



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

---

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES  
ARAGÓN

OPTIMIZACIÓN DE REDES DE DISTRIBUCIÓN  
HIDRÁULICA DE ALTA Y BAJA PRESIÓN

# TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

INGENIERO CIVIL

P R E S E N T A :

**KARINA ADRIANA GARCÍA RIVEROS**

**LUIS ALBERTO POPOTLA ALFARO**

**DIRECTOR: M. EN I. PATROCINIO ARROYO HERNÁNDEZ**

San Juan de Aragón, Edo. de México, marzo de 2010.





Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



## DEDICATORIAS Y AGRADECIMIENTOS

*A mis padres María Elena y José Luis  
Porque sus palabras me ayudaron a salir adelante  
Por estar conmigo en los momentos más difíciles  
Por su apoyo incondicional  
Por creer en mí  
Los amo!!*

*A mis Hermanas Erika e Itzel  
Que me han apoyado en todo momento  
Porque su confianza también es la mía  
Gracias!!*

*Yolo...no sabes cuánto te quiero  
Eres una gran inspiración!!*

*A ti,  
Porque eres la mejor compañera que la vida me regalo  
Gracias por haber estado en todo momento a mi lado  
Apoyándome y orientándome.  
Hoy quiero compartir contigo este logro  
Saborear juntos la victoria  
Gracias por tu tiempo y dedicación  
Gracias por todo Karina!!  
Te amo!*

*Al Ing. Patrocinio Arroyo Hernández  
Quién me dio las facilidades, guía y  
orientación para realizar este proyecto, gracias.*

*A todos...gracias por existir!!  
Luis Alberto Popotla Alfaro*



*“Sabido que jamás existirá una forma de agradecer en esta vida de lucha y superación constante, deseo expresarles que mis ideales, esfuerzos y logros han sido también suyos y constituye el legado más grande que pudiera recibir”*

**Mamá** es a ti más que a nadie a quien quiero agradecer por el apoyo brindado a lo largo de estos años, no fue fácil llegar, tú y yo bien sabemos que ha sido un camino lleno de obstáculos, los cuales con unión, amor y esfuerzo logramos abatir. Ahora más que nunca se acredita mi cariño, admiración y respeto. Esta meta te la dedico con todo mi corazón, gracias por lo que hemos logrado Te quiero mucho.

**Papá** gracias por tu apoyo.

**A mis hermanos paúl y mir** por apoyarme y quererme como yo los quiero. Paul gracias por estar conmigo y por aguantarme todas las bromas que te hago tu sabes que es de cariño aunque luego yo sé que me paso de chistosa, y ya empieza a cuidarte solo porque ya no te voy a poder cuidar como antes cuando estabas chiquito, ahora tengo que cuidar a obid, gracias por traer esa lucecita a la casa. Mir no sabes cuánto te quiero gracias por aguantarme todo lo que te hago jajá, ni modo así soy y me tienes que aguantar.

**Diana** por estar ahí muchas veces haciendo lo que yo tenía que hacer, por tu paciencia y apoyo gracias.

**Obid te quiero mucho**, imposible olvidar esos días que me quede sin trabajar en la tesis por estar jugando contigo, gracias por llegar a mi vida.

**Luis** lo logramos, en fin tú sabes lo que se me dificulta escribir estas palabras gracias por llegar cuando más te necesitaba, por iluminar mi vida y darle sentido a lo largo de estos seis años. Pero sobre todo Gracias por darme ese Amor incondicional... Te amo!!!

A mi asesor el **Ing. Patrocinio Arroyo Hernández** por el apoyo y la paciencia que me ha tenido a lo largo de la tesis, gracias por compartir sus conocimientos.

*Con cariño, admiración y respeto Karina Adriana García Riveros.*



---

## OPTIMIZACIÓN DE REDES DE DISTRIBUCIÓN HIDRÁULICA DE ALTA Y BAJA PRESIÓN

# Í N D I C E

Introducción.

Objetivos.

Alcances.

### **I. FUNDAMENTOS DE REDES HIDRÁULICAS**

1.1 Consideraciones generales sobre redes de distribución para agua potable.

1.2 Aspectos generales de redes de distribución a baja presión.

1.3 Ventajas y desventajas.

1.4 Funcionamiento físico.

1.5 Funcionamiento hidráulico.

1.6 Ecuaciones básicas.

1.7 Modelo matemático.

### **II. MÉTODOS DE ANÁLISIS**

2.1 Tipos de análisis.

2.2 Análisis estático.

2.3 Método del gradiente.

2.4 Método de Newton Raphson



### **III. TÉCNICAS DE OPTIMIZACIÓN**

- 3.1 Regla de oro de Fibonacci.
- 3.2 Multiplicadores de Lagrange.
- 3.3 Programación Lineal.
- 3.4 Programación Dinámica.
- 3.5 Algoritmo Genético.

### **IV. METODOLOGÍAS DE DISEÑO**

- 4.1 Metodología de diseño para redes hidráulicas de alta presión mediante el método del algoritmo genético.
- 4.2 Metodología de diseño óptimo para redes hidráulicas de baja presión mediante programación lineal.

### **V. APLICACIONES**

- 5.1. Red de distribución de agua potable.
- 5.2. Red de distribución de agua intraparcularia.

### **CONCLUSIONES**

### **BIBLIOGRAFÍA**



# INTRODUCCIÓN

En la actualidad el crecimiento poblacional dentro del país, nos ha llevado a la creación de nuevas colonias que se manifiestan en un notorio crecimiento de la mancha urbana y consecuentemente los servicios básicos deben proporcionarse para mantener la calidad de vida de la población, tarea que no es fácil y que se complica si el asentamiento es irregular.

Hoy en día existen diversos problemas que afectan a la infraestructura existente puesto que no se diseñó para abastecer a la población actual y su estado de conservación se ha ido deteriorando, basta mirar los diarios de la ciudad para ver la falta de agua en colonias populares, aunado a esto, la crisis financiera por la que estamos pasando. Situación parecida guarda el abastecimiento de agua para uso agrícola.

Dicho lo anterior y teniendo la necesidad de seguir construyendo redes de distribución de agua tanto en el campo como en la ciudad, esto nos ha llevado a investigar sobre nuevas formas de optimizar los sistemas de abastecimiento de agua, o bien un componente de los mismos, así como la implementación de técnicas alternativas propias del área y de otros campos de estudio que garanticen el perfecto suministro del vital líquido y la incorporación de nuevos materiales que faciliten su instalación.

Este es el caso de la presente investigación, en la que exponemos, por una parte, una técnica que es una nueva visión para la modernización de los distritos de riego y que consiste en el entubamiento de los canales de distribución de agua, por redes de tubería superficial y/o subterránea funcionando a baja presión, lo que permite entonces, alcanzar un diseño óptimo que ofrece un balance perfecto entre los costos y la disponibilidad del agua en cantidad y tiempo, como sucede en las ciudades.

Y por otra parte, la aplicación del Algoritmo Genético, que conjuga los conceptos biológicos, matemáticos y de computación evolutiva en redes de distribución de agua potable con la única finalidad de hallar la red mas económica posible, previo a un análisis hidráulico satisfactorio.



## OBJETIVO

Presentar los métodos de diseño óptimo-económico de redes hidráulicas de distribución de agua para agua potable y zonas de riego.

## ALCANCES

Para dar cumplimiento al objetivo propuesto este trabajo se desarrolla de la siguiente manera:

- ✓ En el Capítulo I se tratan los componentes básicos de las redes de distribución de agua potable y de riego, el tipo de material existente en el mercado, las ventajas y desventajas al utilizar este tipo de soluciones, así como las ecuaciones básicas para su diseño.
- ✓ En el Capítulo II se presentan los métodos de diseño hidráulico que existen y que permiten analizar las redes hidráulicas.
- ✓ En el Capítulo III se exponen algunos métodos de optimización aplicables al área hidráulica , entre estos se encuentra Fibonacci, Programación Lineal y Algoritmo Genético, siendo los dos últimos en los que pondremos mayor énfasis.
- ✓ En el Capítulo IV se plantea y hace una descripción de la metodología a emplear para optimizar una red hidráulica, esto se lleva a cabo paso a paso.
- ✓ Respecto a el Capítulo V se plantea el caso de estudio y con ayuda de la metodología antes mencionada, se resuelve cada uno de los problemas planteados.
- ✓ Finalmente, se comentan, discuten y concluyen los resultados de los capítulos anteriores.





# I. FUNDAMENTOS DE REDES HIDRÁULICAS

## 1.1 CONSIDERACIONES GENERALES SOBRE REDES DE DISTRIBUCIÓN PARA AGUA POTABLE.

Denominamos red de distribución al conjunto de tuberías unidas en serie y ensambladas a dispositivos de control<sup>1</sup> cuya finalidad es proporcionar al usuario agua con la calidad requerida, en cantidad suficiente y con una presión adecuada durante las 24 horas del día, los 365 días del año.

La calidad del agua depende de las actividades que desarrolla el usuario, de este modo y de manera general dentro de los más importantes podemos mencionar los aprovechamientos industriales, comerciales, domésticos, de recreación y los relacionados con el campo. Para cada uno de ellos la Comisión Nacional del Agua (CNA) norma sus requerimientos de calidad. Ligado a esto, la cantidad de agua debe ser suficiente para abastecer a la zona en condiciones de máxima demanda, las cuales se presentan cuando todos los usuarios utilizan el agua para sus necesidades al mismo tiempo. Este volumen de agua debe llegar a cada uno de los usuarios con una presión adecuada para que realicen sus labores cotidianas, además de garantizar que los consumidores que se hallan en la cola de la red dispongan de este vital líquido en igualdad de condiciones.

---

<sup>1</sup> Como bombas, válvulas, piezas especiales, entre otros.



Las redes de distribución forman parte de un sistema de abastecimiento de agua potable en el que este último se complementa primeramente con la fuente de abastecimiento, la cual puede ser de agua superficial o subterránea y cuando existe escasez o son de mala calidad, se recurre a la atmosférica o la salada<sup>2</sup>. Una vez que se tiene bien definida la fuente (superficial o subterránea), se recurre al proceso de captación que permite almacenar el agua para su disposición adecuada y consiste en el conjunto de obras complementarias que permiten la extracción. En el caso de la extracción superficial es común el empleo de diques y presas y para la subterránea el equipo de bombeo. En este punto el agua captada es tratada mediante una serie de procesos capaces de proporcionarle distintas características de calidad para hacerla aprovechable.

Posteriormente debe ser conducida hasta el tanque de regulación que también funciona como almacenamiento, cuya función es enviar un gasto constante y satisfacer las demandas variables de la población. Este proceso permite tener una cantidad de agua como reserva con el objeto de no suspender el servicio en caso de demandas extraordinarias, como lo serían el combate de incendios o una creciente poblacional. Se pueden distinguir tanques superficiales, y elevados.

Los *tanques superficiales* se desplantan en una elevación natural cerca de la zona a abastecer de tal manera que la diferencia de alturas entre el tanque completamente lleno y el punto más bajo por abastecer se encuentre a 50 m, su fabricación es a base de concreto armado y normalmente se recubren con un impermeabilizante integral con la finalidad de evitar pérdidas debido a posibles fracturas.

Se recurre a los *tanques elevados* cuando el anterior no cubre las necesidades del proyecto, estos consisten en una estructura tipo torre que soporta al tanque. Para obtener su máximo rendimiento se procura ubicarlos en el centro de la zona de distribución con el fin de evitar grandes pérdidas por fricción y para equilibrar las presiones, garantizando así la eficiencia del sistema.

En la Figura No. 1 se pueden apreciar los elementos del sistema de distribución de agua.

---

<sup>2</sup> Aunque tienen el inconveniente de ser costosas.

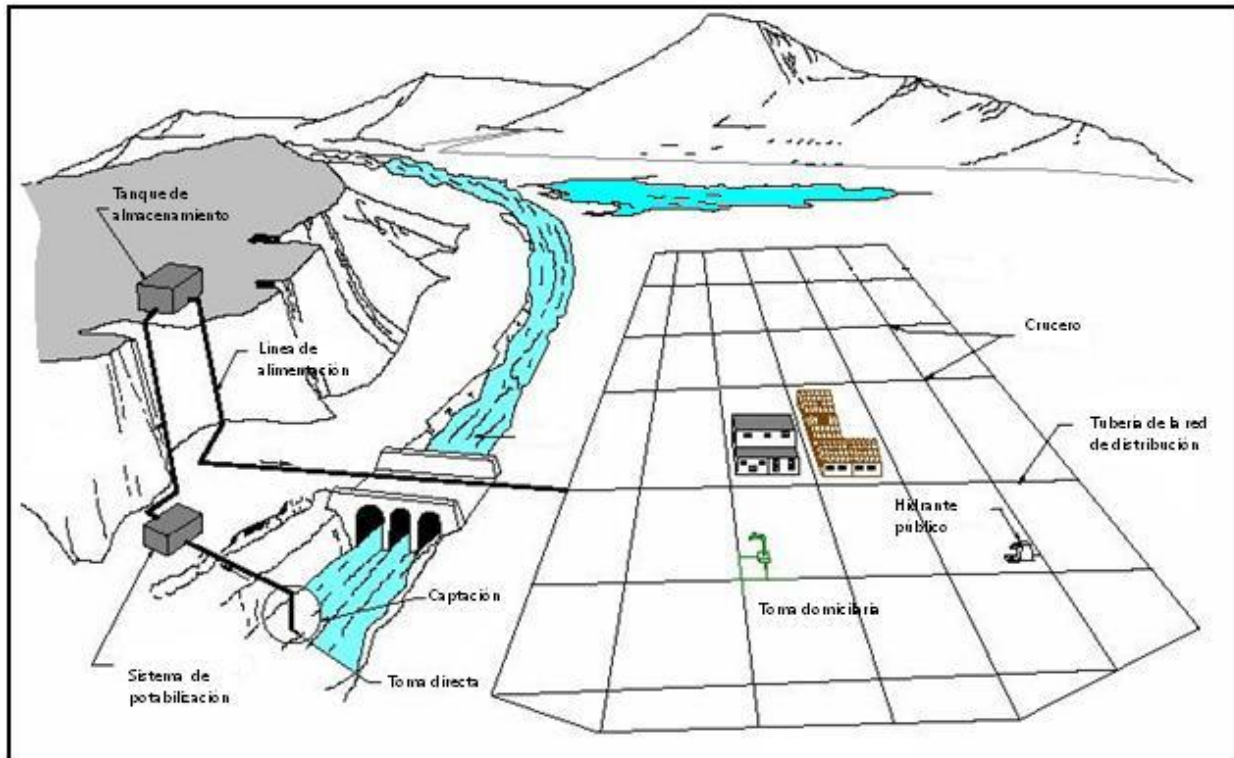


Figura No.1. Sistema de abastecimiento de agua potable

Dependiendo de las condiciones topográficas de la zona, trabajo similar al de los tanques se obtiene mediante el empleo de equipos de bombeo, los cuales no serán tratados en este trabajo por quedar fuera de los alcances del mismo.

Una vez que el agua se almacena en los tanques, el siguiente paso es su distribución a todos los usuarios, y se prefiere que esta sea mediante la acción de la gravedad, sin embargo, también puede ser útil el uso de bombas. La distribución se lleva a cabo mediante una red de tubos, que se conoce con el nombre de red de distribución hidráulica.

Una red de distribución hidráulica está compuesta principalmente por tuberías, que son los conductos por los cuales circula el agua, estas se complementan con el empleo de piezas especiales que permiten efectuar cambios de direcciones, ramificaciones e intersecciones que se denominan nudo o nodo, así como uniones con tuberías de diámetros y materiales distintos, además de incluir dispositivos de control tales como válvulas.

La red se define por la forma en la que se entrelazan o cruzan las tuberías, la cual puede ser, según sea el caso, cerrada, abierta o combinada. En la *red cerrada*, las tuberías configuran circuitos en forma de polígono, su principal característica es que permite al agua recircularse ya



que forma una malla que garantiza el suministro de este líquido aún cuando haya presencia de fugas; la *red abierta* es también llamada de árbol debido a su estructura, esta se emplea cuando se tiene que abastecer una zona dispersa; y la *red combinada* es la unión de la dos anteriores.

Para dotar adecuadamente al usuario, la red se divide en dos partes, en *red primaria* que, como lo indica en su nombre, es aquella que se encargan de transportar el agua hasta la zona de distribución, se ubica en las avenidas principales, generalmente transporta grandes cantidades de agua, y no cuenta con derivaciones para tomas domiciliarias; y en *red secundaria* o *de relleno*, que se sitúa en las calles aledañas a las principales, donde ofrecen el servicio de llevar agua hasta el usuario, partiendo de la red primaria hasta las tomas domiciliarias<sup>3</sup>, se distinguen tres tipos cuya breve descripción se efectúa en la Tabla No. 1.

Tabla No. 1.- Clasificación de redes secundarias.

Tipo	Características
Red convencional	Los conductos se unen a la red primaria y funcionan como una red cerrada. Se suele tener válvulas tanto en las conexiones con la red primaria como en los cruces de la secundaria.
En dos planos	Las tuberías se conectan a la red primaria en dos puntos opuestos cuando la red está situada en el interior de los circuitos, su longitud varía entre 400 y 600 m en función al tamaño de la zona a la que se le da el servicio.
En bloques	Las tuberías forman bloques que se conectan con la red primaria solamente en dos puntos y la red principal no recibe conexiones domiciliarias, su longitud total normalmente es de 2000 a 5000 m.

El material más empleado en las tuberías que integran las redes, actualmente es el polietileno (Ver Figura No. 2) debido a que la incorporación de las innovaciones tecnológicas en su fabricación ha brindado excelentes resultados. Se fabrica de acuerdo a la norma mexicana NMX-E-144, está disponible en el mercado en distintos diámetros, espesores y en rollos de 100 a 150 m, lo que lo hace óptimo en la conducción de agua potable, riego y residuos industriales a presiones y a temperaturas variables.

<sup>3</sup>Sirven para abastecer el agua directamente al consumidor y medidor o regular su consumo.



**Figura No. 2. Tubería de PEAD**

Comercialmente se encuentra en tres diferentes tipos, a saber:

- ✓ *Tipo I.* Tubo de polietileno de baja densidad (PEBD) con un esfuerzo de diseño de  $25 \text{ kg/cm}^2$ .
- ✓ *Tipo II.* Tubo de polietileno de media densidad (PEMD) con un esfuerzo de diseño de  $32 \text{ kg/cm}^2$ .
- ✓ *Tipo III.* Tubo de polietileno de alta densidad (PEAD) con un esfuerzo de diseño de  $50 \text{ kg/cm}^2$ .

De los tres tipos mencionados anteriormente, el más utilizado es el PEAD razón por la que se describen sus características en la Tabla No. 2.

**Tabla No. 2.-Ventajas del PEAD**

Características	Descripción
Uniones por termofusión	Esto es calentando simultáneamente, las dos partes por unir hasta alcanzar el grado de fusión necesario para que después, con una presión controlada sobre ambos elementos, se logre una unión monolítica más resistente que la tubería misma.
Amplia gama de diámetros	Generalmente está disponible en diámetros nominales desde 13 mm. (1/2") a 900 mm. (36") con diferentes espesores de pared (RD4), lo que permite el uso de la tubería en diversas condiciones de trabajo.
Factores de flujo	La tersura de la pared interior de la tubería es lisa y se conserva durante el mayor tiempo de su vida útil, teniendo así un valor de 0.0009 como factor de rugosidad.
Resistencia al impacto	No se tiene el riesgo de pérdidas de material por fracturas debidas a golpes en el manejo de carga, almacenamiento o instalación. Esto evita hacer gastos para excedentes por desperdicios, aunque se recomienda tener cuidado en su uso.

<sup>4</sup> Es el espesor que hay entre el diámetro interior con respecto al exterior.

Tabla No. 3.-Ventajas del PEAD (Continuación)

Características	Descripción
Flexibilidad	En todos los diámetros de tubería es posible disminuir considerablemente la cantidad de codos para el cambio de dirección si el radio de curvatura de la tubería se conserva con un mínimo de 10 a 20 veces el diámetro del tubo, según el RD que se utilice. Esto, aunado a la tersura de su pared, disminuyendo al mínimo posible las pérdidas por fricción.
Ligereza	Pesa mucho menos que la mayoría de otras tuberías en los mismos diámetros por lo que puede inclusive flotar en el agua, característica que se refleja en ahorros substanciales en mano de obra y manejo para acarreo e instalación de la tubería.
Resistencia química	Es inherente a la acción de la mayoría de los agentes químicos que se manejan en la industria y no se ve afectada por la composición natural de los diferentes terrenos o agua marina. Como este tipo de tubería no es conductora de electricidad no se presenta la corrosión por electrólisis. Asimismo, no favorece el crecimiento de algas o bacterias, ni la incrustación de los sólidos presentes en el agua
Durabilidad	El tiempo de vida útil estimado para la tubería en redes subterráneas que conducen agua a 23°C es 50 años, lo que garantiza un ahorro sustancial.
Mantenimiento nulo	Nulo, como consecuencia de las características mencionadas arriba.
Resistencia a la intemperie	Cuenta con una protección contra los daños que pudiera causar su exposición a los rayos ultravioleta del sol. El material contiene de 2 a 3% de negro humo <sup>5</sup> , uniformemente disperso, que además de darle un color negro uniforme lo protege de los efectos adversos de la intemperie por más de 50 años.

Debido a que este material es muy dúctil y tenaz, las piezas especiales tales como codos, tees, yees, tapones, carretes, etc., se fabrican del mismo material por medio de gajos y se unen a través termofusión (Ver Figura No. 3), aunque hay tendencia de no utilizar los codos, ya que por su flexibilidad se pueden librar las curvaturas, pero cuando se trata de insertar aquellas

<sup>5</sup> Es una película que se le agrega al tubo, se produce por la combustión incompleta de combustibles ricos en compuestos aromáticos que se queman en recipientes planos. tamaños de partícula (hasta 100 nm)

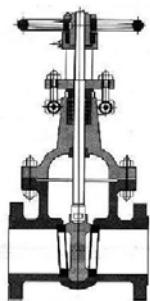
piezas que permitan hacer cambios de en los diámetros o en los materiales, se recurre principalmente a piezas de hierro fundido bridadas. Dentro de estas piezas o conjuntos de accesorios se encuentran los cruceros que ya conectados con la tubería forman deflexiones pronunciadas, derivaciones y ramificaciones.



Figura No.3. Ensamble de piezas especiales

Dentro de las instalaciones complementarias en una red de distribución, las más importantes son las válvulas que, permiten controlar el flujo (pueden regular, separar, o cortar), estas pueden ser accionadas manualmente o por medios automáticos o semiautomáticos. La clasificación de estos dispositivos es en base a su función, de modo que existen *válvulas de control y de aislamiento o seccionamiento*. Por lo general, las válvulas más empleadas son las que se operan manualmente mediante palancas, volantes y engranes, esto es porque los cierres y aperturas de las mismas ocurre, generalmente, por fallas en la línea.

En general, las válvulas que más se utilizan en una red de distribución de agua potable son las siguientes:



**VÁLVULAS DE COMPUERTA.** Estas son las de mayor uso donde su funcionamiento es a base de una palanca que se mueve verticalmente, el tipo más empleado es el de vástago saliente, tiene la ventaja que el operador puede maniobrarla de acuerdo a la situación de la línea y no se recomienda para ser usada como reguladora de gasto debido a que provoca altas pérdidas de carga y como consecuencia de su cierre lento puede ocasionar el fenómeno de cavitación<sup>6</sup>

<sup>6</sup> La cavitación es un fenómeno que se produce siempre que la presión en algún punto o zona de la corriente de un líquido desciende por debajo de un cierto valor mínimo admisible.



**VÁLVULAS DE MARIPOSA.** Son operadas por medio de una flecha que acciona un disco y lo hace girar centrado en el cuerpo de la válvula, pueden sustituir a la de compuerta cuando se tienen diámetros grandes y presiones bajas en la línea y tienen la ventaja de ser más ligeras y más económicas.



**VÁLVULAS DE ASIENTO.** El elemento móvil es cilíndrico, cónico o esférico que posee una perforación igual al diámetro de la tubería y normalmente se emplean para regular el gasto en los sistemas de distribución.



**VÁLVULAS DE ALTITUD.** Su uso es generalmente para controlar el nivel del agua en un tanque de almacenamiento, existen dos tipos: una sola acción y doble acción. los de una sola acción permite el llenado del tanque hasta un nivel determinado y los de doble acción realiza el proceso anterior sin tener una tubería de paso (Bypass).



**VÁLVULAS PARA ADMISIÓN Y EXPULSIÓN DE AIRE.** Se instalan para permitir la entrada o salida de aire a la línea, se emplean en tramos largos de tuberías y en los puntos altos para evitar la formación de vacíos parciales



**VÁLVULAS CONTROLADORAS DE PRESIÓN.** Dentro de su variedad tenemos válvulas reductoras y sostenedoras de presión, anticipadoras de onda y control de bombas. La válvula reductora de presión reduce la presión aguas arriba.; las válvulas sostenedoras de presión mantiene una presión fija aguas abajo; las válvulas anticipadoras de onda protegen los grupos de bombeo de la onda de presión causada por el paro de bombas; y las válvulas de control de bombas se instalan a fin de evitar las ondas de presión en el arranque y parada de bombas.





**VÁLVULAS DE GLOBO.** Consta de un disco horizontal que se acciona mediante un vástago que abre o cierra un orificio donde circula el agua, presenta una alta resistencia al paso del agua y pueden ser usadas para drenar o vaciar tuberías.



**VÁLVULAS DE RETENCIÓN (CHECK).** Son automáticas y se emplean para evitar contraflujos, normalmente se instalan en tuberías donde el agua contenida en la tubería puede revertir su dirección de flujo durante el paro de la bomba e impiden el vaciado de la línea.

Otro tipo de instalaciones son los equipos de bombeo, que nos permiten mantener la presión dentro de la red, así garantizar la demanda máxima, pero por ser un tema que está fuera de los alcances de este trabajo, nos remitiremos a proporcionar una bibliografía para su consulta.<sup>7</sup>

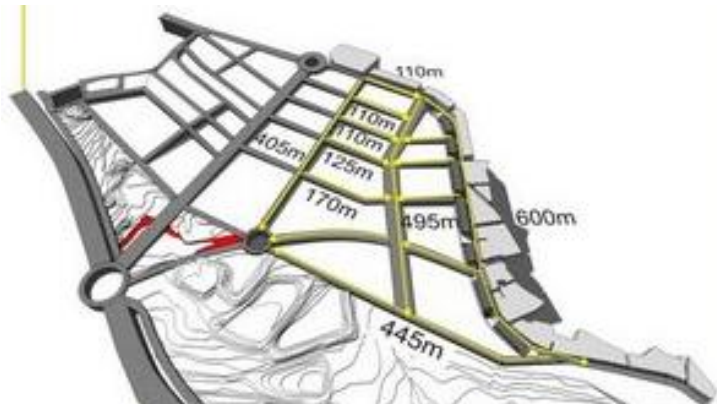
Ahora bien, el gasto es un dato fundamental para la elaboración de un proyecto de este tipo, para este caso los gastos que aplican en las redes de distribución de agua potable, son los gastos de diseño que, por no ser el objetivo de este trabajo, solo daremos a conocer su funcionamiento a grandes rasgos.

El *gasto medio diario* indica la cantidad de agua requerida para satisfacer las necesidades de una población en un día de consumo promedio; el *gasto máximo diario* es aquel caudal que se proporciona desde la fuente de abastecimiento, normalmente sirve para diseñar la obra de captación, equipos de bombeo, la línea de conducción antes del tanque de regularización, entre otros; y el *gasto máximo horario* que es el mínimo requerido para cubrir las demandas poblacionales en un día y a la hora de máxima demanda.

De manera similar, las presiones que generalmente existen para los proyectos de redes también son llamadas *presiones disponibles* o *libres*, y se calculan para los cruces de las tuberías. Particularmente, la referencia es con relación al nivel de la calle y no al centro del tubo.

---

<sup>7</sup> Normas de la Comisión Nacional del Agua.



**Figura No.4. Trazado de una red de distribución**

Este régimen de presiones depende de la necesidad del servicio y de las condiciones topográficas de la localidad (Ver Figura No. 4). Tratando el primer caso, las necesidades requieren de una presión mínima que sea capaz de cubrir los requerimientos básicos demandados por los usuarios en los horarios en lo que se presenta la

máxima demanda. Para el segundo caso se tiene que las condiciones de la localidad deben ser mitigadas en el proyecto, ya que, de existir presiones altas se obliga a la utilización de tuberías más grandes, por lo tanto, más costosas, esto por lo general, se presenta en los puntos más elevados, donde la presión en los horarios de máxima demanda no debe ser inferior a la presión mínima requerida, sin embargo, en los puntos más bajos la presión no debe ser mayor de la máxima especificada en proyecto.



**Figura No.5. Esquema de pérdidas hidráulicas**

Ligado a las presiones en una red, se tienen las pérdidas que también se conocen como pérdidas de carga o pérdidas hidráulicas (Ver Figura No.5), es una diferencia de cotas piezométricas que existe entre dos puntos, las cuales en términos generales, representan la cantidad de energía que pierde el agua en el recorrido dentro de la tubería, en este caso, la



tubería que estamos proponiendo, es muy lisa, lo que permite que no existan grandes pérdidas por rozamiento, aunque existen otro tipo de ellas, que son las *perdidas secundarias* o *menores* que, son producidas normalmente por ensanchamientos en la red, contracciones, cambios de dirección, entradas, salidas y válvulas. Normalmente, este tipo de pérdidas no se toman en cuenta por ser muy pequeñas, pero existe una fórmula para su cálculo que, no daremos en este trabajo por no estar dentro de los alcances, pero se puede verificar en el en la bibliografía indicada.<sup>8</sup>

## 1.2 ASPECTOS GENERALES EN LAS REDES DE DISTRIBUCIÓN A BAJA PRESIÓN

Las redes de distribución tratadas en este trabajo, son por una parte las destinadas a distribuir el agua para consumo humano (descritas con anterioridad) y por otro lado las dedicadas a distribuir el agua a las parcelas pertenecientes a un sistema de riego<sup>9</sup>. Estas últimas son la tendencia más reciente dentro de las innovaciones tecnológicas que está sufriendo el campo, para garantizar mayor productividad. La idea básica es sustituir la distribución del agua a la zona parcelaria, con base en canales a cielo abierto (método tradicional), por un sistema interconectado de tuberías, es decir, por una red hidráulica, cuya característica principal es que suministra el líquido demandado hasta la parcela, aprovechando las mismas suposiciones que se toman en el diseño de los canales, pero a tubo lleno circulando a baja presión.

Lo que hace necesario, primeramente, describir los componentes que integran un sistema de riego tradicional, (que aunque tiene gran similitud entre los que componen a los sistemas de abastecimiento, poseen marcadas diferencias y distintas técnicas de análisis), para posteriormente particularizar a la forma en que se moderniza la distribución del agua a las parcelas. Ver figura 6.

1.- *Obra de toma*, es aquella estructura mediante la cual se hace posible la extracción del agua y es el punto de partida para la conducción de forma continua del agua hasta la zona productiva. El diseño incluye una obra de excedencia que permite desalojar el nivel de agua de procedencia extraordinaria no contemplada para su aprovechamiento y una serie de rejillas

---

<sup>8</sup> Manual para las instalaciones de Agua Potable, Agua Tratada, Drenaje Sanitario y Drenaje Pluvial de los accionamientos y Condominios de las Zonas Urbanas del Estado de Querétaro

<sup>9</sup> Conjunto de estructuras que hace posible que una determinada área pueda ser cultivada con la aplicación del agua necesaria a las plantas.

metálicas con pantalla de tela, desmontables, consecutivas, en un número adecuado que evitan el paso de sedimentos y problemas de azolve, sobre todo en los sitios bajos.

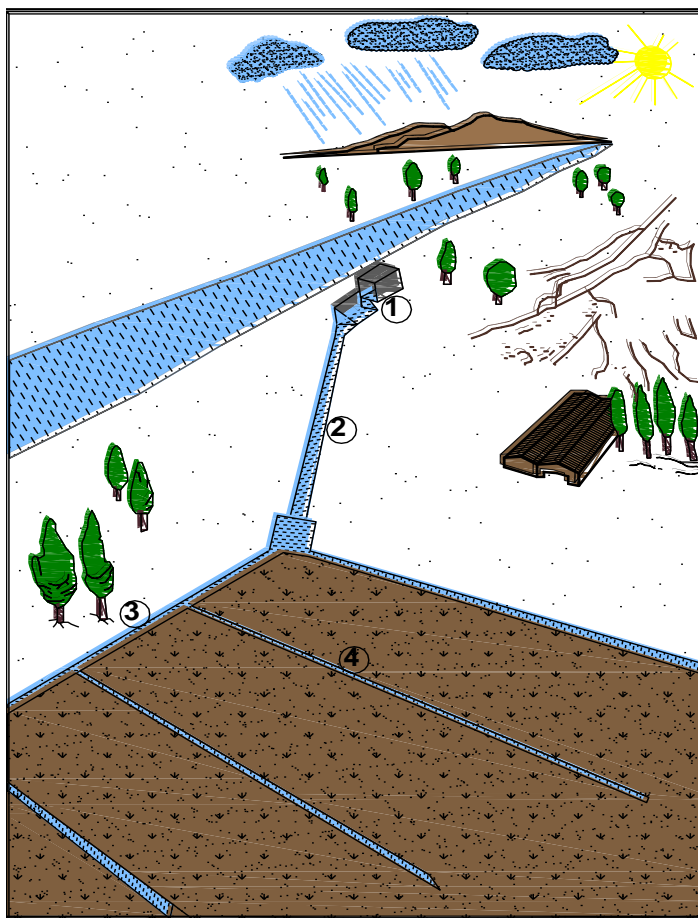


Figura No. 6. Esquema básico de una red de riego.



Figura No. 7. Canal típico de concreto para conducción.

2.- *Conducción*, guía el agua mediante un canal a cielo abierto y de manera continua hasta el punto donde comienza la distribución de la misma en la zona irrigable.



**Figura No. 8. Interconexión de canales a cielo abierto.**

3.- *Distribución*, permite mediante una interconexión de canales (revestidos o no) a cielo abierto, conducir el gasto necesario hasta cada una de las parcelas, auxiliándose de accesorios de control, como las compuertas, entre otros.



**Figura No.9. Aplicación de riego mediante sifones**

4.- *Aplicación del riego*, es la manera en cómo se proporciona el agua a cada una de las plantas, puede ser mediante canales regadera que distribuyen al agua a cada uno de los surcos o directamente mediante sifones, de acuerdo con el método de riego.

La modernización de los sistemas de riego incluye el entubamiento de la distribución y el de la conducción, pero esta última no será tratada en este trabajo. Por lo que respecta a la distribución, esta consiste en la sustitución de la red de canales por una red de tubos, ver Figura No.10, implicando la circulación del agua en el conducto a tubo lleno, pero circulando con una diferencia de presiones, dada por el desnivel topográfico, es decir, únicamente por la acción de la gravedad, lo que le da la característica de circular a baja presión.



**Figura No.10 Sustitución de canales a cielo abierto mediante tubería a baja presión.**

El **entubamiento de las conducciones y el riego efectuado** mediante la distribución parcelaria del agua circulando **por redes de tubería superficial y/o subterránea a baja presión**, proporcionan al usuario disponibilidad y libertad en el manejo del recurso hidráulico, y logrando como consecuencia, mayor eficiencia en sus cosechas, lo que se traduce en volúmenes de producción con calidad y a bajos costos. Los nuevos componentes del sistema son ahora, la red de tubos que está integrada por una o más líneas principales y un número de líneas laterales, estas líneas pueden ser, incluso, de distintos materiales, en las que sus diámetros son los óptimos - económicos e integran un balance entre costo y funcionalidad, y una serie de accesorios que se describen a continuación (ver la Figura No. 11):

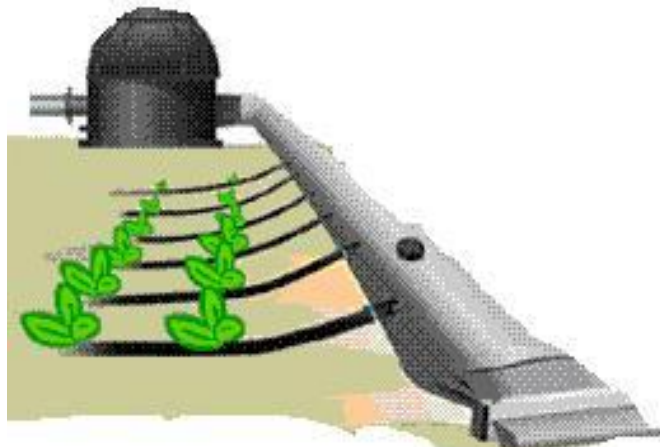


Figura No.11. Toma hidráulica

**La Toma Hidráulica** del suministro parcelario constituye el punto terminal e inicio de la red parcelaria. La toma válvula, hidrante o boca de riego se coloca una por parcela, cuya función es permitir con agilidad la salida del flujo que se encuentra en el ramal de la red, hacia el o los cultivos de la parcela, minimizando la erosión del suelo. Para definir su ubicación, es conveniente utilizar el plano topográfico del área de estudio con las

curvas de nivel a cada 25 cm, delimitar los linderos entre parcelas y calcular sus áreas respectivas, tratar de compensar los desniveles topográficos con la pérdida de carga de la red parcelaria, vigilando que tenga una buena accesibilidad, así como también, considerar la modalidad y la forma con la que se aplica el riego.

En el caso de una tubería a baja presión se recomienda aplicar el riego por medio de **tubería de compuertas**, en esta particularidad la toma se localiza en la cabecera de la parcela y en caso de que la longitud en el sentido del riego rebase la máxima permisible, se coloca otra línea regante en donde sea necesario. También debe considerarse que el riego se traza en el sentido de la máxima pendiente en cada parcela, de tal manera que en el sentido transversal del

riego la pendiente sea mínima, este criterio permite colocar la tubería de compuertas en el sentido de mínima pendiente.

De acuerdo con la distribución previa de las tomas en la totalidad de las parcelas, el **Trazo de la Red** (Ver figura No.12) es el que en planta (plano topográfico), proporciona la unión de todas ellas a la fuente de suministro, ya que un trazado óptimo dependerá de la eficiencia en la distribución oportuna del agua a la parcela.

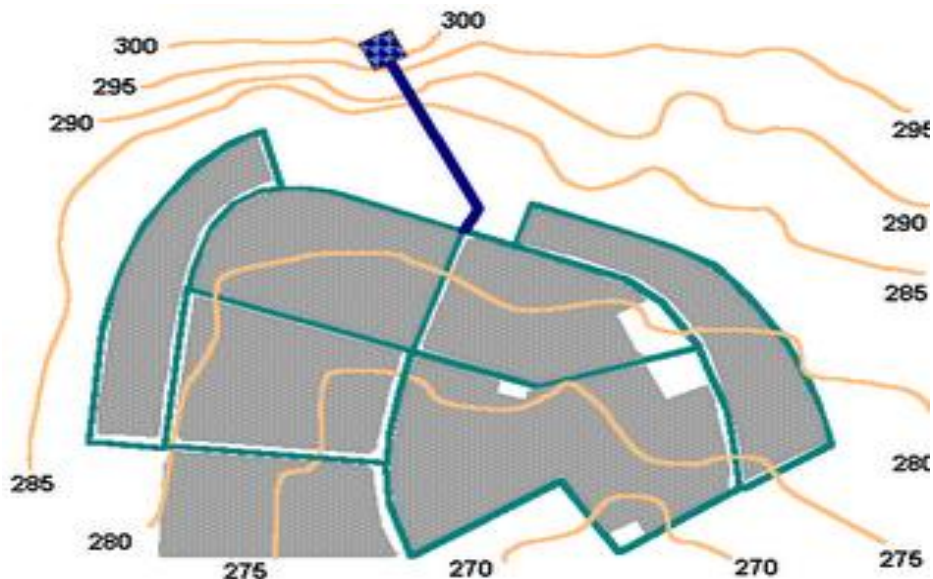


Figura No.12. Trazo de la red mediante plano topográfico

La distribución de la red se divide en redes cerradas, abiertas o mixtas, según sea el caso. La red cerrada es más eficiente que la red abierta, ya que en la primera circula más agua y por lo tanto la distribución del agua es mayor, pero existe un inconveniente económico que dependerá del proyecto y las posibilidades presupuestales que se tengan para el mismo.

Para efectuar un trazado óptimo de una red, se recomienda tomar en cuenta los siguientes puntos que:

1. El agua avance desde los puntos más elevados hacia los más bajos, siempre y cuando la red lo permita.
2. Los ramales y la zona en la que exista mayor demanda, sean proporcionales entre sí.
3. Para ligar las tomas, se recomienda empezar desde la cabecera (punto más elevado) y a esta se le une la más próxima que, a su vez se une con la más cercana. Este proceso se tiene que repetir hasta que todas las tomas estén unidas entre sí.



4. Una toma local que deriva del ramal principal, se traza perpendicularmente y los subramales se conectan a  $45^\circ$  respecto a la dirección del flujo.
5. Al final este trazado se puede modificar debido a diversos factores como el social o topográfico, se debe procurar que la red trabaje de forma eficiente aunque sea necesario crear nuevos nodos o bifurcaciones.
6. La longitud de la tubería será la mínima, cuando los tramos de tubería de tres tomas adyacentes que confluyen en un nudo, forman entre si ángulos de  $120^\circ$ .

Entre los métodos que más destacan para el trazo de la red, se encuentran el de los linderos existentes y el de la geometría óptima (método de Girette). Se recomienda utilizar un diseño en el cual la solución sea por linderos donde el trazado de la red forme ramales para disminuir los costos y mejorar la eficiencia. Estos métodos se explican de una forma más detallada en la referencia.

Posteriormente definimos la modalidad del riego, esta se refiere a la forma en que el sistema entrega el agua a los usuarios, se conocen dos modalidades del riego por turnos y el riego a la demanda, en nuestro país la modalidad que predomina es la de demanda controlada, en la que el usuario está limitado en cuanto a la disponibilidad del agua y cierto tiempo después se le proporciona. El **riego por turnos** consiste en suministrar agua al usuario de acuerdo a un calendario programado. Esto quiere decir que el agua se va rotando de una parcela a otra.

El **riego a la demanda** ofrece al agricultor la disposición del recurso hidráulico las veinticuatro horas del día, sin más limitación que el gasto disponible en el hidrante.

Para que el riego se produzca de manera eficiente se tiene que evaluar el **Gasto** que se requiere, ya que los usuarios tienen diferentes cultivos por lo tanto las áreas y las épocas de sembradío son totalmente diferentes. Debido a esto debe tomarse en cuenta el diseño de la parcela, sin embargo para fines prácticos al momento de tener los gastos requeridos se asigna un gasto modular en función de la modalidad de riego seleccionada.

Y se denomina gasto modular, a aquel suministro que es regado por surcos, melgas o tubería y hace eficiente la aplicación del riego. Normalmente se adopta el gasto modular que está acostumbrado a manejar el usuario, pero es necesario considerar las políticas que deje la región y hacer una comparativa con los resultados del análisis de requerimientos de riego, para





de esta forma decidir por el gasto a suministrar, el valor obtenido oscila normalmente entre 40 y 120 lt/s.

Una de las características importantes para este sistema de riego, es que, como en todos los sistemas, existen **Pérdidas Hidráulicas** que en este caso son similares a las ya mencionadas al final del apartado 1.1., la diferencia radica que para este tipo de sistemas se toman otras adicionales por las condiciones propias del riego. Las fórmulas más empleadas para este cálculo son las expresiones de **Darcy-Weisbach**, **Manning**, **Hazen-Williams** y están dadas en términos de gasto y diámetro.

Además de existir las pérdidas por fricción, existen las pérdidas locales que debido a que son muy pequeñas comparadas con las primeras, estas se representan como un porcentaje de ellas.

Para finalizar con el sistema de riego y no menos importante tenemos la presión requerida por la red hidráulica de baja presión (menor a  $3 \text{ kg/cm}^2$ ), la cual varía de acuerdo a las necesidades de cada toma, entonces, en el sistema actúa a lo largo de todo su desarrollo, diferentes presiones cuyo valor oscila entre un mínimo ( $h_{\min}$ ) y máximo ( $h_{\max}$ ). El primero garantiza el funcionamiento de la toma y esta a su vez el suministro del caudal demandado, y el segundo evita la falla de los tubos.

### 1.3 VENTAJAS Y DESVENTAJAS

Entubar el agua nos proporciona muchas ventajas, al garantizar un agua limpia a su destino final, las más sobresalientes se enlistan enseguida:

1. Se evita la contaminación del agua, por lo tanto, se reducen considerablemente las enfermedades ocasionadas por este líquido.
2. La calidad del agua es la óptima para su utilización, pues brinda la oportunidad de ser tratada, si así se requiere.
3. El mantenimiento a la red es relativamente nulo, debido a las propiedades del material que se emplea.
4. La red permite conducir una cantidad de agua suficiente y en forma constante, durante las 24 horas del día, siendo autónoma, con el menor esfuerzo humano.



5. Los costos de la red son bajos y la vida útil mínima es de 50 años.
6. Se elimina todo acarreo de agua, favoreciendo la calidad de vida de los usuarios.

Aún con lo anterior, este tipo de sistemas cuenta con algunos inconvenientes, muy probablemente, no atribuibles a la propia red entre, pero al no ser tomados en cuenta originan desventajas como las que se mencionan a continuación:

1. En su construcción se requiere el empleo de mano de obra supervisión y calificada.
2. Las uniones deben quedar completamente selladas, para evitar fugas y la posibilidad de que se contamine el agua.

Pero la desventaja más importante no es la mala instalación si no la conciencia de la sociedad, ya que no se valora el agua y se desperdicia al momento de usarse en grandes cantidades.

#### 1.4 FUNCIONAMIENTO FÍSICO<sup>10</sup>

Físicamente, el nivel de la superficie libre del agua en el tanque de almacenamiento contiene toda la reserva de energía (de presión y velocidad) necesaria para distribuir el gasto<sup>11</sup> demandado por el usuario. Al momento en que empieza a circular el gasto por las tuberías de la red, se procura lo haga mediante líneas de corriente rectas y paralelas, sin embargo, el flujo va perdiendo energía a lo largo de su recorrido por los conductos, a consecuencia de la fricción, en estas circunstancias la variación de la presión se considera como hidrostática y la fricción no causa una disminución en la velocidad o energía cinética del fluido, por lo tanto la pérdida de energía, se expresa en términos de una pérdida de energía potencial, equivalente a una diferencia de presiones.

En estas condiciones, al combinarse con la topografía de la localidad se tiene como resultado, el que en los puntos más elevados la presión disponible disminuye y en los más bajos tiende a incrementarse, razón por la que en la práctica para garantizar el suministro, el valor de la presión se restringe, en el primero de los casos esta presión no puede admitirse con un valor

---

<sup>10</sup> Tomado íntegramente y con autorización de la referencia No.2

<sup>11</sup> Que no cambia con el tiempo (flujo permanente)



que sea inferior a la presión mínima requerida y en el segundo, no debe aceptarse con un valor superior a la presión máxima especificada en las horas de máximo consumo.

La diferencia que existe entre el funcionamiento físico en una red de distribución y una red de riego es la presión, que está dada por la topografía del terreno, de manera que el agua se conduce hasta la toma hidráulica donde es distribuida hacia los surcos.

## 1.5 FUNCIONAMIENTO HIDRÁULICO<sup>12</sup>

Transportar el agua de un lugar a otro, mediante un sistema de tuberías interconectado en sus extremos, implica una red compleja de tubos con múltiples ramas, y para evaluar su funcionamiento hidráulico conocidos los diámetros, las longitudes y los coeficientes de fricción, es necesario primero, determinar las cargas de presión en los nodos y los gastos que fluyen en las tuberías que la componen.

Entonces, cuando la operación de la red es a presión y los gastos que circulan en sus tuberías no cambian con el tiempo, se tiene el caso de flujo permanente y a la red se le denomina, red estática. En este tipo de redes para calcular las presiones en los nodos y los gastos que fluyen en cada una de sus tuberías, es necesario conocer al menos la carga de presión de uno de sus nodos (generalmente es el nivel de la superficie libre del agua de un tanque de almacenamiento), así como, los gastos que entran o salen de la red (que pueden ser los gastos demandados por el usuario). Por lo que su funcionamiento hidráulico cumple con lo siguiente:

- ✓ El caudal que entra en cualquier nodo debe ser igual al que sale del mismo. Este requisito se maneja de manera conveniente asignándole a cada caudal un signo algebraico de tal manera que el caudal neto en cualquier nodo se pueda igualar a cero.
- ✓ La presión estática y la velocidad en cualquier nodo deben ser la misma sin importar que trayectoria se siguió para llegar al nodo y por lo tanto las líneas de cotas piezométricas para todas las tuberías que llegan a ese nodo se deben interceptar en el mismo.

---

<sup>12</sup> Tomado íntegramente y con autorización de la referencia No.2



- ✓ Todas las pérdidas deben satisfacer, las ecuaciones de fricción en la tubería o las ecuaciones de pérdida local.
- ✓ Todas las bombas deben operar en un punto sobre su curva, para la cual fue diseñada.

Por otro lado, cuando por alguna condición de servicio en una red que funciona a presión, se demandan gastos variables en el tiempo, se obliga a que los gastos que circulan por las tuberías, asimismo cambien con el tiempo. Tales condiciones corresponden a una red con flujo no permanente también conocida como red dinámica.

## 1.6 ECUACIONES BÁSICAS

Las ecuaciones que permiten evaluar las cargas y los gastos en una red emplean los principios de conservación de la energía y de masa (continuidad), que están expresados en el caso de los tubos, por la ecuación de Bernoulli y la de Continuidad.

La ecuación de continuidad es la que permite el cálculo del gasto la cual es la siguiente:

$$Q = VA \quad (\text{Ec. 1.1})$$

Donde:

- $Q$  Gasto, en  $\text{m}^3/\text{s}$
- $V$  Velocidad, en  $\text{m/s}$
- $A$  Área de la sección transversal, en  $\text{m}^2$ .

Con respecto a la ecuación de Bernoulli, matemáticamente y haciendo referencia a la Figura

No. 13:

$$z_s + \frac{p_s}{\gamma} + \alpha_s \frac{v_s^2}{2g} = z_i + \frac{p_i}{\gamma} + \alpha_i \frac{v_i^2}{2g} + h_f \quad (\text{Ec. 1.2})$$

Donde:

- $z$  Elevación respecto a un plano horizontal de referencia, en m.
- $p$  Presión en el punto analizado y al centro de la sección, en  $\text{kg}/\text{cm}^2$ .
- $v$  Velocidad media en el punto analizado y al centro de la sección, en  $\text{m/s}$ .
- $\alpha$  Coeficiente de coriolis, adimensional, tiene un valor cercano a 1.
- $\gamma$  Peso específico del agua, en  $\text{Kg}/\text{m}^3$ .
- $g$  Valor de la aceleración de la gravedad, en  $\text{m/s}^2$

$h_f$  Pérdida de carga debido al rozamiento en las paredes del conducto, en m.

$s$  e  $i$  Indican la sección de salida ( $s$ ) y entrada ( $i$ ), respectivamente.

Recordando que podemos escribir las pérdidas para cada sección, en términos de carga entonces, tenemos:

$$h_s = z_s + \frac{p_s}{\gamma} \quad (\text{Ec. 1.3})$$

$$h_i = z_i + \frac{p_i}{\gamma} \quad (\text{Ec. 1.4})$$

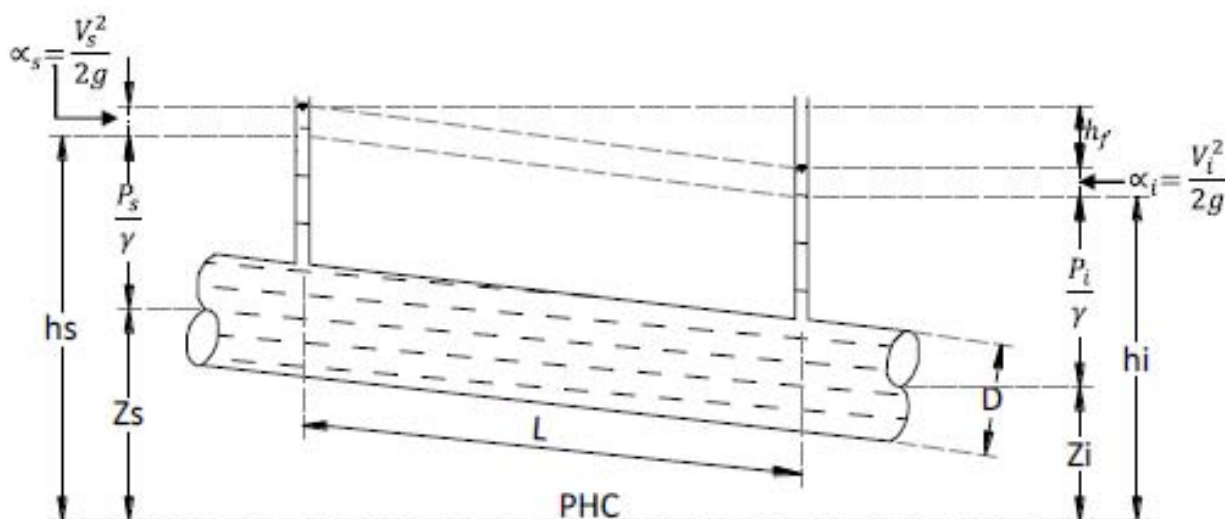


Figura No. 13. Cargas en los extremos del tubo.

Con las ecuaciones 1.3 y 1.4 expresamos la ec. 1.2 de la siguiente manera:

$$h_s + \alpha_s \frac{v_s^2}{2g} = h_i + \alpha_i \frac{v_i^2}{2g} + h_f \quad (\text{Ec. 1.5})$$

Suponiendo que la tubería tiene un área  $A_s=A_i$  y aceptando que  $\alpha_s=\alpha_i = 1$ , la ecuación anterior queda así

$$h_f = h_s - h_i \quad (\text{Ec. 1.6})$$

La ecuación anterior expresa que la pérdida de carga es igual a la caída de carga entre las secciones de entrada y salida.

Por otro lado, sabemos que la pérdida de carga depende de la velocidad del flujo  $v$ , el diámetro  $d$ , la longitud  $L$  y la rugosidad  $\varepsilon$  de la tubería, así como de la densidad  $\rho$  y viscosidad  $\mu$  del fluido. Para estimarla se ha propuesto lo siguiente;



$$h_f = C|Q|Q \quad (\text{Ec. 1.7})$$

Donde:

- C Depende de los parámetros antes citados.
- Q Es el gasto que fluye por la tubería, en m<sup>3</sup>/s. Las líneas verticales indican valor absoluto.

Igualando las ecuaciones 1.6 y 1.7 y para el caso de una tubería se tiene:

$$h_s - h_i = C|Q|Q \quad (\text{Ec. 1.8})$$

$$Q = \begin{cases} k(h_s - h_i)^{1/2} & \text{si } h_s \geq h_i \\ -k(h_i - h_s)^{1/2} & \text{si } h_s < h_i \end{cases} \quad (\text{Ec. 1.9})$$

En la ecuación anterior se considera

$$k = \left(\frac{L}{C}\right)^{1/2} \quad (\text{Ec. 1.10})$$

Utilizando la fórmula de Darcy-Weisbach se Tiene la ventaja de obtener las pérdidas de carga de forma más precisa ya que considera la velocidad y viscosidad del fluido. La fórmula está dada de la manera siguiente:

$$h_f = f \frac{L v^2}{d 2g} \quad (\text{Ec. 1.11})$$

Donde:

- $h_f$  Pérdidas de carga, en m.
- $L$  La longitud de la tubería, en m.
- $d$  Es el diámetro de la tubería, en m.
- $v$  La velocidad del flujo en la tubería, en m/s.
- $g$  Es la aceleración de la gravedad, m/s<sup>2</sup>.
- $f$  Factor de fricción (adimensional), depende del tamaño promedio de las protuberancias de la pared interior de la tubería. Para un flujo laminar  $f = \frac{64}{R}$ .

Para flujo turbulento se emplea la expresión de Swamee y Jain:

(Ec. 1.12)



$$f = \frac{0.25}{\left[ \log \left( \frac{\varepsilon/d}{3.7} + \frac{5.74}{R^{0.9}} \right) \right]^2}$$

El cálculo del coeficiente  $f$  es más sencillo, de esta manera, el coeficiente que aparece en la ecuación 1.7 queda:

$$C = 0.0826 \frac{fL}{d^5} \quad (\text{Ec. 1.13})$$

De acuerdo con las expresiones que se utilizan para determinar las pérdidas hidráulicas en el sistema, existen muchas formulas pero entre las más usadas y en términos del gasto y el diámetro se tienen las siguientes:

#### A. Darcy-Weisbach

$$h_f = 0.083f \frac{Q^2}{D^5} L \quad (\text{Ec. 1.14})$$

#### B. Manning

$$h_f = 10.204n^2 \frac{Q^2}{D^{16/3}} L \quad (\text{Ec. 1.15})$$

#### C. Hazen-Williams

$$h_f = \frac{k}{D^{4.87}} \left( \frac{Q}{C} \right)^{1.85} L \quad (\text{Ec. 1.16})$$

Donde:

- $H_f$  Pérdida de carga por fricción en la tubería, en m.
- $Q$  Gasto que circula en la tubería, en  $\text{m}^3/\text{s}$ .
- $D$  Diámetro de la tubería, en m.
- $L$  Longitud de la tubería, en m.
- $f, n$  y  $C$  Factor de fricción, coeficiente de rugosidad de Manning y coeficiente de Hazen-Williams, respectivamente, adimensionales. Depende del tipo de material del conducto y sus valores se obtienen de tablas.
- $k$  Factor de conversión depende de las unidades en que se introduzca el diámetro:  
Si  $Q = \text{m}^3/\text{s}$  y  $D = \text{m}$  entonces  $k = 10.641$ .  
Si  $Q = \text{l/s}$ ,  $D = \text{mm}$ ;  $k = 1.22 \times 10^{10}$ .

## 1.7 MODELO MATEMÁTICO

De acuerdo con la ecuación de continuidad dirigida a las redes de distribución, tenemos que *el gasto que entra es igual a la cantidad de gasto que sale*. Puesto que en la red tenemos intersecciones que a su vez forman nudos, al aplicar este principio matemáticamente se establece una ecuación lineal en términos de los gastos.

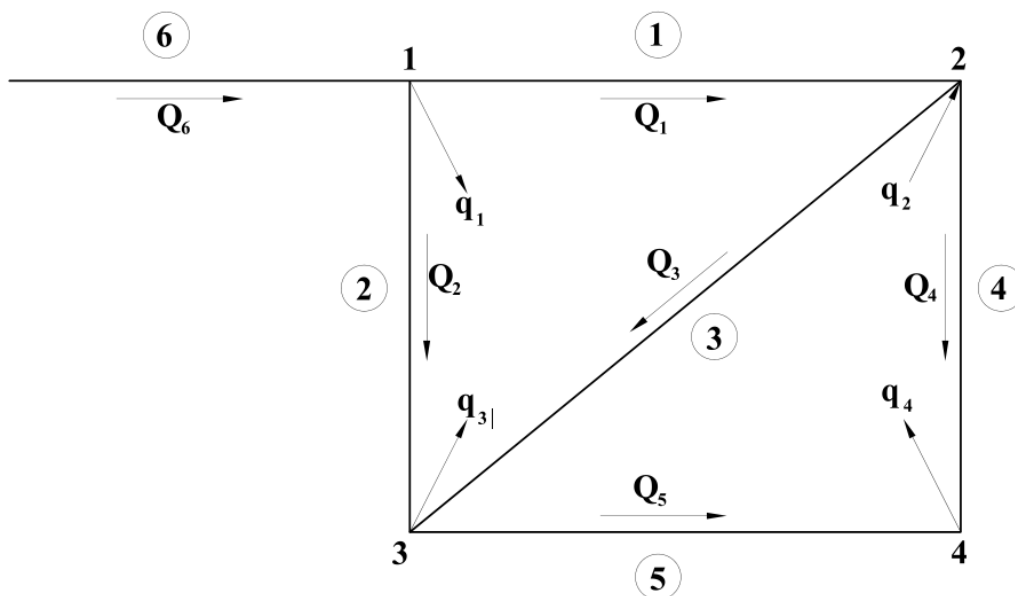


Figura No. 14. Esquema básico del modelo matemático

En la Figura No.14 tenemos el ejemplo de una red, donde se conoce la carga en el nudo 5. Se han numerado los nudos y las tuberías, distinguiendo a estos últimos con números encerrados en un círculo. También aparecen con flechas los gastos ( $q$ ) que egresan o ingresan a la red y los gastos ( $Q$ ) que fluyen en las tuberías, para estos últimos se ha supuesto el sentido del flujo.

Aplicando el principio de continuidad en los nudos del 1 al 4, se establece el siguiente sistema de ecuaciones

$$-Q_1 - Q_2 + Q_6 = q_1$$

$$Q_1 - Q_3 - Q_4 = -q_2$$

$$Q_2 + Q_3 - Q_5 = q_3$$

$$Q_5 + Q_4 = q_4$$

(Ecs. 1.17)





El sistema de ecuaciones correspondiente a cualquier red se puede escribir como

$$\sum Q_j = q_n \quad (\text{Ec. 1.18})$$

Donde la suma se hace para todos los tubos  $j$  conectados al nudo  $n$ . Al sustituir los gastos en términos de las cargas de presión de acuerdo con la ecuación (1.9) se plantea un sistema no lineal de ecuaciones. Por ejemplo, al expresar los gastos  $Q_1$  a  $Q_5$  del sistema formado a partir de la figura (1.4) en función de las cargas mediante la ecuación (1.10) se obtiene

$$\begin{aligned} -k_1(h_1 - h_2)^{1/2} - k_2(h_1 - h_3)^{1/2} + k_6(h_5 - h_1)^{1/2} &= q_1 \\ k_1(h_1 - h_2)^{1/2} - k_3(h_2 - h_3)^{1/2} - k_4(h_2 - h_4)^{1/2} &= q_2 \\ k_2(h_1 - h_3)^{1/2} + k_3(h_2 - h_3)^{1/2} - k_5(h_3 - h_4)^{1/2} &= q_3 \\ k_5(h_3 - h_4)^{1/2} - k_4(h_2 - h_4)^{1/2} &= q_4 \end{aligned} \quad (\text{Ecs. 1.19})$$

Se trata de un sistema de ecuaciones no lineales que tiene como incógnitas a  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $h_3$  y  $h_4$  (en el nudo 5 la carga es conocida, y sirve como nivel de referencia para las demás).

También es posible escribir las ecuaciones del sistema anterior de un modo general, como:

$$\sum F_j(h) = q_n \quad (\text{Ec. 1.20})$$

Donde la suma se efectúa para todos los tubos  $j$  conectados al nudo  $n$  y  $F(h)$  es una función no lineal de las cargas de los extremos de los tubos.

La solución de la red consiste en calcular las cargas  $h$  que satisfacen simultáneamente el sistema de ecuaciones 1.20, ya que obtenidas las cargas, es posible con la ecuación 1.9 calcular los gastos que fluyen en las tuberías.



## II. MÉTODOS DE ANÁLISIS

### 2.1 TIPOS DE ANÁLISIS.

Los distintos métodos de análisis para redes de distribución de agua, permiten obtener las cargas y los gastos en un régimen permanente teniendo como base datos tales como los diámetros, las longitudes y los coeficientes de fricción de la tubería, así mismo, datos propios del gasto que permiten hacer una estimación inicial de los mismos con sus sentidos de escurrimientos. Una vez que se han definido estas condiciones hidráulicas en la red, se parte de una red estática que también es el punto de partida para un análisis dinámico donde los resultados que se obtienen permiten precisar la posibilidad de cumplir con los gastos de demanda, de revisar el comportamiento hidráulico y las dimensiones de los tanques, así como definir políticas de operación del sistema, entre otros. Esto es posible debido a que en este tipo de análisis dinámico, los cambios inducidos por la variación de los niveles piezométricos y del gasto en las tuberías, se toma en cuenta al momento de considerar al tiempo en las ecuaciones del flujo de agua. Razón por la cual se dice que el método de la red dinámica permite simular el flujo en las tuberías, ya que toma en cuenta la manera en que operan las válvulas, los tanques y las bombas, así como, los períodos de tiempo en que están en servicio estos últimos, con la finalidad de garantizar que las condiciones hidráulicas de la red permitan su correcto funcionamiento.

Es posible con las ecuaciones del modelo dinámico obtener las cargas y los gastos de régimen permanente, si en el análisis se mantiene sin cambio los niveles de tanques y gastos de demanda. Se ha observado que esto se lleva a cabo con menos iteraciones que con los métodos para la solución de redes estáticas.



Los métodos empleados para realizar un análisis estático, se valen de los principios de conservación de la energía y de masa para obtener las cargas y los gastos en los nodos de la red. Por su parte, el modelo dinámico para evaluar el comportamiento hidráulico de la red, se basa en la solución de las ecuaciones diferenciales de continuidad y de cantidad de movimiento de flujo no permanente funcionando a presión. En los siguientes apartados se iniciara el estudio de los métodos de solución de redes.

## 2.2 ANÁLISIS ESTÁTICO.

Este tipo de análisis se puede desarrollar para cualquier forma que adopte la red y en conjunto con el modelo matemático, permite calcular las presiones en los nodos y delimitar los gastos que fluyen en cada una de sus tuberías, al encontrar la solución simultánea, para un instante dado, de las ecuaciones de continuidad en los nodos y las ecuaciones de comportamiento hidráulico de las tuberías (relación entre la pérdida de carga y el caudal de paso para una tubería que va del nodo  $i$  al  $j$ ).

Inicia conociendo al menos el nivel de la superficie libre del agua en el tanque de almacenamiento, así como, los gastos que entran o salen de la red (gastos demandados por el usuario) y con una propuesta de distribución de gastos con su dirección de escurrimiento y de los diámetros de cada una de sus tuberías, con los cuales los métodos corrigen el valor del gasto y permiten determinar la distribución de presión asociada en cada nodo, para de esta forma definir sus condiciones hidráulicas.

Los distintos métodos de diseño evalúan el funcionamiento hidráulico de una red de tuberías a flujo permanente basándose en la solución simultánea, para un instante dado, de las ecuaciones de continuidad en los nudos y las ecuaciones de comportamiento hidráulico de las tuberías, por lo que consideran el equilibrio de los caudales en todos los nudos y la relación entre la pérdida de carga y el caudal de paso para una tubería que va del nudo  $i$  al  $j$ , la única diferencia entre estos métodos es la forma en que se actualizan los caudales, después de haber encontrado una nueva solución provisional para las alturas en los nudos, algunos de estos métodos se describen brevemente a continuación:



**De relajación.** Aplican correcciones sistemáticas a los gastos o las cargas asumidas (Método de Cross, disminuye el número de ecuaciones no lineales a resolver).

**De secciones.** Este es un método utilizado para la verificación de los diámetros en las tuberías de una red que está en servicio.

**De la tubería equivalente.** Por una parte los gastos deben estar equilibrados en cada una de las intersecciones de la red y por otra, la suma en las pérdidas de carga entre dos puntos deben ser iguales que en cualquier otro punto de la misma.

**Del círculo.** Las tuberías de un sistema de distribución tributarias a un hidrante central o grupos de hidrantes, se cortan con un círculo y se evalúa la capacidad de las tuberías para cubrir las demandas.

**De análisis con computadora.** Este es basado en la aplicación de un software que, en términos generales, debe satisfacer a la red en cada nudo.

**Analogía eléctrica.** El sistema de distribución es modelado con componentes eléctricamente equivalentes. Por ejemplo, resistencias no lineales se usan para semejar la fricción en tuberías. Si las corrientes entrante y saliente son proporcionales al flujo de agua, entonces las pérdidas de carga serán proporcionales a la caída de voltaje.

Entre estos métodos se encuentran el del “Gradiente”, el de “Newton para nudos y mallas”, el “Híbrido”, el “Estático del Instituto de Ingeniería, UNAM”, entre muchos otros.

En este trabajo se empleara empezar con la descripción de estos métodos, es necesario iniciar con el *método del gradiente*, esto para sentar las bases de los métodos siguientes.

## 2.3 MÉTODO DEL GRADIENTE.

Este método es recomendable para el análisis de redes de distribución de agua potable a flujo permanente, en las que se determinan los caudales que circulan por cada una de las tuberías, así como las alturas piezométricas en cada uno de los nodos, conocidos la topología de la red, sus características físicas y las demandas en la misma.

Para realizar este análisis el método emplea las siguientes hipótesis:



1. las cargas de velocidad (que corresponden al componente de velocidad de la altura energética total en un punto) son mucho menores que las pérdidas de carga que pueden experimentarse en los conductos, por lo que se desprecian
2. las pérdidas de carga en las uniones de las conducciones, accesorios, etc. Son mucho menores que las pérdidas de carga distribuidas, debidas al rozamiento viscoso de las capas de fluido entre sí y a las pérdidas entre el fluido y las paredes del conducto. Por este motivo las perdidas menores se desprecian en la mayoría de los métodos de análisis.
3. se admite que los consumos realizados por los usuarios se concentren en los nodos del sistema y no a lo largo de las conducciones como ocurre en realidad.
4. Estas demandas en los nodos se consideran constantes y no cambian con las variaciones de presión. Entonces, para un instante de tiempo determinado, las demandas consideradas en los nodos son aquellas que se denominan “demandas instantáneas”.

Debe notarse, de acuerdo a las hipótesis anteriores, que la distribución de gastos por las tuberías no depende de los niveles topográficos que tenga el terreno sobre el que esta trazada la red de distribución. Las únicas que resultan afectadas por la topografía de la red son las presiones. Por ello, para evitar malentendidos, el modelo trabaja en términos de las alturas piezométricas en los nodos del sistema, en lugar de hacerlo con las presiones en los mismos. El hecho de emplear las alturas piezométricas en los nodos, presenta la ventaja de que el gasto que circula por una tubería en régimen permanente siempre fluye del punto con mayor altura piezométrica hacia el punto con menor altura piezométricas. Esto mismo, si se habla en términos de presión, no es cierto, por cuanto interviene la cota topográfica.

Analíticamente son dos ecuaciones fundamentales a tener en cuenta, la ecuación de continuidad y la ecuación de pérdida de energía.

a) En todos los nodos se debe cumplir que:

$$\sum Q_n + Q_1 = 0 \quad (\text{Ec. 2.1})$$

Donde:



$Q_n$  Gasto que circula por los tubos que se unen en el nodo  $i$ ; negativo si el gasto ingresa al nodo y positivo si sale de él

$Q_i$  Gasto que sale o entra al nodo  $i$ ; con la misma convención de signos

b) Ecuación de pérdida. La pérdida por fricción en cada tramo está dada por la fórmula de fricción correspondiente, donde al sustituir la velocidad expresada por la ecuación.

$$v = \frac{4Q}{\pi D^2} \quad (\text{Ec. 2.2})$$

Resulta:

$$h = \frac{8fL}{\pi^2 g D^5} Q^2 = \alpha Q^2 \quad (\text{Ec. 2.3})$$

Entonces se tendrán tantas ecuaciones de continuidad como nodos tenga la red y también tantas ecuaciones de pérdida como tuberías existan en la red.

### Algoritmo Iterativo

El método del gradiente para resolver el sistema de ecuaciones consiste básicamente en considerar como incógnitas simultáneas los gastos en las tuberías y las cargas en los nodos, asumiendo que los gastos son una función de las cargas. En otras palabras, la condición de continuidad de los gastos en cada nodo es una función vectorial de los gastos en las tuberías, pero a su vez los gastos dependen de las cargas en los nodos. Se tiene entonces la siguiente función vectorial:

$$F(Q(H)) = 0 \quad (\text{Ec. 2.4})$$

Y

$$F = F_0 + (dF/dQ)dQ \quad (\text{Ec. 2.5})$$

La primera derivada en la Ec. 2.5 con respecto a  $H$ , usando la regla de las derivadas de una función compuesta  $Q = Q(H)$ , proporciona un sistema de ecuaciones con respecto al vector de las cargas  $H$ . De esta manera el sistema de ecuaciones no incluye los gastos en los nodos, algo que no es garantizado si  $F$  se considera una función de las cargas  $H$  directamente.

Para poder aplicar el método del gradiente se hacen las siguientes definiciones adicionales:



- $NT$  Número de tuberías de la red
- $NN$  Número de nodos con carga piezométricas desconocida
- [A12] Matriz de conectividad asociada a cada uno de los nodos de la red. Su dimensión es  $NT \times NN$  con sólo dos elementos diferentes de cero en la  $i$ -enésima fila
- 1 En la columna correspondiente al nodo inicial del tramo  $i$ .
- 1 En la columna correspondiente al nodo final del tramo  $i$ .
- $NS$  Número de nodos de carga piezométrica conocida.
- [A10] Matriz topológica tramo a nodo para los  $NS$  nodos de carga piezométrica fija. Su dimensión es  $NT \times NS$  con valor igual a -1 en las filas correspondientes a los tramos conectados a nodos de carga fija.

Teniendo en cuenta lo anterior, la pérdida de carga en cada tramo de tubería que conecte dos nodos de la red es:

$$[A11][Q] + [A12][H] = -[A10][H_0] \quad (\text{Ec. 2.6})$$

Donde:

- [A11] Matriz diagonal de  $NT \times NT$  definida como sigue:

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 Q_1^2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \alpha_2 Q_2^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_3 Q_3^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \alpha_{NT} Q_{NT}^2 \end{bmatrix}$$

- [ $Q$ ] Vector de gastos con dimensión  $NT \times 1$ .
- [ $H$ ] Vector e cargas piezométricas desconocidas con dimensión  $NN \times 1$ .
- [ $H_0$ ] Vector de cargas piezométricas fijas con dimensión  $NS \times 1$ .

La ecuación de continuidad para todos los nodos de la red es:

$$[A21][Q] = [q] \quad (\text{Ec. 2.7})$$

Donde:

- [A21] Matriz transpuesta de [A12].
- [ $q$ ] Vector de consumo en cada nodo de la red, con dimensión  $NN \times 1$ .

En forma compacta, las Ec. 2.5 y Ec. 2.7 se pueden escribir como:



$$\begin{bmatrix} [A11] & [A12] \\ [A21] & [0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [Q] \\ [H] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[A10][H_0] \\ [q] \end{bmatrix} \quad (\text{Ec. 2.8})$$

En la Ec.2.8, la parte superior corresponde a la relación Q vs H y la parte inferior corresponde a la conservación de la masa en cada uno de los nodos. Dado que la parte superior es no lineal, la Ec. 2.8 no se puede resolver de manera directa. Es necesario utilizar un algoritmo iterativo. El método del gradiente consiste en hacer una expansión truncada de Taylor. Al operar simultáneamente sobre el campo  $([Q], [H])$  y aplicar el operador gradiente se obtiene:

$$\begin{bmatrix} [N][A11]' & [A12] \\ [A21] & [0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [dQ] \\ [dq] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [dE] \\ [dq] \end{bmatrix} \quad (\text{Ec. 2.9})$$

Donde:

$[N]$  Matriz diagonal con dimensión NT x NT.

$[A11]'$  Matriz con dimensión NT x NT, en el caso del análisis de redes, donde no se toman en cuenta los accesorios y no existen bombas, resulta ser igual que la matriz  $[A11]$ .

En cualquier iteración  $i$ ,  $[dE]$  representa el desbalance de energía por unidad de peso en cada tubo y  $[dq]$  representa el desbalance de gasto en cada nodo. Estos desbalances están dados por las siguientes ecuaciones:

$$[dE] = [A11][Q_i] + [A12][H_i] + [A10][H_0] \quad (\text{Ec. 2.10})$$

Y

$$[dq] = [A21][Q_i] - [q] \quad (\text{Ec. 2.11})$$

El objetivo del método del gradiente es solucionar el sistema descrito mediante la Ec. 2.9 teniendo en cuenta que para cada iteración.

$$[dQ] = [Q_{i+1}] - [Q_i] \quad (\text{Ec. 2.12})$$

Y

$$[dH] = [H_{i+1}] - [H_i] \quad (\text{Ec. 2.13})$$

La solución puede calcularse resolviendo el siguiente sistema





$$\begin{bmatrix} [dQ] \\ [dH] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [N][A11] & [A12] \\ [A21] & [0] \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} [dE] \\ [dQ] \end{bmatrix} \quad (\text{Ec. 2.14})$$

Recurriendo al algebra matricial es posible calcular en forma explícita la matriz inversa del sistema representado por la Ec. 2.14, introduciendo además las Ec. 2.10 y Ec. 2.13 con las siguientes dos ecuaciones:

$$H = -\{[A21]([N][A11]')^{-1}[A12]\}^{-1}\{[A21]([N][A11]')^{-1}([A11][Q_i] + [A10][H_0]) - ([A21][Q] - [q])\}$$

$$[Q_{i+1}] = \{[l] - ([N][A11]') - [A11]\}[Q_i] - \{([N][A11]')^{-1}([A12][H_{i+1}] + [A10][H_0])\}$$

Donde:

$l$  Matriz de identidad de dimensión NT x NT

## 2.4 MÉTODO DE NEWTON RAPHSON.

Ecuación de flujo en una tubería.

Con base en el desarrollo de la serie de Taylor de la función del gasto  $f(Q)$  (hasta la primera derivada) se obtiene la aproximación a la ecuación 1.9 para la iteración  $k$  (Fuentes y Sánchez, 1990) escrita a continuación.

$$Q^{k+1} = \alpha^k (h_s^{k+1} - h_i^{k+1}) + \frac{1}{2} Q^k \quad (\text{Ec. 2.15})$$

Siendo

$$\alpha^k = \frac{1}{2C|Q^k|} \quad (\text{Ec. 2.16})$$

La Ec. 2.15 es la ecuación fundamental del método, y es una aproximación lineal de la ecuación del flujo en una tubería. A medida que  $k$  aumenta, la Ec. 2.15 tiende a ser igual a la Ec. 1.9.

Las ecuaciones de la red de tuberías indican que si los gastos (en el entendido que corresponden a los valores de gasto de la iteración  $k$ ) de cada tubería de la red se expresan en términos de las cargas de presión por medio de la Ec. 2.15, se forma un sistema de ecuaciones lineales cuyas incógnitas son las cargas de presión en la iteración  $k + 1$ . Por ejemplo, al tomar en cuenta que los gastos que aparecen en el sistema de ecuaciones obtenido a partir de la *Figura*



No. 14 pueden plantearse en términos de las cargas a través de la Ec. 2.15, se llega a las expresiones siguientes.

Cada gasto se expresa en términos de carga:

$$Q_1 = \alpha_1^k (h_1^{k+1} - h_2^{k+1}) + 1/2 Q_1^k$$

$$Q_2 = \alpha_2^k (h_1^{k+1} - h_3^{k+1}) + 1/2 Q_2^k$$

$$Q_3 = \alpha_3^k (h_2^{k+1} - h_3^{k+1}) + 1/2 Q_3^k$$

$$Q_4 = \alpha_4^k (h_2^{k+1} - h_4^{k+1}) + 1/2 Q_4^k$$

$$Q_5 = \alpha_5^k (h_3^{k+1} - h_4^{k+1}) + 1/2 Q_5^k$$

$$Q_6 = \alpha_6^k (h_5 - h_1^{k+1}) + 1/2 Q_6^k$$

Sustituyendo en la ecuación 1.17:

$$-\alpha_1^k h_1^{k+1} + \alpha_1^k h_2^{k+1} - 1/2 Q_1^k - \alpha_2^k h_1^{k+1} + \alpha_2^k h_3^{k+1} - 1/2 Q_2^k + \alpha_6^k h_5 - \alpha_6^k h_1^{k+1} + 1/2 Q_6^k = q_1$$

$$\alpha_1^k h_1^{k+1} - \alpha_1^k h_2^{k+1} + 1/2 Q_1^k - \alpha_3^k h_2^{k+1} + \alpha_3^k h_3^{k+1} - 1/2 Q_3^k - \alpha_4^k h_2^{k+1} + \alpha_4^k h_4^{k+1} - 1/2 Q_4^k = -q_2$$

$$\alpha_2^k h_1^{k+1} - \alpha_2^k h_3^{k+1} + 1/2 Q_2^k + \alpha_3^k h_2^{k+1} - \alpha_3^k h_3^{k+1} + 1/2 Q_3^k - \alpha_5^k h_3^{k+1} + \alpha_5^k h_4^{k+1} - 1/2 Q_5^k = q_3$$

$$\alpha_5^k h_3^{k+1} - \alpha_5^k h_4^{k+1} + 1/2 Q_5^k + \alpha_4^k h_2^{k+1} - \alpha_4^k h_4^{k+1} + 1/2 Q_4^k = q_4$$

Factorizando:

$$(-\alpha_1^k - \alpha_2^k - \alpha_6^k) h_1^{k+1} + \alpha_1^k h_2^{k+1} + \alpha_2^k h_3^{k+1} = q_1 - \alpha_6^k h_5 + \frac{1}{2} (Q_1^k + Q_2^k - Q_6^k)$$

$$\alpha_1^k h_1^{k+1} + (-\alpha_1^k - \alpha_3^k - \alpha_4^k) h_2^{k+1} + \alpha_3^k h_3^{k+1} + \alpha_4^k h_4^{k+1} = -q_2 + \frac{1}{2} (-Q_1^k + Q_3^k + Q_4^k)$$

$$\alpha_2^k h_1^{k+1} + \alpha_3^k h_2^{k+1} + (-\alpha_2^k - \alpha_3^k - \alpha_5^k) h_3^{k+1} + \alpha_5^k h_4^{k+1} = q_3 + \frac{1}{2} (-Q_2^k - Q_3^k + Q_5^k)$$



$$\alpha_4^k h_2^{k+1} + (-\alpha_4^k - \alpha_5^k) h_4^{k+1} + \alpha_5^k h_3^{k+1} = q_4 + \frac{1}{2} (-Q_4^k - Q_5^k)$$

Este sistema de ecuaciones tiene la gran ventaja de ser lineal. Tiene como incógnitas a  $h_1^{k+1}, h_2^{k+1}, h_3^{k+1}$  y  $h_4^{k+1}$ . Las ecuaciones anteriores se pueden simplificar al apreciar que, al no considerar al superíndice  $k$ , el término entre paréntesis del miembro derecho es precisamente  $-q_n$ . Esto es,  $Q_1^k + Q_2^k - Q_6^k$  es igual a  $-q_1$  de acuerdo con la primera ecuación del sistema 1.18 obtenido de la *Figura No. 14*. Al tomar en cuenta esto, el sistema de ecuaciones anterior se puede escribir como:

$$(-\alpha_1^k - \alpha_2^k - \alpha_6^k) h_1^{k+1} + \alpha_1^k h_2^{k+1} + \alpha_2^k h_3^{k+1} = \frac{q_1}{2} - \alpha_6^k h_5$$

$$\alpha_1^k h_1^{k+1} + (-\alpha_1^k - \alpha_3^k - \alpha_4^k) h_2^{k+1} + \alpha_3^k h_3^{k+1} + \alpha_4^k h_4^{k+1} = -\frac{q_2}{2}$$

$$\alpha_2^k h_1^{k+1} + \alpha_3^k h_2^{k+1} + (-\alpha_2^k - \alpha_3^k - \alpha_5^k) h_3^{k+1} + \alpha_5^k h_4^{k+1} = \frac{q_3}{2}$$

$$\alpha_4^k h_2^{k+1} + (-\alpha_4^k - \alpha_5^k) h_4^{k+1} + \alpha_5^k h_3^{k+1} = \frac{q_4}{2}$$

Con base en lo anterior, se afirma que para cualquier red de tuberías se requiere resolver un sistema de ecuaciones lineales cuyas incógnitas son  $h^{k+1}$ , del tipo:

$$A \{h^{k+1}\} = B \quad (\text{Ec. 2.17})$$

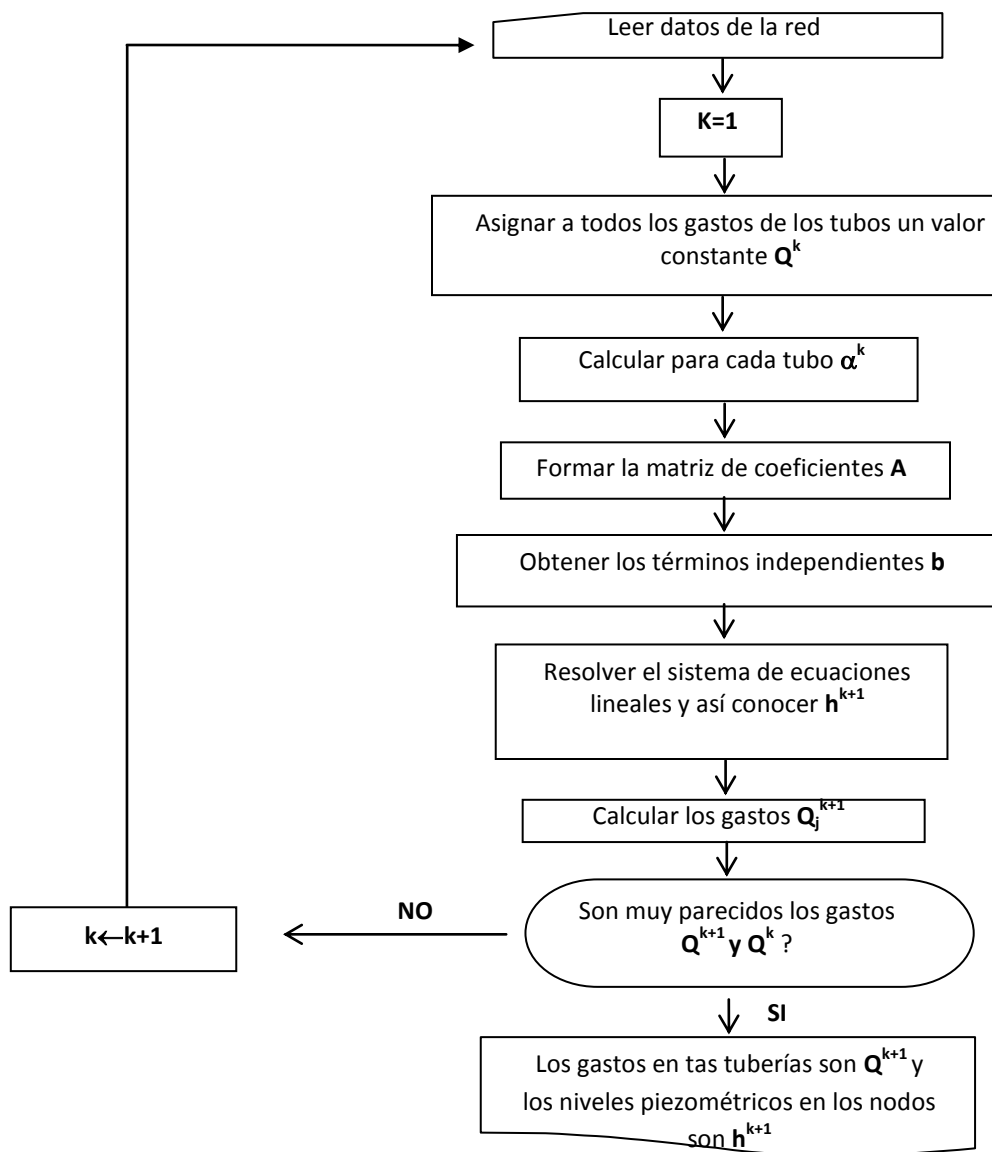
Donde:

- A Matriz de coeficientes del sistema de ecuaciones (depende de los parámetros  $\alpha^k \{h^{k+1}\}$  vector de incógnitas.
- B Vector columna de términos independientes (depende de  $\frac{q}{2}, \alpha^k, h$ )

Si los gastos en las tuberías ( $Q^k$ ) y las presiones ( $h^k$ ) son conocidos, se puede calcular los coeficientes  $\alpha^k$  con la Ec. 2.16 y formar el sistema de ecuaciones lineales 2.17. Luego, al resolver el sistema de ecuaciones, se encuentra  $h^{k+1}$ . Con  $h^{k+1}, \alpha^k$  y  $Q^k$  se calcula por medio de la Ec. 2.15 a  $Q^{k+1}$  para todas las tuberías de la red. Cuando  $Q^k$  y  $Q^{k+1}$  (para todas las tuberías) son aproximadamente iguales se dice que se obtuvo la solución de la red. De otro

modo, se asignan a las variables de la iteración  $k$ , las de la iteración  $k+1$  y se repite el proceso desde el cálculo de los parámetros  $\alpha^k$ .

La secuela de cálculo para resolver una red de tubos consiste en la sucesión de pasos que se señalan en la *Figura No. 15*:



**Figura No. 15. Diagrama de bloques del método de solución de Newton-Rhaphson**



### III. TÉCNICAS DE OPTIMIZACIÓN

Debido a los problemas financieros que aquejan a gran parte del país y a la necesidad de seguir construyendo redes hidráulicas, es ineludible el empleo de técnicas, que una vez que se tiene una solución hidráulica aceptable, nos permitan reducir costos. Dichas técnicas pertenecen a otro campo de estudio y debido a su eficacia para encontrar los puntos extremos de un universo, tienen una fuerte aplicación y aceptación en lo que a redes hidráulicas se refiere; en la literatura se les conoce con el nombre de *técnicas de optimización*.

Dentro de las que se utilizan para optimizar las redes hidráulicas y que serán tratadas en este trabajo son la regla de oro de Fibonacci, la programación lineal, los multiplicadores de Lagrange y la Programación Dinámica, además de abordar un tema novedoso que, a la postre, será de gran ayuda en la solución de cualquier tipo de problemas, este es el Algoritmo Genético.

La característica común es que todas estas técnicas, de alguna manera, emplean un algoritmo de *búsqueda secuencial*, el cual nos permite llegar a eficientar una solución, siempre y cuando esta sea expresada en términos de una función que se desea maximizar o minimizar, para el caso que nos ocupa, lo que se pretende es *minimizar la función de costos de la red hidráulica*. Y su diferencia principal, *se centra en el origen de la técnica*

Es importante mencionar que los temas que abordaremos con más interés son la programación Lineal y el Algoritmo Genético, el primero es un procedimiento mediante el cual se resuelve un problema indeterminado, formulado a través de ecuaciones lineales y optimizando la función objetivo; y el segundo es una serie de pasos organizados que describe el proceso que se debe seguir, para dar solución a un problema específico.



Específicamente al aplicar estas técnicas es necesario definir el diseño hidráulico de la red, y así optimizar con ayuda de el método más apropiado garantizando que los resultados obtenidos cumplan hidráulicamente con un costo de operación bajo.

### 3.1 REGLA DE ORO DE FIBONACCI.

Se le conoce con el nombre de Fibonacci a la siguiente serie de números:

$$0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, \dots, n.$$

los cuales son susceptibles de representarse como:

$$f_0, f_1, f_1, f_2, f_3, f_5, f_8, f_{13}, f_{21}, f_{34}, f_{55}, \dots, n.$$

en donde :

$$f_0 = 0 \quad (\text{Ec. 3.1})$$

$$f_1 = 1 \quad (\text{Ec. 3.2})$$

El patrón de la secuencia de números de Fibonacci es fácil de ver: Cada término (a excepción de los dos primeros) es la suma de los dos términos anteriores. Lo que expresado como una fórmula:

$$f_n = f_{n-1} + f_{n-2} \quad (\text{Ec. 3.3})$$

Donde:

$f_n$  Es el término en posición  $n = 2,3,4,5 \dots \infty$

$f_{n-1}$  Es el termino anterior (n-1).

$f_{n-2}$  Es el número anterior a n-1 (n-2).

Otra forma de representarlo es por medio de la Ec. 3.4, y al encontrar su solución podemos observar la forma de una nueva secuencia, 1, 2, 1.5, 1.666, . . . , 1.6, 1.625. Esta serie converge en un valor de 1,618033989. . . , Conocido como  $\Phi^1$ , o la proporción de oro.

$$1/x = x - 1 \quad (\text{Ec. 3.4})$$

<sup>1</sup> El símbolo  $\Phi$  para la relación áurea fue elegido por el matemático americano Mark Barr. La letra fue elegida por que era la primera del nombre Phidias que solía usar la relación áurea en sus esculturas.



Y se puede reorganizar de la siguiente manera:

$$f(x) = \frac{x}{1 - x - x^2}$$

Por lo que la fórmula cuadrática da las soluciones de  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$  y  $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$  el primero de estos números es  $\Phi$  (aplicado para redes hidráulicas), el segundo es  $1-\Phi$ , o  $-0.618033989 \dots$

Mirando el proceso de aproximación a través de otro punto de vista, la  $n$  Raíz del  $n$ ésimo número de Fibonacci se aproxima a  $\Phi$ . Una fórmula más compleja es la Ec. 3.5 y da el exacto valor de  $f(n)$ .

$$f_n = \frac{\Phi^n - (1 - \Phi)^{-n}}{\sqrt{5}} \quad (\text{Ec. 3.5})$$

En general para redes, el método se aplica en combinación con el método del Instituto de Ingeniería Unam<sup>2</sup>, (Ec. 3.6) y su metodología es la siguiente:

1. Definir la topología de la red, calculando los gastos que circulan en las tuberías y las presiones en sus nudos mediante el empleo del método de red estática.
2. Se propone el mínimo diámetro en todas las tuberías del sistema y se calcula su costo de la siguiente ecuación:

$$C = \sum_{j=1}^N C_j L_j \quad (\text{Ec. 3.6})$$

Donde:

$L_j$  Es la longitud de la tubería  $j$  correspondiente al diámetro  $D_1$ .

$C_j$  Es el costo por metro lineal de la tubería que tiene el diámetro comercial  $D_j$ .

$N$  Es el número de tuberías de la red.

3. Calcular la red hidráulicamente y revisar que satisfaga las restricciones de presión. En el caso, poco frecuente, de que si las satisfagan, el diseño óptimo consistiría en esta selección de diámetros y el proceso del método concluiría. De otro modo se procede a realizar los siguientes pasos.
4. Seleccionar el diámetro comercial inmediato superior y calcular la red de tubos, revisando que los nodos cumplan hidráulicamente, este proceso se continúa hasta que se haya

<sup>2</sup> Tema tratado en las referencias No.2 y 3.



escogido el diámetro económico para la red que implica que se cumplan las restricciones de presión. De este modo la red tendría en todas sus tuberías el diámetro comercial que será denominado  $D_{max}$ .

5. Se calcula el costo correspondiente (Ec. 3.6) para la red seleccionada.
6. Proponer un costo  $C_p$  para la red de tuberías de modo que el costo de la red obtenido con la Ec. 3.6 sea del orden del costo  $C_p$ .
7. Con ayuda del método de optimización de Fibonacci determinar las  $n$  combinaciones posibles de la red, escogiendo para cada tubería un diámetro dentro del arreglo de diámetros disponibles, formando así varios conjuntos y cada uno de ellos constituye una combinación factible de diámetros.
8. Obtener el costo  $C_r$  correspondiente para cada una de las  $n$  combinaciones de diámetros en la red que cumplen con  $C_r \approx C_p$ .
9. Se calculan hidráulicamente las  $n$  combinaciones anteriores, revisando que cumplan todos sus nudos con las restricciones de presión, cuando varias combinaciones cumplen con estas restricciones se escoge la del costo mínimo.

### 3.2 MULTIPLICADORES DE LAGRANGE.

Es una técnica para trabajar con funciones de varias variables que nos interesa maximizar o minimizar, según sea el caso, y que está sujeta a ciertas restricciones. Este método reduce el problema restringido en  $n$  variables en uno sin restricciones de  $n + 1$  variables cuyas ecuaciones pueden ser resueltas. Esta introduce una nueva variable escalar desconocida, el multiplicador de Lagrange, para cada restricción y forma una combinación lineal involucrando los multiplicadores como coeficientes. Su demostración involucra derivadas parciales, o bien usando diferenciales totales, o sus parientes cercanos, la regla de la cadena. El fin es, usando alguna función implícita, encontrar las condiciones para que la derivada con respecto a las variables independientes de una función sea igual a cero.

Consideremos un caso bidimensional. Supongamos que tenemos la función,  $f(x, y)$ , y queremos maximizarla, estando sujeta a:

$$c = g(x, y) \tag{Ec. 3.7}$$





Donde  $c$  es una constante. Podemos visualizar las líneas de curvas de nivel de  $f$  dadas por

$$dn = f(x, y) \quad (\text{Ec. 3.8})$$

Para varios valores de  $dn$ , y el contorno de  $g$  dado por la Ec. 3.7. Supongamos que hablamos de la curva de nivel donde  $g = c$ . Entonces, en general, las curvas de nivel de  $f$  y  $g$  serán distintas, cruzando el contorno donde  $g = c$  por lo general interceptará y cruzará muchos contornos de  $f$ . En general, moviéndose a través de la línea  $g = c$  podemos incrementar o disminuir el valor de  $f$ . Solo cuando  $g = c$ , el contorno que estamos siguiendo toca tangencialmente, pero no lo corta, una curva de nivel de  $f$  no incrementamos o disminuimos el valor de  $f$ . Esto ocurre en el extremo local restringido y los puntos de inflexión restringidos de  $f$ .

Geoméricamente traducimos la condición de tangencia diciendo que los gradientes de  $f$  y  $g$  son vectores paralelos en el máximo. Introduciendo un nuevo escalar,  $\lambda$ , resolvemos

$$\nabla[f(x, y) - \lambda(g(x, y) - c)] = 0 \quad (\text{Ec. 3.9})$$

Para  $\lambda \neq 0$ .

Una vez determinados los valores de  $\lambda$ , volvemos al número original de variables y así continuamos encontrando el extremo de la nueva ecuación no restringida.

$$F(x, y) = f(x, y) - \lambda(g(x, y) - c) \quad (\text{Ec. 3.10})$$

De forma tradicional. Eso es,  $F(x, y) = f(x, y)$  para todo  $(x, y)$  satisfaciendo la condición porque  $(x, y) - c$  es igual a cero en la restricción, pero los ceros de  $\nabla(x, y)$  están todos en  $g(x, y) = c$ .

Sea  $f(x)$  una función definida en un conjunto abierto  $n$ -dimensional  $\{x \in R_n\}$ . Se definen  $s$  restricciones  $g_k(x) = 0$ ,  $k = 1, \dots, s$ , y se observa (si las restricciones son satisfechas) que:

$$h(x, \lambda) = f - \sum_{k=1}^s \lambda_k g_k \quad (\text{Ec. 3.11})$$



Se procede a buscar un extremo para  $h$

$$\frac{\partial h}{\partial x} = 0 \quad (\text{Ec. 3.12})$$

Lo que es equivalente a

$$\frac{\partial t}{\partial x_i} = \sum_k^s \lambda_k \frac{\partial g_k}{\partial x_i} \quad (\text{Ec. 3.13})$$

Los multiplicadores desconocidos  $\lambda_k$  se determinan a partir de las ecuaciones con las restricciones y conjuntamente se obtiene un extremo para  $h$  que al mismo tiempo satisface las restricciones  $i$  e  $g_k$ , lo que implica que  $f$  ha sido optimizada.

### 3.3 PROGRAMACIÓN LINEAL.

Este método supone que cada uno de los tramos de la red de longitud  $L$  y gasto  $Q$  conocidos, está cubierto por una gama de " $n$ " diámetros  $D_i$  distintos, ocupando cada uno una longitud " $l$ " desconocida (segmento de tramo) que es la incógnita del problema.

Para conseguirlo, primeramente se delimita la serie completa de diámetros comerciales  $D_i$  factibles a emplear por tramo, seleccionados como todos aquellos que es posible transporten el gasto de diseño requerido por cada tramo, el cual estará comprendido entre la capacidad de conducción hidráulica máxima ( $Q_{m\acute{a}x}$ ) y mínima ( $Q_{m\acute{i}n}$ ) de los tubos, evaluadas mediante el empleo de la ecuación general de gasto Ec. (1.1) y restringiendo para cada una de ellas los límites de velocidad máxima ( $V_{m\acute{a}x}$ ) y mínima ( $V_{m\acute{i}n}$ ), respectivamente.

Enseguida se procede a determina la variable " $l$ ", que hace mínimo el costo total de la red según la función objetivo dada por la Ec. (3.14).

$$CT = \sum_{i=1}^N \left( \sum_{j=1}^k c_{i,j} l_{i,j} \right) \quad (\text{Ec. 3.14})$$

donde:

$CT$  Costo total de la red, en pesos.

$N$  Número de tramos de la red.



- $k$  Es el número de diámetros admisibles en cada tramo y puede ser o no constante, según el criterio de selección de diámetros que se haya empleado.
- $c_{i,j}$  Precio unitario por metro lineal del segmento del tramo  $i$  con diámetro  $D_j$ .
- $l_{i,j}$  Longitud cubierta por el diámetro  $D_j$  en el tramo  $i$ , es decir, es un segmento del tramo  $i$  con  $D_j$ , en m.

Las restricciones que debe cumplir la función objetivo son de velocidad, de longitudes de los tramos Ec. 3.15 y de carga de presión mínima en las tomas de riego Ec. 3.16. La primera ya ha sido tomada en cuenta de manera implícita al momento de plantear la función objetivo. La segunda garantiza que la suma de longitudes de los distintos diámetros que constituyen el tramo no sea mayor a la longitud del mismo, por lo que todo tramo de la red debe cumplir:

$$\sum_{j=1}^k l_{i,j} = L_i \quad (\text{Ec. 3.15})$$

donde:

- $L_i$  Longitud total del tramo  $i$ , en m.
- $l_{i,j} \geq 0$  Para todo  $i, j$ .

Y la tercera restricción se asegura que a cada toma llegue su caudal asignado y pueda efectuar el riego con una carga de presión no inferior a la requerida por dicha toma, de este tipo de restricciones existirán tantas como nudos con servicio tenga la red, por lo tanto:

$$LP - \sum_{i=1}^N \left( \sum_{j=1}^k i_{i,j} l_{i,j} \right) \geq LP_x \quad (\text{Ec. 3.16})$$

donde:

- $LP_1$  Cota piezométrica de cabecera, en m.
- $N$  Número de tramos que conforman el trayecto que va de la toma de riego  $x$  al origen de la red.
- $i_{i,j}$  Pérdida de carga unitaria que produce el diámetro  $D_j$  en un segmento del tramo  $i$ .
- $LP_x$  Cota piezométrica mínima requerida en la toma de riego  $x$ , en m.



La interpretación física de la ecuación anterior es la siguiente: “Si a la cota piezométrica de cabecera de la red se le restan todas las pérdidas de carga producidas en los tramos que constituyen la arteria en análisis, el valor resultante debe ser mayor, o cuando más, igual que la cota piezométrica del tramo terminal de dicha arteria”.

Con la finalidad de expresar la ecuación anterior de una manera compatible con la función objetivo y la primera restricción, después de manipularla algebraicamente adquiere la forma:

$$\sum_{i=1}^N \left( \sum_{j=1}^k i_{i,j} I_{i,j} \right) \leq LP_1 - LP_x \quad (\text{Ec. 3.17})$$

Cuyo significado físico es: “La suma de pérdidas de carga unitaria de los tramos que integran la arteria en análisis, debe ser menor o cuando más igual a la pérdida de carga disponible en la misma”.

El término ( $i$ ) que se encuentra entre paréntesis se calcula con la Ec. 1.16 y para incluir las pérdidas de carga localizadas, se multiplica por 1.10 quedando de la manera:

$$i = 0.0012 \frac{Q_j^{1.85}}{D_r^{4.87}} \quad (\text{Ec. 3.18})$$

donde:

$j = 1, 2, 3, \dots$ , Número total de tramos de la red.

$r = 1, 2, 3, \dots$ , Número total de diámetros admisibles en cada tramo.



### 3.4 PROGRAMACIÓN DINÁMICA.

La Programación Dinámica surge como una alternativa para la solución de los problemas ya que se basa en la descomposición del mismo para generar subproblemas (etapas) más pequeños y resolverlos paulatinamente, al final, estos se ligan para llegar a la “gran solución”. Así, PD consiste en solucionar el presente suponiendo que para cada etapa siempre se tomarán decisiones correctas.

Para que un problema pueda ser resuelto con esta técnica debe cumplir con ciertas características tales como:

- ✓ Naturaleza secuencial de las decisiones: el problema puede ser dividido en etapas.
- ✓ Cada etapa tiene un número de estados asociados a ella.
- ✓ La decisión óptima de cada etapa depende solo del estado actual y no de las decisiones anteriores.
- ✓ La decisión tomada en una etapa determina cual será el estado de la etapa siguiente.

En síntesis, la política óptima es de un estado  $s$  de la etapa  $k$  a la etapa final que está constituida por una decisión que transforma  $s$  en un estado  $s'$  de la etapa  $k+1$  y por la política óptima desde el estado  $s'$  hasta la etapa final.

Para resolver un problema utilizando esta técnica debemos tener a menos identificadas las etapas, los estados y las variables de decisión. Cada etapa debe tener asociado una o más decisiones cuya dependencia de las decisiones anteriores está dada exclusivamente por las variables del estado; cada estado debe contener toda la información relevante para la toma de decisión asociado al periodo. Las variables de decisión son aquellas sobre las cuales debemos definir su valor de modo de optimizar el beneficio acumulado y modificar el estado de la próxima etapa.

Otros parámetros a tomar en cuenta son las descripciones de las ecuaciones de recurrencia las cuales nos deben indicar como se acumula la función de beneficios a optimizar (función objetivo) y como varían las funciones de estado de una etapa a otra y, la resolución, en la que debemos optimizar cada subproblema por etapas en función de los resultados de la resolución del subproblema siguiente, es decir, deben estar estrechamente ligadas las etapas.



### 3.5 ALGORITMO GENÉTICO.

Para definir lo que es un Algoritmo Genético, empezamos por explicar el concepto de algoritmo. Se conoce así a una serie de pasos organizados que describen el proceso que se debe seguir para dar solución a un problema en específico.

Ahora bien, el AG es una técnica de búsqueda adaptativa fundamentada en la teoría de la evolución de Darwin y los mecanismos de selección que utiliza la naturaleza. De acuerdo con esto los individuos más aptos de una población son los que sobreviven, al adaptarse a los cambios que se producen en su entorno. Hoy día se sabe que estos cambios se efectúan en los genes del individuo, transmitiéndose a sus descendientes cuando estos se reproducen sexualmente.

Este algoritmo permite que una población evolucione, mediante la selección aleatoria de los individuos más aptos para transmitir a través de mutaciones y combinaciones genéticas (evolución biológica) la información para la supervivencia de su género.

De acuerdo con las ideas básicas expuestas, esta técnica recientemente se está aplicando para resolver problemas de búsqueda y optimización en distintas áreas del conocimiento, específicamente para el caso de nuestro trabajo utilizaremos el AG para que contando con un diseño previo de red se busque el mínimo.

En redes hidráulicas esta búsqueda está dirigida a encontrar, como ya se dijo su mínimo costo, basados en la probabilidad (obtenida con el método de la ruleta) que mantiene las características deseables de un individuo (diámetro) de la población (conjunto de diámetros) sin hacerle cambio alguno, pero transmitiendo su información genética para encontrar la mejor solución posible.

La analogía biológica con la red hidráulica se establece para cada diámetro y cada estructura hidráulica formada con el conjunto de diámetros, con los respectivos términos de fenotipo<sup>3</sup> y genotipo<sup>4</sup>.

La solución factible se haya codificando la información de cada solución en una cadena generalmente binaria, llamada cromosoma<sup>5</sup>, y en la que cada dígito binario constituye un gen<sup>6</sup>.

---

<sup>3</sup> Solución particular al problema.

<sup>4</sup> Toda la información que se tiene para resolver un problema.

Los cromosomas de cada individuo mejor adaptado<sup>7</sup>, intercambian el contenido de su material genético mediante los operadores de reproducción sexual (cruza y mutación). Con lo que se consigue una nueva descendencia (hijos: nuevas cromosomas) que representa una mejor solución al problema. Estas descendencias son llamadas generaciones que desde un punto de vista analítico representan iteraciones.

El algoritmo genético se manifiesta de acuerdo a la forma en que se aplican los operadores genéticos, a la manera en cómo se realiza la selección y el reemplazo de los individuos para crear una nueva población.

La implantación de los conceptos biológicos a las redes hidráulicas se puede estudiar a detalle en la referencia No.6 por lo que aquí se mencionaran los aspectos importantes para la aplicación del algoritmo genético al desarrollo de este trabajo. Entre estos podemos mencionar lo siguiente:

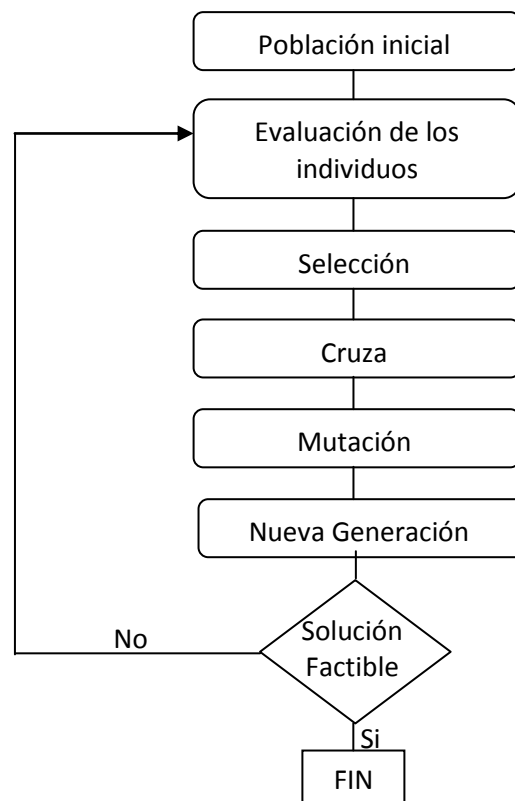


Figura No. 16. Diagrama para la aplicación del método del AG.

<sup>5</sup> Cadena de caracteres

<sup>6</sup> Característica o carácter

<sup>7</sup> Evaluada según una medida de aptitud

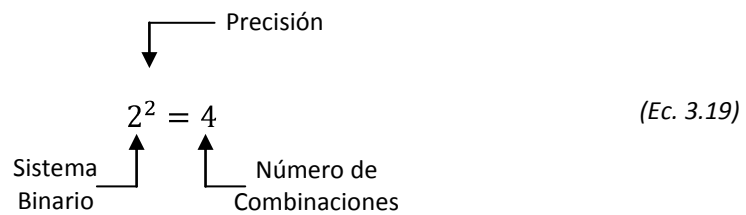


Para llevar a cabo los pasos indicados en el diagrama de la Figura No. 16 necesitamos generar la siguiente información:

***Población Inicial***

***Número de Combinaciones***

Es la cantidad de combinaciones de dígitos binarios, con respecto a la precisión.



donde:

**PRECI** Precisión. Es el número de dígitos binarios que nos permiten expresar el valor máximo del número de diámetros comerciales a utilizar.

***Tamaño de la población***

$$NR = (D_{com})^{NT} \tag{Ec. 3.20}$$

donde:

- NR** Número total de redes.
- $D_{com}$**  Diámetros comerciales disponibles.
- NT** Número de tuberías en la red.

***Longitud del cromosoma***

$$lc = NT \times PRECI \tag{Ec. 3.21}$$

donde:

- lc** Longitud del cromosoma.
- NT** Número de tuberías.
- PRECI** Precisión.





### **Evaluación de los Individuos**

*Función aptitud:*

$$fa = \frac{1}{Ci + Cp} \quad (Ec. 3.22)$$

donde:

- fa* Valor de la función de aptitud.
- Ci* Costo de la construcción de la red en función del diámetro y la longitud de cada tramo, incluye costo por instalación, accesorios, cruceros, etc.
- Cp* Costo de penalización, sólo para aquellas redes que presenten nodos con presiones por debajo de la mínima propuesta

### **Selección**

Se hace por medio de un método probabilístico, en este caso se utiliza el método de la ruleta, entonces la selección se hace de la siguiente manera: primero se asigna a cada individuo un valor proporcional de acuerdo a su aptitud y se suman las aptitudes de todos los individuos. Enseguida se genera un número aleatorio para cada individuo, con la característica que debe estar comprendido entre cero y el valor de la suma de las aptitudes. La pareja elegida para intercambiar su material genético es el individuo en cuestión y aquel que sobrepasa su valor probabilístico acumulado.

### **Reproducción sexual**

*Cruza*

Se compone de dos aspectos, uno consiste en decidir si hay cruza entre los individuos y el otro en determinar el número de genes que se intercambiaran. Para tal efecto se le asigna a la pareja una probabilidad de cruza ( $P_c$ ) que en el caso de redes su valor es de 0.7, dicho valor se compara con un número aleatorio entre 0 y 1, si este es menor o igual que 0.7 entonces se aplica el operador de cruza, de lo contrario los individuos pasan sin modificaciones a la siguiente generación. Ahora, también aleatoriamente se genera un número entre 1 y  $(l_c-1)$ , partir del cual se intercambia la información siguiendo la regla que se muestra en la Figura No.17.

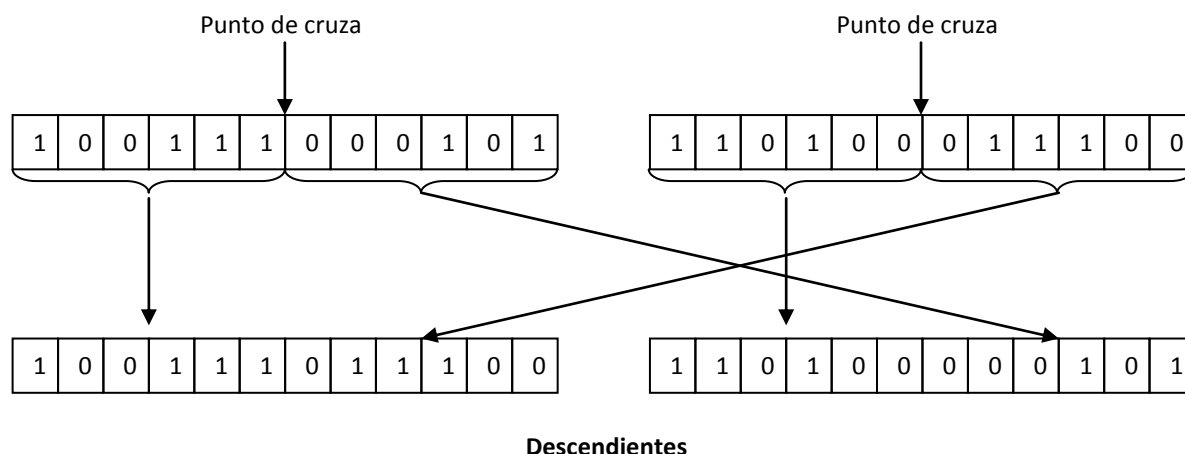


Figura No. 17. Operador de crucea.

**Mutación**

Para que exista mutación se generan números aleatorios entre 0 y 1 el cual tiene que ser menor al calculado en la Ec. 3.23, si es así, se procede a determinar un número igualmente aleatorio entre 1 y (lc-1)el que determinara la posición del gen a mutar como se indica en la Fig. No.17, de lo contrario los individuos pasan sin modificación alguna. Esto garantiza que el espacio de búsqueda se cubra en su totalidad. (Ec. 3.23)

$$Pm = \frac{Pc}{Lc}$$

Suponemos que la mutación es el séptimo gen.

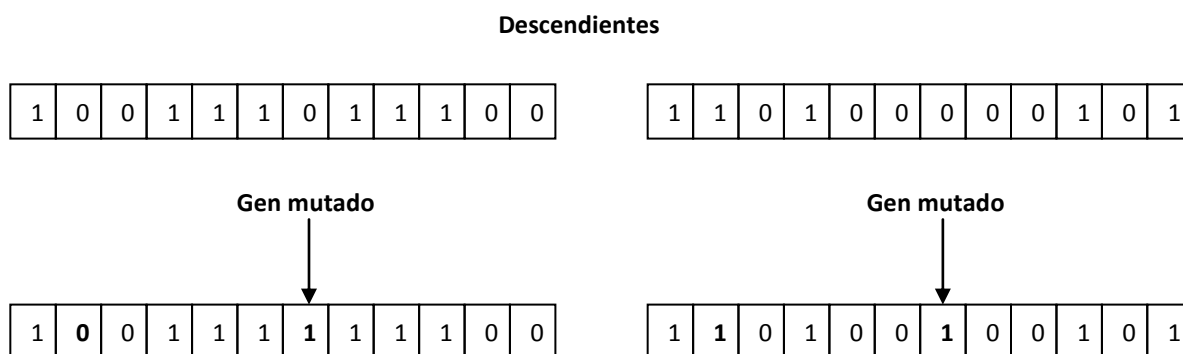


Figura No. 18. Operador de mutación.



### ***Solución***

Todo esto nos lleva a una nueva generación en donde los individuos adquieren mejores aptitudes. Razón por la que se dice que la población evoluciona a lo largo de las generaciones sucesivas con una adaptación media extendida a todos los individuos de la población la cual tiende hacia el óptimo global.

Se puede decir que cuando al menos el 95% de los individuos de la población comparten el mismo valor para un gen o cuando todos los genes son iguales. Existe una uniformidad en las características de los individuos que converge al óptimo.



## IV. METODOLOGÍAS DE DISEÑO

Este trabajo describe dos metodologías de diseño para redes hidráulicas, una se refiere a las que funcionan a alta presión y la otra a las que operan a baja presión. Cada una está integrada por dos partes, la primera trata acerca del diseño inicial de la red, que sobra decir, garantiza el correcto funcionamiento hidráulico pero no así el mejor costo y la segunda contempla la optimización de la misma, es decir, la búsqueda de la red más barata posible y cumpliendo con los requerimientos hidráulicos.

Cabe señalar que el segundo punto de los mencionados es el que ocupa la atención central en el desarrollo de esta tesis, debido a que como se explico arriba, partimos de un diseño inicial hidráulicamente eficientemente para continuar con la optimación de la misma mediante el de un método apropiado.

Para el caso de las redes hidráulicas a alta presión se emplea aquí una técnica muy novedosa<sup>1</sup> conocida como el Algoritmo Genético Simple y que fue descrita en el apartado 3.5. Respecto a las redes hidráulicas a baja presión se emplea la Programación Lineal descrita en el capítulo 3.3.

### 4.1 METODOLOGÍA DE DISEÑO PARA REDES HIDRÁULICAS DE ALTA PRESIÓN.

1. Defina los datos básicos de la red y el tipo de material a emplear.
2. Trazar la red con ayuda del plano topográfico (curvas de nivel) y definir su topología, indicando los tramos, longitudes, nudos y la ubicación del tanque de almacenamiento así como la altura a la que se colocara (carga inicial).

---

<sup>1</sup> Técnica que aun está en fase de investigación, debido a que no existen fundamentos suficientes para la determinación de la función aptitud.



3. El gasto que circula en cada tramo se evalúa con información contenida en la referencia No. 6.
4. Registre la información generada hasta el momento en una tabla como la mostrada:

**Tabla No. 4.-Componentes de la red.**

<i>Tramo</i>	<i>Longitud (m)</i>	<i>Gasto (m<sup>3</sup>/s)</i>	<i>Nudo</i>	<i>Elevación</i>
--------------	-------------------------	------------------------------------	-------------	------------------

5. Teniendo estos datos complemente la tabla anterior con el cálculo de el diámetro y las perdidas hidráulicas en cada tramo, se sugiere el empleo de la ecuación de Bresse (Ec.4.1.1) y de la formula de Manning (Ec 1.15), respectivamente.

$$D = 1.5\sqrt{Q} \quad (\text{Ec. 4.1.1})$$

6. Determine el sistema de ecuaciones (1.17) que genera el principio de continuidad en cada uno de los nudos de la red.
7. Resuelva la red empleando el método de Newton Raphson descrito en el apartado 2.5, lo que nos proporciona el valor de las presiones que cumplen con las demandas de gasto para los diámetros propuestos.
8. Con la solución del paso anterior se procede a utilizar el método del Algoritmo genético, para encontrar una red económicamente más barata que la hallada en el paso 6. Partimos de la solución ya obtenida y mediante esta determinamos un rango de posibles diámetros comerciales.
9. Construya una tabla con los diámetros del paso anterior y para cada uno determine el costo por construcción. Es deseable que los diámetros se pongan de mayor a menor y se identifiquen en una columna que les asigne la posición que ocupan en la tabla empezando desde cero.
10. Codifique en binario la columna que indica la posición que ocupa cada diámetro de la tabla anterior, para tal efecto previamente calcule la precisión con la que será expresado el dígito binario y posteriormente el número de combinaciones de acuerdo con la Ec.3.19.
11. Genere el número de redes (individuos) con la Ec. 3.20.
12. Establezca la longitud del cromosoma (Ec. 3.21).



13. Asigne a cada individuo de la población un valor de aptitud (Ec. 3.22) que dependa del costo de construcción y las presiones mínimas requeridas.
14. Seleccione a cada individuo aplicando el método de la ruleta, de forma que genere tantos números aleatorios como individuos se tengan, dichos números deben de estar entre 0 y la sumatoria de la función aptitud.
15. Reproduzca a los individuos para crear descendientes empleando el operador de cruce (Figura No. 17).
16. A cada descendiente aplique de forma aleatoria el operador de mutación (Figura No. 18), auxiliándose de la Ec. 3.23:
17. Revise entre los descendientes generados (soluciones al problema) cual satisface las condiciones hidráulicas de la red mediante el empleo método de Newton Raphson.

## 4.2 METODOLOGÍA DE DISEÑO PARA REDES HIDRÁULICAS DE BAJA PRESIÓN

- I. Defina los datos básicos de la red y el tipo de material a emplear.
- II. Trazar la red con ayuda del plano topográfico (curvas de nivel) y definir su topología, indicando los tramos, longitudes, nudos y la ubicación del tanque de almacenamiento así como la altura a la que se colocara (carga inicial).
- III. **Cálculo de los gastos de diseño circulantes en cada tramo de tubo que conforma la red.**
  - III.1. Determinar el gasto modular que necesita cada usuario para regar su parcela, tomando en cuenta la experiencia de los usuarios en el manejo del riego, para lo cual se hacen encuestas, mediciones en campo y estudios sobre ingeniería de riego a nivel parcelario con la finalidad de encontrar la forma de cómo maximizar la eficiencia de aplicación del agua en la parcela, o bien, teniendo ya definida la forma de riego ( surcos o melgas) hacer empleo de las siguiente ecuaciones:

El número de surcos se determina, auxiliándose con la siguiente relación:

$$N_{sur} = B_p / d \quad (Ec. 4.2.1)$$

El gasto total para regar todos los surcos simultáneamente se obtiene:

$$Q_t = N_{sur} \times q_s \quad (Ec. 4.2.2)$$



donde:

- $N_{sur}$  Número de surcos.
- $B_p$  Longitud ortogonal al sentido de riego, ancho de la parcela, en metros.
- $d$  Espaciamiento entre surcos, en metros.
- $Q_t$  Gasto total requerido, en  $m^3/s$ .
- $q_s$  Gasto por surco, para maximiza la eficiencia en la aplicación, en  $m^3/s$ . Su valor se obtiene de tablas.

III.2. La información anterior, permite definir el gasto modular de diseño de toda el área cultivable como promedio pesado de los gastos modulares de cada usuario, de acuerdo con la ecuación:

$$Q_{md} = \frac{1}{S_t} \sum_{i=1}^n Q_{mi} S_i \quad (Ec. 4.2.3)$$

donde:

- $Q_{md}$  Gasto modular de diseño de las tomas, en  $m^3/s$ .
- $Q_{mi}$  Gasto modular de la toma  $i$ , en  $m^3/s$ .
- $S_i$  Superficie que domina la toma  $i$ , en  $m^2$ .
- $S_t$  Superficie total, en  $m^2$ .
- $n$  Número de tomas.

III.3. Enseguida se elige para el cálculo de los caudales circulantes en cada tramo de tubo, aplicar la expresión de distribución binomial (4.2.4).

$$Q_{dtr} = X_a Q_{md} \quad (Ec. 4.2.4)$$

donde:

- $Q_{dtr}$  Es el gasto para el diseño de la red en el tramo considerado, en  $m^3/s$ .



### Parámetros de garantía de Suministro

a)  $\varphi = GS_{m\acute{a}x}$        $\varphi = GS_{cal}$

$$\varphi = \sum_{i=0}^{\beta} \binom{\varepsilon}{i} p^i (1-p)^{(\varepsilon-i)} \quad (Ec. 4.2.5)$$

$$p = \frac{S_t L_r}{n_t l_e Q_{md}} \quad (Ec. 4.2.6.a)$$

b)  $\beta = X_m$        $\beta = X_a$

$$X_m = \frac{Q_d}{Q_{md}} \quad (Ec. 4.2.6.b)$$

c)  $\varepsilon = n_t$        $\varepsilon = n_f$

$$\binom{\varepsilon}{i} = \frac{\varepsilon!}{i! (\varepsilon - i)!} \quad (Ec. 4.2.6.c)$$

donde:

$GS_{m\acute{a}x}$  Garantía de suministro máxima en la red, adimensional.

$GS_{cal}$  Garantía de suministro calculada para un tramo dado, adimensional.

$i$  Número de toma en cuestión.

$X_m$  Número máximo de tomas abiertas simultáneamente en toda la zona de riego.

$X_a$  Número máximo de tomas abiertas simultáneamente, aguas abajo del tramo en cuestión.

$Q_d$  Gasto disponible total al inicio de la red, en m<sup>3</sup>/s.

$Q_{md}$  Gasto modular de diseño de las tomas, en m<sup>3</sup>/s.

$n_t$  Número total de tomas en la red.

$n_f$  Número de tomas que abastece aguas abajo el tramo.

$p$  Probabilidad de que una toma esté abierta. Definida por la relación entre el tiempo que debe estar operando la toma para suministrar el agua requerida por las plantas en su superficie de dominio y el tiempo que la red tiene disponible el agua para el riego.





- $S_t$  Superficie total de la zona de riego, en  $m^2$ .  
 $L_r$  Lámina bruta de riego, en metros.  
 $l_e$  Intervalo efectivo de riego, es decir, es el intervalo crítico de riego de los cultivos, menos los días no laborables, en segundos.

#### IV. Cálculo de la carga de presión demandada en cada toma de la red.

IV.1. Los requerimientos de carga de presión en cada toma deben cumplir la siguiente Ecuación:

$$(h_{calculada}) \geq (h_{mínima\ requerida}). \quad (Ec. 4.2.7)$$

IV.2. La carga mínima requerida en cada toma es evaluada únicamente considerando las pérdidas de carga hidráulicas originadas por la tubería de compuertas (Ecuaciones 4.2.9 a la 4.2.11) y la lista que la abastece a partir del hidrante (Ec. 1.16).

$$h_f = \frac{k}{D^{4.87}} \left(\frac{Q}{C}\right)^{1.85} F \frac{L_t}{d_c} (d_c + l_{ef}) \quad (Ec. 4.2.8)$$

donde:

- $L_t$  Longitud de la tubería por puesta de riego, en m.  
 $d_c$  Distancia entre compuertas de la tubería, en m.  
 $l_{ef} = 0.10$  Longitud equivalente para pérdida de carga por compuerta, en m.  
 $N$  Número de compuertas que puede operar simultáneamente:

$$N = \frac{L_t}{d_c} \quad (Ec. 4.2.9)$$

donde:

- $F$  Coeficiente de salidas múltiples, adimensional. Según Christiansen:

$$F = 0.351 + \frac{1}{2N} + \frac{\sqrt{0.852}}{6N^2} \quad (Ec. 4.2.10)$$

- $C$  Coeficiente de hazen-williams, adimensional. Dependen del tipo de material del conducto. Sus valores se obtienen de tablas.



IV.3. Mientras que la carga mínima calculada considera los elementos de la Ec. 4.2.11.

$$h_e = \frac{D}{2000} + 0.10 + \bar{h} + \frac{3}{4}h_f + h_{f1} + \frac{sL}{200} \quad (\text{Ec. 4.2.11})$$

donde:

- $h_e$  Carga media en la toma, en metros.
- $s$  Pendiente del terreno en sentido del riego en por ciento, positiva si sube o negativa si baja. Cuando la pendiente sea negativa y resulte  $h_e \leq (D + 0.10)$ , entonces debe tomarse como carga en la toma un valor igual a  $(D + 0.10)$ .
- $L$  Longitud total del conducto desde la toma al extremo del ancho de la parcela, en metros.
- $h_{f1}$  Pérdida de carga de la tubería entre la toma y la tubería con compuertas, en metros.
- $h_f$  Pérdida de carga de la tubería con compuertas, en metros.
- $D$  Diámetro del conducto, en milímetros.
- $\bar{h}$  Carga media necesaria sobre la compuerta para mantener el gasto deseado, su valor se consigue por medio de tablas (expedidas por el fabricante).

IV.4. Ahora se obtienen para cada toma que conforma la red, su cota piezométrica mínima exigible como la suma de la cota del terreno más la carga correspondiente, obtenida en el paso anterior.

IV.5. Por último en esta etapa, se determina con la ecuación (4.2.12) la carga de presión máxima a que estará sujeta toda la red.

$$h_{m\acute{a}x} = LE_c - [Z_{nb} + h_{nb}] \quad (\text{Ec. 4.2.12})$$

donde:

- $h_{m\acute{a}x}$  Carga de presión máxima en toda la red, en metros.
- $LE_c$  Cota de la línea energética de cabecera de la red, en metros.
- $Z_{nb}$  Cota topográfica del nudo con cota piezométrica más baja, en metros.
- $h_{nb}$  Carga de presión mínima de funcionamiento del nudo con cota piezométrica más baja, en metros.



## V. Se inicia Diseño óptimo económico de cada tramo de tubo que integra la red.

V.1. Recabando en una tabla la información que detalla la topología y las condiciones de funcionamiento de la red por lo que debe contener de cada tramo su longitud (m), caudal ( $m^3/s$ ), carga de presión mínima (m) y cota del terreno (m), estos tres últimos conceptos se refieren a nudo final del tramo (que une el extremo aguas abajo del tramo).

V.2. Se elige el material del conducto, su tipo y clase procurando que la presión nominal sea mayor que la carga de presión máxima, pero lo más próxima a ésta de acuerdo con el resultado del paso (IV.5),

V.3. Para el material y presión nominal seleccionados en (IV.2) que constituirán los conductos de la red, se concentra en otra tabla, los datos referentes a los diámetros comerciales de las tuberías que se pueden emplear en el dimensionamiento de la red, incluyendo para cada diámetro su costo por metro lineal ( $\$/m$ ), límites de velocidad mínima y máxima permisible (m/s), los gastos asociados a esas velocidades auxiliándose con la ecuación (1.1), así como el valor del factor de fricción. El precio para cada diámetro debe incluir el transporte, excavación, colocación, relleno de las zanjas y todo lo necesario para su correcta y total ejecución, los límites de velocidad se basan en experiencias de campo y recomendaciones del fabricante.

V.4. Se determina el número y el conjunto de diámetros admisibles para cada tramo de la red, como todos aquellos que pueden conducir el gasto de diseño del tramo en cuestión y que están comprendidos entre un diámetro mínimo ( $D_{min}$ ) y un diámetro máximo ( $D_{max}$ ). Para encontrar estos valores extremos de los diámetros, se entra y busca el gasto de diseño del tramo en cuestión en las columnas de gasto mínimo ( $Q_{min}$ ) y gasto máximo ( $Q_{max}$ ) de la tabla generada en (V.3) lo que arrojará, respectivamente, los valores extremos de los diámetros buscados.

V.5. Se construye una tabla más en la que se enlista los diámetros que resultan para cada tramo.

V.6. Se elabora otra tabla, idéntica a la anterior pero en esta ocasión se sustituye el valor de los diámetros por el del costo asociado a cada diámetro.

V.7. Se plantea a manera de matriz, conforme la ecuación (3.14) la función objetivo. Nótese que en este planteamiento se utiliza como coeficientes de las variables  $l_{ij}$  los valores de costos



por diámetros de cada tramo generados en la tabla (V.6). Entonces la finalidad es encontrar los valores  $l_{ij}$  de cada  $D_{ij}$  en cada tramo que minimizan el costo total de la red.

V.8. A continuación se establecen las restricciones a las que estará sujeta la función objetivo:

- ✓ De longitudes de los tramos según la ecuación (3.16).
- ✓ Por presión mínima en las tomas de acuerdo con la expresión (3.15).

V.9. Finalmente se soluciona el problema de optimización y con ello se encuentran los valores de las variables  $l_{ij}$  que indican la longitud que cada uno de los diámetros correspondientes.



## V. APLICACIONES

### 5.1. RED DE DISTRIBUCIÓN DE AGUA POTABLE DE ALTA PRESIÓN.

En este apartado se muestra la manera de aplicar la metodología descrita en el capítulo anterior, respecto a una red de distribución de agua potable para una zona habitacional.

Es importante señalar, que con la finalidad de detallar la aplicación de los conceptos expuestos, el tamaño de la red es pequeño, sin embargo lo que aquí se explica es susceptible de generalizarse para cualquier forma y tamaño de red hidráulica.

#### 1. Datos de proyecto:

La población de proyecto es de 1, 440 habitantes y la dotación de acuerdo a la ubicación geográfica que tiene es de 200 lt/hab/día; el material que se va a utilizar es Polietileno de Alta Densidad (PAD) con un coeficiente de fricción de 0.009, y la presión mínima y máxima requerida oscila entre los 10 m y 50 m respectivamente.

#### 2. Trazo de la red

La topografía de la zona en la red presenta una *altimetría irregular*, por lo que se aprovecha esta condición para distribuir el agua por *gravedad* (Fig. No. 19).

#### 3. Determinar el gasto a suministrar por tramo.

<b>Tramo 1-2</b>	$Q_1 = 0.0032 \text{ m}^3/\text{s}$
<b>Tramo 1-3</b>	$Q_2 = 0.0025 \text{ m}^3/\text{s}$
<b>Tramo 2-3</b>	$Q_3 = 0.0051 \text{ m}^3/\text{s}$
<b>Tramo 2-4</b>	$Q_4 = 0.0025 \text{ m}^3/\text{s}$
<b>Tramo 3-4</b>	$Q_5 = 0.0032 \text{ m}^3/\text{s}$
<b>Tramo 5-1</b>	$Q_6 = 0.0165 \text{ m}^3/\text{s}$

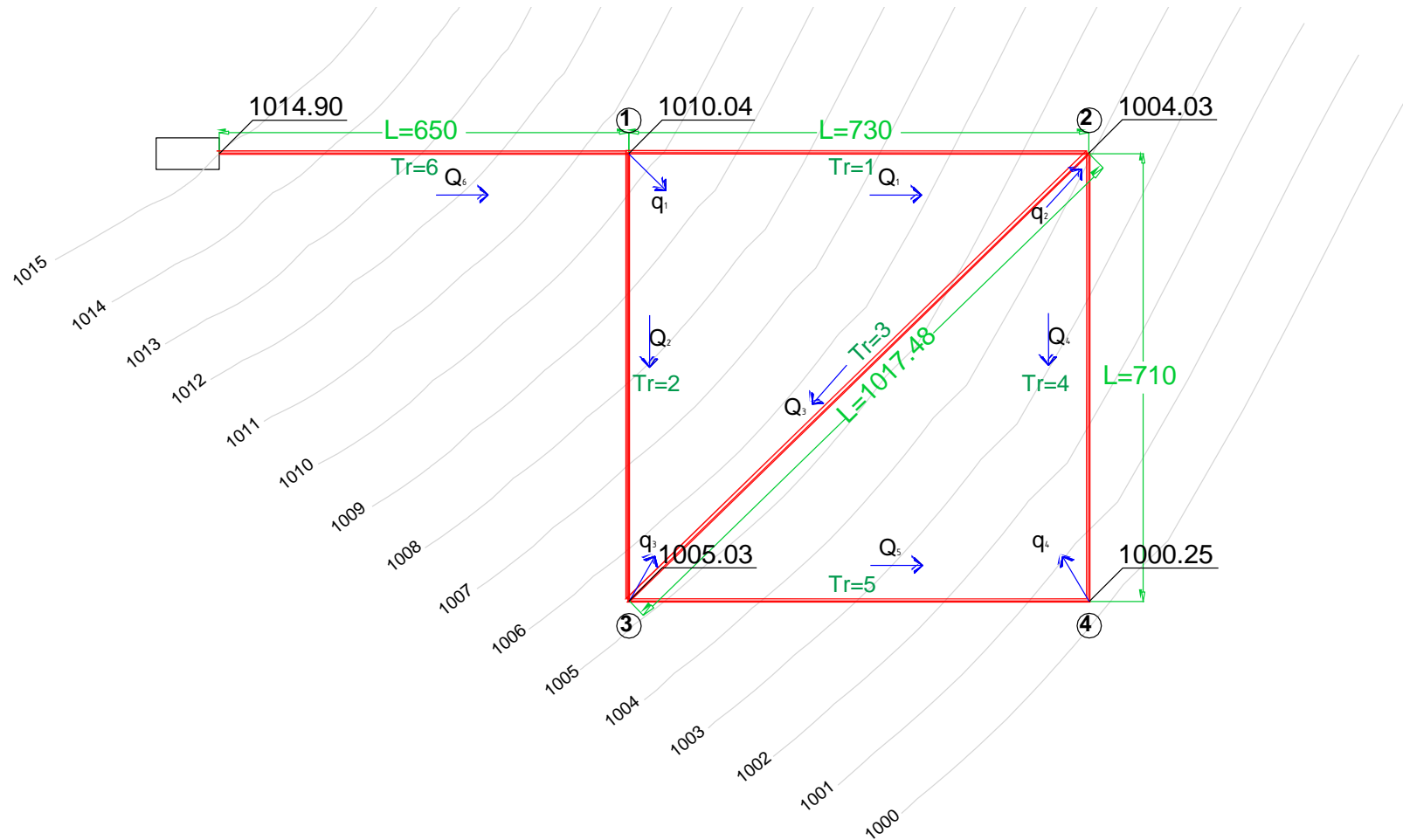


Figura No. 19. Red de distribución de agua potable de alta presión.



4. Generar los datos básicos de la red.

Tabla No. 5.-Datos de proyecto.

Tramo		Longitud (m)	Gasto (m <sup>3</sup> /s)	Nudo	Elevación (m)
De	A				
1	2	730.00	0.0032	2	1004.03
1	3	710.00	0.0025	3	1005.03
2	3	1,018.78	0.0051	3	1005.03
2	4	710.00	0.0025	4	1000.25
3	4	730.00	0.0032	4	1000.25
5	1	650.00	0.0165	1	1010.04
Tanque de almacenamiento				5	1014.90

5. Cálculo del diámetro y pérdidas hidráulicas.

Con la información obtenida se calcula el diámetro que conducirá el gasto, mediante el empleo de la ecuación de Bresse, el cual se tiene que ajustar al diámetro comercial:

**Tramo 1-2**

$$D = 1.5\sqrt{0.0032} = 0.085 \text{ m.}$$

Para 0.085 m el diámetro comercial es 0.102m (4").

Las pérdidas hidráulicas se determinan con la Ec. 1.15) que requiere los siguientes datos:

$$Q_1 = 0.0032 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$D_1 = 0.102 \text{ m}$$

$$L_1 = 730 \text{ m}$$

$$n = 0.009$$

$$h_f = 10.204(0.009)^2 \frac{0.0032^2}{(0.102)^{16/3}} 730 = 1.223 \text{ m}$$



**Tabla No. 6.-Cálculo del diámetro y pérdidas hidráulicas.**

Tramo		Longitud (m)	Gasto (m <sup>3</sup> /s)	Diámetro (m)	Diámetro comercial (m)	Diámetro comercial (in)	hf (m)
De	A						
1	2	730.00	0.0032	0.193	0.203	8	0.725
1	3	710.00	0.0025	0.085	0.102	4	1.235
2	3	1,018.78	0.0051	0.075	0.102	4	0.733
2	4	710.00	0.0025	0.107	0.152	6	0.503
3	4	730.00	0.0032	0.075	0.102	4	0.733
5	1	650.00	0.0165	0.085	0.102	4	1.235

6. *Establecer el sistema de ecuaciones correspondiente.*

El sistema de ecuaciones se genera con ayuda de la Ec. 1.18 , lo que queda:

$$q_1 = -0.0032 - 0.0025 + 0.0165 = 0.0108 \quad (\text{Ecs. 5.1})$$

$$q_2 = 0.0032 - 0.0051 - 0.0025 = -0.0044$$

$$q_3 = 0.0025 + 0.0051 - 0.0032 = 0.0044$$

$$q_4 = 0.0025 + 0.0032 = 0.0057$$

La solución al sistema de ecuaciones 5.1 se hará conforme lo expuesto en el apartado 2.4 y para su cálculo primeramente empezamos por determinar los coeficientes  $\alpha^k$  (Ec. 2.16), para cada tramo, se hará únicamente para el del tramo 1-2 y de la misma manera para los siguientes solo que en estos últimos se reportan los resultados:

$$A = 0.0080 \text{ m}^2$$

$$\nu = 0.000001004 \text{ m}^2/\text{s}$$

$\varepsilon = 0.0015$  para tuberías de plástico.

*Velocidad.*

$$V = \frac{0.0032 \text{ m}^3/\text{s}}{0.0080 \text{ m}^2} = 0.39 \text{ m}/\text{s}$$





Número de Reynolds.

$$R = \frac{(0.39)(0.102)}{0.000001004} = 39,942.26$$

Factor de fricción.

$$f = \frac{0.25}{\left[ \log \left( \frac{0.0015/0.102}{3.7} + \frac{5.74}{(39,942.26)^{0.9}} \right) \right]^2} = 0.045$$

Coefficiente de Hazen-Williams

$$C = 0.0826 \frac{0.045 \times 730}{(0.102)^5} = 250,839.97$$

Cálculo de  $\alpha$

$$\alpha_1^k = \frac{1}{2(250,839.97)|0.0032|} = 0.000623$$

Haciendo lo mismo para cada tramo de tubería tenemos:

$$\alpha_1^k = 0.000623$$

$$\alpha_2^k = 0.000813$$

$$\alpha_3^k = 0.002424$$

$$\alpha_4^k = 0.000813$$

$$\alpha_5^k = 0.000623$$

$$\alpha_6^k = 0.005547$$

7. Ahora ensamblando el sistema de ecuaciones 5.1 transformado nos queda:

$$-0.006983h_1^{k+1} + 0.000623h_2^{k+1} + 0.000813h_3^{k+1} = \frac{0.0108}{2} (-0.005547 \times 16)$$

$$0.000623h_1^{k+1} + -0.003860h_2^{k+1} + 0.002424h_3^{k+1} + 0.000813h_4^{k+1} = \frac{(-0.0044)}{2}$$

$$0.000813h_1^{k+1} + 0.002424h_2^{k+1} - 0.003860h_3^{k+1} + 0.000623h_4^{k+1} = \frac{0.0044}{2}$$

$$0.000813h_2^{k+1} + 0.001436h_4^{k+1} + 0.000623h_3^{k+1} = \frac{0.005547}{2}$$

(Ecs. 5.2)



Representándolo de manera matricial el sistema de ecuaciones dado en 5.2:

$$\begin{array}{cccc|c|c}
 & h_1^{k+1} & h_2^{k+1} & h_3^{k+1} & h_4^{k+1} & & \\
 \left| \begin{array}{cccc}
 -0.006983 & 0.000623 & 0.000813 & 0 \\
 0.000623 & -0.003860 & 0.002424 & 0.000813 \\
 0.000813 & 0.002424 & -0.003860 & 0.000623 \\
 0 & 0.000813 & 0.000623 & -0.001436
 \end{array} \right. & = & \left| \begin{array}{c}
 h_1^{k+1} \\
 h_2^{k+1} \\
 h_3^{k+1} \\
 h_4^{k+1}
 \end{array} \right| & = & \left| \begin{array}{c}
 -0.0834 \\
 -0.0022 \\
 0.0022 \\
 0.0029
 \end{array} \right|
 \end{array}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones, se tiene:

$$h_1^{k+1} = 14.51$$

$$h_2^{k+1} = 12.86$$

$$h_3^{k+1} = 12.27$$

$$h_4^{k+1} = 10.62$$

Con los resultados anteriores, calculamos el  $Q^{k+1}$  (Ec. 2.15).

$$Q_1^{k+1} = 0.005547(16.00 - 14.51) + \frac{1}{2}(0.0165) = 0.0165 \text{ m}^3/\text{s}$$

Una vez encontradas las literales  $Q^{k+1}$  para cada tramo, comparamos con los gastos originales los cuales deben de ser iguales o aproximados. En general la solución del método se encuentra cuando los  $Q^{k+1}$  son muy parecidos a  $Q^k$ .

Los resultados para la primera y última iteración se exponen en las tablas No. 7 y 8.

**Tabla No. 7.-Primera iteración por el método de Newton Raphson.**

TRAMO	NUDO		V (m/s)	R	Factor de fricción <i>f</i>	CALCULO DE C	$\alpha^k$	$h^{k+1}$	$Q^{k+1}$
	De	A							
5	1	-	0.5088	102976.15	0.03525	5,462.86	0.005547	14.51274	0.0165
1	2	5	0.3947	39942.264	0.04504	250,839.97	0.000623	12.85748	0.0026
1	3	1	0.3084	31204.894	0.04542	246,062.89	0.000813	12.27488	0.0031
2	3	2	0.2796	42438.655	0.03951	40,447.48	0.002424	12.27488	0.0040
2	4	3	0.3084	31204.894	0.04542	246,062.89	0.000813	10.61963	0.0031
3	4	4	0.3947	39942.264	0.04504	250,839.97	0.000623	10.61963	0.0026



**ULTIMA ITERACIÓN**

**Tabla No. 8.-Segunda iteración por el método de Newton Raphson.**

TRAMO		NUDO	V (m/s)	R	Factor de fricción <i>f</i>	CALCULO DE C	$\alpha^k$	$h^{k+1}$	$Q^{k+1}$
De	A								
5	1	-	0.5088	102976.15	0.03525	5,462.86	0.005547	14.51274	0.0165
1	2	5	0.3213	32513.972	0.04535	252,603.26	0.000760	12.79874	0.0026
1	3	1	0.3818	38633.186	0.04508	244,225.22	0.000661	12.1731	0.0031
2	3	2	0.2143	32534.266	0.03998	40,928.86	0.003125	12.1731	0.0039
2	4	3	0.3818	38633.186	0.04508	244,225.22	0.000661	10.4591	0.0031
3	4	4	0.3213	32513.972	0.04535	252,603.26	0.000760	10.4591	0.0026

Verificando los resultados obtenidos:

**Tabla No. 9.-Gastos y presiones de la red.**

TRAMO		NUDO	$Q^k$	$Q^{k+1}$
De	A			
5	1	-	0.0032	0.0026
1	2	5	0.0025	0.0031
1	3	1	0.0051	0.0039
2	3	2	0.0025	0.0031
2	4	3	0.0032	0.0026
3	4	4	0.0165	0.0165

Entonces los resultados obtenidos de la columna  $h^{k+1}$  de la última iteración corresponden a las presiones en los nodos, las cuales cumplen con las restricciones de mínima y máxima solicitadas. Por lo que se dice que el diseño de la red está concluido.

Por lo que el resumen de los resultados es:



**Tabla No. 10.-Resultados obtenidos.**

Nodo	Longitud (m)	Diámetro comercial (in)	Gasto (l/s)	Presión (m)	Velocidad (m/s)
Tanque	650.00	8	16.5000	0	0.5098
2	730.00	4	2.5984	12.8344	0.3180
1	710.00	4	3.1016	14.5050	0.3796
3	1,018.78	6	3.8968	12.2042	0.2148
4	710.00	4	3.1016	10.5336	0.3796
3	730.00	4	2.5984	12.2042	0.3180

Posteriormente calculamos su correspondiente costo, el cual incluye suministro, instalación y todo lo necesario para su correcta ejecución:

**Tabla No. 11.-Costo total de la red.**

Diámetro (in)	Costo \$/m	Longitud (m)	Total
8	703.13	650.00	457,034.50
4	240.37	730.00	175,470.10
4	240.37	710.00	170,662.70
6	357.62	1,018.78	364,336.10
4	240.37	710.00	170,662.70
4	240.37	730.00	175,470.10
<b>Σ=</b>			<b>1,513,636.20</b>

Hasta este punto la red que se calculó, hidráulicamente es aceptable, sin embargo, el objetivo de este trabajo es optimizarla utilizando el Algoritmo Genético, que dará como resultado la red más económicamente posible.

**8. Optimización por algoritmo genético:**

De acuerdo con los resultados del punto anterior, los posibles diámetros comerciales a utilizar en la red son de 3", 4", 6", 8" y 10".

9. Se presenta el costo del rango de diámetros disponibles mencionados, estos costos como mencionamos anteriormente incluyen: suministro, colocación, pruebas y todo lo necesario para su correcta ejecución:



**Tabla No. 12.-Costo por instalación del rango de diámetros a emplear.**

Dimetro (m)	Diametro (in)	Costo \$/m
0.076	3	205.16
0.102	4	240.37
0.152	6	357.62
0.203	8	703.13
0.254	10	896.47

*10. Codificación binaria.*

Se tienen 5 diámetros por lo que su representación binaria puede hacerse mediante 3 dígitos, y esto genera las siguientes combinaciones:

$$2^3 = 8$$

Obtuvimos ocho combinaciones por lo que procedemos a hacer una tabla (No. 13) en la que registramos el rango de diámetros obtenidos y le asignamos un número de menor a mayor empezando desde cero, los cuales se codificaran en sistema binario.

**Tabla No. 13.-Codificación de diámetros.**

Número	Diámetro (in)	Codificación binaria
0	3	000
1	4	001
2	6	010
3	8	011
4	10	100
5	3	101
6	4	110
7	6	111

*11. Población inicial:*

Determinamos el número de redes que se generaran mediante el empleo del algoritmo, auxiliándonos con la Ec. 3.20.

$$NR = (5)^6 = 15,625$$



Como se puede observar el número de redes es demasiado grande, aun para un pequeño número de tubos por lo que en este trabajo se intenta demostrar cómo trabaja el método, solo se harán para 16 combinaciones.

**Tabla No. 14.-Población inicial.**

Individuo	Combinación					
	Tr 1	Tr 2	Tr 3	Tr 4	Tr 5	Tr 6
1	8	4	3	6	3	4
2	10	4	3	4	3	4
3	8	4	4	4	4	4
4	8	6	6	6	6	6
5	10	8	8	8	8	8
6	6	4	4	6	4	4
7	6	6	6	6	6	6
8	8	3	4	6	4	3
9	6	3	4	6	4	3
10	10	4	4	10	4	4
11	10	3	4	10	4	3
12	8	4	4	8	4	4
13	8	4	4	6	4	4
14	10	6	6	6	6	6
15	10	6	6	8	6	6
16	8	4	6	6	6	4

12. la longitud del cromosoma, está dada por la Ec. 3.21.

$$lc = 6 \times 3 = 18$$

Entonces tenemos que lc es de 18 caracteres y con ayuda de la tabla No.13, procedemos a formar los cromosomas de cada individuo tal como se muestra en la tabla No.15.

**Tabla No. 15.-Estructuración del cromosoma de cada individuo.**

Individuo	Combinación						Binario					
	Tr 1	Tr 2	Tr 3	Tr 4	Tr 5	Tr 6	Tr 1	Tr 2	Tr 3	Tr 4	Tr 5	Tr 6
1	8	4	3	6	3	4	011	001	000	010	000	001
2	10	4	3	4	3	4	100	001	000	001	000	001
3	8	4	4	4	4	4	011	001	001	001	001	001
4	8	6	6	6	6	6	011	010	010	010	010	010
5	10	8	8	8	8	8	100	011	011	011	011	011



**Tabla No. 15.-Estructuración del cromosoma de cada individuo. (Continuación)**

Individuo	Combinación						Binario					
	Tr 1	Tr 2	Tr 3	Tr 4	Tr 5	Tr 6	Tr 1	Tr 2	Tr 3	Tr 4	Tr 5	Tr 6
6	6	4	4	6	4	4	010	001	001	010	001	001
7	6	6	6	6	6	6	010	010	010	010	010	010
8	8	3	4	6	4	3	011	000	001	010	001	000
9	6	3	4	6	4	3	010	000	001	010	001	000
10	10	4	4	10	4	4	100	001	001	100	001	001
11	10	3	4	10	4	3	100	000	001	100	001	000
12	8	4	4	8	4	4	011	001	001	011	001	001
13	8	4	4	6	4	4	011	001	001	010	001	001
14	10	6	6	6	6	6	100	010	010	010	010	010
15	10	6	6	8	6	6	100	010	010	011	010	010
16	8	4	6	6	6	4	011	001	010	010	010	001

**13. Función aptitud.**

A cada red (individuo) se le asigna un valor de aptitud el cual se calcula utilizando la Ec 3.22, por lo que se requiere revisar el funcionamiento hidráulico para cada una de las redes, y verificando que cumplan con las condiciones requeridas de presión, cuando la red no cumple se le aplica un costo de penalización. Esto se muestra en la siguiente secuela de cálculo para el individuo 1:

**Combinación de diámetros 8-4-3-6-3-4:**

Como mencionamos anteriormente se calcula el funcionamiento hidráulico de la red por el método de Newton Raphson, para así observar su comportamiento. Como podemos ver en la tabla No. 16 las presiones en los nodos están por debajo de la mínima requerida.

**Tabla No. 16.-Propiedades de la red para la combinación 1.**

Nodo	Longitud (m)	D (in)	Gasto (l/s)	Velocidad (m/s)	Presión (m)
Tanque	650.00	8	16.5000	0.5098	0
2	730.00	4	3.6681	0.4489	11.2129
1	710.00	3	2.0319	0.4479	14.5050
3	1,018.78	6	6.0363	0.3327	<b>9.7279</b>
4	710.00	3	2.0319	0.4479	<b>6.4358</b>
3	730.00	4	3.6681	0.4489	<b>9.7279</b>



Así que por los resultados obtenidos anteriormente, procedemos a determinar el costo de penalización.

Tomando en cuenta que la presión mínima es de 10.00 m calculamos para cada nodo la diferencia de presión existente como se muestra en la Tabla No. 17, obtenidos estos datos se selecciona el valor que tenga la diferencia máxima y este se multiplica por un coeficiente  $k$  al cual le fijamos un valor con respecto al costo de construcción, ya que si el precio total es en miles  $k$  debe estar dentro del mismo orden, para este individuo  $C_i$  es de 1, 463,638.00 (Ver Tabla No. 16) por lo cual  $k$  valdrá 1,000,100.00

**Tabla No. 17.-Cálculo del costo de penalización.**

Nodo	Presión (m)	$\Delta p$ (m)
Tanque	0.0000	
2	11.2129	-
1	14.5050	-
3	9.7279	0.2721
4	6.4358	3.5642
3	9.7279	0.2721
Cp=3.56		1,000,100.00
3,560,356.00		

**Tabla No. 18.-Costo total de la red.**

Costo \$/m	Longitud (m)	Diámetro (in)	Total
703.13	650.00	8	457,034.50
240.37	730.00	4	175,470.10
205.16	710.00	3	145,663.60
357.62	1,018.78	6	364,336.10
205.16	710.00	3	145,663.60
240.37	730.00	4	175,470.10
			Ci= 1,463,638.00

La función aptitud queda de la siguiente forma:

$$f_a = \frac{1}{1,463,638.00 + 1,000,100.00} = 0.00000020$$

#### 14. Selección

Para seleccionar las parejas que se van a reproducir se procede de la siguiente manera:





Al individuo se le asigna un valor aleatorio de 0.00000460, por lo tanto su inmediato mayor es el individuo No. 13 con un valor de 0.00000463, y así sucesivamente para las siguientes combinaciones (Ver Tabla No. 21).

### 15. Cruza

Como observamos en la tabla No.19 la cruza se acepta para los individuos 10 y 4, por lo tanto tenemos lo siguiente:

$$P_c = 0.7$$

**Tabla No. 19.-Operador de cruza para una pareja de cromosomas.**

Individuo	Cromosoma	Aleatorio Para decisión de cruza
<b>10</b>	100001001100001001	0.586
<b>4</b>	011010010010010010	

Como el valor aleatorio asignado es menor a 0.7, los individuos proceden a cruzarse de la siguiente manera:

Aleatorio para  $P_c = 2$

**Tabla No. 20.-Operador de mutación para una pareja de cromosomas.**

Individuo	Cromosoma	Aleatorio	Cruza
<b>10</b>	<b>100001001100001001</b>	2	<b>101010010010010010</b>
<b>4</b>	<b>011010010010010010</b>		010001001100001001

### 16. Mutación

Calculamos el punto de mutación con la Ec. 3.23.

$$P_m = \frac{0.7}{18} = 0.039$$

Para los individuos anteriores el valor aleatorio generado para mutación fue de 0.453, por lo tanto no hay mutación para este caso, y los individuos pasan sin modificación alguna.

### 17. Nuevos descendientes.

Los resultados obtenidos para generaciones posteriores se pueden observar en las siguientes tablas:



**1º Generación.**

**Tabla No. 21.-Evaluación de la población inicial.**

Ind.	Combinación						Binario						Cromosoma	Función aptitud	$\Sigma$	Aleatorio Índice	Selección
	Tr 1	Tr 2	Tr 3	Tr 4	Tr 5	Tr 6	Tr 1	Tr 2	Tr 3	Tr 4	Tr 5	Tr 6					
1	8	4	3	6	3	4	011	001	000	010	000	001	011001000010000001	0.00000020	0.00000020	0.00000460	<b>13</b>
2	10	4	3	4	3	4	100	001	000	001	000	001	100001000001000001	0.00000014	0.00000034	0.00000274	<b>10</b>
3	8	4	4	4	4	4	011	001	001	001	001	001	011001001001001001	0.00000072	0.00000106	0.00000559	<b>16</b>
4	8	6	6	6	6	6	011	010	010	010	010	010	011010010010010010	0.00000054	0.00000160	0.00000517	<b>15</b>
5	10	8	8	8	8	8	100	011	011	011	011	011	100011011011011011	0.00000030	0.00000190	0.00000202	<b>6</b>
6	6	4	4	6	4	4	010	001	001	010	001	001	010001001010001001	0.00000016	0.00000206	0.00000503	<b>14</b>
7	6	6	6	6	6	6	010	010	010	010	010	010	010010010010010010	0.00000033	0.00000239	0.00000361	<b>12</b>
8	8	3	4	6	4	3	011	000	001	010	001	000	011000001010001000	0.00000023	0.00000262	0.00000354	<b>12</b>
9	6	3	4	6	4	3	010	000	001	010	001	000	010000001010001000	0.00000011	0.00000273	0.00000054	<b>3</b>
10	10	4	4	10	4	4	100	001	001	100	001	001	100001001100001001	0.00000046	0.00000319	0.00000192	<b>6</b>
11	10	3	4	10	4	3	100	000	001	100	001	000	100000001100001000	0.00000025	0.00000344	0.00000072	<b>3</b>
12	8	4	4	8	4	4	011	001	001	011	001	001	011001001011001001	0.00000054	0.00000397	0.00000065	<b>3</b>
13	8	4	4	6	4	4	011	001	001	010	001	001	011001001010001001	0.00000066	0.00000463	0.00000610	<b>16</b>
14	10	6	6	6	6	6	100	010	010	010	010	010	100010010010010010	0.00000051	0.00000514	0.00000332	<b>11</b>
15	10	6	6	8	6	6	100	010	010	011	010	010	100010010011010010	0.00000043	0.00000557	0.00000274	<b>10</b>
16	8	4	6	6	6	4	011	001	010	010	010	001	011001010010010001	0.00000060	0.00000616	0.00000127	<b>4</b>



**Descendientes de la 1ª Generación.**

**Cruza de la Población Inicial.**

**Pc= 0.7**

**Pm= 0.039**

Hijo	Binario	Aleatorio de decisión para cruza	Cruza?	Aleatorio Pc	Cruza	Aleatorio para decisión de mutación	Mutación?	Aleatorio Pm	Combinación de la red					
									Tr 1	Tr 2	Tr 3	Tr 4	Tr 5	Tr 6
13	011001001010001001	0.860	No	6	011001001010001001	0.788	No	011001001010001001	8	4	4	6	4	4
10	100001001100001001				100001001100001001			100001001100001001	10	4	4	10	4	4
16	011001010010010001	0.808	No	2	011001010010010001	0.231	No	011001010010010001	8	4	6	6	6	4
15	100010010011010010				100010010011010010			100010010011010010	10	6	6	8	6	6
6	010001001010001001	0.740	No	9	010001001010001001	0.347	No	010001001010001001	6	4	4	6	4	4
14	100010010010010010				100010010010010010			100010010010010010	10	6	6	6	6	6
12	011001001011001001	0.076	Si	10	011001001011001001	0.940	No	011001001011001001	8	4	4	8	4	4
12	011001001011001001				011001001011001001			011001001011001001	8	4	4	8	4	4
3	011001001001001001	0.943	No	4	011001001001001001	0.221	No	011001001001001001	8	4	4	4	4	4
6	010001001010001001				010001001010001001			010001001010001001	6	4	4	6	4	4
3	011001001001001001	0.979	No	4	011001001001001001	0.962	No	011001001001001001	8	4	4	4	4	4
3	011001001001001001				011001001001001001			011001001001001001	8	4	4	4	4	4
16	011001010010010001	0.817	No	7	011001010010010001	0.876	No	011001010010010001	8	4	6	6	6	4
11	100000001100001000				100000001100001000			100000001100001000	10	3	4	10	4	3
10	100001001100001001	0.586	Si	2	101010010010010010	0.453	No	101010010010010010	3	6	6	6	6	6
4	011010010010010010				010001001100001001			010001001100001001	6	4	4	10	4	4

**Tabla No. 22.-Resultados a evaluar para la 2ª Generación.**



**9º Generación.**

**Tabla No. 23.-Evaluación de la 9º Generación.**

Ind.	Combinación						Binario						Cromosoma	Función aptitud	$\Sigma$	Aleatorio Índice	Selección
	Tr 1	Tr 2	Tr 3	Tr 4	Tr 5	Tr 6	Tr 1	Tr 2	Tr 3	Tr 4	Tr 5	Tr 6					
1	8	4	4	4	3	4	011	001	001	001	000	001	011001001001000001	0.00000073	0.00000073	0.00000769	<b>11</b>
2	8	4	4	4	4	4	011	001	001	001	001	001	011001001001001001	0.00000072	0.00000145	0.00000370	<b>6</b>
3	8	4	4	4	4	4	011	001	001	001	001	001	011001001001001001	0.00000072	0.00000216	0.00000463	<b>7</b>
4	8	4	4	4	4	4	011	001	001	001	001	001	011001001001001001	0.00000072	0.00000288	0.00000079	<b>2</b>
5	8	4	4	4	4	4	011	001	001	001	001	001	011001001001001001	0.00000072	0.00000360	0.00000751	<b>11</b>
6	8	4	4	4	4	4	011	001	001	001	001	001	011001001001001001	0.00000072	0.00000432	0.00000872	<b>14</b>
7	8	4	4	4	4	4	011	001	001	001	001	001	011001001001001001	0.00000072	0.00000503	0.00000140	<b>2</b>
8	8	4	4	4	4	4	011	001	001	001	001	001	011001001001001001	0.00000072	0.00000575	0.00000589	<b>9</b>
9	8	4	4	4	4	4	011	001	001	001	001	001	011001001001001001	0.00000072	0.00000647	0.00000524	<b>8</b>
10	8	4	4	4	4	4	011	001	001	001	001	001	011001001001001001	0.00000072	0.00000719	0.00000645	<b>9</b>
11	8	4	4	4	4	4	011	001	001	001	001	001	011001001001001001	0.00000072	0.00000790	0.00000988	<b>16</b>
12	8	4	4	4	3	4	011	001	001	001	000	001	011001001001000001	0.00000025	0.00000816	0.00000564	<b>8</b>
13	8	4	4	4	3	4	011	001	001	001	000	001	011001001001000001	0.00000025	0.00000841	0.00000153	<b>3</b>
14	8	4	4	4	4	4	011	001	001	001	001	001	011001001001001001	0.00000072	0.00000913	0.00000091	<b>2</b>
15	8	4	4	4	4	4	011	001	001	001	001	001	011001001001001001	0.00000072	0.00000984	0.00000712	<b>10</b>
16	8	4	4	4	4	4	011	001	001	001	001	001	011001001001001001	0.00000072	0.00001056	0.00000379	<b>6</b>



**Descendientes de la 9ª Generación.**

Cruza de la Población Inicial.

**Pc= 0.7**

**Pm= 0.039**

Hijo	Binario	Aleatorio de decisión para cruza	Cruza?	Aleatorio Pc	Cruza	Aleatorio para decisión de mutación	Mutación?	Aleatorio Pm	Combinación de la red					
									Tr 1	Tr 2	Tr 3	Tr 4	Tr 5	Tr 6
11	011001001001001001	0.759	No	3	011001001001001001	0.744	No	011001001001001001	8	4	4	4	4	4
6	011001001001001001				011001001001001001			011001001001001001	8	4	4	4	4	4
7	011001001001001001	0.390	Si	12	011001001001001001	0.127	No	011001001001001001	8	4	4	4	4	4
2	011001001001001001				011001001001001001			011001001001001001	8	4	4	4	4	4
11	011001001001001001	0.254	Si	8	011001001001001001	0.146	No	011001001001001001	8	4	4	4	4	4
14	011001001001001001				011001001001001001			011001001001001001	8	4	4	4	4	4
2	011001001001001001	0.627	Si	7	011001001001001001	0.667	No	011001001001001001	8	4	4	4	4	4
9	011001001001001001				011001001001001001			011001001001001001	8	4	4	4	4	4
8	011001001001001001	0.121	Si	12	011001001001001001	0.817	No	011001001001001001	8	4	4	4	4	4
9	011001001001001001				011001001001001001			011001001001001001	8	4	4	4	4	4
16	011001001001001001	0.858	No	13	011001001001001001	0.045	No	011001001001001001	8	4	4	4	4	4
8	011001001001001001				011001001001001001			011001001001001001	8	4	4	4	4	4
3	011001001001001001	0.140	Si	12	011001001001001001	0.124	No	011001001001001001	8	4	4	4	4	4
2	011001001001001001				011001001001001001			011001001001001001	8	4	4	4	4	4
10	011001001001001001	0.937	No	14	011001001001001001	0.066	No	011001001001001001	8	4	4	4	4	4
6	011001001001001001				011001001001001001			011001001001001001	8	4	4	4	4	4

**Tabla No. 24.-Resultados obtenidos.**



Resultados del análisis de la red propuesta por Algoritmo Genético.

**Tabla No. 25.-Análisis de la red propuesta por AG.**

Nodo	Longitud (m)	D (in)	Gasto (l/s)	Presión (m)	Velocidad (m/s)
Tanque	650.00	8	16.5000	0	0.5098
2	730.00	4	1.9593	13.5439	0.2398
1	710.00	4	3.7407	14.5050	0.4578
3	1,018.78	4	2.6185	11.1769	0.3205
4	710.00	4	3.7407	10.2158	0.4578
3	730.00	4	1.9593	11.1769	0.2398

Como podemos observar la red propuesta por el Algoritmo Genético cumple con las condiciones de gasto y presión requeridas.

Costo de la red.

**Tabla No. 26.-Costo de instalación de la red propuesta por AG.**

Costo \$/m	Longitud (m)	Diametro (in)	Total
703.13	650.00	8	457,034.50
240.37	730.00	4	175,470.10
240.37	710.00	4	170,662.70
240.37	1,018.78	4	244,884.15
240.37	710.00	4	170,662.70
240.37	730.00	4	175,470.10
$\Sigma=$			1,394,184.25

Por lo anterior hacemos un comparativo de costos En la tabla siguiente se muestran los costos de la misma red, con la diferencia que al aplicar el método de optimización nos da un costo más bajo, mismo que representa el 7.89% de ahorro.

<b>Costo red calculada</b>	\$1,513,636.20
<b>Costo red propuesta por AG</b>	\$1,394,184.25
<b>Ahorro</b>	<b>\$119,451.95</b>

**Tabla No. 27.-Comparativo de costos.**



## 5.2. RED DE DISTRIBUCIÓN DE AGUA EN UNA ZONA DE RIEGO.

Como mencionamos anteriormente, el propósito es sustituir el método tradicional por un sistema interconectado de tuberías (red hidráulica) y así poder aplicar nuevas tecnologías a zonas de riego, por lo cual se expone una problemática de un sistema de distribución de agua en un conjunto de parcelas.

Doce agricultores con igual número de lotes, cuentan con una superficie de 64.63 ha en condiciones favorables para extender el desarrollo de la agricultura bajo riego. Solicitan que se diseñe la ampliación del sistema de riego ya que pretenden sembrar de los meses de julio a marzo y de acuerdo con el padrón de cultivos de la zona, cultivos de ciclo corto (4 meses) como el maíz o el frijol.

La distribución de las parcelas se muestra en el esquema de la Fig. No. 20 y las áreas correspondientes en la Tabla No. 28.

**Tabla No. 28.- Áreas de cultivo por agricultor.**

Agricultor	Área (ha)
I	4.00
II	6.00
III	8.00
IV	2.60
V	3.24
VI	5.29
VII	9.52
VIII	8.20
IX	4.63
X	5.63
XI	3.76
XII	3.76

Se dispone de la siguiente información:

- La topografía es ligeramente plana con pendiente en el sentido del riego.
- La forma de riego es por gravedad.



- La superficie  $S_t = 64.63 \text{ ha.}$  se abastece de agua por medio de un canal principal que conduce un gasto disponible  $Q_d = 200 \text{ l/s}$ , el cual es alimentado por una presa.
- La línea energética en la cabecera de la red tiene la cota 1048.5m
- El ancho de las parcelas es de  $B_p = 133 \text{ y } 100 \text{ m}$  y la longitud máxima del riego es de 200 m.
- La lámina de riego aplicable es  $l_r = 0.085 \text{ m}$ .
- Para que el rendimiento de los cultivos no se vea afectado, el agua no debe suministrarse con un retraso superior a nueve días (intervalo crítico).
- Dentro de las preferencias y costumbres de los usuarios se tiene que tomar en cuenta el regar las 24 horas del día con excepción de un día (domingos) por lo que el intervalo efectivo de riego es  $l_e = 6 \text{ dias}$ .
- La modalidad del riego es a la demanda.
- Para el caso de la distribución del agua de riego por medio de una red de tubos, el riego se aplicará a los surcos por tubería de compuerta, con una separación máxima entre estás de  $d_c = 0.75 \text{ m}$ . Se utilizará tubería de plástico con un coeficiente de rugosidad de Manning  $n = 0.009$  y de Hazen-Williams  $c = 150$ .



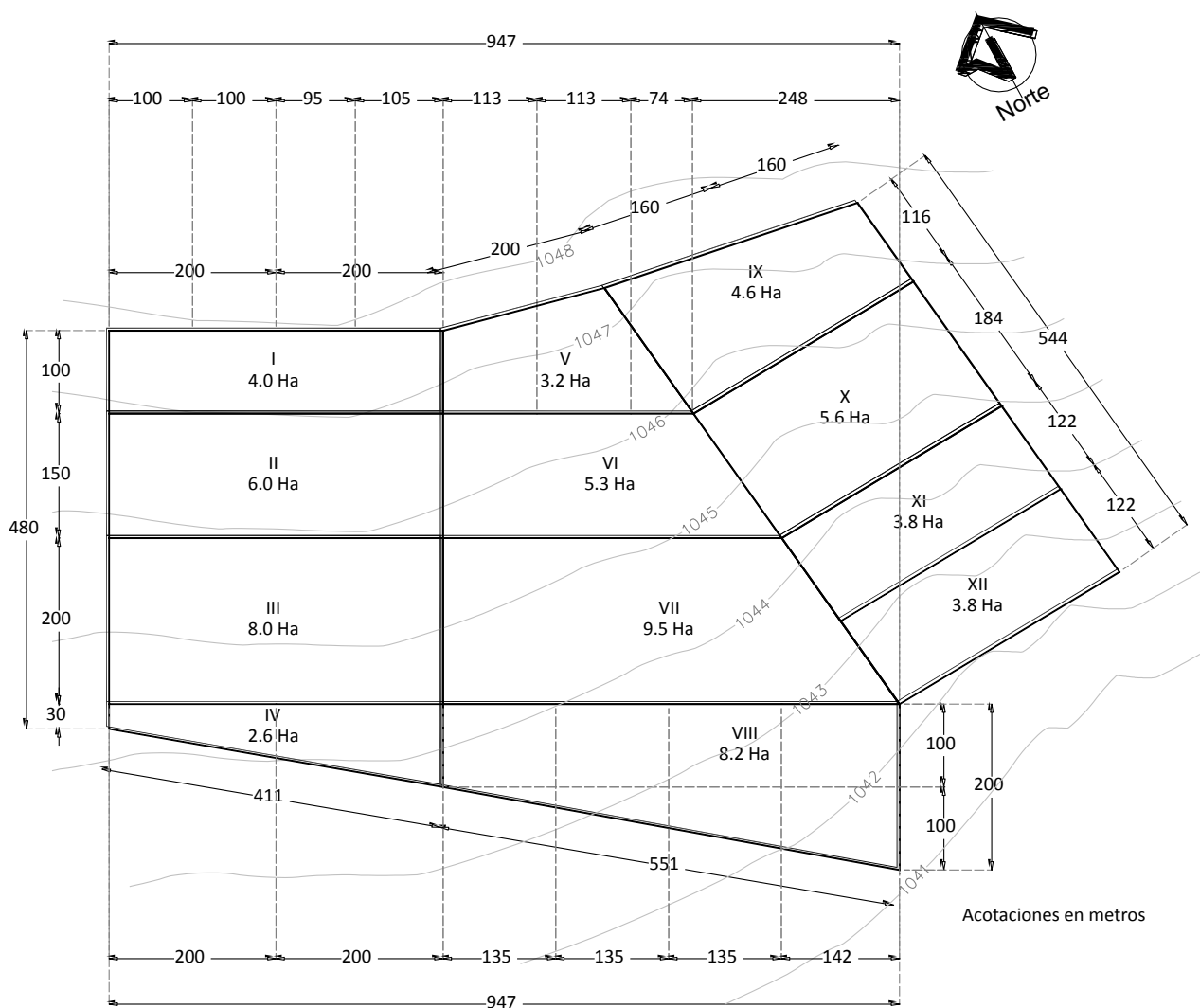


Figura No. 20. Zona Agrícola susceptible de ser regada por gravedad

### TRAZO DE LA RED DE TUBOS Y UBICACIÓN DE LAS TOMAS.

La solución que se le dio al trazado de la red es respetando los linderos entre parcelas y se procura que el agua avance de los puntos topográficamente más elevados hacia los más bajos. En la Figura No. 21 se puede observar el tamaño de las parcelas, su localización, sentido del riego, nomenclatura y ubicación de las tomas y en la Tabla No. 29 se muestran las características del perfil y trazo de la red, obtenidos sobre el plano topográfico y consisten en la identificación de cada tramo, su longitud y su cota inicial y final.

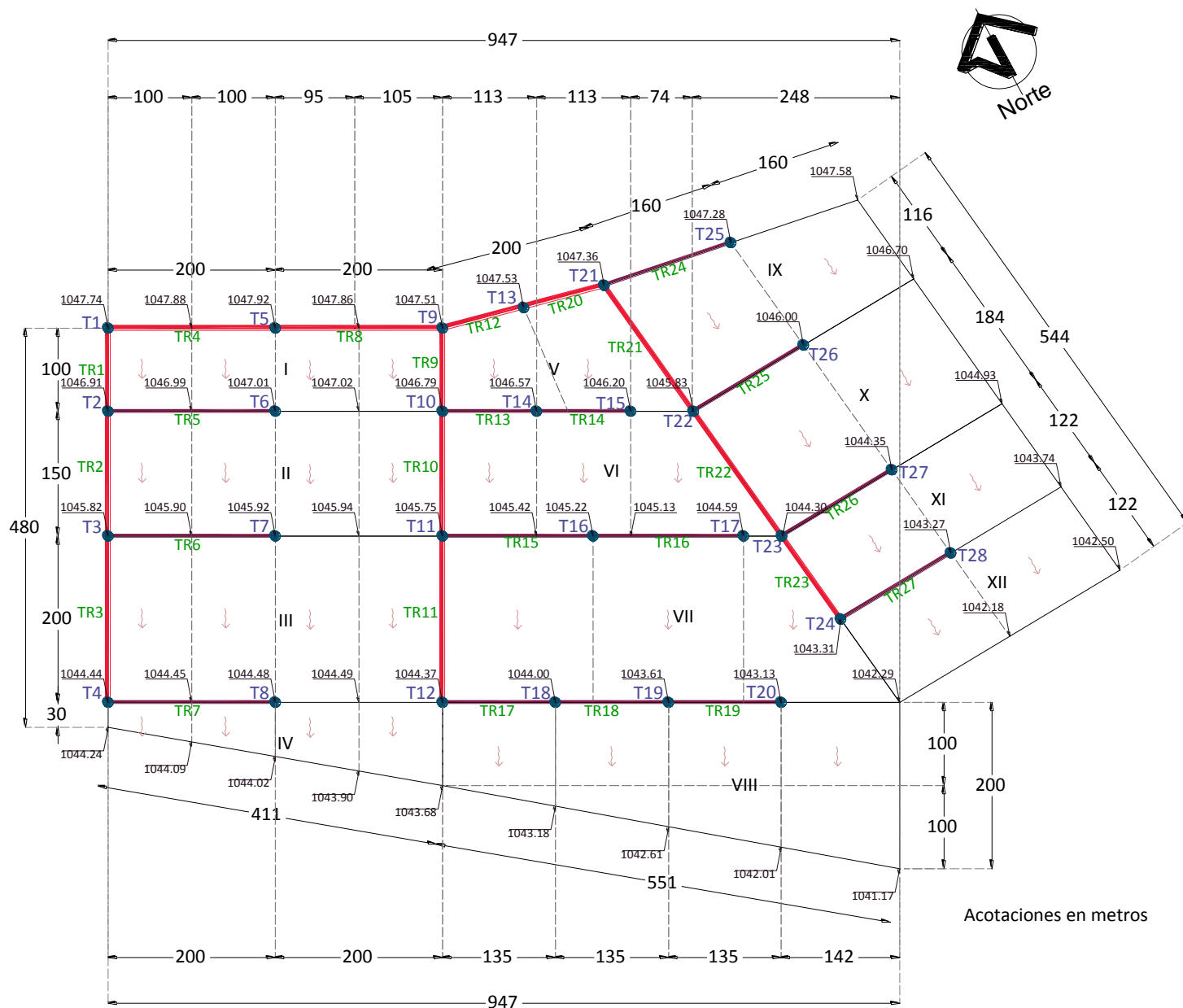


Figura No. 21.- Distribución de agua parcelaria mediante una red de tuberías funcionando a baja presión.



Tabla No. 29.- Características del perfil y trazo de la red de tubos.

Tramo	Toma		Longitud (m)	Elevación	
	Inicial	Final		Inicial	Final
1	T1	T2	100	1047.74	1046.91
2	T2	T3	150	1046.91	1045.82
3	T3	T4	200	1045.82	1044.44
4	T1	T5	200	1047.74	1047.92
5	T2	T6	200	1046.91	1047.01
6	T3	T7	200	1045.82	1045.92
7	T4	T8	200	1044.44	1044.48
8	T5	T9	200	1047.92	1047.51
9	T9	T10	100	1047.51	1046.79
10	T10	T11	150	1046.79	1045.75
11	T11	T12	200	1045.75	1044.37
12	T9	T13	200	1047.51	1047.53
13	T10	T14	113	1046.79	1046.57
14	T14	T15	113	1046.57	1046.20
15	T11	T16	180	1045.75	1045.22
16	T16	T17	180	1045.22	1044.59
17	T12	T18	135	1044.37	1044.00
18	T18	T19	135	1044.00	1043.61
19	T19	T20	135	1043.61	1043.13
20	T13	T21	100	1047.53	1047.36
21	T21	T22	185	1047.36	1045.83
22	T22	T23	184	1045.83	1044.30
23	T23	T24	122	1044.30	1043.31
24	T21	T25	160	1047.36	1047.28
25	T22	T26	154	1045.83	1046.00
26	T23	T27	154	1044.30	1044.35
27	T24	T28	154	1043.31	1043.27



### GASTO MODULAR DE DISEÑO DE CADA TRAMO DE TUBO.

El gasto de diseño que circulará por cada uno de los tramos que conforman la red de tubos, se realizará conforme a lo mencionado en el capítulo IV apartado I y debido a lo iterativo de los cálculos, éstos se efectuaron de manera tabular.

En la Tabla No. 30 se presenta la distribución en parcelas y en la 31 se resumen los cálculos para la obtención del gasto modular requerido por cada parcela y el modular de diseño por toma ( $Q_{md}$ ).

Tabla No. 30.- Diseño de parcelas.

Agricultor	Área (m <sup>2</sup> )	Parcelas	Dimensiones		Número de Surcos
			Ancho (B <sub>p</sub> ) (m)	Largo (L) (m)	
I	40,000	2.00	100	200	133
II	60,000	3.00	133	150	178
III	80,000	4.00	100	200	133
IV	26,000	1.30	100	200	133
V	32,371	1.62	100	200	133
VI	52,931	2.65	133	150	177
VII	95,247	4.76	100	200	133
VIII	82,009	4.10	100	200	133
IX	46,269	2.31	100	200	133
X	56,338	2.82	100	200	133
XI	37,558	1.88	100	200	133
XII	37,558	1.88	100	200	133

Σ 646281

Para definir el gasto modular requerido por cada lote y el gasto modular de diseño en cada toma se tomaron en cuenta los siguientes datos:

$$d_c = 0.75 \text{ m. Espaciamiento entre surcos.}$$

$$q_s = 0.001967 \text{ l/s Gasto por surco, para maximizar la eficiencia en la aplicación.}$$

$$N_s = \frac{B_p}{d_c} \text{ Número de surcos.}$$



$$Q_{tu} = N_s \times q_s \times L \quad l/s \text{ Gasto unitario, por metro de parcela.}$$

$$Q_t = \sum_i^n \frac{Q_{tu}}{n} \left( m^3/s \right) \text{ Gasto total requerido por la toma.}$$

n=1, número de puestas de riego.

Tabla 31.- Gasto modular requerido en cada lote y en cada toma.

Toma	Lotes	Dimensiones		Superficie (m <sup>2</sup> )	Numero de surcos Ns	Q <sub>tu</sub> (l/s)	Q <sub>t</sub> (m <sup>3</sup> /s)	Q <sub>m</sub> × s (m <sup>5</sup> /s)
		Ancho (Bp) (m)	Largo (L) (m)					
T1	I	100	200	20,000.00	133	52.45	0.052	1049.07
T2	II	133	150	20,000.00	178	52.45	0.079	1573.60
	II	67	150	10,000.00	89	26.23		786.80
T3	III	100	200	20,000.00	133	52.45	0.105	2098.13
	III	100	200	20,000.00	133	52.45		2098.13
T4	IV	48	200	9,500.00	63	24.92	0.025	236.70
T5	I	100	200	20,000.00	133	52.45	0.052	1049.07
T6	II	133	150	20,000.00	178	52.45	0.079	1573.60
	II	67	150	10,000.00	89	26.23		786.80
T7	III	100	200	20,000.00	133	52.45	0.105	2098.13
	III	100	200	20,000.00	133	52.45		2098.13
T8	IV	83	200	16,500.00	110	43.27	0.043	714.02
T9	V	71	200	14,258.84	95	37.40	0.037	533.23
T10	VI	113	150	16,875.00	150	44.26	0.044	746.85
T11	VII	100	200	20,000.00	133	52.45	0.094	1888.32
	VII	80	200	16,000.00	107	41.96		1510.66
T12	VIII	76	200	15,166.73	101	39.78	0.040	603.29
T13	V	91	200	18,112.11	121	47.50	0.048	860.36
T14	VI	113	150	16,875.00	150	44.26	0.044	746.85
T15	VI	128	150	19,180.57	170	50.30	0.050	964.86
T16	VII	100	200	20,000.00	133	52.45	0.094	1888.32
	VII	80	200	16,000.00	107	41.96		1510.66



Tabla 31.- Gasto modular requerido en cada lote y en cada toma (Continación).

Toma	Lotes	Dimensiones		Superficie (m <sup>2</sup> )	Numero de surcos Ns	Q <sub>tu</sub> (l/s)	Q <sub>t</sub> (m <sup>3</sup> /s)	Q <sub>m</sub> × s (m <sup>5</sup> /s)
		Ancho (Bp) (m)	Largo (L) (m)					
T17	VII	100	200	20,000.00	133	52.45	0.061	1219.38
	VII	16	200	3,246.99	22	8.52		197.97
T18	VIII	93	200	18,547.67	124	48.64	0.049	902.24
T19	VIII	100	200	20,000.00	133	52.45	0.057	1142.76
	VIII	9	200	1,786.18	12	4.68		102.06
T20	VIII	100	200	20,000.00	133	52.45	0.070	1390.47
	VIII	33	200	6,508.76	43	17.07		452.51
T21	IX	100	200	20,000.00	133	52.45	0.068	1352.30
	IX	29	200	5,780.97	39	15.16		390.88
T22	X	100	200	20,000.00	133	52.45	0.074	1477.55
	X	41	200	8,168.82	54	21.42		603.49
T23	XI	94	200	18,779.22	125	49.25	0.049	924.91
T24	XII	94	200	18,779.22	125	49.25	0.049	924.91
T25	IX	100	200	20,000.00	133	52.45	0.054	1074.67
	IX	2	200	488.14	3	1.28		26.23
T26	X	100	200	20,000.00	133	52.45	0.074	1477.55
	X	41	200	8,168.82	54	21.42		603.49
T27	XI	94	200	18,779.22	125	49.25	0.049	924.91
T28	XII	94	200	18,779.22	125	49.25	0.049	924.91

Σ= 646,281.48

Σ= 43528.75

De la Ec. 4.2.5

$$Q_{md} = \frac{1}{646,281.48} \sum_{i=1}^{13} 43528.75 = 0.067 \text{ m}^3/\text{s}$$

Por lo que se tomara como:

$$Q_{md} = 0.070 \text{ m}^3/\text{s}$$



A continuación y tomando como base el gasto modular de diseño arriba calculado, se fijará el gasto que debe conducir cada tramo de tubería en función del número máximo de tomas simultáneamente abiertas en dicho tramo y que no debe de exceder al número de tomas abiertas simultáneamente del total de la red, logrando así una garantía de suministro. Los resultados se muestran en las Tablas 32, 33 y 34 y tienen como datos los siguientes:

$$Q_d = 0.200 \text{ m}^3/\text{s}. \text{ Gasto disponible.}$$

$$Q_{md} = 0.070 \text{ m}^3/\text{s}. \text{ Gasto modular de diseño.}$$

$$n_t = 28. \text{ Número total de tomas.}$$

$$S_t = 646,281.48 \text{ m}^2. \text{ Superficie regable.}$$

$$L_r = 0.085 \text{ m}. \text{ Lámina de riego.}$$

$$l_e = 6 \text{ días} = 518,400 \text{ s}. \text{ Intervalo efectivo de riego.}$$

**Número máximo de tomas abiertas** (Ec. 4.2.7.b):

$$X_m = \frac{0.200}{0.070}$$

**Probabilidad de que una toma este operando:**

$$p = \frac{646,281.48 \times 0.085}{28 \times 518,400 \times 0.070} = 0.054$$

**Tabla No. 32.- Garantía de suministro máxima.**

$i$	$\binom{n_t}{i}$	$p^i$	$(1-p)^{(n_t-i)}$	$G_s$	$G_{s_{máx}}$
<b>0</b>	1	1.000	0.21	0.2109	0.2109
<b>1</b>	28	0.054	0.22	0.3375	0.5485
<b>2</b>	378	0.003	0.24	0.2604	0.8089
<b>3</b>	3,276	0.000	0.25	0.1290	<b>0.9379</b>

Entonces de acuerdo con los resultados anteriores, solo es posible dar servicio adecuado y compartido a dos tomas abiertas del total en la red, lo que garantiza un suministro máximo límite del 93.79 %. Esto implica que en el resto de los tramos no puede haber número mayor de



tomas operando simultáneamente, por lo que para determinar el gasto que conducirá cada tramo de la red, primeramente se tiene que definir cuantas  $X_a$  o menos tomas de las que abastece el tramo operan al mismo tiempo y esto se logra evaluando la garantía de suministro calculada para dicho tramo, la que debe cumplir con que  $G_{scal} \geq G_{smáx}$ , debido a que la ecuación con la que se determina  $G_s$  es una función discreta y nunca se cumplirá la igualdad.

**Tabla No. 33.- Cálculo para determinar el gasto de diseño para cada tramo de la red.**

Toma	Tomas aguas abajo	i	$\binom{n_f}{i}$	$p^i$	$(1-p)^{(n_f-i)}$	$G_s$	$G_{scal}$
1	6	0	1	1.0000	0.7164	0.7164	0.7164
		1	6	0.0541	0.7574	0.2457	<b>0.9621</b>
2	4	0	1	1.0000	0.8007	0.8007	0.8007
		1	4	0.0541	0.8464	0.1830	<b>0.9837</b>
3	2	0	1	1.0000	0.8948	0.8948	0.8948
		1	2	0.0541	0.9459	0.1023	<b>0.9971</b>
4	21	0	1	1.0000	0.3112	0.3112	0.3112
		1	21	0.0541	0.3290	0.3736	0.6848
		2	210	0.0029	0.3478	0.2135	0.8983
		3	1330	0.0002	0.3677	0.0773	<b>0.9756</b>
5	1	0	1	1.0000	0.9459	0.9459	<b>0.9459</b>
6	1	0	1	1.0000	0.9459	0.9459	<b>0.9459</b>
7	1	0	1	1.0000	0.9459	0.9459	<b>0.9459</b>
8	20	0	1	1.0000	0.3290	0.3290	0.3290
		1	20	0.0541	0.3478	0.3761	0.7051
		2	190	0.0029	0.3677	0.2042	0.9093
		3	1140	0.0002	0.3887	0.0700	<b>0.9794</b>
9	10	0	1	1.0000	0.5736	0.5736	0.5736
		1	10	0.0541	0.6064	0.3278	0.9014
		2	45	0.0029	0.6410	0.0843	<b>0.9858</b>
10	7	0	1	1.0000	0.6777	0.6777	0.6777
		1	7	0.0541	0.7164	0.2711	<b>0.9488</b>





Tabla No. 33.- Cálculo para determinar el gasto de diseño para cada tramo de la red (Continuación).

Toma	Tomas aguas abajo	i	$\binom{n_f}{i}$	$p^i$	$(1 - p)^{(n_f-i)}$	G <sub>s</sub>	G <sub>s<sub>cal</sub></sub>
11	4	0	1	1.0000	0.8007	0.8007	0.8007
		1	4	0.0541	0.8464	0.1830	<b>0.9837</b>
12	9	0	1	1.0000	0.6064	0.6064	0.6064
		1	9	0.0541	0.6410	0.3119	0.9183
		2	36	0.0029	0.6777	0.0713	<b>0.9896</b>
13	2	0	1	1.0000	0.8948	0.8948	0.8948
		1	2	0.0541	0.9459	0.1023	<b>0.9971</b>
14	1	0	1	1.0000	0.9459	0.9459	<b>0.9459</b>
15	2	0	1	1.0000	0.8948	0.8948	0.8948
		1	2	0.0541	0.9459	0.1023	<b>0.9971</b>
16	1	0	1	1.0000	0.9459	0.9459	<b>0.9459</b>
17	3	0	1	1.0000	0.8464	0.8464	0.8464
		1	3	0.0541	0.8948	0.1451	<b>0.9915</b>
18	2	0	1	1.0000	0.8948	0.8948	0.8948
		1	2	0.0541	0.9459	0.1023	<b>0.9971</b>
19	1	0	1	1.0000	0.9459	0.9459	<b>0.9459</b>
20	8	0	1	1.0000	0.6410	0.6410	0.6410
		1	8	0.0541	0.6777	0.2931	0.9342
		2	28	0.0029	0.7164	0.0586	<b>0.9928</b>
21	6	0	1	1.0000	0.7164	0.7164	0.7164
		1	6	0.0541	0.7574	0.2457	<b>0.9621</b>
22	4	0	1	1.0000	0.8007	0.8007	0.8007
		1	4	0.0541	0.8464	0.1830	<b>0.9837</b>
23	2	0	1	1.0000	0.8948	0.8948	0.8948
		1	2	0.0541	0.9459	0.1023	<b>0.9971</b>
24	1	0	1	1.0000	0.9459	0.9459	<b>0.9459</b>
25	1	0	1	1.0000	0.9459	0.9459	<b>0.9459</b>
26	1	0	1	1.0000	0.9459	0.9459	<b>0.9459</b>
27	1	0	1	1.0000	0.9459	0.9459	<b>0.9459</b>



El resumen del cálculo se presenta en la siguiente Tabla No. 34:

**Tabla No. 34.- Gasto de diseño para cada tramo de la red.**

TR	Tomas aguas abajo	Gs cal %	Tomas abiertas simultáneamente	Gasto l/s
1	6	96.21%	1	67
2	4	98.37%	1	67
3	2	99.71%	1	67
4	21	97.56%	3	200
5	1	94.59%	1	67
6	1	94.59%	1	67
7	1	94.59%	1	67
8	20	97.94%	3	200
9	10	98.58%	2	133
10	7	98.58%	1	67
11	4	98.37%	1	67
12	9	98.96%	2	133
13	2	99.71%	1	67
14	1	94.59%	1	67
15	2	99.71%	1	67
16	1	94.59%	1	67
17	3	99.15%	1	67
18	2	99.71%	1	67
19	1	94.59%	1	67
20	8	99.28%	2	133
21	6	96.21%	1	67
22	4	98.37%	1	67
23	2	99.71%	1	67
24	1	94.59%	1	67
25	1	94.59%	1	67
26	1	94.59%	1	67
27	1	94.59%	1	67



### Carga requerida en cada toma.

Los requerimientos de carga de presión varían de acuerdo a las necesidades de cada toma y deben cumplir la ecuación (4.2.8). La carga mínima requerida en cada toma es evaluada únicamente considerando las pérdidas de carga hidráulicas originadas por la tubería de compuertas ecuaciones (4.2.9) a la (4.2.11) y la lisa que la abastece a partir del hidrante ecuación (1.16). Mientras que la carga mínima calculada considera los elementos de la ecuación (4.2.12). Los cálculos se resumen en la Tabla No. 35 y toman como datos los siguientes:

*Ejemplo para la toma I:*

$L = 100m$ . Longitud de la tubería con compuertas.

$d = 0.35m = 350mm$ . Diámetro de la tubería con compuerta.

$d_c = 0.75m$ . Separación entre compuertas.

$Q_{md} = 0.07 m^3/s$  Gasto modular de diseño.

$C = 150$ . Coeficiente de Hazen-Williams.

$l_{ef} = 0.10m$ . Longitud equivalente para pérdida de carga por compuerta.

$\bar{h} = 0.0176m$ . Carga media sobre la compuerta para el gasto modular.

*Para el cálculo de la carga mínima:*

De la Ec. (4.2.10). Número de salidas (compuertas que operan simultáneamente).

$$N = \frac{100}{0.75} = 133$$

Coeficiente de salidas múltiples Ec.(4.2.11).

$$F = 0.351 + \frac{1}{2(133)} + \frac{\sqrt{0.852}}{6(133)^2} = 0.355$$

Pérdida de carga Ec. (4.2.9).

$$h_f = \frac{10.641}{(0.35)^{4.87}} \left( \frac{0.070}{150} \right)^{1.85} (0.355)(133)(0.75 + 0.10) = 0.0489$$



Para el cálculo de la carga mínima calculada:

De la Ec. (4.2.12), se calcula la carga media en la toma.

$$h_e = \frac{350}{2000} + 0.10 + 0.0176 + \frac{3}{4}0.0489 + 0 + \frac{(-0.85)(100)}{200} = 0.0957$$

Tabla No. 35.- Carga mínima requerida y mínima calculada, para cada toma.

Toma	Lote	Longitud tubería			s	Carga requerida	
		toma-final parcela	compuerta	lisa		mínima	calculada
		(m)	(m)	(m)		(m)	(m)
1	I	100	100	0	-0.85%	0.0489	-0.0957
	I	200	100	100	-0.90%	0.0973	-0.4128
2	II	100	100	0	-0.73%	0.0489	-0.0357
	II	200	100	100	-0.73%	0.0973	-0.2428
3	III	100	100	0	-0.71%	0.0489	-0.0257
	III	200	100	100	-0.72%	0.0973	-0.2328
4	IV	100	100	0	-0.72%	0.0489	-0.0307
	IV	200	100	100	-0.73%	0.0973	-0.2428
5	I	100	100	0	-0.88%	0.0489	-0.1107
	I	200	100	100	-0.78%	0.0973	-0.2928
6	II	100	100	0	-0.73%	0.0489	-0.0357
	II	200	100	100	-0.71%	0.0973	-0.2228
7	III	100	100	0	-0.72%	0.0489	-0.0307
	III	200	100	100	-0.71%	0.0973	-0.2228
8	IV	100	100	0	-0.70%	0.0489	-0.0207
	IV	200	100	100	-0.71%	0.0973	-0.2228
9	V	100	100	0	-0.82%	0.0489	-0.0807
10	VI	12.5	12.5	0	-0.73%	0.0066	0.2519
	VI	112.5	100	12.5	-0.73%	0.0549	-0.0616
11	VII	80	80	0	-0.68%	0.0392	0.0500
	VII	180	100	80	-0.68%	0.0876	-0.1564
12	VIII	35	35	0	-0.67%	0.0175	0.1884
	VIII	135	100	35	-0.67%	0.0658	-0.0677



Tabla no. 35.- Carga mínima requerida y mínima calculada, para cada toma (Continuación).

Toma	Lote	Longitud tubería			s	Carga requerida	
		toma-final parcela	compuerta	lisa		mínima	calculada
		(m)	(m)	(m)		(m)	(m)
13	V	100	100	0	-0.82%	0.0489	-0.0807
14	VI	12.5	12.5	0	-0.74%	0.0066	0.2513
	VI	112.5	100	12.5	-0.74%	0.0549	-0.0672
15	VI	75	75	0	-0.77%	0.0368	0.0315
16	VII	80	80	0	-0.65%	0.0392	0.0620
	VII	180	100	80	-0.65%	0.0876	-0.1294
17	VII	45	45	0	-0.69%	0.0223	0.1541
18	VIII	35	35	0	-0.66%	0.0175	0.1902
	VIII	135	100	35	-0.66%	0.0658	-0.0610
19	VIII	35	35	0	-0.66%	0.0175	0.1902
	VIII	135	100	35	-0.66%	0.0658	-0.0610
20	VIII	42	42	0	-0.60%	0.0208	0.1822
	VIII	142	100	42	-0.60%	0.0692	-0.0304
21	IX	60	60	0	-0.84%	0.0295	0.0628
	IX	160	100	60	-0.84%	0.0779	-0.2480
22	X	54	54	0	-0.79%	0.0266	0.0993
	X	154	100	54	-0.79%	0.0750	-0.1937
23	XI	54	54	0	-0.85%	0.0266	0.0831
	XI	154	100	54	-0.85%	0.0750	-0.2399
24	XII	54	54	0	-0.86%	0.0266	0.0804
	XII	154	100	54	-0.86%	0.0750	-0.2476
25	IX	60	60	0	-0.81%	0.0295	0.0718
	IX	160	100	60	-0.81%	0.0779	-0.2240
26	X	54	54	0	-0.93%	0.0266	0.0615
	X	154	100	54	-0.93%	0.0750	-0.3015
27	XI	54	54	0	-0.93%	0.0266	0.0615
	XI	154	100	54	-0.93%	0.0750	-0.3015
28	XII	54	54	0	-0.95%	0.0266	0.0561
	XII	154	100	54	-0.95%	0.0750	-0.3169



Como la pendiente es negativa y nos resulta  $h_e \leq (0.35 + 0.10)$ , entonces debemos tomar como carga en la toma un valor igual a 0.45.

Enseguida se determinará la cota piezométrica mínima exigible en cada toma como la suma de los valores de carga de presión mínima y la cota de terreno, estos se pueden observar en la Tabla No. 36.

**Tabla No. 36.- Cota piezométrica requerida en cada toma.**

Toma	Lote	Carga	Cotas (m)	
		mínima (m)	Terreno	Piezométrica
T1	I	0.097	1047.74	1047.84
T2	II	0.097	1046.91	1047.01
T3	III	0.097	1045.82	1045.92
T4	IV	0.097	1044.44	1044.54
T5	I	0.097	1047.92	1048.02
T6	II	0.097	1047.01	1047.11
T7	III	0.097	1045.92	1046.02
T8	IV	0.097	1044.48	1044.58
T9	V	0.049	1047.51	1047.56
T10	VI	0.055	1046.79	1046.84
T11	VII	0.088	1045.75	1045.84
T12	VIII	0.066	1044.37	1044.44
T13	V	0.049	1047.53	1047.58
T14	VI	0.055	1046.57	1046.62
T15	VI	0.037	1046.20	1046.24
T16	VII	0.088	1045.22	1045.31
T17	VII	0.022	1044.59	1044.61
T18	VIII	0.066	1044.00	1044.07
T19	VIII	0.066	1043.61	1043.68
T20	VIII	0.069	1043.13	1043.20
T21	IX	0.078	1047.36	1047.44
T22	X	0.075	1045.83	1045.91



**Tabla No. 36.- Cota piezométrica requerida en cada toma (Continuación).**

Toma	Lote	Carga	Cotas (m)	
		mínima (m)	Terreno	Piezométrica
T23	XI	0.075	1044.30	1044.38
T24	XII	0.075	1043.31	1043.39
T25	IX	0.078	1047.28	1047.36
T26	X	0.075	1046.00	1046.08
T27	XI	0.075	1044.35	1044.43
T28	XII	0.075	1043.27	1043.35

Entonces la presión máxima a la que estará sometida la tubería tiene un valor de acuerdo con la expresión (4.2.13) y los valores de Toma 17:

$$h_{m\acute{a}x} = 1048.50 - (1044.59 + 0.022) = 3.888 \text{ m}$$

$$P = \gamma \times h = 1000 \text{ kg/m}^3 \times 3.888 \text{ m} = 3,888 \text{ kg/m}^4 = 0.39 \text{ kg/cm}^2$$

#### **DIÁMETROS ADMISIBLES PARA CADA TRAMO DE LA RED.**

Para precisar los diámetros óptimos y el costo mínimo de cada tramo de la red se aplicará la Técnica de Programación Lineal descrita en el apartado 3.3 En la Tabla no. 37 se resume de acuerdo con la Fig. No. 22 los elementos que definen a la red y que son parte de la información necesaria para iniciar el proceso de optimación.

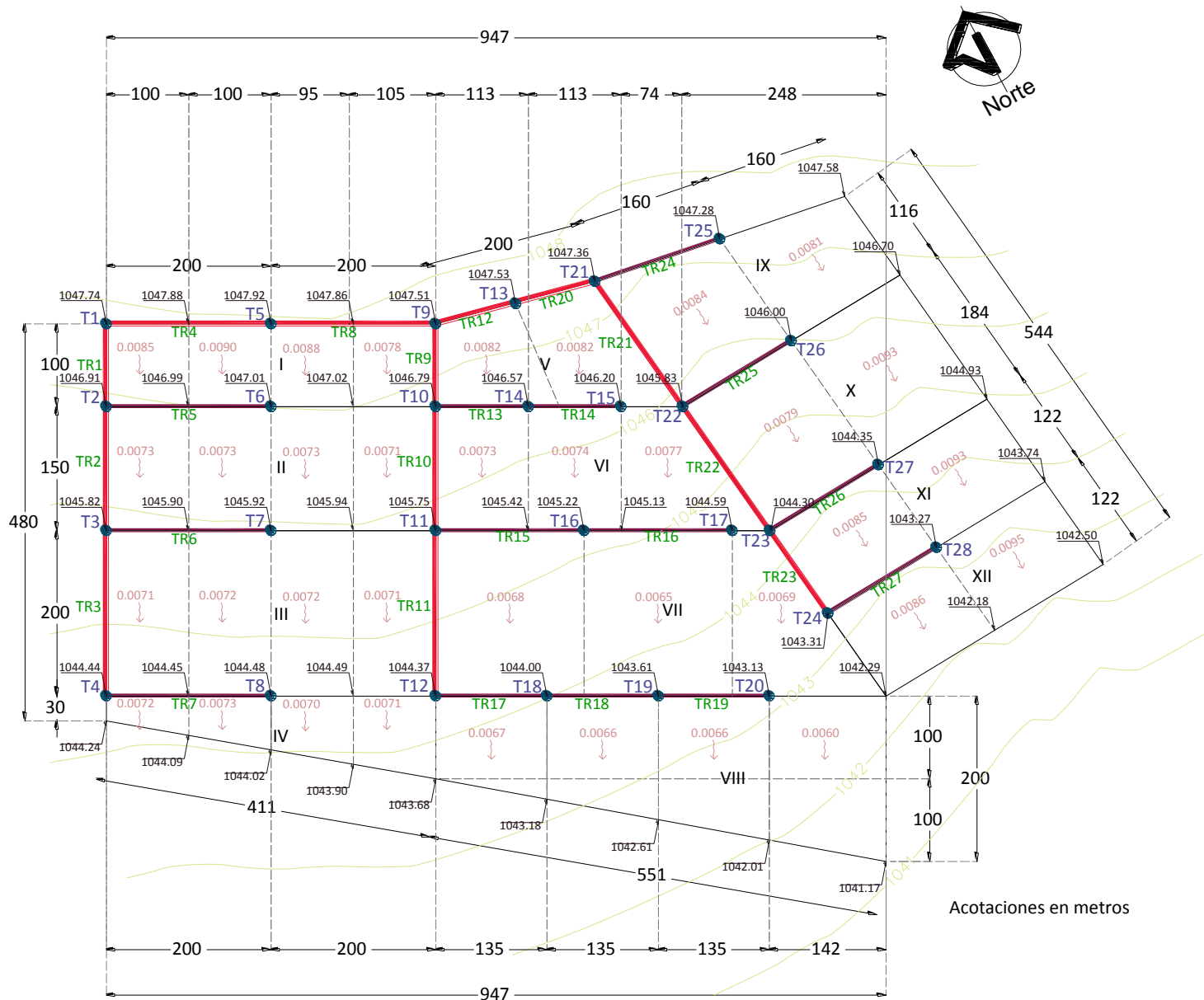


Figura No. 22.- Configuración y definición de elementos de la red de tuberías funcionando a baja presión.





**Tabla No. 37.- Definición de los elementos de la red.**

Tramo	Entre toma		Longitud (m)	Gasto (lps)	Carga de presión mínima (m)	Cota (m)	
	Inicial	Final				Terreno	Piezométrica
1	T1	T2	100	66.67	0.097	1046.91	1047.01
2	T2	T3	150	66.67	0.097	1045.82	1045.92
3	T3	T4	200	66.67	0.097	1044.44	1044.54
4	T1	T5	200	200.00	0.097	1047.92	1048.02
5	T2	T6	200	66.67	0.097	1047.01	1047.11
6	T3	T7	200	66.67	0.097	1045.92	1046.02
7	T4	T8	200	66.67	0.097	1044.48	1044.58
8	T5	T9	200	200.00	0.049	1047.51	1047.56
9	T9	T10	100	133.33	0.055	1046.79	1046.84
10	T10	T11	150	66.67	0.088	1045.75	1045.84
11	T11	T12	200	66.67	0.066	1044.37	1044.44
12	T9	T13	200	133.33	0.049	1047.53	1047.58
13	T10	T14	113	66.67	0.055	1046.57	1046.62
14	T14	T15	113	66.67	0.037	1046.20	1046.24
15	T11	T16	180	66.67	0.088	1045.22	1045.31
16	T16	T17	180	66.67	0.022	1044.59	1044.61
17	T12	T18	135	66.67	0.066	1044.00	1044.07
18	T18	T19	135	66.67	0.066	1043.61	1043.68
19	T19	T20	135	66.67	0.069	1043.13	1043.20
20	T13	T21	100	133.33	0.078	1047.36	1047.44
21	T21	T22	185	66.67	0.075	1045.83	1045.91
22	T22	T23	184	66.67	0.075	1044.30	1044.38
23	T23	T24	122	66.67	0.075	1043.31	1043.39
24	T21	T25	160	66.67	0.078	1047.28	1047.36
25	T22	T26	154	66.67	0.075	1046.00	1046.08
26	T23	T27	154	66.67	0.075	1044.35	1044.43
27	T24	T28	154	66.67	0.075	1043.27	1043.35



La otra parte es referente a la selección del tipo de tubería, lo que hace necesario la información que proporciona el fabricante, esto puede llevarse de la siguiente manera:

- 1) Definir el material a emplear: En nuestro caso se utilizará tubería de Polietileno de alta densidad con un coeficiente de rugosidad  $C=150$  de la expresión de Hazen-Williams y para incluir las pérdidas de carga localizadas en el dimensionamiento, la pérdida de carga por fricción se aumenta en un 10%.
- 2) Se selecciona la clase de tubería: Conforme el valor obtenido de presión máxima  $0.39 \text{ kg/cm}^2$  a que estará sujeta la red, se elige de los datos que reporta el fabricante Figura No. 23. a la tubería de presión nominal de  $2.82 \text{ kg/cm}^2$ . Lo que cumple con  $h_n > h_{m\acute{a}x}$ .

TABLA DE DIMENSIONES Y DE PRESIONES DE TRABAJO DE LA TUBERÍA DE POLIETILENO DE ALTA DENSIDAD											
PRESION DE TRABAJO	1 0 0		8 0		6 5		5 0		4 0		PRESION DE TRABAJO
	7.03		5.63		4.57		3.52		2.82		
	RD 17		RD 21		RD 26		RD 32.5		RD 41		
	ESPEJOR DE PARED	DIAMETRO INTERIOR	ESPEJOR DE PARED	DIAMETRO INTERIOR	ESPEJOR DE PARED	DIAMETRO INTERIOR	ESPEJOR DE PARED	DIAMETRO INTERIOR	ESPEJOR DE PARED	DIAMETRO INTERIOR	
<b>P U L G A D A S</b>											
1/2											1/2
3/4											3/4
1											1
1 1/4											1 1/4
1 1/2	0.112	1.663	0.090	1.709							1 1/2
2	0.140	2.078	0.113	2.135	0.091	2.182					2
2 1/2	0.169	2.516	0.137	2.584	0.111	2.639					2 1/2
3	0.206	3.063	0.167	3.146	0.135	3.214	0.108	3.271	0.085	3.320	3
4	0.265	3.938	0.214	4.046	0.173	4.133	0.138	4.207	0.110	4.267	4
6	0.390	5.798	0.315	5.957	0.255	6.084	0.204	6.193	0.162	6.282	6
8	0.507	7.550	0.411	7.754	0.332	7.921	0.265	8.063	0.210	8.180	8
10	0.632	9.410	0.512	9.665	0.413	9.874	0.331	10.048	0.262	10.195	10
12	0.750	11.160	0.607	11.463	0.490	11.711	0.392	11.919	0.311	12.091	12
14	0.824	12.253	0.667	12.586	0.538	12.859	0.431	13.086	0.341	13.277	14
16	0.941	14.005	0.762	14.385	0.615	14.696	0.492	14.957	0.390	15.173	16
18	1.059	15.755	0.857	16.183	0.692	16.533	0.554	16.826	0.439	17.069	18
20	1.176	17.507	0.952	17.982	0.769	18.370	0.615	18.696	0.488	18.965	20
22	1.294	19.257	1.048	19.778	0.846	20.206	0.677	20.565	0.537	20.862	22
24	1.412	21.007	1.143	21.577	0.923	22.043	0.738	22.435	0.585	22.760	24
26	1.529	22.759	1.238	23.375	1.000	23.880	0.800	24.304	0.634	24.656	26
28	1.647	24.508	1.333	25.174	1.077	25.717	0.862	26.173	0.683	26.552	28
30	1.765	26.258	1.429	26.971	1.154	27.554	0.923	28.043	0.732	28.448	30
32	1.882	28.010	1.524	28.769	1.231	29.390	0.985	29.912	0.780	30.346	32
34	2.000	29.760	1.619	30.568	1.308	31.227	1.046	31.782	0.829	32.243	34
36	2.118	31.510	1.714	32.366	1.385	33.064	1.108	33.651	0.878	34.139	36
42	2.471	36.761	2.000	37.760	1.615	38.576	1.292	39.261	0.966	39.829	42
48	2.824	42.013	2.286	43.154	1.846	44.086	1.477	44.869	1.170	45.519	48
54			2.571	48.549	2.077	49.597	1.662	50.477	1.317	51.177	54

Figura No.23. Tabla de diámetros comerciales de tubería de Polietileno de Alta Densidad marca Tademex.



3) Se indican los diámetros posibles a utilizar en el dimensionamiento de la red, su costo por metro lineal (incluye transporte y colocación)<sup>1</sup> y límites de velocidad, solo se agrega un par de columnas en las que aparece el gasto mínimo y el máximo que pueden ser conducidos por los diferentes diámetros comerciales de acuerdo con la ecuación general de gasto (1.1) y sus velocidades mínima y máxima, respectivamente. Esto se aprecia en la tabla No. 38.

**Tabla No. 38.- Gastos de conducción para los diámetros comerciales disponibles.**

Diámetro (in)	Diámetro (mm)	Precio (\$/m)	V <sub>min.</sub> (m/s)	Q <sub>min.</sub> (m <sup>3</sup> /s)	V <sub>máx.</sub> (m/s)	Q <sub>máx.</sub> (m <sup>3</sup> /s)
4	101.60	240.37	0.30	0.0024	2.00	0.0162
6	152.40	357.62	0.30	0.0055	2.00	0.0365
8	203.20	703.13	0.30	0.0097	2.00	0.0649
10	254.00	896.47	0.30	0.0152	2.00	0.1013
12	304.80	1127.85	0.35	0.0255	2.50	0.1824
14	355.60	1359.23	0.35	0.0348	2.50	0.2483
16	406.40	1590.61	0.35	0.0454	2.50	0.3243
18	457.20	1821.99	0.35	0.0575	2.50	0.4104
20	508.00	2053.37	0.40	0.0811	2.85	0.5776
22	558.80	2284.75	0.40	0.0981	2.85	0.6990
24	609.60	2516.13	0.40	0.1167	2.85	0.8318
26	660.40	2747.51	0.40	0.1370	2.85	0.9762
28	711.20	2978.89	0.45	0.1788	3.00	1.1918
30	762.00	3210.27	0.45	0.2052	3.00	1.3681
32	812.80	3441.65	0.45	0.2335	3.00	1.5566
34	863.60	3673.03	0.45	0.2636	3.00	1.7573
36	914.40	3904.41	0.50	0.3283	3.50	2.2984

El rango de diámetros admisibles que pueden formar cada uno de los tramos de la red están contemplados entre un diámetro mínimo y un diámetro máximo que se establece al momento de buscar en las columnas de gasto máximo y gasto mínimo de la tabla No. 38, respectivamente, el dato de gasto de diseño que transportará el tramo. Es común que el gasto de diseño se halle entre dos valores correspondientes a dos diámetros, para el caso, de gasto máximo-diámetro mínimo se selecciona el diámetro mayor para que no se supere el límite de

<sup>1</sup> Precios tomados de Construmática.



velocidad máxima. En el caso de gasto mínimo-diámetro máximo se selecciona el menor para no rebasar el límite de velocidad mínima. Siguiendo este procedimiento en la Tabla no. 39 se indican los diámetros mínimo y máximo de cada tramo de la red y sus valores del número de diámetros admisibles por tramo se muestran en la Tabla no. 40, obtenidos al considerar  $D_{min}$  y  $D_{máx}$  y contando cuantos datos existen entre estos dos valores extremos, incluyéndose a sí mismos.

Tabla No. 39.- Definición de la red.

Tramo	Gasto (lps)	$D_{min.}$ (mm)	$D_{máx.}$ (mm)	No de diámetros admisibles
1	0.067	254.00	508.00	6
2	0.067	254.00	508.00	6
3	0.067	254.00	508.00	6
4	0.200	355.60	762.00	9
5	0.067	254.00	508.00	6
6	0.067	254.00	508.00	6
7	0.067	254.00	508.00	6
8	0.200	355.60	762.00	9
9	0.133	304.80	609.60	7
10	0.067	254.00	508.00	6
11	0.067	254.00	508.00	6
12	0.133	304.80	609.60	7
13	0.067	254.00	508.00	6
14	0.067	254.00	508.00	6
15	0.067	254.00	508.00	6
16	0.067	254.00	508.00	6
17	0.067	254.00	508.00	6
18	0.067	254.00	508.00	6
19	0.067	254.00	508.00	6
20	0.133	304.80	609.60	7
21	0.067	254.00	508.00	6
22	0.067	254.00	508.00	6
23	0.067	254.00	508.00	6
24	0.067	254.00	508.00	6
25	0.067	254.00	508.00	6
26	0.067	254.00	508.00	6
27	0.067	254.00	508.00	6



En la construcción de la Tabla No. 40 se recomienda considerar un número constante de diámetros admisibles en todos los tramos, pero como por lo regular no sucederá así, entonces hay que determinar cuál es el número más grande de diámetros admisibles por tramo en toda la red, en este caso resulto ser de nueve, y luego para todos los tramos cuyo número de diámetros admisibles es inferior al más grande, se les completa considerando diámetros de magnitud igual a cero con un costo asociado muy elevado (Tabla No. 41), para que tales diámetros nunca formen parte de la solución óptima.

**Tabla No. 40- Diámetros que resultan por tramo.**

Tramo	D <sub>1</sub> (mm)	D <sub>2</sub> (mm)	D <sub>3</sub> (mm)	D <sub>4</sub> (mm)	D <sub>5</sub> (mm)	D <sub>6</sub> (mm)	D <sub>7</sub> (mm)	D <sub>8</sub> (mm)	D <sub>9</sub> (mm)
1	254.00	304.80	355.60	406.40	457.20	508.00	0	0	0
2	254.00	304.80	355.60	406.40	457.20	508.00	0	0	0
3	254.00	304.80	355.60	406.40	457.20	508.00	0	0	0
4	355.60	406.40	457.20	508.00	558.80	609.60	660.40	711.20	762.00
5	254.00	304.80	355.60	406.40	457.20	508.00	0	0	0
6	254.00	304.80	355.60	406.40	457.20	508.00	0	0	0
7	254.00	304.80	355.60	406.40	457.20	508.00	0	0	0
8	355.60	406.40	457.20	508.00	558.80	609.60	660.40	711.20	762.00
9	304.80	355.60	406.40	457.20	508.00	558.80	609.60	0	0
10	254.00	304.80	355.60	406.40	457.20	508.00	0	0	0
11	254.00	304.80	355.60	406.40	457.20	508.00	0	0	0
12	304.80	355.60	406.40	457.20	508.00	558.80	609.60	0	0
13	254.00	304.80	355.60	406.40	457.20	508.00	0	0	0
14	254.00	304.80	355.60	406.40	457.20	508.00	0	0	0
15	254.00	304.80	355.60	406.40	457.20	508.00	0	0	0
16	254.00	304.80	355.60	406.40	457.20	508.00	0	0	0
17	254.00	304.80	355.60	406.40	457.20	508.00	0	0	0
18	254.00	304.80	355.60	406.40	457.20	508.00	0	0	0
19	254.00	304.80	355.60	406.40	457.20	508.00	0	0	0
20	304.80	355.60	406.40	457.20	508.00	558.80	609.60	0	0
21	254.00	304.80	355.60	406.40	457.20	508.00	0	0	0
22	254.00	304.80	355.60	406.40	457.20	508.00	0	0	0
23	254.00	304.80	355.60	406.40	457.20	508.00	0	0	0
24	254.00	304.80	355.60	406.40	457.20	508.00	0	0	0
25	254.00	304.80	355.60	406.40	457.20	508.00	0	0	0
26	254.00	304.80	355.60	406.40	457.20	508.00	0	0	0
27	254.00	304.80	355.60	406.40	457.20	508.00	0	0	0



Ahora se compone la misma Tabla No. 40 pero en vez de incluir el diámetro se coloca el costo asociado al mismo y su resultado se observa en la Tabla No. 41. Por ejemplo, el tramo TR9 necesita solo 7 diámetros por lo que se le asocio al diámetro  $D_8$  y  $D_9$  un costo elevado que no corresponde al dado por el fabricante, esto con la intención de que dicho diámetro no forme parte de la solución, como ya se había expresado anteriormente.

**Tabla No. 41- Costos de los diámetros que resultan por tramo.**

Tramo	$D_1$ (\$/m)	$D_2$ (\$/m)	$D_3$ (\$/m)	$D_4$ (\$/m)	$D_5$ (\$/m)	$D_6$ (\$/m)	$D_7$ (\$/m)	$D_8$ (\$/m)	$D_9$ (\$/m)
1	896.47	1,127.85	1,359.23	1,590.61	1,821.99	2,053.37	9,000.00	10,000.00	11,000.00
2	896.47	1,127.85	1,359.23	1,590.61	1,821.99	2,053.37	9,000.00	10,000.00	11,000.00
3	896.47	1,127.85	1,359.23	1,590.61	1,821.99	2,053.37	9,000.00	10,000.00	11,000.00
4	1,359.23	1,590.61	1,821.99	2,053.37	2,284.75	2,516.13	2,747.51	2,978.89	3,210.27
5	896.47	1,127.85	1,359.23	1,590.61	1,821.99	2,053.37	9,000.00	10,000.00	11,000.00
6	896.47	1,127.85	1,359.23	1,590.61	1,821.99	2,053.37	9,000.00	10,000.00	11,000.00
7	896.47	1,127.85	1,359.23	1,590.61	1,821.99	2,053.37	9,000.00	10,000.00	11,000.00
8	1,359.23	1,590.61	1,821.99	2,053.37	2,284.75	2,516.13	2,747.51	2,978.89	3,210.27
9	1,127.85	1,359.23	1,590.61	1,821.99	2,053.37	2,284.75	2,516.13	10,000.00	11,000.00
10	896.47	1,127.85	1,359.23	1,590.61	1,821.99	2,053.37	9,000.00	10,000.00	11,000.00
11	896.47	1,127.85	1,359.23	1,590.61	1,821.99	2,053.37	9,000.00	10,000.00	11,000.00
12	1,127.85	1,359.23	1,590.61	1,821.99	2,053.37	2,284.75	2,516.13	10,000.00	11,000.00
13	896.47	1,127.85	1,359.23	1,590.61	1,821.99	2,053.37	9,000.00	10,000.00	11,000.00
14	896.47	1,127.85	1,359.23	1,590.61	1,821.99	2,053.37	9,000.00	10,000.00	11,000.00
15	896.47	1,127.85	1,359.23	1,590.61	1,821.99	2,053.37	9,000.00	10,000.00	11,000.00
16	896.47	1,127.85	1,359.23	1,590.61	1,821.99	2,053.37	9,000.00	10,000.00	11,000.00
17	896.47	1,127.85	1,359.23	1,590.61	1,821.99	2,053.37	9,000.00	10,000.00	11,000.00
18	896.47	1,127.85	1,359.23	1,590.61	1,821.99	2,053.37	9,000.00	10,000.00	11,000.00
19	896.47	1,127.85	1,359.23	1,590.61	1,821.99	2,053.37	9,000.00	10,000.00	11,000.00
20	1,127.85	1,359.23	1,590.61	1,821.99	2,053.37	2,284.75	2,516.13	10,000.00	11,000.00
21	896.47	1,127.85	1,359.23	1,590.61	1,821.99	2,053.37	9,000.00	10,000.00	11,000.00
22	896.47	1,127.85	1,359.23	1,590.61	1,821.99	2,053.37	9,000.00	10,000.00	11,000.00
23	896.47	1,127.85	1,359.23	1,590.61	1,821.99	2,053.37	9,000.00	10,000.00	11,000.00
24	896.47	1,127.85	1,359.23	1,590.61	1,821.99	2,053.37	9,000.00	10,000.00	11,000.00
25	896.47	1,127.85	1,359.23	1,590.61	1,821.99	2,053.37	9,000.00	10,000.00	11,000.00
26	896.47	1,127.85	1,359.23	1,590.61	1,821.99	2,053.37	9,000.00	10,000.00	11,000.00
27	896.47	1,127.85	1,359.23	1,590.61	1,821.99	2,053.37	9,000.00	10,000.00	11,000.00



**Función objetivo para el costo global de la tubería.**

Se formará la función objetivo (ver tabla No. 42) según lo indica la ecuación (3.14) y resulta ser la siguiente:

**Tabla No. 42- Función que expresa el costo global de la red.**

CG=	896.47	$l_{11}$	+	1,127.85	$l_{12}$	+	1,359.23	$l_{13}$	+	1,590.61	$l_{14}$	+	1,821.99	$l_{15}$	+	2,053.37	$l_{16}$	+	9,000.00	$l_{17}$	+	10,000.00	$l_{18}$	+	11,000.00	$l_{19}$	
	+	896.47	$l_{21}$	+	1,127.85	$l_{22}$	+	1,359.23	$l_{23}$	+	1,590.61	$l_{24}$	+	1,821.99	$l_{25}$	+	2,053.37	$l_{26}$	+	9,000.00	$l_{27}$	+	10,000.00	$l_{28}$	+	11,000.00	$l_{29}$
	+	896.47	$l_{31}$	+	1,127.85	$l_{32}$	+	1,359.23	$l_{33}$	+	1,590.61	$l_{34}$	+	1,821.99	$l_{35}$	+	2,053.37	$l_{36}$	+	9,000.00	$l_{37}$	+	10,000.00	$l_{38}$	+	11,000.00	$l_{39}$
	+	1,359.23	$l_{41}$	+	1,590.61	$l_{42}$	+	1,821.99	$l_{43}$	+	2,053.37	$l_{44}$	+	2,284.75	$l_{45}$	+	2,516.13	$l_{46}$	+	2,747.51	$l_{47}$	+	2,978.89	$l_{48}$	+	3,210.27	$l_{49}$
	+	896.47	$l_{51}$	+	1,127.85	$l_{52}$	+	1,359.23	$l_{53}$	+	1,590.61	$l_{54}$	+	1,821.99	$l_{55}$	+	2,053.37	$l_{56}$	+	9,000.00	$l_{57}$	+	10,000.00	$l_{58}$	+	11,000.00	$l_{59}$
	+	896.47	$l_{61}$	+	1,127.85	$l_{62}$	+	1,359.23	$l_{63}$	+	1,590.61	$l_{64}$	+	1,821.99	$l_{65}$	+	2,053.37	$l_{66}$	+	9,000.00	$l_{67}$	+	10,000.00	$l_{68}$	+	11,000.00	$l_{69}$
	+	896.47	$l_{71}$	+	1,127.85	$l_{72}$	+	1,359.23	$l_{73}$	+	1,590.61	$l_{74}$	+	1,821.99	$l_{75}$	+	2,053.37	$l_{76}$	+	9,000.00	$l_{77}$	+	10,000.00	$l_{78}$	+	11,000.00	$l_{79}$
	+	1,359.23	$l_{81}$	+	1,590.61	$l_{82}$	+	1,821.99	$l_{83}$	+	2,053.37	$l_{84}$	+	2,284.75	$l_{85}$	+	2,516.13	$l_{86}$	+	2,747.51	$l_{87}$	+	2,978.89	$l_{88}$	+	3,210.27	$l_{89}$
	+	1,127.85	$l_{91}$	+	1,359.23	$l_{92}$	+	1,590.61	$l_{93}$	+	1,821.99	$l_{94}$	+	2,053.37	$l_{95}$	+	2,284.75	$l_{96}$	+	2,516.13	$l_{97}$	+	10,000.00	$l_{98}$	+	11,000.00	$l_{99}$
	+	896.47	$l_{101}$	+	1,127.85	$l_{102}$	+	1,359.23	$l_{103}$	+	1,590.61	$l_{104}$	+	1,821.99	$l_{105}$	+	2,053.37	$l_{106}$	+	9,000.00	$l_{107}$	+	10,000.00	$l_{108}$	+	11,000.00	$l_{109}$
	+	896.47	$l_{111}$	+	1,127.85	$l_{112}$	+	1,359.23	$l_{113}$	+	1,590.61	$l_{114}$	+	1,821.99	$l_{115}$	+	2,053.37	$l_{116}$	+	9,000.00	$l_{117}$	+	10,000.00	$l_{118}$	+	11,000.00	$l_{119}$
	+	1,127.85	$l_{121}$	+	1,359.23	$l_{122}$	+	1,590.61	$l_{123}$	+	1,821.99	$l_{124}$	+	2,053.37	$l_{125}$	+	2,284.75	$l_{126}$	+	2,516.13	$l_{127}$	+	10,000.00	$l_{128}$	+	11,000.00	$l_{129}$
	+	896.47	$l_{131}$	+	1,127.85	$l_{132}$	+	1,359.23	$l_{133}$	+	1,590.61	$l_{134}$	+	1,821.99	$l_{135}$	+	2,053.37	$l_{136}$	+	9,000.00	$l_{137}$	+	10,000.00	$l_{138}$	+	11,000.00	$l_{139}$
	+	896.47	$l_{141}$	+	1,127.85	$l_{142}$	+	1,359.23	$l_{143}$	+	1,590.61	$l_{144}$	+	1,821.99	$l_{145}$	+	2,053.37	$l_{146}$	+	9,000.00	$l_{147}$	+	10,000.00	$l_{148}$	+	11,000.00	$l_{149}$
	+	896.47	$l_{151}$	+	1,127.85	$l_{152}$	+	1,359.23	$l_{153}$	+	1,590.61	$l_{154}$	+	1,821.99	$l_{155}$	+	2,053.37	$l_{156}$	+	9,000.00	$l_{157}$	+	10,000.00	$l_{158}$	+	11,000.00	$l_{159}$
	+	896.47	$l_{161}$	+	1,127.85	$l_{162}$	+	1,359.23	$l_{163}$	+	1,590.61	$l_{164}$	+	1,821.99	$l_{165}$	+	2,053.37	$l_{166}$	+	9,000.00	$l_{167}$	+	10,000.00	$l_{168}$	+	11,000.00	$l_{169}$
	+	896.47	$l_{171}$	+	1,127.85	$l_{172}$	+	1,359.23	$l_{173}$	+	1,590.61	$l_{174}$	+	1,821.99	$l_{175}$	+	2,053.37	$l_{176}$	+	9,000.00	$l_{177}$	+	10,000.00	$l_{178}$	+	11,000.00	$l_{179}$
	+	896.47	$l_{181}$	+	1,127.85	$l_{182}$	+	1,359.23	$l_{183}$	+	1,590.61	$l_{184}$	+	1,821.99	$l_{185}$	+	2,053.37	$l_{186}$	+	9,000.00	$l_{187}$	+	10,000.00	$l_{188}$	+	11,000.00	$l_{189}$
	+	896.47	$l_{191}$	+	1,127.85	$l_{192}$	+	1,359.23	$l_{193}$	+	1,590.61	$l_{194}$	+	1,821.99	$l_{195}$	+	2,053.37	$l_{196}$	+	9,000.00	$l_{197}$	+	10,000.00	$l_{198}$	+	11,000.00	$l_{199}$
	+	1,127.85	$l_{201}$	+	1,359.23	$l_{202}$	+	1,590.61	$l_{203}$	+	1,821.99	$l_{204}$	+	2,053.37	$l_{205}$	+	2,284.75	$l_{206}$	+	2,516.13	$l_{207}$	+	10,000.00	$l_{208}$	+	11,000.00	$l_{209}$
	+	896.47	$l_{211}$	+	1,127.85	$l_{212}$	+	1,359.23	$l_{213}$	+	1,590.61	$l_{214}$	+	1,821.99	$l_{215}$	+	2,053.37	$l_{216}$	+	9,000.00	$l_{217}$	+	10,000.00	$l_{218}$	+	11,000.00	$l_{219}$
	+	896.47	$l_{221}$	+	1,127.85	$l_{222}$	+	1,359.23	$l_{223}$	+	1,590.61	$l_{224}$	+	1,821.99	$l_{225}$	+	2,053.37	$l_{226}$	+	9,000.00	$l_{227}$	+	10,000.00	$l_{228}$	+	11,000.00	$l_{229}$
	+	896.47	$l_{231}$	+	1,127.85	$l_{232}$	+	1,359.23	$l_{233}$	+	1,590.61	$l_{234}$	+	1,821.99	$l_{235}$	+	2,053.37	$l_{236}$	+	9,000.00	$l_{237}$	+	10,000.00	$l_{238}$	+	11,000.00	$l_{239}$
	+	896.47	$l_{241}$	+	1,127.85	$l_{242}$	+	1,359.23	$l_{243}$	+	1,590.61	$l_{244}$	+	1,821.99	$l_{245}$	+	2,053.37	$l_{246}$	+	9,000.00	$l_{247}$	+	10,000.00	$l_{248}$	+	11,000.00	$l_{249}$
	+	896.47	$l_{251}$	+	1,127.85	$l_{252}$	+	1,359.23	$l_{253}$	+	1,590.61	$l_{254}$	+	1,821.99	$l_{255}$	+	2,053.37	$l_{256}$	+	9,000.00	$l_{257}$	+	10,000.00	$l_{258}$	+	11,000.00	$l_{259}$
	+	896.47	$l_{261}$	+	1,127.85	$l_{262}$	+	1,359.23	$l_{263}$	+	1,590.61	$l_{264}$	+	1,821.99	$l_{265}$	+	2,053.37	$l_{266}$	+	9,000.00	$l_{267}$	+	10,000.00	$l_{268}$	+	11,000.00	$l_{269}$
	+	896.47	$l_{271}$	+	1,127.85	$l_{272}$	+	1,359.23	$l_{273}$	+	1,590.61	$l_{274}$	+	1,821.99	$l_{275}$	+	2,053.37	$l_{276}$	+	9,000.00	$l_{277}$	+	10,000.00	$l_{278}$	+	11,000.00	$l_{279}$



Sujeta a las siguientes:

**Restricciones de la función objetivo.**

1º. Restricción en términos de la expresión (3.15), referente a la longitud de cada tramo. Ver Tabla no. 43.

2º. Restricción proporcionada por la expresión (3.17), referente a la presión mínima de las tomas (nudos con servicio) auxiliándose con la ecuación (3.18). Ver tablas 44 y 45.

**Tabla No. 43.- Restricciones de longitudes.**

$l_{11}$	+	$l_{12}$	+	$l_{13}$	+	$l_{14}$	+	$l_{15}$	+	$l_{16}$	+	$l_{17}$	+	$l_{18}$	+	$l_{19}$	=	100.00
$l_{21}$	+	$l_{22}$	+	$l_{23}$	+	$l_{24}$	+	$l_{25}$	+	$l_{26}$	+	$l_{27}$	+	$l_{28}$	+	$l_{29}$	=	150.00
$l_{31}$	+	$l_{32}$	+	$l_{33}$	+	$l_{34}$	+	$l_{35}$	+	$l_{36}$	+	$l_{37}$	+	$l_{38}$	+	$l_{39}$	=	200.00
$l_{41}$	+	$l_{42}$	+	$l_{43}$	+	$l_{44}$	+	$l_{45}$	+	$l_{46}$	+	$l_{47}$	+	$l_{48}$	+	$l_{49}$	=	200.00
$l_{51}$	+	$l_{52}$	+	$l_{53}$	+	$l_{54}$	+	$l_{55}$	+	$l_{56}$	+	$l_{57}$	+	$l_{58}$	+	$l_{59}$	=	200.00
$l_{61}$	+	$l_{62}$	+	$l_{63}$	+	$l_{64}$	+	$l_{65}$	+	$l_{66}$	+	$l_{67}$	+	$l_{68}$	+	$l_{69}$	=	200.00
$l_{71}$	+	$l_{72}$	+	$l_{73}$	+	$l_{74}$	+	$l_{75}$	+	$l_{76}$	+	$l_{77}$	+	$l_{78}$	+	$l_{79}$	=	200.00
$l_{81}$	+	$l_{82}$	+	$l_{83}$	+	$l_{84}$	+	$l_{85}$	+	$l_{86}$	+	$l_{87}$	+	$l_{88}$	+	$l_{89}$	=	200.00
$l_{91}$	+	$l_{92}$	+	$l_{93}$	+	$l_{94}$	+	$l_{95}$	+	$l_{96}$	+	$l_{97}$	+	$l_{98}$	+	$l_{99}$	=	100.00
$l_{101}$	+	$l_{102}$	+	$l_{103}$	+	$l_{104}$	+	$l_{105}$	+	$l_{106}$	+	$l_{107}$	+	$l_{108}$	+	$l_{109}$	=	150.00
$l_{111}$	+	$l_{112}$	+	$l_{113}$	+	$l_{114}$	+	$l_{115}$	+	$l_{116}$	+	$l_{117}$	+	$l_{118}$	+	$l_{119}$	=	200.00
$l_{121}$	+	$l_{122}$	+	$l_{123}$	+	$l_{124}$	+	$l_{125}$	+	$l_{126}$	+	$l_{127}$	+	$l_{128}$	+	$l_{129}$	=	200.00
$l_{131}$	+	$l_{132}$	+	$l_{133}$	+	$l_{134}$	+	$l_{135}$	+	$l_{136}$	+	$l_{137}$	+	$l_{138}$	+	$l_{139}$	=	112.50
$l_{141}$	+	$l_{142}$	+	$l_{143}$	+	$l_{144}$	+	$l_{145}$	+	$l_{146}$	+	$l_{147}$	+	$l_{148}$	+	$l_{149}$	=	112.50
$l_{151}$	+	$l_{152}$	+	$l_{153}$	+	$l_{154}$	+	$l_{155}$	+	$l_{156}$	+	$l_{157}$	+	$l_{158}$	+	$l_{159}$	=	180.00
$l_{161}$	+	$l_{162}$	+	$l_{163}$	+	$l_{164}$	+	$l_{165}$	+	$l_{166}$	+	$l_{167}$	+	$l_{168}$	+	$l_{169}$	=	180.00
$l_{171}$	+	$l_{172}$	+	$l_{173}$	+	$l_{174}$	+	$l_{175}$	+	$l_{176}$	+	$l_{177}$	+	$l_{178}$	+	$l_{179}$	=	135.00
$l_{181}$	+	$l_{182}$	+	$l_{183}$	+	$l_{184}$	+	$l_{185}$	+	$l_{186}$	+	$l_{187}$	+	$l_{188}$	+	$l_{189}$	=	135.00
$l_{191}$	+	$l_{192}$	+	$l_{193}$	+	$l_{194}$	+	$l_{195}$	+	$l_{196}$	+	$l_{197}$	+	$l_{198}$	+	$l_{199}$	=	135.00
$l_{201}$	+	$l_{202}$	+	$l_{203}$	+	$l_{204}$	+	$l_{205}$	+	$l_{206}$	+	$l_{207}$	+	$l_{208}$	+	$l_{209}$	=	100.00
$l_{211}$	+	$l_{212}$	+	$l_{213}$	+	$l_{214}$	+	$l_{215}$	+	$l_{216}$	+	$l_{217}$	+	$l_{218}$	+	$l_{219}$	=	185.21
$l_{221}$	+	$l_{222}$	+	$l_{223}$	+	$l_{224}$	+	$l_{225}$	+	$l_{226}$	+	$l_{227}$	+	$l_{228}$	+	$l_{229}$	=	183.52
$l_{231}$	+	$l_{232}$	+	$l_{233}$	+	$l_{234}$	+	$l_{235}$	+	$l_{236}$	+	$l_{237}$	+	$l_{238}$	+	$l_{239}$	=	122.35
$l_{241}$	+	$l_{242}$	+	$l_{243}$	+	$l_{244}$	+	$l_{245}$	+	$l_{246}$	+	$l_{247}$	+	$l_{248}$	+	$l_{249}$	=	160.04
$l_{251}$	+	$l_{252}$	+	$l_{253}$	+	$l_{254}$	+	$l_{255}$	+	$l_{256}$	+	$l_{257}$	+	$l_{258}$	+	$l_{259}$	=	153.87
$l_{261}$	+	$l_{262}$	+	$l_{263}$	+	$l_{264}$	+	$l_{265}$	+	$l_{266}$	+	$l_{267}$	+	$l_{268}$	+	$l_{269}$	=	153.87
$l_{271}$	+	$l_{272}$	+	$l_{273}$	+	$l_{274}$	+	$l_{275}$	+	$l_{276}$	+	$l_{277}$	+	$l_{278}$	+	$l_{279}$	=	153.87





**Tabla no. 44.- Pérdidas de carga unitaria total en cada uno de los tramos de la red.**

Tramo	$i_1$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	$i_5$	$i_6$	$i_7$	$i_8$	$i_9$
1	0.00634	0.00261	0.00123	0.00064	0.00036	0.00022	0.00000	0.00000	0.00000
2	0.00634	0.00261	0.00123	0.00064	0.00036	0.00022	0.00000	0.00000	0.00000
3	0.00634	0.00261	0.00123	0.00064	0.00036	0.00022	0.00000	0.00000	0.00000
4	0.00940	0.00490	0.00276	0.00165	0.00104	0.00068	0.00046	0.00032	0.00023
5	0.00634	0.00261	0.00123	0.00064	0.00036	0.00022	0.00000	0.00000	0.00000
6	0.00634	0.00261	0.00123	0.00064	0.00036	0.00022	0.00000	0.00000	0.00000
7	0.00634	0.00261	0.00123	0.00064	0.00036	0.00022	0.00000	0.00000	0.00000
8	0.00940	0.00490	0.00276	0.00165	0.00104	0.00068	0.00046	0.00032	0.00023
9	0.00940	0.00444	0.00232	0.00130	0.00078	0.00049	0.00032	0.00000	0.00000
10	0.00634	0.00261	0.00123	0.00064	0.00036	0.00022	0.00000	0.00000	0.00000
11	0.00634	0.00261	0.00123	0.00064	0.00036	0.00022	0.00000	0.00000	0.00000
12	0.00940	0.00444	0.00232	0.00130	0.00078	0.00049	0.00032	0.00000	0.00000
13	0.00634	0.00261	0.00123	0.00064	0.00036	0.00022	0.00000	0.00000	0.00000
14	0.00634	0.00261	0.00123	0.00064	0.00036	0.00022	0.00000	0.00000	0.00000
15	0.00634	0.00261	0.00123	0.00064	0.00036	0.00022	0.00000	0.00000	0.00000
16	0.00634	0.00261	0.00123	0.00064	0.00036	0.00022	0.00000	0.00000	0.00000
17	0.00634	0.00261	0.00123	0.00064	0.00036	0.00022	0.00000	0.00000	0.00000
18	0.00634	0.00261	0.00123	0.00064	0.00036	0.00022	0.00000	0.00000	0.00000
19	0.00634	0.00261	0.00123	0.00064	0.00036	0.00022	0.00000	0.00000	0.00000
20	0.00940	0.00444	0.00232	0.00130	0.00078	0.00049	0.00032	0.00000	0.00000
21	0.00634	0.00261	0.00123	0.00064	0.00036	0.00022	0.00000	0.00000	0.00000
22	0.00634	0.00261	0.00123	0.00064	0.00036	0.00022	0.00000	0.00000	0.00000
23	0.00634	0.00261	0.00123	0.00064	0.00036	0.00022	0.00000	0.00000	0.00000
24	0.00634	0.00261	0.00123	0.00064	0.00036	0.00022	0.00000	0.00000	0.00000
25	0.00634	0.00261	0.00123	0.00064	0.00036	0.00022	0.00000	0.00000	0.00000
26	0.00634	0.00261	0.00123	0.00064	0.00036	0.00022	0.00000	0.00000	0.00000
27	0.00634	0.00261	0.00123	0.00064	0.00036	0.00022	0.00000	0.00000	0.00000



**Tabla No. 45.- Restricciones de presión mínima en cada toma.**

Cota piezométrica de cabecera = 1048.50

**Arteria 1**

$$0.00634 \ l_{11} + 0.00261 \ l_{12} + 0.00123 \ l_{13} + 0.00064 \ l_{14} + 0.00036 \ l_{15} + 0.00022 \ l_{16} + 0.00000 \ l_{17} + 0.00000 \ l_{18} + 0.00000 \ l_{19} = 1.49 \ \mathbf{TR1}$$

**Arteria 1-2**

$$0.00634 \ l_{11} + 0.00261 \ l_{12} + 0.00123 \ l_{13} + 0.00064 \ l_{14} + 0.00036 \ l_{15} + 0.00022 \ l_{16} + 0.00000 \ l_{17} + 0.00000 \ l_{18} + 0.00000 \ l_{19} + \\ 0.00634 \ l_{21} + 0.00261 \ l_{22} + 0.00123 \ l_{23} + 0.00064 \ l_{24} + 0.00036 \ l_{25} + 0.00022 \ l_{26} + 0.00000 \ l_{27} + 0.00000 \ l_{28} + 0.00000 \ l_{29} = 2.58 \ \mathbf{TR2}$$

**Arteria 1-2-3**

$$0.00634 \ l_{11} + 0.00261 \ l_{12} + 0.00123 \ l_{13} + 0.00064 \ l_{14} + 0.00036 \ l_{15} + 0.00022 \ l_{16} + 0.00000 \ l_{17} + 0.00000 \ l_{18} + 0.00000 \ l_{19} + \\ 0.00634 \ l_{21} + 0.00261 \ l_{22} + 0.00123 \ l_{23} + 0.00064 \ l_{24} + 0.00036 \ l_{25} + 0.00022 \ l_{26} + 0.00000 \ l_{27} + 0.00000 \ l_{28} + 0.00000 \ l_{29} + \\ 0.00634 \ l_{31} + 0.00261 \ l_{32} + 0.00123 \ l_{33} + 0.00064 \ l_{34} + 0.00036 \ l_{35} + 0.00022 \ l_{36} + 0.00000 \ l_{37} + 0.00000 \ l_{38} + 0.00000 \ l_{39} = 3.96 \ \mathbf{TR3}$$

**Arteria 1-2-3-7**

$$0.00634 \ l_{11} + 0.00261 \ l_{12} + 0.00123 \ l_{13} + 0.00064 \ l_{14} + 0.00036 \ l_{15} + 0.00022 \ l_{16} + 0.00000 \ l_{17} + 0.00000 \ l_{18} + 0.00000 \ l_{19} + \\ 0.00634 \ l_{21} + 0.00261 \ l_{22} + 0.00123 \ l_{23} + 0.00064 \ l_{24} + 0.00036 \ l_{25} + 0.00022 \ l_{26} + 0.00000 \ l_{27} + 0.00000 \ l_{28} + 0.00000 \ l_{29} + \\ 0.00634 \ l_{31} + 0.00261 \ l_{32} + 0.00123 \ l_{33} + 0.00064 \ l_{34} + 0.00036 \ l_{35} + 0.00022 \ l_{36} + 0.00000 \ l_{37} + 0.00000 \ l_{38} + 0.00000 \ l_{39} + \\ 0.00634 \ l_{71} + 0.00261 \ l_{72} + 0.00123 \ l_{73} + 0.00064 \ l_{74} + 0.00036 \ l_{75} + 0.00022 \ l_{76} + 0.00000 \ l_{77} + 0.00000 \ l_{78} + 0.00000 \ l_{79} = 3.92 \ \mathbf{TR7}$$

**Arteria 1-2-6**

$$0.00634 \ l_{11} + 0.00261 \ l_{12} + 0.00123 \ l_{13} + 0.00064 \ l_{14} + 0.00036 \ l_{15} + 0.00022 \ l_{16} + 0.00000 \ l_{17} + 0.00000 \ l_{18} + 0.00000 \ l_{19} + \\ 0.00634 \ l_{21} + 0.00261 \ l_{22} + 0.00123 \ l_{23} + 0.00064 \ l_{24} + 0.00036 \ l_{25} + 0.00022 \ l_{26} + 0.00000 \ l_{27} + 0.00000 \ l_{28} + 0.00000 \ l_{29} + \\ 0.00634 \ l_{61} + 0.00261 \ l_{62} + 0.00123 \ l_{63} + 0.00064 \ l_{64} + 0.00036 \ l_{65} + 0.00022 \ l_{66} + 0.00000 \ l_{67} + 0.00000 \ l_{68} + 0.00000 \ l_{69} = 2.48 \ \mathbf{TR6}$$

**Arteria 1-5**

$$0.00634 \ l_{11} + 0.00261 \ l_{12} + 0.00123 \ l_{13} + 0.00064 \ l_{14} + 0.00036 \ l_{15} + 0.00022 \ l_{16} + 0.00000 \ l_{17} + 0.00000 \ l_{18} + 0.00000 \ l_{19} + \\ 0.00634 \ l_{51} + 0.00261 \ l_{52} + 0.00123 \ l_{53} + 0.00064 \ l_{54} + 0.00036 \ l_{55} + 0.00022 \ l_{56} + 0.00000 \ l_{57} + 0.00000 \ l_{58} + 0.00000 \ l_{59} = 1.39 \ \mathbf{TR5}$$

**Arteria 4**

$$0.00940 \ l_{41} + 0.00490 \ l_{42} + 0.00276 \ l_{43} + 0.00165 \ l_{44} + 0.00104 \ l_{45} + 0.00068 \ l_{46} + 0.00046 \ l_{47} + 0.00032 \ l_{48} + 0.00023 \ l_{49} = 0.48 \ \mathbf{TR4}$$



**Tabla No. 45.- Restricciones de presión mínima en cada toma (Continuación).**

**Arteria 4-8**

$$0.00940 \ l_{41} + 0.00490 \ l_{42} + 0.00276 \ l_{43} + 0.00165 \ l_{44} + 0.00104 \ l_{45} + 0.00068 \ l_{46} + 0.00046 \ l_{47} + 0.00032 \ l_{48} + 0.00023 \ l_{49} + 0.00940 \ l_{81} + 0.00490 \ l_{82} + 0.00276 \ l_{83} + 0.00165 \ l_{84} + 0.00104 \ l_{85} + 0.00068 \ l_{86} + 0.00046 \ l_{87} + 0.00032 \ l_{88} + 0.00023 \ l_{89} = 0.94 \quad \text{TR8}$$

**Arteria 4-8-9**

$$0.00940 \ l_{41} + 0.00490 \ l_{42} + 0.00276 \ l_{43} + 0.00165 \ l_{44} + 0.00104 \ l_{45} + 0.00068 \ l_{46} + 0.00046 \ l_{47} + 0.00032 \ l_{48} + 0.00023 \ l_{49} + 0.00940 \ l_{81} + 0.00490 \ l_{82} + 0.00276 \ l_{83} + 0.00165 \ l_{84} + 0.00104 \ l_{85} + 0.00068 \ l_{86} + 0.00046 \ l_{87} + 0.00032 \ l_{88} + 0.00023 \ l_{89} + 0.00940 \ l_{91} + 0.00444 \ l_{92} + 0.00232 \ l_{93} + 0.00130 \ l_{94} + 0.00078 \ l_{95} + 0.00049 \ l_{96} + 0.00032 \ l_{97} + 0.00000 \ l_{98} + 0.00000 \ l_{99} = 1.66 \quad \text{TR9}$$

**Arteria 4-8-9-10**

$$0.00940 \ l_{41} + 0.00490 \ l_{42} + 0.00276 \ l_{43} + 0.00165 \ l_{44} + 0.00104 \ l_{45} + 0.00068 \ l_{46} + 0.00046 \ l_{47} + 0.00032 \ l_{48} + 0.00023 \ l_{49} + 0.00940 \ l_{81} + 0.00490 \ l_{82} + 0.00276 \ l_{83} + 0.00165 \ l_{84} + 0.00104 \ l_{85} + 0.00068 \ l_{86} + 0.00046 \ l_{87} + 0.00032 \ l_{88} + 0.00023 \ l_{89} + 0.00940 \ l_{91} + 0.00444 \ l_{92} + 0.00232 \ l_{93} + 0.00130 \ l_{94} + 0.00078 \ l_{95} + 0.00049 \ l_{96} + 0.00032 \ l_{97} + 0.00000 \ l_{98} + 0.00000 \ l_{99} + 0.00634 \ l_{101} + 0.00261 \ l_{102} + 0.00123 \ l_{103} + 0.00064 \ l_{104} + 0.00036 \ l_{105} + 0.00022 \ l_{106} + 0.00000 \ l_{107} + 0.00000 \ l_{108} + 0.00000 \ l_{109} = 2.66 \quad \text{TR10}$$

**Arteria 4-8-9-10-11**

$$0.00940 \ l_{41} + 0.00490 \ l_{42} + 0.00276 \ l_{43} + 0.00165 \ l_{44} + 0.00104 \ l_{45} + 0.00068 \ l_{46} + 0.00046 \ l_{47} + 0.00032 \ l_{48} + 0.00023 \ l_{49} + 0.00940 \ l_{81} + 0.00490 \ l_{82} + 0.00276 \ l_{83} + 0.00165 \ l_{84} + 0.00104 \ l_{85} + 0.00068 \ l_{86} + 0.00046 \ l_{87} + 0.00032 \ l_{88} + 0.00023 \ l_{89} + 0.00940 \ l_{91} + 0.00444 \ l_{92} + 0.00232 \ l_{93} + 0.00130 \ l_{94} + 0.00078 \ l_{95} + 0.00049 \ l_{96} + 0.00032 \ l_{97} + 0.00000 \ l_{98} + 0.00000 \ l_{99} + 0.00634 \ l_{101} + 0.00261 \ l_{102} + 0.00123 \ l_{103} + 0.00064 \ l_{104} + 0.00036 \ l_{105} + 0.00022 \ l_{106} + 0.00000 \ l_{107} + 0.00000 \ l_{108} + 0.00000 \ l_{109} + 0.00634 \ l_{111} + 0.00261 \ l_{112} + 0.00123 \ l_{113} + 0.00064 \ l_{114} + 0.00036 \ l_{115} + 0.00022 \ l_{116} + 0.00000 \ l_{117} + 0.00000 \ l_{118} + 0.00000 \ l_{119} = 4.06 \quad \text{TR11}$$

**Arteria 4-8-9-10-11-17**

$$0.00940 \ l_{41} + 0.00490 \ l_{42} + 0.00276 \ l_{43} + 0.00165 \ l_{44} + 0.00104 \ l_{45} + 0.00068 \ l_{46} + 0.00046 \ l_{47} + 0.00032 \ l_{48} + 0.00023 \ l_{49} + 0.00940 \ l_{81} + 0.00490 \ l_{82} + 0.00276 \ l_{83} + 0.00165 \ l_{84} + 0.00104 \ l_{85} + 0.00068 \ l_{86} + 0.00046 \ l_{87} + 0.00032 \ l_{88} + 0.00023 \ l_{89} + 0.00940 \ l_{91} + 0.00444 \ l_{92} + 0.00232 \ l_{93} + 0.00130 \ l_{94} + 0.00078 \ l_{95} + 0.00049 \ l_{96} + 0.00032 \ l_{97} + 0.00000 \ l_{98} + 0.00000 \ l_{99} + 0.00634 \ l_{101} + 0.00261 \ l_{102} + 0.00123 \ l_{103} + 0.00064 \ l_{104} + 0.00036 \ l_{105} + 0.00022 \ l_{106} + 0.00000 \ l_{107} + 0.00000 \ l_{108} + 0.00000 \ l_{109} + 0.00634 \ l_{111} + 0.00261 \ l_{112} + 0.00123 \ l_{113} + 0.00064 \ l_{114} + 0.00036 \ l_{115} + 0.00022 \ l_{116} + 0.00000 \ l_{117} + 0.00000 \ l_{118} + 0.00000 \ l_{119} + 0.00634 \ l_{171} + 0.00261 \ l_{172} + 0.00123 \ l_{173} + 0.00064 \ l_{174} + 0.00036 \ l_{175} + 0.00022 \ l_{176} + 0.00000 \ l_{177} + 0.00000 \ l_{178} + 0.00000 \ l_{179} = 4.43 \quad \text{TR17}$$



**Tabla No. 45.- Restricciones de presión mínima en cada toma (Continuación).**

**Arteria 4-8-9-10-11-17-18**

0.00940	l <sub>41</sub>	+	0.00490	l <sub>42</sub>	+	0.00276	l <sub>43</sub>	+	0.00165	l <sub>44</sub>	+	0.00104	l <sub>45</sub>	+	0.00068	l <sub>46</sub>	+	0.00046	l <sub>47</sub>	+	0.00032	l <sub>48</sub>	+	0.00023	l <sub>49</sub>	+
0.00940	l <sub>81</sub>	+	0.00490	l <sub>82</sub>	+	0.00276	l <sub>83</sub>	+	0.00165	l <sub>84</sub>	+	0.00104	l <sub>85</sub>	+	0.00068	l <sub>86</sub>	+	0.00046	l <sub>87</sub>	+	0.00032	l <sub>88</sub>	+	0.00023	l <sub>89</sub>	+
0.00940	l <sub>91</sub>	+	0.00444	l <sub>92</sub>	+	0.00232	l <sub>93</sub>	+	0.00130	l <sub>94</sub>	+	0.00078	l <sub>95</sub>	+	0.00049	l <sub>96</sub>	+	0.00032	l <sub>97</sub>	+	0.00000	l <sub>98</sub>	+	0.00000	l <sub>99</sub>	+
0.00634	l <sub>101</sub>	+	0.00261	l <sub>102</sub>	+	0.00123	l <sub>103</sub>	+	0.00064	l <sub>104</sub>	+	0.00036	l <sub>105</sub>	+	0.00022	l <sub>106</sub>	+	0.00000	l <sub>107</sub>	+	0.00000	l <sub>108</sub>	+	0.00000	l <sub>109</sub>	+
0.00634	l <sub>111</sub>	+	0.00261	l <sub>112</sub>	+	0.00123	l <sub>113</sub>	+	0.00064	l <sub>114</sub>	+	0.00036	l <sub>115</sub>	+	0.00022	l <sub>116</sub>	+	0.00000	l <sub>117</sub>	+	0.00000	l <sub>118</sub>	+	0.00000	l <sub>119</sub>	+
0.00634	l <sub>171</sub>	+	0.00261	l <sub>172</sub>	+	0.00123	l <sub>173</sub>	+	0.00064	l <sub>174</sub>	+	0.00036	l <sub>175</sub>	+	0.00022	l <sub>176</sub>	+	0.00000	l <sub>177</sub>	+	0.00000	l <sub>178</sub>	+	0.00000	l <sub>179</sub>	+
0.00634	l <sub>181</sub>	+	0.00261	l <sub>182</sub>	+	0.00123	l <sub>183</sub>	+	0.00064	l <sub>184</sub>	+	0.00036	l <sub>185</sub>	+	0.00022	l <sub>186</sub>	+	0.00000	l <sub>187</sub>	+	0.00000	l <sub>188</sub>	+	0.00000	l <sub>189</sub>	= 4.82 TR18

**Arteria 4-8-9-10-11-17-18-19**

0.00940	l <sub>41</sub>	+	0.00490	l <sub>42</sub>	+	0.00276	l <sub>43</sub>	+	0.00165	l <sub>44</sub>	+	0.00104	l <sub>45</sub>	+	0.00068	l <sub>46</sub>	+	0.00046	l <sub>47</sub>	+	0.00032	l <sub>48</sub>	+	0.00023	l <sub>49</sub>	+
0.00940	l <sub>81</sub>	+	0.00490	l <sub>82</sub>	+	0.00276	l <sub>83</sub>	+	0.00165	l <sub>84</sub>	+	0.00104	l <sub>85</sub>	+	0.00068	l <sub>86</sub>	+	0.00046	l <sub>87</sub>	+	0.00032	l <sub>88</sub>	+	0.00023	l <sub>89</sub>	+
0.00940	l <sub>91</sub>	+	0.00444	l <sub>92</sub>	+	0.00232	l <sub>93</sub>	+	0.00130	l <sub>94</sub>	+	0.00078	l <sub>95</sub>	+	0.00049	l <sub>96</sub>	+	0.00032	l <sub>97</sub>	+	0.00000	l <sub>98</sub>	+	0.00000	l <sub>99</sub>	+
0.00634	l <sub>101</sub>	+	0.00261	l <sub>102</sub>	+	0.00123	l <sub>103</sub>	+	0.00064	l <sub>104</sub>	+	0.00036	l <sub>105</sub>	+	0.00022	l <sub>106</sub>	+	0.00000	l <sub>107</sub>	+	0.00000	l <sub>108</sub>	+	0.00000	l <sub>109</sub>	+
0.00634	l <sub>111</sub>	+	0.00261	l <sub>112</sub>	+	0.00123	l <sub>113</sub>	+	0.00064	l <sub>114</sub>	+	0.00036	l <sub>115</sub>	+	0.00022	l <sub>116</sub>	+	0.00000	l <sub>117</sub>	+	0.00000	l <sub>118</sub>	+	0.00000	l <sub>119</sub>	+
0.00634	l <sub>171</sub>	+	0.00261	l <sub>172</sub>	+	0.00123	l <sub>173</sub>	+	0.00064	l <sub>174</sub>	+	0.00036	l <sub>175</sub>	+	0.00022	l <sub>176</sub>	+	0.00000	l <sub>177</sub>	+	0.00000	l <sub>178</sub>	+	0.00000	l <sub>179</sub>	+
0.00634	l <sub>181</sub>	+	0.00261	l <sub>182</sub>	+	0.00123	l <sub>183</sub>	+	0.00064	l <sub>184</sub>	+	0.00036	l <sub>185</sub>	+	0.00022	l <sub>186</sub>	+	0.00000	l <sub>187</sub>	+	0.00000	l <sub>188</sub>	+	0.00000	l <sub>189</sub>	+
0.00634	l <sub>191</sub>	+	0.00261	l <sub>192</sub>	+	0.00123	l <sub>193</sub>	+	0.00064	l <sub>194</sub>	+	0.00036	l <sub>195</sub>	+	0.00022	l <sub>196</sub>	+	0.00000	l <sub>197</sub>	+	0.00000	l <sub>198</sub>	+	0.00000	l <sub>199</sub>	= 5.30 TR19

**Arteria 4-8-9-10-15**

0.00940	l <sub>41</sub>	+	0.00490	l <sub>42</sub>	+	0.00276	l <sub>43</sub>	+	0.00165	l <sub>44</sub>	+	0.00104	l <sub>45</sub>	+	0.00068	l <sub>46</sub>	+	0.00046	l <sub>47</sub>	+	0.00032	l <sub>48</sub>	+	0.00023	l <sub>49</sub>	+
0.00940	l <sub>81</sub>	+	0.00490	l <sub>82</sub>	+	0.00276	l <sub>83</sub>	+	0.00165	l <sub>84</sub>	+	0.00104	l <sub>85</sub>	+	0.00068	l <sub>86</sub>	+	0.00046	l <sub>87</sub>	+	0.00032	l <sub>88</sub>	+	0.00023	l <sub>89</sub>	+
0.00940	l <sub>91</sub>	+	0.00444	l <sub>92</sub>	+	0.00232	l <sub>93</sub>	+	0.00130	l <sub>94</sub>	+	0.00078	l <sub>95</sub>	+	0.00049	l <sub>96</sub>	+	0.00032	l <sub>97</sub>	+	0.00000	l <sub>98</sub>	+	0.00000	l <sub>99</sub>	+
0.00634	l <sub>101</sub>	+	0.00261	l <sub>102</sub>	+	0.00123	l <sub>103</sub>	+	0.00064	l <sub>104</sub>	+	0.00036	l <sub>105</sub>	+	0.00022	l <sub>106</sub>	+	0.00000	l <sub>107</sub>	+	0.00000	l <sub>108</sub>	+	0.00000	l <sub>109</sub>	+
0.00634	l <sub>151</sub>	+	0.00261	l <sub>152</sub>	+	0.00123	l <sub>153</sub>	+	0.00064	l <sub>154</sub>	+	0.00036	l <sub>155</sub>	+	0.00022	l <sub>156</sub>	+	0.00000	l <sub>157</sub>	+	0.00000	l <sub>158</sub>	+	0.00000	l <sub>159</sub>	= 3.19 TR15



**Tabla No. 45.- Restricciones de presión mínima en cada toma (Continuación).**

**Arteria 4-8-9-10-15-16**

0.00940	l <sub>41</sub>	+	0.00490	l <sub>42</sub>	+	0.00276	l <sub>43</sub>	+	0.00165	l <sub>44</sub>	+	0.00104	l <sub>45</sub>	+	0.00068	l <sub>46</sub>	+	0.00046	l <sub>47</sub>	+	0.00032	l <sub>48</sub>	+	0.00023	l <sub>49</sub>	+
0.00940	l <sub>81</sub>	+	0.00490	l <sub>82</sub>	+	0.00276	l <sub>83</sub>	+	0.00165	l <sub>84</sub>	+	0.00104	l <sub>85</sub>	+	0.00068	l <sub>86</sub>	+	0.00046	l <sub>87</sub>	+	0.00032	l <sub>88</sub>	+	0.00023	l <sub>89</sub>	+
0.00940	l <sub>91</sub>	+	0.00444	l <sub>92</sub>	+	0.00232	l <sub>93</sub>	+	0.00130	l <sub>94</sub>	+	0.00078	l <sub>95</sub>	+	0.00049	l <sub>96</sub>	+	0.00032	l <sub>97</sub>	+	0.00000	l <sub>98</sub>	+	0.00000	l <sub>99</sub>	+
0.00634	l <sub>101</sub>	+	0.00261	l <sub>102</sub>	+	0.00123	l <sub>103</sub>	+	0.00064	l <sub>104</sub>	+	0.00036	l <sub>105</sub>	+	0.00022	l <sub>106</sub>	+	0.00000	l <sub>107</sub>	+	0.00000	l <sub>108</sub>	+	0.00000	l <sub>109</sub>	+
0.00634	l <sub>151</sub>	+	0.00261	l <sub>152</sub>	+	0.00123	l <sub>153</sub>	+	0.00064	l <sub>154</sub>	+	0.00036	l <sub>155</sub>	+	0.00022	l <sub>156</sub>	+	0.00000	l <sub>157</sub>	+	0.00000	l <sub>158</sub>	+	0.00000	l <sub>159</sub>	+
0.00634	l <sub>161</sub>	+	0.00261	l <sub>162</sub>	+	0.00123	l <sub>163</sub>	+	0.00064	l <sub>164</sub>	+	0.00036	l <sub>165</sub>	+	0.00022	l <sub>166</sub>	+	0.00000	l <sub>167</sub>	+	0.00000	l <sub>168</sub>	+	0.00000	l <sub>169</sub>	= 3.89 TR16

**Arteria 4-8-9-13**

0.00940	l <sub>41</sub>	+	0.00490	l <sub>42</sub>	+	0.00276	l <sub>43</sub>	+	0.00165	l <sub>44</sub>	+	0.00104	l <sub>45</sub>	+	0.00068	l <sub>46</sub>	+	0.00046	l <sub>47</sub>	+	0.00032	l <sub>48</sub>	+	0.00023	l <sub>49</sub>	+
0.00940	l <sub>81</sub>	+	0.00490	l <sub>82</sub>	+	0.00276	l <sub>83</sub>	+	0.00165	l <sub>84</sub>	+	0.00104	l <sub>85</sub>	+	0.00068	l <sub>86</sub>	+	0.00046	l <sub>87</sub>	+	0.00032	l <sub>88</sub>	+	0.00023	l <sub>89</sub>	+
0.00940	l <sub>91</sub>	+	0.00444	l <sub>92</sub>	+	0.00232	l <sub>93</sub>	+	0.00130	l <sub>94</sub>	+	0.00078	l <sub>95</sub>	+	0.00049	l <sub>96</sub>	+	0.00032	l <sub>97</sub>	+	0.00000	l <sub>98</sub>	+	0.00000	l <sub>99</sub>	+
0.00634	l <sub>131</sub>	+	0.00261	l <sub>132</sub>	+	0.00123	l <sub>133</sub>	+	0.00064	l <sub>134</sub>	+	0.00036	l <sub>135</sub>	+	0.00022	l <sub>136</sub>	+	0.00000	l <sub>137</sub>	+	0.00000	l <sub>138</sub>	+	0.00000	l <sub>139</sub>	= 1.88 TR13

**Arteria 4-8-9-13-14**

0.00940	l <sub>41</sub>	+	0.00490	l <sub>42</sub>	+	0.00276	l <sub>43</sub>	+	0.00165	l <sub>44</sub>	+	0.00104	l <sub>45</sub>	+	0.00068	l <sub>46</sub>	+	0.00046	l <sub>47</sub>	+	0.00032	l <sub>48</sub>	+	0.00023	l <sub>49</sub>	+
0.00940	l <sub>81</sub>	+	0.00490	l <sub>82</sub>	+	0.00276	l <sub>83</sub>	+	0.00165	l <sub>84</sub>	+	0.00104	l <sub>85</sub>	+	0.00068	l <sub>86</sub>	+	0.00046	l <sub>87</sub>	+	0.00032	l <sub>88</sub>	+	0.00023	l <sub>89</sub>	+
0.00940	l <sub>91</sub>	+	0.00444	l <sub>92</sub>	+	0.00232	l <sub>93</sub>	+	0.00130	l <sub>94</sub>	+	0.00078	l <sub>95</sub>	+	0.00049	l <sub>96</sub>	+	0.00032	l <sub>97</sub>	+	0.00000	l <sub>98</sub>	+	0.00000	l <sub>99</sub>	+
0.00634	l <sub>131</sub>	+	0.00261	l <sub>132</sub>	+	0.00123	l <sub>133</sub>	+	0.00064	l <sub>134</sub>	+	0.00036	l <sub>135</sub>	+	0.00022	l <sub>136</sub>	+	0.00000	l <sub>137</sub>	+	0.00000	l <sub>138</sub>	+	0.00000	l <sub>139</sub>	+
0.00634	l <sub>141</sub>	+	0.00261	l <sub>142</sub>	+	0.00123	l <sub>143</sub>	+	0.00064	l <sub>144</sub>	+	0.00036	l <sub>145</sub>	+	0.00022	l <sub>146</sub>	+	0.00000	l <sub>147</sub>	+	0.00000	l <sub>148</sub>	+	0.00000	l <sub>149</sub>	= 2.26 TR14

**Arteria 4-8-12**

0.00940	l <sub>41</sub>	+	0.00490	l <sub>42</sub>	+	0.00276	l <sub>43</sub>	+	0.00165	l <sub>44</sub>	+	0.00104	l <sub>45</sub>	+	0.00068	l <sub>46</sub>	+	0.00046	l <sub>47</sub>	+	0.00032	l <sub>48</sub>	+	0.00023	l <sub>49</sub>	+
0.00940	l <sub>81</sub>	+	0.00490	l <sub>82</sub>	+	0.00276	l <sub>83</sub>	+	0.00165	l <sub>84</sub>	+	0.00104	l <sub>85</sub>	+	0.00068	l <sub>86</sub>	+	0.00046	l <sub>87</sub>	+	0.00032	l <sub>88</sub>	+	0.00023	l <sub>89</sub>	+
0.00940	l <sub>121</sub>	+	0.00444	l <sub>122</sub>	+	0.00232	l <sub>123</sub>	+	0.00130	l <sub>124</sub>	+	0.00078	l <sub>125</sub>	+	0.00049	l <sub>126</sub>	+	0.00032	l <sub>127</sub>	+	0.00000	l <sub>128</sub>	+	0.00000	l <sub>129</sub>	= 0.92 TR12

**Arteria 4-8-12-20**

0.00940	l <sub>41</sub>	+	0.00490	l <sub>42</sub>	+	0.00276	l <sub>43</sub>	+	0.00165	l <sub>44</sub>	+	0.00104	l <sub>45</sub>	+	0.00068	l <sub>46</sub>	+	0.00046	l <sub>47</sub>	+	0.00032	l <sub>48</sub>	+	0.00023	l <sub>49</sub>	+
0.00940	l <sub>81</sub>	+	0.00490	l <sub>82</sub>	+	0.00276	l <sub>83</sub>	+	0.00165	l <sub>84</sub>	+	0.00104	l <sub>85</sub>	+	0.00068	l <sub>86</sub>	+	0.00046	l <sub>87</sub>	+	0.00032	l <sub>88</sub>	+	0.00023	l <sub>89</sub>	+
0.00940	l <sub>121</sub>	+	0.00444	l <sub>122</sub>	+	0.00232	l <sub>123</sub>	+	0.00130	l <sub>124</sub>	+	0.00078	l <sub>125</sub>	+	0.00049	l <sub>126</sub>	+	0.00032	l <sub>127</sub>	+	0.00000	l <sub>128</sub>	+	0.00000	l <sub>129</sub>	+
0.00940	l <sub>201</sub>	+	0.00444	l <sub>202</sub>	+	0.00232	l <sub>203</sub>	+	0.00130	l <sub>204</sub>	+	0.00078	l <sub>205</sub>	+	0.00049	l <sub>206</sub>	+	0.00032	l <sub>207</sub>	+	0.00000	l <sub>208</sub>	+	0.00000	l <sub>209</sub>	= 1.06 TR20



**Tabla No. 45.- Restricciones de presión mínima en cada toma (Continuación).**

**Arteria 4-8-12-20-21**

0.00940	$l_{41}$	+	0.00490	$l_{42}$	+	0.00276	$l_{43}$	+	0.00165	$l_{44}$	+	0.00104	$l_{45}$	+	0.00068	$l_{46}$	+	0.00046	$l_{47}$	+	0.00032	$l_{48}$	+	0.00023	$l_{49}$	+
0.00940	$l_{81}$	+	0.00490	$l_{82}$	+	0.00276	$l_{83}$	+	0.00165	$l_{84}$	+	0.00104	$l_{85}$	+	0.00068	$l_{86}$	+	0.00046	$l_{87}$	+	0.00032	$l_{88}$	+	0.00023	$l_{89}$	+
0.00940	$l_{121}$	+	0.00444	$l_{122}$	+	0.00232	$l_{123}$	+	0.00130	$l_{124}$	+	0.00078	$l_{125}$	+	0.00049	$l_{126}$	+	0.00032	$l_{127}$	+	0.00000	$l_{128}$	+	0.00000	$l_{129}$	+
0.00940	$l_{201}$	+	0.00444	$l_{202}$	+	0.00232	$l_{203}$	+	0.00130	$l_{204}$	+	0.00078	$l_{205}$	+	0.00049	$l_{206}$	+	0.00032	$l_{207}$	+	0.00000	$l_{208}$	+	0.00000	$l_{209}$	+
0.00634	$l_{211}$	+	0.00261	$l_{212}$	+	0.00123	$l_{213}$	+	0.00064	$l_{214}$	+	0.00036	$l_{215}$	+	0.00022	$l_{216}$	+	0.00000	$l_{217}$	+	0.00000	$l_{218}$	+	0.00000	$l_{219}$	= 2.59 TR21

**Arteria 4-8-12-20-21-22**

0.00940	$l_{41}$	+	0.00490	$l_{42}$	+	0.00276	$l_{43}$	+	0.00165	$l_{44}$	+	0.00104	$l_{45}$	+	0.00068	$l_{46}$	+	0.00046	$l_{47}$	+	0.00032	$l_{48}$	+	0.00023	$l_{49}$	+
0.00940	$l_{81}$	+	0.00490	$l_{82}$	+	0.00276	$l_{83}$	+	0.00165	$l_{84}$	+	0.00104	$l_{85}$	+	0.00068	$l_{86}$	+	0.00046	$l_{87}$	+	0.00032	$l_{88}$	+	0.00023	$l_{89}$	+
0.00940	$l_{121}$	+	0.00444	$l_{122}$	+	0.00232	$l_{123}$	+	0.00130	$l_{124}$	+	0.00078	$l_{125}$	+	0.00049	$l_{126}$	+	0.00032	$l_{127}$	+	0.00000	$l_{128}$	+	0.00000	$l_{129}$	+
0.00940	$l_{201}$	+	0.00444	$l_{202}$	+	0.00232	$l_{203}$	+	0.00130	$l_{204}$	+	0.00078	$l_{205}$	+	0.00049	$l_{206}$	+	0.00032	$l_{207}$	+	0.00000	$l_{208}$	+	0.00000	$l_{209}$	+
0.00634	$l_{211}$	+	0.00261	$l_{212}$	+	0.00123	$l_{213}$	+	0.00064	$l_{214}$	+	0.00036	$l_{215}$	+	0.00022	$l_{216}$	+	0.00000	$l_{217}$	+	0.00000	$l_{218}$	+	0.00000	$l_{219}$	+
0.00634	$l_{221}$	+	0.00261	$l_{222}$	+	0.00123	$l_{223}$	+	0.00064	$l_{224}$	+	0.00036	$l_{225}$	+	0.00022	$l_{226}$	+	0.00000	$l_{227}$	+	0.00000	$l_{228}$	+	0.00000	$l_{229}$	= 4.12 TR22

**Arteria 4-8-12-20-21-22-23**

0.00940	$l_{41}$	+	0.00490	$l_{42}$	+	0.00276	$l_{43}$	+	0.00165	$l_{44}$	+	0.00104	$l_{45}$	+	0.00068	$l_{46}$	+	0.00046	$l_{47}$	+	0.00032	$l_{48}$	+	0.00023	$l_{49}$	+
0.00940	$l_{81}$	+	0.00490	$l_{82}$	+	0.00276	$l_{83}$	+	0.00165	$l_{84}$	+	0.00104	$l_{85}$	+	0.00068	$l_{86}$	+	0.00046	$l_{87}$	+	0.00032	$l_{88}$	+	0.00023	$l_{89}$	+
0.00940	$l_{121}$	+	0.00444	$l_{122}$	+	0.00232	$l_{123}$	+	0.00130	$l_{124}$	+	0.00078	$l_{125}$	+	0.00049	$l_{126}$	+	0.00032	$l_{127}$	+	0.00000	$l_{128}$	+	0.00000	$l_{129}$	+
0.00940	$l_{201}$	+	0.00444	$l_{202}$	+	0.00232	$l_{203}$	+	0.00130	$l_{204}$	+	0.00078	$l_{205}$	+	0.00049	$l_{206}$	+	0.00032	$l_{207}$	+	0.00000	$l_{208}$	+	0.00000	$l_{209}$	+
0.00634	$l_{211}$	+	0.00261	$l_{212}$	+	0.00123	$l_{213}$	+	0.00064	$l_{214}$	+	0.00036	$l_{215}$	+	0.00022	$l_{216}$	+	0.00000	$l_{217}$	+	0.00000	$l_{218}$	+	0.00000	$l_{219}$	+
0.00634	$l_{221}$	+	0.00261	$l_{222}$	+	0.00123	$l_{223}$	+	0.00064	$l_{224}$	+	0.00036	$l_{225}$	+	0.00022	$l_{226}$	+	0.00000	$l_{227}$	+	0.00000	$l_{228}$	+	0.00000	$l_{229}$	+
0.00634	$l_{231}$	+	0.00261	$l_{232}$	+	0.00123	$l_{233}$	+	0.00064	$l_{234}$	+	0.00036	$l_{235}$	+	0.00022	$l_{236}$	+	0.00000	$l_{237}$	+	0.00000	$l_{238}$	+	0.00000	$l_{239}$	= 5.11 TR23



**Tabla No. 45.- Restricciones de presión mínima en cada toma (Continuación).**

**Arteria 4-8-12-20-21-22-23-27**

0.00940	l <sub>41</sub>	+	0.00490	l <sub>42</sub>	+	0.00276	l <sub>43</sub>	+	0.00165	l <sub>44</sub>	+	0.00104	l <sub>45</sub>	+	0.00068	l <sub>46</sub>	+	0.00046	l <sub>47</sub>	+	0.00032	l <sub>48</sub>	+	0.00023	l <sub>49</sub>	+
0.00940	l <sub>81</sub>	+	0.00490	l <sub>82</sub>	+	0.00276	l <sub>83</sub>	+	0.00165	l <sub>84</sub>	+	0.00104	l <sub>85</sub>	+	0.00068	l <sub>86</sub>	+	0.00046	l <sub>87</sub>	+	0.00032	l <sub>88</sub>	+	0.00023	l <sub>89</sub>	+
0.00940	l <sub>121</sub>	+	0.00444	l <sub>122</sub>	+	0.00232	l <sub>123</sub>	+	0.00130	l <sub>124</sub>	+	0.00078	l <sub>125</sub>	+	0.00049	l <sub>126</sub>	+	0.00032	l <sub>127</sub>	+	0.00000	l <sub>128</sub>	+	0.00000	l <sub>129</sub>	+
0.00940	l <sub>201</sub>	+	0.00444	l <sub>202</sub>	+	0.00232	l <sub>203</sub>	+	0.00130	l <sub>204</sub>	+	0.00078	l <sub>205</sub>	+	0.00049	l <sub>206</sub>	+	0.00032	l <sub>207</sub>	+	0.00000	l <sub>208</sub>	+	0.00000	l <sub>209</sub>	+
0.00634	l <sub>211</sub>	+	0.00261	l <sub>212</sub>	+	0.00123	l <sub>213</sub>	+	0.00064	l <sub>214</sub>	+	0.00036	l <sub>215</sub>	+	0.00022	l <sub>216</sub>	+	0.00000	l <sub>217</sub>	+	0.00000	l <sub>218</sub>	+	0.00000	l <sub>219</sub>	+
0.00634	l <sub>221</sub>	+	0.00261	l <sub>222</sub>	+	0.00123	l <sub>223</sub>	+	0.00064	l <sub>224</sub>	+	0.00036	l <sub>225</sub>	+	0.00022	l <sub>226</sub>	+	0.00000	l <sub>227</sub>	+	0.00000	l <sub>228</sub>	+	0.00000	l <sub>229</sub>	+
0.00634	l <sub>231</sub>	+	0.00261	l <sub>232</sub>	+	0.00123	l <sub>233</sub>	+	0.00064	l <sub>234</sub>	+	0.00036	l <sub>235</sub>	+	0.00022	l <sub>236</sub>	+	0.00000	l <sub>237</sub>	+	0.00000	l <sub>238</sub>	+	0.00000	l <sub>239</sub>	+
0.00634	l <sub>271</sub>	+	0.00261	l <sub>272</sub>	+	0.00123	l <sub>273</sub>	+	0.00064	l <sub>274</sub>	+	0.00036	l <sub>275</sub>	+	0.00022	l <sub>276</sub>	+	0.00000	l <sub>277</sub>	+	0.00000	l <sub>278</sub>	+	0.00000	l <sub>279</sub>	= 5.15 TR27

**Arteria 4-8-12-20-21-22-26**

0.00940	l <sub>41</sub>	+	0.00490	l <sub>42</sub>	+	0.00276	l <sub>43</sub>	+	0.00165	l <sub>44</sub>	+	0.00104	l <sub>45</sub>	+	0.00068	l <sub>46</sub>	+	0.00046	l <sub>47</sub>	+	0.00032	l <sub>48</sub>	+	0.00023	l <sub>49</sub>	+
0.00940	l <sub>81</sub>	+	0.00490	l <sub>82</sub>	+	0.00276	l <sub>83</sub>	+	0.00165	l <sub>84</sub>	+	0.00104	l <sub>85</sub>	+	0.00068	l <sub>86</sub>	+	0.00046	l <sub>87</sub>	+	0.00032	l <sub>88</sub>	+	0.00023	l <sub>89</sub>	+
0.00940	l <sub>121</sub>	+	0.00444	l <sub>122</sub>	+	0.00232	l <sub>123</sub>	+	0.00130	l <sub>124</sub>	+	0.00078	l <sub>125</sub>	+	0.00049	l <sub>126</sub>	+	0.00032	l <sub>127</sub>	+	0.00000	l <sub>128</sub>	+	0.00000	l <sub>129</sub>	+
0.00940	l <sub>201</sub>	+	0.00444	l <sub>202</sub>	+	0.00232	l <sub>203</sub>	+	0.00130	l <sub>204</sub>	+	0.00078	l <sub>205</sub>	+	0.00049	l <sub>206</sub>	+	0.00032	l <sub>207</sub>	+	0.00000	l <sub>208</sub>	+	0.00000	l <sub>209</sub>	+
0.00634	l <sub>211</sub>	+	0.00261	l <sub>212</sub>	+	0.00123	l <sub>213</sub>	+	0.00064	l <sub>214</sub>	+	0.00036	l <sub>215</sub>	+	0.00022	l <sub>216</sub>	+	0.00000	l <sub>217</sub>	+	0.00000	l <sub>218</sub>	+	0.00000	l <sub>219</sub>	+
0.00634	l <sub>221</sub>	+	0.00261	l <sub>222</sub>	+	0.00123	l <sub>223</sub>	+	0.00064	l <sub>224</sub>	+	0.00036	l <sub>225</sub>	+	0.00022	l <sub>226</sub>	+	0.00000	l <sub>227</sub>	+	0.00000	l <sub>228</sub>	+	0.00000	l <sub>229</sub>	+
0.00634	l <sub>261</sub>	+	0.00261	l <sub>262</sub>	+	0.00123	l <sub>263</sub>	+	0.00064	l <sub>264</sub>	+	0.00036	l <sub>265</sub>	+	0.00022	l <sub>266</sub>	+	0.00000	l <sub>267</sub>	+	0.00000	l <sub>268</sub>	+	0.00000	l <sub>269</sub>	= 4.07 TR26

**Arteria 4-8-12-20-21-25**

0.00940	l <sub>41</sub>	+	0.00490	l <sub>42</sub>	+	0.00276	l <sub>43</sub>	+	0.00165	l <sub>44</sub>	+	0.00104	l <sub>45</sub>	+	0.00068	l <sub>46</sub>	+	0.00046	l <sub>47</sub>	+	0.00032	l <sub>48</sub>	+	0.00023	l <sub>49</sub>	+
0.00940	l <sub>81</sub>	+	0.00490	l <sub>82</sub>	+	0.00276	l <sub>83</sub>	+	0.00165	l <sub>84</sub>	+	0.00104	l <sub>85</sub>	+	0.00068	l <sub>86</sub>	+	0.00046	l <sub>87</sub>	+	0.00032	l <sub>88</sub>	+	0.00023	l <sub>89</sub>	+
0.00940	l <sub>121</sub>	+	0.00444	l <sub>122</sub>	+	0.00232	l <sub>123</sub>	+	0.00130	l <sub>124</sub>	+	0.00078	l <sub>125</sub>	+	0.00049	l <sub>126</sub>	+	0.00032	l <sub>127</sub>	+	0.00000	l <sub>128</sub>	+	0.00000	l <sub>129</sub>	+
0.00940	l <sub>201</sub>	+	0.00444	l <sub>202</sub>	+	0.00232	l <sub>203</sub>	+	0.00130	l <sub>204</sub>	+	0.00078	l <sub>205</sub>	+	0.00049	l <sub>206</sub>	+	0.00032	l <sub>207</sub>	+	0.00000	l <sub>208</sub>	+	0.00000	l <sub>209</sub>	+
0.00634	l <sub>211</sub>	+	0.00261	l <sub>212</sub>	+	0.00123	l <sub>213</sub>	+	0.00064	l <sub>214</sub>	+	0.00036	l <sub>215</sub>	+	0.00022	l <sub>216</sub>	+	0.00000	l <sub>217</sub>	+	0.00000	l <sub>218</sub>	+	0.00000	l <sub>219</sub>	+
0.00634	l <sub>251</sub>	+	0.00261	l <sub>252</sub>	+	0.00123	l <sub>253</sub>	+	0.00064	l <sub>254</sub>	+	0.00036	l <sub>255</sub>	+	0.00022	l <sub>256</sub>	+	0.00000	l <sub>257</sub>	+	0.00000	l <sub>258</sub>	+	0.00000	l <sub>259</sub>	= 2.42 TR25

**Arteria 4-8-12-20-24**

0.00940	l <sub>41</sub>	+	0.00490	l <sub>42</sub>	+	0.00276	l <sub>43</sub>	+	0.00165	l <sub>44</sub>	+	0.00104	l <sub>45</sub>	+	0.00068	l <sub>46</sub>	+	0.00046	l <sub>47</sub>	+	0.00032	l <sub>48</sub>	+	0.00023	l <sub>49</sub>	+
0.00940	l <sub>81</sub>	+	0.00490	l <sub>82</sub>	+	0.00276	l <sub>83</sub>	+	0.00165	l <sub>84</sub>	+	0.00104	l <sub>85</sub>	+	0.00068	l <sub>86</sub>	+	0.00046	l <sub>87</sub>	+	0.00032	l <sub>88</sub>	+	0.00023	l <sub>89</sub>	+
0.00940	l <sub>121</sub>	+	0.00444	l <sub>122</sub>	+	0.00232	l <sub>123</sub>	+	0.00130	l <sub>124</sub>	+	0.00078	l <sub>125</sub>	+	0.00049	l <sub>126</sub>	+	0.00032	l <sub>127</sub>	+	0.00000	l <sub>128</sub>	+	0.00000	l <sub>129</sub>	+
0.00940	l <sub>201</sub>	+	0.00444	l <sub>202</sub>	+	0.00232	l <sub>203</sub>	+	0.00130	l <sub>204</sub>	+	0.00078	l <sub>205</sub>	+	0.00049	l <sub>206</sub>	+	0.00032	l <sub>207</sub>	+	0.00000	l <sub>208</sub>	+	0.00000	l <sub>209</sub>	+
0.00634	l <sub>241</sub>	+	0.00261	l <sub>242</sub>	+	0.00123	l <sub>243</sub>	+	0.00064	l <sub>244</sub>	+	0.00036	l <sub>245</sub>	+	0.00022	l <sub>246</sub>	+	0.00000	l <sub>247</sub>	+	0.00000	l <sub>248</sub>	+	0.00000	l <sub>249</sub>	= 1.14 TR24



### Optimización del problema

Lo anterior nos da un sistema de ecuaciones lineales formado por una función objetivo (ecuación de costos), y 2 ecuaciones de restricción para cada tramo una de longitud y otra de presión. Con estos datos procedemos a calcular el sistema por el método más adecuado, en este caso, nos apoyaremos con el software *Quantitative System for Business* empleando el modulo *Linear and Integer Programming*, y como resultados obtuvimos lo siguiente:

Tabla No. 46.- Longitud de los diámetros a emplear.

Tramo	$l_1$ (m)	$l_2$ (m)	$l_3$ (m)	$l_4$ (m)	$l_5$ (m)	$l_6$ (m)	$l_7$ (m)	$l_8$ (m)	$l_9$ (m)
1	0.00	<b>100.00</b>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2	<b>150.00</b>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
3	<b>200.00</b>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
4	0.00	0.00	<b>36.36</b>	<b>163.64</b>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
5	<b>164.86</b>	<b>35.14</b>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
6	<b>200.00</b>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
7	<b>200.00</b>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
8	0.00	0.00	<b>200.00</b>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
9	0.00	0.00	<b>100.00</b>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
10	0.00	<b>150.00</b>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
11	<b>180.68</b>	<b>19.32</b>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
12	<b>200.00</b>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
13	<b>112.50</b>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
14	<b>23.99</b>	<b>88.51</b>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
15	<b>180.00</b>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
16	<b>180.00</b>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
17	<b>135.00</b>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
18	<b>135.00</b>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
19	<b>135.00</b>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
20	<b>100.00</b>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
21	<b>185.21</b>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
22	<b>183.52</b>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
23	<b>122.35</b>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
24	<b>160.04</b>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
25	<b>153.87</b>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
26	<b>153.87</b>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
27	<b>153.87</b>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00





Tabla No. 47.- Costo total de la red.

Tramo	Longitud (m)	Diámetro (mm)	Costo (\$/m)	Total
1	100.00	304.80	1,127.85	112,784.67
2	150.00	254.00	896.47	134,470.00
3	200.00	254.00	896.47	179,293.33
4	36.36	457.20	1,821.99	66,254.18
	163.64	508.00	2,053.37	336,005.53
5	164.86	254.00	896.47	147,795.89
	35.14	304.80	1,127.85	39,627.01
6	200.00	254.00	896.47	179,293.33
7	200.00	254.00	896.47	179,293.33
8	200.00	457.20	1,821.99	364,397.33
9	100.00	406.40	1,590.61	159,060.67
10	150.00	304.80	1,127.85	169,177.00
11	180.68	254.00	896.47	161,973.60
	19.32	304.80	1,127.85	21,790.00
12	200.00	304.80	1,127.85	225,569.33
13	112.50	254.00	896.47	100,852.50
14	23.99	254.00	896.47	21,506.24
	88.51	304.80	1,127.85	99,825.71
15	180.00	254.00	896.47	161,364.00
16	180.00	254.00	896.47	161,364.00
17	135.00	254.00	896.47	121,023.00
18	135.00	254.00	896.47	121,023.00
19	135.00	254.00	896.47	121,023.00
20	100.00	304.80	1,127.85	112,784.67
21	185.21	254.00	896.47	166,034.59
22	183.52	254.00	896.47	164,519.56
23	122.35	254.00	896.47	109,682.70
24	160.04	254.00	896.47	143,470.53
25	153.87	254.00	896.47	137,939.33
26	153.87	254.00	896.47	137,939.33
27	153.87	254.00	896.47	137,939.33
<b>Costo total de la red</b>				<b>4,495,076.66</b>



## C O N C L U S I O N E S

Como vimos, la aplicación del Algoritmo Genético no es nada sencillo y no es por lo complicado del mismo, sino por la terminología que usa ya que al inicio es muy difícil acoplarse a los términos que se manejan. Sin embargo, una vez dominado, resulta muy sencillo de aplicar, incluso es sorprendente ver que los resultados que se van generando concurren siempre al mejor, por lo que la persona que está ejecutando esta técnica tiene la seguridad de que los resultados obtenidos son altamente confiables.

En este trabajo pueden observar que la red calculada mediante AG solo aplico para 16 individuos de 15,625, debido a que el objetivo de esta tesis es mostrar cómo funciona el método. Para efectos prácticos el número de individuos a tratar depende del criterio de la persona que lo esté aplicando, que en general van en un rango de 100 a 1000 redes, por lo que la aplicación se dificulta y se requiere el uso de programación avanzada (Computación evolutiva).

No se debe dejar de ver que al aplicar el AG no solo estamos encontrando la solución más económica posible, sino que también se está encontrando el mejor diseño para la red. Ya que el método evalúa a los individuos asignando un valor de *Aptitud*, para verificar que cumplan con las propiedades hidráulicas del sistema, siendo desechadas en automático la que no, de esta forma la técnica va descartando los menos aptos para dejar a aquellos que si satisfacen las condiciones dadas.

Como vimos en este ejercicio, el costo inicial de la tubería era de \$1, 513,636.20, al emplear la técnica del AG el resultado fue de \$1, 394,184.25, lo que representa un ahorro de **\$119,451.95** lo que se traduce en un 7.89%. Con esto queda demostrado que la aplicación del AG en las redes hidráulicas nos da un ahorro sustancial y nos alienta a seguir buscando técnicas o métodos que proporcionen ahorros en la infraestructura de nuestro país, mismo que sigue en vías de desarrollo y que con estos aportes, aplicados a la sociedad llegaremos muy pronto, a dar una mejor calidad de vida.



En lo que respecta a las redes de baja presión el diseño óptimo, basado en la Programación Lineal, permite encontrar combinaciones diversas en las tuberías, siempre buscando el costo mínimo entre un conjunto de posibles combinaciones con la ventaja de que la distribución del agua en las tuberías no es una condición que debe determinarse previamente para el cálculo. Su aplicación es sencilla y el análisis hidráulico de las distintas combinaciones seleccionadas durante el desarrollo del método es ágil y a diferencia del AG, este no requiere de programación avanzada y existe software con muy fácil acceso.

Las ventajas que da este proceso son que el agua no se desperdicia, llega limpia, las pérdidas son mínimas, existe un crecimiento de hasta un 98% en la eficiencia, por el tipo de material utilizado coexiste una larga vida útil en las conducciones y la ubicación de las tomas pueden estar en cualquier parte de la parcela, esto porque el agua está sometida a una presión que le permitirá llegar a la toma. En términos prácticos, todo lo que se ha mencionado da como consecuencia una mayor eficiencia en las cosechas, dicho en otros términos: *los volúmenes de producción son de alta calidad y se generan a bajos costos.*

En ambos casos de estudio es necesaria la utilización de un equipo de cómputo y la aplicación de software que ayudan en gran parte a reducir los tiempos en la realización de los cálculos. Existen software que ayudan a la Programación Lineal pero al AG no es posible todavía, ya que para este se necesita de una programación evolutiva, misma que se está desarrollando y aún no es comercializada pero que cuando esté al alcance no me queda la menor duda que será una de las técnicas predilectas de los proyectistas de cualquier rama debido a su alta eficiencia.



## B I B L I O G R A F Í A .

1. Arroyo, Hernández Patrocinio, *“Algoritmo Genético”*, Curso intersemestral UNAM-FES ARAGÓN, México 2008.
2. Arroyo, Hernández Patrocinio, *“Diseño de sistemas de riego por gravedad con red de tubería de distribución parcelaria a baja presión”*, Tesis de maestría UNAM-DEPFI, México 2008.
3. CNA, Manual de diseño de agua potable, alcantarillado y saneamiento, libro 14, *“Redes de distribución”*, México 2000.
4. CEA, *“Manual para las instalaciones de agua potable, agua tratada, drenaje sanitario y drenaje pluvial de los fraccionamientos y condominios de las zonas urbanas del estado de Querétaro”*, México 2009.
5. Hall Arthur David, *“Ingeniería de Sistemas”*, Editorial continental, México 1964.
6. Jiménez Magaña, Martín Rubén, *“Diseño óptimo de redes de distribución de agua potable utilizando un algoritmo genético”*, Tesis de maestría UNAM DEPFI, México 2004.
7. López Alegría, Pedro, *“Abastecimiento de agua potable disposición y eliminación de excretas”*, Editorial IPN, México 1990.
8. Valdez Enrique, Cesar, *“Abastecimiento de Agua potable”*, UNAM, Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería Sanitaria, Editorial Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, México 1994.

### REFERENCIAS ELECTRÓNICAS:

- a) American Scientist, *“The Vibbonacci numbers”* Volumen 87, Numero 4, Sigma Xi The Scientific Research Society, US 1999.  
<http://www.americanscientist.org/issues/pub/1999/7/the-vibbonacci-numbers>.
- b) Tecnología avanzada en drenaje de México S.A. de C.V., *“Tabla de dimensiones y de presiones de trabajo de la tubería de polietileno y alta densidad”*, México 2007.  
<http://www.tademex.com.mx/tademexinicio/manualtec.php>.
- c) VI SEREA, Seminario Iberoamericano, Sistemas de Abastecimiento Urbano de Agua, *“Diseño óptimo de redes de distribución de agua potable utilizando un algoritmo genético multiobjetivo”*, Brasil, junio 2006.  
[http://www.lenhs.ct.ufpb.br/html/downloads/serea/6serea/TRABALHOS/trabalhoD%20\(3\).pdf](http://www.lenhs.ct.ufpb.br/html/downloads/serea/6serea/TRABALHOS/trabalhoD%20(3).pdf).