



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
ESCUELA NACIONAL DE ARTES PLÁSTICAS
POSGRADO EN ARTES VISUALES

Jakhüwi etnomatemática aymara:

análisis de las representaciones de las ilustraciones en los módulos
desarrollados por la reforma educativa de Bolivia para primer grado

Presenta

Carla Alejandra Despot Belmonte

Número de cuenta: 509451181

Para obtener el grado de maestra en el posgrado de Artes Visuales

Director: Mtro. Marco Antonio Sandoval Valle

México D.F., noviembre 2010





Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

AGRADECIMIENTOS

Doy gracias a nuestro Padre, a las circunstancias, a la vida por cada una de las maravillosas personas que me han cambiado, en especial aquellas que me enseñan como vivir, aquellas que me conducen a ver mi reflejo y no escapar de él, sino aceptarlo y a tener el valor de cambiar día a día para vivir mejor.

Este trabajo ha sido posible gracias a la colaboración de mi familia, maestros y amigos que en todo momento han estado conmigo apoyándome con su afecto, información, aliento...

Nombrar a unos primeros y otros después me resultaría difícil porque todos ellos han sido importantes y necesarios con sus aportaciones. Sus nombres irán apareciendo, en esta nota previa, siguiendo el orden cronológico en el que me ofrecieron su ayuda.

Expresar mi gratitud:

A mi padre Juan y a mi madre Lourdes, que propiciaron esta oportunidad de formación. Sin su apoyo nada de esto hubiera sido posible. A mis hermanos Katherine, Natalie, Juan Gabriel, Marcelo, Daniela, a mis tías Silvia, Lilian, Tatiana, José, Isabel Gómez por su amor, por su aliento, por ayudarme a seguir en pie.

Al Dr. Fernando Zamora Águila por conducirme hasta encontrar el tema, al Mtr. Marco Antonio Sandoval Valle por ayudarme a desarrollar y dar estructura a este proyecto.

A cada uno de los maestros que me llevaron a la reflexión, Elia del Carmen, Juan Diego Razo, Sandra Soltero por acompañarme en las prisas, gracias por su tiempo y apoyo.

A mi familia elegida, Suki, Celia, Leticia gracias por su apoyo y compañía.

ÍNDICE

7 INTRODUCCIÓN

9 CAPÍTULO I. MARCO HISTÓRICO

10 Introducción a los aymaras

10 Nacen en el lago sagrado

10 El dominio de los Incas/ los quechuas a los españoles

12 Las Pachas

12 Inkapacha

13 El aymara a partir de los noventas

17 Filosofía occidental y Cosmovisión andina

20 La reforma educativa de Bolivia 1994

23 CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO

27 Aplicación de la etnomatemática

28 Exploración del número y operaciones

29 Educación Intercultural Bilingüe

32 Las imágenes y la matemática

39 CAPÍTULO III. ANÁLISIS DE REPRESENTACIONES

40 Breve introducción a la matemática

41 Modelo de análisis

43 Descripción de los textos Santillana y Jakhüwi

50 Sistemas de numeración propios: concepción básica

51 De la ubicación espacial a la comparación

55 Del 1 al 5, un sistema ordenado

68 Formas geométricas

73 Definiciones

78 Unidades o sistemas de medida

79 Espacio-longitud

81 El tiempo para unos, el tiempo para otros

89 CONCLUSIONES

91 GLOSARIO

93 BIBLIOGRAFÍA

INTRODUCCIÓN

Percibimos condicionados y sujetos a un aprendizaje cultural y a un autoaprendizaje. Al tiempo que empezamos a balbucear aprendemos a leer las imágenes, estamos ya inmersos en una sociedad. Se desencadena el poder de la imagen, que sirve como un apoyo al aprendizaje verbal¹, este apoyo se puede trasladar a todo lenguaje, como ser al lenguaje abstracto de la matemática, el conocimiento es un todo y las matemáticas son una parte del todo que no se desarrollan por separado de las demás actividades e intereses.

La pregunta que origino este proyecto indagaba en el poder de la imagen como un metalenguaje, esto condujo a buscar la simbología detrás de las ilustraciones de Jakhüwi, abarcándoles desde tres aspectos de *representación*: la *representación material* (la recreación del entorno, usos y costumbres de los aymaras), la *representación interna* (aproximación a la cosmovisión aymara), y el *significado matemático* (aplicaciones etnomatemáticas) en los 3 módulos de matemática desarrollados por la Reforma Educativa en Bolivia, dirigidos específicamente a la cultura aymara.

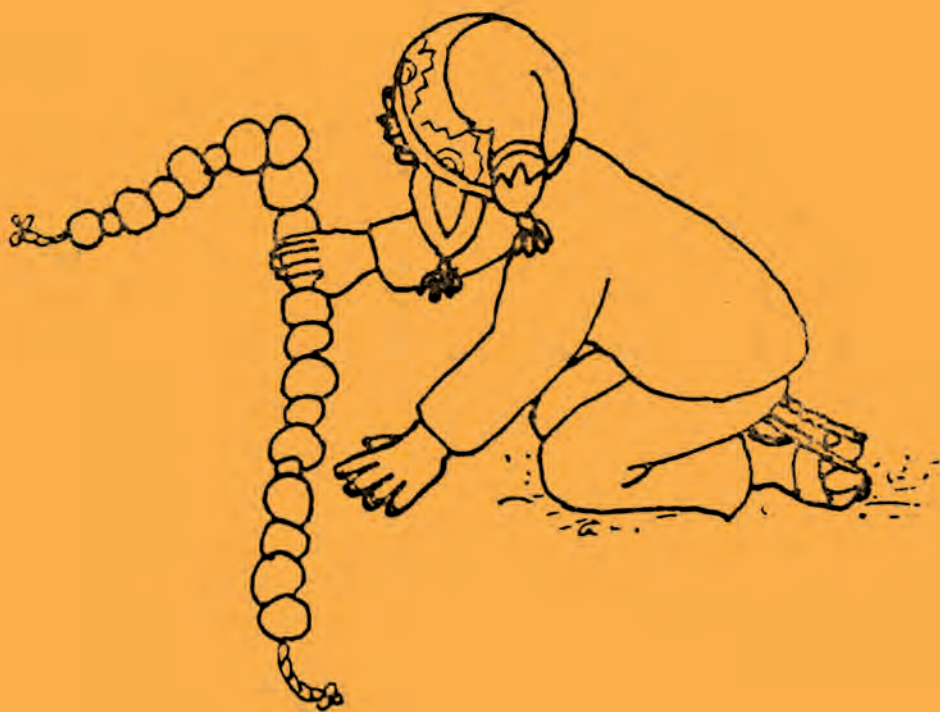
Las imágenes pueden tener más de un significado simultáneo, pueden ser imágenes laberinto como las nombra Gubern, ellas posibilitan la representación de la génesis del subconsciente, así como también simbolizan lo abstracto o inmaterial, a través de ellas nos aproximamos a la diversidad multiétnica de Bolivia; los conceptos de la etnomatemática y sus aplicación práctica; el carácter simbólico de la imagen y su relación con la matemática; la cosmovisión aymara cubierta de una visión de respeto y reciprocidad por cada ser del cosmos que recrean y conservan a partir de sus rituales.

La hipótesis que se pensó al inicio de este proyecto buscaba encontrar en los módulos escritos e ilustrados por y para aymaras para el primer curso de matemática la integración de saberes propios de su cosmovisión, sin embargo además se ve, se palpa el reconocimiento a espacio híbrido, un espacio integrado con la cultura occidental.

¹ Román Gubern (2007): *Del bisonte a la realidad virtual; La escena y el laberinto*. Barcelona. Anagrama, pp. 16-17.

CAPÍTULO I

Marco Histórico Referencial



INTRODUCCIÓN A LOS AYMARAS

Este capítulo será abordado desde la lectura que hace el filósofo orureño Blithz Lozada Pereira, quien tiene estudios en economía, ciencias políticas, educación y gestión en ciencias y tecnología. Ha realizado numerosos proyectos de investigación, nos respaldamos en algunos de ellos, porque observa la problemática andina actual en Bolivia.

La identidad común *andina* se forma en los siglos XV – XVI hasta nuestros días, pero según sus principios se distinguen unos de otros, este es el caso de la cultura *aymara* “que ha seguido su propia génesis, vicisitudes y procesos de hibridación”¹. Como toda cultura, está en particular, también a pasado por cambios, preservaron y fortalecieron algunos aspectos, otros se debilitaron. Los aymaras fueron incorporados al Estado inca a mediados del siglo XV, a pesar de ello eran libres gracias a su organización social y política, disponían de bienes estratégicos provistos por la naturaleza, “mientras que los prisioneros urus sufrían escasez, la sociedad aymara proveía a todos los sujetos étnicos para que nadie quede privado de las fuentes de subsistencia”².

Nacen en el lago sagrado

Los señoríos aymaras se articularon en el altiplano alrededor del eje lacustre de los lagos Titicaca y Poopó (lago que aparece o desaparece en el altiplano sur según la época del año) se adaptaron a una ecología de altura, desarrollaron la ganadería y la agricultura, practicaron técnicas de conservación de alimentos, tenían acceso a distintos pisos ecológicos y acumularon recursos que satisfacían las necesidades de una población que se hacía más numerosa y densa... “se caracterizó por el acceso desde la puna, a los productos de las islas ecológicas que proveían los recursos tanto de la costa del Pacífico como de los bosques y valles”³.

La cultura aymara se vio favorecida con los cambios hidrológicos del Titicaca entre el año 1000 y 1500, su nivel bajo y dejó las tierras fertilizadas dispuestas para ser trabajadas, esto hizo posible que extendieran su idioma y dominaran a otros grupos étnicos hasta el siglo XVI. Uno de los señoríos ubicado a orillas del lago Titicaca fue el lupaca, tenía cerca de cien mil habitantes que controlaban varios microclimas que se extendían desde Arica (Chile) hasta Cochabamba (Bolivia), su capital era Chucuito, se constituyeron por dos partes anasaya y urinsaya, no tenían una territorialidad continua, por esto se desconoce la localización exacta de los ayllus que corresponde a una mitad o a otra⁴.

El dominio de los Incas / los quechuas a los españoles

Los aymaras se organizaron por señoríos étnicos que disponían de la extensión de las tierras, rebaños y fuerza de trabajo. Después de la conquista inca y la invasión española, “precautelaron la unidad del grupo y cumplieron las obligaciones que los nuevos Estados les había impuesto con coacción”. Los señores lupacas Qari y Kusi gobernaron a partir de 1565 (durante la conquista

¹ Blithz Lozada Pereira (2007): *Cosmovisión, historia y política en los Andes*. La Paz – Bolivia. Producciones CIMA, p. 255.

² Lozada Pereira (2007), *op cit.*, p. 255.

³ *Ibid.*

⁴ *Ibid.*, p. 256.

española), encontraron la forma de redistribuir la riqueza con su grupo étnico, financiar actividades comunitarias y ocuparse de aquellos que carecían de recursos propios y apoyo familiar. “Los lupacas alcanzaron hegemonía aymara alrededor del lago Titicaca gracias a la derrota que infringió a los collas el jefe Qari”⁵.

Después de la conquista inca establecieron jerarquías sociales y roles políticos que marcaron las relaciones entre los estratos que iban en el siguiente orden: los quechuas, los aymaras, los urus, uru-puquinas, uru-ochozumas, y en último lugar los chuquilas. “Las crónicas de los españoles dejan advertir que los señoríos aymaras alrededor del Titicaca, aunque estaban sometidos a los quechuas, ejercían también poder sobre otros grupos étnicos constituyéndose en el segundo estrato social y político de la sociedad pre-hispánica”⁶. Esta referencia étnica, política y cultural revela que el grupo de los aymaras no sólo fue oprimido y explotado, sino que ellos a su vez dominaron a otros grupos, en esta trama de relaciones de poder se tejieron los espacios culturales que permitirían forjar, desde los siglos XV y XVI, la identidad aymara⁷.

En el siglo XVI durante el imperio de los quechuas, los aymaras se encontraron con los urus, tribu de pescadores que dominaron y usaron como mano de obra y como víctimas propiciatorias en sus ritos. Persiguieron, destruyeron y liquidaron a los ochozumas⁸. Una vez colonizados por los españoles las diferencias étnicas se redujeron, la carga colonial que les impusieron llevo a los urus a dejar su identidad y reconocerse como aymaras. “El resultado fue que no quedó ningún grupo prehispánico libre ni siquiera en los laberínticos recodos del lago. Todos fueron sometidos a una estructura política y económica que los oprimía y explotaba, y que se tornaría tolerable sólo gracias a los juegos de alianza, asimilación, fragmentación, traición u oposición que se dieran convenientemente de acuerdo a las vicisitudes del poder”⁹.

La actitud de los aymaras frente a los urus y los puquinas, no fue la misma en relación con los chuquilas. A este grupo étnico los aymaras los asociaban con la magia, les atribuían un carácter sagrado, por lo que su integración en el dominio económico les resultaba problemático.

El imperio inca se aseguraba la alianza mediante una reciprocidad asimétrica, el tributo impuesto a los pueblos sometidos era correspondido simbólicamente con festividades y regalos que el Inca entregaba personalmente a los jefes aliados, así cada encuentro quedaba plasmado en un sentido y valor de acuerdo. Con tales medidas, los quechuas garantizaban el mantenimiento del orden imperial.

En lo que respecta al espacio, la intrusión inca en el Collao represento la ocupación de los lugares sagrados. Los quechuas se apropiaron de Copacabana y Vilcanota siendo los nuevos dueños del eje geográfico simbólico que dividía la dualidad del espacio aymara como uma y urcu. Así, la dualidad complementaria aymara se rompió y fue reemplazada por la categoría quechua cudrilocular, la cual

⁵ *Ibid.*

⁶ *Ibid.*, pp. 256-257.

⁷ *Ibid.*, p. 257.

⁸ *Ibid.*, p. 259.

⁹ *Ibid.*

asignó al collao una función compartida con otros tres *suyos* (nación o estado) y una importancia periférica respecto del centro¹⁰.

Es posible que los aymaras aceptaran con gusto la conquista ibérica y que la apoyaran porque no aceptaban el orden quechua. “Su lógica política pragmática les favoreció para que encontraran en los españoles aliados poderosos en su lucha por liberarse de los incas. Al parecer, entre los pueblos que formaban la confederación Charcas operaba la misma categoría política que si bien visualiza el dominio como una estructura jerárquica estable, asume que los vuelcos e inversión de roles son posibilidades latentes que en algún momento se realizarán”¹¹. Los españoles representaron esa oportunidad para que pudieran mostrar su eficiencia frente a los quechuas, desvincularse del imperio y definir metas políticas inmediatas.

Las Pachas

La historia de los aymaras señala cinco *pachas*. La primera es *Chamakpacha*, época de la oscuridad de la primera humanidad. La segunda *Qinay sunsu pacha* que se divide en dos, la “indiferencia” el hombre que no se diferenciaba de los animales y la segunda es la “distinción”, el discernimiento del jaqui para dejar de ser vencido y engañado. La tercera época, *Chullpapacha*, la luz de la luna que ilumina a sus antepasados los chullpas, tiempo de dominación. La cuarta etapa, *Inkapacha*, donde se describen los rasgos utópicos y románticos del orden y la armonía. La última *pacha* inicia en el tiempo colonial y continua hasta hoy¹².

Inkapacha

La identidad de los aymaras surge del análisis de cuentos, de ellas surgen interesantes sugerencias “*Inkapacha* aparece como una carga afectiva evidente, no porque haya desaparecido de la memoria aymara el dominio quechua; sino porque se advierte la necesidad de aunar entre los vencidos una noción colectiva de oposición a la explotación y a la opresión que comparten. Las condiciones de vida del hombre andino en casi 500 años de sometimiento, de esta manera, disuelven las diferencias y hasta borran las huellas de pretéritas formas de dominio interétnico. Debido a que la jerarquía y el poder son inevitables, se trata de generar una conciencia histórica secular que iguale en el imaginario andino, a las fuerzas de resistencia que perviven en el indio focalizando al frente de él a su enemigo: el *otro* por excelencia”¹³.

Las categorías de la cosmovisión andina están sujetas a procesos de inversión y de retorno al pasado. De tal forma que la historia no se desplaza progresivamente en una línea de tiempo que tiene un final. “La política no depende de la acción consciente y voluntaria de los sujetos que enarbolando ideologías construyen relaciones específicas. La realidad de la *pacha* del ahora y el aquí, sigue las categorías cósmicas que definen lo que la historia es, fue y será, un proceso de alternancia, plenitud o inversión social y política del Inkarrí”¹⁴.

¹⁰ *Ibid.*, p. 260

¹¹ *Ibid.*, p. 262

¹² *Ibid.*

¹³ *Ibid.*

¹⁴ *Ibid.*, p. 284.

La figura mítica del Inkarrí se piensa como la continuidad del pensamiento del hombre de los Andes que desde la derrota obtiene las premisas para el futuro triunfo. “Inkarrí representaría la consecución de una nueva era, el momento en el que ciertas entidades simbólicas vencerían a otras: las huacas al dios cristiano, el Inca a Pizarro, Túpac Amaru al rey de España y los wamanis y el Inkarrí, al Presidente de la República. Mientras tanto, el Inkarrí permanecería como un dios ocioso, no intervendría en el mundo hasta que al regresar a él, lo invierta y lo reordene”¹⁵. El Inkarrí es más poderoso que el Sol, porque él a creado todo lo que existe, es un dios del pasado y del futuro. A su regreso restablecería el orden, por eso lo relacionan con el pachacuti¹⁶. La coincidencia de estas descripciones con la tradición judeocristiana, hacen pensar en el inevitable cambio que surgió del encuentro entre los españoles y del hombre andino sujeto a la colonización. “El Inkarrí apenas se asocia con un nuevo periodo, una inversión que tal vez anuncia el tiempo de los indios, pero no es más que un juego en el que *otros* aparecerán y fluirán permitiendo afirmar y rehacer identidades. Las construcciones sociales son relativas y de valor variable, aun en condiciones extremas, la historia y la política le permiten al hombre andino, desplegar estrategias de resistencia o afirmación, de persistencia o de poder, asumiendo que todo fluye y que ningún orden económico, simbólico, político, social o cultural es definitivo”¹⁷.

El aymara a partir de los noventas

En 1994 se aprueba la ley 1565, que reconoce la coexistencia de diferentes naciones en el territorio boliviano, las diferentes culturas y lenguas habladas, y la necesidad de implementar una educación intercultural bilingüe. Hasta entonces todo niño o adolescente que fuera a la escuela, sin importar su condición aprendería en español. A partir de 1999 el gobierno reconoció a más de 33 lenguas indígenas como oficiales, entre ellas el quechua, el aymara y el guaraní¹⁸.

En Bolivia, más de cinco millones de personas (60% de la población) sabe una lengua originaria, y sólo el 12% ignora el castellano. En la parte andina más bien existe una evidente diversidad de los rasgos culturales, se manifiestan también elementos comunes de una visión del mundo compartida por los hombres de raíces autóctonas, más o menos de acuerdo al grado de mestizaje que se haya consumado. Una forma de expresar tal visión es en la lengua. En Bolivia, el aymara y el quechua son los idiomas principales de procedencia nativa. Sólo el 2% de una población de más de ocho millones de habitantes, habla otros idiomas originarios distintos a los mencionados. Esta diversidad incluye más de treinta lenguas habladas por minorías étnicas, con excepción del guaraní que tiene mayor profusión¹⁹.

¹⁵ *Ibid.*

¹⁶ *Ibid.*, p. 285.

¹⁷ *Ibid.*, p. 287.

¹⁸ Blithz Lozada Pereira (1999): “*La visión andina del mundo*”. En *Estudios Bolivianos*, No. 8. La Paz. UMSA. IEB., pp. 30 ss.

¹⁹ Xavier Albó (2000): “*Iguales aunque diferentes: Hacia unas políticas y lingüísticas en Bolivia*”. La Paz. UNICEF-CIPCA, pp. 15 y ss.

Mapa 1. Acercamiento al lago Titicaca

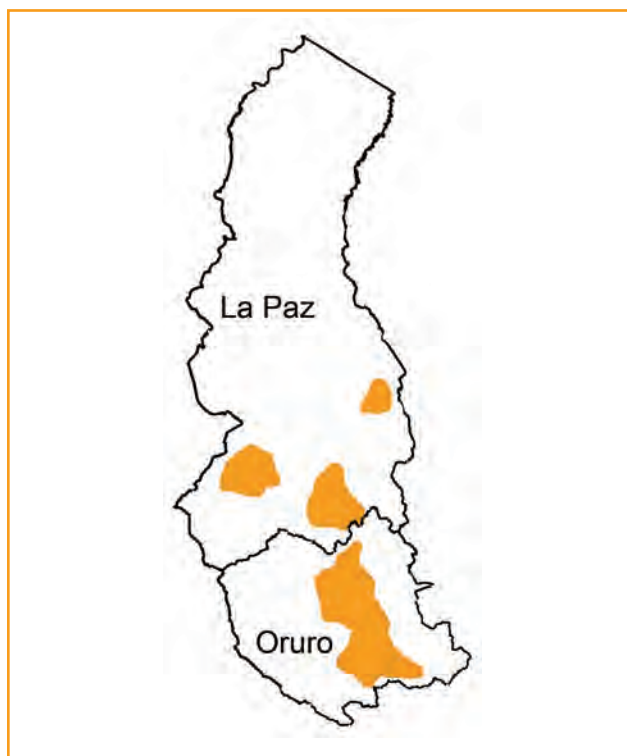


Mapa 2. Mapa de Bolivia



Bolivia es un país encerrado, los aymaras se desarrollaron alrededor del lago Titicaca, el río Desaguadero, y el lago Poopó, comprendidos en el departamento independiente de La Paz y de Oruro.

Mapa 3. Comunidades Aymaras



Los censos realizados en Bolivia han tenido como parámetros de clasificación las razas y las lenguas, el CONAMAQ (Consejo Nacional de Ayllus y Markas del Quillasuyu) en el *Plan estratégico 2008-2013* proponen hacer el primer censo de las naciones originarias²⁰. El mapa enseña la aproximación que se tiene de los espacios habitados por comunidades aymaras²¹.

Así, la mayoría de la población boliviana se identifica, en mayor o menor grado, con las culturas andinas que constituyen las raíces profundas del ser mestizo. En consecuencia, se podría especular que la cosmovisión andina con su lógica y representaciones, sus creencias y prejuicios, su disposición de elementos y categorías propias, median tanto en el imaginario colectivo de grupos campesinos poco influidos por el discurso de la modernidad, así como en clases sociales urbanas que han asimilado los elementos autóctonos rehaciéndolos en sus identidades mestizas.

La cosmovisión andina forma y opera en las expresiones culturales de dos millones y medio de indígenas quechuas y un millón y medio de aymaras. Esta población indígena representa, en el área rural, la mayoría de la población; su presencia se extiende hasta las ciudades. En grandes o pequeños centros urbanos, en ciudades intermedias, poblados o localidades, la población emi-

²⁰ Consultado el 11-11-2010 en: <http://www.fondoindigena.org/apc-aa-files/Plan-CONAMAQ.pdf>

²¹ Basado en el mapa presentado en el blog del Proyecto *Revista Cultural* iniciado por los alumnos de Lengua Española V de la carrera de Letras/Español (UFMG) <http://yachayele.blogspot.com/2008/11/pueblos-indigenas-de-bolivia.html>. Consultado el 11-11-2010

grante proveniente del campo realiza manifestaciones culturales que reflejan formas creativas propias de expresar elementos y categorías originarias propias de la cosmovisión andina. En áreas peri-urbanas de las tres ciudades principales La Paz, Cochabamba y Santa Cruz de la Sierra, entre el 40 y 70% de la población que emigró del campo conserva su visión andina del mundo²².

Bolivia, como muchos otros países, tiene una riqueza lingüística y cultural diversa, que puede afirmar como una fortaleza, para esto se necesita la valoración académica y sistematización intelectual de estos saberes y prácticas tradicionales. Es imprescindible construir imágenes que muestren el derecho a ser, la configuración de relaciones objetivas entre posiciones de fuerza cultural; reivindicar, legitimar y afirmar, en lugar de imponer y aplastar a las *otras* expresiones culturales²³.

Para curar nuestro pasado necesitamos afirmar objetiva y legítimamente los saberes autóctonos, las creencias sagradas, las prácticas religiosas y la tecnología tradicional; las maneras y actitudes sociales que motivan relaciones del individuo con la comunidad; integrar la multiplicidad de manifestaciones étnico culturales en una visión integrada y relacionada, consciente de ser *relativa* y estar sujeta como todo al cambio.

Urge apreciar y comprender las culturas nativas que han sido aplastadas y oprimidas por siglos, que han sido sujetas a categorías parciales, sometidas a procesos excluyentes, a formas restrictivas, conducidas a generar imágenes sobre sí mismos y sobre los *demás* de modo oscuro y enigmático²⁴. Para lograr establecer un cambio en la cultura *post-colonial*, que restablezca la tradición y cultura del indígena que fue presa de siglos de sumisión, necesitamos cuidar de no entrar en una nueva relación de poder que ejerza la opresión y dominio, esta vez de origen etnocéntrico.

Construir una sociedad en la que se acepte y promueva la multiplicidad de visiones culturales es, desde todo punto de vista, una necesidad en el entorno boliviano. Para toda sociedad la institución educativa forma el imaginario colectivo, las ideas básicas compartidas, las creencias y las visiones del mundo, los valores, los gestos y las prácticas de los actores sociales, que son cruciales a mediano y largo plazo²⁵. Una política en pos de cambiar el imaginario *post-colonial*, en este sentido, no sólo tendría que incidir, en la educación formal de las futuras generaciones, sino también en la opinión pública; en la formación de una estructura mental crítica, la voluntad de trabajo cotidiano, de una moral de honestidad y solidaridad, y el cultivo de la libertad individual del sujeto en cada aspecto de su vida social.

Los principios de una nueva práctica social, tendrán lugar al estimular el dialogo. Al deliberar aceptando ante todo al *otro*, reconociendo sus derechos y su dignidad humana. Así, la comunicación, la relación entre las culturas, los saberes, las visiones y proyecciones históricas y políticas de una nueva Bolivia sin rastros del imaginario *post-colonial*; implicarán la construcción de escenarios comunes y compartidos donde se establezcan las diferencias particulares. Esperanza de un espíritu nacional en un contexto pluricultural.

²² Blithz Lozada Pereira (2007): *op. cit.*, p. 23.

²³ Blithz Lozada Pereira (2004): "Orientaciones de la filosofía política para la transformación del sistema educativo", publicado en *Estudios Bolivianos* No. 11. La Paz. UMSA, pp. 99 y ss.

²⁴ Blithz Lozada Pereira (1987): "La educación del indio en la Creación de la pedagogía nacional", en *Kollasuyo, Revista de la carrera de Filosofía*. 4ª época No. 1. La Paz. UMSA, pp. 50.

²⁵ Blithz Lozada Pereira (2004): *op. cit.*, pp. 45.

FILOSOFÍA OCCIDENTAL Y COSMOVISIÓN ANDINA

Se han tomado aspectos puntuales del análisis comparativo que hace Blithz Lozada Pereira del andino y el occidental, dentro del mismo apunta que desde la cosmovisión andina, la naturaleza no existe para que sea depredada, ni para que el hombre presuma de su poder frente a ella. Es inconcebible la manipulación que perjudique o destruya al medio ambiente, porque el entorno natural está para dar a los hombres y *recibir* de ellos. Para el andino, la humanidad aparece como una especie entre otras y como parte de una infinidad de criaturas que comparten el mismo escenario de vida²⁶.

Desde la cultura occidental, por el contrario, ha prevalecido una *imagen del mundo* en la que el ser humano se concibe como el centro. Retoman y se sustentan en la historia del pensamiento que incorpora expresiones de la filosofía clásica, el humanismo, la ilustración, el positivismo y la modernidad; pensamientos con una metafísica especulativa impenetrable, optimismo por las posibilidades de la ciencia y un recurrente gesto dogmático validado por la fuerza de la razón y de las instituciones. A partir de la suposición de que existe un orden universal, Occidente ha establecido que las cosas deben ser conocidas con objetividad y neutralidad. Las expresiones recientes de dicha cultura han sustentado filosofías, éticas y modelos sociales con base en el individualismo posesivo que exalta la libertad y consolida el capitalismo y la democracia. En la Tabla 1²⁷ se presenta un resumen de las diferencias, asumiendo que teóricamente, no son imposibles las relaciones entre ambos horizontes culturales (*interculturalidad*).

La tabla 2 es una síntesis que refleja la disparidad de la concepción del universo, y la percepción de origen de los occidentales frente a la comunidad andina. El mismo puede ser trasladado al análisis del tercer capítulo, como lógica de representación en las ilustraciones dirigidas a niños aymaras para aprender matemática, los ejemplos representan entornos naturales y la vinculación de su comunidad con la tierra y la vida, recurren a los cuentos y a las canciones, al ritual de la construcción de la casa y del enlace de la pareja como principio del ritual mismo.

La *interculturalidad* como proyecto estratégico para sociedades como la boliviana, la construcción de un escenario de fértil interposición de lo diferente será solamente posible si se reconocen crítica y auto-críticamente, los contenidos fugaces del pensamiento y la práctica Occidental, en contraste con la visión del mundo y las prácticas tradicionales andinas. Para que tenga lugar el diálogo abierto entre Occidente y la indianidad antes es necesario esclarecer los términos de lo que es imprescindible identificar, abandonar y extirpar de ambos sistemas.

²⁶ Lozada Pereira (2007), p. 64.

²⁷ El autor aclara los dos términos de la tabla: * La suposición de que Tierra es un ser vivo que siente proceso similares a los de un organismo, de manera que cualquier afección tiene repercusiones y manifestaciones diversas en otros subsistemas de la totalidad, es lo que se ha llamado la hipótesis Gaia. ** El filósofo boliviano Marvin Sandi interpretó la actitud metafísica del hombre andino señalando que ante el ser despliega una actitud callada. En oposición al hombre occidental que orienta su existencia en hacer, transformar y utilizar la naturaleza, el hombre andino capta el enigma del ser integrándose con el mundo. Marvin Sandi (1966): *Meditaciones del enigma*. Editorial Seminario de Estudios Hispanoamericanos. Madrid, p. 74.

Tabla 1. Lógicas dispares

FILOSOFÍA OCCIDENTAL	COSMOVISIÓN ANDINA
Concepción y actitudes <i>antropocéntricas</i> que controlan el entorno ecológico y dominan la naturaleza.	Sentimientos de carácter <i>cosmocéntrico</i> que someten al hombre a un orden cósmico expresado en la naturaleza de la sociedad.
Medición y conocimiento del cosmos como un conjunto ordenado, estático y continuo.	Creencia en el flujo dinámico de la realidad: metáfora telúrica y seminal del río.
Suposición de que los objetos se encuentran siendo lo que son y estando en el mundo.	Asunción de la interdependencia orgánica del mundo: visión holista e hipótesis Gaia*.
Noción discreta de las cosas y supuesto de divisibilidad cognoscitiva.	Certidumbre de que las cosas del mundo físico tienen vida y ánimo propio.
La razón y la ilustración como causas del <i>desencantamiento</i> del mundo.	La vida existencial e intensamente expresada y renovada en el <i>misterio</i> del rito.
Preeminencia del valor dogmático de la teología, la ciencia y la ontología.	Experiencia liminal de lo sagrado: embriaguez festiva, lúdica, espiritualista y animista.
Metafísica monista y pretensión excluyente de la verdad universal.	Relativismo religioso: legitimidad dispersa de toda vivencia sagrada.
Validez incuestionable de la lógica formal y de sus principios de identidad, tercero excluido, no contradicción y razón suficiente.	Lógica trivalente, tercero incluido, desvaloración gramatológica, obsecuencia, conflicto, oportunismo, traición y contradicción.
Recurrencia del “modelo de la visión” con el imperativo de objetividad y neutralidad.	Inteligencia emocional que siente y restaura la reciprocidad, el equilibrio, la alternancia, la inversión y la complementariedad.
Representación euclidiana del espacio, medición y cálculo del mismo según el paradigma de la mathesis.	Creencia en la manifestación intensa de las deidades en espacios de concentración de fuerzas de lo sagrado.
Concepción sucesiva, lineal y teológica del tiempo, la historia y la política.	Concepción del tiempo cíclico e infinito; la historia como inversión de dominio.
La acción política como realización consciente de programas de construcción del futuro.	La política como servicio rotativo alternado y como invariable relación de disimetría.
Filosofía, ética y modelo de sociedad con base en el individualismo posesivo.	Valoración de la reciprocidad y la ayuda mutua en la vida social.
Paradigma del <i>homo faber</i> .	Silencio metafísico del hombre que calla**.

Según Blithz Lozada Pereira (2007): *Cosmovisión, historia y política en Los Andes*. En *Colección de la maestría en historias andinas y amazónicas*. UMSA. Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación. La Paz-Bolivia, p. 74.

Tabla 2. El origen de un sincretismo

RELIGION CRISTIANA	COSMOVISIÓN ANDINA
Religión monoteísta que asume la creación del mundo <i>ex nihilo</i> .	Concepción animista y politeísta que cree en la regeneración infinita del universo.
Conocimiento sistematizado por la tradición teológica de Occidente.	Saberes tradicionales que fortalecen las identidades étnicas y las relaciones locales.
Presenta a la divinidad como el absoluto.	Contenido simbólico que actualiza y recompone la vida gracias a los ritos y ofrendas.
Concepción teocéntrica y dogmática.	Vivencia cíclica plasmada en comunidad.
Discurso sistemático que expresa la verdad necesaria, universal y eterna del verbo.	Solidaridad social fortalecida gracias a la recreación de las tradiciones.
Verdad revelada al pueblo elegido por Dios.	Religión de embriaguez festiva y sagrada.
Contenido sintético de la razón y de la fe.	Contenidos simbólicos y míticos que invitan al afecto y estimulan el sentimiento.
Cultura del libro basada en la revelación y la verbalización.	Cultura de la oralidad y la percepción con relatos dispersos, confusos y fantásticos.
Filosofía que establece el telos de la historia con contenido salvífico.	Sentimiento <i>cosmocéntrico</i> que acepta las diferencias culturales.
Paradigma <i>soteriológico</i> con base en una antropología del pecado.	Contenido naturalista que subordina al hombre a un equilibrio cósmico.
Personificación del mal que separa los espacios de salvación y condena eterna.	Creencia en la ubicuidad de las deidades, en la ambigüedad de sus entornos y sus rasgos benéficos y malignos.
El <i>sacrificio</i> es el gesto ritual central en actos que reactivan la redención.	La <i>reprociadad</i> con el mundo sobrenatural es el gesto ritual necesario.
Religión eurocéntrica útil para justificar los propósitos de conquista y colonización.	Creencias comunitarias compartidas de modo previsto u ocasional.

Lozada Pereira, Blithz (2007): “*Cosmovisión, historia y política en Los Andes*. En *Colección de la maestría en historias andinas y amazónicas*. UMSA. Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación. La Paz-Bolivia, p. 79.

LA REFORMA EDUCATIVA DE BOLIVIA 1994

Este punto será abordado desde el estudio desarrollado por María Luisa Talavera y Manuel Contreras²⁸, porque hacen un recuento del proceso de la reforma, mucha de la información es sustentada por entrevistas y documentos que no fueron publicados, lo que hace objetivo a su estudio.

El proceso de La Reforma Educativa en Bolivia inicia en 1992 con el diseño de la propuesta técnica, en julio del mismo año el Presidente de la República Gonzalo Sánchez de Lozada Pereira y los jefes de los partidos políticos con representación parlamentaria firmaron un acuerdo para dar continuidad a la Reforma Educativa, se constituyó en una política de Estado. Negocian los recursos externos y la aprobación de la Ley 1565²⁹ de Reforma Educativa (julio de 1994) y los decretos supremos que reglamentan la ejecución de la Reforma Educativa (febrero de 1995).

El sistema de educación pública que tuvo lugar en Bolivia hasta 1995, fue producto de la Reforma Educativa de 1955 resuelta en el marco de la Revolución Nacional de 1952.

En 1995 se promulgó el Código de la Educación Boliviana, se acordó eliminar el analfabetismo, *hacer la educación democrática* a partir de dar mayor cobertura a la población indígena, dejar de lado la práctica que pretendía homogenizar a todos los niños en un mismo sistema educativo, en su lugar se propuso promover la cultura boliviana, la integración nacional, la promoción de la ciencia y la tecnología, y mejorar la capacidad productiva del país.

Entre los cambios que incluyó la Reforma Educativa están: la formación y preparación a los maestros, desarrollo del currículo, implementación pedagógica al currículo, educación bilingüe e intercultural, reformas institucionales, consejos de maestros, entre otras medidas. La reforma de la educación boliviana proporcionó libros, entre los mismos están los tres módulos de matemática que se analizan en el tercer capítulo que fueron destinados para niños aymaras de primer grado.

Por primera vez en Bolivia, los niños aymaras, quechuas y guaraníes aprendían en sus lenguas madres, el Ministerio de Educación y Cultura (MEC) elaboró libros y material de enseñanza en las tres lenguas. El MEC invitó a universidades públicas y privadas a administrar la enseñanza de las escuelas. Entonces los maestros se formaron en lenguas originarias y en educación intercultural.

Por el carácter pluricultural y multilingüe del país, la Reforma Educativa asumía la necesidad de brindar atención a la diversidad social, cultural y lingüística con la participación de todos los actores sociales. Estructuraba para ello dos grandes ejes que permitirían articular todo el diseño curricular (programa educativo) y su desarrollo: la interculturalidad y la participación popular, que atraviesan todos los procesos educativos desde el nivel inicial.

La propuesta de asumir una *educación intercultural* en el diseño curricular (programa educativo) respondía al reconocimiento y valoración de la diversidad social, cultural y lingüística de

²⁸ Manuel E. Contreras; María Luisa Talavera Simoni (2003): *The Bolivian Education Reform 1992-2002: Case Studies in Large-Scale Education Reform*. Country Studies Education Reform and Management Publication Series. Vol. II. No. 2. Washington, DC. Education the world bank.

²⁹ En el marco de la reforma de la educación emprendida en Bolivia a partir de la Ley 1565, se contempla la implementación de la Educación Intercultural Bilingüe. Dicha ley reconoce la coexistencia de diferentes naciones en el territorio boliviano y, por lo tanto, de las diferentes culturas y lenguas habladas en el país.

Bolivia. La interculturalidad, como uno de los ejes de la Reforma Educativa, buscaba un horizonte de relaciones en las que fuera posible:

- Establecer una convivencia social entre personas y grupos culturales diferentes.
- Legitimar los conocimientos propios de cada región o grupo.
- Superar los prejuicios y la discriminación.
- Favorecer las relaciones de valoración, respeto, comprensión y enriquecimiento mutuo entre diferentes actores y grupos.
- Proyectar la diversidad como un factor de enriquecimiento de la calidad educativa, a través de la posibilidad de intercambiar conocimientos y aprender de los otros.

La educación intercultural proponía replantear las relaciones educativas y poner en práctica una pedagogía que legitimara y valorara los conocimientos y saberes de cada una de las realidades que componen la sociedad boliviana. La prioridad estaría dada para los grupos tradicionalmente marginados. Esto ofrecía aprovechar recursos para plantear nuevas alternativas pedagógicas, generar diversas estrategias de enseñanza y reflexiones sobre la relación que existe entre cultura, lengua y aprendizaje.

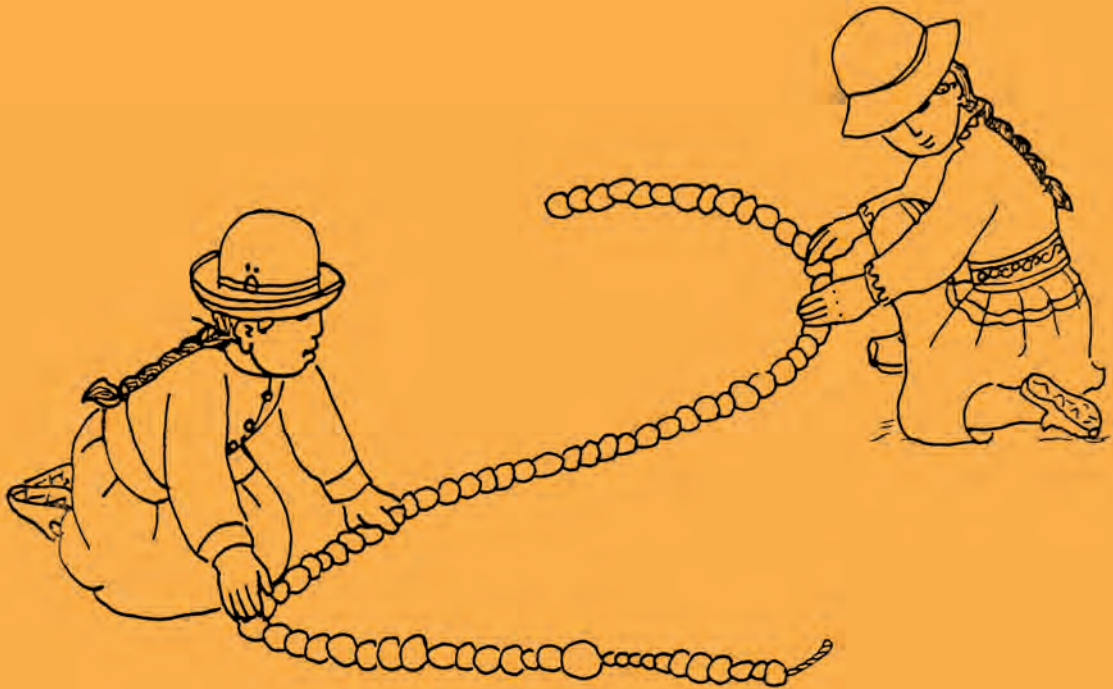
Una de las medidas a los problemas de corto plazo, fue distribuir libros, guías para los profesores y equipos a 12.000 escuelas de primero, segundo y tercero de primaria. El programa de transformación se ejecutó gradualmente. En 1996, vale decir el primer año, el MEC seleccionó un reducido número de escuelas para iniciar la reforma de primero de primaria. Este proceso continuó, año por año, avanzando en la transformación de un grado cada año en las escuelas seleccionadas por el MEC.

Al comparar los contenidos del viejo y el nuevo currículo, se observa, el acercamiento pedagógico, el acercamiento cultural y los recursos puntuales de el currículo educativo anterior al propuesto y desarrollado por la reforma educativa.

Tabla 3. El concepto de interculturalidad en la educación

	VIEJO CURRÍCULO	NUEVO CURRÍCULO
Contenidos	Materias aisladas: Lenguaje, matemáticas, ciencias naturales, ciencias sociales, educación física, música, artes, manualidades, religión.	Contenidos organizados e integrados por áreas: etnomatemática, lenguaje y comunicación, ciencias de la vida, tecnología y conocimiento práctico, expresión y creatividad, religión, ética y moralidad, educación física. Temas integrados transversalmente a las áreas curriculares: Medio ambiente, democracia, género, salud y sexualidad.
Acercamiento pedagógico	Basado en el comportamiento, monolingüe (castellano), basado en la repetición y memorización, transfería contenidos, metodología frontal, centrado en el maestro.	Aproximación desde el constructivismo, dirigido a atender la diversidad de necesidades básicas de aprendizaje culturales, lingüísticas e individuales; según el caso monolingües o bilingües; construcción del conocimiento y de los valores; Centrado en los estudiantes, sus experiencias interpersonales, y en la participación activa en clase.
Acercamiento cultural	Civilización monocultural, no repara en las identidades culturales ni sus lenguas, buscaba absorber todas las culturas en una sola.	Observa la interculturalidad, el respeto y la integración de las identidades, culturas y lenguas de los pequeños.
Recursos	Textos que definían el trabajo en clases, pocos y usualmente materiales desactualizados (por ejemplo mapas, gráficos ilustrativos).	Recursos didácticos actualizados, variados y pertinentes a cada una de las edades y culturas para cada una de las áreas temáticas; librerías para estudiantes y maestros; guías didácticas para maestros; Módulos de aprendizaje para los estudiantes; Ilustraciones y mapas; equipos deportivos; equipos de audio y video.

CAPÍTULO II
Marco teórico



La matemática es un conjunto amplio de modelos y procedimientos de análisis, de cálculo, de medida y estimación que han hecho posible cuantificar la realidad a través de los números (aritmética), la representación y descripción del entorno físico (geometría), la comparación y cuantificación de las magnitudes (medida) y la descripción de diversos fenómenos y situaciones de la vida real (la probabilidad, la estadística y otros).

Los modelos y procedimientos propios de la matemática se constituyen en sistemas de representación que permiten el desarrollo de capacidades del pensamiento lógico matemático en las personas, como: abstracción, deducción, reflexión y análisis. Estas capacidades permiten identificar y establecer las características de los elementos relevantes de cada sistema de representación y las relaciones que hay entre ellos.

Históricamente, la matemática ha sido creada y sistematizada para dar respuestas a diversos problemas demandados por las personas en diferente tiempo y lugar. Por esta razón, la matemática tiene una dimensión social y cultural. La etnomatemática es la coexistencia de las matemáticas y la antropología cultural. Es la manera única en la que cada grupo cultural clasifica, ordena, cuenta y mide para dar solución a problemas cotidianos. En su aplicación describe el significado y relación de la cultura. Vincula las actividades de la clase, vincula los ejercicios con los referentes que hacen al contexto inmediato y a la cultura de los estudiantes.

Ubiratan D'Ambrosio (quien designó el término etnomatemática) define que con *etno* señala que las matemáticas cumplen su función de varias formas, pensadas y desarrolladas por diferentes culturas y por diferentes grupos. Etno cubre aquellos grupos culturales identificables, como sociedades nacionales, tribus, grupos laborales, niños de cierto grupo de edad, clases profesionales, etc. Y comprende las jergas, códigos, símbolos, mitos, e incluso procesos específicos de razonamiento e inferencia. Uno de los mayores objetivos en el ámbito de la educación es que los pequeños *vean* las relaciones y conexiones entre las ideas matemáticas y que puedan aplicar este aprendizaje en la construcción de nuevos conceptos y en la solución de problemas.

...usamos el prefijo *Etno* en un sentido mucho más amplio que simplemente raza, es importante repetirlo y enfatizarlo. Nuestra concepción de *Etno* abarca todos los ingredientes que forman la identidad cultural de un grupo: lenguaje, códigos, valores, jerga, creencias, hábitos de alimentación y de vestido, rasgos físicos, etc¹.

El danés Ole Skovsmose profesor en el departamento de Educación, Aprendizaje y Filosofía en Aalborg University de Dinamarca, puntualiza que el aprendizaje se aleja de ser seguro cuando se da por debajo del nivel consciente de la persona, es decir cuando se fuerza con ejemplos y referentes de un contexto cultural ajeno, nos dice que “Puede que sea mejor pensar en el aprendizaje como interacción: aprender significa hacer cosas juntos”². La predisposición del estudiante a aprender, advierte Skovsmose se da por la manera de organizar los procesos de enseñanza-aprendizaje.

¹ Ubiratan D'Ambrosio (2001): *Pluriculturalidad y aprendizaje de la matemática en América Latina: Experiencias y desafíos*. Madrid. Ediciones Morata, p. 25

² Ole Skovsmose (1999): *Hacia una filosofía de la educación matemática*. Colombia. Universidad de Los Andes, p. 45.

El origen de la matemática está dado por la cultura, por un sistema cultural. Cada grupo guarda sus propios patrones de comportamiento, códigos, símbolos, modos de razonamiento, maneras de medir, de clasificar, de matematizar. Los niños que van para primero de primaria llegan a la escuela con sus propias matemáticas, con formas de conocer y aproximarse que se caracterizan por su particular entorno e idiosincrasia. Estas distintas formas de matemáticas que son propias de diversos grupos culturales, son las llamadas etnomatemáticas.

La definición de etnomatemática es muy difícil, entonces yo tengo una definición de naturaleza etimológica, la palabra yo la compuse, quizás otros han utilizado etnomatemática de otra forma, entonces yo inventé esa manera de ver la etnomatemática, como tres raíces, una de ellas es *etno* y por *etno* yo comprendo los diversos ambientes social, cultural, natural, la naturaleza, todo eso. Después hay otra raíz, que es una raíz griega que llama *mathema* y el griego *mathema* quiere decir explicar, entender, enseñar, manejarse; y un tercer componente es *thica* que yo introduzco ligado a la raíz griega *tecni* que es artes, técnicas, maneras, entonces sintetizando esas tres raíces en etnomatemática. Ésta sería las artes, técnicas de explicar, de entender, lidiar con el ambiente social, cultural y natural³.

Etno entonces sugiere el *entorno natural y cultural* del hombre de modo atemporal, es decir va más allá de referirse al hombre actual y su comunicación mediática, alude al hombre de todas las épocas prehistórico, primitivo, moderno, hasta llegar al actual, en su diario accionar en su contexto inmediato y circunstancial.

Si *mathema* se relaciona nos dice el autor a explicar, entender, enseñar, manejarse. Propone la trascendencia de contar, de incorporar cifras, aritmética, medición, clasificación, ordenamiento, inferencia, modelamiento y reparar en todas las formas de expresión o satisfacción mental y espiritual manifiestas, contenidas de modo poético, gráfico, pictórico, o folklórico con sus propias particularidades.

Thicas que dice el autor son las artes, técnicas, maneras, la metodología, cómo transmitir o compartir experiencias (cualquiera que fuera), destinada a distintas personas para que puedan acceder a conocimientos desconocidos. El deseo es que ese nuevo conocimiento permita una posible solución a sus preocupaciones o les de la satisfacción de alcanzar sus objetivos, más allá de las circunstancias socio-culturales que puedan afectar positiva o negativamente.

Etnomatemática es el cúmulo de saberes matemáticos, prácticos y teóricos, elaborados o aprovechados y contemporáneos en su contexto sociocultural, que engloba los procesos de: contar, clasificar, ordenar, calcular, medir, organizar el espacio y el tiempo, estimar e inferir. Los conocimientos matemáticos de la comunidad, relacionados con su cosmovisión e historia, básicamente comprenden: El sistema de numeración propio; Las formas geométricas que se usan en la comunidad; Unidades o sistemas de medidas utilizadas local o regionalmente (tiempo, capacidad, longitud, superficie, volumen); Instrumentos y técnicas de cálculo, medición y estimación; procedimientos de inferencia; Las expresiones lingüísticas y simbólicas correspondientes a los conceptos, técnicas, e instrumentos matemáticos.

³ Ubiratan D'ambrosio (1985): *El lugar de las etnomatemáticas en la historia de la pedagogía de las matemáticas, para su aprendizaje*. Madrid. Ediciones Morata, p. 10.

Hilbert Blanco formula una pregunta que nos deja entrever la relación entre etnomatemática y educación matemática estipulada por Alan Bishop:

La relación principal es que ambas están centradas alrededor de la gente, se relacionan con personas, y es importante enfatizar la conexión humana, porque con mucha frecuencia se habla de la relación entre matemática y educación matemática centrándose en tópicos del currículo (matemático). La etnomatemática realza que diferentes culturas tienen ideas diferentes y nos habla de cómo la gente desarrolla esas ideas. Así, la relación entre la educación matemática y la etnomatemática tiene que ver más con el cómo las ideas matemáticas se desarrollan en las personas.

Pienso que lo más importante es que los profesores entiendan que las matemáticas necesitan ser cambiadas, o desarrolladas o ampliadas, hasta entender más cómo las matemáticas se relacionan con la vida de la gente⁴.

La base del conocimiento etnomatemático en el nivel inicial se presta a configurar, emplear ejemplos del contexto cotidiano de los niños. En sus primeros años ellos tienen experiencias que se relacionan con la matemática a través de las cuales inician el desarrollo de nociones como: estimar, calcular, localizar, comparar, descubrir regularidades y ubicarse en el espacio que les rodea, este aprendizaje se aleja de lo abstracto y disfuncional mientras los niños tengan un referente inmediato a su entorno, este aspecto puntualmente remarca un acierto en el texto Jakhüwi, porque las representaciones ilustran el entorno de los niños aymaras bolivianos.

La etnomatemática permite explorar diferentes contextos en situaciones de la vida cotidiana, sean éstas sociales, culturales, naturales o netamente matemáticas. Hace posible que los niños encuentren sentido a sus aprendizajes, reconozcan su utilidad social y vinculen sus experiencias con otros campos del saber que beneficien sus conocimientos y su creatividad.

El profesor Ubiratan D'Ambrosio manifiesta que cuando le cuestionan cuánto se puede estar limitando a un niño cuando se le enseña sólo los conocimientos de su propia y delimitada cultura, frente un espectro de diversidad que hace el resto del mundo. Él responde que: Tú empiezas en lo local, tienes que empezar en lo local, pero luego debes educar sobre lo global también. La pregunta se vuelve entonces ¿Cómo hacerlo de la mejor manera? La etnomatemática debe ayudar a los profesores a realizar dichas conexiones entre lo local y lo global⁵. Nos habla de integración, de apertura y disposición a conocer las diferencias, como nos diría Albert Einstein si buscas resultados distintos, no hagas siempre lo mismo.

En esta misma entrevista, D'Ambrosio además insiste en que “la matemática no está aislada de las otras maneras del conocimiento sea arte, religión, arquitectura, todo eso, entonces es integrar la matemática a otras formas del conocimiento, ese es un objetivo que yo espero que la etnomatemática contribuya efectivamente, además de una enseñanza mejor”⁶.

Al conocer y aproximarse a los fenómenos y eventos de la naturaleza y de la sociedad, los pequeños (como todo ser humano), se apropian y comprenden desde una estructura socialmente

⁴ Hilbert Blanco Alvarez; Aldo Parra Sánchez (2009): “Entrevista al profesor Alan Bishop”. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, Vol. 2, No 1, pp. 69-74.

⁵ Hilbert Blanco Alvarez (2008), *op. cit.*, p. 21-25.

⁶ *Ibid.*

elaborada, pero también desarrollan por sí mismos una representación del mundo que pueden compartir y discutir con otras personas. Lo que es importante es permitir que en la búsqueda de explicaciones tengan la posibilidad de encontrar la integración y participación de la matemática, en palabras del maestro Morris Kline:

el conocimiento es un todo y las matemáticas son una parte del todo. No se desarrollan por separado de las demás actividades e intereses. Enseñar las matemáticas como una disciplina aparte es una perversión, una corrupción y una distorsión del verdadero conocimiento. Si nos vemos impulsados por razones prácticas a separar la enseñanza en matemáticas, ciencias, historia y otras materias, reconocamos al menos que esta separación es artificial y falsa. Cada materia representa una aproximación al conocimiento, y cualquier mezcla o superposición que sea conveniente y pedagógicamente útil es deseable y debe ser bienvenida⁷.

APLICACIÓN DE LA ETNOMATEMÁTICA

Una enseñanza dispuesta a distintos conocimientos, da apertura a correlacionar criterios, asociar puntos de vista de personas, grupos o culturas. Es una manera de acercar a los niños a ideas que no son “universalmente” compartidas. El pensar que el conocimiento deba ser presentado como la verdad “objetiva” obstaculiza una enseñanza abierta a la diversidad.

La plataforma de aprendizaje propuesta desde la etnomatemática repara en la cotidianidad, en la diversidad de los niños, toma en cuenta sus características personales, sus ritmos de aprendizaje y las experiencias propias de su cultura, crea espacios en los que se respetan sus conocimientos previos como un punto de partida en la construcción de nuevos aprendizajes matemáticos. Los conocimientos previamente adquiridos al interactuar con la familia, el entorno social y natural así como en situaciones de aprendizaje de la matemática, se constituyen en la base para la comprensión y asimilación de los conceptos matemáticos.

Una de las cuestiones más importantes de la psicología y la pedagogía infantil es la referente a la creación en los niños; su desarrollo y la importancia del trabajo creador para la evolución general y la maduración del niño. Desde la más temprana infancia observamos procesos de creación que se aprecian mejor en los juegos (...). Naturalmente en sus juegos ellos reproducen mucho de lo que han visto; todos conocemos el gran papel que en los juegos de los niños desempeña la imitación, con mucha frecuencia estos juegos son sólo un eco de lo que los niños vieron y escucharon de los adultos, no obstante estos elementos de su experiencia anterior nunca se reproducen en el juego absolutamente igual a como se presentaron en la realidad. El juego del niño no es el recuerdo simple de lo vivido, sino la transformación creadora de las impresiones vividas, la combinación y organización de estas impresiones para la formación de una nueva realidad que responda a las exigencias e inclinaciones del propio niño⁸.

⁷ Morris Kline (1998): *El fracaso de la matemática moderna*. Madrid. Siglo XXI, pp. 166-167.

⁸ Lev Semenovich Vigotsky: *Imaginación y Creación en la Edad Infantil*. Biblioteca Digital Universal. B.D.U., pp. 5-6.

Entendiendo que los niños son los constructores de sus conocimientos matemáticos, el maestro ayuda basándose en sus experiencias previas a que relacionen los contenidos nuevos que se van introduciendo. De esta forma permite que los niños encaren problemas que aún no saben resolver, estimulando sus propias estrategias, sus capacidades individuales, respetando sus diferencias para dar lugar a su creatividad, impulsando su curiosidad.

Como la etnomatemática se enseña a partir de situaciones problemáticas que tienen sentido para los niños y están relacionadas con su entorno, se hacen relevantes y permiten que el niño relacione su conocimiento con distintos tipos de situaciones que desarrollan su capacidad para comunicarse matemáticamente y para utilizar sus propias estrategias en los procesos de aprendizaje. Una situación es problemática cuando la interpretación del pequeño basada en un conocimiento previo necesita completarse, ese desafío le conduce a imaginar, relacionar y encontrar una nueva solución.

Exploración del número y operaciones

En su cotidianidad los niños asignan usos y significados a los números; los comparan, los ordenan y relacionan, descubren, exploran y valoran su utilidad para solucionar tareas diarias. Al pastorear, en la compra y venta de productos, y en otras actividades usuales se sirven de los números. Su aprendizaje en la escuela es reforzado y se prolonga a actividades fuera del aula.

¿Cuándo empezamos a contar?, de generación en generación hemos tenido la necesidad de registrar cantidades, posiciones, estimar y comparar cantidades, calcular, es una de las funciones que cumplen los números, nombrar cantidades que no están presentes y guardar en la memoria la posición que ocupa un objeto en una serie ordenada⁹.

En la escuela los niños aprenden lo que se conoce como *serie numérica* oral, a manejarse con cantidades mayores, a contar de dos en dos, de cinco en cinco, de diez en diez. De acuerdo a los ejercicios el pequeño necesitará sumar o restar elementos a un conjunto, sobrecontar, descontar, partir y repartir, esto le permite adelantar en su conocimiento matemático, a pasar progresivamente del conteo al cálculo.

Los niños son introducidos a la *numeración escrita* en cuanto salen a un entorno social, los encuentran en las balanzas, en los calendarios, en los relojes, en los anuncios de costos de los productos, en las numeraciones de las casas, calles, etc. Esta interacción da pie a la relación con la *numeración hablada*, y oportunidad a los niños de ir formando conceptualizaciones propias acerca del sistema de numeración y la representación convencional de número y operaciones.

El uso y conocimiento de las medidas también está relacionado con la percepción de su medio ambiente, y la información inmediata de comparación de tamaños y distancias que tienen, por ejemplo el tamaño y dimensión de sus manos frente a las de sus papas, o su tamaño en relación a un adulto, cuanto les toma llegar a la escuela, o llevar a pastear a sus ovejas, el espacio dispuesto para los cóndores, el espacio que recorren las llamas, la altura de una flor de papa, la altura de la quinua, o la altura de una montaña y otra. Aprenden a medir con unidades convencionales y a utilizar algunos instrumentos como ser la regla, las cinta métrica en la escuela. La estimación

⁹ Anita Espejo; Roberto Reque; Lucy Mamani. *Diseño curricular para el nivel de educación inicial*. Ministerio de Educación. Viceministerio de Educación Escolarizada y Alternativa. Dirección General de Educación Inicial y primaria. Bolivia. Consultado en http://www.oei.es/linea3/Educacion_Inicial_Bolivia.pdf. El 11-11-2010

participa junto al sentido numérico y al sentido espacial. Al descubrir, reconocer y relacionar espacios en su entorno inmediato, desarrollan una representación mental, caracterizan las formas, identifican sus posiciones, sus desplazamientos y utilizan representaciones sobre el espacio físico.

Educación Intercultural Bilingüe

Este título, será abordado la lectura de los autores participantes en “Pluriculturalidad y aprendizaje de la matemática en América Latina; Experiencias y desafíos”¹⁰. En el V capítulo participa Adán Pari, profesor y lingüista boliviano, en el texto explica que él se inclina por una pedagogía constructivista, por que en el proceso de enseñanza/aprendizaje ha podido observar y fomentar por ésta a que sea el niño el constructor de sus aprendizajes desde su contexto. El profesor insiste en la importancia de los *conocimientos previos* que traen sus estudiantes a la escuela, para el autor éste es el punto de partida de la relación entre etnomatemática y matemática. Busca que los pequeños *partan* de sus conocimientos y alcancen aquellos desconocidos, y que estos nuevos conocimientos apropiados sean *significativos*, relevantes y funcionales para los niños¹¹.

El concepto de “texto auténtico” comenta Pari, hace al sentido de las actividades que se constituyen en una fuente de conocimiento en el entorno cultural y social del niño, como ser para los aymaras: la siembra y cosecha de la papa, las propiedades medicinales y curativas de las plantas, la elaboración de tejidos, la construcción de la casa, las danzas, y juegos, y otras, en las que se presentan expresiones matemáticas que pueden ser los puntos de partida para la formación de nuevos saberes matemáticos, cívico, ético, religioso, estético, etc. Así mismo, considera que la elaboración de los módulos de aprendizaje tienen un carácter integrador e integral, por el diseño de redes temáticas que, para el primer ciclo de educación primaria, integran las cinco áreas del currículo y las competencias transversales definidas en el marco de la Reforma Educativa¹².

Los principales desafíos planteados por la reforma educativa en Bolivia, describe Pari están dados por: el conseguir que la escuela fuera el vínculo hacia una genuina interculturalidad; propagar la participación popular para identificar y responder a las necesidades de la comunidad; en cuanto a formular e implementar políticas lingüísticas adecuadas, en algunos casos es mejor utilizar la palabra en castellano, en lugar de forzar una analogía, que genera muchos más problemas de comunicación que los que soluciona¹³.

Antes de ejecutar el proyecto se aproximaron y observaron los conocimientos matemáticos usuales en diversas actividades de las comunidades aymaras. Su estudio les permitió notar el manejo del tiempo y el espacio en la cultura aymara¹⁴.

¹⁰ Alfonso E. Lizaraburu; Gustavo Zapata Soto (2001): *Pluriculturalidad y aprendizaje de la matemática en América Latina; Experiencias y desafíos*. PROEIB Andes. Cochabamba – Bolivia. Ediciones Morata.

¹¹ Adán Pari (2001): Capítulo V “La enseñanza de la matemática a educandos quechuas en el marco de la reforma educativa”, en Alfonso E Lizaraburu; Gustavo Zapata Soto (2001): *op. cit.*, p. 137.

¹² *Ibid.*, p. 141.

¹³ *Ibid.*, p. 150.

¹⁴ *Ibid.*, p. 155.

La etnomatemática es el medio que favorece la educación matemática bilingüe intercultural. En el capítulo VI, está el aporte de Martha Villavicencio Ubillus, quien entiende que la *etnomatemática* es el acervo de saberes de un grupo sociocultural autóctono, que es adaptado y transformado en el curso del tiempo. La etnomatemática equivale a la cultura materna de un grupo sociocultural autóctono, mientras que la matemática es para la autora *la segunda cultura*, que es patrimonio de los grupos letrados. Para Villavicencio la etnomatemática se distingue de la matemática por la identidad. Piensa la autora, que la etnomatemática da lugar a aproximarse a las diferencias conceptuales de un grupo en un momento histórico, localizar los *obstáculos epistemológicos*, los saberes preexistentes que moldean la formación de ciertas estructuras conceptuales y descarta otras¹⁵.

Villavicencio apunta la necesidad de hacer neologismos matemáticos quechuas y aymaras para aquellos términos que carecen de equivalentes etnomatemáticos en las lenguas autóctonas. La autora considera, así como Pari, que las diferencias sintácticas del quechua y el aymara en relación con el castellano pueden forzar a veces la correspondencia entre su significado y lo que se representa en el aspecto matemático. Subraya la trascendencia de la lengua materna como mecanismo fundamental de comunicación y desarrollo del pensamiento; la necesidad de dar formación permanente y continua de los maestros de educación intercultural bilingüe, así como al material técnico-pedagógico dirigido a profesores y estudiantes; la realización de investigaciones etnomatemáticas; la evaluación periódica de la calidad de la educación matemática bilingüe intercultural y, finalmente, la formación de una Comunidad Interandina de Estudios de Educación Matemática Bilingüe Intercultural para mejorar la calidad de la enseñanza y el aprendizaje a partir del intercambio de experiencias y conocimientos¹⁶.

El capítulo VII es desarrollado por Joachim Schroeder, describe a la matemática como un fenómeno universal que da lugar a percibir, describir y analizar la realidad, a ordenar el mundo y entender, la infinitud de posibilidades de hacerlo está presente en los saberes de diversas culturas. Propone un *modelo intercultural dinámico*, que opera con el multiculturalismo, se basa en el proceso de intercambio cultural permanente, el autor entiende que las culturas matemáticas no son sistemas culturales encerrados en sí mismos, sino dinámicos y abiertos¹⁷.

Terezinha Nunes, autora del IX capítulo ofrece la conclusión a la que ha llegado luego de diez años de investigación en varios países: para la autora muchos conceptos básicos de la matemática se aprenden fuera de la escuela, su estudio justamente se dirige al origen de estos conceptos y los procesos de evolución de los mismos en los infantes. Nunes, concluye que:

- Los niños comprenden a partir de esquematizar la resolución de problemas de la vida diaria;
- estos esquemas de acción a su vez dan pie al desarrollo de estrategias que los niños no asocian aún con las operaciones aritméticas, en esta reside la importancia del lenguaje;
- son los profesores quienes facilitan la formación de vínculos entre los conceptos de la vida cotidiana y los conceptos matemáticos;

¹⁵ Martha Villavicencio Ubillus (2001): Capítulo VI “El aprendizaje de las matemáticas en el Proyecto Experimental de Educación Bilingüe Intercultural del Ecuador: reflexiones sobre la práctica y experiencias relacionadas”, en Alfonso E Lizarzaburu; Gustavo Zapata Soto (2001): *op. cit.*, p. 162.

¹⁶ *Ibid.*, pp. 165-170,178.

¹⁷ Schroeder, Joachim (2001): Capítulo VII “Hacia una didáctica intercultural de las matemáticas”, en Alfonso E Lizarzaburu; Gustavo Zapata Soto (2001): *op. cit.*, pp. 189-200.

- las nociones de la vida cotidiana tienen limitaciones comparadas con los conceptos matemáticos de la escuela y este es el mayor obstáculo en la educación intercultural;
- por lo mismo es necesario acordar términos específicos para conceptos desarrollados en la matemática¹⁸.

Alfonso Lizarzaburu, educador y sociólogo peruano, como uno de los autores del texto desarrolla el capítulo X que da pie a las conclusiones del texto. Lizarzaburu encuentra un problema general en la educación en particular, en contextos sociales multiculturales, pluriétnicos y multilingües. Sostiene que los intentos de construir en América Latina proyectos nacionales que den lugar a la participación de los indígenas todavía han sido frustrados. Por lo mismo insiste en la necesidad de encarar y reconocer la situación de dominación, explotación y marginación en que se encuentran muchas poblaciones, limitadas del derecho a autoafirmarse y desarrollarse, encuadrados desde hace siglos en la pobreza, que hace imposible la expansión de sus lenguas y culturas¹⁹.

De acuerdo al autor los intentos frustrados de las políticas educativas en general, y en este caso en particular, en el campo de la enseñanza de la matemática se dan por la carencia de estabilidad y continuidad en los esfuerzos de definición, implementación, seguimiento y evaluación de las políticas y estrategias educativas. La distancia entre las buenas intenciones del discurso político y las carencias y limitaciones en la experiencia cotidiana²⁰.

Lizarzaburu sintetiza el estudio de caso realizado por el Instituto de Planificación de Educación (IPE) de la UNESCO en el nivel de la educación básica de México, enseña las desigualdades y la segmentación del sistema educativo, medidas en términos de acceso, promoción, rendimiento, calidad y equidad en la educación, revela las profundas fracturas – como llama el autor – que caracterizan las estructuras sociales de los países de la región. En este contexto real, analiza la problemática de la pluriétnicidad, la multiculturalidad, el plurilingüismo y la Educación Intercultural Bilingüe en los países de la región, haciendo hincapié en distinguir entre *educación bilingüe de transición* y *educación bilingüe de mantenimiento*, anota también las relaciones entre la Educación Intercultural Bilingüe, la matemática y la etnomatemática, el bilingüismo y matemática, todo un espectro de investigación en Latinoamérica al que invita²¹.

Cierra con la propuesta de preguntas relacionadas con la educación intercultural bilingüe y su avance en la conceptualización, en la legislación, en las experiencias, proyectos y programas que se han diseñado e implementado en las últimas tres décadas en América Latina. Observa que esta evolución se debe en gran medida a la organización y movilización de las propias poblaciones indígenas de la región, que han creado alianzas con otros actores sociales –individuales,

¹⁸ Teresina Nunes (2001): Capítulo IX “La matemática en la vida y en la escuela: Dos décadas de investigación”, en Alfonso E Lizarzaburu; Gustavo Zapata Soto (2001): *op. cit.*, p. 243-249.

¹⁹ Alfonso Lizarzaburu (2001): Capítulo X “Algunas consideraciones fundamentales sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática en relación con los pueblos indígenas de América Latina”, en Alfonso E Lizarzaburu; Gustavo Zapata Soto (2001): *op. cit.*, p. 243.

²⁰ *Ibid*, p. 250.

²¹ Alfonso Lizarzaburu (2001): Capítulo X “Algunas consideraciones fundamentales sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática en relación con los pueblos indígenas de América Latina”, en Alfonso E Lizarzaburu; Gustavo Zapata Soto (2001): *op. cit.*, p. 252.

grupales e institucionales: públicos y privados; nacionales y extranjeros— para hacer valer no sólo sus derechos y reivindicaciones como poblaciones que han sido marginadas y explotadas, sino como parte de procesos más vastos de democratización del conjunto de la sociedad; en síntesis, como expresión de la brega destinada a construir proyectos nacionales democráticos²².

En Bolivia, como mencionamos anteriormente se consiguió en el marco de la reforma de la educación a partir de la Ley 1565, la implementación de la Educación Intercultural Bilingüe. ley que reconoce la coexistencia de diferentes naciones en el territorio boliviano y las diferentes culturas y lenguas habladas en el país. El aprendizaje de la matemática es una necesidad para la población aymara, hace también parte de su reivindicación, de su derecho de participación y del equilibrio de poder en un espectro donde por diversos eventos y contextos socioeconómicos, políticos y culturales se han visto desplazados.

LAS IMÁGENES Y LA MATEMÁTICA

El principal objetivo de la educación de la matemática es que los niños *vean* las relaciones y conexiones entre las ideas matemáticas y su entorno inmediato, hacer posible que encuentren la forma de aplicar estos aprendizajes en la construcción de nuevos conceptos y en la solución de problemas²³. La enseñanza constructivista, facilita espacio al niño para, construir, modificar, y coordinar sus esquemas mentales, en un proceso de construcción basado en reconocer semejanzas entre las ideas nuevas y previas²⁴. La tarea del maestro es descubrir las representaciones mentales que el estudiante va moldeando internamente, y ayudarle, con las actividades y experiencias que den pie a que se explaye en las estructuras mentales que está desarrollando.

Este trabajo busca analizar el rol de las imágenes mentales y la visualización recreadas en la actividad matemática. En cuanto pensamos surgen las imágenes mentales. Cuando indagamos a cerca del significado de una experiencia o de una teoría, de una palabra o un problema matemático, profundizamos y reflexionamos en el conocimiento que tenemos de ello. Podemos retener en nuestra memoria una cantidad de contenidos semánticos (significado de las palabras, conceptos sobre el entorno inmediato, conocimientos especializados, etc), habilidades y destrezas (trasquilar vicuñas, tejer, hilar, pastorear, montar en bicicleta, resolver problemas, etc.). Toda la información que registramos se mantiene latente hasta que es activada y recuperada por la memoria operativa. Parte de la información registrada y transformada se reproduce, posiblemente, en un formato particular de imágenes mentales. Las ideas matemáticas que vamos desarrollando serán representarlas internamente, y esta representación puede dar espacio a la mente operar sobre y con ellas²⁵.

²² *Ibid.*, pp. 260-265.

²³ NCTM (1991): *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática*. España. Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.

²⁴ Arthur Baroody; Herbert Ginsburg (1990): "Children's learning: A cognitive view", en R. B. Davis; C. A. Maher; N. Noddings: (1997), *Constructivist views on the teaching and learning of Mathematics*. Reston, VA. NCTM.

²⁵ J. Hiebert; T. Carpenter (1992): "Learning and Teaching with understanding", en D. Grouws (1995): *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, New York. NCTM - Mac Millan, pp. 65-97.

Desde estas apreciaciones se ha de indagar sobre la resolución de problemas o sobre la formación de los conceptos matemáticos desde el término “representación”, que tiene diferentes sentidos dependiendo del contexto. Siendo que este trabajo está relacionado con el término necesitamos aclarar lo mejor que podamos el tipo de estructuras conceptuales que tenemos en la mente cuando decimos “representación” para evitar confusiones conceptuales.

“Representar” en castellano tiene diferentes significados: a) Hacer presente algo con palabras o figuras que la imaginación retiene; b) Informar, declarar o referir; c) Sustituir a alguien o hacer sus veces, desempeñar su función o la de una entidad, empresa, etc. ; d) Ser imagen o símbolo de algo, o imitarlo perfectamente²⁶. Es el contexto tanto en inglés como en castellano que determinan el sentido que se da a “representar”. En cambio en el alemán los significados y el uso para el término “representar” son puntuales y específicas.

Los términos y significaciones de las palabras que en el idioma alemán significan representar son retomadas de la lectura e interpretación de Ernst Von Glasersfeld y el Dr. Fernando Zamora Águila, de las que tomaremos tres que son pertinentes para nuestro estudio: *Vorstellen*, *Darstellen* y *Bedeuten*.

El dibujo representa a un lirio = *Darstellen*

Jane mentalmente se representa algo a sí misma = *Vorstellen*

“x” representa una cantidad desconocida = *Bedeuten*²⁷.

Por los ejemplos de Von Glasersfeld entendemos que *Darstellen* es la interpretación de una imagen o muestra de un objeto real o de un concepto, derivado de una actividad humana; *Vorstellen* pudiera ser la imagen mental que sustituye a algo existente o imaginario y *Bedeuten* aquello singular y propio de un concepto o una idea. Zamora es preciso en la definición de dos de estos términos, que confirman y completan la interpretación anterior, en *Filosofía de la Imagen*, *Vorstellung* está definida como la representación interna, mental o imaginaria o *inmaterial* y *Darstellung* como representación, sensible, física o *material*²⁸.

Coincide con la lectura de Von Glasersfeld que describe a *Vorstellung* como sustantivo de *vorstellen* definida como “representación mental” en un sentido dual, primero como proceso o actividad mental y segundo como resultado o producto final. Ambas, aluden a la acción de construcción interna en la que no existe un prototipo como base para ser representada, por que ningún organismo cognitivo tiene acceso completo a las cosas en sí mismas. Nuestra destreza representativa se ve condicionada desde que percibimos el objeto que no discernimos en su totalidad, a esto se suma las incorporaciones o transformaciones que cada individuo da. Este aspecto de subjetividad o interioridad también es referido por Zamora.

²⁶ Diccionario de la Real Academia Española, 2001.

²⁷ Ernst Von Glasersfeld: “Preliminaries to any theory of representation”, en Catherine Ann Janvier (1987): *Problems of representation in the teaching and learning of Mathematics*. Hillsdale. N.J.: Lawrence Erlbaum, pp. 215-225.

²⁸ Fernando Zamora (2007): *Filosofía de la imagen; Lenguaje, imagen y representación*. México D.F, UNAM-ENAP, p. 268.

Es así que, en el análisis del tercer capítulo, por *Vorstellen* se entiende al imaginario aymara tras de las ilustraciones de Jakhüwi, para facilitar la lectura en castellano el término será aproximado al estipulado por Zamora *Representación Interna*; *Darstellen* será *Representación Material*. Por otra parte *Bedeuten*, que también se refiere al término “representar”, se usa para expresar acciones como “significar”, “querer decir”, “ser símbolo” y “denotar”; para este estudio será trasladado al concepto matemático que se quiere dar a entender en la ilustración, en castellano nombraremos a *bedeuten* como significado.

En el ámbito educativo y matemático, una idea fundamental es comprender el procedimiento, o los procedimientos, en que entendemos y transmitimos los criterios y las ideas matemáticas. El “cómo” percibimos, el medio por el que les damos significados es un aspecto del entendimiento humano. La representación del conocimiento es interior, a partir de estas representaciones y de sus vínculos se crean entre ellas entornos donde anidan y se desatan las ideas. Indagaciones sobre la intervención de las imágenes en matemáticas y la función de las imágenes mentales, revelan la trascendencia de las representaciones para la configuración oportuna de conceptos.

Los elementos de las matemáticas se exponen bajo la aparente disyuntiva de dos estatus: el operacional, de naturaleza dinámica, donde los componentes son entendidos como un procedimiento, y el conceptual, de naturaleza estática, donde los componentes son entendidos como una entidad conceptual. En tanto el estatus conceptual del componente matemático se exterioriza estructurado en diversos tejidos conceptuales, los Sistemas de Representación Semióticos (SRS) que determinan el estatus operacional (representaciones numéricas, códigos, gráficas, diagramas, etc.) en los que los componentes son expuestos y transmitidos, han sido menos adoptados por parte de los matemáticos y el sistema educativo. Sin embargo, las matemáticas difícilmente podrían ser compartidas sin estos sistemas de representación.

En la búsqueda de interpretar la articulación presente en el proceso de construcción y comprensión del conocimiento, investigadores desarrollaron estudios experimentales y teóricos para analizar la función de las representaciones en el aprendizaje de las matemáticas. Kaput, citado por Janvier, expone una aproximación teórica para describir el uso de símbolos matemáticos y señala que

cualquier concepto de representación implica dos entidades relacionadas, pero funcionalmente separadas: el mundo representante y el mundo representado. Hay, por tanto, una correspondencia entre algunos aspectos del mundo real y algunos del mundo representado. Por ello, en cualquier especificación particular de una representación se describirá: el mundo representado; el mundo representante; qué aspectos del mundo representado han sido representados; qué aspectos del mundo representante hacen la representación y la correspondencia entre los dos mundos²⁹.

²⁹ J. Kaput (1987): “Toward a theory of symbol use in Mathematics”, en Catherine Ann Janvier (1987): *op. cit.*, p. 250.

Del estudio de los autores mencionados, y desde nuestra lectura del tema, distinguiremos las representaciones “internas” (estructuras cognitivas del individuo) y las “externas” (destinadas para compartir conceptos). Las representaciones internas son formadas por el entendimiento del individuo, corresponden al espectro cognitivo y a partir de ellas la persona otorga un sentido a los fenómenos que esclarecen los conceptos e ideas matemáticas.

La necesidad de transmitir las ideas matemáticas que se han formado o se están formando convergen en la representación externa, para que puedan ser comunicadas; nos servimos del lenguaje hablado, el escrito, los dibujos, los modelos físicos, entre otros, elementos que tienen la función de representar externamente una idea, concepto o problema matemático³⁰. Las representaciones externas son aquellos objetos o elementos de conocimiento (tablas, diagramas, símbolos, dibujos, gráficos en el ordenador, etc.) que incitan el aprendizaje, y cuya presencia sustituye una idea o un concepto matemático. Pueden ser consideradas como “concretizaciones” de ideas o conceptos matemáticos. Para las representaciones externas manejaremos el término empleado por Von Glaserfeld y Zamora *darstellum*, cuando la representación es semejante a lo que representa, es decir, al original.

A partir de la reflexión e interpretación es posible distinguir a las representaciones mentales de las representaciones externas matemáticas, el desplazarnos inconscientemente de una a otra es común. Por ejemplo, en el acto de resolver un problema matemático se hace uso de un diagrama. Esta representación externa deja más espacio mental para construir nuevas imágenes y relaciones para resolver el problema³¹. Wheatley, resuelve el proceso recursivo a partir de proponer la siguiente secuencia: Primero, al encontrarnos con un problema formamos una imagen, equivalente a la representación interna; segundo, trasladamos la imagen al exterior en un dibujo; tercero, se nos figura una mejor solución; cuarto, a partir de la revisión de esta primera materialización se desarrolla un dibujo más elaborado; y finalmente se repite el proceso.

La relación entre las representaciones externas e internas permitirá analizar e interpretar las ilustraciones seleccionadas en los 3 módulos de matemática dirigidas a niños aymaras de primero de primaria. Creemos que cuando un estudiante está frente a una representación externa, deja ver parte de cómo el estudiante construye esa idea en su mente. El proceso de atribuir sentido, se establece a partir de la asociación y refuerzo de una imagen conocida, una imagen o costumbre reconocida en su entorno inmediato, en su comunidad o ayllu que facilita la asimilación, comprensión y aplicación de este concepto matemático. Teniendo en cuenta que las representaciones mentales no son observables directamente, debido a que ocurren en la mente de cada individuo, nos basaremos en las inferencias y estudios de comunidades aymaras desarrolladas por Denise Arnol y Juan de Dios en su texto “*Hacia un Orden Andino de las cosas*”, y Blithz Lozada Pereira en “*Cosmovisión, historia y política en los Andes*”.

Las ilustraciones seleccionadas para el tercer capítulo serán abordadas desde su simbología y funcionalidad, es decir, se analizará su uso y representación en la práctica; específicamente

³⁰ J. Hiebert; T. Carpenter (1992): “Learning and Teaching with understanding”, en D. Grouws: *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York. NCTM - Mac Millan, pp. 65-97.

³¹ George H. Wheatley (1997): *Reasoning with images in mathematical activity*. Hillsdale, New Jersey. Lawrence Erlbaum Associates, p. 25.

en la actividad matemática de la comunidad, en la lógica matemática aymara, en la resolución y funcionalidad de problemas reales y en la creatividad matemática.

El origen del estudio de las imágenes mentales brotó tempranamente en la historia, investigadas por distintas personas entre ellos filósofos, poetas, oradores, frailes, psicólogos y educadores matemáticos. Aluden a las imágenes - en escritos griegos - estudios de fenómenos de la memoria, que buscan usar el recuerdo, o en fenómenos que persiguen descubrir el significado y sentido a los sucesos y contrariedades que pasan alrededor. Aristóteles fue uno de los primeros en considerar el rol de las imágenes mentales en el pensamiento; sostuvo que “el pensamiento es imposible sin una imagen” (citado en Kosslyn³²).

Tenemos distintas capacidades de usar imágenes en nuestro pensamiento. Algunas personas se sirven de las imágenes con regularidad pero no son una característica importante de su personalidad o estilo cognitivo. Existen quienes no usan imágenes y piensan y razonan a partir del uso de las palabras. Y también están aquellas conocidas como buenos visualizadores, que tienen la facultad de usar imágenes, abordan y dan solución a los problemas a partir de formar imágenes.

Wheatley y Cobb, sostienen que atribuimos un significado, una estructura a los modelos espaciales a partir de nuestras propias experiencias, estructuras conceptuales, propósitos y la interacción social. Así desde niños formamos una imagen a través de las acciones, físicas o preceptuales, conscientes o inconscientes, un modelo que puede re-presentar o ser transformado. Los autores subrayan que no se trata de una captura “visual” de algo exterior que se guarda “tal cual es” en la cabeza³³.

Las imágenes no son derivaciones o eventos aislados de una manifestación percibida por una persona, son totalmente funcionales. Recuperamos las imágenes a partir de añadir detalles, que son unidades significativas y coherentes. Construimos imágenes desde la percepción, así también desde la semántica o la descripción.

Las imágenes se suceden visual, auditiva, gustativa, táctil, olfativa y sinestésicamente. Las primeras cinco son imágenes “internas” conectadas con los sentidos de la vista, oído, olfato, gusto y tacto. La modalidad cenestésica advierte la síntesis de sensaciones simultáneas, la relación entre las otras modalidades. Norma Presmeg observa que las que se usan en matemáticas son la auditiva, la cenestésica y la visual³⁴. En nuestro trabajo nos interesan sobretudo las imágenes visuales, físicas o materiales y la imágenes mentales o internas que tengan fuerza en lo visual.

La imagen para George Wheatley es la construcción mental que surge del “flujo” de la actividad experimental, que permite que sean re-presentadas mentalmente sin necesidad de un estímulo sensorial. La memoria puede usarlas y transformarlas³⁵. En nuestro estudio entenderemos “*imagen mental*” como el constructo que la mente concibe y que hace a la configuración repre-

³² Stephen M. Kosslyn (1980): *Image and Mind*. Cambridge, Massachusetts and London, England. Harvard University Press, p. 93.

³³ George. H. Wheatley; Paul Cobb (1990): *Analysis of young children's spatial constructions*. Hillsdale, New Jersey. Hove and London, p 129.

³⁴ Norma Presmeg C. (1997): *Generalization using imagery in Mathematics*. Hillsdale, New Jersey. Londres. Lawrence Erlbaum Associates.

³⁵ George H. Wheatley (1997): *op. cit.*, p. 73.

sentacional de nuestro sistema cognitivo, que puede una vez formada ser re-presentada así como modificada. El carácter de la imagen obedece a las construcciones mentales previas, al deseo e interés de la persona que construye la imagen, y a la condición para la que necesita construirla.

El proceso creativo matemático pasa de ser concebido, a la predisposición y formación para que alcance a ser ejecutado. La predisposición ofrece el espacio para desatar nuevas asociaciones de ideas en las que las imágenes tienen un rol preponderante en el pensamiento. La construcción de una imagen facilita la representación de la naturaleza de un concepto matemático, y trae consigo una posible solución para el problema. La imagen penetra en el núcleo de la idea, da profundidad y significado al conocimiento, es una guía para resolver problemas, e inspira descubrimientos creativos, siempre y cuando la visualización no sea aislada de la enseñanza matemática y el pensamiento visual y las representaciones gráficas estén ancladas a distintas posibilidades de pensamiento matemático y maneras de representar.

Las investigaciones de Wheatley apuntan al entorno inmediato de aprendizaje matemático desde el modelo constructivista. Este modelo tiene por principio fomentar a que el maestro coordine y los niños sean quienes construyan las ideas significativamente, piensen, decidan en lugar de memorizar y reproducir conceptos enseñados. El autor entiende que el aprendizaje formado en grupos cooperativos y de discusión en clase permiten un espacio para que los niños generen significados³⁶. Este modelo de enseñanza ha sido retomado por la reforma educativa de Bolivia de 1994, y bajo el mismo se desarrollaron los módulos de matemáticas para niños aymaras.

³⁶ *Ibid.*, p. 42.

CAPÍTULO III
Análisis de representaciones



BREVE INTRODUCCIÓN A LA MATEMÁTICA

Hoy por hoy, en tiempos en los que estamos sentados en hombros de gigantes nuestro sistema numérico ha pasado a ser parte de nuestros escenarios, nuestra intención nata de medir es ahora traspalada como una alternativa para íconos de venta. “Moholy-Nagy observa que, a los europeos, América del Norte les parecía un país de abstracciones, en el que los números habían asumido una existencia propia en frases como ‘57 Variedades’, ‘todo a 5 y 10’ o ‘7 Up’ y ‘detrás de la bola 8’. Eso tal vez sea una especie de eco de una cultura industrial que depende muchísimo de precios, gráficas y cifras. Tomen 90-60-90. Los números no pueden ser más sensualmente táctiles que cuando son murmurados, como palabras mágicas, para describir la figura femenina mientras la táctil mano barre el aire”¹.

El origen de nuestras nociones generales, ubicación espacial, numeración, medidas, geometría, sistemas de cálculo son desarrolladas desde que tenemos memoria de nosotros mismos. Las civilizaciones de la época neolítica o prehistórica, caracterizadas por la caza, agricultura y comercio rudimentarios, iniciaron nuestro interés por el número y la geometría, a ellas les debemos el tránsito del empirismo a la teorización. Las matemáticas se originaron por necesidades de su vida social y económica, que estuvieron influenciadas también por la religión y la magia. “Los hombres desarrollaron sistemas de numeración (de tipo aditivo no posicional) que les permitían efectuar cálculos con números naturales (adición, sustracción, multiplicación). La geometría empírica del hombre primitivo se reduce a reglas para medir longitudes y volúmenes. Los dibujos de rico colorido tienen figuras geométricas en las que predomina la simetría. La mayoría de los pueblos primitivos inventaron un calendario lunar”².

La articulación de un lenguaje (escrito o hablado) y el paso de productor a comerciante genera la necesidad en el hombre de establecer un sistema numérico, que reporte sus ganancias y pérdidas. “La numeración presenta también variantes según las tribus, debido, sobre todo, a dos factores: 1) el lenguaje de la tribu determina las palabras de carácter numérico; 2) el medio en el que la tribu evoluciona determina el tipo de individuo y las necesidades específicas”³.

Desde esta perspectiva viene el anclaje de nuestro interés, la etnomatemática y su extensión a través de la imagen, Lizcano en su reflexión equipara y equilibra la condición de etnomatemática y de matemática: “(...) nuestras matemáticas, las que solemos llamar simplemente ‘matemáticas’, también nacieron allí, en cierto lugar. Un lugar en el que habitaban, y siguen habitando, ciertas gentes con una manera muy especial de vivir y de pensar, con una manera muy especial de medir, razonar y calcular”⁴.

¹ Marshall McLuhan (2009): *Comprender los medios de comunicación: Las extensiones del ser humano*. Barcelona-España. Paidós, p. 138.

² Jean Paul Collette (2006): *Historia de las matemáticas I..* Naucalpan - México. Siglo XXI editores, p. 17

³ Collette (2006): *op. cit.*, p. 7.

⁴ Emmanúel Lizcano (2006): *Metáforas que nos piensan; sobre ciencia, democracia y otras poderosas ficciones*. Creative Commons. Ediciones Bajo Cero, pp 196-197.

Nuestro objetivo en este capítulo es descubrir la cosmovisión andina, la aymara en particular interpretada gráficamente en los módulos de la reforma educativa, reconocer en estas ilustraciones sus patrones de comportamiento, códigos, símbolos, su sistema numérico, la manera de medir, de clasificar, de matematizar propia de dicha cultura. Las representaciones ilustrativas de conceptos y el anclaje del texto son la base para que los pequeños asignen significados a los diferentes conceptos y procedimientos elegidos, para que los retomen, se apropien de ellos, los usen y relacionen con la información que ya poseen naturalmente, la presentación que se ha dado en el texto original es secuencial; muchos de los ejemplos que hemos tomado para analizar serán vistos justamente desde esta continuidad, porque sólo así cobrarían sentido. Al final del análisis de cada ilustración de Jakhüwi que representa un modelo etnomatemático dirigido a los aymaras que abordado desde la representación material, la representación interna y el concepto matemático, se incluirá una ilustración que ejemplifique el mismo ejercicio, pero de las ilustraciones empleadas por Santillana que están dirigidas a un público genérico. Valga la aclaración, este no es un estudio comparativo, nada más se busca señalar las imágenes que habían sido también dispuestas a aquellos niños aymaras dispuestos a aprender en castellano.

Los ejemplos ilustrados integran muchas veces conceptos etnomatemáticos que pueden tomar más de una clasificación, sin embargo para facilitar la dinámica respetamos las categorías específicas proporcionadas por los teorizadores de etnomatemática, quienes reconocen: El sistema de numeración propio; las formas geométricas usadas en la comunidad; unidades o sistemas de medidas utilizadas local o regionalmente; instrumentos y técnicas de cálculo, medición y estimación; procedimientos de inferencia; expresiones lingüísticas y simbólicas correspondientes a los conceptos, técnicas e instrumentos matemáticos. A modo de ilustrar la metodología matemática previa a la propuesta etnomatemática de la Reforma, se introducen al final de cada ejemplo de jakhüwi, una ilustración que cubre el mismo ejercicio pero desde los textos que hasta el 2008 han tenido un mayor alcance y cobertura a nivel nacional en Bolivia, las ilustraciones y los ejercicios matemáticos corresponden a la editorial Santillana.

MODELO DE ANÁLISIS

Como mencionamos en el capítulo 2, el análisis de las representaciones y ejemplos matemáticos seleccionados serán abordados, por un lado, desde los postulados etnomatemáticos, es decir desde el *entorno natural y cultural*, los *códigos, símbolos, mitos, cuentos y procesos específicos de razonamiento e inferencia*, las *técnicas y manera de matematizar* propia de los aymaras. Eso por una parte, la otra variable está dada por la teoría de representación propuesta por Ernst Von Glasersfeld y Fernando Zamora Águila que estudian a las representaciones abarcándolas desde las definiciones puntuales que asignan los alemanes a “representación”: *Darstellen*: la descripción de una imagen que ha sido materializada por la acción o intervención del hombre, la nombraremos *Representación Material*; *Vorstellen*: la representación mental o interna del imaginario aymara presente en la ilustración, la nombraremos *Representación Interna*; y *Bedeutend*, que es lo singular y propio del concepto matemático representado, que nombraremos como *Significado*.

El valor que tienen las imágenes seleccionadas radica en los conceptos matemáticos que se elaboraron y materializaron por ilustradoras aymaras para la zona andina. Estos módulos fueron usados y destinados a niños aymaras por un periodo aproximado de 10 años (1195-2005).

Valga la mención de que este estudio no busca el valor estético de estas ilustraciones, sino más bien las representaciones y simbologías que traen detrás de esta introducción a las matemáticas.

Los elementos que seleccionaremos para responder a lo que significa representación en *dars-tellen*, que corresponde a la descripción de la imagen, será para hacer un recuento y comentario de aquellos que sean propios de la cultura aymara y puedan enriquecer nuestra comprensión de su idiosincrasia, usos y costumbres, y su particular forma de matematizar, pero no entraremos en detalles que sólo harían un recuento de la diversidad de figuras presentes en cada ilustración. Las representaciones tienen un rol fundamental en los procesos de construcción de conceptos, son importantes en la enseñanza, aprendizaje y comunicación del conocimiento matemático.

Para pensar sobre ideas matemáticas y comunicarlas necesitamos representarlas de algún modo. La comunicación requiere que las representaciones sean externas, tomando forma de lenguaje oral, símbolos escritos, dibujos u objetos físicos. Para pensar sobre ideas matemáticas necesitamos representarlas internamente, de manera que permita a la mente operar sobre ellas⁵.

El análisis toma ejemplos que participan de las formas y fuentes de conocimiento de los aymaras, que hacen sentido a sus tradiciones y actividades como ser la siembra y cosecha, su conocimiento de las propiedades medicinales y curativas de las plantas, el ritual de la construcción de la casa, entre otras que manifiestan sus expresiones matemáticas; pero también aquellos que van más dirigidos a lo “global” como indica D’Ambrosio, porque si bien se parte de lo local, el siguiente paso es educar sobre lo global también⁶. Aunque otra perspectiva válida es la de Adán Pari quien participó de la Reforma Educativa de Bolivia, como mencionamos en el segundo capítulo, quien expresa que en algunos casos les resultó mejor utilizar ejemplos o términos ajenos al aymara porque las analogías resultaban forzadas y generaban más problemas de comunicación que los que solucionaban.

En la entrevista que hizo Blanco Álvarez al profesor Ubiratan D’Ambrosio nos dice que la educación etnomatemática debe ser práctica, viva, una matemática que sea participe de las necesidades ambientales, sociales, culturales, que de espacio a la imaginación, a la creatividad en la práctica de la escuela, que esté relacionada con otras áreas del conocimiento y no aislada. Criterio compartido por Alan Bishop cuando nos habla de la relación educación-matemática:

La relación principal es que ambas están centradas alrededor de la gente, se relacionan con personas, y es importante enfatizar la conexión humana, porque con mucha frecuencia se habla de la relación entre matemática y educación matemática centrándose en tópicos del currículo (matemático). La etnomatemática realza que diferentes culturas tienen ideas diferentes y nos habla de cómo la gente desarrolla esas ideas. Así, la relación entre la educación matemática y la etnomatemática tiene que ver más con el cómo las ideas matemáticas se desarrollan en las personas⁷.

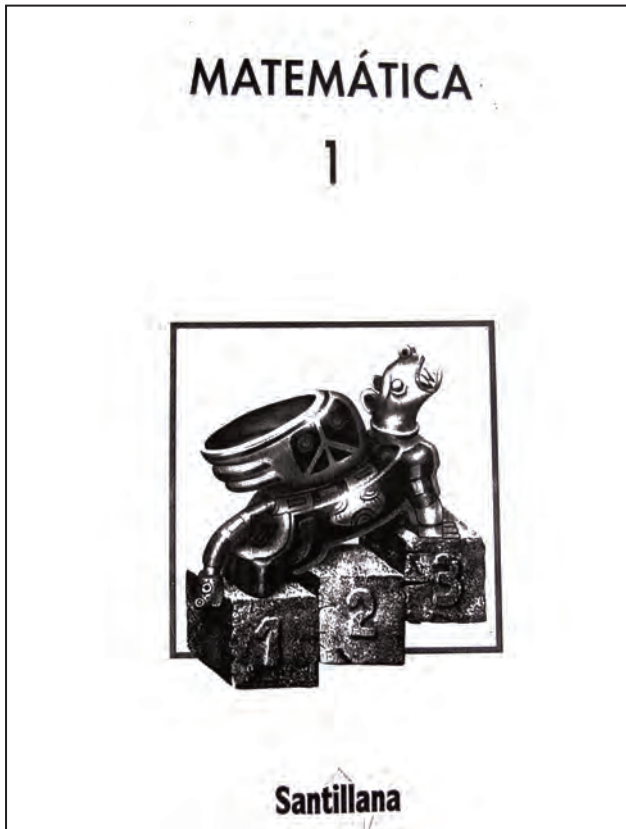
⁵ Luis Rico; Encarnación Castro; Isabel Romero (1997): *Sistemas de representación y aprendizaje de estructuras numéricas*. España. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada, p. 85.

⁶ Hilbert Blanco Álvarez, (2008). “Entrevista al profesor Ubiratan D’Ambrosio”. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, Vol. 1. No. 1, pp. 21-25.

⁷ Hilbert Blanco Álvarez; Álvaro Parra Sánchez (2009). “Entrevista al profesor Alan Bishop”, *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, Vol. 2. No. 1, pp. 69-74.

Descripción de los textos Santillana y Jakhüwi

Santillana



FICHA TÉCNICA

- **Título:** *Matemática 1.*
- **Editorial:** Santillana
- **Año:** 1995
- **Número de páginas:** 159
- **Formato:** Vertical 27.94 cm. x 21.9 cm.
- **Papel:** Couché 90 gr.
- **Encuadernado:** Cosido
- **Tinta:** Policromía
- **Tapas:** Rústica en policromía. Ilustración de una vasija soportada por un puma.
- **Público objetivo:** niños de clase media entre los 6-7 años.
- **Vida:** Nacional, contenidos matemáticos básicos.
- **Costo:** aproximadamente de 120 Bs. (70 pesos mexicanos)
- **Estructura del libro:** dividido en 12 capítulos. Parten de nociones generales, lo que nos rodea y su posición. Las imágenes seleccionadas son eclécticas, no existe una continuidad o secuencia visual, como recursos tienen fotografías así como ilustraciones de diversos estilos, todas ellas son genéricas, no aluden a un contexto o a un grupo cultural específico.

3 Aprendo a sumar y restar



• La adición



• La sustracción



1 Unir con cantidades



5 y 3



3 y 5

Juntamos  y  son 

1 ¿Qué número escribo en los ?



4 y son

2 Escribe los números que faltan.




2 y 1 son 3



y son




y son



y son

- **Página tipo 1:** Título de apertura de capítulo en tipografía de palo seco. Fotografía original en policromía. Las cajas de texto están sujetas a la dimensión de la ilustración insertada.


2 Adición. Aprendo a sumar.




Tengo 4 gatitos, me regalaron 3, ahora son 7

4 más 3 son 7
4 + 3 = 7

Sumar es juntar



1 Escribe los números que faltan.



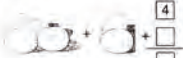
3 más 2 son 5
3 + 2 = 5

2 Completa.

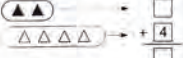
3 más 1 son 4 5 más 3 son
3 + 1 = + =

2 más 4 son 7 más 0 son
 + = + =


3 ¿Qué número escribimos en cada ?




4 + 2 = 6




+ =




+ =



4 + 0 =



+ =



+ =

4 Suma.

6 + 0 = 6 2 + 7 = 4 + 3 = 4 + 4 =
7 + 1 = 2 + 3 = 5 + 4 = 6 + 2 =

$\begin{array}{r} 8 \\ + 1 \\ \hline \square \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \\ + 5 \\ \hline \square \end{array}$	$\begin{array}{r} 4 \\ + 4 \\ \hline \square \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \\ + 3 \\ \hline \square \end{array}$	$\begin{array}{r} 7 \\ + 0 \\ \hline \square \end{array}$
$\begin{array}{r} 4 \\ + \square \\ \hline 7 \end{array}$	$\begin{array}{r} \square \\ + 0 \\ \hline 2 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \\ + \square \\ \hline 6 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \\ + \square \\ \hline 7 \end{array}$	$\begin{array}{r} \square \\ + 5 \\ \hline 8 \end{array}$

- **Página tipo 2:** Cinco subtítulos insertos por capítulo. Ilustraciones y fotografía original en policromía. Cajas de texto sujetas al ejercicio por completar. Tipografía palo seco.

Aprendo matemática resolviendo problemas

¿Cuántos hay?

¿Sumo? ¿Resto?

¡Sumo!

Son llegan , en total son .

$$\begin{array}{r} 3 \\ + 2 \\ \hline 5 \end{array}$$

Respuesta. En total son 5 conejos.

¡Ya resuelvo problemas!

¿Cuántos vienen? ¿Cuántos se van?
Elige la operación correcta.

$3 + 2 = \square$

$5 - 2 = \square$

$4 + 3 = \square$

$7 - 3 = \square$

$4 + 2 = \square$

$6 - 4 = \square$

$5 + 3 = \square$

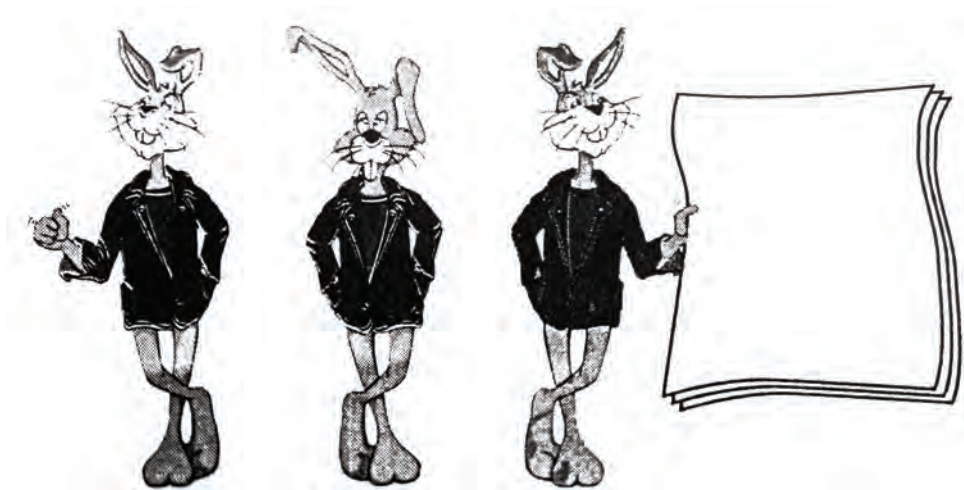
$8 - 3 = \square$

$5 + 2 = \square$

$7 - 2 = \square$

Objetivo: Dadas una suma y una resta, elegir la operación que corresponde al dibujo.

- **Página tipo 3:** Ilustraciones originales en policromía. El cierre del capítulo presenta al conejo, personaje que condujo la temática abordada.



- **Personaje:** conejo caricaturizado, tiene tres modalidades de intervención. En una de ellas presenta la unidad, sosteniendo el número que corresponde, al lado del título principal. La segunda tiene las patas dentro de los bolsillos de la chamarra. En la tercera versión está parado sobre sus patas anteriores, y vestido con una chamarra de cuero. Es una postura que identifica a un estereotipo de finales de los 70 manejado por Elvis Presley, Billy Joel en *Up Town Girl*, por Jhon Travolta en la película *Grease*, James Dean entre otros.

Jakhüwi- Matemática Aymara

FICHA TÉCNICA

- **Título:** *Matemática 1.*
- **Editorial:** SNE/UNSTP
- **Año:** 1995-1996
- **Número de páginas:** 147
- **Formato:** Vertical 27.94 cm. x 21.9 cm.
- **Papel:** Couché 90 gr.
- **Encuadernado:** Caballete
- **Tinta:** Una tinta
- **Público objetivo:** Niños aymaras de 6-7 años.
- **Vida:** Regional, contenidos etnomatemáticos básicos.
- **Costo:** Gratuito
- **Estructura del libro:** dividido en 3 módulos.
Jakhüwi 1ri yanapiri panka: Qallta Yatiqäwi (51 pp.)
Jakhüwi 2ri yanapiri panka: Qallta Yatiqäwi (49 pp.)
Jakhüwi 3ri yanapiri panka: Qallta Yatiqäwi (47 pp.)



- **Tapas:** Las originales de los 3 módulos al caballete y en policromía. Por ellas se ve el contenido, como en el 1er módulo que se ve a un niño y a una niña reconociendo, trazando, y contando elementos propios y ajenos a su entorno. El 2do tiene en la portada una carrera de



insectos, los números ordinales son parte de la temática abordada. En el tercero, las medidas, representadas por las reglas que salen de la chuspita o morral en primer plano.



■ **Página tipo 1:** Al inicio de la unidad tienen un número capitular, acompañado de un elemento de la temática. La caja de texto está por debajo y por encima de la ilustración, que es central en todos sus contenidos. La tipografía que usan es de palo seco, para los títulos están en negrita. La paginación está centrada al pie de la página.

Las ilustraciones de cada uno de los módulos son secuenciales, están integradas a un discurso que recrea sus costumbres y conocimientos de textiles, danzas folclóricas, construcción de la casa, siembra y cosecha, disposición de sus marcas, etc. Cada una de estas temáticas incluye una canción o un cuento, parte del arraigo de una tradición oral. La ilustración de los textos de matemática para niños aymaras ha sido elaborada por Jackeline Ticona y Jenny Espinato, en el caso del Santillana no se registra el crédito de los ilustradores ni de los fotógrafos.

Al lado derecho de los ejemplos retomados de Jakhüwi estará la traducción en castellano. Los conceptos de representación darstellen, vorstellen, bedeuten, son aspectos que cobran mayor relevancia unos que otros de acuerdo a las características propias de cada imagen, serán abordados según su pertinencia.

SISTEMAS DE NUMERACIÓN PROPIOS: CONCEPCIÓN BÁSICA

En todas y cada una de sus manifestaciones, los números parecen tener una resonancia tanto auditiva como repetitiva, además de una táctil **McLuhan**⁸.

Nociones Generales que inician a los pequeños en la matemática es la orientación espacial, el relacionar conjuntos, comparaciones. Al observar el hombre su entorno comenzó a establecer y distinguir la unidad de la pluralidad, Patiño⁹ avala que muchas tribus contaban a partir de acumular unidades de objetos, piedras o granos de maíz o de frijoles, los chibchas (conocidos por los conquistadores españoles como muixcas o moscas) de Colombia contaban hasta el 20 con granos de maíz; los indígenas costeños de Brasil, calculaban la edad de las personas acumulando año tras año una castaña de cajú; la tribu colombiana de los orinoqueses contaban con los dedos.

⁸ McLuhan, *op. cit.*, p. 137

⁹ Víctor Manuel Patiño (1912-2001): *Historia de la Cultura Material en la América Equinoccial*. Tomo VI: Comercio. Capítulo IX. Biblioteca Virtual Luis Angel Arango.

De la ubicación espacial a la comparación

IMAGEN 1. *Representación Material*

El entorno que se ilustra enseña espacios naturales grandes, la aridez del altiplano se hace presente con los campos lejanos trabajados, sus casas a las faldas de las montañas, más conocidas como viviendas de pastoreo (*jant'a*)¹⁰. Este es el medio ambiente característico del altiplano de Bolivia, un espacio difícil de trabajar, y en el que las distancias para llegar a un lugar u otro son significativas.

Las mujeres andinas, conocidas como cholitas, suelen llevar cabellos largos trenzados anudados a la espalda, su atuendo luce faldas superpuestas más conocidas como polleras, la sujetan por una faja o *chumpi*, una blusa y un sombrero. Los hombres también tienen distintos sombreros para protegerse del frío, hechos de felpa o de lana.

Los niños se han dispuesto del lado derecho, dos de ellos están de pie y uno de ellos sentado sobre un toco, las niñas están sentadas sobre el suelo ubicadas de lado izquierdo y más abajo en relación a la disposición de los niños. Las niñas juegan con cinco ovejas en un espacio más plano, correspondiente a una meseta en relación al espacio en el que juegan los niños con tres llamas que es el equivalente a un cerro.

Representación Interna

La percepción de los aymaras tiene una memoria de lo masculino y femenino, de su pasado, presente y futuro, y los hombres y las mujeres, como parte de unas formaciones de descendencia diferentes¹¹, en esta ilustración los elementos y sus disposiciones recrean y distinguen en toda su morfología lo femenino de lo masculino.

Esta ilustración y el ejercicio como tal es el retrato de la rutina cotidiana en un hogar típico, que registra la constante partida y arribo de sus miembros, hombres, mujeres y niños en sus varios quehaceres. La gente sale normalmente apenas amanece y está de regreso al anochecer. “También cada noche, las llamas hembras, los carneros y las ovejas son bajados de los cerros, generalmente por las mujeres o las muchachas de la familia, para protegerse durante la noche en los corrales (*uyu*) de la casa, mientras que se deja a las llamas machos en los pastizales de las alturas”¹². Los animales son una parte vital de la economía doméstica, son una fuente importante del abono que se usa para alimentar el fogón, y como fertilizante para los cultivos agrícolas.

Lozada se remite al trabajo de Olivia Harris quien piensa que las representaciones colectivas de los laymis establecen un dualismo evidente en varias manifestaciones culturales. “Por ejemplo, la organización del espacio se da en dos sayas según la preeminencia de la puna (*suni*) sobre el valle (*likina*). Además, la complementariedad del trabajo implica la cooperación entre los géneros, se trata de la división que coadyuva para fines colectivos entre lo que se asocia con lo femenino y lo que está relacionado con lo masculino. Pese a que los laymis vinculan la puna con

¹⁰ Denise Arnold; Domingo Jiménez; Juan de Dios Yapita (1998): *Hacia un Orden Andino de las cosas*. Bolivia, Hisbol, p. 39.

¹¹ Arnold; Jiménez; Yapita, *op cit.*, p. 39.

¹² *Ibid*, pp. 42-43.

Uywanakasa awatiñani



Qulluwa jawirawa sasa lurañani, ukata uywanakasa awatiniñani.



¿Kawkiri uywanakasa alayana manq'i?
¿Kawkiri uywanaksa aynachäxaru anakipxi?
¿Jichhaxa qiliqañpankasaru jamuqañani?

Imagen 1, Módulo 1, página 3

◀ Observando aprenderemos

- Haremos ese cerro, después llevemos a los animales a pastear.
- ¿Qué animales comen arriba?
- ¿Qué animales pastean abajo?
- Ahora en nuestro cuaderno de ejercicios copiaremos.

lo femenino y las tierras bajas con lo masculino, excepción respecto de la tendencia andina general, esto no implica que rompan la lógica de la dualidad, tanto complementaria como jerárquica. Lo propio acontece respecto a la pareja familiar. Los laymis suponen que existe superioridad del marido frente a su cónyuge, pero asignan también una preponderancia significativa a la mujer inclusive a nivel local, visualizándola como alguien que se asocia con lo alto¹³.

El autor insiste en marcar que es un caso exclusivo, porque dentro de la lógica aymara los espacios llanos están dispuestos y asociados con las mujeres o lo femenino, mientras que los cerros y las alturas son identificados con los hombres, o lo masculino. Por ejemplo, las deidades femeninas como ser la *Pachamama* está ubicada en la tierra llana, mientras que las deidades masculinas como ser los *Achachilas*, son vinculados con sus cerros protectores.

La noción de correspondencia de lo femenino y lo masculino en la ilustración se reitera en varios elementos, uno de ellos la disposición de los espacios que toman los niños. Los autores de *Hacia un orden andino de las cosas* señalan que en el interior de la casa, sólo las mujeres pueden sentarse en el suelo, porque su naturaleza es femenina, para los hombres destinan una especie de toquitos (hechos a base de tierra y paja, la misma base que emplean para hacer adobes) similares al que utiliza uno de los niños para sentarse, mientras los otros se mantienen en pie. Solamente las niñas están sentadas sobre la tierra misma.

El espacio plano en el que juegan las niñas con las ovejas es una recreación proporcional al espacio que destinan para estos animales, y quienes están al cuidado de ellas, mientras que los niños están jugando recreando el espacio que asignan exclusivamente para pastear a las llamas macho¹⁴. En cuanto a la disposición de los niños y de las niñas representa, la “diagonal primaria” asocia lo masculino con lo alto y la derecha, en tanto que lo femenino lo asocia con lo bajo y la izquierda¹⁵.

Los niños juegan con tres llamas, como mencionamos anteriormente y desarrollaremos más adelante dentro de la simbología de los números; el tres para el aymara representa el acuerdo al que llegan dos opuestos. Las niñas tiene cinco ovejas, este número también implica un orden de gobierno heredado de la cultura incaica, entre cuatro *markas* hay una entidad más que las rige, de ahí viene el cinco.

Significado

De la observación y el conocimiento del entorno surge el relacionar conjuntos (ovejas/llamas), el hacer comparaciones (menos llamas que ovejas/llamas arriba, ovejas abajo), y de su abs-

¹³ Blithz Lozada Pereira (2007): “*Cosmovisión, historia y política en Los Andes*”. En *Colección de la maestría en historias andinas y amazónicas*. UMSA. La Paz-Bolivia. Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación, p. 273.

¹⁴ Arnold; Jiménez; Yapita, *op. cit.*, p. 65.

¹⁵ Lozada Pereira, *op. cit.*, p. 209.

tracción pasamos a un orden de numeración (3 llamas/5 ovejas). “Eliminar el soporte material del objeto observado, para no retener más que el elemento numérico al que corresponde en el proceso de numeración, equivale de hecho a exigir que el observador sea capaz de abstraer. Esta etapa decisiva no se adquiere sino progresivamente y en la medida en que se distinguen dos conceptos importantes: el número cardinal, que proporciona la expresión cuantitativa, y el número ordinal, que pone de manifiesto la existencia de un primer elemento seguido de un segundo y de un tercero, etc”¹⁶.

Este ejercicio está dado para introducir progresivamente al concepto y manejo de los números y la geometría, inician con la ubicación espacial (arriba, abajo, adelante, atrás, derecha, izquierda), la noción de las distancias (cerca, lejos), la comparación de la cantidad (llamas, ovejas, niños, niñas, de tener sombreros, o no tenerlos).



Ejemplo de Santillana, equivalente al ejercicio revisado previamente de Jakhüwi, ha sido tomado de la página 6.

Las actividades que desempeñan los aymaras están dadas al aire libre, pasan poco tiempo en casa, ellos no disponen de escritorios o libreros, mucho menos de lámparas para escritorio, tampoco de despertadores, o porta lápices; todos estos objetos no son parte de los usos comunitarios rurales. Valga señalar, además, que si bien este ejemplo genérico detalla literalmente los conceptos, lo hacen en lengua castellana.

¹⁶ Collette, *op. cit.*, p. 7.

Del 1 al 5, un sistema ordenado

Los autores coinciden en que una estructura numérica es un conjunto de entes simbólicos, organizados por relaciones y operaciones que caracterizan su estructura numérica. Se habla de sistemas numéricos, por el carácter sistémico de las representaciones numéricas. El número está compuesto de una multitud de unidades¹⁷, y “la unidad es aquello según lo cual se dice que cada una de las cosas existentes es una”¹⁸.

De la conciencia de la presencia frente a la ausencia, de la vida y la muerte, procede la noción de la nada, la relación de tener dos manos, dos ojos, dos orejas surge el primer sistema desarrollado, el sistema binario o de *correspondencia biunívoca*. “Leibniz veía la imagen de la Creación en la elegancia mística del sistema binario de *ceros* y *unos*. Para él, era suficiente la unidad del Ser Supremo, operando en el vacío con una función binaria, para crear todos los seres a partir de la nada”¹⁹. Los íconos atribuidos para cada número pasaron por la escritura cuneiforme, jeroglífica, los griegos, los romanos, los mayas, entre otras grandes civilizaciones, tenían imágenes que determinaban una cantidad específica.

McLuhan menciona que “Dantzig nos recuerda que durante la época del manuscrito existía una caótica variedad de signos para representar los numerales y que éstos no adquirieron una forma estable hasta la imprenta”²⁰. Por otra parte, Collette explica que “Los antiguos sumerios utilizaban las palabras ‘hombre’, ‘mujer’ y ‘varios’, en lugar de ‘uno’, ‘dos’ y ‘tres’, respectivamente. Así el hombre simbolizaba el número 1. Por matrimonio, él y su mujer representaban el número dos. Todo lo que sobrepasase numéricamente el dos estaba simbolizado por ‘varios’”²¹; de la misma manera los aymaras asignan el uno para el hombre, el dos para la mujer y el tres para el común acuerdo al que llegan estos seres diferentes.

IMAGEN 2. Representación Material

Ilustración secuencial, en la primera escena los niños están dispuestos entre la planta de papa, el niño a la izquierda separando las semillas grandes en la misma dirección, mientras la niña está a la derecha y separa las semillas pequeñas hacia la derecha. En la siguiente escena otro niño se ha sentado junto a la niña, están lado a lado anudando una serie de papas, del lado izquierdo está el niño de la primera escena agachado acomodando el número uno, su aguayo ahora está vacío, tiene al lado un ovillo de lana y una aguja. Finalmente al pie de la página tienen un espacio dividido en dos secciones para que tracen el número uno.

Representación Interna

En la primera escena se refuerza la lógica espacial aymara, la derecha para el hombre o lo masculino, y la izquierda para la mujer o lo femenino.

¹⁷ *Ibid.*, p. 121.

¹⁸ *Ibid.*, p. 120.

¹⁹ McLuhan, *op. cit.*, p. 135.

²⁰ *Ibid.*, p. 143.

²¹ Collette, *op. cit.*, p. 7.

IMAGEN 2

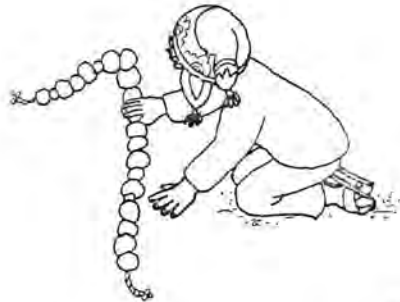
Mayiri jakhu qillqañani



Mak'unk'unaka alinkunakata pallthapiñani.
Jach'a jach'akama jisk'a jisk'akama ajllsuwayañani.



- Pampana jisk'a mak'unk'unakampi mä jakhu lurañani.
- Ukata mayata mayata mayaruki chhitthapiñani ukata maya jakhjama pamparu uchañani.



Ukata qillqañpankasaru ukhampacha mä jakhu qillqantañani.

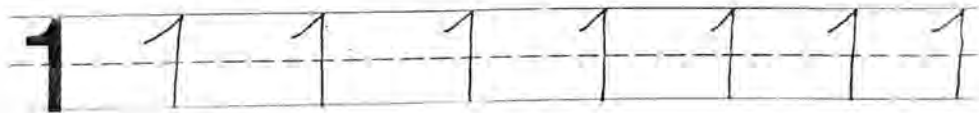


Imagen 2, Módulo 1, página 30

◀ Escribamos el número uno

- Ahora recojamos semillas de la flor de la papa.
- Separemos a un lado los grandes y a otro los pequeños.
- En el suelo con las semillas de la flor de la papa hagamos números.
- Uno a uno los amarraremos, luego los acomodamos en suelo para contar.
- Después en nuestro cuaderno así mismo escribiremos un número.

Este ejercicio, de anudar las pitas, con la variante de las semillas de las papas y de dar la forma conocida que se le asigna al número uno, se hace similar o al menos trae la noción de los quipus, que fueron empleados por varias culturas, con algunas variantes características de cada región. Los guaymíes de Costa Rica, los Incas (su sistema era decimal, además desarrollaron el ábaco andino, conocido como Yupana), chocoes (tribu originaria de Panamá) y catíos (tribu colombiana), los guanacas (tribu salvadoreña) los hacían de cabuya, lugareños de Loja del sur ecuatoriano los hacían de colores. Los Chimúes costeros no conocieron los quipus porque el Concilio de Lima de 1583 mando destruirlos, pues juzgaban a estos como objetos de idolatría.

También tiene una referencia a la danza tradicional aymara que se celebra en el mes de mayo (Yapu Apthapi), cuando las comunidades organizan un ritual agrícola y ganadero a su *Achachila* pidiendo por la salud del *ayllu*, por la producción en sus *qapanas* y por la armonía en las comunidades, salen de su comunidad danzando hasta las faldas de su cerro protector, donde le ofrece una cría de alpaca macho, llevan un atuendo especial ese día, y entre estos elementos están la primera es la imitación de la planta de papa que cuelga de sus fajas echas de lanas de colores encendidos y contrastantes. La otra alude a la tradición de tejido propia de muchas comunidades andinas, no solamente la aymara.

Significado

El primer ejercicio trae la noción de agrupar, seleccionar, contener y de acumular cantidades significativas, la niña vacía las semillas pequeñas en su sombrero equivalente a un recipiente que permite el acopio, el niño separa las grandes en el aguayo, la cantidad es considerablemente menor en relación a la que va reservando la pequeña.

La segunda parte de la secuencia ilustrada enseña la morfología del número uno, que está siendo armado por el conjunto de papas que ató el niño de la primera escena. El hombre o lo masculino está asociado con el número uno. Esta ilustración deja ver la secuencia de un orden numérico por la presencia del dos, representada por el niño y la niña sentados lado a lado anudando semillas de papas.w

IMAGEN 3. Representación Material

Tres niñas arman el número dos en la tierra con el grupo de semillas de papa que ensartaron, tienen la referencia dibujada en un cartel, dos de ellas están mirando a un pato que se les aproxima; mientras a la izquierda en el extremo inferior está un niño que forma el número dos con las semillas de papa; a la derecha y el niño del lado derecho está apoyado sobre una roca cantando.

Escribamos el número dos ▶

- Con las semillas grandes de la flor de papa haremos el número dos
 - Después los amarraremos para hacer el número dos
 - Luego en nuestro cuaderno escribamos copiando la misma forma

Representación Interna

Son las niñas quienes están formando el número dos, como mencionamos en ejemplos pasados, el número dos es asociado con lo femenino, por tanto con las niñas. Dentro de las acepciones o significación del número dos en la cosmovisión aymara está la de concebirlo como la unión de los opuestos, la conciliación de los contrarios y el espacio que reúne todo lo dispar formando una totalidad. “De este modo, la dualidad complementaria de los pares del mundo andino encuentra un tercer elemento, la posibilidad de reunirse, de aunarse y de construir un sistema”²².

El número dos o el par se opone al *ch’ulla* o incompleto “(...) simbólicamente nada es *ch’ulla*. Aunque la dualidad ofrece distintos niveles de plenitud a las cosas según la complementariedad que realicen, nada carece absolutamente de alguna simetría, todo tiene su par. Incluso en las formas más caprichosas de la naturaleza y de la cultura hay múltiples expresiones de dualidad, desde la simetría bilateral en un mismo objeto hasta el sagrado y terrible ideal de la cuadruplicación cósmica y perfecta”²³. Al final de esta cita se hace explícito el origen del número cuatro para las comunidades aymaras, surge de doblar el dos.

El 2 también significa la idea de un sistema político, elemento de una dualidad estructural. “La diarquía refiere una lógica de oposición complementaria. (...) La diarquía constituyó la expresión política de una lógica de dualidad, tanto complementaria y cooperativa, como el equilibrio alcanzado al compartir las decisiones. La diarquía evocaba la alteridad en el gobierno de cada parcialidad y la alternancia en la influencia sobre el conjunto”²⁴.

La cosmovisión andina visualiza los hechos como una indefinida sucesión de inversiones que codifican el tiempo según una categorización dual. La división dicotómica del tiempo es recurrente en los Andes. Las etapas son parte de una división en la que el Sol indica los límites²⁵.

Y la última lectura del número dos en la simbología aymara que consideramos está dada según esta idea: “(...) Tristan Platt dice que el significado de *yanantin* como “ayuda”, se trata de la pareja que coopera. El segundo significado radica en el reflejo. Es la imagen invertida dada por el reflejo en el espejo. Es posible relacionar ambos significados refiriéndose a la complementariedad y la cooperación que, por ejemplo, se da entre los dos ojos, las dos manos o las dos orejas. Se trata de funciones similares pero distribuidas: integración por especialización en simetría espejada. Pero esta dualidad supone la participación de las cosas constituidas según una simetría

²² Lozada Pereira, *op. cit.*, p. 211.

²³ Lozada Pereira, *op. cit.*, p. 272.

²⁴ *Ibid.*, p. 264.

²⁵ *Ibid.*, p. 208.

Paya jakhu qillqañani



- Jach'a mak'unk'unakampi paya jakhu lurañani.
- Ukata mayaruki chhitthapiñani ukata paya jakhu lurañani ukata uka manqhaxaru paya jisk'a mak'unku irnuqt'añani.



- Ukata qillqañpankasaru ukhampachraki qillqaqañani.



Piedritas del río ▶

- ¿Dónde podemos encontrar muchas piedras?
- Recojamos piedras de dos colores diferentes.
- Con las piedra de un solo color hagamos el número tres.
- Haremos tres números con tres amarros de la semilla de la flor de la papa, luego en el medio colocaremos tres piedras.
- Luego en nuestro cuaderno escribiremos el número tres.

bilateral. Por lo demás, cada una posee su propia simetría; así, si se da la duplicación de espejo de estos objetos, aparecen las unidades varias veces multiplicadas”²⁶.

Significado

Las niñas tienen la referencia gráfica sostenida por un palito, pero además está el pato que es asociado con la forma del dos. Los niños que están ubicados debajo de las niñas son dos. Sumada a la noción del par, dos pies, dos manos, dos ojos el hombre comprende la primera etapa de la numeración la *correspondencia biunívoca*²⁷, la presencia y ausencia de algo, la muerte y la vida trae la noción de la nada. Al pie de página está dispuesto un espacio dividido en dos para que tracen con lápiz el número dos, copiándolo por secciones.

Entre los ejemplos contenidos en uno de los tomos de Patiño, que muestra los sistemas numéricos, el cálculo desarrollados por muchas culturas nativas organizadas está el ejemplo de que los mayas *contaban en el suelo* de 5 en 5 hasta el 20, de 20 en 20 hasta el 100, de 100 en 100 hasta 400, y de 400 en 400 hasta 8 mil; y otras cuentas se extienden *ad infinitum* contando 8 mil 20 veces, que son 160 mil; con lo que duplicando así alcanzan un número incontable.²⁸ Mencionamos el ejemplo por el niño del lado izquierdo que traza el número dos con la ayuda de un palito.

IMAGEN 4. Representación Material

En la primera escena se ven dos niños y una niña recogiendo las piedras, uno de los niños ha caído en el agua, la niña tiene sus pies dentro del agua y está agachada sonriendo al pequeño que se ha resbalado, mientras el tercero está hincado en tierra con dos piedras en las manos y está observando a un pez que ha saltado del agua. En la segunda escena están los tres armando el número tres con las piedras, el niño que cayó en el agua tiene su gorrito secándose sobre el cartel de referencia para que hagan el número tres.

Representación Interna

²⁶ *Ibid*, p. 271.

²⁷ Collette, *op. cit.*, p. 5.

²⁸ Patiño, *op. cit.*

IMAGEN 4

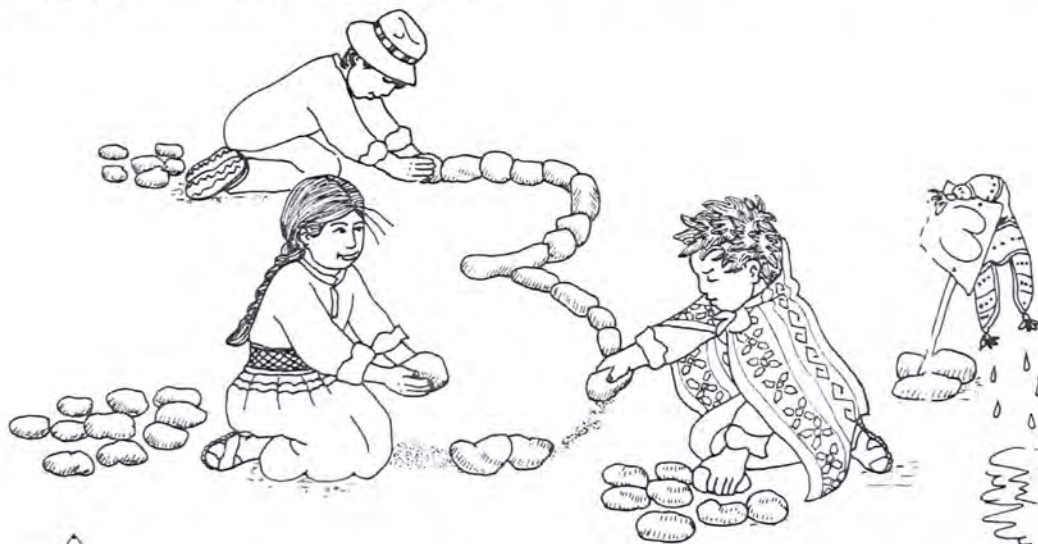
Jawira qalalla



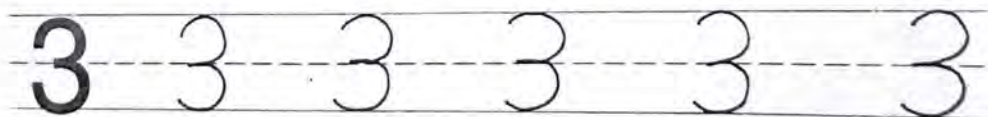
- ¿Kawkhanakansa qalallanaka waija jiksnaqa?
- Qalallanaka pallthapiniñani mä qawqha mä samini mä qawqharaki yaqha samini.



- Kikpa samini qalanakampi kimsa jakhu lurañani.
- Mak'unk'u chhitsuampi kimsa jakhu lurañani ukata uka rianqhaxe
- Kimsa qalalla irnuqt'añani.



- Ukata qillqañpankasaru kimsa jakhu qillqantañani.



La división dual del espacio refiere un tercer componente: el taypi²⁹. Este es el equivalente al paso de un espacio a otro, pero no es equivalente a un límite donde se separa uno de otro, sino al espacio en que coinciden dos espacios.

Como mencionamos anteriormente para los aymaras el 3 significa el acuerdo al que llegan dos distintos, es la conciliación pero además la posibilidad de encontrar el equilibrio entre dos opuestos, dentro de su lógica que nada se antepone o sobrepone a otra sino que se complementan. “Otra expresión simbólica de los tránsitos de categorías entre los aymaras de Isluga radica en que las oposiciones binarias se sintetizan en un concepto unitario. El tercer término, el eje de mediación, aúna las características de oposición y afirma una identidad unitaria. En estos casos, las diferencias se disuelven y surge el tercer componente expresión sintética de la contraposición anterior: se ha consumado el proceso al faccionalismo”³⁰.

Otra lógica que encontramos a la transición del 2 al 3 es la siguiente: “Gabriel Martínez señala que entre los aymaras de Isluga también se han dado procesos de transformación de la categoría dual en esquemas triádicos. En este caso, la triada no es una división en tres sino una relación dual de dos a uno. Por ejemplo, el espacio sagrado se divide en dos partes de carácter femenino (la Santa Iglesia y la Santa Plaza), contrapuestas a la entidad masculina (la Torre Mallku). Además, si bien existen tres santuarios para cada saya, dos se ubican en el espacio que corresponde a la otra saya, quedando el tercero solamente dentro de los límites de su propia jurisdicción espacial”³¹.

La tercera interpretación que tenemos aborda tres posibilidades para el número 1, para el número 2 y para el 3; sin embargo, ésta conserva la noción de que el número 3 surge del complemento entre dos opuestos: “Martínez señala al respecto. Arajj (1) conceptuando como central, cultural y superior, se opone a manca (2) que refiere a la exterioridad, la naturaleza y la inferioridad. Ambos conceptos unidos, arajj y manca (3), refieren una entidad cultural superior (1´) visualizada como opuesta y complementaria de ch´alla churu (2´). Este concepto evoca a la naturaleza cultivada e inferior. De la oposición entre 1´ y 2´ surge una nueva síntesis, la que se da entre arajj-manca y ch´alla churu (3´): se trata de la unión de los cerros con las pampas que constituyen un nuevo término (1´´), opuesto a la cultura del pueblo que se representa con rasgos de superioridad (2´´)”³².

Significado

El signo atribuido al número tres, así como la noción de la cantidad de unidades que tiene el número tres está reforzada por los niños presentes en cada una de las escenas, por el cartel que tienen como guía morfológica del 3, y por el espacio destinado a que los niños tracen una y otra vez el número tres.

²⁹ Lozada Pereira, *op. cit.*, p. 272.

³⁰ *Ibid.*, p. 274.

³¹ *Ibid.* p. 274.

³² *Ibid.*

1 Uno, dos y tres



Matemática 1, Santillana, p. 17.

La metodología de Matemática 1 de Santillana sigue una lógica de 3 en 3, secuencialmente presentan del número 1 al número 3, del cuatro al seis, del siete al nueve.

Los animales caricaturizados que están entre celdas son eclécticos, no tienen una lógica representativa más que la de dar una secuencia numérica.

Y la parte inferior siguen una lógica secuencial, porque los dedos van enseñando las cantidades correspondientes a 1, 2, 3, pero además refuerza a los animales caricaturizados y sus cantidades en la parte superior, el conteo con las manos a sido un método efectivo para muchas tribus, entre ellas la tribu colombiana de los orinoqueses que también contaban con los dedos³³.

IMAGEN 5. Representación Material

El ejercicio de hacer el número cuatro con el otro color de piedras es desarrollado por cuatro niños, entre el grupo de niños y la niña que trazan en la tierra el número cuatro está el cartel de referencia morfológica del número cuatro clavado en la tierra.

Representación Interna

El cuatro para los aymara surge de doblar el dos siguiendo la lógica de complementariedad y dualidad “Las categorías andinas pares tienen también su par contrario”³⁴.

³³ Patiño, *op. cit.*

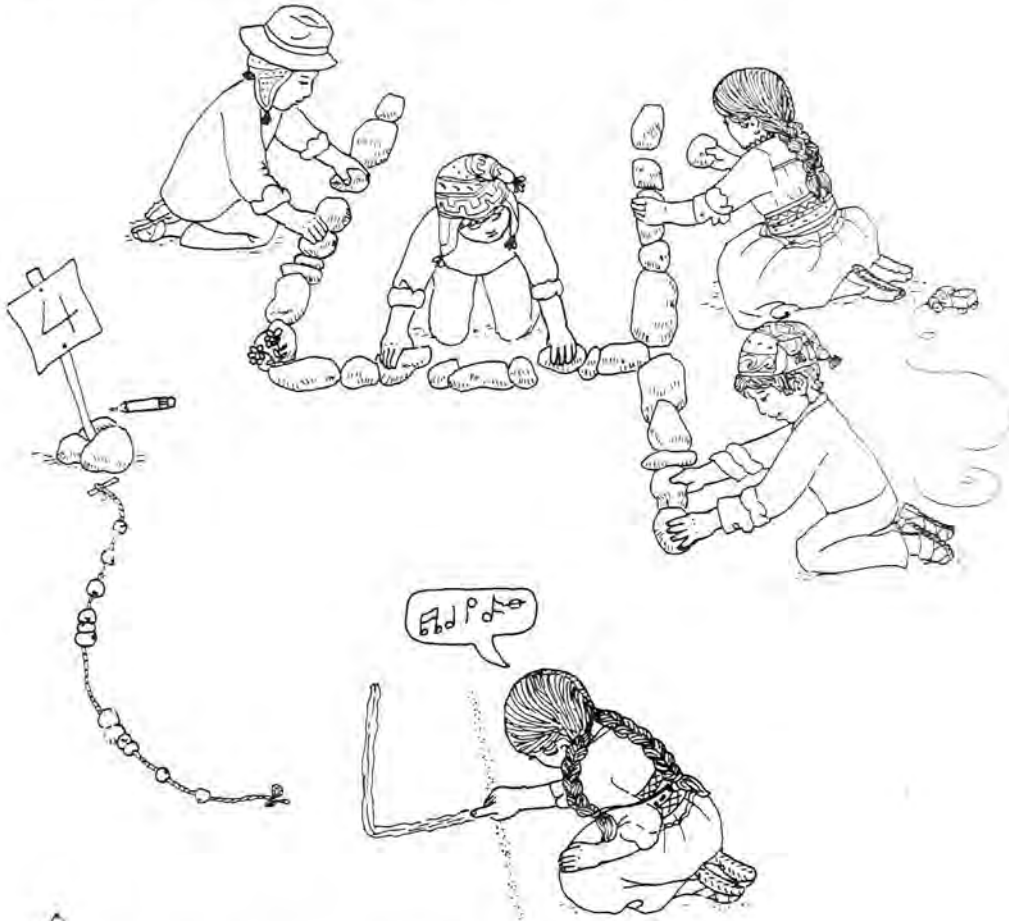
³⁴ Lozada Pereira, *op. cit.*, p. 272.

IMAGEN 5

Qalallanakampi anataaskakiñani



- Mayniri samini qalallanakampi pusi jakhu lurañani.
- Ukata mak'unk'u chhitsuampi pusi jakhu kikipaki lurarakiñani ukata uka manqhaxaru pusi qala irnuqt'añani.



Ukata qillqañpankasaru ukhampacharaki qillqaqañani.

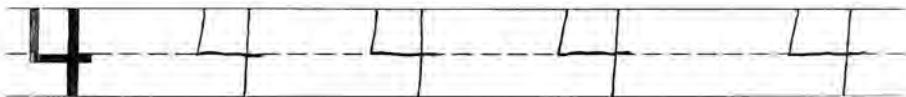


Imagen 5, Módulo 1, página 33

◀ Seguiremos jugando con las piedras

- Con el otro color de piedritas haremos el número cuatro.
- Después con el amarro de la semilla de la flor de la papa de igual manera haremos el número cuatro, y en el medio coloquemos cuatro piedras.
- Luego en nuestro cuaderno también escribamos de igual manera.

Significado

El signo atribuido al número cuatro, así como la noción de la cantidad de unidades que tiene el número cuatro es reforzada por los niños que están trazando su forma con piedras, el cartel que tiene como referencia para copiar el número también está incluido en esta gráfica, y la niña que completa la otra parte del ejercicio ya tiene el número cuatro trazado en la tierra. El que estén cuatro niños en un espacio, y una sola niña en la parte inferior marca la transición del 4 al 5. También está desarrollado el concepto de peso por el ejercicio de acomodar las piedras y las flores, comparación de liviano/pesado, así como de dureza/flexibilidad.

IMAGEN 6. Representación Material

En esta ilustración se presenta la maestra observando el trabajo que realizan los niños, ella sostiene en sus manos la guía gráfica o formal para que hagan el 5 con las bolas de barro y con el amarro de las semillas de papa. Son cinco niños los que interviene para que las bolas de barro formen el cinco. Un niño está a la derecha del grupo formando las bolas de barro, al fondo se llega a ver un niño y una niña trabajando sobre una mesa frente a frente. A su lado está el aula de clase. Los cinco niños están usando *chullos* que son los sombreros tejidos con orejeras, lo que representa su condición de igualdad y pertenencia a un mismo ayllu.

Representación Interna

El cinco para los aymaras surge desde el dos así como el 3 y el 4. “Las categorías andinas pares tienen también su par contrario: las categorías impares. La división cuadrilocular, por ejemplo, refiere un quinto elemento: el centro”³⁵. Del imperio Inca los aymaras heredaron una visión del mundo dividido en cuatro partes que incluye un centro.

Se trata, en la última instancia, de una ‘quinquepartición’. Así, la construcción de un sistema dividido en cinco partes evoca simbólicamente, la apropiación de una totalidad. Pero, los cuatro elementos no tienen la misma relevancia con relación al centro, ni cumplen la misma función subordinada e indiferenciada. Agrupándolos de dos en dos, se descubre un tipo de jerarquía, la disimetría de diarquía. Si bien el centro establece las categorías generales del orden global, entre los cuatro componentes se tejen, por una parte, relaciones de subordinación y, por otra, de complementariedad³⁶.

³⁵ *Ibid.*, p. 272.

³⁶ *Ibid.*, p. 207.

Ñiq'impí anatañani



Ñiq'ita waijpacha jisk'a muruq'unakata lurañani.
Ñiq'ita lurata jisk'a muruq'unakampi phisqa jakhu lurañani.
Ukata mak'unku chhitsuampixa phisqa jakhu lurarakiñani ukata uka
manq'haxaru phisqa ñiq'i muruq'unaka irnuqt'añani.



Ukata qillqañpankasaru phisqa jakhu qillqantarakñani.



Imagen 6, Módulo 1, página 34

◀ Jugaremos con el barro

- Del barro haremos varias bolitas de barro para hacer el número cinco.
- Con el amarro de la semilla de la flor de la papa también hagamos el número cinco. Luego dentro de la misma colocaremos cinco bolitas de barro.
- Luego en nuestro cuaderno escribiremos el número cinco.

Esta acepción fue trasladada a sus sistemas de gobierno, en cada ayllu está presente un mallku³⁷ y para consolidar acuerdos y mediar los cuatro ayllus está una quinta autoridad, la ilustración tiene como centro de mediación y autoridad a la maestra. “La categoría numérica cuádruple (incluyente del quinto elemento), es un patrón de organización del espacio, una imagen que refiere la totalidad y también un criterio de división del tiempo. Congruente con la cosmovisión andina que une el tiempo y el espacio, Guamán Poma refiere una historia del Nuevo Mundo, en la que la división en cinco posibilita el buen gobierno: tal división auspiciaría ciertas expectativas políticas”³⁸.

Significado

Este ejercicio extiende conocimientos de un orden numérico, conceptos geométricos (esferas de barro) y aleaciones (tierra-agua), de medida (la taza para que tomen una parte de agua específica para mezclar con la tierra), la maleabilidad del material para formar objetos. Los números que han sido ilustrados en el primer módulo de Jakhüwi, van del número 1 al número 5, para la cultura aymara estos números tienen connotaciones –como se ha podido ver– que rebasan el significado del orden numérico.

³⁷ En la ilustración esta representación está presente por la igualdad de condición, en el gráfico todos los niños varones llevan un sombrero tejido, conocido como chullu.

³⁸ Lozada Pereira, *op. cit.*, p. 208.

FORMAS GEOMÉTRICAS

Para tener una noción del proceso de la teorización y el estudio de las formas geométricas tomamos algunos de los hitos presentes en *Historia de las matemáticas I*. La geometría sienta sus bases desde la civilización babilónica que estaba familiarizada “con el teorema de Pitágoras, el área del triángulo y del trapecio, el área del círculo con $\pi=3$, los volúmenes del prisma y del cilindro, el teorema de Tales”³⁹. Por otra parte, la civilización egipcia podía calcular el área de triángulos, rectángulos y trapecios, así como los volúmenes cilíndricos y prismas rectos, también la fórmula del volumen del tronco de pirámide cuadrada⁴⁰.

Tales de Mileto retomó estos saberes desarrollados por las civilizaciones anteriores y proporcionó los rudimentos para una nueva geometría. “Con los pitagóricos, la geometría se convirtió en una ciencia con entidad propia, constituida por principios y definiciones sobre los que iniciaron la construcción de un sistema lógico”⁴¹. Se les atribuye a los pitagóricos el método de aplicación de las áreas y partes de triángulo rectángulo, el tetraedro, el hexaedro o cubo, octaedro, dodecaedro y el icosaedro las ternas pitagóricas, la construcción de figuras cósmicas⁴².

El primer concepto geométrico que se muestra a los niños parte de presentar y reconocer las figuras geométricas básicas, como son el cuadrado, el triángulo y el círculo, donde “Una figura es lo que está comprendida entre uno o varios límites”⁴³. Con la finalidad de que los conceptos sean apropiados y ejercitados, estas figuras son reconocidas en el entorno inmediato, el siguiente paso es presentarles a las figuras que se derivan de las básicas, con sus muestras en el contexto real.

A continuación incluimos ejemplos que progresivamente introducen a los niños a observar, identificar y nombrar las figuras geométricas. Estos han sido retomados de los tres módulos, en el primer módulo se aborda el ritual de la construcción de la casa, donde se recrea la *kajuna* o *pusi iskina* que es el trazo de un cuadrado, esta figura geométrica es trazada para delimitar el espacio sobre el que se levantará las paredes, y la *kimsa iskina*, que

³⁹ Collette, *op. cit.*, p. 35.

⁴⁰ *Ibid.*, p. 61.

⁴¹ *Ibid.*, p. 89.

⁴² *Ibid.*, p. 79.

⁴³ *Ibid.*, p. 106.

es equivalente al triángulo, para los aymaras esta figura sirve como patrón para el espacio que destinan a ser el centro sobre el que girará lo sagrado, la protección y participación de la divinidad en su hogar, valga decir que es como un altar.

Después de este ejercicio se lleva a los niños a recrear su comunidad, y la disposición de los distintos espacios como ser la escuela, la casa de sus abuelos, la iglesia, etc. se presenta de estas páginas una selección que hace a la secuencia vinculada con las figuras geométricas.

IMAGEN 7-10. Representación Material

Piaget e Inhelder, en su investigación distinguen cuatro procedimientos del uso de las imágenes considerando el manejo de los métodos verbales en los niños pequeños: la explicación verbal de la imagen; el dibujo; la selección de un dibujo entre otros que sea más cercana a la imagen mental; y la reproducción por gestos. Comprenden que las imágenes están presentes cuando les es posible dibujar una figura. Parte de este estudio está dado por las etapas evolutivas, la segunda de estas, abarca la percepción y reconocimiento de niños de 4 a 7 años. De acuerdo a su estudio en esta etapa la exploración de los niños es más activa, son capaces de distinguir formas curvas de las que tienen ángulos y líneas rectas, sus dibujos se parecen más al modelo, la imagen que poseen de un objeto la generan desde su interacción con el objeto mismo. La representación mental del objeto, la imagen, es comprendida por los autores como una imitación interna de acciones⁴⁴.

Representación Interna

Este ejercicio enseña el inicio de una de las ceremonias más importantes para los aymaras, ritual en el que recrean toda su cosmovisión, su entorno inmediato, a sí mismos, su origen. La casa se construye cuando se ha consolidado la unión de una nueva pareja, la comunidad les ayuda a levantar su casa, y en este principio se asientan no solamente las representaciones de lo femenino y lo masculino, esta dualidad también asigna los roles y tareas del hombre y de la mujer.

La casa típica de los aymaras es rectangular, hecha de adobes o piedra rústica, la entrada es pequeña, el techo espigado de paja. Es nombrada *uta* en aymara, este espacio “no es un lugar abrigado y atractivo según parámetros occidentales y su descuido y tiznado interior sólo es utilizado por las noches como refugio, y para preparar y cocer la comida”⁴⁵.

En contraste a la apariencia morfológica de esta casa, su construcción para los aymaras significa reconstruir la metáfora del cerro del mundo. El proceso de construcción, viene acompañado de distintas ceremonias (*ch'allas*) y diversos elementos de organización social en el Ayllu Qaqachaka, situado en la provincia de Avaroa, departamento de Oruro, este caso ha sido estudiado por Denise Arnold, Juan de Dios Yapita y Domingo Jiménez.

⁴⁴ Inhelder Bärbel Piaget Jean (1971): *Mental Imagery and the Child*. London. Routledge and Kegan Paul, pp. 72, 105.

⁴⁵ Arnold; Jiménez; Yapita, *op. cit.*, p. 36.

IMAGEN 7

Jisk'a uta qallantañani



- Mä khuskha pamparu uta luraña qalltañani.
- Uta qallantañatakixa ¿kunsa kamachañaxa?
- ¿Khitinakasa uta suma pirqapxiripacha?



- ¿Kunjamasa aruwixa jani tinkuñapataki arkuntañaspa?
- ¿Pirqanakaxa taqina ukch'akamakipachati?

◀ Empecemos a hacer la pequeña casa

- Empecemos a hacer la casa en un lugar plano. Para empezar a hacer la casa ¿qué hay que hacer?
- ¿Quiénes construyen bien la casa?
- ¿Para que no se caigan los adobes cómo se debe hacer?
- ¿Los muros deben ser del mismo tamaño?

Este saber es transmitido a través de la acción ritual, al compartir la memoria del proceso de construcción de una casa los Qaqas reconstruyen no sólo el espacio sino el tiempo, en la medida en que recuerdan el pasado, las genealogías ancestrales y sus orígenes míticos e históricos. Las casas se construyen durante la estación seca, entre la última cosecha y la próxima siembra. Las paredes suelen terminarse en octubre, y la ceremonia del techado se realiza en los primeros días de noviembre, alrededor del Día de los Difuntos.

En la página 40 del primer módulo que lleva por título *Para techar la casa* se abordará desde la acepción de *Vorstellen*. Desde el aspecto etnomatemático como se puede leer en la traducción al castellano se ejercitan las nociones de medida, y de asociación.

Uno de los aspectos interesantes es que para el aymara el techo de la casa es análogo a un cerro con sus pendientes de monte. En otro están recreando no sólo la naturaleza del espacio que les contiene, sino a sí mismos, al esparcir la paja en el techo, recrean el crecimiento del cabello sobre su cabeza. Dentro de esta lógica de un ser vivo, los tijerales de la casa son nombrados *costillas* (*jarap'í*), sugieren que el techo es un armazón animado que respira.

Una parte de la paja que acumulan es trenzada para hacer la sogá (*iru wich'u*, *Stipa pangens*), mediante hileras paralelas de sogá que guardan la distancia de una mano extendida (medida nativa llamada *chhiya*). En la ceremonia o *ch'alla* brindan y nombran a estas sogas “lazos de oro” (*quri lasu*, otro préstamo). Con esto creen que amarran los extremos de la casa, y el textil de la casa abajo, a los cielos en lo alto⁴⁶. La paja como elemento dorado, les recuerda las sendas de la memoria, que les conduce a *Nuestro Padre Sol*, el dios de los cielos, les recuerda sus lazos espirituales, además de los terrenales. En Qaqachaka, “las cadenas doradas” son el símbolo del matrimonio por excelencia, para esta comunidad aymara el matrimonio cobra el carácter de un renacimiento. Creen que la pareja recién casada vuelve a nacer de sus padres espirituales (el Sol y la Luna). Al techar la casa forman una costura, una zona liminal entre los cielos y la tierra, entre el cuerpo humano y el espíritu, entre el interior y exterior del cerro techo⁴⁷; esta dualidad es simbolizada por la carga que atribuyen a los elementos, la madera del techo se asocia con los hombres y la paja con las mujeres⁴⁸.

En la ilustración están presentes dos niños y dos niñas, recreando precisamente la división de las labores por sexo que tienen lugar en las mismas tareas de construcción, los hombres hacen las paredes y colocan las vigas del techo, mientras que las mujeres desenredan y dividen la paja

⁴⁶ *Ibid.*, p. 59.

⁴⁷ *Ibid.*

⁴⁸ *Ibid.*, p. 61.

Uta utachxatañani



- ¿Qawqha jach'a lawasa utachxatañataki munasispa?
- ¿Jisk'a lawaxa ukjarakiti munasispa?
- Lawanaka jisk'a jach'a yant'asa khuchurañani ukata utachxatañani.



Lawanaka suma chinjañataki ch'ankha jisk'a jach'a t'ajjañani.
Jichhumpi jiwaki yaxxatañani.

Imagen 8, Módulo 1, página 40

◀ Para techar la casa

- ¿Qué tamaño de maderas se necesitará para techar?
- ¿Necesitamos también maderas cortas?
- Midamos y separemos las maderas largas de las cortas para techar.
- Amarremos bien las maderas, luego cortemos las cuerdas largas y cortas.
- Esparzamos bien la paja.

enmarañada (*wich' u ch'iyi*) y las dejan listas en montones⁴⁹. El ritual de los tijerales o vigas del techo se llama *turu* (o *uta turu*), el término *turu* se asocia con el mundo de los cerros y sus espíritus que poseen el poder de engendrar mediante sólo el aliento (los *samiri*), poder que reside en los cuernos de los animales cornúpetos, tales como el toro del cual deriva probablemente dicho término. El concepto de *turu* es asociado con las puntas cornúpetas de los cerros, con los vientos y la fuerza física, que se expresan como el poder del Niño (o *muntu niñu*, el “mundo del niño”), a veces relacionado con el Niño Dios del cristianismo, pero también con el poder del toro. *Turu* es además el nombre de uno de los cerros más sobresalientes de Qaqachaka, su abuelo o Achachila, el cerro ancestro fundador de ayllu mayor que es Qaqachaka⁵⁰.

A la viga de cumbre, la llaman *luma* (del castellano “loma”), por la escasez de madera ahora la hacen de tallos trenzados de *axawayu*, un arbusto espinoso. En el techo, tienen otro espacio que llaman *tilantiru*, el término es tomando del castellano “delantero”, este espacio está en consonancia con el nombre ritual de las llamas machos, término que literalmente traducido sería “aquellos que van adelante”, valga recordar que sólo a las llamas machos se les deja pastar en las lomas más elevadas, están presentes de modo similar en el “cerro” de la casa⁵¹.

Previamente a la abstracción del pueblo en el módulo 2, página 47 que se titula *Conozcamos el pueblo*, se presentaron ejercicios para que los niños hablen de sus antepasados, del pueblo, de las ferias o mercados, de la ciudad. Este ejercicio les lleva a mirar su entorno desde los ojos de la geometría, que es asentado por un ejercicio *En el patio de la escuela*, en el módulo 3, página 10. Que será abordado a continuación desde vorstellen.

Definiciones

A los pitagóricos les debemos las siguientes definiciones:

Un círculo es una figura plana, limitada por una sola línea tal que todas las rectas que caen sobre ella desde uno de los puntos interiores de la figura son iguales entre sí⁵².

Las figuras rectilíneas son las que están contenidas entre dos líneas rectas, las figuras trilaterales las contenidas entre tres, las cuadrilaterales las contenidas entre cuatro y las multilaterales las contenidas entre más de cuatro⁵³.

⁴⁹ *Ibid.*, p. 62.

⁵⁰ *Ibid.*, p. 63.

⁵¹ *Ibid.*, p. 63.


⁵² Collette, *op. cit.*, p. 106.

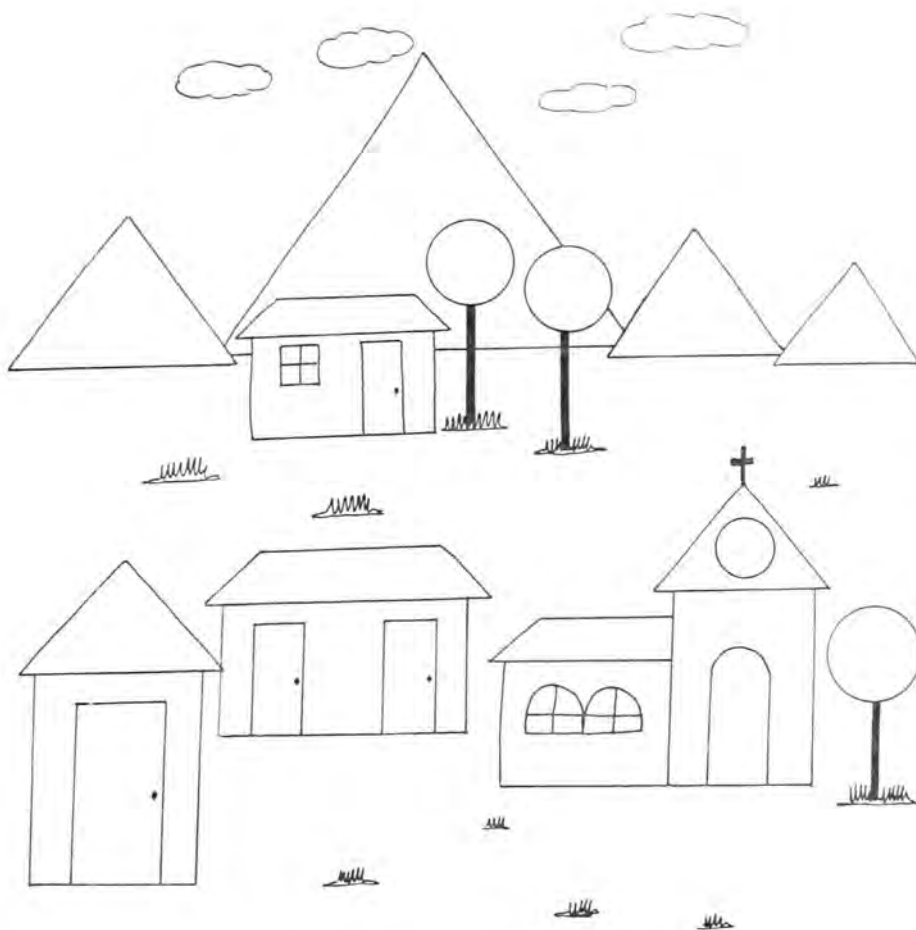
⁵³ *Ibid.*, p. 107.

IMAGEN 9



Marka uñjaniñani

 ■ Aka jamuqa suma uñakipañani.



■ Aka saltanaku uñtatanaka qillqañpankasaru qillqaqañani.

■ Ukata jamuqana uka kikpa utjiri saltanaka jakhuqasa jakhupa sich'i patxaru qillqañani.

◀ Conozcamos el pueblo

- Analicemos bien estos dibujos.
- Dibujemos en nuestros cuadernos las que se parecen a las figuras geométricas.
- Contemos los dibujos que se parecen a las figuras geométricas.

Representación Interna

Los aymaras manejan el concepto del círculo desde su herencia incaica, ellos disponían sus construcciones y el crecimiento del pueblo desde un espacio radial. Partían desde un centro, en torno al cual se suceden progresivamente más anillos, los anillos más alejados del centro muestran el alcance de su comunidad, a diferencia de otros ejemplos similares en los que se los toma como la periferia y que son habitados por aquellos que son desplazados o rezagados⁵⁴. Este aspecto vinculado al círculo, el radio y la simetría, es reforzado y esclarecido por Xavier Albó, quien ha mostrado que la dualidad aymara no implica necesariamente la construcción de un modelo de simetría bilateral. Inclusive si se organiza el espacio desde un centro con divisiones radiales, aparece un eje que divide dos conjuntos dentro de los cuales se agrupan los radios respectivos. Tal es el caso del espacio geográfico y simbólico de San Andrés de Machaca, comunidad en la que desde la marka se establecieron los radios de división con tres comunidades en cada una de las dos parcialidades: arajja y manqha⁵⁵.

Se cuenta con la asociación entre las estructuras circulares y la dualidad: “Olivia Harris, señala el tránsito de estructuras circulares con una disposición diádica, a disposiciones cuadrangulares donde aparecería un orden triádico. Por ejemplo, esto se constataría simbólicamente y ritualmente en el trabajo cuando los laymis terminan la construcción de sus casas y las techan. Además, el espacio de la cocina es distribuido en una relación de dos a uno. La mujer tiene el doble derecho y obligación de ocuparlo y realizar las funciones respectivas, con relación al varón. Similar distribución de competencias, en una relación que esta vez duplica las funciones del varón, se da respecto a la chacra. Para los laymis, la dualidad de complementariedad genérica realizada con el matrimonio que también se transforma en una estructura triádica. Esto se da por la inclusión de los padrinos que jugarán roles importantes en la vida futura, tanto real como simbólica”⁵⁶.

Para cerrar este aspecto se presenta una cita que aborda trasfondos del imaginario aymara en relación al espacio circular: “Diferenciar y apropiar lo que correspondió a la organización del espacio, tanto en los señoríos aymaras como en el imperio de los incas, ha puesto de manifiesto que no se trata solamente de una estética o una arquitectónica cultural. Se trata de una plasmación coherente de una determinada visión del mundo quedando implicados aspectos reales y simbólicos; se trata también de una construcción política, económica y étnica. Por lo demás, pese a la especificidad de la organización cuadrilocular efectuada por los incas, combinándola con el dualismo diametral simple de los aymaras, se ratifica que la representación andina del

⁵⁴ Lozada Pereira, *op. cit.*, p. 268.

⁵⁵ *Ibid.*, p. 269.

⁵⁶ *Ibid.*, p. 273.

Yatiñuta utanqana yatiqawi



■ Yatiñuta utanqana saltanakjama uñtata yänaka uñakipapxakiñani.



■ Yatiñuta utanqana wiskhanakampi, lawanakampi, yaqhanakampi saltanaka uñtata yänaka rixsupxañani.



- ¿Qawqha saltanaka uñtata yänaksa lurapxtanxa? sapa maynixa ¿Kuna sutinipachasa? ¿Kawkhanakanpinsa aka saltanaka thaqépsnaxa?
- Uka uñt'ata saltanaka laphinakata khuchhsusa, qillqañpankasar. lip'iyañani, ukata samichañani.



10



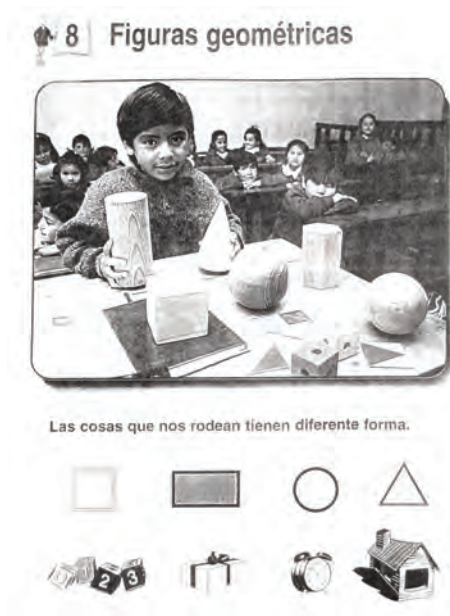
Imagen 10, Módulo 3, página 10

◀ **En el patio de la escuela**

- Observemos los objetos que parecen figuras geométricas.
- Diseñemos las figuras que se parecen a las figuras geométricas con cuerdas, palos y otros objetos del patio de la escuela.
- ¿Cuántas figuras parecidas hemos hecho cada uno?, ¿cómo se llaman?, ¿dónde podemos encontrar estas figuras?.
- Cortemos las hojas en forma de figuras, peguémoslas en nuestros cuadernos y luego pintemoslas.

espacio ha sido constituida con relación a las formas que el poder político y cultura ha adoptado, preservándose un orden de dominio que aunque varió con la colonización ibérica, mantuvo como invariable la necesidad de concretar un esquema de poder colonial”⁵⁷.

Es interesante anotar que en el *I Qing*, que hace parte de los *Cinco cánones* atribuidos a Confucio, es presentado en el *Pa kua* que está formado por combinaciones variadas de líneas rectas dispuestas de tal manera que forman un círculo, las líneas que constituyen sus formas primarias son dos: “una línea continua llamada ‘yang-xio’, que simboliza el principio masculino, y otra línea dividida en dos partes llamada ‘ying-xio’, que simboliza a la mujer como principio negativo”⁵⁸. Está coincide con la visión de complementariedad, de la parte femenina y masculina en la cosmovisión aymara, así como coincide con los valores y espacios destinados a lo femenino y a lo masculino.



Matemática 1, Santillana, p. 98.

⁵⁷ *Ibid.*, pp 274-275.

⁵⁸ Collette, *op. cit.*, pp. 170-171.

UNIDADES O SISTEMAS DE MEDIDA

Para abrir este título de transición del número a la medida, desde la percepción del entorno a sus representaciones, se retoma el pensamiento observado por McLuhan que la cita a otro autor: "Spengler escribe, lo más valioso de la matemática clásica, es su proposición de que el número es la esencia de todas las cosas *perceptibles* por los sentidos. Definido como medida, el número contiene todo el sentir mundial de un alma apasionada dedicada al *aquí y ahora*. En este sentido, medición se refiere a la medición de algo cercano y corpóreo"⁵⁹.

⁵⁹ McLuhan, *op. cit.*, pp. 140-141.

Espacio-longitud

En tierras latinas colonizadas se establecieron como medidas de superficie en el periodo colonial la vara y la braza. La vara, también llamada vara de Castilla, vara de Burgos, o de Toledo, equivale aproximadamente a 84 centímetros o 33 pulgadas y se dividía en tres pies, cada uno de aproximadamente 28 centímetros. La braza, menos precisa, era la medida de dos varas o 1.68 metros. El autor menciona que estas medidas establecidas y manejadas por los españoles adoptaron variantes en tierras indígenas, encontró registros de nueve “brazas” o tres pies en Tequicistlan, de seis pies en Teotihuacan, de nueve pies en Tepexpan, de diez pies en San Ángel, y de doce pies en Coyoacan⁶⁰.

Esto se corrobora en los estudios de Romero y Contreras, quienes mencionan que en la colonia entre las medidas agrarias que se usaban por los españoles estaban aquellas dadas por el sistema de medidas español, pero también por las medidas indígenas. Estaban “la fanegada de 228 varas por 144, o sea 4147 varas, equivalentes a 36 almudes; el almud, que medía 48 varas por 24, y el topo, medida indígena adoptada en muchas regiones, de 26 varas por 48, o sea 4508 varas cuadradas. Una fanegada se formaba con nueve topos”⁶¹.

La organización del espacio en el mundo aymara en los siglos XV principios del XVI seguía la lógica de dualidad complementaria. Las tierras eran mediadas por el eje, que mencionamos en anteriores ejemplos, nombrado *Taiypi*, que está entre dos espacios llamados *urco* y *uma*⁶². “Urco representa lo alto, la fuerza, el orden, la masculinidad y el esfuerzo; también designa las tierras altas y secas y el espacio ecológico asociado con los valles de arriba: alaa yungas. Además, con este término los aymaras se identificaban a sí mismos. Por otra parte, uma se asocia con lo femenino, refiere la noción de hoyo y de líquido, denota lo bajo, la naturaleza, la feminidad y los valles y la gente de abajo: manca yunga”⁶³.

Para la disposición y distribución de espacios y tierras los aymaras siguen un orden dual como citamos ya, la siguiente cita es un detalle tomado por Lozada: “Gilles Rivière dice que hay restricciones simbólicas de los lugares que algunos ayllus no pueden ocupar. Por ejemplo, los ayllus, representados por sus autoridades, sólo pueden ubicarse a la izquierda o a la derecha del cacique de toda la comunidad, según el lugar que les corresponde de acuerdo a la rotación de la jerarquía establecida cada cuatro años. Simbólicamente, existen otras expresiones de la dualidad y la división en cuatro señales por Rivière. Por ejemplo, en los ritos los espacios de cada ayllu están delimitados de modo inequívoco, incluso la torre de la iglesia ha sido construida con materiales diferentes para que las cuatro esquinas queden asociadas con cada ayllu. Asimismo, una característica también presente en otros contextos culturales y comunidades, se refiere a que los aymaras ordenan geoméricamente el espacio a partir de una dualidad estructural, desde la que se multiplica por duplicación constante, sea por simetría bilateral o según divisiones transver-

⁶⁰ Charles Gibson (2000): *Los aztecas bajo el dominio español. 1519-1810*. España. Siglo XXI de España Editores, S.A, pp. 263-264.

⁶¹ Emilio Romero; Carlos Contreras (2006): *Historia económica del Perú*. Universidad Alas Peruanas, Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Lima – Perú. Fondo Editorial de la UNMSM., p. 110.

⁶² Lozada Pereira, *op. cit.*, p. 264.

⁶³ *Ibid*, p. 264.

Niya tupuña yatxtanwa



K'usillu tuputata thuquri tuputata aruskipañani.
 ¿Kunjamsa tuptanxa? ¿kunampisa tuptanxa?
 ¿Kunanakamposa tupsnaxa?



Aka k'ujunjata jamuqa qillqañpankasaru jamuqañani,
 ukata tuputanakasampi phuqachañani.

Yana ka / Tupunaka	chhiya	kayu	chillqi
punku			
qunuña			
yaliñuta manqha			



Tuputasampi mayni yatiqirina tuputapampi kikipañani.

Imagen 11, Módulo 2, página 41.

◀ **Casi aprendemos a medir**

- Hablemos acerca de las medidas ¿cómo medimos?
¿Con qué medimos? ¿Qué más podemos medir?
- Dibujemos el mismo cuadro en nuestros cuadernos,
y luego completemos las medidas.

sales, la realidad espacial, étnica, simbólica y política de la totalidad. Por ejemplo, esto se da en Sabaya, desde la peculiaridad de cada estancia hasta la constitución de la comunidad como una totalidad”⁶⁴. Con esta noción de la distribución y disposición de las tierras, ahora pasaremos a las medidas que manejan los aymaras.

IMAGEN 11. Representación Material

En el salón de clases dos niños y dos niñas miden las paredes y la distancia de un extremo del suelo a otro con medidas de uso nativo, medidas derivadas de la anatomía del ser humano, que de acuerdo a Collette han sido practicadas desde la prehistoria “Las unidades de medición se eligen con frecuencia entre las partes del cuerpo humano: el dedo, el pie, el pulgar, la mano, el antebrazo”⁶⁵. Surge la pregunta desde el manejo de un sistema unificado: ¿cuál es la medida de un pie, o de la palma de la mano, cuándo nuestras proporciones son distintas?.

Significado

Para la construcción de su casa, y trazar distancias, los aymaras se sirven de tres medidas que son la *chhiya* equivalente a la extensión de la palma de la mano, *kayu* equivalente al pie, y *chillqi* que es el paso. La *chhiya* como mencionamos antes es la distancia que utilizan para separar las hileras paralelas de sogas en la construcción del techo de la casa.

El tiempo para unos, el tiempo para otros

Una vez que el hombre asimiló al tiempo como una transición entre dos puntos, como menciona McLuhan al señalar que se dieron grandes cambios culturales en Occidente: “De esta aplicación de unidades visuales, abstractas y uniformes, surgió nuestro sentir occidental del tiempo como duración. De la división del tiempo en unidades uniformes y visibles proviene nuestro sentido de la duración y nuestra impaciencia cuando no podemos aguantar la demora entre acontecimientos. Este sentido de la impaciencia, o del tiempo como duración, es desconocido en las culturas no alfabetizadas”⁶⁶. Parte de esta transformación, menciona el autor, está dada en pasar de un reloj biológico a uno mecánico, pues estamos sujetos a la *hora de ir a comer*, *hora de ir a dormir*. “Así como el *trabajo* empezó con la división de tareas, la duración empieza en la

⁶⁴ *Ibid.*, p. 268.

⁶⁵ Collette, *op. cit.*, p. 14.

⁶⁶ McLuhan, *op. cit.*, p. 175.

división del tiempo, y sobre todo, en las subdivisiones con que los relojes mecánicos imponen una sucesión uniforme del sentido temporal”⁶⁷.

El tiempo es parte del desarrollo de las matemáticas, muchas culturas fueron influenciadas por la astronomía. “Los pueblos primitivos poseían ciertos conocimientos relativos al sol, la luna y las estrellas. Además, un pueblo agrícola debía llevar la cuenta de los días y de las noches, así como de las distintas estaciones. Los pueblos primitivos adoptan casi todos un calendario lunar con el fin de diferenciar los aspectos cambiantes de la vegetación y poseer unidades de tiempo útiles y convenientes”⁶⁸.

Entre estos están los mayas que “demostraron que podían: 1) manejar miles de años; 2) dar cuenta de acontecimientos previos y posteriores a la creación (fecha inicial de 3114 a.C.)”⁶⁹. Para los antiguos mexicanos, el calendario era una guía al pasado mítico y una ventana al futuro astrológico, por él ordenaron rituales asociados a los ciclos del tiempo, las actividades agrícolas y comerciales, los mercados, los reinados de los soberanos. Incluso asignaban los nombres de los pueblos y de la gente, divinizaban sus destinos, y hasta curaban enfermedades⁷⁰.

El calendario de 365 días nombrado *xíhuatl* por los mexicas, *ya* por los zapotecos, *cuiya* por los mixtecos, y *haab* por los mayas estaba subdividido en 18 meses de 20 días (360 días) y de cinco días adicionales a final de año, estos cinco días que eran nombrados *nemontemi* por los mexicas, y *uayeb* o décimo noveno mes por los mayas⁷¹.

El “calendario sagrado” mesoamericano, el más antiguo que se conoce, constaba de 260 días. Este calendario ritual se llamó *tonalpohualli* entre los mexicas y *piye* entre los zapotecos. Este último se divide en cuatro meses *cociyo* o *pitao* de 65 días cada una. A su vez, cada una de estas meses se subdividía en cinco semanas, *cocii*, de 13 días, *chiy*, cada una. Se nombraban a las personas según el día su llegada, los matrimonios se concebían según las combinaciones de los días de nacimiento de la pareja, lo ideal era que el número del día del esposo fuera mayor que el de la novia. El tiempo de siembra, de cosecha, de contiendas bélicas también se asignaba según la bondad o malicia de los nombres y números del día⁷². “El registro de tiempo entre los mayas se basaba en la cuenta de cinco unidades sucesivas. Como el sistema es esencialmente vigesimal, el tercer orden el *tun* debería ser de 400 días o *kines*, pero los mayas introdujeron una modificación para que esa unidad se aproximara a la duración real del año de 365 días. Los 20 signos de días mayas, se combinaban con 13 numerales hasta completar 260 días con nombres diferentes”⁷³.

⁶⁷ *Ibid.*, p. 175.

⁶⁸ Collette, *op. cit.*, p. 15.

⁶⁹ Joyce Marcus (enero- febrero 2000): “Los calendarios prehispánicos” en *Arqueología Mexicana; Calendario prehispánicos*. Vol. VII. No. 41. p. 19.

⁷⁰ Munro Edmonson (enero- febrero 2000): “Los calendarios de la Conquista” en *Arqueología Mexicana; Calendario prehispánicos*. Vol. VII. No. 41. p. 41.

⁷¹ Marcus, *op. cit.*, p. 15.

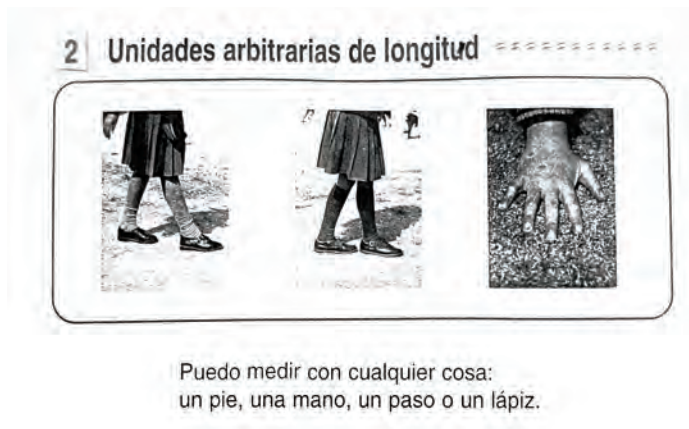
⁷² *Ibid.*, pp. 15, 18.

⁷³ *Ibid.*, p. 14.

La cosmovisión andina une el tiempo y el espacio⁷⁴. Las transiciones sustanciales en los parámetros andinos se suceden cada 500 años⁷⁵. Para el mundo occidental está marcada por la edad antigua, edad media, edad moderna y edad contemporánea, cuyas medidas, son harto distintas a las nuestras y esto se corresponde con su lógica.

Es curioso e interesante el desarrollo de las culturas predecesoras, por ejemplo los chinos y japoneses antes del siglo XVII median el tiempo con distintos grados de inciensos. “Se indicaban simultáneamente, con la sucesión de perfumes cuidadosamente ordenados, no sólo las horas y los días, sino también las estaciones y los signos del zodiaco”⁷⁶.

A continuación introducimos las ilustraciones presentadas en Jakhüwi que muestran la función del tiempo, establecen un cuadro mensual y semanal, similar al que emplean los aymaras. Por otro lado tenemos el recurso dado por Matemática I de Santillana, acorde a la descripción de McLuhan y al reloj mecánico occidental.



Matemática 1, Santillana, p. 56.

IMAGEN 12. Representación Material

El entorno que enseña la ilustración ha pasado de lo netamente nativo a lo híbrido o mestizo, uno de los niños usa una visera, detrás de su campo de trabajo se llega a ver una cancha de básquetbol.

Representación Interna

A diferencia de la tradición occidental, el imaginario andino comprende el tiempo como cíclico y sujeto al retorno. “El imaginario andino concibe el tiempo de manera abstracta, como circular, reversible, recuperable y como algo que se reintegra gracias al rito. (...) El pasado está

⁷⁴ Lozada Pereira, *op. cit.*, p. 237.

⁷⁵ *Ibid.*, p. 240

⁷⁶ McLuhan, *op. cit.*, p. 176.

Irnaqaña pachachimpu



- Ayrunkasana jilawipa uñjaniñani.
- Ayrunka uñjañataki mit'a mit'a wakichasipxañani.
- Kunapachasa phawapxtana, uka amtasipxañani.
- Sapa simana ayrunaka uñjiri mit'aninakana sutipa qillqañari.



- ¿Qawqha simananisa mä phaxsixa?
- ¿Nayrapachaxa phaxsinakaxa kuna sutiniñsa?
- ¿Jichhasti sapa phaxsixa kuna sutinirakisa?

Sataqallta phaxsi

Phaxsüru	Atüru	Warüru	Illapuru	Ururüru	Kürmüru	Intüru
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	25	25	26	27	28
29	30					



- Irnaqañataki mä jach'a laphina pachachimpu lurapxañani.
- Qillqañpankasaru yaqha phaxsinakataki pachachimpu lurañani.

Imagen 12, Módulo 3, página 42

◀ Horario de trabajo

- Veamos el crecimiento de las plantas
- Turnémonos para ver las plantas
- Recordemos cuándo hemos sembrado
- Cada semana apuntarán los nombres las personas de turno
- ¿Cuántas semanas tiene el mes?
- ¿Qué nombre tenían antes los meses?
- ¿Ahora qué nombre tienen los meses?

siempre vivo y es parte del presente, el futuro existe ahora y existió hace tiempo”⁷⁷. Los rituales de siembra y cosecha, de formación de una pareja, de construcción de su hogar, revive y rememora su ayer y su hoy que regresa mañana también.

Por las indicaciones traducidas al castellano podemos intuir que la medida que tienen del tiempo también está relacionada al crecimiento de las plantas. En las instrucciones se hace explícita la filosofía y práctica de reciprocidad aymara. Se manifiesta la memoria de sus antepasados cuando rememoran y su administración del tiempo, los días, los meses y su adaptación al tiempo de hibridación, o si se quiere su apertura a otros conocimientos, justamente está es la búsqueda de la etnomatemática, facilitar aquellos saberes que puedan ser funcionales y retomados para el beneficio de cada grupo cultural.

Significado

Los aymaras ahora se rigen por 8 días divididos en 24 hrs. como la mayoría de las culturas, estos son: paxsüru (domingo), atüru (lunes), wasüru (martes), illapuru (miércoles), ururüru (jueves), kürmüru (viernes), intüru (sábado). Para los aymaras es el Sol *Apu Qullana Tata Willka* o *Inti* quien administra el tiempo. El día *Uru*, es gobernado por el *Tata Willka* o *Inti*; y la noche *Aruma* es gobernada por la *Apu Qulla Mama Phaxsi*.

Por la producción agrícola ellos dividen el año en cuatro estaciones: *juyphipacha* (invierno – solsticio de invierno) del 21 de junio hasta el 20 de septiembre, *lapaca pacha* (primavera – equinoccio de primavera) del 21 de septiembre hasta el 20 de diciembre, *jallupacha* (verano – solsticio de verano) del 21 de diciembre hasta el 20 de marzo, *phajsapacha* (otoño – equinoccio de otoño) del 21 de Marzo hasta el 20 de junio, inicia un nuevo ciclo.

El calendario al que se refieren, mismo que fue empleado por sus antepasados, tenía cuatro semanas marcadas por la luna cambiante *Phaxsi samaña* al mes: *wawa phaxi – jayri* (luna nueva); *wawa sunaqi* (cuarto creciente); *urt’a* (luna llena); *urt’a sunaqi* (cuarto menguante). Como otras culturas antiguas tenían un día destinado de tributo al sol esté era nombrado *mara t’aqqa*, el equivalente hoy en día es el 21 de junio día que festejan el año nuevo aymara, año tras año, es el día en que empieza el solsticio de invierno.

⁷⁷ Lozada Pereira, *op. cit.*, pp. 233-234.

Ayunaka suma unjapxañani

■ Payata payata ayrunaka unjapxañani ukhamariasi pacha unjapxañani wakichaspaxañani
 ¿Kunatakisa ayrunaka unjapxañani?
 ¿Kunampisa ayrunakaxa janikaku jilapxapachaxa?
 ¿Kunasa ainkasa suma jilapxapachaxa?

■ Pacha amuyañani.
 ■ Yalichimip jilapxapachaxa má jana jamaqaru lurañani. Ukata ukaru uruta uruta.
 ■ kunjamasas pachaxa uka chimpulanti.

Pacha	Phaxalliru	Atiru	Wariru	Jilapuru	Uruniru	Kömbiru	Intiru
Lupi							
Jallu							
Qinaya							

■ ¿Má phaxsina ¿qawcha urusa intxa lupinti, jallusa jallunti, qinayasa ch'iwixaxa?
 ■ Pachachimpu luratasa má jana jamaqaru apaxañani.

46

Las 5 y media Las 8 y media La 1 y media

Las 9 en punto Las 11 y media Las 2 en punto

Encierra el tiempo que se emplearía en cada caso.

Para jugar un partido de fútbol

• 2 horas
• 5 horas

Para dormir por la noche

• 3 horas
• 9 horas

Para comer al medio día

• 4 horas
• 1 hora

Para hacer tareas

• 2 horas • 10 horas

El ejemplo de la izquierda corresponde al Módulo 3 Jakhüwi , página 46.
 A la derecha el equivalente de *Matemática 1* Santillana, página 117.

Es contrastante la representación gráfica del tiempo desde una perspectiva etnomatemática, frente a la otra genérica occidental. Se hace explícito gráficamente en el pensamiento de McLuhan cuando dice que

Desde el punto de vista tecnológico, el reloj es una máquina que produce segundos, minutos y horas uniformes de acuerdo con los parámetros de la cadena de montaje. Tratado de esta manera uniforme, el tiempo queda separado de los ritmos de la experiencia humana. Resumiendo, el reloj mecánico ayuda a crear la imagen de un universo numéricamente cuantificado y mecánicamente propulsado. (...) No sólo el trabajo, sino también el comer y el dormir llegaron a acomodarse al reloj en lugar de a las necesidades orgánicas⁷⁸.

La disposición de actividades ejemplificadas por Santillana, se ajustan a la este polo con Occidente que ha dispuesto aquietar o silenciar, si vale el término, sus necesidades más pragmáticas, mientras que los aymaras permanecen anclados a los ritmos de la experiencia humana, más bien orgánica donde se integra cósmicamente toda la vida.

Las ilustraciones de Jakhüwi, matemática para aymaras, son imágenes que tienen más de un significado simultáneo, corresponden a las imágenes laberinto como las nombra Gubern, estas en particular posibilitan la representación de la génesis del subconsciente, simbolizan lo abstrac-

⁷⁸ McLuhan, *op. cit.*, pp. 175-176.

to o inmaterial⁷⁹, presentan la simbología y tradición milenaria de los aymaras. Tres aspectos representativos han sido observados en cada uno de los ejemplos abordados en este capítulo su *representación material* o descriptiva, la *representación interna*, y el *significado* o concepto matemático. Las categorías mencionadas por los autores de etnomatemáticas se ven reflejadas a lo largo del capítulo, cuentan con un sistema propio de numeración, y las figuras geométricas corresponden a razones que van más allá de la figura, en cuanto a su sistema de medidas responde al espacio y al tiempo, dentro de sus sistemas de cálculo tienen un propio calendario que responde a su lógica de agricultura.

Jakhüwi tenía la finalidad de alcanzar una matemática funcional para niños aymaras, ha sido un instrumento de aprendizaje cultural y autoaprendizaje, ha trasladado la tradición oral de la cultura al papel con sus cuentos y canciones, con sus ilustraciones que retratan el entorno andino. Nuestras culturas aprenden a leer las imágenes al tiempo que se aprende a hablar, gracias a la inmersión social del niño⁸⁰, muchas veces las imágenes sirven de apoyo al aprendizaje verbal, y viceversa, en este caso a la matemática, y nosotros a un diseño educacional y editorial dirigido a un espectro también importante.

⁷⁹ Román Gubern (2007): *Del bisonte a la realidad virtual; La escena y el laberinto*. Barcelona. Anagrama, pp. 90-91.

⁸⁰ Gubern, *op. cit.*, pp 16-17.

CONCLUSIONES

En la diversidad de definiciones de *cultura* todas coinciden en que es aprendida, que permite al hombre adaptarse a su medio natural, que es variable y que se manifiesta en instituciones, normas de pensamiento y conducta, así como en objetos materiales. La comunicación ha sido esencial para el desarrollo cultural, y la escritura constituye uno de sus medios por excelencia. La escritura es importante y necesaria porque es un sistema de registro eficiente y preciso, que amplía las posibilidades de conservación de la memoria histórica, favorece la educación, y le permite al hombre expresar sus propias ideas y no solamente leer las de los demás. La escritura podría definirse como “un sistema de comunicación humana convencional por medio de marcas visibles. (...) La escritura es, por lo tanto, una producción artificial resultado de la cultura. Pero cada cultura concibe el acto de escribir de distintas formas; en algunos casos la escritura es el receptáculo o vehículo para la transmisión de mensajes e ideas; en otros envuelve factores espirituales y estéticos”¹. En esta definición radica la importancia de *Jakhüwi* al ser el primer texto matemático, pensado y estructurado en su lengua nativa, abordado con ilustraciones que representan su entorno inmediato, que se sirve de ejemplos que son funcionales, textos que se elaboraron con la participación de aymaras que conocen de sus necesidades y de su propia idiosincrasia.

La validez de la etnomatemática o la matemática aymara radica en reconocer a este grupo cultural, sus necesidades y la manera que tienen ellos de matematizar, como menciona Lizcano “Nuestra aritmética, decía Wittgenstein, se sostiene como se sostiene cualquier otra institución social: porque mucha gente cree en ella”². Lo oportuno de este libro está soportado en un espectro multicultural, las representaciones gráficas que facilitan el acercamiento a las funciones de las matemáticas para los aymaras está dado, parafraseando a D’Ambrosio en lo que la comunidad indígena siente que puede retomar de nuestra matemática para poder superar las limitaciones que experimentan³. Las ilustraciones de los módulos inician desde el reconocimiento del lugar, se aproximan a lo global presente en su imaginario, ciernen, retoman y adaptan aquellos saberes que les resultan funcionales para cubrir las necesidades de su comunidad.

El disponerse a reconocer, aprender y retomar permite y da lugar al desarrollo, al conocimiento, esa es nuestra herencia “Las matemáticas del Islam asimilaron los descubrimientos griegos e indios, prescindiendo de algunos aspectos demasiado teóricos para desarrollar con preferencia temas más conformes con su enfoque práctico. Los árabes tuvieron el mérito impe-

¹ Marina Garone Gravier (2004): “Estructura y tipografía para lenguas indígenas”. En *Ensayos sobre diseño, tipografía y lenguaje*. México. Diseño-Encuadre, pp. 135-136.

² Emmánuel Lizcano (2006): *Metáforas que nos piensan; sobre ciencia, democracia y otras poderosas ficciones*. Ediciones Bajo Cero. Creative Commons, p. 202.

³ Hilbert Blanco Alvarez (2008). “Entrevista al profesor Ubiratan D’Ambrosio”, en *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, Vol. 1. No 1, pp. 21-25.

recedero de haber sabido conservar para la humanidad preciosos documentos. Reunieron con sumo cuidado las obras matemáticas de origen griego e indio que llegaron hasta ellos. Probablemente, la traducción árabe de numerosos textos griegos e indios salvó una buena parte de la herencia matemática de estas dos grandes civilizaciones”⁴.

Si bien la matemática es caracterizada como una ciencia rigurosa y exacta, la etnomatemática puede hacer permeable y flexible esta característica. Cuando mencionamos las medidas manejadas por los aymaras delimitadas por la extensión de la palma

de la mano, el pie, o el paso, estas medidas prolongadas de la anatomía humana están relacionadas a la individualidad de cada uno de ellos no así a una generalidad.

Retomando una lógica circular propia de los aymaras, entiendo que hemos llegado a un sistema binario, sistema aditivo no posicional, un sistema posicional y a desarrollar nuestra matemática a partir de observar y conceptualizar o abstraer, para después regresar a las ilustraciones descriptivas para poder comprender estos conceptos. Surgen nuevas dudas ¿cómo se aproxima, conoce, concibe y desarrolla una persona invidente un sistema numérico, formas geométricas, unidades o sistemas de medida, el uso de instrumentos y técnicas de cálculo, medición y estimación?, ¿cuáles son sus procedimientos de inferencia?

Las imágenes simbólicas de Jakhüwi proponen significantes cuyo significado no es común ni obvio en un contexto occidental, presentan elementos que no significan aquello que aparentan significar (tres niños = mediador para el acuerdo de dos diferentes; niño y niña = complementariedad, par opuesto a *ch'ulla*; construcción de la casa = recreación e invitación de sus ancestros terrenales y deidades a participar de un nuevo hogar). “Las imágenes simbólicas, significan, en suma, algo que no muestran, o que muestran muy imperfectamente o indirectamente, y por eso transmiten información y la ocultan a la vez”⁵.

Las ilustraciones observadas, como elementos simbólicos aclaran su sentido en el contexto andino, puntualmente en el entorno aymara, sería interesante estudiar y conocer la diferencia que significo para aquellos niños que pudieron asociar los conceptos matemáticos por analogías y representaciones familiares para su grupo desde es un aspecto de diseño de educación y diseño editorial como parte de un equipo multidisciplinar.

⁴ Jean Paul Collette (2006): *Historia de las matemáticas I*. Naucalpan - México. Siglo XXI editores, p. 213.

⁵ Román Gubern (2007): *Del bisonte a la realidad virtual; La escena y el laberinto*. Barcelona. Anagrama, p. 89.

GLOSARIO

A

Achachilas. Dentro del concepto de los seres sobrehumanos, los Achachilas forman, junto con la pachamama, la categoría más importante. Son los grandes protectores del pueblo aymara y de cada comunidad local. Como las montañas y los cerros, que son sus moradas, abrigan al hombre. Existe una relación filial entre los aymaras y los Achachilas, porque estos últimos son los espíritus de sus antepasados lejanos, que siguen permaneciendo cerca a su pueblo, supervigilan la vida de los suyos, comparten sus sufrimientos y sus penas, y les colman de sus bendiciones. Los hombres les pagan por todo esto, respetándoles y ofreciéndoles oraciones y ofrendas.

Existen varias clases de Achachilas. Una primera clase forman los Achachilas grandes, generalmente identificados con las mas altas montañas de las cordilleras andinas, como el Illampu, el Illimani y el Sajama. Estos son los protectores de todo el pueblo aymara y de todo el territorio ocupado por él. Una segunda clase forman los achachilas que son identificados con los cerros que rodean las comunidades; estos son los espíritus protectores de las comunidades locales: así cada comunidad tiene también sus propios Achachilas.

Arajj. Central, cultural y superior, se opone a manca.

C

Cholitas. Derivado del término cholo, una de las castas nombradas por los españoles después del colonizaje en Bolivia para distinguir a los mestizos.

Ch'alla churu. Este concepto evoca a la naturaleza cultivada e inferior.

Chhiya. Medida que se aproxima a la palma de la mano, o en otros casos a la mano extendida.

Ch'ulla. Cuando algo o alguien está incompleto, sin su par.

Chumpi. Fajas tejidas por mujeres andinas, tienen diversos patrones y colores que identifican su región de origen, o el tiempo ordinario o de fiesta.

J

Jant'a. Viviendas de pastoreo, próximas a los campos de sembradío.

Jarap'i. Las vigas del techo, que representan las costillas del ser vivo que es la casa para los aymaras.

L

Likina. Preeminencia del valle.

M

Manca. Se refiere a lo externo, la naturaleza y la inferioridad.

P

Pachamama. Es la principal divinidad femenina de los aymaras. Junto con los Achachilas es la protectora y cuidadora por excelencia de los campesinos. Es una madre anciana que ampara a sus hijos y que les da los alimentos que necesitan para vivir y subsistir. Al mismo tiempo la consideran como joven, como una virgen que se renueva constantemente. A menudo la identifican con la Virgen María, al hablar de 'Santa Tierra', de 'wirjina' o de 'wirjin mama'. El campesino tiene un respeto profundo por la tierra y manifiesta su reverencia hacia ella continuamente: la invoca en casi todos los ritos, la 'paga' con sus ofrendas por los bienes que recibe de ella. Cuando toma alcohol, siempre derrama primero algunas gotas en el suelo en honor de la Pachamama.

Q

Qapanas. Método preventivo ubica las tierras o chacras para trabajar en diferentes microambientes, en pendientes, zonas planas, quebradas con distancias suficientes para proteger sus cultivos de plagas o heladas.

S

Samiri. poder de engendrar mediante el aliento, el mismo reside en los cuernos de los animales cornúpetos.

Suni. preeminencia de la puna.

T

Taypi. Espacio compartido o que da paso entre una tierra y otra.

U

Uma. se asocia con lo femenino, refiere la noción de hoyo y de líquido, denota lo bajo, la naturaleza, la feminidad y los valles y la gente de abajo.

Urco. representa lo alto, la fuerza, el orden, la masculinidad y el esfuerzo; también designa las tierras altas y secas y el espacio ecológico asociado con los valles de arriba.

Uta. Casa de los aymaras, recinto donde llegan a guarecerse de la noche, tienen dentro un altar, un espacio para dormir, y otro para el fogón.

Uyu. Corrales de la casa donde se guarecen por las noches las llamas hembras, los carneros y las ovejas que son bajados de los cerros, generalmente por las mujeres o las muchachas de la familia.

W

wich'ú ch'iyi. Proceso que se realiza para techar la casa, consiste en que desenredan y dividen la paja enmarañada, la separan dejándola lista en montones. Es una tarea que realizan las mujeres.

BIBLIOGRAFÍA

- Albó, Xavier (2000): *Iguales aunque diferentes: Hacia unas políticas y lingüísticas en Bolivia*. La Paz. UNICEF-CIPCA.
- Apala, Pedro (1995): *Jakhüwi Iri yanapiri panká: Qallta Yatiqäwi*. Ministerio de Desarrollo Humano. Secretaría Nacional de Educación. La Paz – Bolivia. SNE. Bolivia.
- Arnold, Denise; Jiménez, Domingo; Yapita, Juan De Dios. (1998): *Hacia un Orden Andino de las cosas*. Bolivia, Hisbol.
- Baroody, Arthur.; Ginsburg, Herbert. (1990): Children’s learning: A cognitive view”, en Davis R. B.; Maher C. A.; Noddings N.: (1997), *Constructivist views on the teaching and learning of Mathematics*. Reston, VA. NCTM.
- Blanco Alvarez, Hilbert (2008). “Entrevista al profesor Ubiratan D’Ambrosio”, en *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, Vol. 1. No 1.
- Blanco Alvarez, Hilbert; Parra Sánchez, Aldo. (2009): “Entrevista al profesor Alan Bishop”. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, Vol. 2, No 1.
- Collette, Jean Paul (2006): *Historia de las matemáticas I.*. Naucalpan - México. Siglo XXI editores.
- Colque, Gregorio Gabriel; Lampo, Cecilia; Camacho, Silvia; Gil, Edgar; Mesa, Isabel; Urday, Heidi (1996): *Jakhüwi 3ri yanapiri panká: Qallta Yatiqäwi*. Ministerio de Desarrollo Humano. Secretaría Nacional de Educación. La Paz – Bolivia. SNE. Bolivia.
- Contreras, Manuel E. ; Talavera Simoni, María Luisa (2003): *The Bolivian Education Reform 1992-2002: Case Studies in Large-Scale Education Reform*. Country Studies Education Reform and Management Publication Series. Vol. II. No. 2. Washington, DC. Education the world bank.
- D’ambrosio, Ubiratan (1985): *El lugar de las etnomatemáticas en la historia de la pedagogía de las matemáticas, para su aprendizaje*. Madrid. Ediciones Morata.
- _____ (2001): *Pluriculturalidad y aprendizaje de la matemática en América Latina: Experiencias y desafíos*. Madrid. Ediciones Morata.
- Edmonson, Munro (enero- febrero 2000): “Los calendarios de la Conquista” en *Arqueología Mexicana; Calendario prehispánicos*. Vol. VII. No. 41.
- Garone Gravier, Marina (2004): “Estructura y tipografía para lenguas indígenas”. En *Ensayos sobre diseño, tipografía y lenguaje*. México. Diseño-Encuadre.
- Gibson, Charles (2000): *Los aztecas bajo el dominio español. 1519-1810*. España. Siglo XXI de España Editores, S.A.

- Grouws D. *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York. NCTM - Mac Millan.
- Gubern, Román (2007): *Del bisono a la realidad virtual; La escena y el laberinto*. Barcelona. Anagrama.
- Hiebert, J.; Carpenter, T. (1992): "Learning and Teaching with understanding", en GROUWS D.(1995): *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, New York. NCTM - Mac Millan
- Janvier, Catherine Ann (1987): *Problems of representation in the teaching and learning of Mathematics*. Hillsdale. N.J.: Lawrence Erlbaum.
- Kline, Morris (1998): *El fracaso de la matemática moderna*. Madrid. Siglo XXI.
- Kosslyn, Stephen M. (1980): *Image and Mind*. Cambridge, Massachusetts and London, England. Harvard University Press.
- Lizarzaburu, Alfonso E.; Zapata Soto, Gustavo (2001): *Pluriculturalidad y aprendizaje de la matemática en América Latina; Experiencias y desafíos*. PROEIB ANDES. Cochabamba – Bolivia. Ediciones Morata.
- Lizcano, Emmánuel (2006): *Metáforas que nos piensan; sobre ciencia, democracia y otras poderosas ficciones*. Creative Commons. Ediciones Bajo Cero.
- Lozada Pereira, Blithz (2007): *Cosmovisión, historia y política en los Andes*. La Paz – Bolivia. Producciones CIMA
- _____ (1987): "La educación del indio en la Creación de la pedagogía nacional", en *Kollasuyo*, Revista de la carrera de Filosofía. 4ª época N° 1. La Paz.
- _____ (1999): "La visión andina del mundo". En *Estudios Bolivianos* N° 8. La Paz. UMSA. IEB.
- _____ (2004): "Orientaciones de la filosofía política para la transformación del sistema educativo", publicado en *Estudios Bolivianos* N° 11. La Paz. UMSA.
- Marcus, Joyce (enero- febrero 2000): "Los calendarios prehispánicos" en *Arqueología Mexicana; Calendario prehispánicos*. Vol. VII. No. 41.
- McLuhan, Marshall (2009): *Comprender los medios de comunicación: Las extensiones del ser humano*. Barcelona-España. Paidós.
- NCTM (1991): *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática*. España. Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.
- Nina, Filomena; Urday, Heidi; Gil, Edgar; Mesa, Isabel; Lampo, Cecilia (1996): *Jakhüwi 2ri yanapiri panka: Qallta Yatiqäwi*. Ministerio de Desarrollo Humano. Secretaría Nacional de Educación. La Paz – Bolivia. SNE. Bolivia.
- Patño, Víctor Manuel (1912-2001): *Historia de la Cultura Material en la América Equinoccial*. Tomo VI: Comercio. Capítulo IX. Biblioteca Virtual Luis Angel Aranqo.

- Piaget Jean; Inhelder Bärbel (1971): *Mental Imagery and the Child*. London. Routledge and Kegan Paul.
- Presmeg, Norma. C. (1997): *Generalization using imagery in Mathematics*. Hillsdale, New Jersey. Londres. Lawrence Erlbaum Associates.
- Rico, Luis; Castro, Encarnación; Romero, Isabel (1997): *Sistemas de representación y aprendizaje de estructuras numéricas*. España. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.
- Romero, Emilio; Contreras, Carlos (2006): *Historia económica del Perú*. Universidad Alas Peruanas, Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Lima – Perú. Fondo Editorial de la UNMSM.
- Santillana Primaria (1995): *Matemática 1*. La Paz – Bolivia. Editorial Santillana.
- Skovsmose, Ole (1999): *Hacia una filosofía de la educación matemática*. Colombia. Universidad de los Andes.
- Vigotsky, Lev Semenovich: *Imaginación y Creación en la Edad Infantil*. Biblioteca Digital Universal. B.D.U.
- Wheatley, George. H.; Cobb, Paul. (1990): *Analysis of young children's spatial constructions*. Hillsdale, New Jersey. Hove and London.
- _____ (1997): *Reasoning with images in mathematical activity*. Hillsdale, New Jersey. Lawrence Erlbaum Associates.
- Zamora, Fernando (2007): *Filosofía de la imagen; Lenguaje, imagen y representación*. México D.F, UNAM-ENAP

CONSULTA EN WEB

- Espejo, Anita; Reque, Roberto; Mamani, Lucy. *Diseño curricular para el nivel de educación inicial*. Ministerio de Educación. Viceministerio de Educación Escolarizada y Alternativa. Dirección General de Educación Inicial y primaria. Bolivia. Consultado en http://www.oei.es/linea3/Educacion_Inicial_Bolivia.pdf. El 11-11-2010
- Plan estratégico del CONAMAQ en: <http://www.fondoindigena.org/apc-aa-files/Plan-CONAMAQ.pdf>. Consultado el 11-11-2010
- Mapa localización aymaras. Proyecto *Revista Cultural* iniciado por los alumnos de Lengua Española V de la carrera de Letras/Español (UFMG) <http://yachaye.blogspot.com/2008/11/pueblos-indgenas-de-bolivia.htm>. Consultado el 11-11-2010



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
ESCUELA NACIONAL DE ARTES PLÁSTICAS
POSGRADO EN ARTES VISUALES

Esta tesis se terminó
el 17 de noviembre de 2010
en México D.F.