferas Estelares	13
2.3. PakalMPI	14
3. Modelos Atmosféricos	17
3.1. Modelos Empíricos	17
3.1.1. ATHAY 58	17
3.1.2. ZIRIN 91	19
3.1.3. SEL 05	21
3.2. Modelos Teóricos	22
3.2.1. CS00	22
3.3. Modelos Semi Empíricos	22
3.3.1. VAL	22

3.3.2.	FAL	23
3.4.	Resumen	24
4.	Teoría de Transporte Radiativo con Dispersión	25
4.1.	El transporte radiativo con dispersión	25
4.1.1.	Parámetros de Posición y Dirección	25
4.1.2.	Características de la atmósfera	26
4.1.3.	Características del Campo de Radiación	27
4.1.4.	Ecuación de Transporte	29
4.2.	Dispersión de Thompson	31
5.	Modelo de Ionización y Cálculo de Abundancias	33
5.1.	Introducción	33
5.2.	Ionización NLTE	33
5.3.	Densidad Numérica de Electrones	33
5.4.	Densidad total de Hidrógeno	36
5.4.1.	Calculando el parámetro R	39
5.5.	Calculando la función de contribución Z	39
5.6.	Calculando el coeficiente de despegue b_1	40
5.6.1.	Calculando el parámetro L	43
5.6.2.	Calculando el parámetro U	44
5.7.	Calculando las n_l densidades	44
5.8.	Calculando b_l/b_j	45
5.8.1.	Calculando el parámetro \bar{J}_{ji}	48
5.9.	Resumen	49
5.9.1.	Modelos Atómicos y Constantes Necesarios	49
5.9.2.	Valores Iniciales	49
5.9.3.	Ecuaciones a resolver	50
6.	Emisión y Absorción	53
6.1.	Función Fuente	53
6.2.	Función de Opacidad	53
6.2.1.	Bremsstrahlung Clásico	53
6.2.2.	Bremsstrahlung Inverso	53
6.2.3.	H-	55
6.2.4.	Función de Opacidad Total	55
6.3.	Factores de Gaunt	56
6.4.	Emisividad y Absorbencia Local	56
7.	PakalMPI	59
7.1.	Introducción	59
7.2.	Generando Espectros Sintéticos en LTE y NLTE	59
7.2.1.	Condiciones Iniciales	60

7.2.2.	Calculando la Densidad Electrónica y las Abundancias	60
7.2.3.	Calculando la Ecuación de Transferencia Radiativa	61
7.3.	Resumen	61
8.	Espectros Sintéticos de la Cromosfera Solar	63
8.1.	Parámetro Mínimo de Emisión Local	63
8.2.	Comparación con otros Modelos de Emisión	67
8.3.	Simulaciones en Equilibrio Termodinámico Local (LTE)	67
8.3.1.	Modelos de Entrada	69
8.3.2.	Espectros Sintéticos Solares	70
8.3.3.	Estudio de Emisión Local a 17 GHz, 200 GHz y 400 GHz	72
8.3.4.	Resumen	82
8.4.	Simulaciones con la red Cromosférica en LTE	82
8.4.1.	Observaciones y Modelos de Entrada	82
8.4.2.	Catálogo de Simulaciones desde 1.4 GHz hasta 212 GHz	84
8.4.3.	Simulaciones del Limbo utilizando a Nobeyama	88
8.4.4.	Resumen	98
8.5.	Simulaciones Fuera de Equilibrio Termodinámico Local (NLTE)	98
8.5.1.	Espectro Sintético	100
8.5.2.	Análisis en Profundidad	105
8.6.	Cavidad Óptica Cromosférica Milimétrica	108
8.6.1.	Resumen	112
9.	Conclusiones	115
A.	Resolviendo el NLTE	117
A.1.	Archivos de Entrada	117
A.1.1.	Flujo de Entrada de Datos	117
	Índice de figuras	121
	Índice de Tablas	125
	Bibliografía	127

Capítulo 1

Introducción

Hace más de dos mil años, un estudio sistemático del comportamiento del Sol produjo los primeros calendarios usados en la agricultura y en la religión. En todo el mundo, quedaron registros sobre las primeras observaciones Solares. Con el paso del tiempo y el advenimiento del método científico se logró avanzar y profundizar en el estudio de su comportamiento.

La infraestructura aeroespacial generada en los últimos años nos hace vulnerables a los cambios súbitos que tiene nuestra estrella. Para predecir el comportamiento del Sol y sus efectos en el sistema Solar es necesario caracterizar y entender el funcionamiento de este enorme reactor nuclear.

En este trabajo pretendemos dar una visión más clara sobre el comportamiento de la luz de baja energía, la cual se ve afectada por las condiciones físicas de la atmósfera superior del Sol, en específico, la región conocida como Cromosfera Solar. Utilizamos fotones de baja frecuencia debido a tres razones: La geometría en la trayectoria de propagación de la radiación se simplifica, la dispersión no es un factor importante y por último, porque el espectro electromagnético de bajas frecuencias para el Sol Quietos nos permite conocer las condiciones físicas de la atmósfera a diferentes alturas.

Para ello, realizamos una modelación tridimensional de la atmósfera Solar utilizando modelos teóricos de capas estratificadas. Revisamos las principales funciones de opacidad y del factor de gaunt involucrados en condiciones cercanas a la Cromosfera Solar. Estudiamos los resultados de los principales modelos de atmósferas Solares publicados hasta la fecha, incluyendo cálculos fuera de equilibrio termodinámico local (NLTE). Comparamos con observaciones multifrecuencia en el centro del disco Solar y en la variación del brillantamiento al limbo incluyendo la red cromosférica. Finalmente presentamos los resultados con nuestro modelo de emisión.

A continuación, presentamos una breve historia de la Cromosfera, incluyendo las primeras observaciones en Radio y la entrada en escena de los primeros modelos teóricos de esta región de la atmósfera Solar.

1.1. La Cromosfera Solar

1.1.1. Observaciones en el Óptico

Las observaciones en el la región óptica del espectro electromagnético, cercanas al limbo Solar, decaen exponencialmente en una región de aproximadamente 100 km de extensión. Esta característica de la atmósfera crea una sensación de frontera. Inmediatamente después, ocurren dos cambios importantes en el espectro Solar:

1. Las líneas de absorción que se encuentran sobre un intenso continuo cambia a o marcadas líneas de emisión de átomos neutros e ionizados superpuestos en un débil continuo.
2. La escala de altura para la emisión es mucho mayor a los 100 km observados anteriormente. Estas dos características se mantienen por aproximadamente 10,000 km. Sólo las líneas de emisión más intensas se mantienen en toda esta zona.

La Cromosfera es la región en la cual las líneas de emisión de átomos neutros y de átomos con un estado de ionización (principalmente) se mantienen observables. La Cromosfera, según los últimos modelos teóricos, la sitúan en la superficie Solar con una altura de entre 2,000 km y 20,000 km. Esta región puede observarse a simple vista como un anillo rojo intenso en un eclipse total. El color rojo intenso se debe a una alta emisión en la línea de H y en la línea K del CaII. Aunque la mayor emisión proviene de estas líneas, también existe emisión en el continuo y en las principales líneas de Paschen y de Balmer. Se ha encontrado emisión en las líneas del HeI y de varios metales como el Hierro y el Carbono. Desde las primeras observaciones se tiene registro de más de 3,500 líneas de emisión en la Cromosfera Solar (Mitchell, 1947), las cuales se llevaron a cabo visualmente en el eclipse Solar de 1870 por C. A. Young. La Cromosfera fue fotografiada hasta 1893, más de 30 años después que la Corona Solar. Las fotografías de la Cromosfera y de su espectro fueron comunes en las observaciones de eclipses Solares, sin embargo, no usaban ningún sistema fotométrico para normalizar las observaciones. Fue hasta 1926 (Davidson & Stratton, 1927) cuando se logro la estandarización de las observaciones fotométricas de la Cromosfera. Las primeras observaciones eran posibles a travez de los eclipses, las limitaciones técnicas de la época poco ayudaron en las primeras observaciones y mucho de los datos obtenidos en esas primeras etapas no eran confiables. Uno de los principales problemas, el cual subsiste hasta el día de hoy, es la incapacidad de definir la altura de las observaciones con respecto a la superficie Solar¹, por lo que muchas estructuras observadas así como espectros quedaron sin un punto de referencia espacial, además de que las diferentes observaciones se llevaban a cabo en diferentes puntos del limbo Solar. Todas estas variables hacían que los primeros datos de la Cromosfera fueran muy difíciles de comparar.

¹ La superficie Solar también se define como el lugar donde $\tau_{5000\text{Å}} = 0$.

1.1.2. Radio Observaciones

Una de las primeras radio observaciones Solares fueron realizadas en el año de 1932 (193, 1932), estas observaciones se dieron de manera indirecta, utilizando la variación de la ionosfera y tomando como valor de referencia el eclipse de Agosto de ese año. Un registro fidedigno de las ondas de radio que en un principio se creían provenientes del Sol fueron realizadas por Jansky (1933). Sin embargo, todas estas radio observaciones solo tomaban en cuenta la variación del flujo total con filtros de baja frecuencia. Para las radio observaciones cromosféricas aun se requería una mejora sustancial en la sensibilidad de los receptores. En la década de los 30s, los principales trabajos se dedicaban a registrar y caracterizar la interferencia en las radiocomunicaciones terrestres producto de la actividad Solar. La actividad Solar era registrada en otras regiones del espectro, como es el caso de la región de emisión del Hidrógeno (Richardson, 1935; Kazii, 1936; Richardson, 1936; Newton, 1936). Las primeras observaciones directas en radio del Sol Quietos fueron realizadas por Martyn (1946), un recuento de las observaciones hechas entre 1cm y 10m fueron recopiladas por Pawsey & Yabsley (1949), en este sentido, las radio observaciones comenzaron a aproximarse a la región milimétrica de nuestro interés. Este último artículo es importante porque sus resultados confirmaron la hipótesis de que la Corona tiene por lo menos un millón de grados kelvin. También predice que existe emisión térmica observable en regiones milimétricas e infrarrojas del espectro. Aunque en realidad, en aquella época, las limitaciones técnicas no lo hicieron posible. En Smerd (1950) ya se cuenta con un tratamiento teórico sobre los primeros modelos de atmósfera Solar, en especial, su modelo de Cromosfera propone una temperatura promedio de 30,000 K y para la Corona de un millón de grados Kelvin, genera el primer modelo de densidad electrónica en la Cromosfera y predice que a longitudes de onda de radio se apreciará un brillantamiento al limbo muy marcado. Al realizar los primeros análisis de observaciones confiables, se pudo inferir que la Cromosfera presentaba un serio problema, debido a que las condiciones físicas para un gas con esas propiedades eran imposibles. La escala de altura no podía ser reproducido por un modelo estándar de gas estratificado. Fue en ese momento cuando la Cromosfera atrajo la atención de la comunidad de Física Solar. El espectro milimétrico es de suma importancia, debido a que la mayor emisión se debe a las capas atmosféricas que se encuentran justo en la Cromosfera. Decir que observamos en milimétrico en Sol Quietos es lo mismo que observar la Cromosfera en su estado Quietos. Además, el milimétrico nos indica de forma directa el grado de ionización de la atmósfera Solar, es decir, nos da una aproximación de la temperatura, la densidad y la presión a la que se encuentra la atmósfera.

1.1.3. Modelos Teóricos

Desde 1953, se ha intentado crear un modelo atmosférico que vaya desde la Fotosfera hasta la Corona. En la Figura 1.1 podemos observar una comparación entre dos de los primeros modelos teóricos, de van de Hulst (1953) y Allen (1963). Estos primeros intentos por describir la atmósfera Solar, utilizaban únicamente emisión Bremsstrahlung

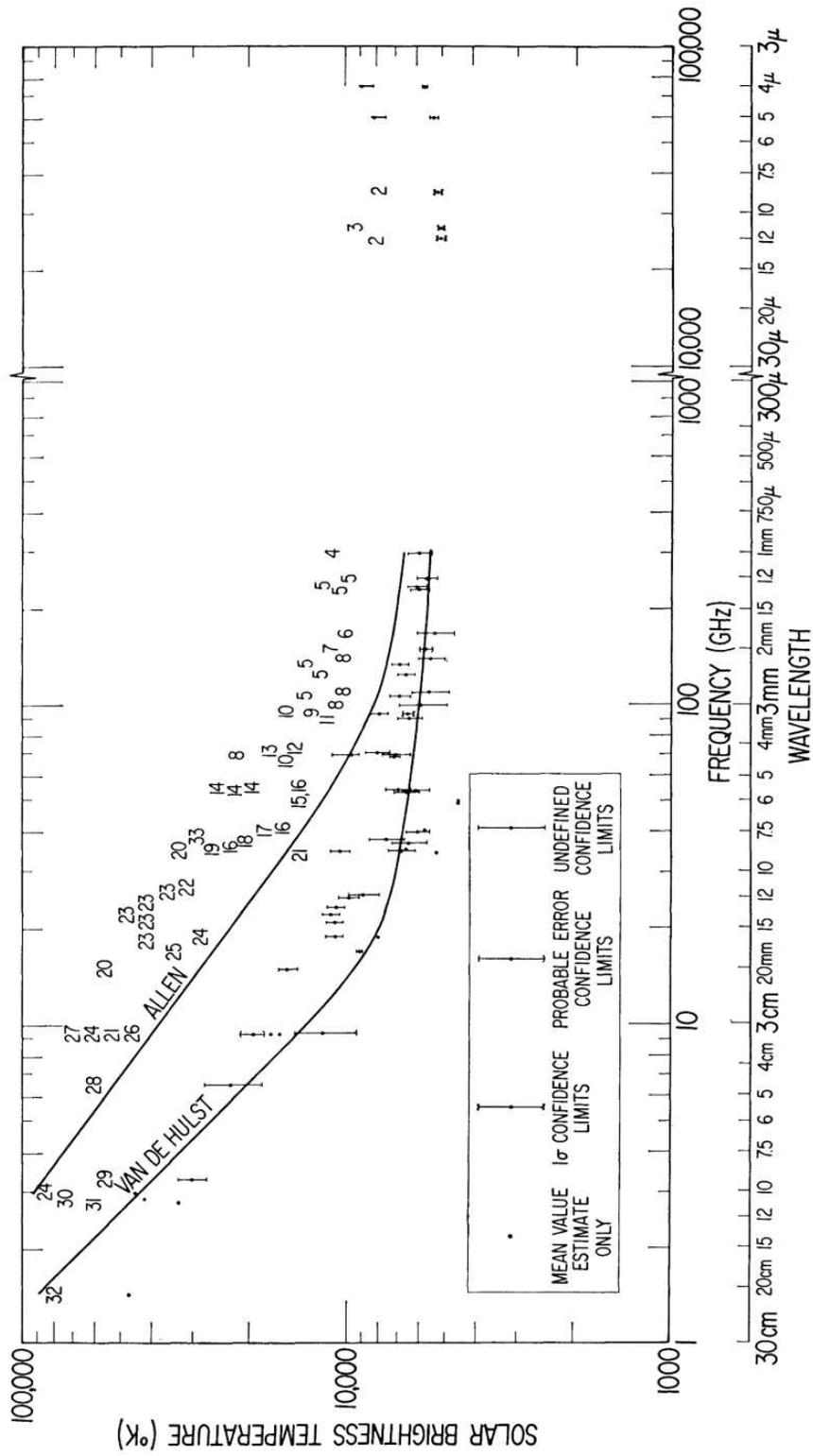


Figura 1.1: Comparación entre modelos para el Sol Quiet (Shimabukuro & Stacey, 1968).

y atmósferas totalmente ionizadas en equilibrio termodinámico local. Posteriormente se crearon modelos más elaborados, por ejemplo, el modelo de Zheleznyakov (1965), el cual predice un mínimo a 50GHz (6mm). Sin embargo observaciones realizadas por Reber (1971) parece descartarlo. Modelos generados por Ahmad & Kundu (1981) predecían una mejor emisión con respecto al observado. Estos modelos se basan en perfiles con escalas de altura que se ajustan para reproducir las mediciones observadas. Uno de los primeros trabajos que tomó en cuenta los modelos teóricos calculados a partir de las observaciones UV dado por Vernazza et al. (1981) es el publicado en Chiuderi Drago et al. (1983). En este trabajo podemos observar un modelo donde interviene la emisión con un campo magnético, haciendo diferencia entre la Corona y la Zona de Transición, enfocándose principalmente en el contraste observado entre zonas brillantes y oscuras. En este trabajo, también se asegura que la emisión en el milimétrico se forma principalmente en la Zona de Transición entre la Corona y la cromósfera. En la Figura 1.2 se encuentra una revisión bibliográfica de las mediciones realizadas en la zona cercana al milimétrico desde 1μ hasta 2 cm, para el Sol Quieto.

En Zirin et al. (1991) se encuentran mediciones más recientes de la Cromosfera en longitudes de onda milimétricas. En estas observaciones es posible notar que los errores disminuyen para las frecuencias más bajas.

1.2. Estructura del Sol Quieto

El tratamiento clásico del transporte de radiación en la atmósfera del Sol en su régimen Quieto se basa en suponer perfiles radiales de temperatura, densidad y presión (principalmente) para el cálculo de su emisión total a partir de funciones de opacidad y de funciones fuentes asociadas a los mecanismos de absorción y de emisión, dadas las características físicas locales de la atmósfera. Estos perfiles son aproximaciones gruesas en los que se tratan en promedio las estructuras que podrían encontrarse en las diferentes capas que conforman la atmósfera Solar.

Como parte del cálculo de emisión en una región activa es de singular interés la correcta caracterización del fondo de radiación, en este caso, el Sol Quieto, ya que como podemos suponer, en ciertos ángulos existe una cantidad significativa de radiación que puede provenir de la región quieta del Sol. En trabajos anteriores (Kuznetsova (1978), Ahmad & Kundu (1981), Chiuderi Drago et al. (1983), Landi & Chiuderi Drago (2003), Loukitcheva et al. (2004), Chiuderi & Chiuderi Drago (2004), de La Luz et al. (2008)) el cálculo de la radiación a frecuencias milimétricas y submilimétricas, nos lleva a la conclusión de que esta variedad de modelos que en principio incorporan nuevas mejoras al modelo clásico de transferencia radiativa, no pueden reproducir correctamente la emisión observada, principalmente a frecuencias milimétricas menores a 43 GHz. Es importante recalcar que los modelos se basan en observaciones de líneas de emisión principalmente en el UV y no en observaciones milimétricas, este es el caso de los modelos VAL [Vernazza et al. (1973), Vernazza et al. (1976), Vernazza et al. (1981)], sin embargo, existe una gran cantidad de modelos cromosfericos que sitúan el mínimo de

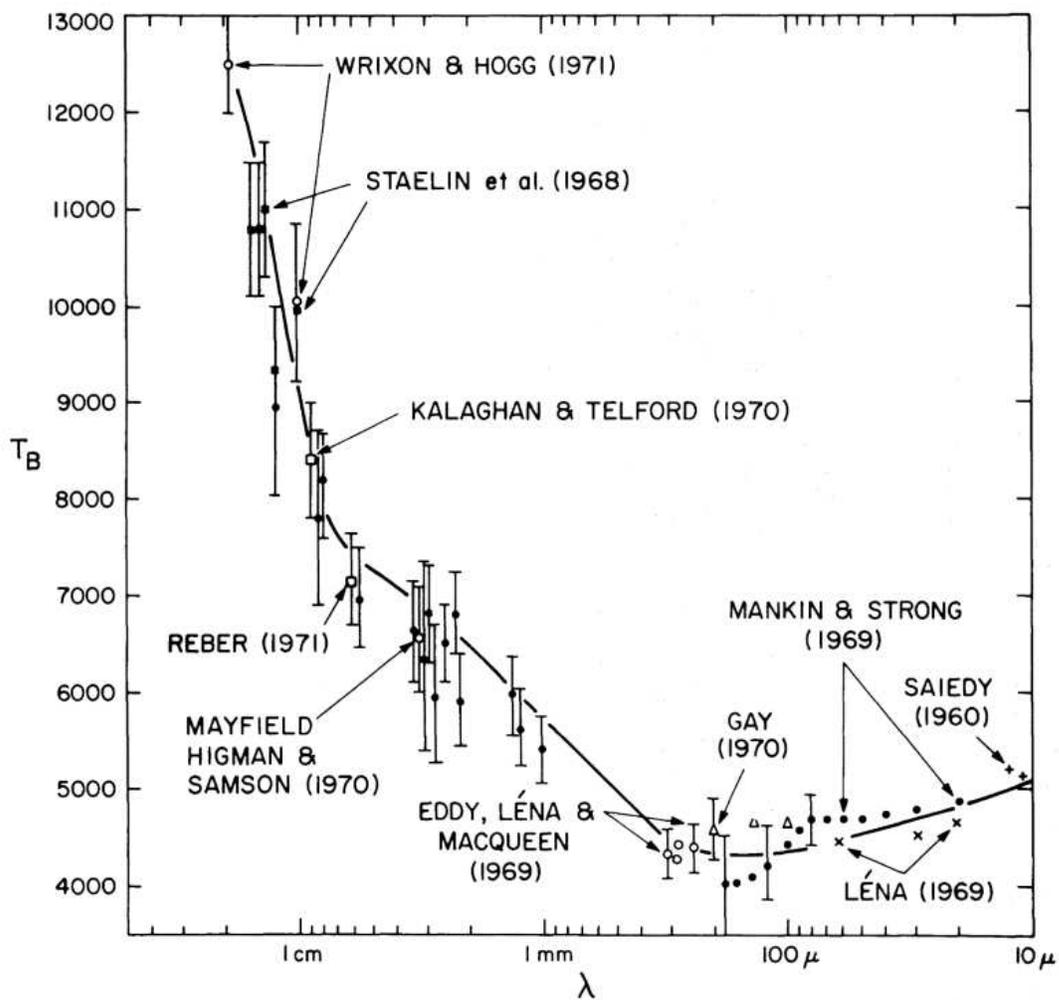


Figura 1.2: Observaciones realizadas en longitudes de onda milimétricas por Avrett & Linsky (1970) y publicadas por Vernazza et al. (1973).

la Cromosfera a diferentes alturas sobre la Fotosfera.

Uno de los principales problemas de estudiar al Sol Quietamente, es la complejidad de las micro estructuras que hasta hace algunos años eran imposibles de resolver. Gracias a las nuevas misiones como es el caso del VAULT, ESTEREO e HINODE, que realizan observaciones con alta resolución espacial, podemos observar la complejidad del Sol Quietamente. Trabajos recientes (Selhorst et al., 2005b,a) muestran que la micro estructura (principalmente espículas) puede mejorar la forma del brillantamiento al limbo.

Una modificación en el perfil de temperatura y densidad puede hacer corresponder las observaciones con los modelos actuales. Sin embargo, este ajuste al perfil de temperatura debe venir acompañado de un estudio multifrecuencias.

1.2.1. Red Cromosferica

Observaciones Solares en las alas de la línea de emisión de $H\alpha$ muestran una estructura que se extiende por todo el Sol Quietamente, tiene la característica de mostrar un alto contraste. En ella se observa una red oscura (network), envolviendo celdas brillantes (cells). Observaciones recientes muestran una estructura en forma de micro arcos que forman esta red oscura, la cual tiene una temperatura ligeramente mayor que las celdas brillantes.

Una de las explicaciones de la diferencia de contraste en la emisión es por la diferencia de temperaturas, las regiones oscuras son regiones más calientes, pues no cuentan con emisión en las líneas del Hidrógeno, por otro lado las regiones brillantes o celdas, son más frías, pues existe Hidrógeno tibio que se encuentra generando líneas de emisión.

Esta red es utilizada en los modelos cromosféricos para caracterizar diferentes regiones dentro del Sol Quietamente. Se dice que se modelaron puntos brillantes cuando los espectrografos apuntan a las celdas brillantes y frías, mientras que se dice que apunta a regiones oscuras cuando se observa la red oscura y caliente de la Cromosfera.

1.2.2. Brillantamiento al Limbo

A bajas frecuencias se observa un fenómeno inverso al presentado en el visible, el llamado brillantamiento al limbo. El brillantamiento al limbo es el aumento repentino de la emisión conforme nos alejamos del centro del disco Solar. Este fenómeno ha sido discutido en los últimos 30 años. Análisis teóricos pronosticaron tal brillantamiento (Figura 1.3). Sin embargo, las pocas observaciones que se tenían no lo presentaban. Fue entonces que se propusieron diferentes modelos (Ahmad & Kundu (1981)) los cuales determinaban la necesidad de contar con mediciones con mayor resolución. Observaciones realizadas por Reber (1971) desde 50 GHz hasta 90.4 GHz para el Sol Quietamente reportan temperaturas de brillo entre 7122 K hasta 6755 K. En ese mismo trabajo, existe una revisión de las observaciones realizadas en la banda milimétrica. Actualmente contamos con imágenes de alta resolución que se publican a diario, las más conocidas son las producidas por el satélite SOHO y STEREO. También existen observaciones a 17 GHz, publicadas diariamente por el Nobeyama Radio Heliografo. En la Figura 1.4

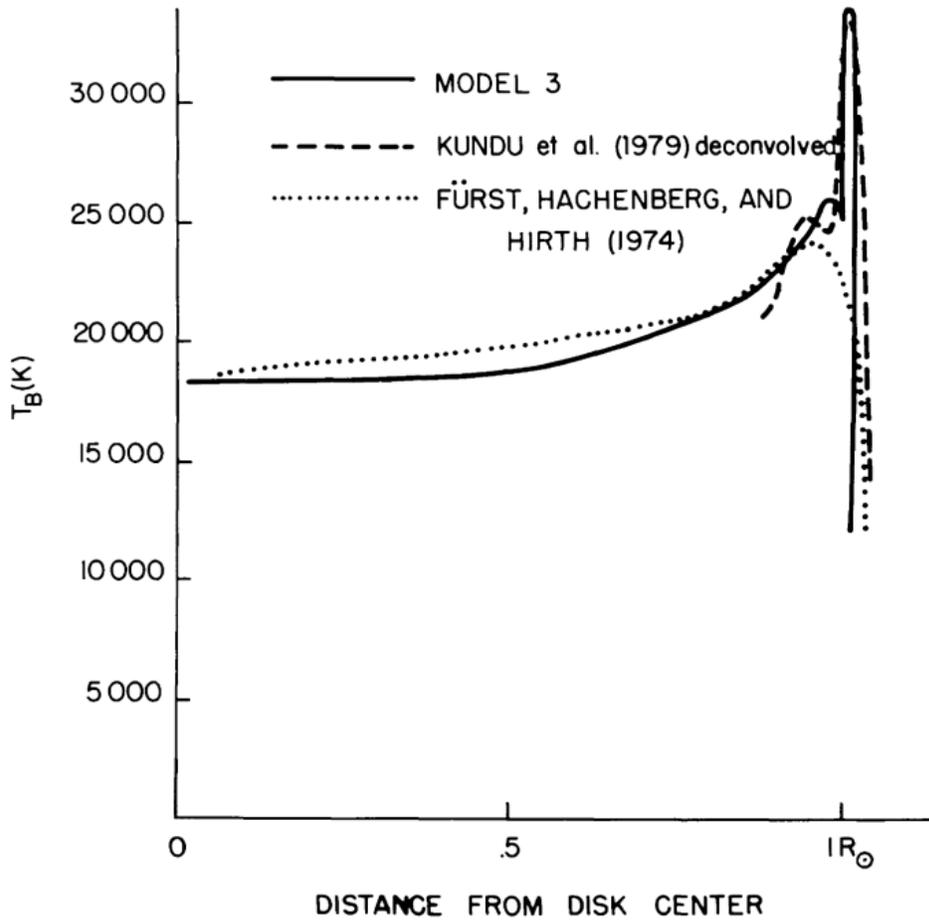


Figura 1.3: Abrillantamiento al limbo a 6 cm (Ahmad & Kundu, 1981).

podemos ver un ejemplo de las imágenes bidimensionales que presentan. En la Figura 1.5 podemos observar un corte vertical en la imagen, donde se puede ver claramente el abrillantamiento al limbo a 17 GHz.

1.3. Espectros Sintéticos

Los espectros sintéticos son en general el resultado de combinar un modelo físico de la atmósfera Solar y un modelo de transporte de radiación.

La primera parte del trabajo, involucra un estudio detallado de la dinámica del sistema.

La segunda parte, estudia el transporte de radiación en la dinámica del sistema.

Dependiendo de la complejidad del modelo, se puede aproximar el problema por un modelo estratificado, unidimensional y estático, hasta modelos tridimensionales magnetohidrodinámicos. Una vez que tenemos una aproximación dinámica del sistema, utilizamos la parametrización del sistema (temperatura, presión y densidad) para cal-

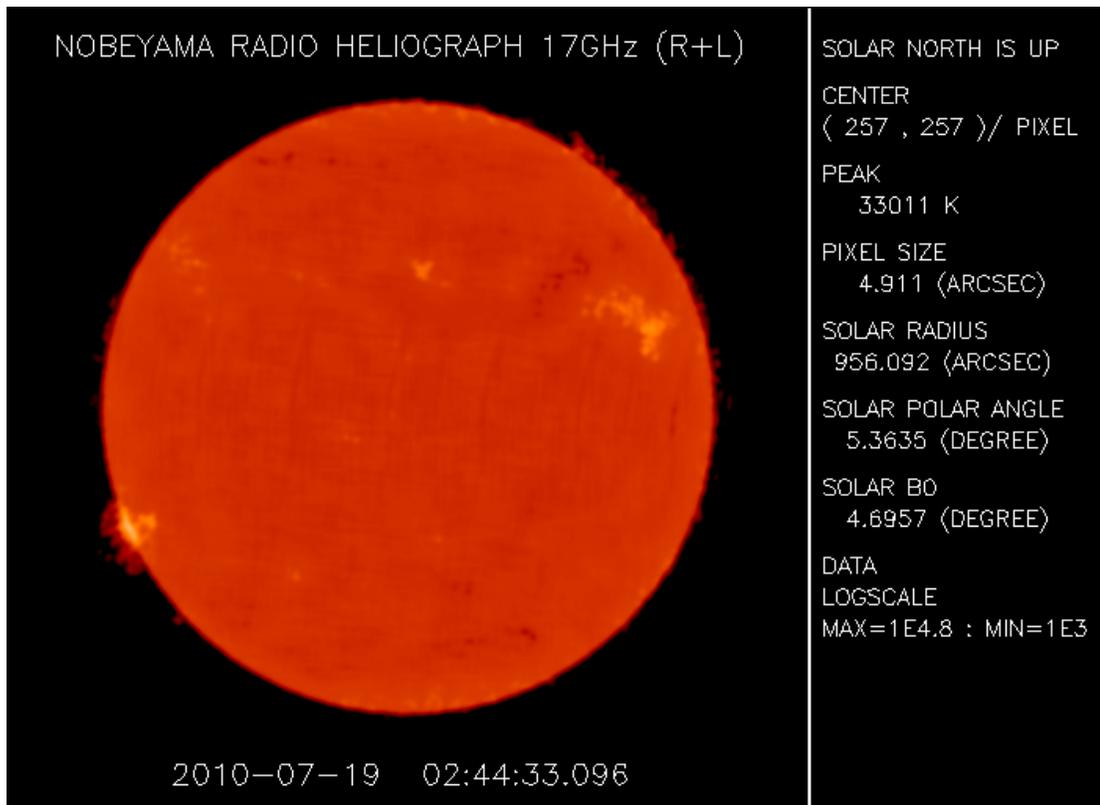


Figura 1.4: Observación de Nobeyama para el Sol Quieto a 17GHz.

cular el estado físico del gas, principalmente el grado de ionización y las poblaciones energéticas de los átomos del sistema.

Una vez calculada las poblaciones, se puede resolver el transporte de radiación. Para ello, es necesario contar con los mecanismos de interacción onda-partícula que pudieran existir en el sistema.

En nuestro caso, la region de más baja energía del espectro, involucra interacciones muy debiles, donde el intercambio de energía sea mínimo.

Para otras regiones del espectro, las interacciones seran diferentes y las funciones de opacidad y de emisión podrian cambiar.

Así, utilizando diferentes frecuencias, podemos calcular un espectro sintético producto de una atmosfera dinamicamente en equilibrio.

En el capítulo 2 hacemos un recuento de los principales modelos de atmosferas estelares, tanto la parte dinámica como la radiativa y exponemos la necesidad de crear un modelo de radiación especializado en la Cromosfera Solar.

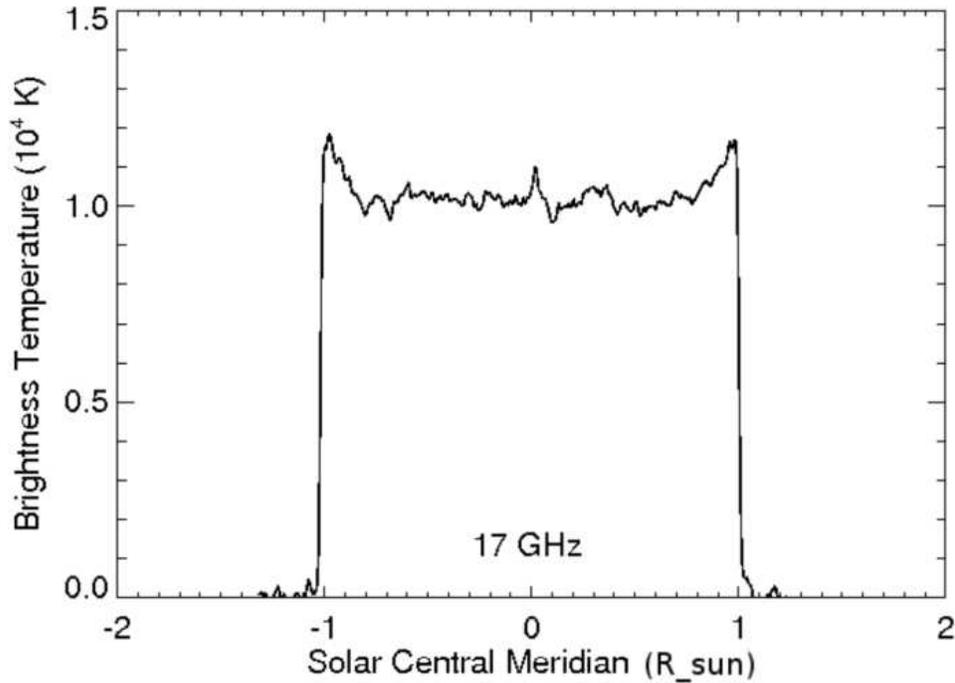


Figura 1.5: Corte transversal de una observación de Nobeyama para el Sol Quietos a 17GHz.

1.4. Objetivos

En este trabajo, presentamos un estudio sistemático de los procesos de emisión y absorción en longitudes de onda de radio, milimétricas, submilimétricas e infrarrojas con el objetivo de estudiar el comportamiento de la radiación a diferentes alturas de la Cromosfera Solar.

Con este fin, presentamos un estudio detallado de los actuales modelos de emisión atmosférica estelar (Capítulo 2), un estudio de los actuales modelos de la Cromosfera Solar (Capítulo 3), un estudio sobre el transporte de radiación en medios dispersivos (Capítulo 4), un estudio para el cálculo de las abundancias (Capítulo 5), un estudio sobre los diferentes mecanismos de absorción y emisión que podrían afectar la emisión cromosférica (Capítulo 6), una explicación sobre los procesos de cálculo involucrados en la resolución de nuestro modelo (Capítulo 7), nuestros resultados utilizando nuestro modelo de emisión (Capítulo 8) y finalmente nuestras conclusiones (Capítulo 9).

Capítulo 2

Estado del Arte

En la actualidad existen una gran cantidad de códigos que implementan modelos atmosféricos y de transporte de energía con el objetivo de producir espectros sintéticos. En este capítulo vamos a estudiar los requerimientos para construir un modelo atmosférico y la situación actual o estado del arte de los diferentes códigos que se encuentran publicados en la literatura.

2.1. Construyendo un Espectro Sintético

Para construir un espectro sintético es necesario definir los siguientes modelos: Modelo dinámico de la atmósfera, modelo de transporte de energía, modelo de ionización, modelos de emisión y absorción, modelo geométrico y finalmente un modelo de solución ya sea analítica, numérica o estadística. A continuación describiremos en forma general en que consiste cada uno de estos modelos y en capítulos posteriores ahondaremos en cada uno de ellos de forma concreta para definir nuestro modelo cromosferico.

2.1.1. Modelo Dinámico de la Atmósfera

El primer paso para la construcción del espectro sintético consiste en elaborar un sistema hidrostático, hidrodinámico o magnetohidrodinámico de la atmósfera. El modelo consta de 4 propiedades físicas fundamentales: temperatura, presión, densidad y metalicidad. La metalicidad se refiere a la proporción de átomos diferentes al Hidrógeno y al Helio que contiene la atmósfera en terminos relativos, e.d.

$$1 = H + He + z,$$

donde z es la metalicidad. Normalmente los elementos mas pesados (z) no son tomados en cuenta en el cálculo dinámico de atmósferas, debido a que su contribución dinámica en el sistema es despreciable, comparado con el Hidrógeno y el Helio, los cuales son los elementos mas abundantes en cualquier tipo de estrella de la rama principal del diagrama H-R, como es el caso del Sol.

La complejidad del modelo atmosférico puede variar, desde modelos analíticos de dos capas hasta modelos dinámicos tridimensionales que evolucionan en el tiempo. Sin embargo todos deben de tener una característica y es la condición de equilibrio. La atmósfera solar, aunque turbulenta y con cambios en escalas de tiempo pequeñas, se encuentra en equilibrio, en otro caso, muy posiblemente dejará de existir en poco tiempo. Sin embargo, trabajos de atmósferas fuera de equilibrio dinámico siguen sin ser tratados, la razón es la enorme complejidad de definir los estados en donde el sistema es válido.

El modelo de la atmósfera entrega perfiles de temperatura, densidad y presión. Actualmente ningún modelo de emisión milimétrica toma en cuenta gradientes de metalicidad.

2.1.2. Modelo de Transporte de Energía

El modelo de transporte de energía que se usa para la generación de espectros sintéticos es la teoría de transporte radiativo (Chandrasekhar, 1960). La teoría desarrollada por Chandrasekhar a principios del siglo XX nos da las herramientas necesarias para poder entender la forma en que la radiación se transporta a través de diferentes capas de la atmósfera. Existe una gran cantidad de libros de texto básico donde se explica la teoría de transporte radiativo.

2.1.3. Modelo de Ionización

Si tenemos un modelo atmosférico y su metalicidad, podemos entonces calcular la cantidad de átomos en diferentes estados de ionización, la finalidad es poder calcular la cantidad de electrones libres en el sistema. Los electrones son importantes en el cálculo de espectros en el milimétrico, pues como veremos posteriormente, la emisión depende directamente de este parámetro. Existen dos tipos de aproximación para el cálculo de ionización, el primero es suponiendo Equilibrio Termodinámico Local (LTE), en este caso los cálculos se simplifican sobremanera, ya que podemos utilizar la ecuación de Saha, la ecuación de Boltzmann y la distribución de velocidades de Maxwell para calcular los estados de ionización y de excitación del sistema. Sin embargo, se sabe que la Cromosfera no se encuentra en Equilibrio Termodinámico Local. La siguiente aproximación es calcular el equilibrio de Einstein para todas las poblaciones, esta técnica es llamada Fuera de Equilibrio Termodinámico Local (NLTE). Sin embargo, resolver todas las ecuaciones simultaneas involucradas, deja muchas variables libres que necesitan ser acotadas a través de valores con algún significado físico. Al final, ambos métodos, nos entregan perfiles de densidad de las diferentes poblaciones atómicas en sus diferentes estados de ionización.

2.1.4. Modelo de Emisión y Absorción

Este modelo se encarga de calcular las interacciones entre la energía y la materia. Normalmente están caracterizadas por funciones de opacidad. Cada función de opacidad

tiene mayor o menor contribución en la emisión final dependiendo de las condiciones físicas locales en las que se encuentra la atmósfera. Para el caso milimétrico se toma como base la emisión *Bremmstrahlung* ampliamente estudiada en los últimos años. Sin embargo, podrán existir otro tipo de interacciones que afectan a la función de opacidad. Es importante hacer notar, que las funciones de opacidad con las que contamos actualmente tienen una gran cantidad de suposiciones, la más fuerte es que utilizan el hecho de que el sistema se encuentra en Equilibrio Termodinámico Local. El cálculo de alguna función de opacidad fuera de Equilibrio Termodinámico Local, es hasta la fecha, prácticamente imposible, principalmente por la complejidad y el poder de computo necesario para incluir la función de opacidad en los modelos anteriormente escritos. Sería igual que tratar de calcular de forma individual cada interacción microscópica entre el propio sistema y la radiación para cada punto en todo el sistema. Las técnicas usadas para el cálculo de funciones de opacidad fuera de equilibrio es suponer distribuciones de energía cinética diferentes a las Maxwellianas, pero aun no existe ningún trabajo que incluya el transporte radiativo en sistemas con ese tipo de comportamiento.

2.1.5. Modelo Geométrico

Es necesario contar con un modelo geométrico espacial para aterrizar los modelos anteriores. El caso más simple es una sola línea de visión entre la fuente y el observador. Pero también pueden definirse geometrías tridimensionales, todo depende de la complejidad con que se ataca el problema.

2.1.6. Modelo de Solución Analítica, Numérica o Estadística

Una vez que tenemos todos los modelos anteriores, es necesario plantear una estrategia para resolver el modelo. En muy pocas circunstancias, se puede obtener una solución analítica al problema. En otro caso, podemos utilizar Monte Carlo para obtener una solución estadística o como en nuestro caso, una solución numérica es una buena opción.

2.2. Códigos para Simular Atmósferas Estelares

En nuestros días, existen una gran cantidad de códigos para generar espectros sintéticos. Cada código esta diseñado para resolver problemas en específico. Por ejemplo, existen códigos para resolver la ecuación de transferencia radiativa en atmósferas tipo terrestre (e. g. Oreopoulos et al., 2006; Cahalan et al., 2005; Davis & Cahalan, 2001).

Mas específicamente, podemos mencionar a los códigos de la comunidad Monte Carlo I3RC para modelar la ecuación de transferencia radiativa en 3D (Cahalan et al., 2005); el paquete ARTS (Buehler et al., 2005); el modelo Battaglia-Mantovani (Battaglia & Mantovani, 2005), GRIMALDI (Scheirer & Macke, 2001), MCArTS (Iwabuchi, 2006), SHDOM (Evans, 1998), y el código SHARM-3D (Lyapustin, 2002). Todos ellos diseñados para el estudio de la dispersión de ondas de radio para la telecomunica-

ción en la atmósfera terrestre. Estos modelos simulan a la atmósfera como capas plano paralelas y están basados en la técnica de Monte Carlo.

Por otro lado, en la comunidad astrofísica, existen dos tipos de códigos para simular la emisión de atmósferas estelares:

- Códigos que simulan la estructura de la atmósfera (la variación de la altura contra parámetros físicos como la densidad, temperatura, etc).
- Códigos para calcular el espectro de emisión.

Comúnmente, los códigos para simular atmósferas estelares son creados para condiciones físicas específicas, por ejemplo, ATLAS12 (Kurucz, 1979), MARCS (Gustafsson et al., 1975) y PHOENIX (Hauschildt et al., 1999) son códigos de propósito general para atmósferas estelares que toman en cuenta únicamente líneas de emisión y de absorción fotosféricas. Los códigos de PANDORA (Vernazza et al., 1976) y MULTI (Carlsson, 1992) simulan atmósferas estelares usando condiciones similares a la atmósfera solar pero en la región bajo la Corona. Por otro lado el código CHANTI (Dere et al., 1997) simula atmósferas en condiciones coronales (alta temperatura y baja presión).

Los códigos para la Cromosfera y la Corona están orientados en reproducir el espectro Visible y Ultra Violeta, sin embargo, fallan en las observaciones de Radio (Zirin et al. (1991); Ewell et al. (1993); Selhorst et al. (2005a)).

Ejemplos de códigos que caen en la segunda rama (generación de espectros sintéticos) tenemos a: SYNTH3 (Kurucz, 1979), SPECTRUM (Hubeny & Lanz, 1995) y FANTOM (Cayrel et al., 1991).

Estos códigos son complementarios a la primera rama y necesitan de ellos para poder calcular un espectro estelar el cual puede ser comparado con las observaciones.

Hacemos notar que PANDORA y CHANTI, ambos del primer grupo, también pueden generar un espectro sintético.

Existen algunos de los códigos escritos para condiciones muy específicas, por ejemplo, tenemos a: STERNE3 (Behara & Jeffery, 2006) para estrellas deficientes en Hidrógeno, LINE-BY-LINE METHOD (Shulyak et al., 2004) para estrellas en etapas tempranas e intermedias, PRO2 (Werner, 1986) y TLUSTY (Hubeny & Lanz, 1995) para estrellas calientes, WM-basic (Pauldrach et al., 2001) para atmósferas en expansión, CMFGEN (Hillier & Miller, 1998) para estrellas tipo Wolf-Rayet y FASTWIND (Santolaya-Rey et al., 1997) para estrellas con alta pérdida de masa.

Sin embargo, aun con la variedad de códigos existentes, no existe un código de generación de espectros sintéticos especializado en la región milimétrica, submilimétrica e infrarroja (es decir, en condiciones físicas cromosféricas) para estrellas del tipo solar.

2.3. PakalMPI

En este trabajo construimos un código llamado PakalMPI, para modelar la radiación de la atmósfera de tipo solar con las siguientes características:

1. Modelo atmosférico: Utiliza modelos atmosféricos precalculados en la literatura, con la cantidad de átomos que nosotros le indiquemos, actualmente trabajamos con 20.
2. Modelo de transporte radiativo: Utilizamos la teoría clásica de transporte radiativo.
3. Modelo de ionización: Cálculo de ionización NLTE (fuera de equilibrio termodinámico local) para el caso de H y el ion H- utilizando interpolaciones de parámetros b_1 publicados en la literatura. LTE para los demás átomos.
4. Modelo de emisión y absorción: Podemos trabajar con 3 diferentes funciones de opacidad: Bremsstrahlung Clásico, Bremsstrahlung Inverso y Opacidad del Ion H-.
5. Modelo geométrico: Modelo 3D radial para la parte del sol y usando la técnica de punto de fuga para el observador, es decir, incorporamos las deformaciones naturales producidas por observar en 3D.
6. Modelo de solución: Numérica, utilizando técnicas de Inteligencia Artificial para reducir tiempos de integración y garantizar estabilidad en el código. Usamos la aproximación de Taylor de primer orden para la ecuación de transferencia radiativa e interpolación lineal.

El modelo PakalMPI, construido desde cero, es utilizado en este trabajo. Pruebas de convergencia y estabilidad, así como comparaciones de resultados con otros códigos se encuentran en De la Luz et al. (2010). Cabe mencionar que el código PakalMPI puede correr en clusters, supercomputadoras y computadoras personales con multiprocesadores. Esta escrito en C y probado en sistemas tipo UNIX y en las supercomputadoras Cray XD1 y en el cluster Argentum del Centro Nacional de Supercómputo en México. Una copia del código puede ser obtenida a través de petición directa al autor. En los siguientes capítulos, explicaremos detalladamente cada uno de estos puntos.

Capítulo 3

Modelos Atmosféricos

Como mencionamos en el capítulo anterior, para generar espectros sintéticos solares y poder compararlos con observaciones es necesario contar con un modelo atmosférico de entrada. El modelo atmosférico cuenta principalmente con tres parámetros: presión, temperatura y densidad. Existen otros valores importantes para el cálculo de su emisión, sin embargo algunos pueden despreciarse, todo dependerá de las aproximaciones o suposiciones que se hagan del sistema. Los modelos atmosféricos publicados más completos, además de reportar los tres perfiles básicos (Figura 3.1), también publican sus abundancias y algo más importante, sus coeficientes de despegue. En el capítulo 4 estudiaremos más en detalle este importante parámetro que nos dice que tan fuera de Equilibrio Termodinámico Local se encuentra el sistema.

A continuación, hacemos una revisión de los modelos atmosféricos solares enfocados en la Cromosfera dividiéndolos en tres grupos:

1. Modelos empíricos: Aquellos que solo ajustan los perfiles a las observaciones sin tener ninguna base teórica para su desarrollo.
2. Modelos teóricos: Aquellos que toman en cuenta únicamente las propiedades teóricas con las que contaría un sistema como la Cromosfera.
3. Modelos semi empíricos: Son modelos teóricos con variables libres que se hacen ajustar a las observaciones.

3.1. Modelos Empíricos

3.1.1. ATHAY 58

El modelo Athay (1958) está basado en 8 observaciones del centro del disco solar, tomadas de 1952 a 1954 en Sol Quieto completo y durante eclipses solares. Los datos se encuentran en la tabla 3.1. Athay utiliza como función fuente la aproximación Rayleigh-Jeans, como función de opacidad utiliza la opacidad libre-libre publicada en Martyn (1948).

λ	T_b	Método	Referencia
4 mm	7,000 K	1954 Eclipse	Coates (1957)
8.6 mm	8,500 K	1954 Eclipse	Coates (1957)
3 cm	19,000 K	1954 Eclipse	Hachenberg et al. (1956)
	16,000 K	1952 Eclipse	Blum et al. (1952)
10 cm	17,400 K	1950 No Eclipse	Minnett & Labrum (1950)
	23,000 K	1954 Eclipse	Haddock (1957)
		1954 No Eclipse	Covington & Medd (1954)
21 cm	47,000 K	1955 No Eclipse	Christiansen & Warburton (1955)

Tabla 3.1: Radio observaciones para el Sol Quietamente utilizadas en Athay (1958).

Para representar morfológicamente la configuración de la Cromosfera solar, en este modelo se utilizan 3 regiones: Componente caliente, componente fría y corona.

Cada una de estas regiones está caracterizada por

$$\begin{aligned}
T(\theta, \lambda) = & T_e[1 - \bar{a}_c(\theta)]e^{-\tau_H(\theta, \lambda)} + T_e\bar{a}_c(\theta)e^{-\xi\tau_H(\theta, \lambda)} \\
& + T_H[1 - \bar{a}_c(\theta)](1 - e^{-\tau_H(\theta, \lambda)}) \\
& + T_H\bar{a}_c(\theta)(1 - e^{-\xi\tau_H(\theta, \lambda)}) + T_H a_s(\theta) + (T_e \tau)_{cor}
\end{aligned} \tag{3.1}$$

donde T_e es la temperatura electrónica, T_H es la temperatura del Hidrógeno, \bar{a}_c el área promedio cubierta por el componente frío y τ_H la profundidad óptica. Utilizan un modelo geométrico y la ecuación de transferencia radiativa para calcular la temperatura de brillo. Por simplicidad, asumen una distribución aleatoria del componente frío utilizando un promedio de altura de 1,000 km. El modelo que mas se ajusta a las observaciones es el siguiente:

- $T_e = 6500K$
- $T_H = 25000K$ en un intervalo entre 20,000 K - 30,000 K.
- $\tau_H = 0.36$
- $(T_e \tau)_{cor} = 34$
- $a_c = 0.4$

Los valores obtenidos para la temperatura de brillo en el centro del disco solar se encuentra en la Tabla 3.2

- $T_b(4mm) = 7100K$
- $T_b(8.6mm) = 8500K$
- $T_b(3cm) = 16000K$

λ	T_b
4 mm	7,100 K
8.6 mm	8,500 K
3 cm	16,000 K
10 cm	26,000 K
21 cm	40,000 K

Tabla 3.2: Valores obtenidos para la temperatura de brillo en el centro del disco solar con el modelo de Athay (1958).

- $T_b(10cm) = 26000K$

- $T_b(21cm) = 40000K$

El modelo predice buenos resultados, pero es invariante en una región de casi 10000K para la T_H , además de que supone dos diferentes temperaturas: una para el Hidrógeno y otra para los electrones. El valor para \bar{a}_c es mucho mayor a los valores estadísticos observados en estudios en el óptico. Para 21 cm el modelo difiere significativamente.

3.1.2. ZIRIN 91

Observaciones realizadas entre 1986 y 1987 por el interferómetro de 27m de diámetro en Owens Valley (Tabla 3.3) dieron lugar al modelo empírico de la Cromosfera solar ZIRIN 91, publicado en Zirin et al. (1991). Las observaciones reportadas se encuentran en temperatura de brillo absoluta, para ello utilizaron a la luna como segunda fuente de radiación, tomando un modelo de oscurecimiento por las fases de la luna.

Las observaciones se encuentran entre 1.4 y 18 GHz y pertenecen al mínimo solar para regiones de Sol Quiet. Los datos fueron tomados con una sola antena, sin utilizar las técnicas interferométricas.

Zirin supone que la contribución proviene de dos regiones: por un lado la bien estudiada emisión coronal y la contribución de la Cromosfera. Los primeros intentos por describir la emisión milimétrica utilizando la corona mostró resultados poco satisfactorios, así que se concentraron en la emisión cromosférica.

El modelo propuesto asume un gradiente de temperatura constante de 3 K/km y una escala de altura para la densidad de 700 km. Se encontró que existe una subida en la temperatura a partir del mínimo (4000 – 4500 K) hasta la Cromosfera superior, la cual, debe tener una temperatura de aproximadamente 11000 K y una densidad de $4.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$. Encuentran que a 10 GHz la región de transición debe ser menor a $T\tau < 1000 \text{ K}$ y a una altura de 3500 km sobre la Fotosfera.

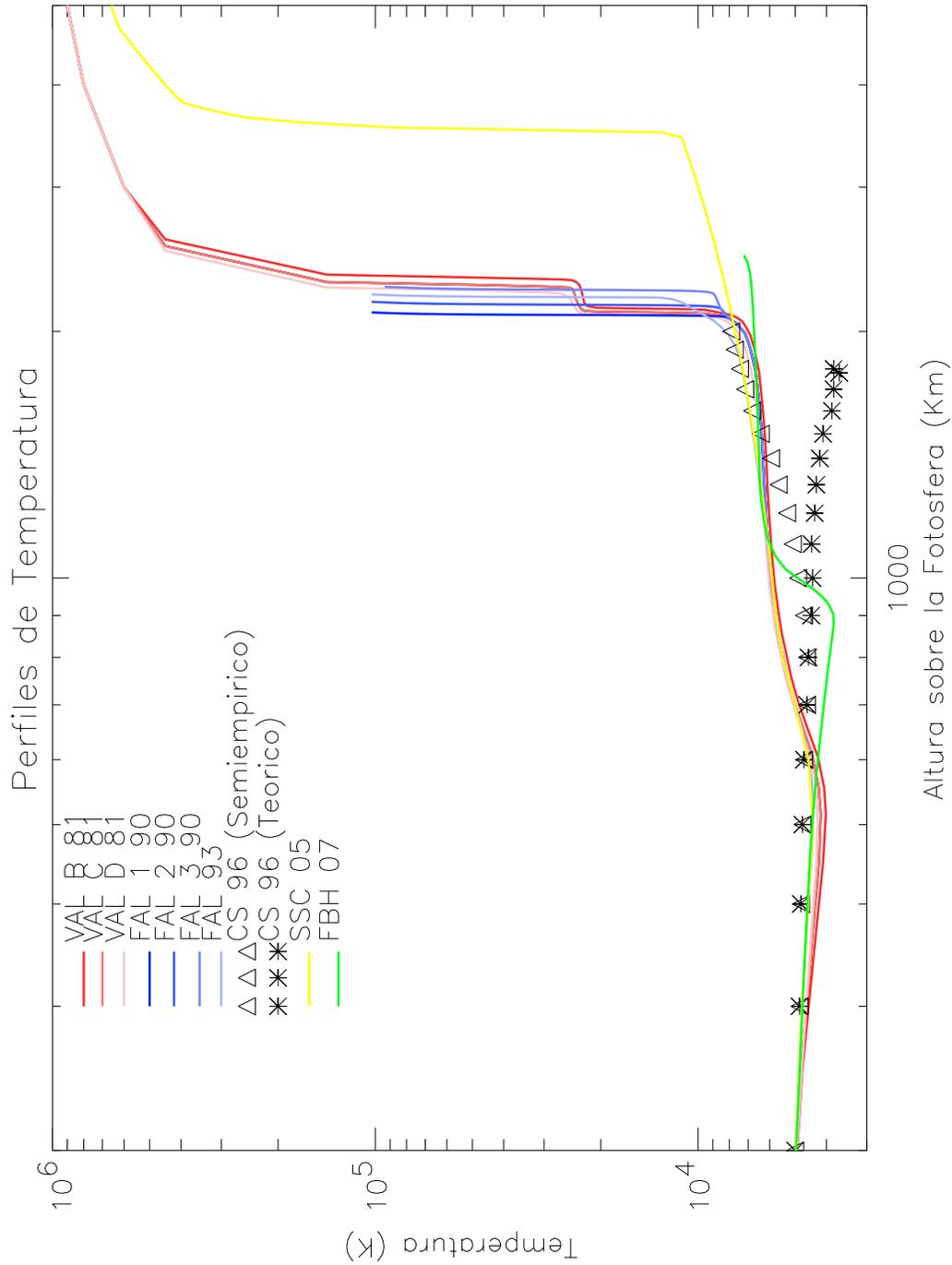


Figura 3.1: Perfiles de temperatura radial para el Sol en su regimen Quieto para los modelos de las familias VAL, SEL, CSS y FAL en promedio (sin considerar microestructura).

Frecuencia (GHz)	T_b (kK)	Error (kK)
1.4	70.5	3.0
1.6	63.8	2.8
1.8	52.2	2.5
2.0	42.9	1.9
2.4	32.8	1.4
2.8	27.1	1.1
3.2	24.2	1.1
3.6	21.7	1.1
4.2	19.4	0.8
5.0	17.6	0.8
5.8	15.9	0.7
7.0	14.1	0.6
8.2	12.9	0.6
9.4	12.2	0.6
10.6	11.3	0.5
11.8	11.0	0.5
13.2	10.8	0.5
14.8	10.8	0.6
16.4	10.7	0.7
18.0	10.3	0.5

Tabla 3.3: Radio observaciones para el Sol Quietamente utilizadas en Zirin et al. (1991).

3.1.3. SEL 05

Trabajos recientes (Selhorst et al., 2005a,b) muestran que la microestructura (principalmente espículas) puede mejorar la forma del abrillantamiento al limbo, de esta forma, una modificación en el perfil de temperatura puede hacer corresponder las observaciones con los modelos actuales. Sin embargo, este ajuste al perfil de temperatura debe venir acompañado de un estudio multifrecuencias.

Selhorst propone un modelo híbrido con una resolución espacial de 50 km donde los primeros 1800 km están representados por el modelo C de Fontenla (Fontenla et al., 1993), después desde 1800 hasta 3500 km utilizó el modelo de Zirin et al. (1991) y para la zona de transición y la región de la corona comprendida entre 3500 y poco más de los 40000 km utilizó el modelo de Gabriel publicado en Schmelz & Brown (1992).

El modelo considera una atmósfera compuesta totalmente de Hidrógeno y totalmente ionizada arriba de los 1000 Km. Además, utiliza como modelo de emisión el *Bremmsstrahlung*.

El modelo extiende la Cromosfera hasta los 3500 K y reproduce las observaciones, sin embargo no puede explicar la gran variación en la temperatura de brillo observada arriba de los 20 GHz.

Su modelo contempla la inclusión de espículas, pero repartidas aleatoriamente en 2D, suponiendo variaciones tanto de temperatura como de densidad (de forma separada). Resolviendo en parte el abrillantamiento al limbo, teniendo como un mayor impacto la variación de la densidad, más que la variación de temperatura. Utilizamos este modelo en nuestro trabajo, nombrandolo como CAIUS05.

3.2. Modelos Teóricos

3.2.1. CS00

Otra aproximación para construir atmósferas cromosféricas lo podemos encontrar en los modelos de Carlsson y Sten (Carlsson & Stein, 1995, 1997, 2002). Estos modelos se basan en el calentamiento acústico producido por ondas de choque los cuales hacen aumentar de forma temporal la densidad y la temperatura, cambiando dinámicamente la profundidad óptica y en este caso, la región de formación de algunas líneas de emisión. Como entrada utilizan un espectro de fluctuaciones de velocidades de baja frecuencia en la línea de Hierro detectada por Lites et al. (1993). Usando un código dependiente del tiempo y resolviendo las ecuaciones de hidrodinámica y de transferencia radiativa en una dimensión, resolviéndolo con el método numérico de diferencias finitas. Ellos construyeron choques en la Cromosfera y los compararon con puntos brillantes de la línea de emisión del Ca. Basados en esos cálculos, los autores concluyeron que ocasionalmente fuertes pero solitarias ondas acústicas con un periodo de repetición de aproximadamente 3 minutos, propagándose en una atmósfera fría en equilibrio termodinámico podrían estar calentando toda la Cromosfera solar. Sin embargo, como apunta Kalkofen (2004), el modelo es extremadamente dependiente del tiempo y difiere significativamente del promedio de la Cromosfera solar. Recientemente, Fossum & Carlsson (2005) argumentan que en base a sus simulaciones el flujo de energía acústica observada es demasiado baja, al menos por un factor de 10, lo que demostraría que las ondas acústicas no pueden constituir el mecanismo dominante para el calentamiento de la Cromosfera.

3.3. Modelos Semi Empíricos

3.3.1. VAL

Los modelos VAL se publicaron en 3 artículos (Vernazza et al., 1973, 1976, 1981), cada uno de ellos explica de forma detallada los cálculos involucrados en su modelo. Publicaron en total 5 diferentes modelos (A,B,C,D,E) para diferentes regiones de la Cromosfera, el modelo C es el promedio de las 4 regiones que trataron de caracterizar: oscuro, muy oscuro, brillante y muy brillante.

Estos modelos fueron muy importantes porque demostraban que podía existir un mínimo de temperatura seguido de una subida importante en la parte alta de la Cromosfera.

Este modelo sentó las bases teóricas para el cálculo NLTE de las abundancias. Además de generar una serie de discusiones que siguen hasta ahora. Por ejemplo, la altura a la que se da el mínimo y la temperatura a la que se encuentra. Otros puntos que se encuentran en discusión son los referentes a la extensión del mínimo y la temperatura de la Cromosfera alta.

En Vernazza et al. (1973), proponen un modelo de la Cromosfera utilizando observaciones en diferentes líneas de emisión, principalmente en el Ultra Violeta, para el caso de H, H^- , CI y SiI. La atmósfera es tratada en equilibrio hidrostático pero no se asume equilibrio termodinámico. Es un modelo empírico pues usa la técnica de modificación-iteración para igualar las líneas de emisión teóricas con las observadas a diferentes alturas. Es importante recalcar que se están usando las líneas de emisión formadas en el centro del disco solar.

En Vernazza et al. (1981), encuentran el espectro sintético desde el ultravioleta hasta el radio, resolviendo la ecuación de transferencia radiativa utilizando especies calculadas en NLTE, resolviendo las ecuaciones para el Hidrógeno, Carbono y otros 6 componentes en la Cromosfera para el Sol Quiet. Con una distribución de temperatura se resuelven las ecuaciones de equilibrio estadístico, la ecuación de transferencia radiativa para líneas de emisión y continuo en equilibrio hidrostático para encontrar los estados de ionización y excitación a partir de la ecuación de Saha y de los niveles energético con la función de poblaciones de Boltzmann.

Con el método de prueba y error ajustan la distribución de temperatura para que el espectro emergente sea lo más parecido al observado. Usaron las observaciones del Skylab EUV para determinar el modelo final. Esto quiere decir, que el perfil de temperatura se basa principalmente en la emisión en el Ultravioleta. Este modelo solo llega a la Cromosfera alta. Y es el más completo que se ha realizado hasta ahora, ya que además de publicar sus perfiles de temperatura, densidad y presión también incluyen los coeficientes de despegue para los principales átomos. Los coeficientes de despegue son importantes porque nos indican que tan fuera de equilibrio termodinámico local se encuentra un sistema. La teoría que involucra este modelo es la base para la implementación de nuestros propios modelos y serán explicados en el capítulo 5. Los modelos utilizados en nuestro trabajo son nombrados como modelos VALA, VALC o VALD.

3.3.2. FAL

Fontenla continuó con los cálculos de Vernazza y publicó varios artículos con mejoras a los modelos VAL (Fontenla et al., 1990, 1991, 1993, 2006, 2007). Uno de los puntos importantes que trata de resolver es la subida en temperatura de la Cromosfera alta.

Para ello, insertó un nuevo mecanismo de difusión energética, llamada difusión ambipolar. En sus artículos más recientes, demuestra que no es necesario aumentar de forma significativa la temperatura de la Cromosfera alta, pues la difusión permite tener gradientes de temperatura suaves por regiones iguales de extendidas que los modelos VAL.

Los modelos FAL, en especial el modelo C7, es el tomado como base para nuestros

cálculos de temperatura de brillo (Fontenla et al., 2006). El modelo C7 es una actualización del modelo C de VAL.

3.4. Resumen

Las 3 diferentes formas de caracterizar la Cromosfera solar nos llevan a varias preguntas fundamentales sobre su composición morfológica:

1. ¿Cuál es el espesor de la Cromosfera solar?
2. ¿Se puede considerar a la Cromosfera solar como una serie de capas estratificadas carentes de estructura magnética?
3. ¿A qué altura se encuentra el mínimo de temperatura y cuál es el mínimo de temperatura?
4. ¿Puede existir una región donde la temperatura crece monótonamente?

Proponemos que nuevos modelos de emisión milimétrica, submilimétrica e infrarroja, pueden arrojar información sobre estas preguntas.

Capítulo 4

Teoría de Transporte Radiativo con Dispersión

4.1. El transporte radiativo con dispersión

Existen diferentes tratamientos del problema para el transporte radiativo. Los primeros trabajos, utilizaron la temperatura de brillo en lugar de la intensidad específica. Sin embargo, esta aproximación solo es válida si suponemos equilibrio termodinámico en regímenes de radio. Para un tratamiento más detallado, presentamos los procesos de emisión con intensidad específica. En De la Luz et al. (2007) estudiamos detenidamente la teoría de transporte radiativo, considerando únicamente la intensidad específica sin dispersión, enfocándonos principalmente en la emisión en el milimétrico. En este trabajo, estudiaremos la teoría del transporte radiativo considerando el fenómeno de dispersión.

4.1.1. Parámetros de Posición y Dirección

La posición de un punto M queda definido por el vector $\vec{r}(x, y, z)$ y la dirección de propagación de la radiación esta definida por el vector unitario $\hat{n}(\alpha, \beta, \gamma)$.

En una atmósfera homogénea plano paralela, la única variable que define al punto M es la altitud. La dirección de \hat{n} es caracterizada por el ángulo θ con respecto al eje z, o eje de profundidad, este ángulo es también conocido como $\mu = \cos \theta$. El azimut es el ángulo ϕ .

El valor μ es positivo para la radiación “saliente” y negativo para la radiación entrante, estos valores son definidos por convención. Algunas veces es mas fácil utilizar $\mu = |\cos \theta|$ con la notación $+\mu$ y $-\mu$ para especificar la dirección de propagación de la radiación.

El azimut ϕ es medido desde un eje arbitrario y normalmente en el sentido de las manecillas del reloj.

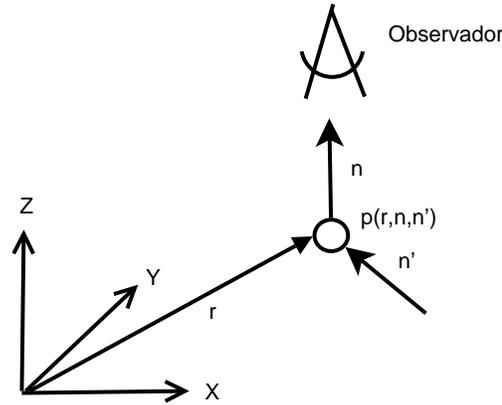


Figura 4.1: Función fase para la dispersión.

4.1.2. Características de la atmósfera

Existen dos valores fundamentales para caracterizar una atmósfera:

$$\begin{aligned}
 \sigma_a &= \text{coeficiente de absorción,} \\
 \sigma_s &= \text{coeficiente de dispersión,} \\
 \sigma_e &= \sigma_a + \sigma_s = \text{coeficiente de extinción,} \\
 \bar{\omega}_o &= (\sigma_s / \sigma_e) = \text{albedo para dispersión simple.}
 \end{aligned}$$

El albedo es la capacidad de reflejar de un cuerpo. Por otra parte, σ_e es un coeficiente de extinción expresado comúnmente en m^{-1} . El coeficiente de extinción de masa esta definido como $\sigma_e \rho$ donde ρ es la densidad de masa. Estas definiciones se aplican también a σ_a y σ_s .

Estas cantidades son generalmente funciones de \vec{r} y de la frecuencia ν , pero no de \hat{n} .

La función $p_\nu(\vec{r}; \hat{n}, \hat{n}')$ es la función fase que caracteriza la dispersión en la dirección \hat{n} debida a la interacción con la radiación proveniente de la dirección \hat{n}' , como se muestra en la Figura 4.1.

La función fase es normalizada de acuerdo a

$$\iint p(\vec{r}; \hat{n}, \hat{n}') dn' = 4\pi. \quad (4.1)$$

Una atmósfera se dice que es homogénea si σ_a , σ_s y p no dependen de \vec{r} . La atmósfera es llamada conservativa cuando $\bar{\omega}_o \equiv 1$; este es un caso limite para atmósferas reales cuando $\bar{\omega}_o$ es muy cercano a 1. La dispersión es llamada isotrópica cuando $p_\nu(\vec{r}; \hat{n}, \hat{n}') \equiv 1$; este es un caso ficticio que nunca pasa en atmósferas reales.

Profundidad Óptica

La profundidad óptica en una atmósfera plano paralela es:

$$\tau = \int_z^{\infty} \sigma_e(z) dz \quad (4.2)$$

donde z es la profundidad geométrica. También se puede definir como la profundidad óptica correspondiente a dos puntos M_1 y M_2 como

$$\tau = \int_{M_1}^{M_2} \sigma_e(\vec{r}) dr. \quad (4.3)$$

Para nuestro trabajo, es importante definir

$$\begin{aligned} \tau_{\text{abs}} &= \int_z^{\infty} \sigma_a(z) dz, \\ \tau_{\text{scatt}} &= \int_z^{\infty} \sigma_s(z) dz, \\ \tau &= \tau_{\text{abs}} + \tau_{\text{scatt}}, \\ \bar{\omega}_o &= \frac{d\tau_{\text{scatt}}}{d\tau} \end{aligned} \quad (4.4)$$

4.1.3. Características del Campo de Radiación

La intensidad específica, también conocida como radiancia espectral (I_ν) es la unidad básica en la teoría del transporte radiativo.

Se define como la cantidad de energía (dE) que pasa por unidad de área (dA) por unidad de tiempo (dt) por unidad de ángulo solido $d\omega$ por intervalos de frecuencias ($d\nu$) desde una dirección dada (\hat{r}).

$$dI = \frac{dE}{dA dt d\omega d\nu \hat{r} \cdot \hat{n}},$$

donde \hat{r} y \hat{n} son los vectores de dirección y normal a la superficie dA normalizados. Las unidades de la intensidad específica son

$$[\text{Watts m}^{-2} \text{Hz}^{-1} \text{ster}^{-1}]$$

También podemos definir μ como

$$\hat{r} \cdot \hat{n} = \cos \theta = \mu.$$

Podemos caracterizar la intensidad específica como una función dependiente de la dirección y el tiempo

$$I = I_\nu(\theta, \phi, t) \quad [\text{erg cm}^{-2} \text{seg}^{-1} \text{srad}^{-1} \text{Hz}^{-1}],$$

donde $\theta = [0, \pi]$ y $\phi = [0, 2\pi]$.

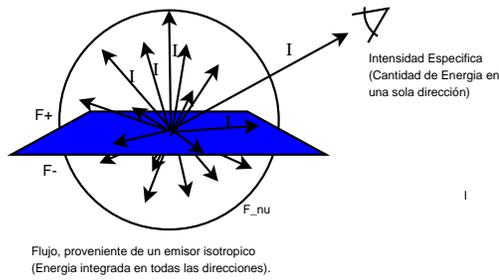


Figura 4.2: Diferencia entre Flujo e Intensidad Especifica.

De esta forma, es posible caracterizar la energía en un sola dirección.

Si por ejemplo, tenemos una superficie plana que emite en todas direcciones sobre toda su superficie en ambos lados, podemos analizar la emisión sobre un único punto en la superficie en una única dirección, despreciando las demás direcciones de propagación (figura 4.2). Esta forma de analizar el proceso de emisión nos ahorra una gran cantidad de cálculos, ya que podemos suponer, si la emisión es isotrópica, e.d. con

$$I_\nu(\vec{r}) = I_\nu(\theta, \phi, \vec{r}),$$

por lo tanto, la cantidad de energía que se transmite, en una sola dirección en una superficie finita, es igual a la intensidad específica multiplicada por el área que produce la emisión

$$F_\nu = \Omega I_\nu$$

donde F_ν es el flujo y Ω es el ángulo sólido que subtende el área que produce la emisión.

Al suponer que en el proceso de emisión la dispersión es despreciable, el problema se reduce a calcular la cantidad de energía que se va transportando de capa en capa o en una trayectoria continua, dependiendo de la complejidad del problema.

Al introducir el problema de emisión no isotrópica, la función de intensidad específica no es igual ni en dirección ni en posición, por lo que para obtener el flujo es necesario integrar.

$$F_\nu = \int_{\omega} I_\nu(\theta, \phi, t) \cos(\theta) d\omega = F^+ - F^-.$$

Donde F^+ es el flujo saliente de una capa dada y F^- es el flujo entrante a la capa.

A continuación, definimos la matriz de radiancia o matriz de polarización

$$\mathcal{I}(\vec{r}, \hat{n}) = [I, Q, U, V] \quad (4.5)$$

sus elementos son los cuatro parámetros de Stokes . El grado de polarización esta caracterizado por los parametros de Stokes

$$(Q^2 + U^2 + V^2)^{1/2}/I.$$

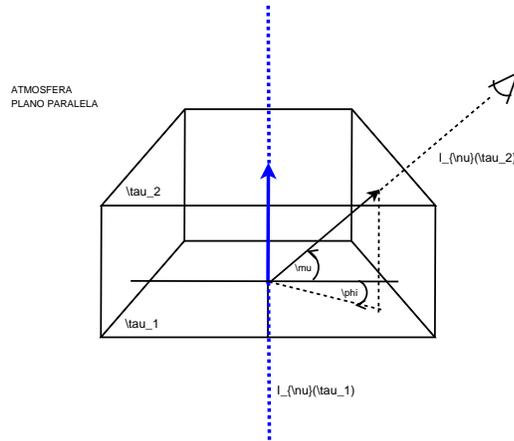


Figura 4.3: Geometría de una atmósfera plano paralela 3D.

U y V dan respectivamente la dirección de la polarización y su elipticidad. La función fuente está definida como

$$S_{\nu}(\vec{r}, \hat{n}) = \frac{\bar{\omega}_o(\vec{r})}{3\pi} \iint p(\vec{r}; \hat{n}, \hat{n}') I(\vec{r}, \hat{n}') dn' + J_s(\vec{r}, \hat{n}), \quad (4.6)$$

donde J_s es la emisión generada en ese punto. Para el caso de emisión térmica

$$J_s(\vec{r}, \hat{n}) = [1 - \bar{\omega}_o(\vec{r})] B(\vec{r})$$

donde $B(\vec{r})$ es la emisión de cuerpo negro en el punto \vec{r} . Si consideramos la polarización (sustituimos 4.5 en 4.6) entonces tendremos como resultado la matriz fuente $\mathcal{J}(\vec{r}, \hat{n})$.

La tasa de calentamiento h está relacionada con la divergencia del vector \vec{F} , sus componentes son el flujo neto correspondiente a las tres direcciones ortogonales

$$h = -\nabla \cdot \vec{F}.$$

La intensidad media en el punto \vec{r} es

$$\bar{I}(\vec{r}) = \frac{c}{4\pi} u(\vec{r})$$

donde u es la densidad de energía y c la velocidad de la luz.

4.1.4. Ecuación de Transporte

Comenzamos con la ecuación clásica del transporte

$$\mu \frac{dI_{\nu}(\tau; \mu, \phi)}{d\tau_{\nu}} = I_{\nu}(\tau; \mu, \phi) - S_{\nu}(\tau; \mu, \phi), \quad (4.7)$$

donde μ y ϕ son la dirección de propagación como se muestra en la figura 4.3, I_ν es la intensidad específica, τ_ν es la profundidad óptica y S_ν es la función fuente, todos con respecto a la profundidad óptica. La función fuente en términos de la profundidad óptica queda definida como:

$$S_\nu(\tau; \mu, \phi) = \frac{\bar{\omega}_o(\tau)}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^{+1} p(\tau; \mu, \phi; \mu', \phi') I(\tau; \mu', \phi') d\mu' d\phi' + [1 - \bar{\omega}_o(\tau)] B(\vec{r}) \quad (4.8)$$

para el caso de emisión térmica local. La solución general de la ecuación de transporte considerando diferentes profundidades ópticas en una atmósfera plano paralela

$$I_\nu(\tau_2; \mu; \phi) = I_\nu(\tau_1; \mu; \phi) e^{-(\tau_1 - \tau_2)/\mu} - \frac{1}{\mu} \int_{\tau_1}^{\tau_2} S_\nu(\tau; \mu; \phi) e^{-(\tau - \tau_2)/\mu} d\tau, \quad (4.9)$$

considerando solo la línea de visión normal al plano de la atmósfera ($\mu = 1, \phi = 0$)

$$I_\nu(\tau_2) = I_\nu(\tau_1) e^{\tau_2 - \tau_1} - \int_{\tau_1}^{\tau_2} S_\nu(\tau) e^{\tau_2 - \tau} d\tau, \quad (4.10)$$

Si suponemos que la función fuente es constante en el intervalo intercapa a una profundidad óptica promedio ($\tau_o = (\tau_1 + \tau_2)/2$), entonces

$$I_\nu(\tau_2) = I_\nu(\tau_1) e^{\tau_2 - \tau_1} - S_\nu(\tau_o) \int_{\tau_1}^{\tau_2} e^{\tau_2 - \tau} d\tau, \quad (4.11)$$

integrando

$$I_\nu(\tau_2) = I_\nu(\tau_1) e^{\tau_2 - \tau_1} + S_\nu(\tau_o) (1 - e^{\tau_2 - \tau_1}), \quad (4.12)$$

Sustituyendo la función fuente

$$I_\nu(\tau_2) = I_\nu(\tau_1) e^{\tau_2 - \tau_1} + \left[\frac{\bar{\omega}_o(\tau_o)}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^{+1} p(\mu', \phi') I(\mu', \phi') d\mu' d\phi' + [1 - \bar{\omega}_o(\tau_o)] B(\tau_o) \right] (1 - e^{\tau_2 - \tau_1}), \quad (4.13)$$

La ecuación anterior nos dice que la cantidad de energía resultante en la capa de profundidad óptica τ_2 va a ser igual a la energía entrante en la capa τ_1 multiplicada por un factor de absorción, el cual depende de la diferencia entre profundidades ópticas de la capa entrante y la saliente. Por otro lado, la energía producida será igual a la emisión generada, en este caso la producida por un cuerpo en equilibrio termodinámico más la energía que proveniente de otra dirección, la cual, es dirigida hacia el observador.

Ahora bien, si suponemos dispersión isotrópica $p = p(\mu, \phi)$ en τ_o , entonces

$$I_\nu(\tau_2) = I_\nu(\tau_1) e^{\tau_2 - \tau_1} + \left[\frac{\bar{\omega}_o(\tau_o)}{4\pi} p \int_0^{2\pi} \int_{-1}^{+1} I(\mu', \phi') d\mu' d\phi' + [1 - \bar{\omega}_o(\tau_o)] B(\tau_o) \right] (1 - e^{\tau_2 - \tau_1}), \quad (4.14)$$

Si suponemos que la radiación es isotrópica en τ_o

$$I_\nu(\tau_2) = I_\nu(\tau_1) e^{\tau_2 - \tau_1} + [p\bar{\omega}_o(\tau_o) I(\tau_o) + [1 - \bar{\omega}_o(\tau_o)] B(\tau_o)] (1 - e^{\tau_2 - \tau_1}), \quad (4.15)$$

este ultimo caso no corresponde al problema de atmósferas solares, ya que existen dos orígenes importantes de radiación, el primero es la superficie solar y el segundo la emisión producida en la línea de visión.

Ahora, si suponemos que no hay dispersión ($p = 0, \bar{\omega}_o = 0$) regresamos a la solución clásica de la ecuación de transporte

$$I_\nu(\tau_2) = I_\nu(\tau_1)e^{\tau_2-\tau_1} + B(\tau_o)(1 - e^{\tau_2-\tau_1}), \quad (4.16)$$

4.2. Dispersión de Thompson

Ya estudiamos la forma en que la dispersión afecta la teoría del transporte radiativo, se debe de considerar un factor extra, el llamado factor de dispersión expresado por la función fase. La función fase o función de dispersión nos indica la cantidad de energía que es reorientada hacia el observador. Esta energía entrante, viene de direcciones diferentes a la dirección de propagación.

Entre los procesos de dispersión, encontramos que para el régimen del radio, el mas importante es el producido por la dispersión de Thompson. Este tipo de dispersión no depende de la frecuencia y es producido por la interacción de un fotón con un electrón que se mueve a velocidades no relativistas.

Para la dispersión de Thompson existe una dependencia entre la dirección de observación y el vector de campo eléctrico de la onda incidente.

Para calcular la dispersión de Thompson comenzamos con la potencia irradiada por una carga acelerada que se mueve a velocidades no relativistas [Reitz et al. (1972)]

$$P = -\frac{dW}{dt} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_o} \frac{2}{3} \frac{\dot{v}^2}{c^3}$$

donde q es la carga de la partícula, ϵ_o es la permitividad del espacio libre, c la velocidad de la luz y v la velocidad de la partícula.

El movimiento de un electrón producido por una campo eléctrico se puede escribir como

$$m\dot{v} = eE$$

entonces

$$P = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{2}{3} \frac{e^4}{m^2 c^3} E^2,$$

es la potencia irradiada total de un electrón.

La sección eficaz de dispersión de Thompson σ_T se define como la potencia dividida por el vector de Poynting S_o incidente

$$\sigma_T = \frac{P}{S_o} = \frac{\frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{2}{3} \frac{e^4}{m^2 c^3} E^2}{\frac{1}{\mu_o c} E^2}$$

$$\sigma_T = \frac{2}{3} \frac{1}{4\pi\epsilon_o^2} \frac{e^4}{m^2 c^4} = \frac{8\pi}{3} R_e^2$$

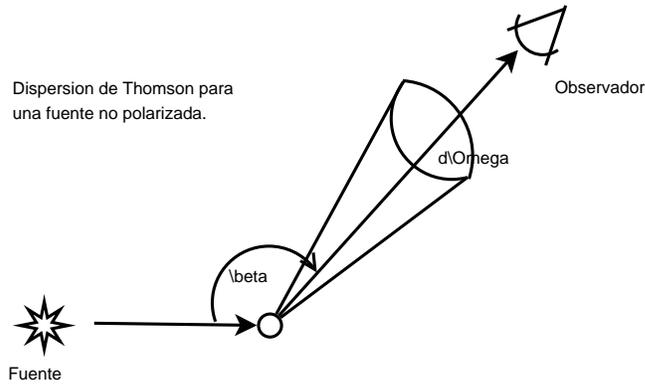


Figura 4.4: Dispersión de Thompson promedio para una fuente no polarizada.

donde R_e es el radio clásico del electrón. Para la dependencia angular de la radiación dispersada, sabemos que la emisión máxima se da a 90° con respecto a \ddot{p} , es decir, perpendicular a la dirección de movimiento, también sabemos que la luz resultante estará polarizada a lo largo de la dirección de su movimiento, por lo tanto

$$d\sigma_T = \frac{dP}{S_o},$$

donde

$$dP = S dA = S r^2 d\Omega$$

es la potencia dispersada en el elemento de ángulo sólido $d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$ con S el vector de Poynting

$$S = \frac{\ddot{p}^2 \sin^2 \theta}{16\pi^2 \epsilon_0 c^3 r^2} \hat{r}$$

donde p es el momento dipolar eléctrico, θ es el ángulo entre la dirección del observador y el vector E de la onda incidente, es decir, perpendicular a su dirección de propagación, r la distancia entre el origen del sistema de referencia y el observador y \hat{r} la dirección del observador con respecto al origen del sistema de referencia. Evaluando

$$\frac{d\sigma_T}{d\Omega} = R_e^2 \sin^2 \theta.$$

Si la luz incidente no está polarizada, la expresión de mayor utilidad es el promedio de este sobre todas las direcciones de polarización

$$\frac{d\sigma_T}{d\Omega} = R_e^2 \frac{1 + \cos^2 \beta}{2} \quad (4.17)$$

donde β es el ángulo entre la dirección de observación y la dirección de propagación incidente.

Capítulo 5

Modelo de Ionización y Cálculo de Abundancias

5.1. Introducción

Como pudimos observar en el capítulo anterior, necesitamos calcular la cantidad de electrones que provienen de todos los elementos químicos. En especial elementos como el Fe.

En este capítulo vamos a desarrollar el tratamiento teórico para el cálculo de la densidad electrónica mediante el equilibrio estadístico.

5.2. Ionización NLTE

La ecuación de Saha no es suficiente para encontrar los estados de ionización de un átomo. Para ello debemos de incluir los efectos que son producido por los choques entre partículas. Calcular los estados energéticos de las partículas conlleva un cambio en los porcentajes de ionización.

A continuación, explicamos lo más detalladamente posible el proceso de cálculo de los estados de ionización de un átomo fuera de equilibrio termodinámico local (NLTE), este tratamiento es en general el dado por Vernazza et al. (1973) sin embargo la definición de conservación de carga y parte de su desarrollo es aportación nuestra.

5.3. Densidad Numérica de Electrones

A partir del principio de conservación de la carga tenemos que la cantidad de electrones libre es igual a la suma de contribuciones electrónicas producto de la ionización de cada átomo

$$n_e = n_p + 1n_{HeII} + 2n_{HeIII} + 1n_{CII} + 2n_{CIII} + 31n_{CIV} + \dots + N_\xi n_{\xi, N_\xi} + \dots + N_F n_{\Xi, N_F} \quad (5.1)$$

donde ξ es un átomo cualquiera de nuestro modelo atómico, N_ξ es el grado de ionización de dicho átomo y n_{ξ, N_ξ} es la densidad numérica del átomo ξ en su estado de ionización N_ξ . La variable F es el ultimo estado de ionización para el átomo ξ . La variable Ξ simboliza el último átomo considerado en nuestro modelo atómico. Esta definición nos lleva al siguiente modelo atómico

$$\begin{aligned}
n_H &= \{n_{HI}, n_{HII}\} \\
n_{He} &= \{n_{HeI}, n_{HeII}, n_{HeIII}\} \\
&\vdots = \vdots \\
n_\xi &= \{n_{\xi,0}, n_{\xi,1}, \dots, n_{\xi, N_\xi}, \dots, n_{\xi, N_F}\} \\
&\vdots = \vdots \\
n_\Xi &= \{n_{\Xi,0}, n_{\Xi,1}, \dots, n_{\Xi, N_\Xi}, \dots, n_{\Xi, N_F}\}
\end{aligned}$$

Como podemos observar, ξ queda definido como

$$\xi = \{H, He, Li, Na, K, \dots, \Xi\}.$$

Entonces, la ecuación 5.1 puede ser reducida a

$$n_e = n_p + \sum_{\xi=He}^{\Xi} \sum_{N_\xi=1}^F N_\xi n_{\xi, N_\xi}, \quad (5.2)$$

Ahora bien, tenemos que la ecuación de Saha esta dada por

$$\psi(T) = \left(\frac{h^2}{2\pi m k T} \right)^{3/2} \exp(\chi_H/kT) \quad (5.3)$$

y tomando la definición de coeficiente de despegue (departure coefficient) de Menzel (1937)

$$b_l = \frac{n_l/n_l^*}{n_k/n_k^*} \quad (5.4)$$

donde n_l es la densidad numérica del átomo ξ en el estado energético l , n_k es la densidad numérica del átomo ξ en estado ionizado y n_l^* , n_k^* tienen la misma definición pero considerando el equilibrio termodinámico. Quiere decir que el parámetro b_l nos indica que tan fuera del equilibrio termodinámico se encuentra nuestro sistema en el nivel energético l . De la ecuación 5.4, despejando

$$n_l = b_l n_k \frac{n_l^*}{n_k^*}$$

donde

$$\frac{n_l^*}{n_k^*} = n_e \left(\frac{h^2}{2\pi m k T} \right)^{3/2} \frac{\bar{w}_l}{2U_k} \exp(h\nu_{k_l}/kT) \quad (5.5)$$

es la ecuación de Saha-Boltzmann para los niveles energéticos en equilibrio termodinámico, donde \bar{w}_l es el peso estadístico del átomo ξ en el nivel l y U_k es la función de partición para el siguiente estado de ionización. Tomando al Hidrógeno en su estado base ($l = 1$), tenemos que

$$n_1 = b_1 n_p n_e \left(\frac{h^2}{2\pi m k T} \right)^{3/2} \exp(\chi_H/kT),$$

ya que para el caso del Hidrógeno $\bar{w}_1 = 2$, $U_k = 1$, $n_k = n_p$ y $\chi_H = h\nu_{k1}$, siendo este último la energía de ionización del Hidrógeno. Entonces, podemos definir

$$n_1 = b_1 n_p n_e \psi(T). \quad (5.6)$$

Ahora bien, sabemos que para el Hidrógeno se cumple

$$n_H = \sum_{l=1}^N n_l + n_p,$$

donde N son el número de niveles energéticos considerados en nuestro modelo atómico para ξ . La expresión anterior, nos indica que la cantidad de Hidrógeno total se puede expresar como el número de átomos en los niveles energéticos l más el Hidrógeno ionizado. Entonces

$$\begin{aligned} n_H &= n_1 + \sum_{l=2}^N n_l + n_p \\ n_H &= n_1 + \frac{n_1}{n_1} \sum_{l=2}^N n_l + n_p \\ n_H &= n_1 + n_1 \sum_{l=2}^N \frac{n_l}{n_1} + n_p \\ n_H &= n_1 \left(1 + \sum_{l=2}^N \frac{n_l}{n_1} \right) + n_p, \end{aligned} \quad (5.7)$$

utilizando esta última ecuación y tomando la ecuación 5.6 tenemos que

$$n_H = n_e n_p b_1 \psi(T) \left(1 + \sum_{l=2}^N \frac{n_l}{n_1} \right) + n_p,$$

ahora, definiendo

$$d = b_1 \psi(T) \left(1 + \sum_{l=2}^N \frac{n_l}{n_1} \right), \quad (5.8)$$

entonces, tomando las ultimas dos expresiones y utilizando 5.2

$$n_H = (n_e - \sum_{\xi=He}^{\Xi} \sum_{N_{\xi}=0}^F N_{\xi} n_{\xi, N_{\xi}}) (1 + dn_e)$$

definiendo a

$$Z = \sum_{\xi=He}^{\Xi} \sum_{N_{\xi}=1}^F N_{\xi} n_{\xi, N_{\xi}} \quad (5.9)$$

tenemos que

$$n_e + dn_e^2 - Z - Zdn_e - n_H = 0$$

acomodamos los términos para tener una ecuación cuadrática

$$dn_e^2 + (1 - Zd)n_e - (n_H + Z) = 0$$

cuya solución para n_e es

$$n_e = \frac{-(1 - Zd) + \sqrt{(1 - Zd)^2 + 4d(n_H + Z)}}{2d}. \quad (5.10)$$

La densidad electrónica queda en términos de los siguientes parámetros:

- n_H : Densidad total de Hidrógeno
- Z : Contribución de ionización
- b_1 : Coeficiente de despegue para el Hidrógeno en su estado base
- T : Temperatura del sistema
- $\psi(T)$: Ecuación de Saha para el Hidrógeno
- n_l/n_1 : Razón entre poblaciones en el nivel l con respecto al estado base para el Hidrógeno.

En las siguientes secciones, desarrollaremos el cálculo para cada una de las variables enunciadas.

5.4. Densidad total de Hidrógeno

Existen 2 formas de definir la densidad de Hidrógeno, la primera y más fácil es suponiendo un perfil de altura. Sin embargo, en esta sección desarrollaremos la forma de calcular el Hidrógeno a partir de la densidad electronica (n_e), el parametro de despegue para el Hidrógeno en su estado base (b_1), la temperatura (T) y la función que define la velocidad de turbulencia v_t .

Suponemos una atmósfera estática donde

$$\frac{dp}{dz} = g\rho, \quad (5.11)$$

aquí p es la presión, z es la profundidad geométrica, g la aceleración de la gravedad y ρ la densidad. Para definir la densidad, sabemos que el Hidrógeno y el Helio son las 2 partículas que tienen más impacto en la masa total, así que definimos la densidad en términos de estas dos partículas

$$\rho = m_H n_H + 4m_H n_{He},$$

donde m_H es la masa atómica para el Hidrógeno, n_H la densidad de Hidrógeno y n_{He} la densidad del Helio. Hay que multiplicar por 4 ya que el peso atómico del Helio es 4 veces el de Hidrógeno. Si definimos a $Y = n_{He}/n_H$ entonces

$$\rho = m_H(1 + 4Y)n_H. \quad (5.12)$$

Para definir la presión, por el momento tomamos en cuenta la presión producida por el propio gas en equilibrio hidrostático mas la presión por turbulencia, en capítulos posteriores podremos modificar esta definición para observar el impacto de diferentes tipos de presión

$$p = p_g + \frac{1}{2}\rho v_t^2 \quad (5.13)$$

donde p_g es la presión del gas en equilibrio termodinámico, es decir

$$p_g = n_t kT$$

donde

$$n_t = n_H + n_{He} + n_e,$$

entonces

$$p_g = [n_H(1 + Y) + n_e]kT.$$

El segundo termino de la ecuación 5.13 es la presión debida a la turbulencia, caracterizada por el parámetro v_t definido como la velocidad promedio de turbulencia.

De la ecuación 5.2 y definiendo a $R = n_p/n_H$ tenemos que la densidad electrónica puede expresarse como

$$n_e = n_H R + Z,$$

ahora bien, necesitamos resolver 5.11, para ello, proponemos una función tal que la densidad quede en términos de la presión, e.d.

$$g\rho = fp \quad (5.14)$$

donde f es una función que no depende de la densidad, entonces

$$\begin{aligned}
f &= \frac{g\rho}{p} \\
&= \frac{gm_H(1+4Y)n_H}{p_g + \frac{1}{2}\rho v_t^2} \\
&= \frac{gm_H(1+4Y)n_H}{[n_H(1+Y) + n_e]kT + \frac{1}{2}m_H(1+4Y)n_H v_t^2} \\
&= \frac{gm_H(1+4Y)n_H}{[n_H(1+Y) + n_H R + Z]kT + \frac{1}{2}m_H(1+4Y)n_H v_t^2} \\
&= \frac{gm_H(1+4Y)}{(1+R+Y)kT + kTZ + \frac{1}{2}m_H(1+4Y)v_t^2}.
\end{aligned} \tag{5.15}$$

Podemos re-escribir 5.11 como

$$\frac{dp}{dz} = fp,$$

cuya solución es

$$p(z) = p(z_1) \exp \left[\int_{z_1}^z f(x) dx \right]. \tag{5.16}$$

De 5.14 tenemos que

$$\rho(z) = \frac{f(z)p(z)}{g},$$

entonces sabemos de 5.12 que

$$m_H(1+4Y)n_H(z) = \frac{f(z)p(z)}{g},$$

finalmente llegamos a que la densidad de Hidrógeno a una altura z es

$$n_H(z) = \frac{f(z)p(z)}{gm_H(1+4Y)}. \tag{5.17}$$

En resumen, para calcular la densidad de Hidrógeno necesitamos

- $T(z)$: La temperatura del gas a la altura z .
- $v_t(z)$: La velocidad de turbulencia a la altura z .
- $Y = n_{He}/n_H$: La razón de Helio con respecto al Hidrógeno.
- m_H : La masa atómica del Hidrógeno.
- g : La aceleración gravitacional.
- $R = n_p/n_H$: La razón de protones con respecto al Hidrógeno.
- Z : Parámetro de contribución de electrones.

5.4.1. Calculando el parámetro R

Para calcular R , podemos expresarla en términos de la densidad electrónica y del valor “d” definido en 5.8. Sabemos que

$$R = \frac{n_p}{n_H}$$

entonces de 5.7 tenemos

$$R = \frac{n_p}{n_1 \left(1 + \sum_{l=2}^N \frac{n_l}{n_1} \right) + n_p}$$

dividiendo entre n_p tenemos

$$R = \frac{1}{\frac{n_1}{n_p} \left(1 + \sum_{l=2}^N \frac{n_l}{n_1} \right) + 1}$$

ahora de 5.6, sustituyendo

$$R = \frac{1}{1 + b_1 n_e \psi(T) \left(1 + \sum_{l=2}^N \frac{n_l}{n_1} \right)}$$

entonces por 5.8

$$R = \frac{1}{1 + dn_e} \quad (5.18)$$

5.5. Calculando la función de contribución Z

La función Z (ecuación 5.9) nos dice la cantidad de electrones por especie que se están generando en nuestro sistema suponiendo equilibrio termodinámico. Este tratamiento se puede hacer debido a que el parámetro b_1 es el encargado de absorber toda la complejidad del cálculo fuera de equilibrio. Así podemos tratar a la función Z como una contribución clásica de equilibrio de ionización termodinámico.

Comencemos definiendo la ecuación de Saha para 2 niveles de ionización consecutivos para el mismo átomo

$$\frac{n_{\xi, N_{\xi+1}}}{n_{\xi, N_{\xi}}} = \frac{1}{n_e} 2 \left(\frac{2\pi m_e}{h^2} \right)^{3/2} (kT)^{3/2} \frac{u_{N_{\xi+1}}}{u_{N_{\xi}}} \exp(-\chi_{\xi, N_{\xi}, k} / kT)$$

si $P_e = n_e kT$ entonces

$$\frac{n_{\xi, N_{\xi+1}}}{n_{\xi, N_{\xi}}} = \frac{1}{P_e} 2 \left(\frac{2\pi m_e}{h^2} \right)^{3/2} (kT)^{5/2} \frac{u_{N_{\xi+1}}}{u_{N_{\xi}}} \exp(-\chi_{\xi, N_{\xi}, k} / kT)$$

entonces

$$\log \frac{n_{\xi, N_{\xi+1}}}{n_{\xi, N_{\xi}}} = -0.1761 - \log(P_e) + \log \frac{u_{N_{\xi+1}}}{u_{N_{\xi}}} + 2.5 \log T - \chi_{\xi, N_{\xi}, k} \frac{5040}{T} \quad (5.19)$$

con

$$u_{N_\xi} = \sum_n g_{\xi, N_\xi} \exp\left(-\frac{\chi_{\xi, N_\xi, k}}{kT}\right) \quad (5.20)$$

donde g_{ξ, N_ξ} es el factor de gaunt para el átomo ξ en su estado de ionización N_ξ . Se debe cumplir para cada átomo ξ . Podemos definir entonces

$$\log \frac{n_{\xi, N_{\xi+1}}}{n_{\xi, N_\xi}} = f_{\xi, N_\xi}(T, n_e)$$

es decir

$$n_{\xi, N_{\xi+1}} = 10^{f_{\xi, N_\xi}(T, n_e)} n_{\xi, N_\xi}, \quad (5.21)$$

lo cual indica que para generar los valores de n_{ξ, N_ξ} es necesario realizarlo de manera iterativa, realmente, son estos los valores importantes en el cálculo de Z . Otra consecuencia es que debido a la simultaneidad de las ecuaciones debemos de incluir otro conjunto de ecuaciones para que puedan ser resueltas:

$$n_\xi = \sum_{N_\xi=0}^F n_{\xi, N_\xi},$$

y al mismo tiempo, se debe cumplir que

$$\frac{n_\xi}{n_H} = A_\xi, \quad (5.22)$$

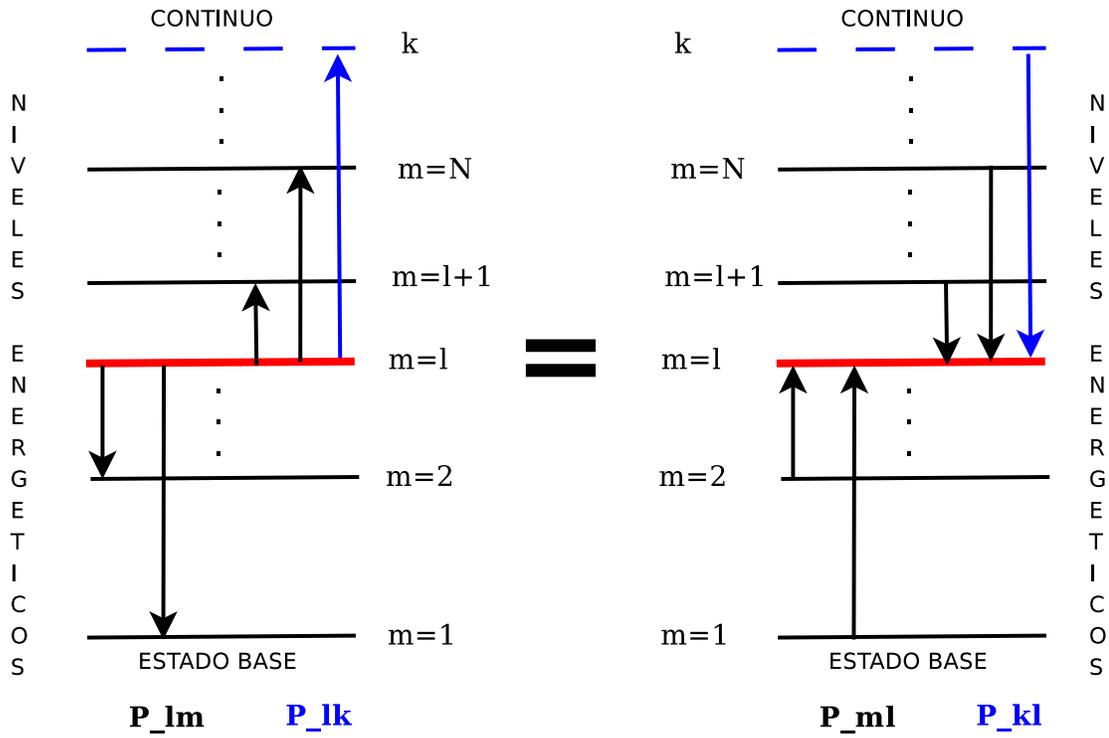
para cada átomo ξ , donde A_ξ es la abundancia relativa al Hidrógeno para el átomo ξ . Como pudimos ver, para calcular Z necesitamos los siguientes valores iniciales

- ξ : Un conjunto de átomos
- A_ξ : Abundancias relativas al Hidrógeno
- n_e : Densidad electrónica
- g_{ξ, N_ξ} : Factor de gaunt para el átomo ξ en su estado de ionización N_ξ .
- $\chi_{\xi, N_\xi, k}$: Energía de ionización para el átomo ξ en su nivel de ionización N_ξ
- T : Temperatura

5.6. Calculando el coeficiente de despegue b_1

Definimos el equilibrio estadístico de un átomo ξ en su estado de ionización N_ξ el nivel energético l como para \mathbb{N} niveles energéticos

$$n_l \left(\sum_{m=1(\neq l)}^{\mathbb{N}} P_{lm} + P_{lk} \right) = \sum_{m=1(\neq l)}^{\mathbb{N}} n_m P_{ml} + n_k P_{kl}, \quad (5.23)$$



MODELO DE EQUILIBRIO ESTADISTICO

Figura 5.1: Modelo de equilibrio estadístico. Podemos observar gráficamente el significado de las tasas de excitación y desexcitación.

donde n_l y n_m son densidades atómicas con diferentes niveles energéticos ligados, n_k es la densidad numérica para átomos ionizados y $P_{i,j}$ son las tasas para la transiciones de i a j (ver Figura 5.1). Se tiene que cumplir que para cada modelo atómico ξ se cumpla

$$n_{\xi, N_{\xi}} = \sum_{l=1}^N n_l + n_k, \quad (5.24)$$

es decir, la densidad atómica de ξ en su estado de ionización N_{ξ} es igual a sus átomos no ionizados en sus diferentes niveles de energía mas los átomos de esa especie que están ionizados. Por otro lado, si realizamos la suma en 5.23 para $l = 1, 2, \dots, N$, obtenemos la ecuación de continuidad

$$n_k \sum_{l=1}^N P_{k,l} = \sum_{l=1}^N n_l P_{l,k}. \quad (5.25)$$

Utilizando la ecuación de continuidad y tomando de nuevo 5.23 para $l = 1, 2, \dots, N$,

podemos re-escribirla como

$$n_k \left(P_{kl} + \sum_{j=2}^N P_{kj} \right) = n_1 P_{1k} + \sum_{j=2}^N n_j P_{jk}$$

Si definimos

$$L = \sum_{j=2}^N P_{kj} \quad (5.26)$$

y

$$U = \frac{1}{n_1} \sum_{j=2}^N n_j P_{jk} \quad (5.27)$$

entonces

$$n_k(P_{kl} + L) = n_1(P_{1k} + U),$$

acomodando los términos

$$P_{kl} + L = \frac{n_1}{n_k}(P_{1k} + U),$$

tomando de la ecuación de Menzel (5.4) con $b = 1$ tenemos

$$\frac{n_k^*}{n_1^*}(P_{k1} + L) = b_1(P_{1k} + U). \quad (5.28)$$

Ahora bien, los términos P_{kl} y P_{lk} pueden escribirse como

$$P_{kl} = R_{kl} + C_{kl} \quad (5.29)$$

$$P_{lk} = R_{lk} + C_{lk} \quad (5.30)$$

donde R_{kl} son las tasas de recombinación al nivel energético l y C_{kl} son las tasas de recombinación debido a las colisiones. Este ultimo termino tiene sentido solo cuando se satisface

$$C_{kl} = \frac{n_l^*}{n_k^*} C_{lk}, \quad (5.31)$$

es decir, se encuentra en equilibrio con respecto a la ionización por choques. Ahora, para R_{kl} se debe cumplir

$$R_{kl} = \frac{n_l^*}{n_k^*} R_{lk}^+, \quad (5.32)$$

de nuevo, el principio de equilibrio, donde

$$R_{lk}^+ = 4\pi \int_{\nu_{kl}}^{\infty} \frac{1}{h\nu} \alpha_l(\nu) e^{-h\nu/kT} \left(\frac{2h\nu^3}{c^2} + J_\nu \right) d\nu.$$

Si J_ν está dada por la ecuación de Planck, entonces

$$R_{lk}^+ = R_{lk} = 4\pi \int_{\nu_{kl}}^{\infty} \frac{1}{h\nu} \alpha_l(\nu) J_\nu d\nu. \quad (5.33)$$

También podemos escribir

$$P_{kl} = \frac{n_l^*}{n_k^*} P_{lk}^+ \quad (5.34)$$

donde

$$P_{lk}^+ = R_{lk}^+ + C_{lk}$$

El termino C_{lk} de ionización por choques de la ecuación 5.31 está dado por

$$C_{lk} = n_e \Omega_l(T) \exp(-h\nu_{kl}/kT). \quad (5.35)$$

Ahora bien, regresando a la ecuación 5.28 y tomando 5.34 tenemos con $l = 1$ tenemos

$$P_{1k}^+ + \frac{n_k^*}{n_1^*} L = b_1 (P_{1k} + U)$$

entonces

$$b_1 = \frac{R_{1k}^+ + C_{1k} + (n_k^*/n_1^*)L}{R_{1k} + C_{1k} + U}.$$

Para calcular b_1 para un átomo ξ en su estado de ionización N_ξ necesitamos

- $\alpha_l(\nu)$: Sección eficaz de choque del átomo ξ para el nivel energético l .
 - ν_{kl} : Frecuencia a partir de la cual sufre ionización.
 - T : Temperatura
 - J_ν : Intensidad promedio.
 - n_e : Densidad electrónica.
 - Ω_l : Coeficiente de ionización colisional para el estado l .
 - L : Contribuciones por recombinación
 - U : Contribución de ionización
- (5.36)

5.6.1. Calculando el parámetro L

De la ecuación 5.26 y tomando la ecuación 5.29 tenemos

$$L = \sum_{j=2}^{\mathbb{N}} (R_{kj} + C_P k j)$$

tomando 5.31 y 5.32

$$L = \sum_{j=2}^{\mathbb{N}} \left(\frac{n_j^*}{n_k^*} R_{jk}^+ + \frac{n_j^*}{n_k^*} C_{jk} \right)$$

entonces

$$L = \sum_{j=2}^N \frac{n_j^*}{n_k^*} (R_{jk}^+ + C_{jk}).$$

Todos los parámetros necesarios para calcular L ya están calculados en la sección anterior.

5.6.2. Calculando el parámetro U

La expresión P_{lk} , definida en la ecuación 5.30 indica que R_{lk} son las tasas de fotoionización y C_{lk} las tasas de ionización por choques. La variable R_{lk} esta definida en 5.33 y C_{lk} en 5.35. Tomando estos valores, entonces la ecuación 5.27 se transforma en

$$U = \sum_{j=2}^N \frac{n_j}{n_1} (R_{jk} + C_{jk})$$

quedando en términos de n_j/n_1 . Estos términos serán calculados en la siguiente sección.

5.7. Calculando las n_l densidades

Teniendo un átomo ξ en su estado de ionización N_ξ necesitamos conocer la densidad para cada uno de sus niveles de energía. Lógicamente las densidades dependerán del modelo de niveles de energía que estemos utilizando. En esta sección veremos que aun cuando hayamos puesto la densidad electrónica en términos del coeficiente de partida b_1 será necesario calcular las diferentes b_l para cada nivel energético para cada modelo atómico. Así que regresemos a la ecuación de continuidad 5.24, dividiendo entre n_j

$$\sum_l^N \frac{n_l}{n_j} + \frac{n_k}{n_j} = \frac{n_{total}}{n_j}, \quad (5.37)$$

de la ecuación de Menzel (5.4), para dos niveles l y j tenemos

$$\frac{n_l}{n_j} = \frac{b_l n_l^*}{b_j n_j^*}, \quad (5.38)$$

sustituyendo en 5.37 tenemos

$$\sum_{l=1}^N \frac{b_l n_l^*}{b_j n_j^*} + \frac{n_k}{n_j} = \frac{n_{total}}{n_j}, \quad (5.39)$$

de nuevo, de la ecuación de Menzel

$$\frac{n_k}{n_j} = \frac{1}{b_j} \frac{n_k^*}{n_j^*},$$

sustituyendo en 5.39 tenemos

$$\sum_{l=1}^N \frac{b_l n_l^*}{b_j n_j^*} + \frac{1 n_k^*}{b_j n_j^*} = \frac{n_{total}}{n_j},$$

entonces

$$n_j = n_{total} / \left(\sum_{l=1}^N \frac{b_l n_l^*}{b_j n_j^*} + \frac{1 n_k^*}{b_j n_j^*} \right).$$

Como podemos observar, tenemos una dependencia de b_j y de b_l/b_j , las cuales calcularemos en la siguientes secciones.

5.8. Calculando b_l/b_j

Para calcular los niveles energéticos, lo haremos en términos de los coeficientes de Einstein. Los términos definidos para las tasas de cambio de niveles energéticos para estados ligados pueden expresarse en términos de los coeficientes de Einstein

$$P_{ji} = \mathcal{A}_{ji} + \mathcal{B}_{ji} \bar{J}_{ji} + C_{ji}$$

$$P_{ij} = \mathcal{B}_{ij} \bar{J}_{ji} + C_{ij}$$

para ($j > i$) donde \mathcal{A}_{ji} , \mathcal{B}_{ji} y \mathcal{B}_{ij} son los coeficientes de Einstein para la emisión espontánea, emisión estimulada y absorción, respectivamente. C_{ji} y C_{ij} son las tasas de desexcitación y excitación colisional relacionadas por

$$C_{ij} = \frac{n_j^*}{n_i^*} C_{ji}.$$

El termino \bar{J}_{ji} es la cantidad de radiación incidente que afecta al sistema y esta dado por

$$\bar{J}_{ji} = \int \phi_\nu J_\nu d\nu$$

donde

$$J_\nu = \frac{1}{4\pi} \int I_{nu} d\omega$$

es la intensidad promedio y ϕ_ν es el perfil de absorción normalizada de tal forma que

$$\int \phi_\nu d\nu = 1.$$

También sabemos que los coeficientes de Einstein se relacionan como

$$\mathcal{A}_{ji} = \left(\frac{2h\nu_{ji}^3}{c^2} \right) \mathcal{B}_{ji}$$

y

$$\bar{w}_j \mathcal{B}_{ji} = \bar{w}_i \mathcal{B}_{ij}.$$

Ahora bien, a profundidades ópticas grandes, el numero de absorciones tiende a ser igual al numero de emisiones. Esto quiere decir que los términos del equilibrio estadístico tienden a cancelarse, haciendo mas complicado el cálculo. Para resolver este problema, Thomas (1960) define el equilibrio de niveles en términos de su emisión

$$n_j(\mathcal{A}_{ji} + \mathcal{B}_{ji}\bar{J}_{ji}) - n_i\mathcal{B}_{ij}\bar{J}_{ji} = n_j\mathcal{A}_{ji}\rho_{ji},$$

donde ρ_{ji} es el termino radiativo neto definido como

$$\rho_{ji} = 1 - \bar{J}_{ji}/S_{ji},$$

donde S_{ji} es la función fuente para una linea, definida como

$$S_{ji} = \frac{2h\nu_{ji}^3/c^2}{(\bar{w}_j/\bar{w}_i)(n_i/n_j) - 1}.$$

Ahora bien, utilizando la ecuación de continuidad 5.25 y la ecuación de equilibrio estadístico 5.23 podemos llegar a

$$n_l \sum_{m=1(\neq l)}^{\mathbb{N}} (P_{lm} + \mathcal{P}_{lm}) = \sum_{m=1(\neq l)}^{\mathbb{N}} n_m (P_{ml} + \mathcal{P}_{ml}),$$

donde

$$\mathcal{P}_{ij} = \frac{P_{ik}P_{kj}}{\sum_{l=1}^{\mathbb{N}} P_{kl}},$$

la cual puede ser escrita como

$$n_l \left(\sum_{l=1}^{l-1} \mathcal{A}_{li}\rho_{li} + \sum_{m=1(\neq l)}^{\mathbb{N}} Z_{lm} \right) = \sum_{j=l+1}^{\mathbb{N}} n_j \mathcal{A}_{jl}\rho_{jl} + \sum_{m=1(\neq l)}^{\mathbb{N}} n_m Z_{ml},$$

donde

$$Z_{ij} = C_{ij} + \mathcal{P}_{ij}.$$

También puede ser escrita como

$$b_l \left(\sum_{l=1}^{l-1} \mathcal{A}'_{li}\rho_{li} + \sum_{m=1(\neq l)}^{\mathbb{N}} Z'_{lm} \right) = \sum_{j=l+1}^{\mathbb{N}} n_j \mathcal{A}'_{jl}\rho_{jl} + \sum_{m=1(\neq l)}^{\mathbb{N}} n_m Z'_{ml} \quad (5.40)$$

donde

$$\mathcal{A}'_{ji} = \gamma_j \mathcal{A}_{ji}$$

y

$$Z'_{ji} = \gamma_j Z_{ji}.$$

donde

$$\gamma_j = \bar{w}_j \exp(-h\nu_{j1}/kT).$$

La ecuación 5.40 genera un conjunto de n ecuaciones con n incógnitas, de acuerdo al número de niveles energéticos de nuestro modelo atómico. Se resuelve para calcular las tazas b_2/b_1 , b_3/b_1 , etc. Dividiendo, podemos obtener la razón entre las diferentes tazas. Si necesitamos calcular un coeficiente de despegue podemos hacerlo con el siguiente análisis.

De la ecuación de continuidad y utilizando Menzel (1937), llegamos a

$$\sum_{l=1}^N P_{kl} = \sum_{l=1}^N b_l \frac{n_l^*}{n_k^*} P_{lk},$$

ahora bien, de la ecuación 5.34 tenemos que

$$\sum_{l=1}^N \frac{n_l^*}{n_k^*} P_{lk}^+ = \sum_{l=1}^N b_l \frac{n_l^*}{n_k^*} P_{lk},$$

dividiendo entre $n_1^*/(n_k^* \bar{w}_1)$ llegamos a

$$\sum_{l=1}^N \bar{w}_1 \frac{n_l^*}{n_1^*} P_{lk}^+ = \sum_{l=1}^N b_l \bar{w}_1 \frac{n_l^*}{n_1^*} P_{lk},$$

como

$$\frac{n_l^*}{n_1^*} = \frac{\bar{w}_l}{\bar{w}_1} \exp(-h\nu_{l1}/kT)$$

entonces

$$\sum_{l=1}^N \bar{w}_l \exp(-h\nu_{l1}/kT) P_{lk}^+ = \sum_{l=1}^N b_l \bar{w}_l \exp(-h\nu_{l1}/kT) P_{lk},$$

si definimos a

$$Q_{lk}^+ = \bar{w}_l \exp(-h\nu_{l1}/kT) P_{lk}^+ = \gamma_l P_{lk}^+$$

y

$$Q_{lk} = \bar{w}_l \exp(-h\nu_{l1}/kT) P_{lk} = \gamma_l P_{lk}$$

entonces, dividiendo entre b_j y despejando

$$b_j = \frac{\sum_{l=1}^N Q_{lk}^+}{\sum_{l=1}^N \frac{b_l}{b_j} Q_{lk}} \quad (5.41)$$

Ahora bien, para calcular los niveles de energía necesitamos

- \mathcal{A}_{ji} : Coeficiente de Einstein para la emisión espontánea.
- \mathcal{B}_{ji} : Coeficiente de Einstein para la emisión inducida.
- \mathcal{B}_{ij} : Coeficiente de Einstein para la absorción.
- \bar{J}_{ji} : Radiación promedio que llega al sistema para el nivel energético ji
- ρ_{ji} : Parámetro de radiación neta
- T : Temperatura.

Podemos observar finalmente que aun nos falta calcular tanto ρ_{ji} como \bar{J}_{ji} . Sin embargo, debido a que ρ_{ji} depende de \bar{J}_{ji} , calcularemos este ultimo en la siguiente subsección.

5.8.1. Calculando el parámetro \bar{J}_{ji}

Finalmente llegamos al parámetro más interesante de todo el cálculo. Este parámetro depende principalmente del perfil de la línea ϕ_ν . El perfil de la línea en realidad es una convolución entre una gaussiana y una lorenziana. La forma la dicta la función de Voigt

$$\phi_\nu = \frac{a}{\Delta\nu_D\pi^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-x^2} dx}{a^2 + [x - (\nu - \nu_0)/\Delta\nu_D]^2} \quad (5.42)$$

donde

$$a = \delta/\Delta\lambda_D,$$

en esta ecuación δ esta definida como

$$\delta = C_{rad} + C_{vdW} \left(\frac{n_{HI}}{10^{16}} \right) \left(\frac{T}{5000} \right)^{0.3} + C_{Stk} \left(\frac{n_e}{10^{12}} \right)^p$$

donde C_{rad} , C_{vdW} y C_{stk} son los parámetros radiativo, van der Waals y de Stark. El parámetro p depende del efecto Stark. El parámetro de ensanchamiento doppler $\Delta\lambda_D$ esta definido como

$$\Delta\lambda_D = 0.091 \frac{\lambda}{3000} \left[\frac{1}{M} \frac{T}{5000} + \left(\frac{V}{9.1} \right)^2 \right]^{1/2},$$

Donde V es la velocidad en km/s y M es la masa atómica relativa al Hidrógeno. Finalmente $\Delta\nu_D$ esta relacionada como

$$\Delta\nu_D/\nu = \Delta\lambda_D/\lambda$$

La función ϕ_ν depende de la profundidad, debido que T , V , n_{HI} y n_e son variables dependientes de la altura.

5.9. Resumen

En esta sección enunciaremos las ecuaciones y los valores iniciales necesarios para iniciar el cálculo del equilibrio estadístico.

5.9.1. Modelos Atómicos y Constantes Necesarios

La siguiente lista son los valores necesarios para el cálculo del equilibrio estadístico:

1. Definir el número de átomos involucrados en el equilibrio estadístico.
2. Definir la densidad numérica de cada átomo con respecto al Hidrógeno.
3. Contar con un modelo atómico para cada especie. El modelo atómico consta de los siguientes parámetros (para cada especie, e.d. para cada átomo y para cada estado de ionización):
 - a) Definir el número máximo de niveles energéticos.
 - b) Contar con los parámetros de Einstein para cada transición entre niveles energéticos ligado-ligado.
 - c) Tener una lista de frecuencias centrales para cada transición entre niveles energéticos en una “Lista Ordenada” pero en términos de su energía.
 - d) Definir los pesos estadísticos para cada nivel energético.
 - e) Definir las funciones de partición para cada nivel energético.
 - f) Saber la energía de ionización para cada nivel energético.
 - g) Tener la frecuencia inicial de los fotones ionizantes.
 - h) Contar con los parámetros de radiación, de van der Waals y de Stark para cada transición energética.

5.9.2. Valores Iniciales

Estos son los valores iniciales necesarios para “iniciar” el cálculo del equilibrio estadístico. Los perfiles son fijos, mientras que los valores iniciales de densidades son necesarios para iniciar el equilibrio en cada capa o en algún punto de la atmósfera.

1. Contar con los perfiles de temperatura, de velocidad doppler, de velocidad de turbulencia y de densidad de Hidrógeno con respecto a la altura.
2. Contar con valores iniciales para cada altura de la atmósfera, en este caso: densidad electrónica, densidad para cada átomo en sus diferentes etapas de ionización (especies) y densidades de niveles energéticos para cada especie.

5.9.3. Ecuaciones a resolver

$$\Delta\lambda_D = 0.091 \frac{\lambda}{3000} \left[\frac{1}{M} \frac{T}{5000} + \left(\frac{V}{9.1} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (5.43)$$

$$\Delta\nu_D = \Delta\lambda_D \nu / \lambda \quad (5.44)$$

$$\delta = C_{rad} + C_{vdW} \left(\frac{n_{HI}}{10^{16}} \right) \left(\frac{T}{5000} \right)^{0.3} + C_{Stk} \left(\frac{n_e}{10^{12}} \right)^p \quad (5.45)$$

$$a = \delta / \Delta\lambda_D \quad (5.46)$$

$$\phi_\nu = \frac{a}{\Delta\nu_D \pi^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-x^2} dx}{a^2 + [x - (\nu - \nu_0) / \Delta\nu_D]^2} \quad (5.47)$$

$$J_\nu = \frac{1}{4\pi} \int I_\nu d\omega \quad (5.48)$$

$$\bar{J}_{ji} = \int \phi_\nu J_\nu d\nu \quad (5.49)$$

$$S_{ji} = \frac{2h\nu_{ji}^3 / c^2}{(\bar{w}_j / \bar{w}_i)(n_i / n_j) - 1} \quad (5.50)$$

$$\rho_{ji} = 1 - \bar{J}_{ji} / S_{ji} \quad (5.51)$$

$$\gamma_j = \bar{w}_j \exp(-h\nu_{j1} / kT) \quad (5.52)$$

$$\mathcal{A}'_{ji} = \gamma_j \mathcal{A}_{ji} \quad (5.53)$$

$$\frac{n_l^*}{n_j^*} = \frac{\bar{w}_l}{\bar{w}_j} \exp(-h\nu_{lj} / kT), l > j \quad (5.54)$$

$$\frac{n_l^*}{n_k^*} = n_e \left(\frac{h^2}{2\pi m k T} \right)^{3/2} \frac{\bar{w}_l}{2U_k} \exp(h\nu_{kl} / kT) \quad (5.55)$$

$$C_{lk} = n_e \Omega_l(T) \exp(-h\nu_{kl} / kT) \quad (5.56)$$

$$R_{lk}^+ = 4\pi \int_{\nu_{kl}}^{\infty} \frac{1}{h\nu} \alpha_l(\nu) e^{-h\nu/kT} \left(\frac{2h\nu^3}{c^2} + J_\nu \right) d\nu \text{ puede ser } = R_{lk} \quad (5.57)$$

$$P_{lk}^+ = R_{lk}^+ + C_{lk} \quad (5.58)$$

$$P_{kl} = \frac{n_l^*}{n_k^*} P_{lk}^+ \quad (5.59)$$

$$R_{lk} = 4\pi \int_{\nu_{kl}}^{\infty} \frac{1}{h\nu} \alpha_l(\nu) J_\nu d\nu \quad (5.60)$$

$$P_{lk} = R_{lk} + C_{lk} \quad (5.61)$$

$$\mathcal{P}_{ij} = \frac{P_{ik} P_{kj}}{\sum_{l=1}^N P_{kl}} \quad (5.62)$$

$$(5.63)$$

$$Z_{ij} = C_{ij} + \mathcal{P}_{ij} \quad (5.64)$$

$$Z'_{ji} = \gamma_j Z_{ji} \quad (5.65)$$

$$Q_{lk}^+ = \gamma_l P_{lk}^+ \quad (5.66)$$

$$Q_{lk} = \gamma_l P_{lk} \quad (5.67)$$

$$n_j = n_{total} / \left(\sum_{l=1}^N \frac{b_l n_l^*}{b_j n_j^*} + \frac{1}{b_j} \frac{n_k^*}{n_j^*} \right) \quad (5.68)$$

$$b_j = \sum_{l=1}^N Q_{lk}^+ / \sum_{l=1}^N \frac{b_l}{b_j} Q_{lk} \quad (5.69)$$

A partir del sistema de ecuaciones

$$b_l \left(\sum_{l=1}^{l-1} \mathcal{A}'_{li} \rho_{li} + \sum_{m=1(\neq l)}^N Z'_{lm} \right) = \sum_{j=l+1}^N n_j \mathcal{A}'_{jl} \rho_{jl} + \sum_{m=1(\neq l)}^N n_m Z'_{ml}$$

se resuelven las tasas b_j/b_i y entonces se vuelven a calcular las n_j de manera iterativa hasta que converga tanto esta variable como las tasas b_j/b_i .

Capítulo 6

Emisión y Absorción

6.1. Función Fuente

En este trabajo usamos la ecuación de Planck:

$$I_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp(h\nu/kT) - 1}. \quad (6.1)$$

En equilibrio termodinámico podemos suponer

$$S_\nu = I_\nu.$$

En la figura 6.1 podemos observar la forma de la emisión con respecto a la frecuencia.

6.2. Función de Opacidad

6.2.1. Bremsstrahlung Clásico

En la literatura (Kurucz (1979), Rybicki & Lightman (1986), Zheleznyakov (1996), Dulk (1985)) podemos encontrar diferentes formas de expresar la función de opacidad para el Bremsstrahlung clásico, sin embargo, todas ellas se pueden resumir como

$$\kappa_{ff}^n(T, \nu) = \sum_i \frac{2^{5/2} \sqrt{\pi}}{3\sqrt{3}} \frac{e^6}{c(mk)^{3/2}} \frac{Z_i^2}{T^{3/2} \nu^2} n_e n_i \bar{g}_{ff}(Z_i, T, \nu) \quad (6.2)$$

donde e es la carga del electron, c la velocidad de la luz, m la masa del electrón, k la constante de Boltzmann, Z el estado de ionización, T la temperatura, ν la frecuencia, n_e la densidad electrónica, n_i la densidad de iones y $\bar{g}_{ff}(Z_i, T, \nu)$ el factor de gaunt.

6.2.2. Bremsstrahlung Inverso

Si un ion positivo, como es el caso del protón, genera Bremsstrahlung, es lógico suponer que un ion negativo, como el caso de H- producirá un intercambio de momento

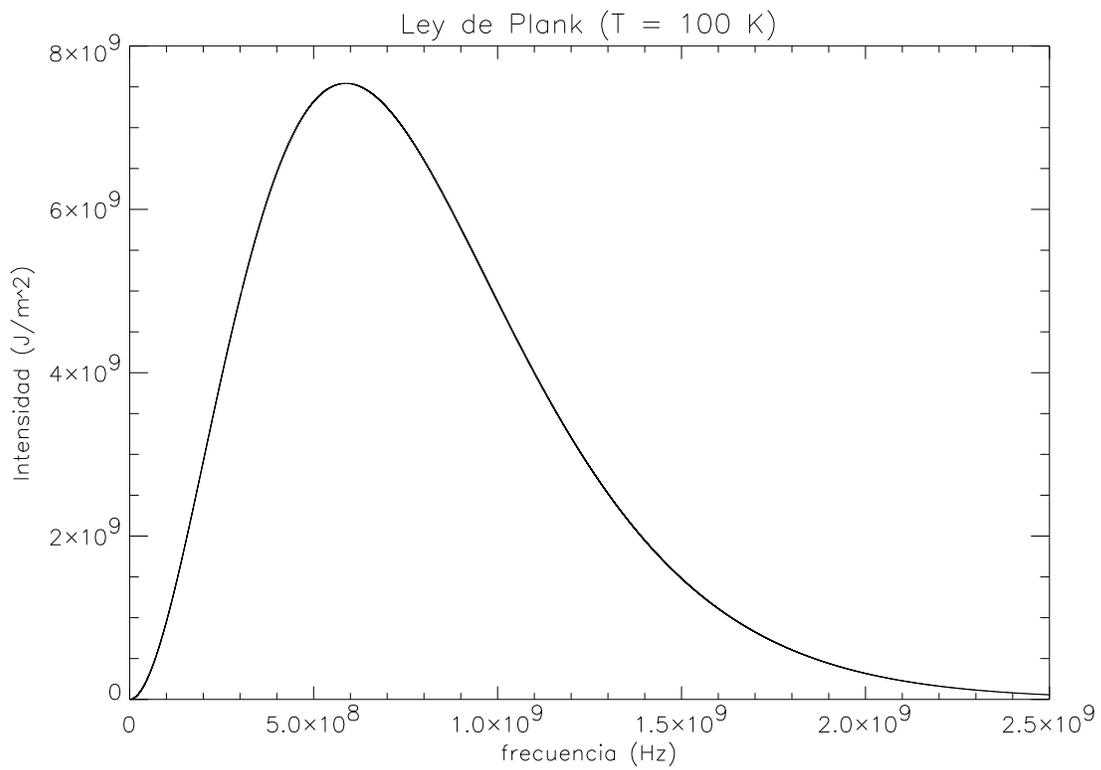


Figura 6.1: Emisión de cuerpo negro con una temperatura de 100K, donde podemos observar que el máximo se da en la región del radio.

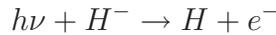
similar al Bremsstrahlung pero en dirección contraria, en lugar de jalar al electrón, lo repelería.

Este proceso fue estudiado por Golovinskii & Zon (1980), los resultados concluyen que para el caso milimétrico e infrarrojo la sección eficaz de choque es similar al caso clásico. Encuentran que la máxima diferencia existe cuando $\omega \sim \epsilon$ donde ϵ es la energía necesaria para arrancar un electrón del potencial del átomo y ω la frecuencia. La corrección calculada por Golovinskii aumenta en casi 60 % la sección eficaz de choque en la frecuencia máxima, pero decae rápidamente para frecuencias mas bajas. Por lo que es posible considerar las ecuaciones del Bremsstrahlung clásico.

6.2.3. H-

En John (1988) encontramos los dos mecanismos mas importantes para H-

- El mecanismo de foto-disociación “Wild” Wildt (1939)



- La interacción neutra, Zheleznyakov (1996)



Como las longitudes de onda están entre 0.4 y 40mm, el mecanismo de foto-disociación puede ser eliminada (Alexander & Ferguson, 1994).

En realidad, la interacción neutra es la mas importante a longitudes de onda milimétricas e infrarroja. La función de opacidad para la interacción neutra puede ser expresada como

$$\kappa_{ff}^{H^-} = k_{\lambda}^{tot} P_e n_H$$

donde k_{λ}^{tot} es el coeficiente de absorción publicado en John (1988), P_e es la presión electrónica y n_H la densidad de Hidrógeno total.

Para calcular la densidad de H- utilizamos la ecuación publicada en Vernazza et al. (1976)

$$n_{H^-} = 1.0354 \times 10^{-16} b_{H^-} n_e n_{HI} T^{-3/2} e^{8762/T} \quad (6.3)$$

donde b_{H^-} es el coeficiente de despegue para el H- en su nivel base.

6.2.4. Función de Opacidad Total

Nuestro modelo de opacidad incluye Bremsstrahlung clásico, H- y Bremsstrahlung inverso.

$$k_{\nu} = \kappa_{ff}^n + \kappa_{ff}^{B^-} + \kappa_{ff}^{H^-} \quad (6.4)$$

6.3. Factores de Gaunt

Dado que las funciones de opacidad son calculadas usando física clásica, es necesario multiplicar por el factor de gaunt. En pocas palabras, el factor de gaunt es la corrección cuántica al intercambio de momento. La física clásica supone que el cambio de momento entre un ion y un electrón es continuo, sin embargo el resultado de la interacción se traduce en fotones, los cuales están cuantizados. Esta pequeña diferencia produce un espectro diferente. En Rybicki & Lightman (1986) encontramos una tabla donde se puede calcular los factores de gaunt promedio para las condiciones de temperatura y densidad que se supone existen en la Cromosfera:

$$x = f_x(T, Z) = \frac{kT}{Z^2 Ry} \quad (6.5)$$

donde $Ry = 13.6\text{eV}$ es la constante de Rydberg y

$$y = f_y(\nu, T) = \frac{h\nu}{kT} \quad (6.6)$$

$$g(x) = \frac{9999}{10^4} \left(\frac{99}{10^2} x + \frac{99}{10^3} \right) \quad (6.7)$$

$$h(x) = 1001 - 1000x \quad (6.8)$$

$$\bar{g}_{ff}(T, Z, \nu) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{\pi} \ln \left[\frac{4}{\xi^{5/2}} \frac{kT}{h\nu} \left(\frac{kT}{Z^2 Ry} \right)^{1/2} \right] & x < 1, y < g(x) \\ 1, & x \leq 1, y > g(x), y \leq h(x) \\ \left[12 \frac{Z^2 Ry}{h\nu} \right]^{1/2} & x \leq 1, y > h(x) \\ \frac{\sqrt{3}}{\pi} \ln \left[\frac{4}{\xi} \frac{kT}{h\nu} \right] & x > 1, y < 1 \\ \left[\frac{3}{\pi} \frac{kT}{h\nu} \right]^{1/2} & x > 1, y \geq 1 \end{cases} \quad (6.9)$$

Este conjunto de ecuaciones tiene una modificación, ya que Rybicki & Lightman (1986) presenta un error.

6.4. Emisividad y Absorbencia Local

La ecuación de transferencia, puede ser representada localmente de la siguiente forma:

$$I_{local} = \epsilon_{abs} + \epsilon_{emi} \quad (6.10)$$

donde

$$\epsilon_{abs} = I_0 \exp(-\tau_{local}) \quad (6.11)$$

es la absorbencia local y

$$\epsilon_{emi} = S_{local}(1 - \exp(-\tau_{local})) \quad (6.12)$$

es la emisividad local. En este caso, I_0 es la emisión entrante, τ_{local} es la profundidad optica local y S_{local} es la funcion fuente local.

Podemos definir

$$E_l = 1 - \exp(-\tau_{local}) \quad (6.13)$$

como la eficiencia de la emisividad local y

$$A_l = \exp(-\tau_{local}) \quad (6.14)$$

como la eficiencia de la absorbencia local. Como podemos observar estos valores van de 0 a 1, lo que nos indica es la eficiencia de la atmosfera, tanto para absorber como para emitir. Con estos valores, resolveremos de forma iterativa un camino optico para la ecuación de transferencia radiativa.

Los parametros E_l y A_l son muy importantes en este trabajo, pues nos ayudaran a entender el comportamiento local de la Cromosfera.

Capítulo 7

PakalMPI

7.1. Introducción

PakalMPI es nuestro modelo de emisión atmosférica especializado en la emisión milimétrica submilimétrica e infrarroja.

Se encuentra dividido en los siguientes módulos:

1. Parser dinámico para la lectura de estructuras atómicas y de la estructura atmosférica.
2. Modulo para el computo de especies atómicas en NLTE.
3. Generador de geometría 3D.
4. Métodos numéricos necesarios en el modelo.
5. Solución numérica a la ecuación de transporte.
6. Modulo de funciones de opacidad y funciones fuente.
7. Sistema experto para integrar la ecuación de transporte radiativo.
8. Modulo MPI para coordinar cálculos en paralelo de espectros sintéticos o de imágenes bidimensionales.

El código fue escrito desde cero, con el lenguaje de programación C, para plataformas tipo UNIX, utilizando el estándar MPI2, aunque, ha sido probado con éxito en compiladores de intel con MPI.

7.2. Generando Espectros Sintéticos en LTE y NLTE

En las secciones anteriores estudiamos la teoría de emisión y el cálculo de abundancias. En esta sección vamos a mostrar los pasos necesarios para producir espectros sintéticos.

7.2.1. Condiciones Iniciales

Lo primero que realiza PakalMPI es leer la estructura atmosférica. Para ello, busca 5 perfiles fundamentales en función de la altura sobre la Fotosfera: temperatura, densidad de hidrógeno, átomos presentes y el parámetro b_1 . Con estos valores se generan en una estructura lógica las capas estratificadas de la atmósfera. A cada capa atmosférica, le corresponde un identificador. Este identificador es un valor de referencia para relacionar la metalicidad de cada capa. Como en principio sabemos cuáles son los átomos presentes en cada capa, lo que necesitamos saber es la cantidad de ellos. Para eso, tenemos un modelo atómico con los valores fundamentales, como sus potenciales de ionización energéticos, los cuales utilizaremos más adelante. Además del modelo atómico, tenemos que para cada capa atmosférica existe un valor relativo al hidrógeno de la cantidad del átomo en cuestión, no necesariamente constante entre cada capa.

7.2.2. Calculando la Densidad Electrónica y las Abundancias

Tenemos un conjunto de átomos y un perfil de valores relativos para cada capa, con ellos podemos poblar la ecuación 5.22.

Nuestro siguiente paso es calcular mediante la ecuación 5.21 las abundancias a partir de la densidad total de hidrógeno, la metalicidad y finalmente la temperatura. Esto lo hacemos resolviendo de manera dinámica la ecuación de Saha mediante una matriz de $n \times n$ donde n es la cantidad de especies involucradas en el cálculo y donde los valores iniciales de la matriz son las abundancias absolutas de los elementos que se encuentran en cada capa.

Si quisiéramos tomar el valor de la densidad electrónica, simplemente tenemos que sumar la contribución de cada especie, incluyendo el átomo de hidrógeno.

Para el caso de NLTE, el valor que nos entrega este primer cálculo, es el parámetro Z o contribución de electrones diferentes al hidrógeno, contemplado en la ecuación 5.9. Cabe recalcar que la solución de este parámetro es totalmente dinámica, no estamos resolviendo de forma explícita algún modelo estático, al contrario, nuestro modelo crece dependiendo de la cantidad de átomos que deseamos calcular de forma automática.

Ahora necesitamos calcular el parámetro d , que estudiamos en la ecuación 5.8, para ello necesitamos fundamentalmente el coeficiente de apertura b_1 . La suma de la derecha de esta ecuación es mucho menor que 1, por lo que puede ser despreciada. Sin embargo, el parámetro b_1 es muy difícil de calcular, por lo que creamos una aproximación que funciona muy bien.

Lo que hacemos es una aproximación en el espacio de las densidades, temperaturas y parámetros b_1 . Es una aproximación tridimensional de estos parámetros el que nos da el valor más cercano a b_1 . El problema es que hay pocas publicaciones con este parámetro, para nuestro trabajo usamos los valores publicados por VAL en su modelo C. En el siguiente capítulo, mostramos los resultados de esta técnica.

Con el parámetro Z y d , podemos calcular la densidad electrónica en NLTE utilizando la ecuación 5.10.

Finalmente restamos el número de electrones utilizado en formar H-, para ello, usamos la ecuación 6.3.

Este proceso es iterativo, hasta que la densidad electrónica se estabiliza.

7.2.3. Calculando la Ecuación de Transferencia Radiativa

Una vez calculada la densidad electrónica y los iones, resolvemos la ecuación de transferencia radiativa a través de un camino óptico 3D. El camino óptico se calcula en tiempo real y la ecuación de transferencia se resuelve como

$$I_\nu(L_{i+1}) = I_\nu(L_i) \exp \left[-\frac{dL}{2} (k_\nu(L_i) + k_\nu(L_{i+1})) \right] + S_\nu(L_i + 0.5dL) \left(1 - \exp \left[-\frac{dL}{2} (k_\nu(L_i) + k_\nu(L_{i+1})) \right] \right). \quad (7.1)$$

donde L_i es la posición de la celda “i”, dL nuestro paso de integración, S_ν la función fuente y k_ν la función de opacidad.

La función fuente utilizada esta dada por la ecuación 6.1 y la función de opacidad por la ecuación 6.4.

El proceso de integración lo realiza el algoritmo inteligente Tulum, el cual esta explicado en De la Luz et al. (2010). Este algoritmo busca en el camino óptico lugares donde la emisión es lo suficientemente interesante (este parametro puede ser medido mediante el parametro minimo de emisión local que explicaremos más adelante) para ser integrada. El proceso de integración se da en 3 pasos, un sistema experto que en principio tiene una base de conocimiento para dar una recomendación sobre si es necesario integrar y recomienda un paso de integración, un autómatas celular que guarda en que estado se encuentra la integración y finalmente un coordinador, que decide que hacer a partir del estado de la integración y de la recomendación del sistema experto.

Esta forma de integrar reduce en un orden de magnitud el tiempo, comparado con la integración lineal.

Finalmente, un coordinador de procesos en paralelo fue implementado para realizar de forma eficiente el cálculo de espectros sintéticos o de imágenes bidimensionales.

7.3. Resumen

Nuestro modelo implementado en PakalMPI se encuentra corriendo tanto en computadoras personales de uno o varios procesadores en Unix y en Linux. También tenemos una instancia ejecutándose en el Centro Nacional de Supercómputo. Los resultados que hemos tenido en esta parte son verdaderamente sorprendentes. Pues utilizando 32 procesadores de la maquina Cray del CNS en San Luis Potosí, pudimos generar espectros sintéticos de 32 frecuencias, con pasos de integración de 1 km del centro del disco solar en aproximadamente 3 segundos.

Pruebas de convergencia y de estabilidad de la parte numérica y del sistema experto fueron presentadas en De la Luz et al. (2010), resultados con los nuevos modelos de opacidad y de cálculo de abundancias se encuentran en el siguiente capítulo.

Capítulo 8

Espectros Sintéticos de la Cromosfera Solar

En las siguientes secciones mostramos los espectros sintéticos de la cromosfera solar para diferentes escenarios físicos. Nuestro modelo, llamado Celestun, utiliza modelos atmosféricos existentes (estudiados en el capítulo 3).

Celestun, incluye las tres funciones de opacidad estudiadas en el capítulo 6 y calcula la ecuación de transferencia radiativa en NLTE desarrollado en el capítulo 4 y 5 y resuelta por el código PakalMPI definido en el capítulo 7.

Las observaciones que utilizamos en este capítulo son las recopiladas por Loukitcheva et al. (2004) para diferentes épocas del ciclo solar.

A continuación mostramos una parte importante de las simulaciones, el parámetro mínimo de emisión local.

8.1. Parámetro Mínimo de Emisión Local

Uno de los aspectos fundamentales en el cálculo de espectros sintéticos es la caracterización de los errores asociados al cálculo numérico.

Uno de nuestros primeros trabajos consistió en averiguar si existía una cota mínima para la emisión local (Ecuación 6.10). El problema fundamental es el tiempo de computo para calcular las estructuras tridimensionales. Si tomamos en cuenta la emisión local a lo largo de una línea de visión, nuestro algoritmo busca los lugares donde la emisión es significativa.

Por ejemplo, encontramos que para altas frecuencias, la mayor contribución se daba en los primeras centenas de kilómetros sobre la Fotosfera, pero después, la emisión era poco significativa, menor al 10 %. Tenemos un escenario, donde la mayor emisión se concentra en regiones pequeñas y después existen regiones extensas donde la emisión local no es significativa, sin embargo, sumadas pueden llegar a ser significativas. ¿Como podemos tener un balance entre ambas regiones de tal forma que nos aproximemos a una solución eficiente?

En el panel superior de la Figura 8.1 podemos observar simulaciones desde 7.5 GHz hasta 7 THz (colores del negro al azul) utilizando el modelo C7. Arriba de los 3,000 km la emisión (Temperatura de Brillo) para todas las frecuencias ha llegado a su valor final (converge). Obviamente, la convergencia del modelo ocurre a diferentes alturas dependiendo de la frecuencia. Podemos observar, que para 7 THz, la altura donde la emisión permanece invariable se da a 590 km (línea punteada). Tomamos este punto como una referencia de altura (h_c).

En el panel central de la misma figura, graficamos la eficiencia de la emisión local (Ecuación 6.13) como función de la altura para el mismo rango de frecuencia. Claramente, el perfil de eficiencia de emisión local para 7 THz, es el más bajo para todas las alturas. Ahora bien, si observamos el valor de la eficiencia de emisión local a la altura h_c es

$$E_l = I_{eff} = 1 \times 10^{-4}.$$

Este valor es importante, porque nos da una referencia absoluta en el proceso de emisión local. Para otras frecuencias, este valor permanece ambiguo.

Ahora bien, este valor es una cota mínima que nos dice que para valores menores, la emisividad local no influye de forma significativa en la temperatura de brillo final.

Para comprobarlo, graficamos en el panel inferior de la misma figura 8.1 la emisividad local (Ecuación 6.10). Graficamos una línea horizontal tomando como base el parámetro mínimo de eficiencia de emisión local. Como podemos observar, la cota mínima establece los puntos (señalados con cruces) donde el modelo converge.

Para garantizar que el parámetro será verdaderamente una cota mínima, esta debe tomar en cuenta el mínimo de la temperatura del modelo de entrada. Utilizando la aproximación Rayleigh, el parámetro mínimo de eficiencia local llegamos a que

$$I_{min} < \frac{2k\nu^2}{c^2} \text{MIN}(T_r) \times 10^{-4} \quad (8.1)$$

donde k es la constante de Boltzmann, ν la frecuencia, c la velocidad de la luz y $\text{MIN}(T_r)$ el mínimo del perfil de temperatura del modelo de entrada. Este valor es de sumo interés, porque nos permite conocer el error asociado a nuestras simulaciones y al mismo tiempo, puede darnos una perspectiva de la contribución mínima local en el proceso de emisión en términos de la temperatura de brillo total a diferentes frecuencias. Este parámetro lo llamamos: parámetro mínimo de emisión local y es de suma importancia para garantizar la convergencia de nuestras simulaciones (De la Luz et al., 2010). El siguiente paso, es cuantificar el error relativo si utilizamos el parámetro mínimo de emisión local. Realizamos dos ejecuciones en nuestras simulaciones. La primera es tomando en cuenta toda la contribución local (es decir, tomamos en cuenta toda la emisión local por mínima que sea) y otra utilizando el parámetro mínimo de emisión local. La primera serie de simulaciones fueron consideradas como el resultado más aproximado al cálculo total y la segunda como nuestra aproximación

En la Figura 8.2 podemos observar el comportamiento del error relativo y podemos observar varias cosas interesantes. Primero, que el error asociado disminuye de forma

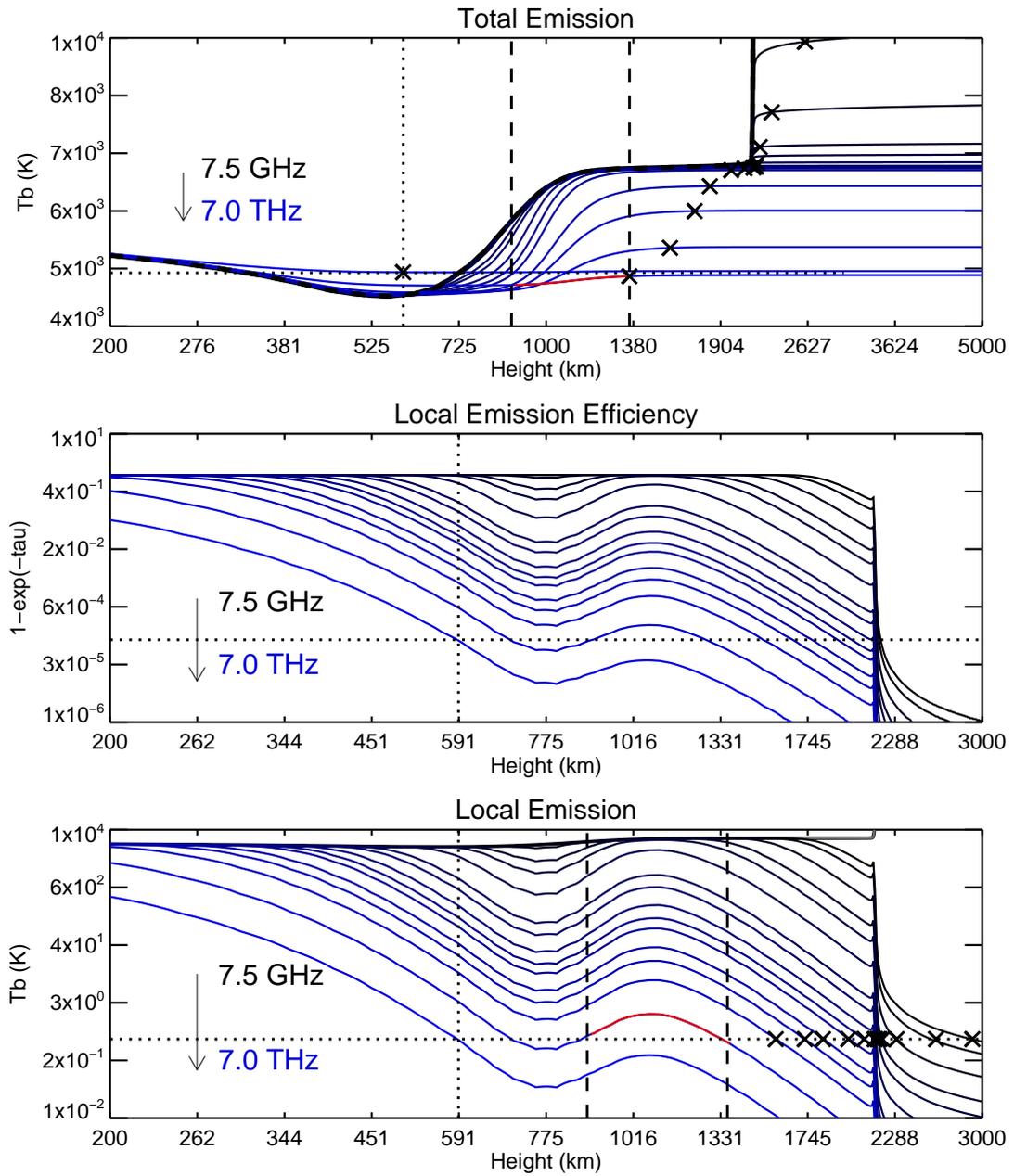


Figura 8.1: Convergencia en Temperatura de brillo multifrecuencias.

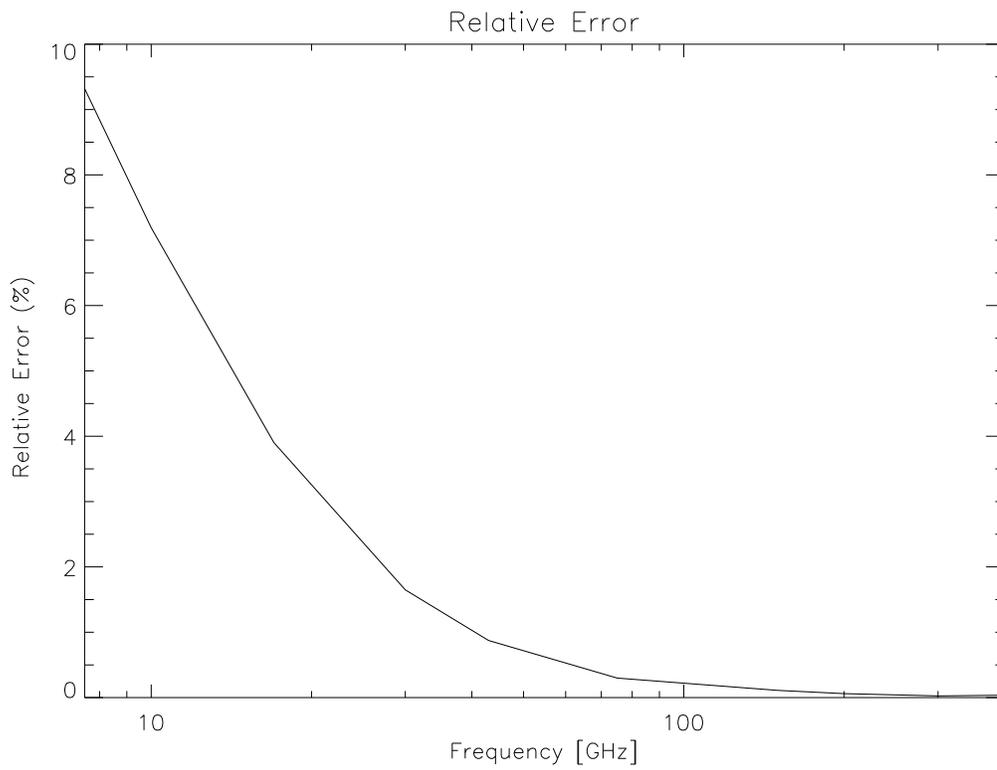


Figura 8.2: Error asociado al parámetro mínimo de emisión local.

significativa para altas frecuencias y segundo, nuestro error siempre es menor al 10 % de la emisión total.

Es por ello, que Celestun, se comporta mejor en regiones milimétricas, submilimétricas e infrarrojas, como se tenía planeado. Y no solo eso, nuestro análisis, nos muestra que a bajas frecuencias es muy importante la contribución de regiones casi transparentes. Si observamos la morfología de la atmósfera, podemos asegurar que la contribución de la zona de transición y de la Corona es importante para frecuencias menores a los 40 GHz.

El análisis del parámetro mínimo de emisión local es de gran importancia, porque los tiempos de integración se reducen considerablemente, lo que nos permite explorar soluciones rápidas automatizadas con I_{min} y después simulaciones detalladas que toman en cuenta toda la emisión local.

8.2. Comparación con otros Modelos de Emisión

El siguiente paso, una vez cuantificado el parámetro mínimo de emisión, es observar el comportamiento de nuestro modelo Celestun con respecto a otros modelos de emisión comparables. Hay que recordar que los modelos atmosféricos publicados también cuentan con un modelo de radiación. Sus espectros, pueden ser comparados con Celestun.

Realizamos varias simulaciones con Celestun para los modelos de CAIUS y VAL pero debido a que Celestun utiliza como modelo base de entrada el modelo C7, comparamos con sus resultados publicados en Avrett & Loeser (2008). En la Figura 8.3 podemos observar los resultados, la línea negra es Celestun utilizando el propio modelo C7, mientras la línea roja es la simulación de Avrett & Loeser (2008). La diferencia marcada entre 600 GHz y 3 THz no puede explicarse de forma sencilla, debido a que por un lado, estamos considerando diferentes funciones de opacidad y diferentes pasos de integración. Sin embargo, en el mismo artículo podemos obtener una pista de la posible diferencia, la cual explicaremos más adelante.

8.3. Simulaciones en Equilibrio Termodinámico Local (LTE)

El primer conjunto de simulaciones, tienen como objetivo observar el comportamiento de la radiación suponiendo una atmósfera en Equilibrio Termodinámico Local.

Usamos tres modelos precalculados: VALC Vernazza et al. (1981), C7 Avrett & Loeser (2008), CAIUS05 Selhorst et al. (2005a). Los resultados los graficamos junto con observaciones recopiladas por Loukitcheva et al. (2004), incluyendo observaciones del Solar Submillimeter Telescope. Al mismo tiempo, realizamos simulaciones en Equilibrio Termodinámico Local suponiendo una atmósfera totalmente ionizada.

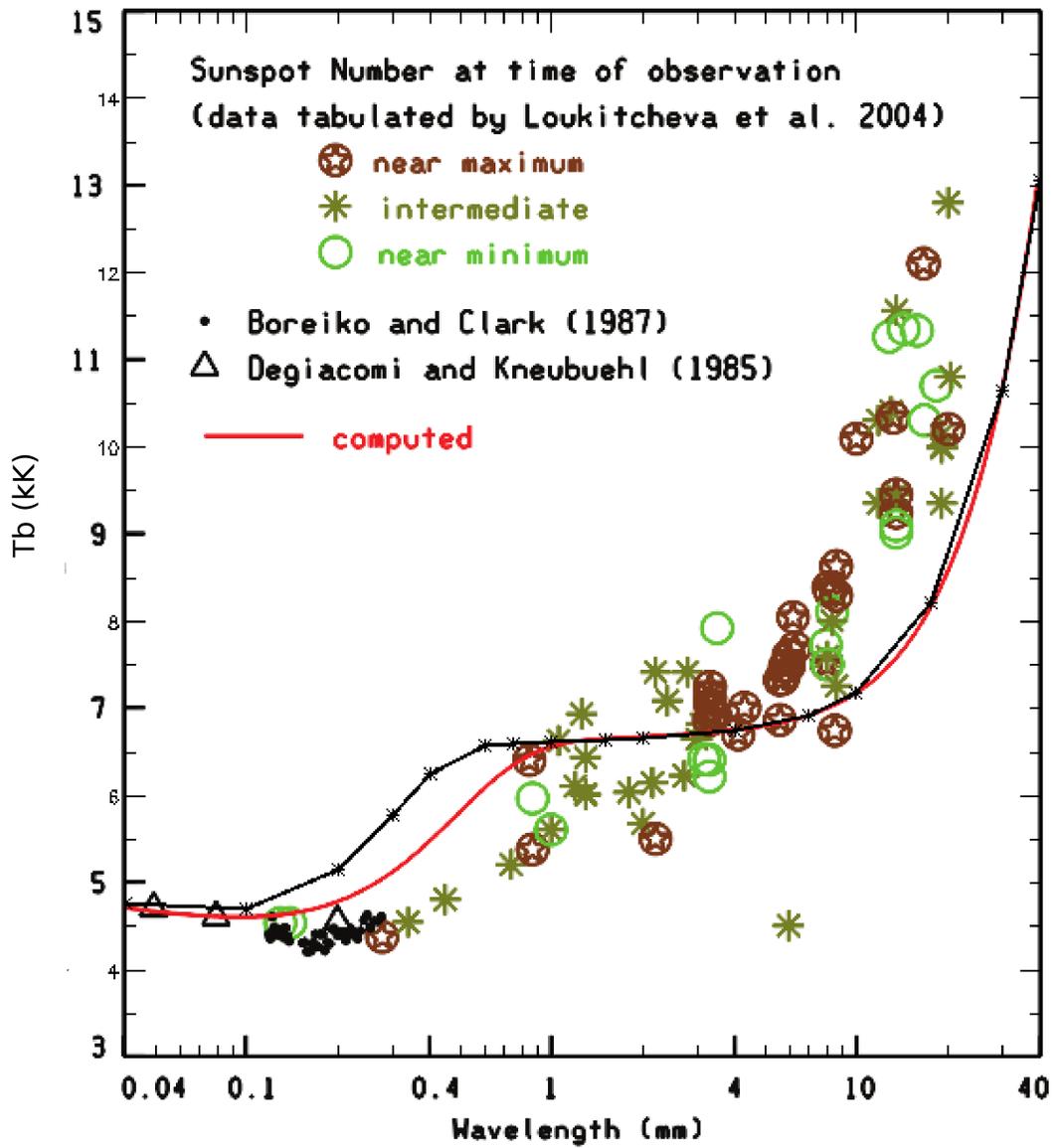


Figura 8.3: Comparación de Celestun con los resultados de Avrett & Loeser (2008), las observaciones son las recopiladas por Loukitcheva et al. (2004).

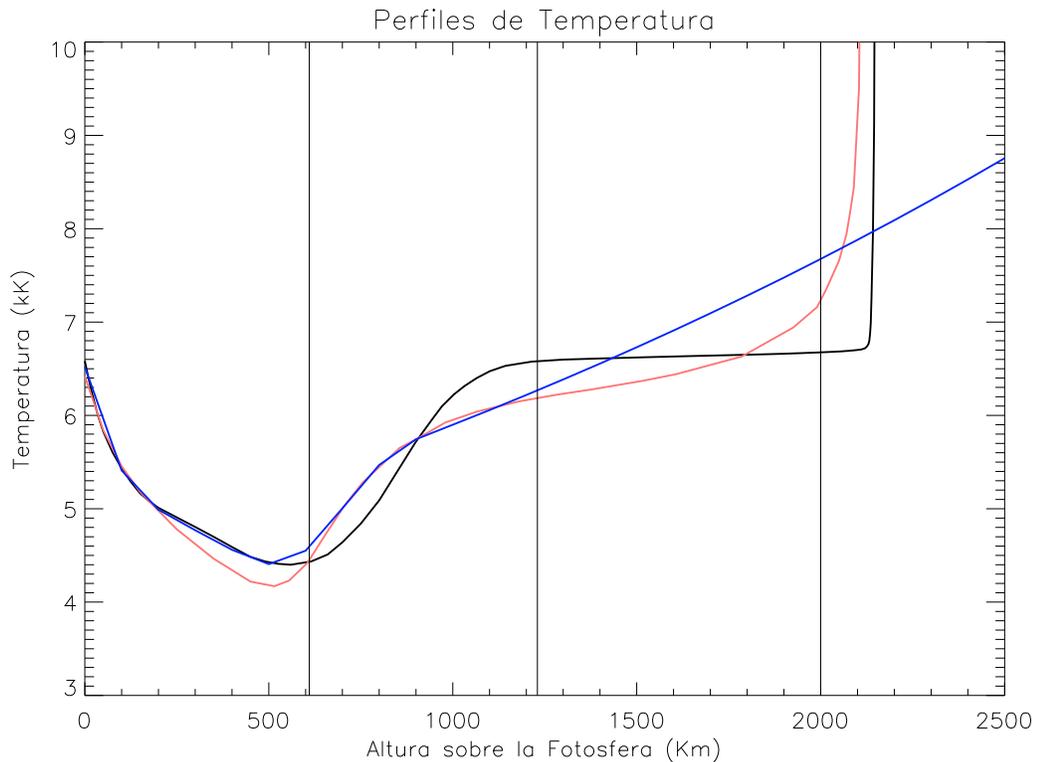


Figura 8.4: Perfiles de Temperatura con el siguiente código de colores: Rojo VALC, azul CAIUS, negro C7.

8.3.1. Modelos de Entrada

Para nuestras simulaciones en LTE con Celestun, utilizamos 3 modelos atmosféricos de entrada. En la Figura 8.4 observamos los 3 diferentes modelos de entrada: Rojo VALC, azul CAIUS y negro C7. En estos modelos existen 4 diferencias interesantes. La primera es la altura del mínimo de temperatura de la Cromosfera, la segunda es la profundidad del mínimo de temperatura, la tercera es la región hasta donde se extiende la Cromosfera y la última la forma en que comienza la zona de transición.

VALC tiene el mínimo más cercano a la Fotosfera y el más tibio, además de que tiene la Cromosfera más delgada y una zona llamada “plateau” donde la Cromosfera se mezcla con la zona de transición.

El modelo de CAIUS define la misma profundidad del mínimo, pero un poco más caliente y de menos extensión, después tiene un crecimiento monótono hacia la Corona. El modelo de CAIUS se extiende por varios miles de kilómetros más allá de los otros modelos. Su paso por la zona de transición es abrupto.

El modelo C7 tiene un mínimo alejado de la Cromosfera, es más extenso y muestra una Cromosfera con un perfil de temperatura casi constante y sin ninguna variación antes

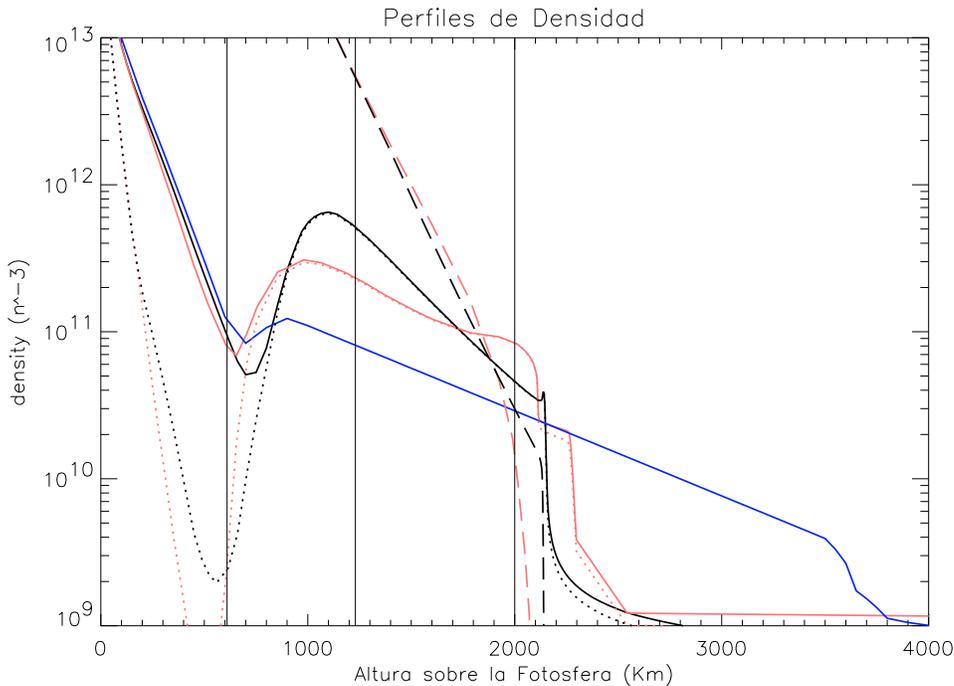


Figura 8.5: Perfiles de Densidad para los 3 modelos de entrada: Rojo VALC, azul CAIUS y negro C7. La línea continua nos muestra la densidad electrónica, la segmentada el HI y la punteada HII. Para el caso de CAIUS solo tenemos la densidad electrónica pues supone que la atmósfera esta totalmente ionizada.

de la llegada a la zona de transición.

Aunque sus diferencias sean aparentemente mínimas, los resultados en los espectros de emisión son significativos. Utilizando como parámetro de entrada la densidad total de Hidrógeno, la temperatura y la metalicidad de la atmósfera, podemos calcular las diferentes especies atómicas. En la Figura 8.5 graficamos los perfiles de densidad para los 3 modelos de entrada: Rojo VALC, azul CAIUS y negro C7. La línea continua nos muestra la densidad electrónica, la segmentada el HI y la punteada HII.

Podemos observar que el Hidrógeno no esta totalmente ionizado. La densidad de HII es diferente a la densidad electronica por lo menos en los primeros mil kilómetros.

El modelo de CAIUS extiende la densidad electrónica de la Cromosfera por lo menos 2000 kilómetros mas, es decir, el doble que los modelos semi empíricos.

8.3.2. Espectros Sintéticos Solares

Para calcular el espectro sintético, realizamos varias simulaciones con el objetivo de observar en términos generales el comportamiento de la radiación milimétrica, submilimétrica e infrarroja en el centro del disco solar.

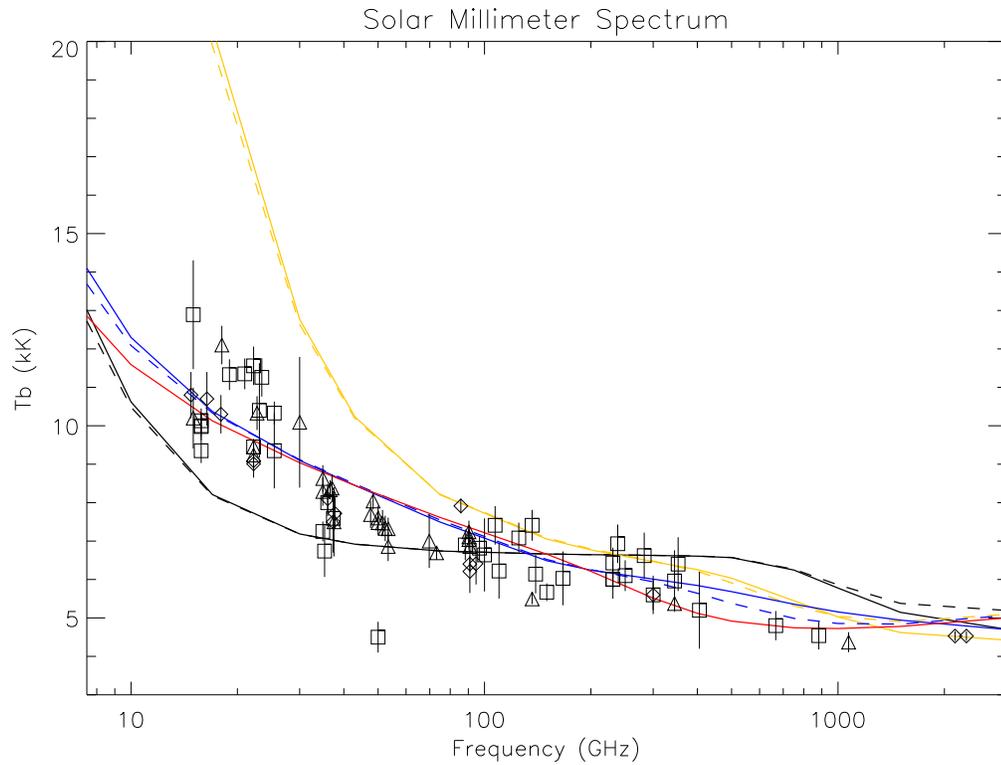


Figura 8.6: Espectro Solar LTE. Las líneas continuas son simulaciones utilizando únicamente Bremsstrahlung, mientras que las líneas segmentadas son simulaciones utilizando Celestun (3 funciones de opacidad). Amarillo VALC, Azul CAIUS, negro C7. La línea roja es una simulación utilizando los valores de la densidad electrónica precalculados por CAIUS y utilizando sus suposiciones. Los puntos son observaciones a través del ciclo solar recopiladas por Loukitcheva et al. (2004).

Utilizamos 3 modelos atmosféricos de entrada: VALC, CAIUS y C7. Con estos modelos realizamos dos suposiciones, la primera es utilizando las suposiciones clásicas en el cálculo de transporte:

1. La densidad de iones es igual a la de electrones $n_i = n_e$.
2. La única función de opacidad importante es la libre-libre o Bremsstrahlung.

En la figura 8.6 podemos observar nuestros resultados con estas suposiciones, con las líneas continuas en amarillo (VALC), azul (CAIUS) y negro (C7).

Las siguientes simulaciones las realizamos utilizando Celestun. Generamos los espectros utilizando Saha para el cálculo de electrones y de iones. Utilizamos las 3 funciones de opacidad y las graficamos en la misma figura 8.6 con los mismos colores pero con líneas discontinuas.

Finalmente, para tener una simulación de control, utilizamos los valores precalculados de CAIUS, utilizando sus suposiciones (atmósfera totalmente ionizada y Bremsstrahlung como función de opacidad). El resultado lo podemos observar como la línea continua roja en a figura 8.6.

Es interesante observar que no existe una diferencia significativa entre suponer una atmósfera totalmente ionizada con una parcialmente ionizada, y que al parecer, los resultados en temperatura de brillo permanecen casi inalterables al utilizar las 3 funciones de opacidad.

Otro punto importante es que utilizando un mismo espesor en la Cromosfera (VALC y C7) los resultados pueden variar de forma significativa, por un lado VALC predice una mayor temperatura que la observada mientras C7 predice una menor temperatura a bajas frecuencias. Las diferencias se deben fundamentalmente a la parte alta de la Cromosfera, en el modelo de VALC observamos temperaturas mayores a 20,000 K mientras que en C7 observamos temperaturas constantes que giran alrededor de los 7,000 K.

Otro dato importantes es que las 3 simulaciones para el modelo de CAIUS predicen mejores resultados que los modelos semi empíricos, pero hay un punto importante: la traza del espectro. Mientras que los dos modelos semi empíricos parecen seguir las observaciones aun de forma incorrecta, el modelo de CAIUS no reproduce la traza de las observaciones. Por ejemplo, tenemos que a 40 GHz existe una curvatura muy marcada en las observaciones, al igual que a 500 GHz, ambas concavidades no se ven reflejadas en el espectro sintético producido por las 3 simulaciones con los datos de entrada de CAIUS.

En la siguiente subsección, analizaremos con detalle 3 frecuencias: 17 GHz, 200 GHz y 400 GHz, para tratar de entender que esta ocurriendo en el interior de la atmósfera solar.

8.3.3. Estudio de Emisión Local a 17 GHz, 200 GHz y 400 GHz

Para tener un modelo de comparación, decidimos utilizar a Celestun con el modelo de entrada C7. La decisión fue tomada por el echo de que el modelo C7 es una actualiza-

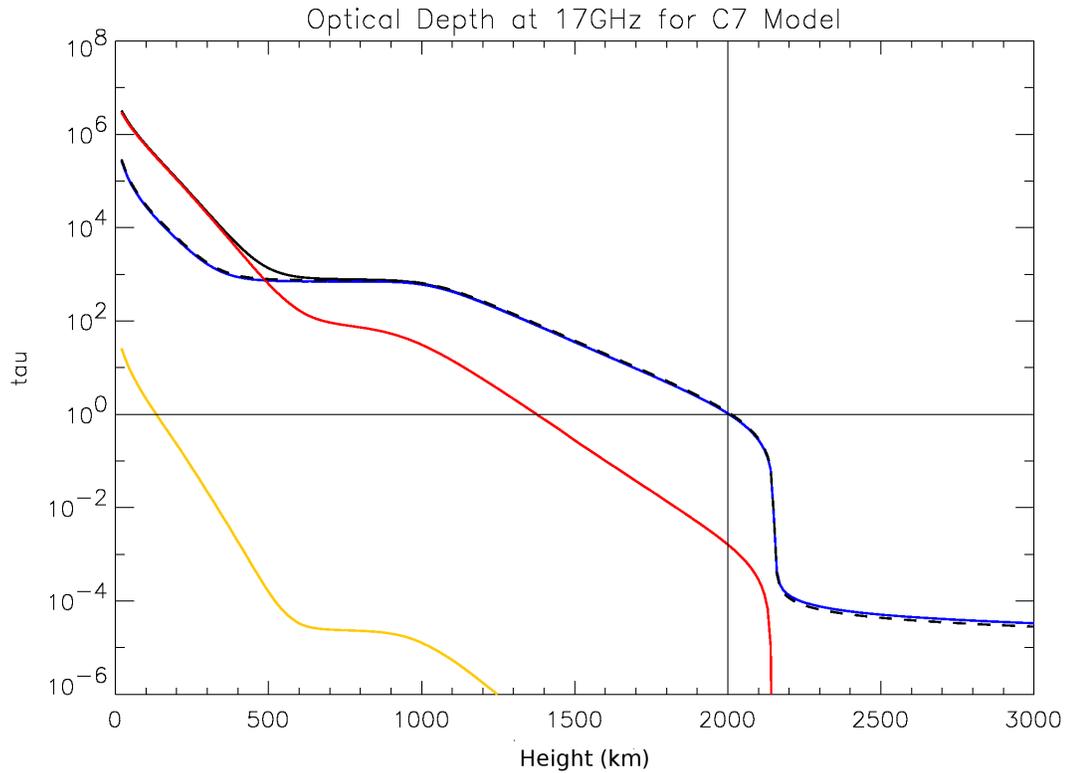


Figura 8.7: Profundidad óptica del modelo C7 a 17 GHz para el modelo Celestun (líneas continuas) y Bremmstrahlung Clásico (línea discontinua). En ambos casos, la altura donde $\tau = 1$ es igual.

ción del modelo VALC y porque publicó los valores necesarios para realizar nuestras simulaciones.

Decidimos presentar las simulaciones para las frecuencias de 17 GHz, 200 GHz y 400 GHz porque a partir de varias simulaciones multifrecuencias pudimos observar que tenemos 3 situaciones diferentes en términos de la profundidad óptica.

Además, contamos con observaciones en estas frecuencias, por un lado las obtenidas por el Radio Heliógrafo de Nobeyama, Japón y por el Solar Submillimeter Telescope en el Leoncito, Argentina.

Para estas simulaciones, realizamos dos suposiciones atmosféricas, la primera es utilizando la hipótesis LTE con Bremmstrahlung y la segunda es LTE usando Celestun.

Emisión en Profundidad a 17 GHz

La primera simulación que presentamos (Figura 8.7) muestra dos hipótesis, la primera es utilizando todas las funciones de opacidad (líneas continuas) en azul Bremmstrahlung, rojo H-, amarillo Bremmstrahlung inverso y negro la suma de las 3; por otro lado,

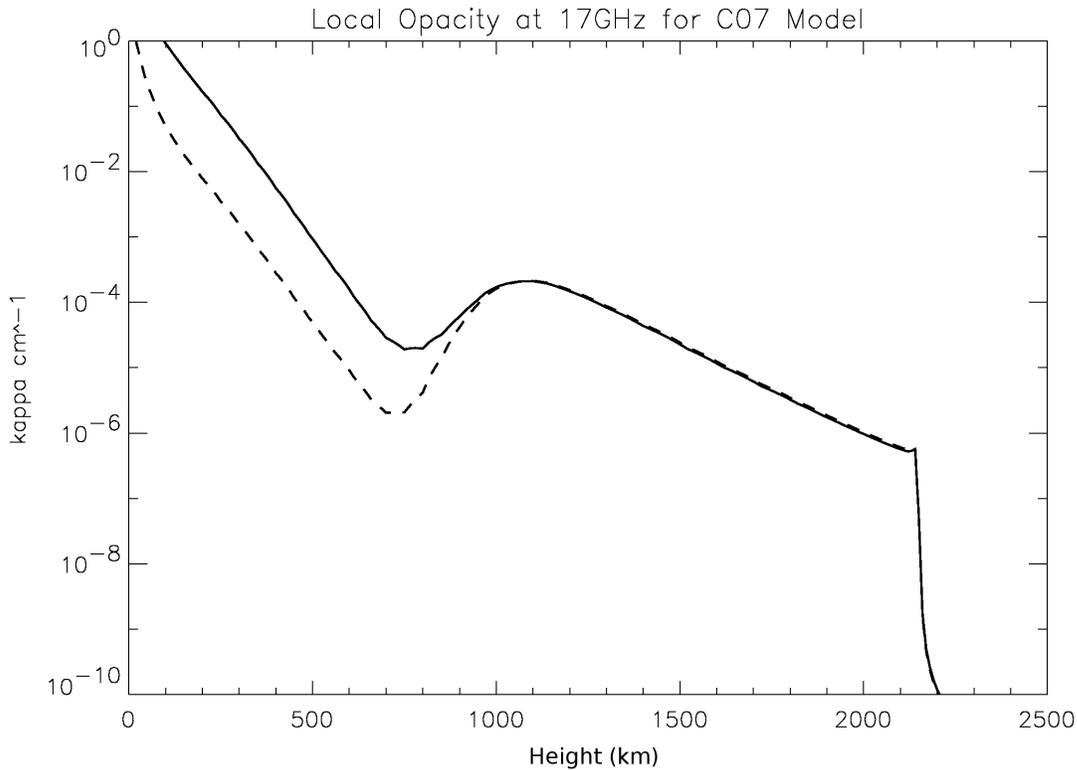


Figura 8.8: Opacidad local para 17 GHz. La línea continua nos muestra el modelo de Celestun, mientras la línea discontinua nos muestra unicamente la emisión Bremsstrahlung.

la línea punteada son nuestras simulaciones utilizando solo Bremsstrahlung. Aquí notamos dos puntos importantes:

1. Los primeros 500 km sobre la Fotosfera el mecanismo mas importante de absorción y emisión es H-.
2. $\tau = 1$ a 2000 km, independientemente de si usamos las 3 funciones de opacidad o solo Bremsstrahlung.

Si observamos la opacidad local (Figura 8.8) podemos notar que a 2,000 km ambas simulaciones tienen el mismo valor. En la Figura 8.9 observamos el comportamiento local de la atmósfera. Para ello utilizamos los parámetros de emisividad local (Ecuación 6.12, en rojo) y la absorbencia local (Ecuación 6.11, en negro) utilizando las 3 funciones de opacidad (línea continua) y solo Bremsstrahlung (línea discontinua).

Si la línea roja se encuentra próxima a 1 quiere decir que la atmósfera emite de forma significativa, en otro sentido, si la línea negra se aproxima a 1, significa que la atmósfera se adelgaza y deja pasar la radiación de manera eficiente.

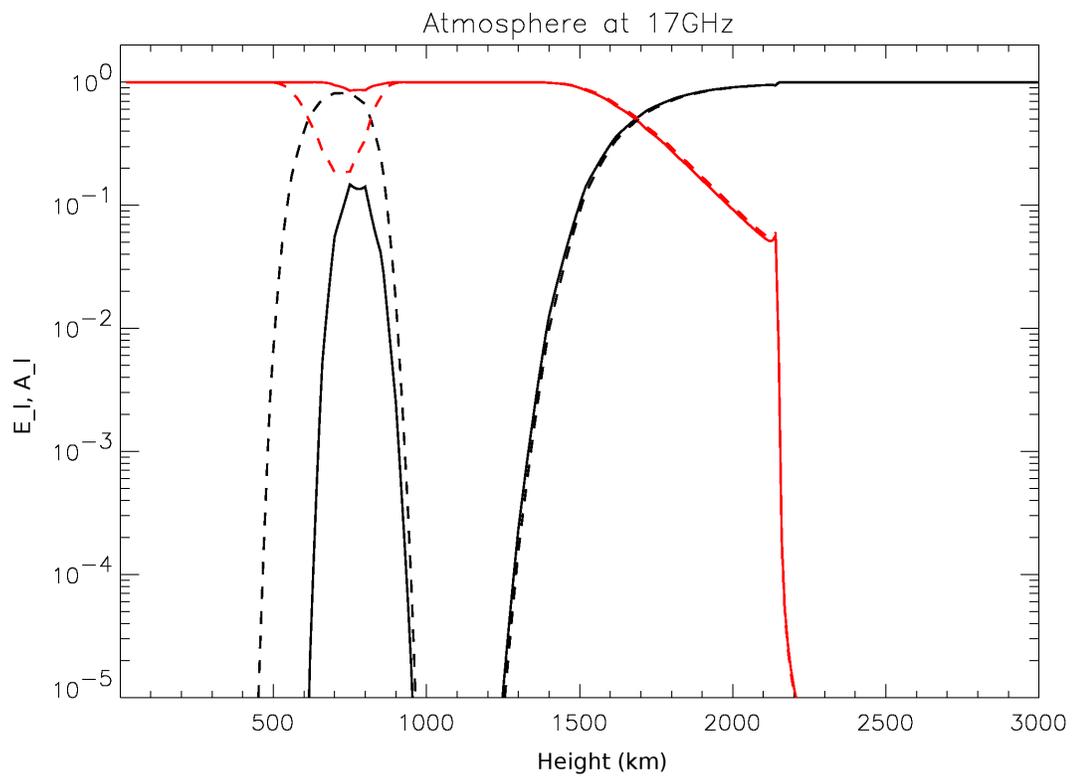


Figura 8.9: Comportamiento local de la atmósfera, línea punteada Bremsstrahlung, línea continua nuestro modelo. En rojo tenemos la eficiencia de la emisividad local (E_l) y en negro la eficiencia de la absorción local (A_l) de la atmósfera.

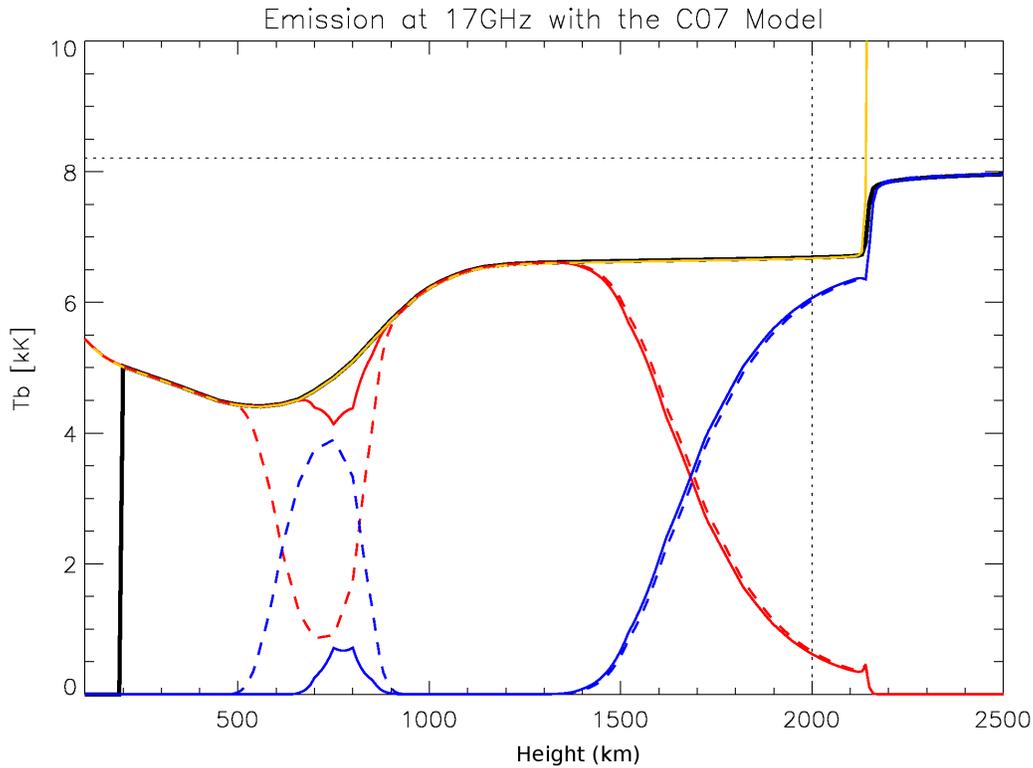


Figura 8.10: Emisión local a 17 GHz con el modelo de entrada C7. La línea continua es Celestun, la discontinua es utilizando solo Bremsstrahlung. En amarillo tenemos la Temperatura de entrada del modelo, en negro la convergencia de la temperatura de brillo a 17 GHz, en rojo la emisión local y en azul la absorción local.

Podemos observar claramente que cuando $\tau = 1$ la atmósfera deja pasar de forma apreciable la radiación y no emite de forma significativa.

El punto donde se cruzan ambas gráficas (Figura 8.9) esta aun por debajo de la región donde $\tau = 1$, aproximadamente 300 km mas cercano a la Fotosfera.

La pregunta en este punto es, ¿Cual es la altura de donde proviene la emisión de 17 GHz, a 1,700 km o a 2,000 km?

Para tratar de responder esta pregunta, realizamos el análisis en profundidad de la emisión local. En la Figura 8.10 la línea continua es el modelo con todas las opacidades, la discontinua es utilizando solo Bremsstrahlung. En amarillo tenemos la Temperatura de entrada del modelo, en negro la convergencia de la temperatura de brillo a 17 GHz, en rojo la eficiencia de emisión local y en azul la eficiencia en absorción local.

Comúnmente, se piensa que la temperatura de entrada es una cota superior para la convergencia de la temperatura de brillo, a 17 GHz se cumple esta hipótesis, pues la atmósfera es ópticamente gruesa en las regiones anteriores a los 1,500 km, excepto por una región de 400 km entre los 500 km y 900 km sobre la Fotosfera. Sin embargo,

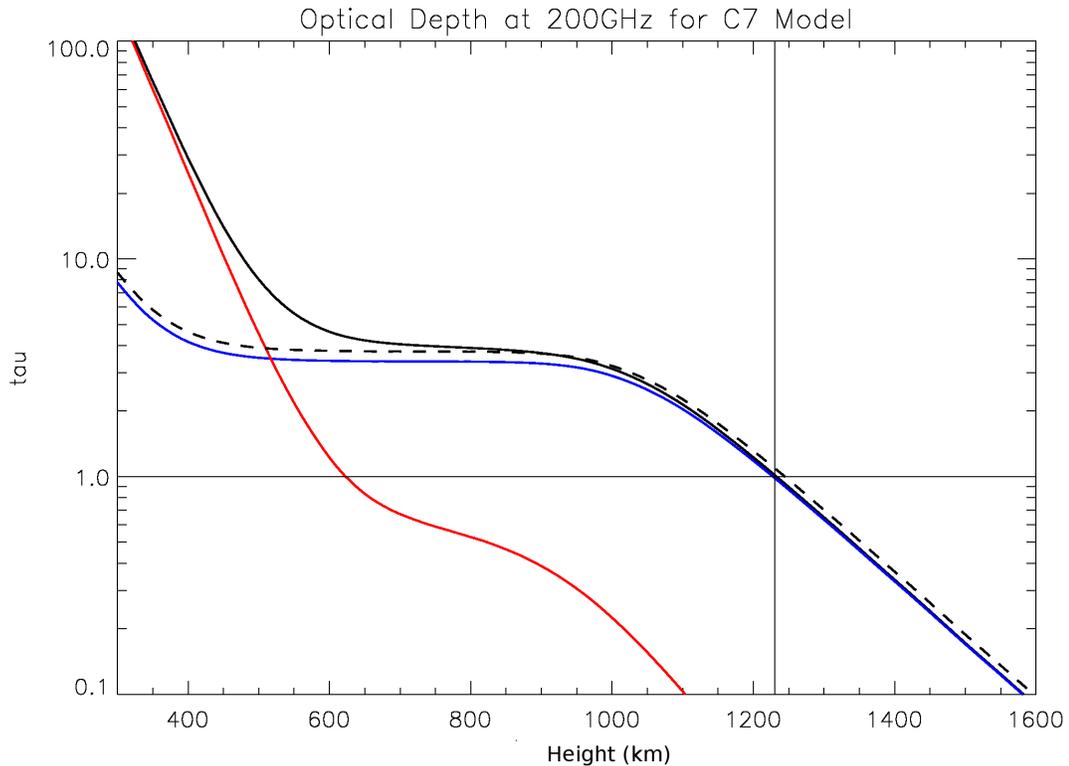


Figura 8.11: Profundidad óptica a 200 GHz para Celestun (líneas continuas) y Bremmsstrahlung clásico (línea segmentada)

a partir de los 1,500 km sobre la Fotosfera, la atmósfera comienza a dejar escapar radiación.

La capa que está generando la radiación a 17 GHz es de casi 800 km de espesor y comienza a 1,400 km sobre la Fotosfera, una altura muy diferente si se toma en cuenta la definición ambigua de atmósfera ópticamente gruesa ($\tau \gg 1$).

Emisión en Profundidad a 200 GHz

El código de colores que usamos en las siguientes gráficas, es el mismo que para el análisis de 17 GHz. Las simulaciones a 200 GHz, muestran un comportamiento muy diferente que a 17 GHz. Aunque en principio la función de opacidad parece comportarse de manera similar (Figura 8.11), si observamos la emisión local (Figura 8.12) podemos encontrar las siguientes diferencias:

1. La convergencia de la temperatura de brillo no sigue a la temperatura radial (temperatura de entrada del sistema), es decir, no es su cota máxima. Se puede observar que entre 700 km y 1,000 km sobre la Fotosfera, la temperatura de brillo está por debajo de la temperatura radial por algunos cientos de grados kelvin, para

después reponerse y seguir a la temperatura radial.

2. La eficiencia de emisión cae a 400 km para el caso de Celestun y a 100 km si usamos solo Bremsstrahlung, pero después de los 800 km ambos tienen una ligera contribución con un pico máximo a 1,100 km y termina hasta los 1,600 km sobre la Fotosfera.
3. Este pico hace que la temperatura de brillo alcance de nuevo a la temperatura radial, por lo que los resultados finales se enmascaran de nuevo y ambos modelos tienen el mismo resultado final.
4. Para el caso de Celestun, la atmósfera a 200 GHz comienza a radiar desde los 400 km y deja de hacerlo hasta los 1,600 km. Es decir, que la capa que radía a 200 GHz es de aproximadamente 1,200 km.
5. En el caso del Bremsstrahlung, la capa que radiaría a 200 GHz es de más de 1,500 km.

Emisión en Profundidad a 400 GHz

En este caso, podemos observar que si existen diferencias en la profundidad óptica (Figura 8.13). La diferencia en alturas entre usar ambos modelos es de más de 200 km. Para el caso de Bremsstrahlung la altura donde $\tau = 1$ se da a 400 km, mientras que para el caso de Celestun se da a un poco más de 600 km. Para el caso del análisis de emisión local (Figura 8.14) encontramos lo siguiente:

1. La altura donde la emisión comienza utilizando ambos modelos difiere significativamente.
2. Para el caso de Celestun, existe un ligero segundo pico de emisión muy ancho, que va desde los 900 km hasta los 1,400 km. Este pico es el responsable de la pequeña diferencia en la temperatura de brillo final reportada en nuestro espectro sintético.
3. Para Bremsstrahlung, no se observa ese segundo pico.
4. Entre los 300 km y 700 km sobre la Fotosfera, observamos que la temperatura de brillo rebasa la temperatura radial de entrada y después entre los 700 km y los 1,400 km se encuentra por debajo.
5. La convergencia de la temperatura de brillo consigue igualarse finalmente a la temperatura radial.

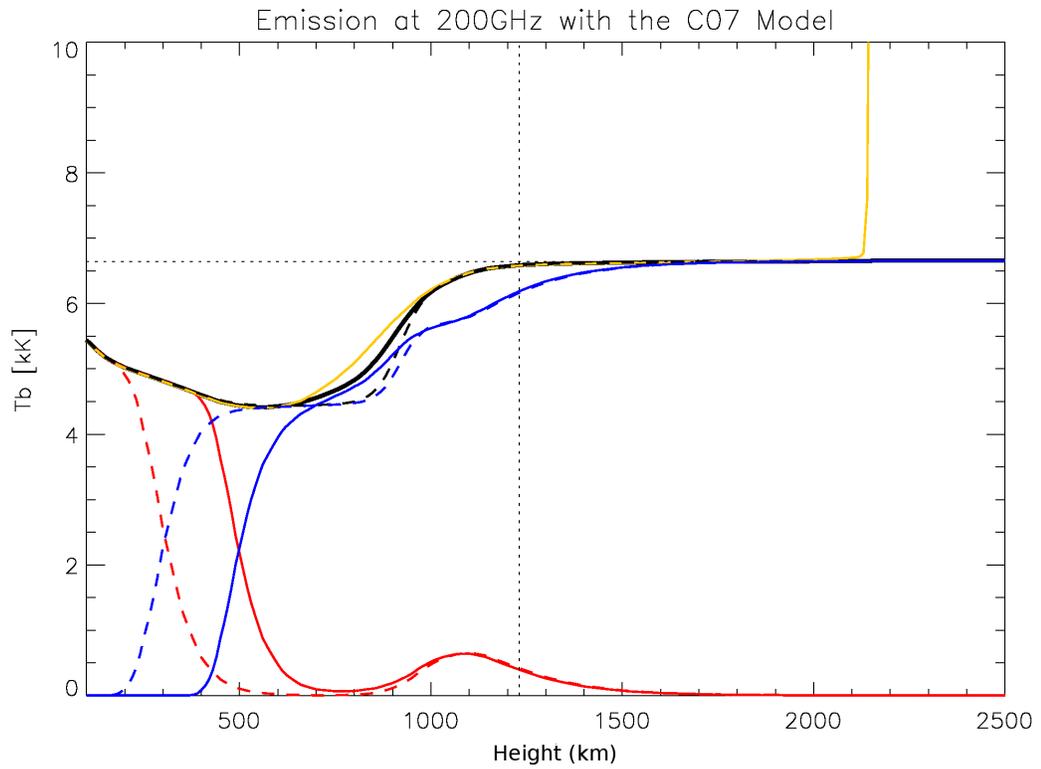


Figura 8.12: Emisión local a 200 GHz. La línea continua es Celestun, la discontinua es utilizando solo Bremsstrahlung. En amarillo tenemos la Temperatura de entrada del modelo, en negro la convergencia de la temperatura de brillo a 200 GHz, en rojo la emisión local y en azul la absorción local.

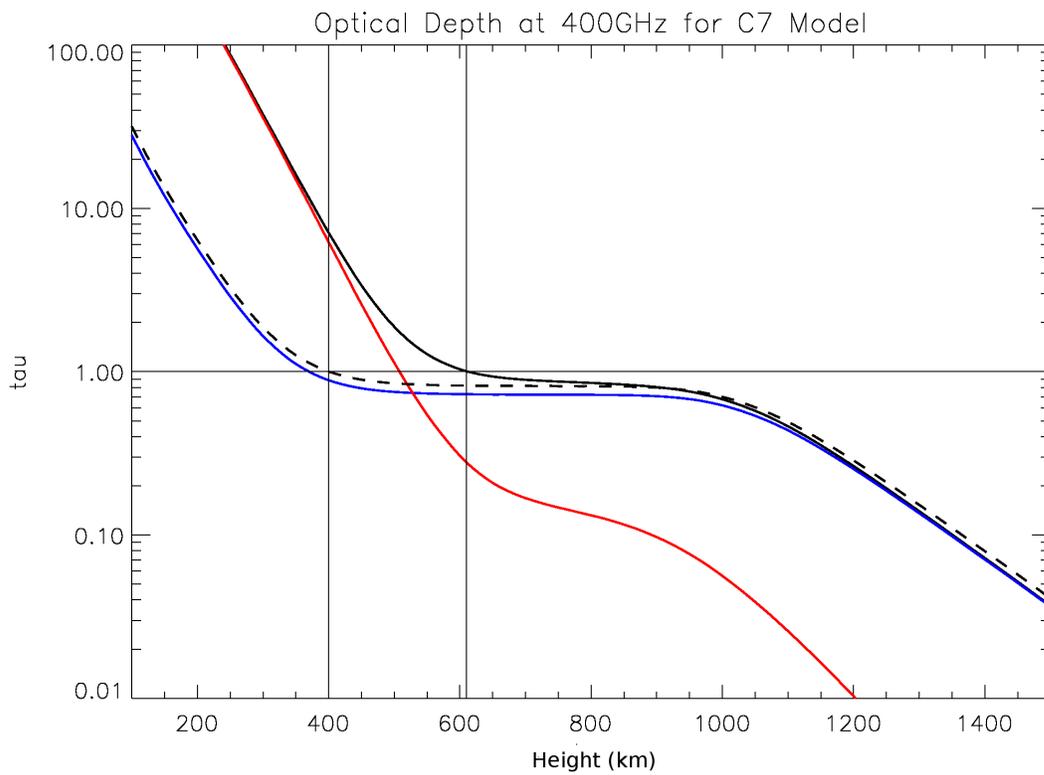


Figura 8.13: Profundidad óptica a 400 GHz para Celestun (lineas continuas) y Bremsstrahlung clásico (linea discontinua).

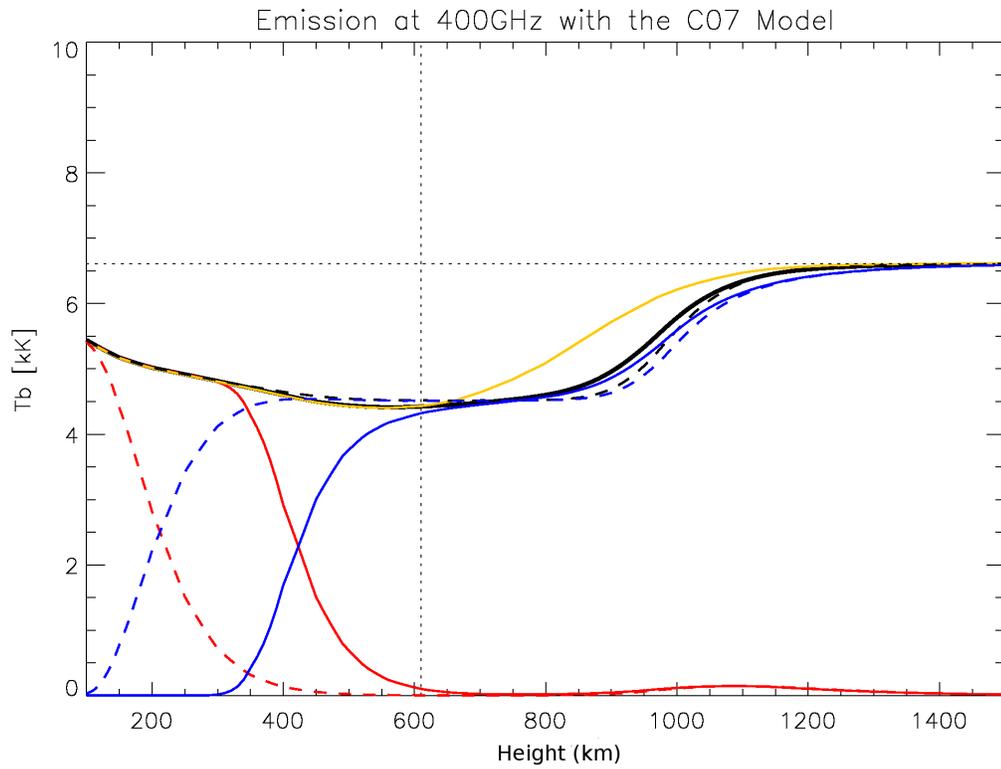


Figura 8.14: Emisión local a 400 GHz. La línea continua es Celestun, la discontinua es utilizando solo Bremsstrahlung. En amarillo tenemos la Temperatura de entrada del modelo, en negro la convergencia de la temperatura de brillo a 17 GHz, en rojo la emisión local y en azul la absorción local.

8.3.4. Resumen

Encontramos que aun cuando las diferencias entre modelos de las temperaturas de brillo reportadas en nuestros espectros sintéticos son mínimas, un análisis en profundidad nos mostró que internamente en los primeros 500 km el mecanismo mas importante es el debido a la interacción con el H- y que no usarlo genera grandes diferencias en el transporte de radiación.

Físicamente el transporte de radiación tiene diferencias muy significativas, en especial, las alturas y el espesor de las capas donde la emisión se genera.

Encontramos que no necesariamente la Temperatura de Brillo tiene como cota máxima la Temperatura del modelo atmosferico de entrada.

En las siguientes secciones trataremos de generalizar este tipo de simulaciones pero utilizando NLTE. Pero antes, analizaremos el efecto de estructuras dentro de la Cromosfera Solar.

8.4. Simulaciones con la red Cromosférica en LTE

8.4.1. Observaciones y Modelos de Entrada

La red cromosférica del sol fue descubierta por Hale en 1892 con su nuevo espectro-heliógrafo utilizado en el observatorio Yerkes. Este patrón fue llamado en un principio “Estructura Reticular”, la cual cubría el disco solar fuera de las regiones activas.

Observaciones recientes (Krijger, 1999) por el experimento TRACE cercanas al ultravioleta y centradas en $\lambda = 170nm, 160nm$ y $155nm$ despliegan características similares a las observadas en las líneas Ca II, H y K. Estas líneas también forman la red cromosférica.

Esta red se observa como un conjunto de estructuras brillantes, al parecer micro arcos, los cuales son rodeados por zonas oscuras.

Imágenes reportadas por Patsourakos et al. (2007), revelan gran detalle en las micro estructuras.

Debido a que los modelos de temperatura y densidad de la Cromosfera están basados en diferentes puntos de la red cromosférica, quisimos observar el comportamiento de la emisión milimétrica utilizando estos parámetros de entrada.

Los modelos de VAL están basados en las dos regiones mas características de la red cromosférica: La red oscura y caliente y la intra red o celda brillante y fría.

Este modelo de dos colores se debió a la resolución angular con la que se contaba entonces. Ahora, con observaciones de mayor resolución angular, podemos establecer la estructura de la radiación milimétrica en detalle, sin embargo, debido a que solo existen publicaciones con baja resolución angular, decidimos bajar la resolución a las imágenes de VAULT (Patsourakos et al., 2007), y tomar los modelos A y D de VAL que corresponden a estas estructuras.

En la Figura 8.15 podemos observar, por un lado la imagen del Sol quieto tomada por el experimento VAULT y en el recuadro superior izquierdo, podemos observar el



Figura 8.15: Degradación de la resolución angular de las observaciones de VAULT para ser comparadas con los modelos A y D de VAL.

tratamiento de la imagen para degradar su resolución a dos colores. La regla general de la red cromosférica es que el área cubierta entre ambas estructuras es 50 % y 50 %.

Podemos observar claramente que reducir la resolución angular nos muestra imágenes con filtros de $H\alpha$ con baja resolución angular y se observa de nuevo la característica red cromosférica de 2 colores.

Una vez que tenemos nuestra imagen bidimensional y bicolor, relacionamos cada color a un perfil de densidad y temperatura diferente. Una vez relacionado el color con el perfil, se hace una serie de transformaciones a la imagen.

En primer lugar se genera un mosaico sintético de la red cromosférica. Este tratamiento tiene el objetivo de reducir al mínimo los problemas de continuidad en los bordes, lo que hacemos es cortar la imagen original en cuatro y después las esquinas que eran internas, las volvemos externas y ahora los nuevos bordes interiores se suavizan, siempre conservando la relación de contraste.

Una vez que el mosaico es generado, lo que hacemos es “pegar” la imagen a la superficie solar de nuestro modelo, tomando como base una transformación angular y no una transformación espacial. Este es el clásico problema de proyección, como hacer que una imagen plana se convierta en una imagen curva y que conserve sus características espaciales. Lo que supusimos fue que la imagen tomada por VAULT era muy cercana al centro del disco solar y es lo suficientemente pequeña para suponer que se forma un triángulo isósceles, donde el ángulo entre sus dos lados iguales es similar al área (angular) cubierta por la observación. En las Figuras 8.16 y 8.17 observamos los perfiles de temperatura y densidad de Hidrógeno tomados de los modelos VAL A y D para la red y la celda de la red cromosférica. Como observamos las diferencias son mínimas. El cálculo de la densidad electrónica lo podemos observar en la figura 8.18.

8.4.2. Catálogo de Simulaciones desde 1.4 GHz hasta 212 GHz

PakalMPI, resuelve la ecuación de transferencia radiativa y entrega Temperatura de Brillo para una posición en la proyección del disco solar. La Temperatura de Brillo es en realidad la Intensidad Especifica. Las simulaciones que podemos realizar son puntuales. El modelo físico, como lo hemos mencionado es Celestun, el cual incluye las 3 funciones de opacidad estudiadas.

Sin embargo, observaciones prácticas, reciben Flujo de llegada (irradiancia). El Flujo y la Intensidad Especifica pueden compararse si se hacen una serie de suposiciones, en general se necesita convolucionar la imagen con el patrón de antena del instrumento.

En este primer catalogo, mostramos las simulaciones en Temperatura de Brillo para 1.4 GHz (Figura 8.19), 3.9 GHz (Figura 8.20), 17 GHz (Figura 8.21), 43 GHz (Figura 8.22), 110 GHz (Figura 8.23), y 212 GHz (Figura 8.24).

Estas simulaciones teóricas son importantes, porque nos permiten calcular el flujo para cualquier telescopio.

Podemos observar claramente la diferencia entre calcular la temperatura de brillo de una celda fría o de una red caliente, las cuales convergen al irse acercando al limbo solar, este es un comportamiento clásico de la proyección de la estructura cromosférica

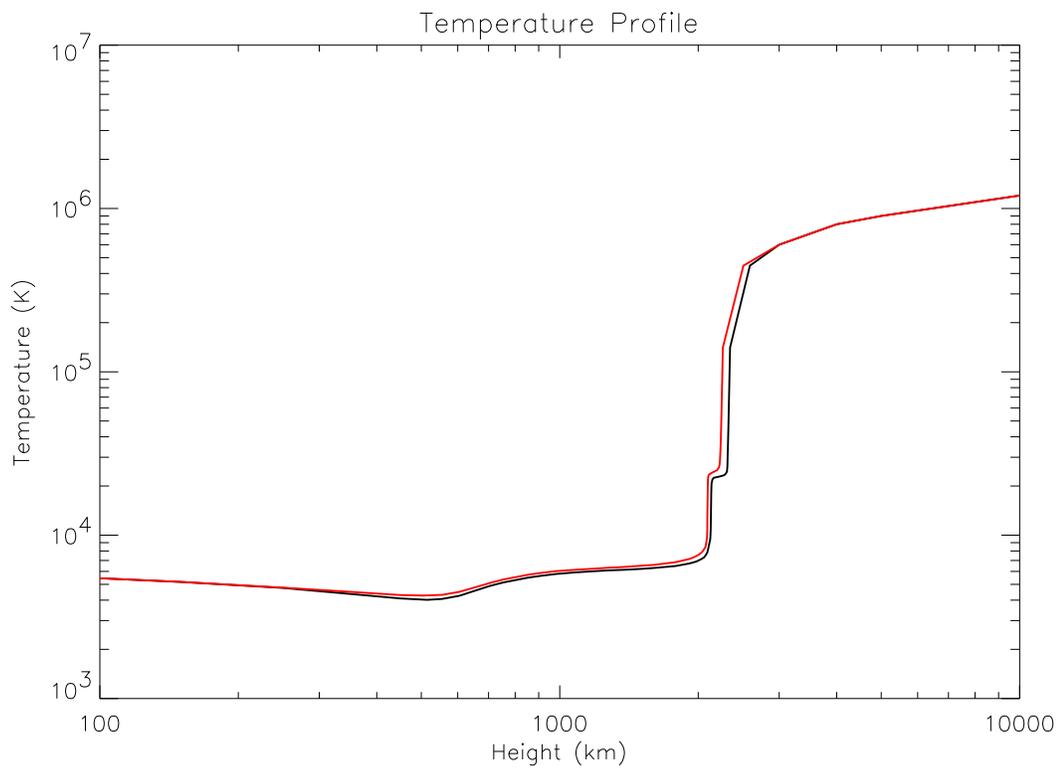


Figura 8.16: Temperatura de entrada para Celestun con red cromosférica, en rojo tenemos la red cromosférica oscura y en negro la celda brillante del modelo VAL A y D.

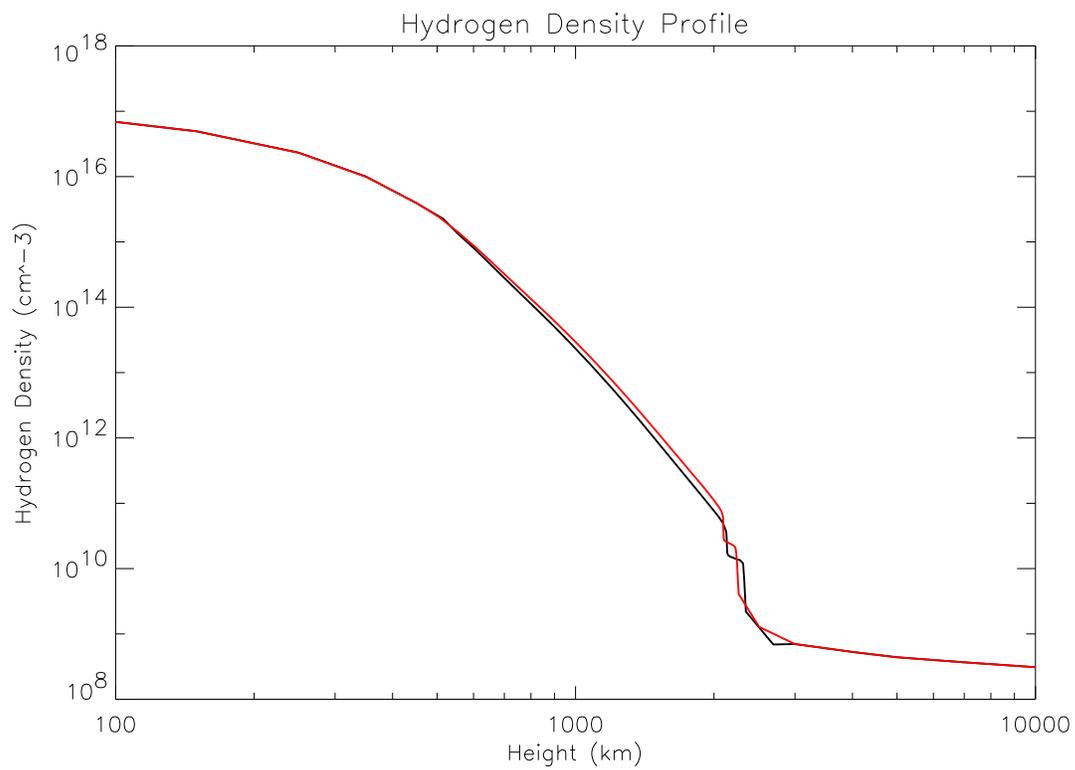


Figura 8.17: Densidad de Hidrógeno de entrada para Celestun con red cromosférica, en rojo tenemos la red cromosférica oscura y en negro la celda brillante del modelo VAL A y D.

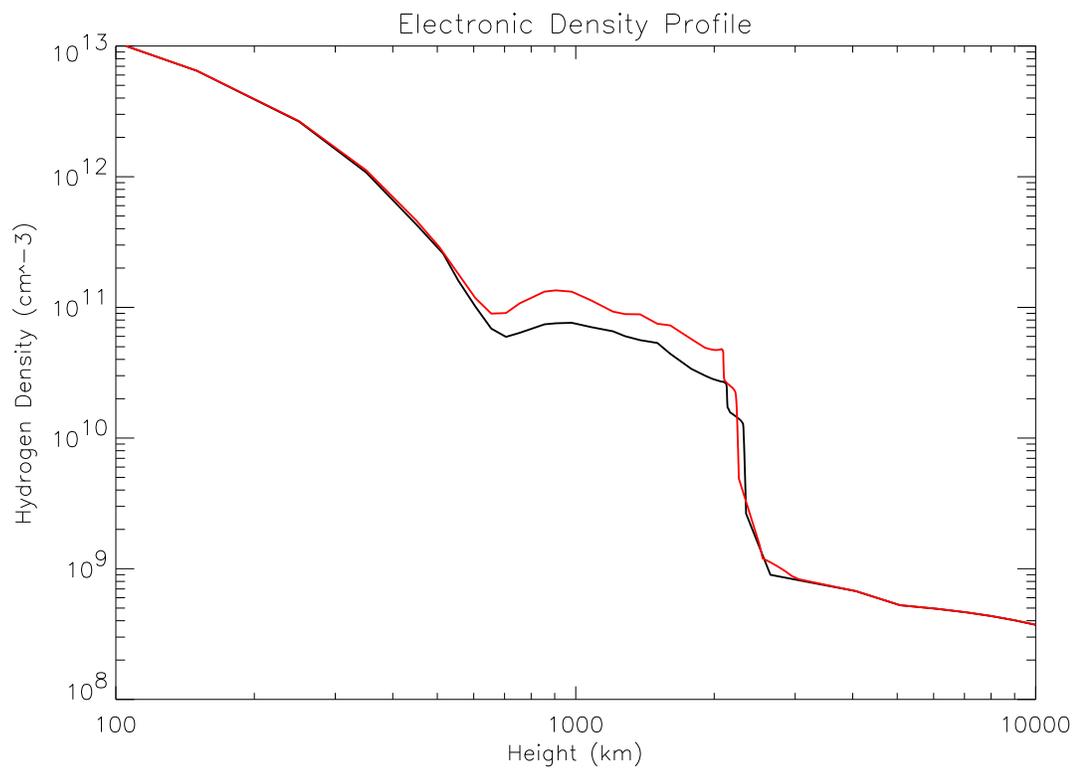


Figura 8.18: Densidad electrónica para el modelo de celda (negro) y red (rojo) cromosférica para el modelo VAL A y D.

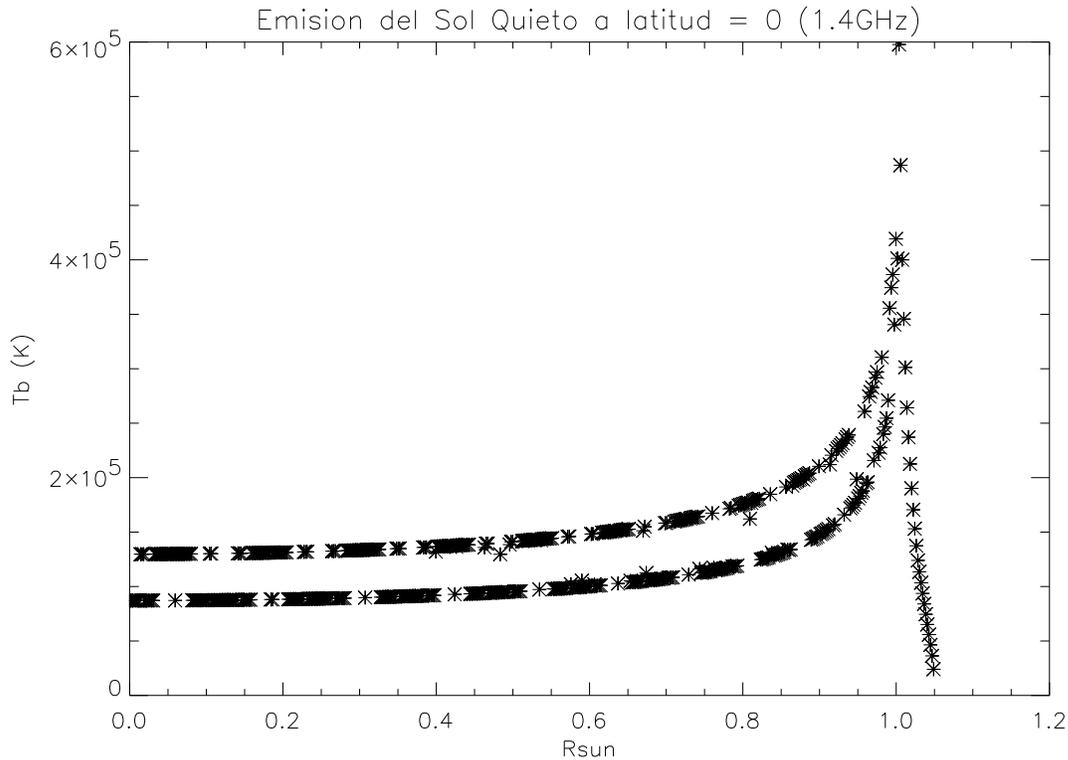


Figura 8.19: Abrillantamiento al limbo a 1.4 GHz utilizando la Red Cromosferica con el modelo VAL.

con respecto a la línea de visión. La diferencia es muy notable y es de particular interés observar que simulaciones utilizando espículas sintéticas no presentan la misma dispersión de Temperatura de Brillo Selhorst et al. (2005a).

8.4.3. Simulaciones del Limbo utilizando a Nobeyama

El siguiente conjunto de simulaciones muestran una comparación entre los modelos para la red cromosférica (VAL A y D) y el modelo promedio para el sol quieto (VAL C), al mismo tiempo realizamos una convolución con el patrón de antena¹ del Radio Heliografo de Nobeyama.

El patrón de antena nos indica la resolución espacial a la que puede observar un radiotelescopio. Para el caso de radiotelescopios parabólicos, depende de la longitud de onda a la que se observa y el diámetro de la antena.

En las figuras 8.25 y 8.26 tenemos dos simulaciones a 1.4 GHz y 17 GHz. Estas simula-

¹ El patrón de antena nos indica la resolución espacial a la que puede observar un radiotelescopio. Para el caso de radiotelescopios parabólicos, depende de la longitud de onda a la que se observa y el diámetro de la antena.

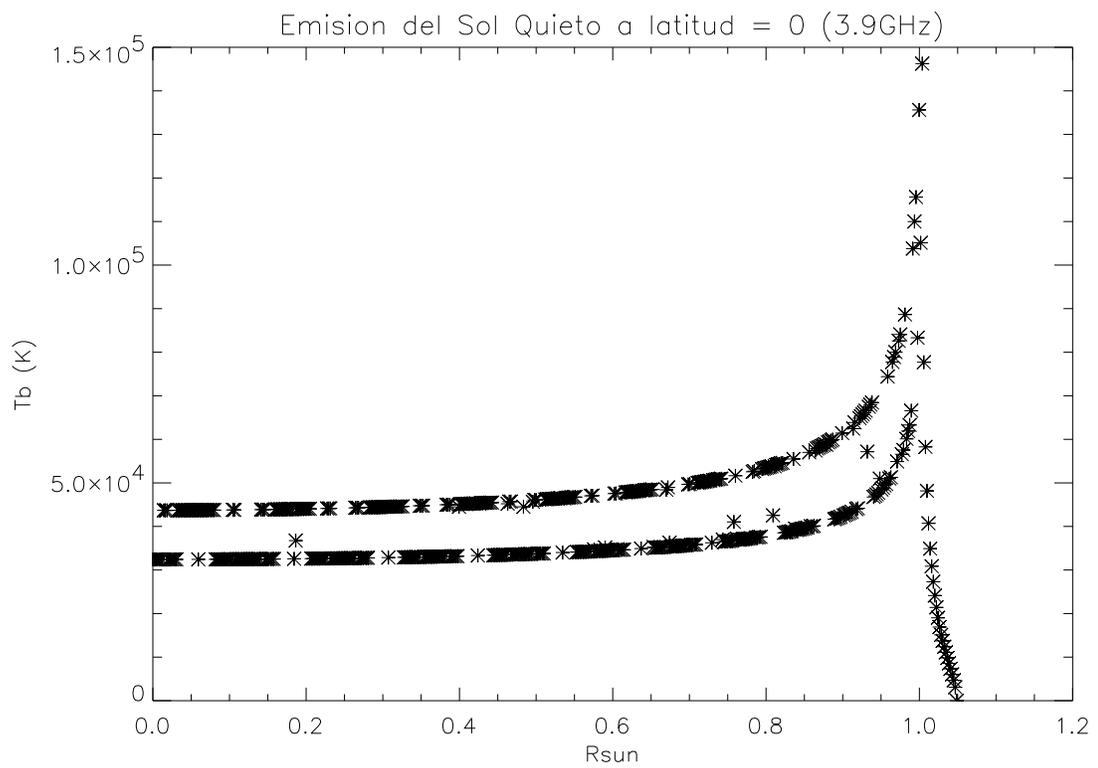


Figura 8.20: Abrillantamiento al limbo a 3.9 GHz utilizando la Red Cromosferica con el modelo VAL.

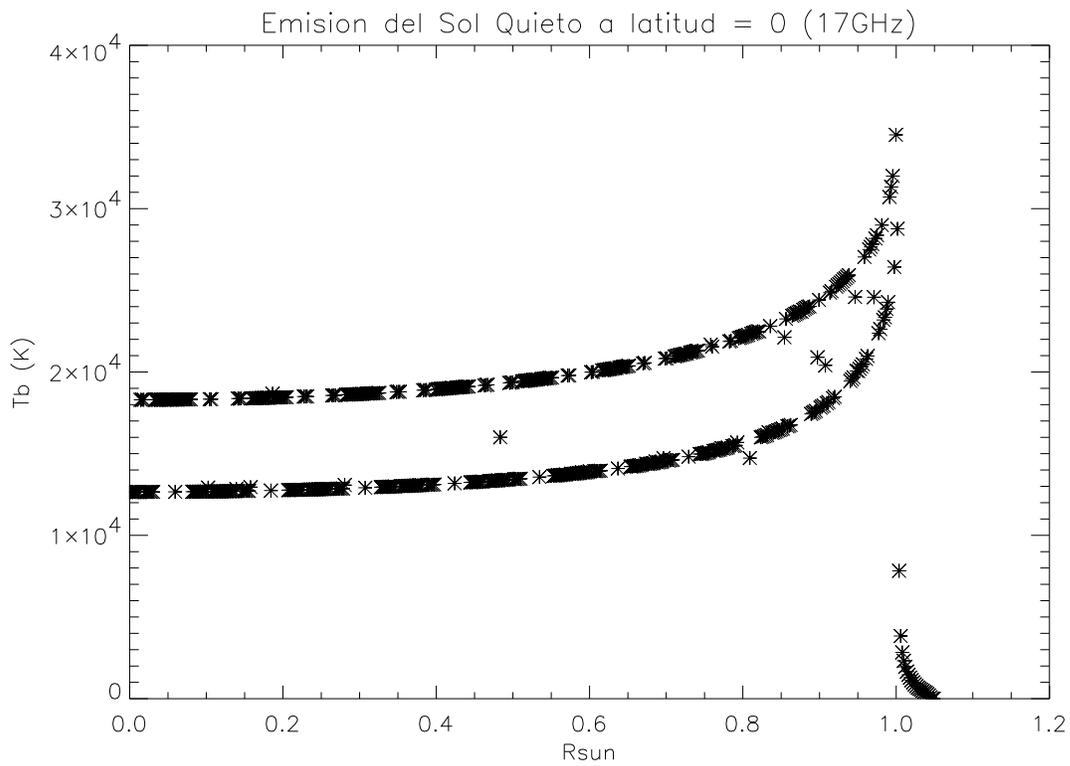


Figura 8.21: Abrillantamiento al limbo a 17 GHz utilizando la Red Cromosferica con el modelo VAL.

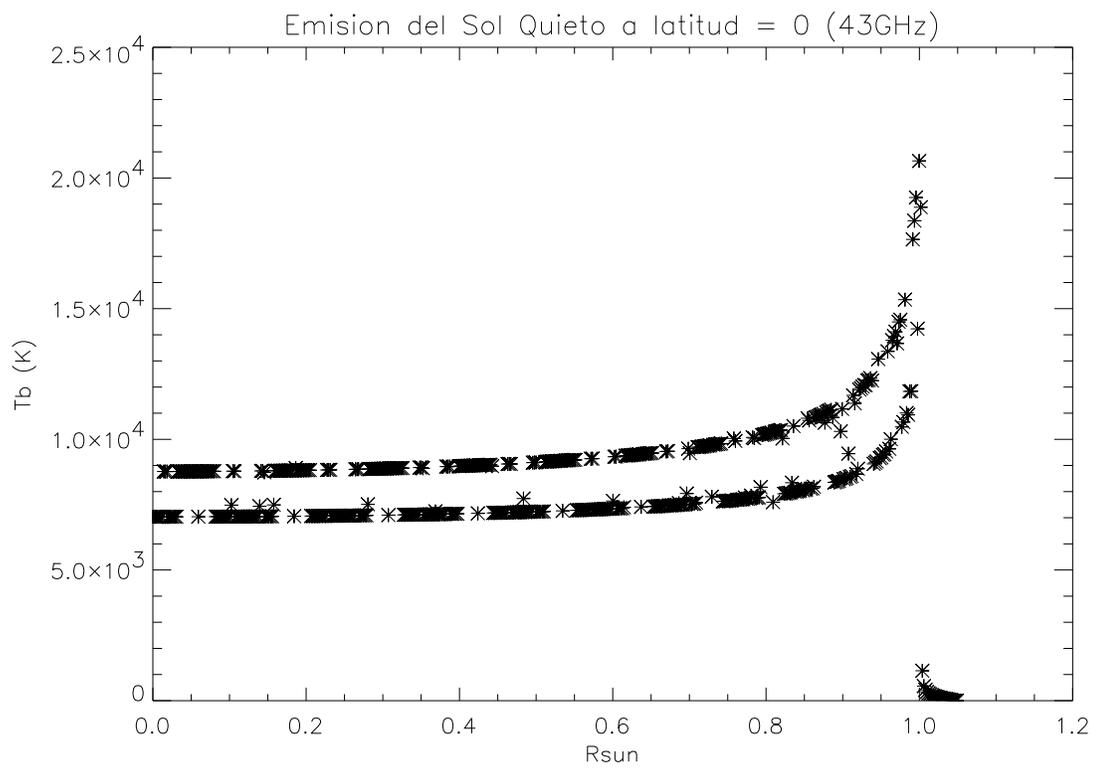


Figura 8.22: Abrillantamiento al limbo a 43 GHz utilizando la Red Cromosferica con el modelo VAL.

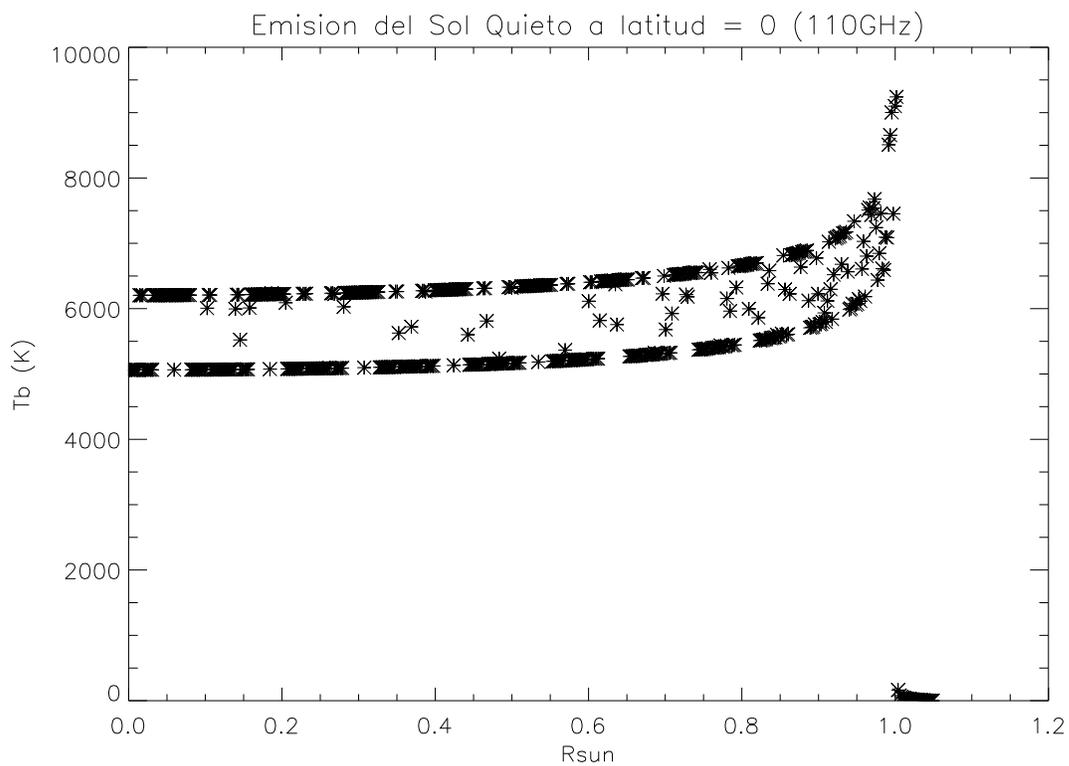


Figura 8.23: Abrillantamiento al limbo a 110 GHz utilizando la Red Cromosferica con el modelo VAL.

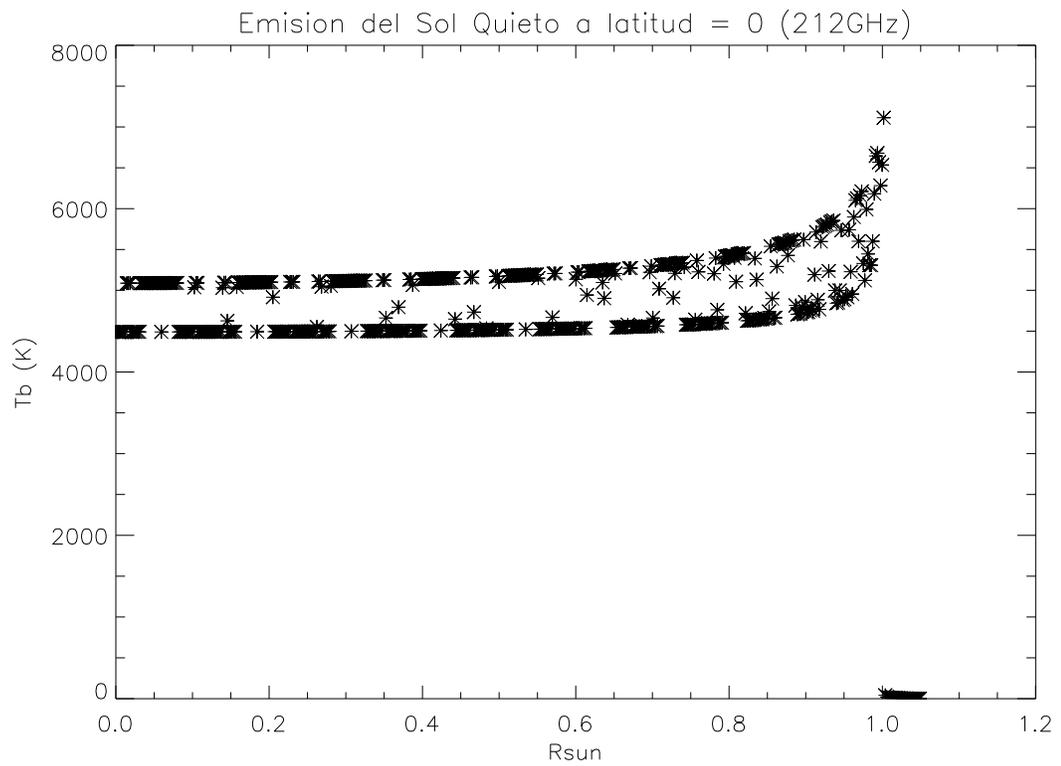


Figura 8.24: Abrillantamiento al limbo a 212 GHz utilizando la Red Cromosferica con el modelo VAL.

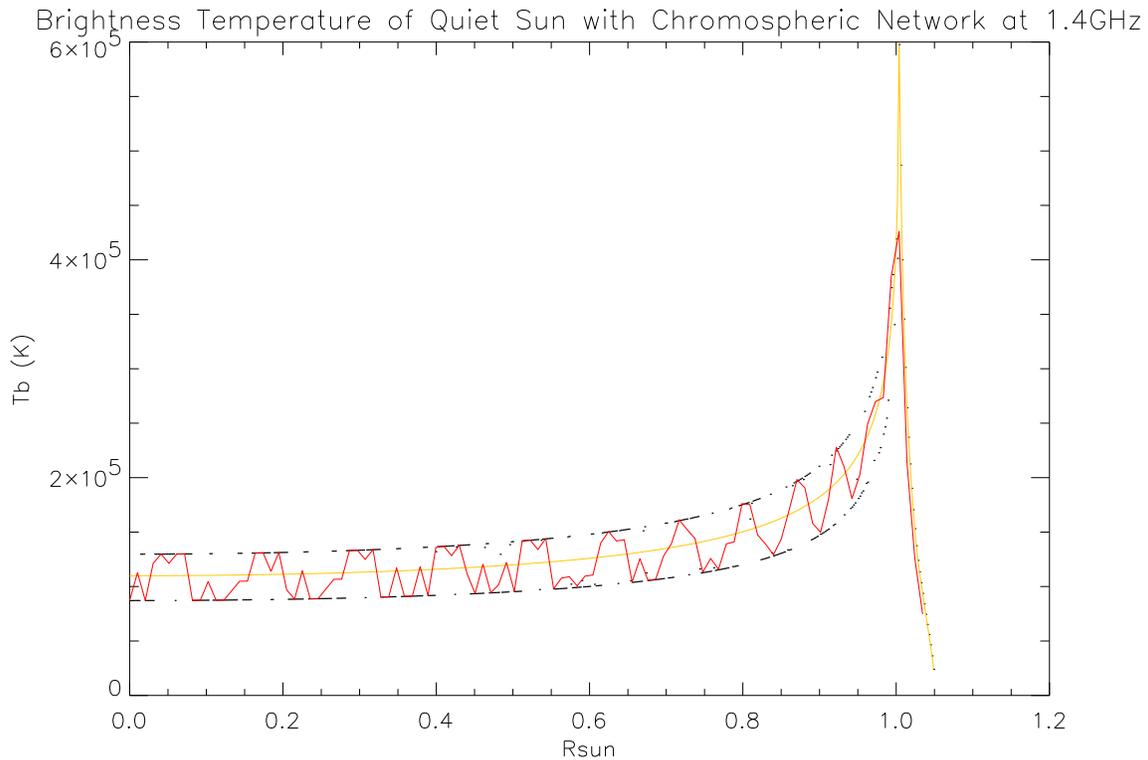


Figura 8.25: Simulaciones de la red cromosférica a 1.4 GHz (puntos negros), convolución con patrón de antena de 10 arcsec (rojo) y simulaciones con el modelo VALC (amarillo).

ciones fueron realizadas con los perfiles de temperatura y densidad antes mencionados, pero utilizando la imagen del VAULT sin hacerle el proceso de Mosaico.

De las cosas importantes que podemos mencionar es que el abrillantamiento al limbo se reduce de forma significativa utilizando la red cromosférica, además que en promedio, el conjunto de simulaciones para la red cromosférica se aproxima al modelo VALC.

En la Figura 8.27 utilizamos la red cromosférica con el proceso de mosaico, utilizando de nuevo los modelos A y D de VAL. Como podemos observar, la convolución con el patrón de antena (línea roja) cambió el perfil de emisión radial, dejándolo mas regular. El abrillantamiento al limbo se reduce de forma considerable, aproximándose mas a las observaciones (Figura 1.4).

En la Figura 8.28 tenemos una comparación multifrecuencias del abrillantamiento al limbo utilizando una convolución de 10 arcsec para 1.4 GHz, 3.9 GHz, 17 GHz, 43 GHz, 110 GHz y 212 GHz. Observamos que el abrillantamiento al limbo y la estructura de la temperatura de brillo con respecto al centro del disco solar va paulatinamente desapareciendo.

Finalmente en la Figura 8.29 presentamos una imagen del Sol a 17 GHz con la red

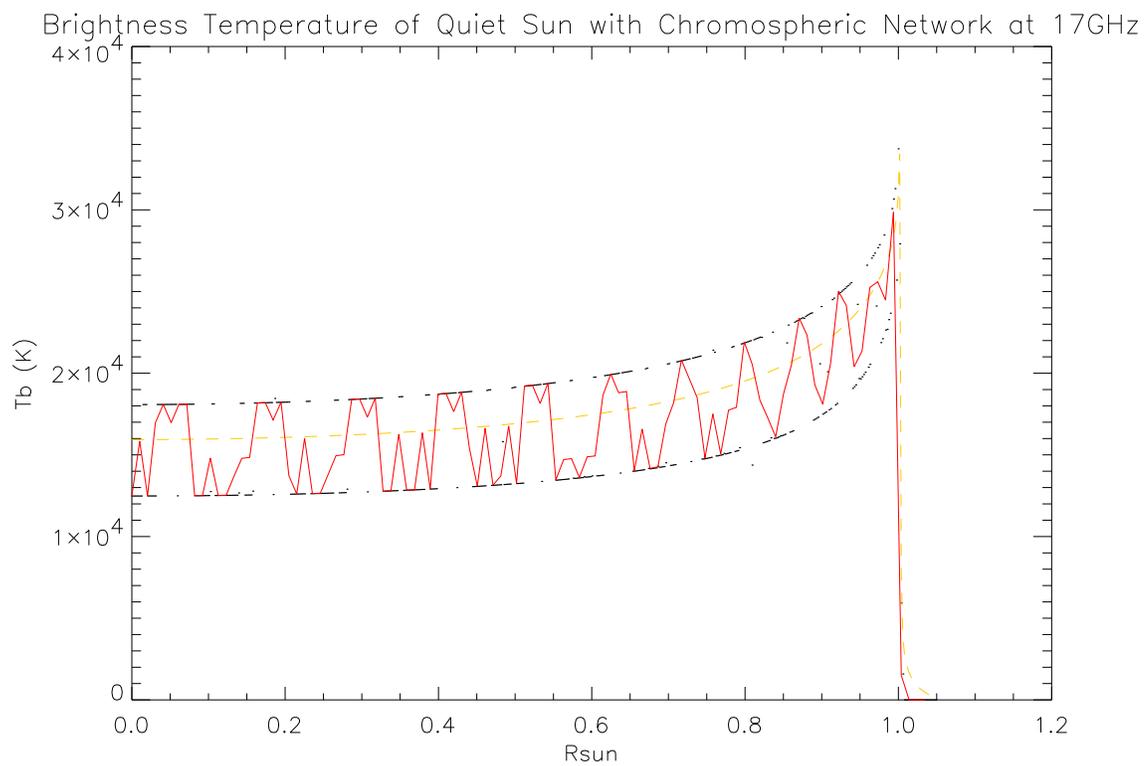


Figura 8.26: Simulaciones de la red cromosférica a 17 GHz (puntos negros). convolución con patrón de antena de 10 arcsec (rojo) y simulaciones con el modelo VALC (amarillo).

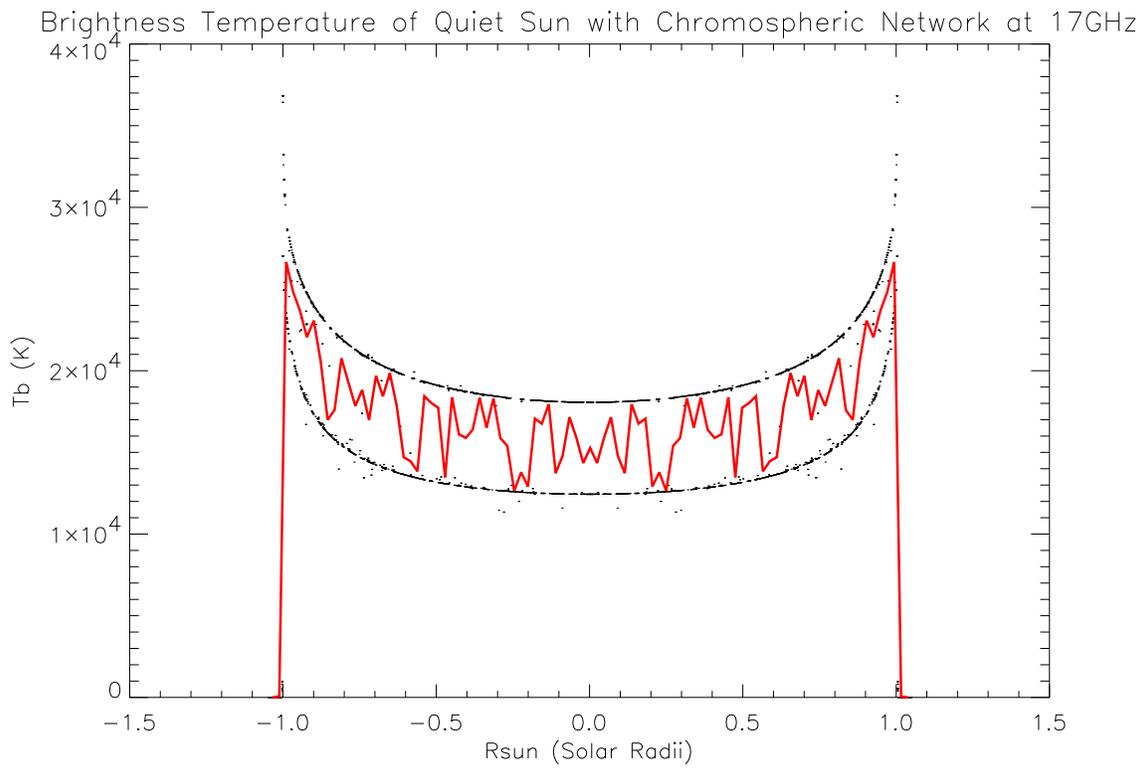


Figura 8.27: Abrillantamiento al limbo a 17 GHz utilizando la red cromosférica (puntos negros) y una convolución de 10 arcsec (línea roja).

Brightness Temperature of Quiet Sun with Chromospheric Network at Multifrequencies

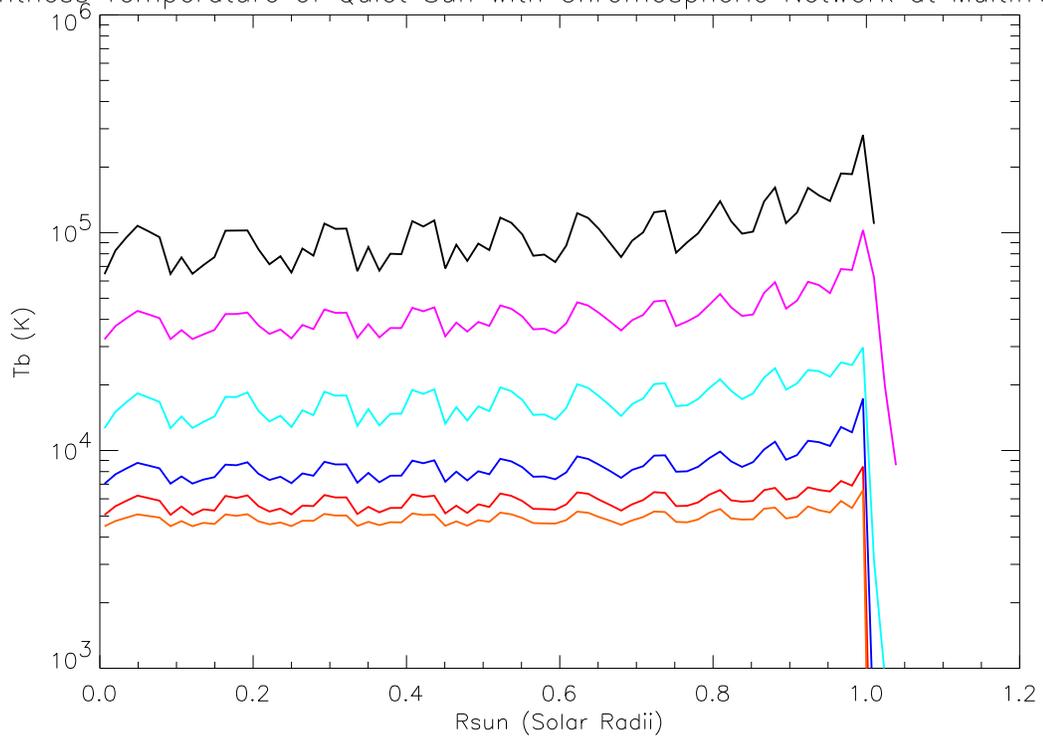


Figura 8.28: Abrillantamiento al limbo utilizando la red cromosférica multifrecuencias con una convolución de un patrón de antena de 10 arcsec. De arriba hacia abajo: 1.4 GHz, 3.9 GHz, 17 GHz, 43 GHz, 110 GHz y 212 GHz.

cromosférica utilizando a PakalMPI.

Comparaciones morfológicas², utilizando una convolución de 10 arcsec, con observaciones de Nobeyama se muestran en la Figura 8.30. En las observaciones realizadas por Nobeyama no se alcanzan a distinguir estructuras tan claramente como en nuestras simulaciones.

8.4.4. Resumen

Simulaciones con la red cromosférica y con los modelos A y D de VAL, nos muestran que la temperatura de brillo a bajas frecuencias continua siendo mayor al observado. Estimaciones de la morfología de la Cromosfera solar a 17 GHz demuestran que la emisión sigue siendo mayor que la esperada. En las observaciones producidas por Nobeyama no se aprecian las variaciones que se muestran en nuestras simulaciones.

8.5. Simulaciones Fuera de Equilibrio Termodinámico Local (NLTE)

Como vimos en capítulos anteriores, el cálculo NLTE implica el cálculo de los parámetros de apertura, en especial el parámetro b_1 , o coeficiente de apertura para el Hidrógeno en su estado base.

En este trabajo, utilizamos los parámetros b_1 publicados por Vernazza et al. (1981). Tanto para el Hidrógeno como para H-.

En la Figura 8.31 podemos observar los resultados de nuestro método de aproximación. Podemos ver que para el modelo C7 (línea continua) el parámetro b_1 solo es cercano a 1 en los primeros kilómetros sobre la Fotosfera, para posteriormente subir alrededor de 10 y finalmente dispararse de forma suave hasta valores muy superiores. El modelo de CAIUS presenta un comportamiento interesante, pues según sus suposiciones, después de los 1000 km la atmósfera se separa del equilibrio termodinámico de forma muy significativa.

Por otro lado, queremos saber que tan ciertas son nuestras hipótesis de aproximación. Como recordamos, en la subsección 5.6, estudiamos el parámetro b_1 . Este parámetro depende tanto de la temperatura como de la densidad. Si queremos aproximar parámetros b_1 , nuestros modelos de aproximación deben tener temperaturas y densidades similares.

Para ello, utilizamos el espacio dinámico (gráfica de temperatura contra densidad). En la Figura 8.32 encontramos que las diferencias entre el modelo de entrada y el de aproximación son mínimas. El espacio dinámico es muy importante porque nos permite aproximar nuestros resultados sin ambigüedades. Si tratáramos de aproximar en el espacio de alturas de la Fotosfera contra temperatura y contra densidad, podrían aparecer

² Las escalas de colores son proporcionales a la temperatura de brillo publicada en las observaciones de Nobeyama.

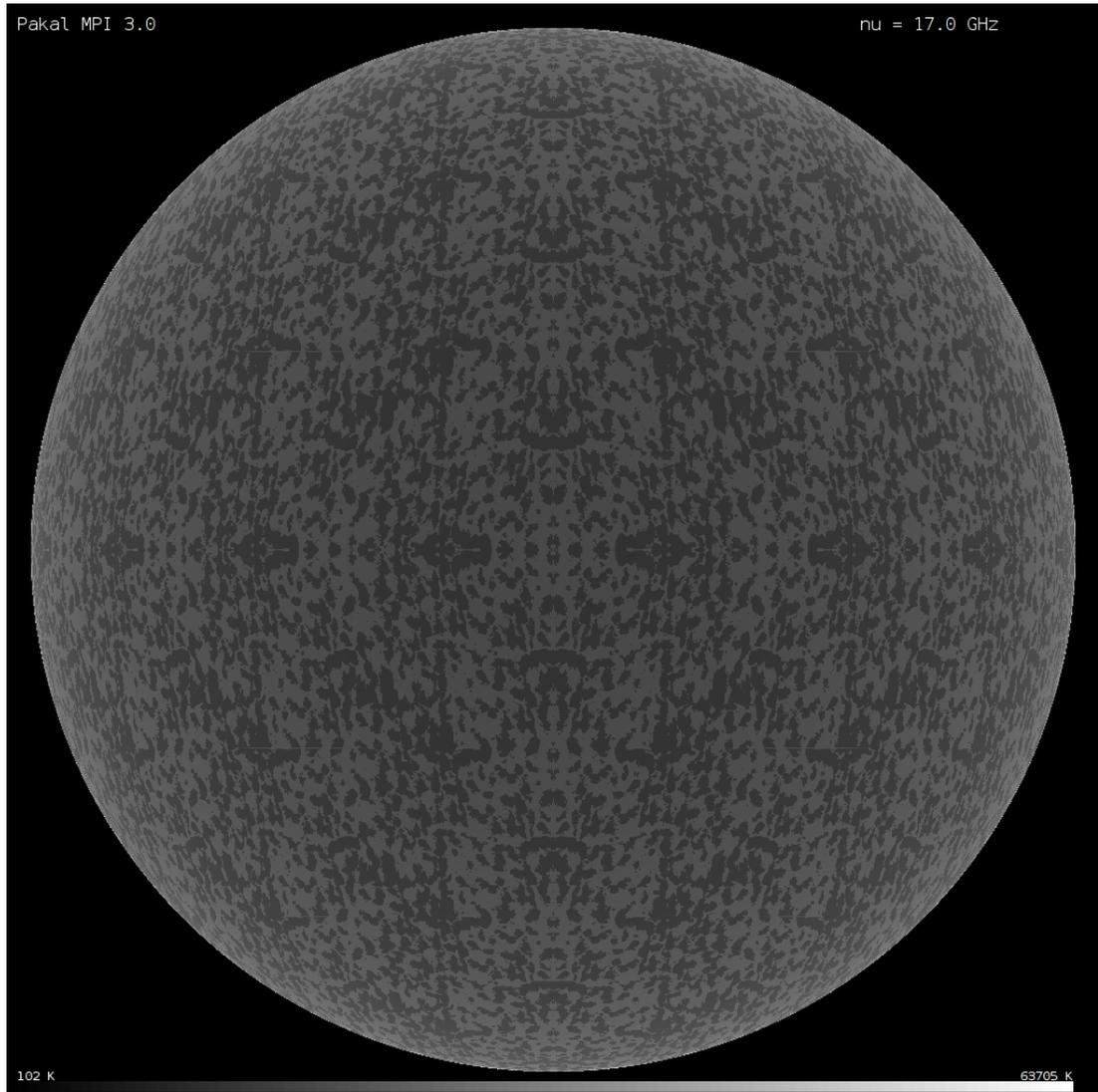


Figura 8.29: Simulación 2D con PakalMPI para 17 GHz utilizando la Red Cromosferica con el modelo VAL.

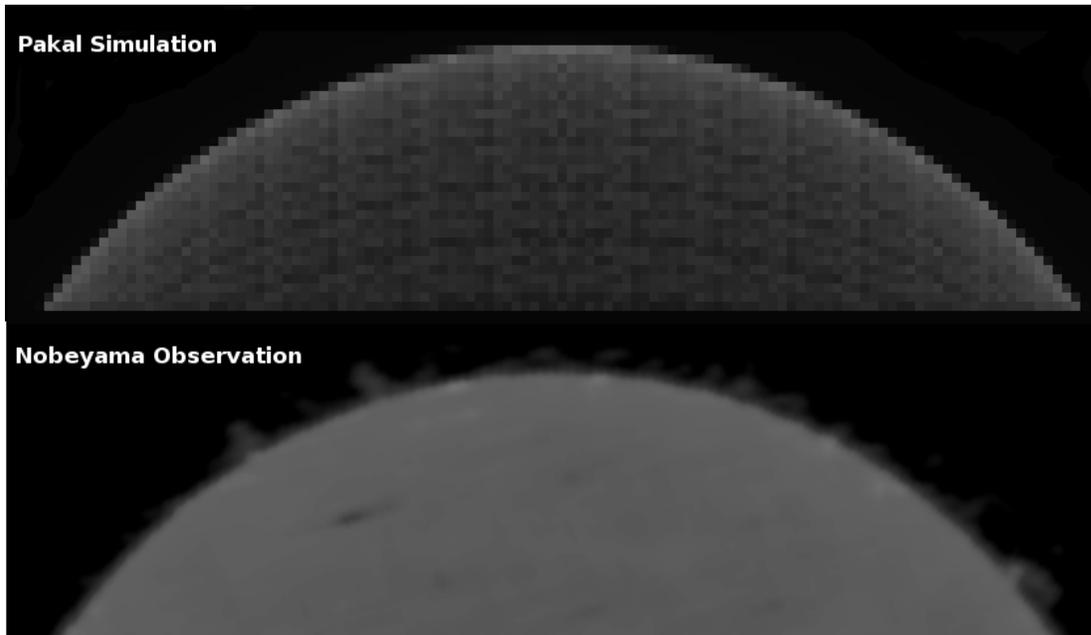


Figura 8.30: Comparación morfológica entre simulaciones con Celestun convolucionadas a 10 arcsec (arriba) y observaciones con la misma resolución angular y escala de colores de Nobeyama (abajo).

regiones donde existieran mas de 2 soluciones. Con el espacio dinámico, simplemente tomamos la mínima distancia entre un punto en el modelo para aproximar y el modelo de entrada base y tomamos el parametro b_1 asociado a esa temperatura y densidad sin ninguna ambigüedad. Otra prueba que realizamos, fue comparar el cálculo de la densidad electrónica en LTE y con nuestro método NLTE. Los resultados pueden observarse en la Figura 8.33. Lo que resalta inmediatamente es que la densidad electrónica aumenta cuando utilizamos el cálculo NLTE y el pico en densidad electrónica que se observa en LTE a una altura de 2100 km (clara discontinuidad), queda resuelto, obteniéndose una curva suave para la densidad electrónica.

8.5.1. Espectro Sintético

En la Figura 8.34 podemos observar el espectro corregido para los 3 modelos de entrada, en rojo VALC, azul CAIUS y negro C7.

En los 3 modelos existe una mejora con respecto a las observaciones sustancial aunque no concluyente en la parte de altas frecuencias, pero se aleja de las observaciones a medida que las frecuencias comienzan a subir.

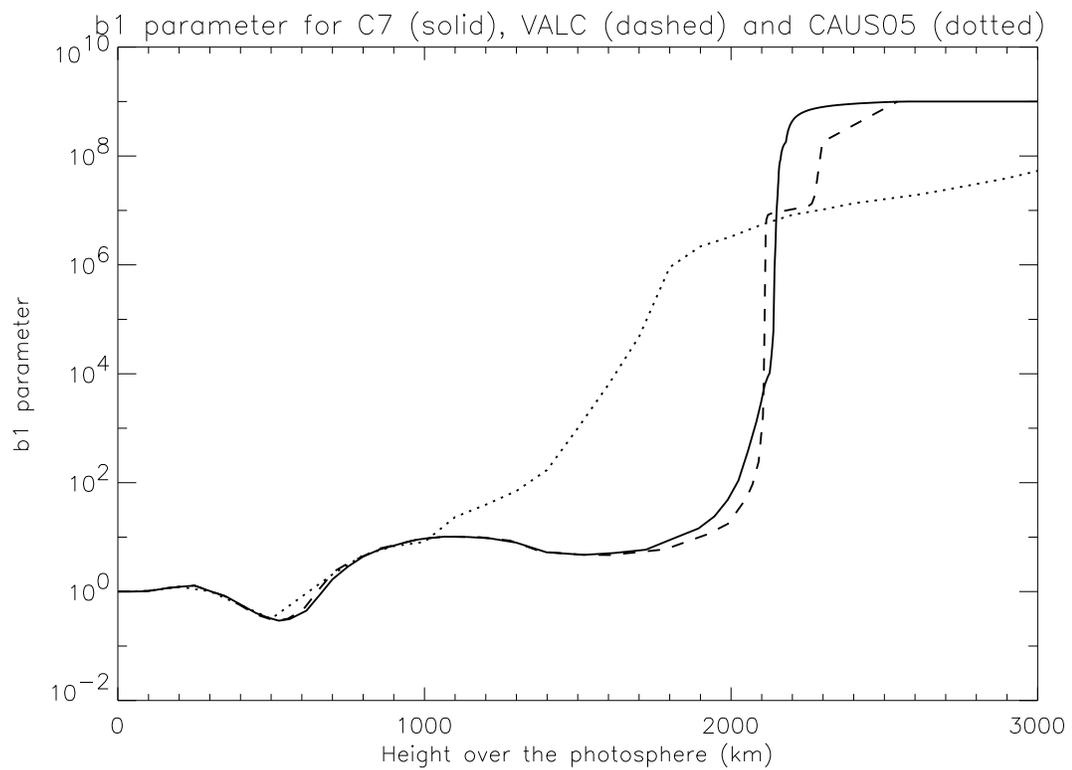


Figura 8.31: Valores del parámetro b_1 utilizando nuestra técnica de aproximación. La línea sólida corresponde al modelo C7, la discontinua al modelo VALC y la punteada al modelo de CAIUS.

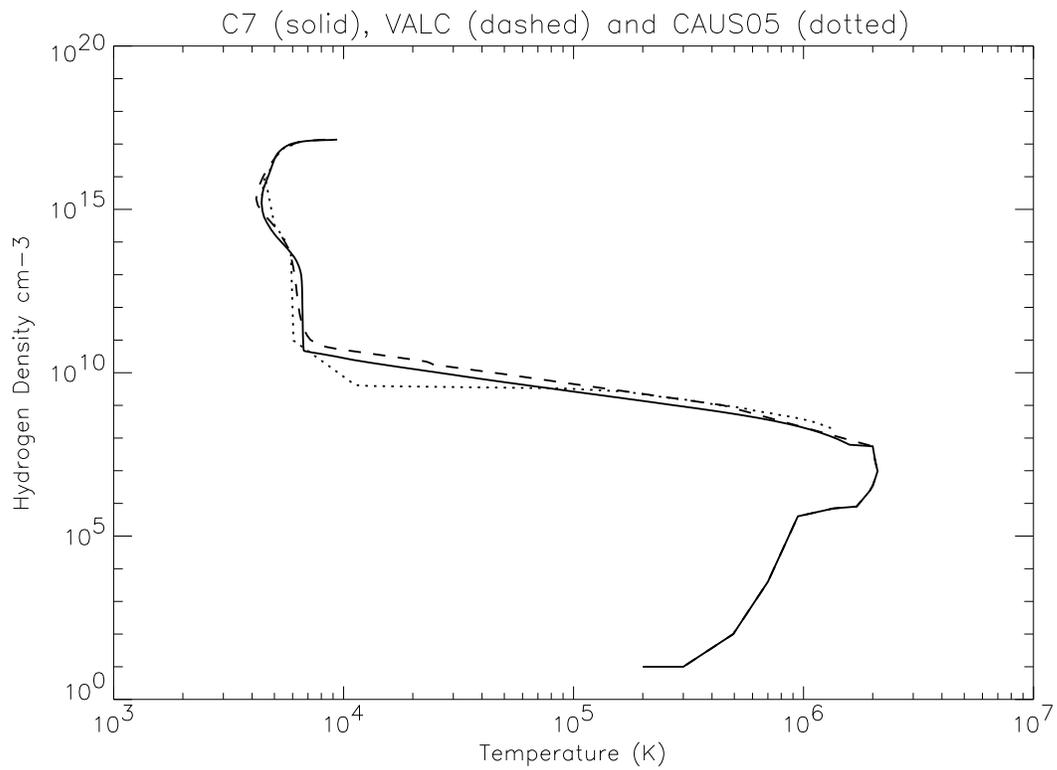


Figura 8.32: Espacio dinámico para 3 modelos de temperatura, C7 (línea sólida), VALC (discontinua) y CAIUS (punteada).

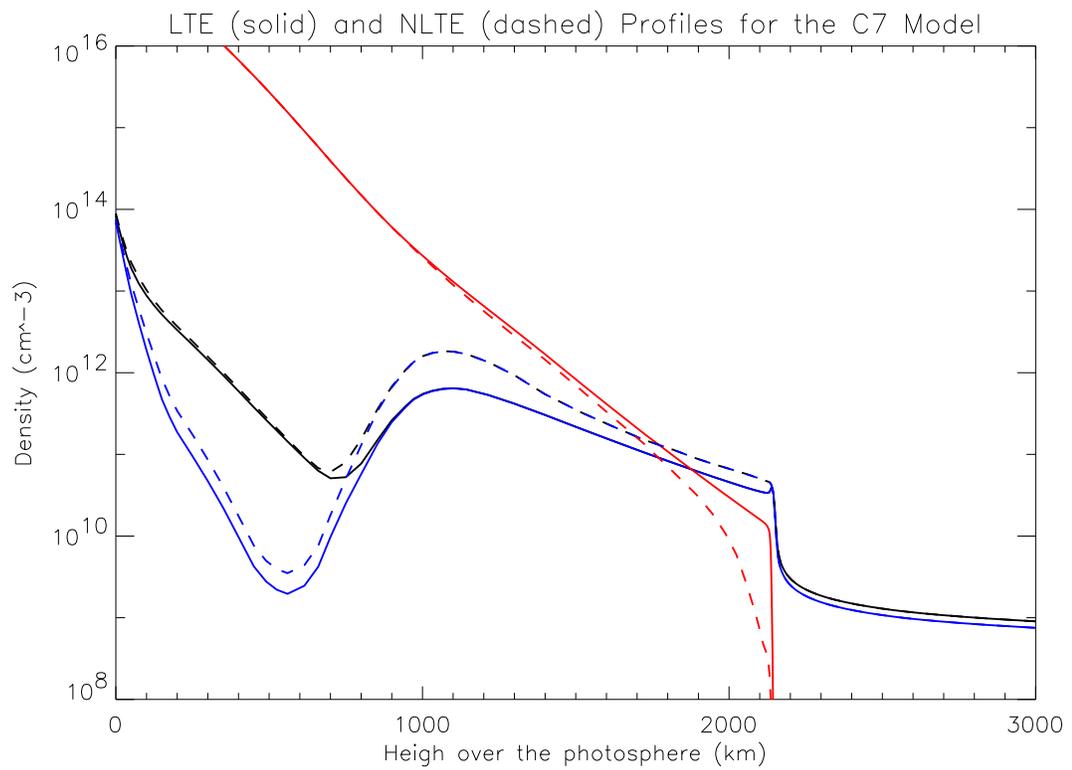


Figura 8.33: Cálculo de especies en LTE (línea sólida) y NLTE (línea discontinua) para el HI (rojo), HII (azul) y n_e (negro).

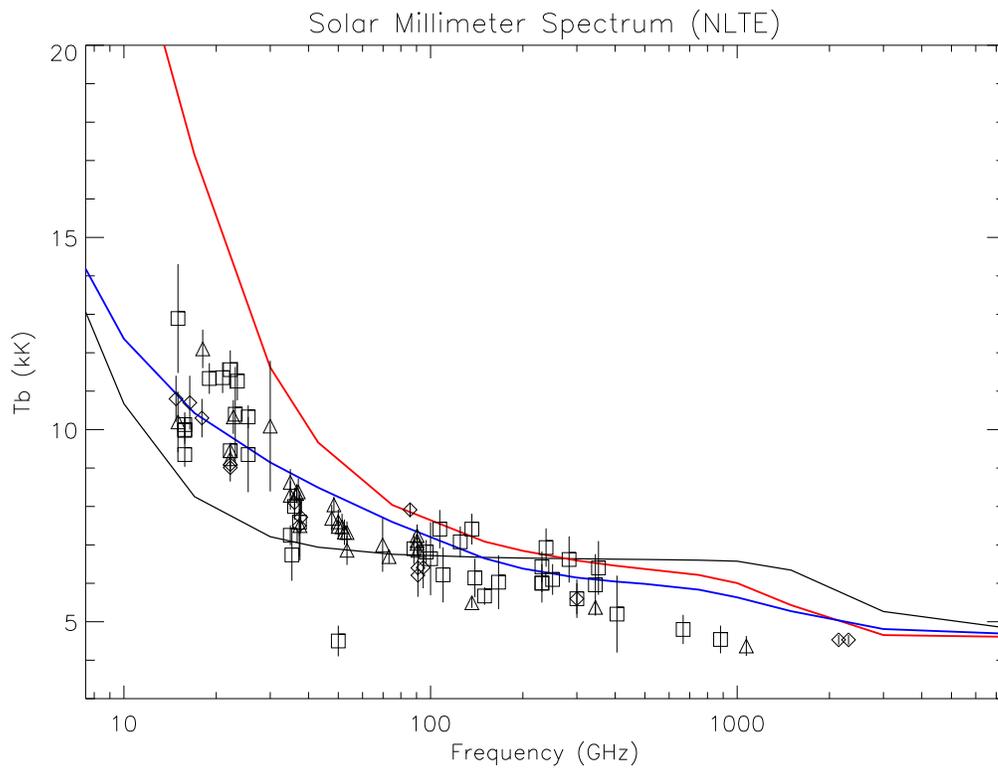


Figura 8.34: Comparación del espectro Sintético NLTE del centro del disco solar con observaciones.

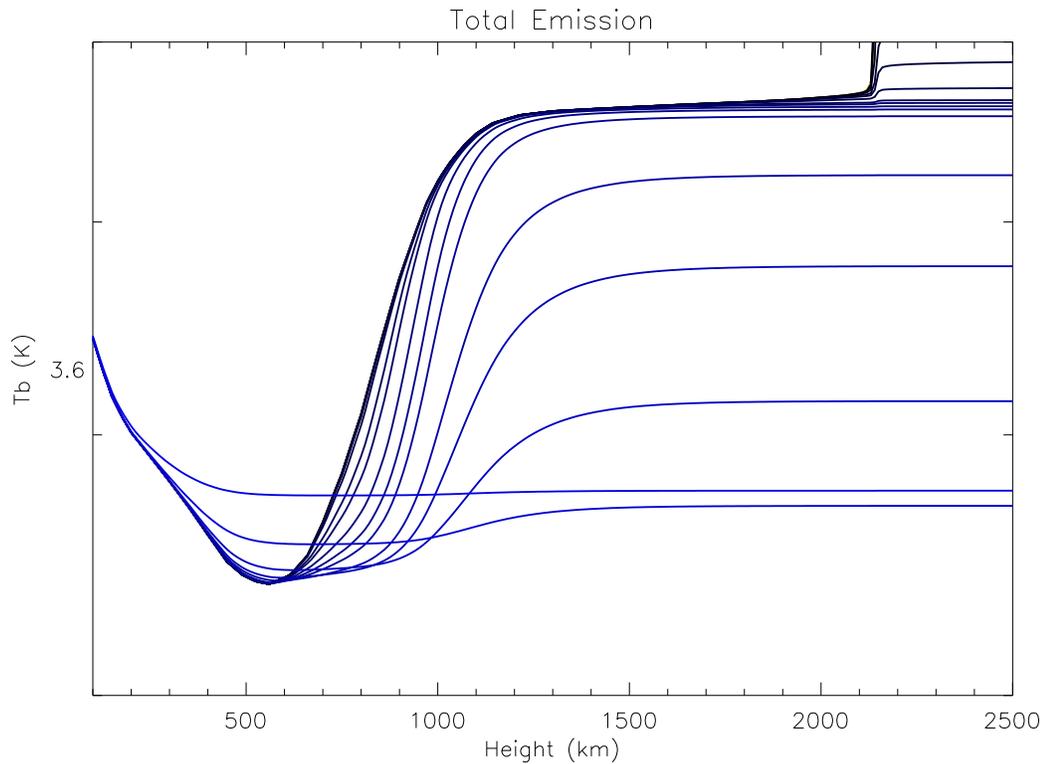


Figura 8.35: Comportamiento de la temperatura de brillo multifrecuencias (convergencia de la temperatura de brillo con respecto a la altura), desde 7.5 GHz hasta 7 THz (de abajo hacia arriba en la gráfica).

8.5.2. Análisis en Profundidad

Como hicimos en la sección anterior, realizamos un estudio en profundidad sobre la convergencia de la temperatura de brillo a diferentes frecuencias.

En la Figura 8.35 mostramos la convergencia desde 7.5 GHz hasta 7 THz, en esta gráfica no podemos encontrar nada especial, simplemente cumple el patrón de convergencia analizado anteriormente en nuestros cálculos LTE.

Sin embargo, un análisis en términos de la emisividad local (Figura 8.36), desde 7.5 GHz hasta 7 THz, nos muestra que la emisión no se está dando de forma continua. Se puede observar que existen frecuencias donde hay un segundo pico de emisión bien marcado entre los 700 km y los 2000 km sobre la Fotosfera y que tienen una clara dependencia con la frecuencia. Graficando la profundidad óptica local (Figura 8.37), podemos observar que el segundo pico de la emisión local se debe a un aumento repentino en la profundidad óptica local y que esta relacionado con el parámetro de emisión mínima estudiado también en este capítulo.

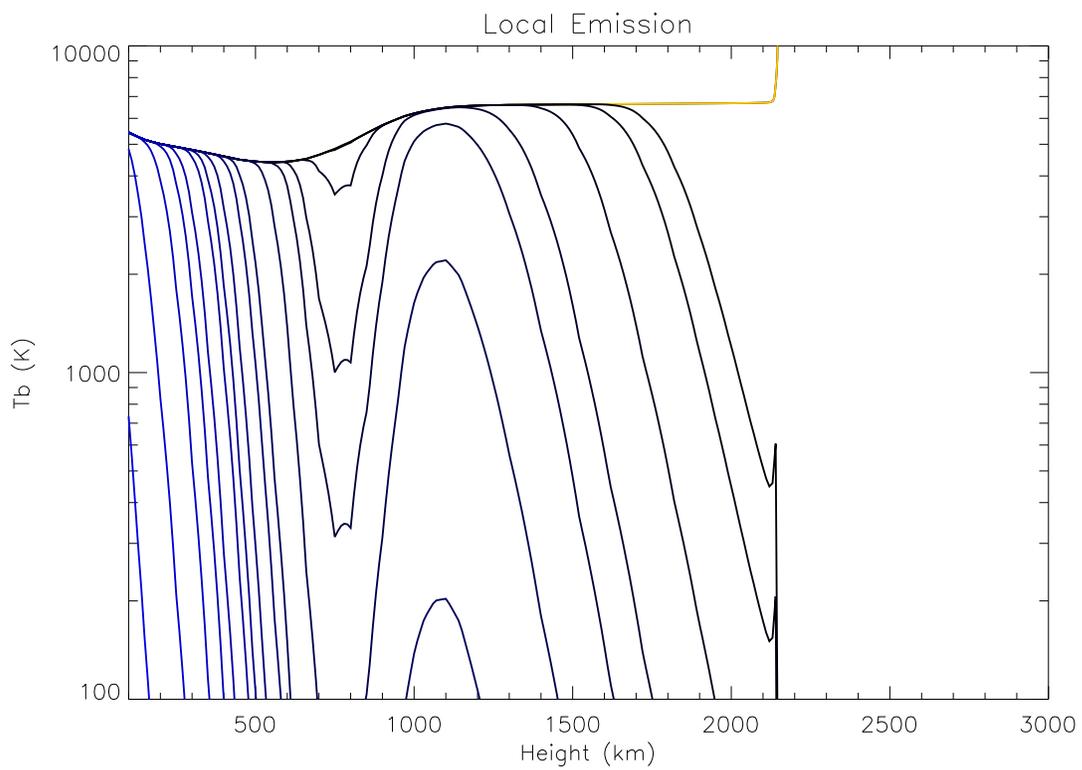


Figura 8.36: Emisividad local multifrecuencias con el modelo C7, desde 7.5 GHz hasta 7 THz. Podemos observar claramente dos regiones de emisión para todas las frecuencias. El segundo pico de emisión se da a 1,100 km para todas las frecuencias.

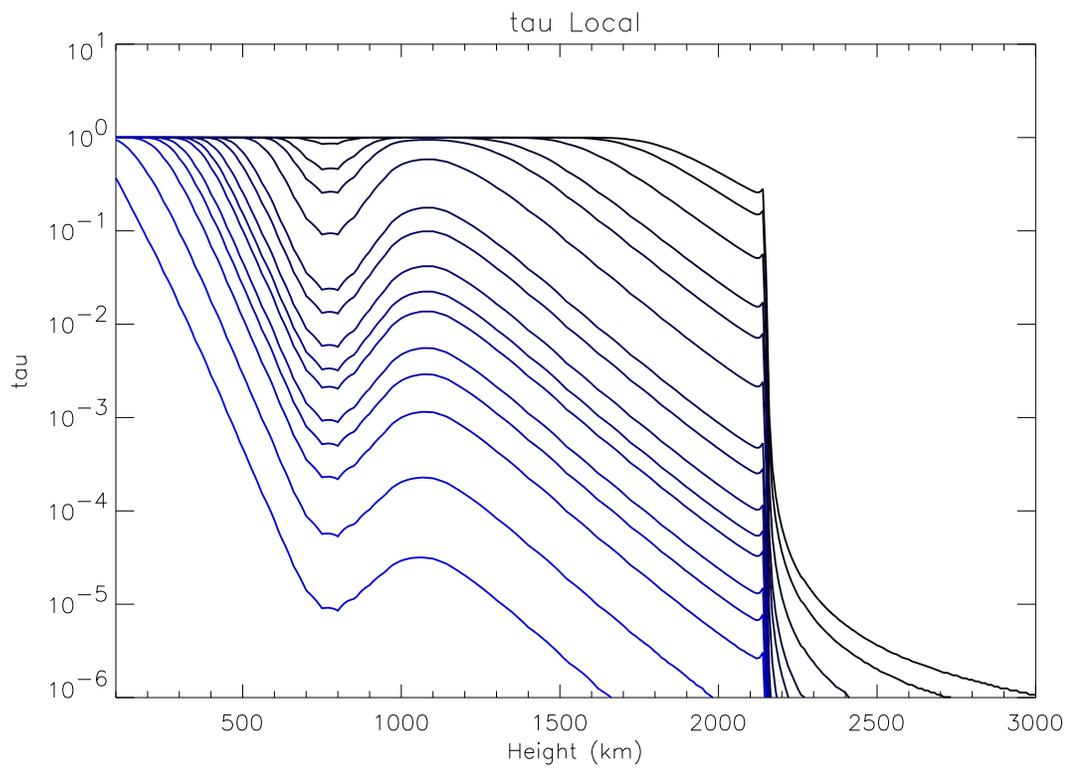


Figura 8.37: Profundidad óptica local multifrecuencias, desde 7.5 GHz hasta 7 THz.

8.6. Cavidad Óptica Cromosférica Milimétrica

Observando el comportamiento de la profundidad óptica local, graficamos la variación de la profundidad óptica total en términos de la frecuencia. En la figura 8.38 presentamos un análisis multifrecuencias de la altura a la que se genera la emisión. Lo que hacemos es simplemente graficar frecuencia contra altura y en escala de colores la función de emisión total

$$\epsilon_T = 1 - \exp(-\tau) \quad (8.2)$$

para cada altura y frecuencia, hay que notar que estamos considerando la profundidad óptica total. En otras palabras, esta gráfica nos muestra una visión clásica del origen de la emisión milimétrica. Por ejemplo, Celestun predice que a 10 GHz, la altura a la que se origina la emisión es de aproximadamente 2,100 km. A 100 GHz, la altura donde se origina la emisión es a 1,500 km sobre la Fotosfera en una región de aproximadamente 500 km.

Para tener una comparación con las observaciones que hemos estado tomando en cuenta en este trabajo necesitamos relacionar la temperatura de brillo observada con una altura en la Fotosfera, la cual dependa de la frecuencia.

Para ello, suponemos que la altura donde se genera la emisión es la altura en nuestro modelo teórico donde la eficiencia de emisión total ϵ_T llega a un umbral, en este caso tomamos como base $\epsilon_T = 0.9$. Así, obtenemos una relación para la altura, frecuencia y temperatura de brillo.

$$T_b(\nu) = H(\nu) \mid \epsilon_T(H(\nu)) = 0.9 \quad (8.3)$$

donde T_b es la temperatura de brillo observada y H la altura en el modelo donde $\epsilon_T = 0.9$, todos los parametros dependen de la frecuencia. Para obtener la altura de la temperatura de brillo observada, suponemos una relación lineal

$$H_{obs}(\nu) = \frac{T_{obs}(\nu)H(\nu)}{T_b(\nu)} \quad (8.4)$$

donde H_{obs} es la altura asociada a la temperatura de brillo observada T_{obs} . Mas adelante, demostraremos que la suposición de $\epsilon_T = 0.9$ permanece invariante para valores mayores, es decir, nuestra suposición no depende del modelo.

Con esta técnica podemos comparar observaciones con nuestro modelo de emisión. Los puntos con barras de error en la misma gráfica, son observaciones en diferentes etapas del ciclo solar recopiladas por Loukitcheva et al. (2004). Podemos observar que para altas frecuencias las observaciones siguen nuestro modelo de emisión. Sin embargo hay una clara discontinuidad cercana a 1 THz. Para bajas frecuencias, las observaciones y las simulaciones claramente divergen.

Ahora, queremos analizar el proceso de emisión local. En la figura 8.39 mostramos la eficiencia de emisión local (Ecuación 6.13) en términos de la frecuencia y la altura (en color, rojo mas próximo a una eficiencia local del 100 % y en azul mas próximo a una eficiencia local del 0 %).

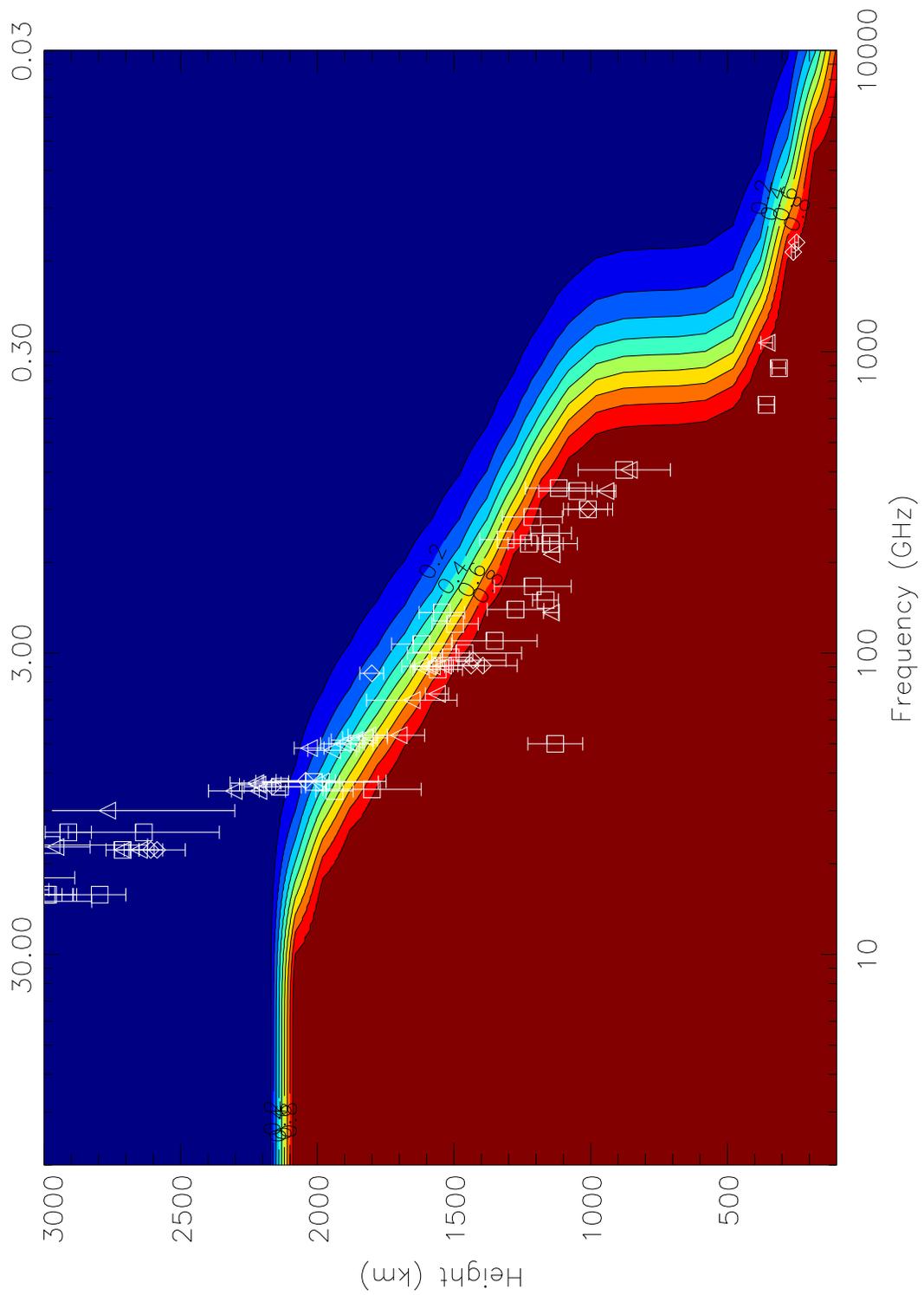


Figura 8.38: Profundidad óptica multifrecuencias. En colores la eficiencia de emisión total (ϵ_T). El modelo para calcular la altura de las observaciones (puntos con barra de error) es $\epsilon_T = 0.9$.

Claramente observamos dos regiones de emisión local entre 40 GHz y 500 GHz. En esta región del milimétrico, observamos que la atmósfera es eficiente en emitir, primero en una región próxima a la Fotosfera (color rojo intenso), posteriormente la atmósfera se vuelve delgada (color azul) y finalmente viene un segundo pico de emisión (color rojo intenso). Entre esos dos picos de emisión observamos una región transparente. Esta región la llamamos “Cavidad Óptica Cromosférica Milimétrica” ya que es un espacio en la atmósfera, en el rango de frecuencias, donde la atmósfera se vuelve transparente. Este fenómeno nunca se había estudiado ni mencionado en trabajos anteriores, ya que la comunidad estaba más interesada en estudiar la altura donde se genera la emisión que observamos, pero no se preocuparon en estudiar localmente el comportamiento de la radiación. Vamos a demostrar que esta región puede observarse y que en realidad puede ser usada para probar la existencia y para caracterizar el mínimo de temperatura en la Cromosfera

Para demostrarlo, de nuevo colocamos las observaciones que existen en el milimétrico tomando como base el modelo de emisión para poder relacionarlas con la altura (como explicamos anteriormente).

Encontramos que las observaciones siguen en realidad la emisividad local y no la emisividad total (Figura 8.39). Es de especial interés la región próxima a los 400 GHz. Si analizamos el comportamiento de las observaciones podemos distinguir una clara discontinuidad producto de la cavidad óptica. Esta discontinuidad en las observaciones (especialmente alrededor de los 400 GHz) es una confirmación de la existencia y uso práctico de la cavidad óptica. Observaciones más detalladas alrededor de 400 GHz reforzarían esta afirmación. Y podrían servir como medida indirecta en la caracterización del mínimo de temperatura cromosférica.

La dispersión de las observaciones entre 40 GHz y 500 GHz, podría deberse a variaciones muy locales de la temperatura o de la densidad.

Las líneas que también graficamos son las isoclonas para el parámetro ϵ_{τ} para 0.5, 0.9 y 0.99 respectivamente (de arriba hacia abajo en la misma figura), con el propósito de comparar la visión clásica de la altura de la emisión y la cavidad óptica milimétrica. Podemos observar que la altura de la formación de emisión utilizando la profundidad óptica total sigue claramente la cavidad óptica cromosférica. Nadie había explicado la caída en la altura de la emisión (o bien, la estructura en frecuencias del espectro electromagnético a regiones submilimétricas).

Existen otras cosas interesantes, entre 7.5 GHz y 40 GHz el modelo se queda muy abajo con respecto a las observaciones. La respuesta es que nosotros no estamos considerando ni la zona de transición ni la Corona. Aquí queda claramente demostrado que para frecuencias menores a 40 GHz, la zona de transición y la Corona, tienen un papel fundamental en la emisión a estas frecuencias.

Finalmente quisimos cuantificar la variabilidad de las alturas de las observaciones con respecto a nuestras suposiciones (Ecuaciones 8.3 y 8.4). Para ello, realizamos la gráfica 8.40, la escala de colores indica la altura calculada a partir del modelo de emisión tomando como base el parámetro ϵ_{τ} y las observaciones. Si Celestun fuera invariante a la altura, la gráfica nos mostraría líneas totalmente horizontales de diferentes colores,

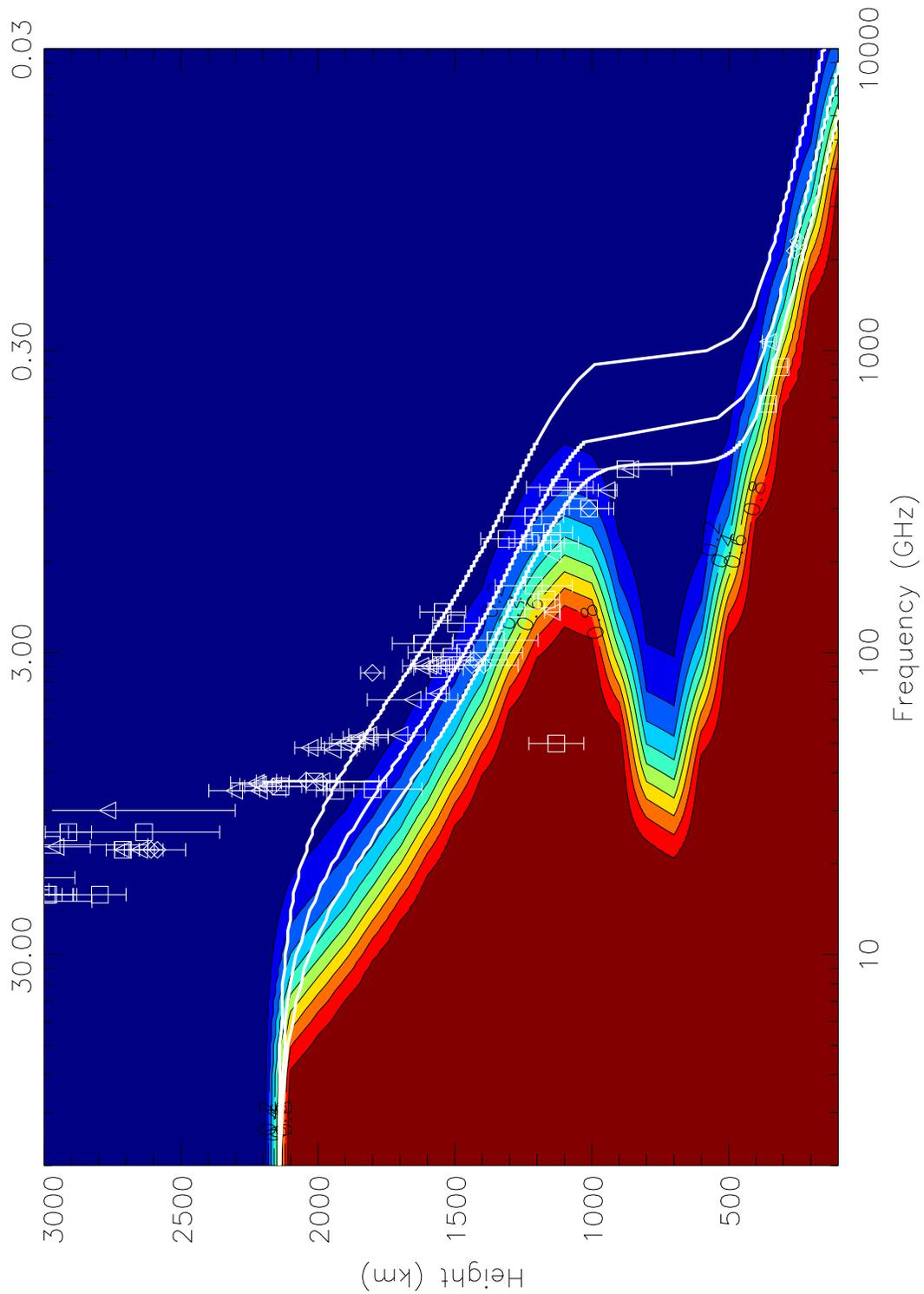


Figura 8.39: Cavidad óptica cromosférica utilizando el modelo C7. En colores tenemos la eficiencia de la emisividad local E_l . El modelo para calcular la altura de las observaciones (puntos con barra de error) es $\epsilon_T = 0.9$. Mostramos en líneas continuas tres modelos para ϵ_T : 0.5, 0.9 y 0.99.

el color indicaría la altura de la observación.

Observamos que de 0.9 a 0.99 la variación es mínima, quiere decir que nuestra suposición es muy estable, pues aun considerando que $\epsilon_\tau = 0.99$ es decir la eficiencia de la emisión total es del 99 %, la altura donde se calcula la observación prácticamente permanece inalterable.

8.6.1. Resumen

Es importante hacer notar que la cavidad cromosférica es creada por el mínimo de temperatura. El mínimo provoca que las funciones de profundidad óptica vuelvan transparente localmente a la atmósfera, cuando la temperatura aumenta, entonces la opacidad vuelve a subir. Las condiciones se dan debido a que la densidad de Hidrógeno disminuye monótonamente, por eso, la propiedad que dicta el comportamiento del transporte de radiación en milimétrico es la temperatura.

Es importante recalcar, como las observaciones siguen de manera casi perfecta las curvas de nivel de la profundidad óptica local, dibujando con el espectro la cavidad óptica encontrada.

La dispersión de los datos en la región de la cavidad podrían explicarse de forma natural por las variaciones del mínimo de temperatura, ya sea en altura o en temperatura.

Un estudio mas detallado de las trazas y del origen morfológico (muy probablemente magnético) de la cavidad cromosférica es necesario.

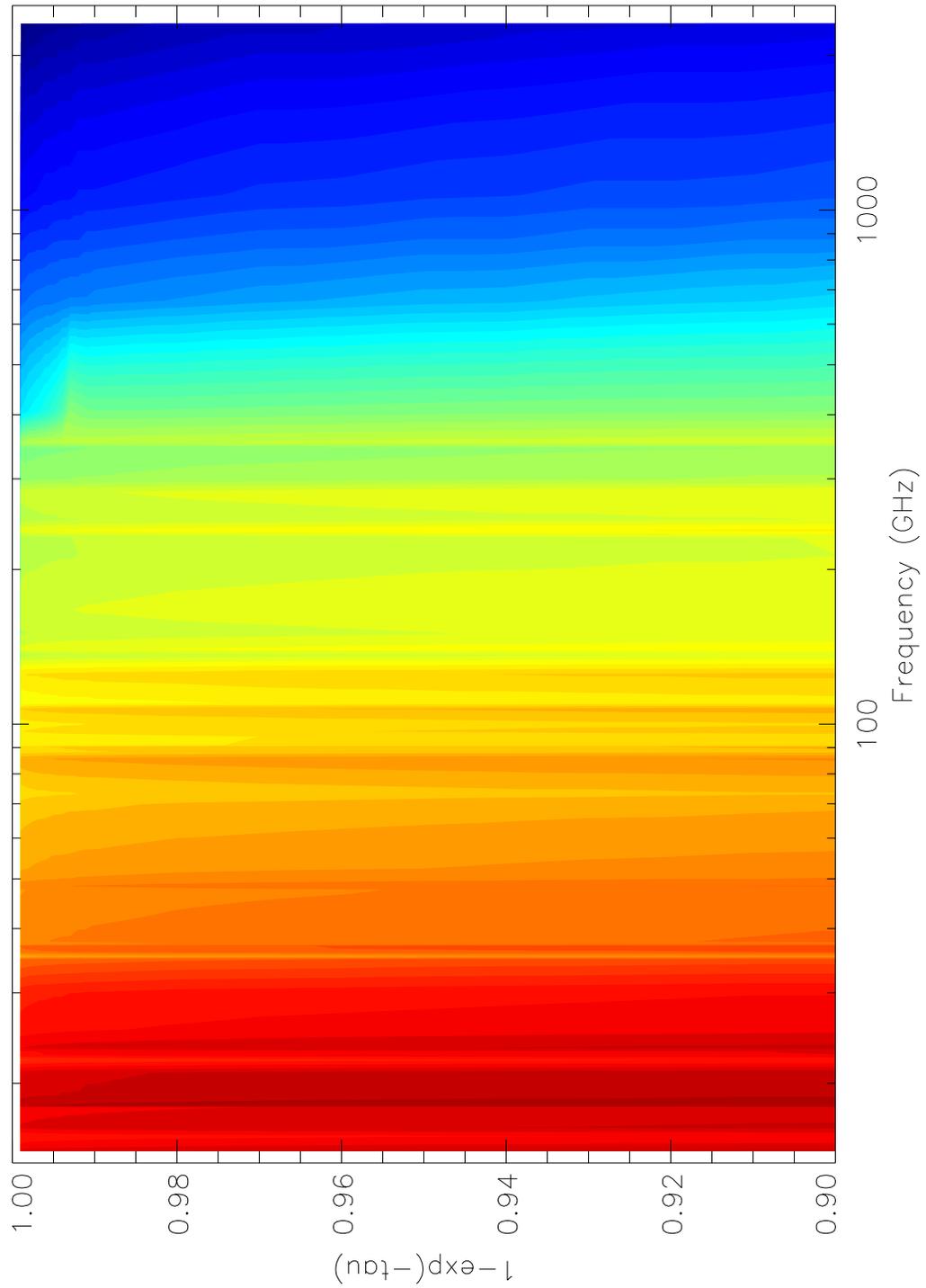


Figura 8.40: Variación de la altura de emisión a partir del parametro ϵ_L y la frecuencia. En colores tenemos la altura donde $\epsilon_L = x$, donde x es el valor en el eje x . Líneas de colores totalmente horizontales muestran una invarianza de la altura con respecto a ϵ_L .

Capítulo 9

Conclusiones

En términos generales, podemos mencionar lo siguiente:

1. Realizamos un estudio del estado del arte de los modelos de emisión Cromosférica y demostramos la necesidad de crear un modelo especializado en la emisión milimétrica del Sol.
2. Construimos un nuevo modelo de emisión Cromosférica que toma en cuenta el calculo NLTE de electrones a partir de los parámetros b_1 para el hidrógeno en su estado base precalculados en otros modelos.
3. Modificamos el calculo clásico de la densidad electrónica NLTE incluyendo teóricamente todos los niveles energéticos de cualquier especie atómica.
4. Realizamos un estudio de las funciones de opacidad mas importantes en el milimétrico, encontrando 3 funciones de opacidad: Bremsstrahlung, H- y Bremsstrahlung Inverso.
5. Realizamos una revisión de las publicaciones de las funciones de Bremsstrahlung y demostramos que todas se pueden expresar de forma similar.
6. Actualizamos los valores de los factores de Gaunt.
7. Creamos un nuevo código que ofrece grandes ventajas en términos de tiempo de computo y que se encuentra corriendo en el Centro Nacional de Supercómputo en San Luis Potosí, México y en maquinas de escritorio con uno o mas procesadores.
8. Realizamos un estudio en LTE para la emisión milimétrica, submilimétrica e infrarroja, la cual nos dio bases teóricas para calcular el error de nuestro método y encontrar el parámetro mínimo de emisión local.
9. Encontramos que la opacidad de H- es la mas importante en los primeros 500 km sobre la fotosfera.

10. Mostramos que los resultados de nuestros espectros sintéticos comparados con los generados con suposiciones mas básicas son similares por simple coincidencia. Ya que efectivamente el proceso mas importante en alturas mayores a los 500km es Bremmstrahlung.
11. Encontramos que para 400 GHz, la altura de la emisión cambia en mas de 600 km, alejándose de la fotosfera, y es producto de la función de opacidad de H-.
12. Mostramos que aun para el caso de cálculos en LTE, es imposible mostrar una altura única donde la emisión se este generando y que en realidad es una capa que depende de la frecuencia.
13. Mostramos que la Red Cromosférica no resuelve las diferencias entre las observaciones a bajas frecuencias y las simulaciones para el centro del disco solar.
14. El abrillantamiento al limbo puede ser reducido utilizando la red Cromosférica y convolucionandolo con un patrón de antena.
15. Mostramos que morfológicamente no se observa la estructura de la red Cromosférica que fue calculada con nuestro modelo en observaciones en regiones similares del espectro.
16. Generamos un conjunto de imágenes en Tb multifrecuencias utilizando nuestro modelo de emisión Cromosférica.
17. Creamos un nuevo método para calcular emisión NLTE utilizando publicaciones previas del parámetro b1, teniendo buenos resultados, en especial, en el calculo de la densidad electrónica.
18. Mostramos que el espectro se corrige, pero no de forma sustancial, para el caso de bajas frecuencias usando NLTE.
19. Encontramos que existe una cavidad óptica entre 40 GHz y 500 GHz, los cuales son congruentes con las observaciones.
20. Demostramos que nuestras suposiciones de altura de las observaciones son invariantes en altura en rangos próximos a 1 en términos del modelo de eficiencia de emisión.
21. Mostramos que no existe una altura única, ni una capa única donde la emisión se esta generando, como se tenia pensado anteriormente.
22. Publicamos una gráfica que servirá de referencia para la aproximación de la altura de la emisión y que puede explicar de forma coherente la dispersión de las observaciones realizadas en este rango de frecuencias.

Apéndice A

Resolviendo el NLTE

A.1. Archivos de Entrada

El sistema de archivos de entrada está diseñado para producir modelos de una manera rápida y eliminando la complejidad de todos los datos necesarios para los diferentes modelos involucrados en el cálculo.

El sistema de archivos de entrada está dividido principalmente en dos directorios de trabajo: `atoms` y `models`. El primer directorio está dedicada a los valores de los modelos atómicos. Estos valores en principio, no dependen del modelo hidrostático ya que aquí se encuentran todas las propiedades intrínsecas de los átomos.

El segundo directorio está diseñado para introducir los valores iniciales del modelo. Tanto del modelo hidrostático como las poblaciones iniciales del modelo atómico, para cada capa de la atmósfera. A continuación describimos detalladamente el flujo de Jaguar para la lectura de datos.

A.1.1. Flujo de Entrada de Datos

Supongamos que estamos trabajando sobre el modelo `vdelaluz2008`:

```
./jaguar -model vdelaluz2008
```

Entonces:

1. Jaguar lee el archivo

```
models/vdelaluz2008/atoms.dat
```

donde se encuentra la lista de átomos que serán calculados en el modelo.

2. Una vez leída la lista de átomos a considerar, Jaguar lee los modelos atómicos contenidos en

```
atoms/<Nombre del Atomo>/header.dat
```

En el archivo header.dat se encuentran 2 valores: El peso atómico y los estados de ionización que puede alcanzar el átomo¹. Este último valor nos indicará la cantidad de especies existentes en cada átomo en particular.

3. Para cada modelo atómico, leemos los valores de cada especie en

```
atoms/<Nombre del Atomo>/<Nombre de la Especie>/*.dat
```

El nombre de las especies es en realidad el nombre del átomo más su estado de ionización (con la convención de los números romanos). Estos valores se buscan automáticamente a partir del número máximo de ionización que ya está definido. En caso de que no exista un archivo, Jaguar mandará una advertencia y no considerará esa especie en el cálculo.

4. Una vez que se leyeron todos los valores atómicos. Ahora procedemos a leer los valores del modelo atmosférico en

```
models/vdelaluz2008/hidrostatic.dat
```

en este archivo encontramos un identificador de profundidad de la atmósfera, así como la temperatura, densidad, presión, velocidad doppler y velocidad de turbulencia a cada altura de la atmósfera. Estos datos son necesarios para calcular el modelo en profundidad.

5. Una vez leído los datos de la atmósfera, leemos los valores iniciales para cada uno de los identificadores de la atmósfera

```
models/vdelaluz2008/<id>/*.dat
```

En este directorio encontramos los diferentes valores iniciales para el modelo, tanto de niveles energéticos como de densidades de cada modelo atómico.

Cabe aclarar que los valores para el modelo atómico se cargan una sola vez, mientras los valores para cada nivel atmosférico se cargan secuencialmente, cada vez que se calcula una nueva capa de la atmósfera se cargan los valores iniciales y se sobrescriben los anteriores para iniciar un nuevo cálculo. Esto se debe a cuestiones de eficiencia en el manejo de memoria de los procesos. No necesitamos estar cargando todos los datos todo el tiempo, más bien, seleccionamos adecuadamente que valores son necesarios para cada cálculo. Esto se hace de manera automática.

¹ En otras palabras, el número de protones del átomo.

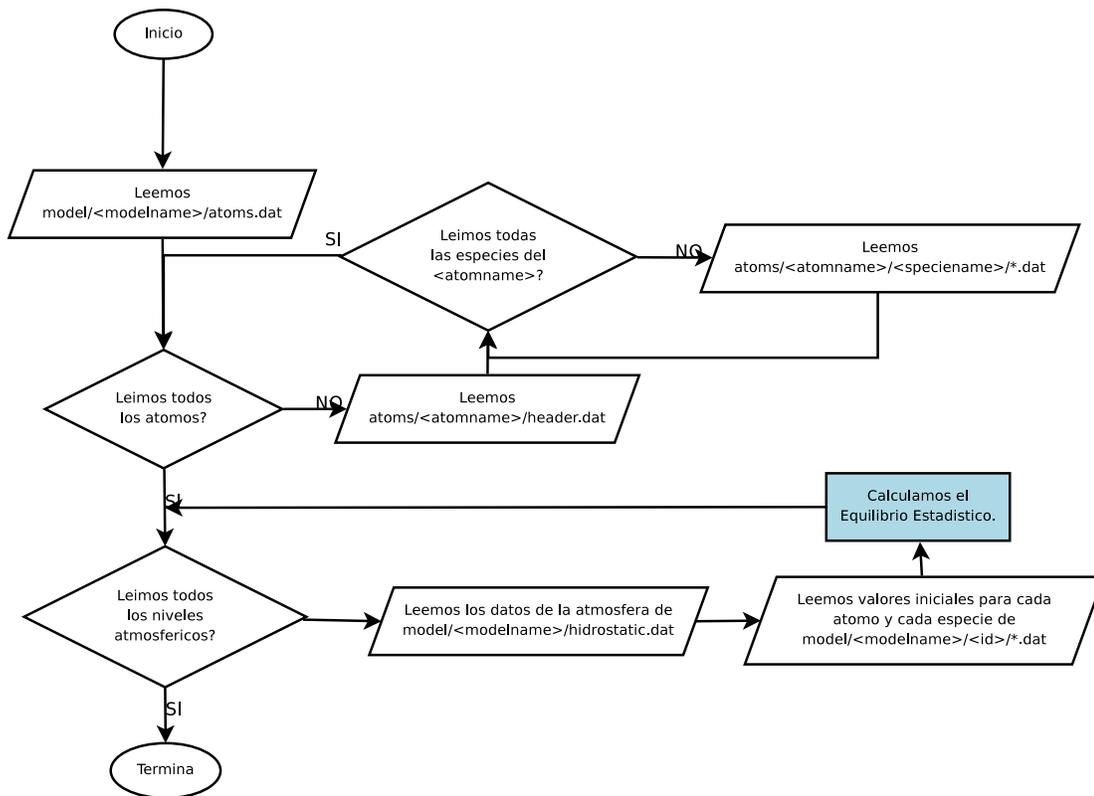


Figura A.1: Diagrama de flujo de entrada de datos de Jaguar.

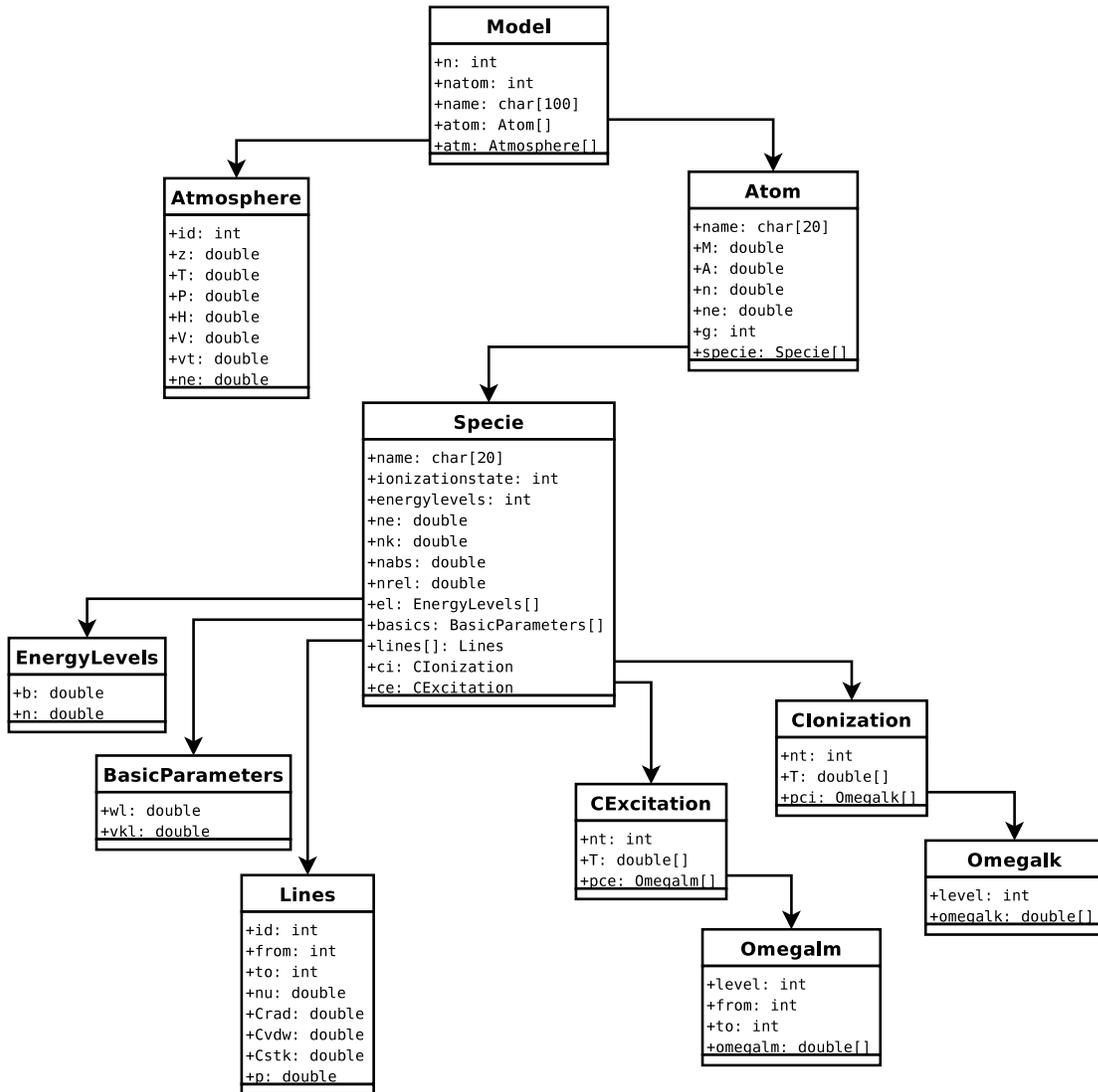


Figura A.2: Estructura de datos de Jaguar.

Índice de figuras

1.1. Comparación entre modelos para el Sol Quiet (Shimabukuro & Stacey, 1968).	4
1.2. Observaciones realizadas en longitudes de onda milimétricas por Avrett & Linsky (1970) y publicadas por Vernazza et al. (1973).	6
1.3. Abrillantamiento al limbo a 6 cm (Ahmad & Kundu, 1981).	8
1.4. Observación de Nobeyama para el Sol Quiet a 17GHz.	9
1.5. Corte transversal de una observación de Nobeyama para el Sol Quiet a 17GHz.	10
3.1. Perfiles de temperatura radial para el Sol en su regimen Quiet para los modelos de las familias VAL, SEL, CSS y FAL en promedio (sin considerar microestructura).	20
4.1. Función fase para la dispersión.	26
4.2. Diferencia entre Flujo e Intensidad Especifica.	28
4.3. Geometría de una atmósfera plano paralela 3D.	29
4.4. Dispersión de Thompson promedio para una fuente no polarizada.	32
5.1. Modelo de equilibrio estadístico. Podemos observar gráficamente el significado de las tazas de excitación y desexcitación.	41
6.1. Emisión de cuerpo negro con una temperatura de 100K, donde podemos observar que el máximo se da en la región del radio.	54
8.1. Convergencia en Temperatura de brillo multifrecuencias.	65
8.2. Error asociado al parámetro mínimo de emisión local.	66
8.3. Comparación de Celestun con los resultados de Avrett & Loeser (2008), las observaciones son las recopiladas por Loukitcheva et al. (2004).	68
8.4. Perfiles de Temperatura con el siguiente código de colores: Rojo VALC, azul CAIUS, negro C7.	69

8.5.	Perfiles de Densidad para los 3 modelos de entrada: Rojo VALC, azul CAIUS y negro C7. La línea continua nos muestra la densidad electrónica, la segmentada el HI y la punteada HII. Para el caso de CAIUS solo tenemos la densidad electrónica pues supone que la atmósfera esta totalmente ionizada.	70
8.6.	Espectro Solar LTE. Las líneas continuas son simulaciones utilizando únicamente Bremsstrahlung, mientras que las líneas segmentadas son simulaciones utilizando Celestun (3 funciones de opacidad). Amarillo VALC, Azul CAIUS, negro C7. La línea roja es una simulación utilizando los valores de la densidad electrónica precalculados por CAIUS y utilizando sus suposiciones. Los puntos son observaciones a través del ciclo solar recopiladas por Loukitcheva et al. (2004).	71
8.7.	Profundidad óptica del modelo C7 a 17 GHz para el modelo Celestun (lineas continuas) y Bremsstrahlung Clásico (línea discontinua). En ambos casos, la altura donde $\tau = 1$ es igual.	73
8.8.	Opacidad local para 17 GHz. La línea continua nos muestra el modelo de Celestun, mientras la línea discontinua nos muestra unicamente la emisión Bremsstrahlung.	74
8.9.	Comportamiento local de la atmósfera, línea punteada Bremsstrahlung, línea continua nuestro modelo. En rojo tenemos la eficiencia de la emisividad local (E_l) y en negro la eficiencia de la absorción local (A_l) de la atmósfera.	75
8.10.	Emisión local a 17 GHz con el modelo de entrada C7. La línea continua es Celestun, la discontinua es utilizando solo Bremsstrahlung. En amarillo tenemos la Temperatura de entrada del modelo, en negro la convergencia de la temperatura de brillo a 17 GHz, en rojo la emisión local y en azul la absorción local.	76
8.11.	Profundidad óptica a 200 GHz para Celestun (lineas continuas) y Bremsstrahlung clásico (línea segmentada)	77
8.12.	Emisión local a 200 GHz. La línea continua es Celestun, la discontinua es utilizando solo Bremsstrahlung. En amarillo tenemos la Temperatura de entrada del modelo, en negro la convergencia de la temperatura de brillo a 200 GHz, en rojo la emisión local y en azul la absorción local.	79
8.13.	Profundidad óptica a 400 GHz para Celestun (lineas continuas) y Bremsstrahlung clásico (línea discontinua).	80
8.14.	Emisión local a 400 GHz. La línea continua es Celestun, la discontinua es utilizando solo Bremsstrahlung. En amarillo tenemos la Temperatura de entrada del modelo, en negro la convergencia de la temperatura de brillo a 17 GHz, en rojo la emisión local y en azul la absorción local.	81
8.15.	Degradación de la resolución angular de las observaciones de VAULT para ser comparadas con los modelos A y D de VAL.	83

8.16. Temperatura de entrada para Celestun con red cromosférica, en rojo tenemos la red cromosférica oscura y en negro la celda brillante del modelo VAL A y D.	85
8.17. Densidad de Hidrógeno de entrada para Celestun con red cromosférica, en rojo tenemos la red cromosférica oscura y en negro la celda brillante del modelo VAL A y D.	86
8.18. Densidad electrónica para el modelo de celda (negro) y red (rojo) cromosférica para el modelo VAL A y D.	87
8.19. Abrillantamiento al limbo a 1.4 GHz utilizando la Red Cromosferica con el modelo VAL.	88
8.20. Abrillantamiento al limbo a 3.9 GHz utilizando la Red Cromosferica con el modelo VAL.	89
8.21. Abrillantamiento al limbo a 17 GHz utilizando la Red Cromosferica con el modelo VAL.	90
8.22. Abrillantamiento al limbo a 43 GHz utilizando la Red Cromosferica con el modelo VAL.	91
8.23. Abrillantamiento al limbo a 110 GHz utilizando la Red Cromosferica con el modelo VAL.	92
8.24. Abrillantamiento al limbo a 212 GHz utilizando la Red Cromosferica con el modelo VAL.	93
8.25. Simulaciones de la red cromosférica a 1.4 GHZ (puntos negros). convolución con patrón de antena de 10 arcsec (rojo) y simulaciones con el modelo VALC (amarillo).	94
8.26. Simulaciones de la red cromosférica a 17 GHZ (puntos negros). convolución con patrón de antena de 10 arcsec (rojo) y simulaciones con el modelo VALC (amarillo).	95
8.27. Abrillantamiento al limbo a 17 GHz utilizando la red cromosférica (puntos negros) y una convolución de 10 arcsec (línea roja).	96
8.28. Abrillantamiento al limbo utilizando la red cromosférica multifrecuencias con una convolución de un patrón de antena de 10 arcsec. De arriba hacia abajo: 1.4 GHz, 3.9 GHz, 17 GHz, 43 GHz, 110 GHz y 212 GHz.	97
8.29. Simulación 2D con PakalMPI para 17 GHz utilizando la Red Cromosferica con el modelo VAL.	99
8.30. Comparación morfológica entre simulaciones con Celestun convolucionadas a 10 arcsec (arriba) y observaciones con la misma resolución angular y escala de colores de Nobeyama (abajo).	100
8.31. Valores del parámetro b1 utilizando nuestra técnica de aproximación. La línea sólida corresponde al modelo C7, la discontinua al modelo VALC y la punteada al modelo de CAIUS.	101
8.32. Espacio dinámico para 3 modelos de temperatura, C7 (línea sólida), VALC (discontinua) y CAIUS (punteada).	102
8.33. Cálculo de especies en LTE (línea sólida) y NLTE (línea discontinua) para el HI (rojo), HII (azul) y n_e (negro).	103

8.34. Comparación del espectro Sintético NLTE del centro del disco solar con observaciones.	104
8.35. Comportamiento de la temperatura de brillo multifrecuencias (convergencia de la temperatura de brillo con respecto a la altura), desde 7.5 GHz hasta 7 THz (de abajo hacia arriba en la gráfica).	105
8.36. Emisividad local multifrecuencias con el modelo C7, desde 7.5 GHz hasta 7 THz. Podemos observar claramente dos regiones de emisión para todas las frecuencias. El segundo pico de emisión se da a 1,100 km para todas las frecuencias.	106
8.37. Profundidad óptica local multifrecuencias, desde 7.5 GHz hasta 7 THz.	107
8.38. Profundidad óptica multifrecuencias. En colores la eficiencia de emisión total (ϵ_T). El modelo para calcular la altura de las observaciones (puntos con barra de error) es $\epsilon_T = 0.9$	109
8.39. Cavidad óptica cromosférica utilizando el modelo C7. En colores tenemos la eficiencia de la emisividad local E_l . El modelo para calcular la altura de las observaciones (puntos con barra de error) es $\epsilon_T = 0.9$. Mostramos en líneas continuas tres modelos para ϵ_T : 0.5, 0.9 y 0.99.	111
8.40. Variación de la altura de emisión a partir del parametro ϵ_L y la frecuencia. En colores tenemos la altura donde $\epsilon_L = x$, donde x es el valor en el eje x. Líneas de colores totalmente horizontales muestran una invarianza de la altura con respecto a ϵ_L	113
A.1. Diagrama de flujo de entrada de datos de Jaguar.	119
A.2. Estructura de datos de Jaguar.	120

Índice de Tablas

3.1. Radio observaciones para el Sol Quieto utilizadas en Athay (1958). . . .	18
3.2. Valores obtenidos para la temperatura de brillo en el centro del disco solar con el modelo de Athay (1958).	19
3.3. Radio observaciones para el Sol Quieto utilizadas en Zirin et al. (1991).	21

Bibliografía

1932, *Nature*, 130, 385

Ahmad, I. A., & Kundu, M. R. 1981, *Sol. Phys.*, 69, 273

Alexander, D. R., & Ferguson, J. W. 1994, *ApJ*, 437, 879

Allen, C. W. 1963, in *IAU Symposium*, Vol. 16, *The Solar Corona*, ed. J. W. Evans, 1–+

Athay, R. G. 1958, *Annales d'Astrophysique*, 21, 98

Athay, R. G., & Thomas, R.Ñ. 1961, *Physics of the solar chromosphere*, ed. Athay, R. G. & Thomas, R.Ñ.

Avrett, E. H., & Linsky, J. L. 1970, in *Bulletin of the American Astronomical Society*, Vol. 2, *Bulletin of the American Astronomical Society*, 181–+

Avrett, E. H., & Loeser, R. 2008, *ApJS*, 175, 229

Battaglia, A., & Mantovani, S. 2005, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 95, 285

Behara, N. T., & Jeffery, C. S. 2006, *Baltic Astronomy*, 15, 115

Blum, E. J., Denisse, J. F., & Steinberg, J. L. 1952, *Annales d'Astrophysique*, 15, 184

Buehler, S. A., Eriksson, P., Kuhn, T., von Engeln, A., & Verdes, C. 2005, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 91, 65

Cahalan, R. F., Oreopoulos, L., Marshak, A., Evans, K. F., Davis, A. B., Pincus, R., Yetzer, K. H., Mayer, B., Davies, R., Ackerman, T. P., Barker, H. W., Clothiaux, E. E., Ellingson, R. G., Garay, M. J., Kassianov, E., Kinne, S., Macke, A., O'Hirok, W., Partain, P. T., Prigarin, S. M., Rublev, A.Ñ., Stephens, G. L., Szczap, F., Takara, E. E., Várnai, T., Wen, G., & Zhuravleva, T. B. 2005, *Bulletin of the American Meteorological Society*, vol. 86, Issue 9, pp.1275-1293, 86, 1275

Carlsson, M. 1992, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, Vol. 26, *Cool Stars, Stellar Systems, and the Sun*, ed. M. S. Giampapa & J. A. Bookbinder, 499–+

- Carlsson, M., & Stein, R. F. 1995, *ApJ*, 440, L29
- . 1997, *ApJ*, 481, 500
- . 2002, *ApJ*, 572, 626
- Cayrel, R., Perrin, M.-N., Barbuy, B., & Buser, R. 1991, *A&A*, 247, 108
- Chandrasekhar, S. 1960, *Radiative transfer*, ed. S. Chandrasekhar
- Chiuderi, C., & Chiuderi Drago, F. 2004, *A&A*, 422, 331
- Chiuderi Drago, F., Kundu, M. R., & Schmahl, E. J. 1983, *Sol. Phys.*, 85, 237
- Christiansen, W.Ñ., & Warburton, J. A. 1955, *Australian Journal of Physics*, 8, 474
- Coates, R. J. 1957, *AJ*, 62, 90
- Covington, A. E., & Medd, W. J. 1954, *JRASC*, 48, 136
- Davidson, C. R., & Stratton, F. J. M. 1927, *MNRAS*, 87, 739
- Davis, A. B., & Cahalan, R. F. 2001, *AGU Spring Meeting Abstracts*, 61
- De la Luz, V., Lara, A., & Mendoza, E. 2007
- de La Luz, V., Lara, A., Mendoza, E., & Shimojo, M. 2008, *Geofisica Internacional*, 47, 197
- De la Luz, V., Lara, A., Mendoza-Torres, J. E., & Selhorst, C. L. 2010, *ApJS*, 188, 437
- Dere, K. P., Landi, E., Mason, H. E., Monsignori Fossi, B. C., & Young, P. R. 1997, *A&AS*, 125, 149
- Dulk, G. A. 1985, *ARA&A*, 23, 169
- Evans, K. F. 1998, *Journal of Atmospheric Sciences*, 55, 429
- Ewell, Jr., M. W., Zirin, H., Jensen, J. B., & Bastian, T. S. 1993, *ApJ*, 403, 426
- Fontenla, J. M., Avrett, E., Thuillier, G., & Harder, J. 2006, *ApJ*, 639, 441
- Fontenla, J. M., Avrett, E. H., & Loeser, R. 1990, *ApJ*, 355, 700
- . 1991, *ApJ*, 377, 712
- . 1993, *ApJ*, 406, 319
- Fontenla, J. M., Balasubramaniam, K. S., & Harder, J. 2007, *ApJ*, 667, 1243
- Fossum, A., & Carlsson, M. 2005, *Nature*, 435, 919

- Golovinskii, P. A., & Zon, B. A. 1980, *Zhurnal Tekhnicheskoi Fiziki*, 50, 1847
- Gustafsson, B., Bell, R. A., Eriksson, K., & Nordlund, A. 1975, *A&A*, 42, 407
- Hachenberg, O., Fürstenberg, F., & Prinzler, H. 1956, *ZAp*, 39, 232
- Haddock, F. T. 1957, in *IAU Symposium, Vol. 4, Radio astronomy*, ed. H. C. van de Hulst, 273—+
- Hauschildt, P. H., Allard, F., & Baron, E. 1999, *ApJ*, 512, 377
- Hillier, D. J., & Miller, D. L. 1998, *ApJ*, 496, 407
- Hubeny, I., & Lanz, T. 1995, *ApJ*, 439, 875
- Iwabuchi, H. 2006, *Journal of Atmospheric Sciences*, 63, 2324
- Jansky, K. G. 1933, *Nature*, 132, 66
- John, T. L. 1988, *A&A*, 193, 189
- Kalkofen, W. 2004, in *IAU Symposium, Vol. 219, Stars as Suns : Activity, Evolution and Planets*, ed. A. K. Dupree & A. O. Benz, 115—+
- Kazii, T. 1936, *Japanese Journal of Astronomy and Geophysics*, 14, 219
- Krijger, J. M. 1999, in *ESA Special Publication, Vol. 446, 8th SOHO Workshop: Plasma Dynamics and Diagnostics in the Solar Transition Region and Corona*, ed. J.-C. Vial & B. Kaldeich-Schü, 391—+
- Kurucz, R. L. 1979, *ApJS*, 40, 1
- Kuznetsova, N. A. 1978, *Soviet Astronomy*, 22, 345
- Landi, E., & Chiuderi Drago, F. 2003, *ApJ*, 589, 1054
- Lantos, P., & Kundu, M. R. 1972, *A&A*, 21, 119
- Lites, B. W., Rutten, R. J., & Kalkofen, W. 1993, *ApJ*, 414, 345
- Loukitcheva, M., Solanki, S. K., Carlsson, M., & Stein, R. F. 2004, *A&A*, 419, 747
- Lyapustin, A. 2002, *Appl. Opt.*, 41, 5607
- Martyn, D. F. 1946, *Nature*, 158, 632
- . 1948, *Royal Society of London Proceedings Series A*, 193, 44
- Menzel, D. H. 1937, *ApJ*, 85, 330

- Minnett, H. C., & Labrum, N. R. 1950, Australian Journal of Scientific Research A Physical Sciences, 3, 60
- Mitchell, S. A. 1947, ApJ, 105, 1
- Newton, H. W. 1936, Nature, 138, 1017
- Oreopoulos, L., Marshak, A., Cahalan, R. F., Várnai, T., Davis, A. B., & Macke, A. 2006, EOS Transactions, 87, 52
- Patsourakos, S., Gouttebroze, P., & Vourlidas, A. 2007, ApJ, 664, 1214
- Pauldrach, A. W. A., Hoffmann, T. L., & Lennon, M. 2001, A&A, 375, 161
- Pawsey, J. L., & Yabsley, D. E. 1949, Australian Journal of Scientific Research A Physical Sciences, 2, 198
- Reber, E. E. 1971, Sol. Phys., 16, 75
- Reitz, J. R., Milford, F. J., & Blumowicz Perelberg, S. 1972, Fundamentos de la teoria electromagnetica (Barcelona: Union Tipografica Ed., 1972)
- Richardson, R. S. 1935, PASP, 47, 325
- . 1936, PASP, 48, 122
- Rybicki, G. B., & Lightman, A. P. 1986, Radiative Processes in Astrophysics (Radiative Processes in Astrophysics, by George B. Rybicki, Alan P. Lightman, pp. 400. ISBN 0-471-82759-2. Wiley-VCH, June 1986.)
- Santolaya-Rey, A. E., Puls, J., & Herrero, A. 1997, A&A, 323, 488
- Scheirer, R., & Macke, A. 2001, J. Geophys. Res., 106, 14301
- Schmelz, J. T., & Brown, J. C., eds. 1992, The Sun: A Laboratory for Astrophysics
- Selhorst, C. L., Silva, A. V. R., & Costa, J. E. R. 2005a, A&A, 433, 365
- . 2005b, A&A, 440, 367
- Shimabukuro, F. I., & Stacey, J. M. 1968, ApJ, 152, 777
- Shulyak, D., Tsymbal, V., Ryabchikova, T., Stütz, C., & Weiss, W. W. 2004, A&A, 428, 993
- Smerd, S. F. 1950, Australian Journal of Scientific Research A Physical Sciences, 3, 34
- Thomas, R. 1960, ApJ, 131, 429
- van de Hulst, H. C. 1950, Bull. Astron. Inst. Netherlands, 11, 135

- . 1953, *The Chromosphere and the Corona (The Sun)*, 207–+
- Vernazza, J. E., Avrett, E. H., & Loeser, R. 1973, *ApJ*, 184, 605
- . 1976, *ApJS*, 30, 1
- . 1981, *ApJS*, 45, 635
- Werner, K. 1986, *A&A*, 161, 177
- Wildt, R. 1939, *ApJ*, 90, 611
- Zheleznyakov, V. V. 1965, *Soviet Astronomy*, 8, 819
- Zheleznyakov, V. V., ed. 1996, *Astrophysics and Space Science Library*, Vol. 204, *Radiation in Astrophysical Plasmas*
- Zirin, H., Baumert, B. M., & Hurford, G. J. 1991, *ApJ*, 370, 779