



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FES ARAGÓN



**LA TEORÍA DEL CONSUMO: UNA APLICACIÓN
ECONOMÉTRICA AL CASO DE MÉXICO, 1993-2007**

T E S I S

que para obtener el grado de

Maestra en Economía

Presenta

Bertha Muñoz López

Director de tesis: Dr. Darío Guadalupe Ibarra Zavala

Estado de México

2010



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

In memóriam de mis padres

Índice

Introducción	3
Capítulo 1 Estudios sobre la teoría del consumo	6
Capítulo 2 La teoría básica del consumo	17
2. 1 El modelo fundamental: la hipótesis de la renta permanente bajo incertidumbre	17
2. 2 Un proceso estocástico para el ingreso.....	24
Capítulo 3 Metodología econométrica	27
3.1 Cointegración	27
3. 2 Vector de corrección de errores	30
3. 3 Pruebas de cointegración	32
3. 3. 1 Estimación del vector de cointegración	32
3. 3. 2 La metodología de Johansen	33
Capítulo 4 Estimación econométrica	38
4. 1 Prueba de raíces unitarias	38
4. 2 Enfoque de información superior	42
4. 2. 1 Estimación del VAR	42
4. 2. 2 Estimación del VEC	45
Conclusiones	49
Bibliografía	51

Introducción

La decisión de los hogares respecto a la cantidad de renta que van destinar al consumo de hoy y la cantidad que van ahorrar para el futuro, es una cuestión microeconómica básica porque se refiere a decisiones individuales; sin embargo, tiene consecuencias macroeconómicas: las decisiones de consumo de los hogares afectan el comportamiento de la economía en su conjunto tanto en el corto como en el largo plazos.

Con respecto al largo plazo, existe un vínculo fundamental entre el consumo y el crecimiento económico. La decisión de los individuos de distribuir los recursos entre el consumo y los distintos tipos de inversión (capital físico, capital humano o en investigación y desarrollo) permite explicar la evolución de los niveles de vida. Por ejemplo, el modelo de Ciclos Económicos Reales demuestra que los avances tecnológicos son compatibles con sendas estables de consumo y mayores niveles de crecimiento económico. En este sentido, el ahorro es determinante clave del stock de capital en el estado estacionario y, por lo tanto, del nivel de bienestar económico.

En cuanto al corto plazo, las decisiones de consumo explican en buena parte las fluctuaciones económicas, debido al papel que desempeña el consumo en la determinación de la demanda agregada. De hecho, en todas las economías los gastos de consumo e inversión rebasan las dos terceras partes del PIB; por lo que, un desequilibrio económico causado por el gasto público, la política monetaria o de índole tecnológico tendrá una perturbación significativa en el corto plazo sobre las decisiones de consumo. En específico, se puede o se podría afectar la propensión marginal al consumo, la cual es un determinante de los multiplicadores de la política fiscal. Lo anterior permite afirmar que el estudio de la teoría del consumo es fundamental, ya que ayuda a comprender las consecuencias de los desequilibrios económicos en el bienestar de las familias. Más aún, la estimación correcta de la función de consumo permite precisar el grado de afectación de las políticas fiscal y monetaria en la actividad económica.

El objetivo de esta investigación es desarrollar y estimar un modelo de la función de consumo para la economía mexicana. El modelo a desarrollar se basa en principios microeconómicos de optimización intertemporal de los agentes individuales, lo cual permite comprender las decisiones tanto en el corto como en el largo plazos. Y eso impone la necesidad de estimar el modelo por medio de la metodología econométrica de los Vectores de Corrección de Errores.

La presente investigación está organizada de la siguiente manera. En el capítulo 1 se expone una breve introducción al estado del arte sobre la teoría del consumo. Se inicia con el modelo keynesiano de consumo, su interpretación en el corto plazo y su debilidad teórica para explicar el largo plazo. La cual fue cuestionada, en el campo empírico, por los estudios estadísticos de Kutnezs y, en términos teóricos, por los aportes de Milton Friedman y Franco Modigliani.

Se continúa con la teoría de Milton Friedman, la cual ofrece un estudio formal de la teoría del consumo, partiendo de un modelo de optimización microeconómica y bajo el supuesto de certeza absoluta de la evolución del ingreso, logra explicar tanto el consumo en el corto como largo plazos. Posteriormente, Robert Hall al deshacerse de la certeza absoluta logra establecer un enunciado fundamental: el consumo sigue un camino aleatorio. Y en realidad, su enunciado iba más allá de la teoría del consumo, se aplicaba para un gran número de series económicas: precio de activos, PIB, deuda pública, tasa de interés, oferta monetaria, etc.

A partir del trabajo de Hall surgen una serie de investigaciones acerca de la teoría del consumo que se encuentran vinculadas a ésta investigación. De las cuales se mencionan las siguientes: La teoría de Flavin (1981), el estudio de Deaton (1987), el trabajo de Campbell y Mankiw (1987) y el análisis de Zeldes(1989).

Flavin (1981) señala que el consumo responde a cambios previsible en el ingreso, a este fenómeno se le llama "exceso de sensibilidad". El estudio de Deaton (1987) es más relevante en ésta investigación porque permite analizar simultáneamente el exceso de sensibilidad y suavizamiento del consumo. El trabajo de Campbell y Mankiw(1987) ofrece el análisis del consumo a partir de la existencia de dos grupos de individuos, por un lado los que reaccionan ante cambios en el ingreso corriente y, por otro, los que reaccionan ante cambios en el ingreso permanente.

El análisis de Zeldes(1989) explica y demuestra cómo las restricciones de liquidez, obligan a que los consumidores recurran a su renta corriente, en lugar de la renta permanente, para financiar sus gastos de consumo, lo cual es una razón para que la hipótesis de la renta permanente no sea válida.

En el capítulo 2 se presenta la base teórica de la investigación, el punto de partida es el modelo Hall (1978), aunque se ha extendido al considerar la presencia de diversos activos tanto riesgosos como libres de riesgos. Luego de considerar un conjunto de supuestos básicos, se utiliza el Principio de Optimalidad de Bellman bajo incertidumbre, como método de optimización para resolver el problema fundamental del consumidor en un ambiente de incertidumbre. Las conclusiones que se obtienen son equivalentes a las de Hall(1978): el consumo es un camino aleatorio, la variación

en el consumo se origina por el cambio en las expectativas de los individuos acerca de los ingresos esperados.

El siguiente paso es considerar un proceso AR(1) para el ingreso, cuyo objetivo principal es vincular el consumo con el ingreso a partir del valor que tome el coeficiente del proceso autorregresivo del ingreso; si por ejemplo $\rho=1$, entonces el ingreso laboral sigue una caminata aleatoria, y de igual forma el consumo.

En este sentido existe una dinámica de largo plazo entre consumo e ingreso, y donde el criterio de información superior de Deaton y Campbell conduce a la estimación de un VAR.

En el capítulo 3 se presenta la metodología econométrica del modelo. Si bien es cierto que los Vectores Autorregresivos permiten captar la relación dinámica entre consumo e ingreso, ésta se limita sólo a la relación de corto plazo. Más aún, omite la información que provee el que las series de consumo e ingreso sean integradas de orden uno. Por ésta razón, el modelo de Vector Corrección de Errores (VEC) es más adecuado, ya que introduce los desequilibrios de largo plazo entre las series y permite un análisis de corto y largo plazos. Al respecto la metodología de Johansen se utiliza como método de estimación econométrica.

En el capítulo 4 se contrasta empíricamente la hipótesis de esta investigación. Primero se realizan pruebas de raíz unitaria que se basan en el *test* Dickey-Fuller y Elliott-Stock-Rothemberg a las series trimestrales de consumo privado e ingreso de la economía mexicana en el periodo de 1993-2007. Después se utiliza la metodología de Johansen para probar la hipótesis de cointegración entre las series, lo cual da paso a la estimación del VEC.

Por último, en el capítulo 5 se presentan las conclusiones del trabajo. Se discute la validez de la teoría del exceso de suavizamiento y sensibilidad del consumo. Es decir, hasta qué punto los cambios en el ingreso disponible afectan las decisiones de consumo; o bien, si el consumidor obedece la hipótesis de la renta permanente.

Capitulo 1. Estudios sobre la teoría del consumo

Keynes fue el primer economista en presentar una teoría sistemática del consumo, la cual se basa en una relación estable entre el consumo y el ingreso disponible. En términos funcionales la ecuación del consumo es de la forma,

$$C = \alpha + \beta Y \quad (1.1)$$

De hecho, la ecuación del consumo surgía de una serie de conjeturas que el mismo Keynes había establecido sin tener contrapartida empírica. La primera de ellas, y la más importante, es que β representaba la propensión marginal al consumo. Su valor se encuentra entre cero y uno; y como Keynes aseveraba es una "ley psicológica" acerca de la cantidad que está dispuesta a gastar una familia en promedio una vez que aumenta su ingreso.

La segunda conjetura postula que el cociente entre el consumo y la renta, llamado propensión media al consumo, disminuye conforme aumenta la renta

$$PMC = \frac{C}{Y} \quad (1.2)$$

Lo cual conduce a suponer que el ahorro es un lujo, sólo las personas con altos ingresos ahorran ya que destinan una pequeña parte de sus ingresos al consumo.

La tercera conjetura se refiere a que la tasa de interés no desempeña un papel relevante en la función de consumo.

A pesar de no tener un sustento matemático la teoría keynesiana del consumo, era bastante atractiva y, sobre todo, fácil de contrastar empíricamente. Una gran cantidad de estimaciones econométricas aparecieron, pero también empezaron a surgir problemas tanto teóricos como en las propias estimaciones.

Por el lado de la teoría, al no deducirse de un modelo de optimización intertemporal la función de consumo keynesiana dejaba de lado las decisiones microeconómicas de los individuos acerca de cuánto consumir y ahorrar, y donde la tasa de interés es relevante.

En el plano empírico la función no podía sostenerse. Por ejemplo, el estudio realizado por Kuznets sobre la propensión media del consumo en el largo plazo evidenció que el ahorro no era un lujo. O bien, que el crecimiento del ingreso no conduciría a un exceso de ahorro que no pudiera absorberse en proyectos de inversión. En conclusión, las estimaciones de la función de consumo eran sesgadas e inconsistentes.

El segundo estudio sobre la teoría del consumo reside en las investigaciones que realizaron por separado Franco Modigliani y Milton Friedman, y que se conocieron como la hipótesis del ciclo vital y la teoría de la renta permanente, respectivamente.

Aunque existen diferencias entre la teoría de la renta permanente y la del ciclo de vida, en algo coinciden: utilizan la restricción presupuestal de Fisher e introducen las decisiones microeconómicas básicas de los consumidores con el fin de establecer una teoría que permita explicar el consumo tanto en el corto como en el largo plazos.

Por ejemplo, el modelo de Friedman (1973) postula que a los individuos no sólo les interesa su bienestar presente sino también el bienestar en los siguientes periodos de su vida. Para ello, bajo el supuesto de que los individuos conocen con certeza absoluta la evolución de su ingreso a lo largo de su vida y del conocimiento tanto de los precios de los bienes que prevalecen en cada periodo como el tipo de interés al cual pueden prestar o pedir prestado, Friedman establece que sólo existen dos motivos para que el individuo gaste más o menos de lo que percibe de ingreso.

El primer motivo es regularizar el consumo tomando prestado o prestando según sea el caso. Es decir, el consumidor puede mantener su gasto relativamente estable aun cuando sus ingresos no sean iguales en un periodo y otro. El segundo motivo es obtener un interés sobre los préstamos, o bien realizar un pago por tomar prestado.

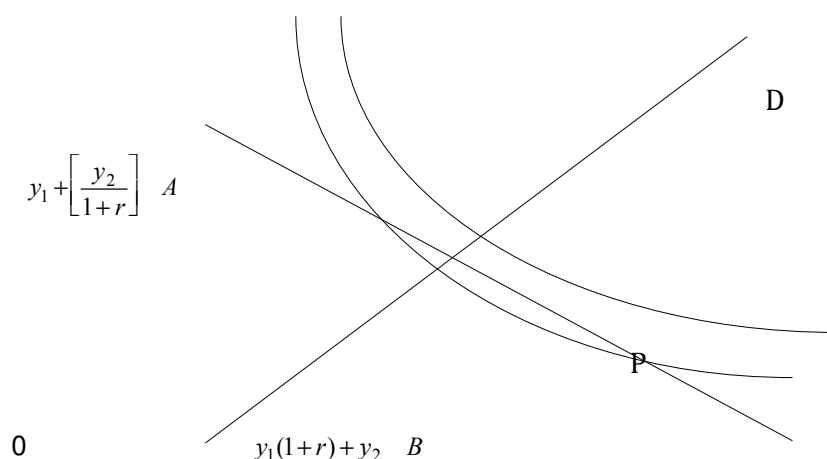
El comportamiento del consumidor bajo estos dos motivos depende de sus gustos, de la utilidad relativa que asigne al consumo en diferentes periodos del tiempo. La forma en que los individuos hacen estas valoraciones es asumir, en el caso de dos periodos, curvas de indiferencia con la propiedad de ser estrictamente convexas, lo cual permite que el individuo sustituya consumo presente si desea consumir más en el futuro.

La siguiente gráfica representa esta situación, sean y_1 y y_2 los ingresos esperados por el consumidor en los periodos uno y dos y r la tasa de interés. El consumo máximo que puede tener en el año uno, sino gasta nada en el año dos, es

$y_1 + \left[\frac{y_2}{1+r} \right]$, es el ingreso en el año uno más el préstamo obtenido en el año dos. La

cantidad máxima que puede consumir en el año dos, sino gasta nada en el año uno es $y_1(1+r) + y_2$, representa los ingresos del año uno, más los intereses que obtendría prestando el total su ingreso en el año uno más ingresos del año dos.





Gráfica 1.1

La restricción presupuestal AB expresa las combinaciones de consumo en los dos años. Si suponemos que los dos años representan todo el horizonte sobre el cual se planea el consumo, el individuo decide gastar todo lo que percibe, de modo que la combinación que elija estará sobre la línea de presupuesto AB, por tanto la combinación óptima se encuentra en el punto donde la tasa marginal de sustitución intertemporal de consumo es igual a la pendiente de la restricción presupuestal.

En términos matemáticos el problema que plantea Friedman puede postularse como el siguiente problema de optimización,

$$\begin{aligned} \max \quad & u(c_1) + (1 + \rho)^{-1} u(c_2) \\ \text{s.a.} \quad & c_2 + (1 + r)c_1 \leq (1 + r)y_1 + y_2 \end{aligned}$$

donde c_1 , c_2 , y_1 , y_2 representan el consumo y el ingreso en el periodo uno y dos, respectivamente. La tasa de interés es r y ρ es el factor de descuento.

El problema se resuelve a través del multiplicador de Lagrange

$$L = u(c_1) + (1 + \rho)^{-1} u(c_2) - \lambda(c_2 + (1 + r)c_1 - (1 + r)y_1 - y_2)$$

Las condiciones de primer orden son

$$c_1: \quad u'(c_1) - \lambda(1 + r) = 0$$

$$c_2: \quad (1 + \rho)^{-1} u'(c_2) - \lambda = 0$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones tenemos

$$\frac{u'(c_2)}{u'(c_1)} = \frac{1 + \rho}{1 + r}$$

Si suponemos que $\rho = r$, entonces

$$u'(c_2) = u'(c_1) \quad (1.3)$$

La tasa marginal de sustitución entre ambos periodos es constante, y se deduce que el consumo es constante en ambos periodos, $c_2 = c_1 = c$. En este sentido, individuos racionales prefieren suavizar la trayectoria de su consumo que enfrentar cambio bruscos.

Al introducir la condición de que el consumo es constante en la restricción intertemporal, se tiene

$$c + (1 + r)c = (1 + r)y_1 + y_2$$

lo que fácilmente permite determinar que el consumo depende de la tasa de interés y del ingreso esperado a lo largo de la vida del consumidor. En términos de la teoría de Friedman, el consumo depende del ingreso permanente

$$c^p = y^p \quad (1.4)$$

Una vez que se define el consumo permanente como función del ingreso permanente, Friedman centra su interés, por un lado, en distinguir entre ingreso permanente (y^p) y transitorio (y^t) y, por otro, entre consumo permanente (c^p) y transitorio (c^t), es decir

$$y = y^p + y^t$$

$$c = c^p + c^t$$

El componente permanente del ingreso contiene todos los factores que determinan el valor de la riqueza del consumidor, mientras que el componente transitorio se refiere a todos aquellos factores o acontecimientos accidentales que se

presentan una vez o más veces pero sin relación alguna y que modifican al mismo ingreso. Esto significa que el valor esperado del ingreso transitorio es cero y que no está correlacionados entre sí, ni con los correspondientes componentes permanentes. De forma que

$$\rho_{y^t y^p} = \rho_{c^t c^p} = \rho_{y^t c^p} = 0$$

Al utilizar la función tradicional del consumo, y agregando un término de error que incluya todas aquellos factores no considerados en el modelo,

$$c_t = \alpha + \beta y_t + u_t \quad (1.5)$$

La estimación por el método de mínimos cuadrados ordinarios de los parámetros α y β es

$$\hat{\beta} = \frac{\text{cov}(y_t, c_t)}{\text{var}(y_t)}$$

$$\hat{\alpha} = \bar{c} - \hat{\beta} \bar{y}$$

Sustituyendo $c_t^P = y_t^P$ y $y_t = y^p + y^t$, se obtiene

$$\hat{\beta} = \frac{\text{cov}(y^p + y^t, c^p)}{\text{var}(y^p + y^t)}$$

Utilizando propiedades básicas sobre varianzas y covarianzas de variables aleatorias y, dado que, $\text{cov}(y^t, y^p) = 0$

$$\hat{\beta} = \frac{\text{var}(y^p)}{\text{var}(y^p) + \text{var}(y^t)} \quad (1.6)$$

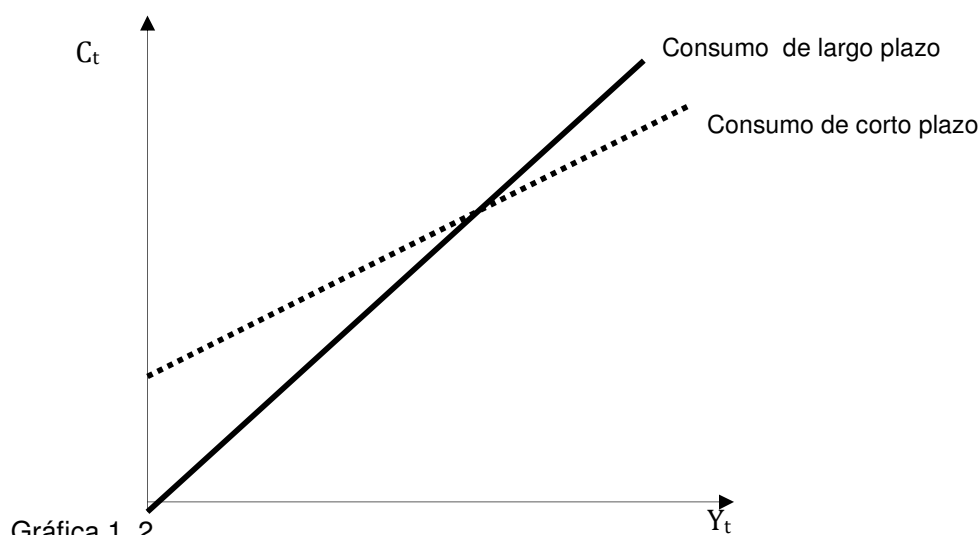
$$\text{Si } \bar{c}^p = \bar{y}^p \quad \text{y} \quad \bar{y} = \bar{y}^p + \bar{y}^t$$

$$\hat{\alpha} = (1 - \hat{\beta}) \bar{y}^p \quad (1.7)$$

A partir de las ecuaciones (1.6) y (1.7) se puede estudiar cómo la función de consumo se comporta en el corto y largo plazos. En el corto plazo, se puede observar

que las variaciones del ingreso transitorio son mayores que las del ingreso permanente, $\text{var } y^t > \text{var } y^p$ lo cual implica que $0 < \hat{\beta} < 1$ y, por ende, $\hat{\alpha} > 0$. Se observa en la gráfica (1. 2) cómo la línea punteada es congruente con la función de consumo keynesiana. Por lo que el ahorro se debe esencialmente a las variaciones del ingreso transitorio.

En el largo plazo se observa lo opuesto, $\text{var } y^p > \text{var } y^t$, lo que conduce a que $\hat{\beta} \rightarrow 1$ y que $\hat{\alpha} \rightarrow 0$ y el resultado se presenta en la gráfica con trazo grueso. El consumo medio es constante, y eso explica cómo en el largo plazo el individuo decide consumir en función de su renta permanente y no de las variaciones transitorias del ingreso que provoquen cambios en su consumo medio.



Gráfica 1. 2

Aunque Friedman estaba consiente de la limitación que impone la certeza absoluta de la trayectoria del ingreso, no tenía elementos matemáticos disponibles para modelar la incertidumbre, fue Robert Hall quien inicia un nuevo rumbo en el análisis teórico del consumo; su idea era interesante y desafiante: combinar el análisis de la renta permanente y el ciclo de vida con la incertidumbre.

En términos matemáticos el problema que plantea Hall (1978) es el siguiente

$$\max E_t \sum_{\tau=0}^{T-t} (1 + \delta)^{-\tau} u(c_{t+\tau})$$

$$\sum_{\tau=0}^{T-t} (1 + r)^{-\tau} (c_{t+\tau} - w_{t+\tau}) = A_t$$

Donde E_t es la esperanza condicional de toda la información disponible en el tiempo t , δ es la tasa de impaciencia, r la tasa de interés real, que se asume constante en el tiempo, T el periodo de vida, $u(\cdot)$ es la función de utilidad, estrictamente cóncava, c_t es el consumo, w_t es el ingreso y A_t representa a los activos.

La fuente de incertidumbre residía en el ingreso, por lo que el consumo en cualquier periodo depende del ingreso realizado y por ende se convierte en una variable estocástica. La forma en que Hall soluciona el problema es mediante programación dinámica, así que bajo el principio de optimalidad se concluye que

$$c_t = E_t(c_{t+1})$$

Lo cual significa que el consumo sigue un camino aleatorio: es irrelevante utilizar cualquier otro tipo de información económica para pronosticar el consumo. Ninguna variable económica adicional al consumo es relevante, lo cual permite decir que existe una condición de ortogonalidad entre el consumo y otras variables económicas.

Desde el punto de vista empírico, la condición de ortogonalidad expresa que para determinar el consumo esperado ninguna variable, incluso el consumo rezagado más de dos periodos, era significativamente relevante. Esto es, a partir de $E(c_t | c_{t-1}, x_{t-1})$ donde x_{t-1} es un vector de variables rezagadas, que incluso puede ser el consumo, el ingreso o cualquier otras variables conocidas, entonces, el valor esperado del consumo condicionado a ese vector de variables es cero.

Por ejemplo, Hall estima la regresión de c_t contra $c_{t-1}, c_{t-2}, c_{t-3}, c_{t-4}$ y aplicando una prueba F sobre c_{t-2}, c_{t-3} y c_{t-4} llega a la conclusión fundamental que las variables utilizadas no tienen ninguna incidencia en el consumo. Para ratificar su hipótesis de que el consumo no es explicado por ninguna variable, realiza una nueva estimación donde incluye valores pasados del ingreso, $s_{t-1}, s_{t-2}, s_{t-3}, s_{t-4}$, y la hipótesis nula propuesta es que los coeficientes de estas variables son iguales a cero. Mediante el uso del estadístico F, llega a la conclusión de que valores retardados del ingreso no determinan el consumo, por tanto el consumo es un camino aleatorio. Aunque su teoría no pudo sostenerse cuando utiliza la variable de activos.

La conclusión fundamental es que si el consumo es un camino aleatorio, entonces el cambio en el consumo sólo obedece a la revisión de los agentes económicos en las expectativas sobre el ingreso permanente. Lo cual obliga a distinguir entre cambios previstos y no previstos en el ingreso, si se desea, por

ejemplo, entender la evolución del consumo y los efectos de políticas fiscales sobre el bienestar.

La teoría de Friedman y Hall abrieron la puerta hacia un nuevo debate sobre la teoría del consumo. Muchas investigaciones tanto teóricas como empíricas surgieron. A continuación se enumeran algunas de ellas.

Flavin (1981) retoma el modelo de Hall, pero su objetivo fundamental es el de probar el exceso de sensibilidad del consumo. Esto es, el ingreso es capaz de producir cambios sustanciales en el consumo. Para ello, el autor propone un proceso autorregresivo para el ingreso de orden ocho.

$$y_t = \mu_1 + \rho_1 y_{t-1} + \rho_2 y_{t-2} + K + \rho_8 y_{t-8} + \varepsilon_{1t}$$

De forma que el cambio en el consumo se puede representar mediante la hipótesis nula, la cual prueba la veracidad de la hipótesis de la renta permanente y la denota de la siguiente manera

$$\Delta c_t = \mu_2 + k\phi(y_t - \mu_1 - \rho_1 y_{t-1} - \rho_2 y_{t-2} - K - \rho_8 y_{t-8}) + \beta_0 \Delta y_t + \beta_1 \Delta y_{t-1} + K + \beta_7 \Delta y_{t-7} + \varepsilon_{2t}$$

donde $\beta_0 \dots \beta_7$ son los parámetros del exceso de sensibilidad, ε_{2t} representa el error, así como los efectos de la información sobre la renta permanente que el consumidor puede tener, pero que no es explicado por la especificación autorregresiva de la renta. Si la hipótesis de la renta permanente es cierta los parámetros de exceso de sensibilidad deben ser cero.

Como puede observarse el modelo de Flavin es un modelo de ecuaciones simultáneas, dos ecuaciones cuyas variables endógenas son el nivel de ingreso y la variación del consumo. La ecuación de la renta ya se encuentra en forma reducida y la del consumo es

$$\Delta c_t = (\mu_2 + \beta_0 \mu_1) + \beta_0 [(\rho_1 - 1)y_{t-1} + \rho_2 y_{t-2} + K + \rho_8 y_{t-8}] + \beta_1 \Delta y_{t-1} + \beta_2 \Delta y_{t-2} + K + \beta_7 \Delta y_{t-7} + v_{2t}$$

donde $v_{1t} = \varepsilon_{1t}$ y $v_{2t} = (k\phi + \beta_0)\varepsilon_{1t} + \varepsilon_{2t}$ usando la notación π

$$\Delta c_t = \mu_2 + \pi_1 y_{t-1} + \pi_2 y_{t-2} + K + \pi_8 y_{t-8} + v_{2t}$$

En sí mismo el sistema está exactamente identificado, ya que en ambas ecuaciones aparecen las mismas variables. Por lo tanto, la estimación de los coeficientes por máxima-verosimilitud con información completa es equivalente a la que se obtiene a través de mínimos cuadrados ordinarios.

Sin embargo, para realizar la estimación de la ecuación de consumo Flavin impone la restricción de que el coeficiente del consumo retardado debe ser igual a uno, debido a que utiliza la variación del consumo. Sin embargo, Flavin se encuentra ante el problema de que el ingreso debe ser un proceso estacionario, algo que no siempre se cumple, por lo que la estimación es inadecuada. Así que decide ajustar el ingreso y el consumo mediante tendencias temporales exponenciales.

Flavin observa que al llevar a cabo la regresión del cambio en el consumo, los coeficientes del cambio en el ingreso rezagados son estadísticamente significativos y, por ende, el consumo es excesivamente sensible. Lo cual puede interpretarse en el sentido de que el consumo responde a las variaciones predecibles del ingreso.

Más adelante, Campbell y Mankiw (1987) presentan un avance en la teoría del consumo. Si bien están de acuerdo en general con la teoría deducida por Robert Hall, van más allá al abandonar el supuesto del consumidor representativo y dar paso al estudio del consumo, ingreso y tasa de interés desde el punto de vista de dos grupos.

Por un lado, existen consumidores que responden a los cambios en el ingreso disponible, bajo este enfoque se destacan tres cosas importantes: primero, los cambios esperados en el ingreso están asociados con los cambios esperados en el consumo, es decir el consumo no es una martingala; segundo, la tasa de interés real esperada no está relacionada con los cambios esperados en el consumo; tercero, periodos en los cuales el consumo es relativamente alto es seguido por un rápido crecimiento en el ingreso.

Y, por otro lado, existe un segundo grupo de individuos los cuales responden al enfoque de la hipótesis de la renta permanente, es decir su consumo es impredecible.

Dadas estas dos características se presenta un modelo más general, en el cual λ es la fracción del ingreso que representa a los individuos que consumen en función de su ingreso corriente, mientras que el resto $(1-\lambda)$ representa a los individuos que consumen en función de su ingreso permanente.

Si el ingreso de cada grupo es Y_{1t} y Y_{2t} , entonces el ingreso total es $Y_t = Y_{1t} + Y_{2t}$, donde el primer grupo recibe λ del total de su ingreso $Y_{1t} = \lambda Y_t$, el segundo grupo recibe $Y_{2t} = (1-\lambda)Y_t$; si el primer grupo consume en función de su ingreso corriente, tenemos $C_t = Y_t$ lo cual implica que $\Delta C_t = \Delta Y_t = \Delta Y_t$

Mientras que los agentes del segundo grupo obedecen a la hipótesis de la renta permanente, lo cual implica que $\Delta C_{2t} = (1 - \lambda)\varepsilon_t$; por lo tanto el consumo puede ser escrito como $\Delta C_t = \Delta C_{1t} + \Delta C_{2t} = \lambda Y_t + (1 - \lambda)\varepsilon_t$

Bajo esta alternativa el cambio en el consumo es una fuerte medida del cambio en el ingreso disponible y del ingreso permanente, que se representa por ε_t .

De la ecuación anterior, se concluye que si $\lambda = 0$ entonces es válida la hipótesis de la renta permanente; es decir, el consumo sigue un camino aleatorio, $C_{t+1} = C_t + \varepsilon_{t+1}$

Es importante notar que la ecuación $\Delta C_t = \lambda Y_t + (1 - \lambda)\varepsilon_t$ no se puede estimar a través de mínimos cuadrados ordinarios, dado que el término de error ε_t puede estar correlacionado con ΔY_t , por lo tanto la estimación adecuada es vía el Método de Variables Instrumentales (VI).

Algunas variables estacionarias rezagadas son instrumentos válidos si son ortogonales a ε_t , obviamente buenos instrumentos deben estar correlacionados con ΔY_t , por lo que deben escogerse variables rezagadas que puedan predecir el crecimiento futuro del ingreso, una vez que los instrumentos son encontrados se puede estimar la fracción del ingreso que corresponde al ingreso corriente.

El segundo enfoque para probar la hipótesis de la renta permanente es regresar los cambios sobre el consumo de variables rezagadas, para observar si los cambios en el consumo son impredecibles.

Se observa que $\Delta C_t = \lambda Y_t + (1 - \lambda)\varepsilon_t$ estimada a través de VI puede ser vista como una versión restringida de un sistema de dos ecuaciones, en el cual ΔC_t y ΔY_t son regresados directamente sobre los instrumentos.

Robert Hall en su artículo seminal señala que una de las causas por la cual podría no cumplirse la teoría de la renta permanente es por la presencia de restricciones de liquidez. Al respecto Zeldes (1989) plantea su análisis distinguiendo dos grupos: el primero, dispone de pocos activos y, por ende, dado que no tienen acceso al crédito entonces su consumo está vinculado a su ingreso corriente. La propensión marginal al consumo de este grupo es alta. El segundo grupo tiene acceso al crédito, lo cual implicaba que suavizaban su consumo, ya que responden más al ingreso permanente que al corriente.

La forma en que demuestra Zeldes su teoría, es plantear si la hipótesis de la renta permanente se cumple. Al respecto, concluye que si bien es cierto que un grupo de consumidores que no tienen acceso al crédito y sus decisiones de consumo están gobernadas por el ingreso disponible, ello no significa un retorno a las conjeturas de Keynes sobre la función de consumo. Ya que el grupo con acceso a crédito se

encuentra bajo la hipótesis de la renta permanente y utiliza la deuda para suavizar la trayectoria de su consumo.

En otras palabras, Zeldes postula un método de análisis para probar si las restricciones de liquidez son relevantes, dividiendo en dos grupos a los agentes económicos acorde con la razón riqueza/ingreso, y examinar su comportamiento a través de la ecuación de Euler. Con base en datos para la economía estadounidense el autor concluye que las restricciones de liquidez son importantes, pero siempre y cuando se tomen con cautelas sus estimaciones.

Capítulo 2: La teoría básica del consumo

2.1 El modelo fundamental: La hipótesis de la renta permanente bajo incertidumbre

El modelo que se expone a continuación es estándar, en el sentido que asume un individuo representativo que vive infinitamente y sus preferencias racionales se representan por medio de una función de utilidad aditivamente separable, de modo que el valor esperado de su utilidad descontada está dado por,

$$E_t \sum_{t=0}^{\infty} (1 + \theta)^{-t} u(c_t) \quad (2.1)$$

Donde θ es el factor de impaciencia y E_t es el operador de esperanza condicional a la información disponible en el tiempo t . Se asume que la función de utilidad satisface los requisitos deseables: estrictamente creciente, cóncava, acotada y cumple las condiciones de Inada: $\lim_{c \rightarrow \infty} u'(c_t) \rightarrow 0$ $\lim_{c \rightarrow 0} u'(c_t) \rightarrow \infty$

La restricción presupuestal del individuo está gobernada por una ecuación de movimiento estocástica dada por,

$$\sum_{i \in n} a_{t+1}^i = \sum_{i \in n} (1 + r_t^i) a_t^i + w_t - c_t \quad (2. 2)$$

a_0^i está dado

Como puede observarse, la riqueza del individuo únicamente la constituye el ingreso laboral, w_t , y la posesión de activos, a_t^i . En lo que respecta a la riqueza laboral se tiene que es una variable aleatoria idéntica e independientemente distribuida, con una función de distribución probabilística bien definida. Por su parte, los activos a disposición del individuo pueden ser tanto activos riesgosos (por ejemplo, una acción) o libres de riesgo (pagaré bancario o bono gubernamental). Como es natural, cada activo paga una tasa de interés que puede ser libre de riesgo o no. Por último, en cada instante del tiempo se deduce el gasto del consumo de la riqueza del individuo.

Reuniendo la ecuación (2. 1) y (2. 2), se tiene que el problema del consumidor es elegir una trayectoria para el consumo que maximice el valor esperado de su utilidad descontada sujeta a su restricción presupuestal. En términos matemáticos,

$$E_t \sum_{t=0}^{\infty} (1 + \theta)^{-t} u(c_t)$$

s.a

$$\sum_{i \in n} a_{t+1}^i = \sum_{i \in n} (1 + r_t^i) a_t^i + w_t - c_t$$

La solución del problema puede obtenerse mediante el principio de optimalidad de Bellman, así que el funcional asociado al problema del individuo está dado por,

$$V_i(A_t) = u(c_t) + (1 + \theta)^{-1} E_t \{V_i(A_{t+1})\} \quad \forall i \in n \quad (2. 3)$$

Como puede observarse, se ha utilizado A_t como la suma de todos los activos disponibles al consumir: $A_t = \sum_{i \in n} a_t^i$

La condición de primer orden asociada a la variable de control es:

$$c_t : \quad u'(c_t) + (1 + \theta)^{-1} \frac{\partial V_i(a_{t+1})}{\partial a_{t+1}} \frac{\partial a_{t+1}}{\partial c_t} = 0$$

o bien reordenando términos

$$u'(c_t) = (1 + \theta)^{-1} E_t \{V'_i(A_{t+1})\} \quad (2.4)$$

Para obtener el segundo miembro del lado derecho de la ecuación (2.4) se utiliza el teorema de la envolvente (conocido como el Teorema de Benveniste-Sheickman), al derivar la ecuación (2.3) con respecto a cualquier activo

$$V'_i(A_t) = (1 + \theta)^{-1} E_t \{V'_i(A_{t+1})\} (1 + r_t^i) \quad (2.5)$$

Pero de acuerdo a la ecuación (2.4) se puede reescribir la ecuación (2.5) como sigue

$$V_i(A_t) = u'(c_t)(1 + r_t^i)$$

Al adelantar un periodo la ecuación

$$V_i(A_{t+1}) = u'(c_{t+1})(1 + r_{t+1}^i) \quad \forall i \in n$$

Por lo tanto la ecuación (2.4) se reduce a la ecuación fundamental del consumo

$$u'(c_t) = (1 + \theta)^{-1} E_t \{u'(c_{t+1})(1 + r_{t+1}^i)\} \quad \forall i \in n \quad (2.6)$$

Ahora bien, dado que el valor esperado de un producto de variables aleatorias es igual al producto de sus esperanzas más la covarianza de las variables, entonces la ecuación fundamental se puede escribir de la forma

$$u'(c_t) = (1 + \theta)^{-1} [E_t u'(c_{t+1}) E_t (1 + r_t^i) + \text{cov}(u'(c_{t+1}), (1 + r_{t+1}^i))] \quad (2.7)$$

Para generar un camino aleatorio en la serie de consumo, es necesario asumir los siguientes supuestos:

- i) La función de utilidad $u(c_t)$ es cuadrática. Por ejemplo, se puede utilizar la propuesta por Hall (1978): $u(c_t) = -\frac{1}{2}(c - c_t)^2$
- ii) La covarianza entre la utilidad marginal del consumo en el tiempo $t+1$ y su respectiva tasa de interés es cero, por tanto se establece que el activo es libre de riesgo.
- iii) Además de asumir que la tasa de interés es libre de riesgo, es constante e igual para todos los activos. Y más aún, igual al factor de descuento:

$$r_t^i = r = \theta$$

A partir de estos supuestos se deduce

$$\bar{c} - c_t = (1 + \theta)^{-1} E_t(\bar{c} - c_{t+1}) E(1 + r)$$

Dado que el valor esperado de una constante es igual a la constante misma y utilizando el supuesto que el factor de descuento es igual a la tasa de interés, entonces después de simplificar se obtiene la ecuación fundamental de Hall (1978)

$$c_t = E_t(c_{t+1}) \quad (2.8)$$

En términos simples: el consumo esperado de mañana es igual al consumo de hoy. Ninguna información adicional al consumo de hoy sirve para determinar el consumo de mañana. O bien, se puede expresar de la siguiente forma,

$$c_{t+1} = c_t + \varepsilon_{t+1} \quad (2.8')$$

Lo cual indica que el consumo tiene una raíz unitaria. Dicho de otra manera, el consumo es una martingala, por lo que es complicado establecer una trayectoria del consumo predecible. Sin embargo, si se observa la ecuación (2.8') el cambio en el consumo se debe al error contemporáneo. La pregunta ahora es: ¿Qué determina este error?

La respuesta se puede encontrar a partir de la restricción presupuestal del consumidor, pero modificándola ya que al ser todos los activos libre de riesgo y con una tasa de interés igual y constante, entonces se pueden agregar los activos en una sola variable, y la restricción toma la forma:

$$A_{t+1} = (1+r)A_t + w_t - c_t \quad (2.9)$$

Esta ecuación en diferencia estocástica se resuelve por medio de iteración de la forma siguiente. Se adelanta un periodo la ecuación (2.9)

$$A_{t+2} = (1+r)A_{t+1} + w_{t+1} - c_{t+1}$$

Sustituyendo la ecuación (2.9) en A_{t+2} y con un poco de álgebra se obtiene

$$A_{t+2} = (1+r)^2 A_t + (1+r)(w_t - c_t) + w_{t+1} - c_{t+1}$$

El procedimiento continúa hasta el periodo $T+1$, resultando

$$A_{t+T+1} = (1+r)^{T+1} A_t + \sum_{j=0}^T (1+r)^{T-j} (w_{t+j} - c_{t+j}) \quad (2.10)$$

Si se impone el supuesto de que el individuo representativo no puede incurrir en juegos Ponzi. Esto es, los individuos no pueden endeudarse permanentemente o bien, dejar algún activo al final de los tiempos. Es decir, se impone la condición

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{A_{t+T+1}}{(1+r)^T} = (1+r)A_t + \sum_{j=0}^T (1+r)^{-j} (w_{t+j} - c_{t+j}) = 0 \quad (2.11)$$

Por lo que la ecuación (2.10) se reduce a

$$\sum_{j=0}^{\infty} (1+r)^{-j} c_{t+j} = (1+r)A_t + \sum_{j=0}^{\infty} (1+r)^{-j} w_{t+j} \quad (2.12)$$

Tanto la variable de consumo como la de ingreso siguen trayectorias que inician en el periodo t , el momento en el cual se ha condicionado toda la información. Si se introduce el operador de esperanza condicional se tiene:

$$\sum_{j=0}^{\infty} (1+r)^{-j} E_t(c_{t+j}) = (1+r)A_t + \sum_{j=0}^{\infty} (1+r)^{-j} E_t(w_{t+j}) \quad (2.13)$$

Y utilizando la ecuación fundamental de Hall, la ecuación (2.8), en la ecuación previa

$$c_t \left(\sum_{j=0}^{\infty} (1+r)^{-j} \right) = (1+r)A_t + \sum_{j=0}^{\infty} (1+r)^{-j} E_t(w_{t+j})$$

Del álgebra básica se conoce que $\sum_{j=0}^{\infty} (1+r)^{-j} = \frac{1+r}{r}$, por lo que (2.13) se reduce a

$$c_t = rA_t + \frac{r}{1+r} \sum_{j=0}^{\infty} (1+r)^{-j} E_t(w_{t+j}) \quad (2.14)$$

El consumo del individuo representativo depende de su riqueza inicial en activos y por el flujo descontado del valor esperado de sus ingresos laborales. Ambos ingresos constituyen el valor esperado de la riqueza permanente de los individuos. Si hubiera certeza absoluta acerca de la evolución de la renta permanente, entonces el modelo se reduciría a la versión básica del modelo de Renta Permanente de Friedman. Sin embargo, es muy difícil considerar que los individuos conocen con certeza la evolución de su ingreso. Por esta razón es más conveniente introducir la incertidumbre en el modelo de Renta Permanente.

Retomando la ecuación (2.14) y adelantemos un periodo

$$c_{t+1} = rA_{t+1} + \frac{r}{1+r} \sum_{j=0}^{\infty} (1+r)^{-j} E_{t+1}(w_{t+j+1})$$

Al multiplicar por la tasa de interés ambos lados de la restricción presupuestal (2.9)

$$rA_{t+1} = r(1+r)A_t + rw_t - rc_t$$

Y se sustituye en la ecuación de consumo con un periodo adelante

$$c_{t+1} = r(1+r)A_t + rw_t - rc_t + \frac{r}{1+r} \sum_{j=0}^{\infty} (1+r)^{-j} E_{t+1}(w_{t+j+1})$$

Restando en ambos lados c_t

$$c_{t+1} - c_t = r(1+r)A_t + rw_t - (1+r)c_t + \frac{r}{1+r} \sum_{j=0}^{\infty} (1+r)^{-j} E_{t+1}(w_{t+j+1})$$

Al sustituir la ecuación (2. 14) en esta última, se tiene

$$c_{t+1} - c_t = r(1+r)A_t + rw_t - (1+r) \left[rA_t + \frac{r}{1+r} \sum_{j=0}^{\infty} (1+r)^{-j} E_t(w_{t+j}) \right] + \frac{r}{1+r} \sum_{j=0}^{\infty} (1+r)^{-j} E_{t+1}(w_{t+j+1})$$

Para concluir, si se eliminan términos comunes y se reordenan las sumas se tiene

$$c_{t+1} - c_t = \frac{r}{1+r} \sum_{j=0}^{\infty} (1+r)^{-j} (E_{t+1} - E_t) w_{t+j+1} = \varepsilon_{t+1} \quad (2. 15)$$

La variación que experimenta el consumo entre t y $t+1$, es impredecible en el momento t ; es decir, la variación del consumo está relacionada directamente con la información que se tiene sobre el ingreso. La información nueva que se obtiene en el momento t lleva al consumidor a revisar las expectativas anteriores sobre el ingreso corriente y futuro, por lo que varía el valor actual descontado de esas expectativas. De este modo, la variación de la renta permanente está explicada por nuevas noticias y conduce a cambio en el consumo.

La parte derecha de la ecuación (2.15) es la innovación del proceso de martingala, pero al expresarla en función del ingreso, se puede utilizar cualquier información que se tenga sobre el ingreso esperado para conocer lo que debe ocurrir con el consumo. Por ejemplo, si el día de hoy se reciben buenas o malas noticias

acerca de sus ingresos futuros entonces los individuos revisarán sus expectativas y necesariamente habrá un cambio en el consumo.

2. 2 Un proceso estocástico para el ingreso

Toda la sección anterior se resume en lo siguiente: el consumo es una martingala y los cambios en el consumo se deben a las revisiones en las expectativas de la renta permanente; es decir, las variaciones del consumo no pueden predecirse por medio del ingreso rezagado o cualquier otro conjunto de variables rezagadas.

Ahora el interés es proponer un proceso estocástico para el ingreso laboral y así obtener una versión más explícita de la ecuación (2.15). Los procesos estocásticos más simples para trabajar son los procesos lineales, se supone que w_{t+1} es un proceso estacionario ARMA(p,q); en particular, se asume sin pérdida de generalidad que el ingreso laboral sigue un proceso AR(1) definido como:

$$w_{t+1} = \bar{w} + \rho w_t + e_{t+1}$$

Donde, $\frac{\bar{w}}{1-\rho}$ es la media no condicional del ingreso laboral, e_t es una variable aleatoria que es un ruido blanco, el cual se asume es gaussiano y, por último, para garantizar que el proceso es estacionario, $|\rho| < 1$.

Resolviendo de manera iterativa el proceso AR(1) para el ingreso laboral se tiene

$$w_{t+j+1} = (1 + \rho + \rho^2 + \dots + \rho^j) \bar{w} + \rho^{j+1} w_t + \rho^j e_{t+j} + e_{t+j}$$

Al tomar expectativas condicionales para el proceso

$$E_{t+1}(w_{t+j+1}) = (1 + \rho + \rho^2 + K + \rho^j) \bar{w} + \rho^{j+1} w_t + \rho^j e_{t+j}$$

$$E_t(w_{t+j+1}) = (1 + \rho + \rho^2 + K + \rho^j) \bar{w} + \rho^{j+1} w_t$$

La diferencia entre estos dos valores esperados da como resultado

$$E_{t+1}(w_{t+j+1}) - E_t(w_{t+j+1}) = \rho^j e_{t+1}$$

Al sustituir éste resultado en la ecuación (2. 15)

$$c_{t+1} - c_t = \frac{r}{1+r} \sum_{j=0}^{\infty} (1+r)^{-j} \rho^j e_{t+1}$$

Cuya solución se puede expresar de la forma

$$c_{t+1} - c_t = \frac{r}{1+r-\rho} e_{t+1} \quad (2. 16)$$

La importancia de la ecuación (2.16) radica en que permite vincular el consumo con el ingreso a partir del valor que tome el coeficiente del proceso autorregresivo del ingreso. Por ejemplo, si $\rho=1$, lo cual significa que el ingreso laboral sigue una caminata aleatoria, entonces el consumo sigue una caminata aleatoria. Ambas series, consumo e ingreso, son procesos no estacionarios ya que son integrados de orden 1.

En este punto, se puede concluir que el consumo sólo varía conforme a las innovaciones del ingreso, e_{t+1} , por lo que es fundamental plantear un modelo econométrico que capte toda la información de la cual disponen los consumidores.

Campbell y Deaton (1989) proponen un modelo bivariado, el cual ayude a explicar la relación existente entre consumo e ingreso en el corto plazo. El punto de partida es la utilización de un modelo de Vectores Autorregresivos (VAR), cuya característica principal es que los consumidores cuentan con información privilegiada o superior. Esto es, los consumidores forman sus expectativas usando un conjunto de información más completa y no únicamente la historia del ingreso; por ejemplo, tienen información de otras variables, como la política monetaria prevaleciente, el precio de activos, el crecimiento específico de algunos sectores de la economía, etc. Por lo tanto, si cuentan con esta información, el efecto en el ingreso permanente es suave,

en el caso de previsión perfecta, el ingreso permanente y el consumo serán constantes.

De esta forma el término “superior” tiene como significado, que los consumidores reciben noticias acerca de las innovaciones antes de que ocurran, lo cual le permite conocer cuál será su ingreso futuro, por tanto si conocen el comportamiento del ingreso serán capaces de tomar la mejor decisión de consumo.

La limitación del análisis de Campbell y Deaton (1989) es que al centrar su análisis en un VAR sólo analizan la variación del consumo en el corto plazo, dejando de lado el largo plazo. Al asumir que ingreso y consumo son integrados de orden uno, se puede reescribir el VAR de nivel en uno de primeras diferencias que incluya un mecanismo de corrección de errores. De este modo, se tiene un análisis de corto y largo plazos. Y el análisis de consumo e ingreso es más consistente. Lo cual es el tema que se aborda en el siguiente capítulo.

Capítulo 3: Metodología econométrica

3. 1 Cointegración

En el capítulo anterior se demuestra que bajo condiciones, más bien estrictas, las series del consumo y el ingreso presentan una relación dinámica, donde el uso de Información Superior conduce a la utilización de un VAR(p), como se presenta a continuación

$$c_t = a + \alpha_1 c_{t-1} + K + \alpha_p c_{t-p} + \beta_1 y_{t-1} + K + \beta_p y_{t-p} + e_{1t} \quad (3. 1)$$

$$y_t = b + \delta_1 c_{t-1} + K + \delta_p c_{t-p} + \tau_1 y_{t-1} + K + \tau_p y_{t-p} + e_{2t} \quad (3. 2)$$

En términos matriciales el sistema toma la forma

$$\begin{pmatrix} c_t \\ y_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \alpha_1 & \beta_1 \\ \delta_1 & \tau_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{t-1} \\ y_{t-1} \end{pmatrix} + K + \begin{pmatrix} \alpha_p & \beta_p \\ \delta_p & \tau_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{t-p} \\ y_{t-p} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{pmatrix}$$

o bien, en forma de vectores se tiene

$$X_t = A + \Phi_1 X_{t-1} + K + \Phi_p X_{t-p} + \varepsilon_t \quad (3. 3)$$

Donde Φ_j es la matriz que contiene los coeficientes del vector X_{t-j} para todo $j = 1, \dots, p$ y ε_t es el vector de variables que son ruido blanco, con las propiedades

$$E(\varepsilon_t) = 0$$

$$E(\varepsilon_t, \varepsilon_j) = \begin{cases} \Omega & t = j \\ 0 & \text{en otro lado} \end{cases}$$

Una simple inspección visual de comportamiento de las series del consumo y el ingreso de México en el periodo analizado, indica que ambas series son no estacionarias en nivel, lo cual no impide reescribir la ecuación (3. 3) como:

$$\Phi(L)X_t = A + \varepsilon_t \quad (3. 3 a)$$

donde $\Phi(L) = (I - \Phi_1 L - \Phi_2 L^2 - \dots - \Phi_p L^p)$

Más aún, si se asume que el vector X es estacionario en primera diferencia, entonces la descomposición de Wold para ΔX_t toma la forma,

$$\Delta X_t = (1 - L)X_t = \delta + \Psi(L)\varepsilon_t \quad (3. 4)$$

Al multiplicar ambos lados de la ecuación por el polinomio $\Phi(L)$

$$\Phi(L)[(1 - L)X_t] = \Phi(L)[\delta + \Psi(L)\varepsilon_t]$$

y sustituyendo la ecuación (3. 4), se obtiene

$$(1 - L)(A + \varepsilon_t) = \Phi(1)\delta + \Phi(L)\Psi(L)\varepsilon_t$$

Donde $\Phi(L)\delta = \Phi(1)\delta$, dado que delta es una constante. Desagregando se puede reescribir esta ecuación como

$$(1 - L)A + (1 - L)\varepsilon_t = \Phi(1)\delta + \Phi(L)\Psi(L)\varepsilon_t$$

Dado que A es un vector de constantes, entonces $(1 - L)A = 0$ y así se obtiene

$$(1 - L)\varepsilon_t = \Phi(1)\delta + \Phi(L)\Psi(L)\varepsilon_t \quad (3. 5)$$

Se observa que ambos lados de la ecuación serán iguales si se cumple simultáneamente

$$\begin{aligned}\Phi(1)\delta &= 0 \\ (1-L)I &= \Phi(L)\Psi(L)\end{aligned}$$

La segunda ecuación es importante, ya que si se obtienen las raíces del operador de rezagos se tiene que resolver

$$(1-\lambda)I = \Phi(L)\Psi(L)$$

Por ejemplo, ante la presencia de una raíz unitaria, entonces $\lambda=1$ y, por ende, la ecuación se reduce a

$$\Phi(1)\Psi(1) = 0 \quad (3.6)$$

Donde $\Phi(1) = (I - \Phi_1, \dots, -\Phi_p)$ es la suma de un conjunto de matrices de orden 2 por 2, y puede ser definida como

$$\Phi(1) = \begin{pmatrix} \theta_{11} & \theta_{12} \\ \theta_{21} & \theta_{22} \end{pmatrix}$$

Por ejemplo, sean a_1 y a_2 la primera y segunda fila de la matriz $\Phi(1)$. Se dice que existe cointegración si alguna de esas filas satisface

$$a'\Psi(1) = 0 \quad y \quad \Psi(1)\delta = 0 \quad (3.7)$$

En términos del álgebra lineal, es necesario que el rango de la matriz sea de orden 1, ya que asegura la existencia de una relación de dependencia entre el consumo e ingreso. En otro caso, si por ejemplo el rango $\Phi(1)$ es completo entonces cada serie sería independiente una de otra, y en el caso de rango cero, las series seguirían un patrón totalmente no estacionario.

Finalmente, el vector de cointegración no es único ya que puede normalizarse para que el primer término sea la unidad. Esto es, al multiplicar el vector a por el vector b , se tiene

$$\pi' = ba' \quad (3.8)$$

Y de acuerdo a (3.6),

$$\Phi(1)=\alpha' \quad (3.9)$$

3. 2 Vector de corrección de errores

Al considerar una vez más el VAR(p) de la ecuación (3. 3), éste se puede expresar de forma distinta pero de forma conveniente para la presente investigación. Para ello se procede a sumar y restar $\Phi_p X_{t-p+1}$

$$X_t = \Phi_1 X_{t-1} + K + \Phi_p X_{t-p} + \Phi_p X_{t-p+1} - \Phi_p X_{t-p+1} + \varepsilon_t \quad (3.10)$$

factorizando términos

$$X_t = A + \Phi_1 X_{t-1} + K + (\Phi_p + \Phi_{p-1})X_{t-p+1} - \Phi_p (X_{t-p+1} - X_{t-p}) + \varepsilon_t$$

o bien

$$X_t = A + \Phi_1 X_{t-1} + K + (\Phi_p + \Phi_{p-1})X_{t-p+1} - \Phi_p \Delta X_{t-p+1} + \varepsilon_t$$

Se repite el mismo procedimiento, pero ahora añadiendo y eliminando el término

$$(\Phi_p + \Phi_{p-1})X_{t-p+2}$$

$$X_t = A + \Phi_1 X_{t-1} + K + (\Phi_p + \Phi_{p-1} + \Phi_{p-2})X_{t-p+2} - \Phi_{p-1} \Delta X_{t-p+2} - \Phi_p \Delta X_{t-p} + \varepsilon_t$$

Se continúa el procedimiento hasta obtener

$$X_t = A - (\Phi_2 + K + \Phi_p) \Delta X_{t-1} - K - (\Phi_3 + K + \Phi_p) \Delta X_{t-2} - K - \Phi_p \Delta X_{t-p+1} + \left(\sum_{i=1}^p \Phi_i \right) X_{t-1} + \varepsilon_t$$

o bien, si se define

$$\rho = \Phi_1 + K + \Phi_p \quad y \quad \Psi_j = - \sum_{i=j}^{p-1} \Phi_{i+1}$$

se tiene una forma más compacta

$$X_t = A + \Psi_1 \Delta X_{t-1} + K + \Psi_{p-1} \Delta X_{t-p+1} + \rho X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3. 11)$$

Si se resta X_{t-1} en ambos lados de la ecuación

$$X_t - X_{t-1} = A + \Psi_1 \Delta X_{t-1} + K + \Psi_{p-1} \Delta X_{t-p+1} + [\rho - I] X_{t-1} + \varepsilon_t$$

dato que $\rho - I = \Phi(1)$ entonces

$$\Delta X_t = A - \Phi(1) X_{t-1} + \Psi_1 \Delta X_{t-1} + K + \Psi_{p-1} \Delta X_{t-p+1} + \varepsilon_t \quad (3. 12)$$

Lo que se ha obtenido es la representación de un VAR en primeras diferencias con un nuevo término, $-\Phi(1)X_{t-1}$. Si las series de consumo e ingreso cointegran, entonces de acuerdo a la ecuación (3. 9),

$$\Delta X_t = A - ba' X_{t-1} + \Psi_1 \Delta X_{t-1} + \dots + \Psi_{p-1} \Delta X_{t-p+1} + \varepsilon_t \quad (3. 13)$$

Definiendo a $z_t = a' X_t$, la cual es una serie estacionaria, se tiene que

$$\Delta X_t = A - bz_{t-1} + \Psi_1 \Delta X_{t-1} + \dots + \Psi_{p-1} \Delta X_{t-p+1} + \varepsilon_t \quad (3. 14)$$

Que no es otra cosa que la representación del mecanismo de corrección de errores para el consumo y el ingreso. Al respecto véase la proposición 19.1 en Hamilton (1994) la cual ejemplifica de manera detallada el Teorema de Representación de Granger.

3. 3 Pruebas de cointegración

3. 3.1 Estimación del vector de cointegración

Retomando $z_t = a'X_t$ de la ecuación (3. 14), en donde el vector X_t contiene a las variables consumo e ingreso de forma tal que: $z_t = (\alpha \ \beta) \begin{pmatrix} c_t \\ y_t \end{pmatrix}$, entonces por definición de cointegración se debe cumplir que de manera individual cada serie es integrada de orden uno: $\{c_t, y_t\} \sim I(1)$, y que la combinación lineal de las series es integrada de orden cero: $z_t \sim I(0)$. Bajo el supuesto de que se conoce el vector de cointegración, entonces la prueba se limitaría a verificar que las series son individualmente $I(1)$ y su combinación lineal es $I(0)$. Sin embargo, éste no es el caso ya que el vector de cointegración, $a' = (\alpha \ \beta)$, es desconocido y se tiene que estimar.

Bajo el supuesto de que ambas series están cointegradas, entonces $z_t \sim I(0)$. En este sentido, se puede demostrar que la varianza muestral de la combinación lineal converge en probabilidad a su segundo momento; es decir,

$$T^{-1} \sum_{t \in T} z_t^2 \xrightarrow{p} E(z_t^2)$$

en términos de los componentes del vector

$$T^{-1} \sum_{t \in T} (\alpha c_t + \beta y_t)^2 \xrightarrow{p} E(z_t^2)$$

por lo que la estimación por OLS produce estimadores consistentes.

El procedimiento de estimación sería sencillo, ya que al normalizar $\alpha=1$ la regresión a estimar es de la forma

$$c_t = \omega + \gamma y_t + u_t$$

Sin embargo, a pesar de que la estimación por OLS de γ es consistente, esto no significa que tenga una distribución normal y, por lo tanto, la inferencia a partir del estadístico t puede ser falsa. Al respecto, Stock and Watson (1993) sugieren estimar γ utilizando el método DOLS (Dynamic OLS), el cual incluye valores pasados, presentes y futuros del cambio en el ingreso, es decir se estima

$$c_t = \varphi + \gamma_t + \sum_{s=-p}^p \varphi_j \Delta y_{t-s} + v_{1t}$$

Si el consumo y el ingreso están cointegrados entonces la estimación de γ por DOLS es eficiente en muestras grandes. Más aún, como señalan Stock y Watson (2007), la estimación por DOLS y la utilización de HAC (*Heteroskedasticity-Autocorrelation Consistent*) para los errores estándar, permite al estadístico t tener una distribución normal en muestras grandes.

Sin embargo, desde un punto de vista matemático, y no desde la óptica económica, nada impide normalizar tal que $\beta=1$, y proceder a estimar la siguiente regresión lineal

$$y_t = \chi + \delta c_t + v_t$$

o bien, utilizando los estimadores dinámicos (DOLS) estimar

$$y_t = \phi + \delta c_t + \sum_{s=-p}^p \omega_j \Delta c_{t-s} + v_{2t}$$

Aunque existe una relación inversa entre las ecuaciones del ingreso y el consumo, ello no significa que al estimarlas $\hat{\delta} = \frac{1}{\hat{\gamma}}$, a menos que $R^2 = 1$, por lo consiguiente z_{t-1} depende del tipo de normalización que se realice. Desde el punto de vista de la teoría $c_t = f(y_t)$ es lo correcto más que $y_t = f(c_t)$. Así que para evitar este tipo de ambigüedades se recurre a la metodología de Johansen, que es el tema de la siguiente sección.

3. 3. 2 La metodología de Johansen.

Si el consumo e ingreso son individualmente variables I(1), entonces el VAR(p) de nivel que representa a las series está dado por

$$X_t = A + \Phi_1 X_{t-1} + K + \Phi_p X_{t-p} + \varepsilon_t$$

el cual como se demostró puede expresarse como un VAR(p-1) estacionario en primeras diferencias

$$\Delta X_t = A + \Psi_1 \Delta X_{t-1} + K + \Psi_{p-1} \Delta X_{t-p+1} - \Phi(1) X_{t-1} + \varepsilon_t$$

Bajo el supuesto de que las series están cointegradas, entonces la combinación lineal del consumo y el ingreso es estacionaria. Lo cual permite afirmar que

$$\Phi(1) = \Psi_0 = ba'$$

De esta forma el VAR en primera diferencia contiene series estacionarias, con excepción de X_{t-1} , pero bajo el supuesto de que su combinación lineal es estacionaria, entonces se procede a utilizar la Metodología de Johansen.

Para hacer más fácil la exposición se redefinen las variables como sigue:

$$Z_t = (1, \Delta X_{t-1}, \dots, \Delta X_{t-p+1})'$$

$$\Gamma = (A, \Psi_1, \dots, \Psi_{p-1})$$

De forma tal que,

$$\Delta X_t = \Gamma Z_t - ba' X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.15)$$

Si se asume que el término $\varepsilon_t \sim N(0, \Sigma)$, entonces la función de log-verosimilitud de la ecuación anterior es,

$$L(\Omega, \Gamma, \Psi_0) = -T \log(2\pi) - \frac{T}{2} \log |\Omega| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T [(\Delta X_t - \Gamma Z_t + \Psi_0 X_{t-1})' \Omega^{-1} (\Delta X_t - \Gamma Z_t + \Psi_0 X_{t-1})]$$

La ecuación (3.15) constituye un sistema de ecuaciones, y dado que el término de error se distribuye normalmente entonces cada ecuación del sistema se estima consistentemente por OLS, dando como resultado

$$\Delta X_t + ba' X_{t-1} = \hat{\Gamma} Z_t + \hat{\varepsilon}_t$$

No obstante, una conclusión importante es que si se estiman regresiones auxiliares, en las que ΔX_t y X_{t-1} se han estimado en forma independiente con respecto las variables de Z_t de forma que

$$\begin{aligned}\Delta X_t &= \hat{\Theta} Z_t + \hat{u}_t \\ X_{t-1} &= \hat{P} Z_t + \hat{v}_t\end{aligned}$$

Entonces la combinación lineal $\hat{u} + a'b\hat{v}$ también sería ortogonal a la variable Z . Al respecto ver Hamilton(1994). En este sentido, se utilizan estas regresiones auxiliares para construir las siguientes matrices de varianza-covarianza muestrales de los residuales de u y v .

$$\hat{\Sigma}_{uu} = \frac{1}{T} \sum \hat{u}_t \hat{u}_t'$$

$$\hat{\Sigma}_{vv} = \frac{1}{T} \sum \hat{v}_t \hat{v}_t'$$

$$\hat{\Sigma}_{uv} = \hat{\Sigma}_{vu} = \frac{1}{T} \sum \hat{u}_t \hat{v}_t'$$

A continuación se estiman los valores propios de la siguiente matriz

$$(\hat{\Sigma}_{vv})^{-1} \hat{\Sigma}_{vu} (\hat{\Sigma}_{uu})^{-1} \hat{\Sigma}_{uv}$$

Dado que la matriz es de tamaño 2 por 2, entonces el número máximo de valores propios que se pueden obtener son 2. Se supone que dichos valores son $\hat{\lambda}_1$, $\hat{\lambda}_2$ y se ordenan de forma tal $\hat{\lambda}_1 > \hat{\lambda}_2$.

En este punto, se establece una relación entre la función de log- verosimilitud y los valores propios (y por ende, los vectores propios) obtenidos del producto de las matrices de varianza y covarianza muestral de los residuos de las regresiones auxiliares, y que definen el valor máximo de la función de log verosimilitud sujeto a que existen $h=0,1, 2$ relaciones de cointegración

$$L^* = -T \log(2\pi) - T - \frac{T}{2} \log |\hat{\Sigma}_{uu}| - \frac{T}{2} \sum_{i=1}^h \log(1 - \lambda_i) \quad (3.16)$$

Aunque la demostración está fuera de los propósitos de este trabajo, se puede consultar Johansen (1988, 1991) y Hamilton(1994) para una exposición más detallada. El interés versa sobre el número de vectores que cointegran. De hecho, dado que sólo se tienen dos variables (consumo e ingreso) entonces el número máximo de valores propios distintos es dos. Si se supone que éste es el caso, entonces el rango de la matriz ba' es completo y tanto el consumo como el ingreso siguen procesos $I(0)$. El caso opuesto, cuando el rango es cero, es este sentido el término $ba'X_{t-1}$ de la ecuación (3.15) desaparece dando lugar a un VAR en primera diferencia y con ausencia de relación de largo plazo entre el consumo y el ingreso. El tercer caso, es el intermedio: el rango de la matriz ba' es uno. Un vector propio es la base del espacio y establece la existencia de una dependencia lineal entre el consumo y el ingreso.

Para probar la existencia de cointegración Johansen establece el siguiente procedimiento. En primer lugar se calcula el valor máximo de la ecuación (3.16) bajo el supuesto de que existen h relaciones de cointegración

$$L_0 = -T \log(2\pi) - T - \frac{T}{2} \log |\hat{\Sigma}_{uu}| - \frac{T}{2} \sum_{i=1}^h \log(1 - \lambda_i)$$

Después se vuelve a obtener el valor máximo de la ecuación, pero ahora suponiendo que el número de variables presuntamente cointegradas tiene n elementos,

$$L_A = -T \log(2\pi) - T - \frac{T}{2} \log |\hat{\Sigma}_{uu}| - \frac{T}{2} \sum_{i=1}^n \log(1 - \lambda_i)$$

De ambas expresiones obtiene su diferencia

$$L_A - L_0 = -\frac{T}{2} \sum_{i=h+1}^n \log(1 - \lambda_i)$$

O bien, la razón de verosimilitud de la prueba H_0 contra H_A es

$$2(L_A - L_0) = -T \sum_{i=h+1}^n \log(1 - \lambda_i)$$

El teorema 2.3 de Johansen(1991) demuestra que la distribución asintótica de la razón de verosimilitud sigue una distribución χ^2 con $(p-h)$ grados de libertad.

Por ejemplo, si se desea demostrar que existe un vector de cointegración, en éste caso la hipótesis nula, H_0 , es la existencia un vector contra la alternativa de que existan dos vectores, la razón de verosimilitud es

$$2(L_2 - L_1) = -T \log(1 - \lambda_2) \sim \chi_{1,gl}^2$$

Obviamente nada impide demostrar que no existe un vector de cointegración, o bien que el rango es completo. Lo cual de una forma u otra indicaría, dada la naturaleza del análisis, que el consumo y el ingreso no tienen una relación de largo plazo.

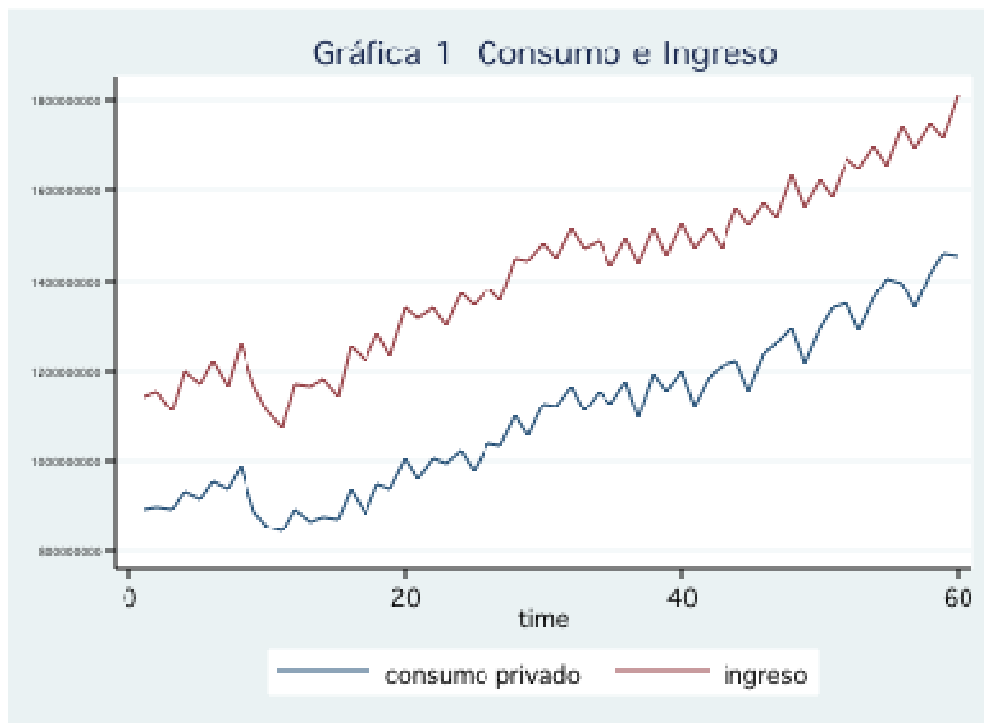
Si se demuestra la existencia de cointegración, entonces se puede trabajar con el Vector de Corrección de Errores (VEC), que ha sido presentado en la ecuación (3.2). Y llevar a cabo un análisis dinámico entre el consumo y el ingreso, donde los coeficientes asociados al mecanismo de corrección de errores son las discrepancias de largo plazo entre el consumo y el ingreso; mientras que los coeficientes asociados a los rezagos de las primeras diferencias del consumo e ingreso son las discrepancias de corto plazo.

Capítulo 4: Estimación econométrica

4. 1 Pruebas de raíces unitarias

El objetivo de este capítulo es presentar la estimación econométrica de la teoría desarrollada en el capítulo 2, con base en la metodología econométrica del capítulo anterior.

La gráfica 1 muestra el comportamiento trimestral del ingreso y el consumo agregado para la economía mexicana en el periodo: 1993.1-2007.4. Los datos están medidos en miles de pesos de 1993, y provienen de las estadísticas del INEGI. Se observa que ambas series evidencian una tendencia estocástica.



La forma para comprobar que ambas series tienen una tendencia estocástica es mediante pruebas de raíces unitarias. En particular se utilizan las pruebas Dickey-Fuller y Elliott-Stock-Rothenberg.

El cuadro 1 contiene la prueba Dickey-Fuller con drift para el consumo privado, con cero rezagos de la variable dependiente de acuerdo a los criterios de información AIC y BIC. Se observa que el estadístico calculado es -0.440 que contra un valor crítico del 5% no se puede rechazar la hipótesis nula de que la serie es no estacionaria.

Cuadro 1

Dickey-Fuller test for unit root				Number of obs = 59
				Z(t) has t-distribution
Test Statistic	1% Critical Value	5% Critical Value	10% Critical Value	
Z(t)	-0.440	-2.394	-1.672	-1.297

p-value for $Z(t) = 0.3310$

Criterio de Información

Model	Obs	ll(null)	ll(model)	df	AIC	BIC
consumo	59	-1128.33	-1128.23	2	2260.459	2264.614

De la misma forma, el cuadro 2 contiene la prueba Dickey-Fuller con drift para el ingreso, la conclusión es la misma: la serie no es estacionaria.

Cuadro 2

Dickey-Fuller test for unit root

Number of obs = 59

Z(t) has t-distribution

Test Statistic	1% Critical Value	5% Critical Value	10% Critical Value
Z(t)	-2.394	-1.672	-1.297

p-value for $Z(t) = 0.2533$

Criterio de Akaike

Model	Obs	ll(null)	ll(model)	df	AIC	BIC
ingreso	59	-1139.219	-1138.988	2	2281.977	2286.132

También se puede emplear la prueba DF-GLS, desarrollada por Elliott-Stock-Rothenberg, para comprobar que efectivamente tanto el consumo privado como el ingreso son series no estacionarias. El cuadro 3 presenta dicha prueba con una longitud máxima de 4 rezagos. Se observa que el estadístico calculado para cualquier número de rezagos no permite rechazar la existencia de una raíz unitaria.

Cuadro 3

DF-GLS para consumo privado

Number of obs = 55

DF-GLS tau [lags]	1% Critical Test Statistic	5% Critical Value	10% Critical Value	Value
4	-2.199	-3.732	-3.028	-2.739
3	-0.910	-3.732	-3.070	-2.778

2	-1.887	-3.732	-3.108	-2.812
1	-1.877	-3.732	-3.140	-2.842
DF-GLS para ingreso				Number of obs = 55
[lags]	DF-GLS tau Test Statistic	1% Critical Value	5% Critical Value	10% Critical Value
4	-2.934	-3.732	-3.028	-2.739
3	-1.491	-3.732	-3.070	-2.778
2	-2.692	-3.732	-3.108	-2.812
1	-1.952	-3.732	-3.140	-2.842

A continuación se obtiene la primera diferencia de las series, se verifica si continúan siendo procesos no estacionarios. El cuadro 4 muestra la prueba Dickey-Fuller para el consumo privado en primera diferencia con un rezago de acuerdo con el criterio de información de AIC y BIC, el estadístico calculado es -6.706 contra el valor crítico que es -2.924 al 5%, se rechaza la hipótesis nula de raíz unitaria y se concluye que la serie es estacionaria, por lo tanto es integrada de orden uno.

Cuadro 4

Augmented Dickey-Fuller test for unit root				Number of obs =	57		
	Test	1% Critical	5% Critical	10% Critical			
	Statistic	Value	Value	Value			
Z(t)	-6.706	-3.570	-2.924	-2.597			
MacKinnon approximate p-value for Z(t) = 0.0000							
Criterio de información							
	Model	Obs	ll(null)	ll(model)	df	AIC	BIC
.		57	-1123.499	-1080.105	3	2166.21	2172.339
Note: N=Obs used in calculating BIC; see [R] BIC note							

En el cuadro 5 se presentan los resultados de la prueba Dickey-Fuller para el ingreso en primera diferencia, observamos que al igual que el consumo privado, el ingreso es integrado de orden uno.

Cuadro 5

Augmented Dickey-Fuller test for unit root		Number of obs = 57				
Test Statistic	1% Critical Value	Interpolated Dickey-Fuller		10% Critical Value		
		5% Critical Value				
Z(t)	-5.501	-3.570	-2.924	-2.597		
MacKinnon approximate p-value for Z(t) = 0.0000						
Criterio de información						
Model	Obs	ll(null)	ll(model)	df	AIC	BIC
.	57	-1136.699	-1075.186	3	2156.371	2162.5
Note: N=Obs used in calculating BIC; see [R] BIC note						

Al igual que en las series en nivel, también se aplica la Prueba de Elliott-Stock-Rothenberg, para series en primera diferencia con dos rezagos. También puede afirmarse con base en el cuadro 6, el consumo privado y el ingreso son series estacionarias.

Cuadro 6

DF-GLS for consumo privado		Number of obs = 56		
[lags]	DF-GLS tau Test Statistic	1% Critical Value	5% Critical Value	10% Critical Value
2	-10.246	-3.736	-3.104	-2.809
1	-6.866	-3.736	-3.136	-2.837
DF-GLS for ingreso		Number of obs = 56		
[lags]	DF-GLS tau Test Statistic	1% Critical Value	5% Critical Value	10% Critical Value
2	-6.503	-3.736	-3.104	-2.809
1	-4.871	-3.736	-3.136	-2.837

4. 2 El Enfoque de Información Superior

4. 2. 1 Estimación del VAR

Una vez realizadas las pruebas de raíz unitaria a las series de ingreso y consumo privado, y además de concluir que ambas series son integradas de orden uno, se estima el VAR en primera diferencia. Uno de los inconvenientes de utilizar los Vectores Autorregresivos es que introducir un rezago más al modelo genera un conjunto mayor de coeficientes a estimar, lo que provoca una reducción en los grados de libertad. Y dado que el tamaño de la muestra que se está utilizando es pequeña, se corre el riesgo de perder información valiosa.

En el cuadro 7 se presentan los resultados obtenidos de la estimación del VAR(1) para el cambio en el consumo y el ingreso. Hay que advertir de una vez que la ecuación uno es la que interesa en este trabajo, la del cambio en el consumo privado. De hecho, el coeficiente a estudiar es el que corresponde al ingreso en primera diferencia con un rezago, cuyo valor es significativamente distinto a cero.

De acuerdo al trabajo de Campbell y Deaton (1989), en relación con tema de información superior, el ingreso sí contiene información relevante que influye en los cambios en el consumo. Es decir, y de acuerdo con los resultados de la estimación, se puede concluir que a un nivel de significancia del 5% el ingreso causa cambios en el consumo privado. Esto no necesariamente quiere decir que un cambio en el ingreso sea el único determinante que provoque un cambio posterior en el consumo privado, más bien significa que los valores pasados del ingreso parecen contener información que es útil para predecir los cambios en el consumo privado, más allá de la contenida en el valor inmediato pasado del consumo privado.

Cuadro 7

Vector autoregression						
Sample:	3 - 60			No. of obs	=	58
Log likelihood	= -2177.642			AIC	=	75.29799
FPE	= 1.72e+30			HQIC	=	75.38102
Det (Sigma_ml)	= 1.40e+30			SBIC	=	75.51114
Equation	Parms	RMSE	R-sq	chi2	P>chi2	
dcp	3	3.4e+07	0.5474	70.13772	0.0000	
dy	3	4.0e+07	0.5785	79.60105	0.0000	

	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	

dcp						
dcp						
L1.	-.0360111	.130961	-0.27	0.783	-.2926899	.2206677

	dy						
	L1.	-.6031757	.1107432	-5.45	0.000	-.8202283	-.3861231
	_cons	1.58e+07	4442970	3.56	0.000	7120967	2.45e+07

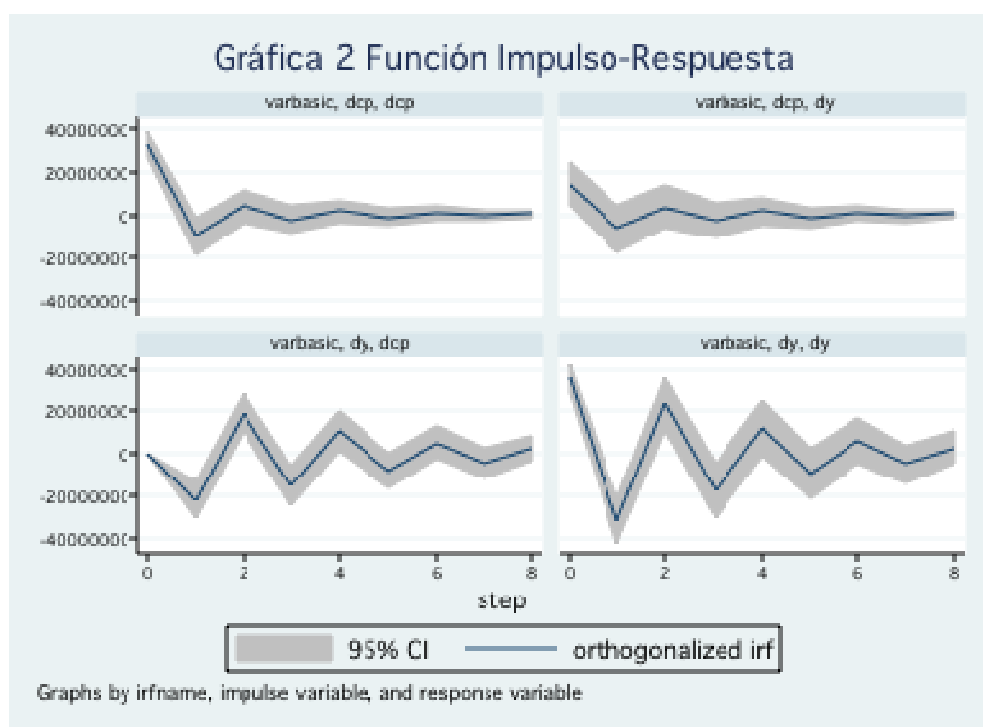
dy							
	dcp						
	L1.	.1962233	.1520006	1.29	0.197	-.1016923	.494139
	dy						
	L1.	-.8883037	.1285346	-6.91	0.000	-1.140227	-.6363805
	_cons	1.81e+07	5156757	3.52	0.000	8024004	2.82e+07

De manera adicional, y a partir los coeficientes estimados del VAR, se verifica que los valores propios de la matriz del modelo VAR satisfacen la condición de estabilidad. El cuadro 8 presenta los valores característicos, los cuales se encuentran dentro del círculo unitario. Así que tanto el consumo privado como el ingreso son estables.

Cuadro 8

Estabilidad	
Eigenvalue stability condition	
Eigenvalue	Modulus
-.7136401	.71364
-.2106748	.210675
All the eigenvalues lie inside the unit circle.	
VAR satisfies stability condition.	

La estabilidad del VAR permite obtener la Función de Impulso Respuesta. De hecho, la función se presenta en la Gráfica 2. Por ejemplo, en la esquina superior derecha se observa el impacto de un choque aleatorio (ε_y) del cambio en el ingreso en el cambio en el consumo privado. Al inicio el choque produce un efecto positivo que disminuye inmediatamente al siguiente periodo, y posteriormente empieza a oscilar hasta que en 5 periodos se desvanece el efecto del choque.



4. 2. 2 Estimación del VEC

La conclusión de la sección anterior es que el consumo es sensible al ingreso. Sin embargo esto debe tomarse con cautela, si las series del consumo privado y el ingreso están cointegradas entonces generan un desequilibrio de largo plazo, conocido como mecanismo de error, que debe introducirse al VAR para no cometer un error de especificación en la estimación. Es decir, el VAR es insuficiente y se debe dar paso al Vector de Corrección de Errores.

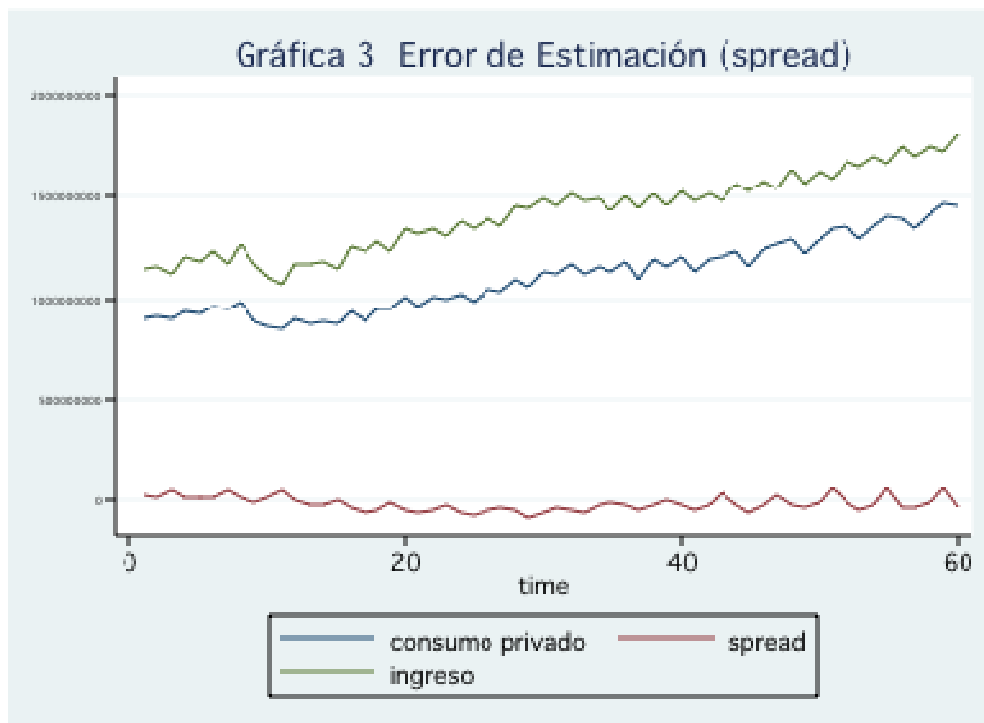
Antes de estimar el VEC es preciso verificar que las series del consumo privado y el ingreso estén cointegradas. Para ello, se utiliza la prueba de Johansen, la cual, como se ha expuesto en el capítulo 3, suscita tres posibilidades que pueden acontecer en la matriz de información de datos: primero, que el rango de esta matriz sea cero y las series sean caminos aleatorios; segundo, que el rango sea completo y por ende las series sean estacionarias; tercero, que el rango sea uno y permita establecer una relación de dependencia entre las variables. Esto es, existe un vector que cointegra ambas series. Específicamente, en el cuadro 9 se indica con un asterisco el rango de la matriz y, como se observa, el consumo privado y el ingreso tienen una relación de largo plazo, puesto que están cointegrados.

Cuadro 9

Johansen tests for cointegration						
Trend: constant				Number of obs =		58
Sample: 3 - 60				Lags =		2

rank	parms	LL	eigenvalue	trace statistic	5% critical value	
0	6	-2177.6417	.	23.0845	15.41	
1	9	-2166.355	0.32240	0.5111*	3.76	
2	10	-2166.0994	0.00877			

En el último bloque del cuadro 10 contiene el vector de cointegración: $(\alpha) = (1, -0.92166, 1.89e08)$ lo que posibilita la obtención del desequilibrio de largo plazo (spread) entre ambas series. Como puede verse en la gráfica 3, el spread es una serie estacionaria que fluctúa alrededor de cero. Los desequilibrios entre los gastos de consumo y la parte que del ingreso que se destina a dicho gasto no se alejaron de su estabilidad.



Una vez que se establece la cointegración entre las series, el siguiente paso es estimar el VEC mediante la Metodología de Johansen. El cuadro 10 presenta la estimación del Modelo de Vector de Corrección de Errores, y a partir de allí se establece el siguiente análisis.

Primero, se observa que los coeficientes del mecanismo de error tienen signos inversos. Lo cual revela que el modelo VEC es estacionario. De hecho, en el

cuadro 11 se muestra que los valores propios del VEC están dentro del círculo unitario, lo que significa que el sistema es estacionario.

Segundo, aunque el coeficiente del mecanismo de error de la ecuación del cambio en el ingreso no es significativo distinto de cero, se puede observar que el de la ecuación del cambio en el consumo privado, cuyo valor es -0.4864, sí es significativo distinto de cero. Lo que permite establecer que la estimación del VEC es mejor a la del VAR, ya que es un modelo mejor especificado.

Tercero, el signo negativo en el coeficiente de corrección de error demuestra que si los gastos de consumo exceden la parte del ingreso que se destina a cubrirlos, entonces los agentes tendrán que disminuir su consumo y así reestablecer el equilibrio.

Cuarto, en la ecuación del cambio en el consumo se observa que el coeficiente asociado al primer rezago del ingreso es significativo distinto de cero al 5%. Por lo que si se conjunta con la significancia del mecanismo de error de dicha ecuación, permite afirmar que el ingreso causa en el sentido de Granger al consumo. En otras palabras, el consumo es sensible al ingreso y los agentes económicos responden tanto en el corto como el largo plazo a los cambios en el ingreso.

Cuadro 10

Vector error-correction model						
Sample:	3 - 60	No. of obs	=	58		
AIC	=	75.01224				
Log likelihood	=	-2166.355	HQIC	=	75.13678	
Det(Sigma_ml)	=	9.50e+29	SBIC	=	75.33196	
Equation		Parms	RMSE	R-sq	chi2	P>chi2
D_cp		4	3.1e+07	0.6485	99.60932	0.0000
D_y		4	3.9e+07	0.6044	82.50916	0.0000

	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf.Interval]	

D_cp						
_cel						
L1.	-.4864204	.1347991	-3.61	0.000	-.7506217	-.2222191
cp						
LD.	.2294856	.1423223	1.61	0.107	-.0494609	.5084322
y						
LD.	-.834706	.1213678	-6.88	0.000	-1.072582	-.5968295
_cons	9188810	4524285	2.03	0.042	321373.7	1.81e+07

D_y						
_cel						
L1.	.2125141	.1718849	1.24	0.216	-.1243741	.5494023
cp						
LD.	.0802294	.1814779	0.44	0.658	-.2754608	.4359196
y						
LD.	-.7871496	.1547584	-5.09	0.000	-1.090471	-.4838287
_cons	2.10e+07	5769004	3.65	0.000	9725092	3.23e+07

Cointegrating equations						

Equation	Parms	chi2	P>chi2		
_cel	1	799.9422	0.0000		
Identification: beta is exactly identified Johansen normalization restriction imposed					
beta	Coef.	Std. Err.z	P> z	[95% Conf.Interval]	
_cel	cp	1	.	.	
	y	-.9216667	.032587	-28.28 0.000	-.9855361 -.8577974
	_cons	1.89e+08	.	.	.

Quinto, y último, los errores que se obtienen del Modelo VEC tienen una distribución normal. En el segundo bloque del cuadro 11 se muestra que no se puede rechazar la hipótesis de normalidad de los errores.

Cuadro 11

Eigenvalue stability condition					
Eigenvalue			Modulus		
1			1		
-.7229706			.722971		
.2415095 + .3144863i			.39652		
.2415095 - .3144863i			.39652		
The VECM specification imposes a unit modulus.					
Jarque-Bera test					
Equation	chi2	df	Prob > chi2		
D_cp	2.497	2	0.28690		
D_y	3.834	2	0.14706		
ALL	6.331	4	0.17575		
Skewness test					
Equation	Skewness	chi2	df	Prob> chi2	
D_cp	-.40015	1.548	1	0.21346	
D_y	-.62069	3.724	1	0.05363	
ALL		5.272	2	0.07165	
Kurtosis test					
Equation	Kurtosis	chi2	df	Prob> chi2	
D_cp	3.6268	0.949	1	0.32987	
D_y	2.787	0.110	1	0.74058	
ALL		1.059	2	0.58889	

Conclusiones

Aún y cuando la teoría keynesiana proporciona una explicación lógica de los cambios en el consumo, no era del todo aceptable dado que no esclarece el comportamiento del consumo en el largo plazo, y es que cuando los agentes económicos toman decisiones sobre cuánto consumir y ahorrar el día de hoy, implícitamente ven sus consecuencias futuras.

En este sentido, la base teórica y empírica fundamental de la teoría del consumo se debe a los trabajos de Friedman y Fisher. O bien, como lo expresan correctamente Ljungqvist y Sargent, todo macroeconomista desciende de un ancestro común: la ecuación de Euler del consumo de Friedman y Fisher, que constituye la piedra angular de la hipótesis de la Renta Permanente de la teoría del consumo. Y que permite explicar el consumo tanto en el corto como el largo plazos, pero bajo el supuesto de certeza absoluta en la evolución del ingreso.

Robert Hall elimina el supuesto de certeza absoluta del ingreso, y bajo el supuesto de expectativas racionales, concluye que el consumo es un proceso no estacionario: una caminata aleatoria. Es decir, el consumo es impredecible y por tanto no hay mejor pronóstico del consumo de mañana que la información del consumo que se tiene hoy. En sí misma, la conclusión de Hall se conoce como la condición de ortogonalidad del consumo: ninguna variable además del consumo previo puede determinar el consumo actual. Y fue a partir de esto que se desata una serie de investigaciones cuyo objetivo era aceptar o rechazar esta hipótesis.

La discusión se trasladó a dos vertientes: por un lado, en el campo empírico se empiezan a utilizar técnicas econométricas más potentes que las que utiliza Robert Hall, para verificar si efectivamente se cumple la condición de ortogonalidad del consumo. Por otro lado, en la vertiente teórica se empiezan a eliminar supuestos del modelo y avanzar en la profundización del análisis del consumo. Por ejemplo, autores como Zeldes y Deaton analizan la teoría cuando existen restricciones de liquidez. Por otro lado, Laibson estudia el caso de la inconsistencia intertemporal. Es complicado aceptar que las preferencias de un individuo que se comporta racionalmente en sus decisiones económicas puedan ser inmutables, cambian con el tiempo y provocan modificaciones a la comprensión de la teoría del consumo.

El objetivo de este trabajo se orientó hacia la primera vertiente. Con la ayuda de la Metodología de Johansen y de los Modelos Vectores de Corrección de Errores se puede entrar a la discusión que Robert Hall había establecido: el desafío a la idea convencional de que el consumo cae cuando el nivel de producción o ingreso cae inesperadamente, pero una vez que la economía empieza a crecer y se incrementa el ingreso el consumo se recupera. Por oposición, Hall sostiene que el consumo cae en una cuantía equivalente a la caída de su ingreso permanente, que es el ingreso de largo plazo, por lo que no es previsible que se recupere.

La idea de Hall sobre cómo afectan los cambios inesperados del ingreso sobre el consumo es lo que motivó la realización de este trabajo. Para Hall los cambios inesperados en el ingreso son en cierto modo absorbidos por la renta permanente, en el sentido de que los agentes concurren al mercado de crédito para suavizar su consumo. Sin embargo, la pregunta es: ¿qué sucede con los cambios previsibles del ingreso? Bueno, los cambios en el consumo pueden ser previsibles. Esto es, cualquier modificación previsible del ingreso genera un cambio previsible en el consumo.

La importancia de esta conclusión radica en la posibilidad de realizar un ejercicio de política fiscal básico: por ejemplo, se anuncia que se aplica una tasa impositiva sobre el ingreso disponible. Desde este punto de vista, es previsible la caída de ese ingreso y, de acuerdo con las estimaciones, se concluye que el pronóstico del consumo será influido tanto por los ajustes de largo plazo de la brecha como por de corto plazo en el ingreso. Conclusión: se espera una caída en el consumo. De aquí la importancia de una buena política redistributiva del ingreso obtenido por la carga fiscal, que permita a los agentes económicos mitigar la pérdida de bienestar.

Es difícil, a pesar de los resultados econométricos obtenidos en este trabajo, concluir que el consumo de los agentes económicos sea sensible al ingreso y, por ende, la idea de suavizamiento quede relegada. Como expresa Robert Hall, existen factores como la restricción de liquidez que podrían afectar las conclusiones del modelo. Más aún, sería erróneo suponer que la sensibilidad es un retorno a las ideas convencionales del consumo de tipo keynesianas. Por un lado, puede existir la posibilidad de que los agentes económicos tomen sus decisiones de consumo dividiendo su ingreso entre una parte que pertenece al permanente y la otra al disponible. Al respecto, la idea de Campbell y Mankiw puede ser muy acertada para entender el consumo.

Por otra parte, la limitación de la información de las series económicas del ingreso y el consumo privado restringen la longitud del Modelo de Vectores Autorregresivos, por lo que los resultados deben tomarse con esa reserva, ya que no

se alcanza un mínimo de datos para que las pruebas sean válidas asintóticamente.

Bibliografía

Blanchard, Olivier and Stanley Fischer. 1989. *Lectures on Macroeconomics*. MIT Press.

Campbell, John. 1987. “¿Does Saving Anticipate Declining Labor Income? An Alternative Test of the Permanent Income Hypothesis” *Econometrica* 55 (Nov.): 1249-1273.

Campbell, John and Angus Deaton. 1989. “Why is Consumption so Smooth.” *Review of Economic Studies* 56(July): 357-374.

Campbell, John and Gregory Mankiw. 1989. “Consumption, Income and Interest Rates: Reinterpreting the Time Series Evidence.” *NBER Macroeconomics Annual* 4: 185-216.

Deaton, Angus. 1992. *Understanding Consumption*. Oxford University Press.

Deaton, Angus. 1991. “Saving and Liquidity Constraint.” *Econometrica* 59(Sep.): 1221-1248.

Enders, Walter. 2003. *Applied Econometric Time Series*. 2nd. Edition. Wiley.

Engle, Robert and Clive Granger. 1987. “Co-Integration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing.” *Econometrica* 55 (Mar.): 251-276.

Fernández-Corugedo, Emilio. 2009. *Teoría del Consumo*. CEMLA, Ensayos 77. México.

Friedman, Milton. 1985. *Una Teoría de la Función del Consumo*. 2ª Edición. Alianza Editorial.

Hall, Robert. 1978. “Stochastic Implication of the Life Cycle-Permanent Income Hypothesis: Theory and Evidence.” *Journal of Political Economy* 86(Dec.): 971-987.

Hamilton, James. 1991. *Time Series Analysis*. Princeton University Press.

Hayashi, Fumio. 2000. *Econometrics*. Princeton University Press.

Johansen, Søren. 1991. “Estimation and Hypothesis Testing of Cointegration Vectors in Gaussian Vector.” *Econometrica* 59 (Nov.): 1551-1580.

Johansen, Søren. 1991. “A Small Sample Correction for the Test of Cointegrating Rank in the Vector Autorregressive Model.” *Econometrica* 70 (Sep.): 1929-1961.

Ljungqvist, Lars and Thomas Sargent. 2004. *Recursive Macroeconomic Theory*, 2d. Ed. MIT Press.

Lütkepohl, Helmut. 2006. *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*. Springer.

Lütkepohl, Helmut and Markus Krätzig. 2004. *Applied Time Series Econometrics*.

Cambridge University Press.

Mankiw, N. Gregory. 1997. *Macroeconomía*, 3ª ed. Antony Bosch Editor.

Romer, David. 2006. *Macroeconomía Avanzada*, 3ª Ed. España: Mc Graw Hill.

Stokey, Nancy and Robert Lucas with E. Prescott. 1989. *Recursive Methods in Economic Dynamic*. Mass: Harvard University Press.

Stock, James and Mark Watson. 2006. *Introduction to Econometrics*. 2d. Ed. Addison Wesley.

Watson, Mark. 1999. "Vector Autoregression and Cointegration" en Robert Engle and Daniel McFadden eds., *Handbook of Econometrics*, vol 4, 2842-2912. Amsterdam: Elsevier.

Watson, Mark. 2001. "Vector Autoregressions." *The Journal of Economic Perspectives* vol. 15, no. 4 (Autumn): 101-115.

Zeldes, Sthephen. 1989. «Consumption and Liquidity Contrait: And Empirical Investigation» *Journal of Political Economy* 97(April): 305-346.