UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

MODELO FINANCIERO DE SWAPS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

A C T U A R I O

P R E S E N T A

ALBERTO CARLOS VALENCIA CALDERÓN

DIRECTOR DE TESIS:

DR. JOSÉ LUIS MARTÍNEZ MORALES

2010

UNAM Universidad Nacional Autónoma de México

Biblioteca Central

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Hoja de Datos del Jurado

1. Datos del alumno
Valencia
Calderón
Alberto Carlos
56 10 49 37
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ciencias
Actuaría
300104963

2. Datos del tutor
Doctor
José Luis
Martínez
Morales

3. Datos del sinodal 1
Doctora
Ana
Meda
Guardiola

4. Datos del sinodal 2
Doctor
Carlos
Díaz
Ávalos

5. Datos del sinodal 3
Actuario
Alberto
Cadena
Martínez

6. Datos del sinodal 4
Actuario
Enrique
Maturano
Rodríguez

7. Datos del trabajo escrito
Modelo financiero de swaps
86 páginas
2010

A mis padres Ana y Francisco
por su infinito amor,
por su sacrifico y entrega total día tras día.

Todo mi cariño y gratitud hacia ustedes.

A mi padre, el más trabajador, mi maestro y guerrero incansable.

A mi madre por su cariño y ternura, todo un ejemplo para mí.

A mi hermano Orlando, compañero de aventuras, confidente y mejor amigo.

A mis abuelitos, Pablo y Lole, por su alegría ante la vida.

A mi abuelita Elena, in memoriam.

A mi familia, tan grande que es.

A mis amigos, bohemios todos.

AGRADECIEMIENTOS

Gracias a la vida por este momento privilegiado donde culmino una etapa de formación en mi vida.

Gracias Alma Mater, por nutrir mi espíritu y conciencia.

Gracias Prometeo, por haber robado el fuego a los Dioses.

Quiero agradecer especialmente al Doctor José Luis Martínez Morales por la dirección de mi tesis. Muchas gracias por su apoyo, su paciencia y compromiso. Gracias Doc.

Y gracias a mis sinodales: la Dra. Ana Meda, al Dr. Carlos Díaz, al Act. Enrique Maturano y al Act. Alberto Cadena, muchas gracias por el tiempo dedicado a la revisión de mi trabajo, sus comentarios y observaciones enriquecieron esta tesis.

[…] para que termine ésta realidad brutal, se requiere un profesional comprometido con el cambio social […]

[…] que la obligación del que estudió aquí: es no olvidar que ésta es una universidad del Estado, que la pagan los contribuyentes, que la inmensa mayoría de ellos son trabajadores y que por desgracia en ésta universidad como en las universidades de mi patria la presencia de hijos de campesinos y de obreros alcanza un bajo nivel todavía […]

Salvador Allende

ÍNDICE GENERAL

INTRODUCCIÓN

El uso de instrumentos financieros de cobertura se ha convertido en una estrategia común para las empresas que se desenvuelven en el sistema económico actual. Tanto las entidades financieras como comerciales tienen un gran interés en evitar los efectos causados por variaciones en tipos de cambio, en tasas de interés, en cotizaciones bursátiles y otros bienes. La aparición de los productos derivados representa una alternativa con la que los negocios pueden proteger su patrimonio y diversos bienes.

En las últimas décadas, los productos financieros derivados han tenido un gran impacto en las inversiones. Los Forwards, Futuros, Opciones y **Swaps** son el conjunto de instrumentos financieros, cuya principal característica es estar vinculados a algún valor de referencia.

El swap, que es el instrumento financiero aquí presentado, surge de la necesidad de crear un instrumento financiero que principalmente disminuya o anule riesgo de mercado, es decir que anule las pérdidas causadas por las variaciones en el tipo de cambio o en movimientos en las tasas de interés.

I Reseña histórica

Aunque esta operación apareció en años recientes, su origen se puede remontar al siglo XIX en Europa principalmente, basada en la llamada *Ley de la ventaja comparativa*. En esencia, esta ley se refiere a dos países que producen tela y vino. Si el país **A** puede producir tela más eficientemente que el país **B**, entonces tiene una ventaja absoluta en tela sobre el país **B**. Sin embargo, de acuerdo a este principio, aún si **A** tiene una ventaja absoluta en tela y vino sobre **B**, no hay razón para que los dos no puedan negociar entre sí.

El país **A** debe concentrarse en producir el producto en el cual tenga la mayor ventaja comparativa, dejando la producción del otro producto al país **B**. Los dos países pueden entonces intercambiar sus productos en exceso satisfaciendo sus necesidades del bien que no producen.

El desarrollo y evolución de la actividad económica, lejos de propiciar el abandono de las operaciones financieras tradicionales, ha dado lugar a la evolución de éstas y a la aparición de nuevas figuras que han venido a satisfacer las necesidades de los individuos, empresas y naciones.

Este cambio ha provocado el resurgimiento de las fórmulas más primitivas de intercambio o trueque, pero esta vez bajo nuevos conceptos financieros y jurídicos.

Algunos autores atribuyen el resurgimiento de las operaciones de permuta financiera o de las operaciones de permuta comercial a la búsqueda de soluciones de algunos problemas propios del ámbito económico. Así, en la década de los ochenta *Cremades* señalaba: "la técnica del trueque comercial o financiero es la respuesta empresarial a la generalizada situación de crisis en el panorama internacional. El trueque y los contratos de compensación comercial o industrial permiten superar las dificultades y endeudamiento de países en el tráfico mercantil internacional".

En el plano financiero se están desarrollando extraordinariamente las técnicas de financiamiento mediante la utilización del swap como respuesta acertada a las incógnitas que plantean los flujos de capital y los tipos de interés variables.

En los años setenta, las necesidades de algunas empresas de buscar mecanismos que les permitieran eludir diversas barreras establecidas para la circulación de divisas dieron lugar al nacimiento de las primeras operaciones de permuta financiera, conocidas habitualmente como swaps. Centradas inicialmente en las operaciones con divisas, posteriormente se fueron diversificando, apareciendo entonces los swaps de intereses, de materias primas, de acciones, entre otros.

Desde que se realizó el primer swap en 1976, estas operaciones se han difundido considerablemente constituyendo en la actualidad una herramienta utilizada principalmente por los bancos, las administradoras públicas y las empresas, las cuales ven en él un instrumento útil de control de riesgo de mercado.

Los tipos de cambio llegaron a ser extremadamente volátiles durante la primera parte de la década de los años setenta. El incremento drástico en la volatilidad del tipo de cambio creó un ambiente ideal para la proliferación de un documento parecido al swap que pudiese ser utilizado por empresas multinacionales para cubrir operaciones de divisas a largo plazo.

Los swaps fueron una extensión natural de los llamados *préstamos paralelos*, que tuvieron su origen en el Reino Unido como medios para evitar la rigidez del cambio de divisas que buscaban, a su vez, prevenir la salida de capital británico. Durante los años setenta, el gobierno británico gravó con impuestos las transacciones en divisas, incluyendo su propia moneda. La intención era encarecer la salida de capital, creyendo que esto alentaría la inversión interna haciendo que la inversión en el exterior fuese menos atractiva.

El préstamo paralelo llegó a ser un vehículo ampliamente aceptado por medio del cual se podían evitar estos impuestos. El préstamo back-to-back era una modificación sencilla del préstamo paralelo, y el swap de divisas fue una extensión del préstamo back-to-back.

El tipo de préstamo anterior involucra dos corporaciones en dos países diferentes. Una compañía acuerda solicitar fondos en su mercado local y los presta a la otra compañía. La segunda compañía, a cambio, solicita fondos en su mercado local y los presta a la primera. Mediante este sencillo acuerdo, cada compañía está en posibilidad de tener acceso a mercados de capital en un país diferente al suyo sin algún intercambio en los mercados de divisas. Los préstamos paralelos funcionan de manera similar, pero involucran a cuatro compañías. Los flujos de efectivo de los primeros swaps de divisas eran idénticos a aquellos asociados con los préstamos back-to-back, por esta razón, los swaps de divisas a menudo fueron llamados intercambios de préstamos. Sin embargo, y contrario a lo que sucede con los acuerdos que caracterizan los préstamos back- to-back y paralelos, los swaps involucran un acuerdo sencillo.

El caso precursor más significativo del mercado de swaps se realizó entre IBM y el Banco Mundial en 1981. Este contrato permitió al Banco Mundial obtener francos suizos y marcos alemanes para financiar sus operaciones en Suiza y Alemania del oeste, sin necesidad de tratar directamente con estos mercados de capital.

Los bancos tuvieron que cambiar su manera de operar por lo que incorporaron los swaps con distintos índices flotantes, distintas bases de tasa fija o diferentes fechas de vencimiento, posteriormente, los bancos pasaron de intermediarios a contrapartes. En este momento, los bancos podían hacer uso de instrumentos de cobertura como los futuros y bonos gubernamentales hasta que les fuera posible compensar el contrato.

Aunque los swaps se originaron a partir de un esfuerzo por controlar el intercambio de divisas, no fue sino mucho tiempo después que se reconocieron los beneficios de reducción de costos y de manejo de riesgos que significaban tales instrumentos. A partir de entonces, el mercado de swaps creció rápidamente.

El mercado de swaps es de reciente aparición comparado con el mercado de divisas o casi cualquier otra bolsa de valores, y eso le ha dado importantes ventajas. El mercado es totalmente internacional a pesar de que la mayoría de los participantes se encuentran en Londres, Nueva York y Tokio, por lo que es más flexible y ajeno a presiones y manipulaciones políticas locales que una bolsa de valores. Es un mercado puramente institucional y su estructura, como la del mercado de divisas, es descentralizada y libre de reglamentación. Uno de los organismos más importantes a nivel internacional que existe es International Swaps & Derivatives Association (ISDA), que no tiene ningún poder legal, y que no es más que un club informal en donde empresarios se reúnen para intercambiar opiniones sobre decisiones futuras del mercado y aspectos legales sobre documentación y riesgo de crédito.

II Antecedentes nacionales

A partir de 1972 comenzaron a desarrollarse los instrumentos financieros derivados, cuyos activos de referencia son títulos representativos de capital o de deuda, índices, tasas y otros instrumentos financieros.

La administración de riesgos en México tiene sus orígenes al principio de los noventa, cuando se realizaron las primeras operaciones en los mercados de futuros de granos y se contrataron instrumentos extrabursátiles con el fin de proteger tanto el precio de las cosechas nacionales de maíz, trigo, sorgo, soya y algodón así como el presupuesto que le había asignado el Gobierno Federal para los apoyos a la comercialización de granos y oleaginosas.

En 1994 se operaban diversas opciones sobre acciones mexicanas en CBOE, NYOE, NYSE y PLHX, además de las bolsas de Londres y Luxemburgo. Simultáneamente, se celebraban contratos swaps sobre tipos de cambio, tasas de interés y materias primas entre intermediarios extranjeros y entidades nacionales sin reconocimiento ni protección jurídica.

En México, la aparición del mercado de derivados es aún más reciente que en los países desarrollados. Oficialmente comienza su operación el 15 diciembre de 1998, bajo la figura del Mercado Mexicano de Derivados (MEXDER). No obstante, cabe mencionar que previamente a esa fecha ya se concertaban operaciones a través de los mercados no organizados o de mostrador, mejor conocidos como mercados "over the counter", o simplemente, mercados OTC.

En nuestro país los dos instrumentos derivados que se introdujeron primero fueron los futuros y los forwards de divisas, y desde un principio fueron objeto de gran aceptación por su utilidad para ejercer coberturas. Más adelante, a finales del año 2000, comienza a cobrar importancia otra variedad de instrumentos derivados, que a pesar de su reciente aparición, pronto logra un crecimiento notable superando los niveles de negociación del mercado de forwards de tasas de interés.

En particular los swaps y su notable evolución está dando de qué hablar, no sólo en México, sino en los mercados financieros de todo el mundo.

El presente trabajo está conformado por cuatro capítulos:

En el capítulo uno se explicarán los elementos más importantes sobre los swaps, los distintos tipos y variantes de este producto financiero. Además se mencionarán los resultados más importantes de la teoría financiera que fundamentan el cálculo del swap. Se establecerán los elementos para la valuación de este instrumento y el cálculo de la tasa swap.

En el capítulo dos se presentarán de manera general algunos conceptos importantes de la teoría de probabilidad que serán útiles para la formulación del modelo financiero a desarrollar.

En el capítulo tres se estudiarán los elementos principales de un modelo financiero de swaps. Se revisarán las nociones del cálculo de la tasa swap desde un contexto estadístico. Así mismo, se aplicarán resultados de probabilidad y estadística para aproximar el valor de la tasa swap y además se introducirá el concepto de volatilidad de la tasa swap, el cual nos permitirá definir un criterio para decidir la oportunidad de la operación swap.

En el último capítulo se implementará el swap como instrumento de cobertura y se darán ejemplos de su uso y las estrategias a seguir dados los posibles escenarios en la evolución de las tasas de interés.

CAPÍTULO 1. NOCIONES GENERALES SOBRE EL SWAP

El gran desarrollo económico mundial se debe en gran medida a la participación de numerosas empresas en los distintos mercados financieros.

Mediante la negociación de diversos instrumentos financieros los participantes pueden realizar operaciones de inversión, financiamiento y cobertura, por lo cual han tenido grandes oportunidades de crecimiento.

1.1 Mercado financiero

En la teoría financiera un concepto muy importante es del llamado *Sistema Financiero* que se define como el conjunto de mercados y otras instituciones mediante el cual se realizan transacciones financieras y el intercambio de activos y riesgos.

De manera general los mercados que integran un sistema financiero son:

Mercado de deuda

Es el espacio físico o virtual y el conjunto de reglas que permiten a inversionistas, emisores e intermediarios realizar operaciones de emisión, colocación, distribución e intermediación de los instrumentos de deuda. Los títulos de deuda se conocen también como instrumentos de renta fija, ya que prometen al tenedor, un flujo fijo de pagos que se determina de acuerdo con una fórmula específica conocida de antemano.

Mercado accionario

Es el espacio físico o virtual y el conjunto de reglas que permite a inversionistas, emisores e intermediarios realizar operaciones de emisión, colocación, distribución e intermediación de títulos accionarios.

Mercado cambiario

Lugar en que concurren oferentes y demandantes de monedas de curso extranjero. El volumen de transacciones con monedas extranjeras determina los precios diarios de unas monedas en función de otras, o el tipo de cambio con respecto a la moneda nacional.

Mercado de derivados

Es aquel a través del cual las partes celebran contratos con instrumentos cuyo valor depende o es contingente del valor de otro activo, denominado activo subyacente. La función primordial del mercado de derivados consiste en proveer instrumentos financieros de cobertura o inversión que fomenten una adecuada administración de riesgos.

Los principales usos de los instrumentos derivados son: la cobertura, la especulación y el arbitraje.

Cobertura

Tomar una posición de riesgo para compensar otra de igual monto, pero opuesta, con el fin de que las posibles pérdidas en una posición se compensen con las ganancias de la otra.

Especulación

La especulación consiste en realizar una apuesta direccional en los movimientos del precio de un producto derivado para obtener una ganancia o rendimiento acorde con el riesgo que asume. Es tomar una posición de riesgo basada en la suposición sobre la evolución futura de dichos precios.

Arbitraje

Esta operación financiera ofrece ganancias libres de riesgo al realizar transacciones simultáneas en dos o más mercados, esto es posible cuando se detectan precios incorrectos en dichos mercados. El arbitraje más simple consiste en comprar y vender simultáneamente un mismo activo en dos o más mercados distintos, con la finalidad de obtener alguna utilidad. La imperfección comentada se debe a que el activo de referencia tiene distintos precios en los mercados. En la vida real la oportunidad de arbitraje es prácticamente nula. En el caso anterior, por ejemplo, cuando en un mercado el precio de un activo es menor que en otro, la compra es mayor, y al tener una mayor demanda, el precio va aumentando. De igual forma en el otro mercado, al no tener tanta demanda el precio de dicho activo tiende a bajar. Lo que ocasiona que los precios se empaten, lo que automáticamente anula el arbitraje.

Se puede utilizar un swap para realizar arbitraje, esto se logra si un instrumento genera una tasa de interés más alta que otro, estando ambos calculados sobre el mismo índice. Un swap puede utilizarse para recibir (o pagar) interés calculados sobre una misma tasa de referencia, contra un pago (o recibo) sobre un instrumento al contado que produce interés sobre la misma tasa de referencia.

En un mercado eficiente, donde intervienen activos financieros al contado y derivados utilizados por inversionistas con idéntico acceso a la información, se deben mantener los mismos precios, sin embargo en la práctica surgen diferencias de valoración que producen la oportunidad de arbitraje.

Los instrumentos que se negocian en el mercado de derivados son:

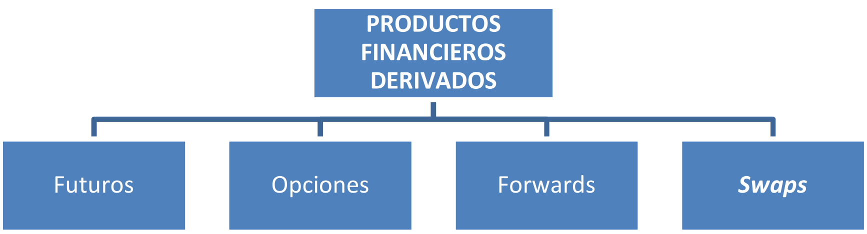

Figura 1.1 Principales instrumentos financieros derivados

Futuros

Son contratos cuya función es fijar el precio actual del activo de referencia para ser pagado y entregado en una fecha futura. Estos instrumentos sirven para cubrir riesgos, ya sea de tipo de interés, tipo cambiario o de variación de precios.

En la negociación de futuros, tanto el comprador como el vendedor están obligados a intercambiar el subyacente. Dicho subyacente debe tener de una cantidad, calidad, plazo, lugar de entrega y forma de liquidación estandarizada. Sin embargo su precio es negociable.

Se dice que se toma una posición corta cuando se vende un contrato de futuro, y se adopta una posición larga cuando se compra. Cabe mencionar que en el mercado de futuros de emplea un ajuste en los precios por el que diariamente se calculan las pérdidas y ganancias de cada posición, este proceso en conocido como valuar el mercado (mark-to-market). Esto significa que para la mayoría de los activos financieros, debe registrarse su valor de acuerdo a los últimos precios negociados en el día ya estos pierden o ganan valor por degradación de su calidad crediticia.

Opciones

Es un contrato, en el cual el comprador, mediante el pago de una prima, adquiere del vendedor el derecho, pero no la obligación a comprar o vender el bien subyacente a un precio fijo, en un momento especifico en el futuro. Si el tenedor de la opción no desea ejercerla, no está obligado a hacerlo.

Cuando se adquiere el derecho para vender la opción se conoce como *put*, mientras que cuando de se adquiere el derecho de comprar la opción se conoce como *call*.

Forwards

Los inversionistas normalmente utilizan un forward para cubrir préstamos futuros o como medio de negociar un contrato futuro no estandarizado. No requiere el pago de garantías, además de que las características del contrato tales como la calidad, cantidad, fecha y lugar de entrega son negociadas entre el comprador y el vendedor. Los forwards son utilizados sobre el tipo de cambio y sobre tasas de interés principalmente. A diferencia de los futuros, los forwards representan un mayor riesgo de crédito ya que estos contratos no cuentan con una Cámara de Compensación que garantice el cumplimiento de los derechos de cada uno de los participantes, independientemente de la situación de la contraparte.

Swaps

De manera general, un swap es un contrato en el que libremente dos partes acuerdan de manera simultánea, comprar o vender el derecho de intercambiar flujos de efectivo, definidos en términos de algún bien subyacente, siempre aprovechando las ventajas comparativas entre ellas.

Es preciso comenzar por definir el conceptos relacionados con el swap, conocer su funcionamiento más técnicamente y algunas otras consideraciones sobre este instrumento estratégico en al ámbito financiero.

1.2 Conceptos básicos del swap

En la literatura existen diversos autores especialistas en la materia con sus particulares enfoques sobre este tema, a continuación algunas de las referencias y definiciones más oportunas.

Zvi Bodie y Robert Merton (2003)
"Un contrato swap consta de dos partes (contrapartes) que intercambian una serie de flujos de efectivo en intervalos especificados durante un periodo especificado. Los pagos de un swap se basan en una suma de capital o principal acordadas (el monto nocional). No hay un pago inmediato de dinero y, por lo tanto, el acuerdo de swap en sí mismo no proporciona fondos a ninguna de las partes. En principio, un contrato swap podría realizarse para intercambiar cualquier cosa. Sin embargo, en la práctica, la mayoría de los contratos swap implican el intercambio de materias primas, divisas o valores".

John Hull (2002)
"Es un acuerdo entre dos empresas para el intercambio de flujos de efectivo en el futuro, en el cual se definen las fechas en las que se deben pagar los mencionados flujos de efectivo y la manera de calcular dichos flujos. El cálculo de los flujos de efectivo incluye los valores futuros de una o más variables de mercado. Normalmente, los swaps conllevan a intercambios de efectivo que tienen lugar en diferentes fechas futuras"

Frank Fabozzi (1991)
"Un swap o permuta financiera, es un contrato mediante el cual dos partes se comprometen a intercambiar una serie de cantidades de dinero en fechas futuras. Aunque de forma más genérica se puede considerar swap cualquier intercambio futuro de bienes o servicios (entre ellos dinero) referenciado a cualquier variable observable"

J. Rodríguez de Castro (2000)
"Un contrato swap es aquel en el que dos partes se comprometen a intercambiar una serie de flujos de dinero (cash flows) en una fecha futura. Los flujos en cuestión pueden, en principio, ser función casi de cualquier cosa, ya sea de tasas de interés a corto plazo como del valor de un índice bursátil o cualquier otra variable"

La estructura de un swap es la siguiente:

- A las partes que acuerdan realizar pagos uno al otro con el objeto de intercambiar flujos de efectivo periódicamente se le conoce como **contrapartes.**

- A la suma sobre la cual se van a calcular los flujos de efectivo a intercambiar se conoce como **nocional.**

- A fecha de inicialización del swap se conoce como **fecha efectiva** o **fecha de valor**, en cuanto a la fecha de terminación se le conoce como **fecha de vencimiento** o **fecha de maduración**. Al periodo de tiempo comprendido entre estas dos fechas se llama **vida del swap** o **duración de swap**.

1.3 Tipos de swap

Existen diversos tipos de swaps así como variantes en los mismos. A continuación se da una clasificación por el subyacente sobre el cual está referenciado.

- Swaps de índices (equity swaps)
- Swaps de materias primas (commodity swaps)
- Swaps de crédito (credit swaps)

Swaps de índices
Es una transacción en la cual una de las partes paga de manera periódica cantidades fijas en una cierta divisa o cantidades referenciadas a una tasa fija, y la otra parte paga periódicamente cantidades en la misma divisa o en otra si así se conviene, referenciado su valor al comportamiento de una acción, una canasta de acciones o índices bursátiles.

Swaps de materias primas
Es un acuerdo en el cual las contrapartes intercambian flujos de efectivo basados en el precio de una materia prima como petróleo, gas natural, granos, etc. Una contraparte paga a un precio fijo sobre bienes y la otra parte realiza pagos a precio de mercado sobre la misma materia prima, usualmente basado en el precio promedio del producto sobre un periodo fijo.

Swaps de crédito
Los swaps de crédito están divididos por dos tipos principalmente:

- Swaps de divisas (currency swap)
- Swap de tasas de interés (interest rate swap)

El swap sobre divisas en general implica intercambios de flujos de efectivo e intereses de tipo fijo en una divisa, por principal e interés de tipo fijo en otra divisa. Un acuerdo swap de divisas requiere especificar el principal en ambas divisas. Los principales se suelen intercambiar al principio y al fin del swap. Normalmente, los principales se eligen para que sean aproximadamente equivalentes utilizando en tipo de cambio al inicio del swap. Los swaps más comúnmente utilizados son los swaps de divisas fixed-for-fixed, en los cuales el tipo de interés en ambas monedas es fijo.

En los swaps de tasa de interés, una parte acuerda pagar flujos de efectivo iguales a los intereses correspondientes a un tipo fijo predeterminado durante un período de años. A cambio, recibe intereses correspondientes a una tasa variable en el mismo periodo de tiempo. Este swap es el más convencional y es comúnmente llamado swap de tipo de interés *plain vanilla* o simplemente *IRS* (Interés Rate Swap)

De manera más precisa, un swap de tipo de interés representa una transacción en la que dos partes acuerdan intercambiar periódicamente flujos de intereses calculados con respecto a un nocional, pagaderos en una moneda única y referenciada a alguna tasa líder de mercado.

Dado que es un compromiso de intercambio de dinero a futuro, un swap tiene dos partes. Y cada una de las contratantes tiene: el derecho de cobro de dinero a futuro y el compromiso de pago de dinero a futuro.

Todo swap se compone de dos *patas* (legs) correspondientes a cada contraparte. A su vez, cada pata se integra por una serie de flujos de pagos periódicos cuya estructura puede ser la misma o puede variar según los requerimientos de los contratantes.

Dependiendo de las tasas a intercambiar, los swaps de tasas de interés son clasificados de la siguiente manera:

- De tasas **fija x flotante**: Por convención, en un swap de esta estructura a la contraparte que paga la tasa variable y recibe la tasa fija se le define como *el comprador del swap* o *la contraparte corta*. Por consiguiente, *el vendedor del swap* o *la contraparte larga* en un swap es la contraparte que vende el contrato aceptando pagar una tasa fija a cambio de recibir tasas variables.

- De tasas **flotante x flotante** (Basis swap): Cuando ambas contrapartes intercambian tasas flotantes. Lo más representativo en otros países es utilizar una tasa de interés interbancaria frente a otra tasa calculada con respecto a algún papel bancario comercial. En México, uno de los intercambios más comunes para los basis swap es el TIIE[1] X TIIE.

  Aunque en estos swaps, además de tasas, se están intercambiando flujos de divisas (currency swaps), donde los flujos están referenciados sólo a tasas interbancarias.

En la jerga financiera, a las contrapartes que participan en el swap se les conoce como el *pagador* de la tasa fija y el *receptor* de la tasa fija. Por ello, en un *swap plain vanilla*, el préstamo y el depósito de nocionales son en la misma moneda, el mismo capital y el mismo vencimiento. De manera alternativa, el pagador del swap está en una posición corta con un valor de tasa fija y en una posición larga con un valor a tasa flotante, mientras que el receptor esta corto con un valor de tasa flotante y largo con un valor de tasa fija.

En la Figura 1.2 se observa el desarrollo de las tasas variables con respecto a la tasa fija a través del tiempo. Las diferencias entre la tasa variable y la tasa fija determinan los flujos de efectivo periodo a periodo. Pueden existir diferencias positivas o negativas, dependiendo la posición en la que se encuentre, una contraparte recibirá o pagará lo correspondiente a dicha diferencia.

1 La TIIE, Tasa de Interés Interbancaria de Equilibrio, tasa líder en México. Ver Apéndice A.

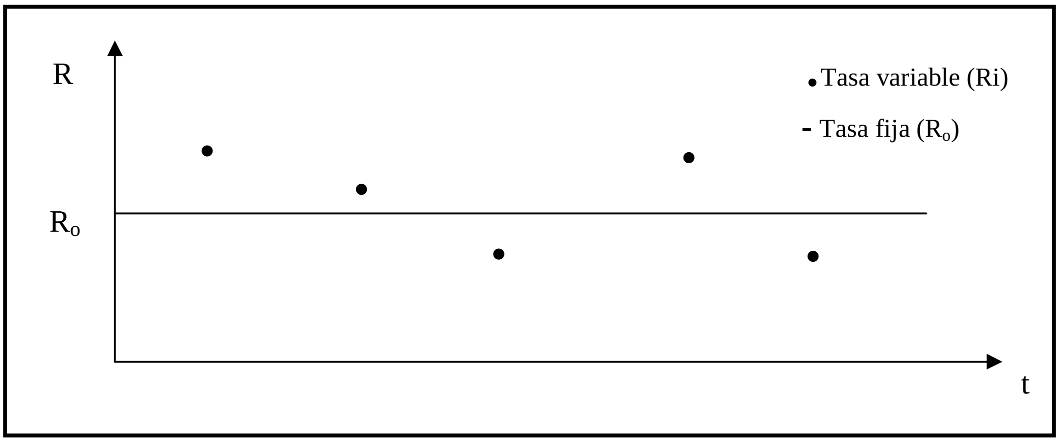

Figura 1.2 Comportamiento de las tasas de interés en un IRS

Los swaps de tasa de interés son enormemente útiles porque sirven para segregar el riesgo y hacerlo transferible, aumentando así la eficiencia del mercado. Un swap de tipo de interés permite separar el riesgo de mercado y el riesgo de crédito por lo que permite la gestión por separado de ambos tipos de riesgo. Otras ventajas del este swap son la flexibilidad, rapidez y reducción de costos de transacción. Una emisión de deuda en el mercado puede costar bastante dinero entre comisiones, costos legales, comisión por admisión de cotización en bolsa; además de necesitar mucho tiempo.

Este tipo de swaps sirve para administrar el riesgo sobre el crédito a través de la medición y determinación del precio de cada uno de los subyacentes (tasa de interés, moneda y crédito).

Estos riesgos pueden ser transferidos a un tenedor de manera más eficaz, permitiendo así, un acceso al crédito con un menor costo ajustándose a la relación entre oferta y demanda de crédito. Por todo lo anterior se dice que un swap es un instrumento hecho a la medida.

El siguiente ejemplo ayudará comprender la función un *IRS* de tipo de fijo por variable.

Las compañías **A** y **B** han pactado realizar un swap de la siguiente forma:

A acuerda pagar a **B** un tipo de interés de 6% nominal sobre un capital de $100, 000,000.00 *(Monto principal, o monto nocional)*, la compañía **B** acuerda pagar a la compañía **A** la tasa TIIE semestral sobre el mismo nocional. Lo anterior por un periodo de 5 años, es decir, se efectuarán diez pagos durante la vida del swap, el contrato se inicia el día primero de enero del año 2010.

Entonces **A** paga semestralmente a **B** la cantidad de $3,000,000.00 el día 1 de Julio del 2010, el mismo día **B** pagará a **A** la cantidad correspondiente a tasa TIIE del periodo semestral correspondiente, es decir la tasa TIIE semestral del primero de enero del 2010; supóngase que es del 2.5%, entonces **B** pagará $2,500,000.00.

Como se mencionó anteriormente, sólo se pagará la diferencia entre las obligaciones, en este caso **A** estará cumpliendo con un total de $ 500,000.

Para el primero de enero del 2011, **A** pagará las mismas obligaciones que el periodo anterior, mientras que **B** cumplirá con la tasa TIIE semestral del 1 de julio del 2010; supóngase que será del 2.6%, por lo que al final del periodo **A** estará pagando $400,000.

En general, podemos calcular el flujo de efectivo a tipo variable basado en el TIIE en una fecha de pago swap como:

$$\textit{Flujo de efectivo} = \frac{C*R*t}{360} \qquad (1.1)$$

Donde,

C: El principal o monto nocional
R: La tasa TIIE relevante
t: El número de días desde la fecha del último pago, con t=180 días[2]

Suponiendo que el comportamiento de la tasa es el mostrado en la siguiente tabla, se podrá ver la manera en quedarían los pagos de compañía a compañía.

Fecha	Tasa TIIE	Spread	Obligaciones A-B
1 de enero del 2010	2.5%	+0.5%	$500,000
1 de julio del 2010	2.6%	+0.4%	$400,000
1 de enero del 2011	2.7%	+0.3%	$300,000
1 de julio del 2011	2.8%	+0.2%	$200,000
1 de enero del 2012	2.9%	+0.1%	$100,000
1 de julio del 2012	3.0%	0.0%	$0
1 de enero del 2013	3.1%	-0.1%	-$100,000
1 de julio del 2013	3.2%	-0.2%	-$200,000
1 de enero del 2014	3.3%	-0.3%	-$300,000
1 de julio del 2014	3.4%	-0.4%	-$400,000

Tabla 1.1

La compañía **A** tiene una posición larga con respecto a un bono de rentabilidad variable y una posición corta en un bono de rentabilidad fija.

Hasta el primero de enero del 2012, **A** pagará a **B** la diferencia entre las tasas, posteriormente **B** pagará lo correspondiente en efectivo a **A**.

En la vida real no ocurre exactamente esto, es decir la tasa TIIE, así como cualquier tasa flotante, varia periodo a periodo, y estos cambios son más bien representados por un *proceso estocástico.*

2 Por convención se utilizará en el cálculo de los flujos de efectivo un año financiero o tiempo comercial, dicho periodo está compuesto por 360 días.

Un proceso estocástico es aquel en el que un sistema cambia de forma aleatoria entre diferentes estados, en intervalos regulares o irregulares de tiempo. Además, como se verá más adelante en este capítulo, existe toda una metodología para la valuación del swap en el cual intervienen otros factores.

1.4 La ventaja comparativa como fundamento del *IRS*

Los swaps se fundamentan en el argumento de la ventaja comparativa. Éste es un concepto económico que señala cuándo una compañía puede estar en posibilidades de obtener un crédito a una tasa comparativamente menor con base en su posición crediticia. A través del mercado de swaps, teóricamente las empresas están en posibilidades de arbitrar el llamado *Diferencial por Margen de Calidad (Quality Spread Differential-QSD).* Un QSD es la prima que un crédito más débil debe pagar a un crédito más fuerte cuando se buscan fondos con la misma denominación y mismo tiempo de vencimiento. Conforme se extiende el vencimiento, se debe ampliar el diferencial para reflejar la relación existente entre el riesgo y el tiempo. Los proponentes de la ventaja comparativa argumentan que ésta ha propiciado un auge en el mercado de swaps y particularmente en los swaps de tipo de interés.

El siguiente ejemplo mostrará cómo funciona el concepto de ventaja comparativa.

Considérese que dos empresas **α** y **β**, necesitan un capital de 10 millones de dólares. Las tasas que se cobran en el mercado a cada empresa tanto en tasa fija como con tasa variable se muestran a continuación.

Tasas en el mercado para ambas empresas

Tasa	Empresa α	Empresa β	Spread
FIJA	7.5%	8.5%	1%
VARIABLE	LIBOR + 0.7%	LIBOR + 1.0%	0.3%

Tabla 1.2

Ahora bien se puede apreciar que **α** tiene una mejor posición crediticia que **β** tanto en la tasa fija como en la variable. Se aprecia también que en el tasa fija existe una mayor diferencia *spread* que en el tipo variable, por lo tanto, se dice que **α** tiene ventaja comparativa en tasa fija y que **β** tiene una menor desventaja comparativa en tasa variable. Este detalle es fundamental para realización del swap entre ambas empresas.

Es importante mencionar que, para que existan incentivos para entrar en el swap, **α** debe desear tasa variable, y **β** debe desear tasa fija, sobre el mismo nocional.

Mediante la siguiente estrategia les será conveniente utilizar un swap a ambas empresas: cada una solicitará un préstamo en términos de su ventaja comparativa, es decir **α** pide un préstamo al 7.5% anual, mientras que **β** lo pide a *LIBOR + 1.0%*, dichas tasas como ya se mencionó son las ofrecidas para cada empresa en el mercado. El objetivo es que al final del swap **α** conseguirá un préstamo a tipo variable más barato que el *LIBOR + 0.7%,* mientras que **β** conseguirá una deuda más barata que el 8.5% fijo.

Entonces, las empresas en cuestión podrá hacer el swap de la siguiente forma: α acuerda pagar a β el interés de una tasa *LIBOR* sobre un nocional de 10 millones de dólares, mientras que la contraparte β acuerda pagar a α los intereses correspondientes al 7.15% anual sobre el mismo nocional.

La representación gráfica de lo ocurrido en el swap anterior se aprecia en la siguiente figura.

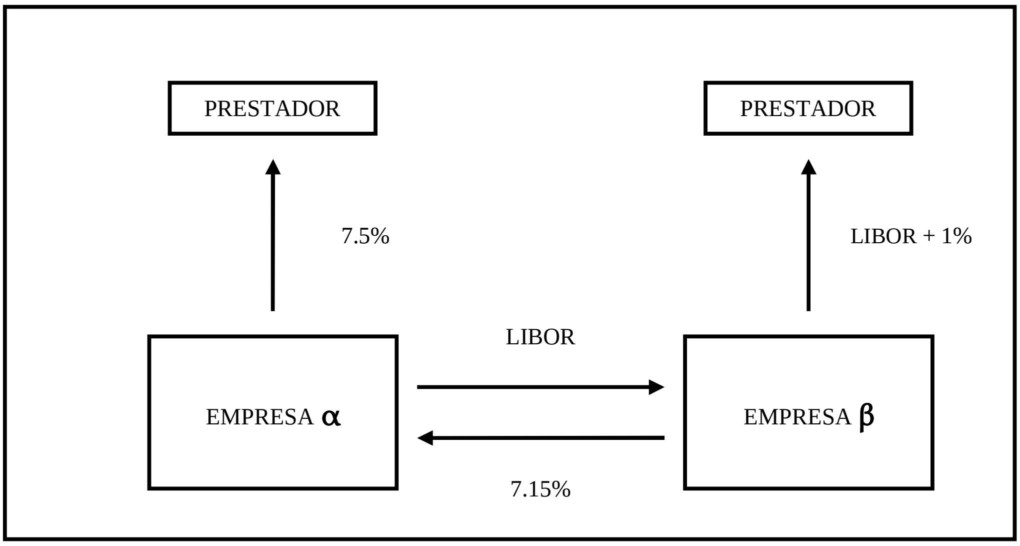

Figura 1.3 Transacciones financieras en el swap

El siguiente cuadro ilustra como quedan planteadas sus obligaciones y derechos de cada empresa.

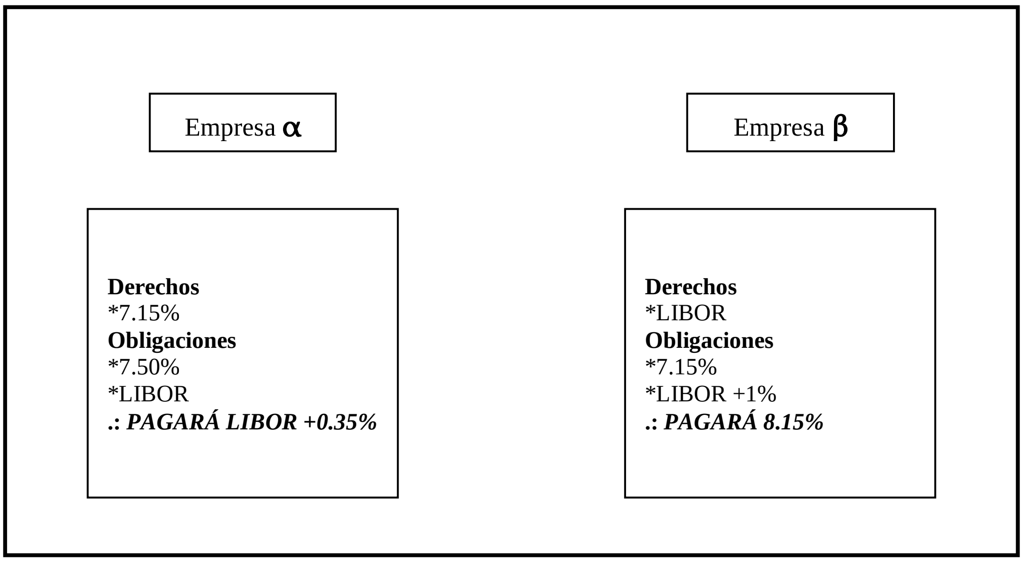

Figura 1.4 Obligaciones y derechos de ambas empresas

En este caso α pagará un interés de *LIBOR +0.35%,* tasa menor a la tasa variable del mercado que es de *LIBOR +0.70%*; análogamente β pagará 8.15% lo que significa 35 puntos básicos por debajo de lo pagaría comercialmente.

En este diseño, las partes reparten el ahorro equitativamente el “ahorro” por el swap, es decir es igualmente atractivo para **α y β.**

Gracias al ejemplo anterior, puede entenderse porqué el uso de un *IRS* es una cobertura por excelencia, dado que el swap puede ser diseñado de acuerdo a las necesidades específicas de las contrapartes, cuando los bancos emisores de títulos de renta fija requieran protegerse ante la volatilidad en las tasas de interés y al mismo tiempo asegurarse de que el pago por dicha cobertura represente una de las opciones más baratas. Por lo que una excelente alternativa será que dichas emisiones se cubran mediante un swap.

Ahora bien, supóngase que existe un Intermediario Financiero que cobra un spread de 30 puntos básicos por la gestión del intercambio, el diseño del swap para que sea igualmente atractivo para **α y β** es muy simple; a cada contraparte le corresponde pagar 15 puntos básicos por la comisión del Intermediario Financiero. Por lo que al final del swap **α** terminará pagando *LIBOR+0.05%* y **β** pagará el 8.3%.

El papel de Intermediario Financiero es importante en un swap ya que absorbe el riesgo de crédito para los participantes en el swap, con lo que garantiza el cumplimiento de los pagos de las contrapartes.

En resumen, con la celebración de un swap todos los participantes en principio pueden resultar beneficiados. Sin importar que alguna contraparte tenga ventajas absolutas sobre la otra. Los swaps son estructuras tan eficientes en su construcción que son capaces de reflejar en una tasa de interés las condiciones crediticias representativas de las dos contrapartes involucradas en el contrato. A esta tasa se le denomina *tasa swap* y se considera de gran utilidad como indicador del desempeño del mercado de crédito interbancario.

1.5 Algunos conceptos de finanzas necesarios para la valuación del swap

Es preciso mencionar y ejemplificar los conceptos sobre los que se fundamenta la valuación del swap, por lo que se presentarán de manera general algunos resultados de la teoría financiera sobre el valuación de bonos, así como el cálculo de la tasa forward.

1.5.1 Valuación de bonos

Los bonos son títulos normalmente al portador y que suelen ser negociados en algún mercado o bolsa de valores. El emisor se compromete a devolver un solo pago de efectivo en una cierta fecha en el futuro, llamada fecha de vencimiento.

Un bono cupón cero es un bono que no efectúa pagos cupón durante su periodo de vida. Este instrumento es comprado a un precio inicial, y el interés generado es determinado por el pago del bono a su fecha de maduración.

Denotado por:

El precio del bono al tiempo **t.** Este precio es el valor al tiempo t de recibir un peso al tiempo T (fecha de maduración). El valor de carátula del bono es el monto pagado a su fecha de maduración, un peso. A estos instrumentos también se les conoce como factores de descuento porque son vendidos a un precio menor que su valor de carátula.

La relación entre los precios del bono y su maduración T es conocida como "estructura temporal de precios de bonos cupón cero" la cual implica una "estructura temporal de tasas de interés".

En esta tabla se enlistan los precios de un bono cupón cero con cuatro diferentes periodos de maduración.

Maduración T	B(0,T)
1	0.9728
2	0.9432
3	0.8542
4	0.8231

Tabla 1.3

Mediante la siguiente gráfica se puede apreciar la estructura de precios descrita en la Tabla 1.3

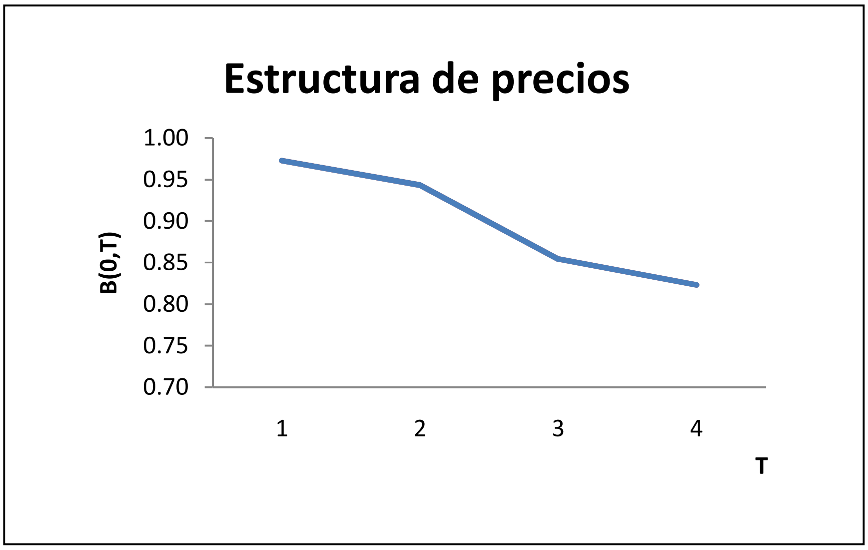

Figura 1.5 Obligaciones y derechos de ambas empresas

Se puede observar que en t=1 el precio de recibir un peso en un año de 0.9728 dólares, el precio de recibirlo en dos es de 0.9432; se guarda un relación inversa entre la maduración y su costo, cuando la maduración del bono se incrementa el precio de éste es menor. "Se prefiere tener un peso antes que después", por tal razón el precio del bono es más caro.

Entonces, si se invierte la cantidad de $B(0,T)$ por un plazo de T días se reciben:

$$1 = B(0,T) + B(0,T) * R(0,T) * \delta \tag{1.2}$$

Donde,

$B(0,T) * R(0,T) * \delta$= interés generado en el periodo [0,T]
$R(0,T)$= tasa de interés simple anualizada
$\delta = \dfrac{T}{360}$

Considerando una capitalización simple, el precio actual (valor presente) de recibir un peso en T días es:

$$B(0,T) = \frac{1}{1 + R(0,T) * \left(\frac{T}{360}\right)} \tag{1.3}$$

Los bonos cupón cero o bonos de descuento puro son elementos básicos para la valuación de todos los contratos que prometen una serie de flujos de efectivos conocidos. Esto se debe a que siempre se puede descomponer cualquier contrato en los flujos de efectivo que lo componen, valuar cada uno de ellos y posteriormente sumarlos.

El pago de efectivo prometido de un bono de descuento puro se conoce como su **valor nominal** o valor a la par. El interés ganado por los inversionistas con estos bonos es la diferencia entre el precio pagado por el bono y el valor nominal recibido en su fecha de vencimiento. De esta forma, para un bono cupón cero con un valor nominal de $1,000 que vence dentro de un año y con un precio de compra de $940, el interés ganado es la diferencia de $60 entre el valor nominal de $1,000 y el precio de compra de $940.

1.5.2 Tasa forward

Es la tasa de interés que refleja las expectativas del comportamiento de las tasas en el futuro. De manera general una tasa forward es aquella tasa de interés que se encuentra entre dos tasas spot[3] (cupón cero) de diferentes periodos, por lo que se dice que está implícita entre ellas.

Para ejemplificar lo anterior considérese que en el mercado se ofertan las siguientes tasas: una tasa $R(0,T_{i-1})$ y una tasa $R(0,T_i)$ para T_{i-1} y T_i respectivamente. Entonces existe una tasa f_o comprendida entre $R(0,T_{i-1})$ y $R(0,T_i)$ tal que al aplicarla a $R(0,T_{1-i})$ se obtiene el mismo rendimiento que se obtendría al aplicar directamente $R(0,T_i)$.

3 Es la tasa de rendimiento que prevalece en un determinado momento en el tiempo representado por un instrumento financiero.

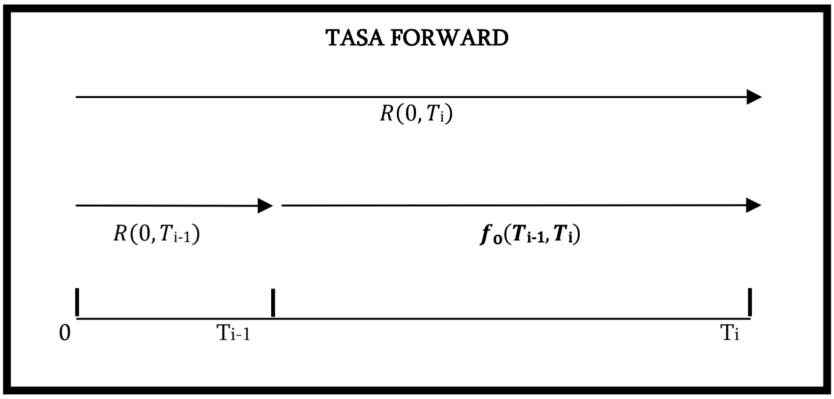

Figura 1.6 Construcción de la tasa forward

Entonces aplicando lo anterior se tiene que:

$$1+R(0,T_i)*\left(\frac{T_i}{360}\right)=\left(1+R(0,T_{i-1})*\left(\frac{T_{i-1}}{360}\right)\right)*\left(1+f_0(T_{i-1},T_i)*\left(\frac{T_i-T_{i-1}}{360}\right)\right) \tag{1.4}$$

Donde se tiene que:

$$f_0(T_{i-1},T_i)=\left[\frac{1+R(0,T_i)*(T_i/360)}{1+R(0,T_{i-1})*(T_{i-1}/360)}-1\right]\left[\frac{360}{T_i-T_{i-1}}\right] \tag{1.5}$$

Recordando el resultado (1.3) y sustituyendo la expresión anterior queda determinada de manera general la tasa forward.

$$f_0(T_{i-1},T_i)=\left[\frac{B(0,T_{i-1})}{B(0,T_i)}-1\right]\left[\frac{360}{T_i-T_{i-1}}\right] \tag{1.6}$$

1.5.3 Bonos con cupón

Un bono con cupón obliga al emisor a realizar pagos periódicos de interés al tenedor del bono, y al final se pagará el valor nominal. Los pagos periódicos de interés se llaman *cupones*, esto porque en una época la mayoría de los bonos tenían cupones adosados que los inversionistas desprendían y presentaban al emisor del bono para su pago.

El precio de estos instrumentos va a estar dado por el valor presente de todos los flujos de efectivo futuros representados por los cupones y el principal. La tasa de cupón del bono es la tasa de interés aplicada al valor nominal para calcular los pagos de cupón. Además, en función de la tasa que promete pagar, un bono con cupón se clasifica en:

Bono cupón a tasa fija. En este caso, el propietario del bono recibirá **n** pagos a una tasa fija R_{fija}, además de que recibirá el valor nominal del bono al vencimiento.
El monto del pago cupón es:

$$ci = F * R_{fija} * \delta \tag{1.7}$$

Donde,

ci = monto de pago cupón al tiempo Ti
F= valor de carátula del bono (face value o valor facial)
R_{fija} = tasa fija del bono cupón
$\delta = \frac{T_i - T_{i-1}}{360}$

La diferencia T_i-T_{i-1} representa el plazo expresado en días para cada pago cupón en T_i.

Recordando que $B(0,T_i)$ representa el valor presente de recibir un peso en T_i, Por lo tanto, el valor presente del bono cupón tasa fija esta dado por:

$$B_{cfijo}=F*B(0,T_n)+\sum_{i=1}^{n} c_i*B(0,T_i) \tag{1.8}$$

El siguiente ejemplo mostrará la valuación de un bono cupón a tasa fija.

Considérese un bono que madura en 2 años con un valor facial de $1,000. Los pagos ocurren de manera semestral referenciados a una tasa cupón del 10% anual, lo que implica pagos semestrales de $50.

La Tabla 1.4 detalla los 4 pagos semestrales.

Maduración Ti (Días)	B(0,Ti)	Cupón Ci	Nominal	VP flujos de efectivo
180	0.9835	$50	0	$49.175
360	0.9592	$50	0	$47.960
540	0.9355	$50	0	$46.775
720	0.9124	$50	$1,000	$958.020
			TOTAL	**$1,101.93**

Tabla 1.4

Por lo tanto el valor presente del bono cupón es de $1,101.93.

Por otro lado, el bono puede estar referenciado a una tasa de interés variable.

Bono Cupón a tasa variable. De manera análoga al bono cupón a tasa fija, en este tipo de bono se paga un principal F en el tiempo T_n y también efectúa pagos periódicamente, por lo general los

pagos se realizan cada 28, 91,182 días). La diferencia radica en que la tasa empleada en la valuación esta referenciada a una tasa líder, como por ejemplo: CETES, TIIE, etc.
Entonces el pago cupón al tiempo T_i es:

$$c_i = F * R_{var}(T_{i-1},T_i) * \delta \tag{1.9}$$

Donde,

ci =monto de pago cupón al tiempo T_i
F=valor de carátula del bono (face value o valor facial)
$R_{var}(T_{i-1},T_i)$= tasa de referencia para el periodo $[T_{1-i},T_i]$, $i=1,\ldots,n$
$\delta = \frac{T_i-T_{i-1}}{360}$

Para obtener el precio de este instrumento se necesitan las tasas $R_{var}(T_{i-1},T_i)$, sin embargo para i>2 son tasas desconocidas en t=0.

Dado que no se conocen las tasas mencionadas a la fecha actual para valuar el instrumento, estas se estiman mediante las tasas *forward*.

Por lo tanto, el valor presente del bono cupón tasa variable esta dado por:

$$B_{cvar}=F*B(0,T_n)+\sum_{i=1}^{n} c_i*B(0,T_i) \tag{1.10}$$

Considérese un bono con un valor facial de $1,000, maduración a un año y pagos cupón pagaderos cada 28 días referenciados a la tasa TIIE. Entonces los factores de descuento están dados de la siguiente forma:

i	Ti	TIIE 28	B(0,Ti)
1	28	10.4177%	0.99196240
2	56	11.0831%	0.98305175
3	84	11.4930%	0.97388330
4	112	11.8222%	0.96452461
5	140	12.1205%	0.95498644
6	168	12.4060%	0.94527369
7	196	12.6868%	0.93539018
8	224	12.9669%	0.92534079
9	252	13.2523%	0.91510891
10	280	13.5432%	0.90470228
11	308	13.8397%	0.89412942
12	336	14.1417%	0.88340065
13	364	14.4496%	0.87252306

Tabla 1.5

La $TIIE_{28}$ ya es conocida, por lo que no se necesita el cálculo de la tasa forward para este periodo. Para el cálculo de los siguientes cupones se necesita conocer las tasas futura, es decir las tasas forward $f_0(T_{i-1},T_i)$, con i= 2,…,13. Para los 12 pagos cupón restantes.

Entonces para los siguientes 28 días se tiene que:

$$f_0(28,56)=\left[\frac{B(0,28)}{B(0,56)}-1\right]\left[\frac{360}{28}\right]=11.6542\%$$

De manera análoga para el siguiente periodo se tiene lo siguiente:

$$f_0(56,84)=\left[\frac{B(0,56)}{B(0,84)}-1\right]\left[\frac{360}{28}\right]=12.1040\%$$

Para obtener el precio del bono, se necesitan calcular los pagos cupón de cada periodo, entonces para el primer pago cupón c_1 se tiene que:

$$c_1=1,000*0.104177*\frac{28}{360}=8.1027$$

Por lo que el segundo pago esta dado por:

$$c_2=1,000*0.116542*\frac{28}{360}=9.0644$$

Entonces C_3 es igual a:

$$c_3=1,000*0.121040*\frac{28}{360}=9.4142$$

En el tiempo T_n el bono paga el principal de $1,000 además del último pago cupón, por lo cual el pago en T_{13} se consideran tanto el principal como el último pago cupón.

Para obtener finalmente el precio del bono se necesita calcular el valor presente de los ingresos futuros del instrumento, entonces:

$$B_{cvar}=1,000*B(0,T_{13})+\sum_{i=1}^{13}c_i*B(0,T_i)$$

La siguiente tabla resume el comportamiento de las tasas, los pagos cupón en el tiempo y el valor presente de los flujos futuros en el tiempo i.

i	Ti	B(0,Ti)	Tasa Forward	Pago Cupón	VP Pagos Cupón
1	28	0.9919624	10.4177%	$8.1026555	$8.0375296
2	56	0.9830517	11.6542%	$9.0643777	$8.9107524
3	84	0.9738833	12.1040%	$9.4142222	$9.1683538
4	112	0.9645246	12.4753%	$9.7030111	$9.3587930
5	140	0.9549864	12.8414%	$9.9877555	$9.5381711
6	168	0.9452736	13.2108%	$10.2750666	$9.7127501
7	196	0.9353901	13.5851%	$10.5661888	$9.8835093
8	224	0.9253407	13.9631%	$10.8601888	$10.0493758
9	252	0.9151089	14.3756%	$11.1810222	$10.2318531
10	280	0.9047022	14.7893%	$11.5027888	$10.4065993
11	308	0.8941294	15.2033%	$11.8247888	$10.5728916
12	336	0.8834006	15.6148%	$12.1448444	$10.7287635
13	364	0.8725230	16.0288%	$12.4668444	$883.4006692
				TOTAL	**$1,000**

Tabla 1.6

Con lo que se concluye que el precio para este bono de tasa variable referenciado a una tasa $TIIE_{28}$, es igual a su valor facial de $1,000.

Dada la expresión (1.10) para calcular el valor presente del bono y considerando que

$$R_{var}(0,T_1) = f_o(0,T_1)$$

Para el primer cupón se tiene que el pago en T_1 es igual a:

$$c_1 = F * R_{var}(0,T_1) * \delta = F * f_o(0,T_1) * \left(\frac{T_i - T_{i-1}}{360}\right)$$

Sustituyendo y sin pérdida de generalidad se tiene que:

$$c_i = F * \left[\frac{B(0,T_{i-1})}{B(0,T_i)} - 1\right]\left[\frac{360}{T_i - T_{i-1}}\right]\left[\frac{T_i - T_{i-1}}{360}\right] = F * \left[\frac{B(0,T_{i-1}) - B(0,T_i)}{B(0,T_i)}\right] \tag{1.11}$$

El valor presente para c_i está dado por $ci * B(0,T_i)$ lo que implica lo siguiente:

$$VPc_i = B(0,T_i) * F * \left[\frac{B(0,T_{i-1}) - B(0,T_i)}{B(0,T_i)}\right] = F * [B(0,T_{i-1}) - B(0,T_i)] \tag{1.12}$$

Para obtener el valor presente del bono se suman los cupones y se suma también el valor presente del nominal.

$$\sum_{i=1}^{n} VPc_i = F * \{[B(0,0)\text{-}B(0,T_1)] + [B(0,T_1)\text{-}B(0,T_2)] + [B(0,T_1)\text{-}B(0,T_2)] + \cdots + [B(0,T_{n-1})\text{-}B(0,T_n)]\} + FB(0,T_n) \tag{1.13}$$

Por lo tanto

$$\sum_{i=1}^{n} VPc_i = F * [1 - B(0,T_n)] + F * B(0,T_n) = F \tag{1.14}$$

Con lo que se concluye, efectivamente, que el precio de un bono cupón referenciado a una tasa variable es igual a su valor nominal.

1.6 Valuación del swap de tipo de interés

El procedimiento de valuación de un swap consta de tres pasos:

1. ***Se requiere identificar una estructura de pagos equivalente para las contrapartes:*** *Las* patas de un mismo swap generalmente están referenciadas a tasas de interés fijas y/o variables, y presentan diferentes esquemas de flujos de pago. Por lo cual, es indispensable convertirlas primero en estructuras comparables para después evaluarlas.

2. ***Se deben expresar todos los pagos periódicos en un pago único equivalente:*** Esto se hace estimando los flujos futuros, descontándolos y trayéndolos a valor presente para transformarlos en un pago único equivalente.

3. ***Se determina el "valor del swap":*** El valor del swap se expresa como la diferencia entre los valores presentes de las patas fija y flotante. (Vera, 2004)

Mediante los siguientes dos métodos es posible valuar un swap de tasa de interés.

- Portafolio de contratos FRA
- Portafolio de bonos

1.6.1 Portafolio de contratos FRA

Un FRA (Forward Rate Agreement). Es un futuro de tasas de interés, es decir, es un contrato suscrito entre dos partes por medio del cual ambas partes desean cubrirse de posibles pérdidas por movimientos en las tasas de interés. En el lenguaje financiero se le conoce simplemente como contrato FRA y principalmente es negociado entre los bancos y las casas de bolsa.

En un FRA, se pacta una tasa de interés futura sobre un monto nocional durante un tiempo futuro concreto, donde el vendedor del FRA (posición corta) pagará al comprador la diferencia entre la tasa que prevalece al vencimiento y la tasa establecida al inicio del acuerdo, si es que la tasa que prevalece en el mercado es mayor que la tasa estipulada en el contrato.

El comprador del FRA es quien se protege contra el alza en las tasas de interés, mientras que el vendedor del FRA se cubre contra una baja en las tasas de interés.

1.6.1.1 La valuación del swap mediante un portafolio de FRA

Si lo que se pretende es cubrir no solamente un flujo sujeto al riesgo de tasas en el futuro sino varios flujos del mismo tipo simultáneamente, donde el factor de riesgo es la misma tasa de interés variable, entonces pueden pactarse el mismo día varios FRAs, uno para cada flujo.

Por ejemplo, supóngase que una empresa tiene la obligación de pagar intereses cada 28 días sobre el mismo monto nocional en referencia a la tasa $TIIE_{28}$, durante los próximos tres años. Considerando que en cada año realiza 13 pagos, en total 39 a partir del día de hoy, entonces debe pactar hoy 38 FRAs referenciados a una $TIIE_{28}$: El primero a un plazo de 56 (para el primer pago de interés, que es dentro de 28 días, no requiere de cobertura porque la tasa de interés a pagar se conoce al inicio del periodo). El segundo a un plazo de 84 días, el tercero para un plazo de 112 y así sucesivamente.

Si bien se logra el objetivo primordial de inmunizar sus pagos a variaciones de las tasas de interés, esta estrategia tiene la desventaja de que fija 38 tasas distintas y de que probablemente tiene 38 contrapartes distintas al estructurar el portafolio de cobertura con FRAs.

Por lo tanto, la solución es diseñar un instrumento que por sí solo y de forma natural genere el mismo efecto que un portafolio de FRAs, de tal suerte que se fije una tasa para cada uno de los 38 flujos. Este producto es a grandes rasgos el intercambio de flujos de efectivo en periodos con base a ciertas reglas preestablecidas entre dos contrapartes.

Para obtener el valor de un contrato FRA se puede suponer que la tasa de mercado $R_{\text{var}}(t,T)$ es la tasa forward $f_0(t,T)$, al inicio del contrato el valor del FRA es nulo, por lo que en este caso se debe calcular la tasa fija FRA que da el valor inicial cero al contrato.

Se considera el valor del FRA, indistintamente la posición en la que se encuentre, como el valor presente de la diferencia entre las tasas en cuestión.

El pago correspondiente de un contrato FRA en un cierto periodo para una posición corta está dada por:

$$pago^{C}_{\text{FRA}} = \left(R_{\text{FRA}} - f_0(t,T)\right) * \delta * N \tag{1.15}$$

Y para una posición larga se tiene la siguiente expresión:

$$pago^{L}_{FRA} = (f_0(t,T) - R_{FRA}) * \delta * N$$

(1.16)

Para (1.15) y (1.16) se tiene:

$f_0(t,T)$= $R_{Var}(T_{i-1}, T_i)$= tasa de referencia en el mercado en (t,T)
R_{FRA}= tasa de interés acordada en el contrato FRA

Estos montos representan una colección de contratos FRA (uno por cada pago cupón), en donde todos y cada uno de los FRAs son calculados con base al mismo principal (monto nocional del swap) y con base a la misma tasa de interés (la tasa fija del swap)[3].

Al considerar de forma general el precio de **n** contratos FRA con las características anteriores, entonces se obtiene el valor del swap de tasa de interés, en el cual se paga tasa variable y se recibe tasa fija (posición corta), esto es:

$$Val^{C}_{FRA} = \sum_{i=1}^{n} B(0,T_i)\big(R_{fija} - f_0(T_{i-1},T_i)\big) * \delta * N$$

(1.17)

De manera análoga, se obtiene el valor de un swap de tasas de interés en el cual se paga tasa fija y se recibe tasa variable (posición larga), es decir:

$$Val^{L}_{FRA} = \sum_{i=1}^{n} B(0,T_i)(f_0(T_{i-1},T_i) - R_{fija}) * \delta * N$$

(1.18)

Para (1.17) y (1.18) se tiene:

R_{fija} = tasa fija acordada en el swap
$f_0(T_{i-1}, T_i)$ = $R_{Var}(T_{i-1}, T_i)$ = tasa de referencia en el mercado en (T_{i-1}, T_i)
$\delta_i = \frac{T_i - T_{i-1}}{360}$
N= monto nocional pactado previamente en el swap

Para la valuación del swap mediante los contratos FRA se necesita conocer las tasas $R_{Var}(T_{i-1}, T_i)$, en este caso se utilizará la tasa TIIE28 como la tasa de referencia, es decir, se necesita conocer las tasas $TIIE_{28}(T_{i-1},T_i)$ donde i>1,…, n.

Al momento de la valuación del swap se conoce el valor de la tasa de mercado inmediata, en este caso $TIIE_{28}(T_0,T_1)$=$TIIE_{28}(0,28)$, por lo que $TIIE_{28}(0,28)$= $f_0(0,28)$= 10.4177%.

4 Para mayor información consultar CRUZ, Carolina. “Aspectos teóricos y prácticos de la valuación y uso de swaps de tasa de interés”. 2007.

Los valores de las tasas de mercado posteriores al primer periodo no son conocidas en la fecha de valor del instrumento, por lo que son estimadas mediante las tasas forward. Entonces, de manera general, se tiene:

$$TIIE(T_{i-1}, T_i) \cong f(T_{i-1}, T_i) = \left[\frac{B(0, T_{i-1})}{B(0, T_i)} - 1\right]\left[\frac{360}{T_i - T_{i-1}}\right]$$

Para ejemplificar la valuación de un swap mediante contratos FRA considérese la tasa líder de referencia TIIE28, un capital nocional de $100,000,000 y además se supone una tasa fija de **10.5%.**

La siguiente tabla muestra el valor presente de los flujos de efectivo periodo a periodo tomando en cuenta una posición larga.

i	Ti	TIIE 28	B(0,Ti)	Tasa Forward	VP FRAs	VP Fijo	Flujos de Efec.
1	28	10.4177%	0.9919624	10.4177%	$803,753.02	$810,102.68	-$6,349.66
2	56	11.0831%	0.9830517	11.6542%	$891,071.46	$802,825.60	$88,245.86
3	84	11.4930%	0.9738833	12.1040%	$916,838.55	$795,338.09	$121,500.47
4	112	11.8222%	0.9645246	12.4753%	$935,875.64	$787,695.10	$148,180.54
5	140	12.1205%	0.9549864	12.8414%	$953,816.48	$779,905.60	$173,910.88
6	168	12.4060%	0.9452736	13.2108%	$971,275.39	$771,973.52	$199,301.88
7	196	12.6868%	0.9353901	13.5851%	$988,350.61	$763,901.99	$224,448.62
8	224	12.9669%	0.9253407	13.9631%	$1,004,939.78	$755,694.98	$249,244.80
9	252	13.2523%	0.9151089	14.3756%	$1,023,187.58	$747,338.95	$275,848.63
10	280	13.5432%	0.9047022	14.7893%	$1,040,663.43	$738,840.20	$301,823.24
11	308	13.8397%	0.8941294	15.2033%	$1,057,285.72	$730,205.70	$327,080.02
12	336	14.1417%	0.8834006	15.6148%	$1,072,876.90	$721,443.87	$351,433.04
13	364	14.4496%	0.8725230	16.0288%	$1,087,759.22	$712,560.50	$375,198.72
14	392	15.2154%	0.8578692	21.9621%	$1,465,381.03	$700,593.22	$764,787.81
15	420	15.8591%	0.8438655	21.3360%	$1,400,365.54	$689,156.90	$711,208.64
16	448	16.0412%	0.8335946	15.8416%	$1,027,094.66	$680,768.96	$346,325.69
17	476	16.1015%	0.8244719	14.2264%	$912,274.81	$673,318.72	$238,956.09
18	504	16.1815%	0.8153009	14.4625%	$917,098.64	$665,829.08	$251,269.56
19	532	16.2631%	0.8062354	14.4568%	$906,547.61	$658,425.61	$248,122.00
20	560	16.3425%	0.7973104	14.3922%	$892,503.30	$651,136.83	$241,366.47
21	588	16.4211%	0.7885121	14.3461%	$879,827.11	$643,951.58	$235,875.53
22	616	16.5120%	0.7797035	14.5251%	$880,854.73	$636,757.93	$244,096.80
23	644	16.6921%	0.7700582	16.1042%	$964,537.46	$628,880.87	$335,656.59
24	672	16.7501%	0.7618069	13.9258%	$825,127.22	$622,142.34	$202,984.88
25	700	16.9801%	0.7517843	17.1407%	$1,002,254.95	$613,957.25	$388,297.69
26	728	17.3905%	0.7398230	20.7872%	$1,196,133.59	$604,188.83	$591,944.76
					26,017,694.43	**18,386,934.90**	**$7,630,759.54**

Tabla 1.7

El valor de swap para la contraparte que recibe tasa flotante y paga tasa fija (posición larga) es la siguiente diferencia:

$$V_{\mathrm{Swap}^{\mathrm{L}}} = 26{,}017{,}694.43 - 18{,}386{,}934.90 = \$7{,}630{,}759.54.$$

Por lo que la parte que ha adquirido la posición larga debe recibir en total de la otra contraparte la cantidad anterior.

1.6.2 Portafolio de bonos

Se puede considerar un swap como un intercambio de bonos: un bono con cupón a tasa fija y un bono con cupón a tasa variable con una posición corta en uno de ellos y una posición larga en el otro. Y además se debe tomar en cuenta que en el caso del swap de tasas de interés, no existe un pago del valor nominal al final de la vida del bono, por lo que como se mencionó, solo se tomarán en cuenta los cupones; el nocional solo servirá para calcular los intereses.

En un swap, los pagos de cupones no coinciden, ya que dichos pagos están referenciados a distintas tasas (fija y variable), por lo tanto existe un flujo de efectivo en cada fecha de pago cupón.

1.6.2.1 La valuación del swap mediante un portafolio de bonos

Para la valuación del "lado fijo" del swap se debe calcular el valor presente de los ingresos futuros del bono cupón a tasa fija, por lo que el valor del swap del lado fijo queda determinado por la siguiente expresión:

$$V_{\mathrm{fijo}} = \sum_{i=1}^{n} N * R_{\mathrm{fija}} * \delta_{\mathrm{i}} * B(0, T_{\mathrm{i}}) = \sum_{i=1}^{n} c_{\mathrm{i}} * B(0, T_{\mathrm{i}}) \tag{1.19}$$

Donde,

c_i = pago cupón
N = monto nocional pactado previamente en el swap
R_{fija} = tasa fija acordada en el swap
$\delta_i = \frac{T_i - T_{i-1}}{360}$

La expresión (1.14) que determina el valor presente de un bono con cupón referenciados a una tasa variable, permite también conocer el valor de la parte variable del swap, entonces:

$$V_{\mathrm{variable}} = N - B(0, T_{\mathrm{n}}) * N = N * \left(1 - B(0, T_{\mathrm{n}})\right)$$

Con las dos expresiones anteriores se puede determinar al valor del swap, que viene dado por la diferencia entre ambos bonos.

El valor de la posición corta del swap: contraparte que recibe tasa fija y paga a tasa variable (equivalente a un portafolio con una posición corta en un bono a tasa variable y una posición larga en un bono a tasa fija) está dado por:

$$Val^{C}_{Swap} = B_{fijo} - B_{variable}$$

Análogamente para una posición larga en el swap está determinada por:

$$Val^{L}_{Swap} = B_{variable} - B_{fijo}$$

El siguiente ejemplo servirá para realizar la valuación del swap por el método de portafolio de bonos.

Se pacta un swap entre dos instituciones, las cuales establecen las condiciones del swap de la sección anterior, además esto ayudará a establecer la equivalencia entre los dos métodos de valuación del swap.

Se conoce cómo calcular el valor presente correspondiente a los flujos de efectivo con una tasa variable.

$$V_{\text{variable}} = N * \left(1 - B(0, T_{\text{n}})\right)$$

Sustituyendo,

$$V_{\text{variable}} = \$100{,}000{,}000 * (1 - 0.7398) = \$26{,}017{,}694.43$$

De esta manera, el valor presente del swap para la contraparte corta está determinada por:

$$Val^{C}_{Swap} = B_{fijo} - B_{variable} = \$18{,}386{,}934.89 - \$26{,}017{,}694.43 = -\$7{,}630{,}759.53$$

Por otro lado, el valor presente del swap de la contraparte larga es:

$$Val^{L}_{Swap} = B_{variable} - B_{fijo} = \$26{,}017{,}694.43 - \$18{,}386{,}934.89 = \$7{,}630{,}759.53$$

Y que efectivamente coincide con valor presente del swap obtenido mediante el método contratos FRA.

1.7 Tasa swap

También conocida como *tasa fija teórica del swap,* el cálculo de esta tasa se fundamenta básicamente en que para la fecha efectiva de la valuación del swap, el valor del swap es igual a cero y esto proporcionará una equidad para ambas partes, ya que el valor de un swap cambia con el tiempo, debido a cambios en las expectativas de mercado.

La manera en que se puede conseguir esto es, si y solamente si, se cumple que los flujos de cada pata del swap traídos a valor presente son exactamente iguales. De tal forma que existe una única tasa tal que en el momento inicial del swap hace iguales los flujos de efectivo referentes a la tasa variable con los flujos de efectivo correspondientes a la tasa fija, de tal forma que sean equivalentes.

Dicho de otro modo

$$B_{variable}-B_{fijo}=0 \leftrightarrow B_{variable}=B_{fijo}$$

Esto es,

$$N*\left(1-B(0,T_{\mathrm{n}})\right)=\sum_{i=1}^{n} N*R_{\mathrm{Swap}}*\delta_{\mathrm{i}}*B(0,T_{\mathrm{i}})$$

De aquí podemos deducir la tasa que logra dicha igualdad, es decir, la **TASA SWAP** y queda determinada de la siguiente forma:

$$\boldsymbol{R_{\mathrm{Swap}}}=\frac{\left(\boldsymbol{1-B(0,T_{\mathrm{n}})}\right)}{\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{\delta_{\mathrm{i}}*B(0,T_{\mathrm{i}})}} \tag{1.20}$$

Esta tasa asegura un equilibrio en ambas contrapartes, de tal forma que ninguna de las patas del swap obtenga ganancias o pérdidas al principio del swap.

Utilizando el resultado para calcular la tasa swap se tomarán los factores de descuento del ejemplo de la sección 1.6.1.1 y sustituyendo se tiene que:

$$R_{\mathrm{Swap}}=\frac{(1-0.73982306)}{\left(\frac{28}{360}\right)*[(0.99196247+0.98305175+\cdots+0.73982306)]}=0.148576$$

Es decir, $\boldsymbol{R_{swap}=14.86\%}$.

Debido a que la condiciones de oferta-demanda y en general las condiciones económicas varían con el tiempo, debe hacerse énfasis en que existe un único momento en el que se obtiene el valor de equilibrio perfecto en el swap y ese momento es el inicial.

Las variaciones que existen en el swap son causadas precisamente por el intercambio de tasas fijas por variables y hacen que cualquier momento posterior al inicial, el swap pierda esa condición de equilibrio, provocando con esto que las contrapartes ganen o pierdan dinero.

Sin importar que los flujos de cada contraparte sean completamente diferentes o que las condiciones crediticias no sean las mismas, la tasa swap se encarga de absorber y reflejar dichas disparidades, lo cual asegura un intercambio equitativo entre las contrapartes.

De hecho, la comparación de tasas swap pactadas en diversos momentos también puede resultar un buen indicador de la volatilidad implícita en las tasas interbancarias a lo largo del tiempo que, además, incorpora las expectativas con respecto al comportamiento futuro de los mercados de crédito interbancarios. "*Esto gracias a que se elabora a partir de tasas forward implícitas, por lo cual se dice que representa un excelente barómetro del comportamiento del riesgo interbancario, tal como se percibe desde el interior del propio sector*". (Vera, 2004)

Ahora se toma en cuenta la tasa swap, calculada mediante la ecuación (1.20), para realizar el intercambio de flujos de efectivo. Por el método de contratos FRAs, se tienen en la siguiente tabla los flujos de efectivo:

i	Ti	VP FRAs	VP Rswap	Flujos de Efectivo
1	28	$803,753.02	$1,146,303.30	-$342,550.28
2	56	$891,071.46	$1,136,006.15	-$244,934.69
3	84	$916,838.55	$1,125,411.24	-$208,572.69
4	112	$935,875.64	$1,114,596.35	-$178,720.70
5	140	$953,816.48	$1,103,574.12	-$149,757.65
6	168	$971,275.39	$1,092,350.15	-$121,074.76
7	196	$988,350.61	$1,080,928.86	-$92,578.25
8	224	$1,004,939.78	$1,069,315.86	-$64,376.08
9	252	$1,023,187.58	$1,057,491.99	-$34,304.41
10	280	$1,040,663.43	$1,045,466.17	-$4,802.74
11	308	$1,057,285.72	$1,033,248.27	$24,037.45
12	336	$1,072,876.90	$1,020,850.20	$52,026.71
13	364	$1,087,759.22	$1,008,280.14	$79,479.08
14	392	$1,465,381.03	$991,346.33	$474,034.71
15	420	$1,400,365.54	$975,163.82	$425,201.72
16	448	$1,027,094.66	$963,294.81	$63,799.85
17	476	$912,274.81	$952,752.64	-$40,477.83
18	504	$917,098.64	$942,154.72	-$25,056.09
19	532	$906,547.61	$931,678.74	-$25,131.13
20	560	$892,503.30	$921,365.05	-$28,861.75
21	588	$879,827.11	$911,197.84	-$31,370.73
22	616	$880,854.73	$901,018.76	-$20,164.03
23	644	$964,537.46	$889,872.65	$74,664.82
24	672	$825,127.22	$880,337.55	-$55,210.33
25	700	$1,002,254.95	$868,755.58	$133,499.37
26	728	$1,196,133.59	$854,933.16	$341,200.43
		26,017,694.43	**26,017,694.43**	**0.00**

Tabla 1.8

Entonces se comprueba que efectivamente el valor del swap es de cero en la fecha de valor.

La manera de calcular la tasa swap es muy importante para la toma de decisiones financieras, ya que las tasas swap también representan el mejor indicador disponible para comparar las condiciones crediticias en el sector interbancario en distintos puntos en el tiempo.

A manera de conclusión, la tasa swap es la única que, por un lado, garantiza equilibrar en un precio las condiciones crediticias entre las contrapartes, evitando de entrada que alguna obtenga ganancias o pérdidas, por otro lado; la tasa swap logra que el mercado otorgue una tasa fija equivalente a las tasas variables vigentes en el periodo inicial.

1.8 Curva cupón swap

Una curva swap es una curva teórica cupón cero elaborada a partir de tasas swap, es decir, a partir de las tasas fijas de *swaps plain vanilla*. Al igual que cualquier curva de tasas se auxilia de una técnica denominada *"bootstrapping"* (empleada para valuar instrumentos de renta fija) que consiste en estimar el valor presente de flujos futuros de efectivo descontándolos con tasas asociadas a una apropiada estructura de plazos (Ron, 2000).

El primer paso para construir una curva de tasas swap es elegir aquellos contratos cuyos plazos sean los más representativos del mercado, procurando que dicha selección disponga de la mayor cantidad de puntos de referencia que después permitan *dibujar* las secciones restantes de la curva. Una vez ubicados los plazos más representativos y establecidos los puntos de referencia, se emplean técnicas de interpolación para calcular las tasas de los plazos intermedios.

Las instituciones formadoras de mercado pueden cotizar a diferentes fechas de vencimiento, en diferentes divisas, esto considerando un tipo demandado y un ofertado para las tasas fijas como para las variables.

En el mercado de derivados se definen al tipo demandado y al ofertado como sigue:

- **Tipo demandado:** es el tipo fijo en un contrato donde el creador de mercado pagará fijo y recibirá variable.

- **Tipo ofertado:** es el tipo fijo en un swap para la cual el creador de mercado pagará variable y recibirá fijo.

El promedio del tipo demandado y ofertado estará representado por la tasa swap, la Tabla 1.9 mostrará las tasas swap a la par a distintos vencimientos.

Vencimiento (días)	Tasa Demandada	Tasa Ofertada	Tasa Par Swap
28	8.385%	8.455%	8.420%
56	8.415%	8.475%	8.445%
84	8.450%	8.490%	8.470%
168	8.530%	8.560%	8.545%
252	8.550%	8.590%	8.580%
308	8.670%	8.700%	8.685%
364	8.730%	8.710%	8.720%
420	8.800%	8.760%	8.780%

Tabla 1.9

Al recordar que el valor de un swap para la contraparte que recibe la tasa variable y paga tasa fija y considerándolo como un portafolio de bonos, se tiene que:

$$Val^{L}_{Swap} = B_{variable} - B_{fijo}$$

Tomando en cuenta que la tasa fija es igual a la *par swap rate* al inicio del contrato, se tiene que el valor presente del bono a tasa variable es también igual al monto nocional del swap. Por lo tanto, el valor del bono a tasa fija también se iguala al principal del swap, lo cual implica que el bono a tasa fija del swap se valúe a la par.

Las tasas swap juegan un papel importante en la determinación de las tasas cupón cero. Lo anterior define una serie de bonos con rendimiento a la par, lo cual puede ser utilizado para obtener una curva cupón cero haciendo *bootstrapping.*

En la realidad se construyen curvas con vencimiento mayor a un año y lo ideal al construir una curva swap es que se ocupen únicamente las tasas de swaps. Un problema de los mercados poco desarrollados como el mexicano es que se emplean tasas de referencia de instrumentos distintos a los swaps, esto debido a la escasez de contratos para armar todos los plazos de la curva.

En México, por ejemplo, las tasas de referencia empleadas en la construcción de la curva swap varían de acuerdo con los plazos de que se traten: en las secciones de muy corto plazo generalmente se toman futuros de TIIE de 28 ó 91 días y *FRAs*. En plazos superiores a 84 días se ocupan lo que se conoce como *"engrapados"* que son una forma sintética de swaps, y se construyen con contratos de futuros de tasas ($TIIE_{28}$ ó $TIIE_{91}$) que son pactados en bloque. Por último, las secciones de mediano y largo plazo de la curva ya emplean swaps, pues generalmente en los plazos más largos sólo se cuenta con contratos swap como referencia. Sin embargo, se aclara que en México el "largo plazo" en pocas ocasiones supera los 15 años, mientras que en otros países puede llegar hasta los 20 o 30 años[5].

5 Para mayor información consultar CRUZ, Carolina. "Aspectos teóricos y prácticos de la valuación y uso de swaps de tasa de interés". 2007. Capítulo 3.

Utilizando los datos de la Tabla 1.9 anterior y empleando la interpolación lineal se pueden calcular las tasas correspondientes a periodos de 28 días intermedios en cada fecha de vencimiento dada.

Se requieren las tasas swap para 112, 140, 196 días y demás tasas desconocidas. Con la información que se cuenta se puede interpolar las tasas swap en los demás vencimientos.

Se interpola linealmente utilizado las tasas de los vencimientos 84 y 168, entonces:

$$R_{\text{Swap112}} = (R_{\text{Swap168}} - R_{\text{Swap84}}) * \frac{112 - 84}{168 - 84} + R_{\text{Swap84}}$$

Sustituyendo se obtiene:

$$R_{\text{Swap112}} = (8.545\% - 8.470\%) * \frac{1}{3} + 8.470\% = 8.495\%$$

La Tabla 1.10 mostrará el resumen de las tasas swap a intervalos de 28 días.

i	Vencimiento	Tasa par Swap
1	28	8.420%
2	56	8.445%
3	84	8.470%
4	112	8.495%
5	140	8.520%
6	168	8.545%
7	196	8.557%
8	224	8.568%
9	252	8.580%
10	280	8.633%
11	308	8.685%
12	336	8.703%
13	364	8.720%

Tabla 1.10

Una vez que se tienen las tasas swap a periodos de 28 días se calcularán las tasas cupón cero mediante el método bootstrapping.

Con el siguiente ejercicio se ejemplificará la forma de calcular las tasas cupón cero.

Dado que la tasa swap a 84 días es el rendimiento a la par a 84 días, un bono con vencimiento a 84 días que paga cupón cada 28 días de 8.470% anual debe venderse de la siguiente manera:

Supóngase que se conocen las tasas cupón cero de a 28 y 56 días, 8.10% y 8.23% respectivamente y considerando un valor de carátula de $100 entonces:

$$\left[\left(\frac{8.47\left(\frac{28}{360}\right)}{1+.0810\left(\frac{28}{360}\right)}\right)+\left(\frac{8.47\left(\frac{28}{360}\right)}{1+.0823\left(\frac{56}{360}\right)}\right)\right]+\left[\frac{\left(100+8.47\left(\frac{28}{360}\right)\right)}{\left(1+R(0,84)\left(\frac{84}{360}\right)\right]}\right]=100$$

Donde R (0,84) es la tasa cupón cero a 84 días, y despejando este término se tiene que:

$$R(0,84)=8.528\%$$

El cálculo para R (0,112) se determina utilizando el resultado inmediato anterior. A continuación:

$$\left[\left(\frac{8.495\left(\frac{28}{360}\right)}{1+.0810\left(\frac{28}{360}\right)}\right)+\left(\frac{8.495\left(\frac{28}{360}\right)}{1+.0823\left(\frac{56}{360}\right)}\right)+\left(\frac{8.495\left(\frac{28}{360}\right)}{1+.0853\left(\frac{84}{360}\right)}\right)\right]+\left[\frac{\left(100+8.495\left(\frac{28}{360}\right)\right)}{\left(1+R(0,112)\left(\frac{112}{360}\right)\right]}\right]=100$$

Donde R (0,112) es la tasa cupón cero a 112 días, y despejando este término se tiene que:

$$R(0,112)=8.581\%$$

Al término de los cálculos pertinentes se puede tener en su totalidad las tasas cupón cero que se buscaban. La Tabla 1.11 resume las distintas tasas y sus vencimientos.

T_i	$R(0,T_i)$
28	8.100%
56	8.230%
84	8.280%
112	8.581%
140	8.635%
168	8.690%
196	8.731%
224	8.772%
252	8.814%
280	8.902%
308	8.989%
336	9.040%
364	9.017%

Tabla 1.11

La siguiente gráfica muestra el comportamiento de las tasas cupón cero a través del tiempo.

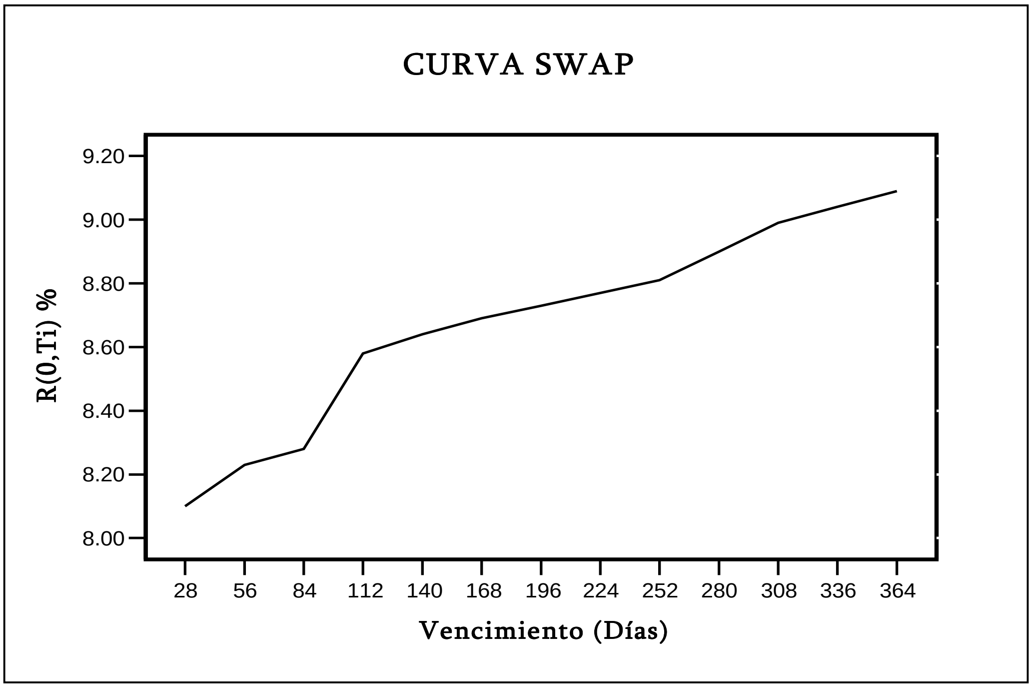

Figura 1.7 La curva cupón cero mediante bootstrapping

Esta curva ha ido ganando importancia paulatinamente entre los países más desarrollados del mundo, y actualmente se considera un indicador confiable del mercado de renta fija, en especial, para el sector bancario. Su aceptación ha llegado a un grado tal, que las tasas swap ya se están empleando como *benchmark* [6] de instrumentos de renta fija, como por ejemplo en instrumentos bancarios, corporativos, y en ocasiones, de los propios instrumentos gubernamentales.

6 Un *benchmark* es un punto de referencia, las tasas swap se toman como tasas de referencia para valuar instrumentos de renta fija.
VERA, María. "Análisis de riesgos implícito en los swaps de tasas de interés en México". 2004.

CAPÍTULO 2. NOCIONES BÁSICAS DE PROBABILIDAD

Este capítulo presentará, de manera general, algunos conceptos importantes de la teoría de probabilidad que serán útiles para desarrollar la formulación del modelo financiero básico.

En la literatura se puede encontrar que la Probabilidad y la Estadística son disciplinas cuyo objeto de estudio fundamental son las variables aleatorias.

Estas disciplinas ofrecen las herramientas para el estudio de diferentes fenómenos no deterministas, como es el caso de una variable financiera, cuyo comportamiento es aleatorio. De esta forma se pueden elaborar modelos probabilísticos y fundamentar la creación de modelos de carácter financiero.

2.1 Conceptos básicos de probabilidad

En la teoría de probabilidad se habla a menudo de experimentos aleatorios o fenómenos aleatorios. Se consideran experimentos aleatorios a todos aquellos cuyos resultados no pueden ser determinados con certeza, es decir, dependen del azar.

El conjunto de todos los posibles resultados de un experimento se llama espacio muestral y se denota con la letra griega **Ω** (omega). Un resultado particular, es decir, un elemento de Ω, se denomina evento elemental. Un evento **A** es un conjunto de resultados o bien, un subconjunto del espacio muestral.

Para el tratamiento matemático de un gran número de experimentos aleatorios, es necesario, cuantificar los resultados, de modo que se asigne un número real a cada uno de los resultados posibles del experimento. De este modo, se establece una relación funcional entre elementos del espacio muestral asociado al experimento y números reales.

Una variable aleatoria ***X*** es, precisamente, una función definida sobre el espacio muestral $\Omega = \{\omega_1, \ldots, \omega_k\}$, donde a cada elemento de Ω se le asocia un número real.

$$X: \Omega \to R$$

Es necesario comentar que al tratarse de una función, la variable aleatoria cumple también con propiedades tales como la suma así como el producto entre dos variables aleatorias y un escalar.

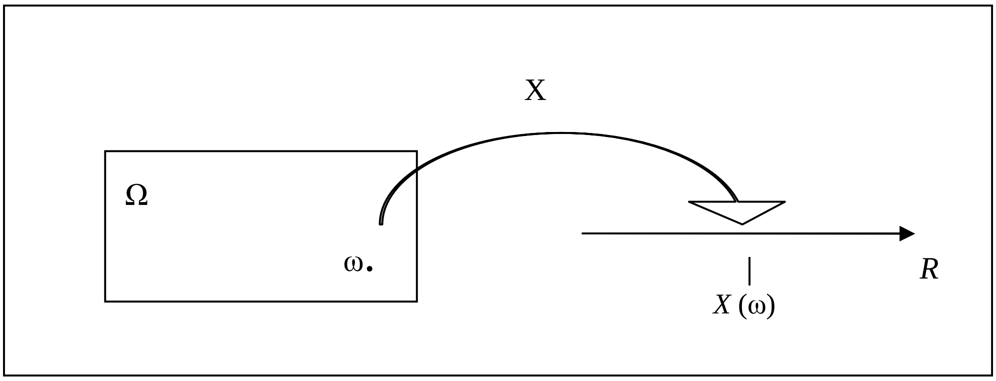

Figura 2.1 Una variable aleatoria X como función definida sobre el espacio muestral Ω y que toma valores en los reales.

Por ejemplo, se lanza un par de dados *honestos*. El espacio muestral **S** está formando por 36 pares ordenados (**a,b**) donde a,b pueden ser cualquier entero entre 1 y 6, es decir:

$$S = \{(1,1), (1,2), \dots, (6,6)\}$$

Entonces si la variable aleatoria **X** asigna a cada evento (a,b) el producto de sus números, es decir, X(a,b)=a*b se tiene que:

$$X(1,1)=1,\ X(1,2)=2, \dots, X(6,6)=36$$

Entonces la imagen de la variable aleatoria está determinada por:

$$Rx = \{1,2,3,4,5,6,8,9,10,12,15,16,18,20,24,25,30,36\}$$

La variable aleatoria puede tomar un conjunto numerable o no numerable de elementos, dando lugar a las variables aleatorias discretas y de tipo continuo.

Se dice que una variable aleatoria **X** es discreta si puede tomar un número finito o infinito, pero numerable, de posibles valores o mejor dicho, si el espacio muestral es discreto.

Por otro lado, una variable aleatoria **X** es continua si puede tomar un número infinito (no numerable) de valores, o bien, si puede tomar un número infinito de valores correspondientes a los puntos de uno o más intervalos de la recta real.

2.1.1 Distribución de probabilidad

Supóngase que es **X** es una variable aleatoria y que además puede ocurrir cualquier resultado ω_i con una cierta probabilidad p_i. Por lo que **X(ω)** tomará diferentes valores con diferentes probabilidades.

La distribución de probabilidad de una variable aleatoria describe teóricamente la forma en que varían los resultados de un experimento aleatorio. Intuitivamente es una lista de los resultados posibles de un experimento con las probabilidades que se esperarían ver asociadas con cada resultado.

Cuando la variable aleatoria toma valores en el conjunto de los números reales, la distribución de probabilidad está completamente especificada por la función de distribución, cuyo valor en cada real **x** es la probabilidad de que la variable aleatoria sea menor o igual que **x**.

Si **B** es un subconjunto de número reales, entonces $P(X \in B) = P\ \{s \in S: X(s) \in B\}$

Nuevamente, si **X** es una variable aleatoria, entonces la distribución de **X** es la colección de probabilidades $P(X \in B)$ tal que **B** sea un conjunto Borel[7].

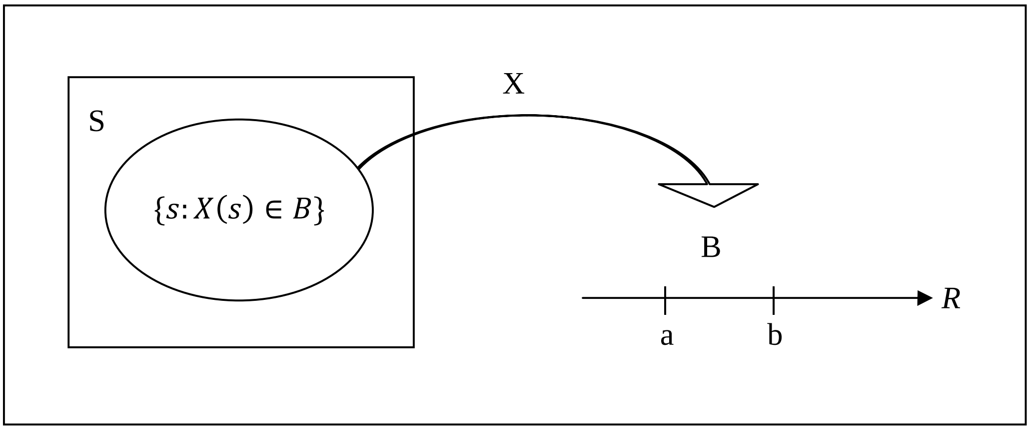

Figura 2.2 Si $B = (a, b) \subset R$, *entonces* $\{s \in S: X(s) \in B\}$ *es el conjunto de elementos tales que a<X(s)<b.*

Sea **X** una variable aleatoria finita en **S** que toma valores $x_1, x_2, \ldots, x_n$ es decir:

$$X(s) = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$$

Entonces la función de probabilidad de X, es la función $fx: R \to [0, \infty)$ y se define como:

$$fx = \begin{cases} P(X = xi) & si \quad x = xi \quad donde\ i = 1,2, \ldots, n \\ 0 & en\ cualquier\ otro\ caso \end{cases} \tag{2.1}$$

En donde $p_i = P[X = xi]$. La función de probabilidad es simplemente aquella función que indica los valores de la probabilidad en los distintos valores que toma la variable aleatoria discreta.

7 Un conjunto B es de Borel, si puede ser obtenido por un número contable de operaciones (uniones, intersecciones o complementos) a partir de conjuntos abiertos.

Esta función satisface las siguientes condiciones:

$$f(x_k) \geq 0 \quad \text{y} \quad \sum_k f(x_k) = 1$$

Ahora bien, se tiene que:

$$P[a < X \leq b] = \sum_{a<xi\leq b} P[X = x_i]$$

La función de distribución de una variable aleatoria **X** es la función de F(x): R→ [0,1], definida como $F(x) = P(X \leq x)$. Esto es, la función de distribución evaluada en un número **x** cualquiera es simplemente la probabilidad de que la variable aleatoria tome un valor menor o igual a **x**.

Al ser F(x) una probabilidad, sus valores están siempre entre 0 y 1. Esta función resulta ser importante y se le conoce también, por razones evidentes, con el nombre de función de acumulación de probabilidad (Rincón, 2007).

Por ejemplo, sea **S** un espacio muestral donde se contemplan dos posibles escenarios en el comportamiento de las tasas de intereses de tipo variable, esto es:

S={Suben las tasas de interés, bajan las tasas de interés}

Donde la variable aleatoria **Y** asigna el valor de 1 a la subida de las tasas y 0 a la baja de las tasas.

Supóngase además que es igualmente probable la dirección en que se muevan dichas tasas de interés, es decir $P(s_1) = P(s_2) = 1/2$.

Entonces la función de probabilidad de Y está dada por:

$$f(y) = \begin{cases} \frac{1}{2} & y = 0{,}1 \\ 0 & \textit{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

Mientras que la distribución F de la variable aleatoria Y es:

$$F(y) = P[Y \leq y] = \begin{cases} 0 & y < 0 \\ \frac{1}{2} & 0 \leq y \leq 1 \\ 1 & 1 < y \end{cases}$$

Dado que esta clase de distribuciones se ocupan de las expectativas futuras, son modelos de gran utilidad para tomar decisiones en condiciones de incertidumbre.

2.1.2 Valor esperado

El valor esperado o esperanza es un concepto fundamental en el estudio de las variables aleatorias. Desde hace muchos años este concepto ha sido aplicado ampliamente en el negocio de los seguros y en los últimos años ha sido aplicado por otros profesionales que casi siempre toman decisiones en condiciones de incertidumbre.

La esperanza de una variable aleatoria es un número que representa el promedio ponderado de sus posibles valores. A la esperanza se le conoce también con el nombre de *media*, *valor promedio* o *valor medio* y en general se representa con la letra griega **μ** (mu).

Definición: Sea **X** una variable aleatoria discreta que toma distintos valores $x_1, x_2, \ldots, x_n$ con $p_i = P[X = x_i]$ entonces el valor esperado de **X** esta dado por:

$$E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i \tag{2.2}$$

Si para toda x_i se tiene una misma probabilidad p entonces la esperanza de X es la media aritmética.

$$E(X) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \tag{2.3}$$

Algunos afirman que el término de valor esperado tuvo su origen en los juegos de azar. Para un apostador, por ejemplo, es muy importante conocer el valor esperado o esperanza de un juego para decidir su posible partición y el riesgo asociado a sus apuestas.

Considérese el siguiente caso: al lanzar una moneda, el jugador gana 1 peso si cae águila(a) y pierde 50 centavos si cae sol(s). Entonces **X** es la variable aleatoria definida a continuación.

$$X(a) = 1 \quad y \quad X(s) = -0.50$$

Es decir, la cantidad de dinero que gana o pierde un jugador está determinada por **X**. Entonces para obtener el valor esperado de una variable aleatoria discreta, se multiplica cada valor que ésta puede asumir por la probabilidad de ocurrencia de ese valor y luego se suman los productos, como se mencionó es el promedio ponderado de los resultados que se esperan en el futuro.

En este caso se tiene que:

$$E(X) = \$1\left(\frac{1}{2}\right) + (-\$0.50)\left(\frac{1}{2}\right) = \$0.50$$

Lo que quiere decir que el jugador espera ganar 50 centavos cada vez que juega, lo que no necesariamente significa que ese valor ocurre cada volado. La $E(X)$[8] se debe interpretar como la *ganancia promedio* esperada para el jugador cuando el juego se desarrolla en un gran número de ocasiones.

2.1.3 Varianza

La varianza es la medida de dispersión de una variable aleatoria **X** respecto a su media o esperanza E(X). La varianza se denota regularmente por el símbolo **σ^2** (sigma cuadrada).

Definición: Sea **X** una variable aleatoria y se E(X) la esperanza de **X**, entonces

$$Var(X) = E[(X - E(X))^2] \tag{2.4}$$

Cuando se calculan las esperanzas de dos variables aleatorias, y se tiene que el resultado es el mismo E(X)=E(Y), entonces la varianza proporciona más información sobre las variables en cuestión, nos dice cuan *cerca o alejados* se encuentran de la media los valores x_i.

Esto es de gran utilidad ya que permite tomar decisiones ante escenarios de incertidumbre y con expectativas iguales, como por ejemplo, inclinarse ante una cierta cartera de inversión dados los rendimientos esperados que se ofrecen; para cada nivel de rendimiento esperado se optaría por una cartera con la varianza menor ya que representa una menor variabilidad en precios y así una menor volatilidad[9].

Otro ejemplo que ilustra este concepto podría ser el siguiente. Sean X y Y dos variables aleatorias cuyas funciones de probabilidad están definidas de la siguiente forma:

$$p_X(x) = \begin{cases} 1 & si \;\; x = 10 \\ 0 & en\ cualquier\ otro\ caso \end{cases}$$

y

$$p_Y(y) = \begin{cases} 0.5 & si \;\; y = 5 \\ 0.5 & si \;\; y = 15 \\ 0 & en\ cualquier\ otro\ caso \end{cases}$$

Se calculan sus respectivas esperanzas y se tiene que E(X)=E(Y)=10, por otro lado se tiene que la $Var(X) = 10$, mientras que la $Var(Y) = 25$.

---

8 Si E(X)>0, el juego es favorable al jugador, si E(X)≤0, el juego no es favorable al jugador, por último si E(X)=0entonces se dice que el juego es justo.

9 En finanzas, la volatilidad está ligada a la Desviación Estándar σ (sigma), σ=$\sqrt{Var(x)}$. Véase capítulo 3.

Entonces se puede ver que aunque **X** y **Y** tengan el mismo valor esperado, la varianza de **Y** es mayor que la varianza de **X**. Lo cual quiere decir que efectivamente hay más variaciones en los valores y_i con respecto a su E(X) que los valores x_i con respecto a E(Y).

2.2 Proceso estocástico

Una parte muy importante dentro de la teoría de probabilidad la constituyen los procesos estocásticos, los cuales buscan modelar fenómenos aleatorios que evolucionan con el tiempo.

En la teoría de probabilidad, un proceso estocástico o también llamado proceso aleatorio, es lo contrario de un proceso determinista (o sistema determinista). En vez de considerar una sola realidad posible, en un proceso estocástico o aleatorio hay cierta incertidumbre en la evolución futura. Esto significa que incluso si conocemos las condiciones iniciales (o punto de partida) de nuestro proceso, hay más de un camino posible que éste podría seguir.

En el caso más simple, (de 'tiempo discreto'), un proceso estocástico define una sucesión de variables aleatorias conocida como una *serie de tiempo* (por ejemplo, una cadena de Markov).

Otro tipo básico de un proceso estocástico es un *campo aleatorio*, cuyo dominio es una región del espacio, en otras palabras, una función aleatoria cuyos argumentos se han extraído de una serie de valores cambiantes. Un enfoque al estudio de procesos estocásticos es tratarlos como funciones de uno o varios argumentos deterministas (el 'tiempo', en la mayoría de los casos), cuyos valores son variables aleatorias: cantidades no deterministas que tienen ciertas distribuciones de probabilidad.

"Los procesos estocásticos son familias de variables aleatorias $\{X(t), t\epsilon\, T\}$ *y pueden definirse en tiempo continuo o discreto. Las variables aleatorias que correspondan a distintos tiempos pueden ser completamente diferentes. El requisito principal es que estas diferentes cantidades aleatorias sean todas del mismo tipo."* (Papoulis & Pillai, 2001).

A pesar de que los valores aleatorios de un proceso estocástico en distintos tiempos pueden ser variables aleatorias independientes, en la mayoría de los casos exhiben correlaciones estadísticas complicadas. Ejemplos de procesos estocásticos modelados por series de tiempo incluyen los mercados de valores y las fluctuaciones cambiarias.

El tipo de proceso que consideraremos será discreto puesto que el ejercicio del swap es periódico (mensual, semestral, anual).

Se empleará un modelo de varios periodos, los modelos de esta categoría son más representativos de la realidad que los considerados modelos de un único periodo. De hecho, estos modelos son extensamente usados en la industria financiera.

2.3 Modelo Binomial

Para describir un modelo financiero, se representan dinámicamente las distintas variables que intervienen en el comportamiento bursátil. Existen diversos modelos que son muy útiles para cuantificar el comportamiento de instrumentos referenciados algún bien subyacente. Uno de estos modelos es el *Modelo Binomial* que se describirá a continuación.

El Modelo Binomial es un simple pero muy importante modelo para el ámbito de la probabilidad y estadística, en las finanzas se utiliza como base para la valuación de opciones, en particular se le conoce como: "Modelo Binomial de COX-ROSS-RUBINSTEIN".

Para el interés y los alcances de este trabajo ayudará determinar el comportamiento de las variaciones en los pagos que existirán entre las contrapartes del *IRS,* es decir, cuántas veces la contraparte que está en posición corta con respecto al tipo TIIE (la contraparte que pagará una tasa variable) estará pagando la diferencia con la tasa fija previamente acordada o cuál es la probabilidad de que esta misma pata reciba los intereses correspondientes de la otra contraparte.

2.3.1 Distribuciones Bernoulli y Binomial

Uno de los primeros problemas estudiados en probabilidad es el del lanzamiento de una moneda, mejor conocido como *volado*. Este problema fue investigado por distinguidos personajes de la matemática (J. Bernoulli, De Moivre, Laplace, entre otros). El problema es el siguiente: se lanza una moneda **n** veces ¿Cuál es la probabilidad de obtener *k* soles?

Entonces sea uno "1" el valor asociado al obtener sol, y cero "0" el valor asociado al obtener águila.

Un posible resultado de este experimento es obtener soles en todos los lanzamientos, el cual se puede representar como: *1,…,1* **n** veces.

El número total de sucesiones compuestas de unos y ceros es 2^n, y cada una de éstas tiene igual probabilidad de ocurrir. Considérese un espacio muestral que esté compuesto de 2^n elementos, y obténgase la probabilidad de que ocurra un punto muestral. Cada lanzamiento de la moneda es independiente del resto, entonces la probabilidad de cualquier sucesión, o punto muestral, es el producto de las probabilidades de cada lanzamiento.

$$\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\cdots\left(\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

Si se define ahora el evento **A** como aquel en que se obtienen **k** soles al lanzar **n** veces una moneda, entonces la probabilidad de **A** es la suma de las probabilidades de todos los puntos muestrales que están contenidos en dicho evento.

Sólo se deben calcular las combinaciones de tamaño **k** tomadas de un conjunto de tamaño **n**, las cual están representadas por:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!}$$

(2.5)

Se conoce de cuántos puntos muestrales está compuesto el evento **A**, entonces la probabilidad de **A** se puede obtener sumando las probabilidades de los puntos muestrales.

$$\left\{\left(\frac{1}{2}\right)^n + \left(\frac{1}{2}\right)^n + \cdots + \left(\frac{1}{2}\right)^n\right\}\binom{n}{k}\, veces = \binom{n}{k}\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

Así se concluye que **k** soles al lanzar **n** veces una moneda es:

$$\mathrm{P(A)}=\binom{n}{k}\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

(2.6)

Esta es la llamada Distribución de Probabilidad Binomial la cual denota la probabilidad de obtener un número de éxitos en una sucesión de ensayos *Bernoulli* al margen del orden en que se presenten.

Formalmente, los ensayos *Bernoulli* son una serie de experimentos independientes, donde cada ensayo tiene dos posibles resultados y sus probabilidades permanecen constantes. Se utilizan las letras **p** y **q** para representar estas probabilidades, donde **p+q=1**. A demás, se acostumbra decir que los dos posibles resultados son éxito y fracaso.

De manera general, la función de probabilidad Bernoulli está dada por:

$$fx(x,p) = P(X = x) = \begin{cases} p^x q^{1-x}, & x = 0,1 \\ 0, & en\ cualquier\ otro\ caso \end{cases}$$

(2.7)

Además de que

$$E[X] = p \quad \mathrm{y} \quad Var(X) = p(1-p)$$

Ahora supóngase que se realizarán **n** ensayos Bernoulli es decir, el número de éxitos puede ser 0,1,…,n y el primer problema consiste en determinar las probabilidades correspondientes. El evento donde resultan **x** éxitos y **n-x** fracasos, puede ocurrir el mismo número de maneras que se distribuyen **x** veces en **n** ensayos. Esto es, el evento contiene todas las combinaciones de n ensayos, donde se tienen **x** éxitos y **n-x** fracasos, es decir una Distribución Binomial con parámetros **n** y **p**.

La función de probabilidad Binomial está dada por:

$$fx(x,n,p) = P(X=x) = f(x) = \begin{cases} \binom{n}{x} p^x q^{n-x} & x = 0,1,\ldots,n \\ 0 & en\ cualquier\ otro\ caso \end{cases} \quad (2.8)$$

$$E[X] = np \quad \text{y} \quad Var(X) = np(1-p)$$

En términos globales esta es la forma en la distribución Binomial y su uso es de enorme utilidad no solo para el ámbito teórico de la estadística y la probabilidad, sino por aplicaciones en disciplinas actuariales y financieras.

2.4 Aplicación de la Distribución Binomial

Cualquier swap expone un riesgo por las posibles variaciones en las tasas de interés. Las fluctuaciones o variaciones de las tasas se deben a las condiciones del mercado, de las políticas financieras y económicas de los bancos, así como de la misma economía mundial. Es la interacción de distintas variables que finalmente determinará el costo del dinero y los bienes en el tiempo.

Cuando el objetivo es obtener beneficios aprovechando las diferencias de las tasas de interés a través del tiempo, entonces se dice que está realizando un ejercicio de ***especulación.*** Una definición general del concepto de especulación sería la siguiente:

Realizar una apuesta direccional en los movimientos del precio de un producto financiero derivado para obtener una ganancia o rendimiento acorde con el riesgo que asume.

La especulación en un swap consiste simplemente en tomar una postura ya sea una posición larga o una posición corta, esto en función de las expectativas futuras en las tasas que se hayan contemplado.

En los escenarios proyectados (baja o alza en las tasas) se puede realizar un ejercicio de especulación de la siguiente forma:

- Para el primer escenario, se puede realizar un swap mediante el cual se recibe tasa fija a cambio de pagar una tasa variable; el especulador obtiene un beneficio si es que sus expectativas se cumplieran.

- Para el segundo escenario, se puede realizar un swap mediante el cual se pague tasa fija y se reciba tasa variable, de esta forma el especulador obtendría alguna ganancia si se mantuviera la tendencia alcista en las tasas.

Se pueden generar pérdidas si no se concretan las expectativas que se tengan, ya que en este caso no existe otra posición que se tome con la cual se pueda compensar el movimiento del mercado tal como ocurre con la *cobertura,* tema que se desarrollará en el capítulo 4.

En el *IRS* se realizan varios pagos o intercambios de flujos monetarios, ahora bien para un inversionista que está considerando tomar una posición larga estará corriendo el riesgo de perder dinero en los $\boldsymbol{n}$ periodos de la vida del swap.

Como se mencionó en el capítulo anterior, una vez pactado un swap se conoce con certeza cuál será la tasa variable correspondiente al primer periodo, pero a partir del segundo periodo se desconocen cuáles serán los valores de las tasas variables.

Al hacer el análisis de este fenómeno se plantean dos posibilidades: la primera es que la tasa variable sea mayor a la tasa fija, lo que implica que la contraparte larga efectivamente reciba lo correspondiente a la diferencia, lo cual podría ser considerado como un **éxito** en términos de eventos Bernoulli; por otro lado, un **fracaso** sería que la tasa variable fuera menor a la tasa fija, entonces el comprador del swap no percibiría ningún beneficio; al contrario tendría que realizar el pago correspondiente a la contraparte que está corta del swap.

Dicho de otra manera, si $\boldsymbol{k}$ es la tasa fija y $\boldsymbol{ri}$ la tasa variable correspondiente al tiempo **i**. Desde el punto de vista de la contraparte larga del swap, se tiene:

$$\begin{cases} \text{Si } (ri - k > 0) & \rightarrow \ \acute{e}xito \\ \text{Si } (ri - k < 0) & \rightarrow fracaso \end{cases}$$

Para visualizar lo que sucede periodo a periodo en un swap se puede emplear un diagrama de árbol. Un diagrama de árbol es una representación gráfica que muestra los resultados posibles de una serie de experimentos.

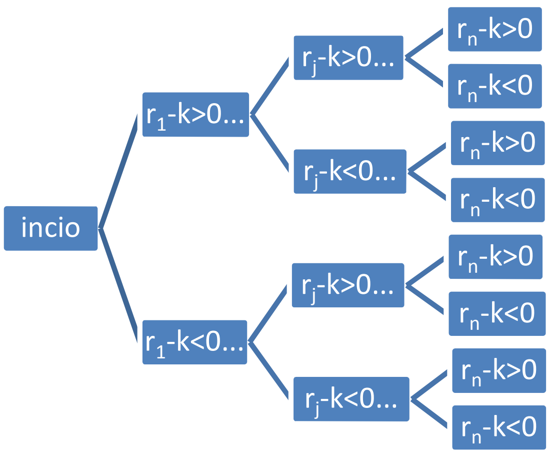

Figura 2.3 Diagrama de árbol en un IRS

Donde se aprecia que a través de la vida del swap para un cierto tiempo **i** se estará ante la posibilidad de obtener un beneficio o de cumplir con una obligación, dependiendo del valor **ri**.

Una vez definido el concepto de éxito y fracaso en el swap en términos de las Distribución Binomial se puede ejemplificar mediante el siguiente caso.

La Distribución Binomial se puede usar para encontrar la probabilidad de obtener 6 ganancias en un *IRS* compuesto por 12 periodos para una posición larga. Por lo tanto, si se define la variable aleatoria **X**: *"obtener 6 ganancias durante la vida del swap*". En este caso se tiene para $x = 6$, $n = 12$, $p = \frac{1}{2}$. Entonces:

$$B\sim\left(6;12,\left(\frac{1}{2}\right)\right)=\binom{12}{6}\left(\frac{1}{2}\right)^{6}\left(\frac{1}{2}\right)^{12-6}=0.22558594$$

Es decir, este resultado refleja qué tan probable es conseguir en seis ocasiones ganancias en este swap considerando que es igualmente probable éxito o fracaso.

La siguiente tabla proporciona, de manera completa, las probabilidades asociadas al número de veces que es posibles ganancias durante la vida del swap.

$$B\sim\left(x;12,\left(\frac{1}{2}\right)\right)=\binom{12}{x}\left(\frac{1}{2}\right)^{x}\left(\frac{1}{2}\right)^{12-x}$$

Donde x =0,1,…,12.

# de ganancias	Probabilidad
0	0.000244141
1	0.002929688
2	0.016113281
3	0.053710938
4	0.120849609
5	0.193359375
6	0.225585938
7	0.193359375
8	0.120849609
9	0.053710938
10	0.016113281
11	0.002929688
12	0.000244141

Tabla 2.1

La Figura 2.4 brinda una mejor idea de cómo y cuánto varía el comportamiento de las probabilidades en función del número de veces que existen ganancias para la posición larga del swap.

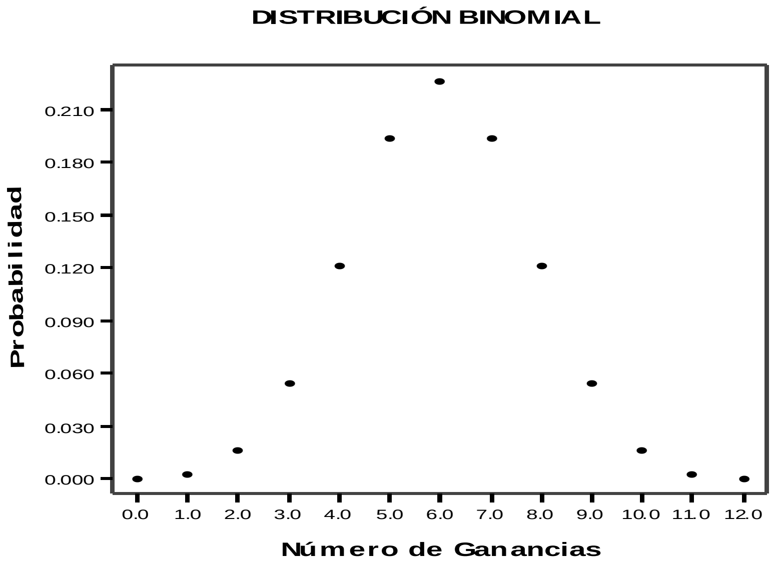

Figura 2.4 Gráfica de la Distribución Binomial de la v.a. X

Se puede ver la forma de la gráfica que describen las distintas probabilidades, además se puede ver que si se tomaran en cuenta un mayor número de experimentos (más periodos en el swap) esta podría asemejarse a la gráfica asociada a una curva Gaussiana.

La gráfica anterior describe una simetría en torno al valor esperado, en este caso la esperanza es *6*, ya que la Distribución Binomial con estos parámetros tiene como esperanza $E[x] = 12 * \left(\frac{1}{2}\right)$

Para ampliar la idea del comportamiento y de las aplicaciones de la Distribución Binomial considérese el siguiente ejemplo.

De alguna manera se sabe que podrían bajar las tasas, por lo que la probabilidad de obtener ganancias se redujo tan solo a un tercio además de que aumentó a 20 el número de periodos en el swap.

Entonces, igual que antes, se consideran todos los posibles casos en los que se puedan obtener ganancias, por lo que se define la siguiente variable. Sea **Y**: *"el número de ganancias durante la vida del swap".*

La distribución de probabilidad quedará de la siguiente manera.

$$B \sim \left(y; 20, \left(\frac{1}{3}\right)\right) = \binom{20}{y}\left(\frac{1}{3}\right)^{y}\left(\frac{2}{3}\right)^{20-y}$$

La Tabla 2.2 indica las probabilidades asociadas al hecho obtener ganancias durante la vida del swap.

# Ganancias	Probabilidad	# Ganancias	Probabilidad
0	0.000300729	10	0.054259203
1	0.003007287	11	0.024663274
2	0.014284611	12	0.009248728
3	0.042853834	13	0.002845762
4	0.091064397	14	0.000711441
5	0.145703036	15	0.000142288
6	0.182128795	16	0.000022325
7	0.182128795	17	0.000002615
8	0.147979646	18	0.000000217
9	0.098653097	19	0.000000011
		20	0.000000002

Tabla 2.2

Gráficamente se puede ver en la Figura 2.5 el comportamiento la distribución de las probabilidades de la variable aleatoria **Y**.

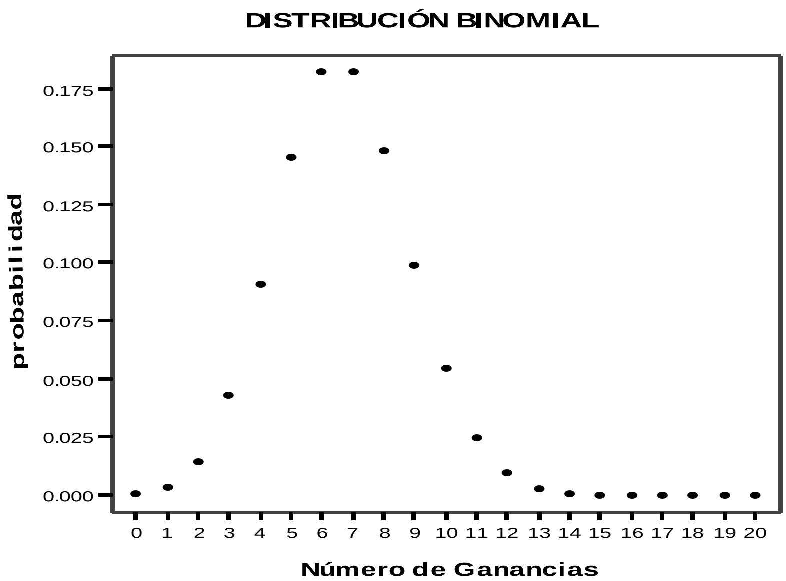

Figura 2. 5 Gráfica de la Distribución Binomial de la v.a. Y

En este caso se puede notar que aumento la probabilidad de obtener pocas ganancias en comparación de posibles pérdidas durante la vida del swap.

Se aprecia que es más probable obtener de 6 o 7 ganancias en toda la vida del swap, además de que en la gráfica aparece un sesgo debido al cambio en el valor de la probabilidad.

$$E[x] = 20 * \left(\frac{1}{3}\right) = 6.7$$

Con los ejemplos anteriores se puede ver una posible aplicación de la Distribución Binomial, como una información para un inversionista, quien considera obtener ganancias y beneficios a través de la especulación.

En el siguiente capítulo se proporcionará una interpretación de la media y la desviación estándar de la distribución normal en términos de variables financieras, además de que se desarrollará un modelo financiero enfocado al cálculo del swap.

CAPÍTULO 3. MODELO FINANCIERO DE SWAPS

En el presente capítulo se estudiarán los elementos principales que permiten formular un modelo financiero de swaps. Este modelo será una simplificación de modelos utilizados por entidades financieras, *que verificará comportamientos más no necesariamente realidades*.

Las nociones básicas del swap que fueron estudiadas en el capítulo 1 se revisarán dentro de un marco teórico basado en la estadística. La intención de este trabajo es dar una definición conceptual de la tasa swap pensada como una variable aleatoria y para su cálculo se aplicará un teorema de probabilidad conocido como *ley de los grandes números*. Además, se introducirá un concepto nuevo: "volatilidad de la tasa swap", el cual se refiere comportamiento evidentemente de esta tasa.

Todo riesgo financiero se deriva de la incertidumbre, prácticamente intrínseca, de lo que sucederá en el futuro. Por ello, la teoría de finanzas se basa, entre otras disciplinas, en la teoría de probabilidad y de estadística.

Un modelo financiero es una descripción o aproximación un hecho o fenómeno del mundo real mediante la aplicación, principalmente, de herramientas e instrumentos de índole financiero y estadístico, que permite entre otras cosas proyectar un resultado futuro que sirva para decisiones que se planean tomar en el presente.

Para comenzar a trabajar en cualquier tema financiero es necesario considerar el factor tiempo, ya que el valor del dinero cambia conforme éste avanza. Uno de los paradigmas de la ciencia contemporánea tiene que ver con los resultados de las últimas investigaciones en física sobre el hecho de que el tiempo corre en forma discreta. Por ello, el primer problema al realizar trabajos en finanzas, es determinar si es mejor trabajar con modelos de tiempo discreto o de tiempo continuo.

Los modelos de tiempo continuo son frecuentemente más convenientes ya que las integrales son, por lo general, más fáciles de analizar que sus respectivas sumatorias, que suelen ser más complicadas. Por otro lado, los modelos de tiempo discreto son más sencillos conceptualmente y con menos posibilidades de cometer errores fatales que aún abundan en la literatura financiera.

Es importante comenzar por describir algunos aspectos importares relacionados con este modelo y algunos aspectos básicos de la teoría de probabilidad.

3.1 Algunas consideraciones sobre la teoría de probabilidad en el cálculo del swap

En el capítulo anterior se mencionaron algunos conceptos importantes de la teoría de probabilidad. A continuación se enunciarán dos resultados relevantes. El primero es una característica de todos los fenómenos aleatorios que se pueden repetir, en igualdad de circunstancias, un número indefinido de veces y su enunciado matemático se conoce como teorema de Bernoulli o también conocido como " Ley de los Grandes Números"[10]. El segundo es un resultado de gran trascendencia ya que involucra la suma de variables aleatorias y su aproximación a la Distribución Normal, este es el llamando Teorema del Central Límite.

3.2 Ley débil de los Grandes Números

Es un teorema en probabilidad que describe el comportamiento del promedio de una sucesión de variables aleatorias conforme aumenta el número total de variables. El teorema describe hipótesis suficientes para afirmar que dicho promedio converge a una constante cuando el número de sumandos crece a infinito. La Ley de los Grandes Números implica que el promedio de una muestra al azar de una población de gran tamaño tenderá a estar cerca de la media de la población completa.

Teorema de Bernoulli. *(Ley de los grandes números)*

Sean $X_1, X_2,..., X_n$ variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con media μ. Entonces:

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Xi \to^{p} \mu \tag{3.1}$$

Por ejemplo, considérese un experimento aleatorio cualquiera y sea **A** un evento, se efectúan varios ensayos independientes del experimento, y se observa en cada ensayo la ocurrencia o no ocurrencia del evento **A**. Sea X_k la variable que toma el valor uno si en el k-ésimo ensayo se observa **A**, y cero en caso contrario. Entonces las variables X_1, X_2,... son independientes cada una con distribución Ber(p), en donde p es la probabilidad desconocida del evento **A**.

Por lo tanto $E(X_k)$ =p. La Ley débil de los Grandes Números asegura que la fracción de ensayos en los que se observa el evento **A** converge, en probabilidad, a la constante desconocida ***p*** cuando el número de ensayos crece. Esta es la definición frecuentista de la probabilidad, y se ha entonces corroborado su validez con ayuda de la Ley débil de los Grandes Números.

Los resultados del experimento repetido **n** veces se pueden expresar mediante una colección de **n** variables aleatorias independientes $X_1,..., X_n$.

Con el ejemplo clásico del volado se podrá ilustrar de mejor forma el concepto anterior. Cada experimento tiene dos posibles resultados (águila o sol, que se le asignan los valores 1 y 0) con idéntica probabilidad. Cualquiera de las X_i tiene una distribución de Bernoulli con:

---

10 Este nombre fue puesto por el matemático francés Simeón Poisson (1781-1840) y se refiere a la llamada Ley débil de los Grandes Números.

$$p[X_i = 0] = \frac{1}{2} \; y \; p[X_i = 1] = \frac{1}{2}$$

Y por tanto $E[X_i] = \frac{1}{2}$

Sea la media muestral: $Y_n = \frac{1}{n} * (X_1 + X_2 + \cdots + X_n)$

Es evidente que Y es también una variable aleatoria, que tendrá su media y su varianza.
Sea $a_n = E[Y_n]$ al valor esperado de la media muestral.

$$a_n = E[Y_n] = \frac{1}{n} * (E[X_1] + E[X_2] + \cdots + E[X_n]) = \frac{1}{n} * \frac{n}{2} = 0.5$$

Desde otra perspectiva, la ley de los grandes números indica que para **n** suficientemente grande, la probabilidad de que la media muestral se desvíe de 0.5 en una cantidad *pequeña* es menor que cualquier infinitésimo ε. No importa lo ínfimo de la desviación, si el número de pruebas es suficientemente grande, la media muestral caerá dentro del intervalo (0.5- ε, 0.5+ ε).

Dado que se está evaluando la esperanza de la variable media muestral Y_n; este resultado nos indica que el 50% de las veces obtendremos soles y 50% águilas.

3.2.1 Aplicación de la Ley débil de los Grandes Números para la valuación del swap

En el capítulo 1 se estudió la técnica implementada para la valuación del swap, la cual de manera abreviada dice que valor del swap es la diferencia de los flujos de efectivo de ambas patas del swap, traídas a valor presente.

Por otro lado, también se mostró la técnica empleada para calcular la tasa swap, y es aquí donde se realizarán algunas consideraciones.

Se tiene que la tasa swap es igual a:

$$R_{\text{Swap}} = \frac{\left(1 - B(0, T_n)\right)}{\sum_{i=1}^{n} \delta_i * B(0, T_i)}$$

Donde ***el inverso de la tasa swap*** es simplemente:

$$\frac{1}{Rswap} = \delta_i * \sum_{i=1}^{n} \frac{B(0, T_i)}{1 - B(0, T_n)} \tag{3.2}$$

Donde los factores de descuento considerados para su cálculo pueden ser vistos como una variable aleatoria, ya que cambian en función del tiempo y dependen de la naturaleza incierta de la tasa

TIIE28. La tasa TIIE queda determinada por distintas posturas de préstamos interbancarios y dichas posturas se ven afectadas por las condiciones económicas y financieras *no deterministas*.

Así pues se puede interpretar el cociente $\frac{B(0,T_i)}{1-B(0,T_n)}$ como una variable aleatoria $\mathbf{X_i}$ con $B(0,T_n) \neq 1$. Entonces, de la ecuación anterior se tiene:

$$\frac{1}{Rswap} = \frac{28}{360}\sum_{i=1}^{n} X_i \tag{3.3}$$

Notemos que $\frac{28}{360} \approx \frac{1}{13}$, entonces el lado derecho de la ecuación 3.3 puede pensarse como un promedio de las variables aleatorias $\mathbf{X_i}$, ya que 13 son los pagos efectuados en el swap.

Por el la Ley de los Grandes Números se aproximará a un valor esperado, que es precisamente el inverso de la tasa swap.

$$\frac{1}{Rswap} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \to \mu \tag{3.4}$$

En este contexto, podemos interpretar ***el recíproco de la tasa swap como el valor esperado de las variables*** Xi.

En otras palabras, la nueva variable aleatoria $\frac{1}{Rswap}$ es un promedio de las variables aleatorias $\boldsymbol{X_i}$ y desde un punto de vista estadístico se puede considerar a como la media muestral $\overline{\boldsymbol{X}}$.

El siguiente ejemplo numérico mostrará claramente la interpretación del inverso de la tasa swap como la media μ de las variables aleatorias $\boldsymbol{X_i}$.

Se utilizarán los valores obtenidos a partir de la valuación del swap del capítulo 1, y para ejemplificar se considerará solamente el primer año.

Con los valores numéricos de la Tabla 3.1 se calculará el valor esperado de las variables $\mathbf{X_i}$.

i	TIIE 28	B(0,Ti)	B(0,Ti)/ 1-B(0,Tn)
1	10.4177%	0.99196247	7.781505188
2	11.0831%	0.98305176	7.711604624
3	11.4930%	0.97388337	7.639682675
4	11.8222%	0.96452461	7.566267358
5	12.1205%	0.95498645	7.491444727
6	12.4060%	0.94527369	7.415252437
7	12.6868%	0.93539019	7.337720767
8	12.9669%	0.92534079	7.258887686
9	13.2523%	0.91510891	7.178623130
10	13.5432%	0.90470228	7.096987738
11	13.8397%	0.89412942	7.014048345
12	14.1417%	0.88340065	6.929885907
13	14.4496%	0.87252306	6.844556043

Tabla 3.1

Dada la expresión para calcular el inverso de la tasa swap, se tiene:

$$\frac{1}{R_{\text{Swap}}} = \left(\frac{28}{360}\right)\frac{[(0.99196247 + 0.98305175 + \cdots + 0.87252306)]}{(1 - 0.87252306)} = 7.40961407$$

$$\boxed{\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{R}_{\textbf{Swap}}} = \mathbf{7.40961407} \therefore \boldsymbol{R}_{\textbf{Swap}} = \mathbf{0.13495979 \text{ o bien } 13.49\%}}$$

Además, es evidente que se obtiene el valor de la tasa swap para el periodo de un año.

Considérese la Tabla 3.1 para obtener la variancia y desviación estándar de la nueva variable aleatoria *promedio*. Entonces se tiene que:

$$\sigma^2 = 0.09219863 \quad y \quad \sigma = 0.30364227$$

3.3 Teorema Central del Límite

Para un instrumento financiero cuyo precio sigue una caminata aleatoria gaussiana o proceso de Wiener[11], la volatilidad aumenta a medida que avanza el tiempo. Conceptualmente, esto se debe a que existe una creciente probabilidad de que el precio del instrumento se alejará de su precio inicial a medida que el tiempo avanza.

11 Nombre puesto en honor a Norbert Wiener(1894-1964), quien profundizo en el estudio del Movimiento Browniano.

Sin embargo, se puede demostrar que en lugar de aumentar linealmente, la volatilidad del precio aumenta con la raíz cuadrada del tiempo conforme este transcurre (Chen, 1996).

El proceso de Wierner es un proceso estocástico de tiempo continuo, y se dice que una variable **Z** sigue un proceso de Wiener cuando las variaciones **ΔZ**, en el periodo **Δt**, satisfacen las siguientes propiedades:

1. Es un proceso de Marcov
2. $\Delta Z = N(0,1)\sqrt{\Delta t}$
3. Los valores ΔZ en periodos Δt son independientes

Al tomar el límite cuando Δt se aproxima a cero, entonces **Z** sigue un proceso de Wiener[12].

Sin embargo, los cambios en los precios no siguen exactamente una distribución gaussiana. Por lo tanto, otras distribuciones pueden utilizarse para describir el grado de desviación de la variable. Como se mencionó anteriormente, la volatilidad puede ser medida por medio de la desviación estándar de una muestra.

Uno de los teoremas más importantes en la teoría de probabilidad es el Teorema Central del Límite, este resultado es de amplio uso en estadística y otras disciplinas. El TCL no es un sólo teorema, sino que consiste en un conjunto de teoremas acerca del comportamiento de la distribución de la suma de variables aleatorias.

Con el TCL se hace referencia a todo teorema en el que, bajo ciertas hipótesis, la distribución de la suma de un número grande de variables aleatorias se aproxima a una Distribución Normal.

El término "central", debido a Polyá[13], significa de "importancia central", éste describe el papel que desempeña este teorema en la teoría de probabilidad. Su importancia radica en que este conjunto de resultados muestran las razones por las cuales en muchas disciplinas en todo momento aparecen distribuciones normales, o casi normales.

Por ejemplo, se puede utilizar este resultado para calcular el siguiente problema:

Se lanza una moneda al aire 100 veces, se calculará la probabilidad de que en estos 100 lanzamientos salgan más de 60 soles. Este experimento distribuye según $B(n,p)$ con

$$\mu = (100)\left(\frac{1}{2}\right) = 50\,, \qquad \sigma^2 = (100)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right) = 25 \quad y \quad \sigma = \sqrt{25} = 5$$

12 Para mayor información consultar CLIMENT, José Antonio. "Valuación de Opciones", 2005, Capítulo 4.
13 Matemático húngaro quien en 1920 llamó a este teorema "el central de los teoremas límites de la teoría de probabilidad"

Se utiliza la Distribución Normal para aproximar[14] la probabilidad $P[X > 60]$. Entonces para obtener la probabilidad de que salgan más de 60 soles, primero hay que recordar un resultado para aplicar un *cambio de variable* para estandarizar los parámetros de la distribución normal.

Entonces se tiene que:

$$F(x) = P[X \leq x] \Rightarrow P[X - \mu \leq x - \mu] \Rightarrow P\left[\frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{x - \mu}{\sigma}\right] = \Phi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right) \tag{3.5}$$

Por lo tanto se puede aplicar de la siguiente forma:

$$\Phi\left[\frac{60 - 50}{5}\right] = \Phi[2]$$

Por lo tanto

$$\text{P(X>60)=P(Z>2)=1-P}(Z \leq 2) = 1 - 0.9772 = 0.0228$$

Donde $Z = \left[\frac{X-\mu}{\sigma}\right]$

Es decir, la probabilidad de que al tirar 100 veces la moneda salga más de 60 soles es tan sólo de 0.0228, o dicho de otra forma, más de 60 soles ocurrirán aproximadamente el 2.28% de las veces.

Teorema Central del Límite. *Sea $X_1, X_2, \ldots, X_n$ una muestra aleatoria de una distribución con media μ y varianza σ^2. Entonces, si n es suficientemente grande, la variable aleatoria*

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

Se distribuye aproximadamente como una distribución normal con media μ y varianza $\frac{\sigma^2}{n}$, es decir: $\overline{X} \sim \left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$.

(3.6)

Se dice que las variables aleatorias $X_1, X_2, \ldots, X_n$ forman una muestra aleatoria de tamaño **n** si son independientes e idénticamente distribuidas.

14 Esta es una aplicación de las primeras versiones del TCL, es la aproximación a una distribución binomial mediante una distribución normal. Dicha versión del TCL se conoce como Teorema de DeMoivre-Lapace.

3.4 Volatilidad de la tasa swap

Uno de los términos más usuales e importantes en las Finanzas es el de volatilidad, que en términos generales se refiere al grado del cambio impredecible de una determinada variable con el tiempo (frecuentemente plazos cortos). Este cambio es medido a través de la *desviación estándar* de las variables involucradas. A menudo se utiliza para cuantificar el riesgo de un instrumento financiero durante un determinado período de tiempo. La volatilidad es normalmente expresada en términos anualizados, y puede ser un número absoluto expresado en unidades monetarias o como una expresión porcentual.

La volatilidad es vista con frecuencia como negativa, en tanto que representa incertidumbre y riesgo. Sin embargo, la volatilidad puede ser positiva en el sentido de que se pueden obtener beneficios si se vende en los picos de precios y se compra cuando existan bajas, en el primer caso el beneficio es mayor cuando más alta es la volatilidad. La posibilidad de obtener beneficios mediante mercados volátiles es lo que permite a los agentes de mercado a corto plazo obtener sus ganancias, en contraste con la visión del inversionista a largo plazo de "comprar y mantener".

Se puede definir a la volatilidad, para el caso de un derivado, como *la propensión del subyacente a registrar fuertes fluctuaciones de precio tanto al alza como a la baja.*

En el capítulo 2 se mencionaron conceptos muy importantes de la teoría de probabilidad, entre ellos la varianza, cuya raíz cuadrada es la desviación estándar, la cual está relacionada directamente con la volatilidad.

La desviación estándar es una medida del grado de dispersión de variables aleatorias con respecto al valor promedio. Dicho de otra manera, la desviación estándar es simplemente la variación esperada con respecto a la media.

Este resultado puede ser interpretado como una medida de incertidumbre. También llamada desviación típica, es una medida de dispersión usada en estadística que nos dice cuánto tienden a alejarse los valores puntuales del promedio en una distribución. De hecho, específicamente, la desviación estándar es “el promedio de la distancia de cada punto respecto del promedio". Se suele representar con la letra griega **σ** (sigma).

La desviación estándar es el parámetro estadístico más utilizado para medir la volatilidad de la distribución de probabilidad de rendimiento de un instrumento financiero. Cuanto mayor sea la desviación estándar, mayor es la volatilidad del instrumento.

La expresión para el cálculo de la desviación estándar del rendimiento de un instrumento financiero de forma general es la siguiente:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} p_i (r_i - E(r))^2} \tag{3.7}$$

Donde,

p_i = la probabilidad asociada la ocurrencia de la tasa r_i
r_i = tasa de rendimiento al tiempo i.
E(r)= promedio de las tasas rendimiento desde *i=1* hasta *n*.

Para ejemplificar lo anterior supóngase el siguiente caso: se tienen dos proyectos de inversión **A** y **B**, cada uno cuenta con distintas estrategias e instrumentos financieros para gestionar un activo.

Para un instrumento $\boldsymbol{\alpha_i}$ se contempla un escenario con una tasa de rendimiento $\boldsymbol{r_i}$ y una probabilidad $\boldsymbol{p_i}$ asociada a la ocurrencia de la dicha tasa.

Mediante el cálculo del rendimiento esperado de cada proyecto y las desviación estándar se determinará cuál es la mejor opción para invertir.

La Tabla 3.2 muestra las tasas de rendimiento y probabilidades asociadas a tres instrumentos de inversión para cada una de las empresas.

	Empresa A	**Empresa B**	
	Tasa de Rendimiento		**Probabilidad**
α_1	0.50	0.30	0.2
α_2	0.10	0.10	0.6
α_3	0.10	0.30	0.2

Tabla 3.2

Para el proyecto **A** se tiene un rendimiento esperado E[A]= 0.18, de igual forma, el rendimiento esperado de proyecto **B** es E[B]= 0.18.

Para inclinarse por un proyecto es necesario conocer la volatilidad asociada a las tasas de rendimiento, ya que los rendimientos esperados son iguales y no proporcionan un criterio de elección.

Entonces se tiene que σ(A)=16.80% y σ(B)=9.80%. La volatilidad para el proyecto **A** es mayor que la del proyecto **B**, entonces el proyecto de inversión que se debe elegir es el **B**, ya que representa un menor riesgo.

Se puede aplicar este resultado para obtener la volatilidad del primer año de la tasa TIIE, para esto se tiene que calcular la desviación estándar de las tasas TIIE, en términos de las tasas forward calculadas en la Tabla 1.7 del capítulo 1.

Utilizando el resultado anterior y considerando particularmente que $p_i = \frac{1}{n}$, es decir la probabilidad de que r_i es igual para toda i.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{13}\left(f_{028}(Ti) - E(r)\right)^2}{13}}$$

Considerando que

$$E(r) = 13.5587\%$$

La desviación estándar es:

$$\sigma = 1.65\%$$

3.4.1 Aplicación del Teorema Central del Límite para el cálculo de la volatilidad de la tasa swap.

La volatilidad en el contexto financiero está relacionada con el rango de posibles tasas y las probabilidades de que ocurran, generalmente empleada en los portafolios de inversión para determinar la cartera que menor riesgo represente. En términos de la valuación del swap, el cálculo de la volatilidad permitirá medir el grado de riesgo implícito en las tasas TIIE, es decir, la posible variabilidad existente entre las tasas $TIIE_{28}$ y la tasa swap.

En este capítulo se ha visto una aplicación de la Ley de los Grandes Números para el cálculo del inverso de la tasa swap y se obtuvo la ecuación (3.1)

$$\frac{1}{Rswap} = \frac{28}{360}\sum_{i=1}^{n}\frac{B(0,T_i)}{1-B(0,T_n)}$$

Con $\frac{B(0,T_i)}{1-B(0,T_n)}$ definidas como variables aleatorias $\mathbf{X_i}$ independientes y con la misma distribución de probabilidad, así también $\frac{1}{Rswap}$ es una variable aleatoria.

Ahora bien, por el Teorema Central del Límite, la variable aleatoria $\frac{1}{Rswap}$ tiene aproximadamente una distribución normal con media μ y varianza σ^2/n.

En finanzas, el análisis del riesgo brinda entre otras cosas una estrategia para la toma de decisiones. Como ya se discutió, la volatilidad es una manera de medir el riesgo de un instrumento. Se puede analizar el riesgo en una operación financiera aplicando las nociones de estadística introducidas hasta ahora y cálculo diferencial elemental, para lo cual se procederá de la siguiente manera:

Sea $\mathbf{Y}$ una variable aleatoria dada en términos de una función diferenciable f y otra variable aleatoria $\mathbf{X}$, tales que:

$$\mathbf{Y} = f(\mathbf{X}) \tag{3.8}$$

En este caso, las variables $\mathbf{Y}$ y $\mathbf{X}$ corresponden a la tasa swap y su inversa, respectivamente:

$$\boldsymbol{Y} = R_{swap} \;\; y \;\; \boldsymbol{X} = \frac{1}{R_{swap}}$$

La manera en que se relacionan **X** y **Y** es mediante la función definida como:

(3.9)

En Cálculo Diferencial se utiliza la siguiente notación:

Entonces se puede estimar la desviación estándar de la variable **Y** en términos de la derivada de y la desviación estándar de la variable **X** como se muestra a continuación:

(3.10)

Gráficamente se puede visualizar la ecuación 3.8 de la siguiente manera.

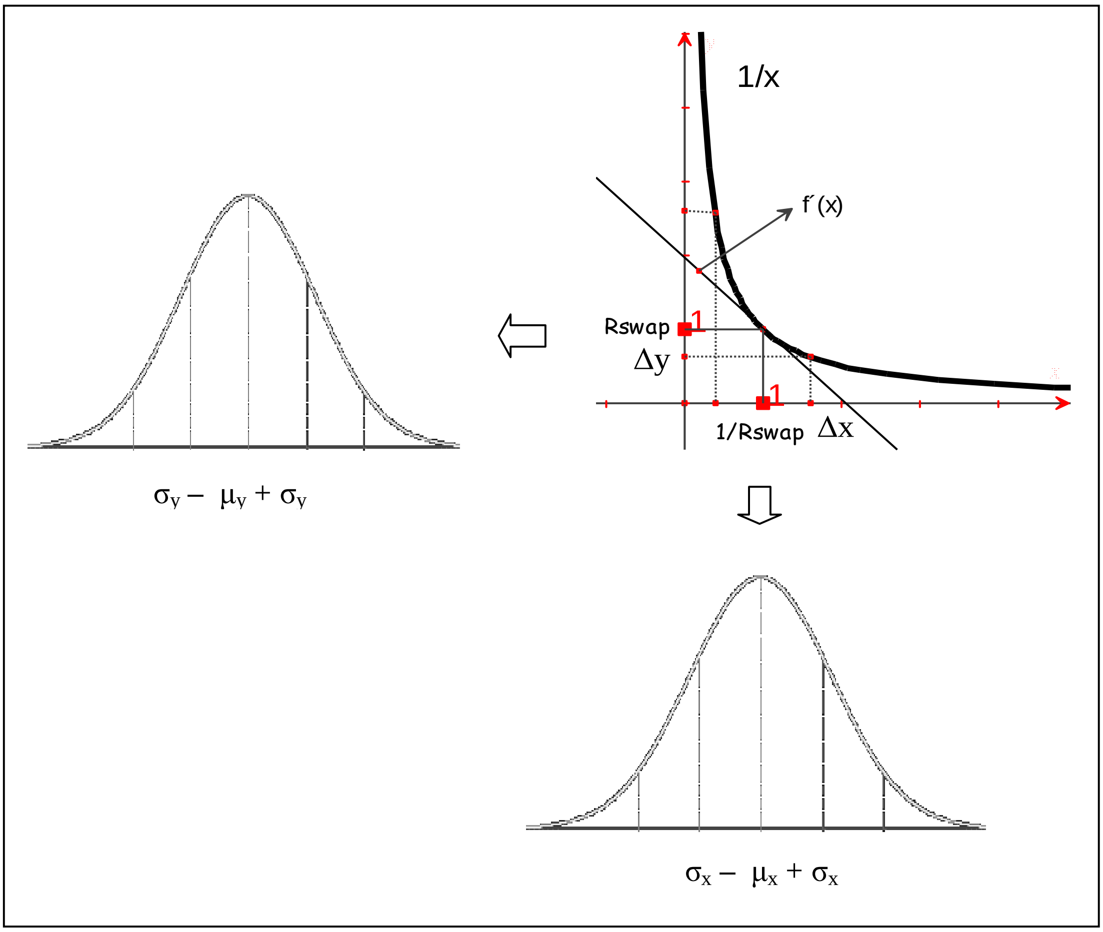

Figura 3.1 Relación entre la tasa swap y su inversa.

En la figura 3.1, las gráficas gaussianas representan una amplificación de los intervalos indicados en los ejes $\mathbf{X}$ y $\mathbf{Y}$. El intervalo sobre el eje $\mathbf{Y}$ es la imagen del intervalo sobre el eje $\mathbf{X}$ bajo la función $f(x)$, la cual a su vez es aproximada por la derivada de la función en el punto medio del intervalo. Los picos de las funciones gaussianas representan los puntos medios de cada intervalo y la desviación estándar asociada a cada gaussiana corresponde al ancho de cada intervalo.

Como se procede en el cálculo diferencial, se está aproximando el valor de la función $\boldsymbol{f}$ en el punto $\boldsymbol{\mu}$ por medio de la diferencial $f'(\boldsymbol{\mu})\Delta\mathrm{x}$. Es decir, el valor de la función sobre el intervalo $(\mu - \Delta\mathrm{x}, \mu + \Delta\mathrm{x})$ es aproximado por medio de la recta cuya pendiente está dada por la derivada.

De esta manera que se está transfiriendo la incertidumbre asociada a la variable $\boldsymbol{x}$ a la incertidumbre de la variable $\boldsymbol{y}$. Como ya se ha mencionado anteriormente, en estadística tal incertidumbre se asocia a la desviación estándar de nuestras variables aleatorias.

Por lo que $\sigma_y = f'(\mu_x)\sigma_x$, donde como siempre, μ_x denota la media de la variable $\mathbf{X}$.

Por lo tanto, la desviación estándar de la tasa swap vista como variable aleatoria está determinada por:

$$\sigma_{swap} = f'\left(\frac{1}{R_{swap}}\right)\sigma_{\mathrm{x}}$$

$$\sigma_{swap} = -\frac{1}{\left(\frac{1}{R_{swap}}\right)^2}\sigma_{\mathrm{x}}$$

$$\sigma_{swap} = -{R_{swap}}^2\sigma_{\mathrm{x}} \tag{3.11}$$

Dado que se requiere calcular la desviación estándar de la tasas swap, la cual es un número real positivo, considérese el valor absoluto de la derivada de f.

Entonces

$$\sigma_{swap} = {R_{swap}}^2\sigma_{\mathrm{x}}$$

Luego, por el TCL se tiene que $\sigma_{\mathrm{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. Por lo tanto $\sigma_{swap} = {R_{swap}}^2\,\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Al sustituir los valores numéricos del ejemplo mostrado en la sección 3.2 se tiene que:

$$\sigma_{swap} = (0.13495979\,^2)\left(\frac{0.30364227}{\sqrt{13}}\right) = 0.00153391 = 0.15\%$$

Esta regla establece que la desviación estándar de la tasa swap es proporcional al cuadrado de la tasa swap e inversamente proporcional a la raíz cuadrada del número de períodos calculados.

Este cálculo sugiere que se puede asociar el concepto de volatilidad a la tasa swap a pesar de que dicha tasa permanece fija a lo largo de la vida del swap y se establece desde el inicio del contrato. La volatilidad swap permite establecer una base cuantitativa para definir una estrategia de optimación de la ganancia de una operación swap.

En el análisis cuantitativo de la volatilidad swap se puede apreciar que si bajaran las tasas TIIE en estos 13 periodos, la tasa swap bajaría, lo que a su implicaría un incremento en el inverso de la tasa swap y en virtud del cálculo de la varianza, la desviación estándar también crecería.

En este caso particular las tasas TIIE mantienen una tendencia alcista a los largo de la vida del swap. Entonces a la contraparte larga del swap le es conveniente este escenario. Establecer este ese nivel en la volatilidad de la tasa swap pudiera ser considerado como un escenario optimo dada la posición en la que se encuentra en el swap. Y cuantitativamente también es consistente con el hecho que a una mayor tasa swap la volatilidad de la tasa swap también es mayor.

Esta volatilidad de la tasa swap se puede interpretar como un error asociado al cálculo del valor del swap, el cual se verá reflejado al final del contrato en forma de ganancia o pérdida de alguna de las contrapartes. Este concepto está asociado con la desviación estándar de la variable aleatoria correspondiente. Aunque en la práctica la tasa swap se determina desde el inicio del contrato, debido a la naturaleza aleatoria de las variables involucradas en su cálculo, queda justificada la introducción de la desviación estándar de la tasa swap, y por lo tanto la volatilidad de la misma.

De esta manera se podrá pensar que la tasa swap es el mismo tipo de variable aleatoria que otros índices bursátiles con una volatilidad asociada, por ejemplo, una tasa TIIE.

CAPÍTULO 4. EL SWAP, COBERTURA POR EXCELENCIA

El *actuario* es el profesionista que tiene como objeto de estudio y de trabajo el riesgo. El riesgo en su acepción más general es la probabilidad de que suceda un evento que dañe los intereses del ser humano, siendo la consecuencia del peligro, y está en relación con la frecuencia con que se presente el evento.

En el mundo de las finanzas se tienen que tomar constantemente decisiones en condiciones de riesgo, los inversionistas realizan todo este proceso bajo condiciones de incertidumbre. Muchas veces estas decisiones no son del todo exitosas, produciendo así pérdidas monetarias importantes.

En este capítulo se estudiará la toma de decisiones financieras de fondos de cobertura considerando el principio de aversión a la pérdida.

4.1 Aversión a la pérdida

Las inversiones riesgosas, que suelen ser las que generan mayores rendimientos, son también las que implican una pérdida potencial alta. La posibilidad de que en estas inversiones haya una posible pérdida afectan significativamente en las personas, al menos psicológicamente. Es decir, a pesar de esperar una ganancia superior a una convencional como la que se pudiera obtener al invertir en títulos gubernamentales o en el rendimiento a una tasa fija de una cuenta bancaria, si se considera también una posible pérdida, entonces ciertos factores como el capital disponible, la edad e ingresos en el caso personal; giro empresarial y poderío financiero en el ámbito de los grandes negocios serían algunos aspectos a seguir para decidir si se invierte en mercados riesgosos.

La seguridad de obtener ganancias, aunque no sean tan significativas, pudiera ser más importante que la oportunidad de percibir ganancias más altas. Con lo anterior se sugiere que la percepción humana a la pérdida es muy significativa y que dependerá de qué tanto riesgo esté dispuesto a afrontar en situaciones de este tipo.

Para complementar lo anterior, existe todo un estudio detallado de la percepción psicológica en la ciencia económica desarrollada principalmente por Daniel Kahneman[15], la cual hace referencia al juicio humano y la toma de decisiones bajo incertidumbre. Dichos estudios condujeron al desarrollo de la llamada Teoría de la Perspectiva (Prospect Theory) según la cual, las decisiones en situación de incertidumbre difieren de los principios básicos de la teoría de la probabilidad.

15 Psicólogo y economista estadounidense, nacido en Tel Aviv. En 2002, conjuntamente con Vernon Smith, fue galardonado con el Premio Nóbel de Economía por haber integrado aspectos de la investigación psicológica en la ciencia económica, especialmente en lo que respecta al juicio humano en condiciones de incertidumbre.

Por ejemplo, en esta teoría se destaca que en el comportamiento humano normalmente se realiza un proceso de aversión a la pérdida, ya que un individuo prefiere, por ejemplo, no perder $1,000 pesos antes que ganar la misma cantidad.

En pocas palabras, la aversión a la pérdida se refiere a la tendencia existente en las personas, en la que prefieren en gran medida *evitar pérdidas que adquirir ganancias*. Lo cual también justifica de cierta forma la importancia de utilizar algún instrumento financiero que otorgue una cierta cobertura ante los riesgos propios de las inversiones, tal cobertura es proporcionada por los productos derivados, en particular por los swaps.

4.2 Fondos de cobertura

Los fondos de cobertura son una clase particular de fondos mutuos en el que sólo inversionistas calificados pueden invertir y, en consecuencia, tienen un mayor grado de libertad en estrategias de inversión. Los fondos de cobertura están exentos de regulaciones que tienen la mayoría de otros fondos mutuos. El caso de los fondos de cobertura es interesante, ya que generan dividendos no lineales relativos a los índices financieros subyacentes.

Existen diversas formas o estrategias de enfrentar los riesgos, por lo que se ha desarrollado toda una teoría en cuanto a su administración, en ella se describen distintas técnicas para hacer frente a dichos riesgos, a saber: *la evasión, la prevención y control de pérdidas, retención de riesgos y la transferencia de riesgos*.

De manera específica, en la transferencia de riesgos se desglosan tres métodos principales: ***cobertura****, aseguramiento y diversificación.* Dentro de estos tres métodos, la *cobertura* o *hedging* es de gran importancia en el ámbito asegurador y financiero.

De acuerdo con Bodie y Merton (2003), *se dice que se cubre contra un riesgo cuando la acción tomada para reducir a la exposición a una pérdida también ocasiona el ceder la posibilidad de obtener una ganancia.* Por ejemplo, los agricultores que venden a un precio fijo sus cosechas futuras antes de levantarlas para eliminar el riesgo de un precio bajo en la época de cosecha, renuncian a la posibilidad de obtener ganancias extras debido a que los precios pudieran estar altos en el momento de la cosecha. De esta manera se cubren contra el riesgo de precio bajo de la cosecha.

Los mercados financieros ofrecen una variedad de mecanismos para cubrir el riesgo de precios inciertos de materias primas, precios de acciones, tasas de interés y tipos de cambio.

La cobertura tiene distintos significados tales como: inversión defensiva o hacer operaciones compensatorias, también se puede decir de una manera más técnica que la cobertura es una inversión que se extrae o retira específicamente para reducir o evitar el riesgo en otra inversión. La cobertura es una estrategia diseñada para minimizar la exposición a un riesgo comercial no deseado.

Dependiendo de la necesidad de cubrirse, un inversionista puede:

- Tomar una posición contraria a la que se tienen actualmente para prevenirse de un movimiento en contra de los precios y asegurarse de esta forma la rentabilidad libre de riesgo.

- Asumir un método para reducir el riesgo de pérdida causada por las variaciones de precios, que consista en la compra o la venta de cantidades iguales o muy similares de productos básicos, aproximadamente al mismo tiempo, en dos diferentes mercados con la esperanza de que un futuro cambio en el precio en un mercado se verá compensado por un cambio frente a los otros operadores del mercado.

El hedging es el proceso que se utiliza para reducir el riesgo de pérdida contra resultados negativos en el mercado de valores. Es un concepto similar al seguro común y corriente, donde se puede proteger contra riesgos como los incendios mediante la compra de seguro. La única diferencia con la cobertura es que se está seguro contra los riesgos de mercado, pero nunca se es plenamente indemnizado por la pérdida. Esto ocurre sólo cuando una inversión es cubierta mediante la compra de otra inversión.

La cobertura es también de una gran utilidad si se considera lo siguiente:

- Aquellos que tienen inversiones en materias primas sujetas a fluctuaciones de precios pueden utilizar como cobertura técnica el manejo de riesgos.

- Ayuda a establecer un nivel de precios de compra o venta de un activo antes de que se produzca la transacción.

La cobertura también hace posible experimentar ganancias a partir de las fluctuaciones de los precios al alza hasta proteger una inversión contra los movimientos de precios a la baja.

Lo anterior no tendría sentido si no se considera un capital que se quisiera invertir. Una forma para administrar un activo es mediante un fondo de inversión, que se utiliza para obtener rendimientos mayores a los que se ganarían en un instrumento de renta fija. Existen profesionales que se encargan de administrar dichos fondos, mediante la compra de acciones y compra de bonos para obtener rendimientos superiores a los que se obtendrían con otros instrumentos sin ningún tipo de riesgo. Un ejemplo de estos fondos es el *fondo mutuo* en el que un grupo de personas puede invertir su patrimonio en una cartera diversificada de títulos, administrada por una sociedad que realiza las transacciones por cuenta y riesgo de los accionistas del fondo, los cuales reciben beneficios a través de revalorizaciones de sus contribuciones.

Las estrategias para la inversión de fondos se han ido transformando y se han buscado nuevas técnicas para conseguir más rendimientos de los que se obtenían con una diversificación de cartera de inversión convencional.

Como ya se ha mencionado, las inversiones pueden tener mejor rentabilidad si se emplean técnicas de cobertura. Una manera muy atractiva de lograrlo es mediante la utilización del fondo de cobertura o *hedge fund*.

El término hedge fund fue empleado primera vez por Carol Loomis en 1966, dentro de la revista *Fortune*, al referirse al fondo gestionado por el periodista financiero Alfred Winslow Jones en 1949. Este fondo fue creado con el fin de proteger las inversiones ante las fluctuaciones y volatilidad de los mercados, por medio de una gestión activa, es decir, combinando posiciones en valores (cortas y largas) para tener una cobertura de la cartera frente a los movimientos del mercado. El objetivo final del fondo era tratar de producir rentabilidad en cualquier circunstancia del mercado. A pesar de que sus datos fueron publicados 17 años después, el fondo demostró que sus resultados fueron muy superiores a los obtenidos por los fondos tradicionales, provocando la aparición de otros hedge funds.

Los hedge funds son definidos por Fung y Hsieh (1999) como fondos de inversión privados para grandes patrimonios individuales e institucionales, que están típicamente organizados con un límite de socios. El gestor de un hedge fund usualmente invierte una porción significativa de su fortuna personal dentro del fondo con el fin de asegurar una alineación de los intereses económicos entre los socios. Además de la comisión fija que pagan los inversionistas de esta asociación existe una comisión variable basada en el éxito del gestor. El cobro de la comisión variable se realiza sólo si el gestor alcanza la meta *high water mar* [16] garantía de que sólo se cobra por el éxito efectivo.

Los hedge funds son fondos privados de inversión que operan generalmente en centros financieros extraterritoriales sacando provecho de las ventajas regulatorias. Las administradoras de los fondos realizan transferencias que cancelan o contrarrestan el riesgo existente en una posición financiera previa. Los participantes en el mercado distinguen dos clases de fondos: los fondos de cobertura de riesgos macroeconómicos, que asumen grandes posiciones direccionales en mercados nacionales basándose en el análisis de las condiciones macroeconómicas y financieras; y los fondos de valor relativo, que apuestan a los precios relativos de efectos estrechamente vinculados (bonos, por ejemplo) y están menos expuestos a fluctuaciones macroeconómicas. Para crecer, estos fondos recurren al crédito (por lo que se dice que están "apalancados"), pues el monto de capital necesario para establecer una posición es relativamente pequeño en relación con los instrumentos que lo integran.

Los fondos mundiales de cobertura de riesgos macroeconómicos utilizan diferentes estrategias de inversión, a saber:

- Procuran identificar a los países cuyas variables macroeconómicas estén muy desfasadas con respecto a los valores sostenibles.

- Los administradores les atraen generalmente las inversiones que entrañan un riesgo nulo de incurrir en grandes pérdidas de capital.

16 La *high water mark* es una meta de rentabilidad a la que el fondo pretende llegar o incluso rebasar.

- Es más probable que los fondos de cobertura asuman grandes posiciones cuando el costo del financiamiento es bajo.

- A los administradores de los fondos de cobertura les atraen los mercados líquidos donde pueden negociar grandes volúmenes a bajo costo.

Muchos hedge funds buscan beneficios en todo tipo de mercados mediante la aplicación del apalancamiento y otras prácticas de inversión especulativa que pueden producir mayores dividendos, pero debido a su naturaleza, también pueden aumentar el riesgo de pérdida de la inversión.

La expresión hedge fund también se refiere a aquellos fondos de inversión no tradicionales que en algunos casos utilizan técnicas de cobertura y cuyo objetivo es maximizar la rentabilidad, de forma que el riesgo expuesto sea igual o menor al del mercado en general.

Las principales características que determinan a un fondo de esta categoría son:

- La libertad en la elección del tipo de activo y del mercado donde invertir, así como el instrumento de inversión. La mayoría de los hedge funds invierten tanto en el mercado al contado como en el de derivados, ya sean estandarizados u OTC.

- Se requieren importes mínimos de 1 millón de dólares.

- Los hedge funds intentan obtener rendimientos absolutos en vez de rendimientos relativos basados en ciertos índices de referencia.

- La comisión está en función de las ganancias de la inversión, alrededor del 20% de los beneficios.

- Es frecuente que el gestor tenga invertido su patrimonio en el fondo que gestiona.

- Muchos hedge funds muestran niveles bajos de correlación con los activos tradicionales (bonos, acciones). La correlación en términos financieros es el grado en el que las tasas de rendimiento de los activos tienden a moverse juntas, lo que implicaría en este caso que las tasas de rendimiento de los hedge funds y los bonos u acciones no guardan una relación lineal aparente.

A los fondos de cobertura se les considera una forma de gestión alternativa, debido a que emplean estrategias y técnicas de inversión que difieren de las convencionales.

Los hedge funds suelen tener mejores resultados en términos de rentabilidad y diversificación debido a las siguientes razones:

- Se puede pedir prestado dinero y utilizar derivados para conseguir sus objetivos.

- Se pueden tomar posiciones cortas (ventas al descubierto ventas en corto), es decir realizar una venta sin la compra previa de títulos, esperando un descuento de la cotización para poderlos comprar más tarde a un menor precio y saldar la venta con beneficios, para así poder capitalizar mejor las caídas en los mercados.

- Los fondos de inversión tradicionales remuneran a sus gestores generalmente con un porcentaje sobre los activos gestionados. Mientras que los hedge funds siempre remuneran a sus gestores con un porcentaje basado en los resultados de su gestión.

Como su nombre lo indica, los fondos de cobertura tratan de compensar las posibles pérdidas en los principales mercados en que invierten mediante la cobertura de sus inversiones a través de varios métodos, como el *short selling*[17]. El término fondos de cobertura forma parte del lenguaje financiero moderno y es aplicado a muchos tipos de fondos que en realidad no cubren inversiones, sino que buscan a como dé lugar mayores rendimientos sin importar a veces el riesgo que implique.

Al tratarse de un tipo de inversión muy compleja, y al haberse popularizado y sobre todo por su manejo irresponsable, los hedge funds provocaron numerosas bancarrotas (1969-1970, 1973-1974), y han estado, según algunos, en el corazón de todas las recientes crisis financieras, por ejemplo: la salida de la Libra Esterlina del sistema monetario europeo en 1992, el Efecto Tequila de 1994, las devaluaciones de las monedas asiáticas de 1997 y el agujero financiero de 1 billón de dólares generado en 1998 por el Long Term Capital Management (LTCM)[18].

El LTCM fue el hedge fund más importante de los años noventa, al controlar un porcentaje relevante de la renta fija mundial. Este fondo practicaba estrategias enmarcadas dentro del tipo valor relativo (relative-value), las cuales requieren de un elevado nivel de apalancamiento para obtener mayores rentabilidades.

En 1998, Rusia suspendió los pagos de su deuda y devaluó su divisa, provocando un aumento en el valor de los bonos de Estados Unidos, esto significó el colapso del LTCM, ya que se encontraba largo en deuda rusa y corto en deuda norteamericana. La quiebra del LTCM pudo haber provocado una de las mayores crisis de la economía a escala internacional si la Reserva Federal de los Estados Unidos y otros 16 importantes bancos de inversión no hubieran intervenido a tiempo. Las consecuencias de la quiebra de este hedge fund pusieron de manifiesto la importancia que tiene esta industria en la generación de riesgo sistémico.

17 Se emplea principalmente en operaciones de corto plazo para aprovechar el hecho que los mercados tienden a experimentar caídas en precios de manera más rápida que sus subidas en precios.
18 En el estuvieron implicados los premios nobel de economía Myron S. Scholes y Robert C. Merton. GIRON A. "*Crisis Financieras*" (2005).

Algunos autores definen al riesgo sistémico como la posibilidad de una serie de quiebras correlacionadas entre las instituciones financieras que ocurre sobre un corto periodo de tiempo, a menudo causado por un sólo evento de gran escala. El rápido crecimiento de los hedge funds y el fuerte impacto que puede generar la quiebra de este tipo de instrumentos financieros sobre el riesgo sistémico, es el motivo por el cual los hedge funds se encuentran en el primer plano de la actualidad económica internacional.

En su mayoría, los hedge funds combinan varias monedas fuertes en sus inversiones de alto riesgo y mueven grandes cantidades de flujos de dinero especulando con los diferenciales de los tipos de cambio y según el nivel de riesgo de los países. Las pérdidas o ganancias de los fondos dependen de la habilidad de sus administradores en la toma de decisiones.

Al estar fuera del régimen normativo que se aplica a los fondos minoristas se reduce en gran medida la información mientras que los fondos de cobertura tradicionales están obligados por ley a hacer pública la información. Los activos que se llegan administrar en un fondo de cobertura pueden llegar a miles de millones de dólares, cantidad que generalmente se multiplica por el apalancamiento realizado.

En este tenor cabe mencionar que **La Crisis de Créditos Hipotecarios (Subprime Mortgage Crisis**) estuvieron involucrados instrumentos como las Permutas Financieras por Incumplimiento de Pago comúnmente conocidas como (**Credit Default Swap** -CDS) que son contratos negociados de manera privada entre dos partes y no son regulados por el gobierno, no existe un mecanismo de corte central para informar su valor. Los CDS surgen de la necesidad para mitigar el riesgo de crédito bancario, se materializan mediante un contrato swap sobre cualquier préstamo o título de deuda como por ejemplo: una obligación o un bono, donde el comprador del CDS realiza una serie de pagos periódicos (denominados spread) al vendedor y a cambio recibe de éste una cantidad de dinero en caso de que el título que sirve de activo subyacente al contrato no sea pagado a su vencimiento o la entidad emisora incurra en incumplimiento de pagos.

Durante 2004 y 2008 los norteamericanos en un *boom* por la adquisición viviendas, comenzaron a comprarlas mediante hipotecas. Los contratos de CDS se usaban para proteger los valores respaldados por las hipotecas, en cantidades aproximadas a los 62 billones de dólares. Grandes compañías como AIG además de asegurar las viviendas, aseguraban las hipotecas de esas casas mediante la emisión de CDS.

..."El error fatal de AIG parece haber sido aplicar métodos de seguro tradicional al mercado de CDS. No hay una correlación entre los eventos de seguros tradicionales; si un vecino choca su auto, no incrementa necesariamente el riesgo de usted de sufrir un choque. Pero con los bonos es una historia distinta: cuando uno entra en mora, inicia una reacción en cadena que aumenta el riesgo de un descalabro de los otros. Los inversionistas se vuelven asustadizos, preocupándose de que los problemas que asedian a un gran jugador afectarán a otro. Así empezaron a salirse asustando a los mercados..." (Philips, 2008).

Dentro de esta dinámica: los fondos de cobertura juagaban de ambos lados del negocio de los CDS, mientras que AIG seguía cumpliendo con sus obligaciones multimillonarias, por lo que el gobierno federal de EUA rescató a la aseguradora; de no haber ocurrido esto, todos los que poseían un contrato CDS con la empresa hubieran sufrido pérdidas, agravando aún más la situación.

El verdadero problema es el mal uso de esta clase de productos financieros por capitalistas irresponsables, ambiciosos y sin escrúpulos que buscan enriquecer sus arcas si importar el costo. Por ello los gobiernos e instituciones deben establecer reglas claras que limiten el comportamiento de las grandes firmas financieras multinacionales. Una propuesta para llevar a cabo la idea anterior es mediante el concepto del Gobierno Corporativo que se define como: "el conjunto de normas y principios encaminados a regular el diseño, integración y funcionamiento de los poderes dentro de una sociedad, a saber: accionistas, directivos y consejo de administración. Su objetivo es eliminar o mitigar los conflictos de interés que puedan surgir entre ellos, a través de incentivos para proteger conjuntamente los intereses de la compañía y los accionistas. Además, busca monitorear la creación de valor de empresa y procurar el uso eficiente y productivo de sus recursos.

"...Aunque el concepto de Gobierno Corporativo apareció hace algunas décadas en Europa, Canadá, Estados Unidos y Australia, cobró mayor relevancia luego de los escándalos corporativos como Enron (2001), arquetipo del fraude empresarial planificado, en que la información financiera fue manipulada para inflar las utilidades y el valor de los activos, además de ocultar pasivos y otras operaciones fraudulentas que –en conjunto- condujeron a la quiebra de la empresa y grandes pérdidas por parte de accionistas y empleados. Algunos otros escándalos famosos son los protagonizados en 2008 por Bernard Madoff, Jérôme Kerviel (Societé Génerale); Merck, Worldcom y John Rusnak (Allied Irish Bank), en 2002; y Nick Leeson (Barings Bank, 1995), caracterizados por la omisión y falta de transparencia en información, cultura orientada a maximizar rentabilidad a corto plazo, políticas contables y financieras ambiguas o relajadas, falta de ética en directivos, administradores y auditores; y **operaciones complejas con instrumentos derivados**. Por ello, se ha incrementado el escrutinio público de inversionistas, autoridades y medios de comunicación, generando la necesidad de construir una cultura de desempeño basada en integridad y transparencia corporativa..." (Cadena, 2010).

4.3 Los swaps en fondos de cobertura

Con la aplicación correcta de un contrato de swap se mitigan las oscilaciones de los tipos de interés, reduciendo riesgos en las concesiones de créditos en el mediano y largo plazo, en la suscripción de renta fija. Mediante el uso del swap de tasas de interés, una empresa es capaz de modificar su exposición a tasas de interés y hacerlas rendir a su favor.

4.3.1 La cobertura a través del swap

Un *IRS* permite reducir y en ocasiones eliminar por completo el riesgo de tasas de interés. Este riesgo surge debido al desconocimiento de las tasas futuras en el presente y, debido a su comportamiento aleatorio, puede ocasionar pérdidas importantes a los inversionistas.

En este caso, la cobertura de riesgos consiste en tomar una posición de riesgos para compensar otra de igual monto, pero opuesta, con el fin de que las posibles pérdidas en una de inversión se compensen con las ganancias de la otra. En el contexto de los hedge funds esto se denomina *market neutral*.

Un swap crea una exposición al riesgo de tasas de interés, sin embargo también se puede usar para cubrir exposiciones por otros instrumentos financieros tomando una posición opuesta a la que tenga el otro instrumento financiero riesgoso.

Se pueden considerar básicamente dos casos en los cuales se requiere una cobertura dependiendo de las expectativas a futuro que se tienen sobre la evolución de las tasas.
El primero es mediante la adquisición de una deuda con pagos de interés a tasa variable. Con la expectativa del incremento de tasas de interés en los siguientes periodos, se está expuesto al riesgo de que las tasas de interés se incrementen y por lo tanto se estaría pagando una mayor cantidad de intereses por tal deuda.

El segundo caso es el opuesto, es decir, se invierte a la tasa de mercado (se reciben intereses periódicamente a una tasa variable) y se tiene la expectativa de la caída en las tasas en un periodo futuro, lo cual implicaría un menor rendimiento.

Entonces, mediante una cobertura swap se puede proteger la inversión de las caídas o alzas en las tasas de interés.

4.3.1.1 Cobertura mediante un swap ante la alza de tasas.

Cuando se debe cumplir con obligaciones referenciadas a tasas variables y se corre el riesgo de un posible incremento en las tasas, un swap permite fijar los intereses generados por la obligación, eliminando así el riesgo de aumento en las tasas de interés.

La estrategia de cobertura para este caso consiste en pactar un swap en el que se recibe tasa variable (para satisfacer la deuda) a cambio de pagar tasa fija.

Por ejemplo, entre otras actividades para conseguir su financiamiento, una institución obtiene créditos por los que debe pagar intereses iguales a una tasa $TIIE_{182}$ (T_{i-1}, T_i), supóngase que la institución paga intereses por un periodo de 4 años, es decir tendrá que realizar 8 pagos referenciados a la tasa $TIIE_{182}$ correspondiente, además de que son \$100, 000,000 la cantidad de dinero que recibe por el crédito obtenido.

Esto es:

$$\$100{,}000{,}000 * TIIE_{182}(T_{i-1}, T_i)\left(\frac{182}{360}\right)$$

Suponiendo que para el día del primer intercambio de flujos la tasa TIIE correspondiente es de 10.2% se tiene que los intereses a pagar son:

$$\$100{,}000{,}000 * 0.102 * \left(\frac{182}{360}\right) = \$5{,}156{,}666.66$$

Por otro lado, esta misma institución concede préstamos por los cuales recibe intereses a tasa fija del 14% anual cada seis meses. El capital disponible para prestar es de $100, 000,000, es decir, el pago al que se tiene derecho por el préstamo es el siguiente:

$$\$100{,}000{,}000 * 0.140 * \left(\frac{182}{360}\right) = \$7{,}077{,}777.78$$

Estos intereses son recibidos de manera semestral por dicha institución por el concepto del préstamo. La diferencia entre intereses que se reciben y los que se pagan en un mismo semestre será la ganancia o pérdida en dicho periodo, que para este primer semestre es:

Ganancia o Pérdida Marginal = Derechos – Obligaciones

$$\$100{,}000{,}000 * \left(\frac{182}{360}\right)[0.14 - 0.102] = \$1{,}921{,}111.1$$

Es decir, la institución tendrá un beneficio de $1,921,111.11 para el primer semestre, esta ganancia marginal variará periodo a periodo debido a las variaciones de la tasa TIIE; la tasas cambian día a día, y por condiciones en el mercado se cree que en los próximos periodos la tasa TIIE permanecerá a la alza.

La Tabla 4.1 muestra el probable comportamiento alcista de las tasas $TIIE_{182}$.

i	Tasa Fija	Derechos	$TIIE_{182}(T_{i-1},T_i)$	Obligaciones	Ganancia Marginal i
1	14%	$7,077,777.78	10.2%	$5,156,666.67	$1,921,111.11
2	14%	$7,077,777.78	11.8%	$5,965,555.56	$1,112,222.22
3	14%	$7,077,777.78	12.9%	$6,521,666.67	$ 556,111.11
4	14%	$7,077,777.78	14.1%	$7,128,333.33	-$ 50,555.56
5	14%	$7,077,777.78	15.3%	$7,735,000.00	-$ 657,222.22
6	14%	$7,077,777.78	16.4%	$8,291,111.11	-$1,213,333.33
7	14%	$7,077,777.78	17.7%	$8,948,333.33	-$1,870,555.56
8	14%	$7,077,777.78	18.9%	$9,555,000.00	-$2,477,222.22

Tabla 4.1

Además, la tabla indica los distintos intereses que estará pagando la institución por el financiamiento conseguido, así como los que percibe por concepto de créditos otorgados.

Entonces, por ejemplo, para el tercer periodo, es decir, en año y medio se tiene la siguiente ganancia marginal igual a ***$556,111.11.*** Esta es la última ganancia para la institución, ya que para el siguiente periodo, se tendrá una pérdida de ***$50,555.56***, la cual se incrementará para los próximos meses.

Se puede apreciar que los intereses recibidos no serán capaces de proporcionar ganancias debido al incremento de la tasa $TIIE_{182}$.

Por lo tanto, si la empresa quisiera seguir obteniendo fondos para financiar sus operaciones en el mercado, un swap de las siguientes características podría ser una alternativa para solucionar la problemática de la empresa.

La estrategia para la institución es pactar un swap a cuatro años, es decir, tomar una posición opuesta, por lo que la institución paga por el swap intereses a tasa fija y recibe intereses a tasa variable por los próximos semestres, de esta forma, hace frente a los intereses generados por su deuda.

Bajo el supuesto de que la institución decide pactar un swap con un bono para cubrir su riesgo de tasa de interés, se pueden hacer las siguientes consideraciones:

El monto nocional es igual al del préstamo mencionado anteriormente, la tasa variable igual a $TIIE_{182}$ (T_{i-1}, T_i), un factor que invariablemente es afectado por las condiciones del mercado y que se pretende mitigar, además el costo del préstamo a una tasa fija del 12%.

Para fines prácticos, la tasa a considerar debe ser menor a la que se va recibir por el préstamo que realiza la empresa. La estrategia sería disponer de un crédito que le cobre a la empresa una tasa fija menor a la que la empresa presta, de esta forma la diferencia entre a las tasa fijas proporcionaría un beneficio.

Los intercambios de flujo del swap desde la perspectiva del pagador de la tasa fija se muestran en la Tabla 4.2.

i	$TIIE_{182}(T_{i-1},T_i)$	Tasa Fija	Intercambio de flujos de efectivo
1	10.2%	12%	-$ 910,000.00
2	11.8%	12%	-$ 101,111.11
3	12.9%	12%	$ 455,000.00
4	14.1%	12%	$ 1,061,666.67
5	15.3%	12%	$ 1,668,333.33
6	16.4%	12%	$ 2,224,444.44
7	17.7%	12%	$ 2,881,666.67
8	18.9%	12%	$ 3,488,333.33

Tabla 4.2

Lo más interesante es saber lo que ocurre en términos reales al final del swap, conocer cuáles serán los beneficios de realizar la cobertura apropiada. En resumen, esto le ocurre cada seis meses a la compañía:

Recibe los intereses del 14% debido a los préstamos concedidos y paga la tasa del mercado por la deuda adquirida.

$$\$100{,}000{,}000 * [0.140 - TIIE_{182}(T_{i-1}, T_i)] * \left(\frac{182}{360}\right)$$

Ahora, tomando en cuenta el swap pactado; recibe intereses a tasa TIIE182 y paga intereses a tasa fija del 12% cada medio año por un monto de $100, 000,000.00.

$$\$100{,}000{,}000 * [TIIE_{182}(T_{i-1,}T_i) - 12\%] * \left(\frac{182}{360}\right)$$

Debido a la manera en que se pactó el swap, la empresa tendrá una ganancia marginal que quedará en función de la diferencia entre las tasas fijas, de aquí la importancia de considerar en el swap una tasa inferior al 14%. Además de lo más importante: se elimina el riesgo del incremento de las tasas variables.

$$\$100{,}000{,}000 * [14\% - TIIE_{182}(T_{i-1,}T_i) + TIIE_{182}(T_{i-1,}T_i) - 12\%] * \left(\frac{182}{360}\right)$$

Por lo tanto, la ganancia marginal es:

$$\$100{,}000{,}000 * (2\%) * \left(\frac{182}{360}\right) = \$1{,}011{,}111.11$$

La Tabla 4.3 muestra las ganancias marginales que ocurren una vez realizado el swap.

i	Derechos	Obligaciones	Ganancia marginal antes del swap	Flujos de efectivo en el swap	Ganancia marginal después del swap
1	$7,077,777.78	$5,156,666.67	$1,921,111.11	-$ 910,000.00	$1,011,111.11
2	$7,077,777.78	$5,965,555.56	$1,112,222.22	-$ 101,111.11	$1,011,111.11
3	$7,077,777.78	$6,521,666.67	$ 556,111.11	$ 455,000.00	$1,011,111.11
4	$7,077,777.78	$7,128,333.33	-$ 50,555.56	$1,061,666.67	$1,011,111.11
5	$7,077,777.78	$7,735,000.00	-$ 657,222.22	$1,668,333.33	$1,011,111.11
6	$7,077,777.78	$8,291,111.11	-$1,213,333.33	$2,224,444.44	$1,011,111.11
7	$7,077,777.78	$8,948,333.33	-$1,870,555.56	$2,881,666.67	$1,011,111.11
8	$7,077,777.78	$9,555,000.00	-$2,477,222.22	$3,488,333.33	$1,011,111.11
			-$2,679,444.45		**$8,088,888.88**

Tabla 4.3

De no entrar en el swap, al final de los cuatro años, la empresa tendría una pérdida de $2,679,444.44; sin embargo la institución tendrá un beneficio de $8,088,888.89 en virtud de su participación en un swap. Esto demuestra la enorme utilidad y el beneficio del swap que obtuvo la empresa, al utilizar un *IRS* como instrumento de cobertura.

4.3.1.2 Cobertura mediante un swap ante la baja de tasas

Existen otros ejemplos de cobertura mediante un *IRS* que una empresa puede aplicar, así como las inversiones u operaciones en las que se puede incurrir, solamente se tienen que adecuar a las características propias de un swap: un ejemplo claro es el manejo de una cartera de bonos.

Ante una disminución en las tasas de interés futuras, considerando una inversión a la tasa de mercado (ante una posición larga en un bono cupón a tasa variable), se correría el riesgo de obtener menores rendimientos en la inversión. Con el siguiente ejemplo, típico en la inversión de portafolios de bonos, se puede apreciar la estrategia de cobertura a seguir en una situación igual.

El dueño de un portafolio de bonos posee un total de 100 títulos con un valor de $1, 000,000 cada uno, y con una fecha de vencimiento a un año. El inversionista recibirá 13 pagos cupón referenciados a una tasa $TIIE_{28}$ por cada título durante el año, lo que significa que para un cierto periodo, el inversionista recibe un pago igual a:

$$Pago\ total\ por\ los\ bonos = 100 * \$1{,}000{,}000 * TIIE_{28}(T_{i-1}, T_i) * \left(\frac{28}{360}\right)$$

La Tabla 4.4 muestra las tasas y pagos esperados por los bonos cada 28 días.

i	$TIIE_{28}(T_{i-1},T_i)$	Número de Bonos*Ci
1	7.6%	$591,111.11
2	7.3%	$567,777.78
3	7.1%	$552,222.22
4	6.8%	$528,888.89
5	6.5%	$505,555.56
6	6.0%	$466,666.67
7	5.7%	$443,333.33
8	5.4%	$420,000.00
9	4.9%	$381,111.11
10	4.5%	$350,000.00
11	4.2%	$326,666.67
12	3.9%	$303,333.33
13	3.7%	$287,777.78

Tabla 4.4

Con estos pagos, el dueño del portafolio habrá percibido ingresos por $ 5, 724,444.44.

El inversionista prevé un escenario en el cual disminuyan las tasas de interés, él es cauteloso en cuanto a sus negocios, y decide tomar una cobertura para asegurar el rendimiento de cada cupón, por lo cual decide entrar a un swap que tenga las características necesarias para se obtenga una cobertura apropiada.

El inversionista toma una posición en la que pague la tasa $TIIE_{28}$ considerando un monto nominal de $100, 000,000 y al mismo tiempo recibir una tasa fija igual a 6.6%.

$$\$100{,}000{,}000 * [6.6\% - TIIE_{28}(T_{i-1}, T_i)] * \left(\frac{28}{360}\right)$$

Para el cálculo definitivo en cada periodo se tiene que considerar lo que percibe el inversionista debido a su portafolio de bonos, también se toma en cuenta el resultado de los flujos de efectivos que resultan del swap. Es a partir de aquí que se determinan las pérdidas o ganancias en cada uno de los 13 periodos en el año.

Entonces el cálculo de las ganancias del inversionista después del entrar al swap es:

$$\$100{,}000{,}000 * [TIIE_{28}(T_{i\text{-}1}, T_i) + 6.6\% - TIIE_{28}(T_{i\text{-}1}, T_i)] * \left(\frac{28}{360}\right)$$

Es decir, con el swap se busca fijar una tasa que permita obtener ganancias superiores a las que se preveían debido a la tendencia bajista de las tasas variables. En este caso al final del swap el inversionista estará recibiendo *$513,333.33* de manera segura cada 28 días durante todo el año.

La Tabla 4.5 nos muestra cómo el swap mitiga el riesgo que implica las en las tasas $TIIE_{28}$.

i	$TIIE_{28}(T_{i\text{-}1},T_i)$	Número de Bonos*Ci	Flujos de efectivo en el swap	Ganancias después del swap
1	7.6%	$591,111.11	-$ 77,777.78	$513,333.33
2	7.3%	$567,777.78	-$ 54,444.44	$513,333.33
3	7.1%	$552,222.22	-$ 38,888.89	$513,333.33
4	6.8%	$528,888.89	-$ 15,555.56	$513,333.33
5	6.5%	$505,555.56	$ 7,777.78	$513,333.33
6	6.0%	$466,666.67	$ 46,666.67	$513,333.33
7	5.7%	$443,333.33	$ 70,000.00	$513,333.33
8	5.4%	$420,000.00	$ 93,333.33	$513,333.33
9	4.9%	$381,111.11	$132,222.22	$513,333.33
10	4.5%	$350,000.00	$163,333.33	$513,333.33
11	4.2%	$326,666.67	$186,666.67	$513,333.33
12	3.9%	$303,333.33	$210,000.00	$513,333.33
13	3.7%	$287,777.78	$225,555.56	$513,333.33
Total		*$5,724,444.44*	*$948,888.89*	***$6,673,333.33***

Tabla 4.5

De manera que para los primeros periodos se puede apreciar que el inversionista estaría percibiendo intereses fijos por debajo de lo que estaría ganando en su portafolio de bonos, esto cambia para fortuna del inversionista ya que esta misma cantidad fija le estará haciendo obtener ganancias en los periodos subsecuentes.

En resumen, se pueden aplicar coberturas tomando una posición correcta en un swap; ya sea ante un escenario donde las tasas de interés se encuentren a la baja o bien se prevea una baja en los tipos de interés.

CONCLUSIONES GENERALES

Esta tesis se ha avocado al estudio de una clase especial de operaciones bursátiles denominadas swaps de tipo de interés. Los IRS como se les conoce son importantes debido a que al realizar intercambios de flujos de efectivo se logra reducir costos de financiamiento. Además, las contrapartes se benefician mutuamente reduciendo sus riesgos financieros de acuerdo a sus necesidades.

Una de las principales ventajas de los swaps de tasas de interés deriva del hecho de que permiten "diseñar a la medida" esquemas de financiamiento para los contratantes. Transforman los esquemas originales de pago en otros esquemas similares con distintas características de plazo y/o tasa.

Debido a la dificultad que enfrentan las empresas para obtener financiamiento a un tipo de interés fijo o en una divisa determinada, los swaps son una alternativa recomendable para que inversionistas cubran sus expectativas. Los swaps proporcionan también a las empresas una forma para introducirse en mercados a los que de otro modo no podría acceder, ya sea por su solvencia poco conocida en el mercado o su grado de endeudamiento.

Además, se mencionaron algunos conceptos básicos sobre bonos y FRAs los cuales son necesarios para la valuación del swap, se han visto dos métodos para la valuación del swap: portafolio de bonos y portafolio de FRAs. En tal valuación se busca la tasa que logre la igualdad en el intercambio de flujos entre las contrapartes, a esta tasa se le conoce como la **tasa swap**. Esta tasa asegura un equilibrio en ambas contrapartes de tal forma que ninguna de las patas obtenga ganancias o pérdidas al principio del swap.

Se discutieron los conceptos de probabilidad tales como variable aleatoria, distribución de probabilidad, esperanza, entre otros. Se realizó una introducción muy breve a los procesos estocásticos. También se mencionó que uno de los usos de un swap es la especulación que permite mediante la correcta elección de la posición swap, ya sea larga o corta, obtener algún rendimiento o ganancia.

Además, se particularizó en la Distribución Binomial aplicándola a un caso muy sencillo refiriéndose a un escenario de intercambio en una operación swap.

Se formuló un modelo financiero de swaps dentro de un marco estadístico, definiendo la tasa swap como una variable aleatoria. Mediante la Ley de los Grandes Números, se calculó el valor de la tasa swap tomando en cuenta solamente un número finito de periodos, lo cual brinda una aproximación de su valor real. Por el TCL, se determinó que la variable aleatoria $\frac{1}{Rswap}$ tiene aproximadamente una Distribución Normal $(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$.

Mediante una de las aplicaciones de la derivada vistas en Cálculo Diferencial se determinó el valor aproximado de la tasa swap, es decir mediante la notación de diferenciales se estimó un error en la aproximación de la recta tangente en un punto, en este caso μ.
Se definió el concepto de "volatilidad de la tasa swap", así como una posibilidad de interpretación de este resultado.

Además, se ha sugerido el concepto de "volatilidad de la tasa swap", el cual está asociado con la desviación estándar de la variable aleatoria correspondiente. Aunque en la práctica la tasa swap se determina desde el inicio del contrato, debido a la naturaleza aleatoria de las variables involucradas en su cálculo queda justificada la introducción de la desviación estándar de la tasa swap, y por lo tanto la volatilidad de la misma. Este concepto de volatilidad swap nos permite establecer una base cuantitativa para definir una estrategia de optimación de la ganancia de una operación swap.

La estrategia de optimación está en función la posición del la contraparte en el swap, así pues; si en un swap descrito en las secciones 1.6.1 y 1.6.2 la volatilidad es menor al 0.15% representaría que la tasa swap disminuyó, lo que implicaría que posiblemente las tasas TIIE (en su conjunto) disminuyeron. En este escenario, dónde la volatilidad en menor a la obtenida en el ejemplo, a la contraparte corta le convendría, ya que los flujos de efectivo que pagaría sería menores a los ya presupuestado.

Por otro lado, en un ejercicio de especulación la estrategia de optimación en un swap sea considerar un cierto nivel de volatilidad y a partir de ese momento buscar una apuesta direccional en el movimiento de las tasas.

Esta volatilidad de la tasa swap se puede interpretar como un error asociado al cálculo del valor del swap, el cual se verá reflejado al final del contrato en forma de ganancia o pérdida de alguna de las contrapartes. Este concepto está asociado con la desviación estándar de la variable aleatoria correspondiente. Aunque en la práctica la tasa swap se determina desde el inicio del contrato, debido a la naturaleza aleatoria de las variables involucradas en su cálculo, queda justificada la introducción de la desviación estándar de la tasa swap, y por lo tanto la volatilidad de la misma.

De esta manera se podrá pensar que la tasa swap es el mismo tipo de variable aleatoria que otros índices bursátiles con una volatilidad asociada, por ejemplo, una tasa TIIE.

El swap es un instrumento muy útil en el manejo de deudas en otras monedas y/o tasas, por lo que contribuye a la administración de portafolios para lograr una disminución del techo (gap). De ésta forma, al usar las técnicas de cobertura en una inversión se reducen posibles pérdidas que pueden ocurrir debido a la volatilidad existente en las tasas ofrecidas por el mercado, ya que se utiliza el mencionado market neutral. Lo importante es establecer un piso (floor), donde el inversionista asegura un mínimo de rendimiento en su patrimonio.

En el ámbito financiero mundial citando a Warren Buffett cuando se refería a mal manejo de los productos financieros derivados, decía: "estos instrumentos pueden llegar a ser *armas financieras de destrucción masiva"*. Por lo se requieren de profesionales con un alto nivel ético y con una gran responsabilidad, así como de una gran preparación para que se utilicen los instrumentos financieros derivados (en particular los swaps) para el uso de coberturas eficientes y, no deformarlos y utilizarlos como una herramienta especulativa que conlleven al riesgo sistémico.

Finalmente, la principal aplicación del swap es como un instrumento de cobertura ante dos posibles escenarios: la baja o alza en las tasas de intereses. Como se mencionó al principio del capítulo 4, la filosofía subyacente en los ámbitos financieros es la minimización de la pérdida ante escenarios adversos, es por ello que el swap ofrece una opción excelente de cobertura.

APÉNDICE A

Tasa de Interés Interbancaria de Equilibrio TIIE.

Se usa como un medidor del costo del dinero a través del tiempo, se calcula mediante la cotización algunos bancos en donde se les *pregunta* a qué tasa aceptarían un préstamo de otra institución. Por ejemplo se emplea para poner las tasas de crédito de distintos préstamos; en tarjetas de crédito y préstamos personales de corto plazo, y también se usa cuando la tesorería del banco se queda corta y tiene que solicitar préstamos a otras instituciones superavitarias, las cuales se colocan a esta tasa.

Con el objeto de establecer una tasa de interés interbancaria que refleje mejor las condiciones del mercado, el Banco de México decidió dar a conocer la Tasa de Interés Interbancaria de Equilibrio (TIIE). Para tal efecto, mediante modificaciones del 20 de marzo de 1995 a la Circular 2008/94 del Banco de México, se estableció un procedimiento conforme al cual, el propio Banco con cotizaciones presentadas por las instituciones de crédito, determinará dicha tasa de interés interbancaria de equilibrio.

El citado procedimiento requiere de cotizaciones de cuando menos seis instituciones. De no reunirse el número de cotizaciones antes señalado, el Banco de México determinará la tasa de interés interbancaria de equilibrio de que se trate, tomando en cuenta las condiciones prevalecientes en el mercado de dinero.

Considerando que conocer la tasa de interés interbancaria de equilibrio resultará de utilidad para el público en general y, en particular para las personas que realicen operaciones en el sistema financiero, se determinó que tal tasa se publicará por el Banco de México a través del Diario Oficial de la Federación, el día hábil bancario inmediato siguiente aquél en que se determine.

ANEXO 1
DETERMINACIÓN DE LA TIIE

1.12 Presentación de las cotizaciones

1.12.1 El Banco de México informará por escrito a las instituciones participantes, los días hábiles bancarios en que recibirá cotizaciones de tasas de interés en términos de lo dispuesto en el presente Anexo, los plazos y montos por los que podrán presentarlas, así como el diferencial a que se refiere el Apéndice 2... Adicionalmente, el Banco de México podrá señalar límites mínimos y máximos a los citados montos, dentro de los que podrán presentarse las cotizaciones, en múltiplos de una cantidad base que al efecto señale el propio Banco de México, a la cual se le denominará monto base.

El Banco de México escuchará previamente la opinión de las instituciones participantes para determinar los plazos, montos y el diferencial a que se refiere el párrafo anterior.

1.12.2 Las cotizaciones deberán presentarse a la Gerencia de Operaciones Nacionales del Banco de México, a más tardar a las 12:00:00 horas del día hábil bancario que corresponda. Para tal efecto, el Banco de México solicitará por lo menos a seis instituciones elegidas de manera aleatoria, que presenten, dentro del horario establecido, cotizaciones para cada uno de los plazos convocados para el día hábil bancario de que se trate.

Las instituciones participantes únicamente podrán presentar una cotización para cada combinación de plazo y monto que el Banco de México les hubiera solicitado conforme al párrafo anterior.

Las tasas de interés cotizadas deberán expresarse en por ciento, cerradas a cuatro decimales.

1.21. Financiamientos que el Banco de México otorgará a las instituciones participantes

1.21.1 El día hábil bancario inmediato siguiente al de la presentación de las cotizaciones, la institución participante que deba recibir financiamiento por parte del Banco de México, deberá formalizarlo mediante la celebración de operaciones de crédito y/o reporto, sujetándose a lo previsto en este Anexo y utilizando para ello el Sistema de Administración de Garantías y Reportos (SAGAPL). Adicionalmente, deberán ajustarse a los términos y condiciones establecidos en el Manual del SAGAPL (Manual).

1.21.2 Plazo para formalizar las operaciones.

El día hábil bancario inmediato siguiente al de la presentación de las cotizaciones, las instituciones deberán poner a disposición del Banco de México garantías o valores suficientes para formalizar los financiamientos mediante la celebración de operaciones de crédito y/o reporto, dentro del plazo previsto para tal efecto en el Manual.

El Banco de México intentará formalizar las operaciones de crédito y/o reporto hasta por el monto total de los financiamientos asignados en los horarios definidos en el Manual, los cuales podrán consultarse a través del SAGAPL. Para tal efecto, primero se intentarán formalizar los citados financiamientos mediante operaciones de crédito y posteriormente en caso de ser necesario, a través de operaciones de reporto en los términos previstos en este Anexo.

1.21.3 Los créditos tendrán las características siguientes:

a) Acreditante: Banco de México;

b) Acreditada: La institución de crédito que haya recibido la notificación a que se refiere el numeral 1.2 de este Anexo;

c) Plazo: El correspondiente al de la TIIE para la cual la institución haya presentado la cotización respectiva;

d) Monto: El relativo a la parte del financiamiento asignado por el Banco de México que se garantice con un mismo tipo de depósito de los previstos en el inciso f) de este numeral;

e) Tasa de Interés: La tasa de interés que la institución participante haya cotizado, menos el diferencial que el propio Banco de México le haya dado a conocer en el escrito citado en el numeral 1.12.1, y

f) Garantía: i) los depósitos de regulación monetaria que la acreditada mantenga en el Banco de México; ii) los depósitos constituidos conforme al procedimiento descrito en el numeral 1.22 de este Anexo; iii) los depósitos efectuados conforme a lo previsto en el Anexo 7 de la Circular 2019/95, y iv) los depósitos en dólares de los EE.UU.A. que la acreditada mantenga en Banco de México en términos de lo previsto en el numeral M.71.2 de la Circular 2019/95. Los depósitos mencionados deberán ser destinados previamente para este propósito por la institución acreditada.

El monto de los depósitos deberá cubrir tanto el principal como los intereses que el crédito devengará y su plazo de vencimiento deberá ser igual o mayor al plazo del crédito que garantizan.

1.3 INFORMACIÓN SOBRE LAS COTIZACIONES

El Banco de México pondrá a disposición de todos los interesados información sobre las cotizaciones presentadas, el mismo día en que se determine la TIIE, a través de su página de Internet que se identifica con el nombre de dominio: www.banxico.org.mx, por conducto del SIAC-BANXICO o de cualquier otro medio electrónico, de cómputo o telecomunicación que el propio Banco autorice para tal efecto.

En la información a que se refiere el párrafo anterior, se incluirá el nombre de las instituciones participantes que hubieren presentado las cotizaciones de que se trate.

ANEXO 2
CÁLCULO DE LA TASA TIIE

Sea MB el monto base determinado por Banco de México; n, el número de bancos que presentaron las posturas (y_j, z_j) j = 1,...,n, donde y_j es el monto (múltiplo de MB) y z_j la tasa de la postura.

Para cada j se conocen $n_j=\frac{y_j}{360}$ posturas homogéneas con monto MB y tasa z_j cada una.
Sea $X_a = (X^{(1)}, X^{(2)}, \ldots, X^{(k)})$ el vector de tasas de todas las posturas homogéneas ordenadas de menor a mayor.

Obsérvese que $k = \sum_{j=1}^{n} n_j$ sea $X_p = (X^{(k)}, X^{(k-1)}, \ldots, X^{(1)})$ el vector de tasas de todas las posturas homogéneas ordenadas de mayor a menor. Los vectores X_a y X_p representan las tasas pasivas y activas respectivamente.

Al vector de tasas activas se le suma el diferencial *dif*, y al de tasas pasivas se le resta, para obtener los siguientes vectores:

$$X'_a = (X^{(1)} + dif, X^{(2)} + dif, ..., X^{(k)} + dif)$$
$$= (X'_{a1}, X'_{a2}, \dots , X'_{ak})$$
$$X'_p = (X^{(k)} - dif, X^{(k-1)} - dif, ..., X^{(1)} - dif)$$
$$= (X'_{p1}, X'_{p2}, \dots , X'_{pk})$$

Sea u el número de componentes positivos del vector diferencia:

$$X'_p - X'_a = ((X'_{p1} - X'_{a1}), (X'_{p2} - X'_{a2}), ..., (X'_{pk} - X'_{ak}))$$

La TIIE se calculan como el promedio aritmético de las tasas r_1 y r_2, donde:
I.- Si $0 < u < k$
r_1 = máximo $\{X'_{au}, X'_{p(u+1)}\}$
r_2 = mínimo $\{X_{a(u+1)}, X'_{pu}\}$
II.- Si $u = 0$
$r_1 = X'_{a1}$
$r_2 = X'_{p1}$

BIBLIOGRAFÍA

Referencias bibliográficas.

Cálculo

PURCELL, Edwin J. "Cálculo con geometría". Prentice Hall, 1993.

Finanzas

BODIE Zvi y MERTON Robert. "Finanzas". Prentice Hall. 2003.

CHEN, Lin. "Stochastic Mean and Stochastic Volatility – A Three-Factor Model of the Term Structure of Interest Rates and Its Application to the Pricing of Interest Rate Derivatives. Blackwell Publishers. 1996.

CLIMENT José Antonio. "Valuación de Opciones", Coordinación de Servicios Editoriales de la Facultad de Ciencias, 2005.

DUBOFSKY, David. "Derivatives Valuation and Risk Management". Oxford University Press. 2003.

BRIAN, Coyle. "Currency swaps". Financial World Publishing. 2000.

DE LARA, Alfonso. "Medición y control de riesgos financieros". Limusa. 2004.

DECOVNY, Sherree. "Swaps". Editorial. Limusa. 1994.

FABOZZI, Frank J. "The Handbook of fixed income securities". Bussines One Irwin. 1991.

HULL, John."Introducción a los mercados de futuros y opciones". Pearson Prentice Hall. 4ª edición. 2002.

PLISKA, Stanley. "Introduction to mathematical finance; Discrete time models". Blackwell. 1997.

RODRIGUEZ J. "Introducción a análisis de productos financieros derivados". Editorial Limus. 2000.

Estadística y Probabilidad

DEVORE, Jay. "Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias". Internacional Thompson Editores. 5ª edición. 2005.

EVANS, Michael y ROSENTHAL, Jeffrey. "Probability and Statistics". Freeman and Company. 2004.

HERNÁNDEZ, Adrian y HERNÁNDEZ, Onésimo. "Elementos de Probabilidad y Estadística". Sociedad Matématica Mexicana. 2003.

PAPOULIS, Athanasios y PILLAI, Unnikrishna. "Probability, Random Variables and Stochastic Processes". McGraw-Hill Science/Engineering/Math. 2001.

PARZEN, Emanuel. "Modern Probability Theory and its Aplications". Jonh Whily &Sons Inc. 1960.

RASCÓN, Luis. "Curso intermedio de probabilidad". Las Prensas de Ciencias. 2ª edición 2008.

Referencias de tesis

CRUZ MATÚ Carolina. "Aspectos teóricos y prácticos de la valuación y uso de swaps de tasas de interés". Tesis de licenciatura en Actuaria . UNAM. México. 2007.

VERA JUAREZ Maria Eugenia. "Análisis del riesgo implícito en los swaps de tasas de interés en México". Tesis de licenciatura en Economía. UNAM. México. 2004.

Recursos electrónicos

Banco de México.
http://www.banxico.org.mx

Mercado Mexicano de Derivados
http://www.mexder.com.mx