



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

## FACULTAD DE INGENIERÍA

### *“ESTUDIO DE LAS CAÍDAS DE PRESIÓN DE MEZCLAS DE HIDROCARBUROS A TRAVÉS DE RESTRICCIONES Y EXPANSIONES EN TUBERÍAS”*

#### *T E S I S PARA OBTENER EL TÍTULO DE INGENIERO PETROLERO*

*PRESENTA:*

*CRUZ VENEGAS ERIC*

DIRECTOR DE TESIS: Dr. EDGAR RAMÍREZ JARAMILLO

MÉXICO D.F. CIUDAD UNIVERSITARIA, 2010.





Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Especialmente a mi abuelita Esperanza Elizalde, pilar y ejemplo de toda una familia, que con sus consejos y cariño nos ha guiado, para la cual solo resta gratitud ilimitada. Eres la persona más fuerte y valiosa abue, sin ti nada hubiera sido posible, GRACIAS.

A mi madre la Mtra. Ma. Araceli Venegas Elizalde, quien es mi mayor orgullo, porque gracias a su apoyo y consejo he llegado a realizar la más grande de mis metas, la cual como ella dice es la herencia más valiosa que pudiera recibir. Gracias por soportar tanto, gracias por creer en mí, en ayudarme y solventarme en cada uno de los viajes, proyectos y problemas en los que me he metido. Todos tus años de trabajo poco a poco se ven recompensados. Gracias mamá, te amo.

A mi padre el M.V.Z Leonel Filemón Cruz Ceballos quien es una de mis más grandes motivaciones y figuras de admiración, quien me ha enseñado a trabajar duro y a nunca darse por vencido. Gracias por todo el cariño y el sacrificio que has hecho en estos años, sé que tu vida la has dedicado a mí y a mis hermanos y te estoy infinitamente agradecido.

A mis hermanos Mónica y Carlos, quienes a pesar de lo distinto que somos hemos salido adelante juntos. Gracias por todo hermanos, este triunfo es nuestro.

A Itzel, mi compañera en este gran viaje, gracias por todos estos años a mi lado, por creer en mí, por la motivación, por esperar, por siempre levantarme, por los gritos, por tu amor, gracias.

En primer lugar quiero agradecer a la máxima casa de estudios, la Universidad Nacional Autónoma de México, la cual me brindo la oportunidad de desarrollarme tanto académica como culturalmente y permitiéndome conocer y vivir todo lo que rodea a esta gran institución.

A mi querida Facultad de Ingeniería la cual me dio todo, en la que pase los momentos más agradables y también los más duros, donde conocí a los maestros, doctores e ingenieros que me enseñaron el valor y la importancia de la ingeniería. Y de la cual siempre me sentiré orgulloso de llevar su nombre en alto.

A mi director de tesis el Dr. Edgar Ramírez Jaramillo. Por permitirme trabajar a su lado, por compartir su tiempo y sus conocimientos. Al igual que por su paciencia y empeño en el desarrollo de este trabajo.

A mis sinodales el Ing. Manuel Villamar Viguera, Dr. Rafael Rodríguez Nieto, Dra. Rocío Guadalupe De La Torre y el Ing. Israel Castro Herrera, por su apoyo, comprensión y observaciones.

Al Instituto Mexicano del Petróleo, donde me abrieron las puertas desde el servicio social hasta este proceso de titulación.

A mis grandes amigos, que con el tiempo se han hecho mis hermanos, a quien no solo tengo el gusto de conocer sino de también a sus familias, con todos aquellos que me permiten ser parte de sus vidas. Con los que bebí, lloré, reí, cante y viaje durante estos años. Principalmente a Olsen Jafet "Negro", Christian Josué "Kaski", Omar Musalem "Musa", Francisco Villegas "Pakito", Paulina Kuri, Víctor Kuri, Daniel Carbajal "Mañi", Francisco Serrano "Huesos", Pean Perse. Nada sería lo mismo sin ustedes, GRACIAS.

Al resto del colectivo "CH7"; Pedazito (†), Rorro y "18". A todos los "Terrícolas"; Fabiola Olivares, "Rayo", Norberto "Mono", Prax "Pajara", Emanuel Arjona "Pana", Jorge Núñez, Omar "Don Omar", Aldo "Pato", Susy, Armandito, "El wish", "Oso", Claudia "Reina", Víctor "Rojo", Iván "Chore". A la brigada "Ultra"; Angelito, Gaby, Gris, Roberto, Ale, Sickma, Claudio, Azu. A Cindy, Eder, Maylet, Quiroz, "Jimy", "Pin", "Joe", Ebert.

"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"

## ÍNDICE

RESUMEN.....	I
LISTA DE FIGURAS .....	III
LISTA DE TABLAS .....	IV
NOMENCLATURA.....	V

## 1 ANTECEDENTES (FLUJO MULTIFÁSICO)

1.1 Introducción.....	1
1.2 Ecuación general de energía.....	1
1.2.1 Número de Reynolds.....	5
1.2.2 Rugosidad.....	6
1.3 Colgamiento de líquido.....	7
1.4 Patrones de flujo.....	8
1.4.1 Patrones de flujo en tuberías verticales.....	9
1.5 Flujo multifásico en tuberías verticales.....	11
1.6 Flujo multifásico a través de restricciones.....	16
1.6.1 Flujo a través de estranguladores.....	17
1.6.2 Flujo crítico vs. Flujo subcrítico.....	19
1.6.3 Modelos multifásicos para estranguladores.....	22
1.6.3.1 Modelos para flujo crítico.....	22
1.6.3.2 Modelos para flujo crítico-subcrítico.....	26

## 2 REVISIÓN DEL ESTADO DEL ARTE

2.1 Flujo a través de restricciones.....	31
2.2 Modelo para el cálculo de caídas de presión a través de restricciones.....	33
2.2.1 Expansiones.....	34
2.2.1.1 consideraciones de continuidad.....	35
2.2.1.2 Ecuación de Momento.....	39
2.2.1.3 Aumento de presión debido a una expansión.....	40
2.2.1.4 Ecuación de energía.....	45
2.2.1.5 Perdidas de presión irreversibles.....	47
2.2.2 Reducciones.....	50
2.2.2.1 Consideraciones de continuidad.....	50
2.2.2.2 Ecuación de Energía.....	52
2.2.2.3 Ecuación de momento.....	53

---

2.2.2.4 Disminución de presión debido a una reducción.....	54
2.2.2.5 Perdidas de presión irreversibles.....	60
3 MODELO PROPUESTO	
3.1 Modelo de flujo.....	64
3.1.1 Correlación de flujo multifásico (Duns y Rus).....	70
3.1.2 Modelo de propiedades de los fluidos (Peng-Robinson).....	77
3.1.3 Correlación para el ajuste de la temperatura (Romero-Juárez).....	79
4 CASO DE APLICACIÓN	
4.1 Pozo "A".....	80
5 DISCUSIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS	
5.1 Pozo "A".....	86
Conclusiones.....	105
Bibliografía.....	107

## RESUMEN

En la industria petrolera es común la presencia de restricciones en las tuberías de transporte, ya sea como expansiones o reducciones, por lo cual resulta importante y fundamental estudiar el efecto global en el proceso de transporte del petróleo que causan dichas restricciones como pueden ser: válvulas, estranguladores o bien depósitos orgánicos y/o inorgánicos. Así, al presentarse una restricción en la sección transversal de la tubería, se verán afectados de manera significativa parámetros hidrodinámicos relacionados al flujo como son la temperatura, las caídas de presión, los patrones de flujo y la fracción volumétrica de gas (void fraction) por mencionar algunos.

Para estudiar el efecto que las restricciones tienen en el transporte de fluidos en tuberías, se han desarrollado correlaciones empíricas para el cálculo de las caídas de presión a través de este tipo de dispositivos. Dichas correlaciones se centran principalmente en predecir la dependencia de la caída de presión en la velocidad en toda la restricción. Dado que para predecir el comportamiento de flujo multifásico a través de estranguladores, se requiere predecir la frontera entre flujo crítico y subcrítico, las correlaciones desarrolladas presentan algunas limitaciones. Así, diversos autores han publicado correlaciones para describir el flujo de gas y líquido simultáneamente a través de dichos dispositivos.

El objetivo de este trabajo es el estudio de las caídas de presión de mezclas de hidrocarburos a través de restricciones y expansiones en tuberías verticales. Con el fin de estudiar dicha problemática, se desarrolló un modelo de flujo, el cual toma en cuenta la naturaleza multicomponente-multifásica de los hidrocarburos producidos y combina la hidrodinámica, la termodinámica y métodos numéricos para predecir el efecto de las restricciones en la productividad del pozo. El modelo realizado por Ramírez-Jaramillo *et al* (2004), se basa en el cálculo de la presión y los perfiles de temperatura en el pozo, dicho modelo se apoya en la correlación desarrollada por Dun-Ros (1963), así como la ecuación de estado de Peng-Robinson (1976) para determinar el equilibrio de fases a lo largo de la tubería.

Con el fin de estudiar el efecto de los cambios en las configuraciones geométricas de las secciones transversales en diferentes posiciones axiales de un pozo, se analizó un sistema real (pozo "A") ubicado en el sureste de México, para el cual se obtuvieron los perfiles de la caída de presión total como función de 9 diferentes restricciones artificiales colocadas a 3 diferentes profundidades y 3 diferentes dimensiones (disminución del diámetro de la tubería en 5, 25, y 50%), esto con el fin de evaluar el efecto en la presión de superficie debido a la presencia de las diferentes restricciones.

El presente trabajo se ha dividido en la siguiente forma.

En el capítulo 1 se abordan los conceptos de colgamiento de líquido y los patrones de flujo. Posteriormente se presenta una breve discusión del flujo multifásico en tuberías verticales y a través de restricciones.

En el capítulo 2 se revisa los avances realizados en el estudio del flujo multifásico a través de restricciones a la fecha y los resultados que se han obtenido.

En el capítulo 3 se presenta el modelo propuesto, así como las correlaciones y ecuaciones de estado utilizadas en este trabajo. Se presenta también el modelo para el ajuste de la temperatura.

En el capítulo 4 se presentan las generalidades del pozo en estudio, se presentan también las diferentes restricciones que serán utilizadas, la profundidad de colocación, la extensión en la que estarán presentes y la incidencia que tendrán en la disminución del diámetro interior de la tubería.

Por último en el capítulo 5 se realiza una discusión y análisis de los resultados del pozo "A". Y finalmente se presentan las conclusiones de este trabajo.



## LISTA DE FIGURAS

- Figura 1.1.** Flujo a través de un elemento aislado del sistema.
- Figura 1.2.** Patrones de flujo en la tubería vertical.
- Figura 1.3.** Diagramas de Restricciones para la medición de flujo.
- Figura 1.4.** Típicas configuraciones de flujo de válvulas de seguridad de velocidad controlada Otis Interl y J Camco A3.
- Figura 1.5.** Dependencia del gasto del estrangulador en  $y$ .
- Figura 1.6.** Mezcla de velocidades para flujo crítico y subcrítico.
- Figura 2.1.** Pérdida de presión a través de una súbita expansión.
- Figura 2.2.** Cambio de presión a través de una expansión.
- Figura 2.3.** Pérdida de presión a través de una súbita restricción.
- Figura 2.4.** Cambio de presión a través de una reducción.
- Figura 3.1.** Sistema de flujo.
- Figura 3.2.** Procedimiento de cálculo.
- Figura 3.3.** Números de régimen de flujo.
- Figura 3.4.** Números de velocidad de resbalamiento.
- Figura 3.5.** Correlación de fricción para flujo burbuja.
- Figura 4.1.** Gradiente de presión del pozo "A" bajo condiciones de flujo. Comparación con simuladores comerciales.
- Figura 4.2.** Gradiente de temperatura del pozo "A" bajo condiciones de flujo. Comparación con simuladores comerciales.
- Figura 4.3.** Configuración mecánica y gradiente de superposición de presión.
- Figura 4.4.** Restricciones geométricas propuestas en este estudio.
- Figura 5.4a.** Cálculo de los gradientes de presión para las restricciones tipo 1.
- Figura 5.4b.** Cálculo de los gradientes de presión para las restricciones tipo 2.
- Figura 5.4c.** Cálculo de los gradientes de presión para las restricciones tipo 3.
- Figura 5.4d.** Cálculo de los gradientes de presión para las restricciones tipo 4.
- Figura 5.4e.** Cálculo de los gradientes de presión para las restricciones tipo 5.
- Figura 5.4f.** Cálculo de los gradientes de presión para las restricciones tipo 6.
- Figura 5.4g.** Cálculo de los gradientes de presión para las restricciones tipo 7.
- Figura 5.4h.** Cálculo de los gradientes de presión para las restricciones tipo 8.
- Figura 5.4i.** Cálculo de los gradientes de presión para las restricciones tipo 9.

## LISTA DE TABLAS

**Tabla 1.1** Métodos utilizados en la correlación Orkiszewski.

**Tabla 1.2** Coeficientes empíricos para correlaciones de flujo crítico en dos fases.

**Tabla 4.1.** Configuración mecánica del pozo "A".

**Tabla 4.2.** Composición del fluido del yacimiento del pozo "A".

**Tabla 4.3.** Datos de producción del pozo "A"

**Tabla 4.4.** Profundidad de las restricciones geométricas en el pozo "A".

**Tabla 4.5.** Configuración mecánica del pozo "A".

**Tabla 4.6.** Datos de producción del pozo "A".

**Tabla 4.7.** Composición del fluido del yacimiento del pozo "A".

**Tabla 4.8.** Restricciones geométricas en el pozo "A".

## NOMENCLATURA

- A*: Área total de flujo [ $\text{pie}^2$ ]  
*A<sub>f</sub>*: Área de flujo de la fase líquida [ $\text{pie}^2$ ]  
*A<sub>g</sub>*: Área de flujo de la fase vapor [ $\text{pie}^2$ ]  
*API*: Gravedad específica  
*C<sub>c</sub>*: Coeficiente de contracción  
*C<sub>D</sub>*: Coeficiente de descarga del orificio  
*C<sub>p</sub>*: Calor específico a presión constante [ $\text{Btu}/\text{lb}_m\text{-}^\circ\text{F}$ ]  
*C<sub>v</sub>*: Calor específico a volumen constante [ $\text{Btu}/\text{lb}_m\text{-}^\circ\text{F}$ ]  
*d*: Diámetro [ $\text{pg.}$ ]  
*D<sub>in</sub>*: Diámetro interior de la tubería [ $\text{pg}$ ]  
*E<sub>e</sub>*: Energía de expansión. [ $\text{lb}_f\text{-pie}/\text{lb}_m$ ]  
*f*: Factor de fricción  
*GOR*: Relación gas aceite [ $\text{pie}^3/\text{bl}$ ]  
*g<sub>c</sub>*: Aceleración de la gravedad estándar (32.174) [ $\text{lbm-ft}/\text{lb}_f\text{-s}^2$ ]  
*H<sub>L</sub>*: Colgamiento del líquido  
*K*: relación de calores específicos  
*K<sub>c</sub>*: Coeficiente de pérdida para una contracción súbita  
*K'<sub>c</sub>*: Coeficiente de pérdida en la contracción  
*K<sub>e</sub>*: Coeficiente de pérdida para una expansión súbita  
*K'<sub>e</sub>*: Coeficiente de pérdida para una expansión súbita  
*M*: Número match  
*N<sub>d</sub>*: Número de diámetro  
*N<sub>gv</sub>*: Número de velocidad del gas  
*N<sub>Lv</sub>*: Número de velocidad del líquido  
*N<sub>Re</sub>*: Número de Reynolds  
*P*: Presión [ $\text{psia}$ ]  
*P<sub>b</sub>*: Presión de burbuja [ $\text{psia}$ ]  
*P<sub>c</sub>*: Presión crítica [ $\text{psia}$ ]  
*P<sub>wf</sub>*: Presión de fondo fluyendo [ $\text{psia}$ ]  
*P<sub>wh</sub>*: Presión en la cabeza del pozo [ $\text{psia}$ ]  
*Q<sub>L</sub>*: Gasto de líquido [ $\text{bl}/\text{día}$ ]  
*Q<sub>o</sub>*: Gasto de aceite [ $\text{bl}/\text{día}$ ]  
*RGL*: relación gas-líquido producido ( $\text{pie}^3/\text{bl}$ ).  
*r<sub>w</sub>*: Radio efectivo de la tubería  
*T*: Temperatura [ $^\circ\text{C}$ ]  
*T<sub>c</sub>*: Temperatura crítica [ $^\circ\text{C}$ ]

$T_{fluid}$ : Temperatura media del núcleo [°C]  
 $T_{wall}$ : Temperatura en la pared [°C]  
 $T_{wf}$ : Temperatura de fondo fluyendo [°C]  
 $T_{wh}$ : Temperatura en la cabeza del pozo [°C]  
 $U$ : Coeficiente de transferencia de calor global [Btu/día-pie<sup>2</sup>-°F]  
 $V$ : Volumen específico [pie<sup>3</sup>/lb<sub>m</sub>]  
 $V_c$ : Volumen crítico [bl/lb-mol]  
 $V_f$ : Velocidad de flujo [pie/seg]  
 $V_L$ : Volumen de líquido existente en una sección de la tubería [pie<sup>3</sup>]  
 $V_p$ : Velocidad de propagación [pie/seg]  
 $V_T$ : Volumen de la sección de tubería [pie<sup>3</sup>]  
 $v_{sL}$ : Velocidad superficial del líquido [pie/seg]  
 $v_{sg}$ : Velocidad superficial del gas velocidad de resbalamiento actual [pie/seg]  
 $W$ : gasto másico [lb/seg]  
 $WOR$ : Relación agua-aceite (bl<sub>w</sub>/bl<sub>o</sub>)  
 $X$ : Calidad del vapor  
 $x_i$ : Fracción molar  
 $Z_i$ : Composición del component  $i$

### Letras griegas

$\Delta P_e$ : Aumento de la presión ficticia debido a una expansión repentina [lb<sub>f</sub>/pg<sup>2</sup>]  
 $\Delta P_c$ : Caída de presión ficticia [lb<sub>f</sub>/pg<sup>2</sup>]  
 $\Delta P_{fe}$ : Pérdidas de presión irreversibles debido a una expansión [lb<sub>f</sub>/pg<sup>2</sup>]  
 $\Delta P_{fc}$ : Pérdidas de presión irreversibles debido a una contracción súbita [lb<sub>f</sub>/pg<sup>2</sup>]  
 $\Delta W_f$ : Pérdidas de energía por fricción  
 $\Delta W_s$ : Pérdidas de energía por trabajo externo.  
 $\Delta Z$ : Incremento de longitud en la dirección del flujo  
 $\epsilon$ : Rugosidad de la tubería [pg]  
 $\rho_o$ : Densidad del aceite [lb<sub>m</sub>/pie<sup>3</sup>]  
 $\rho_s$ : Densidad con resbalamiento [lb<sub>m</sub>/pie<sup>3</sup>]  
 $\rho_w$ : Densidad del agua [lb<sub>m</sub>/pie<sup>3</sup>]  
 $\rho_n$ : Densidad de la mezcla sin resbalamiento [lb<sub>m</sub>/pie<sup>3</sup>]  
 $\alpha$ : Fracción de vacío de vapor  
 $\sigma$ : Relación de área  
 $\beta$ : Factor de corrección de momento dinámico para perfiles de velocidad no uniformes  
 $\sigma_L$ : Tensión superficial líquido-gas [dinas/cm]

$\tau_p$ : Esfuerzo cortante en la pared [ $\text{lb}_f/100\text{pie}^2$ ]

$\omega$ : Factor acéntrico del componente  $i$

$\Theta$ : Ángulo de inclinación de la tubería

## CAPÍTULO 1: ANTECEDENTES (FLUJO MULTIFÁSICO)

### 1.1 INTRODUCCIÓN

El estudio del flujo simultáneo de gas y líquido a través de tuberías, ha tenido auge debido al interés de ciertas industrias, como la petrolera y la del gas natural, por optimizar y hacer más rentable el transporte de sus productos. La complejidad del flujo de dos fases, no obstante, ha obstaculizado el desarrollo de un exacto y completo modelo teórico para predecir la caída de presión y el colgamiento de líquido. La importancia que esto representa es de tal magnitud, que el estudio del flujo multifásico se ha incrementado desde la década de los años cincuenta en un intento por entender el comportamiento de las mezclas multifásica, enfocado principalmente en el cálculo de la caída de presión en la tubería.

En consecuencia, se han desarrollado modelos matemáticos que representan este fenómeno, basados en balances de momento, masa y energía, lo cual dificulta su manejo, desde el punto de vista matemático, por lo que se ha optado por basar el estudio en una serie de correlaciones empíricas que describen el proceso de una manera más sencilla, suministrando a su vez relaciones entre la pérdida de presión y variables propias del sistema como: patrones de flujo, geometría y disposición de la tubería, propiedades de las fases y velocidad de los fluidos (Shoham, 1998).

### 1.2 ECUACIÓN GENERAL DE ENERGÍA

La ecuación general que gobierna el flujo de fluidos a través de una tubería, se obtiene a partir de un balance macroscópico de la energía asociada a la unidad de masa de un fluido, que pasa a través de un elemento aislado del sistema, representado en la figura 1.1.

Partiendo de la ley de conservación de la energía:

$$E_1 + \Delta W_f + \Delta W_s = E_2 \quad (1.1)$$

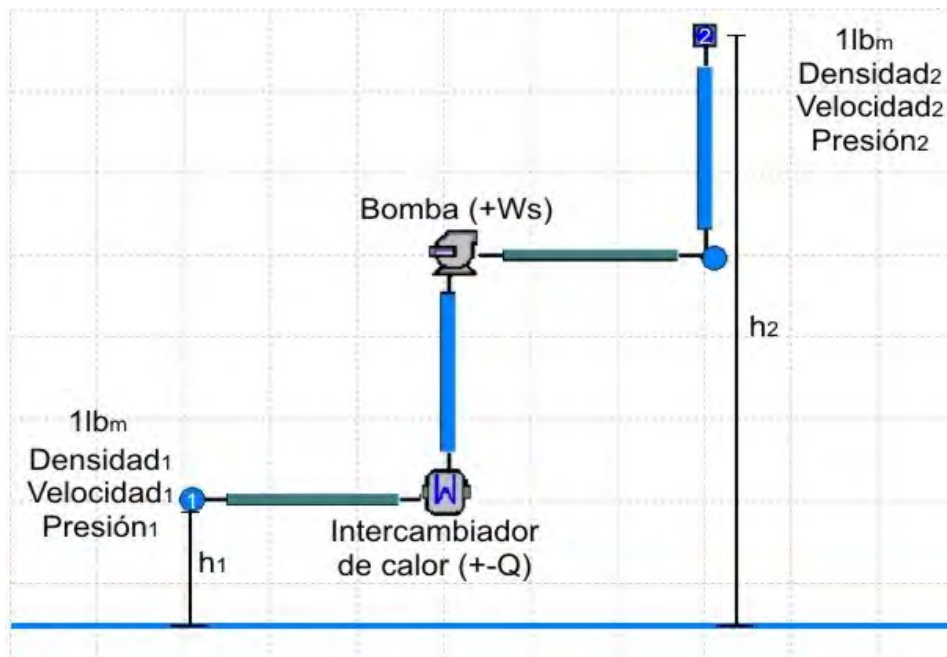
Donde:

$\Delta W_f$  = Pérdidas de energía por fricción.

$\Delta W_s$  = Pérdidas de energía por trabajo externo.

$E_1$  = Energía por unidad de masa, en la posición uno.

$E_2$  = Energía por unidad de masa, en la posición dos.



**Figura 1.1** Flujo a través de un elemento aislado del sistema.

La energía de expansión representada como:

$$E_e = pV \quad (1.2)$$

Donde:

$E_e$  = Energía de expansión.

$p$  = Presión

$V$  = Volumen específico

La energía potencial está dada por la expresión siguiente:

$$E_p \left( \frac{lb_f - pie}{lb_m} \right) = g \left( \frac{pie}{seg^2} \right) \frac{1}{g_c} \left( \frac{lb_f - seg^2}{lb_m - pie} \right) h(pie) = \frac{g}{g_c} h \quad (1.3)$$

Mientras que la energía cinética se expresa como:

$$E_c \left( \frac{lb_f - pie}{lb_m} \right) = \frac{v^2}{2} \left( \frac{pie^2}{seg^2} \right) \frac{1}{g_c} \left( \frac{lb_f - seg^2}{lb_m - pie} \right) = \frac{v^2}{2g_c} \quad (1.4)$$

Donde:

$g_c$  = Aceleración de la gravedad

$g_c = 32.174$  Aceleración de la gravedad estándar

$h$  = Altura

$v$  = velocidad

Al sustituir las energías correspondientes a las posiciones 1 y 2 en la ecuación 1.1 se obtiene:

$$p_1 V_1 + \frac{g}{g_c} h_1 + \frac{v_1^2}{2g_c} + \Delta W_s + \Delta W_f = p_2 V_2 + \frac{g}{g_c} h_2 + \frac{v_2^2}{2g_c} \quad (1.5)$$

Arreglando tenemos

$$V \Delta p + \frac{g}{g_c} \Delta h + \frac{\Delta v^2}{2g_c} + \Delta W_f + \Delta W_s = 0 \quad (1.6)$$

Donde:

$V$  = volumen específico medio del fluido

$$V = \left( \frac{1}{\rho} \right)$$

$\Delta p$  = Caída de presión de la posición uno a la posición dos

Multiplicando la ecuación por  $\frac{\rho}{\Delta L}$  y considerando despreciables las pérdidas de energía por trabajo externo, se tiene

$$\frac{\Delta p}{\Delta L} + \rho \frac{g \Delta h}{g_c \Delta L} + \rho \frac{\Delta v^2}{2g_c \Delta L} + \rho \frac{\Delta W_f}{\Delta L} = 0 \quad (1.7)$$

Considerando positiva la caída de presión en la dirección del flujo, se tiene:

$$\frac{\Delta p}{\Delta L} = \rho \frac{g \Delta h}{g_c \Delta L} + \rho \frac{\Delta v^2}{2g_c \Delta L} + \rho \frac{\Delta W_f}{\Delta L} \quad (1.8)$$

Conocida mejor como:

$$\left( \frac{\Delta p}{\Delta L} \right)_T = \left( \frac{\Delta p}{\Delta L} \right)_e + \left( \frac{\Delta p}{\Delta L} \right)_{ac} + \left( \frac{\Delta p}{\Delta L} \right)_f \quad (1.9)$$



Cuando el flujo es vertical, las caídas de presión por aceleración son muy pequeñas, por lo que el gradiente de presión, debido a esta misma, generalmente se desprecia, quedando la ecuación 1.9 de la siguiente forma:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = \left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_e + \left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f \quad (1.10)$$

Donde:

$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T$  = Gradiente de presión total

$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_e$  = Gradiente de presión debido a la elevación

$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_{ac}$  = Gradiente de presión debido a la aceleración

$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f$  = Gradiente de presión debido a la fricción

#### CAÍDAS DE PRESIÓN POR FRICCIÓN

Para determinar las caídas de presión por fricción incluidas en la ecuación 1.10 tanto Darcy como Fanning dedujeron experimentalmente una ecuación en unidades constantes, la diferencia entre la ecuación de Fanning y la de Darcy es que la del primero utiliza el radio hidráulico mientras que Darcy el diámetro interno de la tubería.

Ecuación de Darcy

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f = \frac{f\rho v^2}{2g_c d} \quad (1.11)$$

Donde:

$f$  = Factor de fricción

$d$  = Diámetro

$\rho$  = Densidad del fluido

$g_c$  = Aceleración de la gravedad estándar

## Ecuación de Fanning

Como el radio hidráulico se define como la relación que existe entre el área de la sección transversal respecto del perímetro dicha ecuación queda como:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f = \frac{\left(\frac{\pi d^2}{4}\right)}{(\pi d)} \equiv \frac{(2fv^2\rho)}{(g_c d)} \quad (1.12)$$

En ambas ecuaciones aparece un factor  $f$  llamado factor de fricción el cual depende tanto de la rugosidad de la tubería ( $\varepsilon$ ) como del número de Reynolds ( $N_{Re}$ ), esto es:

$$f = f(\varepsilon, N_{Re}) \quad (1.13)$$

Donde:

$\varepsilon$  = Rugosidad de la tubería

$N_{Re}$  = Número de Reynolds

## 1.2.1 NÚMERO DE REYNOLDS

Los diferentes regímenes de flujo y la asignación de valores numéricos de cada uno fueron reportados por primera vez por Osborne Reynolds (1883). Reynolds observó que el tipo de flujo adquirido por un líquido que fluye dentro de una tubería depende de la velocidad del líquido, el diámetro de la tubería y de algunas propiedades físicas del fluido. Así, el número de Reynolds es un número adimensional que relaciona las propiedades físicas del fluido, su velocidad y la geometría del ducto por el que fluye y esta dado por:

$$N_{Re} = \frac{dv\rho}{\mu} \quad (1.14)$$

Donde:

$\mu$  = Viscosidad

$d$  = Diámetro

$\rho$  = Densidad

$v$  = Velocidad

Los valores corresponde a:

Flujo laminar  $N_{Re} < 2300$   
 Flujo turbulento  $N_{Re} > 3100$ .

### 1.2.2 RUGOSIDAD

La rugosidad ( $\epsilon$ ) se define como una característica de una superficie que está constituida por pliegues o crestas unidas, formando una superficie homogéneamente distribuida y depende del tipo de material que se emplee en la construcción. (Brill- Mukheejee, 1999).

Definida matemáticamente como:

$$\epsilon = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta p_i}{\sum_{i=1}^n \Delta(p_i / A_i) L_i} \quad (1.15)$$

Donde:

$$\sum_{i=1}^n \Delta p_i = P_e - P_s$$

$P_e$  = Presión estática

$P_s$  = Presión superficial

$L$  = Longitud

$A$  = Área

Los valores utilizados comúnmente son: para una tubería estriada 0.00006 pg. , para tuberías de producción o perforación 0.0006 pg. , para tuberías de escurrimiento 0.0007 pg. y para aquellas galvanizadas 0.006 pulgadas.

Una vez determinado el régimen de flujo se puede calcular el valor de fricción.

Si el flujo es laminar de una sola fase,  $f$  depende exclusivamente del número de Reynolds y está dado por:

$$f = \frac{64}{N_{Re}} \quad (1.16)$$

Para flujo completamente turbulento,  $f$  es independiente del número de Reynolds y varía únicamente con la rugosidad, y está dado por:

$$f = \left[ -2 \log \left( \frac{\varepsilon}{3.715d} + \frac{2.514}{\sqrt{f} N_{Re}} \right) \right]^{-2} \quad (1.17)$$

Para flujo en la región crítica,  $f$  se puede calcular con la ecuación siguiente:

$$f = \frac{N_{Re} - 2300}{2300} \times \left[ \frac{1.3521}{\left( 2.3026 \log \left( \frac{\varepsilon}{3.715d} + \frac{2.514}{3100\sqrt{f}} \right) \right)^2} \right] + 0.032 \quad (1.18)$$

Donde:

$d$  = Diámetro interno de la tubería

$\varepsilon$  = Rugosidad de la tubería

$N_{Re}$  = Número de Reynolds

### 1.3 COLGAMIENTO DE LÍQUIDO

Resulta importante el estudio del colgamiento del líquido ( $H_L$ ), ya que éste representa uno de los principales factores que influyen en las caídas de presión en la tubería de producción. De tal modo, se define al colgamiento como la relación del volumen de líquido existente en una sección de tubería a las condiciones de flujo, y el volumen de la sección aludida. Esta relación de volúmenes depende de la cantidad de líquido y gas que fluyen simultáneamente en la tubería.

$$H_L = \frac{V_L}{V_T} \quad (1.19)$$

Donde:

$H_L$  = Colgamiento del líquido

$V_L$  = Volumen de líquido existente en una sección de la tubería

$V_T$  = Volumen de la sección de tubería

Cuando  $H_L$  tiene un valor de cero, el flujo a través de la tubería es únicamente de fase gaseosa, y cuando toma el valor de uno, la única fase presente es la líquida. Por lo cual, cuando la mezcla es homogénea el colgamiento se desprecia (Garaicochea, 1991).

El colgamiento se presenta cuando la fase líquida que viaja a través de la tubería presenta menor velocidad que la fase gaseosa, produciéndose un resbalamiento entre fases.

Así se define al resbalamiento o deslizamiento como un fenómeno natural del flujo que se genera por el cambio de velocidad de una de las dos fases. Este se presenta por diversos factores, como son la diferencia de compresibilidades entre las dos fases haciendo que el gas en expansión viaje a mayor velocidad que el líquido cuando la presión decrece en dirección del flujo; otro factor es la menor resistencia al flujo por fricción que presenta la fase gaseosa respecto de la líquida. Además de que la segregación gravitacional actúa en el caso de flujo ascendente ocasionando que el gas viaje a mayor velocidad que el líquido y para flujo descendente a menor velocidad.

El colgamiento sin deslizamiento se define como la relación entre el volumen de líquido presente en un segmento de tubería, que existiría si el gas y el líquido viajaran a la misma velocidad, y el volumen de la tubería (Beggs y Brill, 1991).

$$\lambda_L = \frac{q_L}{q_L + q_G} \quad (1.20)$$

Donde:

$\lambda_L$  = Colgamiento de líquido sin resbalamiento

$q_L$  = gasto de la fase líquida in-situ

$q_G$  = gasto de la fase gaseosa in-situ

Existen gran cantidad de correlaciones empíricas que consideran el colgamiento del líquido tanto para tuberías horizontales, verticales e inclinadas destacando las siguientes: **Dukler et al. (1964), Eaton et al. (1967), Guzhov et al (1967), Beggs y Brill (1973), Hughmark y Pressburg (1961), Bonnacaze (1971), Mukherjee y Brill (1983).**

#### 1.4 PATRONES DE FLUJO

Cada vez que dos fluidos con diferentes propiedades físicas (densidad, presión, temperatura, viscosidad, etc.) fluyen de forma simultánea en una tubería, existe una amplia gama de patrones de flujo posible. Por patrón de flujo, se entiende la distribución de cada fase en la tubería con respecto a la otra fase. Muchos investigadores han

intentado predecir los patrones de flujo que existen para diversos conjuntos de condiciones y muchos nombres se han dado a las diferentes estructuras.

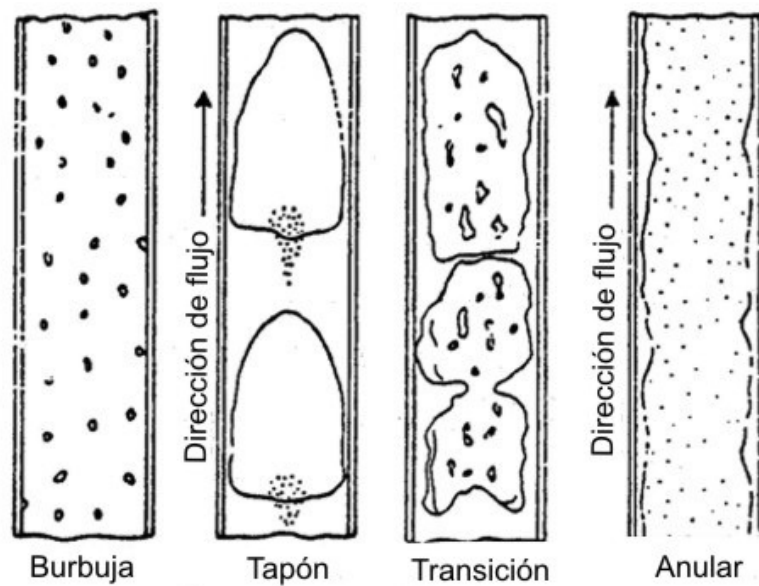
Predecir los patrones de flujo que se producen en un momento determinado en el pozo es muy importante. Las correlaciones empíricas o modelos mecánicos utilizados para predecir el comportamiento del flujo varían de acuerdo con el patrón de flujo. Beggs y Brill (1991) en un compendio de numerosas investigaciones han descrito los patrones de flujo en los pozos e intentado predecir cuándo se producen.

Básicamente todas las predicciones para modelos de flujo se basan en datos de sistemas de baja presión, con la transferencia de masa despreciable entre las fases y con una sola fase líquida. En consecuencia, estas predicciones pueden ser inadecuadas para pozos de alta presión, pozos de alta temperatura, o para los pozos productores de aceite y agua o para aceites con tendencia a formar espuma.

La predicción de los patrones de flujo para el flujo horizontal resulta más difícil que para flujo vertical. Para flujo horizontal las fases tienden a separarse, debido a diferencias de densidades, causando un tipo de flujo estratificado que es muy común. Govier (1961) presentó una serie de descripciones de patrones de flujo para el flujo horizontal de aire-agua y para el flujo vertical de aire-agua. Estos estudios muestran ilustraciones de los diversos patrones que pueden existir, y también demostró que todos dependen en cierta medida de las magnitudes relativas de  $V_{sL}$  y  $V_{sg}$ .

#### 1.4.1 PATRONES DE FLUJO EN TUBERÍAS VERTICALES

Para flujo multifásico ascendente de gas y líquidos, la mayoría de los investigadores reconocen actualmente la existencia de cuatro modelos de flujo: flujo burbuja, flujo tapón, flujo transición y el flujo anular. Estos patrones de flujo, que se muestran esquemáticamente en la figura 1.2. El flujo tapón y el flujo transición en ocasiones se combinan para formar un patrón de flujo llamado flujo intermitente. Es común introducir una transición entre el flujo de tapón y el flujo anular, Algunos investigadores han denominado al flujo anular como flujo niebla o de flujo anular-niebla.



**Figura 1.2.** Patrones de flujo en la tubería vertical (Orkiszewski, 1967)

**Flujo burbuja.** En este tipo de patrón de flujo la tubería se encuentra casi llena de líquido y la fase de gas libre es pequeña. El gas está presente en pequeñas burbujas distribuidas aleatoriamente, al igual que sus diámetros. Las burbujas se mueven a diferentes velocidades dependiendo de sus respectivos diámetros, el líquido se mueve a una velocidad bastante uniforme y, a excepción de la densidad, la fase de gas tiene un efecto mínimo en el gradiente de presión. Existen, sin embargo, condiciones donde pequeñas burbujas a bajos gastos, que son a veces designadas como flujo burbuja. La diferencia entre flujo burbuja y burbujas dispersas no siempre es claramente visible. El flujo de burbujas dispersas se observa sobre un rango completo de inclinación de tubería, mientras que el patrón de flujo burbujeante es observado solamente en flujo vertical y tuberías de diámetro relativamente grandes.

**Flujo tapón.** Aquí la fase de gas es más pronunciada, aunque la fase líquida sigue siendo continua las burbujas de gas se unen y forman burbujas estables de aproximadamente el mismo tamaño y forma que la tubería (que están rodeadas por una película de líquido), y son separadas por tramos de líquido. La velocidad de la burbuja es mayor que la del líquido y puede ser predicho en relación con la velocidad del bache de líquido. La velocidad del líquido no será constante mientras el tramo o bache de líquido se mueva siempre hacia arriba (en la dirección del flujo), el líquido de la película que rodea a la burbuja podría moverse hacia arriba, aunque posiblemente a una menor velocidad, o incluso podría moverse hacia abajo. Esta variación de las velocidades del líquido, podría

resultar no sólo en una variación de las pérdidas por fricción en la pared, sino también en el colgamiento de líquido, que está influido por la densidad de la mezcla que fluye por la tubería. A mayores velocidades de flujo, el líquido puede incluso ser arrastrado dentro de las burbujas de gas.

**Flujo transición.** El cambio de una fase continua de líquido a una continua de gas ocurre en este patrón de flujo. El bache de líquido entre las burbujas virtualmente desaparece, y la fase gaseosa arrastra una cantidad significativa de líquido; aunque los efectos del líquido son significativos, el gas es el que predomina.

**Flujo anular.** El flujo anular se caracteriza por la continuidad axial de la fase gaseosa en un núcleo central con el líquido que fluye ascendentemente, al igual que la película delgada a lo largo de la pared de la tubería y las pequeñas gotas dispersas en el núcleo. Cuando se tienen altos gastos de gas, mayor cantidad de líquido se dispersa en el núcleo, dejando una película muy delgada de líquido que fluye a lo largo de la pared de la tubería. El esfuerzo de corte interfacial que ocurre entre el núcleo y la interfaz de la película así como la cantidad de líquido arrastrado en el núcleo son parámetros importantes en el flujo anular.

### 1.5 FLUJO MULTIFÁSICO EN TUBERÍAS VERTICALES.

El estudio del flujo multifásico a través de las tuberías verticales resulta fundamental ya que en esta etapa se consume la mayor parte de la energía para transportar los hidrocarburos desde el yacimiento hasta la superficie, por lo cual es necesario conocer la distribución de la presión. La estimación de la caída de presión para el flujo multifásico en tuberías verticales es uno de los problemas más complejos en la práctica de los campos petroleros. Para dicho problema, se han creado correlaciones y modelos mecánicos y debido a la extrema complejidad del flujo multifásico, las correlaciones propuestas son, por necesidad, empíricas, limitadas únicamente por caídas de presión por fricción, diámetros de tuberías, características de los fluidos utilizados, geometría y condiciones de flujo entre otros.

A la fecha, existe gran cantidad de correlaciones empíricas para flujo vertical. La tendencia que tienen dichas correlaciones parte básicamente de dos consideraciones si se toma en cuenta el deslizamiento entre las fases y si se distinguen los patrones de flujo. En general los primeros son modelos que se caracterizan por asumir que el flujo es homogéneo y, por tanto, se le asignan propiedades promedio a la mezcla.



La mayoría de los modelos homogéneos consideran el flujo como una mezcla en donde las fases se mueven a la misma velocidad a través de tuberías de diámetros específicos y no consideran la presencia de patrones de flujo. Algunos si toman en cuenta el deslizamiento entre las fases; por consiguiente, estos modelos proponen una correlación para determinar la fracción de líquido con deslizamiento. Algunos autores que han desarrollado dichos modelos son Wallis (1969), Poettman y Carpenter (1952), Baxendell y Thomas (1961), Fancher y Brown (1963), Oliemans (1976), Ouyang y Aziz (1998).

Los modelos de correlación son aquellos en los que sus autores proponen una serie de ajustes de datos experimentales para correlacionar una variable determinada. Las correlaciones pueden considerar tanto el deslizamiento entre las fases como la existencia de patrones de flujo; por tanto, requieren de métodos para determinar el patrón de flujo presente. Una vez que se ha determinado el patrón de flujo correspondiente a unas condiciones dadas, se determina la correlación apropiada para el cálculo del factor de fricción como la fracción volumétrica de líquido con deslizamiento, las cuales, generalmente, son distintas dependiendo del patrón. Autores que han desarrollado correlaciones empíricas de este tipo son: Duns y Ros (1963), Fancher y Brown (1963), Hagedorn y Brown (1965), Orkiszewski (1967), Aziz (1972), Beggs y Brill (1973), Chierici (1974).

De acuerdo a las comparaciones realizadas por Lawson-Brill (1974), las correlaciones más apropiadas para evaluar flujo vertical, debido a las variables y consideraciones realizadas son las siguientes:

### **Duns y Ros (1963)**

La correlación de Duns y Ros fue desarrollada para flujo vertical de mezclas de gas y líquido en pozos. Esta correlación es válida para una amplia gama de mezclas de aceite y gas al igual que para regímenes de flujo. Aunque la correlación está diseñada para utilizarse con mezclas secas aceite-gas, también puede ser aplicable a las mezclas húmedas con una corrección adecuada.

Duns y Ros escogieron una aproximación un poco diferente que la mayoría de los investigadores. El gradiente de presión es expresado como una fracción del gradiente de líquido hidrostático ( $\rho_{Lg}$ ). Ellos definieron arbitrariamente el gradiente de presión estática como el peso del volumen por la densidad *in-situ* y desarrollaron correlaciones para la fricción en la pared de la tubería de sus extensos datos de laboratorio para cada una de las tres amplias regiones de flujo. Aunque ellos usaron en un punto específico un balance de

presión en lugar de un balance de energía, sus ecuaciones son un balance de energía termodinámico. El gradiente total incluye un gradiente estático, un gradiente de fricción y un gradiente por aceleración. Los efectos de resbalamiento entre el gas y el líquido son incorporados en el gradiente estático y se mantienen separados de los efectos debido a la fricción. Ellos separaron el flujo en tres tipos de regiones y prepararon correlaciones separadas para el resbalamiento y fricción en los tres. Las tres regiones son:

- Región I: La fase líquida es continua y el flujo burbuja, flujo tapón y parte del flujo burbuja existe en este régimen.
- Región II: En esta región las fases de líquido y gas se alternan. La región por lo tanto cubre el patrón de flujo bache y el resto del flujo burbuja.
- Región III: En esta región el gas es la fase continua por lo que en esta región se encuentra el flujo niebla.

La correlación de Duns-Ros para un contenido de agua inferior al 10% (con un factor de corrección) funciona bien en regímenes burbuja, tapón, y en regiones espumosas. La predicción del perfil de presión del método de Duns y Ros se describe a continuación, en relación a distintas variables de flujo consideradas:

**-Tamaño de la tubería.** En general, la caída de presión es predicha respecto a una gama de tuberías de diámetros entre 1 y 3 pulgadas.

**-Densidad del aceite.** Predicciones confiables de la caída de presión fueron obtenidas para una amplia gama de densidades de aceite que van de los 13-56 °API.

**-Relación gas-líquido (RGL).** La caída de presión es mayor a la predicha para un amplio rango de RGL. Sin embargo los errores se hacen especialmente grandes (> 20%) para RGL superior a 5000 ( $\text{pie}^3_g/\text{bl}_L$ ).

**-Corte de agua.** El modelo de Duns Ros no es aplicable para flujo multifásico de mezclas de aceite, agua y gas. Sin embargo, la correlación se puede utilizar con un factor de corrección adecuado como se mencionó anteriormente.

**Hagedorn y Brown (1965)**

Esta correlación se desarrolló a partir de datos obtenidos de un pozo vertical de 1500 pies. Fueron considerados en el análisis experimental diámetros de tubería de 1, 1 1/4 y 1 1/2 pg. junto con 5 diferentes tipos de líquidos: agua y otros cuatro tipos de aceite con viscosidad entre 10 y 110 CP (@ 80 ° F). De los resultados de estas pruebas fueron desarrolladas correlaciones que permiten la predicción exacta del flujo de los gradientes de presión para una amplia variedad de tamaños de tuberías, condiciones de flujo y propiedades de los fluidos. Su rendimiento se describe brevemente a continuación.

**-Tamaño de la tubería.** Las pérdidas de presión se predijeron con precisión para tubería de entre 1 y 1.5 pulgadas. Un brusco aumento en el tamaño de tubería causa una mayor caída de presión respecto a las previstas.

**-Densidad del aceite.** El método de Hagedorn-Brown tiene mejores resultados para predecir la pérdida de presión de aceites pesados (13-25 ° API) y en predecir el perfil de presión de aceite ligero (40-56 ° API)

**Relación gas-líquido (RGL).** La caída de presión es mayor a la predicha para RGL mayores de 5000 ( $\text{pie}^3_g/\text{bl}_L$ )

**Corte de agua.** La precisión de la predicción del perfil de presión es generalmente buena para un rango amplio de cortes de agua.

**Orkiszewski (1967)**

Esta correlación esta limitada a caídas de presión para dos fases en tuberías verticales y es una extensión del trabajo de Griffith y Wallis (1961). La correlación es valida para diferentes regímenes de flujo como son burbuja, bache, transición, y niebla y es una combinación de varios métodos, como se muestra en la tabla 1.1.

Método	Régimen de flujo
Griffith y Wallis	Burbuja
Griffith	Bache ( término de densidad)
Orkiszewski	Bache ( término de fricción)
Duns y Ros	Transición (bache-niebla)
Duns y Ros	Niebla

**Tabla 1.1** Métodos utilizados en la correlación Orkiszewski

Orkiszewski remarcó que el colgamiento de líquido fuera derivado del fenómeno físico observado y que el gradiente de presión fuera relacionado con la distribución geométrica de la fase de líquido y gas, por lo que determinó que la densidad de la mezcla se calculara mediante el colgamiento, considerando en ella el resbalamiento entre las fases. El factor de fricción se correlacionó con las propiedades del fluido en la fase continua. El comportamiento de la correlación de Orkiszewski se describe brevemente a continuación para las variables de flujo consideradas.

**-Tamaño de la tubería.** La correlación se desempeña bien para tuberías de entre 1 y 2 pulgadas. La caída de presión es mayor a la predicha para tuberías superiores a las 2 pulgadas.

**-Densidad del aceite.** Para aceites de baja densidad (13-30 ° API), el perfil de presión es mayor al predicho en la correlación. Sin embargo, las predicciones mejoran para aceites de mayor ° API

**-Relación gas-líquido (RGL).** La exactitud del método de Orkiszewski es aceptable para RGL hasta de 5000 ( $\text{pie}^3_{\text{g}}/\text{bl}_L$ ). Los errores llegan a ser grandes (> 20%) para RGL por encima de este valor.

**-Corte de agua.** La correlación predice la caída de presión con una buena precisión para una amplia gama de cortes de agua.

### **Beggs y Brill (1973)**

Beggs y Brill establecieron una correlación para calcular la distribución de la presión en tuberías con flujo multifásico, a partir de pruebas de laboratorio. El método es aplicable a flujos horizontal, inclinado y vertical. Los experimentos se realizaron en tubos transparentes de acrílico de 90 pies de longitud, los cuales estaban dotados de un mecanismo que permitía variar su posición desde la horizontal hasta la vertical, además se tenían dispositivos para medir gastos, caídas de presión, ángulos de inclinación y el colgamiento. Los fluidos que utilizaron fueron agua y aire.

Para cada diámetro de tubería, los gastos de líquido y gas variaban por lo que se pudieron observar todos los patrones de flujo cuando la tubería estaba en posición horizontal. Una vez establecido cada patrón de flujo se procedió a variar el ángulo de inclinación, así que se pudo observar cómo el ángulo de inclinación afectaba el colgamiento y el gradiente de presión. El colgamiento y el gradiente de presión fueron medidos en ángulos que variaban

de 5, 10, 15, 20, 35, 55, 75 y 90 grados, y se encontró que el colgamiento llegaba a su valor máximo en +50 grados y a su valor mínimo en -50 grados. El mapa de patrones de flujo original que obtuvieron Beggs y Brill fue ligeramente modificado para poder incluir la zona de transición entre el patrón de flujo segregado y el intermitente. El comportamiento de la correlación se describe brevemente a continuación para las variables de flujo consideradas.

**-Tamaño de la tubería.** Las pérdidas de presión se predijeron con precisión para tuberías de tamaños entre 1 y 1.5 pulgadas. Un brusco aumento en el tamaño de tubería causa una mayor caída de presión respecto a las previstas.

**-Densidad del aceite.** Se obtiene un comportamiento razonable para un amplio intervalo de valores de densidades de aceite.

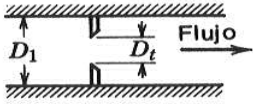
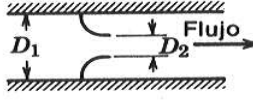
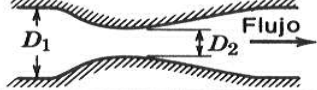
**-Relación gas-líquido (RGL).** En general se obtiene una caída de presión mayor a la predicha al incrementarse la RGL. Los errores llegan a ser especialmente grandes alrededor de los 5000 ( $\text{pie}^3_{\text{g}}/\text{bl}_L$ ).

**-Corte de agua.** La precisión de las predicciones del perfil de presión es generalmente bueno hasta el 10% de corte de agua.

## 1.6 FLUJO MULTIFÁSICO A TRAVÉS DE RESTRICCIONES

El flujo de fluidos a través de restricciones es muy común en las industrias del petróleo y gas natural. Dichas restricciones pueden ser clasificadas en diferentes tipos como son: las que se produce cuando el líquido y / o gas son medidos a través de medidores de orificio y cuando los fluidos fluyen a través de cualquier tipo de válvula superficial, comúnmente llamado componentes de la tubería. El otro tipo de restricciones se crea cuando los fluidos fluyen a través de estranguladores, ya sea estranguladores en superficie o a través de estranguladores de fondo, y cuando los fluidos fluyen a través de válvulas de seguridad de fondo. De igual forma puede existir restricción al flujo causada por depósitos orgánicos tales como parafinas o formaciones de hidratos (Brill-Mukhejee, 1999).

La mayoría de las restricciones para la medición del flujo en mecánica de fluidos se describe como Venturis, boquillas, o medidores de placa de orificio. La Figura 1.3 muestra diferentes diagramas de dispositivos de medición y sus relaciones con la tubería.

<i>Tipo de medidor</i>	<i>Diagrama esquemático</i>	<i>Pérdida de carga</i>
Orificio		Alta
Boquilla		Intermedia
Venturi		Baja

**Figura 1.3.** Diagramas de Restricciones para la medición de flujo.

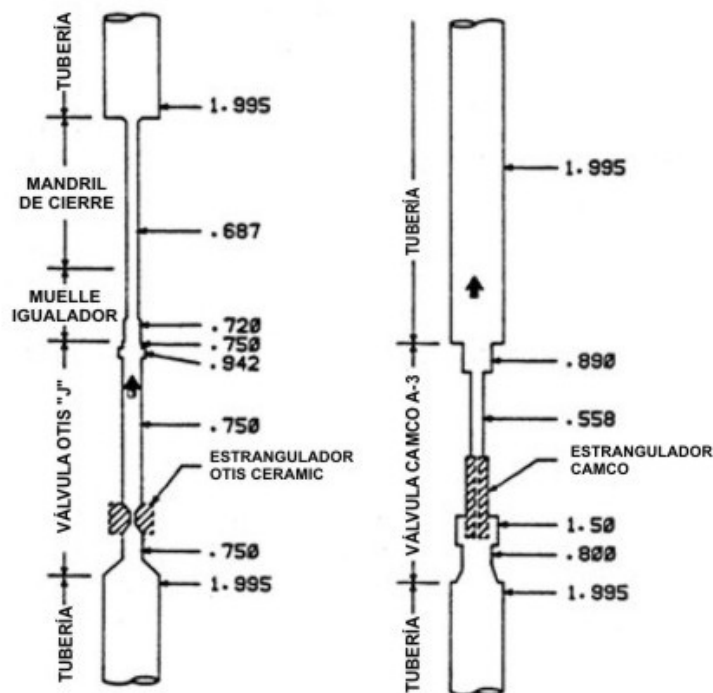
El comportamiento del flujo a través de restricciones como válvulas, conexiones, etc. es muy difícil de describir. La trayectoria del flujo es asimétrica, y la teoría existente no se aplica. Para el flujo de una sola fase, las pérdidas de presión se basan generalmente en la adición de "longitud equivalente" de la tubería. Un enfoque similar se aplica para el flujo de la fase dos, pero los resultados de la investigación siguen siendo validados.

#### 1.6.1 FLUJO A TRAVÉS DE ESTRANGULADORES

Como se mencionó anteriormente, además de las restricciones para la medición del flujo, otros tipos de restricciones se encuentran comúnmente en las tuberías, estos son los estranguladores (o estranguladores de flujo positivo) y las válvulas subsuperficiales de seguridad. Estos pueden variar significativamente en forma y en la longitud en relación con el dispositivo de medición.

Los estranguladores con frecuencia se instalan en los pozos para crear una restricción al flujo, con lo cual se puede controlar el gasto de producción y/o la presión corriente abajo. El control del gasto de producción a menudo es necesario para prevenir la conificación de agua o gas y para controlar la producción de arena proveniente de los yacimientos. Asimismo, el estrangulador cumple la función de proteger el equipo superficial y sub superficial y de conservar la energía del yacimiento para que la declinación de la presión sea más lenta. Estos dispositivos normalmente tienen entradas ligeramente redondeadas y pueden tener varias pulgadas de largo. Por otro lado, las válvulas de seguridad o válvulas de tormenta pueden operar bajo diversos principios que van desde de control de la velocidad en superficie o accionándose a una temperatura fija. Todas las válvulas se encuentran completamente abiertas, a menos que algún parámetro produzca su cierre.

La mecánica de las mismas puede ser muy compleja y esta fuera del alcance de este trabajo. De especial importancia resulta la configuración interna, la cual puede ser bastante compleja, a través de la cual los fluidos deben fluir. Esta configuración es diferente entre los distintos fabricantes e incluso diferentes para válvulas de la misma compañía. El diagrama muestra el perfil de flujo de dos válvulas de seguridad subsuperficiales de velocidad común con mandriles de bloque en la figura 1.4. Los estranguladores pueden ser cortos (Otis- J) y biselados como se muestra o bien largos (Camco A-3) con muy poco bisel. El diseño de las válvulas de seguridad es aún más complicado debido al problema de erosión causado por la arena, la cual tiende a agrandar la abertura de flujo así como para la validación de los cálculos de diseño para periodos de tiempo cortos. Otra deficiencia de los cálculos de diseño para estranguladores largos y válvulas de seguridad podría resultar de omitir los efectos de la fricción (Brill- Mukhejee, 1999).



**Figura 1.4.** Típicas configuraciones de flujo de válvulas de seguridad de velocidad controlada Otis Inter al y J Camco A3. (Beggs-Brill, 1991)

La mayoría de estudios publicados en dos fases a través de una restricción al flujo involucran el denominado flujo "Crítico" o "Sónico". Esto es principalmente una consecuencia de la amplia utilización de estranguladores que normalmente operan en condiciones de flujo crítico. Sin embargo, una de las aplicaciones actuales más

importantes involucra el flujo en una y dos fases a través de válvulas de seguridad de fondo o válvulas de tormenta. Esta aplicación se rige por un flujo subcrítico, y la teoría existente para predecir el comportamiento de la presión y gasto es inadecuada. El propósito de este tema es revisar y evaluar el estado actual de la técnica para describir el flujo dos fases a través de restricciones. Antes de describir las técnicas de cálculo existentes se discutirá el tema de flujo crítico vs. subcrítico.

### 1.6.2 FLUJO CRÍTICO VS. FLUJO SUBCRÍTICO

Para flujo compresible, es posible que la velocidad de los fluidos a través del estrangulador alcance la velocidad del sonido o velocidad sónica de tal modo las perturbaciones de presión viajan a una velocidad sónica en el estrangulador, y el comportamiento de flujo es independiente de las condiciones corriente abajo del estrangulador. Entonces el flujo se convierte en independiente de las perturbaciones corriente abajo de la presión, la temperatura o la densidad ya que la alteración no puede viajar en la dirección corriente arriba. Esta condición es llamada flujo crítico. Si la máxima velocidad de los fluidos en el estrangulador es menor que la velocidad del sonido, el flujo es conocido como flujo subcrítico. Por lo tanto, una predicción de la velocidad del sonido o de la frontera entre el flujo crítico y subcrítico es necesaria para describir el comportamiento de flujo de fluidos compresibles a través de restricciones. La figura 1.5 muestra la dependencia del gasto a través del estrangulador en relación con la presión corriente abajo respecto de la presión corriente arriba para fluidos compresibles.

Frecuentemente se identifican los flujos subsónicos, supersónicos y sónicos por su número de Mach, que es el cociente entre la velocidad de flujo ( $V_f$ ) y la velocidad del sonido en el medio en que se mueve dicho objeto, es decir la velocidad de propagación ( $V_p$ ).

$$M = \frac{V_f}{V_p} \quad (1.21)$$

Donde:

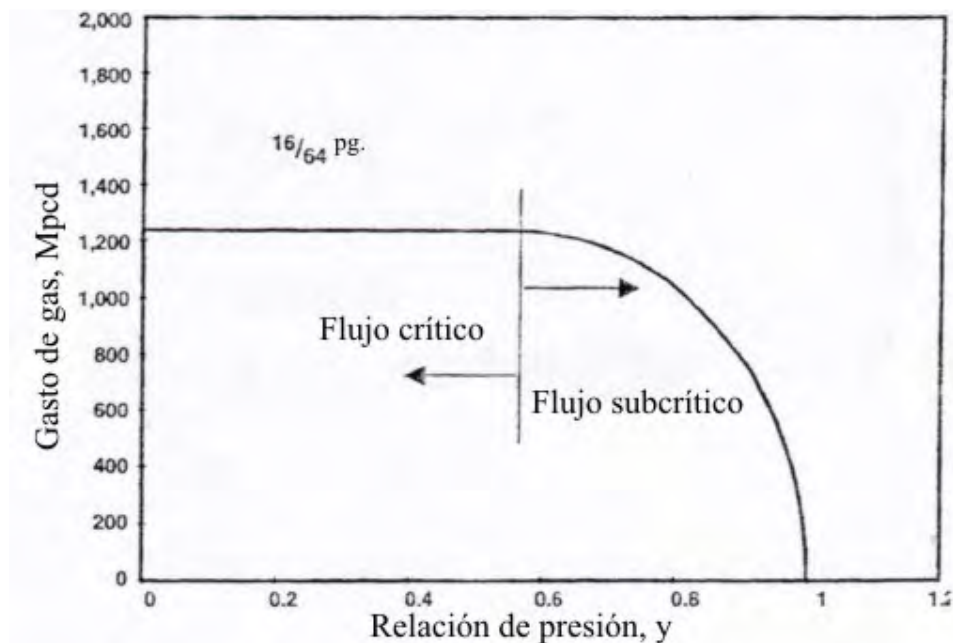
$M$  = Número mach

$V_f$  = Velocidad de flujo

$V_p$  = Velocidad del sonido



Por tanto, los flujos supersónicos tienen un número de Mach superior a uno, los flujos subsónicos un número Mach menor a uno y los flujos críticos o sónicos iguales a uno. Al alcanzar este valor el área de flujo alcanza su valor mínimo y se dice que se ha logrado una condición de garganta a cuyas propiedades se les denomina “críticas” y a las anteriores a ella como relaciones críticas.



**Figura 1.5.** Dependencia del gasto del estrangulador en  $y$  (Brill- Mukheejee, 1999).

Un conjunto de ecuaciones que describen el flujo isentrópico (adiabático sin resbalamiento) de las condiciones corriente arriba ( $P_1, \rho_1, T_1$ ) a cualquier otra sección ( $P, \rho, T$ ) es:

$$\frac{T_1}{T} = 1 + \left( \frac{k-1}{2} \right) M^2 \quad (1.22)$$

$$\frac{P_1}{P} = \left[ 1 + \left( \frac{k-1}{2} \right) M^2 \right]^{\frac{k}{k-1}} \quad (1.23)$$

$$\frac{\rho_1}{\rho} = \left[ 1 + \left( \frac{k-1}{2} \right) M^2 \right]^{\frac{1}{k-1}} \quad (1.24)$$

Donde:

$$k = \frac{C_p}{C_v} \quad (1.25)$$

$k$  = Relación de calores específicos

$C_p$  = Calor específico a presión constante (Btu/lb<sub>m</sub>-°F)

$C_v$  = Calor específico a volumen constante (Btu/lb<sub>m</sub>-°F)

$( )_1$  = Condiciones arriba del estrangulador

Para flujo sónico ( $M = 1$ ), las condiciones pueden ser designados con un asterisco. Así la velocidad crítica en la garganta es:

$$v^* = \sqrt{\frac{144kpg_c}{\rho}} \quad (1.26)$$

Donde:

$v^*$  = Velocidad crítica en la garganta

$\rho$  = Densidad

$p$  = Presión

$g_c$  = Aceleración de la gravedad estándar (32.174)

Si el flujo sónico existe ( $M = 1$ ) y asumiendo un gas diatómico ( $k = 1.4$ ), entonces las ecuaciones 1.22 a 1.23 se convierten en:

$$\frac{T^*}{T_1} = \frac{2}{k+1} = 0.833 \quad (1.27)$$

$$\frac{p^*}{p_1} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} = 0.528 \quad (1.28)$$

$$\frac{\rho^*}{\rho_1} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}} = 0.634 \quad (1.29)$$

Donde:

$\rho$  = Densidad

$p$  = presión

$k$  = Relación de calores específicos

( )\* = condiciones en la garganta

Los resultados muestran que para el aire y otros gases con  $k= 1.4$  la temperatura absoluta cae alrededor del 17%, la presión cae alrededor del 47%, y la densidad se reduce en alrededor de 37 por ciento.

La ecuación 1.28 es con frecuencia el cálculo que se realiza para determinar si el flujo es crítico o subcrítico. Si la relación es superior a 0.528, se supone que el flujo es subcrítico. Otro parámetro para definir el flujo crítico es el resultado directo de la ecuación 1.26, que muestra el gasto *in situ* a través de una restricción de área fija, que permanece constante. De tal modo el flujo supersónico no puede existir en la garganta. Por lo tanto, una reducción de la presión corriente abajo cuya relación de presiones corriente abajo respecto a la corriente arriba sea inferior a 0.528 no causará cambios en el gasto.

Aunque la teoría anterior se ha desarrollado para el flujo de gases, se hace extensiva para flujo crítico de líquidos a través de restricciones.

El flujo sónico para líquidos y gases ocurre a diferentes velocidades. El criterio más simple para determinar si existe flujo crítico para una mezcla de dos fases consiste en que el flujo existe si la reducción de la presión corriente abajo no aumenta el gasto lógicamente. Predecir cuando sucede esto aún no ha sido posible. Olson (1991) afirma que para las mezclas gas-líquido, la velocidad del sonido es menor que la de cualquiera de las dos fases fluyendo en forma individual. Sin embargo el problema consistirá en determinar a qué velocidad ocurrirá el flujo sónico en una mezcla de dos fases.

### 1.6.3 MODELOS MULTIFÁSICO PARA ESTRANGULADORES

Para predecir el comportamiento del flujo multifásico a través de estranguladores se requiere que primero se haga la predicción de la frontera entre el flujo crítico y subcrítico, lo cual es más difícil que para el flujo monofásico de gas. La elección adecuada depende de que se haga el cálculo de relación de presión crítica por debajo de la cual el gasto másico total es constante, o si se estima la velocidad sónica de la mezcla multifásica. A continuación se presentan los modelos multifásicos desarrollados para las condiciones de flujo crítico, flujo subcrítico y la frontera entre el flujo crítico-subcrítico

## FLUJO CRÍTICO

**Gilbert (1954), Ros (1960), Baxendell (1957), Achong (1961), Pilehvari (1980).** A partir de datos de producción Gilbert desarrolló una expresión tomando como base la relación de las presiones antes y después de un orificio para flujo sónico, recomendando que dicha relación fuera de 0.588 o menor. Posterior a este trabajo relaciones de tipo Gilbert se generaron. Como son los modelos de Ros, Baxendell, Achong y Pilehvari que tomaron como base el trabajo de Gilbert y cada uno estableció una correlación en la que sólo variaron los coeficientes de flujo, los cuales se muestran en la tabla 1.2. La forma general de las ecuaciones desarrolladas por estos investigadores es la siguiente:

$$p_1 = \frac{Aq_L R^B}{d_\phi^C} \quad (1.30)$$

Donde:

$p_1$  = Presión corriente arriba del estrangulador (lb/pg<sup>2</sup>)

$q_L$  = gasto de líquido (bl/d)

$R$  = Relación gas-líquido (pie<sup>3</sup>/bl)

$d_\phi$  = Diámetro del estrangulador en 64avos de pg.

$A, B, C$  = constantes que dependen de la correlación

Correlación	Coeficiente		
	A	B	C
Gilbert	10	0.546	1.89
Ros	17.4	0.5	2
Baxendell	9.56	0.546	1.93
Achong	3.28	0.65	1.88
Pilehvari	46.67	0.313	2.11

**Tabla 1.2** Coeficientes empíricos para correlaciones de flujo crítico en dos fases

**Omaña *et al* (1969).** Omaña presentó una correlación empírica para predecir el flujo multifásico crítico a través de estranguladores tipo Thornhill-Craver. Un análisis dimensional del problema de flujo multifásico a través de estranguladores dio diferentes grupos adimensionales.

$$Np = \frac{\rho_g}{\rho_L} \quad (1.31)$$

$$N_{p1} = 1.74 \times 10^{-2} p_1 \left( \frac{1}{\rho_L \sigma_L} \right)^{0.5} \quad (1.32)$$

$$N_D = 0.1574 d_{ch} \sqrt{\frac{\rho_L}{\sigma_L}} \quad (1.33)$$

Y

$$N_{qL} = 1.84 q_{Lsc} \left( \frac{\rho_L}{\sigma_L} \right)^{1.25} \quad (1.34)$$

Esta correlación empírica se desarrolló mediante la aplicación de un procedimiento de análisis de regresión por mínimos cuadrados de una serie de pruebas de alta presión gas/agua.

$$N_{qL} = 0.263 N_p^{-3.49} N_{p1}^{3.19} \lambda_L^{0.657} N_D^{1.80} \quad (1.35)$$

Donde:

$q_{Lsc}$  = Gasto de líquido [bl/día]

$\rho$  = Densidad [lb<sub>m</sub>/pie<sup>3</sup>]

$\sigma_L$ : Tensión superficial líquido-gas [dinas/cm]

$d_{ch}$  = Diámetro de la tubería en 64avos de [pg.]

$p_1$  = Presión corriente arriba [psia.]

**Ashford (1974).** Ashford también desarrolló una relación de dos fases de flujo crítico basado en el trabajo de Ros y Gould realizados en el mismo año (1960). En el cual se trazan los límites críticos-subcrítico definidos por Ashford, demostrando que para diferentes valores de los exponentes politrópicos se obtienen diferentes fronteras. La expresión de Ashford para  $v_2$ , es desarrollada a partir de la relación resultante del gasto másico a través del estrangulador, y es:

$$q_m = C_D A_c \frac{v_2}{v_{f2}} \quad (1.36)$$

Donde:

$v$  = Velocidad de orificio

$C_D$  = Coeficiente de descarga del orificio

$v_{f2}$  = Volumen del fluido específico

( )<sub>2</sub> = Condiciones corriente abajo de la garganta.

Para flujo crítico, la relación de presión crítica,  $\varepsilon_c$ , es definida como la relación de la presión corriente arriba a la presión corriente abajo del estrangulador, la cual ocurre cuando:

$$\varepsilon = \varepsilon_c \quad (1.37)$$

$$\frac{dq_m}{d\varepsilon} = 0 \quad (1.38)$$

La ecuación 1.45 representa la relación de presión crítica

$$\varepsilon_c = \frac{p_2}{p_1} \quad (1.39)$$

Donde:

$p_1$  = Presión corriente arriba

$p_2$  = Presión corriente abajo

La expresión apropiada para la relación de gas libre-líquido  $R(p, T)$  es:

$$R(p, T) = \frac{p_{sc} T_1 z_1}{p_1 T_{sc}} (R - R_s) \frac{1}{5.615} \quad (1.40)$$

Y la ecuación que relaciona el gasto total de fluido al gasto másico es:

$$\frac{q_{sc}}{q_{TF}} = \frac{\rho_o + \frac{R\rho_g}{5.615} + WOR\rho_w}{B_o + \frac{(R - R_s) T_1 z_1 p_{pc}}{5.615 T_{sc} p_1} + WOR} \quad (1.41)$$

Con esto obtenemos una expresión para el gasto de aceite como una función del gasto total (aceite, gas y agua), cada gasto expresado en términos del gasto del aceite:

$$q_{TF} = q_o \left[ B_o + (R - R_1) \frac{T_1 z_1}{p_1} \frac{1}{198.6} + WOR \right] \frac{5.615}{86400} \quad (1.42)$$

Donde:

$R$  = Relación gas-aceite instantánea

$R_s$  = Relación de solubilidad del gas

$B_o$  = Factor de volumen del aceite

$WOR$  = Relación agua-aceite

$T$  = Temperatura

$Z$  = Factor de compresibilidad

$( )_1$  = Condiciones corriente arriba de la garganta

**Surbey et al. (1985).** Surbey establece una expresión para encontrar la presión corriente arriba, sin embargo ésta es restrictiva y no se aplica a estranguladores convencionales.

$$P_1 = \frac{AR^b q_L^{D'}}{A_c^c} \quad (1.43)$$

Donde:

$P_1$  = Presión corriente arriba

$R$  = Relación gas-líquido

$q_L$  = gasto de líquido

$A = 0.2797, B = 0.3955, C = 0.4664, D' = 0.5917$

**Modelo Abdul-Majeed (1986).** Con los resultados del análisis realizado, las correlaciones más precisas de acuerdo al tamaño del estrangulador son:

Tamaño del estrangulador (1/64)

Correlación

$d < 6$

$$N_{qL} = 272 N_p^{-0.2357} N_p^{0.6357} Q_d^{0.61605} N_d^{1.6704}$$

$6 \leq d < 10$

$$N_{qL} = 197.6 N_p^{-0.3797} N_p^{0.5916} Q_d^{0.51645} N_d^{1.7042}$$

$10 \leq d < 30$

$$N_{qL} = 321.837 N_p^{-0.07955} N_p^{0.37395} Q_d^{0.5928} N_d^{2.0072}$$

$d \geq 30$

$$q = C_1 C_2 API^{0.31} RGL^{-0.52}$$

## FLUJO CRÍTICO-SUBCRÍTICO

Distintos autores han desarrollado métodos para predecir el límite del flujo crítico en flujo multifásico. De los que destacan los siguientes:

**Fortunati (1972).** Fortunati presentó un método empírico que puede ser utilizado para calcular ambos flujos multifásico (crítico y subcrítico) a través de estranguladores. Él asumió una mezcla homogénea y establece que esa suposición era válida siempre que  $v_m$  sea mayor que 32.8 pie/seg. y que el Número Froude ( $N_{FR}$ ) sea mayor a 600. Utilizando datos experimentales, Fortunati desarrolló la figura 1.6, que puede ser utilizada para definir la frontera entre el flujo crítico y el subcrítico. Las curvas de la figura 1.6 se basaron en una presión 19.8 psia. corriente abajo.

Para determinar la velocidad de la mezcla a partir de la velocidad actual de la mezcla y de la presión corriente abajo, se utiliza la siguiente formula:

$$v_{m2} = v_{m2F} \left( \sqrt{\frac{p_2}{p_{2F}}} \right)^\eta \quad (1.44)$$

Donde:

$$\eta = (1 - \lambda_{g2}^3)^{0.38} \quad (1.45)$$

$v_{m2}$  = Velocidad de la mezcla a la presión actual ( $P_2$ ) [ $m/s^2$ ]

$v_{m2F}$  = Velocidad de la mezcla correspondiente a  $P_2$  (se lee de la figura 1.6)

$p_2$  = Presión actual corriente abajo del estrangulador

$p_{2F}$  = Presión corriente abajo del estrangulador usada para graficar las curvas experimentales de la figura 1.6

$(1 - \lambda)$  = Concentración del líquido con respecto a la mezcla

**Ashford y Pierce (1975)** Desarrollaron una expresión para el gasto másico total de una mezcla multifásica. Ellos asumieron que existe flujo isoentrópico a través de la restricción, que el líquido es incompresible y se considera una mezcla homogénea, además que el líquido no se flashea. La ecuación 1.46 asume que la derivada del gasto con respecto a la relación de presión es cero en la frontera crítica.



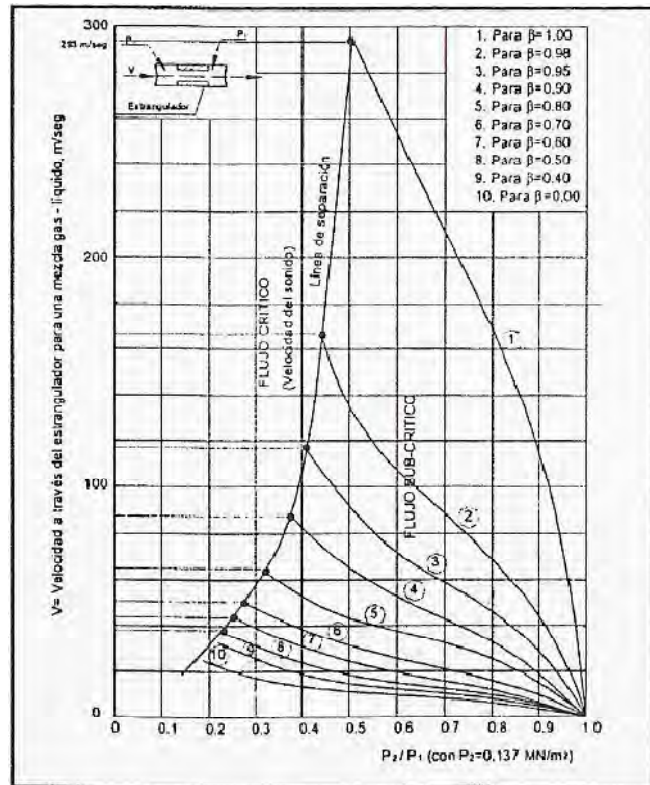


Figura 1.6. Mezcla de velocidades para flujo crítico y subcrítico.

$$y_c = \frac{\frac{2R_1}{k(1+R_1 y_c^{\frac{k-1}{k}})} \left[ \left( \frac{R_1}{b} \right) (1 - y_c^b) - y_c + 1 \right] y_c^{-e} - 1}{R_1} \tag{1.46}$$

Donde:

$$b = \frac{k - 1}{k} \tag{1.47}$$

$$e = \frac{k + 1}{k} \tag{1.48}$$

$y_c$  = Relación de presión crítica

$K$  = Relación de calores específicos

$R$  = Relación gas-líquido

La ecuación 1.46 requiere de un proceso iterativo para determinar los valores de  $y_c$  como función de la relación gas/líquido *in situ* para diferentes valores de  $k$ . La relación

gas/líquido *in situ* a condiciones corriente arriba,  $R_L$ , se puede calcular fácilmente como la relación de las velocidades superficiales del gas y del líquido que se determinan a condiciones inmediatamente corriente arriba del estrangulador.

**Sachdeva (1986).** Sachdeva amplió el trabajo de Ashford y Pierce y propuso una relación para predecir la relación de presión crítica. También llevó a cabo un estudio teórico-experimental del que se deriva una expresión para encontrar el límite entre flujo crítico y subcrítico y las siguientes ecuaciones para determinar  $y_c$ .

$$y_c = \left( \frac{N}{D} \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (1.49)$$

Donde:

$$N = \frac{k}{k-1} + \frac{(1-x_{g1})\rho_{g1}(1-y_c)}{x_{g1}\rho_L} \quad (1.50)$$

$$D = \frac{k}{k-1} + \frac{n}{2} + \frac{n(1-x_{g1})\rho_{g2}}{x_{g1}\rho_L} + \frac{n}{2} \left[ \frac{(1-x_{g1})\rho_{g2}}{x_{g1}\rho_L} \right] \quad (1.51)$$

$$n = 1 + \frac{x_{g1}(C_{pg} - C_{vg})}{x_{g1}C_{vg} + (1-x_{g1})C_L} \quad (1.52)$$

$$x_{g1} = \frac{w_{g1}}{w_{g1} + w_{L1}} \quad (1.53)$$

$$w_{g1} = 0.0764\lambda_g q_{Lsc} (R_p - f_o R_{s1}) \quad (1.54)$$

$$w_{L1} = 5.615q_{Lsc} (f_o B_{o1}\rho_{o1} + f_w B_{w1}\rho_{w1}) \quad (1.55)$$

La ecuación 1.49 es adimensional y puede utilizar cualquier tipo de unidades consistentes. Para determinar  $y_c$  a partir de la ecuación 1.49 se requiere de un procedimiento iterativo. Se asume un valor de  $y_c$  en la ecuación 1.50. Esto permite un cálculo de  $y_c$ . Es adecuado un método directo de sustitución cuando se utiliza el valor calculado de  $y_c$  para la siguiente suposición hasta que los valores calculados y supuestos de  $y_c$  converjan de acuerdo con una tolerancia predeterminada. Un valor de 0.5 es recomendado para la primera suposición.

**Perkins (1990).** Perkins deriva una ecuación para predecir la relación de presión crítica. Perkins combinó las ecuaciones de conservación de masa y la de expansión isotrópica de una mezcla multifásica homogénea, para llegar a una expresión que defina el gasto másico total. Utilizando las mismas suposición que Ashford y Pierce en la ecuación 1.46 Perkins desarrolló la expresión

$$\left\{ 2C \left[ 1 - y_c^{\frac{n-1}{n}} \right] + 2\beta_{L1} (1 - y_c) \right\} \times \left\{ \left[ 1 - \left( \frac{A_2}{A_1} \right)^2 \left( \frac{x_{g1} + \beta_{L1}}{x_{g1} y_c^{\frac{-1}{n}}} \right)^2 \right] \left[ \frac{x_{g1}}{n} y_c^{\frac{-(1+n)}{n}} \right] + \left( \frac{A_2}{A_1} \right)^2 \left( \frac{x_{g1}}{n} \right) \frac{(x_{g1} + \beta_{L1})}{\left( x_{g1} y_c^{\frac{-1}{n}} + \beta_{L1} \right)^2} \right\}$$

$$= \left[ 1 - \left( \frac{A_2}{A_1} \right) \left( \frac{x_{g1} + \beta_{L1}}{x_{g1} y_c^{\frac{-1}{n}}} \right) \left( x_{g1} y_c^{\frac{-1}{n}} + \beta_{L1} \right) \times \left[ C \left( \frac{n-1}{n} \right) y_c^{\frac{-1}{n}} + \beta_{L1} \right] \right]$$
(1.56)

Donde:

$$\beta_{L1} = \rho_{m1} \left( \frac{x_{o1}}{\rho_{o1}} + \frac{x_{w1}}{\rho_{w1}} \right)$$
(1.57)

Y

$$C = x_g + \left[ (x_g C_{vg} + x_o C_{vo} + x_w C_{vw}) \frac{M}{ZR} \right]$$
(1.58)

Donde:

$y_c$  = Relación de presión crítica

$n$  = Exponente politrópico para el gas

$x$  = Fracción en peso de una fase dada en la corriente de flujo

$c_v$  = Capacidad calorífica a volumen constante

$C$  puede ser evaluar presumiblemente como una condición corriente arriba o bien corriente abajo. El exponente politrópico de expansión para mezclas utilizado en la ecuación 1.52 se definió como:

$$n = \frac{(x_g k C_{vg} + x_o C_{vo} + x_w C_{vw})}{(x_g C_{vg} + x_o C_{vo} + x_w C_{vw})}$$
(1.59)

Tal como en los caso de Ashford-Pierce y Sachdeva, se requiere de un proceso iterativo para determinar  $y_c$ .

## CAPITULO 2: REVISIÓN DEL ESTADO DEL ARTE

## 2.1 FLUJO A TRAVÉS DE RESTRICCIONES (REDUCCIONES Y/O EXPANSIONES)

Si bien el estudio del flujo multifásico en tuberías ha sido estudiado ampliamente, la mayoría de estos estudios están enfocados a tuberías de área constante. Muy poca investigación se ha hecho sobre las pérdidas de presión que se producen cuando un fluido de dos fases pasa a través de una repentina expansión o contracción. Sin embargo para abordar el tema flujo multifásico a través de restricciones se busca, al igual que en tuberías de área constante, obtener una correlación empírica, ya que estas ofrecen un método eficaz para evaluar características asociadas con este flujo. Cuyo objetivo es determinar parámetros de flujo tales como caídas de presión, la fracción de vacío de vapor o la transferencia de calor por mencionar algunos.

La predicción exacta de la fracción de vacío del vapor resulta de suma importancia, ya que es a partir de este parámetro que se realiza una evaluación fiable de las características hidrodinámicas de los sistemas de dos fases. La dificultad en la predicción de la fracción de vapor de vacío surge del hecho de que la velocidad media de la fase líquida es generalmente menor que la velocidad media de la fase de vapor. Como resultado, la fracción en el área de sección transversal del canal ocupado por cada fase no puede ser determinada a partir de los valores conocidos de gasto y densidad de cada fase.

A continuación se presenta las publicaciones y los avances sobre el de flujo de dos fases a través de boquillas, orificios, válvulas, codos y venturis realizados a la fecha.

**Petrick (1958)** reportó un estudio sobre el efecto que se tiene en un proceso secuencial expansión/reducción en una tubería que transporta una mezcla agua-aire, la cual fluye ascendentemente en una tubería vertical. La fracción peso del aire en todos los casos se encontró por encima de 0.0045. También se monitorearon los cambios en los regímenes de flujo con una cámara. Petrick llegó a la conclusión de que la transición después de una súbita reducción – expansión se encuentra en función de la fracción de gas, el flujo de masa total y la relación del área. También informó que la zona de transición después de la contracción no fue tan pronunciada como en el caso de una expansión.

**Richardson (1958)** realizó un estudio en tuberías horizontales, para mezclas aire-agua, destacando el análisis del comportamiento de la fracción de vacío en las cercanías de una súbita restricción.

**Hessen y Peck (1958)** llevaron a cabo experimentos con dióxido de carbono que fluía a través de orificios y boquillas horizontales.

**Straub y Silverman (1960)** informaron de mediciones de caídas de presión, para mezclas aire-agua, a través de una tubería horizontal con reducciones y expansiones súbitas. Sin embargo el modelo desarrollado por los autores fue incapaz de relacionar los datos medidos.

**Brown (1961), Fiedler (1961), Neusen (1962) y Maneely (1962)** investigaron el flujo de vapor de agua a través de boquillas convergentes-divergentes en Laboratorio Lawrence de Radiación de la Universidad de California. Donde el objetivo de la investigación fue intentar predecir el gasto, el empuje, y los perfiles de presión a través de diversos modelos de flujo. **Starkman (1964)** publicó un artículo donde resume dichos estudios.

**Murdock (1962)** presentó un método para calcular el gasto de dos fases que fluyen a través de un medidor de orificio.

**Moissis y Radovcich (1962)** realizaron experimentos con mezclas aire-agua que fluían a través de un venturi vertical. Sus resultados se correlacionaron con un modelo que tomó en cuenta los efectos del deslizamiento de la velocidad.

**Vogrin (1963)** realizó estudios sobre el flujo aire-agua a través de una tobera convergente-divergente.

**Smith et al. (1964)** determinaron la fracción volumétrica de gas en un tubo Venturi utilizando vapor de mercurio y el mercurio como fluidos.

**Sharp (1956), Straub-Silverman (1960) y Fitzsimmons (1964)** midieron la caída de presión para dos fases a través de válvulas, codos y otros accesorios de tubería.

**Cermak et al. (1964)** obtuvieron la caída de presión para un flujo de vapor de agua a través de una restricción de placa de espesor montado verticalmente. Ellos intentaron correlacionar los resultados con diversos modelos teóricos.

**Janssen y Kervinen (1966)** midieron los cambios de presión que sufren los flujos de agua a través de expansiones de 0.0508 a 0.0889 m (2 a 3.5 pg.) y 0.1143 a 0.1397 m (4.5 a 5.5 pg.) Además de expansiones y contracciones de los 0.0889, 0.1143 y 0.1397 a los 0.0508 m (3.5, 4.5 y 5.5 a 2 pg.). Las pruebas fueron desarrolladas en tuberías verticales y con una dirección de flujo ascendente. Las mediciones de las caídas de presión fueron

correlacionadas a través de la ecuación de Romie. El error en los resultados se calcula en un 25% de los datos medidos.

**Aloui y Souhar (1996)** realizaron un estudio experimental sobre los flujos burbuja a través de una expansión repentina en un plano horizontal. Para flujo burbuja cuasi simétrico, tanto la presión y la fracción volumen se incrementaron corriente abajo.

**Ahmed (2007)** desarrollo una formulación analítica de caídas de presión para flujo de dos fases a través de una expansión repentina. Su modelo tomó en cuenta los cambios de la fracción volumen durante la expansión, el esfuerzo cortante en la pared, la diferencia de presión entre el flujo corriente arriba de la contracción y el completo desarrollo de la región de flujo corriente abajo de la expansión.

**Chen et al (2009)** desarrollaron estudios experimentales para hacer frente a los cambios de presión y regímenes de flujo sometidos a la influencia de las contracciones repentinas. Mezclas agua-aire fueron utilizadas, fluyendo a lo largo de ductos rectangulares. Las razones de flujo variaron entre 100 a 700 kg/m<sup>2</sup> con las fracciones de peso del gas en el rango de 0.001 a 0.8. En general, observaron que la presión en las contracciones incrementa, tanto con la cantidad de gas como con el flujo de masa.

A continuación se presenta un modelo para el cálculo de caídas de presión a través de súbitas expansiones y restricciones el cual sirve de referencia para el desarrollo de la presente investigación.

## 2.2 MODELO PARA EL CÁLCULO DE CAÍDAS DE PRESIÓN A TRAVÉS DE RESTRICCIONES

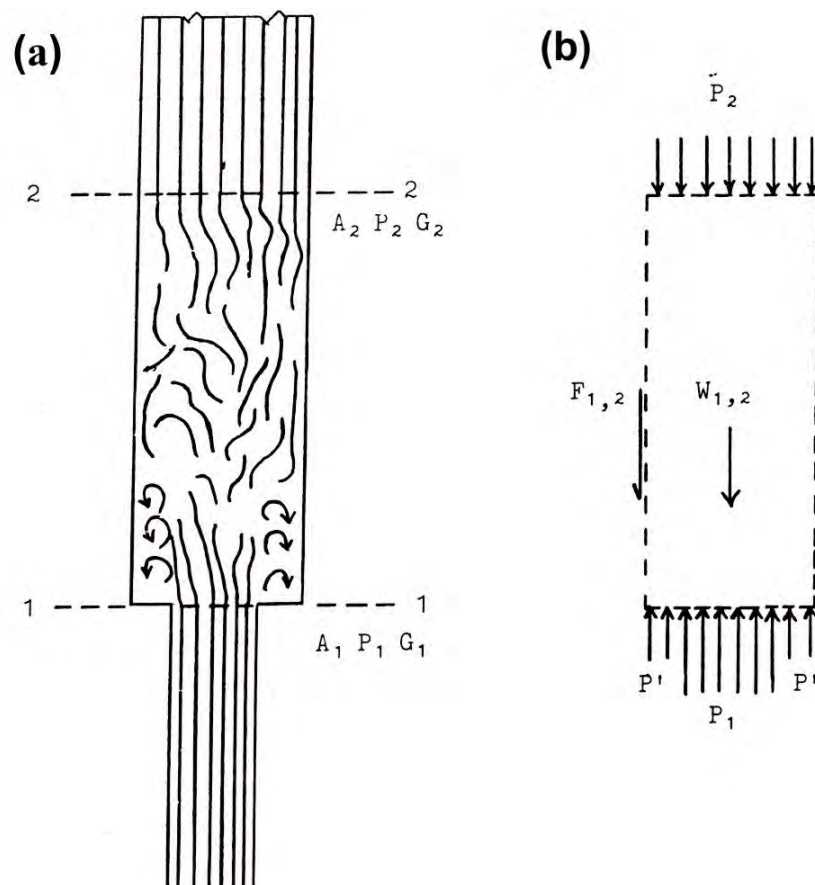
A continuación se presentan expresiones analíticas para las pérdidas de presión de flujo bifásico a través de súbitas expansiones y restricciones. El análisis es una generalización de la presentada por Kays (1950) para el flujo monofásico. Los supuestos básicos aplicados en este análisis son los siguientes:

- 1) La presión es uniforme a través de cualquier sección transversal.
- 2) El proceso es completamente adiabático y las dos fases se encuentran en equilibrio térmico.
- 3) El cambio de presión a través de un cambio repentino en la sección transversal se considera pequeño comparado con la presión absoluta del sistema.
- 4) No hay transferencia significativa de masas entre las fases.
- 5) El sistema está en estado estacionario.

## 2.2.1 EXPANSIONES

El flujo de fluidos de dos fases a través de un canal en el que se presenta un aumento repentino en el área de la sección transversal del canal será considerado primero. Como se muestra en la figura 2.1, los subíndices 1 y 2 se utilizan para designar las condiciones de flujo que existen en el plano. Se asume que el flujo es continuo y bien desarrollado corriente arriba de la sección 1. La súbita expansión crea una zona de gran agitación, que es más pronunciada inmediatamente corriente abajo del cambio de área. Las fuertes corrientes arremolinadas disminuyen a medida que el fluido se aproxima a la sección 2, donde se asume nuevamente que el flujo es continuo y bien desarrollado.

El uso de estas simplificaciones en conjunto con la continuidad macroscópica, la energía mecánica y las ecuaciones de momento, deriva en una expresión para las pérdidas de presión a través de súbitas expansiones presentada a continuación.



**Figura 2.1** Pérdida de presión a través de una súbita expansión  
 (a) Condiciones de flujo existentes en el plano  
 (b) Interacción de fuerzas entre la sección 1 y 2

## 2.2.1.1 CONSIDERACIONES DE CONTINUIDAD

Aplicando el principio de conservación de la materia a los sistemas de estado estacionario que se muestra en la figura 2.1 se tiene:

$$w_{1g} + w_{1f} = w_{2g} + w_{2f} \quad (2.1)$$

Donde:

$w_g$  = Gasto másico de vapor

$w_f$  = Gasto másico de líquido

La calidad del vapor,  $X$ , se define de tal manera que:

$$w_g = wX \quad (2.2)$$

Y

$$w_f = w(1 - X) \quad (2.3)$$

Donde:

$w$  = Gasto másico total.

$X$  = Calidad del vapor

De tal forma la velocidad media de la fase vapor,  $V_g$ , y la velocidad media de la fase líquida, la  $V_f$ , se definen como:

$$V_g = \frac{w_g}{A_g \rho_g} \quad (2.4)$$

Y

$$V_f = \frac{w_f}{A_f \rho_f} \quad (2.5)$$

$A$  = Área total de flujo de la tubería

$A_g$  = Área de flujo de la fase vapor

$A_f$  = Área de flujo de la fase líquida

$\rho_g$  = Densidad de la fase vapor

$\rho_f$  = Densidad de la fase líquida



La fracción de vacío de vapor,  $\alpha$ , se define como:

$$A_g = \alpha A \quad (2.6)$$

Y

$$A_f = (1 - \alpha)A \quad (2.7)$$

Desde que se asume que el cambio de presión a través de la expansión es pequeño comparado a la presión absoluta, existen las siguientes relaciones de densidades:

$$\rho_{1g} = \rho_{2g} = \rho_g \quad (2.8)$$

Y

$$\rho_{1f} = \rho_{2f} = \rho_f \quad (2.9)$$

Sustituyendo las ecuaciones 2.4, 2.5, 2.8 y 2.9 en la ecuación 2.1 se tiene

$$V_{1g}\rho_g A_{1g} + V_{1f}\rho_f A_{1f} = V_{2g}\rho_g A_{2g} + V_{2f}\rho_f A_{2f} \quad (2.10)$$

Donde:

$V$  = Velocidad media

$\rho$  = Densidad

$A$  = Área de flujo

$( )_1$  = Sección 1 de la tubería

$( )_2$  = Sección 2 de la tubería

$( )_f$  = Fase líquida

$( )_g$  = Fase gaseosa

La transferencia de masa entre las fases se supone despreciable, por lo tanto, la ecuación de continuidad fue aplicada a cada fase. Así:

$$V_{1g} A_{1g} = V_{2g} A_{2g} \quad (2.11)$$

$$V_{1f} A_{1f} = V_{2f} A_{2f} \quad (2.12)$$

La relación de área,  $\sigma$ , se define como

$$\sigma = \frac{A_1}{A_2} \quad (2.13)$$

Sustituyendo las ecuaciones 2.6 y 2.13 en la ecuación 2.11 y resolviendo para  $V_{2g}$  se tiene:

$$V_{2g} = \frac{V_{1g} \alpha_1 \sigma}{\alpha_2} \quad (2.14)$$

De modo similar, la ecuación 2.12 puede resolverse para  $V_{2f}$  como:

$$V_{2f} = \frac{V_{1f} (1 - \alpha_1) \sigma}{1 - \alpha_2} \quad (2.15)$$

La velocidad másica,  $G$ , se define como

$$G = \frac{w}{A} \quad (2.16)$$

Utilizando las ecuaciones 2.2, 2.6, y 2.16, la ecuación 2.4 se puede expresar como:

$$V_g = \frac{GX}{\alpha \rho_g} \quad (2.17)$$

De manera similar la ecuación 2.5 se puede escribir como:

$$V_f = \frac{G(1 - X)}{\rho_f (1 - \alpha)} \quad (2.18)$$

Donde:

$G$  = Velocidad másica

$\alpha$  = Fracción de vacío de vapor

$X$  = Calidad del gas

$\rho$  = Densidad

La relación de resbalamiento,  $S$ , se define como:

$$S = \frac{V_g}{V_f} \quad (2.19)$$

Utilizando la ecuación 2.17 y 2.18, la ecuación 2.19 se convierte en:

$$S = \frac{X(1-\alpha)\rho_f}{(1-X)\alpha\rho_g} \quad (2.20)$$

Resolviendo la ecuación 2.20 queda como:

$$\alpha = \frac{X\rho_f}{S\rho_g(1-X) + \rho_f X} \quad (2.21)$$

Donde:

$\alpha$  = Fracción de vacío de vapor

$S$  = Relación de resbalamiento

$X$  = Calidad del gas

$\rho$  = Densidad

$( )_f$  = Fase líquida

$( )_g$  = Fase gaseosa

La densidad de una mezcla de dos fases,  $\rho_{tp}$ , se define por el balance de masas siguiente:

$$\rho_{tp} A \Delta Z = \rho_g A_g \Delta Z + \rho_f A_f \Delta Z \quad (2.22)$$

Despejando  $\rho_{tp}$  queda como sigue:

$$\rho_{tp} = \rho_g \alpha + \rho_f (1-\alpha) \quad (2.23)$$

Donde:

$\alpha$  = Fracción de vacío de vapor

$\rho_{tp}$  = Densidad de una mezcla de dos fases

$\Delta Z$  = Incremento de longitud en la dirección del flujo

$A$  = Área de flujo

Si las velocidades medias de las fases de vapor y líquido son iguales, una suposición en todos los modelos de flujo homogéneos, la fracción de vacío vapor se convierte en:

$$\alpha_h = \frac{\rho_f X}{\rho_g (1-X) + \rho_f X} \quad (2.24)$$

$\alpha_h$  = Fracción de vacío homogénea

La densidad de una mezcla homogénea de de dos fases,  $\rho_h$ , se obtiene sustituyendo la fracción de vacío homogénea,  $\alpha_h$ , en la ecuación 2.23 para dar:

$$\rho_h = \frac{\rho_g \rho_f}{\rho_g (1 - X) + \rho_f X} \quad (2.25)$$

$\rho_h$  = Densidad de una mezcla homogénea

### 2.2.1.2 ECUACIÓN DE MOMENTO

Aplicando la ecuación de momento macroscópica al cuerpo del fluido entre las secciones 1 y 2, se obtiene una expresión explícita para el cambio de presión debido a la expansión súbita. La segunda ley de Newton del movimiento se aplica al volumen de control que se muestra en la figura 2.1 para obtener la ecuación de momento deseado en la dirección del flujo que es:

$$P_1 A_1 + P'(A_2 - A_1) - P_2 A_2 - F_{1,2} - W_{1,2} \quad (2.26)$$

Donde:

$P$  = Presión

$A$  = Área de flujo

$P'$  = Presión media en la placa anular de área  $(A_2 - A_1)$

$F_{1,2}$  = Fuerza de arrastre neta ejercida por la pared del tubo en el líquido

$W_{1,2}$  = Fuerza de la gravedad que se opone al flujo.

$( )_1$  = Sección 1 de la tubería

$( )_2$  = Sección 2 de la tubería

El cambio del gasto en el volumen de control es:

$$\frac{1}{g_c} (\beta_{2f} \rho_f A_{2f} V_{2f}^2 + \beta_{2g} \rho_g A_{2g} V_{2g}^2 - \beta_{1f} \rho_f A_{1f} V_{1f}^2) \quad (2.27)$$

Donde:

$$\beta = \frac{\int u^2 dA}{V^2 A} \quad (2.28)$$

$\beta$  = Factor de corrección de momento dinámico para perfiles de velocidad no uniformes

$u$  = Velocidad local

$A$  = Área de flujo

$V$  = Velocidad media

Igualando las expresiones 2.26 y 2.27 resulta

$$P_1 A_1 + P'(A_2 - A_1) - P_2 A_2 - F_{1,2} - W_{1,2} = \frac{1}{g_c} (\beta_{2f} \rho_f A_{2f} V_{2f}^2 + \beta_{2g} \rho_g A_{2g} V_{2g}^2 - \beta_{1f} \rho_f A_{1f} V_{1f}^2 - \beta_{1g} \rho_g A_{1g} V_{1g}^2) \quad (2.29)$$

Para la presión  $P'$  se ha demostrado que es igual a  $P_1$  para el flujo subsónico de una sola fase (Kays, 1950) y se supone igual a  $P_1$ , en este análisis. Usando la ecuación 2.6, 2.7 y 2.13 y sustituyendo las ecuaciones 2.14, 2.15, 2.17 y 2.18 la ecuación 2.29 se puede reordenar como:

$$P_1 - P_2 = \frac{G_1^2 \sigma}{g_c} \left[ \frac{(1-X)^2}{\rho_f} \left( \frac{\beta_{1f}}{1-\alpha_1} - \frac{\beta_{1f}}{1-\alpha_2} \right) + \frac{X^2}{\rho_g} \left( \frac{\beta_{1g}}{\alpha_1} - \frac{\beta_{2g} \sigma}{\alpha_2} \right) \right] - \frac{F_{1,2}}{A_2} - \frac{W_{1,2}}{A_2} \quad (2.30)$$

Donde:

$P$  = Presión

$A$  = Área de flujo

$\rho$  = Densidad

$\sigma$  = Relación de área

$\alpha$  = Fracción de vacío de vapor

$F_{1,2}$  = Fuerza de arrastre neta ejercida por la pared del tubo en el líquido

$W_{1,2}$  = Fuerza de la gravedad que se opone al flujo.

$\beta$  = Factor de corrección de momento dinámico para perfiles de velocidad no uniformes

( )<sub>1</sub> = Sección 1 de la tubería

( )<sub>2</sub> = Sección 2 de la tubería

### 2.2.1.3 AUMENTO DE PRESIÓN DEBIDO A UNA EXPANSIÓN

El cambio de presión debido a una repentina expansión no puede ser medido directamente, sino que debe determinarse a partir de mediciones de la presión estática tomada a lo largo del canal de flujo corriente arriba y corriente abajo de la zona de cambio.

De un gráfico de estas presiones estáticas, se establecen los gradientes de presión completamente desarrollado en los canales de corriente arriba y corriente abajo de la expansión. La extrapolación de estos gradientes de presión hasta el punto de cambio en el área determina el aumento de presión ficticia debido a la repentina expansión,  $\Delta P_e$ , como se muestra en la figura 2.2.

Como se ilustra, las ecuaciones para el flujo completamente desarrollado se utilizan para evaluar la caída de presión en los canales corriente arriba y corriente abajo de la zona de cambio y el aumento de presión debido a la expansión se resta de esta caída de presión para determinar el cambio de presión en general.

Para efectos de diseño es conveniente predecir  $\Delta P_e$  de la ecuación de momento, como se muestra en la figura 2.2.

$$\Delta P_e = P'_1 - P_1 \quad (2.31)$$

Donde:

$\Delta P_e$  = Aumento de presión ficticia debido a la repentina expansión

$P'$  = Presión media

El cambio de presión ( $P'_1 - P_2$ ) se determina por el gradiente de presión para el flujo completamente desarrollado corriente abajo de la expansión. Usando la ecuación de momento aplicable a la región de flujo completamente desarrollada para la región inmediata corriente abajo de la expansión.

$$P'_1 - P_2 = \rho_{2tp} (Z_2 - Z_1) \frac{g}{g_c} - \left( \frac{\Delta P}{\Delta Z} \right)_{2W} (Z_2 - Z_1) \quad (2.32)$$

Donde:

$(\Delta P/\Delta Z)_{2W}$  = Gradiente de presión debido a la fuerza cortante en la pared

$\rho_{2tp}$  = Densidad de la mezcla de dos fases

$Z$  = Distancia a lo largo de la sección de prueba

$g_c$  = Aceleración de la gravedad estándar (32.174)

$( )_1$  = Sección 1 de la tubería

$( )_2$  = Sección 2 de la tubería

Resolviendo la ecuación 2.32 para  $P'_1$  y sustituyendo en la ecuación 2.30 y 2.31 tenemos:

$$\Delta P_e = \frac{G^2 \sigma}{g_c} \left[ \frac{(1-X)^2}{\rho_f} \left( \frac{\beta_{1f}}{1-\alpha_1} - \frac{\beta_{2f}\sigma}{1-\alpha_2} \right) + \frac{X^2}{\rho_g} \left( \frac{\beta_{1g}}{\alpha_1} - \frac{\beta_{2g}\sigma}{\alpha_2} \right) \right] - \frac{F_{1,2}}{A_2} - \frac{W_{1,2}}{A_2} + \rho_{2tp} (Z_2 - Z_1) \frac{g}{g_c} - \left( \frac{\Delta P}{\Delta Z} \right)_{2W} (Z_2 - Z_1) \quad (2.33)$$

Donde:

$\Delta P_e$  = Aumento de presión ficticia debido a la repentina expansión

$G$  = Velocidad másica

$\alpha$  = Fracción de vacío de vapor

$X$  = calidad del gas

$g_c$  = Aceleración de la gravedad estándar (32.174)

$\sigma$  = Relación de área

$Z$  = Distancia a lo largo de la sección de prueba

$\rho_{2tp}$  = Densidad de la mezcla de dos fases

Puesto que la caída de la fricción asociada a la pared,  $F_{1,2}/A_2$ , no puede ser evaluada, es considerada igual a la caída de la fricción de la pared para el flujo completamente desarrollado, es decir:

$$\frac{F_{1,2}}{A_2} + \left( \frac{\Delta P}{\Delta Z} \right)_{2W} (Z_2 - Z_1) = 0 \quad (2.34)$$

La fuerza de gravedad opuesta al flujo es

$$W_{1,2} = \overline{\rho_{tp}} A_2 (Z_2 - Z_1) \frac{g}{g_c} \quad (2.35)$$

Donde:

$\overline{\rho_{tp}}$  = Densidad promedio de las dos fases

$F_{1,2}$  = Fuerza de arrastre neta ejercida por la pared del tubo en el líquido

Definida matemáticamente como:

$$\overline{\rho_{tp}} = \frac{\int_{z_1}^{z_2} \rho_{tp} dZ}{Z_2 - Z_1} \quad (2.36)$$

Dado que los factores de corrección para el momento no se han determinado para el flujo bifásico así como la velocidad y la distribución de la densidad necesaria para su evaluación es esencialmente inexistente. Tomando la distribución de la velocidad a través del canal de flujo como uniforme para cada fase, es decir:

$$\beta_{1f} = \beta_{2f} = \beta_{1g} = \beta_{2g} = 1 \quad (2.37)$$

Usando las ecuaciones 2.34 y 2.35 y considerando la ecuación 2.37, el cambio de presión a través de una expansión se convierte en

$$\Delta P_e = \frac{G_1^2 \sigma}{g_c} \left[ \frac{(1-X)^2}{\rho_f} \left( \frac{1}{1-\alpha_1} - \frac{\sigma}{1-\alpha_2} \right) + \frac{X^2}{\rho_g} \left( \frac{1}{\alpha_1} - \frac{\sigma}{\alpha_2} \right) \right] + \frac{g}{g_c} (Z_2 - Z_1) (\rho_{2tp} - \bar{\rho}_{tp}) \quad (2.38)$$

Si se asume que la fracción de vacío de vapor es constante corriente abajo de la expansión, entonces:

$$\bar{\rho}_{tp} = \rho_{tp} \quad (2.39)$$

Aplicando este supuesto la ecuación 2.38 se reduce a la siguiente ecuación, acreditada a Romie (Lottes, 1961).

$$\Delta P_e = \frac{G_1^2 \sigma}{g_c} \left[ \frac{(1-X)^2}{\rho_f} \left( \frac{1}{1-\alpha_1} - \frac{\sigma}{1-\alpha_2} \right) + \frac{X^2}{\rho_g} \left( \frac{1}{\alpha_1} - \frac{\sigma}{\alpha_2} \right) \right] \quad (2.40)$$

Donde:

$\Delta P_e$  = Aumento de presión ficticia debido a la repentina expansión

$G$  = Velocidad másica

$\sigma$  = Relación de área

$\rho$  = Densidad

$\alpha$  = Fracción de vacío de vapor



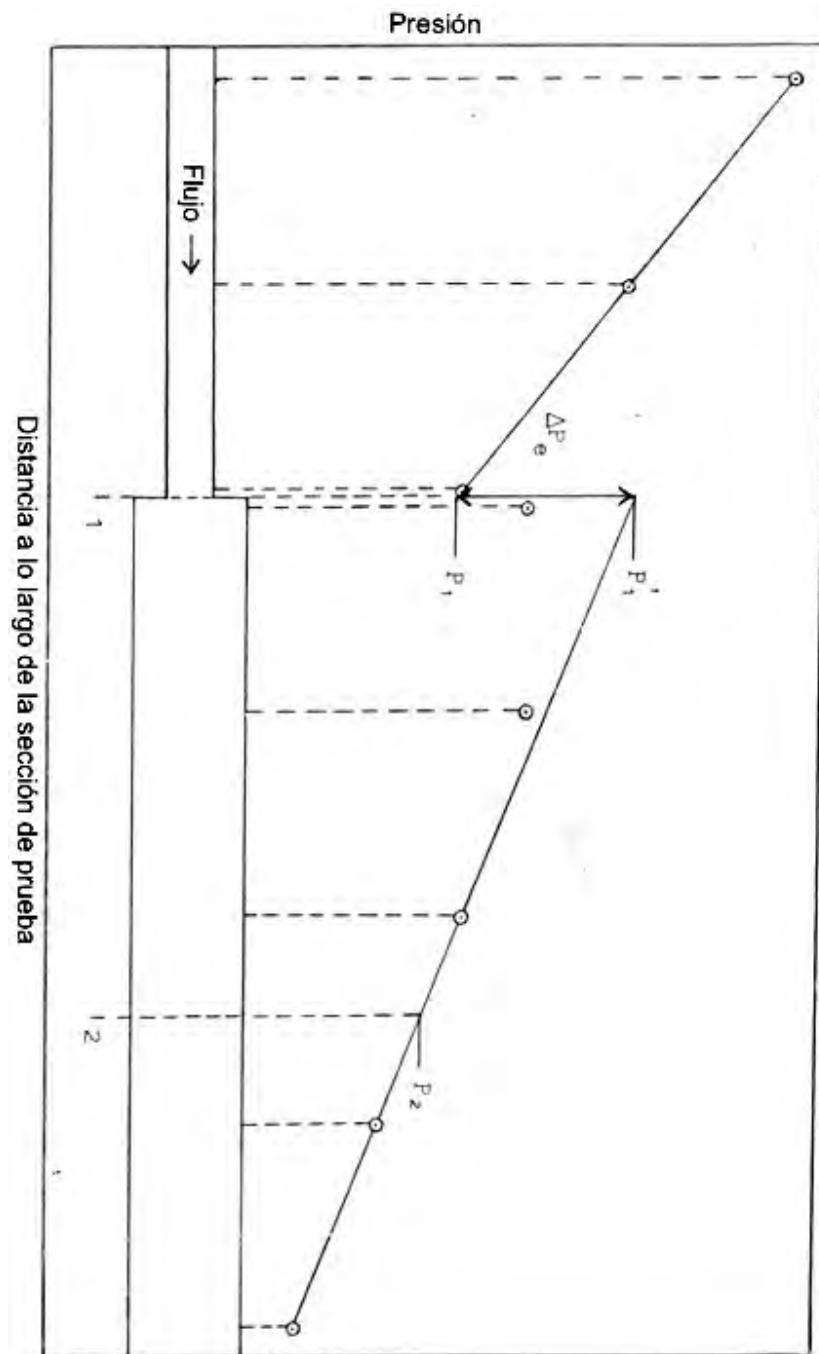


Figura 2.2. Cambio de presión a través de una expansión.

Si la velocidad media de las fases vapor y líquido son iguales y además  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  son iguales a  $\alpha_h$  de la ecuación 2.24, haciendo esta sustitución, se tiene, después de reacomodar y usando la ecuación 2.33, la siguiente relación para el cambio de presión a través de una expansión repentina de una mezcla homogénea

$$\Delta P_e = \frac{G_1^2 \sigma (1 - \sigma)}{g_c \rho_h} \quad (2.41)$$

Bajo condiciones de flujo de una sola fase, la ecuación 3.38 se reduce a la siguiente ecuación propuesta por Kays (1950)

$$\Delta P_e = \frac{G_1^2 \sigma (1 - \sigma)}{g_c \rho} (\beta_1 - \beta_2 \sigma) \quad (2.42)$$

Donde:

$\Delta P_e$  = Aumento de presión ficticia debido a la repentina expansión

$G$  = Velocidad másica

$\sigma$  = Relación de área

$\rho$  = Densidad

$\beta$  = Factor de corrección de momento dinámico para perfiles de velocidad no uniformes

Para el caso en el que los perfiles de velocidad sean planos, la ecuación queda de la misma forma que la ecuación 2.41 simplemente cambiando la densidad homogénea por la densidad de flujo de una sola fase.

#### 2.2.1.4 ECUACIÓN DE ENERGÍA

La ecuación de estado estacionario de energía mecánica aplicada a la repentina expansión entre la sección 1 y 2 resulta:

$$\begin{aligned} & W_g \left( \frac{P_1}{\rho_g} + \frac{Z_1 g}{g_c} + \frac{\gamma_{1g} V_{1g}^2}{2g_c} \right) + W_f \left( \frac{P_1}{\rho_f} + \frac{Z_1 g}{g_c} + \frac{\gamma_{1f} V_{1f}^2}{2g_c} \right) \\ & = W_g \left( \frac{P_2}{\rho_g} + \frac{Z_2 g}{g_c} + \frac{\gamma_{1g} V_{2g}^2}{2g_c} \right) + W_f \left( \frac{P_2}{\rho_f} + \frac{Z_2 g}{g_c} + \frac{\gamma_{2f} V_{2f}^2}{2g_c} \right) + WH_{1,2} \frac{g}{g_c} \end{aligned} \quad (2.43)$$

Donde:

$w_g$  = Gasto másico de vapor

$w_f$  = Gasto másico de líquido

$P$  = Presión

$\rho$  = Densidad

$V$  = Velocidad media

$Z$  = Distancia a lo largo de la sección de prueba

$g_c$  = Aceleración de la gravedad estándar

$H_{1,2}$  = Pérdida de carga total debido a la fricción entre las secciones 1 y 2

$\gamma$  = Factor de corrección de la energía cinética para perfiles de velocidad no uniformes

El Factor de corrección de la energía cinética para perfiles de velocidad se define como:

$$\gamma = \frac{\int u^3 dA}{V^3 A} \quad (2.44)$$

Sustituyendo las ecuaciones 2.2 y 2.3 y usando las ecuaciones 2.25, 2.14, 2.15, 2.17 y 2.18 en la ecuación 2.43 y reordenando se tiene:

$$P_1 - P_2 = \frac{G_1^2}{2g_c \rho_h} \left[ \frac{(1-X)^3}{\rho_f^2} \left( \frac{\gamma_{1f}}{(1-\alpha_1)^2} - \frac{\gamma_{2f} \sigma^2}{(1-\alpha_2)^2} \right) + \frac{X^3 \rho_h^2}{\rho_g^2} \left( \frac{\gamma_{1g}}{\alpha_1^2} - \frac{\gamma_{2g} \sigma^2}{\alpha_2^2} \right) \right] \quad (2.45)$$

$$- \rho_h (Z_2 - Z_1) \frac{g}{g_c} - \rho_h H_{1,2} \frac{g}{g_c}$$

Usando la ecuación de energía mecánica aplicable a la región de flujo completamente desarrollado para la región inmediata corriente debajo de la expansión se tiene:

$$P_1 - P_2 = \rho_h (Z_2 - Z_1) \frac{g}{g_c} - \left( \frac{\Delta P}{\Delta Z} \right)_{2f} (Z_2 - Z_1) \quad (2.46)$$

Donde:

$(\Delta P/\Delta Z)_{2f}$  = Gradiente de presión debido a caídas de fricción

$\rho_h$  = Densidad de una mezcla homogénea

$Z$  = Distancia a lo largo de la sección de prueba

$P$  = Presión

$g_c$  = Aceleración de la gravedad estándar

Una comparación de las ecuaciones 2.46 y 2.32 muestra una diferencia fundamental entre las ecuaciones de momento y de energía. El gradiente de presión por fricción,  $(\Delta P / \Delta Z)_{2F}$ , se debe tanto a fuerza cortante en la pared como al movimiento relativo entre las fases, mientras que el gradiente de presión por fricción,  $(\Delta P / \Delta Z)_{2W}$ , se debe únicamente a la fuerza cortante en la pared. Sólo en el caso de flujo horizontal o en el que las velocidades de las dos fases son iguales, el término de fricción de la ecuación de energía es igual al término de fricción de la ecuación de momento. Nicklin (1962) ha analizado estas diferencias para las ecuaciones de momento y energía en flujo bifásico.

Usando la ecuación 2.46 en la ecuación 2.31 y sustituyendo la ecuación 2.45 para  $(P_2 - P_1)$  se tiene:

$$\Delta P_e = \frac{G_1^2}{2g_c \rho_h} \left[ \frac{(1-X)^3 \rho^2 h}{\rho^2 f} \left( \frac{\gamma_{1f}}{(1-\alpha_1)^2} - \frac{\gamma_{2f} \sigma^2}{(1-\alpha_2)^2} \right) + \frac{X^3 \rho^2 h}{\rho^2 g} \left( \frac{\gamma_{1g}}{\alpha_1^2} - \frac{\gamma_{2g} \sigma^2}{\alpha_2^2} \right) \right] - \rho_h H_{1,2} \frac{g}{g_c} - \left( \frac{\Delta P}{\Delta Z} \right)_{2F} (Z_2 - Z_1) \quad (2.47)$$

Donde:

$\Delta P_e$  = Aumento de presión ficticia debido a la repentina expansión

$G$  = Velocidad másica

$\alpha$  = Fracción de vacío de vapor

$X$  = calidad del gas

$g_c$  = Aceleración de la gravedad estándar (32.174)

$\sigma$  = Relación de área

$Z$  = Distancia a lo largo de la sección de prueba

$\rho_h$  = Densidad de una mezcla homogénea

### 2.2.1.5 PERIDAS DE PRESIÓN IRREVERSIBLES

Las pérdidas de presión irreversibles debido a una expansión,  $\Delta P_{fe}$ , se define como la pérdida de presión total debido a la fricción entre la sección 1 y 2 menos la pérdida por fricción que habría resultado con el flujo totalmente desarrollado, esto es:

$$\Delta P_{fe} = \rho_h H_{1,2} \frac{g}{g_c} + \left( \frac{\Delta P}{\Delta Z} \right)_{2F} (Z_2 - Z_1) \quad (2.48)$$

El coeficiente de pérdida para una expansión repentina,  $k_e$ , se puede definir como:

$$\Delta P_{fe} = K_e \frac{G_1^2}{2g_c \rho_h} \quad (2.49)$$

Donde:

$\Delta P_{fe}$  = Pérdida de presión por fricción total entre la sección 1 y 2

$\rho_h$  = Densidad de una mezcla homogénea

$H_{1,2}$  = La pérdida de carga total debido a la fricción entre las secciones 1 y 2

$K_e$  = Coeficiente de pérdida para una expansión repentina

Tomando la distribución de la velocidad a través del canal de flujo para ser uniforme para cada fase da la ecuación 2.37 y la siguiente relación:

$$\gamma_{1f} = \gamma_{2f} = \gamma_{1g} = \gamma_{2g} = 1 \quad (2.50)$$

Utilizando estas definiciones y utilizando la ecuación 2.40 para eliminar  $\Delta P_e$ , y considerando que la fracción de vacío es esencialmente constante corriente abajo de la expansión, el coeficiente de pérdida se convierte en :

$$K_e = \frac{(1-X)^3 \rho_h^2}{\rho_f^2} \left( \frac{1}{(1-\alpha_1)^2} - \frac{\sigma^2}{(1-\alpha_2)^2} \right) + \frac{X^3 \rho_h^2}{\rho_g^2} \left( \frac{1}{\alpha_1^2} - \frac{\sigma^2}{\alpha_2^2} \right) - 2\sigma \left[ \frac{(1-X)^2 \rho_h}{\rho_f} \left( \frac{1}{1-\alpha_1} - \frac{\sigma}{1-\alpha_2} \right) + \frac{X^2 \rho_h}{\rho_g} \left( \frac{1}{\alpha_1} - \frac{\sigma}{\alpha_2} \right) \right] \quad (2.51)$$

Si la velocidad del vapor y la fase líquida son iguales,  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  están dados por la ecuación 2.24. Haciendo esta sustitución y reordenando da:

$$K_e = (1-\sigma)^2 \quad (2.52)$$

Este es la conocida relación Borda-Carnot (Schutt, 1929) para el flujo monofásico.

Para condiciones de flujo de una sola fase, la ecuación 2.51 se convierte en:

$$K_e = \gamma_1 - \gamma_2 \sigma^2 - 2\sigma(\beta_1 - \beta_2 \sigma) \quad (2.53)$$

Donde:

$K_e$  = Coeficiente de pérdida para una expansión repentina

$\gamma$  = Factor de corrección de la energía cinética para perfiles de velocidad no uniformes

$\sigma$  = Relación de área

$\beta$  = Factor de corrección de momento dinámico para perfiles de velocidad no uniformes

$\gamma$  = Factor de corrección de la energía cinética para perfiles de velocidad no uniformes

Esta ecuación se reduce a la relación Borda-Carnot si el perfil de velocidad se asume como plano. Utilizando la ecuación 2.50 en la ecuación 2.53 da el siguiente coeficiente derivado por Kays (1950):

$$K'_e = 1 - \sigma^2 - 2\sigma(\beta_1 - \beta_2\sigma) \quad (2.54)$$

Reorganizando la ecuación 2.51 El cambio de presión a través de una expansión se convierte en:

$$\Delta P_e = \frac{G_1^2}{2g_c\rho_h} \left[ \frac{(1-X)^3\rho_h^2}{\rho_f^2} \left( \frac{\gamma_{1f}}{(1-\alpha_1)^2} - \frac{\gamma_{2f}\sigma^2}{(1-\alpha_2)^2} \right) + \frac{X^3\rho_h^2}{\rho_g^2} \left( \frac{\gamma_{1g}}{\alpha_1^2} - \frac{\gamma_{2g}\sigma^2}{\alpha_2^2} \right) \right] \quad (2.55)$$

Donde:

$\Delta P_e$  = Aumento de presión ficticia debido a la repentina expansión

$G$  = Velocidad másica

$\alpha$  = Fracción de vacío de vapor

$X$  = calidad del gas

$g_c$  = Aceleración de la gravedad estándar

$\sigma$  = Relación de área

$Z$  = Distancia a lo largo de la sección de prueba

$\rho_h$  = Densidad de una mezcla homogénea

$\gamma$  = Factor de corrección de la energía cinética para perfiles de velocidad no uniformes

Para el flujo monofásico esto se convierte en:

$$\Delta P_e = \frac{G_1^2}{2g_c\rho_h} (1 - \gamma_2\sigma^2 - K_e) \quad (2.56)$$

Si la ecuación 2.50 es utilizada de nuevo, la ecuación siguiente es obtenida:

$$\Delta P_e = \frac{G_1^2}{2g_c \rho_h} (1 - \sigma^2 - K'_e) \quad (2.57)$$

Donde el coeficiente de pérdidas fue derivado por Kays

Cabe señalar que resultados idénticos para  $\Delta P_e$  se obtienen utilizando las ecuaciones 2.53 y 2.56 o las ecuaciones 2.54 y 2.57. Sin embargo, el coeficiente de pérdida de expansión definido por Kays no sólo refleja la pérdida de energía actual debido a la expansión, sino también la diferencia entre la variación de energía cinética suponiendo perfiles planos de velocidad y el cambio de energía cinética actual. En consecuencia, la pérdida de energía debido a una expansión deben evaluarse utilizando  $K_e$  y no  $K'_e$ .

### 2.2.2 REDUCCIONES.

El flujo de fluidos de dos fases a través de un canal en el que hay una disminución repentina en el área de sección transversal de flujo será considerado a continuación. Como se muestra en la figura 2.3, los subíndices 1, 2, y 3 se utilizan para designar las condiciones de flujo que existen corriente arriba de la contracción, en la sección contracta, y corriente abajo de la zona de cambio, respectivamente. Se supone que el flujo es constante y completamente desarrollado en las secciones 1 y 3.

#### 2.2.2.1 CONSIDERACIONES DE CONTINUIDAD

Aplicando la ecuación de continuidad para cada fase se tiene:

$$\rho_g V_{1g} A_{1g} = \rho_g V_{2g} A_{2g} = \rho_g V_{3g} A_{3g} \quad (2.58)$$

Y

$$V_{1f} \rho_f A_{1f} = V_{2f} \rho_f A_{2f} = V_{3f} \rho_f A_{3f} \quad (2.59)$$

Donde se supone que la transferencia de masa entre las fases es insignificante y que:

$$\rho_{1f} = \rho_{2f} = \rho_{3f} = \rho_f \quad (2.60)$$

Y

$$\rho_{1g} = \rho_{2g} = \rho_{3g} = \rho_g \quad (2.61)$$

Donde:

$V$  = Velocidad media

$\rho$  = Densidad

$A$  = Área de flujo

( )<sub>1</sub> = Sección 1 de la tubería

( )<sub>2</sub> = Sección 2 de la tubería

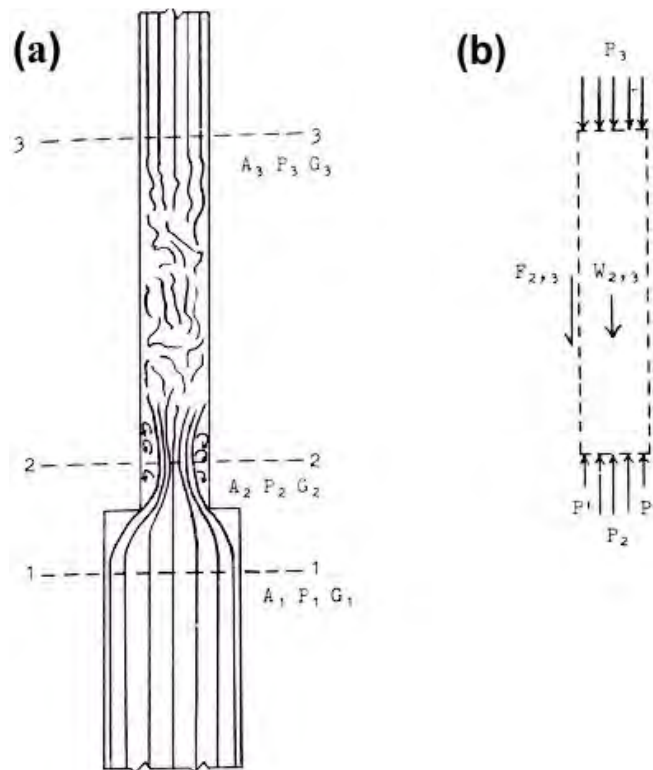
( )<sub>3</sub> = Sección 3 de la tubería

La relación de área,  $\sigma$ , se define como

$$\sigma = \frac{A_3}{A_1} \tag{2.62}$$

y el coeficiente de contracción,  $C_c$ , se define como

$$C_c = \frac{A_2}{A_3} \tag{2.63}$$



**Figura 2.3** Pérdida de presión a través de una súbita restricción.

(a) Condiciones de flujo existentes en el plano

(b) Interacción de fuerzas entre la sección 1 y 2



Mediante las ecuaciones 2.6, 2.7, 2.58, 2.59, 2.62 y 2.63 las siguientes relaciones se obtienen.

$$V_{1g} = \frac{V_{3g} \alpha_3 \sigma}{\alpha_1} \quad (2.64)$$

$$V_{2g} = \frac{V_{3g} \alpha_3}{C_c \alpha_2} \quad (2.65)$$

$$V_{1f} = \frac{V_{3f} (1 - \alpha_3) \sigma}{1 - \alpha_1} \quad (2.66)$$

$$V_{2f} = \frac{V_{3f} (1 - \alpha_3)}{C_c (1 - \alpha_2)} \quad (2.67)$$

Donde:

$\alpha$  = Fracción de vacío de vapor

$\sigma$  = Relación de área

$C_c$  = Coeficiente de contracción

$V$  = Velocidad media

( )<sub>1</sub> = Sección 1 de la tubería

( )<sub>2</sub> = Sección 2 de la tubería

( )<sub>3</sub> = Sección 3 de la tubería

#### 2.2.2.2 ECUACIÓN DE ENERGÍA

La ecuación de energía mecánica de estado continuo es aplicada a las repentinias contracciones entre las secciones 1 y 2. Sustituyendo la ecuación 2.25 y reordenando queda como sigue:

$$\begin{aligned} (P_2 - P_1) = & \frac{X \rho_h}{2g_c} (\gamma_{2g} V_{2g}^2 - \gamma_{1g} V_{1g}^2) + \frac{(1-X) \rho_h}{2g_c} (\gamma_{2f} V_{2f}^2 - \gamma_{1f} V_{1f}^2) \\ & - \gamma \rho_h H_{1,2} \frac{g}{g_c} + \rho_h (Z_2 - Z_1) \frac{g}{g_c} \end{aligned} \quad (2.68)$$

Usando las ecuaciones 2.17, 2.18, 2.64, 2.65, 2.66 y 2.67, esto se convierte en:

$$P_1 - P_2 = \frac{G_3^2}{2g_c \rho_h} \left[ \frac{X^3 \rho_h^2}{\rho^2 g} \left( \frac{\gamma_{2g}}{C_c^2 \alpha_2^2} - \frac{\gamma_{1g} \sigma^2}{\alpha_1^2} \right) + \frac{(1-X)^3 \rho_h^2}{\rho^2 f} \left( \frac{\gamma_{2f}}{C_c^2 (1-\alpha_2)^2} - \frac{\gamma_{1f} \sigma^2}{(1-\alpha_2)^2} \right) \right] \quad (2.69)$$

$$+ \rho_h (Z_2 - Z_1) \frac{g}{g_c} + \rho_h H_{1,2} \frac{g}{g_c}$$

Aplicando la ecuación de energía entre las secciones 1 y 2 se obtiene la ecuación 2.68 con el subíndice 2 sustituido por el subíndice 3, y de la misma forma en que se llegó a la ecuación 2.69 se tiene:

$$P_1 - P_3 = \frac{G_3^2}{2g_c \rho_h} \left[ \frac{X^3 \rho_h^2}{\rho^2 g} \left( \frac{\gamma_{3g}}{\alpha_3^2} - \frac{\gamma_{1g} \sigma^2}{\alpha_1^2} \right) + \frac{(1-X)^3 \rho_h^2}{\rho^2 f} \left( \frac{\gamma_{3f}}{(1-\alpha_3)^2} - \frac{\gamma_{1f} \sigma^2}{(1-\alpha_1)^2} \right) \right] \quad (2.70)$$

$$+ \rho_h (Z_3 - Z_2) \frac{g}{g_c} + \rho_h H_{1,2} \frac{g}{g_c}$$

Donde:

$P$  = Presión

$\rho$  = Densidad

$G$  = Velocidad másica

$\rho_h$  = Densidad de una mezcla homogénea

$Z$  = Distancia a lo largo de la sección de prueba

$g_c$  = Aceleración de la gravedad estándar

$\sigma$  = Relación de área

$H_{1,2}$  = La pérdida de carga total debido a la fricción entre las secciones 1 y 2

$\gamma$  = Factor de corrección de la energía cinética para perfiles de velocidad no uniformes

$( )_1$  = Sección 1 de la tubería

$( )_2$  = Sección 2 de la tubería

$( )_3$  = Sección 3 de la tubería

### 2.2.2.3 ECUACIÓN DE MOMENTO

Aplicando la ecuación de momento macroscópica al cuerpo del fluido entre las secciones 2 y 3. La ecuación 2.29 con los subíndices 1 y 2 son sustituidos por los subíndices 2 y 3, respectivamente obteniendo así

$$P_2 A_2 + P(A_3 - A_2) - P_3 A_3 - F_{2,3} - W_{2,3} = \frac{1}{g_c} (\beta_{3f} \rho_f A_{3f} V_{3f}^2 + \beta_{3g} \rho_g A_{3g} V_{3g}^2 - \beta_{2f} \rho_f A_{2f} V_{2f}^2 - \beta_{2g} \rho_g A_{2g} V_{2g}^2) \quad (2.71)$$

Suponiendo que la presión  $P$  es igual a  $P_2$  y usando la ecuación 2.6, 2.7, 2.17, 2.28, 2.63, 2.75 y 2.77 la ecuación 2.71 se puede reordenar como:

$$P_2 - P_3 = \frac{G_3^2}{2g_c \rho_h} \left[ \frac{2(1-X)^2 \rho_h}{\rho_f} \left( \frac{\beta_{3f}}{1-\alpha_3} - \frac{\beta_{2f}}{C_c(1-\alpha_2)} \right) + \frac{2X^2 \rho_h}{\rho_g} \left( \frac{\beta_{3g}}{\alpha_3} - \frac{\beta_{2g}}{C_c \alpha_2} \right) \right] + \frac{F_{2,3}}{A_3} + \overline{\rho_{tp}} (Z_3 - Z_2) \frac{g}{g_c} \quad (2.72)$$

Donde:

$P$  = Presión

$G$  = Velocidad másica

$\rho_h$  = Densidad de una mezcla homogénea

$g_c$  = Aceleración de la gravedad estándar

$\overline{\rho_{tp}}$  = Densidad promedio de las dos fases

$Z$  = Distancia a lo largo de la sección de prueba

$A$  = Área de flujo

$F_{2,3}$  = Fuerza de arrastre neta ejercida por la pared del tubo en el líquido

$( )_2$  = Sección 2 de la tubería

$( )_3$  = Sección 3 de la tubería

La fuerza de gravedad opuesta al flujo,  $W_{2,3}$  fue remplazada por:

$$W_{2,3} = \overline{\rho_{tp}} (Z_3 - Z_2) A_3 \frac{g}{g_c} \quad (2.73)$$

Donde:

$$\overline{\rho_{tp}} = \frac{\int_{Z_2}^{Z_3} \rho_{tp} dZ}{Z_3 - Z_2} \quad (2.74)$$

$\overline{\rho}_{ip}$  = Densidad promedio de las dos fases

$Z$  = Distancia a lo largo de la sección de prueba

#### 2.2.2.4 DISMINUCIÓN DE LA PRESIÓN DEBIDO A UNA REDUCCIÓN.

Como fue en el caso de la expansión, el cambio de presión debido a una contracción repentina debe determinarse a partir de la extrapolación de los gradientes de presión completamente desarrollados en el canal corriente arriba y corriente abajo de la contracción hasta el punto del cambio de zona. La definición de esta caída de presión ficticia,  $\Delta P_c$ , se muestra en la figura 2.4. Como se observa, la ecuación para el flujo completamente desarrollado se utilizan para evaluar la caída de presión antes y después del cambio de área, y a la disminución de la presión debido a la contracción se le suma la caída de presión para determinar así la caída de presión general.

Para efectos de diseño es conveniente predecir  $\Delta P_c$ , como se muestra en la figura 2.4

$$\Delta P_c = P'_a - P_a \quad (2.75)$$

Donde:

$\Delta P_c$  = Caída de presión ficticia

$P'$  = Presión media

Usando la ecuación de energía mecánica aplicable a flujo completamente desarrollado para el flujo corriente arriba de la zona de cambio se tiene:

$$P'_a - P_a = \rho_h (Z_a - Z_1) \frac{g}{g_c} - \left( \frac{\Delta P}{\Delta Z} \right)_{1F} (Z_a - Z_1) \quad (2.76)$$

Aplicando esta ecuación a la sección justo corriente abajo de la zona de cambio se tiene:

$$P_2 - P_a = -\rho_h (Z_2 - Z_a) \frac{g}{g_c} + \left( \frac{\Delta P}{\Delta Z} \right)_{3F} (Z_2 - Z_a) \quad (2.77)$$

Usando la ecuación de momento aplicable al flujo completamente desarrollado para el flujo entre la sección 2 y 3 se tiene:

$$P_3 - P_2 = -\rho_{3ip} (Z_3 - Z_2) \frac{g}{g_c} + \left( \frac{\Delta P}{\Delta Z} \right)_{3w} (Z_3 - Z_2) \quad (2.78)$$

Donde:

$(\Delta P/\Delta Z)_{3F}$  = Gradiente de presión debido a la pérdida por fricción para el flujo completamente desarrollado corriente abajo de la contracción

$(\Delta P/\Delta Z)_{1F}$  = Gradiente de presión debido a la pérdida por fricción para un flujo completamente desarrollado antes de la contracción

$(\Delta P/\Delta Z)_{3W}$  = Gradiente de presión debido a la fuerza cortante en la pared

$\rho_{3tp}$  = Densidad de flujo completamente desarrollado

$P'$  = Presión media

$Z$  = Distancia a lo largo de la sección de prueba

$\rho_h$  = Densidad de una mezcla homogénea

Sustituyendo la ecuación 2.76, 2.77 y 2.78 en la ecuación 2.75 se tiene:

$$\begin{aligned} \Delta P_e = P_1 - P_3 - \rho_h (Z_2 - Z_1) \frac{g}{g_c} + \left( \frac{\Delta P}{\Delta Z} \right)_{1F} (Z_a - Z_1) \\ + \left( \frac{\Delta P}{\Delta Z} \right)_{3F} (Z_2 - Z_a) + \left( \frac{\Delta P}{\Delta Z} \right)_{3W} (Z_3 - Z_2) - \rho_{3tp} (Z_3 - Z_2) \frac{g}{g_c} \end{aligned} \quad (2.79)$$

Resolviendo la ecuación 2.80 y 2.86 para  $(P_1 - P_2)$  y utilizando la ecuación 2.93

$$\begin{aligned} \Delta P_c = \frac{G_3^2}{2 g_c \rho_h} \left[ \frac{X^3 \rho^2 h}{\rho^2 g} \left( \frac{\gamma_{2g}}{C_c^2 \alpha_2^2} - \frac{\gamma_{1g} \sigma^2}{\alpha_1^2} \right) + \right. \\ \left. \frac{(1-X)^3 \rho^2 h}{\rho^2 f} \left( \frac{\gamma_{2f}}{C_c^2 \alpha_2^2 (1-\alpha_2)^2} - \frac{\gamma_{1f} \sigma^2}{(1-\alpha_1)^2} \right) \right. \\ \left. + \frac{2(1-X)^2 \rho h}{\rho f} \left( \frac{\beta_{3f}}{1-\alpha_3} - \frac{\beta_{2f}}{C_c (1-\alpha_2)} \right) \right. \\ \left. + \frac{2X^2 \rho h}{\rho g} \left( \frac{\beta_{3g}}{\alpha_3} - \frac{\beta_{2g}}{C_c \alpha_2} \right) \right] \\ + \bar{\rho}_{tp} (Z_3 - Z_2) \frac{g}{g_c} + \rho_h H_{1,2} \frac{g}{g_c} + \left( \frac{\Delta P}{\Delta Z} \right)_{1F} (Z_a - Z_1) \\ + \left( \frac{\Delta P}{\Delta Z} \right)_{3F} (Z_2 - Z_a) - \rho_{3tp} (Z_3 - Z_2) \frac{g}{g_c} + \left( \frac{\Delta P}{\Delta Z} \right)_{3W} (Z_3 - Z_2) \end{aligned} \quad (2.80)$$

Donde:

$\Delta P_c$  = Caída de presión ficticia

$G$  = Velocidad másica

$\rho_h$  = Densidad de una mezcla homogénea

$Z$  = Distancia a lo largo de la sección de prueba

$g_c$  = Aceleración de la gravedad estándar

$\gamma$  = Factor de corrección de la energía cinética para perfiles de velocidad no uniformes

$X$  = calidad del gas

$\beta$  = Factor de corrección de momento dinámico para perfiles de velocidad no uniformes

$( )_1$  = Sección 1 de la tubería

$( )_2$  = Sección 2 de la tubería

$( )_3$  = Sección 3 de la tubería

Debido a que la pérdida por fricción en la pared,  $F_{2,3}/A_3$  no se puede evaluar, se considera igual a la pérdida de fricción en la pared para flujo totalmente desarrollado, es decir :

$$\frac{F_{2,3}}{A_3} + \left( \frac{\Delta P}{\Delta Z} \right)_{3w} (Z_3 - Z_2) = 0 \quad (2.81)$$

Donde:

$F_{2,3}$  = Fuerza de arrastre neta ejercida por la pared del tubo en el líquido

$A$  = Área total de flujo de la tubería

$Z$  = Distancia a lo largo de la sección de prueba

$(\Delta P/\Delta Z)_{3w}$  = Gradiente de presión debido a la fuerza cortante en la pared

Como la pérdida de carga,  $H_{1,2}$ , no puede ser evaluada, se supone que no hay pérdidas de energía mecánica entre las secciones 1 y 2 debido a la contracción, es decir:

$$\rho_h H_{1,2} \frac{g}{g_c} + \left( \frac{\Delta P}{\Delta Z} \right)_{1F} (Z_a - Z_1) + \left( \frac{\Delta P}{\Delta Z} \right)_{3F} (Z_2 - Z_a) = 0 \quad (2.82)$$

Donde:

$H_{1,2}$  = Pérdida de carga

$(\Delta P/\Delta Z)_{1F}$  = Gradiente de presión debido a la pérdida por fricción para un flujo completamente desarrollado antes de la contracción.

$Z$  = Distancia a lo largo de la sección de prueba

$\rho_h$  = Densidad de una mezcla homogénea

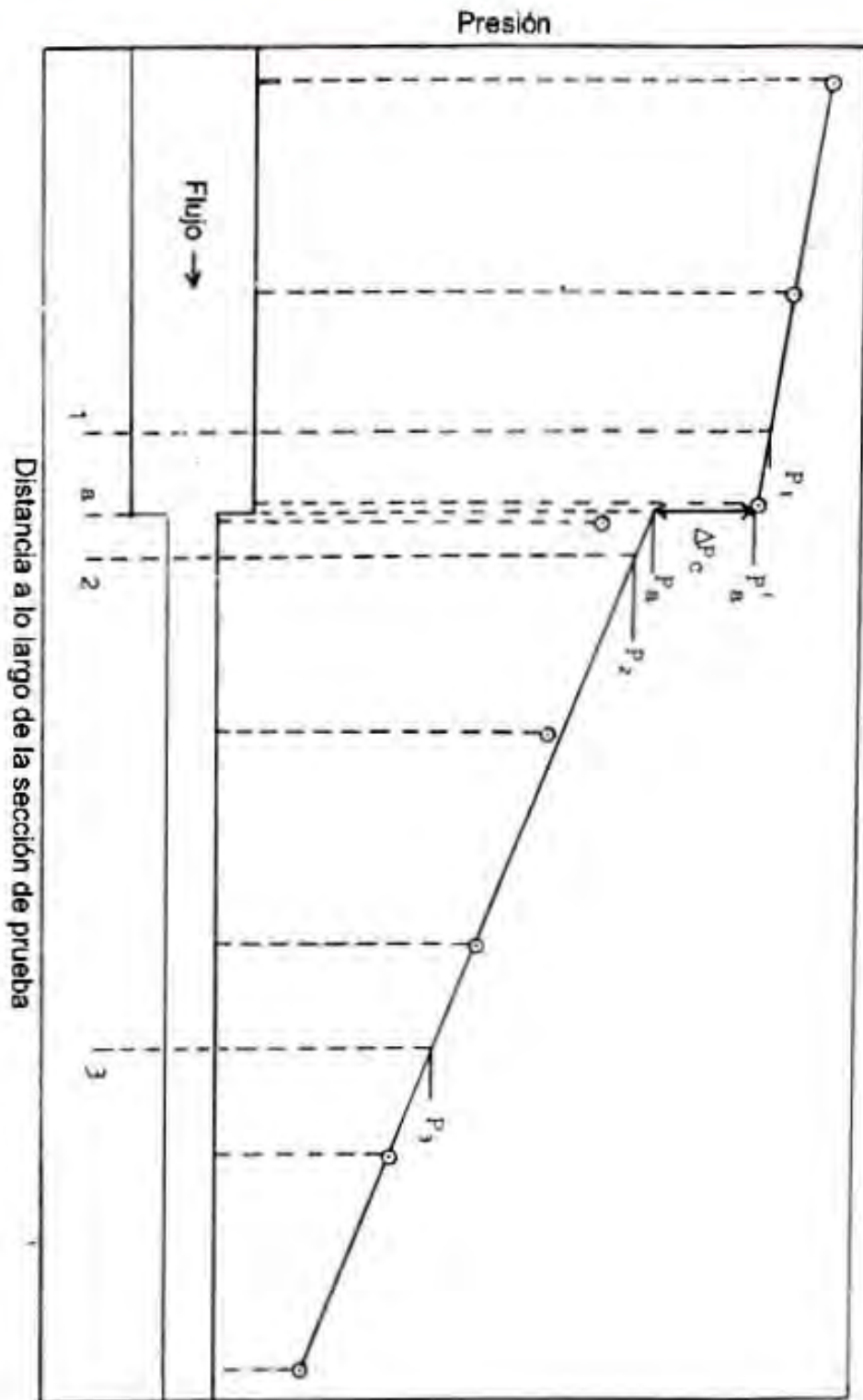


Figura 2.4. Cambio de presión a través de una reducción.

Si los perfiles de velocidad a través del canal de flujo se consideran planos en cada fase, los factores de corrección para el momento y la energía cinética son la unidad. Suponiendo que la fracción de vacío es constante corriente abajo de la contracción, las densidades y que  $\rho_{3tp}$  y  $\rho_{tp}$ , son iguales. Asumiendo los supuestos anteriores, la caída de presión a través de una contracción es:

$$\Delta P_e = \frac{G_3^2}{2g_c \rho_h} \left[ \begin{aligned} & \frac{X^3 \rho^2_h}{\rho^2_g} \left( \frac{1}{C_c^2 \alpha_2^2} - \frac{\sigma^2}{\alpha_1^2} \right) + \\ & \frac{(1-X)^3 \rho^2_h}{\rho^2_f} \left( \frac{1}{C_c^2 (1-\alpha_2)^2} - \frac{\sigma^2}{(1-\alpha_1)^2} \right) \\ & + \frac{2(1-X)^2 \rho_h}{\rho_f} \left( \frac{1}{1-\alpha_3} - \frac{1}{C_c(1-\alpha_2)} \right) \\ & + \frac{2X^2 \rho_h}{\rho_g} \left( \frac{1}{\alpha_3} - \frac{1}{C_c \alpha_2} \right) \end{aligned} \right] \quad (2.83)$$

Donde:

$\Delta P_e$  = Aumento de presión ficticia debido a la repentina expansión

$G$  = Velocidad másica

$\alpha$  = Fracción de vacío de vapor

$X$  = Calidad del gas

$g_c$  = Aceleración de la gravedad estándar

$\sigma$  = Relación de área

$\rho_h$  = Densidad de una mezcla homogénea

$C_c$  = Coeficiente de contracción

$( )_1$  = Sección 1 de la tubería

$( )_2$  = Sección 2 de la tubería

$( )_3$  = Sección 3 de la tubería

Suponiendo que las velocidades de las fases vapor y líquida son iguales, las fracciones de vacío  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  y  $\alpha_3$  están dadas por la ecuación 2.24. Haciendo la sustitución y reordenando

$$\Delta P_e = \frac{G_3^2}{2g_c \rho_h} \left[ \frac{1}{C_c^2} - \sigma^2 + 2 - \frac{2}{C_c} \right] \quad (2.84)$$



Para una sola fase la ecuación de flujo queda como sigue:

$$\Delta P_e = \frac{G_3^2}{2g_c \rho} \left[ \frac{\gamma_2}{C_c^2} - \gamma_1 \sigma^2 + 2\beta_3 - \frac{2\beta_2}{C_c} \right] \quad (2.85)$$

Asumiendo que los perfiles de velocidad son planos, la ecuación quedaría igual a la 2.84 simplemente cambiando la densidad homogénea por la densidad de flujo de una sola fase

#### 2.2.2.5 PERDIDAS DE PRESIÓN IRREVERSIBLES.

Las pérdidas de presión irreversibles debido a una contracción súbita,  $\Delta P_{fc}$ , se define como la pérdida de presión total debido a la fricción entre las secciones 1 y 3 menos las pérdidas por fricción que habría resultado con el flujo completamente desarrollado, es decir :

$$\Delta P_{fc} = \rho_h H_{1,3} \frac{g}{g_c} + \left( \frac{\Delta P}{\Delta Z} \right)_{1F} (Z_a - Z_1) + \left( \frac{\Delta P}{\Delta Z} \right)_{3F} (Z_3 - Z_a) \quad (2.86)$$

Donde:

$\Delta P_{fc}$  = Pérdidas de presión irreversibles debido a una contracción súbita

$\rho_h$  = Densidad de una mezcla homogénea

$H_{1,2}$  = Pérdida de carga

$(\Delta P/\Delta Z)_{3F}$  = Gradiente de presión debido a la pérdida por fricción para el flujo completamente desarrollado corriente abajo de la contracción.

$(\Delta P/\Delta Z)_{1F}$  = Gradiente de presión debido a la pérdida por fricción para un flujo completamente desarrollado antes de la contracción.

$Z$  = Distancia a lo largo de la sección de prueba

El coeficiente de pérdida para una contracción súbita,  $K_c$ , se puede definir como:

$$\Delta P_{fc} = \frac{K_c G_3^2}{2g_c \rho_h} \quad (2.87)$$

Usando la ecuación de energía mecánica aplicable a flujo completamente desarrollado para el flujo corriente abajo de la contracción tenemos:

$$P_3 - P_a = -\rho_h (Z_3 - Z_a) \frac{g}{g_c} + \left( \frac{\Delta P}{\Delta Z} \right)_{3f} (Z_3 - Z_a) \quad (2.88)$$

Sustituyendo las ecuaciones 2.76 y 2.88 en la ecuación 2.89 y sustituyendo  $(P_1 - P_3)$  en la ecuación 2.82 tenemos:

$$\Delta P_c = \frac{G_3^2}{2g_c \rho_h} \left[ \frac{X^3 \rho^2_h \left( \frac{\gamma_{3g}}{\alpha_3^2} - \frac{\gamma_{1g} \sigma^2}{\alpha_1^2} \right) + \frac{(1-X)^3 \rho^2_h}{\rho^2_f}}{\left( \frac{\gamma_{3f}}{(1-\alpha_3)^2} - \frac{\gamma_{1f} \sigma^2}{(1-\alpha_1)^2} \right)} \right] \quad (2.89)$$

Donde se ha hecho uso de la ecuación de 2.86

Utilizando la ecuación de 2.87, la ecuación 2.89 se puede resolver para  $K_c$  obteniendo así:

$$\Delta P_c = \frac{2g_c \rho_h}{G_3^2} \Delta P_c - \frac{X^3 \rho^2_h}{\rho^2_g} \left( \frac{\gamma_{3g}}{\alpha_3^2} - \frac{\gamma_{1g} \sigma^2}{\alpha_1^2} \right) + \frac{(1-X)^3 \rho^2_h}{\rho^2_f} \left( \frac{\gamma_{3f}}{(1-\alpha_3)^2} - \frac{\gamma_{1f} \sigma^2}{(1-\alpha_1)^2} \right) \quad (2.90)$$

Sustituyendo  $\Delta P_c$  en la ecuación 2.83 da:

$$\begin{aligned} K_c = & \frac{X^3 \rho^2_h}{\rho^2_g} \left( \frac{\gamma_{2g}}{C_c^2 \alpha_2^2} - \frac{\gamma_{3g} \sigma^2}{\alpha_3^2} \right) + \\ & \frac{(1-X)^3 \rho^2_h}{\rho^2_f} \left( \frac{\gamma_{2f}}{C_c^2 (1-\alpha_2)^2} - \frac{\gamma_{3f}}{(1-\alpha_3)^2} \right) \\ & + \frac{2(1-X)^2 \rho_h}{\rho_f} \left( \frac{\beta_{3f}}{1-\alpha_3} - \frac{\beta_{2f}}{C_c (1-\alpha_2)} \right) \\ & + \frac{2X^2 \rho_h}{\rho_g} \left( \frac{\beta_{3g}}{\alpha_3} - \frac{\beta_{2g}}{C_c \alpha_2} \right) - \frac{2\rho_h}{G_3^2} (\rho_{3tp} - \bar{\rho}_{tp}) (Z_3 - Z_2) g \end{aligned} \quad (2.91)$$

Donde:

$K_c$  = Coeficiente de pérdida para una contracción súbita

$\rho_h$  = Densidad de una mezcla homogénea

$Z$  = Distancia a lo largo de la sección de prueba

$\alpha$  = Fracción de vacío de vapor

$\gamma$  = Factor de corrección de la energía cinética para perfiles de velocidad no uniformes

$X$  = calidad del gas

$\beta$  = Factor de corrección de momento dinámico para perfiles de velocidad no uniformes

$\overline{\rho}_{tp}$  = Densidad promedio de las dos fases

$( )_1$  = Sección 1 de la tubería

$( )_2$  = Sección 2 de la tubería

$( )_3$  = Sección 3 de la tubería

Una vez más asumiendo perfiles planos de velocidad para cada fase y una densidad constante para las dos fases corriente abajo de la contracción y si las velocidades de la fase líquido y vapor son iguales, la fracción de vacío homogénea dada por la ecuación 24 puede ser sustituida por  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  y  $\alpha_3$  dando:

$$K_c = \left(1 - \frac{1}{C_c}\right)^2 \quad (2.92)$$

Utilizando la ecuación 2.87 y 2.89, el cambio de presión a través de una contracción también se puede escribir como:

$$\Delta P_c = \frac{G_3^2}{2g_c \rho_h} \left[ \frac{X^3 \rho_h^2}{\rho_g^2} \left( \frac{\gamma_{3g}}{\alpha_3^2} - \frac{\gamma_{1g} \sigma^2}{\alpha_1^2} \right) + \frac{(1-X)^3 \rho_h^2}{\rho_f^2} \left( \frac{\gamma_{3f}}{(1-\alpha_3)^2} - \frac{\gamma_{1f} \sigma^2}{(1-\alpha_1)^2} \right) + K_c \right] \quad (2.93)$$

Donde:

$\Delta P_c$  = Caída de presión ficticia

$G$  = Velocidad másica

$\rho_h$  = Densidad de una mezcla homogénea

$g_c$  = Aceleración de la gravedad estándar

$\sigma$  = Relación de área

$\gamma$  = Factor de corrección de la energía cinética para perfiles de velocidad no uniformes

$X$  = calidad del gas

$K_c$  = Coeficiente de pérdida para una contracción súbita

$( )_1$  = Sección 1 de la tubería

$( )_2$  = Sección 2 de la tubería

$( )_3$  = Sección 3 de la tubería

Para una sola fase esto se convierte en:

$$\Delta P_c = \frac{G_3^2}{2g_c \rho} (\gamma_3 - \gamma_1 \sigma^2 - K_e) \quad (2.94)$$

Kays (1950) definió su coeficiente de pérdida en la contracción,  $K'_c$ , de modo que:

$$\Delta P_c = \frac{G_3^2}{2g_c \rho} (1 - \sigma^2 - K'_c) \quad (2.95)$$

Él determino la siguiente expresión para  $K'_c$  bajo el supuesto de que los perfiles de velocidad en la sección 2 fueron uniformes ( $\beta_2 = \gamma_2 = 1$ )

$$K'_c = \frac{1}{C_c^2} - \gamma_1 \sigma^2 - \frac{2}{C_c} + 2\beta_3 - 1 + \sigma^2 \quad (2.96)$$

Cabe señalar que a partir de la ecuación 2.95 se obtiene un resultado idéntico para  $\Delta P_c$  al utilizar la ecuación 2.94 cuando  $\beta_2 = \gamma_2 = 1$ . Sin embargo, el coeficiente de pérdida de contracción definido por Kays no sólo refleja la pérdida actual de energía debido a la contracción, sino también cualquier error asociado con la asunción de perfiles de velocidad plana en la evaluación de la variación de energía cinética entre la sección 1 y 3. Por lo tanto, la pérdida de energía debido a la contracción debe ser evaluada utilizando  $K_c$  no  $K'_c$ .

### CAPÍTULO 3: MODELO PROPUESTO

En este capítulo se describirá el modelo de flujo realizado en este trabajo, la primera parte aborda las correlación de flujo multifásico utilizadas para el cálculo de la caída de presión (Dun-Ros) junto con el modelo matemático y sus características, así como los detalles mas importantes de la ecuación de estado (Peng-Robinson) y el módulo de temperatura empleado (Romero-Juárez).

#### 3.1 MODELO DE FLUJO

El modelo de flujo multifásico propuesto en este trabajo ha sido descrito en Ramírez-Jaramillo *et al.* (2006). En este trabajo se describen los detalles más importantes. La figura 3.1 representa el sistema de flujo de forma esquemática. Una sección de tubería de dimensiones  $r$  y  $z$  la cual contiene un fluido que fluye con una composición inicial. El fluido es una mezcla de hidrocarburos de  $n$ -componentes, y por lo tanto las fracciones mol de las distintas fases (líquido, sólido, gas y agua, en este estudio no se considera la existencia de sólidos) están en función de la presión y la temperatura en las tuberías. La tubería tiene un radio interior  $R_o$  y transporta una mezcla de hidrocarburos multicomponente que entra en el fondo de la tubería con una presión inicial  $p_o$ , una temperatura  $T_o$ , y un gasto  $Q_o$ . La temperatura exterior de la tubería y el cambio de presión del fluido a lo largo de la longitud de la tubería provocan que el fluido se enfríe y se expanda debido a que este sigue su movimiento ascendente. El proceso de transferencia de calor por convección forzada induce a un cambio en la temperatura del líquido.

Debido a que el objetivo de este modelo es el estudio de las caídas de presión de mezclas de hidrocarburos a través de restricciones y expansiones en tuberías, se consideró que bajo flujo turbulento, la región más importante para este análisis es la subcapa laminar. Por lo tanto, las regiones de flujo en este caso incluyen un núcleo turbulento, una zona de transición y la subcapa laminar. En el núcleo turbulento, la transferencia de calor es rápida y la variación radial del perfil de temperatura es insignificante. En la región próxima a la pared, la conducción de calor a través de la sublámina fue supuesta y por tanto se produce un descenso de la temperatura más pronunciado. En la zona de transición, la conducción del calor y el transporte de calor turbulento están presentes.

El procedimiento de cálculo utilizado para obtener la caída de presión a lo largo de la tubería vertical considera los efectos combinados de la pérdida de energía de fricción, el cambio en la energía potencial, y el cambio en la energía cinética. Este balance de energía, que es básica para todos los cálculos de la caída de presión, en general se puede escribir como:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T = \left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_e + \left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_{ac} + \left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f \quad (3.1)$$

Donde:

$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_T$  = Gradiente de presión total

$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_e$  = Gradiente de presión debido a la elevación

$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_{ac}$  = Gradiente de presión debido a la aceleración

$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f$  = Gradiente de presión debido a la fricción

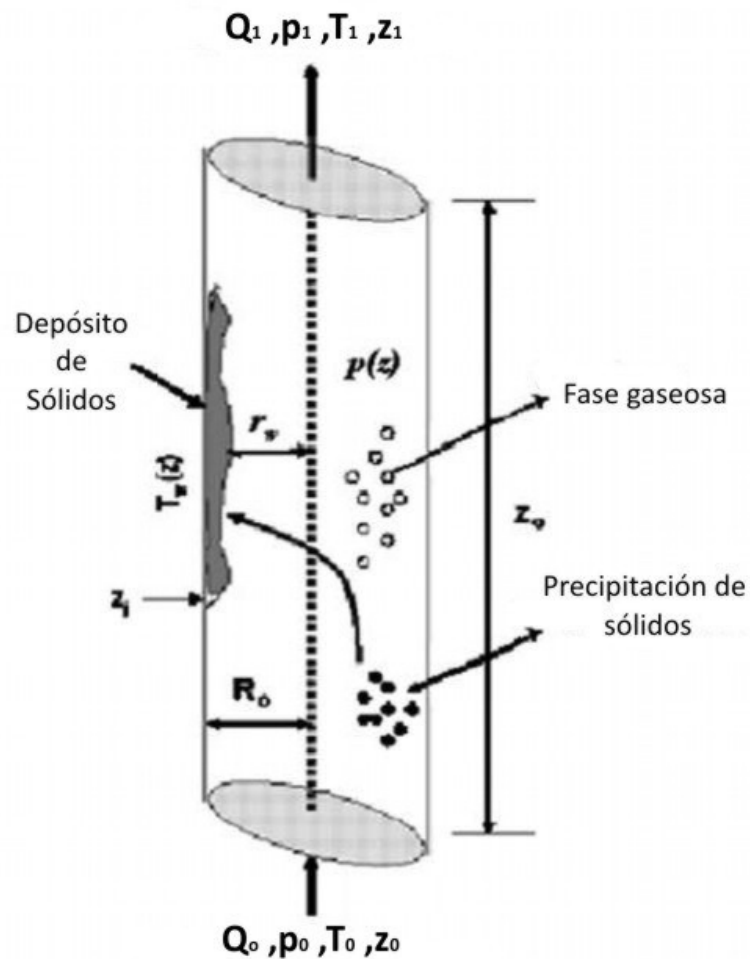


Figura 3.1 Sistema de flujo.

El gradiente de presión total incluye las contribuciones de la aceleración ( $ac$ ), elevación ( $e$ ), y la fricción ( $f$ ). Una propiedad característica de flujo multifásico es la presencia de los regímenes de flujo que representan la distribución de las fases en la tubería. Los distintos patrones de flujo se encuentran dependiendo de las condiciones de presión, temperatura, gasto, diámetro de la tubería y las propiedades de los fluidos. Esta complejidad se debe a los cambios de composición, gasto, propiedades físicas de cada fase resultante de las caídas de presión y a la transferencia de calor con los alrededores. En la mayoría de los análisis son considerados cuatro regímenes de flujo (burbuja, tapón, transitorio, niebla) que pueden ocurrir en tuberías verticales. Estos regímenes de flujo afectan el gradiente de presión que a su vez influye en la temperatura y en la transferencia de calor.

Con base en la capacidad de adecuar las mediciones de las caídas de presión en pozos productores, el modelo Ramírez-Jaramillo *et al.* (2006) utiliza la correlación de caídas de presión desarrollada por Dun y Ros (1963), que se presentan a detalle posteriormente.

El procedimiento de cálculo utilizado en este trabajo implica el cálculo de la presión y los perfiles de temperatura en el pozo, donde la correlación multifásica Dun-Ros (1963) es usada junto con el modelo de Peng-Robinson (1976). El procedimiento iterativo correspondiente para el cálculo se muestra en la figura 3.2. Después de la discretización de la tubería en un número de segmentos a lo largo de la dirección axial se realizan los cálculos para determinar la temperatura y la presión en el extremo de cada segmento. El modelo debe satisfacer en primer lugar el equilibrio de calor, junto con la relación de equilibrio de fase y adicionalmente debe estimar un valor de presión para el segmento, el cual debe converger en la estimación de la presión predeterminada en cada segmento.

Los siguientes pasos completan el algoritmo:

1. En una determinada longitud de la tubería donde la presión es conocida ( $p_1, L_1$ ), la caída de presión se asume para el siguiente segmento ( $\Delta p^i$  y  $\Delta L^i$ ) además de la temperatura del segmento de referencia ( $T_1$ ) y la altura del volumen de control.
2. Con estos valores iniciales de longitud y presión, la presión es actualizada al final del segmento ( $p_2 = p_1 \pm \Delta p^i$ ), donde  $\pm$  indica la dirección del cálculo.
3. A partir de  $p_2$  se determina la temperatura del fluido ( $T_2$ ) utilizando la correlación Romero-Juárez (1979), la cual es presentada a detalle posteriormente.

4. Una vez que se conocen la presión y la temperatura en los extremos, los valores medios de presión y temperatura del segmento se determinan ( $p_M$  y  $T_M$ ).

5. De acuerdo con estos valores medios, se determinan las propiedades PVT de la mezcla ( $R_s$ ,  $Bo$ ,  $Z_f$ ,  $\rho_L$ ,  $\rho_g$ ,  $\eta_L$ ,  $\eta_g$ ,  $\sigma_L$ ,  $V_{sL}$  y  $V_{sg}$ ). Posteriormente, la caída de presión total en el segmento se calcula de acuerdo con la ecuación 3.1, además del número de Reynolds ( $Re$ ), el colgamiento de líquido ( $H_L$ ), la densidad de la mezcla y la estimación de los patrones de flujo.

6. La temperatura en la pared ( $T_{wall}$ ) es calculada como sigue:

$$T_{wall} = T_{fluid} - \frac{Q}{h_{in}A} \quad (3.2)$$

Donde:

$T_{fluid}$  = Temperatura media del núcleo

$Q$  = Flujo de calor

$A$  = Superficie interior

$h_{in}$  = Coeficiente de transferencia de calor

El coeficiente de transferencia de calor cambia según el tipo de flujo, así se tiene:

$$h_{in} = 0.026 \frac{k_b}{D} \left( \frac{D \rho_m v_s}{\eta_b} \right)^{0.8} \left( \frac{C_p \eta}{k_b} \right)^{\frac{1}{3}} \left( \frac{\eta_b}{\eta_o} \right)^{0.14} \quad \text{Re} > 20000 \quad (3.3)$$

$$h_{in} = 1.86 \frac{k_b}{D} \left( \text{Re} \text{Pr} \frac{D}{L} \right)^{\frac{1}{3}} \left( \frac{\eta_b}{\eta_o} \right)^{0.14} \quad \text{Re} < 20000 \quad (3.4)$$

Donde:

$D$  = Diámetro de la tubería

$L$  = Longitud de la tubería

$Pr$  = Número de Prandtl

$C_p$  = Capacidad calorífica de la mezcla

$\eta_b$  = Viscosidad

$k_b$  = Conductividad térmica de la mezcla



7. El incremento de longitud es evaluado de acuerdo con  $\Delta L^{i+1} = \Delta p^i / \Delta P_T$  para el segmento considerado. Si  $\Delta L^i$  y  $\Delta L^{i+1}$  son iguales, el procedimiento continúa con el paso 8, de lo contrario se regresa al paso 2.
8. Si  $\Delta L^{i+1}$  es igual o mayor que la longitud total de la tubería, entonces el cálculo concluye, de lo contrario se continúa con el cálculo del segmento de tubo siguiente.
9. Los extremos superiores de los intervalos  $P_2 = P_1 + \Delta P$  y  $L_2 = L_1 + \Delta L^{i+1}$  son calculados. Si se alcanza la longitud total de la tubería, el procedimiento de cálculo se concluye, de lo contrario, se establece  $p_1 = p_2$  y  $L_1 = L_2$  y se retorna al paso 2.

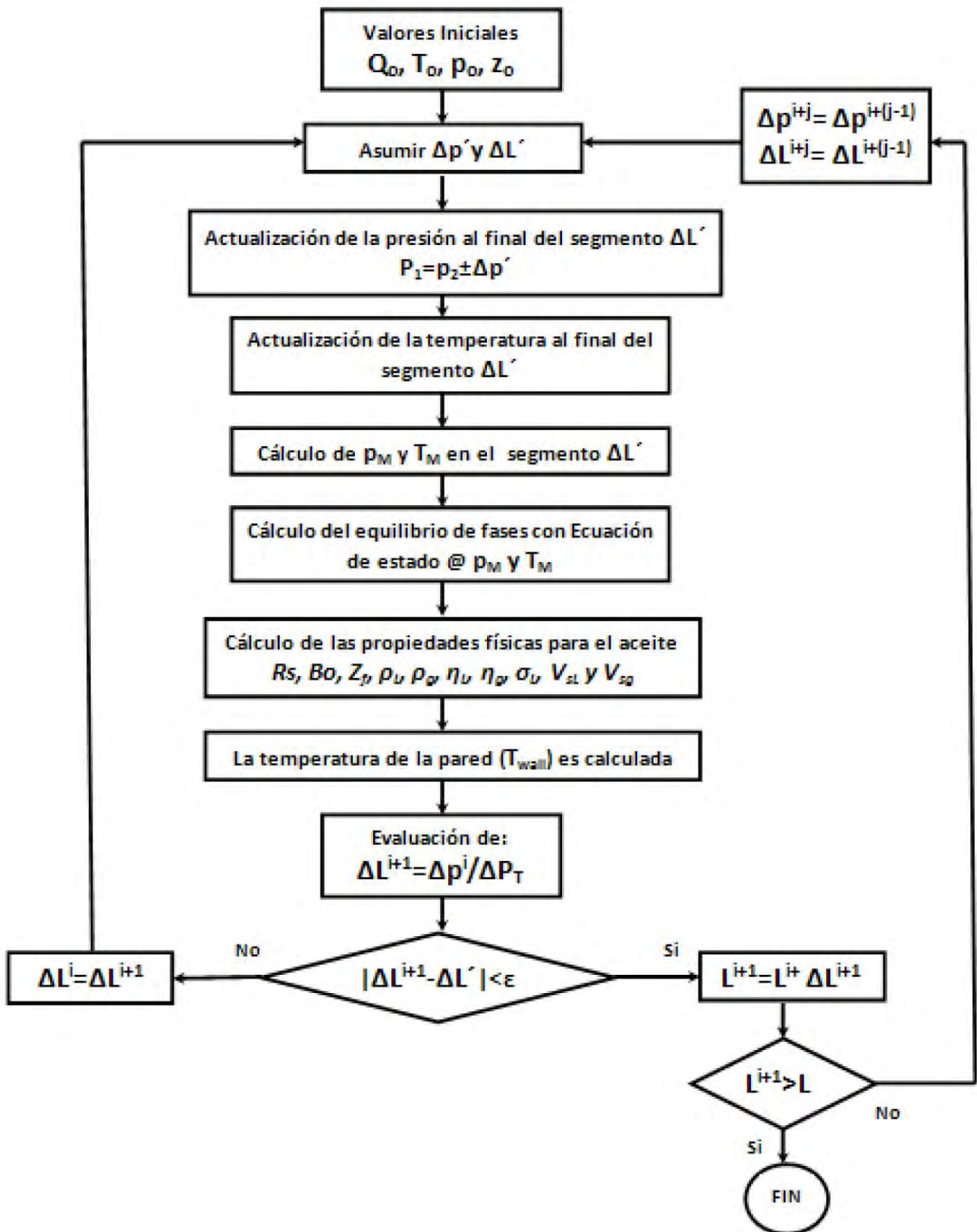


Figura 3.2. Procedimiento de cálculo.

## 3.1.1 CORRELACIÓN DE FLUJO MULTIFÁSICO

**Correlación Dun-Ros**

En esta correlación incluye la velocidad de resbalamiento (en la cual el colgamiento de líquido puede calcularse) y el factor de fricción como variables, para predecir el régimen de flujo de la mezcla de aceite (es decir, burbuja, tapón, transición tapón-anular y transición anular-niebla). El régimen de flujo se define entonces como una función de los números adimensionales  $N_{gv}$ ,  $N_{Lv}$ ,  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_S$ ,  $L_m$  y  $N_d$ , donde:

$$L_s = 50 + 36N_{Lv} \quad (3.5)$$

$$L_m = 75 + 84N_{Lv}^{0.75} \quad (3.6)$$

$$N_{Lv} = v_{sL} \sqrt[4]{\frac{\rho_L}{g_c \sigma_L}} \quad (3.7)$$

$$N_{sg} = v_{sg} \sqrt[4]{\frac{\rho_L}{g_c \sigma_L}} \quad (3.8)$$

Donde:

$N_{gv}$ , = Número de velocidad del gas

$N_{Lv}$ , = Número de velocidad del líquido

$L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_S$  y  $L_m$  = Parámetros de correlación

$N_d$  = Número de diámetro de la tubería

$\rho_L$  = Densidad del líquido (aceite y agua, si es que se encuentra en la mezcla)

$\sigma_L$  = Tensión superficial líquido-gas

$d$  = Diámetro interior de la tubería

$g_c$  = Constante de conversión gravitacional

$v_{sL}$  = Velocidad superficial del líquido

$v_{sg}$  = Velocidad superficial del gas

$L_1$  y  $L_2$  se encuentran en función del número adimensional  $N_d$  y se determinan a partir de la figura 3.3 mientras que  $N_d$  se define como:

$$N_d = 120.872 \sqrt{\frac{\rho_L}{\sigma_L}} \quad (3.9)$$

Estos autores también desarrollaron correlaciones para el cálculo de la velocidad de resbamiento adimensional,  $S$ , a partir de la cual se puede calcular la velocidad de resbamiento actual,  $v_s$ , y el colgamiento del líquido,  $H_L$ , de acuerdo con las siguientes ecuaciones:

$$S = v_s \left( \frac{\rho_L}{\sigma_L g_c} \right) \quad (3.10)$$

$$v_s = v_g - v_L = \frac{v_{sg}}{1 - H_L} - \frac{v_{sL}}{H_L} \quad (3.11)$$

Donde:

$S$  = Velocidad de resbamiento

$v_s$  = Velocidad de resbamiento actual

$\rho_L$  = Densidad del líquido

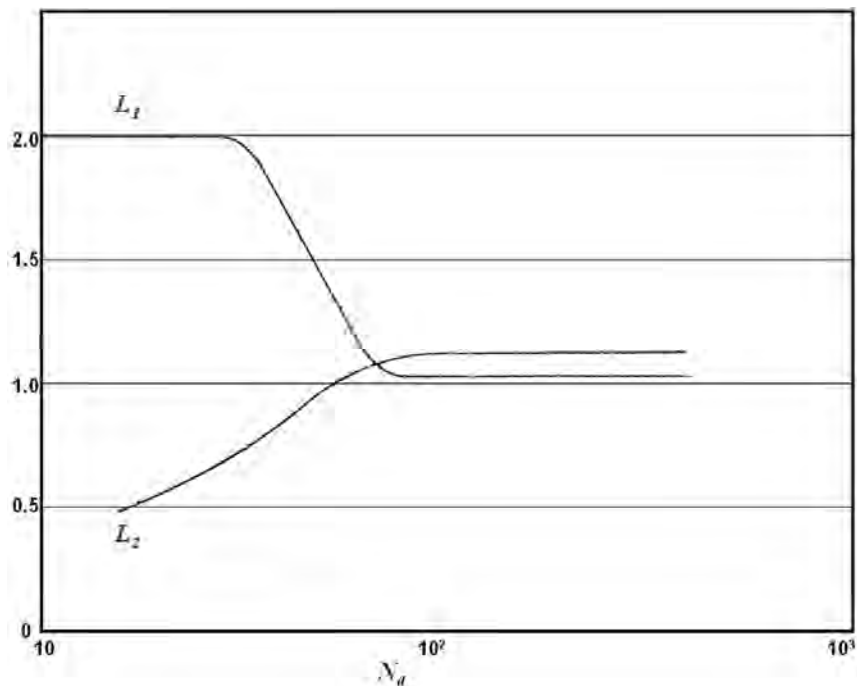
$\sigma_L$  = Tensión superficial líquido-gas

$g_c$  = Constante de conversión gravitacional

$H_L$  = Colgamiento del líquido

$v_{sg}$  = Velocidad superficial del gas

$v_{sL}$  = Velocidad superficial del líquido



**Figura 3.3.** Números de régimen de flujo.

$$H_L = \frac{v_s - v_m + \left[ (v_m - v_s)^2 + 4v_s v_{sL} \right]^{0.5}}{2v_s} \quad (3.12)$$

La caída de presión debido a la elevación se puede calcular de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\left( \frac{dP}{dz} \right)_{el} = \frac{g}{g_c} \rho_s \quad (3.13)$$

Donde:

$g$  = Aceleración de la gravedad

$g_c$  = Constante de conversión gravitacional

$\rho_s$  = Densidad de resbalamiento

En la ecuación 3.13,  $\rho_s$  representa la densidad de la mezcla considerando el resbalamiento entre fases.

$$\rho_s = \rho_L H_L + \rho_g (1 - H_L) \quad (3.14)$$

La caída de presión por fricción se calcula según el régimen de flujo que ocurren en cualquier longitud de la tubería de acuerdo con los siguientes límites:

*Flujo burbuja* ( $0 \leq N_{gv} \leq L_1 + L_2 N_{Lv}$ )

En este caso la densidad de las dos fases se define como:

$$\rho_s = F_1 + F_2 N_{LV} + F_3' \left( \frac{N_{gv}}{1 + N_{LV}} \right) \quad (3.15)$$

$F_1$  y  $F_2$  se obtienen de la figura 3.4, mientras que  $F_3'$  se obtiene de acuerdo con la siguiente expresión:

$$F_3' = F_3 - \frac{F_4}{N_d} \quad (3.16)$$

$F_3$  y  $F_4$  también se obtienen de la figura 3.4. La contribución de la fricción a la caída de presión esta dada por:

$$\left(\frac{dP}{dz}\right)_f = \frac{f_m \rho_L v_{sL} v_m}{2g_c d} \tag{3.17}$$

Donde:

$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f$  = Gradiente de presión debido a la fricción

$f_m$  = Factor de fricción

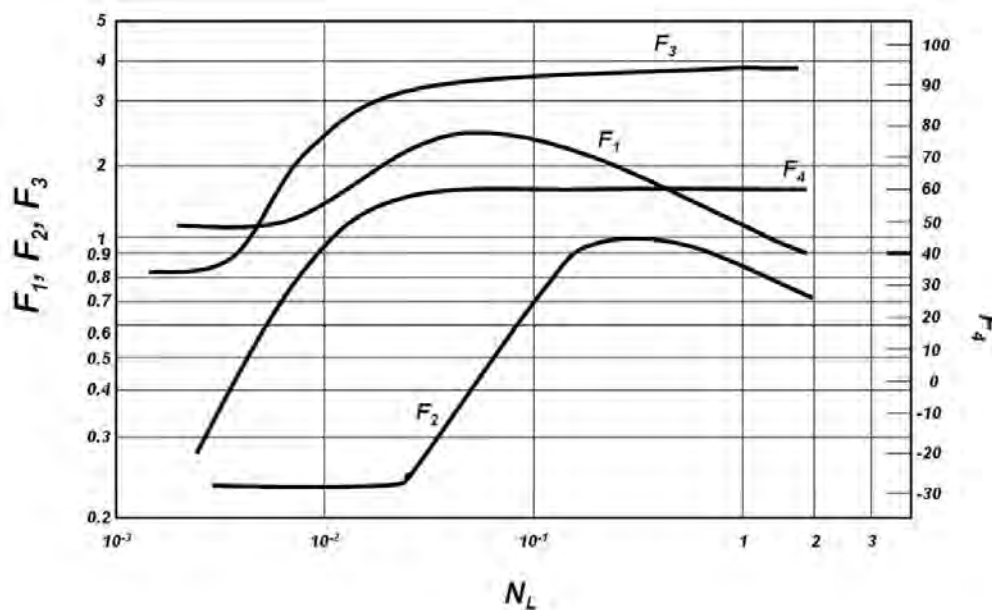
$\rho_L$  = Densidad del líquido

$v_{sL}$  = Velocidad superficial del líquido

$v_m$  = Velocidad actual de la mezcla

$d$  = Diámetro interior de la tubería

$g_c$  = Constante de conversión gravitacional



**Figura 3.4.** Números de velocidad de resbalamiento.

El parámetro de ajuste  $f_m$  se define como por:

$$f_m = \frac{f_1 f_2}{f_3} \tag{3.18}$$

Donde  $f_1$  se obtiene del diagrama de Moody y  $f_2$  es una corrección in-situ para la relación gas-aceite (obtenida de la figura 3.5) donde:

$$\phi = f_1 \left( \frac{V_{sg}}{V_{sL}} \right) N_d^{2/3} \quad (3.19)$$

Donde:

$N_d$  = Número de diámetro de la tubería

$v_{sL}$  = Velocidad superficial del líquido

$v_{sg}$  = Velocidad superficial del gas

En la ecuación 3.18,  $f_3$  es factor de corrección adicional tanto para la viscosidad del líquido como para la relación gas-aceite. Este factor es importante para viscosidades mayores a las 50 cSt y se calculó de acuerdo a la siguiente ecuación

$$f_3 = 1 + f_1 \sqrt{\frac{v_{sg}}{v_{sL}}} \quad (3.20)$$

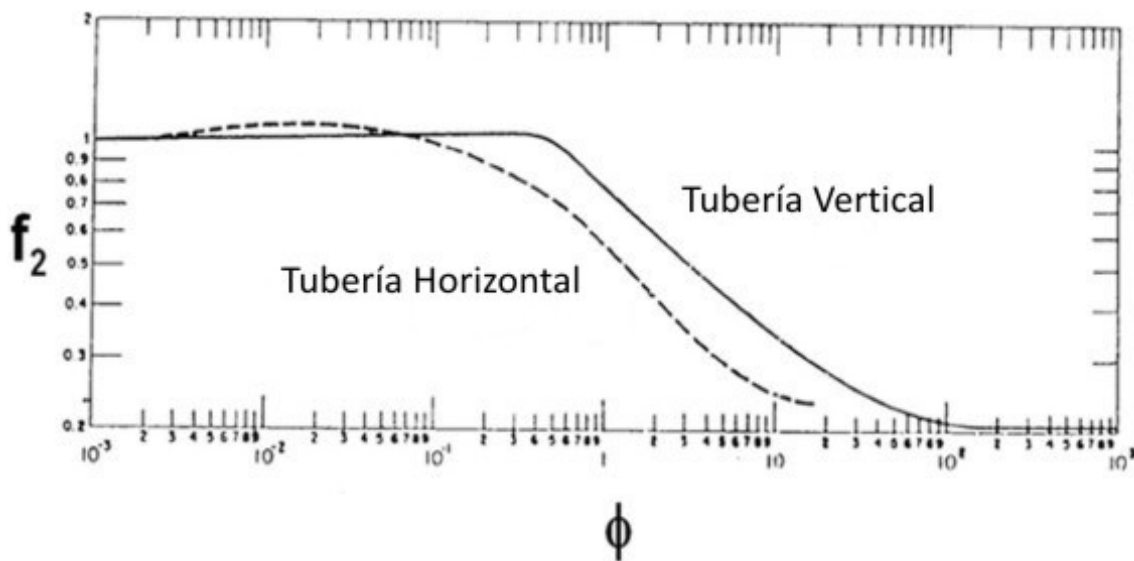


Figura 3.5 .Correlación de fricción para flujo burbuja

*Filujo tapón* ( $L_1 + L_2 N_{Lv} \leq N_{gv} \leq L_s$ )

En este caso la caída de presión es calculada usando la misma expresión utilizada para flujo burbuja.

Flujo niebla ( $N_{gv} > L_m$ )

$$\left(\frac{dP}{dz}\right)_f = \frac{f\rho_g v_s v_{sg}^2}{2g_c d} \quad (3.21)$$

Donde:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_f = \text{Gradiente de presión debido a la fricción}$$

$v_{sg}$  = Velocidad superficial del gas

$v_s$  = Velocidad de resbalamiento actual

$\rho_g$  = Densidad del gas

$d$  = Diámetro interior de la tubería

$g_c$  = Constante de conversión gravitacional

La caída de presión debido a la aceleración esta dada por:

$$\left(\frac{dP}{dz}\right)_{acc} = \frac{v_m v_{sg} \rho_n}{g_c P} \frac{dP}{dz} \quad (3.22)$$

Donde:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_{acc} = \text{Gradiente de presión debido a la aceleración}$$

$v_m$  = Velocidad actual de la mezcla

$v_{sg}$  = Velocidad superficial del gas

$g_c$  = Constante de conversión gravitacional

$P$  = presión

$\rho_n$  = Densidad de la mezcla sin resbalamiento

Flujo transición ( $L_s < N_{gv} < L_m$ )

Para la zona de transición entre flujo tapón y niebla, Dun y Ros sugirieron una interpolación lineal entre los parámetros  $L_s$  y  $L_m$ . El cálculo del gradiente de presión debido a la fricción implica expresiones correspondientes a cada régimen de flujo. La expresión utilizada para calcular el gradiente es:



Transición

$$\left(\frac{dP}{dz}\right)_{transicion} = A\left(\frac{dP}{dz}\right)_{tapon} + B\left(\frac{dP}{dz}\right)_{niebla} \quad (3.23)$$

Donde:

$$A = \frac{L_m - N_{gv}}{L_m - L_s} \quad (3.24)$$

$$B = \frac{N_{gv} - L_s}{L_m - L_s} = 1 - A \quad (3.25)$$

Finalmente la caída de presión total para el segmento  $dz$  es calculada de acuerdo a:

$$\left(\frac{dP}{dz}\right)_{Tot} = \frac{\left(\frac{dP}{dz}\right)_{el} + \left(\frac{dP}{dz}\right)_{fr}}{1 - E_k} \quad (3.26)$$

Donde:

$$E_k = \frac{v_m v_{sg} \rho_n}{g_c P} \quad (3.27)$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_{Tot} = \text{Gradiente de presión total}$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_{el} = \text{Gradiente de presión debido a la elevación}$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_{fr} = \text{Gradiente de presión debido a la fricción}$$

$v_{sg}$  = Velocidad superficial del gas

$g_c$  = Constante de conversión gravitacional

$P$  = Presión

$\rho_n$  = Densidad de la mezcla sin resbalamiento

$v_m$  = Velocidad actual de la mezcla

### 3.1.2 MODELO DE PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS (PENG-ROBINSON)

Como se sabe una ecuación de estado es un modelo matemático que representa la relación entre la presión, el volumen y la temperatura de un fluido, además de tener un papel importante para el estudio del equilibrio de fases de fluidos puros y mezclas, ya que a partir de estos modelos no solo se obtiene información del diagrama Presión – volumen – Temperatura, sino que también se obtiene, mediante las interrelaciones proporcionadas por la termodinámica clásica, otra información referente a las propiedades fundamentales y a las transiciones de fase de los fluidos. A continuación se presenta la ecuación de esta utilizada en este estudio.

#### **Peng-Robinson (PR)**

La ecuación de Peng-Robinson fue desarrollada en 1976 para cumplir los siguientes objetivos:

1. Los parámetros habían de poder ser expresados en función de las propiedades críticas y el factor acéntrico.
2. El modelo debía ser razonablemente preciso cerca del punto crítico, particularmente para cálculos del factor de compresibilidad y la densidad líquida.
3. Las reglas de mezclado no debían emplear más que un parámetro sobre las interacciones binarias, que debía ser independiente de la presión, temperatura y composición.
4. La ecuación debía ser aplicable a todos los cálculos de todas las propiedades de los fluidos en procesos naturales de gases.

La ecuación de estado cúbica Peng-Robinson (1976) para sustancias puras es expresada de la siguiente manera:

$$P = \frac{RT}{v - B} - \frac{A}{v^2 + 2vB - B^2} \quad (3.28)$$

Donde:

$P$  = presión

$R$  = Constante universal de los gases

$T$  = Temperatura

$V_M$  = Volumen molar de una unidad de peso molecular del gas

El parámetro de repulsión  $B$  es independiente de la temperatura y se calcula utilizando la presión crítica ( $P_c$ ) y la temperatura crítica ( $T_c$ ) de la sustancia del modo siguiente:

$$B = 0.077796 \frac{RT_c}{P_c} \quad (3.29)$$

Y el parámetro de repulsión  $A$  se calcula con la expresión:

$$a_c = 0.457234 \frac{R^2 T_c^2}{P_c} \alpha(T_R) \quad (3.30)$$

Donde:

$T_R$  = Temperatura reducida, definida como ( $T/T_c$ )

$p_c$  = Presión crítica

$T_c$  = Temperatura crítica

Donde el término de corrección dependiente de la temperatura  $\alpha$  fue propuesto inicialmente por Soave (1972) para la Ecuación de Estado Cúbica de Redlich-Kwong (1949) y fue reutilizada por Peng y Robinson en su ecuación de estado:

$$\alpha(T_R) = [1 + m(1 - T_R^{0.5})]^2 \quad (3.31)$$

El parámetro  $m$  correlacionado por Peng y Robinson con el factor acéntrico ( $\omega$ ) de la sustancia, tiene la siguiente forma:

$$m = 0.37464 + 1.54226\omega - 0.26992\omega^2 \quad (3.32)$$

Posteriormente Stryjek y Vera mejoraron la correlación entre  $m$  y el factor acéntrico (1986), quedando como:

$$m = 0.378893 + 1.4897153\omega - 0.1713184\omega^2 + 0.0196554\omega^3 \quad (3.33)$$

Donde:

$\omega$  = Factor acéntrico

## 3.1.3 CORRELACIÓN PARA EL AJUSTE DE LA TEMPERATURA

El perfil de temperatura variable en tuberías de producción puede determinarse, en forma sencilla y precisa, mediante el procedimiento propuesto por Romero-Juárez (1979), basado en la ecuación de Ramey de la siguiente manera:

$$T(z) = T_{wf} - Ge \left( A \left( 1 - e^{-\frac{z}{A}} \right) - z \right) \quad (3.34)$$

Donde:

$T_{wf}$  = Temperatura de fondo fluyendo del pozo

$z$  = Longitud

$G_e$  = Gradiente del fluido.

$$A = \frac{86400 W_f C_f (K_e + D U F_T)}{2\pi D K_e U} \quad (3.35)$$

Donde:

$W_f$  = Gasto másico total

$K_e$  = Conductividad geotérmica

$D$  = Diámetro de la tubería

$U$  = Coeficiente de transferencia de calor global

$C_f$  = calor específico del fluido.

$F_T$  = función dependiente del tiempo válido para tiempos ( $t$ ) menores que 400 días:

$$w_f = q_o M_o + q_w M + q_g M_g \quad (3.36)$$

$$C_f = \frac{(C_{fo} W_o + C_{fw} W_w + C_{fg} W_g)}{w_f} \quad (3.37)$$

$$\log F(t) = 0.31333 \log Y - 0.06(\log Y)^2 + 0.0066666(\log Y)^3 \quad (3.38)$$

$$\text{Donde } Y = \frac{552t}{D^2} \quad (3.39)$$

Si  $t \geq 400$  días entonces  $F_T = 1$ .

## CAPÍTULO 4: CASO DE APLICACIÓN

Para estudiar el efecto de las caídas de presión de mezclas de hidrocarburos a través de restricciones y expansiones se recurrió a un pozo real denominado pozo "A", ubicado en el sureste de México. El propósito de estudiar un pozo real es obtener resultados más precisos y por otro lado, utilizar los datos medidos de campo como referencia, para evaluar el modelo presentado en este trabajo. El objetivo de este análisis es obtener la caída de presión total en función de diferentes restricciones artificiales, las cuales se localizan a lo largo de la tubería y disminuyen el diámetro interno en diferentes porcentajes. Así, como tener una comprensión más clara sobre la relación entre la producción del pozo y las reducciones y/o expansiones que se presentan en las tuberías.

## 4.1 POZO "A"

A continuación se presenta las condiciones mecánicas, de producción y la composición de los fluidos producidos a las cuales se realizó el estudio del pozo "A".

La tabla 4.1 muestra la configuración de la llamada dirección de flujo del pozo, el cual tiene una longitud de tubería de 3771.6 metros, dividida en nueve secciones. Se muestra las propiedades físicas y geométricas de la tubería como son: el diámetro interno, la rugosidad y el ángulo de inclinación. Cabe destacar que la sección 8 tiene una longitud de menos de un metro y las tuberías a los extremos de esta son del mismo diámetro, el cual es muy cercano al de la sección aludida.

	# de sección de tubería	Din/m	$\Delta L/m$	Rugosidad/m	Ángulo de inclinación
TR	1	0.1086	380.0856	0.00001524	73.0000
	2	0.1086	20.1168	0.00001524	71.1460
TP	3	0.0582	123.7488	0.00001524	84.2820
	4	0.0760	870.0516	0.00001524	62.5110
	5	0.0760	369.9967	0.00001524	59.5500
	6	0.0760	59.9846	0.00001524	71.0750
	7	0.1005	1820.1711	0.00001524	56.4430
	8	0.0968	0.9997	0.00001524	90.0000
	9	0.1005	126.4402	0.00001524	90.0000

**Tabla 4.1.** Configuración mecánica del pozo "A"

La tabla 4.2 presenta la composición de los fluidos producidos del yacimiento correspondiente al pozo "A", así como las constantes físicas como son: el peso molecular, la gravedad API, la temperatura de ebullición, las constantes críticas (presión, temperatura y volumen), el factor acéntrico y la fracción mol de cada uno de los 43 componentes de la mezcla (30 de estos son pseudo componentes). Debe tenerse en cuenta que el agua está presente en el sistema en más del 40% en base mole.

COMPONENT	MW	API	Tb/°C	Tc/°C	Pc/kg/cm <sup>2</sup>	Vc/BBL/LB-MOL	oi	zi
H2O	18.015000	10.063000	100.000000	374.200000	225.553000	0.158100	0.348000	0.42030000
N2	28.013000	43.600000	-195.800000	-146.900000	34.613000	0.257100	0.045000	0.00096625
CO2	44.010000	39.600000	-78.480000	31.040000	75.271000	0.268200	0.231000	0.00296260
H2S	34.079000	47.600000	-60.340000	100.400000	91.854000	0.278700	0.100000	0.01550000
METHANE	16.043000	340.167000	+161.490000	+82.600000	46.908000	0.282400	0.010400	0.26750000
ETHANE	30.070000	265.526000	-88.630000	32.300000	49.802000	0.422200	0.098600	0.06812260
PROPANE	44.097000	147.208000	-42.070000	96.670000	43.334000	0.579200	0.152900	0.04290000
IBUTANE	58.124000	119.788000	-11.730000	134.980000	37.196000	0.750300	0.177200	0.00823920
BUTANE	58.124000	110.629000	-0.500000	152.000000	38.746000	0.727500	0.201300	0.02140000
22PR	72.151000	105.638000	9.500000	160.590000	32.619000	0.864500	0.197000	0.00026429
IPENTANE	72.151000	95.727000	27.850000	187.240000	34.479000	0.873000	0.229000	0.00801260
PENTANE	72.151000	92.747000	36.074000	196.500000	34.355000	0.867300	0.250600	0.01120000
CP	70.135000	57.025000	49.260000	238.500000	45.968000	0.741800	0.195800	0.00073182
HEXANE	86.178000	81.602000	68.740000	234.200000	30.274000	1.055600	0.294300	0.00001026
NBP-73	86.722000	66.397000	73.611000	252.532000	33.654000	1.015500	0.252820	0.01330000
NBP-87	93.216000	63.881000	87.180000	267.482000	32.033000	1.086000	0.273710	0.01210000
NBP-106	103.199000	60.547000	106.272000	288.281000	29.970000	1.189300	0.303390	0.00998670
NBP-126	114.292000	57.260000	126.443000	309.948000	28.012000	1.304000	0.335150	0.00909600
NBP-144	124.723000	54.478000	144.646000	329.220000	26.407000	1.412600	0.364280	0.00844980
NBP-164	136.950000	51.611000	164.577000	350.007000	24.797000	1.537200	0.396830	0.00621960
NBP-183	149.497000	49.028000	183.640000	369.579000	23.382000	1.662000	0.428760	0.00655180
NBP-203	163.158000	46.548000	202.994000	389.145000	22.057000	1.794300	0.462110	0.00547660
NBP-222	178.029000	44.167000	222.620000	408.678000	20.814000	1.934000	0.497000	0.00554500
NBP-242	193.722000	41.943000	241.933000	427.610000	19.683000	2.076800	0.532510	0.00561350
NBP-261	210.612000	39.815000	261.363000	446.385000	18.627000	2.225400	0.569500	0.00515520
NBP-281	228.787000	37.771000	280.970000	465.071000	17.639000	2.380100	0.608180	0.00495300
NBP-300	247.838000	35.840000	300.366000	483.322000	16.732000	2.537300	0.647850	0.00518250
NBP-319	267.380000	34.035000	319.333000	500.962000	15.908000	2.694600	0.688030	0.00414590
NBP-339	288.498000	32.231000	339.137000	519.185000	15.108000	2.862000	0.731470	0.00342150
NBP-358	309.509000	30.535000	358.567000	536.890000	14.379000	3.028900	0.775570	0.00315260
NBP-378	330.200000	28.905000	378.020000	554.466000	13.699000	3.198100	0.821210	0.00286940
NBP-397	351.497000	27.337000	397.496000	571.930000	13.065000	3.369000	0.868350	0.00268780
NBP-416	378.678000	25.844000	416.762000	589.094000	12.479000	3.539100	0.916360	0.00236020
NBP-444	417.561000	23.768000	444.812000	613.921000	11.692000	3.787900	0.988570	0.00354300
NBP-481	467.902000	21.190000	481.790000	646.427000	10.760000	4.116000	1.087490	0.00284490
NBP-519	519.508000	18.721000	519.631000	679.525000	9.909000	4.450600	1.192120	0.00240790
NBP-555	570.362000	16.522000	555.495000	710.817000	9.182000	4.765700	1.293110	0.00237290
NBP-591	626.096000	14.424000	591.755000	742.448000	8.511000	5.082100	1.395300	0.00134020
NBP-628	689.882000	12.412000	628.539000	774.596000	7.884000	5.401200	1.496780	0.00075499
NBP-667	768.393000	10.405000	667.336000	808.633000	7.271000	5.736100	1.598250	0.00067094
NBP-713	886.442000	8.151000	713.609000	849.505000	6.592000	6.133400	1.705840	0.00047430
NBP-767	1063.087000	5.710000	767.226000	897.406000	5.859000	6.589600	1.799290	0.00041747
NBP-875	1487.265000	1.264000	875.284000	996.671000	5.181000	6.958000	2.116740	0.00079668

Tabla 4.2. Composición del fluido del yacimiento del pozo "A".

La tabla 4.3 presenta los datos relevantes sobre la producción de este pozo, incluyendo el gasto, las presiones de operación, la temperatura en el fondo y en la cabeza del pozo, el corte de agua, la relación gas-aceite entre otros. A partir de estos datos sabemos que en algún punto de la tubería el gas se libera, ya que la presión de fondo fluyendo es cercana a la presión de burbuja. Por otro lado a partir de los grados API podemos saber que es un aceite ligero y que se tiene un corte de agua considerable.

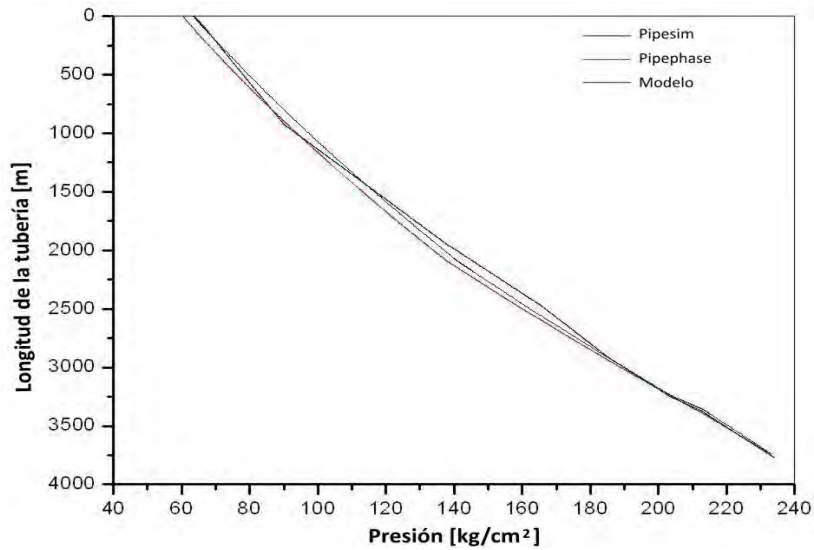
Parametro	Valor
$P_{wf}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	233.6
$P_{wh}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	64
$T_{wf}$ [°C]	157.6
$T_{wh}$ [°C]	97
°API	34.1
GOR [m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> ]	1756
%H <sub>2</sub> O	18.6
$P_b @ T_{wf}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	220
Q <sub>o</sub> [BPD]	4000
Q <sub>g</sub> [mmscd]	3254
U [Btu/hr/ft <sup>2</sup> /F]	4.5

**Tabla 4.3.** Datos de producción del pozo "A"

Una vez conocida la configuración mecánica del pozo "A", la composición de los fluidos producidos y los datos de producción se procede a realizar los cálculos, en el cual el primer paso es que coincidan las mediciones de presión en la cabeza del pozo a partir del conocimiento del valor de fondo fluyendo para las condiciones actuales, utilizando la sección original transversal del pozo. Es decir, no se considera ninguna restricción a lo largo de la tubería, simplemente se pone a prueba el modelo para simular la caída de presión y el comportamiento de la temperatura en la tubería vertical.

Las figuras 4.1 y 4.2 muestran la calidad de la comparación para el gradiente de presión y temperatura, Utilizando este modelo (línea azul) y dos simuladores comerciales de flujo, PIPESIM 2000 (línea en negro) y PIPEPHASE 9.1 (línea en rojo).

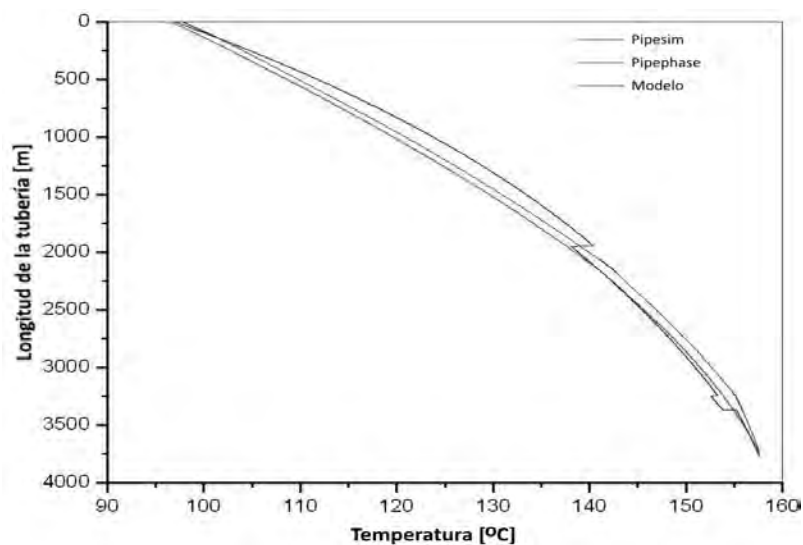
En la figura 4.1 se observa que el comportamiento de la presión en el fondo del pozo sigue la misma tendencia para los tres casos, sin embargo por arriba de los 2900m, las caídas de presión simuladas por PIPEPHASE y PIPESIM toman tendencias ligeramente distintas al modelo en estudio, continuando dicho comportamiento hasta la superficie.



**Figura 4.1.** Gradiente de presión del pozo "A" bajo condiciones de flujo.

En la figura 4.2 se observa que el modelo presenta cierta variación en toda la trayectoria en comparación con ambos simuladores de flujo, sin que exista el mismo comportamiento entre dichos simuladores. El modelo en estudio presenta una disminución repentina en la temperatura cerca del fondo del pozo y un aumento brusco cerca de los 2000 metros.

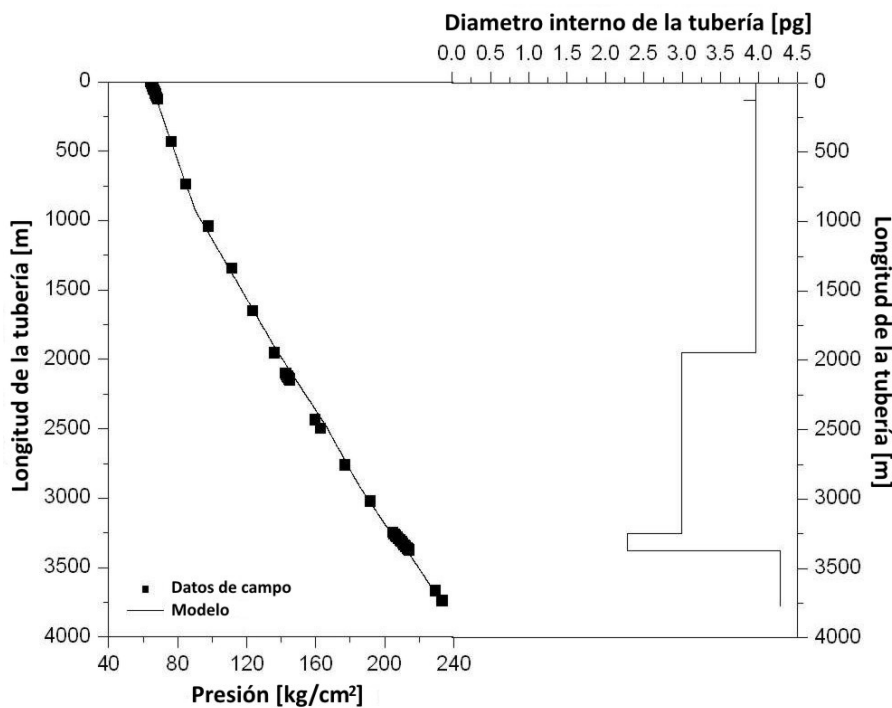
Tanto para el perfil de presión como para el de temperatura se observa que existe una similitud razonable entre los tres métodos de cálculo. Las variaciones que existen entre los modelos pueden atribuirse a que para los simuladores de flujo se consideró aceite negro, mientras que el modelo desarrollado utilizó tipo composicional. Así como, a los métodos numéricos utilizados.



**Figura 4.2.** Gradiente de temperatura del pozo "A" bajo condiciones de flujo.



La figura 4.3 muestra la configuración mecánica del pozo, que representa la ubicación de la tubería de revestimiento (se muestra en la parte inferior correspondiente a un diámetro interno de 4.3 pg.) y las secciones de producción (se muestra en la parte superior correspondiente a 2.29, 2.99, 3.95 y 3.81 pg.) cabe destacar que para el diámetro de 3.81 pg. no se puede observar una variación ya que la longitud de esta sección es de menos de un metro y la tubería anterior y posterior a esta son de un diámetro muy cercano. También se muestran los resultados de la presión respecto de la profundidad comparando los datos de campo contra los obtenidos en el modelo, donde los cuadrados negros representan el gradiente de presión bajo la medición directa del flujo en el pozo y la línea continua el modelo obtenido. En la figura 4.3 se puede observar que el modelo ajusta con los datos de campo de manera muy precisa. Destaca que la figura 4.3 presenta a detalle la relación de la presión, la profundidad, el diámetro interno con el pozo.



**Figura 4.3.** Configuración mecánica y gradiente de superposición de presión.

La figura 4.4 muestra un total de nueve diferentes tipos de restricciones geométricas (diferentes tipos de triángulos, rectángulos, semi círculos, semi óvalos, trapecio, etc.) propuestas para estudiar cómo estas afectan al perfil total de la caída de presión en la tubería. Cada restricción artificial tiene tres diferentes profundidades de aparición a lo largo del pozo, en el estudio se decidió colocar la primera en el fondo del pozo, la segunda por debajo de la mitad de la profundidad total y la última justo antes de la cabeza (véase tabla 4.4). Además de considerar la geometría de la restricción y la profundidad a la que se

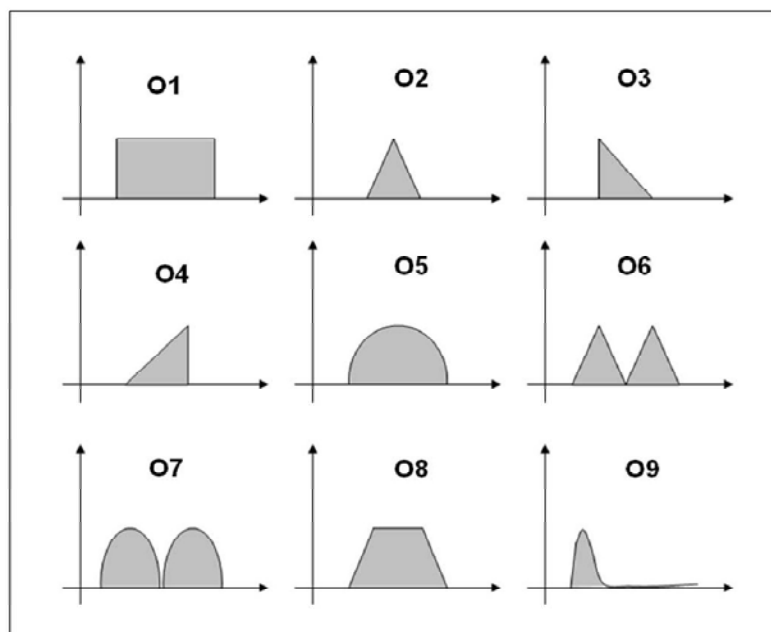
localiza fueron considerados tres diferentes extensiones de incidencia (o intensidad de bloqueo es decir 5, 25 y 50% de restricción en el diámetro interno de la tubería disponible al flujo) en el pozo. La elección de este conjunto de restricciones es bastante arbitraria, y responde a nuestro objetivo de incluir el bloqueo de diferentes geometrías para la producción de aceite en los pozos reales.

Se han denominado los distintos casos estudiados con la siguiente notación: ON-DN-N%, donde ON se refiere al tipo de restricción, DN se refiere a la posición de la restricción (de acuerdo a la Tabla 4.4) y N% se refiere a la disminución porcentual en la sección transversal del diámetro. De esta manera la notación O1-D1-5% se refiere a un pozo con una restricción tipo 1, con la posición 1, con una disminución del 5% en el diámetro efectivo respectivamente.

Posición	Intervalo [m]	Longitud [m]
N1	0-126.44	126.44
N2	2007.6-2377.6	370.00
N3	3247.7-3371.4	123.80

**Tabla 4.4.** Profundidad de las restricciones geométricas en el pozo "A".

Una vez establecidas las características de la tubería y la restricción para todos los sistemas, entonces se calculan los perfiles de presión correspondiente a lo largo de las tuberías, utilizando el procedimiento de cálculo descrito en la figura 3.2.



**Figura 4.4.** Restricciones geométricas propuestas en este estudio.

---

**CAPÍTULO 5: DISCUSIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS.****5.1 POZO "A"**

A continuación se presentan las figuras 5.4a a la 5.4i en las cuales se muestran los resultados obtenidos en el pozo "A", para cada uno de los 9 tipos de restricciones geométricas definidas. En cada figura se aprecian 3 recuadros, que representan cada uno la posición de la restricción en la tubería, denominados recuadros A, B y C. En cada uno se muestran 5 perfiles de presión-profundidad correspondientes a: el perfil obtenido de los datos de campo (en morado), el perfil obtenido a partir del modelo desarrollado sin considerar ninguna restricción (en negro) y los perfiles obtenidos del modelo considerando la disminución del 5, 25 y 50% en la sección transversal del diámetro (en rojo, verde y azul respectivamente). También se puede observar, en el lado derecho de cada recuadro, el arreglo de la tubería en el pozo, mostrando en que sección de ella se encuentra la restricción, el diámetro y el porcentaje en el que éste está disminuyendo. Una vez descritas las figuras se analizan los resultados de cada una.

01

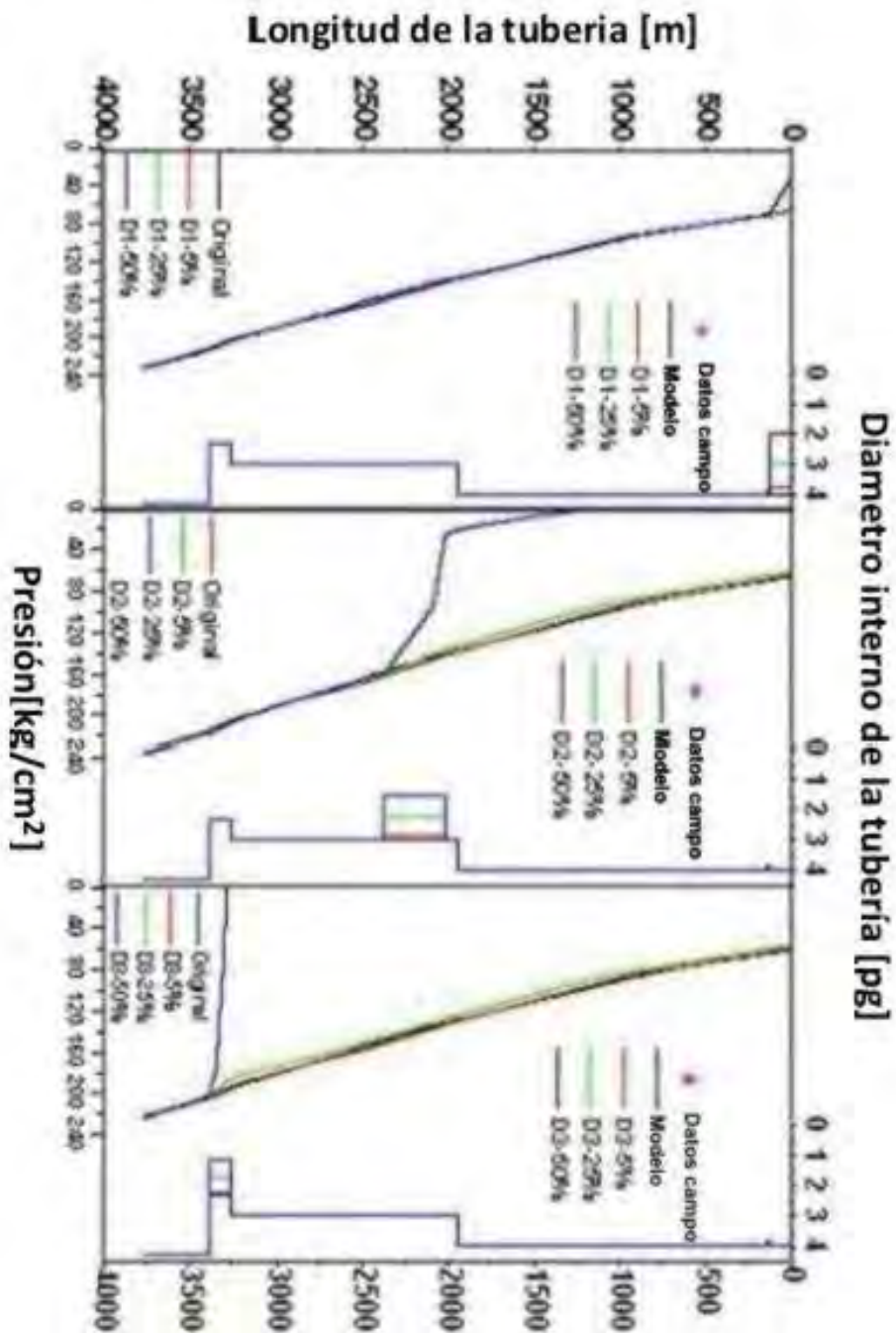


Figura 5.4a. Cálculo de los gradientes de presión para las restricciones tipo 1.

Los casos O1-D1-5% y O1-D1-25%, presentados en el recuadro A, no alteran significativamente los perfiles de presión en comparación con los casos originales (de diámetro constante). No así, el caso O1-D1-50% que muestra el efecto de la restricción, en el que disminuye la capacidad de flujo del pozo significativamente y produce un decremento de 58% en la presión de la cabeza del pozo ( $P_{wh}$ ), en comparación con el valor de diámetro constante. De forma similar se comportan los casos O1-D2-5% y O1-D2-25%, en los cuales los perfiles de presión calculados no muestran una alteración significativa, sin embargo, para el caso O1-D2-5%, la capacidad de producción del pozo disminuye casi en su totalidad y queda únicamente con la energía para levantar la columna de fluidos hasta 1250 m., siendo incapaz de continuar produciendo a partir de esa profundidad hacia la superficie. Al analizar los casos O1-D3-5% / 25% y 50%, no se observan efectos significativos para las dos primeras restricciones, sin embargo, para el caso de la reducción máxima (50%), el pozo deja de producir a la profundidad de 3400 m., es decir, el aceite fluye hacia la superficie apenas a unos 300 m. a partir fondo del pozo.

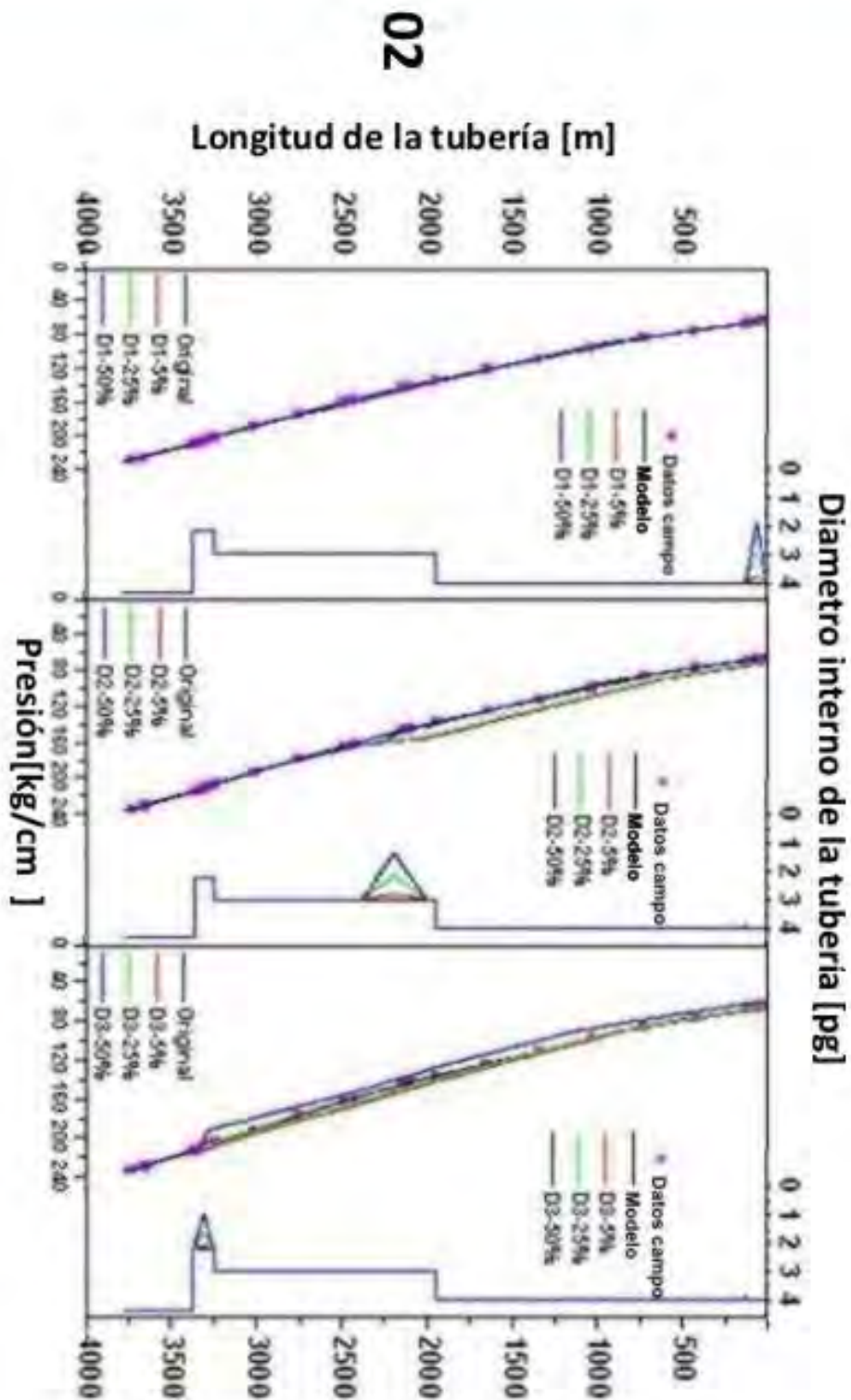


Figura 5.4b. Cálculo de los gradientes de presión para las restricciones tipo 2.

Los casos presentados en el recuadro A de la figura 5.4b (02-D2-5/25 y 50%) no presentan variaciones en comparación con los casos originales (de diámetro constante), es decir, la restricción colocada cerca de la cabeza del pozo no tiene ningún efecto en la presión en la cabeza del pozo ( $P_{wh}$ ). No así, para los perfiles presentados en el recuadro B, donde, los casos 02-D2-25% y 5% presentan un aumento en la presión corriente abajo de la restricción. Sin embargo, este aumento en la presión va decreciendo conforme los fluidos se aproximan a la superficie, en consecuencia, se registra un incremento mínimo en la presión de la cabeza del pozo.

En el recuadro C se observa que al pasar los fluidos a través de la restricción, la tendencia que sigue el caso 02-D3-50% se aleja del resto de los casos (disminuyendo cerca de 10 kg/cm<sup>2</sup>), sin que éstos sigan una tendencia clara y bien definida, aunque sí guardan una gran cercanía entre ellos, observando un aumento mínimo en la presión para los sistemas de 5% y 25%.

03

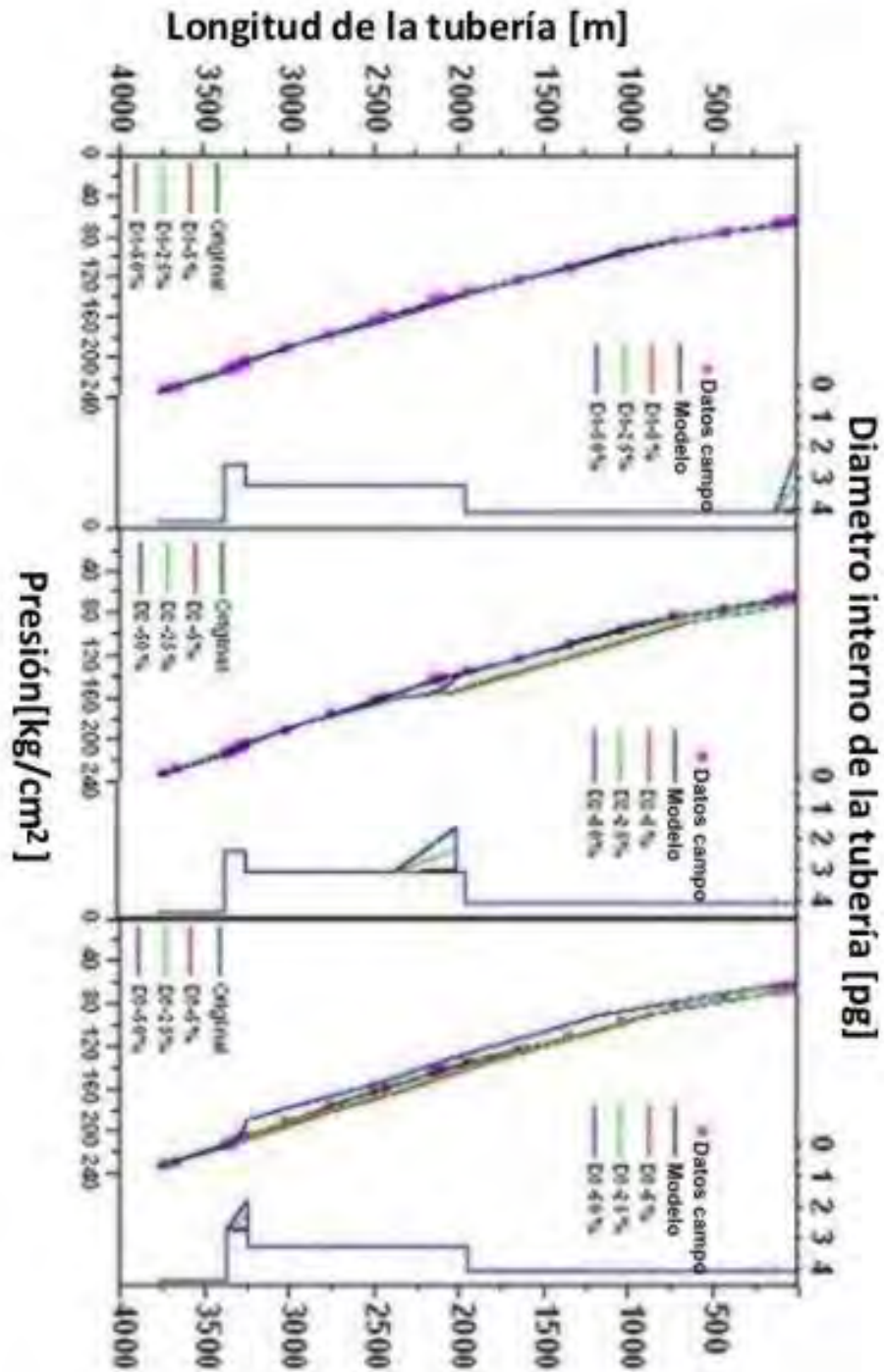


Figura 5.4c. Cálculo de los gradientes de presión para las restricciones tipo 3.



Al igual que en los casos anteriores los casos 03-D1-5%/25% y 50% presentados en el recuadro A, no presentan variaciones en comparación con el perfil del modelo desarrollado ni con el obtenido de los datos de campo. Sin embargo, para el caso 03-D2-50% , presente en el recuadro B, se observa un súbito aumento en la presión, justo cuando los fluidos fluyen a través de la restricción; no obstante, al dejar atrás la restricción y continuar la trayectoria sobre la tubería, la presión vuelve a ajustarse a los perfiles de los sistemas originales (diámetro constante). Mientras que los casos 03-D2-5% y 25% presentan un aumento en la presión, el cual va disminuyendo en cuanto se aproxima a la superficie del pozo, causando un ligero aumento en la presión en la cabeza del pozo ( $P_{wh}$ ).

En el recuadro C, el caso 03-D3-50%, presenta una disminución en la presión respecto del restos de las tendencias, reflejándose en una disminución en la presión en la cabeza del pozo en comparación con el valor obtenido para el diámetro constante. Mientras que los casos 03-D3-5% y 25% presentan un aumento mínimo en la cabeza del pozo.

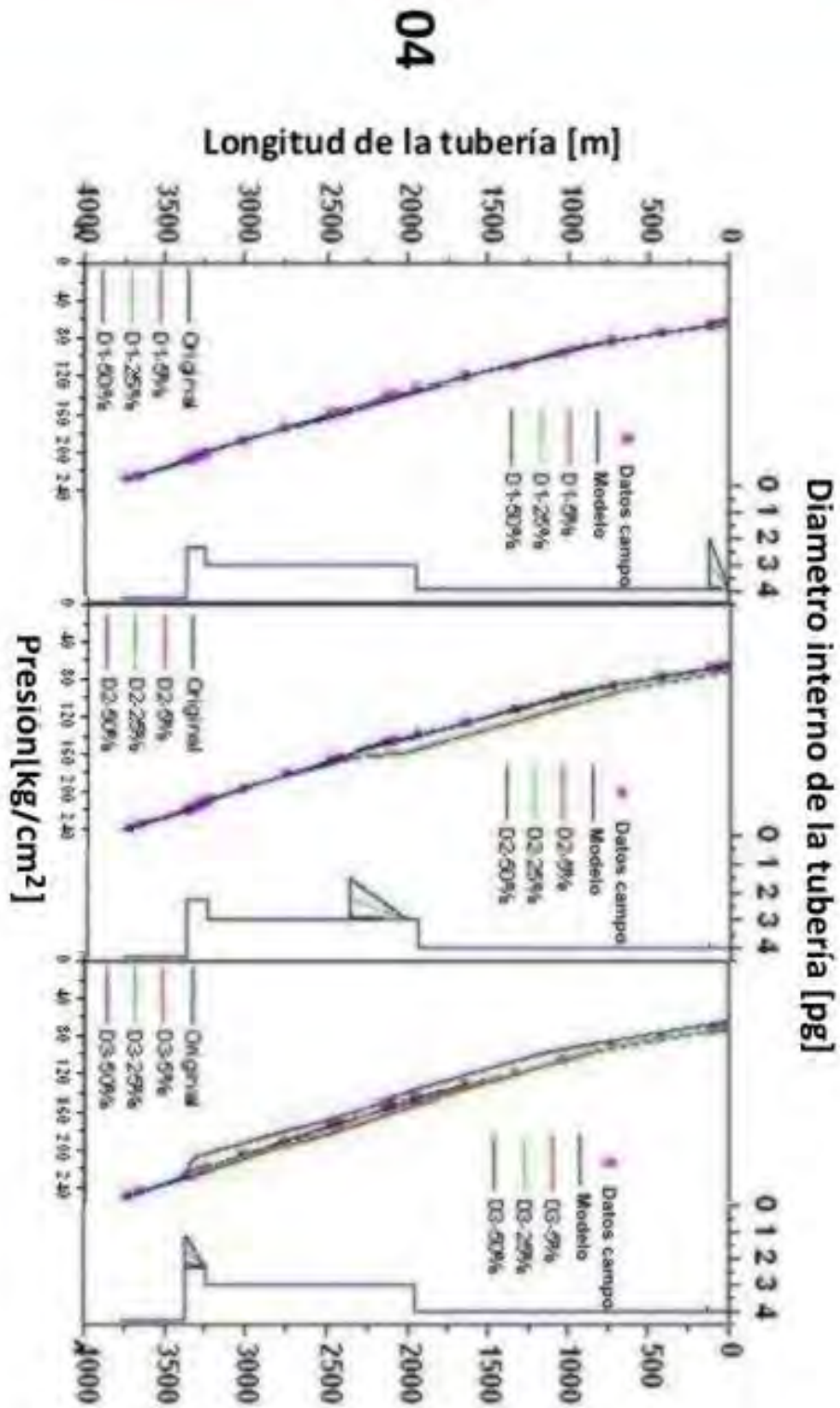


Figura 5.4d. Cálculo de los gradientes de presión para las restricciones tipo 4.

Como se observó en los casos anteriores y se verá en las siguientes figuras, cualquiera de las restricciones presentadas en este estudio (excepto la 1 y 8) colocada en la posición D1, la cual se muestra en el recuadro A, no causa variación significativa en comparación con los casos originales (de diámetro constante) para ninguna de las tres disminuciones porcentuales del diámetro de la tubería (5,25 y 50%), por lo cual, el análisis de los casos que consideren la posición D1 en las siguientes restricciones se dará por hecho.

En la figura 5.4d, recuadro B, se analiza el caso 04-D2-50%, el cual no presenta variaciones en comparación con los casos originales, en tanto los sistemas 04-D2-5% y 25% presentan un aumento en la presión al pasar a través de la restricción y disminuyen progresivamente al acercarse a la superficie, provocando un incremento en la presión de la cabeza del pozo. Para los casos presentados en el recuadro C, se observa que el sistema 04-D3-50% presenta una desviación respecto de los casos base (de diámetro constante), sin embargo, al aproximarse a la superficie del pozo, se puede ver como corrige la trayectoria y sólo se aleja  $10 \text{ kg/cm}^2$  de la presión medida en la cabeza. En tanto los casos 04-D3-25% y 5%, si bien no siguen en forma puntual los casos base, la desviación resulta ser mínima.

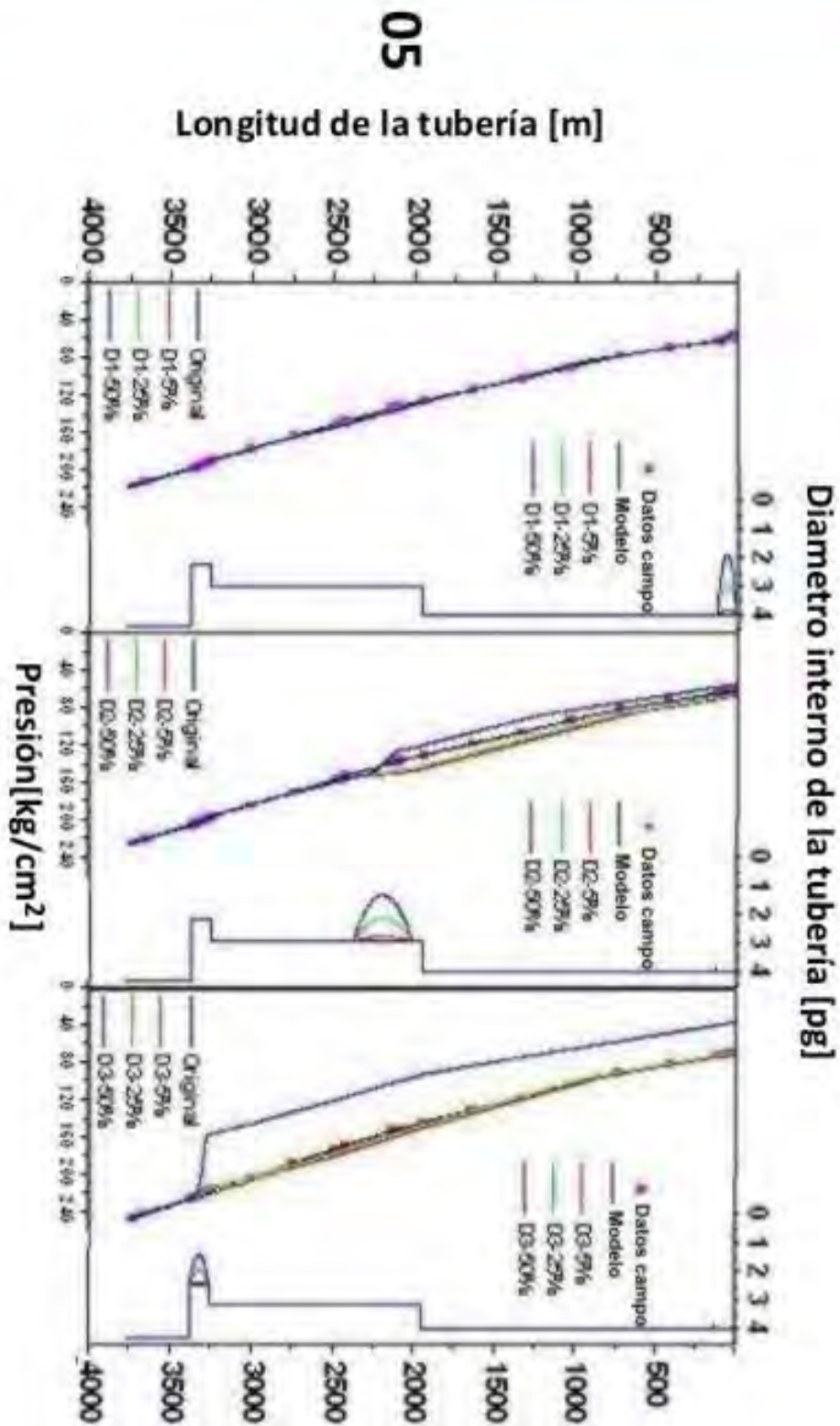


Figura 5.4e. Cálculo de los gradientes de presión para las restricciones tipo 5.

Los casos 05-D2-5%/ 25% y 50%, expuestos en el recuadro C, muestra un perfil interesante de presión-profundidad, especialmente para las disminuciones de 5 y 25% (línea roja y verde) en las cuales se produce un incremento final en las presiones calculadas en la cabeza del pozo del 9 y 7% respectivamente, en comparación con el valor original (de un diámetro constante). Mientras que en el recuadro C, una vez más, los resultados de las reducciones del 5 y 25%, revelan un aumento en las presiones calculadas (la  $P_{wh}$  aumenta 2 y 0.05%, respectivamente), mientras que en el caso 05-D3-50%, la  $P_{wh}$  disminuye un 47% en comparación con los valores originales (de un diámetro constante).

06

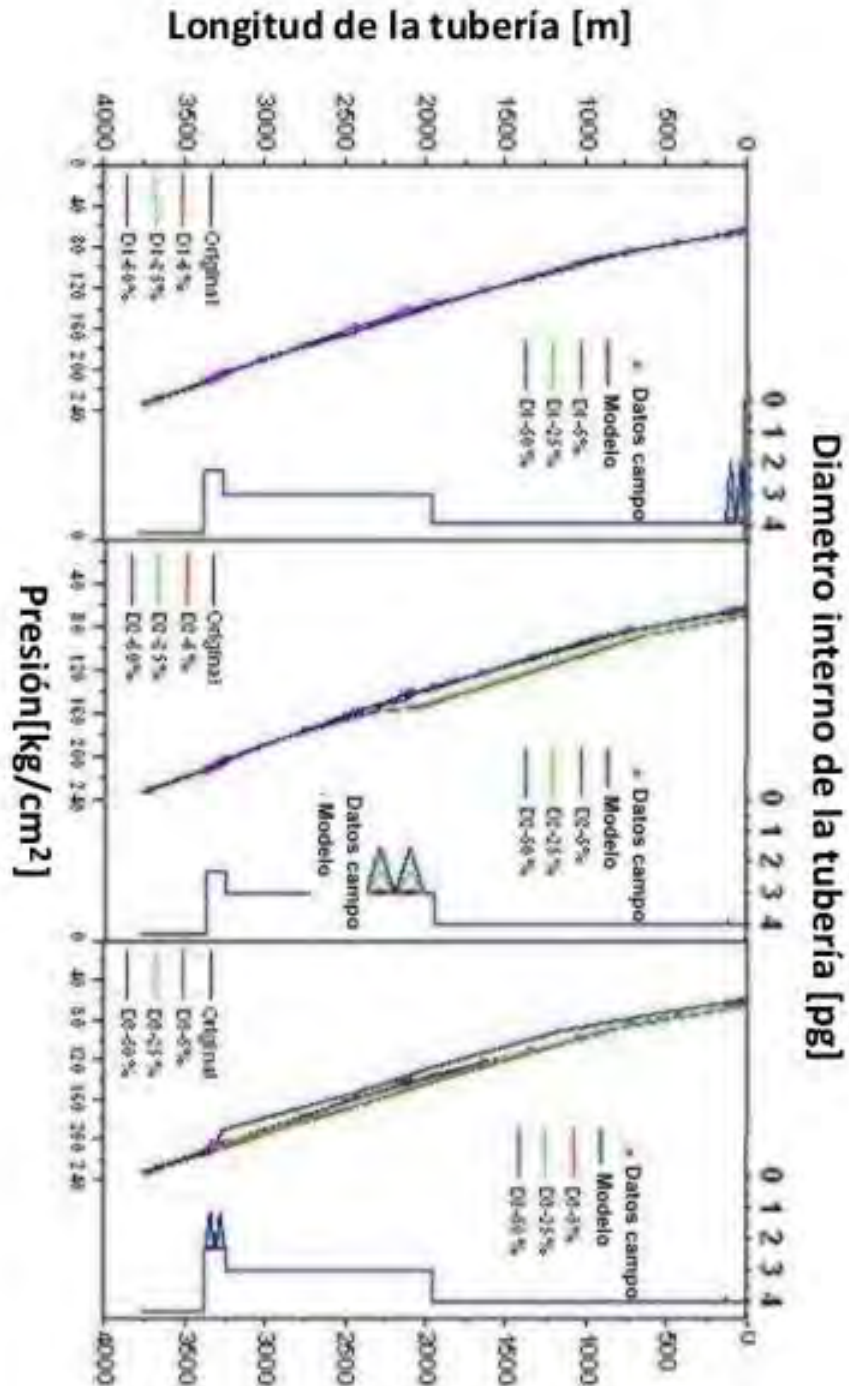


Figura 5.4f. Cálculo de los gradientes de presión para las restricciones tipo 6.

Los casos 06-D2-5% y 25%, presentes en el recuadro B, muestran un aumento en la presión a partir de la colocación de la restricción y continúan dicha tendencia hasta la superficie, manifestándose en un incremento en la presión en la cabeza del pozo del 10% en comparación con el valor medido para ambos casos. Mientras que el caso 06-D2-50% tiene el mismo comportamiento que los casos originales (de diámetro constante). Los casos analizados en el recuadro C, una vez más, presentan una disminución para el caso 06-D2-50%, mientras que las reducciones del 5% y 25% presentan ligeras variaciones en el intervalo que va de los 2750 a los 1500m, no obstante, los resultados de presión en la cabeza del pozo no presentan una variación significativa con el valor medido de  $P_{wh}$ .

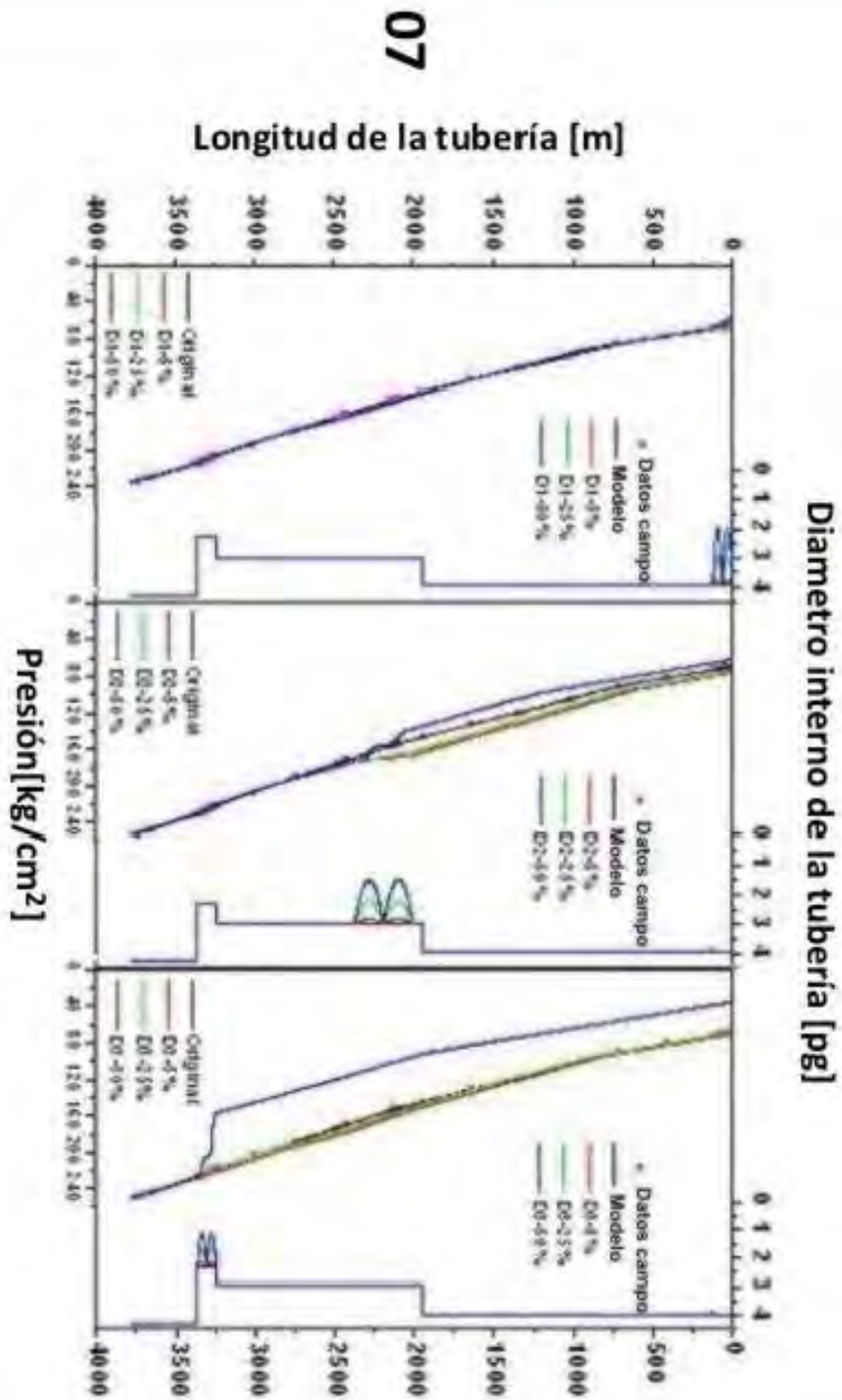


Figura 5.4g. Cálculo de los gradientes de presión para las restricciones tipo 7.



En el recuadro B se puede observar el mismo comportamiento ocurrido en la figura 5.4e, en donde los casos correspondientes a las reducciones del 5% y 25% presentan un aumento en la presión a partir de la profundidad de colocación de la restricción, en cambio, el caso 07-D2-50% muestra una disminución de la presión, variando respecto del valor de presión medido en la cabeza del pozo. Por otro lado, en los casos presentados en el recuadro C, se obtuvo un aumento mínimo en las presiones calculadas, para las reducciones del 5 y 25%, mientras que, para la máxima reducción (50%) la  $P_{wh}$  disminuyó cerca del 50% en comparación con los valores originales (de un diámetro constante).

08

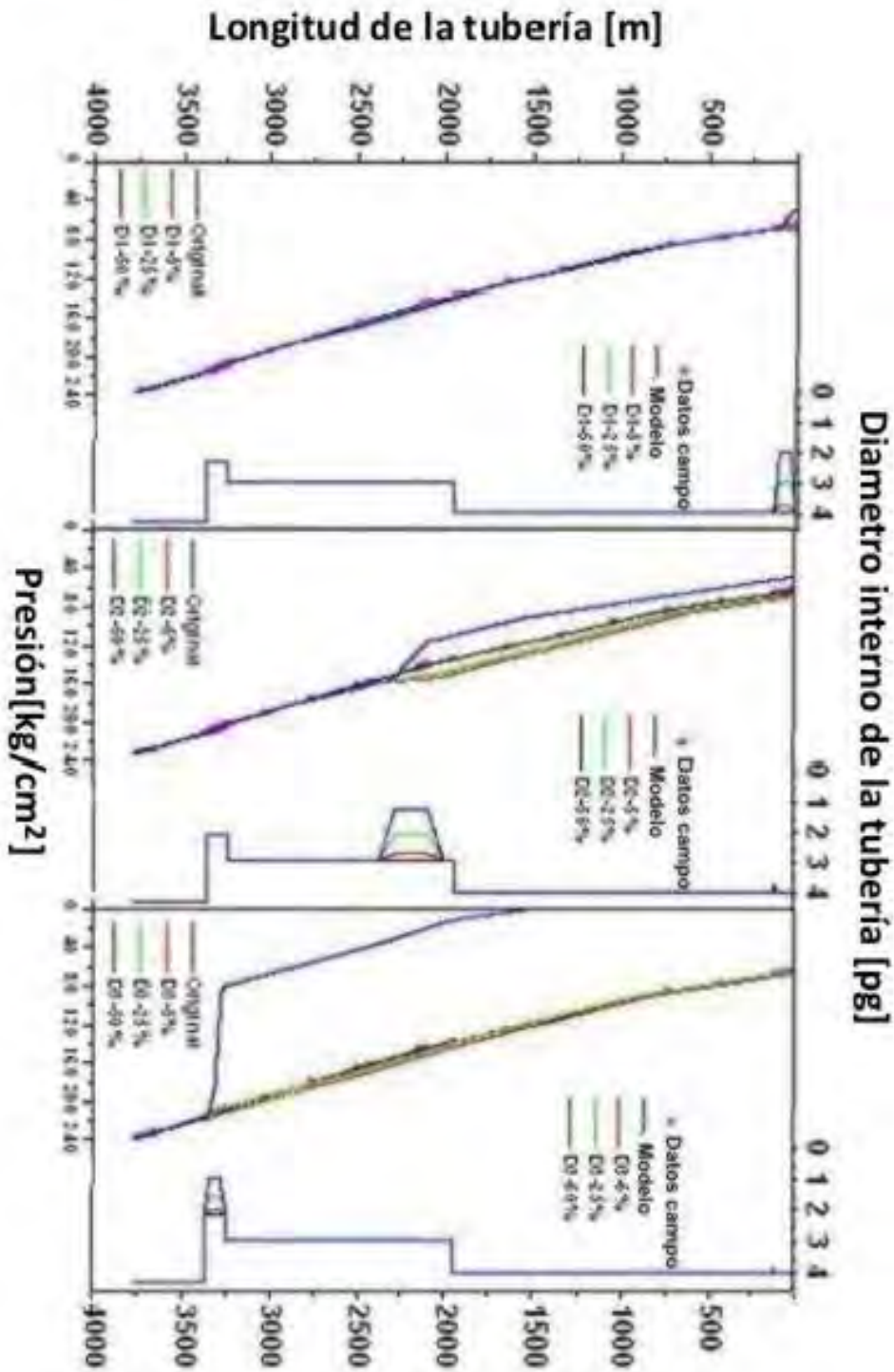


Figura 5.4h. Cálculo de los gradientes de presión para las restricciones tipo 8.

Para los sistemas 08-D2-5% /25% y 50%, mostrados en el recuadro B, podemos observar un aumento del 10% en la presión para los dos primeros casos respecto de su valor original, mientras que, la disminución del 50% provoca un descenso en la presión a partir de la restricción, y disminuye la presión en la cabeza alrededor de un 20% de su valor original. Para los casos 08-D3-5% y 25% se presentan variaciones mínimas respecto de los casos base, sin embargo, para el caso 08-D3-50%, la restricción provoca una caída muy grande de presión, a tal grado que no se dispone de la presión suficiente para llevar los fluidos a la superficie.

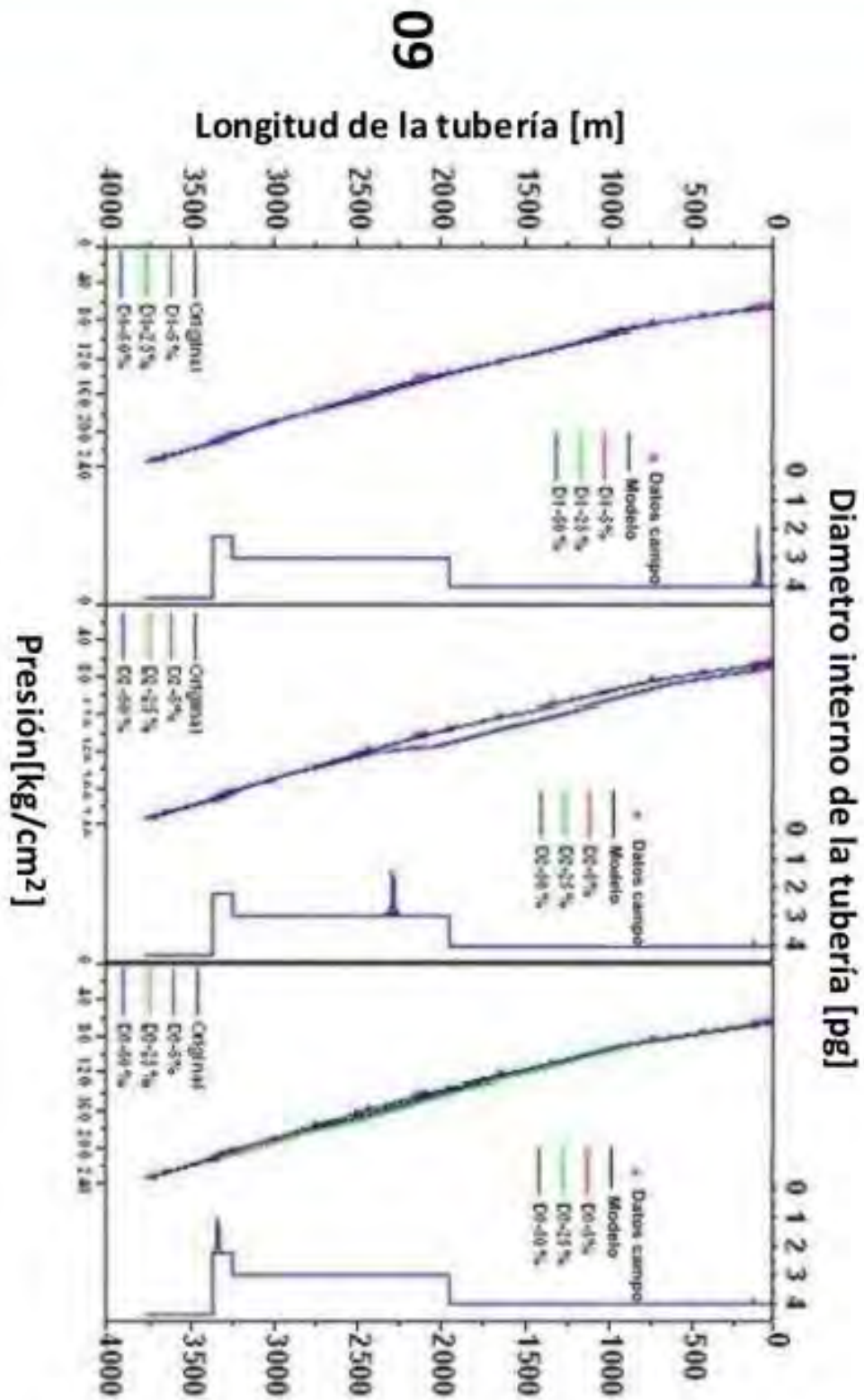


Figura 5.4i. Cálculo de los gradientes de presión para las restricciones tipo 9.

De todas las restricciones, ésta es la que menor perturbación causa, ya que en los casos mostrados en los recuadros A y C no presentan cambios significativos respecto de los casos base (de diámetro constante) para ninguno de los tres porcentajes de disminución del diámetro. El único cambio significativo es el observado en el caso 09-D2-50%, en el que se aprecia un aumento en la presión y por lo tanto un incremento en la  $P_{wh}$  respecto del valor original (diámetro constante). Cabe destacar que este caso es el único que muestra un incremento en la presión debido a una reducción del diámetro de 50 %.

Los resultados muestran que la posición D3 en combinación con la máxima disminución del área de flujo (50%) provocan la mayor caída de presión, en algunos casos alejando el valor en la cabeza del pozo hasta un 50% de su valor original y en los casos mas extremos causando una perdida de presión tal que no permite que los fluidos producidos lleguen a la superficie. Cabe destacar que la posición D3 es la que menor longitud tiene en la tubería, como se puede ver en la tabla (4.4).

Por otro lado, los casos estudiados en la posición D2, la cual presenta la mayor longitud en la tubería, tienden a aumentar la presión en la cabeza del pozo para las disminuciones porcentuales del diámetro de 5% y 25%, mientras que la disminución del 50% tiende a disminuir la presión en la cabeza del pozo, con excepción del caso 09-D2-50%.

Por último, los casos estudiados en la posición D1 no muestran alteraciones significativas en comparación con los perfiles de los casos base (de diámetro constante), exceptuando los casos 01-D1-50% y 08-D1-50% los cuales presentan una disminución en la presión de cabeza del pozo.

Cabe destacar que las 9 geometrías tienen distintas aéreas, siendo las más grandes las que provocan mayores caídas de presión, como son las restricciones tipo 01, 05 y 08. Lo que habrá de reflejarse en la presión en la cabeza del pozo, en mayor o menor medida, según el porcentaje de disminución en la tubería, en cambio, las restricciones que presentan menor área, como es el caso de la restricción tipo 09, prácticamente no alteran el perfil de presión.

---

## CONCLUSIONES

La industria petrolera considera de fundamental importancia el conocimiento de los parámetros hidrodinámicos que intervienen en el proceso de producción de los fluidos que van del yacimiento a la superficie. Uno de estos parámetros esenciales vendría a ser las caídas de presión que ocurren en las tuberías, pues en éstas se consume la mayor parte de la energía disponible aportada por la formación.

El cálculo de las caídas de presión a través de restricciones merece particular atención, ya que se presentan comúnmente en las tuberías, como reducciones o expansiones. Al conocer los efectos de dichas restricciones en los parámetros hidrodinámicos del pozo, se puede tener un control más eficiente de la producción, lo que habrá de reflejarse en los costos de producción.

Dada la importancia del estudio de las caídas de presión en las tuberías, es necesario desarrollar herramientas como las correlaciones y los modelos multifásicos, capaces de predecir el comportamiento de la presión a lo largo de la tubería.

A partir del modelo de flujo desarrollado en esta investigación, que analiza la naturaleza multicomponente-multifásica de los hidrocarburos producidos en combinación con la hidrodinámica, la termodinámica y algunos métodos numéricos, se puede estudiar el efecto de diferentes tipos de restricciones en la productividad del pozo.

Éste modelo se basa en el cálculo de los perfiles de presión y temperatura en el pozo, los resultados del perfil de presión del modelo estudiado, fueron comparados con mediciones de campo y con dos simuladores de flujo (Pipesim y Pipephase), comprobando que el modelo representa fielmente las caídas de presión en la tubería.

Se analizaron los cambios dinámicos del gradiente de presión del pozo "A" en función del diámetro efectivo de flujo, la posición y la forma de las restricciones artificiales a lo largo de la tubería, los resultados mostraron que las restricciones artificiales afectan el perfil de presión. Siendo las restricciones de mayor área las que provocaron mayor caída de presión y las de menor área las que difieren en menor medida con los valores originales.

Los incrementos o decrementos de la presión en la cabeza del pozo se deben entonces a las tres variables que se consideran, es decir la profundidad, la disminución del diámetro interno de la tubería y la geometría de la restricción. Los resultados muestran que los parámetros más influyentes son la profundidad a la cual es colocada la restricción así como el espesor.

Este estudio representa una comprensión más clara sobre la relación entre la producción del pozo, la forma, la dimensión y la posición de las restricciones.

Para los estudios de aseguramiento del flujo, el modelo proporciona una descripción razonable sobre el efecto de las restricciones arbitrarias de longitudes grandes (mayores a los 100 metros) sobre los gastos y condiciones de operación esperadas. Estas predicciones pueden ser útiles en la prevención de problemas de producción relacionados con el aseguramiento de flujo.

## BIBLIOGRAFÍA

Aloui, F. y M. Souhar. *Experimental study of a two-phase bubbly flow in a flat duct symmetric sudden expansion*--part 1: visualization, pressure and void fraction, **1996**, Vol. 22, No. 4, 651-665.

Ahmed, W. H., Ching, C. Y., M. Shoukri. *Pressure recovery of two-phase flow across sudden expansions*. Int. J. of Multiphase Flow, **2007**, 33. 575–594.

Beggs, H. D. and Brill, J. P.: *.A Study of Two-Phase Flow in Inclined Pipes*, *J. Pet. Tech.* (May **1973**) 607-617.

Beggs, H. D. and Brill, J. P.: *Two-Phase flow un pipes*, U. of Tulsa, Tulsa, Oklaoma, **1991**

Brill, J.P & Mukhejee, H, *Multiphase Flow in Wells*, SPE Monograph Series Vol. 17 ISBN:978-1-55563-080-5, **1999**

Brown, R A. *Flashing expansion of water through a converging-diverging nozzle*. Lawrence Radiation Laboratory, University of California, Livermore, California Report UCRL-6665-T. **1961**.

Chen, I. Y., Chih-Yung Tseng , Yur-Tsai Lin, and Chi-Chuan Wang. *Two-phase flow pressure change subject to sudden contraction in small rectangular channels*. Int. J. of Multiphase Flow, **2009**, 35, 297-306.

Duns, H., Jr. and Ros, N. C. J.: *.Vertical Flow of Gas and Liquid Mixtures in Wells,.* *Proc. Sixth World Pet. Congress*, Frankfurt (Jun. 19-26,**1963**) Section II, Paper 22-PD6.

Ferrell J.K. and J.W. McGee, *Two-Phase Flow through Abrupt Expansions and Contractions*. U.S. AEC Report, TID-2339 (**1966**),10-36.

Fiedler, R. *A Shock location during two-phase flow in an over-expanded nozzle*. Lawrence Radiation Laboratory, University of California, Livermore, California. Report UCRL-6676. **1961**.

Fortunati, F.: *Two phase flow through wellhead chokes*, paper SPE 3742 presented at the SPE Spring Meeting. Amsterdam, **1972**.

Garaicochea P., César Bernal H. y Oscar López O.: *“Transporte de Hidrocarburos por Ductos”*. CIPM, A.C.,**1991**.

Govier, G. W., G. A Sullivan y R.K. Wood, *“The Upward Vertical Flow of Oil-Water Mixtures”*, The Canadian Journal of Chemical Engineering, 39, 67-72, **1961**



Hagedorn, A. R. and Brown, K. E.: *Experimental Study of Pressure Gradients Occurring During Continuous Two-Phase Flow in Small Diameter Vertical Conduits*,. *J. Pet. Tech.* (Apr. **1965**) 475-484.

Hesson, J. C. and R. E. Peck. *Flow of two-phase CO<sub>2</sub> through orifices*. *AIChE J.* **1958**. 4:207-210.

Janssen, E., Kervinen, J.A. *Two-phase pressure drop across contractions and expansions of water-steam mixture at 600 to 1400 psia*. In Report Geap 4622-1965-US. **1966**.

Kern, D. Q. and Seaton, R. E. *A Theoretical Analysis of Thermal Surface Fouling*. *Brit. Chem. Eng.* **1959**, 4, 258.

Lawson, J. D and Brill, J. P.: *A Statistical Evaluation of Methods Used To Predict Pressure Losses for Multiphase Flow in Vertical Oil Well Tubing*, *Journal of Petroleum Technology*, August **1974**. 903.

Maneely, D. J. *A study of the expansion process of low quality steam through a de Laval nozzle*. Lawrence Radiation Laboratory, University of California, Livermore, California Report UCRL-6230. **1962**.

Mukherjee, H. and Brill, J. P.: *"Liquid Holdup Correlation's of Inclined Two-Phase Flow,"* *JPT*, May **1983**, pp. 1003-1008.

Orkiszewski, J.: *Predicting Two-Phase Pressure Drops in Vertical Pipe*,. *J. Pet. Tech.*, Jun. **1967**, 829-838.

Peng, D.Y., and Robinson, D.B. *A New-Constant Equation of State*. *Ind & Eng. Chem.* **1976**, 15, No. 1, 59-64.

Petrick, M. *Two-phase air-water flow phenomena*. Argonne National Laboratory, Argonne, Illinois Report ANL-5787. **1958**.

Ramírez-Jaramillo, E., Lira-Galeana, C. and O. Manero. *Modeling Asphaltene Deposition in Production Pipelines*. *Energy & Fuels*, **2006**, 20, 1184-1196.

Ramírez-Jaramillo, M. del Rio, O. Manero, Lira-Galeana. *Effect of Deposition Geometry on Multiphase Flow of Wells Producing Asphaltenic and Waxy Oil Mixtures*. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, **2009**.

Reynolds, O. *An Experimental Investigation of the Circumstances Which Determine Whether the Motion of Water in Parallel Channels Shall Be Direct or Sinuous and of the Law of Resistance in Parallel Channels*, **1883**.

Romero-Juarez, A. *A Simplified Method for Calculating Temperature Changes in Deep Wells*. JPT, **1979**, June.

Shoham, O. *Two-phase flow modeling*, University of Tulsa, pp. 3.6-3.11. **1998**

Straub, L. G and E Silberma. *Air-water mixture flow through orifices, bends, and others fittings in a horizontal pipe*. St. Anthony Falls Hydraulic Laboratory, University of Minnesota. Report No. 63. **1960**.

Torres Corian Juan Manuel , *flujo multifásico en tuberías* . México: UNAM, Facultad de Ingeniería **2008**.

Vogrin, J. *An experimental investigation of two-phase two-component flow in a horizontal, converging-diverging nozzle*. Argonne National Laboratory, Argonne, Illinois Report ANL-6754. **1963**.